

A nivel numérico, las diferencias entre alcanzar un régimen laminar o uno oscilatorio que hemos observado en la Figura 4.22, se observan en las Tablas 4.12 y 4.13. El valor de  $p$ , al utilizar el esquema numérico SMART, se tiene que encontrar entre 1 y 3 y, por lo tanto, podemos observar que esto se produce en gran medida en el caso en que se alcanza el régimen laminar y en cambio no se cumple en el caso en que se alcanza el régimen periódico. Comentar además, que en los valores de  $GCI$  se observa, en el segundo caso, el comportamiento oscilatorio que tiene el acercamiento hacia la solución convergida.

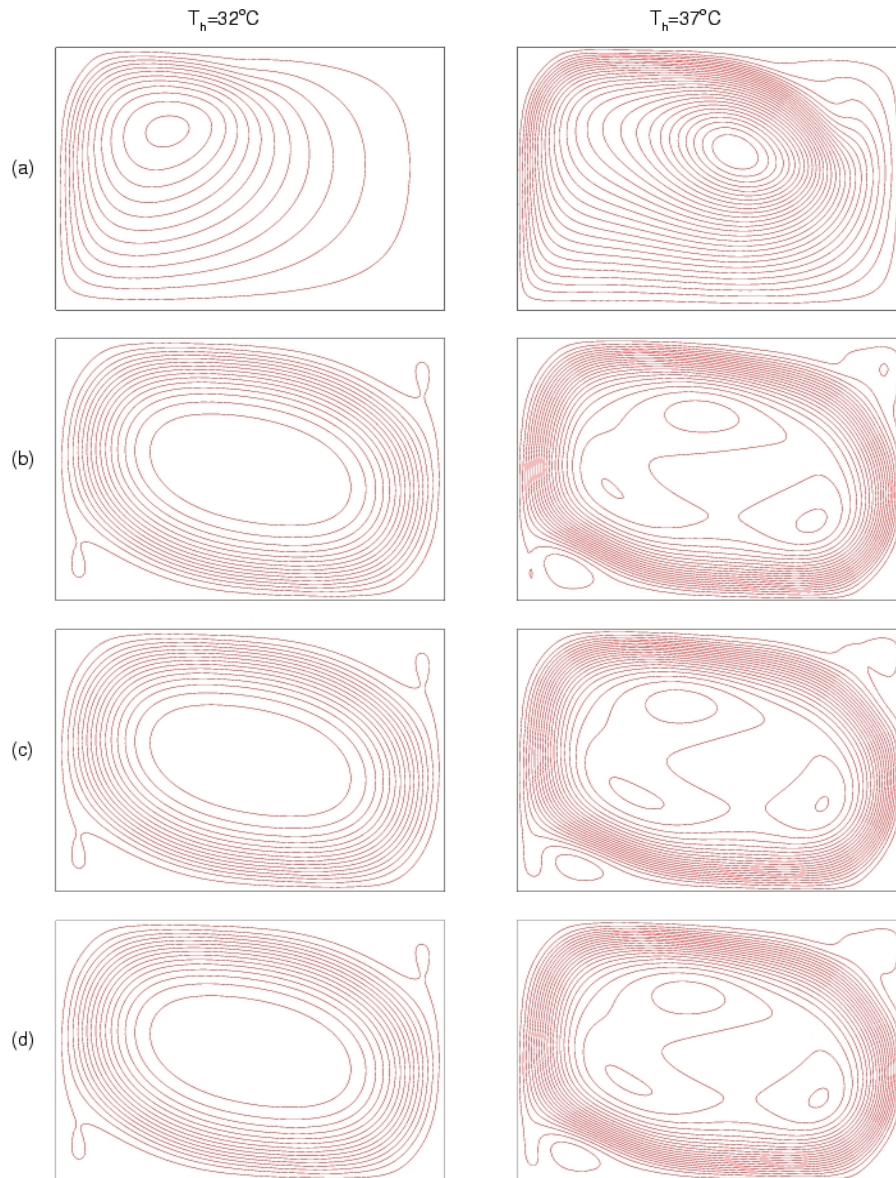
U*=U/1						
grid	$Rn$	$Cn$	$On$	$p$	$GCI^*$	$e_D^*$
$n_3/n_2/n_1$	[%]	[%]	[%]		[%]	[%]
m1 m2 m3	40	0	60	3.5	$2.5 \cdot 10^{-4}$	$8.1 \cdot 10^{-4}$
m2 m3 m4	86	0	14	2.2	$2.9 \cdot 10^{-4}$	–
V*=V/1						
grid	$Rn$	$Cn$	$On$	$p$	$GCI^*$	$e_D^*$
$n_3/n_2/n_1$	[%]	[%]	[%]		[%]	[%]
m1 m2 m3	62	0	38	2.8	$5.6 \cdot 10^{-4}$	$5.5 \cdot 10^{-4}$
m2 m3 m4	88	0	12	2.1	$2.4 \cdot 10^{-4}$	–
P*=P/1						
grid	$Rn$	$Cn$	$On$	$p$	$GCI^*$	$e_D^*$
$n_3/n_2/n_1$	[%]	[%]	[%]		[%]	[%]
m1 m2 m3	100	0	0	1.0	$5.1 \cdot 10^0$	$2.0 \cdot 10^0$
m2 m3 m4	100	0	0	1.0	$2.4 \cdot 10^0$	–
T*=T/1						
grid	$Rn$	$Cn$	$On$	$p$	$GCI^*$	$e_D^*$
$n_3/n_2/n_1$	[%]	[%]	[%]		[%]	[%]
m1 m2 m3	56	0	44	4.1	$1.6 \cdot 10^{-3}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$
m2 m3 m4	86	0	14	1.6	$2.0 \cdot 10^{-3}$	–

**Tabla 4.12:** Estudio de convergencia en un caso en que régimen laminar: temperatura de la pared caliente  $30^\circ\text{C}$  y relación de caja 2.0

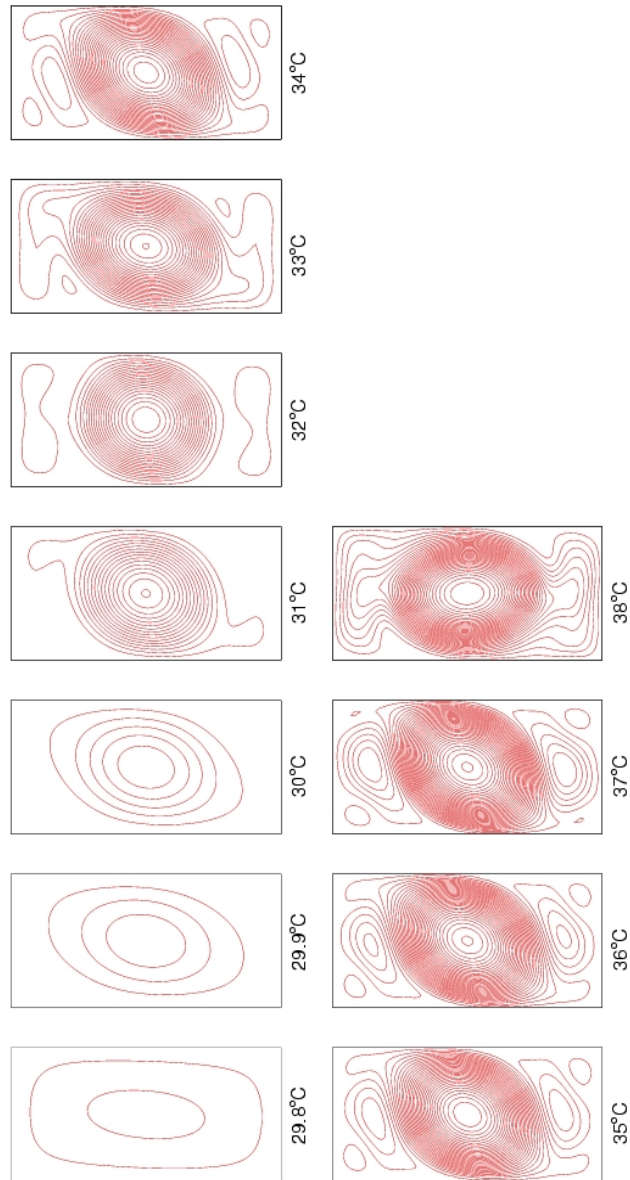
U*=U/1						
grid	<i>Rn</i>	<i>Cn</i>	<i>On</i>	<i>p</i>	<i>GCI*</i>	<i>e<sub>D</sub>*</i>
<i>n<sub>3</sub>/n<sub>2</sub>/n<sub>1</sub></i>	[%]	[%]	[%]		[%]	[%]
m1 m2 m3	48	0	52	2.3	$1.7 \cdot 10^{-2}$	$2.6 \cdot 10^{-2}$
m2 m3 m4	39	0	61	0.6	$6.1 \cdot 10^{-2}$	–
V*=V/1						
grid	<i>Rn</i>	<i>Cn</i>	<i>On</i>	<i>p</i>	<i>GCI*</i>	<i>e<sub>D</sub>*</i>
<i>n<sub>3</sub>/n<sub>2</sub>/n<sub>1</sub></i>	[%]	[%]	[%]		[%]	[%]
m1 m2 m3	64	0	36	1.6	$1.5 \cdot 10^{-2}$	$1.7 \cdot 10^{-2}$
m2 m3 m4	42	0	58	-0.1	$2.3 \cdot 10^{-1}$	–
P*=P/1						
grid	<i>Rn</i>	<i>Cn</i>	<i>On</i>	<i>p</i>	<i>GCI*</i>	<i>e<sub>D</sub>*</i>
<i>n<sub>3</sub>/n<sub>2</sub>/n<sub>1</sub></i>	[%]	[%]	[%]		[%]	[%]
m1 m2 m3	10	0	90	2.7	$4.3 \cdot 10^{-1}$	$4.2 \cdot 10^0$
m2 m3 m4	97	0	3	-1.0	$1.0 \cdot 10^1$	–
T*=T/1						
grid	<i>Rn</i>	<i>Cn</i>	<i>On</i>	<i>p</i>	<i>GCI*</i>	<i>e<sub>D</sub>*</i>
<i>n<sub>3</sub>/n<sub>2</sub>/n<sub>1</sub></i>	[%]	[%]	[%]		[%]	[%]
m1 m2 m3	77	0	23	1.5	$2.1 \cdot 10^0$	$1.7 \cdot 10^0$
m2 m3 m4	47	0	53	0.3	$9.5 \cdot 10^0$	–

**Tabla 4.13:** Estudio de convergencia en un caso en que el material de cambio de fase se encuentra en estado líquido en todo el estudio y se alcanza un régimen periódico: temperatura de la pared caliente 33°C y relación de caja 2.0

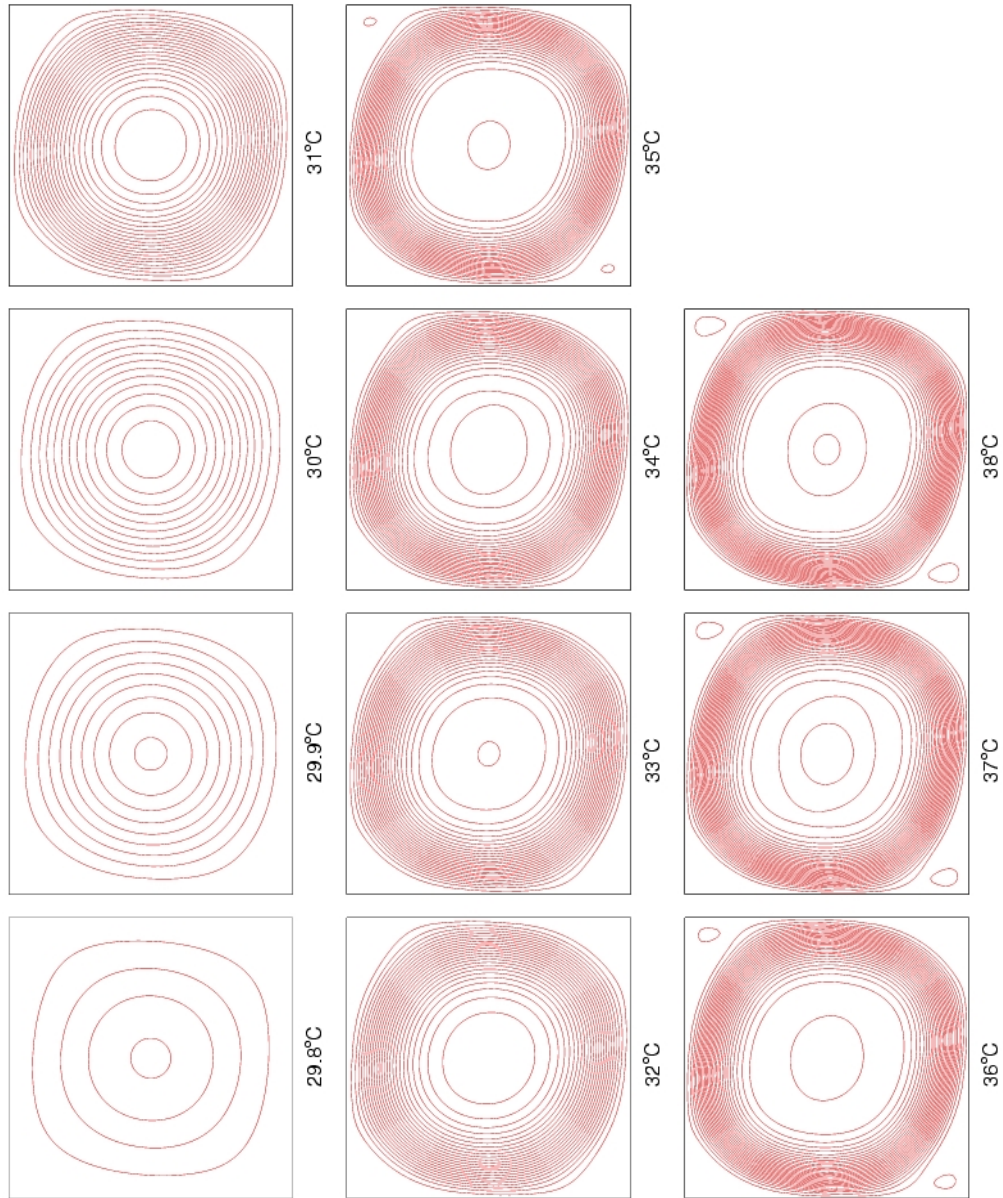
A continuación vamos a representar gráficamente las líneas de corriente en un caso de régimen laminar y uno de periódico. Con tal efecto, se ha escogido la relación de caja 0.667 con una temperatura de la pared caliente de 32°C (caso laminar) y otra de 37°C (caso periódico) (ver Figura 4.23). Observamos la aparición de unos bucles de convección en el caso en que la temperatura es superior. Esto nos hace pensar en la relación existente entre estos bucles de convección con el hecho de que el flujo presente un comportamiento laminar o periódico, por lo que nos fijaremos en un instante de tiempo, por ejemplo, cuando han pasado 19 minutos, y representaremos las líneas de corriente para cada uno de los diferentes valores de  $T_h$  que hemos utilizado para cada uno de los diferentes valores de relación de aspecto (ver Figuras 4.24, 4.25, 4.26 y 4.27).



