



Universitat de Lleida

# Estadística en educación infantil: competencias y conocimientos didáctico-matemáticos de maestros en formación en el marco del Enfoque Ontosemiótico

Maria Ricart Aranda

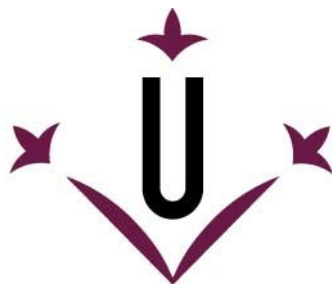
<http://hdl.handle.net/10803/672147>



*Estadística en educación infantil: competencias y conocimientos didáctico-matemáticos de maestros en formación en el marco del Enfoque Ontosemiótico* està subjecte a una llicència de [Reconeixement-NoComercial-SenseObraDerivada 4.0 No adaptada de Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

Les publicacions incloses en la tesi no estan subjectes a aquesta llicència i es mantenen sota les condicions originals.

(c) 2021, Maria Ricart Aranda



**Universitat de Lleida**

**TESI DOCTORAL**

**ESTADÍSTICA EN EDUCACIÓN INFANTIL:  
COMPETENCIAS Y CONOCIMIENTOS  
DIDÁCTICO-MATEMÁTICOS DE  
MAESTROS EN FORMACIÓN EN EL MARCO  
DEL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO**

**Maria Ricart Aranda**

Memòria presentada per optar al grau de Doctora per la Universitat de  
Lleida

Programa de Doctorat en Educació, Societat i Qualitat de Vida

Directora i Tutora:

Dra. Assumpta Estrada Roca

2021



Estadística en educación infantil: competencias y conocimientos didáctico-matemáticos de maestros en formación en el marco del Enfoque Ontosemiótico. Está sujeto a una licencia de [Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

© 2021, Maria Ricart Aranda



Estadística en educación infantil: competencias y conocimientos didáctico-matemáticos de maestros en formación en el marco del Enfoque Ontosemiótico  
por Maria Ricart Aranda  
se encuentra bajo una licencia Creative Commons  
Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional





## AGRADECIMIENTOS

Este camino no lo he hecho sola, sino que son muchos los que me han ayudado y han contribuido al equilibrio idóneo que he necesitado para recorrerlo. Aquí, mis agradecimientos más especiales.

En primer lugar, a mi directora de tesis, la Dra. Assumpta Estrada, por abrirme un mundo y enseñarme a caminar en él. Gracias por saber lo que necesito, hacerlo posible y confiar en mí.

A la profesora M<sup>a</sup> José Gros, por su generosidad y perseverancia.

Al Grup de Recerca en Educació Estadística i Probabilitat (GREEP) y, en especial, a Núria y Laia, por dejarme entrar en el aula de educación infantil y llevármela a la universidad, por enseñarme tanto del oficio de maestra. Un agradecimiento muy especial para la Escola Joan Maragall de Lleida y para el alumnado de la clase “Els Castells”.

Asimismo, quiero dar las gracias a mi alumnado de la Facultat d’Educació, Psicologia i Treball Social, por dejarme aprender, disfrutar y llevar a cabo este proyecto.

A MManuel, por su entrañable y cálida acogida durante mi estancia en la Universidade de Tras-os-Montes e Alto Douro (UTAD).

A mi compañero de máster, por compartir conmigo las asignaturas de Didáctica.

A mis dos cómplices universitarios, por estar, por no tener que decir “¿me entiendes?”, por ir a ver almendros como si fuera la primera vez.

A Antonieta, por pensar en mí.

A mis amigas y amigos, por motivarme y darme tiempo.

A los de casa, por hacer siempre tanto, a pesar de que a veces, sin comprender.

Por último, a mi hijo por su complicidad.

Ha sido una suerte teneros y no os cambiaría por nada del mundo. ¡Infinitas gracias!



## RESUMEN

Los expertos señalan que es preciso comenzar con el desarrollo de la alfabetización estadística ya en la educación infantil. No obstante, los contenidos estadísticos no están lo suficientemente integrados en los currículums educativos españoles de educación infantil. Asimismo, una problemática parecida se detecta en la formación inicial de los maestros de esta etapa pues, en la mayoría de programas de asignaturas de matemáticas, no se contemplan contenidos didáctico-estadísticos.

Por todo ello, el propósito de esta tesis es analizar y mejorar las competencias profesionales y los conocimientos didáctico-estadísticos de los maestros de educación infantil.

Para llevar a cabo la investigación, se utilizan las nociones teóricas que proporciona el marco teórico del Enfoque Ontosemiótico y, especialmente, las nociones de análisis ontosemiótico y de idoneidad didáctica. Dado que se quiere explorar e intervenir una problemática de la realidad educativa, la investigación sigue las fases cíclicas que propone este marco para una metodología basada en el diseño. Así, se diseña, implementa y evalúa una acción formativa en un máster de formación avanzada del profesorado con diez maestros recién graduados. En concreto, la acción pretende el desarrollo de la competencia en análisis ontosemiótico, así como la de valoración de la idoneidad didáctica, a partir del análisis y valoración de un proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística en infantil videograbado.

Los resultados obtenidos a partir de un análisis de datos cualitativo indican que, aunque la acción ha contribuido al desarrollo competencial, los maestros no logran un nivel suficiente de competencia. En concreto, son capaces de identificar los procedimientos y procesos matemáticos emergentes, pero se observan dificultades en el reconocimiento de propiedades y argumentos, así como en el de conceptos estadísticos. De hecho, no llegan a reconocer explícitamente que la situación-problema propuesta se fundamenta en el concepto de la moda. Así, tienen más dificultades en valorar la idoneidad epistémica que cualquier otra idoneidad. Claramente, las carencias observadas en su conocimiento didáctico-matemático influyen en todo ello.

Las principales aportaciones de esta tesis son, por un lado, evidenciar la solidez del marco del Enfoque Ontosemiótico, puesto que se aplican con eficiencia sus herramientas teóricas en un nuevo contexto, el de la formación didáctico-estadística de los maestros de educación infantil. Por otro lado, este estudio describe detalladamente ciertos aspectos cognitivos, como errores, dificultades y conocimientos didáctico-matemáticos de los maestros recién graduados, lo que supone información de gran valor para los formadores de futuros maestros. Por último, cabe resaltar el impacto directo de este trabajo en las aulas de infantil, pues proporciona indicadores específicos para el diseño, implementación y valoración de prácticas estadísticas en las primeras edades.

En definitiva, se consigue un avance en la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la estadística en educación infantil.

**Palabras clave:** formación de maestros, competencia profesional, estadística, Enfoque Ontosemiótico, educación infantil.





## RESUM

Els experts assenyalen que es necessari començar el desenvolupament de l'alfabetització estadística ja a l'educació infantil. No obstant això, els continguts estadístics no estan suficientment integrats en els currículums d'educació infantil espanyols. Així mateix, s'identifica una problemàtica semblant en la formació inicial de mestres d'aquesta etapa, ja que en la majoria de programes d'assignatures de matemàtiques, no s'hi contemplan continguts didàctico-estadístics.

És per això que, el propòsit d'aquesta tesi és analitzar i millorar les competències professionals i els coneixements didàctico-estadístics dels mestres d'educació infantil.

Per dur a terme aquesta investigació, s'utilitzen les nocions teòriques que proporciona el marc teòric del Enfoque Ontosemiótico i, especialment, les nocions d'anàlisi ontosemiòtic i de idoneïtat didàctica. Com que es pretén explorar i intervenir una problemàtica de la realitat educativa, la investigació segueix les fases cícliques que proposa aquest marc per a una metodologia basada en el disseny. Així doncs, es dissenya, implementa i avalua una acció formativa en un màster de formació avançada del professorat amb deu mestres acabats de graduar. En concret, l'acció pretén el desenvolupament de la competència en anàlisi ontosemiòtic, així com la de valoració de la idoneïtat didàctica, a partir de l'anàlisi i valoració d'un procés d'ensenyament i aprenentatge de l'estadística a infantil videogratat.

Els resultats obtinguts a partir de l'anàlisi qualitativa de dades indiquen que, encara que l'acció hagi contribuït al desenvolupament competencial, els mestres no aconsegueixen un nivell suficient de competència. En concret, son capaços d'identificar els procediments i processos matemàtics emergents, però s'observen dificultats en el reconeixement de les propietats i arguments, així com dels conceptes estadístics. De fet, no reconeixen explícitament que la situació-problema proposada es fonamenta en el concepte de moda. Així doncs, tenen més dificultats en valorar la idoneïtat epistèmica que qualsevol altra idoneïtat. Clarament, la falta de coneixement didàctico-matemàtic observat hi influeix.

Les principals aportacions d'aquesta tesi són, d'una banda, evidenciar la solidesa del marc del Enfoque Ontosemiótico, ja que s'apliquen amb eficiència les seves eines teòriques en un nou context, el de la formació didàctico-estadística dels mestres d'educació infantil. D'altra banda, aquest estudi descriu detalladament certs aspectes cognitius, com errors, dificultats i coneixements didàctico-matemàtics dels mestres acabats de graduar. Per últim, es precisà ressaltar l'impacte directe d'aquest treball a les aules d'infantil, ja que proporciona indicadors específics per al disseny, implementació i valoració de pràctiques estadístiques per a les primeres edats.

En definitiva, s'aconsegueix un avanç en la millora dels processos d'ensenyament i aprenentatge de l'estadística a l'educació infantil.

**Paraules clau:** formació de mestres, competència professional, estadística, Enfoque Ontosemiótico, educació infantil.



## ABSTRACT

Experts point out it is necessary to start the development of statistical literacy in early childhood education. However, the statistical contents are not sufficiently integrated into the Spanish educational curricula for early years. Likewise, a similar problem is detected in the initial training of teachers at this stage, since, in most mathematics subject programs, didactic- statistical contents are not contemplated.

Therefore, the purpose of this thesis is to analyse and improve the professional competencies and the didactic-statistical knowledge of early childhood teachers.

To carry out the research, the theoretical notions provided by the theoretical framework of the Onto-semiotic Approach are used and, especially, the notions of onto-semiotic analysis and didactic suitability. Given that we want to explore and intervene a problem of the educational reality, the research follows the cyclical phases that this framework proposes for a methodology based on design. Thus, a formative action is designed, implemented and evaluated in a master's degree in advanced teacher training with ten recently graduated teachers. Specifically, the action aims to develop competence in onto-semiotic analysis, as well as in assessment of didactic suitability, based on the analysis and assessment of a teaching and learning process of statistics videotaped in an early years classroom.

The results obtained from a qualitative method indicate that, although the action has contributed to the development of skills, teachers do not achieve a sufficient level of competence. Specifically, they are capable of identifying emerging mathematical procedures and processes, but difficulties are observed in the recognition of properties and arguments, as well as in that of statistical concepts. In fact, they fail to recognize explicitly that the proposed problem-situation is based on the concept of mode. Thus, they have more difficulties in assessing epistemic suitability than any other suitability. Clearly, the deficiencies observed in their didactic- mathematical knowledge influence all of this.

The main contributions of this thesis are, on the one hand, to demonstrate the solidity of the framework of the Onto-semiotic Approach, since its theoretical tools are efficiently applied in a new context, that of the didactic-statistical training of early childhood education teachers. On the other hand, this study describes, in detail, certain cognitive aspects, such as errors, difficulties and didactic-mathematical knowledge of recently graduated teachers, which is information of great value for future teacher educators. Finally, it is worth highlighting the direct impact of this work on children's classrooms, as it provides specific indicators for the design, implementation and assessment of statistical practices in the early ages.

In conclusion, progress is achieved in improving the teaching and learning processes of statistics in early childhood education.

**Keywords:** teacher training, professional competency, statistics, Onto-semiotic Approach, early childhood education.



# TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS .....	17
ÍNDICE DE TABLAS.....	21
GLOSARIO DE ABREVIATURAS .....	27
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>29</b>
<b>CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN</b> .....	<b>33</b>
1.1 <b>ÁREA PROBLEMÁTICA: CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS</b> .....	<b>33</b>
1.1.1    Conocimientos del profesor.....	34
1.1.2    Competencias profesionales .....	38
1.2 <b>ÁREA PROBLEMÁTICA: ESTADÍSTICA EN INFANTIL</b> .....	<b>43</b>
1.2.1    Formación didáctico-estadística en el Grado de Maestro.....	43
1.2.2    Invisibilidad en el currículum de Educación Infantil .....	45
1.3 <b>APROXIMACIÓN AL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN</b> .....	<b>46</b>
<b>CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO</b> .....	<b>49</b>
2.1 <b>MODELO DEL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO</b> .....	<b>50</b>
2.1.1    Herramientas y nociones teóricas del EOS .....	52
2.1.2    El Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático del profesor .....	67
2.1.3    El Modelo de Conocimientos y Competencias del Profesor.....	73
2.2 <b>EL VÍDEO COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA</b> .....	<b>81</b>
2.2.1    El uso del vídeo en la enseñanza.....	82
2.2.2    Heurística del uso del vídeo en la formación del profesorado .....	85
2.3 <b>LA ESTADÍSTICA EN EDUCACIÓN INFANTIL</b> .....	<b>90</b>
2.3.1    Fundamentos didáctico-matemáticos de estadística.....	91

2.3.2	Visión curricular .....	94
<b>CAPÍTULO III. METODOLOGÍA .....</b>		<b>107</b>
3.1	PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN, OBJETIVOS E HIPÓTESIS .....	108
3.2	DISEÑO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN .....	110
3.3	CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN .....	113
3.4	CICLO PILOTO.....	115
3.5	CICLO FORMATIVO.....	129
3.5.1	Participantes .....	130
3.5.2	Diseño de la acción formativa.....	132
3.5.3	Implementación de la acción formativa.....	134
3.5.4	Recogida de datos.....	137
3.5.5	El vídeo material.....	138
<b>CAPÍTULO IV: ANÁLISIS EXPERTO .....</b>		<b>143</b>
4.1	ANÁLISIS ONTOSEMIÓTICO.....	144
4.1.1	Situación-problema .....	144
4.1.2	Conceptos .....	146
4.1.3	Elementos lingüísticos .....	152
4.1.4	Procedimientos .....	156
4.1.5	Propiedades y proposiciones .....	160
4.1.6	Argumentos .....	164
4.1.7	Procesos matemáticos .....	166
4.2	IDONEIDAD DIDÁCTICA .....	170
4.2.1	Idoneidad epistémica .....	170
4.2.2	Idoneidad cognitiva.....	177
4.2.3	Idoneidad afectiva.....	185

4.2.4	Idoneidad interaccional.....	190
4.2.5	Idoneidad mediacional.....	199
4.2.6	Idoneidad ecológica.....	201
<b>CAPÍTULO V: RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....</b>		<b>211</b>
5.1	<b>COMPETENCIA ONTOSEMIÓTICA.....</b>	<b>212</b>
5.1.1	Situaciones-problema.....	212
5.1.2	Conceptos .....	215
5.1.3	Elementos lingüísticos .....	239
5.1.4	Procedimientos .....	247
5.1.5	Propiedades y proposiciones.....	254
5.1.6	Argumentos .....	258
5.1.7	Procesos matemáticos .....	262
5.1.8	Síntesis y conclusiones globales.....	278
5.2	<b>COMPETENCIA EN IDONEIDAD DIDÁCTICA.....</b>	<b>283</b>
5.2.1	Valoraciones sin criterios de idoneidad.....	283
5.2.2	Valoraciones con criterios de idoneidad.....	294
5.2.3	Comparación entre las valoraciones con y sin criterios .....	395
5.3	<b>ANÁLISIS RETROSPECTIVO DE LA ACCIÓN FORMATIVA.....</b>	<b>398</b>
5.3.1	Valoración .....	398
5.3.2	Mejoras .....	402
<b>CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES.....</b>		<b>417</b>
6.1	<b>CONCLUSIONES RESPECTO A LOS OBJETIVOS E HIPÓTESIS.....</b>	<b>417</b>
6.1.1	Respecto a los objetivos de investigación .....	418
6.1.2	Respecto a las hipótesis de investigación.....	427
6.2	<b>CONSIDERACIONES FINALES DE LA INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>435</b>



6.2.1	Aportaciones, implicaciones y reflexiones finales .....	435
6.2.2	Contribución a la literatura científica .....	438
6.2.3	Líneas futuras de investigación.....	440
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>		<b>443</b>
<b>ANEXOS .....</b>		<b>479</b>
	ANEXO 1: DE LEGISLACIÓN .....	479
	ANEXO 2: INDICADORES DE IDONEIDAD DIDÁCTICA.....	481
	ANEXO 3: INDICADORES ESPECÍFICOS.....	484
	ANEXO 4: TRANSCRIPCIÓN DE LA VIDEOGRABACIÓN .....	487

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Focos de atención del análisis didáctico-matemático ( <i>Godino, 2014, p.7</i> ) ....	p.51
Figura 2. Configuración ontosemiótica ( <i>Godino, 2009, p.22</i> ).....	p.54
Figura 3. Clasificación de las normas en el EOS ( <i>D'Amore et al., 2007, p.10</i> ) .....	p.61
Figura 4. Idoneidad didáctica ( <i>Godino, Bencomo et al., 2006, p.6</i> ) .....	p.62
Figura 5. Consolidación de la noción de idoneidad didáctica en el tiempo .....	p.63
Figura 6. Dimensiones y componentes del CDM ( <i>Pino-Fan y Godino, 2015, p.103</i> )...p.	69
Figura 7. Facetas y componentes del Conocimiento Didáctico-Matemático ( <i>Godino, Batanero et al., 2016, p.289</i> ).....	p.71
Figura 8. Componentes de la competencia de análisis e intervención didáctica ( <i>Godino, Batanero et al., 2016, p.292</i> ).....	p.74
Figura 9. Research-based heuristics ( <i>Blomberg et al., 2013, p.105</i> ) .....	p.85
Figura 10. Cronograma legislativo español de las enseñanzas mínimas de Educación Infantil.....	p.99
Figura 11. Metodología de la investigación.....	p.113
Figura 12. Fases del Ciclo piloto .....	p.116
Figura 13. Acción formativa piloto implementada .....	p.118
Figura 14. Consignas de la Tarea 1 .....	p.120
Figura 15. Características de la Tarea 1 del piloto.....	p. 122
Figura 16. Características de la Tarea 2 del piloto.....	p.122
Figura 17. Rúbrica de análisis ontosemiótico de la Tarea 2.....	p.123
Figura 18. Características de la Tarea 3 del piloto.....	p.124
Figura 19. Modelo de rúbrica para la valoración de la idoneidad afectiva.....	p.124
Figura 20. Características de la Tarea 4 del piloto.....	p.126
Figura 21. Fases del Ciclo formativo .....	p.129
Figura 22. Desarrollo explicativo de las fases del Ciclo formativo.....	p.130
Figura 23. Acción formativa implementada del Ciclo formativo .....	p.135
Figura 24. Rúbrica de análisis ontosemiótico de la Tarea 3 del Ciclo formativo .....	p.136
Figura 25. Encaje de la heurística del vídeo en la metodología basada en el diseño p.	139
Figura 26. Configuración de objetos y procesos emergentes en el estudio estadístico .....	p.176

Figura 27. Ejemplo 1 de representación .....	p.182
Figura 28. Ejemplo 2 de representación .....	p.182
Figura 29. Ejemplo 3 de representación .....	p.182
Figura 30. Ejemplo 4 de representación .....	p.182
Figura 31. Ejemplo 5 de representación .....	p.183
Figura 32. Porcentajes de conceptos identificados y no identificados por grupos ....	p.218
Figura 33. Porcentaje de conceptos identificados de cada bloque respecto al total de los conceptos identificados por G1 .....	p.219
Figura 34. Porcentaje de conceptos identificados de cada bloque respecto al total de los conceptos identificados por G2.....	p.219
Figura 35. Porcentaje de conceptos identificados de cada bloque respecto al total de los conceptos identificados por G3.....	p.220
Figura 36. Porcentaje de conceptos identificados de cada bloque respecto al total de los conceptos identificados por G4.....	p.220
Figura 37. Porcentaje de conceptos identificados de cada bloque respecto al total de los conceptos identificados por G5.....	p.221
Figura 38. Comparativa intergrupos del bloque al que pertenecen los conceptos identificados.....	p.221
Figura 39. Proporción de conceptos identificados y no identificados de numeración y cálculo respecto el total de conceptos emergentes de dicho bloque.....	p.223
Figura 40. Proporción de conceptos identificados y no identificados de estadística respecto el total de conceptos emergentes de dicho bloque .....	p.227
Figura 41. Conjunto de todos los niveles competenciales mostrados en el reconocimiento de los objetos primarios.....	p.278
Figura 42. Niveles competenciales de reconocimiento de cada objeto.....	p.279
Figura 43. Niveles competenciales de reconocimiento de cada grupo .....	p.281
Figura 44. Niveles de análisis de cada proceso matemático emergente.....	p.282
Figura 45. Nivel de análisis de la faceta epistémica por grupos .....	p.312
Figura 46. Niveles de análisis de la idoneidad cognitiva por grupos .....	p.328
Figura 47. Niveles de análisis de la faceta afectiva por grupos.....	p.342
Figura 48. Niveles de análisis de la idoneidad interaccional por grupos.....	p.359
Figura 49. Niveles de análisis de la idoneidad mediacional por grupos.....	p.370
Figura 50. Niveles de análisis de la idoneidad ecológica por grupos .....	p.385
Figura 51. Nivel medio global en los indicadores de idoneidad didáctica.....	p.389

Figura 52. Nivel medio global en los indicadores de cada faceta .....p.390

Figura 53. Niveles de análisis de los indicadores de idoneidad por grupo.....p.391



## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Vínculos entre el CDM y otros modelos. Elaboración propia a partir de Pino-Fan y Godino (2015). .....	p.67
Tabla 2. Tipos de acciones facilitadoras ( <i>van Es et al., 2014</i> ).....	p.86
Tabla 3. Estructura de la Educación Infantil (0-6) en las leyes educativas españolas... ..	p.98
Tabla 4. Análisis ontosemiótico experto de la Tarea 1 .....	p.120
Tabla 5. Uso de los vídeos de la investigación según autores .....	p.140
Tabla 6. Conceptos emergentes de estadística .....	p.147
Tabla 7. Conceptos emergentes de numeración y cálculo .....	p.148
Tabla 8. Conceptos emergentes de lógica.....	p.150
Tabla 9. Conceptos emergentes de espacio y forma.....	p.151
Tabla 10. Conceptos emergentes de medida.....	p.152
Tabla 11. Elementos lingüísticos emergentes en el estudio estadístico .....	p.153
Tabla 12. Clasificación de las expresiones verbales.....	p.154
Tabla 13. Procedimientos relativos a la recogida de datos.....	p.156
Tabla 14. Procedimientos relativos a la representación de datos .....	p.157
Tabla 15. Procedimientos relativos a la lectura o interpretación de los datos.....	p.158
Tabla 16. Otros procedimientos.....	p.160
Tabla 17. Propositiones y propiedades emergentes en el proceso de e/a.....	p.161
Tabla 18. Propiedades estadísticas y numéricas de la moda .....	p.163
Tabla 19. Argumentos emergentes en el proceso de e/a .....	p.164
Tabla 20. Descriptores competenciales (situación-problema) .....	p.214
Tabla 21. Nivel competencial de los maestros (situación-problema) .....	p.214
Tabla 22. Dificultades en el reconocimiento de las situaciones-problema.....	p.215
Tabla 23. Número (y porcentaje) de conceptos emergentes por bloque de contenidos .....	p.216
Tabla 24. Número de conceptos identificados por cada grupo .....	p.217
Tabla 25. Número (porcentaje por grupo) de conceptos identificados de cada bloque respecto el total de conceptos emergentes de dicho bloque.....	p.222
Tabla 26. Conceptos de numeración y cálculo identificados por cada grupo .....	p.223

Tabla 27. Relación de números de grupos que identifican cada concepto de numeración y cálculo.....	p.224
Tabla 28. Conceptos de medida identificados por cada grupo .....	p.225
Tabla 29. Conceptos de lógica identificados por cada grupo .....	p.226
Tabla 30. Conceptos de espacio y forma identificados por cada grupo.....	p.226
Tabla 31. Número de grupos que identifican cada concepto de estadística .....	p.228
Tabla 32. Conceptos de estadística identificados por cada grupo .....	p.228
Tabla 33. Descriptores competenciales (conceptos) .....	p.236
Tabla 34. Nivel competencial de los maestros (conceptos) .....	p.237
Tabla 35. Conocimiento didáctico-matemático sobre los conceptos .....	p.237
Tabla 36. Conflictos cognitivos sobre los conceptos.....	p.238
Tabla 37. Dificultades en el reconocimiento de los conceptos.....	p.238
Tabla 38. Número de elementos lingüísticos identificados por cada grupo .....	p.239
Tabla 39. Tipología de elementos lingüísticos por grupos.....	p.240
Tabla 40. Elementos lingüísticos no verbales identificados por grupos .....	p.240
Tabla 41. Comparativa de los elementos de representación gráfica.....	p.242
Tabla 42. Elementos lingüísticos verbales identificados por grupo .....	p.243
Tabla 43. Descriptores competenciales (elementos lingüísticos) .....	p.245
Tabla 44. Nivel competencial de los maestros (elementos lingüísticos) .....	p.245
Tabla 45. Conocimiento didáctico-matemático sobre los elementos lingüísticos .....	p.246
Tabla 46. Conflictos cognitivos sobre los elementos lingüísticos.....	p.246
Tabla 47. Dificultades en el reconocimiento de los elementos lingüísticos.....	p.246
Tabla 48. Número de procedimientos identificados por cada grupo .....	p.247
Tabla 49. Procedimientos relativos a la recogida de datos.....	p.248
Tabla 50. Procedimientos relativos a la representación de los datos .....	p.248
Tabla 51. Procedimientos relativos a la lectura e interpretación de los datos .....	p.249
Tabla 52. Otros procedimientos emergentes identificados.....	p.250
Tabla 53. Descriptores competenciales (procedimientos) .....	p.252
Tabla 54. Nivel competencial de los maestros (procedimientos) .....	p.253
Tabla 55. Conocimiento didáctico-matemático sobre los procedimientos .....	p.253
Tabla 56. Conflictos cognitivos sobre los procedimientos .....	p.254
Tabla 57. Dificultades en el reconocimiento de los procedimientos.....	p.254

Tabla 58. Número de propiedades y proposiciones identificadas por cada grupo.....	p.254
Tabla 59. Detalle de las propiedades identificadas por los grupos .....	p.255
Tabla 60. Conflictos cognitivos sobre las propiedades y proposiciones .....	p.256
Tabla 61. Descriptores competenciales (propiedades y proposiciones) .....	p.257
Tabla 62. Nivel competencial de los maestros (propiedades y proposiciones) .....	p.257
Tabla 63. Dificultades en el reconocimiento de las propiedades y proposiciones .....	p.258
Tabla 64. Número de argumentos identificados por grupo.....	p.258
Tabla 65. Argumentos identificados por el grupo G2 .....	p.260
Tabla 66. Conflictos cognitivos sobre los argumentos.....	p.260
Tabla 67. Dificultades en el reconocimiento de los argumentos .....	p.261
Tabla 68. Descriptores competenciales (argumentos) .....	p.261
Tabla 69. Nivel competencial de los maestros (argumentos) .....	p.262
Tabla 70. Número de procesos identificados por cada grupo.....	p.263
Tabla 71. Procesos identificados por cada grupo.....	p.263
Tabla 72. Niveles de análisis de los procesos matemáticos .....	p.264
Tabla 73. Media y desviación típica de los niveles de justificación de los procesos emergentes.....	p.273
Tabla 74. Media y desviación típica por grupo del nivel de justificación de los procesos emergentes.....	p.274
Tabla 75. Descriptores competenciales (procesos matemáticos) .....	p.275
Tabla 76. Nivel competencial de los maestros (procesos) .....	p.276
Tabla 77. Conocimiento didáctico-matemático sobre los procesos matemáticos .....	p.276
Tabla 78. Conflictos cognitivos sobre los procesos matemáticos .....	p.277
Tabla 79. Dificultades en el reconocimiento de los procesos matemáticos.....	p.278
Tabla 80. Indicadores subyacentes de la idoneidad interaccional.....	p.286
Tabla 81. Indicadores subyacentes de la idoneidad epistémica .....	p.287
Tabla 82. Indicadores subyacentes de la idoneidad afectiva.....	p.289
Tabla 83. Indicadores subyacentes de la idoneidad mediacional.....	p.290
Tabla 84. Indicadores subyacentes de la idoneidad ecológica.....	p.292
Tabla 85. Otros aspectos vinculados a las facetas sobre los que reflexionan .....	p.293
Tabla 86. Nivel competencial en valoración de la idoneidad didáctica .....	p.296
Tabla 87. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente SP .....	p.297



Tabla 88. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente L.....	p.300
Tabla 89. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente RG.....	p.303
Tabla 90. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente A .....	p.305
Tabla 91. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente REL.....	p.307
Tabla 92. Frecuencia (porcentaje) componentes epistémicas según nivel competencial y grado idoneidad.....	p.310
Tabla 93. Media y desviación típica por indicador de la idoneidad epistémica.....	p.311
Tabla 94. Media y desviación típica del nivel de análisis de la idoneidad epistémica por grupo y nivel competencial.....	p.312
Tabla 95. Conocimiento especializado mostrado sobre la faceta epistémica .....	p.313
Tabla 96. Conocimiento especializado epistémico mostrado por cada grupo .....	p.315
Tabla 97. Conflictos cognitivos en la faceta epistémica .....	p.315
Tabla 98. Dificultades en la valoración de la idoneidad epistémica.....	p.316
Tabla 99. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente CP.....	p.317
Tabla 100. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente APEV.....	p.320
Tabla 101. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente AC.....	p.324
Tabla 102. Frecuencia (porcentaje) componentes cognitivas según nivel competencial y grado idoneidad.....	p.326
Tabla 103. Media y desviación típica por indicador de la idoneidad cognitiva.....	p.327
Tabla 104. Media y desviación típica del nivel de análisis de la idoneidad cognitiva por grupo y nivel competencial.....	p.327
Tabla 105. Conocimiento especializado mostrado sobre la faceta cognitiva .....	p.329
Tabla 106. Conocimiento especializado cognitivo mostrado por cada grupo .....	p.330
Tabla 107. Dificultades en la valoración de la idoneidad cognitiva.....	p.330
Tabla 108. Conflictos cognitivos en la faceta cognitiva .....	p.331
Tabla 109. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente INN.....	p.332
Tabla 110. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente AE.....	p.335
Tabla 111. Frecuencia (porcentaje) componentes afectivas según nivel competencial y grado idoneidad.....	p.340
Tabla 112. Media y desviación típica por indicador de la idoneidad afectiva.....	p.340
Tabla 113. Media y desviación típica del nivel de análisis de la idoneidad afectiva por grupo y nivel competencial.....	p.342
Tabla 114. Conocimiento especializado mostrado sobre la faceta afectiva .....	p.343

Tabla 115. Conocimiento especializado afectivo mostrado por cada grupo .....	p.344
Tabla 116. Conflictos cognitivos en la faceta afectiva .....	p.345
Tabla 117. Dificultades en la valoración de la idoneidad afectiva.....	p.345
Tabla 118. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente IDD.....	p.346
Tabla 119. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente IeD.....	p.351
Tabla 120. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente AM.....	p.355
Tabla 121. Frecuencia (porcentaje) componentes interaccionales según nivel competencial y grado idoneidad .....	p.357
Tabla 122. Media y desviación típica por indicador de la idoneidad interaccional ...	p.358
Tabla 123. Media y desviación típica del nivel de análisis de la idoneidad interaccional por grupo y nivel competencial .....	p.359
Tabla 124. Conocimiento especializado sobre la faceta interaccional .....	p.360
Tabla 125. Conocimiento especializado mostrado sobre la faceta interaccional por grupo .....	p.361
Tabla 126. Conflictos cognitivos en la faceta interaccional.....	p.362
Tabla 127. Dificultades en la valoración de la idoneidad interaccional .....	p.362
Tabla 128. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente RM.....	p.363
Tabla 129. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente AU.....	p.366
Tabla 130. Frecuencia (porcentaje) componentes mediacionales según nivel competencial y grado idoneidad .....	p.367
Tabla 131. Media y desviación típica por indicador de la idoneidad mediacional.....	p.368
Tabla 132. Dificultades en la valoración de la idoneidad mediacional.....	p.369
Tabla 133. Media y desviación típica del nivel de análisis de la idoneidad mediacional por grupo y nivel competencial .....	p.369
Tabla 134. Conocimiento especializado mostrado sobre la faceta mediacional .....	p.370
Tabla 135. Conocimiento especializado sobre aspectos mediacionales mostrado por cada grupo.....	p.371
Tabla 136. Conflictos cognitivos en la valoración de la idoneidad mediacional.....	p.371
Tabla 137. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente ADC.....	p.372
Tabla 138. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente ADSPV .....	p.374
Tabla 139. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente INND .....	p.377
Tabla 140. Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente CX.....	p.380
Tabla 141. Frecuencia (porcentaje) componentes ecológicas según nivel competencial y grado idoneidad .....	p.382

Tabla 142. Media y desviación típica por indicador de la idoneidad ecológica.....	p.383
Tabla 143. Media y desviación típica del nivel de análisis de la idoneidad ecológica por grupo y nivel competencial.....	p.385
Tabla 144. Conocimiento especializado sobre la faceta ecológica.....	p.386
Tabla 145. Conocimiento especializado mostrado sobre la faceta ecológica por grupo .....	p.387
Tabla 146. Conflictos cognitivos en la faceta ecológica .....	p.388
Tabla 147. Dificultades en la valoración de la idoneidad ecológica.....	p.388
Tabla 148. Frecuencia (porcentaje) componentes según nivel competencial y grado idoneidad por grupo .....	p.393
Tabla 149. Dificultades generales en la valoración de la idoneidad didáctica.....	p.393
Tabla 150. Indicadores epistémicos específicos para estudios estadísticos de educación infantil.....	p.404
Tabla 151. Indicadores cognitivos específicos para estudios estadísticos de educación infantil.....	p.407
Tabla 152. Indicadores afectivos específicos para estudios estadísticos de educación infantil.....	p.408
Tabla 153. Indicadores interaccionales específicos para estudios estadísticos de educación infantil .....	p.410
Tabla 154. Indicadores mediacionales específicos para estudios estadísticos de educación infantil.....	p.412
Tabla 155. Indicadores ecológicos específicos para estudios estadísticos de educación infantil.....	p.413
Tabla 156. Guía de identificación de los contenidos estadísticos del currículum catalán .....	p.415

## GLOSARIO DE ABREVIATURAS

- ATCS:** Assessment and Teaching of 21<sup>st</sup> Century Skills
- BOE:** Boletín Oficial del Estado
- DBRC:** The design based research collective
- CCDM:** Modelo de los Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticos
- CCK:** Conocimiento común del contenido del MKT
- CDM:** Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático
- CERME:** Congress of European Research in Mathematics Education
- DOGC:** Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya
- EGB:** Educación General Básica
- EI:** Educación Infantil
- EMR:** Educación Matemática Realista
- EP:** Educación Primaria
- EOS:** Enfoque Ontosemiótico
- GROS:** Guía para el reconocimiento de objetos y significados
- GVID:** Guía de valoración de la idoneidad didáctica
- KCS:** Conocimiento del contenido y de los estudiantes del MKT
- KCT:** Conocimiento del contenido y de la enseñanza del MKT
- KFLM:** Conocimiento de las características de aprendizaje de matemáticas del MTSK
- KMLS:** Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas del MTSK
- KMT:** Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas del MTSK
- KQ:** Cuarteto del conocimiento
- KoT:** Conocimiento de los temas del MTSK
- KPM:** Conocimiento de la práctica matemática del MTSK
- KSM:** Conocimiento de la estructura matemática del MTSK
- IASE:** International Association for Statistical Education
- ICMI:** International Comision on Mathematical Instruction
- IEMI:** Grupo de Investigación en Educación Matemática Infantil
- ISTE:** International Society for Technology in Education
- LEC:** Llei 12/2009, del 10 de juliol, d'educació

**LGE:** Ley Orgánica 14/1970, de 4 de agosto, General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa

**LOCE:** Ley Orgánica 10/2002, de 23 de diciembre, de Calidad de la Educación

**LOE:** Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación

**LOGSE:** Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo

**LOMCE:** Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa.

**LS:** Lesson Study

**MCK:** Conocimiento matemático del contenido del MKT

**MEC:** Ministerio de Educación y Ciencia

**MK:** Conocimiento de la materia del MTSK

**MTSK:** Modelo del Conocimiento especializado del profesor de matemáticas

**NAEYC:** National Association for the Education of Young Children

**NCTM:** National Council of Teachers of Mathematics

**NETS:** National Educational Technology Standards

**NRCNA:** National Research Council of the National Academies

**OCDE:** Organización de Cooperación y Desarrollo Económico

**P21:** Partnership for 21st century skills

**PCK:** Conocimiento pedagógico del contenido de Schulman

**SCK:** Conocimiento especializado del contenido del MKT

**SEIEM:** Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática

**SMK:** Subject matter knowledge de Shulman

**TAC:** Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento

**TIC:** Tecnologías de la Información y de la Comunicación

## INTRODUCCIÓN

La ausencia de la estadística en la mayoría de programas de formación inicial de maestros de educación infantil de nuestro país es una realidad, aunque ésta sea una de las áreas matemáticas más útiles para formar a personas críticas con la información (López Beltrán et al. 2020) y, a pesar de que las recomendaciones de los organismos internacionales educativos apuestan por su contemplación en ellos.

De ahí que, al llegar a la escuela, raramente, los docentes implementen procesos de enseñanza y aprendizaje de la estadística en las aulas de las primeras edades y, si lo hacen, tratan sus contenidos de forma superficial.

Paralelamente, los expertos en educación matemática nacionales e internacional, abogan por comenzar la alfabetización estadística en la etapa de la Educación Infantil. Sin embargo, las directrices curriculares nacionales para esta etapa educativa son poco explícitas y claras en cuanto a los contenidos estadísticos se refiere, lo que dificulta aún más la realización de este tipo de prácticas matemáticas con niños de tres a seis años.

Nos hallamos pues, en un bucle que se pretende interrumpir para la mejora de la enseñanza de la estadística en educación infantil y desde la formación de su profesorado.

Ante esta situación, esta investigación propone la implementación de una acción formativa que tiene por objetivo la exploración y el desarrollo de los conocimientos y

competencias didáctico-estadísticas de maestros recién graduados en el marco del Enfoque Ontosemiótico (Godino, Batanero y Font, 2007), necesarios para que puedan diseñar, implementar, evaluar y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la estadística en las primeras edades. En concreto, se pretende el desarrollo de las competencias en análisis ontosemiótico y de valoración de la idoneidad didáctica, ambas subcompetencias de la competencia profesional denominada competencia general de análisis e intervención didáctica (Godino, Batanero, Font y Giacomone, 2016; Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017).

A continuación, se describen brevemente los seis capítulos que conforman la tesis.

- Capítulo I. Planteamiento del problema de investigación

En el primer capítulo se presentan las áreas del campo de la educación matemática que abarca este estudio: la de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas y la de la estadística en educación infantil. Asimismo, se justifican y concretan unas primeras cuestiones de partida que nos orientan a plantear el problema de investigación.

- Capítulo II. Marco teórico

En este capítulo se establece un marco teórico de referencia para llevar a cabo, especialmente, el diseño metodológico y el análisis y discusión de los resultados. Concretamente, el principal marco de referencia de esta investigación es el del Enfoque Ontosemiótico, cuyas nociones teóricas y herramientas se describen en este capítulo. En él, también se recogen algunos trabajos realizados hasta el momento bajo este modelo y que comparten el objetivo de desarrollar la competencia profesional. En un segundo apartado se revisa el rol del vídeo como herramienta para dicho fin. Por último, se plantea el tema de la estadística en educación infantil.

- Capítulo III. Metodología

En el tercer capítulo se concretan los objetivos y las hipótesis para abordar problema de investigación. Asimismo, se define y justifica la adecuación del diseño de la investigación, el cual adopta el de una metodología basada en el diseño (Kelly, Lesh y Baek, 2008) con una estructura de dos ciclos (piloto y formativo). Las características de éstos, así como el vínculo entre ellos, también se describen con detalle en este capítulo.

- Capítulo IV. Análisis experto

Puesto que el desarrollo y exploración de los conocimientos y competencias de los maestros recién graduados se hace a partir de sus análisis y valoraciones de un proceso de enseñanza estadístico videograbado en infantil, es necesario un análisis ontosemiótico experto de dicho proceso, así como una valoración experta de su idoneidad didáctica. Así pues, en este capítulo se procede a ello.

- Capítulo V. Resultados y discusión

El análisis, principalmente cualitativo, de los datos obtenidos en la acción formativa del Ciclo formativo, la discusión de los resultados del estudio y, su contraste con las conclusiones de los distintos trabajos que se presentan en el Marco Teórico, se presentan en el quinto capítulo. Lo completa, el análisis retrospectivo de la acción formativa.

- Capítulo VI. Conclusiones

En el último capítulo, se sintetizan y argumentan las conclusiones respecto a los objetivos e hipótesis de la investigación. A continuación, se expone la contribución de la tesis tanto a la comunidad científica como a la educativa y, finalmente, se cierra el capítulo con las limitaciones del estudio y las líneas futuras de investigación.

Finalmente, se adjuntan las referencias bibliográficas que han sido consideradas para la elaboración del presente trabajo.

Este trabajo favorece el desarrollo de la investigación sobre la formación de maestros de Educación Infantil, así como sobre la educación estadística en las primeras edades. Al mismo tiempo, implica un impulso para la integración de prácticas estadísticas en las aulas escolares de tres a seis años.

Desde una perspectiva personal, esta investigación no solo ha significado poder comprender críticamente la situación de las matemáticas en la educación infantil, sino que me ha dado la oportunidad de poder mejorarla, lo que es un ideal desde que comencé mi formación matemática universitaria.

Por último, espero que este trabajo y todo lo que su realización ha conllevado, contribuya, de alguna manera, a que la ciudadanía valore mejor la importancia de trabajar las matemáticas en educación infantil, así como a dar visibilidad a la necesidad



## INTRODUCCIÓN

de una alfabetización estadística en una sociedad que ahora más que nunca, pone en valor a la estadística, a la vez que la necesita.

## **CAPÍTULO I**

### **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

En este capítulo se presenta una panorámica de los campos vinculados a la Educación Matemática en los que se identifican las problemáticas que motivan esta tesis, como el de las competencias y conocimientos didáctico-matemáticos del profesor y el de la estadística en educación infantil. Asimismo, se exponen las problemáticas halladas en cada área y las cuestiones de partida de la investigación a las que conducen.

#### **1.1 ÁREA PROBLEMÁTICA: CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS**

La formación del profesorado de matemáticas es una línea de investigación que genera interés a los investigadores en Educación Matemática. En un primer momento, los

estudios se centraron en categorizar el conocimiento del profesorado necesario para llevar a cabo procesos de enseñanza y aprendizaje (e/a en adelante) óptimos, pero a medida que han ido avanzado las investigaciones, ha surgido la necesidad de diferenciar el “saber” y el “saber aplicar”, es decir, “el tener conocimiento” del “utilizar el conocimiento”.

Así, se introduce claramente la noción de competencia profesional en el campo de la Educación Matemática y el foco recae en la determinación de las competencias del profesor de matemáticas, su desarrollo y su vinculación con el conocimiento del profesor.

### 1.1.1 Conocimientos del profesor

Existen varios modelos teóricos de Didáctica de las Matemáticas centrados en el conocimiento del profesor, aunque algunos de ellos han evolucionado a partir de la perfilación y ampliación de otros.

Uno de los primeros modelos más trascendentes en cuanto a determinar el contenido del conocimiento del profesor y que es la base de otros modelos, es el de Shulman de 1986, en el que se categoriza el conocimiento del profesor a partir de tres conocimientos: el conocimiento del contenido, el conocimiento pedagógico del contenido, conocido como el PCK y el conocimiento curricular. Más tarde lo modificó y lo amplió, de manera que el modelo queda determinado por siete conocimientos: el conocimiento del contenido o *Subject matter knowledge (SMK)*, el conocimiento pedagógico general, el conocimiento curricular, el conocimiento pedagógico del contenido, el conocimiento de los estudiantes y sus características, el conocimiento de los contextos educativos y el conocimiento de los fines, propósitos y valores de la educación (Shulman, 1987).

De estos conocimientos, el PCK, que es el conocimiento que incluye todas las formas de representación y presentación de un contenido para que éste sea comprendido por cada estudiante, es uno de los conocimientos sobre el que más investigaciones hay en la literatura matemática (Mason, 2016).

En 1990, Grossman, basándose en el de Shulman, presenta un nuevo modelo en el que el conocimiento del profesor queda determinado por: el conocimiento pedagógico general, el conocimiento del contenido, el conocimiento del contexto y el conocimiento pedagógico del contenido, estando formado, este último, por las concepciones de las propuestas para la enseñanza de un contenido, el conocimiento de la comprensión de los

estudiantes, el conocimiento curricular y el conocimiento de las estrategias instruccionales (Grossman, 1990).

Otra derivación del modelo de Shulman es El cuarteto del conocimiento (KQ) de Rowland, Huckstep y Thwaites (2005), que permite, entre otros, caracterizar el *subject matter knowledge* y el PCK de Shulman a partir de cuatro dimensiones: los fundamentos, la transformación, la conexión y la contingencia.

A continuación, se describe cada dimensión según Rowland y Turner (2007).

- Fundamentos: se refiere a los antecedentes teóricos y a las creencias de los docentes en formación, así como a la comprensión y a los conocimientos que aprenden en la institución en la que se forman.
- Transformación: se define como la capacidad del profesor para transformar su conocimiento del contenido en prácticas pedagógicas potentes.
- Conexión: es la coherencia de la planificación de las secuencias didácticas, incluyendo las conexiones entre elementos matemáticos (conceptos, procedimientos...).
- Contingencia: se refiere a hechos del aula que no se pueden prever. Esta categoría comprende la capacidad de responder a las ideas de los estudiantes y a la preparación consecuente, para actuar sobre lo que no ha sido planificado.

En la actualidad, uno de los modelos del conocimiento del profesor más extendidos es el de Ball y colaboradores, el *Mathematical Knowledge for Teaching* (Hill, Ball y Shilling, 2008), conocido como el modelo del MKT. Este modelo está formado por dos dimensiones de conocimiento: la del conocimiento del contenido o *Subject Matter Knowledge* en la línea de Shulman y la del conocimiento pedagógico del contenido.

El conocimiento del contenido está constituido por el conocimiento común del contenido (CCK), el conocimiento especializado del contenido (SCK) y el conocimiento en el horizonte matemático.

- El CCK se define como el conocimiento matemático que se usa de la misma manera en la enseñanza como en otras profesiones que requieren de las matemáticas; es el conocimiento que permite al profesor resolver las tareas matemáticas propuestas a sus alumnos. Este conocimiento es el que, originalmente, Shulman denominó como *subject matter knowledge*.

- El SCK es el conocimiento matemático que, en el contexto de la enseñanza, permite representar ideas, dar explicaciones de procedimientos y normas, así como evaluar métodos inusuales de resolución de problemas.
- El conocimiento en el horizonte matemático se puede interpretar como el conocimiento que permite al profesor hacer conexiones entre ideas y conceptos matemáticos y que le posibilita una gestión rica del aula (Martínez, Giné, Fernández, Figueiras y Deulofeu, 2011).

El conocimiento pedagógico del contenido comprende el conocimiento del contenido y los estudiantes (KCS), el conocimiento del contenido y la enseñanza (KCT) y el conocimiento del currículo (Martínez et al., 2011).

- El KCS es el conocimiento que tienen los profesores acerca de cómo comprenden y aprenden los estudiantes un contenido matemático concreto.
- El KCT es el conocimiento matemático y pedagógico que necesita el docente para diseñar tareas o actividades adecuadas.
- El conocimiento del currículo es el conocimiento que tiene el profesor de las directrices curriculares sobre un tema determinado, así como de los materiales para su enseñanza.

Otro modelo importante sobre el conocimiento del profesor es el de la Teoría de la proficiencia en la enseñanza de las matemáticas (Shoenfeld y Kilpatrick, 2008), entendiendo el término proficiencia como los conocimientos y competencias del docente necesarios para que puedan llevar a cabo procesos instruccionales de calidad (Pino-Fan y Godino, 2015).

El modelo comprende siete dimensiones: conocer las matemáticas escolares en profundidad y amplitud, conocer a los estudiantes como personas que piensan, conocer a los estudiantes como personas que aprenden, diseñar y gestionar entornos de aprendizaje, desarrollar las normas de la clase y apoyar el discurso de la clase como parte de “la enseñanza para la comprensión”, construir relaciones que apoyen el aprendizaje y, la última, reflexionar sobre la propia práctica docente (p.332).

En España, también se sigue el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas o MTSK (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013), basado en el MKT y que parte de las dificultades halladas en él para identificar el límite entre el CCK y el SCK. No obstante, ambos, el MKT y el MTSK comparten el abordaje del conocimiento que necesitan los docentes de matemáticas como un conocimiento particular de su profesión, así como la separación del conocimiento en dos grandes

dimensiones, la del conocimiento del contenido y la del conocimiento didáctico del contenido (Montes, Contreras y Carrillo, 2013).

Concretamente, el MTSK consta de seis subdominios, de manera que tres se refieren al conocimiento de la materia (MK) y, los otros tres, al conocimiento didáctico del contenido (PCK):

- Dominios del MK (Montes et al., 2013):
  - o Conocimientos de los temas (KoT): se refiere al contenido disciplinar de las matemáticas que puede aparecer en los libros de texto de matemáticas o en manuales, así como a la semántica de los conceptos o a los ejemplos que los determinan.
  - o Conocimiento de la estructura matemática (KSM): alude a las conexiones matemáticas.
  - o Conocimiento de la práctica matemática (KPM): son los conocimientos relativos a saber cómo se piensa en matemáticas, cómo se define, se argumenta, se demuestra o cómo se comunica.
- Dominios del PCK (Montes et al., 2013):
  - o Conocimiento de las características de aprendizaje de matemáticas (KFLM): se refiere a saber cómo aprenden los estudiantes los contenidos matemáticos, así como los errores que pueden cometer o las dificultades que se les pueden presentar al trabajar un tema concreto. También abarca los elementos lingüísticos matemáticos utilizados por los estudiantes.
  - o Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT): comprende las maneras de llevar a cabo procesos instruccionales sobre un tema, incluyendo los recursos manipulativos, además de las estrategias concretas que permiten el desarrollo de la competencia matemática en los estudiantes.
  - o Conocimiento de los estándares de aprendizaje de matemáticas (KMLS): básicamente, es el conocimiento del currículo educativo.

Finalmente, fruto del uso de las herramientas teóricas del modelo del Enfoque Ontosemiótico (EOS) y de las limitaciones de los modelos teóricos expuestos anteriormente sobre el conocimiento del profesor, Godino (2009) presenta un nuevo sistema de categorías del conocimiento didáctico y matemático del profesor que permite

analizarlo y describirlo, entendiendo el conocimiento como aquello que permite al docente diseñar, implementar y evaluar procesos de e/a.

Dicho sistema ha dado lugar al Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM, de aquí en adelante), el cual ha sido desarrollado y refinado en distintos trabajos posteriores, entre los que destacamos el de Pino-Fan, Font y Godino (2014) y el de Pino-Fan y Godino (2015).

Este modelo trata el conocimiento del profesor desde tres dimensiones: la matemática, la didáctica y la meta didáctico-matemática.

En este trabajo se utiliza el modelo del CDM para abordar los objetivos de investigación, por lo que éste se explicará con más detalle y amplitud en el Marco teórico (*Capítulo II*).

### **1.1.2 Competencias profesionales**

En las revisiones de la literatura de la Educación Matemática se observan numerosas investigaciones que pretende determinar la competencia reflexiva del docente de matemáticas desde diferentes enfoques teóricos, así como analizar niveles de dicha competencia de los futuros maestros de matemáticas a partir de acciones formativas. El enfoque del *Lesson Study* (Fernandez y Yoshida, 2004), el del *Concept Study* (Davis, 2008), el *Noticing* y la competencia *professional noticing* (Mason, 2002) o, desde el EOS, la competencia general en análisis e intervención didáctica (Godino, Batanero et al., 2016), son algunos de los ejemplos más destacados de enfoques teóricos que plantean metodologías de trabajo con los futuros maestros o maestros en ejercicio con el objetivo de desarrollar la competencia profesional.

No obstante, aunque los trabajos se realicen desde marcos teóricos de la Didáctica de las Matemáticas diferentes o, en concreto, no tengan en cuenta el mismo modelo del conocimiento del profesor, coinciden en que dicha competencia es una competencia reflexiva.

A continuación, se detallan dichas metodologías y competencias.

*Lesson Study* (LS), traducido al español como Estudios de Clases (Hummes, Font y Breda, 2019), es un método con origen japonés con más de 100 años de antigüedad que siguen maestros en activo con unos objetivos comunes. Primero, el grupo de maestros se marca unos objetivos para lograr con sus estudiantes. Para ello, entre todos, diseñan un plan o un proceso instruccional que, a continuación, se implementa en una clase real

por uno de ellos. La esencia y el punto fuerte del LS es que mientras tiene lugar el proceso de e/a, los otros maestros del grupo lo observan directamente y toman notas acerca de todo el proceso (Dudley, 2015). Luego, entre todos, discuten sus anotaciones e intercambian opiniones y visiones con lo que, si es necesario, trazan otro diseño o modifican el original. Seguidamente, se implementa el proceso de e/a con los cambios consensuados, pero esta vez, el maestro es otro distinto al primero. En este caso, el resto del grupo también observa directamente en el aula todo lo que acontece y, finalmente, vuelven a valorarlo (Fernandez, 2002).

Lendínez, García y Lerma (2018) aplican el Estudio de clases en la formación inicial de maestros de educación infantil sobre aspectos numéricos en una asignatura optativa. Anteriormente, los estudiantes para maestro habían cursado una única asignatura de Didáctica de las Matemáticas en la que se combinaban horas de teoría con horas de práctica. Los resultados indican que las dificultades que presentan los futuros maestros en todas las fases del método, están ligadas al poco desarrollo de sus conocimientos y destrezas profesionales en el contexto tradicional de, mayoritariamente, clases teóricas en que se expone un temario.

*Concept Study*, es un método que combina el *Lesson Study* y el análisis de conceptos. El análisis de conceptos busca el entendimiento profundo de los conceptos matemáticos y para ello, examina las definiciones, representaciones, aplicaciones o vínculos con el currículum de un concepto, así como las conexiones con otros conceptos o elementos matemáticos (metáforas, algoritmos...). La idea básica en que se sustenta es que un maestro puede dar pocas interpretaciones acerca de un concepto, mientras que, si se trabaja en grupos de maestros, la lista de aplicaciones, significados e imágenes es mucho más amplia, lo que hace que se llegue a la base del concepto (Davis y Renert, 2013).

El enfoque del *Noticing* se centra en la competencia *professional noticing*, traducida como competencia docente de mirar profesionalmente (Badillo y Fernández, 2018; Llinares, 2013) o mirar con sentido (Fortuny y Rodríguez, 2012); incluso, algunos autores la denominan *Professional visión* (Stürmer, Könings y Seidel, 2013). Esta competencia permite a los docentes identificar los hechos relevantes de un proceso de e/a e interpretarlos desde el punto de vista del aprendizaje matemático que se pretende que logren sus estudiantes; para ello, deben usar su conocimiento didáctico-matemático (Bernabeu y Llinares, 2016). Esta competencia se fundamenta en tres aspectos clave: en reconocer lo que es realmente significativo en un proceso de instrucción, en conectar los



aspectos específicos de la actividad de clase y los principios de e/a que representan y, por último, usar el conocimiento sobre el contexto instruccional para razonar y tomar decisiones (van Es y Sherin, 2002).

Un foco concreto de interés de esta competencia es el pensamiento matemático de los estudiantes. Una mirada profesional sobre éste, requiere destrezas en atender a las estrategias de los estudiantes, interpretar su comprensión y decidir cómo responder en base a dicha comprensión (Jacobs, Lamb y Philipp, 2010).

Esta competencia se nutre de la propia experiencia y asume que los docentes necesitan aprender a lo largo de su vida profesional (Fortuny y Rodríguez, 2012). En consecuencia, se deben diseñar contextos en los programas de formación de profesores para iniciar su desarrollo (Llinares, 2013). El análisis de tareas matemáticas (Llinares, 2013) o el diseño de trayectorias hipotéticas de aprendizaje sobre un tópico (Bernabeu y Llinares, 2016) son actividades que contribuyen a ello.

No obstante, los formadores deben tener en cuenta que los maestros o futuros maestros tienen dificultades en analizar tareas, así como en reconocer el potencial educativo de éstas (Stahnke, Schueler y Roesken-Winter, 2016); además, la identificación de los objetos matemáticos no implica necesariamente que los docentes o futuros docentes sepan relacionarlos con el pensamiento matemático de los niños (Pérez-Tyeca, Callejo, Moreno, Sánchez-Matamoros y Valls, 2017).

Ivars, Fernández y Buforn (2016) destacan que para el diseño de una trayectoria se deben tener en cuenta tres aspectos: el objetivo de aprendizaje, las actividades de aprendizaje y la descripción de un proceso de aprendizaje o niveles de desarrollo del tópico. En su trabajo presentan un módulo de enseñanza de seis sesiones de dos horas para la formación de maestros de Educación Primaria diseñado para el desarrollo de esta competencia: en las dos primeras sesiones se resuelven y analizan tareas sobre fracciones, así como, a partir de videoclips, se identifican las estrategias seguidas por estudiantes de Primaria y las dificultades que presentan en la realización de actividades de fracciones; en la tercera sesión se discute, a partir de un documento teórico, una trayectoria de aprendizaje hipotética sobre el tópico matemático; en las siguientes sesiones, se les presentan casos de aula que tienen que relacionar con la trayectoria a partir de la descripción de la tarea, de la identificación de los elementos matemáticos necesarios para su resolución, de la descripción de la resolución presentada en el caso teniendo en cuenta las dificultades y de la justificación del nivel de la trayectoria en que se halla el caso presentado.

También señalan que este proceso capacita a los futuros maestros para pasar de la simple corrección de las respuestas de sus estudiantes, a la evaluación con comentarios interpretativos.

No obstante, el uso de trayectorias de aprendizaje es un proceso complejo, progresivo y no uniforme (Moreno, Sánchez-Matamoros, Pérez-Tyeca y Valls, 2018).

En Fernández, Valls y Llinares (2011) se determinan cuatro niveles de la competencia mirar con sentido en futuros maestros de Educación Primaria en el ámbito del razonamiento proporcional. Para ello, se basan en la discriminación que éstos hacen de situaciones de proporcionalidad y de no proporcionalidad, así como en la justificación de las estrategias de resolución de estudiantes de Primaria ante problemas de proporcionalidad. Los niveles hallados son: nivel 1, no discrimina; nivel 2, discrimina sin justificar; nivel 3, discrimina y justifica, pero no relaciona globalmente el perfil de los estudiantes en todos los problemas y, nivel 4, discrimina, justifica e identifica los perfiles de comportamiento de los estudiantes a través de sus resoluciones.

Finalmente, cabe apuntar que para el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente es esencial la práctica social (Llinares, 2013), lo que se traduce en buscar contextos de interacción entre futuros maestros y entre futuros maestros y el formador para discutir, refinar y justificar las interpretaciones.

En esta línea, Llinares, Valls y Roig (2008), Valls, Llinares y Callejo (2006) y Fernández, Llinares y Valls (2012) ejemplifican el diseño de entornos de aprendizaje basados en la web, en que utilizan video-clips de configuraciones didácticas matemáticas y debates on-line para que los futuros maestros conceptualicen la enseñanza de las matemáticas, negocien nuevos significados y apliquen la formación teórica recibida al análisis de la enseñanza. En definitiva, para que desarrollen la competencia profesional.

Otro tipo de entorno son los videoclubs (Sherin, Linsenmeier y van Es, 2009; van Es y Sherin, 2006, 2010) en que profesores en ejercicio se encuentran para mirar y discutir videos sobre sus propias prácticas docentes para aprender no solo a observar hechos didácticos significativos, sino también para aprender de ellos. Los resultados indican que estos profesores pueden llegar a cambiar sus concepciones, creencias y maneras de actuar.

En el ámbito de la formación de profesorado de educación infantil, destaca el trabajo de Dunekacke, Jenßen, Eiluts y Blömeke (2016), en el que analizan la relación entre el

conocimiento del contenido matemático de los futuros maestros de preescolar y su competencia de mirar profesionalmente. Para ello, los futuros maestros realizan un test escrito de conocimientos y, a continuación, visualizan varios videos de situaciones de e/a en educación infantil. Después de cada vídeo, contestan unas preguntas relacionadas con aspectos didáctico-matemáticos del contenido del vídeo. Los resultados indican que el conocimiento del contenido del maestro está fuertemente correlacionado con su competencia docente. Stahnke et al. (2016) también lo apuntan en el caso de la Educación Primaria.

Asimismo, en diversas investigaciones realizadas dentro del marco teórico del EOS (Font, 2011; Font y Adán, 2011; Font et al., 2012; Font, Breda y Sala, 2015; Giménez, Font y Vanegas, 2013; Godino, Rivas, Castro y Konic, 2012; Pochulu, Font y Rodríguez, 2016; Rubio, 2012; Seckel, 2015) se ha abordado la clasificación y la descripción de las competencias profesionales del profesor de matemáticas, principalmente del de la Educación Obligatoria Secundaria y del maestro de Educación Primaria.

El denominador común de todas ellas es que determinan que el docente de matemáticas, además de tener competencia matemática, debe poseer competencia en análisis didáctico para evaluar y mejorar los procesos de e/a, por lo que consideran que es fundamental, diseñar e implementar ciclos para desarrollar la competencia en futuros docentes.

Recientemente, el EOS ha establecido el modelo de Conocimientos y competencias del profesor de matemáticas (CCDM), en el cual presenta cinco sub competencias que definen la competencia profesional denominada competencia general de análisis e intervención didáctica (Godino, Batanero et al., 2016; Godino et al., 2017).

En el capítulo del Marco teórico se profundiza en algunas investigaciones realizadas dentro del CCDM.

Cabe destacar el trabajo de Hummes et al. (2019), que conecta el método del Lesson Study y el modelo del CCDM del EOS. En él se implementa el método LS en la formación de profesores de secundaria y, en una de sus fases, se aplican los criterios de reflexión vinculados a la competencia general de análisis e intervención didáctica del modelo del CCDM. Los autores concluyen que el método LS puede servir de modelo para implementar dispositivos formativos que pretendan desarrollar las competencias profesionales en futuros docentes.

En la misma línea de los trabajos de Llinares y colaboradores, en el EOS también se utilizan los vídeos para desarrollar la competencia profesional, los cuales deben ser

considerados recursos que facilitan al formador y a los futuros maestros entrar en las aulas reales y así, poder desarrollar competencias docentes específicas mediante el análisis didáctico sistemático (Giacomone, Godino y Beltrán-Pellicer, 2018). Stockero (2008) también señala la potencialidad que tiene el visionado de casos educativos enmarcados en el currículum para desarrollar una postura reflexiva en los futuros maestros de matemáticas.

## **1.2 ÁREA PROBLEMÁTICA: ESTADÍSTICA EN EDUCACIÓN INFANTIL**

En el año 2000, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), presentó los Principios y Estándares para la Educación Matemática, los cuales son un referente a nivel mundial a tener en cuenta a la hora de redactar documentos oficiales sobre educación, como los currículums de matemáticas, así como para el diseño de pruebas de conocimientos y competencias matemáticas de los estudiantes.

Este documento determina los bloques y contenidos matemáticos que se deben trabajar, así como los objetivos de aprendizaje, desde el Prekindergarten-2 hasta el nivel 12, lo que equivale a nuestro país, aproximadamente al último curso de educación infantil (entre cinco y seis años) y el último curso de bachillerato (entre diecisiete y dieciocho años). Además, para cada nivel, establece cómo se deben trabajar dichos contenidos: a partir del desarrollo de los procesos matemáticos, lo que supone un cambio de paradigma didáctico.

Ahora bien, la relevancia de este trabajo en cuanto a la estadística se refiere es que uno de los cinco bloques o estándares de contenido es el de Análisis de datos y probabilidad. Es decir, este libro propone el trabajo de la estadística y la probabilidad ya desde los primeros años escolares.

Pero la realidad es que son pocos los maestros que enseñan la estadística en la escuela (Estrada, 2007) y menos, si se focaliza en las edades de tres a seis años. Pero, ¿por qué?

### **1.2.1 Formación didáctico-estadística en el Grado de Maestro**

Uno de las causas por las que no se implementan actividades estadísticas en las aulas de infantil es señalada por Alsina y Vásquez (2016) al afirmar que, muchos de los maestros

de esta etapa, han recibido una formación deficiente en cuanto a la estocástica se refiere. En la misma línea, Estrada et al. (2017) indican que son los mismos profesores los que reconocen que necesitan aumentar su conocimiento didáctico-matemático para abordar óptimamente la estadística escolar.

De hecho, la formación específica del profesorado en estadística es una necesidad reconocida internacionalmente por la *International Comision on Mathematical Instruction (ICMI)* y la *International Association for Statistical Education (IASE)* (Batanero, Arteaga y Gea, 2012). Más aún, se puede afirmar que esta necesidad comprende formación para la mejora de cualquier conocimiento del profesor.

En varios trabajos, Batanero y colaboradores evalúan los conocimientos del profesor en estadística. Arteaga, Batanero, Contreras y Cañadas (2012) señalan que los futuros maestros de educación primaria tienen dificultades para valorar los aprendizajes de estudiantes de primaria, así como tareas de ampliación y refuerzo. En términos del MKT, esto revela un escaso conocimiento de la estadística y los estudiantes; en términos del CCDM, un escaso conocimiento de las facetas cognitiva y afectiva en estadística. El mismo método de trabajo, lo emplean para examinar el conocimiento especializado de los futuros docentes a partir de la aplicación de los criterios de idoneidad epistémica. Los resultados indican que este conocimiento también es insuficiente (Arteaga, Batanero y Cañadas, 2011). Para los autores, es un resultado acorde con otras investigaciones (Arteaga y Batanero, 2010; Espinel, 2007) que indican que el conocimiento común del contenido es pobre, al menos en la construcción de gráficos. En particular, apuntan que este hecho se debe a que el procedimiento de construcción de gráficos implica la puesta en juego de conocimientos básicos de otros bloques matemáticos, como la proporcionalidad o la representación en la recta real (Arteaga y Batanero, 2010). Sanoja y Ortiz (2013) aplican un cuestionario de conocimientos básicos de estadística a 48 maestros en activo y observan que estos tienen dificultades en determinar la variable, en asociar un tipo de gráfico a una determinada variable y en la lectura de gráficos de línea e histogramas, tanto en la “lectura entre los datos” como la de “dentro de los datos” (Curcio, 1989). Asimismo, también detectan carencias en el significado de la media. Sin embargo, concluyen que los maestros dominan aspectos procedimentales de construcción de tablas, pictogramas y diagramas de barras, además de su lectura e interpretación. Estrada, Batanero y Fortuny (2004) analizan las respuestas de un cuestionario de opción múltiple para explorar los conocimientos estadísticos elementales de 367 estudiantes para maestro. Aunque los resultados que obtienen son mejor de lo

esperados, se identifica un porcentaje considerable de errores en ideas o conceptos que los futuros maestros deben enseñar.

En definitiva, Arteaga y Batanero (2010) apuntan que para que mejore la educación en estadística en la escuela, se deben dedicar más horas a la formación didáctico-estadística del profesorado, a la que, actualmente, no se le dedica el tiempo suficiente (Arteaga et al., 2011). En concreto, en la mayoría de Grados de Maestro no se dedica a la estadística, las horas que recomienda la *American Statistical Association* en el documento *The Statistical Education of Teachers*, e incluso, en el peor de los casos, no se trata (Franklin et al., 2015).

En la misma línea, Alsina (2020) también afirma que, son escasas las universidades españolas que incluyen formación estocástica en las asignaturas del Grado de Maestro de Educación Infantil. De hecho, de la revisión de los planes de estudio de diecisiete universidades españolas, concluye que la mayoría de las universidades dedica 6 créditos a la formación didáctico-matemática y, que solo tres de ellas destina, entre 6 y 9 créditos, a contenidos propiamente matemáticos.

De acuerdo con Azcárate y Cardeñoso (2011), esto se traduce en que muchos maestros no se han formado ni en estadística ni en su didáctica y, si lo han hecho, su conocimiento es insuficiente.

### **1.2.2 Invisibilidad en el currículum de Educación Infantil**

Otra razón por la que apenas se enseña la estadística en la escuela puede esconderse en que la incorporación de este bloque curricular en las directrices educativas no se ha acompañado suficientemente de unas orientaciones para su implementación (Alsina, 2017).

Azcárate y Cardeñoso (2011) señalan que los docentes también tienen dificultades en su desarrollo profesional porque, a veces, les faltan referentes prácticos innovadores. También Estrada, Batanero y Lancaster (2011) indican que es necesario encontrar métodos para mejorar el conocimiento de los maestros, así como enriquecerles a partir de ejemplos que pongan en valor la estadística y les sirvan para entender que los procesos instruccionales de estadística pueden ser atractivos y fáciles de llevar a cabo.

Ahora bien, a pesar de las claras recomendaciones del NCTM, en España, un país con poca tradición curricular en cuanto a la estadística escolar se refiere (Alsina, 2013), sigue siendo difícil identificar los contenidos de dicha área en el actual currículum de las primeras edades, a diferencia del de Educación Primaria que sí ha ido incorporando los cambios indicados en los Estándares. De hecho, se puede considerar que los contenidos de estadística en educación infantil obedecen al fenómeno de la “invisibilidad curricular” (De Castro, 2016).

Así, se podría tener la concepción de que no se debe enseñar estadística en educación infantil en nuestro país, porque si el currículum no incluye un contenido, no puede enseñarse (Ruiz, 2001). Pero es una concepción errónea, pues más bien se trata de la “aparente trivialidad” de los contenidos matemáticos de esta etapa educativa (De Castro, 2016) o que, simplemente, no se explicitan estos contenidos (Alsina, 2019a; 2020).

Como afirman Castro y Castro (2016): “Suele pensarse que las matemáticas que se aprenden en la educación infantil son muy sencillas [...]. Sin embargo, contienen ideas muy profundas y sutiles” (p. 16).

### 1.3 APROXIMACIÓN AL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Durante la última década el campo de la Educación Matemática se ha dedicado con intensidad a la investigación de los conocimientos del profesor de matemáticas y de su competencia profesional, pero hay pocos trabajos que pongan el foco en ver cómo se relacionan dichos conocimientos con la competencia (Blömeke, Busse, Kaiser, König y Stuhl, 2016).

Asimismo, aunque los grupos de investigación en educación infantil, como el *Early Years Mathematics* en el *Congress of European Research in Mathematics Education (CERME)* o el *Grupo de Investigación en Educación Matemática Infantil (IEMI)* de la *Sociedad Española en Educación Matemática (SEIEM)*, han dado un fuerte impulso a los estudios vinculados con las matemáticas en las primeras edades en esta última década (Alsina, 2020), existen pocos trabajos acerca de los conocimientos y creencias matemáticos de los futuros maestros de educación infantil (Dunekacke et al., 2016; Samuel, Vanegas y Giménez, 2018) y, por supuesto, sobre su relación con las competencias. De aquí la necesidad de:

- Conocer más acerca de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas de los futuros maestros de educación infantil.

Por otro lado, tras el enfoque curricular de los Principios y Estándares (NCTM, 2000), se necesitan integrar nuevos conocimientos didáctico-estadísticos a la formación inicial y permanente del profesorado para que éstos los puedan aplicar en sus aulas con confianza en sí mismos (Alsina, 2019b), pues, como se ha indicado, son insuficientes; además, es cierto que el simple hecho de que un contenido esté en el currículum no asegura su enseñanza y aprendizaje adecuados (Batanero, 2019). En consecuencia, en esta investigación se tiene el propósito de:

- Hallar buenas prácticas de e/a de la estadística en las que se pongan en juego los contenidos curriculares referentes a este bloque.

Por último, Batanero (2019) afirma que las investigaciones sobre el conocimiento estadístico del profesor se están centrando en el conocimiento del contenido y se debe cambiar el objeto de estudio hacia los conocimientos del profesor de las diferentes facetas del EOS sobre estadística (Godino et al., 2017), siendo el análisis de acciones formativas para instruir a los futuros docentes en estas facetas necesario. Por tanto, también se tiene interés en:

- Introducir a los futuros maestros de educación infantil en las nociones teóricas del EOS.
- Analizar el conocimiento especializado de cada faceta del EOS en el ámbito de la estadística de los futuros maestros de educación infantil.





## **CAPÍTULO II**

### **MARCO TEÓRICO**

Para abordar el diseño de la metodología de investigación, así como el análisis y la discusión de los resultados, se han tenido en cuenta tres puntos teóricos diferentes.

En el primer apartado se presenta detalladamente el modelo teórico para la didáctica de las matemáticas del Enfoque Ontosemiótico. En particular, se describen sus herramientas y nociones teóricas, así como los modelos a los que ha dado lugar sobre el conocimiento y competencias del profesor de matemáticas. En este apartado también se consideran especialmente algunos trabajos de investigación existentes en los que se aplican, concretamente, las herramientas de análisis ontosemiótico y de idoneidad didáctica, dada la relevancia que tienen en este estudio.

Los referentes teóricos del segundo apartado tratan sobre el uso del vídeo como herramienta didáctica. Estos son indispensables para el diseño de las acciones formativas con los maestros recién graduados y en formación que se llevan a cabo en esta investigación.

El tercer y último apartado se centra en el ámbito de la estadística de la educación infantil. En concreto, se recogen diversos aspectos teórico-didácticos que, de acuerdo con algunos autores, deben considerarse en la enseñanza y aprendizaje de la estadística

en las primeras edades. Asimismo, se hace una revisión curricular de la estadística en la educación infantil y se identifican los contenidos que, a juicio de la doctoranda, son un medio para alcanzar la alfabetización estadística. Estos aportes teóricos son imprescindibles para la determinación del conocimiento didáctico-estadístico de los maestros en formación recién graduados y para el análisis de su competencia profesional.

## **2.1 MODELO DEL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO**

El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y de la Instrucción Matemática (en adelante EOS) es un marco teórico de la Didáctica de las Matemáticas cuyas nociones teóricas permiten describir, explicar y valorar los procesos de e/a de las matemáticas (Godino y Batanero, 1994; Godino et al., 2007; Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011). Este modelo nace en los años 90 a partir de la aplicación de herramientas teóricas probadas en trabajos anteriores, de la articulación de marcos teóricos ya existentes en educación matemática, como la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1986), la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD) de Chevallard (1985), la teoría de Douady (1986), la Dialéctica Instrumento-Objeto y el Juego de Marcos (DIO-JM) o de la Teoría de Campos Conceptuales de Vergnaud (1990) (Godino, 2012) y de la necesidad de clarificar nociones como la de objeto y significado (Godino y Batanero, 1994; 1998; Godino et al., 2007).

El modelo del EOS se ha ido ampliando y desarrollando hasta la actualidad como consecuencia de la integración y refinamiento de nociones y herramientas teóricas de otros modelos teóricos de distinta índole, que hacen de él un modelo multifacético: epistemológico sobre las matemáticas de base antropológica y sociocultural; cognitivo de base semiótica; instruccional de raíz socio-constructivista y, también se considera que es un modelo sistémico-ecológico porque relaciona las facetas anteriores entre ellas y con el escenario biológico, material y sociocultural en el cual tiene lugar la actividad de estudio y comunicación matemática (Godino, 2012; Godino, 2017).

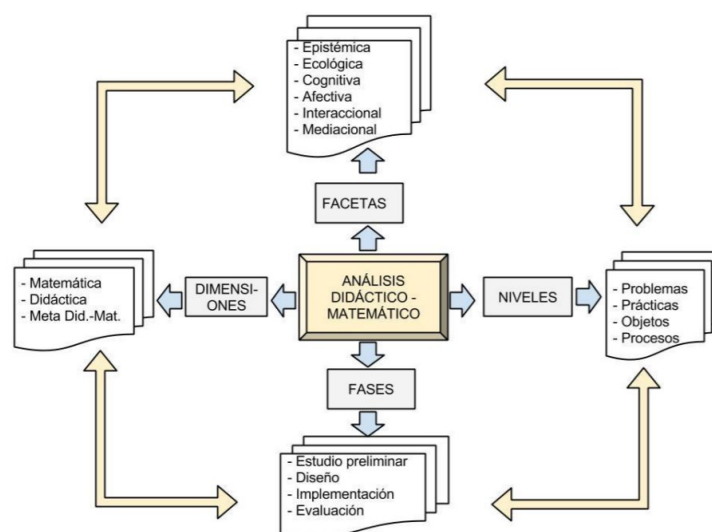
En consecuencia, el EOS identifica 6 facetas que configuran los procesos de instrucción matemática (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; Godino, Contreras y Font, 2006): la epistémica, relativa a los significados institucionales; la cognitiva, que corresponde al desarrollo de los significados personales; la afectiva, que hace referencia a las actitudes o emociones de los estudiantes; la interaccional, relativa a las interacciones entre los agentes implicados en el proceso de estudio; la mediacional, que engloba los

recursos tecnológicos, manipulativos y temporales y, la ecológica, relacionada con el entorno social, político... que condiciona y delimita los procesos de instrucción matemáticos. Desde cada una de estas facetas se pueden examinar y describir los 5 niveles de análisis didáctico que propone el Enfoque Ontosemiótico para los procesos de e/a matemáticos (Figura 1). Éstos son (Godino, Font y Wilhelmi, 2008; Font, Planas y Godino, 2010):

- Nivel 1: Análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas
- Nivel 2: Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos
- Nivel 3: Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas
- Nivel 4: Identificación del sistema de normas y metanormas
- Nivel 5: Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio

Destacamos los trabajos de Mateus Nieves (2017) y de Nogueira, Blanco, Rodríguez-Vivero y Diego-Mantécon (2016) por tratar en ellos, el análisis de varios de los niveles a la vez. Así, Mateus Nieves (2017) analiza los cinco niveles de un proceso de instrucción sobre integrales en la Licenciatura en Matemáticas y, Nogueira et al. (2016) hace lo propio con los niveles 2, 3 y 4 en un proceso de instrucción sobre la medida en Educación Primaria. En ambos casos, se procede al análisis para reflexionar sobre qué se hace, qué ocurre, con especial atención en los aprendizajes, errores y conflictos de los estudiantes, por qué, cómo se hace y qué se debería mejorar.

De hecho, estas preguntas motivan el desarrollo teórico del EOS.



**Figura 1.** Focos de atención del análisis didáctico-matemático (Godino, 2014, p.7)

### **2.1.1 Herramientas y nociones teóricas del EOS**

Para llevar a cabo el análisis didáctico, el EOS dispone de una serie de herramientas o nociones teóricas para ello. Si bien es cierto que, en general, las nociones pueden ser usadas para cualquier nivel de análisis, destacamos algunas de ellas por fundamentales en un determinado nivel. Éstas son: la de sistema de prácticas (nivel 1), la de configuración ontosemiótica (nivel 2), la de trayectoria y configuración didáctica (nivel 3), la de sistema de normas y metanormas (nivel 4) y la de idoneidad didáctica (nivel 5).

Aunque en esta investigación tienen especial relevancia las herramientas de configuración ontosemiótica y la de idoneidad didáctica, se considera oportuno describirlas todas en los apartados que siguen a continuación.

#### **2.1.1.1 Prácticas, objeto y significado**

Una de las primeras definiciones que estableció el EOS es la de práctica matemática. Según Godino y Batanero (1994) una práctica matemática es una acción o expresión de un sujeto, que puede ser lingüística o no y que se realiza con el fin de resolver un problema matemático, así como para comunicar, validar la solución hallada o generalizarla a otras situaciones.

Cuando se lleva a cabo un sistema de prácticas vinculado a un campo de problemas emergen unos elementos, que son los objetos matemáticos (Godino y Batanero, 1994).

Para el EOS es necesario distinguir entre el dominio personal (relativo a un sujeto) y el dominio institucional (relativo a un conjunto de personas involucradas en las mismas prácticas matemáticas) para el análisis didáctico, sobretodo, de los niveles 1 y 2. Esto da lugar a una matización de las nociones de sistema de prácticas y objeto matemáticos y, en consecuencia, a nuevas definiciones (Godino y Batanero, 1994):

- Sistema de prácticas personales: conjunto de prácticas que hace una persona para resolver un campo de problemas.
- Objeto matemático personal: se refiere a un objeto matemático que emerge de un sistema de prácticas personales que le son útiles al sujeto para resolver un campo de problemas.

- Objeto matemático institucional: a diferencia del personal, en este caso, el objeto matemático emerge de un sistema de prácticas compartidas en una institución (sistema de prácticas institucionales).

Asimismo, otra noción importante en el EOS es la de significado, que se entiende como el conjunto de actividades o prácticas de las que puede emerger un objeto matemático. Teniendo en cuenta el dominio personal y el institucional, se establecen los conceptos de significado institucional de un objeto y el significado personal de un objeto. El significado institucional de un objeto es el conjunto de prácticas institucionales (las que se comparten en una institución) asociadas al campo de problemas en el que emerge tal objeto institucional; en el caso que las prácticas sean personales, se tratará del significado personal de un objeto matemático (Godino y Batanero, 1994).

En el contexto escolar, para un ámbito de problemas puede emerger un objeto institucional con un significado institucional y que, a la vez, para el mismo ámbito de problemas, las prácticas personales desencadenen un objeto personal con un significado personal. En consecuencia, desde el punto de vista de la institución (de la escuela), la intersección de los dos tipos de significados es lo que se entiende que el sujeto (estudiante) comprende o conoce y son las prácticas personales correctas.

En cuanto al aprendizaje de las matemáticas en la escuela, instituto o universidad, para el diseño, análisis y valoración de los procesos de instrucción es necesario tener en cuenta los distintos tipos de significados institucionales y personales, pues el significado institucional puede ser de tipo implementado, evaluado, pretendido o referencial y el significado personal se puede categorizar como global, declarado o logrado (Godino et al., 2007):

- Significado institucional implementado: sistema de prácticas llevado a cabo por el profesor
- Significado institucional evaluado: sistema de prácticas que se utiliza para evaluar los aprendizajes de los estudiantes
- Significado pretendido: sistema de prácticas que forman parte de la programación del profesor para trabajar un objeto matemático
- Significado institucional referencial: sistema de prácticas en que se basa el docente para diseñar o elaborar el significado pretendido de un objeto matemático

- Significado personal global: sistema de prácticas personales que es capaz de mostrar potencialmente un estudiante en referencia a un objeto matemático
- Significado personal declarado: sistema de prácticas realizadas por el estudiante y que corresponden a las pruebas de evaluación. El docente las puede considerar correctas o no desde el punto de vista de los significados institucionales.
- Significado personal logrado: sistema de prácticas correctas que ha mostrado el estudiante tener adquiridas de acuerdo con los significados institucionales en un proceso de e/a. Para determinar tal significado es importante que se tengan en cuenta los conocimientos previos del estudiante.

### 2.1.1.2 Configuración de objetos y procesos matemáticos

A toda la trama de objetos y procesos matemáticos que se pone en juego en unas prácticas matemáticas se le denomina configuración ontosemiótica (Figura 2).

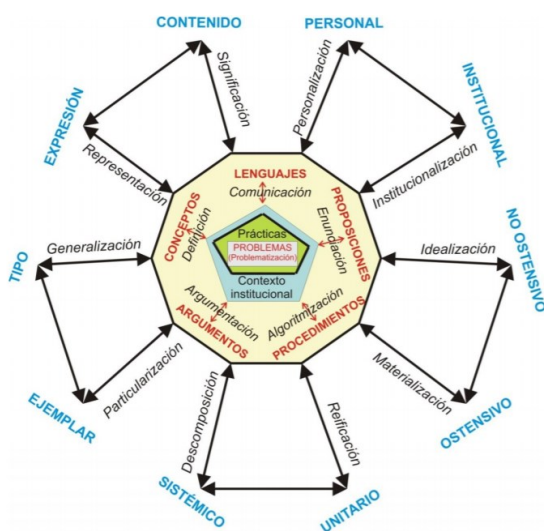


Figura 2. Configuración ontosemiótica (Godino, 2009, p. 22)

En el EOS, el análisis de dicha configuración se suele hacer a través de la GROS, la guía para el reconocimiento de objetos y significados. Consiste en una tabla de dos columnas en que se ponen en correspondencia tales objetos matemáticos con sus significados (Rivas, Godino y Castro, 2012; Rivas, 2013).

Ahora bien, la nomenclatura de este tipo de análisis tiene matices. De forma general se le denomina análisis ontosemiótico, pero se puede matizar. En el caso que dicho análisis

lo haga la institución para buscar significados de referencia se le llama análisis epistémico o configuración epistémica y suele hacerse antes de la implementación de una tarea; si el análisis lo realiza un futuro maestro o profesor sobre una tarea propuesta nos referimos a él como análisis cognitivo (Font y Godino, 2006; Godino, Wilhelmi, Blanco, Contreras y Giacomone, 2016; Rivas et al., 2012).

### ***Tipos de objetos matemáticos***

Los objetos matemáticos reconocibles en un proceso de e/a se pueden clasificar en dos categorías. La primera categoría, denominada de objetos primarios, los organiza según la función o papel que juegan en la actividad matemática y son los siguientes (Godino, 2002; Godino et al., 2007):

- Situación-problema: tareas, ejercicios o problemas tales que su realización pone en juego la aparición del resto de objetos primarios.
- Lenguajes: términos, notación, expresiones gráficas, verbales, escritas...
- Conceptos: aquello que puede ser definido o descrito.
- Procedimientos: algoritmos, técnicas de cálculo, de medida, gráficas, operaciones aritméticas, operaciones geométricas...
- Proposiciones o propiedades: enunciados relativos, básicamente, al objeto primario concepto.
- Argumentos: enunciados que justifican, prueban o validan el objeto primario proposiciones o el objeto primario procedimiento.

La segunda categoría, la de objetos secundarios, se basa en la manera en que aparecen los objetos primarios en la actividad matemática (Godino, 2002) y permite su descripción o identificación desde cualquiera de las dualidades personal-institucional, ostensiva-no ostensiva, expresión-contenido, unitario-sistémico y extensiva-intensiva, de manera que se puede hablar, por ejemplo, de un objeto primario unitario. Los objetos personales e institucionales ya han sido definidos anteriormente, por lo que a continuación solo definiremos los restantes objetos secundarios (Font, Godino y Gallardo, 2013; Godino, 2002; Godino et al., 2007; Godino, 2014):

- Objeto ostensivo y objeto no ostensivo: los objetos ostensivos son aquellos que son visibles directamente, que se pueden mostrar, como por ejemplo los objetos lenguaje; en cambio, los objetos no ostensivos son aquellos que tenemos en la



mente y que podemos representar y mostrar mediante los objetos lenguaje como, por ejemplo, los conceptos. Es necesario remarcar que, a veces, los objetos ostensivos pueden ser no ostensivos, pues en algunos casos, están implícitos en la actividad.

- Objeto expresión y objeto contenido: una función semiótica es una correspondencia entre un conjunto inicial y un conjunto final mediante un criterio o código interpretativo; los objetos del conjunto inicial, considerados como signos, son los objetos expresión; los objetos del conjunto final son los objetos contenido y se consideran el significado del signo.
- Objeto unitario y objeto sistémico: en una actividad matemática, un objeto primario se categoriza como unitario cuando ya es conocido o se supone que ha sido estudiado con anterioridad en la actividad, para la cual, es elemental; en cambio, se denomina sistémico si aparece en dicha actividad para ser estudiado y conocido, es decir, aparece para ser descubierto.
- Objeto extensivo y objeto intensivo: el objeto extensivo hace referencia a los casos particulares o ejemplos; por el contrario, el objeto intensivo actúa como representante, tipo o modelo y tiene una naturaleza de generalización matemática.

### ***Los procesos en el EOS***

La definición del término proceso no es fácil de establecer.

En el marco teórico del EOS se afirma que hay muchos tipos de procesos y que, a grandes rasgos, todos se caracterizan por dos aspectos: comparten un factor relativo al tiempo y de ellos subyace la idea de una concatenación secuencial en la que cada secuencia influye en la otra.

En las investigaciones enmarcadas en el EOS se observa que la definición ha evolucionado desde considerar que un proceso es una secuencia de prácticas (Godino et al., 2007) hasta matizarla como una secuencia de prácticas orientada a encontrar una respuesta a una tarea o planteamiento matemático inicial (Font y Rubio, 2017); en concreto, es “lo que podemos inferir que ha causado una cierta respuesta a una demanda dada” (Font y Rubio, 2017, p.2). En todo caso, existe en la actualidad el consenso que la definición es muy general y que el término proceso matemático no queda claramente definido.

Por todo lo anterior, el EOS considera necesario fijar la atención en los 16 procesos matemáticos básicos que son importantes en la actividad matemática (Rubio, 2012; Godino et al. 2009; Font, Rubio y Contreras, 2008).

Así, de la emergencia de los objetos primarios surgen los procesos primarios siguientes (Godino et al., 2008; Font et al., 2008; Font, Godino et al., 2012; Font y Rubio, 2017): argumentación (argumentar), definición (conceptos), comunicación (lenguajes), enunciación (proposiciones), algoritmización (procedimientos) y problematización (situaciones-problema).

Por otro lado, las dualidades de objetos secundarios dan lugar a los siguientes procesos matemáticos secundarios: institucionalización (institucional), personalización (personal), materialización (ostensivo), idealización (no ostensivo) representación (expresión), significación (contenido), reificación (unitario), descomposición (sistémico), particularización (extensivo) y generalización (intensivo).

Asimismo, es importante destacar que la resolución de problemas o la modelización se consideran *megaprocesos* o *hiperprocesos* (Godino et al., 2007) porque, cada uno de ellos, involucra otros procesos elementales.

Por otro parte, hay que señalar que se puede considerar la noción de *aire de familia* (Font y Rubio, 2017), de manera que una misma familia de procesos agrupa procesos matemáticos con características comunes. Este concepto permite que se trate un conjunto de procesos como el mismo tipo. El ejemplo más común es con los procesos de argumentar, justificar, razonar o demostrar; se pueden considerar de la misma familia. O incluso, la demostración, la prueba o la validación, dependiendo del contexto, se puede considerar otra familia. Por otro lado, en algunos trabajos del EOS, como en el de Malaspina y Font (2010), se aplica el concepto de base vectorial a los procesos, de manera que, un proceso no elemental es combinación de (se genera a partir de) los 16 procesos elementales (vectores de la base).

### ***Aplicación de la herramienta de configuración ontosemiótica***

Diversos autores (Godino et al., 2012; Giacomone, 2017; Pino-Fan, Assis y Castro, 2015; Posadas y Godino, 2016; Rivas, 2013) manifiestan que la herramienta de configuración ontosemiótica tiene un gran potencial para el desarrollo de los conocimientos didáctico-matemáticos de los docentes o futuros docentes, así como para el de la competencia

profesional en análisis didáctico. En particular, contribuye a que el profesor tome conciencia de los significados involucrados en la resolución de tareas matemáticas, lo cual es importante para la elección adecuada de tareas (Giacomone, 2017; Wilhelmi, Godino y Lacasta, 2007).

En la línea de investigación sobre el Conocimiento del Profesor de Matemáticas existen numerosos trabajos en los que, como en éste, se usa la noción de configuración ontosemiótica para describir y desarrollar los conocimientos didáctico-matemáticos y la sub competencia profesional de análisis ontosemiótico de los estudiantes para maestro o para profesor de matemáticas.

Dado el vínculo de estos trabajos con los modelos del CDM y del CCDM del EOS, se procede a su revisión de forma más exhaustiva en los apartados de este capítulo dedicados a dichos modelos (*apartados 2.1.2 y 2.1.3*).

También cabe destacar otra línea de investigación (Beltrán-Pellicer, Arnal-Bailera y Muñoz-Escolano, 2017, 2018; Beltrán-Pellicer, Medina y Quero, 2018) en la que se aplica la herramienta de configuración ontosemiótica. En concreto, la línea se centra en el análisis de los objetos, significados y tipos de prácticas matemáticas, así como su articulación en episodios de dibujos animados, series y películas para ser usados como recursos didácticos en el aula.

### **2.1.1.3 Trayectorias didácticas**

Se entiende por proceso instruccional matemático a un proceso de e/a sobre un contenido matemático en el que intervienen distintos elementos a lo largo del tiempo, como son los significados personales e institucionales, las acciones del profesor y de los estudiantes, orientadas al aprendizaje y, los recursos mediacionales (Godino, Contreras et al., 2006).

Así, el EOS determina seis trayectorias o distribuciones que tienen lugar a lo largo del tiempo que ocurre un proceso instruccional: trayectoria epistémica, trayectoria docente, trayectorias discentes, trayectorias cognitivas, trayectoria mediacional y trayectorias emocionales (Godino et al., 2006).

La trayectoria epistémica se refiere a la de los objetos matemáticos primarios; la trayectoria docente, a las acciones del profesor; las trayectorias discentes, a las acciones de cada estudiante; la trayectoria mediacional, a la de los recursos utilizados; las

trayectorias cognitivas, a la de generación de los significados personales de los estudiantes y, finalmente, las trayectorias emocionales, a la de actitudes, valores, afectos y sentimientos de cada estudiante.

La configuración didáctica es un segmento de la trayectoria didáctica, entendida como la trayectoria en la que intervienen los estados de las trayectorias anteriores. Dicha configuración se corresponde con la duración de una tarea matemática del proceso instruccional.

El EOS presenta cuatro modelos teóricos de referencia para el análisis de las configuraciones didácticas: el magistral, el dialógico, el personal y el adidáctico.

En el magistral, el docente presenta el significado de los objetos matemáticos y, a continuación, los estudiantes realizan ejercicios de aplicación de lo expuesto por el docente. En este caso, el estudiante asume los momentos de exploración, formulación y validación.

En el modelo dialógico, el estudiante asume la exploración y, la formulación y la validación son responsabilidad del profesor. Su característica principal es que la institucionalización de los conocimientos se produce a través del diálogo entre el docente y el dicente.

El estudio personal predomina en el modelo personal y encaja con situaciones en que el profesor propone ejercicios para los que los estudiantes están capacitados. El profesor no interviene de manera directa.

En la configuración adidáctica, considerada de naturaleza teórica, el estudiante asume toda la responsabilidad del proceso desde el momento en que acepta el problema planteado por el profesor, siendo consciente que ha sido propuesto para alcanzar nuevo conocimiento.

#### **2.1.1.4 Sistema de normas y metanormas**

Los procesos de e/a de las matemáticas, así como la educación en general, están regulados por unas normas (reglas, hábitos, costumbres, creencias, tradiciones...) explícitas o implícitas, que los condicionan y que condicionan su mejora.

La dimensión normativa del EOS estudia la trama de normas y metanormas (normas que regulan otras normas) que limitan los procesos de instrucción matemáticos. Dicha

dimensión reconstruye e integra, además de las nociones de norma social y norma sociomatemática de Voigt, Yackel y Cobb, el concepto de contrato didáctico de Brousseau (Godino, Font, Wilhelmi y Castro, 2009), el cual se fundamenta en lo que se espera del profesor y del estudiante durante el proceso de *e/a* (Assis, Godino y Frade, 2012; D'Amore, Font y Godino, 2007).

Por ser los procesos de *e/a* una práctica social, tienen especial importancia en ellos las normas sociales (Voigt, 1994), que son las que regulan la actuación de todos los agentes implicados en el proceso de instrucción, así como la comunicación entre ellos durante el mismo (D'Amore et al., 2007). En el caso que en el aula tengan lugar unas prácticas matemáticas, las normas que las condicionan son las normas sociomatemáticas (Voigt, 1995; Yackel y Cobb, 1996), las cuales regulan las argumentaciones matemáticas e influyen en el aprendizaje de los estudiantes (D'Amore et al., 2007).

En Godino, Font et al. (2007, 2009) se propone una clasificación de las normas que condicionan los procesos de instrucción matemáticos teniendo en cuenta las facetas del EOS: epistémicas, cognitivas, interactivas, mediacionales y ecológicas.

Las normas epistémicas regulan los contenidos matemáticos que se deben trabajar, el tipo de situaciones-problema adecuados y las representaciones para los distintos contenidos.

Las normas cognitivas consideran las teorías de la Psicología, Pedagogía y de la Didáctica de las Matemáticas que focalizan en cómo aprenden los estudiantes.

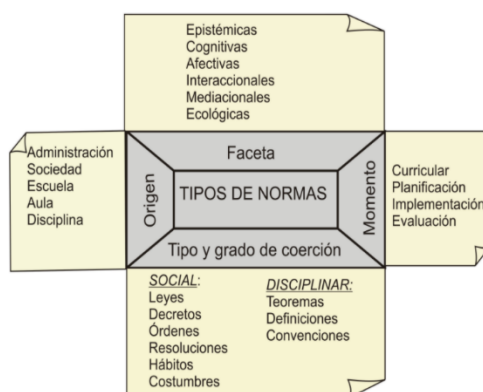
Las normas interactivas marcan las interacciones entre los diferentes sujetos y pueden determinar las pautas de actuación de cada uno de ellos.

Las normas mediacionales supeditan el uso y el buen uso de todos los recursos que intervienen en el proceso de instrucción: temporales, de infraestructura, manipulativos, tecnológicos...

Las normas afectivas se rigen por la motivación y la atracción de los estudiantes hacia las matemáticas; en este tipo de normas el profesor juega un papel fundamental, pues se le requiere la selección de tareas adecuadas y motivadoras y la creación de un buen clima de trabajo en el aula.

Finalmente, las normas ecológicas son las que marcan el entorno social, político y económico de la escuela; el cumplimiento de las directrices curriculares y de los proyectos de centro son algunas de ellas.

No obstante, esta clasificación no es única, pues también se pueden clasificar según el origen (administración educativa, escuela, aula o disciplina), el momento del proceso (curricular, diseño, implementación o evaluación) o el grado de rigidez (social o disciplinar) (D'Amore et al., 2007; Godino, Font et al., 2007) (Figura 3).



**Figura 3.** Clasificación de las normas en el EOS (D'Amore et al., 2007, p.10)

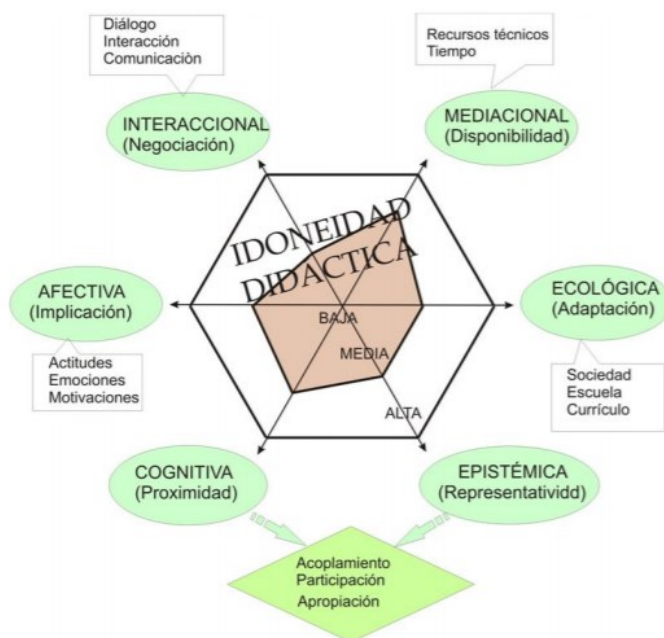
### 2.1.1.5 Idoneidad didáctica

La herramienta de idoneidad didáctica, además de la de configuración ontosemiótica, es fundamental para el desarrollo de esta investigación. Pero, ¿en qué consiste esta noción teórica del EOS?

La idoneidad didáctica de un proceso de e/a matemático es el grado en que dicho proceso reúne ciertas características que lo permiten calificar de óptimo para la adaptación entre los significados personales de los estudiantes y los significados implementados o pretendidos por la institución, considerando el entorno y los recursos disponibles (Breda, Pino-Fan y Font, 2017). Pretende valorar como de adecuado es el proceso a partir de las seis idoneidades parciales que a continuación se detallan, una para cada faceta del EOS (Godino, 2013; Godino et al., 2007; Godino, Bencomo et al., 2006) (Figura 4).

- Idoneidad epistémica: grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos respecto de un significado de referencia en un proceso de instrucción matemática.

- Idoneidad cognitiva: grado en que los contenidos implementados o pretendidos se pueden alcanzar por los estudiantes.
- Idoneidad afectiva: grado de implicación, motivación e interés de los estudiantes.
- Idoneidad interaccional: grado en que la interacción entre los sujetos implicados en el proceso permite no sólo identificar y resolver conflictos que se pueden producir durante el proceso, sino también favorecer a la competencia de aprender a aprender y comunicativa.
- Idoneidad mediacional: grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales, tecnológicos y temporales durante el proceso de instrucción.
- Idoneidad ecológica: grado de adecuación de una tarea teniendo en cuenta el contexto curricular, social, cultural y económico en que se desarrolla.

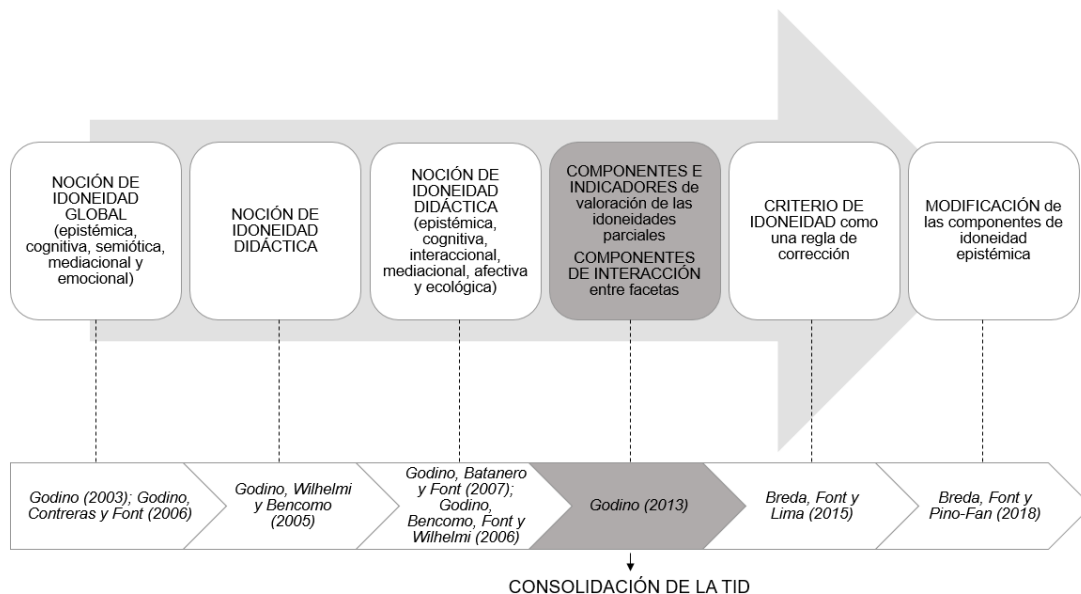


**Figura 4.** Idoneidad didáctica (Godino, Bencomo et al., 2006, p. 6)

### ***Consolidación del concepto de idoneidad didáctica***

La noción de idoneidad didáctica se ha ido matizando y consolidando en el EOS desde el 2003 hasta la actualidad (Figura 5).

EVOLUCIÓN DE LAS NOCIONES TEÓRICAS DE LA TEORÍA DE IDONEIDAD DIDÁCTICA (TID)



**Figura 5.** Consolidación de la noción de idoneidad didáctica en el tiempo. Elaboración propia.

En Godino (2003) y en Godino, Contreras et al. (2006) se presenta la noción de idoneidad global de una configuración didáctica como una herramienta del EOS para orientar el diseño, la implementación y la valoración de los procesos de e/a en matemáticas. Además, en un inicio, se establecieron cinco criterios para valorarla, que tenían en cuenta las facetas iniciales del EOS: idoneidad epistémica, idoneidad cognitiva, idoneidad semiótica, idoneidad mediacional e idoneidad emocional.

En Godino, Wilhelmi y Bencomo (2005) se adopta el término de idoneidad didáctica para referirse al criterio sistémico y relevante de un proceso instruccional cuyo indicador es la adaptación de los significados personales logrados por los estudiantes a los significados pretendidos o implementados.

En los trabajos de Godino et al. (2007) y de Godino, Bencomo et al. (2006) se modifican los cinco criterios de idoneidad (epistémica, cognitiva, semiótica, mediacional y emocional) y se establece que la idoneidad didáctica es la articulación coherente y sistémica de las seis idoneidades parciales anteriormente definidas: idoneidad epistémica,



idoneidad cognitiva, idoneidad interaccional, idoneidad mediacional, idoneidad afectiva e idoneidad ecológica.

En Godino (2013) se enriquece considerablemente la noción de idoneidad didáctica y sus criterios con la aportación de componentes e indicadores específicos para valorar cada idoneidad parcial. Asimismo, como las facetas están conectadas entre sí y, por tanto, no son independientes unas de otras y, como el tiempo influye en todas ellas, se establecen también componentes e indicadores de interacción entre facetas (epistémica-ecológica, epistémica-cognitiva-afectiva, epistémica-cognitiva-mediacional, cognitiva-afectiva-interaccional y ecológica-instruccional) y entre el tiempo y cada faceta (idoneidad temporal). Se puede considerar que, en este trabajo, se consolida la Teoría de la Idoneidad Didáctica (Beltrán-Pellicer, Godino y Giacomone, 2018).

A partir de la definición del término de criterio de idoneidad como una regla de corrección para la mejora de los procesos de e/a (Breda, Font y Lima, 2015), Breda, Font y Pino-Fan (2018) plantean una nueva reorganización de las componentes y de los indicadores de las idoneidades parciales propuestos por Godino (2013), hallándose la principal diferencia en los correspondientes a la idoneidad epistémica.

Aunque los criterios de idoneidad de Breda et al. (2018) o Godino (2013) se pueden aplicar en cualquier situación porque son lo suficientemente generales y bastante eficaces, Beltrán-Pellicer, Godino et al. (2018) señalan que es pertinente elaborar guías de valoración de la idoneidad didáctica (GVID), específicas para los distintos contenidos curriculares porque pueden facilitar la reflexión a los docentes.

En esta investigación se utilizan las componentes e indicadores de las idoneidades parciales de Godino (2013).

### ***Aplicaciones de la herramienta de idoneidad didáctica***

En el seno de la literatura de la Didáctica de las Matemáticas existen varios trabajos en los que se aplica la noción de idoneidad didáctica en contextos y para fines diferentes, pero siempre con el denominador común de la valoración para la mejora educativa.

Los estudios en los que la noción de idoneidad didáctica y sus criterios se utilizan para la valoración de procesos de e/a matemáticos implementados por un profesor investigador son un ejemplo de trabajos en los que dicha herramienta juega un papel principal. De hecho, estos trabajos revelan el gran potencial de la noción y sus criterios

puesto que no están acotados a un campo matemático ni a un curso académico concreto, sino que los procesos instruccionales evaluados son variados. Por ejemplo, Moreira, Gusmão y Font (2018) evalúan unas tareas matemáticas implementadas con niños de tres años. También Ricart, Estrada y Margalef (2019) valoran la idoneidad didáctica de un proceso de e/a en educación infantil; en este caso, pero, el proceso es sobre orientación espacial con robótica educativa y con niños de cinco y seis años. García-Armenteros, Contreras y García-González (2017), en cambio, hacen lo propio con un proceso de enseñanza sobre funciones llevado a cabo en una clase con estudiantes de bachillerato.

Una variante de lo anterior es la que propone Moreno (2017) para la valoración de asignaturas. En su caso, son sus alumnos universitarios los que evalúan una asignatura cursada con una escala de Likert diseñada a partir de las componentes de idoneidad.

A diferencia de los trabajos anteriores, Grijalva e Ibarra (2017) usan las componentes en la fase del diseño didáctico de diseño para la creación de tareas que pretenden fortalecer las conexiones extramatemáticas.

Resaltamos también los estudios enfocados a la elaboración de criterios específicos de idoneidad con la finalidad de facilitar la orientación de los procesos de e/a de contenidos curriculares concretos a los docentes, como el de Beltrán-Pellicer et al. (2018) en el campo de la Probabilidad en Educación Secundaria, el de Ruz-Contreras, Molina-Portillo y Godino (2018), que presentan la parte correspondiente a la idoneidad epistémica de una GVID específica para enseñar Didáctica de la Estadística a profesores de Matemáticas o, el de Cruz, Gea y Giacomone (2017), que hacen lo propio para la geometría espacial en educación primaria.

Ahora bien, actualmente, una de las utilidades que más destacan de la noción de idoneidad didáctica es la valoración de la calidad didáctico-matemática de videotutoriales de internet (Beltrán-Pellicer, Giacomone y Burgos, 2018; Ruiz-Reyes, Contreras, Arteaga y Oviedo, 2017; Santos, 2018; Santos y Acuña, 2017). Según los autores, la valoración de este tipo de recurso es una necesidad didáctica real, puesto que cada vez más, los estudiantes recurren a estos medios para solventar dudas que aparecen en su aprendizaje matemático.

Pero no solo se aplica para video de internet, sino que, como muestran Contreras, Ruiz, Molina y Contreras (2016), se puede usar para determinar la idoneidad de otros recursos virtuales como los applets, juegos o libros virtuales.

De igual manera que la herramienta de configuración ontosemiótica, los episodios de series de dibujos animados son otros recursos a los que se les ha aplicado la noción de idoneidad didáctica. Destacamos el trabajo de Beltrán-Pellicer, Arnal-Bailera y Muñoz-Escolano, en el que valoran la idoneidad epistémica de series infantiles. Asimismo, Modrego y Beltrán-Pellicer (2019) analizan la idoneidad didáctica de un proceso de e/a llevado a cabo en el aula de infantil haciendo uso de los dibujos animados. En la misma línea, Beltrán-Pellicer, Medina et al. (2018) emplean la configuración ontosemiótica para valorar la idoneidad epistémica de unas prácticas matemáticas con estudiantes de secundaria en las que se utilizan fragmentos de películas y series como recurso didáctico. Pero, sin duda, un campo de investigación en el que esta noción se ha convertido en imprescindible para el desarrollo profesional es el de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas.

Como se verá en los *apartados 2.1.2 y 2.1.3* de este capítulo, correspondientes al modelo del CDM y CCDM, y, en concreto, en lo relativo a los trabajos enmarcados en estos modelos, la herramienta de idoneidad didáctica y sus criterios son utilizados ampliamente en la formación de maestros y profesores.

En concreto, mientras que los formadores o profesores investigadores la usan para diseñar y valorar la implementación de acciones formativas o para determinar el conocimiento didáctico-matemáticos de los estudiantes, éstos últimos (futuros maestros, futuros profesores o formadores en formación) la utilizan en las asignaturas del Prácticum para el diseño, valoración y mejora de una unidad didáctica demandada o, para valorar procesos de e/a de otros en asignaturas orientadas al desarrollo de la competencia profesional en valoración de la idoneidad didáctica.

