

Universitat Jaume I

Escola Superior de Tecnologia i Ciències
Experimentals

Departament de Física



Sistemes formadors d'imatges
multidimensionals amb detecció integrada

Tesi doctoral de

Pere X. Clemente Pseudo

Directors:

Dr. Enrique Tajahuerce Romera

Dr. Vicente A. Durán Bosh

Castelló, octubre de 2015



D. Enrique Tajahuerce Romera i D. Vicente A. Durán Bosh, doctors en Física de la Universitat Jaume I de Castelló,

CERTIFIQUEN

Que la present memòria “SISTEMES FORMADORS D’IMATGES MULTIDIMENSIONALS AMB DETECCIÓ INTEGRADA”, resumeix el treball, realitzat sota la seva direcció, per D. Pere X. Clemente Pesudo i constitueix la seva Tesi per a optar al Grau de Doctor.

Per a que així conste, en compliment de la legislació vigent, signen el present certificat a Castelló, vint-i-sis d’octubre de dos mil quinze.

Sig.: Enrique Tajahuerce Romera

Sig.: Vicente A. Durán Bosh

Agraïments

Aquesta tesi és el resultat d'un treball en comú en el que han col·laborat un conjunt de persones. Enrique Tajahuerce i Vicente Durán, com a directors, i Jesús Lancis han estat fonamentals tant en tota la feina de recerca com en l'escriptura d'aquesta tesi. Durant els últims anys, traçarem tots plegats el camí a seguir en la meua investigació aportant idees, discutint conceptes, enraonant models i ajudant en les tasques experimentals al laboratori. La seua visió global de l'Òptica i de la investigació en general, així com la seua generositat i entusiasme han estat claus per a la gestació d'aquest treball. En el procés d'escriptura, revisaren cadascun dels successius esborranys que contínuament els lliurava. El seu esperit crític i claredat milloraren l'estil i la redacció, fent més entenedora i senzilla la lectura sense menystenir el contingut. També ha estat de gran vàlua la feina desenvolupada per Lluís Martínez, Vicent Climent, Víctor Torres, Mercedes Fernández, Esther Irlés, Fernando Soldevila, Ángel Rodríguez i Pedro Andrés que han col·laborat en alguns dels experiments realitzats. La tesi s'ha beneficiat tant de les seves habilitats experimentals, indispensables en el laboratori, com dels seus comentaris que han donat consistència als articles publicats.

Aquest escrit no és la culminació d'un treball, sinó tant sols una llamborda més en un dels múltiples carrers que la recerca va obrint entre la incertesa i el desconeixement, donant llum a l'enteniment de la natura i del món en general. És fascinant i val la pena!

A totes elles, gràcies.

Índex

Acrònims

1. Introducció

1.1. Motivació

1.2. Objectius

1.3. Aportacions

2. Sistemes formadors d'imatges amb detecció integrada

2.1. Càmera d'un sol píxel basada en compressive sensing

2.2. Ghost imaging computacional

3. Moduladors espacials de radiació

3.1. Moduladors espacials basats en cristalls líquids “twisted nematic”

3.2. Moduladors espacials basats en micro-espills

4. Càmeres d'un sol píxel multidimensionals basades en compressive sensing

4.1. Càmera híper-espectral

4.2. Càmera polarimètrica

4.3. Càmera híper-espectral polarimètrica

4.4. Sistema formador d'imatges de fase

5. Aplicacions de ghost imaging computacional en xifrat òptic i holografia

5.1. Xifrat òptic mitjançant ghost imaging computacional

5.2. Ghost holography computacional

6. Conclusions

Apèndix A. Optimització convexa en compressive sensing

Apèndix B. Matrius Hadamard, funcions Walsh i funcions Hadamard-Walsh

Apèndix C. Relacions entre la càmera d'un sol píxel i ghost imaging computacional

Bibliografia

Acrònims

CCD	Charge-Coupled Device
CMOS	Complementary Metal Oxide Semiconductor
CS	Compressive Sensing
DLP	Digital Light Processing
DMD	Digital-Mirror Device
DODP	Degree Of DePolarization
DOP	Degree Of Polarization
DVI	Digital Visual Interface
FLC	Ferroelectric Liquid Crystal
GH	Ghost Holography
GI	Ghost Imaging
IPM	Imatge Polarimètrica de Mueller
IPS	Imatge Polarimètrica de Stokes
ITO	Indium Tin Oxide
JPEG	Joint Photographic Experts Group
LC-SLM	Liquid Crystal-Spatial Light Modulator
LIDAR	Light Detection And Ranging
MEMS	MicroElectroMechanical Systems
MPEG	Moving Pictures Experts Group
MRI	Magnetic Resonance Imaging
MSE	Mean Square Error
PNLC	Parallel Nematic Liquid Crystal
PSA	Polarization State Analyzer
PSNR	Peak Signal-to-Noise Ratio
RGB	Red Green Blue
SLM	Spatial Light Modulator
SNR	Signal-to-Noise Ratio
SRAM	Static Random Access Memory
SVGA	Super Video Graphics Array
TNLC	Twisted Nematic Liquid Crystal
XGA	eXtend Graphics Array

Capítol 1: Introducció

1.1. Motivació

L'ull és una finestra al món. La percepció visual ens permet interpretar el nostre entorn mitjançant el processat de la informació transmesa per la llum visible. Més d'un 70% de la informació que rebem del món exterior es realitza a través del sentit de la vista. Aquesta informació és crítica per a moltes tasques que l'observador humà ha d'acomplir, com la identificació d'objectes i materials, la determinació de la seva estructura tridimensional, la manipulació d'objectes i la comunicació amb altres persones.

Però la visió humana està restringida. Per una banda, l'ull, entès com un sistema òptic, té limitacions intrínseques en resolució, camp visual i profunditat de camp. A més, donat que no és un sistema perfecte, pateix d'aberracions i possibles ametropies. Per una altra banda, l'ull és incapaç d'extreure tota la informació continguda en la llum que li arriba a la còrnia. Així, l'ull tant sols és sensible a l'espectre visible de la radiació electromagnètica i impotent per a processar radiació infraroja, ultraviolada i raigs X. Aquests tipus de radiacions contenen també informació valuosa dels objectes, com a resultat de la interacció de la radiació amb la matèria. A més, l'ull no pot discernir distints estats polarització o diferents fases de la llum. Les dues propietats de polarització i fase d'un feix de llum són susceptibles de variar en interaccionar amb una mostra determinada, aportant aquests canvis informació sobre la seva estructura. Les imatges espectrals, polarimètriques i de fase complementen la informació que s'obté mitjançant mètodes estàndard revelant detalls o propietats de la mostra ocults en la imatge convencional [1–4].

Avui en dia, la tecnologia ens permet dissenyar dispositius i sistemes que superen les capacitats de l'ull, i ens donen la possibilitat d'obtenir imatges multidimensionals. La recerca de nous materials, sensors i sistemes de control ha fet que les ciències de la imatge s'hagen estès menys enllà de l'àmbit de l'òptica

tradicional abastant, a més d'òptics i físics, a enginyers, informàtics, químics, i matemàtics. L'ampli ventall d'aplicacions d'aquests dispositius en àrees tant diverses com medicina [5], telecomunicacions [6], astronomia [7], teledetecció [8], robòtica [9],... justifica l'esforç actual que hi ha en la recerca de nous sistemes capaços d'obtenir imatges multidimensionals amb major prestacions. Tanmateix augmentar la dimensionalitat de les imatges suposa un increment substancial en la quantitat de dades a adquirir, processar i interpretar. Aleshores, desenvolupar tècniques que optimitzen l'adquisició, processat i interpretació de dades ajudarà a la millora dels sistemes de formació d'imatges multidimensionals.

En l'àmbit de la imatge bidimensional, la càmera d'un sol píxel utilitza tant sols un fotodetector, sent una alternativa a les càmeres convencionals que utilitzen un sensor matricial constituït per milions de fotodetectors [10]. El *modus operandi* de la càmera d'un sol píxel és projectar seqüencialment la transmissió de l'objecte sobre el conjunt de funcions 2D d'una base. Les intensitats integrades resultants de les projeccions són mesurades amb un fotodetector sense resolució espacial. A partir de les funcions de la base i les intensitats mesurades es recupera la imatge de l'objecte. En les primeres aplicacions, les funcions de la base es construïen mitjançant targetes perforades que es movien mecànicament. El fet de projectar sobre un conjunt nombrós de funcions, a més d'emprar targetes mòbils, fou un obstacle en el desenvolupament de la càmera d'un sol píxel [11–13].

Encara que la idea bàsica de la càmera d'un sol píxel ja es proposà en 1949 pel professor Marcel Golay [14] en els laboratoris Bell, només a partir de l'aparició dels moduladors espacials de radiació (SLM, acrònim del terme anglès *Spatial Light Modulator*) aquesta tecnologia és viable. Els SLMs permeten el control de patrons bidimensionals de llum mitjançant milions de píxels, cadascun dels quals pot controlar individualment l'amplitud i la fase de la radiació que passa a través d'ells o és reflectida per ells. L'alta resolució espacial, les elevades freqüències de refresc i la facilitat de control d'aquests dispositius se-

nyala el modulador com un component fonamental de la càmera d'un sol píxel.

Els SLMs s'han utilitzat per a codificar senyals de radiació incrementant l'amplada de banda de dades en telecomunicacions, per al conformat de polsos òptics en aplicacions per a l'espectroscòpia Hadamard, emmagatzemat de dades òptic, i també per a la correcció d'aberracions introduint el desplaçament de fase oposat en aplicacions d'òptica adaptativa. En els últims anys s'ha incrementat l'ús dels moduladors en aplicacions biomèdiques, permetent un tall més precís en la cirurgia làser, o generar pinces òptiques per a separar o manipular cèl·lules individualment [15]. La construcció dels moduladors està basada principalment en dues tecnologies, LC-SLM (acrònim del terme anglès *Liquid Crystal-Spatial Light Modulator*) i DMD (acrònim del terme anglès *Digital-Mirror-Device*). Mentre que en la primera els píxels són cel·les de cristalls líquids la birefringència dels quals es pot controlar mitjançant l'aplicació de voltatges, en la segona els píxels són micro-espills orientables que es controlen electrònicament.

Recentment la càmera d'un sol píxel s'ha beneficiat també la tècnica *compressive sensing* (CS), ja que permet reduir el nombre de projeccions a realitzar. Els orígens d'aquesta tècnica està en els mètodes de compressió del senyal. La transmissió de la informació de forma eficaç, ràpida i segura és un objectiu prioritari en la societat actual. S'han desenvolupat mètodes de compressió del senyal amb l'objectiu d'incrementar la rapidesa en la transmissió. Així tècniques com JPEG o JPEG2000, MPEG i MP3 s'utilitzen habitualment per a comprimir senyals d'imatge, vídeo, i àudio respectivament, reduint el nombre de bits a transmetre sense pèrdua de la informació original. Aquestes tècniques aprofiten el fet que el senyal és *sparse* en algunes determinades bases, es a dir, es pot expressar amb tant sols uns pocs coeficients significatius. Aleshores disminueix notablement la quantitat de bits necessaris per a la transmissió.

Tradicionalment el mostreig del senyal es realitza sota el criteri de Nyquist-Shannon [16], que estableix que la freqüència de mostreig mínima que es requereix ha de ser major que el doble de la freqüència màxima del senyal.

Aquest criteri limita el nombre mínim de mostres necessari per a la recuperació del senyal. Aleshores, encara que els mètodes de compressió a posteriori reduïen la quantitat de bits per a la transmissió, cal adquirir gran quantitat de dades en el procés de mostreig. Es a dir, l'adquisició de dades és un procés redundat ja que s'enregistren més dades de les necessàries per a la transmissió de la informació.

A mitjans de l'última dècada, es proposà la tècnica CS com un mètode de mostreig i reconstrucció del senyal que requereix prou menys mostres del que determina el criteri de Nyquist-Shannon [17–19]. La tècnica CS optimitza l'adquisició de dades realitzant la compressió en el mateix procés de mostreig del senyal. El ventall d'aplicacions de CS és immens, abastant àrees tant diverses com la conversió de senyals analògiques a informació [20,21], biologia computacional [22,23], anàlisi de dades geofísiques [24,25], radar [26,27], astronomia [28,29], identificació de sistemes i sistemes dinàmics [30], comunicacions [31,32], metrologia de superfícies [33], processament digital acústic, de so i veu [34], teledetecció [35,36], enginyeria de computadors [37], infografia [38], robòtica [39], neurociència [40], física quàntica [41,42] i medicina [43,44].

En l'any 2006, es dissenyà la primera càmera d'un sol píxel emprant CS [45]. La utilització d'aquesta tècnica suposà una millora ja que es disminueix el nombre de projeccions a realitzar i per tant el temps d'adquisició de dades. Lluny de ser una mera curiositat acadèmica, les càmeres d'un sol píxel permeten resoldre problemes que les càmeres convencionals no poden afrontar. La adquisició d'imatges en el rang espectral de les ones mil·limètriques [46,47], i de l'infraroig [10], amb nivells d'il·luminació inferiors al pico-watt [48] o d'objectes immersos en medis tèrbols són alguns d'ells [49–51]. Aquesta estratègia de detecció ofereix avantatges respecte altres tècniques d'adquisició d'imatges per escaneig punt a punt utilitzades en sistemes LIDAR (acrònim del terme anglès *Light Detection And Ranging*) o en microscopis confocals, multifotó i Raman [52], ja que es redueix el nombre de punts a escanejar [53]. A més, com cadascuna de les mesures conté informació global sobre tota la mos-

tra, la càmera es beneficia de l'avantatge de multiplexat i es tradueix en una millora de l'índex senyal-soroll que permet reduir bé el temps de resposta del detector o bé el nivell d'irradiació de la mostra [54,55]. Recentment s'ha proposat la utilització de la càmera d'un sol píxel en l'àmbit de la computació quàntica [56,57].

