Fundamentos metodológicos para el análisis económico en contexto de incertidumbre

Dídac Ramírez Sarrió

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y EMPRESARIALES

UNIVERSIDAD DE BARCELONA

FUNDAMENTOS METODOLOGICOS PARA EL ANALISIS ECONOMICO EN CONTEXTO DE INCERTIDUMBRE

DIEGO RAMIREZ SARRION

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y EMPRESARIALES

UNIVERSIDAD DE BARCELONA

FUNDAMENTOS METODOLOGICOS PARA EL ANALISIS ECONOMICO EN CONTEXTO DE INCERTIDUMBRE

Tesis Doctoral presentada por

DIEGO RAMIREZ SARRION

realizada bajo la dirección del

Dr. ALFONSO M. RODRIGUEZ RODRIGUEZ

Junio de 1.988.

PROLOGO

La preceptiva Memoria realizada en 1984 con ocasión de la celebración de las Pruebas de Idoneidad para el acceso al Cuerpo de Profesores Titulares de Universidad incluía un apartado de proyectos de investigación futuros en el que, a modo de proyecto comprensivo y global, figuraba la elaboración de una tesis doctoral en torno al tema "Epistemología del Análisis Económico-Financiero (Financiación e Inversión)".

Con el tiempo, aquel proyecto ha ido materializándose, no sin sufrir, en su definición, ciertas precisiones que han acabado configurando de manera substancial el trabajo finalmente presentado y que están recogidas en el título por medio de las palabras '*incertidumbre*' y '*fundamentos*'.

Fue durante el curso 1985-1986 que

el ámbito de investigación se redujo al campo de lo incierto. Con motivo de la preparación de la asignatura *Matemática de las Operaciones Financieras*, y después de comprobar cuan justificada era la preocupación por el tratamiento formal de la incertidumbre reiteradamente manifestada por el Profesor A. RODRIGUEZ en la edición revisada y ampliada de su *Matemática de la Financiación* (1984), me sentí incitado por la idea de aceptar el desafío intelectual contenido en uno de sus párrafos (p. 20):

> "El análisis de la incertidumbre financiera exige el uso de una metodología adecuada. Los métodos estadísticos suponen una importante colaboración a este respecto. No obstante, no parece que tales métodos hayan cubierto plenamente el reto metodológico planteado por la incertidumbre a las ciencias del comportamiento humano, entre las que se insertan las económicas."

Un Seminario sobre la Teoría de los subconjuntos borrosos y sus aplicaciones a la gestión empresarial, dirigido por el Profesor A. KAUFMANN y promovido por el Departamento de Economía y Organización de Empresas en Abril de 1986, proporcionó un marco de discusión y reflexión idóneo para que la idea se convirtiera en principio de acción y, de acuerdo con el Dr. A. RODRIGUEZ, el proyecto inicial se circunscribiera definitivamente al estudio de la metodología para el análisis económico en contexto de incertidumbre.

La segunda delimitación no requirió de más circunstancia que la propia elaboración del trabajo. El transcurso de la investigación hizo patente tres cosas: en primer lugar, la existencia de serios problemas relacionados con la fundamentación en los aspectos conceptual, lógico y eidométrico; en segundo lugar, que sin una clarificación previa era inviable cualquier intento de llevar a cabo ninguna metodología concreta; y finalmente, que el estudio de los fundamentos, a pesar de su carácter propedéutico, poseía entidad suficiente para constituir el cuerpo substantivo de una investigación.

A grandes rasgos y muy sucintamente, lo expuesto describe el proceso seguido en la elaboración de la tesis. Al mismo tiempo apunta, de abajo hacia arriba, una línea de investigación que espero seguir en el futuro. Cuento para ello con el apoyo moral que proporciona pensar en las personas cuya confianza, estímulo y ayuda tanto han significado para mí. A todas ellas expreso mi reconocimiento y gratitud.

Para finalizar, quiero agradecer de un modo muy especial al Dr. ALFONSO M. RODRIGUEZ que me haya honrado dirigiendo esta tesis, así como la favorable disposición que en todo momento ha mostrado durante su realización.

INTRODUCCION

"As a matter of fact, the foundations are the most controversial parts of many, if not all, sciences."

J. L. SAVAGE (1954, Introducción).

La incertidumbre juega un papel cada vez más relevante en el análisis económico. La disponibilidad de cantidades ingentes de datos cuyo tratamiento se ve posibilitado por los actuales medios informáticos, la creación y desarrollo de teorías matemáticas que favorecen una mayor aprehensión formal de la realidad, los avances en las investigaciones lógicas y lingüísticas que disminuyen progresivamente la distancia existente entre los lenguajes naturales y los formales, todo ello ha contribuido a que vaya ocupando un primerísimo plano el estudio científico de fenómenos que en épocas no muy lejanas se veían relegados a causa de su incertidumbre.

Sin embargo, un somero examen de la literatura económica muestra que esta importancia no se ve generalmente correspondida por una atención suficiente a los fundamentos metodológicos que proporcionen el debido soporte conceptual, lógico y eidométrico al análisis económico en contexto de incertidumbre.

*

En efecto, salvo raras excepciones[1], ya sea porque su significado se da por sabido, o porque se intuye de difícil clarificación, la noción de incertidumbre se suele emplear sin una definición previa.

Así, constatamos que en la teoría de la decisión por incertidumbre se entiende, además de ausencia de certeza, la imperfección del conocimiento de sucesos futuros no probabilitarios. Ambos sentidos determinan ámbitos diferentes en las teorías de la incertidumbre[2]: el primero asociado a la probabilidad, "objetiva" y "subjetiva", el segundo asociado exclusivamente a la probabilidad subjetiva y adoptando un carácter de término técnico contrapuesto al de *riesgo*. Pero ni la diferencia entre ambos tipos de probabilidad está fuera de discusión, ni lo está la distinción entre riesgo e incertidumbre en el segundo sentido[3].

Notas

1.- P. ej., A. DOWNS (1957, c. 5).
2.- Cfr. D. J. WHITE (1969) pp. 75 y ss.
3.- Sobre la distinción entre riesgo e incertidumbre H. BORCH (1968, p. 80) afirma que "(...) ha sido ampliamente utilizada en la literatura económica. Nosotros no hemos adoptado esta denominación convencional ni pensamos hacerlo tampoco. Afirmamos que esa distinción carece de utilidad, tanto práctica como teórica."; y B. CARSBERG (1975, p. 218) que "La distinción no es de gran importancia para nuestro análisis; en realidad es difícil encontrar ejemplos prácticos de negocios con riesgo puro según esta definición. Utilizaremos los dos términos indistintamente."

También es frecuente referir la incertidumbre al grado de conocimiento de sucesos futuros[1], mas ¿acaso no es relevante la incertidumbre de sucesos presentes o pasados?, en otras palabras, ¿sólo el futuro determina la incertidumbre en la ciencia económica?

Por otra parte, si la incertidumbre está relacionada con el conocimiento, ¿qué sentido tiene la distinción entre incertidumbre objetiva, "característica del mundo exterior que puede estudiarse y medirse sin hacer referencia a los individuos afectados", e incertidumbre subjetiva o "descripción de las creencias o del estado mental del agente económico cuyo comportamiento se investiga"?[2]

Finalmente, el *azar* y la incertidumbre aparecen como conceptos opuestos, pero ¿ son comparables categorialmentes?[3]

La inconsistencia conceptual en que deben desarrollarse los estudios científicos relacionados con la incertidumbre, puesta de manifiesto por los interrogantes que acabamos de plantear, da lugar a un problema que justifica el inicio de una investigación. Intentar paliar dicha inconsistencia determinando la naturaleza, las modalidades y las fuentes de la incertidumbre constituye uno de los fines de la tesis.

<u>Notas</u>

1.- Vd. p. ej. H. GRAVELLE y R. REES (1981, c. 19), B. J. MOORE (1968, c. 2, p. 41), J. P. QUIRK (1976, c. 16).
2.- Cfr. QUIRK, (1976), p. 463.
3.- Esta oposición entre azar e incertidumbre se da en el contexto de la aplicación de la teoría de los subconjuntos borrosos a las ciencias sociales.

*

En su camino hacia la búsqueda de la verdad, toda ciencia requiere de una lógica para discriminar las argumentaciones válidas de las que no lo son. Tradicionalmente, ha sido la lógica clásica bivalente el *órganon* utilizado para tal fin; pero la incertidumbre propia de razonamientos que involucran el futuro, el infinito, la carencia de sentido o la vaguedad han dado lugar a una proliferación de sistemas lógico-formales que han sido presentados como alternativas a la lógica clásica.

En su origen, dichos sistemas han sido introducidos atendiendo a motivos extralógicos muy dispares, lo cual determina diferencias esenciales cuya significación no es siempre tenida en cuenta. Así, nos encontramos con que unas lógicas rechazan los principios del tercio excluso, contradicción e identidad y otras los aceptan, unas excluyen el principio de bivalencia y otras son compatibles con él, unas preservan la veritativo-funcionalidad y otras no, unas, bajo la denominación común de *borrosas*, mantienen la precisión como un requisito inexcusable y otras prescinden de ella.

Todo ello, unido a la imprecisión conceptual existente en torno a la incertidumbre, que lleva a no separar las distintas modalidades de razonamiento en condiciones de conocimiento imperfecto, no puede generar otra cosa que indeterminación en la elección o bien una elección ciega sin tomar en consideración las implicaciones que se derivan de la misma.

De lo expuesto se desprende que estamos ante un problema de fundamentación lógica que viene supeditado a una cuestión previa, a saber, si en todos o en algunos casos el tratamiento de la incertidumbre exige el rechazo de la lógica clásica. Problema que no podemos eludir a menos que aceptemos vaciar de contenido la expresión 'inferencia válida' en el ámbito del conocimiento imperfecto y en cuyo intento de respuesta radica otro de los fines de este trabajo.

*

En Economía, el paradigma en el que se basan la mayoría de los modelos que analizan los mercados de seguros, de activos financieros y el equilibrio general con incertidumbre es el de la teoría de la maximización de la utilidad esperada, la cual, a modo de "pesos" para medir la incertidumbre de los diferentes "estados de la naturaleza" asigna probabilidades subjetivas.

El recurso a la probabilidad subjetiva se suele justificar por el hecho de que la probabilidad objetiva no es aplicable en casos no repetitivos. Por otra parte, una hipótesis básica de la concepción bayesiana consiste en afirmar que, del mismo modo que sólo existe una forma de longitud, existe asimismo una única forma de incertidumbre[1], o lo que es lo mismo, todas las incertidumbres

Notas

1.- Cfr. D. V. LINDLEY, 1971, p. 30.

pueden ser comparadas: la de una persona ante una carta en el restaurante, la del vendedor que medita sus pedidos, el político ante el comportamiento de su electorado, la del jugador que lanza una moneda, la del inversor que busca dónde colocar su dinero, etc.

La citada hipótesis implica una *triple reducción* de la incertidumbre desde el punto de vista valorativo o métrico. En primer lugar, al plano subjetivo o personal, lo que trae consigo que el grado de incertidumbre no sólo exprese la medida de la imperfección del sujeto, sino que deba determinarse desde el mismo. En segundo lugar, a la teoría matemática del cálculo de probabilidades, cuyos axiomas debe verificar toda medida de la incertidumbre. En tercer lugar, a la probabilidad, con lo cual la incertidumbre se asocia única y exclusivamente al razonamiento probable.

Los tres puntos son susceptibles de ser cuestionados. El primero, puesto que el planteamiento tradicional para medir la incertidumbre basado en la interpretación objetiva de la probabilidad sigue vigente. El segundo, porque como ya entendió J. BERNOUILLI en su *Ars Conjectandi* y recientemente ha sido puesto de manifiesto por G. SHAFER (1976), hay casos en que la probabilidad, como medida del grado de certeza de un enunciado condicionado a la evidencia disponible, no tiene por qué ser aditiva. Finalmente, dado que cabe preguntar si el único modo de razonamiento con interés para la ciencia en el marco de la incertidumbre es el razonamiento probable: las investigaciones que sobre el razonamiento vago y aproximado se vienen realizando en los últimos años llevan a pensar todo lo contrario; además, si bien es cierto que nociones utilizadas para la medida de la incertidumbre como confianza, credibilidad, confirmación o creencia se pueden asimilar a la noción de probabilidad, no así otras, como por ejemplo las de sorpresa y plausibilidad.

Comoquiera que el citado paradigma de la maximización de la utilidad esperada es el que configura la parte de la teoría de la decisión que es utilizada casi exclusivamente en la descripción del comportamiento económico bajo condiciones de incertidumbre[1], no hace falta resaltar la importancia que tiene para la ciencia económica abordar los problemas suscitados por las observaciones efectuadas en el párrafo anterior. Ello conduce a que, como tercer objetivo de la tesis, trate llevar a cabo una fundamentación eidométrica de la incertidumbre, la cual, tal como la entiendo, consiste en el estudio de los conceptos adecuados para la medida de la incertidumbre atendiendo a las diversas modalidades que de ésta puedan presentarse.

*

Notas

1.- La teoría de la decisión y, dentro de ella, la teoría de la incertidumbre proporcionan un marco privilegiado para especificar la preocupación por la fundamentación metodológica, tanto por la enorme aplicación que de la teoría se hace en el análisis económico en contexto de incertidumbre como porque a pesar de ello y del amplio y rico campo que abarca la teoría de la decisión, la parte de la misma que se relaciona con el esquema de la teoría de la maximización de la utilidad esperada es el más utilizado.

A tenor de lo expuesto, disponemos de lo esencial para iniciar una investigación, a saber, de preguntas previas que den lugar a problemas interesantes, como creo que lo es el de la fundamentación metodológica de la incertidumbre en los planos conceptual, lógico y eidomético.

Con todo, soy plenamente consciente de que emprender la tarea con la pretensión de ofrecer respuestas completas y de agotar exhaustivamente los temas que envuelven las preguntas planteadas es un objetivo arduo y apenas realizable. De ahí que, animado por la profunda convicción de que no hay ciencia que pueda ser más segura que sus fundamentos, sitúe los fines de la tesis, no en la línea de un horizonte inalcanzable, sino en la del trazado y desbrozo de caminos que nos aproximen a él.

* *

*

Una vez planteados los objetivos finales que guían la elaboración de la tesis, debemos especificar los temas en los que vamos a concretar el estudio así como el plan a seguir para procurar responder las cuestiones formuladas.

Dicho plan viene dado por la naturaleza y contenido de las mismas, que podemos sintetizar en las tres preguntas siguientes: ¿existe un único tipo de incertidumbre?, ¿qué lógica, o lógicas, son más adecuadas para el razonamiento no demostrativo?, ¿es la probabilidad el único concepto válido para medir la incertidumbre?

En orden a ello, la tesis constará de *tres partes*.

Primera parte: Fundamentos conceptuales.

Puesto que la noción de incertidumbre es ambigua y figura en una pluralidad de contextos con funciones diferentes, su utilización genera, ineludiblemente, oscuridad y confusión. Resulta, por consiguiente, del todo inexcusable una delimitación conceptual previa que prevenga de semejantes inconvenientes. En el capítulo I, *La noción de incertidumbre. Tipos*, partiendo de la definición lexical analizaremos el contenido de dicha noción y distinguiremos los diversos significados de la misma. Ello nos conducirá a separar la incertidumbre epistémica, en su doble modalidad de objetiva y subjetiva, de la óntica, así como a precisar las condiciones por las cuales tiene lugar la incertidumbre en tanto que ausencia de certeza.

Situados ya en el plano epistémico, las condiciones a las que hemos aludido, que son la falta de creencia, de verdad, de evidencia y de información, permiten un estudio sistemático de las fuentes de la incertidumbre. Pero antes de proceder al mismo es preciso responder a una cuestión suscitada por el carácter negativo dado a la definición de la incertidumbre, a saber, si ésta es o no discernible de la completa ignorancia, o lo que es lo mismo, si aquellas condiciones deben ser interpretadas como incredulidad, falsedad, carencia de datos y desinformación absolutas, o bien cabe admitir grados. En el capítulo II, *La incertidumbre y el conocimiento imperfecto*, se distinguen dos interpretaciones al respecto, la radical y la gradual, y damos las razones por las cuales nos adherimos a la última, desde la cual mantenemos la coherencia de un conocimiento imperfecto y postulamos cuatro modalidades del mismo: vago, aproximado, inexacto y probable.

Basándonos en el estudio realizado en el anterior capítulo, en el III, *Fuentes de la incertidumbre*, examinamos los motivos que originan la incertidumbre epistémica. Separamos la incertidumbre objetiva de la subjetiva, y dentro de la primera, la estricta de la amplia. Un estudio bastante pormenorizado de las nociones de azar, vaguedad e inexactitud nos permite centrar el análisis en el marco de la incertidumbre objetiva, análisis que concluye relacionando las causas con las modalidades de conocimiento imperfecto. Una breve referencia a la incertidumbre subjetiva pone punto final a la primera parte.

Segunda parte: Fundamentos lógicos.

En el inicio del Prefacio de la segunda edición de la *Crítica de la Razón Pura*, I. KANT encontraba digno de atención que desde los tiempos de ARISTOTELES hasta su época la Lógica no hubiera podido dar ningún paso hacia adelante, y también el que, según toda apariencia, estuviera ya cerrada y acabada. Los hechos parecen dar a entender que la conjetura era errónea y que del mismo modo que en el siglo XIX el rechazo de principios "evidentes en sí mismos" como el postulado de las paralelas dió lugar al descubrimiento de las geometrías no euclídeas significando el abandono del apriorismo kantiano del espacio, en el siglo XX la renuncia a principios "incontestables" como el de bivalencia o el del tercio excluso ha propiciado la formulación de nuevas lógicas y ensanchado radicalmente los límites de la lógica clásica[1].

El gérmen de uno de los argumentos que más tarde debía poner en crisis la afirmación de KANT se hallaba ya en el propio ARISTOTELES, el cual creía que la aplicación del principio de bivalencia - toda proposición es o bien verdadera o bien falsa - a las proposiciones que se refieren a hechos futuros conducía inexorablemente al determinismo. Esta consecuencia, inaceptable desde una concepción metafísicamente indeterminista, fue, como veremos más adelante, uno de los motivos que llevó a J. LUKASIEWICZ a romper con la bivalencia asignando, junto a "verdadero" y "falso", un tercer valor de verdad, "posible", que correspondería a las proposiciones sobre sucesos futuros.

Además de los futuros contingentes, otros problemas han contribuido también a ahondar en la

Notas

1.- La idea, bastante extendida por cierto, de que existe una analogía entre la proliferación de sistemas lógicos y la multiplicidad de geometrías no-euclídeas es rebatida por N. RESCHER (1969, pp217-220) basándose en que para articular una lógica sistemática se requieren de unos principios lógicos pre-sistemáticos, mientras que no se necesita una geometría pre-sistemática para formular un sistema geométrico.

brecha abierta por LUKASIEWICZ: las paradojas de la teoría cantoriana de conjuntos, las anomalías causales de la mecánica cuántica, la vaguedad en los lenguajes naturales, los enunciados con términos singulares no denotativos y connotaciónes existenciales. Muchos defendían, y siguen haciéndolo, que estos problemas no pueden tener solución en el marco de la lógica clásica bivalente, en el cual caben extensiones de esta última como las lógicas modales, temporales, deónticas, etc., sino que son necesarias lógicas alternativas, ya sean plurivalentes, intuicionistas, cuánticas o vagas.

Sin embargo, debemos tener muy presente que entre los proponentes de dichas lógicas no todos adoptan la misma actitud en relación con los principios de bivalencia, tercio excluso, no contradicción y el de identidad. Y lo que es más importante, hay también quien sostiene que el marco citado sí es suficiente, negando por otra parte toda virtualidad a la analogía entre la geometría y la lógica.

Examinar las razones de tipo filosófico que inciden en las diferencias lógico-formales apuntadas es imprescindible para fundamentar la decisión respecto a qué lógica - o lógicas - conviene aplicar en cada modalidad del conocimiento imperfecto, objeto primordial de la segunda parte. En orden a ello, y siempre con la referencia que nos aporta el ámbito material del presente estudio, en el capítulo IV, *Lógicas de la incertidumbre. Descripción formal*, a modo de inventario se describen semántico-formalmente las lógicas que considero más importantes en relación con el campo de posible aplicación de este trabajo, lo cual nos sirve para constatar las diferencias más significativas, por una parte, entre la lógica clásica y las lógicas divergentes, a saber, las lógicas plurivalentes, la lógica probabilística y la lógica borrosa, y por otra parte, entre las lógicas divergentes mismas.

Una perspectiva meramente lógico-formal no basta para que, de las diferencias aludidas, saquemos las consecuencias pertinentes para la elección de la lógica o lógicas más adecuadas en el conocimiento imperfecto. Indagar acerca del verdadero alcance del rechazo del principio de bivalencia, propio de la lógica clásica, por parte de algunas lógicas divergentes y de la interpretación atribuible a los "valores de verdad" intermedios exige trascender el puro formalismo. En el capítulo V, *Análisis metalógico de las lógicas divergentes. Lógicas plurivalentes y lógica probabilística*, se examinan los motivos esgrimidos para la divergencia de las lógicas que figuran en el título, así como la dicotomía entre dos propiedades que las distinguen, el principio del tercio excluso y la veritativo-funcionalidad.

El capítulo VI, *Análisis metalógico de las lógicas divergentes. La lógica borrosa*, está dedicado a estudiar el fenómeno de la vaguedad desde el punto de vista de su relación con la lógica y la verdad. En él se examina críticamente la concepción de los valores de verdad en la lógica borrosa propuesta por L. A. ZADEH para basar el razonamiento aproximado, y se discuten los argumentos relacionados con las paradojas del tipo *sorites* que, en el contexto de la vaguedad, son los que constituyen la principal objeción en contra de la lógica bivalente. Por último, después de analizar las diferentes alternativas para el tratamiento lógico de la vaguedad, finaliza la segunda parte con una valoración crítica de la aplicación de las lógicas no clásicas según las modalidades de conocimiento imperfecto atendiendo a las causas que lo originan y con la conclusión de que la estructura lógica básica para fundamentar las teorías económicas en contexto de incertidumbre es la que ofrece la lógica clásica bivalente.

Tercera parte: Fundamentos eidométricos.

Por fundamentación eidométrica entiendo el estudio de las ideas básicas con las cuales poder definir la medida de una magnitud. En nuestro caso, y más específicamente, se trata de estudiar los medios para disponer de una estructura conceptual, lógica y métrica que nos permita sentar las bases para la definición de una o más funciones que midan la incertidumbre atendiendo a las diversas modalidades y causas de conocimiento imperfecto.

La medida de la incertidumbre está relacionada con una serie de nociones cuyo significado encierra la idea de reconocer el carácter en cierto modo substantivo del conocimiento imperfecto. Los conceptos de *probabilidad, información, grado de verdad, de creencia, aproximación a la verdad, verdad aproximada, verdad parcial y verosimilitud*, entre otros, todos tienen en común que contribuyen a evitar el vacío entre la completa ignorancia y la certeza absoluta dotando de contenido cognoscitivo el espacio que media entre ambas. El hecho de que las nociones citadas compartan, genéricamente, una misma referencia y una misma finalidad produce que a veces se olvide la especificidad propia de cada una de ellas. Es preciso, por consiguiente, prevenir de la confusión y reducción conceptuales resultantes de semejante olvido.

El capítulo VII, *Fundamentación lógico-métrica*, tiene por objeto presentar los conceptos que posibiliten la posterior definición rigurosa de la medida de algunos tipos de incertidumbre. Para ello, siguiendo el enfoque lógico de R. CARNAP exponemos resumidamente las nociones de sistema conceptual monádico, descripción de estado, descripción de estructura y espacio de estados. Luego, y de acuerdo con los presupuestos de la teoría de la verosimilitud de I. NIINILUOTO, formalizamos la noción de problema cognoscitivo por medio de un conjunto de enunciados y describimos algunas de las métricas que se pueden definir en el mismo.

En el capítulo VIII, *La probabilidad*, nos ocupamos de la interpretación de una de las nociones que más controversias ha suscitado y sigue suscitando. Las funciones que, en el análisis económico, constituyen el instrumento básico para definir la medida de la incertidumbre son de tipo probabilístico. Sin embargo, dejando aparte que dichas funciones sólo son aplicables en el caso particular del conocimiento probable y bajo ciertos supuestos restrictivos, como por ejemplo, el supuesto de racionalidad en la función de creencia racional carnapiana, la probabilidad admite diferentes interpretaciones, incluso de aquellas en las que verifica el cálculo de probabilidades.

Las dificultades que aparecen al llevar a cabo una clasificación de la probabilidad siguiendo las interpretaciones usuales conducen a un análisis de tipo histórico y etimológico centrado básicamente en el examen del pensamiento de G. W. LEIBNIZ y J. BERNOUILLI. Como resultado, obtenemos una clasificación propia que, en primer lugar, permite precisar los dos sentidos de la probabilidad en función de su relación con la verdad: el de apariencia de verdad, único que corresponde al conocimiento probable, y el de semejanza con la verdad; en segundo lugar, relaciona las diferentes concepciones de la probabilidad con los distintos tipos de incertidumbre, tanto epistémica como óntica, y separa los ámbitos en los cuales se debe aplicar la probabilidad que satisface los axiomas de la teoría matemática de probabilidades de los que no; y por último fundamenta la posterior medida de la incertidumbre asociada al conocimiento probable.

Al caracterizar el conocimiento inexacto y el aproximado como modalidades del conocimiento imperfecto (capítulo II) y luego al analizar las causas del mismo (capítulo III) se introducen unos conceptos que, siendo esencialmente distintos del de "grado de verdad", a menudo se confunden con éste hasta el punto de que algunos de ellos suelen recibir incluso el nombre. El capítulo IX, *Semejanza con la verdad*, se dedica al análisis de los conceptos de *información, aproximación a la verdad, verdad parcial y verdad inexacta*, así como a la propuesta de sus respectivas medidas, todo ello desde el desde el punto de vista de la fundamentación eidométrica de la incertidumbre epistémica objetiva vinculada al conocimiento aproximado y el inexacto.

*　　*

*

Establecidos los objetivos últimos de la tesis, los temas nucleares a tratar, así como el plan a seguir, debemos referirnos al método y fuentes utilizados en la presente investigación.

En cuanto al *método*, y dejando constancia de que en relación a la forma está latente el esfuerzo por la sistematicidad y por la síntesis expositiva, en relación al contenido los rasgos básicos que lo informan se derivan de las dificultades que plantea la propia naturaleza del objeto de estudio y su interconexión con cuestiones que genéricamente cabe incluir bajo el calificativo de "filosóficas", lo cual se concreta en una triple preocupación: por la búsqueda de problemas auténticos, por la selección de aquellos problemas relacionados con los fines del trabajo, y por la explicitación del punto de vista metafísico que subyace y orienta la respuesta dada a los mismos.

Toda investigación requiere un problema, o conjunto de problemas, previo. Para que la investigación sea interesante, los problemas deben ser auténticos, esto es, deben poderse expresar a través de preguntas cuya formulación contenga el germen de las respuestas y haga que los miembros de la comunidad científica sientan la necesidad de alcanzarlas.

Ahora bien, el intento de eludir pseudo-problemas e ir jalonando la tesis con preguntas de este tipo debe ir acompañado de una constante referencia a las cuestiones originales planteadas en esta introducción. Ello produce una tensión que debe mantenerse a lo largo de todo el trabajo, puesto que a menudo aparecerán en él problemas importantes de carácter filosófico que inexorablemente será preciso orillar si queremos evitar desviarnos de los fines propuestos. Es fácil dejarse llevar por el ideal de un razonamiento completamente encadenado, sin discontinuidades; pero a veces no queda más remedio que efectuar "saltos" para salir de la maraña a la que nos aboca la pretensión de no dejar ningún cabo suelto. Máxime cuando, como asevera G. BERGMANN (1961, p. 45) con razón,

> "Todos los problemas filosóficos, tanto las preguntas como las respuestas, están estrecha y directamente conectados entre sí. Teóricamente habría que intentar resolverlos todos - simultáneamente como si dijéramos - si se quiere resolver cualquiera de ellos."

Las cuestiones de fundamentación que originan esta tesis no pueden abordarse sin una concepción metafísica que proporcione una perspectiva concreta. Por mi parte, sostengo el realismo científico, que puede resumirse en los siguientes rasgos característicos: (i) existe una realidad independiente de nuestro conocimiento sobre la que versan las proposiciones y los enunciados; (ii) la verdad o falsedad de estos últimos depende únicamente de dicha realidad, y en ningún caso de nuestro conocimiento; (iii) el principio de bivalencia es una ley fundamental del pensamiento y de la realidad. La explicitación del punto de vista metafísico desde el cual orientamos el trabajo constituye un aspecto metodológico importante, puesto que, por una parte evita que los saltos a los que he aludido antes sean en el vacío, y por otra delimita el campo de la discusión, así como los presupuestos en los que ésta se realiza, con la clarificación que ello trae consigo.

En cuanto a las *fuentes bibliográficas*, la labor de selección es también una consecuencia necesaria dada la naturaleza del tema elegido así como el carácter profundamente interdisciplinar del mismo. Puesto que la actitud metodológica básica pasa por un situarse frente a las cosas mismas y en sí mismas consideradas, la actualidad de los textos vendrá dada en función no sólo de la cronología, sino también y fundamentalmente, de la originariedad en el planteamiento de los problemas. De ahí que juzguemos conveniente acudir a autores de los llamados "clásicos". Por otra parte, el propósito de ir a lo esencial siguiendo el plan trazado comporta la referencia a obras en las que se encuentren los puntos que puedan ser soslayados sin pérdida de rigor en el contenido de la exposición

PRIMERA PARTE

FUNDAMENTOS CONCEPTUALES

Capítulo I

LA NOCION DE INCERTIDUMBRE. TIPOS

El diccionario (VOX) define el vocablo 'incertidumbre' como *falta de certidumbre, duda.* 'Certidumbre' como *certeza, de cierto, conocimiento seguro, claro y evidente de las cosas*, y 'cierto' como *fijo, determinado, seguro, que no puede dejar de suceder, que existe en la realidad, que es indubitable, que tiene conocimiento verdadero o está seguro de la verdad de una cosa.*

Estas definiciones, independientemente de que su obligada concisión exige una explicación que muestre el alcance de las mismas, contienen casi todos los elementos indispensables para aprehender el significado de la noción definida.

De inmediato, distinguimos ya tres **tipos de incertidumbre**, lo mismo que de certeza: *objetiva*, que hace mención al conocimiento seguro propiamente dicho; *subjetiva*, que denota el estado psicológico del sujeto que se cree o no en posesión de tal conocimiento; *cualitativa*, que dice a la cualidad de incierto o de cierto y, por consiguiente, también a lo fijo, determinado, etc., esto es, que no se refiere al conocimiento seguro de las cosas o al estado del sujeto, sino a las cosas mismas. Las dos primeras acepciones pertenecen a un mismo plano categorial y constituyen sendas modalidades de la *incertidumbre epistémica*; la tercera acepción, en cambio, corresponde a la *incertidumbre óntica*.

* *
*

A continuación nos ocuparemos de la incertidumbre epistémica y, en primer lugar, nos ceñiremos a la modalidad objetiva según la cual la incertidumbre es la ausencia de conocimiento seguro, claro y evidente de las cosas.

Una representación de la incertidumbre epistémica objetiva lo suficientemente precisa para dotar de rigor los estudios que en torno a ella realicemos posteriormente requiere examinar las cuestiones que plantea la comprensión del contenido de la definición anterior:

i) ¿qué sentido debemos dar al término 'conocimiento'?
ii) ¿a qué cosas se hace mención?
iii) ¿qué criterios caracterizan el conocimiento seguro?

*   *

El conocimiento se define como la acción y el efecto de conocer. Fenomenológicamente, la acción es lo que tiene lugar cuando un sujeto - cognoscente - aprehende un objeto - objeto de conocimiento -; el efecto es el resultado de dicha acción. El proceso remite a la *vertiente psicológica* del conocimiento, el resultado lo hace a la *vertiente lógica*. Es esta última la que presenta interés para nuestro estudio.

La aprehensión del objeto por el sujeto puede realizarse bien de una manera *directa o inmediata*, bien *indirecta o mediata*, dando lugar así a dos modalidades de conocimiento y a dos sentidos básicos del término 'conocer'. En castellano estos dos sentidos corresponden a las expresiones *conocer* y *saber*. Dichas expresiones se emplean indistintamente en algunos casos; a pesar de ello, el uso lingüístico de las mismas refleja la distinción existente entre conocer algo o a alguien y saber que algo o alguien posee determinadas propiedades[1]. Este último es el llamado *sentido lógico o proposicional*, según el cual el conocimiento se suele expresar por medio de la frase 'sé que *p*', donde '*p*' designa una proposición[2]. A él nos referiremos en lo sucesivo.

De acuerdo con lo expuesto se podría

Notas

1.- Cfr. J. FERRATER MORA (1980, art. 'conocer'; 1985, c. II)
2.- Cfr. J. HOSPERS (1967, I, p. 185).

pensar que el conocimiento lo contemplamos exclusivamente desde un punto de vista subjetivo, esto es, sólo es conocimiento aquello que es conocido por alguien, por un sujeto cognoscente, y lo es para ese sujeto. No siendo así, debemos distinguir entre un conocimiento subjetivo y otro objetivo.

Ahora bien, esta distinción admite dos interpretaciones que conviene deslindar: la primera relaciona la subjetividad con la situación cognoscitiva del individuo y considera que el conocimiento subjetivo depende siempre de los cambios en los estados internos del cognoscente; el conocimiento objetivo será entonces el que es, o pretende ser, independiente de dichos estados. La segunda asocia la subjetividad no tanto a la situación cognoscitiva como a la singularidad o individualidad del sujeto. Es en este contexto que K. R. POPPER (1982a, p. 135) aduce cabe considerar el conocimiento desde una perspectiva objetiva si admitimos, por ejemplo, que una tabla de logaritmos representa un "saber", un conocimiento, aunque no sea "conocida" por nadie. En este sentido el conocimiento objetivo equivale al conjunto de conocimientos subjetivos que se han comunicado y cuya transmisión se realiza a través de los medios que son propios en la comunidad científica.

Para evitar confusiones entre ambas interpretaciones reservaré los términos *subjetivo* y *objetivo* para la primera de ellas y utilizaré las expresiones *conocimiento individual* y *conocimiento general* para la segunda.

Obviamente, surge la cuestión de si

el conocimiento individual puede ser objetivo - independiente de los cambios en la disposición cognoscitiva del sujeto - o debe ser forzosamente subjetivo. Asumo lo primero. Es más, convengo con J. FERRATER MORA en que la componente personal y la subjetividad no se oponen necesariamente a la objetividad del conocimiento[1].

Consideraré, por consiguiente, que el conocimiento expresado por medio del esquema 'sé que *p*' puede ser tanto individual como general según sea el sujeto implícito de la misma, el "yo" concreto en el primer caso, el "yo" ideal que posee toda la información y todo el conocimiento científico disponible en el segundo, y que el conocimiento individual puede ser tanto subjetivo como objetivo, en el sentido que hemos fijado. En lo sucesivo, si no se indica lo contrario, por conocimiento se entenderá conocimiento objetivo.

* *

El sentido proposicional, ¿significa acaso que las cosas que conocemos son proposiciones? Antes de responder, conviene efectuar unas precisiones terminológicas

Notas

1.- "Identificar la subjetividad con "estados puramente internos" equivale a equipararla con una especie de "actitud personal" a merced de los "humores" del sujeto. Pero la propia "actitud personal" puede entenderse de otro modo: por ejemplo, como el aspecto que ofrece una afirmación cuando la persona que la mantiene se compromete no sólo a aceptar un enunciado como verdadero, sino también someterlo a escrutinio para ver si puede mostrarse que es falso." J. FERRATER MORA (1985, p.25).

importantes.

Por *proposición* entiendo el producto mental por el cual sabemos o creemos que algo es o no el caso. Lo que creemos o sabemos acerca de la realidad, con existencia ideal o actual, aunque no lo comuniquemos, es una proposición. Dicho de otra forma, una proposición es el contenido de un saber o creencia.

Las proposiciones no deben confundirse con las oraciones, los enunciados y los juicios. Una *oración* - o una frase - es una sucesión de signos o de expresiones del lenguaje natural que en conjunto tiene un significado o se puede considerar gramaticalmente correcta y completa. En las oraciones se distingue entre oraciones-caso y oraciones-tipo. Una oración-caso es una serie de marcas en el papel o de sonidos que se dan en un intervalo de tiempo constituyendo una oración escrita o hablada; por ejemplo, 'la puerta está cerrada' y 'la puerta está cerrada' son dos oraciones-caso distintas. Sólo si las dotamos de significado diremos que son la misma oración, o el mismo tipo de oración, esto es, la oración-tipo **la puerta está cerrada**.

Un *enunciado en sentido gramatical* es una oración (tipo) *declarativa*. Por consiguiente, las oraciones interrogativas, imperativas o desiderativas no son enunciados en el sentido expuesto. Por 'enunciado' se entiende también el acto de enunciar o de pronunciar una oración declarativa con el fin de aseverar algo. Este sentido difiere sustancialmente del anterior, puesto que un mismo enunciado en sentido gramatical proferido por personas distintas puede dar lugar a aseveraciones diferentes, y una persona pronunciando dos oraciones declarativas distintas en instantes diversos puede estar afirmando una misma cosa en las dos ocasiones[1]. Para evitar confusiones emplearemos en este caso el término 'enunciación' y reservaremos *enunciado* para el enunciado en sentido gramatical.

Según lo expuesto, una proposición se puede caracterizar también como el significado[2] de una oración declarativa, de un enunciado o de aquello que se asevera cuando se lleva a cabo una enunciación. Los enunciados son *signos* proposicionales, mientras que las proposiciones son *contenidos* proposicionales. Dos enunciados significan la misma proposición si su contenido es el mismo.

La importancia de distinguir entre estos conceptos radica en los problemas suscitados por la cuestión acerca de cuál de ellos designa '*p*' para ser portador de la verdad y la falsedad en la frase 'sé que *p*'. Existen varias opiniones al respecto[3]. Unos, como A. TARSKI, limitan el empleo de los predicados "verdadero" y

Notas

1.- Un tratamiento más amplio sobre este punto puede encontrarse, por ejemplo, en W. y M. KNEALE, (1961, pp. 47-48) y S. HAACK, (1978, pp. 96-97).
2.- Para referirme al "contenido" de un signo, o de un conjunto de signos, adoptaré la distinción fregeana del "sentido" y la "referencia". Así, el ejemplo de Frege de 'el lucero del alba' y 'el lucero de la tarde' muestra que diversos términos pueden tener la misma referencia, pero distinto sentido. En cuanto al término 'significado' lo utilizaré de un modo neutro cuando la precisión no sea imprescindible.
3.- Una sucinta, pero completa, exposición de las distintas opiniones puede encontrarse, en A. PAP (1955, pp. 85-87) y S. HAACK (1978, pp. 100 y ss.).

"falso" a las oraciones y rechazan por oscuro el concepto de proposición; otros, como H. PUTNAM (1971), sostienen que es impropio hablar de las oraciones como verdaderas o falsas; también hay quien, como K. R. POPPER, mantienen una actitud indiferente ante el asunto.

En el caso de enunciados matemáticos o pertenecientes a lenguajes formalizados la cuestión puede resultar irrelevante; no así cuando se trata de lenguajes naturales. Son las oraciones de carácter reflexivo, esto es, que comportan la localización de cosas o sucesos por relación a las circunstancias del que las profiere, las que presentan dificultades[1]. Por mi parte sostengo el criterio de considerar como verdaderas o falsas primariamente las proposiciones, pues para que se dé la verdad o falsedad no es necesario que haya una oración ni una enunciación, pero también admito, si bien secundariamente, como portadores de verdad los enunciados siempre que estén formulados de forma que sean independientes del sujeto, tiempo y lugar, esto es, que no tengan un carácter reflexivo.

Dado que el saber o creer es siempre saber o creer sobre algo, '*p*' debe tener una referencia objetiva sobre ese algo: de ahí que digamos que '*p*' designa un enunciado o una proposición que serán verdaderos cuando el algo al que se refiere se da en la realidad y falsos en caso contrario.

El algo que hace verdadera o falsa

Notas

1.- Cfr. W. y M. KNEALE (1961 pp. 49-51).

una proposición es un *hecho*. Los hechos son, pues, la referencia objetiva de las proposiciones. Ciertamente, esto no constituye una definición precisa[1]. Ante la presumible imposibilidad de conseguirla caben varias opciones: considerar, como hace P. STRAWSON[2], que los hechos son pseudoentidades y que la noción de "ajustarse a los hechos" es inútil, o, como hace W. O. QUINE (1960, pp. 255-257), que la misma noción de "hecho" es inútil, o bien, como es el caso de B. RUSSELL, L. WITTGENSTEIN y J. L. AUSTIN[3], que es una noción útil, pero indefinible. Por mi parte, dado que no veo forma de comprender qué es la verdad si no es por medio de la *adaequatio* entre lo que pensamos y la realidad, esto es, dado que asumo la concepción realista de la verdad entendida como correspondencia, aún reconociendo que la misma no está exenta de graves dificultades, convengo con la posición defendida por los últimos autores citados.

Cuando sabemos que una proposición es verdadera conocemos el hecho significado por la proposición al que se hace referencia. Observemos que es incorrecto decir que lo conocido es la proposición por la sencilla razón

Notas

1.- La noción de "hecho" es sumamente compleja. Basta sólo intentar definirla sin incurrir en circularidad o consultar J. FERRATER MORA (1980) para darse cuenta de ello. Aquí adopto la concepción de B. RUSSELL (1919, p. 400) según la cual los hechos "son aquellos rasgos de la constitución del mundo que hacen a nuestras afirmaciones verdaderas (si son verdaderas) o falsas (si son falsas). Sobre esta concepción volveremos más adelante. Cfr. infra. pp. 44 y ss..
2.- Cfr. J. L. AUSTIN (1961), pp. 151-2.
3.- Cfr. J. R. WEINBERG (1958), pp. 60-65 y J. L. AUSTIN, op. citada, pp. 151-168.

de que las proposiciones pueden ser verdaderas o falsas, mientras que los hechos no admiten esta división: hay hechos sin más. 'Sé que *p*' equivale a decir que conocemos el hecho al que '*p*' denota; si resulta que '*p*' no hace mención a una proposición verdadera desconocemos la situación objetiva a la que se estaba "apuntando", no la proposición misma.

Resumiendo, la respuesta a la cuestión que motiva este apartado es: *las "cosas" que conocemos son los hechos por medio de proposiciones formuladas mediante enunciados u oraciones declarativas.*

* *

El conocimiento de los hechos, en el supuesto que sea posible, se actualiza por medio de enunciados o de proposiciones. Pero no todo el conocimiento contenido en la expresión 'sé que *p*' es seguro, indubitable. Es preciso que se den ciertos requisitos respecto de la proposición denotada por el enunciado '*p*' y del sujeto cognoscente, el "yo" concreto o el ideal.

De acuerdo con la definición clásica del conocimiento - creencia verdadera justificada -, estas condiciones son:

a) *p* debe ser creida como verdadera (en el conocimiento individual),

b) *p* debe ser verdadera,

c) se deben poseer suficientes elementos de juicio en favor de la verdad de *p*.

Examinémoslas[1].

*

En lo que concierne al conocimiento individual, el sujeto debe tener el firme convencimiento de la verdad de un juicio para que su creencia adquiera la categoría de certeza. Si un enunciado *p* es verdadero, además alguien me asegura que lo es, pero ello contradice alguna evidencia de que dispongo, por inclinado que esté a creer al informante a lo sumo suspenderé el juicio y permaneceré en la duda, pero no tendré certeza.

Supongamos ahora que una persona en quien confío plenamente se suma al testimonio favorable a la verdad que no acabo de creer, y que los datos en los que yo basaba mi incredulidad resultan desmentidos. En ese caso es posible que modifique mi actitud y crea en la verdad de la proposición. Con todo, la firme creencia todavía no es conocimiento seguro: creer, aunque lo que se crea sea verdadero, no equivale a saber. La creencia en la verdad de una proposición conduce a la *certeza subjetiva*, que es independiente de que la proposición sea verdadera o no. Dicha certeza será más o menos acusada según sea la fuente que la origine: la fe, la autoridad, la intuición, la tradición, la experiencia sensible, la razón o una combinación de ellas. Pero para que

Notas

1.- Se puede encontrar una discusión sobre las condiciones reseñadas en J. HOSPERS (1967), c. 2.

la creencia se convierta en conocimiento seguro se requieren otras condiciones.

*

La proposición por medio de la cual conocemos un hecho, debe representar convenientemente el hecho al que se refiere, esto es, ha de ser verdadera. La situación objetiva mencionada o denotada por la proposición debe ser efectivamente existente. De lo contrario no puede darse conocimiento cierto a través de *p*. A lo sumo, una creencia, una suposición, un convencimiento.

Ahora bien, para que una proposición sea verdadera[1] es preciso que sea válida para el conocimiento seguro y susceptible de representar perfectamente el hecho al que se refiere; sin embargo, no todos los enunciados que utilizamos son adecuados este respecto, ya sea por la imperfección de los conceptos implicados, por albergar alguna contradicción o por ser incoherentes.

Para poder configurar una proposición se requieren conceptos, productos de la mente por medio de los cuales se captan o aprehenden las cosas, sean éstas entes reales o de razón, actuales o posibles. Pero no todos

Notas

1.- Que "*p* es verdadera" puede entenderse de varias formas. En la tradición filosófica existen tres teorías fundamentales de la verdad, de la correspondencia, de la coherencia y la pragmática sobre las cuales puede consultarse A. PAP (1955, pp. 86 y ss.), J. L. AUSTIN (1961, pp. 119-132), S. HAACK (1978, c. 7), I. NIINILUOTO (1987, pp. 134-143). A pesar de las difucultades que origina, me adhiero a la primera: la verdad de una proposición consiste en su acuerdo con la realidad.

los conceptos se nos presentan como verdaderos conceptos: los hay que de inmediato vemos no responden a realidad alguna, por ejemplo, el círculo cuadrado. Excluyamos éstos de nuestro análisis y consideremos únicamente aquellos conceptos cuya referencia no aparece como una imposibilidad manifiesta.

En ellos cabe efectuar unas distinciones clásicas en la teoría del conocimiento y que más adelante se revelarán de singular importancia. En primer lugar, un concepto puede ser u *oscuro* o *claro*. Un concepto es oscuro cuando no basta para reconocer la cosa representada, como ocurre, por ejemplo, cuando en su formación interviene el recuerdo de un objeto visto anteriormente pero irreconocible si se nos presenta de nuevo junto a otros; es claro cuando sí basta para reconocer la cosa representada, si bien todavía no se exige que sea suficiente para permitir enumerar las propiedades de la misma. En segundo lugar, un concepto puede también ser o *confuso* o *distinto*. Es confuso cuando no es posible distinguirlo de otro por medio de denominaciones intrínsecas, esto es, no se puede dar una definición completa del mismo y para identificarlo es preciso apelar a determinaciones extrínsecas: es el caso de la mayor parte de los conceptos que provienen de datos sensoriales, que no son susceptibles de una descripción suficiente a partir de características intrínsecas; el concepto es distinto cuando dicha descripción o enumeración de marcas suficientes es posible, de manera que podamos distinguir el objeto representado de todos los demás únicamente a partir de signos distintivos intrínsecos, como por ejemplo, el concepto que los antiguos ensayadores tenían del oro, que les permitía disponer de medios de control suficientes para distinguir el oro verdadero del falso[1].

Acerca de la relación entre la claridad y la distinción hay varias opiniones[2]. Por mi parte entiendo que son nociones que pueden darse independientemente la una de la otra. La claridad es un criterio gnoseológico que apunta al objeto aprehendido, es la condición de "posibilidad real" que permite "ver" el contenido significativo del concepto; la distinción, en cambio, es un criterio lógico que no trasciende la pura enumeración de signos distintivos, es la condición de "posibilidad formal" que permite configurar el concepto. En otros términos, la distinción es condición necesaria para la *definición nominal*, expresión por medio de la cual se indica lo que significa un término, la claridad lo es para la *definición real* del concepto, esto es, aquella expresión por medio de la cual se indica la posibilidad de la cosa definida.

Si todos los conceptos fueran *simples* podríamos concluir denominando *adecuado* el concepto claro y distinto. Sin embargo, la mayor parte de las nociones con las cuales se forman las proposiciones son complejas, en sí mismas o en la manera de concebirlas[3], pudiendo darse el caso de un concepto complejo claro que siendo distinto, las nociones incomplejas que lo componen no

Notas

1.- El ejemplo es de G. W. LEIBNIZ.
2.- Cfr. J. FERRATER MORA (1980) art. 'claro'.
3.- Cfr. J. MARITAIN (1975), pp. 56-57.

posean este carácter, o de un concepto complejo distinto y compuesto de nociones simples distintas que sea oscuro o incluso, contradictorio. De ahí que, aún siendo conscientes de que la frontera entre los conceptos simples y los complejos no es todo lo nítida que sería de desear, es preciso prolongar el análisis siquiera para aquellos conceptos que no cabe duda caen dentro de la zona de los últimos: un concepto complejo será *adecuado* cuando, siendo claro y distinto, todas las nociones simples que lo componen también lo sean; *inadecuado* cuando siendo distinto, o bien sus componentes no lo sean, o bien él mismo sea oscuro.

No basta con que los conceptos que intervienen en una proposición sean adecuados en el sentido expuesto; además la proposición debe ser no contradictoria, esto es, lógicamente posible, y susceptible de representar hechos. En otras palabras, le debe ser aplicable la generalización de los criterios de claridad y distinción arriba indicados. En tanto que vehículos para expresar proposiciones quedan excluidos, por consiguiente, enunciados formalmente contradictorios, lógicamente inadmisibles como 'el círculo verifica y no verifica la propiedad R', enunciados materialmente contradictorios e incapaces de representar realidad alguna como 'el círculo es cuadrado' y también enunciados que estén más allá de la coherencia y la contradicción, construcciones aparentemente sólidas y objetivas pero completamente carentes de sentido, como el poema *Jabberwocky* de L. CARROL en *Alicia a través del espejo*, o los ejemplos que pone E. HUSSERL (1929, pp. 225 y ss.), 'el rojo más uno suman tres', 'la suma de los ángulos de un triángulo es igual al rojo'.

*

La certeza es objetiva cuando está fundada en "buenas" razones, cuando se dispone de "suficientes" elementos de juicio en favor de la verdad de la proposición. El problema, evidentemente, radica en determinar qué entendemos por "buenas" razones, o con cuántos elementos de juicio deberemos conformarnos para considerar que ya son suficientes. Un irracionalista adoptaría, con toda seguridad, un criterio distinto de un racionalista para resolver dicho problema[1].

El examen de esta cuestión es importante por cuanto lleva a distinguir entre dos sentidos del término 'conocer'. El primero, *débil* o *ingenuo* es el que solemos utilizar de una manera cotidiana: sé que *p* cuando creo que *p* y además tengo razones, basadas generalmente en la experiencia sensible, que "a mi modo de ver" son suficientes para dicha creencia. Sin embargo, si bien la evidencia que me proporcionan los sentidos es suficiente desde el punto de vista del interés cognoscitivo "ingenuo",

<u>Notas</u>

1.- Es un error considerar que las únicas "buenas" razones proceden de la razón o de la observación. Convengo con K. R. POPPER cuando afirma (1982a, p. 68): "Los irracionalistas tienen bastante razón cuando insisten en que tenemos "fuentes de conocimiento" distintas de la razón o de la observación; p. ej. la inspiración o la compasión; o la tradición, que es quizá la "fuente de conocimiento" más importante y que con tanta frecuencia es ignorada por los racionalistas a causa de su falibilidad."

no lo es si adopto una actitud crítica y científica, la cual exige que no haya ni un asomo de duda. El *conocimiento en sentido fuerte* no se contenta con evidencias "pretendidas": una visión puede ser ilusoria, un indicio engañoso, un razonamiento falaz; exige que la evidencia sea auténtica, perfecta, que los elementos de juicio sean concluyentes[1]. Sólo entonces se dará la *certeza objetiva*.

La distinción entre los dos sentidos del conocer ha sido objeto de múltiples discusiones, dándose al respecto dos posiciones, representadas por C. I. LEWIS y por N. MALCOM respectivamente[2]. La primera establece que toda proposición empírica sólo puede proporcionar el conocimiento en sentido débil. La segunda, que hay proposiciones empíricas que pueden proporcionar tambien el conocimiento en sentido fuerte.

La cuestión se puede expresar en los siguientes términos: la certeza objetiva, ¿es factible en todo tipo de proposiciones, sean analíticas o sintéticas, de razón o empíricas?

En una proposición analítica, esto es, aquella cuya negación es autocontradictoria, la verdad se puede determinar analizando el significado de los términos del enunciado que la expresa, no se necesita trascender el plano proposicional para saber que es verdadera. Por ejemplo, si digo 'el cobre no es cobre' me estoy contradiciendo, por

Notas

1.- Cfr. E. HUSSERL (1929), p. 129.
2.- Véase al respecto A. PAP (1955, pp. 68 y ss.) y J. HOSPERS (1967, II, pp. 654-676)

lo que la proposición 'el cobre es cobre' es verdadera, y sé que lo es sin necesidad de efectuar ninguna comprobación empírica al respecto. En cambio, en una proposición sintética - no analítica - la negación no implica ninguna contradicción y la verdad sólo se puede verificar trascendiendo el plano proposicional. Por ejemplo, el enunciado 'el cobre de esta moneda procede de una mina de Andalucía' corresponde a una proposición sintética y, aún en el caso de ser falsa, su negación no sería autocontradictoria; por consiguiente, para alcanzar la certeza acerca de la verdad de la misma debería efectuar indagaciones hasta poseer suficientes elementos de juicio.

Y aquí surge el problema: ¿llegaré a alcanzar la certeza objetiva, a poder dar razones "positivas" para probar la verdad de la proposición anterior? Un escéptico respondería negativamente; pero no sólo en este caso concreto, sino que negaría incluso la posibilidad del conocimiento del mundo exterior: ninguna proposición sintética proporciona un conocimiento en el sentido fuerte antes descrito. El "genio maligno" de DESCARTES puede jugarnos en cada momento una mala pasada. El escéptico se basaría en que "suficientes" elementos de juicio son "todos", y ello sólo es factible en el caso del conocimiento demostrativo, no del empírico. Por su parte, un irracionalista, no obstante estar de acuerdo con el escéptico en que no se pueden dar argumentos racionales suficientes, respondería afirmativamente al admitir la validez de argumentaciones de origen irracional.

En lo que a mí concierne, entiendo

que se debe adoptar una actitud racional y científica que, sin negar la posibilidad del conocimiento del mundo exterior, por un lado excluya la explicación irracional o a-científica y por otro no sea indiferente a los argumentos del escepticismo metódico que pone en duda sistemáticamente la bondad de las "razones" que se basan en la información aportada por los datos sensoriales. Pero poner en duda sistemáticamente no significa un rechazo categórico de toda clase de razones ni de la posibilidad de alcanzar la certeza objetiva acerca de hechos empíricos: aun siendo consciente de la falibilidad de nuestros sentidos, no dudo al afirmar que el conocimiento que poseo de que mi mano derecha tiene cinco dedos no es menos fuerte del que tengo de la proposición "2+2=4". Y lo mismo ocurre en ciertos casos, por ejemplo una catástrofe, en que la evidencia de un hecho proviene de testimonios que podemos considerar independientes.

Sostengo, por consiguiente, que no hay un solo tipo de conocimiento en sentido fuerte y de certeza objetiva. Con todo, si bien tanto el conocimiento demostrativo como el empírico y el testimonial son susceptibles de dar lugar al conocimiento en sentido fuerte, entre ellos hay que establecer diferencias epistemológicas relacionadas con las distintas vías para su consecución. Así, por un lado distinguimos tres tipos del conocer en sentido fuerte implicados en la expresión 'sé que*p*', siendo conceptualizables, si *p* es verdadera, como otras tantas modalidades del conocimiento seguro que a su vez dan lugar a tres modalidades de certeza objetiva que denominamos *certeza objetiva* *lógica o apodíctica, certeza objetiva física o asertórica y certeza objetiva moral*, las cuales, respecto de una proposición expresan, respectivamente, la imposibilidad lógica, física y moral de su contraria; por otro lado, la evidencia apodíctica da lugar al conocimiento seguro en sentido fuerte *estricto*, mientras que la evidencia asertórica y la moral originan el conocimiento seguro en sentido fuerte *amplio*.

A modo de resumen,

$$\text{Conocimiento} \begin{cases} \text{en s. fuerte} \begin{cases} \text{estricto -- certeza obj. lógica} \\ \text{amplio --} \begin{cases} \text{certeza obj. física} \\ \text{certeza obj. moral} \end{cases} \end{cases} \\ \text{en s. débil} \end{cases}$$

*

Las condiciones examinadas configuran la definición clásica del conocimiento seguro como creencia verdadera justificada. Ahora, el contenido de la definición de la incertidumbre que ha servido de punto de partida para nuestro análisis - falta de conocimiento seguro, claro y evidente de las cosas - aparece, en su comprensible limitación, mucho más rico de significado y fructífero que antes. De momento, vemos que *seguro* no es un atributo superfluo: donde no haya conocimiento seguro no puede haber certeza. Lo mismo podemos decir de los predicados *claro* y *evidente*. Según esto, el conjunto de condiciones establecidas para que haya certeza nos ofrece un marco referencial donde encuadrar rigurosamente la incertidumbre atendiendo al posible incumplimiento de las mismas.

Sin embargo, este marco referencial todavía resulta insuficiente en el contexto de nuestro estudio. En efecto, consideremos un enunciado de la forma 'X verifica la propiedad R o no la verifica'. No hay duda de que poseemos un conocimiento seguro acerca del hecho que denota: creemos en la verdad de *p*, *p* es verdadera y tenemos evidencia apodíctica de ello.

Ahora bien, si de lo que se trata es de saber si efectivamente X verifica la propiedad R, *p* proporciona una respuesta que no añade ningún conocimiento al que ya poseíamos, no alcanzamos la certeza respecto del hecho que pretendíamos conocer y nos deja sumidos en la misma incertidumbre que antes de su enunciación. Certeza e incertidumbre presuponen una cuestión previa, explícita o no, que las origine, y sin la cual no carece de sentido considerarlas epistémicamente. Las "cosas", esto es, los hechos cuyo conocimiento deseamos alcanzar por medio de las proposiciones, dan lugar a *problemas cognoscitivos* que se manifiestan en preguntas, y toda pregunta es, en el fondo, un requerimiento de *información* que no se satisface con respuestas que, incluso siendo verdaderas, carezcan de la información suficiente para adecuarse a la cuestión formulada.

Si preguntamos por el tiempo que hace para saber si hemos de coger o no el paraguas, el que se nos diga 'llueve o no llueve' no reduce la incertidumbre acerca de la respuesta correcta a nuestro problema cognoscitivo, y no porque el enunciado no sea verdadero, sino por que no es informativo, esto es, no dice nada acerca del hecho cuestionado. **Verdad e información no se implican mutuamente.** Un enunciado verdadero puede no ser informativo y viceversa, un enunciado informativo puede ser falso, como por ejemplo 'llueve' si no es el caso. De ahí que para aprehender en toda su significación la noción de incertidumbre, esto es, para que la proposición denotada por '*p*' proporcione un conocimiento seguro que excluya toda incertidumbre sea preciso establecer que dicha proposición contenga la información requerida por el problema cognoscitivo planteado.

Ello nos lleva a distinguir **dos *sentidos de incertidumbre epistémica objetiva***: en *sentido estricto*, cuando sólo se tienen en cuenta las tres condiciones expuestas inicialmente; en *sentido amplio*, cuando además interviene también la consideración de la información verdadera contenida en *p*. Ahora sí podemos afirmar que estamos en disposición de un marco referencial suficiente para determinar las modalidades de incertidumbre epistémica en función de la no verificación de alguna o varias de las cuatro condiciones reseñadas, lo cual será objeto de estudio en los dos próximos capítulos.

* *

*

Basamos la **acepción subjetiva de la incertidumbre epistémica** en la falta de seguridad de la verdad de una cosa. Podemos referirla a la falta de creencia en el sujeto cognoscente, lo cual nos remite a la primera de las condiciones impuestas para que se diera la certeza objetiva. Ello supone que no se puede estar seguro de la verdad de una proposición y no creerla.

Este punto no es tan evidente como puede parecer a simple vista, como lo muestra el hecho de los debates ocasionados por la llamada *paradoja de Moore*, una de cuyas formulaciones es "*p*, pero no creo que *p*". Como indica J. FERRATER MORA (1980, art. 'actitud proposicional'), el problema está ligado a las ideas que se tengan acerca de la relación entre creencia y conocimiento, así como respecto de si se mantiene la diferencia entre proposiciones y enunciados. Por mi parte no tomaré en consideración dicha paradoja puesto que parto del supuesto de que el conocimiento no puede darse sin la creencia, y de que sí hay diferencia entre enunciados y proposiciones.

Por consiguiente, si la firme creencia es suficiente para la certeza subjetiva, en base al estudio realizado anteriormente podemos caracterizar la incertidumbre epistémica subjetiva como aquella que no verifica la primera de las condiciones establecidas para la certeza objetiva. La incertidumbre subjetiva es, pues, condición suficiente, pero no necesaria, de la incertidumbre objetiva.

* *

*

A menudo solemos oir o leer la frase 'el futuro es incierto'. Quien la emplea, con ella quiere significar: o bien que nuestro conocimiento actual de los hechos que acaecerán a partir de este preciso instante no es seguro, o bien que lo inseguro es el acaecimiento mismo de estos hechos. En el primer caso, la incertidumbre dice al conocimiento, pudiendo ser objetiva o subjetiva. En el segundo, se refiere directamente a los hechos y, sólo de un modo indirecto, al conocimiento.

Asimismo, 'incierto', lo mismo que 'cierto', son términos que se utilizan como predicados de entes, cual es el caso de los capitales financieros.

Estos usos se relacionan con las expresiones 'fijo', 'determinado', 'seguro', 'que no puede dejar de suceder', 'que existe en la realidad', reseñadas en la definición inicial. Ello nos da un tercer tipo de incertidumbre, radicalmente distinto de los dos analizados hasta ahora.

Ahora bien, ¿qué sentido puede darse a la predicación de 'incierto' en los hechos y en los entes? Los hechos son los hechos, se dice, son en la medida que son, o mejor, en tanto que han sido. Lo mismo que los entes ¿cómo no van a ser ciertos? En todo caso lo incierto será nuestro conocimiento.