De hecho, los criterios de idoneidad son muy útiles para analizar y valorar la propia práctica docente y, por tanto, los procesos de e/a implementados (Breda y Lima, 2016; Breda, Font, Lima y Pereira, 2017; Breda, Pino-Fan et al., 2017).

Destacamos que estos autores señalan que, de forma explícita o implícita, los futuros maestros y profesores utilizan los criterios de idoneidad cuando se les pide valorar procesos de e/a sin haber recibido, previamente, nociones teóricas del EOS. Asimismo, Arceo-Luna, Breda, Font y Páez (2019), también lo han identificado en el caso de formadores de futuros docentes que valoran su propia práctica.

## 2.1.2 El Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático del profesor

El modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático del profesor (en adelante CDM) propone analizar, describir y desarrollar el conocimiento del profesor involucrado en cualquiera de las fases del diseño didáctico (estudio preliminar, diseño, implementación y evaluación) desde tres dimensiones: la matemática, la didáctica y la meta didáctico-matemática (Pino-Fan y Godino, 2015). A su vez, estas dimensiones tienen en cuenta las seis facetas del EOS y los niveles de análisis (problemas, prácticas, objetos y procesos).

A continuación, se detalla cada dimensión desde las categorías o subcategorías del conocimiento del profesor que definen.

### 2.1.2.1 Conocimientos y dimensiones del modelo

El modelo del CDM del EOS reinterpreta, incorpora, refina y amplía algunos conocimientos e ideas de modelos del conocimiento del profesor anteriores (Pino-Fan y Godino, 2015), como el de Shulman (1987), el de Grossman (1990), el de la Teoría de la Proficiencia para la enseñanza de las matemáticas (Schoenfeld y Kilpatrick, 2008) o el del MKT (Hill et al., 2008) (Tabla 1).

**Tabla 1.** Vínculos entre el CDM y otros modelos. Elaboración propia a partir de Pino-Fan y Godino (2015).

CONOCIMIENTO CDM	CONOCIMIENTO OTROS MODELOS
Conocimiento común del contenido	el Conocimiento común (CCK) del MKT
y	
Conocimiento ampliado del contenido	el Conocimiento en el horizonte matemático del MKT
<i>Reinterpretan:</i>	
Conocimiento de la faceta epistémica	conocer las matemáticas escolares en profundidad y amplitud (Schoenfeld y Kilpatrick)
<i>Incluye:</i>	

y

el Conocimiento especializado del contenido (SCK) del MKT

el Conocimiento sobre los estudiantes y sus características (Shulman)

Conocimiento de la faceta cognitiva

y

el Conocer a los estudiantes como personas que piensan y como personas que aprenden (Schoenfeld y Kilpatrick)

Conocimiento de la faceta afectiva

*Integran y amplían:*

el Conocimiento de la comprensión de los estudiantes de Grossman

y

el Conocimiento del contenido y de los estudiantes (KCS) del MKT

Conocimiento de la faceta interaccional

*Desarrolla*

construir relaciones que apoyen el aprendizaje (Schoenfeld y Kilpatrick)

y

el Conocimiento del contenido y la enseñanza (KCT) del MKT

Conocimiento de la faceta mediacional

*Reinterpreta*

los materiales del Conocimiento curricular (Shulman y Grossman)

*Desarrolla*

el Conocimiento del contenido y la enseñanza (KCT) del MKT

Conocimiento de la faceta ecológica

*Se basa en*

el Conocimiento curricular (Shulman)

el Conocimiento de los contextos educativos (Shulman)

---

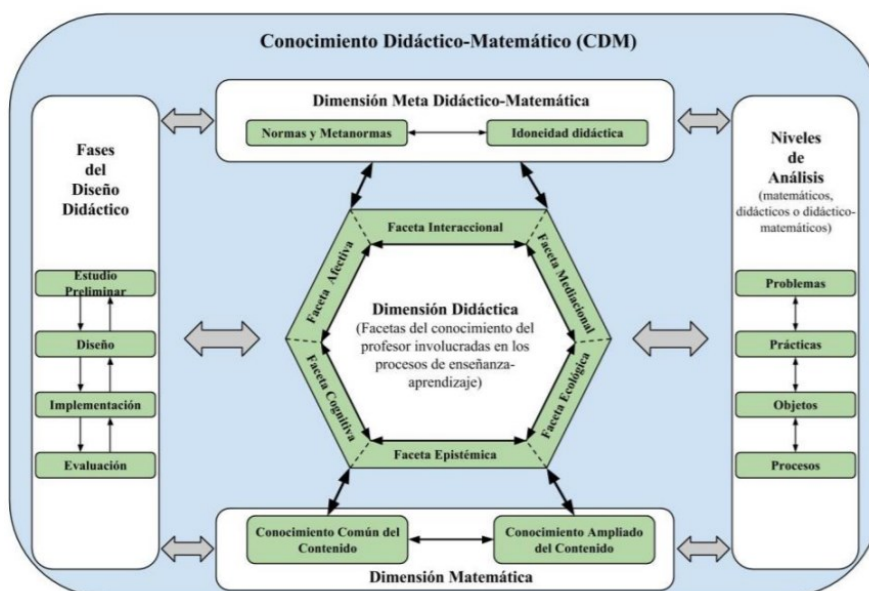
el Conocimiento de los fines, propósitos y valores de la educación  
 (Shulman)

el Conocimiento curricular (Grossman)

y

el Conocimiento del contexto (Grossman)

Este modelo articula el conocimiento del profesor desde la dimensión matemática, la didáctica y la meta didáctico-matemática, de manera que, cada una de ellas, abarca un tipo de conocimiento del docente necesario para enseñar matemáticas (Figura 6).



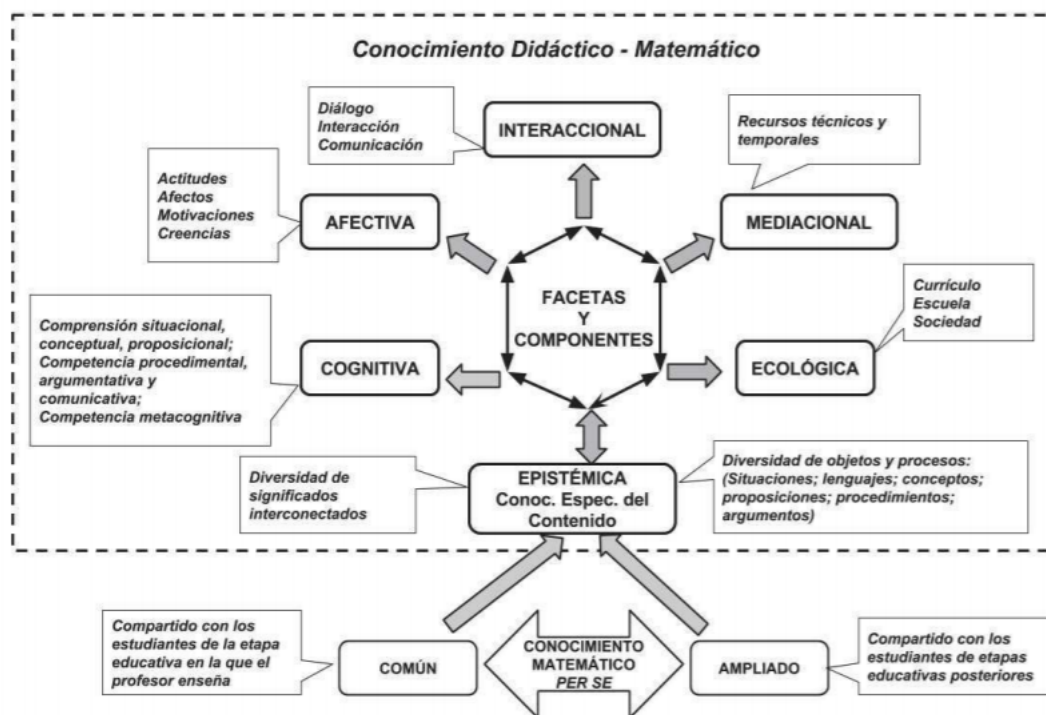
**Figura 6.** Dimensiones y componentes del CDM (Pino-Fan y Godino, 2015, p. 103)

La dimensión matemática afronta el conocimiento común del contenido y el conocimiento ampliado del contenido.

El primero, se refiere a aquél conocimiento sobre un objeto matemático que faculta, tanto al profesor como al estudiante, para resolver tareas y problemas curriculares de un determinado curso académico. En cuanto al conocimiento ampliado, es el que debe tener el docente en base al objeto para plantear nuevas tareas y para conectarlo con otras nociones matemáticas vinculadas de algún modo, a él (Pino-Fan y Godino, 2015).

La dimensión didáctica caracteriza seis conocimientos más del profesor de matemáticas en base a las seis facetas que plantea el EOS, los cuales comprenden el conocimiento especializado del profesor (Pino-Fan y Godino, 2015; Godino, Batanero et al., 2016): (Figura 7).

- Conocimiento de la faceta epistémica: el profesor debe saber resolver una tarea de varias maneras, así como argumentar y representar también de diferentes formas; además, tiene que conectar objetos matemáticos entre sí y saber identificar aquellos que están implicados en una actividad. Por tanto, en este conocimiento, se diferencian dos estadios: uno de aplicación y, otro, de identificación.
- Conocimiento de la faceta cognitiva: conocimiento sobre los aspectos cognitivos de los estudiantes. El profesor, de antemano, tiene que conocer cómo pueden resolver una tarea determinada sus alumnos y también prever los errores que éstos pueden cometer o las dificultades que les pueden surgir.
- Conocimiento de la faceta afectiva: conocimiento sobre los aspectos afectivos, emocionales y actitudinales de los estudiantes.
- Conocimiento de la faceta interaccional: conocimiento sobre las interacciones que pueden ocurrir en un proceso de e/a entre los sujetos implicados.
- Conocimiento de la faceta mediacional: conocimiento sobre los recursos y medios que pueden potenciar los aprendizajes de los estudiantes: se refiere tanto en saber cuáles son idóneos o no para el aprendizaje de un concepto o contenido determinado, como a saber usarlos o manipularlos. El saber gestionar el tiempo también forma parte de este tipo conocimiento.
- Conocimiento de la faceta ecológica: conocimiento sobre los aspectos curriculares, contextuales, sociales, políticos y económicos que influyen en el proceso de instrucción.



**Figura 7.** Facetas y componentes del Conocimiento Didáctico-Matemático (Godino, Batanero et al., 2016, p. 289)

Por último, la dimensión Meta Didáctico-Matemática abarca tanto el conocimiento de las normas y de las metanormas que condicionan cada faceta del EOS, como el conocimiento del docente acerca de los criterios de valoración de la idoneidad didáctica (Pino-Fan y Godino, 2015).

### 2.1.2.2 Síntesis de estudios previos en el CDM

El modelo del CDM se ha usado como marco de referencia en varios trabajos para determinar el conocimiento didáctico-matemático de futuros maestros y futuros profesores sobre diferentes contenidos y bloques matemáticos curriculares. A continuación, destacamos algunas de las investigaciones realizadas dentro del CDM, cuyos instrumentos de evaluación pueden tomarse tanto como una herramienta para aplicar directamente, como para ser usados de modelo para construir instrumentos nuevos.

En los trabajos de Gonzato y cols. (2011, 2011, 2013) se diseña y describe un cuestionario con cinco ítems de respuesta abierta para identificar el conocimiento común



del contenido, el conocimiento ampliado y también el especializado sobre visualización de objetos tridimensionales de 241 futuros maestros de Educación Primaria. Las estructuras de las consignas de los ítems pueden ser tomadas como ejemplo para diseñar otros cuestionarios que pretendan determinar los conocimientos didáctico-matemáticos de los participantes, pues cada consigna está vinculada al análisis de un determinado conocimiento del modelo.

En Pino-Fan, Godino, Castro y Font (2012) y Pino-Fan, Godino y Font (2014, 2015) también se diseña un cuestionario para evaluar aspectos de la faceta epistémica relacionados con el conocimiento de la derivada de 53 estudiantes de la Licenciatura en Educación Matemática. En este caso, los ítems del cuestionario son de tres tipos y también están vinculados, cada uno de ellos, a un tipo de conocimiento: resolver la tarea y el conocimiento común del contenido, presentar diversas representaciones y/o argumentos y el conocimiento especializado y, el tercero, generalizar tareas sobre el conocimiento común y/o conectar con objetos matemáticos de niveles más avanzados y el conocimiento ampliado.

En la misma línea, Ricart y Estrada (2017) diseñan una tarea para evaluar el conocimiento del contenido sobre proporcionalidad geométrica, así como el especializado, de 27 estudiantes de Doble Grado de Educación Infantil y Primaria. Para ello, se les pide que resuelvan un problema de escalas, identifiquen los objetos puestos en juego en el problema y evalúen algunas resoluciones del problema realizadas por estudiantes de Educación Primaria.

En las investigaciones de Vásquez y Alsina (2015, 2017, 2019) se explora el conocimiento didáctico-matemático sobre Probabilidad de 93 maestros en activo de Educación Primaria. Para ello, se diseña un cuestionario con 7 situaciones hipotéticas de aula con dos tipos de consignas: una de resolución del problema, que evalúa el conocimiento del común del contenido y, otra, en la que a través de la evaluación de respuestas reales de estudiantes de Primaria y/o de la identificación de los objetos matemáticos que se ponen en juego se caracteriza el conocimiento especializado.

En Aké, L. (2013), Aké, Castro y Godino (2011) y Godino et al. (2015) se diseña y se detalla un cuestionario sobre el razonamiento algebraico elemental y se aplica a 40 futuros maestros de primaria para evaluar y ampliar su conocimiento común del contenido, así como el ampliado y el especializado. En la misma línea sobre el álgebra, en Pino-Fan, Assis y Castro (2015) se analizan las respuestas de unos maestros y profesores con una experiencia docente de, entre cinco y veinte años, a un cuestionario

detallado sobre patrones con diez ítems para evaluar el conocimiento común del contenido y los conocimientos de la dimensión didáctica, ligados a cada faceta.

Con la aplicación de la herramienta de idoneidad didáctica a un proyecto sobre estadística por parte de 108 futuros maestros de Educación Primaria, Arteaga (2011), Arteaga et al. (2011), Arteaga et al. (2012) y Arteaga, Batanero, Cañadas y Gea (2012) determinan el conocimiento especializado sobre estadística que tienen los futuros docentes, tanto en el dominio epistémico, como afectivo y cognitivo. Gea (2014) explora el conocimiento matemático sobre correlación y regresión de 65 futuros profesores de secundaria, así como el conocimiento didáctico de 23 de ellos desarrollado, también, durante la realización y valoración de un proyecto sobre estadística en una asignatura de máster de formación de profesorado. De igual manera, la noción de idoneidad didáctica y las componentes e indicadores son las herramientas que se utilizan para ello. Destacamos de estos trabajos los diferentes niveles de aplicación de los criterios de idoneidad por parte de los estudiantes pues, a nuestro juicio, son precursores de indicadores competenciales.

A partir de preguntar por los errores que se pueden cometer al realizar un contraste de hipótesis, López-Martín, M. M., Batanero, C. y Gea, M. M. (2018) analizan la faceta cognitiva del conocimiento especializado de 70 futuros profesores de secundaria y bachillerato.

Observemos pues, que la inmensa mayoría de trabajos sobre el conocimiento del profesor en el CDM exploran el conocimiento común del contenido y el especializado de la faceta epistémica. En cambio, son prácticamente inexistentes aquellos que abordan la dimensión meta del conocimiento.

Asimismo, otra característica común a todos estos trabajos es que focalizan, principalmente, en el conocimiento de los estudiantes de maestro de Educación Primaria o el de profesor de secundaria, pero no el de futuros graduados en educación infantil.

### **2.1.3 El Modelo de Conocimientos y Competencias del Profesor**

En la comunidad matemática hay el consenso de que el docente tiene que estar capacitado para abordar con éxito los procesos de e/a matemáticos y, para ello, necesita los

conocimientos tanto matemáticos como didácticos que emergen de las prácticas y que las regulan.

Con el fin de articular las nociones de competencia y de conocimiento del profesor, el EOS amplía el CDM para dar cabida e integrar en él las competencias didácticas específicas del profesor de matemáticas. Como resultado, se establece el modelo de Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas (en adelante CCDM) (Godino, Batanero et al, 2016; Godino et al, 2017).

Este modelo determina que la competencia propia del docente de matemáticas es la competencia general de análisis e intervención didáctica. Dicha competencia está compuesta por cinco sub-competencias, con la particularidad de que cada una de ellas está vinculada con uno de los cinco niveles de análisis didáctico del EOS (Figura 8).



**Figura 8.** Componentes de la competencia de análisis e intervención didáctica (Godino, Batanero et al., 2016, p. 292)

A continuación, se describe la competencia general de análisis e intervención didáctica desde sus sub-competencias y, además, se presenta un resumen de algunos trabajos vinculados al CCDM.

### 2.1.3.1 Sub-competencias

Las sub-competencias o competencias que definen la competencia general de análisis e intervención didáctica son las siguientes (Godino, Batanero et al., 2016; Godino et al., 2017):

- Competencia de análisis de significados globales
- Competencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas
- Competencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas
- Competencia de análisis normativo
- Competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica

### ***Competencia de análisis de significados globales***

Esta competencia, vinculada al nivel 1 de análisis didáctico del EOS, consiste en la búsqueda e identificación de situaciones-problema que aporten los diferentes significados parciales de los objetos matemáticos que se pretenden estudiar, así como de prácticas operativas y discursivas que se deben poner en juego para el estudio de dichos objetos (Godino, Batanero et al., 2016; Godino et al., 2017).

### ***Competencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas***

Esta competencia, vinculada al nivel 2 de análisis didáctico del EOS, consiste en el reconocimiento de las configuraciones epistémicas y en el de las cognitivas de las prácticas matemáticas. El docente debe identificar, a priori, la trama de objetos y procesos matemáticos implicados en las prácticas que constituyen los diversos significados de los contenidos pretendidos, pero también la trama de objetos y procesos matemáticos puestos en juego por los alumnos durante las prácticas matemáticas. Esta dualidad le permite comprender el aprendizaje de los estudiantes, así como gestionar la institucionalización del conocimiento y evaluar la competencia matemática de sus alumnos (Godino, Batanero et al., 2016; Godino et al., 2017).

### ***Competencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas***

Esta competencia, vinculada al nivel 3 de análisis didáctico del EOS, consiste en saber implementar y gestionar adecuada y oportunamente los diferentes modelos de configuraciones didácticas para optimizar el aprendizaje, por lo que es necesario no solo conocer de antemano los tipos de interacciones que se pueden dar en un proceso de instrucción entre los diferentes agentes implicados y los recursos, sino también conocer sus efectos sobre el aprendizaje (Godino, Batanero et al., 2016; Godino et al., 2017).

***Competencia de análisis normativo***

Esta competencia, vinculada al nivel 4 de análisis didáctico del EOS, es la que permite al docente usar de manera eficaz la dimensión normativa; para ello, es necesario que conozca y comprenda las normas que condicionan los procesos de e/a y sepa cuáles y de qué manera pueden ser cambiadas para mejorar el aprendizaje matemático (Godino, Batanero et al., 2016; Godino et al., 2017).

***Competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica***

Esta competencia, vinculada al nivel 5 de análisis didáctico del EOS se desarrolla a partir del uso de la herramienta de idoneidad didáctica. Los maestros y profesores de matemáticas deben conocer criterios, como los de Godino (2013) o los propuestos por Breda et al. (2018), que describan y valoren cada idoneidad parcial; además deben saber usarlos para diseñar, implementar, evaluar y rediseñar los procesos de e/a para que los significados personales sean lo más próximos posible a los significados pretendidos o institucionales, teniendo en cuenta las circunstancias y el entorno (Godino, Batanero et al., 2016; Godino et al., 2017). Para lograrlo, es necesario que los docentes se documenten en la literatura sobre los resultados de las investigaciones e innovaciones en el campo de la Educación Matemática que conciernen a los aspectos didáctico-matemáticos de cada una de las facetas del EOS. En particular, la realización de las configuraciones epistémicas sobre el contenido o concepto a tratar permite la valoración de la calidad de las componentes de la idoneidad epistémica (Rondero y Font, 2015).

**2.1.3.2 Síntesis de estudios previos al modelo del CCDM**

Los trabajos sobre competencias dentro del EOS y previos al modelo del CCDM se pueden clasificar en dos grandes grupos: en aquellos estudios teóricos en los que se quieren categorizar de forma general las competencias específicas del profesor de matemáticas y aquellos en que se presentan ciclos o acciones formativas cuyo objetivo es el desarrollo de la denominada competencia reflexiva o en análisis didáctico, la cual, da origen a la competencia en análisis e intervención didáctica del CCDM.

Veamos a continuación algunos ejemplos destacados.

En Font et al. (2012) se proponen diez competencias específicas del profesor de matemáticas, relativas a: el conocimiento del contenido matemático a enseñar, los elementos socioculturales en educación matemática, el conocimiento epistemológico del contenido, la contextualización y valor interdisciplinar, el desarrollo del alumnado, el análisis de contratos y normas matemáticas, el análisis y selección de contenidos y recursos, los diseños de evaluación, el análisis de secuencias y la innovación e inicio a la investigación.

Godino et al. (2012) clasifican las competencias específicas para la formación didáctica de los profesores en dos grandes grupos: las competencias referidas al diseño e implementación de procesos de estudio matemático y las competencias referidas a conocimientos didácticos específicos y valoración de la idoneidad didáctica.

En los trabajos de Font (2011) y Font et al. (2015) se describe un ciclo formativo basado en los niveles de análisis del EOS e implementado entre tres asignaturas del máster de Formación del Profesorado de Secundaria y Bachillerato en Matemáticas para desarrollar la competencia en análisis didáctico. En concreto, los estudiantes no solo aplican la herramienta de idoneidad a un caso ajeno, sino que lo hacen también al diseño y valoración de una unidad didáctica que implementan en un centro educativo. La secuencia didáctica del ciclo es la siguiente:

- análisis de un caso;
- puesta en común de los análisis;
- teoría sobre los criterios de idoneidad;
- análisis de la idoneidad epistémica de diferentes secuencias de clase innovadoras de bachillerato;
- análisis de una clase videograbada de geometría y de una transcripción de una clase completa sobre ecuaciones con los criterios de idoneidad; esta fase también incluye la lectura y los comentarios de algunas memorias de la asignatura del Prácticum II de cursos anteriores;
- diseño y valoración de una unidad didáctica implementada en el Prácticum II a partir de los criterios de idoneidad y, por último, diseño de una mejora de la unidad didáctica en el Trabajo Final de Máster.

El diseño, la valoración y el rediseño de dicho ciclo formativo por parte del profesorado investigador a partir de los criterios de idoneidad del EOS, así como el tipo de tareas que lo comprenden, se amplían con detalle en el trabajo de Giménez et al. (2013).

En la misma línea, en Pochulu et al. (2016), se diseña e implementa un ciclo formativo en un curso de formación continua de formadores de futuros profesores de secundaria; éste consta de seis fases:

- un seminario virtual, en el que se da herramientas a los participantes para que diseñen unas tareas para sus alumnos;
- un encuentro presencial para presentar los diseños;
- la implementación de las tareas, que se graba;
- una selección de algunos de esos vídeos; el análisis didáctico de los vídeos, de manera que cada uno realiza el suyo y,
- por último, un encuentro presencial final en el que se analizan, conjuntamente, algunos de esos vídeos.

En estos trabajos se concluye que toda la experiencia formativa basada en el diseño de tareas contribuye al desarrollo de la competencia en análisis didáctico.

En la tesis de Seckel (2015) se investiga la competencia reflexiva tanto de una formadora de futuros profesores de secundaria, como de sus alumnos. Para ello, también se diseña, implementa y evalúa un ciclo formativo.

En la tesis de Rubio (2012) se desarrolla la competencia en análisis de objetos y procesos matemáticos en futuros profesores de secundaria.

### **2.1.3.3 Síntesis de estudios previos en el CCDM**

En este apartado se hace una síntesis de investigaciones que se desarrollan, claramente, dentro del CCDM como tal.

En ellas se pone de manifiesto la utilidad de las herramientas de configuración ontosemiótica, así como de los criterios de idoneidad. Cabe desatacar que en la mayoría de los estudios que se exponen se diseñan y evalúan ciclos de formación para ser implementados en el contexto de la formación de profesores con el objetivo de desarrollar las subcompetencias de la competencia general de análisis e intervención didáctica.

En Giacomone, Godino y Beltrán-Pellicer (2018) y Godino, Giacomone, Font y Pino-Fan (2018) se presenta un ejemplo de investigación de diseño con una acción formativa con una alta idoneidad epistémica y ecológica para desarrollar la sub-competencia de

análisis y valoración de la idoneidad didáctica de 27 futuros profesores de matemáticas.

Las seis fases del ciclo formativo que proponen son:

- Fase de exploración inicial, con el propósito que los estudiantes reflexionen sobre los aspectos que hacen ideales una clase de matemáticas;
  - Fase de introducción a una herramienta para la reflexión, en la que se les presentan los indicadores de idoneidad de Godino (2013);
  - Fase de puesta en práctica, en la que se visiona un fragmento de clase y en la que resuelven una tarea de reflexión acerca de la clase del vídeo;
  - Fase de discusión y puesta en común, en la que por equipos discuten la tarea y, finalmente, la ponen en común toda la clase;
- Fase de evaluación (no presencial), en la que los estudiantes disponen de dos semanas para acabar la tarea en formato portafolio;
- Fase de valoración, en la que los estudiantes realizan una encuesta acerca de la acción formativa (claridad de la tarea de reflexión, metodología, interés, aprendizaje logrado, adecuación a su formación).

Aunque la idoneidad epistémica y ecológica del ciclo es alta, los autores señalan que las seis horas de clase que dura no son suficientes para lograr un aprendizaje óptimo, pues se requiere más tiempo para las discusiones.

En la misma línea, Giacomone, Godino, Wilhelmi y Blanco (2016), afirman que la variable tiempo es la más importante a considerar en este tipo de talleres formativos, pues el desarrollo de las competencias didácticas es complejo. En su caso, diseñan un ciclo formativo para el trabajo de la competencia en análisis ontosemiótico con futuros profesores de secundaria. La acción formativa implementada, también de seis horas presenciales, sigue cuatro fases:

- Fase de exploración inicial de significados personales, en la que los participantes resuelven una tarea matemática y se les pregunta acerca de los objetos que emergen de dicha tarea;
- Fase de implementación, en la que se les propone la lectura (en casa) y la discusión de un documento acerca de la configuración de objetos, procesos y significados sobre la visualización en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas;
- Fase de puesta en práctica y momentos de institucionalización, en la que deben:



- justificar la construcción de un cuadrado con GeoGebra y reconocer los objetos y procesos matemáticos implicados;
- evaluar una solución de un estudiante a una tarea de fracciones y reconocer los objetos y procesos matemáticos implicados.
- Fase de evaluación final (no presencial), en la que resuelven, individualmente, una tarea acerca del Teorema de Pitágoras y hacen un reconocimiento de las configuraciones de objetos y procesos implicados, pero no se pone en común su resolución.

Las experiencias formativas anteriores se describen con más detalle en la tesis doctoral de Giacomone (2018), la cual se centra en el diseño, implementación y evaluación de dos ciclos formativos para el desarrollo de las sub-competencias en análisis ontosemiótico y en la de valoración de la idoneidad didáctica.

Burgos, Giacomone, Beltrán-Pellicer y Godino (2017) también manifiestan que, los procesos instruccionales orientados al desarrollo de dichas competencias, requieren tiempo por parte de los estudiantes. En su caso, implementan un ciclo de dos horas basado en las configuraciones de objetos y procesos de unas tareas algebraicas.

Otro aspecto que se destaca en los trabajos anteriores en cuanto a la implementación de los ciclos se refiere es que es importante que el formador de los futuros profesores haga los mismos análisis que le pide a sus alumnos a priori, tanto el de objetos, procesos y significados como el de la idoneidad didáctica a valorar; así, le será más fácil gestionar las discusiones en el aula y la institucionalización del conocimiento (Burgos et al., 2017; Burgos, Godino, Giacomone y Beltrán-Pellicer, 2018; Giacomone, 2017; Posadas y Godino, 2016).

Además de los estudios orientados al desarrollo de las sub-competencias de la competencia de análisis e intervención didáctica, dentro del CCDM, hay otras líneas de investigación, como la de Sánchez y Font (2017), que plantea el vínculo entre el pensamiento creativo matemático y la competencia en análisis y valoración de la idoneidad didáctica.

De esta revisión de trabajos realizados en el marco del CCDM concluimos que para el desarrollo de la competencia general de análisis e intervención didáctica o, de cualquiera

de las sub competencias que la componen, son necesarias acciones formativas concretas en las que se provoque una evolución de los significados personales de los estudiantes, se introduzcan las herramientas del EOS, se pongan en práctica y se institucionalice el conocimiento a partir de puestas en común.

Asimismo, se debe tener en cuenta que es un proceso que necesita tiempo y familiarización con las herramientas del EOS, independientemente del contenido curricular matemático a tratar.

Por último, cabe resaltar que, prácticamente, la totalidad de trabajos están contextualizados, como ocurre con el CDM, en la formación inicial de maestros de Educación Primaria y en la formación de futuros profesores de secundaria.

## **2.2 EL VÍDEO COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA**

Literalmente, la palabra inglesa *scaffolding* se traduce en español como andamio. Con esa connotación de “soporte”, en un contexto educativo se asume que un *scaffolding* es una herramienta que ayuda a los estudiantes en su aprendizaje (Azevedo y Hadwin, 2005) a superar obstáculos o dificultades, así como a promover la autorregulación o a desarrollar ciertas habilidades (Azevedo, Cromley y Seibert, 2004; Quintana et al., 2004).

En el campo de la educación científica, Lin et al. (2012) clasifican los tipos de *scaffolding* según el objetivo para el que han sido creados. Remarcan que la mayoría de ellos pretenden desarrollar y promover habilidades técnicas y estratégicas en los estudiantes, que, a su vez, fomentan el desarrollo de habilidades de reflexión; otros, están diseñados para desarrollar, explícitamente, habilidades cognitivas y, finalmente, un tercer tipo, son aquellos que pretenden mejorar la comprensión de los conceptos.

Para lograr estos objetivos, se pueden diseñar andamios de varias maneras: a través de documentos escritos, visuales, herramientas software o, incluso, a partir de la interacción social, de la que destacan el apoyo entre pares (Lin et al., 2012). En concreto, el vídeo es una herramienta *scaffolding* que facilita y mejora la comprensión (Cojean y Jamet, 2018), así como el desarrollo de competencias y habilidades.

### 2.2.1 El uso del vídeo en la enseñanza

Existen numerosas experiencias educativas en las que se utiliza el vídeo; de hecho, Kay (2012) afirma que las actitudes que adoptan los estudiantes hacia una actividad con vídeo siempre son positivas. A partir de una revisión sistemática de los trabajos en la literatura en los que éste se utiliza, Kay (2012) clasifica los tipos de vídeo según el objetivo, la segmentación, las estrategias pedagógicas y el foco académico.

Según el objetivo:

- Basado en lecciones: grabaciones de lecciones sobre un tema que pueden sustituir la explicación del profesor o también pueden ser discutidas en clase. Este es el tipo de vídeo protagonista en la metodología del *flipped-classroom*.
- De mejora: presentaciones de Power Point con una explicación de audio.
- De suplemento: estos vídeos aumentan la enseñanza y el aprendizaje de un proceso de instrucción y pueden ser resúmenes de clases, de lecciones, demostraciones del mundo real o de cualquier contenido que posibilite ampliar o profundizar la comprensión de los estudiantes. Los videos educativos matemáticos (Santos y Acuña, 2017; Ruiz-Reyes et al., 2017) o cualquier tutorial de internet consultados por los estudiantes para mejorar la comprensión de los conceptos, propiedades o procedimientos matemáticos son un ejemplo de este tipo.
- De ejemplo: proporcionan explicaciones sobre problemas concretos del ámbito de las matemáticas o de las ciencias que se deben abordar por los estudiantes de un curso académico determinado.

Según la segmentación:

- Segmentado: grabaciones que pueden descomponerse en unidades de análisis con sentido propio.
- No segmentado: grabaciones pensadas para ser vistas de forma completa.

Según las estrategias pedagógicas:

- De observación receptiva: la principal estrategia pedagógica es la entrega de información al estudiante.
- De resolución de problemas: diseñados para guiar a los estudiantes en la resolución de problemas curriculares de un curso académico determinado.

- De creación de videos: son grabaciones académicas diseñadas y creadas por los propios estudiantes. Se basan en que se aprende buscando, investigando y trabajando cooperativamente.

Según el foco académico:

- Práctico: orientados a habilidades prácticas o a problemas específicos y suelen ser cortos o segmentados.
- Conceptual: contienen un número más elevado de conceptos y son relativamente largos o pueden segmentarse.

En el ámbito concreto de la formación de docentes, Gaudin y Chaliès (2015) identifican, a priori, seis usos del vídeo:

- Para mostrar ejemplos de buenas prácticas.
- Para mostrar situaciones profesionales concretas.
- Para analizar prácticas de enseñanza y aprendizaje desde diferentes perspectivas.
- Para motivar la reflexión personal.
- Para orientar la enseñanza.
- Para evaluar competencias.

Los mismos autores (Gaudin y Chaliès, 2015) destacan que, en líneas generales, se engloban en dos, los objetivos del empleo del vídeo en la formación profesional del profesorado, siendo una de las sutilezas de la diferencia entre ellos la dualidad ejemplo y ejemplar: el primero es construir conocimiento basado en la interpretación y reflexión sobre ejemplos de prácticas de aula y, el segundo, construir conocimiento basado en el visionado de buenas o ejemplares prácticas de aula para aprender lo que se debe hacer.

En el caso particular de las matemáticas, Coles (2014) identifica cuatro usos del vídeo con maestros:

- OU (*Open university*): los maestros ven un vídeo corto y, a continuación, tratan de reconstruir lo que han observado. En un segundo nivel, el formador dirige la discusión a las estrategias matemáticas observadas y al pensamiento matemático de los estudiantes.
- Aprender a mirar con sentido: corresponde al uso del vídeo para desarrollar la competencia mirar con sentido (*noticing*).
- Vídeos como herramientas: es un método que consta de ciclos de cuatro fases que se repiten: los maestros hacen matemáticas, luego estudian videos de niños

haciendo matemáticas, a continuación, implementan un diseño acerca de lo que han visto en el vídeo y, por último, los maestros analizan el trabajo de sus alumnos.

- Análisis de lecciones (*Lesson analysis*): se basa en el método del *Lesson Study*. Los ya mencionados videoclubs en el capítulo anterior, siguen este modelo. En este caso, los vídeos no son fragmentos, sino unidades enteras en las que se pueden identificar el objetivo de aprendizaje, actividades, la evaluación y el cierre del proceso (Santagata y Angelici, 2010).

Santagata y Guarino (2011) y Santagata e Yeh (2014) apuntan que, en el contexto de la formación de profesorado de matemáticas, los vídeos son utilizados con éxito para desarrollar en los futuros maestros habilidades de análisis y reflexión sobre la enseñanza o sobre la evaluación del aprendizaje de los estudiantes, así como para que éstos se den cuenta de los factores y aspectos importantes implicados en un proceso de instrucción, sobretodo, de aquellos que de otro modo les sería difícil de observar, como, por ejemplo, recomendaciones recientes acerca de la didáctica. En concreto, los casos mostrados en vídeo son más eficientes que los casos escritos en cuanto a desarrollar habilidades de observación se refiere (Wang y Hartley, 2003).

De hecho, ejemplo de ello, son algunos de los trabajos vinculados al modelo del CCDM del marco teórico del EOS (Font, 2011; Font et al., 2015; Giacomone, Godino y Beltrán-Pellicer, 2018; Giménez et al., 2013, Godino et al., 2018) en los que el vídeo es una ayuda protagonista para el desarrollo competencial.

Wang (2013) también sostiene que el análisis de videos sobre procesos de e/a tiene un gran potencial para ayudar a los futuros docentes en su aprendizaje profesional. En concreto, destaca que les ayuda a aprender cómo se analiza un proceso de enseñanza, a comprender el conocimiento pedagógico del contenido (PCK del MKT), a valorar las creencias sobre ser profesor y, también de acuerdo con van Es, Tunney, Goldsmith y Seago (2014), a conectar la teoría con la práctica sin la presión de tener que actuar.

En la línea de los autores anteriores, Pang (2011) muestra en su trabajo como mejora la capacidad de reflexión de los futuros maestros después de una formación basada en el vídeo y guiada. En concreto, destaca que antes de la formación, los futuros maestros se fijan más en aspectos generales como el entorno físico o los materiales, mientras que después focalizan en aspectos específicos de las matemáticas, como las estrategias

concretas del profesor sobre el contenido matemático o, por ejemplo, sobre la comunicación matemática.

### 2.2.2 Heurística del uso del vídeo en la formación del profesorado

Para la implementación de un entorno de aprendizaje adecuado basado en el vídeo en el contexto de la formación de profesores, Blomberg, Renkl, Sherin, Borko y Seidel (2013) presentan una heurística de cinco fases (Figura 9). Cada una de ellas se describe a continuación.

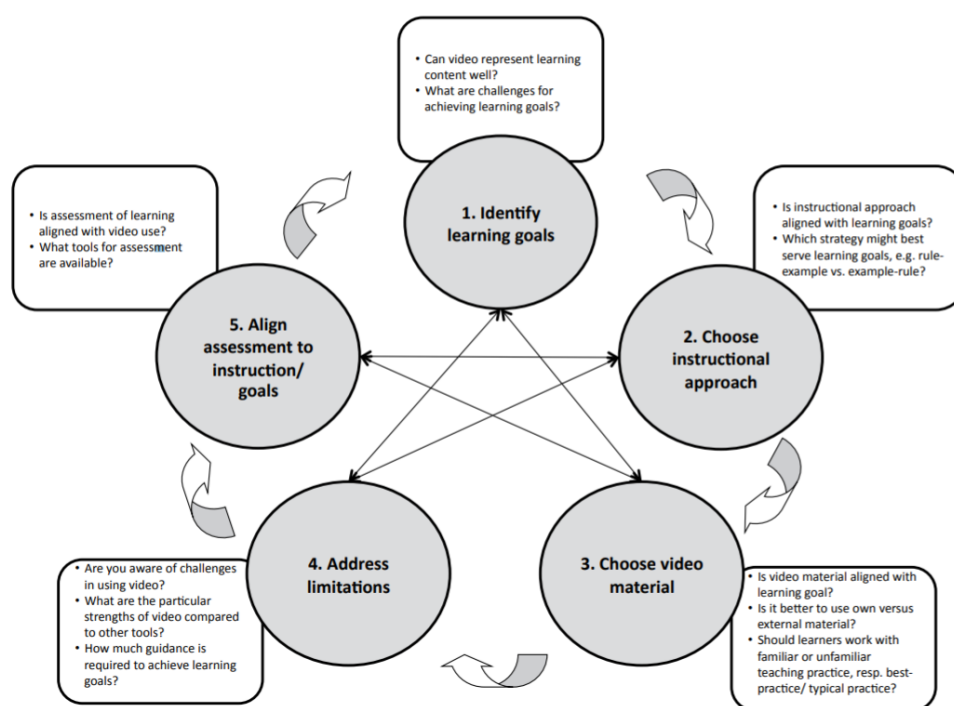


Figura 9. Research-based heuristics (Blomberg et al., 2013, p.105)

- Identificar los objetivos específicos de aprendizaje del entorno o del proceso de instrucción, los cuales condicionan, sobretodo, el proceso instruccional y el tipo de vídeo con el que se pretende trabajar.
- Diseñar el proceso instruccional.

En este punto se debe contemplar la componente del “facilitador”. El simple visionado del vídeo no garantiza el aprendizaje de los futuros maestros (Gaudin y Chaliès, 2015; van Es et al., 2014), por lo que es esencial un “facilitador” (Castro, Amador y Bragelman,

2019; Wang, 2013) es decir, un profesional o formador de los futuros formadores (Arya, Christ y Chiu, 2013) que guíe las discusiones o la actividad haciendo emerger las ideas y los objetos didáctico-matemáticos (Kang y van Es, 2019) para que los futuros maestros analicen más profundamente el contenido del vídeo (Borko, Jacobs, Eiteljorg y Pittman, 2008).

El análisis de las estrategias facilitadoras en los entornos de aprendizaje basados en el vídeo ha sido objeto de estudio en algunas investigaciones (Arya et al., 2013; van Es. et al., 2014; Zhang, Lundeberg, Koehler y Eberhardt, 2011), las cuales han identificado la contextualización de la práctica, hacer preguntas para que afloren ideas primarias, así como la técnica del “revoicing”, entendida como la re-expresión por parte del profesor de una idea o enunciado matemático manifestado por un estudiante previamente (O’Connor y Michaels, 1993), algunas de las más importantes. Hacer replanteamientos, aclaraciones o establecer conexiones son otras que también contribuyen a analizar con sentido el vídeo.

En la Tabla 2 se recogen las acciones facilitadoras que proponen van Es et al. (2014).

Star y Strickland (2008) señalan que un cuestionario escrito con varias preguntas relacionadas con aspectos del contenido del vídeo también puede actuar como guía para ayudarles a la reflexión y al análisis de la práctica.

**Tabla 2.** Tipos de acciones facilitadoras (*van Es et al., 2014*)

Categoría	Acción facilitadora	Definición
Orientación sobre la tarea de análisis del vídeo	De lanzamiento	Provocar que los estudiantes expresen sus ideas iniciales con preguntas o enunciados.
	De contextualización	Dar información acerca del contexto de la práctica del vídeo.
Permanencia en la postura de indagación	Remarcar	Recuperar ideas matemáticas del vídeo y preguntar directamente por ellas.
	Realzar	Identificar y destacar la idea de un participante para que se produzca más discusión.

ESTADÍSTICA EN EDUCACIÓN INFANTIL: COMPETENCIAS Y CONOCIMIENTOS  
DIDÁCTICO-MATEMÁTICOS DE MAESTROS EN FORMACIÓN EN EL EOS

	De presión	Invitar a los participantes a explicar sus ideas o a expresar sus razonamientos.
	Explicar	Comentar una idea matemática, un hecho o una interacción desde una postura de indagación.
	Rebatir /De contrapunto	Ofrecer otro punto de vista.
	Aclaración	Volver a exponer la idea de un participante para asegurar que todos la entienden en el mismo sentido.
Mantener el foco en el vídeo y las matemáticas	De redirección	Focalizar la discusión en el vídeo o centrarse en la tarea.
	Evidenciar	Aportar evidencias.
	Conectar ideas	Establecer conexiones entre las ideas que surgen en la discusión.
Apoyo al grupo	Alejarse, mantenerse en la distancia	No interferir cuando los participantes intentan discutir una idea.
	De distribución de participantes	Invitar a los participantes a compartir sus ideas en la discusión.
	De validación de las ideas de los participantes	Confirmar y apoyar las contribuciones de los participantes.

- Elegir el tipo de vídeo en cuanto a tres aspectos se refiere: según quién realiza la práctica del vídeo, según la familiaridad del proceso de instrucción y según la dualidad ejemplo y ejemplar.

Respecto a quién realiza la práctica del vídeo, algunos autores (Kleinknecht y Schneider, 2013; Seidel, Stürmer, Blomberg, Kobarg y Schwindt, 2011; Zhang, Lundeborg, Koehler y Eberhardt, 2011) señalan que el análisis de la propia práctica o la de un colega produce mayor motivación para la reflexión sobre los procesos de e/a y es más eficaz en cuanto a la detección de componentes relevantes del proceso se refiere, pero, sin embargo, los futuros maestros adoptan posturas más críticas hacia las prácticas de aula cuando analizan y discuten vídeos de profesionales que no conocen. Castro et al. (2019) sugieren



que, la postura crítica se debe a una distancia de confort entre la práctica del vídeo y sus propias experiencias. Asimismo, el análisis de la práctica de otros no asegura la reflexión sobre la propia práctica ni sobre las creencias de uno mismo porque puede resultar distante o descontextualizado; por eso, es necesario que el formador de maestros presente, de antemano, el contexto en el que ha sido grabado el vídeo (Abell, Bryan y Anderson, 1998; Brundvand, 2010; Zhang et al., 2011), es decir, que realice una acción facilitadora.

El segundo aspecto alude a la familiaridad de la práctica del vídeo. Los vídeos con prácticas que les son familiares o conocidas son adecuados para mostrar técnicas concretas que el formador quiere que adquieran; en cambio, dado que los maestros no acostumbran a modificar su manera de hacer a través de la transmisión pasiva (Schorr y Lesh, 2003), aquellos vídeos en que aparecen métodos instruccionales ajenos a ellos, pueden ser indicados para observar nuevas directrices curriculares (Blomberg et al., 2013; van Es y Sherin, 2006) o nuevas visiones de enseñanza y aprendizaje (Alsawaie y Alghazo, 2010). De hecho, una de las características potenciales del vídeo es que este se revela como un *scaffolding* para que los futuros maestros identifiquen cambios y transformen sus creencias, concepciones y habilidades de enseñanza (Wang y Hartley, 2003), las cuales están estrechamente influenciadas por sus experiencias previas como estudiantes (Ding y Domínguez, 2016) y a la forma tradicional de enseñar las matemáticas (Yang, Kaiser, König y Blömeke, 2019). Esta idea conduce a la tercera decisión a tomar en la selección del vídeo, la cual alude a la perspectiva del vídeo, lo que se refiere a si la práctica mostrada en él debe ser una buena práctica, es decir, un modelo a seguir por los docentes o, debe ser un ejemplo de práctica con puntos fuertes y puntos débiles.

Algunas investigaciones apuntan sobre la potencialidad de mostrar ejemplos de lo que se considera buenas prácticas curriculares (Bliss y Reynolds, 2004); no obstante, otros estudios indican que es mejor comenzar por ejemplos de prácticas que ellos mismos podrían realizar (Santagata y Guarino, 2011).

En resumen, los vídeos con prácticas sobre uno mismo, familiares o con un ejemplo típico son más adecuados para motivar a los futuros maestros con la actividad de análisis; por el contrario, los que reflejan aquellas prácticas de otros, ajenas o buenas prácticas, son más indicados para fomentar posturas críticas y desarrollar nuevas habilidades (Blomberg et al., 2013).

Pero, en realidad, elegir un tipo u otro de vídeo, dependerá de los objetivos de la actividad.

- Considerar las limitaciones del uso del vídeo.

El vídeo muestra un trozo de la realidad del proceso de e/a (Krammer et al., 2006), por lo que la información que proporciona puede ser limitada. En consecuencia, se recomienda una acción facilitadora como es la contextualización de la práctica (Blomberg et al., 2013). Además, los mismos autores señalan que en algunos momentos del visionado, los futuros maestros tienden a sentirse sobrepasados, así que se deben considerar facilitadores tanto para guiar su atención, como para estructurar todo el proceso.

- Evaluar el aprendizaje en concordancia al proceso de instrucción.

El hecho innovador de integrar el vídeo en los procesos de formación de futuros maestros requiere de maneras innovadoras de evaluación (Blomberg et al., 2013). Registrar la propia práctica y analizarla a partir de unas cuestiones dadas (Pechone y Chung, 2006) y responder a unas preguntas de reflexión y análisis sobre un vídeo o varios clips son las técnicas más comunes de evaluación en los procesos de e/a basados en el vídeo (Font, 2011; Font et al., 2015; Fortuny y Rodríguez, 2012; Giacomone, Godino y Beltrán-Pellicer, 2018; Kersting, 2008; Kersting, Givvin, Sotelo y Stigler, 2010; Llinares y Valls, 2009; Pochulu et al., 2016; Santagata y Guarino, 2011; Star y Strickland, 2007). De acuerdo con los autores anteriores, las preguntas, en general diseñadas con el modelo del MKT (Hill et al., 2008) o del CCDM, pueden ser de respuesta abierta o tipo test y pueden estar enfocadas al análisis del contenido matemático tratado en el vídeo, al análisis del pensamiento y del razonamiento matemático de los estudiantes, a la identificación de estrategias didácticas y a su valoración, a la interpretación de hechos didácticos significativos o a la descripción, valoración y mejora de todo el proceso o parte de él.

Cabe destacar que las mismas preguntas de evaluación de los trabajos anteriores son empleadas también como preguntas “facilitadoras” en el sentido que proponen Star y Strickland (2008) de orientación de la observación y de análisis.

Respecto al diseño del vídeo, Sherin et al. (2009) coinciden con Blomberg et al. (2013) en cuanto a la cuestión de la perspectiva del vídeo, pero aluden a dos otros aspectos a tener en cuenta.

El primero, atañe al escenario de la práctica mostrada en el vídeo, pues remarca que se deben elegir vídeos que muestren prácticas reales de clase en contraposición a la elección de vídeos en que se muestran escenas preparadas. En ello, coinciden también Giacomone, Godino y Beltrán-Pellicer (2018) al diseñar la acción formativa para el desarrollo de la sub competencia en valoración de la idoneidad didáctica con futuros profesores de matemáticas.

El otro aspecto a considerar es sobre la contextualización de la práctica. En este punto se debe valorar también otro tipo de material como son las transcripciones del vídeo.

Asimismo, de acuerdo con Blomberg et al. (2013) consideran que el diseño del vídeo está sujeto a los objetivos de aprendizaje.

### **2.3 LA ESTADÍSTICA EN EDUCACIÓN INFANTIL**

En la sociedad tecnológica en la que vivimos estamos constantemente rodeados de datos, de manera que estamos casi obligados, como ciudadanos, a convivir con ellos. Incluso, se puede pensar que se está creando una dependencia entre las personas y la información cuantitativa a la que estamos sometidos (Gravemeijer, 2012). Esto implica que, en algún momento, tenemos que participar, por lo menos, en la lectura, visualización e interpretación de los datos, lo que nos lleva a ser consumidores de información estadística (Gal, 2002).

En consecuencia, las personas necesitan tener cultura estadística y desde el mundo educativo se debe responder con procesos de e/a que tengan por objetivo la alfabetización estadística de sus estudiantes (Batanero, 2013), es decir, el desarrollo de capacidades para interpretar y evaluar la información y los argumentos provenientes de otros y basados en datos o fenómenos estocásticos, así como para poder tener una opinión propia y discutir acerca de dichas informaciones estadísticas (Gal, 2002).

### **2.3.1 Fundamentos didáctico-matemáticos de estadística**

Ya desde la educación infantil se debe empezar a desarrollar la alfabetización estadística, para que los objetos matemáticos como los gráficos o las tablas les sean elementos familiares que les permitan comprender la información de los medios de comunicación (Fuentes, Arteaga y Batanero, 2014).

En el trabajo de Burrill y Biehler (2011) se exponen los elementos matemáticos relevantes de la educación estadística, así como las ideas clave relacionadas con ellos que se deberían trabajar en las aulas para el desarrollo de la alfabetización estadística. Son los siguientes:

*Datos:* recoger y analizar datos del contexto próximo.

*Gráficos:* construcción de gráficos y la transnumeración.

*Variación:* buscar explicaciones y causas de la variación, percibir la variabilidad y utilizar modelos para controlarla y predecirla.

*Distribución:* describir características de un conjunto de datos, no de cada data aislado y, hacer inferencias. Desarrollar el razonamiento distribucional, es decir, relacionar la distribución de datos, la distribución de probabilidad y la distribución muestral.

*Asociación y correlación:* Evaluación de la asociación entre variables y el modelo de regresión.

*Probabilidad:* uso de modelos aleatorios; concepción laplaciana, frecuencial y subjetiva de la Probabilidad.

*Muestreo e inferencia:* relación entre la población y su muestra y grado de certeza para sacar conclusiones.

Asimismo, Batanero (2013) apunta que la comprensión de estas ideas no es suficiente, pues es necesario el desarrollo del razonamiento estadístico para el buen uso de éstas en la resolución de problemas estadísticos.

En este sentido, Ben-Zvi y Garfield (2004) afirman que razonar estadísticamente implica interpretar conjuntos o resúmenes de datos, así como sus representaciones. También involucra saber conectar ideas o conceptos estadísticos. Para estos autores, el

razonamiento estadístico capacita para comprender y explicar procesos estadísticos e interpretar sus resultados.

Para su desarrollo en la escuela y el instituto, Batanero (2013) propone la conjetura y la búsqueda de patrones y relaciones con los datos para el análisis de problemas, la selección y evaluación de las estrategias aplicando el ciclo de investigación, relacionar las conclusiones con el contexto y, por último, razonar sobre el sentido y validez de la solución.

En Batanero y Godino (2003) se dan unas orientaciones sobre la enseñanza de la estadística en la escuela en que se ponen en juego los elementos matemáticos relevantes de la estadística anteriores:

- Hacer partícipes a los niños en el desarrollo de proyectos sencillos en los que tengan que recoger datos sobre ellos mismos a partir de la observación, encuesta y medida.
- Concienciar a los niños de que lo importante no son los datos individuales, sino todo el conjunto que forman (distribución de los datos), por lo que las preguntas se deben contestar con la distribución de datos.
- Concienciar a los niños de las tendencias y variabilidad en los datos y usarlas para responder preguntas.
- Aproximarse progresivamente a la idea de que la muestra debe ser representativa.
- Animar a los niños a representar los datos en tablas y gráficos de manera precisa, correcta y estética y hacer hincapié en la facilidad con la que nos puede engañar un gráfico.

En cuanto a la educación infantil se refiere, las ideas concretas estadísticas entorno a las que trabajar son “el reconocimiento, la organización, la representación y la interpretación de los datos” (Vázquez, Díaz-Levicoy, Coronata y Alsina, 2018, p. 155).

Ahora bien, se debe tener en cuenta que, las bases para el aprendizaje de la estadística recaen en otros bloques matemáticos, como el de Numeración y Cálculo o el de Lógica y, más concretamente, en los conceptos de conteo y clasificación (Clements, 2004; Clements y Sarama, 2015; National Research Council of the National Academies, NRCNA, 2015).

Tanto el NRCNA (2015) como Clements y Sarama (2015) presentan una trayectoria de aprendizaje de la estadística en edades tempranas. A continuación, la exponemos y la

relacionamos con los objetos propios de la estadística, así como con los objetos de otros bloques.

- Primero, los niños aprenden a clasificar objetos y a hallar el cardinal de cada conjunto (*clasificación, conteo y cardinal*).
- Luego, recogen datos (*datos*) para responder preguntas que tienen interés para ellos y los representan sin tener en cuenta las categorías.
- En el nivel del análisis de datos, clasifican las respuestas (*clasificación*), representan (*gráficos*) los datos a partir de categorías (modalidades) y describen o comparan las categorías (*número y medida*) (NRCNA, 2015).
- Los gráficos primero pueden ser contruidos con objetos y, después, dibujados. No obstante, después del uso de objetos, los niños pueden representar un *pictograma* mediante adhesivos, de manera que cada pegatina corresponda a un único dato (NRCNA, 2015) (*correspondencia*).

Por lo que respecta a la tarea docente, el maestro debería tener en cuenta las siguientes ideas para que se logre un aprendizaje óptimo de la estadística en educación infantil:

- Los estudiantes deben identificar correctamente la variable y los valores que esta toma (Vásquez et al., 2018).
- Los niños tienden a tratar los datos de forma individual (Batanero y Godino, 2003; Konold y Pollatsek, 2002) e, incluso, se podría decir que “nominal”. Aunque el aprendizaje significativo es fundamental en estas edades y los niños se tienen que sentir partícipes de las actividades, es importante empezar a remarcar ya en esta etapa que no importa lo que uno ha contestado (al menos en la interpretación de los gráficos).
- Se debe tener presente que el objetivo de enseñanza no es presentar formalmente un concepto, transmitir el conocimiento y luego practicarlo, sino crear la necesidad de que afloren ideas matemáticas intuitivas acerca de los conceptos a partir de la experiencia, trabajar con ellas y, finalmente, llegar a la institucionalización (Alsina y Vásquez, 2017). Por ejemplo, la moda es un concepto matemático muy intuitivo ya desde las primeras edades.

En cuanto al tipo de tareas matemáticas estadísticas, Alsina (2011a, 2017) propone actividades de identificar, relacionar y operar a partir de datos y hechos:

- Identificar datos del entorno de los niños a partir de una variable discreta, aumentando la complejidad de dichos datos en cada etapa.
- Representar los datos primero con dibujos, luego con materiales u objetos concretos y, finalmente, realizar gráficos y diagramas sencillos.
- Identificar la frecuencia absoluta a partir de la representación.
- Organizar los datos identificados, por ejemplo, mediante la clasificación.
- Comparación e interpretación de los datos representados.
- Comparar diagramas de barras sencillos.
- Resolución de situaciones aritméticas a partir de los datos representados.
- Composición y descomposición de las frecuencias absolutas de las modalidades de la variable.

### **2.3.2 Visión curricular**

En el contexto de esta investigación se consideran tanto el currículo de Educación Infantil de la actual ley de educación del estado español, la Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (BOE nº295, de 10.12.2013) (en adelante LOMCE), así como el currículo del Primer y Segundo Ciclo de Educación Infantil de la Comunidad Autónoma de Cataluña, pues los participantes se han formado en centros de educación catalanes y es muy probable que ejerzan también la profesión en esta región.

El primer nivel de concreción del currículo lo establece el Estado español, pero, en algunas autonomías, como Cataluña, son las administraciones de los gobiernos autonómicos las que tienen la competencia en educación y, por tanto, son las que deben desplegar, en un segundo nivel, el currículo de las diferentes etapas educativas.

Ahora bien, antes de adentrarnos en el currículo estatal y autonómico catalán, es necesario considerar el documento de los *Principios y Estándares para la Educación Matemática* del National Council of Teachers of Mathematics (2000), puesto que ha orientado y ha servido de base para la elaboración de los currículos autonómicos vigentes actualmente de educación infantil y Primaria de Cataluña.

### **2.3.2.1 Principios y estándares para la estadística**

Los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2000) son un referente para el campo de la Educación matemática.

Este libro se estructura en dos bloques; el primero, comenta los principios que deberían orientar cualquier práctica educativa y, el segundo, expone los estándares. En concreto, cinco de los estándares hacen referencia a los contenidos matemáticos a trabajar desde, aproximadamente, los cinco hasta los dieciocho años y, los otros cinco, detallan los procesos matemáticos que, de alguna manera, plantean el cómo se deben trabajar los contenidos en el aula.

Este documento es innovador porque aporta un nuevo enfoque curricular argumentando la importancia de trabajar los contenidos matemáticos a partir de los procesos. De hecho, NAEYC y NCTM (2013) señalan que los procesos y los contenidos se deben trabajar interrelacionados, de esta forma, se construye el conocimiento matemático sólidamente y se fomenta la competencia matemática en los estudiantes (Alsina, 2013).

En cuanto a los estándares de contenido, estos son de Álgebra, Números y operaciones, Geometría, Medida y Análisis de datos y Probabilidad.

Como se ha comentado con anterioridad, el planteamiento que hace este libro sobre el aprendizaje de la estadística y de la probabilidad ya desde educación infantil, supone un impulso para la integración de este ámbito matemático en los currículos.

Concretamente, los contenidos de estadística para la educación infantil se engloban en el estándar de Análisis de datos y Probabilidad correspondiente a la etapa de Prek-2 del sistema educativo americano, que abarca, el final de la educación infantil y el Ciclo Inicial de Primaria de nuestro sistema (de los cinco a los ocho años). Estos son:

- Formular cuestiones sobre datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlos. En concreto:
  - o Proponer preguntas y recoger datos relativos a ellos y a su entorno.
  - o Ordenar y clasificar objetos de acuerdo con sus atributos y organizar datos relativos a aquellos.
  - o Representar datos mediante objetos concretos, dibujos y gráficos.
- Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos.



o Describir parte de los datos y el conjunto total de los mismos para determinar lo que muestran los datos (NCTM, 2000).

Respecto a los procesos matemáticos, el NCTM propone fomentar los siguientes: resolución de problemas, razonamiento y demostración, comunicación, representación y conexiones.

La resolución de problemas consiste en hallar una estrategia para obtener una solución a una situación o problema que no se puede conseguir de manera inmediata. “La resolución de problemas les ofrece a los estudiantes la oportunidad de usar y extender su conocimiento de conceptos en cada uno de los Estándares de contenido” (NCTM, 2000, p.116). En el caso concreto de la educación infantil es muy importante que se planteen problemas que surjan del contexto inmediato de los niños.

El proceso de razonamiento y prueba en los primeros cursos académicos se desarrolla a partir de prácticas de argumentación, explicación y justificación de sus propias acciones o ideas, mientras que la prueba, a partir de la comprobación de los resultados y no de la demostración formal propiamente matemática (NCTM, 2000; Alsina, 2014; Clements y Sarama, 2015); de hecho, según De Castro, Molina, Gutiérrez, Martínez y Escorial (2012) no tiene sentido hablar de demostración en educación infantil. Asimismo, la formulación de conjeturas o predicciones, el reconocimiento de patrones sencillos o la clasificación son destrezas primordiales en estas edades para el desarrollo del razonamiento matemático (NCTM, 2000).

Por lo que se refiere a la comunicación, contribuye a organizar y consolidar el pensamiento matemático. Para ello, los niños tienen que expresar sus ideas matemáticas de forma precisa a través del lenguaje matemático, así como su pensamiento matemático de manera clara y coherente a los demás (NCTM, 2000).

En cuanto a la representación, es fundamental para que los estudiantes puedan organizar, registrar y comunicar sus ideas matemáticas, así como para modelizar. Asimismo, también es importante la selección, aplicación y traducción de representaciones matemáticas para la resolución de problemas (NCTM, 2000). En las primeras edades, los niños pueden representar a partir de materiales inespecíficos (tapones de botella), de materiales didácticos (multicubos), de dibujos o símbolos convencionales (Alsina, 2014).

Finalmente, se deben establecer conexiones. Éstas, pueden ser entre conceptos o ideas matemáticas, entre matemáticas y otras áreas y entre las matemáticas y el entorno. Ya

en esta etapa es muy importante reconocer y aplicar las ideas matemáticas en contextos que no son matemáticos (NCTM, 2000).

Es claro que los cinco procesos comportan prácticas diferentes por parte de los estudiantes, pero se retroalimentan entre sí de manera intrínseca. Este aspecto queda reflejado en que en una misma práctica matemática se pueden trabajar más de uno, aunque es competencia del docente saber focalizar y hacer que estos se desarrollen. De hecho, el profesor tiene que enseñar a razonar, a conjeturar, a conectar ideas, a representar, a usar la semántica y sintaxis matemática y a resolver problemas, entre otros.

Las buenas preguntas son aquellas que requieren una respuesta productiva y no reproductiva, tienen varias respuestas válidas y permiten que los estudiantes puedan aprender de sus respuestas (Sullivan y Lilburn, 2002). Su formulación es una buena estrategia didáctica para fomentar la emergencia de los procesos y, en consecuencia, la construcción del conocimiento matemático.

### **2.3.2.2 El despliegue curricular en España**

Para entender el marco curricular actual español por el que se establecen las enseñanzas mínimas de Educación Infantil, es preciso destacar que, la etapa educativa de Educación Infantil, no ha sido considerada de la misma manera en todas las leyes de educación españolas que han regulado el sistema educativo del país (Tabla 3).

La Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo (BOE nº 238, de 4.10.1990) (en adelante LOGSE), es la primera ley educativa española que considera toda la etapa de educación infantil como una etapa educativa comprendida entre los cero y seis años de edad, con currículo propio y con unos objetivos de desarrollo físico, afectivo, moral, social e intelectual de los estudiantes de estas edades; asimismo, distingue entre el Primer ciclo (0-3 años) y el Segundo ciclo (3-6 años) y se organiza por áreas y ámbitos. En cambio, su ley sucesora, la Ley Orgánica 10/2002, de 23 de diciembre, de Calidad de la Educación (BOE nº 307, de 24.12.2002) (en adelante LOCE), vuelve a establecer el término de Educación Preescolar para la etapa de cero a tres años y mantiene el de educación infantil para la de tres a seis. Esta modificación no se trata de un mero cambio en la nomenclatura, sino que, de algún modo, esta ley no considera la Educación Preescolar como una etapa educativa.

**Tabla 3.** Estructura de la Educación Infantil (0-6) en las leyes educativas españolas

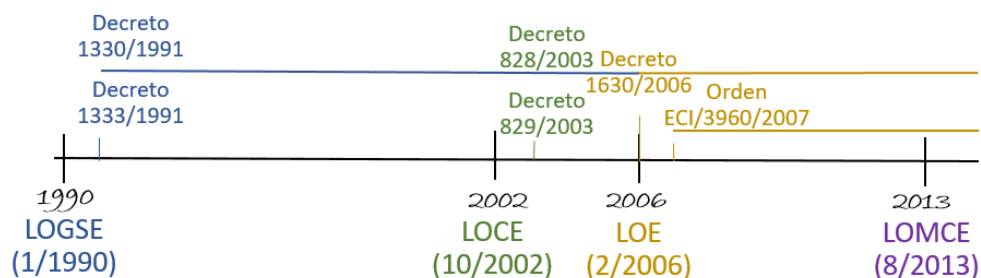
<b>LGE</b> (1970)	<b>LOGSE</b> (1990)	<b>LOCE</b> (2002)	<b>LOE</b> (2006)	<b>LOMCE</b> (2013)
<i>Educación Preescolar</i>	<i>Educación Infantil</i>	<i>Educación Preescolar</i>	<i>Educación Infantil</i>	<i>Educación Infantil</i>
- Etapa del Jardín de la Infancia (2-4 años)	- Primer ciclo (0-3 años)	(0-3 años)	- Primer ciclo (0-3 años)	- Primer ciclo (0-3 años)
- Etapa de la Escuela de Párvulos (4-6 años)	- Segundo ciclo (3-6 años)	<i>Educación Infantil</i> (3-6 años)	- Segundo ciclo (3-6 años)	- Segundo ciclo (3-6 años)

Cabe decir, pero, que la LOCE no obtuvo un consenso político y social suficiente y no se llegó a implantar. Las leyes de educación que le siguen, la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (BOE nº 106, de 4.5.2006) (en adelante LOE) y la actual, la LOMCE, recuperan la filosofía de la LOGSE y consideran la educación infantil como una etapa educativa de dos ciclos, el Primer ciclo (0-3) y el Segundo ciclo (3-6).

En cuanto al despliegue curricular de la educación infantil, la LOMCE no modifica las enseñanzas mínimas de esta etapa establecidas por su predecesora, la LOE, en el Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación Infantil (BOE nº 4, de 4.1.2007). Asimismo, el Real Decreto 1630/2006, deroga el Real Decreto 1330/1991, de 6 de septiembre, por el que se establecen los aspectos del currículo de la educación infantil (BOE nº 215, de 7.9.1991) dictaminado por la LOGSE, así como el Real Decreto 828/2003, de 27 de junio, por el que se establecen los aspectos educativos básicos de la Educación Preescolar (BOE nº 156, de 1.7.2003) según la LOCE.

El Real Decreto 829/2003, de 27 de junio, por el que se establecen las enseñanzas comunes de la Educación Infantil (BOE nº 156, 1.7.2003) también vinculado a la LOCE, derogaba el Real Decreto 1330/1991 de la LOGSE en el momento en que el primero se

implantara. Dado que la LOCE no se llegó a implantar, el despliegue del currículo de la LOGSE duró hasta la LOE (Figura 10).



**Figura 10.** Cronograma legislativo español de las enseñanzas mínimas de Educación Infantil. Elaboración propia

Respecto a los contenidos de estadística en los currículos, la Ley 14/1970, de 4 de agosto, General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa (BOE nº187, de 6.8.1970) (en adelante LGE) es la primera ley educativa española que los introduce en el currículo, pero los incluye en el octavo curso de la Educación General Básica (EGB). En las siguientes leyes educativas españolas tampoco se detallan explícitamente los contenidos estadísticos para la educación infantil, a diferencia de los contenidos relativos a la Lógica, a la Numeración y el Cálculo, a la Medida o a la Geometría. Posiblemente ha influido en ello que no haya estudios de Piaget que traten la estadística en las primeras edades.

Ahora bien, a nuestro juicio, los contenidos curriculares estadísticos se hallan implícitos en otros contenidos matemáticos, los cuales se pueden considerar *preestadísticos*.

Por lo que se refiere al currículum de educación infantil de la LOGSE, el Real Decreto 1333/1991, de 6 de septiembre, por el que se establece el currículo de la educación infantil (BOE nº 216, de 9.9.1991) completa el Real Decreto 1330/1991 y determina que los bloques de contenidos quedan definidos por los conceptos, procedimientos y actitudes. En cuanto a las matemáticas, sus contenidos se identifican en el bloque de Relaciones, Medida y Representación en el Espacio. En concreto, reconocemos en él los conceptos preestadísticos siguientes y sus procedimientos vinculados:

## CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

- Propiedades y relaciones de objetos y colecciones [...]; semejanza y diferencia, pertinencia y no pertinencia.
- Cuantificadores básicos
- El número
- La medida
- Las formas y cuerpos en el espacio: Arriba, abajo; sobre, [...]

Este Real Decreto 1333/1991 se deroga en el Real Decreto 1635/2009, de 30 de octubre, por el que se regulan la admisión de los alumnos en centros públicos y privados concertados, los requisitos que han de cumplir los centros que imparten el primer ciclo de la educación infantil y la atención al alumnado con necesidad específica de apoyo educativo en el ámbito de gestión del Ministerio de Educación (BOE nº265, de 3.11.2009) vinculado a la LOE.

En la Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil (BOE nº5, de 5.1.2008) se exponen los contenidos curriculares para esta primera etapa educativa de acuerdo con la LOMCE; en otras palabras, define el currículum para la educación infantil.

En él también se identifican contenidos del Área del Conocimiento del Entorno a través de los cuales se puede comenzar a construir el conocimiento estadístico de los estudiantes de las primeras edades.

En cuanto al Primer ciclo, éstos se hallan en el Bloque 1: Interacción con el medio físico y natural:

- Establecimiento de algunas semejanzas y diferencias. Clasificaciones atendiendo a un criterio y ordenaciones de dos o tres elementos por tamaño.
- Realización de acciones sobre elementos y colecciones como juntar [...], aproximándose a la cuantificación no numérica (muchos, pocos, algunos) y numérica (uno, dos, tres) [...].
- Reconocimiento y verbalización de algunas nociones espaciales básicas como abierto, cerrado, dentro, fuera, arriba, abajo, interior y exterior (p. 15).

Por lo que se refiere al Segundo ciclo, se hallan en el Bloque 1: Medio físico: elementos, relaciones y medida:

- Discriminación de algunos atributos de objetos y materias. Interés por la clasificación de elementos. Relaciones de pertinencia y no pertinencia.

- Identificación de cualidades y sus grados. Ordenación gradual de elementos. Uso contextualizado de los primeros números ordinales.
- Cuantificación no numérica de colecciones. Comparación cuantitativa entre colecciones de objetos. Relaciones de igualdad y de desigualdad.
- Estimación cuantitativa exacta de colecciones y uso de números cardinales referidos a cantidades manejables. Utilización oral de la serie numérica para contar. Observación y toma de conciencia del valor funcional de los números y de su utilidad en la vida cotidiana
- Situación de sí mismo y de los objetos en el espacio. Nociones topológicas básicas (p.16).

Claramente, estos contenidos de Lógica, de Numeración y Cálculo y de Geometría abarcan parte de la trayectoria de aprendizaje de la estadística en la educación infantil descrita por Clements y Sarama (2015) y del NRCNA (2015). No obstante, se aprecia una ausencia de contenidos propios de la estadística, especialmente algunos relativos a la representación gráfica, que abordarían mejor toda la trayectoria. Cabe destacar también que, en la redacción de los contenidos, no se utilizan términos específicos de la estadística, por lo que interpretar que la LOMCE pretende la construcción del conocimiento estadístico en infantil resulta difícil.

### **2.3.2.3 El desarrollo curricular en Cataluña**

El despliegue curricular de las enseñanzas de la educación infantil en Cataluña está regulado, además de por la LOMCE, por la Ley 12/2009, del 10 de julio, de educación (DOGC nº5422, de 16.7.2009) (en adelante LEC) , por el Decreto 101/2010, de 3 de agosto, por el que se establece la ordenación curricular del Primer ciclo de la Educación Infantil (DOGC nº5686, de 5.8.2010) y por el Decreto 181/2008, de 9 de setiembre, por el cual se establece la ordenación de las enseñanzas del Segundo ciclo de la Educación Infantil (DOGC nº 5216, de 16.9.2008) en Cataluña.

A diferencia del currículo estatal, en el currículum autonómico catalán actual de educación infantil se identifican contenidos estadísticos en el Segundo ciclo. Asimismo, estos ya se observaban en el anterior currículum autonómico, el desplegado bajo la LOGSE en el Decreto 94/1992, de 28 de abril, por el que se establece la ordenación

curricular de la educación infantil (DOGC nº 1593, de 13.5.1992). Veamos a continuación los contenidos en el currículum catalán desplegado a partir de la LOGSE que se podían trabajar a partir de la estadística; se especifica, además, aquellos que se consideran preestadísticos y aquellos que son propios de la estadística o más afines a ella que a otro bloque matemático.

Primer ciclo:

“Relaciones cualitativas y cuantitativas: por similitud o diferencia. Por atributos comunes atendiendo a categorías universales o establecidas previamente. Por más de un atributo común.” (Departament d’Ensenyament, 1992, p.71) (*Contenido preestadístico*)

Segundo ciclo:

- “Relaciones cualitativas y cuantitativas: por similitud o diferencia. Por atributos comunes atendiendo a categorías universales o establecidas previamente. Por más de un atributo común.” (Departament d’Ensenyament, 1992, p. 95). En concreto:
  - “Relaciones cualitativas por similitud o diferencia y por más de un atributo común, atendiendo a categorías universales establecidas previamente.” (*Contenido preestadístico*)
  - “Relaciones de orden entre los elementos, según los matices de una misma cualidad.” (*Contenido preestadístico*)
  - “Relaciones cuantitativas con material discontinuo: comparaciones por igualdad o diferencia cuantitativa.” (*Contenido preestadístico*)
  - “Inicio al número natural a partir del reconocimiento de la equipotencia y del orden.” Cabe destacar que, algunos de los objetivos de este contenido son:
    - “Iniciar el uso del número natural para determinar una relación cuantitativa de forma verbal o gráfica. (*Contenido preestadístico*)
    - Comparar cantidades representadas gráficamente para establecer relaciones entre ellas. (*Contenido estadístico*)
    - Interpretar una relación cuantitativa representada gráficamente.” (*Contenido estadístico*)
- “Estrategias en el planteamiento y solución de situaciones diversas. (Departament d’Ensenyament, 1992, p.97). En concreto:

- “Estrategias en el planteamiento de una situación que se debe resolver, mediante procedimientos matemáticos.”, siendo alguno de los objetivos de este contenido:
  - “Constatar los resultados de la propia acción comprobando si los resultados son los previstos.”
  - “Representar, gráficamente o con objetos, la solución a cuestiones matemáticas lógicas o cuantitativas.” (*Contenido estadístico*)
- Como contenido actitudinal, destaca: “Valoración de los recursos matemáticos.” (Departament d’Ensenyament, 1992, p.98). En concreto:
  - “Interés en el uso del lenguaje y de los procedimientos matemáticos.”, con los objetivos siguientes:
    - “Descubrir las aplicaciones de la matemática en la realidad cotidiana.”
    - “Participar, de forma activa, en las experiencias.”

En la línea del currículo autonómico catalán desplegado en el marco de la LOGSE, los contenidos del Primer ciclo del actual currículo también son pre estadísticos. De igual modo, en el del Segundo ciclo también se observan contenidos propios de la estadística; además, aparecen en él de forma más explícita. Por ejemplo, se menciona la recogida y el análisis de datos o la elaboración de gráficos y su interpretación, aunque no se matiza, el cómo organizar los datos, el tipo de gráfico a utilizar (pictograma o diagrama de barras) o, incluso, qué medidas de tendencia central, como la moda, se pueden interpretar.

Por otro lado, cabe señalar que en los contenidos se observan, subyacentes, los procesos matemáticos.

A continuación, se presentan los contenidos del actual currículum catalán afines a la estadística y también se relacionan con los procesos matemáticos.

En el 1<sup>er</sup> ciclo:

- [...] “Inicio de las primeras clasificaciones, ordenaciones y correspondencias en función de las características y los atributos.” (p.82) (*Contenido preestadístico*)
- “Reconocimiento de secuencias espaciales, temporales y lógicas e inicio en el uso de las primeras nociones cuantitativas en situaciones cotidianas.” (Decreto 101/2010, 2010, p.82) (*Contenido preestadístico*)

En el 2<sup>o</sup> ciclo:



- “Uso de instrumentos de observación directa e indirecta para la realización de exploraciones y de experiencias, tanto analógicos como digitales: lupas, balanzas y sensores para la recogida y posterior análisis de datos. Inicio en el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.” (Decreto 181, 2008, p.131) (*Contenido estadístico, análisis de datos. Conexiones con el entorno*)
- “Curiosidad e iniciativa para la descubierta, para hacerse preguntas, buscar información de diferentes fuentes, compartirla [...] y organizarla en los diferentes modelos” (Decreto 181, 2008, p.131). (*Contenido estadístico, recogida y organización de los datos, resolución de problemas*)
- “Comparación, ordenación y clasificación de objetos y material, estableciendo relaciones cualitativas y cuantitativas, para reconocer patrones, verbalizar regularidades y hacer anticipaciones.” (Decreto 181, 2008, p.132) (*Contenido preestadístico; contenido estadístico, interpretación de los datos, razonamiento*)
- “Construcción de la noción de cantidad e inicio de su representación.” (Decreto 181, 2008, p.132) (*Contenido preestadístico*)
- “Uso de estrategias para resolver situaciones que requieren conocimientos matemáticos. Verbalización de los procesos y valoración de los resultados” (Decreto 181, 2008, p.132). (*Contenido estadístico, estudio estadístico. Resolución de problemas, razonamiento y comunicación*)
- “Elaboración e interpretación de representaciones gráficas sencillas sobre datos de la vida cotidiana” (Decreto 181, 2008, p.132). (*Contenido estadístico, elaboración e interpretación de gráficos, representación, razonamiento, conexiones con la vida cotidiana*)
- “Uso de instrumentos tecnológicos en los procesos creativos para el trabajo con la fotografía, el vídeo y el ordenador a través de programas abiertos de edición de textos, gráficos, presentaciones. [...]” (Decreto 181, 2008, p.134). (*Contenido estadístico, elaboración de gráficos, representación*)
- “Reconocimiento y uso del lenguaje matemático con números, símbolos y códigos que pueden ser leídos por otros y que tiene significados compartidos por la sociedad en contextos reales y situaciones progresivamente más complejas” (Decreto 181, 2008, p.134). (*Contenido estadístico, comunicación y representación*)
- “Uso de procedimientos, como preguntar, negociar, predecir, planificar, razonar, simular” (Decreto 181, 2008, p.135). (*Contenido estocástico, resolución de problemas, razonamiento*)

Como se puede constatar, el actual currículo catalán define contenidos propiamente estadísticos, aunque, desde nuestro punto de vista, el enfoque abierto de algunos de ellos, puede confundir su interpretación a los docentes. Además, como ya ocurre con el currículo estatal, la ausencia de una terminología más específica, también lo dificulta.



## **CAPÍTULO III**

### **METODOLOGÍA**

En este capítulo se describe la metodología de la investigación a partir de los elementos propios de toda metodología.

Así, en el primer apartado se limita el problema de investigación y se definen los objetivos de trabajo, así como las hipótesis, aunque estas últimas con carácter de expectativa. A continuación, se justifica el diseño teórico de la investigación y, en un tercer apartado, se presenta el contexto educativo en el que se lleva a cabo este estudio. En el cuarto, se describe el Ciclo o Estudio piloto de la investigación, necesario para el diseño definitivo de la acción formativa del Ciclo formativo y, finalmente, en el quinto apartado, se describe el diseño e implementación de la acción formativa implementada con maestros recién graduados en formación y de la que se obtendrán los datos para abordar los objetivos generales de la investigación. En estos dos últimos apartados se precisan los instrumentos de recogida de datos y los materiales utilizados.

### 3.1 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN, OBJETIVOS E HIPÓTESIS

Como ya se ha mencionado, en la formación de los futuros maestros, existe la necesidad de incorporar prácticas docentes centradas en el desarrollo de competencias reflexivas y, más aún, en el ámbito de la estadística, un campo en el que los maestros no se sienten cómodos por la falta de conocimientos básicos. Se cree, que este problema se agrava si se focaliza en los maestros de la educación infantil, pues a la poca formación elemental y didáctica que han recibido en este ámbito, se le añade la idea difundida de la supuesta poca transparencia de los contenidos de Análisis de datos en los currículums oficiales. Asimismo, para una buena orientación y posterior implementación de dichas prácticas es necesario ampliar la línea de investigación sobre conocimientos y competencias del profesor de matemáticas con estudios centrados en el maestro de educación infantil.

Así pues, con el propósito de conocer más sobre las competencias y conocimientos didáctico-estadísticos del maestro de educación infantil y de favorecer su desarrollo, se implanta una acción formativa en un máster de formación avanzada del profesorado de educación infantil y primaria.

Los *objetivos generales* de investigación que de ello se derivan son los siguientes:

OG1.: Realizar un estudio exploratorio de la competencia en análisis ontosemiótico de maestros recién graduados sobre un proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística en educación infantil videograbado. Asimismo, a la vez, se pretende desarrollar dicha competencia.

OG2.: Realizar un estudio exploratorio de la competencia en valoración de la idoneidad didáctica de maestros recién graduados sobre un proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística en educación infantil videograbado. Asimismo, a la vez, se pretende desarrollar dicha competencia.

OG3.: Realizar un estudio exploratorio del conocimiento didáctico-matemático de maestros recién graduados en el ámbito de la estadística en educación infantil.

En relación con los objetivos generales de investigación, se detallan los *objetivos específicos metodológicos* necesarios para abordarlos.

OM1.: Diseñar, implementar y valorar una acción formativa para promover el desarrollo de las competencias profesionales.

OM2.: Incorporar el aula de educación infantil en el aula universitaria.

OM3.: Realizar un análisis ontosemiótico experto de los objetos primarios y procesos matemáticos emergentes en el proceso de e/a estadístico de educación infantil videograbado.

OM4.: Valorar la idoneidad didáctica de un proceso de e/a estadístico de educación infantil videograbado.

A continuación, se presentan las *hipótesis de investigación*, pero con carácter de expectativa acerca de los resultados, pues el estudio es exploratorio por tratar los conocimientos didáctico-matemáticos y competencias profesionales de futuros maestros de niños de infantil en el ámbito de la estadística; además, el tamaño de la muestra no permite generalizar. Son las siguientes:

H1. (*sobre la acción*): Se espera que la acción formativa permita identificar características de la competencia ontosemiótica y de valoración de la idoneidad didáctica de maestros recién graduados sobre un proceso de e/a de la estadística en educación infantil.

H2. (*sobre la acción*): Se espera que la acción formativa promueva el desarrollo de la competencia ontosemiótica y de valoración de la idoneidad didáctica de maestros recién graduados sobre un proceso de e/a de la estadística en educación infantil.

H3. (*sobre la acción*): Se espera que la acción formativa permita identificar características del conocimiento didáctico en el ámbito de la estadística y de educación infantil de los maestros recién graduados.

H4. (*sobre la acción*): Se espera que la acción formativa promueva la apropiación de los significados institucionales de los procesos matemáticos.

H5. (*sobre la competencia ontosemiótica*): Se espera que los maestros recién graduados identifiquen los principales conceptos estadísticos puestos en juego en un proceso de e/a de la estadística en un aula de educación infantil.

H6. *(sobre la competencia ontosemiótica)*: Se espera que los maestros recién graduados tengan dificultades en el reconocimiento de algunos objetos matemáticos primarios puestos en juego en un proceso de e/a de la estadística en un aula real de educación infantil, especialmente en la identificación de las propiedades y proposiciones.

H7. *(sobre la competencia en valoración de la idoneidad didáctica)*: Se espera que, en las valoraciones de la idoneidad didáctica sin criterios específicos de los maestros recién graduados, éstos consideren, sobre todo, el quehacer docente, para la determinación de la adecuación de un proceso de e/a matemático.

H8. *(sobre la competencia en valoración de la idoneidad didáctica)*: Se espera que los maestros recién graduados no tengan dificultades en la aplicación de los criterios de idoneidad de Godino (2013).

H9. *(sobre la competencia en valoración de la idoneidad didáctica)*: Se espera que los maestros recién graduados argumenten con ejemplos al reflexionar sobre la adecuación de un indicador de idoneidad.

H10. *(sobre la competencia en valoración de la idoneidad didáctica)*: Se espera que los maestros recién graduados reconozcan, en sus valoraciones, que el proceso de e/a de la estadística en infantil tiene una idoneidad didáctica alta y que, por tanto, es ejemplar.

La discusión de las hipótesis nos permitirá conocer detalles sobre las competencias y conocimientos didáctico matemáticos del maestro de educación infantil, como, por ejemplo, qué objetos matemáticos identifican, cómo los relacionan con la idoneidad didáctica o en qué más se fijan para valorarla, así como también conocer más sobre la lectura que hacen de los contenidos curriculares.

### **3.2 DISEÑO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN**

Esta investigación se enmarca dentro del enfoque cualitativo exploratorio, pues los propósitos fundamentales del estudio no persiguen establecer relaciones entre variables medidas ni explicar posibles causas, sino que pretende examinar un fenómeno poco conocido en el campo de la investigación educativa matemática, como son los conocimientos y competencias de los maestros en formación sobre procesos de e/a de la estadística en educación infantil. Además, aunque en momentos puntuales se presenten resultados numéricos (frecuencias y porcentajes), básicamente, éstos se describen en

forma de narración (Hernández, Fernández y Baptista, 2014; McMillan y Schumacher, 2005).

Asimismo, se aproxima al paradigma de la investigación de diseño o investigación basada en el diseño (Kelly et al., 2008), el cual persigue el desarrollo del conocimiento acerca de una realidad educativa que se quiere mejorar a través del diseño de una intervención innovadora en ella, a la vez que investiga sobre dicho diseño (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer y Schauble, 2003; DBRC, 2003; De Benito y Salinas, 2016).

Es decir, este paradigma contribuye tanto al desarrollo teórico del contenido (aspecto concreto de la realidad educativa) como del continente (diseño para mejorar dicha realidad).

Además de crear conocimiento de diseño y enriquecer la competencia personal para la innovación, esta metodología es adecuada cuando se trata de explorar nuevas situaciones de enseñanza y aprendizaje y desarrollar teorías contextualizadas sobre ellas (DBRC, 2003), de ahí que encaje con los estudios de caso (Godino et al., 2013).

En este trabajo se pretende aportar conocimiento sobre la competencia profesional y el conocimiento didáctico-estadístico de maestros en formación sobre procesos de e/a en educación infantil (desarrollo teórico en el campo de la formación de maestros). Por otro lado, dado que se identifican carencias en la formación de los maestros en el ámbito de la estadística en infantil, se quiere desarrollar dichas competencias y conocimientos en él (mejora educativa). Para lograrlo, se hace uso de las herramientas del EOS (solución innovadora) a través de una acción formativa diseñada para ello a partir de las aportaciones de otras investigaciones, así como de la retrospcción (diseño sistemático del dispositivo). En consecuencia, se investiga sobre dicha acción formativa (construcción teórica sobre el diseño).

El proceso de una investigación basada en el diseño consta de ciclos iterativos que se retroalimentan y que se estructuran, básicamente, en tres fases (Cobb y Gravemeijer, 2008; Garelo, Rinaudo y Donolo, 2011): la fase de preparación del diseño, la fase de implementación y la fase de análisis retrospectivo.

- En la fase de preparación del diseño se analiza la realidad educativa, se define el problema y se diseña la acción a implantar en la realidad a partir de un marco teórico de referencia.

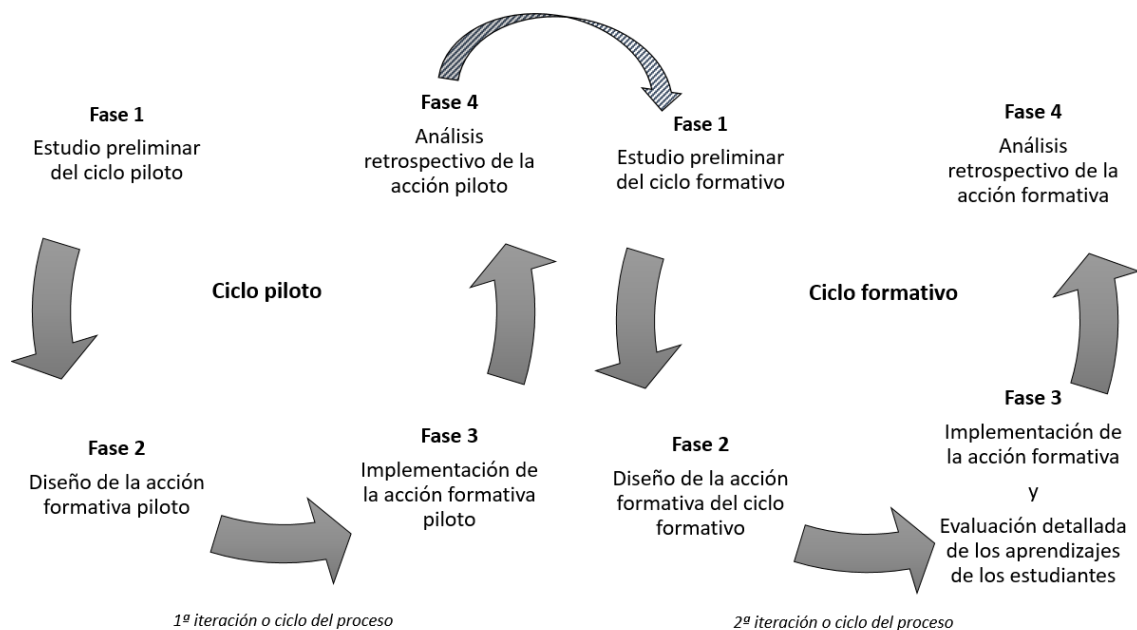


- En la fase de implementación o experimentación del diseño se interviene la realidad educativa y se recogen datos tanto acerca de la teoría que se pretende desarrollar como del propio mecanismo de la acción.
- En la fase de análisis retrospectivo se analizan los datos para construir conocimiento sobre el tema que se quiere investigar y se valora el diseño y sus posibles mejoras para ser implementado en un nuevo ciclo.

Para llevar a cabo nuestra investigación, se han tenido en cuenta estas fases generales, así como las que define, particularmente, el EOS para este tipo de investigaciones orientadas al diseño instruccional. En concreto, el EOS define cuatro fases en las que se consideran sus seis facetas (epistémica, cognitiva, afectiva, mediacional, instruccional y ecológica) (Godino, Rivas, Arteaga, Lasa y Wilhelmi, 2014); éstas son:

- La fase del estudio preliminar, en la que se identifican los significados de referencia cuyo aprendizaje se pretende, así como posibles situaciones-problema que los pongan en juego.
- La fase del diseño de la trayectoria didáctica, en la que se diseña la acción instruccional o formativa.
- La fase de la implementación, en la que se observan las interacciones entre los agentes intervinientes en ella y los recursos a través de los hechos didácticos significativos. También comprende la evaluación de los aprendizajes logrados por los estudiantes.
- La fase del análisis retrospectivo, en la que se reflexiona sobre la adecuación del proceso y se discuten posibles mejoras con la herramienta de idoneidad didáctica.

Concretamente, esta investigación se aborda en dos ciclos iterativos de cuatro fases cada uno (Figura 11). Aunque técnicamente los dos ciclos son formativos, nos referimos al primero, como Ciclo o estudio piloto y, al segundo, como Ciclo formativo de la investigación porque desde el punto de vista de los investigadores, el piloto se realizó para ajustar la acción formativa del ciclo formativo, más que para aportar resultados en el campo de la formación de maestros sobre los conocimientos y competencias de los docentes. De ahí que, en el apartado *Ciclo piloto* de este capítulo, se describan las fases del Ciclo piloto sin entrar en detalle en cuanto a la exploración de los conocimientos y competencias de los participantes se refiere.



**Figura 11.** Metodología de la investigación. Elaboración propia

El paradigma de la investigación basada en el diseño comparte con la metodología de investigación-acción su propósito de mejorar la realidad, su desarrollo dentro del contexto natural de esa realidad y el carácter cíclico del diseño. No obstante, una de las principales diferencias recae en el papel del investigador, pues, mientras que en la investigación-acción todos los agentes autóctonos de la realidad educativa adoptan el rol de investigadores, en la investigación basada en el diseño suelen ser investigadores externos que se integran en el contexto (Molina, Castro, Molina y Castro, 2011).

De ahí que, en este estudio, la doctoranda actúe como investigadora-participante. En concreto, adopta el rol de docente durante la acción formativa. El equipo de investigación se completa con la directora de la tesis, con una participación pasiva durante la acción.

### 3.3 CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN

La acción formativa de la investigación se lleva a cabo dentro de la asignatura *Diseño de Metodologías y Recursos Innovadores en la Enseñanza de las Matemáticas del Máster en Formación Avanzada del Profesorado de Educación Infantil y Primaria* y de la especialidad

de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales durante los cursos 2017-2018 (Ciclo piloto) y 2018-2019 (Ciclo formativo), en la Universidad de Lleida.

Este máster, implantado en el curso 2017-2018, de perfil investigador y profesionalizador y pionero en la universidad pública española, tiene por objetivos formar y capacitar a los docentes de educación infantil y de educación primaria en competencias que les permitan desarrollar, liderar y evaluar proyectos innovadores en contextos educativos de aula relacionados con algún ámbito de la didáctica específica, así como, la formación en competencias en investigación educativa para el desarrollo del conocimiento.

La formación, que es semipresencial, se organiza en tres módulos: el módulo obligatorio de Metodologías de investigación, de 24 ECTS; el módulo obligatorio del Trabajo Final de Máster, de 6 ECTS y, el módulo optativo, de 30 ECTS, que es específico de cada especialidad (Lectura y Biblioteca escolar, Educación Artística, Ciencias Sociales, Educación física y Expresión corporal, Matemáticas y Ciencias Experimentales y Lengua extranjera (AICLE/CLIL)) y se corresponde a un ámbito de las didácticas específicas.

En el módulo genérico, común a todas las especialidades y compuesto por cuatro asignaturas de 6 ECTS cada una, se dan las bases metodológicas para la investigación didáctica y también se tratan aspectos de innovación docente, como las metodologías con enfoque globalizado.

En cuanto al módulo optativo, se organiza en cinco asignaturas de 6 ECTS cada una. Las de la especialidad de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales son las siguientes: *Innovación e investigación en Matemáticas y Ciencias Experimentales*, enfocada tanto en la situación actual de la investigación en Didácticas de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales como en la resolución de problemas interdisciplinaria; *Diseño de proyectos en la enseñanza de las Ciencias Experimentales*, centrada principalmente en el desarrollo de proyectos de innovación para trabajar la competencia científica en el aula; *Diseño de metodologías y recursos innovadores en la enseñanza de las Ciencias Experimentales*, en la que se dan estrategias didácticas para promover la competencia científica; *Diseño de proyectos en la enseñanza de las Matemáticas*, orientada al diseño de secuencias de e-a matemáticas basadas en la enseñanza a través de la resolución de problemas y proyectos y, por último, la de *Diseño de metodologías y recursos innovadores en la enseñanza de las Matemáticas*.

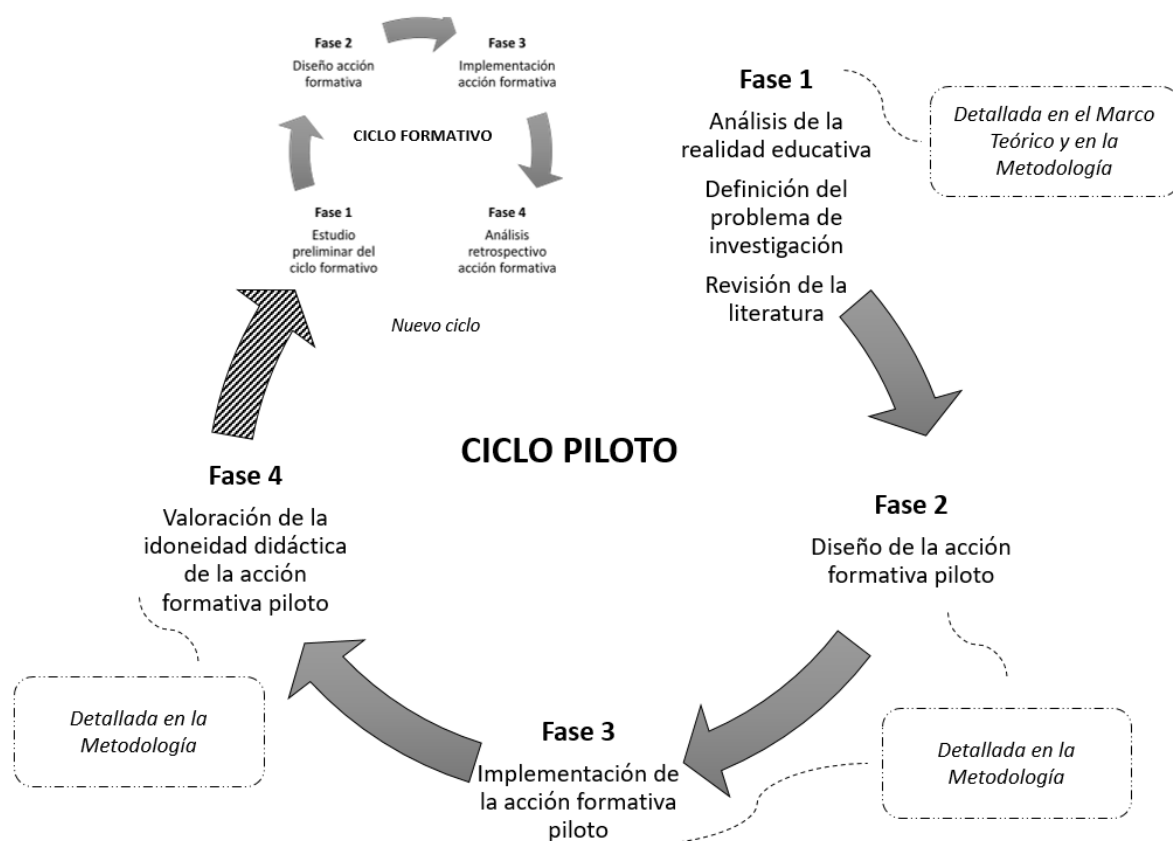
Esta última pretende, principalmente, que los estudiantes sepan analizar, valorar críticamente y mejorar la calidad de los procesos de e/a matemáticos, así como diseñar propuestas educativas innovadoras basadas en los procesos matemáticos.

Para el alcance de los objetivos de la asignatura y la adquisición de las competencias vinculadas a ésta, la materia se desarrolla en cinco sesiones presenciales de tres horas y media de duración. En concreto, se centra en el modelo teórico del EOS para el diseño, implementación y evaluación de los procesos de e-a de las matemáticas. Asimismo, se dedica un tema para el estudio de los procesos matemáticos en profundidad y, en particular, se presentan recursos didácticos para abordarlos en el aula de infantil y de primaria.

El resto de horas que completan los 6 créditos ECTS de la asignatura son no presenciales y se destinan a actividades formativas como la lectura y análisis de textos, a la elaboración de informes o a la realización de actividades de evaluación individuales y grupales.

### **3.4 CICLO PILOTO**

El primer ciclo o iteración de la investigación, al que nos referimos como Ciclo o estudio piloto (Figura 12), se desarrolló durante los cursos 2016-2017 (Fase 1 y Fase 2) y 2017-2018 (Fase 3 y Fase 4). La acción formativa del Ciclo piloto se implementó durante el curso 2017-2018 dentro de la asignatura *Diseño de Metodologías y Recursos Innovadores en la Enseñanza de las Matemáticas* del *Máster en Formación Avanzada del Profesorado de Educación Infantil y Primaria*. De hecho, es preciso destacar que se llevó a cabo durante el primer año de implementación del máster. Las participantes son las cinco maestras recién graduadas en Educación Primaria y las cuatro maestras graduadas en Educación Infantil que cursaron la asignatura durante el 2017-2018.



**Figura 12.** Fases del Ciclo piloto. Elaboración propia

A continuación, se describen las cuatro fases.

- Fase 1 piloto: Estudio preliminar.

En esta fase se detecta el problema de investigación en la formación de maestros de educación infantil y, en concreto, en cuanto a sus conocimientos didáctico-matemáticos y competencias profesionales en el ámbito de la estadística se refiere. Asimismo, se hace una revisión en la literatura existente sobre el tema y también sobre las aportaciones que hace sobre él el marco teórico del EOS para un primer diseño piloto de la acción formativa.

- Fase 2 piloto: Diseño de la acción formativa piloto.

Para el diseño de la acción formativa se tienen en cuenta los trabajos identificados en la Fase 1, así como los resultados de experiencias previas en las que ha participado el equipo investigador en la formación de futuros maestros y en las que se pusieron en juego algunas de las herramientas del EOS.

También se consideran las seis facetas del EOS, su significado y sus componentes. En cuanto a la faceta epistémica y a la ecológica, se determinan los objetos y significados institucionales que se quieren trabajar en la acción formativa piloto, así como las situaciones-problema para su representatividad. Al mismo tiempo, se valora su encaje con el contenido de la guía docente de la asignatura del máster en la que se va a implantar la acción. También se determina la trayectoria didáctica.

Por lo que respecta a la faceta cognitiva, se identifican los conocimientos didáctico-matemáticos previos de los participantes y se prevén posibles errores potenciales y dificultades de aprendizaje.

En referencia a los aspectos afectivos se parte de la base de que los maestros en formación están motivados y tienen una predisposición alta para realizar las tareas de la acción formativa piloto, pues se hallan en unos estudios universitarios postobligatorios en los que han elegido específicamente el itinerario científico-matemático porque les gustan las Matemáticas y las Ciencias Experimentales.

En cuanto a los factores mediacionales se tienen en cuenta la temporización, los materiales de estudio de los participantes y los aspectos vinculados a la implementación de un entorno de aprendizaje basado en el vídeo.

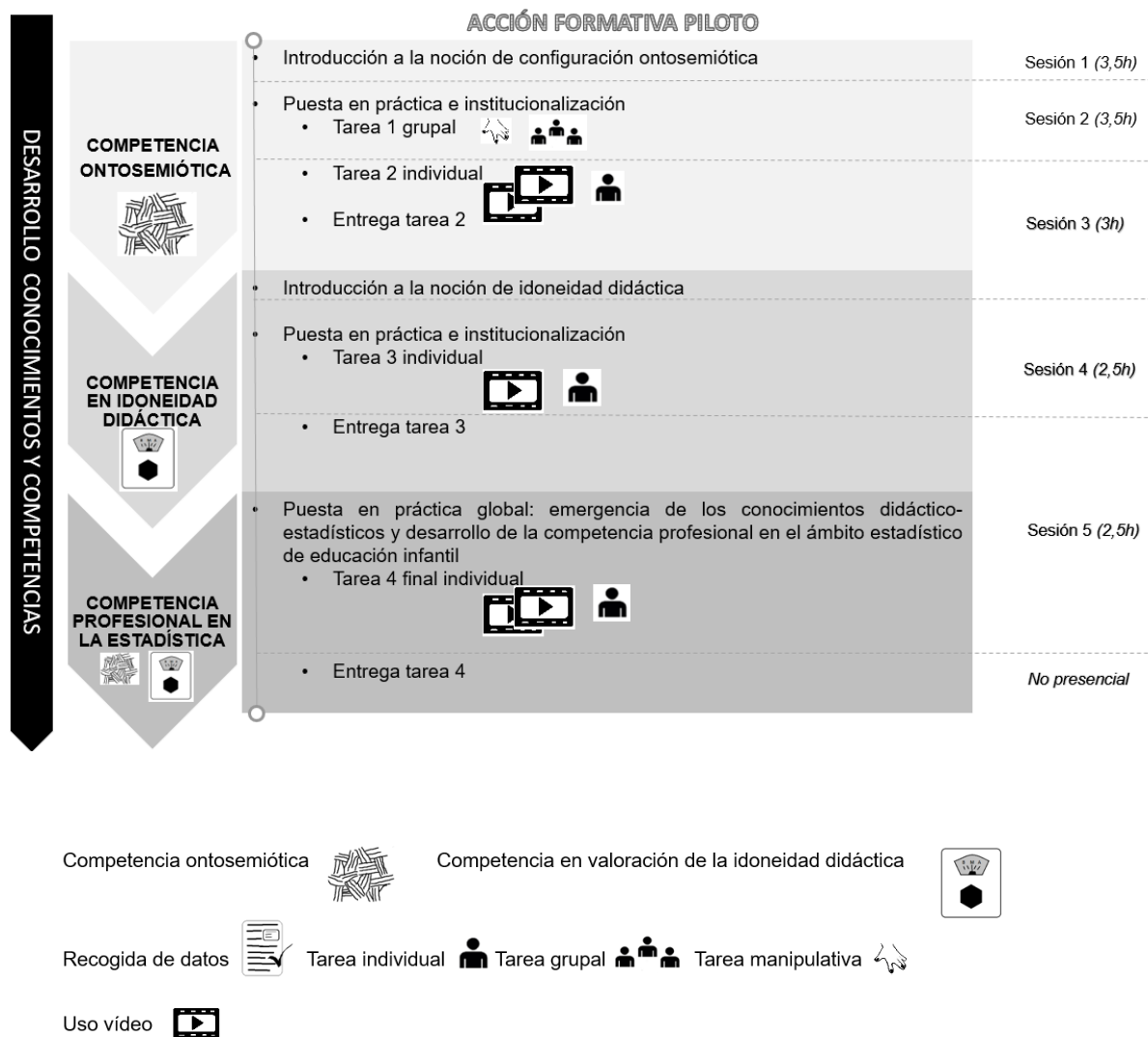
Respecto a la faceta interaccional, se deciden las tareas que se realizarán de manera individual y grupal.

Por último, se determinan los instrumentos de recogida de datos, que son las rúbricas de análisis ontosemiótico y de idoneidad didáctica correspondientes a las Tareas 2, 3 y 4.

- Fase 3 piloto: Implementación de la acción formativa piloto.

La acción formativa piloto (Figura 13) se desarrolló durante cinco sesiones de clase, una por semana y durante las cinco semanas seguidas que asigna el calendario académico a la asignatura de *Diseño de metodologías y recursos innovadores en la enseñanza de las Matemáticas*. En total, tuvo una duración de quince horas. Por otro lado, las sesiones se estructuraron en tres bloques de contenido: un primer bloque específico para la introducción de la competencia ontosemiótica, un segundo bloque específico para la introducción de la competencia en valoración de la idoneidad didáctica y, un bloque final en el que se desarrollan ambas competencias y conocimientos didáctico-matemáticos en el ámbito de la estadística en educación infantil. Respecto a los dos primeros bloques, éstos quedan definidos por dos prácticas matemáticas cada uno: una de introducción teórica de la principal herramienta del EOS para cada competencia (análisis

ontosemiótico e idoneidad didáctica, respectivamente) y, otra en la que los estudiantes aplican las herramientas. A continuación, se presentan las prácticas realizadas detalladamente.



**Figura 13.** Acción formativa piloto implementada. Elaboración propia.

- Introducción a la noción de configuración ontosemiótica.

La primera sesión de la acción formativa comenzó con un juego de exploración de los significados personales de los maestros en formación sobre los procesos matemáticos. Cada participante recibió en un papel escrito el nombre de un proceso y tenía que definirlo a los demás sin decir el nombre del proceso del que se trataba; los demás, tenían que adivinarlo. Seguidamente, se les planteó la lectura y discusión

en clase del artículo de Alsina (2013), *Los procesos matemáticos en educación infantil: 50 ideas clave* a partir de la técnica del puzzle y de unas preguntas de guía que formuló la docente. Para casa, se les propuso la lectura del documento de *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació primària* (Departament d'Ensenyament, 2013), el cual se discutió y se puso en común al inicio de la sesión 2. En la última parte de la primera sesión se expusieron por parte de la profesora contenidos teóricos acerca de los objetos matemáticos primarios; en particular, se presentó la noción de análisis ontosemiótico y la GROS. Como material de soporte, los participantes disponían de los apuntes de la asignatura, elaborados previamente por profesorado experto en el EOS.

- Puesta en práctica de la herramienta de análisis ontosemiótico e institucionalización.

En esta parte de la acción formativa los estudiantes realizaron dos tareas vinculadas, la Tarea 1 y la Tarea 2. Ambas tienen por objetivos que los maestros en formación comprendan los significados institucionales de los objetos primarios y de los procesos matemáticos (desarrollo del conocimiento didáctico-matemático), así como que pongan en práctica la herramienta de análisis ontosemiótico (desarrollo competencial). Al mismo tiempo, se pretende que valoren la importancia de realizar un análisis ontosemiótico antes de la implementación de una unidad didáctica o práctica matemática y, otro, después (reflexión de la práctica docente y mejora).

La Tarea 1, que trata sobre los mosaicos, consiste en cuatro ítems (Figura 14), tres de ellos vinculados al conocimiento común del contenido y, uno, al conocimiento especializado y la competencia ontosemiótica. Es preciso mencionar que, se eligió esta tarea de geometría tanto por la riqueza de objetos (Tabla 4) como porque se parte de la base de que los participantes están muy familiarizados con dichos objetos, es decir, los significados personales de los estudiantes sobre los objetos coinciden o están muy próximos a los institucionales.



<b>Tarea 1: MOSAICOS</b>	
1)	Clasifica de diferentes maneras las piezas del material Pattern Blocks.
2)	¿Cuánto miden los ángulos interiores de las figuras del Pattern Blocks? Descúbrelo sin utilizar ningún instrumento graduado.
3)	Un <b>mosaico</b> es un recubrimiento del plano hecho con unas piezas, las teselas, que cumplen las siguientes características: <ul style="list-style-type: none"> <li>- No se puede superponer ninguna pieza</li> <li>- No se pueden dejar espacios sin recubrir</li> </ul> ¿Cuántos mosaicos puedes hacer utilizando solo el mismo polígono regular? ¿Por qué?
4)	Identifica los objetos primarios y procesos matemáticos que emergen al resolver los apartados anteriores.

**Figura 14.** Consignas de la Tarea 1. Elaboración propia.

**Tabla 4.** Análisis ontosemiótico experto de la Tarea 1

Objetos primarios y procesos matemáticos emergentes en la Tarea 1 (Mosaicos)	
Conceptos	Polígono regular, polígono irregular, figura geométrica, cuadrado, hexágono, trapecio, triángulo, rombo, hexágono regular, triángulo equilátero, clasificación, mosaico regular, mosaico semiregular, ángulo interior, composición y descomposición,
Elementos lingüísticos	Expresiones verbales: el nombre de los polígonos. Numérico: Valor de los ángulos Simbólico: +, =, ° Tabular: tabla de doble entrada para registrar el polígono regular y el valor de su ángulo interior. Gráfico e icónico: representaciones en el papel de los polígonos y sus descomposiciones, clasificaciones de las piezas o los mosaicos realizados con las piezas.
Procedimientos	Clasificar, sumar, restar, multiplicar, dividir, triangular, componer y descomponer, ensayo-error
Propiedades y proposiciones	P1. Las piezas (polígonos) se pueden clasificar según el nº de lados.

