



ESTRATÈGIES DE RESOLUCIÓ DE PROBLEMES  
MATEMÀTICS: INCIDÈNCIA DE L'ÚS DEL FOLI DE  
CÀLCUL EN L'ENSENYAMENT/APRENTENTATGE  
DE LA PROPORCIONALITAT

MANOLI PIFARRÉ TURMO

1999

---

## 2n. Bloc de Continguts: Proporcionalitat geomètrica

---

Aquest segon bloc de contingut està format pel tema 3: Figures iguals o semblants?

La proposta didàctica inicia el treball del contingut de la proporcionalitat amb un bloc de continguts que pretén que l'alumne construeixi les relacions numèriques que s'estableixen en situacions proporcionals a partir de la manipulació de material geomètric senzill.

Aquesta decisió es fonamenta, en primer lloc, en els estudis realitzats per Piaget i Inherder (1951) sobre la interpretació de l'espai pel nen, en els quals ja s'estableixen interrelacions entre el raonament proporcional numèric amb la identificació de figures semblants en l'espai. En segon lloc, nombrosos projectes d'ensenyament/aprenentatge del concepte de la proporcionalitat parteixen de la manipulació de figures i objectes semblants propers als alumnes com una eina que afavoreix la construcció significativa del concepte de la proporcionalitat. (Fiol i Fortuny, 1990; Luengo, 1990; Behr et al. 1992, entre altres).

### a) Objectius:

Un dels objectius principals d'aquest bloc de continguts és que l'alumne descobreixi les relacions numèriques de proporcionalitat que s'estableixen en les diferents variables que formen les figures geomètriques semblants.

El segon objectiu d'aquest bloc de continguts és que l'alumne aprengui a utilitzar les estratègies multiplicatives de càlcul de l'operador funcional com a les més adequades per indentificar i construir figures i objectes semblants.

### b) Tipus d'activitats:



Les activitats d'aquest bloc de continguts no utilitzen el full de càlcul per a la seva realització. Es dissenyen quatre tipus d'activitats diferents amb els següents característiques:

- i) Activitats en què l'alumne ha d'identificar dibuixos i figures geomètriques semblants i raonar matemàticament les relacions numèriques de semblança que s'hi poden establir.
- ii) Activitats de construcció de figures geomètriques semblants.
- iii) Càlcul de les mesures dels costats de figures geomètriques semblants en què es desconeix el valor d'alguns dels seus costats.
- iv) Resolució de problemes de la vida diària en què es dibuixa una situació de semblança de figures geomètriques (longitud alçada d'un objecte i l'alçada de la seva ombra d'un objecte, mesura d'alçades d'edificis...).

---

### **3r. Bloc: Proporcionalitat numèrica i percentatge.**

---

Aquest tercer bloc de continguts està format pel tema 4: Proporcionalitat numèrica, i pel tema 5: Calculem percentatges.

Un cop l'alumne ha manipulat i esbrinat les relacions numèriques que existeixen entre dibuixos i objectes semblants es pretén que aquest generalitzi els aprenentatges assolits a diferents situacions de la vida quotidiana en què estan implicades magnituds proporcionals.

#### **a) Objectius:**

Un dels objectius principals d'aquest bloc de continguts és que l'alumne desenvolupi procediments d'observació matemàtica, de manipulació numèrica de dades i de reflexió sobre les relacions numèriques que es poden establir entre

aquestes dades, com un mitjà per descobrir i reconèixer les relacions numèriques de proporcionalitat que s'estableixen en les diferents variables que formen una situació problema.

El segon objectiu d'aquest bloc de continguts és que l'alumne consolidi l'ús de les estratègies multiplicatives de càlcul de l'operador funcional com les més adequades per resoldre situacions de proporcionalitat que es presenten en la vida quotidiana.

b) Tipus d'activitats:

Per aconseguir els objectius generals d'aquest bloc de continguts es dissenyen quatre tipus d'activitats amb les següents característiques:

i) Manipulació guiada de les dades introduïdes en un full de càlcul i que representen una situació problema de la vida quotidiana sobre proporcionalitat. L'alumne ha de trobar la relació de proporcionalitat que regula les diferents magnituds de la situació problema.

Aquesta tipologia d'activitats afavoreix que l'alumne observi, reflexioni i esbrini les relacions que es poden establir en unes dades numèriques i que formulin hipòtesis sobre les regles matemàtiques que regeixen aquestes situacions de proporcionalitat.

En aquesta tipologia d'activitats s'introdueixen, a partir de la reflexió i anàlisi de les estratègies específiques de resolució que presenten els alumnes, l'ús de l'estratègia de l'operador funcional del tant per u, com la més significativa per a la resolució de les situacions de la vida quotidiana sobre proporcionalitat.

ii) Resolució de problemes sobre proporcionalitat directa i de tipologia d'incògnita. Es presenta a l'alumne diferents situacions referides a la vida

quotidiana i properes al nen on hi falten valors numèrics que l'alumne ha de trobar i completar.

L'alumne en aquesta tipologia d'activitats, mitjançant la manipulació numèrica de les dades afavorida per l'ús del full de càlcul, aplica i comprova la veracitat de les conclusions extretes en l'anterior tipologia d'activitats, sobre les regles que regulen les magnituds numèriques en les situacions sobre proporcionalitat, i consolida i generalitza l'ús de les estratègies de l'operador funcional com a les més adequades per resoldre les diferents situacions problema presentades.

iii) Resolució de problemes de proporcionalitat directa i de tipologia de comparació. En aquesta tipologia d'activitats l'alumne ha d'identificar entre un conjunt de dades numèriques, les que són equivalents (proporcionals).

Aquesta tipologia d'activitats comporta una major dificultat per l'alumne que les anteriors, en primer lloc, ha d'aplicar estratègies per esbrinar les relacions entre les dades i, en segon lloc, ha de trobar estratègies per comparar les dades i decidir si són iguals o diferents.

L'ús del full de càlcul per resoldre aquestes activitats afavoreix que l'alumne centri la seva activitat cognitiva en la cerca i aplicació de les estratègies més idònies per resoldre la tasca, ja que es tracta d'un entorn que facilita la manipulació numèrica de les dades, eliminant la feixuga càrrega que representa per l'alumne realitzar càlculs numèrics.

A més a més, aquesta facilitat de manipulació numèrica que aporta a l'alumne el full de càlcul el pot ajudar a entendre relacions de proporcionalitat complexes entre les dades, com són les relacions majors de tres o les irreductibles.

iv) Activitats on l'alumne ha d'identificar les situacions matemàtiques sobre percentatge com a situacions de proporcionalitat directa i generalitzar l'ús de les



estratègies específiques de resolució de problemes de proporcionalitat treballades anteriorment, per resoldre les situacions problema sobre percentatge.

c) Característiques de la proposta didàctica que no utilitza el full de càlcul.

Els objectius i les característiques de les activitats d'aquest bloc de continguts són els mateixos que els exposats per la proposta didàctica que utilitza el full de càlcul. En aquest cas, les dades i les situacions problema es presenten a l'alumne en un quadre de doble entrada en què s'organitza tota la informació, tant les dades del problema com les relacions de proporcionalitat que l'alumne calcula.

---

**4rt. Bloc: La resolució de problemes**

---

L'últim bloc de continguts està format pel tema 6: Resolem problemes.

En els anteriors blocs de continguts hem explicat com es vol promoure que l'alumne desenvolupi el raonament proporcional en situacions limitades i molt particulars (geometria, situacions quotidianes senzilles, percentatge), com es propicia que l'alumne esbrini les relacions numèriques que s'estableixen entre les variables, i apliqui, perfeccioni i amplii, mitjançant una instrucció planificada, les estratègies de resolució adquirides de manera intuïtiva i espontània en la vida diària.

En aquest últim bloc de continguts, es proporciona a l'alumne un ampli ventall de situacions i contextos de la vida quotidiana on poder utilitzar els aprenentatges realitzats en els anteriors blocs de contingut. L'objectiu de la resolució d'aquests problemes és que l'alumne estableix ponts d'unió entre les estratègies treballades a l'aula i les situacions problema de la vida diària que afavoreixin la transferència dels procediments de resolució de problemes a altres contextos (Schliemann i Carraher, 1992).

a) Objectius:

Aprenentatge d'estratègies generals de resolució de problemes matemàtics.

Consolidació i generalització de les estratègies de resolució específiques de problemes sobre proporcionalitat a tipologies de problemes més complexos, vinculats a situacions i contextos de la vida quotidiana de l'alumne.

b) Tipus d'activitats:

Aquest bloc d'activitats està format per 10 problemes de la vida quotidiana sobre el contingut de la proporcionalitat directa (concretat amb el contingut del percentatge) i amb les següents característiques referents a la tipologia dels problemes (Barberà, 1996; Vergnaud, 1983):

i) Els problemes presenten situacions problemàtiques àmplies, vinculades a l'entorn quotidià del nen i que impliquen la recerca d'un procés de resolució; per contestar la pregunta plantejada en els problemes és necessari l'articulació de diferents procediments de resolució, tant generals com específics del contingut de la proporcionalitat.

ii) El nombre de dades numèriques aportades en l'enunciat del problema són sempre suficients per poder resoldre'l.

iii) Les característiques de la sintaxi de l'enunciat del problema són:

\* La mida de l'enunciat és relativament gran.

\* El vocabulari fa referència a conceptes de la vida diària que poden ser desconeguts per l'alumne. El professor abans d'iniciar la resolució explica el conceptes que hi ha implicats en l'enunciat del problema, per exemple: IVA, consum de gas, préstecs bancaris....

- \* La pregunta del problema es situa normalment al final de l'enunciat.
- \* La mida dels números sol ser gran i amb l'existència de números decimals.
- \* El tipus d'enunciat és simbòlic-numèric, les dades numèriques es solen presentar en quadres i diagrames.
- \* El tipus de resposta a la que s'ha d'arribar és numèrica i escrita, l'alumne ha de valorar sempre les dades a les que arriba en funció de la situació problema plantejada, per exemple: valorar quin producte d'una botiga està més rebaixat, quin banc ofereix més bones condicions de préstec hipotecari, com es pot reduir la factura de telèfon d'una família...
- \* El format de resposta és tancada pel que fa a la resposta numèrica i oberta pel que fa a la valoració i ús que en faria l'alumne si es trobés en aquella situació.

iv) Referent a les característiques dels problema sobre el contingut de la proporcionalitat directa, els problemes presenten una tipologia mixta: d'incògnita i de comparació. Es tracta, doncs de problemes complexos que en tots ells està immers, en major o menor mesura la comparació de dades que comporten una gran dificultat de resolució pels alumnes. La dificultat dels problemes de comparació rau en què l'alumne per comparar dades, en primer lloc, ha de buscar una estratègia per buscar les relacions que hi ha entre les dades numèriques; en segon lloc, ha de buscar estratègies i criteris per comparar les relacions trobades i finalment, ha de decidir si són iguals, diferents, majors, menors... en funció de la pregunta del problema (Noelting, 1980; Vergnaud,1983).



Els 10 problemes han estat graduats, a priori, en funció de la seva dificultat i tenint en compte les següents variables: la dificultat i el nombre de càlculs matemàtics per arribar a la solució, la dificultat de la comparació i l'anàlisi de les dades per respondre a les preguntes del problema ( Ben-Chaim, *et al.*, 1998) i la dificultat de comprensió dels conceptes de l'enunciat del problema. S'han classificat els 10 problemes d'aquest bloc de continguts en dos graus de dificultat amb les següents característiques:

Dificultat 1:

En aquest primer agrupament, es troben els problemes amb una tipologia fonamentalment d'incògnita i amb una comparació senzilla de dades, es demana a l'alumne que compari les dades donades prèviament en l'enunciat del problema o les calculades per l'alumne en la primera part del problema. En aquest primer grau de dificultat, l'alumne no ha de buscar una estratègia específica per buscar la relació entre les dades i poder comparar-les. La situació referida a un problema quotidià és senzilla i el nombre de dades que s'han de calcular també.

Aquest primer grau de dificultat està format pels problemes:

**0: La compra setmanal.** Aquest primer problema és introductori, no és calculat pels alumnes sinó que serveix al professor per modelar l'ús de la guia de pensament i del full de càlcul per resoldre el problema.

**1: L'augment de preu del mes de gener.**

**2: La factura de la llum.**

**3: La factura del telèfon.**

**4: Quan cobres?**

**5. Cost diari d'un cotxe: Quina ruïna!**

## Dificultat 2

En aquest segon agrupament, els problemes tenen dues parts diferenciades en què l'alumne ha de realitzar accions diferents. En la primera part, el problema presenta una tipologia fonamentalment d'incògnita i en la segona part, el problema presenta una tipologia de comparació complexa de dades, l'alumne ha de buscar una estratègia específica per buscar la relació entre les dades i poder comparar-les.

Els problemes d'aquest segon grau de dificultat presenten una situació referida a un problema quotidià més complex, i les estratègies de càlcul i el número de dades a trobar, també són més complexes.

Aquest segon grau de dificultat està format pels problemes:

- 6: Quan costava i quan costa.**
- 7: El cost de la vida!**
- 8: Fem una festa.**
- 9. Comprar un cotxe. Una gran decisió!**
- 10. Decidim un préstec.**

### c) Característiques de la proposta didàctica que no utilitza el full de càlcul.

Els objectius i la tipologia dels problemes presentats en la proposta didàctica que no utilitza el full són els mateixos. En aquest cas, s'ha reduït el nombre de dades numèriques dels diferents enunciats, amb l'objectiu de no fer molt feixuga la resolució dels problemes i desmotivar als alumnes amb la realització de càlculs matemàtics molt llargs.

El guiatge del procés de resolució i les estratègies d'ensenyament utilitzades pel professor són les mateixes per als dos grups d'alumnes, les característiques de les quals presentem en el proper apartat.

