

Departament d'Astronomia
i Meteorologia.
Universitat de Barcelona.

MODELO POLITROPICO DE CUMULO DE GALAXIAS CON SEGREGACION
MORFOLOGICA INDUCIDA POR BARRIDO DE PRESION CINETICA

Memoria presentada por
José-María Solanes Majúa
para acceder al grado de
Doctor en Ciencias Físicas

Barcelona, Septiembre de 1990.

A mis seres queridos

Agradecimientos

En primer lugar quisiera agradecer al Dr. Eduard Salvador-Solé, director de esta tesis doctoral, la dedicación y el apoyo incondicional que de forma constante me ha ofrecido durante todos estos años, así como las enseñanzas y consejos recibidos. Sin su ayuda inestimable, tanto en el terreno científico como en el personal, este trabajo difícilmente habría podido concluirse.

Quiero también agradecer al Dr. Ramón Canal, director del Departament d'Astronomia i Meteorologia, y a todos los miembros del mismo, el haber puesto a mi disposición todos los medios necesarios y dado las máximas facilidades para que este trabajo pudiera llevarse a término. Mi más sincero agradecimiento al Dr. Manel Sanromà, director de mi tesis de licenciatura, por haber guiado mis primeros pasos dentro del mundo de la Astrofísica y al Dr. Ferràn Sala por la colaboración prestada.

También hago extensivo mi agradecimiento al Dr. Joaquim Agulló, director del Departament d'Enginyeria Mecànica de la U.P.C. al que actualmente pertenezco, así como a todos los profesores y compañeros de este departamento, por haberme apoyado sin reservas tanto en el aspecto material como en el moral. Gracias por haber puesto el máximo empeño en facilitar mi tarea y por las constantes muestras de ánimo recibidas.

Quisiera agradecer de un modo especial el cariño recibido de mis

padres, el cual me ha servido para mantener vivas en todo momento la ilusión y las ganas de seguir aprendiendo. También a Begoña, mi mujer, por estar siempre a mi lado y por hacer gala de una comprensión sin límites y un encomiable espíritu de sacrificio.

En definitiva, doy las gracias a todas aquellas personas que poco o mucho, directa o indirectamente, han colaborado no sólo en la realización de esta tesis sino también en mi formación científica.

MODELO POLITROPICO DE CUMULO DE GALAXIAS CON SEGREGACION
MORFOLOGICA INDUCIDA POR BARRIDO DE PRESION CINETICA

INDICE

	Pg.
I. INTRODUCCION.	2
II. CONSTRUCCION DE UN MODELO ESTANDAR DE CUMULO RICO DE GALAXIAS CERCANO.	11
1. Propiedades de los cúmulos ricos de galaxias cercanos.	11
1.1. Propiedades globales.	11
1.2. Propiedades de la distribución de galaxias.	15
1.3. Propiedades del medio intracumular.	18
1.4. Propiedades de la materia oscura.	21
2. Desarrollo de un modelo politrópico general.	24
2.1. Justificación del procedimiento seguido.	24
2.2. Equilibrio hidrostático, relaciones geométricas e hipótesis politrópica.	27
2.3. Perfiles obtenidos directamente por inversión.	33
2.3.1. Perfil de densidad numérica de galaxias.	34
2.3.2. Perfil de energía cinética específica de las galaxias.	35
2.3.3. Perfil de densidad numérica de gas intracumular.	36
2.4. Perfiles obtenidos indirectamente.	38
2.4.1. Perfiles dinámicos.	38
2.4.2. Perfiles cinemáticos.	42
a. Algoritmo para la obtención de perfiles cinemáticos.	43
b. Perfiles resultantes.	49
2.5. Parámetros libres del modelo.	50
3. Restricciones sobre el modelo politrópico general.	52
3.1. Número de galaxias finito. Teorema del virial.	52
3.2. Restricciones observacionales.	55

3.2.1. Parámetros cuyo valor puede fijarse directamente.	55
3.2.2. Correlaciones observadas entre parámetros.	56
3.3. Consistencia del modelo.	59
4. Propiedades del modelo estándar.	64
4.1. Soluciones numéricas.	64
4.2. Soluciones analíticas.	77
4.2.1. Algunos ejemplos concretos.	78
4.2.2. Propiedades cinemáticas del segundo ejemplo.	83
4.3. El problema energético.	85
III. LA SEGREGACION MORFOLOGICA DE GALAXIAS EN CUMULOS RICOS CERCANOS.	91
1. Características observadas en los distintos tipos morfológicos. Implicaciones sobre su origen.	91
1.1. Propiedades morfológicas básicas de las galaxias normales.	91
1.2. Posibles escenarios propuestos para el origen de los distintos tipos morfológicos de galaxias.	93
1.2.1. Hipótesis evolutiva. Mecanismos evolutivos.	94
a. Mecanismos capaces de extraer el gas de los discos galácticos.	94
b. Mecanismos capaces de alterar la distribución estelar.	100
1.2.2. Hipótesis genética.	102
1.3. Evidencias observacionales favorables a cada escenario.	104
1.3.1. Evidencias favorables a la hipótesis evolutiva.	104
1.3.2. Evidencias favorables a la hipótesis genética.	106
2. Críticas a algunos de los argumentos esgrimidos en contra de la hipótesis evolutiva.	107

3. Estudio de la segregación morfológica inducida por RPS mediante el modelo estándar de cúmulo de galaxias cercano.	110
3.1. Objetivos. Procedimiento seguido.	112
3.2. Resultados.	119
3.2.1. Análisis de la influencia de los parámetros del modelo.	119
3.2.2. Análisis de la influencia del barrido retardado.	129
3.2.3. Análisis de la influencia de la inclinación del plano galáctico.	130
IV. CONCLUSIONES.	136
1. Principales resultados del Capítulo II.	136
2. Principales resultados del Capítulo III.	138
3. Perspectivas de futuro.	140
V. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.	142
APENDICES	
APENDICE A: Modelos AP estándar convergentes.	151
APENDICE B: El teorema del virial y las condiciones de contorno.	155
APENDICE C: Correlaciones entre propiedades de la materia luminosa.	157
C.1. La correlación $n_X(0) - L_X$.	158
C.2. Las correlaciones $N_0 - n_G(0)$ y $n_X(0) - n_G(0)$.	159

Situación de las figuras y tablas en el texto

Figuras

	Pg.
Figura I.1	4
Figura II.1	41
Figura II.2	63
Figura II.3.a	66
Figura II.3.b	67
Figura II.3.c	68
Figura II.4.a	69
Figura II.4.b	70
Figura II.4.c	71
Figura II.5.a	74
Figura II.5.b	75
Figura II.5.c	76
Figura II.6.a	89
Figura II.6.b	90
Figura III.1	116
Figura III.2.a	123
Figura III.2.b	124
Figura III.2.c	125
Figura III.2.d	126
Figura III.3	128
Figura III.4	131
Figura III.5	132
Figura III.6	135

Tablas

Tabla II.1	13
Tabla II.2	22
Tabla II.3	40

I. INTRODUCCION

I. INTRODUCCION

A finales del siglo XVIII William Hershel puso por primera vez de manifiesto que muchas de las galaxias que por aquel entonces podían observarse (identificadas como "nebulosas") estaban asociadas a la misma región del espacio. La mejora en la calidad de las observaciones a lo largo de los años ha permitido confirmar la realidad física de estas agrupaciones sabiéndose hoy en día de la existencia de toda una jerarquía de sistemas de galaxias que va desde las simples parejas a los supercúmulos. Todos estos sistemas están gobernados por las mismas leyes universales, por lo que sus diferentes características son únicamente resultado de unas condiciones iniciales y una historia evolutiva diversas. De entre todos ellos sobresalen los cúmulos ricos de galaxias, pues con luminosidades típicas del orden de $10^{13} L_{\odot}$ y masas que superan con frecuencia las $10^{15} M_{\odot}$ son las mayores estructuras autogravitantes relajadas conocidas. Estos cúmulos ricos contienen típicamente cientos de galaxias normales (y un número mayor de galaxias enanas) además de gas intergaláctico y materia no luminosa, todo ello en regiones cuyo tamaño característico es del orden del Mpc.

La historia observacional de estos sistemas puede dividirse básicamente en tres etapas bien diferenciadas. A continuación pasamos a comentarlas brevemente insistiendo en la naturaleza de los descubrimientos que se han ido produciendo en cada una de ellas.

La primera etapa estuvo centrada en las observaciones en el óptico de

cúmulos cercanos y tuvo como principal objetivo proporcionar una completa descripción morfológica de sus tamaños, formas y contenido galáctico con la intención de aplicar dichos parámetros a las investigaciones cosmológicas (Rood 1981). Esta fase puede decirse que arranca con el primer estudio fotográfico extensivo que se realizó de la región de Coma (Wolf 1902) y del que se derivó un catálogo conteniendo tamaños, brillos, coordenadas y una descripción cualitativa de la apariencia estructural de 1528 galaxias. Esta etapa culminó con el primer *National Geographic Society-Palomar Observatory Sky Survey* (Minkowsky y Abell 1963), que permitió la elaboración de dos de los catálogos de cúmulos más completos que se conocen: el de Abell (1958) y el Zwicky y colaboradores (1961-1968).

De este periodo cabe destacar el descubrimiento de dos de las características más relevantes de los cúmulos de galaxias. Una de ellas, detectada ya en las primeras determinaciones que se hicieron de la masa de Coma (Zwicky 1933) y Virgo (Smith 1936), es que la mayor parte de ésta parece ser materia no luminosa. En concreto, al aplicar el teorema del virial para determinar la masa de un cúmulo rico, la relación masa-luminosidad que se obtiene es, típicamente, $(M/L_B)_{tot} \sim 300 h_{50} M_{\odot}/L_{\odot}$ (donde $h_{50} = H_0/50$), mientras que el valor promedio del cociente M/L_B para las galaxias tempranas (las predominantes en este tipo de estructuras) es de unas $10 h_{50} M_{\odot}/L_{\odot}$ (ver Faber y Gallagher 1979, Rood 1981 y otras referencias en estas dos reseñas; ver también la Fig. I.1). Esta discrepancia, el interés por conocer la naturaleza y procedencia de la "materia oscura" de los cúmulos y las implicaciones cosmológicas que de ello se derivan han dado lugar al inadecuadamente llamado "problema de la masa perdida" (*the missing*

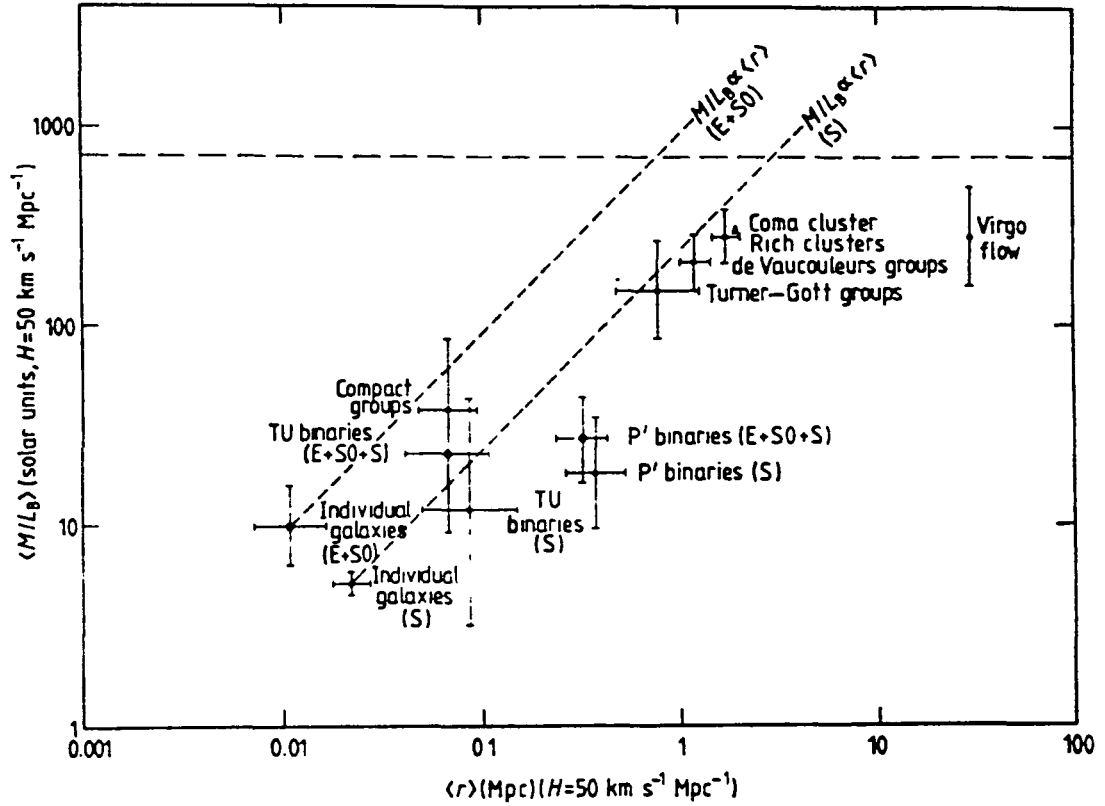


Figura I.1. Valor promedio del cociente M/L_B en función de una escala lineal característica, $\langle r \rangle$, para galaxias individuales (S y E + SO), parejas de galaxias (muestras de Turner [TU] y Peterson [P']), grupos de galaxias (muestras de de Vaucouleurs y Turner-Gott), cúmulos ricos, Coma y el Supercúmulo Local. El valor de $\langle r \rangle$ hace referencia al radio exterior característico de la curva de rotación de una galaxia, la distancia que separa las dos componentes de una pareja de galaxias y la distancia promediada de las galaxias al baricentro del sistema, respectivamente. Las líneas discontinuas rotuladas $M/L_B \propto \langle r \rangle$ son extrapolaciones teóricas de la distribución de masa correspondiente a la parte plana de la curva de rotación de las galaxias individuales. La línea discontinua horizontal representa el valor crítico de la razón masa-luminosidad que permitiría cerrar el Universo. (Figura extraída de Rood 1981)

mass problem; Rood 1981) que, por el momento, sigue sin encontrar una respuesta satisfactoria.

La otra característica, también descubierta por vez primera en Coma (Hubble 1929), es la mayor abundancia de galaxias elípticas (E) y lenticulares (S0) que se observa en las partes centrales y más densas de los cúmulos ricos, cuando en regiones de menor densidad (por ej., el campo) la población dominante es la de galaxias espirales (S) e irregulares (Irr). A raíz de ello nació un creciente interés por cuantificar la influencia que el entorno podía tener sobre las galaxias, siendo Spitzer y Baade (1951) los primeros en proponer que esta segregación morfológica tal vez podía explicarse a través de la acción de algún mecanismo evolutivo que transformara un tipo de galaxias en otro.

El lanzamiento de los primeros satélites de rayos X a finales de los años 60 marca el inicio de la segunda etapa. En ella, el primer descubrimiento importante que se produjo fue la detección de emisión de rayos X en la región circundante a M87, la galaxia central del cúmulo de Virgo (Byram *et al.* 1966 y Bradt *et al.* 1967). Años más tarde, con el lanzamiento del satélite *Uhuru*, pudo determinarse que los cúmulos de galaxias eran en realidad fuentes brillantes y extensas de rayos X con luminosidades típicas del orden de 10^{44} erg s⁻¹ (Giacconi *et al.* 1972). Poco después se detectaba, primero en el espectro X del cúmulo de Perseo (Mitchell *et al.* 1976), y justo a continuación en los de Coma y Virgo (Serlemitsos *et al.* 1977), la presencia de una línea de emisión que correspondía a iones de hierro altamente ionizado. Esta línea, aparte de confirmar el origen térmico de la emisión X, puso de manifiesto que la

abundancia de hierro en el gas intracumular es del orden de la que se encuentra en las estrellas (la proporción observada es, aproximadamente, de unos 10^{-5} átomos de hierro por cada átomo de hidrógeno). Por tanto, el posible origen estelar de al menos parte del gas intracumular, vino a reforzar la idea nacida en la etapa anterior de que la interacción con el entorno galáctico era determinante en la morfología de las galaxias (Bahcall y Sarazin 1977). Aunque los distintos mecanismos propuestos para esta evolución morfológica han sido estudiados más o menos detalladamente a nivel de su acción sobre las galaxias individuales, la ausencia de un modelo realista y fiable de cúmulo de galaxias ha impedido hasta la fecha explorar su repercusión en la distribución a gran escala de las mismas, es decir, determinar si estos mecanismos son capaces de reproducir las características de la segregación morfológica observada. No obstante, hay que resaltar que también se han aducido evidencias observacionales contrarias a la evolución morfológica y que apuntan hacia un origen "genético" de los distintos tipos galácticos, por lo que existen todavía serias discrepancias sobre cuál es el verdadero origen de los mismos (*the nature vs. nurture debate*; ver, por ej., Dressler 1984, Silk 1986).

Como fruto de la comparación entre las observaciones X, típicas de este periodo, y las que se han ido realizando en el óptico, también hay que mencionar el llamado "problema energético" que presentan los cúmulos de galaxias. Este problema tiene su origen en la discrepancia que exhiben los distintos estimadores de la razón entre las energías cinéticas específicas de las galaxias y el gas intracumular (*the β problem*; ver, por ej., Sarazin 1986). Si bien se cree que parte de dicha discrepancia está causada por las distintas hipótesis simplificativas utilizadas a la hora de estimar

empíricamente esta razón, queda todavía por esclarecer la influencia exacta de las mismas.

Desde finales de los años 70 se ha iniciado una tercera etapa en el estudio de los cúmulos de galaxias caracterizada, no tanto por el rango de longitudes de onda utilizadas en las observaciones (en la actualidad éstas abarcan todo el espectro de frecuencias), sino por la mayor distancia (reflejada por el "corrimiento al rojo" o *redshift*, z) de las estructuras observadas (Henry *et al.* 1979, 1982, Koo 1981, Perrenod y Henry 1981). La falta de un modelo estándar de cúmulo de galaxias hace que el análisis de los cúmulos lejanos ($z > 0.2$) esté todavía en una fase inicial, pues para poder estudiarlos es imprescindible conocer antes con exactitud las propiedades de los más próximos. No obstante, los estudios realizados hasta la fecha muestran, de forma concluyente, que existen importantes diferencias en el contenido galáctico y posiblemente gaseoso. Así, por ejemplo, algunos cúmulos lejanos aparentemente relajados contienen una proporción de galaxias de tipo tardío (color azul y gran cantidad de gas) mucho mayor de lo que sería de esperar atendiendo a la simple evolución cerrada de la población galáctica típica de los cúmulos más cercanos (Butcher y Oemler 1978a y b, Dressler y Gunn 1982, Mellier *et al.* 1988a). Este tipo de observaciones es también favorable a la idea de que existe una importante evolución en la morfología de las galaxias, añadiendo además la posibilidad de que esta evolución haya tenido lugar recientemente y en un periodo de tiempo relativamente corto. Por otro lado, el estudio del "efecto Sunyaev-Zel'dovich" (Sunyaev y Zel'dovich 1980) en la radiación cosmológica de microondas también parece sugerir que en el pasado, o bien la densidad de cúmulos ricos o bien el contenido gaseoso de los mismos, eran menores de lo

que teóricamente se esperaba (Schaeffer y Silk 1988), sin que por el momento estén claras las causas de tal evolución.

Es precisamente el análisis en profundidad de estos y otros interrogantes generados en la observación de los cúmulos de galaxias, lo que ha llevado a plantearnos la necesidad de disponer de un modelo general y en lo posible realista que permita reproducir adecuadamente las condiciones físicas existentes en el interior de los cúmulos ricos de galaxias cercanos. La principal razón de que hasta ahora no se haya desarrollado tal modelo estriba en que la totalidad de la información que puede extraerse de las observaciones de los cúmulos de galaxias resulta insuficiente para determinar completamente sus propiedades físicas generales. Así, todos los modelos construídos hasta la fecha se han basado en un cierto número de hipótesis más o menos justificadas y han sido aplicados al estudio de cúmulos concretos (ej., Kent y Gunn 1982, Fuchs y Materne 1982, Kent y Sargent 1983, des Forêts *et al.* 1984, y más recientemente, Cowie *et al.* 1987, Ostriker *et al.* 1988, y Fabricant *et al.* 1989), por lo que resulta difícil, en general, evaluar la fiabilidad de sus características y discernir las que son genéricas de las que son más bien accidentales.

El Capítulo II de este trabajo tiene por objeto paliar esta carencia mediante el desarrollo de un modelo autoconsistente de cúmulo rico de galaxias cercano que refleje las propiedades típicas de estos sistemas. Para realizar esta tarea y con la intención de reducir al mínimo las hipótesis en las que se fundamente el modelo, hemos intentado sacar el máximo partido de toda la información observacional que, sobre los cúmulos, hay disponible en la actualidad. Con este modelo abordamos además algunas de las incógnitas,

ya comentadas, relacionadas con la estructura y la dinámica de estos sistemas. Cabe señalar que, aunque apartándose de la finalidad principal de esta tesis, algunos de los aspectos tratados en este capítulo son extensibles al estudio de otros sistemas de indudable interés astronómico como los cúmulos globulares o la componente esferoidal de cierto tipo de galaxias.

El Capítulo III está dedicado a investigar, también con la ayuda del modelo estándar desarrollado, los efectos de la interacción gas-galaxias y su papel en la segregación morfológica observada en el interior de los cúmulos ricos cercanos. Nuestro interés se centra en analizar en profundidad el proceso de barrido del medio interestelar de los discos galácticos causado por la presión cinética del medio intracumular (*Ram Pressure Stripping; RPS*) por tratarse del mecanismo que mayor relevancia puede tener en la evolución morfológica de las galaxias disco. Por otro lado, no se debe olvidar que, dada la eficacia teórica del *RPS*, cualquier modelo estructural y dinámico de cúmulo conlleva forzosamente unas condiciones de barrido concretas y consiguientemente una cierta distribución espacial inherente de los distintos tipos morfológicos de galaxias disco. En este sentido, la segregación morfológica asociada al modelo de cúmulo desarrollado en el Capítulo II constituye pues una característica del mismo que, por consistencia, debe ser cotejada con la observación.

El Capítulo IV recoge los principales resultados de esta tesis y hace un breve resumen de las líneas de trabajo que quedan abiertas para el futuro.

Finalmente, cabe decir que parte de lo que aquí se presenta ha dado ya lugar a 4 publicaciones en revistas internacionales (ver Referencias Bibliográficas al final de la memoria) y a 2 contribuciones orales en congresos internacionales.

II. CONSTRUCCION DE UN MODELO ESTANDAR DE CUMULO RICO DE GALAXIAS CERCANO

hasta los "regulares" (Abell 1965, 1975). Las principales diferencias entre uno y otro extremo vienen marcadas fundamentalmente por una disminución en la población de galaxias tardías y en la presencia (al menos aparente) de subestructuración, a la vez que se incrementan la simetría en la distribución de galaxias y la concentración de las mismas. Esta gradación progresiva hacia sistemas de aspecto más denso y uniforme ha llevado a que algunos autores consideren la posibilidad de que la anterior clasificación morfológica represente, en realidad, una secuencia evolutiva según el grado de relajación dinámica de los cúmulos (por ej., Struble y Rood 1982, 1984).

Precisamente, uno de los mayores problemas con los que se ha enfrentado la Astronomía extragaláctica ha sido el encontrar el mecanismo responsable de que sistemas autogravitantes como los cúmulos de galaxias pudieran estar relajados. En estos sistemas, la relajación a dos cuerpos (ver Tabla II.1) es realmente efectiva sólo para escalas de tiempo superiores a la edad del universo (cuya cota superior viene dada por $t_H = H_0^{-1} = 2.0 \times 10^{10} h_{50}^{-1}$ años). Así, a menos que las condiciones iniciales sean cercanas a las del equilibrio dinámico, dicho mecanismo resulta del todo insuficiente para llevar a los cúmulos de galaxias a su estado actual. King (1962) y Lynden-Bell (1967) fueron de los primeros en proponer la existencia de un mecanismo de relajación que actuaba en escalas de tiempo menores ("más violento"). La idea fundamental de la relajación violenta es que el estado inicial del sistema ligado gravitatoriamente se encuentra tan apartado del estado de equilibrio que son los efectos colectivos a gran escala los que gobiernan su evolución. Cada partícula se mueve en un potencial medio que durante el colapso del sistema fluctúa rápidamente en el espacio y en el tiempo de manera que, aunque la energía total del sistema se conserva, no

Tabla II.1. Escalas de tiempo características de los cúmulos.

Tiempo dinámico^{1,2}:

$$t_{\text{DIN}} = (S^3/GM)^{1/2} \sim 10^9 \left[\frac{r}{\text{Mpc}} \right] \left[\frac{\sigma_{10s}}{10^3 \text{ km s}^{-1}} \right]^{-1} \text{ años}$$

Tiempo mínimo para la relajación a dos cuerpos^{1,2}:

$$t_{\text{REL}} \sim 2 \times 10^{11} \left[\frac{\sigma_{10s}}{10^3 \text{ km s}^{-1}} \right]^3 \left[\frac{m_G}{10^{12} M_{\odot}} \right]^{-2} \left[\frac{n_G}{10^2 \text{ gal. Mpc}^{-3}} \right]^{-1} \text{ años}$$

Tiempo máximo para alcanzar el ETL del gas intracumular^{2,3}:

$$t_{\text{EQ}}(p,e) \sim 10^9 \left[\frac{n_X}{10^{-3} \text{ cm}^{-3}} \right]^{-1} \left[\frac{T_X}{10^8 \text{ K}} \right]^{3/2} \text{ años}$$

Tiempo característico de enfriamiento del gas intracumular^{2,4}:

$$t_{\text{COOL}} \sim 2 \times 10^{11} \left[\frac{n_X}{10^{-3} \text{ cm}^{-3}} \right]^{-1} \left[\frac{T_X}{10^8 \text{ K}} \right]^{1/2} \text{ años}$$

¹Suponiendo que toda la masa del cúmulo se encuentra ligada a las galaxias.

²S y M son, respectivamente, el radio y la masa total del cúmulo, G la constante de la gravitación universal y σ_{10s} , m_G y n_G los valores característicos de la dispersión de velocidades, la masa y la densidad numérica de galaxias.

³Para colisiones entre iones (protones) y electrones. Para colisiones entre electrones, $t(e,e) \sim 10^{-4} t(p,e)$.

⁴Suponiendo que el mecanismo de emisión es el *thermal bremsstrahlung*.

sucede lo mismo con la energía de cada partícula individual a lo largo de su órbita. Gracias a este proceso, y con independencia del estado inicial, el sistema acaba por alcanzar, en un tiempo característico que es del orden del tiempo dinámico (ver Tabla II.1), un equilibrio (cuasi-)estacionario en el que la distribución de velocidades de sus partículas se hace, en teoría, maxwelliana (debido a la serie de cambios aleatorios que afectan a las velocidades) y con una dispersión constante e independiente de la masa de éstas. El hecho de que, tras la relajación violenta, la velocidad que adquiere cada partícula resulte ser independiente de su masa conduce a la no segregación de la misma, tal y como se observa en la mayoría de los cúmulos. La actuación de dicho mecanismo puede explicar perfectamente las elevadas densidades centrales, la simetría más o menos esférica y la ausencia en general de subestructuración, propiedades todas ellas que, como se ha dicho anteriormente, caracterizan a los cúmulos más "regulares". Cabe señalar, sin embargo, que simulaciones numéricas de N-cuerpos del colapso de sistemas autogravitantes (por ej., Aarseth y Binney 1978) muestran que el sistema relajado resultante tiende, a grandes radios, a apartarse de las condiciones ideales de isotropía y constancia del tensor local de velocidades. Ello se debe a que en la práctica las oscilaciones del potencial gravitatorio medio son menos importantes cuanto más alejadas del centro del sistema están las partículas, por lo que pueden conservarse mejor los detalles de la distribución inicial.

Una vez el cúmulo de galaxias se ha relajado el mecanismo regulador de su evolución secular pasa a ser la relajación a dos cuerpos. Este tipo de interacción tiende a llevar al sistema a la equipartición de energía entre sus partículas, es decir, al equilibrio termodinámico. En el caso de las

partículas del gas intracumular, que por estar cargadas interactúan electromagnéticamente y tienen por tanto un recorrido medio relativamente corto, dicho equilibrio se alcanza (al menos localmente) en un tiempo comparable al de la relajación violenta del sistema (Tabla II.1). Pero, como ya hemos comentado, esto no sucede en el caso del gas de galaxias cuyo tiempo de relajación a dos cuerpos es típicamente superior a la edad del universo. Por esta razón este último puede considerarse como un fluido básicamente acolisional.

1.2. Propiedades de la distribución de galaxias.

Aparte de la segregación morfológica, que será tratada en profundidad en el Capítulo III, la distribución de galaxias en los cúmulos de aspecto más regular se caracteriza por la existencia de una región central en la que la densidad es elevada y aproximadamente constante. El "radio del núcleo" (*core radius*), r_c , es un parámetro que suele emplearse para caracterizar la extensión de dicha región. En su definición original (King 1962; ver también, King 1972 y Rood *et al.* 1972), este parámetro señala la distancia radial a la que la densidad numérica proyectada de galaxias pasa a valer la mitad del valor central. Más allá de esta región la densidad de galaxias va disminuyendo monótonamente hacia el exterior del cúmulo, siguiendo, muy aproximadamente, una ley de potencias (Bahcall 1977a, Seldner y Peebles 1977a y b).

En cuanto a la distribución de velocidades de las galaxias, ésta suele

caracterizarse mediante el perfil radial de dispersión de velocidades proyectadas según la visual (*line of sight*), $\sigma_{\text{los}}(s)$, definido estadísticamente como

$$\sigma_{\text{los}}(s) = \langle (v_{\text{los}}(s) - \langle v_{\text{los}}(s) \rangle)^2 \rangle^{1/2}, \quad (\text{II.1})$$

siendo s la distancia proyectada al centro del cúmulo. Aunque en muchos cúmulos ricos las galaxias que están por debajo de una cierta magnitud límite exhiben una distribución global de velocidades aproximadamente gaussiana (Yahil y Vidal 1977), las observaciones señalan que el perfil de dispersión de velocidades de estas galaxias es aproximadamente independiente de su masa y posición dentro del cúmulo, por lo que puede asegurarse que estos sistemas no han alcanzado todavía el equilibrio termodinámico. No obstante, observaciones hechas sobre algunos cúmulos parecen indicar que éste perfil decrece ligeramente al incrementarse la distancia radial (Kent y Gunn 1982, Kent y Sargent 1983 y Sodré et al. 1989). Cabe también la posibilidad (tal como sugieren las simulaciones numéricas de N-cuerpos) de que exista una ligera anisotropía radial del tensor local de velocidades que vaya también aumentando con el radio. En este caso, al perfil $\sigma_{\text{los}}(s)$ contribuyen las proyecciones que sobre la visual tienen las distintas componentes del tensor de velocidades, por lo que no es posible determinar con sólo este perfil el valor de las mismas. En cuanto a la posible rotación de los cúmulos, no se han encontrado por el momento indicios de que ésta sea importante (Noonan 1980).

Hay que hacer notar que, contrariamente a lo que suele reflejarse en la literatura, el perfil $\sigma_{\text{los}}(s)$ no puede extraerse directamente de las

observaciones. De hecho, aparte de la densidad numérica proyectada de galaxias, $N_G(s)$, que se obtiene contando las que están situadas a una distancia (proyectada) s del centro del cúmulo, las observaciones fotométricas y espectroscópicas de las galaxias que hay en los cúmulos permiten determinar directamente (salvo constantes multiplicativas) el perfil de energía cinética específica de las mismas, $K_G(s)$. Este perfil, definido en la forma

$$K_G(s) = \frac{N_G(s)\sigma_{los}^2(s)}{2}, \quad (II.2)$$

puede hallarse sumando simplemente los cuadrados de las velocidades proyectadas según la visual de aquellas galaxias que están a una distancia s del centro del cúmulo. Por tanto, la determinación del perfil $\sigma_{los}(s)$ a partir de los dos anteriores lleva un error asociado que es necesariamente superior al de $K_G(s)$ (Salvador-Solé y Sanromà 1989).

Finalmente, conviene recordar también que algunos cúmulos ricos tienen una forma ligeramente achatada, exhiben distribuciones de galaxias asimétricas (ver Sarazin 1986 y referencias en esta reseña) y/o parecen incluir algún tipo de subestructura (Beers y Tonry 1986, Mellier *et al.* 1988b). No obstante, en el presente trabajo vamos a considerar estas desviaciones de la "regularidad" como accidentales y, en consecuencia, situarlas en un segundo plano dentro del modelo estándar con el que pretendemos describir a la mayoría de cúmulos ricos. Sólo si se quieren abordar aspectos muy concretos de un cúmulo específico dichas correcciones pueden dejar de ser secundarias.

1.3. Propiedades del medio intracumular.

Desde que la astronomía de rayos X recibió su impulso definitivo con el lanzamiento de los primeros satélites a finales de la década de los 60, se ha venido identificando a los cúmulos de galaxias con poderosas fuentes extragalácticas de radiación X. Aunque desde un principio se sospechó que dicha radiación tenía un origen térmico, la baja resolución espectral de las primeras observaciones no permitía distinguir claramente si los espectros obtenidos se ajustaban mejor por una ley exponencial o de potencias (esta última asociada a la dispersión de fotones de baja energía mediante electrones relativistas). Una vez se dispuso de satélites tales como *OSO-8* y *Ariel V* que incorporaban detectores de elevada resolución espectral en una amplia banda de energías, pudieron efectuarse análisis a gran escala de los espectros de rayos X confirmándose la naturaleza térmica de éstos (Mushotzky *et al.* 1978, Mitchell *et al.* 1979). Actualmente, puede afirmarse que el principal mecanismo responsable del continuo del espectro de rayos X de los cúmulos es la radiación emitida por el frenado térmico (*thermal bremsstrahlung*) de los electrones de un plasma de baja densidad ($\approx 10^{-3}$ átomos cm^{-3}) y elevada temperatura ($\sim 10^8$ K), siendo la distribución y la masa total de dicho gas similares a las del gas de galaxias.

Además, al ser los tiempos característicos de las colisiones coulombianas entre las partículas del gas (iones y electrones) mucho menores que el tiempo de enfriamiento del plasma, t_{COOL} , o la edad del cúmulo (ver Tabla II.1), puede suponerse que el gas ha alcanzado como mínimo el Equilibrio Termodinámico Local (ETL) y que, por tanto, la distribución de velocidades de las partículas es (localmente) maxwelliana.

También conviene recordar que, aunque la detección en el gas intracumular de rayas de emisión está asociada a la presencia de iones de hierro y otros elementos pesados (con abundancias cercanas a la mitad de las solares), siguen siendo el hidrógeno (alrededor del 90%) y el helio (el 10% restante) los principales componentes de dicho gas. Así, la práctica totalidad de los electrones libres del medio intergaláctico proceden de estos dos elementos, que se encuentran totalmente ionizados. El *thermal bremsstrahlung* (responsable del continuo de la emisión X) pasa a ser entonces prácticamente insensible a la abundancias de elementos más pesados (que aparecen únicamente reflejadas en las líneas de emisión), de modo que, para cada frecuencia de emisión ν , la emisividad local del gas intracumular (gas X), ϵ_x , puede aproximarse por (Karzas y Latter 1961, Kellogg *et al.* 1975, Gronenschild y Mewe 1976)

$$\epsilon_x = n_x^2 \Lambda(\nu, T_x) , \quad (\text{II.3})$$

donde n_x es la densidad numérica (local) de partículas del gas X (proporcional a la densidad de electrones si el gas está totalmente ionizado), y $\Lambda(\nu, T_x)$ una función lentamente variable con la temperatura del gas, T_x , que incluye efectos cuánticos y los debidos a colisiones distantes.

Con el uso de detectores de elevada resolución espacial puede llegar a determinarse la distribución del brillo superficial del gas X, $I_x(s)$, y a partir de ésta, el correspondiente perfil de emisividad (ver subapdo. 2.3.3.). Los datos espaciales más precisos que se conocen hasta la fecha han sido obtenidos por el *Imaging Proportional Counter (IPC)* a bordo del satélite *Einstein*, que sólo es sensible a rayos X de baja energía

($0.5 \leq h\nu \leq 4$ keV). Sin embargo, a las temperaturas típicas del gas intracumular ($kT \sim 10$ keV), la emisividad es prácticamente independiente de la frecuencia (al ser $h\nu \leq kT$), por lo que las distribuciones de brillo superficial obtenidas con este tipo de instrumentos no permiten determinar directamente el perfil de temperaturas de dicho gas. Por otro lado, los instrumentos con elevada resolución espectral, tales como *HEAO-1 A-2* (Henriksen y Mushotzky 1986) o *Tenma* (Hughes *et al.* 1988a), tienen en cambio una resolución espacial muy pobre (del orden de varios grados en el mejor de los casos). Por tanto, los modelos de cúmulo que se han elaborado a partir de las observaciones de rayos X se ven en la necesidad de combinar los datos espaciales con datos espectrales integrados sobre una determinada región del cúmulo (y que, por esta misma razón, sólo informan de la temperatura promediada del gas intracumular). No obstante, este tipo de modelos pone de manifiesto que, para un gran número de cúmulos, una distribución isoterma del gas intergaláctico no permite ajustar simultáneamente los datos espectrales y los espaciales (ver, por ej., Hughes *et al.* 1988a). El uso de espectros integrados tampoco permite distinguir si esta variación de la temperatura es global o, por el contrario, si son diversas regiones las que contribuyen con una temperatura diferente. De esta manera, la práctica ausencia de datos sobre el perfil radial de temperatura del gas intracumular será uno de los mayores problemas con los que deberemos enfrentarnos al desarrollar nuestro modelo.

Otro aspecto a considerar es que en las regiones más internas de los cúmulos existe la posibilidad de que la emisividad del gas X sea lo suficientemente elevada (recordemos que es proporcional al cuadrado de la densidad numérica de partículas) como para que el tiempo característico de

enfriamiento de éste, t_{COOL} , se haga próximo a t_H . Cuando esto ocurre, la presión de las capas exteriores obliga al gas del interior a fluir hacia el centro del cúmulo formando "corrientes de enfriamiento" (*cooling flows*; ver, por ej., Fabian *et al.* 1984). Jones y Forman (1984) relacionaron estas corrientes de enfriamiento con la presencia de una galaxia central dominante en el centro de ciertos cúmulos regulares. Por su parte, Silk (1976) y Cowie y Binney (1977) han sugerido que la presencia de estas corrientes podría explicar la correlación observada entre la luminosidad X integrada, L_X , y la dispersión *global* de velocidades de las galaxias, σ_{los} . La Tabla II.2 proporciona una lista de cúmulos en los que existen evidencias de corrientes de enfriamiento, así como de los ritmos de acreción de gas estimados (escalados en un factor h_{50}^{-2}). Conviene resaltar que, sin embargo, las observaciones en el espectro X no tienen la resolución suficiente para detectar el corrimiento Doppler producido por el lento fluir del gas hacia el interior del cúmulo, por lo que únicamente dichas evidencias sugieren la presencia de gas "frío" en las regiones centrales de los cúmulos.

