

### 3.4. SEGURO VIDA ENTERA

#### 3.4.1. Planteamiento general

En este caso, el valor actual de una unidad monetaria pagadera al final del año de fallecimiento de una cabeza de edad  $x$ , es una variable borroso aleatoria que notamos como  $\tilde{Z}$ , y viene dada por:

$$\tilde{Z} = \tilde{f}_{t+1} \text{ con } {}_tq_x, t=0,1,\dots,w-x-1$$

para la cual, y a un nivel  $\alpha$ , a través de  $f_{t\alpha}=[f_t^1(\alpha),f_t^2(\alpha)]$ , podemos hallar la función de cuantía de la variable aleatoria inferior  $Z^1(\alpha)$  y de la superior  $Z^2(\alpha)$  como:

$$Z^1(\alpha) = f_{t+1}^1(\alpha) \text{ con } {}_tq_x \text{ y } Z^2(\alpha) = f_{t+1}^2(\alpha) \text{ con } {}_tq_x, t=0,1,\dots,w-x-1$$

Así pues, la esperanza matemática de  $\tilde{Z}$ , que notaremos como  $\tilde{A}_x$  será un número borroso cuyos  $\alpha$ -cortes vienen dados por:

$$A_{x\alpha} = [A_x^1(\alpha), A_x^2(\alpha)] = \left[ \sum_{t=0}^{w-x-1} f_{t+1}^1(\alpha) {}_tq_x, \sum_{t=0}^{w-x-1} f_{t+1}^2(\alpha) {}_tq_x \right] = \left[ \sum_{t=0}^{w-x-1} {}_tB_x^1(\alpha), \sum_{t=0}^{w-x-1} {}_tB_x^2(\alpha) \right]$$

Sin embargo y como ocurrirá en las estructuras actuariales que analizaremos a continuación, no podemos hallar la expresión analítica de la función de pertenencia de la esperanza matemática, la varianza o la desviación estándar, ya que si se utilizan varios tipos de interés, debemos realizar la convolución de las funciones de pertenencia de las funciones de pertenencia de cada uno de los tipos de interés o de los factores de actualización que definen, o bien, si se utiliza un tipo de interés único, no existe expresión analítica de dicho tipo de interés como función del valor actual de una renta.

Asimismo, la varianza borrosa toma como expresión de los  $\alpha$ -cortes:

$$V[Z]_\alpha = \left\{ y \in \mathbb{R}^+ \mid y = \sum_{t=0}^{w-x-1} (x_{t+1})^2 {}_tq_x - \left( \sum_{t=0}^{w-x-1} x_{t+1} {}_tq_x \right)^2, x_{t+1} \in f_{t+1,\alpha} \forall t \right\} =$$

$$=[\text{Min } y, \text{Max } y]$$

En principio, no sólo no podemos dar una expresión de su función de pertenencia, sino que no podemos dar una expresión analítica para sus  $\alpha$ -cortes ya que no es una función monótona de los tipos de interés utilizados en la actualización. Sin embargo, para cada nivel  $\alpha$  para la que

queramos calcularla, resolveremos el extremo inferior y el superior de ésta sin más que plantear los programas matemáticos:

$$\text{Minimizar (Maximizar) } y = \sum_{t=0}^{w-x-1} (x_{t+1})^2 {}_tq_x - \left( \sum_{t=0}^{w-x-1} x_{t+1} {}_tq_x \right)^2$$

s.a.:

$$f_{t+1}^1(\alpha) \leq x_{t+1} \leq f_{t+1}^2(\alpha), t=0,1,\dots,w-x-1$$

Sin embargo, si aplicamos la aproximación a la varianza propuesta en el apartado 3.6.1. de la primera parte de la tesis, el resultado que obtendremos incluirá el  $\alpha$ -corte de la varianza. Los  $\alpha$ -cortes de  $\tilde{D}[Z]$ , como siempre, se obtendrán sin más que calcular la raíz cuadrada de la varianza.

