

a los aparatos distribución y a la regulación de potencia.

Nosotros consideramos el total de las resistencias pasivas de la máquina y bajo este criterio situamos el punto límite de la expansión en posición tal que a partir de él el trabajo pasivo sería mayor que el útil.

Obsérvese que hacia la derecha del punto así determinado nada hay que discutir porque con puntos de mayor pérdida de trabajo, de mayor cilindrada y de menor grado de admisión el cual dificulta o imposibilita la válvula conedera movida por excéntrica, es decir, se dilapidan energías y materiales y se aumentan el peso muerto y las dificultades.

En este cálculo introducimos las resistencias pasivas por medio de la "presión de las resistencias pasivas" entendiendo por tal "la presión ficticia que aplicada a la máquina de que se trate y para la misma velocidad de rotación da una potencia indicada igual a la diferencia entre la potencia indicada y la efectiva"; se verifica pues que

$$W_i - W_e = \frac{P_r \cdot 2V \cdot n}{60 \times 75}$$

y por consiguiente que

$$(1 - \rho_o) W_i = \frac{P_r \cdot 2V \cdot n}{60 \times 75} \quad (9-1)$$

siendo  $\rho_o$  el rendimiento orgánico.

Por otra parte, decimos que "presión ficticia" es la presión media (y única) de una máquina ideal de la misma cilindrada que la real y del mismo trabajo

por ciclo, cuyo diagrama dinámico es rectangular y la presión de evacuación nula."

Esta presión ficticia es la conocida ordinariamente por presión media, lo cual produce confusión porque la presión ficticia y la presión media son dos cosas distintas y a veces muy distintas; en efecto, si consideramos el diagrama dinámico de la figura 11 y trasladamos el arco AEB a la

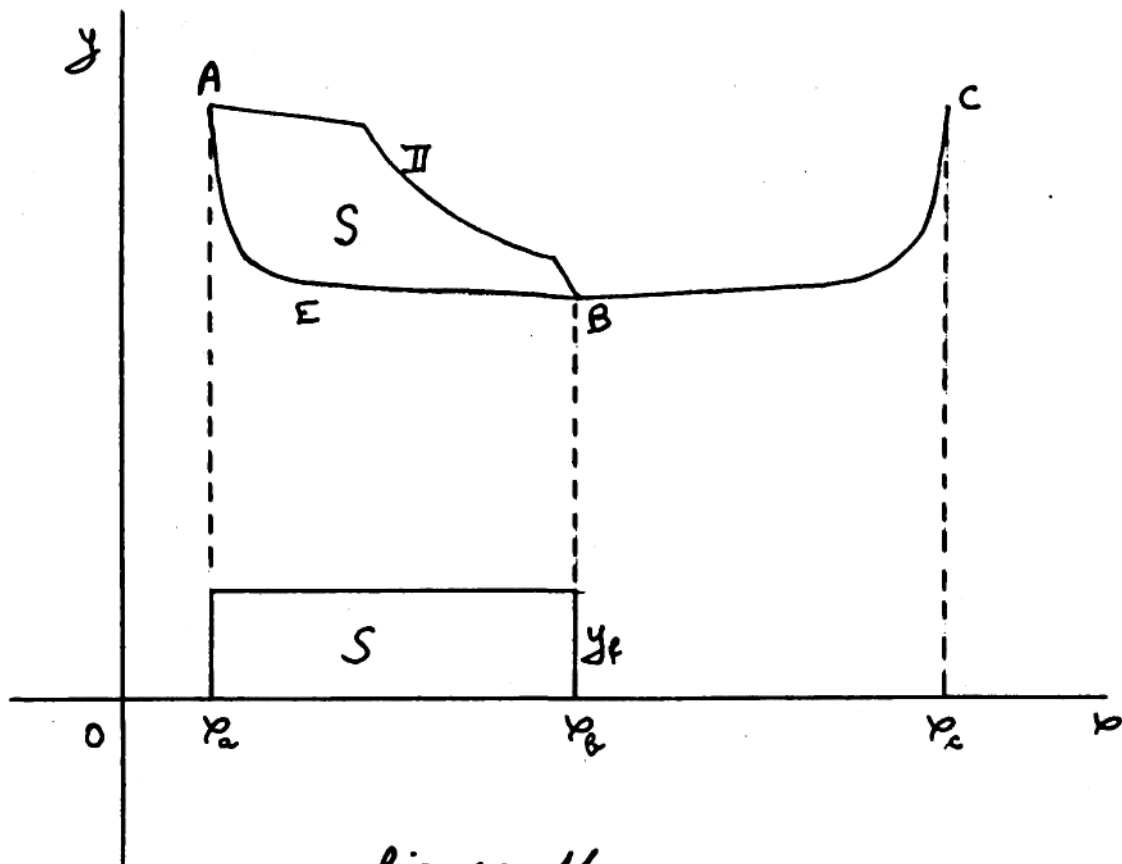


figura 11

a la derecha formando el BC, obtenemos la línea total de las presiones que han reinado en el cilindro durante todo el ciclo; esta línea es la AIBC.

La superficie subtendida hasta el eje de abscisas vale

$$\sigma = \int_{v_2}^{v_c} y \, dv$$

y su ordenada media

$$y_m = \frac{1}{v_2 - v_1} \int_{v_1}^{v_2} y \, dv$$

siendo evidentemente  $y_B < y_m < y_A$

En el rectángulo, que es el diagrama de trabajo de la máquina ficticia, y cuya superficie  $S$  es igual a la del diagrama real, se tiene que

$$0 < y_f < y_A - y_B$$

Es pues, ya que  $y_f < y_B >$

$$y_f < y_m$$

que, dividiendo por la escala de presiones, se reduce a

$$p_f < p_m$$

Consideremos ahora, en la figura 12, la línea de expansión completa, la línea de evacuación y el punto genérico 2 límite de la expansión; ocurre entonces que si a partir del punto 2 aumentamos el volumen de la cilindrada en  $dv$ , el movimiento de vaivén del émbolo dará para trabajo diferencial útil del vapor

