

ÍNDICE

PRESENTACIÓN DE LA TESIS	1
1. INTRODUCCIÓN	4
2. ESTRUCTURA Y METODOLOGÍA DE LA TESIS	8
PARTE I: INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS DE LA TEORÍA DE LOS SUBCONJUNTOS BORROSOS	19
CAPÍTULO 1: ELEMENTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE LOS SUBCONJUNTOS BORROSOS	21
1.1. Subconjunto borroso	21
1.1.1. Definición y concepto	25
1.1.2. Definiciones sobre conjuntos borrosos	25
1.1.3. Operaciones conjuntistas básicas con subconjuntos borrosos	26
1.1.4. Principio de extensión de Zadeh	26
1.1.4.1. Principio de extensión de Zadeh generalizado	26
1.1.4.2. Principio de extensión	27
1.1.4.3. Aplicación del principio de extensión de Zadeh a través de conjuntos de nivel	27
1.1.5. Relaciones borrosas binarias	27
1.2. Números borrosos	28
1.2.1. Definición y concepto	28
1.2.2. Operaciones con números borrosos	30
1.1.2.1. Operaciones monarias	30
1.1.2.2. Operaciones binarias	32
1.1.2.3. Evaluación de funciones reales de números borrosos	35
1.2.3. Algunos tipos especiales de números borrosos	37
1.2.3.1. Números borrosos L-R de Dubois y Prade	38
1.2.3.2. Operaciones con números borrosos L-R de Dubois y Prade	39
1.2.3.3. Números borrosos trapezoidales	41
1.2.3.4. Números borrosos triangulares	43
1.2.3.5. Operaciones con números borrosos trapezoidales y triangulares	44
1.3. Resolución de ecuaciones borrosas	46
1.3.1. Método clásico de resolución de ecuaciones	47
1.3.1.1. Planteamiento general	47
1.3.1.2. Desconvolución de la suma y el producto utilizando el concepto clásico de resolución de ecuaciones	48
1.3.1.3. Desconvolución de la suma y el producto utilizando el concepto clásico de resolución de ecuaciones cuando los parámetros que intervienen son números borrosos L-L de Dubois y Prade	49
1.3.2. Método de resolución de ecuaciones de Buckley y Qu	53
1.4. Aproximación de números borrosos	55
1.4.1. Aproximación a través de un número L-L de Dubois y Prade una función de números L-L de Dubois y Prade	56
1.4.2. Una metodología para medir la calidad de la aproximación a través de un número borroso triangular de una función de números borrosos triangulares que mantenga su mismo soporte y núcleo	57
1.4.3. Una metodología para la aproximación de cualquier número borroso a través de un número trapezoidal o triangular	62

4.2.3.2. Aproximación triangular al factor de actualización cuando el interés triangular aplicado es constante a lo largo del tiempo	131
4.3. Valoración de rentas financieras con capitales y número de términos ciertos con intereses estimados a través de números borrosos	133
4.3.1. Planteamiento general	133
4.3.2. Valor actual de rentas temporales valoradas a través de números borrosos constantes a lo largo de todo el periodo de valoración	135
4.3.3. Valor actual de rentas temporales con intereses de valoración estimados a través de números borrosos triangulares	138
4.3.4. Aproximación triangular del valor actual de renta valorada con intereses estimados por números borrosos triangulares	140
PARTE II: ESTIMACIÓN DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS A TRAVÉS DE SUBCONJUNTOS BORROSOS Y ESTIMACIÓN DE LOS TIPOS DE INTERÉS FUTUROS	151
CAPÍTULO 1: ESTIMACIÓN DE LOS INTERESES FUTUROS MEDIANTE NÚMEROS BORROSOS	153
1.1. Análisis de las tasas de interés que rigen en el mercado de deuda pública	154
1.1.1. Rendimiento interno de un título de renta fija	154
1.1.2. Los tipos spot y la estructura temporal de los tipos de interés	159
1.1.3. Tipos de interés implícitos a plazo o tipos forward	161
1.2. Teorías explicativas de la estructura temporal de los tipos de interés	163
1.2.1. La teoría pura de las expectativas racionales	164
1.2.2. La teoría de la preferencia por la liquidez	165
1.2.3. La teoría de la segmentación de mercados	166
1.2.4. La teoría del hábitat preferido	168
1.3. Aplicaciones de la estimación de la estructura temporal de los tipos de interés	169
1.4. Métodos estimativos de la estructura temporal de los tipos de interés	171
1.4.1. Modelos empíricos	172
1.4.2. Modelos de equilibrio dinámico	273
1.4.3. Modelos econométricos	175
1.5. Estimación de los intereses futuros a través de números borrosos mediante una estimación fuzzy de la ETTI	177
CAPÍTULO 2: MÉTODOS ECONOMÉTRICOS DE ESTIMACIÓN DE LA ETTI	183
2.1. Estimación de la ETTI a través de la curva de rentabilidades	183
2.1.1. Algunos modelos para ajustar la curva de rentabilidades	183
2.1.1.1. Estimación de la curva de rentabilidades a través de la interpolación lineal de las TIRs de los títulos	183
2.1.1.2. Ajuste polinómico de la TIR de los títulos	185
2.1.1.3. El modelo de Cohen, Kramer y Vaugh (1966)	186
2.1.1.4. El modelo de Bradley y Crame (1973)	187
2.1.2. Estimación de la ETTI a través de la estimación de la curva de rentabilidades	187
2.1.3. Estimación de los tipos forward	190
2.2. Estimación de la ETTI a través del ajuste de la función de descuento	192
2.2.1. El modelo de McCulloch	193
2.2.1.1. Splines cuadráticos en la modelización de la función de descuento	195
2.2.1.2. Splines cúbicos en la modelización de la función de descuento	197
2.2.2. El modelo de Vasicek y Fong	203