1.4. Propiedades de la materia oscura.

La naturaleza de la materia oscura presente en los cúmulos de galaxias sigue siendo una de las mayores incógnitas de la Astrofísica actual. Cuidadosos estudios sobre la radiación difusa de los cúmulos parecen indicar que su naturaleza no es ni gaseosa ni estelar, por lo que los principales candidatos pueden ser: *i*) objetos subestelares o planetarios (Ostriker *et al.* 1974); *ii*) remanentes estelares tales como estrellas de neutrones o

Cluster	\dot{M} M_{\odot}/yr	References	
		X ray	Optical
A85	120	t	k,d
A262	28	t	
A400	2	t	
A426 Perseus	300	e,p,a,o	l,d
A496	200	q,o	k,f,d
A576	40	u,r	
A978	500		k
A1060	6	t	
A1126	500		k
A1795	400	t,o	k,d
A1983	7	t	
A1991	115	t	
A2029	250	t,o	d
A2052	120		k
A2063	26	t	
A2107	18	t	
A2142	28	m	d
A2199	110	t,o	d
A2319	75	t,u	d
A2415	15	t	
A2626	10	t	
A2657	36	t	
A2670	78	t	
SC0107-46	4	t	
AWM7	40	c	
3A0335 + 096	280	s,o	
MKW4	20	c	
M87/Virgo	3-20	h,i,b,n,o	j
Centaurus	22		g
MKW3s	100	c	
AWM4	25	c	
SC1842-63	3	t	
SC2059-247	500	v	

^aCanizares (1981).

^bCanizares *et al.* (1979,1982).

^cCanizares *et al.* (1983).

^dCowie *et al.* (1983).

^eFabian, Hu, Cowie, and Grindlay (1981).

^fFabian, Ku, Malin, Mushotzky, Nulsen, and Stewart (1981).

^gFabian, Atherton, Taylor, and Nulsen (1982).

^hFabricant *et al.* (1980).

ⁱFabricant and Gorenstein (1983).

^jFord and Butcher (1979).

^kHeckman (1981).

^lKent and Sargent (1979).

^mLea *et al.* (1981).

ⁿLea *et al.* (1982).

^oMushotzky (1984).

^pMushotzky *et al.* (1981).

^qNulsen *et al.* (1982).

^rRothenflug *et al.* (1984).

^sSchwartz, Schwarz, and Tucker (1980).

^tStewart, Canizares, Fabian, and Nulsen (1984).

^uWhite and Silk (1980).

^vWhite, Sarazin, Quintana, and Jaffe (1981).

Tabla II.2. Cúmulos en los que se ha apreciado la existencia de corrientes de enfriamiento. (Tabla extraída de Sarazin 1986)

agujeros negros; *iii*) partículas subatómicas estables pero débilmente interactuantes tales como neutrinos masivos, monopolos magnéticos, axiones, fotinos o gravitinos (ver, por ej., Blumenthal *et al.* 1984).

Por otro lado, su distribución dentro de los cúmulos tampoco se conoce con exactitud. No obstante, existen razones fundadas para creer que no se encuentra ligada a galaxias individuales (por ej., en forma de halos masivos; Rood 1981, Sarazin 1986), sino formando un continuo al igual que éstas y el gas intergaláctico. Algunos argumentos como el hecho de que las posiciones y velocidades de las galaxias de muchos cúmulos sean consistentes con una relación masa-luminosidad aproximadamente constante, suelen emplearse como indicativos de que la distribución de materia oscura es similar, sinó idéntica, a la de las galaxias (Rood *et al.* 1972, Kent y Gunn 1982). Sin embargo, análisis más detallados de los datos observacionales han mostrado que, de hecho, existe un amplio abanico de distribuciones de masa compatible con las observaciones (Bailey 1982, The y White 1986, Merrit 1987). Además, tanto las observaciones en el dominio de los rayos X (Cowie *et al.* 1987) como las simulaciones de N-cuerpos que analizan la formación de los cúmulos (por ej., West y Richstone 1988), parecen indicar que el perfil de densidad de materia oscura difiere sustancialmente de los de las otras dos componentes. Por todas estas razones es conveniente evitar, siempre que sea posible, la formulación de hipótesis sobre su distribución.

Resumiendo, en lo que resta supondremos que los cúmulos ricos de galaxias se han formado a partir de un proceso de relajación violenta. A resultados de ello, pueden ser considerados como sistemas cuasi-estacionarios (es decir, en el caso de que evolucionen lo hacen en tiempos característicos

mayores que t_H), desacoplados de su entorno, con simetría esférica y sin rotación, en los que todos sus componentes (gas, galaxias y materia oscura) se encuentran en equilibrio hidrostático. Aunque la presencia de subestructuración, las asimetrías en la distribución de galaxias, los *cooling flows* o la caída de materia desde el exterior (*secondary infall*) parecen ser fenómenos bastante comunes o cuanto menos previsibles, no los consideraremos en el modelo estándar que vamos a construir. Por todo ello, es de esperar que nuestro modelo sea cuanto menos representativo de las regiones internas de los cúmulos ricos regulares en las que los tiempos dinámicos son muy inferiores a la edad del universo y las influencias exteriores presumiblemente despreciables.

2. Desarrollo de un modelo politrópico general.

2.1. Justificación del procedimiento seguido.

El estudio detallado de la física de los cúmulos de galaxias, como la de cualquier sistema autogravitante que contenga un gran número de partículas, puede abordarse fundamentalmente desde dos perspectivas diametralmente opuestas. Así, se puede adoptar un enfoque "de abajo a arriba" en el que a través del seguimiento de las interacciones entre galaxias individuales (¡tratadas como partículas newtonianas aunque tengan diámetros de 100 kiloparsecs!) y entre éstas y las partículas del gas intracumular, se intenten reproducir las propiedades macroscópicas

(cuasi-)estacionarias del sistema. Pero también se puede seguir el camino inverso, "de arriba a abajo", y partir de las propiedades macroscópicas observadas (que son valores promedio de cantidades físicas que incluyen el comportamiento colectivo de un gran número de partículas) de las galaxias y del gas intracumular, para acabar determinando tanto la estructura del sistema como las trayectorias que describen las galaxias individuales (que en periodos de tiempo cortos en comparación con t_H prácticamente no interaccionan entre sí) en el seno del campo gravitatorio (cuasi-estacionario) medio.

Ambos procedimientos tienen, como es natural, sus ventajas e inconvenientes. La facilidad en el tratamiento numérico tanto de regímenes lineales como no lineales, y la posibilidad de realizar el seguimiento simultáneo de la evolución temporal de las trayectorias y velocidades de un gran número de partículas (simulaciones numéricas de N-cuerpos), hace del primero un método especialmente indicado para el análisis de los procesos de formación y/o evolución secular de sistemas autogravitantes a partir de condiciones iniciales desconocidas pero poco influyentes en el resultado final. Estas mismas características lo convierten, sin embargo, en un procedimiento excesivamente gravoso si lo que se pretende es tratar, como en nuestro caso, con sistemas cuasi-estacionarios en los que las propiedades estructurales y cinemáticas no evolucionan apreciablemente en tiempos del orden de t_H .

En cambio, desde el punto de vista estadístico es suficiente con disponer de la función de distribución en el espacio de fases (que para el caso que nos ocupa es independiente del tiempo), $f(\vec{r}, \vec{v})$, para tener una

completa descripción del sistema, ya que a partir de dicha función se pueden deducir la totalidad de las propiedades macroscópicas del mismo (dadas por los momentos de distintos ordenes sobre la velocidad de las partículas). El problema de este segundo enfoque es que, en general, no se dispone de información suficiente como para determinar la forma exacta de la función f . Para sortear este problema se puede optar por asumir directamente una forma analítica particular para la misma (esto es obligado, por ej., para la distribución de materia oscura), o bien intentar determinarla a partir de la información observacional disponible, ya sea con la ayuda de ciertas hipótesis simplificativas o con la imposición de condiciones físicas plausibles tales como la maximización de la entropía (White y Narayan 1987, Richstone y Tremaine 1988).

No obstante, también es posible obtener una descripción suficientemente detallada de las características estructurales y cinemáticas de un sistema partiendo directamente de las propiedades observadas, es decir, trabajando con los momentos conocidos de su función de distribución. Las ecuaciones diferenciales que regulan el comportamiento de las variables macroscópicas de un sistema reciben el nombre genérico de "ecuaciones hidrodinámicas" o "ecuaciones de transporte macroscópico". Dichas ecuaciones, que pueden derivarse con independencia de la forma particular de la función f , establecen la conservación de propiedades macroscópicas físicamente relevantes como la masa, el momento, o la energía, por citar algunas de las más importantes. Este último procedimiento permite extraer, con la formulación de un número mínimo de hipótesis (que en todo caso afectarán siempre directamente a los observables macroscópicos), el máximo provecho de la totalidad de la información disponible. Por tanto, éste será el método

más indicado para desarrollar nuestro modelo de cúmulo. De todos modos, cuando se deseen obtener las trayectorias que siguen las galaxias por el interior del cúmulo (ver Capítulo III), el desconocimiento de la forma exacta de la función de distribución asociada a las galaxias obligará a introducir alguna hipótesis suplementaria sobre ésta.

2.2. Equilibrio hidrostático, relaciones geométricas e hipótesis politrópica.

La ecuación de partida de nuestro modelo estacionario es la conocida ecuación de Jeans independiente del tiempo

$$\rho (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \nabla \cdot \bar{p} = - \rho \nabla U , \quad (\text{II.4})$$

en la que ρ es la densidad másica de cualquiera de los distintos tipos de partículas que integran el sistema, \vec{v} su correspondiente velocidad media, \bar{p} el tensor de presiones, U el potencial gravitatorio *total* medio al que se ven sometidas todas las partículas, y ∇ el operador vectorial

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} . \quad (\text{II.5})$$

La ecuación de Jeans, también llamada ecuación de equilibrio hidrostático, es uno de los momentos sobre el espacio de velocidades de la ecuación acolisional de Boltzmann (acolisional en el sentido más general de que aunque se produzcan colisiones entre las partículas, éstas se llevan a cabo

de tal modo que no modifican la densidad de puntos representativos en el espacio de fases). Como sólo incluye hasta los momentos de segundo orden (sobre las velocidades) de $f(\vec{r}, \vec{v})$ es, lógicamente, mucho más accesible a la observación que la propia función de distribución. De este modo queda garantizado *a priori* que el modelo sea totalmente consistente con las observaciones, al tiempo que la sencillez inherente a dicho tratamiento repercutirá muy favorablemente en la interpretación de los resultados.

Para un potencial gravitatorio con simetría esférica y eliminando los momentos de primer orden que, dada la ausencia de rotación, simplemente reflejan la traslación del cúmulo sin afectar a su distribución interna, la ecuación de equilibrio hidrostático para la distribución de galaxias pasa a tener la forma

$$\frac{d}{dr}(n_G \sigma_r^2) + 2r^{-1}n_G(\sigma_r^2 - \sigma_t^2) = -n_G \frac{dU}{dr}, \quad (\text{II.6})$$

donde n_G es la densidad numérica global de galaxias, mientras que σ_r y σ_t son, respectivamente, las componentes radial y tangencial del tensor de velocidades de las mismas. Nótese, que para obtener la ecuación (II.6) hay que sumar las ecuaciones de equilibrio hidrostático correspondientes a los distintos tipos (masas) de galaxias que componen los cúmulos. Cada una de éstas tiene la misma forma que la ecuación (II.6) pero con n_G representando, en cada caso, la densidad numérica de un tipo determinado de galaxias. Recordemos que esto puede hacerse debido a que las componentes de la dispersión de velocidad de las galaxias son independientes de su masa y, por tanto, iguales para todas ellas.

Para el gas intracumular la ecuación de equilibrio hidrostático se reduce a

$$\frac{d}{dr}(n_x k T_x) = - n_x \frac{dU}{dr}, \quad (\text{II.7})$$

donde n_x es la densidad numérica del gas y T_x su temperatura. La mayor simplicidad de esta ecuación se debe a que el gas es un fluido colisional con una presión isótropa, de modo que podemos servirnos de la ecuación de estado de un gas ideal, $P = \rho k T$, para reemplazar las dos funciones σ_r y σ_t de la ecuación (II.6) por una única función T_x . Precisamente, el equilibrio termodinámico local del gas permite, de forma similar a lo que ocurre con el equilibrio hidrostático de las galaxias, que la ecuación (II.7) proceda también de sumar las ecuaciones de equilibrio hidrotático que pueden establecerse para los distintos tipos (masas) de partículas que componen el gas intracumular (n_x será en cada una de ellas la densidad numérica correspondiente).

La utilización de las ecuaciones (II.6) y (II.7) introduce en nuestro modelo un total de seis funciones incógnita, a saber, los perfiles radiales $n_G(r)$, $n_x(r)$, $\sigma_r(r)$, $\sigma_t(r)$, $T_x(r)$ y el potencial gravitatorio $U(r)$. Sin embargo, algunas de estas funciones pueden obtenerse a partir de perfiles directamente observables. Así, la simetría esférica del sistema permite relacionar la densidad superficial (observada) de galaxias, $N_G(s)$, con la correspondiente densidad espacial, $n_G(r)$, a través de la transformada de Abel

$$N_G(s) = 2 \int_s^S \frac{rn_G}{\sqrt{r^2 - s^2}} dr , \quad (\text{II.8})$$

siendo S el radio exterior del cúmulo. Luego, $n_G(r)$ puede obtenerse de la inversión (anti-transformada de Abel) de la ecuación (II.8)

$$n_G(r) = -(\pi r)^{-1} \frac{\partial}{\partial r} \int_r^S \frac{sN_G}{\sqrt{s^2 - r^2}} ds . \quad (\text{II.9})$$

De la misma forma, el perfil observado de dispersión de velocidades de las galaxias, $\sigma_{\text{los}}(s)$, está relacionado con los perfiles $\sigma_r(r)$ y $\sigma_t(r)$ a través de la expresión

$$N_G(s)\sigma_{\text{los}}^2(s) = 2 \int_s^S \frac{rn_G}{\sqrt{r^2 - s^2}} \left[\sigma_r^2 - \frac{s^2}{r^2} (\sigma_r^2 - \sigma_t^2) \right] dr . \quad (\text{II.10})$$

Sin embargo, a diferencia de la ecuación integral (II.9), la ecuación (II.10) contiene dos funciones incógnita y no es directamente invertible, por lo que la obtención de las componentes σ_r y σ_t obliga a resolver simultáneamente el sistema formado por las ecuaciones (II.6) y (II.10). Nótese, que el miembro izquierdo de la ecuación (II.10) es justamente el doble del perfil observacional $K_G(s)$ definido en el apartado 1.2..

Por otro lado, si ignoramos la limitada resolución espectral de los detectores espaciales de rayos X, las observaciones hechas con instrumentos como el *IPC* del satélite *Einstein* permiten determinar los perfiles

(promediados en la estrecha banda de frecuencias del detector) de brillo superficial del gas X, $I_X(s)$. Los correspondientes perfiles de emisividad, $\epsilon_X(r)$ (también promediados), podrán así obtenerse con ayuda de la ecuación integral

$$\epsilon_X(r) = -\frac{4}{r} \frac{\partial}{\partial r} \int_r^S \frac{s I_X}{\sqrt{s^2 - r^2}} ds, \quad (\text{II.11})$$

Si pudiera hallarse la distribución de temperaturas, $T_X(r)$, de dicho gas, las ecuaciones (II.3) y (II.11) permitirían determinar el correspondiente perfil de densidad numérica, $n_X(r)$. Por desgracia, y como ya hemos comentado anteriormente, no existe suficiente información a nivel observacional como para poder determinar la forma exacta de $T_X(r)$. Para paliar esta falta de datos observacionales, hemos optado por suponer que la componente gaseosa de los cúmulos puede ajustarse mediante una ecuación politrópica $T_X \propto n_X^{\gamma-1}$, siendo el índice politrópico γ un parámetro, en principio, desconocido. La adopción de esta "hipótesis politrópica" no persigue otro objetivo que el de obtener una parametrización sencilla y manejable del perfil de temperaturas del gas intracumular, al tiempo que permite la extensión formal al caso anisótropo de los modelos isótropo-politropicos de Cavaliere y Fusco-Femiano (1976, 1978). Con esta parametrización podemos representar condiciones físicamente aceptables como, por ejemplo, la isothermalidad o la adiabaticidad del gas con sólo adoptar para γ los valores 1 y 5/3, respectivamente. Por otro lado, los valores intermedios del índice politrópico pueden considerarse que son el reflejo de situaciones físicas más complejas (por ej., la presencia de una región central isoterma rodeada

por una región adiabática; Henriksen y Mushotzky 1986, Hughes *et al.* 1988b).

Finalmente, con ayuda de la ecuación de Poisson

$$r^{-2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dU}{dr} \right) = 4\pi G \rho , \quad (\text{II.12})$$

donde $\rho(r)$ es el perfil de densidad másica total del cúmulo, la ecuación de equilibrio hidrostático del gas (ec. [II.7]) puede reescribirse en función de los correspondientes perfiles de densidad numérica y temperatura,

$$M(r) = \frac{kT_X r}{G\mu m_p} \left[\frac{d \ln(n_X)}{d \ln(r)} + \frac{d \ln(T_X)}{d \ln(r)} \right] , \quad (\text{II.13})$$

donde $M(r)$ es la masa total del cúmulo en el interior de un radio r , y m_p y μ son la masa del protón y el peso molecular medio en u.m.a. del gas X ($\rho_X = \mu m_p n_X$), respectivamente. Así pues, otra de las ventajas de la hipótesis politrópica es que basta con conocer la forma del perfil $n_X(r)$ para que quede totalmente determinado el perfil de masa del cúmulo. Nótese, que la gran influencia que tiene la distribución espacial de la materia oscura en la dinámica de los cúmulos, hace que la utilización alternativa de hipótesis sobre dicha distribución (tal y como hacen los modelos usuales *mass-follows-light*) sea mucho más arriesgada dado el total desconocimiento que se tiene sobre esta propiedad (ver apdo. 1.4.).

Es importante resaltar que, aunque el uso de la hipótesis politrópica está muy extendido (Lea 1975, Gull y Northover 1975, Cavaliere y

Fusco-Femiano 1976, Bahcall y Sarazin 1978, y más recientemente, Henriksen y Mushotzky 1986, Cowie *et al.* 1987 y Hughes *et al.* 1988a y b), sigue siendo ésta la hipótesis más dudosa en la que se fundamenta el modelo. Su utilización, sin embargo, permitirá reducir la que de otro modo sería una libertad excesiva (debido a la falta de información sobre $T_x(x)$), a la vez que garantiza la obtención de un perfil de masa oscura uniparamétrico y totalmente analítico.

Veamos a continuación cuáles son los comportamientos típicos que pueden adoptarse para los distintos perfiles *observacionales* (proyectados; 2D) y los perfiles *intrínsecos* (tridimensionales; 3D) que de ellos se derivan.

2.3. Perfiles obtenidos directamente por inversión.

Razones obvias como el tiempo máximo disponible para la actuación de los mecanismos de relajación violenta ($\sim t_H$), ponen de manifiesto que la extensión de la parte relajada de los cúmulos de galaxias es necesariamente limitada. De hecho, estos sistemas acostumbran a formar parte de estructuras irregulares mayores, los supercúmulos de galaxias, que no han alcanzado todavía el equilibrio hidrostático. La dificultad existente en establecer con precisión los límites del cúmulo y la creciente incertidumbre en el comportamiento de los perfiles observacionales conforme éstos se alejan del centro, hace que habitualmente dichos perfiles se extrapolen asintóticamente hasta el infinito. Este procedimiento, que también utilizaremos aquí, tiene la ventaja de simplificar grandemente el tratamiento matemático del modelo.

Además, la fuerte caída hacia el exterior del cúmulo que presentan los perfiles observacionales garantiza que las proyecciones y deproyecciones de las extrapolaciones asintóticas sean prácticamente idénticas a las de los perfiles truncados, excepto muy cerca del "corte" de estos últimos.

2.3.1. Perfil de densidad numérica de galaxias.

La densidad numérica proyectada de galaxias "normales" con magnitud absoluta M menor o igual que $M_3 + 2$ (con M_3 la magnitud de la tercera más brillante), o despreciando la ligera dependencia de M_3 con la riqueza del cúmulo (Sandage 1976), con M menor o igual que el valor característico M^* de la función de luminosidad de las galaxias (Bahcall 1977b), puede representarse perfectamente mediante una ley de Hubble modificada (Aarseth y Binney 1978, Fuchs y Materne 1982)

$$N_G(s) = N_G(0) \left(1 + (s/r_c)^2 \right)^{-\alpha_G + 1/2}, \quad (\text{II.14})$$

donde $N_G(0)$ representa la densidad central proyectada, r_c es el radio del núcleo (ver apdo. 1.2.) y α_G es un índice que caracteriza la pendiente logarítmica asintótica de este perfil. Para garantizar que el perfil de densidad sea decreciente (hacia el exterior del cúmulo), α_G debe ser necesariamente mayor que 1/2. La transformada inversa de Abel (ec. [II.9] con $S = \infty$) del perfil anterior es simplemente

$$n_G(r) = n_G(0) \left(1 + (r/r_c)^2 \right)^{-\alpha_G}, \quad (\text{II.15})$$

donde $n_G(0) = N_G(0)/(r_c B(\alpha_G - 1/2, 1/2))$, y B es la función Beta (Apéndice A).

2.3.2. Perfil de energía cinética específica de las galaxias.

A pesar de que no existe todavía ninguna referencia en la literatura sobre la forma del perfil $K_G(s)$, los datos observacionales que actualmente se tienen sobre las velocidades de las galaxias que ocupan las regiones centrales de los cúmulos (Struble 1979, West *et al.* 1987 y referencias en este artículo, Dressler y Schectman 1988) parecen indicar que debe ser similar o ligeramente más abrupto que el perfil de densidad numérica de galaxias. Por simplicidad, vamos a adoptar para el mismo una ley de Hubble modificada con idéntico radio del núcleo r_c y un índice α_K , igual o ligeramente superior a α_G (el caso $\alpha_K = \alpha_G$ equivaldría a suponer que el perfil $\sigma_{los}(s)$ es constante). Cabe considerar que esta ley no es más que un ajuste razonable del perfil $K_G(s)$ que, como vamos a ver a lo largo de este trabajo, permite la obtención de modelos matemáticamente simples y con un comportamiento global cualitativamente correcto. Mediante la deproyección de $K_G(s)$ se obtiene la función

$$\Psi_2(r) = \Psi_2(0) \left(1 + (r/r_c)^2 \right)^{-\alpha_K}, \quad (\text{II.16})$$

donde $\Psi_2(0) = K_G(0)/(r_c B(\alpha_K - 1/2, 1/2))$, sobre la que volveremos más adelante

(subapdo. 2.4.2.).

2.3.3. Perfil de densidad numérica de gas intracumular.

Para caracterizar los perfiles de brillo superficial, $I_X(s)$, del gas X, nos serviremos de los datos obtenidos por el *IPC* a bordo del satélite *Einstein*. Dichos perfiles (promediados en la banda de energías del *IPC*) también pueden ajustarse perfectamente mediante una ley de Hubble modificada (White y Silk 1980, Abramopoulos y Ku 1983, Jones y Forman 1984, Cowie *et al.* 1987)

$$I_X(s) = I_X(0) \left(1 + (s/r_c)^2 \right)^{-2\alpha_X + 1/2}, \quad (\text{II.17})$$

con un radio del núcleo r_c similar al del perfil de densidad de galaxias. Por simplicidad, adoptaremos el mismo valor (ver también subapdo. 3.2.2.). Nótese que, por idénticas razones a lo expuesto para α_G en el subapartado 2.3.1., α_X debe ser necesariamente mayor que 1/4. Veamos a continuación cómo determinar a partir de este perfil la densidad numérica del gas X.

A las temperaturas del gas de los cúmulos ($kT_X \geq 3$ keV) el mecanismo primario de emisión es el *thermal bremsstrahlung* de los electrones libres del mismo (Felten *et al.* 1966, Lea *et al.* 1973, Silk 1973, White y Silk 1980). La emisividad de dicho gas, integrada en la banda de energías $\Delta E = E_2 - E_1$ ($E_1 = h\nu_1$), viene dada por la expresión (Kellogg *et al.* 1975,

Quintana y Melnick 1982)

$$\epsilon_X(r) = C_{ff} EI(T_X(r)) (kT_X(r))^{-1/2} n_X^2(r) , \quad (\text{II.18})$$

en la que kT_X está expresado en keV, n_X en partículas cm^{-3} y donde $C_{ff} = 1.794 \times 10^{-24} \text{ erg keV}^{1/2} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ (para un gas compuesto por un 90% de hidrógeno y un 10% de helio, totalmente ionizado). T_X y n_X son la temperatura y densidad numérica locales del gas X (recordemos que la temperatura de todas las partículas del gas, electrones e iones, es la misma, mientras que la densidad de estos últimos es proporcional a la de los primeros), y $EI(T_X(r))$ es la emisividad integral función de la temperatura local del gas, definida a través de la expresión

$$EI(T_X(r)) = \int_{E_1}^{E_2} g(E, kT_X(r)) \exp(-E/kT_X(r)) \exp(-(E_a/E)^{8/3}) R(E) dE , \quad (\text{II.19})$$

donde E_a es la constante de absorción interestelar, $R(E)$ la función de respuesta instrumental y $g(E, kT_X(r))$ el factor de Gaunt local. La función EI puede evaluarse numéricamente a partir de la aproximación analítica que para el factor de Gaunt de un plasma de hidrógeno, obtuvieron Kellogg *et al.* (1975) basándose en los cálculos de Karzas y Latter (1961). Dentro de los rangos de energías 0.5–4.0 keV (*Einstein*) y 2–10 keV (*Uhuru*, *Ariel V*, *HEAO-1* y *EXOSAT*) y para el rango de temperaturas (3–20 keV), la emisividad integral exhibe una dependencia con la temperatura que puede aproximarse perfectamente mediante una ley de potencias del tipo $EI = EI^*(kT_X)^\eta$ (ver

también Quintana y Melnick 1982). De este modo, la relación entre ϵ_x y T_x (ec. [II.18]) pasa a ser, $\epsilon_x \propto (T_x)^{\eta-1/2}$. En la Tabla II.3 se muestran los coeficientes correspondientes al ajuste por mínimos cuadrados de la función $\ln(EI) = A + B \ln(kT)$ para diversos intervalos de temperaturas y los rangos de energías de los satélites antes mencionados (para los que hemos tomado $E_a = 0$ y $R = 1$). En dicha tabla puede observarse que para la banda de energías del IPC del satélite *Einstein* (0.5–4.0 keV) y dentro del rango típico de temperaturas del gas X (5–15 keV), el coeficiente η es prácticamente igual a 0.5, de modo que la emisividad resulta ser independiente de T_x , es decir, $\epsilon_x(r) \propto n_x(r)^2$ (Quintana y Melnick 1982, Hughes *et al.* 1988a; Fig. II.1). Finalmente, invirtiendo el perfil (II.17) con ayuda de la ecuación (II.11) y utilizando la ecuación (II.18) (con $EI^* = 1.4$ y $\eta = 0.5$), puede obtenerse el perfil de densidad numérica del gas X

$$n_x(r) = n_x(0) \left(1 + (r/r_c)^2 \right)^{-\alpha_x}, \quad (\text{II.20})$$

con $n_x(0) = 6.3 \cdot 10^{11} \sqrt{I_x(0)/(r_c B(\alpha_x - 1/2, 1/2))}$, estando las magnitudes expresadas en unidades CGS.

2.4. Perfiles obtenidos indirectamente.

2.4.1. Perfiles dinámicos.

Conocidos $n_X(r)$ y $T_X(r)$ (este último mediante la ecuación politrópica), el equilibrio hidrostático de la componente gaseosa (ec. [II.7]) permite determinar la masa *total* del cúmulo en el interior de un radio r

$$M(r) = M^* (r/r_c)^3 \left(1 + (r/r_c)^2 \right)^{-\alpha_X(\gamma-1)-1}, \quad (\text{II.21})$$

donde $M^* = 2\gamma\alpha_X r_c kT_X(0)/(G\mu m_p)$. El perfil de densidad másica total se obtiene directamente por derivación del anterior

$$\rho(r) = \frac{1}{3} \rho(0) \left(3 - 2\alpha_X(\gamma - 1) - (r/r_c)^2 \right) \left(1 + (r/r_c)^2 \right)^{-\alpha_X(\gamma-1)-2}, \quad (\text{II.22})$$

con $\rho(0) = 3M^*/(4\pi r_c^2)$. Puede comprobarse, a partir de esta última ecuación, que la condición $\alpha_X(\gamma - 1) > -1$ garantiza una densidad total estrictamente decreciente. No obstante, vamos a imponer una condición todavía más restrictiva sobre el límite inferior de γ introduciendo la hipótesis razonable de que la temperatura del gas decrece monótonamente conforme r crece ($\gamma \geq 1$). Nótese que el potencial gravitatorio medio del cúmulo, al que contribuyen tanto las galaxias como el gas X y la materia oscura, puede deducirse de manera inmediata a partir de cualesquiera de las dos ecuaciones anteriores (ecs. [II.21] y [II.22]) y la ecuación de Poisson (ec. [II.12]).

Finalmente, la función

$$\Psi_1(r) = -G \frac{M(r)n_g(r)}{r^2}, \quad (\text{II.23})$$

que necesitaremos para el cálculo de los perfiles cinemáticos (ver subapdo.

Tabla II.3. Coeficientes del ajuste por mínimos cuadrados de la función $\ln(EI) = A + B \ln(kT)$ para diversos intervalos de temperaturas y los rangos de energías 0.5-4.0 keV (*Einstein*) y 2-10 keV (*Uhuru*, *Ariel V*, *HEAO-1* y *EXOSAT*).

Energy (keV)	Temperature (keV)	Parameter		
		A	B	$\chi^2(\nu = 98)$
0.5-4.0	3-15	0.18 ± 0.01	0.55 ± 0.01	0.09
	3-20	0.27 ± 0.02	0.51 ± 0.01	0.13
	4-15	0.27 ± 0.01	0.52 ± 0.01	0.04
	4-20	0.35 ± 0.01	0.47 ± 0.01	0.06
	5-15	0.33 ± 0.01	0.49 ± 0.01	0.02
	5-20	0.42 ± 0.01	0.45 ± 0.01	0.03
2.0-10.0	3-15	-0.73 ± 0.03	1.01 ± 0.01	0.39
	3-20	-0.55 ± 0.04	0.92 ± 0.02	0.60
	4-15	-0.54 ± 0.03	0.94 ± 0.01	0.18
	4-20	-0.36 ± 0.03	0.84 ± 0.01	0.29
	5-15	-0.40 ± 0.02	0.87 ± 0.01	0.09
	5-20	-0.22 ± 0.03	0.79 ± 0.01	0.15

siguiente) podrá expresarse, con ayuda de las ecuaciones (II.15) y (II.21), en la forma

$$\Psi_1(r) = \Psi_1^* (r/r_c) \left(1 + (r/r_c)^2 \right)^{-\alpha_U^{-1}}, \quad (\text{II.24})$$

donde $\Psi_1^* = -Gn_c(0)M^*/r_c^2$ y $\alpha_U = \alpha_c + \alpha_x(\gamma - 1)$. Dadas las condiciones anteriores, $\alpha_c \geq 1/2$ y $\gamma \geq 1$, el valor del índice α_U será también necesariamente mayor que 1/2.

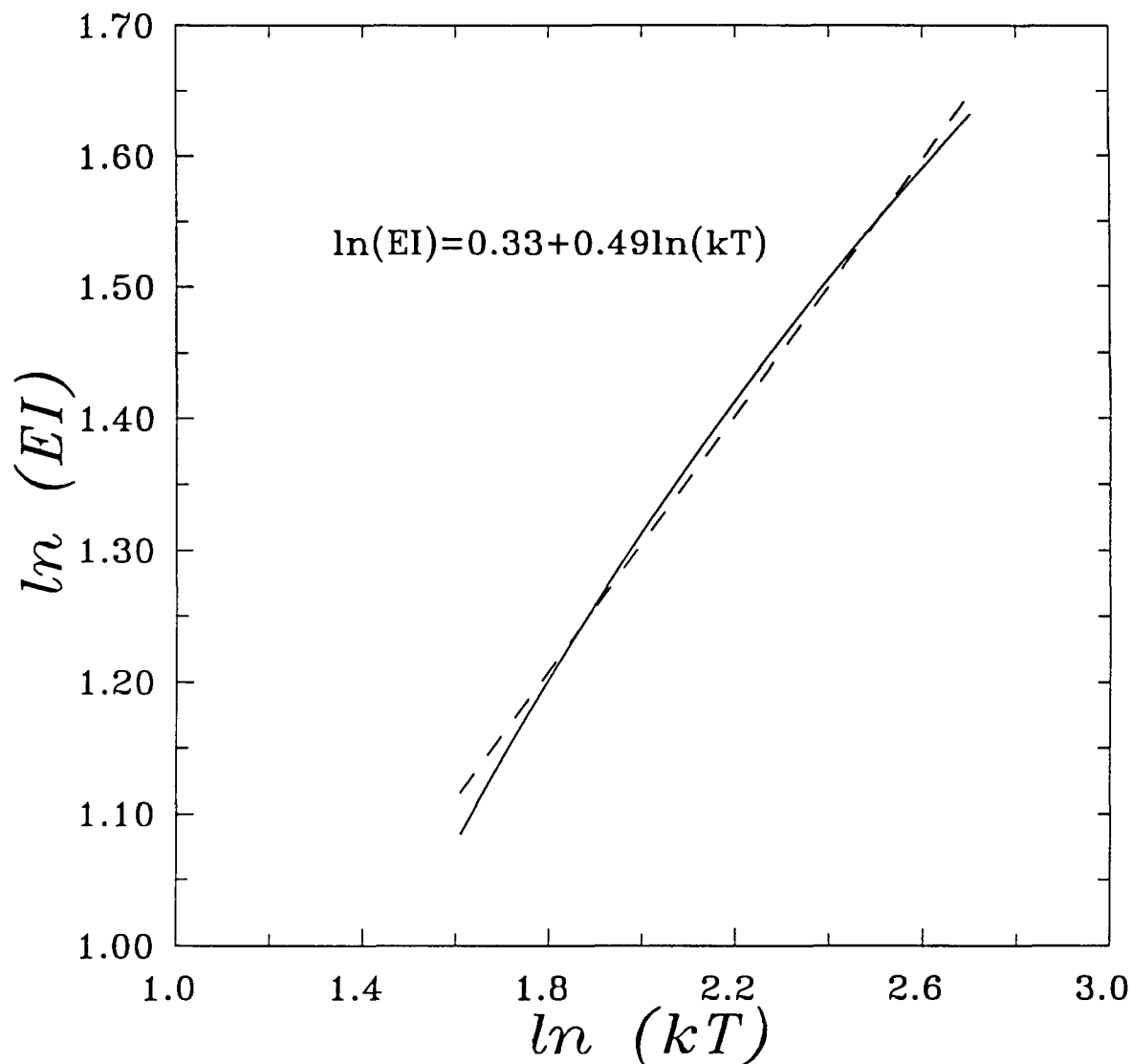


Figura II.1. Representación logarítmica de la emisividad integral (EI), en unidades arbitrarias, en función de kT , para el rango de energías 0.5–4.0 keV (*Einstein*) y el rango de temperaturas típico del gas de los cúmulos 5–15 keV. La línea continua corresponde a la evaluación numérica de EI que puede obtenerse a partir de la aproximación analítica del factor de Gaunt de un plasma de hidrógeno (Kellogg *et al.* 1975). La línea a trazos representa el correspondiente ajuste por mínimos cuadrados.

2.4.2. Perfiles cinemáticos.

Para obtener las dos componentes del tensor de dispersión de velocidades de las galaxias, σ_r y σ_t , a partir de los perfiles observados $n_g(r)$ y $K_g(s)$, hay que resolver el sistema de ecuaciones (II.6) y (II.10). El procedimiento matemático desarrollado por Binney y Mamon (1982; BM) para la determinación de los perfiles de velocidades de M87 (la galaxia gigante cD central del cúmulo de Virgo) cumple perfectamente este objetivo. De hecho, el algoritmo de BM puede aplicarse a cualquier sistema autogravitante, en equilibrio hidrostático, con simetría esférica y sin rotación, del que se conozcan el potencial gravitatorio, $U(r)$, y los perfiles observacionales $N(s)$ y $K(s)$, o en lugar de este último, $\sigma_{los}^2(s)$ (a partir de ahora y hasta el final del subapartado suprimiremos el subíndice "g", indicativo de "galaxia"). No obstante, incluso cuando los perfiles observacionales y el potencial gravitatorio vienen expresados mediante funciones analíticas sencillas (como las del modelo que estamos desarrollando), las múltiples y complejas integraciones presentes en el algoritmo de BM conducen casi siempre a soluciones numéricas, de manera que desaparecen muchas de las ventajas que obviamente lleva asociado el manejo de funciones analíticas. Recientemente, Solanes y Salvador-Solé (1990a), basándose en este algoritmo, han desarrollado un nuevo procedimiento más simple que permite, en una gran variedad de casos, la obtención de soluciones analíticas que facilitan así la interpretación física de los resultados.

2.4.2.a. Algoritmo para la obtención de perfiles cinemáticos.

La principal dificultad que acarrea la resolución del sistema de ecuaciones (II.6) y (II.10) estriba en que (II.10) es una expresión íntegro-diferencial. No obstante, podemos llegar a transformarla en una ecuación diferencial lineal. Partiendo de la definición de $K(s)$ (ec. [II.2]) y de la nueva variable

$$g_2(r) = \frac{n(r)\sigma_r^2(r)}{r}, \quad (\text{II.25})$$

la relación geométrica (II.10) puede escribirse, si $S = \infty$, en la forma

$$K(s) = \int_s^\infty g_2(r) \frac{r^2 - s^2 \beta(r)}{\sqrt{r^2 - s^2}} dr, \quad (\text{II.26})$$

donde

$$\beta(r) = \frac{\sigma_r^2(r) - \sigma_t^2(r)}{\sigma_r^2(r)}, \quad (\text{II.27})$$

es la definición usual de la anisotropía del tensor local de velocidades. Multiplicando la ecuación (II.26) por $2s/(s^2 - \xi^2)^{1/2}$ e integrando sobre s , llegamos a

$$J(\xi) = 2 \int_\xi^\infty \frac{s}{\sqrt{s^2 - \xi^2}} ds \int_s^\infty g_2(r) \frac{r^2 - s^2 \beta(r)}{\sqrt{r^2 - s^2}} dr, \quad (\text{II.28})$$

donde J es la transformada de Abel de la función K

$$J(r) = 2 \int_r^{\infty} K(s) \frac{s}{\sqrt{s^2 - r^2}} ds . \quad (\text{II.29})$$

Cambiando el orden de integración y haciendo uso de la sustitución $\sin^2 \theta = (r^2 - s^2)/(r^2 - \xi^2)$, la ecuación (II.28) se transforma en

$$J(\xi) = \pi \int_{\xi}^{\infty} g_2(r) \left[r^2 - \frac{1}{2} (r^2 + \xi^2) \beta(r) \right] dr . \quad (\text{II.30})$$

Finalmente, tras diferenciar por dos veces esta última ecuación respecto a ξ , la ecuación de partida (II.10) pasa a escribirse en la forma

$$2 \frac{d\Psi_2(\xi)}{d\xi} = -g_2(\xi)\beta(\xi) + g_2(\xi)(1 - \beta(\xi)) + \xi \frac{d}{d\xi} \left[g_2(\xi)(1 - \beta(\xi)) \right] , \quad (\text{II.31})$$

donde la función Ψ_2 , definida como

$$\Psi_2(r) = -\frac{1}{2\pi r} \frac{dJ(r)}{dr} , \quad (\text{II.32})$$

coincide con la transformada de Abel inversa del perfil observado $K(s)$ (ver subapdo. 2.3.2.).

