CAPÍTULO II

MODELOS DE RUIDO DE FETS Y SU EXTRACCIÓN MEDIANTE LA TÉCNICA F₅₀

II.1. INTRODUCCIÓN

Para medir los parámetros de ruido de transistores de efecto de campo a frecuencias de microondas y milimétricas, se pueden emplear técnicas de *tuner*, que suelen ser costosas debido al uso de los sintonizadores, [1]-[4]. Además, el consumo de tiempo es alto dado que se debe medir el factor de ruido para un mínimo de cuatro diferentes coeficientes de reflexión a la entrada del dispositivo bajo prueba (DUT); en la literatura se recomiendan por lo menos siete puntos, para cada punto de frecuencia y polarización, [1],[5]. Además, dichos estados del coeficiente de reflexión pueden provocar la oscilación del DUT.

Un método alternativo, es el uso de técnicas de medida con fuente adaptada, de ahí su nombre de técnicas F_{50} , [6]-[9]. Éstas requieren la medida del factor de ruido para un único coeficiente de reflexión a la entrada del DUT, en diferentes puntos de frecuencia. Con el factor de ruido medido y el conocimiento de un modelo de ruido del DUT se obtiene la matriz de correlación que define el comportamiento de ruido total del dispositivo. Los parámetros de ruido se calculan a través de esta matriz de correlación. Estas técnicas son menos costosas ya que no requieren el uso de sintetizadores (*tuners*) y el tiempo de medida se reduce considerablemente.

Para obtener la matriz de correlación total de ruido, se emplean modelos de ruido de la parte activa del transistor o transistor intrínseco. Estos modelos de ruido consideran dos fuentes de ruido, una debida a la puerta y otra al drenador, que pueden presentarse en diferentes configuraciones: admitancia, híbrida o de temperaturas. Las fuentes de ruido generalmente se ordenan en una matriz conocida como matriz de correlación, [10]. Dicha matriz se aplica a FETs como se describe más adelante y también a HBTs como se indica en el Capítulo VI.

Considerando que únicamente se tienen el factor de ruido medido para un coeficiente de reflexión de entrada al DUT, algunos autores asumen no-correlación entre las fuentes de ruido intrínsecas y que la fuente de ruido de puerta es proporcional a la temperatura ambiente, teniendo de esta manera sólo una incógnita a determinar, [6],[7]. En la técnica F_{50} , presentada previamente a este trabajo de tesis, [11], se considera un modelo de ruido general del transistor intrínseco, en donde se asume que existe correlación entre las fuentes de ruido y no se fija

ninguna fuente de ruido a un valor predeterminado. Para estimar todos los elementos de la matriz de correlación intrínseca, se considera la redundancia en frecuencia de los factores de ruido medidos. Por otra parte, para obtener un modelo de ruido, se debe conocer previamente el modelo en pequeña señal del transistor.

En el siguiente apartado se describe brevemente la extracción del circuito equivalente en pequeña señal de transistores de efecto de campo. Posteriormente se presentan y describen las principales características de los modelos de ruido del transistor intrínseco presentados en la literatura. Finalmente, se resume el procedimiento para extraer los parámetros de ruido aplicando la técnica F_{50} .

II.2. MODELO EN PEQUEÑA SEÑAL DE TRANSISTORES DE EFECTO DE CAMPO

Los modelos de pequeña señal o lineales de transistores MESFET y HEMT, se clasifican principalmente en dos tipos: modelado físico y modelado empírico. El modelo físico predice la respuesta del transistor en pequeña señal empleando sus parámetros físicos y estructurales, así como el desarrollo de análisis de electrónica cuántica que emplea leyes físicas. Este tipo de modelado es complejo y requiere gran cantidad de información del proceso de fabricación del transistor, a la que no siempre se tiene acceso.

En el modelo empírico se emplean técnicas basadas en la obtención de un circuito eléctrico equivalente a partir de medidas de parámetros S y en continua. Estas técnicas son sencillas de implementarse en programas comerciales de diseño asistido por computadora (CAD), y no implican el conocimiento de las características físicas del dispositivo, pero sí se tiene en cuenta su estructura física para proponer el modelo. En este sentido, se han propuesto modelos con 7 y 8 elementos [12], pero estos sólo consiguen ajustarse a las medidas si éstas no tienen errores o son mínimos. Otros modelos que se han propuesto son de 13 elementos (15 incluyendo las capacidades de PAD) [13],[14],[15],[16], que predicen adecuadamente el comportamiento del transistor en pequeña señal a frecuencias de unas cuantas decenas de GHz, ajustándose correctamente a las medidas y son robustos a errores que existan en ellas [12]. Estos modelos son los más utilizados tanto en la literatura como en programas de CAD.

Así, como antecedente al desarrollo del presente trabajo de Tesis, se considera un circuito de 15 elementos, incluidas las capacidades de PAD, para modelar el comportamiento en pequeña señal del FET, [12],[17]. Para extraer los elementos del circuito equivalente se utiliza un método basado en medida de parámetros S, que de acuerdo a resultados presentados previamente, [11], es un procedimiento dinámico que permite determinar el circuito equivalente sin necesidad de utilizar dispositivos adicionales, ni aplicar un gran número de configuraciones de medida.

La Figura II.1 muestra el circuito equivalente del FET, donde sus elementos se clasifican en extrínsecos e intrínsecos. Los elementos extrínsecos (resistencia parásitas de puerta, R_g , drenador, R_d , y fuente, R_s ; inductancias de puerta, L_g , drenador, L_d , y fuente, L_s ; y capacidades de *PAD* de puerta, C_{pg} , y drenador, C_{pd}) son independientes de la polarización y modelan los efectos parásitos del dispositivo debidos a la región de vaciamiento del FET, al encapsulado, alambres de contacto (*bond wires*) o en el caso de dispositivos en oblea, a los *PADs* de contacto y vías-hole. Los elementos intrínsecos (resistencia puerta-drenador, R_i , capacidad puerta-fuente, C_{gs} , y puerta-drenador, C_{gd} , resistencia drenador-fuente R_{ds} , capacidad drenador-fuente, C_{ds} , y transconductancia, $g_m=g_{m0}e^{-j\omega\tau}$) dependen del punto de polarización y modelan los efectos de la región del canal del transistor.

Para obtener el circuito equivalente primero se calculan los elementos extrínsecos o parásitos, posteriormente se restan al circuito equivalente total, es decir se hace un *de*-*embeding* hasta el plano del circuito intrínseco. En este plano se obtienen las expresiones de

admitancia a partir de las cuales, tomando como datos las medidas desplazadas, se calculan los valores de los elementos intrínsecos.



Figura II.1 Circuito eléctrico equivalente del FET

II.2.1. ELEMENTOS PARÁSITOS

Los elementos parásitos o extrínsecos se obtienen a partir de medidas de parámetros S del transistor polarizado como *cold-FET* (con $V_{ds}=0$ V). Bajo estas condiciones de polarización la fuente de corriente es cero, despreciándose los efectos de los elementos intrínsecos. Los valores de los elementos parásitos se calculan a partir de las expresiones de admitancia o impedancia del circuito equivalente correspondiente a las condiciones de polarización aplicada.

Así, las capacidades parásitas, se calculan de medidas de parámetros S del transistor polarizado en *pinch-off*, $V_{ds}=0$ V y $V_{gs} < V_p \approx -4$ V. La Figura II.2 muestra el circuito equivalente del FET bajo estas condiciones de polarización.



Figura II.2 Circuito equivalente del FET polarizado en pinch-off

A baja frecuencia pueden despreciarse los efectos de las inductancias y resistencias y el circuito puede aproximarse a un modelo π puramente capacitivo donde la parte imaginaria de los parámetros admitancia, Y, es:

$$Im(Y_{11}) = \omega(C_{pg} + 2C_b)$$

$$Im(Y_{12}) = Im(Y_{12}) = -\omega C_b$$

$$Im(Y_{22}) = \omega(C_{pd} + C_{ds} + C_b)$$
(II.1)

 C_b es la capacidad de *fringing* que modela la capacidad debida a la región de agotamiento en la región del canal. De la parte imaginaria de Y₁₁ e Y₁₂ se pueden calcular C_{pg} y C_b . Calcular C_{pd} es un poco más complicado porque su efecto se encuentra combinado con la capacidad C_{ds} , que es función de la polarización. Para distinguir el efecto de C_{ds} en C_{pd} , en *[18]* Stiebler modela la región bajo la puerta del FET como una línea de transmisión capacitiva. Entonces, C_{pd} se obtiene mediante una regresión lineal que minimiza la expresión de la longitud de la zona de agotamiento en función de la capacidad equivalente de la línea de transmisión bajo la puerta y de la tensión aplicada.

Las inductancias parásitas se calculan de medidas de parámetros S del transistor polarizado como *cold-FET* en directa, $V_{ds}=0$ V y $V_{gs}>V_{bi}\approx0.8$ V. En este caso se consideran las expresiones de impedancia, Z, en un plano interno, después de restar las capacidades parásitas, Figura II.3.