Una altra manera d'adquirir imatges amb fotodetectors sense resolució espacial és mitjançant *ghost imaging*. (GI). Aquesta tècnica pertany a l'emergent branca de l'òptica quàntica *quantum imaging*, que explota la naturalesa quàntica de la llum. En general, en les tècniques de formació d'imatges òptiques clàssiques la intensitat és suficientment elevada com per a menysprear el caràcter quàntic de la font de llum. Tanmateix en condicions de baixa il·luminació aquesta natura quàntica de la llum es manifesta amb l'aparició de soroll de tipus *shot noise*, que limita la qualitat final de la imatge obtinguda. La reducció de les fluctuacions quàntiques espacials aporta noves oportunitats per a millorar el rendiment en l'enregistrament, emmagatzematge i lectura d'imatges òptiques més enllà dels límits imposats pel *shot noise* espacial [58]. Entre les aplicacions de *quantum imaging* estan la detecció d'objectes d'amplitud i fase més enllà del límit quàntic mitjançant una tècnica nova anomenada "mesura dèbil", l'amplificació d'imatges òptiques preservant l'índex senyal-soroll mitjançant "mesura dèbil", microscòpia de fotons entrelaçats, mesura de xicotets desplaçaments i reconstrucció d'imatges més enllà dels límits quàntics, litografia quàntica i teleportació quàntica d'imatges òptiques [59].

1.2. Objectius

L'objectiu principal d'aquesta tesi és el desenvolupament i anàlisi de sistemes formadors d'imatges multidimensionals amb detecció integrada. L'ús de sensors sense resolució espacial permet abastar regions de l'espectre, com terahertz o infraroig, on els detectors amb resolució espacial són cars o simplement no existeixen [1,46,60]. A més el tipus de detecció integrada que es descriu en aquesta tesi, a diferència de l'escaneig punt a punt, és adient per a sistemes on es disposa de tènues senyals de radiació, de forma que les imatges milloren la

seu índex senyal-soroll respecte a la que s'obtidria en sistemes convencionals. Així tècniques com la microscòpia de fluorescència i *Raman imaging* poden incorporar aquest tipus de detecció integrada per augmentar les seves prestacions [11,54,55]. Per una banda, l'aplicació de la tècnica CS ens ha permès dissenyar sistemes formadors d'imatges multidimensionals optimitzats que redueixen el nombre de dades en el procés d'adquisició. Així s'ha desenvolupat una càmera híper-espectral a partir d'un espectròmetre de fibra convencional que té com a màxim 110 canals espectrals, cadascun amb una amplada de 8 nm. A més, amb una lleugera modificació d'aquest dispositiu s'ha aconseguit una càmera híper-espectral polarimètrica capaç de mesurar polarització per a diferents longituds d'ona simultàniament. També s'ha construït una càmera polarimètrica emprant un polarímetre de feix. Aquesta càmera pot mesurar completament l'estat de polarització de cada punt d'un feix de radiació i calcular distribucions espacials de paràmetres com el grau de polarització, paràmetres d'Stokes, etc.... També s'ha desenvolupat una càmera hologràfica combinant les tècniques de CS i *phase shifting* que pot realitzar mesures quantitatives, a més de poder obtenir imatges de fase i amplitud, com s'ha provat caracteritzant una lent esfero-cilíndrica. Per una altra banda la tècnica de GI computacional és també una tècnica amb detecció integrada i aleshores gaudeix dels avantatges d'aquest tipus de detecció. A partir d'aquesta tècnica s'ha desenvolupat *ghost holography* computacional, que permet la mesura quantitativa d'objectes purs de fase mitjançant la detecció puntual. A més, degut a que la tècnica de GI computacional utilitza patrons de *speckle*, es a dir distribucions aleatòries de intensitat sense correlació espacial, és l'entorn adient per al xifrat òptic de forma més eficient que amb altres mètodes convencionals. En aquest treball es presenta un mètode de xifrat òptic mitjançant la tècnica GI computacional.

La tesi està dividida en sis capítols. Fins ací s'ha introduït el concepte d'imatge multidimensional i els seus avantatges en comparació a la imatge convencional. Així mateix, s'ha plantejat també com a objectiu el desenvolupament i anàlisi de sistemes de formació d'imatges multidimensionals amb detecció integrada, que milloren les prestacions dels sistemes actuals. En el capítol 2 es

revisen les tècniques CS i GI com a eines per a sistemes formadors d'imatges amb detecció integrada, i a més s'analitza la semblança entre les dues tècniques. Ambdues utilitzen moduladors espacials de llum com a part del sistema d'il·luminació estructurada sobre la mostra. Aleshores en el capítol 3 es revisa la tecnologia, modes d'operació i característiques dels DMD i LC-SLM com a moduladors espacials de llum. Els capítols 4 i 5 constitueixen el nucli d'aquesta tesi, on es descriuen els diferents sistemes desenvolupats. El capítol 4 presenta quatre sistemes formadors d'imatges multidimensionals basats en la tècnica CS per a obtenir imatges multiespectrals, polarimètriques, espectral-polarimètriques i de fase respectivament. En el capítol 5 es presenten dues aplicacions de GI computacional, una en xifrat òptic i l'altra en holografia. Finalment, en el capítol 6 es comenten les conclusions d'aquesta tesi i possibles línies d'investigació i desenvolupament futures.

1.3. Aportacions

El treball durant els últims anys ha donat com a fruit els següents articles propis publicats relacionats amb la tesi, i que s'adjunten al final d'aquesta.

- 1) P. Clemente, V. Durán, L. Martínez-León, V. Climent, E. Tajahuerce, and J. Lancis, "Use of polar decomposition of Mueller matrices for optimizing the phase response of a liquid-crystal-on-silicon display," *Opt. Express* 16, 1965–74 (2008).
- 2) V. Durán, P. Clemente, L. Martínez-León, V. Climent, and J. Lancis, "Poincaré-sphere representation of phase-mostly twisted nematic liquid crystal spatial light modulators," *J. Opt. A Pure Appl. Opt.* 11, 085403 (2009).
- 3) P. Clemente, V. Durán, V. Torres-Company, E. Tajahuerce, and J. Lancis, "Optical encryption based on computational ghost imaging," *Opt. Lett.* 35, 2391–3 (2010). Article referenciat en *Nature Photonics* [61].
- 4) V. Durán, P. Clemente, M. Fernández-Alonso, E. Tajahuerce, and J. Lancis, "Single-pixel polarimetric imaging," *Opt. Lett.* 37, 824–826 (2012).

- 5) P. Clemente, V. Durán, E. Tajahuerce, V. Torres-Company, and J. Lancis, “Single-pixel digital ghost holography,” *Phys. Rev. A* 86, 041803 (2012).
Article destacat per la *American Physics Society* [62].
- 6) F. Soldevila, E. Irlles, V. Durán, P. Clemente, M. Fernández-Alonso, E. Tajahuerce, and J. Lancis, “Single-pixel polarimetric imaging spectrometer by compressive sensing,” *Appl. Phys. B Lasers Opt.* 113, 551–558 (2013).
- 7) P. Clemente, V. Durán, E. Tajahuerce, P. Andrés, V. Climent, and J. Lancis, “Compressive holography with a single-pixel detector,” *Opt. Lett.* 38, 2524 (2013).

Capítol 2: Sistemes formadors d'imatges amb detecció integrada

En aquest capítol es descriuen dues tècniques per a la formació d'imatges amb detecció integrada. La primera és la càmera d'un sol píxel basada en CS [45]. Aquest dispositiu permet l'adquisició d'imatges utilitzant tant sols un fotodetector, a diferència de les càmeres tradicionals que empen un sensor matricial constituït per milions de fotodetectors. La segona és la tècnica de GI computacional [63,64] i, encara que els seus orígens en l'òptica quàntica són radicalment diferents als de la càmera d'un sol píxel, ambdues tècniques tenen característiques comuns com la il·luminació estructurada i la detecció integrada.

2.1. Càmera d'un sol píxel basada en compressive sensing

En la Universitat de Rice, USA, es desenvolupà el primer prototip de càmera d'un sol píxel basada en la tècnica CS [45]. Lluny de ser una mera curiositat acadèmica, aquest dispositiu té aplicacions com l'adquisició d'imatges en el rang espectral de les ones mil·limètriques [46,47], i de l'infraroig [10], amb nivells d'il·luminació inferiors al pico-watt [48] o d'objectes immersos en medis tèrbols [49–51]. En aquest apartat, primer es descriu en què consisteix el mostreig d'un objecte i com realitza el mostreig una càmera convencional. En segon lloc, s'explica la tècnica d'escaneig punt a punt i s'introdueix el concepte de multiplexat d'un objecte emprat en les càmeres d'un sol píxel. Finalment s'explica la tècnica CS com una estratègia de multiplexat adient per a superar el límit imposat per criteri de Nyquist.

La paraula “mostreig” es refereix tant al procés d'obtenir mesuraments discrets d'un senyal com a la representació d'un senyal utilitzant números discrets [2]. Una imatge digital d'una càmera CCD és un mostreig ja que és una representació de l'objecte mesurat mitjançant números discrets. Aquests números són els valors normalitzats de les irradiàncies en els píxels de la càmera. En

el tractament digital d'imatges és habitual considerar la imatge 2D com un vector 1D, que expressa el conjunt de files de la imatge concatenades en un sol vector. Així, si es considera l'objecte bidimensional com un vector columna O que conté les N components de l'objecte, el mostreig realitzat per la càmera es pot expressar com

$$Y = P \cdot O = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} o_1 \\ \vdots \\ o_N \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

on P és la matriu identitat i Y és un vector columna que conté les projeccions de l'objecte sobre cadascun dels vectors de la *base natural* $\mathcal{N} \equiv \{f_i\}_{i=1}^N$. Aquests vectors són les files de la matriu P . Amb les projeccions mesurades, es recupera la imatge de l'objecte com $O_e = \sum_{i=1}^N y_i f_i$.

Quan es dispara una càmera i es mesura al mateix temps la irradiància en tots els píxels, aleshores el mostreig de l'objecte es realitza simultàniament. No obstant es podria adquirir la mateixa informació seguint un procés seqüencial mesurant la irradiància de cada píxel amb un detector puntual. Aquest procés, anomenat escaneig punt a punt, seria equivalent a activar tant sols un píxel de la CCD en cada mesura.

En la tècnica d'escaneig punt a punt, el mostreig es realitza projectant l'objecte sobre els vectors de la *base natural*. Tanmateix el mostreig es pot realitzar projectant-la sobre qualsevol altra base de funcions. Si aquesta base $\Phi \equiv \{\phi_i\}_{i=1}^N$ és diferent de la *base natural* \mathcal{N} , la imatge recuperada $O_\Phi = \sum_{i=1}^N y_i \phi_i$ cal transformar-la d'eixa base a la *base natural* segons

$$O_{\mathcal{N}} = \mathcal{M}_{\mathcal{N}}^\Phi \cdot O_\Phi, \quad (2.2)$$

on $\mathcal{M}_{\mathcal{N}}^\Phi$ és la matriu canvi de base.

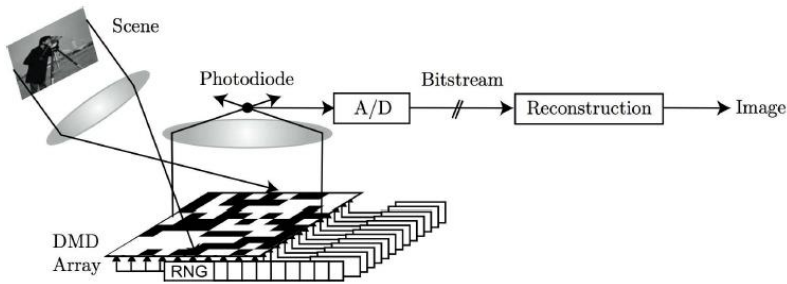


Figura 2.1. Càmera d'un sol píxel de la Universitat de Rice. Mitjançant un sistema òptic es forma la imatge de l'objecte sobre un modulador espacial de llum. El modulador, en aquest cas un DMD format per espills orientables, permet codificar un patró bidimensional d'intensitat. La irradiància total reflectida mesurada amb un fotodiode és la projecció de la imatge sobre el patró. A partir d'un conjunt de patrons codificats i les projeccions mesurades s'obté la imatge de l'objecte aplicant la tècnica de CS [203].

En general el multiplexat d'un objecte consisteix en recuperar la imatge de l'objecte a partir del resultat de la projecció de l'objecte sobre un conjunt qualsevol de funcions. Una vegada mesurades les projeccions Y segons l'equació (2.1), la qüestió d'estimar l'objecte O a partir d'aquestes s'anomena *problema invers* i s'aborda amb diferents tècniques matemàtiques. La projecció d'un objecte sobre un conjunt de funcions es pot realitzar experimentalment mitjançant la càmera d'un sol píxel. Un modulador espacial de llum permet codificar funcions bidimensionals d'intensitat. Un detector puntal mesura les projeccions de l'objecte en aquest conjunt de funcions i permet la seva reconstrucció, com es mostra en la figura 2.1. Ja en 1949, Marcel Golay proposà el multiplexat en espectroscòpia per a millorar l'eficiència fotomètrica en la detecció espectral [14].