Pasemos ahora a expresar también la ecuación de equilibrio hidrostático de las galaxias (ec. [II.6]) en función de las nuevas variables g_2 (ec. [II.25]) y β (ec. [II.27])

$$\Psi_1(\xi) = \xi \frac{dg_2(\xi)}{d\xi} + g_2(\xi)(1 + 2\beta(\xi)) , \quad (\text{II.33})$$

donde $\Psi_1 = -n(dU/dr)$ se transforma, con ayuda de la ecuación de Poisson (ec. [II.12]), en la función definida a través de la ecuación (II.23).

Finalmente, tras definir la nueva variable

$$g_1(\xi) = g_2(\xi)\beta(\xi) , \quad (\text{II.34})$$

el sistema de ecuaciones de partida (ecs. [II.6] y [II.10]), se reduce al sistema de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden

$$\Psi_1(\xi) = 2g_1(\xi) + g_2(\xi) + \xi \frac{dg_2(\xi)}{d\xi} , \quad (\text{II.35})$$

$$2 \frac{d\Psi_2(\xi)}{d\xi} = -2g_1(\xi) + g_2(\xi) - \xi \frac{d}{d\xi} \left[g_1(\xi) - g_2(\xi) \right] . \quad (\text{II.36})$$

Conviene recordar que en este nuevo sistema de ecuaciones las funciones de partida, Ψ_1 y Ψ_2 , están relacionadas con la masa total del sistema y los perfiles observados a través de las expresiones (II.23) y (II.32), mientras que las funciones incógnita, g_1 y g_2 , lo están con las componentes radial y tangencial del tensor de velocidades 3D a través de (II.25) y (II.34).

La forma sencilla de las ecuaciones (II.35) y (II.36) permite que puedan integrarse mediante técnicas estándar. Sin embargo, desacoplándolas podemos reducir aún más el orden de las integrales necesarias para obtener

los perfiles $\sigma_r(r)$ y $\sigma_t(r)$. Así, volviendo a las definiciones de g_1 y g_2 (ecs. [II.34] y [II.25], respectivamente), pueden obtenerse las siguientes relaciones entre estas funciones y las dos componentes del tensor de velocidades

$$g_1(\xi) = g_2(\xi) - \frac{n(\xi)\sigma_t^2(\xi)}{\xi}, \quad (\text{II.37a})$$

$$\xi \frac{dg_1(\xi)}{d\xi} = -g_1(\xi) + \frac{d}{d\xi} \left[n(\xi)(\sigma_r^2(\xi) - \sigma_t^2(\xi)) \right], \quad (\text{II.37b})$$

y

$$\xi \frac{dg_2(\xi)}{d\xi} = -g_2(\xi) + \frac{d}{d\xi} \left[n(\xi)\sigma_r^2(\xi) \right]. \quad (\text{II.37c})$$

Después de algunas operaciones algebraicas elementales las relaciones (II.37) permiten escribir el sistema de ecuaciones (II.35) y (II.36) en la forma

$$\frac{d}{d\xi} \left[n(\xi)\sigma^2(\xi) \right] = \Psi_1(\xi) + 4 \frac{d\Psi_2(\xi)}{d\xi}, \quad (\text{II.38})$$

$$\frac{d}{d\xi} \left[\xi^3 n(\xi)\Delta\sigma^2(\xi) \right] = \xi^3 \left[\Psi_1(\xi) - 2 \frac{d\Psi_2(\xi)}{d\xi} \right], \quad (\text{II.39})$$

donde las incógnitas son ahora la dispersión tridimensional de velocidades, $\sigma^2 = \sigma_r^2 + 2\sigma_t^2$, y la diferencia entre los cuadrados de sus dos componentes, $\Delta\sigma^2 = \sigma_r^2 - \sigma_t^2 = \beta\sigma_r^2$.

La integración de las ecuaciones (II.38) y (II.39) conduce finalmente a las soluciones

$$n(r)\sigma^2(r) = - \int_r^\infty \Psi_1(\xi) d\xi + 4\Psi_2(r) , \quad (\text{II.40})$$

$$n(r)\Delta\sigma^2(r) = r^{-3} \int_0^r \xi^3 \left[\Psi_1(\xi) - 2 \frac{d\Psi_2(\xi)}{d\xi} \right] d\xi . \quad (\text{II.41})$$

Para obtener las ecuaciones (II.40) y (II.41) hemos utilizado las siguientes condiciones de contorno: $\lim_{r \rightarrow \infty} n(r)\sigma^2(r) = 0$, $\lim_{r \rightarrow 0} r^3 n(r)\Delta\sigma^2(r) = 0$ y

$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi_2(r) = 0$. Las dos primeras condiciones surgen de suponer que tanto

$\sigma^2(r)$ (y, por tanto, $\Delta\sigma^2(r)$) como $n(r)$ están acotados, y que este último perfil tiende monótonamente a cero conforme r crece. De hecho, estas mismas hipótesis llevan también a la tercera condición de contorno ya que la función Ψ_2 , que es proporcional a la transformada de Abel inversa de la presión cinética proyectada según la visual (recordemos la definición de la función K , ec. [II.2]), también se anula en el infinito. Es importante resaltar que las mismas condiciones de contorno y, consiguientemente, las mismas ecuaciones (II.40) y (II.41), siguen siendo válidas para sistemas de extensión finita con sólo reemplazar el límite superior de integración infinito por el radio exterior, S . Nótese, que en este último caso, las hipótesis anteriores surgen de una manera natural ya que, por definición, $n(r)$ debe anularse en $r = S$.

Por tanto, para obtener los perfiles cinemáticos de cualquier tipo de

partículas que constituyan un sistema autogravitante, con simetría esférica y exento de rotación, es suficiente con resolver integrales de primer orden en las que intervienen las funciones conocidas Ψ_1 y Ψ_2 (ecs. [II.23] y [II.32], respectivamente).

Pero aún podemos sacar mayor partido de esta formulación. Teniendo en cuenta la definición de Ψ_2 (ec. [II.32]), e integrando por partes (dos veces) el segundo sumando del miembro derecho de la ecuación (II.41), resulta

$$2 \int_0^r \xi^3 \frac{d\Psi_2(\xi)}{d\xi} d\xi = -\pi^{-1} \left[r^2 \frac{dJ(r)}{dr} - 3rJ(r) + 3 \int_0^r J(\xi) d\xi \right], \quad (\text{II.42})$$

por lo que las ecuaciones (II.40) y (II.41) pueden escribirse en la forma

$$n(r)\sigma^2(r) = - \int_r^\infty \Psi_1(\xi) d\xi - 2(\pi r)^{-1} \frac{dJ(r)}{dr}, \quad (\text{II.43})$$

$$n(r)\Delta\sigma^2(r) = r^{-3} \int_0^r \xi^3 \Psi_1(\xi) d\xi + \frac{1}{\pi r} \left[\frac{dJ(r)}{dr} - 3r^{-1}J(r) + 3r^{-2} \int_0^r J(\xi) d\xi \right], \quad (\text{II.44})$$

donde la función J , definida a través de la ecuación (II.29), es también un perfil observable que puede obtenerse mediante el ajuste de la dispersión de velocidades proyectadas según la visual, agrupadas en estrechas bandas paralelas (Plummer 1911). Nótese que, para derivar la expresión (II.42), nos hemos servido de las mismas condiciones de contorno adoptadas anteriormente

y que ahora garantizan la anulación de los valores centrales de $r^3\Psi_2(r)$ y $rJ(r)$.

Naturalmente, la integral del perfil $J(r)$ en la ecuación (II.44) puede no tener solución analítica. En este caso, se puede optar por ajustar el perfil integral

$$H(r) = \int_0^r J(\xi) d\xi, \quad (\text{II.45})$$

y, tras diferenciar éste para obtener la función J , substituir ambas expresiones en el sistema formado por las ecuaciones (II.43) y (II.44). Esto prueba que al menos la contribución a los perfiles cinemáticos procedente de los perfiles observacionales siempre puede expresarse mediante funciones analíticas. El que las expresiones finales sean *totalmente* analíticas dependerá pues únicamente de la forma concreta del potencial gravitatorio.

2.4.2.b. Perfiles resultantes.

Substituyendo las funciones Ψ_1 y Ψ_2 dadas por las expresiones [II.16] y [II.24] en las ecuaciones (II.40) y (II.41), obtenemos las expresiones

$$n_G(x)\sigma_G^2(x) = 2\Psi_2(0) \left\{ \frac{\gamma\alpha_x}{b(0)\alpha_U} R(\alpha_G, \alpha_K) \left(1 + x^2 \right)^{-\alpha_U} + 2 \left(1 + x^2 \right)^{-\alpha_K} \right\}, \quad (\text{II.46})$$

y

$$\begin{aligned}
 n_G(x) \Delta \sigma_G^2(x) &= \\
 &= 4\Psi_2(0) \alpha_K x^{-3} \left\{ - \frac{\gamma \alpha_X}{b(0) \alpha_K} R(\alpha_G, \alpha_K) \int_0^x \left(1 + \xi^2\right)^{-\alpha_U - 1} \xi^4 d\xi + \int_0^x \left(1 + \xi^2\right)^{-\alpha_K - 1} \xi^4 d\xi \right\}, \quad (II.47)
 \end{aligned}$$

donde $x = r/r_c$ es la distancia radial en unidades del radio del núcleo y R la función paramétrica

$$R(\alpha_G, \alpha_K) = \frac{\Gamma(\alpha_G) / \Gamma(\alpha_G - 1/2)}{\Gamma(\alpha_K) / \Gamma(\alpha_K - 1/2)}. \quad (II.48)$$

Para deducir las ecuaciones (II.46) y (II.47), hemos puesto Ψ_1^* (ec. [II.24]) en función de la constante de normalización $\Psi_2(0)$ y del parámetro $b(0) = \mu m_p \sigma_{1os}^2(0) / (kT_X(0))$, que es el valor central del perfil $b(s)$ definido como la razón entre las energías cinéticas específicas de las galaxias y el gas proyectadas según la visual.

2.5. Parámetros libres del modelo.

El modelo anisótropo-politrópico (AP) general que hemos estado desarrollado depende de un total de nueve parámetros libres: los cuatro índices, α_G , α_K , α_X , y γ , las cuatro constantes de normalización, $N_G(0)$, $K_G(0)$, $I_X(0)$, y $T_X(0)$ (o, de forma equivalente, $b(0)$), y el parámetro de

escala, r_c . No obstante, por ser el factor de normalización $\Psi_2(0)$ común a los dos perfiles cinemáticos $\sigma_G^2(x)$ e $\Delta\sigma_G^2(x)$ (ecs. [II.46] y [II.47]), el comportamiento de las componentes radial, σ_r , y tangencial, σ_t , del tensor local de velocidades de las galaxias depende tan sólo de cinco parámetros: α_G , α_K , α_X , γ , y $b(0)$, por lo que se simplifica enormemente el estudio de las características cinemáticas del modelo.

Uno de los primeros resultados que pueden deducirse de la forma de los perfiles observacionales asociados a las galaxias, es que éstos garantizan que el valor central del gradiente de presión sea finito, por lo que la ecuación de equilibrio hidrostático de las galaxias (ec. [II.6]) conduce a $\Delta\sigma_G^2(0) = 0$. Esto significa que la isotropía está asegurada en el centro de simetría del sistema. Además, de la ecuación (II.47) se deduce fácilmente que una distribución de velocidades totalmente isótropa requiere que α_U y $b(0)$ sean igual, respectivamente, a α_K y al valor crítico $b^* = (\gamma\alpha_X/\alpha_K)R(\alpha_G, \alpha_K)$. Si $\alpha_U = \alpha_K$, pero el valor de $b(0)$ es mayor (menor) que b^* , obtenemos una anisotropía puramente radial (tangencial) que va aumentando conforme nos alejamos del centro del cúmulo. Para $\alpha_U > \alpha_K$, la anisotropía es también radial, excepto en la región central donde pasa a ser tangencial en el caso de que $b(0)$ sea menor que b^* . Para $\alpha_U < \alpha_K$, se tiene un comportamiento opuesto, es decir, la anisotropía es tangencial, con excepción de la región central en la que pasa a ser radial si $b(0)$ es mayor que b^* . Por otro lado, la condición $\alpha_G = \alpha_U = \alpha_K$ conduce a un perfil $\sigma_G(x)$ (ec. [II.46]) constante. Como $\alpha_G = \alpha_K$ implica que el perfil $\sigma_{\text{los}}(x)$ es constante, mientras que $\alpha_G = \alpha_U$ señala que el gas es isoterma ($\gamma = 1$), la razón $b(s)$ tiene en este caso el mismo valor b en todo el cúmulo. Si, además, $b = b^*$, obtenemos el conocido modelo isótropo-isoterma en el que

$\sigma_G^2 = 3\sigma_r^2$ y $\Delta\sigma_G^2 = 0$. Dicho modelo se caracteriza por que el perfil $\sigma_r(x)$ es totalmente consistente hasta el infinito y por que α_x y α_G son directamente proporcionales, siendo b el factor de proporcionalidad. Nótese además, que el modelo isótropo-isotermo no depende de los valores concretos de α_G y α_x ; las únicas condiciones requeridas son simplemente $\alpha_K = \alpha_G$, $\gamma = 1$ y $b(0) = b^*$.

3. Restricciones al modelo politrópico general.

El excesivo número de parámetros libres de este modelo AP general limita su utilización práctica. Veamos, pues, qué medios podemos emplear para reducir dicha libertad.

3.1. Número de galaxias finito. Teorema del virial.

Una de las primeras restricciones que en toda lógica podemos imponer al modelo es que tenga un número total de galaxias finito. En tal caso, el valor del índice α_G debe ser, no sólo mayor que 1/2, sino mayor que 3/2. Dado que el parámetro α_U es igual a $\alpha_G + \alpha_x(\gamma - 1)$ (con el segundo sumando nulo o positivo por haber supuesto que $\gamma \geq 1$) y que α_K es mayor o igual que α_G , tanto α_U como α_K también resultan ser mayores que 3/2. Como se muestra en el Apéndice A, los perfiles cinemáticos se simplifican entonces notablemente y pasan a escribirse

$$n_G(x)\sigma_G^2(x) = 2\Psi_2(0) \left\{ \frac{\gamma\alpha_x}{b(0)\alpha_U} R(\alpha_G, \alpha_K) t^{\alpha_U} + 2t^{\alpha_K} \right\}, \quad (\text{II.49})$$

$$n_G(x)\Delta\sigma_G^2(x) = 2\Psi_2(0)\alpha_K x^{-3} \left\{ \frac{\gamma\alpha_x}{b(0)\alpha_K} R(\alpha_G, \alpha_K) B_t(\alpha_U - 3/2, 5/2) - B_t(\alpha_K - 3/2, 5/2) \right\}, \quad (\text{II.50})$$

donde $t = (1 + x^2)^{-1}$ y B_t es la función Beta incompleta no normalizada.

Por otro lado, la condición de convergencia tiene otra importante consecuencia. Como se demuestra en el Apéndice B, las condiciones de contorno en las que se basan las ecuaciones (II.40) y (II.41) garantizan la aplicación del teorema del virial sólo para sistemas de extensión finita. Si el sistema es ilimitado se hace necesario imponer además que *el número total de partículas no diverja*. Satisfecha esta condición (es decir, $\alpha_G > 3/2$), y teniendo en cuenta las ecuaciones (II.16) y (II.24), el teorema del virial (ec. [B3] del Apéndice B, con $S = \infty$) conduce a

$$\frac{\gamma\alpha_x}{b(0)} = \frac{\Gamma(\alpha_G - 1/2)\Gamma(\alpha_U + 1)}{(\alpha_K - 3/2)\Gamma(\alpha_G)\Gamma(\alpha_U - 3/2)}. \quad (\text{II.51})$$

Por consiguiente, las condiciones de contorno en el infinito permiten fijar, a través de la relación (II.51), el valor de $b(0)$ en función de los índices α_G , α_K , α_x , que caracterizan las pendientes de los perfiles observados, y del índice politrópico γ (para otras consecuencias derivadas de esta relación ver el Apéndice A).

Llegados a este punto, conviene tener presente que los valores típicos observados de α_G suelen ser iguales (perfiles analíticos de King; King 1962, 1972) o inferiores a $3/2$ (por ej., Beers y Tonry 1986). Esto significa que dichos perfiles no siempre satisfacen la condición de convergencia y que, por tanto, tampoco verifican el teorema del virial ni la relación (II.51). Sin embargo, y al contrario de lo que podría pensarse, este hecho no es en absoluto sorprendente. Recordemos que, como se dijo al principio de este capítulo, la extrapolación asintótica de los perfiles observados no es más que un recurso matemático que pretende facilitar el estudio de las partes más internas de los cúmulos. De hecho, la parte cuasi-estacionaria tiene una extensión necesariamente limitada por lo que, en todo caso, las condiciones de contorno deberían aplicarse en ese (incierto) límite y no en el infinito. Esto lleva a que en la práctica la relación (II.51) pueda no ser satisfecha por los cúmulos, con independencia del valor exacto del parámetro α_G . Esta misma razón, hace que tampoco deba darse ninguna importancia a la posible divergencia del número total de galaxias. Por otro lado, el material que va cayendo sobre el cúmulo desde el exterior, genera una presión cinética externa no nula en el límite de la región cuasi-estacionaria, por lo que el teorema del virial tampoco puede aplicarse estrictamente aún considerando que se trate de sistemas finitos (Cavaliere y Fusco-Femiano 1978, The y White 1986, y Hughes 1989). Ciertamente, los perfiles cinemáticos generales obtenidos en la sección precedente se derivaron a partir de la inversión de perfiles extrapolados asintóticamente y aplicando condiciones de contorno en el infinito, por lo que tampoco son del todo correctos. No obstante, como ya hemos comentado en el inicio de este capítulo, el error cometido en la obtención de los perfiles radiales se hace despreciable si nos alejamos lo suficiente del borde del cúmulo. Esto último puede extenderse también a

efectos del cálculo del término de superficie de la ecuación (II.40). Por tanto, bajo la hipótesis politrópica, es de esperar que el modelo AP describa correctamente, para ciertos valores concretos de sus parámetros, al menos la parte central de los cúmulos ricos de galaxias. Abandonemos pues la condición de convergencia y la relación (II.51), y pasemos a considerar las restricciones de tipo puramente observacional.

3.2. Restricciones observacionales.

3.2.1. Parámetros cuyo valor puede fijarse directamente.

Es un hecho bien establecido que los valores del índice α_x oscilan alrededor de la unidad, siendo su dispersión reducida aún a pesar de los errores estadísticos y de medida (Jones y Forman 1984). Por este motivo, vamos a adoptar para α_x este valor medio.

Otro de los perfiles observados que guarda una gran similitud entre los distintos cúmulos es el perfil (normalizado) de densidad numérica de galaxias. Exceptuando alguna rara discrepancia (Fuchs y Materne 1982, Beers y Tonry 1986), hay también un acuerdo general en considerar que el valor de α_G oscila alrededor de 3/2 (ver, por ej., West *et al.* 1987 y referencias en este artículo), por lo que en lo sucesivo lo adoptaremos como valor típico. (Conviene tener presente que si el valor adoptado para α_G fuera superior a 3/2 podrían usarse las expresiones simplificadas [II.49] y [II.50] en lugar

de las más generales [II.46] y [II.47]. No obstante, esto tampoco justificaría la utilización de la relación [II.51]).

Por otro lado, y como ya apuntamos en el apartado 2.3., las observaciones ponen de manifiesto que el valor del índice α_k debe ser igual o ligeramente mayor que el de α_g .

Finalmente, el desconocimiento acerca de la forma exacta que sigue la distribución de temperaturas del gas X, no permite fijar un valor concreto para el índice politrópico γ .

3.2.2. Correlaciones observadas entre parámetros.

A diferencia de lo que ocurre con los parámetros anteriores, los valores de las constantes de normalización $N_g(0)$, $K_g(0)$, $I_x(0)$, y $T_x(0)$, presentan grandes variaciones de un cúmulo a otro. Tanto es así, que uno de los parámetros utilizados en la clasificación morfológica de los cúmulos es precisamente su riqueza (Abell 1958, Bahcall 1981), la cual, para α_g y r_c fijos, está directamente relacionada con la constante de normalización $N_g(0)$. Por otro lado, muchas de las propiedades observadas, globales o promediadas, de los cúmulos están correlacionadas entre sí y directa o indirectamente con la riqueza (Sarazin 1986 y referencias en esta reseña; ver también Abramopoulos y Ku 1983, Edge y Stewart 1989). Entre estas correlaciones cabe destacar tres que son independientes, que no se ven afectadas por la modelización escogida y que son estadísticamente

significativas, a saber: i) entre L_X , la luminosidad X integrada hasta un cierto radio, y N_0 , el número de galaxias proyectado en una región de $1 h_{50}^{-1}$ Mpc de diámetro alrededor del centro del cúmulo con $M \leq M_3 + 2$ o, despreciando la ligera dependencia de M_3 con la riqueza del cúmulo (Sandage 1976), con $M \leq M^*$ (Bahcall 1977b, Quintana y Melnick 1982), ii) entre L_X y σ_{10s} , la dispersión global de velocidades de las galaxias proyectadas según la visual (Solinger y Tucker 1972), o, dada la correlación anterior, entre N_0 y σ_{10s} (Bahcall 1981), y iii) entre T_X , la temperatura espectral media del gas X, y σ_{10s} (Mushotzky et al. 1978).

Existe también una correlación entre L_X y F_S , la fracción proyectada de galaxias S en el interior de un Radio de Abell ($\sim 3 h_{50}^{-1}$ Mpc; RA) con $M \leq M^*$ (Bahcall 1977c), conectada, a través de la correlación $L_X - N_0$, con la conocida relación (local y global) entre la densidad del entorno y el tipo morfológico de las galaxias (Oemler 1974, Dressler 1980b). No obstante, al estar implicada la morfología de las galaxias, no concierne de modo directo al presente modelo (en el capítulo siguiente volveremos sobre ella al analizar detalladamente algunos aspectos de la evolución morfológica de las galaxias en el interior de los cúmulos ricos). Lo mismo sucede con aquellas correlaciones en las que intervienen la luminosidad de una determinada galaxia o ciertas características taxonómicas de los cúmulos. Otras correlaciones en las que participan el radio total del cúmulo (Leir y van den Bergh 1977) o el radio del núcleo de los perfiles de brillo superficial del gas X (Abramopoulos y Ku 1983), tampoco son aplicables a este modelo. Los motivos resultan obvios en el primer caso, mientras que en el segundo, el valor de dicho parámetro parece estar influenciado por la existencia de corrientes de enfriamiento (Jones y Forman 1984; ver también apdo. 1.3.), lo

cual no puede tratarse adecuadamente con un modelo hidrostático como el nuestro. De hecho, el radio del núcleo de los perfiles del gas X para aquellos cúmulos que no presentan dichas corrientes tiene, con independencia del resto de propiedades, un valor típico de $0.5 h_{50}^{-1}$ Mpc. En cuanto al radio del núcleo de la distribución de galaxias, lo único que puede decirse es que su valor parece ser típicamente menor, aunque siempre del mismo orden, que el de los perfiles del gas X (Sarazin 1980, Abramopoulos y Ku 1983). Por este motivo, hemos adoptado la hipótesis simplificativa de que ambos valores típicos son iguales a $0.5 h_{50}^{-1}$ Mpc.

Para los valores adoptados de los parámetros α_G , α_X , α_K y r_c , las tres correlaciones citadas en primer lugar conducen, respectivamente, a las siguientes relaciones aproximadas (Apéndice C)

$$n_X(0) = 0.022 h_{50}^{1/2} n_G(0) , \quad (\text{II.52})$$

$$\sigma_{\text{los}}(0) = 0.022 n_G(0) , \quad (\text{II.53})$$

$$kT_X(0) = \frac{6.3}{b(0)} \sigma_{\text{los}}^2(0) , \quad (\text{II.54})$$

donde $n_G(0)$ está expresado en galaxias Mpc^{-3} , $n_X(0)$ en 10^{-3} partículas cm^{-3} (para un gas intracumular formado por un 90% de hidrógeno y un 10% de helio), $\sigma_{\text{los}}(0)$ en 10^3 km s^{-1} y $kT_X(0)$ en keV. Para deducir las relaciones (II.52)-(II.54) hemos tenido en cuenta que los valores globales y/o promediados de σ_{los} y T_X son, en la práctica, muy próximos a los respectivos valores centrales $\sigma_{\text{los}}(0)$ y $T_X(0)$ (a causa de la aproximada constancia del

perfil $\sigma_{\text{los}}(r)$ en el primer caso, y por la fuerte dependencia de la emisividad con la densidad del gas, en el segundo). En cuanto a los valores típicos que pueden adoptarse para la constante $b(0)$ que aparece en la relación (II.54), oscilan entre 1.2 (Sarazin 1986) y 0.9 (Edge y Stewart 1989). En lo que sigue tomaremos como valor de compromiso $b(0) = 1.0$ (ver, no obstante, la discusión al respecto en el apdo. 4.3). Gracias a las relaciones anteriores (ecs. [II.52]-[II.54]), todas las constantes de normalización del modelo pueden ponerse en función del valor de una de ellas, por ejemplo, $n_c(0)$. Los valores de este último parámetro pueden, a su vez, obtenerse de los observados para el parámetro empírico de concentración N_0 (Bahcall 1977b, 1981; ec. [C9]), los cuales oscilan entre ~ 10 (para un cúmulo de clase 0; Abell 1958) y ~ 100 galaxias (para un cúmulo de clase 5).

3.3. Consistencia del modelo.

Si prescindimos de la relativa incertidumbre asociada a algunos de los valores concretos adoptados, la libertad del modelo queda en manos únicamente de la densidad central de galaxias $n_c(0)$ (o de la concentración N_0) y del índice politrópico γ . Aunque es posible (admitiendo la hipótesis politrópica) que los cúmulos de galaxias puedan constituir una familia bi-paramétrica de estructuras lo más probable es que el índice γ también tenga un valor típico. Esto es lo que parece desprenderse de la aparente universalidad exhibida por los perfiles observados (tanto del gas X como de las galaxias) y el hecho de que el índice γ determine la forma del potencial gravitatorio que afecta a todos ellos. Desgraciadamente, no es posible

obtener ninguna información directa sobre el valor de este parámetro. No obstante, aparte de la ya severa restricción $\gamma \geq 1$, que garantiza que el perfil de temperatura del gas sea monótonamente decreciente, podemos imponer algunas condiciones de consistencia de los perfiles dinámicos y cinemáticos de nuestro modelo que acoten aún más su valor.

Por un lado, la densidad total de masa no sólo debe ser positiva (Cowie *et al.* 1987), sino mayor que la suma de las densidades del gas X y de las galaxias, al menos hasta un cierto radio x_m que, de esta manera, establecerá la distancia radial mínima de validez del modelo. Teniendo en cuenta las ecuaciones (II.15), (II.20) y (II.22) y las relaciones (II.52)-(II.54), esta condición conduce a la desigualdad

$$\gamma \frac{\left(1 + (1 - 2\gamma/3)x_m^2\right)}{(1 + x_m^2)^\gamma} \geq \frac{4.33(1 + x_m^2)^{-1/2} + 1.55}{n_G(0)}. \quad (\text{II.55})$$

Para deducir esta expresión hemos tomado una función de luminosidad de tipo Schechter (1976) para las galaxias y una razón M/L_B de éstas igual a $10 h_{50}$ unidades solares (Rood 1981 y referencias en esta reseña; ver también Fig. I.1). Nótese que valores mayores de M/L_B redundarían en una disminución del límite superior de γ . Para que la desigualdad (II.55) pueda satisfacerse con independencia de la riqueza del cúmulo, debemos tomar el valor de $n_G(0)$ que impone la condición más restrictiva, es decir, $n_G(0) \sim 20 h_{50}^3 \text{ gal. Mpc}^{-3}$ (densidad central que corresponde aproximadamente a $N_0 = 10$; ec. [C9]). Imponiendo que el modelo sea válido como mínimo hasta 1 RA (es decir, $x_m = 6$), la resolución numérica de la ecuación (II.55) conduce a la condición $\gamma \leq 1.20$. Por tanto, el valor típico de γ se halla necesariamente

en el intervalo [1.0,1.2].

Por otro lado, aparte de la restricción lógica de que los perfiles $\sigma_r^2(x)$ y $\sigma_t^2(x)$ sean positivos (al menos para $x \leq x_m$), podemos imponer adicionalmente que el tensor de velocidades de las galaxias sea o bien isótropo o radialmente anisótropo y, que en este último caso, la anisotropía sea monótona creciente (como mínimo también hasta x_m). Como hemos puesto de manifiesto en el apartado 2.5., el comportamiento cinemático del modelo depende básicamente de los valores que tomen los parámetros α_U , α_K y $b(0)$. La consistencia dinámica y los valores de α_G y α_X que hemos adoptado, hacen que el índice α_U sea ahora igual a $\gamma + 1/2$ y, por tanto, que su valor esté dentro del intervalo [1.5,1.7]. Como además α_K debe ser mayor o igual que 1.5, podrán darse cualesquiera de las siguientes situaciones: $\alpha_U > \alpha_K$, $\alpha_U = \alpha_K$, y $\alpha_U < \alpha_K$, en las que tendremos diferentes comportamientos cinemáticos dependiendo de la relación que guarden entre sí los valores de b^* y $b(0)$, o equivalentemente, del valor de la expresión $\gamma R(3/2, \alpha_K) / \alpha_K$ relativo a la unidad. Esta es la casuística a la que se llega:

1) Si $\gamma + 1/2 > \alpha_K$, la anisotropía es siempre radial y creciente hacia el exterior del cúmulo. En estas condiciones, no es posible introducir ninguna nueva restricción sobre el parámetro γ (con la excepción obvia del valor $\gamma = 1$).

2) Si $\gamma + 1/2 = \alpha_K$, la situación es muy parecida a la anterior (ahora incluyendo el valor $\gamma = 1$). No obstante, es importante resaltar que la condición de isotropía $b^* = b(0)$, o bien $\gamma R(3/2, \gamma + 1/2) / (\gamma + 1/2) = 1$, no se satisface puesto que requiere que el valor del índice politrópico sea nulo.

3) Finalmente, si $\gamma + 1/2 < \alpha_k$, la anisotropía será tangencial, exceptuando la región central en la que pasa a ser radial. Resolviendo numéricamente las ecuaciones cinemáticas (II.46) y (II.47), hemos encontrado que es posible extender la anisotropía radial de esta región central (en su régimen creciente) hasta 1 RA siempre que el índice γ esté por encima de un cierto valor mínimo, γ_{\min} , el cual depende del valor concreto de α_k a través de la relación lineal

$$\gamma_{\min} = 0.72 \alpha_k - 0.21 . \quad (\text{II.56})$$

Esta expresión, que se ha determinado para valores de α_k comprendidos entre 1.5 y 2.0 (Figura II.2), limita el valor inferior de γ para valores de α_k situados en el intervalo [1.7,2.0]. Si $\alpha_k \leq 1.69$, el valor de γ_{\min} que puede derivarse de la expresión (II.56) será menor que la unidad, por lo que esta condición cinemática pasa a ser menos restrictiva que el requisito de que la temperatura del gas sea constante o decreciente hacia el exterior del cúmulo. (Si, por el contrario, no hubiéramos impuesto este comportamiento particular a los perfiles de temperatura del gas X, la relación [II.56] podría emplearse para establecer una cota mínima de γ que sería siempre dependiente del valor de α_k . Nótese, que el menor valor de γ_{\min} que se obtiene al tomar $\alpha_k = 1.50$, es aproximadamente igual a 0.87, un valor de todos modos cercano a la unidad.) Por otro lado, si $\alpha_k \geq 1.96$, γ_{\min} se hace mayor que 1.2 (el límite superior impuesto por la consistencia dinámica), lo que permite rechazar valores de α_k tan elevados.

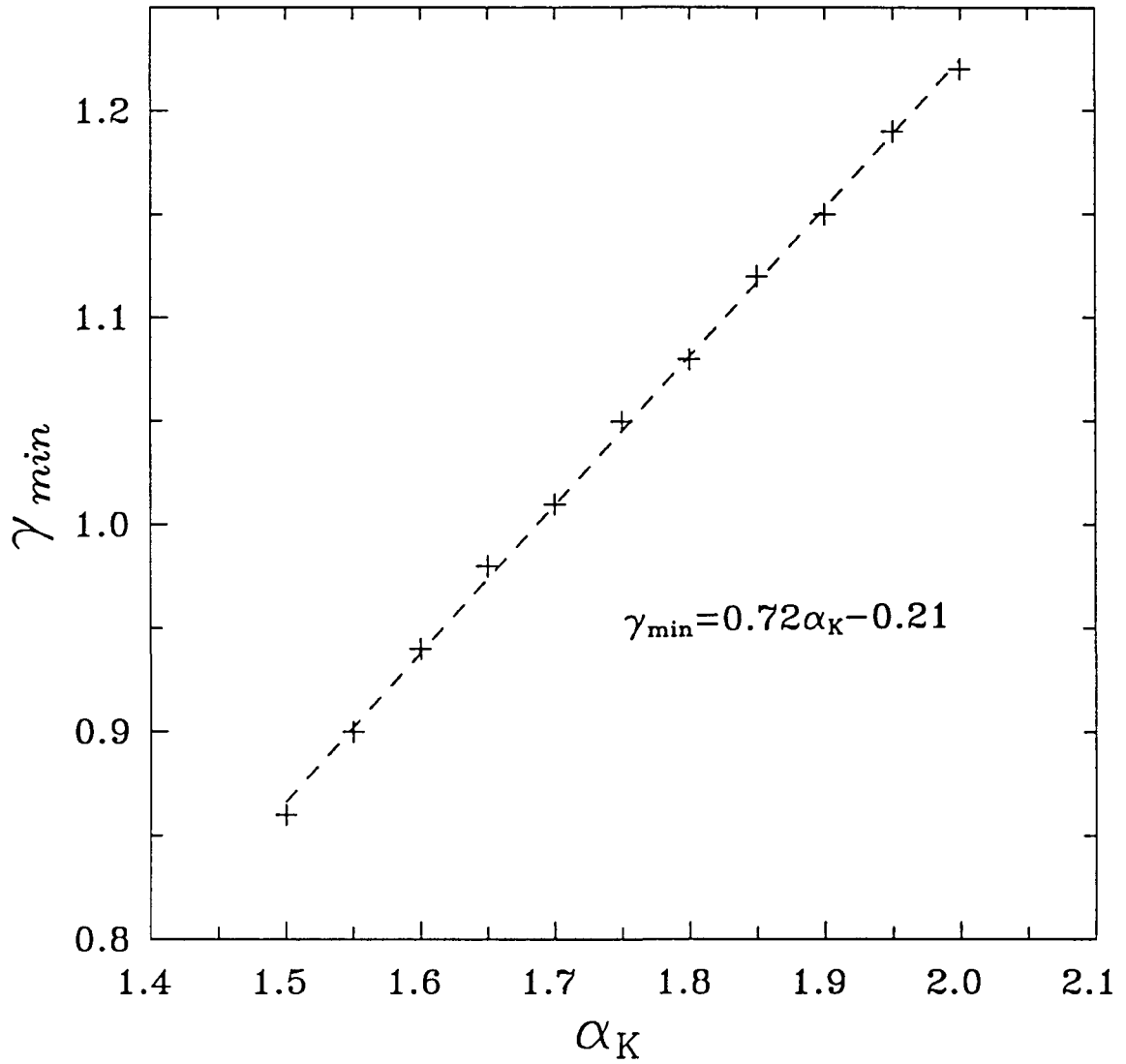


Figura II.2. Cota inferior de γ (γ_{\min}) en función de α_K , para valores de este último parámetro comprendidos entre 1.5 y 2.0. Nótese como el valor de γ_{\min} es superior a 1.2 (el límite superior impuesto por la consistencia dinámica) si $\alpha_K \geq 1.96$, siendo el menor valor de γ_{\min} (que se obtiene al tomar $\alpha_K = 1.50$) aproximadamente igual a 0.87.

4. Propiedades del modelo estándar.

4.1. Soluciones numéricas.

El comportamiento cinemático del modelo politrópico estándar que acabamos de obtener resulta pues satisfactorio para cualquier valor de γ situado dentro del intervalo $[1.0, 1.2]$, a menos que α_k sea, a la vez, mayor que $\gamma + 1/2$ y 1.7 (aunque necesariamente menor que 1.96), en cuyo caso el valor mínimo de γ pasa a ser función del valor de α_k a través de la relación (II.56). Otra importante conclusión relacionada con el comportamiento cinemático de este modelo AP es que, con los valores adoptados para los índices que regulan las pendientes de los perfiles y para el parámetro $b(0)$, las observaciones son incompatibles con un tensor de velocidades isótropo, al contrario de lo que hasta ahora se había venido suponiendo en los modelos más simples (ver también Solanes y Salvador-Solé 1990a y b). Para ver hasta qué punto este último resultado es significativo, permítasenos enfocar la cuestión a la inversa y preguntarnos por los valores que deberían tener los parámetros empíricos peor determinados para que fuera posible la isotropía.

Si dejamos fijos únicamente los valores de α_x y α_g , la condición de isotropía viene dada entonces por

$$b(0) = \frac{\gamma}{(\gamma + 1/2)} R(3/2, \gamma + 1/2) , \quad (\text{II.57})$$

y la relación $\alpha_k = \gamma + 1/2$. A partir de la ecuación (II.57), puede

determinarse fácilmente que la condición de isotropía implica que $b(0)$ debe ser igual a $2/3$ en el caso más favorable de que γ valga la unidad (valores mayores de γ requieren valores de $b(0)$ menores que $2/3$). En este caso particular, obtendremos un acuerdo total entre las diferentes estimaciones empíricas del cociente de energías cinéticas específicas del gas y las galaxias, contrariamente a lo que se observa (ver apdo. 4.3.). Nótese también que, por el contrario, el caso $\alpha_k = \alpha_g$ y $\gamma = 1$, que recibe comúnmente el nombre de "isotermo", no entra en contradicción con las observaciones. O dicho de otro modo, el desacuerdo entre las estimaciones empíricas de la razón de energías cinéticas de las dos componentes de la materia luminosa de los cúmulos no puede explicarse satisfactoriamente invocando a la no "isotermalidad" de éstos.