Figura II.3 Transistor polarizado en directa, con $V_{ds}=0$ V

Para corrientes de puerta altas, la impedancia del transistor intrínseco, Z^{int}, se considera predominantemente resistiva [13]-[16],[19]-[20], por lo tanto la parte imaginaria de Z tiene un comportamiento básicamente inductivo, en donde las inductancias parásitas se pueden calcular de la parte imaginaria de la impedancia equivalente, Z:

$$Im(Z_{11}) \approx \omega(L_g + L_s)$$

$$Im(Z_{12}) \approx Im(Z_{12}) = \omega L_s$$

$$Im(Z_{22}) \approx \omega(L_d + L_s)$$
(II.2)

Para extraer las resistencias de acceso, R_g , $R_d y R_s$, también se emplean medidas de parámetros S del transistor polarizado en directa, $V_{ds}=0$ V y $V_{gs}>V_{bi}$. El circuito equivalente del FET es el mismo que se utiliza para calcular las inductancias parásitas, mostrado en la Figura II.3. La parte real de los parámetros Z en el plano interno, una vez que se han restado las capacidades parásitas ($C_{pd} y C_{gd}$), es igual a:

$$\operatorname{Re}(Z_{11}) \approx R_g + R_s + \frac{nV_T}{I_g} + \alpha_g R_{ch}$$

$$\operatorname{Re}(Z_{12}) = \operatorname{Re}(Z_{21}) \approx R_s + \alpha R_{ch}$$

$$\operatorname{Re}(Z_{22}) \approx R_d + R_s + 2\alpha R_{ch}$$

(II.3)

donde, n es el factor de idealidad, $V_T = kT_0/q$ es el voltaje de trabajo (=0.025 V), k es la constante de Bolzmann (=1.38x10⁻²³ J/K), T₀ es la temperatura estándar, (=290 K), q es la carga del electrón (=1.602x10⁻¹⁹ C), I_g es la corriente DC de puerta y R_{ch} es la resistencia del

canal. Los factores α_g y α se consideran iguales a 1/3 y un 1/2 respectivamente para bajos valores de corriente I_g [21]-[22], como se muestra en la Figura II.4, en donde se presentan las curvas de los factores α_g y α en función de la corriente normalizada $i=I_g \cdot R_{ch}/nV_T$, utilizando la configuración de drenador flotante, [21]-[22], y drenador a masa, [11], Figura II.5.



Figura II.4 Funciones $\alpha y \alpha_g$ para la configuración drenador conectado a masa (- - y __) y con drenador en circuito abierto o flotante (-x- y -o-) en función de la corriente normalizada i, con $I_T = nV_T/R_{ch}$



Figura II.5 Diagrama esquemático del FET con a) Drenador flotante, y b) drenador y fuente a masa

En la expresión (II.3) se observa que $\text{Re}(Z_{11})$ es inversamente proporcional a la corriente de puerta I_g. Representando gráficamente $\text{Re}(Z_{11})$ en función de $1/\text{I}_g$, Figura II.6, se puede estimar b=R_g+R_s+ α_g R_{ch}, como el punto de cruce por la ordenada y de la pendiente de la recta se puede calcular el factor de idealidad n.



Figura II.6 Parte real de Z_{11} , cuando el drenador está a masa, en función de $1/I_g$

Si se considera despreciable el efecto de la resistencia de canal, R_{ch} , las resistencias parásitas R_s , R_d y R_g se pueden calcular utilizando las siguientes expresiones [19]:

$$R_{s} = \operatorname{Re}(Z_{12})$$

$$R_{d} = \operatorname{Re}(Z_{22}) - \operatorname{Re}(Z_{12})$$

$$R_{g} = b - \operatorname{Re}(Z_{12})$$
(II.4)

Alternativamente, en [11] Lázaro describe un procedimiento para extraer las resistencias de acceso sin despreciar la resistencia de canal, R_{ch} , apoyándose para esto en las curvas de los factores $\alpha_g y \alpha$, con drenador a masa, que es la configuración aplicada en este caso.

El procedimiento está inspirado en el artículo presentado por Anholt [20]. Primero se estiman las resistencias R_s y R_{ch} utilizando un algoritmo de optimización, en donde la cota de error se fija comparando los valores medidos y estimados de la parte real de Z_{12} . Una vez conocidas R_s y R_{ch} se calculan R_d y R_g .

II.2.2. Elementos intrínsecos

Los elementos intrínsecos se calculan, en cada punto polarización, a partir de medidas de los parámetros S del transistor polarizado en régimen activo, con $V_{ds} \neq 0$ V. Para identificar el circuito intrínseco se hace un desensamblado (o *de-embedding*) del FET desde el plano externo al plano intrínseco, haciendo transformaciones sucesivas, a partir de los parámetros S medidos, a admitancia o impedancia y restando los elementos extrínsecos o parásitos, como se muestra en la Figura II.7.

Dada la configuración tipo π del circuito intrínseco, los elementos del circuito equivalente se calculan utilizando expresiones de admitancia, **Y**^{int} que están definidas como [23]:

$$Y_{11}^{\text{int}} = \frac{j\omega C_{gs}}{1 + j\omega C_{gs}R_{i}} + j\omega C_{gd}$$

$$Y_{12}^{\text{int}} = -j\omega C_{gd}$$

$$Y_{21}^{\text{int}} = \frac{g_{m0}e^{-j\omega\tau}}{1 + j\omega C_{gs}R_{i}} - j\omega C_{gd}$$

$$Y_{22}^{\text{int}} = \frac{1}{R_{ds}} + j\omega (C_{ds} + C_{gd})$$
(II.5)

Despejando de (II.5) se tienen las siguientes expresiones de los elementos intrínsecos, [14],[16]:

$$C_{gd} = -\frac{\mathrm{Im}(Y_{12}^{\mathrm{int}})}{\omega} \tag{II.6}$$

$$C_{gs} = \frac{(1+d^2)}{\omega} \operatorname{Im}(Y_{11}^{int} + Y_{12}^{int})$$
(II.7)

$$R_{i} = \frac{d^{2}}{\left(1 + d^{2}\right) \cdot \left(\operatorname{Re}\left(Y_{11}^{\operatorname{int}} + Y_{12}^{\operatorname{int}}\right)\right)}$$
(II.8)

$$g_{m0} = \sqrt{\mathrm{Im}(c)^2 + \mathrm{Re}(c)^2}$$
(II.9)

$$\tau = -\frac{1}{\omega} \tan^{-1} \left(\frac{\operatorname{Im}(c)}{\operatorname{Re}(c)} \right)$$
(II.10)

$$C_{ds} = \frac{\operatorname{Im}(Y_{22}^{\operatorname{int}}) + \operatorname{Im}(Y_{12}^{\operatorname{int}})}{\omega}$$
(II.11)

$$R_{ds} = \frac{1}{\operatorname{Re}\left(Y_{22}^{\operatorname{int}} + Y_{12}^{\operatorname{int}}\right)} \tag{II.12}$$

donde:

$$d = \omega C_{gs} R_{i} = \frac{\text{Re}\left(Y_{11}^{\text{int}} + Y_{12}^{\text{int}}\right)}{\text{Im}\left(Y_{11}^{\text{int}} + Y_{12}^{\text{int}}\right)}$$
(II.13)
$$c = g_{m0} e^{-j\omega\tau} = \left(Y_{21}^{\text{int}} - Y_{12}^{\text{int}}\right) \cdot \left(1 + j \cdot d\right)$$

Finalmente se hace un ajuste fino de los elementos intrínsecos mediante un algoritmo de optimización, tomando como valores iniciales los resultados de las expresiones (II.6)-(II.13).



Figura II.7 Desensamblado del FET, para obtener la matriz de admitancias del circuito intrínseco

II.2.3. EXTRACCIÓN DE LOS ELEMENTOS DEL CIRCUITO EQUIVALENTE, RESULTADOS EXPERIMENTALES

Se ha extraído el circuito equivalente de dos FETs, un PHEMT ED02AH de Philips (ahora OMMIC) de 0.2 μ m de longitud de puerta y ancho de 4x15 μ m y de un HEMT FhG-IAF, con longitud de puerta de 0.3 μ m y ancho de 2x50 μ m. Para abreviar al PHEMT se le asignará el acrónimo de *tsc4x15* y al HEMT el de *x350*.



Figura II.8 Parámetros S medidos y estimados utilizando valores iniciales de los elementos intrínsecos (expresiones (II.6)-(II.13)) y optimizados de: (a) un PHEMT tsc4x15 con V_{ds} =1.5 V, I_{ds} =9.12 mA, (b) y un HEMT x350 con V_{ds} =1.5 V, I_{ds} =21.4 mA

En la Figura II.8(a)-(b) se comparan los parámetros S medidos de los transistores *tsc4x15* y *x350*, respectivamente, con los estimados aplicando el circuito equivalente propuesto. Se observa que cuando se utilizan los elementos intrínsecos, calculados directamente de las expresiones (II.6)-(II.13), señalados como valores iniciales, los parámetros S estimados coinciden con los medidos en prácticamente en toda la banda de frecuencia, con excepción de S_{21} que presenta mayores diferencias, a frecuencias mayores de 10 GHz, no obstante éstas son menores al 3%, en ambos transistores.