La varianza de Feng se hallará partiendo de:

$$V[Z^1(\alpha)] = \sum_{t=0}^{w-x-1} [f_{t+1}^1(\alpha)]^2 {}_tq_x - [A_x^1(\alpha)]^2 \text{ y } V[Z^2(\alpha)] = \sum_{t=0}^{w-x-1} [f_{t+1}^2(\alpha)]^2 {}_tq_x - [A_x^2(\alpha)]^2$$

y así,

$$\begin{aligned} V^*[Z] &= \frac{1}{2} \int_0^1 \left\{ \sum_{t=0}^{w-x-1} [f_{t+1}^1(\alpha)]^2 {}_tq_x + \sum_{t=0}^{w-x-1} [f_{t+1}^2(\alpha)]^2 {}_tq_x - \left\{ [A_x^1(\alpha)]^2 + [A_x^2(\alpha)]^2 \right\} \right\} d\alpha = \\ &= \frac{1}{2} \left[ \sum_{t=0}^{w-x-1} {}_tq_x \int_0^1 \left\{ [f_{t+1}^1(\alpha)]^2 + [f_{t+1}^2(\alpha)]^2 \right\} d\alpha - \left\{ \int_0^1 \left\{ [A_x^1(\alpha)]^2 + [A_x^2(\alpha)]^2 \right\} d\alpha \right\} \right] \end{aligned}$$

### 3.4.2. Análisis cuando el tipo de interés a aplicar es un número borroso constante

Si el tipo de interés a aplicar a lo largo de toda la vida del contrato es un número borroso  $\tilde{i}$  constante para toda la operación, las variables aleatorias  $Z^1(\alpha)$  y  $Z^2(\alpha)$  vienen dadas por:

$$Z^1(\alpha) = (1 + i^2(\alpha))^{-(t+1)} \text{ y } Z^2(\alpha) = (1 + i^1(\alpha))^{-(t+1)} \text{ con } {}_tq_x, t=0,1,\dots,w-x-1$$

Siendo entonces los  $\alpha$ -cortes de  $\tilde{A}_x$ :

$$A_{x_\alpha} = [A_x^1(\alpha), A_x^2(\alpha)] = \left[ \sum_{t=0}^{w-x-1} (1 + i^2(\alpha))^{-(t+1)} {}_tq_x, \sum_{t=0}^{w-x-1} (1 + i^1(\alpha))^{-(t+1)} {}_tq_x \right]$$

Asimismo, la varianza, borrosa  $\tilde{V}[Z]$ , se obtendrá como un número borroso para el cual los extremos de los  $\alpha$ -cortes se hallarán resolviendo los programas matemáticos:

$$\text{Min (Max) } y = \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+x)^{-2(t+1)} {}_tq_x - \left( \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+x)^{-(t+1)} {}_tq_x \right)^2$$

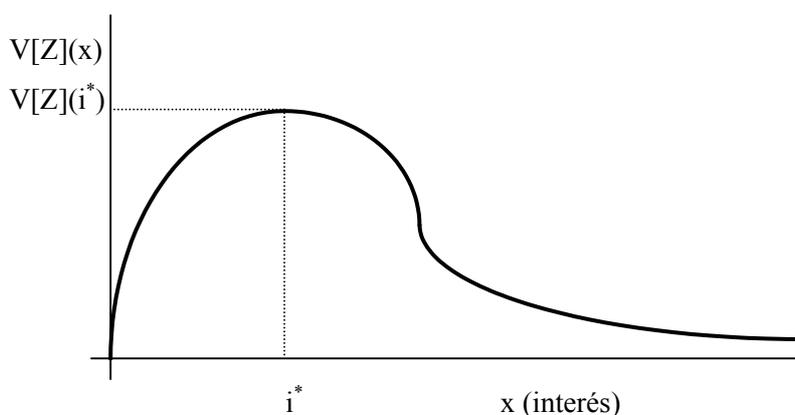
$$\text{s.a., } i^1(\alpha) \leq x \leq i^2(\alpha)$$

De forma que obtendremos el interés para el cual la varianza toma un valor máximo  $x^{**}$  y mínimo  $x^*$  y el valor de la función objetivo en estos puntos  $y^{**}$ ,  $y^*$ . Por tanto, los  $\alpha$ -cortes de la varianza,  $V[Z]_\alpha$  son:

$$V[Z]_\alpha = [y^*, y^{**}] = \left[ \sum_{t=0}^{w-x^*-1} (1+x^*)^{-2(t+1)} {}_tq_{x^*} - \left( \sum_{t=0}^{w-x^*-1} (1+x^*)^{-(t+1)} {}_tq_{x^*} \right)^2, \right. \\ \left. \sum_{t=0}^{w-x^{**}-1} (1+x^{**})^{-2(t+1)} {}_tq_{x^{**}} - \left( \sum_{t=0}^{w-x^{**}-1} (1+x^{**})^{-(t+1)} {}_tq_{x^{**}} \right)^2 \right]$$