	<p>P2. Las piezas (polígonos) se pueden clasificar según si son regulares o irregulares.</p> <p>P3. El hexágono es regular.</p> <p>P4. El rombo es irregular.</p> <p>P5. El triángulo equilátero es regular.</p> <p>P6. El trapecio es irregular.</p> <p>P7. La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180.</p> <p>P8. El hexágono se puede descomponer en seis triángulos equiláteros.</p> <p>P9. El hexágono se puede descomponer en dos trapecios.</p> <p>P10. El hexágono se puede descomponer en un trapecio, un rombo (azul) y un triángulo equilátero.</p> <p>P11. El ángulo interior de un hexágono regular mide <math>120^\circ</math>.</p> <p>P12. Los ángulos interiores del rombo (azul) miden <math>60^\circ</math> y <math>120^\circ</math>.</p> <p>P13. Solo hay tres mosaicos regulares.</p> <p>P14. Los pentágonos regulares no teselan el plano.</p>
Argumentos	<p>A1. (P4.) Porque sus ángulos interiores no miden todos lo mismo. / Porque sus ángulos interiores no son iguales.</p> <p>A2. (P5.) Porque sus ángulos miden todos lo mismo y sus lados también. / Porque sus ángulos interiores son iguales y sus lados también.</p> <p>A3. (P12.) Porque se puede descomponer en dos triángulos equiláteros y, el ángulo <math>\alpha</math> del rombo coincide con el <math>\alpha</math> del triángulo, que mide <math>60^\circ</math> y, el ángulo <math>\beta</math> del rombo es la suma de dos ángulos <math>\alpha</math> del triángulo: <math>60^\circ + 60^\circ = 120^\circ</math>.</p> <p>A4. (P14.) Porque su ángulo interior no es un divisor de 360.</p>
Procesos matemáticos	<p>Razonamiento y prueba (argumentación, comprobación, generalización), conexiones, resolución de problemas, representación, definición, enunciación e institucionalización</p>

---

Para su resolución, los participantes trabajaron en grupos de tres y dispusieron del material Pattern Blocks, así como otro material genérico compuesto por piezas que son figuras planas regulares, adecuadas para la construcción de mosaicos (Figura 15).

Es preciso señalar que durante la realización de la Tarea 1 hubo puestas en común y momentos de institucionalización.


ACCIÓN FORMATIVA PILOTO				
TAREA 1				
Sesión	Tipo	Práctica precedente	Material	Práctica posterior
2		Discusión documento <i>Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació primària.</i>	Pattern Blocks Material genérico para mosaicos	Tarea 2

Figura 15. Características de la Tarea 1 del piloto. Elaboración propia

La Tarea 2 consiste en el reconocimiento de los objetos matemáticos primarios y de los procesos matemáticos puestos en juego en un proceso real de enseñanza y aprendizaje de 5º de educación primaria en el que los estudiantes resuelven las consignas 1,2 y 3 de la Tarea 1. Así pues, para ello, los maestros en formación vieron dos veces en vídeo una clase real grabada de matemáticas sobre geometría (Figura 16). En esta ocasión, se les pidió que hicieran el análisis de manera individual con una rúbrica que se les proporcionó y que la entregaran al final de clase (Figura 17).



ACCIÓN FORMATIVA PILOTO				
TAREA 2				
Sesión	Tipo	Práctica precedente	Material	Práctica posterior
3		Tarea 1	 Vídeo geometría (60' aprox. duración) Rúbrica de análisis ontosemiótico	Reflexión y puesta en común sobre "¿Qué aspectos considerarías para valorar la idoneidad de un proceso de enseñanza y aprendizaje?"

Figura 16. Características de la Tarea 2 del piloto. Elaboración propia

<b>Análisis de objetos y procesos matemáticos. Mosaicos</b>	
El <b>análisis ontosemiótico</b> consiste en identificar los objetos matemáticos puestos en juego en unas prácticas matemáticas (conceptos, elementos lingüísticos...) y establecer correspondencias con sus respectivos significados.	
<b>Tarea 2</b>	
Identifica los objetos y procesos matemáticos que emergen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de geometría que acabas de ver en vídeo. Justifica su puesta en juego (¿Por qué emerge? ¿Cuándo? ¿Cómo?...)	
<b>OBJETO</b>	<b>JUSTIFICACIÓN EN EL VÍDEO</b>
CONCEPTOS	
ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS	
PROCEDIMIENTOS	
PROPIEDADES Y PROPOSICIONES	
ARGUMENTOS	
PROCESOS MATEMÁTICOS	
FUENTE: Adaptada de Rivas, Godino y Castro (2012)	

**Figura 17.** Rúbrica de análisis ontosemiótico de la Tarea 2. Elaboración propia

- Introducción a la noción de idoneidad didáctica y puesta en práctica e institucionalización.

Esta parte comenzó al final de la sesión 3 con una reflexión y discusión oral sobre los aspectos en que se fijan los maestros en formación para la valoración de la adecuación de un proceso de enseñanza y aprendizaje matemático. A continuación, para casa, se les propuso la lectura del artículo *Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* (Godino, 2013). La siguiente sesión, la 4, se inició con la discusión del artículo y la institucionalización de los criterios de idoneidad. Luego, se pasó a la Tarea 3 (Figura 18), con el objetivo de poner en práctica la herramienta de idoneidad didáctica (desarrollo competencial). En ella, se pidió a los participantes que, individualmente, valoraran el proceso de e/a grabado y visualizado en la Tarea 2 aplicando los criterios de idoneidad de Godino

(2013). Para ello, se les proporcionó una rúbrica para cada idoneidad con las componentes e indicadores correspondientes (Figura 19) y volvieron a ver el vídeo. Durante el tiempo de trabajo personal en que las completaron, fue necesaria la intervención de la docente para resolver conflictos sobre el significado de algunos indicadores.


ACCIÓN FORMATIVA PILOTO				
TAREA 3				
Sesión	Tipo	Práctica precedente	Material	Práctica posterior
4		Discusión artículo <i>Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje</i>	 Vídeo geometría (60' aprox. duración) Rúbricas de valoración de idoneidad didáctica	Puesta en común sobre la Tarea 3

Figura 18. Características de la Tarea 3 del piloto. Elaboración propia

IDONEIDAD AFECTIVA	
Tabla 3. Componentes e indicadores de idoneidad afectiva	
COMPONENTES	INDICADORES
Intereses y necesidades	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Las tareas tienen interés para los alumnos</li> <li>- Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional</li> </ul>
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.</li> <li>- Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.</li> </ul>
Emociones	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.</li> <li>- Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.</li> </ul>
Fuente: Godino (2013)	
Valora las siguientes componentes de la idoneidad afectiva del proceso de enseñanza y aprendizaje del vídeo. Para ello, utiliza los indicadores de cada componente. <b>Justifica tu criterio aportando evidencias del vídeo.</b>	

Intereses y necesidades		
Actitudes		
Emociones		
El grado de idoneidad afectiva es...		

**Figura 19.** Modelo de rúbrica para la valoración de la idoneidad afectiva. Elaboración propia

Se les dejó tiempo para terminar la tarea en casa y presentar las rúbricas en la siguiente y última sesión, en la que hubo una puesta en común de la Tarea 3.

- Puesta en práctica global.

La trayectoria didáctica implementada acaba en la sesión 5 con la realización de la Tarea 4 (Figura 20). Con ella se pretende que los maestros en formación movilicen sus conocimientos didáctico-estadísticos y desarrollen tanto la competencia en análisis ontosemiótico como la de valoración de la idoneidad didáctica en un contexto de enseñanza y aprendizaje de la estadística en educación infantil. Para abordar el objetivo, se entregó a cada participante un dossier con una rúbrica de análisis ontosemiótico como la de la Tarea 2 y también unas de idoneidad didáctica, como las de la Tarea 3. Los participantes vieron dos veces la videograbación de un proceso de e/a de la estadística que tuvo lugar en una clase de P5 de educación infantil. Entre visionado y visionado, se dejó tiempo de trabajo personal. Además, pudieron acabar de completar y perfeccionar sus análisis en casa durante quince días.

ACCIÓN FORMATIVA PILOTO				
TAREA 4				
Sesión	Tipo	Práctica precedente	Material	Práctica posterior
5		Puesta en común sobre la Tarea 3	 Vídeo estadística (22' duración) Rúbrica de análisis ontosemiótico Rúbricas de valoración de idoneidad didáctica	-----

Figura 20. Características de la Tarea 4 del piloto. Elaboración propia

- Fase 4 piloto: Análisis retrospectivo del piloto.

Como puntos fuertes del diseño, tanto el equipo investigador como los maestros en formación valoramos positivamente la idoneidad epistémica y, en particular, las situaciones-problema elegidas, sobre todo, el hecho de que abarquen tanto la educación primaria como la educación infantil e, incluso, de que la Tarea 4 trate la estadística. No obstante, es preciso destacar que, cuando la docente presentó la Tarea 4 y dijo que el proceso de e/a a analizar estaba contextualizado en la estadística, algunos maestros graduados en infantil expresaron su desagrado que pronto se transformó en conformidad porque “así aprenderemos más” o “nos vendrá bien porque casi no sabemos estadística”.

Ahora bien, desde nuestro punto de vista, la acción formativa piloto implementada es ambiciosa en cuanto a los significados institucionales de los objetos y procesos matemáticos se refiere. Uno de los obstáculos para la apropiación de éstos recae en la propia terminología del marco teórico del EOS (nombres de las facetas, análisis ontosemiótico, objetos matemáticos, procesos, dualidades) necesario para su adquisición, con el que los maestros en formación no están acostumbrados a trabajar. Una vez que tienen cierto dominio de estas palabras, se observa que la siguiente dificultad aparece en sus definiciones, pues, en algunos casos, les supone una verdadera práctica de metafísica. Este hecho se agrava cuando se trata de los procesos matemáticos.

De ahí que, en algunos de los reconocimientos de objetos y procesos matemáticos se observen elementos que no se corresponden con el tipo señalado por el participante.

En el caso de estar más familiarizados con el vocabulario, como los conceptos, las propiedades o los argumentos, también se han identificado ciertas dificultades en discernir qué tipo de objeto es un elemento identificado.

En cuanto al vocabulario específico referente a los criterios de idoneidad, no se ha identificado ninguna dificultad extra más allá de las palabras autóctonas del EOS como epistémica, cognitiva o ecológica.

Es preciso resaltar que, el hecho de que las sesiones hayan sido en semanas consecutivas no favorece la superación de las dificultades señaladas, pues, claramente, los maestros en formación necesitan tiempo para apropiarse de las herramientas del EOS.

Los resultados de la evaluación de la competencia en valoración de la idoneidad didáctica indican que la acción formativa ha promovido su desarrollo, aunque hay diferencias entre las idoneidades parciales. En particular, destaca el bajo nivel en la valoración de la faceta epistémica, que se ve afectada por los conflictos cognitivos mencionados con los tipos de objetos y sus significados. Por otra parte, se han identificado patrones de respuestas en las valoraciones como los que señala Gea (2014).

Por todo lo anterior, el grado de idoneidad cognitiva de la acción piloto es medio-bajo. Respecto a la idoneidad interaccional, claramente se han contemplado momentos de trabajo autónomo y la interacción docente-discente afirmamos que ha sido, con la mayor objetividad posible, buena. Asimismo, no solo se han resuelto dudas en las puestas en común, sino también en los momentos de trabajo individual. No obstante, un punto de mejora y que está relacionado con la idoneidad cognitiva es la interacción entre discentes. Si bien es cierto que hubo comunicación matemática entre ellos y, en ningún momento se les negó la posibilidad de dialogar, es posible que la resolución de las tareas de forma grupal aumente la autoestima y facilite la superación de ciertas dificultades.

En cuanto a la componente de recursos de la idoneidad mediacional se concluye que es medio-alta. Para ello, se han sopesado los puntos fuertes y débiles del uso del vídeo, así como la adecuación de las rúbricas proporcionadas.

Respecto a éstas últimas, apuntamos que, para la valoración de la idoneidad didáctica del proceso de educación infantil, no han acabado de encajar, pues, a nuestro modo de ver, los maestros en formación no la han sabido extrapolar al contexto de infantil.

En referencia al desarrollo de la competencia ontosemiótica, el vídeo ofrece una ventaja frente a su desarrollo a través de las tareas escritas. En concreto, ésta recae en el reconocimiento de los procesos matemáticos. En nuestra opinión, dada la naturaleza de éstos, su identificación a partir de tareas escritas queda sesgada porque su emergencia está vinculada con la implementación que se hace de una actividad matemática. El proceso de comunicación es un claro ejemplo de ello. Por lo que se refiere al desarrollo de la competencia en valoración de la idoneidad didáctica, en la línea de algunos autores



(Kleinknecht y Schneider, 2013; Seidel et al. 2011; Zhang et al., 2011) el visionado de un proceso de e/a llevado a cabo por terceros favorece la aplicación de los criterios de idoneidad con más libertad y objetividad que si se aplican sobre un proceso en el que los evaluadores han tomado parte. Otro aspecto positivo del uso del vídeo es su “efecto fotografía” de la configuración didáctica, pues se puede visualizar cualquier momento tantas veces como uno desee. Esta característica se agradece cuando se quiere ejemplificar o aportar evidencias en las puestas en común con los maestros en formación. Ahora bien, la singularidad del vídeo de ofrecer una radiografía macro de la realidad del aula, es un inconveniente cuando se trata de evaluar el aprendizaje de todos los estudiantes que aparecen en el vídeo. Para ello, se necesitarían vídeos más focalizados en cada estudiante. En ese sentido, es más fácil evaluar esta componente de la idoneidad cognitiva a partir de una tarea escrita.

Un último punto importante a valorar del uso del vídeo en la acción formativa piloto está estrechamente vinculado con la idoneidad afectiva, así como con la idoneidad temporal. En total, se dedicaron unos 230 minutos a ver los vídeos, lo que supone el 25% del tiempo de la acción formativa. Asimismo, representa el 66% de la sesión 3. En consecuencia, creemos que se destinaron demasiados minutos a ver vídeo y, en algunos momentos, fue pesado para los maestros en formación, aunque, en general, se les vio interesados y aplicados en la resolución de las tareas. De hecho, en algunas ocasiones, no hubo puntualidad a la hora de acabar las sesiones porque todos los agentes implicados estaban inmersos en el proceso de e/a. Por tanto, el grado de idoneidad afectiva es medio-alto.

Finalmente, cabe resaltar que los maestros en formación manifestaron que el ciclo formativo les había resultado muy útil para su práctica docente, pues les había ofrecido herramientas que desconocían o que no tenían conciencia de ellas, pero que las necesitaban para el óptimo ejercicio de su profesión. De ahí que, la idoneidad ecológica del piloto sea alta. Asimismo, otro aspecto que lo corrobora es que los contenidos implementados, así como los objetivos de aprendizaje logrados se correspondieron con los marcados a priori por la guía docente de la asignatura.

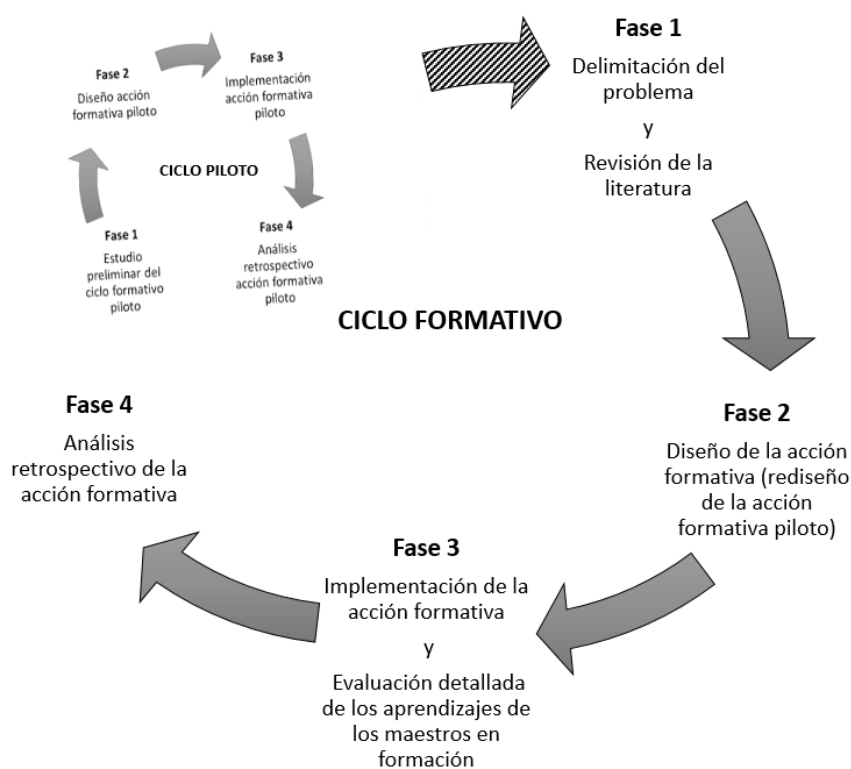
Por último, cabe remarcar que para el análisis retrospectivo se ha desglosado la idoneidad mediacional en dos partes: una referente a los recursos y, la otra, al tiempo. Se ha considerado oportuno proceder de este modo porque los grados de idoneidad de ambas componentes son diferentes y, en especial, el de la temporal es más bien bajo. En este caso, valorar estas componentes conjuntamente no favorece la mejora de la acción.

Después del análisis retrospectivo del Ciclo piloto se comenzó un nuevo ciclo, el Ciclo formativo, que se presenta a continuación.

### 3.5 CICLO FORMATIVO

El segundo y más importante ciclo de la investigación, al que nos referimos en este trabajo como Ciclo formativo (Figura 21), se desarrolló durante los cursos 2017-2018 (Fase 1), 2018-2019 (Fase 2 y Fase 3) y 2019-2020 (Fase 4).

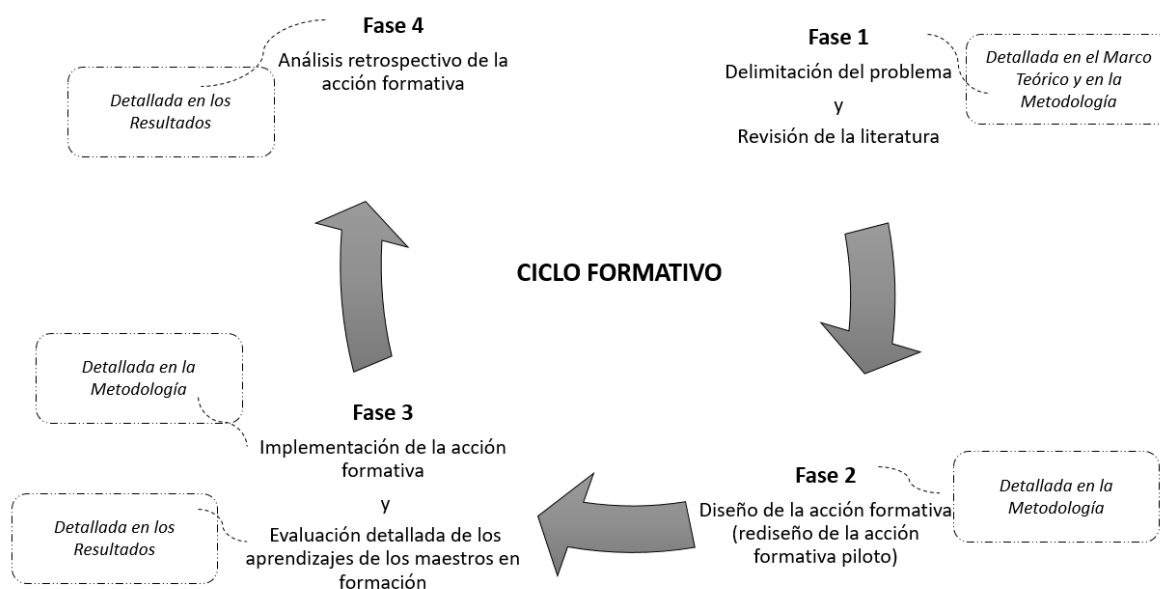
Este ciclo comprende la principal acción formativa de nuestro estudio pues, a partir de ella, se abordan completamente los objetivos generales de la investigación.



**Figura 21.** Fases del Ciclo formativo. Elaboración propia

Es preciso mencionar que, las fases de este ciclo no se describen detalladamente de forma conjunta en un mismo apartado, sino que su descripción, como es evidente, queda integrada en los diferentes capítulos de este trabajo.

En la Fase 1 del Ciclo formativo se hizo una segunda revisión de la literatura para la refinación del problema de investigación y para el rediseño de la acción formativa. Los trabajos consultados tanto en la Fase 1 del Ciclo formativo como del Ciclo piloto se recogen, fundamentalmente, en el *capítulo Marco teórico (II)*. Por lo que respecta a las principales características del diseño de la acción formativa, así como la descripción de su implementación, se presentan en los siguientes apartados de este capítulo. En cuanto a la evaluación de las competencias profesionales de los maestros en formación y, por tanto, al mismo tiempo, al análisis y discusión de los datos para el desarrollo teórico del tema de competencias y conocimientos didáctico-estadísticos en educación infantil, se recoge en el *capítulo Resultados y Discusión*, del mismo modo que el análisis retrospectivo de la acción formativa. Así, la Fase 4 del Ciclo formativo se corresponde con el *apartado 5.3 del Capítulo V* (Figura 22).



**Figura 22.** Desarrollo explicativo de las fases del ciclo formativo. Elaboración propia

### 3.5.1 Participantes

La acción del Ciclo formativo, implementada en la Fase 3, se llevó a cabo con los diez estudiantes, de 23 y 24 años de edad, que cursaron la especialidad en Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales del máster durante el curso 2018-2019.

La muestra, siguiendo las características propias de la metodología basada en el diseño (Molina et al., 2011), respecta el grupo natural de la clase y está formada por maestros que obtuvieron el título del Grado de Maestro al acabar el anterior curso académico, el 2017-2018. Así pues, son docentes en formación recién graduados y sin experiencia laboral. En particular, el grupo está constituido por ocho graduados en Educación Infantil y dos, en Educación Primaria.

Por lo que se refiere a la formación previa de los participantes, el plan de estudios del Grado de Educación Primaria que cursaron los dos tipos de maestros de la muestra, contempla tres asignaturas específicas del ámbito matemático en las que se estudian tanto los objetos matemáticos que configuran cada rama, como se tratan contenidos didácticos para su enseñanza: *Numeración, Cálculo y Medida*, de 8 ECTS; *Espacio y Forma*, también de 8 ECTS y, *Tratamiento de la información, azar y probabilidad*, de 6 ECTS.

En cuanto al plan de estudios del Grado de Educación Infantil que cursaron los ocho maestros restantes de la muestra, éste incluye, únicamente, una asignatura de matemáticas de 8 ECTS: *Aprendizaje de las Matemáticas*. En ella, abordaron contenidos didáctico-matemáticos de lógica, de numeración, cálculo, medida y relativos al conocimiento del espacio y la forma. Asimismo, destinaron 0,5 ECTS de la asignatura a la estadística.

Es preciso resaltar que, en cuanto a la trama de objetos implicados en el proceso de e/a estadístico en infantil a valorar ha sido estudiada tanto en la asignatura de *Aprendizaje de las Matemáticas* como en la de *Tratamiento de la información, azar y probabilidad*.

Aunque la participación de los maestros con formación en educación primaria puede parecer desacertada, la realidad del mundo laboral es que, no hay garantías de que un graduado en Educación Infantil ejerza, en un futuro, en un aula de educación infantil, ni que un graduado en Educación Primaria, lo haga en una de primaria. La realidad de las escuelas es que en ellas hay maestros que han estudiado Educación Infantil e imparten en primaria y, al revés, maestros que han estudiado educación primaria y son maestros de educación infantil.

Por tanto, se considera oportuno y necesario desarrollar también la competencia ontosemiótica y de valoración de la idoneidad didáctica de prácticas matemáticas de educación infantil en maestros graduados en primaria, así como, al revés, desarrollar la competencia ontosemiótica y de valoración de la idoneidad didáctica de prácticas matemáticas de educación primaria en maestros graduados en infantil.

No obstante, entre otras razones que se verán más adelante, para mitigar posibles diferencias de partida en cuanto a los conocimientos didáctico-matemáticos de los grupos y a posibles sesgos en los resultados y conclusiones de la investigación, los participantes trabajaron durante toda la experiencia en parejas o grupos de dos personas, de manera que, tres de los grupos estaban formados por dos estudiantes graduados en Educación Infantil y, los otros dos grupos, por un maestro de educación infantil y uno de Primaria. Además, para la formación de las parejas se tuvo en cuenta la nota final que sacaron los maestros en la asignatura del grado de Aprendizaje de las Matemáticas. Así, cada pareja de maestros graduados en educación infantil es heterogénea; además, para formar pareja con las estudiantes graduadas en primaria se eligieron las dos maestras graduadas en infantil con mejor nota.

### **3.5.2 Diseño de la acción formativa**

El diseño de la trayectoria didáctica de la acción formativa del Ciclo formativo consiste en la refinación del diseño implementado en el Ciclo piloto. Así pues, para ello, se tiene en cuenta la valoración de la acción piloto realizada en la Fase 4 del Ciclo piloto. A continuación, se detalla el diseño de la acción formativa a partir de los cambios sugeridos en la valoración de la acción piloto.

Un primer cambio se produce en la faceta epistémica y está relacionado con los significados institucionales y de referencia de los procesos matemáticos cuyo aprendizaje se pretende. Dado que los maestros en formación necesitan más tiempo del que se dispone para asimilar el concepto de proceso matemático y, más aún, para el significado de cada uno de ellos, en la acción formativa se decide institucionalizar solamente algunos de los procesos y megaproses del EOS: comunicación, definición, enunciación, argumentación, algoritmización, problematización, generalización, representación, institucionalización, conexiones y resolución de problemas. No obstante, en el análisis ontosemiótico del vídeo de estadística se les pidió identificar los procesos de resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, representación y conexiones en el sentido del NCTM (2000) porque sus significados son los de referencia para el currículum de los estudios de educación infantil y de educación primaria de Cataluña y son más globales.

Asimismo, por la misma razón y dado que en las actividades no se pide el reconocimiento de los objetos secundarios, se decide no ponerlos en juego con profundidad.

Otro cambio importante es la adaptación de las rúbricas de valoración de la idoneidad didáctica utilizadas en la Tarea 4 del piloto; en concreto, para el Ciclo formativo, como se podrá ver en *Valoración experta de la idoneidad didáctica* o en *Resultados*, se adaptan, ligeramente, algunos indicadores de Godino (2013) para el contexto de educación infantil, aunque no a la estadística, pues consideramos que los maestros en formación deben conocer unos criterios que sean lo suficientemente amplios como para poder aplicarlos a otras áreas matemáticas.

En la faceta interaccional también se produce una modificación que influye directamente a la componente de interacción entre discentes. Como se apunta en el análisis retrospectivo del piloto, el hecho de que las tareas se realicen individualmente no facilita la superación de ciertas dificultades de manera autónoma, de ahí el otro motivo por el que, en el nuevo diseño, todas las tareas se llevan a cabo en parejas o grupos de dos personas, incluidos los trabajos escritos o rúbricas a entregar.

En cuanto a los cambios realizados en la faceta temporal, éstos afectan, sobre todo, al tiempo destinado a la visualización de las videograbaciones. Por un lado, en el rediseño solo se ve un fragmento del vídeo de geometría y no todo el proceso de e/a llevado a cabo en la escuela. En parte, este cambio también viene motivado por la decisión de acotar la puesta en juego de los procesos matemáticos y de los objetos secundarios, ya que no se necesitan tantos hechos didácticamente significativos para identificarlos y familiarizarse. Por otro lado, mientras que en la Tarea 3 del piloto se utiliza el vídeo de geometría para practicar con los criterios de idoneidad, en el rediseño, ya que se adapta la rúbrica de valoración de idoneidad didáctica, se opta por suprimir esta actividad y aplicarlos directamente al proceso de e/a estadístico de infantil videograbado.

En consecuencia, la Tarea 3 y la Tarea 4 del Ciclo piloto no coinciden exactamente con la Tarea 3 y la Tarea 4 del Ciclo formativo. Concretamente, en la Tarea 3 del Ciclo formativo los maestros participantes deben identificar la trama de objetos y procesos puestos en juego en el proceso de e/a estadístico videograbado en el aula de infantil y, en la Tarea 4, valorar solamente su idoneidad didáctica. De ahí que, otra diferencia entre el piloto y el formativo recaiga en la Tarea 4, pues mientras que en la del piloto se desarrollan en ella las dos competencias a la vez, en el formativo se separan para ajustar la acción formativa al tiempo material disponible, así como para facilitar los aspectos cognitivos de los estudiantes.

Finalmente, los últimos cambios se trazan en el comienzo y el en cierre de la acción formativa con la inclusión de prácticas de reflexión y autorregulación. Por un lado, la trayectoria didáctica del rediseño se inicia con la valoración de la idoneidad del proceso de e/a estadístico de infantil sin la aplicación de los criterios de Godino (2013) y, por el otro, se cierra con la tarea de escribir un *tuit* sin publicar que sintetice lo que la acción formativa ha aportado a cada participante.

Por todo lo anterior, el rediseño queda estructurado en tres bloques diferenciados de contenido: un primer bloque de exploración y provocación de los significados personales, un segundo bloque para el desarrollo de la competencia ontosemiótica y, un tercer bloque para el desarrollo de la competencia en valoración de la idoneidad didáctica. En particular, el primer bloque de la acción formativa pretende provocar la emergencia de los significados personales de los maestros en formación sobre los objetos matemáticos y los criterios de idoneidad y, a la vez, desencadenar evolución y refinamientos en sus ideas, conocimientos y competencias. Asimismo, aporta información a la investigación sobre sus conocimientos previos.

### **3.5.3 Implementación de la acción formativa**

La acción formativa del Ciclo formativo (Figura 23) se llevó a cabo con los diez estudiantes de la especialidad del máster durante cinco sesiones de clase, una por semana y durante las cinco semanas seguidas que asigna el calendario académico de la asignatura de *Diseño de metodologías y recursos innovadores en la enseñanza de las Matemáticas*. En total, se destinaron 12,5 horas presenciales a la implementación de la acción, lo que supone 2,5 horas menos que en el piloto. Este hecho es consecuencia de los cambios en las facetas epistémica y mediacional indicados y de que todas las lecturas de artículos (Alsina, 2013 y Godino, 2013), así como la del documento de *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació primària* se realizaron en horas no presenciales.

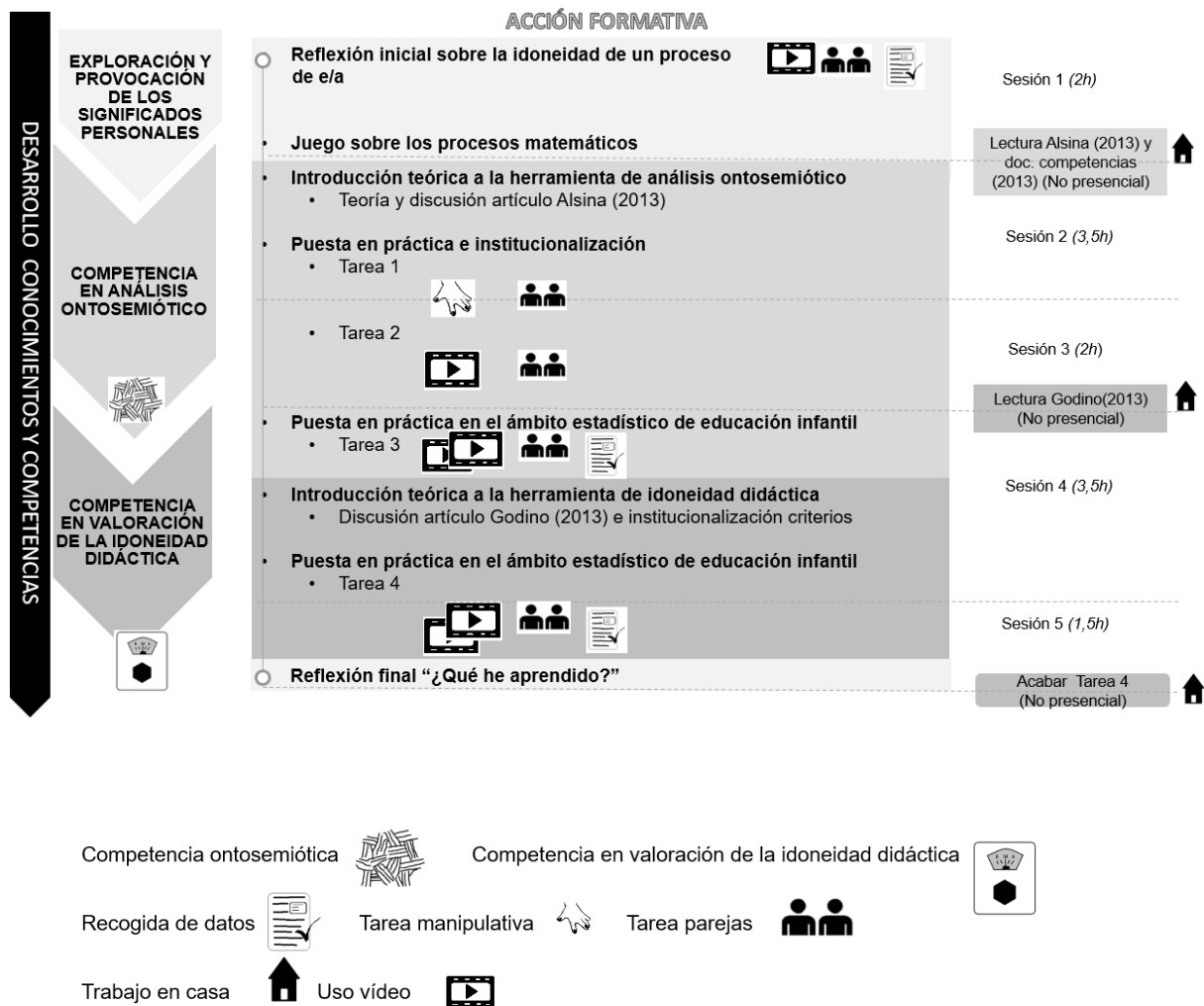


Figura 23. Acción formativa implementada del Ciclo formativo. Elaboración propia

En el comienzo de la primera sesión, se preguntó a los maestros en formación por los aspectos en los que se fijan para valorar la adecuación de un proceso de e/a y hubo una puesta en común. A continuación, vieron una vez la videograbación del proceso de e/a estadístico de infantil y se les pidió que, por parejas y por escrito, valoraran su idoneidad. Al acabar sus informes, los entregaron y pusieron en común sus impresiones e ideas. La clase siguió con el juego de exploración acerca de los significados personales de los maestros en formación sobre los procesos matemáticos, actividad con la que quedó completado el primer bloque. Se procedió de la misma manera que en el Ciclo piloto. Para casa, se les encomendó la lectura guiada a partir de preguntas sencillas del artículo de Alsina (2013), *Los procesos matemáticos en educación infantil: 50 ideas clave* y la lectura



del documento de *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació primària* (Departament d'Ensenyament, 2013).

En la segunda sesión, que es en la que se inicia, presencialmente, el bloque de desarrollo de la competencia en análisis ontosemiótico, la profesora comenzó con la presentación del marco teórico del EOS y profundizó en los objetos matemáticos primarios; en particular, se trató la noción de análisis ontosemiótico y se dio a conocer la GROS. Asimismo, se trataron los procesos matemáticos a partir del documento del Departament d'Ensenyament (2013) y se discutíó y se puso en común el artículo de Alsina (2013). Como en el Ciclo piloto, los maestros en formación dispusieron en papel de los apuntes de la asignatura.

A continuación, los participantes realizaron la misma Tarea 1 y Tarea 2 del Ciclo piloto, con la única diferencia que, en esta ocasión, en la Tarea 2 solo vieron un fragmento de la videograbación. Esta parte del bloque de puesta en práctica de la herramienta de análisis ontosemiótico e institucionalización de los significados de los objetos primarios y de los procesos matemáticos se desarrolló durante las sesiones 2 y 3.

Finalmente, en la sesión 4, se les propuso realizar la Tarea 3, que consiste en el análisis de los objetos primarios y de los procesos matemáticos del proceso de e/a estadístico de infantil. Para ello, vieron dos veces la videograbación y, por parejas en clase, completaron la rúbrica correspondiente (Figura 24) que entregaron junto a las de la Tarea 4. Con esta actividad quedó el segundo bloque del Ciclo formativo acabado.

<b>Tarea 3. Estadística en educación infantil</b>	
<b>“¿Cuál es el juego al que más gusta jugar en clase?”</b>	
Identifica los objetos primarios y los procesos matemáticos que define el NCTM que emergen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de estadística que acabas de ver en vídeo. Justifica su puesta en juego (¿Por qué emerge? ¿Cuándo? ¿Cómo?...)	
<b>OBJETO</b>	<b>JUSTIFICACIÓN EN EL VÍDEO</b>
CONCEPTOS	
ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS	
PROCEDIMIENTOS	
PROPIEDADES Y PROPOSICIONES	
ARGUMENTOS	
PROCESOS MATEMÁTICOS	

FUENTE: Adaptada de Rivas, Godino y Castro (2012)

**Figura 24.** Rúbrica de análisis ontosemiótico de la Tarea 3 del Ciclo formativo

En la segunda parte de la sesión 4 se comenzó el bloque para el desarrollo de la competencia en valoración de la idoneidad didáctica. Concretamente, la primera actividad fue de institucionalización de los criterios de idoneidad a partir de la discusión del artículo de Godino (2013) que, previamente, los maestros en formación habían leído en casa. Seguidamente, empezaron la Tarea 4. A cada pareja, se le proporcionó las rúbricas para la valoración de la idoneidad didáctica del proceso de e/a estadístico de infantil y se le pidió que las intentaran completar con la información proporcionada en los visionados anteriores del proceso de e/a. No obstante, en la última sesión, en la que se cierra el tercer bloque, volvieron a ver dos veces la videograbación y se les dejó tiempo para trabajar en clase. Hay que mencionar además que pudieron terminar de completar y perfeccionar las rúbricas en casa, pues se les dejó dos semanas más para ello.

La acción formativa terminó en la sesión 5 con una práctica reflexiva sobre lo que habían aprendido en ella y/o les había aportado ésta. Cada maestro en formación tuvo que resumirlo en una frase sintética en modo de tuit.

Es preciso añadir que, como en el Ciclo piloto, durante el tiempo de trabajo en el aula en el que las parejas realizaron el análisis ontosemiótico y la valoración de la idoneidad didáctica del proceso de e/a, la docente interactuó con algunas de ellas para resolverles dudas.

#### **3.5.4 Recogida de datos**

Los instrumentos utilizados para la recogida de datos son las producciones personales de los maestros participantes. Concretamente, son los cinco portafolios, uno de cada pareja, que contienen tanto la valoración inicial del proceso de e/a estadístico de infantil como las respuestas de la Tarea 3 y de la Tarea 4, es decir, cada portafolio incluye la rúbrica completada correspondiente al análisis de los objetos y procesos matemáticos del vídeo de estadística en infantil y las seis rúbricas completadas de valoración de la idoneidad didáctica.

El análisis cualitativo del contenido de los portafolios y su comparación con el análisis ontosemiótico experto y la valoración experta de la idoneidad didáctica del proceso de e/a estadístico en infantil llevados a cabo por la doctoranda, permiten explorar el

conocimiento didáctico-matemático de los maestros participantes y evaluar su desarrollo competencial.

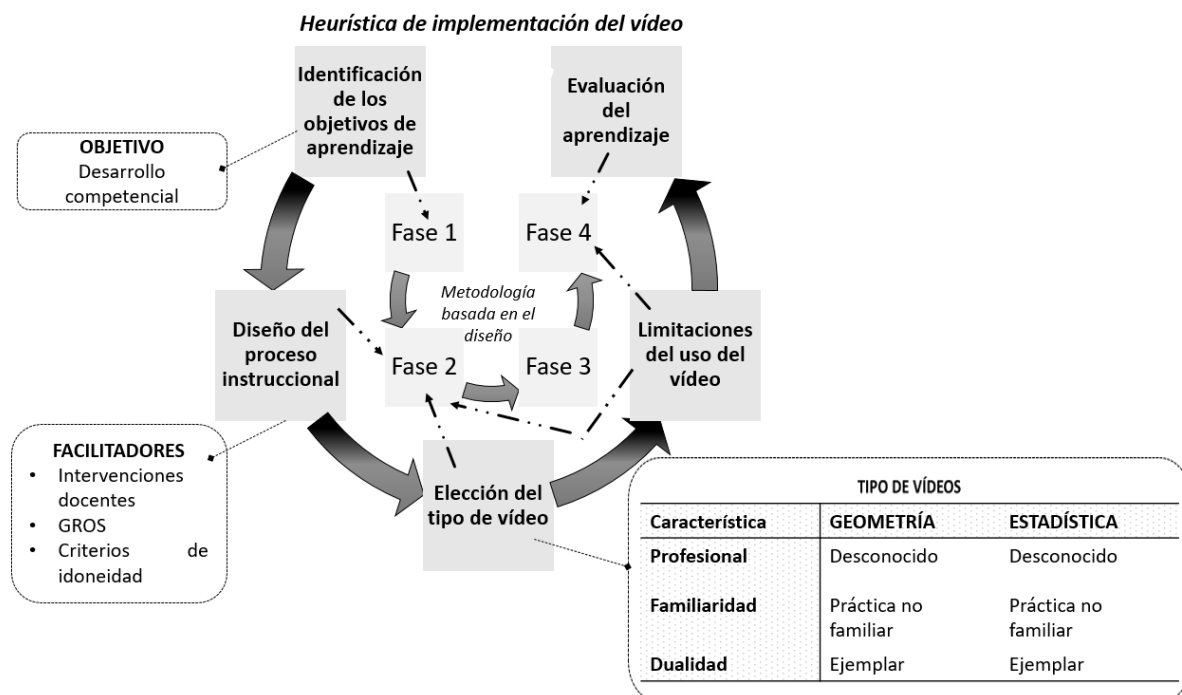
Asimismo, aunque no es un objetivo principal de esta investigación valorar completamente la implementación de la acción formativa del Ciclo formativo, pero sí que es propio de una investigación basada en el diseño como la nuestra, además del portafolio que aporta información sobre los aspectos cognitivos de los maestros en formación, se utilizan las estrategias de la observación participante y las notas de campo tomadas por el equipo investigador durante el transcurso de las sesiones de implementación de la acción formativa para poder aplicar la herramienta de idoneidad didáctica y valorar la idoneidad de la acción implementada.

Así pues, en esta investigación, las herramientas del EOS adoptan un papel doble, pues, por un lado, forman parte del contenido cuyo aprendizaje se pretende y, por el otro, son instrumentos indispensables para el análisis de los datos de este trabajo.

#### **3.5.5 El vídeo material**

En esta investigación, el vídeo, como también las herramientas de análisis ontosemiótico y de idoneidad didáctica, es uno de los materiales principales utilizados en la acción formativa para el desarrollo competencial de los maestros en formación.

Su incorporación en los dos ciclos y, en concreto, en cuanto al encaje de la metodología de implementación de éste dentro de la metodología general de la investigación basada en el diseño se refiere, claramente se ha seguido la heurística propuesta por Blomberg et al. (2013) (Figura 25).



**Figura 25.** Encaje de la heurística del vídeo en la metodología basada en el diseño. Elaboración propia.

Más concretamente, el uso del vídeo en esta investigación coincide con el que apuntan diversos autores (Coles, 2014; Gaudin y Chaliès, 2015; Santagata y Guarino, 2011; Santagata e Yeah, 2014) en la formación de profesorado (Tabla 5), pues es utilizado en la acción formativa para desarrollar en los maestros en formación habilidades de análisis y reflexión sobre la enseñanza; particularmente, estas habilidades son la competencia en análisis ontosemiótico y la competencia en valoración de la idoneidad didáctica.

**Tabla 5.** Uso de los vídeos de la investigación según autores. Elaboración propia.

Usos de los vídeos		
Según autores	Vídeo de geometría	Vídeo de estadística
Santagata y Guarino (2011) y Santagata e Yeah (2014)	Para desarrollar habilidades de análisis y reflexión	Para desarrollar habilidades de análisis y reflexión
Coles (2014)	Para aprender a mirar con sentido	Para aprender a mirar con sentido
Gaudin y Chaliès (2015)	Para analizar prácticas de e/a Para motivar la reflexión personal Para mostrar ejemplos de buenas prácticas	Para analizar prácticas de e/a Para motivar la reflexión personal Para evaluar competencias Para mostrar ejemplos de buenas prácticas

Asimismo, se utiliza también para que los maestros participantes se den cuenta de algunos aspectos importantes implicados en los procesos de e/a matemáticos, como, por ejemplo, la puesta en juego de los procesos matemáticos.

Además, especialmente el vídeo de estadística, fue diseñado en el marco de esta investigación también con la finalidad de mostrar una buena práctica real de Estadística en educación infantil, es decir, pensando en una doble ejemplaridad. Esta característica queda justificada por la valoración experta de la idoneidad didáctica, la cual se presenta en el capítulo *Análisis Experto (IV)*.

En el siguiente link se encuentra, actualmente, el vídeo del proceso de e/a estadístico grabado en el aula real de educación infantil:

<https://drive.google.com/file/d/1zMGO-gcPRmGJ0js0gT9NXpY9aVVVY9A0Q/view?usp=sharing>

En cuanto al vídeo de geometría, es un material del que ya se disponía anteriormente y que muestra un proceso real de enseñanza y aprendizaje sobre mosaicos en 5º de educación primaria, considerado también, una buena práctica docente.

Así pues, teniendo en cuenta la clasificación de Kay (2012), las dos videograbaciones que se utilizan en esta investigación son de suplemento y prácticas, aunque la de geometría es más bien segmentada y la de estadística, no.



## **CAPÍTULO IV**

### **ANÁLISIS EXPERTO**

Para poder analizar los datos y, en particular, la rúbrica de la Tarea 3 de los maestros recién graduados en formación, es indispensable partir de un análisis ontosemiótico experto del proceso de e/a videograbado. La comparación de los análisis ontosemióticos cognitivos con el experto permitirá evaluar el desarrollo de la competencia profesional en análisis ontosemiótico de los maestros.

De ahí que, en el primer apartado de este capítulo, se identifiquen los objetos primarios y los procesos matemáticos que emergen en el proceso videograbado estadístico.

Análogamente, para analizar los informes de valoración de la idoneidad didáctica sin los criterios y las rúbricas de idoneidad de la Tarea 4 de los maestros recién graduados, es necesaria la valoración experta de la idoneidad didáctica del proceso de e/a estadístico videograbado. La comparación de las valoraciones cognitivas con la experta permitirá determinar el desarrollo de la competencia profesional en valoración de la idoneidad didáctica de los maestros.

Por todo ello, en el segundo apartado, se valora la idoneidad didáctica del proceso estadístico videograbado siguiendo los criterios de idoneidad de Godino (2013).



## 4.1 ANÁLISIS ONTOSEMIÓTICO

A continuación, se detallan los objetos matemáticos primarios que emergen en el proceso de e/a videograbado, así como los procesos matemáticos en el sentido del NCTM.

### 4.1.1 Situación-problema

El vídeo muestra las prácticas matemáticas realizadas de un grupo clase de educación infantil y vinculadas a un estudio estadístico que pretende contestar la pregunta “¿Cuál es el juego que más gusta a la clase de Els Castells?”, es decir, a su clase.

En consecuencia, la práctica matemática tiene por objetivo el hallazgo de la moda de una variable estadística cualitativa y, por tanto, se corresponde a uno de los dos campos de situaciones-problema de la moda que señala Cobo (2003); en concreto, es del tipo en que se tiene que encontrar el valor representativo de unos datos cualitativos.

Asimismo, esta situación-problema contempla diferentes tareas matemáticas a realizar por los niños, las cuales están vinculadas a las diferentes fases de un estudio estadístico: recogida, organización, representación e interpretación de los datos. A su vez, se contemplan procedimientos de transnumeración o cambio de representación gráfica.

Por último, como tarea final, se propone una actividad de autorregulación del aprendizaje, que consiste en representar en una hoja en blanco lo que han hecho o aprendido.

A continuación, se contextualizan y describen las prácticas matemáticas de cada una de las cuatro sesiones que dura el proceso de e/a videograbado.

#### Sesión 1

- Formulación de cuestiones sobre datos relativos a los estudiantes

Los niños están sentados en la alfombra de la zona de “Asamblea” para hacer una lluvia de ideas. La docente les pregunta, en voz alta, cuál es el rincón de juego de la clase al que más les gusta jugar. Éstos, levantan la mano y esperan su turno para contestar.

#### Sesión 2

- Recogida de datos relativos a los estudiantes
- Organización y representación de los datos con un pictograma
- Lectura e interpretación de los datos

En esta parte del proceso de e/a se lleva a cabo la recogida, la organización, la representación en forma de pictograma y la interpretación de los datos.

Para la recogida de datos, la maestra ha diseñado una banda de papel con cinco imágenes que corresponden a los juegos que más nombraron los niños en la sesión 1. Cada niño coge una tira de papel e, individualmente y en su mesa, recorta la imagen que representa el juego que más le gusta de los cinco. A continuación, cada uno, deposita la imagen en un bote como si introdujera un voto.

Para la organización y representación, que se hacen simultáneamente, la docente ha preparado una cartulina en la que ha trazado cinco franjas horizontales y en las que ha pegado, en el inicio de cada una de ellas, la figura alusiva de cada juego. Dicha cartulina se halla colgada en la pizarra, pues se construye un único pictograma entre todos. Para ello, una niña saca, de una en una, las imágenes del bote; las muestra y, a continuación, un niño las va pegando, de una en una, en la franja adecuada. Mientras llevan a cabo esta dinámica, el resto de los estudiantes están sentados delante de la pizarra observando lo que va saliendo. La maestra aprovecha este momento para fomentar el trabajo de la estimación de resultados y les pregunta por el juego que creen que ganará en función de la evolución de la representación.

Al finalizar la representación gráfica, la maestra favorece las lecturas de nivel 1 2 de los datos a partir de la formulación de preguntas sobre el pictograma.

### **Sesión 3. Parte 1**

- Representación de los datos de manera vivencial
- Lectura e interpretación de los datos
- Transnumeración

La sesión comienza con una actividad de conocimientos previos en la que los estudiantes vuelven a hacer una lectura de nivel 1 del pictograma.

A continuación, la maestra les pide que se organicen en grupos y se coloquen en filas para representar los mismos datos de una manera vivencial. Para ello, los niños deben observar el pictograma y comunicarse entre ellos. De ahí, la transnumeración.

Después de haber construido el gráfico vivencial, la maestra vuelve a hacer preguntas a sus alumnos para que lo interpreten.

### **Sesión 3. Parte 2**

- Representación de los datos con objetos concretos
- Comparación e interpretación de los datos
- Transnumeración

En la segunda parte, los estudiantes de infantil representan los mismos datos construyendo un gráfico entre todos con piezas de Lego en el suelo de la clase. Antes de poner la primera pieza, la maestra establece la correspondencia juego-color. Luego, ella misma, va indicando qué alumno quiere que apile las piezas, de manera que elige un niño diferente para cada modalidad o juego. Mientras, el resto de alumnos observa y comenta si el compañero elige correctamente el color de pieza, así como el número de ellas. Finalmente, la maestra termina la sesión con preguntas para que interpreten el gráfico de Legos y comparen todos los gráficos.

### **Sesión 4**

- Representación y comunicación de las ideas matemáticas: autorregulación del aprendizaje

Cada estudiante representa en una hoja en blanco lo que ha hecho o aprendido durante la actividad estadística.

En definitiva, en el proceso de e/a videograbado se identifican algunas de las prácticas matemáticas propuestas por Alsina (2011, 2017) o el NCTM (2000) para el aprendizaje de la estadística en la educación infantil.

#### **4.1.2 Conceptos**

En el proceso de e/a estadístico videograbado se identifican, conceptos matemáticos de estadística y de numeración y cálculo. En menor medida, también se reconocen conceptos de lógica, así como de espacio y forma y de medida.

Conviene subrayar que, con algunos de los conceptos, los alumnos operan claramente, como, por ejemplo, con las nociones de cantidad, las nociones topológicas o las modalidades de la variable; pero también hay otros conceptos que subyacen implícita e intrínsecamente en el proceso, como la muestra o la población. Éstos son consustanciales del estudio estadístico y subyacen en todo el proceso, especialmente, en la recogida de datos y de forma discursiva en la interpretación.

En la Tabla 6 se presentan los principales conceptos propios de la estadística que se reconocen en esta práctica matemática.

**Tabla 6.** Conceptos emergentes de estadística

Estadística	
Conceptos	Justificación en el proceso de enseñanza y aprendizaje
Población	Es la clase de “Els Castells”.
Muestra	Son los estudiantes de la clase de “Els Castells” que participan en la actividad.
Variable estadística cualitativa	La variable cualitativa del estudio es: “ El rincón de juego de clase preferido.”
Modalidades de la variable	Las modalidades corresponden a los juegos que dicen los estudiantes en la lluvia de ideas.  En este estudio son: médicos, peluquería, coches, castillos de tubos y puzles.
Frecuencia absoluta	Después de representar los datos con el pictograma, identifican la frecuencia absoluta de cada modalidad, la cual interpretan como el número de personas que ha votado un juego determinado o el número de votos que ha tenido un juego determinado. Asimismo, cabe destacar que, en la representación de los datos de forma vivencial y manipulativa, parten de las frecuencias absolutas halladas en el pictograma, pues llevan a cabo una transnumeración de cambio de representación.
Gráfico	En este proceso de enseñanza y aprendizaje se representan los datos de tres maneras distintas: con un pictograma, vivencialmente y con material manipulable (piezas de Lego).

---

Pictograma	Es el primer gráfico que construyen los niños a partir de las imágenes de los juegos que les gustan. Cada imagen del pictograma corresponde a un voto.
Moda	En este proceso de enseñanza y aprendizaje la moda es la peluquería, que se interpreta como el juego que más les gusta jugar en clase. En concreto, es el principal concepto de todo el proceso y de ahí que la situación-problema planteada se enmarca en el campo de problemas de la moda.

---

En la Tabla 7 se recogen los conceptos de numeración y cálculo que emergen en el estudio estadístico.

**Tabla 7.** Conceptos emergentes de numeración y cálculo

---

Numeración y cálculo	
Conceptos	Justificación en el proceso de enseñanza y aprendizaje
Cero (noción de cantidad)	Se trabaja a partir de la frecuencia absoluta de la modalidad puzles, que es cero. En esta actividad el cero significa que nadie ha votado puzles.
Clasificación cuantitativa o agrupaciones cuantitativas	Los niños representan los datos vivencialmente cuando hacen filas. Para ello, se agrupan según la frecuencia absoluta de cada modalidad.
Conteo	Se trabaja en la identificación de la frecuencia absoluta de cada modalidad al hacer el pictograma, así como en el momento que hacen grupos vivencialmente para representar los datos o al hacer las torres para representarlos con piezas de Lego.

---

---

Correspondencia cuantitativa uno a uno	En la recogida de datos, la maestra les pide que cada uno coja una hoja y unas tijeras para votar.
Noción de cantidad (1,1,3,7)	Emerge a partir de las frecuencias absolutas de las modalidades (médicos, castillos, coches y peluquería).
Ordenación cuantitativa y ordinales	En la interpretación de los datos, la maestra les pregunta cuál es el juego más votado, cuál es el más votado después de la peluquería o el menos votado. Los números ordinales no se utilizan explícitamente, pero sí que se aproximan a ellos de forma cualitativa a través del “más votado” (primero), “el más votado después de...” (segundo, tercero...) y “el menos votado” (último, quinto).
Resta	Hay dos situaciones de resta con dos significados diferentes. Un significado es el de “faltar”, que aparece cuando un niño, en la representación vivencial, se da cuenta que en la fila de los coches deberían ser tres y solo son dos.  Y, el otro significado es el de “perder o sacar”, asociados al cambio disminuyendo que aparece cuando un estudiante se cambia de fila y la maestra le pregunta “Si te vas, ¿qué pasará?”.
Suma	Al representar con piezas de Lego, la maestra le pregunta a una niña cuántas piezas habrá en la torre si añade otra pieza. Así, se produce una situación de suma de cambio aumentando.

---

Como se observa, se diferencia la noción de cantidad de cero del resto de números; esta consideración no se haría para otras etapas educativas superiores, pero sí que es importante hacerla en infantil dado el papel que juega el cero en la construcción de la noción de cantidad.

En cuanto a los conceptos de suma y resta, no son conceptos inherentes al estudio estadístico, como tampoco la correspondencia o la clasificación cuantitativa. No obstante,

emergen en él. Por lo que se refiere a los dos primeros, lo hacen gracias a la hábil intervención de la maestra, que aprovecha las situaciones que se le presentan de forma natural para trabajarlos. Respecto a la correspondencia y la clasificación cuantitativa, aunque no sean intrínsecos del estudio, se reconoce que su emergencia está planificada de antemano por la docente en el diseño de la actividad.

Por otro lado, es claro que el conteo, la noción de cantidad y la ordenación cuantitativa son objetos matemáticos propios de cualquier estudio estadístico, vinculados a la frecuencia absoluta y a la interpretación de los datos, respectivamente.

Acerca de los conceptos lógicos (Tabla 8), la clasificación cualitativa se trabaja de forma inherente a la representación gráfica con el pictograma. Visto desde la óptica de la lógica, se agrupan las imágenes que corresponden al mismo juego; como todas las que corresponden al mismo juego son iguales, se traduce en una clasificación muy básica.

**Tabla 8.** Conceptos emergentes de lógica

Lógica	
Conceptos	Justificación en el proceso de enseñanza y aprendizaje
Clasificación cualitativa	Se trabaja intrínsecamente a la representación de los datos con el pictograma.
Correspondencia cualitativa	Para representar los datos con piezas de Lego, asignan, a cada modalidad, un color: médicos-azul, peluquería-rojo, castillos-amarillo y coches-verde. A la modalidad puzles, no le asignan ningún color porque nadie los ha votado.

Por lo que respecta al bloque de contenidos de espacio y forma, se identifican las nociones topológicas, que emergen en la construcción de los gráficos (Tabla 9).

**Tabla 9.** Conceptos emergentes de espacio y forma

Espacio y forma	
Conceptos	Justificación en el proceso de enseñanza y aprendizaje
Delante-Detrás; Un lado- El otro lado; Encima; Izquierda-Derecha (Nociones topológicas)	Se trabajan al situar las imágenes de los votos en la fila adecuada, al organizarse en filas para representar los datos vivencialmente y al poner las piezas de Legos en forma de torre.

En cuanto a los conceptos de medida se refiere, se reconocen las magnitudes de la longitud y del tiempo (Tabla 10). Si bien es cierto que adoptan un rol secundario en el estudio estadístico, es importante señalar su emergencia porque añaden valor a la actividad matemática en cuestión.

Por lo que respecta a la longitud, es probable que no estuviese contemplada en el diseño previo de la actividad, pero, en la realidad, la docente hace uso de ella a través de la noción elemental de largo para facilitar la interpretación gráfica. De ahí que se trabaje el contenido de medida de identificación y comparación de elementos y objetos según las nociones elementales de la longitud.

La emergencia de la magnitud del tiempo es diferente a la de la longitud. Se deduce que, en la dinámica de la clase de Els Castells, se aprovechan siempre todas las actividades en papel para escribir la fecha y situarse en el tiempo y, en consecuencia, trabajar la primera fase de dicha magnitud. Esto no significa que, en otras ocasiones, no se dediquen actividades matemáticas específicas al tiempo.



**Tabla 10.** Conceptos emergentes de medida

Medida	
Conceptos	Justificación en el proceso de enseñanza y aprendizaje
Longitud	Emerge en la interpretación del gráfico vivencial, dado que la maestra les pregunta a sus alumnos por las filas más largas.
Tiempo	En la tarea de la hoja en blanco, se identifica que los estudiantes escriben la fecha del día en el papel.

Para concluir el análisis de los objetos primarios tipo concepto, cabe añadir que, al tratar esta actividad matemática conceptos de diferentes bloques de contenido de manera interrelacionada, se promueven las conexiones intramatemáticas y, en consecuencia, se favorece el principio de interconexión (Alsina, 2009a) de la EMR de Freundenthal (1991).

#### 4.1.3 Elementos lingüísticos

El Enfoque Ontosemiótico considera que el lenguaje matemático es un instrumento fundamental para la realización y representación de las prácticas matemáticas vinculadas a la resolución de situaciones-problema, tanto de las personales como de las institucionales (Godino et al., 2011).

Para analizar los elementos lingüísticos puestos en juego en el estudio estadístico videograbado, en este trabajo se sigue la clasificación del lenguaje matemático de Gómez, Ortiz, Batanero y Contreras (2013): expresiones verbales, lenguaje numérico, lenguaje simbólico, lenguaje tabular y lenguaje gráfico, así como también la de Venegas, Gea, Roa y Pallauta (2019), que amplía la anterior con el lenguaje icónico (esquemas y dibujos).

En la Tabla 11 se muestran todos los elementos lingüísticos emergentes en el proceso de e/a del vídeo, a excepción de las expresiones verbales que se recogen en la Tabla 12.

**Tabla 11.** Elementos lingüísticos emergentes en el estudio estadístico

ELEMENTO LINGÜÍSTICO	TIPO	JUSTIFICACIÓN EN EL PROCESO DE E/A
Pictograma	Gráfico	Se emplea para representar los datos.
Gráfico vivencial	Gráfico	Se emplea para representar los datos.
Gráfico con Legos	Gráfico	Se emplea para representar los datos.
Graffias numéricas	Numérico	Se utilizan para escribir las frecuencias absolutas en el pictograma. Asimismo, en las representaciones finales de los estudiantes, también se observa que algunos de ellos las utilizan para escribir las frecuencias absolutas del gráfico con Legos.
Representación final	Icónico	Es el resultado de la tarea de la hoja en blanco.
Figura alusiva a cada modalidad	Icónico	Forman parte del pictograma y, además, se utilizan para la recogida de datos.

Cabe destacar que, no se identifica el uso del lenguaje simbólico. Este resultado era previsible de antemano puesto que este tipo de lenguaje no es el que debe predominar en educación infantil ni tampoco en un estudio estadístico de estas características.

En relación con las expresiones verbales, Shuard y Rothery (1984) las categorizan en tres tipos: en palabras específicas de las matemáticas; en palabras que se emplean tanto en las matemáticas como en el contexto cotidiano, pero con significados que pueden ser diferentes y, en palabras que se utilizan tanto en las matemáticas como en el contexto cotidiano con un significado que es prácticamente el mismo o muy próximo.

Como se observa en la Tabla 12, en este proceso de e/a abundan las expresiones verbales comunes, mientras que apenas se distingue en él, vocabulario matemático específico. En esta línea, resaltamos que, en la videograbación, se observa que los niños de educación infantil se refieren a la moda con expresiones de superlativo como “el que más gusta” o “el más votado”.

Asimismo, conviene subrayar que este resultado también va en consonancia con la etapa educativa en la que se desarrolla esta práctica matemática en cuestión. En otras palabras, en educación infantil, el lenguaje verbal que se emplea ha de ser informal y próximo a los alumnos para facilitar la captación y la apropiación de ideas.

**Tabla 12.** Clasificación de las expresiones verbales

Expresiones verbales		
Específicas	Vinculadas	Comunes
Gráfico	Después	Adelante
	Lado	Allá
	Comprobar	Los colores
	Contar	Deducir
	Pictograma	Derecha
	Recta	Empatar
	Representación	Faltar
	Pasarse	Ganar
		Gustar más
		Hilera
		Largo
		Más, menos
		Más votado
		Ninguno
		Los números cardinales

---

Los números ordinales

Organizar

Parecer

Perder

Poner más

Prever

Recuento

Repartir

Sacar

Salir

Sobrar

Último

Votación

Votar

Voto

---

Dicho lo anterior, no significa que no se deban introducir palabras específicas o vinculadas poco a poco. De hecho, nadie cuestionaría que en un proceso de e/a de la geometría en educación infantil se utilizaran palabras como cilindro o cono. Por el mismo motivo, se considera que la maestra podría haber introducido la palabra moda una vez los alumnos la hubiesen descubierto, o también la palabra pictograma después de haberlo construido.

En resumen, en este estudio estadístico emergen elementos lingüísticos, sobre todo, gráficos, así como expresiones verbales comunes y vinculadas, fruto de la actividad comunicativo-matemática y de la dinámica de aula. En cambio, el lenguaje formal es escaso.

#### 4.1.4 Procedimientos

En la práctica matemática videograbada se observan tres procedimientos principales, que se corresponden con tres de las fases de un estudio estadístico: recogida, representación y lectura de datos (Tabla 13, Tabla 14 y Tabla 15). Cabe destacar que, la organización de los datos se realiza de forma implícita con la representación del pictograma.

**Tabla 13.** Procedimientos relativos a la recogida de datos

<b>Recogida de datos</b>	
Votar	Los niños, anónimamente, identifican y recortan el juego que más les gusta para contestar la pregunta que es el objeto de su estudio.

Asimismo, la puesta en juego de la representación o de la lectura de datos, comporta la emergencia de otros procedimientos más concretos (Tabla 14 y Tabla 15).

Como se ha visto en el marco teórico, la transnumeración es un elemento clave para el desarrollo de la alfabetización estadística, pues es un modo esencial de razonamiento estadístico que consiste en pasar de una representación de datos a otra representación del mismo conjunto de datos para comprender mejor el objeto o fenómeno de estudio (Wild y Pfannkuch, 1999). La ordenación, las agrupaciones, la representación de gráficos, la tabulación o la conexión de casos a través de diversas representaciones son algunas técnicas o acciones de transnumeración (Chick, 2004; Lee et al., 2014; Pfannkuch y Wild, 2004). Según Estrella y Olfos (2015), estos procesos implican que se cree una nueva variable, que se organicen los datos de otra manera o que se representen de forma visual. En este estudio estadístico de educación infantil se identifican diferentes técnicas de transnumeración (Tabla 14).

**Tabla 14.** Procedimientos relativos a la representación de datos

<b>Representación de los datos</b>	
Técnica transnumerativa	<p>Situar la figura alusiva en el lugar correspondiente para la representación de los datos con un pictograma.</p> <p>Hacer filas con el cuerpo y clasificarse: los estudiantes hacen una nueva representación de los datos con el propio cuerpo a partir del pictograma.</p> <p>Hacer torres con piezas de Lego: los estudiantes realizan una nueva representación de los datos con piezas de bloques de Lego a partir del pictograma.</p>
<hr/>	
Procedimientos específicos vinculados	
Hacer la correspondencia cualitativa	El alumno que construye una torre determinada con Legos, debe coger la pieza del color correspondiente a la modalidad.
Contar	Los estudiantes utilizan el conteo para agruparse correctamente en la representación vivencial y para construir las torres de Lego con el número indicado de piezas.

Para analizar los procedimientos de lectura e interpretación de gráficos, se tienen en cuenta los trabajos de Curcio (1989) y Friel, Curcio y Bright (2001), en los que se identifican los siguientes cuatro niveles de lectura de un gráfico:

- Nivel 1 (N1): Leer los datos. Consiste en hacer una lectura literal del gráfico, es decir identifica de forma directa o inversa los valores del gráfico o alguno de sus elementos. En este nivel no emergen procedimientos de comparación ni de extrapolación o predicción. Por ejemplo, identificar las modalidades de una

variable, la modalidad que tiene una determinada frecuencia o reconocer la variable representada son indicadores de este nivel.

- Nivel 2 (N2): Leer dentro de los datos. La persona, además de ser capaz de hacer una lectura literal de los datos, interpreta. Realiza comparaciones u operaciones (suma, resta) para proporcionar una información implícita que no se puede obtener solo con una lectura directa o inversa. Identificar la moda o calcular la media aritmética son ejemplos de este nivel.
- Nivel 3 (N3): Leer más allá de los datos. Se proporciona una información que no se puede obtener con una comparación o con una operación aritmética básica, sino que son necesarios procedimientos más complejos como la extrapolación de los datos. En este nivel es capaz de hacer predicciones e inferencias (Arteaga, Batanero, Díaz y Contreras, 2009).
- Nivel 4 (N4): Leer detrás de los datos. Se refiere tanto a la valoración crítica de las conclusiones, como del método de recogida de los datos o de la organización de estos (Díaz-Levicoy, Batanero y Arteaga, 2019).

Díaz-Levicoy et al. (2019) completan la clasificación anterior con un nuevo nivel, el Nivel 0. En este nivel el estudiante no llega a hacer una lectura literal de los datos, es decir, no es capaz de informar mínimamente sobre los valores representados.

Como se muestra en la Tabla 15, el nivel más alto de lectura que se alcanza en el proceso de e/a estadístico del vídeo es el 2, que se corresponde, entre otros, con la identificación de la moda.

**Tabla 15.** Procedimientos relativos a la lectura o interpretación de los datos

<b>Lectura o interpretación de los datos</b>	
Lectura del gráfico (N1):	<p>Lectura literal de las frecuencias absolutas de cada modalidad de la variable.</p> <p>Por ejemplo, Martí hace una lectura literal del pictograma identificando el número de personas que han votado cada tipo de juego.</p>

---

Procedimientos específicos vinculados

---

Recuento Los estudiantes emplean el conteo para hallar la frecuencia absoluta de cada modalidad en la representación de los datos con el pictograma.

Escribir la frecuencia absoluta Martí representa la cantidad de votos de cada modalidad (frecuencia absoluta) con las grañas numéricas para practicarlas y para poder leer mejor los datos.

---

Lectura del gráfico Interpretación de los datos.

(N2):

Este nivel se alcanza al hallar:

- cuál es el juego más votado, es decir, cuando se les pregunta por la moda. Inicialmente, los alumnos no lo alcanzan, ya que responden lo que ellos han votado.

- cuál es el juego más votado después de la peluquería o cuál es el menos votado.

Interpretar que “cero” significa que nadie ha votado puzzles, también es un ejemplo de este nivel.

---

Procedimientos específicos vinculados

---

Comparar Este procedimiento se trabaja implícitamente durante toda la lectura de nivel 2, pues sin comparación, no hay identificación. No obstante, sirva como ejemplo, el momento en que la maestra les hace buscar la fila más larga del gráfico vivencial para facilitar su interpretación.

Técnica transnumérica Ordenar. La maestra, a través de varias cuestiones, les pregunta por los juegos del más votado al menos votado (“¿Cuál es el juego que ha votado más gente?”, “¿Cuál es el juego más votado después de la peluquería?”).

---



Para completar el análisis de los procedimientos, en la Tabla 16 se muestran otros procedimientos matemáticos que surgen al realizar la actividad y que son consecuencia de la dinámica de la clase o de la práctica personal de cada niño.

**Tabla 16.** Otros procedimientos

<b>Otros procedimientos</b>	
Hacer correspondencias	En esta situación de enseñanza y aprendizaje, las correspondencias emergen como una práctica matemática informal cuando se reparte el material para la recogida de datos: cada estudiante coge una hoja para votar y unas tijeras, es decir, a cada niño le corresponde una hoja y unas tijeras.
Predecir/Estimar	En el sentido de estimación. Mientras van construyendo el pictograma, los niños dicen qué rincón creen que ganará.
Sumar	Durante la representación con piezas de Lego, una niña ha colocado siete piezas y está a punto de colocar otra más. Antes de hacerlo, la maestra le pregunta cuantas piezas hay hasta el momento y cuantas habrá si añade una más.
Restar	En un momento determinado de la representación vivencial, un niño se cambia de grupo (de modalidad), dejando a dos compañeros solos en dicho grupo. La maestra aprovecha la situación y pregunta: “Si tú te vas, ¿qué pasará?”; el niño responde “Dos”, es decir, ha restado 3-1.

#### **4.1.5 Propiedades y proposiciones**

Las propiedades y las proposiciones matemáticas son enunciados matemáticos relativos a los conceptos que se cumplen siempre y que requieren una justificación o prueba.

En la Tabla 17 quedan recogidos todos los enunciados matemáticos que emergen en el estudio estadístico en cuestión, así como los conceptos con los que están relacionadas.

Las principales propiedades matemáticas de este estudio estadístico están vinculadas, sobre todo, con la moda. En el trabajo de Cobo (2003) se recogen algunas de las propiedades formales estadísticas y numéricas más importantes acerca de esta medida de posición central y que aparecen en los libros de texto de secundaria (Tabla 18). De todas

ellas, en este proceso de e/a solo emerge, explícitamente, la propiedad PF1, que coincide con la P12 (Tabla 17) y es la única propiedad formal estadística identificada en el proceso. El resto de propiedades y proposiciones son informales y, la mayoría, hacen referencia a las lecturas de los gráficos.

**Tabla 17.** Proposiciones y propiedades emergentes en el proceso de e/a

PROPOSICIONES Y PROPIEDADES	JUSTIFICACIÓN EN EL PROCESO DE E/A	CONCEPTOS RELACIONADOS
<p><b>P1:</b> Hay siete votos de la peluquería.</p> <p>Siete niños o niñas de la clase “Els Castells” han votado la peluquería.</p>	<p>Es la interpretación de la frecuencia absoluta de la peluquería.</p>	<p>Frecuencia absoluta, noción de cantidad, modalidad de la variable, población, muestra, moda</p>
<p><b>P2:</b> Hay tres votos de los coches.</p> <p>Tres niños o niñas han votado coches.</p>	<p>Es la interpretación de la frecuencia absoluta de los coches.</p>	<p>Frecuencia absoluta, noción de cantidad, modalidad de la variable</p>
<p><b>P3:</b> Hay un voto de los médicos.</p> <p>Un niño o niña ha votado médicos.</p>	<p>Es la interpretación de la frecuencia absoluta de los médicos.</p>	<p>Frecuencia absoluta, noción de cantidad, modalidad de la variable</p>
<p><b>P4:</b> Hay un voto de los tubos.</p> <p>Un niño o niña ha votado tubos.</p>	<p>Es la interpretación de la frecuencia absoluta de los tubos.</p>	<p>Frecuencia absoluta, noción de cantidad, modalidad de la variable</p>

---

<b>P5:</b> Hay cero votos en puzles.	Es la interpretación de la frecuencia absoluta de los puzles.	Frecuencia absoluta, noción de cantidad, modalidad de la variable
<b>P6:</b> El juego más votado ha sido la peluquería. El juego que más gusta es la peluquería. Ha ganado la peluquería.	Es la moda. Responde a la pregunta de partida de la actividad.	Moda, variable estadística, modalidad de la variable, frecuencia absoluta, población, muestra
<b>P7:</b> La fila de la peluquería es la más larga.	La maestra pregunta cuál es la fila más larga.	Modalidad de la variable, frecuencia absoluta, largo, moda
<b>P8:</b> Después de la peluquería la fila más larga es la de los coches.	La maestra pregunta cuál es la fila más larga después de la peluquería.	Ordenación
<b>P9:</b> Después de la peluquería ha ganado coches.	Es la respuesta a la pregunta de la maestra: “Después de la peluquería, ¿cuál es el juego que ha votado más la gente?”	Ordenación, moda
<b>P10:</b> Los médicos y los tubos quedaron empatados.	Es la respuesta a la pregunta de la maestra: “¿Cuáles quedaron empatados?”	Modalidad de la variable, frecuencia absoluta
<b>P11:</b> Lo que menos votaron a la clase es puzles.	Es la respuesta a la pregunta de la maestra: “¿Qué es lo que menos votaron a la clase?”	Variable estadística, modalidad de la variable, frecuencia absoluta, población, muestra

---

---

<p><b>P12:</b> La media representa un colectivo, por lo que proporciona información de todo el conjunto y no de elementos concretos.</p>	<p>Esta propiedad emerge explícitamente cuando la maestra pregunta a sus alumnos por el juego que más gusta a la clase y, cada uno, responde con el que él ha votado.</p>	<p>Media, población, muestra</p>
--	---	----------------------------------

---

Los enunciados P1, P2, P3, P4 y P5 son interpretaciones directas del gráfico y, por tanto, son de nivel 1 de lectura. En el proceso de e/a del vídeo, se observa que después de ser enunciadas por los niños, en ningún caso, la maestra les pregunta cómo lo saben, es decir, no les pide que argumenten su afirmación porque se entiende que se apoyan en el gráfico para afirmarlas. Por tanto, dichos enunciados se argumentan por medio de un gráfico y, según Gea (2014), este tipo de argumentaciones se incluyen en las pruebas deductivas informales de Recio (1999).

En cuanto a los enunciados P6, P9, P10 y P11 son interpretaciones del nivel 2 de lectura. Como en las propiedades y proposiciones anteriores, la maestra tampoco les hace argumentar, pero en este caso, es difícil de identificar si se basan solamente en el gráfico o bien, utilizan P1, P2, P3, P4 y P5 para enunciarlas. Si fuese así, su justificación es un razonamiento verbal deductivo (Gea, 2014) que se considera, en este contexto, también una prueba deductiva informal.

Por lo que se refiere a los enunciados P7 y P8 son el resultado de comparar cualitativamente el largo de las filas. Es una estrategia “puente” que utiliza la maestra para que los niños pasen del nivel 1 de lectura al nivel 2 y, en consecuencia, les facilite la interpretación del gráfico.

**Tabla 18.** Propiedades estadísticas y numéricas de la moda

---

<b>Propiedades de la moda</b>
-------------------------------

---

<p><b>PF1:</b> La media, mediana y moda son representantes de un colectivo, por lo que proporcionan información de todo el conjunto y no de elementos concretos.</p>
<p><b>PF2:</b> La moda existe tanto para variables cuantitativas como cualitativas.</p>
<p><b>PF3:</b> La moda siempre coincide con uno de los valores de los datos.</p>

---

Cabe destacar que la propiedad PF2 no se trabaja como tal en esta actividad matemática, aunque, es evidente que se cumple de forma tautológica. De igual modo, se cumple la PF3, pero es un enunciado que adquiere el sentido pleno en un contexto de variable cuantitativa.

#### 4.1.6 Argumentos

Un argumento es una o varias razones dadas a favor o en contra de un enunciado matemático y, argumentar es dar argumentos lógicamente conectados, pero no necesariamente deductivos (Boero, Douek y Ferrari, 2002; Douek, 1999, 2007, 2010; Goizueta y Planas, 2013). Para Duval, la argumentación es la justificación de la veracidad de una afirmación o de un enunciado matemático basada en razones (1999); cuando las razones tienen una función descriptiva, se trata de explicaciones (Duval, 1999; Yackel, 2001).

En la Tabla 19 se recogen los argumentos que emergen durante la práctica matemática del estudio estadístico.

**Tabla 19.** Argumentos emergentes en el proceso de e/a

ARGUMENTOS	JUSTIFICACIÓN EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE	TIPO DE ARGUMENTO
<b>A1:</b> Porque casi está llegando.	Es el argumento que da un estudiante para justificar que ganará la peluquería, que es su predicción. La maestra le ha preguntado por el juego que cree que ganará y por qué lo cree.	Empírico-deductivo basado en el gráfico.

---

**A2:** A los coches falta uno. Es la respuesta que justifica, según un niño, la afirmación de la maestra de que hay un fallo en el gráfico vivencial. Empírico-deductivo. El argumento que da es cierto, pero hay más razones por las que el gráfico no está bien representado.

**A3:** Porque somos siete. (P7) Justifica la pregunta de la maestra de por qué la fila de la peluquería es más larga que las otras. Deductivo informal. El niño observa las otras filas y las compara todas antes de decir cuál es la más larga.

**A4:** Porque la peluquería es el juego que más votaron. (P7) Justifica la pregunta de la maestra de por qué la fila de la peluquería es la más larga. Deductivo informal. Conecta las propiedades o resultados que han descubierto anteriormente; así pues, el estudiante hace un razonamiento lógico.

**A5:** Nadie ha votado puzles. (P5) Es la explicación que dan los niños de que la frecuencia absoluta de puzles sea cero. Parece un argumento explicativo o informal porque solo es la explicación, con otras palabras, del significado de la propiedad “cero votos”. Pero, realmente, teniendo en cuenta la edad de los niños es una interpretación compleja del cero como ausencia de cantidad, pues en la etapa educativa de educación infantil construyen la noción de cantidad. Por tanto, se considera un argumento deductivo informal.

---

En el seno de la Didáctica de las Matemáticas existen diversos modelos de clasificación de los esquemas de argumentación o de las formas de razonar (Flores, 2007) de estudiantes y profesorado en unas prácticas matemáticas, como el de Flores (2007) y

Flores, Gómez y Flores (2010), el de Harel y Sowder (1998, 2007), el de Recio (1999) o el de Reid y Knipping (2010). Asimismo, en trabajos como el de Gea (2014), Larios, Pino-Fan y González (2017), Vargas, Fernández-Plaza y Ruiz-Hidalgo (2019), se identifican tipos de justificaciones que ejemplifican de forma más precisa los esquemas de argumentación.

En la etapa de educación infantil, los primeros razonamientos matemáticos de los niños son de tipo informal y más bien explicativos. Luego, a medida que aumenta su experiencia, aparecen los argumentos empírico-inductivos y los argumentos deductivos informales. Los primeros se basan en comprobaciones de ejemplos concretos o hechos físicos con la intención de generalizar y, los segundos, se apoyan en una lógica intuitiva no simbólica (Alsina, 2014; Recio, 1999).

En la literatura existen trabajos sobre la identificación del tipo de argumentos que emergen en experiencias concretas de matemáticas de educación infantil, como el de Berciano, Jiménez-Gestal y Salgado (2017) o el de Ruesga, Giménez y Orozco (2005).

En el trabajo de Berciano et al. (2017) se analizan las estrategias de razonamiento y argumentación de un niño de cuatro años durante unas prácticas guiadas de geometría sobre el cilindro. Identifican diferentes tipos de argumentos según el nivel de Van Hiele y el tipo de aprehensión de Duval. En cuanto al estudio de Ruesga et al. (2005) se comparan los argumentos utilizados por niños y niñas de entre tres y cinco años al realizar tareas de clasificación de forma directa e inversa con tablas de doble entrada.

En estos trabajos se observan argumentos de tipo informal, empírico e incluso argumentos con estructura lógica, los cuales coinciden con los tipos de los argumentos emergentes en la actividad estadística mostrada en el vídeo.

En la Tabla 1, además de justificarse la emergencia de los argumentos identificados, se detalla el tipo de argumento de cada uno de ellos teniendo en cuenta la clasificación de Recio (1999).

#### **4.1.7 Procesos matemáticos**

Para el análisis del proceso de e/a estadístico videograbado se consideró oportuno acotar el abanico de procesos matemáticos a identificar porque los participantes no están familiarizados con ellos lo suficiente.

Así pues, en este apartado se reconoce y justifica la emergencia o no emergencia en el estudio estadístico mostrado en el vídeo de los procesos matemáticos siguientes y, en el sentido del NCTM: comunicación, conexiones, razonamiento y demostración, representación y resolución de problemas.

Concretamente, la práctica estadística videograbada promueve el desarrollo de la comunicación, las conexiones, el razonamiento y demostración y la representación.

Hay que mencionar que, su emergencia no es independiente, sino que todos ellos están interrelacionados, sobretodo, gracias a las preguntas de la maestra.

Por tanto, es necesario poner el foco de atención en algunas de las preguntas de la docente:

- Pregunta 1: ¿Cómo sabremos cuáles son los juegos que más os gustan?
- Pregunta 2: ¿Cuál os parece que ganará?
- Pregunta 3: ¿Quién ganará, Nash?
- Pregunta 4: ¿Cómo sabes que ganará la peluquería?
- Pregunta 5: De este gráfico, de esta representación que acabamos de hacer, ¿qué puedes deducir Martí?
- Pregunta 6: ¿Qué más nos explicas?
- Pregunta 7: ¿Cuántos han votado médicos?
- Pregunta 8: ¿Cuál es el juego que más gusta a la clase de Els Castells?
- Pregunta 9: ¿Quién ha ganado?
- Pregunta 10: ¿Por qué es más larga la fila de la peluquería?
- Pregunta 11: Después de la peluquería, ¿cuál es el más votado?
- Pregunta 12: ¿Qué significa cero?
- Pregunta 13: Aquí hay algo que está mal...
- Pregunta 14: ¿Por qué ibas a sacar estas, Vrai?
- Pregunta 15: Y antes, cuando hemos hecho las filas, ¿también había ganado la peluquería?

Se observa que, por ejemplo, con las preguntas 5 y 6, el niño tiene que argumentar y explicar sus ideas matemáticas, y, por tanto, comunicarlas a los demás. En consecuencia, contribuye al razonamiento y a la comunicación a la vez. Otro ejemplo del trabajo simultáneo se da con la pregunta 15; la pregunta obliga a los niños a comprobar que el resultado es el mismo, independientemente de la representación. Por tanto, se trabaja el razonamiento, así como las conexiones intramatemáticas entre representaciones.



De igual modo, en la situación final, al representar individualmente con un dibujo el estudio estadístico que han llevado a cabo, se utiliza la representación para mostrar el conocimiento aprendido. Por tanto, a través de la representación se comunica a los demás las ideas matemáticas de cada uno.

A continuación, justificamos con más detalle la emergencia de cada uno de ellos en el estudio estadístico de educación infantil.

### ***Comunicación***

La maestra fomenta la participación de los estudiantes y el diálogo matemático a través de las preguntas que les plantea. En concreto, son preguntas que invitan a estimar, interpretar y argumentar. De ahí que, necesariamente, los niños tengan que comunicar ideas matemáticas. Asimismo, la representación del gráfico vivencial promueve también el intercambio de éstas entre iguales, es decir, entre los niños.

### ***Conexiones***

En esta práctica matemática se trabajan tanto las conexiones intramatemáticas como las extramatemáticas.

En cuanto a las primeras, se relacionan diferentes bloques de contenido matemático de educación infantil, así como se conectan las diferentes representaciones a través de la lectura de gráficos. En concreto, es importante la conexión que hay entre el concepto de número y la representación geométrica de las nociones de cantidad.

Otra conexión importante y necesaria es entre la orientación espacial y la representación gráfica. Los niños tienen que saber situar las imágenes de las figuras alusivas en el lugar adecuado, diferenciando, “encima de” de “al lado de”. De igual modo, ocurre en la representación vivencial, pero con la diferencia que, en este caso, se mueve el niño respecto el punto de referencia y no es el niño, como en el caso anterior, el que mueve el objeto. En consecuencia, se conectan las matemáticas con la psicomotricidad y, por tanto, se trabajan las conexiones extramatemáticas.

Es preciso destacar también que, las representaciones finales de los niños son evidencia de que se han conectado diferentes bloques de contenidos durante el proceso y, además, son ejemplo de vínculo entre las artes plásticas y las matemáticas.

Por último, la variable estadística objeto de estudio es el juego preferido de clase. Así pues, utilizan las matemáticas para contestar una pregunta significativa para ellos y vinculada con su entorno. Por tanto, conectan las matemáticas con la realidad.

### ***Razonamiento y demostración***

El razonamiento está presente en todo el proceso de e/a. Las buenas preguntas que formula la maestra a lo largo de toda la actividad promueven aspectos del razonamiento como la argumentación (pregunta 10), el análisis de situaciones con la interpretación de los gráficos (pregunta 5, 8, 9 o 11, por ejemplo) o la estimación (pregunta 2, 3 o 4, por ejemplo).

Por otro lado, también trabajan la comprobación, tanto en el gráfico vivencial que cuentan los niños de cada fila y miran que les coincida con la frecuencia indicada en el pictograma, como cuando terminan de construir las torres con Legos, pues, como en el gráfico vivencial, también miran si coincide que ha ganado la peluquería.

Otro argumento que justifica el desarrollo de este proceso es que trabajan la clasificación al hacer el gráfico vivencial y la ordenación en la interpretación de los gráficos. Recordemos que, la clasificación y la ordenación, forman las primeras estructuras de razonamiento matemático de los niños.

En consecuencia, en esta práctica matemática se desarrolla el razonamiento matemático; en especial, el estadístico y el espacial.

### ***Representación***

El pictograma, el gráfico vivencial y el gráfico construido con las piezas de Lego son el resultado del trabajo de la representación en este proceso de e/a. Asimismo, los gráficos les permiten trabajar la representación geométrica de los números, lo que es un aspecto esencial que contribuye a la adquisición de la noción de cantidad.

Por otro lado, hay otro momento importante en que se promueve dicho proceso. En la última sesión, cada estudiante representa con un dibujo y de manera libre el proceso de e/a en una hoja en blanco. Con esta tarea final los niños organizan, registran y comunican sus ideas matemáticas y, la maestra, comprende el pensamiento matemático de sus alumnos.

En menor medida, se promueve la representación e interpretación simbólica de los números a partir de la escritura de la frecuencia absoluta de cada modalidad.

### ***Resolución de problemas***

Este proceso de e/a parte de la necesidad de responder una pregunta del interés de los niños. Para ellos, supone una situación nueva para la que no tienen una respuesta de

antemano y que les exige razonar al interpretar los gráficos, pero como se observa en el vídeo, la maestra interviene explicándoles que es lo que van a hacer y cómo, es decir, les diseña la estrategia de resolución. En consecuencia, los niños no toman decisiones.

Por tanto, se considera que la resolución de problemas no emerge.

No obstante, hay que mencionar que la construcción en sí del gráfico vivencial supone para los estudiantes un verdadero reto en el que tienen que utilizar el razonamiento espacial y usar estrategias como el conteo o habilidades de lectura de gráficos para lograr su representación.

En definitiva, la actividad estadística del vídeo es rica en cuanto a procesos matemáticos se refiere.

## **4.2 IDONEIDAD DIDÁCTICA**

En los apartados siguientes, se describen y se valoran las componentes de cada idoneidad parcial a partir de la aplicación de los indicadores de Godino (2013).

### **4.2.1 Idoneidad epistémica**

De acuerdo con Rondero y Font (2015), para la valoración de las componentes de la idoneidad epistémica se tiene en cuenta el análisis epistémico de objetos y significados realizado en el apartado anterior.

#### ***Situaciones-Problema***

**SP1: Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación del conocimiento matemático.**

La situación didáctica del vídeo consiste en un proceso de investigación estadístico que contempla las fases de recogida, de representación y de interpretación de los datos. En concreto, la maestra les propone una pregunta a investigar “¿Cuál es el juego al que más les gusta jugar a la clase?”, que es significativa para ellos y está contextualizada en los rincones de juego que tienen en la clase. Asimismo, como ya se ha analizado en el

apartado de Situaciones-Problema de los Objetos Primarios, este proceso contempla una muestra representativa de tareas de estadística para la educación infantil.

No obstante, se podría haber contemplado la posibilidad de hacer alguna inferencia o predicción, como, por ejemplo: “¿Quién creéis que hubiese ganado en la clase de P3?”

**SP2: Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización).**

No se observa ningún momento de generación de problemas, el cual hubiese podido darse con el simple hecho de que un estudiante planteara otra pregunta investigable. Como se ha explicado en el análisis del proceso de resolución de problemas, solamente se puede considerar que se trabaja este proceso al resolver el reto de representar los datos de forma vivencial.

*Lenguajes*

**L1: Se usan diferentes tipos de elementos lingüísticos (verbal, gráfico, simbólico...) y se conectan entre sí las diferentes representaciones de un mismo objeto.**

Como se ha visto en el análisis de los elementos lingüísticos, el proceso es muy rico en cuanto a modos de expresión matemática diferentes se refiere. En concreto, emergen de él cuatro tipos de elementos lingüísticos: verbal, con palabras matemáticas y expresiones cotidianas; gráfico, por ejemplo, con el pictograma; numérico; con la escritura de las frecuencias absolutas e, icónico, con la representación final individual. Asimismo, la maestra relaciona las representaciones gráficas de los datos entre ellas, de forma que los estudiantes pueden ver que se puede representar la misma información de diferentes maneras y llegar a las mismas conclusiones.

**L2: El nivel del lenguaje que se utiliza es adecuado a los estudiantes.**

En este proceso abundan las expresiones verbales comunes y apenas se utiliza vocabulario estadístico. En consecuencia, lo que predomina es un lenguaje natural. El lenguaje gráfico, también juega un papel importante. Por el contrario, el lenguaje simbólico o formal no se usa apenas. En definitiva, el potencial didáctico del lenguaje gráfico de ser intuitivo (Goñi y Planas, 2011) y el uso del lenguaje verbal oral determinan que el nivel del lenguaje es adecuado y asequible para los estudiantes. De hecho, Schleppegrell (2007) advierte que se deben introducir los conceptos e ideas matemáticas

desde el lenguaje oral y natural de los estudiantes y, poco a poco, introducir el lenguaje técnico y formal.

**L3: Se contemplan momentos para representar y comunicar las ideas matemáticas a los demás.**

Efectivamente, el proceso de e/a contempla momentos de representación y comunicación matemática. Prueba de ello, es la emergencia de los procesos de representación y comunicación durante las prácticas matemáticas del vídeo.

*Reglas (Definiciones, propiedades, procedimientos)*

**RG1: Las definiciones, propiedades y procedimientos:**

- **son claros y correctos,**
- **están adaptados al nivel educativo al que se dirigen y,**
- **son fundamentales del tema en cuestión**

Los procedimientos matemáticos puestos en juego están bien realizados y se corresponden, como se puede ver en las orientaciones didáctico-matemáticas de educación infantil, con los propios de estadística, numeración, cálculo, lógica y medida de esa etapa educativa. Eso significa que, por un lado, son relevantes para el estudio de la estadística y, por otro, son ejecutables por los niños. Por ejemplo, la construcción de un gráfico con material manipulable, como las piezas de Lego, es un procedimiento básico y esencial de representación gráfica (Clements y Sarama, 2015) que pueden realizar los niños sin la ayuda del docente. Igualmente, el conteo es un procedimiento primordial en educación infantil y, en particular, para identificar la frecuencia absoluta de cada modalidad de la variable. Como se observa en este contexto, las frecuencias absolutas no son cantidades muy elevadas, sino que representan nociones de cantidad manejables para la edad de los niños.

Asimismo, en cuanto a las definiciones de los conceptos matemáticos se refiere, éstas no se utilizan de forma literal, ni tan siquiera se utilizan los nombres de los principales conceptos matemáticos estadísticos que emergen en el proceso, como son el de variable, modalidad, frecuencia absoluta, pictograma o moda. En su lugar se utiliza un genérico, como “gráfico” o el significado coloquial o informal del concepto. En particular, nunca utilizan el término de “variable”, sino que expresan de forma completa la característica que quieren estudiar, -el juego al que más les gusta jugar- o, en caso de querer referirse a la modalidad, lo hacen con la expresión “tipo de juego”. Algo semejante ocurre con la

frecuencia absoluta o con la moda. Los términos matemáticos no los utilizan explícitamente, sino que aluden a la frecuencia con expresiones como “cuanta gente ha votado...” o a la moda como “el juego que gana” o “el más votado”; en realidad, sustituyen el nombre por el concepto. El uso del significado del concepto adaptado al contexto es adecuado porque contribuye a que los niños encuentren más sentido a lo que hacen. Algo semejante ocurre con las propiedades. Éstas son informales, lo que se considera adecuado para el nivel de educación infantil.

Ahora bien, se piensa que, una vez se han identificado todas las frecuencias absolutas, así como se han interpretado los gráficos, la maestra podría haber institucionalizado los conceptos de frecuencia y de moda, ya que no lo hace y este proceso es muy importante.

**RG2: Se promueve la generación y/o negociación de definiciones, proposiciones o procedimientos.**

Del indicador RG1 se deduce que en este proceso no se negocian definiciones, aunque sí se genera, en el sentido amplio, el concepto de moda.

En la Tabla 17 se pone de manifiesto que en el proceso del vídeo emergen propiedades matemáticas informales. Cabe señalar que, en realidad, son los estudiantes los que las enuncian a partir de la lectura de nivel 1 y de nivel 2 de los tres gráficos construidos. En consecuencia, se promueve la generación de propiedades.

Por lo que respecta a los procedimientos, es claro que es una tarea rica en cuanto a ello se refiere, tanto en cantidad como en diversidad, pues emergen, como ya se ha visto, procedimientos afines a los bloques curriculares de estadística (construcción de un pictograma), de numeración y cálculo (recuento) o medida y lógica (comparación cualitativa). Asimismo, se emplean conceptos lógicos como la ordenación o la correspondencia para la lectura de los datos. Ahora bien, es evidente que en todo el proceso es la maestra la que explica lo que van a hacer y cómo; en ningún momento se observa que deje tiempo para que sus alumnos reflexionen acerca de cómo proceder. Esto se puede deber a que sea la primera vez que realizan un estudio estadístico. No obstante, no es motivo suficiente para que no les deje negociar ningún procedimiento. Por ejemplo, en la construcción de las torres de Legos, es ella misma la que decide el color que se le atribuye a cada modalidad. Esta correspondencia color-modalidad la hubiesen podido decidir los estudiantes mismos, ya que es adecuada para su nivel.

En definitiva, se produce cierta falta de interacción entre la docente y los estudiantes en ese sentido.

### *Argumentos*

**A1: Se promueve el desarrollo del razonamiento y la demostración con situaciones en las que los estudiantes tienen que conjeturar, explicar o justificar enunciados, ideas o acciones matemáticas, así como comprobar sus resultados.**

Como se ha detallado en el análisis ontosemiótico experto, el razonamiento y la demostración se promueven durante todo el proceso de e/a, sobretodo, a partir de las preguntas pertinentes de la maestra, como por ejemplo “¿Cuál os parece que ganará?” o “¿Por qué es más larga la fila de la peluquería?”.

No obstante, se cree que aún se hubiese podido desarrollar más el razonamiento a partir de la formulación de más preguntas por parte de la docente del tipo “¿Por qué?” o “¿Cómo lo sabes?” en algunos momentos de la lectura, como los siguientes, en los que no se exige una justificación de la respuesta:

Maestra: Ares, ayuda también a Martí y a Marian. ¿Cuál es el juego más votado después de la peluquería?

Martí: Los coches.

Maestra: Muy bien. Al lado, sino no vemos el gráfico. Vale.

La maestra se limita a corroborar que la respuesta es correcta, pero hubiese podido pedir a Martí que justificara su respuesta. Lo mismo ocurre en el ejemplo que se presenta a continuación, la docente se limita a institucionalizar la respuesta, pero no induce a la argumentación:

Maestra: Juan, ¿cuántas piezas pondremos a los puzles?

Juan: Cero.

Maestra: Cero. Por tanto, ¿qué hacemos con estas piezas de aquí? ¿Nos hacen falta?

En cuanto a la comprobación también se observa una posible mejora. Al acabar la representación del pictograma, simplemente miran si queda algún voto en el bote por contabilizar. En ese caso, lo adecuado hubiese sido comprobar que han pegado tantas imágenes como niños han votado a través de una correspondencia uno a uno.

**A2: Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son correctas y adecuadas al nivel educativo al que se dirigen.**

Del indicador A1, se deduce que las explicaciones, comprobaciones y demostraciones que emergen en este proceso, encajan con las propuestas por el NCTM (2000) o Alsina (2014) para la etapa de Educación Infantil.

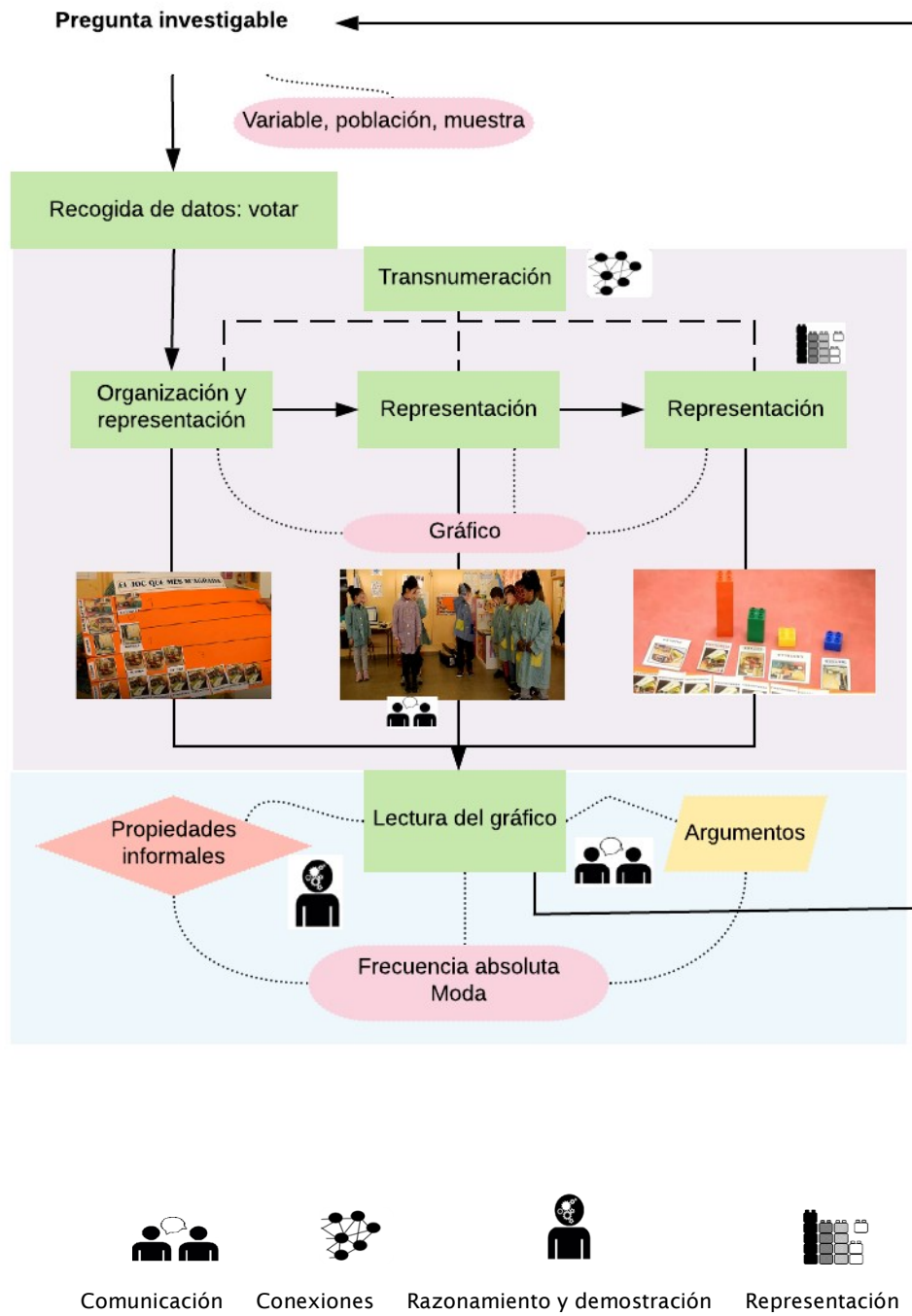
### *Relaciones*

**REL1: Los objetos matemáticos (problemas, conceptos, representaciones, propiedades, procedimientos y argumentos) se presentan y se trabajan de forma conectada.**

No se observa que ninguno de los objetos matemáticos se trabaje de manera aislada y descontextualizada, sino que la configuración de objetos está perfectamente cohesionada como se confirma en la Figura 26.

En ella, se muestran las fases del estudio estadístico, que se corresponden con los principales procedimientos matemáticos (en verde); asimismo, se explicitan los conceptos estadísticos al emerger por primera vez (en rosa). Simultáneamente, se representan con iconos los principales procesos matemáticos de cada fase.





**Figura 26.** Configuración de objetos y procesos emergentes en el estudio estadístico. Elaboración propia.

**REL2: Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.**

Se considera que la valoración del indicador REL2 es adecuada y representativa para el análisis de una unidad didáctica entera, pero no tiene sentido cuando se trata de la valoración de una única actividad matemática. Por tanto, no se valora.

#### **4.2.2 Idoneidad cognitiva**

Al tratarse este estudio de la valoración de una única actividad matemática, no se contempla la valoración del indicador “Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo” de la componente Adaptaciones curriculares que propone Godino (2013), como tampoco la del indicador “Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones”, de la componente Aprendizajes. La aplicación de dichos indicadores tiene sentido en la valoración de una unidad didáctica completa o una trayectoria de aprendizaje entera, lo que no se corresponde con esta experiencia.

Asimismo, para facilitar la comprensión del análisis, se ha optado por valorar conjuntamente la componente Aprendizajes de la faceta cognitiva con la componente Evaluación formativa de la faceta interaccional.

#### ***Conocimientos previos***

La Segunda Etapa de la Educación Infantil se corresponde con la etapa pre-operacional del modelo del desarrollo cognitivo de Piaget. En ella, en un primer momento predomina la percepción sensorial y la motricidad; luego se dan paso a las relaciones cualitativas de los elementos hasta que, poco a poco se va construyendo la noción de cantidad. En esta etapa aparece la función simbólica, la cual permite al niño adquirir el lenguaje. No obstante, el niño aún cuenta con algunos obstáculos cognitivos, como la poca capacidad de reversibilidad del pensamiento (rigidez del pensamiento) o la dificultad de ver más allá de una apariencia perceptiva, estrechamente vinculado con la conservación del número o la cantidad.

Por otro lado, conviene resaltar que la intuición es una característica importante de los niños en el estadio pre-operacional y muy importante en cuanto al aprendizaje de las

matemáticas se refiere, pues permite a los niños razonar a partir de experiencias vividas. De hecho, los niños llegan a la escuela con conocimientos matemáticos informales relativos a la noción de cantidad, al conteo, a la organización espacial (Baroody, 1987) e incluso a la estadística y la probabilidad (Alsina, 2019b).

Así, es imprescindible que el docente parta de estos conocimientos matemáticos informales basados en experiencias cotidianas y, por tanto, con ciertas imprecisiones, para ir construyendo unas matemáticas cada vez más formales (Edo y Revelles, 2004). En concreto, es una necesidad para los niños de esta etapa que los maestros les ayuden a dar este paso de la comprensión matemática que va de lo intuitivo a lo formal (Clements y Sarama, 2015).

Respecto al aprendizaje, en particular, de la estadística y la Probabilidad, el conteo, vinculado a la frecuencia y, la clasificación, a las modalidades, son sus fundamentos en la educación infantil. Por lo que se refiere al conteo, alrededor de los cuatro años los niños ya comprenden el cardinal de un conjunto pequeño y son capaces de comparar cantidades utilizando los comparativos. A partir de los cinco años, utilizan los números para representar cantidades y resolver problemas que requieren la noción de cantidad y de estrategias como el conteo o la creación de conjuntos de un número determinado de elementos y, a finales de la etapa, son capaces de contar y representar cantidades que llegan al número 30 de forma precisa. En cuanto a la clasificación, cabe destacar que desde las primeras semanas de vida los bebés ya hacen clasificaciones sensoriales dicotómicas. A partir de los dos años realizan clasificaciones según una cualidad determinada creando más de dos clases y, a partir de los cinco años, pueden clasificar los mismos elementos utilizando diferentes criterios (Clements y Sarama, 2015).

Canals (2011) no concreta en cuanto a la estadística se refiere, pero señala que alrededor de los cinco años, se debe focalizar en el aprendizaje de procedimientos que requieren el uso del lápiz, el dominio de los movimientos, la manipulación, el recuento, así como procedimientos de representaciones visuales y plásticas. Asimismo, también indica que los niños están preparados tanto para expresarse verbalmente de forma precisa como para expresarse con grafías numéricas o símbolos.

Por lo que se refiere al pensamiento espacial, al final del primer ciclo de la Educación Infantil los niños ya comprenden algunos conceptos espaciales de direccionalidad y de proximidad como, por ejemplo, “arriba”, “al lado de” o “delante”. Sin embargo, las nociones topológicas de “derecha-izquierda” no se entienden bien hasta alrededor de los siete años, aunque a partir de los cuatro, ya se debe iniciar su aprendizaje (Clements y

Sarama, 2015). Por otro lado, en la representación de los datos con el pictograma o el gráfico vivencial, también subyace la idea de estructuración espacial y el uso de sistemas de coordenadas para la organización espacial de los objetos. Algunos autores (Clements y Sarama, 2015) indican en esta etapa educativa los niños pueden utilizar las coordenadas si los docentes les ayudan, pero todavía no son capaces de usarlas de forma autónoma.

**CP1: Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje.**

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, para realizar un estudio estadístico en educación infantil es necesario que los niños tengan, fundamentalmente, conocimientos de lógica y de numeración y cálculo.

Concretamente, se requiere que los alumnos tengan ciertas habilidades lógico-matemáticas desarrolladas de agrupación y clasificación cualitativa para determinar la variable estadística, así como sus modalidades. A veces, las modalidades pueden ser todos los tipos de respuestas diferentes recogidas, pero es frecuente que, una vez hecha la recogida de datos, estos se deban agrupar en categorías comunes. Por ejemplo, supongamos que se quiere descubrir cuál es la fruta que más desayunan los niños de una clase el día de la fruta. Seguramente, cada fruta corresponderá a una modalidad de la variable diferente: plátano, pera, manzana... Pero, ¿y si se quiere saber cuál es el desayuno típico de la clase? En este caso, es conveniente que los niños agrupen la comida en diferentes clases: lácteos (yogur, quesitos...), fruta (plátano, pera...), bollería (donuts, croissant...), entre otras. Es claro que el segundo estudio requiere de una capacidad de razonamiento más elevada que el primero porque se pone en juego la reversibilidad del pensamiento.

Para poder identificar las frecuencias absolutas y poder hacer una lectura de nivel 1, tienen que saber contar, al menos, hasta la cantidad asociada a la moda, que como mucho se aconseja que sea treinta. Por consiguiente, es necesario que tengan adquirida también la noción de cantidad. En caso de que se quiera llegar a un nivel 2 de lectura, los niños deben dominar las ordenaciones cuantitativas. Ahora bien, es posible que haya estudiantes que no tengan bien adquirida la noción de cantidad o no dominen el conteo y, por tanto, tengan dificultades para interpretar los gráficos. En ese caso, los conocimientos relacionados con la primera fase de la medida, como la comparación o la ordenación según las nociones elementales de la magnitud longitud les pueden facilitar la tarea.

En la construcción de los gráficos hay implícitos conocimientos y competencias de espacio y forma, en concreto de orientación y estructuración espacial. Por un lado, hay que colocar cada voto en el lugar que le corresponde del pictograma (estructuración espacial), así como las piezas de Lego en las torres; por otro lado, los alumnos mismos tienen que hacer filas, colocándose uno delante del otro y, a la vez, al lado de otros. Se espera que surjan ciertas dificultades en este aspecto porque en la educación infantil están adquiriendo las nociones topológicas y desarrollando destrezas espaciales. En consecuencia, los conocimientos y competencias previas requeridas en ese aspecto son, al menos, el reconocimiento estático de algunas nociones básicas como arriba-abajo, un lado- el otro lado, encima – debajo o delante-detrás en uno mismo, en otros o en objetos.