Tales diferencias se atribuyen a posibles errores en la extracción de los elementos parásitos, que tienen mayor influencia a altas frecuencias, aunado a la degradación y errores en la calibración del analizador de redes. La diferencia entre los parámetros S medidos y estimados puede reducirse si se hace un ajuste final de los elementos intrínsecos mediante un algoritmo de optimización, con el posible inconveniente de obtener valores sin sentido físico, que se puede evitar si se ajustan adecuadamente los límites de optimización.

En la Figura II.8 también se comparan los parámetros S estimados empleando los valores optimizados de los elementos intrínsecos. En la Tabla II.1, se listan los resultados de los elementos intrínsecos iniciales y optimizados, y el error cuadrático medio total entre los parámetros S medidos y estimados, de ambos transistores. Los resultados de tsc4x15 se muestran en la Figura II.8(a). En ésta se puede observar que cuando se optimizan los elementos intrínsecos, los parámetros S estimados se ajustan mejor a las medidas, particularmente S₂₁, mientras que en el resto de elementos no se aprecian cambios importantes. Por otra parte, el elemento que presenta mayor error es S₁₂, sin embargo, éste es menor al 2.5%. Con los valores finales de los elementos intrínsecos se obtiene un error cuadrático medio total menor al 1.5%. La Figura II.8(b) muestra los resultados de x350, se puede observar que al aplicar la optimización no hay cambios importantes, esto se debe a que con los valores iniciales los parámetros S estimados coinciden muy bien con los parámetros S medidos y al aplicar la optimización sólo se hace un ajuste un poco más fino. En este caso también se observa que S₁₂ es el parámetro estimado que presenta mayores diferencias respecto a las medidas, sin embargo el error en este caso es menor al 1.5%. El error cuadrático medio total que se obtiene entre los parámetros S medidos y estimados es menor al 1%.

	tsc4x15		x350	
Punto de polarización	V_{ds} =1.5 V, I_{ds} =9.12 mA		$V_{ds} = 1.5 \text{ V}, I_{ds} = 21.4 \text{ mA}$	
Elementos parásitos				
C_{pg} (fF)	32.29		3.98	
C_{pd} (fF)	0.20		9.43	
L _g (pH)	38.11		32.36	
L _d (pH)	41.94		19.31	
L _s (pH)	-5.67		2.12	
$R_{g}(\Omega)$	8.29		5.71	
$R_{d}(\Omega)$	11.14		5.13	
$R_{s}(\Omega)$	10.85		5.21	
Elementos intrínsecos	Valores	Valores	Valores	Valores
	iniciales	optimizados	iniciales	optimizados
C_{gd} (fF)	12.36	12.67	26.02	25.43
C_{gs} (fF)	51.08	48.77	138.00	139.60
$R_{i}(\Omega)$	7.62	0.01	0.49	0.01
g_{m0}	0.04	0.04	0.05	0.05
τ (ps)	0.43	0.27	0.83	0.72
$R_{ds}(\Omega)$	361.20	381.80	494.3	411.9
C_{ds} (fF)	51.42	45.85	26.83	23.65
Error cuadrático medio (%)	2.12	1.11	0.67	0.53

Tabla II.1 Elementos de circuito equivalente de un PHEMT tsc4x15 y un HEMT x350

II.3. MODELOS CIRCUITALES DE RUIDO DE TRANSISTORES DE EFECTO DE CAMPO

En los transistores de efecto se campo se tienen principalmente dos contribuciones de ruido: ruido térmico generado por los elementos parásitos, que es función de la parte real de su impedancia o admitancia y de su temperatura física; y el ruido que se atribuye a la parte intrínseca o activa del transistor, generado a lo largo del canal debido a fluctuaciones en la velocidad de los portadores. El comportamiento de ruido del transistor intrínseco puede ser caracterizado mediante un bipuerto libre de ruido con dos fuentes de ruido asociadas a él, una debida a la puerta y otra al drenador, [24]. Estas fuentes son ordenadas en una matriz conocida como matriz de correlación [10],[25].

En literatura se han presentado diversos modelos de ruido de la parte activa o intrínseca de los transistores. Uno de los primeros modelos es el presentado por Van Der Ziel [26]-[27], quien considera que el origen del ruido de transistor intrínseco es térmico y que puede ser representado por dos fuentes de corriente de ruido, una debida al drenador y otro a la puerta, ambas fuentes parcialmente correladas. Posteriormente, Pucel presentó un modelo que divide el canal bajo la puerta en dos regiones: en la primera considera que se tiene un comportamiento ohmico y el ruido generado por ésta es térmico y en la segunda región, considera que se tiene un ruido de difusión debido a fluctuaciones en la velocidad de saturación de los portadores, donde este último es dominante respecto al térmico [17]. En la representación del circuito equivalente del FET se asocian dos fuentes de corriente de ruido, una debida a la puerta y otra al drenador, y el factor de correlación es puramente imaginario, [28]-[29]. Pucel, en un trabajo publicado posteriormente, considera una topología híbrida, en donde las fuentes intrínsecas son representadas: por una fuente de corriente de ruido debida al drenador y una fuente de tensión de ruido debida a la puerta [30]. El análisis teórico de esta topología ha sido desarrollado posteriormente por Danneville [31], quien concluye que el comportamiento de las fuentes de ruido es básicamente independiente de la frecuencia y su factor de correlación es muy pequeño pero no igual a cero. Otro modelo es el presentado por Pospieszalski, también conocido como modelo de temperaturas, que emplea la topología híbrida, en éste se describe el comportamiento de ruido en función de temperaturas de ruido: una debida a la puerta y otra al drenador, no correladas e independientes de la frecuencia [32].

En este apartado se indican las principales características de los modelos de admitancia, híbrido y Pospieszalski o temperaturas. En importante comentar que para obtener los modelos circuitales de ruido del transistor intrínseco, previamente se hace un desensamblado, descontando el efecto de los elementos parásitos.

II.3.1. MODELO DE ADMITANCIA

En el modelo de ruido de admitancia se consideran dos fuentes de corriente de ruido para modelar el ruido generado en la región intrínseca, una asociada a la puerta, i_g , y otra asociada al drenador, i_d . El circuito equivalente para esta configuración se muestra en la Figura II.9, [17],[26],[31], donde se desprecia la capacidad C_{gd}, y su matriz de correlación es:

$$C_{Y} = \begin{bmatrix} \overline{i_{g}^{2}} & \overline{i_{g}} \overline{i_{d}^{*}} \\ \overline{i_{g}^{*}} \overline{i_{d}} & \overline{i_{d}^{2}} \end{bmatrix}$$
(II.14)



Figura II.9 Modelo de ruido del FET intrínseco en configuración de admitancia, con dos fuentes de corriente de ruido: una debida a la puerta y otra al drenador

Los términos $\overline{i_g^2}$ e $\overline{i_d^2}$ son las densidades espectrales de las fuentes de corriente de ruido puerta y drenador respectivamente e $\overline{i_g i_d^*}$ es la correlación entre ambas fuentes de ruido. $\overline{i_g^2}$, $\overline{i_d^2}$ y $\overline{i_g i_d^*}$ se expresan como, [17],[27],[29],[33]:

$$\overline{g_g^2} = 4kT_0\Delta f\left(\omega C_{gs}\right)^2 \frac{R}{g_m}$$
(II.15)

$$i_d^2 = 4kT_0g_mP\Delta f \tag{II.16}$$

$$\dot{u}_{g}\dot{u}_{d}^{*} = \rho\sqrt{RP} 4kT_{0}\Delta f \,\omega C_{gs} \tag{II.17}$$

donde Δf es el ancho de banda de integración de la densidad espectral de ruido, R, P y ρ son factores adimensionales que dependen de las condiciones de polarización y de los parámetros del dispositivo.

El factor de correlación, ρ , que expresa la relación entre la correlación de las fuentes y sus densidades propias, es un número complejo; sin embargo, se ha encontrado que bajo condiciones de polarización para mínimo ruido es puramente imaginario, [17],[29]:

$$\rho = \frac{\overline{i_g i_d^*}}{\sqrt{\overline{i_g^2 \cdot \overline{i_d^2}}}} = jC \tag{II.18}$$

Mientras que los factores R y P pueden tomar valores entre 0.1 y 1.0 y entre 1 y 3, respectivamente, [31],[34], en función de la temperatura electrónica del dispositivo, [17], y de los elementos del circuito equivalente intrínseco.

De las expresiones (II.15)-(II.18) se pueden observar las siguientes características del comportamiento de las fuentes de ruido en el modelo de admitancia, [17],[28]-[29],[31]:

- La densidad espectral de ruido debida a la puerta evoluciona cuadráticamente con la frecuencia
- La densidad espectral de ruido debida al drenador es básicamente independiente de la frecuencia
- El factor de correlación es puramente imaginario.