La cuestión merece ser tratada con detenimiento. Empecemos con los *hechos*. Dilucidar el vínculo entre los hechos y la incertidumbre se hace problemático por la propia indefinición que los caracteriza. En efecto, más arriba dijimos que los hechos son la referencia objetiva de las proposiciones, el algo que hace verdadera o falsa una proposición. Como observábamos entonces, ello no constituye una definición precisa, lo cual da lugar a que, cuando se los menciona, si no se tiene muy presente el sentido técnico adoptado por nosotros, se piense en algo ya realizado, en un *factum*[1].

Sin embargo, la idea que subyace a aquello que hace verdadera o falsa una proposición no se refiere necesariamente a algo ya acontecido, pasado. Los ejemplos de B. RUSSELL (1918, pp. 255-6) así lo ponen de manifiesto:

> "Cuando hablo de un "hecho" - no me propongo alcanzar una definición exacta, sino una explicación que les permita saber de qué estoy hablando - me refiero a aquello que hace verdadera o falsa a una proposición. Si digo 'Está lloviendo', lo que digo será verdadero en unas determinadas condiciones atmosféricas y falso en otras. Las condiciones atmosféricas que hacen que mi enunciado sea verdadero (o falso, según el caso) constituyen lo que yo llamaría un "hecho". Si digo 'Sócrates está muerto', mi enunciado será verdadero debido a cierto suceso fisiológico que hace siglos tuvo lugar en Atenas. Si digo 'La gravitación varía en relación inversa al cuadrado de la distancia', mi enunciado deberá su verdad a un hecho astronómico. Si digo 'Dos y dos son

<u>Notas</u>

1.- Cfr. J. L. AUSTIN (1961), pp. 158-160.

cuatro', será un hecho aritmético el que haga verdadero mi enunciado. Por otra parte, si digo 'Sócrates está vivo', 'La gravitación varía en relación directa a la distancia', o 'Dos y dos son cinco', los mismos hechos exactamente que determinarán la verdad de los anteriores mostrarán la falsedad de estos nuevos enunciados."[1]

Colisionan de este modo dos concepciones distintas de los hechos: una que los refiere exclusivamente al pasado - y también al presente -, otra en la cual, o bien no son incompatibles con el futuro, o bien son intemporales.

Por otra parte, los hechos suelen ser pensados de un modo sincrónico, esto es, como un estado de cosas coexistentes en un instante o periodo de tiempo determinado, antes que diacrónicamente, es decir, destacando en ellos el carácter procesual a través del tiempo. En otras palabras, predomina la concepción estática del hecho sobre la dinámica. Ello, no obstante, no se corresponde con lo que nosotros entendemos por un hecho: la evolución temporal de un sistema es tan hecho como uno cualquiera de sus estados.

Notas

1.- En otro lugar, B. RUSSELL (1919, p. 400) escribe: "Cuando llueve, se trata de un hecho (...). La distancia de Londres a Edimburgo es un hecho. Que todos los hombres mueren es, con toda probabilidad, un hecho. Que los planetas se mueven alrededor del sol describiendo curvas aproximadamente elípticas es un hecho. Al hablar de ellos como de hechos no me estoy refiriendo a las expresiones de que nos servimos para afirmarlos, ni a la disposición de nuestra mente cuando los afirmamos, sino tan solo a *aquellos rasgos de la constitución del mundo que hacen a nuestras afirmaciones verdaderas (si son verdaderas) o falsas (si son falsas).*"

Las distintas representaciones de los hechos en su relación con el tiempo se reflejan en la variada terminología que se utiliza para referirse a los mismos: 'acaecimiento', 'acontecimiento', 'caso', 'circunstancia', 'evento', 'ocurrencia', 'situación', 'sucedido' y 'suceso'. Al respecto, advirtamos que algunos de estos términos han sido introducidos en el lenguaje científico español a través de traducciones de obras anglosajonas, por lo cual no hemos de tomarlos en sentido literal: así, 'evento', 'acontecimiento' o 'suceso' tienen en castellano la connotación de algo que ha sucedido pero o bien imprevisto o de alguna importancia, sentido éste que no es relevante en la acepción técnica[1]. Hecha esta observación, intentemos derivar semejanzas y diferencias en la lista anterior.

En primer lugar, comprobamos que el diccionario remite la mayor parte de los términos reseñados al de 'suceso'. 'Suceso' deriva de *successus*: substantivo que en latín significa aproximación, llegada, sucesión, marcha de una cosa tras otra, o participio pasado de *succedo*, que expresa la idea de acercarse, subir, llegar en sustitución de, llegar después de, llegar a término, terminar favorablemente. Esta breve referencia etimológica nos permite discernir dos sentidos fundamentales que se corresponden

Notas

1.- El término inglés *event* acostumbra a denotar una clase de hechos en relación con lo que hay de universal en los mismos, esto es, que difieren sólo con respecto a los individuos, posiciones o regiones espacio-temporales afectados. Cfr. K. R. POPPER (1959, p. 85) y J. L. SAVAGE (1954, p. 10).

con las concepciones estática y dinámica antes comentadas: el de algo ya terminado, sucedido, y el de proceso, acción; sentidos que se dan en el mismo término de 'hecho', que por un lado es acción u obra, o cosa que sucede, y por otro, como participio pasado del verbo "hacer", algo perfecto, acabado. En segundo lugar, observamos que la connotación temporal que fija los hechos al pasado o al presente no se da en términos como 'evento', 'acontecimiento' y el mismo 'suceso' habida cuenta del amplio espectro significativo que éste admite.

De todo ello se desprende que el propio lenguaje natural no excluye la consideración de los procesos y de los acontecimientos futuros como hechos o estados de cosas. Pero no es el uso más frecuente debido a que la idea general de hecho, cualquiera que sea el nombre que reciba, va asociada a la de verdad[1] : un hecho debe ser verdadero, real, y la resistencia en admitir como real aquello que no vemos o de lo cual no disponemos de evidencia empírica nos lleva a identificar la realidad con la existencia actual y cosificada. Sin embargo, real es no sólo lo que ha existido, también lo que existe y existirá. Es un error relacionar la realidad al presente y al pasado: hay realidades intemporales, como las verdades matemáticas, y realidades futuras. ¿Acaso no decimos que "es un hecho que si suelto el lápiz caerá al suelo"? La absolutización del futuro que se produce al objetivarlo substantivamente no es algo inherente a la naturaleza de las cosas, sino, como ha mostra-

Notas

1.- Cfr. J. L. AUSTIN (1961), p. 159.

do B. LEE WHORF (1956, pp. 73 y ss.), es consecuencia de la concepción del tiempo como algo absoluto propia de las lenguas indoeuropeas.

Para una representación formal de los hechos exenta de connotaciones existenciales inadecuadas, cabe distinguir los hechos que hacen verdaderas proposiciones sintéticas de los que se refieren a proposiciones analíticas. Concebiremos los primeros como estados o procesos situados en un sistema de referencia espacio-temporal cuatridimensional, donde el tiempo es sólo una dimensión más y los hechos futuros sólo se distinguen de los presentes y pasados por el valor de una de sus coordenadas, y convendremos en caracterizar los segundos como aquellos que están fuera del sistema de referencia anterior[1]. Y si se objeta que un hecho futuro es una contradicción por ser no existente, respondo que todo depende de la manera que utilicemos la noción de existencia. Aquí no la reducimos a la existencia actual o efectiva de las cosas que nos rodean, sino que la entendemos en un sentido más amplio, el de realidad que incluye la existencia posible. Se confunde existencia real con existencia actual. No existe para nosotros, pero si consideramos el mundo como la sucesión

Notas

1.- W. O. QUINE (1960, pp. 179-185) defiende también que el tiempo y el espacio no deben recibir un tratamiento diferente y que "los objetos físicos concebidos cuatridimensionalmente en el espacio-tiempo no tienen que distinguirse de los acontecimientos ni de los procesos en el sentido concreto del término". Para ello adopta el artificio de tomar el presente como atemporal y suprimir todos los restantes tiempos verbales. Un enfoque alternativo para el tratamiento lógico del tiempo lo ofrece A. N. PRIOR. Un resumen de ambas concepciones se encuentra en S. HAACK, (1978), pp. 180-186.

de hechos o la totalidad de los mismos - concepción wittgensteiniana, leibniciana, russelliana - un hecho futuro es tan existente como uno pasado: lo que importa es si pertenece a esa sucesión o no.

Entonces, se dirá, si tanto un hecho físico - estado de cosas o proceso que tiene lugar en una región espacio-temporal - como un hecho ideal son algo esencialmente real, no hay cabida para los hechos en sí mismos inciertos: la incertidumbre debemos referirla a nuestro conocimiento. Y en efecto así es siempre que identifiquemos, en el marco de la incertidumbre cualitativa, lo "cierto" con lo "existente" y lo "incierto" con lo "inexistente": en este sentido, un hecho incierto es una contradicción[1]. Sin embargo, de acuerdo con la definición inicial, podemos también interpretar "cierto" e "incierto" como *determinado* e *indeterminado* respectivamente lo cual nos da una perspectiva diferente del problema.

Hemos razonado que el futuro es irrelevante en la incertidumbre cualitativa en la medida que en sí no afecta a la verdad o falsedad de una proposición.

Notas

1.- La contradicción implicada por un hecho inexistente es uno de los aspectos que vuelve problemática la relación de los hechos con las proposiciones. El que sean los hechos los que hacen que las proposiciones sean verdaderas o falsas da a entender que se da una correlación entre la verdad y falsedad de las proposiciones con la existencia o inexistencia de los hechos. Pero, como observa J. WEINBERG (1959, p. 63), "como un "hecho inexistente" es un sinsentido manifiesto, resulta claro que la correlación es sólo aparente. No hay en el lenguaje ordinario una terminología adecuada para explicar la relación entre proposiciones y hechos."

Ahora bien, una cosa es que se desconozca un hecho o las causas que lo determinan, lo cual concierne al conocimiento, individual o general, subjetivo u objetivo, y otra muy distinta que haya razones suficientes para la existencia del mismo, esto es, que se den las condiciones determinantes para que acaezca. Son dos planos diferentes, epistémico y óntico, que deben ser distinguidos.

En el *plano óntico*, cuando admitimos que estas razones existen, diremos que el hecho es *ónticamente determinado (o-determinado), causado o intrínsecamente cierto*, siendo *fortuito o causalmente imprevisible* si el azar, en un sentido que precisaremos en el capítulo tercero, interviene como causa, *no fortuito o causalmente previsible* en caso contrario; cuando las razones no existen, esto es, cuando no se cumple el principio de causalidad - todo efecto tiene una causa - el hecho es *o-indeterminado, incausado o intrínsecamente incierto*, siendo *frecuencialmente estable* si dadas las mismas condiciones iniciales, la frecuencia con que se realiza el hecho tiende a ser estable, *frecuencialmente inestable* en caso contrario. Esquemáticamente:

- Hechos
  - o-determinados o intrínsecamente ciertos
    - fortuitos o causalmente imprevisibles.
    - no fortuitos o causalmente previsibles.
  - o-indeterminados o intrínsecamente inciertos
    - frecuencialmente estables.
    - frecuencialmente inestables.

En el *plano epistémico*, cuando las causas existen y se admite la posibilidad de que pueden ser conocidas, diremos que un hecho es *epistémicamente determinable (e-determinable)*, siendo *e-determinado* si poseemos un conocimiento actual de las mismas, *e-indeterminado* si no es así; un hecho determinado o indeterminado epistémicamente puede ser, a su vez, *impredecible* si es fruto de la pura casualidad, *predecible* en otro caso. Cuando las causas no pueden ser conocidas ni *a priori* ni *a posteriori*, diremos el hecho es *e-indeterminable*, siendo *e-aleatorizable* si el hecho se puede describir por medio de una distribución de probabilidad, *e-no aleatorizable* en caso contrario. Esquemáticamente:

$$\text{Hechos}\begin{cases}\text{e-determinables}\begin{cases}\text{e-determinados predecibles}\\ \text{e-indeterminados impredecibles}\end{cases}\\ \text{e-indeterminables}\begin{cases}\text{e-aleatorizables}\\ \text{e-no aleatorizables}\end{cases}\end{cases}$$

En relación con las dos clasificaciones anteriores es preciso efectuar unas observaciones:

a) la primera clasificación presupone el indeterminismo ontológico, el cual se basa en la doble hipótesis de que existe una realidad más allá de nuestro conocimiento de la misma y de que dicha realidad no se supedita toda ella al principio de causalidad; la segunda presupone el indeterminismo epistémico, que se define a partir de la negación del llamado "determinismo laplaciano" según el cual, y en palabras del mismo P.S. DE LAPLACE (1812, p. 25) "hemos de considerar el estado actual del universo como el efecto de su estado anterior y como causa del que ha de seguirle. Una inteligencia que en un momento determinado conociera todas las fuerzas que animan a la naturaleza, así como la situación respectiva de los seres que la componen, si además fuera lo suficientemente amplia como para someter a análisis tales datos, podría abarcar en una sólo fórmula los movimientos de los cuerpos más grandes del universo y los del átomo más ligero; nada le resultaría incierto y tanto el futuro como el pasado estarían presentes ante sus ojos".

En otros términos, el determinismo epistémico sostiene la posibilidad de predecir un hecho cualquiera con el grado de precisión que se quiera, el indeterminismo epistémico niega que dicha posibilidad sea aplicable a todos los hechos.

b) es inmediato que el indeterminismo epistémico no implica el indeterminismo ontológico, pues el desconocimiento de las causas no significa su inexistencia; en cambio sí se verifica que del indeterminismo ontológico se deriva el epistémico, ya que si las causas no existen evidentemente no pueden conocerse y, por consiguiente, no hay posibilidad de predicción científicamente válida.

c) en cuanto a los términos de ambas clasificaciones debemos constatar que los hay homólogamente equivalentes y los hay que no. Por ejemplo, un hecho o-determinado es también e-determinable y viceversa, mas un hecho o-indeterminado es e-indeterminable pero no recíprocamente.

d) los hechos ideales son todos e-determinables.

e) en los hechos naturales y sociales, estas clasificaciones son independientes de su coordenada temporal: no por haber ocurrido antes de ahora es un hecho o-determinado o e-determinable; la determinación dice a las causas, no al hecho mismo[1].

f) finalmente, la incertidumbre óntica o cualitativa referida a los hechos, tal como nosotros la postulamos, no implica forzosamente incertidumbre epistémica: un hecho pasado puede ser conocido y ser intrínsecamente incierto. Y es ésta la interpretación que damos a la relación de la incertidumbre con los hechos.

*

En cuanto a los entes, preguntábamos también en qué sentido pueden ser inciertos. Vimos que, desde un punto de vista proposicional, los entes no se conocen, sólo se conocen los hechos; por consiguiente, no cabe decir que un ente es incierto porque se lo desconoce: lo desconocido es el hecho en el que este ente participa como elemento. Y si del conocimiento directo o inmediato se trata, el que yo no conozca algo no significa que ese algo sea incierto.

Notas

1.- Claro es que postular la existencia de hechos indeterminables responde a una concepción metafísica no compartida unánimemente. No corresponde aquí explicar las razones que tengo para sostenerla. Sí en cambio explicitarla. En cualquier caso, mi credo es que hay hiatos lógico-metafísicos en el encadenamiento causal de los hechos cuando en éstos interviene el ser humano, lo cual me lleva a participar de la concepción indeterminista.

Además, por razones análogas a las aducidas más arriba (cfr. supra. p.49) en relación con los hechos, la inexistencia tampoco tiene nada que ver con la incertidumbre óntica: admitimos tanto la existencia real de los entes actuales como la existencia ideal de los entes de razón, y no concebimos realidad alguna que no exista de una u otra forma.

Ahora bien, una cosa es que un ente no se conozca - directamente -, otra que sea posible efectuar una aprehensión conceptual del mismo. Cuando así sea diremos que el ente es *definible o intrínsecamente cierto*, siendo *definido* cuando los límites conceptuales han sido establecidos e *indefinido* cuando no; en caso de no admitir esos límites diremos que el ente es *indefinible o intrinsecamente incierto*: la belleza, la bondad y la humildad son ejemplos de entes indefinibles.

La incertidumbre cualitativa en los entes la entenderemos en este contexto. Así, decir de un capital que es "incierto" no significará que sea incierto en el sentido técnico aquí apuntado, sino que desconocemos el valor de uno de los elementos que lo componen: incertidumbre epistémica objetiva por tanto, expresable por medio de una función proposicional.

En cuanto a la expresión 'ente aleatorio', en realidad no tiene ningún sentido: la aleatoriedad que se manifiesta a través de una distribución de probabilidad es una propiedad de los espacios muestrales, no de las cosas. Tomar una función de distribución como si fuese una propiedad física de los elementos de un espacio muestral, y no como una propiedad del espacio muestral mismo, constituye lo que K. R. POPPER (1982*b*, pp. 71-73) denomina "el embrollo de la mecánica cuántica".

* *

*

Hemos podido comprobar cómo, en efecto, la noción de incertidumbre es compleja. La definición lexical contiene los elementos necesarios para una primera distinción: hay *incertidumbre epistémica, objetiva y subjetiva*, e *incertidumbre óntica*. Pero hacía falta examinar el sentido y alcance de cada uno de estos tipos de incertidumbre. El resultado se puede resumir como sigue:

Conocemos los hechos, no las cosas, por medio de las proposiciones, y lo manifestamos por medio de la expresión 'sé que *p*', donde '*p*' designa una proposición adecuada para el conocimiento. "Creo que *p*" basta para la certeza subjetiva. Pero sólo cuando la creencia es verdadera y justificada decimos que la certeza es objetiva, ya sea lógica, física o moral. Creencia, verdad y evidencia son las condiciones que ofrecen un primer marco para, en el incumplimiento de cualquiera de ellas, definir la *incertidumbre epistémica objetiva en sentido estricto*. El *sentido amplio* requiere, además, tomar en consideración la información contenida en *p*. En cuanto a la *incertidumbre subjetiva*, la falta de creencia es suficiente y necesaria. Por otra parte, en el universo laplaciano no hay cabida para la *incertidumbre óntica*, la cual únicamente adquiere sentido si la relacionamos con la indeterminación causal de los hechos. En otro caso, cualquiera que sea el nombre que reciba, no es más que incertidumbre epistémica encubierta, para la cual el futuro no es esencialmente diferente del presente o del pasado.

En relación con la incertidumbre epistémica debemos ahora preguntarnos por la naturaleza absoluta o gradual de la misma, así como por sus causas. Ello será el objeto de los dos próximos capítulos.

Capítulo II

LA INCERTIDUMBRE Y EL CONOCIMIENTO IMPERFECTO

En el capítulo anterior hemos definido la incertidumbre negativamente como ausencia de certeza. En el plano epistémico, en el cual nos situamos a partir de ahora, hemos tomado como referencia el conocimiento seguro y las condiciones que lo caracterizan, a saber: la proposición *p* debe ser creida como verdadera, debe ser verdadera, hay suficientes elementos de juicio en favor de la verdad de la misma y además debe contener la información requerida; abreviadamente nos referiremos a estas condiciones por medio de las letras 'C' (creencia), 'V' (verdad), 'E' (evidencia) e 'I' (información). Habrá incertidumbre, por consiguiente, cuando alguno o varios de estos requisitos dejen de darse.

Con respecto a la incertidumbre objetiva en sentido estricto, es decir, la que depende sólo de C, V y E, y puesto que debemos descartar (C, V, E), contamos, en principio, con siete ternas que dan lugar a ella:

(no C, no V, no E), (no C, no V, E), (no C, V, E),
(no C, V, no E), (C, V, no E), (C, no V, E), (C, no V, no E).

Este espacio inicial es reducible. En efecto, si, según hemos argumentado más arriba (p.43) eludimos la paradoja de Moore, C se deriva de V y de E, por lo cual cabe eliminar (no C, V, E). Además, tanto en la certeza objetiva lógica como en la física y la moral, también podemos excluir (no C, no V, E), puesto que, independientemente de si *p* es o no verdadera, no es razonable pensar que los elementos de juicio admitidos como suficientes para fundamentar, aunque sea equivocadamente, el conocimiento en sentido fuerte no bastan para establecer una firme creencia. Por otra parte, tampoco es consistente (C, no V, E), pues o bien implica contradicción lógica, física o moral según sea la evidencia, o bien diremos que estamos en un *error*, pero no en la incertidumbre.

Quedan, por tanto, cuatro combinaciones que resultan de (*, *, no E), donde el el primer y segundo asteriscos se pueden substituir por 'C' y 'no C', 'V' y 'no V' respectivamente. El filtraje realizado nos muestra que el incumplimiento de cualquiera de los tres requisitos de la certeza constituye una condición suficiente para la incertidumbre epistémica en sentido estricto, pero sólo la falta de evidencia se convierte en condición necesaria al estar presente en todas las combinaciones.

Por otro lado comprobamos que la incertidumbre subjetiva no se ve afectada por el hecho de que se dé no V y/o no E. Ello nos permite, en primer lugar, afirmar que la creencia completa no depende ni de la verdad, ni de los elementos de juicio disponibles, en segundo lugar, postular que, en el marco de la incertidumbre objetiva, la creencia incompleta se debe únicamente a la falta de verdad o de evidencia no viéndose incrementada la incertidumbre originada por ellas.

En cuanto a la incertidumbre epistémica en sentido amplio, es decir, en la que interviene también la información, un razonamiento semejante nos ofrecería un espacio inicial de quince combinaciones posibles que, después de efectuar el filtro que se derivan de las mismas razones expuestas antes, quedarían en nueve: (C, V, E, no I) y las ocho que resultan de (*, *, no E, *). Con la inclusión de I, las conclusiones serían las mismas que en el caso anterior excepto que, si bien el incumplimiento de I se suma ahora al de C, V y E como condición suficiente de este tipo de incertidumbre, la falta de evidencia pasa a ser ahora una condición sólo *quasi*-necesaria al estar presente en todas las combinaciones excepto en una.

Lo expuesto nos permitirá sistematizar el análisis de las causas de la incertidumbre en el próximo capítulo. Pero antes es preciso atender a una cuestión previa que afecta tanto a la incertidumbre epistémica en sentido estricto como en sentido amplio, y de cuya respuesta depende la dirección que posteriormente demos a nuestro estudio: ¿cómo debemos interpretar no C, no V, no E, no I?, ¿como incredulidad absoluta, falsedad total, carencia de cualquier indicio y completa incongruencia en la información, o bien admitimos grados? En otras palabras, lo que nos preguntamos es si puede haber conocimiento que no sea seguro sin dejar de ser conocimiento.

* *

*

Hasta el momento, para definir la incertidumbre sólo hemos tenido presente el conocimiento seguro. Lo denominaremos *conocimiento perfecto* o *completo*, debiendo distinguir entre conocimiento perfecto *apodíctico, asertórico* o *moral* según sea el tipo de evidencia en que se base. Sin embargo, en el análisis ha surgido un sentido del conocer, el débil o "ingenuo", el cual no hemos hecho más que mencionar. Ello sugiere la posibilidad de contemplar otra modalidad de conocimiento que no sea seguro, un *conocimiento imperfecto*, pero que a pesar de su imperfección se reconoce como valioso pues de él nos servimos cotidianamente desde un punto de vista tanto teórico como práctico.

Con todo, cabe preguntarse: ¿no será impropio denominar "conocimiento" al conocimiento en sentido débil?, ¿acaso puede haber un conocimiento que no sea seguro, perfecto? De la respuesta a estas preguntas depende que la incertidumbre sea una magnitud interesante o un concepto rígido e inoperante.

Caben dos interpretaciones al respecto: una *radical* o *cartesiana*, que estrictamente no acepta como conocimiento otro que no sea el perfecto y que, asimilando a lo falso todo aquello que admite la mínima duda, se refleja en afirmaciones como la de J. HOSPERS (1967, p. 196),

> "(...) notemos que en la expresión "conocer de cierto", el "de cierto" es redundante. ¿Cómo podemos conocer si no es de cierto? Si fuese menos que cierto, ¿cómo podría ser conocimiento?"

y de K. R. POPPER (1982a, p. 52),

> "La palabra "saber" significa siempre "conocimiento verdadero y seguro"; y "saber" significa además estar en posesión de *suficiente razón* para mantener que nuestro conocimiento es verdadero y seguro".

Otra *gradualista* o *leibniciana*, que entiende el conocimiento en un sentido amplio, admitiendo que entre el desconocimiento absoluto y el conocimiento completo hay grados[1]. Para la interpretación radical no hay ningún filtro entre conocimiento seguro y la ignorancia: o se está en posesión de una cosa o de otra; en cambio la interpretación gradual admite filtros que van desbrozando las impurezas en nuestro conocimiento hasta llegar al conocimiento verdadero.

Notas

1.- Sobre la relación que guardan el método cartesiano y el leibniciano con la interpretación radical y gradual que sugerimos, véase M. SERRES (1968, I, pp. 117-127).

Ambas interpretaciones convienen en que la certeza se debe identificar a la certeza objetiva. Sin embargo, según sea el tipo de conocimiento perfecto que se tome como referencia es posible distinguir, tanto en la interpretación radical como en la gradual, un *sentido amplio* y uno *estricto*. La concepción radical estricta sólo admite como certeza objetiva la certeza lógica o apodíctica; la concepción radical amplia acepta también la certeza física y la moral. La interpretación gradual, por su parte, para el conocimiento imperfecto no reclama otra cosa que la incertidumbre sea diferenciada de la completa ignorancia.

Por mi parte, sostengo la interpretación gradual amplia, y ello por razones epistemológicas y pragmáticas. En cuanto a las primeras sólo diré que, a mi entender, la radical asimilación cartesiana de la duda a lo falso no responde a la verdadera naturaleza de la realidad cognoscitiva: existen grados de adecuación de la mente a las cosas como lo prueba todo proceso de aprendizaje. De otro lado, con anterioridad ya hemos defendido que la evidencia física y moral, aun siendo de distinta naturaleza que la apodíctica, sólo diferencia el tipo de certeza en cuanto a su origen, no a su manifestación en el sujeto que conoce.

Desde un punto de vista pragmático, parto de la base de que la preferencia por una de las dos interpretaciones no debe ir en detrimento ni del rigor ni de la amplitud en el análisis requeridos por el contexto en que éste se realiza, y la adopción de la interpretación gradual amplia cumple con este requisito: distingue escrupulosamente la certeza y la incertidumbre - si admitimos la posibilidad de error, por mínima que ésta sea, no hay certeza objetiva -, admite que la evidencia física y la moral pueden producir una certeza perfecta y acepta los tres sentidos del conocer como otras tantas modalidades efectivas del conocimiento.

Concretándose en las condiciones para la incertidumbre, la interpretación gradual implica que la no creencia es distinta de la absoluta incredulidad, que *p* no sea verdadera no significa necesariamente que no pueda ser parcial o aproximadamente verdadera, no poseer una evidencia apodíctica, asertórica o moral no equivale a la falta total de soporte evidencial, y la falta de información no significa desinformación absoluta. Admito, pues, que hay grados de incertidumbre epistémica, tanto subjetiva como objetiva.

* *

*

Hemos argumentado la consideración del conocimiento imperfecto como modalidad del conocimiento. Ahora, puesto que disponemos de elementos conceptuales para ello, todavía podemos apurar más el análisis distinguiendo cuatro modalidades de conocimiento objetivo imperfecto las cuales, que yo sepa, no se han separado nítidamente antes de ahora: *vago, aproximado, inexacto* y *probable*.

Sabemos que para la actualización del conocimiento seguro de un hecho es requisito indispensable una proposición adecuada, lo cual implica que los conceptos sean claros y distintos, y si son complejos, también adecuados. Ahora bien, este tipo de proposiciones no es frecuente, ni en el conocimiento habitual de la vida cotidiana ni en lo que se suele admitir como conocimiento científico. La oscuridad y la confusión son inherentes a muchos de los términos utilizados en los lenguajes ordinarios, y también en las ciencias. En otras palabras, la vaguedad es consustancial a muchos "conocimientos" sobre los cuales apenas abrigamos duda alguna y basamos nuestra vida cotidiana, incluso la ciencia misma[1]. El conocimiento cuya imperfección proviene de la naturaleza de los conceptos y proposiciones involucrados - o de los términos y enunciados que los expresan - es el que denominaremos *conocimiento vago*.

La necesidad práctica de ensanchar los estrechos márgenes que delimitan el conocimiento perfecto no lleva sólo a consentir el debilitamiento de las condiciones referidas a las proposiciones en sí mismas consideradas. Conduce también a transigir con una doble falta de conformidad: por un lado, entre la representación efectivamente alcanzada por medio de un concepto o una proposición, que a diferencia del conocimiento vago no se excluye sean adecuados, y la del hecho al que hacen referencia; por otro lado, entre aquella representación y la pretendida. En el primer caso, cuando se trata de una proposición la falta de conformidad equivale a la falsedad, dando lugar de este modo

Notas

1.- Véase al respecto K. R. POPPER (1982a, pp. 301-306).

al *conocimiento aproximado*; en el segundo caso, sólo se produce un desajuste en el campo de representación debido a una falta en el contenido informativo, lo cual origina el *conocimiento inexacto*.

Ciertamente, puede parecer paradójico, cuando no erróneo, atribuir la categoría de conocimiento, ni siquiera imperfecto, al que se deriva de una proposición que sabemos falsa. Sin embargo, en el marco de la interpretación gradual débil ello se justifica por el hecho de que no pocas de estas proposiciones fundamentan la adopción de decisiones importantes. Por ejemplo, los datos que ofrecen las estadísticas sobre las cuales se elaboran políticas económicas y sociales que afectan a la mayoría de los ciudadanos. La obra de O. MORGENSTERN, *On the accuracy of economic observations* (1963), proporciona, sobre el particular, abundantes ejemplos que, a pesar de los años transcurridos desde su publicación, siguen siendo de actualidad.

El conocimiento es vago atendiendo a las características intrínsecas de los términos y enunciados con los que se expresan los conceptos y las proposiciones; es aproximado cuando, estrictamente hablando, la proposición es falsa; es inexacto como consecuencia de la disconformidad entre la representación pretendida y la efectivamente lograda. Queda otra modalidad de conocimiento imperfecto, que se diferencia del conocimiento vago en que las proposiciones son adecuadas, del aproximado en que se desconoce si son verdaderas o falsas, y del conocimiento inexacto en que sólo atiende a la conformidad entre la proposición y el hecho por ella representado. Se trata del *conocimiento probable*, que se caracteriza por estar basado en la existencia de "buenas razones" o elementos de juicio que dan soporte evidencial a una afirmación. Si bien es cierto que no podemos tener una certeza objetiva, tanto física como moral, con proposiciones empíricas basadas en razonamientos reductivos, inductivos o no[1], no por ello dejamos de considerar como conocimiento pragmáticamente valioso el que resulta de una argumentación basada en la inducción por simple enumeración - después de haber examinado 10.000 cuervos y comprobar que todos son negros concluimos que el próximo que veamos también será de ese color -, en la acumulación de indicios racionales - una vez examinadas todas las pruebas pertinentes, el jurado emite su veredicto de acuerdo con las mismas -, o en la aplicación del Principio de Uniformidad de la Naturaleza - esperamos que el agua que nos disponemos a calentar hierva a los 100 grados a la presión del nivel del mar -. Y lo dicho es también aplicable a enunciados que versen sobre leyes o teorías. En definitiva, donde haya evidencia acerca de la verdad de una proposición, ley o teoría que se desconoce si son falsas o verdaderas habrá conocimiento probable, que será conocimiento más o menos imperfecto según sean las pruebas aportadas.

Notas

1.- Sobre el razonamiento reductivo, inductivo o no, puede verse I. M. BOCHENSKI (1957) c. 5. En la deducción se concluye la premisa menor de un enunciado condicional y de su premisa mayor, mientras que en la reducción de un enunciado condicional y de su premisa menor se concluye la mayor. Los argumentos reductivos incluyen los probabilitarios y los históricos, y son los utilizados en todas las ciencias empíricas.

Resumiendo, tendremos:

$$\text{Conocimiento}\begin{cases} \begin{matrix}\text{en s. fuerte}\\ \text{o perfecto}\end{matrix} \begin{cases} \text{estricto -- certeza obj. lógica} \\ \text{amplio} \left\{ \begin{matrix} \text{certeza obj. física} \\ \text{certeza obj. moral} \end{matrix} \right. \end{cases} \\ \begin{matrix}\text{en s. débil}\\ \text{o imperfecto}\end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \text{vago} \\ \text{aproximado} \\ \text{inexacto} \\ \text{probable} \end{matrix} \right\} \text{incertidumbre} \end{cases}$$

En el capítulo siguiente, una vez examinadas las causas de la incertidumbre objetiva podremos ampliar el estudio de los tipos de conocimiento imperfecto ahora presentados.

Capítulo III

FUENTES DE LA INCERTIDUMBRE

El análisis realizado al comienzo del capítulo segundo facilita el estudio sistemático de las fuentes de la incertidumbre epistémica, tanto en sentido estricto como amplio. Habiendo comprobado que la incertidumbre subjetiva no se ve forzosamente afectada por la falta de verdad, de evidencia o de contenido informativo, y habiendo postulado que en el marco de la incertidumbre objetiva la creencia incompleta no incrementa la incertidumbre originada por la falta de verdad, evidencia o de contenido informativo, es justificado realizar el examen de ambos tipos de incertidumbre por separado, la subjetiva en función de la falta de creencia, la objetiva en función del incumplimiento de cualquiera de las condiciones restantes, lo cual, como vimos, produce sendas condiciones suficientes para el conocimiento imperfecto. Así, ordenaremos el estudio como sigue:

(a) fuentes de la incertidumbre epistémica objetiva estricta (y por consiguiente, también de la amplia)

(b) fuentes exclusivas de la incertidumbre epistémica objetiva amplia

(c) fuentes de la incertidumbre epistémica subjetiva.

* *

*

Atendamos en primer lugar a la falta de evidencia independientemente de la verdad y del contenido informativo de la proposición *p*, de la cual sabemos únicamente que es adecuada para el conocimiento. Resulta obvio que si no disponemos de elementos de juicio suficientes es por una *carencia de datos*. Sin embargo, lo que ya no es tan notorio es dilucidar cuando dicha carencia es subsanable y cuando no, así como los factores que intervienen en este último caso.

Para esclarecer la cuestión debemos tomar en consideración la naturaleza óntica y epistémica de los hechos.

Ante todo, distingamos si el hecho que se corresponde con la proposición es epistémicamente determinable o no. En el primer caso, y puesto que lo desconocemos, debe ser e-indeterminado, ya que si fuera e-determinado significaría que poseemos suficientes elementos de juicio para determinar la verdad de *p*. Además sabemos que debe ser también ónticamente determinado, por lo cual la falta de evidencia no obedece a la inexistencia de causas determinantes en la realización del hecho en cuestión, sino a una noticia insuficiente que genera una incertidumbre objetiva, individual o general, *reductible* con el aumento de pruebas en los hechos predecibles, y en los impredecibles si son presentes o pasados, pero *relativamente irreductible* en los hechos impredecibles futuros en los que intervenga el *azar* como causa accidental.

Por otra parte, en caso de ser el hecho e-indeterminable resulta que únicamente las pruebas basadas en el conocimiento directo podrán despejar la incertidumbre, sea porque no existen causas determinantes - el hecho es o-indeterminable -, sea porque son incognoscibles. En ausencia de dichas pruebas, incluso estando en posesión de toda la información posible, la incertidumbre es *absolutamente irreductible*, debiendo distinguir entonces entre hechos e-aleatorizables y hechos e-no aleatorizables, interviniendo la *aleatoriedad* en los primeros y el *puro azar* o el *libre albedrío* en los segundos.

Ahora bien, hasta aquí no hemos más que mencionar las causas de la falta de evidencia. A continuación debemos aclarar y delimitar el sentido que damos a las anteriores denominaciones. Para ello es preciso analizar el concepto de azar, el cual se constituye como el eje principal a cuyo alrededor giran las causas aludidas.

*　　*

El vocablo 'azar', a pesar de que en ciertos contextos, como por ejemplo en el escrito de A. KAUFMANN, *Epistemologie de l'incertain*, adquiere un carácter técnico, es sumamente ambiguo. Las ideas de "destino", "suerte", "fortuna", "posibilidad", "casualidad", "probabilidad", "casos (favorables o posibles)", todas mezclan su propia imprecisión con la del nombre 'azar' que se utiliza para designarlas. Su utilización exige, por consiguiente, una distinción cuidadosa, si no de todos, sí de los principales significados del mismo[1].

Para que esta distinción cumpla con la finalidad que la requiere, esto es, la de obtener una referencia idónea para precisar el alcance y sentido de la terminología usada en el resto de las causas debidas a la falta de evidencia, no podemos limitar el análisis a una mera descripción nominal de las situaciones en que nos valemos de la palabra 'azar'. Dada la complejidad auténtica que reviste el asunto, es necesario ir más allá e intentar mostrar la relación existente entre la diversidad de significados y la realidad que la subyace y motiva. Pero tampoco podemos excedernos en el tema, ya que, a buen seguro, es inagotable. Es por ello que, en aras a la concreción, pero sin detrimento de la profundidad, para la discusión subsiguiente he tomado como referencia básica a dos autores que nos permitirán abordar la cuestión radicalmente: ARISTOTELES y J. MONOD.

Notas

1.- Aparte de J. FERRATER MORA (1980, art. 'azar'), para los distintos significados puede verse E. NAGEL (1961, pp. 301-309) y A. J. AYER (1965).

El primero en realizar un estudio pormenorizado del concepto de azar fue ARISTOTELES[1]. En relación con la cuestión de qué realidad denota dicha noción distinguía tres opiniones que, en iguales o semejantes términos, siguen dándose actualmente: la de los que dudan o niegan que el azar y la suerte existan, la de los que atribuyen al azar la causalidad "de este cielo que vemos y de todas las partes del mundo" y, finalmente, la de quienes consideran el azar una causa "oscura a la inteligencia humana". Así, en el caso del hombre que va al mercado a comprar aceite y se encuentra, inesperadamente, con alguien que le debía una suma de dinero y se la paga, los que afirman que nada es producido por el azar dirán que fue la voluntad de acudir al mercado para comprar un artículo la causa de venir a él y de tener lugar el afortunado encuentro; los que sostienen que todo es debido al azar atribuirán el evento al destino o a la ciega necesidad; por último, quienes aseveran que el azar es una causa impenetrable al conocimiento humano sostendrán que, si bien accidentalemente, fue la suerte la que hizo que el hombre fuera a aquel lugar para cobrar su dinero.

Notas

1.- Cfr. Física, libro II, capítulos 4-6. Es interesante advertir que dicho estudio surge como consecuencia de la reflexión acerca del número y modalidades de las causas: después de concluir (Física, II, 3) que hay cuatro tipos de causas - material, formal, eficiente y final -, el filósofo constata (Fis. II, 4) que "también la suerte o fortuna y el azar se cuentan en el número de causas, y de muchas cosas se dice que existen y se hacen o devienen por obra de la suerte y el azar", pasando a cuestionarse "de qué manera, pues, el azar y la suerte quedan incluidos entre estas causas, y si son lo mismo la suerte y el azar, o bien son dos cosas distintas."

ARISTOTELES estaba de acuerdo con esta última opinión. Al constatar que unos acontecimientos se producen siempre o casi siempre de la misma manera, no pudiéndose decir de ninguno de ellos que tenga la suerte o el azar por causa, y otros que todo el mundo conviene en calificar como excepcionales, concluía que, puesto que estos últimos existen, el azar y la suerte deben tener alguna entidad. Ahora bien, y esto es importante tenerlo en cuenta, para el Estagirita no de todos los hechos cuya ocurrencia es rara se puede decir que ha intervenido el azar, sólo de aquellos que se producen en vistas a algún fin determinado y de modo accidental o inesperado, distinguiéndose el azar de la suerte en que ésta requiere de una finalidad que pudiera ser objeto de una elección inteligente, mientras que en el azar no es indispensable el concurso de la inteligencia[1]. El ejemplo anterior constituye un ejemplo de hecho de azar - o mejor, de suerte - en la medida que es *excepcional* - no acostumbra a cobrarse una deuda en las circunstancias descritas -, que

Notas

1.- Para ARISTOTELES, el azar, también llamado casualidad, es un concepto más amplio que la suerte o fortuna. "De las cosas que se producen por obra del azar, decimos que son debidas a la suerte aquellas que, siendo capaces de ser previamente elegidas, caen de hecho en su previa elección." (Física, II, 6). Esto es, son hechos de suerte los de azar que se incluyen bajo la idea de la capacidad de una previa deliberación. Así, por ejemplo, "decimos que el caballo ha venido por casualidad porque al venir se le restableció; pero no vino con esta intención; es decir, con la intención de que se le curara. Y se dice que el trípode cayó casualmente, porque quedó de modo que uno se pudiera sentar en él; pero no cayó con el fin de que alguien se sentara." (ibid.) En cambio, decimos que el hombre ha ido al mercado por suerte o por fortuna, pues podía elegir previamente haber recobrado el dinero debido.

el cobro constituye un *fin en sí mismo*, y que este fin es *accidental* al no ser el que motivó al hombre, por lo menos conscientemente, a ir al mercado.

Evidentemente, no es éste el lugar para entablar una discusión sobre el pensamiento aristotélico acerca del azar. Si lo traigo a colación es porque, dada la enorme capacidad del filósofo griego para ahondar y penetrar en los más recónditos pliegues de la realidad, a pesar de su antigüedad en el tiempo constituye una excelente ayuda para captar relieves conceptuales que, sin estar ausentes en autores más recientes, fácilmente pueden pasar desapercibidos.

Es el caso, por ejemplo, de J. MONOD. En su libro *El azar y la necesidad* (1970) distingue dos significados de la palabra 'azar': el "operacional" y el "esencial" (cfr. pp. 126-129). Según este autor, el azar en el primer sentido es el que se emplea para referirse a los juegos de dados, o de la ruleta, en los que se utiliza el cálculo de probabilidades para prever el resultado de una jugada.

> "Pero estos juegos puramente mecánicos, y macroscópicos, no son "de azar" más que en razón de la imposibilidad práctica de gobernar con una precisión suficiente el lanzamiento del dado o de la bola. Es evidente que un mecanismo de lanzamiento de muy alta precisión es concebible, y permitiría eliminar *en gran parte* la incertidumbre del resultado. Digamos que en la ruleta, la incertidumbre es puramente operacional, pero no esencial."

El segundo sentido aparece cuando se dan las "coincidencias absolutas", es decir, "las que resultan de la intersección de dos cadenas causales totalmente independientes una de otra." J. MONOD pone un ejemplo parecido al de ARISTOTELES: mientras un plomero trabaja en la reparación urgente de la techumbre de un inmueble vecino, un médico es llamado urgentemente para visitar un nuevo enfermo, visita que no llega a realizar porque muere con el cráneo roto a causa del martillo que el plomero suelta por inadvertencia cuando el médico pasa por debajo del inmueble.

> "Decimos que no hubo suerte. ¿Qué otro término emplear para un acontecimiento así imprevisible por su misma naturaleza? El azar aquí debe ser considerado como esencial, inherente a la independencia total de las dos series de acontecimientos cuyo encuentro produjo el accidente."

La noción de azar (esencial) en MONOD coincide, en líneas generales, con la de ARISTOTELES. Ambos autores convienen en concebir el azar como algo real (cfr. pp. 125-126), asi como en poner de manifiesto la **absoluta imprevisibilidad** de los hechos en que concurren dos series causales independientes. Pero nosotros estamos en condiciones de reparar en que la coincidencia tiene un fundamento mucho más profundo de lo que a primera vista puede parecer: si bien de un modo no del todo explícito, en la obra del biólogo francés la accidentalidad y, sobre todo, la finalidad inherentes al hecho de azar aristotélico también están presentes en el concepto de azar esencial a través de las ideas de teleonomía y de evolución.

*

Llegados a este punto nos gustaría poder afirmar que disponemos ya de un concepto de azar con unos contornos lo suficientemente precisos como para, conforme a él, establecer el significado de otros tipos de azar que denominaríamos "no esencial" y entre los cuales - siendo acaso el único - se hallaría el azar operacional. Lamentablemente todavía no es posible semejante conclusión dado que las características que se han revelado como definidoras del azar esencial o aristotélico no son todo lo claras que sería de desear.

En primer lugar, la **excepcionalidad**, aun desprovista de los tintes subjetivos que la reducirían a lo inesperado, es difícilmente definible. El que un hecho no suceda ni siempre ni casi siempre no basta, de por sí, para calificarlo de excepcional. Por ejemplo, es raro que alguien corra los 100 metros lisos en menos de 10 segundos, no es tan extraño si nos estamos refiriendo a un colectivo de atletas, y no tiene nada de insólito que Ben Johnson recorra esa distancia en ese tiempo. Se dirá que el hecho no es excepcional **en el citado atleta**, pero sí en la mayoría de personas. Con todo, sería poco común que el acontecimiento se produjera con el corredor lesionado. Por supuesto, habrá que tener en cuenta el tipo de lesión... En definitiva *la excepcionalidad aparece como una característica relativa*, no sólo del conjunto que, en el supuesto de adoptar un sentido frecuencial - es excepcional el hecho que no es estadísticamente frecuente -, sirva para determinar la frecuencia en la ocurrencia del hecho, sino también de las propiedades de los elementos de dicho conjunto. Por otra parte, en un sentido intensional - es excepcional el hecho que se excluye de una regla común y, según el adagio, la confirma - la relatividad puede darse respecto de diferentes leyes y teorías: por ejemplo, la aparición del cometa Halley, que era un evento "excepcional" hace unos siglos, no lo es hoy en relación con el estado actual del conocimiento científico; y si, después de que en un número 'n' arbitrariamente grande de tiradas de un dado - que suponemos no trucado - no haya salido ningún '6', efectuamos un nuevo lanzamiento y aparece este dígito, el hecho lo calificaremos de excepcional si lo relacionamos con la "regla" que se deriva de la sucesión de tiradas precedentes; pero no recibirá tal calificación si la relación se establece con lo que se espera de un dado "normal", en cuyo caso, lo excepcional sería que el evento no acaeciera.

Vemos, pues, que la excepcionalidad se nos muestra como una característica con un grado tan elevado de "relatividad" y de imprecisión - piénsese en los efectos de la introducción o exclusión de un elemento en el conjunto referencial, o en las condiciones determinantes del suceso - que la hace prácticamente inoperante para definir adecuadamente el concepto de azar.

No obstante, ¿acaso le faltaba razón a ARISTOTELES cuando distinguía las cosas que ocurren siempre o casi siempre, de las que no? Hoy seguimos atribuyendo el carácter de excepcional al hecho que es - o nos parece - raro y nos produce sorpresa. Así, en los ejemplos anteriores, e independientemente de otras consideraciones, juzgamos verdaderamente insólito que no salga el '6', o que se pueda correr velozmente con una lesión grave; pero no que el '6' salga o que se bata una marca mundial de velocidad. Por ello nos resistimos a renunciar a un atributo que, a pesar de la dificultad con que se nos presenta para su aprehensión, la realidad de las cosas nos fuerza a contar con él y que, más adelante, se revelará valioso para la distinción de las distintas causas de la incertidumbre[1]. Atributo, que si

Notas

1.- Una definición que, aun siendo provisional, responde al significado de la excepcionalidad que pretendemos sugerir es la siguiente:
Sea O un conjunto de observadores de un hecho posible en el que están sigularizados todos sus elementos excepto uno - indivic tiempo, lugar, condiciones,..- $S(x_I)$, por eje , el individuo x_1 corre la distancia x_2 en el lugar x_3 el día x_4 en un tiempo x_5 en las condiciones x_6, donde los valores de x_I $(I=1,...6)$ son todos constantes menos uno. Diremos que el suceso singular $S(x_I{}^o)$ es excepcional en relación con el conjunto O y el conjunto de valores x_I cuando el cociente

$$n(S(x_I{}^o))/n(noS(x_I{}^o))$$

es menor que un número arbitrario *m* mayor que 0, siendo el numerador de la fracción el número de veces que se ha verificado el suceso singular en cuestión para todos los miembros del colectivo hasta el momento de la observación, y el denominador el número de ocasiones que no se ha verificado y *m* el número que cada colectivo determinará para establecer el límite de excepcionalidad. Esta definición da lugar a que podamos considerar diferentes tipos de excepcionalidad, de acuerdo con el colectivo de observadores de referencia, así como, si se quiere, diversos grados en función del valor que tome el cociente anterior.

no queremos se confunda con el propio azar, no debe predicarse de un suceso con carácter absoluto, esto es, independientemente del observador, del conjunto de referencia, de las condiciones de realización y del marco teórico que lo explica.

Para finalizar con la excepcionalidad, dos observaciones. La primera, que es una característica independiente de la impredecibilidad - un acontecimiento, no por ser impredecible es excepcional, y viceversa - y de la indeterminabilidad. La segunda, que es una condición necesaria para que un hecho sea de azar en el sentido que venimos analizando, pero no suficiente. El resultado del lanzamiento de un dado y el descubrimiento de un nuevo planeta son ejemplos que ilustran las afirmaciones anteriores.

*

En cuanto al carácter accidental o la coincidencia absoluta que se manifiesta por medio de la intersección de dos líneas causales independientes reposa, por un lado, en una imagen vaga e insuficiente, y por otro, en una noción de independencia que requiere de una mayor precisión. En lo concerniente al primer punto, suponer que para describir un suceso de azar basta con representarlo como la conjunción de dos líneas causales es una simplificación excesiva de la realidad: todo hecho, no sólo los que denominamos comúnmente de azar, es como cada uno de los nudos de una tupidísima red en el cual confluyen una infinidad de cadenas causales[1]. De ahí que la noción de independencia resulte aquí confusa: si la estructura de la realidad es tal que todo está relacionado entre sí, ¿qué sentido podemos dar a la independencia de dos series causales?

E. NAGEL ha considerado esta cuestión desde un punto de vista lógico, planteándola en términos de relaciones entre enunciados, y no entre hechos (cfr. 1961, pp. 302-303). En síntesis, su razonamiento es el siguiente: si S es un enunciado de la forma 'x está en la relación R con z en el tiempo t y el lugar y' que afirma la realización de un suceso - NAGEL pone como ejemplo 'x es dañado por un ladrillo que cae en el tiempo t y en el lugar y' - y disponemos de dos teorías o leyes no deducibles una de otra, T que enuncia de una manera general las condiciones y forma de aparición de algún factor que se manifiesta en dicho suceso pero sin referencia a la presencia o a la ausencia de otros factores implicados en él, y T' que cumple una función similar respecto a esos otros factores, dados ciertos datos iniciales Dx y Dy concernientes a x e y respectivamente, entonces el enunciado S es lógicamente independiente tanto de T como de T', tomados por separado o conjuntamente, y también tanto de T y Dx como de T' y Dy. Por consiguiente, "el suceso

Notas

1.- Como ha observado E. NAGEL, "si atendemos a las teorías físicas actuales hay un número indefinido de determinantes causales distintos para la aparición de cualquier suceso específico. Por consiguiente, si se adopta la imagen de la línea o la cadena para describir las relaciones causales entre sucesos, la manera más adecuada para describir un suceso es considerarlo como la intersección de un número indefinido (si no infinito) de líneas." (1961, p. 302).

expresado por S es un hecho de azar relativo a la secuencia de estados determinada por T y Dx y también relativo a la secuencia de estados determinada por T' y Dy." Ahora bien, si las condiciones mencionadas en T y T' son físicamente compatibles y si la relación R es analizable en términos de los estados de x y de y en el instante t, entonces S será deducible de T y Dx más T' y Dy conjuntamente, por lo cual "el suceso mencionado por S no es un hecho de azar con respecto a la secuencia de estados de x e y determinada por esta fórmula compleja."

Consecuentemente, la independencia de las series causales cuya intersección determina el carácter accidental del hecho de azar es sólo relativa. Será absoluta cuando en ningún caso sea posible establecer las condiciones que determinan la realización de un suceso. Lo cual nos lleva, con E. NAGEL (p. 203), a distinguir *dos sentidos del azar esencial*, el *relativo* y el *absoluto*, sobre los que volveremos más adelante.

*

Queda, por último, la finalidad como característica inherente al azar esencial. Con toda seguridad, es el punto más complicado a tratar, dada la multiplicidad de de problemas en él imbricados. Para no perdernos en ellos, es imprescindible que no nos apartemos del ámbito estricto de nuestra investigación y, obviando otras cuestiones, nos ciñamos a los aspectos más significativos para nosotros: acabar de perfilar el sentido de la finalidad y determinar si es una característica necesaria o no.

Ante todo precisemos que aquí despojamos a la finalidad de toda connotación teleológica no interpretable *teleonómicamente*. Con ello quiero significar que, en el contexto presente, entiendo la finalidad como un *proyecto a cuya realización se orientan los sistemas, del tipo que sean, y que es interior a los mismos*. Volvamos a los ejemplos reseñados: tanto el cobro de la deuda como la muerte por un martillazo son proyectos intrínsecos imaginables de sistemas posibles. Y como tal proyecto no ha existido es por lo que decimos que ambos hechos son debidos al azar.

Hasta el momento el asunto parece claro. Sin embargo, ya no lo es tanto si en la (n+1)-ésima tirada sale el '6': si ganamos - o perdemos - una fortuna diremos que hay una finalidad, que ha intervenido el azar, que ha habido fortuna - o desgracia -; pero, en caso de que el lanzamiento se efectúe mecánica e ininterrumpidamente, sin ningún observador y sin que haya nada en juego, ¿también atribuiremos al azar, relativo o absoluto, el resultado de dicha tirada, o mejor, el de las precedentes? Sea cual sea la respuesta, nos sume en la perplejidad: si es afirmativa, es evidente que la finalidad es una característica innecesaria, pues siempre es posible suponerla; de lo contrario es necesaria, pero puede no ser otra cosa que la manifestación de un subjetivismo exacerbado. La primera opción equivale, en la práctica, a la de negar toda entidad metafísica a la suerte y al azar; la segunda, a la de aceptar una condición envuelta en la arbitrariedad y de difícil determinación objetiva.

Ante estas dificultades cabría optar por prescindir de la finalidad como característica inherente al azar por juzgar, no que es innecesaria, sino que plantea una cuestión indecidible e irrelevante desde un punto de vista científico.

Sin embargo, de adoptar semejante criterio incurriríamos en una grave mutilación del concepto de azar. En el lanzamiento de un dado hay que distinguir cuando del resultado depende se tome una decisión u otra de cuando el hecho no tiene ninguna consecuencia ulterior. El primer caso es el que da lugar a toda la temática de la relación entre el azar y la finalidad. Notemos al respecto que la palabra *dado* en árabe es *az-zahr*[1], de la cual se deriva *azar*, y en latín es *alea*, de la cual se deriva *aleatorio*. Para no caer en la paradoja del asno de Buridán y suponiendo que, o bien hay ausencia de determinación o bien no queremos tomar la responsabilidad de decidir por nosotros mismos, jugamos a los dados. Es entonces cuando se revela que el resultado es causa accidental de que un acontecimiento, se realice o no; es entonces cuando decimos que el azar ha intervenido en la realización del hecho, no

Notas

1.- En árabe, la palabra 'az-zahr' originalmente tenía el significado de "una de las caras del dado". Según J. COROMINES (*Diccionari etimològic i complementari de la llengua catalana*, 1980, art. 'atzar'), ello se debe a que en el árabe clásico la palabra significaba una flor, que debería ser lo que estaba representado en aquella cara.

tanto en el resultado del lanzamiento del dado, sino en la consecuencia que se sigue de él. Al azar se debe el cobro de la deuda, la muerte por un martillazo, cualquier decisión que se toma después de jugar a los dados, no el encuentro en sí en el mercado, la colisión en sí del martillo y la cabeza del médico, el resultado en sí de la tirada (n+1)-ésima.

*

Del estudio realizado acerca de las características del azar concluimos que para que un hecho sea de azar es preciso:

a) que sea excepcional en relación con algún colectivo de observadores - que puede ser el formado por la comunidad científica - y alguno de los elementos constitutivos del mismo,

b) que sea accidental, esto es, independiente de las series causales que lo determinan, en cuyo caso puede serlo sólo de alguna - azar esencial relativo - o de todas - azar esencial absoluto,

c) que, constituyendo un proyecto posible del sistema en el que acaece, no sea consecuencia de la elección previa de dicho proyecto. Pudiendo, en ese caso, tratarse de un hecho de azar relativo o absoluto, según se den o no condiciones determinantes del mismo.

Ahora bien, la inexcusable consideración de hecho de azar en el caso de una decisión tomada como consecuencia del resultado en el lanzamiento de un dado hace imprescindible distinguir entre un *sentido fuerte* y otro *débil del azar esencial, relativo o absoluto.* El sentido fuerte es el que verifica simultáneamente las condiciones de excepcionalidad y finalidad; el sentido débil sólo requiere de esta última.

* *

En el apartado anterior hemos sacado a colación los resultados producidos por los lanzamientos de un dado. Podemos preguntarnos por la conveniencia de hacerlo tratándose del azar esencial. ¿Acaso no vimos que en J. MONOD dicho ejemplo ilustraba el concepto de **azar operacional**? Ocupémonos ahora de esta clase de azar, e intentemos determinar si le podemos asignar algún tipo de realidad que lo distinga, no ya del azar esencial, sino de la incertidumbre.

Comencemos por esto último. Cuando MONOD introduce la idea del azar operacional mezcla nociones en principio categorialmente diferentes como son el azar y la incertidumbre (objetiva)[1]. Si hay confusión, como el contexto da a entender, incurre en un error metodológico

Notas

1.- En efecto, primero afirma que la "incertidumbre del resultado" se podría eliminar en gran parte con un mecanismo de lanzamiento de muy alta precisión y que "en la ruleta, la incertidumbre es puramente operacional pero no esencial", para luego, después de asociar el azar y el cálculo de probabilidades, - "Ocurre igual (...) en la teoría de numerosos fenómenos donde se emplea la noción de azar y el cálculo de probabilidades por razones puramente metodológicas" - pasar de la incertidumbre al azar: "Pero en otras situaciones, la noción de azar toma una significación esencial y no ya simplemente operacional." (1970, p. 127).

grave, bastante extendido por cierto. Y si, fuera del azar esencial, no existe tal confusión es evidente que el azar operacional, al colocarlo en un mismo plano categorial, el epistémico, que la incertidumbre objetiva, se diluye en una pura carencia de datos sin otra realidad que la de ser una modalidad del conocimiento imperfecto.

Me inclino por la primera hipótesis. La razón, pienso que concluyente, la da el mismo J. MONOD al decir que un mecanismo de lanzamiento de muy alta precisión es concebible y "permitiría eliminar en gran parte la incertidumbre del resultado" (op. cit. p. 126). De la indefinida expresión "en gran parte" a la precisa "totalmente" media un trecho que J. MONOD no se decide a suprimir, si bien la lógica interna de su razonamiento parece le lleva a ello. A mi entender, no lo hace porque, en mayor o menor medida, es consciente de que ese trecho trasciende la operacionalidad y obedece a una realidad irreductible, tan inescrutable como el propio azar esencial y fuente de una incertidumbre también irreductible.

Son, pues, dos realidades distintas el azar operacional y la incertidumbre: la primera pertenece al plano óntico, la segunda al epistémico. Ahora bien, así como la incertidumbre está perfectamente caracterizada, ¿en qué consiste el azar operacional?

Ante todo observemos que, igual que en el azar esencial, también en el azar operacional podemos distinguir un sentido relativo y uno absoluto, según dependa de las condiciones determinantes en la realización del hecho o no. Lo cual no significa, en modo alguno, que ambos tipos de azar deban confundirse.

En efecto, hemos visto que la excepcionalidad y la finalidad intervenían en el azar esencial. Ninguna de estas condiciones se precisan en el caso del azar operacional, lo cual tiene una implicación fundamental: forman parte de los hechos de azar operacional aquellos hechos frecuencialmente estables considerados de una forma "bruta", sin referencia teleonómica alguna. Si lanzo un dado y sale una cara cualquiera, el resultado no tiene por qué ser excepcional, ni en sí mismo ha de formar parte de un proyecto posible. Si se trata de un dado trucado, a medida que vaya adquiriendo información acerca de las condiciones en las que se realiza el lanzamiento podré preveer el resultado cada vez con mayor precisión - el hecho es ónticamente determinado y epistémicamente determinable - hasta el punto de eliminar toda la incertidumbre, y también todo azar, acerca del mismo. En cambio, si no es un dado trucado el resultado - hecho ónticamente indeterminado y epistémicamente indeterminable - es absolutamente imprevisible.

Queda delimitada, por fin, la noción de azar operacional: en sentido relativo o amplio no se distingue suficientemente de la incertidumbre objetiva, en sentido absoluto o estricto se configura como una fuente esencial de la misma que se da en los hechos intrínsecamente inciertos frecuencialmente estables en sí mismos considerados. En cuanto a la relación entre el azar operacional y el azar esencial, es claro que un hecho de azar operacional en sentido absoluto puede convertirse en un hecho de azar esencial en sentido débil tan pronto como se superponga una finalidad; pero nunca podrá derivar en un hecho de azar esencial en sentido fuerte.

Esquemáticamente, las diversas modalidades del azar son:

- Azar
  - esencial
    - relativo
      - en s. débil (final. y o-determ.)
      - en s. fuerte (exc. final. o-det.)
    - absoluto
      - en s. débil (final. y o-indeter.)
      - en s. fuerte (exc.fin.o-indet.)
  - operacional
    - relativo
    - absoluto

*

El análisis de los diversos sentidos del azar nos permite concretar y resumir el significado de las causas de la falta de evidencia como fuentes de la incertidumbre epistémica objetiva. Así, el *azar como causa accidental* **se corresponde** con el *azar esencial relativo en sentido fuerte*; la *aleatoriedad* con el *azar operacional absoluto*; el *azar puro* con el *azar esencial absoluto en sentido fuerte*. En lo que concierne al *libre albedrío* entendido como una facultad propia del ser humano que le permite obrar en ausencia de toda determinación, es equivalente al *azar esencial absoluto en sentido débil*.

*   *

*

Hasta el momento, las causas de la incertidumbre objetiva que hemos apuntado no dependen del valor de verdad ni del contenido informativo de la proposición, sobre la cual no se hace más suposición que la de ser adecuada. Seguidamente examinaremos los motivos imputables exclusivamente a que la proposición no sea verdadera.