**Figura 4.23:** Líneas de corriente cuando la relación de aspecto es de 0.667 y la temperatura de la pared caliente es de  $32^\circ\text{C}$  a la izquierda y de  $37^\circ\text{C}$  a la derecha en diferentes instantes de tiempo: (a) 10 segundos, (b) 5 minutos, (c) 10 minutos y (d) 19 minutos

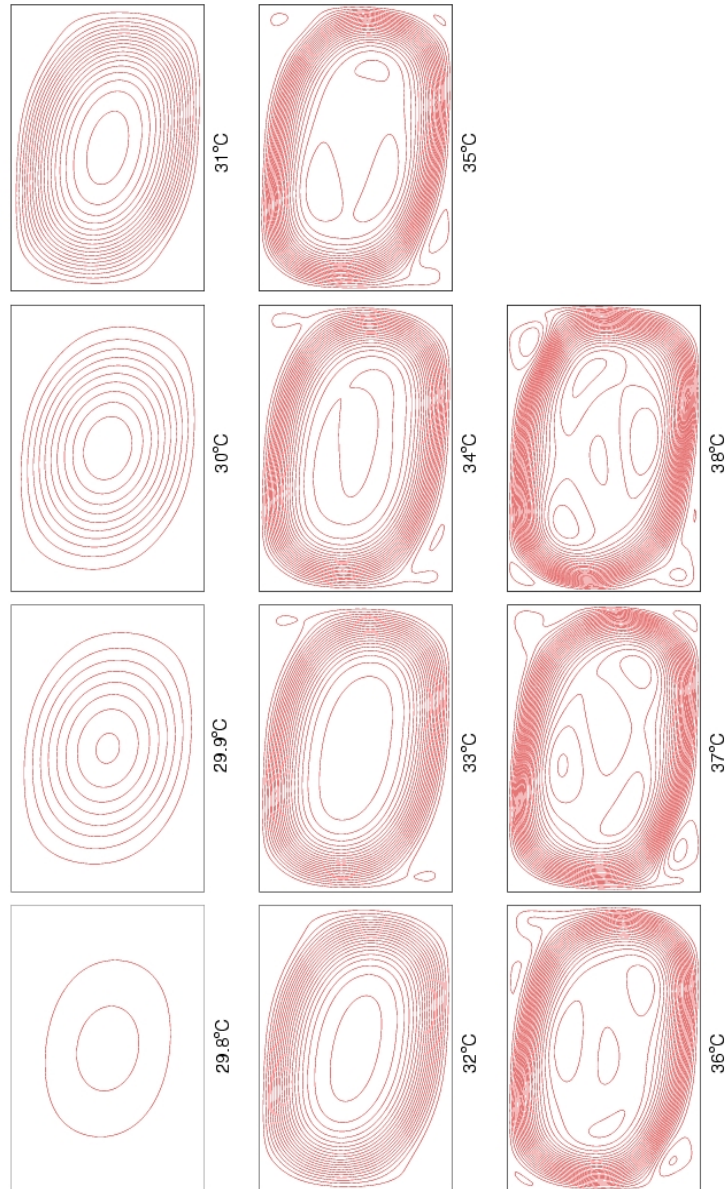


**Figura 4.24:** Líneas de corriente cuando la relación de aspecto es de 2.0 cuando han pasado 19 minutos

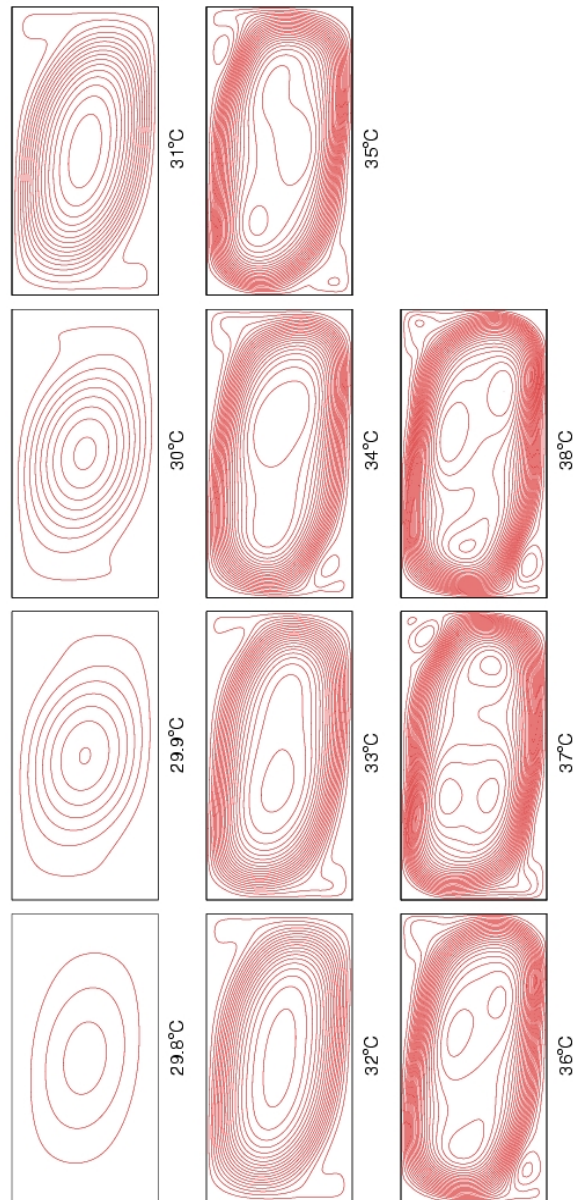


**Figura 4.25:** Líneas de corriente cuando la relación de aspecto es de 1.0 cuando han pasado 19 minutos



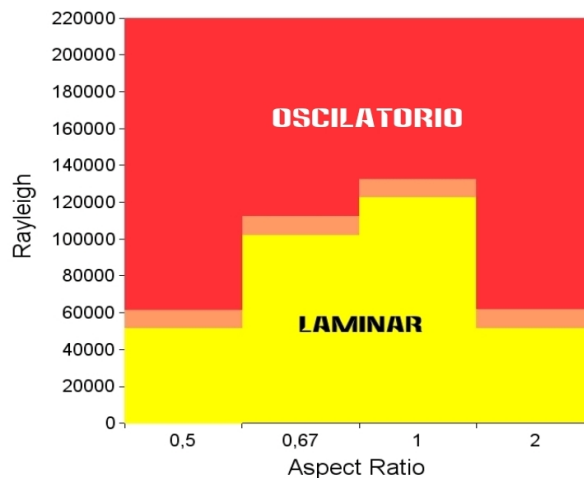


**Figura 4.26:** Líneas de corriente cuando la relación de aspecto es de 0.667 cuando han pasado 19 minutos



**Figura 4.27:** Líneas de corriente cuando la relación de aspecto es de 0.5 cuando han pasado 19 minutos

Así pues, en función de estas últimas figuras y de la observación del comportamiento de determinadas variables, podemos realizar el gráfico 4.28 donde se observa para cada uno de los diferentes casos estudiados el límite entre régimen laminar y el oscilatorio. Comentar que para cuando la relación de caja es la unidad para la malla de discretización más fina no se producen movimientos oscilatorios en el fluido (ver Figura 4.25), pero para mallas de discretización más bastas estos sí se producen.



**Figura 4.28:** Casos de régimen laminar o régimen laminar oscilatorio en función del número de Rayleigh y la relación de aspecto

Finalmente, comentar que cuando se utilizan esquemas numéricos de bajo orden, este problema no aparece, pues estos esquemas no resuelven tan bien los movimientos convectivos en el fluido.

Como conclusión podemos decir que, cuando estudiemos un caso en que se produzca la fenomenología del cambio de fase, en muchos casos, en función de la relación de caja de la fase líquida, es muy probable que el comportamiento del flujo sea periódico y por lo tanto, se debe tener en cuenta a la hora de utilizar las herramientas de verificación y validación del código numérico.

## 4.6 Caso con cambio de fase: resolución sin subdominios

Este caso ya lo habíamos estudiado en el capítulo anterior. Lo que trataremos es de comprobar que las modificaciones introducidas en el código para posibilitar la



resolución de la fenomenología del cambio de fase sólido-líquido con la utilización de subdominios se han hecho correctamente. Además de las modificaciones necesarias para resolver estos casos, se ha introducido una modificación adicional: en aquellos volúmenes de control que son sólidos la velocidad se ha fijado a cero.

En primer lugar hemos comprobado que no se producen variaciones importantes en los valores de las variables cuando se fijan la velocidad a cero, tanto para el esquema *Upwind* como para el *SMART*. Esto se ve reflejado en la Tabla 4.14.

UDS					
tiempo	U	V	T	$f_l$	P
300	$3.42 \cdot 10^{-17}$	$2.65 \cdot 10^{-17}$	$2.04 \cdot 10^{-13}$	$1.00 \cdot 10^{-13}$	$1.38 \cdot 10^{-14}$
480	$1.19 \cdot 10^{-17}$	$1.10 \cdot 10^{-17}$	$1.29 \cdot 10^{-13}$	$1.62 \cdot 10^{-13}$	$6.51 \cdot 10^{-15}$
600	$1.07 \cdot 10^{-17}$	$1.31 \cdot 10^{-17}$	$1.04 \cdot 10^{-13}$	$1.76 \cdot 10^{-13}$	$6.47 \cdot 10^{-15}$
720	$2.21 \cdot 10^{-15}$	$1.28 \cdot 10^{-15}$	$7.75 \cdot 10^{-13}$	$2.58 \cdot 10^{-13}$	$2.53 \cdot 10^{-13}$
1140	$1.70 \cdot 10^{-17}$	$1.10 \cdot 10^{-17}$	$3.35 \cdot 10^{-14}$	$1.96 \cdot 10^{-13}$	$4.13 \cdot 10^{-15}$
SMART					
tiempo	U	V	T	$f_l$	P
300	$1.36 \cdot 10^{-17}$	$2.26 \cdot 10^{-17}$	$2.03 \cdot 10^{-17}$	$9.41 \cdot 10^{-14}$	$1.12 \cdot 10^{-14}$
480	$2.12 \cdot 10^{-17}$	$1.84 \cdot 10^{-17}$	$1.28 \cdot 10^{-13}$	$1.38 \cdot 10^{-13}$	$5.47 \cdot 10^{-15}$
600	$3.48 \cdot 10^{-17}$	$3.45 \cdot 10^{-17}$	$1.19 \cdot 10^{-13}$	$1.61 \cdot 10^{-13}$	$1.71 \cdot 10^{-14}$
720	$5.30 \cdot 10^{-17}$	$5.11 \cdot 10^{-17}$	$8.55 \cdot 10^{-14}$	$1.58 \cdot 10^{-13}$	$1.02 \cdot 10^{-14}$
1140	$8.00 \cdot 10^{-17}$	$6.63 \cdot 10^{-17}$	$3.27 \cdot 10^{-14}$	$1.20 \cdot 10^{-13}$	$7.27 \cdot 10^{-15}$

**Tabla 4.14:** Variación mapas escalares y vectoriales en diferentes instantes de tiempo estudiados

En esta tabla comprobamos que la máxima diferencia en los mapas de velocidades, temperatura, fracción líquida y presión, en los diferentes instantes de tiempo analizados es del orden de  $10^{-13}$  que es más que aceptable. Por otra parte, en la Tabla 4.15, observamos que tampoco se producen diferencias importantes en los parámetros globales  $Nu$  y  $FL$  así como en el número de iteraciones totales  $ite$  ni en el tiempo computacional,  $cpu$ .