II.3.2. MODELO HÍBRIDO

En esta topología se considera una fuente de tensión de ruido entre puerta-fuente, e_{gs} , y una fuente de corriente de ruido entre drenador-fuente, i_{ds} , [30],[32]. Al igual que en el caso anterior, se desprecia la capacidad C_{gd}. En la Figura II.10 se muestra el circuito equivalente para este modelo.



Figura II.10 Circuito equivalente del FET intrínseco, con una fuente de tensión de ruido de puerta y fuente de corriente de ruido de drenador

Aplicando las expresiones de corriente en función de la tensión al bipuerto de la Figura II.10, se obtienen las siguientes relaciones de las fuentes equivalentes de corriente de ruido, i_g e i_d , en función de e_{gs} e i_{ds} , [11],[30]:

$$i_g = Y_{11}^{\text{int}_gd} e_{gs}$$

$$i_d = Y_{21}^{\text{int}_gd} e_{gs} + i_{ds}$$
(II.19)

donde $Y_{11}^{int_gd}$ e $Y_{21}^{int_gd}$ son elementos de la matriz de admitancia intrínseca sin considerar la capacidad C_{gd} :

$$\mathbf{Y}^{\text{int}_gd} = \mathbf{Y}^{\text{int}} - \mathbf{Y}^{\text{gd}} \tag{II.20}$$

$$\mathbf{Y}^{\mathbf{gd}} = j\omega \begin{bmatrix} C_{gd} & -C_{gd} \\ -C_{gd} & C_{gd} \end{bmatrix}$$
(II.21)

mientras que \mathbf{Y}^{int} ha sido definida en (II.5). Así, de (II.19) se define la matriz de paso de la configuración híbrida (tensión-corriente) a la representación en admitancia como:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} Y_{11}^{\mathrm{int}_gd} & \mathbf{0} \\ Y_{21}^{\mathrm{int}_gd} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$
(II.22)

Aplicando (II.19) se pueden expresar los elementos de la matriz de correlación de la configuración híbrida, e_{gs} - i_{ds} , en función de la configuración de admitancia, i_g - i_d :

$$\overline{e_{gs}^{2}} = \frac{\overline{i_{g}^{2}}}{\left|Y_{11}^{\text{int}-gd}\right|^{2}}$$
(II.23)

$$\overline{i_{ds}^{2}} = \overline{i_{d}^{2}} + \frac{\left|Y_{21}^{\text{int}_gd}\right|^{2}}{\left|Y_{11}^{\text{int}_gd}\right|^{2}} \overline{i_{g}^{2}} - 2 \operatorname{Re}\left(\frac{Y_{21}^{\text{int}_gd}}{Y_{11}^{\text{int}_gd}} \overline{i_{g}} \overline{i_{d}^{*}}\right)$$
(II.24)

$$\overline{e_{gs}i_{ds}^{*}} = \frac{\overline{i_{g}i_{d}^{*}}}{Y_{11}^{\text{int}_gd}} - \frac{Y_{21}^{\text{int}_gd}^{*}}{\left|Y_{11}^{\text{int}_gd}\right|^{2}}\overline{i_{g}^{2}}$$
(II.25)

Sustituyendo (II.15) y (II.16) en (II.23), (II.24) y (II.25), tenemos:

$$\overline{e_{gs}^2} \approx 4kT_0 \Delta f \frac{R}{g_m}$$
(II.26)

$$\overline{i_{ds}^2} \approx 4kT_0g_m\Delta f\left(P+R\right) \tag{II.27}$$

$$\overline{e_{gs}i_{ds}^*} \approx 0 \tag{II.28}$$

En las expresiones (II.26)-(II.28) se pueden observar las siguientes características:

- Las densidades espectrales de tensión de ruido de puerta y de corriente de ruido de drenador son independientes de la frecuencia
- La correlación entre las fuentes de ruido de tensión y corriente es aproximadamente cero.

II.3.3. MODELO DE POSPIESZALSKI O DE TEMPERATURAS

El modelo de Pospieszalski [32] se desarrolla a partir de la configuración híbrida para representar las fuentes de ruido, e_{gs} - i_{ds} ; el circuito equivalente se muestra en la Figura II.10. En este caso, las densidades espectrales de tensión y corriente se expresan en función de dos temperaturas equivalentes de ruido, $T_g y T_d$, y además se considera que las fuentes de ruido no están correladas:

$$\overline{e_{gs}^2} = 4kT_g R_i \Delta f \tag{II.29}$$

$$\overline{i_{ds}^2} = 4kT_d \frac{1}{R_{ds}}\Delta f \tag{II.30}$$

$$\overline{e_{gs}i_{ds}^*} = 0 \tag{II.31}$$

Las expresiones del modelo de admitancia se definen en función de Tg y Td como:

$$G_{1} = \frac{\overline{i_{g}^{2}}}{4kT_{0}\Delta f} = \frac{T_{g}}{T_{0}} \frac{R_{i} \left(\omega C_{gs}\right)^{2}}{1 + \omega^{2} C_{gs}^{2} R_{i}^{2}}$$
(II.32)

$$G_{2} = \frac{\overline{i_{d}^{2}}}{4kT_{0}\Delta f} = \frac{T_{g}}{T_{0}} \frac{g_{m}^{2}R_{i}}{1 + \omega^{2}C_{gs}^{2}R_{i}^{2}} + \frac{T_{d}}{T_{0}} \frac{1}{R_{ds}}$$
(II.33)

$$cor_{c} = \frac{i_{g}i_{d}^{*}}{4kT_{0}\Delta f} = \frac{-j\omega g_{m}C_{gs}R_{i}}{1+\omega^{2}C_{gs}^{2}R_{i}^{2}}\frac{T_{g}}{T_{0}}$$
(II.34)

donde G_1 y G_2 son las conductancias equivalentes de ruido. De estas expresiones se pueden observar las siguientes características:

- La densidad espectral de ruido $\overline{i_g^2}$ tiene una dependencia cuadrática con la frecuencia y la densidad espectral de ruido $\overline{i_d^2}$ es independiente para los puntos en donde se cumpla la condición que $(\omega C_{gs}R_i)^2 <<1$. Además, el factor de correlación entre las dos fuentes de ruido es puramente imaginario. Estas características coinciden con las encontradas en el apartado II.3.1, al expresar en modelo de admitancia en función de los parámetros R y P.
- La fuente tensión de ruido $\overline{q_{gs}^2}$ modela el ruido que produce la puerta y que además induce una correlación entre las corrientes de drenador y puerta, con un factor de correlación puramente imaginario.
- La densidad espectral de corriente $\overline{i_{ds}^2}$ modela un ruido que es inducido únicamente en el drenador.

Entonces, empleando este modelo, el comportamiento ruidoso del transistor puede ser descrito a partir de las temperaturas T_g y T_d . Si además se considera que la temperatura T_g es aproximadamente igual a la temperatura ambiente ($T_a=300$ K), el modelo puede reducirse al conocimiento de un solo parámetro, T_d , para caracterizar el comportamiento ruidoso del transistor, tal como lo han considerado algunos autores en trabajos posteriores, [35].

II.4. EXTRACCIÓN DE LOS PARÁMETROS DE RUIDO EMPLEANDO LA TÉCNICA F₅₀ [8], [9], [11]

Esta técnica utiliza la medida del factor de ruido del transistor, F_{TRT} , correspondiente a una impedancia de fuente conectada a la entrada del transistor o dispositivo bajo prueba (DUT), en combinación con el modelo de ruido del transistor. La técnica consiste en utilizar la redundancia en frecuencia para calcular los elementos de la matriz de correlación intrínseca. Una vez calculada la matriz de correlación intrínseca se agregan los elementos extrínsecos, los cuales se asume que generan ruido térmico, [9], para obtener así la matriz de correlación total del transistor. Los parámetros de ruido se calculan a partir de las expresiones definidas en función de los elementos de una matriz de correlación en cascada, [10].

Para calcular la matriz de correlación intrínseca, C^{int} , primero se define ésta en función de la matriz de correlación total, en su representación en cascada, C_A^{Total} , y de la contribución de ruido térmico de los elementos extrínsecos. Posteriormente, se escribe, C^{int} , en función del factor de ruido medido, a través de la matriz de correlación total. Finalmente, se definen los elementos de C^{int} como un polinomio en frecuencia, donde las incógnitas a determinar son los coeficientes de cada polinomio.

II.4.1. MATRIZ DE CORRELACIÓN TOTAL, ENSAMBLADO DEL FET

La Figura II.11 muestra el circuito equivalente del FET, incluyendo las fuentes de ruido. Éste se divide en bloques, asociando a cada uno su correspondiente matriz de correlación. El FET intrínseco se modela mediante la configuración híbrida, e_{gs} - i_{ds} . Notar que las matrices de correlación, C_Y^{GD} y C_Z^s , se calculan de la definición para un dispositivo pasivo, las cuales son función de la temperatura ambiente, T_a , y de la admitancia (Y^{gd}) o impedancia (Z^s) del cuadripolo, anexo A, [10]. De forma similar, $C_A{}^g$ y $C_A{}^d$ se obtienen a partir de la matriz de correlación de un dispositivo pasivo en su representación de impedancia o admitancia y posteriormente se aplica una matriz de paso para transformarlas a la configuración en cascada.