La tècnica de multiplexat d'una imatge requereix d'un temps per a l'adquisició de dades la qual cosa representa una de les seues principals limitacions. Una fita actual de la càmera d'un sol píxel és reduir aquest temps de mesura a valors comparables al de les càmeres convencionals. La recerca per assolir aquesta fita és doble i es dirigeix a emprar dispositius més ràpids (detectors i moduladors) i a intentar reduir el nombre de projeccions a realitzar per sota de N . En aquesta segona línia d'investigació ha irromput amb força la tècnica CS,



Figura 2.2. A l'esquerra, la imatge original emmagatzemada en un arxiu de dades de 1Mbyte de mida. A la dreta, la imatge recuperada a partir de l'arxiu comprimit en la base DCT, la mida del qual és 210Kbytes aproximadament.

que es presenta com una eina prometedora per a un ventall d'aplicacions. Els següents paràgrafs es dedicaran a descriure els fonaments de la teoria de CS.

En la societat actual, immersa en l'era digital, és habitual l'emmagatzematge i la transmissió d'imatges comprimides en formats tals com JPEG, JPEG2000 o altres. Les tècniques per a comprimir consisteixen en representar les imatges en un base diferent a la *base natural*, on es requereixen menys coeficients per a expressar la imatge sense pèrdua substancial d'informació. Per exemple, en la figura 2.2 no s'aprecien diferències entre la imatge original i la imatge comprimida, reduint-se la seva mida un 80%. Així una imatge es pot comprimir si es pot expressar en una base amb tant sols un reduït nombre de coeficients, inferior a la dimensió de la imatge. Aleshores es diu que la imatge és *sparse* en aquesta base. Citant a David Brady, professor de la Universitat de Duke, “*if its is possible to compress measured data, one might argue that too many measurements were made*”. En resposta a aquesta afirmació, la teoria de CS explora l'estimació d'imatges compressibles realitzant menys mesures que la dimensió de les imatges [17–19].

El conjunt de mesures obtingudes projectant l'objecte O_{Φ} , expressat en una certa base $\Phi \equiv \{\phi_i\}_{i=1}^N$, sobre un conjunt determinat de funcions es pot escriure com

$$Y = \mathcal{S} \cdot O_{\Phi}, \tag{2.3}$$

on cada fila de la *matriu de mesura* \mathcal{S} es correspon a una funció del conjunt. Més endavant es veurà com cal dissenyar la *matriu de mesura* per a recuperar la imatge. Si Ψ és la base on la imatge es *sparse*, tenint en compte la relació entre les representacions d'una imatge en dues bases, $O_\Phi = \mathcal{M}_\Phi^\Psi O_\Psi$, es pot escriure (2.3) com

$$Y = \mathcal{S} \cdot \mathcal{M}_\Phi^\Psi \cdot O_\Psi = \Theta \cdot O_\Psi, \quad (2.4)$$

on s'anomena *matriu de detecció* a $\Theta = \mathcal{S} \cdot \mathcal{M}_\Phi^\Psi$.

Quan el nombre de mesures és menor que la dimensió de la imatge, el sistema d'equacions (2.4) és compatible indeterminat i té infinites solucions. La teoria de l'optimització, també anomenada programació matemàtica, resol aquest tipus de problemes. Un problema d'optimització o programa, aplicat per a la recuperació de la imatge, es pot resumir com

$$O_{\Psi_e} = \min_O \gamma(O_\Psi) \quad \text{de tal manera que } Y = \Theta \cdot O_\Psi. \quad (2.5)$$

on es minimitza una funció determinada $\gamma(O_\Psi)$, anomenada *funció objectiu*, restringida al compliment d'una equació.

La teoria de CS té com a objectius: 1) dissenyar la *matriu de mesura* \mathcal{S} ; i 2) garantir que el problema d'optimització tingui una alta probabilitat de solució única. El professor Candès en l'any 2006 presentà una treball enunciant un teorema que garanteix la reconstrucció de la imatge sota tres requisits [65], que la imatge sigui *sparse* en la base Ψ , que la *matriu de mesura* \mathcal{S} sigui aleatòria, i que les bases Φ i Ψ siguin incoherents en el sentit que es detalla a continuació.

La coherència entre dues bases ortonormals Ψ i Φ es defineix com

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{N} \max_{k,j} |\phi_k^T \cdot \psi_j|^2 \quad (2.6)$$

La coherència quantifica la major correlació entre qualsevol dos elements de Ψ i Φ . El cas de màxima coherència es dona quan les dues bases comparteixen un vector, aleshores $\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{N}$. La coherència no pot ser nul·la ja que les

dues bases representen el mateix espai vectorial. El rang de valors possible és $\mu(\Phi, \Psi) \in [1, \sqrt{N}]$. Quan la coherència és mínima, es diu que les bases Ψ i Φ son incoherents.

El teorema de Candès [66], com una opció possible per a tècnica de CS, pot enunciar-se de la següent manera

“Si un objecte és k -sparse en Ψ (té $k < N$ coeficients no nuls), si la matriu de mesura és aleatòria, i si es compleix

$$M \geq kC\mu(\Phi, \Psi)\log N, \quad (2.7)$$

on C és una constant positiva, aleshores la imatge estimada a partir de

$$O_{\Psi_e} = \arg \min_{O_{\Psi}} \|O_{\Psi}\|_1 \quad \text{de tal manera que } \Theta \cdot O_{\Psi_e} = Y, \quad (2.8)$$

satisfà que $O_{\Psi_e} = O_{\Psi}$ amb una alta probabilitat”.

La funció objectiu emprada en el problema d’optimització per a l’estimació de la imatge és la norma l_1 $\|O_{\Psi}\|_1 = \sum_{i=1}^N |o_i|$. Segons l’equació (2.7) es pot dir que quan més incoherents son les bases de mesura Φ i Ψ , menys mesures cal realitzar per a recuperar la imatge. L’enfocament clàssic per a resoldre aquest tipus de problemes d’optimització és mitjançant l’ajust per mínims quadrats, minimitzant la norma l_2 , $\|O_{\Psi}\|_{l_2} = \sum_i |c_i|^2$. Tanmateix, quan la imatge és *sparse* pràcticament mai s’assoleix la minimització d’aquesta norma [67].

Un altra opció de disseny de la *matriu de mesura* és realitzar un submostreig aleatori de la imatge en la seva representació *sparse* O_{Ψ} [65]. Aleshores la *matriu de mesura* \mathcal{S} està formada per files cadascuna de les quals és un vector de la base Ψ escollit de forma aleatòria. Aquesta opció de disseny, també emprada en MRI (acrònim del terme anglès *Magnetic Resonance Imaging*) [68], s’ha escollit per als sistemes desenvolupats en aquesta tesi quan s’ha aplicat CS.

Fins ara s'ha considerat que les mesures adquirides estan lliures de soroll i per tant la restricció en el problema d'optimització de l'expressió (2.8) és $Y = \Theta \cdot O_{\Psi_e}$. Un model més realista té en compte els errors en les mesures i considera que $Y = \Theta \cdot O_{\Psi_e} + \mathbf{n}$, on \mathbf{n} és una pertorbació desconeguda lligada per una quantitat coneguda $\|\mathbf{n}\|_2 \leq \epsilon$. Aleshores es replanteja el problema d'optimització com

$$O_{\Psi_e} = \arg \min_{O_{\Psi}} \|O_{\Psi}\|_1 \text{ de tal manera que } \|\Theta \cdot O_{\Psi_e} - Y\|_2 \leq \epsilon. \quad (2.9)$$

En l'apèndix A es comenten altres eines d'optimització que es poden aplicar per a resoldre l'objectiu fonamental de la teoria CS, que és recuperar el senyal a partir d'un reduït nombre de mesuraments lineals inferior al establert pel teorema de Nyquist.

2.2. Ghost imaging computacional

La tècnica de GI permet la formació d'imatges a partir de l'ús de dos feixos de llum espacialment correlacionats que viatgen a través de dos sistemes òptics separats, usualment anomenats sistema de test, on està l'objecte, i sistema de referència. El primer experiment de GI, realitzat per Pittman et al. [69], utilitzà com a font de radiació parells de fotons entrelaçats generats via el procés de *parametric down conversion*. Prèviament Klyshko [70] va establir la fonamentació teòrica de la tècnica. Posteriorment es va demostrar que també es possible realitzar GI amb una font de llum clàssica [71]. Si la font de llum utilitzada és una font tèrmica clàssica, la tècnica s'anomena GI tèrmica.

En la figura 2.3 s'il·lustra l'esquema bàsic d'aquesta tècnica. La font tèrmica es simula mitjançant un làser i un difusor rotatori, obtenint així una font espacialment incoherent. En el sistema de test, un dels dos feixos incideix sobre l'objecte i la llum transmesa es recollida per un detector sense resolució espacial. En el sistema de referència, l'altre feix es propaga lliurement una distància igual a la que hi ha entre la font i l'objecte. En aquesta posició es col·loca un detector amb resolució espacial. Es a dir, es mesura una distribució

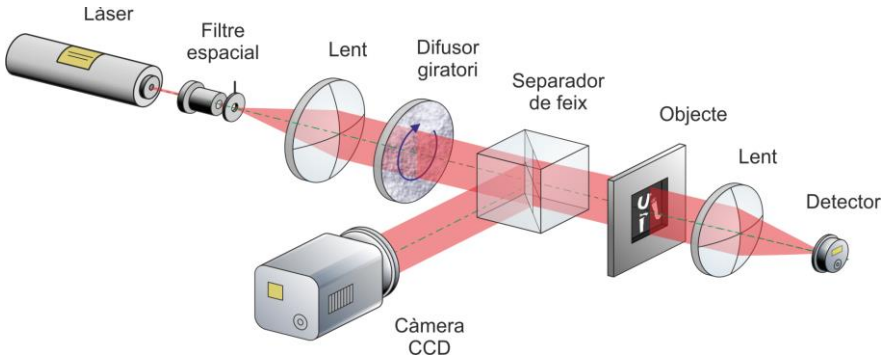


Figura 2.3. Esquema de la tècnica GI tèrmica. El làser i el difusor rotatori permeten simular una font incoherent clàssica. A partir de la correlació entre les intensitats mesurades pels dos detectors, la càmera CCD i el detector puntual, es pot recuperar la imatge de l'objecte.

espacial d'intensitats bessona a la distribució d'intensitats que incideix sobre l'objecte, ja que els dos feixos estan espacialment correlacionats. La informació de l'objecte, continguda en les mesures realitzades en el braç test, es recupera correlacionant els senyals d'intensitat recollides per els dos detectors.

La funció de correlació espacial de quart ordre entre els camps elèctrics en el plànol de l'objecte, $\vec{E}_t(\vec{r}_t)$ (sistema de test), i en plànol de la càmera CCD, $\vec{E}_r(\vec{r}_r)$ (sistema de referència) és [72],

$$G^{(2,2)}(\vec{r}_r, \vec{r}_t) = \langle \vec{E}_r^*(\vec{r}_r) \vec{E}_t^*(\vec{r}_t) \vec{E}_r(\vec{r}_r) \vec{E}_t(\vec{r}_t) \rangle = \langle I_r(\vec{r}_r) I_t(\vec{r}_t) \rangle. \quad (2.10)$$

Es considera la mesura de la intensitat amb un procés aleatori ergòdic, és a dir, la mitjana temporal de la intensitat és igual a la mitjana d'un conjunt de mesures, que se indica com $\langle \quad \rangle$.

Tenint en compte les respostes impulsional per a la propagació dels camps des de la font fins a l'objecte i la càmera, $h_r(\vec{r}_1, \vec{r}_r)$ i $h_t(\vec{r}_2, \vec{r}_t)$ per als sistemes test i referència respectivament, i assumint que les fluctuacions del camp elèctric segueixen una distribució gaussiana complexa circular de mitja zero, es pot reescriure l'expressió (2.10) com [73]

$$G^{(2,2)}(\vec{r}_r, \vec{r}_t) = \langle I_r(\vec{r}_r) \rangle \langle I_t(\vec{r}_t) \rangle +$$

$$+ \left| \iint d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 G^{(1,1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) h_r(\vec{r}_1, \vec{r}_r) h_t^*(\vec{r}_2, \vec{r}_t) \right|^2, \quad (2.11)$$

on $G^{(1,1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle E^*(\vec{r}_1) E(\vec{r}_2) \rangle$ és la funció de correlació espacial de segon ordre dels camps elèctrics.