### ***3.3.3.2. El procés d'ensenyament/aprenentatge d'estratègies de resolució de problemes***

Com hem detallat anteriorment, els problemes que formen part del tema 6 de les dues propostes didàctiques presenten una situació quotidiana complexa, amb una gran quantitat de dades i que requereixen que l'alumne seleccioni i coordini diferents procediments de resolució. Per aconseguir que els alumnes resolguin amb èxit aquests problemes, s'ha dissenyat un procés d'ensenyament/aprenentatge que guia el procés de resolució dels alumnes i afavoreix l'aprenentatge d'estratègies generals de resolució de problemes: estratègies de planificació, de regulació i d'avaluació del procés de resolució.

El procés d'ensenyament/aprenentatge dissenyat per a les dues propostes didàctiques consta de tres elements: a) un full de pensament que guia a l'alumne en l'aprenentatge d'estratègies de planificació, de regulació i d'avaluació rellevants per resoldre problemes complexos amb l'ús i sense l'ús del full de càlcul; b) l'ús per part del professor de les estratègies d'ensenyament de modelatge i d'autointerrogació i c) disseny d'un context que afavoreix la resolució de problemes de manera col·laborativa entre parelles d'alumnes.

#### ***3.3.3.2.1. El full de pensament***

El full de pensament ha estat dissenyat per ser un ajut extern que l'alumne utilitza mentre resol un problema i que pretén guiar el seu procés de resolució. En aquests fulls es plantegen interrogants, indicacions i suggeriments que obliguen a

l'estudiant a pensar sobre diferents aspectes del seu procés de resolució. Concretament, davant la resolució d'un problema, la guia fa reflexionar als alumnes sobre la necessitat d'aprendre i realitzar estratègies per: a) entendre el problema; b) pensar un pla de resolució; c) organitzar les dades i el pla de resolució; d) posar en marxa el pla de resolució i resoldre el problema, i e) avaluar el problema.

En síntesi, la guia de pensament ha estat dissenyada per enriquir l'activitat per resoldre problemes amb un treball explícit de diferents procediments i estratègies per abordar i resoldre problemes matemàtics. Així la guia pretén aconseguir:

- a) Que els alumnes coneguin i siguin conscients dels diferents procediments necessaris per afrontar la resolució d'un problema (la importància d'entendre la situació inicial del problema, de planificar el procés, de com pot conèixer si està responent a les demandes del problema, de regular i avaluar la validesa de les accions que està portant a terme per aconseguir l'objectiu del problema...).
- b) Que els alumnes apliquin aquests procediments en la resolució de problemes referits a situacions reals i que els vagin interioritzant.
- c) Que els alumnes reflexionin sobre les diferents condicions que aconsellen l'ús d'un procediment o un altre, sobre quines repercussions en la resolució del problema té l'ús d'aquest procediment (quan s'ajusta a la demanda del problema i quan no, quan no és adequat...), i, així, aconseguir que els procediments apresos siguin transferibles i funcionals en la resolució d'altres tipus de problemes matemàtics.

Tant el grup experimental com el grup control resolen els problemes realitzant les accions que es suggereixen en la guia de pensament. La guia s'estructura en cinc fases o moments amb les següents característiques:

i) Entendre el problema.

Aquest primer grup de suggeriments tenen com a objectiu facilitar un bon grau d'anàlisi, comprensió i representació de la situació inicial i final del problema. En aquest apartat es demana a l'alumne que expliciti els objectius del problema, les dades que l'enunciat aporta per a la seva resolució i les principals dades que desconeix i que ha de poder obtenir per resoldre satisfactòriament el problema.

ii) Fer un pla

Aquest segon grup d'ajuts proposen a l'alumne la reflexió sobre com organitzar i dissenyar un pla de resolució que li permeti aconseguir els objectius del problema amb l'ús del full de càlcul. En aquest apartat, es demana primer a l'alumne que, en llenguatge planer (no matemàtic), perfili les principals línies d'acció a seguir per resoldre el problema.

iii) Organitzar les dades i el pla de resolució.

Un cop l'alumne té clar les principals accions a realitzar per resoldre el problema, es demana que les representi en una estructura simbòlica de quadre de doble entrada i utilitzant llenguatge matemàtic. L'alumne ha de representar tota la informació que ha anat descobrint en les anteriors apartats: dades que coneix, dades que desconeix, algorismes que utilitzarà, entre altres; en una taula de doble entrada.

Quatre són els motius que fonamenten l'elecció de representar i organitzar la informació del problema en una taula de doble entrada:

- a) En primer lloc, és una estratègia molt útil per resoldre un gran nombre de problemes, tant de tipus algorísmic com de tipus heurístic, ja que es tracta d'una estratègia molt visual i que permet, en un espai reduït i visual, representar les relacions d'un gran nombre d'informació.

- b) En segon lloc, la informació representada en una taula permet treballar processos tant importants per la resolució del problema com: l'observació, la comparació i l'anàlisi de dades numèriques, la representació lògico-matemàtica de les dades del problema, l'avaluació i detecció d'errors, entre els més importants.
- c) En tercer lloc, la representació d'informació numèrica en una taula és una estratègia molt utilitzada per representar informació en altres àrees curriculars, com per exemple: les ciències naturals i socials. Però, també és una estratègia molt utilitzada fora de l'escola, principalment en els mitjans de comunicació, tant premsa escrita com televisió. La generalització en l'ús d'aquest tipus d'organització de dades i la dificultat que presenten els alumnes en la lectura i maneig d'aquest tipus d'informació, justifica el disseny de situacions d'ensenyament/aprenentatge específiques.
- d) En quart lloc, l'organització de la informació en un quadre de doble entrada és la manera com el programa informàtic del full de càlcul organitza i manipula la informació numèrica.

iv) Resoldre el problema

L'objectiu dels suggeriments d'aquest apartat és el de guiar la regulació i control del procés mentre s'està resolen el problema. Aquest apartat proporciona a l'alumne un conjunt de preguntes que aquest es pot fer mentre resol el problema, amb l'objectiu de contrastar si els diferents subresultats que va obtenint són adequats i van en la línia de la seva planificació.

Aquestes preguntes i reflexions permetran a l'alumne anar incorporant estratègies de control i regulació del propi procés de manera gradual.

v) Avaluar el problema

Aquest últim apartat del full de pensament té dos objectius, en primer lloc, facilitar la detecció de possibles errors en el procés de resolució, i en segon lloc, facilitar la valoració del procés i posterior optimització.

Per aconseguir el primer objectiu es suggereix que l'alumne utilitzi l'estratègia de traducció a un llenguatge gràfic dels resultats i del procés de resolució. L'ús del full de càlcul permet a l'alumne representar la informació del full amb altres llenguatges molt més senzills d'interpretar i de revisar que el llenguatge matemàtic. Un cop representades les dades en un gràfic, l'alumne pot valorar si són lògiques i segueixen l'evolució dels objectius plantejats en l'enunciat del problema, i detectar algun error que el porti a revisar les accions matemàtiques que ha realitzat.

Per aconseguir el segon objectiu es suggereix buscar altres maneres de resoldre el problema. Aquesta estratègia pot ajudar a l'alumne bé a trobar altres vies de solucionar el problema més eficaces o bé, el pot ajudar a justificar que el pla d'acció seguit és el més adequat.

*3.3.3.2.2. Les estratègies d'ensenyament utilitzades pel professor*

En el nostre treball, el professor no és només l'ensenyant d'un concepte matemàtic, sinó que també és el transmissor d'unes actituds, creences i manera d'entendre el coneixement matemàtic. En aquest sentit, considerem que és molt important que el mestre, amb la seva actuació, atorgui una gran importància a l'anàlisi i reflexió dels procediments matemàtics que utilitza per resoldre problemes i creï espais de discussió i reflexió sobre els processos de resolució de problemes utilitzats pels alumnes com una eina molt vàlida perquè l'alumne observi, analitzi, identifiqui i millori el propi procés de resolució (Post, *et al.*, 1988), un dels principals objectius de la proposta didàctica.



El paper del mestre ocupa un espai molt important en el disseny de la nostra proposta didàctica, per aquest motiu, el mestres que participen en la investigació reben un període de formació en què es treballen els diferents rols a desenvolupar durant les sessions d'aula per aconseguir els objectius educatius de la proposta didàctica.

La metodologia utilitzada pel professor s'ha basat, fonamentalment, en l'ús de les quatre estratègies següents.

a) Partir dels coneixements previs dels alumnes sobre el procés de resolució de problemes.

A l'inici del tema el professor dedica uns minuts a esbrinar si els alumnes són conscients i coneixen els procediments que posen en marxa per resoldre problemes de matemàtiques. El professor fa preguntes i anota a la pissarra els diferents procediments que els alumnes comenten.

b) Instrucció directa: introducció de la guia per pensar i resoldre problemes. El professor i el grup classe llegeixen la guia per pensar i resoldre problemes. S'estableix un diàleg amb tots els alumnes per valorar, d'una banda, els procediments que la guia suggereix i que els alumnes ja realitzen i, d'altra banda, la conveniència i la utilitat de realitzar els procediments que la guia suggereix i que els alumnes no realitzen.

c) Instrucció guiada: modelatge per part del professor sobre com utilitzar la guia com ajut per pensar i resoldre un problema.

En primer lloc, el professor explica com pensar i com resoldre un problema amb el full de càlcul i la guia "pensem el problema". Amb l'ajut d'un retroprojector, el professor té en transparència l'enunciat del problema i la guia de resolució.

Davant dels alumnes, i escrivint a sobre de la transparència, el professor pensarà (seguint la guia) el problema (llegeix el problema i subratlla les dades més importants, planifica el problema tot contestant les preguntes de la guia de pensament).

El professor amb aquesta acció ha d'explicitar davant els alumnes: què faig per pensar el problema? I, per què faig cadascuna de les accions).

Durant la planificació el professor aprofita per repassar els conceptes matemàtics que treballa el problema, com per exemple, l'augment de preus o el percentatge.

En segon lloc, un cop ha planificat el problema, es posa a resoldre'l a l'ordinador amb el full de càlcul. L'ordinador que utilitza el professor està connectat a una pantalla de TV amb l'ajut d'un T-Bencoder<sup>4</sup> per tal que les alumnes puguin seguir tot el procés de resolució.

Mentre el professor resol el problema va repassant el funcionament del full de càlcul (com introduir dades, fórmules, necessitat d'escriure variables, entre altres).

En tercer lloc, i un cop resolt el problema, el professor l'avalua amb l'ajut d'un gràfic. El professor ensenya als alumnes a llegir un gràfic, a veure si les dades evolucionen com proposava l'enunciat i les condicions del problema. És important que en tot moment el professor deixi veure als alumnes com pensa el problema, com el resol amb el full de càlcul i perquè fa cadascuna de les accions.

---

<sup>4</sup> El T-BENCODER és eina de molt fàcil ús que tots els instituts tenen dins de l'aula d'informàtica, fa la funció d'un aparell de vídeo. En aquest cas, passa a la pantalla de la TV tot allò que es veu en la pantalla de l'ordinador, i permet que un grup d'alumnes pugui seguir que es fa amb l'ordinador.

d) Instrucció guiada: resolució del problema dels alumnes amb el modelatge i guiatge (amb preguntes) del professor durant la resolució. El professor i els alumnes resolen conjuntament un problema

En primer lloc, el professor dona a cada parella una guia de resolució, i dona consignes perquè llegeixin i subratllin l'enunciat del problema. Cada parella llegeix el problema i subratlla les dades més destacades.

En segon lloc, el professor conjuntament amb els alumnes pesen i planifiquen el problema. El professor, en aquest moment, utilitza el retroprojector i el diàleg-formulació de preguntes als alumnes. El professor fa preguntes com: què ens demana el problema?, quines dades tenim?, com les podem expressar en forma d'etiqueta per una fil·la o columna del full de càlcul?, com organitzem el full de càlcul?, entre altres.

El professor té la guia de resolució en transparència i escriu el que els alumnes li diuen en cadascun dels apartats fruit de la discussió i el diàleg dirigit pel mestre. No es tracta que el professor ho faci tot, sinó que amb l'ajut de preguntes els alumnes vagin responnent a les preguntes de la guia. El professor ho anota en la transparència i els alumnes en la seva guia. En aquesta fase es planifica el problema i es dissenya les diferents files i columnes del full de càlcul.

En tercer lloc, els alumnes resolen el problema. El professor observa la resolució dels alumnes i els qüestiona sobre diferents aspectes del procés de resolució.

Finalment, es realitza l'avaluació i la correcció de la resolució del problema. Amb l'ajut del T-BENCODER s'analitza el procés de resolució d'una parella d'alumnes.

L'avaluació del problema és el moment en què els alumnes valoren les avantatges i inconvenients de seguir unes determinades estratègies, d'organitzar el full de càlcul d'una manera i no d'una altra, contrasten la seva validesa i es crea una discussió

sobre el procés de resolució. El fil conductor que guia el procés d'avaluació és que hi ha diferents camins per resoldre un problema i cal valorar quins són els més adequats.

La instrucció guiada tal i com s'ha exposat es realitza en la resolució dels primers problemes. En els següents problemes no es realitza la planificació conjunta de grup classe i professor, sinó que cada parella treballa de manera autònoma. Ara bé, en tots els problemes es realitza l'avaluació conjunta de tot el grup classe del procés de resolució seguit per una parella d'alumnes.

#### *3.3.3.2.3. Aprenentatge cooperatiu: el context col·laboratiu entre els alumnes durant el procés de resolució*

La resolució de tots els problemes del crèdit es realitza sempre en parelles i es propicia un treball col·laboratiu entre els dos alumnes amb els següents accions:

- Els alumnes resolen el problema conjuntament amb un ordinador i amb un full de pensament.
- El professor emfatitza la necessitat de pensar conjuntament les diferents fases de resolució de problemes.
- Durant la correcció d'un problema hi participen els dos membres de la parella, explicant conjuntament com han pensat i resolt el problema

#### **3.3.4. Quarta fase: realització de les proves d'avaluació final als dos grups d'alumnes. Post-test**

La prova post-test ha consistit en la resolució de 7 problemes amb característiques similars als realitzats en la prova pre-test.

En la prova post-test, i amb l'objectiu d'avaluar l'impacte de l'ús del full de càlcul en la resolució de problemes i comparar-lo amb l'ús d'altres eines simbòliques, com és la calculadora, s'han resolt dos problemes de la prova amb l'ús del full de càlcul per part dels alumnes del grup experimental, i amb l'ús de la calculadora per part dels alumnes del grup control.