Dado que el tiempo de  $cpu$  necesario para resolver este caso es inferior en el caso en que fijo la velocidad a cero, a partir de este momento, utilizaremos este supuesto para todos los casos que ejecutemos.

En las Tablas 4.16 y 4.17 aparecen diferentes casos que se han estudiado, en la primera manteniendo fijo el número de pasos temporales y doblando el número de volúmenes de control y en la segunda manteniendo constante el número de volúmenes de control y doblando el número de incrementos de tiempo. Los resultados que

	FIJO VELOCIDAD A 0	Nu	FL	ite	cpu
UDS	si	0.329216	0.625531	127181	67.6892
	no	0.329216	0.625531	127181	68.8443
SMART	si	0.340453	0.624165	151131	85.2360
	no	0.340453	0.624165	151131	88.8325

**Tabla 4.15:** Valor del número de Nusselt, fracción líquida en el dominio, número de iteraciones totales y tiempo de cpu si fijo o no fijo la velocidad a cero en aquellos volúmenes de control que son sólidos, para los esquemas *Upwind* y *SMART*

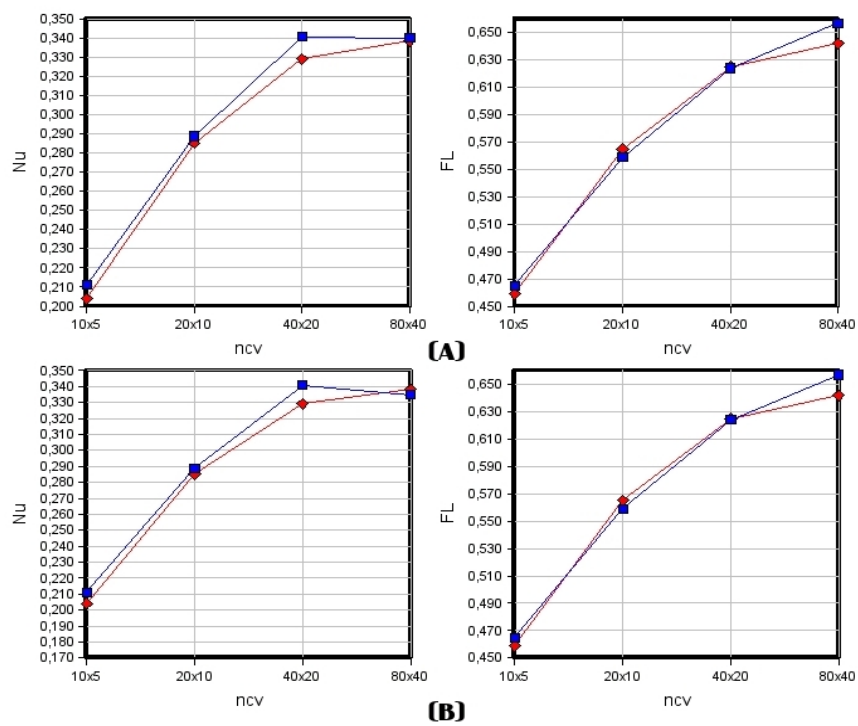
aparecen en estas tablas son el número de Nusselt en la pared caliente cuando han pasado 19 minutos, la fracción de líquido total en el dominio en estudio para este mismo instante de tiempo, el número de iteraciones totales y el tiempo de cómputo que ha sido necesario.

ncv	ndt	UDS				SMART			
		Nu	FL	ite	cpu	Nu	FL	ite	cpu
10x5	19200	0.203970	0.459	57090	4.19	0.211084	0.465	57691	4.55
20x10		0.285151	0.565	94943	10.56	0.288726	0.559	94943	31.57
40x20		0.329183	0.625	282016	112.92	0.340745	0.624	409970	419.16
80x40		0.338316	0.642	712348	1753.25	0.340035	0.657	2858369	14124.01
10x5	76800	0.203967	0.459	218987	16.25	0.211084	0.465	219113	17.41
20x10		0.285122	0.565	242996	60.49	0.288715	0.559	288355	77.96
40x20		0.329180	0.625	467515	461.02	0.340746	0.624	868271	902.42
80x40		0.338323	0.642	1011650	4729.35	0.334953	0.657	3282525	16415.47

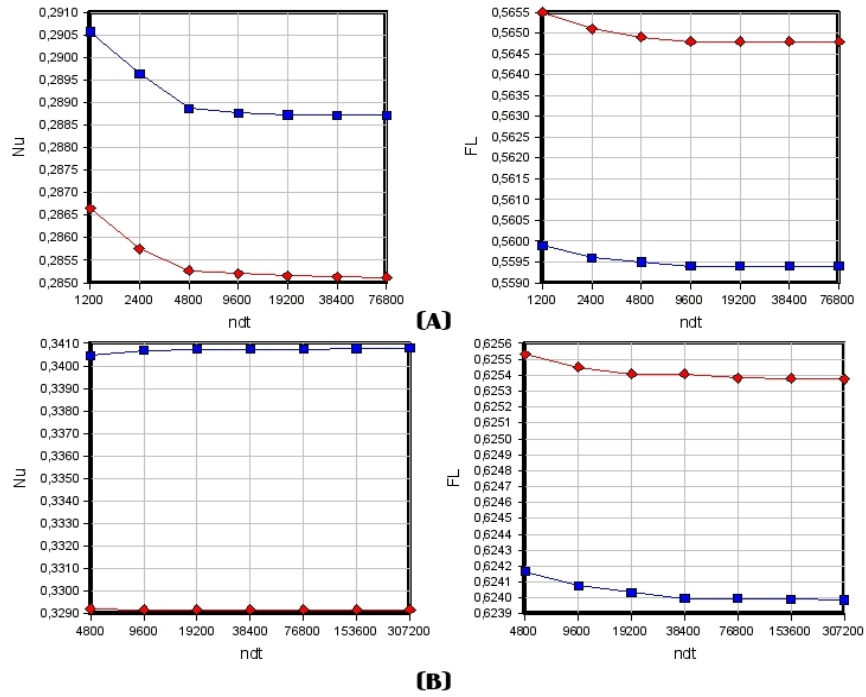
**Tabla 4.16:** Resultados obtenidos manteniendo constante el número de pasos temporales y doblando la discretización espacial

ncv	ndt	UDS				SMART			
		Nu	FL	ite	cpu	Nu	FL	ite	cpu
20x10	1200	0.286651	0.5655	20286	2.78	0.290567	0.5599	41698	10.61
	2400	0.285748	0.5651	24832	2.71	0.289634	0.5596	40721	10.41
	4800	0.285274	0.5649	36828	8.87	0.288869	0.5595	50778	13.10
	9600	0.285206	0.5648	58735	14.22	0.288771	0.5594	76361	19.85
	19200	0.285151	0.5648	94943	23.14	0.288726	0.5594	120593	14.40
	38400	0.285133	0.5648	153354	37.69	0.288716	0.5594	191936	50.71
	76800	0.285122	0.5648	242996	36.82	0.288715	0.5594	288355	77.23
40x20	4800	0.329216	0.6255	127181	120.24	0.340453	0.6242	151131	88.79
	9600	0.329182	0.6255	194087	184.11	0.340692	0.6241	251439	259.03
	19200	0.329183	0.6254	282016	113.22	0.340745	0.6240	409970	424.07
	38400	0.329180	0.6254	375636	363.42	0.340737	0.6240	626195	645.89
	76800	0.329180	0.6254	467515	459.24	0.340746	0.6240	868271	902.80
	153600	0.329180	0.6254	579321	248.34	0.340772	0.6240	1063126	1131.12
	307200	0.329180	0.6254	951024	970.99	0.340795	0.6240	1226065	1340.93

**Tabla 4.17:** Resultados obtenidos manteniendo constante el número de volúmenes de control y doblando la discretización temporal



**Figura 4.29:** Evolución de los parámetros Nu y FL (en rojo UDS, en azul SMART) al ir doblando el mallado espacial tomando como constante el mallado temporal y siendo este en (A) 1200/19200 y en (B) 1200/76800



**Figura 4.30:** Evolución de los parámetros Nu y FL (en rojo UDS, en azul SMART) al ir doblando el malla temporal tomando como constante el malla espacial y siendo este en (A) 20x10 y en (B) 40x20



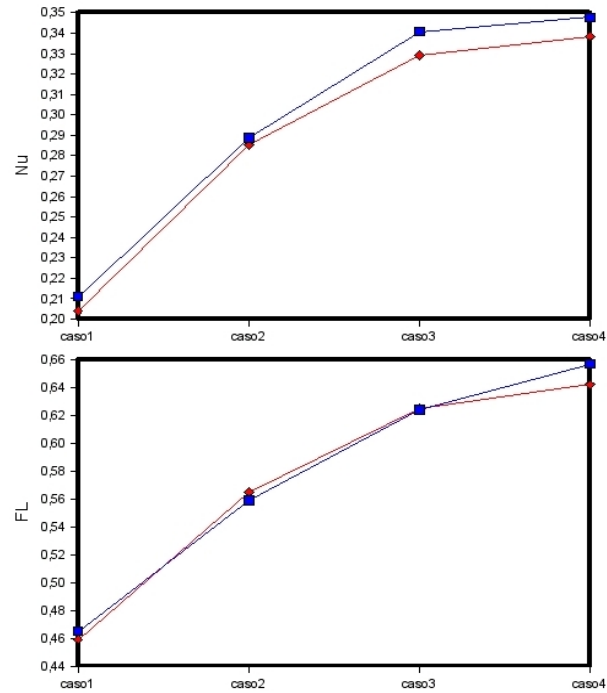
En las Tablas 4.16 y 4.17 así como en las Figuras 4.29 y 4.30 observamos que el resultado varía mucho más al aumentar el número de volúmenes de control que al aumentar el orden de precisión del esquema numérico y apenas si varía al aumentar el número de pasos temporales. Por otra parte decir que el tiempo de cpu aumenta muy rápidamente (con ratios superiores a 10) al doblar la malla espacial mientras que aumenta lentamente al doblar la malla temporal (con un ratio máximo inferior a 4). Esto es debido a que en el caso de doblar la malla temporal el incremento de pasos temporales se ve atenuado por el menor número de iteraciones requerido para converger cada instante de tiempo. De esto se puede llegar a la conclusión de que el factor limitante en nuestro caso será siempre el mallado espacial y se utilizará el paso temporal que sea necesario para obtener una solución convergida. No obstante, comentar que en la Figura 4.30 se observa claramente que para cada mallado en cuestión se alcanza rápidamente la solución asintótica, y a partir de ese momento, el incremento en el tiempo computacional que se produce es del todo innecesario, mientras que en la Figura 4.29 se observa claramente que aún no se ha alcanzado la solución asintótica y, por lo tanto, es necesario seguir doblando el mallado espacial.