Si es suposa que la font de llum és espacialment incoherent, aleshores

$$G^{(1,1)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = I(\vec{r}_1) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2). \quad (2.12)$$

Substituint aquesta expressió en (2.11) queda

$$G^{(2,2)}(\vec{r}_r, \vec{r}_t) = \langle I_r(\vec{r}_r) \rangle \langle I_t(\vec{r}_t) \rangle + \left| \int d\vec{r}_1 I(\vec{r}_1) h_r(\vec{r}_1, \vec{r}_r) h_t^*(\vec{r}_1, \vec{r}_t) \right|^2. \quad (2.13)$$

Si expressem les fluctuacions de les intensitats en l'objecte i en la càmera com $\Delta I_t(\vec{r}_t) = I_t(\vec{r}_t) - \langle I_t(\vec{r}_t) \rangle$ i $\Delta I_r(\vec{r}_r) = I_r(\vec{r}_r) - \langle I_r(\vec{r}_r) \rangle$ respectivament, a partir de l'expressió (2.13) es pot expressar la correlació espacial entre les intensitats en l'objecte i en la càmera com

$$\langle \Delta I_r(\vec{r}_r) \Delta I_t(\vec{r}_t) \rangle = \left| \int d\vec{r}_1 I(\vec{r}_1) h_r(\vec{r}_1, \vec{r}_r) h_t^*(\vec{r}_1, \vec{r}_t) \right|^2. \quad (2.14)$$

Sota l'aproximació paraxial, la resposta impuls del sistema de referència és

$$h_r(\vec{r}, \vec{r}_r) = \frac{e^{-ikd}}{i\lambda d} \exp \left\{ \frac{-i\pi}{\lambda d} (\vec{r} - \vec{r}_r)^2 \right\}, \quad (2.15)$$

on d és la distància entre la font incoherent (difusor giratori) i la càmera. Per al sistema test la resposta impuls és

$$h_t(\vec{r}, \vec{r}_t) = \frac{e^{-ikd}}{i\lambda d} \exp \left\{ \frac{-i\pi}{\lambda d} (\vec{r} - \vec{r}_t)^2 \right\} t(\vec{r}_t), \quad (2.16)$$

on $t(\vec{r}_t)$ és la transmitància de l'objecte. Es compleix que la distància entre l'objecte i el difusor giratori és la mateixa que entre la càmera i aquest. Si es suposa que la il·luminació és uniforme, $I(\vec{r}_1) = I_0$, i es substitueixen les equacions (2.15) i (2.16) en (2.14) s'aconsegueix,

$$\langle \Delta I_r(\vec{r}_r) \Delta I_t(\vec{r}_t) \rangle = \frac{I_0^2}{(\lambda d)^4} \left| t^*(\vec{r}_t) \delta\left(\frac{\vec{r}_t - \vec{r}_r}{\lambda d}\right) \right|^2. \quad (2.17)$$

Finalment quan s'integra l'anterior expressió respecte \vec{r}_t s'arriba a

$$\langle \Delta I_r(\vec{r}_r) \Delta B \rangle = \frac{I_0^2}{(\lambda d)^4} |t(\vec{r}_r)|^2, \quad (2.18)$$

on $\Delta B = \int d\vec{r}_t \Delta I_t(\vec{r}_t)$. Es a dir, es pot calcular el mòdul de la transmitància a partir de la correlació de les fluctuacions de les intensitats mesurades per la CCD i el detector puntual. Resumint, degut a que la font és espacialment incoherent, es pot recuperar l'objecte mitjançant la correlació de les fluctuacions de dos feixos bessons que recorren la mateixa distància, i un dels quals passa per l'objecte.

El professor Jeffrey Shapiro del Massachusetts Institute of Technology en 2008, va reconèixer que el sistema de referència es pot simular si es coneix la font d'il·luminació. Aleshores no es necessari enregistrar amb una càmera CCD els patrons $I_r(\vec{r}_r)$, i el disseny experimental es redueix a un sol detector sense resolució espacial. Així va proposar la tècnica de GI computacional [63]. En la figura 2.4 es mostra l'esquema bàsic per a aplicar aquesta tècnica. La simulació de la font pseudo-tèrmica, com a font de llum totalment incoherent, es realitza projectant distribucions espacials d'intensitat no correlacionades sobre l'objecte. Per a aconseguir les distribucions d'intensitat, s'utilitza un làser i un SLM que introdueix una distribució aleatòria de fase en l'ona plana incident. En propagar-se una distància, l'ona passa de tenir una distribució espacial aleatòria de fase a tenir una distribució espacial aleatòria d'intensitats, com a resultat de les interferències del camp òptic ja que el làser és una font de llum coherent. Aquestes distribucions són patrons de *speckle*.

Cal ressaltar que la incoherència de la font en la simulació s'assoleix per la no correlació de les distribucions projectades, encara que s'ha utilitzat un làser per a realitzar la projecció. A més, degut a que el làser emet llum coherent, com es coneixen les distribucions de fase implementades amb el modulador i la

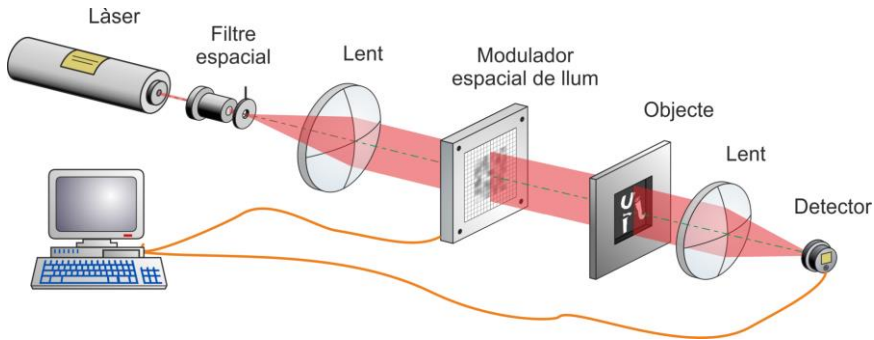


Figura 2.4. Esquema d'un sistema de GI computacional. El làser, el filtre espacial, la lent col·limadora i el modulador espacial de llum conformen la font pseudo-tèrmica amb que s'il·lumina l'objecte. Mitjançant el modulador espacial de llum s'introdueixen distribucions espacials de fase aleatòries en l'ona plana incident. El feix, en propagar-se, genera patrons de *speckle* en el plànol de l'objecte. Finalment la llum que travessa l'objecte es recollida amb un detector sense resolució espacial. Conegudes les distribucions de fase implementades pel modulador i la distància entre aquest i l'objecte, es poden simular computacionalment els patrons de *speckle* en el plànol de l'objecte.

distància entre la font i l'objecte, es poden simular computacionalment els patrons de *speckle* sobre l'objecte. D'aquesta manera no es necessari enregistrar experimentalment aquests patrons.

Encara que les teories del multiplexat d'una imatge i GI computacional semblen diferents, en l'apèndix C s'exploren les seves relacions intrínseques i es proposen reinterpretacions de les teories que les vinculen.

Capítol 3: Moduladors espacials de radiació

Un modulador espacial de radiació és un dispositiu que permet controlar la intensitat, fase o estat de polarització del feix incident tant espacial com temporalment. Els SLMs es poden classificar segons utilitzen cel·les de cristall líquid o espills com a elements moduladors [15]. En el primer grup hi són els FLC (acrònim del terme anglès *Ferroelectric Liquid Crystal*), els PNLC (acrònim del terme anglès *Parallel Nematic Liquid Crystal*) i els TNLC (acrònim del terme anglès *Twisted Nematic Liquid Crystal*). Entre els que treballen per reflexió es troben els DMDs i els moduladors d'espills deformables. La majoria de desenvolupaments en la tecnologia dels moduladors ha estat impulsada per la indústria de l'electrònica de consum per a sistemes de retroprojectió de TV, projectors frontals i pico-projectors [74]. En aquest capítol sols es descriuran els moduladors DMDs i TNLC-SLM, ja que són els tipus que s'han utilitzat en el treball experimental d'aquesta tesi.

3.1. Moduladors espacials basats en cristalls líquids “twisted nematic”

L'ús dels moduladors basats en cristalls líquids s'ha estès significativament els últims anys en l'àmbit de l'òptica. Particularment, s'han emprat en la codificació d'elements òptics difractius per a processat del senyal i pinces òptiques [75–78], en microscòpia òptica [79,80], en holografia digital [81], en conformat de polsos [82,83], en la generació de patrons de polarització [84,85], en encriptat òptic [86], en la generació i detecció de feixos de llum amb moment angular orbital [87–90], en òptica adaptativa per a la focalització de radiació a través de medis de *scattering* [91,92], en òptica quàntica per a la generació i manipulació de solitons en condensats Bose-Einstein [93,94], i en la generació, manipulació i detecció de fotons entrelaçats [95,96], i d'estats “qudits” espacials [97], entre d'altres aplicacions.

El funcionament dels moduladors LC-SLMs es fonamenta en les propietats dels cristalls líquids. Aquests són materials orgànics constituïts per molècules en forma d'el·lipsoide allargat, que presenten una fase intermèdia entre els estats sòlid i líquid. Els cristalls líquids tenen característiques pròpies dels sòlids cristal·lins, ja que les molècules presenten un cert grau d'orientació, i propietats intrínseques dels líquids com la fluïdesa. Encara que limitada, la fluïdesa permet una reorientació de les molècules polars mitjançant l'aplicació d'un camp elèctric extern. Aquest fet és fonamental en el disseny dels SLMs basats en cristalls líquids.

Un dels tipus de cristall més emprat en la construcció de micro-cel·les són els cristalls líquids nemàtics, les molècules del qual es troben aproximadament orientades en una mateixa direcció (director molecular), però les seves posicions són aleatòries. Aquests cristalls són òpticament anisòtrops i es comporten com medis birefringents uniàxics, en els que la direcció de l'eix òptic coincideix amb el director molecular. Els dielèctrics que exhibeixen una simetria òptica uniàxica tenen dos índexs de refracció principals, l'ordinari n_o i l'extraordinari n_e . Per a la majoria de cristalls líquids la diferència d'índexs $\Delta n = n_e - n_o$ és positiva i el retard entre les ones extraordinària i ordinària és $\Gamma = 2\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n \cdot d$, on $\beta = \frac{\pi}{\lambda} \Delta n \cdot d$ és la birefringència i d és l'espessor de la micro-cel·la. Donat que les molècules poden reorientar-se amb l'aplicació d'un camp elèctric extern, es pot controlar la birefringència, i per tant el retard, de la cel·la de cristall sotmetent-la a un determinat voltatge.

Els dispositius LC-SLMs es componen bàsicament d'una pantalla, elements de polarització i un sistema de control. La pantalla està formada per un conjunt de micro-cel·les independents que contenen cristall líquid. Aquestes cel·les són la unitat mínima de modulació espacial del dispositiu. L'alineació de les molècules dins la cel·la de cristall líquid és un aspecte fonamental en el disseny d'aquesta. Bàsicament la cel·la està formada per dues plaques de vidre plàmol-paral·leles, que contenen el cristall líquid i dos elèctrodes en les cares externes dels vidres, per a aplicar el camp elèctric. Una forma simple i efectiva

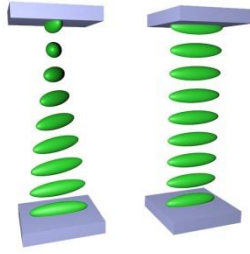


Figura 3.1. Disposició de les molècules de cristall líquid en una cel·la TNLC (esquerra) i en una cel·la PNLC (dreta). En el cas de la cel·la TNLC, els ancoratges de les molècules en els dos substrats de vidre, són perpendiculars entre sí.

d'establir una direcció preferent en l'alineació de les molècules es crear solcs micromètrics en la cara interior dels vidres i promoure l'adhesió de les molècules mitjançant agents químics. Si la direcció preferent és la mateixa en les dues plaques de vidre, aleshores la cel·la s'anomena d'alineació paral·lela PNLC. En canvi, si les direccions són diferents (per exemple, direccions ortogonals) es produeix un gir helicoidal de l'alineació de les molècules al llarg de l'eix perpendicular a les plaques [98]. En aquest cas es parla de cel·la d'alineació helicoidal TNLC. Els dos tipus de cel·la, PNLC i TNLC es mostren en la figura 3.1.

Per a poder orientar les molècules mitjançant l'aplicació d'un camp elèctric extern, entre els substrats de vidre i les superfícies d'alineació hi ha una fina pel·lícula d'òxid metàl·lic transparent, normalment ITO (acrònim del terme anglès *Indium Tin Oxide*), que actua com a elèctrode. En la figura 3.2 es mostra com el camp elèctric perpendicular als substrats de vidre orienta les molècules segons la seva intensitat en una cel·la TNLC. A partir d'un valor llindar de voltatge, les molècules romandran alienades en la direcció del camp i el medi és, aleshores, isòtrop. En aquest cas els índexs de refracció ordinari i extraordinari són iguals.

La cel·la PNLC es pot modelitzar com una làmina retardadora que introdueix un desfasament entre l'eix ràpid i l'eix lent $\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} n_o d + \beta$. Donat que n_o i d són constants, es pot controlar el desfasament mitjançant l'aplicació d'un camp elèctric a la cel·la ja que es varia la birefringència. En canvi, en la

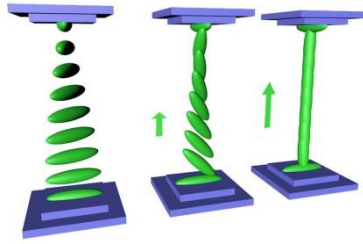


Figura 3.2. En una cel·la TNLC, quan s'aplica un camp elèctric perpendicular als substrats de vidre, les molècules del cristall líquid tendeixen a alinear-se en aquesta direcció. Segons el voltatge aplicat, s'assoleix una orientació determinada de les molècules que determina una birefringència particular.

cel·la TNLC el cristall es pot considerar com un conjunt de làmines paral·leles birefringents uniàxiques, l'eix òptic de les quals va girant progressivament al llarg de la cel·la, i modelitzar la cel·la com retardador seguit un rotor. En general, la radiació a l'eixida d'una cel·la TNLC està polaritzada el·lípticament [99]. Normalment el control dels voltatges en cadascuna de les micro-cel·les de la pantalla es realitza mitjançant l'enviament d'imatges de nivells de gris amb un ordinador a través d'una connexió de vídeo (DVI, acrònim del terme anglès *Digital Visual Interface*). Es a dir, hi ha una correspondència entre el nivell de gris enviat i el voltatge aplicat a la cel·la.