Sin embargo, como sólo aplicamos un “único” tipo de interés borroso durante toda la vida del contrato, tal como se ha comentado en el apartado 2.8., sólo existe un valor que cumpla las condiciones de extremo relativo de la varianza para un interés  $i \in [0, \infty)$ . Si dicho interés de actualización que denominaremos como  $i^*$  puede ser hallado –a través de métodos numéricos, o con un paquete informático al efecto-, una forma relativamente sencilla de calcular los  $\alpha$ -cortes de la varianza es:

*Paso 1:* Determinar el interés cierto  $i^*$  para el cual  $V[Z](x)$ , que es una función del tipo de interés de valoración, presenta un máximo. En este tipo de seguros, y para  $x \in [0, \infty)$ , ya comentamos en el apartado 2.8. de la primera parte de la tesis que podíamos representar a la varianza como:

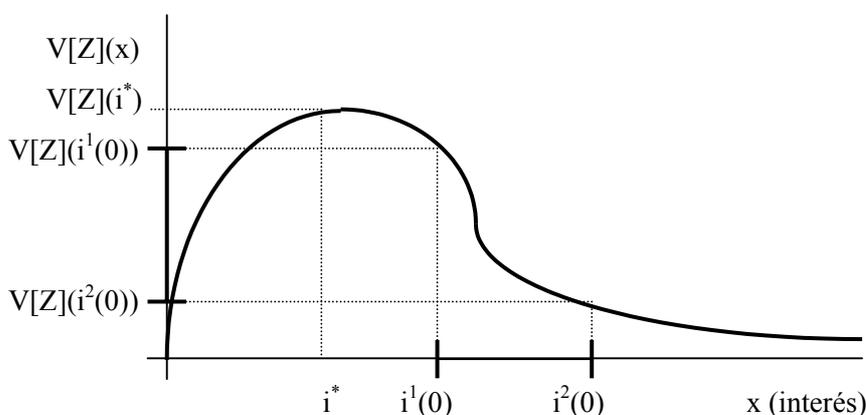


*Paso 2:* Determinar la escala de verdad para la cual se pretende determinar los  $\alpha$ -cortes. La misma es una sucesión de niveles de presunción  $\alpha_0=1 \geq \alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_k \geq \dots \geq \alpha_n = 0$ . Por ejemplo, si se trata de una escala endecadaria,  $n=10$ , donde  $1 \geq 0.9 \geq 0.8 \geq \dots \geq 0$ .

*Paso 3:* Determinar los  $\alpha$ -cortes de  $\tilde{i}$  para dicha escala, de forma que se obtiene la sucesión de intervalos de números reales positivos:  $i_{\alpha_0} = i_1 \subseteq i_{\alpha_1} \subseteq \dots \subseteq i_{\alpha_n} = i_0$ .

*Paso 4:* Calcular  $V[Z]_\alpha$  de la siguiente forma:

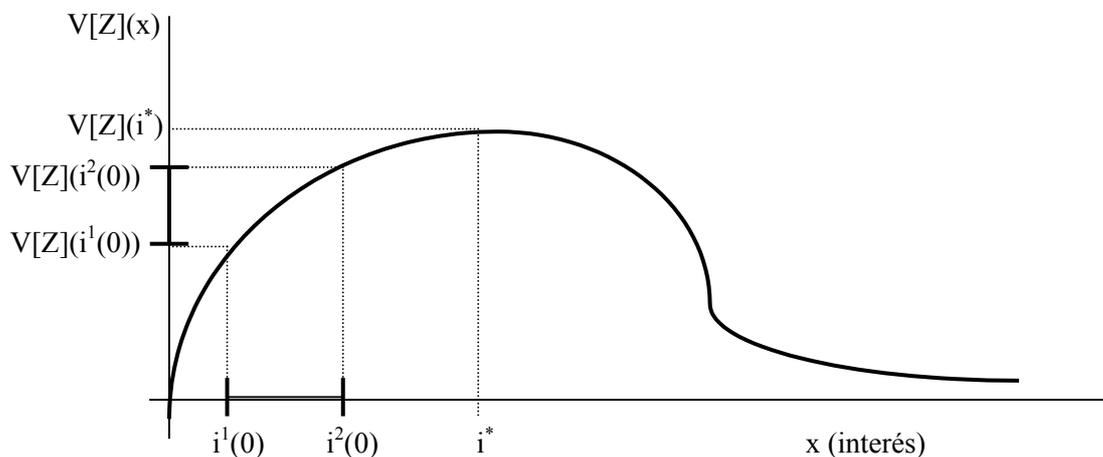
*Caso a):*  $i^1(0) \geq i^*$ . En este caso estamos en el tramo decreciente de la varianza. Gráficamente observamos:



Es inmediato que los  $\alpha$ -cortes  $\forall \alpha$  de  $\tilde{V}[Z]$  son:

$$V[Z]_\alpha = \left[ \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^2(\alpha))^{-2(t+1)} {}_t|q_x - [A_x^1(\alpha)]^2, \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^1(\alpha))^{-2(t+1)} {}_t|q_x - [A_x^2(\alpha)]^2 \right]$$

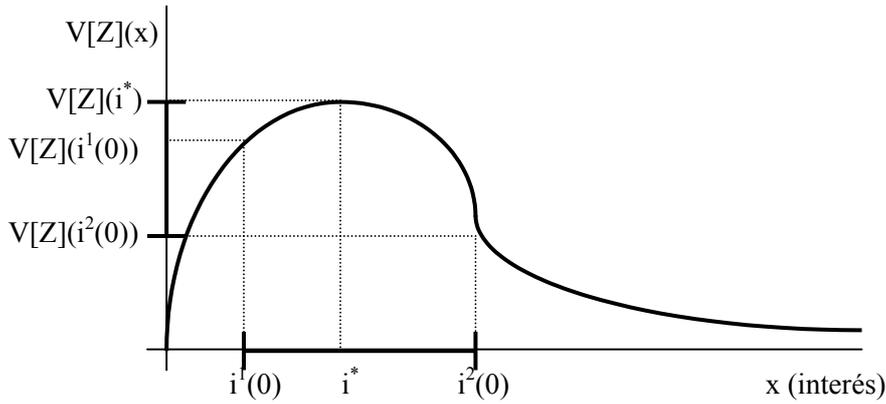
*Caso b):*  $i^2(0) \leq i^*$ . En este caso, cualquier interés  $x$  a aplicar con  $\mu_{\tilde{i}}(x) > 0$  se sitúa en el tramo creciente de la función varianza, lo cual podemos comprobar gráficamente:



de forma que:

$$V[Z]_{\alpha} = \left[ \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^1(\alpha))^{-2(t+1)} {}_tq_x - [A_x^2(\alpha)]^2, \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^2(\alpha))^{-2(t+1)} {}_tq_x - [A_x^1(\alpha)]^2 \right]$$

Caso c):  $i^* \subseteq i_0$ . En este caso, la representación gráfica del caso c) es:



En primer lugar, debemos determinar  $\text{Min}_k \{\alpha_k\}$ ,  $k \in \{0,1,2,\dots,n\}$  para el cual  $i^* \notin i_{\alpha_k}$ . Así, calculamos los  $\alpha$ -cortes como:

$\forall \alpha < \alpha_k$ , como  $i^* \subseteq i_{\alpha}$ , los  $\alpha$ -cortes de la varianza son  $V[Z]_{\alpha} = [V^1[Z](\alpha), V^2[Z](\alpha)]$  donde:

$$V^1[Z](\alpha) = \text{Min} \left\{ \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^1(\alpha))^{-2(t+1)} {}_tq_x - [A_x^2(\alpha)]^2, \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^2(\alpha))^{-2(t+1)} {}_tq_x - [A_x^1(\alpha)]^2 \right\}$$

$$V^2[Z](\alpha) = \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^*)^{-2(t+1)} {}_tq_x - \left( \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^*)^{-2(t+1)} {}_tq_x \right)^2$$

$\forall \alpha \geq \alpha_k$ , como  $i^* \notin i_{\alpha}$ , los  $\alpha$ -cortes del interés se sitúan en la parte creciente de la varianza (a la izquierda de  $i^*$ ) o el tramo decreciente de la función varianza, es decir, a la derecha de  $i^*$ . Dependiendo del caso en que nos encontremos, computamos los  $\alpha$ -cortes de la siguiente manera:

c.1) Si  $i^1(\alpha_k) > i^*$ , es decir, nos encontramos en el tramo decreciente de la varianza siendo por tanto, su expresión la misma que en a):

$$V[Z]_{\alpha} = \left[ \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^2(\alpha))^{-2(t+1)} {}_tq_x - [A_x^1(\alpha)]^2, \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^1(\alpha))^{-2(t+1)} {}_tq_x - [A_x^2(\alpha)]^2 \right]$$

c.2) Si  $i^2(\alpha_k) < i^*$ , es decir, nos encontramos en el tramo creciente de la varianza y por tanto estamos ante el caso b):

$$V[Z]_\alpha = \left[ \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^1(\alpha))^{-2(t+1)} {}_tq_x - [A_x^2(\alpha)]^2, \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^2(\alpha))^{-2(t+1)} {}_tq_x - [A_x^1(\alpha)]^2 \right]$$

