



Universitat de Lleida

## Influencia de las matemáticas recreativas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas de la ESO en el Baix Llobregat y el Garraf - Catalunya

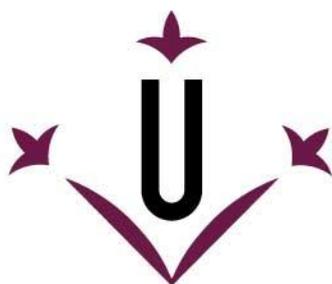
Mariano José Fernández Campos

<http://hdl.handle.net/10803/672151>

**ADVERTIMENT.** L'accés als continguts d'aquesta tesi doctoral i la seva utilització ha de respectar els drets de la persona autora. Pot ser utilitzada per a consulta o estudi personal, així com en activitats o materials d'investigació i docència en els termes establerts a l'art. 32 del Text Refós de la Llei de Propietat Intel·lectual (RDL 1/1996). Per altres utilitzacions es requereix l'autorització prèvia i expressa de la persona autora. En qualsevol cas, en la utilització dels seus continguts caldrà indicar de forma clara el nom i cognoms de la persona autora i el títol de la tesi doctoral. No s'autoritza la seva reproducció o altres formes d'explotació efectuades amb finalitats de lucre ni la seva comunicació pública des d'un lloc aliè al servei TDX. Tampoc s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant als continguts de la tesi com als seus resums i índexs.

**ADVERTENCIA.** El acceso a los contenidos de esta tesis doctoral y su utilización debe respetar los derechos de la persona autora. Puede ser utilizada para consulta o estudio personal, así como en actividades o materiales de investigación y docencia en los términos establecidos en el art. 32 del Texto Refundido de la Ley de Propiedad Intelectual (RDL 1/1996). Para otros usos se requiere la autorización previa y expresa de la persona autora. En cualquier caso, en la utilización de sus contenidos se deberá indicar de forma clara el nombre y apellidos de la persona autora y el título de la tesis doctoral. No se autoriza su reproducción u otras formas de explotación efectuadas con fines lucrativos ni su comunicación pública desde un sitio ajeno al servicio TDR. Tampoco se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al contenido de la tesis como a sus resúmenes e índices.

**WARNING.** Access to the contents of this doctoral thesis and its use must respect the rights of the author. It can be used for reference or private study, as well as research and learning activities or materials in the terms established by the 32nd article of the Spanish Consolidated Copyright Act (RDL 1/1996). Express and previous authorization of the author is required for any other uses. In any case, when using its content, full name of the author and title of the thesis must be clearly indicated. Reproduction or other forms of for profit use or public communication from outside TDX service is not allowed. Presentation of its content in a window or frame external to TDX (framing) is not authorized either. These rights affect both the content of the thesis and its abstracts and indexes.



**Universitat de Lleida**

## **TESI DOCTORAL**

INFLUENCIA DE LAS MATEMÁTICAS RECREATIVAS EN LA ENSEÑANZA Y  
EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS DE LA ESO EN EL BAIX  
LLOBREGAT Y EL GARRAF-CATALUNYA

Mariano José Fernández Campos

Memòria presentada per optar al grau de Doctor per la Universitat de  
Lleida

Programa de Doctorat en Educació, Societat i Qualitat de Vida

Director/a

Dra. Assumpta Estrada Roca

Dr. Joan Vicenç Gómez i Urgellés

Tutor/a

Dra. Assumpta Estrada Roca

2020





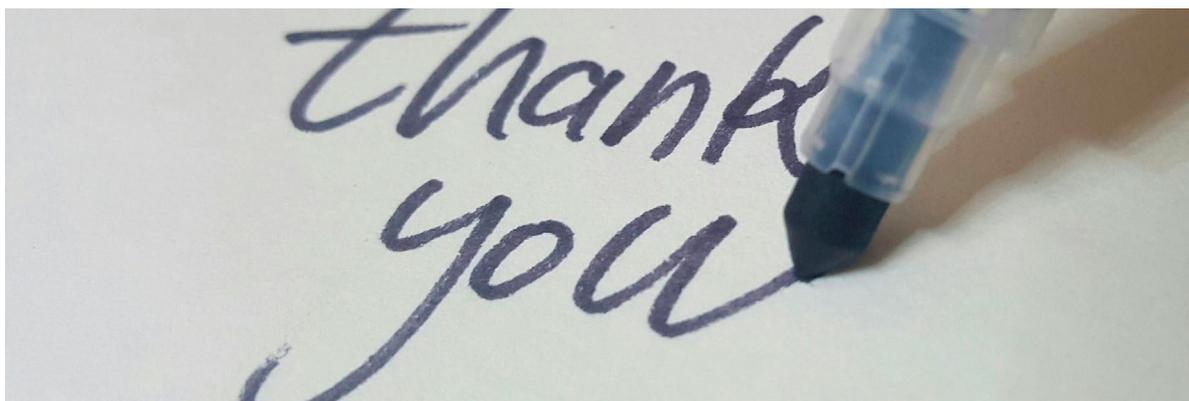


*A mi hija Gisela y mi esposa Loli,  
a mi padre Antonio y mi madre Carmen,  
a mi hermano Rubén y mis hermanas Mari y Toñi,  
a toda mi familia,  
y a mis amig@s.*









## AGRADECIMIENTOS

A mis directores la Dra. Assumpta Estrada Roca y el Dr. Joan Vicenç Gómez i Urgellés por su confianza, dedicación, consejos, contactos y orientaciones. Gracias a ellos se ha hecho posible la elaboración de esta tesis.

A la Sra. Maica Sanz Gomez, del ICE-UPC, por su ayuda en los momentos iniciales en los que se fraguaba la idea de realizar una tesis doctoral.

Al Instituto de Educación Secundaria de la provincia de Barcelona, dónde realicé las prácticas e investigación, por su acogida. Al profesor el Sr. Pech por su amabilidad y en especial al alumnado al que impartí clase y realicé los experimentos en didáctica de la matemática.

A la Dra. Iolanda Guevara Casanovas por la entrevista que me concedió en el Departament d'Ensenyament de la Generalitat y que me sirvió para orientarme en mi tesis.

A todos los organizadores, profesores y alumnado asistente a la XX Prova Cangur 2015 celebradas en la Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú (EPSEVG) que muy amablemente accedieron a que les entrevistara.

Al Sr. Daniel Bosch Blanch, persona responsable de la XX Prova Cangur en Catalunya en el año 2015, por su amabilidad al recibirme en su domicilio particular de Barcelona y permitirme realizarle una entrevista.

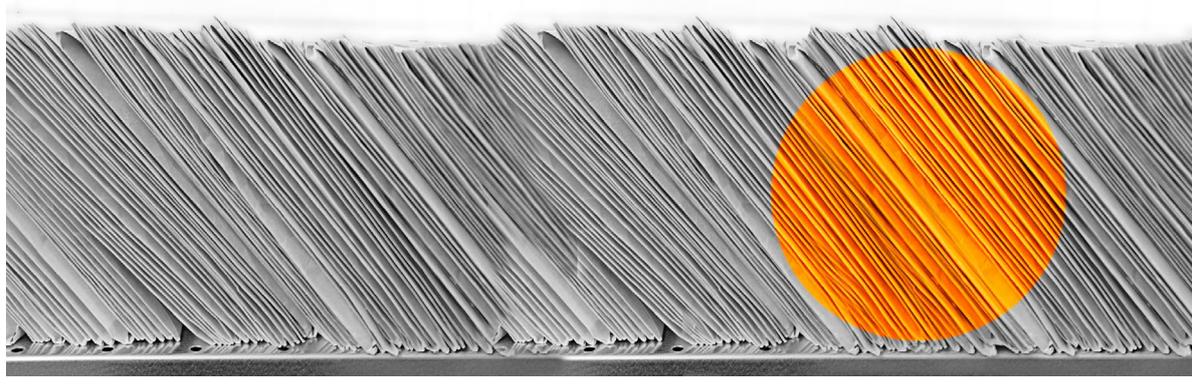




A la Sra. Pura Fornals Sánchez y la Sra. Laura Morera Úbeda, por permitirme entregar el cuestionario al alumnado del taller matemático anem x + mates, celebrado en la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la Universitat Politècnica de Catalunya campus nord, para alumnado con altas capacidades matemáticas.

Al Sr. Alberto Jesús García García, futuro doctor de la Universidad de Murcia y amigo personal, por su gran ayuda en el diseño de la presentación de mi tesis.

A todas las personas que me han influido positivamente durante esta trayectoria



## ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS	9
ÍNDICE	11
<b>CAPÍTULO 1 CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA</b>	<b>19</b>
1.1 CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA	21
1.2 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN	23
1.3 PROBLEMÁTICA DE LA TESIS	26
1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	30
1.4.1.-Objetivo principal	31
1.4.2.-Objetivos específicos	31
1.5 ESTRUCTURA DE LA TESIS DOCTORAL	32
<b>CAPÍTULO 2 MARCO TEÓRICO</b>	<b>35</b>
2.1 MATEMÁTICAS RECREATIVAS	37
2.1.1.-Pruebas y talleres matemáticos	48
2.1.2.-Las pruebas Cangur	57
2.1.3.-El aula de matemáticas, un espacio con personalidad propia.	58
2.1.4.-Escenario donde experimentar la discusión y argumentación.	60
2.2 PRUEBAS PISA (PROGRAMME INTERNATIONAL STUDENT ASSESSMENT)	63



.....

2.3 ALUMNADO DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD. (RESILIENCIA).	65
2.4 LAS MATEMÁTICAS EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA OBLIGATORIA (ESO).	69
2.4.1.-El currículum de la ESO en España y Catalunya.	70
2.4.2.- Aproximación de los currículums de la Comunidad Europea.	71
2.5 LA FORMACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA DEL PROFESORADO.	78
2.5.1.-El problema de la actitud de los profesores hacia las matemáticas.	83
2.5.2.-Influencia de la didáctica en la actuación del profesorado.	85
2.6 LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y LA SOCIEDAD.	86
2.6.1.-El sentido de las matemáticas en la educación de los ciudadanos.	86
2.6.2.-Las matemáticas como hecho social.	87
2.7 LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS COMO CAMPO DE INVESTIGACIÓN.	88

### **CAPÍTULO 3 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN** **95**

3.1 LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS COMO CAMPO DE INVESTIGACIÓN.	98
3.1.1.-Líneas de investigación educativa. Tipo y método aplicado.	99
3.1.2.-Límites y definiciones de la investigación.	103
3.1.3.-Objetivos generales y específicos de la investigación.	104
3.2 PLANIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.	106
3.2.1.-Identificación de los sujetos y población o muestra de estudio.	106

### **CAPÍTULO 4 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS** **131**

4.1 EJECUCIÓN DEL DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN.	133
4.1.1.-Recogida de información. Obtención de los datos.	133
4.1.2.-Tratamiento y análisis de datos. Obtención de resultados.	136
4.1.3.-Interpretación y reflexión de los resultados.	138
4.2 EJECUCIÓN DEL DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN.	138
4.2.1.1.-Primer grupo investigado. Alumnado de atención a la diversidad de baja producción académica. 4ºC de la ESO del Baix Llobregat-Catalunya	139
4.2.1.1.1.-Definición y contexto del problema.	139
4.2.1.1.2.-Casuística del alumnado.	140

4.2.1.1.3.- <i>Recopilación de datos. Instrumentos de recogida de datos.</i>	146
4.2.1.1.4.- <i>Descripción de las actividades</i>	150
4.2.1.1.5.- <i>Resultados de la investigación. Reflexiones de mis intervenciones</i>	167
4.2.1.2.- <i>Primer grupo investigado. Alumnado de atención a la diversidad de baja producción académica. 2º de la ESO del IES Vall d'Arús del Baix Llobregat-Catalunya.</i>	167
4.2.1.2.1.- <i>Definición y contexto del problema.</i>	167
4.2.1.2.2.- <i>Casística del alumnado.</i>	167
4.2.1.2.3.- <i>Recopilación de datos. Instrumentos de recogida de datos.</i>	168
4.2.1.2.4.- <i>Descripción de las actividades.</i>	170
4.2.1.2.5.- <i>Resultados de la investigación. Reflexiones de mis intervenciones.</i>	171
4.2.2.- <i>Segundo grupo investigado. Alumnado asistente a la XX Prova Cangur 2015 celebrada en la EPSEVG-UPC.</i>	172
4.2.2.1.- <i>Recopilación de datos. Instrumentos de recogida de datos.</i>	173
4.2.3.- <i>Tercer grupo investigado. Alumnado asistente al taller Anem x+ mates 2015 en la FME-UPC.</i>	173
4.2.3.1.- <i>Recopilación de datos. Instrumentos de recogida de datos.</i>	174
<b>CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES</b>	<b>177</b>
5.1 CONCLUSIONES SOBRE LOS OBJETIVOS.	179
5.2 IMPLICACIONES DIDÁCTICAS Y SUS LIMITACIONES.	183
5.3 PERSPECTIVAS PARA FUTURAS INVESTIGACIONES.	187
5.4 MI APORTACIÓN A LA SOCIEDAD	192
<b>CAPÍTULO 6 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>195</b>
6.1 BIBLIOGRAFÍA	197
6.2 WEBGRAFÍA	203







## Índice de tablas y gráficos

Figura 1. Resultados en matemáticas	25
Figura 2. Cronograma de los Concurs Matemàtics	47
Figura 3. Cronograma de Tallers Matemàtics	48
Figura 4. Esquema de las fases de la investigación	95
Figura 5. Esquema de las variables de la investigación	110
Figura 6. Tabla de las respuestas de los alumnos de 4ºC de la ESO del IES Olorda	146
Figura 7. Ficha de la Actividad 1 del Trimestre 1	150
Figura 8. Ficha de la Actividad 2 del Trimestre 1	151
Figura 9. Ficha de la Actividad 3 del Trimestre 1	152
Figura 10. Ficha de la Actividad 4 del Trimestre 1	153
Figura 11. Ficha de la Actividad 1 del Trimestre 2	154
Figura 12. Ficha de la Actividad 2 del Trimestre 2	155
Figura 13. Ficha de la Actividad 3 del Trimestre 2	156
Figura 14. Ficha de la Actividad 4 del Trimestre 2	157
Figura 15. Ficha de la Actividad 5 del Trimestre 2	158
Figura 16. Ficha de la Actividad 6 del Trimestre 2	159
Figura 17. Ficha de la Actividad 1 del Trimestre 3	160
Figura 18. Ficha de la Actividad 2 del Trimestre 3	161
Figura 19. Ficha de la Actividad 3 del Trimestre 3	162
Figura 20. Ficha de la Actividad 4 del Trimestre 3	163
Figura 21. Ficha de la Actividad 5 del Trimestre 3	164

---

Figura 22. Encuesta realizada el 15/9/16 a los alumnos de 2ºESO del IES Vall d'Arús	167
Figura 24. Encuesta realizada el 29 y 30/3/17 a los alumnos de 2ºESO del IES Vall d'Arús	167
Figura 23. Encuesta realizada el 1/2/17 a los alumnos de 2ºESO del IES Vall d'Arús	167
Figuras 25 y 26. Actividades diseñadas para los alumnos de 2ºESO del IES Vall d'Arús	169
Figura 27. Resultados de la encuesta de los alumnos asistentes al Taller Anem x + Mates 2015 en la FME-UPC	172





## Capítulo 1

# CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA



## CAPÍTULO 1

---

# CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA

En este capítulo se explica cuál es el motivo que conlleva a realizar la presente tesis doctoral. La finalidad y los objetivos de investigación. Se centra el problema en el contexto actual en el que vivimos.



## 1.1 **CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA**

¿Qué ocurre en nuestro entorno a nivel educativo y cuál es la importancia que tiene el tema que se va a abordar? ¿Pueden aportar las matemáticas recreativas una mejora social?

Desarrollaremos la respuesta a estas dos preguntas a lo largo de la presente tesis doctoral. Y partiremos desde la perspectiva de matemáticas recreativas como aquellas que contribuyen a hacer placentero entenderlas, porque nos cubren una necesidad y de ahí nace que nos motivemos a estudiarlas.

Hoy en día se nombran mucho las competencias básicas, que es lo mínimo que debe aprender el alumnado para formarse como personas y poder desarrollarse con garantías en el mundo actual. Una formación mínima en matemáticas hará posible que estos adolescentes puedan lograr este acometido. Y es tarea de los docentes que el alumnado lo entienda. La personalización educativa es un punto de inflexión para que el alumnado adquiera el conocimiento con sentido amplio (Carrillo, 1991).

Las matemáticas están vinculadas al funcionamiento y desarrollo de la sociedad de las siguientes maneras:

**a) como una ciencia aplicada a otras materias científicas**, las matemáticas desempeñan un papel cada vez más importante en la formulación y en los fundamentos de muchas disciplinas: física, ingeniería, biología, informática, economía, sociología, lingüística, entre otras;

**b) como una serie de áreas prácticas especializadas**. Podemos men-



.....

cionar: predicción, toma y control de decisiones en la esfera social; predicción y previsión de fenómenos de la naturaleza, tal vez modificados por los humanos; utilización y asignación de recursos naturales, renovables o extinguidos; diseño, funcionamiento y regulación de sistemas industriales y socio-técnicos;

y **c) como un elemento esencial**, pero, irónicamente, a menudo ignorado en una gran variedad de áreas de práctica no especializada de la vida cotidiana en sociedad.

La representación de números, los negocios elementales y las transacciones económicas; los calendarios; las coordenadas geográficas; la medida del tiempo, el espacio, el peso, las divisas; todo tipo de representaciones gráficas y tablas; los dibujos de trabajo y los artísticos; las formas de los objetos; los códigos. Todo esto invade innumerables aspectos de la vida moderna. El dominio sin problemas de estos elementos para la vida privada y social, y la posesión de una competencia básica en matemáticas, es una necesidad.

El punto crucial de la vinculación de las matemáticas en el funcionamiento y el desarrollo de la sociedad es su aplicación en una serie de áreas extra matemáticas, tal como se indica en los puntos a), b) y c) anteriores. Esto es posible gracias a la modelización matemática, es decir, la construcción y la utilización de modelos matemáticos (Gómez i Urgellés, 1998).

En cualquier oficio o profesión, las matemáticas en mayor o menor medida son necesarias (Cockcroft, 1985). De ahí la importancia que tiene que el alumnado en general, y el alumnado de la educación secundaria obligatoria (ESO), en particular deban adquirir los conocimientos básicos necesarios para desarrollarse como persona y ciudadano en una sociedad compleja como la nuestra.



## 1.2 **JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN**

La motivación personal por realizar esta investigación se remonta al año 2011, con un grupo de alumnado de atención a la diversidad. Y en el año 2015 con el análisis de la XX Prova Cangur y el taller Anem x+ mates. En mi humilde opinión existe una problemática en este tipo de acontecimientos lúdicos, y es que he podido comprobar desde la perspectiva de profesor, que no asiste todo el alumnado, sino, los que quieren y son escogidos. Es evidente, para aquellas personas que son conocedoras de estas pruebas, que los contenidos de las mismas no son idóneos para la totalidad del alumnado, por su perfil cognitivo.

Desde mi experiencia como docente, en un instituto de educación secundaria de la provincia de Barcelona en el curso académico 2011-2012, donde realicé mi trabajo de final de máster, pude comprobar la baja producción académica y la desmotivación del alumnado de 4º C de la ESO, a pesar que el departamento de matemáticas ajusta los programas para ayudar al alumnado que tiene problemas de seguimiento. Durante este curso escolar realice mi investigación referente al alumnado con necesidades de atención a la diversidad, y puede comprobar que son estos alumnos y alumnas los que tienen el problema más grave de suspenso sistemático.

Es evidente que estos adolescentes pueden mejorar considerablemente sus resultados académicos, pero es un tema complejo. El profesor titular se esfuerza porque aprendan, dado que llegan con muchas carencias formativas, y el centro pone recursos al alcance de la atención a la diversidad. Pero el alumnado suspende sistemáticamente. ¿Cuál es el problema?



Desgraciadamente no se trata de un único problema sino de varios. El entorno social, la familia y la escuela son las tres vertientes que engloban la vida del alumnado.

Para poder desarrollar este proyecto de tesis es imprescindible concretar algunas características del colectivo, situado en plena adolescencia. Empezamos por la edad que tiene el alumnado, entre 15 y 17 años. Esto nos sitúa en plena adolescencia, que es la etapa de transición de la infancia a la edad adulta, donde hay cambios físicos (pubertad) y psicológicos (se construye la identidad personal). También es la etapa de exploración donde empiezan las diferenciaciones con el medio familiar, busca de pertenencia y del sentido de la vida.

El desarrollo adolescente es un proceso de cambios y transformaciones. Aquí el papel de la familia es ayudar a su hijo/a a adquirir mayores niveles de desarrollo moral: expresar ideas y opiniones. Y el papel del centro educativo es promover la expresión de las propias ideas.

En el desarrollo biológico es donde el cuerpo y la imagen corporal, el comportamiento sexual y el duelo por el cuerpo infantil están presente. Hay cambios físicos y una mayor conciencia de uno mismo. El aspecto de la representación del cuerpo propio: la eficiencia física (chicos) y el atractivo corporal (chicas). La relación con el acto concepto y la autoestima.

El comportamiento sexual, el rol social sexual, la sexualidad, la necesidad de experimentación vital y el primer amor. El duelo por el cuerpo infantil: despedirse de su cuerpo infantil y apropiarse de su nueva imagen. Desarrollo de la propia identidad y adaptación social.

Se produce un desarrollo cognitivo donde se aprecian las diferencias de pensamiento de un niño y un adolescente: el niño tiene opiniones claras sobre todo. El adolescente duda de todo. Tienen un pensamiento formal abstracto: elaboran ideas generales y abstractas. Razona sobre el posible. Posible confusión e idealismo. Realizan un pensamiento hipotético / deductivo. Hacen sus representaciones de la realidad con su razonamiento verbal. En las implicaciones educativas tienen diferentes capacidades de abstracción, diferentes maneras de representación. Estimulan la autoestima, la seguridad inteligente e intelectual, el desarrollo del lenguaje y la memoria de forma diferente.

En el desarrollo de la personalidad se construye la propia identidad: acto

concepto, autoestima, identidad y crisis de identidad. Existe un duelo por la infancia y por las vivencias infantiles porque tienen más autonomía y son menos dependientes. En las implicaciones educativas se posibilita la autoevaluación, se estimula la autoestima y la seguridad intelectual y se apoya el proceso de individualización y construcción de la identidad.

En el desarrollo social está la ambivalencia desde el exterior, más responsabilidades que los niños. Se ven considerados inmaduros e inexpertos. Ven un rechazo por parte de la familia y necesitan apoyo y comprensión. En los amigos encuentran esta fuente de apoyo y comparten experiencias. Se crean su representación de la vida futura porque tienen capacidad de pensamiento. Adoptan roles sociales y se adaptan en un contexto de elección vocacional. Existe un duelo en la relación con los padres: de la idealización a la descalificación para llegar a la aceptación.

En el desarrollo moral hay una gran importancia para la inserción social y relaciones personales. Se cuestionan el sistema de valores, dado que, en la infancia han vivido un periodo de interiorización y generalización de reglas y consignas donde la norma es obligatoria independientemente de las sanciones.

La atención a la diversidad es un conjunto de medidas y actuaciones dirigidas a todos y a cada uno de los alumnos según sus necesidades individuales. Los factores psicológicos vienen dados por las capacidades, el proceso evolutivo, la motivación, los aspectos emocionales y la conducta.

Los factores de diversidad en el aprendizaje vienen dados por el ritmo (lento, moderado, rápido), preferencia (auditiva, visual, gráfica, oral, motora...), agrupamiento (gran grupo, pequeño grupo, pareja, individual...), ejecución (alta, media, baja), habilidades (muchas, pocas...) e interacciones.

Los modelos en la atención a la diversidad pueden ser: selectivo, integrador función compensatoria e integrador función promocionada de singularidad.

La atención a la diversidad en la ESO por parte del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya se plantea desde la perspectiva global del centro teniendo en cuenta las medidas organizativas y las estrategias metodológicas y de evaluación.

Hay alumnos que son extranjeros e inevitablemente están en desventaja



con los otros alumnos, a consecuencia del idioma. También hay alumnos que, a consecuencia de problemas inherentes en su vida, no pueden rendir con normalidad como lo haría otro adolescente sin esos problemas. Todo esto hace que el ritmo de aprendizaje de este alumnado sea más lento.

En los centros existe una comisión de atención a la diversidad (CAD) que se encarga de planificar, promover y hacer el seguimiento de actuaciones que se lleven a cabo para atender a la diversidad de necesidades educativas del alumnado. Y se tomó la decisión de crear un grupo 4º C de la ESO que estuviera unido y cohesionado en una misma aula en vez de hacer desdoblamientos continuos.



### 1.3 PROBLEMÁTICA DE LA TESIS

Fernández (2012) señala que existe un divorcio entre el alumnado en edad de la Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) y las matemáticas. Durante el trabajo final del máster universitario en formación del profesorado de educación secundaria obligatoria y bachillerato, formación profesional y enseñanza de idiomas, especialidad en matemáticas, que se realizó sobre “el estímulo de las matemáticas al alumnado de diversidad de 4º C de la ESO”, en un instituto de enseñanza secundaria en la provincia de Barcelona, se comprobó este problema. Y se confirma según el informe español extraído de PISA (Mec, 2014).

Son diversas las variables que influyen en el fracaso y el abandono escolar por parte del alumnado como: la normativa impuesta por la administración; el centro escolar con todos los problemas existentes (Etxeberria, 2001); las personales de cada individuo (FernandezEnguita, 2010); la familiar; y la socio-económica en la que se encuentran inmersos los adolescentes (Díaz, 2003).

Ciertas variables muestran correlación con la intención de abandonar los estudios de secundaria. Entre ellas se encuentra la personalidad, siendo uno de los factores más relevantes que explican el deseo de abandonar (Corral, 2010). Y existen estudios que han investigado en las valoraciones neurológicas del fracaso escolar (Mateos Beato & Ozaita Arteche, 1985).

En concreto, según (Mec, 2014) estamos por debajo del promedio de la UE en matemáticas.

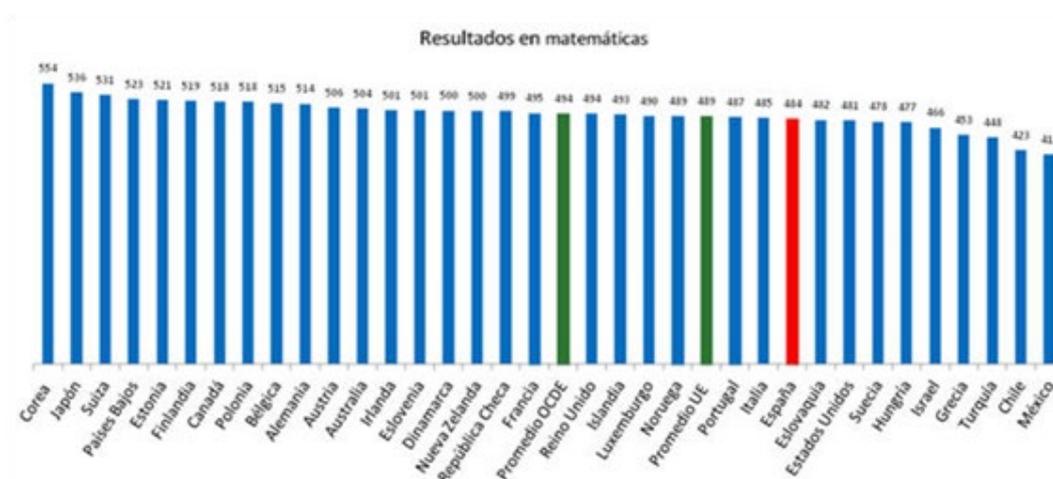


Figura 1. Resultados en matemáticas

Fuente: <http://blog.educalab.es/inee/wp-content/uploads/sites/5/2013/12/gr%C3%A1fico-mates2.jpg>

En España, más de 95.000 estudiantes de 15 años tuvieron un rendimiento bajo en matemáticas. ¿Qué se entiende como “estudiante de bajo rendimiento”? Básicamente, son aquellos que no alcanzan el nivel 2 en las pruebas de matemáticas, lectura y ciencia, el “considerado como el nivel básico de conocimiento que se requiere para participar plenamente en una sociedad moderna”. Por lo general, pueden responder preguntas sencillas, “pero no pueden enfrentarse a la resolución de problemas que



requieran razonamientos complejos”.

“Demasiados estudiantes en todo el mundo están atrapados en un círculo vicioso de pobre rendimiento y desmotivación que sólo conduce a resultados aún peores y la desvinculación de la escuela”, señala (Schleicher, 2007) en la introducción Andres Schleicher, director de Educación y Habilidades de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico). Y los datos son alarmantes, porque incluso en los países más desarrollados uno de cada cuatro de los estudiantes no termina los estudios obligatorios. No se trata únicamente de una cuestión de inversión económica, recuerda Schleicher, sino que “es la política y la práctica educativa lo que puede ayudar a los estudiantes a eliminar este límite”. El director se atreve a ir aún más allá y asegurar que “el rendimiento económico que se echa perder a causa de las malas políticas y prácticas educativas deja a muchos países en lo que parece un permanente estado de recesión económica”.



Como es habitual en todos los informes de Programme for International Student Assessment (PISA) <http://www.educacion-yfp.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/pisa/pisa-2015.html>, cada país es analizado en detalle. En España, más de 95.000 estudiantes de 15 años tuvieron un rendimiento bajo en matemáticas, de los cuales, 42.000 se vieron con problemas en las tres asignaturas que el informe detalla. Más alarmante que los datos absolutos es el aumento de un punto porcentual entre 2003 y el 2012 en España; en otras palabras, retrocedemos en aquello que en teoría deberíamos haber mejorado.

Lo más revelador del informe es, no obstante, los factores que determinan por qué fracasan los estudiantes españoles. No tanto porque resulten sorprendentes, sino porque nos permiten entender las diferencias que hay entre nuestra realidad social y la de otros países desarrollados. En España, los estudiantes con más papeletas para tener un bajo rendimiento en matemáticas son las chicas, los estudiantes socioeconómicamente desfavorecidos, los inmigrantes, los que han repetido curso y aquellos que están matriculados en un PCPI (Programas de Cualificación Profesional Inicial) que recogen a los estudiantes que no han sido capaces de aprobar la ESO (Enseñanza Secundaria Obligatoria).

Llama la atención que en este grupo aparecen también los que no han

recibido educación preescolar. Como señalaba el Panorama de la Educación, el informe inmediatamente anterior publicado por la OCDE, “los alumnos de quince años que cursaron al menos un año de Educación Infantil obtienen mejores resultados en el PISA que los que no lo hicieron”. Además, el informe tira levemente de las orejas a nuestro país por su política de repeticiones de curso: “Los países en los que es generalizada, incluidos Bélgica, Luxemburgo, Portugal y España, deberían replantear su política”. Los estudiantes repetidores tienen una probabilidad 8,4 mayor de tener un bajo rendimiento que los que nunca lo han hecho (educaine, 2013).

Los estudiantes –incluso los de bajo rendimiento– pasan mucho tiempo haciendo deberes: 4,7 horas de media a la semana frente a las 3,5 de la OCDE.

Además, un 43% de los estudiantes de bajo rendimiento en matemáticas perdieron un día entero de colegio al menos en una ocasión (frente a una media de la OCDE del 23%), un dato que el informe señala que es “uno de los porcentajes más altos de entre todos los países y economías” y que señala al absentismo escolar como un factor que no deberíamos perder de vista. Y, como señalábamos en un artículo previo, los estudiantes –incluso los de bajo rendimiento– pasan mucho tiempo haciendo deberes pero eso no sirve para demasiado: 4,7 horas de media a la semana frente a las 3,5 de la OCDE. <https://www.oecd.org/pisa/PISA2015-Students-Well-being-Country-note-Spain-Spanish.pdf>





## 1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

La finalidad de esta investigación es disminuir el divorcio existente entre el alumnado de la ESO y las matemáticas, dentro del aula que es el medio dónde los docentes podemos actuar directamente. Y para ello se adentra en el estudio de la influencia de las matemáticas recreativas.

Este trabajo no trata de investigar cómo afecta el entorno social en el alumnado en concreto. Pero evidentemente sí afecta en la medida que esta juventud está en contacto con él. Tampoco trata esta tesis doctoral en indagar en qué tipo de familia se encuentra el alumnado para averiguar si los problemas tienen sus raíces en el seno de la misma.

Se estudian tres grupos de alumnado diferenciados por sus capacidades matemáticas.

El primer grupo es el alumnado incluido en el programa de atención a la diversidad con producción académica baja: 4º de la ESO del instituto de educación secundaria (IES) Olorda del Baix Llobregat; y 2º de la ESO del IES Vall d'Arús del Baix Llobregat.

El segundo grupo se compone de una muestra del alumnado asistente a la XX Prova Cangur celebrada el 19 de mayo de 2016, en la EPSEVG (Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Vilanova i la Geltrú) de la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC).

El tercer grupo lo integra el alumnado asistente, de diferentes IES de Catalunya y centros educativos concertados por el Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, al taller matemático Anem per + mates celebrado en la Facultat de Matemàtiques i Estadística (FME) de la UPC.

### 1.4.1.-Objetivo principal

¿Cómo motivar al alumnado de la ESO para que mejore en su producción académica?

### 1.4.2.-Objetivos específicos

Auditar la información necesaria del alumnado de 4º C de la ESO, analizar dicha información para elaborar un diagnóstico, y asesorar al alumnado del tratamiento a seguir para lograr su sueño.

Indagar qué tipo de alumnado acude al taller Anem x+ mates y cuál es su idiosincrasia.

Estudiar la influencia de las pruebas Cangur en el desarrollo del alumnado, desde la perspectiva del aumento del rendimiento y la producción académica. Es decir, ver si las pruebas Cangur son un elemento que favorece y potencia el aprendizaje de las matemáticas. En los niveles de la ESO.

<https://www.cangur.org/>



Comparar el rendimiento y producción académica de los alumnos que realizan las pruebas y los que no. Y establecer conclusiones cognitivas y/o heurísticas.

Analizar la influencia de ciertas áreas socialmente desfavorecidas económicamente con la realización de dichas competiciones.



Actitud hacia las matemáticas antes y después de realizar las pruebas Cangur.

Analizar cuáles son las causas de la no asistencia de los institutos de Catalunya a las pruebas Canguro.

Analizar las opiniones de los alumnos que realizan las pruebas Cangur.

Analizar las opiniones de los profesores de matemáticas que voluntariamente llevan al alumnado a realizar las pruebas Cangur.

Analizar las opiniones de los responsables de la organización de las pruebas Cangur en Catalunya.



## 1.5 ESTRUCTURA DE LA TESIS DOCTORAL

En el **capítulo I** se explica cuál es el motivo que conlleva a realizar la presente tesis doctoral. La finalidad y los objetivos de investigación. Se centra

el problema en el contexto actual en el que vivimos.

En el **capítulo II** se expone la literatura que existe en relación al tema investigado, así como las citas correspondientes, para definir los conceptos necesarios que explican la investigación de esta tesis doctoral.

En el **capítulo III** se detalla cómo se ha diseñado la investigación, y el método y herramientas que se han utilizado para alcanzar los objetivos propuestos. Se reflejan los tres grupos investigados: el alumnado de atención a la diversidad de 4º C de la ESO del IES Olorda del Baix Llobregat y el 2º de la ESO del IES Vall d'Arús del Baix Llobregat; el alumnado asistente a la XX Prova Cangur 2015 celebradas en la EPSEVG de la UPC en Vilanova i la Geltrú; y el alumnado asistente al taller Anem x+ mates 2015 celebrado en la FME de la UPC en Barcelona.

En el **capítulo IV** se analizan los resultados obtenidos del estudio empírico realizado según la metodología más óptima para esta investigación, descrita en el capítulo III.

En el **capítulo V** se realiza el informe pertinente de la investigación efectuada. Y se indica la contribución que se aporta para una mejora social. También se indican las limitaciones y las perspectivas futuras de nuevas investigaciones.

En el **capítulo VI** se reflejan las referencias bibliográficas consultadas para dar consistencia a la tesis doctoral.

En el anexo se incluye la documentación necesaria para clarificar la tesis doctoral.







## CAPÍTULO 2

---

# MARCO TEÓRICO

En este capítulo se expone la literatura que existe en relación al tema investigado, así como las citas correspondientes, para definir y dar consistencia a los conceptos utilizados que explican la investigación de la presente tesis doctoral.



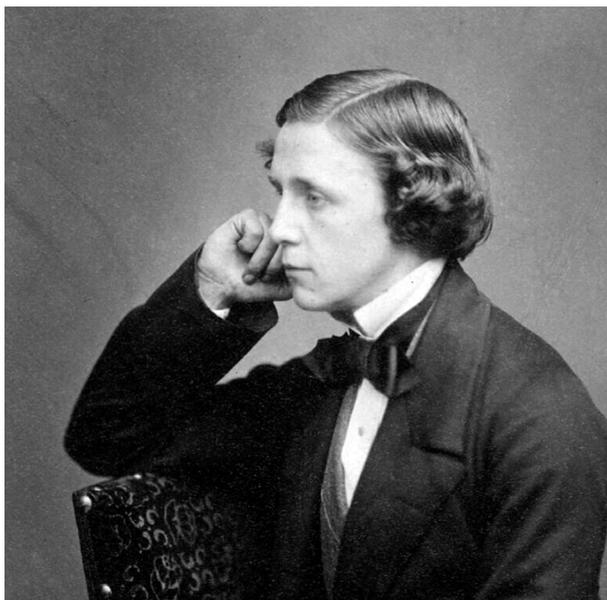
## 2.1 MATEMÁTICAS RECREATIVAS

Una buena forma de empezar a delimitar el tema de investigación es averiguar qué documentación existe sobre la temática investigada, es decir: del estado actual del tema qué se sabe ya sobre el mismo, cómo se ha manifestado en otras circunstancias, y cómo se ha tratado.