El primer ús de les cel·les TNLC va ser en moduladors binaris d'amplitud per a dispositius electrònics. En la figura 3.3. es mostra una configuració clàssica d'aquests moduladors. La pantalla consisteix en una distribució reticular de cel·les TNLC de gir helicoidal de 90° entre dos polaritzadors lineals, alineats cadascun amb l'eix molecular de les cel·les amb les que està en contacte. Amb aquesta estructura es poden generar dos estats, un designat negre, que no deixa passar la llum, i l'altre nomenat blanc, que permet el pas de llum. L'estat negre s'aconsegueixen aplicant un camp elèctric perpendicular al plànol dels polaritzadors suficientment intens com per a alinear totes les molècules de la cel·la. Aleshores el cristall es comporta com un medi isòtrop i, atès que els polaritzadors d'entrada i eixida estan creuats, no hi ha pas de llum a través de la cel·la. En aplicacions de projecció es generen estats intermedis que permeten

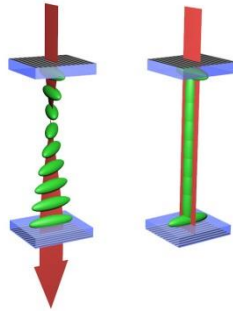


Figura 3.3. Funcionament clàssic d'una cel·la de TNLC amb gir molecular de 90° com a modulador binari d'amplitud amb dos estats possibles, transmissió (esquerra) i absorció (dreta).

controlar la transmissió òptica en cada píxel a voluntat.

Tot i que la principal utilitat d'aquests dispositius en electrònica de consum és en aplicacions de projecció, i per tant fonamentada en la modulació d'intensitat, també és possible el seu ús per a modular la fase d'un feix òptic. Aquest fet permet entendre l'esclat d'aplicacions de caire científic en les que aquests moduladors són emprats. Bàsicament la idea és transferir la birrefringència a la fase del feix incident sense que hi aparegui una modulació d'intensitat residual. Amb aquest objectiu, el modulador es col·loca entre diferents elements de polarització (polaritzadors lineals i/o llàmines retardadores) i es configura d'acord amb els requisits previs.

Aquest calibratge previ es pot aconseguir utilitzant diferents tècniques [100–102]. Una forma de calibrar la pantalla TNLC és calcular la seva matriu de Mueller associada mitjançant el sistema de la figura 3.4. Com la matriu de Mueller relaciona els estats de polarització de la radiació incident i reflectida, generant diferents estats de polarització incidents i analitzant la polarització de les corresponents radiacions reflectides es pot calcular la matriu de Mueller associada a la pantalla. La descomposició polar de la matriu de Mueller determina les propietats de polarització del dispositiu en termes de la diatenuació, retard i despolarització. En alguns dels experiments descrits en aquesta tesi s'utilitzà la pantalla TNLC Holoeye LC-R 2500, la caracterització de la qual es realitzà mitjançant la determinació experimental de la seva matriu de Mueller

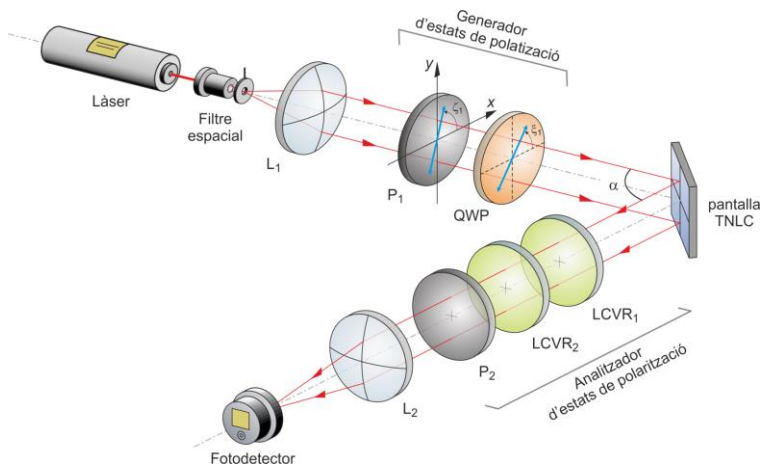


Figura 3.4. Sistema òptic per a determinar la matriu de Mueller associada a una pantalla TNLC. El sistema està compost per un generador d'estats de polarització, format per un polaritzador i una làmina retardadora de quart d'ona, i un analitzador d'estats de polarització, format per dues làmines retardadores variables i un polaritzador.

associada i la seva descomposició polar [103]. En aquesta pantalla, mentre l'efecte de diatenuació és menyspreable, cal considerar els efectes de despolarització i retard. El grau de despolarització depèn del voltatge aplicat a la pantalla, assolint un valor màxim del 10%. La pantalla despolaritza com a conseqüència de les ràpides fluctuacions del senyal elèctric que controla el voltatge en els píxels [101,102].

Una vegada caracteritzada la pantalla TNLC amb la seva matriu de Mueller, es pot construir un sistema per a obtenir un modulador sols de fase. Aquest sistema està format per un polaritzador i una làmina de quart d'ona a l'entrada de la pantalla i un analitzador lineal a l'eixida, tal i com es mostra en la figura 3.5. Les orientacions d'aquests tres elements de polarització ζ_1 , ξ_1 i ζ_2 són tres graus de llibertat que es poden variar. Per a determinar les orientacions òptimes per a tenir un modulador sols de fase es simula computacionalment el sistema. En particular, es simula la resposta del sistema per a diferents configuracions dels elements de polarització, buscant que el rang de modulació de fase sigui màxim i al mateix temps es minimitzi la variació d'intensitat.

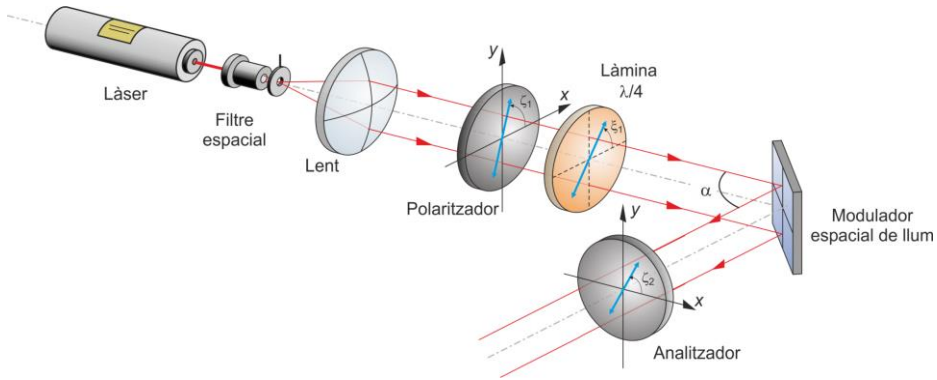


Figura 3.5. Sistema òptic per a obtenir una modulació pura de fase mitjançant un TNLC. El sistema està format per un polaritzador, una làmina retardadora de quart d'ona, el modulador TNLC i l'analitzador.

En la figura 3.6 es mostren les corbes de transmissió i fase de la pantalla TNLC Holoeye LC-R 2500 per a la configuració òptima dels elements de polarització [104]. Ambdues corbes estan en funció del nivell de gris, que està relacionat de forma biunívoca amb el voltatge aplicat a les cel·les. El rang i la resolució possibles de la modulació està determinat per la codificació en 8 bits dels nivells de gris. Com es veu en la figura, en la configuració òptima del sistema ($\zeta_1 = 74^\circ$, $\xi_1 = 93^\circ$ i $\zeta_2 = 63^\circ$), el rang en modulació de fase assolit supera 2π mentre que la transmissió és un 43% amb una variació residual menor d'un 11%. Aleshores, amb aquesta configuració dels elements de polarització i la pantalla Holoeye LC-R 2500, es pot modular tant sols fase encara que es perd al voltant d'un 50% de la intensitat incident.

3.2. Moduladors espacials basats en micro-espills

L'origen dels dispositius digitals de micro-espills DMDs cal situar-lo en l'àmbit dels sistemes de projecció. Inventat en 1987 a Texas Instruments, el DMD micro-xip està basat en la tecnologia dels MEMS (acrònim del terme anglès *MicroElectroMechanical Systems*) i s'ha desenvolupat paral·lelament a la tecnologia anomenada DLP (acrònim del terme anglès *Digital Light Processing*). Aquesta tecnologia accepta senyals de vídeo digital i transmet a l'ull una successió de polsos de llum que l'ull interpreta com a una imatge de color analògica.

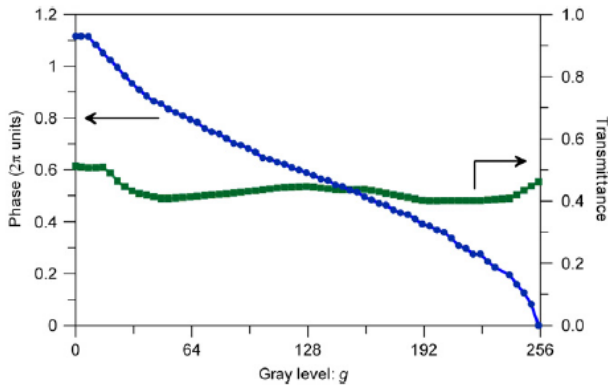


Figura 3.6. Modulació de fase (corba blava) i transmitància (corba verda) en funció del nivell de gris per a la configuració òptima del dispositiu de la figura 3.5, on el TNLC és l'Holoeye LC-R 2500.

En l'actualitat l'ús d'aquest dispositiu s'ha estès en àmbits tant diversos com automoció, telecomunicacions, aplicacions industrials en sistemes de control i il·luminació, i electrònica de consum en telèfons mòbils, tablettes i impressores. Entre les aplicacions científiques els DMDs s'han utilitzat en espectroscòpia per a obtenir imatges i detectar signatures espectrals [105], en teledetecció [35], en microscòpia confocal [106], en metrologia òptica [107], microscòpia hiper-espectral Raman [54] i de fluorescència [55], en holografia [108], per a crear un sensor de front d'ona [56], i en imatge quàntica [109].

Un DMD és un dispositiu format per un conjunt de micro-espills controlables electrònicament de forma individual que permet modular un feix de radiació. En la figura 3.7 es mostra el *modus operandi* del DMD. Els espills, amb únicament dues orientacions possibles, poden dirigir o no el feix de radiació incident sobre el modulador en la direcció de sortida. El píxel del DMD és una superestructura integrada MEMS construïda sobre una cel·la de memòria CMOS SRAM (acrònim del terme anglès *Complementary Metal Oxide Semiconductor Static Random Access Memory*). L'element principal de la superestructura és el micro-espill d'alumini amb capacitat de realitzar ràpides i precises rotacions entre dues possibles orientacions, $+12^\circ$ i -12° . Tal i com es mostra en la figura 3.8, l'espill està connectat a un jou suspès per dues fines frontisses i pot rotar,

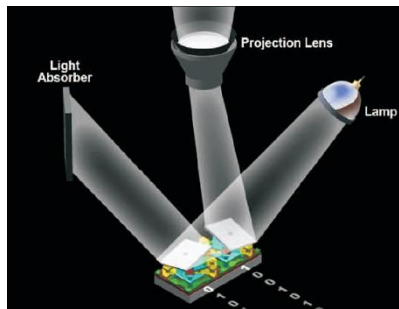


Figura 3.7. La llum incident sobre el DMD és reflectida en una direcció o altra segons l'estat del micro-espill, permetent així la modulació del feix desitjada [204].

solidàriament amb l'espill, al voltant de l'eix de les frontisses. La rotació està limitada per uns topalls mecànics sobre els que col·lideixen les puntes del jou. A cadascuna d'aquestes puntes hi ha un ressort que permet fer les transicions d'un estat a l'altre més eficient.

Les dues orientacions de l'espill s'aconsegueixen amb l'aplicació de voltatges mitjançant la cel·la de memòria SRAM. Aquest tipus de voltatge, anomenat *voltage address*, genera un esforç electrostàtic de torsió sobre el jou que provoca la rotació de l'espill. La dinàmica en el funcionament del DMD consisteix bàsicament en dues etapes. En la primera, la informació es adreçada a cada cel·la de memòria SRAM de tots els píxels del dispositiu. Aquesta informació binària, que determinarà la orientació de cadascun dels espills del DMD, es transmet a la memòria SRAM de forma seqüencial. En la segona etapa, una vegada totes les cel·les SRAM han emmagatzemat la informació, s'actualitza de forma conjunta l'orientació de tots els espills del dispositiu. Aquest procés es realitza mitjançant l'aplicació d'un voltatge anomenat *voltage bias*, aconseguint així el posicionament mecànic simultani de tots els espills. Tal i com s'il·lustra en la figura 3.9 el *voltage address* està en la cel·la SRAM i el *voltage bias* s'aplica sobre el jou.