### **3.4. Unitats d'anàlisi i instruments de mesura**

El procés d'investigació té com a objectiu analitzar i contrastar l'impacte de les tres variables independents en el resultat i en el procés de resolució de problemes sobre el contingut matemàtic de la proporcionalitat.

Per aconseguir aquest objectiu es dissenyen dos instruments d'anàlisi que recullen dades sobre el rendiment i les característiques del procés de resolució de problemes dels alumnes en funció de les tres variables independents del nostre estudi: context d'aprenentatge, professor i tipus de parella.

#### **3.4.1. Variable dependent 1: avaluació del resultat de l'aprenentatge**

L'objectiu de l'avaluació d'aquesta variable dependent és el de recollir dades quantitatives sobre el nivell d'aprenentatge assolit pels diferents grups d'alumnes que han rebut una instrucció diferenciada.

L'avaluació del rendiment assolit pels diferents grups d'alumnes en la resolució de problemes sobre proporcionalitat es realitza mitjançant dues proves escrites que consten de diferents problemes sobre el contingut matemàtic. Els alumnes resolen els problemes de la primera prova (pre-test) abans de l'inici del procés

d'aprenentatge, i els de la segona prova, amb característiques similars a la primera, després d'aquest procés (post-test).

**a) Característiques de l'instrument d'avaluació.**

S'elabora una prova d'avaluació pre-test i una altra post-test que tenen com a objectiu conèixer el rendiment dels alumnes en la resolució de problemes sobre el contingut de la proporcionalitat i dels tipus d'incògnita, de comparació o d'incògnita i comparació <sup>5</sup>.

Les dues proves consten de 7 problemes amb diferents nivells de complexitat i diferent tipologia, que s'han de resoldre amb condicions imposades externament també diferents. Les característiques de cada problema es detallen en la taula IV-1.

Les dues proves d'avaluació es realitzen en dues sessions de classe de 60 minuts cadascuna. En una sessió es realitzen els 5 problemes a resoldre individualment, i en una segona sessió es realitzen els 2 problemes en parella.

---

<sup>5</sup> En el capítol III hem descrit les característiques d'aquestes tres tipologies de problemes.

PROBLEMA 1:	Contingut: proporcionalitat. Tipologia: incògnita Resolució: individual i sense l'ús del full de càlcul o calculadora.
PROBLEMA 2:	Contingut: proporcionalitat. Tipologia: incògnita Resolució individual i sense l'ús del full de càlcul o calculadora.
PROBLEMA 3:	Contingut: proporcionalitat. Tipologia: incògnita i comparació. Resolució individual i sense l'ús del full de càlcul o calculadora.
PROBLEMA 4:	Contingut: proporcionalitat. Tipologia: comparació Resolució individual i sense l'ús del full de càlcul o calculadora.
PROBLEMA 5:	Contingut: proporcionalitat. Tipologia: incògnita i comparació. Resolució individual i, en la prova post-test, amb l'ús del full de càlcul o calculadora.
PROBLEMA 6:	Contingut: proporcionalitat. Tipologia: incògnita i comparació. Resolució en parella i, en la prova post-test, amb l'ús del full de càlcul o calculadora.
PROBLEMA 7:	Contingut: numèric. Tipologia: Raonament lògic. Resolució individual i sense l'ús del full de càlcul o calculadora.

Taula IV-1. Característiques dels problemes de les proves pre-test i post-test.



### b) Correcció de les proves

L'avaluació de cada problema es realitza amb una pauta de correcció, on es detallen amb anterioritat al procés de correcció els criteris de puntuació de cada problema.<sup>6</sup> La puntuació màxima que es pot aconseguir en la resolució de cada problema és d'un punt.

Cada alumne obté una puntuació entre 0 i 5 en la resolució dels problemes individualment; i de 0 a 2 en la resolució de problemes en parella.

Per garantir la fiabilitat de la pauta de correcció i de l'avaluació d'aquesta variable dependent, el 25% de les proves són corregides per un sistema de dos jutges. L'anàlisi estadística dels resultats obtinguts pels dos jutges s'ha realitzat mitjançant la prova estadística de correlació de Pearson. La fiabilitat entre els dos jutges ha estat en tots els problemes molt alta, com es detalla en la taula IV-2

Prova	Problema	Correlació Pearson
PRE-TEST	PROBLEMA 1	1,00
	PROBLEMA 2	,970
	PROBLEMA 3	1,00
	PROBLEMA 4	,862
	PROBLEMA 5	1,00
	PROBLEMA 6	,949
	PROBLEMA 7	,973

---

<sup>6</sup> En l'annex 2 es presenten les proves pre-test i post-test, així com els criteris de correcció de cada problema.

Prova	Problema	Correlació Pearson
POST-TEST	PROBLEMA 1	,970
	PROBLEMA 2	1,00
	PROBLEMA 3	,955
	PROBLEMA 4	,929
	PROBLEMA 5	,922
	PROBLEMA 6	,956
	PROBLEMA 7	1,00

Taula IV-2: Fiabilitat en la correcció entre jutges dels diferents problemes de les proves d'avaluació pre-test i post-test.

### 3.4.2. Variable dependent 2: avaluació de l'activitat cognitiva i social del procés de resolució de problemes

Aquesta variable dependent pretén analitzar les característiques del procés de resolució d'un problema en els dos contextos d'aprenentatge del nostre estudi: ús i no ús del full de càlcul. Volem conèixer com les característiques específiques de cadascun dels contextos modifica l'activitat cognitiva i la interacció social dels alumnes al llarg del procés de resolució de problemes matemàtics.

Així, la unitat i l'instrument d'anàlisi que elaborarem incorporar una doble dimensió. Per una banda, avaluar els processos cognitius i metacognitius que un alumne posa en joc durant la resolució d'un problema. Per altra banda, avaluar el seu ús en un context social, resolució d'un problema en parella i amb la mediació d'una eina social: el full de càlcul o la calculadora.

L'auge de les corrents socioculturals en les últimes dècades i el gran nombre d'investigacions realitzades des d'aquesta perspectiva justifiquen l'anàlisi d'aquesta doble dimensió implicada en l'avaluació del procés de resolució de problemes: la

necessitat d'entendre els aspectes individuals de construcció de coneixement dins del marc del context social on tenen lloc.

Una bona part de la investigació realitzada des d'una perspectiva sociocultural s'ha centrat en estudiar com les persones utilitzen el seu coneixement matemàtic en diferents situacions de la vida quotidiana (Scribner, 1984; Saxe, 1990; Lave, 1991; Schliemann i Carraher, 1992; entre els estudis més destacats).

Des d'aquests treballs s'ha comprovat com les persones presenten diferent competència per resoldre situacions matemàtiques en funció del context on es presenta el problema. Així, els subjectes poden fracassar en la resolució de tasques de matemàtica formal i escolar, però poden ser molt competents en la resolució de situacions quotidianes (venda ambulat, compra en un supermercat, treball en una fàbrica, ...), on estan implicats els mateixos càlculs matemàtics que en les situacions formals.

Les conclusions d'aquests estudis posen de manifest, en primer lloc, que el coneixement es construeix a través de la interacció entre el subjecte i els contextos socioculturalment organitzats on actua. En funció de les característiques culturals, socials i institucionals del context, es produeixen formes qualitativament diferents de coneixement.

Des de la perspectiva de la ciència cognitiva, el coneixement és un conjunt de representacions simbòliques de caire conceptual i procedimental referides a un domini específic. Es construeixen estructures cognitives que representen conceptes i regles, i el raonament consisteix a activar i relacionar aquestes representacions. El que aporten els resultats de les esmentades investigacions realitzades des de la perspectiva sociocultural a aquesta concepció és que per conèixer no és suficient tenir representacions. Els coneixements es construeixen utilitzant-los en contextos i situacions socials i comunicatives. Tan important és tenir representacions de

conceptes i procediments com les habilitats i condicions necessàries per al seu ús en un context determinat (Gómez-Granell i Fraile, 1993).

En segon lloc, les mateixes persones que no demostren tenir una habilitat cognitiva en un context, poden ser perfectament capaces de demostrar-la en un altre context. Existeixen evidències empíriques de diferències qualitatives importants en l'actuació d'una mateixa persona en contextos diferents. Aquesta conclusió demostra que el funcionament cognitiu no pot ser explicat en termes de possessió o no de determinades habilitats, sinó en termes d'ús de les diferents habilitats cognitives per resoldre situacions en diferents contextos amb unes característiques i condicions determinats (Wertsch, 1993).

#### ***3.4.2.1. Definició de la metodologia d'anàlisi***

Justificada la hipòtesi que la vessant cognitiva i la vessant social són dues dimensions d'una mateixa activitat, el nostre objectiu és el de definir una unitat d'anàlisi que incorpori aquesta doble vessant del procés de resolució de problemes matemàtics i que ens permeti elaborar una instrument d'avaluació per conèixer i contrastar les diferències en aquest procés dels dos grups d'alumnes del nostre estudi.

Els treballs realitzats des d'una perspectiva d'anàlisi microgenètica han aconseguit aquest objectiu. Des d'aquesta perspectiva s'analitzen els processos de canvi que es produeixen a través del temps en relació a la representació compartida de la tasca que els subjectes que hi participen van construint. S'observa i s'analitza l'articulació de les actuacions dels diferents membres en un context, en la resolució d'una tasca determinada i al llarg d'un període de temps concret (Wersch i Hickman, 1987)

Aquesta aproximació metodològica parteix del mètode d'observació de les diferents conductes dels subjectes que participen durant la resolució d'una tasca. Els processos de canvi focalitzen l'atenció de les observacions, les quals han d'abastar el període de temps des que comencen a produir-se els canvis fins que s'aconsegueix un producte més o menys estable (per exemple: la resolució d'un problema). La conducta observada se sotmet, posteriorment, a un procés intensiu de proves d'anàlisi que té com a objectiu inferir i descriure els processos que produeixen els canvis en el procés de resolució de la tasca des d'un punt de vista quantitatiu i qualitatiu (Siegler i Crowley, 1991).

Així, l'objectiu a aconseguir des d'una perspectiva d'anàlisi metodològica de l'activitat dels subjectes microgenètica, consisteix a escollir una unitat d'anàlisi que permeti segmentar la conducta dels diferents participants per poder inferir els processos de canvi que es produeixen durant la resolució d'un problema, però sense perdre el significat global d'aquesta conducta, tant des de la dimensió social com cognitiva.

Per aconseguir aquests requisits, Lacasa i Herranz (1995) destaquen que la unitat d'anàlisi ha de tenir les següents característiques:

- Considerar el total de l'activitat que es manifesta durant el procés de resolució de problemes.
- Recollir informació sobre l'activitat compartida. No seria una perspectiva vàlida si es recollissin les activitats dels diferents membres aïlladament.
- La unitat d'anàlisi ha de posar èmfasi en les fites de les activitats que realitzen els alumnes quan han de resoldre el problema. Aquestes fites tenen sentit en el context específic en què es resol la tasca.

- La unitat d'anàlisi ha de recollir informació de la co-ocurrència i de la dinàmica de les relacions entre els diferents membres del grup.
- El sistema de codificació de la informació recollida ha de permetre una anàlisi seqüencial, ja que les activitats que realitzen els alumnes tenen sentit en un procés que ve definit per les seves dimensions espacials i temporals.
- El sistema de codificació ha d'incloure diferents nivells d'anàlisi. Les categories d'observació de l'activitat compartida del procés de resolució de problemes poden anar d'un sistema molar a un sistema molecular (Pellegrini, 1991). Les primeres són unitats de conducta més àmplies, inclusives i poden combinar un número d'accions; les segones s'aproximen més a les accions específiques que els diferents alumnes realitzen per resoldre un problema.

En el nostre treball, hem realitzat una micro-anàlisi de l'activitat cognitiva i social que desenvolupen les parelles d'alumnes mentre resolen conjuntament un problema matemàtic. Per a la realització d'aquesta micro-anàlisi s'ha enregistrat en vídeo el procés de resolució de problemes de 12 parelles d'alumnes. Posteriorment, s'ha transcrit la informació enregistrada en vídeo i s'ha codificat aquesta informació en un sistema de categories que inclouen diferents nivells d'anàlisi de les accions que realitzen els alumnes per resoldre el problema.

En els propers apartats exposarem les característiques de les categories elaborades per a l'anàlisi del procés de resolució de problemes de les diferents parelles d'alumnes i el procés de recollida de dades, tant com s'ha transcrit la informació enregistrada en vídeo com la categorització d'aquesta informació.

#### ***3.4.2.2. L'instrument d'anàlisi: descripció de les categories d'anàlisi del procés de resolució d'un problema***

L'instrument d'anàlisi està format per diferents categories que tenen com a objectiu descriure l'activitat cognitiva i social de les diferents parelles d'alumnes al llarg del procés de resolució d'un problema.

Les categories d'anàlisi estan estructurades en tres nivells jeràrquics. Els primers nivells ens aporten informació macroscòpica de les característiques del procés de resolució i els nivells inferiors ens aporten informació més detallada.