$$p_2 \, dv - p_3 \, dv = (p_2 - p_3) \, dv$$

y para el trabajo de las resistencias pasivas

$$p_r \, dv + p_r \, dv = 2 p_r \, dv$$

Las posibilidades de relación entre ambos trabajos son

$$(p_2 - p_3) dv \stackrel{>}{<} 2 p_r dv$$

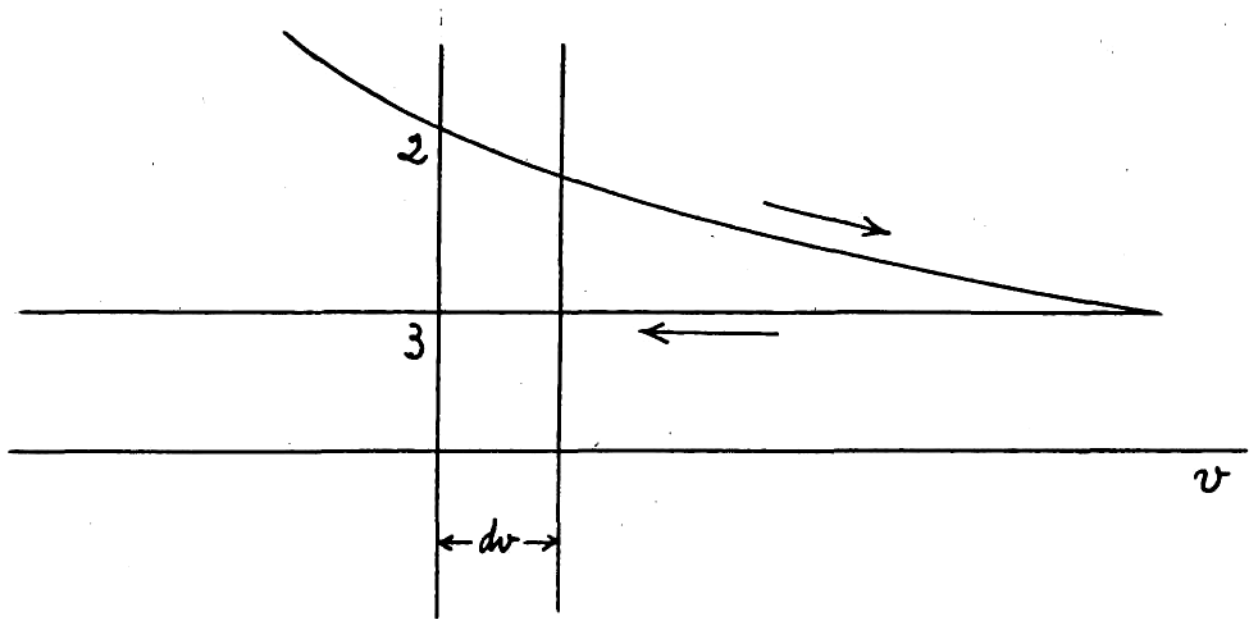


figura 12

En el primer caso es ventajoso continuar la expansión, mientras que en el tercero se está ya en una zona en que la expansión se hace con pérdida de trabajo.

La expansión debe pues terminar cuando

$$(p_2 - p_3) dv = 2 p_r dv$$

$$p = 2 p_r$$

siendo  $p$  la presión efectiva en el punto 2, o sea la contada por encima de la línea de evacuación.

Terminar la expansión a la derecha de este punto sólo lo presenta inconvenientes, como ya vimos; terminarla a la izquierda es ya discutible porque si bien se pierde un cierto trabajo, se reduce el tamaño del cilindro y se aumenta el grado de admisión con las ventajas consiguientes.

El valor numérico de la presión de las resistencias pasivas puede determinarse:

- 1) Con auxilio de fórmulas empíricas.
- 2) Por cálculo a partir de la diferencia  $W_i - W_e$ .
- 3) Por cálculo a partir de las fuerzas del vapor, de la inercia y de la gravedad que dan las cargas sobre los cojinetes y permiten conocer los trabajos absorbidos por el rozamiento; son asimismo calculables los trabajos de roce en los prensaestopa y émbolos y el de arrastre de ejes de transmisión y de máquinas auxiliares.
- 4) Por estadística.

Pero obsérvese que en todos estos casos hace falta conocer la máquina para determinar  $p_r$  y que ahora necesitamos conocer  $p_r$  para determinar la cilindrada y por lo tanto las demás condiciones de la máquina.

Se puede resolver de la siguiente manera: Sabemos

que

$$(1 - p_0) W_i = \frac{p_r \cdot 2v \cdot n}{60 \times 75}$$

y que

$$2p_r = p_2 - p_3$$

De acuerdo con la figura 13 es

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$$

$$p_2 = \frac{p_1 v_1^k}{v_2^k}$$

y por consiguiente

$$2p_r = \frac{p_1 v_1^k}{v_2^k} - p_3$$

$$2p_r + p_3 = \frac{p_1 v_1^k}{v_2^k}$$

$$v_2^k = \frac{p_1 v_1^k}{2p_r + p_3}$$

(10)

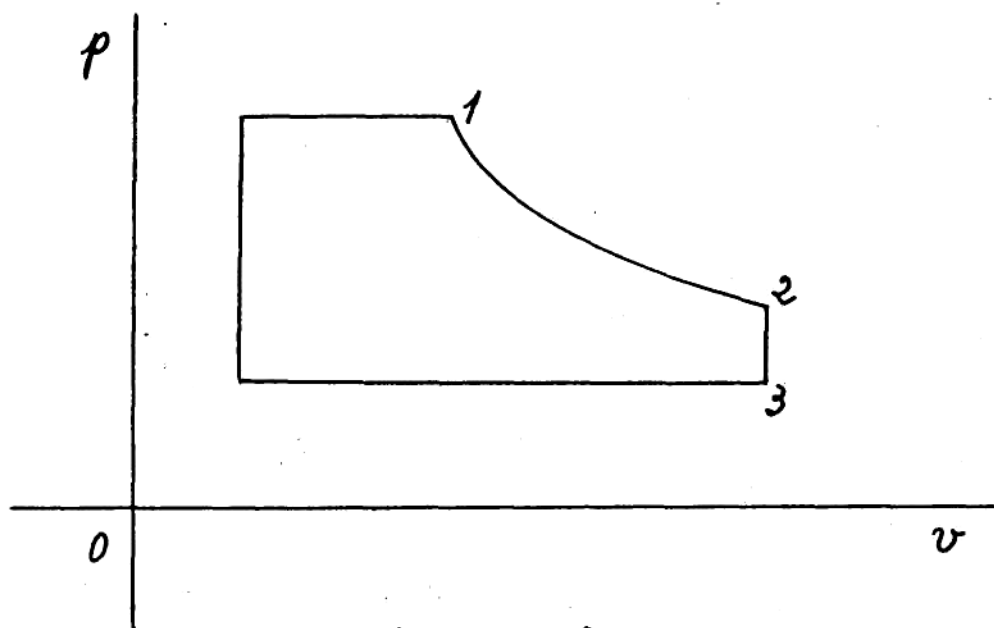


figura 13

Como  $v_2$  es la cilindra

$$v_2 = v$$

y por lo tanto

$$(1-p_0) W_i = \frac{2p_r \cdot n}{60 \times 75} \cdot \sqrt{\frac{p_1 v_1^\kappa}{2p_r + p_3}}$$