2.2.3. Comentarios a los resultados obtenidos en las estimaciones	207
2.2.4. Estimación de los tipos forward a través de la estimación directa de la ETTI	208

CAPÍTULO 3: ESTIMACIÓN DE LA ETTI MEDIANTE EL EMPLEO DE LA REGRESIÓN POSIBILÍSTICA

3.1. Estimación de la ETTI a través de la curva de rentabilidades	211
3.1.1. Planteamiento general e hipótesis	211
3.1.2. Implementación de los diversos modelos de estimación de la curva de rentabilidades considerando los datos de partida como números borrosos triangulares	214
3.1.2.1. Ajuste de la curva de rentabilidades mediante interpolación lineal	214
3.1.2.2. Estimación polinómica de la curva de rentabilidades	216
3.1.2.3. El modelo de Cohen, Kramer y Vaugh	217
3.1.2.4. El modelo de Bradley y Crame	218
3.1.2.5. Comentarios a los resultados obtenidos	219
3.1.3. Estimación de la ETTI a través de la curva de rentabilidades	220
3.1.3.1. Estimación del precio del bono par	221
3.1.3.2. Estimación de de los precios de los bonos par a partir de una estimación triangular de la curva de rentabilidades: análisis de los diferentes modelos planteados	222
3.1.3.3. Estimación de los factores de descuento al contado	230
3.1.3.4. Estimación de los factores de actualización spot a partir de una aproximación triangular de la curva de rentabilidades: análisis de los modelos planteados	235
3.1.3.5. Estimación de la ETTI	236
3.1.2.6. Estimación de los tipos spot a partir de una estimación triangular de la curva de rentabilidades: análisis de los diversos modelos planteados	241
3.1.3.7. Comentarios a los resultados obtenidos	242
3.2. Estimación de la ETTI mediante la estimación de la función de descuento	242
3.2.1. Planteamiento general e hipótesis	245
3.2.2. El modelo de McCulloch	245
3.2.3. El modelo de Vasicek y Fong introduciendo la incertidumbre en los precios negociados	251
3.2.4. Estimación de la ETTI a través de la estimación posibilística de los factores de actualización	257
3.2.5. Comentarios a los resultados obtenidos	261

CAPÍTULO 4: PREDICCIÓN DE LOS TIPOS DE INTERÉS FUTUROS A TRAVÉS DE NÚMEROS BORROSOS

4.1. Introducción	263
4.2. Obtención de los tipos de actualización forward a un año a través de números borrosos	264
4.2.1. Análisis de la existencia de solución en sentido clásico cuando realizamos la estimación directa de los factores de actualización spot	267
4.3. Estimación de los tipos de interés futuros a través de números borrosos	269
4.3.1. Estimación de los tipos futuros a través de números borrosos triangulares	271
4.3.1.1. Resultados obtenidos con los métodos de estimación de la ETTI basados en la curva de rentabilidades	274
4.3.1.2. Resultados obtenidos con los métodos de estimación del factor de actualización	277
4.4. Algunos comentarios sobre los métodos de estimación de los tipos futuros propuestos	279