Encara que el DMD és un dispositiu binari d'amplitud, degut a la seva alta velocitat de commutació, es capaç de generar patrons d'il·luminació amb nivells de gris per a sistemes estàndards de projecció. En la indústria cinemato-

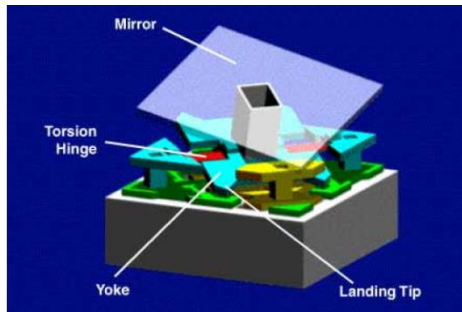


Figura 3.8. Arquitectura d'un píxel d'un DMD. El jou, solidari amb l'espill, pot rotar al voltant de l'eix de dues frontisses de torsió i permet a l'espill assolir dues orientacions estables[205].

gràfica, el sistema de projecció clàssic opera a 24 imatges per segon. Donat que el sistema de visió humana pot processar tant sols de 10 a 12 imatges per segon com a màxim, la percepció de la pel·lícula és un continu, i no s'aprecien els canvis entre una imatge projectada i la següent. La mateixa idea subjau en la tècnica emprada amb el DMD per a generar patrons de nivells de gris [110]. Per exemple, si projectem, a una velocitat de commutació de 24 imatges per segon, primer 12 rectangles negres (tots els espills del modulador en OFF), i després 12 imatges blanques (tots els espills en ON), la percepció humana de la imatge projectada és un rectangle gris. Es a dir, variant el temps que estan els espills en la posició ON i OFF es pot aconseguir diferents nivells de gris. Quan el receptor és una càmera enlloc d'una persona, caldrà ajustar la velocitat de commutació del DMD i el temps d'integració de la càmera, de tal manera que la càmera no resolgui els canvis de posició ON-OFF dels espills durant la projecció d'un nivell de gris.

L'elecció d'un o altre tipus de dispositiu dependrà, en general, de l'experiment a realitzar. Si es requereix un modulador que funcioni per transmissió, tant sols es pot escollir un dispositiu LC-SLM ja que els DMDs operen només en reflexió. Quan es necessita una modulació d'amplitud binària amb elevada velocitat de commutació, els DMDs són preferibles ja que assoleixen velocitats de fins a 20kHz, mentre que els LC-SLMs més ràpids són els FLC-SLMs amb velocitats de 1kHz. El dos tipus de dispositius poden modular am-

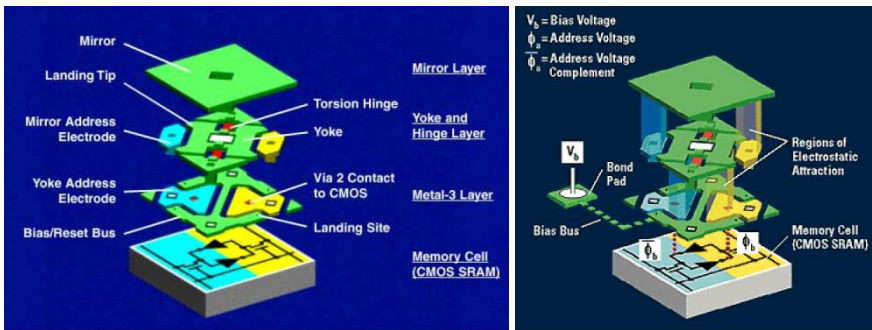


Figura 3.9. A l'esquerra es mostren els diferents elements de que consta el MEMS. A la dreta s'indica on s'apliquen els voltatges de control de l'espill [205].

plitud en un rang de nivells de gris, normalment de 8-bits, encara que els DMDs són més ràpids. A més, els DMDs modulen radiació independentment de la longitud d'ona λ , per tant, poden modular amples bandes espectrals simultàniament. Tanmateix els LC-SLMs necessiten d'un calibratge previ per a cada longitud d'ona λ , atès a que els calibratges són diferents, aleshores no es pot modular radiació multi-espectral. Una altra característica diferenciadora dels DMDs és la seva capacitat de modular tant llum coherent com incoherent, mentre que els LC-SLMs sols operen amb radiació coherent. La modulació de fase, que era un tret exclusiu dels LC-SLMs fins fa uns pocs anys, ara també es pot realitzar amb DMD [111].

Capítol 4: Càmeres d'un sol píxel multidimensionals basades en compressive sensing

En aquest capítol es descriuen quatre càmeres d'un sol píxel multidimensionals, una híper-espectral, una polarimètrica, una híper-espectral polarimètrica i una de fase [112–114]. Totes s'han desenvolupat a partir del model de càmera d'un sol píxel basada en CS, descrita en l'apartat 2.2, que adquireix la informació de l'objecte projectant-la sobre un conjunt de funcions bidimensionals. En totes les càmeres desenvolupades en el capítol s'escollí les funcions Hadamard-Walsh (veure apèndix B) per a realitzar les projeccions fonamentalment per dos motius. Primer, per la seva fàcil implementació experimental doncs són funcions binàries. Segon, perquè el seu ús augmenta l'índex SNR (acrònim del terme anglès *Signal-to-Noise Ratio*) i minimitza el MSE (acrònim del terme anglès *Mean Square Error*) en mesures limitades amb soroll independent del senyal [46,115,116]. En cada apartat, primer es revisen les tècniques més rellevants i després es presenta el sistema propi desenvolupat.

4.1. Càmera híper-espectral

Les càmeres híper-espectrals permeten obtenir imatges d'una mostra per a un determinat rang espectral. Aquest rang es pot ajustar i aconseguir així augmentar el contrast d'algun element de la imatge en particular. És generalitzat l'ús de les càmeres híper-espectrals per a la identificació d'elements, molècules, composts, objectes, etc... mitjançant les seves signatures (espectres) prèviament conegudes. En teledetecció, per exemple, hi ha de biblioteques de signatures espectrals com la *Aster Spectral Library* [117] que recopila més de 2000 espectres, incloent minerals, roques, sòls, materials fets per l'home, aigua i neu. Encara que originàriament es van utilitzar en teledetecció [118], l'ús d'imatges espectrals s'ha estès a altres àrees [119]. En teledetecció s'han emprat en aplicacions civils per a cartografia geològica [120], cartografia vegetal [121,122], vigilància del medi ambient (contaminants, vessaments de petroli,

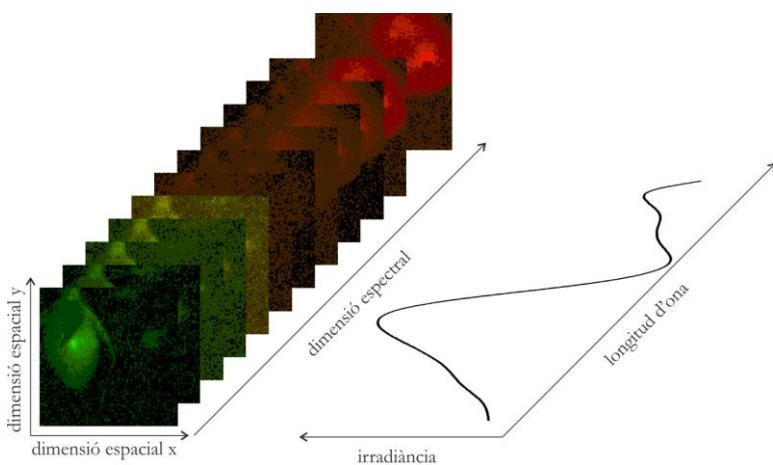


Figura 4.1. Les dades d'una imatge espectral es solen representar com a seccions del cub de dades en imatges en fals color per a una longitud d'ona fixa o en espectres d'un píxel.

algues) [123], agricultura [124], i en aplicacions militars per a detecció i classificació d'objectius [125], detecció de mines [126], detecció d'agents químics [127] i vigilància estratègica [128]. Entre les aplicacions industrials en les que s'utilitzen imatges espectrals estan el control de qualitat de fàrmacs [129], el control de qualitat i classificació d'aliments [130], i la classificació de residus de reciclatge [131]. També s'han emprat en la recerca científica i mèdica, com per exemple en microscòpia de fluorescència [132], ciència forense [133], en l'arxiu del patrimoni cultural [134], i diagnòs de càncer [135], entre altres.

En aquest apartat, primer es defineix què és una imatge espectral, quins són els seus usos i què aporten a les imatges convencionals. En segon lloc es comenten les tècniques d'imatge espectral més utilitzades. Finalment es descriu la càmera híper-espectral amb detecció integrada, avaluant el seu funcionament i prestacions mitjançant l'anàlisi dels resultats experimentals obtinguts.

A finals dels anys vuitanta, Goetz anomenà a les tècniques que combinen sistemes de formació d'imatges convencionals amb mètodes espectroscòpics com *spectral imaging* (SI) [118]. En una imatge 2D convencional, cada píxel tant sols conté informació de la irradiància. En canvi, en una imatge espectral cada píxel emmagatzema la irradiància per a un conjunt de bandes espectrals. Ales-

hores una imatge espectral és un cub tridimensional d'irradiàncies, on s'ha afegit la longitud d'ona com a tercera dimensió a les dues dimensions espacials de la imatge convencional. Normalment, com es mostra en la figura 4.1, la informació de la imatge espectral s'extrau fent seccions del cub, o bé fixant la longitud d'ona i representant imatges monocromàtiques, o bé fixant un punt i representant l'espectre.

Les imatges espectrals es poden classificar en imatges multi-espectrals i híper-espectrals segons el nombre, amplada, i contigüitat de les bandes espectrals que contenen. Mentre les imatges multi-espectrals, amb 2-10 bandes espectrals, contenen informació espectral limitada, les imatges híper-espectrals, amb desenes o centenars de bandes, recullen detallada informació espectral de la mostra. Normalment, degut a que el cub híper-espectral està definit per tres coordenades, dues espacials i una espectral, les tècniques SI realitzen un multiplexat temporal al menys d'una de les coordenades en el procés d'adquisició de dades [136]. En un primer grup estan les tècniques que multiplexen el domini espacial, realitzant un escaneig punt a punt de la imatge i mesurant l'espectre en cada punt mitjançant l'ús d'elements dispersius. Sota aquest enfocament estan els espectròmetres d'imatge d'escaneig punt a punt i d'escaneig línia a línia com els que es mostren en la figura 4.2. En un segon grup, es multiplexa el domini

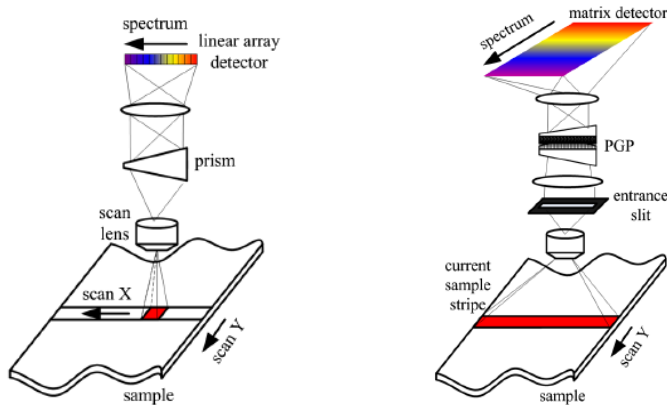


Figura 4.2. Sistemes de SI basats en l'escaneig espacial. Mentre el sistema de l'esquerra realitza l'escaneig punt a punt, el de la dreta ho fa línia a línia [206]. L'element dispersiu PGP (acrònim del terme anglès *prism-grating-prism*) està format per dos prismes i una xarxa de difracció.

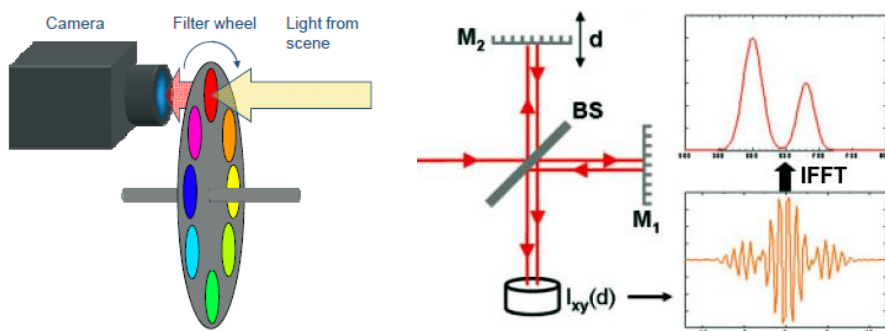


Figura 4.3. Sistemes de SI que realitzen escaneig espectral. A l'esquerra es mostra un sistema que selecciona la informació espectral mitjançant una roda de filtres. A la dreta es presenta un espectròmetre basat en la transformada de Fourier. Bàsicament consisteix en un interferòmetre de Michelson, format per dos espills M_1 i M_2 , un separador de feix BS. Els interferogrames es recullen amb un detector I_{xy} per a diferents desplaçaments d de l'espill M_2 . Aleshores, si es representen les intensitats d'un sol píxel en funció de la diferència de camins òptics d s'obté un interferograma que conté la informació espectral d'eixe píxel. Fent la transformada inversa de Fourier IFFT es recupera l'espectre, tal i com es mostra en la figura [207,208].

espectral adquirint imatges per a diferents longituds d'ona. Els espectròmetres d'imatge més comuns que segueixen aquest procediment utilitzen rodes de filtres, filtres sintonitzables acústic-òptics o de cristall líquid, o la tècnica de la transformada de Fourier (veure figura 4.3). Els espectròmetres que realitzen escaneig espacial tenen com avantatges gran resolució espectral, baix cost i gran nombre de bandes, que permet obtenir imatges híper-espectrals. Tanmateix, el temps d'adquisició de dades és llarg i el sistema és complex.