$$(1-p_0) W_i = \frac{2p_r \cdot n}{60 \times 75} \cdot \frac{p_1^{\frac{1}{\kappa}} \cdot v_1}{(2p_r + p_3)^{\frac{1}{\kappa}}}$$

$$\text{de donde } \frac{p_r}{(2p_r + p_3)^{\frac{1}{\kappa}}} = \frac{60 \times 75 (1-p_0) W_i}{2n p_1^{\frac{1}{\kappa}} v_1} \quad (11)$$

Cuando se trata de una máquina que evacua a otra o a una turbina, como en el caso presente, bastan las ecuaciones (10) y (11) para determinar la cilindrada; en cambio cuando evacua al condensador precisa conocer también, como veremos en el momento oportuno, la pérdida en el escape.

Ahora basta fijar  $p_0$  por estadística, y aplicar los datos calculando  $p_r$  y  $v_2$  mediante las ecuaciones dichas.

Admitiendo  $\rho_0 = 0.90$ , para el cilindro de alta es  $p_1 = 150000 \text{ Kg/cm}^2$ ,  $v_1 = 0.0843 \text{ m}^3$ ,  $p_3 = 45000 \text{ Kg/cm}^2$ ,  $W_i = 543 \text{ C.V.}$ ,  $n = 120 \text{ rev/min}$  y  $K = 1.135$ .

$$\text{Entonces } \frac{p_r}{(2p_r + 45000)^{\frac{1}{1.135}}} = \frac{60 \times 75 \times 0.1 \times 543}{2 \times 120 \times 150000^{\frac{1}{1.135}} \times 0.0843}$$

$$\frac{p_r}{(2p_r + 45000)^{\frac{1}{1.135}}} = 0.33$$

Suponemos  $p_r = 2000 \text{ Kg/cm}^2$

$$\text{entonces } \frac{2000}{49000^{\frac{1}{1.135}}} = 0.14$$

Para  $p_r = 4000 \text{ Kg/cm}^2$

$$\text{es } \frac{4000}{53000^{\frac{1}{1.135}}} = 0.27$$

Para  $p_r = 5000 \text{ Kg/cm}^2$

$$\text{es } \frac{5000}{55000^{\frac{1}{1.135}}} = 0.33$$

Volviendo a la figura 13 y ecuación (10) es

$$v_2 = \frac{p_1^{\frac{1}{K}} v_1}{(2p_r + p_3)^{\frac{1}{K}}}$$

$$v_2 = \frac{150000^{\frac{1}{1.135}} \times 0.0843}{(2 \times 5000 + 45000)^{\frac{1}{1.135}}}$$

$$v_2 = 0.204 \text{ m}^3$$

Por consiguiente los valores medios de ambas regiones del cilindro de alta son:

Volumen de admisión = 84'3 litros

cilindrada = 204 "

Puesto que el cilindro de baja sólo recibe el caudal de vapor  $9046 - 942 = 8104 \text{ Kg/hora}$

y los demás datos son:  $p_0 = 0'90$ ,  $p_2 = 45000 \text{ Kg/m}^2$ ,  
 $p_3 = 10000 \text{ Kg/m}^2$ ,  $n = 120 \text{ rev/min}$ ,  $K = 1'035 + 0'1 \times 0'92 = 1'127$   
 $W_i = 538 \text{ C.V.}$ ; en cuanto a  $v_2$  no será 243'5 litros sino el que corresponda al menor peso de vapor recibido; es pues

$$\frac{243'5}{v_2} = \frac{9046}{9046 - 942}$$

$$v_2 = 218'1 \text{ litros}$$

$$\text{Entonces } \frac{p_r}{(2p_r + 10000)^{\frac{1}{1'127}}} = \frac{60 \times 75 \times 0'1 \times 538}{2 \times 120 \times 45000^{\frac{1}{1'127}} \times 218'1} = 0'34$$

Suponemos  $p_r = 1000 \text{ Kg/m}^2$

$$y \text{ es } \frac{1000}{12000^{\frac{1}{1'127}}} = 0'24$$

Para  $p_r = 1500 \text{ Kg/m}^2$

$$\text{es } \frac{1500}{13000^{\frac{1}{1'127}}} = 0'33 \dots$$

Para  $p_r = 1600 \text{ Kg/m}^2$

$$\text{es } \frac{1600}{13200^{\frac{1}{1'127}}} = 0'35$$

Elegimos  $p_r = 1500 \text{ Kg/m}^2 = 0'15 \text{ Kg/cm}^2$

El volumen al final de la carrera en este cilindro de baja vale



$$v_3 = \frac{45000^{\frac{1}{1.27}} \times 218'1}{(2 \times 1500 \times 10000)^{\frac{1}{1.27}}} = 656'4 \text{ litros}$$

Pero así como para el cilindro de alta el grado de admisión vale

$$g_A = \frac{84'3}{204} = 0'413$$

que es un valor muy aceptable, para el cilindro de baja resulta ser

$$g_B = \frac{218'1}{656'4} = 0'332$$

que ya no lo es tanto.