Figura II.11 Circuito equivalente del FET en bloques, incluyendo las fuentes de ruido intrínsecas en configuración híbrida



Figura II.12 Diagrama en bloques del ensamblado de la matriz de correlación total del FET

La matriz de correlación total del FET se obtiene utilizando la teoría de cuadripolos ruidosos, [10],[24]. A la matriz de correlación del FET intrínseco se agregan las matrices de correlación correspondientes a los elementos extrínsecos, hasta obtener la matriz de correlación que describe el comportamiento total de ruido del FET. A continuación describe con mayor detalle el ensamblado de la matriz de correlación total del FET, [8]-[9],[11], que se ilustra con un diagrama a bloques en la Figura II.12.

• Primero, se transforma la matriz de correlación intrínseca, C^{int} , a la configuración de admitancia y se agrega la matriz de correlación del cuadripolo de puerta-drenador, C_Y^{gd} , que está en paralelo con el FET intrínseco:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{Y}}^{\mathbf{i}} = \mathbf{C}_{\mathbf{Y}}^{\mathbf{gd}} + \mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{Y}} \cdot \mathbf{C}^{\mathbf{int}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{Y}}^{\dagger} \tag{II.35}$$

en donde, el superíndice '†' indica la transpuesta conjugada, P_{HY} es la matriz de paso de la configuración híbrida a la configuración de admitancia, definida en (II.22), $Y_{11}^{int_gd}$ y $Y_{21}^{int_gd}$ son elementos de la matriz Y^{int_gd} (expresión (II.20)) y C_Y^{gd} es la matriz de correlación de la capacidad C_{gd} :

$$\mathbf{C}_{\mathbf{Y}}^{\mathbf{gd}} = 2kT_a \left(\mathbf{Y}^{\mathbf{gd}} + \mathbf{Y}^{\mathbf{gd}^{\dagger}} \right) \tag{II.36}$$

donde Y^{gd} es la matriz de admitancia de C_{gd} (expresión (II.21)).

Posteriormente la matriz C_Yⁱ se transforma a la configuración de impedancia, aplicando la matriz de paso P_{YZ}, y se agrega la matriz de correlación del cuadripolo del PAD de fuente, C_Z^s, que está en serie:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{Z}}^{\mathrm{si}} = \mathbf{C}_{\mathbf{Z}}^{\mathrm{s}} + \mathbf{P}_{\mathbf{Y}\mathbf{Z}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{Y}}^{\mathrm{i}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{Y}\mathbf{Z}}^{\dagger}$$
(II.37)

donde P_{YZ} es igual a la impedancia del FET intrínseco, $Z^{int} = (Y^{int})^{-1}$, incluyendo la capacidad C_{gd} (anexo A, [10]).

• La matriz C_Z^{si} se transforma a la configuración de cascada y se agrega la matriz C_A^d que corresponde al cuadripolo del PAD de drenador:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{\mathbf{dsi}} = \mathbf{A}^{\mathbf{si}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{\mathbf{d}} \cdot \left(\mathbf{A}^{\mathbf{si}}\right)^{\dagger} + \mathbf{P}_{\mathbf{ZA}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{Z}}^{\mathbf{si}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{ZA}}^{\dagger}$$
(II.38)

donde A^{si} es la matriz en cascada del transistor intrínseco en serie con el cuadripolo del PAD de la fuente y P_{ZA} es la matriz de paso de la configuración de impedancia a cascada de este bloque, definida como:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{ZA}} = \begin{bmatrix} 1 & -A_{11}^{si} \\ 0 & -A_{21}^{si} \end{bmatrix}$$
(II.39)

• Finalmente se agrega la matriz de correlación del cuadripolo del PAD de puerta, $C_A{}^g$, obteniendo matriz de correlación total del FET en configuración de cascada, $C_A{}^{Total}$:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{\text{Total}} = \mathbf{A}^{\text{g}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{\text{dsi}} \cdot \left(\mathbf{A}^{\text{g}}\right)^{\dagger} + \mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{\text{g}}$$
(II.40)

donde A^g es la matriz ABCD o cascada del cuadripolo de puerta. Sustituyendo las expresiones (II.35), (II.37) y (II.38) en (II.40), tenemos la siguiente relación:

$$\begin{split} \mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{\text{Total}} &= \mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{g} + \mathbf{A}^{g} \cdot \mathbf{A}^{si} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{d} \cdot \left(\mathbf{A}^{g} \cdot \mathbf{A}^{si}\right)^{\dagger} + \mathbf{A}^{g} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{ZA}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{Z}}^{s} \left(\mathbf{A}^{g} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{ZA}}\right)^{\dagger} \\ &+ \mathbf{A}^{g} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{ZA}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{YZ}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{Y}}^{gd} \cdot \left(\mathbf{A}^{g} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{ZA}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{YZ}}\right)^{\dagger} \\ &+ \mathbf{A}^{g} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{ZA}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{YZ}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{HY}} \cdot \mathbf{C}^{\text{int}} \cdot \left(\mathbf{A}^{g} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{ZA}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{YZ}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{HY}}\right)^{\dagger} \end{split} \tag{II.41}$$

Es importante señalar que C^{int} puede representarse en una configuración diferente a la híbrida, por ejemplo en la configuración de admitancia, la matriz P_{HY} sería igual a la matriz

identidad. Es decir, C^{int} puede tener una configuración M y se hace la transformación de esta configuración a la configuración de admitancia a través de la matriz P_{MY} ; entonces para generalizar la expresión (II.41) se hace un cambio de nomenclatura: $P_{HY} \rightarrow P_{MY}$.

 C_A^{Total} se puede separar en la contribución extrínseca e intrínseca del FET, como:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{\text{Total}} = \mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{\mathbf{e}} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{C}^{\text{int}} \cdot \mathbf{P}^{\dagger} \tag{II.42}$$

donde

$$\mathbf{P} = \mathbf{A}^{\mathbf{g}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{Z}\mathbf{A}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{Y}\mathbf{Z}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{M}\mathbf{Y}} \tag{II.43}$$

$$\mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{\mathbf{e}} = \mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{\mathbf{g}} + \mathbf{A}^{\mathbf{g}} \cdot \mathbf{A} \cdot \overset{\mathbf{s}i}{\cdot} \mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{\mathbf{d}} \cdot \left(\mathbf{A}^{\mathbf{g}} \cdot \mathbf{A}^{\mathbf{s}i}\right)^{\mathsf{T}} + \mathbf{A}^{\mathbf{g}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{Z}\mathbf{A}} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{Z}}^{\mathbf{s}} \cdot \left(\mathbf{A}^{\mathbf{g}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{Z}\mathbf{A}}\right)^{\mathsf{T}}$$
(II.44)

$$+ \mathbf{A}^{g} \cdot \mathbf{P}_{ZA} \cdot \mathbf{P}_{YZ} \cdot \mathbf{C}_{Y}^{gd} \cdot \left(\mathbf{A}^{g} \cdot \mathbf{P}_{ZA} \cdot \mathbf{P}_{YZ}\right)^{\dagger}$$

II.4.2. MATRIZ DE CORRELACIÓN INTRÍNSECA EN FUNCIÓN DEL FACTOR DE RUIDO Y REDUNDANCIA EN FRECUENCIA

El factor de ruido de un FET en función de la impedancia presentada a la entrada al dispositivo, Z_{gen} , puede ser expresado en términos de la matriz de correlación total del dispositivo en configuración de cascada, [10]:

$$F_{TRT}\left(Z_{gen}^{i}\right) = 1 + \frac{1}{4kT_{0}\operatorname{Re}\left(Z_{gen}^{i}\right)} \begin{bmatrix} 1 & Z_{gen}^{i^{*}} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{\operatorname{Total}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ Z_{gen}^{i} \end{bmatrix}$$
(II.45)

El factor de ruido, $F_{TRT}(Z_{gen}^{i})$, se considera que se ha medido en N_f puntos de frecuencia, donde *i* es el i-ésimo punto de frecuencia. Sustituyendo (II.42) en (II.45) y despejando la contribución de intrínseca, se tiene:

$$Y^{i} = \begin{bmatrix} 1 & Z_{gen}^{i*} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{C}^{int} \cdot \mathbf{P}^{\dagger} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ Z_{gen}^{i} \end{bmatrix}$$
(II.46)

donde

$$Y^{i} = 4kT_{0}\operatorname{Re}\left(Z_{gen}^{i}\right)\left[F\left(Z_{gen}^{i}\right)-1\right]-\left[1\quad Z_{gen}^{i^{*}}\right]\cdot\mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{\mathbf{e}}\cdot\left[\begin{matrix}1\\Z_{gen}^{i}\end{matrix}\right]$$
(II.47)

Desarrollando la parte derecha de la expresión (II.46) y escribiéndola en forma matricial:

$$Y^{i} = \begin{bmatrix} X_{1}^{i} & X_{2}^{i} & X_{3}^{i} & X_{4}^{i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11}^{int} \\ C_{22}^{int} \\ Re(C_{12}^{int}) \\ Im(C_{12}^{int}) \end{bmatrix}$$
(II.48)