Asimismo, una vez hemos hallado  $V[Z]_\alpha$ , es inmediato determinar los  $\alpha$ -cortes de  $\tilde{D}[Z]$ . Por otra parte, la varianza de Feng, se calculará a partir de la expresión del apartado 3.4.1., sustituyendo en los extremos de los  $\alpha$ -cortes de los factores de actualización por la expresión que corresponda de los extremos de  $i_\alpha$ . Asimismo,  $D^*[Z]$  se hallará como la raíz cuadrada del valor de  $V^*[Z]$ .

### 3.4.3. Análisis cuando el tipo de interés a aplicar es un número borroso constante y triangular

Como las variables aleatorias inferior y superior de  $\tilde{Z}$  vienen determinadas por el tipo de interés superior e inferior respectivamente, las expresiones correspondientes a su función de cuantía son:

$$Z^1(\alpha) = (1+i^3 - (i^3 - i^2)\alpha)^{-(t+1)} \text{ con } {}_tq_x, \quad t=0,1,\dots,w-x-1$$

$$Z^2(\alpha) = (1+i^1 + (i^2 - i^1)\alpha)^{-(t+1)} \text{ con } {}_tq_x, \quad t=0,1,\dots,w-x-1$$

Así, los  $\alpha$ -cortes de  $\tilde{A}_x$  son:

$$A_{x_\alpha} = \left[ \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^3 - (i^3 - i^2)\alpha)^{-(t+1)} {}_tq_x, \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^1 + (i^2 - i^1)\alpha)^{-(t+1)} {}_tq_x \right]$$

Los  $\alpha$ -cortes de la varianza borrosa se pueden hallar de la forma explicitada en el apartado anterior, sin más que considerar que  $i^1(\alpha) = i^1 + (i^2 - i^1)\alpha$  y  $i^2(\alpha) = i^3 - (i^3 - i^2)\alpha$ , hallándose inmediatamente, por supuesto, los de la desviación estándar a través de  $V[Z]_\alpha$ .

Asimismo, la varianza de Feng se halla de la siguiente forma:

$$V^*[Z] = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{t=0}^{w-x-1} {}_tq_x \int_0^1 [(1+i^3 - (i^3 - i^2)\alpha)^{-2(t+1)} + (1+i^1 + (i^2 - i^1)\alpha)^{-2(t+1)}] d\alpha - \int_0^1 \left\{ \left[ \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^3 - (i^3 - i^2)\alpha)^{-(t+1)} {}_tq_x \right]^2 + \left[ \sum_{t=0}^{w-x-1} (1+i^1 + (i^2 - i^1)\alpha)^{-(t+1)} {}_tq_x \right]^2 \right\} d\alpha \right\} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \left\{ \sum_{t=0}^{w-x-1} {}_tq_x \int_0^1 \left[ (1+i^3 - (i^3 - i^2)\alpha)^{-2(t+1)} + (1+i^1 + (i^2 - i^1)\alpha)^{-2(t+1)} \right] d\alpha - \right. \\
 &\quad \left. - \int_0^1 \left\{ \sum_{t=0}^{w-x-1} \sum_{j=0}^{w-x-1} (1+i^3 - (i^3 - i^2)\alpha)^{-(t+j+2)} {}_tq_{x:j}q_x + \sum_{t=0}^{w-x-1} \sum_{j=0}^{w-x-1} (1+i^1 + (i^2 - i^1)\alpha)^{-(t+j+1)} {}_tq_{x:j}q_x \right\} d\alpha \right\} = \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ \sum_{t=0}^{w-x-1} \left\{ \frac{[(1+i^2)^{-2t-1} - (1+i^3)^{-2t-1}]}{i^3 - i^2} + \frac{[(1+i^1)^{-2t-1} - (1+i^2)^{-2t-1}]}{i^2 - i^1} \right\} \frac{{}_tq_x}{2t+1} - \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{j=0}^{w-x-1} \sum_{t=0}^{w-x-1} \left\{ \frac{[(1+i^2)^{-t-j-1} - (1+i^3)^{-t-j-1}]}{i^3 - i^2} + \frac{[(1+i^1)^{-t-j-1} - (1+i^2)^{-t-j-1}]}{i^2 - i^1} \right\} \frac{{}_tq_{x:j}q_x}{j+t+1} \right\}
 \end{aligned}$$