Com hem assenyalat en l'anterior apartat, l'anàlisi i la categorització de l'activitat cognitiva i social es realitza de manera simultània, però per facilitar la comprensió del lector, presentem la justificació teòrica que ha guiat el procés d'elaboració de les categories de les dimensions cognitiva, metacognitiva i social i la definició de cada categoria de manera separada. Els diferents nivells d'anàlisi i les principals categories definides es presenten, de manera resumida, en la taula IV-3:



	DIMENSIÓ COGNITIVA	DIMENSIÓ SOCIAL	DIMENSIÓ METACOGNITIVA
<b>1r. NIVELL</b>	<p>Fases temporals de resolució del problema: inicial, execució, preguntes, avaluació.</p> <p><b>Objectiu:</b> Aportar una visió macroscòpica del temps que cada parella inverteix en cadascuna de les fases de resolució, tant en la dimensió cognitiva com en la social.</p>		
<b>2n. NIVELL</b>	<p><b>Episodis d'accions.</b></p> <p><b>Objectiu:</b> Aportar un mapa de l'objectiu o orientació cognitiva de diferents grups d'accions que cada parella realitza per resoldre el problema.</p> <p>S'han definit 6 estadis.</p>	<p><b>Tipus d'interacció.</b></p> <p><b>Objectiu:</b> Aportar un mapa de la dinàmica interactiva dels dos membres de la parella en la realització de les accions per resoldre el problema.</p> <p>S'han definit tres tipus d'interacció.</p>	<p><b>Objectiu:</b> Descriure en quins estadis, accions i rols d'actuació, l'alumne posa en joc processos metacognitius.</p>
<b>3r. NIVELL</b>	<p><b>Tipologia d'accions.</b></p> <p><b>Objectiu:</b> Descriure el tipus d'accions concretes que l'alumne realitza per resoldre el problema.</p>	<p><b>Rols d'interacció.</b></p> <p><b>Objectiu:</b> Definir les pautes d'interacció dels membres de la parella en l'execució de les diferents accions per resoldre el problema.</p>	

Taula IV-3: Nivells d'anàlisi i principals categories de la unitat d'anàlisi.

#### *3.4.2.2.1. Categories de la dimensió cognitiva del procés de resolució de problemes*

L'anàlisi de les característiques de la dimensió cognitiva del procés de resolució de problemes és un dels principals objectius de la nostra investigació, ja que pretenem conèixer el nivell d'aprenentatge i d'ús d'estratègies cognitives i metacognitives de resolució de problemes després d'un període d'instrucció amb dos contextos d'aprenentatge: ús i no ús del full de càlcul.

Les categories d'anàlisi elaborades per conèixer l'activitat cognitiva dels dos grups d'alumnes del disseny experimental durant la resolució d'un problema han estat dissenyades en funció de les característiques específiques del problema a resoldre i de la investigació realitzada des del camp de la psicologia cognitiva<sup>7</sup>, les quals s'estructuren en tres nivells d'anàlisi diferents.

#### **a) 1r. NIVELL D'ANÀLISI: LES FASES DE RESOLUCIÓ DEL PROBLEMA.**

Les categories d'aquest primer nivell d'anàlisi s'elaboren a partir de les característiques específiques del problema que els alumnes han de resoldre i de la investigació realitzada sobre el procés resolució de problemes.

Clàssicament, el procés de resolució s'ha segmentat en tres fases. La fase inicial, o aquelles accions que el subjecte realitza abans de començar a fer càlculs matemàtics o accions pròpiament per resoldre el problema. La fase d'execució, o aquelles accions que el subjecte realitza durant la resolució. La fase d'avaluació, o aquelles accions que el subjecte realitza després de la resolució.

---

<sup>7</sup> Investigació que ha estat exposada en el capítol I d'aquest treball.

En el nostre instrument d'anàlisi hem cregut oportú utilitzar aquests tres moments, com una visió macroscòpica del temps que cada parella inverteix en el procés de resolució.

La fase que fa referència a les accions que es porten a terme "durant", l'hem segmentat en dos, tenint en compte les característiques específiques del problema objecte d'anàlisi.

La tipologia del problema pel que fa al contingut de la proporcionalitat és d'incògnita i comparació. L'enunciat del problema demana donar resposta a tres qüestions. La primera qüestió planteja un situació de proporcionalitat amb tipologia d'incògnita. La segona i tercera qüestió planteja un problema de comparació de dades. Aquestes tres qüestions defineixen dos moments clars de resolució, un primer moment dedicat a buscar estratègies per respondre a la situació d'incògnita, i un segon moment, dedicat a buscar estratègies per contestar les preguntes de comparació que planteja el problema. Aquests dos moments han definit dues grans fases del procés de resolució del problema, que defineixen accions que l'alumne realitza "durant" la resolució: la fase d'execució i la fase de preguntes.

Tenint en compte aquestes dues variables es defineixen quatre fases o moments de resolució:

**Fase inicial:** Fase encaminada a llegir i a obtenir una representació significativa del problema a resoldre.

**Fase d'execució:** Conjunt d'accions encaminades a donar resposta a la primera pregunta del problema.

**Fase de preguntes:** Accions encaminades a contestar les següents preguntes formulades en el problema. Es tracta de preguntes encaminades a comparar les dades de l'enunciat i les trobades per l'alumne.

**Fase d'avaluació:** Accions encaminades a valorar la validesa dels resultats obtinguts i del procés seguit.

L'objectiu d'anàlisi d'aquest primer grup de categories ens donarà una visió macro del procés de resolució dels alumnes, fonamentalment una visió de temps invertit en cadascun d'aquests quatre moments, i d'organització de les diferents accions que els alumnes realitzen per resoldre el problema en aquests quatre períodes temporals.

#### **b) 2n. NIVELL D'ANÀLISI: ELS EPISODIS D'ACCIONS.**

Les categories d'aquest segon nivell d'anàlisi s'han dissenyat a partir de la recerca cognitiva realitzada en el marc de la resolució de problemes i que ha dedicat bona part dels seus esforços a identificar els diferents processos i estratègies cognitives que el subjecte activa per a la resolució d'un problema. La investigació en aquest camp ha portat a segmentar i a analitzar el procés de resolució en diferents episodis heurístics o grups d'accions amb objectius ben definits que realitzen els experts per resoldre amb èxit un problema.

En aquest apartat destacarem, per la rellevància que han tingut en l'elaboració de les categories del nostre estudi, els treballs de Schoenfeld (1985, 1992a, 1992b), Garofalo i Lester (1985) i Artzt i Armour-Thomas (1992). Aquests treballs se centren en l'anàlisi de les accions cognitives i metacognitives de resolució de problemes.

Aquests tres treballs, per estudiar el procés de resolució de problemes, el divideixen en diferents episodis, un episodi és definit com:

“... macroscopic chunks of consistent behavior ...”

“These episodis are periods of time during which the problem solver (or problem-solving group) is engaged in a single set of actions of the same type or character, such as planning or exploration.” (Schoenfeld, 1985:271)

Els episodis definits en aquests tres treballs parteixen del model heurístic de resolució de problemes d'en Polya (1945), amb petites adaptacions encaminades a aconseguir els objectius específics de cadascun dels estudis. A continuació passem a descriure breument els episodis de resolució de problemes definits en aquests tres treballs.

#### Episodis definits en els treballs realitzats per Schoenfeld (1985, 1992a, 1992b).

El principal objectiu que es marca aquest autor és el d'identificar les accions a nivell executiu i de control que realitza el subjecte durant la resolució d'un problema i que aportaran dades sobre com selecciona els recursos de què el subjecte disposa per resoldre un problema específic.

Segons aquest autor, aquestes decisions metacognitives es trobaran, amb més probabilitat, en el canvi d'un episodi a un altre. El seu treball emfasitza l'anàlisi de les accions i verbalitzacions que fa el subjecte quan canvia d'un episodi a un altre.

Schoenfeld distingeix cinc episodis: lectura, anàlisi, exploració, planificació/implementació i verificació<sup>8</sup>.

---

<sup>8</sup> El lector pot consultar la definició d'aquests episodis de resolució en el capítol I, apartat 3.1.2.

### Episodis definits en el treball realitzat per Garofalo i Lester (1985)

El principal objectiu que es marquen aquests autors és el d'identificar com les variables metacognitives: característiques de la tasca, la persona i l'estratègia guien les accions cognitives en les diferents fases de resolució d'un problema.

Es defineixen quatre episodis de caire cognitiu: orientació, organització, execució i verificació. En cada episodi s'analitza com influeix en la seva execució el coneixement i control, per part del qui resol, de les variables metacognitives referides a la persona, la tasca i l'estratègia<sup>9</sup>.

### Episodis definits en el treball de Artzt i Armour-Thomas (1992)

El principal objectiu que es marquen aquests autors és el de delimitar explícitament el tipus i el nivell dels processos cognitius i metacognitius individuals utilitzats en la resolució de problemes en petit grup i entendre els mecanismes pels quals aquests processos faciliten la resolució de problemes.

Es descriuen 8 episodis, la definició cadascun d'ells ja implica un component cognitiu o metacognitiu:

Lectura (cognitiu), entendre el problema (metacognitiu), anàlisi (metacognitiu), planificació (metacognitiu), exploració (cognitiu, metacognitiu), implementació (cognitiu, metacognitiu), verificació (cognitiu, metacognitiu) i observar-escoltar.

### Els episodis definits en el nostre instrument d'anàlisi.

Els episodis del nostre estudi han seguit fonamentalment, aquests tres treballs i s'han realitzat els canvis necessaris per, en primer lloc, respondre a l'objectiu

---

<sup>9</sup> El lector pot consultar la definició d'aquests episodis de resolució en el capítol I, apartat 3.1.1.

específic de la nostra investigació: conèixer l'ús d'estratègies específiques i generals per resoldre problemes sobre proporcionalitat. En segon lloc, simplificar els episodis que podien ser confusos o difícils d'identificar i categoritzar. Els episodis definits en el nostre treball han estat cinc, amb les següents característiques:

- Lectura inicial.
- Anàlisi. L'alumne desgrana el problema en els components més bàsics, examina i busca les relacions entre els diferents elements. L'alumne pot arribar a una reformulació personal de la situació plantejada en el problema.
- Planificació. L'alumne selecciona l'estratègia general de resolució del problema, explicita un conjunt de procediments ordenats a executar. O bé, l'alumne marca algunes accions, procediments matemàtics que poden portar a la resolució del problema. L'alumne també pot, en aquest estadi, només seleccionar l'organització de les dades que li permetran de resoldre el problema més eficaçment.
- Execució. L'alumne executa una estratègia de resolució. Pot ser una execució sistemàtica o bé una execució molt controlada i regulada (amb parades, verbalitzacions amb el company, entre altres).
- Revisió. L'alumne durant la resolució realitza parades de control, revisa la validesa del procés que segueix, l'adequació d'aquest a l'anàlisi o a la planificació del problema, i/o dels subresultats que va obtenint.

Els diferents episodis, per la seva definició, no apareixen en les quatre fases assenyalades en l'anterior nivell d'anàlisi. En l'instrument d'anàlisi es detalla en cada fase els diferents episodis que poden aparèixer. Els diferents episodis es poden presentar de manera seqüencial o cíclica. La investigació realitzada sobre el



procés de resolució d'experts en una matèria demostra que l'aparició dels diferents episodis durant la resolució d'un problema es presenta de manera cíclica (Schoenfeld, 1985, 1992a).

Els episodis de cada fase es troben detallats en l'apartat 3.4.2.2.4 dedicat a la presentació de tot l'instrument d'anàlisi.

### **c) 3r. NIVELL D'ANÀLISI: LES ACCIONS COGNITIVES**

Els episodis detallats en l'anterior apartat defineixen un objectiu. L'alumne pot aconseguir aquest objectiu realitzant diferents tipus d'accions. En aquest tercer nivell d'anàlisi es defineixen les diferents accions que l'alumne pot realitzar en cadascun dels episodis.

El procés per definir les accions que formen part de cada episodi s'ha realitzat a posteriori de la recollida de les dades i ha tingut dos moments diferenciats:

Un primer moment en què es defineixen les accions de cada episodi a partir de les característiques específiques del problema a resoldre i de l'anàlisi de les diferents accions realitzades pels alumnes i reflectides en les transcripcions dels enregistraments en vídeo.

Un segon moment en què el sistema de categories elaborades a partir de la revisió teòrica s'ajusta a la informació enregistrada en vídeo mitjançant un estudi preliminar. En aquest estudi preliminar, dos jutges categoritzen el procés de resolució de problemes de dos parelles d'alumnes -les quals no formen part de la mostra d'alumnes a analitzar en aquesta variable dependent- utilitzant les categories elaborades anteriorment. A partir d'aquest estudi preliminar es reelaboren les categories d'accions. L'objectiu d'aquest segon moment és doble, d'una banda, definir unes categories vàlides per analitzar el procés de resolució del problema enregistrat en el nostre estudi amb l'ús d'un procediment "d'anada i

tornada” entre teoria i dades (Onrubia, 1995:240; Coll *et. al.*, 1995). I, d'altra banda, familiaritzar als dos jutges amb el sistema de categories i el procés de categorització.

Les diferents accions categoritzades en els episodis es presenten definides en l'apartat 3.4.2.2.4. dedicat a la presentació de totes les categories que formen l'instrument d'anàlisi.

#### *3.4.2.2.2. Categories de la dimensió metacognitiva del procés de resolució de problemes*

L'anàlisi de l'activitat metacognitiva de l'alumne vol reflectir quan aquest realitza les diferents accions per resoldre el problema de manera conscient i regulada. Així, aquest nivell d'anàlisi vol investigar en quins episodis i en quines accions l'alumne actua metacognitivament.

Concretament aquest nivell d'anàlisi mostra quan l'alumne fa una parada en el procés de resolució, una reflexió o un comentari sobre aquest procés, o bé s'observa una consciència, un control i/o una regulació del procés de resolució.

Com hem destacat en el capítol I, el coneixement i la consciència de l'alumne sobre el seu procés de resolució pot fer referència a aspectes declaratius (de la tasca, de la persona o de l'estratègia) o procedimentals (aspectes relacionats amb la planificació, regulació o avaluació del procés de resolució).

El nostre treball no fa una diferenciació a priori de les accions que poden realitzar-se de manera metacognitiva i les accions que no poden tenir aquesta dimensió. Qualsevol acció que realitza l'alumne per resoldre el problema pot ser realitzada de manera conscient i regulada.

### *3.4.2.2.3. Categories de la dimensió social del procés de resolució de problemes*

Un gran nombre d'investigacions ha centrat el seu interès a conèixer els processos interactius que afavoreixen l'aprenentatge dels alumnes en un context de resolució de tasques en petit grup. En aquests estudis s'han destacat una gran quantitat de variables que incideixen en l'aprenentatge en situacions interactives (tipus de tasca, grau de dificultat de la tasca, tipus de relacions entre els alumnes, característiques dels alumnes, entre altres).