Para observar como la solución va acercándose a la solución asintótica, vamos a realizar a continuación el estudio sobre las cuatro mallas de discretización anteriores pero doblando en cada una de ellas el número de pasos temporales, para los esquemas Upwind y SMART. En la Tabla 4.18 aparecen los casos que se han estudiado junto los resultados obtenidos para los esquemas Upwind y SMART.

ncv	ndt	UDS				SMART			
		Nu	FL	ite	cpu	Nu	FL	ite	cpu
10x5	19200	0.203970	0.459	57090	4.22	0.211084	0.465	57691	4.67
20x10	38400	0.285133	0.565	153354	37.73	0.288716	0.559	191936	50.74
40x20	76800	0.329180	0.625	467515	457.90	0.340746	0.624	868271	901.09
80x40	153600	0.338323	0.642	1158953	5727.05	0.347853	0.657	4476140	22188.70

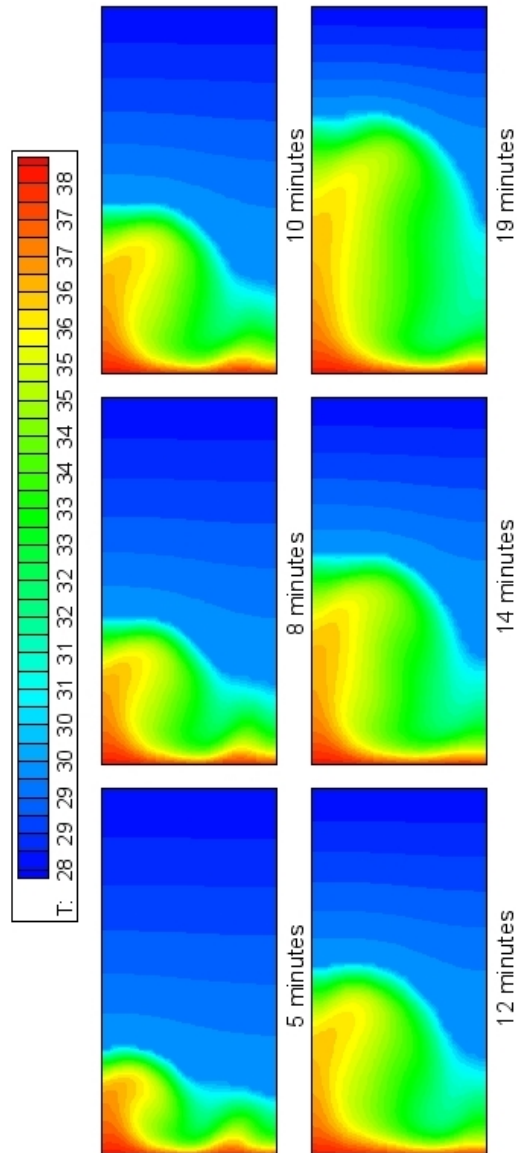
**Tabla 4.18:** Resultados obtenidos doblando la discretización espacial y la temporal

Tanto en la Tabla 4.18 como en la Figura 4.31 se observa claramente como la solución va tendiendo hacia la solución asintótica, pero también muestran la necesidad de seguir doblando el mallado como habíamos comentado anteriormente. No obstante, el tiempo de cpu en el mejor de los casos analizados (cv:80x40, dt:1200/153600 y SMART) es de más de 15 días, lo que hace impensable intentar buscar la solución asintótica por este camino.

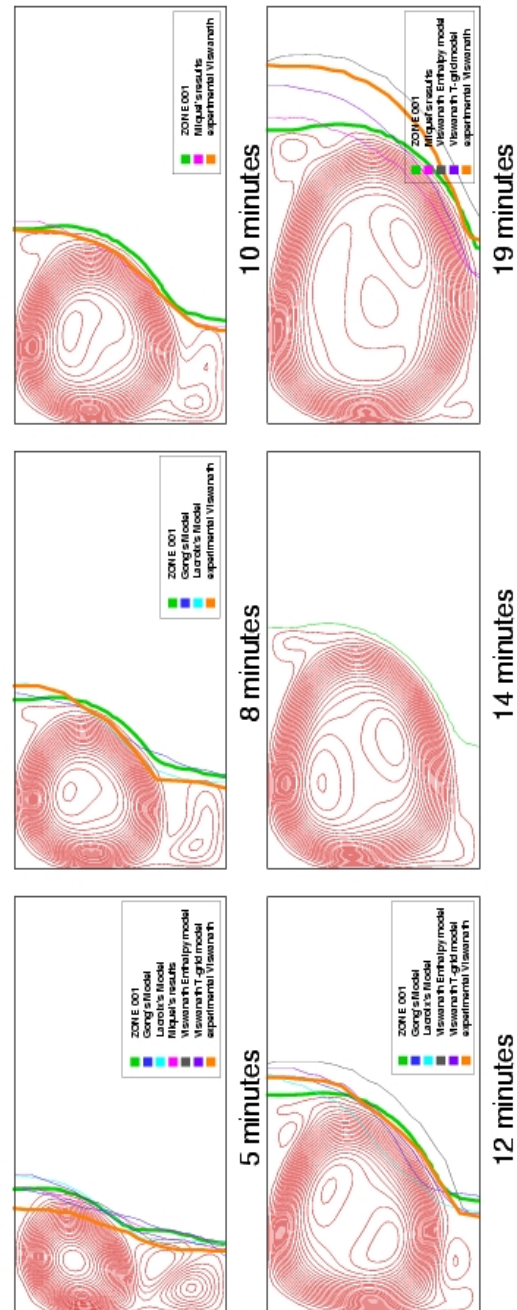


**Figura 4.31:** Evolución de los parámetros Nu y FL (en rojo UDS, en azul SMART) al ir doblando el mallado espacial y el temporal

En la Figura 4.32 aparece la evolución de las isoterms en el mejor de los casos analizados y en la Figura 4.33 aparece representada la evolución de las líneas de corriente y la posición de la interfase en este mismo caso, y la representación de la posición de la interfase para aquellos casos numéricos y/o experimentales disponibles en la literatura y que habíamos comentado compararíamos con los resultados obtenidos por nosotros.



**Figura 4.32:** Evolución de las isothermas en el caso de utilizar un mallado espacial de  $80 \times 40$  volúmenes de control y un incremento temporal de  $1200/153600$  segundos



**Figura 4.33:** Representación gráfica de las líneas de corriente y la posición de la interfase para diferentes instantes de tiempo utilizando una discretización espacial de  $80 \times 40$  volúmenes de control y una discretización temporal de 1200/153600 segundos, así como las soluciones obtenidas por diferentes autores y la solución experimental disponible, para la posición de la interfase

Si en la Figura 4.33 nos fijamos, por ejemplo en el resultado de Viswanath [9] utilizando el método entálpico observamos que las diferencias con respecto a las tendencias observadas en nuestro caso son importantes. Así pues, en los estados iniciales los resultados obtenidos por nosotros y los obtenidos por Viswanath son muy similares y muestran como si la fusión fuera más rápida que lo que se produce en los resultados experimentales. Hacia la mitad del proceso nuestro resultado es más próximo a la solución experimental que el obtenido por este autor. Y finalmente, en los estados finales, mientras que para nosotros es como si la fusión se hubiera desacelerado para este autor la tendencia se sigue mostrando más rápida que la solución experimental.

Para los resultados obtenidos por Gong y Lacroix [10, 11] y el obtenido en este Laboratorio por el profesor Miquel Costa, decir que los resultados obtenidos en nuestro caso se encuentran en todo momento más cerca de la solución experimental. En el caso del resultado obtenido por el profesor Costa [12] comentar que el mallado espacial que hemos utilizado en este caso es más fino y el esquema numérico de mayor orden, sin olvidar las mejoras que se han introducido en el código con el objetivo de optimizar el tiempo computacional. No obstante, esto ha sido posible gracias a que actualmente la potencia de cálculo disponible es muy superior a la de cuando se realizaron estos estudios.

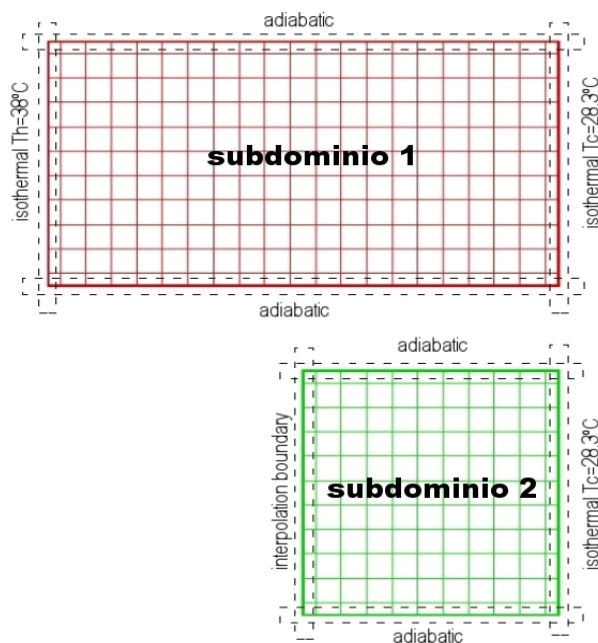
## 4.7 Caso con cambio de fase: resolución con dos subdominios coincidentes. Dependencia en una única dirección

Continuando con el caso de cambio de fase ya iniciado en el segundo capítulo, y ampliado en este capítulo para el caso de un sólo subdominio, vamos a comprobar que el código sigue funcionando cuando se utilizan dos subdominios, pero en primer lugar nos centraremos en el caso en que solo un subdominio coge información de otro subdominio. Lo que haremos será coger un subdominio que será el dominio completo y el segundo que sea la mitad del dominio, tal como se muestra en la Figura 4.34.

En las Tablas 4.19, 4.20 y 4.21 se observa como va evolucionando la solución al doblar el incremento temporal manteniendo el mallado espacial constante (ncv:40x20), al doblar el mallado espacial manteniendo el temporal constante (ndt:114000 dt=0.01) y al doblar es mallado espacial y el temporal, respectivamente.

En estas Tablas observamos como va disminuyendo el error a medida que densificamos el mallado espacial y/o el temporal. Se tratará de optar por aquella solución que nos satisfaga tanto a nivel de convergencia como de tiempo computacional. Para el caso en que mantenemos el mallado espacial fijo y doblamos





**Figura 4.34:** descomposición de subdominios en el caso de dependencia en una única dirección

el temporal, la solución se comporta como un primer orden, dando un ratio de error de aproximadamente 2 en todos los casos, tal como se puede ver en la tabla 4.19.

Gráficamente, podemos observar mucho mejor como va evolucionando la solución a medida que doblamos el número de incrementos de tiempo (ver Figura 4.35). En esta figura se puede observar que la solución de compromiso entre tiempo de cálculo y nivel de convergencia se podría fijar cuando el número de pasos temporales es 57000; a partir de este momento las mejoras que se producen en la solución no nos compensan el aumento en el tiempo de cpu.

En el caso en que doblamos el mallado espacial y mantenemos constante el incremento temporal, la solución se comporta como un SMART (el ratio de error se debe encontrar entre 2 y 8), tal como se observa en la Tabla 4.20. En la Figura 4.36 se muestra como la solución va tendiendo hacia la solución asintótica, sin llegar a ella, por lo que sería necesario seguir doblando la malla de discretización, hecho que como ya hemos comentado anteriormente no es posible por el elevado requerimiento de tiempo de cpu que esto conllevaría.

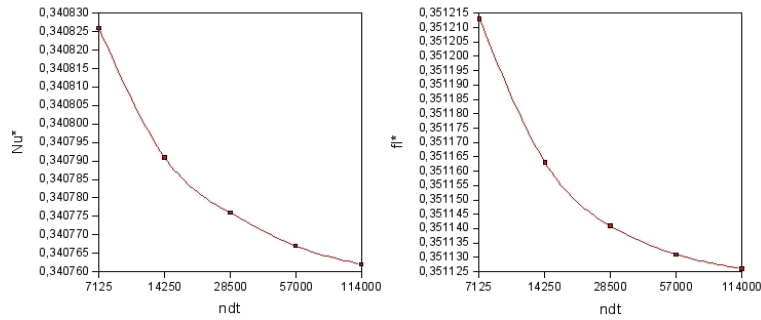
ndt	$\sum_{t=0}^{t_f} \frac{ Nu - Nu_{ref} }{ndt}$	p	$\sum_{t=0}^{t_f} \frac{ fl - fl_{ref} }{ndt}$	p
7125	$4.36 \cdot 10^{-2}$	-	$4.67 \cdot 10^{-5}$	-
14250	$2.33 \cdot 10^{-2}$	1.87	$1.85 \cdot 10^{-5}$	2.52
28500	$1.14 \cdot 10^{-2}$	2.05	$7.76 \cdot 10^{-6}$	2.39
57000	$4.08 \cdot 10^{-3}$	2.80	$2.39 \cdot 10^{-6}$	3.25
114000	-	-	-	-

(a)

ndt	Nu*	e	p	fl*	e	p	tave*	e	p
7125	0.340826	$1.89 \cdot 10^{-4}$	-	0.351213	$2.47 \cdot 10^{-4}$	-	30.804953	$2.00 \cdot 10^{-6}$	-
14250	0.340791	$8.49 \cdot 10^{-5}$	2.23	0.351163	$1.05 \cdot 10^{-4}$	2.36	30.804908	$5.52 \cdot 10^{-7}$	3.63
28500	0.340776	$3.98 \cdot 10^{-5}$	2.13	0.351141	$4.31 \cdot 10^{-5}$	2.43	30.804903	$4.05 \cdot 10^{-7}$	1.36
57000	0.340767	$1.37 \cdot 10^{-5}$	2.90	0.351131	$1.36 \cdot 10^{-5}$	3.16	30.804896	$1.72 \cdot 10^{-7}$	2.36
114000	0.340762	-	-	0.351126	-	-	30.804891	-	-

(b)

**Tabla 4.19:** Resultados obtenidos cuando se mantiene la discretización espacial constante e igual a  $40 \times 20$  volúmenes de control (a) error promedio temporal para el número de Nusselt y la fracción líquida (comparación entre el valor de Nu o fl de un determinado ndt con el ndt más fino); p: ratio de error (b) Número de Nusselt, fracción líquida y temperatura media en el dominio para el instante de tiempo 1140 segundos; e error de la variable obtenido de la siguiente manera  $\frac{|\phi - \phi_{ref}|}{\phi_{ref}}$ ; p: ratio de error