### 3.4.4. Aplicación numérica

A continuación realizamos diversas aplicaciones numéricas de esta estructura. Utilizaremos como siempre las tablas de mortalidad PEM 82 y un interés constante a lo largo de toda la vida del contrato  $\tilde{i} = (0'02, 0'03, 0'05)$ . Suponemos un capital asegurado de 1.000 unidades monetarias. Las edades de los hipotéticos asegurados son  $x=35, 45, 60$  y  $75$  años, de forma que, por ejemplo, para el asegurado de 35 años, las variables borroso aleatorias inferior y superior que para un nivel de presunción  $\alpha$  define  $\tilde{Z}$  son:

$$Z^1(\alpha) = 1000 \cdot (1'05 - 0'02\alpha)^{-(t+1)} \text{ con } {}_tq_x, t = 0, 1, \dots, 79$$

y,

$$Z^2(\alpha) = 1000 \cdot (1'02 + 0'01\alpha)^{-(t+1)} \text{ con } {}_tq_x, t = 0, 1, \dots, 79$$

En primer lugar obtendremos la esperanza matemática de la variable borroso aleatoria asociada a esta estructura actuarial,  $\tilde{A}_x$  y la bondad de la aproximación triangular con la metodología que viene siendo utilizada a lo largo de la tesis, asumiéndose como siempre una escala endecadaria. Para ello, y de forma análoga a lo realizado en el apartado 4.3.4. de la primera parte de la tesis, dado que  $\tilde{A}_x$  se halla como  $\sum_{t=0}^{w-x-1} {}_t\tilde{B}_x$ ; y que conocemos el error absoluto máximo que se comete

en los  $\alpha$ -cortes de la esperanza matemática del valor actual de los capitales de fallecimiento que intervienen en el cálculo de  $\tilde{A}_x$  podemos dar una acotación superior al error que se comete al aproximar  $\tilde{A}_x$  triangularmente. Para  ${}_t\tilde{B}_x$  notaremos a dichos errores como  $D_I^*(t)$  y  $D_D^*(t)$ , los cuales se establecen en los niveles de presunción obtenidos previamente,  $\alpha_I^*(t)$  y  $\alpha_D^*(t)$ , y cuya expresión puede encontrarse en el apartado 3.2.4. De esta forma, el error máximo que podemos

cometer en el nivel de presunción de un valor por aproximarlo a través de un número borroso triangular a  $\tilde{A}_x$  vendrá acotado por:

$$\text{Max} \left\{ \frac{\sum_{t=0}^{w-x-1} D_I^*(t)}{A_x^1(1) - A_x^1(0)}, \frac{\sum_{t=0}^{w-x-1} D_D^*(t)}{A_x^2(0) - A_x^2(1)} \right\}$$

El valor de la esperanza matemática ya aproximado mediante un NBT, la acotación del error cometido por la aproximación triangular y  $V^*[Z]$  y  $D^*[Z]$  vienen dados en el siguiente cuadro.

Edad x	$\tilde{A}_x$	Error	$V^*[Z]$	$D^*[Z]$
35	(152,51, 301,48, 439,49)	0,10	18906,87	137,50
45	(228,86, 390,66, 524,73)	0,08	24602,82	156,85
60	(392,00, 552,52, 666,13)	0,06	27104,74	164,64
75	(611,24, 734,29, 810,07)	0,03	19653,59	140,19

Podemos comprobar que a medida que la edad del asegurado aumenta, el ajuste triangular a  $\tilde{A}_x$  es mejor. Ello es debido a que se incorporan cada vez menos factores de descuento con vencimientos lejanos, que son los que peor quedaban ajustados por un número borroso triangular. En nuestra aplicación numérica, podemos observar que para una escala endecadaria no podríamos aceptar la aproximación triangular de  $\tilde{A}_{35}$ , ya que puede producir en determinados valores un cambio en la escala de verdad a la que pertenecen. Sin embargo, para edades superiores si que podemos aceptar la aproximación triangular de  $\tilde{A}_x$ .