**CP2: Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable).**

Los contenidos matemáticos de este proceso encajan con los contenidos vinculados al aprendizaje de la estadística en la educación infantil propuestos por Alsina (2011, 2017) y que se han expuesto en el marco teórico. En particular, son estos:

- Identificación de datos del entorno cercano.
- Representación de los datos identificados con dibujos, objetos o gráficos de barras, con una correspondencia término a término.
- Identificación de la frecuencia absoluta de cada modalidad a partir del conteo.
- Comparación e interpretación de los datos representados.

En cuanto a los contenidos de espacio y forma implicados, sobre todo en la representación vivencial, Alsina (2011a) propone:

- Identificación de la posición en situaciones reales y conceptos básicos relativos a la posición (delante-detrás, encima-debajo, arriba-abajo).
- Introducción de la derecha y la izquierda a partir de los cinco años.

Como se puede observar, no se matiza si el reconocimiento de las nociones espaciales debe ser estático o también dinámico, de modo que la matemática que subyace de la representación vivencial encaja con los contenidos propuestos por Alsina (2011a). Asimismo, cabe destacar que del trabajo de Clements y Sarama (2015) se deduce que a alrededor de los cuatro años los niños deben empezar a ubicar objetos en el espacio.

Hay que mencionar, además, que en el indicador ADC1 de la idoneidad ecológica se confirma que estos contenidos se corresponden con los que dictan las directrices curriculares.

Así pues, en teoría, los contenidos pretendidos están al alcance de los estudiantes.

### ***Aprendizaje y evaluación formativa***

El documento de orientaciones sobre la evaluación en el segundo ciclo de la Educación Infantil del Departament d'Educació (2020) estipula que el proceso de evaluación en esta etapa consta, al menos, de estas tres acciones consecutivas: la recogida de información sobre los progresos, habilidades, estrategias y aprendizajes de los niños; el análisis de dicha información y un juicio sobre ella y, finalmente, la toma de decisiones para la mejora de propuestas que favorezcan el desarrollo global del niño. Si las decisiones tienen la finalidad de mejorar los procesos de e/a para ayudar a los estudiantes a regular la construcción de su conocimiento la evaluación es formativa. Asimismo, si además el propio estudiante se autoevalúa o forma parte de la coevaluación, la evaluación es más que formativa, es formadora (Sanmartí, 2012).

#### **APEV1: Se realiza una observación sistemática del progreso cognitivo de los estudiantes.**

Las herramientas básicas de evaluación de la etapa de Educación Infantil son el diálogo, la documentación y la observación a partir de fotografías, audios, vídeos o carpetas de aprendizaje, entre otros (Departament d'Educació, 2020; Departament d'Ensenyament, 2016).

En este proceso de enseñanza se identifica que la maestra no solo observa las acciones matemáticas de sus estudiantes, sino que también les hace preguntas para evaluar el aprendizaje. Hay que resaltar, además, que en muchos casos dirige las preguntas a estudiantes concretos para poder evaluar con más claridad a cada uno de ellos, aunque no pregunta a todos los alumnos.

Por otro lado, se debe mencionar que el proceso finaliza al cabo de unos días de haber construido los gráficos con material manipulable, con la representación individual de cada estudiante en una hoja en blanco sobre el estudio estadístico. Es claro que es una buena tarea de evaluación que muestra cómo piensan los niños o lo que han aprendido y que, además, se ha ejecutado correctamente, pues este tipo de representaciones necesitan memoria a largo plazo para que la información se quede almacenada y se comprenda (Clements y Sarama, 2015).

**APEV2: Los diversos modos de evaluación indican que éstos logran la apropiación de los conocimientos pretendidos.**

Efectivamente los niños han adquiridos los conocimientos y competencias pretendidos. Sus acciones matemáticas, así como sus afirmaciones y argumentaciones lo prueban. Ahora bien, las representaciones finales de los niños nos permiten identificar diferentes niveles cognitivos y aprendizajes a partir de tres variables: el tipo de gráfico al que aluden (pictograma, vivencial o con material manipulable), su construcción y la presencia del lenguaje numérico. Cabe destacar que, la mayoría, destacan la moda en sus representaciones, lo que demuestra que los niños y niñas han captado la esencia de la actividad.

Fijémonos en los gráficos. En la Figura 27 se observa que el estudiante no detalla el número de piezas necesarias para cada modalidad y las barras no son proporcionales. En cambio, los ejemplos de las Figuras 28, 29 y 30, prueban que los niños operan con la frecuencia absoluta al detallar el número de piezas. De ahí que se deduzca que estos niños tienen un pensamiento numérico más desarrollado que el del ejemplo de la Figura 27.

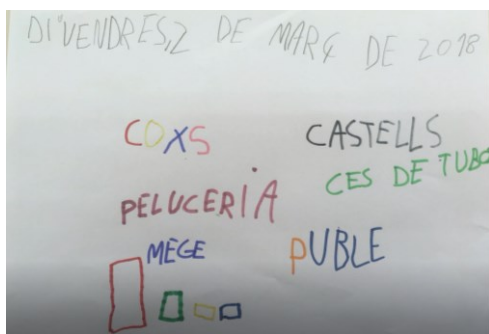


Figura 27. Ejemplo 1 de representación



Figura 28. Ejemplo 2 de representación

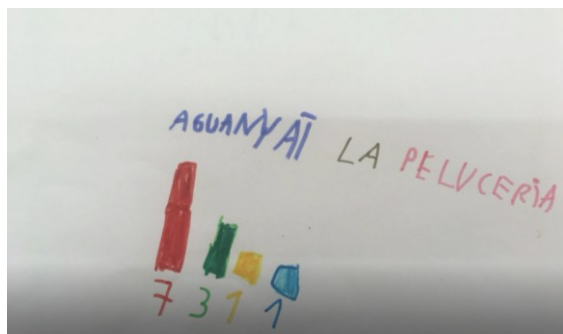


Figura 29. Ejemplo 3 de representación



Figura 30. Ejemplo 4 de representación

Por otro lado, es preciso destacar que los estudiantes de los ejemplos 3 y 4 (Figuras 29 y 30) escriben con grafías convencionales la frecuencia de cada modalidad y la vinculan a la representación con piezas de Lego. Notemos que, en la práctica videograbada, no lo han llegado a hacer por escrito. Por tanto, han conectado ideas matemáticas, lo que indica un nivel cognitivo más elevado.

En cuanto a la representación del gráfico vivencial (Figura 31), el estudiante comunica literalmente que dibuja la fila de la peluquería; de hecho, si nos fijamos, hay siete niños. Como vemos, intenta hacer filas, dibujando a “Júlia” delante de “Cristina”, pero no lo reproduce con todos los niños. Este aspecto revela la dificultad cognitiva que les supone colocarse en fila al darles la instrucción con las nociones de “delante-detrás”. En nuestra opinión, este hecho está vinculado con que los niños tienen más facilidad para hacer series en horizontal que en vertical, lo que puede ir ligado a la direccionalidad de la escritura.



**Figura 31.** Ejemplo 5 de representación

Cabe destacar la destreza de visualización espacial de la representación 4 (Figura 30); si nos fijamos, el niño dibuja piezas vistas desde arriba, que son las piezas en las que escribe la frecuencia de cada modalidad y luego, dibuja el resto de piezas de las torres representándolas de lado. Notemos que en la columna roja hay ocho recuadros. Quizás la intención del niño es que la casilla del siete no cuente.

Ahora bien, es verdad que algunos niños han tenido ciertos conflictos cognitivos que se podían esperar en momentos puntuales. Por ejemplo, ver que lo importante es la distribución de los datos y no la individualidad es una de las dificultades que se han



observado más importantes, junto con la dificultad que tienen para ubicarse en el espacio teniendo en cuenta las nociones de posición. En el indicador IDD2 de la faceta interaccional se explican los conflictos cognitivos identificados, además de describirse la intervención de la maestra para ayudar a superarlos.

**APEV3: La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia.**

Uno de los puntos fuertes de la tarea de representar lo que han vivido colectivamente en una hoja en blanco es que esta incluye la diversidad de niveles cognitivos que hay en los estudiantes. Todos avanzan porque cada uno puede expresarse a su manera y utilizando los conocimientos que tiene (Edo y Marín, 2017). Por tanto, como se ha considerado anteriormente esta tarea como un recurso para la evaluación, se concluye que, efectivamente, la evaluación respeta los diferentes niveles de comprensión y competencia.

#### *Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales*

El objetivo de la educación infantil es el desarrollo global de las capacidades de los niños. Hay que tener en cuenta que los niños tienen diferentes intereses, así como diferentes estilos cognitivos; en particular, hay niños que les cuesta trabajo aprender, niños que tienen algún déficit cognitivo o de memoria (Berch y Mazzocco, 2007) e, incluso, niños talentosos o con altas capacidades que requieren de respuestas singulares por parte de la institución educativa para lograr dicho objetivo (Departament d'Ensenyament, 2016). Si las propuestas que ofrecemos a los niños son abiertas y flexibles, se logrará que cada uno desarrolle al máximo sus capacidades (MEC, 2008). Cabe destacar que, a menudo, los niños con algún déficit cognitivo o talentosos pasan desapercibidos en las primeras edades (Clements y Sarama, 2015) y es importante ser conscientes de que la detección temprana es primordial para construir unas bases de aprendizaje sólidas.

Por todo ello, consideramos dos aspectos importantes y necesarios al respecto: por un lado, programaciones diseñadas de antemano sin rigidez y, por el otro, la observación y documentación del progreso de cada alumno en función de unos objetivos no finalistas marcados en la planificación docente.

**AC1: Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes.**

Efectivamente, se considera que se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes, aspecto que se justifica, sobretodo, a través de las tres representaciones gráficas. El hecho de hacer diversos gráficos con los mismos datos contribuye a que todos los estudiantes puedan llegar a representar los datos y a comprender las interpretaciones, pues, aunque no sean capaces de entender el gráfico vivencial, su comprensión mejora con las torres de Legos. Asimismo, si un alumno ha sido capaz de entender los tres gráficos, se considera que la transnumeración favorece las conexiones matemáticas.

Por otro lado, por lo expuesto en el indicador APEV3, cabe remarcar que, la hoja en blanco también contribuye a ello.

#### **4.2.3 Idoneidad afectiva**

Para facilitar el análisis de las facetas, se ha decidido valorar la utilidad de las matemáticas en la vida profesional, correspondiente a una parte del indicador INN2 de la componente Intereses y necesidades de la faceta afectiva, en el indicador ADSPV1 de la faceta ecológica.

##### ***Intereses y necesidades***

De acuerdo con el NCTM (2000), cuando se propone a los estudiantes tareas matemáticas reproductivas que son, básicamente, aquellas que requieren de la memoria y del automatismo, y que suelen estar descontextualizadas, el aprendizaje no suele ser sólido porque no tienen interés para ellos y, en consecuencia, no se genera comprensión. Por este motivo, las situaciones de enseñanza y aprendizaje que se proponen a los niños deben contener retos que estos deseen resolver o preguntas que quieran responder para que, de este modo, el aprendizaje sea significativo (Edo, 2005). Asimismo, cabe destacar que el interés aumenta si las situaciones de aprendizaje nuevas conectan con las anteriores y con sus conocimientos previos (NCTM, 2000) que, en esta etapa educativa, son conocimientos matemáticos intuitivos e informales que provienen de su entorno. Por tanto, en este sentido, cobra importancia el principio de realidad de enfoque de la Educación Matemática Realista de Freudenthal, que se materializa en trabajar a partir de contextos reales (Alsina, 2009a) y, en particular, de situaciones cotidianas en las

primeras edades porque favorecen el interés y la utilidad de las matemáticas (Alsina, 2011b).

Asimismo, es primordial que los estudiantes sientan que la resolución de las tareas matemáticas a realizar está a su alcance (Clements, 2004; Gea, Estrada y Batanero, 2019).

**INN1: La tarea tiene interés para los estudiantes.**

La tarea en sí es un estudio estadístico con procedimientos que se podrían considerar rutinarios y aplicables a cualquier otro estudio. No obstante, la variable estadística elegida es doblemente significativa para los niños: no solo está vinculada con un aspecto personal suyo, sino que, además, se aprovecha el juego, el cual ya tiene una componente motivadora en sí. En consecuencia, se consigue que los alumnos se sientan parte implicada e interesada durante todo el proceso de e/a, tal y como aconseja Torra (2009).

Asimismo, se ha observado que las votaciones anónimas son un elemento que motiva y que tienen el valor añadido de favorecer la atención de los estudiantes, pues ellos están interesados en saber qué juego ganará y hasta que no han acabado la primera representación, no lo pueden saber. Este efecto de factor sorpresa no se consigue con las votaciones a mano alzada porque la respuesta es inmediata.

La fluidez con la que se desarrolla el proceso, así como las expresiones de emoción de los niños durante la construcción del pictograma, revelan que la tarea tiene interés para los estudiantes. Un detalle que lo confirma es que los alumnos reaccionan aplaudiendo de la emoción que sienten cuando se va acercando el momento de saber qué juego ha ganado.

Cabe remarcar que, en la situación de representación vivencial, así como con piezas de Lego, se observa que los niños mantienen la atención, pero no se muestran tan emocionados como con la representación del pictograma. Tanto las actividades vivenciadas como el uso de material manipulativo suelen atraer bastante a los niños de esta etapa educativa, pero se piensa que, en el momento de su actuación en este proceso, los alumnos han perdido un poco el interés porque ya han descubierto la moda.

**INN2: La actividad matemática propuesta permite valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana.**

Como ya se ha mencionado en el marco teórico, en nuestro día a día vivimos rodeados de datos y estamos expuestos, de manera constante, a ser consumidores de información. En consecuencia, es necesaria la alfabetización estadística de la población (Batanero,

2013; Gal, 2002), la cual debe empezar en las primeras edades (Fuentes et al., 2014). En particular, el análisis de datos, así como la representación e interpretación gráfica son aspectos de las matemáticas que favorecen su desarrollo (Engel, 2019; Ridgway, 2016; Ridgway, Nicholson y McCusker, 2008).

Se considera que esta actividad matemática contribuye a ello porque, como se ha visto en el análisis de objetos y significados, ofrece a los estudiantes herramientas de recogida de datos, de representación gráfica e interpretación.

Así, en el sentido de Alsina (2017), esta actividad contribuye a que los niños sean ciudadanos bien informados y a que tengan estrategias que les faciliten la toma de decisiones sobretodo en casos en que la incertidumbre esté presente. En la misma línea, Carbó y Gràcia (2002) afirman que utilizar la estadística con los niños para decidir cuestiones que afectan la vida del aula sirve para ver su funcionalidad. Claramente, esto les puede servir en situaciones fuera del aula, pero no se debe olvidar que los momentos escolares forman parte de la vida cotidiana de los estudiantes.

En conclusión, esta tarea permite a los niños valorar la utilidad de la estadística en su vida cotidiana.

### ***Actitudes y emociones***

Tanto las actitudes como las emociones de los estudiantes hacia las matemáticas se pueden expresar a través de los sentimientos, pero mientras que las primeras muestran la disposición u opinión del estudiante (Philipp, 2007) delante de la materia o del profesor (Estrada y Batanero, 2015), las segundas se producen como consecuencia de la experiencia vivida durante un proceso de e/a (Gea et al., 2019). Es claro que como más positivas sean las emociones que experimente el estudiantado durante sus prácticas matemáticas, más positiva será su actitud hacia los elementos vinculados a otros procesos de e/a matemáticos. En el sentido de Mato (2010), este punto es clave en las primeras edades para prevenir las actitudes negativas.

**AE1: Se promueve la participación en la tarea, la perseverancia y la responsabilidad.**

Para describir este indicador son fundamentales dos aspectos interrelacionados: la interacción de la docente con sus alumnos y la metodología de aula.

Durante el proceso de e/a, se observa que la maestra intenta hacer preguntas a todos los alumnos y evita que estos sean siempre los mismos. También les asigna roles a algunos de ellos: Inés recoge el voto de cada uno, Martí sitúa las figuras alusivas, Marian coge los votos del bote y se los da a Martí, Júlia hace una torre... Asimismo, cabe destacar que con la construcción del gráfico vivencial se favorece que toda la clase se implique en la actividad.

De esta manera, se consigue que cada niño tenga su parte de responsabilidad en poder lograr el objetivo de la clase, que es averiguar cuál es su juego preferido. Así pues, se pueda afirmar que esta actividad promueve la participación y la responsabilidad.

No obstante, creemos que, en algunos momentos, la maestra hubiese podido dar más libertad a los alumnos. Por ejemplo, en la representación de los datos con piezas de Lego, es ella la que asigna un color a cada modalidad; fácilmente, lo hubiesen podido decidir entre todos.

Cabe resaltar, que los estudiantes están motivados realizando la tarea y se muestran atentos, de ahí que se pueda afirmar que se ha favorecido el desarrollo de la perseverancia, pues la experiencia ha sido positiva para ellos y como indica Clements (2004), las experiencias positivas ayudan al desarrollo de cualidades como la perseverancia, la curiosidad o la imaginación.

**AE2: Se promueve la autoestima y la confianza en uno mismo para resolver tareas matemáticas, evitando el miedo o el rechazo a las matemáticas.**

La valoración de este indicador está relacionada, en parte, con los resultados del indicador anterior, el AE1. Consideramos que, el hecho de que todos los alumnos hayan participado activamente en la tarea, asumiendo distintos roles y que, en general, hayan ido resolviendo la actividad con éxito, promueve la confianza en uno mismo y en los demás.

Hay que mencionar, además, que, la docente emplea refuerzos positivos del estilo “muy bien” o “perfecto” cuando un niño ha hecho su aportación. Este aspecto es importante porque influye en que el alumno se sienta bien, tenga emociones positivas y, en consecuencia, se promueva su autoestima. Cabe destacar que no se han identificado comentarios negativos de la maestra hacia ninguna intervención de los alumnos.

Otro punto clave recae, nuevamente, en que la tarea parte de una pregunta que tiene mucho interés para los estudiantes y que, para poder contestarla, tienen que utilizar herramientas matemáticas. Así lo hacen y, además, con éxito y disfrutando del proceso.

Este aspecto es importante porque, hemos visto en el indicador INN2 les sirve para ver que las matemáticas les son útiles, lo que favorece el aprecio hacia esta disciplina, evita su rechazo y aumenten la confianza en esta materia. En consecuencia, en otra situación similar, es más fácil que tiendan a utilizar las matemáticas y, por tanto, eso significaría que ha aumentado la confianza en sus capacidades, lo que es vital para el aprendizaje de esta materia (NAEYC y NCTM, 2013).

**AE3: Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad: el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.**

Si bien es cierto que en el indicador A1 de la faceta epistémica se ha discutido acerca de la argumentación y se ha concluido que hay momentos en los que se explica, conjetura o razona, se observa que en los casos en que se produce son siempre entre interacciones entre un alumno y la maestra. En otras palabras, no se genera una discusión entre iguales en la que se confronten argumentos.

Dicho lo anterior, no hay evidencias que indiquen ni que la maestra valora los argumentos por quién lo dice, ni que tampoco lo hagan los alumnos, pues, además, se escuchan cuando otro compañero habla.

**AE4: Se resaltan las cualidades de estética y de precisión de las matemáticas.**

La utilidad, el atractivo visual o la sorpresa son algunos de los principales valores estéticos de las matemáticas de los que disponen los patrones o las regularidades (Bosque, Segovia y Lupiáñez, 2017; Eberle, 2011; Sinclair, 2009) y de los que se aprovechan, en el buen sentido, las instalaciones artísticas diseñadas para el aprendizaje del arte y de las matemáticas en el primer ciclo de Educación Infantil (Abad y Ruiz de Velasco, 2014; Alsina y León, 2016). De hecho, en ello vemos que subyace la idea platónica de un orden matemático y de armonía. Cabe destacar que en la descripción de los indicadores INN1e INN2 de la componente de Intereses y Necesidades se observa como la utilidad y la sorpresa son elementos que se ponen en juego en el proceso de e/a. Asimismo, en la línea de los autores anteriores, Gea et al. (2019) identifican como una cualidad estética estadística el hecho de poder obtener tendencias de unos datos, inicialmente, desorganizados. Esto ocurre en la tarea propuesta: se parte de unas votaciones anónimas (datos desorganizados) y se llega a hallar la moda (tendencia).

Por todo lo anterior, se concluye que con esta actividad matemática se pueden percibir las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

#### 4.2.4 Idoneidad interaccional

Como ya se ha mencionado anteriormente, la componente Evaluación formativa se ha valorado en la componente Aprendizajes de la faceta cognitiva.

##### *Interacción*

Los indicadores de interacción se basan en la teoría del desarrollo cognoscitivo de Vygotsky: el niño aprende por medio de las interacciones sociales. En este sentido, Edo y Revelles (2004) sostienen que los estudiantes no aprenden acumulando información, sino interaccionando, negociando y comunicándose con los iguales y con el docente. En la misma línea se postula el principio de interacción de la EMR, el cual defiende que dicha interacción provoca reflexión sobre las aportaciones de los demás y, en consecuencia, se logra más comprensión (Alsina, 2009a). Así pues, en un proceso de e/a tienen que producirse interacciones dialogadas constantes tanto entre el docente y los estudiantes como entre los mismos estudiantes. En caso contrario, el aprendizaje será prácticamente imposible (Alsina, 2009b).

##### *Docente-discente*

Para lograr un aprendizaje óptimo de las matemáticas en Educación Infantil, es clave el papel del docente de guía y mediador de la comunicación matemática que se establece en el aula. En concreto, es él quién identifica las intervenciones potentes y significativas de los estudiantes (Edo y Revelles, 2004) y las aprovecha para generar conocimiento y aprendizaje a través del diálogo y también de las buenas preguntas (Ricart et al., 2019); media entre sus alumnos, negocia significados y les ayuda a llegar a conclusiones (Edo y Revelles, 2004); reconoce y resuelve los conflictos que tienen sus alumnos (De Castro, 2007); conduce a la regulación del aprendizaje (Sanmartí, 2012); ayuda a poner nombre a las ideas matemáticas de los niños (Berga, 2013) y establece conexiones entre los conocimientos previos y los nuevos (Berk, 1995).

##### **IDD1: El profesor se comunica de forma clara y organizada con sus alumnos.**

Se observa que la maestra se dirige a sus alumnos de forma tranquila, pronunciando bien las palabras y sin correr. Asimismo, su discurso está organizado, es coherente y está dosificado o pautado de manera que, los niños puedan manejar y asimilar la información

que ella les transmite. Otro rasgo positivo es que emplea, como ya se ha mencionado, un lenguaje cotidiano que conecta con los niños.

**IDD2: El profesor sabe identificar los conflictos de sus alumnos y los resuelve.**

En este proceso de e/a se identifican nueve dificultades o conflictos cognitivos en los niños, siendo, algunos de ellos, repetitivos. A continuación, no sólo se detalla cada uno de ellos, sino que se focaliza, además, en la gestión que hace la maestra del error. Es preciso destacar que, en la gestión del conflicto y de las dificultades, se percibe la experiencia docente de la maestra.

Conflicto 1: La maestra le da a un niño la instrucción de coger una tira de papel y de pasar al compañero que está sentado al lado las demás tiras y desde el sitio, sentado; pero el niño entiende que tiene que levantarse a repartirlas una a una a cada uno de sus compañeros.

Maestra: Coges uno y lo pasas –Se dirige al primer niño que está sentado y este se levanta.

Maestra: Coges uno... No, no, no. Siéntate. Coges uno y pasas todos los otros. ¿Coges uno? Muy bien.

Este error se debe a la comprensión de las instrucciones de trabajo dadas (Astolfi, 1999). La maestra lo gestiona interrumpiendo primero la acción del estudiante y luego, lo reconduce repitiendo, otra vez, las instrucciones y añadiendo una de nueva, “siéntate”.

Conflicto 2: En la representación del pictograma, el resultado del último voto es castillo de tubos. En consecuencia, un niño, Martí, da el nombre de una compañera. La maestra interpreta que el niño se refiere a que la compañera ha sido la que ha votado castillo de tubos.

Niño 4: Ahora falta el último.

Marian: Castillo de tubos.

Niños: ¡Oh!

Martí: ¡Cristina...!

Maestra: No se sabe quién ha votado, no se sabe, era una votación anónima.

Realmente, el niño no comete ningún tipo de error, pero el comentario que hace, señala que no se está fijando en la distribución de los datos, sino en la individualidad. Este hecho es un indicador de ciertas dificultades que puedan aparecer más tarde al hacer inferencias.



La maestra lo capta e interviene con un comentario en la línea de los expertos (Batanero y Godino, 2003; Burrill y Biehler, 2011) para concienciar de que lo importante es el conjunto de todos los datos.

Conflicto 3: Los niños han acabado de hacer una lectura de gráficos (nivel 1) y la maestra les pregunta por la moda (nivel 2). En lugar de contestar que es la peluquería, cada niño responde lo que él ha votado.

Maestra: Cero. Muy bien. Atención, escuchad: ¿cuál es el juego que más gusta a la clase de “Els Castells”?

Niño: Yo, peluquería – Los otros niños van diciendo lo que han votado cada uno. -

Maestra: No, no pregunto el de cada uno. Digo, ¿qué ha salido en general? ¿Qué ha ganado?

Niño: La peluquería.

Este conflicto es como el anterior, el 2. En esta ocasión, la maestra también lo detecta y para gestionarlo, utiliza una expresión verbal más coloquial, “quién ha ganado”.

Conflicto 4 y conflicto 5: La maestra les ha pedido que representen los datos vivencialmente.

Maestra: Os intentáis organizar por filas pensando que debe haber siete niños y niñas a la peluquería, tres a los coches, ceros a los puzles, uno a los castillos, uno al médico...

Para ello, se deben agrupar de manera que haya tantos niños en cada grupo como indique la frecuencia absoluta de cada modalidad. En el pictograma, han escrito con grañas convencionales las frecuencias. Además, les pide que lo hagan en forma de filas.

Maestra: Pero las filas así, hacia aquí, como si hicierais así una fila.

Niño: Al lado de la peluquería.

Júlia (del grupo de la peluquería): Moveos hacia allá.

Maestra: Filas así, por favor, que veamos bien el largo.

Niña: ¿Así?

Maestra: Así, venga.

[...]

Maestra: Aquí hay un error porque en los médicos no hay nadie, en los castillos dos, en los coches dos... aquí hay algo que falla.

Niño: A los coches falta uno.

Maestra: Falta uno a los coches. Marian...-Marian se cambia. –

Niño: ¡Y aquí falta uno!

[...]

Maestra: Vamos a ver las filas, bien rectas. Todos debéis empezar en el mismo lugar...fila bien recta. Bright, a la altura de Adrián. – Es la fila de los coches y se mueven de lado. – Más adelante, más adelante...- Se siguen desplazándose hacia el lado y la maestra interviene moviéndolos ella misma.

En este procedimiento de transnumeración se observan dos conflictos diferentes que se consideran ligados a las operaciones intelectuales implicadas a la tarea (Astolfi, 1999). El primero está relacionado con la orientación espacial de los niños. Éstos, en lugar de colocarse uno delante del otro, se colocan uno al lado del otro. Esta dificultad se observa a menudo en las aulas de educación infantil y se debe a que en esa edad están aprendiendo aun las nociones espaciales (Clements y Sarama, 2015), construyendo su esquema corporal y su lateralidad. De ahí que se considere, claramente, un obstáculo epistemológico (Brousseau, 1998). En un primer momento, los niños lo resuelven solos; en concreto, los de la peluquería empiezan a hacer la fila y, los demás, imitan. Más tarde, cuando la maestra quiere ver el largo de las filas, les pide que empiecen a la misma altura y, en consecuencia, la fila de los coches se tiene que mover hacia adelante, pero se mueven de lado. Para solucionarlo, la docente interviene ella misma moviéndolos hacia adelante. No es una intervención absolutamente innecesaria; a nuestro modo de ver, juega el papel de herramienta, como la calculadora en una resolución de problemas en la que se tiene que hacer, por ejemplo, una división con números grandes.

El segundo conflicto surge porque algunos niños se agrupan o intentan colocarse en la modalidad que ellos han votado, pero hay niños que se han colocado en el grupo que han querido teniendo en cuenta la frecuencia absoluta y que, en realidad, es lo que pide la maestra. Por ejemplo, en los coches se deben colocar 3 niños. Ese conjunto puede estar formado por un niño que ha votado coches, otro niño que ha votado coches y un tercer niño que ha votado peluquería; o bien, por tres niños que han votado los tres, peluquería; o los tres, coches, entre otras posibilidades. No queda claro porque surge este error; puede ser consecuencia de que algunos niños tengan dificultades en la noción de cantidad, puede ser una complicación derivada del primer conflicto espacial, puede deberse a que no hayan entendido la consigna de la clasificación o, incluso, puede deberse a que en esta parte de la tarea participen niños que no votaron (como ejemplo, se

identifica a Adrián) porque no estaban ese día y algunos de los que votaron, no estén. Este conflicto se resuelve mediante el diálogo con la maestra, quién les invita a reflexionar y razonar por sí solos a partir de sus aportaciones.

Conflicto 6 y conflicto 7: Al construir las torres con Legos, una niña coge una pieza azul cuando la debería haber cogido verde, es decir, no hace correctamente la correspondencia. Por la edad de la alumna, se podría considerar un despiste. Hay que mencionar, además, que en lugar de apilar las piezas una encima de la otra, las coloca una al lado de la otra. Por tanto, se repite el conflicto anterior, el 4, asociado a la orientación espacial.

Maestra: Va, Marian. – Marian coge una pieza azul. – Verde hemos dicho, ¿esto es verde?  
– Marian no hace torres, sino que pone las piezas una al lado de la otra. -

Maestra: Castillos Marian, haz castillos.

Marian: Tres.

Maestra: Muy bien. Júlia, peluquería en rojo.

En esta ocasión se observa que, después de que la maestra le repita las órdenes, hace la torre correctamente. Asimismo, cabe resaltar que la niña dice que hay tres piezas sin que la maestra se lo haya preguntado, es decir, repite la secuencia. Esto quizás se debe a que actúa por imitación, pues al niño anterior le han preguntado cuantas piezas necesita.

Conflicto 8: Surge a continuación de los conflictos 6 y 7, pero esta vez, con la niña que construye la torre correspondiente a la peluquería; Júlia va a colocar una pieza de más, pero sus compañeros alertan de que se ha pasado.

Maestra: Muy bien. Júlia, peluquería en rojo. – Lo hace.

Niño: Te has pasado...

Maestra: ¿Se ha pasado? ¿Cuántas piezas tiene que haber?

Todos: Siete.

Maestra: A ver, ayudémosla a contarlas. Júlia, a ver, cuéntalas cariño.

Todos: Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete. – Júlia tiene en la mano una pieza que va a colocar.

Maestra: Y esta que pones, si pones una más, ¿cuántas habrán?

Júlia: Ocho. – Ella sola deja la pieza.

La intervención de la maestra, con una pregunta adecuada y de guía, ayuda a la niña a la autorregulación. En este caso, el conflicto puede haber surgido porque se ha descontado al ir colocando las piezas.

Conflicto 9: En la alfombra tienen muchas piezas sin colocar cerca de las cuatro torres. La maestra les dice que las aparten y Bright, un niño, también coge las de las torres.

Maestra: Nos sobran, ¿verdad? Pues las ponemos aquí.

Bright también coge las piezas de las torres.

Maestra: No, estas no Bright... Sobran Mohammed, ¿seguro? – Asiente.

Maestra: ¿Por qué ibas a sacarlas estas Bright? Estas nos dicen las que hemos puesto, ¿no? ¿vale? Muy bien. ¿Qué vemos aquí? [...]

En este caso, la maestra actúa rápidamente diciéndole al niño que no las coja y preguntándole el porqué de su acción, pero no le deja tiempo a responder y sigue con lo que tenía previsto. De ahí que no se pueda saber si el conflicto se debe a un despiste del niño o a que no visualice la representación con piezas.

Resumiendo, la maestra no solo identifica los conflictos de sus alumnos, sino que interviene adecuadamente ayudándoles a reconocer sus propios errores y guiándolos hacia la autorregulación.

Por último, es preciso señalar un error en el que no interviene directamente la maestra. Cuando están haciendo el gráfico vivencial, uno de los niños de la peluquería concluye que son seis niños en la fila de la peluquería, cuando, en realidad, son siete. Después de que sus compañeros lo comprueben, se da cuenta de su error. En concreto, no contaba al compañero que estaba situado delante de él.

**IDD3: El profesor utiliza diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los estudiantes.**

La actividad en sí resulta significativa y motivadora para los estudiantes, de ahí que se muestren atentos durante el proceso. Asimismo, se observa como la maestra utiliza el tono de su voz para captar la atención de los estudiantes, pues esta cualidad es la que mejor transmite las emociones; también emplea la cualidad de la duración para enfatizar, alargando determinadas palabras de felicitación o de refuerzo positivo.

**IDD4: Se facilita la inclusión de los estudiantes tanto en la dinámica de la clase como en el grupo, evitando la exclusión.**

En el indicador AE1 de la faceta afectiva ya se ha expuesto que la maestra asigna roles a sus alumnos, evitando que sean siempre los mismos los que hacen las tareas asignadas. Del mismo modo, se identifica que procura preguntar a niños diferentes durante todo el proceso, en especial a aquellos que no intervienen esporádicamente porque son más tímidos o bien porque no son tan rápidos al contestar. Estas dos actuaciones de la maestra se consideran inclusivas.

Por otro lado, el simple hecho que cada uno pueda expresar su opinión votando y observando que su aportación es igual de importante que la del compañero es un aspecto didáctico- matemático muy inclusivo.

Por último, consideramos que hay niños a quienes les puede resultar más fácil interpretar un tipo de gráfico que otro, por eso, en parte, en este proceso se representan los datos de tres maneras diferentes. Si un niño no ha entendido el pictograma, no llegará a sacar conclusiones por sí solo ni a razonar, motivo por el cual puede sentir una emoción negativa a diferencia de otros compañeros que la sienten positiva. En consecuencia, se puede sentir excluido del grupo. Por el contrario, si se le ofrece una nueva oportunidad en la que logra lo mismo que los demás, se sentirá uno más.

Por todo ello, se concluye que tanto la maestra como la actividad en sí facilitan la inclusión de los estudiantes en el grupo y la dinámica de la clase.

**IDD5: Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento.**

Como se ha explicado en el indicador AE3 de la faceta afectiva, este proceso no contempla la discusión matemática en gran grupo, entendida en el sentido de que los estudiantes compartan y confronten reflexiones y argumentos alrededor de una misma idea. En consecuencia, no tiene sentido valorar este indicador.

***Interacción entre discentes***

La interacción entre discentes juega un papel fundamental en el aprendizaje matemático (De Castro, 2007). Los estudiantes aprenden de las aportaciones y de las acciones de los iguales, de la discusión entre ellos de sus ideas y resoluciones, así como de las comparaciones de sus producciones individuales (Edo, 2005). Por todo ello, es importante que se dejen momentos en el aula para que los estudiantes hablen, hablen de

matemáticas, es decir, es necesario que se deje aflorar el proceso de comunicación entre discentes. Asimismo, cabe señalar que el uso de estrategias de aprendizaje cooperativo (Johnson, Johnson y Holubec, 1999) favorece dicha interacción.

**IeD1: Se favorece el diálogo y la comunicación entre los estudiantes.**

Básicamente, como consecuencia del perfil de docente, predomina la interacción entre los niños y la maestra, más que los niños entre ellos. Sin embargo, la tarea del gráfico vivencial es cooperativa y, por tanto, uno de los mecanismos necesarios para que funcione es el diálogo y la comunicación entre ellos.

Probablemente, este sea uno de los aspectos sobre los que la maestra debería reflexionar más e intentar modificar la práctica. Es cierto que la actividad tal y como se ha implementado, le ha funcionado bastante bien y los niños han adquirido competencia matemática, pero podría mejorarse dejando espacio para más diálogo y reflexión. Así, por ejemplo, antes de iniciar la recogida de datos, la docente les pregunta cómo pueden saber cuáles son los juegos que más les gustan a los niños. Acto seguido, les dice ese cómo:

Maestra: Vamos a ver cuáles son los juegos que más os gustan a la clase de “Els Castells”.  
¿Cómo sabremos qué juegos os gustan? – Los niños levantan las manos para contestar.  
- Fijaos, tenemos una tira de papel con los juegos que dijisteis el otro día, con los cinco juegos que [...]

A nuestro juicio, la tarea se enriquecería si les hubiera dejado tiempo para discutirlo entre ellos y luego ponerlo en común.

Algo parecido ocurre en la representación con piezas de Lego; es la docente quién asigna los colores de las piezas a cada modalidad y no lo alumnos. Por tanto, la elección del color por parte de los estudiantes también es un aspecto que mejoraría la faceta interaccional.

Hechas estas salvedades, se consideran oportunas el resto de interacciones entre los agentes implicados en el proceso.

**IeD2: Los estudiantes tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos.**

Claramente, si no hay momentos de discusión entre los estudiantes, difícilmente se puede aplicar este indicador. El único momento en el que tiene sentido hacerlo es en la

representación vivencial porque en ella, sí que interactúan y comparten ideas matemáticas entre ellos y sin la intervención de la maestra.

En cuanto a la argumentación en general, en el indicador A1 de la faceta epistémica se ha expuesto que, efectivamente, en este proceso de e/a las respuestas de los niños se basan en argumentos matemáticos, aunque en muchas ocasiones, es la maestra quién les induce a ello, puesto que ellos no tienen tendencia a hacerlo (Albano e Iacono, 2019).

**IeD3: Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.**

En el indicador IDD4 se ha valorado que, efectivamente, la maestra, así como la dinámica de la actividad favorecen la inclusión en el grupo. Asimismo, es difícil analizar la relación entre los estudiantes porque apenas hay momentos de trabajo autónomo grupal en los que no intervenga la maestra. Por tanto, se concluye que no es oportuno valorar este indicador.

***Autonomía***

El Servei del Currículum d'Educació Infantil y Primària de Catalunya (Departament d'Educació, 2020) afirma que los maestros de educación infantil se dan cuenta que el niño avanza en su autonomía personal cuando es capaz de tomar decisiones en situaciones problemáticas que le afectan. Para ello, les indica que es necesario que confíen en las posibilidades del niño, le ofrezcan retos, y le den libertad y tiempo para actuar y decidir, así como para aprender de sus errores. Añade, además, que esta autonomía personal pasa por la adquisición de una autonomía cognitiva que, en el caso de las matemáticas, se traduce en proponerles situaciones que les permitan aplicar estrategias de resolución de problemas, de razonamiento o de comunicación.

Este planteamiento encaja con el enfoque investigativo de Baroody (2003), el cual considera a los niños capaces de construir activamente el conocimiento matemático a partir del desarrollo y adquisición de competencias matemáticas en experiencias de investigación guiadas por el docente.

**AM1: Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio.**

Como ya se ha explicado en el indicador IeD1 de la interacción entre discentes, este proceso de e/a está casi totalmente guiado por la maestra y prácticamente no contempla espacios en los que los alumnos puedan trabajar de forma autónoma con un enfoque

investigativo en el sentido de Baroody (2003). No obstante, cabe subrayar que la tarea de representación final individual, considerada una tarea que favorece la propia autorregulación del aprendizaje se valora como un momento en que cada uno asume la responsabilidad de su estudio.

#### **4.2.5 Idoneidad mediacional**

Puesto que la videograbación no informa exactamente de la situación y duración temporal del proceso de e/a, no se analizan los indicadores de la faceta mediacional que involucran algún aspecto temporal.

#### ***Recursos materiales***

La pirámide de la educación matemática (Alsina, 2010) orienta sobre los contextos que se deben ofrecer a los niños de educación infantil para aprender matemáticas en función de la periodicidad. En concreto, señala que la matematización del entorno, las actividades vivenciadas con el propio cuerpo, el uso de los juegos o de los materiales manipulables son aspectos que tienen que formar parte de los contextos diarios de aprendizaje en las primeras edades. De hecho, para Torra (2016) los materiales manipulables son indispensables en las matemáticas de educación infantil porque facilitan su aprendizaje. En cuanto a los recursos literarios y a los tecnológicos, la pirámide indica que deben aparecer frecuentemente, pero en menor medida que los anteriores. Cabe resaltar que, Clements (2004) recomienda el uso reflexivo y continuado de la tecnología en las matemáticas de esta etapa. Por último, se puede disponer, ocasionalmente, del libro o de las fichas.

**RM1: Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones-problema, elementos lingüísticos, procedimientos, propiedades o argumentos sobre el tema.**

Como ya se ha expuesto en el marco teórico, algunos autores (Alsina, 2011a, 2017; Clements y Sarama, 2015) señalan la importancia de comenzar a construir los gráficos estadísticos con objetos en las primeras propuestas didácticas que se ofrecen a los niños.

En efecto, en este proceso de e/a se utilizan las piezas de Lego como material manipulativo para representar los datos y facilitar su interpretación. Asimismo, otro



buen recurso son las imágenes de las figuras alusivas que conforman el pictograma y que cada niño recorta para votar.

Por lo que se refiere a los materiales informáticos, éstos no se utilizan. En el INND2 de la faceta ecológica se trata este aspecto con más detalle.

**RM2: Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.**

Aunque en el indicador RG1 de la faceta epistémica se ha explicado que no se ha formalizado el nombre a los principales conceptos matemáticos que emergen en el proceso ni tampoco se han trabajado propiedades formales, esto no significa que no se hayan abordado de forma contextualizada a partir de modelos.

En concreto, a través de las barras de los gráficos visualizan la noción de cantidad y se aproximan a ella desde diferentes perspectivas. Cabe destacar que los modelos proporcionados son diferentes, pues el pictograma está construido con barras horizontales y, en cambio, las torres de Lego, en barras verticales y son de otro material. Al mismo tiempo, es claro que visualizan el concepto de frecuencia absoluta y, globalmente, el de moda.

En cuanto a las propiedades, es evidente que están directamente vinculadas al contexto proporcionado y, más aun, todas ellas son visibles gracias a las representaciones gráficas.

***Número de alumnos, horario, condiciones del aula y tiempo.***

Como la videograbación no da directamente información acerca del horario ni del tiempo exacto dedicado a la actividad matemática en cuestión, no se valora ni el horario ni el tiempo. No obstante, en esta práctica matemática es fácil saber cuál el número de alumnos sumando el total de las frecuencias absolutas.

**AU1: El número y la distribución de los alumnos, así como el aula, permiten llevar a cabo la enseñanza pretendida.**

El proceso de e/a se lleva a cabo con 12 niños de educación infantil y una sola maestra. En el vídeo se puede observar que el aula en la que realizan la actividad parece que es bastante ergonómica porque les posibilita cambiarse de espacio dentro de ella dependiendo de la tarea que tienen que hacer. Por ejemplo, la recogida de datos a través de las votaciones se lleva a cabo en la mesa individual de cada estudiante; la organización de los datos y la representación del pictograma tiene lugar en la zona de la pizarra, la

cual permite que se puedan sentar todos delante de ella; en cuanto a la representación del gráfico vivencial, se observa que se lleva a cabo en el rincón del juego simbólico y, por último, la lluvia de ideas inicial, así como la representación con piezas de Lego se hace en el espacio del fórum, en el que hay una alfombra para sentarse y debatir.

Así pues, la ratio de alumnos es adecuada para llevar a cabo la enseñanza pretendida. Por último, es importante mencionar que, es una ventaja para estos niños trabajar en grupo reducido, pues trabajar en grupos pequeños en las primeras edades favorece más el aprendizaje de las matemáticas (Finn, Pannozzo y Achilles, 2003; Konstantopoulos, 2008; Wasik, 2008).

En definitiva, se concluye que este indicador es adecuado.

#### **4.2.6 Idoneidad ecológica**

Dada la estrecha relación que existe entre la formación socio-profesional y cultural con la educación en valores, se opta por estudiar estas dos componentes de la faceta ecológica a la vez.

##### ***Adaptación al currículo***

En el capítulo del marco teórico se han detallado los contenidos del currículum estatal español, así como del currículum autonómico catalán que, a nuestro juicio, corresponden a la estadística. Además, se han presentado también los contenidos que los referentes internacionales como el NCTM proponen para esta rama de las matemáticas.

**ADC1: Los contenidos matemáticos, su implementación y su evaluación se corresponden con las directrices curriculares.**

Para describir y valorar este indicador se han revisado tanto los contenidos del currículum estatal como del catalán.

En cuanto al currículum español se concluye que se trabajan los siguientes contenidos del bloque de “Medio físico: elementos, relaciones y medida”:

Uso contextualizado de los primeros números ordinales.

Comparación cuantitativa entre colecciones de objetos. Relaciones de igualdad y de desigualdad (igual que, más que, menos que)

Uso de cardinales referidos a cantidades manejables. Utilización oral de la serie numérica para contar. Observación y toma de conciencia del valor funcional de los números y de su utilidad en la vida cotidiana.

Situación de sí mismo y de los objetos en el espacio. Posiciones relativas. Nociones topológicas básicas. (MEC, 2008, p.16)

Por lo que respecta al currículum autonómico, se concluye que los contenidos que se trabajan son los siguientes:

Experimentación e interpretación de significados relativos al espacio: delante-detrás.

Organización progresiva de la lateralidad.

Comparación, ordenación y clasificación de objetos y material, estableciendo relaciones cualitativas y cuantitativas, para reconocer patrones, verbalizar regularidades y hacer anticipaciones.

Construcción de la noción de cantidad e inicio de su representación.

Reconocimiento y representación de números en situaciones diversas, dándose cuenta que están presentes en situaciones cotidianas y para qué se utilizan: cantidad, identificación, orden y situación.

Uso de estrategias para resolver situaciones que requieren conocimientos matemáticos. Verbalización de los procesos y valoración de los resultados.

Elaboración e interpretación de representaciones gráficas sencillas sobre datos de la vida cotidiana.

Reconocimiento y uso del lenguaje matemático con números, símbolos y códigos que pueden ser leídos por otros y que tienen significados compartidos por la sociedad en contextos reales y situaciones progresivamente más complejas.

Uso de procedimientos como preguntar. Negociar, predecir, planificar, razonar, simular. (Departament d'Ensenyament, 2016, pp.129-132)

En cuanto a la evaluación de estos contenidos se refiere, las directrices curriculares indican que los docentes pueden observar: las explicaciones y justificaciones de los alumnos; el desarrollo de sus habilidades lógico matemáticas (clasificar, ordenar, comparar, hacer seriaciones, hacer correspondencias cualitativas y cuantitativas...); si el

alumno reconoce el cardinal de un conjunto (Departament d'Educació, 2020; MEC, 2008); si identifica las nociones espaciales (MEC, 2008) o si recoge o representa datos de diferentes maneras (Departament d'Educació, 2020).

Por lo que se refiere a la implementación de los contenidos, se parte de un contexto significativo para los niños, que son los rincones de juego simbólico de su clase.

En definitiva, por todo lo anterior se concluye que los contenidos que se trabajan, la implementación de éstos y su evaluación se corresponden con las directrices curriculares.

No obstante, cabe resaltar una limitación de este proceso de e/a, y es que se hubiese podido trabajar fácilmente la inferencia y la predicción probabilística tan solo con preguntar a los alumnos sobre si los niños de la otra clase de P5 hubieran llegado a los mismos resultados que ellos.

### ***Adaptación socio-profesional y cultural y educación en valores***

Como estudiantes que todos hemos sido, ¿cuántas veces nos hemos preguntado “¿para qué sirve esto?”? De hecho, es una reflexión que coge más fuerza a medida que aumenta la etapa educativa y que, generalmente, emerge en momentos en que los contenidos a trabajar tienen una dificultad extra para los estudiantes. Esto no significa que todo lo que implique cierta dificultad no sea interesante o importante para su vida. Por ejemplo, los porcentajes y los descuentos acostumbra a dar quebraderos de cabeza a los alumnos, pero realmente son aspectos matemáticos que están perfectamente conectados con la realidad. Para los estudiantes se queda en una reflexión personal y, en algunos casos, también en una frustración porque no le ven la aplicación y, en consecuencia, se generan actitudes negativas hacia las matemáticas.

Ahora bien, como docentes, ¿cuántas veces nos hemos cuestionado si lo que realmente enseñamos a nuestros alumnos les será útil en su vida? Nuestros alumnos son ciudadanos del siglo XXI con nuevas necesidades y retos que abordar en un futuro, lo que requiere seguir trabajando con unas matemáticas significativas, pero teniendo en cuenta sus nuevas funcionalidades (Alsina, Aubanell y Burgués, 2019). Esto conlleva a dotar a los estudiantes de las habilidades para el siglo XXI (Shafie, Majid e Ismail, 2019), competencias necesarias para vivir civilizadamente y afrontar nuevos paradigmas que incluyen profesiones que aún están por definirse (Romero y Turpo, 2015).

Cabe resaltar los trabajos de Chalkiadaki (2018) y Voogt y Pareja (2010) para determinar cuáles son dichas competencias; para ello, hacen una revisión de la literatura que incluyen estudios del P21 (*Partnership for 21st century skills*), *EnGauge*, ATCS (*Assessment and Teaching of 21st Century Skills*), NETS/ISTE (*National Educational Technology Standards/International Society for Technology in Education*) y de la OCDE (*Organización de Cooperación y Desarrollo Económico*), entre otros. La comunicación, la resolución de problemas, el trabajo cooperativo, las habilidades sociales, la alfabetización TIC, la creatividad o el pensamiento crítico son las más destacadas.

Todas ellas quedan recogidas en el Currículum de Educación Infantil de la Generalitat de Cataluña (Departament d'Ensenyament, 2016) y, la mayoría de ellas, se pueden desarrollar y adquirir a partir de las matemáticas (Voogt y Pareja, 2010).

**ADSPV1: Los contenidos matemáticos estudiados contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes.**

En el indicador INN2 de la componente Intereses y necesidades se concluye que los contenidos matemáticos estudiados nutren la cultura estadística de los estudiantes y que, por tanto, les serán útiles para su vida cotidiana. Pero son muchos los autores que reconocen que la cultura estadística también es necesaria para la vida social y profesional (Alsina, 2013, 2017; Arteaga, Díaz-Levicoy y Batanero, 2018; Estrada et al., 2011; Gea et al., 2019), motivo por el cual la estadística se incluye en los currículos educativos.

Analistas de mercado, analistas financieros, analistas de bolsa, diseñador de encuestas, biomédicos, farmacéuticos... En definitiva, son numerosas los campos profesionales (industria, servicios, biomédico, finanzas, administraciones públicas...) que necesitan conocimientos estadísticos, sobretodo, aquellos en los que la incertidumbre juega un papel esencial en la toma de decisiones.

De hecho, en la actualidad, el mundo se enfrenta al tratamiento de grandes cantidades de información, es decir, al reto del Big Data y, para ello, requiere profesionales estadísticamente competentes. En ese sentido, Alsina et al. (2019) proponen trabajar las matemáticas en las aulas escolares a partir de temáticas como la recogida de datos, el tratamiento de la información, la suerte en el juego, el medio ambiente (muestras, datos, cambio climático) o, por ejemplo, la interpretación de la información proveniente de los medios de comunicación.

En definitiva, se concluye que está justificada la utilidad de los contenidos estadísticos estudiados, así como su contribución a la formación socio-profesional de los alumnos.

**ADSPV2: Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico.**

En esta actividad matemática hay algunos momentos en los que, claramente, se puede apreciar cómo se están formando en valores democráticos. El primero de ellos hace referencia al respetar los turnos de palabra. En la primera situación-problema, los niños levantan la mano y esperan a que la maestra les dé la palabra para poder expresar cuál es su juego preferido. De hecho, este respecto que se guardan entre ellos se puede observar en todo el proceso, pues, en general, si la maestra pregunta a un alumno en concreto, es él el que responde y no lo hace otro en su lugar. Seguramente están acostumbrados a ello.

Otro rasgo democrático es la recogida de datos con las votaciones. Cada niño emite un voto y, al final, descubren cual es el juego que más gusta. Como indican Carbó y Gràcia (2002), es una manera de trabajar la democracia en la clase y de aprender a aceptar las ideas de los demás.

Por otro lado, las competencias para el siglo XXI se consideran valores democráticos.

En particular, esta tarea tiene trazos de aprendizaje cooperativo. Por ejemplo, se distribuyen roles entre los alumnos. Más aun, en la representación vivencial, se tienen que poner de acuerdo entre todos para clasificarse; o, interpretan juntos los gráficos y valoran que los resultados hayan sido los mismos en las tres representaciones.

Además, de acuerdo con Vásquez et al. (2018), se desarrolla la competencia en pensamiento crítico, puesto que los alumnos han de interpretar las gráficas y explicarlas.

Asimismo, como se ha argumentado en el análisis de objetos primarios, en esta actividad emerge el proceso de comunicación matemática y, en consecuencia, se desarrolla otra competencia esencial para el mundo actual.

Por otra parte, cabe destacar un elemento de coeducación que favorece la formación en valores. A pesar de que hay vendedores, peluqueros o cocineros, tradicionalmente, los juegos simbólicos como jugar a vender, a la peluquería o a cocinitas se han asociado a las niñas, mientras que los juegos de mecánicos o bomberos, a los niños. En este proceso, sin embargo, ha habido niños que han votado por la peluquería, lo que significa que en el aula no se fomentan determinados oficios a un género u otro.

En definitiva, esta actividad matemática contribuye, entre otros valores democráticos, a la adquisición de habilidades de trabajo cooperativo, comunicación y pensamiento crítico.

***Apertura hacia la innovación didáctica***

En los últimos tiempos ha venido siendo habitual escuchar a padres eligiendo un tipo de escuela u otra en función de sus metodologías innovadoras (“no utiliza libros de texto”, “todos los niños tienen un ordenador”, “en educación infantil tienen unas clases con unos muebles como los de Google” ...) Pero, ¿realmente se trata de innovación educativa?

Ortega et al. (2007) consideran que se ha innovado cuando se ha introducido y convertido en normal, un cambio que mejora un aspecto educativo. Esta transformación de una situación inicial a una situación final premeditada, puede dar lugar a diferentes tipos de innovación: curricular (nuevos objetos matemáticos primarios); a una de recursos; instruccional (maneras de enseñar); de aprendizaje; de evaluación o, incluso, afectiva (nuevas motivaciones y emociones) (Alsina et al., 2019).

Una reflexión que nos surge de todo ello es si se puede aceptar como innovación a una nueva tendencia que ya existió años atrás y se reemplazó. Algunos autores como Gea (2014) lo resuelven considerando que el cambio debe aportar algún elemento original.

Otro hándicap que tiene el significado de innovación es que no queda claro cuando se debe de dejar de considerar que un elemento es innovador. ¿Cuándo ya está extendido y la mayoría ya lo ha incorporado? ¿Cuándo han pasado unos determinados años desde la primera vez que se incorporó?

Por último, cabe destacar que si se quiere lograr una apertura socio-profesional tal y como se menciona en la componente anterior, con nuevos retos para el futuro, claramente, esta debe ir acompañada de una apertura hacia la innovación didáctica.

**INND1: Se incorporan aspectos didácticos innovadores en el proceso de enseñanza y aprendizaje.**

Cuando pensamos en estadística e innovación, nos viene a la mente el uso de las tecnologías y programas informáticos para la organización de los datos, su tratamiento o la representación.

Claramente, en esta actividad matemática no se han utilizado las tecnologías.

Sin embargo, uno de los potenciales de este proceso es la transnumeración de los datos, que da lugar a tres gráficos distintos. Habitualmente, en educación infantil, se representan los datos con pictogramas, con diagramas de barras o, en el mejor de los

casos, con materiales manipulativos siguiendo las recomendaciones de los expertos (Alsina, 2011a, 2017; Clements y Sarama, 2015).

En la realidad, pero, desde nuestro punto de vista, el trabajo de la transnumeración gráfica, así como los gráficos vivenciales en las primeras edades son poco frecuentes, a pesar de que en la literatura se viene resaltando desde hace años la importancia de las actividades vivenciales en la Educación Infantil (Alsina, 2010; Canals, 1979, 2011; Mira, 1987).

En consecuencia, tanto el gráfico vivencial realizado en este proceso como la transnumeración se consideran aspectos educativos innovadores.

**INND 2: Se utiliza la tecnología (calculadora, ordenador, robots...) en el proceso de enseñanza y aprendizaje.**

Como ya se ha visto, en este proceso de e/a no se utilizan las TAC.

No obstante, eso no significa que no sea una buena práctica matemática. Cabe destacar que los itinerarios de aprendizaje de la estadística empiezan con la recogida, el tratamiento y la representación de los datos sin el uso de la tecnología (Clements y Sarama, 2015). De hecho, las indicaciones que da la maestra a sus alumnos durante la actividad, señalan que es una de las primeras tareas estadísticas que realizan en su vida escolar.

De modo que, no se considera que sea un aspecto negativo; más bien, es un aspecto que no suma un valor añadido.

### ***Conexiones***

Los indicadores de la componente conexiones están vinculados con dos de los principios de la EMR, el de realidad y el de interconexión. El primero, como ya se ha explicado anteriormente, se refiere a la idea de trabajar las matemáticas a partir de contextos de la vida cotidiana (conexiones extramatemáticas) y, el segundo, indica que en un mismo proceso de e/a deben emerger contenidos matemáticos de diferentes bloques curriculares (conexiones intramatemáticas) (Alsina, 2009). De hecho, para avanzar en la construcción sólida del conocimiento matemático es necesario establecer relaciones entre conceptos y procesos matemáticos.



En el análisis ontosemiótico de objetos y significados se han analizado y detallado los dos tipos de conexiones. A continuación, se exponen brevemente.

**CX1: Se promueven las conexiones entre bloques de contenidos matemáticos diferentes y/o de distinto curso (conexiones intramatemáticas).**

La conexión intramatemática más importante es entre el concepto de número y la representación geométrica de las nociones de cantidad, la cual relaciona los bloques de numeración y cálculo y espacio y forma.

Otra conexión existente se halla entre los bloques de espacio y forma y estadística y Azar, con el vínculo entre la orientación espacial y la representación gráfica.

Cabe subrayar, que en esta actividad han emergido contenidos y conceptos de diferentes bloques curriculares matemáticos. Esto significa que no se han trabajado los conceptos de forma aislada, sino interrelacionada. Por ejemplo, en la interpretación de los datos se ordenan las modalidades de la que tiene la frecuencia más alta a la que la tiene menos alta; de ahí, que se trabajen las ordenaciones cuantitativas con significado e integradas a los contenidos estadísticos. Hubiese sido diferente si la maestra les hubiera pedido, al llegar a clase, que ordenasen los números (1,0,1,3 y 7) del más grande al más pequeño oralmente o en la pizarra. En ese caso, no se hubiesen fomentado las conexiones ni la emergencia del concepto de moda.

Por todo lo anterior, se concluye que se promueven las conexiones intramatemáticas.

**CX2: Se promueven las conexiones entre las matemáticas y la realidad o entre las matemáticas y otras disciplinas (conexiones extramatemáticas).**

En este proceso de e/a hay una fuerte relación entre las matemáticas y la psicomotricidad, derivada de la representación vivencial de los datos. Asimismo, la tarea de la hoja en blanco, en la que los alumnos se expresan matemáticamente mediante el dibujo, conecta con las artes plásticas.

Por otra parte, en todo el análisis de idoneidad se viene exponiendo que la actividad parte del interés por conocer un aspecto de la cotidianidad de los niños y que, por tanto, se cumple el principio de realidad de la EMR. En consecuencia, es claro que existe esta conexión de las matemáticas con la realidad.

Aunque haya algunos aspectos que se pueden mejorar como la autonomía, o promover más, como el razonamiento, consideramos que, en conjunto, la idoneidad de las

componentes de cada una de las facetas es alta. Por todo ello, se concluye que la idoneidad didáctica del proceso de e/a estadístico es alta y, en consecuencia, la actividad matemática videograbada es ejemplar.



## **CAPÍTULO V**

### **RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

En este capítulo se presentan y se discuten los resultados obtenidos en la implementación de la acción formativa del Ciclo formativo. Para ello, se han analizado las rúbricas de la Tarea 3, las de la Tarea 4 y las valoraciones sin criterios de los maestros recién graduados.

Concretamente, en el primer apartado se recogen los resultados relativos a la Tarea 3 y, por tanto, a la competencia ontosemiótica y, en el segundo apartado, los resultados vinculados a la Tarea 4 y a las valoraciones sin criterios, es decir, los relacionados con la competencia en valoración de la idoneidad didáctica. Asimismo, en ambos apartados, se trata el conocimiento didáctico-matemático de los maestros.

Finalmente, en el tercer apartado, se hace el análisis retrospectivo de la acción formativa implementada en el Ciclo formativo y también se explicitan algunas posibles mejoras que deberían considerarse en la implementación de un nuevo ciclo formativo.

## 5.1 COMPETENCIA ONTOSEMIÓTICA

A continuación, se exponen y se discuten los resultados obtenidos del estudio de los análisis ontosemióticos cognitivos realizados por los grupos o parejas de maestros participantes en la Tarea 3 de la acción formativa implementada.

### 5.1.1 Situaciones-problema

Los análisis realizados de las situaciones-problema por parte de los grupos de maestros revelan que, ningún grupo, ha sido capaz de reconocer explícitamente que la situación-problema del proceso de e/a matemático mostrado en el vídeo consiste en hallar la moda de un conjunto de datos. En su lugar, presentan como objeto matemático la pregunta “¿Cuál es el juego que gusta más a la clase?”.

Más aun, en algunas de las justificaciones del objeto, no se aprecia que el proceso de e/a esté vinculado con la estadística, ni tan siquiera, con las Matemáticas.

A continuación, se describen los tres tipos de argumentaciones que hacen los participantes acerca de la situación-problema.

1. La justificación se basa en un aspecto secundario.

El grupo G1 centra su argumento en la componente afectiva del proceso de e/a, en lugar de focalizar en la epistémica y la representatividad de significados:

Es un problema de la realidad cercana de los niños.

Grupo G1

2. La justificación aclara que se trata de una actividad de estadística.

Es el caso de los grupos G2 y G5. Sirva como ejemplo la del grupo G2:

Es a partir de lo que trabajan la estadística.

Grupo G2

3. La justificación explica que se trata de responder la pregunta identificada como objeto matemático.

Los grupos G3 y G4 contextualizan mínimamente la pregunta, pero no la adaptan a términos e ideas matemáticos:

Dar respuesta a la pregunta de investigación: descubrir que juego gusta más y menos a la clase.

Grupo G4

En definitiva, los participantes no reconocen adecuadamente el objeto matemático del tipo situación-problema. En su defecto, se limitan a presentar como objeto matemático la variable estadística a estudiar sin describirla en términos matemáticos.

**Síntesis y conclusiones: conocimiento y competencia sobre el reconocimiento cognitivo de las situaciones-problema.**

Como se ha visto, los participantes no identifican matemáticamente la situación-problema planteada. Por tanto, en términos competenciales, significa que el grado adquirido de competencia por lo que se refiere al reconocimiento de este objeto matemático es bajo.

Acorde con los resultados anteriores, en la Tabla 20 se presentan cuatro descriptores vinculados al objeto situación-problema para determinar el nivel de desarrollo de la competencia ontosemiótica de los participantes y, en la Tabla 21, se expone el nivel competencial alcanzado en el reconocimiento de las situaciones-problema del proceso de e/a videograbado según estos indicadores.

**Tabla 20.** Descriptores competenciales (situación-problema)

Descriptores de la competencia ontosemiótica (situación-problema)			
Nivel 0 (desarrollo insuficiente)	Nivel 1 (desarrollo principiante)	Nivel 2 (desarrollo suficiente)	Nivel 3 (desarrollo experto)
No identifica la principal situación-problema.	No identifica la principal situación-problema, pero alude a ella de forma implícita en la justificación de su emergencia.	Identifica la principal situación-problema, pero no la traduce a términos matemáticos.	Identifica matemáticamente la principal situación-problema y/o es capaz de identificar situaciones secundarias vinculadas a la principal.

**Tabla 21.** Nivel competencial de los maestros (situación-problema)

Grupo	Nivel competencial
G1	0
G2	0
G3	1
G4	1
G5	0

A la vista de los resultados, los niveles 2 y 3 no los alcanza ningún grupo. Por tanto, es importante remarcar que los descriptores asociados, son hipotéticos indicadores porque no hay evidencias de ellos.

Por otro lado, es preciso añadir que en los análisis realizados por los maestros en formación no se observan muestras de conocimiento especializado sobre la situación-problema planteada, así como tampoco errores cognitivos vinculados a éste.

En concreto, se piensa que el conocimiento didáctico-matemático de los participantes acerca de las posibles situaciones-problema del campo de la estadística es muy limitado. Asimismo, como se verá en el apartado homólogo referente a los conceptos, no todos los grupos han identificado la moda como un concepto emergente en el proceso de e/a del vídeo, más aun, el reconocimiento de conceptos estadísticos no es óptimo. En consecuencia, es de esperar que esto se haya traducido en una dificultad añadida en determinar las situaciones-problema vinculadas a la estadística (Tabla 22).

**Tabla 22.** Dificultades en el reconocimiento de las situaciones-problema

Dificultades mostradas en las situaciones-problema (competencia)
DCsp1. Dificultad en identificar matemáticamente la situación-problema como una cuyo concepto principal es la moda.

Además, según nuestro punto de vista, que la actividad matemática videograbada parta del entorno de los niños y no de un ejercicio clásico de un libro de texto, tampoco favorece su reconocimiento.

A nuestro juicio, les faltan experiencias previas en ese sentido que les faciliten y no cieguen su mirada matemática.

### 5.1.2 Conceptos

Para poder entender mejor los resultados obtenidos en cuanto al desarrollo de la competencia ontosemiótica de los grupos de maestros se refiere y, en particular, por lo que respecta a los conceptos, es oportuno mostrar la Tabla 23, la cual presenta el número de conceptos intervinientes en el proceso de e/a videograbado.



**Tabla 23.** Número (y porcentaje) de conceptos emergentes por bloque de contenidos

	Número (porcentaje) de conceptos
Lógica	2 (9,5)
Numeración y cálculo	8 (38,1)
Medida	2 (9,5)
Espacio y forma	1 (4,8)
Estadística	8 (38,1)
Total	21 (100)

Como se puede observar en ella, predominan los conceptos de estadística y de Numeración y cálculo, aunque emergen conceptos de los cinco bloques matemáticos principales de educación infantil.

### **Conceptos matemáticos identificados correctamente**

De igual modo que en Burgos (2020), se advierte que no todos los elementos que los maestros participantes presentan como un concepto matemático lo son. Asimismo, acorde con Gómez (2014), no todos los conceptos matemáticos presentados por los grupos son conceptos matemáticos correctamente identificados, pues alguno de ellos no emerge del proceso de e/a del vídeo (Tabla 24) o, como señalan Beltrán-Pellicer, Ricart y Estrada (2019) no responden a una necesidad operativa, como es el caso de las expresiones identificadas por alguno de los grupos como “conjetura”, “estadística” o “razonamiento”. Cabe resaltar que, concretamente, el “razonamiento” es un objeto que también se ha identificado incorrectamente en el contexto de proporcionalidad en que se centran las tareas para el reconocimiento ontosemiótico de Burgos (2020).

**Tabla 24.** Número de conceptos identificados por cada grupo

	Número de elementos que presentan como conceptos	Número de elementos presentados que son conceptos matemáticos	Número de conceptos identificados correctamente
G1	9	8	8
G2	13	7	6
G3	15	12	11
G4	8	7	7
G5	8	6	6

Por lo que respecta al grupo G2, además de reconocer erróneamente los términos anteriores mencionados, confunde los conceptos con los contenidos curriculares, pues presenta como concepto la identificación de los números. Claramente, el concepto matemático son los números, pero no su identificación. De igual modo, el grupo G5 identifica “expresar la grafía” como un concepto.

Por otra parte, como también indican Beltrán-Pellicer et al. (2019), el grupo G2 incluye otras expresiones que pertenecen más bien a los elementos lingüísticos, como son el empuje o el color; este último, es un caso particular de cualidad sensorial, ente con la que se trabajan los contenidos de lógica en las primeras edades.

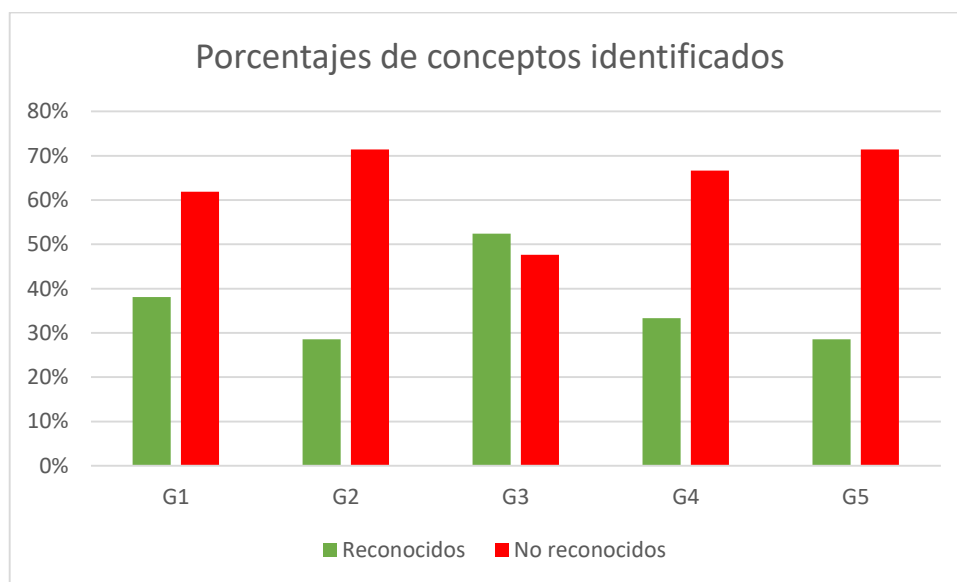
Asimismo, este grupo señala que la división y la correspondencia cuantitativa son conceptos matemáticos que emergen en el proceso de e/a porque reparten las tijeras y las hojas para votar; es decir, presentan la misma justificación para ambos conceptos. Si bien es cierto que la correspondencia cuantitativa es el concepto con el que se aproxima a la división en educación infantil, no son lo mismo, pues en la división el residuo siempre es más pequeño que el cociente y, en la correspondencia, el número de elementos que sobran, puede ser mayor que el número de elementos del conjunto de llegada. En este caso, puede haber más tijeras que niños en la clase. Por tanto, la división es un concepto matemático que no se identifica correctamente.

En cuanto al grupo G3, sorprende que haya considerado el dibujo y el lenguaje simbólico como conceptos.

En definitiva, no todos los elementos que los maestros presentan como conceptos matemáticos realmente son conceptos matemáticos que se hallan en los currículos. Mayoritariamente, identifican erróneamente como tales a contenidos curriculares o a elementos que no responden a una necesidad operativa.

### Conceptos matemáticos correctamente identificados y bloques curriculares

En la Figura 32 se muestra la cantidad, en porcentaje, de conceptos emergentes del proceso de e/a estadístico videograbado que reconoce cada grupo, así como los que no reconoce.



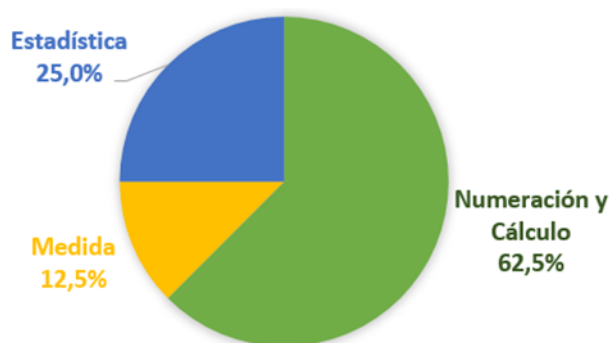
**Figura 32.** Porcentajes de conceptos identificados y no identificados por grupos

Como se observa, solamente el grupo G3 es capaz de reconocer más de la mitad de los conceptos que intervienen en el estudio estadístico. Pero, ¿reconoce conceptos de todos los bloques curriculares? ¿Y los demás grupos, cómo se comportan? ¿Reconocen mejor unos conceptos que otros?

A continuación, se presentan los resultados que dan respuesta a estas preguntas.

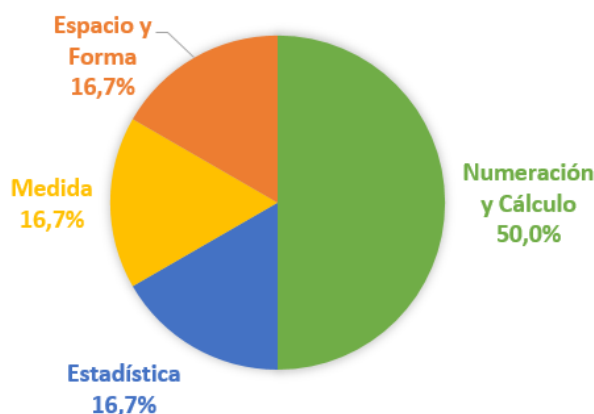
El grupo G1 reconoce el 38,1% de los conceptos puestos en juego en el proceso de e/a. Concretamente, el 62,5% de los conceptos que identifica son de numeración y cálculo, el 25%, de estadística y, el 12,5%, de medida.

Cabe señalar que no identifica conceptos ni de lógica ni de espacio y forma (Figura 33).



**Figura 33.** Porcentaje de conceptos identificados de cada bloque respecto al total de los conceptos identificados por G1

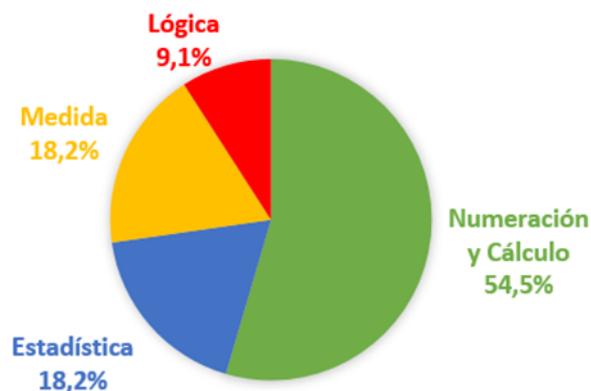
El G2 es uno de los grupos que menos conceptos reconoce, en particular, identifica el 28,6% de los conceptos puestos en juego en el proceso de e/a. De los conceptos identificados, la mitad corresponde a la numeración y cálculo, y, la otra mitad, se reparte a partes iguales entre conceptos de estadística, medida y espacio y forma. Por tanto, no reconoce conceptos de lógica (Figura 34).



**Figura 34.** Porcentaje de conceptos identificados de cada bloque respecto al total de los conceptos identificados por G2

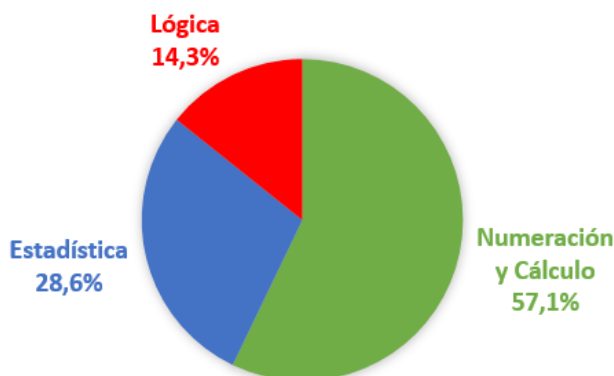
El grupo G3 destaca por ser el grupo que más conceptos identifica, el 52,4%. En la línea de los otros grupos, la mitad o más de los conceptos que reconoce son de numeración y cálculo, exactamente un 54,5%, que es un porcentaje muy superior al que corresponde al bloque de estadística, un 18,3%.

Por otro lado, este grupo no aprecia ningún concepto de espacio y forma, pero sí de lógica (Figura 35).



**Figura 35.** Porcentaje de conceptos identificados de cada bloque respecto al total de los conceptos identificados por G3

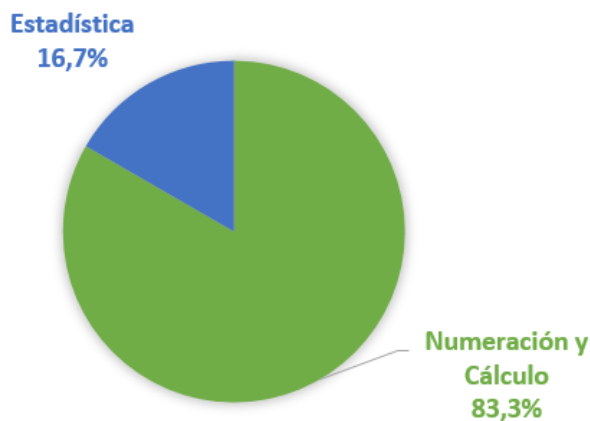
El grupo G4 reconoce el 33,3% de los conceptos puestos en juego en el proceso de e/a. Aunque no es el grupo que menos conceptos identifica, solo lo hace de tres bloques diferentes. En concreto, el 57% de los conceptos que detecta, son de numeración y cálculo, mientras que, el 28,6%, de estadística. El 14,3% restante, pertenece a conceptos lógicos (Figura 36).



**Figura 36.** Porcentaje de conceptos identificados de cada bloque respecto al total de los conceptos identificados por G4

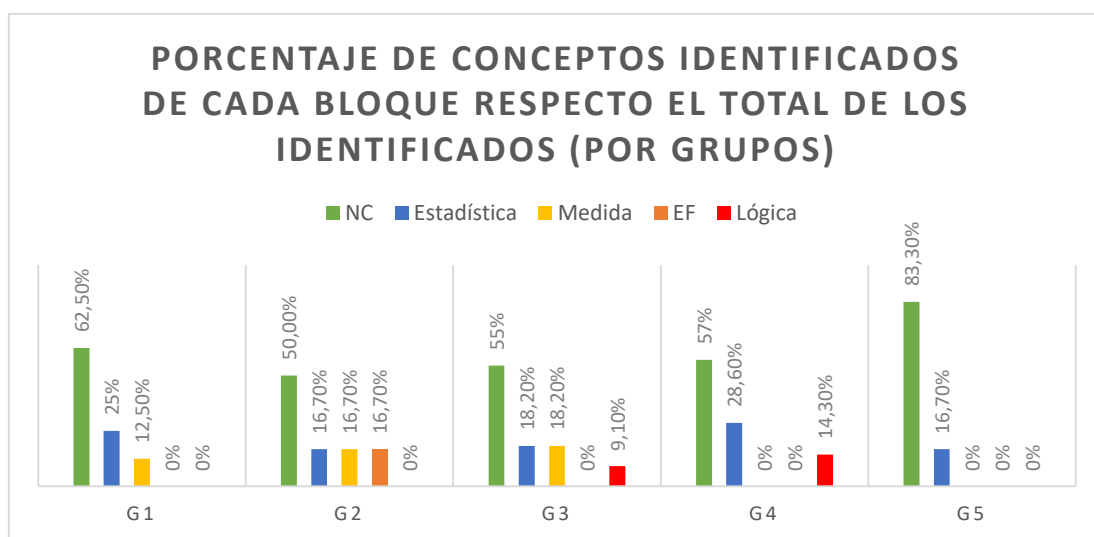
El G5 reconoce el 28,6% de los conceptos intervinientes en el estudio estadístico y, por tanto, junto al G2, son los grupos que menos conceptos identifican. Además, el G5,

destaca por identificar, solamente, conceptos de dos bloques matemáticos. En concreto, por cada concepto estadístico que identifica, reconoce cinco de numeración y cálculo (Figura 37).



**Figura 37.** Porcentaje de conceptos identificados de cada bloque respecto al total de los conceptos identificados por G5

Para comparar con más facilidad los resultados obtenidos, en la Figura 38 se muestra el porcentaje de conceptos identificados de cada bloque por cada grupo, en relación con el total de conceptos que identifica el grupo.



**Figura 38.** Comparativa intergrupos del bloque al que pertenecen los conceptos identificados

Como se observa, todos los grupos reconocen conceptos de numeración y cálculo y de estadística.

En concreto, el 50% o más, de los conceptos identificados por los grupos, es decir la mayoría, corresponden al bloque de numeración y cálculo, aunque en el proceso de e/a emergen el mismo número de conceptos de este bloque y del de estadística (Tabla 23). Por tanto, se interpreta que los maestros reconocen mejor o con más facilidad los conceptos de numeración y cálculo que los de estadística porque las matemáticas, para ellos, son números.

Cabe resaltar que, ningún grupo es capaz de identificar conceptos de los cinco bloques a la vez. En concreto, el bloque menos identificado es el de espacio y forma, seguido del de lógica.

### Conceptos identificados de cada bloque curricular

En la Tabla 25 se especifica el número de conceptos matemáticos identificados de cada bloque curricular por cada grupo, así como el porcentaje que representa este número en relación con el total de conceptos que emerge en el proceso de dicho bloque.

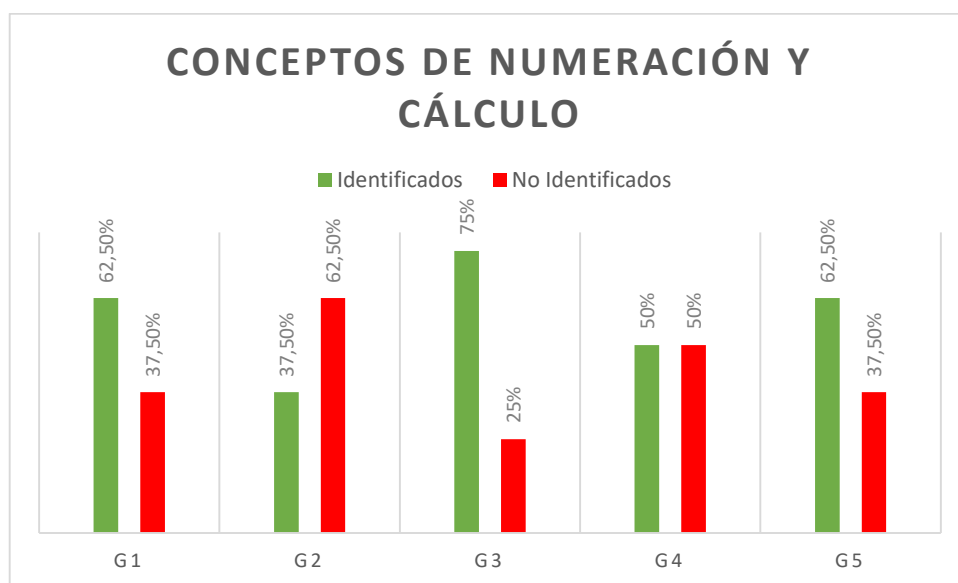
**Tabla 25.** Número (porcentaje por grupo) de conceptos identificados de cada bloque respecto al total de conceptos emergentes de dicho bloque

	Lógica (N= 2)	Numeración y cálculo (N=8)	Medida (N=2)	Espacio y forma (N=1)	Estadística (N=8)
G1	0 (0)	5(62,5)	1(50)	0(0)	2(25)
G2	0(0)	3(37,5)	1(50)	1(100)	1(12,5)
G3	1(50)	6(75)	2(100)	0(0)	2(25)
G4	1(50)	4(50)	0(0)	0(0)	2(25)
G5	0(0)	5(62,5)	0(0)	0(0)	1(12,5)

A continuación, se describen con más detalle los porcentajes de la Tabla 25, así como los conceptos a los que hacen referencia los números de dicha tabla. Para ello, se examina cada bloque curricular y, con especial atención, el de estadística.

### Numeración y cálculo

En el proceso de e/a estadístico videograbado emergen ocho conceptos matemáticos del bloque de numeración y cálculo. 4 de los 5 grupos de maestros identifican el 50% o más de esos conceptos: el 50% el grupo G4; el 62,5%, los grupos G1 y G5 y, el 75%, el G3. Solo el porcentaje del G2 está por debajo, con un 37,5% (Figura 39).



**Figura 39.** Proporción de conceptos identificados y no identificados de numeración y cálculo respecto al total de conceptos emergentes de dicho bloque

En la Tabla 26 se muestran los conceptos de este bloque que identifica cada grupo de participantes.

**Tabla 26.** Conceptos de numeración y cálculo identificados por cada grupo

Conceptos de Numeración y cálculo					
	G1	G2	G3	G4	G5
Cero (noción de cantidad)	X	X	X		X
Clasificación cuantitativa	X				
Conteo	X	X	X	X	X



Correspondencia cuantitativa uno a uno	X	X		
Noción de cantidad (1,1,3,7)			X	X
Ordenación cuantitativa y ordinales		X		
Resta	X	X	X	X
Suma	X	X	X	X

Como era de esperar dada nuestra percepción acerca de lo que la sociedad en general considera lo que son las matemáticas y que contar es una actividad común a todas las civilizaciones, todos los grupos identifican el conteo como un concepto de numeración y cálculo y, un porcentaje ligeramente menor, el 80%, identifica las operaciones aritméticas de suma y resta. Asimismo, la noción de cantidad cero también es un concepto que el 80% detecta; sin embargo, la noción de cantidad en general, solo es identificada por el 40% (Tabla 27); de hecho, cabe señalar que solamente el grupo G5, diferencia entre el cero y el resto de cantidades.

**Tabla 27.** Relación de número de grupos que identifican cada concepto de numeración y cálculo

Conceptos de numeración y cálculo	Número (porcentaje) de grupos
Cero (noción de cantidad)	4(80)
Clasificación cuantitativa	1(20)
Conteo	5(100)
Correspondencia cuantitativa uno a uno	2(40)
Noción de cantidad (1,1,3,7)	2(40)
Ordenación cuantitativa y ordinales	1(20)
Resta	4(80)
Suma	4(80)

La correspondencia cuantitativa también es identificada solo por el 40% de los grupos.

En cuanto a la clasificación y la ordenación cuantitativa solo los reconocen un grupo, y, además, distinto en cada caso.

### Conceptos de medida

En cuanto a los conceptos de medida se refiere, son las magnitudes de longitud y de tiempo las que emergen en el proceso de e/a del vídeo.

El grupo G3 detecta ambos conceptos, los grupos G1 y G2, solo identifican el primero y, los grupos G4 y G5 no reconocen ninguno (Tabla 28).

**Tabla 28.** Conceptos de medida identificados por cada grupo

	Medida				
	G1	G2	G3	G4	G5
Longitud	x	x	x		
Tiempo			x		

Cabe destacar que la dificultad de reconocer las nociones elementales de la longitud, como largo, o la misma magnitud, no es la misma que la de reconocer la magnitud tiempo o sus nociones, dado que el tiempo se trabaja como una rutina dentro del proceso de e/a y la longitud es esencial en la interpretación gráfica. Es decir, la magnitud del tiempo es un concepto la emergencia del cual no es fundamental para realizar con éxito el estudio estadístico, mientras que las nociones elementales de la longitud son casi inherentes a dicha actividad.

Aun así, esto no se puede considerar un error o dificultad “menos grave” porque, de hecho, los maestros deberían saber que es imprescindible trabajar el tiempo en educación infantil a partir de las rutinas, como lo es poner la fecha del día.

### Conceptos de lógica

En el proceso de e/a estadístico videograbado solo se identifican dos conceptos de lógica, la clasificación y la correspondencia cualitativa.

Dos de los grupos, el G3 y el G4, reconocen uno de los conceptos lógicos, mientras que el resto de los grupos no identifican ninguno. En concreto, ambos grupos detectan la

clasificación cualitativa y, por tanto, ningún grupo identifica la correspondencia (Tabla 29).

Cabe destacar que este hecho es sorprendente porque en el proceso, los niños trabajan la correspondencia directamente al representar los datos con los bloques de Lego, mientras que la clasificación cualitativa, no la llegan a trabajar explícitamente, sino que subyace en la representación del pictograma.

**Tabla 29.** Conceptos de lógica identificados por cada grupo

Lógica					
	G1	G2	G3	G4	G5
Clasificación cualitativa			x	x	
Correspondencia cualitativa					

En definitiva, los resultados no son los esperados, sobretodo, teniendo en cuenta la importancia que tiene la lógica para la construcción del conocimiento matemático en la etapa de educación infantil.

### Conceptos de espacio y forma

Como ya se ha visto anteriormente (Figura 38), solamente el grupo G2 es consciente de que en el estudio estadístico se trabajan conceptos de espacio y forma. En concreto, hacen referencia a las nociones topológicas como delante, detrás, un lado, otro lado, derecha o izquierda (Tabla 30).

**Tabla 30.** Conceptos de espacio y forma identificados por cada grupo

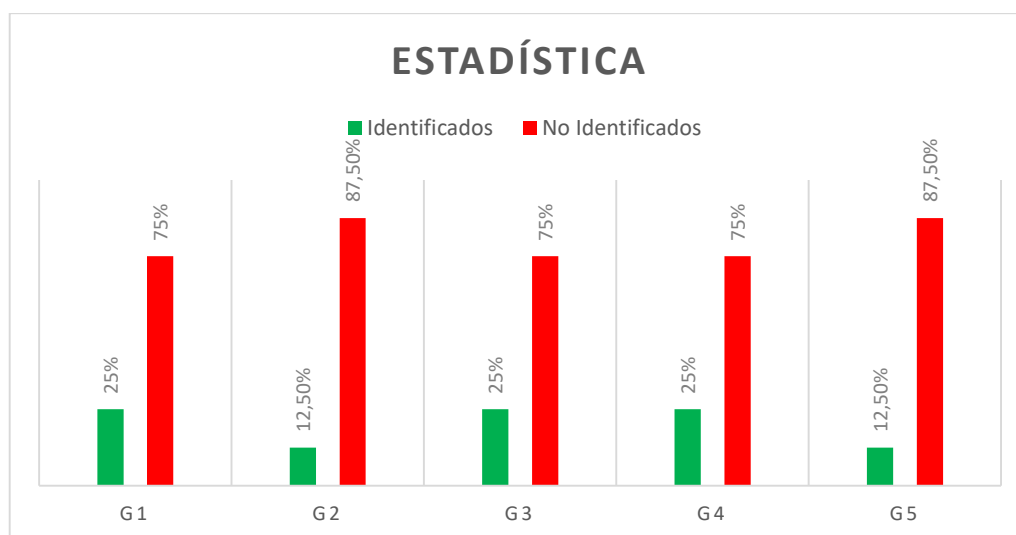
Espacio y forma					
	G1	G2	G3	G4	G5
Nociones topológicas		x			

Si el hecho de que no detecten que en el proceso emergen conceptos de los cinco bloques curriculares es preocupante, aunque en algunos casos, no son conceptos principales, a nuestro juicio, lo es más el hecho de que no hayan reparado, especialmente, en el bloque de espacio y forma. La tarea de representar vivencialmente el gráfico no ocurre en cuestión de segundos ni tampoco es secundaria, sino que es una situación-problema fundamental del estudio que requiere, claramente, habilidades de orientación espacial. Por tanto, esto puede ser un indicio de la concepción que se tiene a menudo de este bloque curricular: consiste en el trabajo de las formas geométricas, aunque en infantil es un “clásico” trabajar las nociones topológicas.

### Conceptos de estadística

En la práctica estadística videograbada emergen ocho conceptos matemáticos propios del bloque de estadística, los mismos que de numeración y cálculo; sin embargo, los resultados son distintos.

En el mejor de los casos, los participantes reconocen uno de cada cuatro de los conceptos emergentes estadísticos (Figura 40).



**Figura 40.** Proporción de conceptos identificados y no identificados de estadística respecto el total de conceptos emergentes de dicho bloque

En la Tabla 31 se puede ver que los conceptos que más reconocen son la moda y el pictograma, mientras que, otros tan evidentes como el de variable estadística o frecuencia absoluta, no los identifica ningún grupo. Este resultado va en la línea del obtenido por Gea (2014), el cual evidencia que el porcentaje de identificación de las medidas de tendencia central como concepto es superior al del porcentaje de reconocimiento del concepto de variable estadística.

**Tabla 31.** Número de grupos que identifican cada concepto de estadística

Conceptos de estadística	Número (porcentaje) de grupos
Población	0 (0)
Muestra	0 (0)
Variable estadística cualitativa	0 (0)
Modalidades de la variable	0 (0)
Frecuencia absoluta	0 (0)
Gráfico	2 (40)
Pictograma	3 (60)
Moda	3 (60)

En la Tabla 32, se muestran los conceptos que identifica cada grupo. Destacamos que, cuatro de los cinco grupos reconocen conceptos vinculados a la representación gráfica, como el gráfico o el pictograma y que, no todos, identifican la moda.

**Tabla 32.** Conceptos de estadística identificados por cada grupo

	Estadística				
	G1	G2	G3	G4	G5
Población					
Muestra					
Variable estadística cualitativa					

Modalidades de la variable					
Frecuencia absoluta					
Gráfico		X		X	
Pictograma		X	X	X	
Moda			X	X	X

Para ser más específicos, concretamente se observan cuatro niveles de análisis diferentes por parte de los grupos en cuanto al reconocimiento de un concepto estadístico se refiere:

- Nivel 0. El grupo no identifica el concepto ni alude a él de forma implícita a través de la justificación de otros conceptos.
- Nivel 1. El grupo no identifica el concepto, pero alude a él de forma implícita. Este análisis es el más frecuente. El grupo no reconoce explícitamente el concepto como concepto y, por tanto, no se contabiliza como identificado, pero, se observa que lo utiliza para justificar algún otro concepto u objeto matemático, refiriéndose a él de forma implícita o explícita.
- Nivel 2. El grupo identifica el concepto explícitamente, pero no lo utiliza para justificar otros conceptos u objetos.
- Nivel 3. El grupo identifica el concepto explícitamente y lo utiliza para justificar otros conceptos u objetos.

A continuación, se examina cada concepto estadístico emergente en el proceso de e/a videograbado y sus niveles de análisis asociados.

### Variable estadística

En todos los grupos de maestros participantes se observa que se refieren a la variable estadística implícitamente a través de las argumentaciones de otros objetos. Por tanto, han realizado un reconocimiento de nivel 1, aunque se refieren a ella de dos maneras diferentes:

- o El grupo alude al concepto de variable a través de otros términos o expresiones:

Es el caso de los grupos G3, G4 y G5, que no utilizan el término de variable estadística, sino que emplean palabras como incógnita, consigna o pregunta investigable en su lugar. Sirva como ejemplo la justificación del G3 sobre el objeto situación-problema:

La maestra plantea a sus alumnos la incógnita de cuál es el juego que les gusta jugar, su preferido.

Grupo G3

- El grupo particulariza el concepto:

Cada vez que los grupos G1 y G2 necesitan referirse a la variable, lo hacen a través de la pregunta ¿A qué juego os gusta más jugar a la clase? Asimismo, en algunas ocasiones, también lo hace de este modo el grupo G5.

### **Modalidades de la variable**

En cuanto a las modalidades de la variable ocurre algo parecido a la variable, es decir, todos los grupos realizan un reconocimiento de Nivel 1 y, aluden a ella implícitamente de diferentes maneras, aunque, en este caso, llegan a usar explícitamente el término. Veámoslo:

- El grupo se refiere a la modalidad de la variable como la variable del estudio.

Claramente, supone una dificultad para los maestros. Este error cognitivo se ha detectado varias veces en el grupo G3, como, por ejemplo, al justificar la noción de cantidad cero o, al justificar el lenguaje simbólico, el cual han identificado como concepto:

No han puesto ningún objeto/persona en la variable que nadie ha votado.

En el momento en que escriben el número total de votos de cada variable representada en la cartulina.

Grupo G3

- El grupo alude al concepto de modalidad o modalidades de la variable de forma general a través de otras expresiones contextualizadas en el estudio estadístico.

Por ejemplo, el grupo G1, se refiere a las modalidades con la expresión “cada votación” o, los grupos G4 y G5, hacen lo mismo a través del sintagma “cada juego”. Sirva de ejemplo la siguiente evidencia, que corresponde a la justificación del concepto conteo del G4:

Identificar el número de votos de cada juego.

Grupo G4

La expresión “cada” no es la única que emplea el grupo G4, sino que, en otras ocasiones, como en la justificación del objeto argumentos, se detecta que la idea de la modalidad de la variable subyace de palabras más coloquiales como imagen, fila, rincón o torre:

Podemos observar que la peluquería es la imagen que se repite más, por lo tanto, es el juego más veces representado.

Grupo G4

- El grupo utiliza explícitamente el término modalidad o modalidades de la variable o un sinónimo:

A pesar de que ningún grupo presente el concepto de modalidad de la variable como un objeto matemático, sí que se observa, en los grupos G2 y G5, que lo utilizan para justificar más o menos bien otros objetos. En el caso del G2 lo emplean explícitamente para argumentar el pictograma correctamente como elemento lingüístico:

Representa las modalidades de la variable con una imagen.

Grupo G2

En cuanto al grupo G5, se decanta por utilizar el término adecuado de categorías:

Se relacionan las diferentes categorías con un color (piezas de Lego).

Grupo G5

### **Frecuencia absoluta**

En cuanto al reconocimiento como concepto de la frecuencia absoluta, ocurre lo mismo que con la variable y sus modalidades, todos los grupos realizan un reconocimiento del concepto de nivel 1.

Veamos a continuación como aluden a la frecuencia absoluta de manera implícita.

- El grupo alude al concepto de frecuencia absoluta de forma general a través de otras expresiones contextualizadas en el estudio estadístico:

La mayoría de grupos, alguna vez, se refiere a la frecuencia absoluta como “el resultado de la votación”, “el número votado” o el “número de votos”.



A modo de ejemplo, se expone la justificación del concepto de clasificación cuantitativa que hace el grupo G1, o la que hacen del lenguaje numérico:

Se clasifican ellos mismos por grupos para representar los votos, la etiqueta es el número de votos.

Representan el resultado con la grafía convencional.

Grupo G1

Otro ejemplo es el del grupo G4, que alude a la frecuencia para argumentar el conteo:

Identificar el número votado de cada juego.

Grupo G4

- El grupo particulariza el concepto:

El grupo G2 no llega a hacer ninguna generalización del concepto, sino que, en el caso de necesitar argumentar algún significado en el que está involucrada la frecuencia, particulariza con el número de votos concretos:

La más votada es la peluquería porque tiene 7 votos.

Grupo G2

- El grupo utiliza explícitamente el término frecuencia o frecuencia absoluta:

Es el caso del grupo G5. Aunque a veces alude a la frecuencia a través de expresiones generales, también se observa que utiliza el término explícitamente para definir el concepto de moda:

La moda indica el valor con mayor frecuencia indicándonos cuál es el juego que más votaciones ha recibido.

Grupo G5

### **Población y muestra**

Por lo que respecta a los conceptos de población y muestra no han sido identificados por ningún grupo ni aluden a ellos de forma implícita. De ahí que el nivel de reconocimiento sea 0.

De hecho, pensamos que los maestros en formación no son conscientes de su existencia en el proceso de e/a estadístico.

Es evidente, que este proceso de e/a de educación infantil no ha sido diseñado con la intención de trabajar los conceptos de población y muestra, pero son dos objetos matemáticos inherentes a cualquier estudio estadístico, como lo es la variable o las variables si hay más de una. En cualquier caso, es fundamental que los maestros de infantil sean conscientes de ello y que tengan claro que son importantes, sobre todo, para hacer una lectura adecuada de los datos.

### **Gráfico y pictograma**

En cuanto al reconocimiento de los objetos de gráfico y de pictograma, predomina el nivel 3, aunque también hay análisis de nivel inferior. Veámoslo.

- Nivel 1. El grupo no identifica ninguno de los dos conceptos, pero alude a ellos de forma implícita.

Es el caso del grupo G5, que no identifica ninguno de los dos conceptos, pero los emplea para justificar la emergencia de otros objetos.

- Nivel 3. El grupo reconoce, al menos uno de los dos conceptos y, además, los utiliza para justificar otros objetos matemáticos.

Es el caso de los grupos G1, G2, G3 y G4.

Los grupos G2 y G4 se comportan de forma similar porque solamente reconocen el pictograma. La justificación del grupo G2 revela que, el significado personal del concepto se aproxima al institucional, pero no demuestra que sea el mismo, pues parece que aludan a las figuras alusivas de cada modalidad y no a la representación en su totalidad:

Imágenes de los rincones de juego.

Grupo G2

Sin embargo, como se verá en el análisis de los elementos lingüísticos, el grupo G2, sí que define correctamente el pictograma al identificarlo como elemento lingüístico. Esto significa que los maestros de este grupo, con la palabra pictograma, se refieren tanto a la representación gráfica como a cada figura alusiva; es como si al numerador de una fracción se le llamara fracción. Este error conceptual no es exclusivo del grupo G2, sino que también se ha observado en el G4.

Los grupos G1 y G3 identifican como concepto el gráfico y, además, matizan el tipo.

Por ejemplo, el G1 aclara que se trata del pictograma y del gráfico de columnas, refiriéndose con éste último nombre a la representación con Legos:

Representan los resultados mediante un pictograma con las imágenes de cada juego y con las piezas de Lego representan el gráfico de columnas.

Grupo G1

En cuanto al grupo G3 nombra el gráfico de barras y al gráfico de columnas. Con el primer término, alude, erróneamente, al pictograma, mientras que, de igual modo que el G1, el gráfico de columnas alude a la representación con las piezas de Lego. De ahí que, en la Tabla10, no se considere el pictograma para el grupo G3, pero sí el gráfico en general.

## Moda

Respecto a la moda, que es el principal concepto del proceso de e/a videograbado, se han identificado los cuatro niveles.

- Nivel 0. El grupo no identifica la moda ni alude a ella de forma implícita.

En esta categoría se halla el grupo G1.

- Nivel 1. El grupo no identifica la moda, pero alude a ella a través de otras expresiones o fórmulas contextualizadas en el estudio estadístico:

El grupo G2 tampoco la reconoce explícitamente, pero su significado subyace en alguna de las justificaciones que presenta:

La más votada es la peluquería porque tiene 7 votos.

Grupo G2

- Nivel 2. El grupo identifica el concepto de moda explícitamente, pero no lo utiliza para justificar otros objetos.

Como ya se ha visto anteriormente, el grupo G5 define correctamente el concepto de moda y, además, explica que en este contexto es el juego más votado. Por otro lado, no utilizan el término para justificar ningún otro objeto matemático, sino que se expresan diciendo que la peluquería es el juego más votado.

- Nivel 3. Identifica el concepto de moda explícitamente y lo utiliza para justificar otros objetos.

El grupo G3 reconoce la moda como un concepto matemático y lo hace correctamente, es decir, interpreta que es la peluquería porque es el juego más votado. Además, se observa que utiliza el concepto para exponer una propiedad del estudio:

La moda es la peluquería. Podemos observar que el juego más votado es la peluquería y podemos decir que es el preferido de la clase.

Grupo G3

El grupo G4 también la identifica correctamente, pero, a diferencia del grupo G3, no explicita literalmente que la moda sea la peluquería, sino que se deduce que lo interpreta a través de la justificación del concepto y de la propiedad P6:

El juego que más gusta a los alumnos de la clase “Els Castells”.

La peluquería es el juego más votado. Después de observar las representaciones de las votaciones, podemos decir que el juego de la peluquería es el que más gusta a los alumnos.

Grupo G4

En definitiva, en general, el reconocimiento de conceptos estadísticos es pobre, no solo porque hallen pocos objetos de este tipo, sino porque no son capaces de identificar los principales conceptos intervinientes en el proceso de e/a.

Como ya se ha apuntado, una de las posibles causas que ha dificultado el reconocimiento es que los conceptos no son tratados por su nombre y, en consecuencia, se produce una falsa invisibilidad que se extiende a los conceptos de los otros bloques.

### **Síntesis y conclusiones: conocimiento y competencia sobre el reconocimiento cognitivo de los conceptos.**

En los análisis ontosemióticos de los maestros participantes y, en particular, en cuanto a la identificación de los conceptos emergentes se refiere, se han revelado cuatro niveles del reconocimiento de un concepto estadístico en particular.

Como bien se entenderá, para determinar el grado de desarrollo de la competencia ontosemiótica o el nivel de desarrollo de ésta, no se puede focalizar en el reconocimiento y uso de un objeto en concreto, sino que se debe valorar la identificación global de los principales conceptos matemáticos intervinientes. A nuestro juicio, los principales conceptos del proceso de e/a del vídeo son: la variable estadística, la moda, el gráfico, el conteo, la noción de cantidad y las nociones topológicas. De ahí que se presenten los descriptores de la Tabla 33 para caracterizar el grado de desarrollo de la competencia.

**Tabla 33.** Descriptores competenciales (conceptos)

Descriptores de la competencia ontosemiótica (conceptos)			
Nivel 0 (desarrollo insuficiente)	Nivel 1 (desarrollo principiante)	Nivel 2 (desarrollo suficiente)	Nivel 3 (desarrollo experto)
No identifica los principales conceptos matemáticos intervinientes en el proceso de e/a.	Identifica algún concepto principal secundario interviniente en el proceso de e/a.	Identifica la mayoría de los conceptos matemáticos principales y secundarios intervinientes en el proceso de e/a e, pero faltan algunos de importantes.	Identifica la mayoría de conceptos matemáticos intervinientes (principales y secundarios) en el proceso de e/a y, además, los utiliza adecuadamente para justificar otros objetos.

A la vista de los resultados, se concluye que el grupo G3 y el G5 tienen un grado de desarrollo suficiente y, el resto de grupos, se hallan en un nivel principiante (Tabla 34). Destacamos que, el grupo G2, aunque reconozca las nociones topológicas, no llega a un nivel suficiente porque no identifica el principal concepto, que es la moda.

**Tabla 34.** Nivel competencial de los maestros (conceptos)

Grupo	Nivel competencial
G1	1
G2	1
G3	2
G4	1
G5	1

Por otro lado, el desarrollo de la competencia ha movilizad o aspectos que caracterizan el conocimiento didáctico-matemático de los participantes, en particular, el especializado y el común (Tabla 35).

**Tabla 35.** Conocimiento didáctico-matemático sobre los conceptos

Conocimiento especializado mostrado sobre los conceptos	
COc1.	Conoce los principales conceptos que intervienen en un estudio estadístico en educación infantil: variable, modalidades de la variable, frecuencia absoluta, pictograma y moda.
COc2.	Reconoce la noción de cantidad cero como un concepto singular de educación infantil.
COc3.	Conoce el concepto de clasificación cuantitativa.

Respecto a los conocimientos mostrados por los participantes, cabe puntualizar que el COc1 no se observa en su totalidad en ningún grupo, sino que lo muestran parcialmente.

Al mismo tiempo, el reconocimiento de los conceptos ha puesto de manifiesto diferentes errores cognitivos vinculados al conocimiento que tienen los maestros (Tabla 36).

**Tabla 36.** Conflictos cognitivos sobre los conceptos

Conflictos cognitivos mostrados sobre los conceptos (conocimientos)	
CCgOc1.	Confunde los conceptos matemáticos con los contenidos curriculares.
CCgOc2.	No diferencia la división de la correspondencia cuantitativa.
CCgOc3.	Se refiere a las modalidades de la variable como las variables del estudio.
CCgOc4.	Se refiere a las figuras alusivas del pictograma como el pictograma.
CCgOc5.	No considera el pictograma como un gráfico diferente al gráfico de barras.

Acerca del CCgOc4, es preciso añadir que, el término pictograma es una expresión verbal vinculada, pues, cotidianamente, las figuras alusivas son pictogramas. No obstante, el referirse a ellas con el nombre de pictograma limita el significado personal del concepto y produce confusión a los maestros, ya que no entienden que, en matemáticas, el pictograma es un tipo de gráfico. De ahí, posiblemente, surja el conflicto CCgOc5.

En consecuencia, se deduce que el significado personal del concepto pictograma no coincide con el significado institucional.

Por último, en la Tabla 37 se recogen las principales dificultades observadas en cuanto al reconocimiento en sí de los objetos, es decir, en la aplicación de la competencia ontosemiótica.

**Tabla 37.** Dificultades en el reconocimiento de los conceptos

Dificultades mostradas en los conceptos (competencia)	
DCc1.	Reconoce como conceptos, conceptos que no intervienen o que no responden a una necesidad operativa.
DCc2.	Dificultad en reconocer conceptos matemáticos que emergen en situaciones rutinarias.
DCc3.	Dificultad en reconocer los conceptos de población y muestra.
DCc4.	Dificultad en reconocer el concepto de variable y el de modalidades de la variable.
DCc5.	Dificultad en reconocer el concepto de frecuencia absoluta.

---

DCc6. Dificultad en reconocer el concepto de pictograma.

DCc7. Dificultad en reconocer las nociones topológicas como conceptos.

---

Claramente, los errores cognitivos vinculados al conocimiento se traducen en obstáculos para el desarrollo de la competencia; por ejemplo, el conflicto CCgOc3 influye en la dificultad DCc4.

### 5.1.3 Elementos lingüísticos

De igual modo que en el análisis de los conceptos matemáticos, no todos los objetos que los participantes reconocen, son elementos lingüísticos correctamente identificados (Tabla 38).

**Tabla 38.** Número de elementos lingüísticos identificados por cada grupo

	Número de elementos lingüísticos que presentan	Número de elementos lingüísticos que correctamente	Número de elementos identificados	Número de tipos diferentes de lenguaje matemático
G1	5	5	5	4
G2	4	3	3	1
G3	3	3	3	2
G4	3	3	3	2
G5	8	7	7	1

En concreto, el grupo G2 presenta tanto el gráfico de barras como el gráfico con Legos como elementos lingüísticos diferentes; esta distinción parece razonable, sin embargo, de la justificación del gráfico de barras se deduce que aluden al mismo elemento.

En cuanto al grupo G5, diferencia los adverbios de cantidad “más, menos” de “más que, menos que”, pero se considera que son los mismos elementos lingüísticos, aunque se utilicen como superlativo en algunos casos o como comparativo en otros.

Respecto a este grupo, es el que más elementos lingüísticos identifica, pero la tipología de los elementos es la misma, es decir, hay poca variedad. En cambio, el grupo G1



identifica menos objetos, pero corresponden a diferentes categorías de lenguaje matemático; de hecho, identifican objetos de cada una de las categorías de elementos lingüísticos que emergen en el proceso de e/a del videograbado.

Por tanto, es más rico el análisis de elementos lingüísticos del grupo G1 que el del G5.

La Tabla 39 recoge los diferentes tipos de lenguaje que reconocen los maestros.

Como se observa en ella, las expresiones verbales, así como el lenguaje gráfico son los tipos de lenguaje que reconocen la mayoría de los grupos. En concreto, todos los grupos identifican al menos, uno de los dos tipos.

En cambio, sorprendentemente, el lenguaje numérico y el icónico, son los tipos menos reconocidos, quizás, porque de alguna manera, queden integrados en el gráfico. También se puede deber a que no valoren suficientemente la tarea de la hoja en blanco.

**Tabla 39.** Tipología de elementos lingüísticos por grupos

	Lenguaje			
	Expresiones verbales	Lenguaje numérico	Gráfico	Icónico
G1	X	X	X	X
G2			X	
G3	X		X	
G4	X		X	
G5	X			

**Tabla 40.** Elementos lingüísticos no verbales identificados por grupos

Elemento lingüístico	G1	G2	G3	G4	G5
Pictograma	X	X	X	X	
Gráfico vivencial		X			
Gráfico con Legos		X			
Grafías numéricas	X				
Dibujo final	X				
Figura alusiva a cada modalidad	X				

En el estudio estadístico en cuestión se representan los datos con tres gráficos distintos. Sin embargo, no todos los maestros participantes identifican a los tres como elementos lingüísticos (Tabla 40). Veamos los niveles de reconocimiento del lenguaje gráfico con más detalle:

- Nivel 1. El grupo no identifica ningún elemento del lenguaje gráfico, pero alude a ellos para argumentar la emergencia de otros objetos matemáticos.