Dins del tipus d'espectròmetre que efectua l'escaneig espectral, els que utilitzen filtres són senzills i ràpids en l'adquisició de dades, però tenen un rendiment baix, una resolució espectral mitjana i un cost elevat. Els que empenen una roda de filtres permeten tant sols obtenir imatges multi-espectrals, descarten la majoria de la llum i tenen parts mòbils. Els espectròmetres amb filtres sintonitzables, amb major prestacions però més complexos, no disposen de parts mòbils i es poden seleccionar un major nombre de bandes així com l'amplada de la banda, permetent l'obtenció d'imatges híper-espectrals. Els espectròmetres de transformada de Fourier normalment tenen un alt rendiment òptic, alta i variable resolució espectral, i possibilitat de selecció del rang espectral.

No obstant, aquests dispositius requereixen de gran estabilitat ja que estan basats en una tècnica interferomètrica. A més els espectròmetres de transformada de Fourier tenen limitacions per a les aplicacions pràctiques, com la sensibilitat variable en tota la regió espectral i la necessitat d'un procés de computació per a la transformació de dades [137].

També hi ha tècniques SI que no realitzen ningun multiplexat temporal en el procés d'adquisició de dades. Tant sols amb una única instantània es recull la informació espacial i espectral de l'objecte. La rapidesa en l'adquisició de dades és la característica diferencial d'aquestes tècniques adients per a l'observació de la dinàmica de processos. No obstant, la resolució espectral és baixa i no es pot seleccionar el rang espectral. Un exemple d'espectròmetre d'aquest tipus és *computed-tomography-imaging spectrometer* (CTIS) [138,139].

En general, quan s'apliquen les tècniques de SI s'ha de recollir molta informació, ja que cal enregistrar, emmagatzemar i analitzar dades eficientment. S'han desenvolupat sistemes de SI que dispersen espacialment la informació del cub espectral, submostregen un plànol amb una càmera i apliquen la tècnica CS per a obtenir imatges espectrals [140]. En la resta d'aquest apartat es descriu un prototip de càmera híper-espectral mono-píxel [112], que aplica la tècnica CS per a la formació d'imatges, com a solució per a optimitzar el procés d'adquisició de dades. Aquest prototip és semblant al desenvolupat en [141].

Tal i com es comenta en el capítol 2, la formació d'imatges mitjançant la tècnica CS consisteix en realitzar un multiplexat temporal projectant l'objecte sobre un conjunt de funcions 2D d'una base mitjançant un modulador espacial de llum. El resultat de les projeccions són les irradiàncies integrades mesurades amb un fotodíode i que permeten la reconstrucció computacional de l'objecte. Si en aquesta tècnica es substitueix el fotodíode per un espectròmetre de fibra convencional, s'obté una càmera híper-espectral mono-píxel. Així, en cadascun dels espectres mesurats tenim, de forma simultània, les projeccions per a totes les longituds d'ona de l'objecte en la corresponent funció de la base. Aquest tècnica pertany al grup d'aquelles que realitzen un escaneig en el domini espaci-

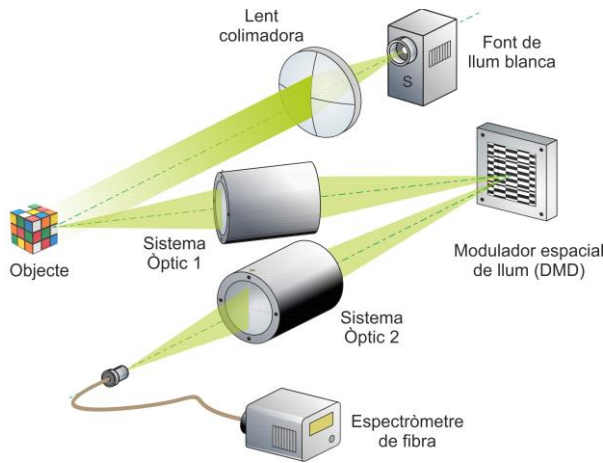


Figura 4.4. Muntatge òptic per a la càmera híper-espectral.

al on, enlloc de fer l'escaneig punt a punt, s'escaneja amb funcions 2D que milloren l'índex SNR en el procés de mesura. A més es redueix el nombre de dades a adquirir gràcies a l'aplicació de la tècnica CS.

L'esquema de la càmera híper-espectral es mostra en la figura 4.4. Un conjunt de lents (sistema òptic 1) forma la imatge de la mostra, il·luminada amb llum blanca, sobre un SLM d'irradiància. Així es realitza la projecció de l'objecte sobre el conjunt de funcions de la base escollida per a aplicar la tècnica CS. La llum reflectida es acoblada a la fibra de l'espectròmetre mitjançant un segon sistema de lents (sistema òptic 2). En el muntatge experimental, com a font d'il·luminació, s'utilitzà una làmpada de llum blanca de xenó. El modulador fou un dispositiu DMD, DLP Discovery 4100, de Texas Instruments, amb una resolució de 1920 x 1080 micro-espills i un panel de 0,95". La mida del micro-espill és 10 μm amb un factor d'emplenat superior a 0,91. Per a la detecció s'emprà el espectròmetre Black Comet CXR-SR, de StellarNet. La resolució espectral d'aquest dispositiu, amb una esclatxa d'entrada de 200 μm , és de 8 nm. La mida de l'esclatxa s'escollí tenint en compte el compromís que hi ha entre la quantitat de llum que entra a l'espectròmetre i la resolució espectral que s'aconsegueix, ja que a menor mida de l'esclatxa major resolució però menor quantitat de llum. A l'espectròmetre se li acoblà una fibra multimode de

silíce amb un diàmetre de 1000 μm i un rang espectral de 220-1100 nm. Finalment, la càmera híper-espectral dissenyada al laboratori disposà d'un màxim de 110 canals espectrals cadascun amb una amplada de 8 nm. Per realitzar el multiplexat s'escollí la base de funcions Hadamard-Walsh (veure apèndix B). El procés d'adquisició de dades s'executà i controlà mitjançant un software per a LabVIEW. El codi de programació emprat per a la reconstrucció de CS fou l1eq-pd [142].

Atès que es desconeixia, a priori, si l'objecte era *sparse* o no, es va fer un estudi del nombre de projeccions necessari per a obtenir una reconstrucció acceptable. Aquest estudi es realitzà per completitud, però una vegada comprovat que les imatges espectrals són *sparse* no és necessari repetir l'estudi cada volta que s'obtenen imatges. Per a estimar la qualitat de les reconstruccions en funció del nombre de projeccions emprades, s'utilitzaren dues funcions, el MSE i l'índex de senyal-soroll de pic (PSNR, acrònim del terme anglès *Peak Signal-to-Noise Ratio*). El MSE definit com,

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [I(i, j) - I_{ref}(i, j)]^2, \quad (4.1)$$

és una mesura de la fidelitat de la reconstrucció I respecte la referència I_{ref} . Com a imatge referència s'utilitzà la reconstrucció de l'objecte, degudament filtrada, a partir de totes les projeccions possibles. El PSNR és defineix com la proporció entre la potència màxima possible del senyal i la potència del soroll que afecta a la fidelitat de la seva representació [143],

$$PSNR = 10 \log \left(\frac{I_{max}^2}{MSE} \right) = 20 \log(I_{max}) - 10 \log(MSE), \quad (4.2)$$

on I_{max} és el valor màxim del píxel de la imatge referència. Com totes les imatges es representaren en una escala de nivell de grisos de 8 bits, la intensitat màxima fou 255 (unitats arbitràries).

En aquest estudi s'utilitzaren dos condensadors quadrats de 49 mm^2 d'àrea com a objecte. Es fixà la resolució de l'espai de mesura en 64x64 píxels,

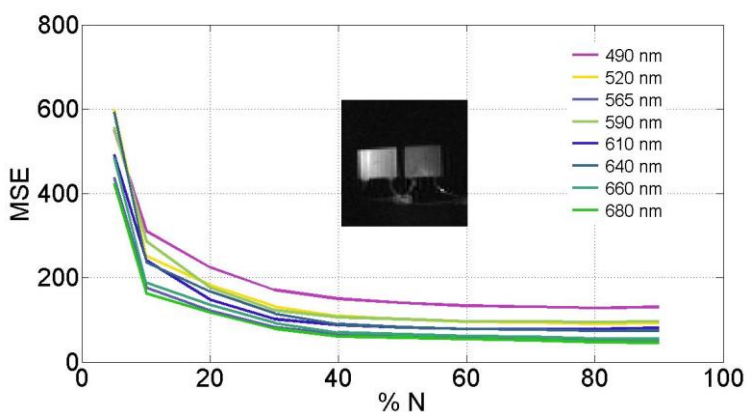


Figura 4.5. MSE de la imatge reconstruïda en funció del percentatge de projeccions utilitzades respecte el nombre total de projeccions possibles. Cada corba correspon a un canal spectral. En la gràfica s'inclou la imatge referència de dos condensadors per a $\lambda=520$ nm. El temps d'integració de l'espectròmetre és 300 ms.

amb una mida de $86,4 \mu\text{m}/\text{píxel}$. Açò vol dir que les funcions implementades en el modulador tenen aquesta resolució. El motiu d'utilitzar aquesta resolució era alleugerir el temps d'adquisició i computació, ja que es requereix un nombre relativament petit de projeccions. S'escolliren 8 canals amb longituds d'ona centrals de 490, 520, 565, 590, 610, 640, 660, i 680 nm, amb una amplada de canal de 20 nm. Per a determinar la reflectància espectral de l'objecte, cal normalitzar els espectres amb l'espectre de la font de llum. Aquest espectre es mesura emprant una referència blanca (Spectralon diffuse 99% de Labsphere, Inc.). El temps d'integració de l'espectròmetre s'ajustà a 300ms.

En les figures 4.5 i 4.6 es representen les funcions MSE i PSNR, respectivament, en funció del percentatge del nombre de projeccions emprades per a cadascun dels canals espectrals. A partir de les dues representacions es pot concloure que la qualitat millora amb el nombre de projeccions emprades, ja que el MSE disminueix i per tant la reconstrucció és més fidel i, per una altra banda, el PSNR augmenta. No obstant, a partir del 40% la variació de la qualitat d'ambdues corbes en funció del nombre de mesures es suavitzava, reduint-se el seu pendent notablement per a totes les longituds d'ona. Augmentar el temps d'integració de l'espectròmetre incrementa l'índex SNR, millora la mesu-

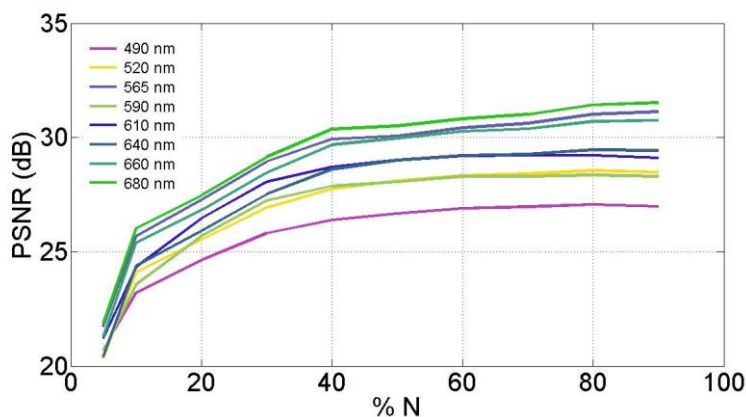


Figura 4.6. PSNR de la imatge reconstruïda en funció del percentatge de projeccions utilitzades respecte el total de projeccions possibles per a cadascun dels canals espectrals. El temps d'integració de l'espectròmetre és 300 ms.

ra de les projeccions i la qualitat de la reconstrucció. Com s'observa en la gràfica de la figura 4.7, el PSNR s'augmenta al voltant de 8 dB quan el temps d'integració es varia des de 50 a 300 ms.

En conclusió, tenint en compte el compromís entre la qualitat de la imatge reconstruïda i el nombre de mesures a realitzar, s'estima com a paràmetres adients per al procés d'adquisició, un percentatge del nombre de projeccions mesurades del 20% i un temps d'integració per a l'espectròmetre de 300 ms. Encara que aquests resultats s'han obtingut per a un objecte concret, es poden extreure unes conclusions generals per al funcionament d'aquesta càmera. Per una banda, la gràfica de la figura 4.7. és una constatació de que cal ajustar l'energia per banda espectral per a que els espectres mesurats tinguin una bon índex senyal-soroll. Aquest ajust millorarà el PSNR de la imatge reconstruïda. Hi ha dues opcions per a millorar els espectres, augmentar la irradiància de la font d'il·luminació o augmentar el temps d'integració de l'espectròmetre. Per una altra banda, quan es representa el MSE en funció del percentatge de projeccions utilitzades es distingeixen dues zones separades per un percentatge llindar. Per sobre d'aquest llindar la variació en la disminució del MSE és suau, i aquest valor marca el percentatge òptim per a la reconstrucció. El percentatge

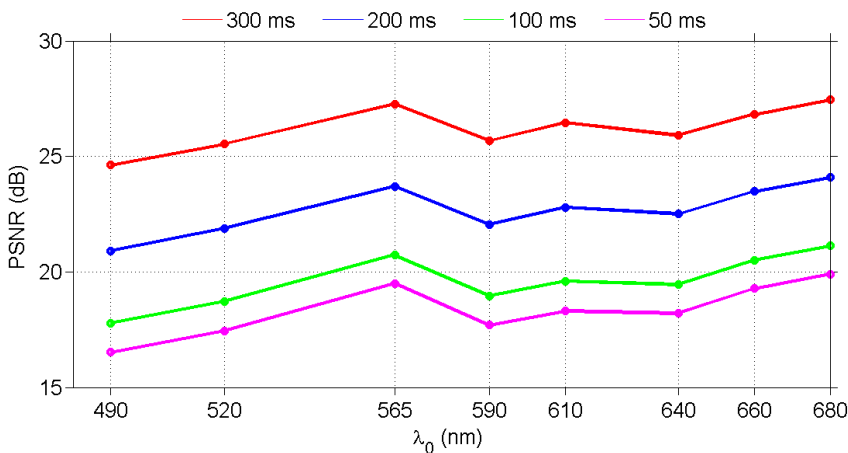


Figura 4.7. PSNR versus la longitud d'ona central de cada canal espectral. En totes les reconstruccions s'utilitzà el 20% de les projeccions. Cada corba correspon a un temps d'integració de l'espectròmetre de fibra.

llindar depèn de la resolució de la imatge. De fet s'ha comprovat que per a imatges de resolucions 256x256 píxels, amb un 10% de les projeccions ja s'obtenen bones reconstruccions. Per últim és important adonar-se que escollir una resolució o una altra per a un objecte en particular està determinat per un compromís entre la resolució i el temps d'adquisició desitjats.