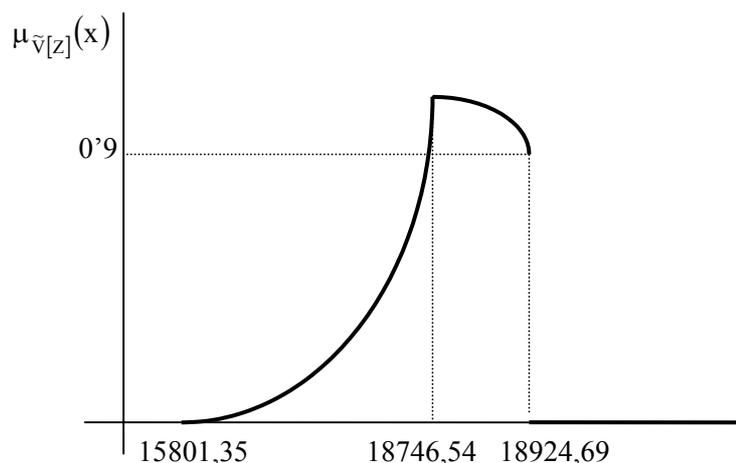
A continuación presentamos para las mismas estructuras anteriormente analizadas, la expresión de los  $\alpha$ -cortes de  $\tilde{V}[Z]$  y  $\tilde{D}[Z]$  en una escala endecadaria y expresamos el interés  $i^*$  para el cual la varianza como función del interés alcanza mayor valor.

$\alpha$	x=35 años $i^*=0,03372$				x=45 años $i^*=0,04470$			
	$V^1(\alpha)$	$V^2(\alpha)$	$D^1(\alpha)$	$D^2(\alpha)$	$V^1(\alpha)$	$V^2(\alpha)$	$D^1(\alpha)$	$D^2(\alpha)$
0	15801,35	18924,69	125,70	137,57	17772,53	26242,61	133,31	162,00
0,1	16300,90	18924,69	127,67	137,57	18565,36	26242,61	136,25	162,00
0,2	16749,24	18924,69	129,42	137,57	19313,45	26242,61	138,97	162,00
0,3	17148,26	18924,69	130,95	137,57	20016,72	26238,41	141,48	161,98
0,4	17500,03	18924,69	132,29	137,57	20675,47	26177,10	143,79	161,79
0,5	17806,76	18924,69	133,44	137,57	21290,24	26035,16	145,91	161,35
0,6	18070,76	18924,69	134,43	137,57	21861,82	25802,36	147,86	160,63
0,7	18294,39	18924,69	135,26	137,57	22391,17	25467,79	149,64	159,59

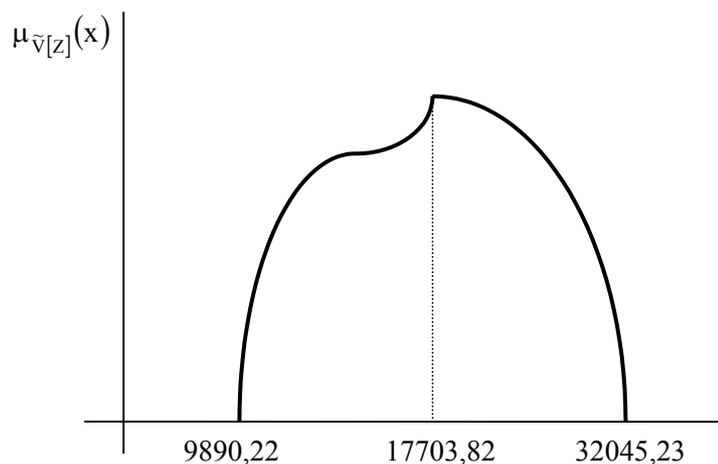
0,8	18479,99	18924,69	135,94	137,57	22879,41	25020,02	151,26	158,18
0,9	18629,94	18888,71	136,49	137,44	23327,78	24447,26	152,73	156,36
1	18746,54	18746,54	136,92	136,92	23737,60	23737,60	154,07	154,07