**Figura 4.35:** Evolución del número de Nusselt y de la fracción líquida en el instante de tiempo 1140 al ir doblando la malla de discretización temporal

En este caso en las Figuras 4.37 y 4.38 se observa como va variando la solución a medida que doblamos el número de volúmenes de control para la fracción líquida y la temperatura media en el dominio con el paso del tiempo (en la Figura 4.37) y

ncv	$\sum_{t=0}^{t_f} \frac{ Nu - Nu_{ref} }{ndt}$	p	$\sum_{t=0}^{t_f} \frac{ fl - fl_{ref} }{ndt}$	p	cpu
10x5	$3.43 \cdot 10^{-1}$	-	$2.32 \cdot 10^{-1}$	-	30.36
20x10	$1.70 \cdot 10^{-1}$	2.01	$1.17 \cdot 10^{-1}$	1.99	110.80
40x20	$6.05 \cdot 10^{-2}$	2.81	$4.35 \cdot 10^{-2}$	2.68	1619.91
80x40	-	-	-	-	11593.34

(a)

ncv	Nu*	e	p	fl*	e	p	tave*	e	p
10x5	0.211084	$3.92 \cdot 10^{-1}$	-	0.277683	$2.47 \cdot 10^{-1}$	-	30.402769	$1.50 \cdot 10^{-2}$	-
20x10	0.288714	$1.68 \cdot 10^{-1}$	2.33	0.321784	$1.27 \cdot 10^{-1}$	1.94	30.660926	$6.63 \cdot 10^{-3}$	2.26
40x20	0.340762	$1.81 \cdot 10^{-2}$	9.29	0.351126	$4.77 \cdot 10^{-2}$	2.67	30.804891	$1.97 \cdot 10^{-3}$	3.37
80x40	0.347042	-	-	0.368727	-	-	30.865675	-	-

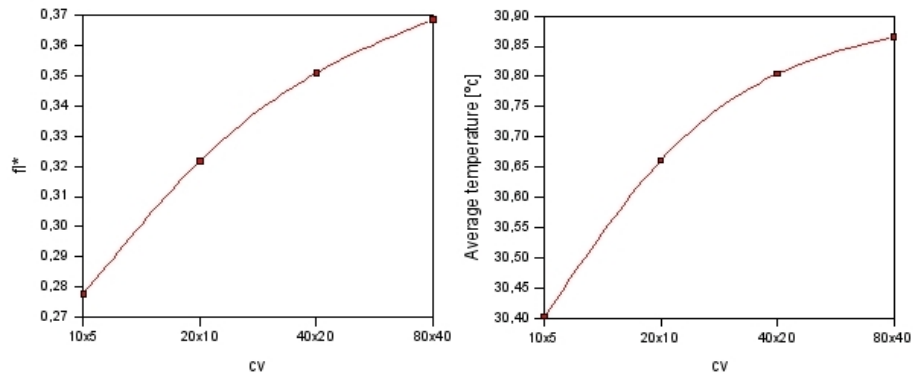
(b)

**Tabla 4.20:** Resultados obtenidos cuando se mantiene el mallado temporal constante e igual a 114000 incrementos temporales (a) error promedio temporal para el número de Nusselt y la fracción líquida (comparación entre el valor de Nu o fl de un determinado ndt con la malla más fina); p:ratio de error (b) Número de Nusselt, fracción líquida y temperatura media en el dominio para el instante de tiempo 1140 segundos; e error de la variable obtenido de la siguiente manera  $\frac{|\phi - \phi_{ref}|}{\phi_{ref}}$ ; p: ratio de error

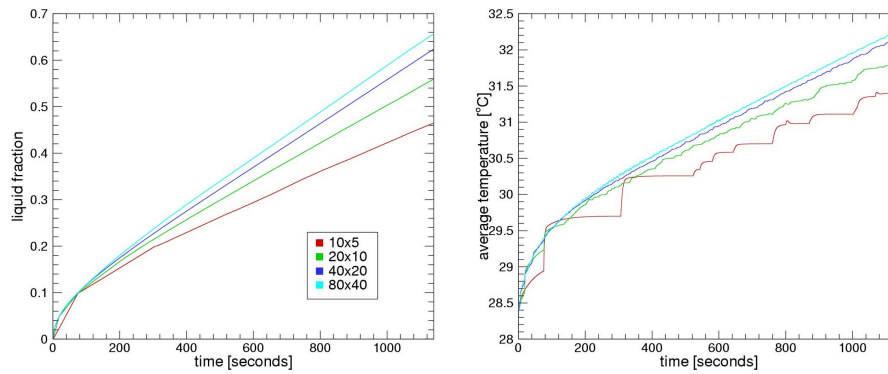
ncv	ndt	Nu*	e	p	fl*	e	p	tave*	e	p	cpu
10x5	14250	0.211080	$3.92 \cdot 10^{-1}$	-	0.278	$2.47 \cdot 10^{-1}$	-	30.403	$1.50 \cdot 10^{-2}$	-	4.19
20x10	28500	0.288720	$1.68 \cdot 10^{-1}$	2.33	0.322	$1.27 \cdot 10^{-1}$	1.94	30.661	$6.63 \cdot 10^{-3}$	2.26	70.14
40x20	57000	0.340741	$1.82 \cdot 10^{-2}$	9.26	0.351	$4.77 \cdot 10^{-2}$	2.67	30.805	$1.97 \cdot 10^{-3}$	3.37	677.21
80x40	114000	0.347042	-	-	0.369	-	-	30.866	-	-	11593.34

**Tabla 4.21:** Resultados obtenidos cuando se doblan los mallados espaciales y temporales. Número de Nusselt, fracción líquida y temperatura media en el dominio para el instante de tiempo 1140 segundos; e error de la variable obtenido de la siguiente manera  $\frac{|\phi - \phi_{ref}|}{\phi_{ref}}$ ; p: ratio de error

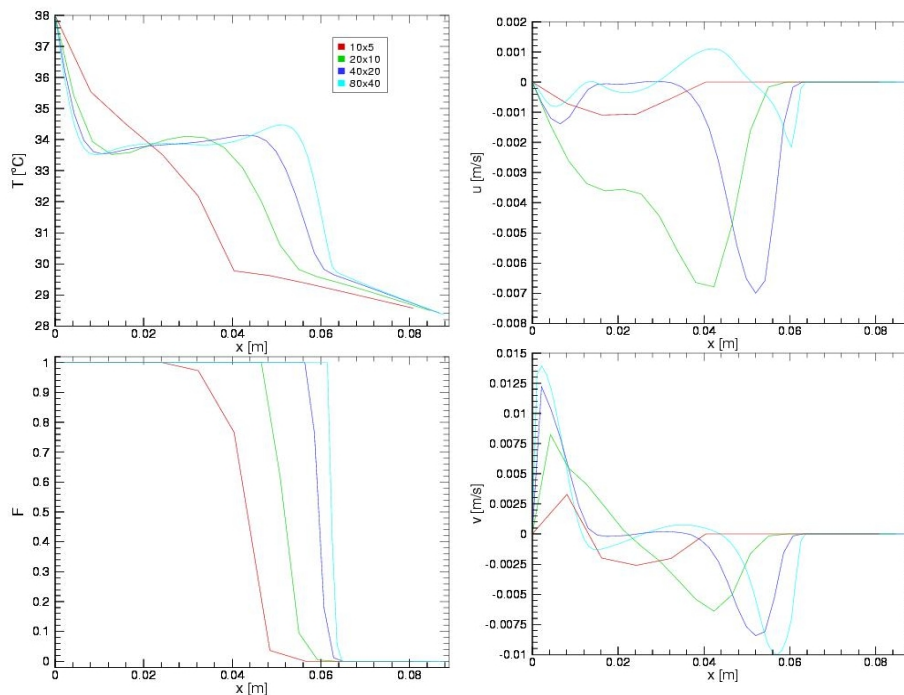
para los perfiles de temperatura, fracción líquida, velocidad longitudinal y velocidad transversal en  $y=H/2$  (ver Figura 4.38). En estos gráficos se observa como la solución se va acercando a la solución asintótica, siendo las diferencias cada vez menores.



**Figura 4.36:** Evolución de la fracción líquida y de la temperatura media en el dominio en el instante de tiempo 1140 al ir doblando la malla de discretización espacial



**Figura 4.37:** Evolución temporal de la fracción líquida en el dominio y la temperatura media en el dominio. Comparación entre las diferentes mallas de discretización espacial usadas

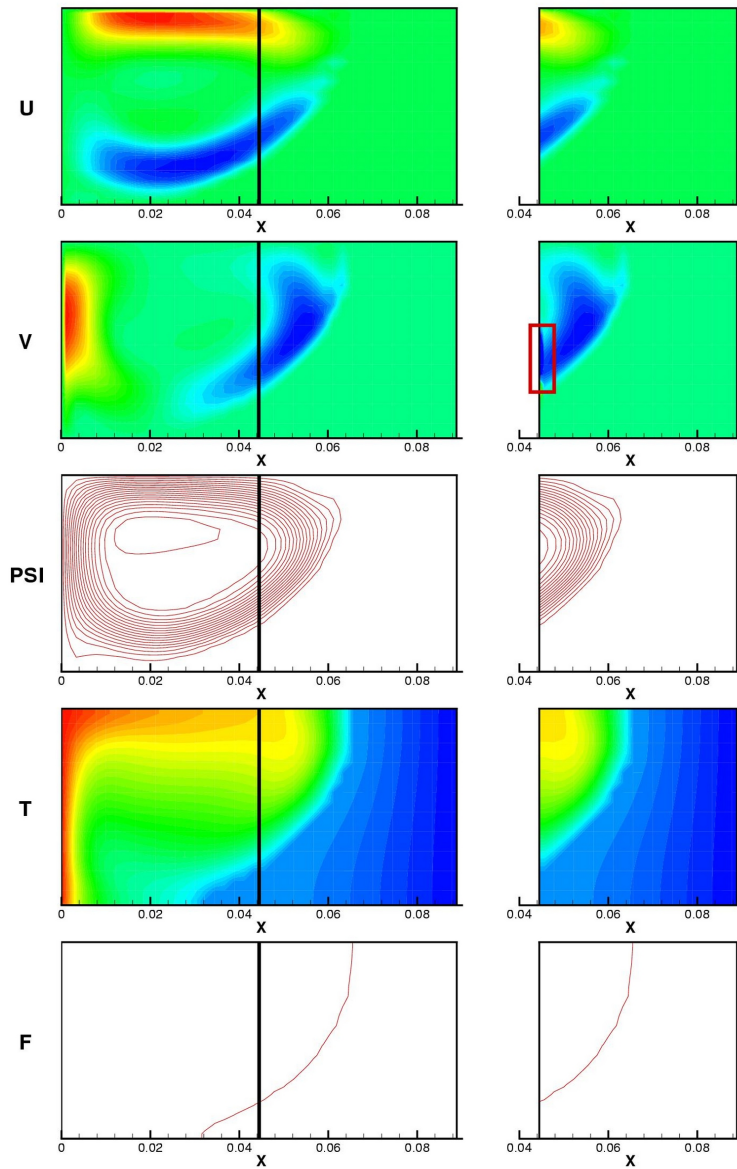


**Figura 4.38:** Perfiles de los campos escalares y de los vectoriales en el plano  $y=H/2$  para las diferentes mallas de discretización espacial utilizadas

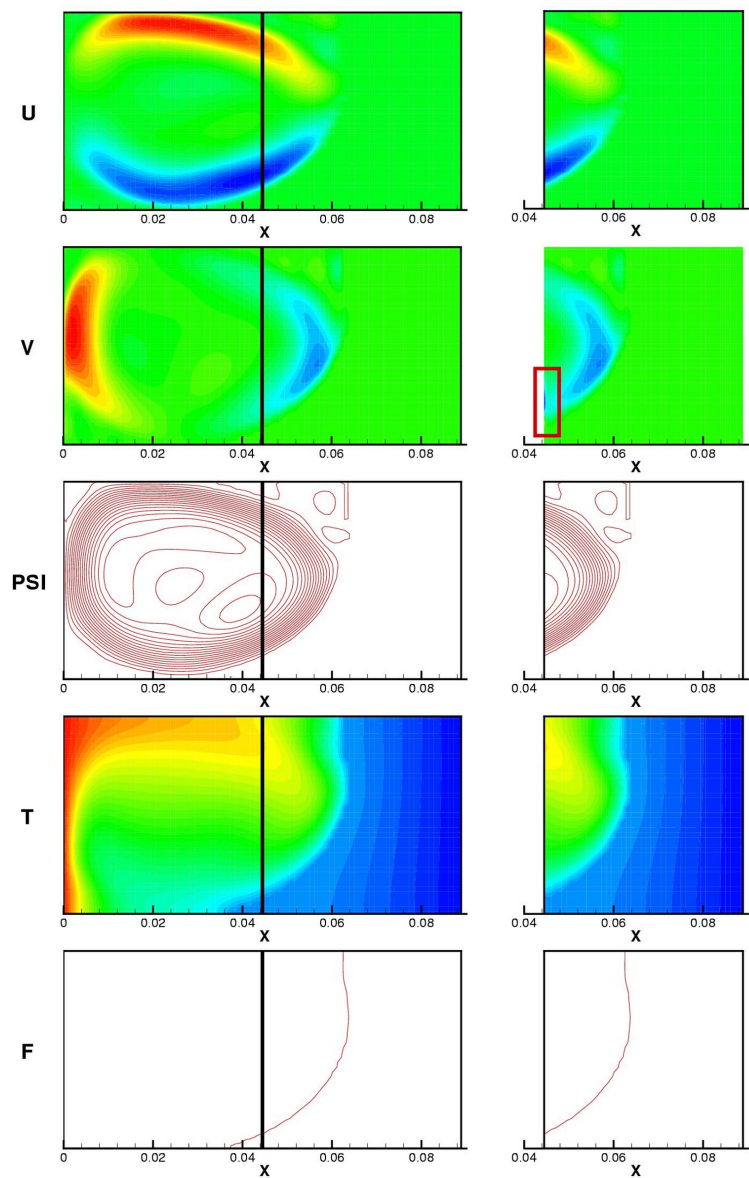
Finalmente comentar que, tal y como se ve en la Tabla 4.21, la influencia del incremento temporal es muy pequeña si lo comparamos con la variación que se produce en el resultado cuando se dobla la malla espacial.