Si *p* no es verdadera, la incertidumbre puede venir dada por:

(i) la proposición no es adecuada para el conocimiento, esto es, cuando la *vaguedad*, a través de la *oscuridad* y/o la *confusión* inherentes a todo lenguaje no formal, impregna el discurso, incluido el científico;

(ii) la proposición, siendo adecuada para el conocimiento se sabe que es falsa, en cuyo caso, o es *aproximadamente verdadera*, o es *parcialmente verdadera*.

*   *

En relación con (i), del mismo modo que en el apartado anterior hemos fundamentado el análisis en la noción de azar, en lo que sigue tomaremos como base de nuestro estudio el concepto de **vaguedad**.

Es indudable que entre las causas de la incertidumbre debemos reservar un lugar destacado a la vaguedad. Sobre todo cuando el contexto en el que nos movemos es el de las ciencias sociales[1]. En el marco del discurso económico, expresiones más o menos técnicas como 'conducta racional', 'mercado oligopólico', 'capital de una empresa', 'valor', 'dinero', 'corto plazo', 'seguridad', 'solvencia', 'liquidez', entre otros, constituyen ejemplos de términos vagos, sin unos contornos clara y precisamente definidos. Ello sin contar con términos de uso casi ineludible como 'moderno', 'pequeño', 'mediano', 'grande', 'satisfactorio', 'eficiente', 'elevado', 'aceptable', etc. Resulta obvio que la verdad o falsedad de enunciados en los que aparecen algunas de las expresiones citadas es indecidible, no por carecer de elementos de juicio suficientes, sino por no estar suficientemente determinado el sentido de las mismas.

Ahora bien, la **vaguedad** es una noción que a su vez es "vaga", lo cual conlleva la confusión de la misma con otras similares - de la familia diría WITTGENSTEIN - como las de **indeterminación**, **indefinición**, **imprecisión**, **inexactitud**, **borrosidad**, **ambigüedad** y **azar**[2], y por ende, la no distinción entre las modalidades del conocimiento imperfecto. Ello, unido a la discusión acerca de la categoría

Notas

1.- Sobre el particular, cfr. E. NAGEL (1961), pp. 455-6.
2.- Dicho sea de paso, J. FERRATER MORA (1980) incurre en este punto en una confusión. Por una parte, en el artículo 'vaguedad' nos dice que la noción correspondiente a este término es contrapuesta a **claridad**, con lo cual equivaldría a oscuridad. Por otra parte, en el artículo correspondiente a la noción de **precisión** afirma: "En general se contrapone a la noción de vaguedad. La precisión es similar a la distinción (...) No debe confundirse la noción de distinción - y por tanto, también de precisión - con la claridad. Lo claro se contrapone a lo oscuro, lo preciso, o distinto, se contrapone a lo confuso."

lingüística de las entidades de las cuales se predica la vaguedad - generalmente se habla de "predicados vagos", pero también son aspirantes a la vaguedad los entes y lo enunciados - y a la cuestión de si la vaguedad es una noción semántica o pragmática, configura un conjunto de problemas de inexcusable planteamiento si se pretende realizar un tratamiento lógico y sistemático de la incertidumbre. Por consiguiente, orillando otros temas que trascienden el ámbito del presente estudio, a continuación nos ocuparemos en clarificar el concepto de vaguedad determinando:

a) los sujetos de la predicación y si es una noción semántica o pragmática,

b) los principales sentidos en que se usa,

c) la relación de éstos con los del resto de las nociones de la familia, excluida la inexactitud[1].

*

Para mejor responder al primer punto necesito hacer una disquisición lógico-semántica previa acerca de la predicación[2].

Notas

1.- Soy consciente de que el orden de los puntos a tratar implica, en el primero de ellos, tener que referirnos a la noción de vaguedad sin haber precisado con anterioridad el significado de la misma. Es uno de los casos a los que alude W. O. QUINE (1960, p. 139), en que la vaguedad acude en nuestra ayuda para hacer más comprensible un asunto complejo. Otra ordenación aumentaría la dificultad en el tratamiento del tema. De momento, pues, transijamos con la vaguedad de 'vaguedad'.

2.- La disquisición que sigue está basada en el Apéndice de D. RAMIREZ (1982). Cfr. también infra. pp. 180-1

Desde un punto de vista lógico, la predicación se puede considerar como la unión de un término singular con uno general para formar un enunciado que puede ser verdadero o falso, pudiéndose representar esquemáticamente por 'F(a)', donde 'a' designa el término singular y 'F' el término general[1].

Desde un punto de vista semántico, en un enunciado, un término predicativo puede interpretarse como atributo de un ente, de un carácter o de una modalidad. Por *ente* entiendo cualquier objeto, actual o ideal, designado por un término singular - un nombre - concreto o abstracto. Por *carácter* entiendo una determinación o propiedad abstracta de los entes[2]. Los caracteres también se expresan lingüísticamente por medio de términos singulares, pero a diferencia de los entes, sólo pueden ser términos singulares abstractos. Cada uno de los caracteres pueden presentar dos o más modalidades, en una de las cuales se determina concretamente el ente. Las *modalidades* son las diferentes situaciones o estados posibles del carácter y se expresan por medio de términos generales, concretos o abstractos según la naturaleza de los entes que determinan[3].

Notas

1.- Cfr. W. O. QUINE (1960), pp. 108-109.
2.- En un sentido amplio, por carácter quiero significar una cualidad o atributo. Los motivos por los que prescindo de estas denominaciones figuran en la parte II del Apéndice citado en la nota 2 de la página anterior.
3.- "Semánticamente, la distinción entre términos singulares y términos generales consiste vagamente en que un término singular nombra o pretende nombrar sólo un objeto, aunque sea todo lo complejo o difuso que se quiera, mientras que un término general es verdadero distributivamente de cada uno de cualquier número de objetos." QUINE (1960), p.103.

Así, en un ser humano, el sexo es un carácter con dos modalidades, varón y hembra, en una de las cuales cada persona concreta su sexo; el peso es un carácter con infinitas modalidades. A su vez, ciertas modalidades pueden admitir *grados*: por ejemplo, "blanco" y "alto", que son modalidades del color y la estatura respectivamente. Cuando esto ocurre podemos considerar la abstracción de una modalidad como un carácter, por ejemplo, "blancura" y "altura". Pero ello no es generalizable a todas las modalidades: no tiene sentido decir que 50 Kg. de peso admite grados. A estos caracteres formados por la abstracción de una modalidad que puede presentar grados los llamaremos *derivados*[1]. Obsérvese que un mismo carácter puede, no siempre, ser susceptible de determinar un ente tanto cuantitativa como cualitativamente: así, una medida y el término general 'alto' nos servirán para describir la estatura de un individuo. Hablaremos entonces del uso de una *predicación cuantitativa* y *cualitativa* respectivamente, sin que ello signifique prejuzgar la naturaleza cuantitativa o cualitativa de los caracteres considerados. La modalidad debe también distinguirse de su expresión que es la forma como se manifiesta cuantitativamente. En la predicación cuantitativa, la expresión se lleva a cabo con un

Notas

1.- Se podría objetar que los grados de blancura no son más que las verdaderas modalidades del color, las cuales pueden ser agrupadas por clases y representadas por un representante "ideal" de la clase, que en este caso vendría dado por el nombre genérico 'blancura'. Sin embargo, hay que admitir que los límites de esas clases, si existen, delimitan "algo", y ese "algo" es lo que denomino carácter derivado.

número y con la referencia a la unidad de medida: '50 Kg.' y '0,5 Qm.' expresan idéntico estado o situación de un mismo carácter, el peso. La predicación cualitativa requiere un tratamiento más complejo, al que nos referiremos en otro lugar[1].

Lo expuesto nos permitirá comenzar a responder a la pregunta acerca de las entidades de las cuales se dice son vagas. Puesto que 'vago' es un término general, debe tratarse de entidades designadas por un término singular, esto es, de los entes concretos si el término es concreto, de los entes abstractos o de los caracteres si el término es abstracto.

De los entes concretos presumiblemente vagos - un "puñado" de arena o una puesta de sol por ejemplo - sólo cabe decir que en sí mismos no son vagos: son lo que son, del mismo modo que los hechos son los hechos. Y lo mismo es aplicable a los entes abstractos como el amor, la bondad o la belleza, sea cual sea el *status* ontológico que les asignemos.

Se objetará, no obstante, que 'vago' se predica de entidades lingüísticas, como términos y frases, que son entes concretos. Así, decimos que la palabra 'alto' es vaga, o que la frase 'la empresa A es solvente' es vaga. Esta objeción es, a mi modo de ver, insalvable si, como hace A. MARGALIT (1976, p. 213), se distingue entre objetos o procesos "en el mundo" y entidades lingüísticas, excluyendo a

Notas

1.- Cfr. infra. c. 6, pp. 185 y ss.

los primeros de ser posibles portadores de la vaguedad y no a las últimas. ¿Acaso éstas no son objetos concretos?

Lo que sucede es que al aplicar el término 'vago' a una palabra o a una frase se incurre en una práctica bastante generalizada, cual es la de predicar la modalidad de las cosas mismas, cuando en realidad, primariamente de lo que se predica es del carácter del ente que estemos tomando en consideración, y sólo secundariamente del ente mismo. Así, la estructura superficial de la frase 'Juan es alto' da a entender que 'alto' se predica directamente de Juan, cuando el verdadero sujeto del cual se predica la altura es la estatura de Juan, sujeto que en la frase permanece elíptico. Esto se ve con claridad si la predicación la efectuamos cuantitativa en lugar de cualitativamente: no extraña el enunciado 'Juan es alto', en cambio resultaría raro 'Juan es 1'97 m.' Del mismo modo, en el enunciado 'El término 'alto' es vago' la vaguedad sólo se predica secundariamente del término 'alto': para la predicación primaria es preciso explicitar el carácter subyacente. Dicho esto, puesto que ahora estamos avisados, en aras a la brevedad seguiré a menudo la práctica habitual de la predicación secundaria.

Dos son los caracteres de los cuales es admisible, en principio, que se pueda predicar primariamente la vaguedad: el significado y el uso[1]. Si atendemos

Notas

1.- No hago referencia a la sintaxis por dos razones: porque en los estudios especializados la vaguedad suele relacionarse sólo con la semántica o la pragmática, y porque es un tema sumamente complejo que desborda los límites de este estudio.

sólo al primero, la vaguedad se considera como una noción *semántica*, una deficiencia del significado[1]. En cambio, si la falta se atribuye al uso, estamos ante una noción *pragmática*. En el primer caso enunciaríamos, por ejemplo, "El significado del término 'alto' es vago"; en el segundo sustituiríamos 'significado' por 'uso'.

La importancia de privilegiar una u otra posición radica en la estrecha relación que tiene esta cuestión con la de qué lógica se debe adoptar en los lenguajes naturales. Sobre este particular tendré ocasión de volver en la segunda parte de la tesis. Pero, independientemente de este hecho, estimo que ambas interpretaciones son admisibles y compatibles. Los términos, unos son vagos según el significado - 'alto' -, otros según el uso - 'longitud' en el caso de que debamos medir la longitud de una costa y no sepamos si hemos de tener en cuenta todas las sinuosidades de la orilla -, y los más pueden serlo según ambas cosas conjuntamente: así, 'radical' es un término semánticamente vago que además puede utilizarse de distinto modo en función de las épocas y lugares.

En cuanto a la referencia de las entidades lingüísticas cuya significación o cuyo uso son vagos, comprende, por una parte, términos designando nombres, predicados y cuantificadores, y por otra parte, frases y enunciados.

En lo que sigue, y sin que esto

Notas

1.- Cfr. K. FINE (1975), p. 265.

prejuzgue la discusión lógica posterior, adoptaré el criterio de considerar como sujeto de la predicación la significación de las entidades lingüísticas excepto en aquellas ocasiones que, como en el caso de 'longitud', claramente la vaguedad sea atribuible única y exclusivamente al uso de las mismas. La razón es que, mientras la vaguedad semántica es difícilmente reducible, la pragmática puede resolverse con una precisión contextual. Por otra parte, habida cuenta de que enunciados vagos son aquellos cuya verdad o falsedad se ve comprometida por la vaguedad de alguno de sus términos - lo cual no significa que de un término vago resulte siempre un enunciado asimismo vago: por ejemplo, 'X es un organismo' será vago en unos casos y no en otros en los que "X" represente un organismo indiscutible, a pesar de que 'organismo' es un término vago -, para simplificar limitaré el estudio de la vaguedad a los términos.

*

En tanto que tecnicismo, la vaguedad se acostumbra a definir de un modo negativo, fundamentalmente en oposición a "determinación" y "definición"[1], conceptos ambos que nosotros los consideraremos como sendas especificaciones de la "distinción". *En un primer sentido un término vago es, pues, un término confuso*, es decir, un término que responde a un concepto del cual no poseemos una

Notas

1.- Cfr. A. MARGALIT (1976, p. 211), W. O. QUINE (1960, pp. 137-140), H. KHATCHADOURIAN (1962, pp. 138-140).

definición completa y para identificar su referencia es preciso acudir a denominaciones extrínsecas, pudiendo ser *indeterminado* o *indefinido*.

La *indeterminación* se da cuando una palabra es incapaz de aplicarse a objetos "marginales", esto es, cuando la referencia extensional no está perfectamente delimitada y hay casos en que no es posible decidir si el vocablo es aplicable o no. W. O. QUINE (1960, p. 138) pone el ejemplo del término 'montaña', vago en cuanto a los accidentes geográficos que pueden considerarse montañas. 'Colina', 'organismo', 'religión', 'raza', 'calvo', 'pequeño', 'montón', 'rojo', 'dulce', 'dinero', 'oligopolio', 'racional', 'corto', etc., serían otros ejemplos de términos indeterminados.

La *indefinición* tiene lugar cuando una palabra es incapaz de establecer unos contornos fijos y bien definidos a los objetos y hechos a los que se refieren. El término 'montaña' sirve también aquí como ejemplo: si antes era confuso porque había casos en que no sabíamos determinar si una protuberancia de terreno era una montaña o más bien una colina, ahora lo es porque no sabemos a partir de qué límites se pasa de una montaña reconocida unánimemente como tal a un valle, ni cuando un valle se encuentra en una montaña o entre dos montañas. 'Organismo', 'rojo', 'dulce', 'día', 'dolor', constituyen ejemplos de términos indefinidos.

En un segundo sentido, la vaguedad es una noción contrapuesta a la de claridad. *Un término vago es, pues, un término oscuro*, esto es, un término que no basta para distinguir el objeto conceptuado de otros. 'Entelequia', 'alergia', 'progreso', 'intelectual', 'experiencia', 'utilidad', 'capital', 'líbido', 'racionalidad', 'causa', 'valor', 'virtud', 'libertad', 'solidaridad', y tantos otros, son candidatos a ser conceptualizados como oscuros en muchos de los contextos en que aparecen.

Los dos sentidos de la vaguedad son, desde un punto de vista lógico y metodológico, muy diferentes. La oscuridad tiene que ver con la imperfección en la denotación (o referencia), la confusión con la imperfección en la connotación (o sentido). A pesar de que en ocasiones conceptos oscuros han posibilitado el arranque de investigaciones y teorías que posteriormente han representado importantes avances científicos[1], es conveniente eliminar la oscuridad en todo razonamiento que se repute de científico tan pronto como sea posible y siempre que ello no vaya en detrimento de la creatividad. Ciertamente, un concepto oscuro que da paso a una idea fecunda que luego podrá ser clarificada es preferible a la vaciedad; sin embargo, a mi juicio la oscuridad conceptual debe ser por regla general desaconsejable, sencillamente porque es difícil comunicarse, inclusive con uno mismo, cuando los interlocutores no saben de qué están hablando. La confusión en cambio, sea indeterminación o bien indefinición, no tiene unas implicaciones tan negativas en lo que concierne al razonamiento lógico; es más, en muchos casos es preferible transigir con ella a intentar determinar

Notas

1.- Cfr. al respecto K. R. POPPER (1982a), pp. 301 y ss.

o definir un concepto a causa de las dificultades que semejante proceder acarrearía. Por este motivo, los problemas que originan ambas formas de la vaguedad son diferentes y ello deberá tenerse en cuenta al tratarlos desde una perspectiva lógica.

*

Ya estamos en disposición de relacionar la vaguedad con las nociones de la familia a la que aludíamos más arriba. En primer lugar comenzaré con aquellas cuya diferencia es más acusada - el azar y la ambigüedad - y luego seguiré con las restantes, excepto la de inexactitud. Los análisis realizados justifican el que consideremos la vaguedad y el azar nociones no sólo distintas desde un punto de vista de su significado, sino también como pertenecientes a categorías conceptuales diferentes: la vaguedad es una noción semántica o pragmática y, en tanto que fuente de la incertidumbre, se relaciona con el conocimiento vago; el azar, en cualquiera de sus modalidades, es una noción ontológica o fenoménica que se corresponde con el conocimiento probable.

La vaguedad y la ambigüedad se distinguen por lo siguiente: un término es vago porque lo es su significado, un término es ambiguo porque admite más de un significado[1]. Si se utiliza un término vago que afecta al valor de verdad de un enunciado, no lo afecta porque pase de

Notas

1.- Cfr. W. O. QUINE (1960), p. 141.

la verdad a la falsedad o viceversa, sino porque lo deja indeciso; en cambio, un mismo enunciado que contenga un término ambiguo puede ser verdadero en unos casos y falso en otros, según el significado que demos al término en cuestión.

La indeterminación y la indefinición ya hemos visto que son casos particulares de la confusión. En realidad, tanto de-terminar como de-finir significan poner términos, fines o límites (conceptuales) a una cosa con los cuales ésta queda precisada, distinguida o separada de otras. Etimológicamente, 'precisar' y 'distinguir' provienen de las palabras latinas *praecido* y *distinguo*, significando la primera "cortar", "separar", y la segunda "separar", "dividir". Por consiguiente, lo confuso es aquello que no está separado, que no se "ve" con nitidez, sino borroso. En términos ópticos mediríamos la confusión o borrosidad - pues significan lo mismo - o sus opuestos la distinción o precisión - que también significan lo mismo - por medio de la magnitud "poder de resolución" que, como es sabido, se describe como la capacidad para distinguir dos puntos muy próximos de modo que puedan verse separados. Usados en un sentido técnico en relación con términos y enunciados, lo vago incluye lo oscuro y lo confuso pero no se identifica con ambos; lo confuso es lo mismo que lo impreciso y lo borroso (debería distinguirse de lo difuso, pues no representa la misma idea aquello que está mezclado y lo que está extendido - *confundo* en latín significa "mezclar", mientras que *difundo* equivale a "extender"-), y contiene lo indeterminado y lo indefinido, pero tampoco se identifica con ellos. Por mi parte, cuando la ocasión lo requiera utilizaré estas nociones en los sentidos reseñados con una excepción: procuraré evitar el referirme a la palabra 'indeterminado', o cualquiera de sus derivadas, en el sentido ahora especificado para no confundirlo con el de 'no causado' o 'incondicionado' que es el que hemos venido empleando hasta ahora en relación con los hechos y el conocimiento de los mismos. En su lugar me serviré de la expresión 'indefinido en sentido de indeterminado'.

Para concluir este apartado efectuaré una aclaración en torno a la relación entre la vaguedad y la precisión. W.O. QUINE (1960, p. 139) y con él A. MARGALIT (1976, p. 212) aseveran que las dos nociones son compatibles. Esta afirmación puede interpretarse de dos maneras, según qué se entienda por 'precisión': algo semejante a 'exactitud', que en mi opinión es el sentido dado por los citados autores y será objeto de comentario cuando tratemos de la inexactitud, o bien tal como lo hemos aquí descrito. En este último caso la aseveración es válida sólo si aceptamos que un término puede ser oscuro, vago por tanto, y sin embargo distinto o preciso (cfr. supra. c. I). En otro caso, la precisión y la vaguedad son incompatibles.

* *

Sea ahora *p* una proposición adecuada para el conocimiento de la cual sabemos que es falsa. Distingamos dos casos:

(a) *p* está *próxima a la verdad*, es decir, es una proposición atómica que, si bien es falsa, no está lejos de representar el hecho real;

(b) p es *parcialmente verdadera*, o lo que es lo mismo, una proposición compuesta en que alguna de sus partes es verdadera.

Una estimación del número de parados en España, de la altura de una montaña, o de la temperatura de mi habitación constituyen sendos ejemplos de (a). En el capítulo anterior ya hemos aludido a la significación de este tipo de proposiciones, en las cuales la aproximación a la verdad que nos proporciona la transigencia con la falsedad es, desde un punto de vista práctico, preferible al desconocimiento absoluto. Si no se diera paso a la inseguridad en el conocimiento que resulta de dicha tolerancia no se realizarían muchos de los trabajos de economía aplicada.

Si una proposición es compuesta y tiene una componente falsa, desde un punto de vista estrictamente lógico es falsa. Sin embargo, desde un punto de vista intuitivo no siempre diremos que lo es totalmente. 'Juan es barcelonés y tiene 43 años' es un enunciado falso si Juan es barcelonés y tiene 40 años; pero no deja de ser "en parte" verdadero.

Siempre que juzguemos preferible tolerar el error cometido en la representación, a prescindir de los datos que a buen seguro no se corresponden total o parcialmente con la realidad, consideraremos, en la interpretación gradual, la *transigencia con la falsedad* como uno de los motivos de la incertidumbre epistémica objetiva en la medida que se conviene no asignar un valor nulo al conocimiento que nos aporta la aceptación de proposiciones falsas del tipo (a) o (b).

* *

*

El azar y la vaguedad en sus diferentes modalidades aparecen, conjuntamente con la transigencia con la falsedad, como causas determinantes de la incertidumbre objetiva. Serían las únicas si nos ciñéramos a la definición clásica de certeza o de conocimiento seguro, o lo que es igual, a la incertidumbre epistémica estricta. Mas si adoptamos la definición ampliada de creencia verdadera justificada e informativamente congruente resulta del todo imprescindible examinar en qué sentido la falta de información puede ser generadora de incertidumbre. Estudiar los motivos por los que una proposición adecuada para el conocimiento cuya verdad está probada suficientemente no cumple el último requisito nos lleva a analizar la noción de *inexactitud*.

Los términos *exactitud* y *precisión* suelen utilizarse como sinónimos, lo cual constituye, a mi modo de ver, una de las razones por las que no se han distinguido suficientemente ni las modalidades del conocimiento imperfecto ni las diversas fuentes de la incertidumbre. Sin embargo, ambos términos designan conceptos con diferencias profundamente significativas. De la precisión ya hemos hablado más arriba; debemos retener la idea de corte y separación. En cuanto a 'exactitud' es un vocablo de origen también latino, *exactus*, que dice al participio pasado del verbo *exigo (ex, ago)* y que significa a) "hacer salir", "expulsar", b) "llevar a término", c) "hacer cumplir", "exigir", d) "preguntar, e) "medir", "apreciar" (Diccionario Spes). El Diccionari Enciclopèdic de la Enciclopèdia Catalana contiene tres acepciones del término 'exacto': "1. Absolutament conforme amb la veritat, la regla, etc. 2. Mesurat, calculat, expressat amb precissió. 3. D'una gran precissió." En ambos casos están presentes **dos ideas básicas: la de un objetivo o finalidad y la de conformidad con ese objetivo.** Algo exacto es algo conseguido, logrado, medido,... y todo ello respecto a un fin sin el cual no podríamos decir que es exacto. No puedo medir o calcular sin una unidad de medida o de cálculo a las que ajustarme; ni conseguir o lograr sin un objetivo previo. En cambio, si puedo "cortar" o "separar" sin necesidad de tomar en consideración finalidad alguna ni, por consiguiente, la comparación con la misma del resultado obtenido en la separación.

La diferencia entre 'exacto' y 'preciso' se evidencia en el caso de los términos. Un término es preciso si su significado es distinto, definido, bien delimitado, separado de los demás, independientemente de la conformidad del mismo con la representación que se pretende. Un término es exacto si su significado se corresponde "con precisión" con el grado de representación al que se aspira. La exactitud es, pues, una noción puramente pragmática. Un término (semánticamente) preciso o distinto puede ser (pragmáticamente) inexacto, por ejemplo, 'continuidad' si quiero referirme a la 'continuidad uniforme'. Y viceversa, un término (pragmáticamente) exacto puede ser (semánticamente) impreciso o confuso, por ejemplo 'alto'. Además, la exactitud es una noción relativa, pues depende de la finalidad pretendida. Así, un mismo término, 'árbol' por ejemplo, puede ser exacto o inexacto según el alcance de la representación exigido en su utilización.

De acuerdo con lo que acabamos de exponer, *la inexactitud, entendida como falta de conformidad entre la representación pretendida de un objeto o un hecho por medio de un término o un enunciado y la representación efectivamente lograda, se configura como una causa fundamental de la incertidumbre epistémica objetiva.*

Esta disconformidad depende del contenido de información verdadera de la proposición relativo a la verdadera respuesta del problema cognoscitivo. Podemos distinguir dos posibilidades, según que dicho contenido sea menor o mayor al requerido. Evidentemente, sólo el primer caso es aquí relevante. Si un testigo es interrogado en un juicio sobre si el acusado estuvo en un lugar determinado y responde con verdad no sólo acerca de lo que le preguntan, sino aportando otros datos circunstanciales, su relato posee un contenido informativo superior al requerido, lo cual no es causa de incertidumbre. Sí lo es, en cambio, cuando ocurre lo contrario. Entonces caben dos casos, según que la representación alcanzada sea una *verdad inexacta por defecto* o sea una *verdad inexacta por exceso.*

Si al testigo se le interroga acerca de si el acusado estuvo en un lugar y hora determinados y, conociendo la verdad de ambos extremos responde sólo en relación al primero, su respuesta constituye un enunciado verdadero, pero no llega a contestar toda la verdad a la que se ha comprometido con su juramento previo[1]. La incertidumbre se origina al no quedar satisfecho el problema cognoscitivo planteado, es decir, al no responder a la solicitud de información efectuada. Nótese que, de alguna manera, nos estamos refiriendo a un sentido del concepto de "verdad parcial" distinto del que ha aparecido en el apartado anterior: en relación con el hecho que describe, la proposición del testigo es completamente verdadera, en tanto que es sólo parcialmente verdadera en relación con el hecho que se le requiere para describir. Cuando tenga lugar esta posibilidad diremos que se da *inexactitud por reducción*.

Supongamos ahora que la pregunta versa por la hora que estuvo el acusado en un lugar determinado y se responde verdaderamente que "estuvo entre las 0 y las 17 horas". El problema cognoscitivo tampoco queda resuelto, puesto que la respuesta constituye una "verdad aproximada", concepto que no debe confundirse con el de "aproximación

<u>Notas</u>

1.- Expresamos aquí la misma idea que K. R. POPPER, (1965, p. 230), cuando dice: "When the judge tells a witness that he should speak 'The truth, the whole truth, and nothing but the truth', then what he looks for is as much of the relevant truth as the witness may be able to offer. A witness who likes to wander off into irrelevancies is unsatisfactory as a witness, even thoug these irrelevancies may be truisms, and thus part of 'the whole truth'."

a la verdad" utilizado en el apartado anterior: en relación con el hecho que describe la proposición del testigo es completamente verdadera, en tanto que es sólo verdad aproximada en relación con el hecho que se le requiere para describir. Cuando tenga lugar esta posibilidad diremos que se da *inexactitud por difusión.*

Las diferencias entre la inexactitud y la vaguedad ya han quedado apuntudas más arriba. Ahora podemos completar lo entonces dicho. Comparemos 'alto' y 'entre 1,70 y 1,80m.'. La primera expresión predicativa es vaga porque su significado lo es; pero es evidente que de la segunda no podemos decir lo mismo, sino que puede ser inexacta. Además, en el hecho de que 'alto' sea una expresión vaga no tiene nada que ver la idea de finalidad en la conformidad de la representación.

La importancia de incluir en el análisis la representación pretendida por un problema cognoscitivo se manifiesta en el hecho de que una misma proposición puede originar un conocimiento perfecto o uno inexacto según sea la finalidad de representación perseguida. Así, por ejemplo, el enunciado 'la base imponible declarada en el I.R.P.F. por el Sr. A correspondiente al año 1.986 es superior a 2 millones de pesetas', siendo verdadera proporciona un conocimiento perfecto si responde a una pregunta efectuada con objeto de saber los niveles de renta para la adjudicación de becas, y un conocimiento difuso si lo que se quiere es averiguar el tipo impositivo aplicable a dicho contribuyente.

Con el fin de aumentar la exactitud en

la representación, a menudo se precisan los términos vagos, ya sea por medio de expresiones cuantitativas "puntuales" o bien "difusas" sin que por ello nuestro conocimiento sea menos imperfecto. Así, para evitar la incertidumbre que produce en casos marginales el enunciado 'Juan es alto' se pueden utilizar, entre otros, los enunciados 'Juan mide 1'7065832 m.' o 'La estatura de Juan es igual o mayor que 1'70'. En uno y otro caso la incertidumbre subsiste: en el primero a causa de los límites observacionales derivados de la insuficiencia de los instrumentos de medida disponibles[1], pasando de un conocimiento vago a uno probable pero incontrastable; en el segundo, o bien a causa de la amplitud en la representación, habiendo pasado ahora del conocimiento vago al inexacto, o bien a causa también de los límites observacionales que dan lugar a paradojas del tipo *Sorites* que llevan al conocimiento probable incontrastable técnicamente[2].

No debe sorprender, pues, que un conocimiento por medio de proposiciones con términos vagos se conforme mejor con la realidad - sea más exacto - que si todos los conceptos son claros y distintos. Es en este sentido que, a mi modo de ver, W. O. QUINE y A. MARGALIT afirman que la vaguedad no es incompatible con la precisión: así es siempre y cuando entendamos la precisión como conformidad en

Notas

1.- Sobre este punto puede verse S. HAACK (1974), pp. 127-129.

2.- De las paradojas del tipo *Sorites* nos ocuparemos en el capítulo 6.

la representación, y no como claridad o distinción. El ejemplo que aducen ambos autores - la analogía de Richards, según la cual un pintor puede obtener una representación más fiel de la realidad diluyendo y combinando sus colores que las de un laborioso autor de mosaicos, con su limitada variedad de "precisas" piezas - confirma, según creo, mi interpretación.

* *

*

La **incertidumbre subjetiva** es el estado psicológico del sujeto - individual o colectivo - que es consciente de estar en posesión de un conocimiento imperfecto y no suple esta imperfección por medio de argumentos considerados como no racionales por la comunidad científica. El incumplimiento de la primera de las condiciones establecidas para la certeza objetiva - la creencia en la verdad de *p* - caracteriza para nosotros la incertidumbre subjetiva. Deberemos, por tanto, preguntarnos por los motivos que pueden dar lugar a la falta de creencia.

Del mismo modo que en la no verdad de *p* distinguíamos dos posibilidades - es verdad *no p* y *p* no es del todo verdadera -, con la no creencia también cabe diferenciar entre la creencia en la verdad de *no p* y la creencia incompleta en la verdad de *p*.

El primer caso es aquí irrelevante, pues en realidad el estado psicológico del sujeto que cree en la verdad de *no p* no corresponde al de la incertidumbre, sino más bien al de la certeza subjetiva con respecto a la falsedad de *p*.

En cuanto a la creencia incompleta, y puesto que excluimos el caso descrito por la Paradoja de Moore, como causas específicas de la no creencia sólo cabe contemplar las que se derivan de las características, sobre todo de tipo psicológico, del individuo o grupo que debe juzgar sobre su conocimiento. Después de amplias discusiones, las mismas pruebas inducen a un jurado a creer en la inocencia y a otro en la culpabilidad de un encausado, e incluso entre los miembros de un mismo jurado hay desacuerdo. La duda, lo mismo que la convicción, además de por razones objetivas puede generarse por intuiciones, impresiones, percepciones confusas que no todos sienten y valoran de la misma forma. Aparte de este tipo de causas, básicamente los motivos de la creencia imperfecta coincidirán con los que originan la incertidumbre objetiva, sean los de la falta de evidencia o los de la falta de verdad.

Sin embargo, hay que tener presente que no siempre que haya incertidumbre objetiva la habrá también subjetiva, como ya quedó de manifiesto en la introducción a este capítulo. Con "no V" y "no E" puede darse tanto "C" como no "C". La creencia obedece a menudo a las "razones del corazón", estén más o menos alejadas de la razón. "Sé que no tengo elementos de juicio racionales suficientes, a pesar de lo cual creo que *p* es verdadera" no es una proposición contradictoria ni paradójica. Un titular del periódico *El País* (20.5.87): '"Los GAL son una creación española, pero aún no se puede demostrar" afirma la policía francesa' nos suministra un ejemplo de conocimiento imperfecto probable pero sin incertidumbre subjetiva.

* *

*

Volviendo a la incertidumbre epistémica objetiva, el análisis efectuado ofrece como resultado más genérico el haber distinguido cuatro tipos de causas que se clasifican en función de su relación con la falta de evidencia, de verdad o de contenido informativo y se corresponden con las cuatro modalidades de conocimiento imperfecto introducidas en el capítulo anterior. Sinópticamente, dicha correspondencia se refleja en el siguiente cuadro:

Causas incertbre. objetiva
- no evidencia: cto.probable
  - insuficiencia datos
  - azar como causa acctl.
  - aleatoriedad
  - puro azar
  - libre albedrío
- no verdad:
  - cto. vago (p no adecuada)
    - oscuridad
    - confusión
  - cto. aproximado (p falsa) transigencia falsedad
- no información: cto.inexacto
  - inexac. por difusión
  - inexac. por reducción

El cuadro anterior nos muestra la noción de incertidumbre en toda su complejidad. O mejor, de una clase de incertidumbre, puesto que, como hemos tenido ocasión de comprobar, no hay un único tipo de incertidumbre y la complejidad alcanza también a la incertidumbre epistémica subjetiva y la óntica. Partiendo de la definición del léxico hemos ido progresando en el análisis hasta llegar a poner de manifiesto las distintas modalidades de una noción sumamente rica en matices comprensiblemente ocultos. Ahora poseemos los elementos conceptuales necesarios para abordar la fundamentación lógica y eidométrica.

SEGUNDA PARTE

FUNDAMENTOS LOGICOS

Capítulo IV

LOGICAS DE LA INCERTIDUMBRE. DESCRIPCION FORMAL

La lógica clásica incluye la lógica de proposiciones y la lógica de primer orden. Problemas de la lógica clásica cuyo examen realizaremos en los dos próximos capítulos han llevado a proponer sistemas lógicos alternativos, que se pueden clasificar en dos grupos: lógicas extendidas y lógicas divergentes. Las primeras comparten el vocabulario, los axiomas y/o las reglas primitivas de inferencia[1] así como las leyes o teoremas de la lógica estándar, pero además poseen un vocabulario, axiomas y/o reglas de

Notas

1.- Cfr. S. HAACK (1978, pp. 199-200 Y 229). Escribo 'axiomas y/o reglas de inferencia' porque, como es sabido, entre los sistemas lógicos hay que distinguir los que basan la deducción en axiomas y reglas de inferencia - sistemas axiomáticos como, por ejemplo, el de **Principia Mathematica** - de los que sólo utilizan reglas de inferencia - sistemas de deducción natural, por ejemplo, el de KALISH y MONTAGUE seguido por J. MOSTERIN en (1970).

inferencia y teoremas adicionales que involucran esencialmente ese vocabulario; las segundas incorporan el vocabulario de la lógica estándar, pero tiene un conjunto diferente de axiomas y/o reglas de inferencia y de teoremas válidos.

Si consideramos la lógica. clásica como lógica estándar, entonces serán lógicas no estándar las lógicas extendidas y las lógicas divergentes. Entre unas y otras están las lógicas más importantes propuestas últimamente con el fin de fundamentar el análisis económico en contexto de incertidumbre. El examen crítico de sus diferencias requiere de una descripción semántico-formal previa que las evidencie, y para ello es preciso un lenguaje formal.

A continuación expondré sumariamente la sintaxis y la semántica del lenguaje formal que utilizaré de ahora en adelante, y que corresponde a la lógica de predicados monádicos de primer orden con identidad, aplicable tanto a la lógica estándar como a las no estándar. Dicho lenguaje lo simbolizaremos L(N,K). Salvo notación seguiré básicamente a J. MOSTERIN (1970) y a I. NIINILUOTO (1987).

* *

*

El vocabulario o formalismo básico de L(N,K) consta de un *alfabeto* y las *fórmulas*.

Los signos del alfabeto lógico serán:

x_1, x_2 .... para nombrar las variables individuales,

$-$ para nombrar el negador

&, v, ->, <-> para nombrar los conectores (conjunción, disyunción, implicación material y equivalencia material respectivamente),

(,) para nombrar los paréntesis,

\/, /\ para nombrar los cuantificadores (existencial y universal respectivamente),

= para nombrar la identidad,

y los del alfabeto no lógico o metavariables,

$a_1, \ldots, a_N$, para nombrar las constantes individuales

$F_1, \ldots, F_K$ para nombrar los predicados monádicos.

siendo $0 \leq N \leq \omega$ y $0 < K \leq \omega$.

De entre las filas de signos - sucesión finita y no vacía de signos, con posibles repeticiones - del formalismo, sólo nos interesan las fórmulas, que se definen recursivamente mediante las siguientes reglas:

1.- $F_j(a_i)$ y $F_j(x_i)$ son fórmulas de L(N,K).

Se denominan *fórmulas atómicas*.

2.- Si α es una fórmula, $-\alpha$ también lo es.

3.- Si α y β son fórmulas, α & β, α v β, α -> β, α <-> β y $\alpha = \beta$ lo son también.

4.- Si α es una fórmula, también lo son $(\backslash/x_i)\alpha$ y $(/\backslash x_i)\alpha$.

5.- Sólo consideraremos fórmulas las que se obtengan tras una aplicación finita de las anteriores reglas. Cuando no quepa confusión alguna escribiremos 'F', 'a', 'x' en lugar de 'F_j', 'a_i' y 'x_i' respectivamente.

De una variable se dice que está *ligada* en una expresión cuando sigue inmediatamente a un cuantificador. Una variable está *libre* en una expresión si no está ligada.

Una fórmula es *abierta* si incluye alguna variable libre. Una fórmula abierta con n variables libres se simboliza $\alpha(x_1,..,x_n)$. Una fórmula abierta de la forma $\alpha(x)$ se denomina *expresión predicativa*. Una expresión predicativa es *pura* cuando no contiene ni cuantificadores ni constantes individuales. Un *enunciado* de L(N,K) es una fórmula de L(N,K) en la cual ninguna variable está libre.

Un *término* es o una variable individual o una constante individual. El resultado de substituir una variable libre por un término en una fórmula $\alpha(x)$ se simboliza $\alpha(t/x)$. Si $\alpha(x)$ es una expresión predicativa, $\alpha(a/x)$ se denomina *enunciado singular*.

*

Convendremos en que disponemos de un cálculo deductivo estándar para el lenguaje formal L(N,K), que en adelante, y cuando no haya lugar a confusión, designaremos por L. Si una fórmula α es deducible en L a partir de un conjunto de fórmulas Γ de L se escribe $\Gamma \vdash \alpha$. Una fórmula α de L es un *teorema lógico* de L si y solo si α es deducible sin premisas de L, es decir, si $\emptyset \vdash \alpha$, abreviadamente $\vdash \alpha$. Las fórmulas α y β se dice que son *lógicamente equivalentes* si $\vdash \alpha \leftrightarrow \beta$.

La equivalencia lógica define una relación de equivalencia en el conjunto de fórmulas de L.

Sea el conjunto $A(L) = \{C(\alpha);\ \alpha$ es un enunciado de $L\}$, siendo $C(\alpha) = \{\beta;\ \vdash \alpha <-> \beta\}$ el conjunto de las clases de equivalencia. Si definimos en $A(L)$ la relación $C(\alpha) \leq C(\beta)$ si y sólo si $\vdash \alpha -> \beta$, $(A(L), \leq)$ es una Algebra de Boole[1].

Un conjunto Γ de fórmulas de L se dice que es *contradictorio* cuando cada fórmula de L es deducible de Γ, *consistente* cuando no es contradictorio.

*

Sea U un conjunto no vacío finito o no, y sea H una aplicación que a cada constante individual a_i de L le asigna un elemento $H(a_i)$ de U $(i=1,..,N)$ y a cada predicado monádico F_j de L le asigna un subconjunto $H(F_j)$ de U $(j = 1,...,K)$. H es una *interpretación* para el lenguaje $L(N,K)$, siendo $H(Fj)$ la *extensión* del predicado Fj en el conjunto U. La $(N+K+1)$-epla

$$\Omega = \langle U, H(a_1), \ldots, H(a_N), H(F_1), \ldots, H(F_K)\rangle,$$

que se representa también por el par $\Omega = \langle U,H\rangle$, se denomina *estructura* para $L(N,K)$, siendo U su *dominio*[2].

Dada una estructura Ω de L, cada término t de L *denota* en Ω un elemento del universo U. Si $H(t) = u \in U$ diremos que t denota u en Ω.

<u>Notas</u>

1.- Véase A. RODRIGUEZ (1975), cap. IV.
2.- En J. MOSTERIN (1970, p. 108) la "interpretación" es lo que aquí, siguiendo a I. NIINILUOTO denominamos "estructura". Sobre el sentido de la noción de interpretación en lógica puede verse P. SUPPES (1957 pp. 98 y ss.), y E. AGAZZI (1964, pp. 262-267). Por conveniencias técnicas, suponemos que Ω incluye la asignación de un individuo del universo a cada variable y que L contiene un nombre para cada elemento de U, es decir, $U = \{H(aI);\ I = 1,..,N\}$,

Dada una estructura Ω de L, la relación de *satisfacción* de una fórmula α por Ω, abreviadamente Ω sat α, se define recursivamente como sigue:

Ω sat $F(t)$	syss	$H(t) \in H(F)$
Ω sat $t_i = t_j$	syss	$H(t_1) = H(t_2)$
Ω sat $-\alpha$	syss	no: Ω sat α
Ω sat $(\alpha \;\&\; \beta)$	syss	Ω sat α y Ω sat β
Ω sat $(\alpha \vee \beta)$	syss	Ω sat α o Ω sat β
Ω sat $(\alpha \to \beta)$	syss	(no: Ω sat α) o Ω sat β
Ω sat $(\alpha \leftrightarrow \beta)$	syss	(Ω sat α syss Ω sat β)
Ω sat $(/\backslash x)\alpha$	syss	Ω sat $\alpha(a_i/x)$ para todo $i = 1,\ldots,N$
Ω sat $(\backslash/ x)\alpha$	syss	Ω sat $\alpha(a_i/x)$ para algún $i = 1,\ldots,N$

Una fórmula α de L es ***satisfacible*** en L si y sólo si hay al menos una estructura para L que la satisface, *insatisfacible* en caso contrario. Un conjunto Γ de fórmulas de L es satisfacible si y sólo si hay al menos una estructura para L que satisface Γ, insatisfacible en caso contrario. Una fórmula α es ***lógicamente válida*** si y sólo si toda estructura Ω para L satisface α. Una fórmula α de L es una *consecuencia* en L de Γ si y sólo si toda estructura para L que satisface α satisface también Γ. Abreviadamente, $\Gamma \models \alpha$. Una fórmula α de L diremos que es ***independiente*** de Γ si y sólo si α no es una consecuencia de Γ.

La noción de *verdad lógica* relativa a un lenguaje formal L se define con ayuda de los conceptos anteriores como sigue: un enunciado α es verdadero en una estructura Ω si y sólo si Ω sat α. En caso contrario, si (no: Ω sat α), α es falso en Ω. Si α es verdadero, se dice que la estructura Ω es un *modelo* del enunciado α. Ω es un modelo de un conjunto de enunciados Σ, abrev. Ω sat Σ, si para todo $\alpha \in \Sigma$, Ω sat α. Un enunciado α lógicamente válido diremos que es *lógicamente verdadero*. Un enunciado α, o un conjunto de enunciados Σ, es *consistente* cuando es satisfacible, *inconsistente* o *lógicamente falso* en caso contrario. Se sigue que un enunciado es inconsistente si y sólo si $-\alpha$ es lógicamente verdadero.

El teorema fundamental de equivalencia entre deducibilidad y consecuencia establece que $\Gamma \models \alpha$ si y sólo si $\Gamma \vdash \alpha$.

* *

*

Disponiendo ya del formalismo podemos pasar a caracterizar las lógicas más relevantes. La descripción formal de un sistema lógico puede efectuarse por vía sintáctica o por vía semántica. Igual que N. RESCHER (1969) y S. HAACK (1974 y 1978) elijo la segunda puesto que facilita la comparación entre las distintas lógicas.

En lo que sigue limitaré la discusión a la lógica de enunciados, esto es, aquella que las variables individuales se refieren a enunciados de L. Ello permite simplificar en este punto nuestro estudio sin afectar lo más mínimo a las conclusiones que pretendemos extraer. Se conviene en representar las variables proposicionales por medio de las primeras letras mayúsculas del alfabeto, A, B, ... , y las constantes individuales que denotan proposiciones por medio de las letras p, q, ...

* *

La lógica clásica de enunciados (LCE) es bivalente: el conjunto de valores de verdad T sólo tiene dos elementos, que se suelen representar por los dígitos '1' y '0', o las letras 'v' y 'f'. La asignación de un valor de verdad a cada enunciado se establece mediante una aplicación V: En(L) --> T, que denominamos *valoración* y que a cada enunciado p $\in$ En(L) le hace corresponder uno y sólo uno de los elementos de T, V(p).

Subyace a la lógica clásica el llamado *principio de bivalencia*, en adelante PB, que reza así: "toda proposición es o verdadera o falsa". Este principio se confunde con el *principio de no contradicción*, (LNC) "una proposición no puede ser verdadera y falsa a la vez", -(p & -p), y el *principio del tercio excluso* (LTE) "la disyunción p o no p es siempre verdadera", p v -p. En la lógica estándar sólo la bivalencia puede considerarse como un auténtico principio, siendo los otros dos leyes o teoremas, tautologías, deducibles de las reglas primitivas de inferencia que cumplen V(A & -A) = f y V(A v -A) = v para toda fórmula de L. Otro teorema destacado que también se acostumbra a catalogar como principio es la *ley de identidad*, (LI) "si p, entonces p", p -> p.

Las tablas de verdad que caracterizan la lógica clásica de enunciados (LCE) son:

A	-A
v	f
f	v

	A & B		A v B		A -> B		A <-> B	
A \ B	v	f	v	f	v	f	v	f
v	v	f	v	v	v	f	v	f
f	f	f	v	f	v	v	f	v

A partir de estos valores se puede determinar el "valor de verdad" de una fórmula cualquiera dado que LCE es una *lógica veritativo-funcional*: el valor asignado a una fórmula es función del valor asignado a cada una de sus componentes. Como veremos, no todas las lógicas cumplen con esta característica. Por otro lado, aplicando estas tablas a las leyes LNC, LTE y LI comprobamos que todas son tautologías de LCE.

* *

Las extensiones de la lógica clásica han surgido generalmente del sentimiento de su incapacidad para adecuarse a las necesidades de lo que intuitivamente se tiene por un razonamiento válido dada la excesiva laxitud de la implicación material: que de una proposición falsa se siga otra, verdadera o no, es intuitivamente inadmisible[1]. No

Notas

1.- Las paradojas de la implicación material tienen una larga historia, antes de que C. I. LEWIS las tuviera en cuenta para su lógica modal. Cfr., por ejemplo, W. y M. KNEALE (1961, pp. 260 y ss. y 510 y ss.)

obstante, en ningún momento cuestionan la corrección de los principios de la lógica estándar. El ejemplo más característico lo constituye la lógica modal, que añade al vocabulario clásico los operadores 'L', que se lee "necesariamente", 'M' que se lee "posiblemente" y ' ' que se lee "implica estrictamente". Otras lógicas afines son la lógica deóntica, la lógica epistémica y la lógica temporal.

Con respecto a estas lógicas retengamos únicamente que no rechazan ninguno de los cuatro principios o leyes PB, LNC, LTE y LI. Al no ser lógicas veritativo-funcionales no se prestan fácilmente a una caracterización semántica y cuando lo hacen no es sin dificultades que no es pertinente tratar aquí.

* *

Las **lógicas divergentes**, a diferencia de las extendidas, no aceptan algunos de los principios o leyes básicos de la lógica estándar, los cuales son considerados incorrectos. Distinguiré tres casos: *lógicas plurivalentes, lógicas probabilísticas y lógicas borrosas.*

Ocupémonos en primer lugar de las *lógicas plurivalentes*. Observamos que mientras sólo cabe hablar de una lógica bivalente, dejando aparte las lógicas modales, no ocurre lo mismo con las lógicas plurivalentes, las cuales presentan sistemas alternativos.

Comencemos por las *lógicas trivalentes*. En ellas la valoración semántica de un enunciado incorpora un tercer valor que se suele simbolizar por los números '0,5' y '2', o por la letra 'i', valor que ha recibido diversos nombres con los cuales se pretende indicar el motivo por el cual ha sido introducido: "indeterminado" o "posible", "indecidible", "paradójico" y "carente de significado" entre otros.

Dada la variedad de sistemas lógicos plurivalentes se hace necesario efectuar una selección entre los mismos. Las lógicas trivalentes que vamos a examinar son las de LUKASIEWICZ, KLEENE, BOCHVAR y GöDEL. A mi modo de ver, son suficientes para discutir y analizar los problemas planteados por el rechazo de algunos principios de la lógica estándar, puesto que son respuesta a los principales motivos de la divergencia fuera de la vaguedad. Por otra parte, dichos sistemas se cuentan entre los más empleados: todos figuran en la obra citada de N. RESCHER y tres de ellos - LUKASIEWICZ, KLEENE y GöDEL - aparecen en el libro del profesor A. KAUFMANN (1987) sobre las lógicas plurivalentes. De los sistemas citados, aparte de la descripción semántica mediante tablas de verdad me referiré a la relación que guardan con los principios y leyes de la lógica estándar.

A modo de comentario común a todas las lógicas trivalentes, generalizable a las plurivalentes, debemos dejar constancia que la violación del PB que las caracteriza tiene, por el momento, un *alcance puramente formal*, es decir, entendiendo el PB como principio lógico-formal que se refiere única y exclusivamente al número de elementos del conjunto T sobre el cual se valora una fórmula, pero sin implicaciones ontológicas acerca de la verdad. Más adelante examinaremos si dicha violación trasciende o no el plano formal.

Para designar los "valores de verdad" en las lógicas trivalentes emplearé los guarismos '1', '.5' y '0' porque conviene a la posterior generalización de las lógicas plurivalentes. Sin embargo debe quedar bien entendido que estos numerales no significan, al menos por el momento, valores numéricos ordenados en los que '.5' es un tercer valor "intermedio" entre '0' y '1', sino simplemente deben interpretarse como si fueran las letras 'v', 'i' y 'f', donde 'i' puede admitir, en principio, cualquier interpretación.

<u>Lógica trivalente de LUKASIEWICZ</u>

La designaremos por TL. Es el más conocido de los sistemas lógicos trivalentes y se caracteriza por las siguientes tablas de verdad[1]:

A	-A
1	0
.5	.5
0	1

	A & B			A v B			A -> B			A <-> B		
A \ B	1	.5	0	1	.5	0	1	.5	0	1	.5	0
1	1	.5	0	1	1	1	1	.5	0	1	.5	0
.5	.5	.5	0	1	.5	.5	1	1	.5	.5	1	.5
0	0	0	0	1	.5	0	1	1	1	0	.5	1

<u>Notas</u>

1.- Vd. J. LUKASIEWICZ (1920) y N. RESCHER (1969, pp. 22-28). en su escrito, el lógico polaco utilizaba el símbolo '2' para denotar el tercer valor lógico; más tarde utilizó siempre '1/2'. LUKASIEWICZ no llegó a ofrecer ninguna axiomatización de TL, siendo WAJSBERG en 1931 el primero (...)

Lo mismo que LCE, TL es un sistema lógico veritativo-funcional. Y comparando estas tablas con las de LCE vemos que coinciden para las valoraciones que asignan los valores 1 ó 0 a las variables proposicionales.

Por otra parte, TL se distingue de LCE en que las fórmulas -(A & -A) y (A v -A) que simbolizan LNC y LTE no son leyes del sistema, como se puede fácilmente verificar si asignamos la interpretación V(A) = .5, de la que resulta la valoración V(-(A & -A) .5 y V(A v -A) = .5. En cambio sí es una ley LI, ya que V(A -> A) = 1 para cualquier valoración de A.

Lógica trivalente de KLEENE.

La designaremos por TK. Fue introducida por S. C. KLEENE (1952) para el tratamiento de las proposiciones matemáticas que por no ser ni demostrables ni refutables se desconoce si son verdaderas o falsas[1]. Se caracteriza por las tablas de verdad:

A	-A
1	0
.5	.5
0	1

	A & B			A v B			A -> B			A <-> B		
A \ B	1	.5	0	1	.5	0	1	.5	0	1	.5	0
1	1	.5	0	1	1	1	1	.5	0	1	.5	0
.5	.5	.5	0	1	.5	.5	1	.5	.5	.5	.5	.5
0	0	0	0	1	.5	0	1	1	1	0	.5	1

Notas

(...) en hacerlo y en demostrar la independencia y completitud del sistema axiomático por él presentado. Para una síntesis de los trabajos acerca de TL se puede consultar D. BECCHIO (1978).

1.- Cfr. S. C. KLEENE (1952, c. 12) y N. RESCHER (1969, pp. 34-36).

TK es veritativo-funcional. Es inmediato constatar que TK difiere de TL solamente en la valoración de la implicación material, y por consiguiente también de la equivalencia material, para las valoraciones V(A) = V(B) = .5. Ello deja inalterables las tablas para las valoraciones que corresponden a LCE, pero tiene como consecuencia importante el que, a diferencia de TL, LI no sea una ley del sistema dado que V(A -> A) = .5 para V(A) = .5. Y por las mismas razones que en TL, tampoco LNC y LTE son leyes de TK.

<u>Lógica trivalente de GöDEL</u>

La designaremos por TG. Fue introducida inicialmente por A. HEYTING si bien se la conoce más por la denominación del epígrafe al ser un caso particular de las lógicas plurivalentes de K. GöDEL[1]. Se caracteriza por las tablas de verdad:

A	-A
1	0
.5	0
0	1

	A & B			A v B			A -> B			A <-> B		
A \ B	1	.5	0	1	.5	0	1	.5	0	1	.5	0
1	1	.5	0	1	1	1	1	.5	0	1	.5	0
.5	.5	.5	0	1	.5	.5	1	1	0	.5	1	0
0	0	0	0	1	.5	0	1	1	1	0	0	1

TG tiene en común con TL y TK que es veritativo-funcional y que deja inalterada la valoración de las fórmulas para los valores de LCE, pero difiere de ambas

<u>Notas</u>

1.- Cfr. N. RESCHER, op. cit. pp. 44-45.

lógicas en el valor de la negación para una valoración que asigne a una variable proposicional el valor .5; también hay diferencias en la implicación y equivalencia materiales, si bien para distintas valoraciones: mientras que TK se distingue de TL para V(A) = V(B) = .5, en TG es para V(A) = .5, V(B) = 0. En cuanto a la relación con las leyes, la LI vuelve a ser en TG un teorema.

Lógica trivalente de BOCHVAR

La designaremos por TB. Fue introducida por D. A. BOCHVAR[1] y se caracteriza por las tablas de verdad:

A	-A
1	0
.5	.5
0	1

	A & B			A v B			A -> B			A <-> B		
A \ B	1	.5	0	1	.5	0	1	.5	0	1	.5	0
1	1	.5	0	1	.5	1	1	.5	0	1	.5	0
.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5	.5
0	0	.5	0	1	.5	0	1	.5	1	0	.5	1

TB se distingue de TK y TG en que, excepto en la negación, se diferencia de TL en todos los conectores y no tan sólo en las implicaciones. El resultado es que la noción de tautología es inoperante en TB pues siempre que en la valoración de una fórmula intervenga el valor .5 se obtendrá .5. Por consiguiente, en TB no se verifica ley alguna. Por otro lado, sigue dejando inalteradas las fórmulas para los valores de LCE.

Notas

1.- Cfr. N. RESCHER, op. cit. pp. 29-34.

*

La generalización de las lógicas que acabamos de describir conduce a las lógicas plurivalentes, para un número de valores mayor que tres que puede llegar a ser incluso infinito, numerable o no.

Así como en la lógica bivalente y en las trivalentes para designar los valores de verdad podíamos haber utilizado las letras 'v', 'f' e 'i', o cualesquiera otras, en las lógicas plurivalentes - para n lo suficientemente grande - el tener que abandonar las tablas de verdad para efectuar la descripción formal y vernos impelidos a utilizar leyes funcionales conduce a tomar como conjunto T un subconjunto, que no se excluye sea impropio, del intervalo cerrado de números reales [0,1]. En el caso de que se trate de un conjunto finito de n valores, para n>1, éstos se obtienen según la ley de formación $k-1/n-1$, para $k = 1, 2, \ldots, n$.

Las distintas caracterizaciones por medio de reglas funcionales son:

<u>Lógica plurivalente de LUKASIEWICZ (PL)</u>

PL1.- $V(\alpha) = V(A)$ si $\alpha = A$

PL2.- $V(\alpha) = 1 - V(A)$ si $\alpha = -A$

PL3.- $V(\alpha) = \min(V(A), V(B))$ si $\alpha = A \;\&\; B$

PL4.- $V(\alpha) = \max(V(A), V(B))$ si $\alpha = A \vee B$

PL5.- $V(\alpha) = \begin{cases} 1 \text{ si } V(A) \leqslant V(B) \\ 1 - V(A) + V(B) \text{ si } V(A) > V(B) \end{cases}$ si $\alpha = A \rightarrow B$

PL6.- $V(\alpha) = V[(A \rightarrow B) \;\&\; (B \leftrightarrow A)]$ si $\alpha = A \leftrightarrow B$

Cuando PL toma sus valores de verdad en el intervalo infinito no numerable de números reales U = [0,1] recibe el nombre de PL(Aleph1).

Lógica plurivalente de KLEENE (PK)

PK(j) = PL(j) para j= 1, 2, 3, 4, 6.

PK5.- $V(\alpha) = V(-A \vee B)$ si $\alpha = A \to B$

Lógica plurivalente de GÖDEL (PG)

PG(j) = PL(j) para j = 1, 3, 4, 6.

$$\text{PG2.- } V(\alpha) = \begin{cases} 1 \text{ si } V(A) = 0 \\ 0 \text{ si } V(A) \neq 0 \end{cases} \text{ si } \alpha = -A$$

$$\text{PG5.- } V(\alpha) = \begin{cases} 1 \text{ si } V(A) \leq V(B) \\ V(B) \text{ si } V(A) > V(B) \end{cases} \text{ si } \alpha = A \to B$$

Lógica plurivalente de BOCHVAR (PB)

PB(j) = PL(j) para j = 1, 2.

Sea Z(n) = 1/2 si n es impar, n-2/2(n-1) si n es par

$$\text{PB3.- } V(\alpha) = \begin{cases} V(A) \cdot V(B) \text{ si } V(A), V(B) \in [0,1] \\ Z(n) \text{ si } V(A) \text{ y/o } V(B) \text{ no } \in [0,1] \end{cases} \text{ si } \alpha = A \,\&\, B$$

$$\text{PB4.- } V(\alpha) = \begin{cases} \min[1, V(A)+V(B)] \text{ si } V(A), V(B) \in [0,1] \\ Z(n) \text{ si } V(A) \text{ y/o } V(B) \text{ no } \in [0,1] \end{cases} \text{ si } \alpha = A \vee B$$

$$\text{PB5.- } V(\alpha) = \begin{cases} \min[1, 1 - V(A) + V(B)] \text{ si } V(A), V(B) \in [0,1] \\ Z(n) \text{ si } V(A) \text{ y/o } V(B) \text{ no } \in [0,1] \end{cases} \text{ si } \alpha = A \to B$$

$$\text{PB6.- } V(\alpha) = \begin{cases} 1-V(A)-V(B)+2[V(A).V(B)] \text{ si } V(A), V(B) \in [0,1] \\ Z(n) \text{ si } V(A) \text{ y/o } V(B) \text{ no } \in [0,1] \end{cases} \text{ si } \alpha = A \leftrightarrow B$$

*

Por lógica probabilística (LP) entiendo la interpretación lógica de la teoría matemática del cálculo de probabilidades haciendo abstracción de toda interpretación de la noción de probabilidad. La *lógica inductiva*, en la medida que se puede presentar de forma puramente lógica, queda incluida en este apartado. Por consiguiente, no entro aquí en la polémica cuyo exponente principal es K. R. POPPER (cfr. 1982a, 2a. parte) acerca de si LP es o no propiamente una lógica.

El cálculo de probabilidades, como es sabido, se basa en una función de medida P definida de un conjunto $\mathcal{A}$ en R - en el contexto actual no es preciso hacer referencia a la estructura booleana de $\mathcal{A}$ - , y en unos axiomas que debe cumplir dicha función. Si $\mathcal{A}$ es el conjunto de enunciados del lenguaje L, En(L), y designando A y B enunciados cualesquiera, los axiomas se pueden expresar:

Ax1.- $P(A) \geq 0$

Ax2.- $P(A) = 1$ si $\vdash A$ (A es un teorema lógico de En(L))

Ax3.- $P(A \vee B) = P(A) + P(B)$ si $\vdash -(A \,\&\, B)$ (A & B es contradictorio, o bien A y B son independientes)

A estos tres axiomas se añade un cuarto para garantizar que P no altera su valor en enunciados lógicamente equivalentes, axioma que no es necesario en aquellas teorías de la probabilidad en las que $\mathcal{A}$ es un conjunto de proposiciones o de hechos, o bien si coincide con A(L) (cfr. supra. p. 120)

Ax4.- $P(A) = P(B)$ si $\vdash A \leftrightarrow B$ (A y B son lógicamente equivalentes)

A partir de estos axiomas se deducen los teoremas principales del cálculo de probabilidades[1]

T1.- $P(A) = 0$ si $\vdash -A$ (A es contradictoria)

T2.- $P(-A) = 1 - P(A)$

T3.- $P(A) \leq P(B)$ si $\vdash A \rightarrow B$

T4.- $0 \leq P(A) \leq 1$

T5.- $P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \,\&\, B)$

Si ahora consideramos la función P como una valoración V: En(L)--> T = [0,1], donde '0' y '1' representan "lo falso" y "lo verdadero" respectivamente, se obtiene una lógica plurivalente definida por medio de las reglas siguientes:

LP1.- $V(\alpha) = P(A)$ si $\alpha = A$.

LP2.- $V(\alpha) = 1 - P(A)$ si $\alpha = -A$.