$\alpha$	x=60 años $i^*=0,07224$				x=75 años $i^*=0,13786$			
	$V^1(\alpha)$	$V^2(\alpha)$	$D^1(\alpha)$	$D^2(\alpha)$	$V^1(\alpha)$	$V^2(\alpha)$	$D^1(\alpha)$	$D^2(\alpha)$
0	16174,56	35836,51	127,18	189,31	9890,22	32045,23	99,45	179,01
0,1	17173,79	35192,63	131,05	187,60	10652,50	30774,32	103,21	175,43
0,2	18156,20	34466,67	134,74	185,65	11422,76	29461,76	106,88	171,64
0,3	19119,79	33654,14	138,27	183,45	12199,41	28108,76	110,45	167,66
0,4	20062,89	32750,68	141,64	180,97	12980,99	26716,92	113,93	163,45
0,5	20984,06	31752,19	144,86	178,19	13766,14	25288,28	117,33	159,02
0,6	21882,12	30654,94	147,93	175,09	14553,58	23825,38	120,64	154,35
0,7	22756,08	29455,72	150,85	171,63	15342,13	22331,34	123,86	149,44
0,8	23605,14	28152,04	153,64	167,79	16130,69	20809,94	127,01	144,26
0,9	24428,70	26742,33	156,30	163,53	16918,23	19265,65	130,07	138,80
1	25226,29	25226,29	158,83	158,83	17703,82	17703,82	133,06	133,06

Siendo por ejemplo, la representación aproximada de  $\mu_{\tilde{v}[z]}(x)$  para un asegurado de 35 años:



y para una edad de 75 años:



No analizaremos en este caso la aproximación triangular a la varianza. Podemos comprobar, que, por los métodos que hemos propuesto, es decir, ajustando un número borroso triangular con el mismo núcleo y soporte, en los casos en que el tanto de interés crítico  $i^*$  cumple que  $\mu_{\tilde{i}}(i^*) > 0$ , por ejemplo, lo que ocurría para una edad de 35 años, dicho ajuste no tiene sentido. Por supuesto, el mismo problema se tendrá con la desviación estándar. Otra cuestión distinta es que  $i^*$  no pertenezca al núcleo del número borroso con el que realizamos el cálculo del valor actual, lo cual ocurre, por ejemplo, para una edad de 75 años. En este caso si podría analizarse la bondad del ajuste triangular de la varianza, o de la desviación estándar borrosa, manteniendo el núcleo y el soporte del número borroso de partida.

### 3.5. SEGURO TEMPORAL

#### 3.5.1. Planteamiento general

En este caso, el asegurado recibe una unidad monetaria al final del año de fallecimiento si este sucede dentro de los próximos  $n$  años, en caso contrario no recibe indemnización. El valor actual de este capital contingente unitario es una variable borroso aleatoria que notamos como  $\tilde{Z}$ , y viene dada por:

$$\tilde{Z} = \begin{cases} \tilde{f}_{t+1} & \text{con } {}_t|q_x \quad t = 0, 1, \dots, n-1 \\ 0 & \text{con } {}_n p_x \end{cases}$$

la cual, vendrá caracterizada por las correspondientes variables aleatorias inferior,  $Z^1(\alpha)$ , y superior  $Z^2(\alpha)$ :

$$Z^1(\alpha) = \begin{cases} f_{t+1}^1(\alpha) & \text{con } {}_t|q_x \quad t = 0, 1, \dots, n-1 \\ 0 & \text{con } {}_n p_x \end{cases} \quad \text{y} \quad Z^2(\alpha) = \begin{cases} f_{t+1}^2(\alpha) & \text{con } {}_t|q_x \quad t = 0, 1, \dots, n-1 \\ 0 & \text{con } {}_n p_x \end{cases}$$

En cualquier caso, supondremos que la duración será  $n > 1$ , ya que en caso contrario sería un capital de fallecimiento en  $t=0$ , y este puede ser analizado según lo expuesto en 3.2.

Así pues, la esperanza matemática de  $\tilde{Z}$ , que notaremos como  ${}_n \tilde{A}_x$ , será un número borroso cuyos  $\alpha$ -cortes vienen dados por:

$${}_n A_{x\alpha} = [{}_n A_x^1(\alpha), {}_n A_x^2(\alpha)] = \left[ \sum_{t=0}^{n-1} f_{t+1}^1(\alpha) {}_t|q_x, \sum_{t=0}^{n-1} f_{t+1}^2(\alpha) {}_t|q_x \right] = \left[ \sum_{t=0}^{n-1} {}_t B_x^1(\alpha), \sum_{t=0}^{n-1} {}_t B_x^2(\alpha) \right]$$