“La matemática recreativa es un área de las matemáticas que se concentra en la obtención de resultados acerca de actividades lúdicas, y también la que se dedica a difundir o divulgar de manera entretenida y divertida los conocimientos, ideas o problemas matemáticos” ([https://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica\\_recreativa](https://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica_recreativa)).

Cuando se analiza la historia de las matemáticas recreativas encontramos personajes que han contribuido al apasionante mundo de la didáctica de las matemáticas. A continuación, se realiza un seguimiento de las personalidades más influyentes en el mundo, así como su contribución didáctica.





### Charles Lutwidge Dodgson

Vivió entre los años 1832-1898.

Más conocido por su seudónimo Lewis Carroll, fue un diácono anglicano, lógico, matemático, fotógrafo y escritor británico. Sus obras más conocidas son Alicia en el país de las maravillas y su continuación, Alicia a través del espejo.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Lewis\\_Carroll](https://es.wikipedia.org/wiki/Lewis_Carroll)



### Samuel Loyd

Conocido como Sam Loyd. Vivió entre los años 1841-1911.

Fue un jugador de ajedrez, compositor de ajedrez, autor de rompecabezas, y matemático recreativo.

Era un entusiasta de los rompecabezas de Tangram, Loyd publicó un libro de setecientos diseños Tangram únicos y una historia fantástica sobre el origen del Tangram. Escribió Mathematical Puzzles of Sam Loyd (ISBN 0-486-20498-7): seleccionados y editados por Martin Gardner.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Sam\\_Loyd](https://es.wikipedia.org/wiki/Sam_Loyd)





### François Édouard Anatole Lucas

Vivió entre los años 1842-1891.

Su aportación, entre otras, fue el inventor de las Torres de Hanói. Las Torres de Hanói es un rompecabezas o juego matemático inventado en 1883 por el matemático francés Édouard Lucas.<sup>1</sup> Este juego de mesa solitario se trata de un juego de ocho discos de radio creciente que se apilan insertándose en una de las tres estacas de un tablero. El objetivo del juego es crear la pila en otra de las estacas siguiendo ciertas reglas. El problema es muy conocido en la ciencia de la computación y aparece en muchos libros de texto como introducción a la teoría de algoritmos. La fórmula para encontrar el número de movimientos necesarios para transferir  $n$  discos del poste A al poste C es:  $2^n - 1$ .

Lucas siempre se sintió apasionado por las matemáticas recreativas. Su serie de *Récréations mathématiques* (publicada entre 1882 y 1894) es hoy día un verdadero clásico para los aficionados.

Resolvió el Problema de los Aros Chinos (también conocido como baguenaudier) descrito por el matemático italiano Cardano en su obra de 1550 *De Subtilitate Rerum*.

[https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%89douard\\_Lucas](https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%89douard_Lucas)



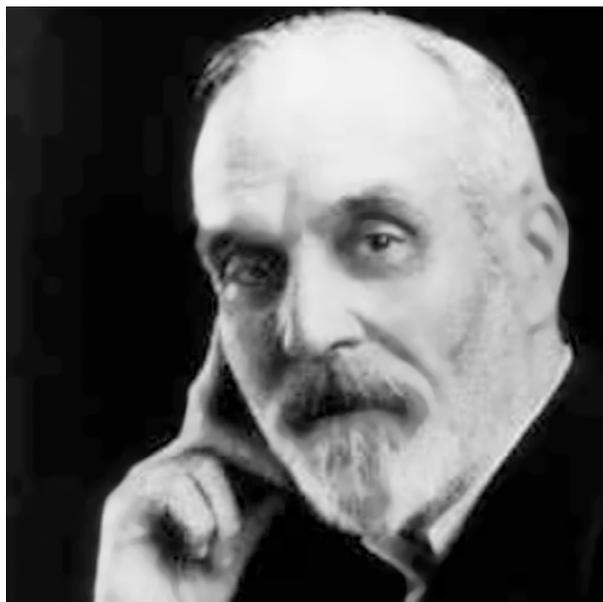


### Walter William Rouse Ball

Vivió entre los años 1850-1925.

Es conocido principalmente por su labor como historiador de las matemáticas y por ser autor de uno de los libros más populares de matemática recreativa, *Mathematical Recreations and Essays* (en español sería *Juegos matemáticos recreativos y ensayos*) publicado por primera vez en 1892 y cuya última edición es de H. S. M. Coxeter.

[https://es.wikipedia.org/wiki/W.\\_W.\\_Rouse\\_Ball](https://es.wikipedia.org/wiki/W._W._Rouse_Ball)



### Henry Ernest Dudeney

Vivió entre los años 1857-1930.

Fue un matemático inglés autor de juegos y puzzles matemáticos. Se le considera como uno de los mejores creadores de puzzles ingleses.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Henry\\_Dudeney](https://es.wikipedia.org/wiki/Henry_Dudeney)





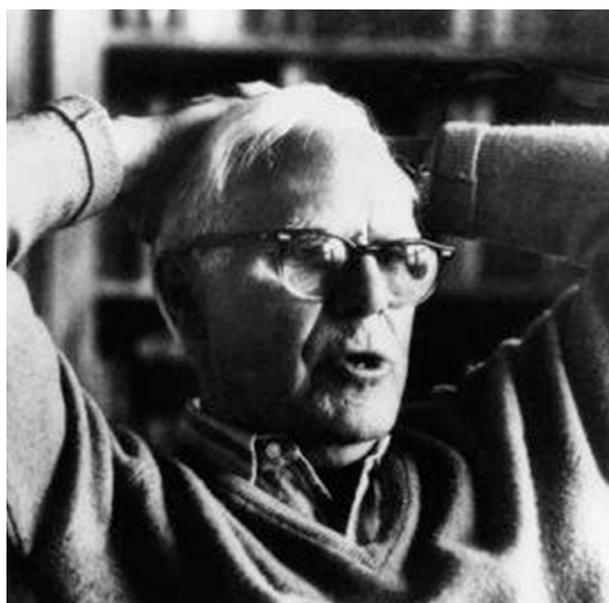
### Yákov Isídorovich Perelmán

Vivió entre los años 1882-1942.

Fue un divulgador de la física, las matemáticas y la astronomía, uno de los fundadores del género de la literatura de ciencia popular. Sus libros fueron editados fuera de la URSS, en diferentes idiomas, por Editorial Mir. Los siguientes libros de Perelman han sido traducidos del ruso al castellano: Matemáticas recreativas; Aritmética recreativa; Álgebra recreativa; Geometría recreativa; Astronomía recreativa; Física recreativa I; Física recreativa II; Problemas y experimentos recreativos; Mecánica para todos.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Y%C3%A1kov\\_Perelm%C3%A1n](https://es.wikipedia.org/wiki/Y%C3%A1kov_Perelm%C3%A1n)





## Martin Gardner

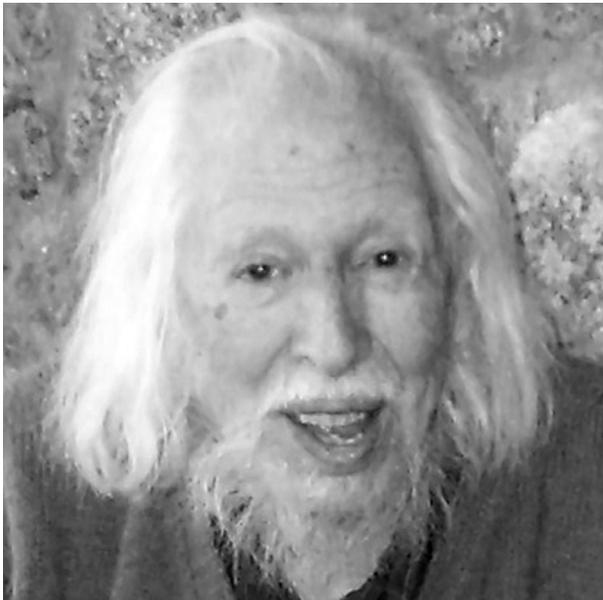
Vivió entre los años 1914-2010.

Martin Gardner probablemente fue el creador de las matemáticas recreativas. Se le realizó una entrevista, en su casa de Carolina del Norte el año 1996, en donde se recoge que fue él quien creó y editó la única columna de matemáticas recreativas en la *Journal Scientific American*, entre los años 1957 y 1982. Y fue quien probablemente hizo más que nadie para llevar las matemáticas a los no matemáticos (Gardner, M. y Hargittai, I. 1997).

Es la personalidad más influyente dentro de las matemáticas recreativas. Autor entre 1956 y 1981 de la columna *Mathematical Games* (publicada en español como *Juegos matemáticos*) y de numerosos libros donde se recopilan los artículos de la columna. Fue un divulgador científico y filósofo de la ciencia estadounidense, así como mago ilusionista, muy popular por sus libros de matemática recreativa: *Pasatiempos matemáticos y divulgación científica*; ¡Ajá! *Paradojas que hacen pensar* (Labor); ¡Ajá! *Inspiración* (Labor); *Máquinas y diagramas lógicos* (Alianza); *El ordenador como científico* (Paidós Studio); *Izquierda y derecha en el cosmos* (Salvat); *La explosión de la relatividad* (Salvat); *Recopilaciones de artículos en Scientific American*; *Nuevos pasatiempos matemáticos* (1961) (Alianza Editorial, El libro de bolsillo 391, 1987; ISBN 84-206-1391-6); *El ahorcamiento inesperado y otros entretenimientos matemáticos* (1969) (Alianza Editorial, El libro de bolsillo 1549, 1991; ISBN 84-206-0549-2); *Comunicación extraterrestre y otros pasatiempos matemáticos* (1971) (Ediciones Cátedra, 1986; ISBN 84-376-0602-0); *Carnaval matemático* (1975) (Alianza Editorial, El libro de bolsillo 778, 1995; ISBN 84-206-1778-4); *Festival mágico-matemático* (1978) (Alianza Editorial, El libro de bolsillo 1023, 1994; ISBN 84-206-0023-7); *Circo matemático* (1979) (Alianza Editorial, El libro de bolsillo 937, 1983; ISBN 84-206-1937-X); *Ruedas, Vida y otras diversiones matemáticas* (1983) (Editorial Labor, 1985; ISBN 978-84-335-5114-6); *Los mágicos números del Dr. Matrix* (1985) (Editorial Gedisa, 1987; ISBN 84-7432-263-4); *Rosquillas anudadas y otras amenidades matemáticas* (1986) (Editorial Labor, 1987; ISBN 84-335-5108-6); *Miscelánea matemática* (1986) (Salvat Editores, Biblioteca científica Salvat 49, 1986; ISBN 84-345-8415-8). Es un compendio de varios artículos ya publicados en *Carnaval matemático*, *Festival mágico-*

co-matemático y Circo matemático; Viajes por el tiempo y otras perplejidades matemáticas (1987) (Editorial Labor, 1988; reeditado por RBA; ISBN 84-335-5141-8); Mosaicos de Penrose y escotillas cifradas (1989) (Editorial Labor, 1990; ISBN 84-335-5220-1); Las últimas recreaciones I y II (1997) (Editorial Gedisa, 2002).

[https://es.wikipedia.org/wiki/Martin\\_Gardner](https://es.wikipedia.org/wiki/Martin_Gardner)



### Raymond Merrill Smullyan

Nació en el 1919.

Desde una edad temprana se sintió fascinado por las matemáticas recreativas, en especial por la lógica. Entre sus obras destacamos: (1982) ¿La dama o el tigre? (1989) Ediciones Cátedra, S.A.; (1982) Alicia en el país de las adivinanzas (1989) Ediciones Cátedra, S.A.; (1997) El enigma de Scherezade (1998) Editorial Gedisa, S.A.; (1988) Juegos por siempre misteriosos (1988) Editorial Gedisa, S.A.; (1989) Juegos para imitar a un pájaro imitador (1989) Editorial Gedisa, S.A.; (2002) Caballeros, bribones y pájaros egocéntricos (2002) Editorial Gedisa, S.A.; (2002) Bosques curiosos y pájaros aristocráticos (2002) Editorial Gedisa, S.A.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Raymond\\_Smullyan](https://es.wikipedia.org/wiki/Raymond_Smullyan)





### Miguel de Guzmán Ozámiz

Vivió entre los años 1936-2004.

Fue un matemático y docente español. En 1999 funda el proyecto ESTALMAT (Estímulo del talento matemático) en Madrid, con el fin de potenciar el desarrollo de las habilidades matemáticas en los jóvenes que demuestran interés por ello. Entre sus obras podemos citar: Cómo hablar, demostrar y resolver en matemáticas; Ecuaciones diferenciales ordinarias. Teoría de estabilidad y control; Aventuras matemáticas; Los matemáticos no son gente seria; Para pensar mejor: Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos.; Ecuaciones diferenciales

[https://es.wikipedia.org/wiki/Miguel\\_de\\_Guzm%C3%A1n](https://es.wikipedia.org/wiki/Miguel_de_Guzm%C3%A1n)



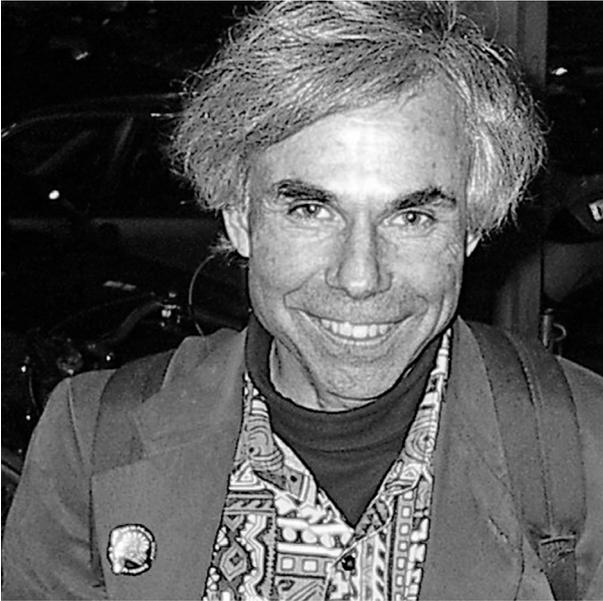
### John Horton Conway

Nació en el 1937.

Prolífico matemático activo en la teoría de conjuntos (teoría de conjuntos finitos), teoría de nudos, teoría de números, teoría de juegos y teoría de códigos. Entre los matemáticos aficionados, quizás es más conocido por su teoría de juegos combinatorios, en particular por ser el creador en 1970 del juego de la vida. También es uno de los inventores del juego del drago, así como del Phutball y ha realizado análisis detallados de muchos otros juegos y problemas, como el cubo Soma.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Henry\\_Dudeney](https://es.wikipedia.org/wiki/Henry_Dudeney)





### Douglas Richard Hofstadter

Nació en el 1945.

Ganó el Premio Pulitzer de ensayo en 1980. Escritor entre 1981 y 1983 de la columna Metamagical Themas (Temas metamágicos), anagrama de Mathematical Games.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Douglas\\_Hofstadter](https://es.wikipedia.org/wiki/Douglas_Hofstadter)



### Ian Nicholas Stewart

Nació en el 1945.

Profesor de matemática de la Universidad de Warwick, más conocido como escritor de ciencia ficción y de divulgación científica. Fue el primero en recibir, en 2008, la Medalla Christopher Zeeman, por sus numerosas actividades relacionadas con la divulgación matemática.

Stewart es autor de artículos aparecidos en Scientific American, New Scientist y Nature, entre otras publicaciones: ¿Juega Dios a los dados?, Crítica, 2001; Cartas a una joven matemática, Crítica, 2006; Belleza y Verdad, una historia de la simetría, Crítica, 2008; La cuadratura del cuadrado y otras curiosidades matemáticas del gabinete del profesor Stewart, Crítica, 2008; Historia de las matemáticas en los últimos 10.000

años, Crítica, 2008 De aquí al infinito, las matemáticas de hoy, Crítica, 1998; Cómo cortar un pastel y otros rompecabezas matemáticos, Crítica, 2006; La cuadratura del cuadrado, Crítica; Locos por las matemáticas, juegos y diversiones matemáticos, crítica, 2005; El laberinto mágico, el mundo a través de los ojos matemáticos, Crítica, 2001; Ingeniosos encuentros entre juegos y matemática, 2000; El segundo secreto de la vida, Crítica, 1999; ¿Es Dios un geómetra?, Crítica, 1995; Conceptos de matemática moderna, Alianza; The Science of Discworld, con Jack Cohen y Terry Pratchett; The Science of Discworld II: The Globe, con Jack Cohen y Terry Pratchett; The Science of Discworld III; Darwin's Watch, con Jack Cohen y Terry Pratchett; Wheelers, con Jack Cohen (ficción); Heaven, con Jack Cohen, Aspect, mayo de 2004 (ficción); Evolving the Alien: The Science of Extraterrestrial Life, con Jack Cohen; Cows in the Maze: And Other Mathematical Explorations (2010) ISBN 978-0-19-956207-7; The Mathematics of Life (2011) ISBN 978-0-465-02238-0; In Pursuit of the Unknown: 17 Equations That Changed the World (2012) ISBN 978-1-84668-531-6 (en español: 17 ecuaciones que cambiaron el mundo, México, Ediciones Culturales Paidós, Colección Crítica, 432 pp., 2015. ISBN 9786078406708); Symmetry: A Very Short Introduction (2013) ISBN 978-0-19965-198-6; Visions of Infinity: The Great Mathematical Problems (2013) ISBN 978-0-46502-240-3; Incredible Numbers by Professor Ian Stewart (iPad app)

[https://es.wikipedia.org/wiki/Ian\\_Stewart\\_\(matem%C3%A1tico\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Ian_Stewart_(matem%C3%A1tico))





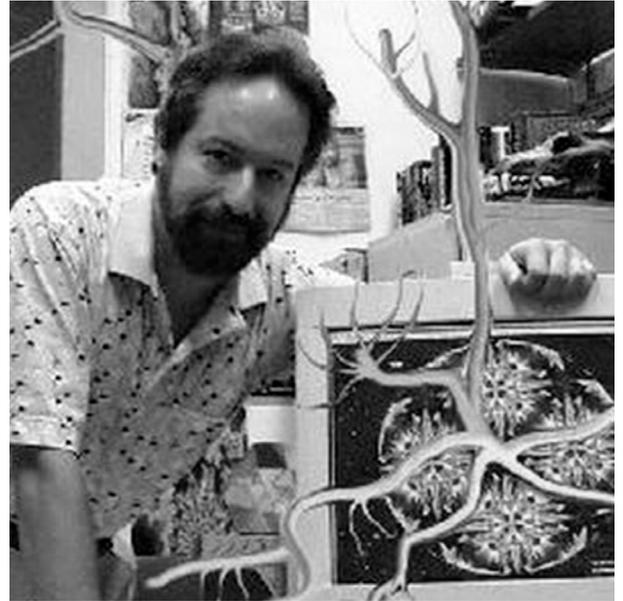
### Adrián Arnoldo Paenza

Nació en 1949.

Conocido por su trabajo en la divulgación de la matemática, lo que le valió el premio Premio Lilavati 2014.

Matemática... ¿Estás ahí? es el primer libro de una serie escrita por el periodista y doctor en matemática argentino Adrián Paenza. Se trata de una serie dedicada principalmente a la matemática recreativa. Pertenece a la colección "Ciencia que ladra...", Paenza declara preguntarse por qué es que la matemática, algo tan divertido, tiene tan mala prensa. Con este libro pretende demostrar que algo que muchas personas odian —la matemática— puede llegar a ser interesante.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Adri%C3%A1n\\_Paenza](https://es.wikipedia.org/wiki/Adri%C3%A1n_Paenza)



### Clifford A. Pickover

Nació en 1957.

Autor de numerosos libros de matemáticas recreativas.

[https://en.wikipedia.org/wiki/Clifford\\_A.\\_Pickover](https://en.wikipedia.org/wiki/Clifford_A._Pickover)





Asimismo, Gairín (1990) señala que: “En cuanto al aprendizaje se recogen resultados de investigaciones sobre los efectos que produce la utilización de juegos matemáticos en los alumnos. Podemos destacar los de estimular el interés y desarrollar actitudes positivas hacia las matemáticas” (p.105).

El denominador común de todos ellos es: enriquecer el conocimiento a través de las habilidades proporcionadas por la matemática recreativa.

### 2.1.1.-Pruebas y talleres matemáticos

A continuación Florensa (2013) enumera, dentro del campo de las matemáticas recreativas, las diferentes pruebas y talleres de matemáticas que se realizan en Catalunya para disfrutar de las matemáticas, como: las pruebas Cangur, olimpiadas matemáticas, problemas al esprín, hacemos matemáticas, + mates, maratón de problemas...entre otras. Y los talleres más importantes son: Estalmat, Anem x + mates, y ciencia a la calle, entre otros.

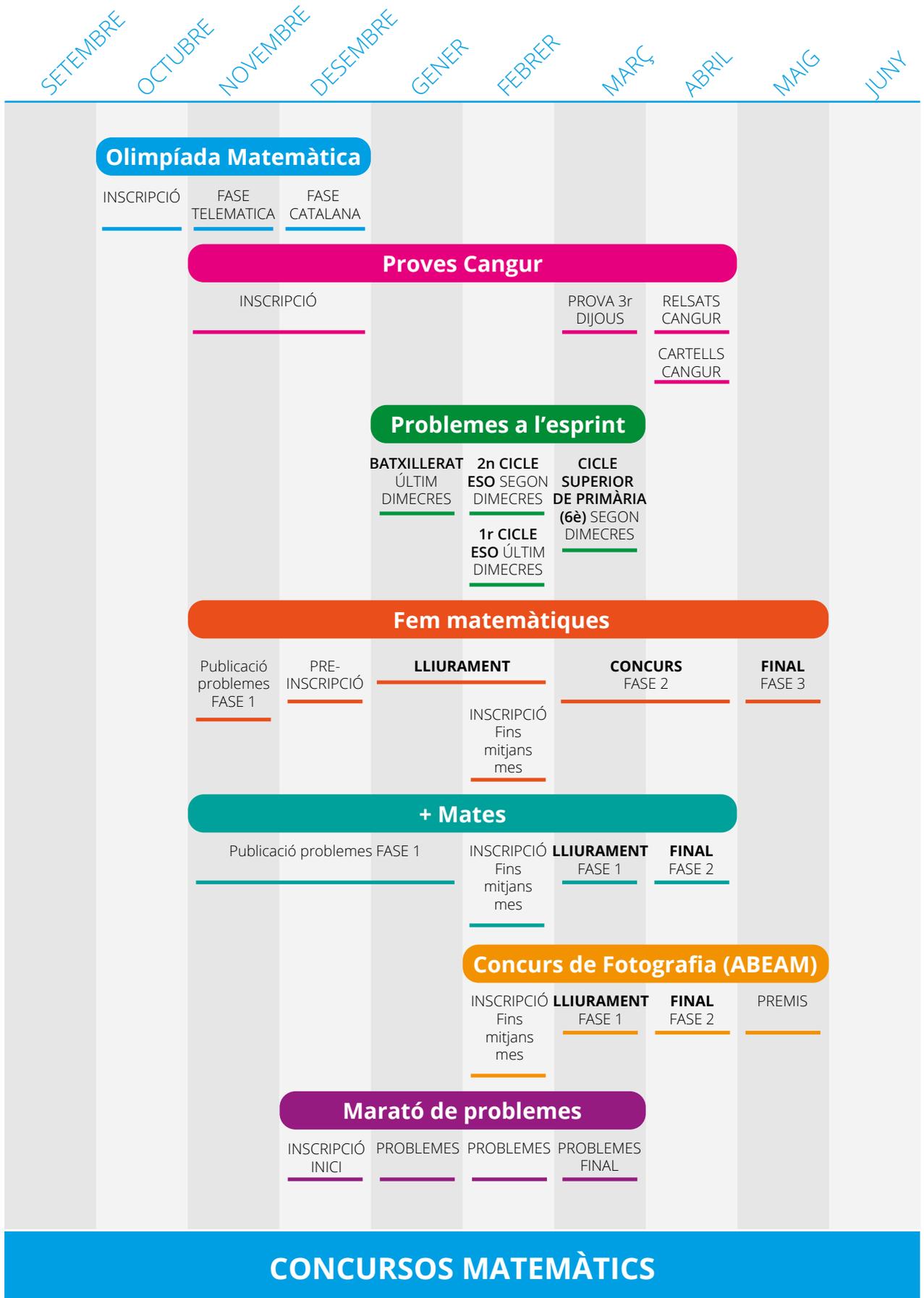


Figura 2. Cronograma de los Concursos Matemàtics

Fuente: [Elaboración propia](#)

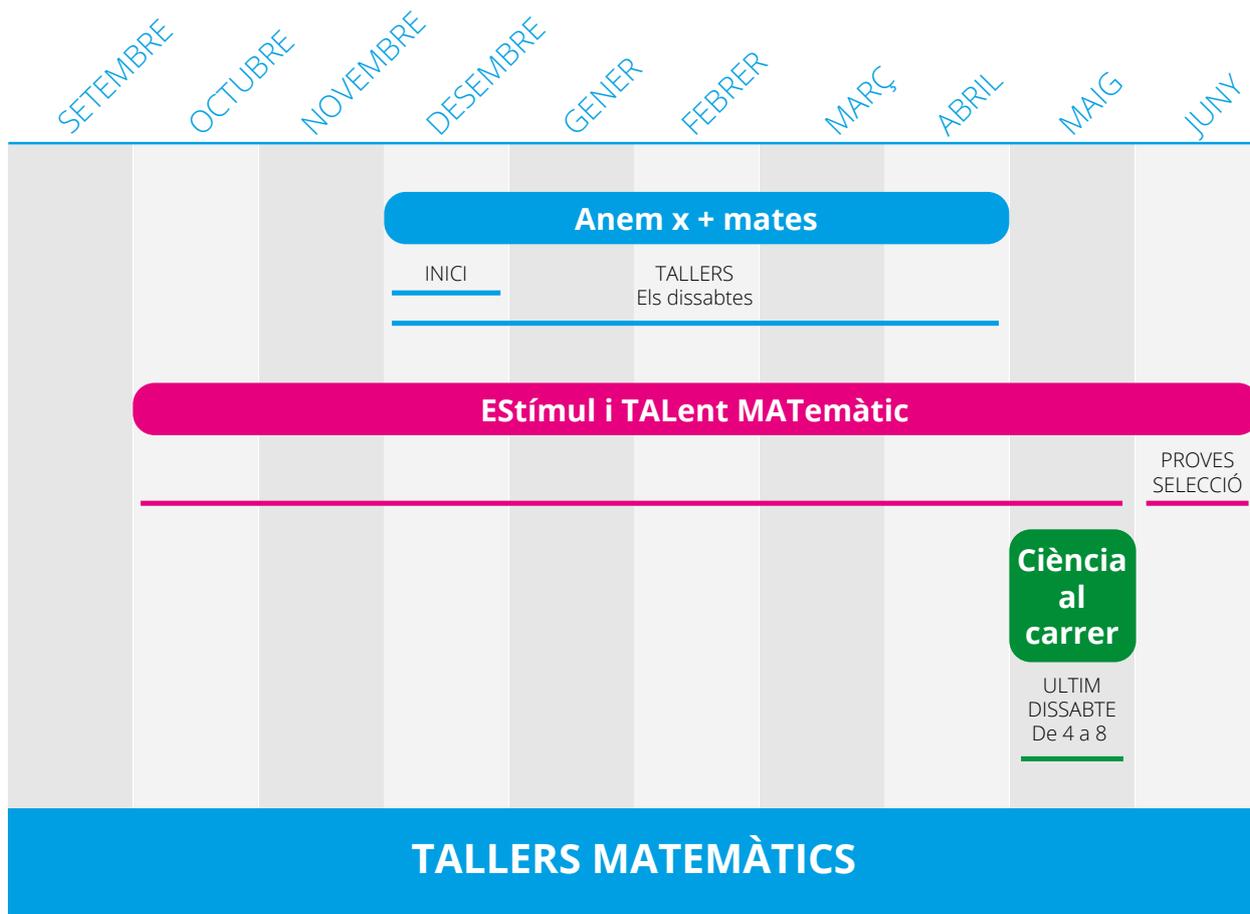


Figura 3. Cronograma de Tallers Matemàtics

Fuente: [Elaboración propia](#)

## CONCURSOS MATEMÀTICOS

## Olimpiada matemàtica

**Nivell Secundària** (Batxillerat i Cicles formatius) Excepcionalment hi poden participar-hi alumns d'ESO sempre que estiguin avalats pel professorat de matemàtiques.

**Calendari** Inscripció a l'octubre. Fase prèvia telemàtica pel novembre. Proves de la fase catalana al desembre.

**Descripció** La prova, de dues sessions de duració, consisteix en la resolució de mitja dotzena de problemes. Es fan sessions de preparació per als participants a les següents universitats: FME de la UPC, UAB, UB, UdG, Universitat Rovira i Virgili, a Tarragona, i a l'Institut Màrius Torres, de Lleida.

**web** <https://fespm.es/index.php/olimpiada-matematica/>



## Proves Cangur

**Nivell Secundària** (3r d'ESO, 4t d'ESO, 1r Batxillerat, 2n Batxillerat).

**Calendari** Període d'inscripció entre novembre i desembre. Prova el 3r dijous de març.

**Descripció** Es planteja en 30 problemes de dificultat creixent i de resposta tancada, amb cinc opcions per a cada problema, que es resolen en una sola sessió. Hi ha sessions de preparació a la FME de la UPC, a la UAB i a l'Institut La Sedeta.

**web** <http://www.cangur.org/>





## Problemes a l'esprint

**Nivell** Primària (Cicle superior) i Secundària (1r i 2n d'ESO, 3r i 4t d'ESO, Batxillerat)

**Calendari** 4 convocatòries repartides durant el 2n trimestre.

**Descripció** L'objectiu és la resolució de problemes en línia treballant per equips internivells de centre. És una prova d'una sessió "a contrarellotge", però cada un dels centres participants (de tots els Països Catalans) pot fer la prova a l'hora que millor vagi per a l'organització del centre.

**web** <http://www.cangur.org/es-print/>



## Fem matemàtiques

**Nivell** Primària (6è) i Secundària (1r d'ESO, 2n d'ESO).

**Calendari** Inscripció fins a mitjans de febrer. 1a fase (finals del 1r trimestre a mitjans del 2n). 2a fase a l'abril. 3a fase al maig.

**Descripció** Hi ha una primera fase classificatòria, als centres, on es resolen tres problemes per equips. Posteriorment hi ha una 2a fase organitzada per cada associació de professorat de matemàtiques d'on surt l'alumnat que es classifica per la 3a i final a nivell de tota Catalunya.

**web** <https://fm.feemcat.org/>



## + Mates

**Nivell** Primària (5è) i Secundària (3r d'ESO, 4t d'ESO, Batxillerat).

**Calendari** Inscripció fins a mitjans de febrer. 1a fase (finals del 1r trimestre a mitjans del 2n). 2a fase a l'abril.

**Descripció** És una extensió del "Fem Matemàtiques" i té un funcionament semblant. Aquest concurs es realitza per a Girona, Maresme i part de la Catalunya Central, encara que la inscripció és oberta a tot el territori.

**web** [http://phobos.xtec.cat/jtarrad2/intranet/index.php?-module=detic\\_portal&ref=-mesmates](http://phobos.xtec.cat/jtarrad2/intranet/index.php?-module=detic_portal&ref=-mesmates)



## Concurs de Fotografia (ABEAM)

**Nivell** Primària (Cicle Superior), Secundària (ESO 1r/2n i 3r/4t), Batxillerat, Cicles formatius, Escoles d'adults Professorat i PAS.

**Calendari** Inscripció fins a mitjans de febrer. 2a fase a l'abril.

**Descripció** Hi ha una primera fase als centres i una fase final a partir de les fotografies seleccionades per cada centre.

**web** <http://abeam.feemcat.org/course/view.php?id=6>





## Marató de problemes

Nivell **Secundària** (3r i 4t d'ESO).

**Calendari** Anunci i convocatòria al mes de gener. Desenvolupament de l'activitat: de gener a abril.

**Descripció** Concurs online on s'han de resoldre aproximadament una quinzena de problemes que es van proposant a un ritme d'un per setmana.

**web** <http://www.cangur.org/marato/marato2013/index.php>



TALLERS MATEMÀTICS

## Anem x + matemàtiques

Nivell **Secundària** (4t d'ESO).

**Calendari** De finals del 1r trimestre a principi del 3r.

**Descripció** Cicle de 9 a 12 tallers que es porten a terme en matins de dissabte, amb una alternança mínima de 15 dies. Es pretén aprofundir en la reflexió matemàtica sobre el món que ens envolta, posant els coneixements adquirits en relació amb altres àmbits del saber, de manera que les matemàtiques quedin entroncades en un tot polièdric i que els alumnes puguin d'aquesta manera assolir millor les competències que defineix en l'etapa educativa de l'ESO. Es faran quatre grups d'una vintena d'alumnes corresponent a l'àmbit territorial de cadascuna de les associacions que formen la FEEMCAT (ABEAM, ADEMGI, APMCM i APaMMs).

**web** <http://venxmas.fespm.es/?lang=cat> (FESPM)

<http://feemcat.org/?p=593>  
(FEEMCAT)



## Estímul i TALEnt MATEmàtic

Nivell **Secundària** (1r i 2n d'ESO, 3r i 4t d'ESO).

**Calendari** D'octubre a maig. Proves de selecció al juny.

**Descripció** La selecció es fa per a alumnat de 6è de primària i 1r d'ESO. El primer curs l'alumnat de 1r i 2n d'ESO. El segon cursés de 2n i 3r d'ESO. L'objectiu és detectar i estimular el talent precoç en matemàtiques, fomentar l'afecció i habilitat matemàtica de nois i noies que viuen a Catalunya i que tenen destacades capacitats en aquest camp. Com a complement de les sessions d'Estalimat, per a alumnes més grans, es convoquen al llarg del curs tres o quatre conferències de divulgació de les matemàtiques a càrrec de professorat universitari, obertes a tot l'alumnat de 4t d'ESO o batxillerat i al professorat

**web** <http://www.xtec.cat/~mberini/indexcat.htm>





## Ciència al carrer

**Nivell** Poden participar els centres docents, divulgadors, universitats, empreses, institucions, museus i fundacions. I va adreçat als estudiants, professorat, vianants i ciutadania en general.

**Calendari** Aquesta activitat es realitza el darrer dissabte del mes de maig, de les 16:00h a les 20:00h.

**Descripció** Es tracta d'una fira en la que divulgadors de la ciència, empreses, docents i alumnat de tots els nivells mostren experiments de totes les disciplines científiques. Durant quatre hores intenses us podreu apropar a centenars de demostracions.

**web** <https://sites.google.com/axtec.cat/ciencia-carrer/>





## 2.1.2.-Las Proves Cangur

Como se ha apuntado anteriormente, las matemáticas no levantan pasiones entre los adolescentes. Por todo ello, entre el alumnado de la ESO y las matemáticas nació la curiosidad de comprobar si las pruebas Cangur, el objetivo de las cuales es que el alumnado aprenda matemáticas mediante la resolución de problemas, serían adecuadas para atraer la atención del alumnado.

Dado que a la edad de la pubertad el alumnado es muy proclive a realizar cualquier tipo de competición o prueba, las pruebas Cangur son motivadoras para que el alumnado intente resolverlas. Y si fueran como una salida de actividad obligatoria dentro del currículum de matemáticas, podríamos motivar al alumnado que todavía no cree que las matemáticas le pueden ser útiles a lo largo de toda su vida.

Por lo que respecta al objeto de estudio de este proyecto de tesis, en 1991 nació en Francia la competición matemática Pruebas Cangur conocidas con el nombre Kangourou <https://www.cangur.org/> A partir de 1994, otros países se añadieron a la organización de este concurso, creándose en junio de ese año la asociación internacional Le Kangourou Sans Frontières (KSF). En 2013 esta asociación contaba con 46 países miembros de pleno derecho, y participaron en la Pruebas Cangur aproximadamente seis millones de alumnos de Europa, Asia, África, América del Norte y del sur.

Guinjoan, Fortuny y Rodríguez (2015) señalan que en Catalunya, Valencia y Baleares se organiza este concurso bajo el nombre Pruebas Cangur desde 1994, con una participación en 2013 de 27.715 estudiantes de más de 843 centros de secundaria.

Entre todas las pruebas mencionadas se eligen las pruebas Cangur porque:

- son las más concurridas. Por ejemplo, en los talleres Anem x + mates son un total de 35 estudiantes.





- son las que, según los profesores que colaboran con la organización de las pruebas y llevan al alumnado a realizar dicha prueba, se pueden realizar sin preparación específica como ocurre, por ejemplo, con las olimpiadas matemáticas.
- son las que los problemas son de tipo lúdico. Se basan en la resolución de problemas desde la perspectiva lúdica. El nivel de exigencia de los problemas va en consonancia con el curso escolar del alumnado. Y por consiguiente al nivel académico marcado por el currículum de matemáticas impuesto por el Departament d'Ensenyament.
- son las que, además de ser una prueba de nivel, se identifican por tener un objetivo claramente recreativo, en comparación por ejemplo con las pruebas Pisa de la OCDE.