LP3.- $V(\alpha) = \begin{cases} P(A) + P(B) & \text{(A y B independientes)} \\ k & \text{(A y B no independientes. El valor de k dependerá de P)} \end{cases}$ si $\alpha = A \vee B$

LP4.- $V(\alpha) = P(A) + P(B) - P(A \vee B)$ si $\alpha = A \,\&\, B$

LP5.- $V(\alpha) = V(-A \vee B)$ si $\alpha = A \rightarrow B$

LP6.- $V(\alpha) = V[(A \rightarrow B) \,\&\, (B \rightarrow A)]$ si $\alpha = A \leftrightarrow B$.

<u>Notas</u>

1.- Para una demostración lógica de los teoremas citados,
T1 se sigue de Ax2 y Ax3 al ser $\vdash A \vee -A$ y $\vdash -(A \,\&\, -A)$, además de la premisa $\vdash -A$.
T2 se sigue igualmente de Ax2 y Ax3.
T3 se sigue de (i): $A \rightarrow B \vdash B \leftrightarrow A \vee (B \,\&\, -A)$, de (ii): $\vdash (A \,\&\, (B \,\&\, -A))$, y de aplicar Ax4 y Ax1.
T4 se sigue de Ax1, de Ax2 para la tautología $A \vee -A$, y de T2.
T5 se sigue de (i) $\vdash A \vee B \leftrightarrow (A\&-B) \vee (A\&B) \vee (B\&-A)$
(ii) $\vdash A \leftrightarrow (A \,\&\, B) \vee (A \,\&\, -B)$
(iii) $\vdash B \leftrightarrow (B \,\&\, A) \vee (B \,\&\, -A)$
(...)

La lógica así obtenida tiene en común con PL las reglas de las valoraciones correspondientes a la negación, la implicación y la equivalencia materiales. Por otra parte, como demuestra N. RESCHER (1969, pp. 186-187), se verifica que las tautologías de PL son exactamente las mismas que las de LCE. Parece innegable, pues, el carácter lógico de LP. Con todo, ciertos autores entre los cuales se halla A. TARSKI, han cuestionado que LP sea una lógica propiamente dicha. La razón es que *no cumple la veritativo-funcionalidad*. En efecto, tomemos una fórmula α = A & B. Si LP resultara ser una lógica veritativo-funcional, V(A & B) estaría unívocamente determinado para cada par de valores

Notas

(Sigue de página anterior)

```
     Prueba de T3 (i)
          1.- A -> B                          Premisa
          2.- ? B <-> A v (B & -A)
          3.- | ? B -> A v (B & -A)
          4.- | | B
          5.- | | ? A v (B & -A)
          6.- | | | -(A v (B & -A))
          7.- | | | ? A
          8.- | | | | -A
          9.- | | | | -A & B                  Intr. Coyuntor 4, 7
         10.- | | | | (-A & B) v A            Intr. Disyuntor 9
         11.- | | | | -(A v (B & -A))         Repeteción de 6
         12.- | | | | A v (B & -A)            Intr. Disyuntor 7
         13.- | ? A v (B & -A) -> B
         14.- | | A v (B & -A)
         15.- | | ? B
         16.- | | | -B
         17.- | | | -A                        Modus Tollens 1, 16
         18.- | | | B & -A                    Elim. Disy. 17,14
         19.- | | | B                         Elim. Coyuntor 18.

    Prueba de T3 (ii)
          1.- ? (A & (B & -A))
          2.- | A & (B & -A)
          3.- | A                             Elim. Coyuntor 2.
          4.- | B & -A                        Elim. Coyuntor 2.
          5.- | -A                            Elim. Coyuntor 4.
```

$(V(A), V(B))$. Sin embargo, es inmediato comprobar que cuando $V(A) = .5$, $V(A \& A) = .5$ y $V(A \& -A) = 0$, siendo el caso que $V(A) = V(-A) = .5$.

La no veritativo-funcionalidad es la característica que distingue esencialmente LP de las lógicas plurivalentes antes comentadas, de ahí que la tratemos aparte. Pero hay otra característica distintiva tan significativa como la no veritativo-funcionalidad: en LP se verifica LTE, esto es, $V(A \vee -A) = 1$ para cualquier variable enunciativa A de En(L). En efecto, por ser A y -A independientes,

$$V(A \vee -A) = V(A) + V(-A) = V(A) + 1 - V(A) = 1.$$

Y consecuentemente, en LP también se cumple LNC y LI:

$$V(A \& -A) = V(A) + V(-A) - V(A \vee -A)$$
$$= V(A) + (1 - V(A)) - 1 = 0$$
$$V(A \to A) = V(-A \vee A) = 1.$$

Fuera de LCE, la veritativo-funcionalidad y LTE se comportan como características incompatibles[1], razón por la cual las lógicas plurivalentes y la lógica probabilitaria representan sendas alternativas para la elección de una lógica en función de la propiedad que se considera es más importante salvaguardar.

La función P se conoce como la *medida de probabilidad absoluta* para el lenguaje L. A partir de ella se puede definir otra función $P: En(L) \times En_0(L) \to R$, donde $En_0(L)$ es el conjunto de enunciados de L lógicamente consistentes y $P(A,E) = P(A \& E)/P(E)$, que es la *medida*

Notas

1.- Cfr. B. R. GAINES (1978, pp. 164-165).

de probabilidad condicional y se suele representar P(A/E). Se demuestra que dicha función cumple para cualesquiera A, B de En(L) y E, F de EnO(L):

T6.- $P(A/E) \geq 0$

T7.- $P(E/E) = 1$

T8.- $P(A \vee B/E) = P(A/E) + P(B/E)$ si $\vdash -(A \vee B)$

T9.- $P(A \,\&\, B/E) = P(A/E) \cdot P(B/A \,\&\, E)$ si $A \,\&\, B \in En_O(L)$

T10.- $P(A/E) = P(B/E)$ si $\vdash A \leftrightarrow B$

T11.- $P(A/E) = P(A/F)$ si $\vdash E \leftrightarrow F$

Recíprocamente, se demuestra que si la función $P{:}En(L) \times En_O(L) \to R$ satisface T6-T11, se puede obtener la medida de probabilidad absoluta por medio de la definición $P(A) = P(A/T)$, donde $T \in En_O(L)$ es una tautología en L. Por consiguiente, es igualmente posible comenzar definiendo primero la probabilidad absoluta y deducir luego la condicionada o viceversa. Los lógicos inductivos suelen seguir el segundo camino.

*

Paso a resumir las diferencias de la lógica probabilística con las lógicas plurivalentes y de éstas entre sí en el siguiente cuadro, donde tomo como referencia PL y las reglas que caracterizan las lógicas plurivalentes para determinar el comportamiento del negador y los conectores. Se observa como las discrepancias entre las lógicas plurivalentes y probabilísticas se dan tanto en la valoración de los conectores y la negación, como en las leyes y en la veritativo-funcionalidad.

	PL	PK	PG	PB	LP
-		=	≠	=	=
&		=	=	≠	=
v		=	=	≠	≠
->		≠	≠ (de PL,PK)	≠ (de todos)	≠ (de PL,PG,PB)
<->		=	= (de PL,PK)	≠ (de PL,PG)	=
LTE	no	no	no	no	sí
LNC	no	no	no	no	sí
LI	sí	no	sí	no	sí
VF	sí	sí	sí	sí	no

*

La denominación de <u>lógica borrosa</u> (LB) - en inglés *fuzzy logic* - no es unívoca. B.R. GAINES (1976 y 1978) ha observado en varios de sus escritos que se usa con tres significados distintos:

a) como fundamento para el razonamiento con enunciados vagos,

b) como fundamento para el razonamiento con enunciados vagos utilizando la teoría de los subconjuntos borrosos para la "borrosificación" de las estructuras lógicas,

c) como lógica plurivalente que toma los valores de verdad en el intervalo [0,1] y aplica las reglas PL3 y PL4.

En este apartado nos vamos a referir a la segunda acepción, la cual consideraremos como específica de LB siguiendo así la sugerencia del citado autor. De las otras dos acepciones, la primera es la más genérica pero también la menos técnica, habiéndose utilizado en la denotación de lógicas para el análisis del razonamiento práctico con términos vagos basadas en la teoría de la probabilidad y no en la teoría de los subconjuntos borrosos; la tercera es la que tiene mayor difusión, pero las lógicas correspondientes han sido descritas en el apartado de las lógicas plurivalentes: todas las que verifican PL3 y PL4 y varían únicamente en las implicaciones - que son la mayoría - constituyen una familia de lógicas borrosas en esta tercera acepción, las cuales son examinadas exahaustivamente y desde una perspectiva formal por el profesor A. KAUFMANN (1987).

La divergencia de LB con respecto a la lógica estándar es mucho más radical que la de las lógicas plurivalentes. Mientras que estas últimas difieren esencialmente en la no aceptación de PB, pero dada una valoración en L(N,k) las inferencias se realizan con la misma precisión que en la lógica estándar, en LB la imprecisión alcanza a la misma lógica. En palabras de su creador, L.A. ZADEH (1975),

> "Perhaps the simplest way of characterising fuzzy logic is to say that it is a logic of approximate reasoning. As such, it is a logic whose distinguishing features are (i) fuzzy truth-values expressed in linguistic terms, e. g., *true, very true, more or less true, rather true, not true, false, not very true and not very false*, etc.; (ii) imprecise truth tables; and (iii) rules of inference whose validity is approxi-

mate rather than exact. In these respects, fuzzy logic differs significantly from standard logical systems ranging from the classical Aristotelian logic to inductive logics and many-valued logic whith set-valued truth-values."

Para construir una LB se necesita una lógica plurivalente verificando PL3 y PL4 - una lógica borrosa en la tercera de las acepciones comentadas - que sirva de base. Ello da lugar a una familia de LB, cada una con su lógica básica propia. PL(Aleph1) es la utilizada por ZADEH.

El conjunto de valores de verdad de LB, que no debemos confundir con el de PL(Aleph1) T = [0,1], es un conjunto numerable de subconjuntos borrosos del intervalo unidad [0,1], nombrados por medio de etiquetas lingüísticas de la forma *verdadero, muy verdadero, no muy verdadero*, etc. Estos valores de verdad se caracterizan por dos reglas: una sintáctica que permite generar todas las etiquetas lingüísticas por medio de una gramática, y una semántica, que permite la interpretación de las mismas. La regla sintáctica tiene la forma de una gramática de libre contexto, *context-free grammar*, G que genera el conjunto de valores de verdad lingüísticos de LB, como por ejemplo $\mathcal{T}$={*verdadero, falso, no verdadero, muy verdadero, muy muy verdadero, no muy verdadero, no verdadero y no falso, verdadero y (no falso o no verdadero)*, ...}. La regla semántica es un procedimiento algorítmico para computar el significado de los elementos de $\mathcal{T}$, que como se ha dicho son subconjuntos borrosos de [0,1]. $\mathcal{T}$ contiene uno o más términos primarios, *verdadero* por ejemplo, cuyo significado está especificado con antelación y que sirve de base para determinar el significado de los otros términos de $\mathcal{T}$. Así, por ejemplo, el significado de *verdadero*, se puede obtener de la siguiente manera: sea T = {0,.1,..,.9,1} el conjunto de valores de la PL básica, que para simplificar consideraremos que es endecavalente. Sea μ_τ:T -->[0,1] una función de pertenencia borrosa. El significado de *verdadero* viene expresado como $v = \Sigma\mu_\tau(v)/v$, donde 'Σ' denota la unión de subconjuntos borrosos unitarios $\mu_\tau(v)/v$, y esta última expresión significa que el grado de pertenencia de $v \in T$ en el subconjunto borroso etiquetado es $\mu_\tau(v)$. Así, si $\tau = \mu_\tau(T) = \{(0/0), (0/0.1),\ldots,(0/0.5), (0.3/0.6), (0.5/0.7), (0.7/0.8), (0.9/0.9), (1/1)\}$, *verdadero* se expresa

verdadero = 0.3/0.6 + 0.5/0.7 + 0.7/0.8 +0.9/0.9 + 1/1

Luego, los significados del resto de los valores lingüísticos de $\mathcal{T}$ se hallan a partir del previamente fijado; por ejemplo *muy verdadero* = (*verdadero*)² = 0.09/0.6 + 0.25/0.7 + 0.49/0.8 + 0.81/0.9 + 1/1.

Una vez se ha definido $\mathcal{T}$ el paso siguiente es el de operar con sus elementos, esto es, extender las definiciones de los conectores de PL(Aleph1), en el ejemplo sería PL(n=11), a LB. Ello se consigue aplicando el principio de extensión para subconjuntos borrosos. El resultado obtenido es el valor de verdad borroso que en la mayoría de los casos deberá ser sometido a una aproximación lingüística, que no es única, para adecuarlo a los valores de $\mathcal{T}$. De esta manera podemos obtener, por ejemplo, V(A & B) = muy falso, V(A v B) = más o menos verdadero, etc.

Por otra parte, el significado de los enunciados, conectores y valores de verdad es variable, no fijo, o lo que es lo mismo, de validez local, no universal: de ahí que LB pueda ser contemplada como una *lógica local*[1]. Como consecuencia de ello el proceso de inferencia en LB es más bien de naturaleza semántica que sintáctica, esto es, la consecuencia de un conjunto de premisas depende esencialmente del significado atribuido a los subconjuntos borrosos que aparecen en las premisas. Por ejemplo, la consecuencia de las premisas

P1: 'Juan es joven' y

P2: 'Juan y Pedro tienen aproximadamente la misma edad'

depende del significado de 'joven' y 'aproximadamente de la misma', ambos términos expresados como subconjuntos borrosos de R y R^2 respectivamente. Supongamos que concluyéramos

P3: 'Pedro es más o menos joven'.

Podríamos preguntarnos por la "verdad" de las premisas y de la conclusión y estimar que P1 es muy verdadera, P2 es muy verdadera: aplicando las técnicas del *razonamiento aproximado* se podría inferir que P3 es verdadera. La inferencia es, por tanto, imprecisa, lo cual constituye la característica esencial del "razonamiento aproximado" - que no debemos confundir con nuestro "conocimiento aproximado" - al que pretende acomodarse la lógica borrosa.

Notas

1.- R. E. BELLMAN y L. A. ZADEH (1977, introducción)

Vemos, por consiguiente, que LB es el resultado de un doble debilitamiento de los supuestos de la lógica clásica estándar producido, en primer lugar, por la no aceptación de LTE que da paso a una lógica plurivalente y, estrechamente vinculada a ella, a una función de pertenencia borrosa que asigna a cada elemento de un conjunto un grado de pertenencia - oscilando entre 0 y 1, ambos inclusive - a un subconjunto que es la interpretación de un predicado; y en segundo lugar, por la variabilidad del significado atribuido a los valores de verdad y a los conectores que convierte en imprecisa la propia inferencia lógica.

* *

*

La descripción que acabamos de realizar en el presente capítulo, aunque breve y desde un punto de vista meramente formal, es suficiente para permitirnos constatar las diferencias más significativas en las lógicas examinadas. Podemos clasificarlas en dos tipos:

(a) diferencias de las lógicas divergentes en relación con la lógica estándar, que se concreta fundamentalmente en el rechazo unánime a PB,

(b) diferencias de las lógicas divergentes entre ellas, debiendo distinguir

(b1) de las lógicas plurivalentes entre sí,

(b2) de las lógicas plurivalentes con la lógica probabilística, fundamentalmente en relación con LTE, LNC y la veritativo-funcionalidad, y

(b3) de la lógica borrosa respecto de todas las demás en cuanto al grado de precisión de la inferencia.

No obstante, la perspectiva lógico-formal desde la cual hemos contemplado hasta ahora las diferencias apuntadas es del todo insuficiente para extraer de ellas todas las consecuencias requeridas en una investigación que exige trascender el puro formalismo para conectar con la realidad no formal que constituye el verdadero objeto de conocimiento.

Con el fin de disponer de elementos de juicio orientadores en la elección de la lógica a emplear en el conocimiento imperfecto deberemos intentar profundizar en el significado de dichas diferencias examinando algunos de los temas en ellas implicados.

Así, en relación con (a), (b1), (b2) y (b3) es preciso nos preguntemos por

(i) el verdadero significado y alcance del rechazo del principio de bivalencia,

(ii) la interpretación atribuible a los "valores de verdad" intermedios,

(iii) la dicotomía existente entre LTE y la veritativo-funcionalidad,

(iv) las diferentes alternativas para el tratamiento lógico de la vaguedad.

La primera es, primordialmente, una cuestión de carácter ontológico, en tanto que las tres restantes lo son de tipo epistemológico y, en parte, también pragmático. El examen de todas ellas constituye el objeto de los dos próximos capítulos.

Capítulo V

ANALISIS METALOGICO DE LAS LOGICAS DIVERGENTES· LOGICAS PLURIVALENTES Y LOGICA PROBABILISTICA·

La cuestión fundamental de si el rechazo de la bivalencia y de los principios se corresponde con la naturaleza de la verdad lógica extra-sistemática, a pesar de ser una cuestión metafísica nos la encontramos sin apartarnos lo más mínimo de la indagación sobre el tratamiento lógico más adecuado en situaciones de incertidumbre, puesto que de la respuesta que asumamos dependerá la interpretación que demos a la valoración de los enunciados y las proposiciones. Conforme a la concepción realista que defiendo, yo sostengo el criterio, que por la naturaleza de este trabajo me veo obligado a presentar sin justificar, de que una proposición, en tanto expresión de *lo que es*, sólo puede ser o verdadera o falsa y debe ser o una cosa o la otra, no pudiendo darse el caso que sea verdadera y falsa al mismo tiempo: en otras palabras, desde un punto de vista metafísico admito como principios básicos e incontestables de la realidad esencial y condición *sine qua non* para el conocimiento perfecto PB, LTE, LNC y LI.

Puede parecer que sustento un posicionamiento metafísico contradictorio con el hecho de haber asumido la interpretación gradual del conocimiento. Sin embargo no es así. La interpretación gradual se refiere al conocimiento imperfecto y afirma que se dan grados de creencia, de evidencia y de aproximación a la verdad, pero no grados de verdad o falsedad. Siempre y cuando no se interprete la valoración de una fórmula como grado de verdad en sentido estricto, es a mi entender perfectamente compatible proponer la utilización de una lógica divergente para un cierto tipo de conocimiento imperfecto y postular sin embargo la corrección de los principios mencionados. Y esto es válido incluso para la lógica borrosa si se tiene en cuenta que el predicado *verdadero* no es en rigor estricto aplicable a un enunciado que no expresa una proposición adecuada.

No obstante, se han dado motivos para las lógicas divergentes que es preciso examinar, y también contrarrestar en la medida que sean contrarios a la concepción expuesta, sobre todo cuando, como es mi caso, parto sin la justificación del supuesto ontológico previo.

Entre estos motivos examinaremos sólo aquellos que se relacionan con las lógicas descritas en el capítulo anterior. Son consecuencia de los problemas que surgen en la determinación de la verdad o falsedad de enunciados en cuyo significado se ve involucrado alguno de los temas siguientes:

a) los futuros contingentes,

b) la indecidibilidad matemática,

c) paradojas semánticas y términos singulares sin denotación,

d) los principos del intuicionismo,

e) la inducción,

f) la vaguedad.

Los apartados a) - e) serán considerados en este capítulo; el f) en el próximo. Otros puntos, como las paradojas de la implicación material, las dificultades de la lógica del discurso temporal o la mecánica cuántica no serán objeto de estudio. Por otro lado, el presente examen nos permitirá responder a la cuestión acerca de los "valores de verdad" intermedios.

* *

*

En la Introducción ya hemos mencionado que ARISTOTELES cuestionó el principio de bivalencia en el caso de proposiciones referidas a hechos futuros. El filósofo razonaba que si alguien afirma que mañana habrá una batalla naval y su proposición debe ser o verdadera o falsa, entonces si es verdadera (falsa) la batalla acaecerá (o no) necesariamente por más que se haga para impedirla (favorecerla): desaparece la contingencia en nuestros actos y en su lugar no hay más que necesidad.

Esta consecuencia, inaceptable desde una concepción del mundo no determinista, ha llevado a muchos lógicos preocupados por cuestiones metafísicas a postular la *posibilidad* como un tercer valor asignable a las proposiciones junto a los de verdad y falsedad. J. LUKASIEWICZ fue uno de estos lógicos; él mismo (1930, pp. 73-74) expone su pensamiento al respecto:

> "Apoyándome en ejemplos venerables, que se remontan a Aristóteles, intenté refutar la ley de bivalencia mediante la siguiente línea de pensamiento.
>
> Puedo suponer sin contradicción que mi presencia en Varsovia en un cierto momento del año próximo - por ejemplo, al mediodía del 21 de diciembre - no está en el presente instante determinada ni positiva ni negativamente. Por tanto, es *posible*, pero no *necesario*, que yo esté presente en Varsovia en ese momento dado. En este supuesto, la proposición "estaré en Varsovia a mediodía del 21 de diciembre del año próximo" no puede, en el presente instante, ser ni verdadera ni falsa. Porque si fuera verdadera ahora, mi futura presencia en Varsovia tendría que ser necesaria, lo cual está en contradicción con el supuesto. Si, por otra parte, fuera falsa ahora, mi presencia futura en Varsovia tendría que ser imposible, lo cual también contradice el supuesto. Por lo tanto, la proposición en cuestión no es, en este momento, *ni verdadera ni falsa* y debe poseer un tercer valor, distinto de '0' o falsedad y de '1' o verdad. Este valor se puede designar

por '1/2'. Representa "lo posible", y se añade como tercer valor junto a "lo verdadero" y "lo falso".

El sistema trivalente de lógica proposicional debe su origen a esta línea de pensamiento."

Como consecuencia de los argumentos esgrimidos en este razonamiento, LUKASIEWICZ halla las matrices que debían configurar su sistema para los conectores primitivos del mismo, la negación y la implicación.

Es importante señalar que la línea de pensamiento a la que hace mención LUKASIEWICZ se relaciona con una doble problemática: una es metafísica y le lleva a introducir el tercer valor de verdad como consecuencia de una concepción indeterminista del mundo y como salvaguarda del libre albedrío: es una respuesta al denominado ***determinismo lógico***[1], otra es lógica y se relaciona con las investigaciones sobre las proposiciones modales y sobre las nociones de posibilidad y necesidad (cfr. 1930, pp. 61-2 y 74), nociones que no hay que confundir con las de la lógica modal de LEWIS.

Es claro, o así lo parece, que la noción de posibilidad que LUKASIEWICZ tenía presente es el de alguien que, preguntado sobre el futuro, dijera que es posible que mañana estuviera en Varsovia. Pero, como aducen W. y

Notas

1.- El determinismo lógico consiste esencialmente en opinar que algunas afirmaciones sobre lo que los hombres harán en el futuro son verdaderas, y que, de ser vedadero que alguien realizará una acción concreta en un determinado momento, no está en su poder dejar de hacerlo cuando llegue el momento. Para más detalles, cfr. D. RAMIREZ (1982), pp. 342-343.

M. KNEALE (1961, p. 532), esto no significa que el sistema de LUKASIEWICZ se relacione con la lógica bivalente de la forma como él pretendía, puesto que no tiene sentido que la persona en cuestión afirmara 'es posible que hoy haya estado en Varsovia' si le consta que no es cierto, puesto que la cláusula 'es posible que...' significaría en este contexto que el usuario de la misma nada conoce en contra de aquella afirmación. Por consiguiente, "posible" no parece ser un valor intermedio entre la verdad y la falsedad, sino más bien un valor que expresa el grado de conocimiento de los hechos futuros.

Que LUKASIEWICZ era consciente de que la vertiente lógica no era del todo satisfactoria lo prueba el hecho de que él mismo propuso con posterioridad otro sistema lógico-modal y dejó la puerta abierta a otras concepciones de la posibilidad. Sin embargo, empujado por el problema del determinismo siguió considerando debía darse un valor intermedio entre la verdad y la falsedad.

Discutir la argumentación de LUKASIEWICZ nos llevaría muy lejos pues no en vano se relaciona con uno de los problemas más debatidos por el ser humano, el del libre albedrío. Me remito a los argumentos aportados por W. y M. KNEALE (ibid.) y S. HAACK (1974, c 4 y 1978, p. 232) - sobre todo esta última - para fundamentar la conclusión que aquí es relevante: de los principios de la lógica clásica no se sigue inevitablemente el fatalismo, y los futuros contingentes no justifican la introducción de valores intermedios entre la verdad y la falsedad a menos que sean interpretados como *valores de certidumbre*.

* *

En su *Introducción a la Metamatemática* S. C. KLEENE (1952, pp. 301 y ss) expone las razones que le llevaron a elaborar su sistema de lógica trivalente.

Resumidamente, el razonamiento es como sigue: desde el prisma intuicionista, para hacer uso de las conectivas en la construcción de *predicados recursivos generales* en los que existe un proceso decisorio para determinar la verdad o falsedad de los mismos basta con la lógica bivalente, pues intuicionisticamente está demostrado que LTE se aplica a dichos predicados. Sin embargo, ya no es así en los *predicados recursivos parciales*, donde hay un procedimiento decisorio en su dominio de definición, pero puede que no haya algoritmo para decidir si un valor concreto de variable pertenece o no a dicho dominio.

Por ejemplo[1], sea F(x) si y sólo si $1 \leq 1/x \leq 2$. F(x) será verdadera para $x \in [1/2,1]$, y falsa para $x \in c\{0, [1/2,1]\}$. Pero, ¿qué decir para x = 0? Si asignamos a F(0) el valor 'i', ¿qué sentido debemos darle? KLEENE argumenta que no puede ser el mismo que el de TL, puesto que ello significaría admitir una ley del cuarto excluso según la cual para cada 'x', F(x) es o 'v', o 'f', o 'i'. En TK, el tercer "valor de verdad" significa que se

Notas

1.- Cfr. N. RESCHER (1969) pp. 34-35.

desconoce si F(x) es o verdadero o falso, y no guarda semejanza con los otros dos.

Son cuatro las interpretaciones posibles que KLEENE atribuye a 'i' (p. 304). Además de

(a) *no definido* para la definición de operaciones recursivas parciales,

'i' debe ser susceptible de adoptar el significado de

(b) *no conocido (o valor indiferente)*,

> "categoría dentro de la cual podemos considerar que cae cualquier proposición cuyo valor o bien no nos es conocido, o bien preferimos, de momento, no considerarlo; sin que ello excluya entonces las otras dos posibilidades 'verdadero' y 'falso'."

Y en caso de predicados completamente definidos F(x) y G(x) a partir de los cuales se forman predicados compuestos mediante el uso de los conectores, caben también

(c) *indecidible por los algoritmos (esto es, por el uso de sólo aquella información acerca de F(x) y G(x) que puede ser obtenida por los algoritmos) si es verdadero o falso, y*

(d) no conocido si es verdadero o falso supuesto un estado fijo de conocimiento acerca de F(x) y G(x) como ocurre tras haber aplicado los algoritmos correspondientes a cada uno de ellos hasta un estadio dado.

La conclusión de todo ello no puede ser otra que la lógica trivalente de KLEENE sólo cuestiona PB por razones estrictamente de caracter epistemológico relacionadas con los enunciados de la Matemática, no por motivos de tipo ontológico como era el caso de LUKASIEWICZ. Y esto es lo que aquí importa destacar.

* *

El sistema trivalente TB fue presentado inicialmente por D. A. BOCHVAR en 1939 para la solución de los problemas lógicos planteados por las *paradojas semánticas* como la del mentiroso, de Epiménides, de Grelling, etc. BOCHVAR propuso un tercer valor 'i' que se aplicaría no sólo a todo enunciado con algún ingrediente de indecidibilidad, sino también al resultado de la valoración de los enunciados compuestos en los que aparezca como elemento constituyente un enunciado con el valor 'i'.

Este enfoque lleva a interpretar 'i' no tanto como un "valor intermedio" entre la verdad y la falsedad, sino como "paradójico" o "carente de sentido"[1]. Ciertamente, enunciados como 'este enunciado es falso' o 'todos los cretenses son mentirosos', este último pronunciado por un cretense, no se pueden calificar como verdaderos o falsos, pues cualquiera de estas dos asignaciones conlleva una contradicción: si lo uno, lo otro y viceversa. De ahí que, incluso en el caso de la conjunción de dos enunciados uno de los cuales es falso, las tablas de verdad asignen 'i' siempre que el otro enunciado sea paradójico. Para expresar de un modo intuitivo el sentido de 'i' se ha dicho[2] que

Notas

1.- Cfr. N. RESCHER (1969) p. 29.
2.- Cfr. N. RESCHER, ibid. y S. HAACK, (1978) p. 232.

su presencia en la valoración de una fórmula tendría un carácter "infeccioso", pues todo el conjunto quedaría infectado por la carencia de sentido.

Es claro, por consiguiente, que BOCHVAR, lo mismo que KLEENE, no pensó en un rechazo de la bivalencia desde un punto de vista ontológico. Sentado esto debo decir que si he traído TB a colación no ha sido porque el problema de las paradojas esté relacionado directamente con las causas de la incertidumbre en el contexto del análisis económico, sino porque TB ha sido visto como el sistema más apropiado por parte de quienes postulan la lógica plurivalente para tratar de los *términos sin denotación*, que sí está relacionado con el objeto de este estudio en la medida que la ausencia de referencia lo está con el conocimiento oscuro.

El problema es el siguiente: uno de las reglas primitivas de inferencia de la lógica de predicados de primer orden es la *regla de la generalización existencial*[1], $\vdash F(a) \rightarrow (\vee x)F(x)$. Dicha regla responde a la idea intuitiva de que de toda expresión predicativa verdadera debe seguirse la existencia del sujeto de la predicación. Ello implica una estructura S = <U,V> para el lenguaje L(N,k), esto es, que haya una interpretación V que a la constante individual 'a' le haga corresponder un elemento del universo U, lo cual es coherente con el ideario fregeano de

Notas

1.- Para un análisis del significado de la "regla de la generalización existencial" cfr. P. SUPPES, (1957) pp. 118-120.

los lenguajes lógicamente perfectos.

Pero consideremos enunciados como

(e1) 'el círculo cuadrado es redondo' o

(e2) 'la montaña de oro no existe',

ambos de la forma F(a). Fuera de la lógica no dudaríamos en afirmar que son dos enunciados verdaderos, pero es evidente que el universo U de objetos existentes actualmente no incluye el círculo cuadrado ni la montaña de oro: son términos singulares sin denotación. La cuestión que se plantea desde un punto de vista lógico es de cómo tratar los enunciados en los que intervienen semejantes términos.

Hay varias alternativas para solucionar este problema. Sin ánimo de exhaustividad podemos distinguir dos grupos: las que no transgreden el marco de la lógica clásica y las que sí.

Dentro del primer grupo destacan las propuestas[1] de A. MEINONG - se debe admitir la existencia de entidades conceptuales irreales como referencia de términos no denotativos -, de G. FREGE - se asigna una referencia arbitraria , por ejemplo 'O', definida previamente en el universo U, la misma para todas las fórmulas de L(N,k) que constituyan descripciones impropias -, de B. RUSSELL - puesto que la forma gramatical en expresiones como (e1) y (e2) no coincide con la estructura lógica, reformular los enunciados con términos no denotativos por otros sin términos singulares

Notas

1.- Para una discusión sobre las concepciones aquí expuestas véase B. RUSSELL (1905), W. y M. KNEALE (1961, pp. 552) y ss., S. HAACK (1974, c. 7).

por medio de su teoría de las descripciones[1] -, de D. HILBERT - los términos no denotativos hay que excluirlos de L(N,k), por lo menos hasta que el enunciado en el que aparezcan no hayan sido probados -. J. MOSTERIN (1970, prólogo y pp.. 107-8) se adhiere a la vía de FREGE, que es también la de R. CARNAP, aduciendo las claras ventajas técnicas a la hora de formalizar, introduciendo en la estructura Ω del leguaje formal un individuo "cabeza de turco" que sirve de referencia a las descripciones impropias.

El segundo grupo postula que los enunciados que contienen términos no denotativos pueden y deben ser tratados lógicamente, pero al no ser ni verdaderos ni falsos el marco de la lógica bivalente no es el apropiado. Y la manera de relacionar lógicamente los enunciados propios y los impropios no constituye un problema, por cuanto ya la facilitó el propio G. FREGE mediante la noción de *presuposición* aplicada a la existencia de referencia en las descripciones definidas: un enunciado 'p' presupone un enunciado 'q' cuando 'p' sólo puede ser verdadero o falso si 'q' es verdadero, esto es, cuando 'q' se sigue tanto de 'p' como de 'no p'[2]. Sea ahora un enunciado de la forma F(a), por ejemplo (e1), y sea D(a) la formalización de 'el nombre 'el cuadrado redondo' tiene una referencia en U'. Tanto F(a) como su negación no pueden ser ni verdaderas ni falsas puesto que

Notas

1.- Cfr. B. RUSSELL (1905, pp. 348 y ss.) y también W. O. QUINE (1953 pp. 32 y ss.' 132, 237 y ss.)

2.- Cfr. G. FREGE (1892), p. 69. Sobre la noción de "presuposición", vd. G. RIGAU (1981, pp.208 y ss.) y G. LEECH (1974, c.13)

D(a) no es verdadera, es decir, F(a) no presupone D(a).

Para no tener que rechazar la bivalencia FREGE no desarrolló ningún sistema lógico que incorporara la presuposición, optando por la asignación unívoca pero arbitraria de un elemento de U a las descripciones impropias. Sin embargo, la construcción de lógicas que operan con enunciados sin valor de verdad ha posibilitado que la presuposición haya adquirido un papel relevante[1]. La autorizada opinión de S. HAACK (1974, p. 145) remite al sistema de T. J. SMILEY como el más prometedor para formalizar la presuposición, cosa que hace mediante la definición

"A presupone B =df A $\vdash$ B y -A $\vdash$ B"

y utilizando las matrices de BOCHVAR que, como sabemos, obedecen al principio de que 'i' es "infeccioso", "contaminando" la valoración de todo enunciado compuesto en que interviene.

En definitiva, TB puede utilizarse, si bien no es la única alternativa, para admitir en el lenguaje L(N,k) enunciados con términos singulares sin denotación o, como creo que es factible, también términos oscuros. **Pero en cualquier caso ello no equivale a la aceptación de un valor intermedio de verdad.**

* *

El sistema trivalente TG fue ideado por A. HEITING en 1930 y posteriormente generalizado por K. GÖDEL, de quien lleva el nombre[2]. Su concepción responde

Notas

1.- Cfr. J. ALLWOOD et al. (1977), p. 149 y ss.
2.- Cfr. N. RESCHER (1969), pp. 44-45.

a la necesidad sentida por los matemáticos intuicionistas de disponer de una lógica adecuada al principio básico de su escuela, el principio de constructibilidad, según el cual la matemática es el estudio de cierto tipo de construcciones mentales.

Dejando de lado las dificultádes que surgen al querer precisar el concepto de "construcción mental", sí es importante señalar que la exigencia más importante del programa constructivista es la de no admitir en matemáticas ningún enunciado existencial que no haya podido ser demostrado por medio de la producción de un ejemplo, única forma, según los intuicionistas, de evitar incurrir en paradojas desagradables.

Matemáticamente, esta exigencia trae consigo el rechazo del infinito actual, sólo el infinito potencial es aceptable, por lo que todas las demostraciones de la matemática clásica basadas en el supuesto del infinito como un todo deben ser, en principio, revisables[1]. Como por ejemplo, los razonamientos que se basan en el principio del tercio excluso o en la reducción al absurdo para demostrar la existencia de un número de un conjunto infinito con una propiedad dada: el que de la suposición de la no existencia de tal número se siga una contradicción no implica, desde un punto de vista intuicionista, que dicho número exista a no ser que se dé un procedimiento válido para construirlo[1].

Notas

1.- En D. RAMIREZ (1982), c. I, puede verse un estudio crítico en torno a las nociones de infinito actual e infinito potencial.
2.- Cfr. S.C. KLEENE (1952, c.3,13) y S. HAACK (1974, c.5.).

Y comoquiera que para los intuicionistas la matemática es independiente de y anterior a la lógica, en tanto que la lógica depende de y es posterior a la matemática, cuando se razona sobre conjuntos infinitos es preciso una lógica capaz de asumir la no validez de principios y leyes de la lógica clásica como LTE y la doble negación.

El sistema TG se encuadra en el marco de esta requisitoria. Si bien debe tenerse en cuenta que TG no constituye una formalización enteramente adecuada del cálculo intuicionista, en el cual no son teoremas ciertas tautologías de TG, como por ejemplo (-(-A) -> A) -> (A v -A), todos los teoremas de la lógica proposicional intuicionista son tautologías en TG, mientras que no lo son leyes de la lógica clásica que los intuicionistas no aceptan como tales[1]. De ahí que sea en el contexto del intuicionismo donde debemos buscar la interpretación de 'i' correspondiente a TG.

Una primera observación a hacer es que el ámbito de aplicación de la lógica intuicionista, al menos originalmente, se limita a los enunciados matemáticos. De ellos afirma que no todos son verdaderos o falsos. Pero debemos preguntar por el significado exacto de esta afirmación.

¿Un rechazo absoluto de la ley de tercio excluso? No, puesto que para conjuntos finitos no la discute. Más bien una limitación del campo de validez de la

<u>Notas</u>

1.- Cfr. N. RESCHER, (1969) pp. 44-45.

misma a aquellos casos en que ni la verdad ni la falsedad sea demostrable constructivamente. ¿Significa esto que los intuicionistas admiten un tercer valor de verdad en sentido estricto? Todo depende de qué entendamos por *verdad*. Intuicionísticamente, la noción de verdad o de falsedad para enunciados matemáticos no depende sólo de que exista la entidad matemática que los haga verdaderos, sino además de que tengamos medios para reconocer su valor de verdad, por ejemplo, los métodos recursivos.

Está claro, por consiguiente, que si ante un enunciado de la forma '$(\vee x)F(x)$' somos incapaces de construir un número con la propiedad F o de demostrar que no puede haber tal número, entonces desde un punto de vista intuicionista el enunciado no será ni verdadero ni falso. ¿Se sigue de ahí que hay un tercer valor de verdad? Si se acepta la idea, como hace A. HEYTING (1966,p, 4), de que puede haber algún número que no pueda ser construido, cabrá admitir el *tertium datur*; pero bajo dos supuestos que no son unánimemente asumidos: la noción de verdad tal como la entienden los intuicionistas y la posibilidad de que haya algún número con cierta propiedad que no pueda construirse.

Por mi parte entiendo que la verdad (o falsedad) de un enunciado que expresa una proposición es intemporal y no comparto la opinión de quienes la hacen depender de las condiciones de verificación; además, tampoco estoy de acuerdo en que se tenga que aceptar la doctrina intuicionista sobre la falta de validez de la prueba por reducción al absurdo. Sobre este particular no creo se puedan aportar otras razones que las metafísicas para defender uno u otro criterio. Si, como creo, esto es así, y si, como aducía H. WEYL[1], el principio del tercio excluso puede ser válido para Dios aunque no lo sea para la lógica humana, nada impide que esta lógica admita sólo dos valores auténticos de verdad, si bien ello no excluye la posibilidad de que haya otros valores para los casos que la verdad o la falsedad no sean determinables.

Queda todavía por dilucidar la posible interpretación de 'i' en TG. Se podría pensar que, desde una óptica intuicionista, dicha interpretación debe diferir de la dada por KLEENE en su sistema. Sin embargo debemos tener presente que este autor se inscribe en la corriente intuicionista, que su *Introducción a la Metamatemática* es precisamente una obra de matemática y lógica intuicionistas, y que, además de los significados de los valores de TK comentados más arriba, KLEENE (1952, p. 462) asigna también a 'v', 'f' e 'i' los de *realizable (recursivamente), irrealizable y desconocido (o valor inmaterial)*, siendo la realizabilidad un criterio de verdad intuicionista. Comoquiera que esta interpretación de 'i' responde a la misma idea que en TG, juzgo razonable atribuir por analogía el significado de **desconocido si es verdadero (demostrable) o falso (indemostrable)**, el cual es perfectamente compatible con el sentido de los conectores en las lógicas intuicionistas (Cfr. S. C. KLEENE, op. cit. p. 55) y con la interpretación del cálculo

Notas

1.- Citado por M. KLINE (1980), p. 286.

de A. HEYTING como lógica modal[1].

* *

Brevemente expuesto, el problema de la inducción consiste en cómo justificar que nuestro conocimiento del pasado nos faculte para extraer conocimientos válidos sobre el futuro, en otras palabras, que de premisas verdaderas se puedan inferir conclusiones verdaderas a menos que no sea deductivamente, esto es, que lo concluido ya esté contenido en las premisas. El origen de la lógica probabilística está relacionado con este controvertido problema.

Los primeros pasos hacia el desarrollo de LP como una lógica plurivalente fueron dados en el período 1932-1936 por Z. ZAWIRSKI y H. REICHENBACH[2]. En un escrito de 1930, este último autor sostenía que las afirmaciones de probabilidad o predicciones de que frecuencias relativas observadas en el pasado se mantendrán en el futuro sólo tienen sentido si se presupone el principio de inducción. Y esto tiene para REICHENBACH (1930, p. 98) consecuencias lógicas:

> "Las afirmaciones de probabilidad no tienen sentido dentro de una lógica bipartita, que requiere que cada afirmación sea verdadera o falsa (...) Resulta que no se puede justificar el establecimiento de

Notas

1.- La interpretación que hago en el texto conviene con S. HAACK (1978, p.244) y W. y M. KNEALE (1961, pp. 630-633).
2.- Cfr. N. RESCHER, (1969), p. 184.

las leyes de probabilidad si se considera la mencionada lógica bipartita como el único criterio para comprobar nuestro conocimiento de la realidad. Tanto el problema de la interpretación como el de la justificación permanecen insolubles si se presupone en la ciencia una lógica de sólo dos valores. Sin embargo, no inferimos de este hecho que sea imposible la justificación de las afirmaciones de probabilidad. Inferimos simplemente que la asunción de una lógica de sólo dos valores no servirá de ayuda. No es posible justificar el sistema de afirmaciones científicas simplemente sobre la base de la lógica deductiva y de algunos datos ocasionales. Esta es nuestra conclusión epistemológica."

Con reiteración, H. REICHENBACH expone en este texto la necesidad de una lógica plurivalente relacionada con la probabilidad donde los valores de verdad representen auténticos valores intermedios entre la verdad y la falsedad. Su razonamiento se basa en la consideración de que al efectuar una serie de medidas ninguna de ellas coincide exactamente con las restantes. La disparidad se puede atribuir a los errores de observación o bien a las variaciones de observación, pero en cualquier caso ningún enunciado es verdadero o falso de un modo absoluto, sólo probable. Una lógica adecuada para el razonamiento con este tipo de enunciados deberá ser plurivalente, en la cual un enunciado A implicará a otro B únicamente hasta un determinado grado de probabilidad o de verdad.

Sin embargo esta conclusión no ha

sido compartida por la mayor parte de los autores que se han ocupado de la lógica de la teoría del cálculo de probabilidades con miras a fundamentar el razonamiento inductivo[1]. En las primeras líneas de *Treatise on Probability* (pp. 3-4), J. M. KEYNES ya exponía con claridad su pensamiento al respecto:

> "The terms *certain* and *probable* describe the various degrees of rational belief about a proposition which different amounts of knowledge authorise us to entertain. All propositions are true or false, but the knowledge we have of them depends on our circumstances; and while it is often convenient to speak of propositions as certain or probable, this expresses strictly a relationship in which they stand to a *corpus* of knowledge, actual or hypothetical, and not a characteristic of the propositions in themselves."

Otro significativo representante de quienes entienden que LP no debe afectar al principio de bivalencia es R. CARNAP. En el parágrafo 41.E de *Logical Foundations of Probability* encontramos los argumentos para la crítica a la concepción de LP en la línea de REICHENBACH. Después de hacer referencia a que algunos filósofos creen que en lugar de decir de un enunciado que es verdadero deberíamos decir más correctamente que es altamente confirmado o altamente probable dado que el concepto de verdad es una idealización ilegítima que habría de ser reemplazada por el

Notas

1.- Cfr. J. WEINBERG (1958), p. 150.

concepto lógico de la probabilidad1[1], y de afirmar que, de una manera semejante, REICHENBACH cree que los valores de probabilidad deberían ocupar el lugar de los dos valores de verdad de la lógica ordinaria, o, en otras palabras, " that probability logic is a multivalued logic superseding the custumary two-valued logic", R. CARNAP pasa a exponer su propio pensamiento al respecto:

> "I think that these views are based on a lack of distinction between *true*, on the one hand, and *known to be true, absolutely certain, completely verified, confirmed to the maximum degree, having the probability1 1*, on the other. The concept expressed by the latter phrases in their strictest sense is indeed an absolutistic concept that should be replaced by the concept of probability1 with its continuous scale of degrees. Both these concepts refer to given evidence; the concept of truth, however, does not and thus is seen to be of an entirely different nature, and, hence, values of probability1 are fundamentally different from truth-values. Therefore, inductive logic, although it introduces the continuous scale of probabi-

Notas

1.- R. CARNAP refiere a la probabilidad1 los valores de probabilidad que se cree son susceptibles de reemplazar la verdad y la falsedad. Es conveniente recordar que la teoría de R. CARNAP distingue dos concepciones de la noción de probabilidad: una está relacionada con la frecuencia relativa en los fenómenos de masas, es la probabilidad estadística o probabilidad2 en la terminología carnapiana; otra viene asociada al grado de creencia en un enunciado A a partir de la evidencia proporcionada por otro enunciado E, es la probabilidad personal o probabilidad1.

lity1 values, remains two valued, like deductive logic. While it is true that to the multiplicity of probability1 values in inductive logic only a dichotomy corresponds in deductive logic, nevertheless this dicothomy is not between truth and falsity of a sentence but between L- implication and non L-implication for two sentences. If, for example, the probability1 of *h* on *e* is 2/3, then *h* is still either true or false and does not have an intermediate truth-value of 2/3."[1]

Aunque algo larga, la cita merece la pena. Señala, a mi modo de ver, el defecto básico de todas las interpretaciones de las lógicas plurivalentes que, por una extrapolación en modo alguno justificada, pretenden negar el carácter absoluto de la verdad aduciendo razones que lo único que muestran es el carácter relativo y esencialmente limitado de nuestro conocimiento.

En efecto, se confunde *verdadero*, que es o bien una noción lógico-semántico-formal si la referimos, como A. TARSKI y el propio CARNAP, a los enunciados de un lenguaje L determinado, o una noción lógico-trascendental si se asigna a proposiciones, con una serie de conceptos de índole epistemológica como *conocido que es verdadero, absolutamente cierto*, etc. que, como muy bien indica CARNAP, están referidos a cierta evidencia.

Origina asimismo confusión comparar

Notas

1.- *L-implication* significa la implicación material en un lenguaje L.

la dicotomía *verdadero-falso* propia de la lógica bivalente con la multiplicidad de valores de la lógica plurivalente: que $P(H/E)$ sea $2/3$ nada tiene que ver con la verdad o falsedad de H, y lo mismo se puede afirmar de $P(H) = 2/3$, pues ya vimos más arriba que $P(H)$ no es otra cosa que $P(H/E)$ cuando H se sigue de E. La comparación no debe realizarse tomando un enunciado aislado, sino que debe hacerse con respecto a la relación de implicación lógica - no material - entre dos enunciados: así como en la lógica bivalente 'H *se sigue* de E' tiene un significado formalmente establecido por la relación de consecuencia o implicación lógica - E implica lógicamente a H si y sólo si toda interpretación para L que satisface E satisface también H - en lógica inductiva la interpretación de 'se sigue' es diferente, significando el grado de creencia racional en la verdad de H a partir de la evidencia E.

Para clarificar la analogía entre la lógica deductiva y la inductiva R. CARNAP pone dos argumentaciones como ejemplos:

(a) Premisa E: 'Todos los hombres son mortales, y Sócrates es un hombre'.

Conclusión H: 'Sócrates es mortal'.

(b) Evidencia (o premisa) E: 'El número de habitantes de Chicago es de tres millones; de ellos, dos millones tienen los cabellos negros; b es un habitante de Chicago'.

Hipótesis (o conclusión) H: 'b tiene el cabello negro'.
Un enunciado lógico-deductivo sería: 'E implica (lógicamente)

H en L', mientras que en la lógica inductiva: 'c(H/E) = 2/3', esto es, el *grado de creencia racional* en la verdad de H dada la evidencia E es 2/3. Pero esto no tiene nada que ver con el principio de bivalencia.

De ahí que la lógica inductiva, aunque introduzca la escala continua de valores de probabilidad, sigue siendo bivalente y presupone la lógica deductiva (cfr. R. CARNAP, 1950, p. 199). De lo contrario caemos en una regresión infinita. Sea el enunciado H_1: 'Dada la evidencia E, H es verdadera en grado r'. Podemos preguntar por la verdad o falsedad de H1, pero si la verdad es cuestión de grado y la evidencia está siempre sometida a errores o a variaciones en la observación, la respuesta conduciría a un enunciado H_2, 'Dada la evidencia E, H1 es verdadera en grado r', y así sucesivamente. Si en algún momento llegamos a detener el proceso afirmando la verdad o falsedad de H_1 estamos ya en la lógica bivalente, y de no hacerlo obtenemos una sucesión infinita de enunciados de los cuales no podemos ni asegurar que se aproximan asintóticamente hacia un ideal que no se admite.

Por consiguiente, **estimo inapropiada la interpretación de V(A) como un genuino valor de verdad.** Cuando en la descripción de LP se establece que $V(\alpha) = V(A)$ si $\alpha = A$, la expresión '$V(A) = r$' no debe entenderse en el sentido de que "el grado de verdad de A es r", sino en el de que "la creencia racional - o noción epistemológica similar - en la verdad de A es r", proposición esta última que, si es adecuada para el conocimiento, debemos admitir que es a su vez o verdadera o falsa.

* *

*

Según he procurado justificar, ninguno de los motivos que se han esgrimido para introducir las lógicas divergentes examinadas es suficientemente categórico como para rechazar el principio de bivalencia: un enunciado que expresa una proposición adecuada sólo puede adoptar dos valores auténticos de verdad. La relación de las distintas lógicas ante el principio de bivalencia queda resumida como sigue:

Lógica clásica

La proposición "$\vdash E \rightarrow H$" es o verdadera o falsa, y tanto V(E) como V(H) pertenecen al conjunto $U = \{v,f\}$.

Lógicas plurivalentes

La proposición "$\vdash E \rightarrow H$" es o verdadera o falsa, y tanto V(E) como V(H) pertenecen a $U = \{0,1/n-1,2/n-1,...1\}$

Lógica probabilística

La proposición "$c(H/E) = r$ " es o verdadera o falsa, siendo $V(E) = v$; $V(H) \in U = \{v,f\}$.

En cuanto a los valores intermedios, tan sólo cabe asignarles un sentido puramente epistémico, denotando la indeterminación, indecidibilidad, carencia de significado, grado de creencia, etc.

Pero hasta el momento la discusión

ha supuesto un lenguaje formalizado L(N,k) y unas reglas precisas de inferencia, suposición que muchos autores consideran sumamente restrictiva si pretendemos que la lógica aprehenda toda la riqueza del razonamiento que se sirve de los lenguajes naturales, en los cuales se puede afirmar que impera la vaguedad, tanto en los enunciados como en las inferencias mismas. No podemos, pues, dar por finalizado el asunto mientras no hayamos incorporado la lógica borrosa en el examen del mismo, cosa que haremos en el capítulo siguiente, después de que nos hayamos referido a la dicotomía entre la ley del tercio excluso y la veritativo-funcionalidad.

* *

*

B.R. GAINES (1978, 1984) ha justificado que el empleo de las operaciones *min-max* no es suficiente para discriminar las lógicas plurivalentes borrosas de la lógica probabilística demostrando que PL(Aleph1) y LP comparten una estructura común, que él denomina *lógica estándar de la incertidumbre* (standard uncertainty logic, SUL), caracterizable en primer lugar por la definición en un retículo de enunciados de una valoración isótona positiva que verifica

(1) $V(A \,\&\, B) + V(A \vee B) = V(A) + V(B)$

y de la valoración de la equivalencia, implicación, y negación según las siguientes reglas:

(2) V(A <-> B) = 1 - V(A v B) + V(A & B)

(3) V(A -> B) = 1 - V(A) + V(A & B)

(4) V(-A) = 1 - V(A)

A partir del sistema así definido, si se añade la distributividad de las operaciones del retículo, PL(Aleph1) resulta de admitir a modo de axioma la condición:

(5) V(A -> B) = 1 ó V(B -> A) = 1

y la lógica probabilística convencional LP resulta de añadir como axioma LTE:

(5') V(A v -A) = 1.

Así, la diferencia esencial en términos estructurales entre PL(Aleph1) y LP no radica en la valoración de los conectores, sino, como demuestra GAINES, en el hecho de que si éstos son continuos en sus argumentos y se verifican todas las condiciones de la lógica estándar de la incertidumbre, LTE resulta inconsistente con la veritativo-funcionalidad. Lo cual trae consigo tener que elegir entre ambas características.

Es indudable que los conectores que verifican VF presentan notables ventajas en relación con los que carecen de dicha característica por la simplicidad que introducen en la computación del valor de verdad en razonamientos complejos, tanto en lógica clásica como plurivalentes. De ahí que la mayor parte de los lógicos se hayan inclinado por mantener en la lógica bivalente la implicación material - que por ser veritativo-funcional es el más simple de los condicionales formales - como formalización del condicional "si ... entonces ..." a pesar de las consecuencias paradójicas apuntadas por los partidarios de la lógica modal.

Sin embargo hay también quienes opinan que fuera del contexto de la lógica clásica bivalente el precio a pagar por esa simplicidad es demasiado elevado, como admitir que la conjunción de enunciados con predicados contradictorios de un mismo sujeto pueda no ser absolutamente falso, puesto que si V(A) = .5, V(A & -A) = .5; y lo mismo ocurre si los predicados son contrarios. K. FINE (1975, p.269) pone el ejemplo de una burbuja cuyo color está bordeando el rosa y el rojo: los enunciados 'la burbuja es rosa' y 'la burbuja es roja' son indefinidos y según las reglas de valoración de *min-max* la conjunción también lo sería, pero que una burbuja sea roja y rosa simultáneamente no puede admitir otra valoración que no sea la de falsedad. Y lo mismo podría decirse en relación con otros conectores lógicos.

Por otra parte, si uno se resiste a aceptar que el principio de no contradicción no sea un teorema lógico, esto es, que (A & -A) tenga otra valor que '0' o 'falso', se llega a la conclusión de que (A v -A) no debe admitir otro valor que '1' o 'verdadero', a no ser que se prescinda de la Ley de Morgan -(A & B) = -A v -B o de la regla de la doble negación A = -(-A). En efecto, siendo V(-A) = 1 - V(A), de V(A & -A) = 0 se sigue V(-(A & -A))= 1, de donde, V(-A v -(-A)) = V(A v -A) = 1. Además ya vimos más arriba que LTE está vinculado a LI si la implicación se define en función de v y -.

Es preciso, por tanto, elegir entre la mayor sencillez aportada por VF en los cálculos lógicos y la mejor adecuación de la valoración de los conectores a la realidad proporcionada por la conservación de LTE, LNC y LI. VF permite prescindir de la estructura interna de los enunciados compuestos después de haber calculado sus valores de verdad, lo cual no es posible si se preserva LTE.

En cualquier caso, conviene recordar que en la lógica bivalente este dilema no existe, lo cual constituye un importante factor a tener en cuenta en la elección entre las lógicas plurivalente por un lado y la lógica bivalente por otro.

A mi entender, y vistas las razones que justifican las lógicas divergentes, la cuestión que debemos dilucidar es si el tratamiento lógico de la vaguedad posibilita permanecer en el marco de la bivalencia y conservar LTE, puntos que dirimiremos en el próximo capítulo.

Capítulo VI

ANALISIS METALOGICO DE LAS LOGICAS DIVERGENTES: LOGICAS DE LA VAGUEDAD

La vaguedad inherente a los lenguajes naturales constituye, a mi modo de ver, la razón más consistente entre todas las aducidas en favor de las lógicas divergentes. En el capítulo tercero nos ocupamos de ella en tanto que causa de la incertidumbre epistémica. A continuación lo haremos desde la óptica de su relación con la lógica y la verdad. Para ello, analizaremos críticamente los diferentes sistemas lógicos que, como alternativas a la lógica clásica bivalente, se han propuesto para dotar de estructura lógica el razonamiento con enunciados que contienen términos vagos.

* *

*

Entre las diversas opciones que hay para responder a la cuestión acerca de qué sistema lógico es el más conveniente para servir de base al razonamiento aproximado, la lógica borrosa propuesta por L.A. ZADEH es la que constituye el ataque más radical a la bivalencia al considerar que *verdadero* y *falso* son en sí mismas nociones vagas (cfr. supra, c. 4) igual que pueden serlo "alto" y "bajo", "grande" y "pequeño". Según esta concepción, un enunciado que contiene términos vagos puede ser *muy verdadero, verdadero, más o menos verdadero*, ..., lo mismo que un número puede ser *muy grande, grande, más o menos grande*, etc.

Como vimos en la descripción formal de LB, operar con *etiquetas lingüísticas* equivale a hacerlo con subconjuntos borrosos del intervalo $[0,1] \in R$, mientras que la lógica infinito-valente de LUKASIEWICZ lo hace con números reales de $[0,1]$. Aparentemente, semejante proceder representa seguir un camino equivocado por la complicación que acarrea. Dos son las razones que da ZADEH (1975) para justificar el uso en LB de los valores de verdad lingüísticos preferentemente a los valores de verdad numéricos de LP(Aleph1),

> "First, the truth-value set of L1 - PL(Aleph1) - is a continuum, whereas that of FL - fuzzy logic - is a countable set. More importantly, in most applications to approximate reasoning, a small finite subset of the truth-values of FL would, in general, be sufficient because each truth-value of FL represents a

fuzzy subset rather than a single element of [0,1]. Thus, we gain by trading the large number of simple truth-values of L1 for the small number of less simple truh-values of FL."

Hasta aquí la justificación es sólo instrumental y únicamente alude a las ventajas de operar con un conjunto numerable y con pocos valores de verdad, aunque sean complejos, a operar con un conjunto no numerable de valores más simples. Por eso no es, en modo alguno, concluyente, porque cabe responder que sin salir de la lógica plurivalente básica también es posible disponer de un conjunto con un número limitado de valores de verdad. Por otra parte, no se entiende muy bien que significa que cada valor de verdad lingüístico "representa" un subconjunto borroso antes que un número de [0,1]. La segunda razón nos lo aclara un poco:

"the second and related point is that approximate reasoning deals, for the most part, with propositions which are fuzzy rather than precise, e. g., "Vera is *highly intelligent*", "Douglas is *very inventive*", "Berkeley *is close to San Francisco*" "It is *very likely* that Jean Paul will succeed", etc. Clearly, the fuzzy truth-values of FL are more commensurate with the fuzziness of such propositions than the numerical truth-values of L1."

En definitiva, que los valores de verdad *borrosos* son más adecuados para tratar con la vaguedad de los enunciados que se utilizan en el razonamiento aproximado.

De nuevo, no veo que esto constituya

una justificación seria de los valores de verdad lingüísticos. Seguramente L. A. ZADEH piensa que la vaguedad del enunciado 'Vera es sumamente inteligente' se corresponde mejor con una valoración borrosa como 'bastante verdadero' que una valoración numérica como '.7'. Sin embargo podríamos argumentar todo lo contrario conforme a

(a) que debido precisamente a la vaguedad del enunciado, debemos esforzarnos en no dar paso a nuevas imprecisiones,

(b) que, en una lógica endecavalente, por ejemplo, '.7' también puede asociarse, como hace el profesor A. KAUFMANN (1987, p. 159), a 'bastante verdadero' sin necesidad de introducir tanta complejidad.

No considero, por tanto, que los motivos apuntados por ZADEH para hacer de la verdad una cuestión de grado sean suficientes. Con todo debemos prestar atención a las razones no explícitas que fundamentan dichos argumentos, las cuales se relacionan con la preocupación compartida tanto por lógicos como por lingüistas de ofrecer una semántica adecuada para todos los conceptos de las lenguas naturales[1].

Si los enunciados son o verdaderos o falsos y a lo sumo se puede admitir que no poseen valor de verdad por carecer de significado o por cualquier otra razón, ¿qué decir de enunciados en los que intervienen términos vagos, como por ejemplo 'Juan es alto'? Para determinar la verdad o falsedad del mismo deberíamos precisar exactamente

Notas

1.- Cfr. G. RIGAU (1981), pp. 210 y ss.

los límites entre los cuales se considera que una persona es alta; pero, por una parte estos límites dependerán del contexto, pues no serán los mismos entre los batusi que entre los pigmeos, y por otra comporta los problemas de medición de casos fronterizos. Por consiguiente, y esto corresponde al primer estadio de la lógica borrosa, a 'Juan es alto' se le asignará un valor entre 0 y 1 según su grado de pertenencia al subconjunto borroso formado por la extensión del predicado "alto", es decir, de los individuos "más o menos" altos.

Para referirme a los elementos de dicho subconjunto he utilizado una expresión de las que el lingüista G. LAKOFF (1972) se propuso estudiar en el contexto de la teoría de los subconjuntos borrosos: los denominados *límites semánticos (hedges)* como *muy*, *más o menos*, *bastante*, *mutatis mutandis*, *esencialmente*, etc., que antepuestos a los predicados vagos son indicativos del grado de pertenecia a un conjunto y dan lugar a su vez a subconjuntos borrosos. Así, la proposición "Ignacio Solozábal (I. S.) es bastante alto" consideraríamos que es "verdadera" en grado 0.9 porque <0.9/I.S.> pertenece al subconjunto borroso de las personas bastante altas, mientras que "I. S. es muy (muy alto)" nos parecería que es "verdadera" en grado 0.2 si <0.2/I.S.> pertenece al subconjunto de las personas muy muy altas. Pues bien, lo que ZADEH propone es incluir el término 'verdadero' en la misma categoría que 'alto' de manera que también pueda ser modificado por límites semánticos que etiquetan los subconjuntos borrosos correspondientes. La cuestión es, por tanto, si esa inclusión es o no pertinente.