A pesar del gran nombre de variables que incideixen en l'anàlisi dels processos interactius i generadors de coneixement, diversos treballs d'investigació se centren en la importància d'estudiar dues d'aquestes variables: per una banda, la manera en què els iguals interactuen per resoldre una tasca. Entre els tipus de interacció més destacats per diferents autors trobem: la interacció en paral·lel, l'associativa i la cooperativa (Forman, 1981; Lacasa i Herranz, 1995).

Per altra banda, els treballs que estudien la variable que fa referència a l'estatus dels diferents membres del grup, en concret, els rols que els alumnes assumeixen per resoldre una tasca, com una variable important a l'hora d'explicar l'aprenentatge al que arriben els diferents membres del grup (Hythecker, Dansereau i Rocklin, 1988; Brown i Palincsar, 1989; Rogoff, 1993; Steren, 1996).

El nostre treball se centra en l'anàlisi d'aquestes dues variables com a eina per conèixer, per una banda, la incidència dels processos interactius en l'aprenentatge dels alumnes, i per altra banda, les diferències en les característiques dels processos interactius en funció de la variable independent del nostre estudi del context d'aprenentatge.

**a) 1r. NIVELL D'ANÀLISI: TIPUS D'INTERACCIÓ.**

Nombroses investigacions han destacat la importància que té la manera d'interactuar dels diferents membres d'un grup durant la resolució d'una tasca a l'hora d'explicar la construcció conjunta del coneixement a la qual arriben.

Forman (1981), en un estudi longitudinal en el qual nens de nou anys han de resoldre problemes piagetians de combinació de productes químics amb color i d'altres d'incolores, analitza les maneres d'interactuar de les diferents parelles de nens i les estratègies que aquests utilitzen per resoldre els problemes. Per aconseguir aquest objectiu defineix tres tipus d'estratègies d'interacció:

- Interaccions paral·leles: els nen comparteixen materials i intercanvien comentaris sobre la tasca, però, realitzen pocs intents de controlar el treball del company o d'informar-lo sobre les pròpies accions.
- Interaccions associatives: hi ha un intercanvi d'informació i d'idees sobre la resolució de la tasca, però, no s'observa una coordinació de les accions dels companys.
- Interaccions de cooperació: els nens s'intercanvien informació, es controla i es coordina les diferents accions a realitzar pels membres del grup per resoldre la tasca.

Les conclusions a les quals arriba l'autora s'orienten en una doble direcció. En primer lloc, el nombre de problemes resolts és més gran quan es solucionen en parella que quan es fa individualment. En segon lloc, les estratègies d'interacció canvien al llarg de les sessions de treball. En la primera sessió els alumnes presenten estratègies paral·leles o associatives, en canvi, en l'última sessió els alumnes presenten estratègies cooperatives.

Roselli, Gimelli i Hechan, (1995) analitzen el rendiment individual en la resolució de problemes després d'un període experimental en què els alumnes havien treballat en parelles. La categorització del procés d'interacció dels alumnes es realitza en tres modalitats bàsiques, definides a partir de diferents graus de interacció socio-cognitiva. L'objectiu de la investigació és el de reconèixer les conseqüències que podria tenir el tipus d'interacció en la cognició individual.

Les modalitats bàsiques definides són:

- Egocèntrica: s'observa un aïllament, una escassa participació en la realització conjunta de la tasca i una actitud individualista.
- Asimètrica: s'observa un intercanvi d'idees però un membre domina sobre l'altre.
- Simètrica i igualitària: s'observa un marc de negociació i cerca de consens entre els membres del grup amb un alt nivell d'interacció.

La conclusió a les qual arriben aquests autors és que l'èxit individual està associat a la interacció igualitària, en canvi, els menors èxits individuals es troben en els alumnes que han tingut una interacció egocèntrica amb la parella.

En el nostre treball per estudiar la manera d'interactuar de les parelles al llarg de la resolució del problema s'han definit les següents categories:

**Interacció compartida:** Els dos membres participen activament i estan implicats en la resolució del problema. Hi ha un sol procés de resolució.

Els indicadors utilitzats en el nostre treball per considerar aquest tipus d'interacció són, per exemple: un proposa i l'altre posa en marxa, un fa comentaris sobre l'acció del company, les accions dels dos membres s'alternen, hi ha mirades mútues.

**Interacció paral·lela.** Els dos membres participen activament en el procés de resolució, però, fan coses diferents i de manera simultània, presenten, però, algun tipus de contacte (mirades, comentaris, ... ) o bé el que un fa és pres en consideració per part de l'altre (repartiment de tasques). Hi ha dos processos de resolució.

**No hi ha interacció.** L'activitat no es compartida en cap sentit.

### **b) 2n. NIVELL D'ANÀLISI: ELS ROLS DE INTERACCIÓ.**

Els treballs d'investigació sobre els rols que els alumnes tenen quan resolen una tasca amb iguals s'han realitzat des de dues perspectives. Per una banda, els treballs que estudien els processos d'aprenentatge que s'originen quan el professor assigna els rols que ha d'assumir cada alumne en la resolució d'una tasca en grup. Aquests treballs proposen resoldre tasques en parelles, on un dels alumnes pren el rol de professor i l'altre el d'alumne. Per altra banda, trobem els treballs que analitzen els rols que el propis alumnes s'assignen o que sorgeixen espontàniament quan resolen una tasca.

El nostre treball s'emmarca en la segona línia d'investigació. A continuació passem a ressenyar els treballs que, des d'aquesta perspectiva, han guiat el disseny de les categories del nostre instrument d'avaluació en aquesta dimensió.

Brown i Palincsar (1989) estudien els rols que els alumnes assumeixen espontàniament quan treballen en petits grups. Per a aquestes autores, els membres d'un grup es distribueixen cooperativament les diferents tasques de resolució, fet que els permet assolir millor els objectius. En el procés de resolució els diferents membres del grup adopten espontàniament una varietat de rols, entre els quals destaquen:

- Executiu: dissenya plans per a l'acció i suggereix solucions.

- Crític: qüestiona els dissenys i plans que proposen els altres membres del grup.
- Instructor: pren el control de la situació i resumeix per als altres membres amb menys implicació.
- Revisor: reflexiona sobre la situació.
- Conciliador: resol conflictes i minimitza l'estrès interpersonal.

Aquests cinc rols actuen com a models que poden ser assumits per qualsevol membre del grup i poden ser fluctuants en el temps.

Steren (1996) diferencia, en un treball que estudia la interacció de parelles d'alumnes mentre resolen problemes amb un programa d'ordinador, nou rols o "modalitats d'actuació" (pp. 188):

- Lector: llegeix en veu alta l'enunciat del problema o els missatges de la pantalla de l'ordinador.
- Escriptor: introdueix les dades en l'ordinador.
- Executor: resol el problema de manera explícita.
- Regulador: dirigeix l'acció del seu company o la seva pròpia, assignant tasques.
- Comentador: fa algun comentari o reflexió.
- Acceptador: accepta les ordres i les resolucions del seu company executor.
- Interrogador: fa preguntes referents a la resolució del problema, com realitzar-lo o com l'ha resolt el seu company.
- Qüestionador: posa en dubte les afirmacions del seu company executor o s'autoqüestiona.

- Respon: l'alumne respon a preguntes del seu company.

Els rols definits en el nostre instrument d'avaluació han seguit els dos estudis assenyalats i es detallen en el proper apartat dedicat a la presentació de totes les categories que formen l'instrument d'anàlisi.

#### *3.4.2.2.4. Definició de les categories de l'instrument d'anàlisi*

En aquest apartat presentem les característiques i els indicadors que defineixen les diferents categories que formen l'instrument d'anàlisi elaborat per estudiar el procés de resolució de problemes dels alumnes del nostre estudi.

Les categories que apareixen en diferents fases o moments de resolució del problema només es defineixen la primera vegada.

a) Categories cognitives del procés de resolució de problemes: fases de resolució, episodis i accions cognitives.

#### **\*\*\*\*\*FASE INICIAL\*\*\*\*\***

**LECTURA inicial** Tipus de lectura (veu baixa/alta amb company; en silenci, intermitent/continuada, entre altres)

#### **ANÀLISI (obtenir representació significativa)**

L'alumne divideix el problema en els components més bàsics, examina i busca les relacions entre els diferents elements. L'alumne pot arribar a una reformulació personal de la situació plantejada en el problema.

Les categories d'accions d'aquest estadi són:

**Relectures** de l'enunciat amb un objectiu de recerca, però no s'observen altres accions més directes i sistemàtiques.



**Busca.** L'alumne destria, selecciona (per exemple: subratlla, marca o assenyala), o busca visualment dades del problema implícites i/o explícites. Aquestes dades, les pot anotar (prendre notes) però no d'una manera que es vegi que ja està planificant i organitzant la resolució del problema. S'observa que l'alumne analitza què té i on ha d'arribar.

**Reformulació.** L'alumne representa o enuncia les relacions entre les diferents parts o dades del problema amb una visió personal, creant un nou espai del problema (simplifica, fa algun tipus de representació: un gràfic, un diagrama, ...) amb el qual pugui planificar-lo o resoldre'l.

## PLANIFICACIÓ

L'alumne selecciona l'estratègia general de resolució del problema, explicita un conjunt de procediments ordenats a executar. O bé, marca algunes accions, procediments matemàtics que poden portar a la resolució del problema. L'alumne en aquest estadi també pot seleccionar només l'organització de les dades que li permetran resoldre el problema més eficaçment.

Les categories d'accions d'aquest estadi són:

\* **Organitza.** Organitza les dades, anota dades implícites i/o explícites, etiquetes que posarà a l'ordinador, ...

Organitza accions. L'alumne escriu (o verbalitza) en el full les accions (procediments) per resoldre el problema, si té la intenció de treballar amb el full de càlcul, escriu les fórmules que introduirà, sinó, potser ho anoti en un costat o simplement ho diu: anota fórmules, anota passos/accions a fer.

\* **Tempteja.** L'alumne fa proves de manera poc estructurada per l'espai del problema, busca una manera de resoldre el problema (a partir d'un esquema de problema similar busca els algorismes necessaris per resoldre el problema), que li permeti disminuir les diferències entre l'objectiu i les dades del problema. S'observa, però, que no té un objectiu ben definit del que cal fer, busca en la memòria alguna cosa que li pugui servir perquè no sap com resoldre el problema. Assaig/error.

\* **Explora.** L'alumne investiga, de manera estructurada, les possibles maneres de resoldre el problema, **analitza** les possibilitats, escull la més adequada. S'observa que té un objectiu ben definit, sap que hi ha diferents maneres de resoldre el problema o d'aplicar l'algorisme i prova i analitza quin és el més adequat (ex: prova una regla de tres per veure quin número ha de dividir, entre altres). És possible que l'alumne formuli hipòtesis de com resoldre les diferents possibilitats.

\* **Accions bàsiques:** Anota o copia les dades (no procediments de resolució) de l'enunciat del problema en el full.

### **REVISIÓ.**

Revisa les accions realitzades al llarg d'aquesta primera fase de resolució. Les categories d'accions d'aquest estadi són:

**Busca errors.**

**Revisa procés.**

**NO ACCIÓ:** L'alumne realitza altres tipus d'accions. No s'observa que aquestes accions vagin adreçades a resoldre el problema.

**\*\*\*\*\*FASE D'EXECUCIÓ\*\*\*\*\***

**EXECUCIÓ.**

L'alumne executa una estratègia de resolució. Pot ser una execució sistemàtica o bé una execució molt controlada i regulada (amb parades, verbalitzacions amb el company, ...).

Les categories d'accions d'aquest estadi són:

**\* Executa procediment correcte**

**\* Executa procediment incorrecte**

L'execució d'un procediment implica teclejar la fórmula o l'ordre a l'ordinador o escriure el procediment en el paper i/o teclejar la calculadora.

**\* Accions bàsiques.** Introduir o copiar dades que són necessàries per executar l'estratègia..

**\* Accions de format.** Accions com per exemple, amb el full de càlcul, utilitzar negreta, format de números, insertar cel·les. Aquesta categoria estarà més present en el grup d'alumnes que utilitza el full de càlcul. Els alumnes que no utilitzen l'ordinador també poden presentar aquesta categoria si fan alguna acció com: reescriure amb un altre color alguna dada, marcar amb retolador fluorescent, entre altres.

### **ANÀLISI (obtenir representació significativa)**

Les categories d'accions d'aquest estadi són:

#### **Relectures**

**Busca.** L'alumne continua realitzant accions com: buscar noves dades, noves pistes per resoldre el problema, en l'enunciat, en la planificació o en l'ordinador. Assenyala, anota, comenta les dades, ...

#### **Reformula.**

### **PLANIFICACIÓ**

**\* Organitza.**

**\* Tempteja.**

**\* Explora.**

### **REVISIÓ.**

L'alumne al llarg de la resolució realitza parades de control, revisa la validesa del procés que segueix, l'adequació d'aquest a l'anàlisi o la planificació del problema, i/o dels subresultats que va obtenint.

Les categories d'accions d'aquest estadi són:

**Revisa validesa subresultats.** L'alumne es qüestiona, verbalment (comentaris com: "no pot ser, això no està bé") la validesa dels subresultats que obté en els diferents procediments de resolució.

**Busca errors.** L'alumne busca, de manera poc sistemàtica, algun error en el procés de resolució: en les dades copiades, en els procediments algorísmics, ... . Aquesta recerca la fa visualment, és una repasada ràpida sense fer altres tipus d'accions.

**Revisa procés.** L'alumne revisa de manera més sistemàtica els diferents apartats del procés de resolució: càlculs/ordres/dades copiades.

**NO ACCIÓ:** L'alumne realitza altres tipus d'accions. No s'observa que aquestes accions vagin adreçades a resoldre el problema.

**\*\*\*\*\* FASE DE PREGUNTES \*\*\*\*\***

**EXECUCIÓ:**

- \* Executa procediment correcte.
- \* Executa procediment incorrecte.
- \* Accions bàsiques.
- \* Accions de format.

**ANÀLISI (obtenir representació significativa)**

**Relectures.**

**Busca.**

**Reformula.**

**PLANIFICACIÓ**

- \* Organitza.