El grupo G5 no identifica ningún gráfico como elemento lingüístico, pero se observa que aluden a ellos para justificar el proceso matemático de representación.

- Nivel 2. El grupo identifica el pictograma e, incluso, alude al resto para argumentar la emergencia de otros objetos matemáticos.

Es el caso de los grupos G1, G3 y G4. En concreto, los grupos G1 y G4, que identifican explícitamente el pictograma, presentan para este elemento la misma justificación que al reconocerlo como un concepto; en cuanto al grupo G3, se refieren a él con la expresión genérica de representación gráfica, pero en la justificación de su emergencia explicitan que se trata del pictograma.

- Nivel 3. El grupo identifica los principales elementos del lenguaje gráfico y, además, los utiliza para argumentar la emergencia de otros objetos matemáticos.

Aquí se halla el grupo G2, que ha sido capaz de reconocer el pictograma, el gráfico vivencial y el gráfico con Legos.

En la Tabla 41 se compara el análisis que hace cada grupo de maestros de los elementos de representación gráfica en función del objeto primario concepto o elemento lingüístico. Como se observa, cuando se trata de los elementos lingüísticos, los participantes concretan más, a excepción del grupo G5.

**Tabla 41.** Comparativa de los elementos de representación gráfica

	Conceptos	Elementos lingüísticos
G1	Representación gráfica Pictograma	Pictograma
G2	Pictograma	Gráfico con Legos Gráfico vivencial Pictograma
G3	Representación gráfica	Pictograma
G4	Pictograma	Pictograma
G5	<i>No identifica</i>	<i>No identifica</i>

Junto con el lenguaje gráfico, el lenguaje verbal es el tipo de elemento lingüístico que más reconocen los grupos. En la Tabla 42 se muestran las expresiones verbales que identifica cada grupo.

A excepción del grupo G1, que no las matiza y del grupo G2, que no reconoce dicho tipo de elemento lingüístico, los demás identifican los números cardinales y los adverbios de cantidad como expresiones verbales.

Por otro lado, es sorprendente que el grupo G5 reconozca también vocabulario de espacio y forma y de lógica, pero no haya sido capaz de identificar los conceptos emergentes de estos bloques. Por el contrario, los otros grupos que han identificado conceptos lógicos, el G3 y el G4, no han reconocido las expresiones verbales correspondientes.

**Tabla 42.** Elementos lingüísticos verbales identificados por grupo

Expresiones verbales identificadas				
G1	G2	G3	G4	G5
<i>(No matiza)</i>	<i>(No identifica este tipo de elemento lingüístico)</i>	Los números cardinales	Los números cardinales	Los números cardinales
		Más, menos	Más, menos	Más, menos
				Los números ordinales
				Ninguno
				Adelante
				Derecha
				Los colores

A continuación, se analiza el reconocimiento del lenguaje icónico.

- Nivel 1. El grupo no identifica el lenguaje icónico, pero alude a él a través de los elementos lingüísticos del dibujo final o de las figuras alusivas para argumentar otros objetos matemáticos:

Ya se ha visto que, el grupo G2 alude a las figuras alusivas a través del término imagen para justificar el concepto de pictograma; en cuanto al dibujo, simplemente lo omite en todo el análisis ontosemiótico.

Por otro lado, los grupos G3, G4 y G5 mencionan el dibujo final para justificar el proceso de representación. En concreto, el G3 y el G4 se refieren a él como una representación de los conocimientos aprendidos:

[...] Para concluir la actividad, los alumnos hacen dibujos donde representan lo que han aprendido.

Grupo G4

Este hecho puede parecer incoherente, pero cabe recordar que el grupo G3 identifica el dibujo como un concepto.

En cuanto al grupo G5, éste menciona el dibujo, el pictograma y el gráfico con material manipulativo en la justificación del proceso de representación:

En las diferentes actividades se pretende representar los resultados utilizando modelos tanto informales como formales (dibujo, con material manipulativo, con el pictograma...)

De ahí que, a nuestro juicio, se afirme que el grupo muestra un conflicto cognitivo acerca del significado del objeto primario elemento lingüístico. En su significado personal, los elementos lingüísticos equivalen solo a las expresiones verbales, pero, como se observa alude a elementos de tipo gráfico e icónico para justificar la representación.

- Nivel 3. El grupo identifica el lenguaje icónico explícitamente y lo utiliza para justificar otros objetos.

Es el caso del grupo G1, que reconoce el dibujo final y las figuras alusivas como elementos lingüísticos y, además, utiliza alguno de ellos para argumentar la emergencia del proceso de representación:

Los niños/as hacen diferentes representaciones de las ideas matemáticas, como el recuento de votos. Ejemplo: representación con objetos físicos, con su propio cuerpo y representaciones finales con dibujos.

Grupo G1

En definitiva, los maestros reconocen los principales tipos de lenguaje matemático que emerge en el estudio estadístico, esto es, el lenguaje gráfico y el verbal. Sin embargo, la mayoría no es capaz de reconocer el icónico, el cual, adquiere un papel importante en un momento determinado del proceso de e/a videograbado y, en la educación infantil en general.

### **Síntesis y conclusiones: conocimiento y competencia sobre el reconocimiento cognitivo de los elementos lingüísticos.**

Del mismo modo que en el análisis de conceptos y, como consecuencia del apartado anterior, se presentan los descriptores para determinar el grado de desarrollo de la competencia ontosemiótica desde la óptica de los elementos lingüísticos (Tabla 43).

**Tabla 43.** Descriptores competenciales (elementos lingüísticos)

Descriptores de la competencia ontosemiótica (elementos lingüísticos)			
Nivel 0 (desarrollo insuficiente)	Nivel 1 (desarrollo principiante)	Nivel 2 (desarrollo suficiente)	Nivel 3 (desarrollo experto)
No identifica los principales elementos lingüísticos intervinientes en el proceso de e/a o solo se refiere al lenguaje verbal de forma genérica.	No identifica explícitamente la mayoría de los principales elementos lingüísticos, aunque puede aludir a ellos en las justificaciones de otros objetos.	Identifica la mayoría de los elementos lingüísticos principales e, incluso, puede reconocer algún elemento lingüístico secundario.	Identifica toda la riqueza de elementos lingüísticos intervinientes (principales y secundarios) en el proceso de e/a.

A la vista de los resultados, se concluye que el grupo G5 está en el nivel 1, dado que solo reconoce las expresiones verbales y no identifica el lenguaje gráfico; los grupos G2, G3 y G4, muestran un desarrollo suficiente y, por último, el G1 alcanza el nivel 3 por identificar todos los tipos de lenguaje matemático (Tabla 44).

**Tabla 44.** Nivel competencial de los maestros (elementos lingüísticos)

Grupo	Nivel competencial
G1	3
G2	2
G3	2
G4	2
G5	1

Por otra parte, también se describe el conocimiento especializado utilizado por los maestros en el desarrollo de la competencia (Tabla 45). En esta ocasión, se refiere a los

tipos de gráfico que conoce el docente para representar los datos en la etapa de educación infantil.

**Tabla 45.** Conocimiento didáctico-matemático sobre los elementos lingüísticos

---

Conocimiento especializado mostrado sobre los elementos lingüísticos
COel1. Conoce diferentes tipos de gráfico para representar los datos en educación infantil, como el pictograma, el gráfico vivencial o los gráficos con material manipulativo.

---

Asimismo, se recogen también los conflictos cognitivos detectados (Tabla 46) y las dificultades mostradas (Tabla 47) en el reconocimiento de los elementos lingüísticos.

**Tabla 46.** Conflictos cognitivos sobre los elementos lingüísticos

---

Conflictos cognitivos mostrados sobre los elementos lingüísticos (conocimientos)
CCgOel1. El significado personal del objeto matemático elemento lingüístico comprende, solamente, las expresiones verbales. Es decir, considera que los elementos lingüísticos solo hacen referencia al lenguaje verbal.

---

**Tabla 47.** Dificultades en el reconocimiento de los elementos lingüísticos

---

Dificultades mostradas en los elementos lingüísticos (competencia)
DCel1. Dificultad en reconocer el lenguaje icónico.

---

Es preciso señalar que la dificultad DCel1. puede venir motivada por una laguna en el conocimiento especializado al no considerar el dibujo como un elemento lingüístico. En estas circunstancias, no hay motivo para pensar que existe la misma dificultad acerca del reconocimiento del lenguaje numérico, pues, aunque también lo reconozca solamente un grupo de maestros, su emergencia en el estudio estadístico es casi anecdótica.

### 5.1.4 Procedimientos

En la Tabla 48 se muestra el número de procedimientos matemáticos que identifica cada grupo correcta y explícitamente en el proceso de e/a. En ella, se incluyen tanto procedimientos generales, como procedimientos más concretos que pueden formar parte de otros.

**Tabla 48.** Número de procedimientos identificados por cada grupo

	Número de elementos que identifican como procedimientos	Número de elementos presentados que son procedimientos	Número de procedimientos identificados correctamente
G1	2	0	0
G2	4	4	4
G3	6	6	6
G4	8	8	7
G5	7	6	6

Cabe destacar que, la mayoría de objetos identificados por los grupos corresponden con procedimientos matemáticos que emergen en el estudio estadístico. No obstante, lo anterior no quiere decir que no se haya detectado ningún error.

A continuación, se detallan las diferencias entre el número de elementos que identifican como procedimientos y el número de procedimientos identificados correctamente.

El principal error se detecta en el grupo G1, que reconoce como procedimientos al proceso matemático de razonamiento y prueba; concretamente, justifica, por un lado, la argumentación y, por el otro, la prueba. De igual manera, el grupo G5 identifica el proceso de representación como un procedimiento, aunque hay que decir que el resto de elementos que identifica el G5, son procedimientos matemáticos. Este error de identificar como procedimiento un proceso matemático, ya se observa en el trabajo de Beltrán-Pellicer et al. (2019) que, en la línea de Font y Rubio (2017), apuntan a la existencia de ciertas coincidencias entre ambos objetos como causa de la dificultad en su diferenciación.



En cuanto al grupo G4, no se considera que hacer torres con las piezas de Legos sea un procedimiento diferente a poner una pieza encima de la otra.

Los procedimientos identificados correctamente por los grupos se han clasificado según si hacen referencia a la recogida (Tabla 49), a la representación (Tabla 50) o a la lectura o interpretación de los datos (Tabla 51). Asimismo, también se recogen aquellos procedimientos matemáticos identificados correctamente por algún grupo que emergen por la dinámica de la clase (Tabla 52).

Cabe subrayar que, de igual modo que ocurre con los otros objetos matemáticos ya analizados, hay procedimientos matemáticos que no han sido reconocidos como tales, pero que, sin embargo, aluden a ellos para justificar la emergencia de otros procedimientos. De ahí que, en las Tablas 49, 50, 51 y 52, se haya procedido a utilizar la siguiente simbología: una “E” para indicar que el procedimiento ha sido reconocido explícitamente como tal y, por tanto, contabilizado en el número de procedimientos identificados correctamente y, con una “I”, para señalar que el procedimiento no ha sido reconocido como un procedimiento, pero el grupo se refiere explícitamente a él para explicar un procedimiento reconocido. Es necesario decir que, éstos procedimientos implícitos, no se consideran como identificados, pues los maestros no son conscientes de que lo son.

**Tabla 49.** Procedimientos relativos a la recogida de datos

Recogida de datos					
	G1	G2	G3	G4	G5
Votar			E	E	E

**Tabla 50.** Procedimientos relativos a la representación de los datos

Representación de los datos						
		G1	G2	G3	G4	G5
Construir un pictograma				E	E	E
Situar las figuras alusivas				I		
Hacer filas y agruparse			E		E	E

Hacer torres con Legos	E	I	E
Hacer la correspondencia cualitativa		E	

Es preciso resaltar que el grupo G2, que es el único que reconoce los tres tipos de gráfico como elementos lingüísticos, no reconoce la representación de los datos con un pictograma como un procedimiento.

**Tabla 51.** Procedimientos relativos a la lectura e interpretación de los datos

Lectura e interpretación de los datos					
	G1	G2	G3	G4	G5
Lectura N1			I	I	I
Recuento		E	E	E	
Escribir la frecuencia absoluta					I
Lectura N2			I	I	E
Comparar					E
Ordenar					E

Por lo que se refiere a la lectura e interpretación de los datos, los grupos G3 y G4 no se refieren explícitamente a ella, sino que lo hacen a través de la justificación del conteo o de la representación gráfica:

Identificar el número votado de cada juego.

Grupo G4

[...] observar cuál es el juego más votado y el menos votado.

Grupo G3

El grupo G5 reconoce explícitamente la interpretación de los resultados como un procedimiento; asimismo, la lectura de nivel 2 también subyace en sus justificaciones de comparar y ordenar. Sirva como ejemplo, la referente a la de la técnica transnumerativa:

Se ordenan los rincones de más a menos votos.

Respecto a los procedimientos que emergen por la metodología seguida de aula, es necesario decir que ningún grupo identifica hacer correspondencias cuantitativas. Se cree que los maestros no han sido capaces de identificarla porque emerge de forma rutinaria e informal, es decir, no es un procedimiento que necesariamente esté incluido en la programación de la actividad del estudio estadístico. Esto no le resta importancia, sino todo lo contrario; es preocupante que no identifiquen las matemáticas que se hacen a partir de las rutinas o de una manera informal, pues en la etapa de educación infantil, suponen o deberían suponer una fuente principal de enseñanza y aprendizaje.

Es preciso remarcar que, el grupo G5 destaca por ser el que más procedimientos identifica y, en particular, el que mejor reconoce los procedimientos estadísticos; no obstante, no remarca ningún procedimiento aritmético.

**Tabla 52.** Otros procedimientos emergentes identificados

Otros procedimientos					
	G1	G2	G3	G4	G5
Hacer correspondencias					
Predecir		X			
Sumar			E	E	
Restar			E	E	

En definitiva, los procedimientos más reconocidos por la mayoría de grupos son la recogida de datos, representar gráficamente con un pictograma, hacer filas y agruparse y, contar. De hecho, Beltrán-Pellicer, Ricart y Estrada (2020) señalan que los futuros maestros no suelen tener problemas en identificar los procedimientos de cálculo.

Por el contrario, los procedimientos estadísticos más difíciles de identificar por los grupos son los de lectura e interpretación gráfica.

Por último, cabe subrayar que, los maestros hacen un mejor reconocimiento de los procedimientos estadísticos que de los conceptos estadísticos. A nuestro juicio, esto

evidencia que las matemáticas con las que se han formado los participantes han sido algorítmicas y mecánicas, más que productivas.

Así pues, respecto a la identificación de la trama de procedimientos, se observa que los grupos se comportan de la siguientes tres maneras:

- Nivel 0. No identifica el procedimiento ni alude a él de forma implícita.
- Nivel 1. No identifica el procedimiento explícitamente, pero alude a él para justificar otros procedimientos (I).

Sirva como ejemplo, el grupo G3 que alude, en la explicación de la construcción del pictograma, a situar la figura alusiva en el lugar oportuno:

Recortan las imágenes de los juegos preferidos y las pegan en su sitio en la cartulina de la pizarra y después observan [...].

Grupo G3

- Nivel 2. Identifica el procedimiento.

Esta categoría engloba todos los grupos que reconocen explícitamente (E) un procedimiento, incluso aquellos que presentan una justificación que podría ser más consistente, como la correspondiente a hacer filas del grupo G5:

Se organizan físicamente en el espacio.

Grupo G5

Como se observa, el grupo no acaba de referirse a él como un procedimiento de representación gráfica. Cabe recordar que tampoco identifica ningún gráfico como elemento lingüístico.

Es preciso decir que, hecha esta salvedad, todos los procedimientos reconocidos de forma explícita están correctamente justificados.

Asimismo, a excepción de la lectura de nivel 2, el resto de procedimientos, claramente, o no se identifican, o se identifican sola implícita o sola explícitamente.

**Síntesis y conclusiones: conocimiento y competencia sobre el reconocimiento cognitivo de los procedimientos.**

De nuevo y, como ocurre con los conceptos y los elementos lingüísticos, los diferentes niveles de análisis detectados en el reconocimiento de los procedimientos, contribuyen a caracterizar el grado de desarrollo de la competencia ontosemiótica de los maestros participantes (Tabla 53).

**Tabla 53.** Descriptores competenciales (procedimientos)

Descriptores de la competencia ontosemiótica (procedimientos)			
Nivel 0 (desarrollo insuficiente)	Nivel 1 (desarrollo principiante)	Nivel 2 (desarrollo suficiente)	Nivel 3 (desarrollo experto)
No identifica los principales procedimientos estadísticos intervinientes o solo reconoce procedimientos aritméticos.	Identifica pocos procedimientos principales, aunque alude al resto de ellos de forma implícita.	Identifica la mayoría de procedimientos principales e, incluso, puede reconocer algún procedimiento secundario.	Identifica los procedimientos matemáticos principales implicados de forma detallada y, además, reconoce algún procedimiento secundario.

Al ser un proceso de e/a basado en un estudio estadístico en educación infantil, se considera que los principales procedimientos matemáticos son la recogida, organización, representación y lectura o interpretación de los datos. Por otro lado, aquellos procedimientos que intervienen en el proceso de forma rutinaria o anecdótica, es decir, aquellos que no están en el diseño de la actividad, se consideran secundarios. Así, un nivel de competencia suficiente se logra al identificar, por lo menos, los procedimientos principales que emergen, pues se considera que son aquellos que están estrechamente vinculados con el alcance de los objetivos académicos de la actividad.

En la Tabla 54 se exponen los niveles de competencia alcanzados por los grupos de participantes al reconocer los procedimientos.

**Tabla 54.** Nivel competencial de los maestros (procedimientos)

Grupo	Nivel competencial
G1	0
G2	1
G3	2
G4	2
G5	3

Como en el reconocimiento de los otros objetos, el conocimiento especializado que poseen los maestros en cuanto a los procedimientos se refiere y, en particular, en un contexto estadístico (Tabla 55), es clave en el nivel de competencia adquirido.

**Tabla 55.** Conocimiento didáctico-matemático sobre los procedimientos

Conocimiento especializado mostrado sobre los procedimientos	
COPd1.	Conoce los principales procedimientos matemáticos que intervienen en un estudio estadístico: recogida, organización, representación y lectura de datos.

Acerca del conocimiento COPd1., cabe destacar que solo el grupo G5 lo ha mostrado completamente; el resto de grupos, lo ha hecho parcialmente. Es más, en ellos se detecta el conflicto cognitivo CCgOpd3 (Tabla 56) que, en la práctica, se traduce en la dificultad DCpd1. (Tabla 57), pues no se puede identificar lo que no se considera como tal.

**Tabla 56.** Conflictos cognitivos sobre los procedimientos

Conflictos cognitivos mostrados sobre los procedimientos (conocimientos)	
CCgOpd1.	No diferencia los procedimientos matemáticos de los procesos matemáticos, es decir, el significado personal de procedimiento matemático coincide con el significado personal de proceso matemático.
CCgOpd2.	El significado personal de representación gráfica no incluye las representaciones gráficas vivenciales.
CCgOpd3.	No considera la lectura e interpretación de los datos como un procedimiento estadístico.

**Tabla 57.** Dificultades en el reconocimiento de los procedimientos

Dificultades mostradas en los procedimientos (competencia)	
DCpd1.	No reconoce, de forma clara, ni la lectura ni la interpretación de los datos como un procedimiento estadístico.
DCpd2.	Dificultad en identificar los procedimientos que emergen de una situación rutinaria, como las correspondencias al repartir el material escolar.

### 5.1.5 Propiedades y proposiciones

Las propiedades y proposiciones que reconocen los maestros son escasas e, incluso nulas, en el caso de los grupos G1 y G5 (Tabla 58).

**Tabla 58.** Número de propiedades y proposiciones identificadas por cada grupo

	Número de propiedades o proposiciones identificadas	Número de propiedades o proposiciones identificadas correctamente
G1	0	0
G2	1	1

CAPÍTULO V: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

G3	1	1
G4	1	1
G5	0	0

No obstante, aunque estos dos grupos no identifiquen ningún enunciado, se comportan de manera distinta ante el reconocimiento de dicho objeto.

El grupo G5 aclara que no hay propiedades en el proceso de e/a; en cambio, el grupo G1 deja la respuesta en blanco, o bien porque piensa como el grupo G5 o bien, porque no ha sido capaz de reconocerlas, lo que no implica, necesariamente, que crean que no ha emergido dicho objeto.

En cuanto al resto de grupos, la única proposición que identifican es la P6, “El juego más votado ha sido la peluquería” (Tabla 59), que es la respuesta directa a la pregunta con la que se inicia y se cierra el proceso de e/a de infantil.

**Tabla 59.** Detalle de las propiedades identificadas por los grupos

	G1	G2	G3	G4	G5
Propiedad o proposición identificada	<i>En blanco</i>	P6	P6	P6	“No hay propiedades”

Respecto a las justificaciones de la emergencia del enunciado P6, se observan dos argumentos diferentes en los análisis; el grupo G2 afirma, simplemente, que es el resultado de la estadística y, en cambio, los grupos G3 y G4, dejan entrever que se deduce de las representaciones gráficas:

Después de observar las representaciones de las votaciones, podemos decir que el juego de la peluquería es el juego que más gusta a los alumnos de la clase “Els Castells”.

Grupo G4

Creemos que hay dos razones que justifican el bajo número de propiedades y proposiciones identificadas correctamente.



La primera razón radica en una falta de comprensión de lo que se entiende por proposición, propiedad o enunciado matemático (Giacomone, Godino, Wilhelmi y Blanco, 2018). Esto, se agrava si se tiene en cuenta que las propiedades y proposiciones que emergen son, principalmente, las interpretaciones de los gráficos, que dependen del estudio estadístico y no intrínsecamente del concepto con el que se relacionan. Dicho de otra manera, a los maestros les es más fácil reconocer propiedades como “el ángulo interior de un triángulo equilátero vale  $60^\circ$ ”, que ocurre siempre, que propiedades informales.

Por otro lado, la segunda causa es que, la mayoría de las propiedades de este proceso de e/a, se justifican a partir de argumentos deductivos informales basados en un gráfico; en consecuencia, las propiedades no emergen acompañadas junto a sus argumentos y este aspecto supone una dificultad para los maestros.

### **Síntesis y conclusiones: conocimiento y competencia sobre el reconocimiento cognitivo de las propiedades y proposiciones**

En este análisis, no se observa conocimiento especializado evidente sobre las propiedades y proposiciones por parte de los maestros a causa de la falta de comprensión del significado institucional de dichos objetos (Tabla 60). De ahí que, el reconocimiento que hacen los grupos de maestros de las proposiciones y propiedades del proceso de e/a del vídeo sea muy pobre y, en su defecto, los niveles mostrados de competencia ontosemiótica son muy bajos.

**Tabla 60.** Conflictos cognitivos sobre las propiedades y proposiciones

---

Conflictos cognitivos mostrados sobre las propiedades y proposiciones (conocimientos)	
CCgOpp1.	Se observa un significado personal limitado acerca de los objetos propiedad y proposición, es decir, hay una falta comprensión del significado institucional de dichos objetos.

---

En la Tabla 61 se presentan los descriptores de la competencia correspondientes a este objeto matemático.

**Tabla 61.** Descriptores competenciales (propiedades y proposiciones)

Descriptores de la competencia ontosemiótica (propiedades y proposiciones)			
Nivel 0 (desarrollo insuficiente)	Nivel 1 (desarrollo principiante)	Nivel 2 (desarrollo suficiente)	Nivel 3 (desarrollo experto)
No identifica ninguna propiedad o proposición principal.	Identifica alguna propiedad o proposición que se opera explícitamente (formal o informal).	Identifica algunas propiedades o proposiciones explícitamente (formales o informales), aunque hay alguna de importante que no reconoce (tanto si interviene implícita como explícitamente).	Identifica las principales propiedades y proposiciones: tanto las formales como las no formales, y también las que intervienen implícita y explícitamente.

Cabe añadir que, al ser un reconocimiento muy homogéneo, solo se identifica los niveles 0 y 1 de desarrollo competencial (Tabla 62) y, por tanto, éste no ha sido suficiente.

**Tabla 62.** Nivel competencial de los maestros (propiedades y proposiciones)

Grupo	Nivel competencial
G1	0
G2	1
G3	1
G4	1
G5	0

Se concluye pues, que los grupos de maestros tienen dificultades para reconocer las propiedades y proposiciones intervinientes en un proceso de e/a (Tabla 63).

**Tabla 63.** Dificultades en el reconocimiento de las propiedades y proposiciones

Dificultades mostradas en las propiedades y proposiciones (competencia)	
DCpp1.	Dificultad en reconocer las propiedades y proposiciones que intervienen en un estudio estadístico y, más aún, si son informales o no emergen acompañadas de los argumentos que las justifican.

### 5.1.6 Argumentos

En la línea de otros trabajos en que se desarrolla la competencia ontosemiótica en futuros docentes (Beltrán-Pellicer et al., 2019, 2020; Burgos, Beltrán-Pellicer, Giacomone y Godino, 2018; Giacomone, Godino, Wilhelmi et al., 2018), se observa que los participantes tienen dificultades a la hora de identificar los argumentos. En este caso, solamente un grupo, el G2, ha identificado correctamente algún argumento (Tabla 64).

Además, se percibe que la pobre identificación de los argumentos es coherente con la escasez de propiedades identificadas.

**Tabla 64.** Número de argumentos identificados por cada grupo

	Número de elementos que presentan como argumentos	Número de elementos presentados que son argumentos	Número de argumentos identificados correctamente
G1	1	0	0
G2	3	2	2
G3	1	0	0
G4	4	0	0
G5	5	0	0

El grupo G1, que no ha identificado correctamente ninguna propiedad, propone como argumentos un conjunto de preguntas que hace la maestra durante el proceso de e/a.

Concretamente, algunas de ellas inducen a la argumentación, como por ejemplo “¿Qué quiere decir cero?” y otras, al enunciado de propiedades, como “¿Qué puedes deducir?”.

En cuanto al elemento que presenta el grupo G2 como argumento y no lo es, se trata de la propiedad P6, es decir, identifica P6 como propiedad y como argumento.

Por lo que respecta a los grupos G3 y G4, que han identificado solo la propiedad P6, no identifican ningún argumento explícitamente como tal. En su lugar, explican que la propiedad P6 se justifica a partir de la observación -conviene subrayar que no dicen interpretación- de las representaciones gráficas. Es decir, consideran que la propiedad P6, “se ve” en el gráfico. De hecho, aluden a las argumentaciones apoyadas en gráficos que encajan con las pruebas deductivas informales. Baste, como muestra, la evidencia del G3:

En todas las representaciones gráficas, ya sea de barras, de columnas, en los Legos y en el dibujo, podemos observar que la preferencia de juego es la peluquería.

Grupo G3

Más aun, en la justificación del objeto matemático exponen dichas argumentaciones; no obstante, hace falta subrayar que éstas subyacen en el proceso estadístico, pero no intervienen ni operativa ni discursivamente en él:

La más votada es la peluquería porque hay más imágenes, más alumnos, más piezas, etc.

Grupo G3

El grupo G5 tampoco identifica correctamente ningún argumento. En su lugar, expone cinco aspectos que comporta el proceso de razonamiento y demostración en educación primaria, como es hacer conjeturas, refutar razonamientos, validar resultados, argumentar o analizar situaciones por comparación y contraste (Departament d'Ensenyament, 2013). Asimismo, como justificación de ellos, se limitan a hacer cinco frases, en las que aparecen dichos aspectos muy poco contextualizados. Sirva como ejemplo, su justificación acerca de hacer conjeturas:

Los niños se plantean conjeturas antes de haber finalizado la votación.

Grupo G5

Claramente, para este grupo, el razonamiento y la demostración es lo mismo que la argumentación.

Por lo que se refiere a los argumentos identificados correctamente por el grupo G2, se muestran en la Tabla 65.

**Tabla 65.** Argumentos identificados por el grupo G2

---

Argumentos identificados correctamente por el G2
A2: A los coches le falta un niño.
A4: Esta es más larga porque la votaron más personas.

---

El primer argumento presentado se corresponde exactamente con el A2 de la Tabla 19.

En cuanto al segundo, para ser rigurosos, lo reconoce parcialmente, pues se observa que no separa la proposición a justificar del propio argumento, es decir, presenta un enunciado justificativo (Beltrán-Pellicer et al., 2020), con estructura proposición-conjunción-argumento; concretamente, en la evidencia de la Tabla 65 se identifica tanto la propiedad P7 (Tabla 17) como el argumento que la justifica, el A4.

### **Síntesis y conclusiones: conocimiento y competencia sobre el reconocimiento cognitivo de los argumentos**

En la misma línea que en el reconocimiento de las propiedades y proposiciones, no se identifican muestras de conocimiento especializado vinculado a los argumentos, pero sí hay evidencias de conflictos cognitivos (Tabla 66) que influyen en el reconocimiento de los argumentos y que se convierten en obstáculos o dificultades para el buen desarrollo de la competencia ontosemiótica (Tabla 67).

**Tabla 66.** Conflictos cognitivos sobre los argumentos

---

Conflictos cognitivos mostrados sobre los argumentos
CCgOa1. Confunde los argumentos y las propiedades, es decir, no los diferencia. En tal caso, puede presentar un argumento como propiedad y una propiedad como argumento.
CCgOa2. El significado personal de la argumentación abarca todo el significado institucional del proceso de razonamiento y prueba.

---

Cabe resaltar que el conflicto CCgOa1. es uno de los conflictos más importantes acerca del reconocimiento de los argumentos detectados por otros autores (Burgos, 2020; Giacomone, 2018).

Asimismo, es preciso indicar que, como consecuencia particular del conflicto CCgOa1., se tiene la dificultad competencial DCa2.

**Tabla 67.** Dificultades en el reconocimiento de los argumentos

Dificultades mostradas en los argumentos (competencia)	
DCa1.	Dificultad en reconocer los argumentos intervinientes en el estudio estadístico.
DCa2.	No es capaz de separar el enunciado a justificar de la propia justificación.

A continuación, se presentan los descriptores competenciales en cuanto al reconocimiento de argumentos se refiere (Tabla 68) y se aplican a los análisis de los grupos de maestros participantes (Tabla 69).

Remarcamos que, de igual manera que en las propiedades y proposiciones, no hay evidencias acerca de los niveles 2 y 3 y, por tanto, estos son hipotéticos.

**Tabla 68.** Descriptores competenciales (argumentos)

Descriptores de la competencia ontosemiótica (argumentos)			
Nivel 0 (desarrollo insuficiente)	Nivel 1 (desarrollo principiante)	Nivel 2 (desarrollo suficiente)	Nivel 3 (desarrollo experto)
0.1. No identifica ningún argumento.	1.1. Identifica algún argumento, pero no reconoce y/o, a veces, presenta un enunciado justificativo.	2.1. Identifica los principales argumentos intervinientes (tanto los de la docente como los de los alumnos), pero siempre los vincula	3.1. Identifica los principales argumentos intervinientes y, además, es capaz de vincularlos

---

1.2. No identifica los argumentos que emergen explícitamente, pero identifica algún argumento apoyado en gráficos que justifica alguna propiedad o proposición interviniente. adecuadamente con el enunciado a justificar. adecuadamente con el enunciado a justificar.

---

**Tabla 69.** Nivel competencial de los maestros (argumentos)

Grupo	Nivel competencial
G1	0
G2	1
G3	1
G4	1
G5	0

En definitiva, en la línea de otros trabajos (Giacomone, Godino, Wilhelmi et al., 2018; Ricart, Cardet y Estrada, 2016; Ricart y Estrada, 2017), para los maestros en formación participantes en el estudio, el reconocimiento de los objetos argumentos, propiedades y proposiciones es más complicado que el reconocimiento de los conceptos o procedimientos.

### 5.1.7 Procesos matemáticos

Todos los elementos identificados como procesos matemáticos por los grupos son procesos matemáticos. De hecho, no se entendería que hubiese sido de otra manera puesto que los participantes tienen el campo muy acotado al saber, de antemano, que se trata identificar entre los cinco procesos que estipula el NCTM (2000). Pero esto no significa que los identifiquen correctamente.

Los maestros participantes han reconocido los cuatro procesos que emergen explícitamente en la actividad del estudio estadístico y en los que se basa ésta (Tabla 70), aunque, hay que señalar que los grupos G2 y G5 identifican, erróneamente, el proceso de resolución de problemas (Tabla 71).

**Tabla 70.** Número de procesos identificados por cada grupo

	Número de procesos matemáticos identificados	Número de procesos matemáticos identificados correctamente
G1	4	4
G2	5	4
G3	4	4
G4	4	4
G5	5	4

**Tabla 71.** Procesos identificados por cada grupo

	Razonamiento y demostración	Representación	Comunicación	Conexiones	Resolución de problemas
G1	X	X	X	X	
G2	X	X	X	X	X
G3	X	X	X	X	
G4	X	X	X	X	
G5	X	X	X	X	X

Por lo que se refiere a la justificación de la emergencia de los procesos, se aprecian cinco niveles de argumentación que coinciden y, a su vez, también amplían los tipos identificados por Ricart, Estrada y Barbero (2018). Los descriptores de cada nivel son los siguientes:

- Nivel 0. No argumenta la emergencia del proceso matemático.



- Nivel 1. La argumentación se basa en la aplicación casi literal de la definición del proceso matemático, es decir, es una argumentación arbitraria o, la argumentación se fundamenta en razones a las que les falta pertinencia o fuerza.
- Nivel 2. La argumentación se basa en un aspecto secundario o, la argumentación es pertinente, pero no está contextualizada.
- Nivel 3. La argumentación está contextualizada y es pertinente, pero le falta consistencia.
- Nivel 4. La argumentación aporta un ejemplo concreto y contextualizado. En este caso, se considera que la justificación es consistente.
- Nivel 5. La argumentación aporta varios ejemplos contextualizados que justifican adecuadamente la emergencia del proceso.

Así pues, todas las justificaciones de los procesos emergentes realizadas por los grupos de maestros participantes se clasifican según los niveles anteriores y se les otorga, a cada una de ellas, una puntuación que se corresponde con el nivel de análisis en que se halla.

En la Tabla 72 se recoge la puntuación obtenida por cada grupo según el proceso. Es preciso señalar que no se incluye la resolución de problemas porque no emerge y, a los maestros participantes, solo se les pidió una justificación para los procesos que se ponen en juego en la videograbación.

**Tabla 72.** Niveles de análisis de los procesos matemáticos

Niveles de argumentación de los procesos matemáticos				
	Razonamiento y demostración	Representación	Comunicación	Conexiones
G1	1	3	3	0
G2	3	2	2	1
G3	4	5	2	4
G4	4	5	2	4
G5	1	3	2	1

Seguidamente, se detallan las justificaciones que presentan los grupos de maestros de cada proceso matemático teniendo en cuenta los niveles de argumentación expuestos.

### **Razonamiento y demostración**

Las justificaciones realizadas por los grupos respecto al razonamiento y prueba muestran diferentes niveles de análisis. Asimismo, las ideas didáctico-matemáticas que las sustentan, consideran, en general, las preguntas de la maestra o un aspecto concreto del proceso.

- Nivel 1. El grupo identifica el proceso matemático, pero la argumentación de su emergencia se basa en la aplicación casi literal de la definición del proceso en cuestión.

El G1 justifica el razonamiento usando casi su misma definición; enumera aspectos que comporta el proceso, como conjeturar, probar o validar, pero no lo contextualiza a la práctica matemática del vídeo:

A partir de las conjeturas, las actividades y las pruebas de estas, los alumnos/as razonan y prueban para dar sentido y validar los conocimientos extraídos.

Grupo G1

- Nivel 1. El grupo identifica el proceso matemático, pero a las razones que aporta para justificar su emergencia les falta pertinencia o fuerza.

Es el caso del grupo G5:

Se da especial importancia al análisis de la situación y la creación de conjeturas con el objetivo de comprobarlas.

Grupo G5

La justificación del proceso que este grupo no tiene fuerza por varios motivos.

En primer lugar, afirman que un objetivo es comprobar las conjeturas que se supone que hacen los alumnos; es cierto que predicen sobre quién ganará, en un sentido de estimación, pero en ningún momento se observa que relacionen la moda con su predicción.

En segundo lugar, no se aprecia en ningún momento que se dé más importancia a la conjetura que a cualquier otro aspecto propio del razonamiento.

Y, por último, no queda claro a que se refiere el grupo con “el análisis de la situación”. ¿Se refiere a la representación o, a la interpretación de los datos? Es confuso porque no contextualiza la justificación.

En definitiva, la justificación del proceso que presenta el grupo G5 no es adecuada; incluso, se puede considerar que hace una adaptación o un juego de palabras con las características del proceso del razonamiento que presenta el documento oficial *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació primària* (Departament d'Ensenyament, 2013).

- Nivel 3. El grupo identifica el proceso matemático y contextualiza la argumentación de su emergencia, pero a ésta le falta consistencia.

El G2 afirma, acertadamente, que este proceso se trabaja a partir de las preguntas de la maestra y acompaña la justificación con dos de las preguntas, pero se echa de menos una alusión a los alumnos:

Este proceso se trabaja a través de las preguntas que hace la maestra, como, por ejemplo:  
¿Cómo sabes que ganará? O ¿Qué es lo que está mal?

Grupo G2

- Nivel 4. El grupo identifica el proceso matemático y aporta un ejemplo concreto contextualizado que justifica su emergencia.

Los grupos G3 y G4 basan su argumentación en un aspecto del razonamiento y la demostración que identifican de forma concreta en la actividad del estudio estadístico.

Para ser más específicos, se refieren a la comprobación:

Comprueban los resultados obtenidos a partir de la votación inicial y lo van comprobando con los resultados que obtienen de las representaciones de las diferentes actividades.

Grupo G3

Por otra parte, cabe señalar que el reconocimiento que hacen los maestros del proceso de razonamiento y demostración es coherente con el que hacen de los argumentos.

Así, los grupos G1 y G5, que no son capaces de justificar con sentido el proceso, tampoco identifican correctamente ningún argumento. Por otro lado, en la justificación que

presenta el G2 del proceso, se observa que una de las preguntas que aporta como ejemplo, se corresponde con la cuestión asociada a uno de sus argumentos identificados correctamente. Asimismo, se observa la representación gráfica como hilo conductor en el caso del G3 y del G4. Estos dos grupos, que basan la justificación del proceso en comprobar que llegan a las mismas conclusiones con todas las representaciones gráficas, explican que las propiedades se justifican a partir de observar el gráfico.

### **Representación**

Las argumentaciones de este proceso se sustentan, acertadamente, en la tarea de la hoja en blanco y en las representaciones gráficas, pero no todas tienen la misma consistencia. Véamoslo.

- Nivel 2. El grupo identifica el proceso matemático, pero basa la justificación de su emergencia en un aspecto secundario.

El grupo G2 justifica, simultáneamente, la comunicación y la representación. En su argumentación, considera, de forma parcialmente acertada a nuestro juicio, la representación como una forma particular de comunicación. Es cierto, pero en el contexto, los gráficos son más bien un modelo que facilita la interpretación de los datos:

Estos procesos se trabajan durante todo el proceso, ya que la maestra interpela a los niños para que expresen de forma oral sus respuestas, pero también con la ayuda de las representaciones de los resultados de la estadística, las cuales pueden ayudar a interiorizarlo.

Grupo G2

- Nivel 3. El grupo identifica el proceso matemático y contextualiza la argumentación de su emergencia, pero a ésta le falta consistencia.

En esta categoría, el grupo presenta una argumentación en el sentido adecuado, pero le falta cohesión e, incluso, un vocabulario matemático más preciso. En consecuencia, estos aspectos le quitan consistencia.

Es el caso de los grupos G1 y G5.

El grupo G1 explica que los niños trabajan la representación de las ideas matemáticas, pero pone como ejemplo el recuento de votos; es decir, considera que el recuento de votos es la idea matemática representada de maneras diferentes:

Los niños/as hacen diferentes representaciones de las ideas matemáticas, como el recuento de votos. Ejemplo: representación con objetos físicos, con su propio cuerpo y representaciones finales con dibujos.

Grupo G1

En cuanto al grupo G5, se observa que podría concretar el tipo de material manipulativo al que se refiere y matizar que el dibujo no es una representación más del resultado, sino que se utiliza para que los niños representen lo que han aprendido:

En las diferentes actividades se pretende representar los resultados utilizando modelos tanto informales como formales (dibujo, con material manipulativo, con el pictograma...)

Grupo G5

Asimismo, de su argumentación no se puede deducir que los diferentes gráficos representen el mismo conjunto de datos; de ahí, en parte, la falta de consistencia.

- Nivel 5. El grupo identifica el proceso matemático y aporta varios ejemplos contextualizados que justifican su emergencia.

Los grupos G3 y G4 aluden tanto a la transnumeración de datos como a la representación final de la hoja en blanco. Por tanto, identifican las cuatro representaciones que tienen lugar en el proceso de e/a. El siguiente ejemplo sirve para ilustrarlo:

El mismo resultado lo representan de diferentes modos, como, por ejemplo, con Legos, con el pictograma, con los alumnos en filas. Finaliza la sesión con la representación mediante un dibujo de los conocimientos y conceptos adquiridos.

Grupo G3

Se debe agregar que, a diferencia de lo que se podría esperar, no se observa una relación entre los elementos lingüísticos identificados por un grupo y la justificación del proceso de representación que presenta.

Por ejemplo, el grupo G3 solamente reconoce como elemento lingüístico el pictograma; en cambio, matiza los tres tipos de representación llevados a cabo por los niños. Por el contrario, el G2, que explica de forma muy imprecisa el proceso de representación, es capaz de reconocer los tres tipos de representación gráfica en los elementos lingüísticos.

En definitiva, este aspecto señala una falta de capacidad de relación por parte de los maestros y de sentido en sus tareas.

### **Comunicación**

En cuanto al proceso matemático de la comunicación, se observan, en líneas generales, dos tendencias en lo que al contenido del argumento que la justifica se refiere: por un lado, la que pone el foco en las preguntas de la maestra y, por el otro, la que se basa en la dinámica de trabajo de los estudiantes. Asimismo, cabe destacar que, los niveles de análisis de los grupos, en este caso, son muy homogéneos.

- Nivel 2. El grupo identifica el proceso matemático, pero basa la justificación de su emergencia en un aspecto secundario.

Las argumentaciones de esta categoría se basan en que el estudio estadístico es una actividad realizada de forma grupal y que, por tanto, los niños utilizan el lenguaje verbal para comunicarse. Aunque las tareas grupales o el trabajo cooperativo facilitan la comunicación matemática, no son garantía de su desarrollo, pues es necesario que se compartan en el seno de ellas, ideas matemáticas.

Por otro lado, es preciso decir que, para llevar a cabo una práctica social compartida se necesita, evidentemente, el lenguaje para que los sujetos se comuniquen entre ellos.

Las justificaciones de los grupos G3, G4 y G5 son de este tipo. Baste como muestra, la del G3:

Todas las actividades las realizan conjuntamente en grupo, por tanto, con la utilización del lenguaje verbal y utilizando el lenguaje matemático.

Grupo G3

Por otra parte, a diferencia de los grupos anteriores, en las justificaciones de los grupos G1 y G2, subyace la idea de expresar ideas matemáticas a partir de las preguntas de la maestra. No obstante, hay matices en las argumentaciones:

- Nivel 2. El grupo identifica el proceso matemático, pero la argumentación de su emergencia, aunque es pertinente, no está contextualizada.  
[... ] ya que la maestra interpela a los niños para que expresen de forma oral sus respuestas  
[... ]

Grupo G2

- Nivel 3. El grupo identifica el proceso matemático y contextualiza la argumentación de su emergencia, pero a ésta le falta consistencia.

Es el caso del grupo G1. La primera parte de su argumentación va en el sentido adecuado o es pertinente, pero le falta una contextualización que podría ser dada, con el simple hecho de emplear un lenguaje menos genérico o presentar alguna idea más acabada. En contraste con ello, la idea de la segunda parte está detallada:

Los niños/as verbalizan las respuestas de las preguntas de la maestra, también comunican los resultados y sus hallazgos. Los alumnos y la maestra tienen conversaciones con lenguaje matemático, como, por ejemplo: corto, largo o cero.

#### Grupo G1

Se observa pues, que hay maestros que consideran suficiente el uso del lenguaje verbal, así como el trabajo grupal, para justificar el desarrollo del proceso de comunicación, pero no es suficiente, pues es necesario que se compartan ideas matemáticas.

Por último, hay que mencionar, además, que justamente, los grupos que más expresiones verbales identifican en elementos lingüísticos, no hacen uso de ellas en la justificación de la comunicación y, al revés, también ocurre.

En consecuencia, se refuerza la tesis anteriormente expuesta sobre la poca capacidad manifestada por los maestros en conectar los elementos lingüísticos con los otros objetos matemáticos.

### **Conexiones**

En cuanto a los niveles de análisis se refiere, se observan, básicamente, dos niveles contrapuestos y unas argumentaciones centradas en las conexiones intramatemáticas, aunque no todas están contextualizadas.

- Nivel 0. El grupo identifica el proceso matemático, pero no justifica su emergencia.

El grupo G1 reconoce las conexiones como un proceso matemático en su análisis ontosemiótico, pero no presenta ninguna justificación.

- Nivel 1. El grupo identifica el proceso matemático, pero la argumentación de su emergencia se basa en la aplicación casi literal de la definición del proceso en cuestión.

El grupo G5 argumenta de manera muy genérica sin relacionar el proceso de conexiones con la situación de e/a analizada a través del vídeo.

En esta secuencia se trabaja de forma conectada los diferentes conceptos y procesos propios del ámbito matemático, así como también de otras disciplinas.

Grupo G5

- Nivel 1. El grupo identifica el proceso matemático, pero a las razones que aporta para justificar su emergencia les falta pertinencia o fuerza.

En la justificación del grupo G2 se identifica que los maestros pretenden argumentar la emergencia de las conexiones tanto intra como extramatemáticas, pero solamente se pueden deducir y, además, no todas.

Respecto a las intramatemáticas, parece que se refieren a la transnumeración de los datos, y, en cuanto a las extramatemáticas, dejan entrever que el estudio pretende contestar una pregunta relacionada con sus preferencias de juego en el aula.

En definitiva, se considera que le falta fuerza:

Este proceso se trabaja durante toda la práctica, ya que los niños tienen que relacionar las actividades que van realizando con el resultado de la estadística. Además, les permite relacionar la práctica en cuestión con su vida cotidiana.

Grupo G2

- Nivel 4. El grupo identifica el proceso matemático y aporta un ejemplo concreto contextualizado que justifica su emergencia.

Los grupos G3 y G4 justifican la emergencia de las conexiones porque en el proceso de e/a se trabajan conceptos de los diferentes bloques de contenidos. Así, se refieren a las conexiones intramatemáticas, aunque le falta cierta consistencia a la hora de explicitar el hilo conductor:

Cuando se trabaja la representación en el pictograma, en las filas y en los Legos, también se trabajan distintos conceptos matemáticos como la suma, la resta, la moda, los números naturales, las clasificaciones... Por tanto, podemos observar que en esta actividad hay conexiones.

Grupo G4



Por otro lado, no alcanzan un nivel más alto de análisis porque no consideran las conexiones extramatemáticas, las cuales suelen ser más complicadas de identificar; es decir, se centran solamente en un tipo de conexión. Este hecho también se observa en Ricart et al. (2018).

Cabe destacar que los grupos G3 y G4, que son los grupos que más conceptos identifican junto al G1 (Tabla de conceptos), son los únicos que ejemplifican para justificar, con cierta consistencia, las conexiones. En la misma línea, pero en el otro extremo se hallan el G2 o el G5, con un número más bajo de conceptos identificados (Tabla de conceptos) y con unas pobres justificaciones de las conexiones.

Es por esto que se concluye que una baja competencia en identificar conceptos matemáticos influye notablemente en la capacidad de los maestros para justificar el proceso de conexiones

Asimismo, remarcamos que ningún grupo ha sido capaz de argumentar las conexiones extramatemáticas y que solo uno de ellos, ha hecho referencia a ellas. En la línea de Frykholm y Glasson (2005), pensamos que uno de los motivos de esta dificultad recae en la falta de experiencias previas explícitas en las que los maestros hayan tenido la oportunidad de hacer este tipo de conexiones.

### **Resolución de problemas**

Los grupos G2 y G5 afirman que en la actividad estadística en cuestión se desarrolla el proceso matemático de resolución de problemas. A continuación, se exponen y se comentan los argumentos en que se sustentan sus justificaciones.

Se trabaja a partir de plantear una situación desconocida que les permite investigar aquello que quieren descubrir. Por ejemplo, saber cuál es el juego que más le gusta a la clase.

Grupo G2

La secuencia didáctica se centra inicialmente en una situación-problema que hay que resolver. Se plantea como una situación de enfrentamiento donde no se dispone de una respuesta inmediata. Para ello se debe reflexionar y tomar decisiones para su resolución final.

Como se observa en las evidencias, justifican el proceso de resolución de problemas a partir de su definición y de forma muy literal.

En concreto, el grupo G2 no aplica la totalidad de la definición, sino que, solamente, la parte que encaja al contexto, que corresponde a la característica de situación desconocida. Así pues, no se refiere en ningún momento al diseño de estrategias ni a la toma de decisiones, los cuales son aspectos importantes que diferencian la verdadera resolución de problemas de los ejercicios de aplicación o reproductivos.

En cuanto al grupo G5, la argumentación se basa en la aplicación total, literal y, por tanto, sin contextualizar, de la definición del proceso; de ahí que, a diferencia del grupo anterior, mencionen la toma de decisiones. Pero, es evidente, que éstas deben ser tomadas por los niños y no por la maestra, como ocurre en el vídeo.

En definitiva, como era de esperar, las razones que aportan para justificar la resolución de problemas no son fuertes ni pertinentes.

### **Síntesis y conclusiones: conocimiento y competencias sobre el reconocimiento cognitivo de los procesos matemáticos.**

Una primera conclusión del análisis de las argumentaciones de la emergencia de los procesos es que los maestros en formación justifican mejor unos procesos que otros.

En la Tabla 73 se muestra la puntuación media y la desviación típica de los niveles de justificación de cada proceso matemático emergente.

**Tabla 73.** Media y desviación típica de los niveles de justificación de los procesos emergentes

	Media	Desviación típica
Razonamiento y demostración	2,6	1,5
Representación	3,6	1,3
Comunicación	2,2	0,4
Conexiones	2	1,9

A la vista de los resultados, el proceso que mejor identifican los maestros recién graduados es la representación (nivel medio, 3,6), como también ocurre en el trabajo de Ricart et al. (2018). Por el contrario, el que más difícil les resulta justificar son las conexiones (nivel medio, 2) las cuales, además, son las que han sido analizadas con más variabilidad (desviación típica, 1,9).

De hecho, se ha observado que los maestros recién graduados han mostrado dificultad en reconocer las conexiones extramatemáticas.

En la Tabla 74, se muestra el nivel medio de justificación de cada grupo, así como la desviación típica.

**Tabla 74.** Media y desviación típica por grupo del nivel de justificación de los procesos emergentes

	Media	Desviación típica
G1	1,8	1,5
G2	2	0,8
G3	3,8	1,3
G4	3,8	1,3
G5	1,8	1

Los resultados indican que el análisis de los procesos no ha sido homogéneo entre los grupos, pues la media de los grupos G1, G2 y G5 está alrededor del 2 y, la de los grupos G3 y G4, alrededor del 4. Asimismo, la desviación típica del grupo G1 es más alta que el resto, lo que estaría relacionado con unos análisis suficientes para la representación y la comunicación, pero, en cambio, con un análisis de nivel 0 de las conexiones.

Para describir el reconocimiento de los procesos en términos competenciales, a partir de los niveles de argumentación se establecen cuatro descriptores que se aplican a los grupos de maestros participantes (Tabla 75).

**Tabla 75.** Descriptores competenciales (procesos matemáticos)

Descriptores de la competencia ontosemiótica (procesos matemáticos)			
Nivel 0 (desarrollo insuficiente)	Nivel 1 (desarrollo principiante)	Nivel 2 (desarrollo suficiente)	Nivel 3 (desarrollo experto)
<p><b>0.1.</b> No identifica los principales procesos matemáticos intervinientes en el proceso de e/a.</p> <p><b>0.2.</b> Si los identifica, las justificaciones son arbitrarias, no tienen fuerza o no son pertinentes.</p>	<p><b>1.1.</b> Identifica los procesos matemáticos intervinientes en el proceso de e/a, pero predominan las justificaciones contextualizadas o que se basan en aspectos secundarios.</p> <p><b>1.2.</b> En algunos casos, las justificaciones son como las de 0.2. y en otros, en cambio, son como las de 2.1.</p>	<p><b>2.1.</b> Identifica los procesos matemáticos intervinientes en el proceso de e/a y, además, predominan las justificaciones contextualizadas y pertinentes, aunque les puede faltar cierta consistencia.</p> <p><b>2.2.</b> En algunos casos las justificaciones son como las de 1.1. y, en otros, como las de 3.1.</p>	<p><b>3.1.</b> Identifica los procesos matemáticos intervinientes en el proceso de e/a y, además, predominan las justificaciones que aportan uno o varios ejemplos concretos y consistentes que detallan la emergencia.</p>

En consecuencia, afirmamos que los grupos de maestros participantes de la acción formativa predominan dos grados de desarrollo competencial en cuanto a los procesos matemáticos se refiere, el principiante y el experto (Tabla 76). Como se puede apreciar, encajan con los dos conjuntos de grupos diferenciados por las medias de los niveles de argumentación.

**Tabla 76.** Nivel competencial de los maestros (procesos)

Grupo	Nivel competencial
G1	1
G2	1
G3	3
G4	3
G5	1

Recordemos que, a diferencia del análisis de objetos primarios, los maestros en formación sabían de antemano cuales eran los posibles procesos emergentes a justificar (resolución de problemas, razonamiento y demostración, representación, comunicación y conexiones). De ahí que los niveles de análisis de los procesos focalicen en la justificación.

Por otro lado, el reconocimiento y justificación de los procesos matemáticos ha movilizad o aspectos que caracterizan el conocimiento didáctico-matemático de los maestros en formación y, en particular, el conocimiento de la dimensión didáctica del modelo del CDM (Tabla 77). Asimismo, se han identificado algunos conflictos cognitivos sobre los procesos matemáticos que obstaculizan el avance en el desarrollo competencial (Tabla 78).

**Tabla 77.** Conocimiento didáctico-matemático sobre los procesos matemáticos

Conocimiento especializado mostrado sobre los procesos matemáticos	
COp1.	Sabe que las buenas preguntas del docente favorecen el desarrollo del razonamiento.
COp2.	Reconoce la comprobación o validación de los resultados como un aspecto que desarrolla el razonamiento y la demostración.
COp3.	Sabe que la representación es una forma de comunicar ideas matemáticas.

- 
- COp4. Conoce las buenas preguntas como estrategia para promover la comunicación de ideas matemáticas en los niños.
- COp5. Reconoce que el procedimiento de transnumeración de los datos favorece las conexiones intramatemáticas.
- COp6. Sabe que en la lectura de gráficos se puede poner en juego conceptos de numeración y cálculo, como la suma, la resta o la ordenación.
- COp7. Contempla la tarea de la hoja en blanco como una actividad final potente de representación matemática que ayuda a la interiorización del conocimiento matemático de los niños.
- 

**Tabla 78.** Conflictos cognitivos sobre los procesos matemáticos

---

Conflictos cognitivos mostrados sobre los procesos matemáticos (conocimientos)	
CCgOp1.	No diferencia la comunicación entre personas, de la comunicación matemática. La primera es propia de toda práctica social compartida, como puede serlo una tarea grupal o cooperativa, mientras que la segunda, emerge cuando en esta, se comparten, concretamente, ideas matemáticas.
CCgOp2.	No contempla la toma de decisiones y el diseño de estrategias por parte del alumnado en la resolución de problemas. Considera que, este proceso se desarrolla por el simple hecho de que la situación que se propone a los alumnos es nueva.

---

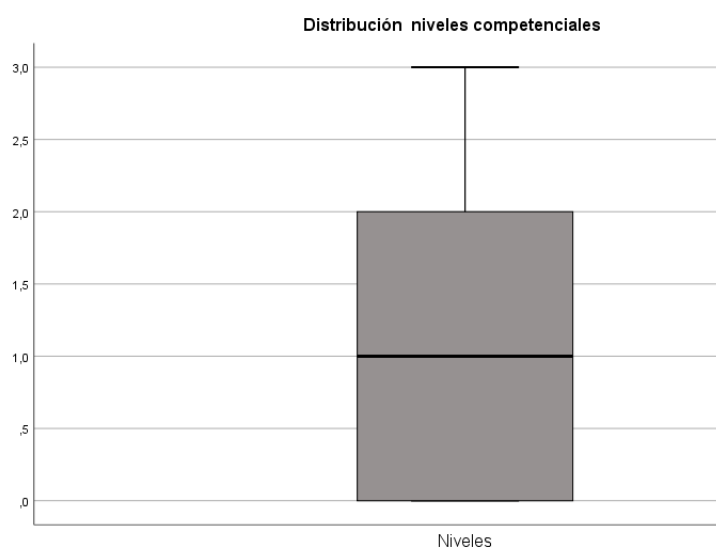
Por último, resaltamos la dificultad competencial señalada en el reconocimiento de las conexiones extramatemáticas (Tabla 79); básicamente, no se refieren a ellas para justificar las conexiones y, de hecho, no se ha identificado ningún conocimiento vinculado a ellas, sino, solamente, a las intramatemáticas.

**Tabla 79.** Dificultades en el reconocimiento de los procesos matemáticos

Dificultades mostradas en el reconocimiento de los procesos matemáticos (competencia)	
DCp1.	Dificultad para identificar las conexiones extramatemáticas.

### 5.1.8 Síntesis y conclusiones globales

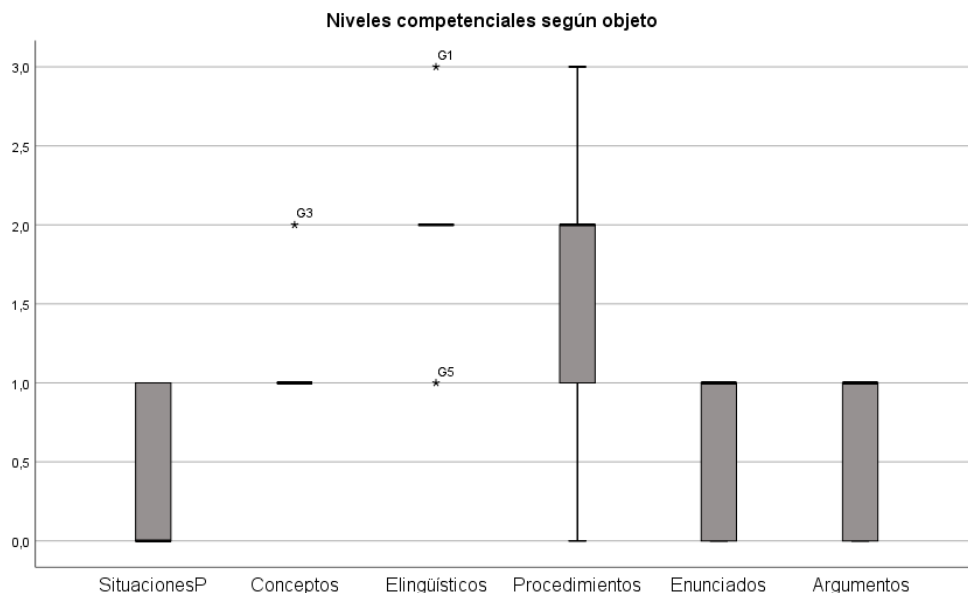
En la Figura 41 observamos que el 50% de las veces que se ha determinado el nivel competencial sobre un objeto primario de un grupo de maestros participantes este ha sido de nivel 1 o superior y, el otro 50%, de nivel 1 o inferior. Esto significa que la mitad de reconocimientos de los objetos han sido de nivel insuficiente y principiante y la otra mitad, de nivel principiante, superior y experto. Si a este resultado le añadimos además que la Figura 41 tiene un bigote superior, claramente podemos afirmar que, la mayoría de las veces, el nivel mostrado de análisis de los objetos primarios por los maestros en formación no ha sido suficiente.



**Figura 41.** Conjunto de todos los niveles competenciales mostrados en el reconocimiento de los objetos primarios

Por otro lado, en la Figura 42 se confirma que predominan los análisis de nivel 0 o 1. No hay más que ver que la mayoría de las medianas de los niveles de reconocimiento de cada objeto se sitúan en el nivel insuficiente o principiante.

Asimismo, si nos fijamos con detalle en la Figura 42, observamos que esta revela un aspecto importante a considerar en las acciones formativas para el desarrollo de la competencia ontosemiótica y es que, no todos los tipos de objetos matemáticos emergentes son reconocidos con la misma facilidad por los maestros en formación.



**Figura 42.** Niveles competenciales de reconocimiento de cada objeto

En la línea de otros trabajos (Beltrán et al., 2019, 2020; Burgos, Beltrán-Pellicer et al., 2018; Giacomone, Godino, Wilhelmi et al., 2018; Ricart et al., 2016, 2017) y, dejando aparte las situaciones-problema, los argumentos, las propiedades y las proposiciones han sido los objetos más difíciles de reconocer, más aún, teniendo en cuenta que en el proceso de e/a estadístico videograbado emergen bastantes objetos de estos tipos.

Como ya se ha comentado en apartados anteriores y, de hecho, se han remarcado como dificultades concretas de cada objeto, los futuros maestros de infantil no tienen claro los significados de ciertos objetos matemáticos, especialmente de los argumentos, propiedades y proposiciones. Incluso, llegan a confundir los argumentos con las propiedades y proposiciones y, al revés.

A nuestro juicio, este hecho se agrava por el tipo de enunciados a identificar, puesto que muchos de ellos son propiedades o proposiciones informales que vienen condicionados por el contexto de educación infantil. De ahí, precisamente, proviene otra razón importante por la que la situación-problema principal del proceso de e/a estadístico ha



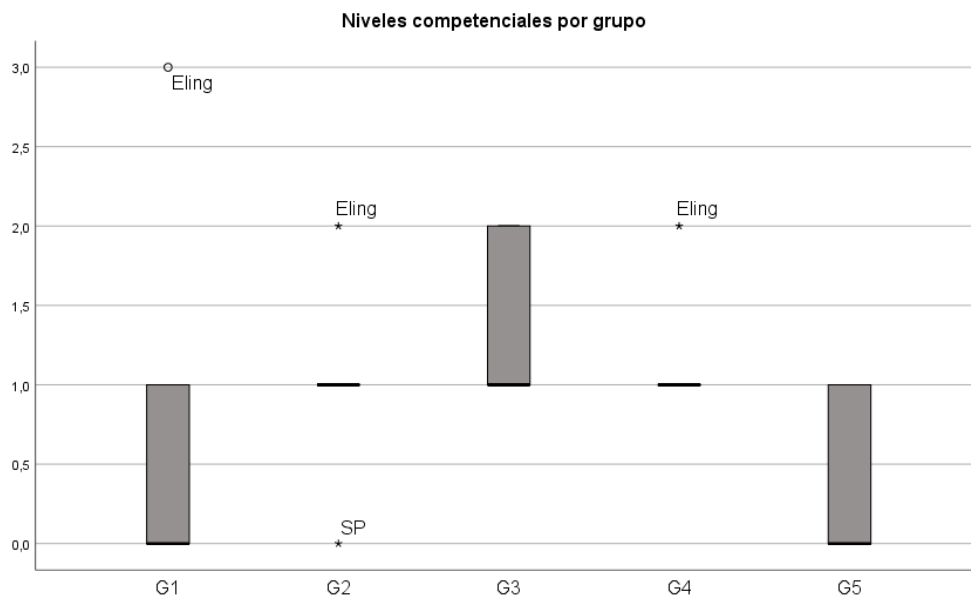
resultado muy difícil de ser reconocida y por la que, los conceptos, tampoco han sido fáciles de identificar.

Concretamente nos referimos a que, el hecho de que en el lenguaje verbal empleado en los procesos de e/a de infantil abunden las expresiones comunes no ayuda a la identificación de los conceptos, ya que los maestros recién graduados están acostumbrados a comunicarse o expresarse utilizando el nombre matemático del concepto y no a hacerlo con otras expresiones más cotidianas sinónimas. De hecho, podría parecer que, “al rebajar” el nivel del lenguaje debería ser más fácil, pero justamente ocurre lo contrario, pues, muchas veces, se dice lo mismo con otras palabras y sin nombrar matemáticamente el concepto. Es decir, se produce un efecto “camuflaje” que, cognitivamente, supone más esfuerzo porque requiere una interpretación de la situación que no es necesaria si, en un proceso de e/a se utiliza, literalmente, el nombre matemático del concepto.

En consecuencia, si los conceptos emergentes no son fáciles de identificar, raramente, los futuros maestros de infantil podrán identificar las situaciones-problema vinculadas a ellos, más allá de hacer una descripción superficial.

Subrayamos que, los maestros en formación hacen un mejor reconocimiento de los procedimientos que de los conceptos. Según nuestro punto de vista, esto evidencia que las matemáticas con las que se han formado los participantes han sido básicamente algorítmicas y mecánicas, más que constructivas. Relacionándolo con lo anterior, este resultado es lógico porque en las prácticas matemáticas no suele ser habitual, salvo casos concretos, mencionar los procedimientos, sino que simplemente, se aplican. De ahí que la variable lenguaje no entre en juego y el reconocimiento de procedimientos haya sido más fácil.

Para cerrar la síntesis del reconocimiento de objetos, en la Figura 43 presentamos una radiografía del nivel competencial ontosemiótico de cada grupo.



**Figura 43.** Niveles competenciales de reconocimiento de cada grupo

Como se puede ver, los grupos G1 y G5 son los que, globalmente, han mostrado un nivel competencial más bajo, mientras que, el grupo G3, es el que alcanza un nivel más alto de competencia ontosemiótica.

No obstante, en general, el reconocimiento de los objetos primarios ha sido pobre, aunque global y ligeramente, los resultados mejoran si se trata de los elementos lingüísticos.

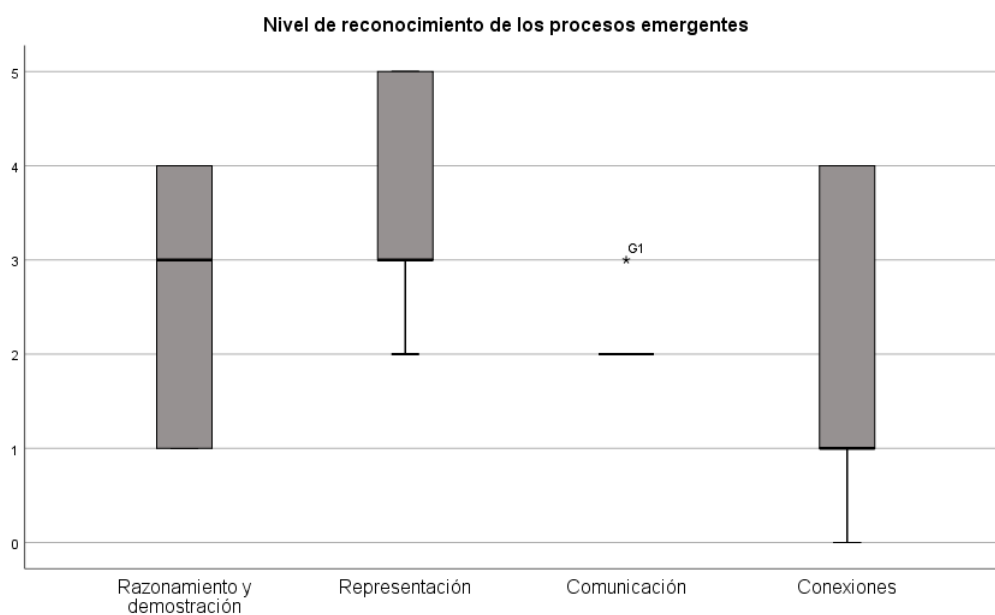
Esto significa que, el conocimiento especializado de la faceta epistémica de los futuros maestros de educación infantil en cuanto al reconocimiento de los objetos matemáticos emergentes en un proceso de e/a estadístico de las primeras edades se refiere, no es suficiente para que diseñen, implementen y evalúen óptimamente prácticas estadísticas con enfoque globalizado para esta etapa. La escasez de conceptos estadísticos identificados, así como la de propiedades y proposiciones es un motivo más que suficiente para justificar dicha afirmación.

Por lo que respecta al reconocimiento de los procesos matemáticos y, a diferencia del análisis de objetos, este ha sido bastante satisfactorio, aunque se debe tener en cuenta que, en el caso de los procesos, los maestros en formación sabían exactamente cuáles son los elementos concretos a identificar.

No obstante, en su reconocimiento también se han observado conflictos cognitivos que radican en el significado personal de los procesos; concretamente, éstos contemplan

parcialmente su significado institucional o, lo que es lo mismo, en algunos casos, los futuros maestros tienen adquirido un significado institucional sesgado. Asimismo, también se ha detectado una confusión más general entre el objeto procedimiento y proceso.

De igual manera que en los objetos primarios, otro aspecto que queremos remarcar gráficamente es que los maestros en formación no tienen la misma facilidad para justificar un proceso que otro (Figura 44).



**Figura 44.** Niveles de análisis de cada proceso matemático emergente

Como se observa en la Figura 44, sin lugar a dudas, los maestros en formación justifican de forma más que satisfactoria la emergencia de la representación, mientras que tienen más dificultad para hacer lo propio con las conexiones.

Otro aspecto a destacar es la homogeneidad en los análisis del proceso de comunicación.

Para concluir, resaltamos que, esta componente de dificultad, tanto en el reconocimiento de los objetos primarios como en el de los procesos matemáticos emergentes, debe ser considerada con atención por los formadores de maestros y profesores con el objetivo que los docentes en formación o futuros docentes puedan avanzar en su desarrollo competencial ontosemiótico y educar su mirada matemática.

## 5.2 COMPETENCIA EN IDONEIDAD DIDÁCTICA

Para poder evaluar con más precisión el objetivo 2 de esta investigación, se consideró interesante que los maestros participantes valoraran primero la idoneidad didáctica del proceso de e/a estadístico videograbado sin utilizar los indicadores de Godino (2013) y, luego, aplicándolos, con el fin de originar una evolución de sus ideas y creencias y desarrollar así, más profundamente la competencia profesional.

Por eso, en este apartado, se analiza la competencia en valoración de la idoneidad didáctica de los maestros en formación a partir de sus dos tipos de valoraciones realizadas del proceso estadístico videograbado.

### 5.2.1 Valoraciones sin criterios de idoneidad

De igual modo que Breda, Font et al. (2017), Breda y Lima (2016) y Breda, Pino-Fan et al. (2017) con futuros docentes, observamos que los maestros participantes en la acción formativa aplican implícitamente los criterios de idoneidad de Godino (2013) al valorar el proceso videograbado sin haber recibido, previamente, formación sobre éstos.

Además, en nuestro caso, se identifican también alusiones a los indicadores de interacción entre facetas.

A diferencia de los resultados de Pang (2011), un aspecto observado es que todos los grupos consideran la comunicación, aunque la valoran desde dos ópticas diferentes: desde la *epistémica* y desde la *interaccional*. En el primer caso, vinculan la comunicación a momentos de expresión matemática y, en el segundo, se refieren a la comunicación entre los discentes. Veamos a continuación tres ejemplos:

La maestra pregunta y no da opción al diálogo. Impide ver las ideas de los niños.

Ejemplo 1, Grupo G3

Consideramos que es una buena práctica porque en esta se trabajan diversos procesos matemáticos como la comunicación, el razonamiento y la representación.

Ejemplo 2, Grupo G2

Los estudiantes se deben organizar para representar el resultado de manera vivencial, lo que implica ponerse de acuerdo entre ellos y comunicarse y razonar.

Ejemplo 3, Grupo G2

Cabe destacar que, los dos primeros ejemplos, revelan posturas opuestas ante el mismo hecho. Esto conduce a pensar que la valoración final de la idoneidad didáctica depende, en cierto modo, del profesional que analice el proceso y de sus creencias, ya que parece que lo asocien con su propio modelo de aprendizaje. Asimismo, nos lleva también a plantearnos si las valoraciones sobre un mismo aspecto tienden a ser más equilibradas o, incluso, más homogéneas, en el caso que los profesionales tuviesen más años de experiencia.

Otro aspecto que tienen en cuenta los participantes corresponde a la faceta *interaccional*; en concreto, aluden a la autonomía que adquieren los niños en la práctica y su rol protagonista. En general, consideran que la representación gráfica vivencial o la realización de la tarea de representación final individual contribuyen al desarrollo autónomo de los estudiantes y, en consecuencia, a que asuman la responsabilidad del estudio. Sin embargo, cabe destacar que uno de los grupos, piensa que hubiesen sido necesarias más indicaciones por parte de la maestra en la representación vivencial:

Creemos que la profesora debería haber explicado cómo hacer las filas y con qué finalidad. No obstante, la reflexión que les hace hacer al final es muy positiva porque pueden ver y entender mejor lo que han hecho.

Grupo G2

De hecho, a diferencia de los trabajos de Breda, Font et al. (2017), Breda y Lima (2016), de Breda, Pino-Fan et al. (2017), la actividad de la docente, se reconoce como uno de los principales ejes de reflexión de todas las valoraciones.

La siguiente reflexión alude al indicador IDD1, referente a la presentación que hace la profesora sobre el tema:

La maestra explica lo que hacen para que quede claro, [...], deja claro cuál es el objetivo, da instrucciones de los pasos a seguir e intenta que los niños lleguen a alcanzar el objetivo.

Grupo G4

En la siguiente evidencia también se valora el indicador IDD1, pero, además, se refieren a la componente tiempo de la idoneidad mediacional; en concreto, afirman que los estudiantes tienen el tiempo suficiente para realizar las tareas encomendadas:

Pero un punto negativo es que la profesora constantemente les dice “venga va”, como dándoles prisa y esto transmite que no les deja tiempo suficiente a los niños para pensar, aunque, realmente, les deja todo el tiempo posible, es decir, son palabras que le salen como una costumbre.

Grupo G2

La gestión del error por parte de la maestra, así como la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase son otros factores de la componente interacción docente-discente de la idoneidad interaccional que analizan.

Ciertamente, el rol de la maestra está ligado los indicadores de la componente interacción docente-discente o, incluso como se verá, en algunas de la idoneidad afectiva y epistémica, pero es preciso resaltar que es muy elevado el peso que le pueden llegar a otorgar. Prueba de ello es el siguiente comentario:

Observamos que la maestra trabaja los conceptos matemáticos con la manipulación (el juego de cualidades, recortando y construyendo...) [...] ]

Grupo G5

En la misma línea, pero vinculado a la faceta *epistémica*, resaltamos también la siguiente valoración, en la que justifican, de algún modo, la riqueza matemática de la actividad a partir del quehacer de la docente:

Por último, destacamos el buen trabajo de la maestra, ya que se ha trabajado la ordenación, el conteo, la representación gráfica y numérica, la comparación, la clasificación, etc.

Grupo G3

En definitiva, se aprecia una tendencia generalizada en implicar al docente en muchos de los aspectos a considerar para la valoración de la idoneidad didáctica de un proceso de e/a.

En la Tabla 80 se muestran los indicadores de Godino (2013) correspondientes a la idoneidad interaccional a los que aluden los participantes.

**Tabla 80.** Indicadores subyacentes de la idoneidad interaccional

		Idoneidad interaccional				
		G1	G2	G3	G4	G5
Interacción docente-discente	IDD1: <i>El profesor se comunica de forma clara y organizada.</i>		x	x	x	
	IDD2: <i>El profesor identifica y resuelve los conflictos.</i>		x			
	IDD4: <i>Se facilita la inclusión tanto en la dinámica de la clase como en el grupo.</i>		x	x	x	x
Interacción entre discentes	IeD1: <i>Se favorece el diálogo y la comunicación entre estudiantes.</i>	x	x		x	
Autonomía	AM1: <i>Momentos de responsabilidad del estudio.</i>	x	x	x		x

Por lo que respecta a la idoneidad *epistémica*, los grupos consideran la riqueza cuantitativa de objetos matemáticos un punto a tener en cuenta. Cabe destacar que, en sí, este aspecto no se engloba en ningún indicador de Godino (2013).

Por otro lado, es preciso resaltar que, respecto a los objetos matemáticos, se refieren sobre todo a los conceptos y, en menor medida, a los procedimientos; en cuanto al resto de tipos de objetos, no los consideran:

[...] Por tanto, pensamos que es una buena actividad para trabajar en educación infantil ya que se trabajan muchos conceptos matemáticos.

Grupo G4

La componente de lenguajes es una sobre la cual reflexionan más los maestros de educación infantil. En concreto, analizan la riqueza de modos de expresión, la adecuación del vocabulario y las oportunidades de expresión que tienen los niños, más allá de la comunicación matemática a través del lenguaje oral. De hecho, todos valoran muy positivamente éste último aspecto y lo vinculan a la tarea de representación final individual:

Nos ha gustado que los niños tuviesen la oportunidad de representar los resultados como ellos quisieran a partir de un dibujo.

Grupo G5

Otra de las componentes de la faceta epistémica a la que aluden es la de argumentos. Los maestros recién graduados consideran un punto fuerte de la práctica matemática estadística que se favorezca el razonamiento a partir de las buenas preguntas de la docente. Sirva como ejemplo de ello, las reflexiones siguientes:

A partir de la representación con imágenes y de las preguntas de la maestra han hecho predicciones del resultado. Con su vocabulario han explicado que gana la peluquería porque casi llega al final. Por tanto, han empezado a razonar.

Grupo G1

Considero que es relevante que la maestra les haga preguntas para que expliquen los resultados de la estadística y, además, propicia que razonen sus respuestas. Un ejemplo que lo demuestra es [...].

Grupo G2

En la Tabla 81 se presentan los indicadores de Godino (2013) referentes a la idoneidad epistémica que aplican implícitamente los participantes.

**Tabla 81.** Indicadores subyacentes de la idoneidad epistémica

		Idoneidad epistémica				
		G1	G2	G3	G4	G5
Lenguajes	L1: <i>Diversos tipos de elementos lingüísticos y conexión entre sí las diferentes representaciones de un mismo objeto</i>	x	x	x		
	L2: <i>Nivel adecuado del lenguaje</i>	x		x		
	L3: <i>Momentos de representación y comunicación de las ideas matemáticas</i>	x	x	x	x	x
Argumentos	A1: <i>Momentos de argumentación</i>	x	x	x	x	

Coincidimos, en parte, con los resultados obtenidos por otros autores (Arceo-Luna et al., 2019; Breda, Font et al., 2017; Breda y Lima, 2016; Breda, Pino-Fan et al., 2017) respecto



a la idoneidad epistémica; de igual modo, observamos una alusión a la riqueza de procesos matemáticos para su valoración.

En cuanto a la idoneidad *afectiva*, obtenemos mejores resultados que los autores anteriores.

Los participantes se fijan en que la tarea tiene interés para los niños de educación infantil. Asimismo, en sus valoraciones se aprecia que sopesan elementos clave vinculados estrechamente a esta faceta, como el aprendizaje significativo, el juego o los contextos reales:

Creemos que la actividad es idónea para trabajar la estadística porque el tema de la actividad es una realidad de los niños, ya que el juego es su día a día.

Grupo G1

El aprendizaje es significativo porque parten de un elemento muy cotidiano para ellos e importante en su etapa educativa: el juego. Por tanto, la actividad parte de descubrir cuál es el juego que más les gusta en su clase y si parte de su interés y curiosidad, el aprendizaje es significativo.

Grupo G4

También se han identificado alusiones a las componentes de actitudes; en concreto, se refieren a la participación y a la responsabilidad. La primera actitud, la justifican a partir de la necesidad de que cada niño vote su juego preferido y, la segunda, principalmente, la consideran consecuencia de los momentos de autonomía. No obstante, no lo acaban de vincular con que eso genera una actitud positiva hacia las matemáticas o la estadística en particular.

Algo similar ocurre con la componente de emociones. Uno de los grupos menciona que las caras de los niños expresan emoción, pero no sugiere que esta práctica aumente la autoestima de los niños ni que contribuya a evitar el rechazo hacia las matemáticas.

La maestra juega con la curiosidad de descubrir y experimentar de sus alumnos, ya que tienen interés en saber qué juego saldrá [...] y una vez terminada la actividad, se ve la emoción reflejada en las caras de los niños.

Grupo G5

Destacamos que, en la mayoría de los análisis de la idoneidad didáctica realizadas por los grupos de maestros se ha identificado la expresión “la maestra motiva a los niños”. En

concreto, a nuestro juicio, es un aspecto que encaja en la interacción entre las facetas afectiva e interaccional.

En la Tabla 82 se muestran los indicadores de Godino de la idoneidad afectiva (2013) que los participantes tienen en cuenta.

**Tabla 82.** Indicadores subyacentes de la idoneidad afectiva

		Idoneidad afectiva				
		G1	G2	G3	G4	G5
Intereses y necesidades	INN1: <i>La tarea tiene interés para los estudiantes.</i>	×			×	×
Actitudes y Emociones	AE1: <i>Se promueve la participación, la perseverancia y la responsabilidad.</i>	×	×	×	×	×
	AE2: <i>Se promueve la autoestima y la confianza y se evita el miedo o el rechazo a las matemáticas.</i>					×

Con relación a la idoneidad *mediacional*, al igual que en otros trabajos con formadores o futuros formadores (Arceo-Luna et al., 2019; Breda, Font et al., 2017; Breda y Lima, 2016; Breda, Pino-Fan et al., 2017), los futuros docentes de infantil aluden al indicador RM1 al valorar, como un punto fuerte, que se utilicen materiales manipulativos para la práctica matemática, así como que estos sean fáciles de obtener.

Incluso, algunos destacan que la representación con el pictograma es visual y favorece la comprensión de los resultados. Por tanto, de alguna manera se refiere al indicador RM2 de esta idoneidad, el cual valora el uso de modelos concretos y visualizaciones para la emergencia de los conceptos y de las propiedades:

En primer lugar, estas imágenes las utilizaron para pegarlas en una cartulina y ver cuál era el juego más votado. Esto está bastante bien porque se ve muy bien visualmente y de entrada tienen la noción del juego que más les ha gustado y el que menos.

Grupo G3

La distribución de los niños en las mesas durante la recogida de datos, y, por tanto, la componente de condiciones del aula, es otra característica que tienen en cuenta. En

particular, consideran que no ha sido buena porque cabía la posibilidad de que cada uno viera la imagen recortada por el compañero.

En la Tabla 83 se matizan los indicadores de Godino (2013) correspondientes a la idoneidad mediacional que se reconocen en las valoraciones de los participantes.

**Tabla 83.** Indicadores subyacentes de la idoneidad mediacional

		Idoneidad mediacional				
		G1	G2	G3	G4	G5
Recursos materiales	RM1: <i>Uso de materiales manipulativos e informáticos.</i>	x	x	x	x	x
	RM2: <i>Definiciones y propiedades contextualizadas y motivadas por modelos concretos y visualizaciones.</i>		x	x		
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	AU1: <i>Ratio de alumnos/aula y distribución de alumnos y aula.</i>			x		
Tiempo	T1: <i>Tiempo suficiente para la enseñanza pretendida.</i>		x			

En cuanto a la faceta *ecológica*, claramente destacan los comentarios sobre la componente de adaptación al currículum. De hecho, las alusiones a la implementación de la actividad junto al quehacer de la docente de la faceta interaccional son el telón de fondo de las valoraciones de la idoneidad didáctica. A continuación, se presentan una serie de fragmentos de las valoraciones en los que subyace el indicador ADC1; es preciso añadir, pero, que no entramos en comentar si las razones son o no adecuadas:

En la última sesión, hacen una representación con cubos. Está muy bien que vean diferentes formas de representar [...] pero creemos que la posición del gráfico afectó su desarrollo porque estaba colocado de forma horizontal y los niños lo tenían que representar de forma vertical.

Grupo G2

Pensamos que, si el objetivo es realizar una actividad estadística [...] no hacen falta tantas votaciones. [...] Pensamos que, si realizaran un método más vivencial y más dinámico, se alcanzarían resultados más reales y los niños adquirirían mejor los conceptos.

Grupo G5

A partir de esta sesión comienza un seguido de maneras de realizar la representación del resultado [...]. Se hubiese podido hacer de forma que cada uno hubiese pegado una imagen y que contestaran preguntas [...]. La representación que hemos encontrado idónea ha sido la vivencial [...].

Grupo G3

Ahora bien, dejando de un lado la componente de adaptación al currículum, son escasas las referencias a la faceta ecológica. Solamente un grupo se ha fijado en otras componentes y es el mismo grupo.

En concreto, este grupo ha tenido en cuenta la emergencia de las conexiones extramatemáticas, las que justifica señalando que la actividad estadística es transversal porque en ella se trabaja tanto el área del medio físico como la de autonomía personal o la de comunicación y representación:

Los conceptos del currículum que se trabajan son matemáticos, pero se trabajan áreas transversales porque los niños se expresan y se comunican, razonan y conectan resultados, hacen una pequeña investigación, trabajan el desarrollo motor al recortar, pegar, hacer filas o al hacer las torres (motricidad fina y gruesa).

Grupo G4

Es preciso comentar que, en esta valoración se identifica una falta del dominio curricular pues, la comunicación y representación que se da en esta actividad de infantil se englobaría en uno de los contenidos curriculares del área de descubrimiento del entorno o del medio físico. De hecho, son los procesos matemáticos.

Otra componente ecológica sobre la que han reflexionado es la de innovación didáctica:

Observamos que la maestra trabaja los conceptos matemáticos con la manipulación (Legos, recortando y construyendo...) y podríamos decir que es una metodología innovadora porque aún hay docentes que trabajan con papel [...].

Grupo G5

En la Tabla 84 se recogen los indicadores de Godino (2013) referentes a la idoneidad ecológica que subyacen en las valoraciones de la idoneidad didáctica de los participantes.

**Tabla 84.** Indicadores subyacentes de la idoneidad ecológica

		Idoneidad ecológica				
		G1	G2	G3	G4	G5
Adaptación al currículo	<i>ADC1: Los contenidos matemáticos, su implementación y su evaluación se corresponden con las directrices curriculares.</i>	X	X	X	X	X
Apertura hacia la innovación didáctica	<i>INND1: Se incorporan aspectos didácticos innovadores en el proceso de enseñanza y aprendizaje.</i>				X	
Conexiones intra e interdisciplinares	<i>CX2: Se promueven las conexiones extramatemáticas.</i>				X	

Finalmente, resaltamos que, como ocurre en Breda, Font et al. (2017), prácticamente no hay alusiones al aprendizaje de los estudiantes ni a la evaluación, es decir, no contemplan la idoneidad *cognitiva*. Solo uno de los grupos se refiere a los conocimientos previos a través de la planificación de las sesiones, lo que está vinculado, de alguna manera, a la interacción entre las facetas temporal-cognitiva-ecológica. Veamos a continuación su reflexión:

Es muy interesante que el proceso de esta práctica se haya llevado a cabo en diferentes sesiones, ya que de esta forma los niños pueden recordar y repasar los resultados obtenidos en las sesiones anteriores y, a partir de ahí, seguir trabajando.

Grupo G2

En este comentario del grupo G2 subyace la teoría de la Espiral de Wells (2004), pues de alguna manera, se refieren a la creación del nuevo aprendizaje a partir de los conocimientos previos y de las puestas en común. Por tanto, utilizan un resultado de la pedagogía para valorar la organización temporal de la implementación de la actividad

desde los aspectos cognitivos. De ahí, la interacción entre las facetas ecológica-temporal-cognitiva.

Resumiendo, en primer lugar, en las valoraciones de la idoneidad didáctica realizadas por los maestros de educación infantil sin aplicar explícitamente los criterios de Godino (2013) se reconocen alusiones implícitas a algunos de sus indicadores, aunque también se identifican otros aspectos no contemplados en dichos criterios (Tabla 85). Especialmente, los grupos han sospechado las componentes de lenguajes y argumentos de la faceta epistémica, las componentes interacción docente-discente y de autonomía de la faceta interaccional, la de recursos materiales de la mediacional, el indicador INN1 de la idoneidad afectiva o, parcialmente, el indicador ADC1 de la idoneidad ecológica.

Por el contrario, apenas se refieren a la idoneidad cognitiva. Como causas de la no contemplación de la faceta cognitiva por parte de los participantes, señalamos que se debe a que éstos no tienen claros cuáles son los aprendizajes matemáticos que pueden adquirir los niños con la actividad ni cuáles son los conocimientos previos necesarios para su realización porque ellos mismos tienen muy poca formación didáctico-matemática sobre la estadística.

Además, que la práctica matemática sea oral y no haya una tarea específica a realizar en papel, no les ayuda a valorar el aprendizaje.

**Tabla 85.** Otros aspectos vinculados a las facetas sobre los que reflexionan

Otros indicadores de idoneidad		G1	G2	G3	G4	G5
Idoneidad epistémica	<i>Riqueza cuantitativa de conceptos y procedimientos matemáticos.</i>			x	x	x
Interacción idoneidad temporal-cognitiva-ecológica	<i>Se incluyen momentos de afloro de los conocimientos previos en la implementación de la actividad.</i>		x			

En segundo lugar, ha quedado evidenciado y lo destacamos como un resultado positivo, que los futuros maestros de infantil dan importancia a la emergencia y riqueza de los procesos matemáticos en los procesos de e/a matemáticos de las primeras etapas.

Por último, resaltamos que las valoraciones de la idoneidad didáctica se han realizado con el foco puesto en la actuación de la docente, como si valorar la idoneidad didáctica equivaliese o fuese sinónimo de valorar al profesor. En ese sentido, los maestros participantes han demostrado tener una visión muy clásica sobre su propia profesión, lo que se debería modificar con la formación continua.

### **5.2.2 Valoraciones con criterios de idoneidad**

Para analizar las evidencias de los participantes y poder describir con más detalle la competencia en valoración de la idoneidad didáctica, nos fijamos en el nivel de análisis de cada indicador mostrado por el grupo al valorarlo (descripción y evaluación).

En concreto, en este estudio, no solo se siguen los niveles de análisis de Arteaga (2011) y Gea (2014), sino que éstos se complementan y refinan. Así, los niveles de análisis observados y utilizados son los siguientes:

0. El grupo no hace referencia al indicador, es decir, no lo valora. De hecho, deja la respuesta en blanco.
1. El grupo no deja la respuesta en blanco y, por tanto, se refiere al indicador, pero:
  - i. Se limita a copiar casi literalmente el indicador, sin contextualizarlo al proceso de enseñanza y aprendizaje sujeto a valoración.
  - ii. Se limita casi a enunciar o parafrasear el indicador con otras palabras, sin contextualizarlo al proceso de enseñanza y aprendizaje sujeto a valoración.
  - iii. Se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza e incluso, no contextualiza.

Asimismo, hay otro descriptor de nivel 1 con otro enfoque:

1. El grupo valora positiva o negativamente el indicador en un contexto que no proporciona evidencias suficientes para hacerlo.

2. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero no contextualiza. En este caso, el grupo no se limita a copiar literalmente el indicador, ni tampoco se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza, sino que se basa en argumentos correctos, pero se echa de menos rasgos que vinculen la valoración del indicador al proceso de enseñanza y aprendizaje en cuestión.

Como en el nivel 1, hay otros descriptores de nivel 2 con un enfoque diferente; en concreto, cuatro más:

2. El grupo contextualiza, pero:
  - i. Aplica el indicador de forma incompleta y, además, no se refiere a aspectos matemáticos evidentes o comete errores.
  - ii. Aplica una parte del indicador correctamente y otra, incorrectamente, debido a una mala interpretación del indicador.
  - iii. Se centra en aspectos anecdóticos y/o no estrictamente matemáticos.
  - iv. Se centra en aspectos de otra faceta que son secundarios para la valoración del indicador.
  
3. El grupo aplica el indicador:
  - i. De forma incompleta y se refiere a aspectos importantes y necesarios que lo describen, los cuales, pueden no ser estrictamente matemáticos.
  - ii. De forma incompleta, se refiere a aspectos o ideas matemáticas y contextualiza.
  - iii. Correctamente, en el sentido adecuado, pero le falta consistencia.

A diferencia de los análisis de nivel 3, los análisis de nivel 4 y 5 son perfectamente consistentes. Además, en ellos, el grupo muestra una buena corrección lingüística y más precisión en aspectos didáctico-matemáticos.

4. El grupo aplica el indicador correctamente, contextualiza y presenta un único ejemplo. En consecuencia, su valoración es consistente.
  
5. El grupo aplica el indicador correctamente, contextualiza y presenta más de un ejemplo.



Así pues, todas las valoraciones de los indicadores realizadas por los grupos de maestros participantes se clasifican según los niveles de análisis anteriores y se les otorga, a cada una de ellas, una puntuación que se corresponde con el nivel de análisis en que se halla.

A continuación, para cada idoneidad parcial, se calcula la puntuación media obtenida por cada grupo, la cual se corresponde con la media aritmética de las puntuaciones obtenidas en las valoraciones de todos los indicadores que describen cada idoneidad.

Con la puntuación media de los niveles de análisis, se establece el nivel de desarrollo de la competencia en valoración de la idoneidad didáctica para cada faceta. En la Tabla 86 se muestran los niveles o grados competenciales que se establecen.

**Tabla 86.** Nivel competencial en valoración de la idoneidad didáctica

Puntuación media de la idoneidad	Nivel competencial
$[0, 1,25)$	0 Insuficiente
$[1,25, 2,5)$	1 Principiante
$[2,5, 3,75)$	2 Suficiente
$[3,75, 5]$	3 Experto

### 5.2.2.1 Idoneidad epistémica

Para hacer una valoración adecuada de las cinco componentes de idoneidad de la faceta epistémica, es recomendable elaborar un análisis epistémico previo de los objetos y significados matemáticos primarios emergentes en el proceso de e/a. Así pues, se espera que cada grupo movilice su conocimiento especializado sobre los objetos del estudio estadístico y aproveche los resultados obtenidos en el análisis ontosemiótico para valorar los indicadores de esta faceta.

A continuación, se detallan las valoraciones de los indicadores de cada componente de la faceta epistémica realizadas por los grupos de maestros participantes.

En concreto, para cada indicador, se muestran evidencias de respuestas o valoraciones de éste según el nivel de análisis.

***Situaciones-Problema***

La evaluación de esta componente está estrechamente vinculada con la parte del análisis epistémico del objeto primario situaciones-problema.

La Tabla 87 recoge los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 87.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente SP

Grupo	Nivel SP1	Nivel SP2	Grado idoneidad
G1	1	1	Medio
G2	3	0	Alto
G3	1	1	Alto
G4	1	0	Alto
G5	1	3	Medio

***SP1: Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación del conocimiento matemático.***

Como se puede ver en la Tabla 87, los resultados obtenidos en este indicador son pobres, puesto que, cuatro de los cinco grupos, han realizado unos análisis de la representatividad de las situaciones-problema de nivel 1. A continuación, se detallan las valoraciones de los participantes.

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Particularmente, en los análisis de este nivel, no se refleja una valoración del indicador SP1, ni tampoco se ve en ellos una contextualización. De hecho, no permiten deducir en que consiste la situación-problema principal del proceso de e/a mostrado en el vídeo. Sirva como evidencia los análisis de los grupos G4 y G5:

La maestra genera una pregunta investigable que los alumnos han de responder después de obtener los resultados mediante las diferentes actividades.

Grupo G4

La secuencia de actividades que se propone en el vídeo se basa en la situación-problema inicial planteada al alumnado. A partir de esta situación-problema se proponen diferentes actividades para su resolución y ejercitación.

Grupo G5

Nivel 3. El grupo aplica el indicador correctamente y lo contextualiza, pero le falta consistencia.

Solo el grupo G2 alcanza el nivel 3. Su valoración describe las diferentes tareas matemáticas que realizan los niños de infantil desde un punto de vista procedimental. No obstante, no acaban de completar su valoración. En consecuencia, le falta consistencia, que, a su vez, es agravada por la poca corrección lingüística matemática.

Esta actividad está dividida en 5 momentos clave. El primero es el planteamiento de la pregunta “¿Cuál es tu juego favorito?”, por parte de la maestra a los niños. El siguiente consta en votar [...] y el siguiente hacer el recuento de los votos por medio de un pictograma. A continuación, se estudia el resultado y se representa de distintas formas [...] y, finalmente, se hace una representación gráfica por parte de los niños dibujando el resultado de la estadística.

Grupo G2

***SP2: Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización).***

Los resultados de este indicador son peores que los del indicador SP1. Como se puede constatar en la Tabla 87, hay dos grupos que no han valorado la problematización. Es oportuno recordar que, en este estudio estadístico, no se proponen situaciones de generación de problemas.

Seguidamente, se detallan las valoraciones de los grupos G1, G3 y G5.

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

En este nivel se hallan los análisis que revelan, claramente, que los grupos en cuestión no comprenden el significado del indicador. A modo de ejemplo, se presenta la valoración que hace el grupo G1:

Defendemos que la maestra no informa a los niños de lo que harán, no problematiza la situación generando un problema.

Grupo G1

Nivel 3. El grupo aplica el indicador correctamente y lo contextualiza, pero le falta consistencia.

El grupo G5 es el único que alcanza un nivel suficiente de análisis. Su valoración, acertadamente, se fundamenta en que no hay problematización, pero le falta cierta consistencia; no contempla que, a raíz de una actividad propuesta por el docente, los alumnos puedan inventarse nuevos problemas:

La situación problema en la que se basan estas actividades ha sido propuesta por la maestra y no por los alumnos. Por tanto, no podemos afirmar que se trate de una problematización, es decir, cuando los propios alumnos crean los problemas. Aun así, es importante incitar a hacerse preguntas.

Grupo G5

Cabe destacar que las valoraciones de esta componente epistémica de Situaciones-Problema realizadas por los grupos de participantes son, básicamente, descriptivas. De ahí que sea difícil identificar el grado de idoneidad asignado por cada pareja a la componente.

En la Tabla 88 se muestra el grado de adecuación otorgado por cada grupo a la componente. Como se puede observar, mayoritariamente, los maestros participantes consideran que las características que abarca la componente de Situaciones-problema han sido óptimas en el proceso de e/a estadístico de infantil.

No obstante, los grupos G1 y G5, que en el indicador SP2 argumentan, respectivamente, de forma más o menos pertinente que no ha habido problematización, califican con un grado medio la componente.

### *Lenguajes*

Esta componente valora la adecuación del objeto primario elementos lingüísticos, así como su emergencia en momentos concretos a través de los procesos matemáticos de comunicación y representación.

La Tabla 88 recoge los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 88.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente L

Grupo	Nivel L1	Nivel L2	Nivel L3	Grado idoneidad
G1	2	1	3	Medio-Alto
G2	3	2	3	Alto
G3	2	0	0	Alto
G4	3	0	1	Alto
G5	3	1	1	Alto

***L1: Se usan diferentes tipos de elementos lingüísticos (verbal, gráfico, simbólico...) y se conectan entre sí las diferentes representaciones de un mismo objeto.***

En conjunto, los análisis de este indicador son los que presentan niveles más altos de análisis en cuanto a los de la faceta epistémica se refiere.

Veamos a continuación, con más detalle, los análisis de los participantes.

Nivel 2. El grupo aplica el indicador al contexto de forma incompleta y, además, no se refiere a aspectos matemáticos evidentes o comete errores.

Si bien las valoraciones del indicador contemplan tanto la expresión verbal como el lenguaje gráfico, se echa de menos una mención explícita, al menos, al pictograma, así como una contextualización del uso de dichos elementos lingüísticos. Por otro lado, aplican parcialmente el indicador al no referirse a las conexiones entre las representaciones:

Básicamente se utiliza la expresión verbal entre los alumnos y con la maestra y la expresión gráfica mediante las representaciones.

Grupo G3

Nivel 3. El grupo aplica el indicador al contexto y se refiere a aspectos matemáticos, pero la aplicación es incompleta.

En este caso, los grupos detallan algunos elementos lingüísticos y los vinculan al estudio estadístico, pero hay rasgos del análisis que denotan cierta falta de consistencia. Por otro lado, tampoco aplican la segunda parte del indicador L1. En consecuencia, no alcanzan el nivel 4 de análisis.

En esta práctica se utilizan diversos métodos de expresión como palabras que hacen referencia al lenguaje matemático para hacer comparaciones (más que, menos que), identificar los números, contar, etc. Además, se utilizan gráficas como los pictogramas, se realizan columnas con Legos y filas con los cuerpos para ver de la manera más clara posible los resultados de la estadística.

Grupo G2

***L2: El nivel del lenguaje que se utiliza es adecuado a los estudiantes.***

La Tabla 88 evidencia que los análisis del indicador L2 no han sido lo suficientemente apropiados. Incluso, hay grupos que no hacen ninguna valoración del L2, como el G3 y el G4; en consecuencia, les corresponde el nivel 0 de análisis.

Por otro lado, es preciso indicar que los grupos G1 y G5, aunque ambos hacen un análisis de nivel 1, las argumentaciones que presentan tienen diferentes características. Veamos a continuación las diferentes valoraciones.

Nivel 1. El grupo se limita a copiar casi literalmente el indicador, sin contextualizarlo al proceso de e/a analizado.

El lenguaje utilizado por la maestra es adecuado a la edad de los niños.

Grupo G1

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

La valoración del grupo G5 no se limita a copiar o a parafrasear el indicador con otras palabras, pero su razonamiento no es pertinente y tiene poca fuerza, pues su comentario sobre el diálogo no es un argumento pertinente para el análisis de este indicador:

El lenguaje utilizado es adecuado a las necesidades y al nivel del alumnado. Se da importancia al diálogo mediante el planteamiento de preguntas, dudas e ideas.

Grupo G5

Nivel 2. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero no lo contextualiza.

Es el caso del grupo G2. Su valoración se basa en una observación adecuada, pero muy general. En concreto, se refieren al uso de expresiones verbales comunes y al vocabulario informal, pero no lo acompañan de ejemplos. De ahí que no alcance el nivel 3.

El lenguaje que utiliza la maestra es el adecuado para niños y niñas de esa edad, ya que utiliza un vocabulario comprensible y cercano a ellos para expresarse.

Grupo G2

***L3: Se contemplan momentos para representar y comunicar las ideas matemáticas a los demás.***

Los resultados de las valoraciones de este indicador son heterogéneos.

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Se observa que los análisis de este nivel no justifican que haya momentos de comunicación matemática en el proceso de e/a estadístico. En su lugar, aportan un comentario teórico:

La maestra intenta que los alumnos se comuniquen, representen y argumenten que saben (sus conocimientos) sobre el tema trabajado. Entonces, podrá saber si los alumnos han adquirido los conocimientos trabajados correctamente.

Grupo G4

Cabe señalar que los participantes del grupo G4 tienen la necesidad de poner todo el foco en el papel de la maestra para valorar los procesos de comunicación y representación.

Nivel 3. El grupo aplica el indicador al contexto y se refiere a aspectos matemáticos, pero la aplicación es incompleta.

En particular, se fijan en la comunicación, pero no en la representación. Por consiguiente, la valoración es incompleta. Sirva de ejemplo la del grupo G2:

Los propios alumnos se expresan matemáticamente cuando la maestra los interpela y les pide que expliquen qué han interpretado del resultado de la estadística. Es entonces cuando los alumnos utilizan argumentos como “ha ganado la peluquería” porque ven que es el rincón que ha obtenido más votos.

Grupo G2

En cuanto al grado de idoneidad de la componente Lenguajes, los maestros participantes determinan que es prácticamente óptimo (Tabla 88). Esto significa que han reconocido, acertadamente, como un punto fuerte de la práctica matemática estadística, la riqueza de los procesos matemáticos de representación y comunicación, así como el nivel del lenguaje.

***Reglas (Definiciones, propiedades, procedimientos)***

La valoración de los indicadores de esta componente pone en juego el conocimiento especializado de los maestros sobre los objetos concepto, propiedad, proposición y procedimiento.

La Tabla 89 recoge los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 89.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente RG

Grupo	Nivel RG1	Nivel RG2	Grado idoneidad
G1	1	2	Medio
G2	1	1	Alto
G3	1	1	Alto
G4	1	0	Alto
G5	1	1	Medio-Alto

***RG1: Las definiciones, propiedades y procedimientos:***

- *son claros y correctos,*
- *están adaptados al nivel educativo al que se dirigen y,*
- *son fundamentales del tema en cuestión*

Los resultados, esperables dados los análisis onotsemióticos de los grupos, son pobres siendo los maestros en formación graduados. Las valoraciones realizadas por los grupos son todas de nivel 1; en concreto, o bien han copiado literalmente el indicador o bien lo han parafraseado:



Nivel 1. El grupo se limita a copiar casi literalmente el indicador, sin contextualizarlo al proceso de e/a analizado.

Las definiciones y procedimientos son claros y correctos y se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado.

Grupo G1

Nivel 1. El grupo se limita casi a enunciar o parafrasear el indicador con otras palabras.

Hay una buena adaptación teniendo en cuenta la edad de los alumnos a quienes va dirigida la actividad.

Grupo G3

***RG2: Se promueve la generación y/o negociación de definiciones, proposiciones o procedimientos.***

Los análisis de este segundo indicador de la componente reglas, en general, no se consideran mejores que los del RG1. No obstante, los grupos se esfuerzan más en razonar que en el caso anterior.

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Este nivel comprende las valoraciones que se consideran desacertadas porque no aplican el indicador en el sentido adecuado. En particular, el grupo G5 presenta un ejemplo en que, justamente, ni se generan ni se negocian objetos matemáticos:

La negociación y la generación conjunta de las propuestas es un elemento identificador del vídeo. Por ejemplo, son los alumnos los que deben organizarse para poder representar en filas los resultados obtenidos en la votación. Para ello, deben hablar, decidir y corregirse.

Grupo G5

Nivel 2. El grupo aplica el indicador al contexto de forma incompleta y, además, no se refiere a aspectos matemáticos evidentes o comete errores.

La única valoración de nivel 2 es la del grupo G1, aunque sólo está ligeramente mejor razonada que las que se hallan en el nivel 1. A diferencia de los otros grupos, el G1 se da cuenta que, en este estudio estadístico, en general, no se generan o negocian definiciones; sin embargo, obvian la generación del concepto de moda y no se refieren adecuadamente a los procedimientos:

No se presentan ocasiones en que los niños y niñas definan conceptos implicados en la actividad, pero sí se observan diferentes procedimientos que llevan a cabo los niños.

Grupo G1

Respecto al grado de idoneidad de la componente Reglas (Tabla 89), observamos que el grupo G1 opta por un grado medio, a diferencia de los otros grupos que le asignan un grado medio-alto o alto. Seguramente, esta valoración intermedia esté vinculada con que en el indicador RG2 expongan que no se generan los conceptos.

### *Argumentos*

La valoración de los indicadores de esta componente requiere que los maestros apliquen el análisis ontosemiótico realizado sobre el objeto argumentos, así como sobre el proceso de razonamiento y demostración.

La Tabla 90 recoge los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 90.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente A

Grupo	Nivel A1	Nivel A2	Grado idoneidad
G1	2	1	Medio-Alto
G2	3	2	Alto
G3	0	1	Medio-Alto
G4	1	2	Alto
G5	1	2	Alto

***A1: Se promueve el desarrollo del razonamiento y la demostración con situaciones en las que los estudiantes tienen que conjeturar, explicar o justificar enunciados, ideas o acciones matemáticas, así como comprobar sus resultados.***

Como se muestra en la Tabla 90, los niveles de análisis del A1 realizados por los grupos son diversos. A continuación, se detallan.

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Aunque las valoraciones de este nivel no aplican el indicador literalmente o no lo parafrasean, contienen ideas vagas e, incluso, inconexas:

En las diferentes actividades se da importancia a la argumentación de las afirmaciones y los procesos matemáticos realizados para poder comprobar y demostrar los resultados. Se intenta dar razones lógicas y matemáticas para fundamentar las conclusiones.

Grupo G5

Nivel 2. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero no lo contextualiza.

Los análisis de nivel 2 destacan por referirse a la herramienta que promueve el razonamiento en este proceso de e/a, las preguntas de la maestra. No obstante, no contextualizan:

Tienen posibilidad de argumentar gracias a las preguntas de la maestra y de las representaciones.

Grupo G1

Nivel 3. El grupo aplica el indicador correctamente y lo contextualiza, pero le falta consistencia.

El grupo G2 hace un análisis de nivel 3 porque ejemplifica y, por tanto, contextualiza:

Se promueven situaciones donde el alumno tiene que argumentar, como cuando la maestra pregunta “¿cómo sabes que ganará?”. También argumentan sus explicaciones cuando dicen “esta línea es más larga porque la votaron más personas.”.

Grupo G2

***A2: Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son correctas y adecuadas al nivel educativo al que se dirigen.***

Por lo que respecta al indicador A2, todos los grupos lo han valorado, pero los análisis no alcanzan un nivel suficiente de competencia.

Nivel 1. El grupo se limita casi a enunciar o parafrasear el indicador con otras palabras.

La maestra adecua y utiliza buenas explicaciones para que los alumnos puedan trabajar todos los conceptos.

Grupo G3

Nivel 2. El grupo aplica el indicador al contexto, pero se centra en aspectos de otra faceta que son secundarios para la valoración de este indicador.

Como ejemplo, se presentan las valoraciones de los grupos G4 y G5. El primero, se refiere a aspectos de la faceta cognitiva que, por otra parte, no representan un motivo suficiente:

Las explicaciones de la maestra son adecuadas para el nivel educativo, porque todos los conceptos que se trabajan son comprendidos por los alumnos.

Grupo G4

En cuanto al segundo, el grupo G5, se centra en la faceta mediacional:

Para trabajar la argumentación, se centran principalmente en el trabajo de la expresión verbal con la ayuda de material manipulativo y gráficos.

Grupo G5

Cabe destacar que el análisis del grupo G2 no se basa en otra faceta diferente, sino que engloba los análisis del G4 y del G5.

Por último, destacamos que los maestros participantes consideran que el grado de idoneidad de la componente Argumentos es prácticamente óptima (Tabla 90).

### ***Relaciones***

La valoración de esta componente comporta que los participantes vinculen el indicador correspondiente a ella con las conexiones intramatemáticas.

La Tabla 91 recoge los niveles de análisis mostrados en el único indicador valorado de esta componente, el REL1, así como el grado de idoneidad asignado a él por cada grupo.

**Tabla 91.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente REL

Grupo	Nivel REL1	Grado idoneidad
G1	1	Medio-Bajo
G2	1	Alto
G3	1	Medio-Alto
G4	1	Medio-Alto
G5	1	Medio-Alto

***REL1: Los objetos matemáticos (problemas, conceptos, representaciones, propiedades, procedimientos y argumentos) se presentan y se trabajan de forma conectada.***

Al analizar las valoraciones de los participantes correspondientes al REL1 se ha identificado que hay grupos a los que les resulta difícil comprender la terminología del EOS, pues confunden los objetos matemáticos a los que hace referencia el indicador con los materiales manipulables utilizados en el estudio estadístico.