### 2.1.3.-El aula de matemáticas, un espacio con personalidad propia.

Se recoge y analiza un avance en la construcción de escenarios educativos para el aprendizaje de las matemáticas desde el cual se ofrece posibilidades a los estudiantes para encontrar las razones del por qué y para qué del propósito del proceso educativo presentado por (Camelo, Mancera, García, & Romero, 2008). En él se presentan los escenarios de aprendizaje construidos entre las variables: espacialidad, identidad y territorialidad. Integra como eje temático contenidos de áreas curriculares como ciencias naturales, educación física, matemáticas, ciencias sociales y lenguaje. Esta relación permite identificar problemas que tienen contenidos importantes desde una perspectiva del aprendizaje, de la importancia sociológica de aprender en la escuela y de la posición misma de los niños y niñas. Reinventando el currículum y los escenarios de aprendizaje de las matemáticas. Un estudio desde la perspectiva de la Educación Matemática crítica

Según (Ausubel, 1983):

En el campo de la psicología educativa y la labor docente, durante mucho tiempo se consideró que el aprendizaje era sinónimo de cambio de conducta porque dominó una perspectiva conductista de la labor educativa; sin embargo, se puede afirmar con certeza que el aprendizaje humano va más allá de un simple cambio de conducta, conduce a un cambio en el significado de la experiencia. La experiencia humana no sólo implica pensamiento, sino también afectividad y únicamente cuando se consideran en conjunto se capacita al individuo para enriquecer el significado de su experiencia. Para entender la labor educativa, es necesario tener en consideración otros tres elementos del proceso educativo: los profesores y su manera de enseñar; la estructura de los conocimientos que conforman el currículo y el modo en que éste se produce y el entramado social en el que se desarrolla el proceso educativo. Lo anterior se desarrolla dentro de un marco psicoeducativo, puesto que la psicología educativa trata de explicar la naturaleza del aprendizaje en el salón de clases y los factores que lo influyen, estos fundamentos psicológicos proporcionan los principios para que los profesores descubran por sí mismos los métodos de enseñanza más eficaces, puesto que intentar descubrir métodos por ensayo y error es un procedimiento ciego y, por tanto, innecesariamente difícil y antieconómico. En este sentido una "teoría del aprendizaje" ofrece una explicación sistemática, coherente y unitaria del ¿cómo se aprende?, ¿Cuáles son los límites del aprendizaje?, ¿Por qué se olvida lo aprendido?, y complementando a las teorías del aprendizaje encontramos a los "principios del aprendizaje", ya que se ocupan de estudiar a los factores que contribuyen a que ocurra el aprendizaje, en los que se fundamentará la labor educativa; en este sentido, si el docente desempeña su labor fundamentándola en principios de aprendizaje bien establecidos, podrá racionalmente elegir nuevas técnicas de enseñanza y mejorar la efectividad de su labor. La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, ofrece en este sentido el marco apropiado para el desarrollo de la labor educativa, así como para el diseño de técnicas educativas coherentes con tales principios, constituyéndose



en un marco teórico que favorecerá dicho proceso.

#### 2.1.4.-Escenario donde experimentar la discusión y argumentación.

Según (I. M. Gómez-Chacón & Figueiral, 2007):

Se trata de una investigación sobre el aula de matemáticas en Secundaria desde una perspectiva sociocultural y afectiva integrada. Se busca una mejor comprensión del aprendizaje de la Matemática en contextos multiculturales escolares de alumnos pertenecientes a minorías culturales. Mediante una opción metodológica cualitativa micro-etnográfica y de estudio de casos se tratará de establecer y describir relaciones significativas entre cognición y afecto (afecto local y global) en el aprendizaje de la matemática y analizar si se podrían interpretar las reacciones emocionales de los estudiantes en el aprendizaje matemático desde la perspectiva de la identidad social e identidad cultural. Palabras claves: aspectos socioculturales y afectivos de la educación matemática, afecto-cognición en matemáticas, identidad cultural y educación matemática, micro-etnografía, teorías sociales del aprendizaje. Gómez Chacón, I. M. y L. Figueira (2007), "Identité et facteur affectifs dans l'apprentissage des mathématiques Annales de Didactique et de Sciences Cognitives", IREM Strasbourg, núm. 12, pp. 117-146.

Los factores como las creencias, las emociones y las actitudes hacia las matemáticas, que están relacionados con el dominio afectivo en la educación matemática, influyen en el desarrollo exitoso de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Así como la impopularidad de las matemáticas y la aversión que siente una parte de la sociedad que debe aprenderla, sin excluir las dificultades que presentan algunos docentes que tienen la responsabilidad de enseñarla en las aulas de clase (Padrón, 2005).

Según (Díaz-Barriga, 2003):

se describen los principios del paradigma de la cognición situada vinculado al enfoque sociocultural vigotskiano que se afirma que el conocimiento es situado, es decir, forma parte y es producto de la actividad, el contexto y la cultura. Se destacan la importancia de la mediación, la construcción conjunta de significados y los mecanismos de ayuda ajustada. Se ejemplifican algunos enfoques instruccionales que varían en su relevancia cultural y en el tipo de actividad social que propician. Se presenta un conjunto de estrategias para el aprendizaje significativo basadas en una enseñanza situada y experiencial (solución de problemas auténticos, aprendizaje en el servicio, análisis de casos, proyectos, simulaciones situadas, entre otros), y se concluye en términos de su potencialidad para promover el facultamiento.

Cognitivo o cognición, del latín: *cognoscere*, *conocer*, se define como la facultad de un ser vivo para procesar información a partir de la percepción, el conocimiento adquirido (experiencia) y características subjetivas que permiten valorar la información. Consiste en procesos tales como el aprendizaje, el razonamiento, la atención, la memoria, la resolución de problemas, la toma de decisiones y el procesamiento del lenguaje (DE LA LENGUA et al., 2002).

El concepto de cognición es frecuentemente utilizado para significar el acto de *conocer*, o conocimiento, y puede ser definido, en un sentido cultural o social, como el desarrollo emergente de conocimiento dentro de un grupo, que culmina con la sinergia del pensamiento y la acción (Bruner, 2004).

El carácter constructivo del aprendizaje, las recientes aportaciones sobre el mismo y el carácter distribuido de la cognición, son temas centrales aportados por la psicología cognitiva. Se indican dilemas y problemas que quedan aún por resolver (Resnick, 1996) y que afecta al aprendizaje del



alumnado.

Según (Marín Juarros, Negre Bennasar, & Pérez i Garcias, 2014):

El aprendizaje colaborativo se puede afrontar desde diferentes estrategias. En este artículo contemplamos la creación y mantenimiento de entornos y redes personales de aprendizaje (PLEs y PLNs) y su integración en entornos virtuales institucionales de aprendizaje (EVEA) como estrategias que facilitan y promueven el aprendizaje colaborativo, siempre desde una visión educativa en la que el alumno es autónomo en su propio aprendizaje y trabaja para el logro de metas comunes mediante la realización de actividades de forma conjunta en grupos, existiendo interdependencias positivas. Los objetivos de este trabajo son experimentar con metodologías didácticas de integración del EVEA y los PLEs, y analizar la construcción del PLE por parte de los alumnos universitarios, haciendo especial énfasis en la construcción de la red personal de aprendizaje. Para ello se empleó una metodología de diseño y desarrollo, en una asignatura universitaria de los estudios de maestro de Primaria. Los resultados de la experiencia apuntan a que los alumnos construyen sus PLEs y PLNs en base a sus nuevos conocimientos adquiridos y se produce una adecuada integración metodológica entre esos entornos y el EVEA para el aprendizaje integrado. Como conclusión proponemos un modelo de organización metodológica de integración para el aprendizaje colaborativo a modo de buena práctica.



## 2.2 PRUEBAS PISA (PROGRAMME INTERNATIONAL STUDENT ASSESSMENT)

Dentro del marco de referencia de las pruebas PISA (Programme for International Student Assessment), Mogens Niss (Niss, 1992) define las ocho competencias matemáticas: Niss y Jensen (2002)

- 1. Pensar y razonar.** Esto implica formular preguntas.
- 2. Argumentar.** Esto implica razonar matemáticamente de forma simple.
- 3. Comunicar.** Esto implica comprender y saber expresarse oralmente.
- 4. Construir modelos.** Estructurar el campo o situación que se quiere modelar.
- 5. Formular y resolver problemas.** Esto implica plantear y formular problemas.
- 6. Representar, descodificar, codificar, traducir, interpretar y diferenciar** entre las diversas formas de representación de las situaciones y objetos matemáticos y las interrelaciones entre las diversas representaciones; seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación dependiente de la situación y el propósito.
- 7. Utilización de operaciones y lenguaje simbólico, formal**



**y técnico.** Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico y comprender su relación con el lenguaje natural, traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico / formal; manejar afirmaciones y expresiones con símbolos y fórmulas; utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos.

**8. Usar materiales y herramientas de apoyos.** Tener conocimientos y ser capaz de utilizar diferentes materiales y herramientas de apoyo (incluidas las tecnologías de la información) que pueden ayudar en la realización de la actividad matemática; y conocer sus limitaciones.

En el grupo de reproducción las competencias implican esencialmente la reproducción del conocimiento practicado. Y en el grupo de conexiones las competencias del grupo de conexión se apoyan sobre las del grupo de reproducción, conduciendo a situaciones de resolución de problemas que ya no son de simple rutina, pero que aún incluyen escenarios familiares o casi familiares.

En el grupo de reflexión las competencias de este grupo incluyen un elemento de reflexión por parte del estudiante sobre los procesos necesarios o empleados para resolver un problema. Relacionan las capacidades del alumnado para planificar estrategias de resolución y aplicarlas en escenarios de problema que contienen más elementos y pueden ser más innovadores que los del grupo de conexión. Además de las competencias descritas para el grupo de conexiones, entre las competencias del grupo de reflexión se encuentran las siguientes:

Las preguntas de evaluación que miden las competencias del grupo de reflexión se pueden describir mediante los descriptores clave: razonamiento avanzado, argumentación, abstracción, generalización y construcción de modelos aplicados a contextos nuevos.

Las pruebas PISA ofrecen una información valiosa, a los dirigentes de la política educativa de aquellos países que participan. Pueden realizar el seguimiento de la producción académica del alumnado a lo largo del tiempo. De esta forma se pueden valorar las debilidades y fortalezas del sistema de enseñanza que están ofreciendo en su país, y evidenciar la relación con los demás países intervinientes. El objetivo de las pruebas Pisa es verificar el nivel del alumnado y compararlo entre países.

Existen puntos de vista diferentes donde se cuestionan las pruebas PISA (Hernández, 2006). La divergencia radica en que en la escuela secundaria se tiende a impartir conocimiento para su reproducción, mientras que en las pruebas PISA se comprueban las capacidades de transferencia de conocimientos a las diferentes situaciones cotidianas, desde la perspectiva de la cognición situada sobre el aprendizaje. Por este motivo se reflexiona sobre las consecuencias que pueden derivarse de una exploración de la idea de aprendizaje presente en las pruebas PISA para repensar la tarea que se lleva a cabo en los centros de educación secundaria.

En otro punto de vista crítico a las pruebas PISA (Castaño-Villar, 2015), se disiente, sin ambages, de visiones trufadas y argumenta, con solvencia, la falta de capacidad del programa PISA, como guía para mejorar las escuelas y el trabajo del profesorado.



### 2.3 ALUMNADO DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD. (RESILIENCIA).

Los principales descriptores básicos del dominio afectivo, las creencias, actitudes y emociones, condicionan el éxito y/o fracaso del alumnado en el aprendizaje de las matemáticas (Guerrero, Nieto, & Gil, 2005).

Según el Decreto 143/2007, de 26 de junio, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas de la educación secundaria obligatoria, en su capítulo 4, artículo 13 dedicado a la atención a la diversidad dice:



“13.1. La educación secundaria obligatoria se organiza de acuerdo con los principios de la educación común y de atención a la diversidad del alumnado. Las medidas de atención a la diversidad tienen como objetivo atender las necesidades educativas de cada alumno para poder alcanzar las competencias básicas, los objetivos educativos y los contenidos de la etapa. Ni la diversidad sociocultural del alumnado, ni la diversidad en el proceso de aprendizaje, ni las discapacidades, pueden suponer ningún tipo de discriminación, que les impida alcanzar los objetivos previstos y la titulación correspondiente.

13.2. Entre las medidas de atención a la diversidad se prevén agrupamientos flexibles, el refuerzo en grupos ordinarios, el desdoblamiento de grupos para reducir la ratio cuando haga falta, las adaptaciones curriculares, la integración de materias por ámbitos, programas de diversificación curricular y otros programas personalizados para aquellos alumnos con necesidades específicas de refuerzo educativo”.

El colectivo de la atención a la diversidad es especial porque requiere de un esfuerzo tanto a nivel de centro escolar, como familiar. Se han realizado estudios en el ámbito de lo social dirigido a padres negligentes, con la finalidad de prevenir las situaciones de riesgo social. Las principales innovaciones didácticas y pedagógicas que se logran con esta investigación son la búsqueda de los contenidos a aprender por estos padres, así como las técnicas más adecuadas para enseñar los correspondientes conceptos, procedimientos y actitudes. La aplicación del programa a una muestra real de familias maltratadoras y negligentes es uno de los pilares de la metodología de la investigación (Balsells, Del Arco, & Miñambres, 2007)

La atención a la diversidad es un conjunto de medidas y actuaciones dirigidas a todos y cada uno de los alumnos según sus necesidades individuales.

Los factores psicológicos vienen dados por las capacidades, el proceso evolutivo, la motivación, los aspectos emocionales y la conducta.

Dada la complejidad de la problemática, podemos ver, en el libro de (I. Gómez-Chacón, 2000) la experiencia que nace de la reflexión desarrolla-

da por la autora en torno a la búsqueda de propuestas alternativas para estudiantes que fracasan en la matemática escolar. El trabajo que aquí se ofrece representa un logro tanto en la integración de la perspectiva afectiva y cognitiva en las situaciones de enseñanza y aprendizaje como en el planteamiento que se propone de formación del profesorado. Este libro contiene una propuesta práctica útil a cualquier persona que quiera examinar la interacción entre razón y emoción, en sí misma y en otros. Se ofrecen, además, estrategias apropiadas para trabajar los procesos mentales involucrados en las emociones y algunos elementos curriculares para llevar a cabo un programa de intervención en las instituciones educativas.

Los factores de diversidad en el aprendizaje vienen dados por el ritmo (lento, moderado, rápido), preferencia (auditiva, visual, gráfica, oral, motora...), agrupamiento (gran grupo, pequeño grupo, pareja, individual...), ejecución (alta, media, baja), habilidades (muchas, pocas...) e interacciones.

Es importante destacar, que este tipo de alumnado en concreto está obligado a ser resiliente por su casuística. La resiliencia es la “resistencia a las adversidades que manifiestan algunas personas, niños y jóvenes, que evolucionan favorablemente a pesar de haber sido sometidos de forma continua a estímulos negativos” (Catalana, 2012)

Tal y como señala (Vaquero Tió, 2013):

La resiliencia se considera como una capacidad que puede ser fomentada y desarrollada, un proceso de crecimiento, de adaptación y superación, que enfatiza las fortalezas y los aspectos positivos de los seres humanos (Kotliarenco, Cáceres, & Fontecilla, 1997). Esta adaptación personal y social suele resultar de una buena capacidad para utilizar los recursos internos y externos que permiten a las personas enfrentarse con éxito a la adversidad. Gran parte de las capacidades resilientes se observan en el tipo de relaciones e interacciones concretas que las personas son capaces de establecer en su entorno familiar y social.

Autores importantes en este campo de resiliencia familiar a nivel internacional son Froma Walsh o John S. Rolland del Chi-



cago Center for Family Health; y a nivel nacional María José Rodrigo de la Universidad de La Laguna o Pere Amorós y M. Àngels Balsells referentes del Grup de Recerca sobre Intervencions Socioeducatives en la Infància i la Joventut (GRISIJ) de la Universidad de Barcelona y la Universidad de Lleida. El enfoque de la resiliencia familiar que estos autores realizan permite no sólo la intervención con familias que tienen que lidiar con situaciones de crisis y adversidad, sino que además supone una herramienta de prevención eficaz a través del desarrollo de fortalezas familiares.

Al fortalecer la resiliencia familiar se construyen recursos en las familias para que estas puedan afrontar nuevos retos, de manera que cada intervención es además una medida de prevención (Walsh, 2002).

Los modelos en la atención a la diversidad pueden ser: selectivo, integrador función compensadora e integrador función promotor de singularidad.

Se considera que los alumnos con necesidades educativas especiales son alumnos que requieren, para un periodo de su escolarización a lo largo de su vida, determinados apoyos y atenciones educativas específicas (Programas Individuales) derivadas de discapacidades (Auditiva, Visual, Motriz y Psíquica) o Trastornos Graves de la Conducta (de España, 2006).

La regulación emocional es un elemento clave de la conducta emocional. Más aun, los estudios de la neurociencia afectiva y la psicología del desarrollo han desvelado que la habilidad de regulación emocional es una fuente importante de psicopatología (Jaime Silva, 2005). Apoyados en los datos experimentales relevantes presenta los fundamentos de un modelo acerca de la psicopatología. Considerando variables psicobiológicas (asimetrías cerebrales tónicas) y conductuales (habilidades de mentalización) propone un modelo de la vulnerabilidad / resiliencia.

La atención a la diversidad en la ESO por parte del Departament d'Ensenyament se plantea desde la perspectiva global del centro teniendo en cuenta las medidas organizativas y las estrategias metodológicas y de evaluación.

Las cuestiones relativas a los contenidos, tanto en el aula como a escala más amplia, y la elaboración de los programas han abierto campos de investigación específicos (Duval, 2006). Cuestiones como: ¿qué tipos de problemas seleccionar para desarrollar el interés de los alumnos y favorecer la adquisición de conocimientos matemáticos?, ¿cómo organizar la secuencia de actividades en clase?, o ¿cómo organizar una progresión de los aprendizajes en el currículo?, han llevado a priorizar los problemas con que los profesores se encuentran en sus clases



## 2.4 LAS MATEMÁTICAS EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA OBLIGATORIA (ESO).

El alumnado de la ESO debe adquirir unas competencias matemáticas mínimas. En Catalunya se pueden consultar en <http://xtec.gencat.cat/ca/curriculum/eso/curriculum/>. Para contribuir a su propio desarrollo como personas, y para desarrollarse en una sociedad cada vez más compleja. Porque las matemáticas forman parte de la vida cotidiana.

Pickover (2009) afirma que las matemáticas están presentes en la vida y todas las vertientes del conocimiento científico. Se pueden utilizar para explicar la estructura cerebral o el atardecer. Nos ayudan a construir aviones, a explorar las realidades subatómicas, a imaginar galaxias lejanas, o en el día a día para elegir entre varias ofertas en un supermercado.





Para llegar a adquirir estas competencias Cantoral y Farfan (2002) señalan que el profesorado debe realizar formación continuada del conocimiento que ostente. Una de las capacidades más importante que deben poseer es transmitir sus conocimientos al alumnado. Aquí es dónde adquiere toda la importancia la didáctica de la matemática. Si un docente posee muchos conocimientos de matemáticas, pero no tiene las aptitudes y actitudes para transmitirlos, no sirve de mucho desde un punto de vista pedagógico, que es el que interesa.

### 2.4.1.-El currículum de la ESO en España y Catalunya.

Creo conveniente reflejar solamente los artículos que más indiquen en la justificación de mi investigación.

¿Realmente el enfoque de competencias representa una innovación, o sólo una apariencia de cambio? Según (Didriksson, 2006):

Un elemento que caracteriza y distingue a las reformas educativas es el de la innovación, tema que, si bien significa un reto, su ejecución, la mayoría de las veces, va acompañada de una compulsividad que impide su consolidación y revisión conceptual. La idea es llegar a una articulación conceptual del término que permita caracterizar los elementos que definen a las competencias en educación y, desde un sentido más pedagógico, ubicar su posible aplicación en el campo curricular.

Se hace referencia a la LOE (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación) porque aún está vigente durante el curso escolar 2015-2016 en los cursos de 2º y 4º de la ESO.



<https://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf>

LOMCE (Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa)

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

<https://www.boe.es/boe/dias/2015/01/03/pdfs/BOE-A-2015-37.pdf>

DECRET 187/2015, de 25 d'agost, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació secundària obligatòria.

<http://portaldogc.gencat.cat/utillsEADOP/PDF/6945/1441278.pdf>



### 2.4.2.- Aproximación de los currículums de la Comunidad Europea.

A continuación es imprescindible conocer la institución a nivel europeo y nacional que se cuida de investigar el currículum de matemáticas (Eurydice, 2011):

La Red Eurydice ofrece información y análisis sobre los sistemas educativos europeos, así como sobre las políticas puestas en marcha. Desde 2011 consta de 37 unidades nacionales pertenecientes a los 33 países que participan en el Programa para el Aprendizaje Permanente de la Unión Europea (Estados miembros de la UE, países de la Asociación Europea de Libre Comercio –AELC–, Croacia y Turquía), y se coordina y dirige desde la Agencia Ejecutiva en el ámbito Educativo, Audiovisual y Cultural con sede en Bruselas, que es la encargada de elaborar sus publicaciones y bases de datos.

Eurydice España-REDIE constituye una red a escala española semejante a Eurydice, con la que está plenamente coordinada. Encargada de la recopilación, análisis, intercambio y difusión de información fiable y comparable acerca de temas de interés común sobre el sistema educativo, su objetivo es apoyar la toma de decisiones en el ámbito educativo europeo, nacional y autonómico. En ella participan el conjunto de las Administraciones educativas españolas a través de sus Puntos de Contacto Autonómicos (dependientes de las distintas



Consejerías o Departamentos de Educación de las Comunidades Autónomas) y del Punto de Coordinación Estatal (con sede en el CNIIE-Ministerio de Educación, Cultura y Deporte) que impulsa y coordina el funcionamiento de la Red. Entre las actuaciones de REDIE se distinguen aquellas de carácter permanente, que incluyen la actualización de la descripción del sistema educativo on-line (REDIPEDIA); las contribuciones al Plan de trabajo de Eurydice, que garantizan que en los estudios de la Red europea se recoja la variedad de la gestión educativa en las Comunidades Autónomas; y los estudios propios, que responden al interés y al acuerdo de los miembros de la red Eurydice España-REDIE”.

En la Comunidad Europea los niveles implicados en la toma de decisiones son los siguientes (Eurydice, 2011):

En la inmensa mayoría de los países europeos corresponde a la administración central aprobar el currículo y dicho documento tiene carácter obligatorio. Normalmente, la administración central publica la normativa en la que se definen los objetivos, los resultados del aprendizaje y el contenido de la enseñanza de las matemáticas.

En la República Checa, por ejemplo, la administración central se encarga de diseñar y e implantar los “programas educativos marco” (FEPs). El FEP define el marco de referencia obligatorio para la enseñanza en cada etapa del sistema (educación infantil, básica y secundaria). Una vez que se ha publicado este marco, cada escuela es responsable de elaborar su propia “programación de centro” (SEP), en virtud de la cual se organiza su actividad educativa. Asimismo, el FEP establece una serie de principios para la elaboración de dichas programaciones. El nivel de concreción y el desarrollo de los contenidos formativos para el área de matemáticas es responsabilidad del centro. La administración central recomienda el uso del Manual para la elaboración de la programación de centro, que se crea específicamente para cada FEP (1), con el fin de guiar los

procesos para la redacción de los distintos componentes de dichas programaciones y de proporcionar ejemplos concretos que puedan resultar de utilidad para los centros.

En Eslovenia existe un procedimiento semejante. Aquí la normativa de obligado cumplimiento promulgada a nivel central se denomina “currículo escolar básico”, en el que se incluyen “la programación básica del centro” así como el currículo de las diversas materias troncales del currículo nacional. En base a este currículo escolar básico, cada centro diseña su programación general anual, en la que se especifican las actividades que se van a llevar a cabo, el ámbito de la programación, el número de horas lectivas y todas las actividades extraescolares. Por último, los profesores de matemáticas elaboran sus propias programaciones anuales, en las cuales se especifican los objetivos, los niveles de conocimiento y los contenidos de la materia.

En Suecia la administración central elabora, a través de la Agencia Nacional Sueca para la Educación, un documento denominado “Programa de estudios para la educación obligatoria”. El profesorado está obligado a adaptar dicho programa de estudios, implantado desde julio de 2011, a su propio proceso de enseñanza en cada centro educativo y para cada grupo, de acuerdo con las capacidades de los alumnos, sus destrezas, experiencias, intereses y necesidades concretas.

En Noruega, el currículo nacional de las enseñanzas mínimas y el currículo de cada asignatura se concretan y se aplican a nivel local. Existe autonomía local con respecto al contenido de las asignaturas y a los procesos de enseñanza.

En Bélgica (Comunidades francesa y germanófono), los Países Bajos, Rumanía y Eslovaquia los centros también se implican en las distintas etapas de la concreción del currículo a nivel local.

En Bélgica (Comunidad francesa), la normativa que define a nivel central las “Competencias Básicas” (Socles de Compétences) (Decreto de 26 de abril de 1999), establece los niveles



mínimos de competencia para los alumnos de 8, 12 y 14 años. Los diversos programas adoptados por las “redes de educación” (órganos competentes) han de estar en consonancia con las Socles de Compétences y han de ser aprobados por el Ministerio de Educación. Cada centro escolar pertenece a una red de educación específica y debe implantar los programas educativos de acuerdo también con las Socles de Compétences y con las Compétences terminales (competencias finales) que vienen definidas desde niveles superiores de la administración.

En los Países Bajos, los objetivos/resultados del aprendizaje propuestos se determinan a nivel central y se refieren a lo que se conoce como “competencias” al finalizar las etapas de educación primaria y secundaria. En base a esto, el Instituto Nacional para el Desarrollo del Currículo diseña un modelo, o currículo marco, que cada centro puede utilizar para elaborar sus propias programaciones. Los centros gozan de gran autonomía a la hora de definir los contenidos de todas las asignaturas que se impartirán para lograr dichos objetivos.

En España, Hungría y Finlandia, el currículo de matemáticas se concreta en dos niveles (centrales y regional/local) y los centros educativos desarrollan sus programaciones dentro de ese marco.

En Finlandia, el diseño del currículo de las enseñanzas mínimas es responsabilidad del Consejo Escolar del Estado (FNB), mientras que en Hungría la administración central diseña el currículo básico así como una serie de marcos curriculares recomendados. El segundo nivel de toma de decisiones en ambos países es la administración local. El currículo local es más detallado e incorpora elementos específicos, aunque se diseña en consonancia con el currículo nacional. Finalmente, los centros elaboran sus propias programaciones, en las que se puntualizan los objetivos y contenidos del programa de estudios, y que han de ser aprobadas por el claustro de profesores.

En España, el Ministerio de Educación establece el currículo de las enseñanzas mínimas para la educación primaria y secundaria obligatoria y, sobre la base de dicho currículo nacional, cada Comunidad Autónoma diseña su propio currículo. El currículo nacional no incluye directrices metodológicas para el profesorado, que sí figuran en el currículo autonómico. Asimismo, cada Comunidad Autónoma publica normativa en relación con la atención a las distintas necesidades del alumnado. Finalmente, además del currículo autonómico, cada centro goza de autonomía pedagógica para definir y desarrollar sus propias programaciones de centro, adaptadas a su contexto socioeconómico y cultural.

En aquellos países en los que existen directrices para el profesorado, estas normalmente se esbozan desde la administración central en forma de recomendaciones y/o se concretan posteriormente a nivel de centro. En aquellos países en los que la administración local es el órgano competente en materia de educación también podemos encontrar directrices para el profesorado sobre cómo impartir el currículo de matemáticas.

En Bulgaria los tres niveles de la administración participan en el desarrollo de los documentos que sustentan la práctica docente. Los expertos del Ministerio de Educación, Juventud y Ciencia elaboran un documento de referencia relacionado con el currículo de las matemáticas y con los contenidos de la materia. Asimismo, la inspección educativa regional desarrolla materiales didácticos para temas concretos. A nivel de centro, los colegios profesionales de profesores de matemáticas, integrados por directores de centros escolares y por profesores con experiencia, elaboran orientaciones sobre los métodos pedagógicos más apropiados para la enseñanza del currículo de las matemáticas.

En la inmensa mayoría de los países los centros educativos diseñan, aprueban e implementan sus propias programaciones para el área de matemáticas, por sí mismos o con la ayuda de las administraciones educativas, y establecen sus normas de



organización y funcionamiento. En general, los centros educativos disfrutan de gran autonomía en este sentido, aunque normalmente han de ceñirse a un marco general definido por la administración central para la enseñanza de las matemáticas.

En Bulgaria existen dos niveles de concreción. En primer lugar, los profesores distribuyen los contenidos del currículo en distintas unidades didácticas, de acuerdo con el número de horas lectivas establecidas para cada curso escolar en concreto. Posteriormente, se presenta esta programación a la dirección del centro, quien aprueba los aspectos obligatorios, y a la inspección, encargada de aprobar los de carácter opcional.

En Letonia cada centro educativo ha de contar con una programación específica para matemáticas elaborada bien por el propio centro o seleccionada de entre una serie de modelos de programación desarrollados por el Centro Estatal de Educación”.

Con el fin de garantizar que la enseñanza de las matemáticas sea capaz de responder a las necesidades cambiantes de la sociedad moderna, los países europeos dictan normativa y ofrecen recomendaciones al respecto, más o menos detalladas y con diversos grados de obligatoriedad. En la inmensa mayoría de estos países es obligatorio cumplir los requisitos del currículo o, más genéricamente, de algún tipo de documento elaborado a nivel central en el que se definen los objetivos, los resultados del aprendizaje y/o los contenidos para el área de las matemáticas. No obstante, dentro del marco establecido por el currículo oficial central, normalmente los centros son bastante autónomos a la hora de organizar su actividad educativa, adaptándola a las necesidades de sus alumnos y/o a su propio contexto local.

La forma más habitual de difusión del currículo y de otros documentos oficiales referentes a la enseñanza de las matemáticas es a través de páginas web específicas. Asimismo, muchos países facilitan copias impresas del currículo a cada centro

educativo.

En todos los países europeos se ha revisado el currículo de las matemáticas en la última década, a menudo para incorporar un enfoque basado en resultados del aprendizaje y/o el concepto de competencias básicas. La finalidad de estas revisiones es generalmente mejorar la forma en la que se enseñan las matemáticas en el aula y hacerla más relevante para los alumnos, contextualizándola en su experiencia cotidiana. En muchos países los cambios se han centrado en incidir en áreas de contenido específicas y en proporcionar un enfoque más sistemático a la enseñanza de la asignatura.

Como consecuencia de las revisiones más recientes, tanto los objetivos como los resultados del aprendizaje tienen carácter obligatorio en los documentos oficiales. Asimismo, en dos tercios de los países europeos los criterios de evaluación de matemáticas también son obligatorios.

El número de horas lectivas recomendadas en matemáticas normalmente varía entre un 15% y un 20% del total de horas lectivas en la educación primaria, siendo, por tanto, la segunda asignatura más importante, por detrás de la lengua de instrucción. En la educación secundaria obligatoria la proporción de horas lectivas destinadas a la lengua de instrucción y a las matemáticas es menor que en primaria.

En muchos sistemas educativos, la eficacia del currículo se evalúa a través de los resultados de las pruebas nacionales de evaluación y mediante la información que aportan las evaluaciones internas de los centros. Dos tercios de los sistemas educativos europeos llevan a cabo evaluaciones externas de los centros escolares.

La administración educativa central rara vez prescribe los libros de texto y los materiales didácticos.

En lugar de eso, las administraciones educativas normalmente ofrecen recomendaciones y realizan un seguimiento de la coherencia entre los libros de texto de matemáticas y los documentos oficiales



## 2.5 LA FORMACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA DEL PROFESORADO.

En las investigaciones centradas en la formación en educación matemática del profesorado existe el denominado aprendizaje realista (Alsina, 2009). En esa comunicación se presenta un modelo de formación de maestros que, en diversos estudios empíricos realizados desde un enfoque etnográfico, ha demostrado ser eficaz en la formación tanto didáctica como disciplinar de los profesores de matemáticas. Este modelo de formación surge de la investigación en educación matemática. En concreto, se fundamenta en la Educación Matemática Realista fundada por el matemático alemán Hans Freudenthal (1905-1990). Por otro lado, se sustenta también en la perspectiva sociocultural del aprendizaje humano (Vygotsky, 1978) y el aprendizaje reflexivo (Schön, 1983).

En un estudio científico realizado (González & Hernández, 2006), los resultados muestran que las necesidades formativas más demandas por el profesorado, como carencias significativas en su formación, están relacionadas con el trabajo con alumnos/as disruptivos, el mantenimiento de la disciplina, el desempeño de la función tutorial, el trabajo con las familias y con el equipo de profesores/as y con el control de la ansiedad, el estrés y la frustración. Las diferencias más significativas entre variables se encuentran en la especialidad, siendo los licenciados (letras y ciencias) los que manifiestan mayores carencias en su formación respecto al resto de las titulaciones de Maestro.

Según (Juan Díaz Godino, Batanero, Rivas, & Arteaga, 2013):

el diseño y evaluación de planes de formación de futuros profesores de matemáticas requiere elaborar modelos de referencia sobre las características deseables en dichos programas formativos. Será necesario tener en cuenta los conocimientos didáctico-matemáticos requeridos para organizar y gestionar procesos de enseñanza de las matemáticas, así como también las diferentes facetas implicadas en el desarrollo de dicho conocimiento por los profesores. Este trabajo se orienta a identificar componentes e indicadores de idoneidad didáctica (siguiendo el modelo propuesto en el enfoque ontosemiótico en didáctica de la matemática) de procesos de formación de profesores de matemáticas. Como consecuencia, se propone un modelo del conocimiento didáctico-matemático y criterios para su desarrollo en futuros profesores. La guía desarrollada para la valoración de la idoneidad didáctica se aplica al análisis de un caso de plan de formación en didáctica de la matemática de futuros profesores.

Cuando se analizan los datos de un estudio exploratorio de los conocimientos estadísticos elementales de profesores de educación primaria en formación (Estrada, Batanero, & Fortuny, 2004), se constata que la realidad de la formación de los profesores, en este caso de primaria, son deficientes por la existencia de errores conceptuales en conocimientos estadísticos elementales (media, mediana y moda, valor atípico, dispersión y muestreo) en dicho estudio.

Según (Rodríguez, 2001): Este trabajo pretende aportar elementos de análisis sobre el proceso de la innovación en la formación docente en Uruguay, a partir de un estudio de las concepciones pedagógicas y teorías implícitas de los estudiantes de profesorado del Centro Regional de Profesores del Litoral.

Con la voluntad de ofrecer una visión más amplia de la formación del profesorado, se refleja en la investigación de (Banet Hernández & Jaén García, 2003):



algunos resultados de un programa de formación inicial de profesores de Ciencias Naturales de Educación Secundaria. En el marco de las limitaciones de estos cursos en España (CAP), este programa toma dos referencias fundamentales: la planificación de la enseñanza como tarea por medio de la cual los profesores reflexionan sobre su práctica educativa; y el constructivismo como perspectiva de los procesos del aprendizaje. Se describen las características del programa de formación y se analizan cómo los profesores en formación trasladan a su práctica educativa en centros de algunos de los conocimientos desarrollados (selección de contenidos de enseñanza y objetivos de aprendizaje, y el diseño, organización y secuencia de las actividades de enseñanza)

Se evidencia tras un estudio realizado a 568 docentes, donde los profesores actualizaron sus conocimientos pedagógicos y en paralelo realizaban trabajos en el aula, una mejora de la calidad educativa (J, R, Salinas, & B, 2010).

En la formación del profesorado ha existido una deficiente formación, por ejemplo, según (Estrada, Diaz, & Fuente, 2006):

el razonamiento condicional no resulta sencillo y evidencian la necesidad de potenciar la formación estadística sobre todo entre los futuros profesores.

Y (Estrada & Díaz, 2007):

La lectura e interpretación de tablas de doble entrada es un elemento básico de la cultura estadística de cualquier ciudadano, y los futuros profesores, que serán los responsables de su enseñanza a los niños, deberían adquirir estas competencias durante su formación. Pero este hecho no tiene resonancia en España y la estadística no forma parte de la mayoría de los currículos de los profesores en formación.

Según (Fullana Noell & Pallisera i Díaz, 1992):

Partiendo de considerar la integración escolar como una innovación educativa, este artículo se centra en la figura del profesor y en el análisis de las necesidades de formación percibidas por una muestra de profesores de aula ordinaria y de educación especial, que están trabajando con alumnos deficientes en régimen de integración en escuelas públicas en el ámbito de Catalunya. Utilizando metodología de investigación cualitativa, se analizan las percepciones que tienen las maestras sobre el proceso de integración escolar en Catalunya, así como la valoración que tienen de su propia formación. A partir de este estudio se establecen criterios orientadores de la formación en servicio del profesorado.

Es necesario, a tenor de lo expuesto, analizar aspectos centrales del binomio enseñanza-aprendizaje, como, por ejemplo: el diseño de las intervenciones didácticas en dichos entornos; y la generación y desarrollo de la comunicación y facilitación del aprendizaje. Tal y como indica (J Silva, 2011) en ambientes tecnológicos.