El problema se puede plantear en los siguientes términos[1]: ¿es la verdad un carácter cuantitativo, es decir, que sus modalidades son susceptibles de aumento y disminución como la estatura, color, edad, peso, inteligencia, bondad, etc., o es no cuantitativo como la nacionalidad o la figura? La dificultad en expresar con precisión las modalidades de ciertos caracteres cuantitativos indefinidos, como el color, el sabor, etc. está en el origen de las modalidades que admiten grados como alto, blanco, rojo, dulce, amargo, etc. que dan lugar a lo que he llamado *caracteres secundarios*, como altura, blancura, rojez, dulzura, amargura, etc. Los límites semánticos son los que configuran las modalidades de estos caracteres secundarios. ¿Es la abstracción de *verdadero* uno de ellos? En otras palabras, ¿es la correspondencia entre las proposiciones y los hechos susceptible de admitir grados?

Yo entiendo que no. *Verdadero* lo mismo que *circular* son predicados de los cuales no cabe modificación alguna. Decir de una mesa que es "bastante circular" equivale a decir que su forma se asemeja a la de un círculo, pero no habría duda alguna en aseverar la falsedad de la proposición "la mesa es circular". Sin embargo, decir de un individuo que es "bastante alto" tiene un significado completamente distinto, puesto que sí vacilaríamos en afirmar "es falso que sea alto". Mientras que "bastante alto" no excluye a "alto", de una proposición se puede decir que se

Notas

1.- Cfr. supra, c. 3, pp. 93-94

corresponde o no con la realidad, que es verdadera o no lo es y "bastante verdadero" no puede significar otra cosa que no es verdadero, de la misma manera que "bastante circular" no puede significar otra cosa que no es circular. "Muy (muy (muy alto))" admite una interpretación semántica distinta de "alto", de "muy alto" y de "muy (muy alto)", lo cual es inaceptable si sustituimos 'alto' por 'circular', y lo mismo ocurre si en su lugar ponemos 'verdadero'. S. HAACK (1978, p. 193) también es del mismo parecer: el comportamiento de los modificadores 'bastante' y 'muy' con 'verdadero', lejos de apoyar la hipótesis de que *verdadero* es un predicado de grado, indica que es un predicado absoluto.

Incluso aceptando esta conclusión se podría objetar que es sólo ante la imprecisión de los predicados ("alto", "joven", etc.) de los modificadores ("aproximadamente", "casi", etc.) y de los cuantificadores ("muchos", "pocos", etc.) que el predicado *verdadero* admite grados, y que ZADEH no está proponiendo aplicar los valores de verdad lingüísticos a enunciados que no sean vagos, para los que bastan las lógicas no borrosas.

Esta objeción es seria porque, si como sostiene B. RUSSELL (1923, pp. 19-20)), todas las palabras no lógicas son vagas y de ello se sigue

> "(...) que los conceptos de verdad y falsedad, tal como se aplican a las proposiciones que se componen de palabras no lógicas o que las contienen, son ellos mismos más o menos vagos",

se puede concluir, como hiciera el filósofo inglés, "en virtud de que las proposiciones que contienen palabras no lógicas son la infraestructura sobre la que se construyen las proposiciones lógicas, y en la medida en que podemos conocerlas, se tornan vagas a traves de la vaguedad de 'verdad' y 'falsedad'."

En definitiva, por vía indirecta se llega a la conclusión de que toda lógica adecuada para el razonamiento humano debe transigir con la vaguedad de la verdad y la falsedad.

Dos consideraciones son pertinentes al respecto. La primera, que no acepto que todas las palabras no lógicas sean vagas. B. RUSSELL incurre en su escrito en una práctica bastante común al tratar el tema de la vaguedad cual es el de poner un ejemplo de término vago - en su caso es 'hombre' - para después generalizar indiscriminadamente. Pero incluso con enunciados que contienen términos vagos se pueden efectuar razonamientos que en modo alguno son imprecisos: de 'todos los hombres son mortales' y 'Sócrates es un hombre' se deduce, con absoluta precisión, 'Sócrates es mortal'.

La segunda, que en orden a la validez metalógica del principio de bivalencia lo que debemos preguntar es si el término 'verdadero' se utiliza con propiedad cuando se le conceptúa como vago. Yo sostengo que no, por la sencilla razón de que la verdad, tal como la entiendo, lógica u ontológica, es una relación entre los hechos y las proposiciones, o en su caso los enunciados, que las expresan, y las proposiciones deben ser adecuadas para el conocimiento:

si los enunciados son vagos no expresan ninguna proposición adecuada, por consiguiente la verdad y la falsedad no les son estrictamente predicables a menos que se cometa un abuso de lenguaje.

Del mismo modo que de la proposición "la mesa es bastante circular" no debe inferirse que la circularidad es un predicado de grado sino que la figura de la mesa se asemeja más a la del círculo que a otra cualquiera, cuando afirmamos "el enunciado 'Juan es alto' es bastante verdadero" tampoco debemos inferir que la verdad es cuestión de grado, sino que ante la referencia incompleta creemos que le conviene más este predicado que cualquier otro. En el primer caso, usamos la expresión 'bastante circular' porque carecemos de otra que nos permita expresar mejor aquello que queremos comunicar, sea porque no existe - la forma de la mesa es muy irregular - sea porque la desconocemos; en el segundo caso, el uso de 'bastante verdadero' responde a una motivación similar: porque carecemos de otra expresión que nos permita manifestar nuestra percepción inmediata de un hecho, debido ahora a que no existe dada la irregularidad del enunciado.

Por consiguiente, el paradigma aplicable a "... es verdadero" no es el de "... es alto", sino el de "... ha acertado": se puede ser más o menos alto, pero se acierta en la diana o no se acierta, no cabe un término medio. Otra cosa es que podamos quedar más o menos alejados de ella. No veo, pues, justificado que B. RUSSELL, habiendo dicho que

"(...) 'verdadero' y 'falso' sólo pueden tener significado preciso cuando los símbolos empleados son ellos mismos precisos" (ibid.),

del hecho de que "en la práctica no es este el caso" concluyera la vaguedad de la verdad.

*　　　*

Hasta aquí la discusión se ha centrado en la lógica borrosa de ZADEH y en el examen de la característica esencial que la distingue de las restantes lógicas que se han propuesto para el razonamiento lógico con enunciados vagos. Opino que, al menos por el momento, las razones alegadas en favor de LB no son concluyentes para prescindir del principio de bivalencia en la medida que LB opera ese tipo de enunciados: la utilización indebida de la noción de verdad es consecuencia de una imperfecta representación, no de la naturaleza de la verdad misma.

No obstante, todavía no hemos hecho referencia a dos de los argumentos más fuertes que, sin salir de la vaguedad, hay contra el citado principio: el de que los enunciados con términos que implican o bien

(I) multiplicidades, o bien

(II) gradaciones continuas

pueden no ser ni verdaderos ni falsos a causa, no de su imprecisión, sino de la imprecisión del hecho que denotan.

*

Sea una estructura $\Omega = \langle U,H\rangle$ para un lenguaje formal L(N,k), U el universo del discurso y H una interpretación (cfr. supra. c. 4), un predicado F de L se dice que es *fregeano*, o que está bien definido, si y sólo si el conjunto $\{F_1, F_0\}$ tal que

$F_1 = \{u_i \in U;\ u_i \in H(F)\}$ y

$F_0 = \{u_k \in U;\ u_k \text{ no}\in H(F)\}$

constituye una partición del conjunto U. En otras palabras, las extensiones de los predicados F y -F en U verifican

$H(F) \cap H(-F) = \emptyset$ y $H(F) \cup (-F) = U$.

La lógica clásica bivalente exige que todos los predicados de L(N,k) sean *fregeanos*.

Consideremos ahora la proposición "Juan es calvo". El predicado *calvo*, C, no es fregueano al no darse una partición $\{C_1, C_0\}$ del conjunto de los seres humanos H[1]. Ello conduce a suponer que existe un conjunto C_3 formado por los individuos que no pertenecen ni a los dos conjuntos anteriores, esto es, que no son ni claramente calvos como Yul Brinner ni claramente cabelludos como Diego A. Maradona, lo cual equivale a rechazar la bivalencia.

Para evitar esta consecuencia se puede argumentar en la línea de procurar que C_3 sea el conjunto vacío. Se dirá: la vaguedad es eliminable si se dispone de una traducción adecuada del término impreciso de

Notas

1.- Sobre los predicados fregeanos puede verse E. TRILLAS (1984) y L. VALVERDE (1986).

modo que se dé el límite a partir del cual quien ha proferido el enunciado considera que una persona es calva. Y si hacemos lo mismo en los casos que ello sea factible, es posible imaginar que la vaguedad puede reducirse de manera notable con un programa de precisión aplicable para los términos de lenguajes naturales que deban utilizarse en la Ciencia. Sin embargo, tan pronto como fijamos estos límites nos vemos envueltos en graves complicaciones lógicas.

En efecto, ¿a partir de qué número de cabellos se deja de ser calvo? Si es N, ¿no es arbitrario decir que con N+1 cabellos ya no se es calvo? Consideremos el siguiente razonamiento, conocido como la *paradoja del calvo*, del tipo *sorites*[1]:

(a) Un hombre sin ningún cabello en su cabeza es calvo.

(b) Para cualquier N, si un hombre con N cabellos en su cabeza es calvo entonces un hombre con (N+1) cabellos en su cabeza es calvo.

(c) Para cualquier N, un hombre con N cabellos en su cabeza calvo.

La conclusión paradójica (c) se sigue de las premisas (a) y (b) aplicando N veces la regla de inferencia **modus ponens**. Puesto que (c) es falsa, (a) es verdadera y (b) debe ser verdadera - de lo contrario, si es falsa, existiría un número

Notas

1.- Otras paradojas del mismo tipo se pueden encontrar en el J. FERRATER MORA (1980), artículo 'Sorites', y también en E. TRILLAS (1980), H. PUTNAM (1983), K. FINE (1975), etc. Para las distintas formas que puede adoptar la paradoja, cfr. D. A. THORPE (1984, pp. 404 y ss.) y B. ROLF (1984, pp. 219-220).

N tal que un hombre con N cabellos sería calvo y con (N+1) no lo sería, con lo cual el predicado "calvo" sería preciso y no vago - se deduce que o bien la inferencia lógica clásica es incorrecta o bien la premisa (b) no es ni verdadera ni falsa, y puesto que no se puede poner en duda la corrección de la inferencia si (b) es verdadera, (b) no verifica el principio de bivalencia.

Varias son las respuestas lógicas dadas al problema planteado por la paradoja. Las lógicas plurivalentes y LB son dos de ellas. Pero además hay otras. Así, K. FINE (1975, pp. 285-6), en el marco de la teoría de la *super-verdad*, sostiene que la premisa (b) es falsa porque existe un número N para cada especificación completa y admisible del predicado "calvo"; M. DUMMET (1975) y C. WRIGHT (1975) argumentan que la paradoja es irresoluble y la contradicción inevitable debido a la no transitividad de la relación de "indiscernibilidad" - DUMMET - o a la "tolerancia" de los predicados observacionales a los cambios marginales - WRIGHT -; para D. SANFORD (1976, p. 209), de acuerdo con su lógica de infinitos valores semánticos, (b) estaría más cerca de ser falso que verdadero; P. UNGER (1979) y S. C. WHEELER (1975) y (1979) consideran que los predicados que dan lugar a este tipo de paradojas, como por ejemplo "hombre calvo", "mesa" o "silla", o bien designan una propiedad real, en cuyo caso es una cuestión de hecho si un ente las posee o carece de ellas, o bien son nociones inconsistentes, sin referencia alguna: no hay "hombres calvos", ni "mesas", ni "sillas", la solución a la paradoja consiste en negar (a); H. PUTNAM

(1983) trata los predicados vagos al modo como lo hace la lógica intuicionista con los predicados que no son dedicidibles, por lo que afirma que (b) es falsa, pero rechaza que de ello se deduzca que existe N para el que un hombre es calvo y al N+1 ya no lo es; PARIKH propone un lenguaje consistente localmente pero inconsistente globalmente de manera que excluya las pruebas largas por incontrastables, razón por la cual lo que según dicho autor debe rechazarse es la inferencia en el caso de que N sea "muy grande"[1]. B. R GAINES (1984) juzga que la lógica estándar de la incertidumbre (SUL) ofrece un modelo intuitivamente satisfactorio para esta clase de paradojas y su solución al permitir aceptar (a) como verdadera y la inferencia contenida en (b) como aproximadamente verdadera, de lo cual deduce que el valor de verdad de (c) disminuye a medida que aumenta la longitud de la cadena de inferencias necesaria para derivar la conclusión (c). En fin, que no estamos ante un asunto trivial.

No es ésta la ocasión para discutir cada una de estas alternativas[2]. Sin embargo sí expondré mi opinión sobre el problema que estamos tratando. Yo creo que la fuente de las dificultades lógicas ocasionadas por predicados vagos como "calvo" radica, por una parte, en una confusión acerca del significado atribuible a los enunciados en los que intervienen; y por otra parte, a cargar sobre la

Notas

1.- Cfr. H. PUTNAM, (1983).
2.- Además de las referencias apuntadas vd. B. ROLF (1984), quien expone y discute las por K. FINE, P. UNGER y S. C. WHEELER; y C. PEACOCKE (1981) y L. BURNS (1986), que hacen lo propio con las tesis de M. DUMMET y C. WRIGHT.

lógica las limitaciones de nuestra capacidad de apercepción.

A mi modo de ver, hay que distinguir tres posibles significados del enunciado 'Juan es calvo': quien lo pronuncia puede querer expresar

(i) el número de cabellos de Juan,

(ii) una cualidad de Juan a efectos clasificatorios,

(iii) una impresión subjetiva.

La diferencia radica, por un lado en que (i) podría substituirse por un enunciado cuantitativo como "El número de cabellos de Juan es N" o ".... es igual o inferior a N", substitución que no cabe en (ii) y (iii) ; por otro lado, que mientras (i) y (ii) denotan, o al menos eso pretenden, propiedades de Juan - son objetivos - (iii) hace referencia a una impresión puramente subjetiva y sin deseo de representar una realidad objetiva por parte de quien emite el juicio.

Entiendo que (iii) debe quedar fuera de los confines de la lógica[1]. Todos somos conscientes de que las impresiones subjetivas pueden cambiar de un momento a otro y ser incluso contradictorias. ¿Cómo tomarlas en consideración desde el punto de vista del razonamiento lógico, por aproximado que éste sea, si la subjetividad no tiene una

Notas

1.- R. CARNAP (1950, c. 1) distingue tres estadios por los que atraviesan los conceptos que son usados en la ciencia: *clasificatorio, comparativo y cuantitativo*. En el primer estadio los conceptos sirven para clasificar las cosas en dos o pocas más clases, por ejemplo, caliente y frío, próximo y lejano, etc., pero son pobres a efectos de caracterizar las propiedades que pretenden reflejar. En el segundo, por medio de las comparaciones se puede conseguir una caracterización más perfecta sin tener que usar valores numéricos los cuales no siempre (...)

pretensión de objetividad?

En cuanto a (i), es evidente que si se pretende que "calvo" informe, siquiera aproximadamente, del número de cabellos de Juan el predicado debe ser definible, esto es, debe admitirse la posibilidad de que exista un N, tan convencional como se quiera, tal que un individuo con N cabellos sea calvo y con N+1 no lo sea. Y aquí la intuición no tiene nada que ver. Comparemos "calvo" con el predicado "rojo": si con éste se quisiera informar del índice cromático del color de un objeto no se consideraría antiintuitivo fijar unos límites, que de hecho existen, definiendo la rojez.

Es en (ii) que no dudamos en hacer intervenir la intuición para rechazar la existencia de N. Pero ello es debido a que nuestra apercepción no nos permite discernir a efectos clasificatorios entre dos estados correspondientes a caracteres "cualitativos" - calvicie, color, estatura, sonido, etc. - que impliquen un cambio infinitamente pequeño, y de ahí concluimos que no tiene sentido afirmar

Notas

(sigue de página anterior)
son accesibles. El tercer estadio utiliza conceptos que sirven para caracterizar por medio de la adscripción de valores numéricos, por ejemplo, la temperatura. El ideal del conocimiento científico corresponde a este tercer estadio; pero es claro que los conceptos no siempre llegan a evolucionar hasta él. Ahora bien, como nos lo muestran múltiples ejemplos los conceptos con vocación científica deben poseer la tendencia interna a efectuar esta evolución, aunque no pasen, por las razones que sean, del primer estadio. Pero hay conceptos que ni siquiera han llegado a él: este tipo de conceptos no tienen, en mi opinión, el menor interés desde el punto de vista lógico y científico. Podría ser el caso de "calvo", pero mi razonamiento debe entenderse en el sentido de que he considerado que "calvo" es un concepto clasificatorio.

la existencia de N: alguien con N+1 cabellos *nos seguirá pareciendo* tan calvo como con N. Sin embargo, si fuéramos capaces de captar las diferencias por pequeñas que fueran la conclusión anterior no sería en modo alguno consistente. La pregunta es: ¿existen dichas diferencias?

ZENON, con su paradoja del montón de trigo - si un montón de trigo hace ruido al caer, deben hacer ruido cada uno de los granos de que se compone el montón lo cual no es el caso - daba cuenta de la dificultad de hablar acerca de multiplicidades. G. W. LEIBNIZ mostró donde estaba el nudo de la cuestión: en la creencia de que *percepción* y *apercepción*, es decir, la percepción consciente, son una sola cosa. Cada uno de los granos de trigo hace ruido al caer y nosotros lo percibimos sin llegar a apercibirlo; de no ser así, si la percepción fuera absolutamente nula, no habría apercepción, no llegaríamos a oir el ruido del montón de trigo al caer, lo cual no es el caso.

El modelo de las series numéricas hace inteligible el razonamiento: la suma de infinitos infinitésimos puede dar lugar a una cantidad finita, por ejemplo,

$$1/n^2 + 2/n^2 + 3/n^2 + \ldots \ldots + n/n^2 = 1/2,$$

mientras que la suma de infinitas cantidades nulas es igualmente nula. La experiencia con estudiantes de matemáticas muestra que es fácil confundir un infinitésimo con el número "0". Pero si no incurrimos en la confusión no hay ninguna dificultad en admitir que percibimos la diferencia entre N cabellos y N+1 cabellos, entre una tonalidad de color y otra muy próxima a ella, y que existen las diferencias que no somos capaces de aprehender por medio de la apercepción. La intuición, se nos revela aquí como totalmente inapropiada para tomarla como criterio de validez en el razonamiento lógico.

Concluyo, por consiguiente, que en (ii), la existencia de N es perfectamente admisible, esto es, que la premisa (b) puede ser falsa en un lenguaje que especifique N y su negación verdadera. Conclusión que se puede objetar aduciendo que estoy comparando predicados cuya definición consiste en el conjunto de procedimientos utilizados para su medida sobre los que existe un acuerdo generalizado y no se admite discusión científica, como pueden ser el color, el calor, etc., con otros para los cuales no existe un criterio para su medición. Y debo reconocer que es así. No obstante, ello no afecta lo más mínimo al fondo del razonamiento que estamos realizando. Las paradojas del tipo "Sorites" son igualmente aplicables tanto a caracteres definidos como indefinidos. El argumento crucial contra la bivalencia se basa en que la negación de la premisa (b) es antiintuitiva no tanto por la naturaleza del predicado sino por el hecho en sí, lo cual es aplicable tanto al predicado "calvo" como al predicado "rojo". Y esto es precisamente lo que hemos intentado refutar.

*

Queda todavía un argumento a considerar. En el caso de los cabellos es evidente que siempre podremos determinar cuando se pasa de N a N+1, si bien deberemos hacerlo contando, no a través de la apercepción de las variaciones del cuero cabelludo que, aunque en sí mismo no lo sea, constituyen para nosotros un conjunto conexo. Tratándose del color es fácil imaginar que surgirán dificultades en la medición para pasar de una tonalidad a otra, puesto que a la conexidad se añade la posible continuidad. Estas dificultades dan lugar a un enunciado del cual desconocemos su valor de verdad. Por eso "rojo" puede ser considerado como un predicado no fregueano.

Ahora bien, la causa del desconocimiento puede ser atribuida, o bien a la imperfección de los instrumentos de medida, en cuyo caso se produce incertidumbre pero no un rechazo de la bivalencia, o bien se se puede imputar a la naturaleza misma del hecho denotado por el enunciado, esto es, que no sea posible decir en qué punto se cambia de tonalidad sencillamente porque ese punto no existe. Interviene aquí el espinoso tema de la *continuidad*.

D. SANFORD (1976, pp. 197-8) utiliza este razonamiento para justificar que el conjunto de elementos que no hacen ni verdadero ni falso un enunciado puede no ser nunca vacío incluso tratándose de predicados aparentemente no vagos. Lo hace a propósito de un problema de ética biomédica. El martes, un paciente gravemente enfermo está todavía vivo. El viernes por la mañana no hay duda razonable que está muerto. Puesto que la muerte es irreversible, si un enunciado que afirma que el paciente está vivo en un instante dado es falso, cualquier enunciado que afirme que el paciente está vivo en cualquier instante posterior será también falso.

De acuerdo con PB, en cualquier instante que se afirme que el paciente está vivo, el enunciado será o verdadero o falso, por lo cual, la muerte ha de ser instantánea. Como está fuera de nuestras posibilidades determinar exactamente el momento del óbito, habrá un instante en que no sabremos si el enunciado es o verdadero o falso. SANFORD sostiene que nuestra incapacidad para determinar dicho momento es porque no existe. Si la muerte es gradual, y el miércoles por la tarde el paciente es un caso fronterizo entre la vida y la muerte, el enunciado 'El paciente está todavía vivo' pronunciado ese día no es ni verdadero ni falso.

La propuesta de SANFORD es interesante. Nos permite abordar el problema desde una perspectiva todavía inexplorada. Comparemos el argumento con la paradoja del calvo. Un paciente está vivo (calvo) en el instante 0, y muerto (cabelludo) en el instante T. Como intuitivamente no hay un instante (un número) N tal que el paciente esté vivo (calvo) en N y muerto (cabelludo) en N+1, se llega a la conclusión de que hay algún instante (número) N en que el enunciado 'El paciente está vivo (calvo)' no es ni verdadero ni falso. Es indudable la semejanza entre ambos argumentos. Pero tras ella se esconde una diferencia fundamental: para nosotros los cambios en la cabeza del paciente es como si constituyeran una serie conexa de manera que entre dos de ellos no quepa otro que los haga distinguibles, pero en realidad no es así, por ello podemos postular la existencia de N; sin embargo, en el caso de un cambio gradual que desconocemos si es o no continuo es completamente indecidible si hay un instante determinado en el que tiene lugar un salto cualitativo.

Estamos ante una cuestión metafísica: si se admite el principio de continuidad según el cual la Naturaleza no obra por saltos, D. SANFORD está en lo cierto al rechazar la bivalencia en aquellos enunciados que impliquen un cambio gradual continuo; en caso contrario no hay motivo para tal rechazo por las razones ya aducidas. Ahora bien, debe tenerse en cuenta que si se acepta la primera hipótesis, la consecuencia lógica es también el rechazo de toda asignación de valor de verdad a este tipo de enunciados, esto es, del principio según el cual todo enunciado debe tener al menos un valor de verdad, puesto que, como el mismo SANFORD arguye, la infinita plurivalencia no hace más que multiplicar infinitamente los problemas a los que aboca el principio de bivalencia bajo la hipótesis que estamos considerando, y que yo no acepto.

* *

*

La primera decisión que ante el fenómeno de la vaguedad de los lenguajes naturales debemos adoptar desde un punto de vista lógico es el de si los razonamientos con enunciados que contienen términos vagos han de ser excluidos o no de los límites de la lógica.

Quienes afirman lo primero, entre los cuales se encuentran G. FREGE, B. RUSSELL y W. y M.

KNEALE[1], aducen que la lógica únicamente debe aplicarse a enunciados que expresen proposiciones que son o verdaderas o falsas, puesto que, además de las relaciones sintácticas, también se ocupa de relaciones semánticas tales como consecuencia, satisfacibilidad y validez que sólo pueden darse entre entidades lógicas portadoras de valores de verdad.

Por mi parte estoy de acuerdo con las premisas de esta argumentación, pero no con la conclusión que a mi modo de ver es sumamente restrictiva: desechar simple y llanamente un enunciado por ser vago equivale a dejar fuera del ámbito de la lógica razonamientos completamente rigurosos y con sentido, como por ejemplo 'Si todos los hombres calvos son amables y Juan es calvo entonces Juan es amable'. La lógica debe poder dar cuenta de la verdad o falsedad de enunciados semejantes sin por ello renunciar a que la verdad y sus leyes constituyan, como quería G. FREGE (1956), su finalidad y cometido.

Una vez aceptamos que la vaguedad debe ser tomada en consideración desde una perspectiva lógica, la siguiente cuestión a resolver es la de elegir el sistema lógico más adecuado para formalizar las inferencias entre enunciados que contienen términos vagos. Al respecto podemos distinguir varias alternativas, la mayoría de ellas vinculadas con las lógicas descritas con anterioridad. Pueden ser clasificadas en dos grupos que vienen dados por la relación de aceptación o de rechazo que mantienen con la lógica

Notas

1.- Cfr. al respecto S. HAACK (1974), pp. 57-8 y 122-3.

clásica. Ante la necesidad de adecuación del lenguaje natural a la lógica o viceversa, cada uno de los dos grupos sigue criterios opuestos, que podemos denominar de *precisión*: los argumentos informales de los lenguajes ordinarios deben ser depurados para hacer posible su tratamiento en la lógica estándar; y de *adaptación*: es la lógica estándar la que debe ser modificada de modo que pueda operar con enunciados vagos sin necesidad de que éstos sean alterados.

R. CARNAP (1950, c. 1) y W.O. QUINE (1960, pp. 137-140) optan por el primero de los criterios.

CARNAP propone la transformación de los conceptos precientíficos inexactos o vagos, *explicandum*, en conceptos exactos, *explicatum*, operación que él denomina *explicación*. De este modo, los conceptos clasificatorios, como por ejemplo "caliente", serían substituidos por comparativos o cuantitativos - "más caliente" y "temperatura" respectivamente -, de forma que los términos precisos coincidan en extensión con los términos imprecisos en todos los casos en que no quepa duda de la aplicación de estos últimos y cuando la duda exista se den unas reglas que la elimine. R. CARNAP (p. 7) caracteriza la tarea de la explicación como sigue:

> "If a concept is given as *explicandum*, the task consist in finding another concept as its *explicatum* which fulfils the following requirements to a sufficient degree.
>
> 1.- The explicatum is to be *similar to the explicandum* in such a way that, in most cases in which the

explicandum has so far been used, the explicatum can be used; however, close similarity is not required, and considerable differences are permitted.

2.- The characterization of the explicatum, that is, the rules of its use (for instance, in the form of a definition), is to be given in an exact form, so as to introduce the explicatum into a well-connected system of scientific concepts.

3.- The explicatum is to be a *fruitful* concept, that is, useful for the formulation of many universal statements (empirical laws in the case of a nonlogical concept, logical theorems in the case o a logical concept).

4.- The explicatum should be as *simple* as possible; this means as simple as the more important requirements (1), (2) y (3) permit."

El método carnapiano equivale, pues, a substituir el lenguaje L semánticamente indeterminado por una extensión del mismo, L', semánticamente determinado, sin que ello signifique el arrinconamiento de L, que puede ser más útil a efectos prácticos que L'.

QUINE, por su parte, considera varios procedimientos para disminuir o eliminar la vaguedad. Uno de ellos es la *relativización* de los términos polares - 'caliente' y 'frío', 'alto' y 'bajo' - por adverbios como "más", "menos", "mayor", "menor", etc., expediente que viene a coincidir con la substitución carnapiana de los términos clasificatorios por los comparativos. Un segundo procedimiento es el de no preocuparse por la vaguedad, puesto que unas veces, como ya comentamos en el capítulo 3, no es incompatible con la precisión, otras es una ayuda para compensar la linealidad del discurso y, a mi modo de ver lo más importante, "la vaguedad no perturba los valores veritativos de las sentencias corrientes en las que aparecen palabras vagas" (p. 139). En efecto,

"las verdades típicas acerca de organismos son verdaderas por virtud de ciertos organismos inconfundibles, independientemente que valgan también para los virus, los embriones, las colonias posibles y el bolo alimenticio. Una sentencia que afirme la altura aproximada del Mulhacén será independiente de este término singular. (...) Cuando las sentencias cuyos valores veritativos dependen de la penumbra de una palabra vaga cobran importancia (sic), ellas mismas presionan en favor de una nueva convención verbal o de un cambio de tendencia en el uso, y eso resuelve la vaguedad en su porción relevante. No es imprudente dejar intacto el dominio de la vaguedad mientras no se perciba esa presión, porque, a falta de ella, estamos en una posición de inferioridad para juzgar qué reformas pueden dar de sí el esquema conceptual más útil." (pp. 139-140)

Además,

"Las sentencias cuyo valor veritativo depende de alguna vaguedad no suelen ser interesantes más que en estudios especializados - si es que llegan a serlo en algún caso -, y las reglas convenientes para resolver esos obstáculos puestos por la vaguedad se adoptan sólo localmente, para los fines particulares del caso. El derecho es un fértil campo de ilustración de este hecho." (p. 140)

Como se puede observar, las razones, de tipo pragmático, que aporta W. O. QUINE son dignas de ser tomadas en consideración. Ciertamente, no deja de ser cuestionable el intento de favorecer un cambio de lógica para los casos extremos de vaguedad que si no se han resuelto puede ser debido a la falta de interés práctico que presentan, habida cuenta, por otra parte, de los incovenientes que dicho cambio comporta.

En esta línea de pensamiento entiendo hay que incluir la *teoría de la super-verdad* desarrollada por K. FINE (1975). Dicha teoría se basa en considerar no sólo los valores de verdad que los enunciados reciben actualmente sino también los que podrían recibir bajo diferentes formas de hacerlos más precisos. Por ejemplo, si una burbuja está en el borde del rojo y el rosa, y también es un caso fronterizo de la aplicación del predicado "pequeño", el enunciado 'La burbuja es roja y rosa' es falso y el enunciado 'La burbuja es roja y pequeña' es indefinido porque al precisar cada vez más los predicados respectivos la burbuja no puede ser un caso claro de objeto rojo y rosa mientras que sí puede serlo de rojo y pequeño. A partir de esta idea, la teoría establece que

"A vague sentence is true if it is true for all admisible and complete specifications. An intensional version of the theory is that a sentence is true if it is true for all ways of making it completely precise (or, more generally, that an expression has a given Fregean reference if it has that reference for all ways of making it completely precise). As such, it is a sort of principle of non-pedantry: truth is secured if it does not turn upon what one means. Absence of meaning makes for absence of truth value only if presence of meaning could make for diversity of truth-value." (p. 278).

Para un lenguaje L la teoría equivale a asumir un conjunto de estructuras en lugar de una estructura única con respecto a la cual el lenguaje es interpretado. Si M(L) es la clase de las estructuras para L, siendo L semánticamente indeterminado, es decir, cuyos predicados no son todos fregeanos, entonces no existe una estructura $\Omega*$ única en M(L) cuyos enunciados representen estados de cosas efectivamente existentes, sino que hay varias estructuras Ω. Lo que K. FINE propone es reemplazar $\Omega*$ por un subconjunto θ de M(L), con lo cual, un enunciado es verdadero si y sólo si es verdadero en todas las estructuras Ω del conjunto θ. Ello permite establecer una estrecha relación entre la posición clásica y la teoría de la super-verdad, presentándose esta última como una vindicación parcial de aquélla (K. FINE, p. 278)[1].

Notas

1.- Para más detalles cfr. I. NIINILUOTO (1987, pp. 146-147), B. ROLF (1984, pp. 228-233), H. PUTNAM (1983) y D. SANFORD (1976).

El grupo que opta por el criterio de *adaptación* se puede dividir en dos subgrupos que conforman los enfoques *supervalorativo y borroso* respectivamente[1]. Por lo que respecta a este último ya ha sido examinado con anterioridad. En cuanto al enfoque supervalorativo, se caracteriza por la introducción de nuevos "valores de verdad" con el fin de solucionar los problemas ocasionados en la determinación de la verdad o falsedad de los casos dudosos. En este grupo debemos incluir a todos los que propugnan la utilización de las lógicas plurivalentes, como S. KÖRNER (1960, c. 8), el primer ZADEH y, en general, los partidarios de las lógicas borrosas en sentido amplio.

En relación con este enfoque, aparte de lo expuesto al comparar las lógicas plurivalentes y la probabilística cabe añadir que parece multiplicar por el número de valores de verdad agregados los problemas mencionados: si la lógica es trivalente, se deberá establecer una línea clara entre los casos dudosos y los que no lo son, lo cual no soluciona la dificultad básica; si se trata de una lógica n-valente, n finito, estamos en la misma y si la lógica es infinito-valente las consecuencias a las que se puede llegar son, según observa D. SANFORD (1976, p. 198) absurdas, como por ejemplo asignar al enunciado 'El paciente está vivo en el momento t' valores de verdad 0.871 en un

Notas

1.- También podría añadirse los enfoques multivalorativo e intuitivo de SANFORD y PUTNAM respectivamente; pero el primero considero no es relevante para nosotros, mientras que el segundo, el mismo PUTNAM dice que es sólo provisional pues no ha pensado suficiente en él.

instante y 0.87065 en otro.

Las propuestas que destacamos para el tratamiento lógico de la vaguedad se pueden esquematizar como sigue:

- Criterios
  - precisión
    - Explicación (R. CARNAP),
    - Relativización y omisión (W. O. QUINE)
    - Super-verdad (K. FINE)
  - adaptación
    - Supervaloración (S. KÖRNER, L.A.ZADEH 1er. sistema, lógicas plurivalentes)
    - Borroso (L. A. ZADEH segundo sistema).

* *

*

A modo de conclusión, nos preguntamos por el sistema lógico que consideramos más adecuado para formalizar las inferencias con enunciados cuyos valores de verdad sean desconocidos.

El examen de las distintas lógicas nos ha permitido constatar las dificultades que entraña cualquier solución que adoptemos. El cuerpo de la lógica clásica se muestra a veces incapaz de soportar todo el peso de los razonamientos en los que intervienen algunos de los motivos esgrimidos para el cambio de lógica. Sin embargo, después del análisis efectuado llego al convencimiento de que ningún otro sistema está en mejores condiciones para ello.

Cierto es que para cada causa de la incertidumbre podríamos justificar la propuesta de una lógica determinada. Por ejemplo, en el conocimiento probable, a la carencia de datos o al azar como causa accidental haríamos corresponder cualquiera de las lógicas trivalentes TL o TK, o las plurivalentes correspondientes, la aleatoriedad vendría asociada a LP mientras que el puro azar y el libre albedrío a TK o TG. En el conocimiento vago TB sería un candidato ideal cuando la oscuridad empañara los enunciados, en tanto que las lógicas plurivalentes o LB - cuando no la lógica intuicionista - se harían cargo de la imprecisión. En cuanto al conocimiento aproximado y el inexacto serían equiparables al probable.

Ante esta diversidad, y habida cuenta que el análisis de las lógicas y sus motivaciones podía haber sido más extenso, uno siente la necesidad de evitar que tras la multiplicidad se amague un desorden obstruyente y, como se dice vulgarmente, sea peor el remedio que la enfermedad. Pero tampoco hay que dar la espalda a la posibilidad de que el remedio sea curativo. De ahí la conveniencia de unos criterios que orienten la elección de la lógica pertinente para un campo de conocimiento dado.

Considero que son importantes los cuatro siguientes:

(I) *Contextualización.* El contexto en el cual va a ser utilizado un sistema lógico debe ser tomado en consideración. No tiene sentido plantearse la adopción de una lógica no estándar si las causas de la divergencia no tienen nada que ver con el objeto de conocimiento: así, una lógica para la carencia de significado como puede ser TB no debe aplicarse cuando se opera con términos que expresan conceptos adecuados.

(II) *Reducción.* Las lógicas no deben ser multiplicadas. En un determinado dominio de aplicación hay que evitar la presencia simultánea de sistemas lógicos con principios, leyes, inferencias e interpretaciones diferentes. Así, si en un mismo contexto coexisten causas que pueden dar lugar a lógicas distintas se cuidará que éstas sean, a lo sumo, extensiones unas de otras, nunca divergencias.

(III) *Posicionamiento metafísico.* La enjundia de los problemas imbricados en la diversidad de las lógicas, problemas de los que se viene discutiendo desde los albores de la filosofía como pueden ser la naturaleza de la verdad, el determinismo, la realidad de los entes ideales, la existencia, etc., lleva a que la adopción de una u otra lógica no sea neutra filosóficamente hablando. Un nominalista no ve las cosas de la misma manera que un realista o un convencionalista, y del mismo modo que ello ha debido influir en la propuesta de una lógica determinada - el intuicionismo es quizás el ejemplo más claro - conviene también tenerlo en cuenta en el momento de elegir un sistema lógico.

(IV) *Simplicidad.* Los criterios anteriores quizás no basten para ultimar la elección en aquellos casos en que la naturaleza del objeto de conocimiento o los medios de que disponemos para conocer hagan conveniente supeditar la cuestión de con qué lógica conocemos mejor a la de qué lógica es más manejable, aunque el conocimiento resultante sea más imperfecto. En definitiva, si bien secundariamente, deberemos tener presente también el nivel pragmático: entre dos sistemas lógicos alternativos se tomará en consideración para la elección aquél que posibilite un manejo más simple, sin que ello sea determinante si afecta de forma importante a los criterios anteriores.

Se podrá estar o no de acuerdo en la oportunidad y exhaustividad de estos criterios. A mí me parecen bastante sensatos, a pesar de que soy consciente de que (I) y, sobre todo, (III) comportan una relativización considerable.

Pero, ¿acaso se puede prescindir de las razones que configuran las diferentes concepciones del mundo? Vimos como en LUKASIEWICZ la creencia, no importa fuera equivocada, de que la bivalencia conducía al determinismo subyacía a su propuesta de la lógica trivalente. Y no debe extrañarnos: en general, antes que la ciencia llegue a modificar la *weltanschauung* de las personas, alguna concepción del mundo la ha modificado a ella.

En mi caso, las razones aducidas hasta ahora para el rechazo de los principios de la lógica clásica no son suficientemente poderosas para motivar el abandono del realismo metafísico y de lo que considero las leyes fundamentales del pensamiento. Opto, por consiguiente, por mantenerme dentro de los límites de la lógica clásica, lo cual es coherente con los cuatro criterios referidos, máxime si tenemos en cuenta que el marco en el que nos movemos es el de la ciencia económica.

Esta opción requiere unos comentarios. En primer lugar que no excluyo tomar en consideración una lógica como TB para formalizar las inferencias de los términos que carecen de referencia, como ocurre en el conocimiento que es irremediablemente oscuro.

En segundo lugar, que a pesar de ser más sensible a los argumentos de CARNAP, QUINE, FINE y HAACK que a los de sus oponentes, esto es, a pesar de inclinarme más por la *precisión* que por la *adaptación*, admito que el tratamiento lógico de la vaguedad por imprecisión puede revestir características diferenciadas de las restantes modalidades de conocimiento imperfecto, por cuanto, a mi juicio, los enunciados no expresan proposiciones, únicas portadoras de verdad o falsedad.

Dejando aparte otras consideraciones, la razón primordial que me lleva a no excluir la vaguedad de los lindes de la lógica clásica es pragmática: creo que en el contexto de una ciencia como la Economía, y en particular en regiones de la misma que han alcanzado un elevado grado de cientificidad, se pueden obtener mejores resultados sin salir de la estructura de la lógica estándar que fuera de ella. La rigurosidad que se ha llegado ha alcanzar en el uso comparativo del concepto vago de "utilidad" permite esperar razonablemente que no esté equivocado.

Ahora bien, si no queremos abandonar la lógica clásica deberemos mostrar que es posible, dentro de ella, definir los conceptos que nos permitan valorar y medir la incertidumbre atendiendo a la diversidad de sus causas. Este es el objeto de la tercera parte de la tesis.

TERCERA PARTE

FUNDAMENTOS EIDOMETRICOS

Capítulo VII

FUNDAMENTACION LOGICO-METRICA

Este capítulo tiene por objeto considerar los conceptos básicos para proveer de una estructura lógica y métrica para la medida de la incertidumbre.

Con las adaptaciones pertinentes a la concepción y terminología propias introducidas en este trabajo, a tal fin en primer lugar presentaremos, de acuerdo con el enfoque lógico de R. CARNAP (1950, 1971b, 1980), las nociones de *Q-predicado, descripción de estado, descripción de estructura* y *espacio de estados* conforme al *sistema conceptual monádico* carnapiano, que es el que juzgo más adecuado para nuestros fines; en segundo lugar, siguiendo a I. NIINILUOTO (1987), formalizaremos la noción de *problema cognoscitivo*, ya aparecida en los dos primeros capítulos, en orden a lo cual se pueden definir las métricas que posteriormente servirán de fundamento en las medidas de algunos tipos de incertidumbre.

* *

*

Sea el lenguaje L(N,k) correspondiente a una lógica de predicados monádicos de primer orden con identidad.

Sea Ω = <U,H> una estructura para L de forma tal que el dominio U = $\{u_i\}$ (i = 1,...,N) de individuos o entes que describen los enunciados de L posea una constante individual y una sola. Convendremos en que los predicados F_j (j = 1,...,k), designan ciertas propiedades $M(F_j) = X_j$ de los individuos las cuales denominamos *atributos* o *modalidades*[1].

Las *modalidades primitivas* pueden clasificarse en *familias*; las modalidades de una familia se relacionan entre sí por estar referidas a una misma clase o *carácter* formalizable por un conjunto C. Los caracteres pueden ser *cuantitativos o no cuantitativos*. Los primeros reciben el nombre de *magnitudes* y se clasifican en *intesivos o no definidos* y *extensivos o definidos*[2].

Notas

1.- R. CARNAP (1971b, p. 43) utiliza la denominación de 'atributos'. Por mi parte considero más apropiado afirmar el carácter como atributo de un ente que no la modalidad. De momento consideramos que el número de constantes individuales y el de predicados N y k respectivamente es infinito numerable, si bien también se puede ampliar a infinito no numerable (Cfr. R. CARNAP, 1971b, p. 48).
2.- Cfr. supra. c. III y A. RODRIGUEZ (1984) c.5.

Sea ahora $C = \{C_1,...,C_m,..\}$ el conjunto, que supondremos finito pero no necesariamente especificable, de los caracteres que se pueden obtener a partir del lenguaje L y centremos la atención en las magnitudes. Cada familia C_m da lugar a un *espacio (lógico) de modalidades* A_m, cuyos elementos representan las cantidades o estados concretos de la magnitud, a saber, atributos elementales o más específicos en las magnitudes intesivas y los posibles valores numéricos en las extensivas. En este último caso, A_m recibe el nombre de *espacio de valores*.

La diferencia entre C_m y A_m radica en que los atributos de C_m son menos específicos, de ahí que estén representados por elementos de una partición numerable de A_m, $\{X_{m1},X_{m2},...\}$, denominados *regiones*, y no por puntos de A_m. Por ejemplo, si L(N,k) posee los predicados 'rojo', 'naranja', 'amarillo', 'verde', 'azul', y 'violeta' para denotar los seis colores espectrales que se pueden percibir en el espectro, las modalidades correspondientes están relacionadas entre si por estar referidas al mismo carácter C_1 "color" el cual da lugar a un espacio de modalidades A_1 formado por las tonalidades de color específicas, el cual puede ser particionado en seis regiones, {rojo, naranja, amarillo, verde, azul, violeta}; si L(N,k) posee un nombre r para cada número entero entre 0 y 250, los predicados F_j $(j = 1,..,250)$ tales que $F_j(x)$ significa que "el peso de x está entre j-1 y j kilogramos" y U = {habitantes de Barcelona en 1.1.88}, las propiedades correspondientes están relacionadas entre ellas por estar referidas al mismo carácter C_2 "peso" que da lugar a un espacio de valores A_2 = [0,250] $\in$ R que a su vez se puede particionar {[0,1[,..,[249, 250]}.

Un conjunto finito o infinito numerable de individuos U = $\{u_1,...\}$, un conjunto finito de familias o caracteres $\{C_1,..,C_p\}$, un conjunto finito de espacios de modalidades $\{A_1,..,A_p\}$ y una partición $\{X_{m1},...\}$, finita o infinita numerable, de regiones para cada espacio A_m, constituyen un *sistema conceptual monádico*.

Un lenguaje L(N,k) para dicho sistema debe contener, además de una constante individual a_i para cada individuo u_i, un predicado F_{mj} para cada región X_{mj} en cada espacio de modalidades A_m, siendo finito si todas las particiones lo son, e infinito en caso contrario. Tendremos, por tanto, un conjunto finito de familias de predicados para cada carácter $\{F_{m1},F_{m2},...\}$. En lo sucesivo nos referiremos a las regiones o a los predicados indistintamente.

Sinópticamente, las nociones expuestas se pueden presentar como sigue:

Entes o individuos	Caracteres o magnitudes	Espacio de modalidades	Espacio de regiones
u_i	C_m	A_m	$\{X_{m1}, X_{m2}, ...\}$
a_i			$\{F_{m1}, F_{m2}, ...\}$
Constantes individuales			Predicados

Obsérvese que el vocabulario de L(N,k) no contiene signos para referirse ni a los caracteres ni al espacio de modalidades.

*

Cuando los caracteres son cuantitativos, definidos o no, y se presentan en forma comparativa, existe el problema de cómo pasar de las observaciones de tipo comparativo a la representación numérico-cuantitativa de una determinada propiedad.

Este problema lo resuelve, como es sabido, la moderna teoría de la medición, la cual afirma que si U es un conjunto de entes de una cierta clase, S una relación binaria en U que suponemos interpreta algún concepto comparativo, como "es más coloreado que", o "es más pesado que", y el sistema (U,S) satisface ciertas condiciones que dependen de las características de los entes objeto de medición y son perfectamente analizables dentro de la teoría, entonces existe una función f_s:U --> R que permite llevar a cabo dicha representación[1]. El proceso de introducir dicha función se denomina *medición*, y f_s recibe el nombre de la *cantidad* determinada por la relación S, siendo los valores $f_s(u_i)$ la *medida* de $u_i \in U$

Notas

1.- Cfr. P. SUPPES (1957, pp. 326 y ss.) e I. NIINILUOTO (1987, p. 105). En realidad, el conjunto de valores de f_s pertenece a R^n. Puesto que estamos en un sistema monádico sólo considero magnitudes escalares: las complejas requerirían predicados n-ádicos, n>1.

que expresa las propiedades cuantitativas de los objetos de U, medida que depende de la escala de f_s.

Sea ahora un sistema conceptual monádico con p ($p \geq 1$) caracteres C_m ($m = 1,..,p$) que dan lugar a p espacios de modalidades A_m, y otras tantas p familias de regiones $\{X_{mi};\ i = 1,..,n_m\}$. Si la partición relativa a C_m se hace cada vez más fina, hasta el punto de que en el límite los intervalos degeneran en números reales, el carácter C_m es reemplazado por el espacio de valores A_m, isomorfo al espacio de valores de la cantidad f_m determinada por C_m, es decir, el conjunto de números reales R.

La función f_m puede descomponerse de la siguiente manera: sea la relación de equivalencia E_m inducida por la función f_m,

$$u_i\ E_m\ u_j \text{ syss } f_m(u_i) = f_m(u_j)$$

para todo u_i, $u_j \in U$.

El conjunto cociente U/E_m estará formado por todos los entes cuya valoración para una determinada magnitud es la misma.

Consideremos ahora la suprayección que hace corresponder a cada elemento de U la clase de equivalencia a la que pertenece,

$$v: U \dashrightarrow U/E_m$$

$$u_i \dashrightarrow v(u_i) = t$$

U/E_m formaliza la magnitud C_m, siendo $v(u_i)$ los estados concretos o cantidades de la misma.

Al reemplazarse C_m por su espacio de valores y ser éste isomorfo a R, podemos considerar la aplicación g que a cada clase de equivalencia de U/E_m asigna el número real que expresa su medida, para una escala dada,

$$g: U/E_m \dashrightarrow R$$
$$t \dashrightarrow g(t) = z$$

Con lo cual, $f_m(u_i) = g(v(u_i) = z$.

Si L contiene p símbolos F_m para f_m $(m = 1,..,p)$ y un nombre 'r' para cada número real, entonces el proceso descrito permite reformular el esquema introducido más arriba como sigue:

Entes Caracteres = Espacios de modalidades ≡ Espacios de regiones

$$U \xrightarrow{\ v\ } (U/E_m) = C_m = A_m \xrightarrow{\ g\ } R$$

$$u \longrightarrow v(u_i) = t \longrightarrow g(t) = z \in R$$

$$f_m(u_i) = g(v(u_i) = z$$

a_i $\qquad\qquad$ $F_m(a_i) = r_m$

Ctes. ind. $\qquad\qquad$ Predicados

de donde, se puede definir un conjunto no numerable de predicados de la forma $F_m(x) = r_m$ que se puede reemplazar por R.

* *

*

Se conoce con el nombre de *Q-predicado* de L(N,k) una conjunción de la forma:

(i) $(\pm)F_1(x)$ & ... & $(\pm)F_k(x)$

donde (±) significa o el vacío o el signo de negación -.

Es fácil comprobar que si los predicados primitivos son lógicamente independientes entonces el número de Q-predicados es $q = 2^k$, siendo irrelevante el número de individuos. Por otra parte los Q-predicados $Q_i(x)$ $(i = 1,..,q)$ de L(N,k) son mutuamente exclusivos y conjuntamente exhaustivos, esto es, se cumple

(ii) $\vdash -(Q_i(x) \ \& \ Q_j(x))$ si $i \neq j$,

$\vdash Q_1(x) \lor \ldots \lor Q_q(x)$.

En otras palabras, las extensiones $H(Q_i)$ de los Q_i-predicados (i=1,..,q), denominadas *celdas* determinadas por Q_i, constituyen una partición del conjunto U, esto es,

(iii) $H(Q_i) \cap H(Q_j) = \emptyset$ si $i \neq j$

$\bigcup H(Q_i) = U \quad (i=1,\ldots,q)$[1].

Notas

1.- Un ejemplo nos permitirá ilustrar estos conceptos. Sea un lenguaje L(N,3). Podemos formar 8 Q-predicados, en cuyas expresiones los guarismos se comportan a modo de subíndices.
Q1: F1(x) & F2(x) & F3(x) Q5: -F1(x) & F2(x) & F3(x)
Q2: F1(x) & F2(x) & -F3(x) Q6: -F1(x) & F2(x) & -F3(x)
Q3: F1(x) & -F2(x) & F3(x) Q7: -F1(x) & -F2(x) & F3(x)
Q4: F1(x) & -F2(x) & -F3(x) Q8: -F1(x) & -F2(x) & -F3(x).
Para todo par de Q-predicados se da un predicado Fj(x) y su negación, por tanto es inmediato (ii), esto es, un mismo individuo no puede verificar dos Q-predicados distintos; además, por medio de las tablas de verdad se puede comprobar fácilmente que Qi(x) es un teorema de L(N,k), es decir, cada individuo verifica al menos una de las propiedades designadas por los ocho Q-predicados. Obtenemos así una partición del conjunto U.
Sea ahora un dominio U cuyo cardinal coincida con el número de constantes individuales, por (...)

A cada Q-predicado corresponderá una *Q-propiedad* en el sistema conceptual monádico. Una Q-propiedad es, en la terminología de la lógica aristotélica, una *species infima*, esto es, una especie, por ejemplo el "hombre", que por debajo de ella no tiene otras especies, sino sólo individuos. En otras palabras, una Q-propiedad no puede subdividirse en varias propiedades factuales por medio de las propiedades $M(F_j)$ del sistema en cuestión.

La importancia de los Q-predicados se manifiesta en lo siguiente. Sean los Q-predicados de L; una disyunción finita de los mismos se denomina *Q-forma normal*. Si $\alpha(x)$ es una expresión predicativa pura, que como sabemos (cfr. supra. capítulo IV) está formada con fórmulas atómicas sin el concurso ni de cuantificadores ni de constantes individuales, entonces se demuestra (cfr. R. CARNAP, 1950, pp. 130-133) que $\alpha(x)$ se puede expresar en una Q-forma normal, o lo que es lo mismo, existe un número w de Q-predicados, $1 \leq w \leq q$ tal que

(iv) $\vdash \alpha(x) <\!\!-\!\!> Q_1(x)$

El número w de Q-predicados recibe el nombre de *amplitud* de la expresión predicativa $\alpha(x)$, y

Notas

(sigue nota 1 de pág. anterior)
ejemplo U = {1,2,3,4}, y sea H una valoración para L(4,3) tal que H(aI) = i (i=1...4) y las extensiones de cada uno de los predicados H(F1) = {1,2}, H(F2) = {1,3}, H(F3) = {3}. Entonces H(Q1) = H(Q3) = H(Q6) = H(Q7) = ∅, H(Q2) = {1}, H(Q4) = {2}, H(Q5) = {3}, H(Q8) = {4}. Se cumple (iii), siendo ∅ la celda determinada por Q1, etc. Se observa también que cada elemento de U satisface uno y sólo un Q-predicado y que H(Qi) = U.

el cociente w/q es la *amplitud relativa* de $\alpha(x)$[1].

Sea un sistema conceptual monádico asociado a L y $\mathcal{F}_m = \{F_{mj}\}$ ($m = 1,...,p$; $j = 1,..,n_j$) un conjunto finito de familias finitas de predicados tales que para todo $m = 1,...,p$:

$$\text{(v)} \quad \vdash \; -(F_{mj}(x) \;\&\; F_{m1}(x)), \quad \text{si } j \neq 1$$
$$\vdash \; F_{mj}(x)$$

Entonces, los Q-predicados de L se pueden definir por medio de conjunciones de la forma

$$\text{(vi)} \quad F_{1j}(x) \;\&\; \ldots \;\&\; F_{pj}(x),$$

siendo $1 \leq j_1 \leq n_1$, ..., $1 \leq j_p \leq n_p$. El número total q de Q-predicados es $n_1 \cdot \ldots \cdot n_p$. Como caso particular, cada familia puede ser una dicotomía, esto es,

$$\mathcal{F}_1 = \{F1, -F1\}, \ldots, \mathcal{F}_p = \{Fp, -Fp\},$$

reduciéndose entonces (vi) a la definición (i).

Si los espacios de modalidades A_m correspondientes a las familias C_m, están dotados de una estructura métrica y topológica - por ejemplo, si se trata de magnitudes o caracteres cuantitativos definidos como la longitud, el peso, la fuerza, etc. que toman sus valores en un espacio R^n - las regiones X_{mj} designadas por los predicados F_{mj} pueden tener amplitudes diferentes.

<u>Notas</u>

1.- Prefiero traducir el significado de la palabra inglesa *width* por "amplitud" y no por "extensión" como hace A. RIVADULLA (1984, p. 85), para evitar confusiones con la extensión de un predicado o el número de individuos. Siguiendo con el ejemplo de la nota anterior, si $\alpha(x) = F1(x) \vee ((F2(x) \;\&\; F3(x))$, se comprueba que $\alpha(x)$ es lógicamente equivalente a $Q1 \vee Q2 \vee Q3 \vee Q4 \vee Q5$, siendo sus amplitudes absoluta y relativa 5 y 5/8 respectivamente.

Así, cuando A_m es un espacio de valores unidimensional, la amplitud de la región X_{mj} viene dada por la longitud del intervalo X_{mj}. Y si el espacio de modalidades del carácter "color" está dividido en cinco regiones

{rojo, naranja o amarillo, verde, azul, violeta},

la segunda región es más ancha que las restantes. De un modo más general, a cada espacio de modalidades A_m le corresponde una función de amplitud w_m definida en los subconjuntos de A_m. Si $w_m(A_m)$ es finito, los valores de w_m se normalizan dividiéndolos por $w_m(A_m)$.

* *

La noción de *descripción de estado* tiene por objeto clarificar lógicamente el concepto de "hecho posible" o "estado de cosas posible". En un sistema conceptual monádico, se trata de establecer para cada individuo y cada propiedad, o para cada constante individual y cada predicado primitivo, si los individuos poseen o no tal propiedad, esto es, una especificación completa del estado de los individuos del sistema.

Los Q-predicados sirven para tal fin: puesto que toda expresión predicativa pura $\alpha(x)$ se puede expresar en una Q-forma normal, resulta que los Q-predicados son las expresiones predicativas puras más fuertes lógicamente que se pueden formar en un lenguaje L; de ahí que la descripción más completa en L de un individuo u representado por una constante individual a se obtiene indicando el Q-predicado que la misma satisface. Si esto se realiza para todos los individuos obtenemos una descripción de estado de L(N,k). En otras palabras, la forma lógica de las descripciones de estado de L(N,k) son conjunciones de $k \cdot N$ fórmulas atómicas $F_j(a_i)$ o de sus negaciones, y vienen dadas por enunciados de la forma

(vii) $Q_i(a_1)$ & .... & $Q_i(a_N)$

abreviadamente $s(i_1, \ldots, i_N)$[1].

El conjunto de todas las descripciones de estado de L(N,k) se denota por Z(N,k), o simplemente Z, siendo $card(Z(N,k)) = q^N = 2^{k \cdot N}$. Dado que cada individuo satisface uno y sólo un Q-predicado, se verifica:

(viii) $\vdash -(s \,\&\, s')$ si $s, s' \in Z$, $s \neq s'$.

$\vdash \bigvee_{s \in Z} s.$

Notas

1.- Por ejemplo, en L(4,2), s(1,1,1,1) y s(2,4,1,1) designan respectivamente las descripciones de estado
s1 = Q1(a1) & Q1(a2) & Q1(a3) & Q1(a4) y
s2 = Q2(a1) & Q4(a2) & Q1(a3) & Q1(a4).
Las descripciones de estado informan esencialmente de qué individuos hay en las celdas de cada Q-predicado. Así, en los ejemplos anteriores, las celdas de los respectivos Q-predicados en cada descripción de estado son, en el primer caso H(Q1) = {a1,a2,a3,a4} = U y H(Qi) = { } (i=2,3,4), y H(Q1) = {a3,a4}, H(Q2) = {a1}, H(Q3) = { }, H(Q4) = {a2} en el segundo.
Por otra parte, (vii) presupone que el número N de individuos es finito, puesto que de otra forma la conjunción (vii) sería infinitamente larga y no podría ser expresada como un enunciado de L(ω,k) al contener un número infinito de predicados. De ahí que las descripciones de estado de L(ω,k) deban definirse como conjuntos de enunciados de la forma {Qij(aj); j <ω}.

Se define el *rango* de un enunciado α de L(N,k) como el conjunto de las descripciones de estado s en Z en las que α es verdadero, esto es

$$(ix) \qquad R(\alpha) = \{s \in Z;\ s \vdash \alpha\}.$$

Puesto que comprender el significado de un enunciado no es otra cosa que saber, de entre los casos posibles, cuáles son descritos por el enunciado y cuáles no, podemos decir que la noción de rango conceptualiza dicho significado (Cfr. R. CARNAP, 1950, pp. 78-79).

Un teorema importante es

$$(x) \qquad \vdash \alpha \longleftrightarrow \bigvee_{s \in R(\alpha)} s$$

esto es, que cada enunciado α de L(N,k) se puede representar como una disjunción de las descripciones de estado de su rango, denominada *Z-forma normal* de α. Las descripciones de estado se muestran así como los enunciados más fuertes lógicamente que se pueden expresar en L(N,k).

*

El número de descripciones de estado crece rápidamente con k y con N. Ahora bien, para ciertos problemas, como por ejemplo la asignación de probabilidades a priori, no importa saber qué individuos hay en cada celda $H(Q_i)$, esto es, qué individuos satisfacen las propiedades asociadas a los Q-predicados de una descripción de estado, sino cuántos. La noción de *descripción de estructura* nos informa de ello.

Dos descripciones de estado se dice que son *isomorfas* cuando las celdas de los Q-predicados correspondientes contienen el mismo número de elementos, independientemente de cuáles sean los elementos en cuestión. La isomorfía establece una relación de equivalencia en Z. Una disjunción de descripciones de estado que contiene precisamente todos los miembros de una clase de equivalencia se denomina una *descripción de estructura* de L(N,k) e informa de cuántos individuos hay en cada una de las celdas determinadas por Q_i; se representa $S(N_1,..,N_q)$[1].

Es inmediato comprobar que un enunciado α es equivalente a una descripción de estructura si su rango $R(\alpha)$ coincide con una de las clases de equivalencia, como asimismo que el número total de descripciones de estructura de L(N,k) es

$$\text{(xi)} \qquad \binom{N + q - 1}{q - 1} = \frac{(N + q - 1)!}{N!(q - 1)!}.$$

* *

Notas

1.- Consideremos las descripciones de estado de L(4,2) que hemos ejemplificado más arriba: comprobamos que las celdas de los Q-predicados correspondientes no contienen el mismo número de elementos en un caso que en otro. Cuando dicho número sí es igual, independientemente de cuáles sean los elementos en cuestión, se dice que las dos descripciones de estado son "isomorfas". Por ejemplo,
s1 = Q1(a1) & Q2(a2) & Q2(a3) & Q4(a4)
s2 = Q2(a1) & Q1(a2) & Q4(a3) & Q2(a4)
s3 = Q4(a1) & Q1(a2) & Q2(a3) & Q2(a4).
Si {s1,s2,s3} forma una clase de equivalencia, entonces S1 = S(1,2,0,1) = (s1 v s2 v s3) constituye una descripción estructural de L(4,2) y nos indica que en cada descripción de estado la celda correspondiente a Q1 contiene un elemento, a Q2 dos elementos, etc.

Consideremos nuevamente un sistema conceptual monádico con p ($p \geq 1$) familias de modalidades C_m que dan lugar a p espacios de modalidades A_m y p espacios de regiones X_{mj}, $m = 1,\ldots,p$, $j = 1,\ldots,n_m$.

Admitamos que en cada familia es posible considerar una cierta semejanza entre sus predicados correspondientes F_{mj} (Cfr. R. CARNAP, 1971b, c. 5) y también que se ha definido una distancia $d_m: C_m \dashrightarrow R$ para cada una de las familias. Por ejemplo, en la familia de los predicados del "color" la distancia expresa que el naranja es más semejante al amarillo que el azul, y en la familia de los predicados de la "edad" definidos por $F_{mj}(x)$ = "la edad de x está entre (j - 1) e j años", la distancia entre dos predicados $F_{im}(x)$ y $F_{jm}(x)$ es $|j - i|$. De un modo más general si C_m se obtiene como una partición de la recta real R o alguno de sus subintervalos, la distancia entre dos predicados de C_m viene dada por la distancia en R entre los puntos medios de los correspondientes intervalos, conviniéndose que si $C_m = \{F_m, -F_m\}$, la distancia entre los dos predicados es 1.