A continuación, se detallan las diversas valoraciones de nivel 1.

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Las evidencias siguientes son dos ejemplos en los que se confunde el término objeto matemático:

En los objetos utilizados para representar las representaciones, por ejemplo, no hay una relación muy estrecha.

Grupo G3

En la práctica se muestra cómo los distintos objetos matemáticos que la maestra va proporcionando a los alumnos y que éstos usan para comprender la finalidad y los resultados de la estadística se relacionan entre sí. Esto se demuestra en el vídeo cuando la maestra utiliza diferentes materiales para trabajar una misma idea de diferentes modos, utilizando materiales y estableciendo relaciones entre ellos.

Grupo G2

En el ejemplo siguiente, no hay confusión terminológica, pero sí que se identifican algunas ideas concatenadas sin sentido; en concreto, los participantes del G5 entienden que el estudio de los objetos matemáticos de forma conectada significa que las matemáticas son útiles para la vida cotidiana.

Los objetos matemáticos están conectados y relacionados entre sí. En las actividades se trabaja para ver las matemáticas como un todo, es decir, útiles y relevantes para su vida más allá de la escuela. La maestra hace posible la adquisición del conocimiento de forma integrada creando coherencia entre los diferentes conceptos, técnicas y procesos.

Grupo G5

En cuanto al grado de idoneidad asignado a esta componente Relaciones por parte de los maestros participantes (Tabla 91), es preciso resaltar que es dispar. En concreto, el grupo G1 se diferencia de los demás al asignarle un grado medio-bajo.

Para entender un poco mejor su postura, presentamos la valoración que hacen del indicador REL1:

Creemos que la maestra no presenta la actividad como un problema. No obstante, la proposición de la propuesta es clara y las definiciones, aún y no ser específicas a partir de las actividades los niños van creando sus propias relaciones y definiciones.

Grupo G1

Claramente, la valoración es confusa y contiene ideas poco o nada pertinentes. Además, parece que en el proceso de e/a estadístico no tienen lugar el aspecto que el grupo considera que valora este indicador.

Por otro lado, resaltamos que tanto el grupo G3 como el G5 asignan un grado de idoneidad medio-alto, pero no coinciden en su opinión acerca de si se relacionan los objetos matemáticos. En concreto, el grupo G3 considera que no hay mucha relación entre ellos. Al otorgarle un grado medianamente elevado de idoneidad, creemos que para este grupo las conexiones intramatemáticas no son lo suficientemente importantes.

En la Tabla 92 se recoge el número de componentes epistémicas en función del grado de idoneidad (Bajo, Medio-Bajo, Medio, Medio-Alto y Alto) asignado por los diferentes grupos y del nivel competencial (Insuficiente, Principiante, Suficiente y Experto) con el que ha sido analizada.

Para establecer el nivel competencial de una componente, para cada grupo de participantes se ha calculado la media aritmética de los niveles de análisis de los indicadores que la componen y, a continuación, se ha aplicado la Tabla 86.

**Tabla 92.** Frecuencia (porcentaje) componentes epistémicas según nivel competencial y grado idoneidad

	Bajo	Medio-Bajo	Medio	Medio-Alto	Alto	Total
Insuficiente	0 (0)	1(4)	1(4)	5(20)	7(28)	14(56)
Principiante	0 (0)	0 (0)	2(8)	2(8)	5(20)	9(36)
Suficiente	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	2(8)	2(8)
Total	0 (0)	1(4)	3(12)	7(28)	14(56)	25(100)

Como se observa, predominan las componentes epistémicas calificadas con un grado alto de idoneidad, pero que, sin embargo, han sido analizadas con un nivel competencial insuficiente (28%).

Asimismo, destacamos que en el 84% de los casos, se ha determinado que el grado de idoneidad de una componente epistémica es medio-alto o alto.

### **Síntesis y conclusiones de resultados: conocimiento y competencia de la faceta epistémica**

Para poder describir con más detalle la competencia en valoración de la idoneidad didáctica, se ha calculado la puntuación media de nivel de análisis de cada indicador correspondiente a la idoneidad epistémica (Tabla 93).

Los resultados indican que el grado de desarrollo de la competencia del grupo de participantes es muy bajo en cuanto a la valoración de la idoneidad epistémica se refiere, pues la media global obtenida para dicha idoneidad (1,3) dista más de 1 punto por debajo de la media teórica (2,5).

Aun así, este resultado (1,3) es ligeramente mejor que el obtenido por Arteaga (2011) (1,1) con futuros maestros de educación primaria. No obstante, claramente es peor que

el obtenido por Gea (2014) (3,6) con futuros profesores de secundaria, lo que invita a la reflexión.

Cabe destacar que, el indicador L1, correspondiente a la riqueza del lenguaje, es el único que obtiene una puntuación media aceptable (2,6). Es necesario añadir además que, los maestros participantes han mostrado un buen nivel competencial en análisis ontosemiótico en el reconocimiento de la diversidad de elementos lingüísticos. De hecho, ha sido el objeto mejor reconocido.

Por el contrario, el indicador que les ha resultado más difícil de justificar es el de la adecuación del lenguaje.

**Tabla 93.** Media y desviación típica por indicador de la id. epistémica

Indicador	Contenido	Media	Desviación típica
SP1	Situaciones-Problema (Contextualización)	1,4	0,9
SP2	Problematización	1	1,2
L1	Riqueza lenguaje	2,6	0,5
L2	Adecuación lenguaje	0,8	0,8
L3	Representación y comunicación	1,6	1,3
RG1	Adecuación objetos	1	0
RG2	Generación/Negociación objetos	1	0,7
A1	Razonamiento y prueba	1,4	1,1
A2	Adecuación argumentación	1,6	0,5
REL1	Conexiones objetos	1	0
Total		1,3	0,7

Dos de los cinco grupos participantes han obtenido una puntuación media inferior a la global, mientras que los otros tres, la han obtenido superior, aunque en ningún caso, es suficiente para alcanzar un nivel competencial aceptable. En concreto, esto se traduce en que los primeros tienen adquirido un nivel de competencia insuficiente y los segundos, se hallan en un nivel principiante (Tabla 94).



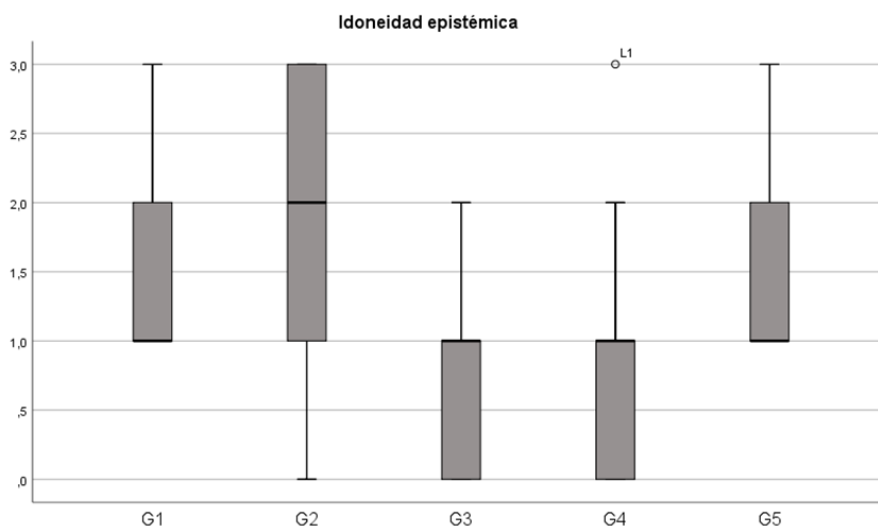
**Tabla 94.** Media y desviación típica del nivel de análisis de la id. epistémica por grupo y nivel competencial

Grupo	Media	Desviación típica	Nivel competencial
G1	1,5	0,7	1 Principiante
G2	1,9	1,1	1 Principiante
G3	0,8	0,6	0 Insuficiente
G4	1	0,9	0 Insuficiente
G5	1,5	1	1 Principiante

En la Figura 45 se muestra una radiografía de los niveles de análisis realizados por cada grupo en los indicadores de la faceta epistémica y, en consecuencia, del nivel competencial desarrollado.

Efectivamente, en ella, se refleja que los grupos G1 y G5 tienen un nivel competencial muy parecido, al igual que los grupos G3 y G4.

Asimismo, se muestra gráficamente como el nivel competencial del grupo G2 es ligeramente superior al de los demás.



**Figura 45.** Nivel de análisis de la faceta epistémica por grupos

De igual modo que en el análisis de los reconocimientos de los objetos y procesos matemáticos de los participantes, en el análisis de las valoraciones de la idoneidad didáctica del estudio estadístico mostrado en el vídeo, se identifican aspectos concretos del conocimiento didáctico-matemático del maestro (Tabla 95 y 96), así como errores (Tabla 97) y dificultades (Tabla 98) que influyen en su capacidad para valorar la idoneidad didáctica.

Dichos conocimientos se pueden clasificar en dos tipos: en conocimientos que son aplicables a otros ámbitos de las matemáticas (Esp3) y, en conocimientos específicos de la estadística, propios de procesos de e/a vinculados a ésta (El2).

**Tabla 95.** Conocimiento especializado mostrado sobre la faceta epistémica

Conocimiento especializado mostrado sobre la faceta epistémica ( <i>conocimiento compartido con otra faceta</i> )	
Situaciones-Problema	Esp1. Identifica las situaciones en que emergen los principales procedimientos de este estudio estadístico, las cuales se corresponden con las fases de éste.
	Esp2. Reconoce la tarea de la hoja en blanco como una actividad matemática.
	Esp3. Sabe que la problematización comporta que los niños inventen nuevos problemas.
Lenguajes	El1. Identifica la expresión verbal y las representaciones gráficas como los principales elementos lingüísticos empleados en este estudio estadístico.
	El2. Reconoce, al menos, alguno de los tres tipos de gráfico utilizados para representar los datos en este estudio: el pictograma, el gráfico vivencial y el gráfico con piezas de Lego.

ESTADÍSTICA EN EDUCACIÓN INFANTIL: COMPETENCIAS Y CONOCIMIENTOS  
DIDÁCTICO-MATEMÁTICOS DE MAESTROS EN FORMACIÓN EN EL EOS

- El3. Reconoce que en el lenguaje verbal de la maestra predominan las expresiones verbales comunes, es decir, un vocabulario cercano a los niños de educación infantil.
- El4. Identifica algunas expresiones verbales comunes propias de la interpretación gráfica: los comparativos y los ordinales.
- El5. Comprende que en la interpretación gráfica se promueve el proceso de comunicación.

---

Reglas (definiciones, propiedades, procedimientos) No se identifican conocimientos vinculados con esta componente

---

Argumentos

Ea1. Sabe que las buenas preguntas del docente promueven el razonamiento matemático de los estudiantes (*compartido con la instruccional*)

Ea2. Identifica la lectura de gráficos como una situación en la que se promueve la argumentación.

---

Relaciones No se identifican conocimientos vinculados con esta componente

---

Como era de esperar, los grupos que han realizado un análisis más profundo de la idoneidad epistémica, han evidenciado la movilización de más conocimiento especializado, y también ocurre al revés (Tabla 96).

**Tabla 96.** Conocimiento especializado epistémico mostrado por cada grupo

Conocimientos mostrados por cada grupo		G1	G2	G3	G4	G5
Situaciones-Problema	Esp1.		x			
	Esp2.		x			
	Esp3.					x
Lenguajes	El1.	x	x	x	x	x
	El2.		x		x	x
	El3.		x			
	El4.					x
	El5.	x	x			
Argumentos	Ea1.	x	x			
	Ea2.	x				

Cabe destacar que, en el análisis de objetos y significados, el grupo G2 no reconoce las expresiones verbales como un elemento lingüístico y, en cambio, sí que lo hace al valorar la componente de Lenguajes. Del mismo modo, el grupo G5 no identifica los gráficos como un elemento lingüístico, pero sí que lo considera al valorar también la componente de Lenguajes.

**Tabla 97.** Conflictos cognitivos en la faceta epistémica

Conflictos cognitivos mostrados en la faceta epistémica (conocimientos)	
CCgFe1.	El significado personal de la problematización no coincide con el institucional.
CCgFe2.	Limitación con el término objeto: no diferencia el objeto matemático del objeto como material manipulativo.

Por último, es preciso resaltar que los conflictos cognitivos identificados en el conocimiento de los maestros de educación infantil (Tabla 97), el CCgFe1 y el CCgFe2, se traducen en obstáculos durante la valoración de la idoneidad epistémica. En concreto, los maestros no aplican en el sentido adecuado los indicadores relativos a la problematización y a las relaciones entre objetos (Tabla 98) porque el significado personal de problematización, así como el de objeto matemático, es limitado.

**Tabla 98.** Dificultades en la valoración de la idoneidad epistémica

---

Dificultades mostradas en la valoración de la idoneidad epistémica (competencia)	
DCFe1.	Dificultad en la aplicación del indicador SP2.
DCFe2.	Dificultad en la aplicación del indicador REL1.

---

#### **5.2.2.2 Idoneidad cognitiva**

El análisis de las valoraciones de los indicadores de la faceta cognitiva hechas por los maestros nos permitirá identificar no solo niveles de competencia o análisis, sino también su conocimiento especializado sobre aspectos cognitivos de los estudiantes.

A continuación, se detallan las valoraciones de los indicadores de cada componente de la faceta cognitiva realizadas por los grupos de maestros participantes.

En concreto, para cada indicador, se muestran evidencias de respuestas o valoraciones de éste según el nivel de análisis.

#### ***Conocimientos previos***

Sobre esta componente, se espera que los maestros relacionen los conocimientos previos con las trayectorias de enseñanza y aprendizaje teóricas de Clements y Sarama (2015), así como con algunos aspectos de las matemáticas intuitivas y formales. En concreto, se espera que se refieran a la clasificación, al conteo y a la adquisición de la noción de cantidad, a la representación gráfica con materiales manipulables y a la orientación espacial. Incluso, debido a la fuerte formación en psicología recibida durante el grado es posible que mencionen el modelo del desarrollo cognitivo de Piaget.

La Tabla 99 recoge los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 99.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente CP

Grupo	Nivel CP1	Nivel CP2	Grado idoneidad
G1	1	1	Medio
G2	2	2	Alto
G3	3	1	Alto
G4	1	1	Alto
G5	2	1	Alto

***CP1: Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para llevar a cabo el proceso de e/a.***

Los resultados señalan que los análisis de este indicador han sido de diferentes niveles.

A continuación, se muestran evidencias para cada nivel de análisis.

Nivel 1. El grupo se limita a copiar casi literalmente el indicador, sin contextualizarlo al proceso de e/a analizado.

Creemos que todos los alumnos tienen un conocimiento previo antes de hacer las actividades, pero no podemos saber cuándo han adquirido estos conceptos. Lo podemos afirmar porque todos siguen las instrucciones indicadas por la maestra sin ningún problema.

Grupo G4

Nivel 2. El grupo aplica el indicador al contexto, pero se centra en aspectos anecdóticos y no estrictamente matemáticos.

En este nivel se hallan los grupos 2 y 5, los cuales basan su argumento en el rincón de juego:

Para realizar esta actividad los alumnos necesitan conocer y haber jugado en los rincones de juego que hay en la clase y cuál les gusta más. En el vídeo se puede ver en la primera actividad cuando la maestra pregunta a todos los niños cuál es su rincón favorito.

Grupo G2

La temática de las actividades es próxima y real para los alumnos, ya que se trata de los rincones de su clase donde experimentan y juegan en su día a día. Se trata de su contexto más próximo y cotidiano, por lo que tienen conocimientos previos sobre el tema.

Grupo G5

Nivel 3. El grupo aplica el indicador al contexto y se refiere a aspectos matemáticos, pero la aplicación es incompleta.

El grupo G3 considera que no es la primera vez que los estudiantes realizan un estudio estadístico y que, por tanto, ya tienen conocimientos previos estadísticos para llevar a cabo este proceso de e/a. Asimismo, cabe destacar que se refieren a la modalidad de la variable, como variable:

Es evidente que los alumnos ya habían trabajado la estadística y la representación de esta, por lo tanto, ya tienen un conocimiento previo. Saben cuál ha sido la más votada sin apenas contar cuantos votos hay en cada variable (*modalidad*) porque saben representar en la cartulina, con los Legos o ellos mismos el resultado de la votación sin explicación de la maestra de cómo se debe hacer.

Grupo G3

Para alcanzar el nivel 4, hubiesen tenido que concretar cuáles son, al menos, esos conocimientos estadísticos que creen que los niños tienen.

***CP2: Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable).***

Como se observa en la tabla, todos los grupos, excepto el G2, hacen un análisis de nivel 1. No obstante, sus análisis tienen diferentes enfoques, los cuales se detallan a continuación.

Nivel 1. El grupo se limita casi a enunciar o parafrasear el indicador con otras palabras.

Las actividades tienen un nivel de dificultad apto para todos los alumnos.

Grupo G3

Los contenidos en los que se basan las actividades se pueden alcanzar y trabajar con el alumnado del segundo ciclo de educación infantil marcados por la normativa y currículum vigente.

Grupo G5

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

En este caso, los grupos no parafrasean ni copian literalmente el indicador, pero su justificación no es adecuada. Aplican el indicador de forma desacertada y, en consecuencia, su valoración tiene poco sentido. Se puede considerar que aplican el indicador incorrectamente. Es el caso de los grupos 1 y 4:

Las actividades están bien planificadas para que todos las puedan llevar a cabo.

Grupo G1

Los conceptos son asequibles para su nivel educativo. Los alumnos cometen errores puntuales, pero no le damos importancia porque no es frecuente y los niños aprenden de ellos.

Grupo G4

Como se observa, el grupo G1 presenta un enunciado ambiguo que no parece centrarse en aspectos cognitivos de los estudiantes. ¿En qué sentido están bien planificadas las actividades? Más bien parece que ponen el foco en el papel de la maestra, que ha sido capaz de organizar adecuadamente el orden en que se deben realizar las tareas matemáticas.

El grupo G4 también se halla en esta categoría, pero su valoración sí que contiene trazos de aspectos cognitivos: los errores. Sin embargo, no los integran adecuadamente al indicador. Notemos que un error puede ser frecuente y se puede corregir en la mayoría de casos o que, un niño pueda aprender de un error que comete, pero eso no significa que haya adquirido los conocimientos pretendidos. En definitiva, su argumento no tiene fuerza.

Nivel 2. El grupo aplica el indicador al contexto, pero se centra en aspectos de otra faceta que son secundarios para la valoración de este indicador.

El grupo G2 se halla en esta categoría de análisis. Contextualiza su valoración, pero se apoya en aspectos afectivos que favorecen, evidentemente, el aprendizaje significativo:

Todas las actividades que se realizan son adecuadas porque se introduce la estadística a partir de un tema de interés para ellos y con el que se pueden relacionar a diario.

Grupo G2

En definitiva, ninguno de los grupos es capaz de argumentar que los contenidos matemáticos de este proceso de e/a son adecuados, ni tan siquiera, explicitan algunos de



ellos. Por tanto, no alcanzan un nivel suficiente de análisis en cuanto a este indicador se refiere.

Como se ha visto en las evidencias, las valoraciones se limitan a corroborar que lo planteado en los indicadores tiene lugar en el proceso de e/a estadístico, aunque no se halla en ellas ejemplos ni argumentos consistentes.

En consecuencia, cuatro de los cinco grupos califican de alto el grado de idoneidad de la componente Conocimientos previos; sin motivo aparente, porque no lo justifica, el grupo G1 considera que el grado de idoneidad es medio. Por tanto, nos hallamos ante una componente que ha sido sospedada con los mismos argumentos por todos los grupos, pero, sin embargo, el grado de idoneidad otorgado varía considerablemente de un grupo a los demás.

### *Aprendizaje y evaluación formativa*

En la valoración de esta componente, los participantes tienen que referirse a algunas de las herramientas básicas de evaluación de la etapa de la educación infantil, como el diálogo y las buenas preguntas, la observación directa y la hoja en blanco; en especial, se espera que interpreten las representaciones finales que se muestran en el vídeo y que, además, identifiquen algunas dificultades y errores cognitivos de los estudiantes.

La Tabla 100 recoge los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 100.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente APEV

Grupo	Nivel APEV1	Nivel APEV2	Nivel APEV3	Grado idoneidad
G1	1	1	0	Medio-Alto
G2	2	3	0	Alto
G3	1	4	0	Alto
G4	1	2	0	Alto
G5	2	2	0	Alto

***APEV1: Se realiza una observación sistemática del progreso cognitivo de los estudiantes.***

Por lo que se refiere a las valoraciones del indicador APEV1, los maestros participantes han realizado un análisis superficial de éste.

Nivel 1. El grupo se limita a copiar casi literalmente el indicador, sin contextualizarlo al proceso de e/a analizado.

Es el caso de los grupos G3 y G4. Seguidamente, se muestra el análisis del grupo G3 como ejemplo.

La maestra realiza una observación sistemática durante toda la sesión, pero no podemos especificar si es la evaluación de las actividades.

Grupo G3

Es preciso destacar que, de la argumentación del grupo G3 se depende que sus maestros no entienden la evaluación formativa en la educación infantil como un proceso continuo, sino que esperan que haya un conjunto de actividades en concreto que sean las que se deban destinar a la evaluación de las capacidades de los niños.

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

En este caso, el grupo G1 utiliza aspectos teóricos de la evaluación que no son pertinentes; de hecho, hace suposiciones con ellos:

Tal y como está planteada en general la propuesta la maestra puede realizar una observación sistemática ya que hay un planteamiento claro de lo que se quiere evaluar y también se tiene claro el contexto (lugar, alumnos). Así que, la maestra en el transcurso de las actividades puede realizar observaciones y anotar los criterios que crea convenientes.

Grupo G1

Nivel 2. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero no lo contextualiza.

En este nivel se hallan los grupos G2 y G5 por referirse a las argumentaciones de los alumnos, pero les falta contextualización, así como explicitar que el mecanismo sistemático de observación que utiliza la docente son las buenas preguntas y el diálogo para alcanzar niveles superiores de análisis:

La maestra va observando las argumentaciones que dan los alumnos y así poder ver los progresos y aprendizajes que van adquiriendo.

Grupo G2

***APEV2: Los diversos modos de evaluación indican que éstos logran la apropiación de los conocimientos pretendidos.***

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Es el caso del grupo G1. Se deduce que consideran los diferentes procedimientos del estudio estadístico (recogida de datos, representación, interpretación, transumeración) como modos de evaluación. Asimismo, se refieren a aspectos de la idoneidad interaccional para justificar que los niños aprenden:

La variedad de actividades proporciona que la maestra tenga una visión más individual a la hora de evaluar si los alumnos han adquirido conocimientos y los han comprendido. En referencia a las distintas competencias pretendidas todas se cumplen en mayor o menor medida ya que los niños conocen el objetivo que hay detrás de las actividades, se expresan y dialogan, realizan diferentes procedimientos para llegar al objetivo, tienen en cuenta las interacciones y realizan una metacognición.

Grupo G1

Nivel 2. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero no lo contextualiza.

Los grupos que se hallan en este nivel, han mencionado dos de las herramientas de evaluación que utiliza la maestra, pero no las acaban de relacionar con los aprendizajes de los niños. Además, no hacen referencia ni a las buenas preguntas ni a la tarea de la hoja en blanco, aspectos clave de la evaluación de este proceso.

Cabe destacar que, en su valoración, no hay evidencias que hagan pensar que se trata de este proceso de e/a y no de otro, es decir, no se identifica la experiencia. A continuación, se presenta como ejemplo, la valoración del grupo G5:

Los medios de evaluación son correctos y permiten ver el progreso de enseñanza y aprendizaje. Algunas de las técnicas utilizadas son la observación y la grabación de vídeo de las diferentes sesiones. Las actividades permiten trabajar los diferentes procesos matemáticos y conceptos facilitando su comprensión e interiorización.

Grupo G5

Los grupos G4 y G5 no alcanzan el nivel 3 porque les falta contextualizar su respuesta al estudio estadístico en cuestión y, al menos, mencionar las preguntas de la maestra.

Los grupos G2 y G3, además de contextualizar el indicador y de referirse a las buenas preguntas de la docente para evaluar el aprendizaje de los alumnos, presentan ejemplos particulares de conocimientos que estos deben adquirir en el proceso. De ahí que se hallen en el nivel 4:

Nivel 4. El grupo aplica el indicador al contexto correctamente y razona con un único ejemplo. En consecuencia, su valoración es consistente.

Podemos observar que hay un buen aprendizaje porque los alumnos son capaces de argumentar tanto sus respuestas como lo que va sucediendo a lo largo del estudio estadístico. Lo podemos comprobar en algunas de sus respuestas a las preguntas de la maestra, como que el cero significa ninguno y que el que tiene más es el ganador.

#### Grupo G2

Han sido unas actividades en grupo donde los resultados hallados y los razonamientos se han expresado verbalmente. De esta manera, no se ha hecho una evaluación individual y precisa de cada individuo, pero sí que la maestra puede afirmar que el concepto de moda, de representación de la estadística y de cantidad, por ejemplo, la han adquirido notablemente todos los alumnos. Ya que, en las preguntas abiertas y/o individuales que ha ido haciendo la maestra durante las actividades se observa que están en lo cierto.

#### Grupo G3

Para alcanzar el nivel 5, los grupos hubiesen tenido que mencionar la tarea de la hoja en blanco y ver en ella diferentes niveles cognitivos.

De los análisis del APEV1 y APEV2, cabe destacar que el grupo G3 no ha sabido relacionar ambos indicadores, pues tiene un buen nivel en el APEV2 y, sin embargo, no ha sido capaz de observar que las preguntas que hace la maestra forman parte de la observación sistemática.

***APEV3: La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia.***

Sorprendentemente, ninguno de los grupos ha valorado este indicador. Uno de los motivos puede ser que no vean aplicable este indicador a una sola actividad matemática, pues como ya se ha remarcado, algún grupo ha demostrado entender que para que haya evaluación se necesita más de una actividad.

Como cabía esperar a la vista de los análisis, los grupos de maestros participantes consideran que la componente Aprendizajes y Evaluación formativa ha tenido una adecuación media-alta o alta (Tabla 100). De hecho, en todo momento han afirmado observar los aspectos que evalúan los indicadores APEV1 y APEV 2 de esta componente.

### ***Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales***

Para esta componente, los maestros participantes deberían valorar la diversidad de representaciones, así como la tarea de la hoja en blanco como dos de las características más importantes que favorecen el acceso y el logro de todos los estudiantes.

La Tabla 101 recoge los niveles de análisis mostrados en el único indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a él por cada grupo.

**Tabla 101.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente AC

Grupo	Nivel AC1	Grado idoneidad
G1	3	Medio-Alto
G2	2	Alto
G3	3	Medio-Bajo
G4	1	Medio-Alto
G5	2	Medio-Alto

### ***AC1: Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes.***

Nivel 1. El grupo se limita a copiar casi literalmente el indicador, sin contextualizarlo al proceso de e/a analizado.

Creemos que todos tienen el mismo acceso.

Grupo G4

Nivel 2. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero no lo contextualiza.

Se pueden observar una variedad de medidas y soportes universales para la atención a la diversidad en el marco del sistema inclusivo actual. Se tratan de actividades abiertas y flexibles que permiten un trabajo cooperativo donde el/la docente tiene la figura de guía.

## Grupo G5

Como se ha observado, el grupo G5 se refiere a la característica de que las tareas abiertas y flexibles atienden a la diversidad, pero no lo vincula con la actividad matemática en cuestión. Algo similar a lo que ocurre al grupo G2.

Nivel 3. El grupo aplica el indicador correctamente y lo contextualiza, pero le falta consistencia o está incompleta.

A modo de ejemplo, se presenta el análisis del grupo G3, cuya valoración está suficientemente argumentada para determinar que se promueve el acceso y logro de todos los estudiantes, pues se refieren a la diversidad de representaciones gráficas de la actividad.

No se puede observar una adaptación curricular como tal, pero sí que en cada una de las representaciones de los resultados el/los protagonistas son diferentes para así poder observar su conocimiento y, de esta manera, todos tienen oportunidad de conseguir su objetivo y su meta. También, los diferentes ejemplos de representación hacen que se refuercen los conceptos para unos y para otros sea una amplificación, y al final, como se ha hecho de diferentes maneras, si no es una actividad o en otra, el alumno acaba adquiriendo el conocimiento y el concepto.

## Grupo G3

Para llegar a un nivel superior de análisis, hubiesen tenido que concretar los conocimientos y conceptos que mencionan.

En cuanto al grado de idoneidad de esta componente, a excepción del grupo G3, el resto considera que la práctica estadística videograbada atiende a la diversidad de manera bastante adecuada (Tabla 101).

Por lo que se refiere al grupo G3, éste concluye que el grado de idoneidad es medio-bajo. Este resultado tiene sentido en cierto modo porque llegan a afirmar que no observan una adaptación curricular específica.

Creemos que este grupo esperaba reconocer una práctica o tarea matemática paralela a la visualizada y llevada a cabo por estudiantes con ritmos o estilos cognitivos inferiores o superiores a los de la mayoría de la clase.

En la Tabla 102 se muestra el número de componentes cognitivas en función del grado de idoneidad (Bajo, Medio-Bajo, Medio, Medio-Alto y Alto) asignado y del nivel

competencial (Insuficiente, Principiante, Suficiente y Experto) con que ha sido valorada cada una de ellas.

**Tabla 102.** Frecuencia (porcentaje) componentes cognitivas según nivel competencial y grado idoneidad

	Bajo	Medio-Bajo	Medio	Medio-Alto	Alto	Total
Insuficiente	0 (0)	0 (0)	1 (6,7)	3(20)	1 (6,7)	5(33,3)
Principiante	0 (0)	0 (0)	1 (6,7)	1 (6,7)	6(40)	8(53,4)
Suficiente	0 (0)	1 (6,7)	0 (0)	1 (6,7)	0(0)	2(13,4)
Total	0 (0)	1 (6,7)	2(13,4)	5(33,4)	7(46,7)	15(100)

Como se observa, predominan las componentes con un análisis competencial principiante y un grado de idoneidad alto.

### **Síntesis y conclusiones de resultados: conocimiento y competencia de la faceta cognitiva**

Para poder describir con más detalle la competencia en valoración de la idoneidad didáctica, se ha calculado la puntuación media de nivel de análisis de cada indicador correspondiente a la idoneidad cognitiva (Tabla 103).

Los resultados indican que el grado de desarrollo de la competencia profesional del grupo de maestros participantes es baja en cuanto a la valoración de la idoneidad cognitiva se refiere, pues la media global obtenida para dicha idoneidad es 1,5. No obstante, esta media es ligeramente mejor que la obtenida en la idoneidad epistémica.

Si comparamos estos resultados con los del estudio de Gea (2014), obtenemos un resultado peor, ya que la media global de los futuros profesores de secundaria es muy superior (3,9). Por otro lado, la media de los maestros de educación infantil, prácticamente coincide con la de los futuros maestros de Primaria de Arteaga (2011) (1,6).

**Tabla 103.** Media y desviación típica por indicador de la id. cognitiva

Indicador	Contenido	Media	Desviación típica
CP1	Conocimientos previos	1,8	0,8
CP2	Alcance contenidos pretendidos	1,2	0,4
APEV1	Observación sistemática aprendizaje	1,4	0,5
APEV2	Diversidad modos evaluación	2,4	1,1
APEV3	Evaluación inclusiva	0	0
AC1	Atención a la diversidad	2,2	0,8
Total		1,5	0,9

Cabe destacar que el indicador con mejor puntuación media ha sido el APEV2, correspondiente a la diversidad de modos de evaluación, aunque también es el que presenta una desviación típica más elevada. Como en el estudio de Gea (2014), la valoración de la atención a la diversidad es uno de los indicadores mejor analizados.

Asimismo, es preciso resaltar que, en esta idoneidad parcial, la puntuación media de todos sus indicadores se mantiene por debajo de la media teórica (2,5).

En cuanto a las puntuaciones medias de cada grupo (Tabla 104), observamos que el grupo G3 obtiene la puntuación más alta (2), pero no es suficiente para alcanzar un nivel competencial aceptable. En concreto, han demostrado un grado de desarrollo competencial principiante, como el grupo G2 y el grupo G5.

**Tabla 104.** Media y desviación típica del nivel de análisis de la id. cognitiva por grupo y nivel competencial

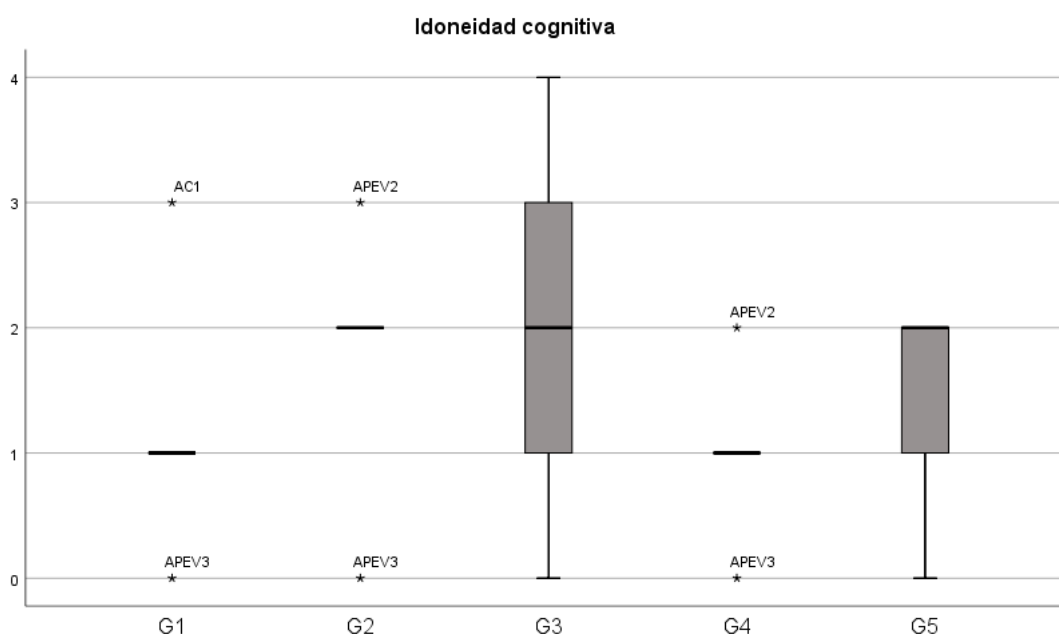
Grupo	Media	Desviación típica	Nivel competencial
G1	1,2	1	0 Insuficiente
G2	1,8	1	1 Principiante
G3	2	1,5	1 Principiante
G4	1	0,6	0 Insuficiente
G5	1,5	0,8	1 Principiante



La Figura 46 revela la homogeneidad en los niveles de análisis de los grupos G1, G2 y G4, aunque los tres, presentan casos atípicos. En particular, el indicador APEV3 es un caso atípico para los tres.

En cuanto al grupo G3, el gráfico confirma la dispersión ya señalada por la desviación típica (1,5) en los niveles de análisis. Cabe añadir que, es el único grupo que alcanza el nivel 4 en alguna de sus valoraciones.

Por lo que se refiere al grupo G5, se observa que, al menos la mitad de las veces, llega a realizar un análisis de nivel 2. De ahí que alcance, por poco, el nivel principiante.



**Figura 46.** Niveles de análisis de la idoneidad cognitiva por grupos

En la Tabla 105 se muestran descriptores del conocimiento especializado sobre los aspectos cognitivos que ha movilizad los participantes al valorar las componentes de la idoneidad cognitiva.

En la Tabla 106 se observa que no hay mucha diferencia entre el número de descriptores del conocimiento movilizad por un grupo y otro, pero sí que es cierto que, el grupo G3- recordemos que es el que mejor puntuación media tiene- es el único capaz de aplicar conocimiento sobre las tres componentes que describen la idoneidad cognitiva y, en

particular, el único capaz de señalar conocimientos previos matemáticos concretos necesarios e implicados en el estudio estadístico objeto de valoración. De ahí que se reconozca como una dificultad competencial la DCFc1 (Tabla 107).

**Tabla 105.** Conocimiento especializado mostrado sobre la faceta cognitiva

Conocimiento especializado mostrado sobre aspectos cognitivos ( <i>conocimiento compartido con otra faceta</i> )		
Conocimientos previos	Ccp1.	Reconoce el conteo como un conocimiento previo para poder hacer la lectura de gráficos estadísticos.
Aprendizajes y Evaluación formativa	Capev1.	Apunta que es importante que la maestra debe tener claro, de antemano, cuales son los aspectos matemáticos que quiere evaluar.
	Capev2.	Conoce algunas técnicas de evaluación de la educación infantil, como la observación directa o la grabación de las prácticas de los niños.
	Capev3.	Sabe que las buenas preguntas del docente son fundamentales para evaluar los conocimientos matemáticos ( <i>compartido con la instruccional</i> ).
	Capev4.	Reconoce el proceso de metacognición como una característica de la evaluación formativa.
	Capev5.	Comprende que los errores son una fuente de aprendizaje.
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	Cac1.	Admite que las actividades abiertas y flexibles favorecen la atención a la diversidad en matemáticas.
	Cac2.	Reconoce que la representación de los datos con distintos gráficos (pictograma, vivencial, objetos) atiende a los diferentes estilos cognitivos, pues pueden ser un refuerzo para alguno de los niños o suponer un nuevo reto para otros.

**Tabla 106.** Conocimiento especializado cognitivo mostrado por cada grupo

Conocimientos mostrados por cada grupo		G1	G2	G3	G4	G5
Conocimientos previos	Ccp1.			x		
Aprendizajes	Capev1.	x				
y	Capev2.	x			x	x
Evaluación formativa	Capev3.		x	x		
	Capev4.	x				
	Capev5.				x	
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	Cac1.					x
	Cac2.	x		x		

**Tabla 107.** Dificultades en la valoración de la idoneidad cognitiva

Dificultades mostradas en la valoración de la idoneidad cognitiva (competencia)	
DCFc1.	Dificultad en precisar conocimientos matemáticos previos .

Por lo que se refiere a los conflictos cognitivos emergentes (Tabla 108), se observa que el conflicto CCgOc3 identificado en el reconocimiento de objetos y procesos, persiste en la valoración de la idoneidad didáctica (CCgFc1).

Por otro lado, sorprende el conflicto CCgFc2, que se relaciona con una visión limitada y tradicional de la evaluación.

**Tabla 108.** Conflictos cognitivos en la faceta cognitiva

---

Conflictos cognitivos mostrados en la faceta cognitiva (conocimientos)

---

CCgFc1.	CCgOc3. Se refiere a las modalidades de la variable como las variables del estudio.
CCgFc2.	El significado personal de la evaluación formativa está sesgado. Considera que para evaluar son necesarias un conjunto de actividades finales destinadas a este fin.

---

### 5.2.2.3 Idoneidad afectiva

El análisis de las valoraciones de los indicadores de la faceta afectiva hechas por los grupos de maestros nos permitirá identificar no solo su nivel competencial, sino también su conocimiento especializado sobre aspectos afectivos de los estudiantes.

A continuación, se detallan las valoraciones de los indicadores de cada componente de la faceta afectiva realizadas por los grupos de maestros participantes.

En concreto, para cada indicador, se muestran evidencias de respuestas o valoraciones de éste según el nivel de análisis.

### *Intereses y necesidades*

Se espera que los grupos valoren la importancia de realizar el estudio estadístico a partir de una variable que parte del interés de los niños, así como la utilidad de la tarea para nutrir su alfabetización estadística, la cual es necesaria en su vida cotidiana. Asimismo, se espera que reconozcan el juego como un elemento motivador.

La Tabla 109 recoge los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 109.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente INN

Grupo	Nivel INN1	Nivel INN2	Grado idoneidad
G1	3	1	Alto
G2	2	1	Alto
G3	1	1	Alto
G4	3	1	Alto
G5	2	0	Alto

***INN1: La tarea tiene interés para los estudiantes.***

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Es el caso del grupo G3, el cual hace un análisis basado en su opinión acerca de una posible motivación.

Los alumnos muestran mucho interés en las actividades, posiblemente la maestra les ha motivado desde un inicio y eso es fundamental para potenciar el interés en los alumnos.

Grupo G3

Nivel 2. El grupo aplica el indicador al contexto, pero se centra en aspectos de otra faceta que son secundarios para la valoración de este indicador.

Es el caso del grupo G5, que se basa en aspectos de la faceta mediacional, como son los recursos manipulativos. Es cierto que el material manipulable favorece la motivación y el interés por las tareas, pero en este proceso de e/a no es el principal aspecto motivador.

Se trabaja mediante material manipulativo y significativo para los alumnos. Esto favorece la motivación y el interés hacia las tareas. La figura participativa y motivadora de la maestra ayuda a desarrollar una actividad dinámica que responda a los intereses, motivaciones y necesidades de los participantes.

Grupo G5

Nivel 2. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero no lo contextualiza.

En esta ocasión, el grupo focaliza en aspectos clave para justificar la adecuación del indicador, pero razona de forma muy genérica, sin relacionar con la actividad matemática en cuestión:

Consideramos que en esta práctica los alumnos se muestran motivados por la estadística a realizar porque es un tema de su interés y probablemente estén interesados en averiguar el resultado de esta. Además, la maestra hace que los alumnos sean los protagonistas en todo momento y esto hace que se muestren más atraídos por el estudio. Además, consideramos que todo el material y las prácticas utilizadas son atractivas para los alumnos, lo cual facilita el aprendizaje y el interés en la práctica.

### Grupo G2

Claramente, el grupo G2 hubiese podido especificar que se trata del rincón de juego preferido de los niños y, en consecuencia, alcanzar el nivel 3 de análisis, como el grupo G1.

Nivel 3. El grupo aplica el indicador correctamente y lo contextualiza, pero le falta consistencia o está incompleta.

Los grupos G1 y G4 han realizado análisis de nivel 3. Sirva como ejemplo la del G1.

Creemos que las tareas sí que suscitan interés, ya que es un tema relacionado con lo que más les gusta, el juego. Además, se trata de un tema muy cercano a ellos, los rincones de juego de su clase.

### Grupo G1

Como se observa, hay una falta de consistencia debido a una contextualización superficial. Para aumentarla, hubiese sido suficiente utilizar un lenguaje más concreto, como variable o estudio estadístico, en lugar de tarea o tema.

### ***INN2: La actividad matemática propuesta permite valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana.***

El G5 no aplica el indicador, pero el resto de grupos lo hace con dificultad y con estilos diferentes. A continuación, se detallan los niveles de análisis.

Nivel 1. El grupo se limita a copiar casi literalmente el indicador, sin contextualizarlo al proceso de e/a analizado.

Es una actividad que muestra de forma indirecta a los niños como las matemáticas, a partir del lenguaje adaptado a ellos, son útiles para la vida cotidiana.

### Grupo G1

Durante el transcurso de la actividad, no se relacionan las tareas realizadas específicamente con la vida cotidiana.

Grupo G4

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Tanto el análisis del grupo G2 como del G3 son de este tipo.

Las actividades tienen aplicabilidad en la vida cotidiana ya que son actividades que han hecho a partir de sus pensamientos y preferencias de juego.

Grupo G3

Este bajo nivel de análisis es preocupante porque significa que los maestros no son capaces de ver que estamos rodeados de datos que solo pueden ser bien interpretados si hay alfabetización estadística. En consecuencia, esta poca visión en la utilidad de las matemáticas puede derivar en una práctica profesional pobre en contenidos estadísticos.

Por lo que respecta al grado de idoneidad de la componente Intereses y Necesidades, todos los grupos de participantes coinciden en que éste es alto (Tabla 109).

Es preciso resaltar, pero, que nos sorprende que el grupo G4 concluya su valoración otorgando el máximo grado a pesar que en el indicador INN2 considere que no se valore la utilidad de las matemáticas en la práctica estadística videograbada. De ahí que nos planteemos dos hipótesis: o bien este grupo asigna los grados de idoneidad de forma arbitraria, o bien no considera importante dicho indicador para el estudio de las matemáticas.

### ***Actitudes y emociones***

Se espera que los maestros consideren el proceso de e/a estadístico como una experiencia positiva resuelta con éxito que, por tanto, favorece la autoestima y la confianza. Para ello, son fundamentales los refuerzos positivos de la docente, así como la metodología de aula, basada en una tarea cooperativa en la que todos participan y asumen responsabilidad; en particular, en la construcción del gráfico vivencial. Asimismo, se pretende que destaquen la satisfacción que supone, en estadística, obtener tendencias de unos datos, inicialmente, desorganizados.

La Tabla 110 recoge los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 110.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente AE

Grupo	Nivel AE1	Nivel AE2	Nivel AE3	Nivel AE4	Grado idoneidad
G1	2	3	1	1	Alto
G2	3	2	0	0	Medio-Alto
G3	2	3	1	0	Medio-Alto
G4	2	3	1	0	Alto
G5	2	1	1	0	Medio-Alto

***AE1: Se promueve la participación en la tarea, la perseverancia y la responsabilidad.***

La mayoría de grupos se hallan en el nivel 2 de análisis, pero con algunas diferencias como se muestra a continuación.

Nivel 2. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero no lo contextualiza.

La valoración del grupo G5 es de nivel 2 porque en ella se aprecian rasgos demasiado generales que, fácilmente, se hubiesen podido contextualizar o enmarcar en el estudio estadístico. Además, solo se aplica una parte del indicador:

Las actividades realizadas permiten a los alumnos un rol de protagonista de su propio aprendizaje. Por eso, se fomenta la participación.

Grupo G5

Nivel 2. El grupo aplica el indicador al contexto de forma incompleta y, además, no se refiere a aspectos matemáticos o comete errores.

En este caso, a diferencia del anterior, las valoraciones están contextualizadas, pero también son incompletas. No obstante, no alcanzan el nivel 3 de competencia porque se comete algún error, o bien, porque el grupo no es capaz de referirse a aspectos matemáticos que afloran claramente.

En cada actividad hay un par o tres de “protagonistas” encargados de realizar y representar la solución de la votación. De esta manera, se promueve la participación y la responsabilidad.

Grupo G3



Como señala el grupo G3, es cierto que hay estudiantes que tienen un rol definido por la maestra durante las prácticas matemáticas en momentos puntuales, como en la construcción del pictograma, pero no ocurre en la del gráfico vivencial, tarea en la que están todos los niños implicados por igual.

En el caso de las valoraciones de los grupos G1 y G4, se reconocen imprecisiones matemáticas importantes. Por ejemplo, el grupo G4 diferencia entre la actividad de los Legos y la del pictograma, cuando podía haberse referido a la representación de los datos con un pictograma o con Legos:

En general, se observa que todos participan por igual, pero en alguna ocasión la maestra establece encargados: en la actividad de los Legos, solo participan cinco alumnos, uno por cada juego; en la actividad del pictograma, participan tres: uno pega la imagen, uno saca el papel y otro sujeta el bote.

Grupo G4

Nivel 3. El grupo aplica el indicador al contexto y se refiere a aspectos matemáticos, pero la aplicación es incompleta.

En este nivel, la aplicación del indicador sigue siendo incompleta, pero hay rasgos que la contextualizan; además, se diferencia de las anteriores porque se refiere a algún aspecto matemático y no contiene errores. Es el caso del grupo G2:

A partir de esta práctica la maestra propicia un entorno de confianza que permite a los alumnos participar de manera responsable. Esto se puede apreciar en la construcción del gráfico cuando son los propios alumnos quienes tienen que hacer las colas y organizarse de forma autónoma.

Grupo G2

De igual modo que los otros grupos de maestros participantes, el G2 tampoco se refiere a la perseverancia, por lo que no alcanza el nivel 4 de análisis.

***AE2: Se promueve la autoestima y la confianza en uno mismo para resolver tareas matemáticas, evitando el miedo o el rechazo a las matemáticas.***

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Como ejemplo, se presenta la valoración del grupo G5:

Se trata de actividades cooperativas basadas en el aprendizaje entre iguales, la experimentación y el juego. Esta tipología de actividades permite trabajar la autoestima, el trabajo en grupo evitando el miedo y el rechazo a las matemáticas.

Grupo G5

En esta evidencia, no existe una conexión clara entre una parte de la valoración y la otra. En concreto, el grupo no justifica ni cómo ni porque se trabaja la autoestima y se evita el rechazo con los tipos de actividades que mencionan. Además, tampoco contextualiza, lo que dificulta más la comprensión.

Nivel 2. El grupo aplica el indicador al contexto, pero se centra en aspectos anecdóticos y no estrictamente matemáticos.

De hecho, presenta argumentos que se pueden considerar secundarios. Es el caso del grupo G2, que expone una razón cierta, pero que casi es trivial teniendo en cuenta la metodología que se sigue:

Se promueve la autoestima porque en todo momento se escucha a todos los alumnos y se les permite participar en la actividad.

Grupo G2

Cabe destacar que, en realidad, es indiferente si el grupo aplica o no el indicador al contexto, dado que su observación se refiere a todo el proceso y no está vinculada a ningún procedimiento o tarea en particular. De igual manera, ocurre con algunas valoraciones del nivel 3. Esto se debe a la naturaleza del indicador, que no requiere, necesariamente, de razones fundamentadas en las matemáticas para ser valorado.

En cuanto a los análisis de nivel 3, se observan diferencias entre ellos. Véase a continuación.

Nivel 3. El grupo aplica el indicador de forma incompleta, pero se refiere a aspectos importantes y necesarios que lo describen, que pueden no ser estrictamente matemáticos.

Los refuerzos positivos son elementos didácticos importantes que aumentan la autoestima de los estudiantes, así como la confianza en su propia capacidad de resolución ante una tarea de cualquier disciplina. Los grupos 1 y 4 se fijan en ellos, pero eluden referirse al rechazo y al miedo hacia las matemáticas. En consecuencia, la aplicación es incompleta:

La actividad fomenta la autoestima mediante las preguntas personalizadas que la maestra formula a los alumnos, por ejemplo, cuando inicia la pregunta con el nombre del niño o niña.

Grupo G1

El grupo G3 también se halla en el nivel 3, pero a diferencia del grupo G1 y del 4, se centra en el miedo y el rechazo hacia la estadística. En consecuencia, se refiere a aspectos matemáticos, pero la aplicación sea incompleta:

Nivel 3. El grupo aplica el indicador al contexto de forma incompleta y se refiere a aspectos matemáticos.

La maestra hace las actividades amenas para una mayor participación y actitud delante de las matemáticas, de esta manera evita el rechazo y el miedo hacia las matemáticas. La estadística es un tema un poco complicado de trabajar, ya que en muchos casos no gusta a los alumnos, en este caso la maestra ha aprovechado muy bien la motivación de los juegos de la clase para trabajarla.

Grupo G3

El nivel 4 se alcanzaría con una aplicación completa del descriptor que estuviera integrada por los dos tipos de valoraciones de nivel 3.

***AE3: Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad: el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.***

En nuestra opinión, es importante ser consciente de cuando se puede o no valorar un indicador con cierta verdad. Como se indica en el análisis experto, a nuestro juicio, no hay evidencias suficientes para afirmar o negar que el argumento se valora por su contenido y no por su emisor. De ahí, el siguiente nivel 1 de análisis:

Nivel 1. El grupo valora el indicador positiva o negativamente en un contexto que no proporciona evidencias suficientes para hacerlo.

Sirvan como ejemplo los análisis de los grupos G1 y G5.

La argumentación se valora también por lo que se dice y no por quién lo dice.

Grupo G1

Todos los argumentos son respetados y escuchados desde una perspectiva de igualdad, inclusión y género.

Grupo G5

***AE4: Se resaltan las cualidades de estética y de precisión de las matemáticas.***

Solamente el grupo G1 ha analizado este indicador. Es posible que los maestros no tengan interiorizado el concepto de belleza matemática, el cual es casi intrínseco al individuo matemático.

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Creemos que se resalta la estética de las matemáticas, ya que las vemos mediante diferentes procesos matemáticos, representación, comunicación, conjeturas y razonamiento.

Grupo G1

Cabe señalar que, aunque es cierto que en matemáticas destacar algo como una cualidad estética depende un poco de cada uno (Bosque et al., 2017), no se considera pertinente reconocer como tal la riqueza en procesos matemáticos.

En general, los maestros participantes creen que el grado de adecuación de los aspectos afectivos y emocionales del proceso de e/a estadístico es medio alto o alto (Tabla 110).

Nuevamente, nos sorprende el grupo G4 pues, acertadamente, cuestiona la participación de los alumnos y califica la componente como idónea.

En la Tabla 111 se muestra el número de componentes afectivas en función del grado de idoneidad (Bajo, Medio-Bajo, Medio, Medio-Alto y Alto) asignado y del nivel competencial (Insuficiente, Principiante, Suficiente y Experto) con que ha sido valorada cada una de ellas.

**Tabla 111.** Frecuencia (porcentaje) componentes afectivas según nivel competencial y grado idoneidad

	Bajo	Medio-Bajo	Medio	Medio-Alto	Alto	Total
Insuficiente	0 (0)	0 (0)	0 (0)	2(20)	1(10)	3(30)
Principiante	0 (0)	0 (0)	0 (0)	2(20)	5(50)	7(70)
Suficiente	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
Total	0 (0)	0 (0)	0 (0)	4(40)	6(60)	10(100)

Claramente, los maestros participantes han considerado que el proceso de e/a responde adecuadamente a los aspectos afectivos y emocionales que caben esperar de una práctica matemática idónea. Asimismo, predominan las componentes analizadas con un desarrollo competencial principiante y, de hecho, ninguna componente ha sido analizada con un nivel competencial suficiente, lo que solo ocurre en esta faceta.

### **Síntesis y conclusiones de resultados: conocimiento y competencia de la faceta afectiva**

Para poder describir con más detalle la competencia en valoración de la idoneidad didáctica, se ha calculado la puntuación media de nivel de análisis de cada indicador correspondiente a la idoneidad afectiva (Tabla 112).

**Tabla 112.** Media y desviación típica por indicador de la id. afectiva

Indicador	Contenido	Media	Desviación típica
INN1	Interés tarea	2,2	0,8
INN2	Utilidad tarea en la vida	0,8	0,4
AE1	Participación en la tarea	2,2	0,4
AE2	Autoestima y rechazo	2,4	0,9
AE3	Argumentación en igualdad	0,8	0,4
AE4	Belleza matemática	0,2	0,4
Total		1,4	0,9

Los resultados indican que el grado de competencia en valoración de la idoneidad afectiva del grupo de maestros participantes es bajo, pues la media global es 1,4.

Nuevamente, esta puntuación está lejos de la media teórica (2,5) y de la obtenida por Gea (2014) (3), aunque prácticamente coincide con la del trabajo de Arteaga (2011) (1,3).

Cabe destacar que, en la valoración de esta idoneidad se observa cierta polarización en los niveles de análisis de los indicadores: mientras que en unos no se llega al nivel 1, en los otros se pasa del 2. Teniendo en cuenta que las desviaciones típicas no son muy elevadas, esto significa que, claramente, ha habido unos indicadores que les han resultado más fáciles que otros de analizar a todos los grupos.

En la línea de Arteaga (2011), el indicador que les resulta más complicado de valorar es el AE4, referente a las cualidades estéticas y de precisión de las matemáticas, aunque en nuestro caso, el resultado es peor (0,2 frente al 0,5 de Arteaga (2011)). En cambio, en el estudio de Gea (2014), se obtiene una puntuación considerablemente buena en él (3).

Seguramente, este resultado se deba a la formación universitaria de los participantes, pues una singularidad de los grados o licenciaturas de matemáticas e ingenierías es hacer hincapié y resaltar la belleza matemática en las demostraciones o en la resolución de problemas; en cambio, en los grados de maestro no se pone tanto en valor este aspecto.

Por otro lado, es preciso remarcar los pésimos resultados que hemos obtenido en la valoración de la utilidad de la tarea estadística en la vida cotidiana. Realmente, es preocupante que los maestros noveles de infantil no sean capaces de reconocerla, ya que esto se puede traducir fácilmente en la creencia de que los procesos de e/a estadísticos en infantil son un hacer por hacer y no un hacer para aprender. En consecuencia, esto tiende a transformarse en no trabajar este bloque de las matemáticas adecuadamente.

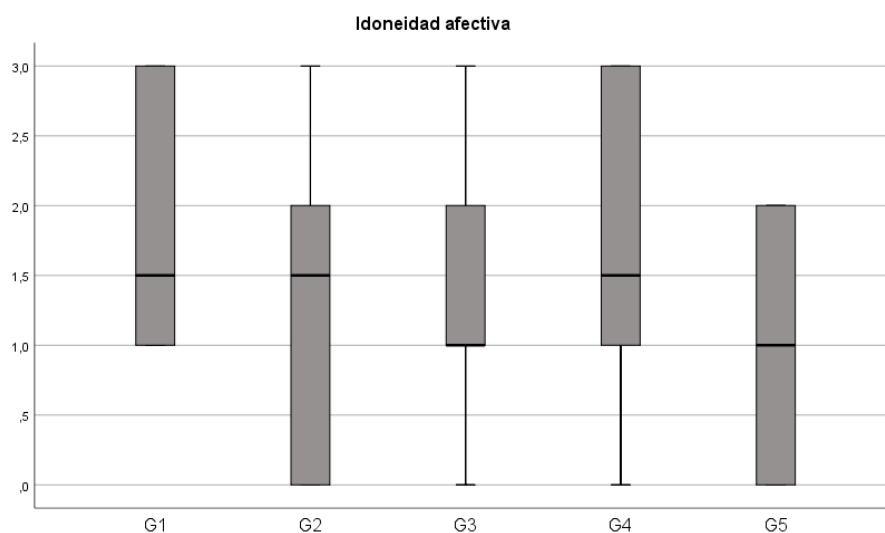
Por el contrario, la valoración de si la actividad fomenta la autoestima y evita el rechazo de las matemáticas es el indicador con una mejor puntuación media (2,4), la cual se considera suficiente. Resaltamos que, como en la valoración de la idoneidad cognitiva, el indicador con mayor puntuación es el que también presenta más dispersión (0,9).

Si nos fijamos en las puntuaciones medias por grupos (Tabla 113) éstas están entre el 1 y el 1,8, lo que se interpreta como un nivel competencial prácticamente principiante.

**Tabla 113.** Media y desviación típica del nivel de análisis de la id. afectiva por grupo y nivel competencial

Grupo	Media	Desviación típica	Nivel competencial
G1	1,8	1	1 Principiante
G2	1,3	1,2	1 Principiante
G3	1,3	1	1 Principiante
G4	1,7	1,2	1 Principiante
G5	1	0,9	0 Insuficiente

En la Figura 47 se aprecia como los grupos con mayor media en esta idoneidad, el G1 (1,8) y el G4 (1,7), en el 50% de los indicadores han alcanzado un nivel de análisis 2 o 3. Por otro lado, observamos que la caja del grupo G5, sin bigotes, simétrica y con la mediana en el 1, confirma el nivel competencial insuficiente de este grupo para la valoración de la idoneidad afectiva.



**Figura 47.** Niveles de análisis de la faceta afectiva por grupos

En cuanto a los conocimientos didáctico-matemáticos mostrados por los grupos (Tabla 114), se observa que el grupo que mejor nivel competencial ha demostrado, el grupo G1, también es el que más conocimiento ha movilizado. No obstante, en el grupo G2 también se observan bastantes descriptores del conocimiento del profesor y su nivel competencial es menor (Tabla 115). Una posible explicación es que el grupo G2, en dos ocasiones, no valora el indicador correspondiente.

**Tabla 114.** Conocimiento especializado mostrado sobre la faceta afectiva

Conocimiento especializado mostrado sobre los aspectos afectivos ( <i>conocimiento compartido con otra faceta</i> )	
Intereses y necesidades	Ainn1. Reconoce la importancia de realizar un estudio estadístico sobre un tema que sea del interés de los alumnos, como por ejemplo los juegos a los que les gusta jugar.
	Ainn2. Reconoce que elegir un tema del entorno de los niños para realizar el estudio, es un factor que motiva el aprendizaje.
	Ainn3. Considera el juego como un elemento motivador para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
	Ainn4. Considera que, llevar a cabo un proceso de enseñanza y aprendizaje en el que el niño sea el protagonista, aumenta el interés de los estudiantes.
	Ainn5. Sabe que el material manipulable aumenta el interés de los niños en las tareas matemáticas ( <i>compartido con la mediacional</i> ).
Actitudes y emociones	Aae1. Reconoce que asignar roles a los niños durante el estudio estadístico fomenta su participación y responsabilidad en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
	Aae2. Apunta que representar los datos en un gráfico vivencial es una práctica estadística que promueve la participación y la responsabilidad en educación infantil.



- Aae3. Comprende que emplear refuerzos positivos por parte del docente es un aspecto importante que mejora la autoestima en matemáticas (*compartido con la instruccional*).
- Aae4. Señala que fomentar la participación de los niños en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas contribuye a evitar el miedo y el rechazo hacia ella (*compartido con la instruccional*).
- Aae5. Considera que es fundamental hacer estadística a partir de temas que motiven a los alumnos para evitar el rechazo hacia ella.

**Tabla 115.** Conocimiento especializado afectivo mostrado por cada grupo

Conocimientos mostrados por cada grupo		G1	G2	G3	G4	G5
Intereses y necesidades	Ainn1.	x	x			
	Ainn2.	x				
	Ainn3.	x			x	
	Ainn4.		x			
	Ainn5.		x		x	x
Actitudes y emociones	Aae1.	x		x	x	x
	Aae2.		x			
	Aae3.	x	x		x	

	Aae4.	x	x	x	x
	Aae5.			x	

En la Tabla 116 y en la 117 se resumen los conflictos cognitivos identificados en los maestros de educación infantil y descritos anteriormente, así como las dificultades emergentes en la valoración de la idoneidad parcial afectiva.

**Tabla 116.** Conflictos cognitivos en la faceta afectiva

Conflictos cognitivos mostrados en la faceta afectiva (conocimientos)	
CCgFa1.	No existe un significado personal tanto de las cualidades estéticas de las matemáticas como del concepto en sí mismo.

**Tabla 117.** Dificultades en la valoración de la idoneidad afectiva

Dificultades mostradas en la valoración de la idoneidad afectiva (competencia)	
DCFa1.	Dificultad en valorar las cualidades estéticas de las matemáticas.
DCFa2.	Dificultad en valorar la utilidad del estudio estadístico para la vida cotidiana.

#### 5.2.2.4 Idoneidad interaccional

El análisis de las valoraciones de los indicadores de la faceta interaccional hechas por los grupos de maestros nos permitirá identificar no solo su nivel competencial, sino también su conocimiento especializado sobre aspectos interaccionales entre la maestra y los alumnos y los alumnos entre ellos, así como sobre los momentos de autonomía de estudio.

A continuación, se detallan las valoraciones de los indicadores de cada componente de la faceta afectiva realizadas por los grupos de maestros participantes.

En concreto, para cada indicador, se muestran evidencias de respuestas o valoraciones de éste según el nivel de análisis.

### ***Interacción docente-discente***

La Tabla 118 recoge los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 118.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente IDD

Grupo	Nivel IDD1	Nivel IDD2	Nivel IDD3	Nivel IDD4	Nivel IDD5	Grado idoneidad
G1	2	2	2	3	1	Medio-Alto
G2	2	3	4	1	1	Medio-Alto
G3	2	2	2	2	0	Alto
G4	2	0	1	1	0	Alto
G5	2	3	1	1	1	Alto

### ***IDD1: El profesor se comunica de forma clara y organizada con sus alumnos.***

Aunque todos los grupos hayan realizado un análisis de nivel 2, hay dos tipos de enfoque en las valoraciones; por un lado, el de los grupos G1 y G5 y, por el otro, el de los grupos G2, G3 y G4. A continuación, se detallan los análisis y se presenta una evidencia de cada tipo a modo de ejemplo.

Nivel 2. El grupo aplica el indicador al contexto, pero se centra en aspectos anecdóticos y no estrictamente matemáticos.

En este caso, los participantes no consideran que la docente se haya comunicado de forma organizada porque, a su juicio, se ha saltado un primer paso de contextualización de la tarea; en realidad, no se puede saber con certeza si ha tenido lugar.

Cabe señalar que, a esta observación anecdótica, le otorgan todo el peso de la valoración:

La maestra va directamente a hacer la pregunta de interés, es decir, directamente pregunta lo que tendrán que votar los alumnos, sin hacer una contextualización adecuada.

Grupo G1

Nivel 2. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero no lo contextualiza.

A diferencia de los grupos anteriores, los de esta categoría, el G2, el G3 y el G4, se fijan en la manera de comunicarse, es decir, se centran en la forma y no en el contenido. Por otro lado, hay que mencionar que no contextualizan y que, por tanto, no alcanzan el nivel 3 de análisis:

Creemos que en esta práctica la maestra se muestra cercana con su vocabulario, con la explicación de la actividad y enfatizando con todos los conceptos matemáticos que aparecen en esta.

Grupo G2

***IDD2: El profesor sabe identificar los conflictos de sus alumnos y los resuelve.***

Respecto a este indicador, todos los grupos que lo aplican, lo hacen en el sentido adecuado y valoran, acertadamente, la gestión que hace la maestra del error. No obstante, mientras que los grupos 1 y 3 solamente se refieren a como lo hace, los grupos 2 y 5 lo acompañan de una situación conflictiva.

En cuanto al grupo G4, como no valora este indicador, se le asigna el nivel 0 de análisis.

Nivel 2. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero no lo contextualiza.

En las valoraciones de este nivel no se reconoce ningún aspecto específico que revele que se trata del proceso de e/a estadístico del vídeo y no de otro. Tanto el grupo G1 como el G3 presentan un análisis de este tipo. A continuación, se expone la valoración del grupo G3.

La maestra es capaz de hacer buenas preguntas a los niños para guiar el aprendizaje, lo cual es importante, puesto que el maestro tiene que trabajar de este modo para ser un buen guía del aprendizaje. Para resolver las dudas busca varias maneras de ver las cosas y de explicarlas para que se entienda.

Grupo G3

Nivel 3. El grupo aplica el indicador correctamente y lo contextualiza, pero le falta consistencia.

A las valoraciones de este nivel les falta cierta solidez porque no concretan, sino que dejan entrever, cómo la docente ayuda a superar las dificultades a sus alumnos.

Asimismo, aunque contextualizan su argumentación en una situación en la que tiene lugar un conflicto o error cognitivo, no detallan cuál es:

En el momento que un niño tiene una duda o comete algún error en su argumentación promueve que este razone y se dé cuenta por el mismo de lo ocurrido. Por ejemplo, cuando se organizan en filas en los rincones de juego y ella les hace ver que hay alguna cosa que no es correcta, pero son ellos quienes lo solucionan a partir de argumentaciones.

Grupo G2

Una vez analizadas las valoraciones de los participantes correspondientes a este indicador, así como las de la faceta cognitiva, cabe destacar que los maestros no han sido capaces de identificar explícitamente ningún error cognitivo, aunque algunos son bastante evidentes.

***IDD3: El profesor utiliza diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los estudiantes.***

Nivel 1. El grupo se limita a copiar casi literalmente el indicador, sin contextualizarlo al proceso de e/a analizado.

En relación con la utilización de recursos retóricos y argumentativos podemos decir que la maestra intenta en todo momento captar la atención y la motivación de los alumnos.

Grupo G5

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

La maestra mediante las preguntas retóricas y predicciones busca que sean los mismos niños los que encuentren la solución idónea, o sea que, a partir de las preguntas de la maestra y las argumentaciones de todos, encuentren una solución.

Grupo G4

Esta valoración del grupo G4 resulta confusa porque expresa ideas poco acertadas e, incluso, erróneas y sin contextualizar. Por un lado, se refieren a las supuestas predicciones de la maestra y, por el otro, dan a entender que están en una situación de resolución de problemas y buscan la mejor solución. En definitiva, no es pertinente y parece que el grupo no ha pensado en profundidad sobre el indicador.

Nivel 2. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero no lo contextualiza.

De igual modo que ocurre en el indicador anterior IDD2, las valoraciones de este tipo se pueden aplicar a cualquier materia o situación de e/a, es decir, el lector no puede discriminar el contexto educativo al que se le aplica el indicador. Véase como ejemplo la valoración del grupo G1.

La maestra realiza preguntas interesantes e intenta preguntar lo mismo de diferentes formas para que todos puedan participar.

Grupo G1

Nivel 4. El grupo aplica el indicador al contexto correctamente y razona con un único ejemplo. En consecuencia, su valoración es consistente.

Este nivel engloba las valoraciones que se refieren a uno de los recursos más importantes que utiliza la docente: la voz.

La maestra utiliza diversos recursos para que los niños y niñas estén atentos en todo momento, como por ejemplo modulando la voz.

Grupo G2

***IDD4: Se facilita la inclusión de los estudiantes tanto en la dinámica de la clase como en el grupo, evitando la exclusión.***

En este proceso de e/a se identifican dos aspectos fundamentales que juegan un papel importante en la determinación de un grado alto de inclusividad: uno, es el rol de la maestra y, el otro, la riqueza de representaciones. En mayor o menor medida, las valoraciones de los grupos los tienen en cuenta.

Nivel 1. El grupo se limita a copiar casi literalmente el indicador, sin contextualizarlo al proceso de e/a analizado.

Es el caso de los grupos G2, G4 y G5. De hecho, incluso se puede considerar que sus valoraciones están basadas en argumentos circulares. Como ejemplo, se evidencia la del grupo G2.

Se facilita la inclusión de los alumnos en todo momento para que todos formen parte del desarrollo de la estadística.

Grupo G2

Nivel 2. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero no lo contextualiza.

Es el caso de la valoración del grupo G3, que se centra, superficialmente, en el rol de la maestra sin entrar en detalles y, además, no contempla la diversidad de representaciones. En consecuencia, se considera que aplica el indicador, parcialmente.

La maestra trata de ejemplificar lo que llevan a cabo con la implicación de los niños, es decir, no recurre a la simple explicación oral, sino que busca actividades donde los alumnos participen en la resolución activamente.

Grupo G3

Nivel 3. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado y lo contextualiza, pero le falta consistencia.

Los análisis de esta categoría, contemplan tanto la diversidad de representaciones como la actuación de la maestra, pero se percibe una falta de consistencia a la hora de argumentar alguno de los dos aspectos. En el ejemplo que se presenta a continuación, esta observación recae en el papel de la docente:

Se realiza con la participación de los niños la representación gráfica de maneras diversas, con el grupo y las piezas de Lego. Esto y la gran variedad de preguntas, creemos que facilita la inclusión.

Grupo G1

***IDD5: Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento.***

Nivel 1. El grupo se limita casi a enunciar o parafrasear el indicador con otras palabras.

Entre todos los alumnos intentan llegar a un acuerdo para llegar a la respuesta más adecuada.

Grupo G2

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

En esta categoría se hallan los grupos que, además de valorar el indicador positiva o negativamente en un contexto que no proporciona evidencias suficientes para hacerlo, sus respuestas no son nada pertinentes porque contienen información inventada. Veamos, a continuación, la valoración del grupo G5, que da a entender que en este proceso de e/a estadístico se ha llevado a cabo un debate:

A partir de las actividades realizadas, se da la oportunidad a los niños/as de pensar diferentes argumentos en base a los resultados que van adquiriendo y así, poder crear situaciones de debate donde los alumnos a partir de los diferentes pensamientos tengan que llegar a consenso.

Grupo G5

Por lo que respecta a los grados de idoneidad de esta componente, los maestros participantes están de acuerdo en que la interacción de la docente con sus alumnos ha sido prácticamente idónea.

### ***Interacción entre discentes***

A excepción de la representación vivencial, no se contemplan momentos de comunicación en los que los estudiantes discutan ideas matemáticas entre ellos sin la intervención de la maestra; de hecho, en la mayoría de diálogos, los protagonistas siempre son la docente y algún niño. Es por esto que, una de las posibles mejoras de este estudio estadístico recae en esta componente. Por consiguiente, se espera que los participantes le otorguen un grado de idoneidad más bajo que a la componente anterior, la de Interacción docente-discente.

En la Tabla 119 se recogen los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 119.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente IeD

Grupo	Nivel IeD1	Nivel IeD2	Nivel IeD3	Grado idoneidad
G1	1	1	0	Alto
G2	3	3	0	Medio-Alto
G3	3	1	3	Alto
G4	3	1	1	Alto
G5	1	1	1	Alto



***IeD1: Se favorece el diálogo y la comunicación entre los estudiantes.***

Nivel 1. El grupo se limita a copiar casi literalmente el indicador, sin contextualizarlo al proceso de e/a analizado.

Las actividades que se realizan dan la oportunidad a los alumnos de dialogar y comunicarse con sus compañeros, poder comparar sus pensamientos y adquirir el conocimiento cooperativamente.

Grupo G5

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Es el caso del grupo G1, que no aplica el indicador en el sentido adecuado. En concreto, se refieren a que existen momentos en que los estudiantes puedan expresar sus ideas a los demás, es decir, vuelven a aplicar el indicador L3 de la faceta epistémica. Por tanto, la valoración no es pertinente.

Se favorece la comunicación de los alumnos porque estos se expresan verbalmente y, al final, realizan una representación. Mediante esto, se observa cómo hay ocasiones en la que algunos intentan convencer a los otros mostrando las gráficas.

Grupo G1

Nivel 3. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero le falta consistencia.

Las valoraciones de nivel 3 son bastante pertinentes, pero hay algún aspecto en ellas, que no encaja del todo con la realidad. Nos referimos, por ejemplo, a “buscar la opinión de los estudiantes”, del grupo G3, o al “en todo momento”, del grupo G2. A nuestro juicio, transmiten dos ideas equivocadas sobre el proceso:

Los alumnos se comunican ocasionalmente entre ellos utilizando el lenguaje matemático. En las diferentes actividades la maestra pregunta y busca la opinión de los niños.

Grupo G3

En todo momento se favorece el diálogo y la comunicación entre los alumnos para que sean ellos mismos, mediante su interacción, quienes encuentren la respuesta. Un claro ejemplo es cuando deben organizarse para hacer el gráfico con el cuerpo.

Grupo G2

***IeD2: Los estudiantes tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos.***

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

La mayoría de grupos realizan un análisis de nivel 1 del indicador, pues sus argumentaciones se basan en banalidades o ideas inconexas. Fijémonos, por ejemplo, en la valoración del grupo G5:

El diálogo es el elemento clave para poder argumentar, comprobar y validar conjeturas. Por eso, es importante que las prácticas permitan desarrollar la capacidad de razonar con el objetivo de aplicarlo a la vida.

Grupo G5

¿Cómo se relaciona el diálogo con la capacidad de razonar? Es más, ¿Qué sentido tiene la última afirmación de la valoración? Y, en definitiva, ¿cuál es la relación de la valoración con el indicador?

Como se puede constatar, es difícil encajar la argumentación que presentan como valoración del indicador IeD2.

A nuestro modo de ver, podría parecer que los maestros en formación no han entendido el significado del indicador, pero nos inclinamos más por creer que la dificultad no radica tanto en su significado en sí, sino más bien en su extrapolación a la práctica a valorar en cuestión.

Nivel 3. El grupo aplica el indicador correctamente y lo contextualiza, pero le falta consistencia.

En esta práctica tratan de convencer a sus compañeros de porque sus argumentaciones son las correctas, utilizando vocabulario matemático para justificarse. Esto lo vemos cuando se tienen que organizar en filas.

Grupo G2

Como ya se ha visto en el indicador anterior, el IeD2, el grupo G2 da a entender que en esta práctica hay discusión matemática entre los alumnos, y no es exactamente así.

***IeD3: Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.***

La dificultad de aplicar este indicador radica, nuevamente, en la poca interacción que hay entre los alumnos. Por tanto, no hay evidencias suficientes para valorar la inclusión desde las relaciones de los estudiantes.

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

En las evidencias de los grupos G4 y G5 se observa, otra vez, valoraciones basadas en argumentos circulares. Además, el grupo G5, completa la valoración con una explicación teórica que no vincula, en absoluto, al estudio estadístico en cuestión. En consecuencia, las valoraciones no son pertinentes.

Se favorece la atención educativa inclusiva ya que se intenta dar respuesta a la diversidad de estudiantes. Concretamente, la inclusión educativa considera 3 dimensiones: presencia, participación y aprendizaje. Y en la secuencia de actividades se presencian todas ellas.

Grupo G5

Por otro lado, el grupo G3 aplica el indicador IeD3 en el mismo sentido que el indicador IDD4, lo que tampoco se considera adecuado:

Este tipo de actividad cuenta con la participación de todos los niños y les pregunta y les hace sentir importante a cada uno de ellos, haciendo que de este modo no desconecten. Por lo tanto, se sienten constantemente partícipes y nadie es víctima de la exclusión del grupo.

Grupo G3

De igual modo que en la componente IDD, los maestros participantes consideran que la interacción observada entre los discentes ha sido casi idónea. De hecho, se esperaba que los grados de idoneidad de esta componente fuesen ligeramente más bajos que los de la componente IDD, pero son más altos.

***Autonomía***

Dado el perfil controlador de la docente, los momentos de autonomía son escasos en este proceso de e/a. No obstante, los maestros deberían reconocer que la representación vivencial, así como la tarea de la hoja en blanco, la fomentan.

La Tabla 120 recoge los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 120.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente AM

Grupo	Nivel AM1	Grado idoneidad
G1	3	Medio-Alto
G2	2	Medio
G3	2	Alto
G4	1	Alto
G5	1	Alto

***AM1: Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio.***

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Las valoraciones de este nivel hacen una descripción del proceso de e/a que no se corresponde con la realidad:

Se realizan sesiones donde la maestra plantea diferentes metodologías donde los alumnos asumen la responsabilidad de su aprendizaje. Los alumnos deben gestionar cómo organizarse para poder llegar a un acuerdo mutuo. Se realizan actividades muy diversas para tratar un mismo tema y eso ayuda a los niños/as a razonar, hacer conexiones, resolver problemas y también comunicarlos. Para ello, se debe explorar ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar.

Grupo G5

Nivel 2. El grupo aplica el indicador al contexto, pero se centra en aspectos anecdóticos.

El grupo G3 presenta un ejemplo relacionado con una situación particular del estudio estadístico en la que los niños desarrollan cierta autonomía, pero es un momento esporádico y no contemplado de antemano por la docente:

En el momento de representar los resultados, los niños llevan a cabo una tarea de autonomía. Por ejemplo, en el momento de representar la cantidad de niños que han

votado cada juego con los Legos los niños se autogestionan y se llegan a corregir entre ellos.

#### Grupo G3

Por lo que se refiere al grupo G2, éste ha valorado el indicador estrictamente, sin tener en cuenta que la práctica matemática tiene lugar en un contexto de educación infantil y que, por tanto, la autonomía abarca un sentido mucho más amplio que el que explicita el indicador. De ahí que hagan una valoración sesgada:

En esta actividad los alumnos no plantean cuestiones, pero dan respuesta a todas las preguntas que les hace la profesora. En cuanto a los ejemplos y contraejemplos no se pueden apreciar, pero sí que podemos ver que usan diferentes materiales para razonar, hacer conexiones, resolver el problema y comunicarlo a la profesora.

#### Grupo G2

Nivel 3. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado y lo contextualiza, pero le falta consistencia.

A diferencia de las valoraciones de los niveles anteriores, las de este nivel aluden, en cierto modo, a la escasez de momentos de autonomía:

Podemos decir que, aunque las actividades vienen dadas por la maestra y son muy concretas, los alumnos tienen un papel activo y son los encargados de contar y organizarse y hacer distintas representaciones. En estas, los alumnos actúan con autonomía.

#### Grupo G1

En cuanto al grado de idoneidad, la mayoría de grupos coincide en que éste es bastante adecuado, es decir, piensan que la práctica matemática videograbada fomenta la autonomía de los niños. No obstante, el grupo G2, que ha valorado de forma muy estricta, sin contemplar que se trata de un contexto de las primeras edades, se mantiene coherente con sus análisis y considera que el grado de idoneidad es medio.

En la Tabla 121 se muestra el número de componentes interaccionales en función del grado de idoneidad (Bajo, Medio-Bajo, Medio, Medio-Alto y Alto) asignado y del nivel competencial (Insuficiente, principiante, Suficiente y Experto) con que ha sido valorada cada una de ellas.

**Tabla 121.** Frecuencia (porcentaje) componentes interaccionales según nivel competencial y grado idoneidad

	Bajo	Medio-Bajo	Medio	Medio-Alto	Alto	Total
Insuficiente	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0(0)	5(33,3)	5(33,3)
Principiante	0 (0)	0 (0)	1 (6,7)	3(20)	5(33,3)	9(60)
Suficiente	0 (0)	0 (0)	0 (0)	1 (6,7)	0 (0)	1 (6,7)
Total	0 (0)	0 (0)	1 (6,7)	4(26,7)	10(60)	15(100)

Como se observa, los resultados de la Tabla 4 evidencian lo expuesto hasta ahora, es decir, que los maestros participantes consideran alta la idoneidad interaccional. Asimismo, se identifica que, globalmente en el análisis de las componentes, predomina el nivel competencial principiante.

### **Síntesis y conclusiones de resultados: conocimiento y competencia de la faceta interaccional**

Para poder describir con más detalle la competencia en valoración de la idoneidad didáctica, se ha calculado la puntuación media de nivel de análisis de cada indicador correspondiente a la idoneidad interaccional.

Los resultados indican que el grado de desarrollo de la competencia en valoración de la idoneidad interaccional del grupo de maestros participantes es bajo, pues la puntuación media global de los niveles de análisis es solamente de 1,6 (Tabla 122).

De nuevo, esta puntuación es inferior a la obtenida en el estudio de Gea (2014) (3,5) por los futuros profesores de secundaria de matemáticas, pero es mejor que la obtenida por los futuros maestros de Primaria en el trabajo de Arteaga (2011) (1,1).

**Tabla 122.** Media y desviación típica por indicador de la id. interaccional

Indicador	Contenido	Media	Desviación típica
IDD1	Comunicación docente-discente	2	0
IDD2	Gestión de los conflictos	2	1,1
IDD3	Recursos retóricos y argumentativos	2	1,1
IDD4	Inclusión de los alumnos en la dinámica	1,6	0,8
IDD5	Consensos en base a los argumentos	0,6	0,5
IeD1	Comunicación entre discentes	2,2	1
IeD2	Argumentaciones en base matemática	1,4	0,8
IeD3	Inclusión en el grupo	1	1,1
AM1	Momentos de responsabilidad	1,8	0,7
Total		1,6	0,9

Los indicadores que mejor aplican los maestros noveles de educación infantil son los relativos a la comunicación entre los agentes intervinientes en el proceso de e/a, es decir, el IeD1(2,2) y el IDD1(2). De hecho, en general, la componente de interacción docente-discente es la que obtiene mejor puntuación media (1,64), aunque regular. Cabe destacar que, las puntuaciones más bajas recaen en los indicadores IDD5 (0,6) e IeD3 (1), los cuales, justamente, son los indicadores para los que la videograbación no ofrece evidencias objetivas para su valoración. De hecho, si se excluyeran estos indicadores, la puntuación media se situaría a 1,9 y la idoneidad interaccional pasaría a ser la mejor analizada.

No obstante, como ya se ha dicho, consideramos que ser competente profesionalmente también implica saber discriminar si hay evidencias suficientes para valorar un aspecto concreto del proceso de e/a, es decir, en saber ver lo que pasa y lo que no con objetividad.

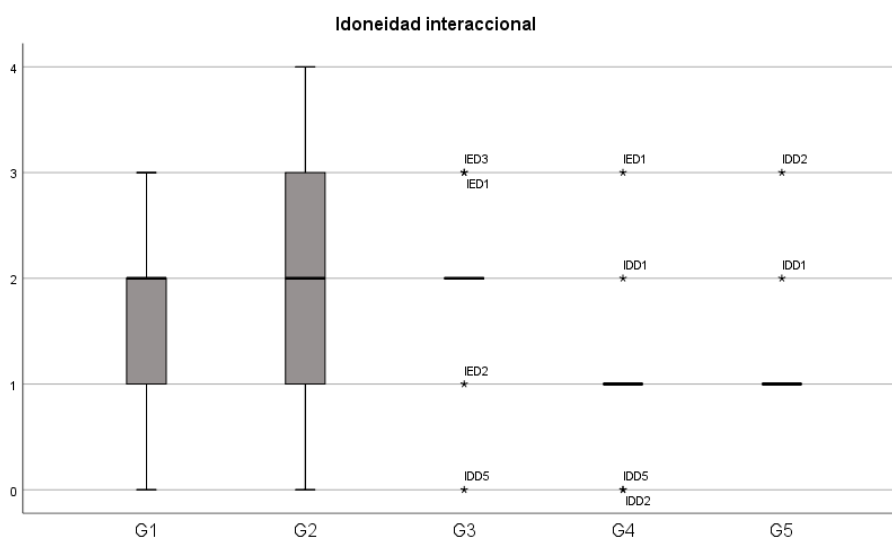
Por lo que se refiere al nivel competencial de cada grupo, predomina el principiante (Tabla 123). Sin embargo, como también ocurre en la idoneidad mediacional, la diferencia entre la puntuación media del grupo principiante que la tiene mayor y el que la tiene menor es considerable (0,8), pues es próxima a la máxima diferencia posible que se puede dar dentro de un nivel competencial (1,25) (Tabla 86). Esto significa que

el grupo G5 alcanza, justamente, el nivel principiante y, en cambio, el grupo G2, prácticamente llega a un nivel suficiente de competencia.

**Tabla 123.** Media y desviación típica del nivel de análisis de la id. interaccional por grupo y nivel competencial

Grupo	Media	Desviación típica	Nivel competencial
G1	1,7	1	1 Principiante
G2	2,1	1,3	1 Principiante
G3	1,9	0,9	1 Principiante
G4	1,1	0,9	0 Insuficiente
G5	1,3	0,7	1 Principiante

De igual modo que en la idoneidad cognitiva, el diagrama de cajas de la idoneidad interaccional revela la homogeneidad en los análisis de los indicadores de esta faceta en cuanto a los grupos G3, G4 y G5 se refiere, aunque todos ellos presentan casos atípicos. Asimismo, gráficamente, se aprecia el nivel competencial insuficiente del grupo G4 (Figura 48).



**Figura 48.** Niveles de análisis de la idoneidad interaccional por grupos



En cuanto al conocimiento didáctico-matemático identificado (Tabla 124), se observa que los maestros noveles han movilizado aspectos del conocimiento que son aplicables a cualquier materia (p. ej.: el Iidd1.) y otros, que son específicos de los procesos de e/a estadísticos (p. ej.: el Iidd5.).

**Tabla 124.** Conocimiento especializado sobre la faceta interaccional

Conocimiento especializado mostrado sobre aspectos interaccionales	
Interacción docente-discente	Iidd1. Conoce los tres objetivos de la inclusión educativa: presencia, participación y aprendizaje de todos los estudiantes.
	Iidd2. Sabe cómo el docente debe gestionar el error para que sea una fuente de aprendizaje: planteando nuevas preguntas, explicando lo mismo, pero con otras palabras...En definitiva, reconoce que el docente no debe dar la solución al momento, sino que debe dirigir al alumno a la autorregulación.
	Iidd3. Considera la modulación de la voz, como una técnica del docente para captar y mantener la atención de los alumnos en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
	Iidd4. Contempla la interpelación a los estudiantes como una manera de hacerles partícipes del estudio matemático y, por tanto, de integrarlos en la dinámica de la clase.
	Iidd5. Reconoce que proponer tres maneras de representar los datos y conectarlas entre sí, favorece la atención a la diversidad y, en consecuencia, facilita la inclusión del alumnado en el grupo.
Interacción entre discentes	Iied1. Sabe que la realización de una representación gráfica vivencial por parte de los alumnos fomenta la comunicación matemática entre ellos.
Autonomía	Iam1. Comprende que el hecho de asignar roles a los alumnos para que realicen una determinada tarea conlleva que éstos asuman cierta responsabilidad y, en consecuencia, se fomente su autonomía.

- 
- Iam2. Reconoce que la evaluación entre iguales es un proceso que favorece la autonomía del alumnado durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- 

Asimismo, se vuelve a observar que el grupo con más desarrollo competencial, el G2, es aquél que tiene conocimientos sobre todas las componentes de la faceta interaccional (Tabla 125).

**Tabla 125.** Conocimiento especializado mostrado sobre la faceta interaccional por grupo

Conocimientos mostrados por cada grupo		G1	G2	G3	G4	G5
Interacción docente-discente	Iidd1.					x
	Iidd2.	x	x	x		x
	Iidd3.		x			
	Iidd4.	x		x		
	Iidd5.	x				
Interacción entre discentes	Iied1.		x		x	
Autonomía	Iam1.	x	x	x		
	Iam2.			x		

Por lo que respecta a los conflictos cognitivos identificados (Tabla 126), destacamos la limitación en el significado personal de la comunicación matemática, puesto que influye notablemente en la valoración de la componente de interacción docente-discente.

**Tabla 126.** Conflictos cognitivos en la faceta interaccional

---

Conflictos cognitivos mostrados en la faceta interaccional (conocimientos)

---

CCgFi1. El significado personal de la predicción no coincide con el institucional.

CCgFi2. CCgOp1. El significado personal de la comunicación matemática está sesgado.  
Asocia la comunicación matemática simplemente a la expresión verbal.

---

Por último, en la Tabla 127 se sintetiza la dificultad competencial observada en los maestros recién graduados al valorar la idoneidad interaccional.

**Tabla 127.** Dificultades en la valoración de la idoneidad interaccional

---

Dificultades mostradas en la valoración de la idoneidad interaccional (competencia)

---

DCFi1. Dificultad en la aplicación del indicador IeD2.

---

#### **5.2.2.5 Idoneidad mediacional**

El análisis de las valoraciones de los indicadores de la faceta mediacional hechas por los grupos de maestros nos permitirá identificar no solo su nivel competencial, sino también su conocimiento especializado sobre la adecuación de los recursos materiales, tecnológicos, temporales y espaciales para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

A continuación, se detallan las valoraciones de los indicadores de cada componente de la faceta mediacional realizadas por los grupos de maestros participantes.

En concreto, para cada indicador, se muestran evidencias de respuestas o valoraciones de éste según el nivel de análisis.

#### ***Recursos materiales***

Se espera que reconozcan las piezas de Lego como un material manipulable idóneo para representar datos en educación infantil y, al mismo tiempo, consideren este procedimiento útil para visualizar la noción de cantidad. Por otra parte, se espera que no valoren negativamente que no se usen las tecnologías en esta práctica matemática, dado

que los alumnos se hallan en el principio del itinerario de enseñanza y aprendizaje de la estadística y en este tramo, hasta la fecha, no se contemplan.

La Tabla 128 recoge los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 128.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente RM

Grupo	Nivel RM1	Nivel RM2	Grado idoneidad
G1	2	1	Medio-Bajo
G2	1	1	Alto
G3	3	1	Medio-Alto
G4	2	1	Alto
G5	4	1	Medio

***RM1: Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones-problema, elementos lingüísticos, procedimientos, propiedades o argumentos sobre el tema.***

Aunque la mayoría de grupos reconoce el uso de los materiales manipulables en esta práctica estadística, no todos contextualizan su valoración ni referencian los objetos matemáticos primarios con los que se relacionan. No obstante, en este indicador, alcanzan el nivel 4. En consecuencia, los niveles de análisis van del 1 al 4.

Nivel 1. El grupo se limita a copiar casi literalmente el indicador, sin contextualizarlo al proceso de e/a analizado.

En esta práctica se usan diversos materiales manipulativos para facilitar el aprendizaje de los alumnos y hacerlos partícipes de las actividades.

Grupo G2

Nivel 2. El grupo aplica el indicador al contexto de forma incompleta y, además, no se refiere a aspectos matemáticos evidentes o comete errores.

Los grupos de esta categoría matizan cuáles son los materiales manipulables, pero no explicitan que se usan para la recogida y representación de datos. A nuestro juicio, deberían hacerlo para llegar a un nivel suficiente de competencia. Más aun, cualquier

valoración de este nivel, podría haber sido hecha por un alumno de educación infantil al ser preguntado por los materiales que han usado durante la actividad:

En la actividad se usan materiales manipulativos, las imágenes plastificadas para la votación y las piezas de Lego, pero no se utilizan recursos informáticos.

Grupo G1

Nivel 3. El grupo aplica el indicador correctamente y lo contextualiza, pero le falta consistencia.

En este caso, aunque el grupo no haya concretado el material, sí que explicita su uso matemático:

Los objetos que utilizan son completamente en físico, manipulativos, es decir, en ningún momento utilizan la tecnología para representar el número de votos de cada juego.

Grupo G3

Nivel 4. El grupo aplica el indicador al contexto correctamente y razona con un único ejemplo. En consecuencia, su valoración es consistente.

Las valoraciones de nivel 4 presentan algún ejemplo en concreto de material manipulativo y, además, explican su uso en términos matemáticos. No obstante, se limitan a enunciar que no se utilizan las tecnologías:

En el vídeo se observa el uso de materiales manipulativos que permiten la representación mediante diferentes actividades. Un buen ejemplo sería las piezas de Lego, ya que ayudan al alumnado a suscitarse preguntas y sugerir conceptos. Sin embargo, no se observa la utilización de materiales informáticos y/o tecnológicos.

Grupo G5

***RM2: Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.***

Los resultados indican que, a pesar de que todos los grupos se hallan en el nivel 1 de análisis, no aplican el indicador de la misma manera: mientras que los grupos G1, G3 y G5 se limitan a copiarlo literalmente, el resto presenta una razón que no es pertinente.

Nivel 1. El grupo se limita a copiar casi literalmente el indicador, sin contextualizarlo al proceso de e/a analizado.

Se observan modelos y visualizaciones por parte de los niños en los que se observa que entienden las definiciones sin llegar a la idea abstracta.

Grupo G1

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

En todo momento el estudio se contextualiza con actividades vivenciales que permiten ver a los alumnos de forma más clara los resultados de este.

Grupo G2

De esta valoración se deduce que los integrantes del grupo G2 no tienen claro en que consiste una actividad vivencial, pues parece que la confunden con una actividad manipulativa o de fase taller.

Como se muestra en la Tabla 128, los maestros han otorgado diferentes grados de idoneidad a esta componente.

En esta línea, vale la pena resaltar que, los grupos G1, G3 y G5, que son los que sopesan tanto los recursos matemáticos como los tecnológicos, califican el grado de idoneidad de forma bastante diferente. Este hecho nos conduce a pensar que, para el grupo G1, el uso de la tecnología es muy importante en educación infantil, aunque sea porque está de moda, mientras que, para el G3, no lo es tanto.

Es preciso añadir que pensamos que el indicador RM2 no ha influido en la decisión de estos tres grupos en no dar el máximo grado de idoneidad a la componente.

Por último, destacamos que los grupos G2 y G4, que determinan que el grado de idoneidad es alto, no mencionan las tecnologías en el indicador RM1.

***Número de alumnos, horario, condiciones del aula y tiempo.***

Se cree oportuno que los grupos destaquen que se trata de un grupo reducido de alumnos, lo cual es muy beneficioso en el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades. En particular, este estudio estadístico favorece que la maestra les pueda preguntar a todos sin que pierdan el interés por la tarea. En cuanto a las condiciones del aula, deberían darse cuenta que el aula les posibilita realizar determinados

procedimientos en zonas diferentes. Cabe señalar que llegan a construir un gráfico vivencial dentro del aula.

La Tabla 129 recoge los niveles de análisis mostrados en el único indicador que describe esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 129.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente AU

Grupo	Nivel AU1	Grado idoneidad
G1	1	Alto
G2	3	Medio-Alto
G3	2	Alto
G4	2	Alto
G5	2	Medio-Alto

***AU1: El número y la distribución de los alumnos, así como el aula, permiten llevar a cabo la enseñanza pretendida.***

Nivel 1. El grupo se limita a copiar casi literalmente el indicador, sin contextualizarlo al proceso de e/a analizado.

Es el caso del grupo G1, que evalúa positivamente el indicador, pero no justifica su valoración:

El aula y el número de alumnos creemos que es óptimo para esta actividad para que los niños puedan participar. El espacio está bien distribuido.

Grupo G1

Nivel 2. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero no lo contextualiza.

En las valoraciones de este nivel, se reconoce una falta de contextualización al estudio estadístico; de hecho, se aprecia una aplicación teórica del indicador:

El número de alumnos del aula es un aspecto destacable del vídeo, es una ratio reducida. Esto permite una atención individualizada de los participantes tan importante a esas edades. Además, tanto el aula como el número de alumnos permite varias posibilidades de agrupamientos y actividades.

## Grupo G5

Nivel 3. El grupo aplica el indicador al contexto y se refiere a aspectos matemáticos, pero la aplicación es incompleta.

A diferencia de las valoraciones anteriores, las de este nivel están contextualizadas y contienen rasgos matemáticos. Sin embargo, no aplican una parte del indicador y, por tanto, no alcanzan un nivel superior. Es el caso del grupo G2, que no se refiere a la ergonomía del aula:

Debido a que es un grupo reducido de alumnos se puede llevar a cabo el estudio de esta estadística fácilmente. Además, creemos que es importante destacar que no se realiza todo en un solo día, y esto permite que los niños hagan memoria de lo hecho en días anteriores y puedan partir de esto para continuar trabajando. Consideramos que durante el proceso la distribución es adecuada, aunque se podría mejorar cuando están haciendo el pictograma o la representación con Legos.

## Grupo G2

Cabe destacar que el grupo G2 apunta a una mejora, pero no lo explicita.

En general, los maestros consideran la componente AU bastante adecuada.

En la Tabla 130 se muestra el número de componentes mediacionales en función del grado de idoneidad (Bajo, Medio-Bajo, Medio, Medio-Alto y Alto) asignado y del nivel competencial (Insuficiente, Principiante, Suficiente y Experto) con que ha sido valorada cada una de ellas.

**Tabla 130.** Frecuencia (porcentaje) componentes mediacionales según nivel competencial y grado idoneidad

	Bajo	Medio-Bajo	Medio	Medio-Alto	Alto	Total
Insuficiente	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)	2 (20)	2 (20)
Principiante	0 (0)	1 (10)	0 (0)	2 (20)	3(30)	6(60)
Suficiente	0 (0)	0 (0)	1 (10)	1 (10)	0(0)	2(20)
Total	0 (0)	1 (10)	1 (10)	3(30)	5(50)	10(100)



Globalmente, predominan las componentes que han sido analizadas con un nivel competencial principiante y calificadas de idóneas (30%).

### **Síntesis y conclusiones de resultados: conocimiento y competencia de la faceta mediacional**

Para poder describir con más detalle la competencia en valoración de la idoneidad didáctica, se ha calculado la puntuación media de nivel de análisis de cada indicador correspondiente a la idoneidad mediacional (Tabla 131).

**Tabla 131.** Media y desviación típica por indicador de la id. mediacional

Indicador	Contenido	Media	Desviación típica
RM1	Recursos manipulativos y tecnológicos	2,4	1,1
RM2	Modelos y visualizaciones	1	0
AU1	Ratio y adecuación aula	2	0,7
Total		1,8	0,7

Los resultados indican que el grado de competencia en valoración de la idoneidad mediacional del conjunto de participantes no es suficiente, pues la media global de los niveles de análisis de los indicadores de dicha idoneidad parcial es 1,8.

No obstante, destacamos que es la media global más alta obtenida en las valoraciones de las idoneidades. Por tanto, los maestros de educación infantil han demostrado tener más facilidad para valorar la faceta mediacional que las otras.

Si comparamos con el estudio de Gea (2014), obtenemos peores resultados (1,8 frente a 3,8), pero en cuanto a los obtenidos por Arteaga (2011), son mejores (1,8 frente a 1,2). Cabe señalar que en el estudio de Arteaga (2011), los futuros maestros de primaria aplicaron ocho indicadores de idoneidad mediacional al proyecto sujeto a evaluación.

La característica que les ha resultado más fácil de valorar y, de hecho, es el único en el que han demostrado tener un nivel competencial aceptable (2,4) es el referente a los recursos manipulativos y tecnológicos utilizados. Resaltamos que este aspecto se identifica también en Arteaga (2011). Sin embargo, los futuros profesores de secundaria

de Gea (2014) valoran mejor el indicador RM2 (4); al igual que nosotros, Arteaga (2011) obtiene una puntuación media muy baja en él (0,64). De ahí que señalemos la aplicación de este indicador como una dificultad competencial (Tabla 132).

**Tabla 132.** Dificultades en la valoración de la idoneidad mediacional

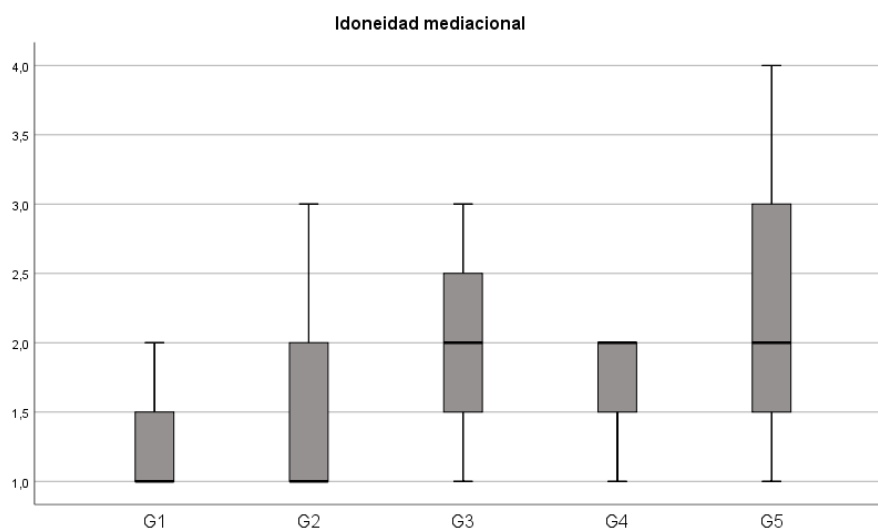
Dificultades mostradas en la valoración de la idoneidad mediacional (competencia)	
DCFm1.	Dificultad en la aplicación del indicador RM2

Respecto a las puntuaciones medias logradas por cada grupo (Tabla 133), éstas se hallan entre el 1,3 y el 2,3, lo que significa que todos se hallan en un nivel competencial principiante, pero, de igual manera que en la faceta interaccional, hay algún grupo que, prácticamente ha alcanzado un grado de desarrollo suficiente; en concreto, el grupo G5.

**Tabla 133.** Media y desviación típica del nivel de análisis de la id. mediacional por grupo y nivel competencial

Grupo	Media	Desviación típica	Nivel competencial
G1	1,3	0,6	1 Principiante
G2	1,7	1,2	1 Principiante
G3	2	1	1 Principiante
G4	1,7	0,6	1 Principiante
G5	2,3	1,5	1 Principiante

Aunque el diagrama de cajas no es muy apropiado para un conjunto de datos tan pequeño, es útil, en la idoneidad mediacional, para mostrar que, en ningún indicador se realiza un análisis de nivel 0 (Figura 49).



**Figura 49.** Niveles de análisis de la idoneidad mediacional por grupos

Respecto al conocimiento especializado movilizado por los grupos de maestros de educación infantil (Tabla 134), mayoritariamente, éste es conocimiento didáctico aplicable a cualquier proceso de e/a matemático, con independencia del bloque curricular a tratar. Asimismo, destacamos que todos los participantes han movilizado el conocimiento Mrm2. (Tabla 135), el único vinculado específicamente a la estadística.

**Tabla 134.** Conocimiento especializado mostrado sobre la faceta mediacional

Conocimiento especializado mostrado sobre los recursos	
Recursos materiales	Mrm1. Reconoce la importancia de hacer actividades vivenciales en educación infantil.
	Mrm2. Sabe que es adecuado el uso de materiales manipulables para la representación de datos y, en particular, considera los objetos físicos para hacerlo.
	Mau1. Señala que hacer matemáticas en grupos clase con un número reducido de alumnos favorece el aprendizaje.

Número de alumnos, horario, condiciones del aula y tiempo	Mau2. En cuanto a la gestión del tiempo, es consciente que es bueno dejar asentar un tiempo las tareas matemáticas y retomarlas en otro momento.
---	--

**Tabla 135.** Conocimiento especializado sobre aspectos mediacionales mostrado por cada grupo

Conocimientos mostrados por cada grupo		G1	G2	G3	G4	G5
Recursos materiales	Mrm1.		x			
	Mrm2.	x	x	x	x	x
Número de alumnos, horario, condiciones del aula y tiempo	Mau1.		x	x		x
	Mau2.		x			

La Tabla 136 recoge el principal conflicto cognitivo identificado en los maestros noveles de educación infantil respecto a la faceta mediacional.

**Tabla 136.** Conflictos cognitivos en la valoración de la idoneidad mediacional

Conflictos cognitivos mostrados en la valoración de la idoneidad mediacional (conocimientos)	
CCgFm1.	El significado personal de actividad vivencial incluye también las actividades manipulativas o de taller. En consecuencia, no coincide con el significado institucional, pues este, las diferencia.

### 5.2.2.6 Idoneidad ecológica

El análisis de las valoraciones de los indicadores de la faceta ecológica realizadas por los grupos de maestros nos permitirá identificar no solo su nivel competencial, sino también su conocimiento especializado sobre las directrices curriculares, así como aspectos contextuales y sociales que actúan en los procesos de e/a.

A continuación, se detallan las valoraciones de los indicadores de cada componente de la faceta cognitiva realizadas por los grupos de maestros participantes.

En concreto, para cada indicador, se muestran evidencias de respuestas o valoraciones de éste según el nivel de análisis.

### *Adaptación al currículo*

Para alcanzar un nivel suficiente de competencia, los maestros tienen que ser capaces de identificar los contenidos correspondientes a la estadística en las directrices curriculares.

La Tabla 137 recoge los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 137.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente ADC

Grupo	Nivel ADC1	Grado idoneidad
G1	1	Alto
G2	1	Alto
G3	1	Medio-Alto
G4	1	Medio-Alto
G5	1	Alto

***ADC1: Los contenidos matemáticos, su implementación y su evaluación se corresponden con las directrices curriculares.***

Se observa que todos los grupos se limitan a afirmar que los contenidos matemáticos son los adecuados, pero no son capaces de explicitar cuáles son. Además, tampoco hacen

referencia a su implementación ni a su evaluación, a excepción del grupo G5, que muestra cierto conocimiento sobre la implementación, pero no lo aplica. En consecuencia, se quedan en el nivel 1 de análisis.

Nivel 1. El grupo se limita casi a enunciar o parafrasear el indicador con otras palabras.

Los contenidos que se trabajan en esta sesión son correctos y adecuados para educación infantil, de hecho, en el currículum podemos observar que la estadística es un contenido a trabajar en la primera etapa de escolarización.

Grupo G3

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

De hecho, en esta ocasión, el grupo muestra un conocimiento relacionado con algún concepto o idea del indicador, pero luego, no lo aplica:

Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares. El currículum de educación infantil es flexible y abierto dando autonomía a los docentes en su tarea educativa. También indica que es importante la creación de situaciones adecuadas que permitan el aprendizaje de las matemáticas estableciendo relaciones y conexiones con sus conocimientos previos y la realidad.

Grupo G5

Como se observa, el grupo expone algunas orientaciones metodológicas y cognitivo-afectivas del currículum, pero no las relaciona al contexto. Cabe subrayar que esta manera de valorar es especialmente característica del grupo G5.

De todo lo anterior, se deduce que los maestros suponen que los contenidos están en el currículum, pero no lo demuestran. Una de las causas puede ser que no lo consideren necesario hacerlo y, otra, que, en realidad, no los sepan identificar. Incluso, cabe la posibilidad de que no sean conscientes de su existencia en el currículum.

En cuanto al grado de idoneidad de la componente, que equivale al grado de idoneidad del indicador ADC1, todos coinciden que es bastante adecuado. De hecho, es lo que se esperaba dado que sus análisis se limitan a afirmar que en el proceso de e/a reconocen los aspectos que mide el indicador.

***Adaptación socio-profesional y cultural y educación en valores***

Los maestros deberían reconocer que, en la actualidad, se requieren profesionales estadísticamente competentes en muchos campos y que, por tanto, esta práctica matemática es útil para la formación socio-profesional de los estudiantes. Asimismo, estos profesionales deben tener competencias en pensamiento crítico, comunicación o trabajo cooperativo, así como poseer unos valores democráticos. La recogida de datos a través de unas votaciones o la interpretación de gráficos contribuye a ello.

La Tabla 138 recoge los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 138.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente ADSPV

Grupo	Nivel ADSPV1	Nivel ADSPV2	Grado idoneidad
G1	1	1	Medio-Alto
G2	1	4	Medio-Alto
G3	1	2	Medio
G4	1	3	Medio-Alto
G5	1	2	Medio-Alto

***ADSPV1: Los contenidos matemáticos estudiados contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes.***

Los resultados obtenidos en este indicador no nos sorprenden en vista de los obtenidos en el INN2 de la faceta afectiva. Claramente, no son capaces de valorar la utilidad de la estadística en su vida cotidiana ni señalar que es fundamental en numerosos campos profesionales.

Veamos a continuación, con más detalle, las valoraciones.

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Como ejemplos, se presentan las valoraciones de los grupos 4 y 5. La primera, no es pertinente y, la segunda, no tiene fuerza:

Creemos que es un indicador que no se puede valorar porque no se observa en el vídeo. Tampoco sabemos si la maestra lo quiere trabajar indirectamente.

Grupo G4

Las tareas propuestas permiten trabajar aprendizajes útiles y significativos para la vida.

Grupo G5

En pocas palabras, esto es un indicio de que es necesaria una mayor divulgación sobre la utilidad y aplicaciones de las matemáticas y, en concreto, de la estadística.

***ADSPV2: Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico.***

En este caso, los niveles de análisis son diversos y no son homogéneos a diferencia de los del indicador anterior. A continuación, se detalla cada nivel de análisis.

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Es el caso del grupo G1, que defiende el desarrollo del pensamiento crítico en esta práctica matemática, pero con un argumento poco pertinente:

La actividad contribuye a formar un pensamiento crítico porque los alumnos tienen que tomar una decisión en la votación y respetar los resultados.

Grupo G1

Nivel 2. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero no lo contextualiza.

Las valoraciones de este nivel enumeran valores que se fomentan en esta tarea, pero no los contextualizan en ella. Además, pueden contener alguna idea con la que, fácilmente, se puede discrepar, como, por ejemplo, que no se desarrolla el pensamiento crítico con el estudio estadístico:

Se fomenta el respecto, el orden y el turno de palabra, entre otros. Por lo tanto, sí que vemos que se trabajan los valores democráticos, pero no se ve reflejado el pensamiento crítico.

Grupo G3

Nivel 3. El grupo aplica el indicador de forma incompleta, pero se refiere a aspectos importantes y necesarios que lo describen, que pueden no ser estrictamente matemáticos.