 C_{11}^{int} , C_{22}^{int} , $Re(C_{12}^{int})$ e Im (C_{12}^{int}) son los elementos de la matriz C^{int}:

$$\mathbf{C}^{\text{int}} = \begin{bmatrix} C_{11}^{\text{int}} & C_{12}^{\text{int}} \\ C_{21}^{\text{int}} & C_{22}^{\text{int}} \end{bmatrix}$$
(II.49)

donde se considera que $C_{21}^{int} = (C_{12}^{int})^*$ y los elementos X_m^i (m=1, 2, 3, 4) se definen como:

$$X_{1}^{i} = |P_{11}|^{2} + |Z_{gen}^{i}|^{2} |P_{21}|^{2} + 2R_{gen}^{i} \operatorname{Re}(P_{11}P_{21}^{*}) - 2X_{gen}^{i} \operatorname{Im}(P_{11}P_{21}^{*})$$

$$X_{2}^{i} = |P_{12}|^{2} + |Z_{gen}^{i}|^{2} |P_{22}|^{2} + 2R_{gen}^{i} \operatorname{Re}(P_{12}P_{22}^{*}) - 2X_{gen}^{i} \operatorname{Im}(P_{12}P_{22}^{*})$$

$$X_{3}^{i} = 2\operatorname{Re}(P_{11}P_{12}^{*}) + 2|Z_{gen}^{i}|^{2} \operatorname{Re}(P_{21}P_{22}^{*}) + 2R_{gen}^{i} \operatorname{Re}(P_{11}P_{22}^{*} + P_{12}P_{21}^{*})$$

$$X_{4}^{i} = -2\operatorname{Im}(P_{11}P_{12}^{*}) - 2|Z_{gen}^{i}|^{2} \operatorname{Im}(P_{21}P_{22}^{*}) - 2R_{gen}^{i} \operatorname{Im}(P_{11}P_{22}^{*} - P_{12}P_{21}^{*})$$
(II.50)

 R_{gen}^{i} es la parte real de Z_{gen}^{i} y X_{gen}^{i} la parte imaginaria. Considerando que se tiene redundancia en frecuencia, la expresión (II.48) genera un sistema lineal sobredeterminado. Suponiendo que los elementos de la matriz de correlación tienen una variación suave con la frecuencia y pueden ser expresados como un polinomio de orden *l*:

$$C_{mn} = \sum_{l=0}^{l=L} C_{mn}^{l} f_{i}^{l}$$
(II.51)

donde C_{mn} son los elementos de la matriz de correlación: C_{11}^{int} , C_{22}^{int} , $Re(C_{12}^{int})$ e Im (C_{12}^{int}) . Considerando, un polinomio de orden 1, se tienen 8 incógnitas, que se calculan empleando un algoritmo de optimización. Los valores iniciales se determinan aplicando la pseudo-inversa a (II.48), en donde se ha sustituido previamente (II.51). Las incógnitas se obtienen de mayor a menor peso. De acuerdo [9],[11], se ha encontrado que el orden adecuado de optimización es el siguiente: primero se obtienen C_{22}^{0} y C_{22}^{-1} , posteriormente se calcula $Re(C_{12}^{int})^{0}$, enseguida C_{11}^{0} y C_{11}^{1} , y por último se calcula $Re(C_{12}^{int})^{1}$ y Im $(C_{12}^{int})^{0}$. El elemento Im $(C_{12}^{int})^{1}$ se asume igual a cero, dado que es despreciable en el resultado final. Además, esta técnica descarta los puntos de medida que están fuera de un criterio de error máximo, definido mediante la función de error de Huber, [11].

II.5. EXTRACCIÓN DE LA MATRIZ DE CORRELACIÓN INTRÍNSECA Y PARÁMETROS DE RUIDO, UTILIZANDO LA TÉCNICA F_{50}

II.5.1. COMPROBACIÓN DE LA EVOLUCIÓN DE LA MATRIZ DE CORRELACIÓN INTRÍNSECA

Con el fin de verificar las hipótesis en las que se basa la técnica F_{50} y comprobar la extracción de la matriz de correlación intrínseca, se han calculado los elementos de la matriz de correlación intrínseca para la configuración de admitancia, híbrida y del modelo de temperaturas, partiendo de la matriz de correlación total en cascada del dispositivo. Esta última se ha calculado a partir de las expresiones en función de los parámetros de ruido (anexo A). Como datos se han utilizado valores conocidos, mediante los modelos en pequeña señal y de ruido proporcionados por el fabricante, de los parámetros de ruido y del modelo del circuito equivalente de un PHEMT ED02AH de Philips (OMMIC) de 0.2 µm de longitud de puerta y ancho de 4x15µm, (transistor *tsc4x15*). El modelo de ruido propuesto por el fabricante utiliza la configuración de admitancia para las fuentes de ruido intrínsecas, por lo que el obtener los elementos de esta configuración únicamente sirve para comprobar el desensamblado de las fuentes de ruido, procedimiento inverso al descrito en el apartado II.4.1. Un análisis detallado y exhaustivo del comportamiento de las matrices de correlación intrínsecas en las configuraciones señalas, utilizando medidas con *tuner*, se presenta en [11].

La matriz de correlación intrínseca en configuración de admitancia se calcula despejando de (II.42):

$$\mathbf{P}_{\mathbf{M}\mathbf{Y}} \cdot \mathbf{C}^{\mathbf{int}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{M}\mathbf{Y}}^{\dagger} = \left(\mathbf{P}_{\mathbf{x}}\right)^{-1} \cdot \left(\mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{\mathbf{Total}} - \mathbf{C}_{\mathbf{A}}^{\mathbf{e}}\right) \cdot \left(\mathbf{P}_{\mathbf{x}}^{\dagger}\right)^{-1}$$
(II.52)

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^{\mathbf{g}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{Z}\mathbf{A}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{Y}\mathbf{Z}} \tag{II.53}$$

La contribución extrínseca, C_A^e , se determina a partir de valores de los elementos del circuito equivalente. Multiplicando por la inversa de P_{MY} a la izquierda de la expresión (II.52) y por la inversa de P_{MY}^{\dagger} a la derecha se obtiene la configuración híbrida.

En la Figura II.13 se presentan los resultados de los elementos de la matriz de correlación en configuración de admitancia. Se puede observar, de acuerdo a las características descritas en el apartado, II.3.1, que la densidad espectral de ruido de puerta, $\overline{i_g^2} = C_{11}$, evoluciona cuadráticamente con la frecuencia, mientras que la densidad espectral de drenador, $\overline{i_d^2} = C_{22}$, para f<20 GHz, es independiente con la frecuencia y el factor de correlación es básicamente imaginario.



Figura II.13 Elementos de la matriz de correlación intrínseca y el factor de correlación $\rho = C_{12}/(C_{11} \cdot C_{22})^{1/2}$, considerando la configuración de admitancia, de un PHEMT de Philips, **tsc4x15**

En la Figura II.14 se muestran los elementos de la matriz de correlación intrínseca en configuración híbrida. La densidad espectral de tensión, $\overline{e_{gs}^2} = C_{11}$, tal como se apunta en el apartado II.3.2, es independiente de la frecuencia, pero no así la densidad espectral de corriente, $\overline{i_{gs}^2} = C_{22}$, que tiene una variación suave con la frecuencia. Sin embargo, la característica más importante es que la correlación $\overline{e_{gs}}i_{ds}^* = C_{12}$ no es cero, es básicamente real y la parte imaginaria es aproximadamente igual a cero, lo cual se reproduce en el factor de correlación cuya magnitud es diferente de cero, en acuerdo a los resultados presentados por Danneville [31] y Lázaro [9],[11],[36]. Estas características son importantes, dado que este comportamiento de la matriz de correlación es en lo que se fundamenta la técnica F₅₀, al hacer una aproximación lineal con la frecuencia de los elementos de la matriz de correlación intrínseca en configuración híbrida.



Figura II.14 Elementos de la matriz de correlación intrínseca y el factor de correlación $\rho = C_{12}/(C_{11} \cdot C_{22})^{1/2}$, considerando la configuración híbrida, de un PHEMT de Philips, **tsc4x15**

Utilizando los resultados de las densidades espectrales de tensión de ruido de puerta, $\overline{e_{gs}^2}$, y corriente de ruido de drenador, $\overline{i_{gs}^2}$, se obtiene la temperatura T_g y T_d de las expresiones (II.29) y (II.30) respectivamente, como se muestra en la Figura II.15. La temperatura T_g es de un orden de 2 o 3 veces de la temperatura T_a, y T_d es del orden de unos miles de Kelvins, en acuerdo por lo presentado por Pospieszalski; sin embargo T_g es mayor a lo esperado.