Sea Q el conjunto de Q-predicados (vi) $F_{1j}(x)$ & ... & $F_{pj}(x)$, relativo a las familias $C_1,\ldots,C_p$. La *distancia entre dos Q-predicados* de Q puede definirse por medio de la métrica de Minkowski

$$\text{(xii)} \qquad \left(\sum_{m=1}^{p} d_m(F_{m,jm}, F_{m,km})^p\right)^{1/p}$$

de la cual se obtiene, como casos especiales, la métrica usual ($n = 1$), la métrica euclídea ($n = 2$) y la métrica de Tchebycheff ($n = \infty$). El par (Q,d) es entonces un espacio métrico.

Si C_m consta de un conjunto numerable de intervalos de números reales X_{mj}, con los puntos medios x_{mj}, la distancia (xii) se reduce a

$$\text{(xiii)} \qquad \left(\sum_{m=1}^{p} | x_{m,j} , x_{m,k} |^{p} \right)^{1/p}$$

Para $n = 2$, esta expresión coincide con la distancia euclídea usual en R^n, en cuyo caso (Q,d) es isomorfo a un subconjunto numerable del espacio euclídeo R^n.

Cuando, en un proceso como el descrito más arriba (cfr. supra. p.215) la partición correspondiente a C_m ($m = 1,...,p$) se hace cada vez más fina, hasta el extremo de que los intervalos X_{mj} se convierten en números reales, el conjunto discreto Q de Q-predicados es reemplazado por el espacio euclídeo p-dimensional R^p, el cual, dotado con la métrica euclídea constituye el *espacio de estados* generado por las "cantidades" $f_1,...,f_p$ (cfr. I. NIINILUOTO, op. cit. p. 108).

Por consiguiente, el estado de un ente puede expresarse por una p-epla $(f_1(u),...,f_p(u))$ perteneciente R^p. Si el lenguaje L contiene p símbolos F_m para designar f_m, y un número r para cada $f_m(u)$, entonces se puede definir un conjunto no numerable de Q-predicados de la forma

$$\text{(xiv)} \quad F_1(x) = r_1 \quad \ldots \quad F_p(x) = r_p$$

el cual se puede reemplazar por

$$(xv) \qquad (r_1, \ldots, r_p)$$

transformando los Q-predicados en p-eplas de números reales. De ahí que se puede utilizar, tanto (xiv) como (xv) cuando se opera con cantidades, siendo preferible (xv), que equivale a operar en el espacio métrico familiar R^p.

*   *

*

Para una correcta caracterización de la incertidumbre epistémica vimos en la primera parte de la tesis que era imprescindible hacer referencia a la noción de *problema cognoscitivo*. Decir "sé que *p*" presupone, en la incertidumbre objetiva en sentido amplio, una cuestión previa a la cual la proposición *p* responde. Importa estructurar lógicamente el campo de las cuestiones válidas en el contexto que nos ocupa. Las cuestiones abiertas, esto es, que responden a las preguntas que se inician con ¿por qué?, ¿cómo? o ¿qué?, - por ejemplo ¿por qué tuvo lugar la Guerra Civil española?, ¿cómo es posible la vida en la tierra?, ¿qué te sucedió hace dos años? - debemos evitarlas para ceñirnos a las *cuestiones cerradas*, cuya formulación incluye ya una especificación de sus respuestas potenciales que pueden ser descritas y enumeradas *a priori*.

Las *respuestas potenciales* no están restringidas, siendo posible una sucesión de enunciados que respondan a las preguntas formuladas con un progresivo grado de detalle, pero sin constituir una respuesta completa. En cambio, si dado un conjunto de enunciados que suponemos mutuamente exclusivos y conjuntamente exhaustivos preguntamos por cuál de ellos es verdadero, entonces estamos ante una cuestión cerrada y con *respuesta única y completa*. Así, en el contexto de la *teoría de la decisión*, la pregunta por el estado de la naturaleza que va a tener lugar constituye un ejemplo paradigmático de cuestión cerrada con respuesta única completa.

Formalmente, sea un conjunto no vacío de enunciados de L, B = $\{h_i;\ i \in I\}$, siendo I un subconjunto numerable del conjunto de los números naturales N - también puede ser un subconjunto de R -, designemos por β el soporte evidencial que sustenta los enunciados de dicho conjunto. B es un *P-conjunto (P-set)* en L relativo β (Cfr. I. NIINILUOTO, 1987, pp. 126 y ss.) si y sólo si B constituye un conjunto, finito o infinito, de alternativas que es, en relación a β, mutuamente exclusivo y conjuntamente exhaustivo:

$$\text{(xvi)}\quad \beta \vdash -(h_i \,\&\, h_j) \quad i \neq j,\ i,j \in I$$

$$\beta \vdash \bigvee_{i\in I} h_i$$

$$\text{no } \beta \vdash -h_i \qquad \text{para todo } i \in I.$$

Por ejemplo, si β denota que Juan nació dentro de este siglo y $\mu°$ la edad que tiene, entonces el conjunto $\{\mu° = \mu;\ \mu \in [0, 87]\}$ es un P-conjunto relativo a β. Es inmediato comprobar que si β es verdadero uno y sólo uno de los elementos de B es verdadero. Asimismo, O = {T}, T es una tautología, es un P-conjunto, denominado *trivial*.

Para simplificar se puede suponer que β es vacío, puesto que si $B = \{h_i;\ i \in I\}$ es un P-conjunto, entonces $B(\beta) = \{h_i \in B;\ \text{no } \beta \vdash -h_i\}$ es un P-conjunto relativo a β.

El conjunto de todas las disyunciones no vacías de los elementos de B se denomina la *clausura disyuntiva* del P-conjunto B y se simboliza D(B):

(xvii) $D(B) = \{\ h_i;\ \emptyset \neq I_h \subset I\}$

siendo I_h el conjunto de índices de h relativo a B y el número de elementos $card(D(B)) = (2^{(card I)}) - 1$. La disjunción

(xviii) $$h = \bigvee_{i \in I_h} h_i$$

se denomina la *B-forma normal* de h.

Cada P-conjunto B corresponde a una pregunta cerrada con respuesta única del tipo: ¿Qué elemento de B es verdadero? Cada cuestión de este tipo constituye un *problema cognoscitivo*, siendo los enunciados $h_i \in B$ *respuestas completas potenciales*. Puesto que de algún modo reducen la incertidumbre producida por la cuestión formulada, los elementos de D(B) se denominan *respuestas parciales potenciales*, siendo g lógicamente más fuerte que g' si $g \vdash g'$, $g, g' \in D(B)$.

El único elemento de B que, de serlo β, es verdadero, lo designaremos por $h*$ y denotará la *respuesta completa correcta* al problema cognoscitivo B. Una respuesta $g \in D(B)$ es una *respuesta parcial correcta* si y sólo si $h*$ pertenece a la B-forma normal de g ($h* \vdash g$).

Como ejemplos de P-conjuntos podemos señalar el conjunto de las descripciones de estado Z(N,k) de L(N,k) siendo D(Z(N,k)) el conjunto de todos los enunciados consistentes de L(N,k); el conjunto de las descripciones de estructura; el conjunto R de los números reales, el cual define el problema cognoscitivo de estimar el valor desconocido $\partial^* \in R$, siendo $\partial \in R$ las respuestas completas potenciales, y los subconjuntos de R - en particular los intervalos - las respuestas parciales; el conjunto de los estados de la naturaleza en un problema de la teoría de la decisión.

* *

Sea $B = \{h_i;\ i \in I\}$ un P-conjunto que define un problema cognoscitivo, *discreto o continuo* según I sea subconjunto de N o de R respectivamente. Sea d:BxB --> R una *semimétrica* - no se excluye, por tanto, que sea una métrica - que supondremos definida en B, esto es, una función real de dos variables verificando

$$d(h_i,h_j) \geq 0 \text{ para todo } i,\ j \in I$$

$$d(h_i,h_j) = 0 \text{ syss } i = j$$

$d_{ij} = d(h_i,h_j)$ denota la *distancia* en B entre h_i y h_j. Sin pérdida de generalidad podemos también suponer que d_{ij} está normalizada ($d_{ij} \leq 1$) puesto que, de lo contrario, siempre podemos tomar en su lugar

(xix) $d' = d/(d + 1)$.

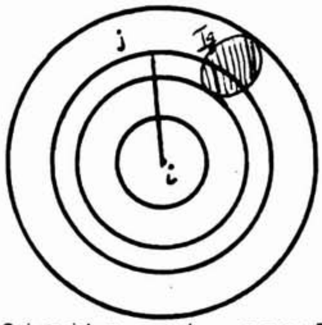
Para cada $i \in I$, la función d define en B una relación de orden $\leq_i$ y una relación de equivalencia $\sim i$,

(xx) $h_j \leq_i h_k$ siss $d_{ij} \leq d_{ik}$

$h_j \sim_i h_k$ syss $d_{ij} = d_{ik}$

para $j, k \in I$.

Cada clase de equivalencia estará formada por los enunciados h_j equidistantes de h_i, dando así lugar el conjunto cociente $B/\sim i$ a definir un *sistema de esferas de semejanza* - noción introducida por R. HILPINEN (1976) y adoptada posteriormente por I. NIINILUOTO - alrededor de h_i, y que se puede representar por medio de la figura siguiente:



El orden $\leq_i$ es *finito* si card($B/\sim i$) es finito, y *denso* si para todo h, k $\in$ I tales que $d_{ij} < d_{ik}$ existe $h_m \in B$ tal que $d_{ij} < d_{im} < d_{ik}$.

Dado $h_i \in B$, $h_j \in B$ - que no tiene por qué ser único - se denomina un *d-complemento* de h_i si $d_{ij} = \max d_{ik}$, para $k \in I$. El par (B,d) diremos que es un *sistema d-complementado* si cada h_i tiene un único d-complemento h_j de forma que $d_{ij} = 1$.

Las relaciones de orden $\leq_i$ y $\leq_j$ se dice que son *d-isomorfas* si hay una aplicación biyectiva f:I --> I tal que, para todo $k \in I$, se verifique $f(i) = j$ y $d_{ik} = d_{if(k)}$. El par (B,d) se denomina un *sistema simétrico estructuralmente* si todas las relaciones de orden $\leq_i$, $i \in I$, son d-isomorfas entre sí, lo cual significa que cada elemento h_i de B tiene a su alrededor esencialmente el mismo sistema de esferas.

Si B es finito, para cada $i \in I$ se define la *distancia media* desde h_i a los elementos de B como sigue,

$$\text{(xxi)} \quad med(i,B) = (1/|I|) \sum_{j \in I} d_{ij}$$

concepto que se puede generalizar a problemas infinitos discretos y continuos[1]. Si (B,d) es estructuralmente simétrico se cumple que med(i,B) es constante para todo i.

*

Hasta ahora, d sólo ha sido definida para elementos de B, lo cual significa que únicamente hemos tomado en consideración la distancia entre enunciados que constituyen respuestas completas potenciales. Sin embargo, en el análisis necesitamos incorporar también las respuestas parciales $g \in D(B)$. Habida cuenta de la forma B-normal de g (xviii), g puede ser representado por el conjunto no vacío $\{h_j;\ j \in I_g\}$ en el conjunto ordenado $(B,\leq_i)$. De acuerdo con esto se conviene definir la distancia de h_i a g como la distancia entre el conjunto de índices I_g y el centro i. Ello conduce prolongar la función d:BxB --> R a la función d:BxD(B) --> R - puesto que no ha lugar a confusión utilizaré la misma característica funcional - de manera que $d(h_i,g)$ exprese la distancia de $g \in D(B)$ a $h_i \in B$.

Notas

1.- Cfr. I. NIINILUOTO, op. cit. p. 211)

La nueva función debe ser tal que el orden $\leq_i$ definido en D(B) coincida con el orden original $\leq_i$ en B. Para los problemas discretos, siendo $j \in I_g$ y $k \in I_{g'}$,

(xxii) $d(h_i,g) \leq d(h_i,g')$ syss $d_{ij} \leq_\bullet d_{ik}$

lo cual se cumple si, de forma natural, imponemos que la función inicial sea una restricción de ella, esto es, que verifique la *condición de homogeneidad*

(xxiii) $d(h_i,g) = d_{ij}$ cuando $I_g = \{j\}$.

También resulta natural exigir que $d(h_i,g)$ sea función de las distancias d_{ij}, $j \in I_g$, de los elementos h_j de la B-forma normal de g a h_i. Una función que expresa la conexión entre $d(h_i,g)$ y los valores d_{ij} se denomina *función de reducción*,

(xxiv) $d(h_i,g) = red(\langle d_{ij};\ j \in I_g\rangle)$

siendo, según (xxiii), $red(\langle d_{ij}\rangle) = d_{ij}$.

Lo anterior es válido para problemas discretos. La generalización a problemas continuos es posible, si bien comporta alguna dificultad subsanable que no es preciso tratar aquí (Véase I. NIINILUOTO, pp. 212-213). Lo que ahora importa es definir las funciones de reducción más usuales.

Dos de ellas, válidas para problemas tanto discretos como continuos, se obtienen a partir de las medidas para la distancia entre un punto y un conjunto

(xxv) $dinf(h_i,g) = \inf_{j \in Ig} d_{ij}$

$dsup(h_i,g) = \sup_{j \in Ig} d_{ij}$

que, en caso de ser $\leq_i$ un orden finito, se transforman en

(xxvii) $dmin(h_i,g) = \min_{j \in Ig} d_{ij}$

(xxviii) $dmax(h_i,g) = \max_{j \in Ig} d_{ij}$

estas últimas para medir, respectivamente, la distancia mínima y máxima entre g y h_i.

Para B finito,

(xxix) $dmed(h_i,g) = (1/|I|) \sum_{j \in I_g} d_{ij}$

y (xxx) $dsum(h_i,g) = \sum_{j \in I_g} d_{ij} / \sum_{j \in I} d_{ij}$

son otras dos funciones de reducción que miden, respectivamente, la media aritmética de las distancias entre h_i y los elementos h_j en la B-forma normal de g, y la suma normalizada de las distancias correspondientes. La medida dmed satisface la condición de homogeneidad (xxiii) para problemas finitos. En los problemas continuos dicha condición se satisface aplicando el proceso de generalización al que hemos aludido antes. En cambio, dsum no es homogénea.

Las anteriores funciones de reducción pueden combinarse para obtener nuevas funciones con pesos a modo de parámetros extra-lógicos. Son de especial interés las funciones

(xxxi) $d^{\partial}mm(h_i,g) = \partial dmin(h_i,g) + (1 - \partial)dmax(h_i,g)$

(xxxii) $d^{\partial\partial'}ms(h_i,g) = \partial dmin(h_i,g) + \partial' dsum(h_i,g)$

siendo $0 \leq \partial \leq 1$ y $0 \leq \partial' \leq 1$. Si $\leq_i$ es densa, las funciones dmin y dmax deben substituirse por dinf y dsup respectivamente. Cuando $\partial, \partial' \in]0,1]$, el valor de ∂ indica, en relación a ∂', el peso relativo dado a la distancia mínima con respecto a la distancia máxima o a la suma normalizada dsum.

Se puede comprobar que entre las funciones definidas se dan las siguientes relaciones:

$d^1mm = d^{10}ms = dmin$

$d^0mm = dmax$

$d^{01}ms = dsum$

$d^{11}ms = dmin + dsum$

$d^{½}mm = ½(dmin + dmax)$

$d^{½½}ms = ½(dmin + dsum)$

$d^{\partial(1-\partial)}ms = \partial dmin + (1 - \partial)dsum.$

Es posible definir otras funciones de reducción, pero en nuestro caso es suficiente con las anteriores para medir la incertidumbre en los casos relacionados con el conocimiento aproximado e inexacto.

*　　*

*

Las nociones introducidas en este capítulo tienen por objeto proporcionar el fundamento lógico y métrico para la medida de la incertidumbre en sus diversas modalidades. En los dos próximos capítulos tendremos ocasión de aplicarlas.

Capítulo VIII

P R O B A B I L I D A D

La probabilidad es el concepto básico utilizado para la medida de la incertidumbre, tanto epistémica, objetiva y subjetiva, como óntica. Pero es sabido que la noción de probabilidad admite diversas interpretaciones. Dilucidar cuál de ellas es la más adecuada para captar la realidad que pretende significar ha sido, y todavía lo sigue siendo, uno de los motivos principales de investigación de la filosofía de la ciencia.

Pretendo, en este capítulo, participar en el debate que al respecto se viene se viene desarrollando ofreciendo una visión crítica de las distintas interpretaciones que permita mostrar, lo más acentuadamente posible y en toda su complejidad, la conexión que guardan con la incertidumbre asociada al conocimiento probable. Los resultados de la discusión se tendrán en cuenta finalmente en la propuesta de la métrica correspondiente.

* *

*

Como consecuencia de la plurivocidad del término *probabilidad* nos encontramos que en su empleo es fácil incurrir en uno de los dos extremos siguientes: procurar la univocidad adoptando el sentido técnico y formal propio de la teoría matemática del cálculo de probabilidades, con lo cual se evita la ambigüedad pero a costa del contenido significativo, o bien utilizarlo, consciente o inconscientemente, de un modo confuso, confiando en que el contexto y la comprensión intuitiva basten para una clarificación sumamente "improbable".

Una referencia a la etimología y a la evolución de la noción de probabilidad nos ayudará a situarnos en un justo término medio[1]. La primera característica a destacar es la relación que, en la mayoría de las lenguas europeas, existe entre el concepto de *probabilidad* y la conjunción del concepto de *verdad* con el de *semejanza* por una parte, y el de *apariencia* por otra. Así, por citar sólo unos ejemplos, en latín, aparte de *probabilitas* tenemos *veri-similitudo*, en inglés *verisimilitude*, y "probable" se traduce por *likely*, en alemán

Notas

1.- Para más detalles, cfr. K. POPPER (1965, pp. 399 y ss.) y I. NIINILUOTO (1987, p. 160).

Wahrscheinlichkeit. En castellano, según el Diccionario Vox 'probabilidad' significa "calidad de probable" en las acepciones siguientes: a) verosímil, o que se funda en razón prudente, b) dícese de aquello que hay buenas razones para creer que se verificará o sucederá.

Advertimos, pues, dos denotaciones primarias del concepto de probabilidad que históricamente se han confundido a menudo: el de *semejanza con la verdad* y el de *verdad aparente*. Ambos significados deben distinguirse cuidadosamente puesto que entre ellos hay una diferencia cualitativa importante que va a permitirnos deslindar, entre las nociones para estimar la incertidumbre, las asociadas al conocimiento probable de las que se corresponden con el conocimiento inexacto.

El término *apariencia* significa "aspecto que ofrece una cosa cuando se deja ver, se manifiesta, se presenta (generalmente a la vista)", mientras que la *semejanza o similitud* se da entre dos entidades que "no son idénticas, ni son iguales, ni son distintas, pero poseen a la vez algo igual y algo distinto" (Cfr. FERRATER MORA, 1980). Obsérvese que mientras la semejanza es una relación o predicado diádico que requiere de dos entidades de las que se diga que son semejantes, la apariencia es un predicado monádico que se predica de un sujeto, el aspecto bajo el cual se nos muestra.

La semejanza se funda en razones "estructurales"; la apariencia requiere de signos, indicios, razones, elementos de juicio, evidencia en suma, que apunta hacia la cosa que se manifiesta a través de ella. La apariencia es el sucedáneo de la realidad sobre el cual se basa la *opinión*, esto es, nuestra capacidad de juzgar en ausencia del conocimiento directo o demostrativo: cuantos más indicios y evidencia poseamos de la verdad de lo que se nos muestra, más confianza otorgaremos a nuestro conocimiento incompleto, mejor fundada estará nuestra opinión y más verosímil será. Pero la *vero-similitud* no depende forzosamente de la evidencia: un relato de unos hechos puede ser fruto de la imaginación y coincidir, total o parcialmente, con la realidad, puede ser más o menos vero-símil. De los dos sentidos, es el de la probabilidad como "apariencia de la verdad" el único que debemos retener aquí, el único que tiene que ver con el conocimiento probable. Es el sentido expuesto por J. LOCKE (1690, IV, 15, 1) y no discutido por LEIBNIZ (1703, IV, 15 1): "Si la *démonstration* fait voir la liaison des idées, la *probabilité* n'est autre chause que l'apparence de cette liaison fondée sur des preuves où l'on ne voit point de connexion immuable." La *semejanza con la verdad* es un concepto diferente que encierra la idea de una "aproximación" a la verdad. Así, mientras la probabilidad de una hipótesis en relación con una evidencia que la refuta es nula, la verosimilitud no tiene por qué serlo, e incluso puede ser alta.

* *

*

Hemos apuntado una primera distinción relevante. Ahora bien, al emparentarla con la apariencia y la opinión, la probabilidad se relaciona con la incompletitud de nuestro conocimiento, adquiriendo un sentido epistémico - o "subjetivo" -; sin embargo, es sabido que desde el punto de vista frecuencial o del propensivista admite también un significado "objetivo" dando lugar a una segunda distinción que se suele utilizar para clasificar comprensivamente en dos grupos todas las interpretaciones de la probabilidad.

El primero se caracteriza por considerar la asignación de probabilidad como una consecuencia de la imperfección de nuestro conocimiento acerca de la verdad o falsedad de una hipótesis, denotada por 'h', en relación con la evidencia de que disponemos, denotada por 'e', siendo 'h' y 'e' proposiciones o los enunciados que las expresan; en el segundo la asignación de probabilidad mide un fenómeno que pertenece a la propia naturaleza de los hechos y que no depende del observador, 'h' designando el suceso en cuestión y 'e' el estado de cosas o conjunto de condiciones antecedentes bajo las cuales se realiza.

Si, por ejemplo, se atribuye una probabilidad de 1/6 al enunciado que expresa la proposición correspondiente a un resultado concreto en el lanzamiento de un dado, desde la concepción "subjetiva" se interpretará dicha probabilidad como una valoración que, dependiendo de un estado de conocimiento e, nos informa o bien del grado de creencia acerca de la verdad de h o bien del grado en que h se sigue de e (cfr. supra. c. VI, p.169); en cambio, desde la concepción "objetiva" se sostendrá que '1/6' está midiendo una realidad extra-cognoscitiva - una propiedad, observable o no, del dado o de una sucesión de lanzamientos - que sólo depende de las condiciones físicas en las que se realiza el acontecimiento. En la concepción "subjetiva", un dato adicional - por ejemplo, que el dado esté cargado - puede modificar la probabilidad de un enunciado; en la "objetiva" ninguna información nueva puede variar la probabilidad de un hecho: en todo caso alterará la estimación, hipotética, que hacemos de la misma.

Dentro de la concepción "subjetiva" de la probabilidad se pueden distinguir tres interpretaciones: *psicológica, racional y lógica.* En la primera, la probabilidad es un concepto psicológico que se interpreta como el grado *actual* de creencia en la verdad de la proposición h por una persona X en un momento t. La evidencia e ocupa aquí un lugar secundario. R. CARNAP (1971a, p. 11) utiliza el término técnico de *grado de creencia (degree of credence)* para referirse a dicho concepto. Los valores de la función correspondiente se obtienen en base a la aplicación de métodos experimentales sobre el comportamiento de las personas con respecto a las apuestas y situaciones similares.

Cuando dicha valoración se basa, no en experimentos, sino en ciertos requisitos de racionalidad que se aceptan a modo de axiomas, de tal manera que el enunciado probabilístico 'P(h/e) = r' significa que en las condiciones determinadas por la evidencia e, cualquier persona racional debería creer h en grado r, la probabilidad se interpreta como el *grado racional de creencia* en h de un sujeto ideal X al que se supone dotado de una perfecta racionalidad, así como de una memoria infalible, siendo ahora relevante la evidencia e[1].

Finalmente, si se prescinde por completo de cualquier referencia a sujetos cognoscentes, actuales o ideales, y el enunciado 'P(h/e) = r' se interpreta en el sentido de que "e implica parcialmente - o confirma - h en grado r", siendo 'r' determinable *a priori* únicamente a partir de los significados de 'e' y 'h', entonces estamos ante la *interpretación lógica de la probabilidad*, propia de la lógica inductiva[2].

En cuanto a la concepción "objetiva", las interpretaciones fundamentales son la *frecuencialista* y la *propensivista*. La primera[3] se basa en la idea de que la probabilidad de un acontecimiento está esencialmente vinculada a la frecuencia de veces en que el mismo acaece relativa a un grupo, colectivo o sucesión de pruebas suficientemente numeroso.

Notas

1.- Sobre los requisitos de racionalidad, cfr. R. CARNAP, (1971a, pp. 13 y ss.), y P. HORWICH, (1982, pp. 32-3), en donde se distingue dos sentidos de la racionalidad, débil y fuerte.
2.- Sobre la intepretación lógica, cfr. supra. c. VI. Además, P. HORWICH, (1982, pp. 36-42) y R. CARNAP,(1971a). Para un examen crítico de la problemática de la lógica inductiva debe verse I. LAKATOS (1968).
3.- Sobre la interpretación frecuencialista cfr. J.M. KEYNES, (1921, pp. 100 y ss.), R. CARNAP, (1950, pp. 25 y ss.) y K. R. POPPER (1959, c. 8.)

R. v. MISES (1928) elaboró la primera teoría frecuencial que desarrolló dicha idea proporcionando unos fundamentos para todos los teoremas principales del cálculo de probabilidades[1], estableciendo que la secuencia debía ser infinita y además verificar los axiomas de convergencia - las frecuencias relativas del atributo que se considera deben poseer un valor límite definido - y de aleatoriedad - el límite debe permanecer invariante si una parte de los elementos se selecciona arbitrariamente del total.

La teoría de v. MISES ha sido objeto de diversas críticas relacionadas con el carácter infinito del colectivo y con los citados axiomas[2], y ha sido reformulada, entre otros, por J. NEYMANN (1950), quien define la probabilidad en base a una clase finita de acontecimientos denominada *Fundamental Probability Set* (FPS) de la que no se especifica el tamaño[3]. En cualquier caso, es común a las teorías frecuencialistas asociar la probabilidad a una sucesión de sucesos, finita o infinita, de tal modo que si no se quiere que queden excluidos los enunciados probabilísticos acerca de un acontecimiento singular éstos deben interpretarse en el sentido de que dicho acontecimiento es un elemento de una sucesión de sucesos con una frecuencia relativa; así,

Notas

1.- Cfr. K. R. POPPER (1959) p. 142.
2.- Sobre estas críticas puede verse J.R. WEINBERG (1958, pp. 154-8), K. R. POPPER (1959, c. 8) y A. COSTA (1984, pp. 319 y ss.)
3.- Para el FPS desde la perspectiva estructuralista, cfr. A. COSTA (1984, pp. 321 y ss.) donde se comenta la reformulación de H. CRAMER.

por ejemplo, el enunciado 'existe una probabilidad de 1/2 de que en la próxima tirada con esta moneda salga cara' se interpreta frecuencialmente como "la frecuencia relativa de las caras en una sucesión - finita o no - de tiradas con esta moneda es 1/2".

La intepretación *propensivista* elaborada inicialmente por K. R. POPPER[1], a diferencia de la teoría frecuencial permite considerar los enunciados probabilísticos singulares sin necesidad de suponer que pertenecen a sucesión alguna. En esta interpretación, la probabilidad se considera como una

> "(...) propiedad física real de cualquier situación física única concreta y, por tanto, también del experimento físico singular o, más exactamente, de las condiciones experimentales establecidas por la regla que define las condiciones para la repetición (virtual) del experimento." (POPPER,1982b, p.91)

Mientras que en la interpretación frecuencial el enunciado de que la probabilidad de salir cara en el lanzamiento de esta moneda es 1/2 debe interpretarse como una afirmación acerca del fenómeno de la estabilidad de las frecuencias en sucesiones repetidas de experimentos, propensivistamente dicho enunciado debe verse como una hipótesis acerca de la medida de una propiedad física - la propensión - de la moneda y de las condiciones de lanzamiento que tiende a producir el

Notas

1.- También se atribuye a C. S. PEIRCE, Al respecto cfr. K. R. POPPER, (1982a, p. 322, nota 2). Para una exposición y crítica reciente del propensivismo, cfr. P. MILNE (1987).

fenómeno observable de las frecuencias relativas.

Sinópticamente, podemos resumir lo dicho en el siguiente cuadro:

- probabilidad
  - concepción "subjetiva"
    - int. psicológica
    - int. racional
    - int. lógica
  - concepción "objetiva"
    - int. frecuencialista
    - int. propensivista

* *

El anterior esquema parece aceptable en principio. De hecho, lo es por la mayor parte de teóricos de la probabilidad. Con todo, la descripción que lo explica deja sin respuesta cuestiones que, en orden a conseguir una adecuada conceptualización para la medida de la incertidumbre no deben quedar marginadas de nuestro estudio. De izquierda a derecha el cuadro sugiere las siguientes observaciones:

(a) Notemos que, si bien implícitamente, hemos dado por supuesto que las diferentes interpretaciones de la probabilidad verifican las leyes del cálculo de probabilidades.

Este planteamiento es correcto en las interpretaciones "objetivas" como se deduce de las propiedades de las frecuencias relativas; lo es asimismo en la interpretación racional - y por consiguiente en la lógica -, en la que son aplicables los teoremas de B. DE FINETTI, A.

SHIMONY y J. KEMENY que demuestran que un sistema de creencias es racional o "estrictamente coherente" si y sólo si es probabilístico[1]; pero no lo es en la interpretación psicológica, en donde dichos teoremas no tienen por qué ser aplicables.

Preguntamos, ¿acaso es contrario al significado profundo de la probabilidad la no verificación de los axiomas de la teoría matemática del cálculo de probabilidades?

(b) Los términos 'subjetivo' y 'objetivo' que suelen utilizarse para designar la clasificación son inapropiados, habiendo sido criticados, principalmente del lado "subjetivista", aduciendo que la opinión subjetiva es algo objetivo que puede ser motivo de un riguroso estudio siempre y cuando de ella se pueda decir que es o verdadera o falsa[2]. En su lugar es mejor emplear las denominaciones 'epistémico' y 'óntico' respectivamente. Ahora bien, ¿cuál es el sentido de las mismas?

(c) Las discrepancias entre partidarios de la concepción "subjetiva" y los de la "objetiva" llevan en ciertos casos a rechazar el dualismo que implica la clasificación por considerar que la otra posición carece de sentido[3]. Ello conduce a la reflexión siguiente: si, como

Notas

1.- Cfr. R. CARNAP, (1971a), pp. 14-15.
2.- Cfr. B. DE FINETTI (1970, pp. 8-9); J. M. KEYNES (1921, p. 4); R. CARNAP (1950, pp. 43, 238, y 1971a p. 13); J. L. SAVAGE (1954, c. III).
3.- Cfr. B. DE FINETTI (1970, pp. 10-12); K. R. POPPER (1959, sec. 28, p. 140); I. HACKING (1975, pp. 14-15).

vimos, la noción de probabilidad se relaciona primariamente con la falta de conocimiento, ¿cómo se llega a la concepción "objetiva"?, ¿cuál es la razón de dicho dualismo y qué sentido tiene?

(d) A pesar de que K. R. POPPER (1982a, p. 334) defiende que la interpretación lógica entra, de un modo indirecto, dentro de las interpretaciones subjetivas, dado que la misma prescinde de toda referencia a sujetos cognoscentes, ideales o actuales, no parece que su conceptualización epistémica esté justificada. Pero tampoco lo está la "objetiva". ¿Dónde clasificarla entonces?

(e) No figura la interpretación *clásica o laplaciana* debido a la dificultad que hay en asimilarla a los criterios utilizados en la clasificación anterior. Por una parte no es admisible incluirla entre las interpretaciones "objetivas" como hace K. R. POPPER (1982b, p. 87; sin embargo, ver la nota añadida en 1980 en p. 86) puesto que DE LAPLACE consideró la probabilidad únicamente en relación a la falta de conocimiento y en ningún momento como una propiedad de las cosas. Por otra parte, si prescindimos del origen epistémico, no deja de ser cierto que la teoría clásica puede ser considerada objetivamente en algunos casos, como por ejemplo el del lanzamiento de un dado con una simetría perfecta y de material homogéneo. ¿Y pues?

Intentar responder a estas preguntas y, si es preciso, reformular la clasificación que venimos comentando facilitará la posterior conexión entre la incertidumbre y la probabilidad. A tal fin conviene que completemos la referencia etimológica anotada más arriba con un compendio de la evolución que ha experimentado la noción de probabilidad.

* *

*

Es un lugar común que la idea moderna de la probabilidad se origina hacia 1660, asociándose principalmente a los nombres de DE MÉRÉ, PASCAL, FERMAT y HUYGENS. En esa época, a causa de la herencia terminológica y conceptual recibida de la Edad Media la probabilidad se consideraba como un atributo de la opinión (Cfr. I. HACKING, 1975, c. 3).

Esta atribución comportaba connotaciones (Cfr. E. BYRNE, 1968, p. 188), dos de las cuales quiero destacar. Una opinión se consideraba *probable*, por una parte cuando tenía tras ella una autoridad que la aceptaba, denotando, desde este punto de vista, el término 'probabilidad' tanto la *aprobación* de la proposición aceptada como la *probidad* de las autoridades que la aceptaban; por otra parte, cuando había argumentos que se presentaban en su favor, en cuyo caso 'probabilidad' significaba *aprobabilidad*, cualidad que posee la proposición de ser probada.

Debemos centrar la atención en esta última connotación. Los argumentos o *pruebas* tomados en consideración eran el *testimonio* aportado por testigos y la *autoridad* conferida por el saber y el conocimiento de los libros antiguos. Ambos, el testimonio y la autoridad, constituían la apariencia por la cual se juzgaba acerca de la verdad de una opinión y proporcionaban evidencia a la opinión a-probable. Ahora bien, ¿qué clase de *evidencia*?

La Lógica de Port Royal introdujo en 1662 la distinción entre evidencia *externa* o extrínseca y evidencia *interna* o intrínseca (Cfr. I. HACKING, 1975, c. 4, p. 33 y c. 9, p. 79). La evidencia que proviene del testimonio y la autoridad es del primer tipo; las huellas que deja un animal constituyen un ejemplo del segundo. El concepto medieval de probabilidad, que sólo tenía en cuenta la evidencia externa y, dentro de ella, privilegiaba la autoridad al testimonio, era el único contemplado por las doctrinas probabilistas del siglo XVII, tan combatidas por B. PASCAL en sus *Lettres Provinciales*[1].

Mas a medida que la discusión científica iba ganando terreno a los debates teológicos en los cuales era primordial el peso de la autoridad exegética, la concepción de lo probable que se limitaba a tomar en consideración exclusivamente las opiniones de la mayoría, o de los más autorizados, fue revelándose cada vez más insuficiente. Al respecto, J. LOCKE (1690, IV, 15) señalaba que, de los

Notas

1.- Cfr. "sexième lettre" y los "Pensées" núms.184-233; H. GUITTON (1951) p. 68, observa que, paradójicamente, PASCAL fue el filósofo que más ardor puso en oponerse al probabilismo, una doctrina moral desarrollada por los jesuitas en el siglo XVII que afirma debe seguirse, en cuestiones morales, siempre la opinión más probable. Cfr. I. HACKING (1975 pp. 24-25) y J. FERRATER MORA (1980, art. 'probabilismo').

demás, sólo el testimonio y no la opinión, debía pasar por un verdadero fundamento de la probabilidad.

* *

También G.W. LEIBNIZ, cita indispensable para comprender la evolución y los diversos significados de la noción de probabilidad[1], criticó a los moralistas *relachés* por tener una noción tan limitada e insuficiente de lo probable. Su crítica, era más penetrante que la de LOCKE: por un lado no excluía del todo la opinión como fundamento de la probabilidad, si bien admitía que no era tan valiosa como el testimonio (1703, IV, 15, 6); por otro lado, y esto es lo más significativo, subsumía la evidencia externa en la interna.

> "Mais le probable est plus étendu: il faut le tirer de la nature de choses; et l'opinión des personnes, dont l'autorité est de poids, est une des choses qui peuvent contribuer à rendre une opinion vraisemblable, mais ce n'est pas ce qui achève toute la vérisimilitude. Et lorsque Copernic était presque seul de son opinion, elle était toujours incomparablement plus vraisemblable que celle de tout le reste du genre humain."

Como jurista e historiador, LEIBNIZ

Notas

1.- Cfr. al respecto la opinión de P. REMOND (1713, *Avertissement*, de I. HACKING (1975), de J. L. SAVAGE (1954) c. I. y de J. M. KEYNES (1921).

había vivido muchos casos en los que las circunstancias no armonizaban con los testimonios y las opiniones. Sabía muy bien, por consiguiente, que la evidencia externa puede hacer que una opinión sea probable, fundamentar la apariencia de verdad, pero no es toda la evidencia que podemos utilizar ni, como muestra el caso de Copérnico, es siempre la más importante. Se hacía preciso acudir al testimonio que ofrece la propia naturaleza de las cosas.

De ahí que fuera perentoria la investigación de los grados de probabilidad, cuya omisión LEIBNIZ consideraba como "un grand défaut de nos logiques", y de la que tan sólo se habían ocupado los jurisconsultos. Así, "en traitant des preuves, présomptions, conjectures et indices, ont dit quantité de bonnes choses sur cet sujet, et sont allés à quelques détails considérables" (1703, IV, 16, 5), comenzando con la notoriedad, que no necesita pruebas, pasando por las pruebas enteras, pruebas más que plenas, pruebas plenas ordinarias, presunciones que pasan por pruebas enteras provisionalmente, pruebas más que semiplenas, pruebas menos que semiplenas y, fuera de esto, gran cantidad de grados de conjeturas e indicios, *ad torturam, ad terrendum, ad capturam* y *ad inquiriendum*.

Todo ello constituía como "une espèce de *logique* apliquée aux questions de droit" que, según LEIBNIZ, debía servir de comienzo para la *science des preuves*, aplicable a los más diversos órdenes de la vida, la Teología, la Dialéctica y la Jurisprudencia naturales, por la cual se pueda aprender demostrativamente la manera de estimar "les degrés des preuves. Car plusieurs argumens probables joins ensemble font quelques fois une certitude morale, et quelques fois non. Il faut donc une méthode certaine pour le pouvoir determiner" (G. III, 194). Un método que permitiera, no contar el número de testimonios o de autoridades que hay en favor y en contra de una opinión, sino pesar: "On dit souvent avec justice que les raisons ne doivent pas estre comptées, mais pesées." (G. III, p. 194) El problema consistía en hallar una balanza para pesar la fuerza de las razones.

Pero el paso de la evidencia externa a la evidencia interna quedaría insuficientemente explicado si sólo hiciéramos referencia a la a-probabilidad de proposiciones sobre acontecimientos pasados, cual es el caso de la Jurisprudencia, la Historia o la Exegética. A finales del siglo XVII y comienzos del XVIII la aplicación de la Geometría a la Física había propiciado grandes avances científicos en todos los órdenes, lo cual hizo concebir la idea de que se podía lograr el conocimiento de las leyes que rigen la Naturaleza. Una de las más viejas aspiraciones del ser humano, la predicción científica de los acontecimientos futuros, veíase ya realizable, aunque sólo en el campo de los fenómenos naturales. Todavía quedaban fuera del alcance de la ciencia materias concernientes a cuestiones políticas, morales y civiles en las que la intervención de la libertad o del azar hacía que la Física les fuera inaplicable. Mas, ¿por qué no emplear los métodos geométricos que tan buenos resultados habían dado en su maridaje con la Física? ¿Acaso no se habían logrado algunos resultados en los juegos de azar y en el cálculo de las primas en los seguros de vida?

P. REMOND, en el Prefacio de su obra, expresaba con vehemencia un sentimiento compartido por los pensadores de la época: "Quelle gloire seroit-ce pour cette science - se refiere a la Geometría - si elle pouvoit enconre servir à regler les jugemens et la conduite des hommes dans la pratique des choses de la vie!" Tras estas palabras subyace la expresión de un reto intelectual que no podía dejar de ser aceptado: había que proporcionar reglas para fundamentar la probabilidad de los hechos futuros. No bastaba, pues, con dirigir la vista al pasado. Se debía mirar al futuro, pasar del del arte de pensar al arte de conjeturar o de adivinar, del *Ars cogitandi* al *Ars conjectandi*. Y este último, del que se ocupó - según LEIBNIZ siguiendo sus exhortaciones - Jacob BERNOUILLI, requiere de la evidencia interna puesto que, tratándose de sucesos futuros, ningún testimonio podía ser mejor que el de las cosas mismas.

Por dos vías diferentes llegaba LEIBNIZ, y con él su época, a sentir la necesidad de la evidencia interna como fundamento de la probabilidad y de elaborar una "science de preuves", una nueva Lógica que posibilitara la estimación de los grados de probabilidad y la realización de demostraciones rigurosas fuera del terreno de las argumentaciones necesarias. En este punto es cuando debemos plantear dos cuestiones que ya están estrechamente relacionadas con las observaciones efectuadas a la clasificación de las interpretaciones de la probabilidad: en primer lugar, la apelación a "la naturaleza de las cosas", ¿significa que en LEIBNIZ ya se daba una concepción óntica de la probabilidad, en contraposición a una epistémica?; en segundo lugar, la estimación de los grados de probabilidad, ¿se debía efectuar *a priori* o también *a posteriori*?

*

En relación con la primera cuestión, I. HACKING (p. 128) afirma que la concepción de la probabilidad de LEIBNIZ es confusa. La apreciación es correcta. Difícilmente podía ser de otro modo habida cuenta del estadio evolutivo en que se encontraba la noción de probabilidad. Sin embargo no se trata de una confusión irreductible. El análisis de sus escritos de madurez así como de su sistema metafísico permite distinguir entre una concepción óntica y una epistémica de la probabilidad. Precisar el alcance de dicha distinción nos será muy útil para poner de manifiesto algunos de los factores que, incluso hoy día, contribuyen a que persista la confusión.

Ante todo es preciso clarificar el sentido que se da al dualismo óntico-epistémico atribuido a la probabilidad. Más arriba ya he indicado que LEIBNIZ convenía con LOCKE en que la probabilidad es la apariencia de la relación entre las ideas fundada en pruebas en las que no se ve una conexión inmutable. Para estimar el grado de probabilidad, cuando ésta se fundaba en la evidencia externa, se *contaban* los testimonios y las autoridades: la probabilidad no era, por consiguiente, "subjetiva", sino "objetiva", conviniéndole la calificación de "epistémica" por dos motivos muy concretos: por ser atributo de la opinión - y en este sentido la probabilidad es un *grado de certeza*, expresión utilizada por LEIBNIZ desde 1678 - y porque las pruebas se basaban en el conocimiento de los demás.

No obstante, cuando la estimación de las apariencias pasó a fundamentarse en la evidencia interna, en la naturaleza de las cosas, la probabilidad siguió tan "objetiva" como antes; pero, en la medida que el testimonio y la autoridad eran incluidos entre las pruebas *ex datis*, únicamente conservó el carácter epistémico en tanto que seguía siendo un atributo de la opinión. La probabilidad recobraba el sentido de *apariencia* de la verdad que, al encontrar su fundamento en las cosas, daba lugar a que se pudiera interpretar ónticamente: la estimación de los grados de probabilidad de una opinión se identificaba a la estimación de las apariencias que nos ofrece la verdad que desconocemos con un *fundamento in re*, no *in mente*.

Respondiendo a la pregunta formulada podemos decir que en LEIBNIZ se daba ya una concepción óntica de la probabilidad siempre que por 'óntica' no interpretemos nada más que una propiedad de las cosas independiente del sujeto cognoscente. Ahora bien, si por 'óntica' se quiere significar que la probabilidad es una propiedad *absoluta* de las cosas, dando lugar a una concepción asociada al indeterminismo ontológico, la metafísica leibniciana lleva a una respuesta negativa. A mi modo de ver, la filosofía de LEIBNIZ es la única que proporciona un sistema conceptual en el que ambos significados pueden ser diferenciados sin que ello exija salir del plano óntico.

No es éste el lugar para entrar en una justificación amplia de mi interpretación, pues para ello sería preciso una extensa referencia a la doctrina leibniciana de la existencia, la posibilidad y la creación[1]. Sin embargo, sí considero necesario mencionar el hecho de que la probabilidad se puede interpretar ónticamente siempre y cuando se haga de un modo relacional como propiedad de un estado de cosas *en su relación con todos los demás*, sin la implicación indeterminista que resulta de una interpretación absoluta.

De los infinitos mundos posibles, sólo uno es actual, existente. Cada estado de cosas tiene una *facilidad, propensión o proclividad* a la existencia a la cual accede por pertenecer al mundo que, de entre todos los posibles, es el que posee un mayor grado de perfección, esto es, el que admite más esencias, el más "lleno". De ahí que LEIBNIZ definiera el ente existente como aquél que es compatible con más cosas y que afirmara la equiposibilidad de todos los co-existentes: todos los posibles que han pasado a la existencia son compatibles por igual con el resto. En este mundo todo está determinado, todo tiene su razón suficiente, y ni el azar ciego ni el libre albedrío tienen cabida[2];

Notas

1.- Sobre este punto, cfr. D. RAMIREZ (1982) pp. 497-502.
2.- La idea de que el azar no es ciego, sino que tiene sus reglas que pueden ser conocidas, que no hay un poder fatal sin orden, es común a la época de LEIBNIZ, y está presente también en J. BERNOUILLI y P. DE LAPLACE.

pero antes de pasar a la existencia cada ente propende a ella en razón a su "grado de esencia" o de "posibilidad" que es precisamente el que mide la probabilidad óntica en este segundo sentido y que admite una interpretación propensivista si se pone el acento en la idea de proclividad a la existencia. Para distinguir entre ambas concepciones emplearé los términos *óntico-absoluta* y *óntico-relacional* respectivamente.

*

En relación con la segunda cuestión - los grados de probabilidad, ¿deben estimarse *a priori* o *a posteriori*? - toda la filosofía leibniciana conduce a una estimación apriorística como la que se efectuaba en los numerosos tratados que sobre los juegos de azar se escribían en aquella época. Ello no obsta para que, en su defecto, se considerara también el recurso a la experiencia, por ejemplo, para saber que es igualmente "probable" que el *nasciturus* sea niño o niña, "parce que le nombre des garçons et des filles se trouve à peu près egal dans ce Monde" (G. III, p. 570)[1].

Y. BELAVAL (1960, p. 507) sostiene que el único texto leibniciano en el cual se alude a la estimación empírica de la probabilidad no es suficiente para

Notas

1.- Seguramente LEIBNIZ conocía el Catálogo de niños y niñas nacidos en Londres desde 1629 hasta 1710 que Nicolás BERNOUILLI remitió a P. REMOND con una carta de 23. 1. 1713. Cfr. P. REMOND, (1713), p. 388-395.

afirmar, como hace L. COUTURAT (1901, p. 275), que LEIBNIZ se convirtió, al final de su vida, al uso experimental de las probabilidades. No es que se convirtiera, sino que llegó a considerar conveniente dicho uso en vista de la limitación de nuestro conocimiento. En otro lugar[1] LEIBNIZ especifica que cuando no hay suficientes condiciones para demostrar la certeza, siempre pueden darse por lo menos demostraciones concernientes a la probabilidad que se funda en la naturaleza de las cosas *en proporción de lo que se conoce de ellas*. Ciertamente que la estimación apriorística es la deseable y, por otra parte, la única que puede determinar con certeza absoluta la probabilidad "óntico-relacional"; sin embargo no siempre es realizable y, además, "(...)l'on peut dire que ce qui se fait le plus ou le moins est aussi le plus ou le moins faisable dans l'etat present des choses, mettant toutes les considerations ensemble qui doivent concourir à la production d'un fait" (G. III. p. 570).

De la observación y la experimentación, de lo que vemos que ocurre más y ocurre menos *bajo un conjunto de condiciones dado*, podemos sacar conclusiones acerca de lo que es más o menos *factible*, más o menos *fácil*, más o menos *probable* en suma, sobre lo que se

Notas

1.- (G. VII, 167). "Ainsi lorsqu'on n'a pas assez de conditions donnêes pour demonstrer la certitude, la matiere n'estant que probable, on peut tousjours donner au moins des demonstrations touchant la probabilitê même. Je ne parle icy de cette probabilitê des Casuistes, qui est fondêe sur le nombre et sur la reputation des Docteurs, mais de celle qui se tire de la nature des choses à proportion de ce qu'on en connoist, et qu'on peut appeller la vraisemblance."

funda el arte de conjeturar[1]. La experiencia también puede proporcionarnos *signos*, evidencia interna, del grado de posibilidad que se determina a partir de la relación que cada posible tiene con todos los composibles que constituyen el mundo actual. Y es el conocimiento que tenemos de estos signos el que nos lleva de nuevo a la concepción epistémica de la probabilidad entendida como grado de certeza, sólo que ahora el contenido de la opinión probable versa acerca de una estimación de probabilidad óntico-relacional. Concepción que no deja de ser "objetiva" por cuanto dicha probabilidad resulta de la apariencia de la verdad en proporción de nuestro conocimiento, no de nuestra creencia subjetiva.

En lo concerniente a la nueva Lógica, LEIBNIZ la reclamó en varias ocasiones pero, fuera de los trabajos de juventud relacionados con cuestiones jurídicas, su aportación fue prioritariamente conceptual. Fue él quien introdujo la idea de la probabilidad como *relación objetiva* entre un conjunto de condiciones y una hipótesis, idea que no se desarrollaría hasta que H. JEFFREYS y J. M. KEYNES

Notas

1.- "L'art de conjecturer est fondée sur ce qui est plus ou moins facile, ou bien plus ou moins faisable, car le latin facilis derivé a faciendo veut dire faisable mot à mot: par exemple, avec deux dés, il est aussi faisable de jeter douze points, que d'en jetter onze, car l'un et l'autre ne se peut faire que d'une seule maniere; mais il est trois fois plus faisable d'en jetter sept, parce que cela se peut fair en jettant 6 et 1, 5 et 2, et 4 et 3; et une combinaison icy est aussi faisable que l'autre." (A Bourguet, 22.3.1714, G. III, 569-570). Obsérvese que LEIBNIZ no incurre en el error lógico de derivar conclusiones estadísticas objetivas de premisas subjetivas.

primero, y R. CARNAP más tarde, se hicieran eco de ella y la convirtieran en la razón de ser de la lógica inductiva[1]. Resulta, por consiguiente, un juicio equivocado el que, basándose en el hecho de que no dejó ningún tratado sobre la probabilidad como lo hicieran PASCAL, FERMAT, HUYGUENS, REMOND, DE MOIVRE o J. BERNOUILLI, se afirme, como hace M. CANTOR, que la contribución de LEIBNIZ a la teoría de la probabilidad es pobre[2]. La aportación leibniciana hay que situarla en un contexto diferente que hoy día nos permite valorar la teoría lakatiana de los *programas de investigación*: LEIBNIZ impulsó decisivamente un programa de investigación para la teoría de la probabilidad estableciendo las líneas prioritarias - estimación y lógica -, proporcionando una sólida base conceptual y exhortando a su realización con todo el peso de su influencia incuestionable.

*

En definitiva, aunque todavía de un modo confuso, iban cobrando forma la probabilidad óntica - en sentido relacional -, la epistémica - en sentido objetivo como grado de certeza - y la lógica.

Al mismo tiempo, gradualmente se abría paso la idea de que la estimación de la probabilidad no

Notas

1.- "Nunc vero characteristica nostra cuncta ad numeros revocabit, et ut ponderari etiam rationes queant, velut quoddam staticae genus dabit. Nam etiam probabilitates calculo ad demonstrationi subjiciuntur, cum aestimari semper possit, quodnam ex datis circumstantiis probabilius sit futurum." (G. VII, p. 188).
2.- Cfr. Y. BELAVAL (1960, p. 506).

dependía sólo de los testimonios "personales" o "subjetivos", sino también de los "naturales", y que éstos eran contrastables empíricamente, como el ofrecido por las regularidades observables en frecuencias relativas derivadas de ciertos juegos de azar, el catálogo de nacimientos, las tablas de mortalidad que, a partir de 1603, publicaba semanalmente la Compañía de Sacristanes de Londres y que alcanzó gran difusión en Europa gracias al opúsculo de J. GRAUNT (1662), o las "curiosas tablas" de Breslau, elaboradas por E. HALLEY (1693).

Todo ello, unido a la exigencia de un riguroso tratamiento de las demostraciones en el ámbito de la probabilidad y al hecho de que autores como J. CARDANO en el siglo XVI, GALILEO en el primer tercio del XVII y HUYGUENS a comienzos de la segunda mitad del mismo siglo habían tomado en consideración las frecuencias en la realización de los sucesos, había preparado el terreno para que los grandes números y las leyes que los rigen, que si bien, como indica H. GUITTON (1951, p. 64), a duras penas podían captar la atención de una época en la que el interés se dirigía hacia las regularidades de las leyes o a las singularidades de las excepciones antes que a los intermediarios de la multitud, prendieran en la mente de algún pensador que impulsara decisivamente el desarrollo matemático, lógico y conceptual de la probabilidad.

* *

Ese pensador fue J. BERNOUILLI. Con su obra *Ars Conjectandi*, publicada póstumamente en 1713, emerge por fin la probabilidad[1]. Matemáticamente, la demostración del primer teorema del límite justifica, por sí sola, toda la significación que justamente se atribuye a la obra. Pero además, en estrecha relación con las ideas de LEIBNIZ aportó innovaciones conceptuales, algunas caídas lamentablemente en el olvido, que para nuestro trabajo es importante destacar aquí.

*

El *Ars Conjectandi* está dividido en cuatro partes. Las tres primeras se ocupan de los **métodos** para resolver diversos problemas sobre los juegos de azar.

A pesar de la novedad de algunos de los métodos y soluciones, la verdadera originalidad de la obra se debe al contenido de la cuarta parte. Comienza el capítulo I distinguiendo dos clases de *certeza de una cosa*: *objetiva*, esto es, en sí misma considerada, indicando la existencia real, presente o pasada, de dicha cosa, y *subjetiva*, esto es, con respecto a nosotros, consistiendo entonces en la medida de nuestro conocimiento con respecto dicha realidad.

Observemos que esta distinción se corresponde con la de certeza *óntica y objetiva* introducida en el capítulo I de este trabajo. Cualquier suceso,

Notas

1.- Cfr. I. HACKING (1975), p. 143.

pasado, presente o futuro, es "objetivamente" - ónticamente - cierto o determinado[1]: la omnisciencia y omnipotencia divinas lo garantizan. Pero hay un contraste entre nuestros juicios individuales y este tipo de certeza. Cada cosa conocida a través de la revelación, reflexión, observación o experiencia y que no ofrece ninguna duda, posee para nosotros la más alta y absoluta certeza. Todas las restantes cosas reciben, conforme a nuestro conocimiento imperfecto, un grado de certeza que es mayor o menor según existan más o menos probabilidades para que una cosa, presente, pasada o futura, sea.

Es en este orden de ideas que J. BERNOUILLI definía el concepto de probabilidad: ***Probabilitas** enim est gradus certitudines, & ab hac differt ut **pars à** toto.* La probabilidad es un grado de certeza, y difiere de ella como la parte del todo. Así, por ejemplo, si la certeza absoluta, que indicamos por 1, suponemos que está compuesta por cinco probabilidades o partes, tres de las cuales hablan a favor de la realización de un acontecimiento pasado o futuro y las dos restantes en contra, entonces el acontecimiento debe poseer 3/5 de certeza. Por otra parte, de dos cosas la más probable es la que posee la mayor parte de certeza. Cuando la probabilidad de un hecho es muy elevada,

Notas

1.- Sobre la relación entre *cierto* y *determinado*, LEIBNIZ aclaraba en Teodicea, art. 36: "On confond souvent le **certain** et le **determiné** pour une même chose, parce qu'une verité determinée est en état de pouvoir être conne, de sorte quón peut dire que la **determination** est une certitude objective".

por ejemplo mayor que 999/1000, entonces es *moralmente cierto*, y cuando es muy pequeña, por ejemplo menor que 1/1000, es *moralmente imposible*.

*

¿Cuál es la interpretación correcta de esta noción de probabilidad? Varias son las respuestas que se han dado a esta pregunta. BERNOUILLI figura como el precursor de la mayor parte de corrientes probabilísticas, muchas incompatibles entre sí (Cfr. I. HACKING, p. 143). La razón de esta diversidad es que BERNOUILLI, que no olvidemos murió en 1705, ocho años antes de la publicación del *Ars conjectandi*, se debatía con una noción de probabilidad muy marcada por el legado de la tradición, lo cual dificultaba una clara distinción entre los planos óntico y empistémico. Lo mismo ocurría con los demás filósofos de la época. Ello, junto a la influencia ejercida por el pensamiento de LEIBNIZ en las ideas contenidas en el *Ars*, debe tenerse presente para ofrecer una respuesta inteligible a la pregunta que inicia este párrafo.

Parece claro que si todos los hechos, pasados, presentes o futuros, son intrínsecamente ciertos, hablar de grado de certeza óntica no tiene sentido, lo cual conduce a la concepción epistémica de la probabilidad. Ahora bien, sabemos que el calificativo de "epistémico" no tiene un carácter unívoco.

Ante todo debemos precisar que, en el contexto presente, no debe entenderse al modo "subjetivo" o *personalista* de DE FINETTI o de L. J. SAVAGE. Por haber empleado explícitamente el término 'subjetivo' para referirse a uno de los dos tipos de certeza, haber afirmado que la certeza de las cosas es variable y que la probabilidad *est gradus certitudines*, se ha atribuido erróneamente a J. BERNOUILLI la paternidad de la concepción "subjetiva". Es un error que debemos evitar. No tiene nada que ver la certeza "subjetiva" - objetiva en nuestra terminología - con la mera creencia, confianza o convicción, esto es, con un estado psicológico del sujeto, como no sea la propia producción de dicho estado[1]. En el capítulo II de su obra J. BERNOUILLI se refiere al *ars conjectandi* como el arte de medir las probabilidades de las cosas tan exactamente como sea posible con la finalidad de que podamos elegir y seguir siempre por medio de nuestros juicios y acciones lo que nos parece mejor, más seguro o más aconsejable, estableciendo que dichas probabilidades se verificarán a partir tanto del número como del peso o fuerza probatoria de los argumentos que, de acuerdo con la época, son clasificados en internos y externos. Así,

Notas

1.- H. RAIFFA (1968), en el apartado que titula "Historia de las probabilidades subjetivas", incluye la siguiente referencia de J. BERNOUILLI: "il a proposé une contre-proposition au point de vue objectif qui dit que la probabilité est un concept physique comme la limite des fréquences relatives ou un rapport des cas décrits physiquement. Il suggéra que la probabilité est un "degré de confiance' - d'autres écrivains utilisent un degré de "conviction" - que les individus affectent à un certain événement, et que ce degré dépend de la connaissance qu'on en a et peut varier d'une personne à une autre." (p. 295). El texto de RAIFFA sugiere una adscripción de J. BERNOUILLI a la concepción "subjetiva" de la probabilidad que no se corresponde con la realidad.

si queremos probar que Maevius mató a Tito podemos: (a) preguntar si tenía una razón para hacerlo; (b) observar si muestra algún efecto de la acción, por ejemplo, si palidece al preguntarle; (c) buscar signos del suceso, como manchas de sangre; (d) descubrir si hay alguna evidencia circunstancial, por ejemplo, que Maevius estaba en la misma calle en que fue asesinado Tito; (e) hallar algún testigo. Y la certeza variará en función de las pruebas aportadas, no del sujeto cognoscente. Como grado de creencia, la probabilidad depende de tres variables, (C, H, E) - creencia, hipótesis y soporte evidencial -,como grado de certeza sólo de dos, (H, E). Lo expuesto más arriba con ocasión del examen del pensamiento leibniciano nos exime de mayor comentario acerca de la *objetividad* de la concepción bernouilliana.

*

¿Acaso debemos considerar a J. BERNOUILLI precursor de la interpretación lógica, como pretende P. M. BOUDOT (1967)? I. HACKING (p. 149) responde que este honor debe ser reservado a LEIBNIZ aduciendo que, si bien BERNOUILLI titubeó un tanto, al final en la parte IV del **Ars** se interesó por el descubrimiento experimental de probabilidades desconocidas. Este argumento no es concluyente, pues vimos que también LEIBNIZ tuvo una preocupación semejante. En cualquier caso, aunque no haya incompatibilidad, la interpretación lógica no es la única que se adecúa al pensamiento de BERNOUILLI. Y ello es así porque en este filósofo, lo mismo que en LEIBNIZ, además de una vertiente epistémica o lógica de la probabilidad hay también una vertiente *óntico-relacional*.

Con el fin de poder abordar la cuestión lo más sintéticamente posible, recordemos el teorema fundamental, conocido también como *la ley débil de los grandes números*[1]. J. BERNOUILLI da por supuesto un conjunto de elementos con los que se puedan realizar experimentos repetidamente. Su ejemplo favorito es el de una urna con 5000 bolas, 3000 blancas y 2000 negras. Para cada suceso S existe constante desconocida p que expresa la relación *objetiva* entre el número de "posibilidades" favorables y las desfavorables. En el ejemplo de la urna, si el suceso es que salga una bola blanca, p = 3/2. Si se realizan **n** experimentos, S aparecerá en **m** ocasiones. El teorema prueba que a medida que n va siendo cada vez mayor, la "probabilidad" de que la proporción *observada* de casos favorables y desfavorables se aproxime a p irá aumentando hasta alcanzar casi la certeza, esto es, estará tan próxima a 1 como se quiera. Analíticamente, y en términos contemporáneos, en las condiciones expuestas se verifica que para todo $\partial > 0$,

$$\lim_{n \to \infty} P[|(m/n) - p| < \partial] = 1$$

Además, para cualquier error ∂, J. BERNOUILLI mostró cómo calcular un número n tal que la "probabilidad" de obtener m/n en el intervalo $[p - \partial, p + \partial]$ sea superior a $1 - \mu$.

Notas

1.- Sobre el significado del teorema de J. BERNOUILLI, cfr. I. HACKING (1975), c. 17. A N. KOLGOMOROV (1956), J. R. NEWMAN (1956), J. M. KEYNES (1921), pp. 369-378.

Este teorema, cuya demostración[1] figura en el capítulo V de la 4a. parte del *Ars*, pretende resolver las dificultades que el mismo J. BERNOUILLI plantea en el capítulo IV.