A diferencia de las valoraciones de nivel 1 y 2 anteriores, en las de nivel 3 se reconoce una relación entre los valores democráticos y los procedimientos matemáticos o los metodológicos del propio estudio estadístico:



La maestra mantiene el orden en todas las sesiones y fomenta el respeto entre compañeros. Además, utiliza las votaciones, que son un elemento democrático, para saber qué juego gusta más a los alumnos. Creemos que esta actividad da pocas oportunidades de usar el pensamiento crítico.

Grupo G4

Cabe señalar que el grupo G4 no se alcanza el nivel 4 porque no hace referencia al pensamiento crítico.

Nivel 4. El grupo aplica el indicador al contexto correctamente y razona con un único ejemplo. En consecuencia, su valoración es consistente.

En esta actividad se promueve la democracia porque se actúa en base de los votos de los alumnos. También se potencia el pensamiento crítico de los niños mediante su razonamiento y las argumentaciones que hacen.

Grupo G2

Para llegar al nivel 5 hace falta más precisión matemática, como, por ejemplo, referirse a la recogida de datos de forma explícita.

Por lo que se refiere al grado de idoneidad de la componente (Tabla 138) es preciso destacar que, los grupos G3 y G4, que razonan en el mismo sentido y, en particular, consideran que no se favorece el pensamiento crítico, no asignan el mismo grado de idoneidad. Esto significa que, para el G3, que le asigna un grado medio y, por tanto, más bajo que el del G4, es muy importante que en una actividad matemática se desarrolle el pensamiento crítico.

### ***Apertura hacia la innovación didáctica***

Es posible que los grupos consideren que hay poca innovación porque no se utilizan las tecnologías, pero deberían sopesar, al menos, el gráfico vivencial.

La Tabla 139 recoge los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 139.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente INND

Grupo	Nivel INND1	Nivel INND2	Grado idoneidad
G1	3	2	Medio-Alto
G2	3	3	Medio
G3	1	2	Medio
G4	2	2	Medio
G5	0	2	Bajo

***INND1: Se incorporan aspectos didácticos innovadores en el proceso de enseñanza y aprendizaje.***

Efectivamente, los participantes consideran que no hay innovación o que es mínima porque no se utilizan las TIC. No obstante, no todos le dan el mismo enfoque a este hándicap. Veámoslo a continuación.

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Teniendo en cuenta que no utiliza las TIC, podemos decir que no hay innovación didáctica.

Grupo G3

El grupo G3 confirma rotundamente la creencia de que, si no se usan las tecnologías en un proceso de enseñanza y aprendizaje, no hay innovación. A nuestro juicio, es una visión muy sesgada de la innovación.

Nivel 2. El grupo aplica el indicador al contexto de forma incompleta y, además, no se refiere a aspectos matemáticos evidentes o comete errores.

En este nivel parece que los participantes sí que son conscientes de que el uso de las TIC no es la única forma de innovar, pero no matizan otras maneras. Simplemente, se limitan a afirmar que no hay innovación tecnológica:

En las actividades no se utilizan recursos o herramientas TIC. Por tanto, hay poca innovación educativa tecnológica.

Grupo G4

Nivel 3. El grupo aplica el indicador correctamente y lo contextualiza, pero le falta consistencia.

Aquí se engloban las valoraciones que se refieren a algún elemento innovador, pero que les falta consistencia o, incluso, podrían estar más contextualizadas.

De acuerdo con Gea (2014), la metodología, un problema planteado realista o, incluso, los gráficos y las variables elegidos, pueden ser elementos innovadores. En esta línea, el grupo G2 se fija en el tema del estudio estadístico y, el G1, en la innovación metodológica:

Esta actividad se basa en la investigación de los gustos de la clase en cuanto a los rincones de juego y permite la reflexión de los alumnos en relación a este tema.

Grupo G2

No se introducen nuevas tecnologías, pero sí que la práctica de la actividad es innovadora, ya que los alumnos viven el aprendizaje viviendo y creando conocimiento por ellos mismos de forma activa. El conocimiento no es dado, sino descubierto.

Grupo G1

En esta valoración subyace el gráfico vivencial, pero como el grupo G1 no lo explicita, no alcanza el nivel 4.

***INND 2: Se utiliza la tecnología (calculadora, ordenador, robots...) en el proceso de e/a.***

Nivel 2. El grupo aplica el indicador en el sentido adecuado, pero no lo contextualiza.

En el vídeo no se observan evidencias de utilización de nuevas tecnologías.

Grupo G5

Dada la formulación del indicador, no se considera oportuno categorizar de nivel 1, las valoraciones como la del G5, porque lo que exponen es cierto y el indicador no predispone a argumentar más. No obstante, se echa de menos que completen su valoración con alguna explicación sobre la adecuación de las TIC en la enseñanza de la estadística en la primera etapa educativa.

Nivel 3. El grupo aplica el indicador correctamente y lo contextualiza, pero le falta consistencia.

La única valoración de nivel 3, destaca por su propuesta de integración de las TIC en el estudio, pero de igual modo que las anteriores, no se refiere a la idoneidad de utilizarlas en infantil:

No se utilizan las nuevas tecnologías, pero creemos que se podrían integrar en algún momento, por ejemplo, en el momento de votar su juego favorito a través de las Tablet.

Grupo G2

Como ya se ha observado en evidencias anteriores, a los maestros les cuesta utilizar el lenguaje específico de las matemáticas; nuevamente, nos volvemos a referir a la recogida de datos, término al que se refieren con la votación. Se espera que esto no limite el conocimiento didáctico de los maestros y que no crean que la única manera de llevar a cabo este procedimiento matemático es votando.

En cuanto al grado de idoneidad, a diferencia de todas las otras componentes de idoneidad didáctica, la moda de los grados es el grado medio. Claramente, es consecuencia de que no se utilicen las tecnologías en esta práctica matemática de infantil. Asimismo, el grupo G5, que incluso considera que no hay innovación didáctica por este motivo, lo califica de bajo.

Por otro lado, es preciso remarcar que el grupo G2 ha sido el único capaz de presentar una mejora que aumente el grado de idoneidad del INND2.

### ***Conexiones***

Este estudio estadístico permite trabajar los diferentes bloques de contenidos de las matemáticas de forma integrada, sobretodo el de estadística y el de numeración y cálculo. En particular, se fomenta la representación geométrica de la noción de cantidad. Asimismo, su funcionalidad recae en conocer mejor los rincones de juego preferidos de los niños y, por tanto, conecta con la realidad. Se espera que los maestros valoren estas conexiones.

La Tabla 140 recoge los niveles de análisis mostrados en cada indicador de esta componente, así como el grado de idoneidad asignado a ella por cada grupo.

**Tabla 140.** Niveles de análisis y grado de idoneidad de la componente CX

Grupo	Nivel CX1	Nivel CX2	Grado idoneidad
G1	1	1	Medio
G2	4	3	Medio-Alto
G3	1	1	Medio
G4	1	1	Medio
G5	1	2	Medio-Alto

***CX1: Se promueven las conexiones entre bloques de contenidos matemáticos diferentes y/o de distinto curso (conexiones intramatemáticas).***

Como se observa en la Tabla 140, globalmente, los análisis son muy pobres. Veámoslos a continuación.

Nivel 1. El grupo se limita a copiar casi literalmente el indicador, sin contextualizarlo al proceso de e/a analizado:

Simplemente hay conexiones entre las propias matemáticas, es decir, intradisciplinarias.

Grupo G3

Nivel 1. El grupo no aplica el indicador al contexto y, además, se centra en aspectos que no son pertinentes o que no tienen fuerza.

Destaca la valoración del grupo G1, que se centra en las conexiones entre objetos matemáticos, propias del indicador REL 1 de la faceta epistémica. En consecuencia, su valoración no es pertinente:

Los niños realizan conexiones entre procedimientos matemáticos.

Grupo G1

Nivel 4. El grupo aplica el indicador al contexto correctamente y razona con un único ejemplo. En consecuencia, su valoración es consistente.

Esta práctica permite relacionar contenido matemáticos entre sí, como por ejemplo el conteo o las comparaciones con la estadística.

Grupo G2

Cabe destacar que, la valoración del grupo G2 no es de nivel 5 porque no identifica la conexión entre el concepto de número y la representación geométrica de este, la cual se debe fomentar desde los primeros niveles educativos.

***CX2: Se promueven las conexiones entre las matemáticas y la realidad o entre las matemáticas y otras disciplinas (conexiones extramatemáticas).***

En cuanto al nivel de competencia mostrado por los maestros y en comparación con el indicador CX1, hay ligeras diferencias, pero no son sustanciales.

Nivel 1. El grupo se limita casi a enunciar o parafrasear el indicador con otras palabras.

No observamos conexiones interdisciplinares con otras áreas.

Grupo G4

Nivel 2. El grupo aplica el indicador al contexto de forma incompleta y, además, no se refiere a aspectos matemáticos evidentes o comete errores.

El grupo G5 se halla en este nivel por dos razones: la primera es que no argumenta acerca de la vinculación de la tarea matemática con la realidad inmediata de los niños y, la segunda, a causa de que no acaba de referirse correcta ni concretamente a otras disciplinas:

Las actividades implementadas permiten la vinculación con otras disciplinas. Por ejemplo: la lengua, mediante la expresión oral, el trabajo cooperativo, el trabajo de las normas o hábitos...

Grupo G5

Nivel 3. El grupo aplica el indicador correctamente y lo contextualiza, pero le falta consistencia.

En esta categoría, los grupos explicitan las áreas con las que se conecta, pero no lo justifican:

Se muestran conexiones de las matemáticas con las artes plásticas, la lectoescritura y con el entorno.

Grupo G2

Para conseguir el nivel 4, es necesario que se detalle porque existe la conexión entre las matemáticas y una disciplina determinada, además de hacer lo propio con las matemáticas y la realidad.

Es preciso añadir que los resultados obtenidos en la componente Conexiones van en la línea de los obtenidos en el análisis de los procesos matemáticos para la competencia ontosemiótica. No obstante, cabe destacar que los grupos G3 y G4 ejemplificaron conexiones intramatemáticas en el análisis de los procesos y, sin embargo, para valorar la idoneidad ecológica, no lo hacen. Este hecho confirma, otra vez, que los estudiantes no justifican sus respuestas si no se les pide hacerlo (Albano e Iacono, 2019).

En cuanto al grado de idoneidad de la componente conexiones (Tabla 140), destacamos que los grupos de maestros que son capaces de ver y explicitar las conexiones extramatemáticas, naturalmente, dan un grado más alto de idoneidad. No obstante, de igual modo que en la componente ecológica INND, la moda de los grados se sitúa en el grado medio.

En la Tabla 141 se muestra el número de componentes cognitivas en función del grado de idoneidad (Bajo, Medio-Bajo, Medio, Medio-Alto y Alto) asignado y del nivel competencial (Insuficiente, Principiante, Suficiente y Experto) con que ha sido valorada cada una de ellas.

**Tabla 141.** Frecuencia (porcentaje) componentes ecológicas según nivel competencial y grado idoneidad

	Bajo	Medio-Bajo	Medio	Medio-Alto	Alto	Total
Insuficiente	1 (5)	0 (0)	3 (15)	3(15)	3 (15)	10 (50)
Principiante	0 (0)	0 (0)	3 (15)	3 (15)	0 (0)	6 (30)
Suficiente	0 (0)	0 (0)	1 (5)	3 (15)	0 (0)	4 (20)
Total	1 (5)	0 (0)	7(35)	9(45)	3(15)	20(100)

En relación con las componentes de las otras facetas, el porcentaje de componentes calificadas como idóneas es bajo (15%); de hecho, está lejos del siguiente porcentaje más bajo (46,7%), que corresponde a la idoneidad cognitiva.

Asimismo, no se observa un claro predominio de nivel competencial y grado de idoneidad como ocurre en las idoneidades epistémica, cognitiva, afectiva o interaccional.

No obstante, es en la idoneidad ecológica, en la que más análisis competenciales suficientes se han realizado en las componentes.

### Síntesis y conclusiones de resultados: conocimiento y competencia de la faceta ecológica

Para poder describir con más detalle la competencia en valoración de la idoneidad didáctica, se ha calculado la puntuación media de nivel de análisis de cada indicador correspondiente a la idoneidad ecológica (Tabla 142).

Los resultados indican que el grado competencial en valoración de la idoneidad ecológica del conjunto de participantes es bajo, pues la puntuación media global es 1,7 y, por tanto, está 0,8 puntos por debajo del nivel medio de análisis teórico (2,5). No obstante, esta media global es una de las más altas que logran los participantes, solamente superada por la de la idoneidad mediacional (1,8).

También en esta idoneidad los futuros profesores de secundaria de Gea (2014) sacan mejor media (3,9), mientras que los futuros maestros de primaria de Arteaga (2011), peor (1,3).

**Tabla 142.** Media y desviación típica por indicador de la id. ecológica

Indicador	Contenido	Media	Desviación típica
ADC1	Directrices curriculares	1	0
ADSPV1	formación socio-profesional	1	0
ADSPV2	Valores y pensamiento crítico	2,4	1,1
INND1	Innovación didáctica	1,8	1,3
INND2	Uso de la tecnología	2,2	0,4
CX1	Conexiones intramatemáticas	1,6	1,3
CX2	Conexiones extramatemáticas	1,6	0,9
Total		1,7	0,8

En cuanto a los indicadores mejor analizados, el ADSPV2 (2,4) y el INND2 (2,2), se considera que los grupos de maestros han demostrado prácticamente un análisis competencial suficiente. Cabe destacar que el indicador INND2 también es uno de los que mejor se valora en Arteaga (2011) y Gea (2014). Por el contrario, resaltamos que



nosotros obtenemos unos pésimos resultados en el análisis de los contenidos curriculares (ADC1,1), mientras que los de los futuros maestros de primaria y secundaria son mucho mejores (2 y 3,6, respectivamente).

Este hecho pone de relieve la ya señalada supuesta invisibilidad curricular de los contenidos matemáticos en educación infantil. En realidad, pero, los contenidos matemáticos de las primeras edades están en el currículum y los docentes de infantil muestran serias dificultades en reconocerlos. Es claro que esta dificultad no existe o no es tan manifiesta en otras etapas educativas, seguramente porque la estructura curricular está organizada según los bloques curriculares matemáticos.

En cuanto a la componente de conexiones, Arteaga (2011) también obtiene una puntuación relativamente baja (1,1), mientras que Gea (2014), alta (3,9). Posiblemente, influya en eso que los futuros profesores de matemáticas tienen más formación estadística y una visión más amplia de las ramas de las matemáticas y sus interrelaciones. Asimismo, otra variable que puede afectar a este resultado es que, en la etapa de educación infantil, la mayoría de objetos matemáticos se tratan de forma intuitiva e informal, no se institucionalizan y pasan desapercibidos. En cambio, en cursos superiores, los objetos se denominan por su nombre formal y hay más institucionalización del conocimiento, lo que facilita las conexiones.

De igual modo que en la valoración de la utilidad de la estadística para la vida cotidiana, los maestros noveles tampoco son capaces de valorarla para la vida profesional (puntuación media 1). Este resultado coincide con el obtenido por Arteaga (2011), aunque no ocurre en Gea (2014) (puntuación media 3,6). Seguramente, en las carreras de ciencias o ingeniería se trate con más detalle la aplicabilidad de la estadística en el mundo laboral y profesional. Este resultado sugiere que, desde las facultades de Educación, se debe trabajar más o mejor para dar visibilidad a la utilidad de las matemáticas y la estadística en particular.

En la Tabla 147 se resumen estas dificultades competenciales descritas que se han detectado en la valoración de la idoneidad ecológica.

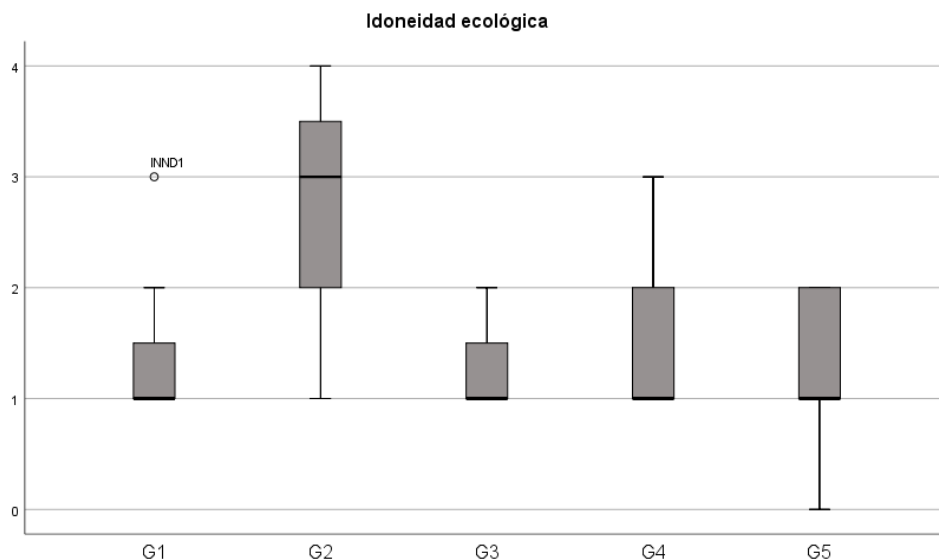
Por lo que respecta al nivel competencial de cada grupo de maestros noveles, cabe resaltar que la idoneidad ecológica es la única idoneidad en la que un grupo, el G2, logra un grado de desarrollo competencial suficiente (2,7). El resto de los grupos muestran, claramente, un nivel principiante, dado que sus puntuaciones medias fluctúan entre el 1,3 y el 1,6 (Tabla 143).

**Tabla 143.** Media y desviación típica del nivel de análisis de la id. ecológica por grupo y nivel competencial

Grupo	Media	Desviación típica	Nivel competencial
G1	1,4	0,8	1 Principiante
G2	2,7	1,3	2 Suficiente
G3	1,3	0,5	1 Principiante
G4	1,6	0,8	1 Principiante
G5	1,3	0,8	1 Principiante

La Figura 50 evidencia que la mayoría de grupos han realizado unos análisis de la idoneidad ecológica muy homogéneos.

Asimismo, se justifica gráficamente el nivel competencial suficiente del grupo G2, ya que su mediana se sitúa en el 3 y el rango intercuartílico oscila entre el 2 y el 3,5.



**Figura 50.** Niveles de análisis de la idoneidad ecológica por grupos

En la Tabla 144 se presentan descriptores del conocimiento especializado sobre la faceta ecológica referentes a aspectos curriculares, contextuales y sociales vinculados al proceso de e/a estadístico en cuestión.

**Tabla 144.** Conocimiento especializado sobre la faceta ecológica

Conocimiento especializado mostrado sobre la faceta ecológica		
Adaptación al currículo	ECadc1.	Conoce el carácter abierto y flexible del currículum de educación infantil, así como la incidencia que hace en trabajar las matemáticas a partir de la realidad.
Adaptación socio-profesional y cultural y educación en valores	ECadspv1.	Reconoce normas. El respeto por los turnos de palabra o el trabajo cooperativo favorecen la educación en valores.
	ECadspv2.	Considera que la votación, que es una forma adecuada de recoger los datos en un estudio estadístico en educación infantil, fomenta los valores democráticos.
	ECadspv3.	Apunta que el pensamiento crítico se desarrolla con las argumentaciones que tienen lugar en la clase de matemáticas y, en especial, en la interpretación gráfica.
Apertura hacia la innovación didáctica	ECinnd1.	Comprende que la innovación tecnológica es solamente una parte de la innovación educativa.
	ECinnd2.	Conoce como integrar las TIC en un estudio estadístico de educación infantil: utilizando las tabletas para votar y, en consecuencia, hacer la recogida de datos.
	ECinnd3.	Reconoce que hacer un estudio estadístico sobre un tema del entorno o de la realidad de los niños, como son sus rincones de juego preferidos, es un aspecto innovador de la actividad.
	ECinnd4.	Es consciente que hacer actividades vivenciales, como puede ser la representación vivencial de los datos de este estudio, es un aspecto metodológico innovador.
Conexiones	ECcx1.	Reconoce que los estudios estadísticos de educación infantil conectan los bloques de numeración y cálculo

y de estadística, por ejemplo, con el conteo y la frecuencia absoluta.

ECcx2. Sabe que con la tarea de la hoja en blanco se fomentan conexiones entre las matemáticas y la lectoescritura y las artes plásticas.

Es preciso señalar que ningún grupo ha utilizado conocimientos acerca de las cuatro componentes que definen esta idoneidad, aunque el grupo G2 ha demostrado movilizar diversos aspectos del conocimiento (Tabla 145).

**Tabla 145.** Conocimiento especializado mostrado sobre la faceta ecológica por grupo

Conocimientos mostrados por cada grupo		G1	G2	G3	G4	G5
Adaptación al currículo	ECadc1.					x
Adaptación socio-profesional y cultural y educación en valores	ECadspv1.			x	x	x
	ECadspv2.		x		x	
	ECadspv3.		x			
Apertura hacia la innovación didáctica	ECinnd1.	x	x		x	
	ECinnd2.		x			
	ECinnd3.		x			
	ECinnd4.	x				
Conexiones	ECcx1.		x			
	ECcx2.		x			

Resaltamos el conflicto cognitivo CCgFec1. (Tabla 146), el cual señala una visión muy limitada del concepto de innovación didáctica. De hecho, pone de manifiesto el lugar que ha ocupado la tecnología en el mundo educativo en los últimos tiempos. Muchos han apostado por las TIC para innovar didácticamente, de manera que ha sido tal el peso adquirido por éstas que han eclipsado otras maneras de innovar. No obstante, es preciso remarcar que en este estudio los participantes son maestros noveles de educación infantil y esto influye. Seguramente, los docentes de infantil valoran mejor la innovación si se integran las tecnologías en los procesos de e/a, mientras que los de primaria, se fijan más en las metodologías (proyectos, rincones, talleres...). Depende de la tradición metodológica de cada etapa.

**Tabla 146.** Conflictos cognitivos en la faceta ecológica

---

Conflictos cognitivos mostrados en la faceta ecológica (conocimientos)	
CCgFec1.	El significado personal de innovación didáctica está sesgado. Solamente asocia la innovación con la tecnología.

---

Por último, en la Tabla 147 se recogen las dificultades observadas en la valoración de la idoneidad ecológica.

**Tabla 147.** Dificultades en la valoración de la idoneidad ecológica

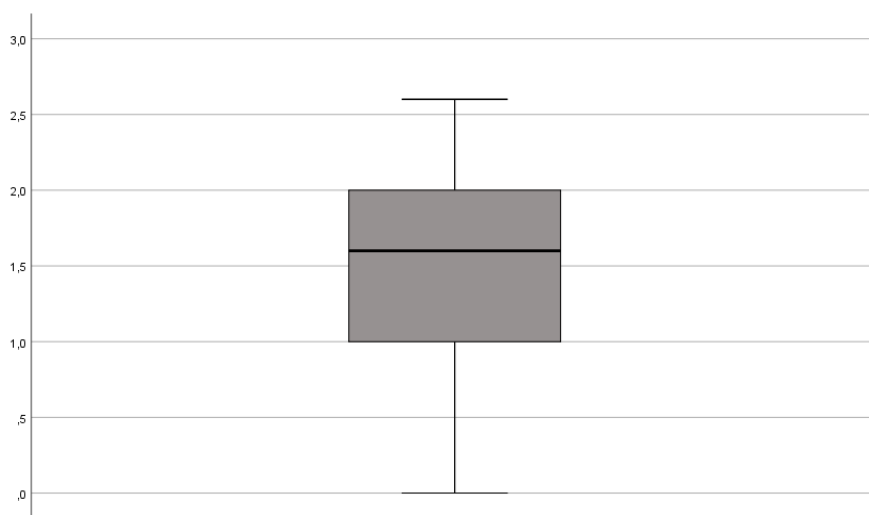
---

Dificultades mostradas en la valoración de la idoneidad ecológica(competencia)	
DCFec1.	Dificultad en identificar los contenidos estadísticos y matemáticos en el currículum.
DCFec2.	Dificultad en valorar la utilidad de la estadística para la vida profesional.
DCFec3.	Dificultad en ver las conexiones entre bloques curriculares matemáticos y entre las matemáticas y otras disciplinas.

---

### 5.2.2.7 Síntesis y conclusiones globales de las valoraciones con criterios

En la Figura 51 observamos que el nivel medio global del grupo de maestros participantes en los indicadores de la idoneidad didáctica oscila entre 0 y 2,6, pero en el 50% de los indicadores el nivel medio de análisis varía entre 1 y 2. De ahí que, afirmemos, que el grupo ha desarrollado competencia en valoración de la idoneidad didáctica, aunque el grado de desarrollo aun no es suficiente.



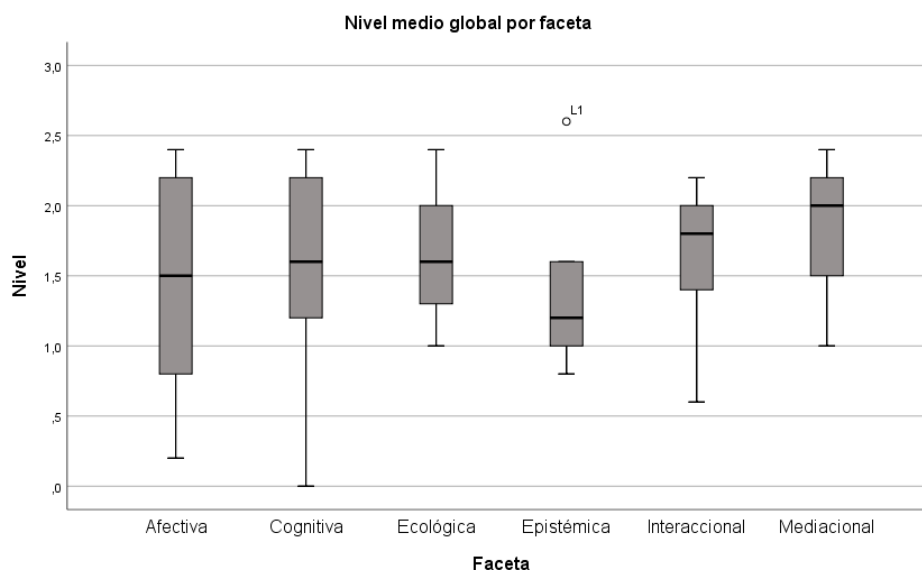
**Figura 51.** Nivel medio global en los indicadores de idoneidad didáctica

En la Figura 52 se muestra el nivel medio global de los indicadores por facetas. Destacamos que las facetas con mejor media global en los indicadores, la mediacional (media global de 1,8) y la ecológica (media global de 1,7), así como la faceta con peor media global, la epistémica (media global de 1,3) son las que presentan más homogeneidad en los niveles medios globales de sus indicadores. Esto significa que, en general, para todos los grupos, la idoneidad mediacional y la ecológica son las más fáciles de valorar para los participantes, mientras que, la epistémica, la más difícil.

Miremos con detalle la faceta epistémica. Fijémonos que la mediana no llega a 1,25, lo que, junto a la media global obtenida (1,3) (Tabla 93), confirma que el nivel competencial desarrollado en esta idoneidad parcial es muy bajo. En concreto, el más bajo de todos. Sin embargo, el indicador mejor analizado, como ya habíamos visto, es el L1 de esta faceta. Como revela el diagrama de cajas, es un caso atípico.

A nuestro juicio, estos resultados tan pobres en la valoración de la faceta epistémica son consecuentes con los obtenidos en la competencia ontosemiótica. Recordemos además que, el objeto elementos lingüísticos ha sido el mejor analizado.

Una explicación para todo ello, se halla en la formación académica de los maestros de educación infantil. Como ya se ha señalado, es prácticamente nula la formación inicial universitaria en estadística de estos maestros (Alsina, 2020), incluso su formación anterior obligatoria. De ahí los pésimos resultados en la idoneidad epistémica, que es la que valora las matemáticas que se hacen en un proceso de e/a. Por otro lado, en las asignaturas de Didáctica de las Matemáticas del Grado de Maestro de Educación Infantil se da mucha importancia a los recursos manipulativos, lo que explicaría los resultados de la faceta mediacional. Cabe añadir que, aunque en una asignatura de 6 ECTS se traten contenidos Estadísticos, la dedicación a ella no puede ser de ninguna manera suficiente si no ha habido formación previa.

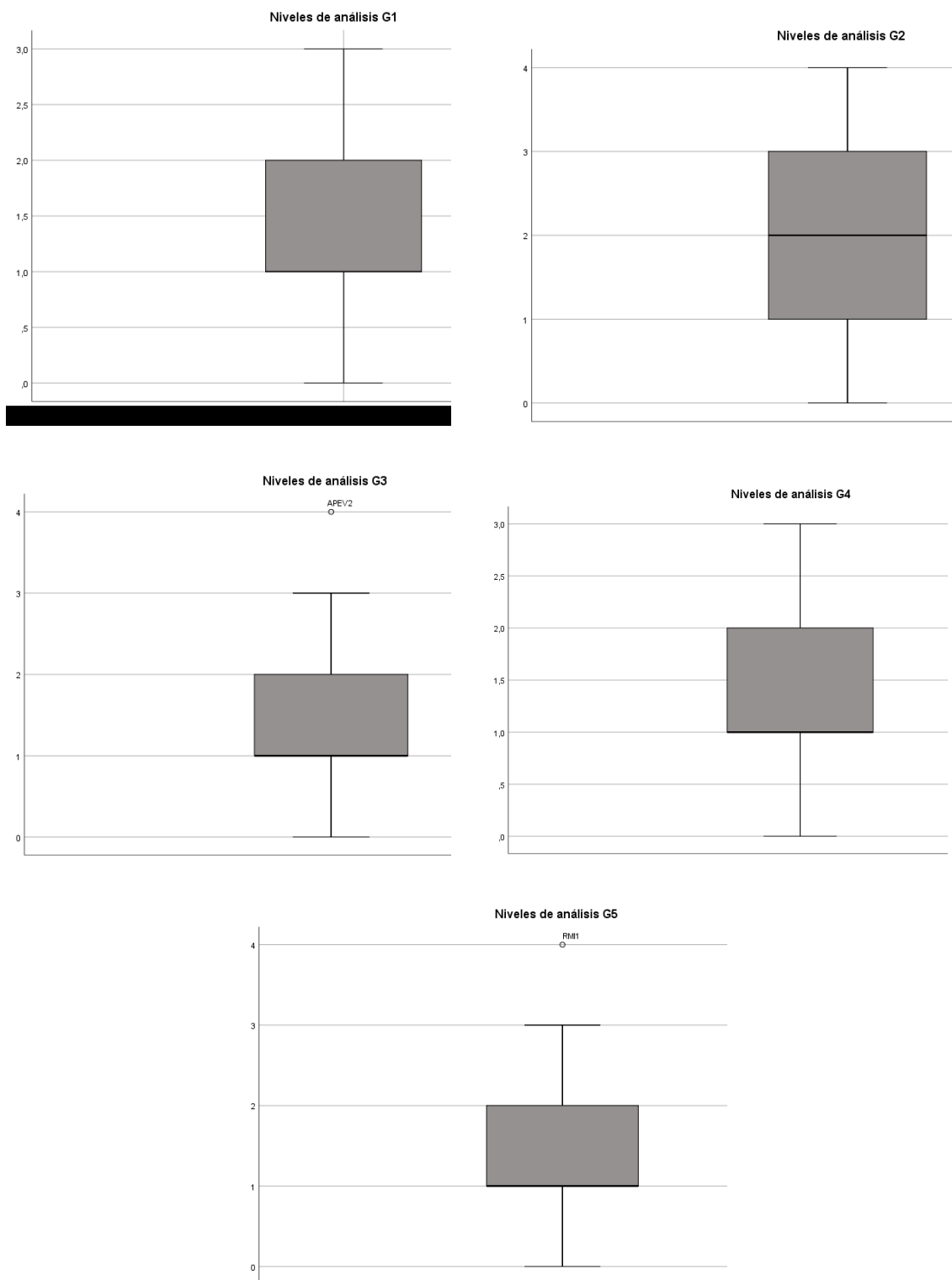


**Figura 52.** Nivel medio global en los indicadores de cada faceta

A modo de síntesis, se presentan en diagramas de cajas los niveles de análisis de los indicadores por grupo (Figura 53).

Como se observa, en todos los grupos y a excepción del grupo G2, en el 50% de los indicadores el nivel de análisis es 1 o 2. En el grupo G2, el 50% oscila entre los niveles 1 y 3 y, además, el bigote superior alcanza el nivel 4. Esto parece confirmar la tendencia observada de que el grupo G2 ha aplicado mejor los indicadores de idoneidad al proceso de e/a del vídeo y, además, revela que su nivel desarrollo competencial es prácticamente suficiente.

Cabe destacar que, los grupos G3 y G5 presentan un caso atípico cada uno, correspondientes a las facetas cognitiva y mediacional, respectivamente.



**Figura 53.** Niveles de análisis de los indicadores de idoneidad por grupo

Si hacemos la lectura desde las componentes (Tabla 148), en los grupos G1 y G4 predominan aquellas que han sido analizadas desde un nivel competencial insuficiente,



aunque, al menos, a diferencia del G4, el G1 ha sido capaz de valorar alguna componente de manera suficiente.

Por lo que respecta a los grupos G3 y G5, como ya señalan sus diagramas de cajas idénticos en cuanto a la distribución se refiere, han analizado el mismo porcentaje de componentes desde un nivel insuficiente, principiante y suficiente, con un predominio del principiante.

En el grupo G2, también observamos el dominio de las componentes analizadas con un nivel principiante, pero, a diferencia del resto de grupos, el porcentaje de componentes analizadas con un nivel suficiente, es más elevado que las que lo han sido con un nivel insuficiente.

En definitiva, si tuviésemos que ordenar los grupos según el nivel competencial desarrollado, quedarían ordenados de la siguiente manera, del que menos, al que más competencia ha demostrado tener: G4, G1, G3 y G5 y, G2.

**Tabla 148.** Frecuencia (porcentaje) componentes según nivel competencial y grado idoneidad por grupo

	Bajo	Medio-Bajo	Medio	Medio-Alto	Alto	Total
<b>G1</b>						
Insuficiente	0(0)	1(5,3)	3 (15,8)	2 (10,5)	3 (15,8)	9(47,4)
Principiante	0(0)	1(5,3)	1(5,3)	3 (15,8)	2 (10,5)	7(36,9)
Suficiente	0(0)	0(0)	0(0)	3 (15,8)	0(0)	3 (15,8)
<b>G2</b>						
Insuficiente	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	4(21,1)	4(21,1)
Principiante	0(0)	0(0)	1(5,3)	3 (15,8)	5(26,3)	9(47,4)
Suficiente	0(0)	0(0)	1(5,3)	3 (15,8)	2 (10,5)	6(31,6)
<b>G3</b>						
Insuficiente	0(0)	0(0)	1(5,3)	3 (15,8)	4(21,1)	8(42,2)
Principiante	0(0)	0(0)	2 (10,5)	2 (10,5)	6(31,6)	10(52,6)
Suficiente	0(0)	1(5,3)	0(0)	0(0)	0(0)	1(5,3)

G4						
Insuficiente	0(0)	0(0)	1(5,3)	4(21,1)	5(26,3)	10(52,6)
Principiante	0(0)	0(0)	1(5,3)	1(5,3)	7(36,8)	9(47,4)
Suficiente	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)	0(0)
G5						
Insuficiente	1(5,3)	0(0)	0(0)	4(21,1)	3 (15,8)	8(42,2)
Principiante	0(0)	0(0)	2 (10,5)	4(21,1)	4(21,1)	10(52,6)
Suficiente	0(0)	0(0)	1(5,3)	0(0)	0(0)	1(5,3)

Otro aspecto destacable que queda recogido en la Tabla 148, es que todos los grupos consideran que el proceso de e/a estadístico videograbado es una buena práctica matemática, ya que han valorado con un grado medio-alto o alto la inmensa mayoría de las diecinueve componentes de idoneidad.

Por otra parte, a lo largo del capítulo se han descrito algunas dificultades que han tenido los maestros en formación al evaluar los indicadores de idoneidad. No obstante, es preciso añadir que se han observado unas dificultades competenciales que son comunes a todas las idoneidades y que, por tanto, no son particulares de ninguna faceta en especial (Tabla 149).

**Tabla 149.** Dificultades generales en la valoración de la idoneidad didáctica

Dificultades mostradas en la valoración de la idoneidad didáctica (competencia)
DC1. Dificultad en aplicar el indicador al contexto.
DC2. Dificultad en detallar o presentar un ejemplo concreto del contexto.
DC3. Dificultad en la corrección lingüística.
DC4. Dificultad en discernir los indicadores que no pueden ser valorados con objetividad.

En numerosas ocasiones los participantes se limitan a copiar o a parafrasear un indicador, sin contextualizar en el proceso de e/a objeto de valoración. Consideramos que esta dificultad DC1 se da, al menos, por una de las dos razones siguientes: a) como en el caso del indicador RG1 o del INN2, por una falta de conocimiento didáctico-matemático en que basarse para emitir un juicio y, en particular, del especializado de la faceta correspondiente; b) porque no entienden el significado del indicador, lo que también es consecuencia, muchas veces, de una falta de conocimiento didáctico-matemático. Sirva como ejemplo, el indicador SP2 de la faceta epistémica y el significado de problematización.

En cuanto a la dificultad DC2, no es tanto consecuencia de la falta de conocimientos, sino más bien de la poca experiencia profesional o de las pocas oportunidades que han tenido los maestros noveles para desarrollar su mirada profesional. En definitiva, tienen dificultad en relacionar los conocimientos didáctico-matemáticos teóricos que tienen con la práctica real. De ahí que apliquen un indicador en el sentido adecuado, pero falten detalles en sus valoraciones que permitan asegurar que se trate del proceso de e/a en cuestión y no de otro. Esta falta de consistencia se observa, por ejemplo, en el análisis del indicador IDD2 del grupo G3; basan acertadamente el argumento en las buenas preguntas de la maestra, pero no las especifican.

En varias ocasiones se ha apuntado a la falta de corrección lingüística de los participantes, sobre todo, cuando se trata de la valoración de indicadores que precisan de razones basadas en objetos matemáticos concretos. Es ejemplo de ello, el análisis del grupo G2 del indicador INND2, pues utilizan la votación para refiere a la recogida de datos.

Por último, resaltamos la dificultad general DC4. Como ya se ha mencionado en algunas ocasiones, los participantes han valorado indicadores sin tener evidencias suficientes para poder hacerlo, pues el video no ofrece información al respecto. Para evitar la DC4 es suficiente con no presentar el indicador en cuestión a los maestros antes de comenzar con la valoración. No obstante, insistimos en la importancia en saber discernir las situaciones en que se puede o no aplicar un indicador, pues lo consideramos indispensable para una evaluación de la idoneidad con garantías, y lo hacemos extensible a cualquier tipo de proceso de evaluación para que sea justo.

### 5.2.3 Comparación entre las valoraciones con y sin criterios

Uno de los cambios que ha provocado el uso de los criterios de Godino (2013) en las valoraciones de idoneidad didáctica es que el análisis del rol de la docente queda más difuminado y concentrado en las componentes interaccionales.

No obstante, la necesidad de apelar y vincular a la maestra en otros indicadores remarcando de alguna manera su responsabilidad en el proceso de estudio sigue siendo notoria.

Un rasgo diferenciador entre los dos tipos de valoraciones es la contextualización en la aplicación de los indicadores. En concreto, se ha observado que los grupos de maestros participantes argumentan de forma más contextualizada en las valoraciones sin criterios específicos, aunque en ambos casos la ejemplificación concreta es escasa. Creemos que esto se debe a que, al analizar sin criterios, la contextualización les ayuda a expresar los aspectos del proceso de *e/a* que quieren evaluar. En cambio, con los criterios de Godino (2013), este problema desaparece porque los propios indicadores se refieren a dichos aspectos.

En cuanto al análisis de la idoneidad *epistémica*, en sus valoraciones a priori se reconoce una fuerte alusión a las componentes de lenguajes (L) y de argumentos (A). De hecho, con la aplicación de los criterios, los indicadores de estas componentes han sido los mejor analizados de esta faceta e incluso, el L1, es el mejor analizado de todos los indicadores de idoneidad. Además, en general, aquellos indicadores que han sido valorados a priori, están mejor analizados con la aplicación de los criterios. Asimismo, cabe resaltar un hecho peculiar; el grupo G3, que alude implícitamente al L2 y al L3, en la segunda valoración, no los analiza. Pensamos que es un despiste.

Por otro lado, el uso de los criterios ha desencadenado que los maestros participantes evalúen otros aspectos epistémicos, como las situaciones-problema, las conexiones intramatemáticas o las reglas, pero han tenido dificultades para hacerlo y los análisis han sido más bien pobres.

En consecuencia, solo tres de los cinco grupos de maestros han demostrado desarrollar competencia, aunque no han alcanzado un nivel suficiente.

Destacamos que, mientras que en los análisis a priori, los maestros participantes han mencionado objetos matemáticos concretos, en los análisis de la componente Reglas (RG), que valora su adecuación, no los han explicitado. Esta característica competencial

va en la línea que apuntábamos de que los participantes no ejemplifican si no se les pide que aporten detalles concretos de sus afirmaciones.

Por lo que se refiere a la faceta *cognitiva*, sin lugar a dudas, es en la que más repercute la aplicación de los criterios de idoneidad porque, simplemente, llega a ser evaluada. Asimismo, si bien es cierto que el nivel competencial global de esta idoneidad parcial es insuficiente para dos de los grupos de maestros participantes, en algunos indicadores cognitivos los análisis de los otros tres grupos han llegado a ser suficientes. De ahí que afirmemos que se ha desarrollado la competencia profesional al analizar la idoneidad cognitiva con los criterios.

En cuanto a la idoneidad *afectiva*, se observa que los indicadores evaluados implícitamente en las valoraciones a priori, concretamente, el INN1 y el AE1, son los que mejor analizan los participantes de esta faceta cuando lo hacen siguiendo los criterios de idoneidad. De hecho, todos aquellos grupos que aluden implícitamente a los indicadores afectivos, realizan un análisis más profundo al aplicar los criterios.

Por otro lado, en el resto de indicadores solo realizan análisis de nivel 0 o 1. Cabe remarcar que, uno de ellos, es el indicador INN2, relativo a la utilidad de las matemáticas. Dado que lo aplican de manera muy pobre y, además, a priori, tampoco lo tienen en cuenta, creemos que no solo desconocen la contribución de la práctica estadística en cuestión en la vida cotidiana, sino que, además, no lo consideran un aspecto importante de un proceso de e/a matemático. Este hecho, a la larga, conduce a actividades rutinarias poco significativas.

Por otra parte, dado que los maestros participantes no se refieren en absoluto a la belleza matemática en sus valoraciones a priori y que, con la aplicación de los indicadores predomine el nivel 0 de análisis, nos reafirmamos en que los maestros desconocen este aspecto didáctico-matemático.

Por lo que respecta a la idoneidad *interaccional*, se concluye que ha sido, en ambos tipos de valoración, una de las más consideradas por los grupos para ser evaluada. Si entramos en detalle en los análisis, se observa el mismo fenómeno que en la idoneidad epistémica y afectiva, esto es, que los grupos que analizan de forma implícita algunos indicadores, en la mayoría de las ocasiones, mejoran competencialmente al seguir los criterios de Godino (2013). No obstante, el indicador IDD4 es una excepción, pues solo mejora uno de los cuatro grupos que lo había considerado en ambas valoraciones.

De igual modo que en las idoneidades afectiva e interaccional, los grupos de maestros en conjunto, piensan en todas las componentes *mediacionales* para evaluar la práctica matemática, aunque no en todos los indicadores.

Además, es preciso matizar que, con la aplicación de los criterios, la faceta mediacional es la única en que se observan indicadores cuyos análisis mejoran e, indicadores, cuyos análisis no mejoran. En concreto, a priori, todos los grupos consideran, de alguna manera, el RM1 y, a posteriori, hacen un mejor análisis a excepción de un grupo. Por el contrario, en el caso del RM2, tanto los grupos que aluden a él implícitamente, como los que no lo hacen, solamente llegan a un nivel 1 de análisis al seguir los criterios de idoneidad.

Esto puede traducirse en que el indicador RM2 conlleva, en general, cierta dificultad para ser evaluado.

En cambio, creemos que en el indicador mediacional AU1, se requiere menos esfuerzo cognitivo que en la mayoría de indicadores para ser evaluado, pues aparte de que es más descriptivo y que no necesita apenas vínculos con aspectos teóricos, en la primera valoración solo lo considera un grupo y, en la segunda, se observa que la mayoría supera el nivel 1 de análisis en él.

Acerca de la idoneidad *ecológica*, resaltamos que a excepción del grupo G4, que es el único que evalúa el INND1 a priori, el resto de grupos no mejora sus análisis la segunda vez que valora un indicador. En concreto, nos referimos a la valoración del ADC1 y del CX2.

En relación con el indicador ADC1, es conveniente destacar que, en las valoraciones a priori, subyace su análisis por el aspecto de la implementación; sin embargo, con la aplicación de los criterios, no se refieren a ella, sino a los contenidos matemáticos.

En la línea del indicador INN2, el ADSPV1, referente a la contribución socio-profesional de la práctica matemática videograbada, tampoco ha sido considerado a priori y solo es analizado con un nivel de profundidad 1 con los criterios. Claramente, esta similitud agrava la problemática del conocimiento de los maestros de educación infantil sobre la funcionalidad de las matemáticas.

Para finalizar, queremos destacar dos aspectos.

En primer lugar, resaltamos que, si un grupo no ha analizado un indicador a priori, luego, con la aplicación de los criterios puede llegar a realizar un nivel de análisis suficiente en dicho indicador. Sirvan como ejemplo los indicadores SP2, AC1, AE2 o el INND1.

Y, en segundo lugar, señalamos que, claramente, el uso de los criterios de Godino (2013) es beneficioso para la competencia en valoración de la idoneidad didáctica, pues como se ha podido comprobar sobre todo con la idoneidad cognitiva, su aplicación fuerza, al menos, la reflexión sobre todos los aspectos que describen un proceso de e/a matemático.

En definitiva, por todo lo anterior, concluimos que, con la aplicación de los criterios de idoneidad para la valoración del proceso de e/a estadístico de infantil vídeo grabado, se han logrado unos análisis más profundos de las componentes e indicadores y, en consecuencia, podemos afirmar que los maestros participantes han desarrollado competencia profesional en análisis didáctico.

### **5.3 ANÁLISIS RETROSPECTIVO DE LA ACCIÓN FORMATIVA**

La valoración de la acción formativa es necesaria para comprender más sólidamente los resultados obtenidos en toda investigación basada en el diseño y referentes al aspecto de la realidad educativa que se quiere estudiar. A su vez, en este tipo de investigaciones se esperan resultados sobre la implementación en sí de la acción para ser utilizados en nuevos ciclos formativos.

De ahí que, para cerrar el *capítulo de Resultados y Discusión*, se evalúe la acción formativa del Ciclo formativo, de igual manera que se hizo con la acción piloto del Ciclo piloto en el *capítulo de Metodología*.

#### **5.3.1 Valoración**

Dado que la acción formativa implementada fue diseñada a partir de la valoración de la acción piloto y que, por tanto, es un refinamiento y mejora de algunos de los aspectos de idoneidad, para su valoración focalizaremos, sobre todo, en dichos aspectos y en la idoneidad cognitiva.

Respecto a la faceta *epistémica*, consideramos que ésta presenta unas situaciones-problema articuladas y coherentes entre sí para abordar los significados institucionales que se pretenden trabajar. De hecho, creemos que su grado de idoneidad mejora respecto al piloto, puesto que, en el piloto se trataban los objetos matemáticos secundarios, pero luego, no se abordaban lo suficiente en las tareas de ejercitación. Asimismo, se valora

positivamente que la acción formativa incluya las dos actividades reflexivas de comienzo y cierre y que, el reconocimiento de objetos y procesos matemáticos del proceso estadístico videograbado y la valoración de su idoneidad no se hagan simultáneamente. De hecho, al separar las dos tareas se facilita y se mejora, la reflexión, puesto que se deja tiempo para la emergencia de conflictos y dudas que se pueden resolver pausadamente y antes de que repercutan en la valoración de la idoneidad didáctica.

En definitiva, el grado de idoneidad epistémica es alto.

Otro punto a tratar es la idoneidad *cognitiva*. Dado que las experiencias previas de los maestros participantes sobre el reconocimiento de objetos y procesos matemáticos emergentes en un proceso de e/a estadístico de infantil habían sido prácticamente nulas antes de la implementación de la acción formativa y que, los resultados obtenidos en el *apartado 5.1 (Capítulo V)* correspondientes al análisis de las respuestas de la Tarea 3, indican que los maestros en formación han logrado superar el nivel competencial insuficiente, se concluye que los futuros maestros han desarrollado competencia ontosemiótica gracias a la acción formativa implementada.

No obstante, como ya se ha indicado, el desarrollo no ha sido uniforme ni en todos los grupos ni en cuanto al reconocimiento de objetos y procesos se refiere. De hecho, se han detectado ciertas dificultades competenciales que obstaculizan que los participantes avancen en los niveles competenciales. En particular, tienen serias dificultades en identificar los argumentos y las propiedades y proposiciones emergentes, así como los principales conceptos estadísticos. Por el contrario, han sido capaces de reconocer notablemente los elementos lingüísticos, los procedimientos, los conceptos de numeración y cálculo y los procesos matemáticos. Asimismo, como ya se apuntó en el análisis retrospectivo de la acción piloto, los maestros en formación tienen conflictos semióticos con el significado de los objetos primarios y, especialmente, con las propiedades, proposiciones y los argumentos, aunque tampoco tienen muy claro la diferencia entre concepto y contenido curricular.

En cuanto a la competencia en valoración de la idoneidad didáctica sucede algo similar. Puesto que los maestros en formación no habían tenido ocasión de desarrollarla en experiencias previas y que, como se ha visto en el *apartado 5.2.3 (Capítulo V)* existen diferencias notables entre las valoraciones sin criterios y las valoraciones con criterios, se concluye que los futuros maestros de educación infantil han desarrollada la competencia en valoración de idoneidad didáctica debido a la acción formativa.



Ahora bien, también se han identificado ciertas dificultades en la aplicación de los indicadores que provocan un desarrollo competencial no homogéneo. En particular, destacamos aquellas dificultades causadas por conflictos semióticos en los significados de los indicadores o en el significado de algunos conceptos estadísticos, como en el de variable estadística, modalidades de la variable, diagrama de barras o pictograma, que también se habían observado en los análisis ontosemióticos cognitivos. Asimismo, también se ha observado que, en ocasiones, estas dificultades, simplemente, son consecuencia de la ausencia de conocimiento didáctico-estadístico. Es por todo ello que, claramente, afirmamos que los maestros en formación no tienen el conocimiento per sé necesario para garantizar una valoración de nivel suficiente en todas las facetas, así como un reconocimiento razonable de todos los objetos y procesos emergentes.

Por último, añadimos que, de igual manera que se señaló en el ciclo piloto, los maestros en formación tienen dificultades para familiarizarse con el vocabulario del EOS. No obstante, se considera un acierto el haber focalizado en el reconocimiento de los cinco procesos matemáticos del NCTM (2000), pues ha facilitado la aprehensión del concepto en sí y, de hecho, se han obtenido unos resultados razonables en la Tarea 3.

Así pues, como se han identificado conflictos y también una ausencia de conocimiento didáctico-matemático, se determina que la componente de conocimientos previos es medio-bajo y se concluye que el grado de la idoneidad cognitiva es medio.

En cuanto a la faceta *interaccional* se refiere, los cambios introducidos en el rediseño aumentan su idoneidad. En concreto, a diferencia del ciclo piloto, en éste, los maestros en formación trabajaron por grupos de dos. Durante la implementación de la acción se observó que este aspecto favorece la comunicación matemática entre los estudiantes, les da más seguridad y confianza en sí mismos y, en consecuencia, logran superar casi sin la ayuda de la docente, algunos conflictos cognitivos o responderse ellos mismos a dudas que les surgen durante el trabajo en el aula.

En cuanto a la faceta *mediacional* se refiere, la ligera modificación de la rúbrica de valoración de la idoneidad didáctica de la Tarea 4 no ha supuesto cambios sustanciales en las aplicaciones de los indicadores.

Ahora bien, por lo que se refiere al uso de los fragmentos del vídeo de Geometría en lugar de la video grabación completa, se ha observado que ha influido en un aumento de la atención en la tarea y en la motivación de los estudiantes, pues como emergen objetos con frecuencia, éstos no desconectan del vídeo; además, esto facilita la retención de los

hechos didácticamente significativos y, en consecuencia, aumenta el aprendizaje. Por tanto, en ese aspecto, el grado de la idoneidad mediacional aumenta respecto al piloto y alcanzaría un grado alto.

No obstante, los aspectos temporales tienen un grado medio de adecuación.

Aunque de la acción formativa se haya reducido una parte teórica y práctica correspondiente a los objetos secundarios y a los procesos matemáticos, creemos que para que haya una mejora en el desarrollo de la competencia en análisis ontosemiótico, son necesarias más de las siete horas y media de la parte presencial, independientemente, de la formación matemática previa de los maestros en formación. Como se ha apuntado, los participantes requieren de tiempo para la familiarización con las nociones teóricas del EOS y, en especial, para diferenciar un tipo de objetos de otro.

Otro aspecto a destacar es que las puestas en común discurrieron fluidamente, pero quizás, hubiese sido mejor tratar el mismo contenido, pero más despacio.

En definitiva, coincidimos con otros trabajos previos (Burgos et al., 2017; Giacomone et al., 2016; Giacomone, Godino y Beltrán-Pellicer, 2018; Godino et al., 2018) en los que ya se advierte de que en este tipo de acciones los estudiantes necesitan tiempo para llevar a cabo las prácticas matemáticas de forma pertinente.

En relación con la faceta *afectiva*, cabe resaltar que, efectivamente, ha aumentado su idoneidad hasta un grado alto como consecuencia de los cambios introducidos y ya valorados en la faceta interaccional, así como en la mediacional.

Por último, el grado de idoneidad de la faceta *ecológica* sigue siendo alto, como el de la acción piloto implementada. Destacamos, además, que en sus tuits se refleja que son conscientes de que la formación recibida en el máster ha contribuido a su formación socio-profesional. Sirvan como ejemplos, las siguientes reflexiones:

Es importante hacer un análisis ontosemiótico de los contenidos que quieres trabajar para poder controlar y mejorar las actividades.

Para valorar la idoneidad de los procesos los/las docentes tienen que tener en cuenta todas las facetas del EOS: epistémica, cognitiva, interaccional, afectiva, mediacional y ecológica.

Los maestros tienen que diseñar actividades de matemáticas en educación infantil en las que se trabajen los procesos matemáticos y la estadística.

Como ya sucedió en el Ciclo piloto, al acabar la acción, algunos de los maestros participantes graduados en Educación Infantil manifestaron que acaban la carrera con poca formación en estadística y que necesitarían trabajarla con más profundidad en el grado para sentirse seguros en la escuela con ella y realizar tareas con más sentido estadístico. Asimismo, remarcaron que, durante su etapa escolar apenas la habían trabajado. De alguna manera, estos comentarios son signo de una autoreflexión sobre el límite de la propia práctica profesional y, por tanto, evidencian que la acción formativa ha invitado a la formación socio-profesional de los futuros maestros de educación infantil.

En definitiva, el análisis retrospectivo del ciclo revela que la idoneidad didáctica de la acción implementada es bastante alta en algunas facetas, a la vez que señala algunas mejoras que influirían notable y positivamente en los aprendizajes de los maestros en formación.

A continuación, se proponen algunos cambios que se deberían incorporar en una futura tercera iteración en el mismo contexto formativo.

### **5.3.2 Mejoras**

Los resultados de la valoración de la acción formativa implementada conducen a pensar en un posible rediseño de la acción que aumente el grado de la idoneidad de la faceta cognitiva y de la mediacional, aunque por lo que respecta a la idoneidad cognitiva, es difícil aumentar su grado si los participantes no reciben una formación matemático-estadística previa.

En cuanto a la idoneidad mediacional, uno de los cambios más importantes que ya se han sugerido en la valoración es dejar más tiempo para las discusiones y la institucionalización de los objetos y procesos matemáticos. Esto afectaría a la Tarea 1 que, en lugar de cerrarse en la sesión 2, lo haría en la sesión 3, para la cual, se estima una duración de tres horas y media y no de dos. Asimismo, esto supondría también, tener más tiempo para discutir la Tarea 2.

Otra modificación importante que pensamos que mejoraría la aplicación de los indicadores de las componentes epistémicas está relacionada con la Tarea 3. En concreto se trataría de adelantar la entrega de la Tarea 3 para que hubiese un feed-back de los análisis ontosemióticos cognitivos antes de la puesta en práctica en el ámbito estadístico

de los criterios de idoneidad. De esa manera, se piensa que se favorecería la autorregulación del aprendizaje y mejoraría los análisis de la faceta epistémica, puesto que ésta está estrechamente vinculada con los análisis ontosemióticos del mismo proceso.

A la práctica, teniendo en cuenta que solo se disponen de cinco sesiones en este máster, la puesta en común se podría implementar al comienzo de la sesión 5 y se indicaría a los participantes que la idoneidad epistémica se valore en esta sesión y no en la 4. Es evidente, que este cambio necesitaría también un aumento de las horas de la sesión 5 dedicadas a la acción.

Un tercer aspecto que se podría contemplar para que los maestros en formación realicen unos análisis más profundos de los indicadores cognitivos consiste en repartirles en papel, fotocopias de las representaciones de la tarea de la hoja en blanco de los niños de infantil.

Por último, otro punto a volver a considerar es la modificación de los indicadores de idoneidad didáctica de la Tarea 4.

En la acción formativa, se consideró oportuno utilizar la GVID de indicadores generales de idoneidad de Godino (2013), puesto que los maestros en formación iniciaban su desarrollo competencial y se pensó que les convenía más conocer unos criterios generales más que unos de específicos en los que se podían quedar encasillados y no saber cómo aplicarlos en otros ámbitos. Pero, después de valorar los resultados de aprendizaje de las dos iteraciones cíclicas, se propone comenzar un nuevo ciclo con la aplicación directa de indicadores específicos teniendo en cuenta que aumentan la reflexión (Beltrán-Pellicer et al., 2018).

Así, basándonos en el análisis experto de la idoneidad didáctica realizado en *el apartado 4.1.*, se ha elaborado una guía específica para la valoración de procesos de e/a estadísticos (pequeños estudios o investigaciones) de educación infantil.

En las tablas siguientes (Tabla 150, 151, 152, 153, 154 y 155) se recogen los indicadores específicos de la guía elaborada.

**Tabla 150.** Indicadores epistémicos específicos para estudios estadísticos de ed. infantil.

IDONEIDAD EPISTÉMICA	
COMPONENTE	INDICADORES ESPECÍFICOS
Situaciones- Problema	<p>SP1e. <i>Situaciones-Problema (Contextualización)</i>: Se abordan situaciones-problema de la vida cotidiana o pequeñas investigaciones en las que se pretende hallar tendencias, regularidades o encontrar el valor representativo de unos datos, principalmente, cualitativos y, en particular, que involucren las siguientes tareas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Recogida de datos relativos a los estudiantes o a su entorno próximo</li> <li>- Organización de datos a partir de su clasificación en categorías o modalidades y/o de la ordenación en caso de la variable cuantitativa</li> <li>- Elaboración de representaciones</li> <li>- Transnumeración</li> <li>- Lectura de datos: <ul style="list-style-type: none"> <li>o Literal de las frecuencias</li> <li>o Interpretación de los datos <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Resolución de situaciones aritméticas sencillas</li> </ul> </li> <li>o Predicción e inferencia</li> </ul> </li> </ul> <p>SP2e. <i>Problematización</i>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Son los propios estudiantes los que plantean la necesidad de realizar un estudio estadístico o una recogida de datos para descubrir el valor representativo sobre un interés suyo (variable).</li> <li>- Se favorece que los estudiantes se planteen nuevos interrogantes e investiguen sobre ellos.</li> </ul>
Lenguajes	<p>L1e. <i>Riqueza lenguaje</i>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se representan los datos de diversas maneras: gráficamente (pictograma o diagrama de barras), con material manipulable o vivencialmente.</li> <li>- Se utiliza el lenguaje icónico para elaborar el pictograma.</li> <li>- Se organizan los datos en una tabla (categorías-frecuencia absoluta)</li> <li>- Se utiliza el lenguaje numérico para indicar las frecuencias absolutas (gráficas convencionales)</li> <li>- Se hace una lectura oral de los datos</li> </ul> <p>L2e. <i>Adecuación lenguaje</i>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Los gráficos (en papel) utilizados son el pictograma o el diagrama de barras.</li> <li>- Las figuras alusivas tienen sentido para los niños.</li> </ul>

- 
- Se utiliza un lenguaje verbal en el que predominan las expresiones verbales comunes, pero:
    - o Se utilizan los comparativos (“más que”, “menos que”, “tantos como”) o los cuantificadores (“muchos”, “pocos” ...)
    - o Se contempla la introducción de vocabulario específico matemático como pictograma, gráfico o moda.

*L3e. Representación y comunicación:*

- Se favorece que los estudiantes creen las figuras alusivas.
- Se favorece las situaciones de lectura de gráficos de nivel 2.
- Se promueven momentos de expresión individual en los que los estudiantes, a través del dibujo, organizan, representan y comunican sus ideas matemáticas.
- Se promueven momentos en que los estudiantes explican oralmente el desarrollo de un estudio estadístico (“¿Qué hemos hecho?”, “¿Cómo?” y “Por qué?”)

---

Reglas

*RG1e. Adecuación objetos:*

- Predominan las propiedades y proposiciones informales emergentes de la interpretación gráfica, pero se incide, de alguna manera, en las siguientes propiedades formales o ideas:
    - o Lo importante no son los datos individuales, sino todo el conjunto que forman (distribución de los datos).
    - o La moda es representante de un colectivo, por lo que proporciona información de todo el conjunto y no de elementos concretos.
    - o La moda siempre coincide con alguno de los valores de los datos.
    - o La moda es la misma, aunque se hayan representado los datos con gráficos diferentes.
    - o La muestra debe ser representativa. Poco a poco, se debe concienciarles de que los datos recogidos suelen ser una muestra de toda una población y, por tanto, se debe reflexionar sobre su elección.
    - o El estudio estadístico permite descubrir tendencias o dar respuesta a preguntas del interés de los niños.
  - Se utiliza la clasificación y/o la ordenación para la organización de los datos.
  - Se elabora una tabla de frecuencias sencilla para la recogida y/o organización de los datos.
  - Se promueven diferentes maneras de recolección de datos, como la votación.
-

- Se construyen diagramas de barras o pictogramas sencillos con correspondencias término a término.
- Se identifican las frecuencias absolutas a partir del conteo.
- Se promueve la transnumeración entre la tabla de frecuencias y la representación gráfica y/o entre representaciones gráficas.
- Se comparan e interpretan las gráficas.

RG2e. *Generación/Negociación objetos:*

- Se promueve de manera significativa la emergencia del concepto de moda y su definición.
- Se discute y negocia con los estudiantes el método de recolección de los datos, así como el tipo de representación.
- En la interpretación de los datos, se favorece la emergencia de propiedades informales.

---

Argumentos

A1e. *Razonamiento y prueba:* Se promueven situaciones o momentos en los que:

- Los niños justifican las lecturas de nivel 2.
- Se favorece la predicción.
- Los niños trabajan la prueba en el sentido de comprobar; por ejemplo, comprueban que el tamaño de la muestra coincide con el total de las frecuencias absolutas; comprueban que el nº de votos coincide con el total de niños, comprueban que la moda no ha cambiado, aunque hayan cambiado de gráfico...

A2e. *Adecuación argumentación:* Se promueven los argumentos empírico-deductivos basados en los gráficos y los deductivos informales.

---

Relaciones

REL1e. *Conexiones objetos:*

- Los objetos matemáticos emergentes están conectados entre sí en el estudio estadístico (por ejemplo, las diferentes representaciones están conectadas...)
  - Los procesos matemáticos intervienen de manera intrínseca y cohesionada.
-

**Tabla 151.** Indicadores cognitivos específicos para estudios estadísticos de ed. infantil.

IDONEIDAD COGNITIVA	
COMPONENTE	INDICADORES ESPECÍFICOS
Conocimientos previos	<p>CP1e. <i>Conocimientos previos</i>: Se debe valorar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Si los estudiantes han realizado clasificaciones, ordenaciones, comparaciones y correspondencias cualitativas e, incluso, cuantitativas sencillas.</li> <li>- La adquisición previa de la noción de cantidad.</li> <li>- El dominio del conteo de los estudiantes.</li> <li>- Si los estudiantes tienen ciertas habilidades de orientación y estructuración espacial; reconocen las nociones topológicas (arriba, abajo, delante, detrás, un lado, el otro).</li> </ul> <p>CP2e. <i>Alcance contenidos pretendidos</i>: Los contenidos pretendidos tienen una dificultad manejable. Se deben tener en cuenta los siguientes aspectos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Los posibles errores y dificultades de los estudiantes (como ubicar la figura alusiva en el lugar correspondiente, el recuento de frecuencias absolutas altas, la identificación de la moda como una modalidad y no como el valor de la frecuencia...).</li> <li>- Que la variable sea cualitativa o, si la variable es cuantitativa discreta, que los estudiantes tengan bien adquirida la noción de cantidad.</li> <li>- Que los gráficos sean sencillos.</li> </ul>
Aprendizaje y evaluación formativa	<p>APEV1e. <i>Observación sistemática aprendizaje</i>: Se recoge información sobre los progresos, habilidades, estrategias y aprendizajes de los niños a partir del diálogo, las buenas preguntas o de la documentación y la observación a través de fotografías, vídeos o de las representaciones en taras de hoja en blanco (dependerá de si la tarea es individual o grupal).</p> <p>Por ejemplo, las buenas preguntas permiten evaluar el nivel de razonamiento matemático, la hoja en blanco su comprensión y nivel de lectura de los gráficos...</p> <p>APEV2e. <i>Diversidad modos evaluación</i>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El estudio contempla diferentes modos de expresión matemática por parte del estudiante que permiten evaluar su aprendizaje.</li> </ul> <p>Por ejemplo, se contempla una tarea de hoja en blanco, momentos de expresión oral individual y colectivos, momentos de puesta en</p>



---

	práctica en que el estudiante puede demostrar una destreza, con o sin material manipulable...
	- Se favorece la autorregulación del aprendizaje.
	 APEV3e. <i>Evaluación inclusiva</i> : La evaluación respeta los diferentes niveles de comprensión y competencia. Por ejemplo, las preguntas se reformulan con un vocabulario u otro para que todos puedan compartir ideas matemáticas, cada estudiante puede elegir el registro gráfico para representar los datos o se contempla una actividad de hoja en blanco.

---

Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	AC1e. <i>Atención a la diversidad</i> : La propuesta de estudio estadístico es abierta y flexible en cuanto a la recogida, organización y/o representación de los datos se refiere. Algunos ejemplos son:
	- Para la elaboración de tablas de frecuencias, se permite tanto el uso del lenguaje numérico como icónico para registrar las frecuencias;
	- Cada estudiante elige la figura alusiva para que le sea significativa;
	- El estudiante tiene la oportunidad de elegir el tipo de representación (con material manipulable o gráficamente con un diagrama o un pictograma) para facilitar la lectura; aunque luego, el docente, promueva que lo haga de otra manera “¿ahora lo puedes representar de otra manera...?”)

---

**Tabla 152.** Indicadores afectivos específicos para estudios estadísticos de ed. infantil.

---

IDONEIDAD AFECTIVA	
COMPONENTE	INDICADORES ESPECÍFICOS
Intereses y necesidades	INN1e. <i>Interés tarea</i> : La tarea tiene interés para los estudiantes dado que: <ul style="list-style-type: none"> <li>- La variable estadística surge de un interés de los niños o es significativa para ellos.</li> <li>- El estudio contiene otros elementos o factores motivadores para el aprendizaje: uso de materiales manipulativos, la representación es vivencial, se utiliza el factor juego...</li> </ul>

---

---

INN2e. *Utilidad tarea en la vida*: La tarea propuesta permite valorar la utilidad de la estadística en la vida cotidiana:

- Los estudiantes utilizan la estadística para decidir cuestiones que afectan la cotidianidad del aula.
- La tarea promueve la alfabetización estadística de los estudiantes, es decir, favorece el desarrollo de estrategias de análisis de datos, representación e interpretación para facilitar, sobre todo, la toma de decisiones en casos de incertidumbre y para ser ciudadanos bien informados.

---

Actitudes y emociones

AE1e. *Participación en la tarea*: Se promueve la participación de los estudiantes de infantil en la realización del estudio estadístico, la responsabilidad y la perseverancia.

- Por ejemplo, cada estudiante asume un rol asignado y/ tiene parte de responsabilidad en la realización del estudio matemático; si representan los datos de manera vivencial, es necesario que todos los niños se organicen en el espacio.
- Se observa que el proceso de e/a estadístico motiva a los estudiantes y, en consecuencia, la experiencia es positiva, lo que fomenta la perseverancia en el estudio de las matemáticas.

AE2e. *Autoestima y rechazo*: Para ello, en educación infantil se debe procurar que:

- Todos los estudiantes tengan su momento de “éxito” durante la tarea, lo que se les reconoce a través de los refuerzos positivos.
- Los estudiantes aprecien la utilidad de la tarea para resolver una cuestión de su interés.
- Todos los niños tengan la oportunidad de responder si la maestra hace una pregunta en general a toda la clase.

AE3e. *Argumentación en igualdad*: No se modifica el indicador general.

AE4e. *Belleza matemática*:

- Se resaltan las cualidades estéticas de las matemáticas como la utilidad, el atractivo visual o la sorpresa; asimismo, se obtienen tendencias de unos datos, inicialmente, desorganizados.
  - Se fomenta la representación gráfica cuidada (en especial, aspectos matemáticos de geometría y proporcionalidad, así como, estéticos.)
-

**Tabla 153.** Indicadores interaccionales específicos para estudios estadísticos de ed. infantil.

IDONEIDAD INTERACCIONAL	
COMPONENTE	INDICADORES ESPECÍFICOS
Interacción docente-discente	<p>IDD1e. <i>Comunicación docente-discente</i>: No se modifica el indicador general, pero se hace especial énfasis en que:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El docente emplea un lenguaje cotidiano que conecta con los niños.</li> <li>- Antes de comenzar el estudio estadístico, se establece un diálogo con los estudiantes para saber sus conocimientos previos y/o discutir posibles estrategias de resolución.</li> <li>- El docente interviene, sobre todo, haciendo preguntas, más que explicaciones.</li> <li>- Hay complicidad con las miradas de los estudiantes.</li> </ul>
	<p>IDD2e. <i>Gestión de los conflictos</i>: No se modifica el indicador general, pero se aclara que el docente fomenta la autorregulación del error del estudiante con consignas y preguntas adecuadas.</p>
	<p>IDD3e. <i>Recursos retóricos y argumentativos</i>: No se modifica el indicador general.</p>
	<p>IDD4e. <i>Inclusión de los alumnos en la dinámica</i>: En el caso de la estadística, hay algunos aspectos en particular que contribuyen a ello:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Hacer hincapié en que lo importante es la distribución de los datos y no en lo que ha votado uno mismo.</li> <li>- La representación gráfica de diversas maneras facilita la inclusión de todos los estilos cognitivos y aumenta la posibilidad de que todos puedan hacer, al menos, una lectura de nivel 1.</li> <li>- La asignación de roles.</li> </ul>
	<p>IDD5e. <i>Consensos en base a los argumentos</i>: No se modifica el indicador general.</p>
Interacción entre discentes	<p>IeD1e. <i>Comunicación entre discentes</i>: Se favorece la comunicación entre los estudiantes con el diálogo, gestos o dibujos para el desarrollo del pensamiento estadístico.</p>

---

IeD2e. *Argumentaciones en base matemática*: Los niños justifican sus explicaciones y respuestas a partir de argumentos empíricos basados en el gráfico y de estructura lógica.

IeD3e. *Inclusión en el grupo*: No se modifica el indicador general.

---

Autonomía

AM1e. *Momentos de responsabilidad*: La mayor parte de la actividad se realiza en grupos y/o cooperativamente, pero se contempla algún momento, preferiblemente al final de ella, en la que el niño asume la responsabilidad del estudio y desarrolla el pensamiento estadístico. Además, se contemplan momentos de autorregulación.

Algunos ejemplos de momentos de responsabilidad son:

- El estudiante explica a toda la clase la representación de los datos realizada por su grupo.
  - El estudiante comunica las interpretaciones gráficas de su grupo.
  - Cada estudiante busca una representación distinta a la realizada con su grupo.
  - Se realiza una tarea de hoja en blanco en la que cada estudiante hace una representación libre de la investigación o estudio estadístico llevado a cabo.
-

**Tabla 154.** Indicadores mediacionales específicos para estudios estadísticos de ed. infantil.

IDONEIDAD MEDIACIONAL	
COMPONENTE	INDICADORES ESPECÍFICOS
Recursos materiales	<p>RM1e. <i>Recursos manipulativos y tecnológicos</i>: Se usan materiales manipulativos, informáticos o el propio cuerpo para el desarrollo de la actividad. Por ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El propio cuerpo para la recogida, organización y representación de los datos.</li> <li>- Objetos físicos (material inespecífico como tapones, material de juego como piezas de construcción o material didáctico comercial como los multicubos) para la recogida, organización y/o representación.</li> <li>- Material tangible diseñado que actúa como figura alusiva.</li> <li>- Recursos interactivos o soportes para la representación gráfica.</li> </ul> <p>Además, se pueden valorar los recursos literarios, juegos de mesa o motrices que desencadenan una actividad o estudio estadístico.</p> <p>RM2e. <i>Modelos y visualizaciones</i>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Las definiciones, propiedades y proposiciones son contextualizadas y motivadas usando situaciones de la vida cotidiana de los niños o de su realidad inmediata.</li> <li>- Se utilizan representaciones para visualizar las definiciones, propiedades y proposiciones como, por ejemplo, los gráficos estadísticos para interpretar la moda (realizados con objetos, con el propio cuerpo o convencionales).</li> </ul>
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	AUe.: No se modifican los indicadores generales de esta componente.
Tiempo	Te.: No se modifican los indicadores generales de esta componente.

**Tabla 155.** Indicadores ecológicos específicos para estudios estadísticos de ed. infantil.

IDONEIDAD ECOLÓGICA	
COMPONENTE	INDICADORES ESPECÍFICOS
Adaptación al currículo	<p>ADC1e. <i>Directrices curriculares</i>: Los contenidos matemáticos, su implementación y su evaluación se corresponden con las directrices curriculares. A continuación, se detallan los contenidos del currículo español de educación infantil que se identifican con la estadística con el objetivo de facilitar la aplicación del indicador:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Percepción de semejanzas y diferencias entre los objetos. Discriminación de algunos atributos de objetos y materias. Interés por la clasificación de elementos. Relaciones de pertinencia y no pertinencia.</li> <li>• Identificación de cualidades y sus grados. Ordenación gradual de elementos. Uso contextualizado de los primeros números ordinales.</li> <li>• Cuantificación no numérica de colecciones. Comparación cuantitativa entre colecciones de objetos. Relaciones de igualdad y de desigualdad.</li> <li>• Estimación cuantitativa exacta de colecciones y uso de números cardinales referidos a cantidades manejables. Utilización oral de la serie numérica para contar. Observación y toma de conciencia del valor funcional de los números y de su utilidad en la vida cotidiana.</li> <li>• Situación de sí mismo y de los objetos en el espacio. Nociones topológicas básicas.</li> </ul>
Apertura hacia la innovación didáctica	<p>INND1e. <i>Innovación didáctica</i>: Se incorpora un elemento innovador (curricular, de recursos, instruccional, de aprendizaje, de evaluación, afectivo...) que mejora un aspecto de la enseñanza y aprendizaje de la estadística.</p> <p>INND2e. <i>Uso de la tecnología</i>: No se modifica el indicador general.</p>
Adaptación socio-profesional y cultural y Educación en valores	<p>ADSPV1e. <i>formación socio-profesional</i>: La tarea enriquece la cultura estadística de los estudiantes, la cual es necesaria en numerosos campos profesionales.</p>

Por ejemplo, se trabaja la recogida de datos, el tratamiento de la información, la interpretación de los datos... así como la temática de la suerte en el juego, el medio ambiente...

ADSPV2e. *Valores y pensamiento crítico*: Se contempla la formación en valores democráticos y el desarrollo de las competencias del siglo XXI (la comunicación, la resolución de problemas, el trabajo cooperativo, las habilidades sociales, la alfabetización TIC, la creatividad y el pensamiento crítico). Algunos aspectos que contribuyen a ello son:

- El respeto por los turnos de palabra.
- La recogida de los datos a través de unas votaciones.
- La interpretación gráfica y su explicación.
- Los elementos de coeducación.

---

Conexiones intra e interdisciplinares CX1. *Conexiones intramatemáticas*: Se conectan bloques de contenidos matemáticos y/o de distinto curso. Por ejemplo:

- Lógica y estadística: la clasificación cualitativa y las modalidades de la variable.
- Numeración y cálculo y estadística: la noción de cantidad y la frecuencia absoluta.
- Numeración y cálculo y espacio y forma: la representación geométrica de los números.
- Espacio y forma y estadística: organización de los datos y/o representación.
- Numeración y cálculo y estadística: la ordenación cuantitativa y la lectura de gráficos.
- Estadística y probabilidad: lectura de gráficos y predicción.

CX2. *Conexiones extramatemáticas*: Se conectan las matemáticas con otras disciplinas o ámbitos del currículum. Por ejemplo:

- Matemáticas y psicomotricidad: representación vivencial.
  - Matemáticas y expresión plástica: representación gráfica
  - Matemáticas y TIC: representación gráfica
  - Matemáticas y lectoescritura: recogida, organización y/o representación de los datos.
-

Si bien es cierto que el indicador ADC1e. de la faceta ecológica especifica los contenidos del currículum estatal español que, a nuestro juicio, se corresponden con el trabajo de la estadística en infantil, en la Tabla 156 presentamos una lista de los contenidos estadísticos de infantil elaborada a partir del currículum autonómico catalán, por ser éstos más concretos y por estar en un contexto de investigación en el que los participantes pretenden trabajar en escuelas regidas por este currículum. De hecho, pensamos que la lista de la Tabla 156 puede ser un facilitador para los docentes en cuanto a la identificación de los contenidos curriculares de estadística en infantil se refiere.

**Tabla 156.** Guía de identificación de los contenidos estadísticos del currículum catalán

Componente adaptación al currículo		
	Sí	No
Inicio en el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.		
Curiosidad e iniciativa para la descubierta, para hacerse preguntas, buscar información de diferentes fuentes, compartirla [...] y organizarla en los diferentes modelos.		
Comparación, ordenación y clasificación de objetos y material, estableciendo relaciones cualitativas y cuantitativas, para reconocer patrones, verbalizar regularidades y hacer anticipaciones.		
Construcción de la noción de cantidad e inicio de su representación.		
Uso de estrategias para resolver situaciones que requieren conocimientos matemáticos. Verbalización de los procesos y valoración de los resultados.		
Elaboración e interpretación de representaciones gráficas sencillas sobre datos de la vida cotidiana.		
Uso de instrumentos tecnológicos en los procesos creativos para el trabajo con la fotografía, el vídeo y el ordenador a través de programas abiertos de edición de textos, gráficos, presentaciones.		
Reconocimiento y uso del lenguaje matemático con números, símbolos y códigos [...].		
Uso de procedimientos como preguntar, negociar, predecir, planificar, razonar, simular.		

Así pues, con estas modificaciones se iniciaría un nuevo ciclo formativo.





## CAPÍTULO VI

### CONCLUSIONES

En este capítulo se exponen las conclusiones de la investigación atendiendo a los objetivos planteados en *Metodología (Capítulo III)*, así como a las hipótesis de trabajo.

Con estas conclusiones se espera contribuir a la didáctica de la estadística de la educación infantil, haciendo aportaciones a la formación inicial de maestros y a la formación avanzada, aunque, muy especialmente, queremos incidir directamente en el aula de educación infantil.

Por último, con el propósito de seguir mejorando la e/a de la estadística desde las primeras edades, se exponen unas reflexiones finales, así como las líneas futuras de investigación.

#### **6.1 CONCLUSIONES RESPECTO A LOS OBJETIVOS E HIPÓTESIS**

Esta investigación se inició con la intención de explorar y enriquecer los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas de los futuros maestros en el ámbito de la estadística y de la educación infantil, pues, tal y como se ha planteado en el problema de

investigación, los maestros de educación infantil llegan a la escuela con una formación estadística insuficiente y, más aun, didáctica.

Asimismo, la escasa tradición curricular en estadística en nuestro país y la poca claridad con la que se exponen los contenidos estadísticos en las directrices oficiales, tampoco favorece un impulso a cambiar esta problemática que se retroalimenta.

Así pues, motivados por una mejora educativa en la materia, se plantearon unos objetivos generales y específicos para abordar la situación en la formación de maestros en educación estadística, así como unas hipótesis de trabajo cuyas conclusiones se presentan a continuación.

### **6.1.1 Respecto a los objetivos de investigación**

A continuación, se concluye acerca de los objetivos generales y específicos de la investigación.

*OG1.: Realizar un estudio exploratorio de la competencia en análisis ontosemiótico de maestros recién graduados sobre un proceso de e/a de la estadística en educación infantil videograbado. Asimismo, a la vez, se pretende desarrollar dicha competencia.*

En el capítulo *Resultados* se ha analizado de forma detallada los análisis ontosemióticos de los maestros participantes sobre el proceso de e/a estadístico de infantil videograbado.

En particular, se han establecido cuatro descriptores competenciales por cada tipo de objeto y cuatro más, por los procesos matemáticos, para detallar cualitativamente el nivel desarrollado o adquirido de competencia ontosemiótica de los maestros en formación. Éstos, se sintetizan en nivel insuficiente, principiante, suficiente y experto.

Asimismo, se han identificado algunos conflictos cognitivos, así como algunas dificultades competenciales, observados también en otros trabajos contextualizados en la formación de maestros y profesores de matemáticas (Beltrán-Pellicer et al., 2019, 2020; Burgos, 2020; Burgos, Beltrán-Pellicer et al., 2018; Giacomone, Godino, Wilhelmi et al., 2018; Rivas, 2013).

Destacamos los conflictos con el significado de los objetos primarios, es decir, el significado personal no coincide, muchas veces, con el institucional. Por ejemplo,

confunden los conceptos con los contenidos curriculares, los argumentos con las propiedades o proposiciones, los procedimientos, con los procesos o, simplemente, no tienen clara la definición en sí misma del objeto. De ahí que, identifiquen como un tipo de objeto determinado, un elemento que no lo es; o, sencillamente, no lo reconocen, pues, difícilmente, pueden identificar adecuadamente un elemento como algo si no comprenden ese algo.

En consecuencia, el desarrollo competencial no ha sido uniforme para todos los objetos y los maestros en formación han tenido más dificultad para reconocer unos objetos que otros. Concretamente, mientras que, en las situaciones-problema, los argumentos, las propiedades y proposiciones, el nivel de reconocimiento prácticamente es insuficiente, en los elementos lingüísticos o procedimientos, es suficiente o, incluso, experto. En cuanto a los conceptos se refiere, mayoritariamente, el nivel se considera principiante, pero no suficiente.

Asimismo, es preciso añadir que, no solo el conocimiento especializado o didáctico de la faceta epistémica influye en el heterogéneo desarrollo de la competencia ontosemiótica, sino que, en las justificaciones de la emergencia de los objetos identificados se apunta también a una falta de conocimiento común del contenido estadístico.

Por lo que se refiere a los procesos matemáticos, los maestros en formación han demostrado alcanzar un nivel suficiente de reconocimiento. A nuestro juicio, el hecho de que conociesen a priori, los procesos concretos a identificar, ha facilitado el desarrollo competencial.

No obstante, señalamos, al igual que en los objetos, que los futuros maestros de infantil no tienen la misma facilidad para reconocer los diferentes tipos de procesos matemáticos.

Así pues, por una parte, se concluye que, este trabajo aporta conocimiento teórico en el campo de la investigación en educación matemática acerca de algunos aspectos que definen la competencia en análisis ontosemiótico de los futuros maestros de educación infantil en cuanto a procesos de e/a estadísticos se refiere, como son los errores cognitivos, las dificultades en el reconocimiento de los objetos y procesos o el nivel de desarrollo.

Y, por otra parte, dado que se partía de una acción formativa cuyos maestros participantes no habían tenido experiencias previas concretas enfocadas al desarrollo competencial de análisis ontosemiótico y que, se ha observado que éstos han mostrado

diferentes niveles de reconocimiento, se concluye que se ha desarrollado la competencia ontosemiótica.

Por tanto, se ha logrado cumplir el objetivo OG1.

*OG2.: Realizar un estudio exploratorio de la competencia en valoración de la idoneidad didáctica de maestros recién graduados sobre un proceso de e/a de la estadística en educación infantil videograbado. Asimismo, a la vez, se pretende desarrollar dicha competencia.*

Para abordar el objetivo OG2, en la acción formativa se contemplaron dos tareas concretas al respecto: una inicial de valoración de la idoneidad del proceso videograbado sin seguir los criterios de Godino (2013) y, la Tarea 4, en la que los maestros participantes lo valoraron siguiendo la GVID después de ser presentada en clase. En el capítulo *Resultados y Discusión* se dedican tres apartados (5.2.1, 5.2.2 y 5.2.3) al análisis y discusión de las valoraciones.

Concretamente, en las valoraciones iniciales se observa que los maestros en formación aplican implícitamente los indicadores de idoneidad de Godino (2013), aunque destacamos la ausencia de reflexión acerca de los aspectos cognitivos y la fuerte focalización de atención en el papel de la docente.

En cuanto a la aplicación o análisis de los indicadores de idoneidad por parte de los maestros participantes en la Tarea 4, se han identificado y refinado los niveles de análisis de idoneidad de Arteaga (2011) y Gea (2014) y, se han encajado en cuatro niveles competenciales (insuficiente, principiante, suficiente y experto).

Como ocurre con los niveles de reconocimiento de los objetos primarios, existen diferencias entre los niveles de análisis de las facetas.

En concreto, la mediacional y la ecológica, con un nivel medio global de análisis de 1,8 y 1,7, respectivamente, son en las que los maestros participantes mejor aplican los indicadores, mientras que la epistémica, con un nivel medio global de 1,3, en la que peor lo hacen. No obstante, destacamos que el indicador mejor analizado ha sido el L1, correspondiente a la riqueza del lenguaje de la idoneidad epistémica (nivel medio global 2,6).

La capacidad de los maestros participantes para reconocer la formación en valores democráticos y pensamiento crítico de la tarea (ADSPV2, ecológica), la adecuación de los recursos materiales utilizados (RM1, mediacional), la contribución de la tarea a aumentar la autoestima y evitar el rechazo hacia las matemáticas (AE2, afectiva) o para

identificar las buenas preguntas de la maestra como instrumento de evaluación (APEV<sub>2</sub>, cognitiva), se ha traducido en que dichos indicadores también hayan sido unos de los mejor evaluados o analizados (nivel medio global 2,4).

En el otro extremo, a parte de aquellos indicadores que no han sido valorados o que se han valorado sin evidencias objetivas, el peor análisis es el de la valoración de la belleza matemática de la tarea (AE<sub>4</sub>, afectiva, nivel medio global 0,2), seguido por el de la adecuación del lenguaje (L<sub>2</sub>, epistémica, nivel medio global 0,8) y por el de la utilidad de la tarea en la vida cotidiana (INN<sub>2</sub>, afectiva, nivel medio global 0,8).

Con un nivel medio global ligeramente mejor (1), aunque muy bajo, como era de esperar a la vista de los resultados obtenidos en la competencia ontosemiótica, se han analizado las componentes epistémicas de las Reglas (RG) o de Relaciones (REL) o, el indicador epistémico SP<sub>2</sub>, de las situaciones-problema.

Algunos indicadores de las facetas mejor valoradas, que no necesariamente se corresponden con las mejor consideradas, también han sido analizados con un nivel medio global de 1; destacamos el RM<sub>2</sub> de la faceta mediacional, pero estrechamente vinculado con los objetos matemáticos de la faceta epistémica y los indicadores de la ecológica ADC<sub>1</sub> y ADSPV<sub>1</sub>, para los que no han sido capaces de ubicar la estadística en las directrices curriculares ni en el mundo profesional, respectivamente.

Estos resultados indican que, globalmente, los futuros maestros se hallan en un nivel de desarrollo competencial principiante.

De hecho, se han identificado ciertas dificultades en la aplicación de los indicadores peor analizados que imposibilitan un progreso en el nivel competencial.

Para ser más precisos, algunas de éstas dificultades vienen motivadas por conflictos cognitivos previos específicos en el conocimiento didáctico o, incluso, en el común, como, por ejemplo, la DCFm<sub>1</sub> o la DCFc<sub>1</sub> o, simplemente, por la ausencia de dicho conocimiento. Asimismo, se han encontrado otro tipo de dificultades ligadas a la corrección lingüística de los maestros en formación y a su capacidad de ejemplificación que también obstaculizan el desarrollo de la competencia en valoración de la idoneidad didáctica.

Por último, queremos destacar que al comparar las valoraciones iniciales con las valoraciones de la Tarea 4, se ha observado que el nivel de análisis de un indicador implícitamente valorado o no contemplado a priori, se mantiene o mejora en la segunda

valoración e, incluso, puede ser aplicado con un nivel suficiente. Por tanto, se ha logrado una evolución de las ideas.

En definitiva, por todo ello, se concluye que se ha cumplido el objetivo OG2.

*OG3.: Realizar un estudio exploratorio del conocimiento didáctico-matemático de maestros recién graduados en el ámbito de la estadística en educación infantil.*

Este objetivo se ha logrado a través del análisis pormenorizado de las respuestas a las Tareas 3 y 4 de los maestros participantes, es decir, de los análisis ontosemióticos cognitivos y de las valoraciones de idoneidad realizados por ellos.

Concretamente, en las respuestas de cada grupo a las tareas se han podido apreciar algunos saberes movilizados por los maestros en formación al desarrollar las competencias y que constituyen parte de su conocimiento didáctico-matemático. A lo largo del *capítulo Resultados* se recogen estos descriptores que caracterizan, mayoritariamente, los conocimientos de la dimensión didáctica del modelo del CDM.

Por ejemplo, el descriptor COe1., que hace referencia a los diferentes tipos de gráfico que son adecuados en educación infantil para representar los datos, es un descriptor del conocimiento didáctico o especializado de la faceta epistémica; en cambio, el Ccp1., que alude a los conocimientos previos de los estudiantes, describe el conocimiento didáctico de la faceta cognitiva.

Por otro lado, los niveles de competencia ontosemiótica proporcionan información más general acerca del conocimiento didáctico. Como se ha visto, los maestros en formación no han sido capaces de reconocer los principales conceptos estadísticos emergentes en el proceso de e/a videograbado, ni tampoco las propiedades, proposiciones, argumentos ni la situación-problema. Esto significa que su conocimiento especializado sobre la faceta epistémica no es suficiente en cuanto a la estadística se refiere. De hecho, las dificultades que han mostrado en el reconocimiento de los objetos, revelan la ausencia de dicho conocimiento.

Algo semejante ocurre al examinar los niveles de aplicación de los indicadores de idoneidad. Concretamente, ha sucedido que, los descriptores del conocimiento didáctico-matemático presentados en el *apartado 5.2.2 (Capítulo V)* se han extraído, mayoritariamente, de aquellas valoraciones de los indicadores de nivel 3 o superior. Teniendo en cuenta que las medianas de los niveles medios globales de las facetas oscilan entre el nivel 1 y 2, esto significa que los futuros maestros no han sido capaces de

movilizar aspectos del conocimiento didáctico-matemático. Como se ha visto, detrás de esos niveles bajos de aplicación de los indicadores, se esconden unas dificultades competenciales motivadas por la falta de conocimiento didáctico-matemático y por algunos conflictos cognitivos en él. Por ejemplo, el CCgOc3., que señala una confusión entre el significado de variable y el de modalidades o el CCgOc5., que aborda la no distinción entre el pictograma y el diagrama de barras, apuntan directamente a algunas lagunas en el conocimiento común del contenido de la dimensión matemática; en cambio, el CCgFm1, que avisa de un significado sesgado de actividad vivencial o el CCgFc2, que lo hace de la evaluación formativa, delatan carencias en el conocimiento didáctico.

En cuanto a la dimensión meta Didáctico-Matemática y, en particular, en cuanto al conocimiento sobre los criterios de idoneidad se refiere, es preciso destacar que, en las valoraciones a priori subyacen algunos de los indicadores de idoneidad; en otras palabras, los maestros en formación utilizan implícitamente los criterios de Godino (2013) para reflexionar sobre la práctica, es decir, tienen cierto conocimiento sobre ellos. No obstante, como se ha visto, no consideran todos los indicadores ni tampoco todas las facetas. De ahí que necesiten ampliar y refinar el conocimiento que tienen de la dimensión meta con acciones formativas como la implementada. Además, es preciso resaltar que se han identificado algunas dificultades competenciales (DC1.) que señalan una falta de comprensión del significado del indicador. Sirva como ejemplo la DCFa1., que revela una dificultad en valorar las cualidades estéticas de las matemáticas.

En definitiva, en el *capítulo Resultados y Discusión* se ha cumplido con el objetivo de explorar el conocimiento didáctico-matemático de los maestros recién graduados desde las tres dimensiones que propone el EOS: la Matemática, la Didáctica y la Meta Didáctico-Matemática.

El alcance de los objetivos generales no hubiese sido posible sin el abordaje y logro de los objetivos específicos de esta investigación, como veremos a continuación.

*OM1.: Diseñar, implementar y valorar una acción formativa para promover el desarrollo de las competencias profesionales.*

Dado que en esta investigación se pretende conocer la competencia profesional de los maestros recién graduados en el ámbito de la educación infantil y de la estadística y, a la vez, se quiere desarrollar la competencia para mejorar su formación, se sigue la metodología basada en el diseño (Kelly et al., 2008). Para ello, esta propone la realización



de ciclos iterativos basados en el diseño, implementación y valoración de acciones formativas llevadas a cabo dentro del contexto en el que se quiere investigar, siendo en nuestro caso, la formación de maestros.

Por todo ello, se han completado dos ciclos que se han detallado a lo largo de este trabajo en los capítulos de *Metodología y Resultados*, el Ciclo piloto y el Ciclo formativo.

Concretamente, la acción formativa del ciclo formativo de esta investigación, se diseñó a partir del análisis retrospectivo de la acción llevada a cabo en el ciclo piloto. Es, durante la implementación de la acción formativa del ciclo formativo cuando se recogen los datos que se analizan y discuten en el *Capítulo V* y que nos permiten concluir acerca de los objetivos generales. Asimismo, en el apartado 5.3 (*Capítulo V*) se evalúa la acción formativa pensando en su mejora para la realización de nuevos ciclos que persigan el desarrollo competencial de los futuros maestros de educación infantil en el ámbito de la estadística.

En definitiva, se ha cumplido con el objetivo OM1.

*OM2.: Incorporar el aula de educación infantil en el aula universitaria.*

Para desarrollar habilidades de análisis y reflexión sobre los procesos de e/a es necesario disponer de prácticas matemáticas reales. A veces, el periodo del Prácticum de los estudios universitarios son un acceso a ellas, pero otras veces no existe esta posibilidad, como es el caso del contexto de esta investigación.

Para situaciones como la nuestra, Giacomone, Godino y Beltrán-Pellicer (2018) proponen el video como un recurso que facilita dicho acceso. Asimismo, Wang y Hartley (2003) consideran que los ejemplos videograbados son más eficientes que las tareas escritas para el desarrollo de las competencias profesionales. De ahí que, ya en la fase de diseño de la acción piloto se decidiera crear una cápsula de vídeo. En concreto, se gravó un proceso de e/a estadístico en un aula real escolar con niños de cinco y seis años y una maestra con más de quince años de experiencia.

Como bien se ha descrito en el *capítulo Metodología*, en la Tarea 4 de la acción piloto, así como en las Tareas 3 y 4 de la acción formativa, se utiliza la cápsula como recurso para el desarrollo competencial en el ámbito de la estadística de educación infantil y, a su vez, para mostrar un ejemplo de buena práctica docente.

Por tanto, se ha logrado el objetivo OM2.

*OM3.: Realizar un análisis ontosemiótico experto de los objetos primario y procesos matemáticos emergentes en el proceso de e/a estadístico de educación infantil videograbado.*

Este objetivo se ha cumplido en el *apartado 4.1 (Capítulo IV)* con la realización del análisis ontosemiótico experto de los objetos matemáticos primarios y de los procesos matemáticos definidos por el NCTM (2000) emergentes en el proceso de e/a videograbado.

En concreto, se ha identificado una situación-problema vinculada al concepto principal, la moda; además de conceptos estadísticos, también intervienen conceptos aritméticos y, en menor medida, aparecen conceptos espaciales, temporales, métricos y lógicos. En cuanto a los elementos lingüísticos, se reconoce una gran riqueza de ello, dada la diversidad de tipologías hallada; en especial, abunda el lenguaje gráfico y el verbal con las expresiones verbales comunes, lo que caracteriza un buen proceso de e/a estadístico y de educación infantil. Por lo que se refiere a los procedimientos, se distinguen los propios de un estudio estadístico: de recogida, representación y lectura de datos. Respecto a las propiedades y proposiciones, cabe destacar que abundan las informales, puesto que hacen referencia a la lectura directa del gráfico. Asimismo, se ha observado que, los argumentos que emergen son de tipo informal, empírico o de estructura lógica, como cabe esperar de una práctica matemática de infantil.

Por otro lado, en el proceso de e/a videograbado se ponen en juego, claramente, los procesos de razonamiento y demostración, representación, comunicación y conexiones, pero la intervención del de resolución de problemas no queda justificada por la ausencia de toma de decisiones por parte de los niños.

Por último, es preciso añadir que, el análisis epistémico realizado no solo ha sido utilizado como instrumento de análisis de los análisis cognitivos de los grupos, sino también para la valoración experta de la faceta epistémica de la idoneidad didáctica.

*OM4.: Valorar la idoneidad didáctica de de un proceso de e/a estadístico de educación infantil videograbado.*

Este objetivo se ha cumplido en *el apartado 4.2 (Capítulo IV)* con la valoración experta de la idoneidad didáctica del proceso de e/a estadístico videograbado.

Para ello, se han seguido los criterios de Godino (2013) y se han aplicado sus indicadores de idoneidad, aunque algunos de ellos se han reajustado u omitido porque el vídeo no proporciona información suficiente para valorarlos, como es el caso de aquellos vinculados a aspectos temporales.

Por lo que se refiere a la faceta epistémica, la adecuación de los objetos emergentes, las conexiones entre ellos y la sólida emergencia de los procesos matemáticos en el proceso de e/a avalan el nivel alto de la idoneidad epistémica. Respecto a la cognitiva, se identifica que el proceso de e/a encaja con la trayectoria didáctica expuesta por Clements y Sarama (2015) para la estadística, por lo que la idoneidad de la componente de conocimientos previos es alta. Asimismo, las adecuadas preguntas de la docente y la tarea de la hoja en blanco determinan que la observación de los aprendizajes es sistemática y, junto con la diversidad de representaciones, favorecen el acceso y logro de todos los estudiantes. Por tanto, la idoneidad cognitiva es alta. Respecto a la faceta afectiva, se valora muy positivamente tanto que el estudio estadístico parta de una variable que interesa a los niños como la utilidad de la tarea para el desarrollo de su alfabetización estadística. En cuanto a la faceta interaccional, es notable la experiencia de la maestra, aunque un aspecto a mejorar sería la contemplación de más momentos de comunicación entre los discentes, así como de autonomía. De ahí que, la idoneidad interaccional tenga un grado medio-alto. Por lo que respecta a la idoneidad mediacional, los recursos materiales son adecuados y favorecen la visualización de los conceptos y propiedades, por tanto, su grado de idoneidad es alto. Finalmente, destacamos también la alta idoneidad ecológica, que queda justificada, sobre todo, por la utilidad socio-profesional de los contenidos estadísticos que se trabajan, así como por la formación en valores y en pensamiento crítico. El respeto por el turno de palabra, la aceptación de las ideas de los demás, la emergencia de la comunicación o la interpretación gráfica son evidencias de ello. Además, aunque no se utilicen las tecnologías en el proceso, la transnumeración gráfica se considera un elemento innovador potente. No obstante, se propone la incorporación puntual de algún dispositivo tecnológico, como, por ejemplo, en la recogida de los datos.

En definitiva, aunque se hayan sugerido algunos aspectos a mejorar, el proceso de e/a videograbado se considera una práctica ejemplar de estadística en educación infantil.

Esta valoración, además de ser un instrumento de análisis del nivel competencial de los maestros en formación y de ser una prueba de que, en la acción formativa se aborda una mejora educativa en la formación de maestros mostrando una buena práctica, nos ha proporcionado unos GVID específica con indicadores específicos para la valoración de procesos de e/a estadísticos de educación infantil (*Capítulo V, apartado 5.3.2*).

En consecuencia, el cumplimiento de este objetivo ha sido más que satisfactorio.

### 6.1.2 Respecto a las hipótesis de investigación

En el *capítulo Metodología* se plantearon unas hipótesis de investigación con carácter de expectativa, más que con el propósito de generalizar o relacionar variables. Seguidamente, a la vista de los resultados obtenidos en el *capítulo Resultados*, discutimos pues, sobre la confirmación o no de los supuestos que se esperaban.

*H1. (sobre la acción): Se espera que la acción formativa permita identificar características de la competencia ontosemiótica y de valoración de la idoneidad didáctica de maestros recién graduados sobre un proceso de e/a de la estadística en educación infantil.*

En el *capítulo de Resultados* se exponen las características que describen la competencia ontosemiótica y la competencia en valoración de la idoneidad didáctica. En concreto, éstas se han extraído de las respuestas de los maestros participantes de las Tareas 3 y 4 de la acción formativa.

En particular, en cuanto a la competencia ontosemiótica se refiere, se han establecido cuatro niveles de reconocimiento de los objetos primarios y de los procesos matemáticos (insuficiente, principiante, suficiente y experto) que describen el grado de competencia adquirida por los maestros en formación. Incluso, para los conceptos estadísticos, se han identificado unos niveles o subniveles más finos de reconocimiento específicos; algo parecido ocurre con los procesos, para los que se han observado diferentes niveles de argumentación de su emergencia.

Por lo que se refiere a la competencia en valoración de la idoneidad didáctica, también se han establecido cuatro niveles competenciales (insuficiente, principiante, suficiente y experto) para valorar el grado de desarrollo de la competencia en cada faceta; éstos se han definido a partir de los niveles de análisis o aplicación de los indicadores de idoneidad, los cuales coinciden y amplían los hallados por Arteaga (2011) y Gea (2014).

Asimismo, la caracterización de las competencias se completa con la descripción de las dificultades competenciales observadas (*Tablas 22, 37, 47, 57, 63, 67, 79, 98, 107, 117, 127, 132 y 147*).

En definitiva, la acción formativa nos ha permitido identificar aspectos propios de las competencias ontosemiótica y de valoración de la idoneidad didáctica, como el grado de desarrollo, los niveles o subniveles de análisis y las dificultades competenciales de los maestros recién graduados en formación.

*H2. (sobre la acción): Se espera que la acción formativa promueva el desarrollo de la competencia ontosemiótica y de valoración de la idoneidad didáctica de maestros recién graduados sobre un proceso de e/a de la estadística en educación infantil.*

En efecto, como se ha valorado en el análisis retrospectivo del Ciclo formativo (*Capítulo V, apartado 5.3*), la acción formativa implementada ha cumplido con uno de sus propósitos, el de desarrollar las competencias profesionales de los futuros maestros de educación infantil en el ámbito estadístico.

*H3. (sobre la acción): Se espera que la acción formativa permita identificar características del conocimiento didáctico en el ámbito de la estadística y de educación infantil de los maestros recién graduados.*

Efectivamente, la acción formativa nos ha permitido identificar aspectos del conocimiento didáctico-estadístico de los maestros recién graduados.

Prueba de ello, son los descriptores extraídos en los *apartados 5.1 y 5.2 (capítulo Resultados y Discusión)* sobre el conocimiento especializado de los maestros en formación en cuanto al ámbito de la estadística de la educación infantil se refiere.

En particular, para cada faceta de la dimensión didáctica, se han detallado los saberes movilizados por los grupos (*Tabla 95, 105, 114, 124, 134 y 144*) al valorar las idoneidades parciales con la aplicación de los criterios de Godino (2013). Asimismo, por lo que respecta a los conocimientos hallados al desarrollar la competencia ontosemiótica (*Tabla 35, 45, 55 y 77*), éstos integran, mayoritariamente, el conocimiento didáctico sobre la faceta epistémica y, por tanto, complementan los hallados en la valoración de la idoneidad epistémica.

*H4. (sobre la acción): Se espera que la acción formativa promueva la apropiación de los significados institucionales de los procesos matemáticos.*

Según lo esperado, la acción formativa ha favorecido la apropiación de los significados institucionales de los procesos matemáticos como consecuencia de la hipótesis H2.

Cabe añadir que, la apropiación no ha sido igual de profunda para todos los procesos, pues, como se puede constatar (*Capítulo V, apartado 5.1.8*), las medianas de los niveles de argumentación varían entre el nivel 1 y el nivel 3. No obstante, destacamos los buenos resultados para el proceso de razonamiento y prueba, así como para el de representación.

Así pues, la acción formativa favorece la comprensión de los procesos matemáticos, pero, desde nuestro punto de vista, es el vídeo el elemento clave. De ahí que, en el caso del ámbito matemático, maticemos el uso del vídeo de tipo suplemento (Kay, 2012) y afirmemos que es un scaffolding para la apropiación de los significados institucionales de los procesos matemáticos.

*H5. (sobre la competencia ontosemiótica): Se espera que los maestros recién graduados identifiquen los principales conceptos estadísticos puestos en juego en un proceso de e/a de la estadística en un aula de educación infantil.*

En el proceso de e/a estadístico de infantil videograbado se ponen en juego ocho conceptos básicos de estadística y, como se recoge en el *capítulo Resultados y Discusión (apartado 5.1.2, Tabla 32)*, los maestros en formación tienen dificultades para identificarlos. De hecho, no reconocen, en ningún caso, los conceptos de población, muestra, variable estadística, modalidades de la variable ni frecuencia absoluta e, incluso, en algunos casos, tampoco ni el pictograma ni la moda, que es el principal concepto del proceso.

Una de las explicaciones posibles para estos resultados tan pobres es que, en el proceso videograbado no se utiliza el nombre formal de dichos conceptos, lo que dificulta su identificación. Es cierto, pero es preciso destacar que, prácticamente todos los grupos de maestros han reconocido la mayoría de conceptos emergentes del bloque de numeración y cálculo y, en el proceso estadístico, tampoco se hace una alusión explícita a todos ellos.

Por tanto, este hecho nos indica que los futuros maestros de infantil no tienen los conocimientos didáctico-estadísticos necesarios para llevar a cabo procesos de e/a de la estadística en las primeras edades. Es más, una prueba de ello recae sobre el binomio noción de cantidad y frecuencia absoluta, que emergen a la vez y, sin embargo, la primera la identifican y la segunda no; simplemente, su formación en numeración y cálculo previa ha sido profunda y, su formación en estadística, insuficiente y, si, además, el vocabulario que emerge es informal, se dificulta aún más el reconocimiento. Por último, otra evidencia que reafirma la ausencia de formación estadística es que se han observado conflictos cognitivos preocupantes, como el CCgOc3, que indica una confusión entre los significados de la variable estadística y de las modalidades de la variable.

Cabe añadir que, al no identificar los principales conceptos estadísticos, que, a su vez, son los principales conceptos del proceso de e/a, los maestros en formación han

mostrado dificultades para reconocer las situaciones-problema vinculadas a éstos, en contra de lo esperado.

En definitiva, los maestros recién graduados no han sido capaces de identificar los principales conceptos estadísticos puestos en juego en el proceso de e/a videograbado.

*H6. (sobre la competencia ontosemiótica): Se espera que los maestros recién graduados tengan dificultades en el reconocimiento de algunos objetos matemáticos primarios puestos en juego en un proceso de e/a de la estadística en un aula real de educación infantil, especialmente en la identificación de las propiedades y proposiciones.*

En la línea de otros trabajos en los que se pone en juego la herramienta de análisis ontosemiótico con futuros maestros y profesores (Beltrán-Pellicer et al., 2019, 2020; Burgos, 2020; Burgos, Beltrán-Pellicer et al., 2018; Giacomone, Godino, Wilhelmi et al. 2018; Rivas, 2013), se han observado dificultades en el reconocimiento de algunos objetos matemáticos primarios, más allá de las señaladas en los conceptos en la hipótesis H5.

De hecho, en el capítulo *Resultados y Discusión* se ha visto que los maestros en formación tienen gran dificultad en identificar las propiedades, las proposiciones y los argumentos intervinientes en el proceso de e/a y, en consecuencia, los niveles de competencia ontosemiótica vinculados a estos objetos, son muy bajos.

Como posibles causas de ello se exponen dos razones. Por un lado, se apunta a que la mayoría de propiedades y proposiciones que emergen son informales, aspecto con el que los maestros en formación no están familiarizados y, por el otro, se señala a los conflictos semióticos identificados (*Tablas 36, 46, 56, 60 y 66*) los cuales influyen, directamente, en el desarrollo competencial. Especialmente, se consideran aquellos conflictos relacionados con el significado de los objetos primarios genéricos pues, no los podrán identificar si los confunden entre ellos o, simplemente, no saben lo que son. De ahí, el motivo por el cual no se diferencian las propiedades y las proposiciones en las rúbricas y que, en la acción formativa, nos hayamos referido, a veces, a ellas, con el término enunciados.

De nuevo pues, la poca formación estadística previa influye en el conocimiento didáctico-matemático de los futuros maestros de educación infantil y, en concreto, en el conocimiento especializado de la faceta epistémica.

Por último, es preciso destacar que la mayoría de maestros no ha tenido dificultades en identificar los principales elementos lingüísticos ni los procedimientos, lo que pone en evidencia una formación matemática de los maestros participantes más bien reproductiva y no productiva.

Así pues, tal y como se esperaba, los maestros recién graduados tienen dificultades en la identificación de los objetos matemáticos.

*H7. (sobre la competencia en valoración de la idoneidad didáctica): Se espera que, en las valoraciones de la idoneidad didáctica sin criterios específicos de los maestros recién graduados, éstos consideren, sobre todo, el quehacer docente, para la determinación de la adecuación de un proceso de e/a matemático.*

Efectivamente, se ha observado la H7.

En los análisis de las valoraciones sin criterios específicos de idoneidad se ha observado que los maestros en formación aplican, implícitamente, los indicadores de Godino (2013) y, especialmente, los de la componente interacción docente-discente.

En concreto, se refieren a la adecuación en que la docente guía el proceso de e/a y gradúa la autonomía de los estudiantes, a cómo ésta gestiona los errores y conflictos de sus alumnos y, a si facilita la inclusión de todos ellos en la dinámica de la clase, además de considerar si la maestra les motiva.