A continuación vamos a observar que la solución en el subdominio 2 es la misma que la obtenida para esta misma región en el subdominio 1. Esto lo podemos observar en la Figura 4.39 para cuando se utiliza la malla de discretización 40x20 y en la Figura 4.40 si se utiliza la malla de discretización de 80x40.



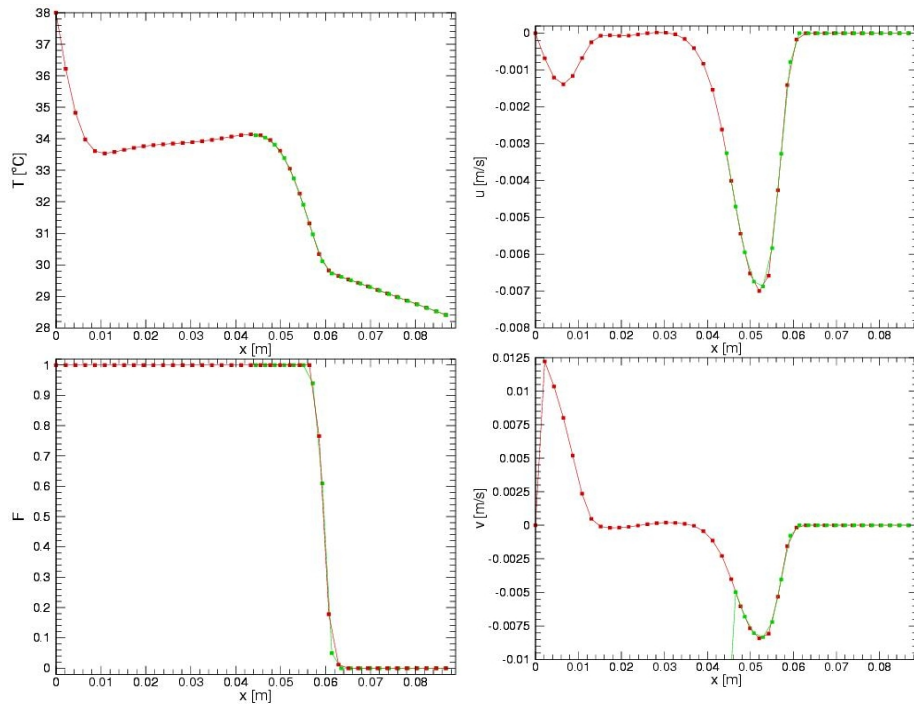


**Figura 4.39:** Contornos de las diferentes variables que intervienen en el caso para el instante de tiempo 1140 segundos cuando la malla de discretización espacial es de  $40 \times 20$



**Figura 4.40:** Contornos de las diferentes variables que intervienen en el caso para el instante de tiempo 1140 segundos cuando la malla de discretización espacial es de 80x40

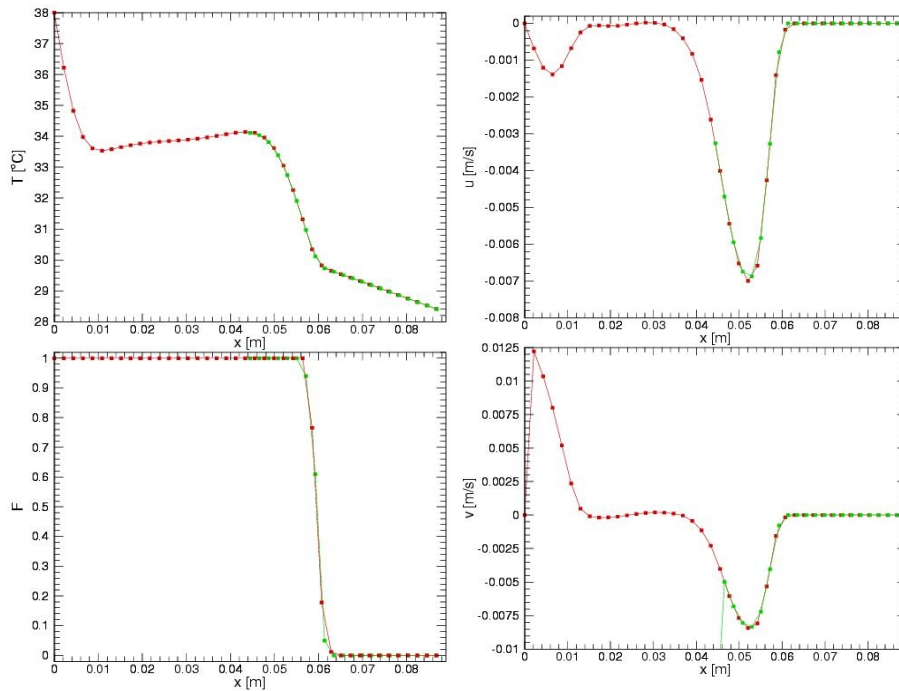
Tanto en la Figura 4.39 como en la Figura 4.40 no se observan diferencias importantes en la mayoría de variables que intervienen. Las diferencias mayores se observan en el contorno de la variable  $V$  (en el recuadro rojo) las cuales son comprensibles debido a la forma en que se pasa la información para esta variable en este contorno de interpolación; en el código no se pasan los términos diferidos debidos a esquemas de alto orden, como es el SMART, a la hora de pasar el valor de la velocidad tangencial (tal y como se ha visto al inicio de este capítulo en las ecuaciones 4.35 y 4.36). Que las diferencias son mínimas se puede ver con mayor claridad en las Figuras 4.41 y 4.42. En estas figuras se presenta en perfil de las diferentes variables en el instante de tiempo 1140 segundos en  $y=H/2$  para las mallas de discretización espacial  $40 \times 20$  y  $80 \times 40$ , respectivamente. En estas figuras se pone de manifiesto lo pequeñas que son las diferencias entre los dos subdominios.



**Figura 4.41:** Perfiles de las variables escalares y vectoriales en  $y=H/2$  cuando han pasado 19 minutos. Malla de discretización espacial  $40 \times 20$

Concluir que, por todo lo comentado anteriormente, podemos decir que el código resuelve correctamente el caso en que la dependencia entre subdominios se da en

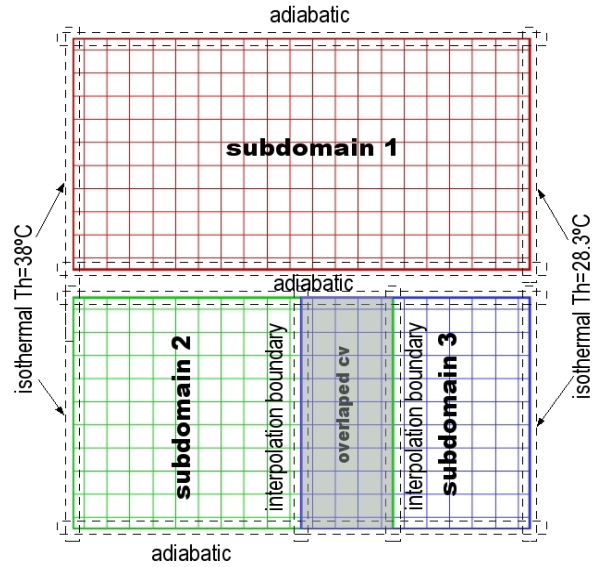
una única dirección, siendo las diferencias entre ambos lo suficientemente pequeñas como para dar la solución por correcta. Este es sólo el primer paso; a continuación seguiremos este mismo esquema para comprobar que el caso en que el dominio se resuelve mediante dos subdominios coincidentes también se resuelve correctamente.



**Figura 4.42:** Perfiles de las variables escalares y vectoriales en  $y=H/2$  cuando han pasado 19 minutos. Malla de discretización espacial  $80 \times 40$

## 4.8 Caso con cambio de fase: resolución con tres subdominios. Dependencia en dos direcciones

A continuación vamos a comprobar que el código sigue funcionando cuando se utilizan tres subdominios. Lo que haremos será coger un subdominio que será el dominio completo, otro que sea la mitad del subdominio y el último la otra mitad del subdominio, tal como se muestra en la Figura 4.43. En esta figura también se observa que se ha optado por utilizar mallas solapadas.



**Figura 4.43:** Descomposición de subdominios en el caso de dependencia en las dos direcciones

En las Tablas 4.22 y 4.23 se puede observar las diferencias entre utilizar dos subdominios solapados y los obtenidos cuando se utiliza un único dominio.

En todos los casos presentados en las Tablas 4.22 y 4.23 observamos que las diferencias son despreciables en los primeros 600 segundos de simulación. Esto es así porque hasta este instante de tiempo la interfase no ha pasado el contorno de interpolación. Los problemas surgen cuando esta discontinuidad que representa la interfase alcanza en contorno de interpolación, entonces, tal y como se observa en estas tablas, empiezan a producirse diferencias importantes en los mapas de las diferentes variables.



ndt	100 segundos				300 segundos			
	U	V	T	$f_l$	U	V	T	$f_l$
7125	$8.88 \cdot 10^{-11}$	$1.65 \cdot 10^{-10}$	$2.19 \cdot 10^{-8}$	$5.35 \cdot 10^{-9}$	$1.15 \cdot 10^{-11}$	$1.82 \cdot 10^{-11}$	$1.63 \cdot 10^{-8}$	$5.18 \cdot 10^{-9}$
14250	$8.76 \cdot 10^{-12}$	$1.25 \cdot 10^{-11}$	$2.23 \cdot 10^{-8}$	$8.31 \cdot 10^{-9}$	$1.89 \cdot 10^{-11}$	$3.57 \cdot 10^{-11}$	$2.36 \cdot 10^{-8}$	$1.42 \cdot 10^{-8}$
28500	$5.09 \cdot 10^{-12}$	$8.58 \cdot 10^{-12}$	$1.38 \cdot 10^{-8}$	$1.62 \cdot 10^{-9}$	$9.98 \cdot 10^{-12}$	$1.26 \cdot 10^{-11}$	$9.34 \cdot 10^{-9}$	$8.31 \cdot 10^{-9}$
57000	$2.83 \cdot 10^{-11}$	$3.16 \cdot 10^{-11}$	$8.51 \cdot 10^{-9}$	$1.08 \cdot 10^{-9}$	$7.33 \cdot 10^{-12}$	$4.63 \cdot 10^{-12}$	$5.70 \cdot 10^{-9}$	$1.96 \cdot 10^{-9}$
114000	$1.36 \cdot 10^{-11}$	$1.56 \cdot 10^{-11}$	$1.46 \cdot 10^{-8}$	$1.05 \cdot 10^{-9}$	$1.52 \cdot 10^{-11}$	$1.09 \cdot 10^{-11}$	$3.10 \cdot 10^{-9}$	$2.96 \cdot 10^{-9}$

ndt	600 segundos				840 segundos			
	U	V	T	$f_l$	U	V	T	$f_l$
7125	$1.13 \cdot 10^{-11}$	$1.04 \cdot 10^{-11}$	$6.23 \cdot 10^{-9}$	$4.64 \cdot 10^{-9}$	$2.65 \cdot 10^{-4}$	$3.18 \cdot 10^{-4}$	$3.40 \cdot 10^{-2}$	$2.02 \cdot 10^{-3}$
14250	$5.30 \cdot 10^{-11}$	$5.14 \cdot 10^{-11}$	$3.74 \cdot 10^{-9}$	$8.14 \cdot 10^{-9}$	$2.74 \cdot 10^{-4}$	$3.24 \cdot 10^{-4}$	$2.74 \cdot 10^{-2}$	$1.72 \cdot 10^{-3}$
28500	$3.80 \cdot 10^{-12}$	$3.02 \cdot 10^{-12}$	$7.32 \cdot 10^{-10}$	$5.74 \cdot 10^{-9}$	$2.79 \cdot 10^{-4}$	$3.28 \cdot 10^{-4}$	$2.41 \cdot 10^{-2}$	$1.64 \cdot 10^{-3}$
57000	$9.74 \cdot 10^{-12}$	$7.91 \cdot 10^{-12}$	$7.66 \cdot 10^{-10}$	$2.27 \cdot 10^{-9}$	$2.79 \cdot 10^{-4}$	$3.29 \cdot 10^{-4}$	$2.49 \cdot 10^{-2}$	$1.58 \cdot 10^{-3}$
114000	$9.76 \cdot 10^{-12}$	$7.39 \cdot 10^{-12}$	$7.41 \cdot 10^{-10}$	$2.57 \cdot 10^{-9}$	$2.79 \cdot 10^{-4}$	$3.30 \cdot 10^{-4}$	$2.45 \cdot 10^{-2}$	$1.58 \cdot 10^{-3}$

ndt	1140 segundos			
	U	V	T	$f_l$
7125	$7.67 \cdot 10^{-4}$	$1.07 \cdot 10^{-3}$	$9.20 \cdot 10^{-2}$	$6.61 \cdot 10^{-2}$
14250	$8.72 \cdot 10^{-4}$	$1.08 \cdot 10^{-3}$	$9.61 \cdot 10^{-2}$	$6.58 \cdot 10^{-2}$
28500	$1.04 \cdot 10^{-3}$	$1.09 \cdot 10^{-3}$	$1.00 \cdot 10^{-1}$	$6.58 \cdot 10^{-2}$
57000	$1.14 \cdot 10^{-3}$	$1.10 \cdot 10^{-3}$	$1.02 \cdot 10^{-1}$	$6.57 \cdot 10^{-2}$
114000	$1.21 \cdot 10^{-3}$	$1.14 \cdot 10^{-3}$	$1.02 \cdot 10^{-1}$	$6.57 \cdot 10^{-2}$