Figura II.15 Temperatura de puerta y drenador, modelo de Pospieszalski, de un PHEMT de Philips, tsc4x15

II.5.2. MEDIDA DE PARÁMETROS DE RUIDO EMPLEANDO LA TÉCNICA F_{50}

Se extrajeron los elementos de la matriz de correlación intrínseca, utilizando la técnica F_{50} descrita en el apartado II.4 a partir de medidas del factor de ruido y parámetros S del transistor *tsc4x15*, con V_{ds}=1.5 V e I_{ds}=9.12 mA. Los elementos del circuito equivalente obtenidos se presentan en la Tabla II.1. La Figura II.16 muestra los resultados de los elementos de la matriz de correlación intrínseca, en ésta se puede observar que C₁₁ es básicamente independiente con la frecuencia, mientras que C₂₂ depende linealmente con la frecuencia. La parte real de C₁₂ es constante y la imaginaria es igual a cero.



Figura II.16 Matriz de correlación intrínseca estimada con la técnica F_{50} , de un transistor **tsc4x15**, con V_{ds} =1.5 V e I_{ds} =9.12 mA

Una vez que se han calculado los elementos de la matriz de correlación intrínseca, éstos se sustituyen en (II.42) para obtener la matriz de correlación total del FET. Los parámetros de ruido se determinan utilizando las expresiones en función de la matriz de correlación en configuración de cascada, [10], anexo A. La Figura II.17 muestra los resultados de los parámetros de ruido calculados empleando la técnica F_{50} .

En la Figura II.18 se comparan el factor de ruido medido, F_{TRT} , para un coeficiente de correlación cercano a 50 Ω y el estimado utilizando la técnica F_{50} . Se observa que los resultados de la técnica F_{50} se ajustan al valor medio del factor de ruido medido, reduciendo la incertidumbre de medida. Además, al aplicar esta técnica se descartan los puntos de medida con mayor incertidumbre, que en la Figura II.18 están por debajo de 8 GHz y arriba de 35 GHz. El rizado de medida que se observa a alta frecuencia, se atribuye a la incertidumbre del ENR de la fuente de ruido en el plano de entrada coplanar del receptor de medida de ruido, a incertidumbre en la determinación de las pérdidas del bloque de entrada al sistema de medida y a incertidumbre en la medida de potencia, además de la desadaptación entre el dispositivo y el receptor y el dispositivo y la impedancia de entrada. Los picos de medida de baja frecuencia se deben principalmente a la diferencia entre el coeficiente de reflexión de entrada del DUT (con magnitud o módulo elevado a baja frecuencia) y el coeficiente de reflexión de la carga presentada a la entrada, que cuando están en fase o en contra-fase el factor de desaptación entre estos es mayor, lo cual, combinado con la incertidumbre de medida, genera mayor rizado [37].



Figura II.17 Parámetros de ruido calculados con la técnica F_{50} de un transistor **tsc4x15**, con V_{ds} =1.5 V e I_{ds} =9.12 mA



Figura II.18 Factor de ruido del transistor, F_{TRT} , medido y estimado con la técnica F_{50} de un transistor **tsc4x15**, con V_{ds} =1.5 V e I_{ds} =9.12 mA

Con la finalidad de comparar los resultados de los parámetros de ruido obtenidos con la técnica F_{50} y con un método basado en medidas de *tuner*, [4], se ha medido un HEMT, **x350**, con V_{ds} =1.5 V e I_{ds} =26 mA, en el margen de frecuencia de 2-22 GHz. La Figura II.19 compara los parámetros de ruido estimados con ambos métodos, en la que se observa que los resultados son del mismo orden. Sin embargo, en los resultados con *tuner* se tiene mayor dispersión a frecuencias menores de 10 GHz, lo cual se debe a que este método es más sensible a errores de medida, además, en este margen de frecuencia el factor de desaptación entre el coeficiente de reflexión de entrada del DUT y el coeficiente de reflexión de la impedancia presentada a su entrada es mayor. Particularmente, se observa que en el método

de *tuner* el parámetro más sensible a errores de medida es la magnitud del coeficiente de reflexión óptimo, $|\Gamma_{opt}|$, que presenta dispersión en todo el rango de frecuencia, mientras que en la técnica F_{50} se observa que a baja frecuencia la magnitud es cercana a 1 y disminuye cuando la frecuencia aumenta, en acuerdo con resultados presentados previamente. De igual forma se observa que F_{min} , R_n y Φ_{opt} se ven menos afectados por errores de medida.

La Figura II.20 muestra el factor de ruido medido, para un coeficiente de reflexión de magnitud pequeña, y estimado con la técnica F_{50} y con *tuner*, [4]. En ésta se observa que los valores estimados con F_{50} se ajustan mejor a las medidas que los estimados con el método de *tuner*. Además, el rizado de medida se reduce al aplicar la técnica F_{50} , mientras que con *tuner* se observa mayor dispersión en los resultados estimados a baja frecuencia.



Figura II.19 Parámetros de ruido calculados con la técnica F_{50} y con método basado en medidas de tuner, de un transistor **x350**, con V_{ds} =1.5 V e I_{ds} =26 mA



Figura II.20 Factor de ruido del transistor, F_{TRT} , medido y estimado con la técnica F_{50} y con un método basado en medidas de tuner, de un transistor **x350**, con V_{ds} =1.5 V e I_{ds} =26 mA

II.6. CONCLUSIONES

El modelo empírico presentado permite predecir confiablemente el comportamiento en pequeña señal de un transistor de efecto de campo (FET) a frecuencias de microondas. Los elementos del circuito equivalente propuesto en dicho modelo se estiman a partir de medidas de parámetros S del FET en diferentes condiciones de polarización: en directa (*cold-FET*), en *pinch-off* y como dispositivo activo. Sin embargo, en los resultados se puede observar que a frecuencias mayores de 20 GHz, la coincidencia de los parámetros estimados respecto a los medidos no es tan buena como a frecuencias menores, esto hace suponer que con un modelo más completo se pudiera predecir mejor el comportamiento del dispositivo y por consiguiente mejorar el ajuste en estas frecuencias.

En los resultados de las simulaciones de las matrices de correlación del modelo híbrido se observa que, la densidad espectral de tensión de ruido es independiente de la frecuencia y la densidad espectral de corriente tiene un comportamiento suave con la frecuencia, mientras que el factor de correlación es diferente de cero, donde su parte real es mucho mayor respecto a la imaginaria, verificando con esto las hipótesis en las que se basa la técnica F_{50} .

La técnica F_{50} permite extraer los parámetros de ruido de un FET utilizando redundancia en frecuencia y descartando medidas con mayor incertidumbre, haciendo esta técnica robusta frente a errores de medida.

II.7. RESUMEN

Se ha presentado brevemente el procedimiento para calcular los elementos del circuito equivalente en pequeña señal de un FET, utilizando un modelo concentrado. La extracción está basada en un método indirecto, en donde los elementos parásitos se calculan a partir de medidas de parámetros S del FET en diferentes condiciones de polarización: en pinch-off, $V_{ds}=0$ V y $V_{gs}<V_{p}\approx-4$ V, para obtener las capacidades de pad y en directa o como *cold-FET*, $V_{ds}=0$ V y $V_{gs}>V_{bi}\approx 0.8$ V, para calcular las inductancias y resistencias parásitas. Los elementos intrínsecos se calculan de la identificación de los parámetros de admitancia en el plano intrínseco, una vez descontados los efectos de los elementos parásitos, utilizando para esto medidas de parámetros S del FET en polarización normal. Finalmente, se optimizan los elementos intrínsecos para obtener un mejor ajuste entre los parámetros S medidos y estimados. En vista de los resultados obtenidos de los parámetros S estimados se puede concluir que la extracción de los elementos del circuito equivalente en general es correcta y que el modelo permite predecir correctamente el comportamiento en pequeña señal del FET a frecuencias de microondas. Sin embargo, para frecuencias mayores 20 GHz la coincidencia de los parámetros estimados respecto a los medidos no es tan buena como a frecuencias menores, lo cual hace suponer que un modelo más completo puede predecir mejor el comportamiento del dispositivo en estas frecuencias.

Así mismo, se han descrito brevemente las principales características de los modelos de ruido de un FET más utilizados en la literatura: el de admitancia, el híbrido y el de temperaturas. Estos modelos consideran dos fuentes de ruido asociadas al FET intrínseco, una debida a la puerta y otra al drenador. De acuerdo a los resultados obtenidos por simulación de las matrices de correlación se puede observar que en la configuración de admitancia la densidad espectral de corriente de ruido de puerta tiene un comportamiento cuadrático con la frecuencia, mientras que la densidad espectral de correlación es básicamente imaginario. Por otra parte, en el modelo híbrido se observa que la densidad espectral de tensión de ruido es independiente de la frecuencia, la densidad espectral de corriente tiene un comportamiento de ruido es independiente de la frecuencia, la densidad espectral de corriente tiene un comportamiento de ruido es independiente de la frecuencia, la densidad espectral de corriente tiene un comportamiento de ruido es independiente de la frecuencia, la densidad espectral de corriente tiene un comportamiento de ruido es independiente de la frecuencia, la densidad espectral de corriente tiene un comportamiento

suave con la frecuencia, y la característica más importante, que la correlación entre fuentes es diferente de cero, con lo que se verifica la hipótesis de la técnica F_{50} , donde se supone que los elementos de la matriz de correlación tienen un comportamiento suave con la frecuencia y que la correlación entre las fuentes de ruido es diferente de cero.