Una caracterización todavía más detallada de las propiedades cinemáticas de este modelo puede conseguirse resolviendo numéricamente las ecuaciones (II.46) y (II.47). Los perfiles resultantes para $n_g(0) = 52 h_{50}^3$ gal. Mpc⁻³ (valor que se corresponde con $N_0 = 28$ que es la concentración del cúmulo de Coma; Bahcall 1977b, 1981 y ec. [C9]), $\alpha_g = 3/2$, $\alpha_x = 1$, $b(0) = 1$ y los dos valores extremos de γ , 1.0 y 1.2, se han representado para dos valores también (probablemente) extremos de α_k , 1.5 y 1.8 (Figs. II.3.a-c y II.4.a-c, respectivamente). Nótese que, tal y como era de preveer, el requisito cinemático de que la anisotropía radial sea monótona creciente (en el interior de 1 RA) ya no se verifica en el caso $\gamma = 1$, $\alpha_k = 1.8$. Una propiedad general de estos modelos AP, y que se hace patente en las figuras anteriores, es que el valor de la anisotropía es siempre elevado, quizás demasiado, en las partes más centrales del cúmulo, siendo ésta menos marcada en el exterior conforme menor es el valor de γ (para un α_k fijo). De hecho,

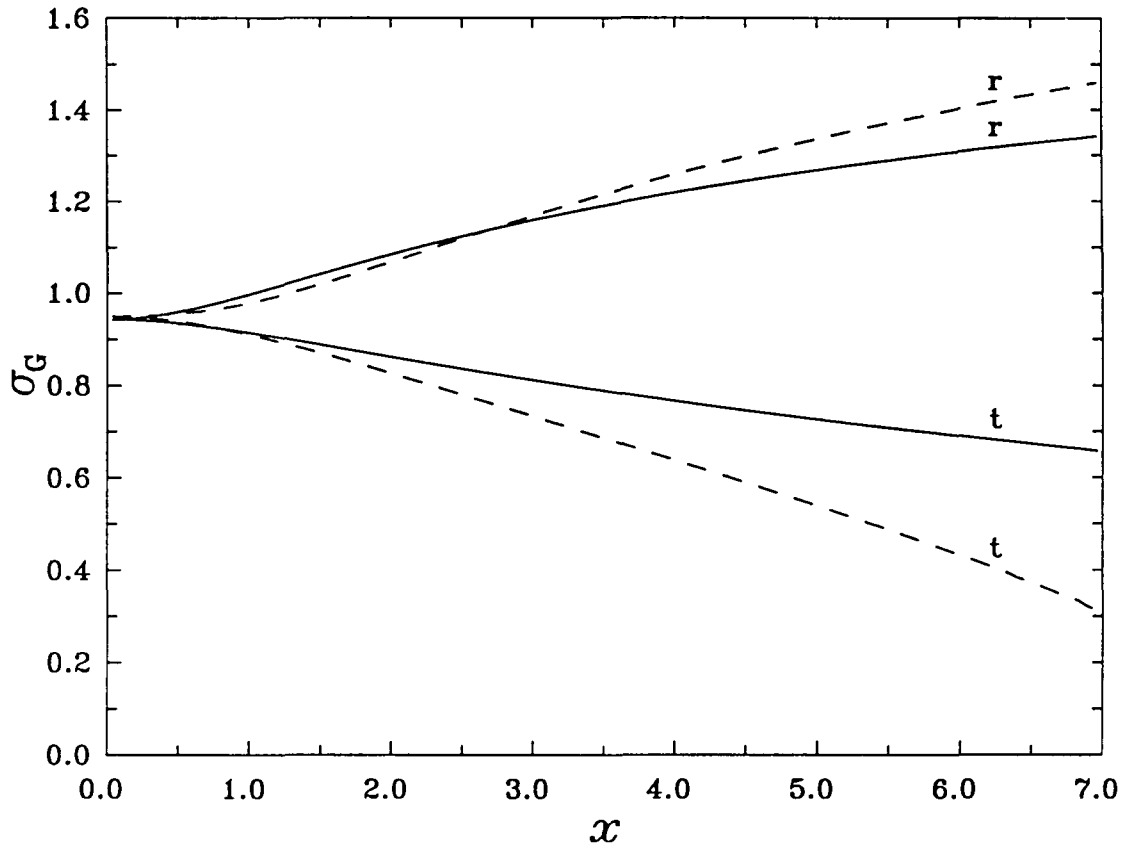


Figura II.3.a. Componentes radial y tangencial, σ_r y σ_t , del tensor de velocidades de las galaxias en unidades de $\sigma_{los}(0)$, correspondientes al modelo con $\alpha_k = 1.5$, para $\gamma = 1.0$ (línea continua) y $\gamma = 1.2$ (línea discontinua) (ver el texto para los valores de los restantes parámetros).

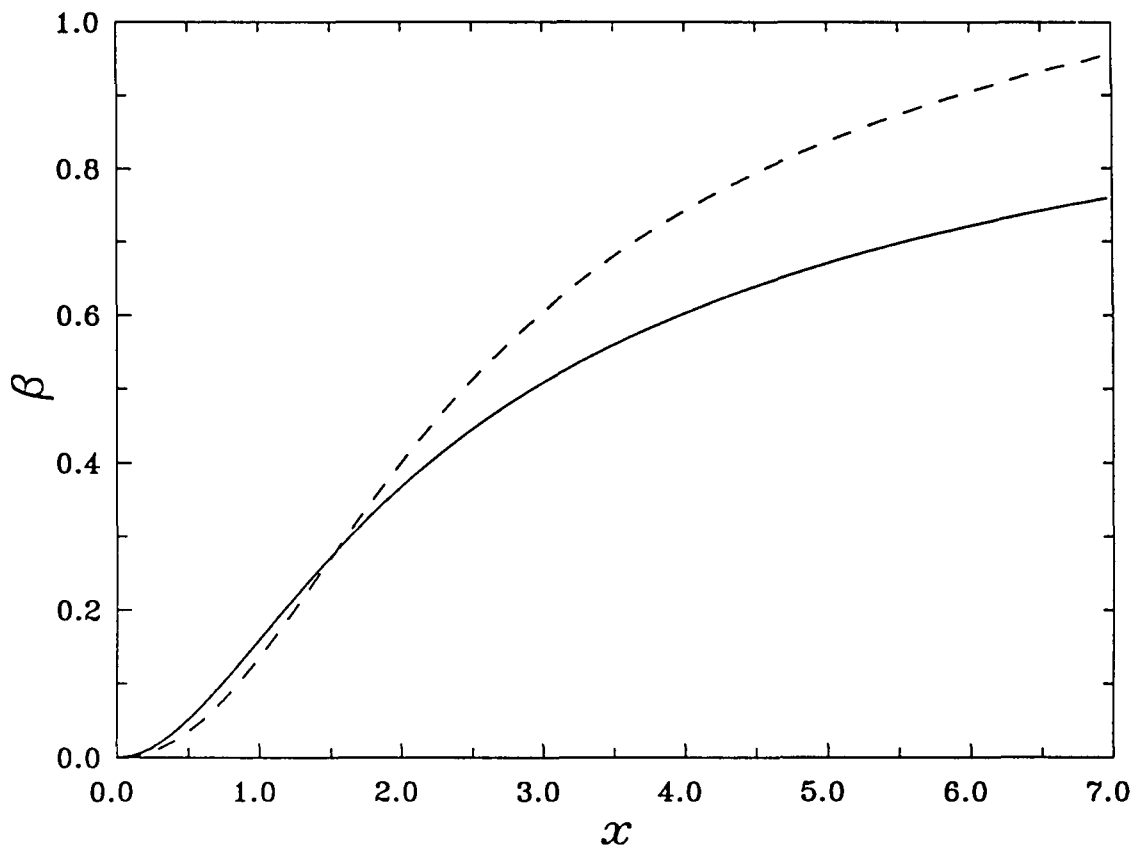


Figura II.3.b. Perfil de anisotropía $\beta = (\sigma_r - \sigma_t)/\sigma_r$ correspondiente al modelo de la Figura II.3.a.

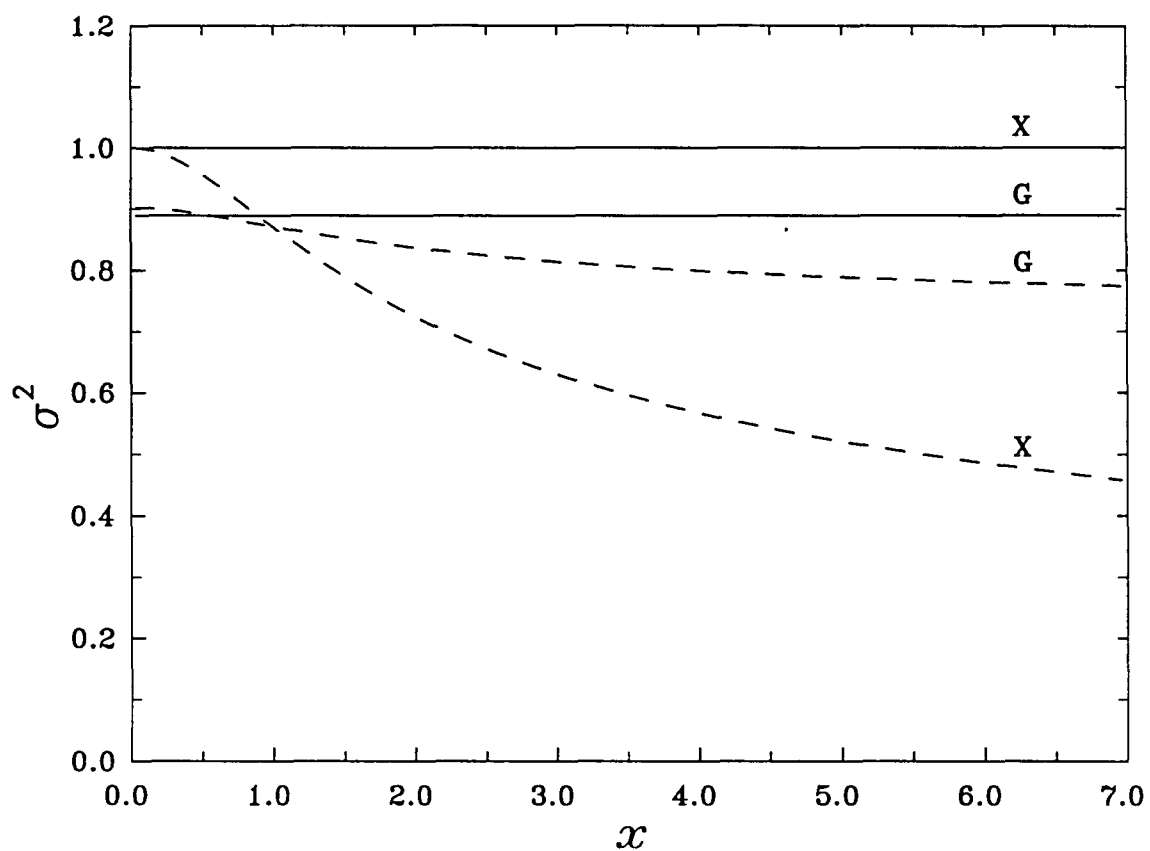


Figura II.3.c. Dispersiones tridimensionales de las galaxias y el gas, σ_G^2 y $\sigma_X^2 = 3kT_X/\mu m_p$, en unidades de $3\sigma_{10s}^2(0)$, correspondientes al modelo de las Figuras II.3.a y b.

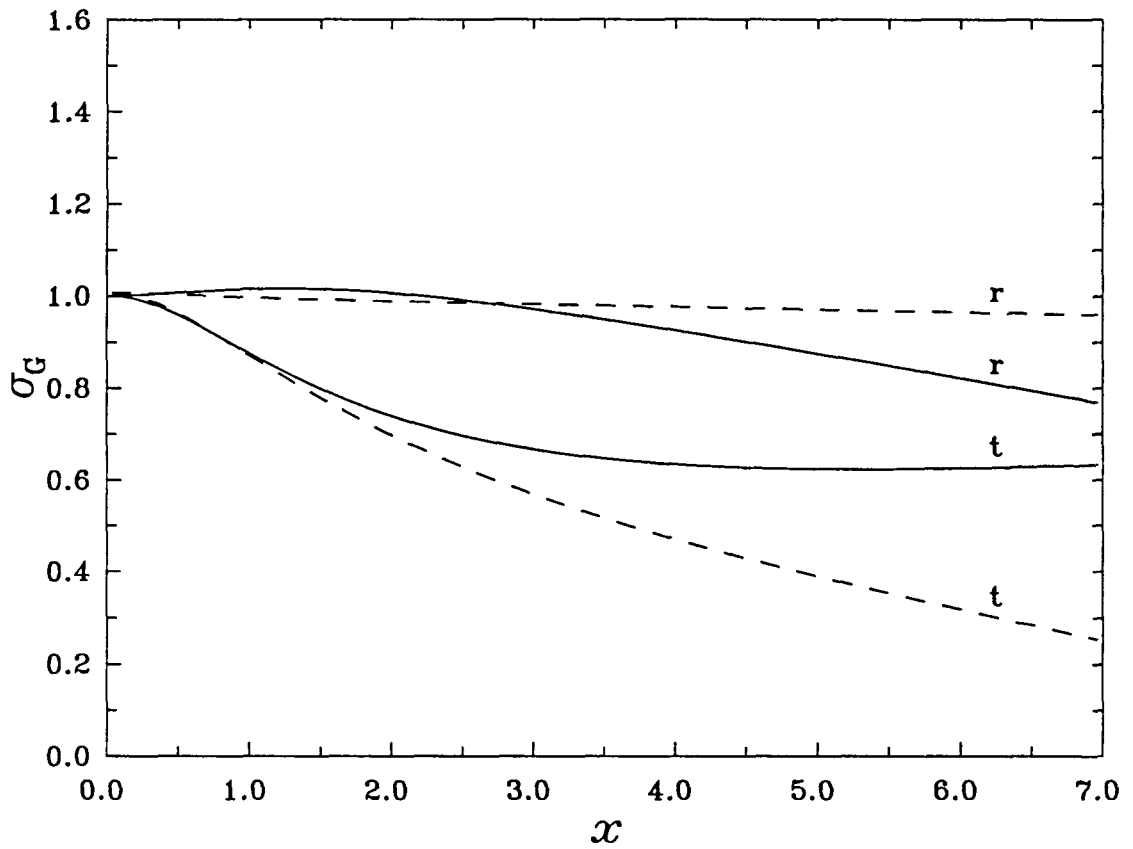


Figura II.4.a. Componentes radial y tangencial, σ_r y σ_t , del tensor de velocidades de las galaxias en unidades de $\sigma_{los}(0)$, correspondientes al modelo con $\alpha_k = 1.8$, para $\gamma = 1.0$ (línea continua) y $\gamma = 1.2$ (línea discontinua) (ver el texto para los valores de los restantes parámetros).

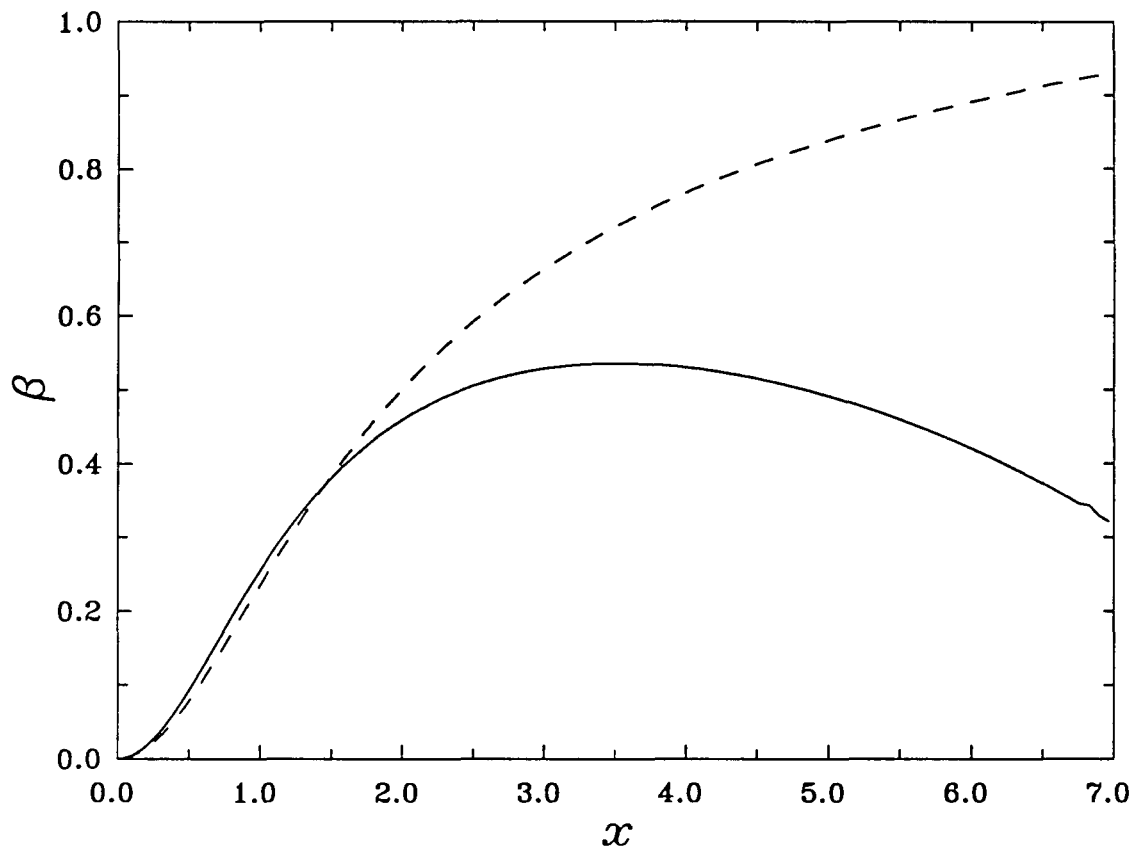


Figura II.4.b. Perfil de anisotropía $\beta = (\sigma_r - \sigma_t)/\sigma_r$ correspondiente al modelo de la Figura II.4.a.

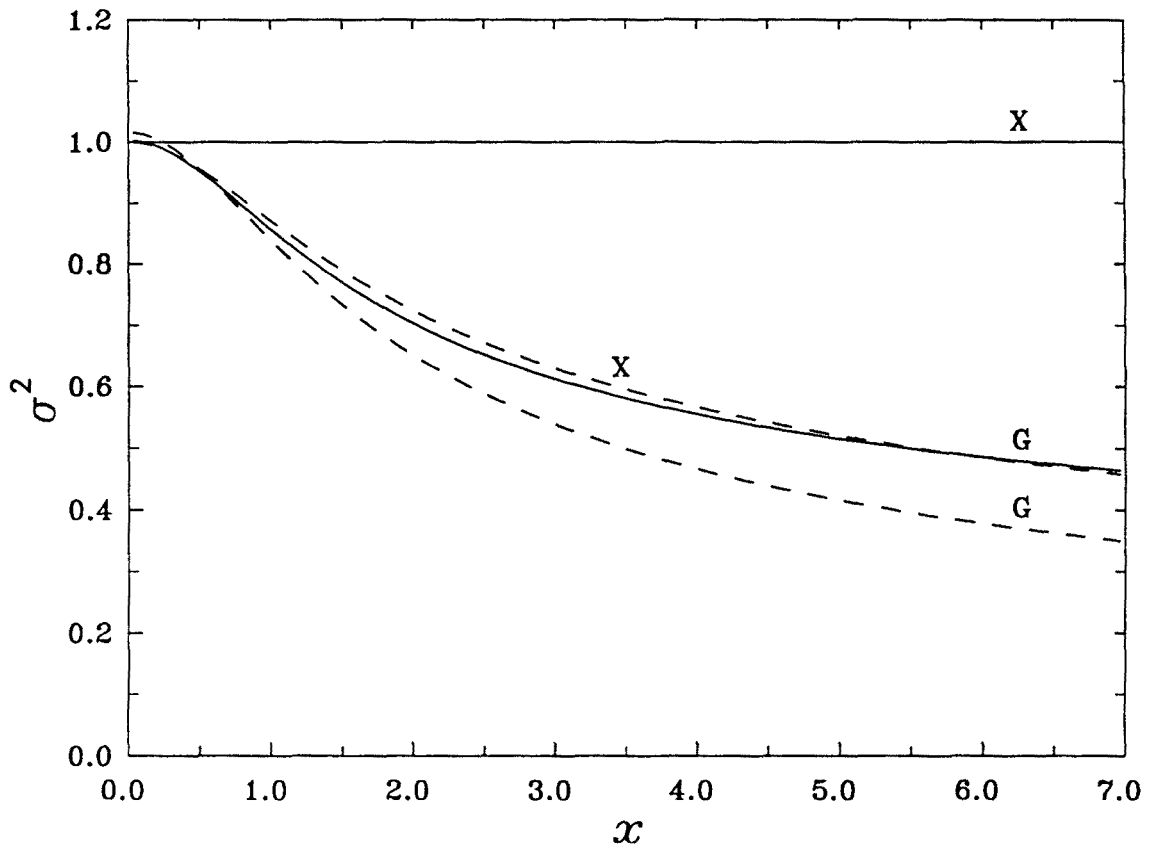


Figura II.4.c. Dispersiones tridimensionales de las galaxias y el gas, σ_G^2 y $\sigma_X^2 = 3kT_X/\mu m_p$, en unidades de $3\sigma_{10s}^2(0)$, correspondientes al modelo de las Figuras II.4.a y b.

sólo muy cerca de las condiciones de isotropía se obtienen anisotropías centrales moderadas. Otro punto a resaltar, es que a pesar de haber supuesto que $b(0)$ es igual a la unidad, la energía cinética específica intrínseca (en contraposición a la estimada observacionalmente) de las galaxias puede ser, para valores pequeños de α_k y en función del valor de γ , tanto inferior como superior a la del gas (ver Figs. II.3.c y II.4.c; ver también apdo. 4.3.).

Las principales propiedades dinámicas del modelo (obviamente independientes de las propiedades cinemáticas de las galaxias), están esencialmente de acuerdo con las obtenidas por otros autores que también han utilizado la hipótesis politrópica (ver, por ej., Cowie *et al.* 1987). Las diferencias más destacadas proceden de la utilización de las correlaciones empíricas entre las distintas propiedades observadas y la acotación más estricta obtenida para el índice politrópico γ . Estas propiedades dinámicas pueden resumirse como sigue:

i) a partir de la ecuación (II.18) y de la relación (II.53) puede verse que la masa total del cúmulo (dentro de un radio determinado) es proporcional a $n_G^2(0)$, lo cual conduce (si la función de luminosidad de los cúmulos es universal) a que la razón masa-luminosidad de los cúmulos sea esencialmente proporcional a $n_G(0)$;

ii) tomando como referencia la densidad central de Coma, $n_G(0) = 52 h_{50}^3$ gal. Mpc⁻³, y una función de luminosidad de tipo Schechter (1976), el valor típico del cociente M/L_B en el interior de un RA oscila entre 150 ($\gamma = 1.0$) y 90 h_{50} ($\gamma = 1.2$) unidades solares, es decir, unas 10 veces el valor M/L_B típico de las galaxias (nótese que, si α_k fuera lo suficientemente grande,

la cota superior de M/L_B disminuiría);

iii) la densidad de gas en el interior de un radio determinado es directamente proporcional a la densidad numérica de galaxias (ec. [II.52]);
y

iv) tomando como referencia la densidad central típica de Coma, $n_G(0) = 52 h_{50}^3 \text{ gal. Mpc}^{-3}$, una función de luminosidad de tipo Schechter (1976) y una razón M/L_B para las galaxias igual a $10 h_{50}$ unidades solares, la relación entre las masas integradas de gas y galaxias en el interior de un RA resulta ser aproximadamente igual a 1.1.

Naturalmente, todos estos valores y comportamientos son aproximados en el sentido de que están basados en los, por ahora, pobremente determinados coeficientes de las correlaciones (II.52)-(II.54). No obstante, en tanto que estas correlaciones han sido deducidas estadísticamente a partir de muestras relativamente grandes de cúmulos ricos, cabe pensar que reflejan mejor las propiedades típicas de éstos que el valor de cualquier parámetro obtenido a partir del análisis de un cúmulo concreto.

En las Figuras II.5.a-c, aparecen representados los perfiles dinámicos correspondientes a los casos estudiados en las Figuras II.3.a-c y II.4.a-c (el valor de α_K ha dejado de ser relevante). En la Figura II.5.a podemos ver que los distintos valores de γ sólo afectan al perfil de masa oscura (*dark matter*; DM). También podemos resaltar (Fig. II.5.c) que el comportamiento radial de la razón M/L_B es cualitativamente diferente para los dos valores extremos de γ , pues para $\gamma = 1.0$ es creciente, mientras que para $\gamma = 1.2$ es

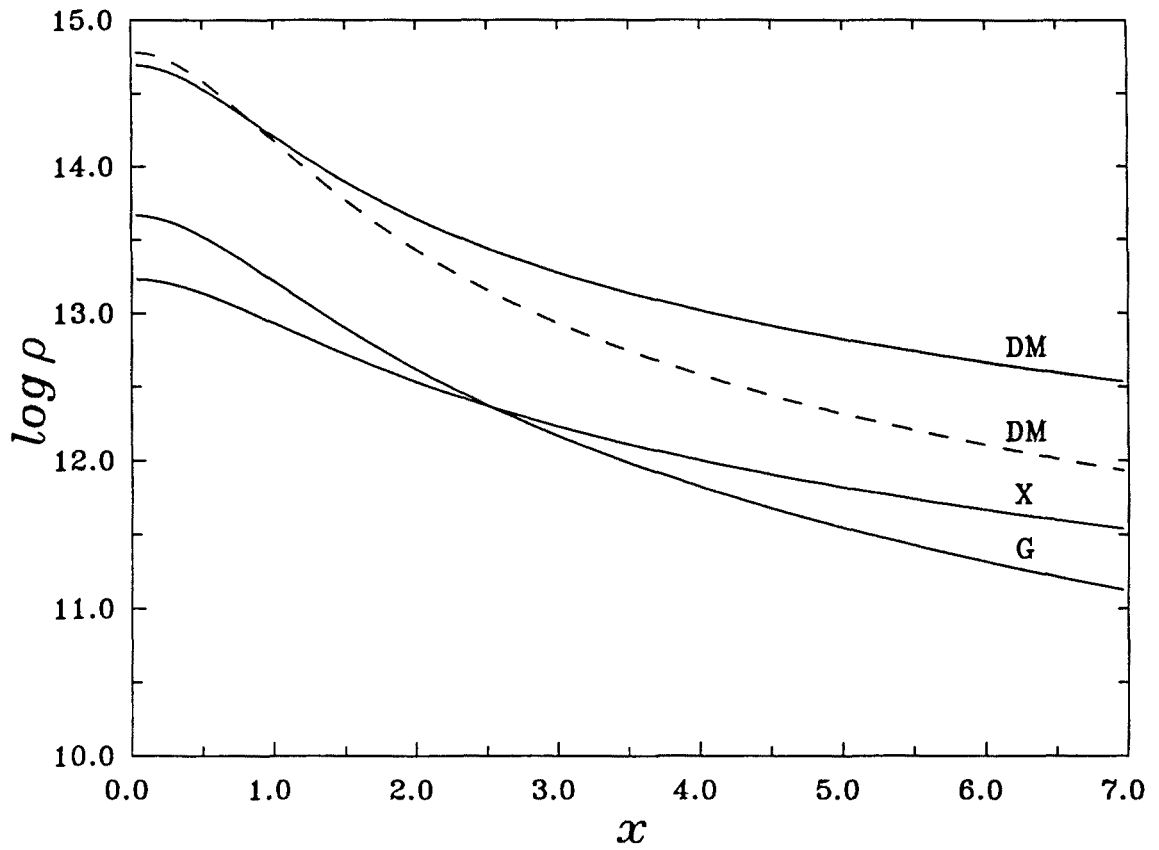


Figura II.5.a. Perfiles radiales de densidad de masa del gas X, galaxias y materia oscura, expresados en masas solares por Mpc^{-3} , correspondientes a los modelos de las Figuras II.3 y II.4 (el valor de α_k es ahora irrelevante). El valor adoptado para el cociente M/L_B de las galaxias es de $10 h_{50}$ unidades solares y la función de luminosidad es la de Shechter.

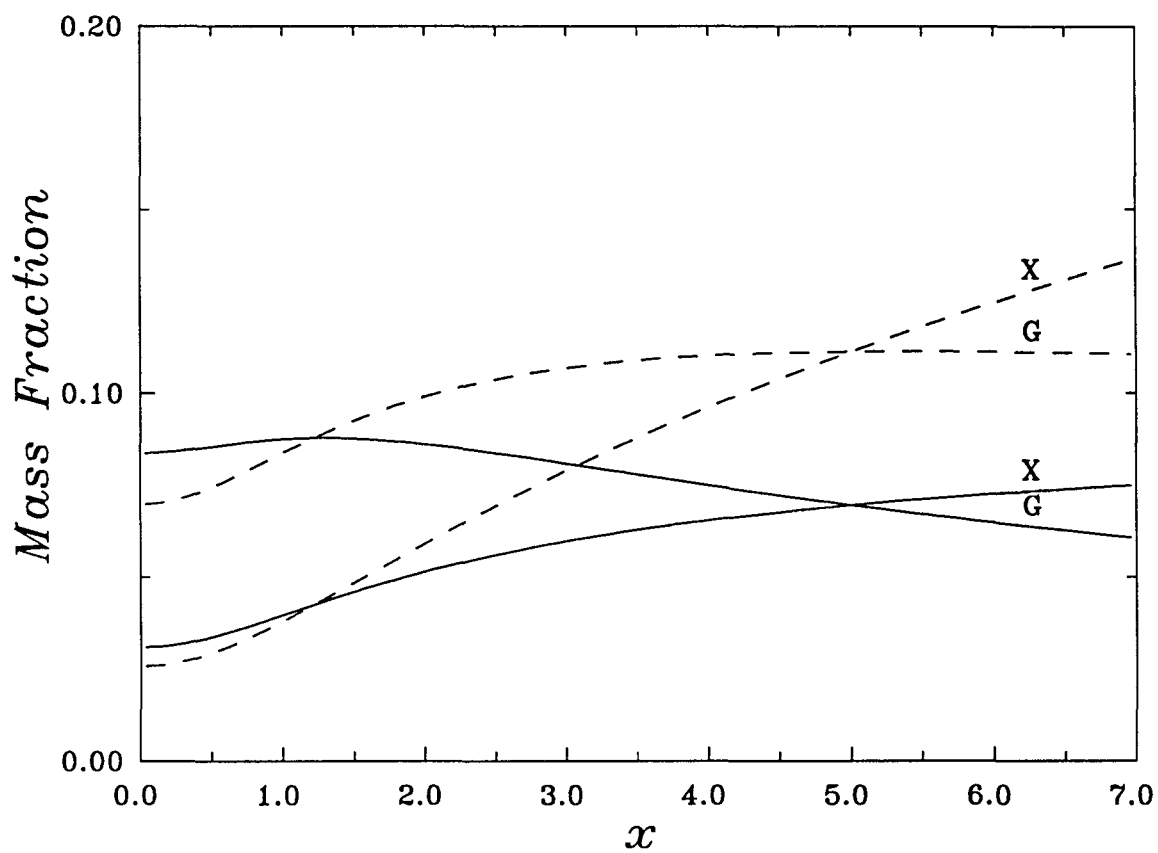


Figura II.5.b. Fracciones de masa (dentro de un radio x) de los dos componentes luminosos de la materia de los cúmulos para los modelos de las Figuras II.3 y II.4.

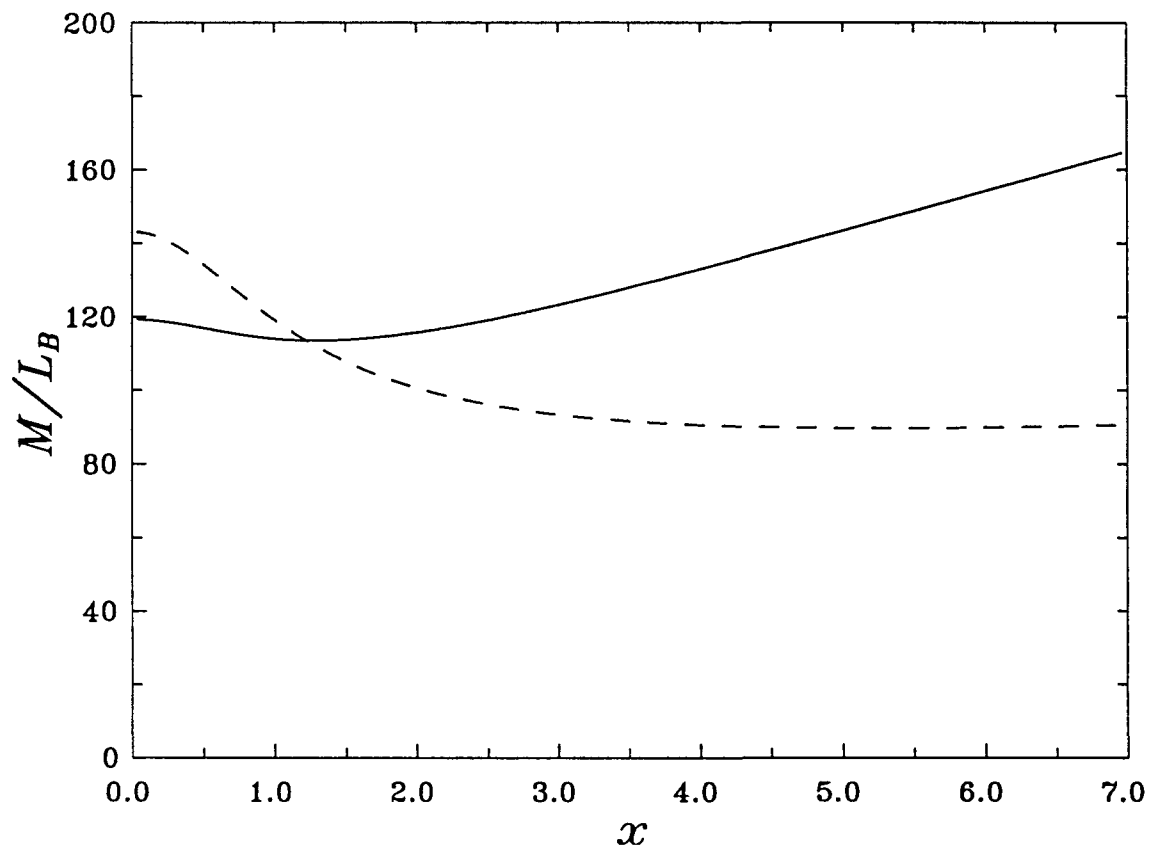


Figura II.5.c. Razón M/L_B del cúmulo (en el interior de un radio x) para los modelos de las Figuras II.3 y II.4.

decreciente pero tendiendo asintóticamente a un valor constante en el exterior (en medio de estos valores se encuentra un perfil M/L_B totalmente constante). En cualquier caso, la moderación de la pendiente contrasta con los perfiles más abruptos encontrados por Cowie *et al.* (1987).

4.2. Soluciones analíticas.

En el subapartado 2.4.2. se puso de manifiesto que la obtención de soluciones enteramente analíticas para los perfiles cinemáticos $\sigma_G^2(x)$ e $\Delta\sigma_G^2(x)$ dependía únicamente de la forma del potencial gravitatorio. Para ilustrar esta posibilidad, vamos a ver ahora cómo algunos de los perfiles de masa más plausibles conducen, efectivamente, a la obtención de soluciones analíticas para $\sigma_G^2(x)$ e $\Delta\sigma_G^2(x)$. Evidentemente, el interés de estos modelos analíticos es, en la mayoría de los casos, más formal que práctico si se piensa en términos de su aplicación al estudio de cúmulos reales. No obstante, su relevancia puede ser mayor teniendo en cuenta su posible utilización en la modelización de otros sistemas autogravitantes de interés astronómico (como los cúmulos globulares y la componente esferoidal de ciertas galaxias). Por otro lado, uno de los ejemplos que veremos a continuación tiene una repercusión directa en el estudio de las propiedades observacionales de los cúmulos de galaxias.

4.2.1. Algunos ejemplos concretos.

Ejemplo a

Abandonemos por un momento la hipótesis politrópica y supongamos que el perfil de densidad másica de los cúmulos es proporcional al perfil de densidad numérica de las galaxias, es decir, que la distribución de la materia oscura sigue la distribución de la materia luminosa. Si ajustamos esta última, como es habitual, mediante una ley de King (1962, 1972)

$$n_G(x) = n_G(0)(1 + x^2)^{-3/2}, \quad (\text{II.58})$$

donde $n_G(0)$ es igual a $N_G(0)/2r_c$ empleando parámetros observacionales, el correspondiente perfil de masa vendrá dado por la expresión

$$M(x) = M^* (\ln(x + u) - x/u), \quad (\text{II.59})$$

donde $M^* = 4\pi\langle m_G \rangle r_c^3 n_G(0)$, siendo $\langle m_G \rangle$ la masa media asociada a cada galaxia (y no necesariamente la masa galáctica media) y $u(x) = (1 + x^2)^{1/2}$.

Consideremos además que el perfil observado $K_G(s)$ puede ser ajustado mediante una ley de Hubble modificada de índice igual a -1

$$K_G(s) = K_G(0) (1 + (s/r_c)^2)^{-1}, \quad (\text{II.60})$$

donde $K_G(0) = N_G(0)\sigma_{1os}^2(0)/2$ tal y como se ha definido en la ecuación (II.2). Entonces, la transformada de Abel inversa de K_G también sigue una ley de King analítica

$$\Psi_2(x) = \Psi_2(0) (1 + x^2)^{-3/2}, \quad (II.61)$$

en la que $\Psi_2(0) = K_G(0)/2r_c$. Recuérdese que imponer $\alpha_k = 3/2$ equivale a considerar que el perfil de dispersión de velocidades de las galaxias es constante en todo el cúmulo.