\* **Tempteja.**

\* **Explora.**

**REVISIÓ.**

**Revisa validesa subresultats.**

**Busca errors.**

**Revisa procés.**

**NO ACCIÓ:** L'alumne realitza altres tipus d'accions. No s'observa que aquestes accions vagin adreçades a resoldre el problema.

**\*\*\*\*\* FASE D'AVALUACIÓ \*\*\*\*\***

**AVALUACIÓ:** En aquesta fase l'alumne realitza alguna de les següents accions per avaluar el procés de resolució:

\* **Càlculs.** Revisa càlculs, resultats finals. Revisió superficial i centrada en les operacions (algorismes) aritmètiques.

\* **Procés.** Revisa càlculs i procés, en profunditat. La revisió està connectada amb la planificació prèvia o bé amb les condicions presentades en l'espai del problema.

b) **Categories metacognitives del procés de resolució de problemes.**

En aquest apartat es contempla una categoria que anomenem "metacognició" i que es pot presentar en qualsevol dels estadis i de les accions cognitives anteriorment detallades. Aquesta categoria descriu quan l'alumne fa una parada en el procés de resolució, o una reflexió o un comentari sobre aquest procés, o bé s'observa una consciència, un control i/o una regulació del procés.

Els indicadors utilitzats per codificar aquesta categoria fan referència al coneixement metadecaratiu i metaprocedimental i són els següents:

\* En referència a l'enunciat i a l'estructura del problema.

- L'alumne explicita verbalment coneixement sobre les característiques del problema. Per exemple: tipus de problema (és un problema de percentatge), tipus de dades conegudes (tenim el preu de la roba sense rebaixar) i tipus de dades desconegudes o objectiu del problema (hem de trobar el descompte que fa la botiga).

\* En referència a la persona.

- L'alumne explicita verbalment coneixement sobre variables personals, concretament, les que fan referència a les pròpies capacitats per resoldre el problema. Per exemple: l'alumne fa referència a algun procediment que sap fer, que se'n recorda, o bé, a algun procediment que no sap aplicar, que no se'n surt per resoldre el problema.

\* En referència al procés per resoldre el problema

- L'alumne explicita verbalment coneixement sobre com aplicar una determinada estratègia per resoldre el problema. Per exemple: quina operació aritmètica cal realitzar, quins números del full de treball s'han d'utilitzar, avantatges d'aplicar un determinat procediment...
- L'alumne explica al company el què està fent per resoldre el problema.
- L'alumne proposa al company accions a realitzar per resoldre el problema.
- L'alumne fa algun comentari sobre l'estat del procés de resolució del problema.

- L'alumne realitza una parada en l'execució d'un procediment i, posteriorment, s'observa que canvia de procediment, o bé realitza alguna correcció o un comentari sobre el procés de resolució.
- L'alumne fa algun comentari sobre la correcció o incorrecció d'alguna acció que realitza ell mateix o el seu company.
- L'alumne pregunta al seu company sobre algun aspecte del procés de resolució del problema.

c) Categories referides a la dinàmica interactiva al llarg del procés de resolució de problemes: tipus i rols d'interacció

### TIPUS D'INTERACCIÓ.

#### SI HI HA INTERACCIÓ.

\* **Compartida:** Els dos membres participen activament i estan implicats en la resolució del problema. Hi ha un sol procés de resolució.

Indicadors: Un proposa i l'altre posa en marxa. Un fa comentaris sobre l'acció del company. Les accions dels dos membres s'alternen. Hi ha mirades mútues.

\* **Paral·lela.** Els dos membres participen activament en el procés de resolució, però fan coses diferents i de manera simultània, presentant, però, algun tipus de contacte (mirades, comentaris, entre altres) o bé el un fa és pres en consideració per part de l'altre (repartiment de tasques). Hi ha dos processos de resolució.

NO HI HA INTERACCIÓ. L'activitat no és compartida en cap sentit.





### ROLS D'INTERACCIÓ.

Donaran a conèixer el tipus i “la qualitat” de la interacció entre els alumnes per resoldre el problema.

En les dues situacions (ordinador - no ordinador) caldrà analitzar quin tipus de rols s'adopta entre els deu següents:

\* **Escriptor:** Quan anota el que diu el company o executa procediments per resoldre el problema però sense dir ni comentar el que fa. No té en compte el company (anirà acompanyat d'interacció en paral·lel o no interacció), o no fa res perquè el company pugui participar i/o conèixer el que fa.

\* **Executor:** Executa procediments per resoldre el problema, explicitant en veu alta el que està fent per mantenir l'atenció del company (bé tot el que fa, verbalització; o bé una part important).

\* **Lector:** Llegeix l'enunciat del problema o la resolució ja feta. Dicta les dades al company

\* **Proposa:** Una acció a fer, fa un suggeriment relacionat amb la resolució del problema.

\* **Acceptador:** Accepta o rebutja les ordres o les accions per resoldre el problema del company. Explicita l'acord o el desacord d'alguna cosa realitzada per l'altre (potser: “sí”, “bé”, “no”; o bé una raonament del perquè).

Posa en dubte les afirmacions i/o accions del company, o s'autoqüestiona sobre el que ha fet, la validesa o no del que ha portat a terme.

\* **Interroga.** Sobre com fer el problema: fa preguntes sobre estratègia, les accions portades a terme, sobre el funcionament del problema, ...

- \* **Resposta** . Respon a preguntes fetes per un company.
- \* **Regulador**. Marca/dirigeix les accions desenvolupades o a desenvolupar per part del company. Corregeix les accions portades a terme pel company.
- \* **Comentador**. Fa algun comentari/verbalització de caire general, per exemple: “espera!”, “ja ho sé!”.
- \* **Observador**. Mira, observa el que fa el company, no intervé ni verbalment ni amb accions concretes.
- \* **Altres**: Quan l’alumne està fora del problema, fa accions per passar el temps. No hi ha relació amb la resolució del problema.

### ***3.4.2.3. Procés de recollida d'informació de l'activitat cognitiva i social al llarg del procés de resolució d'un problema***

El procés de recollida d'informació i posterior anàlisi de les dades ha tingut les següents característiques:

#### **a) Enregistrament.**

S'ha enregistrat en vídeo tot el procés de resolució d'un problema de 12 parelles d'alumnes, 6 de les quals resolien el problema amb l'ús del full de càlcul i les altres 6 parelles restants el resolien amb l'ús d'una calculadora. Les parelles que utilitzen el full de càlcul per resoldre el problema s'ha enregistrat en vídeo també totes les accions que realitzen a l'ordinador amb l'ús d'un t-bencoder.

#### **b) Transcripció.**

S'ha transcrit la informació enregistrada en uns protocols que recullen la simultaneïtat de les accions de resolució del problema dels dos alumnes de cada parella i la seva dinàmica interactiva.

Els protocols estan formats per 6 columnes<sup>10</sup>:

En la primera columna s'anoten temps significatius corresponents a grups d'accions i verbalitzacions encaminades a un objectiu similar. Aquesta anotació és orientativa i a criteri del transcriptor. Té una funció fonamentalment de guia en la transcripció de les dades i en la seva posterior categorització.

---

<sup>10</sup> En l'annex 3 es presenta un exemple d'aquest protocol d'una parella d'alumnes que resol el problema amb l'ús del full de càlcul

En la segona columna s'anoten les intervencions, aclariments de l'entrevistador. Les intervencions de l'entrevistador són molt poques i sempre a requeriment dels alumnes.

Les columnes tercera i quarta corresponen a les transcripcions de les verbalitzacions dels dos alumnes, una columna per a cada alumne.

Les columnes cinquena i sisena corresponen a les transcripcions de les accions dels dos alumnes, una columna per a cada alumne.

En cadascuna de les transcripcions de les verbalitzacions i accions dels alumnes s'anota el moment exacte (en minuts i segons) en què aquestes s'inicien. En les transcripcions també s'anoten, entre parèntesis, comentaris/aclariments del transcriptor: intenció de l'acció, impressions, entre altres.

La transcripció de la informació recollida en els protocols confecciona un mapa seqüencial sobre les diferents accions i verbalitzacions que els dos membres de la parella realitzen per resoldre el problema conjuntament.

### **c) Categorització.**

Un cop la informació està transcrita es categoritza, d'acord amb les diferents categories definides en el nostre instrument d'anàlisi, en un protocol que recull les característiques de l'activitat cognitiva, metacognitiva i social dels dos alumnes al llarg del procés de resolució del problema.

Aquest protocol està format per dotze columnes<sup>11</sup>:

---

<sup>11</sup> En l'annex 3 es presenta un exemple del protocol de categorització d'una parella d'alumnes que resol el problema amb l'ús del full de càlcul.

En la primera columna s'anota l'interval de temps en què es presenta una determinada categoria.

En la segona columna s'anota la categoria referent al tipus d'interacció que adopten els dos alumnes (si no hi ha interacció, si és compartida o bé si és paral·lela).

De la tercera a la setena columna es reserven per anotar les categories referents a les característiques de l'activitat social, cognitiva i metacognitiva d'un dels dos alumnes. Així, en la tercera columna s'anoten les categories corresponents al rol d'interacció. En la quarta columna s'anota la fase en què es troba el procés de resolució del problema. En la cinquena i sisena columnes s'anoten les categories corresponents a l'episodi i a les accions cognitives que realitza l'alumne, respectivament. I en la setena columna s'anota la categoria de metacognició.

Mentre que en les columnes vuit a la dotze s'anoten les característiques de l'activitat social, cognitiva i metacognitiva relatives a l'altre alumne.

Per categoritzar la informació, enregistrada en vídeo i posteriorment transcrita, s'han planificat dos moments diferenciats:

En un primer moment, es categoritza el 50% de la mostra (tres parelles que resolen el problema amb l'ús del full de càlcul i tres parelles que no utilitzen el programa informàtic) amb l'ús del procediment de presa de decisions per consens entre dos jutges. El temps que requereix l'execució d'aquest procediment d'anàlisi ha estat el motiu per seleccionar la meitat de la mostra. La presa de decisions per consens entre dos jutges consisteix en què, tot seguit, els dos jutges categoritzen per separat el procés de resolució d'una parella d'alumnes i, en segon lloc, els dos jutges contrasten la categorització realitzada i en els segments en què hi ha diferències s'arriba a un acord per consens.

El procés que realitza cada jutge per categoritzar les característiques de la resolució del problema per part dels alumnes és el següent:

- Es visualitza la informació enregistrada en vídeo en intervals aproximats de cinc minuts. Aquesta visualització es realitza per observar alguns indicadors de llenguatge no verbal que no hagin estat transcrits i per comprendre millor com es succeeixen les diferents accions que realitzen els alumnes per resoldre el problema.
- A continuació, i amb la transcripció al davant, el jutge anota les categories en el protocol i referides als cinc minuts visualitzats.

En un segon moment, el 50% de la mostra restant es categoritza a parts iguals i per separat pels dos jutges. Cadascun dels jutges categoritzen tres parelles d'alumnes seguint el mateix procés per categoritzar aquestes tres parelles que s'acaba de descriure.

## 4. Anàlisi de resultats

En aquest apartat presentarem els resultats obtinguts pels alumnes que han participat en el nostre estudi. L'estructura d'anàlisi de resultats, l'hem dividit en dos apartats diferenciats, corresponents a les dues variables dependents del nostre estudi: el resultat i el procés de resolució de problemes matemàtics.

Així, en el primer apartat s'analitza el rendiment en la resolució de problemes assolit pels diferents grups d'alumnes. Aquest resultat del procés d'aprenentatge es presenta en dos seccions. Una primera secció, en què hi participa tota la mostra d'alumnes i en la qual s'analitza el rendiment assolit en funció de les variables independents: context d'aprenentatge i professor. Una segona secció, en què hi participa una submostra d'alumnes i en la qual s'analitza el rendiment assolit en funció de la variable independent: tipus de parella.

El segon apartat de l'anàlisi de resultats, de caire qualitatiu, es dedica a estudiar les característiques cognitives i socials del procés de resolució de problemes de 12 parelles d'alumnes.

## **4.1. Anàlisi del resultat de l'aprenentatge**

En aquest apartat analitzarem els resultats assolits pels alumnes que han participat en el nostre treball en les proves pre-test i post-test i en funció de les tres variables independents del disseny d'investigació, V.I.1. context d'aprenentatge: variable que fa referència a les característiques d'ensenyament/aprenentatge diferenciades per als dos grups d'alumnes: a) ordinador: aprenentatge i resolució de problemes del contingut de la proporcionalitat amb l'ús del full de càlcul. b) no ordinador: aprenentatge i resolució de problemes del contingut de la proporcionalitat amb l'ús d'una calculadora (sense l'ús del full de càlcul); V.I.2: professor, en el nostre estudi participen tres professors, tots tres imparteixen classe als dos contextos d'aprenentatge; V.I.3: tipus de parella, la mostra d'alumnes es divideix en tres tipus de parelles, parella homogènia baixa, parella heterogènia i parella homogènia alta.

### **4.1.1. Anàlisi de l'aprenentatge del contingut de la proporcionalitat en funció de les variables independents: context d'aprenentatge i professor**

En aquest apartat presentem l'anàlisi de resultats del nostre estudi referent al rendiment en la resolució de problemes matemàtics sobre el contingut de la proporcionalitat assolit per tota la mostra d'alumnes en funció de les variables independents del context d'aprenentatge i del professor que ha impartit classe.

Els principals objectius que pretenem aconseguir en aquest primer anàlisi dels resultats són bàsicament dos: d'una banda, analitzar el nivell d'aprenentatge sobre el contingut de la proporcionalitat al qual arriben els diferents grups d'alumnes que



han participat en la investigació i, d'altra banda, estudiar la incidència que han pogut tenir en aquest aprenentatge les variables independents del context d'aprenentatge i del professor.

Per aconseguir aquests dos objectius hem analitzat, en primer lloc, els resultats obtinguts pels alumnes que han seguit situacions experimentals diferents en la prova pre-test (abans de realitzar la proposta didàctica), amb la finalitat de comprovar si els diferents grups d'alumnes que participen en la investigació eren homogenis a l'inici de l'estudi, i per tant, comparables entre ells.