PARTE III: ANÁLISIS DE LA DETERMINACIÓN DE LAS PRIMAS EN LOS SEGUROS DE VIDA Y DE LA SOLVENCIA DINÁMICA DEL ASEGURADOR CUANDO LOS TIPOS DE INTERÉS DE VALORACIÓN VIENEN ESTIMADOS A TRAVÉS DE NÚMEROS BORROSOS	283
CAPÍTULO 1: CONCEPTOS INTRODUCTORIOS	285
1.1. Seguros de vida: consideraciones previas	285
1.2. Breve análisis sobre el tratamiento del fenómeno de la mortalidad en los seguros de vida	289
1.3. Propuestas sobre el interés a aplicar en los contratos de seguros de vida	292
1.3.1. Consideraciones previas	292
1.3.2. Modelización de la incertidumbre del interés técnico en la literatura actuarial	294
1.3.3. Propuestas para la determinación del tipo (los tipos) a aplicar en el cálculo de la prima de un seguro de vida	297
1.3.3.1. <i>Propuestas para la determinación de un tipo de interés único</i>	297
1.3.3.2. <i>Propuestas para la utilización de un tipo de interés variable</i>	303
1.3.3.3. <i>Utilización de tipos de interés con periodicidad inferior al año</i>	306
1.3.3.4. <i>Intervalo esperado y valor esperado del factor de actualización</i>	307
1.4. Formulación del principio de equivalencia estático en el supuesto de interés incierto	310
1.5. Enfoque borroso estocástico en la valoración de los seguros de vida	314
1.5.1. Un breve análisis del enfoque estocástico en la valoración actuarial	314
1.5.2. Enfoque borroso estocástico en la valoración de los seguros de vida y utilización de variables borroso aleatorias	315
CAPÍTULO 2: ANÁLISIS DE LAS PRINCIPALES ESTRUCTURAS ACTUARIALES CON CERTEZA EN EL TIPO DE INTERÉS DE VALORACIÓN	319
2.1. Capital de fallecimiento	320
2.2. Capital de supervivencia	320
2.3. Seguro inmediato de vida entera	321
2.4. Seguro inmediato temporal	322
2.5. Seguro mixto o endowment	322
2.6. Rentas vitalicias anticipadas	323
2.7. Rentas temporales anticipadas	325
2.8. Análisis del comportamiento de los momentos representativos del valor actual de las diferentes estructuras actuariales respecto al tipo de interés de valoración	327
CAPÍTULO 3. ANÁLISIS DE LAS PRINCIPALES ESTRUCTURAS ACTUARIALES CON EL TIPO DE INTERÉS ESTIMADO A TRAVÉS DE NÚMEROS BORROSOS	335
3.1. Consideraciones generales y metodología	335
3.2. Capital de fallecimiento	338
3.2.1. Planteamiento general	338
3.2.2. Análisis cuando el tipo de interés es un número borroso constante	340

3.2.3. Análisis cuando el tipo de interés es un número borroso constante y triangular	342
3.2.4. Aplicación numérica	344
3.3. Capital de supervivencia	348
3.3.1. Planteamiento general	348
3.3.2. Análisis cuando el tipo de interés es un número borroso constante	350
3.3.3. Análisis cuando el tipo de interés es un número borroso constante y triangular	351
3.3.4. Aplicación numérica	353
3.4. Seguro vida entera	357
3.4.1. Planteamiento general	357
3.4.2. Análisis cuando el tipo de interés es un número borroso constante	358
3.4.3. Análisis cuando el tipo de interés es un número borroso constante y triangular	362
3.4.4. Aplicación numérica	363
3.5. Seguro temporal	366
3.5.1. Planteamiento general	366
3.5.2. Análisis cuando el tipo de interés es un número borroso constante	368
3.5.3. Análisis cuando el tipo de interés es un número borroso constante y triangular	369
3.5.4. Aplicación numérica	370
3.6. Seguro mixto o endowment	372
3.6.1. Planteamiento general	372
3.6.2. Análisis cuando el tipo de interés es un número borroso constante	374
3.6.3. Análisis cuando el tipo de interés es un número borroso constante y triangular	375
3.6.4. Aplicación numérica	376
3.7. Renta vitalicia anticipada	379
3.7.1. Planteamiento general	379
3.7.2. Análisis cuando el tipo de interés es un número borroso constante	381
3.7.3. Análisis cuando el tipo de interés es un número borroso constante y triangular	382
3.7.4. Aplicación numérica	383
3.8. Renta temporal anticipada	388
3.8.1. Planteamiento general	388
3.8.2. Análisis cuando el tipo de interés es un número borroso constante	390
3.8.3. Análisis cuando el tipo de interés es un número borroso constante y triangular	391
3.8.4. Aplicación numérica	392

CAPÍTULO 4: FIJACIÓN DE LAS PRIMAS Y ANÁLISIS DE LA VARIABLE BORROSO ALEATORIA PÉRDIDA PARA DIVERSAS MODALIDADES DE ESTRUCTURAS ACTUARIALES BAJO LA HIPÓTESIS DE UN ÚNICO ASEGURADO EN CARTERA 399