En primer lugar constata que se puede hacer una hipótesis correcta sobre un hecho cualquiera sabiendo el número de casos posibles y los favorables; pero esta manera de proceder es aplicable apriorísticamente a muy pocos fenómenos, casi exclusivamente a los juegos de azar. ¿Qué procedimiento seguir en pronósticos

> "que dependen de factores confusos y que constantemente defraudan nuestro entendimiento por la complejidad sin fin de sus interrelaciones",

como es el caso de enfermedades, cambios atmosféricos o juegos en que, además del azar, interviene la voluntad humana?

> "Hay otro camino que nos conduce a lo que buscamos y nos permite, por lo menos, hallar *a posteriori* lo que no podemos determinar *a priori*: averiguarlo a partir de los resultados observados en numerosos casos similares".

J. BERNOUILLI advierte que el proceso de determinar empíricamente el número de casos por medio de la observación no es algo nuevo, estando ya recogido en *L'Art de Penser* (1662), como tampoco es ninguna novedad afirmar que no basta

Notas

1.- La demostración de J. BERNOUILLI es algo compleja. En 1864, P. V. TCHEBICHEV dio una demostración sencilla.

una sola observación para basar en ella una predicción, sino que hace falta conseguir un gran número de observaciones. Y cuanto mayor es este número menor es el riesgo de caer en el error. Este principio es aplicado intuitivamente. Su demostración científica constituye una de las finalidades del *Ars*. Pero no la más importante.

> "Hay algo más que debe ser tomado en consideración, algo que puede que no se le haya ocurrido a nadie. Lo que aún tiene que ser averiguado es si, cuando se aumenta el número de observaciones, también se sigue aumentando la probabilidad de que la proporción registrada de casos favorables y desfavorables se aproxime a la verdadera relación, por lo que esta probabilidad excederá finalmente cualquier grado deseado de certeza, o si el problema tiene, en fin, una asíntota. Esto implicaría que existe un grado particular de certeza de que la verdadera relación ha sido hallada, el cual no puede nunca ser rebasado por cualquier aumento del número de experiencias."

Sea la urna con 3000 bolas blancas y 2000 negras. Queremos hallar empíricamente la relación, que es desconocida, entre el número de unas y de otras mediante extracciones sucesivas con devolución, y anotando cuántas veces sale la bola blanca y cuántas la negra. BERNOUILLI se pregunta

> "si es posible, alargando el número de experiencias indefinidamente, conseguir que sea 10, 100, 1000, etc., veces más probable (y, finalmente,

tener la certeza moral) de que la relación entre el número de veces que se saca una bolita blanca y una negra tomará el mismo valor (3:2), igual a la relación real de bolitas blancas y negras contenidas en la urna, o si la relación será diferente."

El teorema fundamental demuestra que por medio de este método sí es posible alcanzar la certeza moral de hallar la verdadera relación, esto es, de determinar el número de bolas de cada color "*a posteriori* con casi tanta exactitud como si lo conociésemos *a priori*". De esta forma se podrá predecir cualquier hecho en el que intervenga la suerte con la misma cientificidad que en los pronósticos realizados en los juegos de azar.

"Si, en vez del jarrón, tomamos, por ejemplo, la atmósfera o el cuerpo humano, que ocultan en ellos mismos un sin fin de los más variados procesos o enfermedades, iguales al jarrón que oculta las bolitas, entonces, para éstos también, podremos determinar mediante la experiencia cuántas veces puede un suceso ocurrir con más frecuencia que otro."

*

Ahora estamos en disposición de analizar la compleja concepción bernouilliana de la probabilidad. Resulta evidente que la *verdadera, pero desconocida, relación* **p** no admite más interpretación que la de la probabilidad *óntico-relacional*, ya sea en el sentido propensivista o puramente lógico. ¿Qué otra cosa, si no, puede ser una *relación objetiva* que se predica de los fenómenos naturales o morales en un contexto determinista?

Cuando dicha relación es conocida *a priori* lo más natural es que coincida con el grado de certeza de una cosa, no en sí, sino para nosotros; cuando es desconocida y queremos conocerla *a posteriori* establecemos una hipótesis, la de que es p, y por medio de observaciones repetidas proporcionamos pruebas de la verdad de dicha hipótesis, la cual es la "cosa" cuyo grado de certeza o probabilidad mide P.

Tenemos, por consiguiente, dos nociones diferentes de probabilidad[1]. La diferencia es más sutil de lo que parece. P denota la probabilidad de una hipótesis conforme a una evidencia. La hipótesis es que "la verdadera relación óntica es p", con lo que la relación misma se convierte en el objeto de conocimiento, de algún modo se "cosifica". Y el grado de certeza *quoad nos* de esta relación lo determinamos aproximadamente por medio de la evidencia que nos proporciona una sucesión de experimentos, lo cual constituye la evidencia. P es una probabilidad epistémica, no en sentido "subjetivista", y p lo es óntico-relacional.

En mi opinión, y contrariamente a lo que afirma I. HACKING (p.149), J. BERNOUILLI sí dió el paso de considerar la probabilidad de la probabilidad. Sin

Notas

1.- A. N. KOLGOMOROV (1956) hace una exposición sumamente didáctica sobre este punto.

embargo, en contra de lo que asevera K. R. POPPER (1982b, p. 86), nada hay en el razonamiento de BERNOUILLI que permita sacar la conclusión de que creyera haber descubierto una especie de puente lógico-matemático que llevaba de supuestos no estadísticos o "subjetivos" a conclusiones referentes a la *frecuencia* de algunos sucesos. Por otra parte, no es correcto afirmar, como hace J. KAMPE DE FERIET (1980), que BERNOUILLI, en su *Ars conjectandi* justificó por vez primera la interpretación frecuencial: desde un punto de vista conceptual, la "verdadera relación" es un dato apriorístico que podemos conocer *aproximadamente a posteriori*, pero en ningún caso viene definido como el límite de una sucesión de frecuencias. Como tampoco es correcta la apreciación de H. RAIFFA (1968, p. 295)[1].

Vemos, pues, que la idea de probabilidad en J. BERNOUILLI ha sido generalmente objeto de interpretaciones incorrectas, consecuencia de partir de esquemas conceptuales inapropiados. De ahí tanta confusión y que algunos aspectos fundamentales de la misma hayan pasado desapercibidos durante mucho tiempo. A destacar la distinción entre diferentes modos de pruebas, la combinación de los mismos y la no aditividad de la probabilidad de sucesos independientes en ciertas condiciones que analizaremos a continuación.

*

Notas

1.- Cfr. supra. p.265, nota 1.

La probabilidad es el grado de certeza que nosotros poseemos acerca de un hecho y depende de las pruebas que fundamentan la evidencia disponible. Conforme a este supuesto J. BERNOUILLI distinguió, en el capítulo III de la cuarta parte su obra, los diferentes modos que se pueden dar en la relación entre el fundamento evidencial y el hecho. Designando ambas por 'e' y 'h' respectivamente, en el *razonamiento demostrativo* de **e** se sigue necesariamente **h**. En el *razonamiento probable*, tres son los casos posibles:

(i) **e** es necesariamente cierta, pero sólo hace **h** probable;

(ii) de **e** se sigue necesariamente **h**, pero **e** no se sabe con certeza;

(iii) **e** no es necesariamente cierta y sólo hace **h** probable.

J. BERNOUILLI ilustra su pensamiento con un ejemplo explicativo. Es un hecho que hace tiempo que no recibo carta de mi hermano; contemplo tres posible razones para ello: la pereza, la muerte o los negocios. La primera corresponde al caso (i), pues sé que mi hermano es perezoso, pero la pereza no es prueba concluyente de la falta de carta dado que no impide necesariamente escribir. La segunda razón corresponde al caso (ii): es contingente que mi hermano haya muerto puesto que puede estar vivo; sin embargo, si ha muerto, es necesariamente se sigue de ello la ausencia de carta, pues un muerto no puede escribir. La tercera razón corresponde al caso (iii): no tengo constancia de los negocios de mi hermano como sí la tenía de la pereza y, en cualquier caso, el estar muy ocupado no es un obstáculo invencible para escribir.

Por otra parte, BERNOUILLI distingue también entre pruebas *puras* y *mixtas*. Las primeras son aquellas que en unos casos prueban un hecho y en otros casos son neutras; las segundas son aquellas que en unos casos prueban una cosa y en otros casos prueban lo contrario. Por ejemplo, supongamos que alguien es asesinado en una pelea multitudinaria. Se sabe que el asesino iba embozado con una capa negra. Cuatro personas, entre las cuales se encuentra Gracchus, responden a esta descripción, por lo cual dicha vestimenta constituye una prueba en favor de la hipótesis de que Gracchus es el autor del crimen. Pero sólo una prueba mixta con un peso de 1/4, puesto que la capa prueba en un solo caso su culpa y en tres casos su inocencia: el asesinato ha sido cometido por él o por una de las tres personas restantes, y no puede haber sido realizado por estos últimos sin que Gracchus sea inocente. Ahora bien, si en el consiguiente interrogatorio Gracchus se pone pálido, la palidez suministra una prueba pura, pues si la palidez es consecuencia de la mala conciencia es prueba de la culpa de Gracchus, mientras que no atestigua su inocencia si está originada por alguna otra causa, como el dolor o el desconcierto.

La significación epistemológica de J. BERNOUILLI radica en su distinción de los tipos de evidencia y en que acometió, aunque sin éxito, la tarea de combinarlos en una teoría común. Es ahí donde radica el problema básico de la probabilidad epistémica. El planteamiento de BERNOUILLI es más amplio que el de la lógica inductiva, que únicamente tiene en cuenta el caso (i) y la evidencia mixta.

En general, en todas las aplicaciones del cálculo de probabilidades se sigue el mismo criterio. Sin embargo, los restantes casos son comunes en los razonamientos cotidianos en los que se estima la probabilidad de un suceso en virtud del soporte evidencial a nuestro alcance.

*

La teoría matemática de la probabilidad no es adecuada para formalizar el razonamiento probable en toda su complejidad. El ejemplo más claro de ello es el tratamiento de la aditividad en los casos de evidencia pura. La probabilidad derivada de la evidencia mixta, y esto lo vio J. BERNOUILLI, es aditiva, es decir, si A y B son sucesos independientes se verifica $P(A \cup B/E) = P(A/E) + P(B/E)$, como también es aditiva la probabilidad derivada de la frecuencia y la del grado de creencia racional en el sentido de DE FINETTI.

Sin embargo no ocurre lo mismo cuando el soporte evidencial lo constituyen pruebas puras. Si suponemos que 60 de cada cien personas que palidecen al ser interrogadas son culpables del delito del que son acusadas y e designa la palidez de Gracchus como prueba de su crimen, en virtud de la evidencia de que disponemos podemos afirmar que la probabilidad o grado de certeza de que Gracchus sea el asesino es del 0,6, pero de ello no se sigue que la probabilidad de que no lo sea es 0,4. Para BERNOUILLI seria 0. $P(h/e) + P(noh/e) = 0,6 + 0 < 1$. Resulta pues que *una de las propiedades fundamentales de la teoría axiomática del* *cálculo de probabilidades no se cumple. Interpretada como grado de certeza **quoad nos**, la probabilidad no verifica necesariamente que $P(H/E) + P(noH/E) = 1$.*

*　　　*

*

Para nuestros fines no es preciso seguir con la evolución histórica de la probabilidad. Desde un punto de vista conceptual, dicha evolución es un despliegue de las ideas contenidas en los autores comentados. Incluso la línea truncada de las probabilidades no aditivas. Considero, pues, que con lo expuesto ya estamos en disposición de responder con fundamento a las preguntas surgidas con motivo de las observaciones sugeridas por la clasificación de las interpretaciones de la probabilidad:

(a') No es contrario al significado profundo de la probabilidad el que no verifique los axiomas de la teoría matemática del cálculo de probabilidades.

(b') La improcedencia de los términos 'objetivo' y 'subjetivo' para referirse a la probabilidad es proporcional a la extensión de su uso. La concepción epistémica de la probabilidad relaciona ésta con nuestro conocimiento, el cual, siguiendo la terminología introducida en el primer capítulo de la tesis, puede ser general o individual, y este último objetivo o subjetivo.

Según esto, las interpretaciones de la probabilidad como grado de certeza y grado de creencia racional - en sentido bernouilliano y carnapiano respectivamente - son objetivas en la medida que hacen depender la probabilidad de la relación entre la evidencia disponible y la hipótesis, mientras que la probabilidad entendida como grado de creencia no racional corresponde a una interpretación subjetiva.

Por su lado, la concepción óntica relaciona la probabilidad con los hechos o estados de cosas, y es independiente del conocimiento que tenemos de los mismos. Dicha concepción admite dos modalidades: absoluta y relacional. Ambas son compatibles con las interpretaciones frecuencialista y propensivista siempre y cuando no establezcamos ninguna hipótesis metafísica acerca del determinismo ontológico; tan pronto como lo hagamos la concepción óntico-absoluta se asocia al indeterminismo ontológico, mientras que la concepción óntico-relacional lo hace con el indeterminismo epistémico.

(c') El paso de la probabilidad epistémica a la óntica se explica en su paralelo discurrir al paso de la evidencia externa a la interna. De la opinión de los más autorizados se pasa a privilegiar el testimonio de los testigos, y de éstos al de las cosas, *a priori* primero, *a posteriori* más tarde. Al principio se pretendía ponderar la probabilidad de una opinión acerca de un hecho: si conocida, la probabilidad óntico-relacional era el mejor peso asignable. De ahí a la probabilidad óntico-absoluta sólo hay que prescindir de la hipótesis determinista.

(d') Tal como se concibe en la lógica

inductiva, la probabilidad interpretada lógicamente es el grado de relación existente entre dos proposiciones o enunciados. En la medida que uno de ellos responde a la evidencia que tenemos del otro, la probabilidad depende de nuestro conocimiento - objetivo - y es, por tanto, epistémica. Sin embargo, si dicha evidencia es toda la que humanamente es posible alcanzar, por ejemplo la de que un dado es homogéneo y simétrico respecto de todas sus caras, la relación podría llegarse a interpretar óntico-relacionalmente. Con todo, esta interpretación tendría un interés puramente especulativo y, dado que no sería incompatible con la epistémica, no es preciso tomarla en consideración.

(e') La definición *clásica* de la probabilidad como la razón entre el número de casos favorables y el número de casos posibles estaba vigente un siglo antes de que DE LAPLACE la adoptara (Cfr. I. HACKING, p. 122). LEIBNIZ ya la había utilizado en 1678. Ello facilita la comprensión del hecho, aparentemente paradójico, de que desde una concepción ontológicamente determinista se pueda proponer una teoría de la probabilidad *a priori* y "objetiva": el determinismo de DE LAPLACE era el de LEIBNIZ y J. BERNOUILLI, con lo cual queda todo dicho respecto de este punto. Ahora bien, así como estos últimos participaban de un sistema metafísico, el leibniciano, capaz de fundamentar ónticamente la probabilidad *a priori*, DE LAPLACE carecía de él. Es por eso que en DE LAPLACE sólo cabe la concepción epistémica, mientras que en sus antecesores caben tanto la epistémica como la óntica. Y es por eso también que K. R. POPPER puede incluir la interpretación clásica entre las "objetivas".

Estas consideraciones nos conducen a una reformulación de la clasificación de las interpretaciones de la probabilidad.

- Pd.
  - apariencia
    - conc.epist.
      - grado cert. (Inc.Obj.)
      - gr. cr. psic. (I.Sub.)
      - gr. cr. rac. (I. Sub.)
    - conc. lógica
    - conc. óntica
      - relacional
      - absoluta (Inc.Ont.)
        - Int. prop.
        - Int. frec.
  - semejanza

Pd.no adit.

Pd. adit.

*   *

*

Sea $L(\omega,k)$ un lenguaje correspondiente a una lógica de predicados de primer orden con identidad y $\Omega = \langle U,H \rangle$ una estructura para L, siendo $U = \{u_i\}$ el conjunto infinitamente numerable de enunciados de L denotados por el conjunto $En(L) = \{h_i\}$ y sea $En_O(L)$ el conjunto que denota los enunciados lógicamente consistentes U_O.

Con respecto a un cuerpo de evidencia σ dado - que puede consistir también en el conjunto de condiciones bajo las que se realiza un experimento - denotado por $e \in En_O(L)$, cada enunciado posee un mayor o menor grado de incertidumbre epistémica. Consideremos la relación binaria S definida en los elementos de U,

u_i/e S u_j/e syss u_i es más incierto que u_j para un soporte evidencial e y para todo u_i, u_j de U. Postulamos que existe una cantidad I_e: U --> R, determinada por S, cuyos valores son la medida de $u_i \in U$ dado e.

Sea ahora el carácter cuantitativo definido o magnitud extensiva C = "incertidumbre" cuyo espacio de modalidades A consideramos isomorfo a [0,1]. Si el espacio de regiones coincide con A, dicha magnitud se puede reemplazar por el espacio de valores de la "cantidad" que determina.

$$I_e : En(L) \dashrightarrow [0,1] \in R$$
$$h \dashrightarrow I_e(h) = I(h/e)$$

verificando los siguientes axiomas para todo h, h_1, h_2 de En(L),

(i) $0 \leq I(h/e) \leq 1$

(ii) $I(e/e) = 0$

(iii) $I(h_1/e) \geq I(h_2/e)$ si $\vdash h_1 \rightarrow h_2$

(iv) $I(h_1 v h_2/e) \geq I(h_1/e) + I(h_2/e) - I(h_1 \& h_2/e)$

(v) $I(h/e) = 0$ si $\vdash e \rightarrow h$

(vi) $I(h/e) = 1$ si $\vdash e \rightarrow -h$

(vii) $I(h_1/e) = I(h_2/e)$ si $\vdash h_1 \leftrightarrow h_2$

Para concretar la función I_e en el caso del conocimiento probable, es razonable adoptar el criterio de que cuanto más "probable" sea h dada la evidencia e, menor será la incertidumbre que genera. Así, en general será

$$I(h/e) = 1 - prob(h/e)$$

A la vista de la clasificación del apartado anterior, y teniendo en cuenta las diferentes causas de la incertidumbre asociada al conocimiento probable la función Ie puede concretarse de diferentes formas, según la interpretación que demos a *prob*.

En principio podemos distinguir dos casos, según corresponda utilizar una medida de probabilidad aditiva o no. En el primer caso, comprobamos que si *prob* es una medida de probabilidad aditiva P, esto es, que cumple los axiomas y teoremas del cálculo de probabilidades (cfr. supra. cap. IV),

$$I(h/e) = 1 - P(h/e)$$

verifica lo axiomas (i) - (vii)[1].

La función P que elijamos dependerá de la naturaleza de la incertidumbre atendiendo a la causa que la origina: azar como causa accidental, aleatoriedad, puro azar o libre albedrío.

El enfoque que proponemos permite tratar la incertidumbre epistémica como magnitud intensiva.

<u>Notas</u>

1.- (i) se sigue de $P(h/e) \leq 1$; (ii) de $P(h/h) = 1$;
(iii) de $P(h1/e) \leq P(h2/e)$ si $\vdash h1 \rightarrow h2$;
(iv) de $P(h1 \vee h2/e) = P(h1/e) + P(h2/e) - P(h1\&h2/e)$;
(v) de $P(h/e) = 1$ si $\vdash e \rightarrow h$;
(vi) de $P(h/e) = 0$ si $\vdash e \rightarrow -h$;
(vii) de $P(h1/e) = Ph2/e)$ si $\vdash h1 \leftrightarrow h2$.

Considerando un espacio de modalidades particionado en n regiones, por ejemplo,

{ignorancia, desconfianza, duda, confianza, firme creencia}

con amplitudes a determinar, es posible elaborar un modelo próximo a los planteamientos "borrosos" sin necesidad de salir de la lógica clásica bivalente.

*

Si *prob* no es una medida de probabilidad aditiva, una función que verifique los axiomas de la *función de credibilidad* de G. SHAFER sería aquí adecuada. Desarrollar este punto excede los límites que nos hemos impuesto en este trabajo, por lo cual no me detendré en ello. Pero antes de finalizar el capítulo quisiera hacer un comentario al respecto.

Dejando aparte si una concepción de la probabilidad que verifique la aditividad es o no más útil que una que no la verifique, es claro que toda teoría del razonamiento probable que no preste atención a este hecho es incompleta. En nuestros días G. SHAFER (1976, 1981) ha elaborado una *teoría matemática de la evidencia* que pretende cubrir el hueco introduciendo dos funciones, de credibilidad y de plausibilidad[1], las cuales están en estrecha conexión con la teoría de los subconjuntos borrosos, como ha mostrado J. KAMPE DE FERIET (1980) al probar que la función

Notas

1.- Sobre las funciones de credibilidad de G. SHAFER, véase también A. KAUFMANN, *Epistémologie de l'incertain*, pp. 16-19.

de pertenencia a un conjunto borroso de L. A. ZADEH se puede interpretar como medida de una plausibilidad o de una credibilidad en sentido de G. SHAFER. *Desde este punto de vista, la matemática borrosa adquiere mayor relevancia para nuestro estudio que la lógica borrosa, habida cuenta que no es incompatible ni contradictoria con las conclusiones a las que hemos llegado en el capítulo sexto.*

Capítulo IX

SEMEJANZA CON LA VERDAD

Al comienzo del capítulo anterior hemos distinguido la verdad aparente de la semejanza con la verdad. La manera más clara de ver la diferencia es considerar un enunciado h cuya verdad desconocemos, pero que nos parece "probable". Como consecuencia de una evidencia e que nos muestra sin lugar a dudas la falsedad de h la apariencia de verdad de h se desvanecee: la probabilidad de h dado e es cero. Sin embargo, a pesar de ser falso, h puede seguir siendo "semejante" a la verdad, o lo que es lo mismo, h puede seguir siendo *vero-símil*.

Ahora bien, ¿en qué sentido un enunciado es verosímil? La semejanza con la verdad implica una relación estructural entre representaciones. Nosotros hemos distinguido dos tipos de relación: la que existe entre la representación de h y la del hecho que expresa, y entre la representación de h y la del hecho que pretende expresar. Ello da lugar a considerar *la proximidad a la verdad, la verdad parcial y la verdad inexacta* como nociones pertenecientes a una misma familia, a la cual también pertenece la noción de *información*. Con ella comenzaremos el estudio de los conceptos relevantes para la medida de la incertidumbre en el conocimiento aproximado e inexacto.

* *
*

Dada la gran complejidad que reviste el uso del término 'información', conviene precisar el significado en que aquí lo empleamos.

Como primera aproximación, digamos que la información consiste en un cierto número de datos transmitidos desde una fuente emisora a una estación receptora a través de un medio. Lo que se transmite no son conocimientos, sino señales susceptibles de adoptar muchas formas, que suelen traducirse a términos numéricos con el fin de que pueda medirse con precisión la cantidad de información transmitida.

Pasando por alto que la información, cuando llega al receptor lo hace deformada por los "ruidos" o *perturbaciones* que hay en el canal por el cual se transmite, hay que hacer constar que el esquema emisor-medio-receptor sólo es válido en la *concepción sintáctica* de la información, sostenida por quienes entienden la información en términos absolutos, interesándose únicamente por la forma del mensaje. Pero también hay una *concepción semántica*, mantenida por los que interpretan la información como un concepto relativo a la capacidad que tiene el receptor en descifrarla. En el primer caso la información es considerada independientemente de su contenido semántico y es definida estadísticamente, mientras que en el segundo caso la información se considera ligada a su contenido semántico, lo cual conlleva completar el esquema anterior de la siguiente manera: **emisor-medio-receptor-comprensión del mensaje.**

La concepción sintáctica da lugar a la *Teoría de la información* propiamente dicha, desarrollada por C. SHANNON en 1948 y que hoy día constituye una rama más de la Matemática; la concepción semántica, introducida inicialmente por K. R. POPPER en 1934 en su *Lógica de la investigación científica*, da lugar a la *Teoría del contenido semántico*, desarrollada posteriormente por R. CARNAP y Y. BAR-HILLEL (1952).

A nosotros nos interesa la información semántica. Será bueno recordar aquí el contexto en que apareció este concepto. En la *Lógica de la investigación científica* (cfr. arts. 23, 31 y 35), K. R. POPPER quería justificar que la "bondad" de una teoría se debe estimar, no por ser altamente probable como pretendía el inductivismo, sino por ser altamente falsable, esto es, por excluir un gran número de enunciados empíricos. En orden a ello, definía la *cantidad de información empírica* de un enunciado h en términos de su *contenido empírico*, y éste como la clase de sus falsadores potenciales, es decir

(i) $\{e;\ e$ es un enunciado empírico básico y $e \vdash -h\}$,

contenido empírico que distinguía del *contenido lógico* de h, esto es, de la clase todos los enunciados no tautológicos deducibles de h, $\{g;\ h \vdash g$ y no $\vdash g\}$. Al definir el contenido empírico de un enunciado como la clase de sus falsadores potenciales, K. R. POPPER subrayaba por vez primera la conexión entre la información de un enunciado y el número de posibilidades que excluye. De acuerdo con la definición, la información semántica del enunciado 'llueve o no llueve' es nula.

Para ver esto con claridad, consideremos la información semántica en la lógica proposicional. La noción de Q-predicado para lenguajes monádicos de primer orden tiene aquí su correlato en la de *constituyente* (Cfr. J. HINTIKKA, 1973, p. 179 y ss.). Así, en caso de que haya k enunciados atómicos $p_1,\ldots,p_k$, cada constituyente contiene como miembro, para $i = 1, \ldots, k$, o bien p_i o bien $-p_i$, y no contiene ningún otro miembro. Habrá, por tanto, un total de 2^k constituyentes. Por ejemplo, para $k = 2$, si p_1 = 'llueve' y p_2 = 'el viento sopla', los constituyentes serán:

'llueve y el viento sopla',
'llueve y el viento no sopla',
'no llueve y el viento sopla',
'no llueve y el viento no sopla'.

Estas son todas las posibilidades que pueden presentarse sobre el tiempo mediante los dos enunciados dados. Puesto que también en lógica proposicional todo enunciado consistente tiene una forma normal, esto es, se puede expresar como disyunción de algunos o de todos los constituyentes, resulta que cada enunciado admite algunas de las posibilidades enumeradas por los constituyentes y excluye el resto, siendo verdadero si alguna de las posibilidades admitidas es realizada, falsa si lo es alguna de las excluidas. Es inmediato que un enunciado lógicamente falso excluye todas las posibilidades, mientras que un enunciado tautológico las admite todas. Pues bien, ahora podemos comprender que un enunciado sea tanto más informativo cuantas más posibilidades excluya. J. HINTIKKA (p. 180) lo explica de la siguiente forma:

> "Si ustedes no ven esto de golpe, traten de concebir las diferentes posibilidades como tantas contingencias como tengan que estar preparados para arrostrar. Cuantas más alternativas puedan excluir más reducidamente pueden restringir el alcance de sus preparativos, y más puede decirse que conocen el asunto que traen entre manos".

En el ejemplo anterior, si estamos a punto de emprender un viaje y a la pregunta por el tiempo que hace en un determinado lugar se nos responde que no llueve, son dos las posibilidades que resultan excluidas, y deberé prepararme para la contingencia de que puede soplar el viento o no soplar; mientras que si la respuesta es que no llueve pero el viento sopla sabré exactamente a qué atenerme: ahora son tres las posibilidades descartadas. De ahí que resulte natural definir la información semántica incluida en un enunciado a partir de las posibilidades que elimina, o bien de los constituyentes que faltan en su forma normal, y que el número de aquéllas o de éstos se constituya como una primera medida de dicha información.

R. CARNAP y Y. BAR-HILLEL generalizaron la noción de información semántica a las lógicas de primer orden en base a la teoría de la probabilidad inductiva. Los diferentes estados posibles que en la lógica proposicional son descritos por los constituyentes lo son ahora por las descripciones de estado. De este modo, definieron el *contenido de información* de h, Cont(h), como la clase de las negaciones de una descripción de estado de L(N,k) implicadas por h, esto es,

(ii) $\mathrm{Cont}(h) = \{-s;\ s \in Z \text{ y } h \vdash -s\}$[1]

Como indicamos más arriba (cap. VII, p. 229), el conjunto de las descripciones de estado Z es un *problema cognoscitivo*. De ahí que (cfr. I. NIINILUOTO 1987, p. 149), podamos generalizar la definición (ii) a cualquier problema cognoscitivo $B = \{h_i;\ i \in I\}$: para todas las respuestas parciales $g \in D(B)$, consideremos el conjunto de todas las negaciones de las respuestas completas potenciales en B que g excluye,

(iii) $\mathrm{Cont}_B(g) = \{-h_i;\ h_i \in B \text{ y } g \vdash -h_i\}$.

Notas

1.- Obsérvese que si los enunciados básicos de POPPER pudieran identificarse con las descripciones de estado, entonces (ii) sería equivalente a la noción del contenido empírico (i).

Ahora bien, tanto (ii) como (iii) constituyen sendas definiciones de la información semántica de un enunciado, pero no de la medida de la información propiamente dicha dado que no es posible establecer un orden entre los contenidos de información de dos enunciados con respecto a la relación de inclusión.

Para eludir esta dificultad I. LEVI (1967) define el *grado de información* de un enunciado de la siguiente forma: sea $B = \{h_i;\ i \in I\}$ un problema cognoscitivo finito, en el que cada $h_i \in B$ supondremos que es igualmente informativo desde el punto de vista del problema B al representar una respuesta completa potencial; sea una respuesta parcial g; la información contenida en g depende del número de las respuestas completas - de los elementos de B - que excluye, $|I| - |I_g|$, lo cual lleva a la definición

$$\text{(iv)}\quad \mathrm{cont}_u(g) = \frac{|I| - |I_g|}{|I|} = 1 - \frac{|I_g|}{|I|}$$

para todo $g \in D(B)$. Si se trata una contradicción g como elemento de D(B), siendo $|Ig| = 0$, $\mathrm{cont}_u(g)$ tiene las propiedades siguientes:

$$\text{(v)}\quad \mathrm{cont}_u(g) = 0 \text{ si } \vdash g$$

$$\mathrm{cont}_u(h_i) = (|I| - 1)/|I| \text{ si } h_i \in B$$

$$\mathrm{cont}_u(g) = 1 \text{ si } \vdash -g$$

Sin embargo, como observa I. NIINILUOTO (1987, p. 150), puesto que las contradicciones, al implicar todas las respuestas completas al mismo tiempo, no son realmente respuestas a ningún problema cognoscitivo, se debe modificar (iv) para que se aplique sólo a los elementos de D(B):

(vi) $cont_{u^+}(g) = (|I| - |I_g|)/(|I| - 1)$,

con las propiedades,

(vii) $cont_{u^+}(g) = 0$ si $\vdash g$

$cont_{u^+}(g) = 1$ si $h_i \in B$.

Tanto (iv) como (vi) parten del supuesto que los elementos $h_i \in B$ son igualmente informativos. Este supuesto es sumamente restrictivo si se tiene en cuenta que no todos los elementos de B han de poseer el mismo grado ni de probabilidad, óntica o epistémica, ni de información substancial o relevante dado el problema B. Ello nos lleva a las medidas de información semántica propuestas por CARNAP y BAR-HILLEL, la primera, que hace referencia al *valor de sorpresa* de un enunciado h en L(N,k),

(viii) $inf(h) = - \ln P(h)$

donde P es una medida de probabilidad regular que asigna o bien igual probabilidad a todas las descripciones de estado, o bien igual probabilidad a todas las descripciones de estructura; la segunda, que hace referencia a la cantidad de *información substancial* de h,

(ix) $cont(h) = 1 - P(h)$.

En ambos casos, el valor de información para un enunciado h en el lenguaje L depende del número de estados de cosas, describibles en L, que h excluye, razón por la cual tanto *inf* como *cont* se conceptúan como medidas de información semántica que, según CARNAP y BAR-HILLEL, deben ser contempladas como medidas de información en el supuesto de un investigador racional ideal lógicamente omnisciente[1].

Inf y *cont* miden la información *absoluta* de un enunciado h. J. HINTIKKA (1968) ha propuesto tres medidas que incorporan la consideración de otro enunciado e y responden a las tres preguntas siguientes:

a) ¿cuánta información añade h a la información contenida en e?

b) ¿cuán informativo es h en una situación en la que la verdad de e sea conocida?

c) ¿en qué medida se ve reducido el valor de sorpresa de h al saber e?, o bien ¿cuánta información substancial conlleva e acerca del asunto de que trata h?

Las medidas reciben, respectivamente, los nombres de *información incremental*, *información condicional* e *información transmitida*, y se definen como sigue:

(x) $inf_{ad}(h/e) = inf(h \,\&\, e) - inf(e)$

$cont_{ad}(h/e) = cont(h \,\&\, e) - cont(e)$

(xi) $inf_{cond}(h/e) = - \ln P(h/e)$

Notas

1.- Si P es una medida de probabilidad uniforme en un problema cognoscitivo finito B, esto es, $P(h) = 1/|I|$, entonces (ix) nos lleva a $cont(h) = 1 - (1/|I|)$, que coincide con (iv), de ahí que $cont_u$ sea un caso especial de cont para hipótesis alternativas igualmente probables. Si comparamos las propiedades que verifican ambas medidas de información veremos que la principal diferencia estriba en que el contenido de información substancial es aditivo respecto de las conjunciones h h' tales que h h' es una tautología, o lo que es lo mismo, tales que h y h' no tienen contenido informativo común - $Cont(h) \cap Cont(h') = \emptyset$ -.Cfr. I. NIINILUOTO, 1987, pp. 151-2.

$$\mathrm{cont}_{cond}(h/e) = 1 - P(h/e)$$

$$\text{(xii)}\quad \mathrm{transinf}(h/e) = \mathrm{inf}(h) - \mathrm{inf}(h/e)$$

$$\mathrm{transcont}_{ad}(h/e) = \mathrm{cont}(h) - \mathrm{cont}_{ad}(h/e)$$

$$\mathrm{transcont}_{cond}(h/e) = \mathrm{cont}(h) - \mathrm{cont}_{cond}(h/e)$$

*

En todas las definiciones anteriores, tanto de información semántica como de su medida, destaca un hecho que para nosotros es de singular importancia: en ninguna de ellas interviene para nada la noción de *verdad*. En cada caso, un enunciado es tanto más informativo cuantas más posibilidades excluya en el sentido expuesto más arriba, independientemente de si lo que afirma es verdadero o falso. Así, ante un problema cognoscitivo $B = \{h_i;\ i \in I\}$, todas las respuestas completas potenciales son informativas y la medida se establecerá a partir de cualquiera de las definiciones dadas.

Sin embargo, este planteamiento no es suficiente para satisfacer las necesidades que se derivan de los presupuestos de nuestro estudio. No preguntamos únicamente por el grado en que un enunciado es informativo, sino por el grado en que es informativo acerca de la respuesta verdadera al problema cognoscitivo en cuestión, es decir, acerca de la respuesta correcta completa $h*$, que sabemos existe pero es desconocida.

En otras palabras, pedimos, no si h es informativo, sino si h es informativo acerca de la verdad pretendida. Ello nos lleva a pasar de la noción de contenido de información de un enunciado h a la de *contenido de información acerca de la verdad.*

Varias han sido las definiciones que han pretendido aprehender conceptualmente lo que se quiere significar por dicha noción. K. R POPPER (1965, 1972), tras considerar la clase T de todos los enunciados verdaderos de un lenguaje L y, para cada enunciado h de L la clase de todas sus consecuencias lógicas $Cn(h) = \{g;\ h \vdash g\}$, define el *contenido de verdad* de h en L como la clase de todas las consecuencias verdaderas de h en L,

(xiii) $Ct_T(h) = Cn(h) \cap T.$

Si la clase T es finitamente axiomatizable, sea $t*$ la conjunción finita de sus axiomas. Entonces $T = Cn(t*)$, en cuyo caso el contenido de verdad de h corresponde al contenido común de h y $t*$, esto es, la clase de consecuencias de $h_T = h \vee t*$, puesto que

$Cn(h_T) = Cn(h \vee t*) = Cn(h) \cap Cn(t*) = Cn(h) \cap T = CtT(h)$

A partir de lo cual, el grado de contenido de verdad se define como la medida del contenido de información del contenido de verdad de h_T

(xiv) $ct_T(h) = cont(hT) = 1 - P(h \vee t*).$

Vemos, pues, que el contenido de verdad sirve para conceptualizar la información acerca de la verdad. La misma idea está presente en R. HILPINEN (1976) y I. NIINILUOTO, y es la que nosotros tomaremos en consideración. Por otra parte, debemos advertir que h no tiene por qué ser necesariamente un enunciado verdadero para que su contenido de verdad no sea vacío. K. R. POPPER (1972, p. 392) pone el siguiente ejemplo al respecto: supongamos que hoy es lunes; el enunciado 'hoy es jueves' será falso, pero implica un número de enunciados verdaderos, tales como 'hoy no es miércoles' o bien ' hoy es o lunes o jueves'. Si consideramos la clase de todos los enunciados verdaderos implicados por un enunciado h, esto es, su contenido de verdad, puesto que si h es falso hay consecuencias falsas pero también las hay verdaderas, el conjunto de estas últimas constituiría su contenido de verdad.

* *

En el capitulo III decíamos que un enunciado atómico falso está *próximo a la verdad* cuando no está lejos de representar un hecho real.

Por medio de la proximidad a la verdad se pretende dar una respuesta conceptual al hecho de que no todos los enunciados atómicos falsos están "alejados" de la verdad en un mismo grado. Desde un punto de vista práctico es claro que 'el monte Everest tiene una altura de 8000 metros' está más próximo a la verdad que 'el monte Everest tiene una altura de 6000 metros': no tendrá las mismas consecuencias una expedición que haya efectuado los preparativos guiada por el primer enunciado que por el segundo. Un razonamiento similar se puede aplicar a cualquier estimación de las que se llevan a cabo en el análisis económico.

La noción de *aproximación a la*

verdad, que si bien estrictamente se refiere a enunciados falsos admitiremos que también es aplicable a los enunciados verdaderos cuando se trate de estudiar sus grados, requiere de una métrica o distancia que nos permita trascender la pura intuición y especificar dicha proximidad. El número real que exprese dicha distancia constituye el *grado de aproximación a la verdad*.

Para definir la métrica correspondiente partiremos de un problema cognoscitivo $B = \{h_i;\ i \in I\}$ y de una distancia definida en B.

Según lo expuesto en el capítulo VII, si $d{:}B\times B \dashrightarrow R$ es una semimétrica, que supondremos normalizada, entonces $d_{ij} = d(h_i,h_j)$ expresa la distancia entre dos respuestas completas potenciales de B. Añadamos ahora que

$$\text{(xv)}\quad sim(h_i,h_j) = 1 - d_{ij}$$

define el *grado de semejanza* entre h_i y h_j.

Por otra parte, si $d{:}B\times D(B) \dashrightarrow R$ es una prolongación, entonces $d(h_i,g)$ expresa la distancia de una respuesta parcial $g \in D(B)$ a $h_i \in B$ en términos de las distancias d_{ij}, $j \in I_g$,

$$d(h_i,g) = red(\langle d_{ij};\ j \in I_g\rangle)$$

y la *proximidad de $g \in D(B)$ a $h_i \in B$* se puede definir por medio de una función $M{:}\ D(B)\times B \dashrightarrow R$, de la cual habrá que especificar las propiedades, tal que

$$\text{(xv)}\quad M(g,h_i) = 1 - d(h_i,g)$$

siendo $0 \leq M(g,h_i) \leq 1$ al haber supuesto que d está normalizada.

En la proximidad a la verdad, y dado que la relación de un enunciado con la verdad se establece entre la representación de las respuestas potenciales y la de los hechos que ellas mismas expresan, el elemento $h*$ que denota la respuesta verdadera completa de B no tiene un tratamiento diferente del resto de las respuestas verdaderas.

No obstante, precisamos de una verdad como referencia para medir la aproximación de los enunciados falsos. Se nos presentan dos vías: o bien tomamos el conjunto de todas las respuestas correctas $\{g* \in D(B);\ h* \vdash g*\}$, o bien el propio elemento $h*$. Por razones de simplicidad, y porque además no se violenta el sentido último de la medida que queremos definir, seguiré el segundo camino. Substituyendo en (xv) h_i por $h*$ se obtiene, para la *medida de la proximidad de g a la verdad*,

(xvi) $M(g,h*) = 1 - d(h*,g)$

Para que M formalice el concepto de proximidad a la verdad, debe recoger los requisitos intuitivos que se derivan del mismo. Así, el grado de aproximación a la verdad será:

(VA1) máximo en todos los enunciados verdaderos, y sólo en ellos;

(VA2) máximo en las tautologías y mínimo en las antilogías;

(VA3) dependerá de la magnitud del error cometido en los enunciados falsos que no sean contradictorios;

(VA4) máximo en la negación de un enunciado falso, sea o no una contradicción - se sigue de (VA1) -;

(VA5) monótono creciente respecto a la implicación lógica.

Puesto que ya vimos que las antilogías, al implicar todas las respuestas completas al mismo tiempo, no son respuesta a ningún problema cognoscitivo, la función M no recogerá la segunda parte de (VA2). Por consiguiente, M debe verificar las siguientes propiedades:

(xvii) $M(g,h*) = 1$ syss g es verdadera

$M(g,h*) = 1$ si g es una tautología

$M(h_j,h*) = 1 - d(h*,hj)$

$M(-g,h*) = 1$ syss $M(g,h*) < 1$

$M(g,h*) \leq M(g',h*)$ si $g \vdash g'$

La función de reducción que permite obtener una función M que satisfaga estas propiedades es

$$dmin(h*,g) = \min_{j \in I_g} d(h*,h_j)$$

si se trata de un problema cognoscitivo discreto, y

$$dinf(h*,g) = \inf_{j \in I_g} d(h*,h_j)$$

en los problemas continuos[1].

Notas

1.- Lo probaremos para problemas discretos.

(a) $Mmin(g,h*) = 1$ syss $dmin(h*,g) = 0$
syss $\min_{j \in Ig} d(h*,hj) = 0$
syss existe $k \in Ig$; $hk = h*$
syss $h* \vdash g$ syss g es verdadera

(b) Si g es una tautología, g es verdadera, y según (a) $Min(g,h*) = 1$

(c) $Mmin(hj,h*) = 1 - dmin(h*,hj) =$
$= 1 - mind(h*,hj) =$
$= 1 - d(h*,hj)$.

(d) $Mmin(g,h*) < 1$ syss (según (a)) g es falsa
syss -g es verdadera
syss (según (a)) $M(-g,h*) = 1$

(e) si $g \vdash g'$, Ig Ig', entonces
$dmin(h*,g) \geq dmin(h*,g')$,
de donde $Mmin(g,h*) \leq Mmin(g',h*)$.

La función $Mmin(g,h*)$, además de (xvii) verifica[1]:

(xviii) $0 \leq Mmin(g,h*) < 1$ syss g es falsa

$Mmin(g \vee g',h*) = max\{Mmin(g,h*),Mmin(g',h*)$

$Mmin(g \,\&\, g',h*) \leq min\{Mmin(g,h*),Mmin(g',h*)$

$Mmin(g,h*)$ es mínimo si g es un d-complemento de h* siendo $Mmin(g,h*) = 0$ si g es d-complemento de h* y el sistema (B,d) es complementado, esto es, que $d(h*,h_j) = 1$ para todo $h_j \in I_g$, condición que gráficamente equivale a que todos los h_j estén sobre la esfera de semejanza más alejada de h*. Por otra parte, resulta que Mmin es funcional en relación con la disjunción, pero no respecto a la conjunción.

* *

Notas

1.- La primera propiedad se sigue de la nota 1 de la página anterior.

$$\begin{aligned}
Mmin(g \vee g',h*) &= 1 - dmin(h*,g \vee g') = \\
&= 1 - \min_{j \in Ig \vee g'} d(h*,g \vee g') \\
&= 1 - \min\{\min_{j \in Ig} d(h*,g),\min_{j \in Ig'} d(h*,g')\} \\
&= 1 - \min\{dmin(h*,g),dmin(h*,g')\} \\
&= \max\{1 - dmin(h*,g),dmin(h*,g')\} \\
&= \max\{Mmin(g,h*),\ Mmin(g'h*)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Mmin(g \,\&\, g',h*) &= 1 - dmin(h*,g \,\&\, g') \\
&= 1 - \min_{j \in Ig\&g'} d(h*,g \,\&\, g') \\
&\leq 1 - \max\{\min_{j \in Ig} d(h*,g),\ \min_{j \in Ig'} d(h*,g')\} \\
&= 1 - \max\{dmin(h*,g),dmin(h*,g')\} \\
&= \min\{1 - dmin(h*,g),dmin(h*,g')\} \\
&= \min\{Mmin(g,h*),Mmin(g'h*)\}
\end{aligned}$$

Si g es un d-complemento de h*, para todo $j \in Ig$, hj es un d-complemento de h*.

Habíamos establecido en el capítulo III que un enunciado compuesto falso es *parcialmente verdadero* cuando alguna de sus partes es verdadera.

Por medio de la verdad parcial se trata de conceptualizar el hecho de que no todos los enunciados compuestos falsos siempre reciben dicha consideración en un mismo grado. 'El monte Everest tiene una altura de 6000 metros y está en la cordillera de los Andes' es "más falsa", desde el punto de vista de la verdad parcial, que 'el monte Everest tiene una altura de 6000 metros y está en la cordillera del Himalaya'.

La verdad parcial, a diferencia de la proximidad a la verdad, no requiere necesariamente de una métrica para su medida. Y si bien es una noción que, estrictamente, se refiere a enunciados falsos, cuando se trate de estudiar sus grados admitiremos que es aplicable, si bien impropiamente, a los enunciados verdaderos, a los que se les asignará el máximo grado.

El grado de verdad parcial, tal como nosotros lo concebimos, ha de cumplir los siguientes requisitos intuitivos, algunos de los cuales se comprobará difieren de los establecidos más arriba para la proximidad a la verdad:

(VP1) será máximo en los enunciados verdaderos, y sólo en ellos;

(VP2) será máximo en las tautologías y mínimo en las antilogías;

(VP3) dependerá del número de enunciados simples verdaderos en las conjunciones falsas que no sean contradictorias;

(VP4) será máximo en la negación de un enunciado falso, sea o no una contradicción - se sigue de (VP1)-;

(VP5) será mínimo en la negación de un enunciado verdadero sólo si no es una conjunción;

(VP6) no es monótona en relación a la implicación lógica;

(VP7) será el máximo de los grados de verdad parcial de cada una de las componentes en la disjunción de conjunciones.

M. BUNGE[1] propone una evaluación V de la verdad parcial que sigue las siguientes reglas:

$$V(p \,\&\, q) = \frac{V(p) + V(q)}{2}$$

$$V(-p) = \begin{cases} 1 & \text{si } V(p) \neq 1 \\ 0 & \text{si } V(p) = 1 \end{cases}$$

$$V(p \vee q) = \max\{V(p), V(q)\}$$

Sin entrar en un mayor detalle, podemos constatar que estas reglas no satisfacen los requisitos (VP3) y (VP5), lo cual da lugar a resultados tan extraños como que el grado de verdad parcial de un enunciado compuesto contradictorio (p & -p) sea ½, o que no se distinga entre las negaciones de conjunciones verdaderas con desigual número de componentes: no es lo mismo la negación del enunciado verdadero 'hoy es viernes', que es completamente falsa, que la del

Notas

1.- Cfr. M. BUNGE, 1982, *Half Truth*, citado por M. A. QUINTANILLA (1982), p. 487.

enunciado, también verdadero, 'hoy es viernes y hace sol', que admite tres posibilidades, 'hoy es viernes pero no hace sol', 'hoy no es viernes y hace sol' y 'hoy no es viernes ni hace sol', dos de ellas parcialmente verdaderas.

Por mi parte, para la *evaluación del grado de verdad parcial* propongo la siguiente definición. Sea el conjunto de enunciados En(L) de L y $V(h) \in \{0,1\}$ el valor de verdad de un enunciado $h \in En(L)$. El grado de verdad parcial vendrá dado por una función

$$V_p: \ En(L) \longrightarrow [0,1]$$

que hace corresponder a cada enunciado $h \in En(L)$ un número real $V_p(h) \in [0,1]$ de acuerdo con las siguientes reglas:

(xviii) $V_p(h) = 1$ syss $V(h) = 1$

$$V_p(h) = 1 \text{ si } \vdash h$$

$$V_p(h) = 0 \text{ si } \vdash -h$$

$$V_p(h_1 \& \ldots \& \ h_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} V(h_i) \text{ si no } \vdash -(h_1 \& .. \& \ h_n)$$

$$V_p(-h) = \begin{cases} 1 & \text{si } Vp(h) \neq 1 \\ \dfrac{2^{n-1}-1}{2^n-1} & \text{si } Vp(h) = 1 \text{ y } h = h_1 \& \ldots \& h_n \end{cases}$$

$$V_p(h_1 \vee \ldots \vee \ h_n) = \max\{V_p(h_1), \ldots, V_p(h_n)\}$$

V_p cumple los requisitos de la verdad parcial considerados por nosotros. Nótese que para $n = 1$ $V_p(-h)$ es 0 como en M. BUNGE, y a medida que n se va haciendo cada vez mayor, $V_p(-h)$ tiende a ½, que es el límite superior razonablemente asignable al grado de verdad parcial en la negación de una conjunción verdadera.

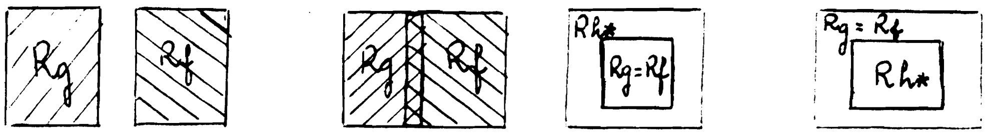
*　　　*

La información, verdadera o no, incluida en los enunciados sobre la altura y situación del Monte Everest que han servido para ejemplificar las nociones de proximidad a la verdad y de verdad parcial es, entre sí, la misma en los dos primeros y en los dos últimos respectivamente. Ni la aproximación a la verdad ni la verdad parcial, tal como aquí las estamos entendiendo, tienen nada que ver con la información.

En ello se diferencian de la *inexactitud en la verdad*, noción que, como vimos en el capítulo III, sí incluye, como algo esencial, la referencia al contenido de información verdadera de un enunciado al definirse como la disconformidad entre la representación pretendida de un hecho como consecuencia de un problema cognoscitivo y la efectivamente lograda, tanto si se trata de la inexactitud *por reducción* como de la inexactitud por *difusión*[1].

Notas

1.- La diferencia entre proximidad a la verdad, verdad parcial, verdad inexacta por reducción y verdad inexacta por difusión se puede esquematizar como sigue:



donde Rg, Rf y Rh* denotan, respectivamente, la representación lograda por un enunciado g, la del hecho al cual corresponde y la que se pretendía obtener.

En el primer caso, el enunciado no es exacto porque no responde con verdad todos los puntos requeridos por la cuestión planteada, como por ejemplo, si la pregunta versa sobre el tiempo y en la respuesta se omite el estado del viento que para quien prepara el viaje es un dato relevante; en el segundo, porque la respuesta que ofrece cubre todos los puntos, pero de una forma débil o difusa, siendo las tautologías paradigmas extremos, por ejemplo llueve o no llueve, sopla el viento o no sopla. En ambos casos la información verdadera aportada no satisface la información requerida.

De la manera como hemos caracterizado las modalidades de conocimiento imperfecto, la utilización del concepto de inexactitud en la verdad ha quedado restringida a los enunciados verdaderos. Sin embargo, en la medida que los enunciados falsos pueden proporcionar "información acerca de la verdad" (cfr. R. HILPINEN, 1976 y supra. p.295), esto es, en que se puede hablar de la representación alcanzada por el contenido de verdad de los mismos, cabe extender a éstos el campo de aplicación de dicha noción.

Para llevar a cabo la *medida del grado de exactitud de un enunciado en relación a la verdad pretendida* además de la línea seguida por K. R. POPPER, que lleva a utilizar la función (xiv) ctT(h), por ejemplo, también podemos adoptar, como así haremos, el marco metodológico que ofrece el análisis de la semejanza, a saber, la definición de una función de reducción que permita obtener el grado buscado a partir del grado de semejanza entre enunciados

$sim(h_i,h_j) = 1 - d_{ij}$, seguido por I. NIINILUOTO, entre otros, y que nosotros hemos aplicado en la verdad aproximada.

Según los principios que intuitivamente debe satisfacer la verdad inexacta, tanto sea por reducción como por difusión, cualquier función que mida el citado grado de exactitud deberá cumplir que éste

(VI1) sea máximo si y sólo si la representación alcanzada coincide con la representación pretendida;

(VI2) sea mínimo en las tautologías y máximo en las antilogías, esto último porque los enunciados contradictorios implican todos los enunciados verdaderos;

(VI3) varíe en función de su contenido informativo *verdadero*, incluso en los enunciados verdaderos, en los cuales basta con decir que variará en función de su contenido informativo, pues éste coincide con el de verdad. En el método de la semejanza, entenderemos que el valor $sim(h*,h_j)$ es alto si y sólo si h_j se adecúa bastante a la verdad $h*$;

(VI4) sea monótono decreciente con relación a la implicación lógica;

(VI5) si es positivo en un enunciado, el grado de exactitud de su negación no puede ser máximo.

Si $h*$ designa la verdad pretendida en un problema cognoscitivo $B = \{h_i;\ i \in I\}$, podemos adoptar una métrica para la *medida del grado de exactitud de la respuesta parcial $g \in D(B)$ respecto de $h*$*. Considerando (xvi), y que por las razones expuestas con ocasión de la verdad aproximada no podemos contemplar la segunda parte de (VI2), las condiciones que debe verificar la función $M(g,h*) = 1 - d(h*,g)$ para adecuarse a los requisitos expuestos son:

(xix) $M(g,h*) = 1$ syss $g = h*$

$M(g,h*)$ es mínimo si $\vdash g$

$M(h_j,h*) = 1 - d(h_j,h*)$

$M(g,h*) \geq M(g',h*)$ si $g \vdash g'$

$M(-g,h*) \leq 1 - M(g,h*)$ si $M(g,h*) > 0$.

Las funciones de reducción que cumplen estas propiedades son, en los problemas cognoscitivos discretos[1],

$$dmax(h*,g) = \max_{j \in I_g} d(h*, h_j)$$

y

$$dsum(h*,g) = \sum_{j \in I} d(h*,h_j) / \sum_{j \in I} d(h*,h_j)$$

Concretamente, Mmax verifica

(xx) $Mmax(g,h*) = 1$ syss $g = h*$

$Mmax(g,h*)$ es mínimo si g es una tautología

$Mmax(g,h*) = 1 - d(h_i,h*) = sim(h_i,h*)$

$Mmax(g,h*) \geq Mmax(g',h*)$ si $g \vdash g'$

$Mmax(-g,h*)$ es mínimo o bien $Max(g,h*)$ es mínimo

<u>Notas</u>

1.- En los problemas cognoscitivos continuos, dmax se substituye por dsup, en tanto que dsum queda

$$dsum(h*,g) = \int_{Ig} d(h*,hx)dx \Big/ \int_{I} dx$$

y además

(xxi) $Mmax(g \vee g',h*) = \min\{Mmax(g,h*), Mmax(g',h*)\}$

$Mmax(g \,\&\, g',h*) \geq \max\{Mmax(g,h*), Mmax(g',h*)\}$ si $(g \,\&\, g')$ no es contradictorio

$Mmax(g,h*)$ es mínimo si en g hay un d-complto. de h* siendo $Mmax(g,h*) = 0$ si en g hay un d-complemento de h* y además (B,d) es d-complementado. Obsérvese que a diferencia de Mmin, que para ser $Mmin(g,h*) = 0$ exigía que todo g fuera un d-complemento de h*, en Mmax sólo se exige serlo algún h_j, $j \in I_g$. En efecto, es suficiente que algún hj esté situado en la esfera más alejada del centro h* para que la distancia entre h* y g sea máxima. Por otro lado, también Mmax resulta ser funcional con respecto a la disjunción, pero no a la conjunción.

Con respecto a Msum, las propiedades son

(xxii) $Msum(g,h*) = 1$ syss $g = h*$

$Msum(g,h*)$ es mínimo si g es una tautología

$Msum(g,h*) = 1 - d(h*,h_j)/(|I|med(i,B))$

$Msum(g,h*) \geq Msum(g',h*)$ si $g \vdash g'$

$Msum(g,h*) = 1 - Msum(g,h*)$

y además

(xxiii) $Msum(g \vee g',h*) = Msum(g,h*) + Msum(g',h*) - Msum(g \,\&\, g', h*)$

$Msum(g \,\&\, g',h*) \geq \max\{Msum(g,h*), Msum(g',h*)$ si $(g \,\&\, g')$ no es contradictorio

$Msum(g,h*) = 0$ syss g contiene todos los enunciados falsos $h_j \in B$

De nuevo la disjunción vuelve a ser funcional y no así la conjunción.

En cuanto a la última de las propiedades de (xxiii), obsérvese que Msum es cero en el caso, y sólo en él, de que g incluya todos los enunciados falsos de B. Ello significa que Msum(g,h*) puede dar un valor estrictamente positivo incluso cuando en g haya hipótesis u observaciones sumamente "alejadas" de h*, esto es, que estén situadas en la esfera exterior, lo cual no es el caso en Mmax.

Esta característica, junto a la conducta diferente con respecto a la negación, nos llevan a proponer Mmax como medida para el grado de exactitud cuando se trate de la verdad inexacta por difusión, así como Msum cuando sea la verdad inexacta por reducción. En cualquier caso, tanto una como otra función miden cuantitativamente *el grado de información acerca de la verdad*[1].

* *

*

El estudio de las medidas anteriores no pretende ser exahustivo. Otras medidas, y a partir de supuestos metodológicos idénticos o diferentes, podrían ser analizadas, siempre que respetaran los principios expuestos en cada caso.

Notas

1.- Cfr. al respecto I. NIINILUOTO, pp. 220-222.

Comprobamos que las medidas para la aproximación a la verdad y la verdad parcial tienen diferente comportamiento de las correspondientes a la verdad inexacta. Destaquemos que mientras las tautologías tienen el máximo grado en las primeras, en las segundas es mínimo. Además todos los enunciados verdaderos tienen el mismo grado de proximidad a la verdad y de verdad parcial, sin embargo, su grado de exactitud respecto de la verdad pretendida depende de su contenido informativo. Por otra parte, los grados de proximidad a la verdad y de verdad parcial aumentan cuando un enunciado implica lógicamente a otro, en tanto que ocurre lo contrario en la verdad inexacta. Finalmente, si un enunciado tiene un grado positivo, pero no máximo, de proximidad a la verdad o de verdad parcial, su negación sí alcanzará dicho máximo, lo cual no sucede con la verdad inexacta.

Ahora podemos definir la medida del grado de incertidumbre epistémica objetiva en la incertidumbre correspondiente al conocimiento aproximado e inexacto.

Así, en la verdad parcial, el grado de incertidumbre de un enunciado $h \in En(L)$ vendrá dado por una función

$$\text{(xxiv)} \qquad I: En(L) \dashrightarrow [0,1] \in R$$
$$h \dashrightarrow I(h) = 1 - V_p(h)$$

En la proximidad a la verdad y verdad inexacta, para determinado problema cognoscitivo B, y suponiendo que la base de conocimiento β que lo sustenta es verdadera, podemos definir el grado de incertidumbre de la representación alcanzada por un enunciado $g \in D(B)$ respecto de la verdad pretendida $h*$ por medio de una función

$$\text{(xxv)} \qquad I: D(B) \times B \dashrightarrow [0,1] \in R$$
$$(g,h*) \dashrightarrow I(g,h*) = 1 - M(g,h*)$$

debiendo substituir $M(g,h*)$ por la función que corresponda a cada caso.

El dilatado campo de aplicación de éstas medidas, cuyas propiedades son consecuencia inmediata de V_p y M, se manifiesta en el hecho de que, según señalamos en el capítulo VII, entre los ejemplos de P-conjuntos B se cuentan el conjunto de descripciones de estado - siendo D(B) el conjunto de los enunciados consistentes -, así como el de las descripciones de estructura y el de los números reales R - siendo D(B) el conjunto de las partes de R.

C O N C L U S I O N E S

Después de desarrollar los temas en los que hemos concretado el presente estudio, llegado es el momento de recapitular y comprobar si el trabajo realizado permite ofrecer respuesta a los interrogantes que han constituido punto de partida y justificación de esta investigación.

Recordemos al respecto que en la Introducción señalábamos la insuficiente fundamentación metodológica del análisis económico en contexto de incertidumbre, y ello desde los puntos de vista conceptual, lógico y eidométrico. Tres preguntas resumían las cuestiones formuladas: ¿existe un único tipo de incertidumbre?, ¿qué lógica, o lógicas, son más adecuadas para el razonamiento no demostrativo?, ¿es la probabilidad el único concepto válido para medir la incertidumbre?

*   *

En relación con el primer punto, el análisis efectuado conduce a una primera constatación que, si bien a primera vista puede parecer trivial, deja de serlo cuando procedemos a extraer sus consecuencias: la noción de incertidumbre admite sentidos diversos que corresponden a referencias diversas, debiendo distinguir, por una parte, entre *incertidumbre epistémica* e *incertidumbre óntica*, denotando imperfección de nuestro conocimiento e indeterminación causal respectivamente, y por otra parte, entre la incertidumbre epistémica *objetiva* y la *subjetiva*. Sinópticamente,

$$\text{Incertidumbre}\begin{cases}\text{epistémica}\begin{cases}\text{subjetiva}\\ \text{objetiva}\end{cases}\\ \text{óntica}\end{cases}$$

*

En el capítulo I hemos analizado el significado y las derivaciones de la clasificación precedente.