Teniendo en cuenta lo dicho en la página 47 sobre el corrimiento a la izquierda del punto final de la expansión, creemos mejor hacerlo así, máxime considerando que dispondremos de la turbina de evacuación; así, evitamos un cilindro demasiado grande y un grado de admisión demasiado pequeño y además este último lo elegimos igual al de alta con la consiguiente ventaja para la regulación de la potencia; hacemos pues

$$g_A = g_B = 0'413$$

y por lo tanto la cilindrada de alta valdrá

$$\frac{218'1}{0'413} = 528 \text{ litros}$$

En resumen los valores medios son:

$$\text{Cilindro de alta} \begin{cases} \text{volumen de admisión} = 84'3 \text{ litros} \\ \text{cilindrada} = 204 \text{ "} \end{cases}$$

$$\text{Cilindro de baja} \begin{cases} \text{volumen de admisión} = 218'1 \text{ litros} \\ \text{cilindrada} = 528 \text{ "} \end{cases}$$

Y decimos valores medios por causa de la presencia, a veces muy considerable, del vástago del émbolo que hace desiguales las regiones alta y baja de todo cilindro. De manera que si  $\Pi$  es el diámetro del cilindro,  $d$  el del vástago y  $v$  la cilindrada media, ha de verificarse en el supuesto de cilindro cuadrado, que

$$0'7854 \Pi^2 \cdot \Pi + 0'7854 (\Pi^2 - d^2) \cdot \Pi = 2v \quad (12)$$

Al fin de hallar la relación existente entre  $d$  y  $\Pi$ , consideramos, de un lado, el máximo esfuerzo posible del vapor sobre el émbolo que vale

$$0'7854 \Pi^2 \cdot 1'2 p$$

y de otro la resistencia a la tracción o a la compresión que admitiremos iguales a

$$0'7854 d^2 \cdot q$$

expresiones en las que  $1'2 p$  es la presión de descarga de las válvulas de seguridad del cilindro y  $q$  la carga unitaria de trabajo del vástago; de ahí que

$$0'7854 \Pi^2 \cdot 1'2 p = 0'7854 d^2 \cdot q$$

$$\Pi^2 \cdot 1'2 p = d^2 \cdot q$$

Como hacemos aplicación al cilindro de baja es

$p = 4'5 \text{ Kg/cm}^2$  y  $q = 400 \text{ Kg/cm}^2$ , de donde

$$d^2 = \frac{1'2 p}{q} \Pi^2$$

$$d^2 = 0'013500 \Pi^2 \quad (13)$$

$$d = 0'116190 \Pi \quad (14)$$

Aplicando la ecuación (12) se obtiene

$$0'7854 \Pi^2 \cdot \Pi + 0'7854 (\Pi^2 - 0'013500 \Pi^2) \cdot \Pi = 528 \times 2$$

$$D = 878 \text{ mm.}$$

y aplicando la (14)

$$d = 0'116190 \times 878$$

$$d = 102$$

y como se trata de un cilindro cuadrado la carrera vale igualmente  $C = 878 \text{ mm.}$

Entonces en el cilindro de baja las cilindradas serán:

$$\text{Región alta: } 0'7854 \times 8'78^2 \times 8'78 = 531'58 \text{ litros}$$

$$\text{" Baja: } 0'7854(8'78^2 - 1'02^2) \times 8'78 = 524'41 \text{ "}$$

Aplicando ahora la ecuación (12) al cilindro de alta, es

$$0'7854 \times D^2 \times 8'78 + 0'7854(D^2 - 1'02^2) \times 8'78 = 204 \times 2$$

$$D = 548'6 \text{ mm.}$$

Entonces en el cilindro de alta las cilindradas serán:

$$\text{Región alta: } 0'7854 \times 5'486^2 \times 8'78 = 207'53 \text{ litros}$$

$$\text{" Baja: } 0'7854(5'486^2 - 1'02^2) \times 8'78 = 200'36 \text{ "}$$

Como por causa de la presencia del vástago los volúmenes de admisión habrán variado en la misma forma que los totales o cilindradas, se puede establecer que:

Para el cilindro de alta,

$$\text{región alta } v_{ae} = \frac{204 \times 207'53}{84'3} = 85'75 \text{ litros}$$

$$\text{región baja } v_{ab} = \frac{204 \times 200'36}{84'3} = 82'79 \text{ "}$$

Para el cilindro de baja

$$\text{región alta } v_{aa} = \frac{528 \times 531'58}{218'1} = 219'57 \text{ litros}$$

$$\text{región baja } v_{ab} = \frac{528 \times 524'41}{218'1} = 216'61 \text{ "}$$

En resumen se tiene el siguiente cuadro:

Cilindro de alta	Región alta	admisión = 85'75 litros
		cilindrada = 207'53 "
Cilindro de alta	Región baja	admisión = 82'79 "
		cilindrada = 200'36 "
Cilindro de baja	Región alta	admisión = 219'57 "
		cilindrada = 531'58 "
Cilindro de baja	Región baja	admisión = 216'61 "
		cilindrada = 524'41 "
Cilindro de alta		diámetro = 548 mon.
		carrera = 878 "
Cilindro de baja		diámetro = 878 "
		carrera = 878 "

Para la comprobación de los vástagos respecto a la posibilidad de pandeo, los analizamos con ventaja al primer caso de Euler para el cual la carga de colapso vale

$$Q_p = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l^2} \quad (15)$$

Por otro lado la carga límite elástica tanto por tracción como por compresión es

$$Q_e = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot q$$

y si se verifica que  $Q_p < Q_e$

el cuerpo habrá de ser calculado por la ecuación (15).

La anterior desigualdad da

$$\frac{\pi^2 EI}{l^2} < \frac{\pi}{4} d^2 \cdot q$$

$$l > \frac{\pi d}{4} \sqrt{\frac{E}{q}}$$

y para  $E = 21000 \text{ Kg/mm}^2$  y  $q = 25 \text{ Kg/mm}^2$  siendo  $d = 102 \text{ mm}$ .

$$l > 2321 \text{ mm.}$$

límite muy alejado para las condiciones de pandeo.