4.1. Planteamiento general	399
4.1.1. Consideraciones previas	399
4.1.2. Determinación de la prima pura única	400
4.1.3. Determinación de la función de distribución y los cuantiles de la variable borroso aleatoria pérdida si se cobra la prima pura única y determinación del recargo a aplicar para carteras de un único asegurado	402
4.2. Análisis del capital de fallecimiento con vencimiento en el año actual	407
4.2.1. Determinación de la prima pura única	407
4.2.2. Análisis de la función de distribución y los cuantiles de la variable borroso aleatoria pérdida si se cobra la prima pura única	407
4.2.3. Determinación de las primas cuando el interés de valoración vienen dado a través de un único número borroso triangular a lo largo de todo el contrato	408
4.2.4. Aplicación numérica	409
4.3. Análisis del seguro de capital diferido	413
4.3.1. Determinación de la prima pura única	413

4.3.2. Análisis de la función de distribución y los cuantiles de la variable borroso aleatoria pérdida si se cobra la prima pura única	414
4.3.3. Determinación de las primas cuando el interés de valoración vienen dado a través de un único número borroso triangular a lo largo de todo el contrato	415
4.3.4. Aplicación numérica	416
4.4. Análisis del seguro de vida entera	420
4.4.1. Determinación de la prima pura única	420
4.4.2. Análisis de la función de distribución y los cuantiles de la variable borroso aleatoria pérdida si se cobra la prima pura única	421
4.4.3. Determinación de las primas cuando el interés de valoración vienen dado a través de un único número borroso triangular a lo largo de todo el contrato	422
4.4.4. Aplicación numérica	423
4.5. Análisis del seguro temporal	426
4.5.1. Determinación de la prima pura única	426
4.5.2. Análisis de la función de distribución y los cuantiles de la variable borroso aleatoria pérdida si se cobra la prima pura única	427
4.5.3. Determinación de las primas cuando el interés de valoración vienen dado a través de un único número borroso triangular a lo largo de todo el contrato	428
4.5.4. Aplicación numérica	430
4.6. Análisis del seguro mixto	433
4.6.1. Determinación de la prima pura única	433
4.6.2. Análisis de la función de distribución y los cuantiles de la variable borroso aleatoria pérdida si se cobra la prima pura única	433
4.6.3. Determinación de las primas cuando el interés de valoración vienen dado a través de un único número borroso triangular a lo largo de todo el contrato	435
4.6.4. Aplicación numérica	437
4.7. Análisis de las rentas vitalicias anticipadas	440
4.7.1. Determinación de la prima pura única	440
4.7.2. Análisis de la función de distribución y los cuantiles de la variable borroso aleatoria pérdida si se cobra la prima pura única	441
4.7.3. Determinación de las primas cuando el interés de valoración vienen dado a través de un único número borroso triangular a lo largo de todo el contrato	442
4.7.4. Aplicación numérica	445
4.8. Análisis de las rentas temporales anticipadas	447
4.8.1. Determinación de la prima pura única	447
4.8.2. Análisis de la función de distribución y los cuantiles de la variable borroso aleatoria pérdida si se cobra la prima pura única	448
4.8.3. Determinación de las primas cuando el interés de valoración vienen dado a través de un único número borroso triangular a lo largo de todo el contrato	450
4.8.4. Aplicación numérica	454
CAPÍTULO 5: FIJACIÓN DE LA PRIMA ÚNICA Y ANÁLISIS DE LA VARIABLE BORROSO ALEATORIA PÉRDIA A TRAVÉS DE LA TEORÍA CLÁSICA DEL RIESGO	457
5.1. Consideraciones generales y metodología	457
5.2. Análisis de la función de distribución de la variable borroso aleatoria pérdida para una cartera de pólizas idénticas tras haberse cobrado la prima pura única	462
5.3. Fijación del recargo de seguridad para conseguir un nivel de solvencia dado por el asegurador	465
5.4. Aplicaciones numéricas	467

CAPÍTULO 6: FIJACIÓN DE LA PRIMA ÚNICA Y ANÁLISIS DE LA VARIABLE BORROSO ALEATORIA PÉRDIDA UTILIZANDO SIMULACIÓN ESTOCÁSTICA	473
6.1. Consideraciones generales y metodología	473
6.2. Determinación mediante simulación estocástica de la variable borroso aleatoria pérdida para todo el colectivo tras cobrarse la prima pura	476
6.3. Análisis de la función de distribución de la variable borroso aleatoria pérdida para una cartera de pólizas idénticas tras haberse cobrado la prima pura única. Fijación del recargo de seguridad.	481
6.4. Aplicaciones numéricas	482
CONCLUSIONES	487
1. CONCLUSIONES PROPIAS DE LA TESIS	489
2. CONCLUSIONES PROYECTIVAS DE LA TESIS	500
BIBLIOGRAFÍA	503