Parece que el problema de la formación del profesorado, desde la perspectiva del persistente fracaso escolar parte de una constatación (Rico, 1997):

los programas actuales de formación de profesores de matemáticas no satisfacen completamente las necesidades del sistema educativo español. En particular, el esquema general de niveles de currículo (objetivos, contenido, metodología y evaluación), utilizado en los documentos oficiales y conocido por los profesores, es demasiado general a la hora de diseñar y desarrollar unidades didácticas. Al utilizar únicamente este esquema, sin criterios de referencia, el profesor tiende a centrarse en el contenido como único medio para planificar su actividad y diferenciar una unidad didáctica de otra. Se hace evidente que “el educador matemático debe contar con unas



bases teóricas e instrumentos conceptuales que le permitan planificar y coordinar su trabajo, tomar decisiones fundamentadas y encauzar sus actuaciones en el logro de las finalidades establecidas por un plan de formación socialmente determinado" (Rico et al. 1997, p. 21).

Según (Extremera & Fernández-Berrocal, 2005):

Educar la inteligencia emocional de los estudiantes se ha convertido en una tarea necesaria en el ámbito educativo y la mayoría de los docentes considera primordial el dominio de estas habilidades para el desarrollo evolutivo y socio-emocional de sus alumnos. En otro lugar, se ha defendido y desarrollado la importancia de desarrollar en el alumnado las habilidades relacionadas con la inteligencia emocional en el ámbito educativo (Fernández-Berrocal & Extremera, 2002), se ha realizado una revisión de las medidas actuales de evaluación de la inteligencia emocional que son aplicables al aula (Extremera & Fernández-Berrocal, 2003) y se ha llevado a cabo una recopilación de los principales hallazgos científicos que vinculan una adecuada inteligencia emocional con mejores niveles de ajuste psicológico. Sin embargo, a veces se piensa de forma errónea que las competencias afectivas y emocionales no son imprescindibles en el profesorado. Mientras que para enseñar matemática o geografía el profesor debe poseer conocimientos y actitudes hacia la enseñanza de esas materias, las habilidades emocionales, afectivas y sociales que el profesor debe incentivar en el alumnado también deberían ser enseñadas por un equipo docente que domine dichas capacidades. La inteligencia emocional es un conjunto de habilidades que el docente debería aprender por dos razones: (1) porque las aulas son el modelo de aprendizaje socio-emocional adulto de mayor impacto para los alumnos y (2) porque la investigación está demostrando que unos adecuados niveles de inteligencia emocional ayudan a afrontar con mayor éxito los contratiempos cotidianos y el estrés laboral al que se enfrentan los profesores en el contexto educativo.

Una de las razones por la que el docente debería poseer ciertas habilidades emocionales tiene un marcado cariz altruista y una finalidad claramente educativa. Para que el alumno aprenda y desarrolle las habilidades emocionales y afectivas relacionadas con el uso inteligente de sus emociones necesita de un “educador emocional”. El alumno pasa en las aulas gran parte de su infancia y adolescencia, periodos en los que se produce principalmente el desarrollo emocional del niño, de forma que el entorno escolar se configura como un espacio privilegiado de socialización emocional y el profesor/tutor se convierte en su referente más importante en cuanto actitudes, comportamientos, emociones y sentimientos. El docente, lo quiera o no, es un agente activo de desarrollo afectivo y debería hacer un uso consciente de estas habilidades en su trabajo. Los profesores son un modelo adulto a seguir por sus alumnos en tanto son la figura que posee el conocimiento, pero también la forma ideal de ver, razonar y reaccionar ante la vida.

El intercambio de conocimientos sobre propuestas para el desarrollo de competencias profesionales y su didáctica en la formación inicial y permanente de profesores, así como el desarrollo de la competencia de los futuros docentes en el análisis didáctico de secuencias de enseñanza y aprendizaje que les faciliten su descripción y valoración es una tarea que debe fomentarse (Aubanell, Font, Giménez, Larios, & Zorrilla, 2012).

### 2.5.1.-El problema de la actitud de los profesores hacia las matemáticas.

Es necesario una reflexión educativa y para ello sería interesante comenzar previamente con un artículo que señala algunos aportes de la Historia de las Matemáticas en reflexión educativa (Anaconda, 2003).

Si las actitudes de los profesores no son las adecuadas, no podrán impartir una enseñanza óptima. Según la normativa vigente en Catalunya, a partir del año 2009, para ser profesor de la enseñanza secundaria obligatoria, es suficiente haber realizado una carrera universitaria homologada por el



Departament d'Ensenyament, que de acceso a impartir clases de matemáticas. Antes del año 2009 era suficiente con la realización del curso de adaptación psicopedagógica (CAP).

A modo de ejemplo, y con la finalidad de ilustrar la actual exigencia para ser profesor, el hecho de haber realizado una carrera, por ejemplo, de arquitectura, es la condición necesaria. No obstante, es evidente que no es condición suficiente como para evaluar si ese o esa profesional con ese expediente académico está preparado actitudinalmente para gestionar un aula de secundaria, y menos aún realizar dicha tarea desde una perspectiva activa e innovadora respecto hacia el alumnado.

Según (Juan D Godino, Batanero, & Flores, 1999): En este trabajo resaltamos el papel que, en la formación de profesores de matemáticas, puede tener el análisis didáctico del significado de los objetos matemáticos, de las adaptaciones que experimentan en las distintas instituciones educativas y de los conocimientos producidos por la investigación didáctica sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje. Como ejemplo, se describen dos situaciones problemáticas sobre la enseñanza de las nociones estocásticas elementales que permiten contextualizar la reflexión epistemológica sobre los contenidos específicos y el estudio de los conocimientos didácticos sobre los mismos.

En la actualidad, asistimos a un interés creciente en la educación matemática hacia la problemática planteada por la formación de profesores de matemáticas, debido, entre otras razones, al fracaso escolar, la insatisfacción consecuente de los profesores y las nuevas reformas curriculares, las cuales exigen una renovación del profesor en ciertas materias. Estas reformas plantean también un cambio de paradigma educativo, que es paralelo al desarrollo de un nuevo paradigma epistemológico en la matemática (Ernest, 1991; Cooney, 1994).

Una formación del profesor exclusivamente matemática o psicopedagógica de índole generalista no parece suficiente, dada la complejidad cognitiva y didáctica que presentan los conceptos y métodos matemáticos específicos (Lappan y Theule-Lubienski, 1992). Por otro lado, la investigación didáctica centrada en la formación de profesores está produciendo abundante información sobre lo que podemos describir como 'conocimiento didáctico del contenido' (Shulman, 1986; Mark, 1991). En conse-

cuencia, se está proponiendo que los cursos de formación de profesores de matemáticas contemplen diversos aspectos complementarios (NCTM, 1991; Aichele y Coxford, 1994), entre los que destacamos en este capítulo los siguientes:

- la reflexión sobre el significado de los objetos matemáticos particulares que se pretende enseñar, y el estudio de las transformaciones que experimentan los mismos para adaptarlos a los distintos niveles de enseñanza;
- el conocimiento de las dificultades, errores y obstáculos de los alumnos en el aprendizaje y sus estrategias en la resolución de problemas;
- la ejemplificación de situaciones didácticas, metodología de enseñanza para temas específicos y recursos didácticos específicos.

### 2.5.2.-Influencia de la didáctica en la actuación del profesorado.

Según (Biembengut & Hein, 2004): la modelación matemática está siendo fuertemente defendida, en los más diversos países, como método de enseñanza de las matemáticas en todos los niveles de escolaridad, ya que permite al alumno no solamente aprender las matemáticas de manera aplicada a las otras áreas del conocimiento, sino también mejorar la capacidad para leer, interpretar, formular y solucionar situaciones problema. A pesar de estas condiciones favorables, algunos factores como el tiempo de convivencia de profesores y alumnos con la enseñanza "tradicional" han dificultado la implementación de la modelación. En este artículo, presentamos las principales consecuencias de este enfoque en la enseñanza de matemáticas basadas en una investigación realizada en 2001 y 2002 con un grupo de 30 profesores de varios niveles de enseñanza.

Según (Gómez, 2002): en este artículo describo el análisis didáctico como una conceptualización del modo en el que el profesor debería diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares. Este procedimiento permite abordar la proble-

mática de la planificación curricular a nivel local, al identificar herramientas conceptuales y metodológicas y sugerir estrategias sistemáticas para cerrar la brecha entre la planificación global que surge de las directivas gubernamentales e institucionales y la actuación de profesor y escolares en el aula.



## 2.6 LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y LA SOCIEDAD.

La influencia de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en los aspectos sociales de los ciudadanos pueden colaborar en la adquisición de una competencia democrática a través de la educación matemática (Gómez i Urgellés, 1998).

### 2.6.1.-El sentido de las matemáticas en la educación de los ciudadanos.

El Dr. Joan Vicenç Gómez i Urgellés, divulgador de la didáctica de la matemática, expone lo siguiente (Gómez i Urgellés, 1998):

El Dr. Claudi Alsina en l'article "Apología de la utilidad y el realismo" (Alsina Català, 1995) cita una bella reflexió de H. Pollack que compartim plenament. A grans trets, destaca que les matemàtiques de la vida normal de qualsevol ciutadà són les de l'escola primària, les de l'escola secundària són per exercir una ciutadania intel·ligent, essent les matemàtiques de l'exercici professional les ensenyades en l'etapa universitària (si l'exercici

de la professió requereix estudis d'aquest nivel).

Los docentes deberíamos reflexionar en qué el conocimiento es un todo y las matemáticas un subconjunto del todo. Enseñar matemáticas de forma aislada es una distorsión del verdadero conocimiento. Deberíamos mostrar constantemente su utilidad fuera del contexto de la propia matemática. De esta forma enseñaríamos las relaciones de las matemáticas con otros intereses sociales y humanos (Gómez i Urgellés, 1998).

El estudio de problemas reales ha sido la motivación que ha movido al ser humano. Isaac Newton que estudió el movimiento lunar para ayudar a los marineros a determinar su posición en el mar; Descartes que diseñó lentes para mejorar el telescopio y el microscopio; Gauss que trabajó para mejorar el telégrafo eléctrico y la medida del magnetismo. Todos estos ejemplos confirman que las matemáticas son un medio para un fin. Se usan los conceptos y los razonamientos para conseguir resultados en relación a situaciones reales (Gómez i Urgellés, 1998).

### 2.6.2.-Las matemáticas como hecho social.

Los grandes cambios económicos y tecnológicos a gran escala representan para las matemáticas un papel más relevante en la sociedad porque están implícitas en la vida cotidiana, como por ejemplo en diversos aparatos tecnológicos que van asociados a oficios y profesiones. Este hecho debería tener connotaciones a nivel educativo.

Por lo tanto, la enseñanza de las matemáticas debe contribuir a crear una perspectiva de todo en general.

Mogen Niss (Niss, 1992) considera:

Hemos de hacer una reconstrucción analítica de la función de las matemáticas al mundo (es decir, a la naturaleza, la sociedad y la cultura), y se debe tener en cuenta que este papel ha cambiado según época y lugar.



## 2.7 LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS COMO CAMPO DE INVESTIGACIÓN.

Según (Artigue, 2004):

la enseñanza de la matemática atraviesa actualmente un periodo de crisis y debe afrontar diferentes desafíos. En este texto, me pregunto qué puede aportar la didáctica de la matemática hoy para pensar la solución de estos problemas y afrontar sus desafíos. Intento mostrar que las evoluciones recientes del campo didáctico son en ese sentido prometedoras; me refiero en particular a tres cuestiones: la evolución de los enfoques teóricos y la articulación que favorece entre los diferentes niveles de análisis en didáctica, la evolución de la mirada sobre los docentes y, por último, la evolución de la mirada sobre las herramientas de trabajo matemático y la sensibilidad creciente a las cuestiones de instrumentación.

Gómez y Fraile (2014) exponen que la didáctica de las matemáticas se considera como una disciplina autónoma y muchos académicos piensan que es esencial para cambiar la concepción que tiene la sociedad en general, y el alumnado en particular, respecto las matemáticas y la forma en que se enseñan ( Brousseau ,1990).

Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006) señalan que:

La Didáctica de la Matemática debería aportar conocimientos para el análisis de: -La adaptación y pertinencia de los contenidos matemáticos a un determinado proyecto educativo. -Los medios tecnológicos y temporales adecuados para la puesta en marcha de un proceso de estudio matemático. -El tipo de interacción entre profesor y alumnos que permita identificar y resolver las dificultades y conflictos en los procesos de estudio matemático. -La adaptación entre los objetivos formativos y las capacidades y competencias previas de los alumnos, así como a sus intereses, afectividad y motivaciones. -La pertinencia de los significados pretendidos (e implementados), de los medios usados y de los patrones de interacción al proyecto educativo de la escuela y el contexto social en que se desarrolla el proceso de estudio. (p.2)

La investigación en didáctica de la matemática es imprescindible para identificar, promover y diagnosticar necesidades en la enseñanza. Nuestra sociedad, y en concreto los adolescentes que están en la enseñanza secundaria obligatoria, son el reflejo de los cambios que se producirán a nivel social, económico y tecnológico. Los institutos y profesores tienen que responder a la enorme demanda educativa de nuestra sociedad actual. El currículum debe satisfacer la demanda de nuestra sociedad. El alumnado debe desarrollarse en todas sus actitudes y aptitudes.

Según (Juan D Godino, Cid, & Batanero, 2004):

en su Monografía sobre “Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros” nos proponemos ofrecer una visión general de la educación matemática. Tratamos de crear un espacio de reflexión y estudio sobre las matemáticas, en cuanto objeto de enseñanza y aprendizaje, y sobre los instrumentos conceptuales y metodológicos de índole general que la Didáctica de las Matemáticas está generando como campo de investigación. Deseamos que los maestros en formación adquieran una visión de la enseñanza de las matemáticas que contemple: 1 - Las clases como comunidades matemáticas, y no como una simple colección de



individuos. La verificación lógica y matemática de los resultados, frente a la visión del profesor como única fuente de respuestas correctas. - El razonamiento matemático, más que los procedimientos de simple memorización. - La formulación de conjeturas, la invención y la resolución de problemas, descartando el énfasis en la búsqueda mecánica de respuestas. - La conexión de las ideas matemáticas y sus aplicaciones, frente a la visión de las matemáticas como un cuerpo aislado de conceptos y procedimientos.

Según (Armendáriz, M.; Azcárate, C., y Deulofeu, 1993):

se presenta una aproximación a la Didáctica de las Matemáticas como una disciplina autónoma, interdisciplinar; con un campo teórico y práctico propio, en fase de desarrollo. Seguidamente se describen las características de los planteamientos didácticos de la educación matemática en los últimos 30 años, poniendo de relieve las claves psicológicas que están informando las distintas tendencias. Finalmente se resumen las líneas de trabajo que hoy se perfilan dentro de la investigación en Didáctica de las Matemáticas, con especial mención de los trabajos dedicados a los procesos cognitivos implicados en el aprendizaje de conceptos matemáticos, con breves referencias al estudio del comportamiento matemático y del aprendizaje de las Matemáticas desde una perspectiva social.

Según (Edutec, 1997):

las Nuevas Tecnologías traen consigo nuevas opciones educativas que están transformando los sistemas de enseñanza. Esto supone profundos cambios en la estructura y organización de las instituciones educativas, afectando fundamentalmente los ambientes instructivos convencionales. Aparecen nuevos 'escenarios' para el aprendizaje, donde la utilización de estas tecnologías pretende mejorar tanto el acceso del usuario a los materiales, como la intercomunicación entre éste y el

tutor. Estos nuevos escenarios para el aprendizaje requieren ser abordados desde la perspectiva del aprendizaje abierto, ya que así toman sentido los cambios en relación al alumno, en relación al profesor y en relación a las claves organizativas.

Según (Torres V., 2011):

el Enfoque Ontosemiótico (EOS) es un marco teórico amplio que organiza, unifica y clarifica nociones de otras teorías, enfoques y modelos con el fin de describir e investigar, de forma holística, los procesos de aprender y enseñar matemáticas. Se ha gestado desde los años 1980 bajo el liderazgo del Dr. Juan D. Godino, en la Universidad de Granada, y al presente ha sido aplicado para investigar los procesos didácticos en diversos temas de matemáticas. En este escrito, se proponen algunos cambios y clarificaciones en aspectos específicos de cada uno de los cinco componentes en los que está dividido el EOS: los sistemas de prácticas, los objetos y procesos, las configuraciones didácticas, los sistemas normativos y la idoneidad didáctica. Todos estos se interrelacionan y se fundamentan en postulados socio-constructivistas, semióticos e interaccionistas.



En el enfoque ontosemiótico, (significado <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/>) según (Juan D. Godino, Batanero, & Font, 2007):



presentan una síntesis del modelo teórico sobre el conocimiento y la instrucción matemática en cuya elaboración venimos trabajando desde hace varios años. Como rasgos característicos destacamos la articulación de las facetas institucionales y personales del conocimiento matemático, la atribución de un papel clave a la actividad de resolución de pro-



blemas, a los recursos expresivos y la asunción coherente de supuestos pragmatistas y diferenciales sobre el significado de los objetos matemáticos. El modelo de cognición matemática elaborado se adopta como elemento clave sobre el que basar el desarrollo de una teoría de la instrucción matemática significativa, permitiendo así mismo comparar y articular diversas aproximaciones teóricas usadas en Didáctica de las Matemáticas desde un punto de vista unificado.

Según (J. Godino, 2011):

la Didáctica de las Matemáticas debe aportar conocimientos descriptivos y explicativos de los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos específicos que ayuden a comprender dichos procesos. Pero también debe orientar, de manera fundamentada, la acción efectiva sobre la práctica y promover su mejora progresiva, para lo cual se necesitan teorías de índole instruccional. En este trabajo mostraremos que la noción de idoneidad didáctica introducida en el marco del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, y el sistema de indicadores empíricos que la desarrollan, pueden ser el punto de partida de una teoría de la instrucción matemática orientada hacia la mejora progresiva de la enseñanza.

En el trabajo realizado por (D'Amore & Godino, 2007) presentan las principales características de los dos puntos de vista utilizado como marcos teóricos de referencia en investigaciones llevadas a cabo en Didáctica de la Matemática y antropológicos ontosemiótico. El objetivo es poner de relieve las analogías y diferencias entre estos dos enfoques y abrir la puerta a otros desarrollos teóricos.

Podemos observar algunos resultados de investigaciones relevantes realizadas en torno a las dificultades y errores que presentan los alumnos en la construcción del Lenguaje algebraico, tomando en consideración el Enfoque Lógico Semiótico (ELOS) como marco teórico de análisis de las dificultades y errores de los alumnos en Álgebra. En el desarrollo de la

ponencia se describirá, también algunos supuestos básicos en los que se sustenta el Enfoque Lógico Semiótico (Socas, 2007).

Se describe una técnica de análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que permite determinar los significados institucionales y personales puestos en juego e identificar posibles conflictos semióticos en la interacción didáctica. La técnica se basa en un modelo ontológico y semiótico para la cognición matemática que se presenta previamente y se ejemplifica mediante el análisis del proceso de estudio propuesto para la mediana en un libro de texto, y de las respuestas de una estudiante a una prueba de evaluación, aplicada tras la realización de dicho proceso de estudio (J. Godino, 2002).

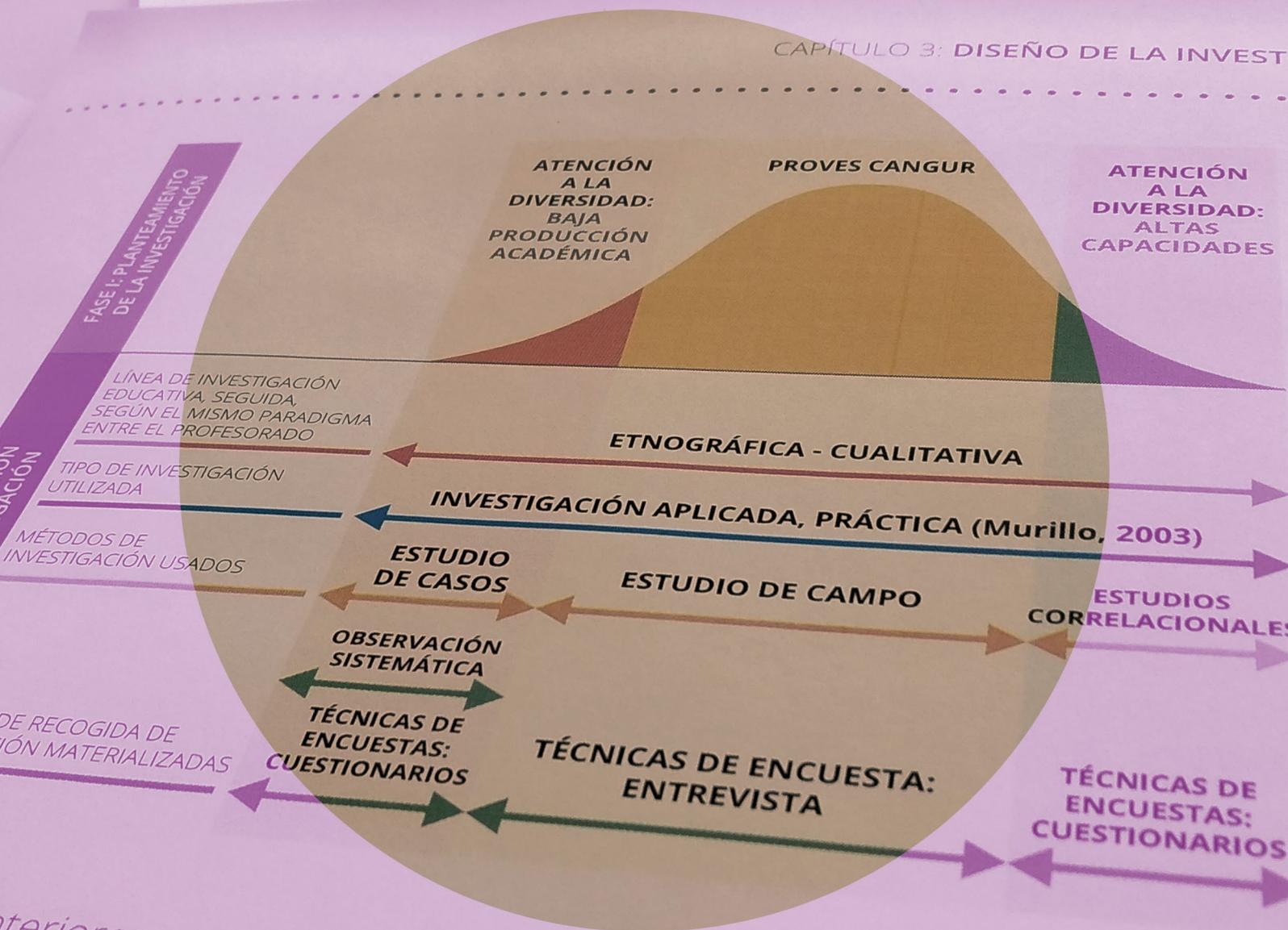
El término ontosemiótico se usa como adjetivo que describe una característica clave del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), aproximación teórica de la investigación en educación matemática que considera la noción de objeto y función semiótica como centrales para describir el conocimiento matemático desde el punto de vista institucional y personal.

Semiología es la ciencia que estudia sistemas de signos: códigos, lenguas, señales, entre otras. Esta definición abarca todos los sistemas de signos: el alfabeto de los sordomudos, las señales de tráfico, los códigos, el alfabeto Morse, etc.



# Capítulo 3

## DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN



anteriores se ha expuesto la importancia de las matemáticas en relación a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria obligatoria. En este capítulo se realiza en dos fases...



## CAPÍTULO 3

---

# DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo se detalla cómo se ha diseñado la investigación, el método empleado y las herramientas que se han utilizado para alcanzar los objetivos propuestos.

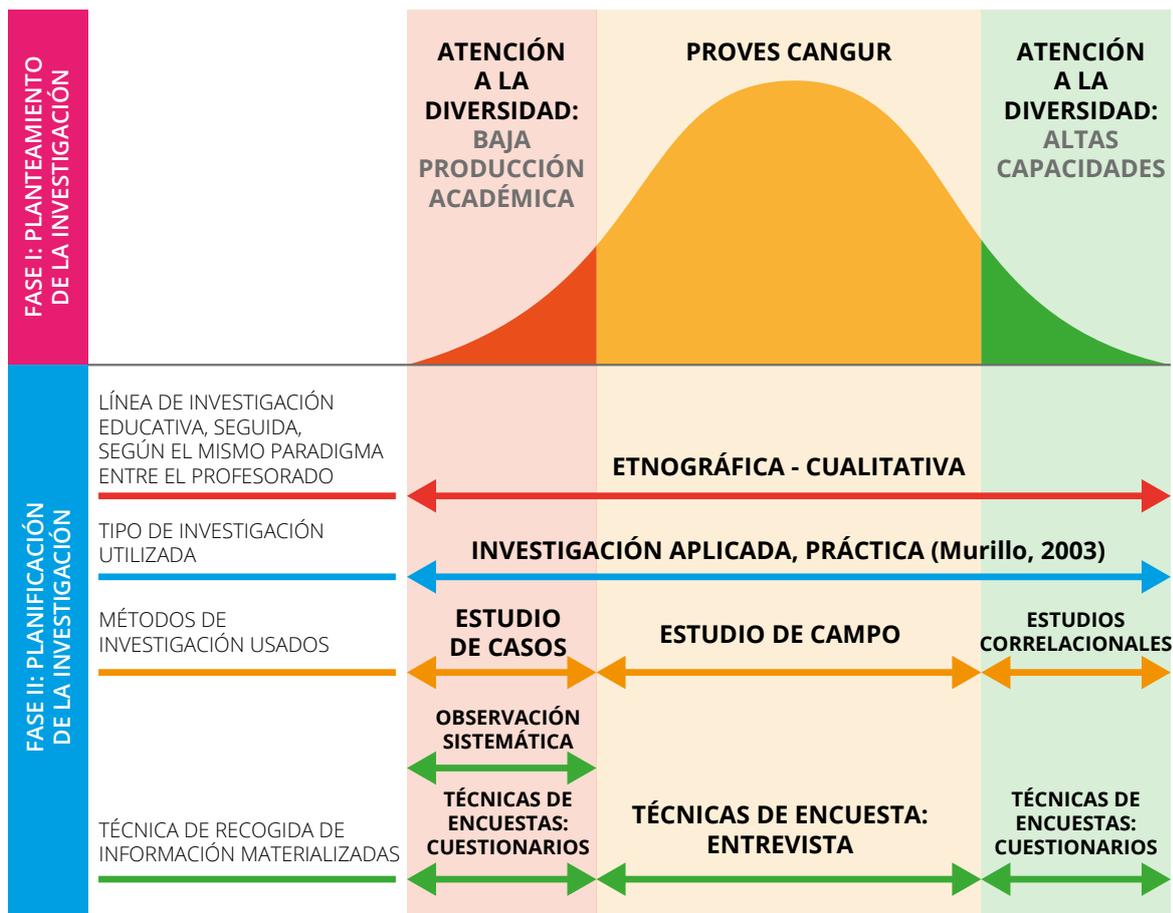


Figura 4. Esquema de las fases de la investigación

Fuente: Elaboración propia

En los capítulos anteriores se ha expuesto la importancia de las matemáticas recreativas en relación a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la etapa de la educación secundaria obligatoria. En este capítulo se describe la metodología del estudio llevado a cabo en tres grupos de alumnado. Para ello se realiza en dos fases, la primera que describe el planteamiento de la investigación, y la segunda que se centra en el diseño-planificación de la investigación en sí.

Existe entre los profesionales de la educación una baja implicación en las decisiones educativas (Martínez-Bonafé, 2008), y la investigación es fundamental para auditar y analizar necesidades educativas, y para incentivar cambios eficientes en las prácticas de enseñanza y resolver conflictos en los centros educativos (Martínez, 2014).

El equipo docente se encuentra con el objetivo de dar respuesta a la amplia demanda educativa que reclama nuestra sociedad (Clariana, Pros, Martín, & Busquets, 2011), y el exosistema o contexto creado por el alumnado, docentes y progenitores, implica complejas influencias en sus diná-

micas internas de convivencia y comunicación. Los docentes necesitamos estrategias para encontrar respuestas eficientes que se adapten a la educación de las nuevas necesidades sociales (Martínez, 2014).

La investigación educativa consiste, entre otras cosas, en comprender y enseñar a comprender, cuyo objetivo es intervenir en una realidad para optimizarla (Elliott, 1990), y existe una correlación positiva muy alta con la práctica educativa. Es un conocimiento basado en hechos y datos que, en la medida de lo posible por la propia complejidad de los comportamientos y procesos humanos y educativos, se pueden demostrar, repetir y contrastar con independencia de la persona que realice la investigación (González, 2007).

Según (Bogdan, 1986) la metodología es la forma en la que podemos enfocar los problemas de investigación y encontrar respuestas para los mismos, considerando la investigación como un proceso de indagación sistemática sobre un problema (Estrada, Batanero, & Fortuny, 2004). Los resultados del estudio se analizan exhaustivamente en el capítulo IV.



### 3.1 LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS COMO CAMPO DE INVESTIGACIÓN.

Esta primera fase de la investigación científica está dirigida a delimitar y definir el tema que se pretende investigar en función de las circunstancias que han propiciado el interés por el mismo. De igual modo, se formulan en ella los objetivos generales y específicos que se pretenden alcanzar

con los resultados de la investigación.

### 3.1.1.-Líneas de investigación educativa. Tipo y método aplicado.

Según (Kuhn & Suppo, 1978) , uno de los más relevantes estudiosos del conocimiento científico y epistemológico, la palabra paradigma se podría identificar como una visión particular del mundo que tiene una determinada comunidad científica, y de cómo estudiarlo científicamente.

Por lo que respecta a la investigación educativa, es importante que se comparta entre la comunidad educativa un mismo paradigma o modo de interpretar la realidad educativa que se quiere investigar, para llegar a conjugar adecuadamente entre sí las teorías educativas, la metodología de investigación y la práctica educativa, de modo que con ello se pueda promover la calidad educativa (Bisquerra Alzina, 2004)

En la investigación educativa estos paradigmas han dado lugar, básicamente, a tres líneas de investigación fundamentales que se describen a continuación:

- **1) la investigación empirista-positivista**, de carácter cuantitativo;
- **2) la investigación fenómeno-lógica o etnográfica**, de carácter cualitativo; y
- **3) la investigación socio-crítica**, vinculada a la investigación en la acción, que puede combinar, según los casos y objetivos de estudio, las líneas de investigación cuantitativa y cualitativa (Arias, 1999).

**La línea de investigación utilizada en la presente tesis ha sido la fenómeno-lógica o etnográfica, de carácter cualitativo.** Esta línea de investigación, también llamada *comprensiva*, se sitúa dentro de las corrientes filosóficas interpretativas, existencialistas, y fenomenológicas, basadas en teorías y prácticas de interpretación que buscan comprender lo que ocurre en diferentes contextos humanos en función de lo que las personas interpretan sobre ellos y los significados que otorgan a lo que les sucede. Su principal finalidad es describir los sucesos que ocurren en la



.....

vida de un grupo, dando especial importancia a su organización social, a la conducta de cada sujeto en relación con la de los otros miembros del grupo, y a la interpretación de los significados que tienen estas conductas en la cultura de dicho grupo, porque, en definitiva, se considera que es lo que influye sustancialmente sobre las reacciones y los comportamientos de las personas. Por ello, en esta línea se suele investigar con el *método del estudio de casos*, también conocido como *ideográfico*, en el que no interesan especialmente las generalizaciones ni la elaboración previa de hipótesis que tengan que ser contrastadas ni verificadas, como sucede en la línea de investigación empirista-positivista.

En esta línea de investigación el *lenguaje* juega un papel fundamental, y es considerado como un medio hacia el entendimiento, lo que requiere que el investigador utilice y entienda bien dos lenguajes, el propio y el de las personas que le proporcionan la información, para que pueda interpretar adecuadamente lo que sucede en el contexto de la investigación y no se deje llevar solo por sus apreciaciones subjetivas y personales.

Esta línea de investigación se aplica en el ámbito educativo (y se realizó dentro del aula), por ejemplo, al estudio de los comportamientos del alumnado y del profesorado que tienen lugar en las aulas y en los centros escolares, o también para entender cómo se producen interacciones positivas o conflictivas entre las personas, que influyen en las dinámicas de los centros, de las instituciones y de la sociedad. Todo ello proporciona información valiosa para introducir posibles modificaciones en dichas interacciones o en el funcionamiento de los contextos, que faciliten mejorar los procesos educativos y alcanzar mayor satisfacción para las personas que participan en ellos.

Dentro de los tipos de investigación existentes, se utilizará aquel que sea óptimo, y por ello se decidió, en esta tesis doctoral, utilizar **la investigación aplicada**, que según (Murillo, 2003) recibe el nombre de investigación práctica o empírica porque busca la aplicación de los conocimientos adquiridos. Y según (Cordero & Rosa, 2009) está orientada a resolver problemas de la vida cotidiana, y sobre todo mejorar las prácticas de aprendizaje y de enseñanza. Dentro de este tipo de investigación existen la investigación en la acción y la investigación evaluativa. Ambas se caracterizan porque la investigación se realiza por el propio profesorado/investigador en el día a día, ya que es imprescindible para el proceso mismo de valoración de la realidad estudiada (González, 2007).

El tratamiento y análisis de datos en la investigación científica depende en gran medida del tipo de estudio que se haya diseñado y de la metodología y línea de investigación que se elija. Así, desde el momento en que se diseña la investigación conviene planificar el tipo de tratamiento y de análisis de datos que se efectuará con la información recogida. Para ello, se necesita saber si se trabajará desde una perspectiva de investigación cuantitativa o de investigación cualitativa.

En la investigación cualitativa procede efectuar análisis de contenido de la información recogida, que consiste básicamente en categorizar, codificar y clasificar los datos en función de criterios que se establecen para analizar e interpretar adecuadamente los significados de los comentarios emitidos por los sujetos.

*En las investigaciones cualitativas, de carácter etnográfico, no interesa tanto delimitar la influencia de determinadas variables sobre otras, sino analizar el complejo sistema de relaciones que se produce de manera natural en un contexto o realidad educativa.* No obstante, la investigación cualitativa también ha de buscar garantizar, igual que lo hace la investigación cuantitativa, la validez interna (credibilidad) y la validez externa (transferencia, generalización) de la investigación, así como la fiabilidad y objetividad de las observaciones obtenidas —si bien, obviamente, con procedimientos diferentes—, porque estos dos tipos de validez son los que, en definitiva, garantizan la cientificidad de la investigación.

La validez interna o credibilidad en la investigación cualitativa hace referencia a tres aspectos fundamentales:

- **1) el proceso de análisis** ha de ser un reflejo de lo que sucede en la situación analizada;
- **2) las interpretaciones** deben derivarse directamente de los datos, y
- **3) las modificaciones** que se estime realizar sobre la situación investigada habrán de hacer que ésta mejore realmente.

Para conseguir esta validez es necesario hacer una descripción detallada del diseño y metodología utilizada para dar credibilidad a los resultados obtenidos y permitir que sean replicados por otros evaluadores. Este último aspecto enlaza con la validez externa, que tiene que ver, tanto en la



.....

investigación cualitativa como en la investigación cuantitativa, con la posibilidad de generalizar las conclusiones obtenidas en el estudio de una situación a otras que son similares a ésta, o de una muestra a su población de referencia. En los estudios interpretativos de la línea de investigación etnográfica, estas generalizaciones suelen conocerse con el nombre de «transferencia», «aplicabilidad», «traducibilidad», o «comparabilidad», para diferenciarlas de los procedimientos de generalización estadística de la investigación cuantitativa; para ello se procurará recoger el máximo posible de información y describirla con mucho detalle.

### Método de investigación

.....

El método de investigación que se utiliza se denomina naturalista, o emergente, y es de carácter *cualitativo*, en el que, a diferencia de la línea empirista-positivista, se da más importancia al descubrimiento de hechos y de cómo van sucediendo las cosas, que a la verificación de hipótesis que se hayan podido formular previamente en base a cómo se cree que son y pasan las cosas. Aquí, además, se analizan no sólo los productos, hechos o conductas observables, sino también los procesos no directamente observables que dan lugar a dichos productos, como son, por ejemplo, las percepciones, creencias, vivencias, interpretaciones, significados, valores, etc., que los sujetos otorgan a los hechos y a las situaciones reales. En este sentido, también a diferencia de la línea empirista-positivista, **el estudio de casos** cobra aquí más relevancia que el de muestras representativas de una población.

No se ha seguido la línea de investigación empirista-positivista y cuantitativa porque se basa en estudiar fenómenos naturales y observables con datos empíricos, objetivos y cuantitativos, recogidos a través de procedimientos de medición muy elaborados y estructurados y con diseños de investigación controlados que permitan generalizar las conclusiones obtenidas en una muestra o grupo de sujetos a toda una población con un cierto margen de error.

Tampoco se ha seguido la línea de investigación socio-crítica y de investigación en la acción porque es una mezcla entre las dos líneas de investigación descritas anteriormente. Y la investigación realizada en los diferentes grupos de investigación se centra la línea etnográfica.

### 3.1.2.-Límites y definiciones de la investigación.

A continuación, se describen los límites y las definiciones de los tres grupos de alumnado estudiados.

El **grupo A** se compone del total de la población del alumnado de 4º C de la ESO del IES Olorda del Baix Llobregat, conjuntamente con el total de la población del alumnado de 2º de la ESO del IES Vall d'Arús del Baix Llobregat. Se debe entender el total de la población al hecho de que se ha estudiado al conjunto de alumnos y alumnas que componen dichos cursos. Se les ha investigado con las técnicas de encuesta: la entrevista y el cuestionario; y la observación sistemática durante todo un curso escolar. En concreto, al alumnado de 4º C durante el curso académico 2011-2012, y al alumnado de 2º durante el curso académico 2016-2017.