En segon lloc, hem analitzat els resultats obtinguts pels diferents grups d'alumnes en la prova post-test (després de realitzar la proposta didàctica), amb la finalitat d'estudiar possibles diferències en l'aprenentatge assolit pels diferents grups d'alumnes en funció de les variables independents del nostre estudi, context i professor, i conèixer la influència d'aquestes dues variables independents respecte al nivell d'aprenentatge assolit pels diferents grups d'alumnes.

Les proves estadístiques utilitzades per analitzar els resultats obtinguts en la prova pre-test i en la post-test han estat la prova d'homogeneïtat de la variància de Bartlett-Box; l'anàlisi de la variància ANOVA de dos factors de SPSS, en què per constatar les possibles diferències entre els diferents factors de l'anova s'ha realitzat les proves estadístiques de comparació de mitjanes T-TEST per conèixer les diferències entre els alumnes agrupats en funció de la variable context d'aprenentatge, i ONEWAY amb contrastos de Scheffé per conèixer les diferències entre els alumnes agrupats en funció de la variable professor.

En tercer lloc, hem estudiat l'impacte de les dues variables independents en la millora de l'aprenentatge del contingut de la proporcionalitat aconseguida pels alumnes en la prova post-test respecte de les obtingudes en la prova pre-test. La

prova estadística utilitzada ha estat una anàlisi multivariant de la variància MANOVA de SPSS.

L'anàlisi dels resultats aconseguits pels diferents grups d'alumnes en les proves d'avaluació s'exposen a dos nivells:

**1r. nivell d'anàlisi.** Els diferents problemes de les proves d'avaluació s'agrupen en funció de les dues condicions imposades externament per a la seva resolució: individual o parella. Aquesta primera anàlisi ens aporta informació general sobre el rendiment assolit en la resolució de problemes pels diferents grups d'alumnes.

Aquesta primera anàlisi està formada per dues variables dependents amb les següents característiques:

- **INDIVIDUAL**: Variable dependent corresponent al sumatori dels problemes de l'1 al 5 de les proves d'avaluació pre-test i post-test. Aquests problemes es resolen individualment, fan referència al contingut de la proporcionalitat, presenten una tipologia del tipus comparació i/o incògnita<sup>12</sup> i el problema 5 es resol amb l'ús del full de càlcul o amb l'ús de la calculadora en funció de la variable independent context.
- **PARELLA**: Sumatori dels problemes 6 i 7 de les proves. Aquests problemes són agrupats en funció de la condició per a la seva resolució en parella. Els dos problemes fan referència als continguts i a l'ús d'eines per a la seva resolució diferents.

---

<sup>12</sup> Com s'ha explicat en l'apartat 3.3.3 d'aquest quart capítol.

El problema 6 fa referència al contingut de la proporcionalitat, presenta una tipologia de problema mixta: comparació i incògnita, es resol amb l'ús del full de càlcul o amb l'ús de la calculadora en funció de la variable context.

El problema 7 no fa referència al contingut de la proporcionalitat, té una tipologia de raonament lògic i es resol sense l'ús de l'ordinador o de la calculadora.

**2n. nivell d'anàlisi.** Estudi i comparació dels resultats obtinguts pels diferents grups d'alumnes en la resolució dels diferents problemes que formen les proves d'avaluació.

Aquest segon nivell d'anàlisi permet conèixer les diferències en la resolució de cada problema de què consten les proves d'avaluació pels diferents grups d'alumnes, en funció de la seva complexitat i de les condicions de resolució de cada problema.

L'estructura que seguirem per analitzar el rendiment dels alumnes en la resolució dels problemes que formen les proves d'avaluació serà, en primer lloc, estudiar els resultats obtinguts pels diferents alumnes en la prova pre-test i comprovar la seva homogeneïtat. En segon lloc, analitzar els resultats obtinguts pels diferents grups d'alumnes en la prova post-test i estudiar la influència en aquests resultats de les dues variables independents "context i professor". I finalment, analitzar l'impacte de les dues variables independents en la millora de l'aprenentatge dels alumnes en la prova post-test respecte de les obtingudes en la prova pre-test.

#### ***4.1.1.1. Anàlisi dels resultats obtinguts pels alumnes en la prova pre-test***

El principal objectiu d'aquesta primera anàlisi és comprovar si els alumnes que han participat en la investigació són, a l'inici del nostre estudi, homogenis i comparables en funció de les dues variables independents: context d'aprenentatge i

professor. Per realitzar aquesta anàlisi hem utilitzat la prova Bartlett-Box d'homogeneïtat de la variància i l'anàlisi de la variància ANOVA de SPSS de dos factors, un factor referent a la variable context (ús del full de càlcul/no ús del full de càlcul), i l'altre factor referent a la variable professor (format pels tres professors que han impartit classe als dos grups d'alumnes).

La prova estadística de Bartlett-Box d'homogeneïtat de la variància aplicada a les dues variables independents del nostre estudi: context d'aprenentatge x professor, no detecta diferències significatives en la distribució de la variància de les puntuacions obtingudes pels diferents grups d'alumnes ni en la resolució de problemes individualment ni en la resolució de problemes en parella.

En l'anàlisi de la variància ANOVA tampoc s'observen diferències significatives ni en les dues variables independents ni en la seva interacció, com es pot observar en la taula IV-4.

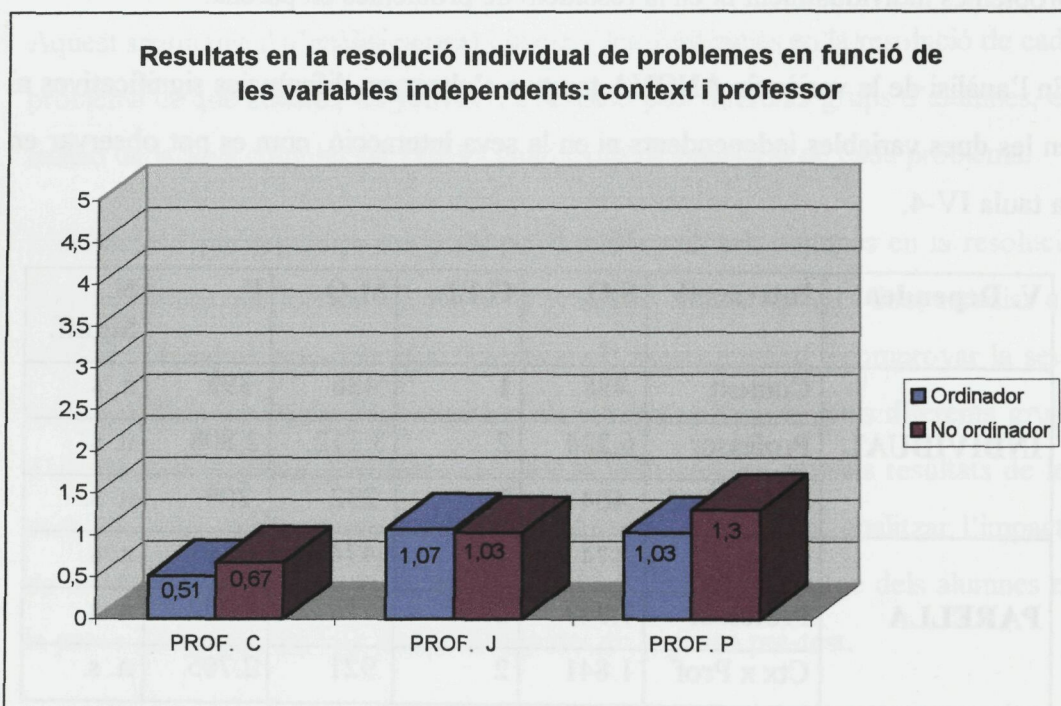
V. Dependent	Interacció	S.Q.	G.LL.	M.Q.	F.	N. Signif.
<b>INDIVIDUAL</b>	Context	.438	1	.438	.395	n. s.
	Professor	6.224	2	3.112	2.808	n. s.
	Ctx. x Prof.	.464	2	.232	.209	n. s.
<b>PARELLA</b>	Context	.474	1	.474	1.393	n. s.
	Professor	1.547	2	.773	2.272	n. s.
	Ctx x Prof	1.841	2	.921	2.705	n. s.

**SQ:** Suma de quadrats. **GLL:** Graus de llibertat. **MQ:** Mitjana de quadrats. **F:** Valor de la F  
**INDIVIDUAL:** V. D. Sumatori dels problemes de l'1 al 5. **PARELLA :** V.D. Sumatori dels problemes 6 i 7

Taula IV-4. Anàlisi de la variància, ANOVA de dos factors: context x professor, dels resultats obtinguts en la prova pre-test.

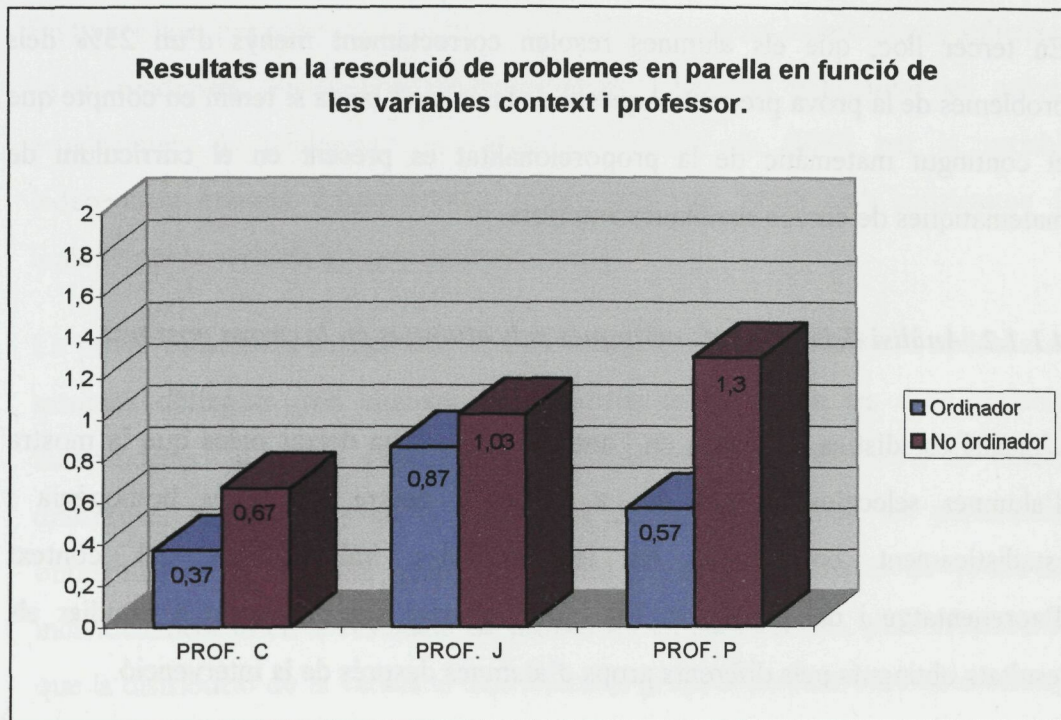
A partir de l'estudi dels resultats obtinguts en la prova pre-test podem concloure que la mostra seleccionada abans de començar la intervenció és estadísticament comparable tant pel que fa a l'agrupament dels alumnes en funció de la instrucció que rebran (variable independent context d'aprenentatge) com pel que fa a l'agrupament en funció del professor que els impartirà classe (variable independent professor).

En els gràfics IV-3 i IV-4 es mostren les mitjanes obtingudes pels diferents grups d'alumnes en la resolució de problemes individualment i en parella de la prova pre-test i en funció de les dues variables independents del nostre estudi.



Gràfic IV-3. Puntuacions mitjanes obtingudes pels diferents grups d'alumnes en la prova pre-test i en la resolució individual de problemes. Puntuació màxima de 5 punts.





Gràfic IV-4. Puntuacions mitjanes obtingudes pels diferents grups d'alumnes en la prova pre-test i en la resolució de problemes en parella. Puntuació màxima de 2 punts

L'anàlisi de les mitjanes obtingudes pels diferents grups d'alumnes, i representades en els gràfics IV-3 i IV-4, ens aporta, com a dades més rellevants, en primer lloc, que la puntuació obtinguda pels alumnes dels tres professors és molt similar en la resolució de problemes individualment i en parella. Un estudi més detallat d'aquestes puntuacions ens permet destacar que, en general, els alumnes del professor C obtenen una puntuació lleugerament inferior en els dos contextos d'aprenentatge, però no significativa, respecte a l'obtinguda pels alumnes dels altres dos professors.

En segon lloc, que les puntuacions mitjanes obtingudes pels alumnes en funció de la variable context d'aprenentatge són o molt similars o lleugerament superiors la dels alumnes que no utilitzaran l'ordinador com a mediador en l'aprenentatge de continguts matemàtics.

En tercer lloc, que els alumnes resolen correctament menys d'un 25% dels problemes de la prova pre-test. Aquesta dada és molt baixa si tenim en compte que el contingut matemàtic de la proporcionalitat és present en el currículum de matemàtiques de cursos acadèmics anteriors.

#### ***4.1.1.2. Anàlisi dels resultats obtinguts pels alumnes en la prova post-test***

L'anàlisi estadística exposada en l'anterior apartat ha deixat palès que la mostra d'alumnes seleccionada per dur a terme el nostre treball és homogènia i estadísticament comparable en les variables independents del context d'aprenentatge i del professor. En aquest apartat ens centrarem a estudiar els resultats obtinguts pels diferents grups d'alumnes després de la intervenció.

Els objectius d'aquest apartat es concreten en dos. En primer lloc, estudiar si hi ha diferències en el rendiment dels diferents grups d'alumnes després de la intervenció rebuda i en funció de les dues variables independents. En segon lloc, analitzar en quin sentit les dues variables independents han incidit en l'aprenentatge dels alumnes del contingut de la proporcionalitat.

Per assolir aquests objectius, en primer lloc, analitzarem si la distribució de variàncies dels diferents grups d'alumnes és estadísticament igual i, per tant, si els grups són comparables entre ells, la prova estadística que utilitzarem serà l'homogeneïtat de la variància de Bartlett-box.