Finalmente, se ha descrito y aplicado el procedimiento para calcular los parámetros de ruido de un FET empleando la técnica F_{50} , la cual utiliza redundancia en frecuencia, asumiendo que los elementos de la matriz de correlación intrínseca tienen un comportamiento suave con la frecuencia. El factor de ruido del FET se ha estimado a partir de los parámetros de ruido calculados y se ha comparado con el factor de ruido medido, observando que los resultados coinciden, y que las medidas con mayor incertidumbre se descartan, lo que hace de la técnica F_{50} un método robusto frente a errores de medida. Así mismo, se han calculado los parámetros de ruido con un método basado en *tuner* y se han comparado con los obtenidos mediante la técnica F_{50} , observando que los resultados de esta última son menos sensibles a errores de medida, además, que el tiempo de medida de los factores requeridos para aplicar la técnica F_{50} es mucho menor que en un método de *tuner*.

REFERENCIAS

- [1] R.Q Lane, "The determination of device noise parameters," *Proc. IRE*, Vol. 48, pp. 60-68, January 1960.
- [2] G. Vasilescu, G. Alquie, and M. Krim, "Exact computation of two-port noise parameter," *Electronics letters*, Vol. 25, No. 4, pp. 292-293, February 1989
- [3] A. Boudiaf and M. Laporte, "An accurate and repeatable technique for noise parameter measurements," *IEEE Trans. Instrumentation and measurement*, Vol. 42, No. 2, pp. 532-537 April 1993.
- [4] A. Lázaro, L. Pradell, and J. O'Callaghan, "Method for measuring noise parameters of microwave two port," *IEE Electronics letters*, Vol. 34, No. 13, pp. 1332-1333, 1998.
- [5] A.C. Davidson, B.W. Leake, and E. Strid, "Accuracy improvements in microwave noise parameter measurements," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 337, No. 12, pp. 1973-1978, December 1989.
- [6] P.J. Tasker, W. Reinert, J. Braunstein and M. Schlechtweg, "Direct extraction of all transistor noise parameters from a single noise figure measurement," *Proc.* 22nd *European Microwave Conference*, pp. 157-162, August 1992.
- [7] P. Crozat, C. Boutex, M. Chaubet, V. Danelon, A. Sylvestre, and A. Vernet, "50Ω noise measurements with full receiver calibration without tuner," *Electron Letters*, Vol., 32, No. 3, pp. 261-262, 1996.
- [8] A. Lázaro, L. Pradell, A. Beltrán, and J. O'Callaghan, "Direct extraction of all four transistor noise parameters from 50Ω noise figure meters," *Electronics Letters*, Vol., 32, No. 3, pp. 289-291, 1998.
- [9] A. Lázaro, L. Pradell, and J. O'Callaghan, "FET noise parameter determination using a novel technique based on 50Ω noise figure measurements," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 47, No. 3, pp. 315-324, March 1999.
- [10] H. Hillbrand and P. Russer, "An efficient method for computer aided noise analysis of linear amplifier networks," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, Vol. 23, No. 4, pp. 235-238, April 1976.
- [11] A. Lázaro, "Modelado físico de transistores MESFET y HEMT con aplicación a modelado de ruido", *Tesis Doctoral, ETSETB, Universitat Politècnica de Catalunya*, 1999.
- [12] J.E. Muller, "Investigation of GaAs MESFET Small Signal equivalent circuits for use in a cell library," *European Microwave Conference*, 1989, pp. 991-996.
- [13] G. Dambrine, A. Cappy, F. Heliodore, and E. Playez, "A new method for determining FET small-signal equivalents circuits", *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 36, No.7, pp. 1151-1159, July 1988.
- [14] M. Berroth and R. Bosch, "Broad-band determination of the FET small-signal equivalent circuit," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 38, No. 7, pp. 891-895, July 1990.
- [15] F. Lin and G. Kompa, "FET model parameter extraction based on optimization with multiplane data-fitting and bidirectional search-a new concept," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 42, No. 7, pp. 1114-1121, July 1994.
- [16] K. Shirakawa, H. Oikawa, T. Shimura, Y. Kawasaki, Y. Ohashi, T. Saito, and Y. Daido, "An approach to determining an equivalent circuit for HEMT's," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 43, No. 3, pp. 499-503, March 1995.
- [17] R.A. Pucel, H.A. Haus, and H. Statz, "Signal and noise properties of gallium arsenide microwave field-effect transistors," *Advances in Electronics and Electron Physics*, Vol. 38, New York: Academic Press, pp. 195-265, 1975.

- [18] W. Stiebler, M. Matthes, G. Böck, T. Koppel, and A. Schäfer, "Bias-Dependent Cold-(H)FET Modeling," *IEEE MTT-S Digest*, pp. 1313-1316, 1996.
- [19] J.A. Reynoso, F.E. Rangel, and J. Perdomo, "Full RF characterization for extracting the small-signal equivalent circuit in microwave FET's," *IEEE Trans. Microwave Theory* and Tech., Vol. 44, No. 12, pp. 2625-2633, December 1996.
- [20] R. Anholt and S. Swirhum, "Equivalent-Circuit parameters extraction for Cold-GaAs MESFET's," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 39, No. 7, pp. 1243-1247, July 1991.
- [21] K.W. Lee, K. Lee, M.S. Shur, T.T. Vu, P.C.T. Roberts, and M.J. Helix, "Source, drain and electron saturation velocity in Ion-Implated GaAs FET's," *IEEE Trans. Electron Devices*, Vol. 32. No. 5, pp. 987-992, May 1985.
- [22] S. Chaudhuri and M.B. Das, "An investigation of MESFET "end" resistances using a distributed diode/resistance model," *IEEE Trans. Electron Devices*, Vol. 32, No. 11, pp. 2262-2268, November 1985.
- [23] R. A. Minasian, "Simplified GaAs MESFET model to 10 GHz," *Electronics letters*, Vol. 13, No. 8, pp. 549-551, 1977.
- [24] H. Rothe, and W. Dahlke, "Theory of noisy fourpoles," *Proc. IRE*, Vol. 44, 811-818, June 1956.
- [25] J.A. Dobrowolski, "Introduction to computer methods for microwave circuit analysis and design," Artech House, 1991.
- [26] A. Van Der Ziel, "Thermal noise in field effect transistors," *Proc. IRE*, Vol. 50, pp. 1808-1812, 1962.
- [27] A. Van Der Ziel, "Gate noise in field effect transistors at moderately high frequencies," *Proc. IRE*, Vol. 51, pp. 461-467, 1963.
- [28] R.A. Pucel, D.J. Massé, and C.F. Krumm, "Noise performance of gallium arsenide field-effect transistors," *IEEE J. Solid-State Circuits*, Vol. 11, pp. 243-255, April 1976.
- [29] A. Cappy, "Noise modeling and measurement techniques," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 36, No. 1, January 1988.
- [30] R.A. Pucel, W. Struble, R. Hallgren, and U.L. Rodhe, "A general noise de-embedding procedure for packaged two-port linear active devices," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 40, No. 11, pp. 2013-2024, November 1992.
- [31] F. Danneville, H. Happy, G. Dambrine, J. Belquin, and A. Cappy, "Microscopic noise modelling and macroscopic noise models: how good a connection," *IEEE Trans. Electron Devices*, Vol. 41. No. 5, pp. 779-786, May 1994.
- [32] M.W. Pospieszalski, "Modeling of noise parameters of MESFET's and MODFET's and their frequency and temperature dependence," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 37, No. 9, pp. 1340-1350, September 1989.
- [33] A. Cappy, A. Vanoverschelde, M. Schortgen, C. Versnaeyen, and G. Salmer, "Noise modeling in submicrometer-gate two-dimensional electron-gas field effect transistors," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 32, No. 12, pp. 2787-2796, December 1985.
- [34] A. Gasmi, B. Huyart, E. Bergeault, and L.P. Jallet, "A new calculation approach of transistor noise parameters as a function of gatewidth and bias current," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, Vol. 45, No. 3, pp. 338-344, March 1997.
- [35] P.J. Tasker, W. Reinert, B. Hughes, J. Braunstein, and M. Schlechtweg, "Transistor noise parameter extraction using a 50Ω measurement system," *IEEE MTT-S Digest*, pp. 1251-1254, 1993.
- [36] A. Lázaro, M.C. Maya, and L. Pradell, "Bias-dependence of FET intrinsic noise sources, determined with a quasi-2D model," *Microwave and Optical Technology Letters*, Vol. 39, No. 4, pp. 317-319, November, 2003.

[37] A. Lázaro, M.C Maya, and L. Pradell, "Measurement of on-wafer transistor noise parameters without a tuner using unrestricted noise sources," Microwave Journal, Vol. 45, No. 3, pp. 20-46, March 2002.