El análisis de la definición de la **incertidumbre epistémica objetiva** como ausencia de conocimiento seguro, claro y evidente de las cosas ha llevado a explicar el sentido dado al término 'conocimiento', explicitar las "cosas" a las que se hace mención e indicar los criterios que caracterizan el "conocimiento seguro". Habiendo puesto de manifiesto que entendemos el conocimiento en su vertiente lógica o proposicional, conforme a la cual el conocimiento se expresa por medio de la frase 'sé que *p*', que según sea el sujeto implícito de la misma el "yo" concreto o el "yo" ideal que posee toda la información y todo el conocimiento científico disponible puede ser tanto individual como general, que el conocimiento individual puede ser subjetivo u objetivo según dependa o no de los cambios en la disposición cognoscitiva del sujeto, y que las "cosas" conocidas son los hechos, y los conocemos por medio de proposiciones formuladas mediante enunciados u oraciones declarativas, el examen de los requisitos que tradicionalmente se ha considerado deben darse para que tenga lugar el conocimiento seguro, a saber, creencia (C), verdad (V) y evidencia (E), nos ha mostrado:

- con relación a la creencia, que es condición suficiente para la certeza subjetiva y necesaria para la objetiva;

- con relación a la verdad, que para que la misma pueda darse *p* debe corresponder a una proposición que, siendo lógicamente posible y susceptible de representar hechos, sólo incluya conceptos claros y distintos;

- con relación a la evidencia, (a) que debemos distinguir entre el sentido fuerte y el sentido débil del conocimiento; (b) que la certeza objetiva se refiere únicamente al sentido fuerte del conocimiento; (c) que hay tres modalidades de certeza objetiva: lógica, física y moral, la primera corresponde al conocimiento en sentido fuerte estricto, las dos últimas al conocimiento en sentido fuerte amplio;

- con relación a la definición clásica del conocimiento seguro como creencia verdadera justificada, que no implica ningún contenido informativo de *p*, por lo cual es preciso ampliar el marco referencial que dicha definición aporta para encuadrar la incertidumbre epistémica incorporando la referencia a la información (I), esto es, al problema cognoscitivo cuya resolución exige una respuesta informativamente congruente con la pregunta que lo origina.

La caracterización de la incertidumbre óntica ha requerido un estudio pormenorizado del sentido atribuible a la predicación de 'incierto' en los hechos y en los entes. Definidos los primeros como lo que hace verdadera o falsa una proposición, y sentado que su representación no debe tener connotaciones temporales que los fijen al pasado o a una concepción estática, excluyendo los procesos y los acontencimientos futuros o intemporales, llegamos a la conclusión de que si, en el contexto de la incertidumbre óntica, identificamos lo "cierto" con lo "existente" y lo "incierto" con lo "inexistente", un hecho incierto es una contradicción: para quienes asumen el determinismo ontológico laplaciano como concepción metafísica del mundo no cabe más incertidumbre que la epistémica; en el plano óntico, la incertidumbre sólo tiene sentido cuando la referimos a la inexistencia de condiciones determinantes para la realización de los hechos, esto es, al indeterminismo óntico, el cual no debe ser confundido con el indeterminismo epistémico, que sólo afirma la posibilidad de que haya hechos impredecibles. En cuanto a los entes, hemos justificado que la incertidumbre óntica debemos referirla a la inexistencia de límites conceptuales para su definición.

La clasificación inicial queda ahora esquematizada como sigue:

- Incertidumbre
  - epistémica
    - subjetiva (depende de C)
    - objetiva
      - s. estricto (depende de C, V, E)
      - s. amplio (depende de C, V, E, I)
  - óntica
    - hechos frecuencialmente estables
    - hechos frecuencialmente inestables

*

En el plano epistémico, el carácter negativo dado a la definición de la incertidumbre conduce a cuestionar la substantividad del conocimiento en sentido débil o imperfecto. En el capítulo II hemos justificado, con razones epistemológicas y pragmáticas, la adopción de la interpretación gradual del conocimiento, según la cual la ausencia de las condiciones para que se dé el conocimiento seguro no debe entenderse como incredulidad, falsedad, carencia de datos y desinformación absolutas, ni tener como consecuencia una total ignorancia. El conocimiento imperfecto, que puede ser considerado como la morada de la incertidumbre, es una modalidad del conocimiento que admite grados y, a su vez, en función de los requisitos para el conocimiento seguro que dejan de cumplirse, también modalidades, a saber, conocimiento probable, vago, aproximado e inexacto. La incertidumbre puede corresponder a cualquiera de ellas.

La distinción entre las modalidades del conocimiento imperfecto representa, a mi juicio, un avance metodológico significativo. En combinación con el análisis de las fuentes de la incertidumbre realizado en el capítulo III permite disponer de elementos conceptuales para identificar el origen de la incertidumbre, situar ésta en su modalidad correspondiente y arbitrar los instrumentos lógicos y eidométricos adecuados para efectuar un tratamiento diferenciado, no indiscriminado y confuso, de la magnitud *incertidumbre epistémica*.

En contra de lo afirmado por D. LINDLEY (1971, p. 30), no existe una única forma de incertidumbre, ni todas las incertidumbres pueden ser comparadas. La incertidumbre óntica se puede llegar a entender como una de las causas de la incertidumbre epistémica, nunca confundirse con ella. A la diversidad de modalidades de esta última se suma la de sus fuentes. Si tenemos que razonar con enunciados que no suscitan una *creencia verdadera justificada e informativamente congruente* o queremos valorar su "grado de incertidumbre", debemos evitar mezclar los distintos tipos de incertidumbre epistémica aunque pertenezcan todos a una misma familia. No es lo mismo la incertidumbre subjetiva, dependiente del estado psicológico del sujeto y variable con el mismo, que la objetiva; en ésta, no hay que confundir la que se origina por la carencia de elementos de juicio suficientes para determinar la verdad de *p*, la que resulta de falta de conformidad entre la representación pretendida por *p* y la efectivamente alcanzada, y la que nace de la falta de verdad de *p*; también en este último caso es muy diferente la incertidumbre debida a una proposición que no es adecuada de la que se produce cuando se transige con la falsedad. Y, finalmente, incluso ya encuadrada en cualquiera de las modalidades del conocimiento imperfecto, no es indiferente que, en el conocimiento probable, la incertidumbre sea reductible con el aumento de pruebas en los hechos predecibles y en los hechos impredecibles si son presentes o pasados, que sea relativamente irreductible en los hechos futuros en los que intervenga el azar como causa accidental, o que sea absolutamente irreductible en los hechos en los que participe la aleatoriedad, el puro azar o el libre albedrío; o que en el conocimiento vago, la incertidumbre sea debida a la oscuridad o a la confusión; o que en el conocimiento inexacto se trate de una inexactitud por difusión o por reducción.

El resultado básico de la primera parte de la tesis consiste en haber puesto de relieve y sistematizado las distinciones contenidas en el párrafo anterior, así como el haber explicado el sentido de las mismas y de los términos empleados. La fundamentación conceptual nos permite valorar el alcance, así como las limitaciones, de la utilización y contraposición de términos como 'azar', 'incertidumbre', 'riesgo', 'incertidumbre objetiva','incertidumbre subjetiva', 'vaguedad', 'imprecisión'. etc. También permite responder las preguntas formuladas en la Introducción: la distinción clásica entre *riesgo* e *incertidumbre* encaja en la incertidumbre epistémica correspondiente al conocimiento probable, el primero referido a los hechos epistémicamente aleatorizables, a los no aleatorizables la segunda; pero no describe todo el campo de la incertidumbre, ni el de la incertidumbre epistémica; asimismo es claro que el futuro no es la única causa que determina la incertidumbre, puesto que sólo interviene en el conocimiento probable, no en el conocimiento vago ni en el inexacto.

*   *

En nuestros días, la aparición de sistemas lógicos alternativos a la lógica clásica somete al investigador a un problema de elección que no tenía cuando la lógica bivalente constituía el único *organon* admisible y admitido para fundamentar el razonamiento científico. Las "nuevas lógicas" son presentadas como más adecuadas para dotar de un marco lógico en aquellas ciencias en las que la incertidumbre adquiere mayor relevancia. Sin embargo, la elección se hace sumamente difícil porque el conocimiento de la lógica, debido a la escasa atención que se le presta, no está suficientemente extendido, y porque cuando se posee suele permanecer en un plano puramente formal, inapropiado para adoptar una decisión basada en la naturaleza intrínseca de las diferencias de las distintas lógicas. No es extraño que de todo ello se siga una elección sin decisión, esto es, sin un criterio razonable que la sustente.

La descripción semántico-formal efectuada en el capítulo IV proporciona, además de la sintaxis y la semántica del lenguaje formal de la lógica de predicados monádicos de primer orden con identidad, los rasgos característicos y diferenciales de la lógica clásica, las lógicas plurivalentes más significativas - LUKASIEWICZ, KLEENE, BOCHVAR y GÖDEL - la lógica probabilística y la lógica borrosa.

Las diferencias más destacables las he clasificado en dos grupos:

(I) de las lógicas divergentes en relación con la lógica estándar, que se concreta fundamentalmente en el rechazo al principio de bivalencia;

(II) de las lógicas divergentes entre ellas, distinguiendo (a) de lógicas plurivalentes entre sí, (b) de las lógicas plurivalentes con la lógica probabilística, fundamentalmente en relación con la ley del tercio excluso, la ley de no contradicción y la veritativo-funcionalidad, (c) de la lógica borrosa, entendida en sentido estricto y diferenciada de las lógicas plurivalentes, respecto de todas las demás debido a la aceptación de que la imprecisión penetre en la misma inferencia lógica.

Tras estas diferencias subyace una doble creencia: en primer lugar, que el ámbito de la lógica no está prefijado ni es inmutable, pudiendo, y debiendo, acomodarse a la práctica inferencial *de hecho*; en segundo lugar, que la lógica clásica bivalente no sólo es incapaz de abarcar todo el campo que dicha práctica comporta, sino que sus principios plantean problemas cuya resolución exige trascender los límites por ella establecidos.

Por mi parte, en los capítulos V y VI, y a partir de la profundización en las diferencias reseñadas, he alegado las razones que, de acuerdo con la concepción realista que sostengo, me llevan a considerar la lógica clásica como el marco más adecuado para el tratamiento lógico de la incertidumbre en el contexto de la ciencia económica. Cuatro han sido los temas considerados como ejes de la argumentación:

(i) significado del rechazo al principio de bivalencia,
(ii) interpretación de los "valores de verdad" intermedios,
(iii) dicotomía existente entre el principio del tercio excluso y la veritativo-funcionalidad,
(iv) alternativas para el análisis lógico de la vaguedad.

*

Con relación a (i), entre los motivos que se han aducido para cuestionar el principio de bivalencia e introducir "grados de verdad" distintos de "verdadero" y "falso", en el texto hemos examinado los relacionados con las lógicas descritas en el capítulo IV, por otra parte los más significativos desde el punto de vista de las ciencias sociales.

La correspondencia entre dichos motivos y las lógicas por ellos inducidas queda reflejada en la tabla siguiente, donde la lógica probabilística y la lógica borrosa figuran aparte por la especificidad que les otorga el hecho de no ser veritativo-funcional la primera y de romper con la idea de respetar la precisión de las reglas de inferencia la segunda:

futuros contingentes	lógica de LUKASIEWICZ
indecidibilidad matemática	lógica de KLEENE
términos sin denotación	lógica de BOCHVAR
principios del intuicionismo	lógica de GÖDEL
problema de la inducción	lógica probabilística
vaguedad (confusión)	lógica borrosa de ZADEH

La conclusión fundamental a la que he llegado después del estudio efectuado es que *sólo de un modo aparente* las lógicas divergentes significan una renuncia del principio de bivalencia: ninguna de las razones que figuran en la primera columna de la tabla constituye justificación suficiente para tener que admitir auténticos "grados de verdad" intermedios. En cuanto a la interpretación que debe darse a estos últimos, y esto responde a (ii), únicamente pueden adoptar un sentido puramente epistémico, denotando, según los casos, grados de indeterminación, certidumbre, indecidibilidad, carencia de significado, desconocimiento, creencia, etc., nombres todos ellos relacionados con las diferencias en las valoraciones respectivas.

En efecto, con relación a las lógicas plurivalentes hemos tenido ocasión de comprobar:

- <u>lógica de LUKASIEWICZ</u>: es la única en cuyo origen encontramos razones de tipo ontológico, si bien ni de los principios de la lógica clásica se sigue inevitablemente el fatalismo, ni los futuros contingentes justifican la introducción de valores intermedios entre la verdad y la falsedad a menos que sean interpretados como valores de certidumbre;
- <u>lógica de KLEENE</u>: sólo cuestiona el principio de bivalencia por razones estrictamente epistemológicas y vinculadas con los enunciados de la Matemática, en cuyo contexto los "valores de verdad" intermedios aplicados a dichos enunciados adquieren primordialmente un sentido de "indecidibilidad" o de "incertidumbre" acerca de su verdad o falsedad;
- <u>lógica de BOCHVAR</u>: pensada inicialmente para la solución de los problemas lógicos planteados por las paradojas semánticas y propuesta posteriormente para poder admitir en el lenguaje formal L(N,k) enunciados con términos singulares sin denotación, no representa un rechazo del principio de bivalencia desde un punto de vista ontológico, siendo interpretables los "valores de verdad" intermedios como grados de "carencia de sentido" o de "oscuridad" de aquellos enunciados con términos cuya referencia o no existe o no es clara;
- <u>lógica de GÖDEL</u>: surgida en el marco de la escuela matemática intuicionista como respuesta a la necesidad de disponer de una lógica adecuada al programa constructivista, restringe al ámbito de la matemática y para conjuntos infinitos la crítica al principio de bivalencia y la ley del tercio

excluso; comparte la interpretación de los "valores de verdad" intermedios de la lógica de KLEENE.

Con respecto a la <u>lógica probabilística</u> hemos visto que, contrariamente a la concepción de H. REICHENBACH y de acuerdo con J. M. KEYNES y R. CARNAP, no es incompatible ni con la lógica clásica ni con el principio de bivalencia, y ello a pesar de introducir una escala continua de "valores de verdad" intermedios. Estos últimos deben ser interpretados como "grados de creencia" o de "confirmación", no como genuinos "grados de verdad".

La vaguedad, si bien es cierto que se asocia a las lógicas plurivalentes, no está en el origen de las mismas; sí, en cambio, de la <u>lógica borrosa</u>, a través de la cual L. A. ZADEH aporta el motivo, ya anticipado por B. RUSSELL, para lanzar el ataque más radical contra la bivalencia: no sólo hay valores intermedios entre la verdad y la falsedad sino que ambas, en sí mismas consideradas, son nociones vagas. Ello equivale a considerar la "verdad" en los enunciados como un carácter cuyas modalidades admiten grados, de la misma manera que puede serlo la "estatura" en los seres humanos; o lo que es igual, que "verdadero", lo mismo que "alto", es un predicado de grado.

Si E denota un enunciado que expresa la evidencia de una hipótesis H, U = {v, f}, T = {v, f, i}, T' = [0,1], y $\mathcal{T}$ es el conjunto de "valores de verdad" lingüísticos de la lógica borrosa, el siguiente cuadro, que complementa el resumen de la página 170 y asigna a cada enunciado el conjunto sobre el que toma sus "valores de verdad" correspondientes según la lógica de que se trate, permite observar la diferencia que, en relación con las restantes lógicas, introduce semejante concepción ante el principio de bivalencia.

Lógicas / Enunciados	Clásica	Trivltes.	Plurvltes.	Probstica.	Borrosa
'E'	U	T	T'	{v}	$\mathcal{Z}$
'H'	U	T	T'	U	$\mathcal{Z}$
'E -> H'	U	T	T'	T'	$\mathcal{Z}$
'$\vdash$ E -> H' 'c(H/E) = r'	U	U	U	U	$\mathcal{Z}$

En lo que a mi concierne entiendo que la verdad, lógica u ontológica, no debe asociarse a un carácter como "estatura". "... es verdadero" no corresponde al paradigma de "... es alto", sino el de "... es circular" o "... ha acertado". Estrictamente, no se es "más o menos circular", ni se acierta "más o menos". Tampoco un enunciado es "más o menos verdadero". Nadie niega que una proposición puede representar un hecho de un modo aproximado; pero ello no significa que se tenga que admitir que la verdad es vaga. La verdad es la perfección en la representación de un hecho por medio de una proposición, o del enunciado que la expresa, y dicha representación se da o no. Evidentemente, ello requiere proposiciones adecuadas para el conocimiento, lo cual no es el caso cuando los enunciados son vagos.

Como argumento contra el principio de bivalencia, la vaguedad no sólo se ha utilizado en la línea que acabamos de comentar. También en el contexto de las paradojas del tipo *Sorites*. Predicados vagos o no fregeanos, como por ejemplo "calvo" o "vivo", dan lugar a considerar que ciertos enunciados en los que intervienen no se puedan calificar de verdaderos ni de falsos. Es el caso de la premisa de los razonamientos conducentes a las paradojas citadas, como "Para cualquier N, si un hombre con N cabellos en su cabeza es calvo entonces un hombre con N+1 cabellos en su cabeza es calvo", o bien, "Para cualquier instante t, si un hombre está vivo en t entonces también está vivo en el instante inmediatamente posterior a t".

En el texto he presentado un mosaico bastante exhaustivo de las respuestas que se han dado al problema suscitado por dichas paradojas. A mi juicio, la cuestión debe plantearse distinguiendo la vaguedad procedente de términos que implican multiplicidades, como 'calvo', de la que procede de términos que implican gradaciones continuas, como 'vivo'.

En el primer caso, considero que el origen de la dificultad radica, en la confusión acerca del significado que se debe atribuir a los enunciados en los que aparecen términos que suponen multiplicidades, y en la creencia de que percepción y apercepción son lo mismo: cuando un término vago se utiliza, no cuantitativamente ni para expresar una impresión subjetiva, sino con efectos clasificatorios, y siempre que adoptemos la percepción como criterio de validez en el razonamiento lógico y no la apercepción o percepción consciente, la existencia de un número N que haga falsa la premisa anteriormente citada es perfectamente admisible en un lenguaje que lo especifique.

En el segundo caso, donde el incremento de t a t $+\Delta t$ es infinitesimal, la paradoja subsiste, o bien debido a la existencia de los límites observacionales impuestos por los instrumentos de medida disponibles, o bien como consecuencia de la propia naturaleza del hecho denotado. Ambas posibilidades corresponden a puntos de vista muy diferentes: la primera atribuye la causa de la vaguedad a los instrumentos de observación[1] y, por consiguiente, el rechazo a la bivalencia adquiere un sentido epistémico; la segunda, en cambio, considera que ni la incapacidad de apercepción, ni los procedimientos de medida, son la causa de que ciertos enunciados no sean verdaderos o falsos, sino la inexistencia de puntos frontera entre una situación, por ejemplo vivo, y otra, muerto. Esta segunda posibilidad presupone la aceptación del principio metafísico de continuidad y, de ser éste cierto, constituye un argumento a mi modo de ver irrebatible contra el principio de bivalencia: habrá enunciados que expresan proposiciones adecuadas para el conocimiento de los que no se podrá decir que son o verdaderos o falsos, y no a causa de las limitaciones de la capacidad apercitiva, ni de los instrumentos observacionales, sino porque no son ni lo uno ni lo otro. Pero, al mismo tiempo, el

Notas

1.- Cfr. E. TRILLAS (1984, ap. 4)

argumento también se puede utilizar contra cualquier asignación de valor intermedio y, por otra parte, el citado principio es discutible. Yo no lo comparto[1].

*

La aceptación o rechazo del principio de bivalencia es una cuestión fundamentalmente ontológica; la interpretación de los valores intermedios lo es epistemológica. En cambio, la opción entre la ley del tercio excluso y la veritativo-funcionalidad constituye, básicamente, un problema pragmático.

Puesto que, como B. R. GAINES ha puesto de manifiesto, el empleo de las operaciones *min-max* no basta para discriminar las lógicas plurivalentes de la lógica probabilística, radicando la diferencia esencial entre la lógica plurivalente de LUKASIEWICZ y la lógica probabilística, en términos estructurales, no en la valoración de los conectores, sino en que la ley del tercio excluso resulta inconsistente con la veritativo-funcionalidad, y habiendo visto que ambas lógicas son compatibles ontológicamente con la bivalencia, entiendo que la elección deberá apoyarse básicamente en la evaluación de las ventajas y los inconvenientes de una y otra. Habrá que elegir, por tanto,

Notas

1.- En D. RAMIREZ (1982, pp. 147-152) he analizado, con relación al pensamiento leibniciano, el principio de continuidad, el cual, en su formulación abreviada y más popular se enuncia "La naturaleza nunca obra por saltos". En dicha obra he justificado que el citado principio forma parte de una concepción del mundo profundamente determinista que, particularmente, no asumo.

entre la simplicidad aportada a los cálculos lógicos por la veritativo-funcionalidad y la mejor adecuación de la valoración de los conectores a la realidad proporcionada por la conservación de las leyes del tercio excluso, no contradicción e identidad.

*

El fenómeno de la vaguedad de los lenguajes naturales requiere adoptar una primera decisión acerca de si los razonamientos con enunciados conteniendo términos vagos deben ser o no descartados de los límites de la lógica. A mi juicio no deben serlo, a no ser que aceptemos excluir también toda una categoría de razonamientos completamente rigurosos de los que difícilmente se puede prescindir. Ello plantea seguidamente la cuestión de la elección del sistema lógico más adecuado para formalizar las inferencias realizadas con dicho tipo de enunciados, para lo cual es preciso conocer las propuestas existentes y los criterios que las informan.

Atendiendo a la actitud mantenida con respecto a la lógica clásica por los partidarios de las diferentes alternativas, he clasificado éstas en dos grupos, según se opte por el criterio de *precisión*, - los argumentos informales de los lenguajes ordinarios deben ser depurados para permitir su tratamiento en la lógica estándar - o por el criterio de *adaptación* - es la lógica estándar la que debe ser objeto de modificaciones de modo que pueda operar con enunciados vagos sin necesidad de que éstos sean alterados -. R. CARNAP con su método de *explicación*, W. O. QUINE con sus propuestas de *relativización* y *omisión*, y K. FINE con su teoría de la super-verdad se inscriben en el primer grupo; los partidarios de las lógicas plurivalentes y L. A. ZADEH con su lógica borrosa quedan incluidos en el segundo.

*

Hubiera sido deseable que la exposición y crítica de los diferentes sistemas lógicos existentes para la formalización de inferencias con enunciados portadores de incertidumbre proporcionara una respuesta categórica a la pregunta por la lógica a utilizar en condiciones de conocimiento imperfecto. O por lo menos, y puesto que no hay un único tipo de incertidumbre epistémica, que hubiéramos podido llevar a cabo una asignación lógica a cada una sus modalidades.

Ciertamente, constituiría un resultado destacable que, basándonos en el estudio efectuado de los motivos extralógicos de las lógicas divergentes, concluyéramos: en el conocimiento probable corresponde, a la carencia de datos o al azar como causa accidental las lógicas de LUKASIEWICZ o de KLEENE, a la aleatoriedad la lógica probabilística, al puro azar o el libre albedrío las lógicas de KLEENE o de GÖDEL; en el conocimiento vago, la lógica de BOCHVAR se adecúa a la vaguedad por oscuridad, mientras que las lógicas plurivalentes o la lógica borrosa de ZADEH lo hacen a la vaguedad por confusión; en cuanto al conocimiento aproximado y el inexacto no se diferencian, desde un punto de vista lógico, del conocimiento probable.

Semejante conclusión, sin embargo, si bien representa, a mi juicio, un esfuerzo sistematizador que contribuye a la clarificación ante el variopinto panorama que ofrece la proliferación de lógicas, no es la que se deriva de este trabajo. Comoquiera que considero son refutables las razones aducidas para el rechazo del principio de bivalencia y, en general, de los principios de la lógica clásica, y habida cuenta los criterios de elección asumidos, a saber, contextualización, reducción, posicionamiento metafísico y simplicidad, mi propuesta es que la lógica estándar constituye el marco adecuado para la incertidumbre asociada al conocimiento imperfecto no vago en una ciencia empírico-social como la economía. Propuesta que, como ya sabemos, no excluye la lógica probabilística, ni tampoco que operemos con con "grados ce certidumbre" distintos de 0 y 1.

El conocimiento vago requiere un tratamiento diferenciado. Haber puesto de relieve, enfatizado y precisado este hecho constituye un resultado, a mi modo de ver, significativo, dada la confusión existente al respecto. En presencia de enunciados con términos oscuros se puede pensar que no deben participar en un razonamiento lógico, o bien que sí, en cuyo caso disponemos de la lógica trivalente de BOCHVAR si la oscuridad es total, o de la correspondiente lógica a más valores si es susceptible de graduación. Opto por lo primero (cfr. supra. p. 100). Cuando la vaguedad tiene su origen en la confusión, me inclino por seguir el criterio de precisión.

Es más, aparte de los métodos correspondientes de explicación, relativización, omisión y el de la teoría de la super-verdad, propongo la transformación del conocimiento vago en conocimiento inexacto, aunque ello signifique una especificación convencional. No creo que la adaptación sea deseable. Llevada a sus últimas consecuencias puede llegar a convertir en cuestión de grado predicados correspondientes a caracteres no cuantitativos que, por su propia naturaleza, no deben serlo.

Con todo, si se llega a preferir este último criterio, debe tenerse muy presente que las lógicas plurivalentes, especialmente la de LUKASIEWICZ, si bien se conocen también bajo la común denominación de "borrosas", deben distinguirse de la lógica borrosa de ZADEH: todas son lógicas de la incertidumbre, mas sólo la última está pensada exclusivamente para el razonamiento con enunciados vagos.

* *

La incertidumbre epistémica es un carácter cuantitativo, y como tal, debemos ocuparnos de su posible medición.

En la Introducción ya hemos apuntado que, en Economía, el paradigma seguido por la mayor parte de los modelos que analizan los mercados de seguros, de activos financieros y el equilibrio general con incertidumbre es el criterio bayesiano de la maximización de la utilidad esperada, el cual utiliza las probabilidades subjetivas para medir la incertidumbre de los "estados de la naturaleza".

Indicábamos también que la hipótesis básica de la concepción bayesiana - existe una única forma de incertidumbre - implica una triple reducción de la incertidumbre desde el punto de vista valorativo o métrico: al plano subjetivo o personal, a la teoría matemática del cálculo de probabilidades, y a la probabilidad. Pero, la medida de la incertidumbre, ¿no se relaciona con la probabilidad objetiva?, ¿debe verificar necesariamente los axiomas del cáculo de probabilidades?, ¿depende únicamente de la probabilidad?

Este planteamiento otorga a la noción de probabilidad un papel relevante. Y realmente lo tiene. No obstante, debo precisar que, para este trabajo, la concepción bayesiana configura un punto de contraste sólo instrumental. Esencial es que al pretender medir la incertidumbre nos encontramos ante una serie de conceptos que comparten la misión de llenar el vacío existente entre la completa ignorancia y la certeza absoluta, pero cuyo significado exige una clarificación.

El estudio de la incertidumbre desde el punto de vista de la fundamentación eidométrica requiere, por otra parte, sentar las bases que posibiliten definir las medidas correspondientes a las diferentes modalidades de conocimiento imperfecto. En el capítulo VII, siguiendo los enfoques metodológicos de R. CARNAP y I. NIINILUOTO, he desarrollado la exposición de los conceptos que, a mi juicio, son convenientes para proveer de una estructura lógica y métrica la valoración de los distintos tipos de incertidumbre, y ello, coherentemente con las conclusiones a las que he llegado en la segunda parte de la tesis, sin exceder el marco lógico determinado por la lógica estándar.

*

El controvertido asunto de la interpretación de la probabilidad ha sido abordado en el capítulo VIII. El recurso a la etimología nos ha mostrado que debemos distinguir dos denotaciones primarias del concepto de probabilidad: *semejanza con la verdad* y *verdad aparente*: sólo esta última se relaciona con la incertidumbre correspondiente al conocimiento probable. Efectuada esta primera observación, comprobamos que el examen de la clasificación usual de las interpretaciones de la probabilidad, que las divide en "subjetivas" - psicológica, racional y lógica - y "objetivas" - frecuencialista y propensivista -, suma, a los que ya teníamos, nuevos interrogantes cuya respuesta hace insoslayable acudir al análisis histórico de la evolución de la probabilidad.

Los resultados de dicho análisis, centrado principalmente en G. W. LEIBNIZ y J. BERNOUILLI, se pueden resumir como sigue:

- Los términos 'subjetivo' y 'objetivo' son improcedentes para distinguir la probabilidad asocida al conocimiento de la que está relacionada con los hechos. En su lugar es preferible utilizar 'epistémico' y 'óntico' respectivamente.

- La probabilidad epistémica puede ser objetiva o subjetiva. Será objetiva cuando, interpretada como grado de certeza (en sentido bernouilliano) o como grado de creencia racional (en sentido carnapiano), dependa sólo de la relación entre la evidencia disponible y la hipótesis considerada; subjetiva cuando, como en el grado de creencia psicológico, se la haga depender del estado psicológico del sujeto.

- La probabilidad óntica es independiente del conocimiento que tenemos de los hechos. Puede ser absoluta o relacional. En sentido absoluto, la probabilidad óntica es una propiedad de un estado de cosas en sí mismo considerado, estando asociada al indeterminismo ontológico; en sentido relacional, es una propiedad de un estado de cosas en su relación con todos los demás, sin más implicación indeterminista que la epistémica. Si no se establece ninguna hipótesis metafísica acerca del indeterminismo, tanto la concepción absoluta como la relacional son compatibles con las interpretaciones propensivista y frecuencialista. En nuestros días, sin embargo, estas últimas interpretaciones corresponden a la concepción absoluta. Sólo filosofía leibniciana proporciona un sistema en el que ambas modalidades pueden distinguirse desde una posición determinista y sin tener que salir del plano óntico.

- La probabilidad, que originariamente tuvo un sentido meramente epistémico, a medida que el testimonio fue sucediendo a la autoridad y la evidencia interna a la externa, que se volvía la mirada de los hechos pasados a los *hechos futuros, que se pasaba del Ars cogitandi* al *Ars conjectandi*, del *a priori* al *a posteriori*, fue evolucionando hasta la concepción óntica, en sentido relacional primero, absoluto después. Hay, por consiguiente, un hilo conductor entre la interpretación epistémica y la óntica. Con todo, el tránsito de una interpretación a otra produce un cambio cualitativo que se manifiesta plenamente en el teorema fundamental de J. BERNOUILLI y dota de significado la idea de la probabilidad de la probabilidad, o de las probabilidades de segundo orden.

- La concepción óntico-relacional constituye un puente lógico-metafísico que permite enlazar la interpretación lógica con la epistémica y la óntica. La probabilidad, como grado de certeza es de naturaleza epistémica; como grado de certeza determinado por la relación "objetiva" entre dos proposiciones es asimismo de naturaleza lógica; como grado de certeza determinado por la relación "objetiva" que expresa el "grado de esencia", de "posibilidad", de "facilidad", de "proclividad" o de "propensión" a la existencia que tiene un estado de cosas con relación a otro, denotados ambos por proposiciones, posee además un carácter óntico.

- La interpretación clásica de la probabilidad, sólo desde una perspectiva óntico relacional puede admitir un sentido óntico; no es el caso de P. DE LAPLACE, en quien sólo tiene un sentido epistémico.

- El significado de la probabilidad desborda los márgenes impuestos por la teoría axiomática del cálculo de probabilidades. Así ocurre cuando la probabilidad se interpreta como grado de certeza - en sentido bernouilliano - o bien como grado de creencia no racional. Como grado de certeza, la relación entre una hipótesis y una evidencia no tiene por qué reducirse al caso en que esta última venga denotada por un enunciado necesariamente verdadero representando además una evidencia mixta, como ocurre con la lógica inductiva[1] y, en general, con todas las aplicaciones del cálculo de probabilidades; como grado de creencial no racional, donde no es aplicable el teorema de Ramsey-De Finetti, la probabilidad de una hipótesis y la de su opuesta no debe sumar la unidad.

*

Las conclusiones anteriores sólo se refieren a la probabilidad entendida en el sentido lato de "apariencia de verdad", esto es, a la incertidumbre que corresponde a una de las modalidades del conocimiento imperfecto, el probable, cuya imperfección proviene del insuficiente apoyo evidencial en favor de la verdad de un enunciado. Sin embargo, sabemos que la probabilidad, en la acepción expuesta, no cubre todo el campo de los conceptos relacionados con la valoración y medida de la incertidumbre. Si la evidencia es verdadera y refuta una hipótesis, la "apariencia de verdad" es nula, por lo cual se diría que la incertidumbre asociada al conocimiento probable es máxima; pero, en realidad, no hay tal, pues se convierte en certeza acerca de la falsedad de la hipótesis en cuestión. Ahora bien, suponiendo

Notas

1.- Cfr. I. LAKATOS (1978, pp. 221 y 225) que no existe vaguedad, puede que subsista la incertidumbre por otras vías, a través del conocimiento aproximado y del conocimiento inexacto, o lo que es lo mismo, de la "semejanza con la verdad".

Dos enunciados de los que nos consta son falso uno y verdadero otro, pueden ser portadores de incertidumbre a causa de la transigencia con la falsedad en el primer caso, de la falta de información en el segundo. En el estudio realizado en el capítulo IX ha quedado precisado que la noción de información para nosotros relevante no corresponde a la concepción sintáctica de la Teoría Matemática de la Información, sino a la concepción semántica, que relaciona la información con la capacidad que tiene el receptor en descifrarla; y, dentro de este contexto, el interés no radica acerca del grado en que un enunciado es o no informativo, sino por el grado en que es informativo acerca de la respuesta verdadera a un problema cognoscitivo dado, esto es, por la información acerca de la verdad. De acuerdo con esto, si $h*$ designa la verdad pretendida en un problema cognoscitivo, g una respuesta parcial y $Rh*$, Rg y Rf denotan las representaciones respectivas de $h*$, g y del hecho que g expresa, denotando además $h*$ y g proposiciones adecuadas para el conocimiento, la semejanza con la verdad implica dos tipos de relaciones, entre Rg y Rf por un lado y entre Rg y $Rh*$ por otro, que dan lugar a considerar las nociones de proximidad a la verdad, verdad parcial, y verdad inexacta, las cuales, conjuntamente con la de información en el sentido expuesto, integran una familia de conceptos para la valoración y medida de la incertidumbre epistémica en sentido amplio y que se recogen en el en el siguiente cuadro[1]:

$$\begin{array}{l} \text{Cto. aproximado} \\ (Rg \neq Rf) \end{array} \begin{cases} \text{Proximidad a la verdad: } Rh \cap Rf = \emptyset \\ \text{Verdad parcial: } Rh \cap Rf \neq \emptyset \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \text{Cto. inexacto} \\ (Rg = Rf) \end{array} \begin{cases} \text{Verdad inex. por reduc.: Inform } Rg \subset \text{ Inform } Rh\ast \\ \text{Verdad inex. por difus.: Inform } Rh\ast \subset \text{ Inform } Rg \end{cases}$$

*

La medida de la incertidumbre deberá contemplar las diferentes modalidades de la misma y realizarse en el marco de la lógica estándar, puesto que los "grados de verdad" estrictos no existen. La fundamentación conceptual, lógica y eido-métrica desarrollada en esta tesis espero signifique una contribución, por modesta que sea, en la suma

Notas

1.- El siguiente ejemplo ilustra la diferencia entre la verdad parcial, verdad inexacta por reducción y verdad por difusión, por medio de un problema cognoscitivo.
Sea B = {p y q, p y no q, no p y q, no p y no q}, cuyos elementos, que designaremos por hi (i = 1,2,3,4), constituyen las respuestas completas potenciales, y siendo gj ∈ D(B) (j = 1,...,15) las correspondientes respuestas parciales (vd. pág. 228):
g1 = h1; g2 = h2; g3 = h3; g4 = h4; g5 = h1 v h2;
g6 = h1 v h3; g7 = h1 v h4; g8 = h2 v h3; g9 = h2 v h4;
g10 = h3 v h4; g11 = h1 v h2 v h3; g12 = h1 v h2 v h4;
g13 = h1 v h3 v h4; g14 = h2 v h3 v h4;
g15 = h1 v h2 v h3 v h4.
Si h1 = h*, entonces g2 y g3 son verdades parciales (con grado de verdad parcial no nulo); g5 y g6 son verdades inexactas por reducción, puesto que, desde el punto de la información acerca de la verdad, equivalen a p y q respectivamente; g15 es verdad inexacta por difusión.

de esfuerzos que reclama la cuestión, sobre todo en el contexto de las ciencias sociales. En cuanto a las funciones I(h/e), I(h) y I(g,h*) definidas en los capítulos VIII y IX, con ellas no he pretendido otra cosa que poner un ejemplo de cómo, a partir de dicha fundamentación, es posible plantear la medida de la incertidumbre epistémica atendiendo a la diversidad que la caracteriza y la concepción metafísica de la cual se parte[1]. Ciertamente, es necesario un estudio más profundo, pero sobrepasa los límites de este trabajo.

Notas

1.- Consideremos un ejemplo sencillo, extraído de la Teoría de los Empréstitos, en la Matemática de las Operaciones Financieras. La decisión de suscribir un título depende, a menudo, de la duración del mismo. En la cancelación progresiva o escalonada, dicha duración no es conocida *a priori*. Puesto que la cancelación se efectúa por un procedimiento aleatorio todas las obligaciones tienen la misma "posibilidad" de resultar amortizadas en un sorteo dado. La incertidumbre acerca de la vida de un título corresponde al conocimiento probable y su medida se lleva a cabo por medio de una función de probabilidad aditiva. Aplicando la definición clásica, y situados en el origen del empréstito, se obtiene que la probabilidad de que un título se amortice en el sorteo r es $\bar{q}_r = \sigma_r/N$ siendo σ_r los títulos amortizados en el sorteo r-ésimo y N el número total de títulos. El resultado es, aquí, independiente de si el hecho es ónticamente indeterminado o no; no lo es, en cambio, el procedimiento seguido para su obtención. En efecto, si el hecho es ónticamente determinado y sólo es indeterminado epistémicamente, el sorteo en que se va a amortizar constituye una propiedad intrínseca de cada título. Podemos suponer, por tanto, una urna con N bolas de tantos colores como sorteos haya, cada color indicando el número del sorteo en que el título correspondiente a la bola se va a cancelar: la probabilidad de que un título se amortice en el sorteo r es la misma que la de que una bola del color correspondiente a dicho sorteo sea extraída. En cambio, si el hecho es ónticamente indeterminado el razonamiento a realizar es diferente, pues las bolas ya no las podemos clasificar por colores, a lo sumo enumerarlas, lo cual da lugar a considerar extracciones sucesivas sin reposición de tantas bolas como títulos se amorticen en cada sorteo, siendo entonces $\bar{q}_r = C_{N,\sigma_r}/C_{N-1,\sigma_r-1}$.

Se dirá, y con razón, que las nociones de aproximación a la verdad, verdad parcial y verdad inexacta son, como la verdad, semánticas, no epistémicas. ¿Cómo, pues, las utilizamos para medir la incertidumbre epistémica?

La respuesta es sencilla: que un concepto no sea epistémico no significa que no pueda hacerse un uso epistémico del mismo. Como ejemplo tenemos la probabilidad óntica, que se utiliza epistémicamente para medir el grado de certeza sin ser en sí misma una noción estrictamente epistémica. Por otra parte, no debemos olvidar que tanto en el conocimiento aproximado como en el inexacto estamos refiriéndonos constantemente a la incertidumbre epistémica objetiva, no a la subjetiva. Otra cosa es que en los dos últimos capítulos de la tesis sólo nos hayamos ocupado de la incertidumbre desde un punto de vista eido-métrico y no epistémico, es decir, no hemos abordado la cuestión de cómo estimar la incertidumbre de un enunciado en ciertos casos, como en los de determinar los distintos valores de $I(g,h*)$ siendo que desconocemos $h*$.

Esta es una cuestión que corresponde a la fundamentación epistémica o gnoseológica de la incertidumbre y excede el marco de trabajo que nos hemos impuesto. No porque carezca de interés, sino todo lo contrario, porque requiere un tratamiento especial que nos llevaría a otro de los puntos en el que tampoco entramos, el de combinar las distintas incertidumbres.

Así, la aproximación a la verdad y

la verdad inexacta dan lugar a la noción técnica de verosimilitud propiamente dicha; la probabilidad, interpretada epistémicamente como grado de creencia psicológico o como grado de creencia racional, se puede asociar a cualquier otra interpretación de la probabilidad, o bien a los grados de verdad parcial, aproximación a la verdad, verdad inexacta y verosimilitud, y a estas últimas también la probabilidad como grado de creencia racional. Todo ello es objeto de una ulterior investigación, de la cual el estudio que recientemente se viene desarrollando de las probabilidades de segundo orden y de las funciones de credibilidad sólo constituiría una parte[1].

* *

*

Desearía finalizar este trabajo con un comentario sobre su posible aplicación en el ámbito de las Ciencias Económicas. Entiendo que si, en futuros estudios relacionados con la incertidumbre, en alguna medida contribuye a paliar la imprecisión conceptual a la que me refería en la Introducción, a orientar la elección del sistema lógico más adecuado y a discriminar la métrica conveniente para cada caso concreto, la aplicabilidad teórica y práctica de esta tesis quedará acreditada. Pienso, básicamente, en aquellos

Notas

1.- Cfr. al respecto H. RAIFFA (1968, c. 7), J. MARSCHAK et alt. (1975), G. SHAFER (1976) y J. BARON (1987).

campos en los que la incertidumbre es consubstancial, como el Análisis de la Decisión, la Teoría de la Inversión, la Gestión de Empresas[1], y las Ciencias Actuariales[2].

Notas

1.- Por ejemplo, en los temas que tratan los profesores A. KAUFMANN y J. GIL ALUJA. Sus obras (1986, 1987) constituyen una aportación importante de técnicas para la Gestión Empresarial en contexto de incertidumbre con aplicación de la Teoría de los Subconjuntos Borrosos.

2.- Es digno de notar que T. B. SPRAGUE, en un discurso leído en la *Actuarial Society of Edinburg*, ya en 1892 destacaba la importancia de distinguir la naturaleza de los hechos con los que se relaciona las Ciencias Actuariales. Sus conclusiones, así como los razonamientos utilizados para llegar a ellas, tienen mucho que ver con lo tratado en esta tesis. Distinguía entre los sucesos (events) de los que estamos seguros son intrínsecamente inciertos y los que no. La palabra 'azar' (chance) y no la de 'probabilidad' (probability) debe utilizarse con los primeros, p. ej., si se trata de la "probabilidad" de extraer una bola blanca en una urna con bolas blancas y negras. En los segundos, distinguía dos casos: según fuéramos capaces de predecirlos (un eclipse en el año siguiente) o no (una nevada el próximo 1 de enero). Para SPRAGUE, en ninguno de los dos casos es correcto hablar de "the chance of the event", y sólo si no somos capaces de predecir el suceso es permisible hablar de su probabilidad "for, although this event is in itself as certain as the occurrence of eclipses, we are not able to trace the laws which regulate it, and we have no means of knowing beforehand what the weather will be on any future day". Pero, afirmaba, aún hay una tercera clase de casos, la más importante desde un punto de vista práctico: la de los que no se puede decir si están completamente regulados por leyes invariables o si hay en ellos algún elemento de "chance", y que son la mayoría, sino todos, los sucesos de los que trata el negocio de seguros: muertes o matrimonios de individuos, incendios, pérdida de barcos, accidentes o fraudes. "<u>If insurance were a mere matter of chances, to be determined by the study of statistics, it would be a much simpler business than it is. (...) In a word, the business of insurance depends not so much on the calculation of chances as on the estimate of probabilities</u>". Y concluía: "My general conclusion then is, that the propositions of the so-called Theory of Probabilities are applicable only to future events which are in themselves uncertain; and that they have no reference to future events which, altough unknown to us, are not in themselves uncertain; and that therefore the business of insurance has little or nothing to do with the Mathematical calculation of chances".

Confío, en este sentido, no haber entrado en una vía muerta. Otra cosa es haber llegado a buen puerto, y esto no soy yo quien debe decirlo.

En cualquier caso, no es desde la perspectiva de la elaboración de un modelo *como* debe verse esta tesis, sino de la fundamentación metodológica. Lo cual me sugiere un comentario a modo de conclusión final: al comenzar el estudio he manifestado que lo hacía animado por la profunda convicción de que no hay ciencia más segura que la de sus fundamentos; quisiera ahora dejar constancia de que dicha convicción subsiste, y con ella, la firme creencia de que el progreso de cualquier disciplina científica requiere se preste una atención especial a las cuestiones de fundamentación. Y como "prueba" de esta opinión, aunque sólo sea una evidencia externa no testimonial, permítaseme aportar el argumento de autoridad que me suministra el siguiente texto, correspondiente a un artículo de de B. R. GAINES (1984, p. 48) incluido en *Studies in the Management Sciences*:

> "There do come times when our current paradigms seem to have lost their cutting edge, when the very methodology of our subject area which has worked so well in advancing it seems unable to progress any further. There are times in the development of any discipline when an excursion into the foundations seems necessary in order to generate new tools to supplement the old in areas where they are proving to be inadequate."

B I B L I O G R A F I A [*]

AGAZZI, E. (1964), La lógica simbólica, trad. por J. Pérez, ed. Herder, Barcelona, 1967.

ALLWOOD, J. et al. (eds.) (1977), Logic and Linguistics, Cambridge.

ARISTOTELES, Obras, trad. F. de P. Samaranch, Aguilar, 1973.

AUSTIN, J. L. (1961), Ensayos Filosóficos, trad. por A. García Suárez, en Revista de Occidente, Madrid, 1975.

AYER, A. J. (1965), Chance, en Scientific American, octubre; hay trad. al castellano por J. Hernández en R. CARNAP et alt., Matemáticas en la ciencia del comportamiento, Alianza Univ., Madrid, 1974.

BARON, J. (1987), Second-Order Probabilities and Belief Functions, Theory and Decision, 23, pp. 25-36.

(*) La presente bibliografía incluye sólo las referencias que aparecen citadas en el texto.

BECCHIO, D. (1978), Logique trivalente de Lukasiewicz, Ann. Sci. Univ. Clermont, Sér. Math., Fasc. 16, pp. 33-83.

BELAVAL, Y. (1960), Leibniz critique de Descartes, Ed. Gallimard, Paris.

BELLMANN, R.E. and ZADEH, L.A. (1977), Local and Fuzzy Logics, Reidel, Dordrecht.

BERGMANN, G. (1961), Filosofía de la Ciencia, Tecnos, Madrid.

BERNOUILLI, JAKOB (1713), Wahrscheinlichkeitsrechnung (Ars conjectandi), trad. al alemán por R. Haussner, en Klassiker des exacten Wissenschaften, de Ostwald, Verlag von Wilhelm Engelmann, Leipzig, 1899. En Sigma. El mundo de las matemáticas (Vd. J. Graunt), t. 3, pp. 138-141, hay traducido al castellano una selección de la cuarta parte

BOCHENSKI, I. M. (1957) Los métodos actuales del pensamiento, trad. por R. Drudis, Eds. Rialp, Madrid.

BORCH, K. H. (1968), The Economics of Uncertainty, Princeton University Press, (Trad. La economía de la incertidumbre, ed. Tecnos, Madrid, 1977).

BOUDOT, P. M. (1967), Probabilité et logique de l'argumentation selon J. Bernouilli, en Les études philosophiques, N. S. 28, pp. 265-288.

BURNS, L.(1986) Vagueness and coherence, Synthese 68, 487-513

BYRNE, E. F. (1968), Probability and Opinion: A Study of Medieval Presuppositions of Post-Medieval Theories of Probability, M. Nijhoff, The Hague.

CARSBERG, B. (1975), Teoría económica de las decisiones empresariales, trad. por R. Paredes, Alianza Universidad, Madrid, 1977.

CARNAP, R. (1950), The Logical Foundations of Probability, Chicago University Press.

-- (1971a) Inductive Logic and Rational Decisions, en Studies in Inductive Logic and Probability, vol. I, R. Carnap and R. C. Jeffrey eds., Univ. of California Press.

-- (1971b) A Basic System of Inductive Logic. Part I, ibid.

CARNAP, R. and BAR-HILLEL, Y. (1952), An Outline of a Theory of Semantic Information, Technical Report No. 247, MIT Research Laboratory in Electronics.

COSTA, A. (1984), Epistemología estructuralista y ciencia económica, Tesis doctoral, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Barcelona.

COUTURAT, L. (1901), La logique de Leibniz d'après des documents inédits, Alcan, Paris.

DE FINETTI, B. (1931), Sul significato soggetivo della probabilità, Fund. Math. 17, pp. 298-329.

-- (1970), Teoria delle probabilità. Sintesi introduttiva con appendice critica, Giulio Einaudi edit., Torino.

DE LAPLACE, P.S. (1795), Ensayo filosófico sobre las probabilidades, trad. de P. Castrillo, Alianza ed., Madrid, 1985.

DOWNS, A. (1957), An Economic Theory of Democracy, Harper & Row pub., New-York. Hay versión española en Aguilar Eds., Madrid, 1973.

DUMMET, M. A. E. (1975), Wang's Paradox, Synthese 30, pp. 301-324.

FERRATER MORA, J. (1980), Diccionario de Filosofía, Alianza editorial, Madrid.

-- (1985), Fundamentos de filosofía, Alianza Editorial, Madrid.

FINE, K. (1975), Vagueness, Truth and Logic, Synthese 30, pp. 265-300.

FREGE, G. (1892), Über Sinn und Bedeutung, en Estudios sobre semántica, trad. de C. U. Moulines, ed. Ariel, Barcelona, 1975.

-- (1956), The Thought: A Logical Inquiry, en Philsophical Logic, ed. P.F.Strawson, Oxford University Press, 1967.

GAINES, B.R. (1976), Foundations of Fuzzy Reasoning, International Journal of Mon-Machine Studies, 8.

-- (1978), Fuzzy and Probability Uncertainty Logics, Information and Control, 38, 154-169.

-- (1984), Fundamentals of Decision: Probabilistic, Possibilistic and other Forms of Uncertainty in Decision Analysis, Studies in the Management Sciences, 20, pp. 47-65.

GRAUNT, J. (1662), Fundamentos de las estadísticas de vida, en Sigma. El mundo de las matemáticas, selección de textos matemáticos de todos los tiempos, con notas y comentarios por J.R. Newman, t. 3, pp. 122-133, trad. de C. Villazón, Ed. Grijalbo, Barcelona, 1968.

GRAVELLE, H. y REES, R. (1981), Microeconomía, trad. de J. Andrés y otros, Alianza Editorial, Madrid, 1985.

GUITTON, H. (1951), Pascal et Leibniz. Étude sur deux types de penseurs, Aubier-Montaigne, Paris.

HAACK, S. (1974), Lógica divergente, ed. Paraninfo, Madrid 1980.

-- (1978), Filosofía de las Lógicas, ed. Cátedra, Madrid, 1982.

HACKING, I. (1975), The emergence of Probability. A philosophical study of early ideas about probability, induction and statistical inference, Cambridge University Press.

HALLEY, E. (1693), Las primeras tablas de seguros de vida, en Sigma. El mundo de las matemáticas, (Vd. referencia en J. GRAUNT) t. 3, pp. 108-121.

HEY, John D. (1979), Uncertainty in Microeconomics, ed. Martin Roberts Robertson, Oxford.

HESSEN, J. (1925), Teoría del conocimiento, trad. J. Gaos, ed. Espasa Calpe, Madrid, 1940, 11a. edición 1966.

HEYTING, A. (1966), Intuitionism, North-Holland.

HILPINEN, R. (1976), Aproximate Truth and Truthlikeness, en Formal Methods in the Methodology of Empirical Sciences, Przelecki, M. y otros (eds.), Reidel, Dordrecht.

HINTIKKA, J. (1968), The Varieties of Information and Scientific Explanation, en B. van Rootselaar & J. F. Staal eds. Logic, Methodology, and Philosophy of Science III: Proceedings of the 1967 International Congress, North-Holland, Amsterdam, pp. 151-171.

-- (1973), Lógica, juegos de lenguaje e información, trad. de A. García Suárez, ed. Tecnos, Madrid, 1976.

HORWICH, P. (1982), Probability and Evidence, Cambridge University Press.

HOSPERS, J. (1967), Introducción al análisis filosófico, ed. Alianza Editorial, Madrid, 1976.

HUSSERL, E. (1929), Lógica Formal y Lógica Trascendental, Universidad Nacional Autónoma de México, 1962.

KAMLAH, A.(1983), Probability as a quasi-theoretical concept. J.B. Kries' sophisticated account after a century, en Methodology, Epistemology and Philosophy of Science. Essays in honour of W. Stegmüller, Reidel, Dordrecht.

KAMPE DE FERIET, J. (1980), Une interprétation des mesures de plausibilité et de crédibilité au sens de G. SHAFER et de la fonction d'appartenance définissant un ensemble flou de L. Zadeh, Pub. Irma, Lille, vol.2, fasc. 6, núm. 2.

KANT, I (1787), Crítica de la Razón Pura, 2a. edición.

KAUFMANN, A. (s.f.), L'epistemologie de l'incertain, note de travail núm. 104, Corenc-Montfleury.

-- (1987), Nouvelles logiques pour l'intelligence artificielle, ed. Hermes, Paris.

KAUFMANN, A. y GIL ALUJA, J. (1986), Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas, ed. Milladoiro, Santiago de Compostela.

-- (1987), Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre, ed. Hispano Europea, Barcelona, 1987.

KEYNES, J. M. (1921), Treatise on Probability, The Mac Millan Press, 1973.

KHATCHADOURIAN, H. (1962), Vagueness, en Phil. Quart. 12.

KLEENE, S. C. (1952), Introducción a la Metamatemática, trad. de M. Garrido, ed. Tecnos, Madrid, 1974.

KLINE, M. (1980), Matemáticas. La pérdida de la certidumbre, trad. por A. Ruiz, Siglo XXI de España eds., Madrid, 1985.

KNEALE, W. y M. (1961), El desarrollo de la lógica, trad. de J. Muguerza, ed. Tecnos, Madrid, 1972.

KOLGOMOROV, A. N. (1956), La teoría de probabilidades, trad. de la versión inglesa por E. Abad Rius, en La Matemática: su contenido, método y significado, vol. II, pp. 269-310, Alianza Universidad, Madrid, 1974.

LAKATOS, I. (1968), Cambios en el problema de la lógica inductiva, en Matemáticas, ciencia y epistemología, trad. de D. Ribes, Alianza ed., Madrid, 1981.

LAKOFF, G.(1972), Hedges: A Study of Meaning Criteria and the Logic of Fuzzy Concepts, Univ. of Chicago Linguistics Dpt.

LEECH, G. (1974), Semántica, trad. de J. L. Tato G. Espada, Alianza Editorial, Madrid, 1977.

LEIBNIZ, G.W. Die Philosophischen Schriften von S. W. Leibniz, - abreviadamente (G) - vols. I-VII, ed. C. I. GERHARDT, Olms, Hildesheim, New York, 1978.

-- (1703) Nouveaux Essais sur l'entendement humain, Garnier Flammarion, Paris, 1966.

LEVI, I. (1967), Gambling whith Truth, A. A. Knopf, New York

LINK, G. (1983), Logical Semantics for Natural Language, en Methodology, Epistemology and Phil. of Science. Essays in hounour of W. Stegmüller, Reidel, Dordrecht, 261-283.

LINDLEY, D.V. (1971), Principios de la teoría de la decisión, trad. por J.M. Bernardo, ed. Vicens Vives, Barcelona, 1977.

LOCKE, J. (1690), An Essay Concerning Humane Understanding, London.

LUKASIEWICZ, J. (1920), Sobre la lógica trivalente, trad. de A. Deaño, en Estudios de Lógica y Filosofía, ed. Revista de Occidente, Madrid, 1975.

-- (1930), Observaciones filosóficas sobre los sistemas polivalentes de lógica proposicional, ibid.

MARGALIT, A.(1976), Vagueness in Vogue, Synthese 33, 211-221.

MARITAIN, J. (1975), El orden de los conceptos, trad. G. Motteau, Club de Lectores, Buenos Aires.

MARSHACK and others (1975), Personal Probabilities of Probabilities, Theory and Decision 6, 121-153.

MILNE, P.(1987), Physical Probabilities, Synthese 73, 329-59.

MONOD, J. (1970), El azar y la necesidad, trad. F. Ferrer, Barral eds. Barcelona, 1971.

MOORE, B. (1968), Introducción a la teoría financiera, trad. por R. Bopp, Amorrortu eds., Buenos Aires.

MORGENSTERN, O. (1950, 1963), Précisition et incertitude des données économiques, Ed. Dunod, Paris, 1972.

MOSTERIN, J.(1970), Lógica de primer orden, Ariel, Barcelona.

NAGEL, E. (1961), La estructura de la Ciencia, trad. por N. Mínguez, ed. Paidós, Barcelona, 1981.

NEWMAN, J. R. (1956), Comentario a la ley de los grandes números, trad. por César Villazón, en Sigma. El Mundo de las matemáticas, ed. Grijalbo, Barcelona, 1968.

NEYMANN, J. (1950), First Course in Probability and Statistics, Henry Holt, New York

NIINILUOTO, I. (1987), Truthlikeness, D. Reidel, Dordrecht.

PAP, A. (1955), Teoría analítica del conocimiento, trad. por F. Gracia Guillen, ed. Tecnos, Madrid, 1964.

PEACOCKE, C. (1981), Are vague predicates incoherent, Synthese 46, pp. 121-141.

POPPER, K.R. (1959), The Logic of Scientific Discovery, ed. Hutchinson & Co., Londres. (Versión castellana de V. Sánchez de Zavala, ed. Tecnos, Madrid, 1973).

-- (1965), Conjectures and Refutations. The Growth of Scientific Knowledge (3a. edición revisada), ed. Routledge and Kegan Paul, London.

-- (1972), Conocimiento objetivo, trad. por C. Solís Santos, ed. Tecnos, Madrid, 1974.

-- (1982a), Realismo y el objetivo de la ciencia. Post Scriptum a la Lógica de la investigación científica. Vol. I, trad. por M. Sansigre Vidal, ed. Tecnos, Madrid, 1985.

-- (1982b) Teoría cuántica y el cisma en Física. Post Sriptum a la Lógica de la investigación científica. Vol III. Tecnos, Madrid, 1985.

PUTNAM, H. (1971), Philosophy of Logic, Harper, New York.

-- (1983), Vagueness and Alternative Logic, en Methodology, Epistemology and Philosophy of Science. Essays in honour of W. Stegmüller, ed. Reidel, Dordrecht, pp. 297-314.

QUINE, W. O. (1953), Desde un punto de vista lógico, trad. de M. Sacristán, ed. Ariel, Barcelona, 1962.

-- (1960), Palabra y objeto, trad. de M. Sacristán, ed. Labor, Barcelona, 1968.

QUINTANILLA, M. A. (1982), La verosimilitud de las teorías, en Actas del I Congreso de Teoría y Metodología de las Ciencias, ed. Pentalfa, Oviedo.

QUIRK, J. P., (1976), Microeconomía, trad. por I. Verdeja, Bosch ed., Barcelona, 1981.

RAIFFA, H. (1968), Decision Analysis. Introductory Lectures on Choices under Uncertainty, ed. Addison-Wesley, Massachussetts, U.S.A.

RAMIREZ, D. (1982), El laberinto leibniciano, Tesis doctoral.

REICHENBACH, H. (1930), Causalidad y Probabilidad, trad. por A. C. Francoli, en Moderna filosofía de la Ciencia, ed. Tecnos, Madrid, 1965.

REMOND DE MONTMORT, P. (1713), Essay d'analyse sur les jeux de hazard (2a. edición), Chez Jacques Quillau, Paris. Reimpresión en Chelsea Publishing Co., New York, 1980.

RESCHER, N. (1969), Many-Valued Logic, ed. McGraw-Hill.

RIGAU i OLIVER, G. (1981), Gramàtica del discurs, U. A. B., Dept. de Filologia Hispànica.

RIVADULLA, A. (1984), Filosofía actual de la ciencia, Editora Nacional, Madrid.

RODRIGUEZ, A.(1975), Matemáticas para economistas, Barcelona.

-- (1984), Matemática de la financiación, Barcelona.

ROLF, B. (1984), Sorites, Synthese 58, pp. 219-250.

RUSSELL, B. (1905), Sobre la denotación, en Lógica y Conocimiento, trad. de S. Muguerza, Tecnos, Madrid, 1966.

-- (1918), La filosofía del atomismo lógico, ibid.

-- (1919),Sobre las proposiciones: qué son y cómo significan, ibid.

-- (1923), Vaguedad, en Antología Semántica, trad. por M. Bunge y otros, ed. Nueva Visión, Buenos Aires, 1960.

SANDFORD, D.H. (1976), Competing Semantics of Vagueness: Many Values versus Super-Truth, Synthese 33, pp. 195-210.

SAVAGE, L.J. (1954), The Foundations of Statistics, J. Wiley & Sons, New York.

SERRES, M. (1968), Le Systême de Leibniz et ses modêles mathêmatiques, P. U. F., Paris.

SHAFER, G. (1976), A Mathematical theory of evidence, Princeton University Press.

-- (1981), Constructive Probability, Synthese 48, pp. 1-60.

SPRAGUE, T. B. (1892), On Probability and Chance, and their connection with the Business of Insurance, (Read before the Actuarial Society of Edinburgh)

SUPPES, P. (1957), Introducción a la lógica simbólica, trad. de G. Aguirre, Cía. Editora Continental, Mexico, 1966.

THORPE, D. A. (1984), The Sorites Paradox, Synthese 61, pp. 391-421.

TRILLAS, E. (1980), Conjuntos Borrosos, ed. Vicens Vives, Barcelona.

-- (1984), El tratamiento cualitativo de la vaguedad: ¿Hacia una nueva lógica descriptiva?, en R.G. Jaimez, ed., Algunas cuestiones actuales en teoría de probabilidad y procesos estocásticos, Univ. de Granada, pp. 15-32.

TRILLAS, E. y VALVERDE, L. (1985), On mode and applicatios in approximate reasoning. In: Approximate reasoning in Expert Systems, pp. 157-166. Eds.Baudler W. and others. North Holland.

UNGER, P. (1979), There are no Ordinary Things, Synthese 41, pp. 117-154.

VALVERDE, Ll. (1986), Lógica polivalente y vaguedad lingüistica. en Actas del I Congreso de Lenguajes Naturales y Lenguajes Formales, Ed. C. Martin, Barcelona.

WHITE, D.J. (1969), Teoría de la decisión, trad. por J.L. García Molina, Alianza Universidad, Madrid, 1972, 1979.

WEINBERG, J.R. (1958), Examen del Positivismo Lógico, trad. por J.L. Fernandez de Castillejo, Aguilar, Madrid, 1959.

WHEELER, S. C. (1975), Reference and Vagueness, Synthese 30, pp. 367-374.

-- (1979), On That Which is Not, Synthese 41, pp. 155-174.

WHORF, B. L. (1956), Lenguaje, pensamiento y realidad, trad. por José M. Pomares, Barral eds., Barcelona, 1970.

WRIGHT, C. (1975), On the Coherence of Vague Predicates, Synthese, 30, pp. 325-366.

ZADEH, L. A. (1975), Fuzzy Logic and Aproximate Reasoning, Synthese 30.

INDICE