Corresponde ahora establecer la distribución y su consecuencia última que son los diagramas teóricos y precisa determinar previamente los grados de admisión en los cilindros que de acuerdo con el anterior cuadro de volúmenes serán:

$$\text{Cilindro de alta} \left\{ \begin{array}{l} \text{Región alta} \dots g_a = \frac{85'75}{207'53} = 0'413 \\ \text{" Baja} \dots g_a = \frac{82'79}{200'36} = 0'413 \end{array} \right.$$

$$\text{Cilindro de baja} \left\{ \begin{array}{l} \text{Región alta} \dots g_a = \frac{219'57}{531'58} = 0'413 \\ \text{" Baja} \dots g_a = \frac{216'61}{524'41} = 0'413 \end{array} \right.$$

El grado de admisión es pues igual para las cuatro regiones de cilindro y vale 0'413; siendo la carrera común 878 mm., la carrera de admisión, también común será

$$L_a = 878 \times 0'413 = 362'6 \text{ mm.}$$

Para determinar el ángulo de giro  $\alpha$  del cigüeñal correspondiente a esta carrera se puede recurrir a dibujos a escala del sistema biela-manivela, al método de Peire, a la ecuación que enlaza giros del cigüeñal con desplazamientos

de la cruzeta o a la ecuación reducida y comúnmente empleada en estos casos puesto que su aproximación es suficiente.

Según esta última ecuación y para la carrera descendente se tiene que

$$L = R(1 - \cos \alpha) + \frac{R^2}{2L} \sin^2 \alpha$$

que con bielas de longitud  $L = 5R$  se reduce a

$$L = R(1 - \cos \alpha) + 0'1 R \sin^2 \alpha$$

De ahí obtenemos sucesivamente

$$L = R(1 - \cos \alpha) + 0'1 R (1 - \cos^2 \alpha)$$

$$L = R - R \cos \alpha + 0'1 R - 0'1 R \cos^2 \alpha$$

Puesto que  $R = 439$  mm. y  $L = L_a = 362'6$  mm.

$$362'6 = 439 - 439 \cos \alpha + 43'9 - 43'9 \cos^2 \alpha$$

$$43'9 \cos^2 \alpha + 439 \cos \alpha - 120'3 = 0$$

$$\cos \alpha = \frac{-439 \pm \sqrt{439^2 + 4 \times 43'9 \times 120'3}}{2 \times 43'9}$$

$$\cos \alpha = 0'2669$$

$$\alpha = 75^\circ$$

Para la determinación de los seis períodos del ciclo de trabajo fijamos previamente tres de ellos que llevados al sistema de cuatro ecuaciones que establecimos nos permite calcular los tres restantes y además el ángulo de calaje de la excéntrica de distribución directa.

Estos tres ángulos previos son el de admisión  $\alpha$ , el de avance a la admisión  $\delta$  y el de compresión  $\lambda$  que siempre habrá de ser igual al de expansión  $\sigma$ .

El ángulo de admisión ha sido ya calculado en  $\alpha = 75^\circ$ , el de avance a la admisión lo fijamos en  $7^\circ$  y el de compresión en  $75^\circ$ ; entonces de las cuatro ecuaciones

$$C = -\frac{\alpha - \delta}{2}$$

$$C = -\frac{\beta - \gamma}{2}$$

$$\alpha + \sigma + \gamma = 180^\circ$$

$$\beta + \lambda + \delta = 180^\circ$$

deducimos para el sistema de distribución los siguientes valores:

calaje	$C = -34^\circ$
admisión	$\alpha = 75^\circ$
expansión	$\sigma = 75^\circ$
avance evacuación	$\gamma = 30^\circ$
evacuación	$\beta = 98^\circ$
compresión	$\lambda = 75^\circ$
avance admisión	$\delta = 7^\circ$

Análogamente a cuanto antecede y para la carrera ascendente se tiene que

$$r = R(1 - \cos \alpha) - \frac{R^2}{2L} \operatorname{sen}^2 \alpha$$

de donde y por ser  $L = 5R$

$$r = R(1 - \cos \alpha) - 0.1R(1 - \cos^2 \alpha)$$

$$r = R - R \cos \alpha - 0.1R + 0.1R \cos^2 \alpha$$

Puesto que  $R = 439 \text{ mm.}$  y  $r = r_a = 362.6 \text{ mm.}$

$$362.6 = 439 - 439 \cos \alpha - 43.9 + 43.9 \cos^2 \alpha$$

$$43.9 \cos^2 \alpha - 439 \cos \alpha + 33.5 = 0$$

$$\cos \alpha = \frac{439 \pm \sqrt{439^2 - 4 \times 43'9 \times 32'5}}{2 \times 43'9}$$

$$\cos \alpha = 0'0746$$

$$\alpha = 85^\circ$$

Para la aplicación de las ecuaciones de los ángulos son ahora conocidos  $\alpha = 85^\circ$  y  $C = -34^\circ$ ; el tercer dato necesario lo tomaremos en  $\lambda = 75^\circ$  y entonces obtendremos:

calaje	$C = -34^\circ$
admisión	$\alpha = 85^\circ$
expansión	$\sigma = 75^\circ$
avance evacuación	$\gamma = 20^\circ$
evacuación	$\beta = 88^\circ$
compresión	$\lambda = 75^\circ$
avance admisión	$\delta = 17^\circ$

Respecto al espejo de la distribución y en lo que se refiere a la región alta poseemos los siguientes datos; volumen de admisión 85'75 litros, ángulo de admisión  $75^\circ$ , velocidad angular del eje 120 rev/min y como velocidad del vapor a través de las lumbreras tomamos como valor medio 50 m/seg; entonces la ecuación de continuidad

$$S V Z = \nu$$

en la que S es la sección de lumbreras, V la velocidad del vapor, Z el tiempo de admisión y  $\nu$  el volumen de vapor admitido, nos da

$$S = \frac{\nu}{V Z}$$

Esperando los valores numéricos citados en centímetros.



segundos resulta ser

$$S = \frac{85750}{5000 \times \frac{60 \times 75}{120 \times 360}} = 164 \text{ cm}^2$$