En segon lloc, estudiarem si hi ha diferències significatives en les puntuacions obtingudes pels diferents grups d'alumnes en la prova post-test i en funció de les dues variables independents: context d'aprenentatge i professor. La prova estadística que utilitzarem serà l'anàlisi de la variància ANOVA de dues factors de SPSS.

En tercer lloc, per conèixer en quin sentit les dues variables independents influeixen en el rendiment assolit pels diferents grups d'alumnes utilitzarem les proves estadístiques de comparació de mitjanes T-TEST de SPSS per la variable independent context d'aprenentatge i ONEWAY de SPSS amb contrastos de Scheffé per la variable independent professor.

La prova estadística de Bartlett-Box d'homogeneïtat de la variància aplicada als resultats obtinguts pels alumnes en la prova post-test i a les dues variables independents del nostre estudi: context d'aprenentatge x professor, no detecta diferències significatives en la distribució de la variància de les puntuacions obtingudes pels diferents grups d'alumnes ni en la resolució de problemes individualment ni en la resolució de problemes en parella. Així, podem concloure que la distribució de la variància dels diferents grups d'alumnes és estadísticament homogènia.

Els resultats obtinguts en l'anàlisi de la variància ANOVA, que estudia la influència de les dues variables independents de la nostra investigació, context i professor, en relació a les puntuacions obtingudes pels alumnes en la prova post-test, i recollides en la taula IV-5, observem, en primer lloc, que el context d'aprenentatge té una influència estadísticament significativa en els resultats obtinguts pels diferents grups d'alumnes, tant en la resolució de problemes individualment com en parella. Les característiques del procés d'ensenyament/aprenentatge d'un dels dos contextos produeix un millor aprenentatge per part dels alumnes del contingut de la proporcionalitat.

En segon lloc, el rendiment assolit pels diferents alumnes no depèn del professor que els ha impartit classe en la resolució individual de tasques i aquesta variable independent sí que és important en la resolució de problemes en parelles, algun/s dels professors aconseguen un millor rendiment en el treball per parelles.



En tercer lloc, la interacció de les dues variables independents, context x professor, no és significativament diferent ni en la resolució individual de problemes ni en la resolució en parelles. Per tant, podem afirmar que no hi ha un professor que afavoreixi un millor rendiment en la resolució de problemes en un context d'aprenentatge determinat.

V. Dependent	Interacció	SQ	GLL	MQ	F	N. Signif.
<b>INDIVIDUAL</b>	Context	8,00	1	8,00	4,08	p < .05
	Professor	9,26	2	4,63	2,36	n.s.
	Ctx. x Prof.	2.07	2	1.04	.53	n. s.
<b>PARELLA</b>	Context	2,38	1	2,38	6,87	p < .05
	Professor	4,16	2	2,08	5,00	p < .005
	Ctx. x Prof.	.80	2	.40	1.15	n. s.

SQ: Suma de quadrats. GLL: Graus de llibertat. MQ: Mitjana de quadrats. F: Valor de la F  
**INDIVIDUAL**: V. D. Sumatori dels problemes de l'1 al 5. **PARELLA** : V.D. Sumatori dels problemes 6 i 7.

Taula IV-5. Anàlisi de la variància, ANOVA de dos factors: context x professor, dels resultats obtinguts en la prova post-test.

En els següents apartats analitzarem quins grups d'alumnes han aconseguit millors resultats en aquelles variables dependents que l'anàlisi de la variància ha mostrat diferències estadísticament significatives.

#### *4.1.1.2.1. Anàlisi dels resultats obtinguts pels alumnes en la prova post-test en funció de la variable independent "professor"*

L'objectiu d'aquest apartat és analitzar les diferències significatives observades en l'anàlisi de la variància referides al rendiment dels alumnes en funció de la variable independent del professor.

Per assolir aquest objectiu analitzarem les puntuacions obtingudes pels alumnes en la prova post-test a dos nivells; d'una banda, i per conèixer si un professor és millor que un altre independentment de les característiques de la intervenció (V.I. context d'aprenentatge), comparem els resultats obtinguts per tots els alumnes de cada professor. D'altra banda, i per conèixer si un professor és millor que un altre en un context determinat, compararem els resultats obtinguts pels alumnes del context "ordinador" i del context "no ordinador", separatament, en funció de cada professor<sup>13</sup>.

#### **a) Anàlisi dels resultats obtinguts pels alumnes als qui ha impartit classe cada professor en la prova post-test.**

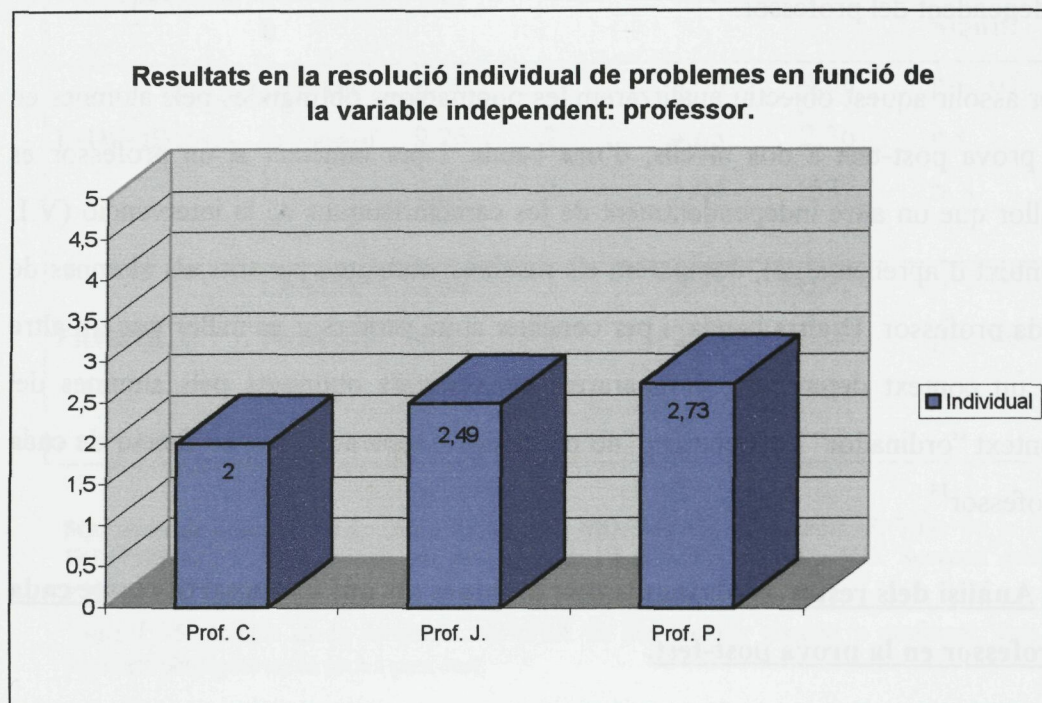
En la comparació de les mitjanes obtingudes per tots els alumnes de cada professor (context ordinador + context no ordinador), observem que en la resolució individual de problemes no hi ha diferències significatives entre el rendiment obtingut pels alumnes dels tres professors. En canvi en la resolució dels dos problemes en parella sí que es detecten diferències significatives entre els tres grups d'alumnes. La prova de contrastos mostra diferències estadísticament significatives en el professor P respecte als professors C i J, el primer obté millors resultats que

---

<sup>13</sup> Vegeu l'apartat 3.2 d'aquest capítol en el qual s'exposa la distribució dels alumnes en funció de les variables independents del nostre estudi.

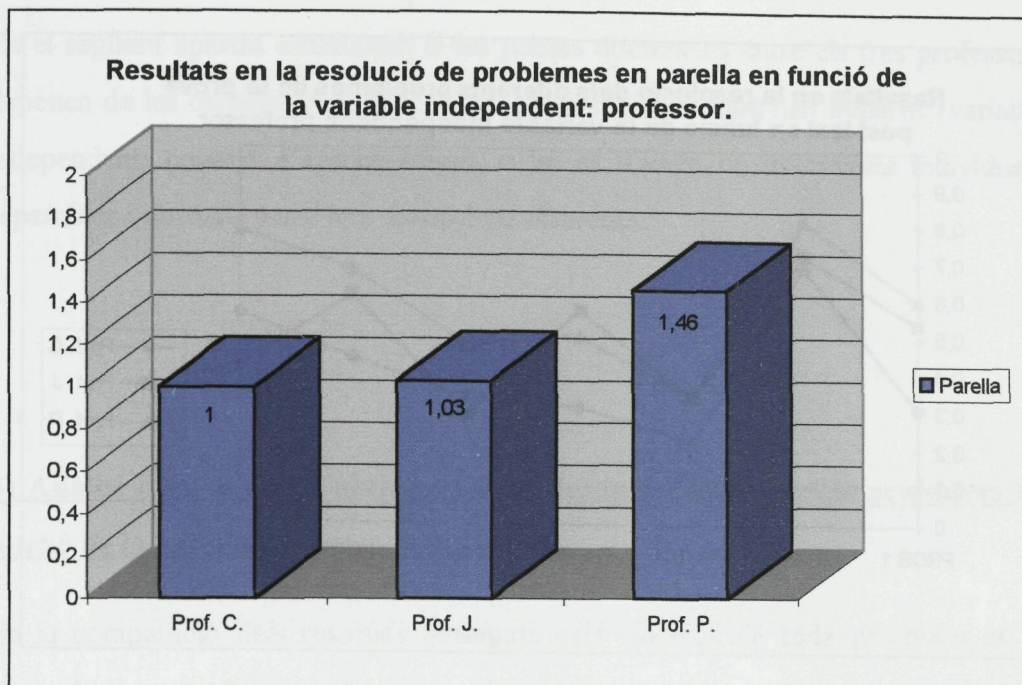
els altres dos professors (P > C, J). En canvi entre els professors C i J no hi ha diferències en el rendiment obtingut pels seus alumnes<sup>14</sup>.

En els gràfics IV-5 i IV-6 es presenten les mitjanes obtingudes pels alumnes dels tres professors en les variables dependents referents a la resolució de problemes individualment i en parella.



Gràfic IV-5. Puntuacions mitjanes obtingudes pels alumnes en la prova post-test en funció de la variable independent professor i en la resolució individual de problemes. Puntuació màxima de 5 punts.

<sup>14</sup> En l'annex 4 es presenten les taules de resultats referents a la comparació de mitjanes T-TEST i ONEWAY d'aquest apartat.

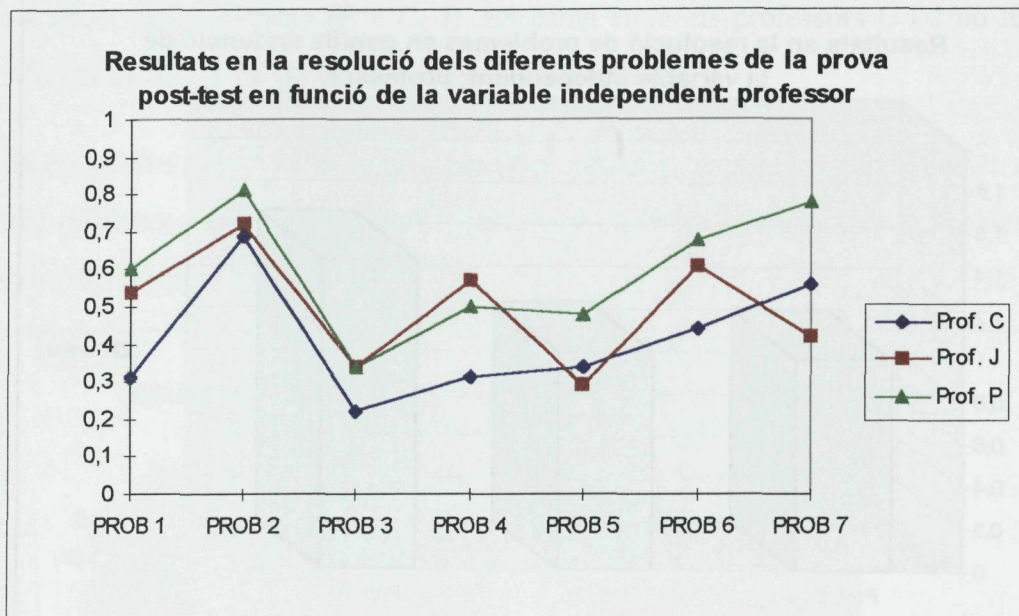


Gràfic IV-6. Puntuacions mitjanes obtingudes pels alumnes en la prova post-test en funció de la variable independent professor i en la resolució de problemes en parella. Puntuació màxima de 2 punts.

En l'anàlisi i comparació de la puntuació obtinguda pels alumnes dels tres professors en la resolució de cada problema que forma la prova post-test, la puntuació dels alumnes del professor P és significativament superior a la puntuació obtinguda pels alumnes de professor C en els problemes 1 i 6. També s'han trobat diferències significatives entre les puntuacions obtingudes pels alumnes del professor P i les obtingudes pels alumnes del professor J en el problema 7, a favor del primer.

Les puntuacions obtingudes pels alumnes en la resolució dels diferents problemes que formen la prova post-test es presenten en el gràfic IV-7.





Gràfic IV-7. Puntuacions mitjanes obtingudes pels alumnes en la resolució dels diferents problemes de la prova post-test en funció de la variable independent: professor.

Aquesta primera anàlisi dels resultats obtinguts pels alumnes en funció del professor que els ha impartit classe ens porta a concloure que les diferències detectades entre els alumnes dels tres professors és pràcticament inexistent en la resolució de problemes individualment i molt petites en la resolució de problemes en parelles. S'observa una tendència dels alumnes del professor P a obtenir millors resultats que els alumnes dels professors C i J en la resolució de problemes en parella.

Com a conclusió d'aquest apartat creiem que els resultats obtinguts pels alumnes dels tres professors són molt similars. Les petites diferències trobades no confirmen que un dels professors sigui superior als altres dos, perquè la puntuació significativament més alta d'un professor no es generalitza a la resolució de tots els problemes que formen la prova post-test.