Con todos estos perfiles, la resolución de las integrales que aparecen en las ecuaciones (II.40) y (II.41) conduce a

$$n_G(x)\sigma_G^2(x) = C \left[2\ln(2u) - \frac{1}{2} u^{-2} - \frac{x^2 + u^2}{xu} \ln(x + u) \right] + 4\Psi_2(0) u^{-3}, \quad (II.62)$$

$$n_G(x)\Delta\sigma_G^2(x) = x^{-3} \left\{ C \left[\frac{1}{2} \tan^{-1} x - u^{-1} \ln(x + u) + (x/2u^2) \right] + \right. \\ \left. + 6\Psi_2(0) \left[\ln(x + u) - (x/u) - \frac{1}{3} (x/u)^3 \right] \right\}, \quad (II.63)$$

con $\Psi_2(0) = N_G(0)\sigma_{1os}^2/(4r_c)$ y $C = Gn_G(0)M^*/r_c$, igual a $4\pi G\langle m_G \rangle r_c^2 n_G^2(0)$.

Ejemplo b

Por otro lado, ya hemos visto cómo el conocimiento de la distribución espacial del gas intracumular permite deducir los perfiles de masa de los

cúmulos (subapdo. 2.4.1.). Recordemos, que los perfiles de brillo superficial (promediado según la sensibilidad del detector) determinados a partir de las observaciones hechas por el *IPC* del satélite *Einstein* pueden ajustarse perfectamente mediante una ley de Hubble modificada de la forma (Jones y Forman 1984)

$$I_x(s) = I_x(0) (1 + (s/r_c)^2)^{-3/2}, \quad (\text{II.64})$$

que no es más que la ecuación (II.17) con $\alpha_x = 1$ (subapdo. 4.2.1.). Adoptando una distribución politrópica para el gas, $T_x \propto n_x^{\gamma-1}$, y dado que la emisividad puede considerarse independiente de la temperatura en el rango de energías del *IPC*, el perfil de masa total adquiere la forma (Cowie *et al.* 1987)

$$M(x) = M^* x^3 (1 + x^2)^{-\gamma}, \quad (\text{II.65})$$

con la constante M^* igual a $2\gamma r_c kT_x(0)/(G\mu_p)$.

Si, al igual que en el ejemplo anterior, el perfil de dispersión de velocidades es constante y el perfil de densidad numérica de las galaxias sigue una ley de King analítica, los perfiles cinemáticos de las galaxias (ecs. [II.40] y [II.41]) para un gas intracumular isoterma ($\gamma = 1$) pasan a escribirse

$$n_g(x)\sigma_g^2(x) = (C/3 + 4\Psi_2(0)) u^{-3}, \quad (\text{II.66})$$

$$n_g(x)\Delta\sigma_g^2(x) = (-C + 6\Psi_2(0)) x^{-3} \left\{ \ln(x+u) - (x/u) - \frac{1}{3} (x/u)^3 \right\}, \quad (\text{II.67})$$

donde el valor de $\Psi_2(0)$ es el mismo que en el caso anterior, mientras que la constante $C = Gn_G(0)M^*/r_c$, ahora es igual a $2n_G(0)kT_X/(\mu m_p)$.

La forma particularmente simple de estos últimos perfiles cinemáticos permite determinar analíticamente algunas de las condiciones que regulan su comportamiento. Así, teniendo en cuenta la expresión del perfil de densidad numérica de galaxias (ec. [II.58]), el cuadrado de la dispersión de velocidades es constante, e igual a

$$\sigma_G^2 = (C/3 + 4\Psi_2(0))/n_G(0) = 2(1/(3b) + 1) \sigma_{\text{los}}^2, \quad (\text{II.68})$$

donde el parámetro $b = \mu m_p \sigma_{\text{los}}^2 / (kT_X)$ (que puede obtenerse a partir de la dispersión global de velocidades de las galaxias y la temperatura espectral del gas X; Cavaliere y Fusco-Femiano 1976, 1978, Bahcall y Sarazin 1977, Gorenstein *et al.* 1978, Jones y Forman 1984), es justamente la razón *observada* entre las energías cinéticas específicas de las galaxias y el gas intracumular a la que ya nos hemos referido anteriormente. Nótese que este parámetro es un buen indicador del valor intrínseco de esta razón sólo si el tensor de dispersión de velocidades de las galaxias es isotrópico y los perfiles $T_X(x)$, $\sigma_G(x)$ y $\sigma_{\text{los}}(x)$ son constantes (tal y como sucede en este caso).

Por otro lado, dada la forma de la constante de normalización del miembro derecho de la ecuación (II.67)

$$-C + 6\Psi_2(0) = (-2/b + 3) n_G(0) \sigma_{\text{los}}^2, \quad (\text{II.69})$$

la isotropía sólo podrá asegurarse en el caso de que $b = 2/3$. Si b es más pequeño que este valor tendremos que $\sigma_t > \sigma_r$, mientras que para valores mayores se verificará $\sigma_t < \sigma_r$ (con excepción del origen en el que siempre tendremos $\sigma_t = \sigma_r$). También es importante resaltar que la ecuación (II.68) proporciona, para cada valor de b , el factor correctivo que permite conocer el valor de la dispersión intrínseca de velocidades de las galaxias, σ_G , a partir de la dispersión observada σ_{los} .

Ejemplo c

Finalmente, manteniendo las hipótesis que han permitido obtener el perfil de densidad de masa total dado por la ecuación (II.65), suponiendo que la dispersión observada de velocidades de las galaxias sigue siendo constante, pero adoptando un perfil de densidad numérica de galaxias de índice α_G igual a 2, es decir,

$$n_G(x) = n_G(0) (1 + x^2)^{-2}, \quad (\text{II.70})$$

los perfiles cinemáticos, cuando el gas intracumular se encuentra próximo a las condiciones de adiabaticidad (por ej., $\gamma = 3/2$), pasan a expresarse

$$n_G(x)\sigma_G^2(x) = \frac{1}{5} C u^{-5} + 4\Psi_2(0) u^{-4}, \quad (\text{II.71})$$

$$n_G(r)\Delta\sigma_G^2(x) = x^{-3} \left\{ -\frac{1}{5} C (x/u)^5 + 3\Psi_2(0) \left[\tan^{-1} x - (x/u^2) - \frac{2}{3} (x^3/u^4) \right] \right\}, \quad (\text{II.72})$$

con $\Psi_2(0) = N_G(0)\sigma_{\text{los}}^2 / (\pi r_c)$ y $C = Gn_G(0)M^*/r_c$, igual a $3n_G(0)kT_X(0)/(\mu m_p)$.

4.2.2. Propiedades cinemáticas del segundo ejemplo.

El segundo de estos ejemplos analíticos coincide con un caso particular del modelo numérico AP estándar desarrollado anteriormente. Esto hace que merezca la pena profundizar en algunas de sus propiedades cinemáticas.

De la ecuación (II.66) puede deducirse que el perfil $\sigma_G(x)$ es siempre positivo y monótonamente decreciente hacia el exterior del cúmulo. Por otro lado, tal como ocurre con el modelo numérico, la no divergencia del gradiente central de presiones es suficiente para que, a través de la ecuación de equilibrio hidrostático de las galaxias (ec. [II.6]), podamos garantizar que $\Delta\sigma_G^2(0) = 0$ y, por tanto, que las dos componentes del tensor de dispersión de velocidades, σ_r y σ_t , estén bien definidas en el origen. Además se verifica que $\sigma_r^2(0) = \sigma_t^2(0) = 1/(3\sigma_G^2(0)) > 0$. No obstante, recordemos que la validez de estos dos últimos perfiles analíticos se encuentra circunscrita dentro del intervalo de valores de x que garantiza que $\sigma_t^2(x)$ y $\sigma_r^2(x)$ sean positivos.

A partir de las ecuaciones (II.66) y (II.67) puede verse que la condición $\Delta\sigma_G^2 > \sigma_G^2$, o equivalentemente, $\sigma_t^2 < 0$, conduce a la desigualdad

$$(-2/b + 3) \left\{ \left(\frac{u}{x} \right)^3 \ln(x + u) - \left(\frac{u}{x} \right)^2 - \frac{1}{3} \right\} > 2/(3b) + 2, \quad (\text{II.73})$$

y que la condición $-2\Delta\sigma_c^2 > \sigma_c^2$, o equivalentemente, $\sigma_r^2 < 0$, a

$$(-2/b + 3) \left\{ \left(\frac{u}{x} \right)^3 \ln(x + u) - \left(\frac{u}{x} \right)^2 - \frac{1}{3} \right\} < -1/(3b) - 1. \quad (\text{II.74})$$

Como puede verse, estas desigualdades no se cumplen en ningún caso si el tensor de dispersión de velocidades de las galaxias es isótropo, es decir, si $b = 2/3$. Recuerdese que, en este caso particular, no sólo se tiene la consistencia hasta el infinito de los perfiles cinemáticos, sino que la distribución del brillo superficial del gas X puede ponerse en función del parámetro b en la forma (Sarazin y Bahcall 1977)

$$I_x(s) = I_x(0) (1 + (s/r_c)^2)^{-3b+1/2}, \quad (\text{II.75})$$

de modo que recuperamos el perfil de brillo superficial adoptado precisamente para $b = 2/3$. Sin embargo, ya que la función que aparece entre corchetes en el miembro izquierdo de las desigualdades (II.73) y (II.74) es positiva (nula para $x = 0$), monótona creciente y divergente, la condición (II.73) pasará a verificarse necesariamente a partir de un cierto valor de x cuando $b > 2/3$, y lo mismo sucederá con la condición (II.74) si $b < 2/3$ (nótese que el valor de b es siempre positivo por definición).

Los valores de b inferiores a $2/3$ dan lugar a modelos en los que dominan las órbitas tangenciales (es decir, $\sigma_t > \sigma_r$), por lo que no son aplicables a los cúmulos de galaxias. Por el contrario, si el valor de b es superior a $2/3$ las órbitas pasan a ser predominantemente radiales (es decir, $\sigma_t < \sigma_r$) y con una anisotropía monótona creciente. En realidad, conforme b

crece, el valor máximo de x para el cual los perfiles cinemáticos dejan de ser físicamente aceptables disminuye. No obstante, en el ejemplo que nos ocupa y aún tomando para b el valor extremo 1.2 (ver subapdo. 3.2.2.), los perfiles cinemáticos resultan todavía válidos hasta unos $12.5 r_c$, distancia más que suficiente (si $r_c = 0.5 h_{50}^{-1}$, supera los 2 RA) para que el modelo resulte perfectamente válido.

Este valor concreto de b que acabamos de adoptar da lugar a un modelo anisótropo que resulta particularmente interesante por cuanto permite comprender el posible origen del "problema energético" (the β problem) de los cúmulos de galaxias al que hemos hecho referencia en la Introducción.

4.3. El problema energético.

Este problema tiene su origen en los diferentes procedimientos existentes para estimar la razón entre las energías cinéticas específicas de las dos componentes (galaxias y gas X) de la materia luminosa de los cúmulos, $\mu m_p \sigma_G^2(r)/(3kT_X(r))$. Por un lado, las teorías basadas en el proceso de relajación violenta responsable de la formación de los cúmulos galaxias y en cualquiera de los posibles orígenes del gas intracumular, postulan que el valor intrínseco de dicha razón debe ser próximo a la unidad. Por otro, bajo las hipótesis de que el tensor local de velocidades de las galaxias es isótropo ($\sigma_G^2 = 3\sigma_{10s}^2$) y que los perfiles $T_X(r)$, $\sigma_G(r)$ y $\sigma_{10s}(r)$ son constantes, esta razón pasa a identificarse con el parámetro observacional $b = \mu m_p \sigma_{10s}^2/(kT_X)$ definido anteriormente. Este puede medirse de dos maneras

distintas: en primer lugar, puede determinarse directamente (Jones y Forman 1984, Mushotzky 1984) a partir de la temperatura espectral (promediada) del gas X y la dispersión (global) de velocidades de las galaxias según la visual, obteniéndose un valor típico de ~ 1.2 (Sarazin 1986 y referencias en esta reseña; ver, no obstante, Edge y Stewart 1989). Si, además, el perfil de densidad numérica de las galaxias obedece a una ley de King analítica (1962, 1972), la determinación de b puede también efectuarse mediante el ajuste de la distribución de brillo superficial del gas X por la expresión (II.75) obteniéndose, tal y como hemos comentado en el apartado anterior, un valor típico de $2/3$ (Jones y Forman 1984). Por tanto, existe una clara discrepancia entre los tres valores. Naturalmente, la vaguedad de la teoría que hay detrás de la estimación del valor intrínseco de la razón de energías (ver los comentarios al respecto de Jones y Forman 1984) y sobre todo las hipótesis de isotropía e isothermalidad (tanto del gas X como del gas de galaxias) que acompañan a las determinaciones empíricas, atenúan la importancia de esta discrepancia.

Gerbal *et al.* (1985) mostraron que si el perfil $T_X(r)$ no es constante sino monótonamente decreciente (creciente) hacia el exterior del cúmulo ambos indicadores observacionales tienden a subestimar (sobreestimar), en una cantidad diferente, el valor real de dicha razón. Con ello se tendría una explicación del porqué de los diferentes valores observados de b , pero no de las causas que motivan que la discrepancia se produzca en direcciones opuestas respecto al valor teórico esperado. Por otro lado, las observaciones sugieren la constancia (al menos en primera aproximación) de los perfiles $\sigma_{10s}(r)$ y $T_X(r)$ en las regiones más centrales de los cúmulos, de donde proceden esencialmente ambos valores de b . Queda pues la otra

posibilidad, apuntada por Jones y Forman (1984) a partir del análisis cinemático efectuado por Kent y Sargent (1983) sobre el cúmulo de Perseo, de que el origen de esta discrepancia esté en la falta de isotropía en las velocidades de las galaxias, posibilidad que, sin embargo, no ha sido explícitamente investigada hasta ahora. Como ya hemos comentado en el apartado 4.1., uno de los resultados más importantes que se derivan de nuestro modelo AP estándar de cúmulo rico es que las observaciones sólo son compatibles con un tensor anisótropo de velocidades. Con el presente modelo analítico resulta especialmente fácil analizar las consecuencias de esta anisotropía en el problema energético.

Al igual que en cualquier modelo AP numérico, el brillo superficial del gas X de este modelo analítico concreto (ec. [II.64]) se ha obtenido a partir de los ajustes que de dicho perfil hicieron Jones y Forman (1984), lo cual sería equivalente, *bajo la hipótesis de que el tensor de dispersión de velocidades de las galaxias fuera isótropo*, a que la estimación indirecta de b (ec. [II.75]) diera el valor $2/3$. No obstante, dado que el caso definido por $b = \mu m_p \sigma_{10s}^2 / (kT_X)$ igual a 1.2 es, de hecho, anisótropo, no es de extrañar que la determinación directa de este parámetro dé ese valor distinto. Finalmente, haciendo uso de la ecuación (II.68), puede verse fácilmente que, para este modelo anisótropo particular dado por $b = 1.2$, la razón intrínseca entre las energías cinéticas específicas de las galaxias y del gas, $\mu m_p \sigma_G^2 / (3kT_X)$, es aproximadamente igual a 1.0.

Que un modelo analítico simple como éste de lugar a una perfecta sintonía de los tres valores, el teórico y los dos empíricos, de la razón de energías cinéticas específicas, es un hecho verdaderamente destacable. Pero

aún sin prestar demasiada atención a los valores concretos de dicha razón (que pueden verse modificados a medida que aumente la precisión de las observaciones) este resultado tiene otra importante consecuencia. El mismo razonamiento que acabamos de hacer pero para un modelo caracterizado por un valor de b menor que (igual a) $2/3$, habría llevado a una discrepancia de signo contrario (a la igualdad) entre las dos estimaciones empíricas de la razón de energías cinéticas específicas. Por tanto, la diferencia observada puede considerarse como una evidencia observacional (siempre admitiendo la validez de la hipótesis politrópica) de que el tensor de velocidades de las galaxias es radialmente anisótropo.

En la Figura II.6.a hemos representado los perfiles adimensionales $\sigma_r(x)/\sigma_{los}$ y $\sigma_t(x)/\sigma_{los}$, y en la Figura II.6.b el perfil de anisotropía de este modelo analítico concreto (es decir, caracterizado por un valor de b igual a 1.2). Nótese que, al igual que sucede con los modelos AP numéricos del apartado 4.1., la anisotropía radial resulta importante incluso cerca del centro del sistema. Nótese también que, como ya hemos comentado, este modelo analítico tiene la especial característica de mantener constante la dispersión de velocidades tridimensional y la proyectada según la visual, a pesar de que tanto las componentes radial y tangencial del tensor de dispersión de velocidades como la anisotropía dependen explícitamente del radio.

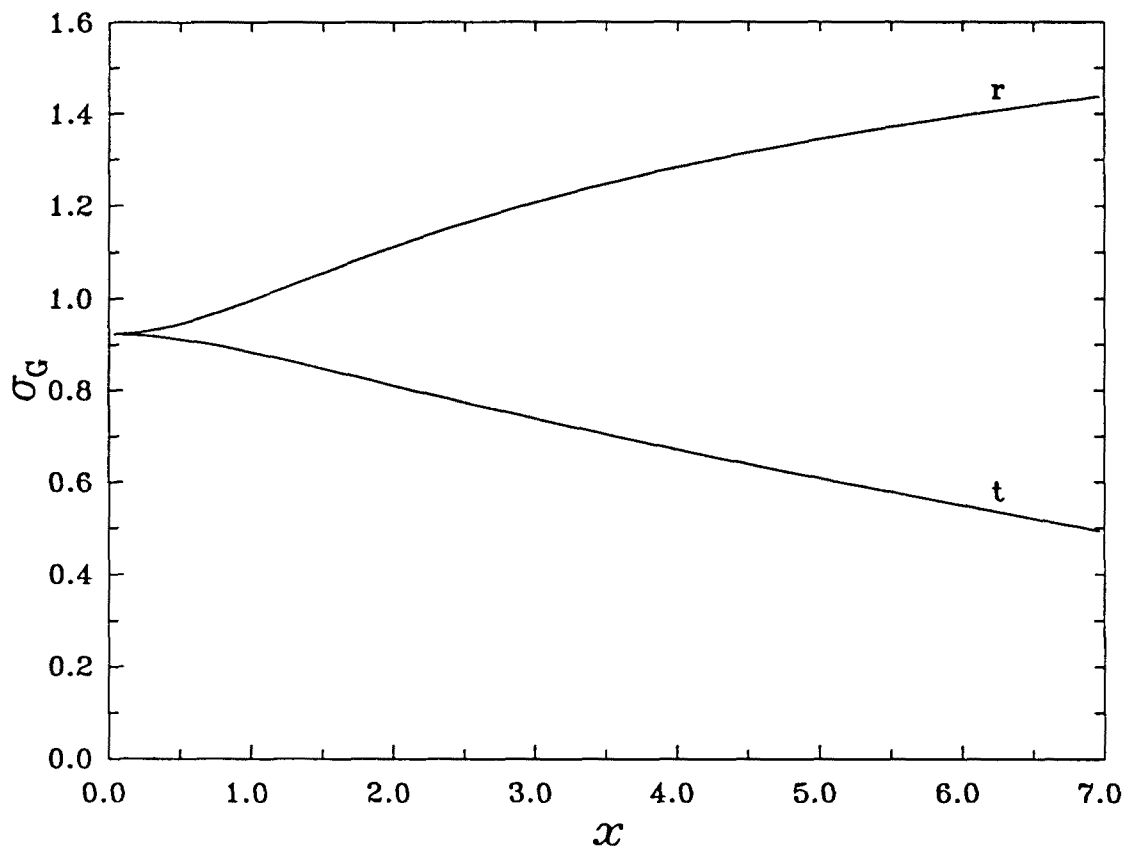


Figura II.6.a. Componentes radial y tangencial, σ_r y σ_t , del tensor de velocidades de las galaxias en unidades de σ_{los} , correspondientes al segundo modelo AP analítico caracterizado por un valor del parámetro b igual a 1.2 (ver subapdo. 4.2.2. del texto para más detalles). Los perfiles $\sigma_G(x)$ y $\sigma_{los}(x)$ son constantes.

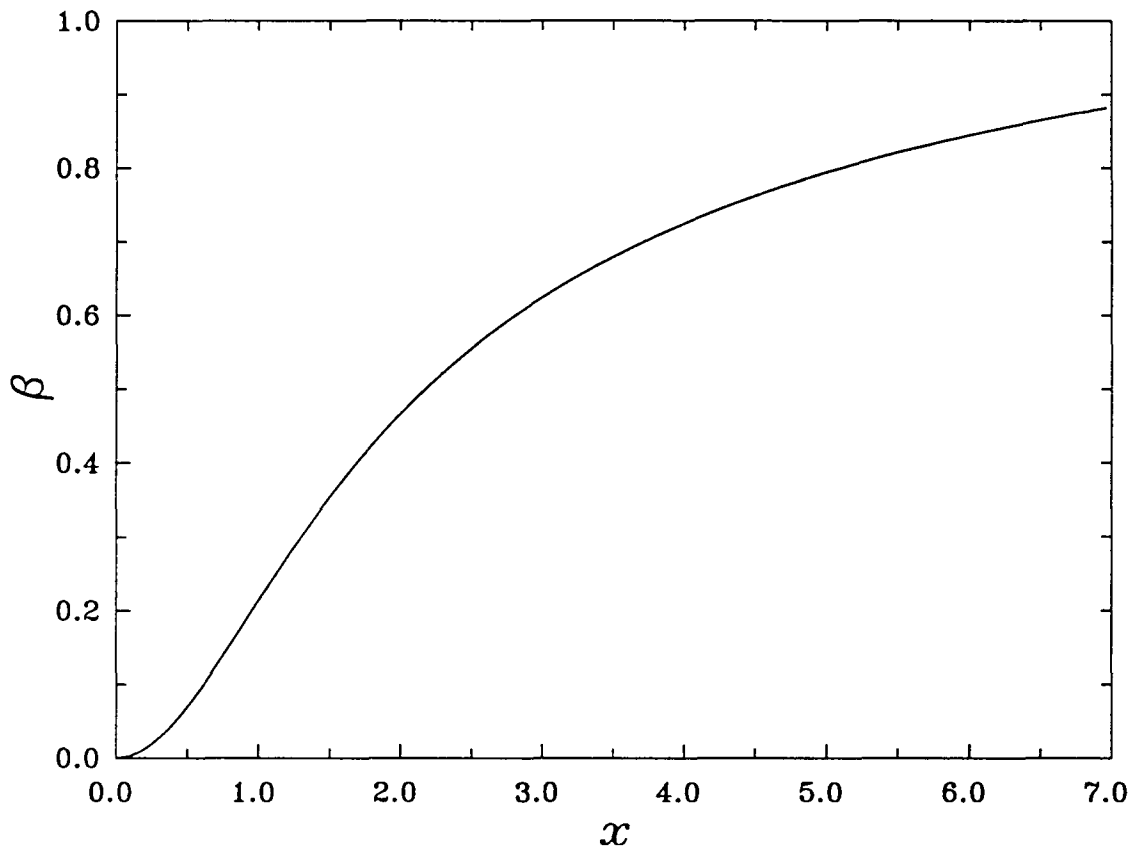


Figura II.6.b. Perfil de anisotropía $\beta = (\sigma_r - \sigma_t)/\sigma_r$ correspondiente al modelo de la figura anterior.

III. LA SEGREGACION MORFOLOGICA DE GALAXIAS EN CUMULOS RICOS CERCANOS

III. LA SEGREGACION MORFOLOGICA DE GALAXIAS EN CUMULOS RICOS CERCANOS

En la Introducción a este trabajo comentábamos que la tendencia que se observa tienen las galaxias a agruparse sugiere, por sí sola, la posibilidad de que el entorno galáctico pueda influenciar la estructura y contenido de las mismas (van den Bergh 1976, Strom y Strom 1979, Bothun 1982, Dressler 1984). Sin embargo, aún hoy no ha podido determinarse con exactitud el grado de dicha influencia. En este sentido, ya habíamos resaltado en el capítulo anterior (subapdo. 3.2.2.) que la correlación entre la luminosidad X integrada, L_x , y la fracción de galaxias S en el interior de 1 RA, F_S , está íntimamente ligada a la relación observada, tanto local como global, entre la densidad del entorno y el tipo morfológico de las galaxias. En este capítulo vamos a intentar reproducir esta correlación a través de uno de los escenarios propuestos para el origen de ciertos tipos morfológicos de galaxias.

1. Características observadas en los distintos tipos morfológicos.

Implicaciones sobre su origen.

1.1. Propiedades morfológicas básicas de las galaxias normales.

Los intentos por dar una respuesta satisfactoria a la cuestión evolutiva pasan indefectiblemente por un análisis en profundidad de cuáles son las características morfológicas que distinguen unas galaxias de otras y de cómo varían en función de la densidad del entorno en que se encuentran.

Todos los sistemas de clasificación de galaxias tienen en común el estar basados en el reconocimiento de las dos componentes fundamentales de la estructura galáctica:

i) la esferoidal: a la que pertenecen el núcleo, el bulbo y el halo, y en la que predominan las estrellas rojas y viejas (población II), y

ii) la discoidal: formada por un disco más o menos grueso de estrellas jóvenes (población I) acompañadas de gran cantidad de gas y polvo.

La mayoría de las galaxias presentan, de forma más o menos desarrollada, ambas componentes (son las llamadas galaxias de disco, a las que pertenecen, fundamentalmente, las S0 y las S), de modo que la relación de luminosidades entre el bulbo y el disco (B/D) varía de una forma continua entre estos tipos morfológicos. Sin embargo, también hay galaxias sin disco significativo (principalmente E), o sin bulbo aparente (algunas S e Irr del tipo Nubes de Magallanes). En las galaxias de disco en las que existe abundante gas suele observarse, además, una estructura espiral relacionada con los lugares donde la formación estelar es más activa.

Sandage (1961) definió las galaxias S0 como galaxias de disco que no presentaban traza alguna de estructura espiral. Estas galaxias se

diferencian de las S por su menor contenido en hidrógeno neutro (HI) y por presentar colores más rojos y parecidos a los de las E (de Vaucouleurs 1977), siendo sus propiedades generales consistentes con la ausencia de formación estelar significativa en los últimos $2-3 \times 10^9 h_{50}^{-1}$ años (Biermann y Tinsley 1975). En términos estructurales la similitud entre los discos de las S y la S0 es conocida desde hace tiempo (Freeman 1970). En particular se ha podido comprobar que los valores de la luminosidad superficial del disco abarcan el mismo intervalo (Kent 1985). Esto sugiere que, a pesar de que los colores y el contenido gaseoso de las galaxias E y S0 son parecidos, estas últimas guardan una relación más directa con las galaxias S que con las primeras.

Por su parte, las E son las galaxias de estructura más simple pues parecen formar, en primera aproximación, una familia uniparamétrica en la que sus tamaños, colores y dispersión central de velocidades aumentan monótonamente conforme lo hace su luminosidad (masa) (ver, por ej., Faber y Jackson 1976, Tonry y Davis 1981).

1.2. Posibles escenarios propuestos para el origen de los distintos tipos morfológicos de galaxias.

Galaxias de todos los tipos morfológicos están presentes en regiones de alta y baja densidad aunque en distintas proporciones (Hubble y Humason 1931, Postman y Geller 1984). En el campo, la población dominante es la de galaxias S mientras que en las regiones más densas de los cúmulos ricos y

compactos el predominio corresponde a las galaxias S0 y E (Oemler 1974, Dressler 1980b). Las distintas explicaciones propuestas para dar cuenta de esta segregación morfológica observada señalan al entorno galáctico como el principal responsable. Sin embargo, hay que distinguir entre aquellas que consideran que la segregación morfológica es un fenómeno relacionado con *la evolución* de las galaxias y aquellas que, por el contrario, suponen que su origen es puramente *genético*.

1.2.1. Hipótesis evolutiva. Mecanismos evolutivos.

En este grupo están todos aquellos escenarios en los que se supone que las galaxias se formaron esencialmente con la misma distribución morfológica en todas partes, pero que ésta se ha visto modificada por la acción de procesos físicos ligados a la interacción con el entorno.

1.2.1.a. Mecanismos capaces de extraer el gas de los discos galácticos.

Muchos de los mecanismos evolutivos sólo afectan a la componente gaseosa de los discos galácticos y no alteran significativamente su distribución estelar. No obstante, dado que la diferencia primaria entre una galaxia S y una S0 parece radicar en el diferente contenido gaseoso de sus discos, motor de la formación estelar, la actuación de este tipo de mecanismos podría explicar la transformación de galaxias S en S0. Veamos

cuáles son los más importantes:

Barrido colisional

Spitzer y Baade (1951) fueron los primeros en sugerir que las galaxias SO podrían ser el resultado de *colisiones directas* entre galaxias S en las partes centrales de los cúmulos ricos. Este tipo de colisiones puede provocar el calentamiento mecánico del medio interestelar (MIE) en la zona de contacto, favoreciendo que éste pueda así escapar de la atracción gravitatoria de los discos de las galaxias. El resultado de este proceso es la pérdida de la mayor parte del gas de los discos de modo que el contenido estelar de éstos evoluciona rápidamente hacia colores más rojos. Sin embargo, el elevado tiempo característico de este tipo de encuentros (ver Tabla II.1), lo convierten en un mecanismo privativo de las regiones más internas de los cúmulos ricos.

Mucho más probables que las colisiones directas son los encuentros cercanos de galaxias en los que la interacción se lleva a cabo mediante *fuerzas de marea* (Toomre 1972, Wright 1972, Eneev *et al.* 1973). Los modelos numéricos desarrollados al respecto por estos autores indican que la máxima efectividad de este proceso requiere que las velocidades relativas de las galaxias sean del orden de sus velocidades rotacionales máximas internas (200-300 km s⁻¹). Como las velocidades relativas típicas entre las galaxias de los cúmulos van desde los 500 a los 1000 km s⁻¹, dicho mecanismo parece tener una limitada efectividad en estos sistemas, aunque su efectividad podría ser muy importante en grupos de galaxias donde las velocidades son

mucho menores. Otra posibilidad, es que estas interacciones desencadenen procesos de formación estelar a gran escala, de modo que gran parte del gas intragaláctico se consuma en la formación de nuevas estrellas (Icke 1985).

Barrido por presión cinética del medio intergaláctico

Mientras que las elevadas velocidades de las galaxias de los cúmulos limitan la efectividad de las colisiones, pueden permitir, en cambio, que la presión ejercida por el medio intergaláctico (MIG) sobre el disco de las galaxias sea lo suficientemente elevada como para extraer parte de su gas. Entre los distintos estudios que se han llevado a cabo sobre la efectividad del barrido por presión cinética del MIG (RPS), los más sencillos se limitan a establecer las condiciones límite por encima de las cuales una galaxia puede perder todo su gas, mientras otros algo más sofisticados analizan la eficiencia del RPS en función de las condiciones físicas que se dan en el interior de las galaxias.

En el primero de los casos, se acostumbra a suponer que las galaxias se mueven en órbitas radiales. De esta forma, la rápida variación de la presión ejercida por el MIG hace que la galaxia pierda todo su gas bruscamente y de una sola vez al acercarse al centro del cúmulo ("RPS repentino"). Gunn y Gott (1972) fueron los primeros en desarrollar un modelo de este proceso. Basándose en un balance estático de fuerzas, dichos autores sugieren que la componente gaseosa del disco de una galaxia S que se mueva ("de cara") a través del medio intracumular puede ser barrida siempre que la presión de éste

$$p_{\text{MIG}} = \rho_X v_G^2, \quad (\text{III.1})$$

donde v_G es la velocidad de las galaxias en el sistema de referencia del cúmulo, supere la fuerza gravitacional por unidad de área que ejerce el disco sobre sus partículas de gas y cuyo valor promedio viene dado por

$$f = 2\pi G S_* S_{\text{MIE}}, \quad (\text{III.2})$$

donde S_* y S_{MIE} son, respectivamente, los valores típicos de las densidades másicas superficiales de estrellas y gas en el disco. Según los cálculos de Gunn y Gott, para una galaxia S con una velocidad media de 1700 km s^{-1} , es suficiente con que la densidad del MIG tenga un valor cercano a los 10^{-4} átomos cm^{-3} para que ésta pierda casi todo el gas de su disco en una única pasada por el centro del cúmulo. De todos modos, un tratamiento más realista del *RPS* debe tener presente que los efectos del *RPS* sobre los discos de las galaxias dependen críticamente del ángulo formado por el plano del disco y el vector velocidad en el sistema de referencia del cúmulo. Así, para galaxias con incidencia tangencial la efectividad del barrido puede quedar muy mermada, ya que las fuerzas exteriores actúan entonces paralelamente al disco galáctico. No obstante, la compresión lateral a la que en este caso se vería sometida la materia interestelar podría actuar como detonante, al igual que las fuerzas de marea antes reseñadas, de procesos de formación estelar a gran escala (Bothun 1982, Bothun y Dressler 1986).

Por el contrario, los estudios más elaborados suelen adoptar la hipótesis simplificativa de que las galaxias se mueven con celeridad uniforme y en un medio de densidad también uniforme (órbitas circulares). En

estas condiciones, el gas producido por las estrellas de la galaxia va siendo eliminado conforme éste pasa a formar parte del MIE ("RPS continuado"). Simulaciones hidrodinámicas basadas en esta hipótesis (Gisler 1976, 1979, Lea y De Young 1976, Nepveu 1981) parecen indicar que la efectividad del RPS podría ser incluso superior a la que sugiere el simple balance de fuerzas propuesto por Gunn y Gott.

Finalmente, cabe citar los modelos hidrodinámicos bidimensionales de Takeda *et al.* (1984) con los que analizaban tanto el RPS continuado como el repentino. En este último caso, Takeda *et al.* llegan a predecir un comportamiento periódico del barrido del gas, que permite su acumulación por parte de la galaxia cuando se encuentra lejos del centro del cúmulo y la pérdida masiva del mismo (en forma de una única "burbuja") al pasar ésta por la región central. Dichas burbujas, de las que existen algunas evidencias observacionales (Kotanyi *et al.* 1983), podrían también explicar la existencia de fuentes extensas de rayos X como las observadas en Virgo (Forman *et al.* 1979, Forman y Jones 1982) y A1367 (Betchtold *et al.* 1983).

Dado que cualesquiera de los estudios anteriores predice que la efectividad del RPS es elevada, podría concluirse que la fracción de galaxias S en todos los cúmulos relajados ha de ser necesariamente reducida tal y como se observa en los que están más próximos. No obstante, las observaciones de cúmulos lejanos parecen indicar que en algunos casos su contenido galáctico difiere sensiblemente del de los primeros. Entre estas observaciones cabe destacar las de Butcher y Oemler (1978a y b), quienes encontraron que algunos cúmulos densos, de aspecto relajado y con corrimientos al rojo moderadamente altos ($z \sim 0.5$), contenían una elevada

proporción de galaxias azules que, sin embargo, no se observaba en ninguno de los de bajo z ("efecto Butcher-Oemler"). Suponiendo que el color azul era indicativo de formación estelar activa, Butcher y Oemler llegaron a la conclusión de que se trataba de galaxias S con alto contenido gaseoso. Así, si realmente el *RPS* es el mecanismo causante de la segregación morfológica observada en los cúmulos ricos cercanos, se hace necesario determinar cuáles son las causas de que su efectividad haya estado inhibida durante una fracción significativa de t_H .

Gisler (1979) analizó la influencia que, sobre la efectividad del *RPS*, podían tener los ritmos de producción de gas en el interior de las galaxias. Sus simulaciones indican que las S tardías pueden resultar invulnerables, siempre que sus ritmos de producción de gas sean elevados, a la acción del MIG durante la mayor parte de sus vidas ($8-10 \times 10^9$ años), y sólo cuando éstos declinan ostensiblemente, convertirse en galaxias SO tras perder el gas de sus discos en unos pocos giga-años ("*RPS* retardado"). Por otro lado, está la posibilidad de que casi todo el contenido gaseoso de los cúmulos se encontrara inicialmente en forma de halos alrededor de las galaxias (Norman y Silk 1979, Sarazin 1979). De esta manera, la ausencia de cantidades apreciables de gas en el MIG haría que al principio las galaxias fueran perdiendo muy lentamente su gas a través de colisiones (directas y por efectos de marea). Así, la efectividad del *RPS* sería reducida hasta que el contenido gaseoso del MIG aumentase lo suficiente.

Barrido por evaporación térmica

En contraposición con el *RPS*, la evaporación térmica es un mecanismo de barrido cuya eficiencia no viene condicionada por la velocidad que las galaxias tienen respecto al MIG (Gunn y Gott 1972, Cowie y Songaila 1977). Si la conductividad térmica es lo suficientemente elevada, la mayor temperatura del gas intergaláctico genera un flujo de calor dirigido hacia el gas "más frío" de los discos galácticos. Cuando el balance entre los ritmos de calentamiento (inducido externamente) y enfriamiento (por radiación) es favorable al primero, la temperatura del gas de los discos se incrementa pudiendo entonces escapar de la atracción gravitatoria de los mismos.

Barrido por viscosidad

Al igual que ocurre con la conductividad térmica, la viscosidad del MIG es independiente de la densidad pero depende fuertemente de la temperatura. Nulsen (1982) sugirió que determinados procesos de transporte función de la viscosidad podrían ser eficaces en transferir momento lineal entre el gas intergaláctico caliente y el gas de las galaxias (barrido laminar y turbulento).

1.2.1.b. Mecanismos capaces de alterar la distribución estelar.

Los mecanismos de barrido previamente descritos no parecen ser capaces, en principio, de alterar significativamente la distribución estelar de las

galaxias. Una galaxia S que pierda su gas dejará como remanente un disco delgado de estrellas por lo que su aspecto será más el de una galaxia SO que el de una E. Sin embargo, tanto en los grupos como en los cúmulos ricos, se observa que la fracción de galaxias E es mayor que en el campo, por lo que la diferente composición de la población galáctica entre estos entornos no puede deberse únicamente a la transformación de S en SO. Además, los discos de las SO parecen ser más gruesos que los de las S (Burstein 1979b). Así pues también deben existir mecanismos evolutivos capaces de alterar la distribución estelar de las galaxias. Veamos los más importantes:

Efectos de marea

Los efectos de marea consecuencia de las colisiones entre galaxias también podrían ser capaces de alterar su distribución estelar (Richstone 1976). Detalladas simulaciones numéricas como las de Farouki y Shapiro (1981) señalan que, si bien este tipo de efectos podría explicar el ensanchamiento de los discos de las SO, su influencia sobre los bulbos es limitada una vez el cúmulo ha colapsado. En consecuencia, difícilmente podrían dar lugar a la formación de E a partir de galaxias de disco.

Fusión de galaxias

Toomre y Toomre (1972) y Toomre (1977) sugirieron que una fracción significativa de E podría haberse formado por fusión de galaxias de disco. Esta sugerencia está motivada por la existencia de numerosos pares de

galaxias de disco interactuantes que parecen estar sufriendo un proceso de coalescencia. La observación de "envolturas" y "rizos" alrededor de galaxias E (Malin y Carter 1980, Schweizer 1980) también refuerza esta hipótesis. Además, las simulaciones numéricas de los procesos de fusión (por ej., Combes *et al.* 1980, Negroponte y White 1983) producen casi invariablemente remanentes con perfiles de Hubble y elevada concentración estelar.