El **grupo B** se compone de una muestra aleatoria del total de la población del alumnado de la ESO que asistió a la celebración de la XX Prova Cangur celebrada en el 2015 en la EPSEVG, así como al profesorado y organizadores del evento. Se les ha estudiado, in situ, con la técnica de encuesta, en concreto, la entrevista. Los resultados se generalizan a toda la población del alumnado asistente dado que la muestra es  $>30$ , con un cierto margen de error mediante el cálculo de sus parámetros: media aritmética y desviación típica de la población.

El **grupo C** se compone del total de la población del alumnado que asistió al taller Anem x mes mates organizado por la Federació d'Entitats per l'Ensenyament de les Matemàtiques de Catalunya (FEEMCAT) y reservado para el alumnado que posee aptitudes para las matemáticas, celebrado en el 2015 en la FME (Facultat de Matemàtiques i Estadística) de la UPC (Universitat Politècnica de Catalunya). Se les ha estudiado, in situ, con la técnica de encuesta, en concreto, el cuestionario.



### 3.1.3.-Objetivos generales y específicos de la investigación.

#### Objetivo principal

El objetivo principal de la investigación es obtener información sobre cuáles son las causas de la baja producción académica en matemáticas por parte del alumnado, para desarrollar la didáctica de las matemáticas que permita mejorar la producción académica. Para ello deberemos contestar la siguiente pregunta: ¿cómo motivar al alumnado de la ESO para que mejore en su producción académica?

#### Objetivos específicos

Para el grupo A:

- estudiar al alumnado de 2º y 4º de la ESO mediante la observación sistemática, recopilando y analizando toda la información para elaborar un diagnóstico, y asesorar al alumnado del tratamiento a seguir para lograr sus pretensiones, y mejorar la producción académica del mismo. Para ello se fijó que el estudio incluyera componentes antropológicos como: el social –valoración del papel de las matemáticas en el ámbito sociocultural-; el educativo –el interés hacia las matemáticas y su aprendizaje por parte del alumnado-; y el instrumental –la utilidad de las matemáticas hacia otras materias-. Y componentes pedagógicos como: el afectivo –sentimientos del alumnado hacia las matemáticas-; y el cognitivo –comprensión de conceptos y resolución de problemas- (Estrada et al., 2004)

Para el grupo B:

- estudiar la influencia de las pruebas Cangur en el desarrollo del alumnado, desde la perspectiva del aumento del rendimiento y la producción académica. Es decir, ver si las pruebas Cangur son un elemento que favorece y potencia el aprendizaje de las matemáticas.
- Actitud hacia las matemáticas antes y después de realizar las

proves Cangur.

- Analizar cuáles son las causas de la no asistencia de los institutos de Catalunya a las proves Cangur.
- Analizar las opiniones de los alumnos que realizan las proves Cangur.
- Analizar las opiniones de los profesores de matemáticas que voluntariamente llevan al alumnado a realizar las proves Cangur.
- Analizar las opiniones de los responsables de la organización de las proves Cangur en Catalunya.

Para el grupo C:

- indagar qué tipo de alumnado acude al taller Anem x mes mates y cuál es su idiosincrasia. Para ello se aplicará, como recogida de información, la técnica de encuesta: el cuestionario.
- Comparar el rendimiento y producción académica de los alumnos que realizan las pruebas y los que no. Este objetivo ha resultado ser una limitación en mi investigación porque los asistentes a este tipo de taller, reservado para alumnado con buenas aptitudes hacia las matemáticas, son de diversos institutos públicos, colegios concertados, y privados, a los cuales no he podido tener acceso a este tipo de datos por la ley orgánica de protección de datos.



### 3.2 PLANIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.

La fase de diseño y planificación de la investigación es muy relevante porque la calidad de los resultados y conclusiones que se obtengan sobre el tema investigado depende en gran medida del grado de corrección y adecuación con que se hayan planificado todos los elementos del mismo.

Es fundamental definir:

- 1-sobre quién se va a centrar el estudio
- 2-qué aspectos o variables de la realidad interesa investigar y qué tipo de relaciones cabe esperar entre ellas
- 3-qué procedimientos de recogida de información se emplearán para obtener datos sobre la realidad estudiada
- 4-y qué técnicas de análisis de datos pueden ser las más idóneas utilizar en función de: los objetivos de la investigación; de las variables seleccionadas; de los destinatarios; del tipo y tamaño de la muestra con que se va a trabajar; y del método de investigación elegido.

En referencia a las actitudes hacia las matemáticas incluimos los componentes antropológicos y componentes pedagógicos que manifiesta el alumnado.

### 3.2.1.-Identificación de los sujetos y población o muestra de estudio.

A continuación, se describen los tres grupos de alumnado estudiados. La identificación de los sujetos queda establecida en: el alumnado de IES de la etapa de la ESO de dos municipios de la comarca del Baix Llobregat (Barcelona); y en el alumnado de diversos IES de la comarca del Garraf (Barcelona) asistente a la proves Cangur celebradas en la EPSEVG-UPC.

**En el grupo A**, dedicado a la atención a la diversidad, se ha utilizado el estudio del caso porque lo que caracteriza al caso es su singularidad, su especificidad frente a otras realidades, y lo que define al estudio de casos es la intención de describir, conocer y comprender a fondo el comportamiento de dicho caso. En educación interesa efectuar estudios de casos por la necesidad de intervenir sobre ellos para mejorarlos. En este tipo de estudio no se persigue generalizar resultados y conclusiones para otros casos, ya que se entiende que cada persona es única e irrepetible, con sus peculiaridades y circunstancias según sean sus ambientes y contextos particulares.

**En el grupo B**, dedicado a las proves Cangur, se ha utilizado el estudio de campo porque se centra en analizar y describir situaciones naturales no modificadas. Se requiere la presencia del investigador durante un tiempo en la situación que va a ser analizada para familiarizarse con ella y recoger información de primera mano, muchas veces basadas en observaciones directas y en entrevistas y conversaciones. La mayor dificultad es identificar todos los factores que influyen en la situación analizada para conocerlos y controlarlos, dada la complejidad de la realidad en su manifestación natural. Este tipo de estudio está vinculado a la línea de investigación etnográfica, de carácter cualitativo.

**En el grupo C**, dedicado al alumnado de altas capacidades, se ha utilizado el estudio correlacional que está dirigido a identificar la posible relación que cabe establecer entre dos o más factores que operan en una situación analizada. La dificultad estriba en averiguar qué causa qué, dado que las correlaciones no llegan a establecer relaciones causa-efecto.

No se han utilizado los estudios experimentales de laboratorio, vinculados a la línea de investigación cuantitativa, porque con ellos se pretende llegar



.....

a establecer, hasta donde sea posible, relaciones de causa-efecto entre variables, y por ello, exige controlar al máximo posible las condiciones del estudio. Tampoco se ha utilizado el estudio transversal porque se efectúa sobre una situación y población concreta en un momento determinado y recogiendo datos una sola vez de cada sujeto en estudio. Con ello se pretende analizar cómo se comportan las variables de análisis en esa situación bajo unas circunstancias específicas. Por ejemplo un grupo de alumnos de un mismo nivel académico y de distintos centros para analizar los factores que influyen con más probabilidad en su adaptación y rendimiento académico (Martínez, 2014).

Cuando se pretende hacer análisis cuantitativos del tema de estudio en una población, se suele extraer de ésta muestras de sujetos que representen a todos ellos, con los que se trabaja de manera más cercana recogiendo la información que se necesita; posteriormente, los resultados que se obtienen sobre esta muestra -a través de sus estadísticos, como la media aritmética, la desviación típica, etc.- se generalizan o extienden a todos los sujetos de la población con un cierto margen de error mediante el cálculo de sus parámetros (media aritmética de la población, desviación típica de la población, etc.), contribuyendo así a alcanzar la denominada validez externa de los estudios y de los experimentos.

Este proceso que permite generalizar las conclusiones obtenidas en una muestra a su población de referencia se denomina proceso de inferencia estadística de parámetros y de contraste de hipótesis, con el que se realizan estimaciones probabilísticas de dichos parámetros teniendo en cuenta siempre un cierto margen de error, dado que las conclusiones que se obtengan en la muestra podrían no ajustarse por completo a todos y cada uno de los sujetos de la población, ya que la investigación no ha incluido a todos ellos. En el proceso de inferencia se hace uso de la distribución normal, conocida también como curva normal o campana de Gauss-Laplace.

Esta curva es asintótica —no corta el eje de abscisas— y simétrica respecto al valor de la media aritmética de la población, que alcanza el valor más alto de la ordenada de la curva. En la zona central alrededor de la media la curva alberga el mayor volumen de sujetos de la población que presentan la característica estudiada en la investigación; de modo que la distribución normal queda definida fundamentalmente por dos parámetros poblacionales: la media aritmética y la desviación típica de la población. En los extremos de la curva, los sujetos son más atípicos porque el grado en que

presentan la característica estudiada es muy bajo, por ejemplo, sujetos con mucha menos capacidad intelectual que la esperada para su edad, que estarían representados en la cola izquierda de la curva; y sujetos con mucha más capacidad intelectual que la esperada para su edad, que estarían representados en la cola derecha de la curva y alejados del valor central que representa la media de la población.

Las características de esta distribución normal permiten conocer hasta qué punto la muestra que se está seleccionando de la población para realizar la investigación reúne las condiciones que se esperan en la misma y es representativa, por tanto, de dicha población, permitiendo controlar así al máximo posible la probabilidad de cometer un error al realizar posteriormente la inferencia de los resultados obtenidos en la muestra a toda la población.

Para evitar que este error de inferencia sea grande y, por tanto, imposibilite que se puedan generalizar las conclusiones extraídas en la muestra a la población afectando a la validez externa del estudio, las muestras han de reunir, al menos, dos características fundamentales: 1) tener un tamaño lo suficientemente grande como para incluir una representación tanto de los casos típicos como de los más atípicos de la población; este tamaño suele fijarse en, al menos, 30 sujetos, y 2) ser representativa de la población, de modo que los sujetos que incluya representen todas las características que tiene la población de partida; por ejemplo, si se pretende hacer un estudio sobre la población de estudiantes de Enseñanza Secundaria, en la que hay alumnado de distinto sexo, edad, lugar de procedencia, situación socio-familiar, etc., la muestra deberá contar con alumnado que reúna también estas características diferenciales, y en una proporción que represente a la que se observa en la población para cada una de estas variables.

En muchas ocasiones, los docentes no se plantean realizar sus investigaciones con el fin de llegar a establecer inferencias sobre una población, sino con el objetivo de llegar a conocer con mayor profundidad la realidad con la que interactúan en el día a día, como sucede en la investigación etnográfica y en la investigación en la acción. Por eso, en estas circunstancias se suelen emplear los procedimientos de muestreo no probabilísticos, ya sea el denominado incidental o accidental o el deliberado u opinático, que, aunque no permiten extraer muestras representativas de



la población, sí facilitan el estudio cualitativo en profundidad del tema que interesa dentro de un contexto determinado. El muestreo incidental se produce cuando el investigador trabaja con una muestra a la que tiene directamente acceso por su cercanía: personas conocidas, sujetos con los que se relaciona cotidianamente, etc. Por su parte, en el muestreo deliberado el investigador selecciona a los sujetos cuidadosamente entre aquellos a los que tiene acceso en función de la información que necesita; por ejemplo, sujetos que sean expertos en un tema, con experiencia probada, etc.

Las muestras obtenidas con procedimientos muestrales no probabilísticos facilitan el trabajo de investigación en el ámbito de la Educación, y la posibilidad de seguir estableciendo inferencias a la población por vía inductiva a partir del estudio de casos o de muestras particulares.

### 3.2.2.-Identificación de variables de estudio y su operativización. Hipótesis.

A continuación, se describen las variables objeto de estudio, cómo se han operativizado, concretamos las hipótesis y describimos los pasos seguidos.

Las variables son los aspectos concretos de estudio que interesa investigar, que pueden manifestarse de modos diferentes; por eso se llaman “variables”, a diferencia de otros aspectos que siempre se manifiestan de la misma manera y que, por ello, reciben el nombre de constantes. Para entender las variables es necesario diferenciar su función cuando se trata de establecer relaciones entre ellas.

Las variables que interesa investigar y qué tipo de relaciones cabe esperar entre ellas, de la realidad que ocurre en las aulas donde se encuentra el alumnado estudiado, son las siguientes:

Las variables independientes —también llamadas antecedentes— son aquellas que ejercen una influencia sobre otras, llamadas por eso variables dependientes —también denominadas consecuentes—, condicionando su comportamiento. Por ejemplo, un determinado método didác-

tico empleado por un profesor en el aula puede actuar como variable independiente del rendimiento académico que alcancen los alumnos, que, en parte, será dependiente de aquél. Así, las relaciones que cabe establecer entre estos dos tipos de variables, independiente y dependiente, permiten aproximarnos hasta un cierto grado a la formulación de hipótesis sobre las relaciones de causa-efecto que se producen en la realidad entre distintos tipos de fenómenos. Descubrir estas relaciones permite avanzar en el conocimiento científico de la realidad, hacer diagnósticos de la misma, controlar los fenómenos hasta cierto grado e, incluso, intervenir sobre ellos para mejorarlos.

Desde una perspectiva de investigación cuantitativa y de medición, las variables se clasifican en cuatro categorías según la escala de medida a la que pertenezcan: escala nominal, escala ordinal, escala de intervalo y escala de razón. Las variables ubicadas en cada escala adoptan el mismo nombre que ésta y se distinguen entre sí en función de las propiedades numéricas que admitan los datos que se recogen sobre ellas; son las denominadas variables nominales, variables ordinales, variables de intervalo y variables de razón.

Los modos diferentes en que se manifiestan las variables se denominan “categorías” o “modalidades”. Para poder estudiar bien las variables es necesario operativizarlas, es decir, definir las de modo muy concreto y preciso para facilitar su observación, análisis y, en su caso, medición. No todas las variables se operativizan de la misma manera porque no todas son del mismo tipo. Unas admiten cierto grado de cuantificación y otras no dependiendo de su naturaleza —cualitativa o cuantitativa— y de cómo estén medidas. Las variables pueden clasificarse también en continuas o discretas según que, entre dos de sus modalidades o categorías, respectivamente, pueda establecerse o no alguna otra intermedia.

### **Variables independientes y dependientes**

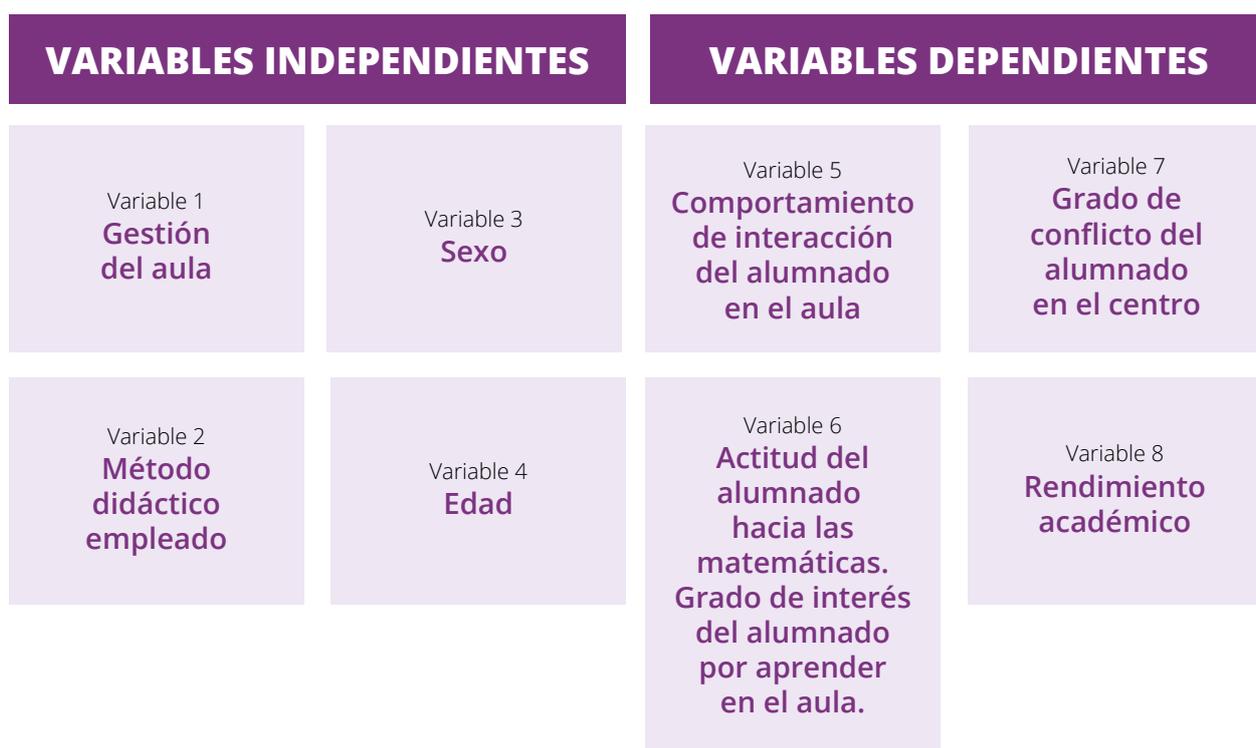


Figura 5. Esquema de las variables de la investigación

Fuente: Elaboración propia

### Variables independientes, operativización

#### V1: gestión del aula.

0 no existe un clima óptimo para impartir clase; 1 sí existe un clima óptimo para impartir clase.

#### V2: método didáctico empleado.

0 matemática convencional, basada en la clase magistral que imparte el profesorado; 1 matemática recreativa, basada en impartir clase utilizando apps de juegos matemáticos mediante las TIC y las TAC.

**V3: sexo (hombre y mujer).**

La variable “sexo”, que es muy utilizada en investigación educativa, es de tipo cualitativo porque la expresión de sus dos categorías —ser hombre o ser mujer— no es numérica. Esto sucede también con muchos aspectos de análisis del mundo subjetivo de las personas, como las emociones, las interpretaciones que cada una haga de la realidad que le rodea y los significados y valoraciones que otorgue a dicha realidad. Estos aspectos suelen estudiarse más desde una perspectiva de investigación cualitativa y etnográfica que desde una perspectiva de investigación cuantitativa basada en la medición. Se procede a operativizar del siguiente modo: 0 hombre; 1 mujer.

**V4: edad.**

Es una variable de tipo cuantitativo y su expresión es directamente numérica.

**Variables dependientes, operativización:****V5: comportamiento de interacción del alumnado en el aula.****V6: actitud del alumnado hacia las matemáticas. Grado de interés del alumnado por aprender en el aula.**

La variable “el grado de interés del alumnado por aprender”, que es una variable ordinal, se diferencia de las variables nominales, como el “sexo” que se acaba de analizar, porque sus categorías o modalidades sí admiten una cierta ordenación y la utilización de la propiedad numérica del orden. Esta



variable la operativizamos de la siguiente forma: 1 Grado de interés muy bajo; 2 Grado de interés bajo; 3 Grado de interés medio; 4 Grado de interés alto; y 5 Grado de interés muy alto. En este tipo de variables, una vez que se ha asignado un número a la primera categoría es preciso seguir el orden numérico correlativo para las restantes. Esta propiedad numérica del orden permite que ciertas variables ordinales puedan ser tratadas estadísticamente a un nivel algo más avanzado que las nominales; así, admiten ya, por ejemplo, el cálculo de percentiles (puntuación que deja por debajo de sí un cierto porcentaje de sujetos dentro de un grupo), que son muy útiles en educación para clasificar a los sujetos o situaciones analizadas dentro de su grupo de referencia, y para identificar qué lugar ocupan los sujetos dentro de un grupo por comparación con los restantes. Los percentiles son muy utilizados en Educación, entre otros fines, para establecer baremos después de aplicar una prueba, como sucede en los test psicopedagógicos, y ayudan a elaborar diagnósticos de los sujetos con un cierto nivel de precisión.

Para conseguir la operativización descrita en el párrafo anterior, se utilizan las siguientes técnicas: la técnica de encuesta, la entrevista y el cuestionario; y la técnica de la observación sistemática. Y se realizó una batería de preguntas al alumnado para identificar su grado de motivación y predisposición, que a continuación se detallan:

- ¿Te gustan las matemáticas? ¿Por qué?
- ¿Qué te gustaría hacer/ser cuando seas mayor? ¿Te dejarías ayudar? ¿Qué te gustaría estudiar?
- ¿Cómo te gustaría que te enseñasen las matemáticas?
- ¿Cuántas veces te miras el dossier de matemáticas? ¿Por qué?
- ¿Cómo te gustaría que fuesen las clases de matemáticas?
- ¿Qué entiendes por matemáticas recreativas?

- ¿Por qué estás en el grupo de refuerzo de matemáticas?
- Opiniones, actitudes, intereses, motivaciones, intenciones, deseos o conductas personales, vivencias personales y subjetivas del alumnado sobre diferentes temas realizados en el aula.

En el ANEXO 11 se encuentra toda la información relativa este colectivo estudiado: alumnado de 4º ESO del Institut Olorda.

### **V7: grado de conflicto del alumnado en el centro.**

La variable “grado de conflicto en el centro” la operativizamos, según expulsiones que ha tenido el alumnado por incumplir las normas del instituto, de la siguiente forma:

- 1 Nivel de conflicto muy bajo;
- 2 Bajo;
- 3 Medio;
- 4 Alto;
- 5 Muy alto.

### **V8: rendimiento académico.**

La variable “rendimiento académico” es una tipología de variables de intervalo, que se caracterizan porque se puede asignar a sus modalidades o categorías la propiedad numérica de la igualdad y desigualdad de intervalo numérico. Una prueba objetiva que dé como resultados valores entre 0 y 10, se considera de intervalo porque esos valores entre 0 y 10 no pueden tomarse como los números enteros que aparentan ser, sino como intervalos que designan igualdades y desigualdades entre diferencias numéricas. Esta es una limitación de la medición en muchas de las variables que se investigan en el ámbito educativo, como por ejemplo, la capacidad intelectual, el nivel de conocimientos, la motivación, etc., porque se carece aún de técnicas y herramientas



de medición suficientemente precisas y probadas que permitan establecer la existencia de un punto de arranque o cero absoluto similar al del termómetro, por ejemplo, para medir la temperatura, que facilite posteriormente efectuar operaciones matemáticas rigurosas. Esta característica de partir de un cero absoluto sí la poseen las denominadas variables de razón, que pertenecen a la escala de razón. Ejemplo de estas variables son la edad, la temperatura, el peso, etc., con cuyas mediciones ya se pueden realizar operaciones matemáticas propiamente dichas.

## Hipótesis

Según (Fox, 1981), la formulación de las hipótesis requiere un esfuerzo de reflexión importante sobre el problema y el conocimiento de las investigaciones previas. Las hipótesis son imprescindibles para predecir lo que se espera encontrar en los resultados de una investigación, y se deben formular antes de llevar a cabo dicha investigación (Estrada et al., 2004).

En la presente tesis doctoral se formulan las siguientes hipótesis:

### HIPÓTESIS 1

La actitud del alumnado hacia las matemáticas depende de la gestión del aula y del método didáctico empleado por el profesorado.

Esta hipótesis se justifica por la experiencia in situ del investigador. Es indudable que, si no se consigue una gestión del aula óptima, es decir, un clima necesario para que el profesorado pueda impartir clase, es imposible transmitir conocimiento al alumnado. Si además de que las matemáticas han sido un problema para el alumnado, tal y como se explica en el capítulo I, si añadimos aún un clima de caos en el aula por el comportamiento inadecuado de algunos o todo el alumnado, la actitud de éste hacia las matemáticas será negativa.

**HIPÓTESIS 2**

La ausencia de gestión del aula, o un clima en el aula no propicio para impartir clase, influye negativamente en la implementación de la metodología basada en impartir clases de matemáticas de forma recreativa.

Sin orden, respeto entre el alumnado y de éste hacia el profesorado, moderación en la forma de comunicarse, y una educación básica adquirida en el seno familiar, es prácticamente imposible impartir clase de matemáticas y aún menos experimentar metodologías recreativas que requieren de un autocontrol por parte del alumnado.

**HIPÓTESIS 3**

El rendimiento académico del alumnado depende del método didáctico empleado, partiendo de la base que sí existe una buena gestión del aula.

El alumnado necesita ser seducido académicamente para que muestre interés en adquirir conocimiento de matemáticas impartido por el profesorado. En este punto crucial es donde el método didáctico empleado es fundamental para motivar al alumnado a qué: dedique su tiempo a prestar total atención; y participe de forma activa preguntando las dudas que le surjan.

**HIPÓTESIS 4**

Las matemáticas recreativas influyen positivamente en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la etapa de la ESO desde la perspectiva de la producción académica del alumnado.

Una metodología basada en impartir clases de matemáticas de forma recreativa, es decir, de forma más placentera para el alumnado, crea menos rechazo por parte de éste e influye positivamente para conseguir motivarlo y, al mismo tiempo, desestigmatizar la imagen que tienen sobre esta materia. Todo ello conlleva a mejorar la producción académica del alumnado.



### 3.2.3.-Técnicas utilizadas en la recogida de la información.

#### Técnicas de Encuesta: entrevista y cuestionario.

Las técnicas de encuesta son dos, la entrevista y el cuestionario, que operan a través de la formulación de preguntas por parte del investigador y de la emisión de respuestas por parte de las personas que participan en la investigación.

La información que se trata de obtener con estas técnicas tiene que ver con aspectos profesionales, personales o sociales de las personas que forman parte de la investigación, que se concretan en dos tipos fundamentales de datos:

- 1) aquellos relacionados con características sociodemográficas como la edad, niveles académicos o profesionales, sexo, etc. y
- 2) opiniones, actitudes, intereses, motivaciones, intenciones, deseos o conductas personales de los sujetos que responden, que es la información que realmente necesita el investigador.

Lo que interesa conocer son, sobre todo, las opiniones y vivencias personales y subjetivas de las personas sobre un tema o hecho concreto, y no tanto datos sobre sus comportamientos externos; por eso son técnicas muy relevantes para realizar investigación cualitativa etnográfica e investigación en la acción, sobre todo en lo que respecta a la Entrevista, que permite profundizar en el conocimiento de las personas.

En este sentido, el cuestionario y la entrevista resultan muy complementarios entre sí cuando se aplican de modo consecutivo sobre un mismo grupo de sujetos: la entrevista, al realizarse cara a cara entre entrevistador y entrevistado y con más tiempo, permite profundizar en detalles y argumentos sobre temas que se han podido tratar más genéricamente al aplicar un cuestionario, consiguiendo así mayor calidad y fiabilidad en la información obtenida.

El Cuestionario requiere que las preguntas se formulen con un lenguaje claro, adaptado a la edad y nivel cultural de las personas que tienen que

responder, y de manera muy precisa para que se entienda bien lo que se pregunta, evitando así tanto orientar las respuestas del sujeto en una determinada dirección, como las ambigüedades de interpretación que dificultan posteriormente la comparación de las respuestas emitidas por distintos sujetos.

Un aspecto importante a decidir al construir un cuestionario es el tipo de respuesta que se espera de los sujetos: cerrada, abierta o una combinación de ambas, lo que determina el grado de estructuración del mismo. Las respuestas cerradas suelen ser de elección entre un número dado de alternativas, que han de ser mutuamente excluyentes; por ejemplo, cuando se pregunta por “el lugar de procedencia de los sujetos” las alternativas podrían ser:

- 1-Urbano,
- 2-Rural.

A veces las alternativas de elección de las respuestas cerradas se expresan en una escala numérica de varios valores, como las escalas de Likert; por ejemplo, para analizar la frecuencia con que el sujeto realiza una determinada conducta se puede proponer la siguiente escala:

- “1-Nunca”,
- “2-A veces”,
- “3-Bastantes veces”,
- “4- Siempre”.

Las respuestas abiertas, sin embargo, se incluyen en los cuestionarios fundamentalmente con fines exploratorios para averiguar tendencias de comportamiento de los sujetos; es decir, para conocer cómo se comportan o cómo interpretan las personas un determinado tema desde su propia perspectiva, con todas sus posibles variaciones y sin que el investigador proponga previamente distintas opciones de respuesta.



## Observación Sistemática.

La observación sistemática consiste en mirar atentamente algo sin modificarlo, con la intención de examinarlo, interpretarlo y obtener unas conclusiones sobre ello. La observación sistemática que se utiliza en la investigación es intencionada, planificada y estructurada, objetiva y registrada para que la información obtenida sea comprobable y tenga garantías de científicidad.

Por ejemplo, puede interesar observar el comportamiento de interacción de un alumno en un aula, y no cuando se encuentra en el descanso del recreo.

Cuando se trata de observar el comportamiento de las personas, la observación se centra en conductas externas, básicamente motoras o gestuales, dado que no podemos físicamente mirar en el interior de los sujetos para captar a través de la vista sus emociones, opiniones o pensamientos. Estos ámbitos internos y subjetivos del comportamiento humano, no obstante, podrían ser inferidos a través del análisis de los gestos y manifestaciones externas del individuo, que sí se captan a través de la observación. Por ejemplo, podríamos inferir un estado de ánimo en una persona a través de su expresión facial o de los movimientos de su cuerpo.

Para llegar a hacer esto sería útil partir de una base o marco teórico que ayude al investigador, el cual no es objetivo de investigación en la presente tesis doctoral.

Este proceso por el cual se llega a concretar en conductas externas directamente observables aquello que interesa analizar a través de la observación, se denomina operativización, y las conductas que resultan de ello se denominan conductas operativizadas, que constituyen los indicadores externos de aquello que se intenta investigar. Estas conductas operativizadas se incluyen en los denominados registros observacionales como los listados de control y las escalas de estimación, que ayudan al observador a anotar si se dan o no (listados de control), y en qué grado (escalas de estimación) en un determinado sujeto o ambiente esas conductas que interesa analizar.

Se requiere garantizar que la conducta del individuo no se modifique como

consecuencia de ser observada, porque lo que se pretende es recoger información sobre el comportamiento espontáneo de las personas dentro de un determinado contexto o bajo unas determinadas circunstancias.

Algunas características de los registros observacionales (ANEXO 11, 12 Y 13) son: anecdotarios, listados de control y escalas de estimación.

Los anecdotarios son descripciones de comportamientos observados que no se había previsto que ocurrieran y que llaman la atención del observador porque son relevantes para el tema que se quiere investigar; de ahí el nombre de anecdotario o anécdota. En estos casos, el observador intentará narrar a través de una breve descripción lo que ha ocurrido, anotando fielmente las circunstancias en que el hecho tuvo lugar y las manifestaciones externas directamente observables del comportamiento captado. Cuando la anécdota narra varios comportamientos observados en forma de secuencia, se habla de un registro de incidentes críticos. Por ejemplo, los siguientes comportamientos de un alumno podrían formar parte de un registro anecdótico de incidentes críticos:

- 1) Habla con sus compañeros de aula,
- 2) Se ríe y les hace muecas,
- 3) Abre el libro y lee durante cinco minutos,
- 4) Subraya en el libro,
- 5) Habla con el compañero de atrás,
- 6) Se levanta a recoger un papel del suelo.

Los listados de control y las escalas de estimación, por su parte, son registros en forma de tabla de doble entrada que contienen una muestra de las conductas operativizadas que se pretende observar, a las que también se llama unidades de observación; por ejemplo, algunas conductas de hábitos de estudio que pueden ser unidades de observación en un listado de control o en una escala de estimación son: “el alumno organiza el material antes de empezar a estudiar”, “subraya para diferenciar las ideas principales de las secundarias”, “utiliza el diccionario”, etc.

En los listados de control se va anotando si dichas conductas se producen o no en una determinada situación y en las escalas de estimación se anota



la frecuencia, intensidad o duración con que se producen las conductas; por ejemplo:

- 1-Nunca,
- 2-A veces,
- 3-Bastantes veces,
- 4-Casi siempre y
- 5-Siempre.

En el ejemplo considerado sobre hábitos de estudio se anotaría de 1 a 5 la frecuencia con que el alumno:

- 1) antes de comenzar a estudiar organiza la mesa de estudio y el material que necesitará para estudiar,
- 2) permanece centrado en la tarea al menos 15 minutos,
- 3) subraya las ideas principales en un texto,
- 4) consulta el diccionario cuando no entiende el significado de las palabras, etc.

La diferencia entre el listado de control y la escala de estimación radica en que en esta última se anota el grado en que la conducta se produce, y no solo si tiene lugar o no.

Al aplicar estos registros se necesita que el observador adopte una actitud objetiva, de modo que anote solamente lo que ve y no incluya sus interpretaciones subjetivas en los datos.

### **Técnicas Normativas, Pruebas Objetivas y Técnicas Criteriales.**

Las técnicas normativas, las pruebas objetivas y las técnicas criterioles son muy útiles para valorar, entre otras cosas, las actividades de los estudiantes y sus rendimientos académicos, tanto en su consideración como variables dependientes o como variables independientes.

Se han utilizado técnicas normativas en el criterio utilizado en la clasificación del grupo C de altas capacidades. En concreto la capacidad intelectual

tual y la producción académica del alumnado, según estipula la FEEMCAT (ANEXO 10).

Cuando se utilizan técnicas normativas, lo que interesa conocer son las diferencias individuales que hay entre los sujetos en la característica evaluada, y los distintos grados en que cada uno la tiene desarrollada. Estas técnicas sirven también para realizar clasificaciones de sujetos en determinadas categorías; por ejemplo, para agrupar a los alumnos en distintos grupos según sus competencias intelectuales y poder adaptar mejor así los procedimientos didácticos a cada tipo de alumnado.

Las pruebas objetivas de valoración del rendimiento académico se denominan así porque pretenden dotar de garantías de objetividad a la evaluación cuantitativa que se efectúa con ellas para valorar el grado de adquisición de conocimientos y de desarrollo de habilidades de aprendizaje en los sujetos. Incluyen una plantilla de corrección que se aplica por igual a todos los sujetos con independencia de quien sea el evaluador, con el fin de garantizar la objetividad en las puntuaciones que se asignan y controlar el posible sesgo de subjetividad al asignar una determinada calificación.

Las técnicas criterioles no se basan en las puntuaciones estadísticas de un grupo normativo, sino que permiten valorar el grado en que una persona llega a alcanzar con la ayuda del docente o educador determinadas metas de aprendizaje y competencias intelectuales, emocionales y conductuales que hasta entonces por sí sola no podía alcanzar. La finalidad es garantizar unas condiciones de aprendizaje óptimas para los sujetos que forman parte de un programa educativo y conocer en cada momento las ganancias que se van produciendo como consecuencia de participar en el mismo. Se resalta la importancia del docente como mediador que facilita al estudiante desarrollar su potencial de aprendizaje y adquirir progresivamente un mayor grado de autonomía en la consecución de objetivos de aprendizaje.

### Técnicas Proyectivas.

Las técnicas proyectivas permiten recoger información sobre características personales, afectivas y emocionales de los sujetos a través de comentarios de imágenes poco estructuradas, de asociaciones libres de palabras o de dibujos que la persona tiene que realizar con unas mínimas



instrucciones. Estas técnicas son útiles en investigación, pero sobre todo en diagnóstico para valorar estados de ánimo en las personas, o la forma en que se perciben a sí mismas. Permiten captar, entre otras cosas, información sobre preocupaciones, temores, o satisfacciones en las personas, que puede ser útil para orientar una determinada atención individual. Facilitan que las personas exterioricen sus emociones a través de dibujos o imágenes. Entre sus limitaciones se encuentran la subjetividad del evaluador al interpretar las respuestas de los sujetos, ya que estas técnicas carecen de normas e instrucciones muy claras y estructuradas para hacerlo, lo que podría llevar a que dos o más evaluadores llegaran a valorar de modo diferente la información emitida por un mismo sujeto. Por eso no se ha utilizado esta técnica en la investigación llevada a cabo en la presente tesis doctoral.

### Técnicas Sociométricas.

Las técnicas sociométricas permiten valorar las relaciones interpersonales que se establecen entre los miembros de un grupo en función de las elecciones o rechazos que los propios miembros del grupo manifiestan. Estas técnicas incluyen un pequeño cuestionario con cuatro posibles preguntas donde se plantea al sujeto que responda con tres o cuatro nombres de personas acerca de sus preferencias para realizar una determinada actividad:

- 1) con quienes le gustaría hacer dicha actividad,
- 2) con quienes no le gustaría hacer esa actividad,
- 3) quien cree que le elige a él para hacer esa actividad, y
- 4) quien cree que le rechaza.

Con la información que proporcionan estas preguntas se puede llegar a reconocer el grado de cohesión del grupo, los líderes, subgrupos, personas solitarias, aisladas, etc. y promover estrategias de cambio en las relaciones del grupo para llegar, por ejemplo, a integrar a las personas aisladas o a las rechazadas. La información sobre elecciones y rechazos manifestada en el cuestionario suele ordenarse en la llamada matriz sociométrica y representarse gráficamente en un sociograma.

### Escalas de Actitudes.

Las actitudes constituyen uno de los aspectos más relevantes de investigación en el campo educativo, porque condicionan las tendencias de comportamiento de las personas al estar asociadas a tres factores fundamentales:

- 1) el conocimiento que se posee acerca de la situación que genera la actitud,
- 2) la interpretación subjetiva y la valoración afectiva que se genera sobre dicha situación, y
- 3) el comportamiento concreto que muestra el sujeto hacia esa situación.