**Tabla 4.22:** Incrementos entre utilizar un subdominio y utilizar dos subdominios para las variables velocidad, temperatura y fracción líquida cuando se utiliza una malla de discretización de 40x20 volúmenes de control y se va doblando el número de pasos temporales, para diferentes instantes de tiempo

	100 segundos				300 segundos			
ndt	U	V	T	$f_l$	U	V	T	$f_l$
10x5	$2.50 \cdot 10^{-24}$	$5.05 \cdot 10^{-17}$	$8.26 \cdot 10^{-10}$	$1.04 \cdot 10^{-12}$	$2.96 \cdot 10^{-17}$	$5.15 \cdot 10^{-17}$	$5.12 \cdot 10^{-11}$	$1.33 \cdot 10^{-11}$
20x10	$1.12 \cdot 10^{-16}$	$1.34 \cdot 10^{-16}$	$2.12 \cdot 10^{-10}$	$5.71 \cdot 10^{-12}$	$3.99 \cdot 10^{-14}$	$5.25 \cdot 10^{-14}$	$3.08 \cdot 10^{-9}$	$2.12 \cdot 10^{-10}$
40x20	$1.36 \cdot 10^{-11}$	$1.56 \cdot 10^{-11}$	$1.46 \cdot 10^{-8}$	$1.05 \cdot 10^{-9}$	$1.52 \cdot 10^{-11}$	$1.09 \cdot 10^{-11}$	$3.10 \cdot 10^{-9}$	$2.96 \cdot 10^{-9}$
80x40	$4.41 \cdot 10^{-10}$	$7.20 \cdot 10^{-10}$	$9.33 \cdot 10^{-8}$	$1.07 \cdot 10^{-8}$	$1.90 \cdot 10^{-9}$	$2.04 \cdot 10^{-9}$	$2.98 \cdot 10^{-7}$	$2.92 \cdot 10^{-8}$

	600 segundos				840 segundos			
ndt	U	V	T	$f_l$	U	V	T	$f_l$
10x5	$6.14 \cdot 10^{-15}$	$6.15 \cdot 10^{-15}$	$2.07 \cdot 10^{-10}$	$2.29 \cdot 10^{-11}$	$1.37 \cdot 10^{-15}$	$1.40 \cdot 10^{-15}$	$1.54 \cdot 10^{-10}$	$3.38 \cdot 10^{-11}$
20x10	$7.77 \cdot 10^{-11}$	$7.77 \cdot 10^{-11}$	$3.51 \cdot 10^{-8}$	$8.84 \cdot 10^{-10}$	$7.06 \cdot 10^{-13}$	$9.02 \cdot 10^{-13}$	$1.50 \cdot 10^{-10}$	$8.22 \cdot 10^{-10}$
40x20	$9.76 \cdot 10^{-12}$	$7.39 \cdot 10^{-12}$	$7.41 \cdot 10^{-10}$	$2.57 \cdot 10^{-9}$	$2.79 \cdot 10^{-4}$	$3.30 \cdot 10^{-4}$	$2.45 \cdot 10^{-2}$	$1.58 \cdot 10^{-3}$
80x40	$2.38 \cdot 10^{-10}$	$3.16 \cdot 10^{-10}$	$4.88 \cdot 10^{-8}$	$6.65 \cdot 10^{-9}$	$4.97 \cdot 10^{-4}$	$7.25 \cdot 10^{-4}$	$2.69 \cdot 10^{-2}$	$1.18 \cdot 10^{-2}$

	1140 segundos			
ndt	U	V	T	$f_l$
10x5	$4.58 \cdot 10^{-13}$	$3.20 \cdot 10^{-11}$	$7.18 \cdot 10^{-12}$	$3.96 \cdot 10^{-11}$
20x10	$7.80 \cdot 10^{-4}$	$7.81 \cdot 10^{-4}$	$4.83 \cdot 10^{-2}$	$7.48 \cdot 10^{-3}$
40x20	$1.21 \cdot 10^{-3}$	$1.14 \cdot 10^{-3}$	$1.02 \cdot 10^{-1}$	$6.57 \cdot 10^{-2}$
80x40	$5.92 \cdot 10^{-3}$	$4.86 \cdot 10^{-3}$	$1.08 \cdot 10^0$	$8.53 \cdot 10^{-2}$

**Tabla 4.23:** Incrementos entre utilizar un subdominio y utilizar dos subdominios para las variables velocidad, temperatura y fracción líquida cuando se utiliza un paso temporal de 0.01 segundos y se va doblando el número de volúmenes de control, para diferentes instantes de tiempo

ncv	cpu	ndt	cpu
10x5	76.60	7125	253.83
20x10	305.48	14250	407.87
40x20	2360.17	28500	1120.79
80x40	40962.99	57000	1690.83
		114000	2360.17

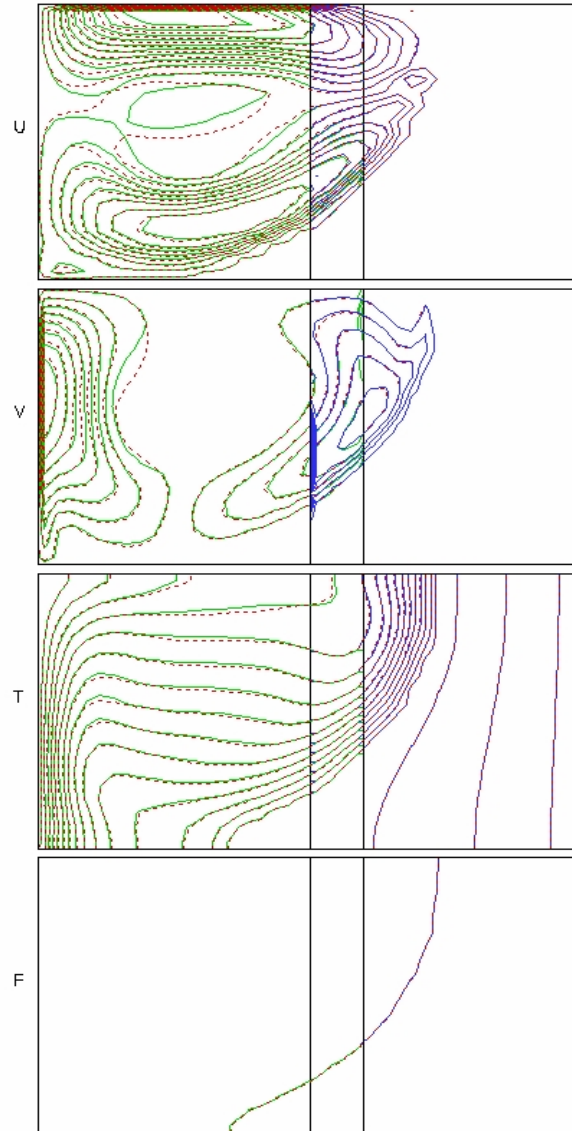
**Tabla 4.24:** Tiempo computacional de los diferentes casos estudiados

Esto mismo puede observarse gráficamente en la Figura 4.44 para cuando se utiliza la malla de discretización 40x20 y en la Figura 4.45 si se utiliza la malla de discretización de 80x40, en las que aparecen representados los contornos de las diferentes variables en el instante de tiempo 1140 segundos.

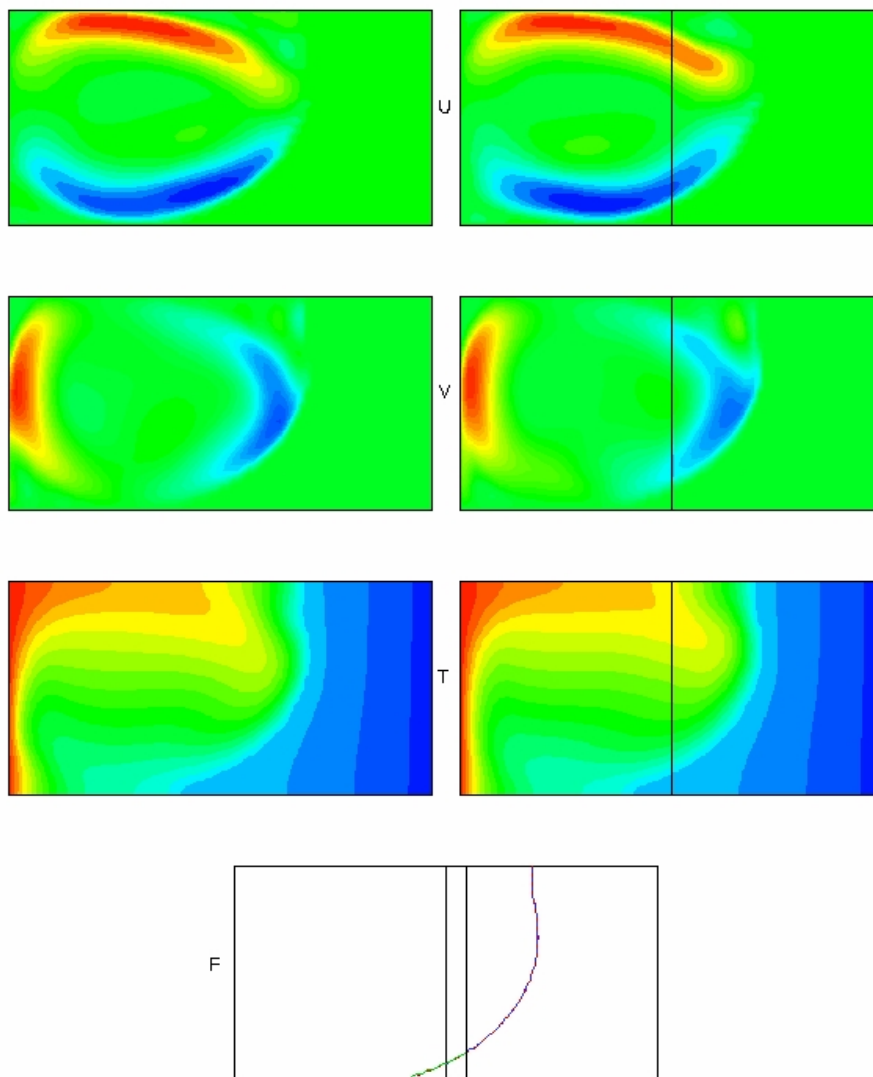
Tanto en la Figura 4.44 como en la Figura 4.45 se observan las diferencias que ya habíamos comentado anteriormente. Las diferencias mayores se observan en el contorno de la variable  $V$  en contacto con los contornos de interpolación. Estas diferencias, tal y como habíamos comentado en el apartado anterior son debidas a la forma en que se pasa la información para esta variable en dichos contornos pues en el código no se pasan los términos diferidos debidos a esquemas de alto orden, como es el SMART, a la hora de pasar el valor de la velocidad tangencial (tal y como se ha visto al inicio de este capítulo en las ecuaciones 4.35 y 4.36).

Estas diferencias se pueden ver más claramente en las Figuras 4.46 y 4.47. En estas figuras se presenta el perfil de las diferentes variables en el instante de tiempo 1140 segundos en  $y=H/2$  para la malla de discretización espacial 40x20 y en  $y=0.04m$  para la malla de 80x40.