Tomando para el espejo de la distribución un diámetro de 25 cm, destinando sólo un 80% de la circunferencia para orificios y llamando  $h$  a la altura de éstos se tiene que

$$25\pi \times 0.8 \cdot h = 164$$

de donde  $h = 2.61 \text{ cm.}$

Sobre la figura 14 obtenemos sucesivamente

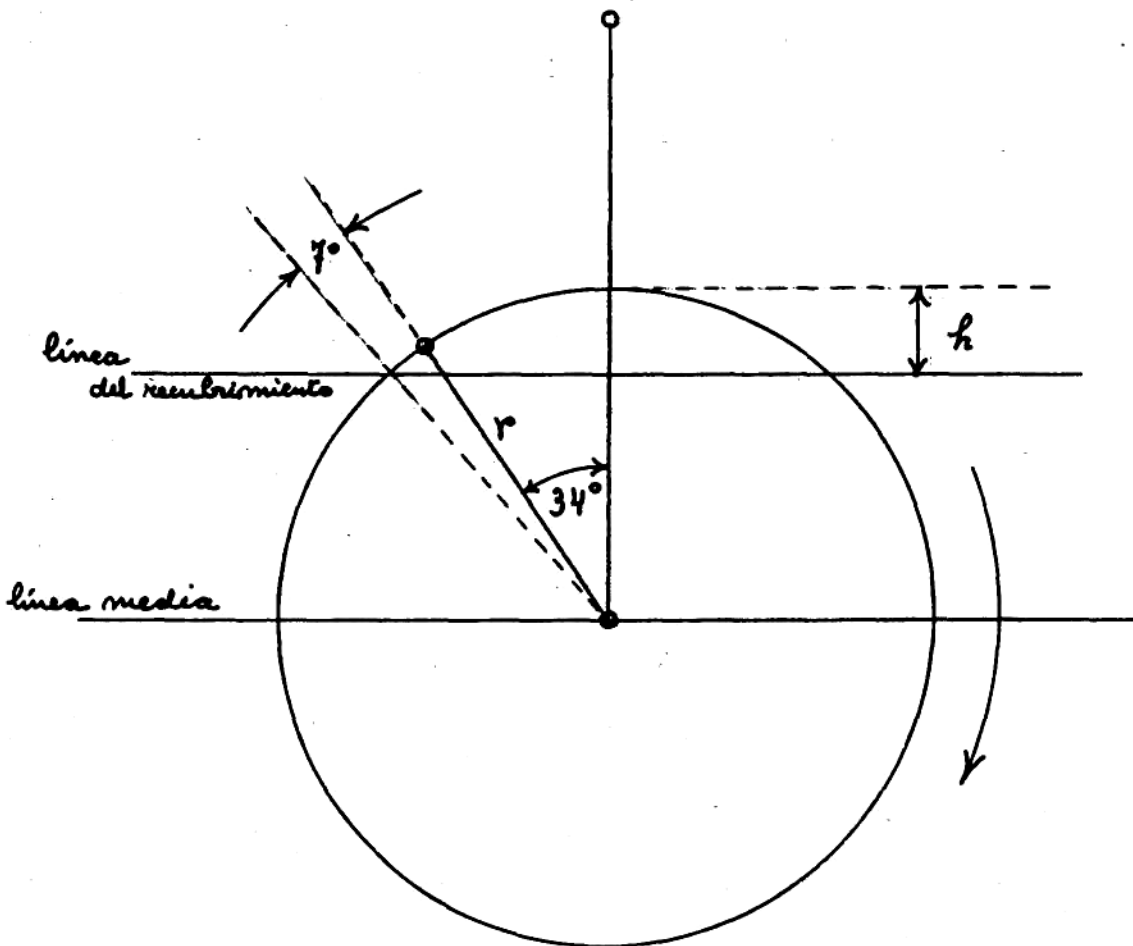


figura 14

$$h = r - r \cos 41^\circ$$

$$h = r(1 - \cos 41^\circ)$$

$$r = \frac{2'61}{0'2453} = 10' \dots$$

y tomamos  $r = 10 \text{ cm.}$

Para la región baja el volumen de admisión es de 82'79 litros y el ángulo de admisión de  $85^\circ$ ; entonces

$$S = \frac{82790}{5000 \times \frac{60 \times 75}{120 \times 360}} = 140 \text{ cm}^2$$

Debe ahora verificarse que como antes

$$25\pi \times 0'8 \cdot h = 140$$

de donde  $h = 2'22 \text{ cm.}$

de manera que combuyendo las dos filas de lumbrera con  $h = 2'61 \text{ cm.}$  se dotará de paso suficiente a las dos regiones.

En la figura 15 se representan, sobre la curva de regulación circular, los resultados obtenidos y que constituyen el grupo de datos geométricos suficientes para la construcción del eje y de la válvula de distribución.

Procede ahora establecer los mecanismos de cambio de marcha y regulación de potencia que elegimos del sistema Klug de suspensión inferior por causa tanto de su extrema sencillez como de sus buenas condiciones de funcionamiento; el esquema correspondiente es el de la figura 16 y en él O es la intersección del eje motor con el plano del dibujo, OR el cigüeñal motor, OF el cigüeñal ficticio de la excéntrica de distribución, FF la barra de excéntrica, AE la barra de suspensión y A el punto de suspensión o fulero; de F parte la barra de distribución que conecta con el vástago de la válvula.