Estos componentes de las actitudes hacen que tengan una fuerte carga motivacional que influye en la disposición de las personas hacia el objeto de la actitud, ya sea el aprendizaje, la interacción social, el trabajo, etc., tanto en el ámbito escolar y personal como profesional.

El procedimiento fundamental de recogida de información sobre las actitudes son las escalas de actitudes, en las que se ofrecen distintas puntuaciones de valoración de la situación analizada —por ejemplo, de 1 a 9, ó de 1 a 5, desde la postura más desfavorable hasta la más favorable—, entendiéndose que entre ellas existe un mismo intervalo que marca las diferencias entre un valor y otro. Estas puntuaciones escalares suelen conocerse como escalas de Likert. También suele utilizarse el método del diferencial semántico de Osgood, que consiste en presentar una serie de temas sobre los que el sujeto suele opinar en base a dos opciones contrarias de respuesta, como, por ejemplo, bueno-malo, adecuado-inadecuado, etc. Pero además de con escalas, las actitudes también se pueden analizar a través de otras técnicas, como las de encuesta, las proyectivas o la observación del comportamiento.

### Grupos de Discusión.

Se ha utilizado en el grupo A de atención a la diversidad porque en los grupos de discusión se constituye un procedimiento de recogida de in-



formación muy valioso sobre los valores, entendidos como preferencias, valoraciones y formas de conducta que muestran las personas hacia determinados temas, ya sean personales, interpersonales, educativos, sociales, políticos, económicos, éticos, religiosos, etc.

Los valores son difíciles de medir con cuestionarios o escalas porque contienen componentes subjetivos, interpretativos y semánticos difíciles de captar fuera de un contexto cotidiano determinado. Por eso suelen ser analizados desde la perspectiva de investigación cualitativa con grupos de discusión que permiten reflejar los valores de las personas hacia determinados temas.

En los grupos de discusión, el docente-investigador y el alumnado se reúnen para debatir, contrastar opiniones, puntos de vista, y complementar así la visión plural que se puede tener sobre una misma realidad. En estos grupos, las personas emiten espontáneamente sus opiniones con distintos niveles de intensidad y con diferentes significados, lo que permite analizar los valores desde una perspectiva cuantitativa (intensidad) y cualitativa (significados). Esta perspectiva cualitativa requiere utilizar posteriormente la técnica del análisis de contenido para identificar los significados más relevantes de los comentarios emitidos y las relaciones que cabe establecer entre ellos.

### **Fiabilidad y Validez de la información obtenida con las técnicas y procedimientos de recogida de información.**

**Fiabilidad.** Precisión y estabilidad de la información, y como una aproximación al análisis y control de los errores que se pueden cometer al recoger información con una técnica dada, debido a sus imperfecciones. No obstante, hay que tener en cuenta que estos errores en la recogida de información no solo proceden de las limitaciones de las técnicas, sino también de factores asociados al propio sujeto que emite la información (por ejemplo, errores de interpretación de la información, falta de sinceridad en las respuestas, etc.), a las circunstancias no siempre adecuadas en que se recoge la información, a la inexperiencia de la persona que aplica la técnica, etc. Este tipo de errores que no se deben a la técnica misma y que pueden estar afectando a la calidad de la información que se obtiene con ella suelen conocerse como errores aleatorios porque son difíciles de

prevenir y controlar.

El análisis de la fiabilidad suele realizarse a través de tres métodos. Uno de ellos permite estudiar el grado de estabilidad que cabe esperar en los datos que se recogen al aplicar el mismo instrumento en dos o más momentos diferentes sobre los mismos sujetos y en las mismas condiciones. Por ejemplo, cuando se aplica el mismo test o cuestionario dos o más veces a los mismos sujetos y en las mismas circunstancias; o cuando se realizan dos entrevistas similares al mismo sujeto, o cuando dentro de la misma entrevista se le pregunta en más de una ocasión por un tema concreto.

Otra forma de analizar la fiabilidad de la información es a través del *grado de equivalencia* que se puede establecer entre los datos aportados por dos instrumentos que no son idénticos pero que guardan entre sí mucha similitud, hasta el punto de considerarlos equivalentes e intercambiables.

La tercera forma consiste en valorar el *grado de consistencia interna* que hay en la información que se recoge al aplicar a los sujetos una sola técnica una sola vez; en este caso se trata de analizar la relación y coherencia que guardan entre sí las respuestas de los sujetos en la prueba empleada; por ejemplo, cuando en una entrevista o en un cuestionario se pregunta al mismo sujeto cuestiones sobre una misma temática con preguntas diferentes.

Cuando la fiabilidad se analiza con información recogida con técnicas cuantitativas como los tests, las pruebas objetivas o los cuestionarios muy estructurados, se suele simbolizar con  $r_{xx}$ , que expresa la correlación que guarda la técnica consigo misma, también denominada fiabilidad relativa. Esta puede calcularse mediante el *índice de consistencia interna*, que se calcula a través de los procedimientos de Spearman-Brown, de Rulon y de Guttman cuando la prueba se divide en dos mitades, o a través de los procedimientos de Kuder-Richardson y *Alpha de Cronbach*, cuando se trabaja con la totalidad de la prueba.

El valor de la fiabilidad de una prueba cuantitativa oscila entre 0y +1 ( $0 < r_{xx} < 1$ ). Cuando el cálculo de la fiabilidad inicial de la prueba arroja resultados muy bajos, en general menores de 0.70, implica introducir cambios en la muestra que ha emitido la información.

En la investigación cualitativa, la fiabilidad o dependencia, entendida como



estabilidad y consistencia de las observaciones y datos obtenidos, y la objetividad o confirmación, entendida como neutralidad en la interpretación de los datos, se garantiza comprobando la similitud de las informaciones obtenidas por varios procedimientos e investigadores, a lo que se denomina triangulación.

**Validez de la información.** La información que se obtiene con los procedimientos de recogida de datos, además de ser fiable, necesita ser válida y contrastada para garantizar la objetividad y calidad de las conclusiones que se deriven de ella en la investigación. En general, se entiende que la información es válida si ha sido obtenida con un procedimiento que realmente está construido para recabar los datos que se buscan y no otra cosa. Por eso, los procedimientos que se utilicen para recoger datos tienen que estar contextualizados y adaptados a las características de las personas a quienes se van a aplicar y a los fines que se pretenden en la investigación. Esta necesidad de contextualización hace que se hable de distintos tipos de validez de la información y de los procedimientos de recogida de datos.

Un tipo es la denominada validez de contenido, que hace referencia al grado en que las preguntas que incluyen las técnicas hacen realmente referencia a la característica que se pretende valorar. También es importante considerar si el número de preguntas que incluye la técnica es representativo de las distintas manifestaciones de esa característica.

Otro tipo es la validez predictiva, que permite anticipar las puntuaciones que podría obtener una persona en una característica (denominada criterio) distinta a la que valora la propia prueba que se está utilizando, en función, entre otras cosas, de la correlación que existe entre la variable que evalúa la prueba y el criterio, y de la puntuación que el sujeto obtiene en esta prueba; por ejemplo, las puntuaciones que obtenga un estudiante en un test de aptitudes en razonamiento matemático aplicado a principios de curso podría permitir predecir con un cierto margen de error el resultado académico que podría alcanzar este estudiante en matemáticas a final de curso. Como en el caso de la fiabilidad, si los valores de validez que se obtienen al calcularla inicialmente en una prueba fueran muy bajos, se podría intentar que mejorara incrementando el número de elementos de la prueba o modificando la variabilidad inicial del grupo.

Esta predicción se lleva a cabo a través de las denominadas ecuaciones de regresión.

Entre las posibilidades que ofrece este tipo de validez se encuentra la de hacer diagnósticos de las personas y de las situaciones para identificar en ellas potencialidades y limitaciones y, en base a ello, orientar mejor los procesos de toma de decisiones sobre posibles intervenciones.

Por último, la validez de constructo hace referencia al grado con que una prueba es capaz de captar la característica concreta que se pretende valorar con ella. Para analizar este tipo de validez suelen llevarse a cabo los denominados análisis factoriales, que son técnicas estadísticas multivariadas complejas que permiten identificar los factores o dimensiones que realmente está valorando la prueba.

Estas distintas maneras de considerar la fiabilidad y validez de las medidas cuantitativas basadas en la teoría clásica del test, pueden ser complementadas con las que propone la teoría de la generabilidad o la teoría de la respuesta al ítem, introducida por Cronbach, Gleser, Nanda y Rajaratnam (1972), apoyada en la teoría del rasgo latente y en el modelo de Rasch.

Además de considerar los tipos de validez asociada a las técnicas de recogida de datos cuantitativos, es preciso tener en cuenta también que la información que se recabe tanto con ellas como con otras de índole cualitativo ha de ser objetiva y contrastada para que pueda ser válida a los fines de la investigación científica. Para ello existen una diversidad de métodos y procedimientos conocidos —sobre todo en el ámbito de la investigación cualitativa— como triangulación de la información.

Una vez que se confirma que la información obtenida con las técnicas y procedimientos de recogida de datos cuenta con garantías científicas de fiabilidad y validez, se procede a su tratamiento con los procedimientos de análisis de datos.





## Capítulo 4

---

# **ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS**



## CAPÍTULO 4

---

# ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

En este capítulo se analizan los resultados obtenidos del estudio empírico realizado, según la metodología óptima para esta investigación, descrita en el capítulo III.



## 4.1 EJECUCIÓN DEL DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN.

Tal y como se ha justificado en el capítulo anterior, metodología, se procederá a continuación a ejecutar el diseño de investigación escogido según la tipología de los agentes a investigar, y de las circunstancias que envuelven a esta investigación. Para ello se aplicarán los procedimientos de recogida de información previstos, se organizarán y analizarán los datos que se obtengan con el propósito de obtener los resultados empíricos. Y será en la siguiente fase, capítulo dedicado a las conclusiones, donde los datos serán interpretados para establecer las conclusiones pertinentes sobre la investigación realizada.

### 4.1.1.-Recogida de información. Obtención de los datos.

Por lo que respecta a la recogida de información hay que ser muy persistente, para que los datos que se obtengan en esta etapa sean de calidad científica, porque condicionará los procesos que se realicen a partir de su recogida, condicionando la calidad de la investigación en sí misma.

A tenor de lo expuesto, para garantizar una calidad científica de la información recogida, ésta deberá cumplir con las características de fiabilidad, validez, objetividad, riguridad y precisión. Además de lo expuesto y de contar con técnicas fiables y válidas se necesitarán tres aspectos que habrá que cuidar con exquisitez:

- 1.- las características del investigador,



- 2.-las características de las personas que emiten la información, y
- 3.-las características de la situación en que se recoge la información.

1.-Con respecto a las **características del investigador**, puedo constatar que se debe poseer una gran motivación para realizar el proceso de recogida de información. En mi caso resultó ser largo, costoso en tiempo y alejado de mi residencia. Hay que conocer bien la técnica que se va a utilizar, que en mi investigación fue la entrevista, la observación sistemática y los cuestionarios, para controlar adecuadamente su utilización en base a las características de cada una de ellas. Es muy interesante poseer experiencia en la utilización de dichas técnicas para evitar errores en su aplicación, que podrían desvirtuar la calidad de la información. En mi investigación no consideré las opiniones de las personas que entrevisté para evitar sesgos en una dirección determinada. Del mismo modo evité que: mis expectativas sobre los sujetos investigados; el tipo de información que pudiese esperar; o estereotipos preconcebidos, pudieran sesgar la dirección de las respuestas. Para ello controlé mis actitudes, emociones y reacciones durante el proceso de recogida de datos para no condicionar la fiabilidad, validez, objetividad y precisión de los mismos. Es decir, utilicé mis habilidades de autorregulación emocional y del comportamiento para controlar mis inclinaciones personales y no introducir sesgos en la información que recogí.

Otro factor a tener en cuenta son las habilidades sociales que se deben de poseer, dado que la investigación que se ha llevado a cabo ha sido investigación educativa, y se ha trabajado con personas para recabar la información, y ello ha precisado de un cierto dominio de las destrezas de comunicación, tanto verbales como gestuales; entre ellas, son de destacar la empatía, la mirada y el contacto visual, la expresión facial, y la escucha activa. El empleo correcto de estas habilidades se hace especialmente relevante al aplicar la técnica de la entrevista, en la que se necesita llevar a cabo un proceso de comunicación directa y cercana entre el investigador y la persona que emite la información. Por último, remarcar la capacidad de adaptación a la situación y a las características de las personas que han de emitir la información, que es otra habilidad fundamental a tener en cuenta en el momento de recabar la información.

A modo de síntesis, las características personales del investigador, su formación en investigación y en procedimientos de recogida de información, y sus habilidades sociales y de comunicación son fundamentales para llevar a cabo eficazmente el proceso de recogida de datos y para superar ciertas dificultades que puedan surgir en el transcurso del mismo.

2.-Las **características de las personas que emiten la información** han de ser tenidas también en cuenta en esta fase de la investigación, porque pueden condicionar la calidad de los datos que se obtengan. Entre estas características cabe mencionar la edad, sexo, personalidad, motivación hacia el tema investigado, expectativas, lugar de residencia, nivel educativo, cultural y profesional.

No todas las personas tienen la misma motivación para facilitar la información que se precisa en la investigación, y ello puede tener que ver, en parte, con la fuente de donde haya partido el interés por analizar el tema de estudio elegido. Si el interés ha partido sólo del investigador, éste tendrá que hacer por adaptarse bien a las circunstancias de las personas que emitan la información, ya sea individualmente o en grupo, para estimular su participación. Si, por el contrario, el interés ha partido de los propios sujetos que han de emitir la información porque quieren conocer mejor su realidad cotidiana y mejorarla, como sucede en la investigación en la acción, entonces se espera que su motivación e implicación sea más elevada.

Por otra parte, cuando se trata de recoger información verbal, ya sea oral o escrita, hay que tener en cuenta que no todas las personas expresan con la misma precisión sus opiniones, ideas o sentimientos. Ello requiere de parte del investigador una especial sensibilidad, atención y persistencia para aclarar hasta donde sea preciso lo que la persona pretende exponer, evitando así cometer errores de interpretación de la información. Con ello se puede controlar introducir en los datos sesgos subjetivos del investigador que restarían fiabilidad, validez y objetividad a la información obtenida, y que condicionarían también la validez interna de la investigación.

3.-Respecto a las **características de la situación en que se recogió la información**, es preciso considerar, al menos, algunas características como ruidos, luminosidad y temperatura. Cuando las condiciones de la situación en que se ha de llevar a cabo este proceso de recogida de datos



no son adecuadas se puede provocar en los sujetos disminución de la motivación hacia la emisión de información, falta de concentración —tanto por parte de los sujetos como del investigador—, mayor probabilidad de sentir fatiga, demasiada rapidez en la emisión y recogida de los datos, premura en la terminación de la tarea, etc. Obviamente, ello condiciona la fiabilidad, validez y rigurosidad de la información.

#### 4.1.2.-Tratamiento y análisis de datos. Obtención de resultados.

Una vez que los datos han sido recogidos con garantías de calidad científica se puede proceder a su tratamiento. Para ello es necesario tener en cuenta algunos aspectos:

En primer lugar, es preciso depurar los datos. Seleccionar de entre toda la información recogida aquella que realmente se ajuste a los criterios de precisión, rigor y objetividad que necesita la investigación. Por ejemplo, si se ha aplicado un cuestionario y se observa que determinados sujetos han respondido sin leer o pensar adecuadamente lo que se estaba preguntado, es mejor desechar sus respuestas para no introducir sesgos en los resultados. En otras ocasiones el investigador puede encontrar respuestas raras o casos muy atípicos que, quizás, convenga desechar para evitar de nuevo que se produzcan dichos sesgos que ponen en riesgo la obtención de resultados y conclusiones adecuadas con respecto al tema investigado. Este proceso de depuración de datos, tanto cuantitativos como cualitativos, puede llevarse a cabo a través del proceso denominado de triangulación o contrastación, que consiste en comparar la información recogida con distintos métodos y procedimientos para garantizar su validez y objetividad.

Esta depuración de datos es más relevante en las investigaciones cuantitativas que pretendan establecer inferencias o generalizaciones de conclusiones a poblaciones amplias de sujetos, que en las investigaciones cualitativas, como es el caso de la presente investigación. En estas últimas, muchas veces interesa, precisamente, la descripción de casos atípicos por su carácter ideográfico, inductivo, interpretativo y particular. Esta descripción puede ser, en ocasiones, de gran valor para llegar a entender las diferencias que se producen entre casos particulares y los factores de diver-

alidad que se encuentran implicados en las circunstancias que les rodean.

En segundo lugar, hay que organizar los datos para facilitar su tratamiento. Para ello se puede proceder a su clasificación en tablas o matrices donde quedan claramente organizados en función de cada variable y aspecto a analizar.

Si la información recogida es cualitativa y viene expresada oralmente, como, por ejemplo, las entrevistas que han sido grabadas en audio en el grupo investigado B, del alumnado asistente a las pruebas Cangur, es preciso primero transcribir la información antes de pasar a realizar el análisis de contenido, que consiste en categorizar, codificar y clasificar los diferentes temas expresados por las personas en base a ciertos criterios que se estén manejando en la investigación.

Una vez efectuado este proceso de transcripción de datos se procederá a categorizar, clasificar y codificar la información en tablas o matrices para su posterior tratamiento. Si la información viniera expresada por escrito, por ejemplo, en preguntas abiertas de un cuestionario, tal y como se procedió con el alumnado asistente al taller “vamos por más mates”, también se realizará con ella este mismo proceso de codificación previo a la clasificación en tablas o matrices. Estas matrices de datos permiten ya realizar algunos tratamientos estadísticos sobre distribución de frecuencias, porcentajes, etc., así como representaciones gráficas que ayudan a interpretar el significado de la información recogida y las relaciones que se establecen en ella.

En tercer lugar, se realizarán los análisis de los datos. Por lo que respecta a la presente investigación, los análisis de datos cualitativos requieren una gran implicación y habilidad interpretativa por parte del investigador para llegar a identificar adecuadamente los significados de la información recogida. Estos significados pueden facilitar establecer hipótesis interpretativas sobre las relaciones que mantienen los factores que operan en la situación analizada, de modo que se pueda llegar a alcanzar una verdadera y adecuada comprensión de la misma.

Una vez que los datos han sido analizados con procedimientos cuantitativos o cualitativos se obtienen los resultados, que cabe organizar de nuevo en tablas y representar con gráficos y diagramas que ayuden visualmente a organizar la información obtenida y a interpretarla más fácilmente.

### 4.1.3.- Interpretación y reflexión de los resultados.

La fase de interpretación y reflexión sobre los resultados obtenidos tras analizar los datos lleva a establecer el verdadero significado de la información recogida. En esta fase se valora si los objetivos planteados se han alcanzado.

En la investigación cualitativa raramente se formulan hipótesis teóricas de partida para ser contrastadas, sino que se efectúan más bien estudios de casos con procesos inductivos en base a la información que se va obteniendo progresivamente al analizar la realidad estudiada, con la que se va configurando hipótesis emergentes, modelos de representación de esa realidad y teorías sobre el funcionamiento de la misma y sobre los factores que inciden en ella.



## 4.2 EJECUCIÓN DEL DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN.

En el presente trabajo se investigan tres grupos de alumnado que se diferencian por el tipo de actividad que desarrollan. Se llevarán a cabo dos tipos de estudios diferentes. En primer lugar, el estudio del caso, que se centrará en el alumnado de 2º y 4º C de la ESO. En segundo lugar, el estudio de campo, que se centrará en la XX Prova Cangur del año 2015 celebradas en EPSEVG-UPC, y en tercer lugar, el taller Anem x+ mates del año 2015 celebrado en la FME-UPC.

4.2.1.1.-Primer grupo investigado. Alumnado de atención a la diversidad de baja producción académica. 4º C de la ESO del IES Olorda de Catalunya. Se investiga a toda la población.

La investigación comenzó con el estudio del caso del 4º C de la ESO del IES Olorda. Lo que caracteriza a un caso según (Martínez, 2014) es su singularidad, por lo tanto no se busca generalizar sus resultados y conclusiones a otros casos, ya que se entiende que cada uno es único e irrepetible, con sus peculiaridades circunstancias según su idiosincrasia.

#### 4.2.1.1.1.-Definición y contexto del problema.

El principal problema que caracteriza a este grupo investigado es, en general, el poco interés que muestran por adquirir los conocimientos según el nivel en el que están, y en particular, por adquirir los conocimientos matemáticos pertinentes de 4º de la ESO. Este problema conlleva inexorablemente a una baja producción académica por parte de este alumnado. Y es por este motivo que están englobados en el programa de atención a la diversidad. En el tema que nos atañe no se investiga cómo afecta el entorno social en los adolescentes, pero evidentemente sí que afecta porque están en contacto con esa realidad. Y tampoco trata esta investigación de indagar en qué tipo de familia se encuentra el chico o chica, para averiguar si los problemas latentes de este tipo de alumnado tienen sus raíces en el seno de la misma.

A tenor de lo expuesto, esta investigación se centrará en descubrir si las matemáticas recreativas pueden ayudar a estos adolescentes dentro del contexto académico, es decir, ¿qué pueden hacer las matemáticas recreativas para atraer la atención del alumnado y mejorar la producción académica de los mismos? El instituto es el único medio en el que los docentes podemos incidir directamente sobre nuestro alumnado. En concreto se analizará cómo proceder para que el alumnado de 4º C de la ESO se vea atraído por los conocimientos matemáticos. ¿Porque el 4º C de ESO? Porque en el instituto donde realicé este experimento eran los que tenían la producción académica más baja.



El departamento de matemáticas ajustaba el programa para que este alumnado pudiese seguir, con un mínimo de garantías, el ritmo y el nivel académico impartido por el profesor. Con ello se pretendía que este colectivo pudiera adquirir el mayor nivel posible teniendo en cuenta las limitaciones del mismo. Es decir, que no servía de nada imponer un nivel superior al raciocinio de este alumnado, porque la actitud que mostraban era simplemente desconectar de las explicaciones del profesor.

En la entrevista que mantuve con el tutor, referente a los recursos disponibles para la atención a la diversidad, se me explicó que el instituto agrupó todas las horas complementarias del curso 4º A y 4º B para formar el grupo 4º C, y de esta forma evitar los desdoblamientos continuos. De esta forma se consiguió formar un grupo integrado por los alumnos y alumnas que necesitaban más ayuda para comprender los conocimientos matemáticos que impartía el profesor, independientemente del origen de sus problemas. En este grupo se redujo el nivel de exigencia académica en relación al currículum, concretándose un mínimo de conocimientos matemáticos aceptables, necesarios para aprobar la materia.

Hay que tener en cuenta que la normativa de la ESO permite una flexibilidad que consiste en qué, el alumnado en general, puede permanecer en el centro educativo en la etapa con régimen ordinario hasta los dieciocho años. Solamente podrá repetir una vez el mismo curso académico, exceptuando el cuarto curso académico que podrá repetirlo dos veces, siempre y cuando, no haya repetido ningún curso escolar anteriormente y además no supera el límite de dieciocho años de edad. Excepcionalmente el alumnado podrá permanecer un curso académico más, siempre que se prevea por el claustro de profesores y la dirección que pueda obtener el título de graduado en la ESO, y con un programa individualizado (P.I.). Dicho todo lo expuesto, y teniendo en cuenta que estos alumnos son repetidores en su mayoría, sólo se disponía del curso escolar en cuestión para ayudarles en su última oportunidad por aprobar las matemáticas de la ESO.

#### 4.2.1.1.2.-Casuística del alumnado.

En la última evaluación solamente aprobó el 13,3% del alumnado (2 alumnos). Y el 86,7% restante (13 alumnos). Según el claustro de profesores re-

unidos en la reunión trimestral de evaluación, se previó que sólo 5 alumnos obtendrían el aprobado de la ESO.

Es un grupo homogéneo, desde la perspectiva cognitiva. Ninguno participa en competiciones lúdico matemáticas.

En este tipo de alumnado se pueden identificar señales de alerta como: dificultades en el ámbito escolar, cambios en la conducta alimentaria, cambios afectivos, cambios en la conducta y otros. En el centro existe una comisión de atención a la diversidad (CAD) que se encarga de planificar, promover y hacer el seguimiento de actuaciones que se lleven a cabo para atender la diversidad de necesidades educativas del alumnado.

Este alumnado tiene capacidad para adquirir conocimiento, pero necesita atención específica. Es un tema complejo. El profesor se esfuerza para que aprendan, dado que llegan con muchas carencias académicas, y a pesar de que el centro pone recursos al alcance de la atención a la diversidad, estos alumnos suspenden sistemáticamente. ¿Cuál es el problema? Desgraciadamente no se trata de un único problema si no de varios. El entorno social, la familia y la escuela son las tres vertientes que engloban la vida de estos chicos y chicas.

Por ejemplo, hay alumnos que son extranjeros y no poseen conocimientos mínimos del castellano y/o catalán, por lo tanto, inevitablemente están en desventaja con sus compañeros de clase. También hay alumnos que, a consecuencia de problemas personales y/o familiares, que están implícitos en su día a día, no pueden rendir con normalidad como lo haría otro adolescente sin ese tipo de problemas. Todo lo mencionado anteriormente provoca que el ritmo de aprendizaje de este alumnado sea mucho más lento, motivo principal por el que se creó el grupo 4º C.

La atención a la diversidad es un conjunto de medidas y actuaciones dirigidas a todos y cada uno de los alumnos según sus necesidades individuales. Los factores psicológicos vienen dados por las capacidades, el proceso evolutivo, la motivación, los aspectos emocionales y la conducta. Los factores de diversidad en el aprendizaje vienen dados por el ritmo (lento, moderado, y rápido), preferencia (auditiva, visual, gráfica, oral, motora...), agrupamiento (gran grupo, pequeño grupo, pareja, individual...), ejecución (alta, media, baja), habilidades (muchas, pocas...) e interacciones.

Los modelos en la atención a la diversidad pueden ser: selectivo, inte-



gradador función compensadora e integrador función promotor de singularidad. Según la LOE se considera que los alumnos con necesidades educativas especiales son alumnos que requieren para un periodo de su escolarización a lo largo de su vida, determinados apoyos y atenciones educativas específicas (Programas Individuales) derivadas de discapacidades (Auditiva, Visual, Motriz y Psíquica) o Trastornos Graves de la Conducta. La atención a la diversidad en la ESO por parte del Departamento de Enseñanza se plantea desde la perspectiva global del centro teniendo en cuenta las medidas organizativas y las estrategias metodológicas y de evaluación.

A continuación, se detalla el alumnado que perteneció al curso 4º C de la ESO:

**Jesús** es un chico de 17 años nacido en España que presenta serias carencias en sus conocimientos de matemáticas. En el primer trimestre suspendió siete asignaturas, entre ellas matemáticas. Y en el segundo trimestre volvió a suspender siete asignaturas, suspendiendo también matemáticas. Solicitó ser admitido en un programa de cualificación profesional inicial (PQPI, actualmente PFI: programa de formación e inserción) sin especificar.

**Douae** es una adolescente de 17 años que presenta serias carencias en sus conocimientos de matemáticas. En el primer trimestre suspendió cuatro asignaturas, entre ellas matemáticas. Y en el segundo trimestre suspendió seis asignaturas, suspendiendo también matemáticas. Está pendiente de ser admitida en un programa de cualificación profesional inicial (PQPI, actualmente PFI) de cocina.

**Judith** es una adolescente de 16 años que presenta carencias moderadas en sus conocimientos de matemáticas. En el primer trimestre suspendió tres asignaturas, entre ellas matemáticas. Y en el segundo trimestre suspendió dos asignaturas, suspendiendo también matemáticas. Su deseo es realizar el bachillerato de humanidades, y tiene una probabilidad alta de conseguirlo.

**Hamza** es un adolescente de 16 años que presenta serias carencias en sus conocimientos de matemáticas. En el primer trimestre suspendió siete asignaturas, entre ellas matemáticas. Y en el segundo trimestre volvió a suspender siete asignaturas, suspendiendo también matemáticas. Está pendiente de un programa de cualificación profesional inicial (PQPI, actualmente PFI) de electromecánica de vehículos.

**Yugeidy** es una adolescente de 16 años que presenta serias carencias en sus conocimientos de matemáticas. En el primer trimestre suspendió seis asignaturas, entre ellas matemáticas. En el segundo trimestre volvió a suspender seis asignaturas, suspendiendo también matemáticas. Está pendiente de un programa de cualificación profesional inicial (PQPI, actualmente PFI) relacionado con el turismo. Posee cuatro idiomas: castellano, catalán, marroquí y francés.

**Nouhaïla** es una adolescente de 17 años que presenta ciertas carencias en sus conocimientos de matemáticas. En el primer trimestre suspendió dos asignaturas, entre ellas matemáticas. En el segundo trimestre volvió a suspender dos asignaturas, suspendiendo también matemáticas. Es repetidora de 4º de la ESO, ella no tiene claro qué quiere hacer, pero me cuenta que acabará haciendo lo que quiere su padre, bachillerato, para no tener problemas con su progenitor.

**Shanjao** es un adolescente de 16 años que presenta serias carencias en sus conocimientos de matemáticas. En el primer trimestre suspendió siete asignaturas, entre ellas matemáticas. En el segundo trimestre volvió a suspender seis asignaturas, suspendiendo también matemáticas. Existe un problema con este alumno: a sus padres les es indiferente que apruebe o no apruebe la ESO porque regentan un bar-restaurante y cuando acabe el año escolar en curso irá a trabajar en el ne-



gocio familiar.

**Eric** es un adolescente de 16 que presenta ciertas carencias en sus conocimientos de matemáticas. En el primer trimestre no suspendió ninguna asignatura. En el segundo trimestre suspendió dos asignaturas, entre ellas matemáticas. Desea hacer un ciclo formativo de grado medio de mecánica porque le gusta y además asiste por las tardes al taller de un familiar. Pero tiene poca probabilidad de que le acepten en el ciclo por sus notas, dado que la nota de corte para acceder al ciclo es alta según la estadística.

**Javier Jesús** es un adolescente repetidor de 17 años que presenta serias carencias en sus conocimientos de matemáticas. En el primer trimestre suspendió ocho asignaturas, entre ellas matemáticas. En el segundo trimestre suspendió cinco asignaturas, suspendiendo también matemáticas. No tiene muy claro qué quiere hacer, me comenta que intentará realizar un ciclo formativo de grado medio, pero sin especificar. Pero tiene poca probabilidad de que le acepten por sus notas.

**Javier** es un adolescente repetidor de 17 años que presenta serias carencias en sus conocimientos de matemáticas. En el primer trimestre suspendió tres asignaturas, entre ellas matemáticas. En el segundo trimestre suspendió cuatro asignaturas, suspendiendo también matemáticas. No sabe aún qué quiere hacer cuando acabe el curso académico en curso. Pero sus notas no le ofrecen margen de maniobra.

**José María** es un adolescente de 16 años que presenta ciertas carencias en sus conocimientos de matemáticas. En el primer trimestre suspendió dos asignaturas, entre ellas matemáticas. En el segundo trimestre suspendió sólo una asignatura, mate-

máticas. Desea estudiar veterinaria y es consciente que deberá cursar el bachillerato científico. Pero sus notas no denotan que esté preparado para cursar bachillerato.

**Brian** es un adolescente de 16 años que presenta serias carencias en sus conocimientos de matemáticas. En el primer trimestre suspendió seis asignaturas, entre ellas matemáticas. En el segundo trimestre suspendió seis asignaturas, suspendiendo también matemáticas. Desea ser entrenador de fútbol, y no tiene claro qué debe estudiar para conseguirlo.

**Laura** es una adolescente de 16 años que presenta ciertas carencias en sus conocimientos de matemáticas. En el primer trimestre no suspendió ninguna asignatura. Y en el segundo trimestre tampoco suspendió ninguna asignatura. Pero sus calificaciones son de suficiente, y además hay que tener en cuenta que este grupo sigue un nivel inferior de matemáticas en relación con los otros dos grupos de 4º de la ESO. Por eso está en el grupo de refuerzo, el 4º C de la ESO. Desearía ser profesora de primaria.

**Rocío** es una adolescente de 16 años que presenta ciertas carencias en sus conocimientos de matemáticas. En el primer trimestre suspendió una asignatura, matemáticas. En el segundo trimestre no suspendió ninguna asignatura. Sus calificaciones son de suficiente, y además hay que tener en cuenta que este grupo sigue un nivel inferior de matemáticas en relación con los otros dos grupos de 4º de la ESO. Por eso está en el grupo de refuerzo, el 4º C de la ESO. Desearía ser profesora de infantil, o dedicarse a la estética.

**Marta** es una adolescente de 16 años que presenta serias



carencias en sus conocimientos de matemáticas. En el primer trimestre suspendió ocho asignaturas, entre ellas matemáticas. En el segundo trimestre suspendió cinco asignaturas, suspendiendo también matemáticas. Le atrae el periodismo o la imagen personal, pero me reconoce que no sabe qué hará. Su expediente académico no le permite realizar bachillerato, y ella es consciente de ello. Por eso la opción de periodismo no se sustenta.

Los trabajos realizados conjuntamente con este colectivo se especifican en el siguiente aparatado.

#### 4.2.1.1.3.-Recopilación de datos. Instrumentos de recogida de datos.

Las conversaciones que llevé a cabo con el alumnado descrito anteriormente comenzaron con una primera toma de contacto muy fría. Mi tutor me presentó como un alumno del máster del profesorado, y durante las clases que estuve como oyente fui acercándome de forma gradual ayudándoles con las actividades propuestas por el profesor titular, que impartía clase tres veces por semana, y era el director de departamento de matemáticas.

A partir de ese momento empecé a ganarme poco a poco la confianza del alumnado. Estuve pensando cómo podía obtener información, no sesgada, de cada uno de los alumnos para que los datos tuviesen el rigor científico necesario para analizarlos posteriormente. Tomé la decisión de realizarles sólo cuatro preguntas en la entrevista que les iba a realizar, para que sólo durase como mucho cinco minutos. Con ello conseguí mantener la total atención por parte del alumnado, obteniendo datos sinceros por el grado de complicidad que cree en ellos y ellas, partiendo siempre desde la premisa que mi única intención era ayudarles en todo lo posible. Las entrevistas, que fueron quince en total, las realicé al final de la clase sentados en una mesa el alumno o alumna y yo. A continuación, expongo las preguntas que realicé y su justificación.

En la primera pregunta: **¿te gustan las matemáticas? ¿Por qué?** se pretendía averiguar el porqué del fracaso en las matemáticas. Los posibles motivos pueden ser; el alumnado no presta atención y se muestra hiperactivo o no (posible TDAH o TDA); el alumnado presenta problemas

familiares y/o con el entorno; el alumnado denota falta de autoestima, problemas psicológicos o es un posible superdotado...

En la segunda pregunta: **¿qué te gustaría ser? ¿Por qué?** se pretendía averiguar qué es lo que los motiva, cuáles son las inquietudes del alumnado. Sólo así podremos diseñar un plan de acción para que presten atención en las explicaciones. Es aquí donde hay que enseñar las matemáticas desde una perspectiva efectiva y pragmática para el alumnado. Que el alumnado vea lo útil que es lo que se le está explicando para satisfacer sus inquietudes. Es decir, para entender aquello que les motiva, que les interesa de verdad. Aquí es donde el docente debe de innovar a para acercar sus explicaciones a los temas que ellos y ellas les interesan.

En la tercera pregunta: **¿crees que lo puedes conseguir? ¿Por qué?** se pretendía averiguar cuál es el grado de autoestima que tenía el alumnado de sí mismo. Si puede ser autosuficiente o necesita ayuda, es decir, si hay que utilizar los recursos destinados a la atención a la diversidad.

En la cuarta y última pregunta: **¿te dejarías ayudar para conseguirlo?** Se pretendía detectar lo más importante, lo esencial, porque si contestaban que no, existiría un problema grave, ya que por mucho que el docente se esfuerce en impartir clase con esmero, no sirve de nada si el alumnado no quiere atender a dichas explicaciones del profesor. Por lo tanto, primero tendremos que conseguir su confianza para trabajar con ellos y ellas. No se puede enseñar si el alumnado no quiere aprender. Por lo tanto, a la hora de hacer estas preguntas debemos tener claro que ya tenemos ganada su confianza como para que nos dejen ayudarles. En otros tiempos esto parecería casi irracional, porque los alumnos y alumnas tenían claro que al instituto se iba a adquirir conocimiento, pero hoy en día, la realidad en el aula es diferente y los docentes debemos de ganarnos la confianza de los adolescentes para poder impartir clase con unas mínimas garantías de aprendizaje.