Asimismo, se ha visto que aluden directamente a la docente para valorar aspectos de otras facetas en los que ésta debería adquirir un papel pasivo o secundario. El ejemplo más extremo de ello se da en la idoneidad epistémica y, en concreto, en la valoración de la riqueza de objetos primarios, ya que aluden a ella al considerar que la maestra ha realizado un buen trabajo porque se han puesto en juego determinados conceptos y procedimientos que enumeran. Otro ejemplo de la importancia que tiene la docente en sus propios criterios de valoración se evidencia en la descripción de los aspectos mediacionales, pues, según su punto de vista, es ella la que trabaja de forma manipulativa.

En definitiva, los maestros recién graduados y sin experiencias previas con la herramienta de idoneidad didáctica no valoran la idoneidad didáctica de un proceso de e/a a partir de cada aspecto que lo caracteriza, sino que vinculan todos esos aspectos con uno en particular, el maestro. Para ellos, de alguna manera, la valoración se reduce a valorar al profesor.



Ciertamente, el profesor es el responsable último de lo que acontece en la clase, pero los maestros recién graduados deben ser capaces de valorar unas prácticas matemáticas más allá de la actuación de éste y disociarla de otras componentes que las caracterizan. En ese sentido, los criterios de Godino (2013) contribuyen a ello.

*H8. (sobre la competencia en valoración de la idoneidad didáctica): Se espera que los maestros recién graduados no tengan dificultades en la aplicación de los criterios de idoneidad de Godino (2013).*

Como se ha visto en el análisis de las valoraciones de la Tarea 4 de la acción formativa, se han determinado seis niveles de aplicación de los indicadores, del 0 al 5, aunque el 5, no se ha llegado a observar.

En particular, el nivel 1, engloba las valoraciones que no son fuertes o pertinentes o, lo que es lo mismo, a aquellas valoraciones cuyo indicador no se ha aplicado en el sentido adecuado. Asimismo, uno de los enfoques del nivel 2, recoge a las valoraciones en las que la aplicación del indicador se ha realizado de forma parcialmente correcta. En estos casos descritos, se identifica una dificultad en aplicar el indicador correspondiente en el sentido adecuado, que, en ocasiones, están motivadas por un conflicto cognitivo en el conocimiento didáctico-matemático de los maestros en formación.

Sirva como ejemplo, la valoración del SP2 de la idoneidad epistémica. En este caso, se ha identificado un conflicto con el significado personal de la problematización, que se ha convertido en una dificultad para los maestros participantes al intentar aplicar el indicador. En consecuencia, hacen una valoración de nivel 1.

Por otro lado, también es cierto que se han observado algunas dificultades competenciales, pero que no se han podido asociar con ningún conflicto cognitivo en particular, como ocurre, por ejemplo, con el indicador ADSPV1 de la idoneidad ecológica. En ese caso, el análisis del indicador queda obstaculizado por la ausencia de conocimiento didáctico-estadístico.

Una dificultad semejante se ha observado en aquellas valoraciones de nivel 1 en las que los grupos se han limitado a copiar literalmente o a parafrasear el indicador, sin mostrar evidencias de que se trata el proceso de e/a estadístico en cuestión y no de otro. En ese caso, las denominamos dificultades en aplicar el indicador al contexto (DC1). A nuestro juicio, pueden ser consecuencia directa de la ausencia de conocimiento, como las

anteriores o, de la no comprensión del significado del indicador lo que, muchas veces, también se debe a la falta de conocimiento didáctico-matemático.

Otro tipo de dificultad que muestran los maestros en formación recae en su capacidad para detallar sus respuestas con ejemplos concretos extraídos del proceso de e/a y, en definitiva, para argumentar consistentemente sus valoraciones. En este caso, consideramos que se debe más a las pocas oportunidades que han tenido para desarrollar habilidades de observación y reflexión o a su capacidad de razonamiento, más que a la ausencia o presencia de conocimiento didáctico-matemático. De hecho, esta dificultad (DC2) es propia de respuestas contextualizadas de nivel 3 en que se ha aplicado el indicador en el sentido adecuado, pero les falta cierta consistencia o, incluso, de respuestas contextualizadas de nivel 2.

Otra dificultad identificada está vinculada con la corrección lingüística (DC3). A veces, los maestros en formación no son capaces de utilizar un vocabulario específico matemático que, consecuentemente, resta consistencia a sus valoraciones.

Por último, otro tipo de dificultad es que a los maestros participantes les cuesta distinguir aquellos indicadores que no pueden ser valorados con objetividad (DC4). De igual modo que la dificultad DC2, pensamos que con la experiencia se puede superar perfectamente.

En definitiva, los futuros maestros de educación infantil han tenido dificultades en la aplicación de los indicadores de idoneidad. De ahí que, los niveles medios globales de análisis de las facetas no hayan alcanzado el nivel 2.

*H9. (sobre la competencia en valoración de la idoneidad didáctica): Se espera que los maestros recién graduados argumenten con ejemplos al reflexionar sobre la adecuación de un indicador de idoneidad.*

Las respuestas o valoraciones de nivel 4 y 5 son aquellas en que los maestros participantes realizan unos análisis consistentes y detallados de los indicadores de idoneidad; incluso, algunas respuestas de nivel 3 incompletas, también detallan aspectos del proceso de e/a.

Pero, como se ha expuesto a lo largo del *Capítulo Resultados y Discusión*, son pocas las respuestas de nivel 3, escasas las de nivel 4 e, inexistentes, las de nivel 5. De hecho, en la hipótesis anterior, H8, se ha afirmado que los niveles medios globales de valoración de las facetas no llegan al 2.

En consecuencia, se concluye que, en general, los maestros en formación no argumentan con ejemplos concretos al valorar la adecuación de un indicador; en el mejor de los casos, solamente contextualizan la respuesta dejando entrever que se trata de un proceso de e/a de educación infantil y/o de estadística. Sirva como ejemplo, el caso del indicador ADC1, para el que ningún grupo ha explicitado ningún contenido curricular.

En definitiva, no son capaces de argumentar con ejemplos.

*H10. (sobre la competencia en valoración de la idoneidad didáctica): Se espera que los maestros recién graduados reconozcan, en sus valoraciones, que el proceso de e/a de la estadística en infantil tiene una idoneidad didáctica alta y que, por tanto, es ejemplar.*

Como se ha descrito en el *Capítulo Metodología*, el vídeo de estadística adopta el papel de doble *scaffolding* porque, además de utilizarse para el desarrollo competencial genérico de los futuros maestros de educación infantil, se emplea, como recomiendan Wang y Hartley (2003), para mostrar aspectos didácticos como la transnumeración o la puesta en juego de los procesos matemáticos que, de otro modo, les sería más difícil de observar.

De ahí, la importancia de que los maestros participantes valoren con un grado de idoneidad alto el proceso de e/a videograbado, pues significaría que, para ellos, es ejemplar y, por tanto, un modelo a seguir en el ejercicio de su profesión. Incluso, aunque los niveles de análisis hayan sido poco profundos reproducirán lo que han visto.

Y, efectivamente, en el *Capítulo Resultados y Discusión (apartado 5.2.2.7., Tabla 148)* se puede constatar que cada grupo ha valorado, al menos, el 70% de las componentes de idoneidad con un grado medio-alto o alto y que, el porcentaje más alto de un grupo correspondiente a las componentes valoradas con un grado medio-bajo o bajo es un 11%. Asimismo, no se ha observado que hayan valorado ninguna componente con un grado alto o medio-alto y, realmente, según el criterio experto, su grado sea bajo o medio-bajo, ni tampoco que el grado que asignan contradiga su valoración.

Por tanto, los maestros en formación reconocen que las prácticas matemáticas videograbadas son ejemplares.

En resumen, el cumplimiento de los objetivos planteados, así como la discusión de las hipótesis de trabajo formuladas confirman que se ha dado respuesta al problema de investigación.

Por un lado, se ha conseguido una mejora educativa al desarrollar la competencia ontosemiótica y la de valoración de la idoneidad didáctica en futuros maestros de infantil y en el ámbito de la estadística, desarrollo para el que han movilizado y por el que han enriquecido su conocimiento didáctico-matemático. En definitiva, se ha mejorado su formación didáctico-estadística.

Por el otro, se han observado e identificado aspectos vinculados, tanto al conocimiento didáctico-matemático de los futuros maestros de infantil como a la adquisición de las competencias reflexivas, que suponen una información valiosa a tener en cuenta por los investigadores, formadores de formadores, profesores y maestros de educación infantil, para contribuir, desde su faceta profesional, al germen de la razón de la mejora educativa, es decir, a la alfabetización estadística desde las primeras edades.

En el siguiente apartado, se reflexiona con más profundidad y desde distintos ángulos, sobre las contribuciones e implicaciones de este trabajo en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en general y de la estadística en particular.

### **6.2 CONSIDERACIONES FINALES DE LA INVESTIGACIÓN**

Las investigaciones que siguen una metodología basada en el diseño tienen el propósito implícito de hacer un retorno a la sociedad de sus resultados y, en particular, al ámbito desde el que parte la problemática planteada.

Concluimos pues, con una síntesis de las aportaciones de esta tesis a la Didáctica de las Matemáticas, pensando especialmente, en una transferencia directa a las aulas escolares y universitarias que contribuya a la mejora de la enseñanza y aprendizaje de la estadística.

Asimismo, exponemos las posibles líneas futuras de investigación, motivadas, en gran parte, por las propias limitaciones del trabajo.

#### **6.2.1 Aportaciones, implicaciones y reflexiones finales**

El trabajo que hemos presentado ha contribuido al enriquecimiento de la línea de investigación sobre los conocimientos y competencias profesionales de los docentes de matemáticas, especialmente, porque se ha centrado en los futuros maestros de educación

infantil y en sus competencias y conocimientos didáctico-estadísticos, lo cual, resulta novedoso puesto que son escasos los estudios que aportan resultados acerca de ello.

En consecuencia, se pone en valor el modelo teórico de Didáctica de las Matemáticas del CCDM, dado que se ha aplicado en un nuevo entorno, es decir, con maestros de infantil sin experiencia docente y en formación. Asimismo, ha implicado el desarrollo del modelo, puesto que se han perfilado los niveles de análisis de Arteaga (2011) y Gea (2014), se han identificado niveles de análisis ontosemiótico y se han establecido unos posibles niveles de adquisición competencial. No obstante, una de las limitaciones del trabajo recae en el reducido tamaño de la muestra, lo que hace que sea necesario realizar nuevas investigaciones para matizar y perfilar más los niveles de análisis ontosemiótico, así como los de desarrollo competencial.

Por otra parte, este trabajo ha tenido y puede tener un impacto directo en la formación de maestros. Por un lado, las acciones diseñadas han sido consideradas en la guía docente de una asignatura de un máster de formación especializada para el profesorado de educación infantil y primaria y, por el otro, creemos que la acción formativa, así como sus mejoras planteadas, pueden ser consideradas y replicadas por otros formadores de maestros.

Cabe destacar que, en esta investigación se proporciona una descripción detallada de errores cognitivos de los maestros en formación vinculados a algunos objetos y procesos matemáticos emergentes en situaciones de e/a de la estadística en infantil, así como de algunas dificultades que manifiestan durante el desarrollo de la competencia ontosemiótica y de valoración de la idoneidad didáctica. Es claro que esta aportación de conocimiento didáctico sobre los aspectos cognitivos de los maestros en formación resulta de gran valor didáctico para los formadores de futuros formadores que pretendan implementar procesos de e/a orientados al desarrollo de la competencia profesional.

Otra contribución a considerar de este trabajo es el vídeo. En concreto, la cápsula vídeo grabada de estadística es un material didáctico que puede ser utilizado por otros investigadores para seguir perfilando los resultados hallados, por formadores de formadores en acciones formativas similares o por maestros en activo que quieran mejorar su propia práctica, pues como se ha mencionado en esta memoria, el proceso de e/a estadístico videograbado es ejemplar. Además, la valoración experta de la idoneidad puede ser una ayuda complementaria para la comprensión de la cápsula.

La GVID específica es otra aportación importante para los maestros de educación infantil y, en consecuencia, para las aulas de infantil. Pensamos que dichos criterios pueden serles útiles para orientar su práctica y, en concreto, el diseño, implementación y valoración de tareas matemáticas cuya finalidad sea la alfabetización estadística de los estudiantes de las primeras edades. Además, la extracción de los contenidos curriculares referentes a este ámbito matemático favorece su familiarización con el currículum, proporciona una ayuda para las programaciones y, en definitiva, contribuye a eliminar la supuesta invisibilidad curricular de la estadística. Por tanto, este trabajo favorece un impulso para la integración de prácticas estadísticas en las aulas de infantil.

Además, el análisis ontosemiótico experto proporciona significados de referencia para los principales objetos y procesos matemáticos involucrados en procesos de e/a estadísticos en la etapa de educación infantil, lo que potencia también la investigación en educación estadística en las primeras edades.

Por último, llegados a este punto, cabe reflexionar acerca de algunas cuestiones que revelan los resultados de esta investigación y, en especial, los pocos conocimientos didáctico-matemáticos identificados en los maestros, las dificultades competenciales observadas y los bajos niveles de competencia ontosemiótica en el reconocimiento de algunos objetos.

A nuestro juicio, éstos apuntan directa y claramente a una insuficiente formación didáctico-estadística de los futuros maestros de educación infantil. Como señala Alsina (2020), los créditos destinados a la Didáctica de las Matemáticas y a la Matemática en sí en las universidades españolas son insuficientes y, más aún, si nos centramos en la estadística, pues algunos formadores priorizan otros contenidos y obvian su estudio.

Es evidente, ahora más que nunca en la realidad que vivimos como consecuencia de la pandemia, que la estadística es necesaria para que la sociedad y la ciencia avancen. Por tanto, es un buen momento para presionar un cambio curricular universitario.

Por otra parte, los resultados de esta investigación también han puesto de manifiesto que a los futuros maestros de infantil les cuesta ver la utilidad de la estadística. Este aspecto nos debe preocupar a los profesores de matemáticas, ponernos en alerta y hacernos reflexionar sobre la propia práctica. Seguramente, en las aulas (escolares, de instituto y universitarias) no se reflexiona lo suficiente sobre la utilidad de las tareas matemáticas y, de ahí que encuentren poco sentido a lo que hacen y el aprendizaje no sea

óptimo. Además, para un maestro de infantil, si a esto le añadimos la escasa formación estadística, se traducirá en la no enseñanza de la estadística en las primeras edades.

Finalmente, es preciso considerar por los docentes de matemáticas el hecho de que los participantes recién graduados hayan reconocido más fácilmente y mejor los procedimientos matemáticos que los conceptos o propiedades. Aunque nos consta que en los últimos años se ha hecho un esfuerzo por implantar actividades en las aulas más bien productivas que algorítmicas, se debe continuar siendo perseverante en esta línea.

En conclusión, este trabajo contribuye tanto al desarrollo de la investigación sobre la formación de maestros de educación infantil, como en educación estadística en las primeras edades y, al mismo tiempo, implica un impulso para la integración de prácticas estadísticas en las aulas escolares de tres a seis años.

### **6.2.2 Contribución a la literatura científica**

Para abordar con éxito esta investigación ha sido necesaria la familiarización de la doctoranda con las herramientas del EOS y la apropiación de sus significados. Asimismo, este estudio también requería que la doctoranda tuviese cierto conocimiento especializado en cuanto al estudio de las nociones del EOS por parte de maestros de Educación Infantil y Primaria se refiere. De ahí que, antes de implementar la acción formativa, la doctoranda hubiese llevado a cabo otros estudios en el marco del EOS, como el Estudio piloto (Ciclo piloto), así como algunos estudios sobre la estadística en la educación infantil, que han sido presentados en eventos científicos o publicados en revistas.

A continuación, se recogen estos trabajos, así como también aquellos que están vinculados a los resultados de la acción formativa del Ciclo formativo.

Beltrán-Pellicer, P., Ricart, M. y Estrada, A. (2019). Una experiencia sobre el diseño de juegos como recurso para desarrollar la competencia didáctico-matemática en probabilidad con docentes de infantil y primaria. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación estadística*.

- Beltrán-Pellicer, P., Ricart, M. y Estrada, A. (2020). Desarrollo de la competencia didáctico-matemática en probabilidad con docentes de educación infantil a través de la adaptación y experiencia de un juego. *ALME*, 33(1), 570-579.
- Cardet, N., Estrada, A., Gros, M.J. y Ricart, M. (2017). Reflexions i propostes didàctiques per a un bon ensenyament i aprenentatge de la proporcionalitat geomètrica. *Noubiaix*, 39, 65-76.
- Estrada, A., Cardet, N., Peroy, M. J., Ricart, M. y Barbero, I. (2017). Aprendiendo estadística y probabilidad con applets. En FESPM, Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (Ed.), *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 33-40). Madrid, España: FESPM.
- Estrada, A., Ricart, M., Barbero, I., Cardet, N., Ardiaca, M., Fornells, I., Peroy, M. J., Roures, C., Mesalles, M. A. y Mayoral, I. (2017). ¿Cómo evolucionan las dificultades y errores estadísticos en los cambios de ciclo de Primaria? En *Actas VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Comunicaciones breves 1101-1200* (pp.41-48). Madrid: FESPM.
- Nascimento, M., Estrada, A., Martins, A. y Ricart, M. (2020). Ligações diretas: uma experiência com apliquetas com futuros professores. Comunicación presentada en el *Congreso Internacional A voz dos Professores de Ciências e Tecnologia, VPCT*. Vila Real, Portugal.
- Nascimento, M., Ricart, M., Estrada, M. y Martins, A. (2021). Idoneidad didáctica de una tarea con applets estadísticos en la formación de maestros. *Monográfico de Educación Estadística de la revista Números*, 107, 129-138.
- Ricart, M. (2016). La evaluación formadora para desarrollar el razonamiento proporcional con futuros maestros a través del análisis epistémico del EOS. Comunicación presentada en el *I Seminari del Programa de doctorat en Educació, Societat i Qualitat de Vida*. Lleida, España.
- Ricart, M. y Estrada, A. (2016). Los conocimientos sobre la proporcionalidad de los futuros maestros a través del mapa conceptual. *Indagatio Didactica*, 8 (4), 31-41.
- Ricart, M., Estrada, A. y Cardet, N. (2016). Què fem de proporcionalitat geomètrica a l'escola? Una reflexió sorgida i compartida amb la UdL. Comunicación presentada en el *Congrés Català d'Educació Matemàtica, C2EM*. Barcelona, España.



- Ricart, M., Gros, M. J. y Estrada, A. (2016). Analysis of conceptual maps for the assessment of proportionality knowledge of future primary teachers. Póster presentado en el *13<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education, ICME-13*. Hamburgo, Alemania.
- Ricart, M. y Estrada, A. (2017). El conocimiento didáctico-matemático y la competencia profesional de evaluar. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Ricart, M., Barbero, I. y Estrada, A. (2018). Evaluación de la competencia profesional matemática de análisis ontosemiótico a través del análisis de vídeos. En X. Carrera, F. Martínez, J. Coiduras, E. Brescó y E. Vaquero (Eds.), *Actas del XXI Congreso Internacional EDUTECH 2018: EDUcación con TECnología: un compromiso social*. Lleida, España.
- Ricart, M., Estrada, A. y Margalef, M. (2019). Idoneidad didáctica en educación infantil: matemáticas con robots Blue-Bot. *EDMETIC: Revista de Educación Mediática y TIC*, 8(2), 150-168. doi:10.21071/edmetic.v8i2.11589
- Ricart, M. y Estrada, A. (2020). Acción formativa basada en el vídeo para el desarrollo de la competencia profesional matemática en análisis ontosemiótico. En J. Sánchez-Rodríguez, E. Colomo, E. Sánchez-Rivas y J. Ruiz-Palomero (Coord.), *La tecnología como eje del cambio metodológico* (pp. 1936-1939). Málaga, España: UMA Editorial

### **6.2.3 Líneas futuras de investigación**

Como se ha mencionado, el número de participantes de esta investigación es muy pequeño, de ahí el carácter exploratorio del estudio y la no generalización rotunda de los resultados. Ahora bien, pensamos que esta limitación de trabajo se puede superar con nuevas implementaciones de la acción formativa que consideren las mejoras expuestas en el análisis retrospectivo del Ciclo formativo. De esta manera, se podría seguir con esta línea de investigación que focaliza en los conocimientos y competencias de los futuros maestros de educación infantil en el ámbito estadístico y ampliar y perfilar los resultados hallados en este trabajo. Incluso, se podría hacer un estudio comparativo entre

participantes que aplicaran la GVID general de Godino (2013) y otros, la GVID específica elaborada.

Asimismo, se podría completar el estudio con la valoración de los indicadores de idoneidad correspondientes a la interacción entre las facetas, aunque su abordaje por parte de los estudiantes requiere una acción formativa de más horas.

En cuanto a la posibilidad de analizar los objetos secundarios, creemos que no es una tarea adecuada para realizar con los futuros maestros de infantil si estos no han tenido, previamente, una formación estadística más profunda.

Otra cuestión que nos hemos planteado a raíz de este estudio es si existe alguna relación entre el nivel de análisis mostrado por un grupo de maestros y el grado de idoneidad otorgado en una componente. Este aspecto, se debería abordar con una muestra de tamaño mucho más elevado de la que se ha dispuesto.

Por otro lado, para mejorar la e/a de las matemáticas y, en particular, de la estadística en la Educación infantil, creemos que es necesario fortalecer toda la franja educativa 0-8. De ahí que, se piense en llevar a cabo una experiencia análoga a ésta, pero basada en unas prácticas estadísticas videograbadas en un aula del Ciclo Inicial de Educación Primaria.

Por último, destacamos que se tiene previsto enriquecer la línea de investigación con una réplica parcial de la acción formativa del Ciclo formativo con docentes en formación y en activo.



## BIBLIOGRAFÍA

- Abad, J. y Ruiz de Velasco, A. (2014). Contexto de simbolización y juego. La propuesta de las instalaciones. *Aula de Infantil*, 77, 11-15
- Abell, S. K., Bryan, L. A. y Anderson, M. A. (1998). Investigating preservice elementary science teacher reflective thinking using integrated media case-based instruction in elementary science teacher preparation. *Science Education*, 82(4),491-509. doi:10.1002/(SICI)1098-237X(199807)82:4<491::AID-SCE5>3.0.CO;2-6
- Aké, L. P. (2013). *Evaluación y desarrollo del razonamiento algebraico elemental en maestros en formación*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/pages/tesisdoctorales.html>
- Aké, L. P., Castro, W.F. y Godino, J. D. (2011). Conocimiento Didáctico-Matemático sobre el razonamiento algebraico elemental: un estudio exploratorio. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 227-236). Ciudad Real: SEIEM.
- Albano, G. e Iacono, U. D. (2019). A scaffolding toolkit to foster argumentation and proofs in mathematics: some case studies. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 16(4), 1-12.
- Alsawaie, O. N. & Alghazo, I. M. (2010). The effect of video-based approach on prospective teachers' ability to analyze mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(3), 223-241. doi:10.1007/s10857-009-9138-8
- Alsina, À. (2009a). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 119-127). Santander: SEIEM.
- Alsina, À. (2009b). Experiencias docentes en la etapa 0-6. En N. Planas y À. Alsina (Coord.), *Educación matemática y buenas prácticas* (pp.39-42). Barcelona: Graó.
- Alsina, À. (2010). La "pirámide de la educación matemática". Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16.
- Alsina, À. (2011a). *Com desenvolupar el pensament matemàtic*. Vic: Eumo Editorial.

- Alsina, À. (2011b). *Educación matemática en contexto: de 3 a 6 años*. Barcelona: ICE Universitat de Barcelona y Horsori Editorial.
- Alsina, À. (2013). La Estadística y la Probabilidad en Educación Infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Revista de Didácticas Específicas*, 7, 4-22.
- Alsina, À. (2014). Procesos matemáticos en Educación Infantil: 50 ideas clave. *Números*, 86, 5-28.
- Alsina, À. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon*, 34(95), 25-48.
- Alsina, À. (2019a). La educación matemática infantil en España: ¿qué falta por hacer? *Números*, 100, 187-192.
- Alsina, À. (2019b). La estadística y la probabilidad en educación infantil: un itinerario de enseñanza. *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Recuperado de <https://www.ugr.es/~fqm126/pagesCIVEEST/conferencias.html>
- Alsina, À. (2020). La Matemática y su didáctica en la formación de maestros de Educación Infantil en España: crónica de una ausencia anunciada. *La Gaceta de la RSME*, 23(2), 373-387.
- Alsina, À. y León, N. (2016). Acciones matemáticas de 0 a 3 años a partir de instalaciones artísticas. *Educatio Siglo XXI*, 34(2), 33-62. doi: 10.6018/j/263801
- Alsina, À. y Vásquez, C. (2016). La probabilidad en educación primaria. De lo que debería enseñarse a lo que se enseña. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 71, 46-52.
- Alsina, À. y Vásquez, C. (2017). Hacia una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad en las primeras edades. *Revista Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 8(4), 199-212.
- Alsina, C., Aubanell, A. y Burgués, C. (2019). *Tres professors de matemàtiques. Com fer estimar i aprendre bé les matemàtiques*. Barcelona: Rosa Sensat.
- Arceo-Luna, A. R., Breda, A., Font, V. y Páez, D. A. (2019). Criterios utilizados por un formador de futuros profesores al reflexionar sobre su práctica. En J. M. Marbán,

## BIBLIOGRAFÍA

- M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 173-182). Valladolid: SEIEM.
- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada. Recuperado de <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/arteaqa.pdf>
- Arteaga, P. y Batanero, C. (2010). Evaluación de errores de futuros profesores en la construcción de gráficos estadísticos. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 211-221). Lleida: SEIEM.
- Arteaga, P., Batanero, C. y Cañadas, G. (2011). Evaluación del conocimiento especializado de la Estadística en futuros profesores en una tarea abierta. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 383-392). Ciudad Real: SEIEM.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Gea, M. (2012). Evaluación del conocimiento especializado de la Estadística en futuros profesores mediante el análisis de un proyecto estadístico. *Educação Matemática Pesquisa*, 14(2), 279-297.
- Arteaga, P., Batanero, C., Contreras, J. M. y Cañadas, G. R. (2012). Evaluación del conocimiento de la estadística y los estudiantes en futuros profesores. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49-68). Jaén: SEIEM.
- Arteaga, P., Batanero, C., Díaz, C. y Contreras, J. M. (2009). El lenguaje de los gráficos estadísticos. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18, 93-103.
- Arteaga, P., Díaz-Levicoy, D. y Batanero, C. (2018). Investigaciones sobre gráficos estadísticos en Educación Primaria: revisión de la literatura. *Matemática, Educación e Internet*, 18(1), 1-12. Recuperado de: <https://core.ac.uk/download/pdf/95360116.pdf>
- Arya, P., Christ, T. y Chiu, M. M. (2013). Facilitation and Teacher Behaviors: An Analysis of Literacy Teachers' Video-Case Discussions. *Journal of Teacher Education*, 65(2), 11-127. doi:10.1177/0022487113511644
- Assis, A., Godino, J.D. y Frade, C. (2012). As dimensões normativa e metanormativa em um contexto de aulas. *Relime*, 15 (2), 171-198.

- Astolfi, J. P. (1999). *El error un medio para enseñar*. Sevilla: DIADA Editora.
- Azcárate, P. y Cardeñoso, J.M. (2011). La Enseñanza de la Estadística a través de Escenarios: implicación en el desarrollo profesional. *Bolema*, 24(40), 789-810.
- Azevedo, R., Cromley, J. G. y Seibert, D. (2004). Does adaptive scaffolding facilitate students' ability to regulate their learning with hypermedia? *Contemporary Educational Psychology*, 29(3), 344-370. doi:10.1016/j.cedpsych.2003.09.002
- Azevedo, R. y Hadwin, A. F. (2005). Scaffolding self-regulated learning and metacognition -Implications for the design of computer-based scaffolds. *Instructional Science*, 33(5-6), 367-379. doi:10.1007/s11251-005-1272-9
- Badillo, E. y Fernández, C. (2018). Oportunidades que emergen de la relación entre perspectivas: Análisis del conocimiento y/o competencia docente. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 66-80). Gijón: SEIEM.
- Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking. A development framework for preschool, primary, and special education teachers*. Nueva York: Teachers College Press.
- Baroody, A. J. (2003). The development of adaptive expertise and flexibility: the integration of conceptual and procedural knowledge. En A. J. Baroody y A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills* (pp. 1-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Batanero, C. (2013). Sentido estadístico: Componentes y desarrollo. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 55-61). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. <https://www.ugr.es/~jmcontreras/pages/Investigacion/Actas%20jornadas.pdf>
- Batanero, C. (2019). Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación*

- Estadística*. Recuperado de <https://www.ugr.es/~fqm126/pagesCIVEEST/conferencias.html>
- Batanero, C., Arteaga, P. y Gea, M. M. (2012). El currículo de estadística: Reflexiones desde una perspectiva internacional. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 59, 9-17.
- Batanero, C. y Godino, J. D. (2003). *Estocástica y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado de <https://www.ugr.es/~jgodino/>
- Beltrán-Pellicer, P., Arnal-Bailera, A. y Muñoz-Escolano, J. M. (2017). Análisis ontosemiótico de un episodio de dibujos animados con contenido matemático. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Beltrán-Pellicer, P., Arnal-Bailera, A. y Muñoz-Escolano, J. M. (2018). Análisis del conteo como contenido matemático en un episodio de dibujos animados para educación infantil. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 52, 236-249.
- Beltrán-Pellicer, P., Giacomone, B. y Burgos, M. (2018). Online educational videos according to specific didactics: the case of mathematics. *Cultura y Educación*, 30(4), 633-662.
- Beltrán-Pellicer, P., Godino, J. D. y Giacomone, B. (2018). Elaboración de Indicadores Específicos de Idoneidad Didáctica en Probabilidad: Aplicación para la Reflexión sobre la Práctica Docente. *Bolema*, 32 (61), 526-548.
- Beltrán-Pellicer, P., Medina, A. y Quero, M. (2018). Movies and TV series fragments in mathematics: Epistemic suitability of instructional designs. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, 26 (1), 16-26.
- Beltrán-Pellicer, P., Ricart, M. y Estrada, A. (2019). Una experiencia sobre el diseño de juegos como recurso para desarrollar la competencia didáctico-matemática en probabilidad con docentes de infantil y primaria. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso*



*Internacional Virtual de Educación Estadística*. Recuperado de  
<https://www.ugr.es/~fqm126/pagesCIVEEST.html>

- Beltrán-Pellicer, P., Ricart, M. y Estrada, A. (2020). Desarrollo de la competencia didáctico-matemática en probabilidad con docentes de educación infantil a través de la adaptación y experiencia de un juego. *ALME*, 33(1), 570-579.
- Ben-Zvi, D. y Garfield, J. (2004). Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking: Goals, Definitions, and Challenges. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.). *The challenge of developing Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking* (pp. 3-15). Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- Berch, D. B. y Mazzocco, M. M. (Eds.). (2007). *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities*. Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.
- Berciano, A., Jiménez-Gestal, C. y Salgado, M. (2017). Razonamiento y argumentación en la resolución de problemas geométricos en educación infantil: un estudio de caso. En J. M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. Callejo, M. y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 147-156). Zaragoza: SEIEM.
- Berga, M. (2013). El juego con materiales manipulativos para mejorar el aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil: Una propuesta para niños y niñas de 3 y 4 años. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(2), 63-93.
- Bernabeu, M. y Llinares, S. (2016). El desarrollo de una “mirada profesional”: La idea de trayectoria de aprendizaje del pensamiento geométrico. En M. T. Tortosa, S. Grau y J. D. Álvarez (Coords.), *XIV Jornades de Xarxes d'Investigació en Docència Universitària. Investigació, innovació i ensenyament universitari: enfocaments pluridisciplinaris* (pp. 1148-1163). Alacant: Universitat d'Alacant, Institut de Ciències de l'Educació.
- Bliss, T. y Reynolds, A. (2004). Quality visions and focused imagination. En J. Brophy (Ed.), *Using video in teacher education* (pp. 29-52). Oxford: Elsevier.
- Blomberg, G., Renkl, A., Sherin, M. G., Borko, H. y Seidel, T. (2013). Five research-based heuristics for using video in pre-service teacher education. *Journal for educational research online*, 5(1), 90-114.

- Blömeke, S., Busse, A., Kaiser, G., König, J. y Stuhl, U. (2016). The relation between content-specific and general teacher knowledge and skills. *Teaching and Teacher Education*, 56, 35-46. doi:10.1016/j.tate.2016.02.003
- Boero, P., Douek, N. y Ferrari, P. L. (2002). Developing mastery of natural language: Approaches to theoretical aspects of mathematics. En L. D. English (ed.). *International Handbook of Research in Mathematics Education*. Londres, Reino Unido: LEA, pp. 241-268.
- Borko, H., Jacobs, J., Eiteljorg, E. y Pittman, M. (2008). Video as a tool for forstering productive discussions in mathematics professional development. *Teaching and Teacher Education*, 24, 417-436. doi:10.1016/j.tate.2006.11.012
- Bosque, B., Segovia, I. y Lupiáñez, J.L. (2017). Exploración del papel de la estética en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. *PNA*, 12(1), 1-26.
- Breda, A., Font, V. y Lima, V. M. R. (2015). A noção de idoneidade didáctica e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 8(2), 1-41.
- Breda, A., Font, V., Lima, V. M. R. y Pereira, M. V. (2017). Criterios utilizados por un profesor para justificar su propuesta didáctica: un estudio de un trabajo de fin de máster. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Breda, A., Font, V. y Pino-Fan, L. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema*, 32 (60), 255-278.
- Breda, A. y Lima, V. M. R. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un master para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT*, 5(1), 74-103. doi: 10.4471/redimat.2016.1955
- Breda, A., Pino-Fan, L. y Font, V. (2017). Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers: Criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918.

- Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 309-336.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Brundvand, S. (2010). Best practices for producing video content for teacher education. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 10(2), 247-256.
- Burgos, M. (2020). *Niveles de algebrización en el razonamiento proporcional desde las perspectivas institucional y personal. Implicaciones para la formación de profesores de matemáticas*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/pages/tesisdoctorales.html>
- Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P., Giacomone, B. y Godino, J. D., (2018). Conocimientos y competencia de futuros profesores de matemáticas en tareas de proporcionalidad (2018). *Educação e Pesquisa*, 44, 1-22. doi:10.1590/s1678-4634201844182013
- Burgos, M., Giacomone, B., Beltrán-Pellicer, P. y Godino, J. D. (2017). Reconocimiento de niveles de algebrización en una tarea de proporcionalidad por futuros profesores de matemáticas de secundaria. En J. M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. Callejo, M. y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 177-186). Zaragoza: SEIEM.
- Burgos, M., Godino, J. D., Giacomone, B. y Beltrán-Pellicer, P. (2018). Competencia de análisis epistémico de tareas de proporcionalidad de futuros profesores. En *ALME-Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31(1), 706-713. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Burrill, G. y Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading(Eds.). *Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 57-69). Dordrecht, Holanda: Springer.
- Canals, M. A. (1979). *Programació i orientacions per a una Didàctica de la Matemàtica al parvulari*. Barcelona: Rosa Sensat/Edicions 62.
- Canals, M. A. (2011). *Viure les matemàtiques de 3 a 6 anys* (4ª ed.). Barcelona: Rosa Sensat.
- Carbó, L. y Gràcia, V. (2002). *Mirant el món a través dels números*. Lleida: Pagès editors.

- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C. y Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C. Hasery, M. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the CERME 8* (pp. 2985-2994). Antalya, Turquía: ERME.
- Castro, A., Amador, J. y Bragelman, J. (2019). Facilitating video-based discussions to support prospective teacher noticing. *Journal of Mathematical Behavior*, 54, 1-18. doi:10.1016/j.jmathb.2018.11.002
- Castro, E. y Castro, E. (Coords.) (2016). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación infantil*. Madrid: Pirámide.
- Chalkiadaki, A. (2018). A systematic literature review of 21<sup>st</sup> century skills and competencies in primary Education. *International Journal of Instruction*, 11(3), 1-16. doi:10.12973/iji.2018.1131a
- Chick, H. (2004). Tools for transnumeration: Early Stages in the Art of Data Representation. En I. Putt, R. Faragher, y M. McLean (Eds.), *Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010. Proceedings of the Twenty-seventh Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 167-174). Sídney: MERGA. Recuperado de [https://www.researchgate.net/profile/Helen\\_Chick/publication/255616064\\_Tools\\_for\\_Transnumeration\\_Early\\_Stages\\_in\\_the\\_Art\\_of\\_Data\\_Representation/links/0deec5370aaf074cc6000000.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Helen_Chick/publication/255616064_Tools_for_Transnumeration_Early_Stages_in_the_Art_of_Data_Representation/links/0deec5370aaf074cc6000000.pdf)
- Clements, D. H. (2004). Major Themes and Recommendations. En D. H. Clements, J. Sarama y A. M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics. Standards for Early Childhood Mathematics Education*. Mahwah, EUA: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Clements, D. H. y Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana Edad*. Gran Bretaña: Routledge.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R. y Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Cobb, P. y Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to support and understand learning processes. En A. E. Kelly, R. A. Lesh y J. Y. Baek (Eds.), *Handbook of design research methods in education. Innovations in Science, Technology, Engineering and*

- Mathematics Learning and Teaching* (pp. 68-95). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobo, B. (2003). *Significados de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/pages/tesisdoctorales.html>
- Cojean, S. y Jamet, E. (2018). The role of scaffolding in improving information seeking in videos. *Journal of Computer Assisted Learning*, 34(6), 960-969. doi:10.1111/jcal.12303
- Coles, A. (2014). Mathematics teachers learning with video: the role, for the didactician, of a heightened listening. *ZDM Mathematics Education*, 46(2), 267-278. doi:10.1007/s11858-013-0541-3
- Contreras, J.M., Ruiz, K., Molina, E. y Contreras, J. (2016). Internet para trabajar la probabilidad. *Aula de innovación educativa y GUIX: elements d'acció educativa*, 251, 28-34.
- Cruz, A., Gea, M. y Giacomone, B. (2017). Criterios de idoneidad epistémica para el estudio de la geometría espacial en educación primaria. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del segundo congreso internacional virtual sobre el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: NCTM
- D'Amore, B., Font, V. y Godino, J.D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Paradigma*, 28(2), 49-77.
- Davis, B. (2008). Is 1 a prime number? Developing teacher knowledge through concept study. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(2), 86-91.
- Davis, B. y Renert, M. (2013). Profound understanding of emergent mathematics: broadening the construct of teachers' disciplinary knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 245-265. doi:10.1007/s10649-012-9424-8
- DBRC. (2003). Design-Based Research: An Emerging Paradigm for Educational Inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8

- De Benito, B. y Salinas, J. M. (2016). La investigación basada en diseño en Tecnología Educativa. *RIITE. Revista Interuniversitaria de Investigación en Tecnología Educativa*, 0, 44-59. doi: <https://doi.org/10.6018/riite2016/260631>
- De Castro, C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 11, 59-77.
- De Castro, C. (2016). El estudio de documentos curriculares como organizador de la investigación en educación matemática infantil. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 39-52). Málaga: SEIEM.
- De Castro, C., Molina, E., Gutiérrez, M. L., Martínez, S., y Escorial, B. (2012). Resolución de problemas para el desarrollo de la competencia matemática en Educación Infantil. *Números*, 80, 53-70.
- Departament d'Educació. (2020). Orientacions per a l'avaluació. Educació Infantil, segon cicle. Generalitat de Catalunya. Recuperado de: <http://ensenyament.gencat.cat/web/.content/home/departament/publicacions/colleccions/curriculum/orientacions-avaluacio-infantil-2cicle.pdf>
- Departament d'Ensenyament. (1992). *Educació infantil: currículum*. Generalitat de Catalunya.
- Departament d'Ensenyament. (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació*. Recuperado de: <http://ensenyament.gencat.cat/web/.content/home/departament/publicacions/colleccions/competencies-basiques/primaria/ambit-matematic.pdf>
- Departament d'Ensenyament. (2016). *Currículum i orientacions. Educació Infantil, segon cicle*. Generalitat de Catalunya. Recuperado de: <http://ensenyament.gencat.cat/web/.content/home/departament/publicacions/colleccions/curriculum/curriculum-infantil-2n-cicle.pdf>
- Díaz-Levicoy, D., Batanero, C. y Arteaga, P. (2019). Extrapolación de valores en un gráfico. Un estudio con escolares chilenos. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 251-260). Valladolid: SEIEM.

- Ding, L. y Domínguez, H. (2016). Opportunities to notice: Chinese prospective teachers noticing students' ideas in a distance formula lesson. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19, 325-347. doi:10.1007/s10857-015-9301-3
- Douek, N. (1999). Some Remarks about Argumentation and Mathematical Proof and their Educational Implications. En I. Schwank (Ed.). *Proceedings of the CERME-I Conference*. Osnabrueck: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik, 1,125-139.
- Douek, N. (2007). Some remarks about argumentation and proof. En P. Boero (Ed.), *Theorems in school: From history, epistemology and cognition to classroom practice* (pp. 163-181). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.
- Douek, N. (2010). Approaching proof in school: from guided conjecturing and proving to a story of proof construction. En V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne y F. Arzarello (Eds.). *Proceedings of the CERME-6. Lyon: Institut National de Recherche Pédagogique and ERME*, 332-342. Recuperado de: [https://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/doc/cerme6/cerme6\\_proceedings.pdf](https://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/doc/cerme6/cerme6_proceedings.pdf)
- Dudley, P. (2015). How Lesson Study works and why it creates excellent teaching and learning. En P. Dudley (Ed.), *Lesson Study: Professional Learning for our time* (pp.1-28). New York: Routledge.
- Dunekacke, S., Jenßen, L., Eilerts, K. y Blömeke, S. (2016). Epistemological beliefs of prospective preschool teachers and their relation to knowledge, perception, and planning abilities in the field of mathematics: a process model. *ZDM Mathematics Education*, 48(1-2), 125-137. doi:10.1007/s11858-015-0711-6
- Duval, R. (1999). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿Continuidad o ruptura cognitiva?* Ciudad de México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Eberle, R. S. (2011). *Children's mathematical understandings of tessellations: A cognitive and aesthetic synthesis*. Tesis Doctoral. University of Texas, Austin. Recuperado de: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.865.796&rep=rep1&type=pdf>

- Edo, M. (2005). Educación matemática versus Instrucción matemática en Infantil. En P. Pequito, A. Pinheiro (Eds.), *Proceedings of the First International Congress on Learning in Childhood Education* (pp. 125-137). Porto, Portugal: Gailivro.
- Edo, M. y Marín, A. (2017). La hoja en blanco en la representación matemática en infantil. En J. Gairín e I. Vizcaíno, *Manual de Educación Infantil. Orientaciones y Recursos (0-6 años)* (pp.1-17). Barcelona: Wolters Kluwer.
- Edo, M. y Revelles, S. (2004). Situaciones matemáticas potencialmente significativas. En M. Antón y B. Moll (Coord.). *Educación Infantil. Orientaciones y Recursos (0-6 años)* (pp. 410/103-410-179). Barcelona: CissPraxis.
- Engel, J. (2019). Statistical literacy and society: What is civic statistics? En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Recuperado de: <https://www.ugr.es/~fqm126/civeest/ponencias/engel.pdf>
- Espinel, M. C. (2007). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. En M. Camacho, P. Flores y M. P. Bolea (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XI* (pp. 99-120). San Cristóbal de la Laguna, Tenerife: SEIEM.
- Estrada, A. (2007). Evaluación del conocimiento estadístico en la formación inicial del profesorado. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 45, 80-98.
- Estrada, A. y Batanero, C. (2015). Construcción de una escala de actitudes hacia la probabilidad y su enseñanza para profesores. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 239-247). Alicante: SEIEM.
- Estrada, A., Batanero, C. y Fortuny, J. M. (2004). Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental de profesores en formación. *Educación Matemática*, 16(1), 89-111.
- Estrada, A., Batanero, C., Lancaster S. (2011). Teachers' Attitudes Towards Statistics. En: C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education* (pp. 163-174). Dordrecht: Springer. doi:10.1007/978-94-007-1131-0\_18
- Estrada, A., Ricart, M., Barbero, I., Cardet, N., Ardiaca, M., Fornells, I., Peroy, M. J., Roures, C., Mesalles, M. A. y Mayoral, I. (2017). ¿Cómo evolucionan las



- dificultades y errores estadísticos en los cambios de ciclo de Primaria? En *Actas VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Comunicaciones breves 1101-1200* (pp.41-48). Madrid: FESPM.
- Estrella, S. y Olfos, R. (2015). Transnumeración de los datos: el caso de las tablas de frecuencia. En P. Scott y Á. Ruiz (Eds.), *Actas de XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática-IACME, Vol.8* (pp. 220-225). Chiapas: Comité Interamericano de Educación Matemática.
- Fernandez, C. (2002). Learning from Japanese Approaches to Professional Development. The Case of Lesson Study. *Journal of Teacher Education*, 53(5), 393-405. doi:10.1177/002248702237394
- Fernández, C., Llinares, S. y Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions. *ZDM Mathematics Education*, 44(6), 747-759. doi:10.1007/s11858-012-0425-y
- Fernandez, C. y Yoshida, M. (2004). *Lesson Study: A Japanese Approach to Improving Mathematics Teaching and Learning*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Fernández, C., Valls, J. y Llinares, S. (2011). El desarrollo de un esquema para caracterizar la competencia docente “mirar con sentido” el pensamiento matemático de los estudiantes. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 351-360). Ciudad Real: SEIEM.
- Finn, J. D., Pannozzo, G. M. y Achilles, C. M. (2003). The “Why’s” of Class Size: Student Behavior in Small Classes. *Review of Educational Research*, 73(3), 321-368. doi:10.3102/00346543073003321
- Flores, A. H. (2007). Esquemas de argumentación en profesores de matemáticas del bachillerato. *Educación Matemática*, 19(1), 63-98.
- Flores, C., Gómez, A. y Flores, A. H. (2010). Esquemas de argumentación en actividades de geometría dinámica. *Acta Scientiae*, 12(2), 22-42.
- Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Unión*, 26, 9-25.

- Font, V. y Adán, M. (2013). Valoración de la idoneidad didáctica de tareas. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 283-291). Bilbao: SEIEM.
- Font, V., Breda, A. y Sala, G. (2015). Competências profissionais na formação inicial de professores de matemática. *Práxis Educacional*, 11(19), 17-34.
- Font, V., Giménez, J., Zorrilla, J. F., Larios, V., Dehesa, N., Aubanell, A., Benseny, A. (2012). Competencias del profesor y competencias del profesor de matemáticas. Una propuesta. En V. Font, J. Giménez, V. Larios y J. F. Zorrilla (Eds.), *Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato* (61-70). Barcelona: Publicaciones de la Universitat de Barcelona.
- Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 8(1), 67-98.
- Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). *The emergence of objects from mathematical practices*. *Educational Studies in Mathematics*, 82 (1), 97-124. Recuperado de <https://www.jstor.org/stable/23434841>
- Font, V., Planas, N. y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- Font, V. y Rubio, N. (2017). Procesos matemáticos en el enfoque ontosemiótico. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Font, V., Rubio, N. y Contreras, A. (2008). Procesos en matemáticas. Una perspectiva ontosemiótica. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 21, 706-715. México D. F.: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Fortuny, J. M. y Rodríguez, R. (2012). Aprender a mirar con sentido: facilitar la interpretación de las interacciones en el aula. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 23-37.
- Franklin, C., Bargagliotti, A. E., Case, C. A., Kader, G. D., Scheaffer, R. y Spangler, D. (2015). *The Statistical Education of Teachers*. Alexandria, VA: American

- Statistical Association. Recuperado de:  
<https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/EDU-SET.pdf>
- Friel, S. N., Curcio, F. R. y Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Frykholm, J. y Glasson, G. (2005). Connecting science and mathematics instruction. Pedagogical context knowledge for teachers. *School Science and Mathematics*, 105(3), 127-141.
- Fuentes, S., Arteaga, P. y Batanero, C. (2014). Gráficos estadísticos y tablas: una actividad exploratoria en educación infantil. En *Actas de XV Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas: "El sentido de las matemáticas. Matemáticas con sentido"* (pp.385-393). Baeza: Thales.
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25. doi:10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x
- García Armenteros, M., Contreras, A. y García González, A. (2017). Idoneidad didáctica de un proceso de estudio sobre el límite de una función. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Garello, M., Rinaudo, M. y Donolo, D. (2011). Valoración de los estudios de diseño como metodología innovadora en una investigación acerca de la construcción del conocimiento en la universidad. *RED-DUSC. Revista de Educación a Distancia- Docencia Universitaria en la Sociedad del Conocimiento*, 5, 1-34. Recuperado de <https://revistas.um.es/red/article/view/245061/185621>
- Gaudin, C. y Chaliès, S. (2015). Video viewing in teacher education and professional development: A literatura review. *Educational Research Review*, 16, 41-67. doi:10.1016/j.edurev.2015.06.001
- Gea, M. M. (2014). *La correlación y regresión en bachillerato: análisis de libros de texto y del conocimiento de los futuros profesores*. Tesis doctoral. Universidad de Granada,

- Granada. Recuperado de [https://www.ugr.es/~batanero/documentos/Tesis\\_GEA.pdf](https://www.ugr.es/~batanero/documentos/Tesis_GEA.pdf)
- Gea, M. M., Estrada, A. y Batanero, C. (2019). Evaluación de la componente afectiva del trabajo con proyectos estadísticos por futuros profesores. *Acta Scientiae*, 21(3), 112-130.
- Giacomone, B. (2017). Análisis ontosemiótico de una tarea de modelización matemática. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Giacomone, B. (2018). *Desarrollo de competencias y conocimientos didáctico-matemáticos de futuros profesores de educación secundaria en el marco del enfoque ontosemiótico*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada.
- Giacomone, B., Godino, J. D. y Beltrán-Pellicer, P. (2018). Desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica en futuros profesores de matemáticas. *Educação e Pesquisa*, 44, e172011. doi:10.1590/s1678-4634201844172011
- Giacomone, B., Godino, J. D., Wilhelmi, M. R. y Blanco, T. F. (2016). Reconocimiento de prácticas, objetos y procesos en la resolución de tareas matemáticas: una competencia del profesor de matemáticas. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 275-284). Málaga: SEIEM.
- Giacomone, B., Godino, J. D., Wilhelmi, M. R. y Blanco, T. F. (2018). Desarrollo de la competencia de análisis ontosemiótico de futuros profesores de matemáticas. *Revista Complutense de Educación*, 29(4), 1109-1131.
- Giménez, J., Font, V. y Vanegas, Y. (2013). Designing Professional Tasks for Didactical Analysis as a research process. En Margolinas, C. (Ed.), *Task Design in Mathematics Education* (pp. 579-587). Oxford: Proceedings of ICMI Study 22.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22 (2-3), 237-284.
- Godino, J. D. (2003). *Teoría de las Funciones Semióticas. Un enfoque ontológico semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Trabajo de investigación presentado para

optar a la Cátedra de Universidad de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

- Godino, J. D. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J.D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49-68). Jaén: SEIEM.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.
- Godino, J.D. (2014). Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas. Universidad de Granada. Disponible en [http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis\\_EOS\\_24agosto14.pdf](http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf)
- Godino, J. D. (2017). Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoueoontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Godino, J. D., Aké, L. P., Contreras, A., Díaz, C., Estepa, A., F. Blanco, T., Lacasta, E., Lasa, A., Neto, T., Oliveras, M. L. y Wilhelmi, M. R. (2015). Diseño de un cuestionario para evaluar conocimientos didáctico-matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(1), 127-150. doi:[10.5565/rev/ensciencias.1468](https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1468)
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority área of research in mathematics education. En A. Sierpiska y J.

- Kilpatrick (Eds.), *Mathematics Education as a research domain: A search for identity* (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer, A. P.
- Godino, J. D., Batanero, C., Contreras, Á., Estepa, A., Lacasta, E. y Wilhelmi, M. R. (2013). La ingeniería didáctica como investigación basada en el diseño. Versión ampliada en español de la comunicación presentada en el CERME 8 (Turquía, 2013) con el título “Didactic engineering as design-based research in mathematics education”. Recuperado de [http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/JDGodino\\_2013\\_Ingenieria\\_didactica.pdf](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/JDGodino_2013_Ingenieria_didactica.pdf)
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 285-294). Málaga: SEIEM.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas, *Paradigma*, 27 (2), 221-252.
- Godino, J. D., Contreras, Á. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el Enfoque Ontológico-Semiótico de la Cognición Matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 26(1), 39-88.
- Godino, J. D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2008). Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico. *Publicaciones*, 38, 25-48.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. y Castro, C. (2007). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de las Matemáticas desde un enfoque Ontosemiótico. *ALME*, 21, 656-666.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. y Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de las Matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59-76.

- Godino, J.D., Font, V., Wilhelmi, M. y Lurduy, O. (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2), 247-265. doi:10.1007/s10649-010-9278-x
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Font, V. y Pino-Fan, L. (2018). Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos. Análisis con herramientas del modelo CCDM. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 13, 63-83.
- Godino, J. D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A. y Wilhelmi, M. R. (2014). Ingeniería didáctica basada en el Enfoque Ontológico-Semiótico del Conocimiento y de la Instrucción Matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(2-3), 167-200.
- Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. F. y Konic, P. (2012). Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. *Revemat: Revista Electrónica de Educación Matemática*, 7(2), 1-21.
- Godino, J. D., Wilhelmi, M. R. y Bencomo, D. (2005). Suitability criteria of a mathematical instruction process. A teaching experience of the function notion. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 4, 1-26.
- Godino, J. D., Wilhelmi, M. R., Blanco, T. F., Contreras, A. y Giacomone, B. (2016). Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas teóricas: Registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, 10, 91-110.
- Goizueta, M. y Planas, N. (2013). Temas emergentes del análisis de interpretaciones. *Enseñanza de las Ciencias*, 31 (1), 61-78.
- Gómez, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para la enseñanza de la probabilidad en futuros profesores de educación primaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada.

- Gómez, E., Ortiz, J.J., Batanero, C. y Contreras, J.M. (2013). El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. *Revista Unión*, 35, 75-91.
- Gonzato, M., Godino, J. D. y Contreras, Á. (2011). Evaluación de conocimientos sobre la visualización de objetos tridimensionales en maestros en formación. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 383-392). Ciudad Real: SEIEM.
- Gonzato, M., Godino, J. D., Contreras, Á. y Fernández, T. (2013). Conocimiento especializado de futuros maestros de primaria sobre visualización de objetos tridimensionales. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp.311-318). Bilbao: SEIEM.
- Gonzato, M., Godino, J. D. y Neto, T. (2011). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación Matemática*, 23(3), 5-37.
- Goñi, J.M. y Planas, N. (2011). Interacción comunicativa y lenguaje en la clase de matemáticas. En J. M. Goñi. (Coord.), *Didáctica de las Matemáticas* (pp. 167-197). Barcelona: Graó.
- Gravemeijer, K. (2012). Aiming for the 21st. century skills. *International Journal for Mathematics in Education*, 4, 30-43.
- Grijalva, A. e Ibarra, S. E. (2017). Una experiencia de diseño de actividades de enseñanza con base en los criterios de idoneidad didáctica. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Grossman, P. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York y London: Teachers College Press.
- Harel, G. y Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. En A. Schoenfeld, J. Kaput y E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, EE.UU.: American Mathematical Society.



- Harel, G. y Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching proof. En F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 805-842). Charlotte, EE.UU.: Information Age.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. México D.F., México: McGrawHill
- Hill, H. C., Ball, D. y Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Hummes, V. B., Font, V. y Breda, A. (2019). Uso Combinado del Estudio de Clases y la Idoneidad Didáctica para el Desarrollo de la Reflexión sobre la Propia Práctica en la Formación de Profesores de Matemáticas. *Acta Scientiae*, 21(1), 64-82. doi:10.17648/acta.scientiae.v21iss1id4968
- Ivars, P., Fernández, C. y Buforn, A. (2016). Mirar profesionalmente el pensamiento matemático sobre fracciones a través de una trayectoria de aprendizaje. En M. T. Tortosa, S. Grau y J. D. Álvarez (Coords.), *XIV Jornades de Xarxes d'Investigació en Docència Universitària. Investigació, innovació i ensenyament universitari: enfocaments pluridisciplinaris* (pp. 602-613). Alacant: Universitat d'Alacant, Institut de Ciències de l'Educació.
- Jacobs, V. R., Lamb, L.L. y Philipp, R. A. (2010). Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T. y Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires, Barcelona: Editorial Paidós.
- Kang, H. y van Es, E. A. (2019). Articulating Design Principles for Productive Use of Video in Preservice Education. *Journal of Teacher Education*, 70(3), 287-250. doi:10.1177/0022487118778549
- Kay, R. (2012). Exploring the use of video podcasts in education: A comprehensive review of the literature. *Computers in Human Behavior*, 28, 820-831. doi:10.1016/j.chb.2012.01.011

- Kelly, A. E., Lesh, R. A. y Baek, J. Y. (Eds.). (2008). *Handbook of Design Research in Methods in Education. Innovations in Science, Technology, Engineering and Mathematics Learning and Teaching*. Nueva York: Routledge.
- Kersting, N. (2008). Using Video Clips of Mathematics Classroom Instruction as Item Prompts to Measure Teachers' Knowledge of Teaching Mathematics. *Educational and Psychological Measurement*, 68(5), 845-861. doi:10.1177/0013164407313369
- Kersting, N. B., Givvin, K. B., Sotelo, F. L. y Stigler, J. W. (2010). Teachers' Analyses of Classroom Video Predict Student Learning of Mathematics: Further Explorations of a Novel Measure of Teacher Knowledge. *Journal of Teacher Education*, 61(1-2), 172-181. doi:10.1177/0022487109347875
- Kleinknecht, M. y Schneider, J. (2013). What do teachers think and feel when analysing videos of themselves and other teachers teaching? *Teaching and Teacher Education*, 33, 13-23. doi:10.1016/j.tate.2013.02.002
- Konold, T. R. y Pollatsek, A. (2002). Data analysis as the search for signals in noisy processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33, 259-289. doi:10.2307/749741
- Konstantopoulos, S. (2008). Do small classes reduce the achievement gap between low and high achievers? Evidence from Project STAR. *The Elementary School Journal*, 108(4), 275-291. doi:10.1086/528972
- Krammer, K., Ratzka, N., Klieme, E., Lipowsky, F., Pauli, C. y Reusser, K. (2006). Learning with videos: Conception and first results of an online teacher-training program. *Zeitschrift für Didaktik der Mathematik*, 38(5), 422-432. doi:10.1007/BF02652803
- Larios, V., Pino-Fan, L. R. y González, N. (2017). Esquemas argumentativos de estudiantes de secundaria en ambientes de geometría dinámica. *AIEM*, 12, 39-57.
- Lee, H. S., Kersaint, G., Harper, S. R., Driskell, S. O., Jones, D. L., Leatham, K. R., Angotti, R. L. y Adu-Gyamfi, K. (2014). Teachers' use of transnumeration in solving statistical tasks with dynamic statistical software. Recuperado de *Statistics Education Research Journal*, 13(1), 25-52. [https://www.researchgate.net/profile/Hollylynne\\_Lee/publication/26226150](https://www.researchgate.net/profile/Hollylynne_Lee/publication/26226150)

7\_Teachers'\_Use\_of\_Transnumeration\_in\_Solving\_Statistical\_Tasks\_with\_Dy-  
namic\_Statistical\_Software/links/5418740e0cf25ebee9881d00.pdf

- Lendínez, E., García, F. J. y Lerma, A. M. (2018). El estudio de clases en la formación inicial del profesorado de educación infantil: combinando teoría y práctica profesional. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 280-289). Gijón: SEIEM.
- Lin, T. C., Hsu, Y. S., Lin, S. S., Changlai, M. L., Yang, K. Y. y Lai, T. L. (2012). A review of empirical evidence on scaffolding for science education. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(2), 437-455. doi:10.1007/s10763-011-9322-z
- Llinares, S. (2013). El desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente” la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Educación en Revista*, 50, 117-133.
- Llinares, S. y Valls, J. (2009). The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: interaction and online video case studies. *Instructional Science*, 37(3), 247-271. doi:10.1007/s11251-007-9043-4
- Llinares, S., Valls, J. y Roig, A.I. (2008). Aprendizaje y diseño basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, 20(3), 59-82.
- López Beltrán, M., Albarracín, LL., Ferrando, I., Montejo-Gámez, J., Ramos, P., Serradó, A. ... Mallavibarrena, R. (2020). La educación matemática en las enseñanzas obligatorias y el bachillerato. En D. Martín, T. Chacón, G. Curbera, F. Marcellán y M. Siles (Coord.). *Libro Blanco de las Matemáticas* (pp.1-94). Madrid, España: Centro de Estudios Ramón Areces, S.A.
- López-Martín, M.M., Batanero, C. y Gea, M.M. (2018). La faceta cognitiva en el conocimiento de futuros profesores sobre el contraste de hipótesis. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar- González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 300-309). Gijón: SEIEM.
- Malaspina, U. y Font, V. (2010). The role of intuition in the solving of optimization problems. *Educational Studies in Mathematics*, 75 (1), 107-130. Recuperado de <https://www.jstor.org/stable/40928549>

- Mason, J. (2002). *Researching your Own Practice. The Discipline of Noticing*. London y New York: RoutledgePalmer.
- Mason, J. (2016). Perception, interpretation and decision-making: understanding gaps between competence and performance- a commentary. *ZDM Mathematics Education, 48*(1-2), 219-226.
- Martínez, M., Giné, C., Fernández, S., Figueiras, L. y Deulofeu, J. (2011). El conocimiento del horizonte matemático: más allá de conectar el presente con el pasado y el futuro. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 429-437). Ciudad Real: SEIEM.
- Mateus Nieves, E. (2017). Análisis didáctico a un proceso de instrucción del método de integración por partes. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Mato, M. D. (2010). Mejorar las actitudes hacia las matemáticas. *Revista Galego-Portuguesa de Psicoloxía e Educación, 18*(1), 19-32.
- McMillan, J. y Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa*. Madrid, España: Pearson Addison Wesley.
- Ministerio de Educación y Ciencia. (2008). Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil. *Boletín Oficial del Estado, 5*, de 5 de enero de 2008. Recuperado de <https://www.boe.es/buscar/pdf/2008/BOE-A-2008-222-consolidado.pdf>
- Mira, M. R. (1987). *Com fer viure la matemàtica a l'escola*. Barcelona: Ediciones CEAC.
- Modrego, A. y Beltrán-Pellicer, P. (2019). Una propuesta para la enseñanza de situaciones aditivas en infantil con dibujos animados. *Entono abierto, 29*, 7-12.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J.L. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias, 29*(1), 75-88.
- Montes, M. A., Contreras, L. C. y Carrillo, J. (2013). Conocimiento del profesor de matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 403-410). Bilbao: SEIEM.

- Moreira, C., Gusmão, T.C. y Font, V. (2018). Tarefas Matemáticas para o Desenvolvimento da Percepção de Espaço na Educação Infantil: potencialidades e limites. *Bolema*, 32(60), 231-254.
- Moreno, H. (2017). Valoración de la idoneidad didáctica de un proceso de estudio de Cálculo Diferencial por los estudiantes. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Moreno, M., Sánchez-Matamoros, G., Pérez-Tyeca, P. Y Valls, J. (2018). La mirada profesional de estudiantes para maestro de educación infantil en la selección de tareas de la magnitud longitud y su medida. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar- González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 387-396). Gijón: SEIEM.
- National Association for the Education of Young Children y National Council of Teachers of Mathematics (2013). Matemáticas en la Educación Infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 1-23.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla, España: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- National Research Council of the National Academies (2015). Contenido matemático fundacional para el aprendizaje en los primeros años. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 4(2), 32-60.
- Nogueira, I. C., Blanco, T. F., Rodríguez-Vivero, D. y Diego-Mantécon, J. M. (2016). Aproximación ontosemiótica de prácticas de aula sobre la medida en educación primaria. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 275-284). Málaga: SEIEM.
- O'Connor, M. C. y Michaels, S. (1993). Aligning academic tasks and participation status through revoicing: analysis of a classroom discourse strategy. *Anthropology & Education Quarterly*, 24(4), 318-335. doi:10.1525/aeq.1993.24.4.04x0063k

- Ortega, P., Ramírez, M. E., Torres, J. L., López, A. E., Servín, C. Y., Suárez, L. y Ruiz, B. (2007). Modelo de innovación educativa. Un marco para la formación y el desarrollo de una cultura de la innovación. *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 10(1), 145-173. doi:10.5944/ried.1.10.1023
- Pang, J. (2011). Case-based pedagogy for prospective teachers to learn how to teach elementary mathematics in Korea. *ZDM Mathematics Education*, 43(6-7), 777-789. doi:10.1007/s11858-011-0352-3
- Pecheone, R. L. y Chung, R.R. (2006). Evidence in teacher education: the performance assessment for California teachers (PACT). *Journal of Teacher Education*, 57(1), 22-36. doi:10.1177/0022487105284045
- Pérez-Tyeca, P., Callejo, M.L., Moreno, M., Sánchez-Matamoros, G. y Valls, J. (2017). Cómo progresan estudiantes para maestro en la identificación de los elementos matemáticos necesarios para interpretar la comprensión de la longitud y su medida en alumnos de educación infantil. En J. M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. Callejo, M. y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 397-406). Zaragoza: SEIEM.
- Pfannkuch, M. y Wild, C. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 79-95). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affects. En F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257-315). Charlotte, NC: Information Age Publishing y National Council of Teachers of Mathematics.
- Pino-Fan, L. R., Assis, A. y Castro, W. F. (2015). Towards a Methodology for the Characterization of Teachers' Didactic-Mathematical Knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1429-1456.
- Pino-Fan, L. R., Font, V. y Godino, J.D. (2014). El conocimiento didáctico-matemático de los profesores: pautas y criterios para su evaluación y desarrollo. En C. Dolores, M. García, J. Hernández y L. Sosa (Eds.), *Matemática Educativa: La formación de profesores* (pp. 137-151). México, D.F.: Ediciones D.D.S. y Universidad Autónoma de Guerrero.

- Pino-Fan, L. R. y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del Conocimiento Didáctico-Matemático del Profesor. *Paradigma*, 36(1), 87-109.
- Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., Castro, W.F. y Font, V. (2012). Conocimiento didáctico-matemático de profesores en formación: explorando el conocimiento especializado sobre la derivada. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 427-434). Jaén: SEIEM.
- Pino-Fan, L.R., Godino, J.D. y Font, V. (2014). Explorando aspectos relevantes del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada de profesores en formación inicial. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 513-522). Salamanca: SEIEM.
- Pino-Fan, L.R., Godino, J.D. y Font, V. (2015). Una propuesta para el Análisis de las Prácticas Matemáticas de Futuros Profesores sobre Derivadas. *Bolema*, 29(51), 60-89. doi:10.1590/1980-4415v29n51a04
- Pochulu, M., Font, V. y Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(1), 71-98.
- Posadas, P. y Godino, J. D. (2016). Reflexión sobre la práctica docente como estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico-matemático. *Didacticae*, 1, 77-96. doi:[10.1344/did.2017.1.77-96](https://doi.org/10.1344/did.2017.1.77-96)
- Quintana, C., Reiser, B. J., Davis, E. A., Krajcik, J. S., Fretz, E., Duncan, R. G., Kyza, E., Edelson, D. y Soloway, E. (2004). A scaffolding design framework for software to support science inquiry. *The Journal of the Learning Sciences*, 13(3), 337-386. doi:10.1207/s15327809jls1303\_4
- Recio, A. M. (1999). *Una aproximación epistemológica a la enseñanza y aprendizaje de la demostración matemática*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada. Recuperado de [http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/AMRecio\\_tesis\\_doctoral.pdf](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/AMRecio_tesis_doctoral.pdf)
- Reid, D. y Knipping, C. (2010). *Proof in mathematics education: research, learning and teaching*. Rotterdam, Países Bajos: Sense Publishers.

- Ricart, M., Cardet, N. y Estrada, A. (2016). Què fem de proporcionalitat geomètrica a l'escola? Una reflexió sorgida i compartida amb la UdL. *Actes del Congrés Català d'Educació Matemàtica (C2EM)*. Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya. Recuperado de <https://c2em.feemcat.org/actes/>
- Ricart, M. y Estrada, A. (2017). El conocimiento didáctico-matemático y la competencia profesional de evaluar. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Ricart, M., Estrada, A. y Barbero, I. (2018). Evaluación de la competencia profesional matemática de análisis ontosemiótico a través del análisis de vídeos. *XXI Congreso Internacional de Educación y Tecnología*, Lleida, España.
- Ricart, M., Estrada, A. y Margalef, M. (2019). Idoneidad didáctica en educación infantil: matemáticas con robots Blue-Bot. *EDMETIC: Revista de Educación Mediática y TIC*, 8(2), 150-168. doi:10.21071/edmetic.v8i2.11589
- Ridgway, J. (2016). Implications of the data revolution for statistics education. *International Statistical Review*, 84(3), 528-549. doi: 10.1111/insr.12110
- Ridgway, J., Nicholson, J. y McCusker, S. (2008). Mapping new statistical Literacies and Iliteracies. *11<sup>th</sup> International Congress on Mathematics Education*, Monterrey, México.
- Rivas, M. (2013). Análisis epistémico y cognitivo de tareas de proporcionalidad en la formación de profesores de educación primaria. Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada. Recuperado de [https://www.ugr.es/~jgodino/Tesis\\_doctorales/Mauro\\_Rivas\\_tesis.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/Mauro_Rivas_tesis.pdf)
- Rivas, M., Godino, J. D. y Castro, W. F. (2012). Desarrollo del conocimiento para la enseñanza de la proporcionalidad en futuros profesores de primaria. *Bolema*, 26 (42B), 559-558.
- Rondero, C. y Font, V. (2015). Articulación de la complejidad matemática de la media aritmética. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 29-49. doi:[10.5565/rev/ensciencias.1386](https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1386)



- Romero, M. y Turpo, O. (2015). Serious Games para el desarrollo de las competencias del siglo XXI. *RED. Revista de Educación a Distancia*, 34, 1-22. Recuperado de <https://revistas.um.es/red/article/view/233511>
- Rowland, T., Huckstep, P. y Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281. doi:10.1007/s10857-005-0853-5
- Rowland, T. y Turner, F. (2007). Developing and Using the 'Knowledge Quartet': A Framework for the Observation of Mathematics Teaching. *The Mathematics Educator*, 10(1), 107-123.
- Rubio, N. (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos*. Tesis doctoral. Universitat de Barcelona, Barcelona.
- Ruesga, M. P., Giménez, J., y Orozco, M. (2005). Las tablas de doble entrada en educación infantil: procedimientos y argumentos de los niños. *Educación matemática*, 17(1), 129-148.
- Ruiz, L. (2001). La invisibilidad institucional de los objetos matemáticos. Su incidencia en el aprendizaje de los alumnos. En M. C. Chamorro (Dir.), *Dificultades del Aprendizaje de las Matemáticas* (pp. 229-262). Madrid: MECED.
- Ruiz-Reyes, K., Contreras, J. M., Arteaga, P. y Oviedo, K. (2017). Análisis semiótico de videos tutoriales para la enseñanza de la probabilidad en educación primaria. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Ruz, F., Contreras, J. M., Molina-Portillo, E. y Godino, J. D. (2018). Idoneidad epistémica de programas formativos sobre didáctica de la estadística. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 515-524). Gijón: SEIEM.
- Sámuel, M., Vanegas, Y. y Giménez, J. (2018). Caracterización del conocimiento matemático de futuras maestras de educación infantil. *Bordón. Revista de*

*Pedagogía*, 70(3), 61-75. Recuperado de <https://doi.org/10.13042/Bordon.2018.62907>

Sánchez, A. y Font, V. (2017). Análisis de la reflexión de futuros profesores para fomentar la creatividad en el aprendizaje matemático. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>

Sanmartí, N. (2012). *10 ideas clave. Evaluar para aprender* (4ª ed.). Barcelona: Graó.

Sanoja, J. y Ortiz, J. (2013). Conocimiento de contenido estadístico de los maestros. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales de Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 157-164). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Santagata, R. y Angelici, G. (2010). Studying the Impact of the Lesson Analysis Framework on Preservice Teachers' Abilities to Reflect on Videos of Classroom Teaching. *Journal of Teacher Education*, 61(4), 339-349. doi:10.1177/0022487110369555

Santagata, R. y Guarino, J. (2011). Using video to teach future teachers to learn from teaching. *ZDM Mathematics Education*, 43, 133-145. doi: 10.1007/s11858-010-0292-3

Santagata, R. y Yeh, C. (2014). Learning to teach mathematics and to analyze teaching effectiveness: evidence from a video – and practice- based approach. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 17(6), 491-514. doi:10.1007/s10857-013-9263-2

Santos, J. A. (2018). *Valoración de video tutoriales de matemáticas disponibles en internet. Nuevos instrumentos para el análisis de los procesos educativos*. Tesis doctoral. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México.

Santos, J. A. y Acuña, C. M. (2017). Adaptación de los criterios de Idoneidad Didáctica para la valoración de videos educativos de matemáticas disponibles en Internet. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el*

*Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>

- Shafie, H., Majid, F. A. e Ismail, I. S. (2019). Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) in Teaching 21<sup>st</sup> Century Skills in the 21<sup>st</sup> Century Classroom. *Asian Journal of University Education*, 15(3), 24-33.
- Schleppegrell, M. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: a research review. *Reading & Writing Quarterly: Overcoming Learning Difficulties*, 23 (2), 139-159. doi:10.1080/10573560601158461
- Schoenefeld, A. y Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. En D. Tirosh y T. Wood (Eds.), *Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 321-354). Rotterdam: Sense Publishers.
- Schorr, R. Y. y Lesh, R. (2003). A models and modeling perspective on classroom-based teacher development. En R. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modelling perspective on teaching, learning, and problem-solving in mathematics education*. New York y London: Routledge. doi:10.4324/9781410607713
- Seckel, M. J. (2015). *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática*. Tesis doctoral. Universitat de Barcelona, Barcelona.
- Seidel, T., Stürmer, K., Blomberg, G., Kobarg, M. y Schwindt, K. (2011). Teacher learning from analysis of videotaped classroom situations: Does it make a difference whether teachers observe their own teaching or that of others? *Teaching and Teacher Education*, 27(2), 259-267. doi:10.1016/j.tate.2010.08.009
- Shuard, H. y Rothery, A. (Eds.) (1984). *Children reading mathematics*. London: Murray.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. doi:10.3102/0013189X015002004
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22. doi:10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411

- Sherin, M. G., Linsenmeier, K. A. y van Es, E. A. (2009). Selecting Video Clips to Promote Mathematics Teachers' Discussion of Student Thinking. *Journal of Teacher Education*, 60(3), 213-230. doi:10.1177/0022487109336967
- Sinclair, N. (2009). *Aesthetics as a liberating force in mathematics education?* *ZDM, Mathematics Education*, 41(1), 45-60. doi: 10.1007/s11858-008-0132-x
- Stahnke, R., Schueler, S. y Roesken-Winter, B. (2016). Teachers' perception, interpretation, and decision-making: a systematic review of empirical mathematics education research. *ZDM Mathematics Education*, 48(1-2), 1-27. doi:10.1007/s11858-016-0775-y
- Star, J. R. y Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107-125. doi:10.1007/s10857-007-9063-7
- Stockero, S. L. (2008). Using a video-based curriculum to develop a reflective stance in prospective mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(5), 373-394. doi:10.1007/s10857-008-9079-7
- Stürmer, K., Könings, K. y Seidel, T. (2013). Declarative knowledge and professional vision in teacher education: Effect of courses in teaching and learning. *British Psychological Society*, 83(3), 467-483. doi:10.1111/j.2044-8279.2012.02075.x
- Sullivan, P. y Lilburn, P. (2002). *Good questions for Math Teaching: why ask them and what to ask, K-6*. Australia: Oxford University Press.
- Torra, M. (2009). Con la excusa de "contar" aprendemos muchísimas más cosas. En N. Planas y À. Alsina (Coord.), *Educación matemática y buenas prácticas* (pp.73-80). Barcelona: Graó.
- Torra, M. (2016). Más material manipulable para enseñar matemáticas en educación infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 5(1), 59-64.
- Valls, J., Llinares, S. y Callejo, M. J. (2006). Video-clips y análisis de la enseñanza. Construcción del conocimiento necesario para enseñar matemáticas. En M. C. Penalva, I. Escudero y D. Barba (Eds.), *Conocimiento, entornos de aprendizaje y tutorización para la formación del profesorado de matemáticas* (pp.25-48). Granada: Grupo Proyecto Sur.

- van Es, E. A. y Sherin, M. G. (2002). Learning to Notice: Scaffolding New Teachers' Interpretations of Classroom Interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571-596. Recuperado de <https://www.learntechlib.org/primary/p/9171/>.
- van Es, E. A. y Sherin, M. G. (2006). How different video club designs support teachers in "learning to notice". *Journal of Computing in Teacher Education*, 22(4), 125-135. doi: 10.1080/10402454.2006.10784548
- van Es, E. A. y Sherin, M. G. (2010). The influence of video clubs on teachers' thinking and practice. *Journal of Mathematics Teacher education*, 13(2), 155-176. doi:10.1007/s10857-009-9130-3
- van Es, E. A., Tunney, J., Goldsmith, L. y Seago, N. (2014). A framework for the facilitation of teachers' analysis of video. *Journal of Teacher Education*, 65(4), 340-356. doi:10.1177/0022487114534266
- Vargas, M. F., Fernández-Plaza, J. A. y Ruiz-Hidalgo, J. F. (2019). Caracterización de los argumentos dados por profesores en formación a una tarea sobre derivada. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 593-602). Valladolid: SEIEM.
- Vásquez, C. y Alsina, A. (2015). Evaluación del conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad en profesores de Educación primaria. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 511-520). Alicante: SEIEM.
- Vásquez, C. y Alsina, A. (2017). Aproximación al conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad desde el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático. *Educación Matemática*, 29, 79-108. doi:10.24844/em2903.03
- Vásquez, C. y Alsina, A. (2019). Conocimiento especializado del profesorado en Educación Básica para la enseñanza de la Probabilidad. *Profesorado: revista de currículum y formación del profesorado*, 23, 393-419.
- Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D., Coronata, C. y Alsina, A. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la Educación Infantil. *Cadernos Cenpec*, 8(1), 154-179.

- Venegas, A., Gea, M. M., Roa, R. y Pallauta, J. D. (2019). Lenguaje empleado por futuros profesores de Educación Primaria en la resolución de problemas combinatorios. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en [www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html](http://www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html)
- Voigt, J. (1994). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 275-298.
- Voigt, J. (1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. En P. Cobb, H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp.163-199). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Voogt, J. y Pareja, N. (2010). *21st Century Skills. Discussion Paper*. Enschede: University of Twente. Recuperado de: <http://hdl.voced.edu.au/10707/254371>.
- Wang, X. (2013). A Potential Approach to Support Pre-service Teachers' Professional Learning: The Video Analysis of the Authentic Classroom. *US-China Education Review B*, 3(3), 149-161.
- Wang, J. y Hartley, K. (2003). Video Technology as a Support for Teacher Education Reform. *Journal of Technology and Teacher Education*, 11(1), 105-138. Recuperado de: <https://www.learntechlib.org/p/1779>
- Wasik, B. (2008). When Fewer Is More: Small Groups in Early Childhood Classrooms. *Early Childhood Educational Journal*, 35, 515-521. doi:10.1007/s10643-008-0245-4
- Wells, G. (2004). El papel de la actividad en el desarrollo y la educación. *Infancia y aprendizaje*, 27(2), 165-187.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-248.
- Wilhelmi, M. R., Godino, J. D. y Lacasta, E. (2007). Configuraciones epistémicas asociadas a la noción de igualdad de números reales. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 27(1), 77-120.
- Yackel, E. (2001). Explanation, Justification and Argumentation in Mathematics Classrooms. En M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.). *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

Conferencia llevada a cabo en el XXV Congreso International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Utrecht, Holanda: PME, 1, 65-80.  
Recuperado de: <https://eric.ed.gov/?id=ED466950>

- Yackel, E. y Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.
- Yang, X., Kaiser, G., König, J. & Blömeke, S. (2019). Professional Noticing of Mathematics Teachers: a Comparative Study Between Germany and China. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(5), 943-963. doi:10.1007/s10763-018-9907-x
- Zhang, M., Lundeberg, M. y Eberhardt, J. (2011). Strategic facilitation of problem-based discussion for teacher professional development. *Journal of the Learning Sciences*, 20(3), 342-394. doi:10.1080/10508406.2011.553258

## ANEXOS

### ANEXO 1: DE LEGISLACIÓN

España. Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo. *Boletín Oficial del Estado*, 4 de octubre de 1990, núm. 238.

España. Ley Orgánica 10/2002, de 23 de diciembre, de Calidad de la Educación. *Boletín Oficial del Estado*, 24 de diciembre de 2002, núm. 307.

España. Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, 4 de mayo de 2006, núm. 106.

España. Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*, 10 de diciembre de 2013, núm. 295.

España. Ley 14/1970, de 4 de agosto, General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa. *Boletín Oficial del Estado*, 6 de agosto de 1970, núm. 187.

España. Real Decreto 1330/1991, de 6 de septiembre, por el que se establecen los aspectos del currículo de la educación infantil. *Boletín Oficial del Estado*, 7 de septiembre de 1991, núm. 215.

España. Real Decreto 1333/1991, de 6 de septiembre, por el que se establece el currículo de la Educación Infantil. *Boletín Oficial del Estado*, 9 de septiembre de 1991, núm. 216.

España. Real Decreto 828/2003, de 27 de junio, por el que se establecen los aspectos educativos básicos de la Educación Preescolar. *Boletín Oficial del Estado*, 1 de julio de 2003, núm. 156.



España. Real Decreto 829/2003, de 27 de junio, por el que se establecen las enseñanzas comunes de la Educación Infantil. *Boletín Oficial del Estado*, 1 de julio de 2003, núm. 156.

España. Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación Infantil. *Boletín Oficial del Estado*, 4 de enero de 2007, núm. 4.

España. Real Decreto 1635/2009, de 30 de octubre, por el que se regulan la admisión de los alumnos en centros públicos y privados concertados, los requisitos que han de cumplir los centros que imparten el primer ciclo de la educación infantil y la atención al alumnado con necesidad específica de apoyo educativo en el ámbito de gestión del Ministerio de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, 3 de noviembre de 2009, núm. 265.

España. Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil. *Boletín Oficial del Estado*, 16 de julio de 2008, núm. 5.

Cataluña. Ley 12/2009, del 10 de julio, de educación. *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, de 16 de julio de 2009, núm. 5422.

Cataluña. Decreto 94/1992, de 28 de abril, por el que se establece la ordenación curricular de la educación infantil. *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, 13 de mayo de 1992, núm. 1593.

Cataluña. Decreto 181/2008, de 9 de setiembre, por el cual se establece la ordenación de las enseñanzas del Segundo ciclo de la Educación Infantil. *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, 16 de setiembre de 2008, núm. 5216.

Cataluña. Decreto 101/2010, de 3 de agosto, por el que se establece la ordenación curricular del Primer ciclo de la Educación Infantil. *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, 5 de agosto de 2010, núm. 5686.

## **ANEXO 2: INDICADORES DE IDONEIDAD DIDÁCTICA DE GODINO (2013)**

### **Idoneidad epistémica**

SP1: *Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación del conocimiento matemático.*

SP2: *Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización).*

L1: *Se usan diferentes tipos de elementos lingüísticos (verbal, gráfico, simbólico...) y se conectan entre sí las diferentes representaciones de un mismo objeto.*

L2: *El nivel del lenguaje que se utiliza es adecuado a los estudiantes.*

L3: *Se contemplan momentos para representar y comunicar las ideas matemáticas a los demás.*

RG1: *Las definiciones, propiedades y procedimientos:*

- *son claros y correctos,*
- *están adaptados al nivel educativo al que se dirigen y,*
- *son fundamentales del tema en cuestión*

RG2: *Se promueve la generación y/o negociación de definiciones, proposiciones o procedimientos.*

A1: *Se promueve el desarrollo del razonamiento y la demostración con situaciones en las que los estudiantes tienen que conjeturar, explicar o justificar enunciados, ideas o acciones matemáticas, así como comprobar sus resultados.*

A2: *Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son correctas y adecuadas al nivel educativo al que se dirigen.*

REL1: *Los objetos matemáticos (problemas, conceptos, representaciones, propiedades, procedimientos y argumentos) se presentan y se trabajan de forma conectada.*

### **Idoneidad cognitiva**

CP1: *Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para llevar a cabo el proceso de e/a.*

CP2: *Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable).*

APEV1: *Se realiza una observación sistemática del progreso cognitivo de los estudiantes.*

APEV2: *Los diversos modos de evaluación indican que éstos logran la apropiación de los conocimientos pretendidos.*

APEV3: *La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia.*

AC1: *Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes.*

### **Idoneidad afectiva**

INN1: *La tarea tiene interés para los estudiantes.*

INN2: *La actividad matemática propuesta permite valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana.*

AE1: *Se promueve la participación en la tarea, la perseverancia y la responsabilidad.*

AE2: *Se promueve la autoestima y la confianza en uno mismo para resolver tareas matemáticas, evitando el miedo o el rechazo a las matemáticas.*

AE3: *Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad: el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.*

AE4: *Se resaltan las cualidades de estética y de precisión de las matemáticas.*

### **Idoneidad interaccional**

IDD1: *El profesor se comunica de forma clara y organizada con sus alumnos.*

IDD2: *El profesor sabe identificar los conflictos de sus alumnos y los resuelve.*

IDD3: *El profesor utiliza diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los estudiantes.*

IDD4: *Se facilita la inclusión de los estudiantes tanto en la dinámica de la clase como en el grupo, evitando la exclusión.*

IDD5: *Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento.*

IeD1: *Se favorece el diálogo y la comunicación entre los estudiantes.*

IeD2: *Los estudiantes tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos.*

IeD3: *Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.*

AM1: *Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio.*

### **Idoneidad mediacional**

RM1: *Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones-problema, elementos lingüísticos, procedimientos, propiedades o argumentos sobre el tema.*

RM2: *Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.*

AU1: *El número y la distribución de los alumnos, así como el aula, permiten llevar a cabo la enseñanza pretendida.*

### **Idoneidad ecológica**

*ADC1: Los contenidos matemáticos, su implementación y su evaluación se corresponden con las directrices curriculares.*

*ADSPV1: Los contenidos matemáticos estudiados contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes.*

*ADSPV2: Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico.*

*INND1: Se incorporan aspectos didácticos innovadores en el proceso de enseñanza y aprendizaje.*

*INND 2: Se utiliza la tecnología (calculadora, ordenador, robots...) en el proceso de e/a.*

*CX1: Se promueven las conexiones entre bloques de contenidos matemáticos diferentes y/o de distinto curso (conexiones intramatemáticas).*

*CX2: Se promueven las conexiones entre las matemáticas y la realidad o entre las matemáticas y otras disciplinas (conexiones extramatemáticas).*

## ANEXO 3: INDICADORES ESPECÍFICOS

### Componentes de idoneidad didáctica

**A:** Argumentos (*faceta epistémica*)

**AC:** Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales (*faceta cognitiva*)

**ADC:** Adaptación al currículo (*faceta ecológica*)

**ADSPV:** Adaptación socio-profesional y cultural y educación en valores (*faceta ecológica*)

**AE:** Actitudes y emociones (*faceta afectiva*)

**AM:** Autonomía (*faceta interaccional*)

**APEV:** Aprendizaje y evaluación formativa (*faceta cognitiva*)

**AU:** Número de alumnos, horario, condiciones del aula y tiempo (*faceta mediacional*)

**CP:** Conocimientos previos (*faceta cognitiva*)

**CX:** Conexiones (*faceta ecológica*)

**IDD:** Interacción docente-discente (*faceta interaccional*)

**IeD:** Interacción entre discentes (*faceta interaccional*)

**INN:** Intereses y necesidades (*faceta afectiva*)

**INND:** Apertura hacia la innovación didáctica (*faceta ecológica*)

**L:** Lenguajes (*faceta epistémica*)

**REL:** Relaciones (*faceta epistémica*)

**RG:** Reglas (*faceta epistémica*)

**RM:** Recursos materiales (*faceta mediacional*)

**SP:** Situaciones-Problema (*faceta epistémica*)

### Conocimientos

**Aae:** Vinculado a la componente AE

**Ainn:** Vinculado a la componente INN

**Cac:** Vinculado a componente AC

**Capev:** Vinculado a la componente APEV

**Ccp:** Vinculado a la componente CP

**COc:** Vinculado al objeto conceptos

**COel:** Vinculado al objeto elementos lingüísticos

**COp:** Vinculado a los procesos

**COpd:** Vinculado al objeto procedimientos

**Ea:** Vinculado a la componente A

**ECadc:** Vinculado a la componente ADC

**ECadspv:** Vinculado a la componente ADSPV

**ECcx:** Vinculado a la componente CX

**ECinnd:** Vinculado a la componente INND

**EI:** Vinculado a la componente L

**Esp:** Vinculado a la componente SP

**Iam:** Vinculado a la componente AM

**Iidd:** Vinculado a la componente IDD

**Iied:** Vinculado a la componente IeD

**Mrm:** Vinculado a la componente RM

### **Conflictos cognitivos**

**CCgFa:** Vinculado a la faceta afectiva

**CCgFc:** Vinculado a la faceta cognitiva

**CCgFe:** Vinculado a la faceta epistémica

**CCgFec:** Vinculado a la faceta ecológica

**CCgFi:** Vinculado a la faceta interaccional

**CCgFm:** Vinculado a la faceta mediacional

**CCgOa:** Vinculado al objeto argumentos

**CCgOc:** Vinculado al objeto conceptos

**CCgOel:** Vinculado al objeto elementos lingüísticos

**CCgOp:** Vinculado a los procesos

**CCgOpd:** Vinculado al objeto procedimientos

**CCgOpp:** Vinculado al objeto propiedades y proposiciones

### **Dificultades competenciales**

**DC:** Dificultad competencial (general) en la valoración de la idoneidad didáctica

**DCa:** En el reconocimiento de los argumentos

**DCc:** En el reconocimiento de los conceptos

**DCel:** En el reconocimiento de los elementos lingüísticos

**DCFa:** En la valoración de la idoneidad afectiva

**DCFc:** En la valoración de la idoneidad cognitiva

**DCFe:** En la valoración de la idoneidad epistémica

**DCFec:** En la valoración de la idoneidad ecológica

**DCFi:** En la valoración de la idoneidad interaccional

**DCp:** En el reconocimiento de los procesos

**DCpd:** En el reconocimiento de los procedimientos

**DCpp:** En el reconocimiento de las propiedades y proposiciones

**DCsp:** En el reconocimiento de las situaciones-problema

## ANEXO 4: TRANSCRIPCIÓN DE LA VIDEOGRABACIÓN

[0:00:22]

### SESIÓN 1

[0:00:22] *Maestra:* ¿A qué juego os gusta más jugar en la clase? -*Los niños levantan las manos.*  
Bright, ¿A qué juego te gusta más jugar?

*Bright:* A coches

*Maestra:* ¿Quién más? Mariam...

*Mariam:* A la peluquería.

*Maestra:* ¡Muy bien! Cristina, ¿A qué juego te gusta jugar?

*Cristina:* A castillos.

*Maestra:* Adrián, ¿A qué juego te gusta más jugar?

*Adrián:* A coches.

*Maestra:* A coches. ¿Quién más? Yasmin...

*Yasmin:* A médicos.

*Maestra:* Muy bien. ¿Y a Júlia?

*Júlia:* A la peluquería.

*Maestra:* Muy bien. ¿Y a Inés?

*Inés:* A la peluquería.

*Maestra:* ¿Y a Irupé?

*Irupé:* A los castillos que se hacen con tubos.

*Maestra:* Muy bien. ¿Y a Mohammed? Mohammed, di.

*Mohammed:* A puzzles.

*Maestra:* ¡Muy bien!

[0:01:32]

### FIN SESIÓN 1

[0:01:33]

### SESIÓN 2

[0:1:37] *Maestra:* Vamos a ver cuáles son los juegos que más os gustan a la clase de “Els Castells”.  
¿Cómo sabremos qué juegos son los que os gustan? Fijaos, tenemos una tira de papel con los juegos que dijisteis el otro día, con los cinco juegos que dijisteis que más os gustaban. ¿Qué haremos? Si a mí me gusta jugar a castillos, recortaré los



castillos y, sin que nadie lo vea, lo pondré dentro del bote. ¿De acuerdo? ¿Lo probamos? A ver. Y así sabremos cuál es el juego que más nos gusta. ¿Sí? ¡Venga, vamos a repartir! Coges uno y lo pasas. - *Se dirige al primer niño que está sentado.* - Coges uno... - *Un niño se levanta.* - No, no, no. Siéntate. Coges uno y pasas todos los otros. ¿Coges uno? Muy bien. Tijeras, de la misma forma. Coges una y pasas las demás.

*Maestra:* Quién lo sepa, ya puede empezar a recortar y a ponerlo en el bote.

*Los niños recortan el juego que más les gusta.*

[0:3:15] *Maestra:* Mariam, Mariam... Sin que nadie nos vea. Por favor, Rosa, pasa las tijeras a Mohammed.

*Se pasan las tijeras y siguen recortando.*

[0:3:43] *Maestra:* Lo que sobre, lo ponemos en una montaña. ¿Quién lo tiene? Podemos guardar... Inés, pasa a recogerlo.

*Niño:* Laia, ya está.

*Maestra:* Muy bien, Juan te lo recoge.

*Los niños siguen recortando. Inés va recogiendo los votos.*

[0:4:37] *Maestra:* ¡Escóndetelo Mohammed, escóndetelo!

[0:4:50] *Maestra:* Espera, que Anas aun recorta. Mohammed ya ha recortado.

*Mohammed:* ¿Dónde se deja eso?

*Maestra:* Aquí encima, las que sobran aquí. Quién haya acabado de recortar se lo dice a Inés.

*Anas:* Laia, se han roto... - *Se refiere a las tijeras.*

*Maestra:* A la papelera.

*Los niños siguen recortando. Inés va recogiendo la imagen que cada niño ha elegido.*

[0:7:30]

**CAMBIO DE ESCENA**

*Tres niños están de pie delante de la pizarra y, el resto, sentados en el suelo enfrente de la pizarra. La maestra está de pie detrás de los niños que están sentados.*

[0:7:30] *Maestra:* Atención, lo que haremos ahora es saber cuál es el juego más votado, ¿sí? Cuál es el juego que más os gusta a la clase de “Els Castells”. Ares será la azafata y sujetará el bote con los votos. Mariam, las cogerá, les pondrá la cola y Martí será el encargado de colocar, uno al lado del otro, al juego que toca. ¿De acuerdo? ¡Vamos Mariam, puedes empezar! Tienes que decirlo en voz alta. -*Mariam coge un voto.*

*Maestra:* ¿Qué es esto? ¿Qué juego es?

*Mariam:* Peluquería...

*Maestra:* Peluquería, ¡un voto! ¡Ay, ay, ay...! ¿Cuál os parece que ganará?

*Inés:* ¡La peluquería!

*Maestra:* A Inés le parece ... Tú ves haciendo, Mariam. A Inés le parece que ganará la peluquería.

*Martí:* Solo lo he hecho en un lado...

*Niño1:* ¡Pues a mí también!

*Niño2:* ¡Yo peluquería!

*Niño3:* ¡Pues yo coches!

*Bright:* Yo coches.

*Maestra:* Bright, ¿tú prevés que ganará coches?

*Bright:* Sí.

*Maestra:* ¿Y Cristina?

*Cristina:* La peluquería.

*Maestra:* ¿Y Anas? ¿Qué ganará?

*Anas:* Coches...

*Maestra:* Coches. Y Júlia, ¿qué dice?

*Júlia:* Peluquería.

*Maestra:* ¿Y Juan?

*Juan:* Peluquería.

*Maestra:* Peluquería y uno, coches. Y tú, Mohammed, ¿qué dices?

*Mohammed:* Peluquería.

*Maestra:* ¿También peluquería? ¿Y Rosa?

*Rosa:* Peluquería.

*Maestra:* ¿Todos dicen peluquería menos Bright que dice coches? Anas también ha dicho coches... Y Juan, ¿qué ha dicho? También peluquería... a ver... en este momento tenemos tres peluquerías. -*Se refiere a los votos que han leído hasta ese momento.*

*Inés:* ¡No, cuatro!

*Maestra:* ¡Cuatro peluquerías!

*Niños:* ¡Alaaaaa!

*Maestra:* ¡Ay, ay, ay...!

*Niños:* Es coches...

*Maestra:* ¡Éxito asegurado, la peluquería! ¿Cuál es ahora? Mira Bright, mira qué dice Mariam... Ahora no es peluquería, ¿qué es Mariam?

*Mariam:* Coches.

*Maestra:* Coches.

*Niños:* ¡Dos, dos!

*Maestra:* ¡Ay, ay, ay...!

*Niños:* ¡Todos no, todos no!

*Maestra:* ¿Y ahora, Mariam? ¿Cuál tienes ahora?

*Mariam:* Peluquería. -*Los niños aplauden.*

*Mariam:* Médicos.

*Maestra:* Médicos.

*Voces de niños:* Coches, coches, peluquería...

*Mariam:* Ahora coches.

*Niños:* ¡Bien!

*Anas:* Nosotros dos...

*Bright:* Nosotros cinco...

*Mariam:* Ahora coches.

*Bright:* Tres.

*Mariam:* Peluquería.

*Inés:* Ahora tenemos cuatro...

*Martí:* Seis.

*Niños:* ¡No, no, no!

*Mariam:* Coches.

*Voz 1 niño:* Ahora está ganando...

*Mohammed:* No, está ganando la peluquería.

*Maestra:* ¿Cómo lo sabes Mohammed? ¿Cómo sabes que ganará la peluquería?

*Mohammed:* Porque casi está llegando.

*Maestra:* ¿Casi está llegando al final? ¿Hay más?

*Voz 2 niño:* ¡Coches, ahora coches! – A continuación, *los otros niños gritan “coches” y “peluquería”.*

*Mariam:* Peluquería.

*Juan:* Ahora falta el último.

*Mariam:* Castillo de tubos.

*Niños:* ¡Oh!

*Martí:* ¡Cristina...!

*Maestra:* No se sabe quién ha votado, no se sabe, era una votación anónima.

*Maestra:* Vamos a ver Ares, comprueba que no queda ningún voto. Fíjate Bright como comprueba que no hay ningún voto más.

*Maestra:* A ver, a ver, Martí, ¿qué nos explicas? De este gráfico, de esta representación que acabamos de hacer, ¿qué puedes deducir Martí?

*Martí:* Que hay siete de la peluquería.

*Maestra:* ¿Siete de la peluquería? ¡Toma! ¿Qué más? ¿Qué más nos explicas?

*Martí:* Que tres de los coches, que uno de los médicos y uno de los tubos.

*Maestra:* Muy bien...

*Niños:* ¡Sí, muy bien! ¡Hemos ganado!

*Maestra:* Muy bien, vamos a ver. Vamos a hacer el recuento, Martí. ¡Vamos!

*Niños:* ¡Sí, sí! -*Los niños se levantan.*

*Maestra:* ¡Sentaos, sentaos! Si no, Martí no podrá escribir. Martí, vamos a hacer el recuento. Tienes que apuntar al final de todo... A la derecha... - *El niño va señalando.* -Aquí cuanta gente ha votado peluquería. Vamos a hacer el recuento, Martí. ¿Cuánta gente ha votado peluquería? -*Martí señala los coches.*

*Maestra:* No, la peluquería Martí. Bright, siéntate, si no, no lo vemos.

*Martí:* Siete.

*Maestra:* ¿Seguro? ¿Tan rápido has contado? A ver, vuelve a contar.

*Martí:* uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete.

*Maestra:* Vale, pues escribe siete, bien grande. Que lo veamos.

*Inés:* Siete personas.

*Maestra:* Siete niños o niñas de la clase de “Els Castells” han votado la peluquería. Muy bien. Coches. ¿Cuántos niños han votado coches?

*Martí:* Tres. -*Martí escribe 3.*

*Maestra:* Muy bien. ¿Cuántos han votado médicos?

*Bright:* ¡Quiero que gane coches!

*Martí:* Uno.

*Maestra:* Uno. -*Martí escribe 1 en “médicos” y 1, en “castillos”. Se salta puzles.* - Castillos uno. ¿Y puzles?

*Martí:* Cero.

*Maestra:* Cero. Muy bien. Atención, escuchad: ¿cuál es el juego que más gusta a la clase de “Els Castells”?

*Mohammed:* Yo, peluquería. -*Y los otros niños van diciendo lo que ha votado cada uno.*

*Maestra:* No, no pregunto el de cada uno. Digo, ¿qué ha salido en general? ¿Qué ha ganado?

*Martí:* La peluquería.

*Inés:* La peluquería.

*Maestra:* Muy bien. Después de la peluquería, ¿cuál es el juego más votado? -*Martí señala “castillos”.* - Después de la peluquería, ¿cuál es el juego que más ha votado la gente?

*Los niños se agrupan delante del pictograma y señalan las imágenes. Martí señala los coches.*

*Maestra:* Cristina, siéntate; si no, no lo vemos. Sentaos todos.

*Maestra:* Ares, ayuda tú también a Martí y a Mariam. ¿Cuál es el juego más votado después de la peluquería?

*Martí:* Los coches.

[0:14:32]

### ***CAMBIO DE ESCENA***

*Muestran el pictograma.*

[0:14:33] *Maestra:* Muy bien. Aquí... si no, no vemos el gráfico. Vale.

[0:14:38]

### ***FIN SESIÓN 2***

[0:14:39]

### ***SESIÓN 3. PARTE 1***

*Los niños están sentados en el suelo delante del pictograma.*

[0:14:39] *Maestra*: A ver, ¿cuánta gente votó la peluquería? ¿Cuántos votaron la peluquería?

*Niños*: Siete.

*Maestra*: Siete. ¿Cuánta gente votó coches?

*Niños*: Tres.

*Maestra*: ¿Cuánta gente votó a médicos?

*Niños*: Uno.

*Maestra*: ¿Y puzles?

*Niños*: Cero.

*Maestra*: ¿Qué significa cero?

*Niños*: Nadie. -*Una niña representa el número cero con los dedos.*

*Maestra*: Ningún niño ni niña votó puzles. ¿Y cuánta gente votó castillos?

*Niños*: Uno.

*Maestra*: Uno, muy bien.

[0:15:09]

### **CAMBIO DE ESCENA**

*Los niños están de pie.*

[0:15:09] *Maestra*: Os intentáis organizar por filas pensando que debe haber siete niños y niñas a la peluquería, tres a los coches, cero a los puzles, uno a los castillos, uno al médico... ¡Vamos, organizaros!

*Los niños se agrupan por modalidades, pero no hacen filas.*

[0:15:41] *Mohammed (fila de la peluquería)*: Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis. Somos seis...

*Maestra*: Pero las filas así, hacia aquí, como si hicierais así una fila.

*Voz 3 de niño*: Al lado de la peluquería.

*Júlia (fila de la peluquería)*: Moveos hacia allá.

*Maestra*: Filas así, por favor, que veamos bien el largo.

*Voz 4 niño*: ¿Así?

*Maestra*: Así, vamos.

*Mohammed (fila de la peluquería)*: Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis. - *Otros niños de la fila lo comprueban.*

*Bright (fila de los coches)*: Solo dos... -*Deberían ser tres.*

*Mohammed (fila de la peluquería):* Somos seis.

*Maestra:* A ver cuánto nos cuesta organizarnos.

*Mohammed (fila de la peluquería):* Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis. - *Él es el que hace seis de la fila; no cuenta a la niña que hace siete.*

[0:16:25] *Maestra:* Aquí hay un error porque en los médicos no hay nadie, en los castillos dos, en los coches dos... aquí hay algo que falla.

*Anas:* A los coches falta uno.

*Maestra:* Falta uno a los coches. Mariam... -*Mariam se cambia de fila.*

*Martí:* ¡Y aquí falta ...!

*Maestra:* ¡Adrián, tú quieto a los castillos!

*Martí:* Ya somos siete.

*Maestra:* ¡Ah! ¿Y a los médicos?

*Martí:* Mariam, a los médicos...

*Voz 5 niño:* ¿Y Yasmin? -*Yasmin y Rosa no están en ninguna fila.*

*Mohammed:* Hay un fallo. -*Otro niño se cambia de fila.*

*Maestra:* Pero, si tú te vas, ¿qué pasará ahora?

*Anas:* Dos.

*Maestra:* Yasmin, ¿dónde te colocarás, a ver? No Bright... si te vas... ¿dónde te colocas?  
¿Aquí? Vale. Yasmin, a ver, ¿dónde vas tú?

*Yasmin:* A los médicos.

*Maestra:* ¡Muy bien!

*Voz 6 niño:* ¿Y Rosa?

*Maestra:* Vamos a ver las filas, bien rectas. Todos debéis empezar en el mismo lugar... fila bien recta. Bright, a la altura de Adrián. -*Es la fila de los coches y se mueven de lado.*  
- Más adelante, más adelante. -*Siguen desplazándose hacia el lado y la maestra interviene moviéndola ella misma.* - ¿Y nadie se ha colocado en los puzles?

*Voz 7 niño:* Cero.

*Maestra:* ¿Cero? ¡Ah! Vale, vale... así. ¿Qué fila es la más larga?

*Martí (fila de la peluquería):* Esta. -*Se refiere a la de la peluquería.*

*Maestra:* ¿Por qué?

*Martí (fila de la peluquería):* Porque somos siete.

*Mohammed (fila de la peluquería):* ¡No, somos seis!

*Niños:* ¡Siete!

*Mohammed (fila de la peluquería):* ¡Ah, sí, somos siete! -*Alguien cuenta de fondo.*

*Maestra:* Y, ¿por qué es más larga la fila de la peluquería?

*Irupé:* Porque votaron más.

*Maestra:* ¡Ah, muy bien! Y después de la del siete de la peluquería, ¿cuál es la más larga, después de la peluquería?

*Cristina:* Los coches.

*Maestra:* ¡Muy bien Cristina! ¿Cuántos sois en los coches?

*Niños (de la fila de los coches):* Tres.

*Maestra:* Y los que quedaron empatados, ¿cuáles son?

*Niños:* Los médicos.

*Niños:* Los castillos de tubos.

*Maestra:* ¡Muy bien! Por tanto, lo que más votaron, más, más, más, más en la clase de “Els Castells”, ¿qué fue?

*Niños:* La peluquería.

*Maestra:* ¿Y lo que menos votaron en la clase? ¿qué fue? Menos...

*Niños:* Puzles.

*Maestra:* ¡Muy bien! Que votaron... ¿cuántas personas votaron puzles?

*Niños:* Cero.

*Maestra:* Cero, nadie votó puzles.

[0:19:11]

### ***FIN SESIÓN 3. PARTE 1***

[0:19:12]

### ***SESIÓN 3. PARTE 2***

*La maestra y los niños están sentados en el suelo con las piezas de Lego.*

[0:19:12] *Maestra:* Ahora construiremos castillos, ¿vale? Construiremos castillos de la gente que votó los médicos, de la gente que votó la peluquería, de la gente que votó castillos, de los coches y de los puzles, ¿vale? Los médicos los haremos con piezas azules, la peluquería con rojas, castillos en amarillo, coches en verde, ¿vale? Vamos... Mohammed, construye un castillo de médicos. ¿Cuántas piezas necesitarás?

*Mohammed:* Una.

*Maestra:* Muy bien. Vamos, pues lo colocamos aquí. Una pieza a los médicos, ¡muy bien! Ahora la de los castillos. ¿Cuántas piezas necesitarás? -*El niño lo hace.* - ¡Muy bien! Coches, Mariam, de color verde. ¿Cuántas piezas necesitarás?

*Mariam:* Tres.



*Maestra:* Va, Mariam. *-Mariam coge una pieza azul. - Verde hemos dicho, ¿esto es verde?  
-Mariam no hace torres, sino que pone las piezas una al lado de la otra. - Castillos,  
Mariam, haz castillos.*

*Mariam:* Tres.

*Maestra:* Muy bien. Júlia, peluquería en rojo. *-Lo hace.*

*Voz 8 niño:* Te has pasado...

*Maestra:* ¿Se ha pasado? ¿Cuántas piezas tiene que haber?

*Niños:* Siete.

*Maestra:* A ver, ayudémosla a contar. Júlia, a ver, cuéntalas, cariño.

*Niños:* Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete. *-Júlia tiene en la mano una pieza que va a  
colocar.*

*Maestra:* Y esta que pones, si pones una más, ¿cuántas habrán?

*Júlia:* Ocho. *-Júlia deja la pieza.*

*Maestra:* Entonces, ¿la tienes que poner o no?

*Júlia:* No.

*Maestra:* Muy bien. ¿Y en los puzles? ¿Cuántas piezas pondremos?

*Niños:* Cero.

*Maestra:* Juan, ¿cuántas piezas colocaremos en los puzles?

*Juan:* Cero.

*Maestra:* Cero. Por tanto, ¿qué haremos con estas piezas de aquí? ¿Nos hacen falta estas  
piezas?

*Niños:* No.

*Maestra:* Nos sobran, ¿verdad? Pues las ponemos aquí. *-Bright también coge las piezas de  
las torres.*

*Maestra:* No, éstas no, Bright... Sobran Mohammed, ¿seguro? *-Mohammed asiente.*

*Maestra:* ¿Por qué ibas a sacarlas éstas Bright? Éstas nos dicen las que hemos puesto,  
¿no? ¿Vale? Muy bien. ¿Qué vemos aquí? ¿Qué vemos? Martí, explícanos que  
ves aquí. ¿Qué ves?

*Martí:* Que ha ganado la peluquería.

*Maestra:* Ha ganado la peluquería. ¿Y antes? Cuando hemos hecho las filas de los niños  
y niñas, ¿también había ganado la peluquería?

*Niños:* Sí.

*Maestra:* Sí, ¿eh? Y aquí también ha ganado la peluquería. ¿Qué lo vemos más claro así  
Juan, que la peluquería ha ganado? *-Los niños asienten.*

*Maestra:* ¿Sí? Irupé, ¿cómo lo ves tú?

*Irupé:* Bien.

*Maestra:* ¿Sí? ¿Y quién ha perdido? ¿A quién no han votado?

*Niños:* Los puzles.

*Maestra:* Los puzles, no los ha votado nadie. Cero votos. ¿Y quiénes han quedado empatados a una pieza?

*Voz 9 niño:* ¡Médicos!

*Maestra:* ¿Con quién?

*Voz 10 niño:* Con castillos.

*Maestra:* Con castillos, muy bien. Entonces, ¿qué podemos decir con esto? El juego que más gusta a la clase de “Els Castells” es...

*Niños:* ¡La peluquería!

*Maestra:* ¡Muy bien, perfecto!

[0:22:59]

***FIN SESIÓN 3. PARTE 2.***

[0:23:00] *No hay diálogo. Solo se muestran algunas representaciones de los niños realizadas en la SESIÓN 4 del proceso de e/a.*

[0:23:14]

***FIN***