1.2.2. Hipótesis genética.

En esta categoría tienen cabida todos aquellos escenarios en los que se considera que son las condiciones iniciales existentes al formarse las galaxias las que fijan las distintas fracciones morfológicas, de modo que una vez se han formado éstas el entorno juega un papel irrelevante en la modificación de sus características.

Las primeras simulaciones de los procesos físicos que gobiernan la formación de las galaxias llevadas a cabo por Larson (1969, 1974 y 1975), señalaban al ritmo de formación estelar como el factor determinante en la aparición de una estructura discoidal. La idea básica subyacente es que si al producirse el colapso de la protogalaxia la mayor parte del gas se convierte en estrellas, éstas actúan como un fluido acolisional dominado por la relajación violenta. En estas circunstancias, simulaciones numéricas de N-cuerpos han demostrado que pueden llegar a reproducirse perfiles de luminosidad parecidos a los observados en las galaxias E (Van Albada 1982, McGlynn 1984). Por el contrario, en el caso de que la formación estelar no

haya sido muy eficiente, al colapsar la protogalaxia el gas disipa por radiación gran parte de su energía pero manteniendo su momento angular total, lo que da lugar a la formación de un disco.

En cuanto a los factores que pueden determinar la eficiencia de la formación estelar, Sandage *et al.* (1970) argumentaron que ésta podría depender del momento angular específico contenido en el gas de la protogalaxia. Un momento angular grande originaría la aparición de fuerzas centrífugas elevadas que alterarían y/o retrasarían la formación estelar por lo que la galaxia resultante sería del tipo S, mientras que en caso contrario se formaría una E. Por su parte, Gott y Thuan (1976) asociaron la eficiencia en la formación de estrellas durante la fase de colapso a la densidad de la protogalaxia. Dado que el ritmo de enfriamiento del gas para formar estrellas se incrementa con la densidad de éste (ver Tabla II.1), en las protogalaxias de densidad elevada la formación estelar sería más efectiva que en las de baja densidad. Así, en el primer caso se formaría una galaxia E mientras que en el otro se favorecería la formación de un disco.

Otra posibilidad, es que los ya mencionados extensos halos de gas en los que podrían haber estado inmersas las protogalaxias se hubieran dispersado a consecuencia de colisiones acaecidas durante las primeras etapas de formación de los cúmulos (Silk 1978). La disrupción de estos envoltorios primordiales ricos en gas impediría que éste pasara a formar parte de los discos galácticos (*birth defect scenario*), por lo que podría explicar la preponderancia de galaxias de elevado B/D y la presencia de S pobres en gas en las partes más densas de los cúmulos (Larson *et al.* 1980; ver también Faber y Gallagher 1976).

En los últimos años, los escenarios cosmogónicos de formación sesgada de galaxias (*biased galaxy formation*; Bardeen *et al.* 1986) en un universo inflacionario ($\Omega_0 = 1$) con materia oscura fría, también parecen apuntar hacia un origen genético de los distintos tipos morfológicos. Diversas simulaciones, numéricas y semianalíticas, parecen reproducir tanto la distribución observada de velocidades de las galaxias en escalas de $1-10 h_{50}^{-1}$ Mpc (Davis *et al.* 1985), como las abundancias globales de S y E (Efstathiou *et al.* 1988) y, cualitativamente, su relación observada con la densidad (Evrard 1989).

1.3. Evidencias observacionales favorables a cada escenario.

1.3.1. Evidencias favorables a la hipótesis evolutiva.

Son numerosas las evidencias observacionales favorables a que la interacción con el entorno juegue un papel determinante en la morfología de las galaxias. Entre las más destacadas podemos citar:

i) La anticorrelación de la fracción total de galaxias S en los cúmulos, F_S , tanto con la dispersión global de velocidades del cúmulo, σ_{los} , como con la luminosidad X (masa) total del gas intracumular, L_X (Bahcall 1977c, Melnick y Sargent 1977, Tytler y Vidal 1979, Abramopoulos y Ku 1983).

ii) La detección de un conjunto de rayas de emisión asociadas a iones

de hierro y níquel altamente ionizados, con abundancias del orden de las solares (ver, por ej., Sarazin 1986 y referencias en esta reseña).

iii) El menor contenido gaseoso que algunas S de los cúmulos tienen respecto a las que hay de campo, y que va disminuyendo conforme lo hace la distancia de las galaxias S al centro del cúmulo (Chamaraux *et al.* 1980, Giovanelli *et al.* 1981, Bothun *et al.* 1982, Balkowski y Chamaraux 1983, Kennicutt 1983, Haynes *et al.* 1984). Además, en los cúmulos suele observarse la presencia de galaxias S con brazos poco definidos (son las llamadas "espirales anémicas"; van den Bergh 1976).

iv) La existencia de claros ejemplos observacionales en los que la imagen radio (originada por el HI de la galaxia) aparece desplazada respecto a la imagen óptica en dirección al anticentro del cúmulo (Gallagher 1978 y Kotanyi *et al.* 1983).

v) Aparte del ya mencionado efecto Butcher-Oemler (ver subapdo. 1.2.1.), estudios espectrales de las galaxias azules de cúmulos distantes (Dressler y Gunn 1982, Mellier *et al.* 1988a), han permitido confirmar que el contenido espectral de dichas galaxias tampoco coincide con el de las S cercanas. En particular, Mellier *et al.*, analizando los espectros de una muestra de 62 galaxias de A370 ($z = 0.374$), han podido determinar la presencia de fuertes líneas de absorción Balmer, que son indicativas de formación estelar activa. Asimismo, la fracción de galaxias ricas en gas de este cúmulo resulta ser muy elevada (~ 50%) en relación a su riqueza.

1.3.2. Evidencias favorables a la hipótesis genética.

Entre los argumentos frecuentemente utilizados como evidencias favorables a la hipótesis genética y que, por tanto, van en contra de la hipótesis evolutiva, cabe citar:

i) El hecho de que la fracción $(S+S0)/(S+S0+E)$ tenga un valor distinto en el campo que en los cúmulos regulares (Faber y Gallagher 1976). Si el único cambio en la morfología de las galaxias fuera la transformación de S en S0 este cociente debería ser constante.

ii) La presencia de un número substancial de galaxias E y S0 en regiones de baja densidad (Dressler 1980b) y con una distribución de colores similar a la de las galaxias de cúmulo (Sandage y Visvanathan 1978a y b). Bothun y Sullivan (1980), por su parte, presentan ejemplos de la presencia de S anémicas en el campo.

iii) La universalidad de la relación entre las fracciones morfológicas de galaxias y la densidad local proyectada, pues parece ser independiente del tipo, grado de concentración o cantidad de gas presente en el cúmulo (Dressler 1980b). Diversos autores (Bhavsar 1981, Postman y Geller 1984) han encontrado además, que dicha relación puede extenderse hasta los grupos aislados del campo.

iv) El hecho de que los bulbos de las S0 sean más luminosos que los de las S (Dressler 1980b), teniendo en cuenta que los mecanismos evolutivos antes descritos no parecen alterar significativamente dicha componente

galáctica.

v) El mayor valor del cociente B/D de las galaxias SO tanto en el campo como en regiones de elevada densidad (Burstein 1979a, Dressler 1980b, Boroson 1981, Kent 1985, Simien y de Vaucouleurs 1986, entre otros). Aunque el elevado B/D de las galaxias de las regiones más densas podría obedecer, más que a una mayor luminosidad de los bulbos, a un debilitamiento en la luminosidad de los discos causado por la pérdida de su contenido gaseoso, la variación necesaria (entre 1 y 3 magnitudes dependiendo de la galaxia progenitora; Kent 1985) parece ser demasiado importante.

vi) La presencia adicional en las galaxias SO de un disco grueso que no ha sido observado en las galaxias S (Burstein 1979b).

vii) La existencia en el mismo cúmulo, de galaxias S con un exceso de gas, S normales, S anémicas y también SO (Schommer *et al.* 1981), que parece difícil de reconciliar con la actuación global de mecanismos de barrido.

viii) Finalmente, el mayor brillo superficial equivalente de los bulbos de las SO en comparación con los de las S tempranas (Sa y Sb) (Sandage 1983, Kent 1985).

2. Críticas a algunos de los argumentos esgrimidos en contra de la hipótesis evolutiva.

Las numerosas evidencias observacionales favorables a uno y otro escenario hacen que el origen de la diversidad morfológica de las galaxias sea todavía hoy objeto de controversia. No obstante, hechos como la presencia en el MIG de los cúmulos ricos de iones de procedencia necesariamente estelar, la anticorrelación entre la luminosidad X integrada y la fracción total de galaxias S que exhiben estos mismos cúmulos, y la observación directa de fenómenos como la coalescencia de galaxias o el barrido de su contenido gaseoso, son difíciles de reconciliar con la posibilidad de que la segregación morfológica tenga un origen puramente genético. Por ello, nuestro grupo de trabajo se planteó hace unos años la necesidad de analizar en profundidad algunas de las principales evidencias esgrimidas a favor de la hipótesis genética. La intención era determinar si éstas podían ser, contrariamente a lo que hasta entonces se suponía, compatibles con el marco evolutivo.

Así, en la Tesis de Licenciatura (ver Solanes *et al.* 1989) nos dedicamos a investigar las posibles correlaciones de la luminosidad de los principales componentes galácticos (bulbo y disco) con el tipo morfológico y la densidad local. Basándonos en la misma muestra de galaxias de disco utilizada por Dressler (1980a), pudimos comprobar que, con independencia de la densidad del entorno galáctico, existe una clara correlación entre el tipo morfológico y el cociente B/D, resultado concordante con el de Simien y de Vaucouleurs (1986) para galaxias de campo. Dicha correlación, permitió además interpretar la segregación morfológica observada como una tendencia de las galaxias a incrementar el valor de su cociente B/D conforme aumenta la densidad del entorno. La práctica ausencia de segregación en las luminosidades de los bulbos que se obtiene cuando la muestra de Dressler

pasa a ser completa en magnitud de bulbo, sugiere que *esta correlación densidad local-B/D puede interpretarse en términos de un debilitamiento en las luminosidades de los discos* y que, por tanto, *es compatible con la acción de mecanismos evolutivos ambientales.*

Por otro lado, Salvador-Solé *et al.* (1989) y Sanromà y Salvador-Solé (1990) se dedicaron a investigar en profundidad la aparente universalidad de la correlación observada entre las fracciones morfológicas de galaxias y la densidad numérica local de las mismas, proyectada a 2D, que se da en el interior de los cúmulos ricos (Dressler 1980b). En el primero de estos trabajos, sus autores encontraron que, con independencia de su estricta universalidad, dicha correlación parece ser el resultado de otra intrínseca (3D) la cual sí depende de la concentración (densidad central) del cúmulo. Además, llegaron a la conclusión de que esta dependencia era concordante con la actuación de mecanismos evolutivos tales como las fuerzas de marea y, especialmente, el *RPS*. En el segundo de estos trabajos, Sanromà y Salvador-Solé emplearon un ingenioso método (*angular scrambling*) para poder eliminar cualquier subestructura presente en los cúmulos del catálogo de Dressler (1980a) sin alterar sus perfiles radiales originales de densidad numérica de galaxias. La reproducción en los cúmulos simulados de las mismas correlaciones que se observan en sus progenitores, permitió a estos autores confirmar de forma definitiva que la segregación morfológica observada estaba en realidad íntimamente ligada a las propiedades globales (concentración, perfiles de densidad, etc.) de los cúmulos y no a la presencia de subestructuración.

Aparte de los resultados anteriores, conviene tener presente que

mecanismos como la fusión de galaxias de disco (subapdo. 1.2.1.) podrían explicar el aumento observado de la fracción de E en las partes más centrales de los cúmulos, mientras que el barrido del MIE por fuerzas de marea, cuya efectividad puede ser notable a nivel de grupos o incluso parejas de galaxias, podría servir para justificar la presencia de galaxias tempranas en regiones de baja densidad. Recordemos, además, que estas mismas fuerzas de marea también han sido citadas como uno de los posibles mecanismos capaces de "engrosar" los discos galácticos (Farouki y Shapiro 1981).

3. Estudio de la segregación morfológica inducida por RPS mediante el modelo estándar de cúmulo de galaxias cercano.

Hasta la fecha, los estudios que se han hecho sobre la efectividad de los distintos mecanismos evolutivos han demostrado que, bajo ciertas condiciones, es perfectamente factible alterar tanto el contenido gaseoso como la estructura de las galaxias. Sin embargo, la falta de un modelo estándar de cúmulo rico de galaxias ha impedido comprobar las consecuencias que dicha acción tendría sobre la segregación morfológica en el seno de estos sistemas. Ahora, y gracias al trabajo desarrollado en el capítulo anterior, disponemos de un modelo autoconsistente de cúmulo rico de galaxias con el que podemos reproducir detalladamente las propiedades que en su interior tienen, no sólo la distribución de galaxias (en forma de perfiles de densidad, de dispersión de velocidades, etc.), sino también las del entorno en el que éstas se encuentran inmersas. Por ello, nuestro modelo

ofrece el marco idóneo para el análisis cuantitativo de los efectos que sobre la morfología de las galaxias de los cúmulos puede llegar a ejercer la interacción con el entorno. No obstante, de entre todos los mecanismos ambientales propuestos anteriormente, nos ocuparemos únicamente de la posible transformación de galaxias S en SO por efectos del RPS ya que:

i) el RPS es, con mucho, el efecto dominante en el interior de los cúmulos ricos (exceptuando quizás las regiones más internas en las que la fusión de galaxias puede jugar también un papel importante; ver apdo. 3.2. más adelante);

ii) la dependencia que exhibe la segregación morfológica de las galaxias de disco a 3D con la concentración es básicamente concordante con la actuación de dicho mecanismo (Salvador-Solé *et al.* 1989);

iii) al ser el nuestro un modelo estacionario es más consistente con el estudio de este tipo de evolución, pues sus efectos a corto plazo no parecen ser capaces de alterar significativamente las propiedades estructurales y dinámicas de la distribución de galaxias y del medio intracumular; nótese, por ejemplo, que la fusión de galaxias es un fenómeno claramente no estacionario, al igual que las interacciones por fuerzas de marea (relajación a dos cuerpos); y

iv) resulta ser uno de los mecanismos más fáciles de tratar analíticamente, pudiéndose simular a través de un sencillo balance de presiones.

3.1. Objetivos. Procedimiento seguido.

Sirviéndonos del modelo que acabamos de desarrollar, y adoptando un punto de vista específicamente evolutivo, vamos a intentar reproducir la segregación morfológica que afecta a las galaxias de disco que forman parte de los cúmulos ricos, suponiendo que ésta esté causada por el barrido mediante *RPS* del MIE de la componente discoidal de las galaxias S. Además, comparando los resultados que obtengamos con las correlaciones observadas, tanto a nivel local como global, entre la densidad del entorno y las fracciones de galaxias S, podremos tener una prueba de la consistencia de nuestro modelo.

Al simular el *RPS* supondremos: *i*) que el barrido del gas se realiza de manera instantánea (*RPS* repentino) y posiblemente cíclica, *ii*) que las galaxias barridas no vuelven a recuperar su contenido gaseoso inicial y *iii*) que tanto las órbitas de las galaxias como la densidad del MIG no se ven afectadas por la actuación de dicho mecanismo. Como condiciones iniciales de la simulación adoptaremos una densidad numérica de galaxias S directamente proporcional a la de la población total en todos los puntos del cúmulo, siendo f_S^0 la constante que representa dicho factor de proporcionalidad.

A partir de las ecuaciones (III.1) y (III.2), es inmediato deducir que un argumento conservativo para el *RPS* repentino lo proporciona la condición (Gunn y Gott 1972, Pryor y Geller 1984)

$$\rho_X v_G^2 > 2\pi G S_* S_{GIE} . \quad (III.3)$$

Para los parámetros del miembro de la derecha de la inecuación (III.3) hemos tomado los valores característicos de la vecindad solar, es decir, $S_* \leq 90 M_{\odot} \text{ pc}^{-2}$ (Miller y Scalo 1979) y $S_{\text{GIE}} \sim 6 M_{\odot} \text{ pc}^{-2}$ (Gordon y Burton 1976). Con estos valores, la condición necesaria para que el RPS repentino tenga lugar es que la presión ejercida por el MIG en dirección normal al plano de la galaxia supere las $1.0 \times 10^{-11} \text{ dyn cm}^{-2}$.

De las dos magnitudes de las que depende el miembro de la izquierda de la inecuación (III.3), la distribución radial de la densidad másica del gas intergaláctico es la más fácil de determinar. Para ello basta con tomar el correspondiente perfil de densidad numérica (ec. [II.20]) y multiplicarlo por la masa media asociada a cada partícula de gas, μm_p . Teniendo en cuenta los valores fijados para los parámetros de nuestro modelo (ver apdo. 3.2. del capítulo anterior), este perfil adquiere la forma

$$\rho_X(x) = \rho_X(0) \left(1 + x^2 \right)^{-1}. \quad (\text{III.4})$$

Empleando, en lugar de $n_G(0)$, la concentración, N_0 , del cúmulo (Bahcall 1977b) como parámetro libre del modelo y utilizando las relaciones (III.52) y (C.9), la constante de normalización $\rho_X(0)$ de la ecuación (III.4) resulta ser igual a $6.0 \times 10^{11} N_0 h_{50}^{1/2} M_{\odot} \text{ Mpc}^{-3}$.

Para poder determinar la velocidad de las galaxias es necesario conocer la dependencia radial tanto de la derivada del potencial gravitatorio del cúmulo como la de la propia función potencial. La primera de ellas, que es la que establece la aceleración a la que se ven sometidas las galaxias en

cada punto de su órbita, puede obtenerse fácilmente a partir de la ecuación (II.24)

$$\frac{dU(x)}{dx} = U^* 2\gamma x \left(1 + x^2 \right)^{-\gamma}, \quad (\text{III.5})$$

mientras que la integral de la expresión (III.5) es, si $\gamma \neq 1$

$$U(x) = U^* \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \left[1 - \left(1 + x^2 \right)^{1-\gamma} \right], \quad (\text{III.6a})$$

y si $\gamma = 1$

$$U(x) = U^* \ln(1 + x^2). \quad (\text{III.6b})$$

Con ayuda de las relaciones (II.53), (II.54) y (C.9), el parámetro $U^* = kT_x(0)/(\mu m_p)$ que hemos utilizado en las ecuaciones (III.5) y (III.6a y b) resulta ser igual a $1.6 \times 10^{13} N_0^2 \text{ erg g}^{-1}$. Nótese que las dos ecuaciones (III.6) definen una función positiva, monótona creciente y con origen en $x = 0$. En la Figura III.1 se muestra el comportamiento radial del perfil de energía potencial (en unidades de U^*) para diversos valores del índice γ .

Fijados N_0 y γ , es decir, fijados todos los perfiles del modelo, la órbita exacta que sigue cada galaxia en el interior del cúmulo depende únicamente de los valores iniciales que tomemos para las componentes radial, v_r , y tangencial, v_t , de su velocidad. Como queremos mantener la consistencia interna del modelo, estos valores iniciales vamos a escogerlos de modo que sean compatibles con los perfiles correspondientes de dispersión

de velocidades de las galaxias. Para ello, supondremos que en cualquier cáscara esférica de radio x , la función de distribución de las velocidades de las galaxias (de la que sólo conocemos hasta los momentos de segundo orden) puede aproximarse, en las direcciones radial y tangencial, por una función de probabilidad gaussiana, siendo las desviaciones típicas correspondientes los valores de σ_r y σ_t en ese punto (este último según dos direcciones perpendiculares). Si bien esta es, lógicamente, la hipótesis más arriesgada de la simulación, existen razones teóricas como la estacionariedad del modelo y la simetría esférica del potencial gravitatorio que permiten asegurar que $f(\vec{r}, \vec{v})$ debe ser una función par en las velocidades. Además, sabemos que una de las consecuencias de la relajación violenta es que conduce a una distribución de velocidades maxwelliana (e isótropa), por lo que es perfectamente razonable suponer que las componentes de la distribución real admiten ser ajustadas por una gaussiana de la misma dispersión. De esta manera, cualquier muestra aleatoria lo suficientemente amplia de valores de v_r y v_t (por ej., 100) bastará para representar adecuadamente las propiedades cinemáticas de las galaxias de esa región.

Una vez establecidos los valores iniciales de las componentes de la velocidad de las galaxias, la simetría esférica del potencial gravitatorio permite definir las órbitas de éstas en función de únicamente dos constantes del movimiento como son, la energía

$$E = \frac{1}{2} (v_r^2(x) + v_t^2(x)) + U(x) , \quad (\text{III.7})$$

y el módulo del momento angular

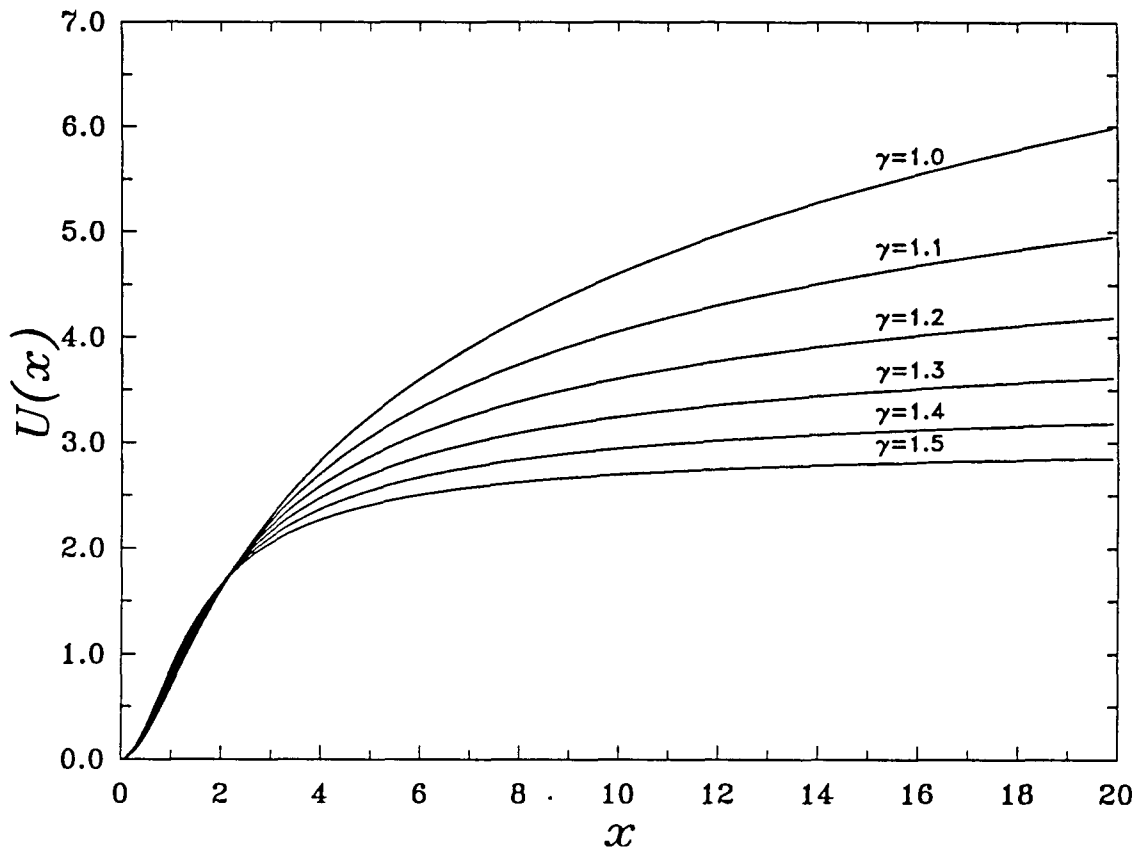


Figura III.1. Perfiles radiales de energía potencial en unidades arbitrarias (ver texto) para diversos valores del índice politópico γ .

$$L = (r_c \dot{x}) v_t(x) , \quad (\text{III.8})$$

ambas por unidad de masa.

El procedimiento seguido en la obtención de los valores iniciales de v_r y v_t garantiza que sean consistentes con la distribución real de velocidades hasta segundo orden pero no permite asegurar, sin embargo, que la energía de las órbitas sea siempre lo suficientemente baja como para que las galaxias queden permanentemente ligadas al cúmulo. Tengamos en cuenta que para el potencial gravitatorio definido en las ecuaciones (III.6), la condición de ligadura se expresa en la forma

$$E < \lim_{r \rightarrow \infty} U(r) , \quad (\text{III.6})$$

por lo que a excepción del caso $\gamma = 1$, toda galaxia cuya energía supere el valor $\gamma U^*/(\gamma - 1)$ escapará a la atracción gravitacional del cúmulo. Por este motivo, consideraremos que a la fracción de galaxias barridas únicamente contribuyen aquellas cuyos periodos orbitales son inferiores a t_H . De esta manera quedarán descartadas, no sólo las galaxias gravitatoriamente desligadas, sino también todas las que tienen periodos extremadamente largos (superiores a la edad del universo).

El periodo orbital, τ , de cualquier galaxia puede calcularse si se conocen los puntos de retorno de su órbita, x_p (pericentro) y x_a (apocentro), que son las soluciones de la ecuación cuadrática

$$E = U(x) + \frac{L^2}{2(r_c x)^2} . \quad (\text{III.10})$$

Teniendo en cuenta la definición de v_r , τ vendrá dado por la integral

$$\tau = 2r_c \int_{x_p}^{x_a} \left\{ 2 \left(E - U(x) - \frac{L^2}{2(r_c x)^2} \right) \right\}^{-1/2} dx . \quad (\text{III.11})$$

Nótese, que sustituyendo en la ecuación (III.11) x_a y x_p por dos valores cualesquiera de x , es posible determinar el tiempo invertido por las galaxias en trasladarse de un punto a otro de su órbita.

Finalmente, otro aspecto a considerar es el hecho de que *nuestro modelo refleja las propiedades físicas típicas de los cúmulos cercanos*. Por tanto, cualesquiera conclusiones que podamos extraer estarán fundamentadas en valores relativamente "recientes" de dichas propiedades. No obstante, y a pesar de que tanto el contenido gaseoso del MIG como la distribución de velocidades de las galaxias pueden haber sido muy distintas en épocas remotas, existen razones fundadas para creer que *la efectividad del RPS era mucho menor en el pasado*. Recordemos, que una de las principales evidencias observacionales favorables a esta hipótesis es el anteriormente citado (subapdo. 1.2.1.) efecto Butcher-Oemler. Asimismo, algunos modelos hidrodinámicos del RPS han puesto de manifiesto que factores como un alto ritmo de producción de gas en el interior de las galaxias pueden inhibir la efectividad del RPS durante la mayor parte de la vida de éstas (Gisler 1979). Es por ello, que en las simulaciones incluiremos un parámetro adicional, t_{RPS} , al que llamaremos "tiempo de retardo" y que tendrá por

objeto fijar el tiempo máximo que ha transcurrido desde que el RPS empezó a ser efectivo en el cúmulo.

3.2. Resultados.

3.2.1. Análisis de la influencia de los parámetros del modelo.

Para poder establecer de una manera fehaciente la influencia que una propiedad global de los cúmulos como es su riqueza (concentración) tiene en la segregación morfológica (local y global) de las galaxias de disco de los cúmulos ricos, vamos a efectuar una primera simulación del RPS repentino considerando cinco valores distintos del parámetro N_0 (15, 20, 25, 30 y 35), los cuales cubren muy aproximadamente el espectro de valores observados (Bahcall 1981). Por otra parte, y al igual que en el capítulo anterior, vamos a centrarnos en estudiar los resultados para los cuatro casos definidos por las diferentes parejas que pueden formarse con cada uno de los dos valores extremos de los índices γ y α_K , es decir, $\gamma = 1.0$ y $\alpha_K = 1.5$, $\gamma = 1.2$ y $\alpha_K = 1.5$, $\gamma = 1.0$ y $\alpha_K = 1.8$, y $\gamma = 1.2$ y $\alpha_K = 1.8$ (a los que identificaremos en adelante con las letras a, b, c y d, respectivamente). Como valor típico del parámetro t_{RPS} hemos escogido un tiempo de $2 \times 10^9 h_{50}^{-1}$ años (Gisler 1979).

En cuanto a la fracción inicial de galaxias S, f_S^0 , hemos considerado dos posibles valores. En primer lugar, un 80%, que es el valor típico del

fondo (ver Dressler 1980b y referencias en este artículo). No obstante, hay también que tener en cuenta que los escenarios cosmológicos de formación jerarquizada de estructuras (ver subapdo. 1.2.2.) predicen la creación de subestructuras previas al colapso gravitatorio de los cúmulos (White 1976, West y Richstone 1988), por lo existe la posibilidad razonable de que algunos mecanismos evolutivos (por ej., las fuerzas de marea) hayan podido actuar en el interior de las mismas. De esta manera, aún justo después del colapso gravitatorio el valor típico de la fracción de galaxias S en el interior de los cúmulos sería ya inferior al que hay en el campo. Por ello, hemos tomado también para f_S^0 un 60%, que es el valor promedio de la fracción de S que se observa en los grupos aislados del campo (Bahvsar 1981).

Siguiendo el formalismo utilizado por Dressler (1980b), en las figuras correspondientes a cada uno de los cuatro casos mencionados (Figs. III.2.a-d) hemos representado los valores de la fracción de galaxias S (en unidades de f_S^0) superviviente a la acción del RPS, en función no de la distancia radial x sino de la correspondiente densidad numérica de galaxias de todos los tipos, n_G . De esta manera tenemos una información explícita sobre los efectos del entorno en la fracción de S. En la tabla que lleva asociada cada figura se incluyen, para cada valor de N_0 , una estima de F_S (en unidades de f_S^0) y la distancia radial mínima, x_{RPS} (en unidades de r_c), a partir de la cual *ninguna* galaxia es vulnerable al RPS.

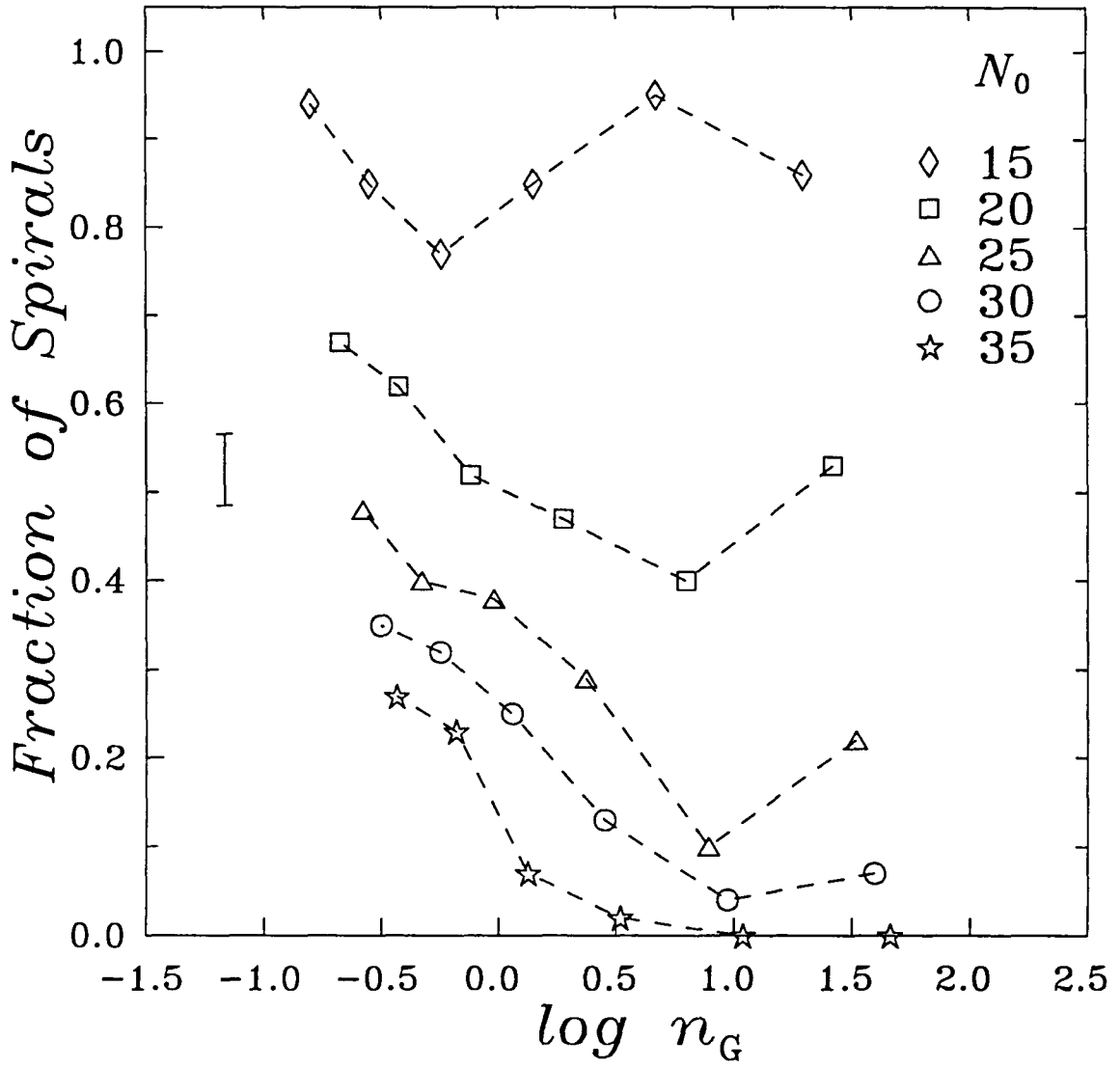
Un primer análisis a nivel meramente cualitativo muestra que el RPS presenta una clara tendencia a ser más efectivo en las regiones centrales de los cúmulos donde la densidad es mayor, obteniéndose en todos los casos analizados una segregación morfológica a 3D. Los valores de la fracción

local (y total) de galaxias barridas aumentan en proporción a la concentración, lo que demuestra la existencia de una estrecha relación entre N_0 y la fracción de S, relación que, recordemos, parecía estar ausente de los cúmulos observados por Dressler (1980b). Además, los diferentes valores de N_0 empleados producen variaciones en la fracción local de galaxias S que, también en todos los casos, son básicamente concordantes con las predicciones que al respecto hicieron Salvador-Solé *et al.* (1989). Nótese, sin embargo, que este progresivo aumento en la efectividad del RPS queda truncado en la zona más interna del modelo que registra (excepto cuando $N_0 = 15$) una ligera disminución en el número de galaxias barridas. Dado que existen evidencias observacionales de que la fracción de galaxias E experimenta un importante aumento en dichas regiones a expensas de la de galaxias S (Dressler 1980b), – situación que no tienen en cuenta estos resultados –, se hace pues necesaria la intervención en las regiones centrales de los cúmulos de otros mecanismos evolutivos (por ej., la fusión de galaxias S) cuya acción se suma a la del RPS.

Los valores de F_S obtenidos en estas simulaciones pueden compararse con los valores que se derivan a partir de las correlaciones observacionales $L_X - F_S$ y $L_X - N_0$ de Abramopoulos y Ku (1983) y que son, yendo de menor a mayor N_0 , 33, 24, 18, 13 y 9%, respectivamente. Prescindiendo de la gran dispersión asociada a estos últimos, podemos observar que, incluso tomando el valor más bajo de f_S^0 (60%), las fracciones globales que se obtienen son siempre superiores a las estimadas a partir de las correlaciones anteriores. No obstante, hay que tener en cuenta que al haber tomado un valor constante para el parámetro f_S^0 no podemos reflejar adecuadamente la reducción que, tal y como hemos mencionado, se observa en la fracción de galaxias S de las

regiones más centrales de los cúmulos. Hay que resaltar también que estas discrepancias se van haciendo más marcadas conforme menor es el valor de N_0 (de hecho, en simulaciones realizadas con $N_0 \leq 10$ no hemos conseguido barrer el gas de ninguna galaxia). Esto último parece indicar que en los sistemas de escasa riqueza el RPS tiene una eficacia muy reducida, por lo que debido a la correlación existente entre N_0 y σ_{los} (ver subapdo. 3.2.2. del capítulo anterior) serán las fuerzas de marea el mecanismo de barrido dominante en los cúmulos de baja concentración y/o grupos de galaxias (subapdo. 1.2.1.).

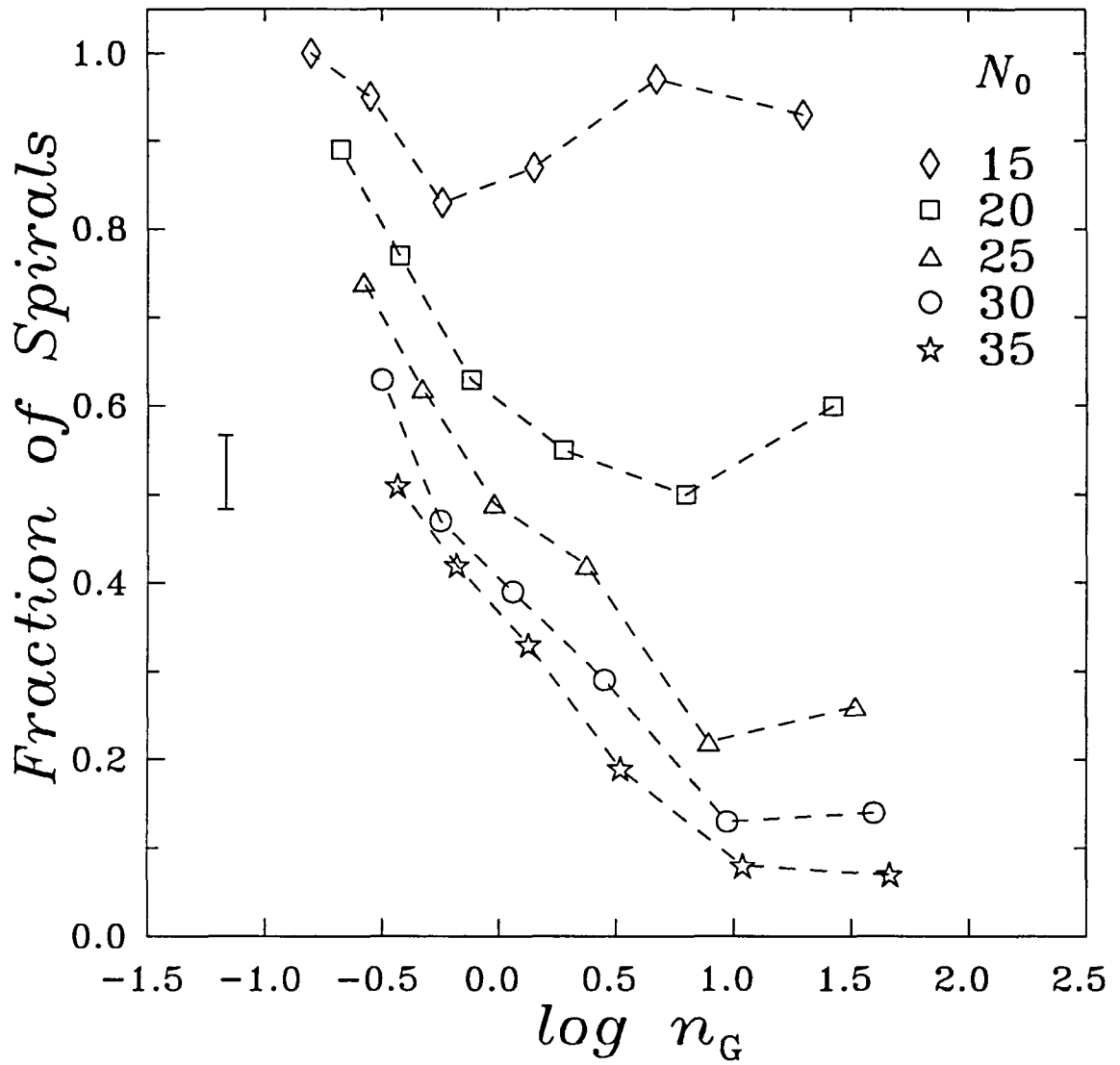
Por otro lado, comparando entre sí las tendencias exhibidas por las fracciones de galaxias barridas para un mismo valor de N_0 , podemos determinar la influencia en el RPS de los parámetros γ y α_K de los que, recordemos, dependen entre otras las propiedades cinemáticas del modelo. La uniformidad de los resultados es de nuevo la nota dominante. Así, en dos de los cuatro casos estudiados ("a" y "c") no se aprecian diferencias significativas, mientras que en un tercero (el caso "d") se observa un ligero incremento (5-10%) en la fracción (local y global) de galaxias S acompañado de una disminución en el valor de x_{RPS} que pasa de $\sim 4.5 r_c$ (casos "a" y "c") a $\sim 3 r_c$ (compárense las Figs. III.2.a, c y d). Mención aparte merece el caso "b" (Fig. III.2.b) pues en él la disminución en el número de galaxias barridas se hace más acentuada conforme disminuye la densidad del entorno. El hecho de que tanto los casos "a" y "d", este último con una anisotropía prácticamente idéntica a la del caso "b", como el caso "c", con una anisotropía marcadamente distinta en las regiones más externas (ver Figs. II.3.b y II.4.b), no presenten dicho efecto, permite descartar que su origen esté relacionado con el comportamiento radial de dicha anisotropía. La razón hay que buscarla más bien en la elevada velocidad



N_0	15	20	25	30	35
1F_S	91	63	42	32	24
${}^2x_{RPS}$	1.0	1.8	2.7	3.6	4.5

¹ in units of f_S^0 ; ² in units of r_c .