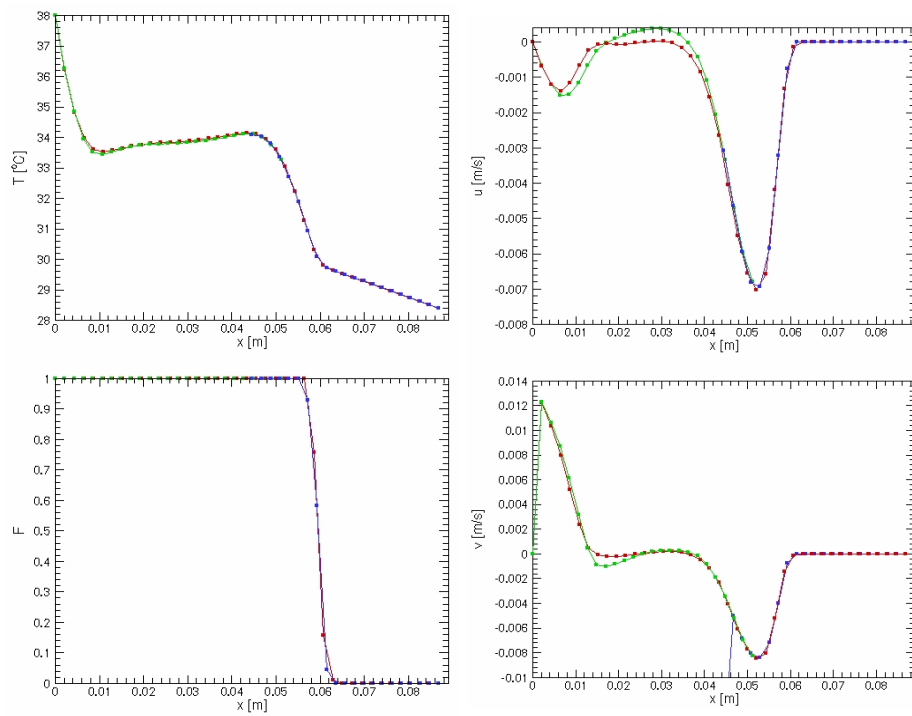
Como conclusión comentar que, a pesar de que el método se podría considerar como bueno si aceptamos estas diferencias como razonables, nos ha parecido oportuno probar otras opciones a la hora de pasar la información entre los diferentes subdominios. Este nuevo método se expone en el capítulo siguiente.



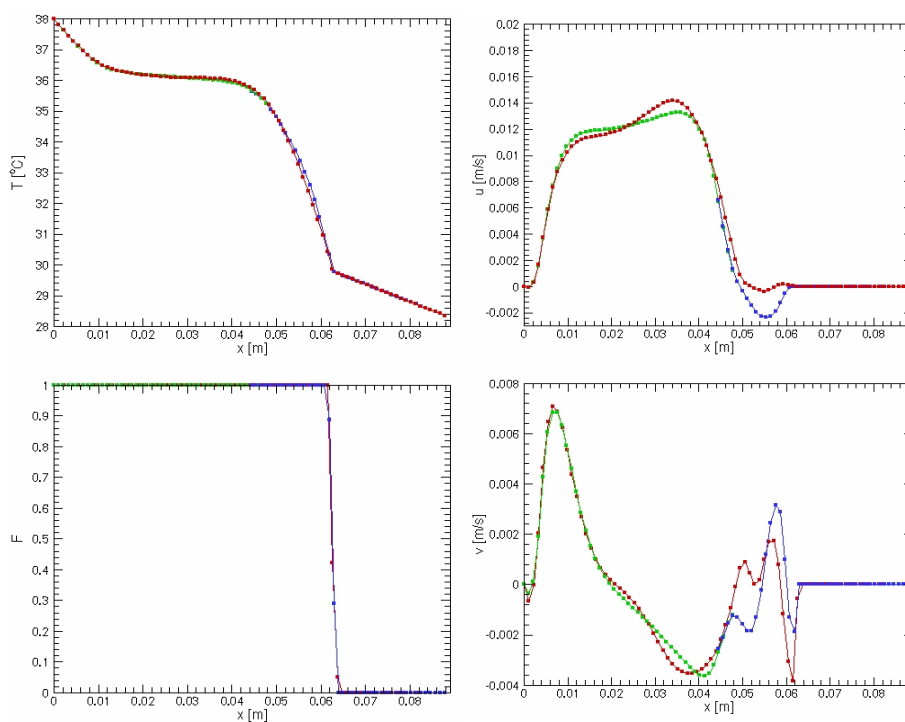
**Figura 4.44:** Contornos de las diferentes variables que intervienen en el caso para el instante de tiempo 1140 segundos cuando la malla de discretización espacial es de  $40 \times 20$ : En rojo y discontinua subdominio 1; en verde y continua subdominio 2; en azul y continua subdominio 3



**Figura 4.45:** Contornos de las diferentes variables que intervienen en el caso para el instante de tiempo 1140 segundos cuando la malla de discretización espacial es de 80x40: a la izquierda resultados obtenidos en el subdominio 1 y a la derecha resultados obtenidos en los subdominios 2 y 3



**Figura 4.46:** Perfiles de las variables escalares y vectoriales en  $y=H/2$  cuando han pasado 19 minutos. Malla de discretización espacial  $40 \times 20$



**Figura 4.47:** Perfiles de las variables escalares y vectoriales en  $y=0.04$  m cuando han pasado 19 minutos. Malla de discretización espacial  $80 \times 40$

## 4.9 Conclusiones

En este capítulo hemos realizado una descripción detallada del método de descomposición de subdominios con el objetivo de utilizarlo para la resolución del fenómeno de cambio de fase y poder obtener una solución asintótica en el caso de fusión del galio con una relación de aspecto de 0.5.

Para poder utilizar subdominios en esta fenomenología, ha sido necesario introducir una serie de modificaciones en el código que han sido verificadas mediante una serie de casos previos. En primer lugar, y con el objetivo de realizar una verificación parcial del código se han estudiado dos casos; uno que consiste en un calentamiento de un sólido y otro en un enfriamiento de un líquido. En ninguno de estos dos casos interviene la fracción líquida, pues en el primer caso su valor será siempre cero y en el segundo será siempre uno. En el caso de calentamiento de un sólido los resultados han sido positivos, en cambio en el caso de enfriamiento de un líquido se observan ciertas anomalías debidas a que el número de Prandtl es muy bajo, lo que hace que la transición de laminar a turbulento se dé para números de Rayleigh más bajos. Por este motivo, el siguiente paso ha sido estudiar el comportamiento del flujo para números de Prandtl bajos y así poder determinar cual es el valor de Rayleigh en que se da la transición de laminar a oscilatorio y de oscilatorio a turbulento. Este estudio se ha realizado para diferentes valores de relación de aspecto y como valor de la temperatura de la pared fría se ha tomado la temperatura de fusión. Se llega a la conclusión de que, cuando estudiemos un caso en que se produzca la fenomenología del cambio de fase con el galio (Prandtl bajo), en muchos casos, en función de la relación de caja de la fase líquida, es muy probable que el comportamiento sea periódico y, por lo tanto, esto se debe tener en cuenta a la hora de utilizar las herramientas de verificación y validación del código numérico.

Se han realizado diversas pruebas de verificación del código de subdominios. Una primera evidente es que el resultado tomando un único subdominio sea el mismo que el obtenido con el código original sin subdominios. Además, se ha optado por fijar la velocidad de los volúmenes de control que son sólidos a 0, pues esto nos comporta una reducción en el tiempo computacional. En este caso, se ha aprovechado para comparar nuestro resultado con los resultados obtenidos por otros autores, pudiendo sacar la conclusión de que, en la mayoría de estados, nuestros resultados son más próximos a los resultados experimentales, probablemente debido a las mallas de discretización y los esquemas numéricos utilizados.

Continuando con la verificación del código, hemos seguido con el caso de fusión del galio, tratando de comprobar que cuando se utiliza más de un subdominio y ocurre el fenómeno del cambio de fase el código multibloc funciona adecuadamente. Para ello hemos cogido un caso con dos subdominios en el que solo existe dependencia en una



única dirección espacial, obteniendo resultados claramente satisfactorios.

Por último, se ha tomado un caso en que la dependencia se dé en ambas direcciones espaciales, siendo los subdominios coincidentes. En este caso, en el momento en que la interfase pasa la zona de solapamiento se empiezan a observar ciertas discrepancias por lo que nos ha parecido oportuno analizar nuevas opciones a la hora de pasar la información entre los diferentes subdominios. Este nuevo método se expone en el capítulo siguiente.

## 4.10 Nomenclatura

$a_X$	coeficiente de la ecuación algebraica en X
$Cn$	Nodos convergidos
$cpu$	tiempo computacional
$D$	término difusivo
$dctcn$	término diferido debido a los términos convectivos
$dctdn$	término diferido debido a los términos difusivos
$e_D$	error computacional
$fa_x$	factor de area compartida
$f_i$	fracción líquida (se refiere a la variable local)
$FL$	fracción líquida (se refiere al valor global, sobre todo el dominio)
$H$	Altura del recinto en estudio
$ite$	número de iteraciones totales
$J$	flujo total a través de una cara
$\dot{m}/F$	flujo másico
$ncv$	número de volúmenes de control
$ndt$	número de pasos temporales
$Nu$	Número de Nusselt
$On$	Nodos oscilatorios
$p$	orden de ajuste del esquema numérico
$P$	Presión
$pa$	presión dinámica
$Pe$	número de Peclet
$Pr$	Número de Prandtl
$Ra$	Número de Rayleigh
$Rn$	Nodos de Richardson
$T$	temperatura
$T_c$	Temperatura de la pared fría
$T_h$	Temperatura de la pared caliente
$T_m$	Temperatura de fusión
$tave$	temperatura media en el dominio
$T_0$	Temperatura inicial
$SBD$	Subdominio
$St$	Número de Stefan
$u$	componente horizontal del vector velocidad
$U$	velocidad longitudinal
$v$	componente vertical del vector velocidad
$V$	velocidad transversal

### Símbolos griegos

$\mu$  viscosidad dinámica  
 $\rho$  densidad

#### subíndices

$N$  norte  
 $S$  sur  
 $E$  este  
 $W$  oeste  
 $P$  nodo en estudio  
 $s$  fase sólida  
 $l$  fase líquida  
 $*$  instante de tiempo final

## Bibliografía

- [1] R. Cònsul, I. Rodríguez, and A. Oliva. Three-dimensional simulation of storage tanks by a parallel multiblock algorithm using loosely coupled computers. In *Proceedings of the ISES Solar World Congress 2003*, 2003.
- [2] Lai Y. and Prezkwas A. A multigrid algorithm for a multiblock pressure-based flow and heat transfer solver. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 30:239–254, 1996.
- [3] W. Shyy, J. Liu, and J. Wright. Pressure-based visous flow computation using multiblock overlapped curvilinear grids. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 25:39–59, 1994.
- [4] J. Cadafalch, C.D. Pérez-Segarra, R. Cònsul, and A. Oliva. Verification of finite volume computations on steady state fluid flow and heat transfer. *Journal of Fluids Engineering*, 124:11–21, 2002.
- [5] I. Di Piazza and M. Ciofalo. Low-Prandtl Number Natural Convection in Volumetrically Heated Rectangular Enclosures: I. Slender Cavity,  $ar = 4$ . *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43(17):3027–3051, 2000.
- [6] S. Arcidiacono, I. Di Piazza, and M. Ciofalo. Low-Prandtl Number Natural Convection in Volumetrically Heated Rectangular Enclosures: Ii. Square Cavity,  $ar = 1$ . *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44(3):537–550, 2001.
- [7] S. Arcidiacono and M. Ciofalo. Low-Prandtl Number Natural Convection in Volumetrically Heated Rectangular Enclosures: Iii. Shallow Cavity,  $ar = 0.25$ . *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44(16):3053–3065, 2001.

- [8] T. Yanagita and K. Kaneko. Rayleigh-Bénard Convection. Patterns, Chaos, Spatiotemporal Chaos and Turbulence, 1994.
- [9] R. Viswanath and Y. Jaluria. A Comparison of Different Solution Methodologies for Melting and Solidification Problems in Enclosures. *Numerical Heat Transfer*, 24:77–105, 1993.
- [10] Z.X. Gong and A.S. Mujumdar. Flow and Heat Transfer in Convection-Dominated Melting in a Rectangular Cavity Heated from Below. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(17):2573–2580, 1998.
- [11] Z.X. Gong, S. Devahastin, and A.S. Mujumdar. Enhanced Heat Transfer in Free Convection-Dominated Melting in a Rectangular Cavity with an Isothermal Vertical Wall. *Applied Thermal Engineering*, 19(12):1237–1251, 1999.
- [12] M. Costa, A. Oliva, C.D. Pérez Segarra, and R. Alba. Numerical Simulation of Solid-Liquid Phase Change Phenomena. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 91(1–3):1123–1134, 1991.