Nom	Brian	Jesús	Rocío	Javier Jesús	Laura
Asignaturas suspendidas en el 2º Trimestre	6	7	0	5	0
¿Ha suspendido matemáticas?	Sí	Sí	No	Sí	No
¿Te gustan las matemáticas?	No	No	No	Ni sí ni No	No
¿Por qué?	No las entiendo	No las entiendo	Se me olvidan aunque las estudie. Me cuesta memorizarlas.	Son útiles y me servirán, pero me atranco y tardo en hacerlas.	Son complicadas, necesitan demasiada atención.
¿Qué te gustaría ser?	Futbolista	Entrenador personal	Educación infantil	Psicólogo	Profesora de primaria
¿Por qué?	Me gusta mucho	Me gusta	Me gusta mucho pero no veo que se gane para vivir	Para saber cómo piensa la gente.	Me encanta educar a los niños.
¿Crees que lo puedes conseguir?	Sí	Sí, si me lo propongo	Sí	Sí	Claro
¿Por qué?	Valgo para ello	Me falta tiempo. No estoy motivado.	Porque si quiero lo hago.	Aunque tengo capacidad soy un poco bago.	Tengo claro que voy a estudiar mucho.
¿Te dejarías ayudar para conseguirlo?	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí

Nom	Eric	Douae	Nouhaïla	Shanjao	José María
Asignaturas suspendidas en el 2º Trimestre	2	6	2	6	1
¿Ha suspendido matemáticas?	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
¿Te gustan las matemáticas?	Un poco	No	Sí	Sí	No
¿Por qué?	Las veo interesantes.	No se me salen.	Quiero aprender pero no lo entiendo todo.	No lo sé.	Se me hacen pesadas. Me cuesta entenderlas.
¿Qué te gustaría ser?	Mecánico de vehículos.	Pastelera, cocinera.	Abogada.	Trabajar, ser jefe en una tienda.	Veterinario.
¿Por qué?	Porque me gusta manipular cosas. No me gusta estar en un mismo sitio.	Siempre me ha gustado.	Para solucionar los problemas de mis padres.	Para ganar más dinero.	Me gustan todos los animales. Los cuido mucho.
¿Crees que lo puedes conseguir?	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
¿Por qué?	Mi tío tiene un taller y voy mucho porque quiero aprender.	Porque me gusta.	Me esforzaré.	Porque mis padres lo tienen.	Porque me gusta.
¿Te dejarías ayudar para conseguirlo?	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí

Figura 6. Tabla de las respuestas de los alumnos de 4ºC de la ESO del IES Olorda

Fuente: Elaboración propia

Nom	Marta	Yugeidy	Javier	Judith	Hamza
Asignaturas suspendidas en el 2º Trimestre	5	6	4	2	7
¿Ha suspendido matemáticas?	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
¿Te gustan las matemáticas?	No	No	Sí	No	Sí
¿Por qué?	Porque no las entiendo	Porque no las entiendo.	Se me dan bien.	Me cuestan. Me cuesta mucho concentrarme y prestar atención.	Me gustan los números, me lo paso bien.
¿Qué te gustaría ser?	Periodista, imagen personal.	Azafata de vuelo.	Jugador balonmano	Ser maestra de parvulario.	Mecánico.
¿Por qué?	Me gusta mucho.	Porque me gusta comunicarme con la gente.	Me gusta	Me gusta enseñar a los niños pequeños.	Ayudo a un familiar mío y me gusta mucho.
¿Crees que lo puedes conseguir?	Sí	Sí, en Qatar Airlines.	Sí	Sí	Sí
¿Por qué?	Porque estoy dispuesta a hacerlo.	Porque hablo 4 idiomas: cas; cat; marroquí; y francés.	Porque es lo que me gusta.	Porque me gusta.	Porque me gusta.
¿Te dejarías ayudar para conseguirlo?	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí

Para trabajar con adolescentes es necesario ajustar la mirada para ver a la persona por encima de la conducta. Observar, conocer, preguntar, saber qué sienten y acompañarlos. Se deben construir espacios de influencia educativa a su alrededor. Se debe ayudar a los adultos cuando se sienten desbordados. Y sobre todo se debe conservar la paciencia y alimentar la esperanza. Dentro del proceso de investigación he mantenido reuniones con la tutora del 4º C para obtener datos muy valiosos que me han ayudado a la hora de encontrar posibles soluciones al problema de este alumnado.

La tutora imparte clase a este grupo tres veces a la semana más una hora a la semana de tutoría para los alumnos y dos horas a la semana para atender las visitas de padres, tanto de este grupo como otros.

He podido comprobar que el principal denominador común en todos los informes ha sido la poca implicación que ofrecen estos alumnos. Entre las explicaciones de la tutora podemos encontrar las variables que están directamente relacionadas con el fracaso de estos adolescentes: poca dedicación al estudio, poca capacidad de sacrificio, consentimiento por parte



de algunos padres, además de los problemas asociados a la pubertad y la adolescencia.

Las variables que estuve estudiando con la tutora de los alumnos fueron: año de entrada en el centro, notas obtenidas tanto de matemáticas como del resto de asignaturas, datos familiares, ¿tiene padre y madre?, número de hermanos, ¿los padres están separados?, ¿existen problemas en el seno familiar?, datos sociales; ¿es conflictivo el barrio donde viven?, comportamiento en el aula y en el centro; ¿han sido sancionados alguna vez por el centro?, comportamiento con los compañeros, ¿sufren algún tipo de enfermedad?, ¿tienen algún problema detectado como el \* TDAH, dislexia, entre otros?

Con estos datos es más sencillo abordar el problema en este tipo de alumnado. Sin conocerlo en profundidad no se puede realizar un diagnóstico fiable. Y aún menos, un tratamiento.

#### 4.2.1.1.4.-Descripción de las actividades

A continuación, se especifican los experimentos que se realizaron con el alumnado de 4º de la ESO de un instituto de Barcelona provincia. Son un total de 15 fichas durante el curso académico, que se elaboraron en común con los 15 alumnos y alumnas que tuve. La función mía como docente fue adaptar las clases que debía impartir para solventar la curiosidad o inquietud del alumno que había propuesto el tema en cuestión. En cada actividad realizada en el experimento llevado a cabo se reflejan una serie de datos para comprender el por qué esas actividades y no otras. Los datos que se cumplimentarán más adelante conjuntamente con las fichas de actividades son los siguientes:

##### **a)-Nombre del alumno/a que propuso la actividad.**

Cada alumno es protagonista de una actividad en concreto. Por lo tanto, ningún alumno/a queda apartado del grupo de clase.

##### **b)- ¿Por qué propuso tal actividad?**

En esta fase se consigue descartar cualquier desidia por parte del alumnado. Al proponer un tema un alumno debe de justificar el por qué. Por lo tanto se indaga en cada alumno para que explique los motivos de su

elección, como por ejemplo: ¿le interesaba el tema personalmente?, ¿Está relacionado el tema con el trabajo de sus familiares?,...

### **c)- ¿Cómo se orientó el tema para ajustarse al currículum?**

Esta es la fase de consenso entre el alumnado y el profesorado. De esta forma se consigue que el alumnado esté motivado a realizar la actividad propuesta. Se fomenta el respeto mutuo entre los compañeros. Y se consigue porque todos tienen claro que es un tema que le interesa al compañero de al lado, por lo tanto, si quiere que le respeten a él o ella, primero deberá de respetar a su compañero/a.

### **d)- ¿De qué forma se impartió la actividad?**

- En primer lugar, descripción de la actividad. En este apartado se explica qué se realizará, y se da importancia al tema en cuestión.
- En segundo lugar, evaluación inicial. Se explica por parte del docente cuáles son los conocimientos previos que se deben tener para realizar la actividad.
- En tercer lugar, evaluación formativa. Se explica qué va aprender el alumnado con esta actividad.

### **e)-Realización de la actividad.**

En cada ficha se detalla: el trimestre, la actividad a realizar, el tipo de actividad –si es individual o en grupo-, cuál es el material de soporte utilizado, la duración de la actividad, la descripción de la actividad, la evaluación inicial –los conocimientos previos-, la evaluación formativa –¿qué aprende el alumnado? -.



## ACTIVITATS D'ENSENYAMENT-APRENTATGE

TRIMESTRE

1

ACTIVITAT

1

Nombres reals

TIPUS

Activitat en grup

MATERIAL DE SUPORT → Correlació →

Fullet de l'IKEA, per exemple

DURACIÓ

1 setmana (3 hores)

### Descripció de l'activitat

Agafem el fullet de l'IKEA i prenem les mides per fer una caixa tal i com s'indica en el fullet.

L'alumnat pot comprovar que si mesura més o menys bé li sortirà la caixa.

L'activitat es fa en grup de tres persones.

### AVALUACIÓ INICIAL

#### Coneixements previs

Nombres naturals i racionals.

### AVALUACIÓ FORMATIVA

#### Què aprendran els alumnes?

Aproximar nombres reals i afitar l'error comès en l'aproximació.

Saber utilitzar el valor aproximat o exacte d'un resultat que proporciona la calculadora.

Ordenar nombres reals.

Figura 7. Ficha de la Actividad 1 del Trimestre 1

Fuente: *Elaboración propia*

## ACTIVITATS D'ENSENYAMENT-APRENTATGE

TRIMESTRE

1

ACTIVITAT

2

Potències i radicals

TIPUS

Activitat individual

MATERIAL DE SUPORT → Correlació →

Anàlítica del metge

DURACIÓ

1 setmana (3 hores)

### Descripció de l'activitat

S'agafa una anàlítica del metge per saber si la quantitat de glòbuls vermells és la correcta. Però els resultats de l'hemograma no estan expressats de la manera habitual, sinó en %. Concretament es llegeix que el volum de la sang ocupat pels glòbuls vermells és del 40%. Si considerem que una quantitat normal d'hematies és de  $4,8 \cdot 10^3$  per  $\text{mm}^3$  de sang, mirem si l'anàlítica està dins la normalitat.

### AVALUACIÓ INICIAL

#### Coneixements previs

Calcular potències i operar expressions amb potències. Operar expressions amb radicals. Escriure radicals en forma de potències amb exponent fraccionari. Racionalitzar expressions amb radicals.

### AVALUACIÓ FORMATIVA

#### Què aprendran els alumnes?

Utilitzar la notació científica i efectuar operacions amb nombres expressats en aquesta notació.

Aplicar les propietats de les potències per resoldre i simplificar expressions matemàtiques.

Figura 8. Ficha de la Actividad 2 del Trimestre 1

Fuente: *Elaboración propia*



## ACTIVITATS D'ENSENYAMENT-APRENTATGE

TRIMESTRE

1

ACTIVITAT

3

Polinomis i fraccions al-  
gèbriques.

TIPUS

Activitat individual

MATERIAL DE SUPORT → Correlació →

Divisió d'una nau industrial

DURACIÓ

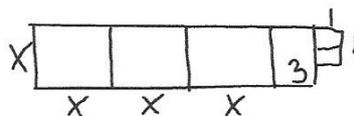
1 setmana (3 hores)

### Descripció de l'activitat

Com es pot fer la divisió d'una nau industrial o d'un taller mecànic o d'un perruqueria.

Els polinomis de segon grau poden expressar àrees de figures planes.

Així,  $P(x) = 3x^2 + 3x + 2$  expressa l'àrea de la figura següent:



### AVALUACIÓ INICIAL

#### Coneixements previs

Saber calcular sumes i multiplicacions de polinomis. Dividir un polinomi per un monomi.

Expressar una expressió algebriaca en forma de producte de dos factors.

Simplificar fraccions algebriques.

### AVALUACIÓ FORMATIVA

#### Què aprendran els alumnes?

Factoritzar un polinomi utilitzant diferents estratègies (factor comú, m.c.d., m.c.m., identitats notables, regla de Ruffini).

Utilitzar la factorització per resoldre situacions problemàtiques amb expressions algebriques

Figura 9. Ficha de la Actividad 3 del Trimestre 1

Fuente: *Elaboración propia*

## ACTIVITATS D'ENSENYAMENT-APRENTATGE

TRIMESTRE

1

ACTIVITAT

4

Equacions

TIPUS

Activitat en grup

MATERIAL DE SUPORT → Correlació →

Fer caixes de cartró

DURACIÓ

1 setmana (3 hores)

### Descripció de l'activitat

Es vol construir una capsa sense tapa amb un volum de  $1672 \text{ cm}^3$  i una altura de 4 cm.

Per construir-la, han de retallar quatre quadrats de 4 cm de costat de les quatre cantones

d'un tros de cartolina rectangular i han de doblegar els laterals cap amunt.

S'ha de dibuixar l'esquema de la capsa. S'han de donar les mides del tros rectangular de Cartolina si es vol que la capsa tingui 3 cm més de llarg que d'ample.

### AVALUACIÓ INICIAL

#### Coneixements previs

Resoldre equacions de primer grau. Resoldre equacions de segon grau.

Comprovar si un valor proposat és solució d'una equació.

### AVALUACIÓ FORMATIVA

#### Què aprendran els alumnes?

Utilitzar les equacions per resoldre problemes.

Resoldre equacions de primer i de segon grau amb una incògnita i discutir el nombre desolucions.

Valorar les pròpies habilitats matemàtiques en la resolució de problemes que es resolen amb equacions.

Figura 10. Ficha de la Actividad 4 del Trimestre 1

Fuente: *Elaboración propia*



## ACTIVITATS D'ENSENYAMENT-APRENTATGE

TRIMESTRE 2

ACTIVITAT 1 Sistemes d'equació

TIPUS Activitat individual

MATERIAL DE SUPORT → Correlació → Possar preus a les coses

DURACIÓ 1 setmana (3 hores)

### Descripció de l'activitat

Trobar el preu d'equilibri d'un producte tenint en compte que la demanda és,

$$f(x) = -30x + 1000$$

i que l'oferta és

$$g(x) = 30x + 400$$

### AVALUACIÓ INICIAL

#### Coneixements previs

Obtenir el valor d'una incògnita en una equació per substitució d'un valor donat.

### AVALUACIÓ FORMATIVA

#### Què aprendran els alumnes?

Saber interpretar què és una solució d'un sistema d'equacions.

Saber resoldre un sistema d'equacions pels mètodes de substitució, d'igualació i de reducció.

## ACTIVITATS D'ENSENYAMENT-APRENTATGE

TRIMESTRE 2

ACTIVITAT 2 Inequacions

TIPUS Activitat en grup

MATERIAL DE SUPORT → Correlació → Fullet de Rent a Car

DURACIÓ 1 setmana (3 hores)

### Descripció de l'activitat

Tenim un fullet de publicitat del Rent a Car Hola de lloguer de cotxes. Es cobra un fix de 105 € més 0,15 € per quilòmetre recorregut.

I tenim un altre fullet de publicitat del Rent a Car Adéu de lloguer de cotxes. Aquest cobra 0,45 € per quilòmetres recorreguts.

Quina interessa més?

### AVALUACIÓ INICIAL

#### Coneixements previs

Canviar els símbols de desigualtat en dur a terme una operació.

Representar intervals gràficament.

### AVALUACIÓ FORMATIVA

#### Què aprendran els alumnes?

Conèixer el concepte d'inequació i distingir entre les solucions particulars i generals d'una inequació. Aplicar les regles de transformació d'inequacions a partir de les propietats de les desigualtats.

Figura 12. Ficha de la Actividad 2 del Trimestre 2

Fuente: *Elaboración propia*



## ACTIVITATS D'ENSENYAMENT-APRENTATGE

TRIMESTRE 2

ACTIVITAT 3 Semblança

TIPUS Activitat individual

MATERIAL DE SUPORT → Correlació → Distribució d'una habitació

DURACIÓ 1 setmana (3 hores)

### Descripció de l'activitat

Es dona un plànol d'una habitació i els mobles que es volen posar.

Es demana que cadascú dissenyi la seva habitació.

Es donen les mides d'un armari, un llit, una tauleta de nit i un escriptori.

L'escala del plànol és 1:50

Es demana que pensin si hi ha més d'una distribució possible.

### AVALUACIÓ INICIAL

#### Coneixements previs

Geometria bàsica.

Interpretació de plànols.

### AVALUACIÓ FORMATIVA

#### Què aprendran els alumnes?

Conèixer els conceptes de semblança i de raó de semblança.

Conèixer el teorema de Tales, comprovar-lo i utilitzar-lo per resoldre problemes de geometria.

## ACTIVITATS D'ENSENYAMENT-APRENTATGE

TRIMESTRE 2

ACTIVITAT 4 Funcions

TIPUS Activitat en grup

MATERIAL DE SUPORT → Correlació → Un electrocardiograma

DURACIÓ 1 setmana (3 hores)

### Descripció de l'activitat

Es dona una fotocòpia d'un electrocardiograma.

Donada la funció que té la gràfica es demana que indiquin quin és el període, quins intervals és creixent i en quins és decreixent, i senyalar els màxims i els mínims relatius.

### AVALUACIÓ INICIAL

#### Coneixements previs

Interpretar la representació gràfica d'una funció.

Reconèixer les característiques d'una gràfica de funció: punts de tall amb els eixos, extrems, continuïtat, creixement i decreixement.

### AVALUACIÓ FORMATIVA

#### Què aprendran els alumnes?

Reconèixer una funció real de variable real donada a través d'una fórmula, d'un gràfic o d'una taula.

Interpretar el significat dels màxims i els mínims locals d'una funció.

Figura 14. Ficha de la Actividad 4 del Trimestre 2

Fuente: *Elaboración propia*



## ACTIVITATS D'ENSENYAMENT-APRENTATGE

TRIMESTRE 2

ACTIVITAT 5 Models de funcions

TIPUS Activitat en grup

MATERIAL DE SUPORT → Correlació → Fullet per comprar una moto

DURACIÓ 1 setmana (3 hores)

### Descripció de l'activitat

Una moto nova té un preu de 10.000 €. A partir del moment de la compra, el preu es deprecia cada any un 20%.

Es demana:

-quin serà el seu valor d'aquí a 5 anys

-d'aquí a quants anys valdrà menys de 6.000 €

### AVALUACIÓ INICIAL

#### Coneixements previs

Representar gràficament una funció i analitzar les característiques bàsiques de la mateixa.

Identificar un model funcional a partir de la gràfica d'una funció.

### AVALUACIÓ FORMATIVA

#### Què aprendran els alumnes?

Aplicar les funcions i les seves gràfiques a la resolució de problemes de la vida quotidiana.

Identificar la funció de proporcionalitat inversa a partir de la seva expressió algebraica i representar la hipèrbola corresponent.

Figura 15. Ficha de la Actividad 5 del Trimestre 2

Fuente: *Elaboración propia*

## ACTIVITATS D'ENSENYAMENT-APRENTATGE

TRIMESTRE 2

ACTIVITAT 6 Geometria analítica

TIPUS Activitat en grup

MATERIAL DE SUPORT → Correlació → Fullet per anar de vacances

DURACIÓ 1 setmana (3 hores)

### Descripció de l'activitat

Calcular el pendent d'un tram de carretera. Depenen de com es calcula, veure quins errors absolut i relatiu es cometen.

### AVALUACIÓ INICIAL

#### Coneixements previs

Representar gràficament rectes a partir de la seva expressió analítica.

Expressar o aplicar les coordenades de punts en figures geomètriques.

### AVALUACIÓ FORMATIVA

#### Què aprendran els alumnes?

Resoldre situacions problemàtiques de la vida quotidiana aplicant les propietats dels vectors.

Determinar la inclinació d'una recta a partir del pendent i del vector director.

Figura 16. Ficha de la Actividad 6 del Trimestre 2

Fuente: Elaboración propia

## ACTIVITATS D'ENSENYAMENT-APRENTATGE

TRIMESTRE 3

ACTIVITAT 1 Trigonometria

TIPUS Activitat individual

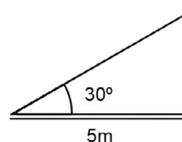
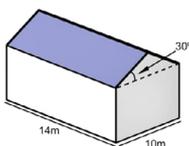
MATERIAL DE SUPORT → Correlació → Fullet publicitari plaques solars

DURACIÓ 1 setmana (3 hores)

### Descripció de l'activitat

Es dona un fullet publicitari d'una empresa que ven plaques solar.

Es demana a l'alumnat que la superfície de la teulada d'aquesta casa:



### AVALUACIÓ INICIAL

#### Coneixements previs

Fer operacions amb mesures d'angles.

Determinar algunes raons trigonomètriques en un triangle rectangle.

### AVALUACIÓ FORMATIVA

#### Què aprendran els alumnes?

Aplicar la trigonometria per resoldre problemes de la vida quotidiana.

Demostrar les propietats de les raons trigonomètriques.

Utilitzar la calculadora per obtenir valors de les raons trigonomètriques i per obtenir angles.

Figura 17. Ficha de la Actividad 1 del Trimestre 3

Fuente: *Elaboración propia*

## ACTIVITATS D'ENSENYAMENT-APRENTATGE

TRIMESTRE 3

ACTIVITAT 2 Estadística

TIPUS Activitat individual

MATERIAL DE SUPORT → Correlació → Factures domèstiques

DURACIÓ 1 setmana (3 hores)

### Descripció de l'activitat

Es dóna a l'alumnat varies fotocòpies de factures de llum, gas i aigua.

Han de calcular quina és la mitjana que hi ha pels diferents serveis. Cost i consum.

Han de interpretar el resultat per extreure conclusions.

Una vegada fet a classe podran fer-ho a casa seva. Però no es demana que portin cap dada de casa seva.

### AVALUACIÓ INICIAL

#### Coneixements previs

Representar una sèrie de dades en un gràfic de sectors.

Calcular la moda d'una sèrie de dades.

Construir un diagrama de barres a partir d'una taula de valors.

### AVALUACIÓ FORMATIVA

#### Què aprendran els alumnes?

Comprendre i utilitzar els conceptes de població i mostra en un estudi estadístic.

Conèixer i saber construir, a partir de les dades dels diferents tipus de taules, les gràfiques més adequades.

Figura 18. Ficha de la Actividad 2 del Trimestre 3

Fuente: *Elaboración propia*



## ACTIVITATS D'ENSENYAMENT-APRENTATGE

TRIMESTRE 3

ACTIVITAT 3 Distribucions bidimensionals

TIPUS Activitat en grup

MATERIAL DE SUPORT → Correlació → Crear negoci

DURACIÓ 1 setmana (3 hores)

### Descripció de l'activitat

Activitat de correlació.

Si el coeficient de correlació entre el gust per la lectura i la qualificació en llengua és 0,86, quines conclusions en pots treure?

Si el coeficient de correlació entre aficionats a caminar i el nombre d'hores que veuen la televisió és -0,8. Quina conclusió en pots treure?

### AVALUACIÓ INICIAL

#### Coneixements previs

Analitzar la informació de taules de doble entrada.

Representar la gràfica que relaciona dues variables estadístiques.

Interpretar el concepte de correlació entre dues variables.

### AVALUACIÓ FORMATIVA

#### Què aprendran els alumnes?

Representar i identificar els principals tipus de diagrames de dispersió reconeixent diferents tipus de dependència.

Analitzar distribucions bidimensionals a partir de taules simples o de doble entrada.

Figura 19. Ficha de la Actividad 3 del Trimestre 3

Fuente: *Elaboración propia*

## ACTIVITATS D'ENSENYAMENT-APRENTATGE

TRIMESTRE 3

ACTIVITAT 4 Combinatòria

TIPUS Activitat individual

MATERIAL DE SUPORT → Correlació → Guàrdia de metges

DURACIÓ 1 setmana (3 hores)

### Descripció de l'activitat

Combinacions ordinàries.

Les guàrdies de nit d'un hospital estan formades per quatre metges. Sabent que a l'hospital hi ha un total de 35 metges, quantes guàrdies diferents es poden fer?

### AVALUACIÓ INICIAL

#### Coneixements previs

Combinatòria. Tècniques de recompte per comptar el nombre de mostres.

### AVALUACIÓ FORMATIVA

#### Què aprendran els alumnes?

Resoldre problemes de la vida quotidiana aplicant tècniques de recompte, i elegint el model combinatori adequat a cada situació.

Figura 20. Ficha de la Actividad 4 del Trimestre 3

Fuente: Elaboración propia



## ACTIVITATS D'ENSENYAMENT-APRENTATGE

TRIMESTRE 3

ACTIVITAT 5 Probabilitat

TIPUS Activitat en grup

MATERIAL DE SUPORT → Correlació → Probabilitat d'aprovar

DURACIÓ 1 setmana (3 hores)

### Descripció de l'activitat

En un examen final hi entren 20 temes. Per mitjà d'un sorteig s'extreuen dos temes del bombo. Quina és la probabilitat d'aprovar que té un alumne/a que se sap 8 temes?

$$P(\text{aprovar}) = 1 - 12/20 * 11/19 = 62/95 = 0,65 \rightarrow 65\%$$

### AVALUACIÓ INICIAL

#### Coneixements previs

Calcular probabilitats d'esdeveniments elementals.

Calcular freqüències absolutes i relatius d'esdeveniments aleatoris.

### AVALUACIÓ FORMATIVA

#### Què aprendran els alumnes?

Calcular probabilitats aplicant la regla de Laplace.

Distingir les experiències independents de les dependents.

#### 4.2.1.1.5.-Resultados de la investigación. Reflexiones de mis intervenciones.

Los resultados de la investigación han sido muy satisfactorios porque el alumnado se ha implicado desde principio a fin. Y eso es un logro muy importante dada la casuística del mismo. No importó tanto si sabían resolver los problemas expuestos en coordinación con el alumnado, sino el hecho de que, la mayoría, empezara a pensar cómo podían resolverlos. Evidentemente se les tuvo que guiar en el procedimiento a seguir para resolverlos, pero siempre esperando a que primero fuesen ellos los que intentaran dar pasos con una cierta lógica.

Mi reflexión es muy clara, al implicarse el alumnado, se abre la puerta a potenciar los aspectos cognitivos por el cual asisten a clase, es decir, el objetivo principal de la asistencia a la escuela: aprender

#### 4.2.1.2.-Primer grupo investigado. Alumnado de atención a la diversidad de baja producción académica. 2º de la ESO del IES Vall d'Arús del Baix Llobregat-Catalunya. Se investiga a toda la población.

##### 4.2.1.2.1.-Definición y contexto del problema.

El principal problema que caracteriza a este grupo investigado es la baja producción académica en matemáticas y otras disciplinas. Y es por este motivo están incluidos en el programa de atención a la diversidad.

A tenor de lo expuesto, esta investigación se centrará en descubrir si las matemáticas recreativas pueden ayudar a estos adolescentes dentro del contexto académico, es decir, ¿qué pueden hacer las matemáticas recreativas para atraer la atención del alumnado y mejorar la producción académica de los mismos?

##### 4.2.1.2.2.-Casuística del alumnado.

En este instituto se procede a desdoblar los grupos en otros: I3-AB; e I6-



CDE. En ellos se imparten las materias en las que este tipo de alumnado presenta mayor dificultad.

El departamento de matemáticas ajustaba el programa para que este alumnado pudiese seguir, con un mínimo de garantías, el ritmo y el nivel académico impartido por el profesor. Con ello se pretendía que este colectivo pudiera adquirir el mayor nivel posible teniendo en cuenta las limitaciones del mismo. Además, tenía en cuenta que había adolescentes con un programa individualizado (P.I.). Es un grupo homogéneo, desde la perspectiva cognitiva.

En este tipo de alumnado se pueden identificar señales de alerta como: dificultades en el ámbito escolar, cambios en la conducta alimentaria, cambios afectivos, cambios en la conducta y otros. En el centro existe una comisión de atención a la diversidad (CAD) que se encarga de planificar, promover y hacer el seguimiento de actuaciones que se lleven a cabo para atender la diversidad de necesidades educativas del alumnado.

Este alumnado tiene capacidad para adquirir conocimiento, pero necesita atención específica. Es un tema complejo. El profesor se esfuerza para que aprendan, dado que llegan con muchas carencias académicas, y a pesar de que el centro pone recursos al alcance de la atención a la diversidad, estos alumnos suspenden sistemáticamente. ¿Cuál es el problema? Desgraciadamente no se trata de un único problema si no de varios. El entorno social, la familia y la escuela son las tres vertientes que engloban la vida de estos chicos y chicas.

#### 4.2.1.2.3.-Recopilación de datos. Instrumentos de recogida de datos.

Se realizaron tres entrevistas-cuestionarios durante el curso académico (Anexo 12), con la finalidad de saber qué opinaba el alumnado referente a cómo se impartían las clases. En el anexo 13, también se puede comprobar la producción académica del alumnado durante el curso escolar.



Figura 22. Encuesta realizada el 15/9/16 a los alumnos de 2ºESO del IES Vall d'Arús

Fuente: Elaboración propia



Figura 23. Encuesta realizada el 1/2/17 a los alumnos de 2ºESO del IES Vall d'Arús

Fuente: Elaboración propia

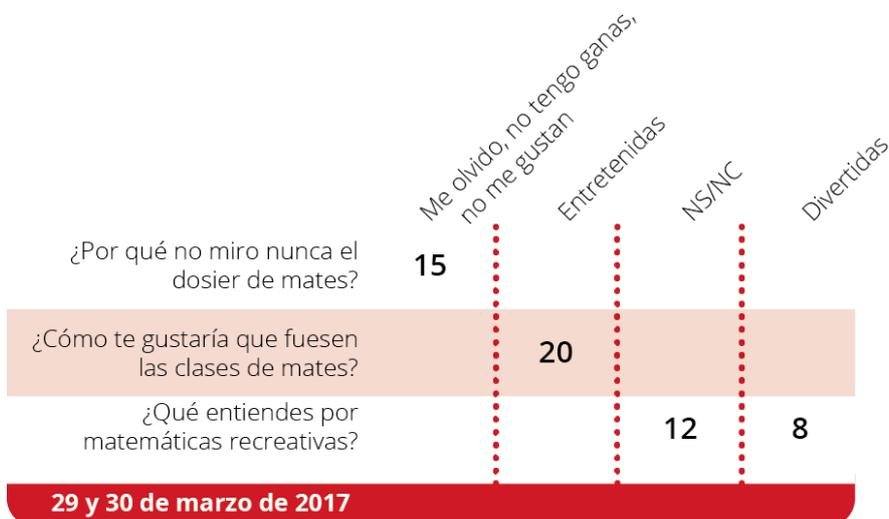


Figura 24. Encuesta realizada el 29 y 30/3/17 a los alumnos de 2ºESO del IES Vall d'Arús

Fuente: Elaboración propia



#### 4.2.1.2.4.-Descripción de las actividades.

Durante el curso escolar se impartieron clases respetando el currículum establecido por el Departament d'Ensenyament con las adaptaciones pertinentes que el Departament de Matemàtiques del Instituto había decidido para este tipo de alumnado.

En este instituto no se utilizaba libro de texto de matemáticas en los dos cursos escolares que impartí clases. Se detalla alguna actividad que llevé a cabo con el alumnado con el objetivo de que pensarán la solución haciendo servir los conocimientos que debían de poseer.

1) Calcula: sense calculadora.

$$6780 : 5 =$$

$$26978 : 41 =$$

$$-(-30) + (-20) - (+5) =$$

$$(-2) \cdot 3 + 6 =$$

2) Calcula: sense calculadora.

$$2^4 - 3^2 =$$

$$250^\circ =$$

$$3^2 + 5^2 =$$

$$45^\circ =$$

$$3^3 \cdot 3 =$$

$$[(-4) \cdot 5]^2 =$$

$$(-2)^3 : (-2) =$$

$$[(-2)^2]^3 =$$

3) Demuestra que:  $\frac{2}{5}$  i  $\frac{6}{15}$  són fraccions equivalents.

4) Troba la fracció irreductible de la fracció:  $\frac{72}{108}$

Són equivalents? per què?

22) A quina distància es troba el vaixell del penya-segat?

vent bufant a 5Km/h

$h = 141,42 \text{ m}$

ALÇADA = 100 m

PENYA-SEGAT

DISTÀNCIA AL PENYA-SEGAT = ?

Si el vent està bufant en direcció vaixell penya-segat, sentit penya-segat a 5Km/h, quant trigaria el vaixell a colpejar-se amb el penya-segat?

8

Figuras 25 y 26. Actividades diseñadas para los alumnos de 2ºESO del IES Vall d'Arús

Fuente: *Elaboración propia*

#### 4.2.1.2.5.-Resultados de la investigación. Reflexiones de mis intervenciones.

Los resultados de la investigación han sido muy satisfactorios porque el alumnado manifestó que entendía mejor los conocimientos. Y los resultados académicos demuestran que mejoraron su producción académica. Y eso es un logro muy importante dada la casuística del mismo. Evidentemente les tuve que guiar en el procedimiento a seguir para resolverlos.



.....

Mi reflexión es muy clara, el alumnado agradece mucho que las explicaciones se realicen de forma agradable, lúdico-recreativa.

#### 4.2.2.-Segundo grupo investigado. Alumnado asistente a la XX Prova Cangur 2015 celebrada en la EPSEVG-UPC. Se investiga a una muestra de la población.

Se llevó a cabo un estudio de campo en las pruebas Cangur, celebradas el 19 de marzo de 2015 en la UPC del campus de Vilanova i la Geltrú. La investigación se centró en analizar y describir la situación natural no modificada de las pruebas Cangur. Se realizó una muestra al azar que requirió la presencia del doctorando durante la realización de tales pruebas para recoger la información de primera mano, basándose en observaciones directas y en entrevistas con el alumnado y profesores, para interpretar lo que sucede. Este tipo de estudio está muy vinculado a una línea de investigación de carácter cualitativo denominada investigación etnográfica (Martínez, 2014).

Las entrevistas se efectuaron el 19 de marzo de 2015 en la EPSEVG-UPC de Vilanova i la Geltrú donde se celebraron las pruebas Cangur. Se realizaron al azar teniendo en cuenta la hora de comienzo de las pruebas, el tiempo para realizarlas, el tiempo que daba la organización para que saliera el grupo de dentro de la sala y entrase el nuevo grupo, el número de participantes por nivel y los profesores que acudieron acompañando al alumnado.

Con todo lo expuesto anteriormente se llevaron a cabo las grabaciones de las entrevistas (ANEXOS del 6 al 9) entre: profesores de matemáticas de la ESO; como docentes colaboradores de las pruebas Cangur; y el alumnado asistente al acto. Se confeccionaron unas entrevistas para llevarlas a cabo una vez que el alumnado finalizase los problemas en el tiempo establecido. En las aulas estaban presentes los profesores de los institutos participantes, así como las personas organizadoras. Mientras que el alumnado realizaba los problemas se entrevistaron a los profesores de los institutos participantes. Tanto al alumnado, al profesorado y a los responsables del evento se les propuso que discutieran el tipo de prueba.

También se realizaron entrevistas a: el vicepresidente de las pruebas Cangur en Catalunya; a la responsable de la elaboración del currículum de

matemáticas para la ESO del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya; y dos personalidades del mundo de la educación vinculadas a las pruebas Cangur de la provincia de Lleida:

German Arbiol Oliver Lleida

<https://youtu.be/D0bBj8EsmAc>

Jaume Molins Pla Balaguer

<https://youtu.be/dZIMweqaYgk>



#### 4.2.2.1.-Recopilación de datos. Instrumentos de recogida de datos.

El alumnado asistente pertenece a los institutos de educación secundaria de la comarca del Garraf. Todas las entrevistas, realizadas con grabadora, se pueden escuchar íntegramente desde los enlaces QR que se haya en el anexo. A continuación, se exponen los resultados de dichas entrevistas diferenciadas por el tipo de perfil: entrevistas realizadas al profesorado encargado de las pruebas; entrevistas realizadas al alumnado asistente; entrevistas realizadas a los responsables de la organización; y entrevistas realizadas a personalidades de reconocida trayectoria investigadora del sector de la didáctica de la matemática.

#### 4.2.3.-Tercer grupo investigado. Alumnado asistente al taller Anem x+ mates 2015 celebrado en la FME-UPC. Se investiga a toda la población.

Y, por último, se realizó un estudio, de toda la población asistente al taller a Anem x+ mates, celebrado en la Facultad de Matemáticas y Estadística de la Universitat Politècnica de Catalunya mediante un cuestionario que



se entregó al comienzo de la clase para que lo rellenaran antes de que las profesoras comenzaran.

Este taller se introduce porque, además de ser una actividad relacionada con las matemáticas recreativas, se tuvo la oportunidad de obtener información de toda la población que lo componen, 35 estudiantes. Se decidió que era muy interesante saber qué opinaba el alumnado al respecto, y para ello se realizaron cuatro preguntas que el alumnado respondió en un cuestionario.

(ANEXO 14)

#### 4.2.3.1.-Recopilación de datos. Instrumentos de recogida de datos.

El alumnado asistente pertenece a varios IES de Catalunya (ANEXO 15) y centros educativos concertados dependientes del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya. Se utilizó el cuestionario como instrumento de recogida de datos, que se pueden visualizar en el anexo. A continuación, se reflejan los resultados de dichos cuestionarios.

Preguntas realizadas al alumnado asistente (35)	Sí	No
¿Te gustan estos talleres matemáticos?	32	3
¿Te han ayudado estos talleres para mejorar tus resultados académicos?	7	28
¿Crees que esta metodología podría servir de referencia en el aula?	19	16

4ª pregunta: "¿Qué te gustaría estudiar?"

Figura 27. Resultados de la encuesta de los alumnos asistentes al Taller Anem x + Mates 2015 en la FME-UPC

Fuente: Elaboración propia







Capítulo 5

---

# CONCLUSIONES



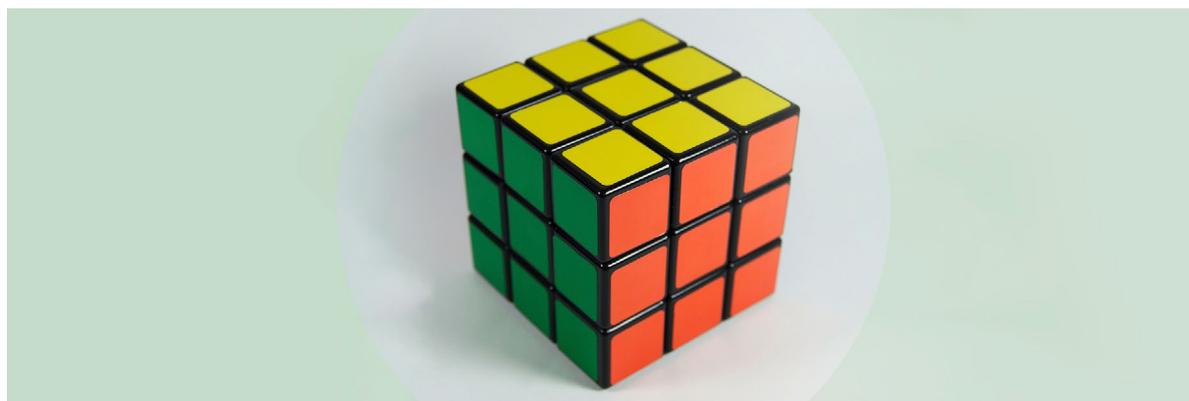
## CAPÍTULO 5

---

# CONCLUSIONES

En este capítulo se realiza el informe pertinente de la investigación efectuada interpretando los datos empíricos obtenidos de la misma. Y se indica cuál es mi contribución a una mejora social.