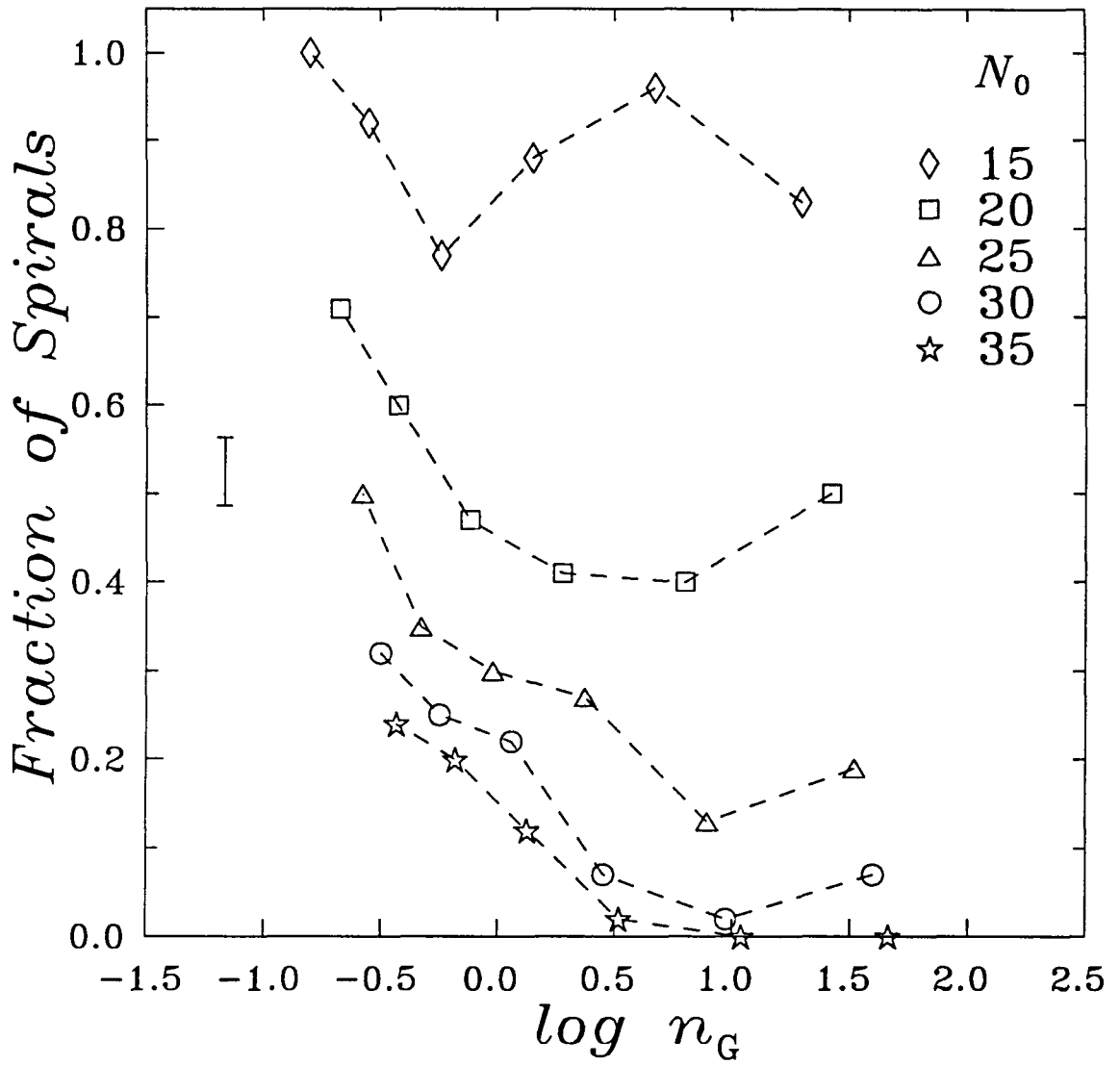
Figura III.2.a. Valores locales (en función de n_G) de la fracción de galaxias S (en unidades de f_S^0) superviviente a la acción del RPS para el caso "a" ($\gamma = 1.0$, $\alpha_K = 1.5$) y cinco valores distintos de N_0 . En la tabla adjunta se incluyen los valores correspondientes de F_S y x_{RPS} . El parámetro t_{RPS} es igual a $2 \times 10^9 h_{50}^{-1}$ años.



N_0	15	20	25	30	35
1F_s	96	74	58	48	41
${}^2x_{RPS}$	0.7	1.4	2.0	2.6	3.1

¹ in units of f_s^0 ; ² in units of r_c .

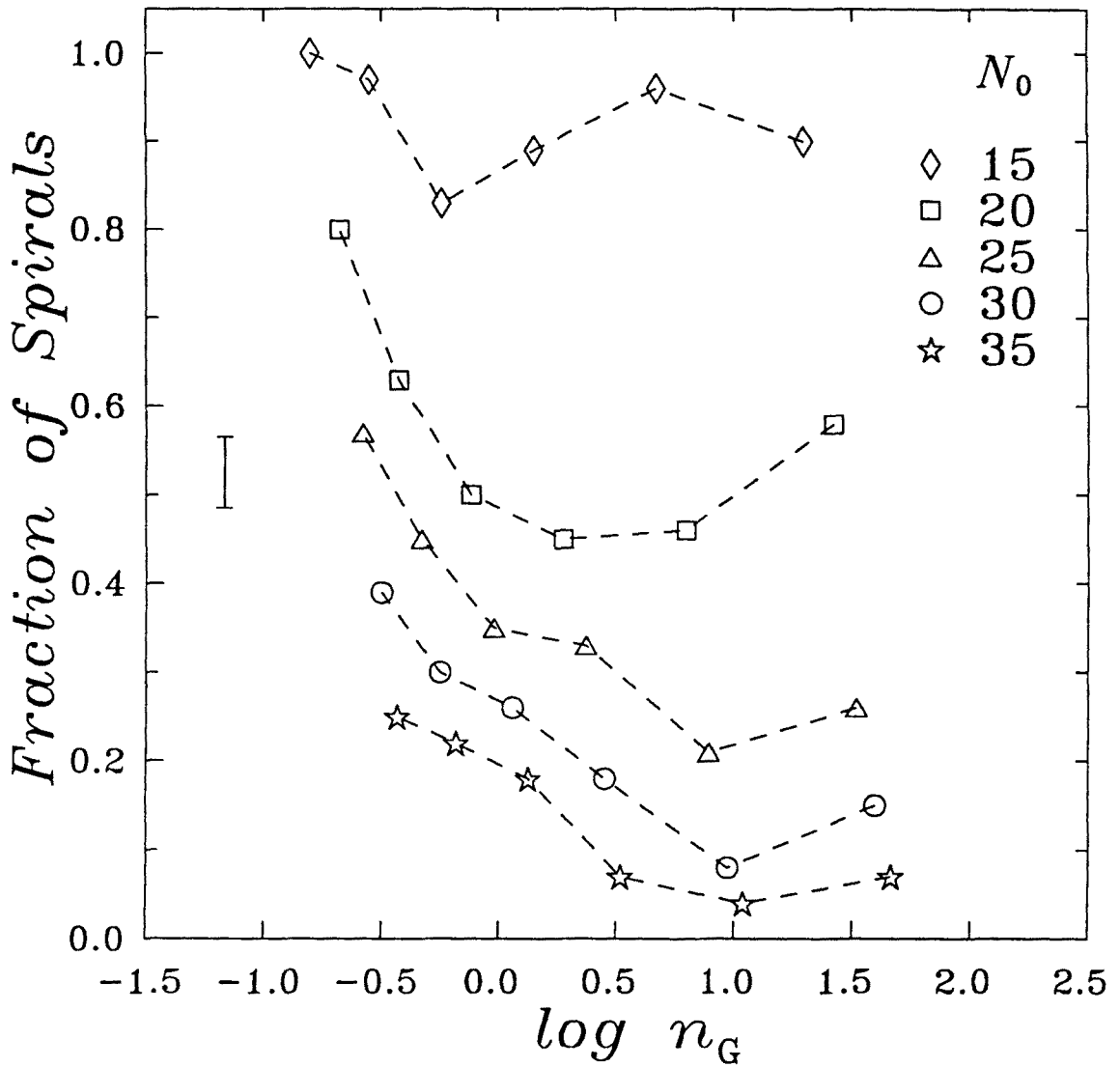
Figura III.2.b. Lo mismo que la Figura III.2.a pero para el caso "b" ($\gamma = 1.2$, $\alpha_k = 1.5$).



N_0	15	20	25	30	35
1F_S	94	62	42	29	23
${}^2x_{RPS}$	0.9	1.7	2.7	3.6	4.3

¹ in units of f_s^0 ; ² in units of r_c .

Figura III.2.c. Lo mismo que la Figura III.2.a pero para el caso "c" ($\gamma = 1.0$, $\alpha_k = 1.8$).



N_0	15	20	25	30	35
1F_S	96	66	48	35	25
${}^2x_{RPS}$	0.6	1.4	2.0	2.5	3.1

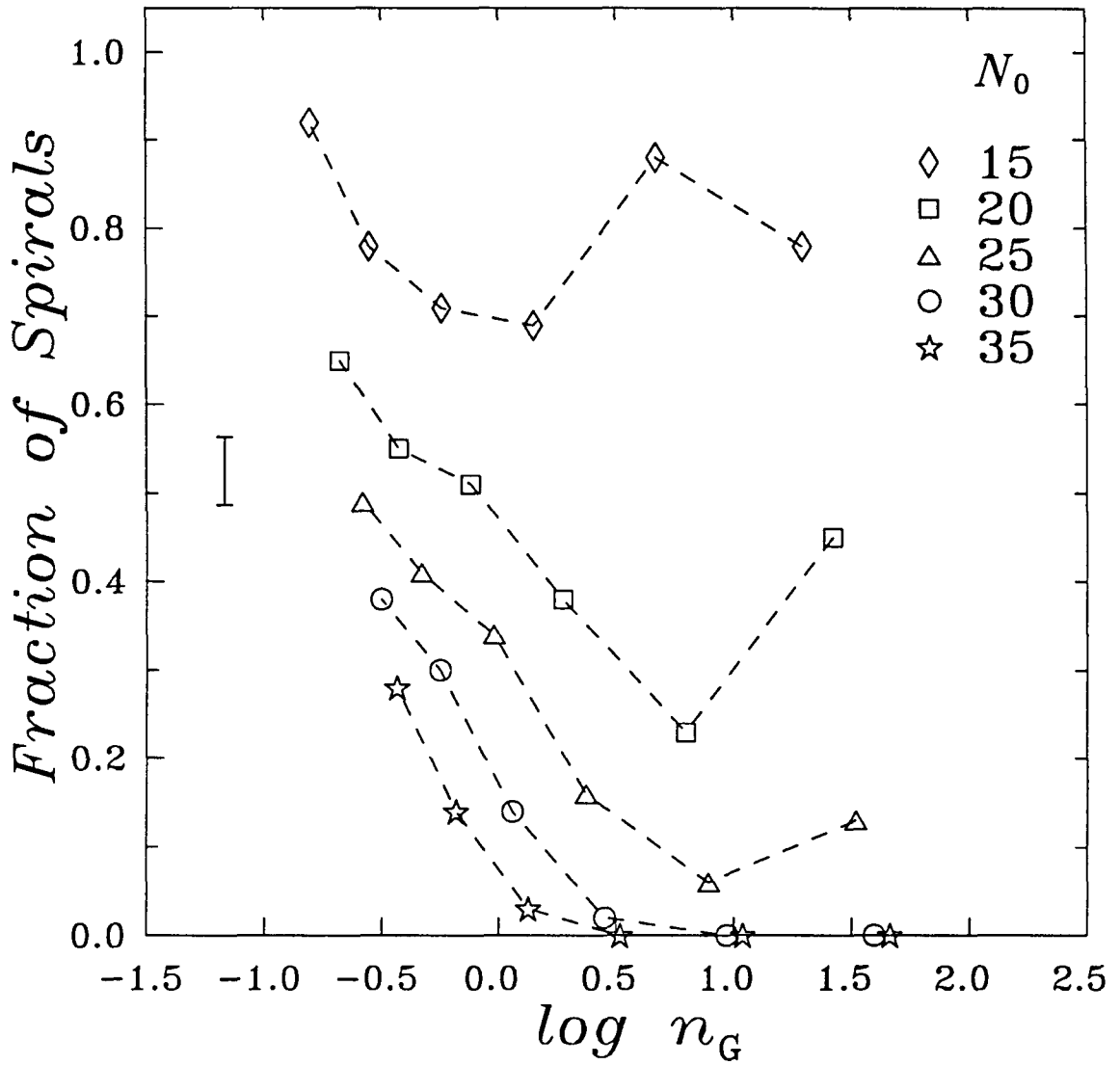
¹ in units of f_S^0 ; ² in units of r_c .

Figura III.2.d. Lo mismo que la Figura III.2.a pero para el caso "d" ($\gamma = 1.2$, $\alpha_K = 1.8$).

radial que en este caso concreto poseen las galaxias (Fig. II.3.a) la cual, al combinarse con un potencial gravitatorio menos abrupto (Fig. III.1), favorece que, en la simulación, al aumentar la distancia radial aumente también el número de galaxias gravitatoriamente desligadas (con periodos superiores a t_H) que quedan así excluidas de la fracción de S barridas.

No obstante, y para poder determinar hasta qué punto el hecho de que estemos empleando un modelo con una fuerte anisotropía radial influye en los resultados, hemos repetido la simulación en el caso "a", pero adoptando un valor $2/3$ para el parámetro $b(0)$. Con ello, el tensor de velocidades de las galaxias pasa a ser totalmente isótropo. Comparando los resultados de esta nueva simulación (Fig. III.3) con los de la primera (Fig. III.2.a), podemos observar que, a pesar de que las propiedades cinemáticas de las galaxias han variado sensiblemente, las únicas diferencias destacables son un leve aumento en la eficacia del barrido en la región central donde, recordemos, la anisotropía de nuestro modelo politrópico parece ser excesiva y el hecho de que el RPS repentino pueda tener ahora lugar en prácticamente toda la región que abarca el modelo ($x_{RPS} \sim 5.5 r_c$).

Llegados a este punto, conviene recordar los resultados obtenidos por Pryor y Geller (1984; PG) en su intento acotar el grado de anisotropía presente en la dispersión de velocidades de las galaxias de Coma a través de la fracción observada de S deficientes en HI. Basándose en la variación que presentan los valores del cociente M_H/L_B de las galaxias S en función de su distancia al centro de Coma, y suponiendo que la deficiencia de gas estaba causada por mecanismos de barrido relacionados con la densidad del MIG, PG llegaron a la conclusión de que la ausencia de S pobres en gas en las partes



N_0	15	20	25	30	35
1F_s	85	57	40	30	21
${}^2x_{RPS}$	1.3	2.3	3.3	4.5	5.5

¹ in units of f_s^0 ; ² in units of r_c .

Figura III.3. Lo mismo que la Figura III.2.a pero tomando $b(0) = 2/3$ (caso "a" isótopo).

más externas del cúmulo implicaba que la dispersión de velocidades de este tipo de galaxias era aproximadamente isotrópica en una región de 1° (~ 1 RA) alrededor del centro de Coma. Los resultados que acabamos de presentar indican, por el contrario, que no es posible excluir la existencia de una fuerte anisotropía radial en las regiones centrales de los cúmulos.

Así, dada la relativamente escasa influencia que han demostrado tener los parámetros γ y α_k sobre la fracción de galaxias barridas, de ahora en adelante vamos a limitar el análisis de las simulaciones que haya que realizar a uno cualquiera de los casos extremos (podemos seguir, por ej., con el caso "a"), ya que las conclusiones a las que lleguemos serán directamente extensibles al resto. Por razones eminentemente prácticas, sólo presentaremos además los resultados que se obtengan para los tres valores intermedios de N_0 (20, 25 y 30).

3.2.2. Análisis de la influencia del barrido retardado.

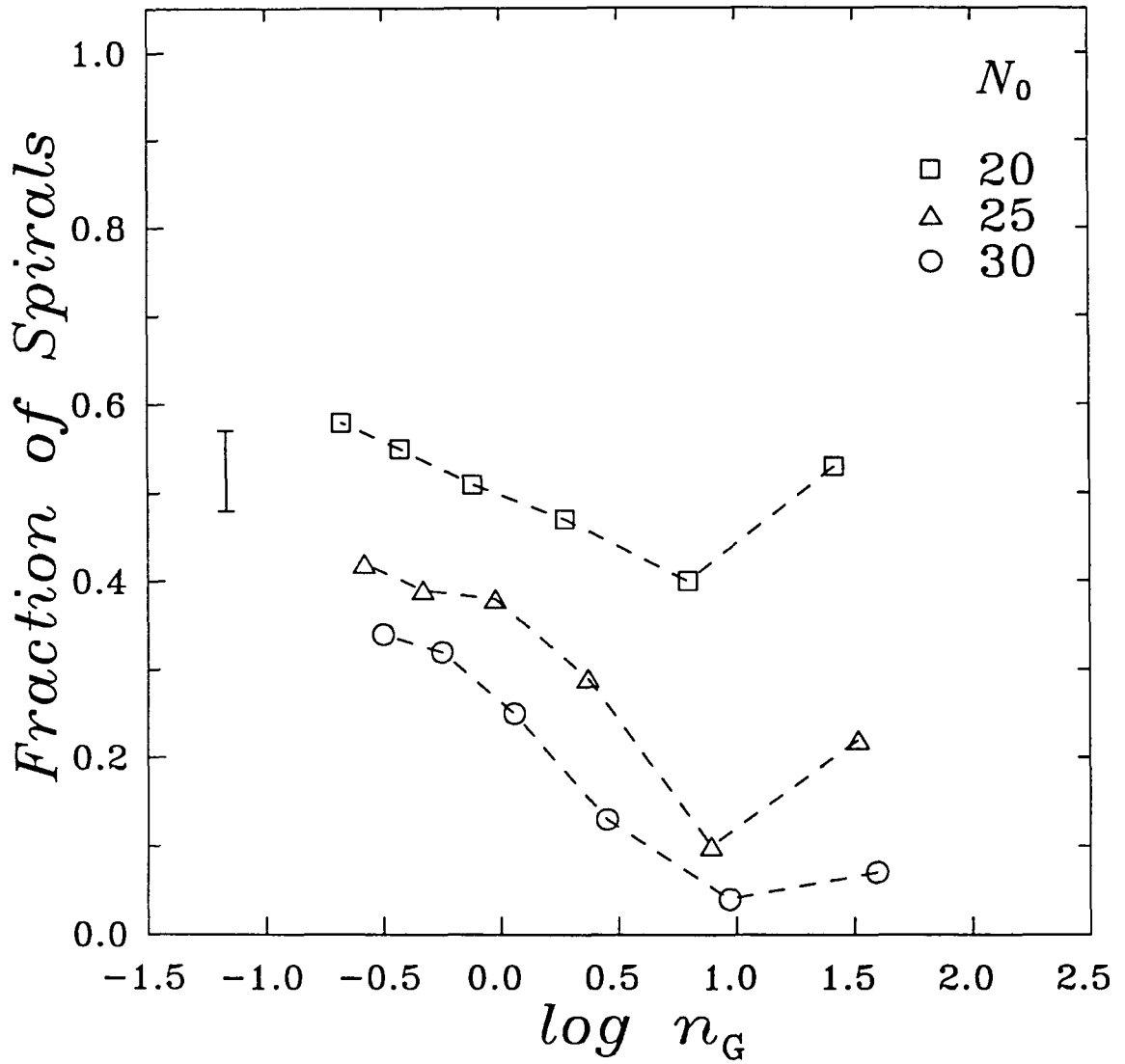
Para poder analizar los efectos que tiene el barrido retardado hemos repetido la simulación (para el caso "a") tomando dos valores probablemente extremos de t_{RPS} (recordemos que el tiempo transcurrido desde que el RPS repentino empezó a ser efectivo está fijado a través de este parámetro): 4 y $1 \times 10^9 h_{50}^{-1}$ años, es decir, un tiempo doble y otro mitad del que habíamos supuesto era el tiempo característico de retardo del RPS (ver subapdo. anterior).

Como puede apreciarse comparando las Figuras III.4 y III.2.a, si se incrementa el valor de t_{RPS} apenas se observan cambios significativos (tan sólo se produce un leve aumento en el número de galaxias barridas en las regiones más externas del modelo que ni siquiera afecta a los cúmulos de mayor riqueza). Así pues, puede concluirse que los resultados de las simulaciones para cúmulos relativamente ricos ($N_0 > 20$) son prácticamente independientes del valor escogido para t_{RPS} siempre que éste no sea inferior a $2 \times 10^9 h_{50}^{-1}$ años.

En cambio, si el valor del parametro t_{RPS} se reduce a tan sólo $1 \times 10^9 h_{50}^{-1}$ años, el número de galaxias barridas disminuye sensiblemente en las regiones más externas, incluso en los cúmulos de mayor concentración (compárese la Fig. III.5 con la Fig. III.2.a). No obstante, hay que tener en cuenta que los modelos que estudian la evolución fotométrica de las galaxias generalmente predicen que el enrojecimiento de los colores que se produce al cesar la formación activa de estrellas (en este caso a consecuencia de la ablación) requiere escalas de tiempo del orden de $2 \times 10^9 h_{50}^{-1}$ años (Larson *et al.* 1980, Bothun 1982). Por tanto, carece de sentido que t_{RPS} sea inferior a este valor dado que entonces las S barridas no dispondrían de suficiente tiempo para adquirir unas propiedades fotométricas similares a las de las galaxias S0.

3.2.3. Análisis de la influencia de la inclinación del plano galáctico.

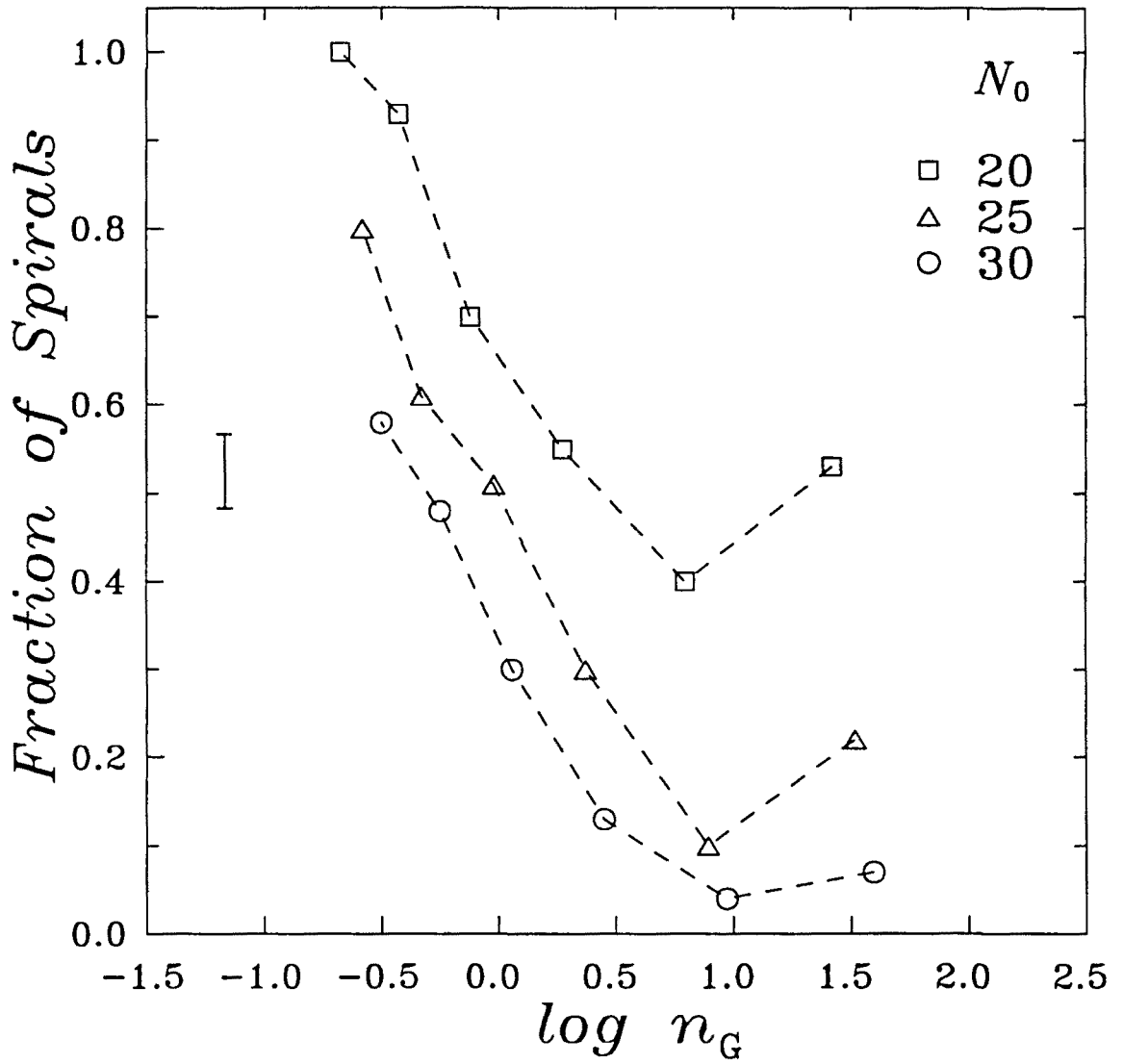
Finalmente, cabe recordar que otro de los factores que también pueden



N_0	20	25	30
1F_S	59	40	32
${}^2x_{RPS}$	1.8	2.7	3.6

¹ in units of f_S^0 ; ² in units of r_c .

Figura III.4. Lo mismo que la Figura III.2.a pero tomando $t_{RPS} = 4 \times 10^9 h_{50}^{-1}$ años.



N_0	20	25	30
1F_s	77	55	42
${}^2x_{RPS}$	1.8	2.7	3.6

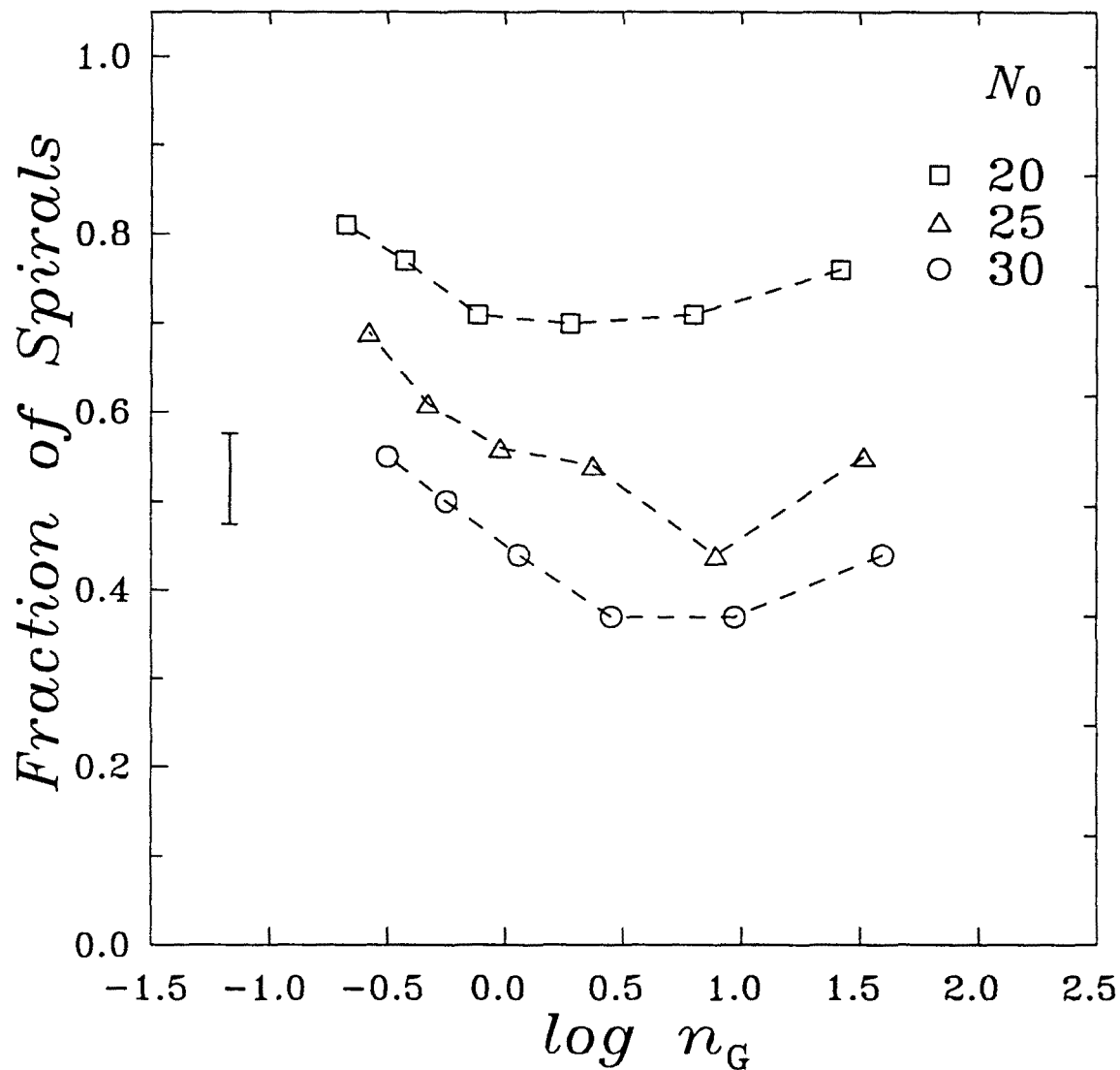
¹ in units of f_s^0 ; ² in units of r_c .

Figura III.5. Lo mismo que la Figura III.2.a pero tomando $t_{RPS} = 1 \times 10^9 h_{50}^{-1}$ años.

influir decisivamente en la eficacia del barrido del MIE es la inclinación que guardan los planos de los discos galácticos respecto a la dirección del vector velocidad (subapdo. 1.2.1.). Recordemos que el balance de presiones (ec. [III.3]) que estamos utilizando ha sido establecido para el caso de que las galaxias avancen por el MIG en dirección perpendicular al plano de su disco, de modo que las fuerzas encargadas de arrancar el gas sean siempre normales a él (Gunn y Gott 1972). Así pues, en todas las simulaciones anteriores hemos estado suponiendo implícitamente que dicha incidencia era siempre perpendicular, simplificación que está justificada, entre otras razones, por la dificultad que acarrea un seguimiento detallado de la variación en la inclinación del plano galáctico, causada por la conservación de la dirección del momento angular asociado a la rotación de la galaxia, a lo largo de la órbita de ésta. Sin embargo, resulta igualmente sencillo adoptar un punto de vista opuesto al que hasta ahora veníamos considerando. Para ello, basta con repetir la simulación original (de nuevo lo hacemos sólo para el caso "a") pero ahora manteniendo constante el ángulo que forman los planos galácticos respecto al vector velocidad. De esta manera, los resultados que se obtienen con esta nueva simulación permiten establecer una cota inferior de la efectividad del RPS al igual que los anteriores representaban, por lo que acabamos de ver, una cota superior. La realidad corresponde pues a una situación intermedia.

A efectos prácticos hay que resaltar que, cuando el ángulo ϑ (al que hemos asignado un valor aleatorio para cada galaxia) que forman el plano del disco y el vector velocidad es inferior a 90° , la presión ejercida por el MIG se ve reducida en un factor $\sin^2\vartheta$. Esto ocasiona lógicamente un marcado descenso (local y global) en el número de galaxias barridas, tal y como

puede apreciarse si se comparan las Figuras III.6 y III.2.a. No obstante, los resultados de esta última simulación ponen de manifiesto que se mantienen con mucha aproximación las tendencias exhibidas por la simulación original y que el valor de x_{RPS} apenas resulta modificado.



N_0	20	25	30
1F_s	79	65	54
${}^2x_{RPS}$	1.9	2.7	3.4

¹ in units of f_s^0 ; ² in units of r_c .

Figura III.6. Lo mismo que la Figura III.2.a pero manteniendo constante la inclinación que guardan los planos galácticos respecto al vector velocidad a lo largo de la órbita de éstas.

IV. CONCLUSIONES

IV. CONCLUSIONES

A modo de resumen vamos a exponer a continuación las conclusiones más relevantes que pueden extraerse de todo el trabajo desarrollado y hacer un breve repaso de los proyectos futuros más inmediatos en relación al mismo.

1. Principales resultados del Capítulo II.

Este capítulo ha estado dedicado al desarrollo de un modelo estándar y autoconsistente de cúmulo rico de galaxias cercano, con el que hemos abordado la caracterización de las propiedades cinemáticas y dinámicas de estos sistemas. Estos son los resultados más destacables:

i) El modelo desarrollado, que por su propia concepción es totalmente compatible con las observaciones, ha permitido obtener, entre otros, los perfiles radiales de las densidades máxicas de galaxias, gas y materia oscura ($\rho_G(r)$, $\rho_X(r)$ y $\rho_{DM}(r)$), los perfiles cinemáticos asociados a las de galaxias ($\sigma_r(r)$, $\sigma_t(r)$ y $\beta(r)$) y la distribución radial de la masa-luminosidad del cúmulo ($M/L_B(r)$). La utilización de un nuevo algoritmo para la obtención de los perfiles cinemáticos y la adopción de una ecuación politrópica para el gas intracumular han simplificado grandemente el tratamiento matemático, hasta tal punto, que ha sido posible obtener en algunos casos modelos totalmente analíticos.

ii) La libertad inicial del modelo ha sido restringida a través del empleo de los valores observacionales típicos de algunos de sus parámetros así como de las correlaciones mejor determinadas entre propiedades integrales. Al final, sólo la densidad numérica central de galaxias a 3D, $n_G(0)$ (o, equivalentemente, la concentración N_0) y, en principio, el índice politrópico γ , han quedado como los únicos parámetros verdaderamente libres. No obstante, al exigir adicionalmente que, con independencia del valor de $n_G(0)$ (de N_0), los perfiles cinemáticos y dinámicos fueran físicamente consistentes al menos en el interior de 1 RA, hemos podido acotar el valor de γ dentro del intervalo [1.0,1.2].

iii) Bajo la hipótesis politrópica, los valores observacionales de los distintos parámetros del modelo han resultado ser incompatibles con un tensor de velocidades isótropo para las galaxias. Con ayuda de los modelos analíticos, hemos podido analizar en detalle el origen de lo que se ha dado en llamar el "problema energético", llegando a la conclusión de que la discrepancia entre los distintos valores observacionales del parámetro b prueba que las órbitas de las galaxias son predominantemente radiales. No obstante, el rápido incremento que sufre dicha anisotropía en las regiones más internas del modelo es un factor que podría afectar negativamente a la viabilidad de la hipótesis politrópica en todo el rango de radios.

iv) Las propiedades dinámicas del modelo han resultado ser compatibles con diferentes distribuciones espaciales de materia oscura, aunque en todos los casos hemos obtenido valores moderados de la relación masa-luminosidad del cúmulo. Así, para un cúmulo con una concentración de galaxias igual a la de Coma, los valores aceptables del cociente M/L_B en el interior de un radio

de Abell oscilan entre las 150 ($\gamma = 1.0$) y las $90 h_{50}$ ($\gamma = 1.2$) unidades solares, siendo la relación entre las masas integradas de gas y de galaxias (que no depende del valor de γ) en esa misma región muy cercana a la unidad.