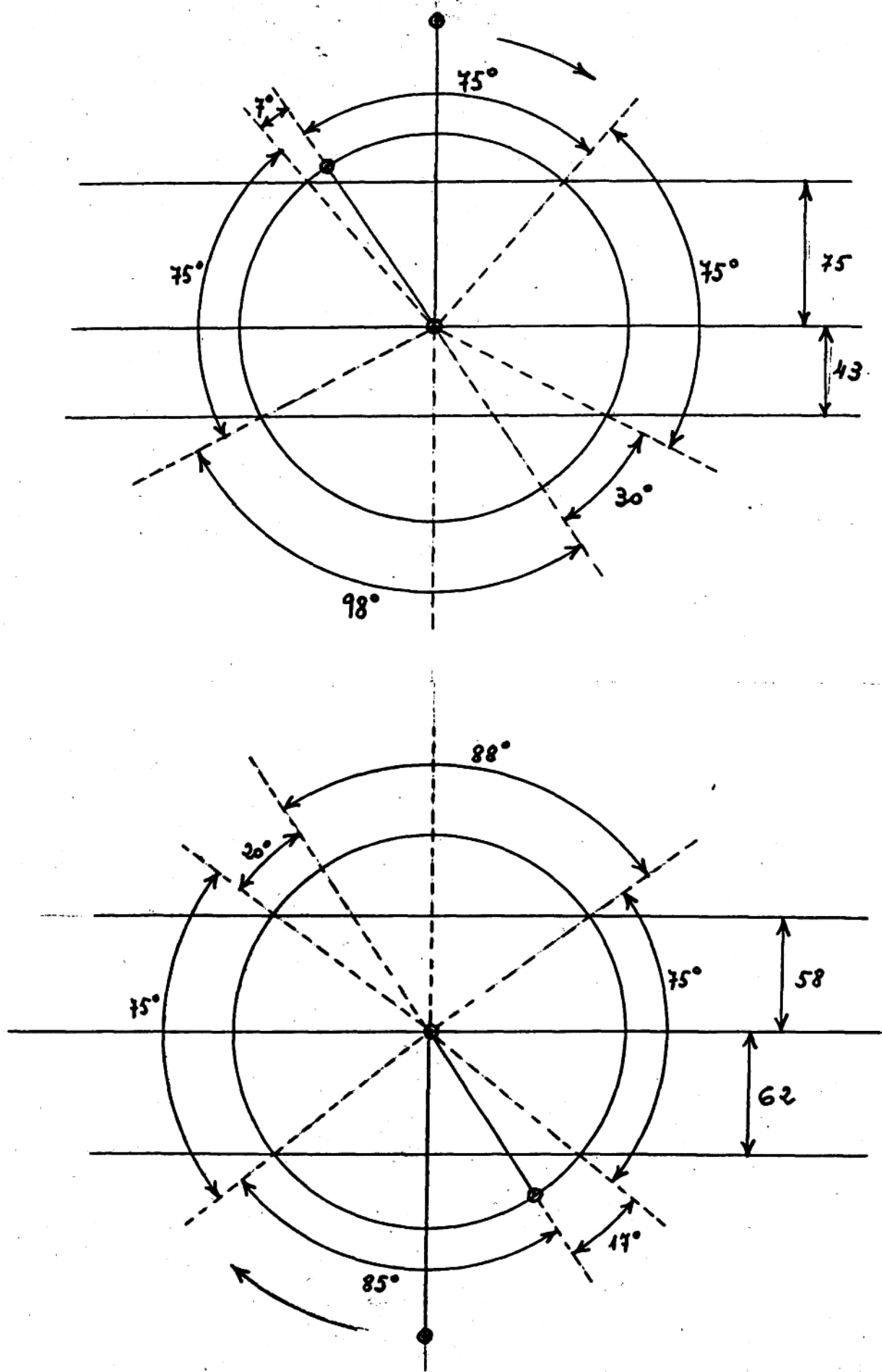


figura 15

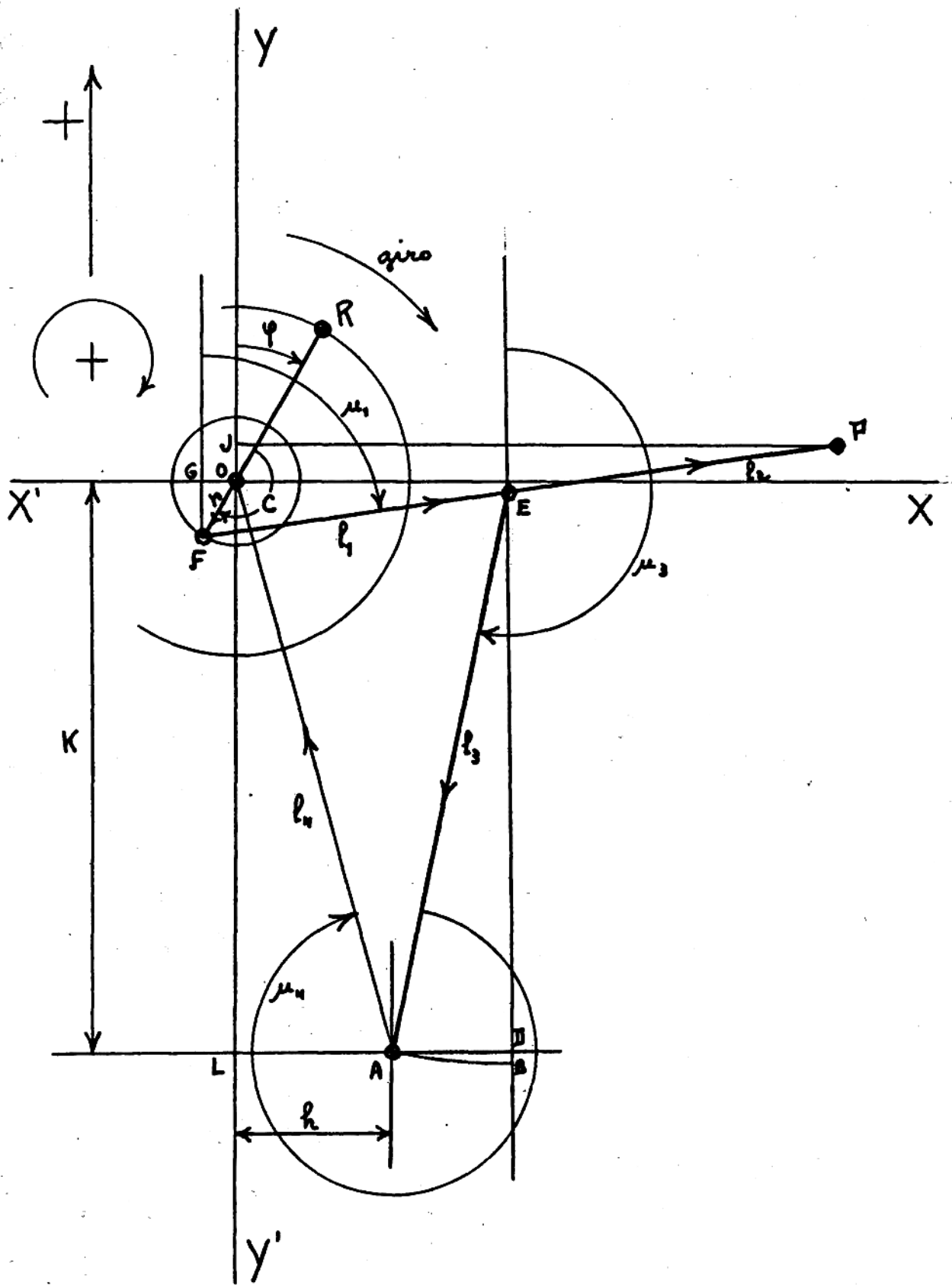


figura 16

En este caso el cigüeñal ficticio está calado con el cigüeñal motor a  $180^\circ$  con lo cual el sistema es apto para conducir una válvula de corredera admitiendo por las aristas interiores y las fórmulas que permiten calcular las dimensiones de sus órganos las establecemos a través del siguiente estudio analítico:

El ángulo  $\mu_3$  que la barra de suspensión forma con el eje de proyecciones, dado en radianes, vale

$$\mu_3 - \pi = \frac{AB}{l_3}$$

y puesto que  $\frac{AB}{l_3} \approx \frac{AII}{l_3}$

admitimos que  $\mu_3 - \pi = \frac{AII}{l_3}$

Por otra parte es

$$AII = II L - h$$

y siendo  $b$  la oblicuidad de la barra  $l_1$  respecto al eje  $XX'$

$$AII = (l_1 - b - r \cos GOF) - h$$

Pero como  $GOF = 270^\circ - (\varphi + C)$

$$AII = l_1 - b - r \cos[270^\circ - (\varphi + C)] - h$$

$$AII = l_1 - b + r \sin(\varphi + C) - h$$

y  $\mu_3 - \pi = \frac{l_1 - b + r \sin(\varphi + C) - h}{l_3}$

$$\mu_3 - \pi = \frac{(l_1 - h) + r \sin(\varphi + C)}{l_3} - \frac{b}{l_3}$$

pero dada la pequeñez de  $b$  y la longitud de  $l_3$ , el término que componen es despreciable y queda

$$\mu_3 - \pi = \frac{(l_1 - h) + r \sin(C + \varphi)}{l_3} \quad (16)$$

Proyectamos ahora la línea quebrada orientada OFP sobre el eje YY' y representando por y el segmento OJ obtenemos

$$y = r \cos(C + \varphi) + (l_1 + l_2) \cos \mu_1 \quad (17)$$

Proyectando también la línea quebrada orientada OFEA sobre el eje YY' resulta

$$r \cos(C + \varphi) + l_1 \cos \mu_1 + l_3 \cos \mu_3 + l_4 \cos \mu_4 = 0 \quad (18)$$

y como la proyección de  $l_4$ , o sea el producto  $l_4 \cos \mu_4$ , que es positivo, vale  $+K$ , se tiene que

$$r \cos(C + \varphi) + l_1 \cos \mu_1 + l_3 \cos \mu_3 + K = 0$$

De esta igualdad se deduce que

$$l_1 \cos \mu_1 = -K - r \cos(C + \varphi) - l_3 \cos \mu_3$$

$$\cos \mu_1 = -\frac{K}{l_1} - \frac{r}{l_1} \cos(C + \varphi) - \frac{l_3}{l_1} \cos \mu_3$$

valor que llevado a la ecuación (17) nos da

$$y = r \cos(C + \varphi) + (l_1 + l_2) \left[ -\frac{K}{l_1} - \frac{r}{l_1} \cos(C + \varphi) - \frac{l_3}{l_1} \cos \mu_3 \right]$$

$$y = r \cos(C + \varphi) - \frac{K(l_1 + l_2)}{l_1} - \frac{r(l_1 + l_2)}{l_1} \cos(C + \varphi) - \frac{l_3(l_1 + l_2)}{l_1} \cos \mu_3$$

$$y = -\left[ \frac{r(l_1 + l_2)}{l_1} - r \right] \cos(C + \varphi) - \frac{K(l_1 + l_2)}{l_1} - \frac{l_3(l_1 + l_2)}{l_1} \cos \mu_3$$

$$y = \left[ \frac{r(l_1 + l_2)}{l_1} - r \right] \cos(180^\circ + C + \varphi) - \frac{K(l_1 + l_2)}{l_1} - \frac{l_3(l_1 + l_2)}{l_1} \cos \mu_3 \quad (19)$$

Según el desarrollo en serie de la función coseno es

$$\cos(\mu_3 - \pi) = 1 - \frac{(\mu_3 - \pi)^2}{2!} + \frac{(\mu_3 - \pi)^4}{4!} - \dots$$

Tomando los dos primeros términos

$$\cos(\mu_3 - \pi) = 1 - \frac{(\mu_3 - \pi)^2}{2!}$$

y puesto que  $\cos(\mu_3 - \pi) = -\cos \mu_3$

$$-\cos \mu_3 = 1 - \frac{(\mu_3 - \pi)^2}{2!}$$

Introduciendo en esta igualdad el valor dado por la (16) es

$$-\cos \mu_3 = 1 - \left[ \frac{(l_1 - h) + r \operatorname{sen}(C + \varphi)}{l_3} \right]^2 \times \frac{1}{2}$$

$$-\cos \mu_3 = 1 - \frac{(l_1 - h)^2 + 2(l_1 - h)r \operatorname{sen}(C + \varphi) + r^2 \operatorname{sen}^2(C + \varphi)}{2l_3^2}$$

$$-\cos \mu_3 = 1 - \frac{(l_1 - h)^2}{2l_3^2} - \frac{(l_1 - h)r \operatorname{sen}(C + \varphi)}{l_3^2} - \frac{r^2 \operatorname{sen}^2(C + \varphi)}{2l_3^2}$$

Llevando este resultado a la ecuación (19) resulta

$$y = \left[ \frac{r(l_1 + l_2)}{l_1} - r \right] \cos(180^\circ + C + \varphi) - \frac{K(l_1 + l_2)}{l_1} +$$

$$+ \frac{l_3(l_1 + l_2)}{l_1} \left[ 1 - \frac{(l_1 - h)^2}{2l_3^2} - \frac{(l_1 - h)r \operatorname{sen}(C + \varphi)}{l_3^2} - \frac{r^2 \operatorname{sen}^2(C + \varphi)}{2l_3^2} \right]$$

$$y = \left[ \frac{r(l_1 + l_2)}{l_1} - r \right] \cos(180^\circ + C + \varphi) - \frac{K(l_1 + l_2)}{l_1} + \frac{l_3(l_1 + l_2)}{l_1} -$$

$$- \frac{(l_1 + l_2)(l_1 - h)^2}{2l_1 l_3} - \frac{(l_1 + l_2)(l_1 - h)r \operatorname{sen}(C + \varphi)}{l_1 l_3} - \frac{(l_1 + l_2)r^2 \operatorname{sen}^2(C + \varphi)}{2l_1 l_3}$$

Puesto que el último término de esta expresión varía, por causa del seno, entre 0 y  $\frac{(l_1 + l_2)r^2}{2l_1 l_3}$  lo sustituimos por