También se exponen las limitaciones de la tesis doctoral, así como la propuesta de futuras investigaciones.



## 5.1 CONCLUSIONES SOBRE LOS OBJETIVOS.

Una vez realizada la fase de Interpretación y Reflexión sobre la información que aportan los resultados de la investigación, se presenta el último eslabón en el proceso de investigación, que consiste en redactar y difundir el Informe de Investigación.

### Finalidad de la investigación.

La finalidad de esta investigación era muy ambiciosa: disminuir el divorcio existente entre el alumnado de la ESO y las matemáticas, dentro del aula que es el medio dónde los docentes podemos actuar directamente. Y para ello se ha profundizado en el estudio de la influencia de las matemáticas recreativas en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas de la ESO en Catalunya. Para ello se plantearon una serie de objetivos.

Como propuestas de mejora, sería necesario extender la investigación a más institutos.

### Objetivo principal.

¿Cómo motivar al alumnado de la ESO para que mejore en su producción académica en matemáticas?

Este objetivo se ha cumplido, en el primer grupo investigado, mediante las



técnicas expuestas en capítulos anteriores, en el IES Olorda del Baix Llobregat con alumnado de 4º de la ESO: el alumnado de atención a la diversidad. Y se realiza la siguiente reflexión planteando la siguiente pregunta: ¿qué estrategias didácticas son necesarias en el aula de matemáticas de secundaria, de forma que el alumnado se implique? Los docentes deben potenciar la creatividad y la innovación para impartir clase de la manera más óptima. Es decir, la que aumenta la producción académica del alumnado.

### Objetivos específicos.

Auditar la información necesaria del alumnado de 4º C de la ESO, analizar dicha información para elaborar un diagnóstico, y asesorar al alumnado del tratamiento a seguir para lograr su sueño.

Este objetivo se ha cumplido desde la perspectiva académica, es decir, respecto a los datos académicos del alumnado que han sido facilitados por el tutor de los mismos. Pero, evidentemente, el alumnado se ve irremediamente afectado por el ambiente familiar donde deben ser educados, y también por el ambiente socio-económico del barrio donde viven. Y desde estas dos perspectivas no se han podido obtener datos objetivos que pudieran tener una relación causal con la producción académica del alumnado.

Estudiar la influencia de las pruebas Cangur en el desarrollo del alumnado, desde la perspectiva del aumento del rendimiento y la producción académica. Es decir, ver si las pruebas Cangur son un elemento que favorece y potencia el aprendizaje de las matemáticas.

Este objetivo se ha cumplido, es decir, se ha podido estudiar, según manifestaciones del alumnado entrevistado. El resultado es que sí favorecen y potencian el aprendizaje las pruebas Cangur. La explicación ofrecida refleja que al prepararse las pruebas están realizando un estudio y una interpretación del mismo que les sirve directamente a aumentar la producción académica. A la vista de los resultados obtenidos, sugerir al Departament

d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, la inclusión de las proves Cangur en el currículum de matemáticas de la ESO. En el ANEXO 10 se detallan otras pruebas de competición matemática.

Indagar qué tipo de alumnado acude al taller Anem x+ mates y cuál es su idiosincrasia.

Este objetivo, que consta de dos partes, se ha cumplido. En primer lugar, el tipo de alumnado que acude a este taller es aquel que sigue las instrucciones del mismo en la web de FEEMCAT

<https://feemcat.org/anem-x-matematiques/>.

Y, en segundo lugar, la idiosincrasia de este tipo de alumnado se caracteriza por tener un denominador común: el gusto por adquirir conocimientos de matemáticas desde su perspectiva práctica.

Comparar el rendimiento y producción académica de los alumnos que realizan las pruebas y los que no.

Este objetivo no se ha podido cumplir por motivos económicos.

Actitud hacia las matemáticas antes y después de realizar las pruebas Cangur.

Este objetivo no se ha podido cumplir por motivos legales. El hecho de que el alumnado sea menor de edad requiere de unas autorizaciones para entrevistarlos de forma exhaustiva. La logística de las pruebas Cangur, y el horario de obligado cumplimiento de los institutos, no me han podido permitir realizar ese tipo de entrevista.

Analizar cuáles son las causas de la no asistencia de los institutos de Catalunya a las pruebas Cangur.





Este objetivo sí se ha cumplido. El resultado es desgraciadamente muy simple, claro y cargado de razón por parte de los agentes que deberían implicarse: desmotivación.

Analizar las opiniones de los alumnos que realizan las proves Cangur.

Este objetivo se ha cumplido gracias a las entrevistas que se realizaron. El alumnado que acude a las proves Cangur se entretiene realizando los problemas de las pruebas. Y se ven capacitados para realizarlos con la formación que reciben en clase. Por lo tanto, es motivante para ellos acudir a estas pruebas para competir sanamente e individualmente con otros compañeros y compañeras del mismo instituto, y de otros institutos.

Analizar las opiniones de los profesores de matemáticas que voluntariamente llevan al alumnado a realizar las proves Cangur.

Este objetivo se ha cumplido por las entrevistas realizadas, y las conversaciones mantenidas fuera de micro. Lo que les mueve a participar en estas pruebas es su pasión por la docencia, y en concreto por las matemáticas.

Analizar las opiniones de los responsables de la organización de las proves Cangur en Catalunya.

Este objetivo se ha cumplido por las entrevistas realizadas. Son el motor, de forma desinteresada, de que estas pruebas se lleven a cabo en Catalunya. Son apasionados de las matemáticas y lo que les cuesta entender es que no acudan todos los institutos a realizarlas.



## 5.2 IMPLICACIONES DIDÁCTICAS Y SUS LIMITACIONES.

### Implicaciones didácticas en los tres grupos investigados.

Los resultados de la investigación dejan claro que el alumnado sí que mejora su producción académica utilizando las matemáticas recreativas. Pero para conseguirlo se deben poseer o adquirir unas actitudes y aptitudes determinadas.

En primer lugar, te tiene que **apasionar la docencia respecto a los adolescentes**, porque es evidente que no es lo mismo impartir clases a alumnado de la ESO que a alumnado de universidad. Los primeros han de asistir obligatoriamente a las aulas, los segundos asisten por voluntad propia. Tienes que disfrutar viendo como tu alumnado crece intelectualmente con tus enseñanzas.

En segundo lugar, hay que **aprender a gestionar bien un aula**, en los momentos actuales, si se pretende impartir clases con garantías de que el alumnado aprenda. Para ello es fundamental que el alumnado escuche, y esa tarea no es nada fácil.

En tercer lugar, tienes que **estar abierto a los cambios** que se producen, tanto tecnológicos como sociales, y estar dispuesto a adaptarte e innovar. No puedes quedar anclado en la forma en que se impartían clases tiempo atrás.

En cuarto lugar, hay que **formarse continuamente**, por mucho que creas



que estás suficientemente preparado siempre habrá temas en los que no estás bien preparado. Esto lo he comprobado personalmente desde el prácticum que realicé hasta día de hoy que imparto clases en un instituto de secundaria.

A.-Conclusiones didácticas que se extraen del experimento realizado, durante un año académico, con el grupo del alumnado de 2º y 4º de la ESO de atención a la diversidad.

A1.-Al mismo tiempo que el alumnado aprende conceptos matemáticos desconocidos hasta ahora, ve la utilidad de las matemáticas en aquello que le interesa, en cualquier faceta de su entorno curricular, y en la vida cotidiana. Éste sería el caso del folleto de publicidad para instalar techos con teja.

A2.-Hay que explicar conceptos nuevos para el alumnado, no mediante métodos tradicionales teóricos, sino mediante problemas que resuelvan sus inquietudes creadas por sus motivaciones profesionales, modelados de forma correcta. De esta forma el alumnado puede comprobar la utilidad de las matemáticas en su formación y al mismo tiempo descubrir su necesidad para resolver problemas del entorno profesional que ellos y ellas quieren.

Para trabajar con adolescentes es necesario ajustar la mirada para ver a la persona por encima de la conducta. Observar, conocer, preguntar, saber qué sienten y acompañarlos. Se tienen que construir espacios de influencia educativa a su alrededor. Se tiene que ayudar a los adultos cuando se sienten desbordados. Y sobre todo se tiene que conservar la paciencia y alimentar la esperanza. Es necesario conectar con el alumnado, y debemos conocer sus inquietudes. Por ese motivo se les plantearon cuatro preguntas básicas, porque lo importante es conseguir que se dejen ayudar. Y a partir de ahí construir un vínculo en el que el alumnado vea cómo las matemáticas le solucionan en parte o en su totalidad, los problemas a los que se deben enfrentar en base a lo que a ellos y ellas les interesa.

B.-Conclusiones didácticas que se extraen de la entrevista realizada al alumnado asistente a la XX Prova Cangur celebradas en la EPSE-

VG-UPC en 2015.

El alumnado asistente, en su mayoría, afirma que con los conocimientos académicos que reciben en clase pueden realizar, con mayor o menor acierto, los problemas de las pruebas. Pero que para obtener una buena puntuación deberían prepararse específicamente las pruebas. Opinan que deberían formular problemas más realistas, y no tan abstractos. Aquí volvemos a encontrarnos con el problema subyacente que presentan muchos alumnos y alumnas: la desconexión con los contenidos curriculares porque no les interesa lo que les ofrecemos, por muy bien planteados que estén realizados los problemas. Sería ideal que los problemas se acercaran a los temas que inquietan y motivan a nuestros adolescentes. Todo el alumnado asistente no asiste por voluntad propia, es decir, que el grado de implicación del alumnado al realizar las pruebas no es el óptimo.

C.- Conclusiones didácticas que se extraen del cuestionario realizado por el alumnado asistente al taller Anem x+ mates celebrado en la FME-UPC en Barcelona en 2015.

El alumnado asistente posee unas altas cualidades para las matemáticas. De hecho, para pertenecer a este grupo hay que solicitarlo y comprometerse con la organización a asistir a las sesiones. Este tipo de alumnado presenta unas altas exigencias al programa. Existe un denominador común entre ellos, y es el placer de adquirir conocimientos matemáticos. Pero quieren que sea de la forma más recreativa posible.

### Recomendaciones según las investigaciones realizadas.

Los tres grupos investigados denotan, cada grupo desde perspectivas diferentes, que las matemáticas recreativas influyen positivamente en su producción académica. Por lo tanto, se convierte en una recomendación didáctica, el hecho necesario de llevar a cabo una formación al profesorado desde la perspectiva de la didáctica de las matemáticas.

Debemos educar las actitudes de los profesores de matemáticas para: mejorar el acercamiento al alumnado para obtener y entender cuáles son



.....

sus inquietudes y motivaciones, y saber cuáles son sus prioridades. De este modo, el profesorado podrá seducirlos matemáticamente en el momento que vean que les son útiles para solventar sus problemas.

Se necesita mostrar una actitud investigadora, creativa, basada en la curiosidad, la persistencia, el gusto por aprender, descubrir e innovar, y caracterizada por la búsqueda del conocimiento con rigor, objetividad y precisión, pero, a la vez, con la convicción de que no es posible llegar a conocerlo todo de aquello que se investiga y que, por tanto, siempre existe un cierto margen para el error y la duda –lo que lleva implícita la idea y necesidad de seguir investigando, tal y como con maestría describe el Dr. Anton Aubanell (“Carta a un professor novell”, per Anton Aubanell | Feemcat, n.d.). De ahí que los conocimientos, teorías, leyes y principios científicos que se van generando con la aplicación de la metodología científica haya que interpretarlos con cierta flexibilidad (Martínez, 2014).

### Limitaciones objetivas de la tesis.

.....

Se reconocen limitaciones en cada grupo investigado.

- En el **primer grupo**, que se centran en el alumnado de atención a la diversidad, insuficiencia de información relacionada con el alumnado. Es evidente que no tenemos todas las referencias de la esfera familiar y socio-económica que afecta directamente a cada adolescente que hemos tratado en el ámbito escolar.
- En el **segundo grupo**, que es una muestra representativa de la población que asistió a las proves Cangur en la EPSEVG-UPC en el 2015: insuficiencia de medios técnicos. Se denota una presumible falta de tiempo por parte del investigador para obtener la máxima información del alumnado, dado que deben cumplir con un horario establecido y la menoría de edad del mismo. Esto conlleva a realizar una entrevista muy acotada en preguntas claras, concretas y concisas. No pudiendo realizar una entrevista relajada y distendida para obtener muchos más datos de los recogidos.
- En el **tercer grupo**, que es la población del alumnado que conforma el taller matemático Anem x+ mates, se constata que hubiese aportado mucho más una entrevista con cada uno de los miembros, que el cuestionario que se les pasó, a consecuencia del tiempo que se disponía.



### 5.3 PERSPECTIVAS PARA FUTURAS INVESTIGACIONES.

La investigación realizada abre un camino en el estudio de la influencia de las matemáticas recreativas en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas de la ESO en Catalunya, que debería ser continuado en futuras investigaciones.

Un aspecto fundamental sería la posible generalización de los resultados de la investigación. De la experiencia obtenida se acontecen líneas de investigación para aportar una continuidad y mejoras complementarias al presente trabajo. Algunos de los temas que nos ofrece este estudio y que pueden ser tratados en futuras investigaciones serían los siguientes:

#### Generalización de los resultados de la investigación

El trabajo a realizar consistiría en realizar el mismo estudio presentado en la tesis, pero en grupos de clase, donde se utilizará la metodología pertinente a las matemáticas recreativas, es decir, impartiendo las clases de forma diferente a las tradicionales. La metodología que propongo es conocer qué interesa al alumnado en grupo y a nivel particular. Y, a partir de ahí, realizar modelos matemáticos aplicados a responder a sus inquietudes. Siempre desde el nivel que tengan asignado según el curso que realicen.



## Extensión de los experimentos en otros institutos de enseñanza secundaria

Se ha demostrado que enseñar mediante la matemática recreativa es una metodología viable, como se puede observar en las plantillas de aprendizaje realizadas conjuntamente con el alumnado (capítulo IV). La proyección exterior a otros institutos es un reto en el que se debería profundizar. Hay que ser consciente que sería una ardua tarea y muy ambiciosa.

### Impacto de las nuevas tecnologías en el método de enseñanza.

¿Cómo puede influir en el proceso de aprendizaje y en tratamiento de problemas reales el uso de nuevas tecnologías? Sería experimentar la metodología con la incorporación de las nuevas tecnologías y analizar la evolución del proceso de aprendizaje mediante las matemáticas recreativa.

Los resultados han sido satisfactorios. Tengo que aclarar que en un tiempo tan limitado no se pueden extraer teoremas, pero sí indicios. Y estos han sido alentadores porque desde que empecé mis entrevistas con los alumnos, y puse en práctica la empatía y el asertividad, pude comprobar que los alumnos me escuchaban y se implicaban. ¿Por qué? creo que fue en explicarles que les iba hacer unas preguntas porque tenía que hacer un trabajo para la universidad, y había decidido hacerlo sobre cómo se les podía ayudar para que les sedujeran las matemáticas.

Cuando me contaron sus inquietudes y motivaciones, y pude entonces adaptar mis explicaciones a sus exigencias respetando el currículo, comprobé cómo los alumnos prestaban atención. A modo de ejemplo real, un alumno de clase, de nacionalidad extranjera, que por costumbre se dedicaba a dormir plácidamente sobre el pupitre en el fondo del aula junto a la ventana, me prestó mucha atención cuando reclamé su atención para explicarle cómo podía emplear una ecuación en el negocio de venta de ropa que sus padres regentaban en el mercadillo que se celebra en el municipio cada semana.

A continuación, expongo la práctica reflexiva que hice en mis intervenciones.

## Fase 1.

## Actuación, práctica concreta.

Cada día que impartía el temario de la unidad didáctica pertinente, me lo preparaba concienzudamente para estar preparado ante cualquier pregunta que pudieran formular los alumnos. Esto conllevaba tener muy clara la teoría y preparar actividades muy concretas y claras de entender por parte del alumnado, porque el reto era qué, una vez entendida la lección, fuese el alumnado el que pudiese preguntar cualquier duda o curiosidad que le interesara. Es decir, que los ejemplos que exponía y resolvía eran sólo para atraer su curiosidad, y fuesen ellos o ellas quienes me preguntasen sus inquietudes. Ahí se producía la magia, ...

## Fase 2.

## Proceso de concienciación, se fija la atención en la actuación llevada a cabo.

Cometí varios errores. Uno de ellos fue creer que el alumnado tendría el mismo interés por la materia que yo. Otro fue creer por mi parte que el ritmo de consecución de conocimientos sería lo que yo había preparado previamente. Todo eso me hacía pensar mucho y como dice el título de esta segunda fase "mirar atrás" es básico para darse cuenta de los errores cometidos. Reconocerlos es el primer paso para mejorar. Vi que me tendría que ganar el respeto y la confianza del alumnado para saber cuáles son sus inquietudes y motivaciones. Hablarles de matemáticas, pero desde el punto de vista de sus intereses.

## Fase 3.

## Análisis de aquellos aspectos que son más susceptibles de experimentar un cambio.

Averiguo cuáles eran sus inquietudes y motivaciones. Es decir, que querían hacer o ser en futuro y qué es lo que querían hacer ahora. Solo había



dos alumnos que querían hacer lo mismo, mecánico. Entonces después de hacer este análisis, que le gustó mucho a mi tutor, orienté mis actuaciones hacia lo que ellos y ellas les gustaba. Dicho todo esto estaba muy claro que si quería que me escucha debería cambiar mis actuaciones como profesor.

Tengo que decir que me costó mucho hacer todo este análisis y darme cuenta de que mi actuación debía dar un cambio importante. Explicar matemáticas de forma innovadora, de fuera hacia dentro, hablando de lo que les gustaba y buscando la forma de relacionarlo con las matemáticas de mi unidad didáctica.

Quedé muy contento porque alumnos que se ponían a dormir me escuchaban e incluso preguntaban.

#### Fase 4.

### Búsqueda de alternativas y creación de nuevos métodos que mejoran las prácticas.

Esta parte es la que más me ha costado porque cuando me enseñaron a mí matemáticas, fue de la forma tradicional. Es decir, esto es así porque lo es y punto. Y ahora me encontraba que si quería que me escucha debería demostrarles que lo que les contaba era así por eso.

La búsqueda de alternativas la hice reflexionando cómo podía explicar mi unidad didáctica para que les gustara. Por ejemplo, dentro de las ecuaciones había que explicar cómo ponían una variable en función de otro. Había un chico que no prestaba atención prácticamente nunca. Voy ganarme su atención contándole aquel apartado de mi unidad didáctica con la actividad hacía su padre, vendedor. Le expliqué cómo dependía de las ventas que se hacían cada día para ganar más o menos dinero. Funcionó. Y es una experiencia que hay que vivir, no tengo palabras para explicar cómo es gratificante que un chico con unas características especiales te escuche y lo entienda.

## Fase 5.

## Aplicación de nuevos métodos y posteriormente observar y evaluar los resultados.

Tengo muy claro por mi experiencia en el prácticum aplicar nuevos métodos para enseñar matemáticas. Yo dedicarme a innovar desde el punto de vista pragmático, es decir, empezar primero por casos prácticos para llegar después a la parte matemática que está implicada en el caso práctico planteado. Así se consigue el respeto por parte del alumnado. Ya no pueden hacer la típica pregunta “y esto porque sirve”. Y nos ganan su respeto. Pude experimentar el resultado en el aula, tal y como he comentado antes, y evaluar los resultados, que fueron muy buenos desde el punto de vista de que el alumnado se interesó por la unidad didáctica.

Se comprobó, por parte del profesorado y de la dirección del centro, que los métodos tradicionales de enseñanza de las matemáticas no funcionan como se desearía, desde el punto de vista de los resultados académicos de este alumnado en concreto.

La actitud de estos chicos y chicas era pasiva. No atendían y en consecuencia no existía ningún tipo de interacción entre el alumnado y el profesorado. Comprobamos que el motivo era que no entendían prácticamente la mayor parte del temario que se intentaba enseñar en clase.

Se comprobó de forma positiva, y muy gratificante, que el alumnado prestaba atención cuando se les hacía partícipes de lo que se estaba explicando. ¿Cómo? Primero se interesó por sus motivaciones e inquietudes, y, en segundo lugar, se les explicaba cómo podían aplicar las matemáticas a los temas que les motivaban.

La relación con el alumnado empezó con un primer contacto muy frío. El tutor me presentó como un alumno del máster del profesorado. Durante las clases que estuve como oyente me acerqué de forma gradual para ayudarlos con las actividades propuestas por el profesor titular.

A partir de este momento empecé a ganarme la confianza del alumnado. Se pensó durante días cómo obtener información de cada uno de ellos para ayudarles. Se decidió realizar sólo cuatro preguntas para que la entrevista durara como mucho cinco minutos, y de esta forma se conseguía



.....

mantener la total atención por parte del alumnado.

Se realizaron un total de quince entrevistas de las que se dedujo que perdieron su interés por las matemáticas porque no las entendían. Sus expectativas profesionales se encaminaban a oficios diversos más que a estudios superiores, y no todos se veían capaces de conseguirlo. Sin embargo, todo el alumnado aceptaba ayuda para ello. A la vista de los resultados se decide iniciar esta investigación, para ver si las proves Cangur son un elemento que favorece y potencia el aprendizaje.



#### 5.4 MI APORTACIÓN A UNA MEJORA SOCIAL.

Humildemente, enriquecer la producción académica del alumnado mejorando su heurística para potenciar su nivel cognitivo. Y de este modo, que el alumnado consiga un nivel epistemológico aceptable para desarrollarse personal y profesionalmente en sus vidas.







## Capítulo 6

---

# REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS



## CAPÍTULO 6

---

# REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

En este capítulo se incluyen las fuentes de los recursos utilizados para dar credibilidad y validez a mi investigación.



## 6.1 BIBLIOGRAFÍA

- Alsina Català, C. (1995). Apología de la utilidad y el realismo. *SUMA*, 19, 4–9.
- Alsina, A. (2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. *Investigación En Educación Matemática XIII*, (2009), 119–127.
- Anaconda, M. (2003). La Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática. *Revista EMA*, 8(1), 30–46.
- Armendáriz, M.; Azcárate, C., y Deulofeu, J. (1993). Didáctica de las Matemáticas y Psicología. *Revista Infancia Y Aprendizaje*, 62–63, 77–99.
- Artigue, M. (2004). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica de la matemática para afrontarlos? *Educación Matemática*, 16(3), 5–28.
- Aubanell, A., Font, V., Giménez, J., Larios, V., & Zorrilla, J. F. (2012). *Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato*.
- Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF*, 1–10.
- Balsells, M. À., Del Arco, I., & Miñambres, A. (2007). Familias, educación y prevención del maltrato infantil. *Bordón*, 59(1), 31–46.
- Banet Hernández, E., & Jaén García, M. (2003). Formación Inicial de Profesores de Secundaria: dificultades para aprender a planificar y desa-



- rollar las actividades de enseñanza en aulas de Secundaria. *Revista Interuniversitaria de Formación Del Profesorado*, (46), 51–78.
- Biembengut, M. ., & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105–125.
- Brousseau, G. (1990). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las Matemáticas? (primera parte). *Enseñanza de Las Ciencias*, 8, 259–267.
- Camelo, F., Mancera, G., García, G., & Romero, J. (2008). Reinventando el currículo y los escenarios de aprendizaje de las Matemáticas, de la espacialidad. Un estudio desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica.
- Cantoral, R. y Farfan, R. (2002). Matemática educativa: una visión de su evolución. *Revista Educación Y Pedagogía*, XV(35), 203–214.
- D'Amore, B., & Godino, J. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. (spanish). *Ontosemiotic approach as a development of the anthropological theory in mathematics education. (English)*, 10(2), 191–218.
- Díaz-Barriga, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 5, 105–117.
- Didriksson, A. (2006). El enfoque de competencias en la educación. *Perfiles Educativos*, XXVIII, 2–6.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de La Real Sociedad Matemática Española*, 9, 143–168.
- Educec, S. (1997). Nuevos ambientes de aprendizaje para una sociedad de la información. *Revista Pensamiento Educativo*, 20, 1–17.
- Estrada, A., Batanero, C., & Fortuny, J. M. (2004). Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental de profesores en formación. *Educación Matemática*, 16, 89–111.
- Estrada, A., & Díaz, C. (2007). Errores en el cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada en profesores en formación. *Uno.Revista de*

*Didáctica de Las Matemáticas*, (44), 48–57.

- Estrada, A., Diaz, C., & Fuente, I. de la. (2006). Un estudio inicial de sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional en alumnos universitarios. In *X Sinopsio de la sociedad española de Investigación en educacin matemática* (pp. 1–8).
- Eurydice, E. (2011). La enseñanza de las matemáticas en Europa: retos comunes y políticas nacionales. <http://doi.org/10.2797/92132>
- Extremera, N., & Fernández-Berrocal, P. (2003). La inteligencia emocional en el contexto educativo: hallazgos científicos de sus efectos en el aula. *Revista de Educación*, 332(2003), 97–116.
- Extremera, N., & Fernández-Berrocal, P. (2005). La importancia de desarrollar la inteligencia emocional en el profesorado. *Revista Iberoamericana de Educación*, 1681–5653.
- Fernández, M. J. (2012, June). *L'estímul de les matemàtiques a alumnes de diversitat de 4t d' ESO*. Universitat Politècnica de Catalunya.
- Fernández-Berrocal, P., & Extremera, N. (2002). La inteligencia emocional como una habilidad esencial en la escuela. *Revista Iberoamericana de Educación*, 29(1), 1–6.
- Florensa, R. (2013, June). *Elements per fomentar el gust de les matemàtiques al segle XXI*. Universitat Politècnica de Catalunya.
- Fullana Noell, J., & Pallisera i Díaz, M. (1992). La intervención escolar en Cataluña; un estudio cualitativo sobre las necesidades de formación del profesorado. *Bordón. Revista de Pedagogía*.
- Gairín, J. (1990). Efectos de la utilización de juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas. *Educar*, (17), 105–118.
- Gardner, M. y Hargittai, I. (1997). A great communicator of mathematics and other games: a conversation with martin gardner. *The Mathematical Intelligencer*, 19(4), 36–40. <http://doi.org/10.1007/BF03024412>
- Godino, J.; Bencomo, D.; Font, V. y Wilhelmi, M. (2006). Análisis y valoración de la 'Idoneidad Didáctica' de procesos de estudio de las Matemáticas. *Investigación en educación matemática : actas del X Simposio de la*



*Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Huesca, 6-9 de septiembre de 2006, 36–56.*

- Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 22, 1–32.
- Godino, J. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME)*, 1–20.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Flores, P. (1999). El análisis didáctico del contenido matemático como recurso en la formación de profesores de matemáticas. *Homenagem Ao Professor Oscar Sáenz Barrio. Granada: Departamento de Didáctica Y Organización Escolar*, 165–185.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127–135.
- Godino, J. D., Batanero, C., Rivas, H., & Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 8(1), 46–74.
- Godino, J. D., Cid, E., & Batanero, C. (2004). *Diseño y gestión de unidades didácticas. Didáctica de las matemáticas para maestros.*
- Gómez i Urgellés, J. (1998). *Contribució a l'estudi dels processos de modelització a l'ensenyament/aprenentatge de les matemàtiques a nivell universitari.* Universitat Autònoma de Barcelona.
- Gómez, C. y Fraile, J. (2014). Psicología y Didáctica de las matemáticas. *Infancia y Aprendizaje*, 16(62-63), 101–113. <http://doi.org/10.1080/02103702.1993.10822375>
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA. Investigación E Innovación En Educación Matemática*, 7(3), 251–292.
- Gómez-Chacón, I. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático. Madrid: Narcea, SA Ediciones*, 280. <http://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>

- Gómez-Chacón, I. M., & Figueiral, L. (2007). Identidad y factores afectivos en el aprendizaje de la matemática. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 12, 1–18.
- Guinjoan, M.; Fortuny, J. M. y Rodríguez, Á. (2015). Analysis of expert problem solving student's behaviour in the context of the mathematical Kangaroo Contest. *Enseñanza de Las Ciencias. Revista de Investigación Y Experiencias Didácticas*, 33(1), 29. <http://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1438>
- Hernández, F. (2006). El informe PISA: una oportunidad para replantear el sentido del aprender en la escuela secundaria. *Revista de Educación*, (Número extraordinario 2006), 357–359.
- J, C. M., R, P. R., Salinas, S., & B, E. M. (2010). ¿Que hace a la formacion permanente de profesores eficaz?: Factores que inciden en su impacto. *Estudios Pedagógicos*, XXXVI, 135–151. <http://doi.org/10.4067/S0718-07052010000200008>
- Kotliarenco, M. A., Cáceres, I., & Fontecilla, M. (1997). *Estado de arte en resiliencia*. Organización Panamericana de la salud.
- Marín Juarros, V., Negre Bennasar, F., & Pérez i Garcias, A. (2014). Entornos y redes personales de aprendizaje (PLE-PLN) para el aprendizaje colaborativo. *Comunicar: Revista Científica Iberoamericana de Comunicación Y Educación*. <http://doi.org/10.3916/C42-2014-03>
- Martínez, R. A. (2014). La investigación en la práctica educativa: Guía metodológica de investigación para el diagnóstico y evaluación en los centros docentes. Retrieved 29 August 2015, from <https://sede.educacion.gob.es/publiventa/PdfServlet?pdf=VP12309.pdf&area=E>
- Mec, I. (2014). Informe español Pisa 2012. Retrieved 27 August 2015, from <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/pisa2012.pdf?documentId=0901e72b8195d643>
- Niss, M. y Jensen, T. H. (2002). Competencies and Mathematical Learning Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark.
- Niss, M. (1992). Applications and modelling in school Mathematics-directions for future development. *Development in School Mathematics*



Education Around the World.

Padrón, O. (2005). Dominio afectivo en educación matemática. *Paradigma*, XXIV, 7–34.

Palacios, A., Arias, V., & Arias, B. (2013). Attitudes Towards Mathematics: Construction and Validation of a Measurement Instrument // Las actitudes hacia las matemáticas: Construcción y validación de un instrumento para su medida. *Revista de Psicodidáctica / Journal of Psychodidactics*, 19(1), 67–91. <http://doi.org/10.1387/RevPsicodidact.8961>

Resnick, L. B. (1996). Cognición y aprendizaje. *Anuario de Psicología*.

Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo en matemáticas. In *La Educación Matemática en La Enseñanza Secundaria* (pp. 39–59).

Rodríguez, E. (2001). Teorías implícitas del Profesorado y Modelos de Formación Docente. *Contexto Educativo*, (28).

Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action* (Vol. 5126). Basic books.

Schultz, M. (2010). El libro de las Revoluciones. *Anales de La Universidad de Chile*, (1), 528. <http://doi.org/10.5354/0365-7779.1995.8275>

Silva, J. (2005). Regulación emocional y psicopatológica: El modelo de vulnerabilidad/resiliencia. *Revista Chilena de Neuro-Psiquiatria*, 43(3), 201–209. <http://doi.org/10.4067/S0717-92272005000300004>

Silva, J. (2011). Diseño y moderación de entornos virtuales de aprendizaje (EVA). *Barcelona: Editorial UOC (166 Pág.)*. ISBN, 166. <http://doi.org/10.7238/rusc.v9i1.1301>

Socas, M. M. (2007). Dificultades y Errores en el Aprendizaje de las Matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico-semiótico. *Investigación En Educación Matemática*, XI(2007), 19–52.

Torres V., W. A. (2011). El enfoque ontosemiótico para la investigación en educación matemática: una reflexión crítica. *Cuaderno de Investigación En La Educación*, pp. 54–69.

Vaquero Tió, E. (2013). *Estudio sobre la resiliencia y las competencias digita-*

*les de los jóvenes adolescentes en situación de riesgo de exclusión social.*  
Universitat de Lleida.

Vygotsky, L. (1978). Interaction between learning and development. *Readings on the Development of Children*, 23(3), 34–41.

Walsh, F. (2002). A family resilience framework: Innovative practice applications. *Family Relations*, 51(2), 130–137.



## 6.2 WEBGRAFÍA

<https://www.cangur.org/>

<http://www.estalmat.cat/>

<https://feemcat.org/anem-x-matematicues/>

<https://scm.iec.cat/>

<https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>

<https://www.oecd.org/pisa/pisaenespaol.htm>

<http://xtec.gencat.cat/ca/curriculum/eso/>

<https://www.educacionyfp.gob.es/portada.html>

<http://portaldogc.gencat.cat/utillsEADOP/PDF/6945/1441278.pdf>



.....

<https://www.boe.es/boe/dias/2015/01/03/pdfs/BOE-A-2015-37.pdf>

<https://www.boe.es/boe/dias/2006/05/04/pdfs/A17158-17207.pdf>

[https://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica\\_recreativa](https://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica_recreativa)

[https://es.wikipedia.org/wiki/Lewis\\_Carroll](https://es.wikipedia.org/wiki/Lewis_Carroll)

[https://es.wikipedia.org/wiki/Sam\\_Loyd](https://es.wikipedia.org/wiki/Sam_Loyd)

[https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%89douard\\_Lucas](https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%89douard_Lucas)

[https://es.wikipedia.org/wiki/W.\\_W.\\_Rouse\\_Ball](https://es.wikipedia.org/wiki/W._W._Rouse_Ball)

[https://es.wikipedia.org/wiki/Henry\\_Dudeney](https://es.wikipedia.org/wiki/Henry_Dudeney)

[https://es.wikipedia.org/wiki/Y%C3%A1kov\\_Perelm%C3%A1n](https://es.wikipedia.org/wiki/Y%C3%A1kov_Perelm%C3%A1n)

[https://es.wikipedia.org/wiki/Martin\\_Gardner](https://es.wikipedia.org/wiki/Martin_Gardner)

[https://es.wikipedia.org/wiki/Raymond\\_Smullyan](https://es.wikipedia.org/wiki/Raymond_Smullyan)

[https://es.wikipedia.org/wiki/Miguel\\_de\\_Guzm%C3%A1n](https://es.wikipedia.org/wiki/Miguel_de_Guzm%C3%A1n)

[https://es.wikipedia.org/wiki/John\\_Horton\\_Conway](https://es.wikipedia.org/wiki/John_Horton_Conway)

[https://es.wikipedia.org/wiki/Douglas\\_Hofstadter](https://es.wikipedia.org/wiki/Douglas_Hofstadter)

[https://es.wikipedia.org/wiki/Ian\\_Stewart\\_\(matem%C3%A1tico\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Ian_Stewart_(matem%C3%A1tico))

[https://es.wikipedia.org/wiki/Adri%C3%A1n\\_Paenza](https://es.wikipedia.org/wiki/Adri%C3%A1n_Paenza)

[https://en.wikipedia.org/wiki/Clifford\\_A.\\_Pickover](https://en.wikipedia.org/wiki/Clifford_A._Pickover)

## Imágenes utilizadas

Todos los gráficos de la presente tesis son de elaboración propia. Todas las fotografías utilizadas son de Dominio Público, extraídas de los portales **pixabay** y **pexels**, con la salvedad de los siguientes ítems que se obtenido bajo las licencias de Creative Commons detalladas a continuación:

**Retrato de Martin Gardner**, por Konrad Jacobs, Erlangen - CC-BY-SA 2.0

**Retrato de Raymond Smullyman**, por Gonzalcg - CC-BY-SA 4.0

**Retrato de John Conway**, por Thane Plambeck - CC-BY 2.0

**Retrato de Douglas Hofstadter**, por Maurizio Codogno - CC-BY 2.5

**Retrato de Ian Stewart**, por Avril Stewart - CC-BY-SA 3.0

**Retrato de Adrián Paenza**, de Casa de Gobierno (Argentina) - CC-BY-SA 2.0

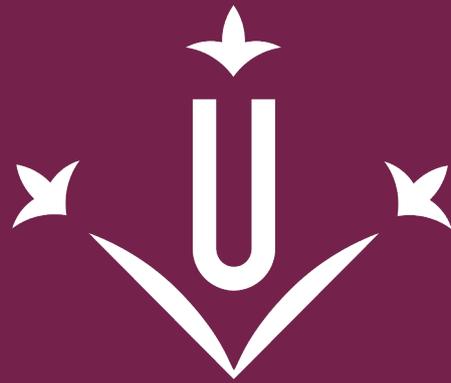
Los siguientes retratos disponen de copyright y los derechos son de sus respectivos autores.

**Retrato de Miguel de Guzmán** - Reseña Biográfica de la Real Sociedad Matemática Española - Recuperado de <https://web.archive.org/web/20091214122823/http://www.rsme.es/inicio/inmemoriam.pdf> (pág. 1) a fecha de 3 de octubre de 2020

**Retrato de Clifford Pickover** - Naukas Recuperado de <https://naukas.com/2018/10/06/los-biomorfos-de-pickover/> a fecha de 3 de octubre de 2020







**Universitat de Lleida**

Memòria presentada per optar al grau de Doctor per la **Universitat de Lleida**

Programa de Doctorat en **Educació, Societat i Qualitat de Vida**

**2020**