2. Principales resultados del Capítulo III.

Con el modelo desarrollado en el capítulo anterior hemos realizado un análisis exhaustivo de la incidencia del RPS repentino en la evolución morfológica de las galaxias de disco, contrastando los resultados de nuestras simulaciones con la correlación observada, tanto local como global, entre la densidad del entorno y la fracción de galaxias S. Estos son los principales resultados obtenidos:

i) En todos los casos analizados hemos obtenido una clara segregación morfológica a 3D, siendo consistente el comportamiento cualitativo de la fracción local de galaxias S con la correspondiente correlación observada a 2D.

ii) Hemos podido confirmar que una propiedad global como es la concentración del cúmulo juega un papel decisivo en la segregación morfológica de las galaxias de disco. En particular, los cúmulos de baja concentración ($N_0 < 15$) han resultado ser prácticamente insensibles a la actuación de este mecanismo. No obstante, para este tipo de cúmulos la menor dispersión de velocidades de sus galaxias podría convertir a las interacciones por fuerzas de marea en uno de los principales responsables

del barrido del gas interestelar.

iii) Por contra, las simulaciones han resultado ser relativamente insensibles a los diferentes valores empleados para los índices γ y α_K , pudiéndose constatar que la anisotropía juega un papel irrelevante en la efectividad del RPS. De hecho, no ha sido posible descartar ninguno de los casos analizados por elevada que fuera su anisotropía radial.

iv) Los valores obtenidos de la fracción global de galaxias S han resultado ser siempre superiores a los valores determinados partir de las correlaciones observacionales $L_X - F_S$ y $L_X - N_0$ (sobre todo al tener en cuenta la influencia del ángulo de barrido). No obstante, en el cálculo de F_S no hemos considerado la posibilidad de que el valor inicial de la fracción de galaxias S, f_S^0 , pudiera ser menor en las regiones más internas de los cúmulos. De hecho, el marcado incremento de la fracción de E que se observa en dichas regiones, sugiere la actuación de mecanismos evolutivos capaces de modificar la estructura de las galaxias (como por ej., la fusión de S) que vendrían a sumarse a la acción del RPS.

v) La inclusión del parámetro t_{RPS} ha permitido analizar los efectos que la acción retardada del RPS tiene sobre las fracciones de galaxias barridas. Repitiendo las simulaciones para valores distintos de t_{RPS} hemos podido constatar que en los cúmulos de mayor riqueza ($N_0 > 20$) los resultados son prácticamente independientes del valor de t_{RPS} si éste es igual a o supera los $2 \times 10^9 h_{50}^{-1}$ años. Por otro lado, al ser del mismo orden el tiempo mínimo indispensable que debe transcurrir para que las S barridas adquieran unas propiedades fotométricas semejantes a las de las galaxias S0,

se pueden descartar tiempos de retardo inferiores al valor mencionado.

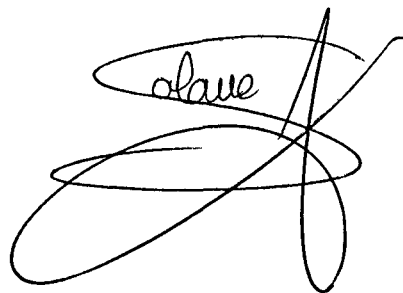
3. Perspectivas de futuro.

Uno de los primeros objetivos que nos hemos planteado de cara a perfeccionar nuestro modelo es efectuar una determinación más precisa y ajustada tanto de los valores de los parámetros como de las correlaciones utilizadas. Esto requiere necesariamente un mejor aprovechamiento de todos los recursos que brinda el análisis estadístico de los datos observacionales. Así, tenemos pensado hacer uso de un nuevo y más poderoso método para la obtención de perfiles radiales que ha sido desarrollado por algunos miembros de nuestro grupo (ver, por ej., Salvador-Solé y Sanromà 1989). En particular, este método podría ser de gran utilidad en la obtención de un valor típico para la pendiente característica α_k del perfil de dispersión de velocidades de las galaxias. La aceptación de la hipótesis politrópica en todo el rango de radios requiere esperar, sin embargo, a que las observaciones de los satélites X permitan determinar los perfiles de temperatura del gas de los cúmulos.

La utilización de nuestro modelo en el análisis de los efectos que el entorno juega en la segregación morfológica de las galaxias, podría mejorarse realizando un seguimiento continuado de las trayectorias que siguen éstas por el interior del cúmulo y/o la inclusión de códigos hidrodinámicos que permitan una simulación más detallada del RPS. También podría completarse introduciendo otros mecanismos más complicados de simular

como son las interacciones a través de fuerzas de marea o la fusión de galaxias.

Finalmente, cabe subrayar que una de las posibilidades que brinda el modelo desarrollado es su utilización en el seguimiento de la evolución temporal de las propiedades de los cúmulos mediante una concatenación de estados (cuasi-)estacionarios. De este modo sería posible determinar, en cada instante de tiempo, si dicha evolución es realmente compatible con el modelo uniparamétrico propuesto.

A handwritten signature in black ink, consisting of several overlapping loops and a central vertical stroke. The word "clave" is written in a cursive script across the top of the signature.

V. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

V. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Aarseth, S.J., y Binney, J.: 1978, *M.N.R.A.S.*, 185, 227.
- Abell, G.O.: 1958, *Ap. J. Suppl.*, 3, 211.
- Abell, G.O.: 1965, *Ann. Rev. Astr. Ap.*, 3, 1.
- Abell, G.O.: 1975, en *Stars and Stellar Systems IX: Galaxies and the Universe*, ed. A. Sandage, M. Sandage, y J. Kristian (Chicago: University of Chicago Press), p. 601.
- Abramopoulos, F., y Ku, W.H.M.: 1983, *Ap. J.*, 271, 446.
- Bahcall, N.A.: 1977a, *Ann. Rev. Astr. Ap.*, 15, 505.
- Bahcall, N.A.: 1977b, *Ap. J. (Letters)*, 217, L77.
- Bahcall, N.A.: 1977c, *Ap. J. (Letters)*, 218, L93.
- Bahcall, N.A.: 1981, *Ap. J.*, 247, 787.
- Bahcall, J.N., y Sarazin, C.L.: 1977, *Ap. J. (Letters)*, 213, L99.
- Bahcall, J.N., y Sarazin, C.L.: 1978, *Ap. J.*, 219, 781.
- Bailey, M.E.: 1982, *M.N.R.A.S.*, 201, 271.
- Balkowski, C., y Chamaraux, P.: 1983, *Astr. Ap. Suppl.*, 51, 331.
- Bardeen, J.M., Bond, J.R., Kaiser, N., y Szalay, A.S.: 1986, *Ap. J.*, 304, 15.
- Beers, T.C., y Tonry, J.L.: 1986, *Ap. J.*, 300, 557.
- Betchtold, J., Forman, W., Giacconi, R., Jones, C., Schwarz, J., Tucker, W., y Van Speybroek, L.: 1983, *Ap. J.*, 265, 26.
- Bhavsar, S.P.: 1981, *Ap. J. (Letters)*, 246, L5.
- Biermann, P., y Tinsley, B.: 1975, *Astr. Ap.*, 41, 441.
- Binney, J., y Mamon, G.A.: 1982, *M.N.R.A.S.*, 200, 361.

- Blumenthal, G.R., Faber, S.M., Primack, J.R., y Rees, M.J.: 1984, *Nature*, 311, 517.
- Boroson, T.: 1981, *Ap. J. Suppl.*, 46, 177.
- Bothun, G.D.: 1982, *Ap. J. Suppl.*, 50, 39.
- Bothun, G.D., y Dressler, A.: 1986, *Ap. J.*, 301, 57.
- Bothun, G.D., Schommer, R.A., y Sullivan W.T.III: 1982, *A. J.*, 87, 731.
- Bothun, G.D., y Sullivan, W.T.III: 1980, *Ap. J.*, 242, 903.
- Bradt, H., Mayer, W., Naranan, S., Rappaport, S., y Spuda, G.: 1967, *Ap. J. (Letters)*, 161, L1.
- Burstein, D.: 1979a, *Ap. J.*, 234, 435.
- Burstein, D.: 1979b, *Ap. J.*, 234, 829.
- Butcher, H., y Oemler, A.Jr.: 1978a, *Ap. J.*, 219, 18.
- Butcher, H., y Oemler, A.Jr.: 1978b, *Ap. J.*, 226, 559.
- Byram, E.T., Chubb, T.A., y Friedman, H.: 1966, *Science*, 152, 66.
- Cavaliere, A., y Fusco-Femiano, R.: 1976, *Astr. Ap.*, 49, 137.
- Cavaliere, A., y Fusco-Femiano, R.: 1978, *Astr. Ap.*, 70, 677.
- Combes, F., Foy, F.C., Gottesman, S.T., y Weliachew, L.: 1980, *Astr. Ap.*, 84, 85.
- Cowie, L.L., y Binney, J.: 1977, *Ap. J.*, 215, 723.
- Cowie, L.L., y Songaila, A.: 1977, *Nature*, 226, 501.
- Cowie, L.L., Henriksen, M., y Mushotzky, R.: 1987, *Ap. J.*, 317, 593.
- de Vaucouleurs, G.: 1977, en *The Evolution of Galaxies and Stellar Populations*, ed. B. Tinsley y R. Larson (New Haven: Yale University Press), p. 43.
- Chamaraux, P., Balkowski, C., y Gérard, E.: 1980, *Astr. Ap.*, 83, 38.
- Davis, M., Efstathiou, G., Frenk, C.S., y White, S.D.M.: 1985, *Ap. J.*, 292, 371.

- des Forêts, G., Domínguez-Tenreiro, R., Gerbal, D., Mathez, G., Mazure, A.,
y Salvador-Solé, E.: 1984, *Ap. J.*, 280, 15.
- Dressler, A.: 1980a, *Ap. J. Suppl.*, 42, 565.
- Dressler, A.: 1980b, *Ap. J.*, 236, 351.
- Dressler, A.: 1984, *Ann. Rev. Astr. Ap.*, 22, 185.
- Dressler, A., y Gunn, J.E.: 1982, *Ap. J.*, 263, 533.
- Dressler, A., y Schectman, S.A.: 1988, *A. J.*, 95, 985.
- Edge, A.C., y Stewart, G.C.: 1989, en *Clusters of Galaxies*, ed. M.J. Fitchett y W.R. Oegerle (S.T.Sc.I. Baltimore), p. 51.
- Efstathiou, G., Frenk, C.S., White, S.D.M., y Davis, M.: 1988, *M.N.R.A.S.*, 234, 715.
- Eneev, T., Kozlov, N., y Sunyaev, R.: 1973, *Astr. Ap.*, 22, 41.
- Evrard, A.E.: 1989, *Ap. J.*, 341, 26.
- Faber, S.M., y Gallagher, J.S.: 1976, *Ap. J.*, 204, 365.
- Faber, S.M., y Gallagher, J.S.: 1979, *Ann. Rev. Astr. Ap.*, 17, 135.
- Faber, S.M., y Jackson, R.E.: 1976, *Ap. J.*, 204, 668.
- Fabian, A.C., Nulsen, P.E., y Cañizares, C.R.: 1984, *Nature*, 310, 733.
- Fabricant, D.G., Kent, S.M., y Kurtz, M.J.: 1989, *Ap. J.*, 336, 77.
- Farouki, R., y Shapiro, S.L.: 1981, *Ap. J.*, 243, 32.
- Felten, J.E., Gould, R.J., Stein, W.A., y Woolf, N.J.: 1966, *Ap. J.*, 146, 686.
- Fuchs, B., y Materne, J.: 1982, *Astr. Ap.*, 113, 85.
- Forman, W., Schwarz, J., Jones, C., Liller, W., y Fabian, A.C.: 1979, *Ap. J. (Letters)*, 234, L27.
- Forman, W., y Jones, C.: 1982, *Ann. Rev. Astr. Ap.*, 20, 547.
- Freeman, K.: 1970, *Ap. J.*, 160, 811.
- Gallagher, J.S.: 1978, *Ap. J.*, 223, 386.

- Gerbal, D., Mathez, G., Monin, J.L., y Salvador-Solé, E.: 1985, *Astr. Ap.*, 146, 119.
- Giacconi, R., Murray, S., Gursky, H., Kellogg, E., Schreier, E., y Tananbaum, H.: 1972, *Ap. J.*, 178, 281.
- Giovanelli, R., Chincarini, G.L., y Haynes, M.P.: 1981, *Ap. J.*, 247, 383.
- Gisler, G.R.: 1976, *Astr. Ap.*, 51, 137.
- Gisler, G.R.: 1979, *Ap. J.*, 228, 385.
- Gordon, M.A., y Burton, W.B.: 1976, *Ap. J.*, 208, 346.
- Gorenstein, P., Fabricant, D., Topka, K., Harnden, F.R., y Tucker, W.H.: 1978, *Ap. J.*, 224, 718.
- Gott, J. R., y Thuan, T.X.: 1976, *Ap. J.*, 204, 649.
- Gronenschild, E.H.B.M., y Mewe, R.: 1976, *Astr. Ap. Suppl.*, 32, 283.
- Gunn, J.E., y Gott, J.R.: 1972, *Ap. J.*, 176, 1.
- Haynes, M.P., Giovanelli, R., y Chincarini, G.L.: 1984, *Ann. Rev. Astr. Ap.*, 22, 445.
- Henriksen, M.J., y Mushotzky, R.F.: 1986, *Ap. J.*, 302, 287.
- Henry, J.P., Branduardi, G., Briel, U., Fabricant, D., Feigelson, E., Murray, S., Soltan, A., y Tananbaum, H.: 1979, *Ap. J. (Letters)*, 239, L15.
- Henry, J.P., Soltan, A., Briel, U., y Gunn, J.E.: 1982, *Ap. J.*, 262, 1.
- Hubble, E.: 1929, *Pub. A.S.P.*, 41, 247.
- Hubble, E., y Humason, M.L.: 1931, *Ap. J.*, 74, 43.
- Hughes, J.P.: 1989, *Ap. J.*, 337, 21.
- Hughes, J.P., Yamashita, K., Okumura, Y., Tsunemi, H., y Matsuoka, M.: 1988a, *Ap. J.*, 327, 615.
- Hughes, J.P., Gorenstein, P., y Fabricant, D.: 1988b, *Ap. J.*, 329, 82.
- Icke, V.: 1985, *Astr. Ap.*, 144, 115.

- Jones, C., y Forman, W.: 1984, *Ap. J.*, 276, 38.
- Karzas, W., y Latter, R.: 1961, *Ap. J. Suppl.*, 6, 167.
- Kellogg, E., Baldwin, J.R., y Koch, D.: 1975, *Ap. J.*, 199, 299.
- Kennicutt, R.C.Jr.: 1983, *A. J.*, 88, 483.
- Kent, S.M.: 1985, *Ap. J. Suppl.*, 59, 115.
- Kent, S.M., y Gunn, J.E.: 1982, *A. J.*, 87, 945.
- Kent, S.M., y Sargent, W.L.W.: 1983, *A. J.*, 88, 697.
- King, I.R.: 1962, *A. J.*, 67, 471.
- King, I.R.: 1972, *Ap. J. (Letters)*, 174, L123.
- Koo, D.C.: 1981, *Ap. J. (Letters)*, 251, L75.
- Kotanyi, C., van Gorkom, J.H., y Ekers, R.D.: 1983, *Ap. J. (Letters)*, 273, L7.
- Larson, R.B.: 1969, *M.N.R.A.S.*, 145, 405.
- Larson, R.B.: 1974, *M.N.R.A.S.*, 169, 229.
- Larson, R.B.: 1975, *M.N.R.A.S.*, 173, 671.
- Larson, R.B., Tinsley, B.M., y Caldwell, C.N.: 1980, *Ap. J.*, 237, 692.
- Lea, S.M.: 1975, *Ap. J. (Letters)*, 16, 141.
- Lea, S.M., y De Young, D.S.: 1976, *Ap. J.*, 210, 647.
- Lea, S.M., Silk, J., Kellogg, E., y Murray, S.: 1973, *Ap. J. (Letters)*, 184, L105.
- Leir, A.A., y van den Bergh, S.: 1977, *Ap. J. Suppl.*, 34, 381.
- Lynden-Bell, D.: 1967, *M.N.R.A.S.*, 136, 101.
- Malin, D.F., y Carter, D.: 1980, *Nature*, 277, 279.
- McGlynn, T.A.: 1984, *Ap. J.*, 281, 13.
- Melnick, J., y Sargent, W.L.: 1977, *Ap. J.*, 215, 401.
- Mellier, Y., Mathez, G., Mazure, A., Chauvineau, B., y Proust, D.: 1988b, *Astr. Ap.*, 199, 67.

- Mellier, Y., Soucail, G., Fort, B., y Mathez, G.: 1988a, *Astr. Ap.*, 199, 13.
- Merritt, D.: 1987, *Ap. J.* 313, 121.
- Miller, G.E., y Scalo, J.M.: 1979, *Ap. J. Suppl.*, 41, 513.
- Minkowsky, R., y Abell, G.O.: 1963, *Basic Astronomical Data*, ed. K.A. Strand
(Chicago: University of Chicago Press), p. 481.
- Mitchell, R.J., Culhane, J.L., Davison, P.J., e Ives, J.C.: 1976,
M.N.R.A.S., 176, 29.
- Mitchell, R.J., Dickens, R.J., Bell Burnell, S.J., y Culhane, J.L.: 1979,
M.N.R.A.S., 189, 329.
- Mushotzky, R.F.: 1984, *Phys. Scr.*, T7, 157.
- Mushotzky, R.F., Serlemitsos, P.J., Smith, B.W., Boldt, E.A., y Holt, S.S.:
1978, *Ap. J.*, 225, 21.
- Negroponete, J., y White, S.D.M.: 1983, *M.N.R.A.S.*, 204, 1009.
- Nepveu, M.: 1981, *Astr. Ap.*, 98, 65.
- Noonan, T.W.: 1980, *Ap. J.*, 238, 793.
- Norman, C., y Silk, J.: 1979, *Ap. J. (Letters)*, 233, L1.
- Nulsen, P.E.: 1982, *M.N.R.A.S.*, 198, 1007.
- Oemler, A.: 1974, *Ap. J.*, 194, 1.
- Ostriker, E.C., Huchra, J.P., Geller, M.J., y Kurtz, M.J.: 1988, *A. J.*, 96,
1775.
- Ostriker, J.P., Peebles, P.J., y Yahil, A.: 1974, *Ap. J. (Letters)*, 193, L1.
- Perrenod, S.C., y Henry, J.P.: 1981, *Ap. J. (Letters)*, 247, L1.
- Plummer, H.C.: 1911, *M.N.R.A.S.*, 71, 460.
- Postman, M., y Geller, M.J.: 1984, *Ap. J.*, 281, 95.
- Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A., y Vetterling, W.T.: 1986,
Numerical Recipes (Cambridge: Cambridge University Press).
- Pryor, C., y Geller, M.J.: 1984, *Ap. J.*, 278, 457.

- Quintana, H., y Melnick, J.: 1982, *A. J.*, **87**, 972.
- Richstone, D.O.: 1976, *Ap. J.*, **204**, 642.
- Richstone, D.O., y Tremaine, S.: 1988, *Ap. J.*, **327**, 82.
- Rood, H.J.: 1981, *Rep. Prog. Phys.*, **44**, 1077.
- Rood, H.J., Page, T.L., Kintner, E., y King, I.R.: 1972, *Ap. J.*, **175**, 627.
- Salvador-Solé, E., y Sanromà, M.: 1989, *Ap. J.*, **345**, 660.
- Salvador-Solé, E., Sanromà, M., y Rdz.-Jordana, J.: 1989, *Ap. J.*, **337**, 636.
- Sandage, A.: 1961, *The Hubble Atlas of Galaxies* (Washington D.C.: Carnegie Institution of Washington).
- Sandage, A.: 1976, *Ap. J.*, **205**, 6.
- Sandage, A.: 1983, en *Internal Kinematics and Dynamics of Galaxies*, ed. E. Athanassoula (Dordrecht: Reidel), p. 327.
- Sandage, A., Freeman, K.C., y Stokes, N.R.: 1970, *Ap. J.*, **160**, 831.
- Sandage, A., y Visvanathan, N.: 1978a, *Ap. J.*, **223**, 707.
- Sandage, A., y Visvanathan, N.: 1978b, *Ap. J.*, **225**, 742.
- Sanromà, M., y Salvador-Solé, E.: 1990, *Ap. J.* (en prensa).
- Sarazin, C.L.: 1979, *Ap. (Letters)*, **20**, 93.
- Sarazin, C.L.: 1980, *Ap. J.*, **236**, 75.
- Sarazin, C.L.: 1986, *Rev. Mod. Phys.*, **58**, 1.
- Sarazin, C.L., y Bahcall, J.N.: 1977, *Ap. J. Suppl.*, **34**, 451.
- Schaeffer, R., y Silk, J.: 1988, *Ap. J.*, **333**, 509.
- Schechter, P.: 1976, *Ap. J.*, **203**, 304.
- Schommer, R.A., Sullivan, W.T.III, y Bothun, G.D.: 1981, *A. J.*, **86**, 919.
- Schweizer, F.: 1980, *Ap. J.*, **237**, 303.
- Seldner, M., y Peebles, P.J.E.: 1977a, *Ap. J. (Letters)*, **214**, L1.
- Seldner, M., y Peebles, P.J.E.: 1977b, *Ap. J.*, **215**, 703.
- Serlemitsos, P.J., Smith, B.W., Boldt, E.A., Holt, S.S., y Swank, J.H.:

- 1977, *Ap. J. (Letters)*, 211, L63.
- Silk, J.: 1973, *Ann. Rev. Astr. Ap.*, 11, 269.
- Silk, J.: 1976, *Ap. J.*, 208, 646.
- Silk, J.: 1978, *Ap. J.*, 220, 390.
- Silk, J.: 1986, en *Spectral Evolution of Galaxies*, ed. C. Chiosi y A. Renzini (Dordrecht: Reidel), p. 3.
- Simien, F., y de Vaucouleurs, G.: 1986, *Ap. J.*, 302, 564.
- Smith, S.: 1936, *Ap. J.*, 83, 23.
- Sodré, L.Jr., Capelato, H.V., y Steiner, J.E.: 1989, *A. J.*, 97, 1279.
- Solanes, J.M., y Salvador-Solé, E.: 1990a, *Astr. Ap.*, 234, 93.
- Solanes, J.M., y Salvador-Solé, E.: 1990b, *Astr. Ap.* (submitted).
- Solanes, J.M., y Salvador-Solé, E.: 1990c, *Ap. Sp. Sc.* (in press).
- Solanes, J.M., Salvador-Solé, E., y Sanromà, M.: 1989, *A. J.*, 98, 798.
- Solinger, A.B., y Tucker, W.H.: 1972, *Ap. J. (Letters)*, 175, L107.
- Spitzer, L., y Baade, W.: 1951, *Ap. J.*, 113, 413.
- Struble, M.F.: 1979, *A. J.*, 84, 27.
- Struble, M.F., y Rood, H.J.: 1982, *A. J.*, 87, 7.
- Struble, M.F., y Rood, H.J.: 1984, *A. J.*, 89, 1487.
- Strom, S., y Strom, K.: 1979, en *Photometry, Kinematics, and Dynamics of Galaxies*, ed. D. Evans (Austin: University of Texas Press), p. 37.
- Sunyaev, R.A., y Zel'dovich, Y.B.: 1980, *Ann. Rev. Astr. Ap.*, 18, 537.
- Takeda, H., Nulsen, P., y Fabian, A.: 1984, *M.N.R.A.S.*, 208, 261.
- The, L.S., y White, S.D.M.: 1986, *A. J.*, 92, 1248.
- Tonry, J., y Davis, M.: 1981, *Ap. J.*, 246, 680.
- Toomre, A.: 1972, *Ap. J.*, 178, 623.
- Toomre, A.: 1977, en *Evolution of Galaxies and Stellar Populations*, ed. R.B. Larson y B.M. Tinsley (New Haven: Yale University Observatory), p.

401.

- Toomre, A., y Toomre, J.: 1972, *Ap. J.*, 178, 623.
- Tytler, D., y Vidal, N.V.: 1979, *M.N.R.A.S.*, 182, 33.
- Van Albada, T.S.: 1982, *M.N.R.A.S.*, 201, 939.
- van den Berg, S.: 1976, *Ap. J.*, 206, 883.
- West, M.J., Dekel, A., y Oemler, A.: 1987, *Ap. J.*, 316, 1.
- West, M.J., y Richstone, D.O.: 1988, *Ap. J.*, 335, 532.
- White, S.D.M.: 1976, *M.N.R.A.S.*, 177, 717.
- White, S.D.M., y Narayan, R.: 1987, *M.N.R.A.S.*, 229, 103.
- White, S.D.M., y Silk, J.: 1980, *Ap. J.*, 241, 864.
- Wolf, M.: 1902, *Heidelberg Publ.*, 1, 125.
- Wright, A.: 1972, *M.N.R.A.S.*, 157, 309.
- Yahil, A., y Vidal, N.V.: 1977, *Ap. J.*, 214, 347.
- Zwicky, F.: 1933, *Helv. Phys., Acta* 6, 110.
- Zwicky, F., Herzog, E., Wild, P., Karpowicz, M., y Kowal, C.T.: 1961-1968, *Catalogue of Galaxies and Clusters of Galaxies* (Pasadena: California Institute of Technology), Vols. 1-6.

APENDICES

APENDICE A: Modelos AP estándar convergentes.

Las dos integrales que están entre corchetes en la ecuación (II.47) tienen solución analítica, y por tanto el perfil $\Delta\sigma_G^2(x)$ puede expresarse mediante un número finito de funciones elementales, sólo si los parámetros α_U y α_K son cantidades enteras o semienteras. Más exactamente, la integral de una expresión binomial de la forma

$$I(\alpha, \beta) = \int_0^{\infty} (1 + \xi^2)^{-\alpha} \xi^{\beta} d\xi, \quad (\alpha, \beta > 0) \quad (\text{A.1})$$

puede llegar a expresarse mediante un número finito de funciones elementales si y sólo si α , $(\beta + 1)/2$, y $\alpha + (\beta + 1)/2$ son números enteros ("condiciones de Chebichev"). No obstante, cuando los valores de α y β son tales que la integral (A.1) es convergente, es decir, tales que $2\alpha > \beta + 1 > 0$, entonces es posible expresar dicha integral mediante funciones Beta completas y/o incompletas.

Para demostrar este punto, permítasenos hacer uso de la definición (Press *et al.* 1986) de la función Beta completa

$$B(a, b) = B(b, a) = \int_0^1 z^{a-1} (1 - z)^{b-1} dz, \quad (a, b > 0) \quad (\text{A.2})$$

que a su vez puede expresarse en términos de la función Gamma

$$B(a,b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}, \quad (\text{A.3})$$

así como de la definición de la función Beta incompleta

$$\mathcal{B}_t(a,b) = \frac{1}{B(a,b)} \int_0^t z^{a-1}(1-z)^{b-1} dz, \quad (a, b > 0 \text{ y } 0 \leq t \leq 1) \quad (\text{A.4})$$

la cual ha sido convenientemente normalizada para que sus valores extremos sean $\mathcal{B}_0(a,b) = 0$ y $\mathcal{B}_1(a,b) = 1$. Esta última función satisface además la relación de simetría

$$\mathcal{B}_t(a,b) = 1 - \mathcal{B}_{1-t}(b,a). \quad (\text{A.5})$$

Introduciendo el cambio de variable $z = (1 + \xi^2)^{-1}$ en la integral (A.1) y teniendo en cuenta las definiciones (A.2) y (A.3), se llega a

$$\frac{1}{2} B(a,b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{2\Gamma(a+b)} = \int_0^\infty (1 + \xi^2)^{-\alpha} \xi^\beta d\xi, \quad (\text{A.6})$$

mientras que partiendo de la definición (A.4), a

$$\mathcal{B}_t(a,b) = \frac{\int_y^\infty (1 + \xi^2)^{-\alpha} \xi^\beta d\xi}{\int_0^\infty (1 + \xi^2)^{-\alpha} \xi^\beta d\xi}, \quad (\text{A.7})$$

siendo $a = \alpha - b$, $b = (\beta + 1)/2$ y $t = (1 + y^2)^{-1}$. Finalmente, utilizando la

relación de simetría (A.5), la ecuación (A.7) se transforma en

$$\mathcal{B}_{1-t}(b,a) = \frac{\int_0^y (1 + \xi^2)^{-\alpha} \xi^\beta d\xi}{\int_0^\infty (1 + \xi^2)^{-\alpha} \xi^\beta d\xi}. \quad (\text{A.8})$$

Luego, si tanto α_U como α_K son mayores que 3/2, las ecuaciones (II.46) y (II.47) adquieren la forma simple dada por las expresiones (II.49) y (II.50). Además, por ser válido en este caso el teorema del virial (ver el Apéndice B) podemos lograr, haciendo uso de la relación (II.51), que las ecuaciones (II.49) y (II.50) adopten las todavía más simples expresiones

$$n_G(x)\sigma_G^2(x) = 2 \frac{\Gamma(\alpha_K - 3/2)}{\Gamma(\alpha_K)} \Psi_2(0) x \times \left\{ \frac{\Gamma(\alpha_U)}{\Gamma(\alpha_U - 3/2)} \left(1 + x^2\right)^{-\alpha_U} + 2 \frac{\Gamma(\alpha_K)}{\Gamma(\alpha_K - 3/2)} \left(1 + x^2\right)^{-\alpha_K} \right\}, \quad (\text{A.9})$$

y

$$n_G(x)\Delta\sigma_G^2(x) = 2 \frac{\Gamma(\alpha_K - 3/2)}{\Gamma(\alpha_K)} \Psi_2(0) \Gamma(5/2) x \times x^{-3} \left\{ \mathcal{B}_t(\alpha_U - 3/2, 5/2) - \mathcal{B}_t(\alpha_K - 3/2, 5/2) \right\}, \quad (\text{A.10})$$

donde \mathcal{B}_t es la función Beta incompleta *normalizada* definida mediante la ecuación (A.4).

Como puede deducirse fácilmente de las ecuaciones (A.9) y (A.10), las principales propiedades cinemáticas de los modelos AP convergentes y totalmente virializados *dependen únicamente de los valores que adquieran los dos parámetros libres* α_U y α_K . La ecuación (A.10) permite ver que $\alpha_U < \alpha_K$ es condición necesaria para que exista anisotropía radial en la dispersión de velocidades de las galaxias, mientras que $\alpha_U > \alpha_K$ lo es para que la anisotropía sea tangencial y $\alpha_U = \alpha_K$ para que haya isotropía. Además, en este último caso la ecuación (A.9) permite obtener un perfil de dispersión total de velocidades cuya forma es

$$\sigma_G^2(x) = (3\sigma_{los}^2(0)/R(\alpha_G, \alpha_K)) \left(1 + x^2\right)^{-\alpha_K(\gamma-1)}, \quad (\text{A.11})$$

donde $R(\alpha_G, \alpha_K)$ es la función definida mediante la expresión (II.48). Dada la forma del perfil de densidad numérica del gas (ec. [II.20]) y la hipótesis politrópica, el perfil σ_G^2 resulta ser directamente proporcional al perfil de temperaturas del gas intracumular, lo cual hace que la razón *intrínseca* de energías de las componentes galáctica y gaseosa de los cúmulos, $\mu m_p \sigma_G^2(r)/(3kT_X(r))$, tenga un valor constante (nótese que, en general, lo anterior no implica que la razón *empírica* $b(s)$ también lo sea).

APENDICE B: El teorema del virial y las condiciones de contorno.

Integrando por partes la ecuación (II.41) se llega a

$$n(r)\Delta\sigma^2(r) = r^{-3} \left\{ \int_0^r \xi^3 \Psi_1(\xi) d\xi + 6 \int_0^r \xi^2 \Psi_2(\xi) d\xi \right\} - 2 \Psi_2(r) . \quad (\text{B.1})$$

Supongamos por el momento que estamos tratando con un sistema de extensión finita. Atendiendo al significado de la función Ψ_2 (ec. [II.16]), si hacemos que el límite superior de integración sea el radio exterior del sistema, S , la integral (B.1) pasa a escribirse

$$n(S)\sigma_r^2(S) = S^{-3} \left\{ \int_0^S \xi^3 \Psi_1(\xi) d\xi + 6 \int_0^S \xi^2 \Psi_2(\xi) d\xi \right\} . \quad (\text{B.2})$$

(Para un sistema ilimitado basta con tomar $S = \infty$) Teniendo en cuenta que, para derivar las ecuaciones que permiten obtener los perfiles cinemáticos, hemos supuesto (ver subapdo. 2.4.2. del capítulo II) que tanto $\sigma^2(r)$ como $\Delta\sigma^2(r)$ estaban acotados y que $n(r)$ se anula en el borde externo del sistema (lo cual garantiza que la componente radial del tensor de presiones también se anule), la ecuación (B.2) conduce, cuando el sistema es de extensión finita, a la siguiente condición sobre las funciones Ψ_1 y Ψ_2

$$\int_0^S \xi^3 \Psi_1(\xi) d\xi + 6 \int_0^S \xi^2 \Psi_2(\xi) d\xi = 0 , \quad (\text{B.3})$$

mientras que si el sistema se extiende hasta el infinito dicha condición es sólo

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r^{-3} \left\{ \int_0^r \xi^3 \Psi_1(\xi) d\xi + 6 \int_0^r \xi^2 \Psi_2(\xi) d\xi \right\} = 0 . \quad (\text{B.4})$$

A partir de las definiciones de las funciones Ψ_1 y Ψ_2 (ecs. [II.23] y [II.32], respectivamente), puede comprobarse que la primera integral que hay en el miembro de la izquierda de la ecuación (B.3) corresponde justamente a la energía potencial total de las partículas del sistema, mientras que la segunda equivale a dos veces su energía cinética (ambas por unidad de masa y escaladas en un factor 4π). La relación (B.3) es pues el teorema del virial para un sistema anisótropo. Así, las condiciones de contorno que hemos adoptado conducen automáticamente al teorema del virial cuando el sistema es finito.

Sin embargo, cuando la extensión del sistema es ilimitada la condición (B.4) únicamente requiere que la divergencia del término entre corchetes sea inferior a la de r^3 . No obstante, cuando el comportamiento asintótico del perfil $n(r)$ es superior al de r^3 , lo cual es equivalente a decir que el número total de partículas es finito, la ecuación (B.2) implica (para $\sigma_r(r)$ acotado) que el término entre corchetes se anula en el infinito. De este modo, el teorema del virial (ec. [B.3]) pasa a ser también válido para $S = \infty$.

APENDICE C: Correlaciones entre propiedades de la materia luminosa.

A partir de los datos espaciales obtenidos con el *IPC* del satélite *Einstein*, Abramopoulos y Ku (1983) (AK) ajustaron, mediante un modelo isoterma de pendiente característica $\alpha_X^{\text{AK}} = 1.5$, los perfiles de brillo superficial de un total de 74 cúmulos. Comparando los valores de la luminosidad X (integrada en una región de $1.5 h_{50}^{-1}$ Mpc de radio) que pueden derivarse de los perfiles anteriores, L_X^{AK} , con los de la concentración de galaxias, N_0 , (Bahcall 1977b), AK encontraron que ambas cantidades estaban fuertemente correlacionadas siguiendo una ley de la forma

$$\log L_X^{\text{AK}} = ((- 1.86 \pm 0.84) + (2.28 \pm 0.62) \log (N_0)) h_{50}^{-2}, \quad (\text{C.1})$$

donde L_X^{AK} está expresada en unidades de 10^{43} erg s⁻¹.

Por otro lado, cuando esta misma correlación se determina a partir de los flujos X observados por diversos satélites como *Ariel V* o *EXOSAT* las pendientes que se obtienen oscilan alrededor del valor 3 (Bahcall 1977b, Edge y Stewart 1989). Sin embargo, la dificultad en promediar valores de procedencia tan heterogénea (tengamos en cuenta que ni los intervalos de energías son los mismos, ni las regiones observadas abarcan la misma extensión) y el hecho de que la correlación obtenida por AK esté basada en las observaciones del *IPC* del satélite *Einstein*, al igual que el perfil $n_X(r)$ adoptado para nuestro modelo (subapdo. 2.3.3. del Capítulo II), han aconsejado el empleo de esta última, aunque, eso sí, redondeada en la forma

$$\log L_X^{\text{AK}} = -2 (1 - \log(N_0)) h_{50}^{-2}. \quad (\text{C.2})$$

C.1. La correlación $n_X(0) - L_X$.

Los valores de la luminosidad X obtenidos por AK, L_X^{AK} , fueron derivados ajustando leyes de Hubble modificadas de pendiente característica fija $\alpha_X^{\text{AK}} = 1.5$ (y para un radio del núcleo cuyo valor típico oscilaba alrededor de $0.5 h_{50}^{-1}$ Mpc) a los perfiles de brillo superficial, $I_X(s)$, observados con el IPC del satélite *Einstein*. Dado que en nuestro modelo esta pendiente característica tiene un valor distinto ($\alpha_X = 1$), resulta conveniente determinar la relación existente entre L_X^{AK} y la calculada utilizando otro valor diferente de α_X , partiendo de la suposición de que el brillo superficial integrado en el interior de una región de radio r_m ,

$$\Sigma_X = 2\pi r_c^2 I_X(0) \int_0^{x_m} \left(1 + \xi^2\right)^{-2\alpha_X + 1/2} \xi d\xi, \quad (\text{C.3})$$

donde $x_m = r_m / r_c$, es el mismo en ambos casos (es decir, que $\Sigma_X^{\text{AK}} = \Sigma_X$). Ayudándonos con la ecuación (II.11) y haciendo uso de la definición

$$L_X = 4\pi r_c^3 \varepsilon_X(0) \int_0^{x_m} \left(1 + \xi^2\right)^{-2\alpha_X} \xi^2 d\xi, \quad (\text{C.4})$$

la relación entre L_X y L_X^{AK} puede escribirse

$$L_x \sim 2.3 \frac{\Gamma(2\alpha_x)}{\Gamma(2\alpha_x - 3/2)} \frac{\int_0^{x_m} (1 + \xi^2)^{-2\alpha_x} \xi^2 d\xi}{\int_0^{x_m} (1 + \xi^2)^{-2\alpha_x + 1/2} \xi d\xi} L_x^{AK}, \quad (C.5)$$

la cual, para los valores $\alpha_x = 1$ y $x_m = 3$, puede, a su vez, aproximarse por

$$L_x \sim 0.9 L_x^{AK}. \quad (C.6)$$

Una vez efectuada esta corrección, las ecuaciones (II.11), (II.20) y (C.4) permiten determinar el valor de la densidad central de partículas del gas, $n_x(0)$, en la forma

$$n_x(0) \sim 0.41 h_{50}^{1/2} L_x^{1/2}, \quad (C.7)$$

estando expresado $n_x(0)$ en unidades de 10^{-3} partículas cm^{-3} y L_x en 10^{43} erg s^{-1} .

C.2. Las correlaciones $N_0 - n_G(0)$ y $n_x(0) - n_G(0)$.

Partiendo de la definición de N_0 (Bahcall 1977b) y haciendo uso de la ecuación (II.15), se tiene

$$N_0 = n_G(0) 2\pi r_c^3 B(\alpha_G - 1/2, 1/2) \int_0^{x_c} (1 + \xi^2)^{-\alpha_G + 1/2} \xi d\xi, \quad (C.8)$$

donde $x_c = (0.5 h_{50}^{-1} \text{ Mpc})/r_c$, por lo que sustituyendo en esta expresión los valores $\alpha_G = 1.5$ y $r_c = 0.5 h_{50}^{-1} \text{ Mpc}$ de nuestro modelo, queda

$$N_0 \sim 0.54 n_G(0) . \quad (\text{C.9})$$

Finalmente, aunando los resultados de las relaciones (C.2), (C.6), (C.7) y (C.9) obtenemos la correlación

$$n_x(0) \sim 0.022 h_{50}^{1/2} n_G(0) . \quad (\text{C.10})$$