Com a primera aplicació d'aquesta càmera, s'obtingueren imatges híper-espectrals d'un objecte compost per dos tomàquets *cherry* amb diferents graus de maduració, tal i com es mostra en la figura 4.8. La resolució de les imatges és de 256x256 píxels, amb una mida de 21,6 μm /píxel. El temps d'integració per a l'espectròmetre es va fixar en 300 ms. Les mesures de l'espectròmetre per a longituds d'ona inferiors a 500 nm són massa sorolloses com a per a tractar de reconstruir les imatges amb la tècnica CS. El motiu d'aquest insuficient SNR dels espectres és la baixa irradiància en la part blava del rang espectral de la font de xenó amb que es va il·luminar la mostra. A partir de 500 nm, i fins 870 nm, els espectres apareixen ben resolts i es possible reconstruir, mitjançant la tècnica del mostreig compressiu, imatges espectrals per a diferents canals. En la figura s'inclou la representació en nivells de gris d'un canal IR (860 nm), i una

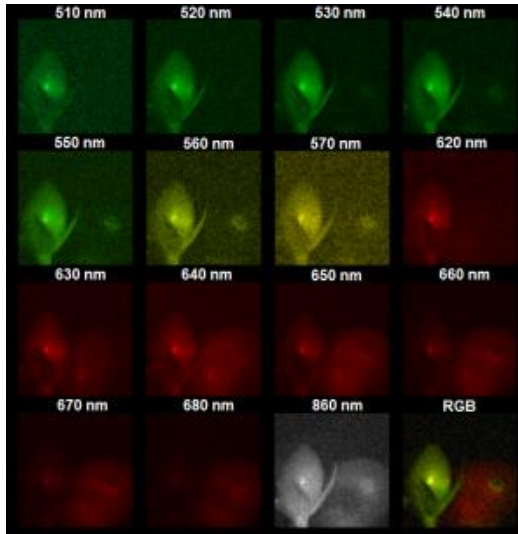


Figura 4.8. Imatge multispectral reconstruïda per CS. En cadascuna de les imatges pseudo-acolorides s'indica la longitud d'ona central de 15 canals espectrals. L'amplada espectral de cada canal és 10 nm. També s'inclou una representació RGB de l'objecte reconstruït.

representació de l'objecte en color reconstruït a partir de les components cromàtiques RGB (acrònim del terme anglès *Red Green Blue*) deduïdes dels canals espectrals.

La càmera híper-espectral amb detecció integrada presenta un compromís entre la resolució de la imatge i el temps total d'adquisició. Un compromís anàleg es pot trobar en les càmeres amb filtres acusto-òptics o de cristall líquid. Per a resolucions d'imatge semblants a les presentades, una càmera híper-espectral tarda uns pocs minuts en recollir el cub de dades [144]. En la càmera descrita en aquest capítol, els dos factors que limiten el temps d'adquisició són la generació de les funcions de la base mitjançant el modulador i el temps de resposta de l'espectròmetre. Donat que el DMD pot implementar una funció cada 50 μ s, allò que realment limita la velocitat de mesurament és el temps d'adquisició de l'espectròmetre. Per exemple, en l'experiment presentat, el temps d'integració de l'espectròmetre fou de 500ms. Però incrementar el nivell d'il·luminació o reduir la resolució espectral pot fer que el temps d'adquisició disminueixi en, al menys, un ordre de magnitud. És clar que una millora d'a-

quest sistema passa per optimitzar el temps d'integració de l'espectròmetre.

A diferència de les càmeres basades en els filtres passabanda, els qual duen a terme un escombrat per a mesurar el contingut espectral, el sistema descrit recull informació espectral de tots els canals al mateix temps (encara que a expenses d'adquirir seqüencialment la informació espacial). Com a resultat, l'espectròmetre determina el nombre de canals i la banda espectral del canal. A més el fet de poder incorporar un espectròmetre comercial a la càmera, permet gaudir de les altes prestacions dels espectròmetres de qualitat existents en el mercat.

Igual que en altres sistemes multiespectrals, la il·luminació és una qüestió principal per a assegurar una qualitat mínima del senyal al llarg del rang espectral seleccionat. En el disseny que es presenta s'ha utilitzat una làmpada d'arc d'alta potència de xenó, la qual produeix un espectre continu i aproximadament uniform a través de l'espectre visible mentre que en la regió 750-1000 nm presenta una zona complexa amb línies espectrals. No obstant, la decreixent irradiància de la font en el "blau" de l'espectre visible limita el rang espectral per a les reconstruccions amb valors superiors a 500 nm.

4.2. Càmera polarimètrica

L'ús d'imatges polarimètriques s'ha estès en una gran varietat d'aplicacions òptiques en diverses àrees d'investigació com la teledetecció, ciències dels materials, biologia i biomedicina. En teledetecció, les tècniques polarimètriques milloren la detecció d'objectius [3] i permeten l'anàlisi exhaustiu de l'objecte. Atès a que la polarització dona informació sobre les característiques d'una superfície, tals com la forma, l'ombregat i la rugositat, en ciències dels materials s'ha emprat per a, per exemple, la segmentació de superfícies rugoses [145]. En el camp de la imatge biomèdica, s'aconsegueix una millora de la visualització de les mostres biològiques a diferents profunditats [146] així com deteccions en viu i diagnòs de tumors cancerígens en teixits [147,148]. Les tècniques polarimètriques poden combinar-se també amb la tomografia de

coherència òptica [149], l'òptica adaptativa oftàlmica [150] i la formació d'imatges híper-espectrals [151,152].

En aquest apartat, primer es defineix què és una imatge polarimètrica, es descriu un sistema de classificació i es revisa la seva utilització en les diferents aplicacions. Després es comenten diverses tècniques per a obtenir imatges polarimètriques, des de les més senzilles fins a les més complexes. Per a finalitzar es descriu la càmera polarimètrica que permet resoldre espacialment la polarització utilitzant un polarímetre de feix sense resolució espacial.

Quan s'il·lumina una mostra, l'estat de polarització de la llum transmesa o reflectida potser canviï aportant informació de la mostra. L'estat de polarització i el canvi d'aquest induït per la mostra es poden caracteritzar mitjançant les formulacions del vector d'Stokes i la matriu de Mueller respectivament. Aleshores es defineixen dos tipus d'imatge polarimètrica segons els paràmetres emprats per a emmagatzemar la informació de la polarització. Mentre en la imatge polarimètrica de Stokes (IPS) cada píxel de la imatge convencional compte a més els paràmetres de Stokes, en la imatge polarimètrica de Mueller (IPM) cada píxel inclou la matriu de Mueller.

Quan es treballa amb les IPS, es solen representar els paràmetres de Stokes S_1 , S_2 , S_3 , el grau de polarització (DOP, acrònim del terme anglès *Degree Of Polarization*) i el grau de depolarització (DODP, acrònim del terme anglès *Degree Of Depolarization*). En la figura 4.9 es mostra com la representació

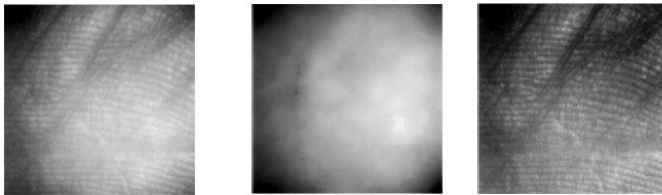


Figura 4.9. Imatges d'un palmell de la mà sota la il·luminació d'un làser de 580 nm. Les imatges de l'esquerra i central representen el contingut de llum polaritzada horitzontal i perpendicular respectivament. La imatge de la dreta representa el paràmetre d'Stokes S_1 , on el contrast millora respecte les altres imatges [146].

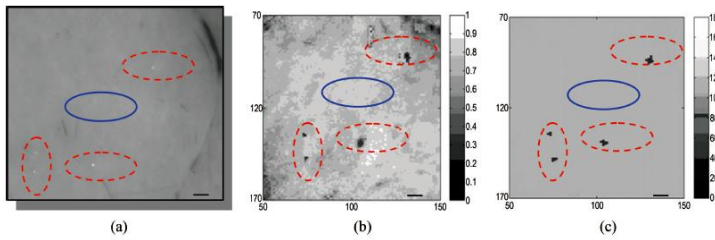


Figura 4.10. (a) Imatge microscòpica del teixit de la borsa de la galta d'un hámster amb precàncer. Les regions normal i amb displàsia estan marcades amb línies contínues i de punts respectivament, (b) imatge de depolarització, (c) imatge de retard [209]. Les representacions polarimètriques (b) i (c) permeten la localització del precàncer que difícilment es reconeix en la imatge convencional (a).

del paràmetre S_1 augmenta el contrast de les imatges originals. En les IPM, els paràmetres més usuals que es representen són el retard, la diatenuació, i la depolarització. Aquests tres paràmetres es poden deduir a partir de la descomposició polar de la matriu de Mueller [153] associada a la mostra. L'exemple de la figura 4.10. il·lustra la utilitat de representar el grau de depolarització i el retard per a localitzar detalls ocults en la imatge convencional.

El sistema més senzill que utilitza la polarimetria combinada amb la imatge convencional inclou un polaritzador davant la càmera. Ajustant l'estat de polarització de la llum que arriba a la càmera mitjançant el polaritzador s'aconsegueix maximitzar el contrast entre l'objecte i el fons. Aquesta tècnica és d'ús comú en fotografia, per exemple, quan es realitza un retrat d'una persona contra un horitzó polaritzat. Tècniques similars han estat utilitzades en l'obtenció imatges sota l'aigua per a mitigar l'efecte del *scattering* [154].

Un altre mètode és la polarimetria diferencial que permet calcular alguns paràmetres de Stokes. Per exemple, es col·loca un polaritzador amb l'orientació de l'eix horitzontal davant la càmera, es registra la imatge, i es realitza el mateix però amb l'orientació l'eix vertical. La suma d'aquestes dues imatges ens dona S_0 i la resta S_7 . L'objectiu d'aquestes tècniques és millorar el contrast de la imatge convencional. La polarimetria diferencial s'ha utilitzat tant en sistemes d'il·luminació despolaritzats [155] com polaritzats [146]. Aquesta tècnica millo-

ra notablement les imatges convencionals obtingudes en medis de *scattering*, degut a que aprofita l'efecte de despolarització d'aquests medis.

Donant un pas més enllà de la polarimetria diferencial, Walraven [156] desenvolupà el primer polarímetre lineal d'imatge, capaç de mesurar els paràmetres S_0 , S_1 i S_2 . El polarímetre d'imatge lineal és un sistema senzill que sols utilitza polaritzadors com a elements de polarització, i és suficient per a una gran quantitat d'escenes on el contingut de llum polaritzada circular és menyspreable. També es desenvoluparen polarímetres d'imatge per a mesurar S_0 , S_1 i S_3 , combinant un retardador, amb una posició fixa, i un polaritzador lineal. Aquests sistemes permeten mesurar diferències de polarització lineal i diferències de polarització circular, i han estat utilitzats per a la formació d'imatges a través de medis de *scattering* [157]. En algunes aplicacions és essencial la determinació completa de l'estat de polarització. Solomon [156] presentà un dels primers polarímetres IPS, capaç de mesurar les distribucions espacials de tots els paràmetres de Stokes i, per tant, d'enregistrar imatges polarimètriques de Stokes.

En els polarímetres IPM es controla l'estat de polarització de la llum que il·lumina la mostra. Pezzaniti i Chipman [158] descriuen un sistema basat en la determinació de la matriu de Mueller associada a la mostra, que permet examinar mostres per reflexió o transmissió i obtenir imatges IPM. Bàsicament consisteix en generar estats de polarització coneguts de la llum incident, mesurar l'estat de polarització de la llum transmesa o reflectida, i calcular la matriu de Mueller. Per exemple s'ha utilitzat un polarímetre IPM per a caracteritzar una pantalla de cristall líquid, calculant la seva matriu de Mueller associada [103].

En aquest apartat es presenta un prototip d'una càmera polarimètrica IPS amb un tipus d'arquitectura òptica i un principi d'operació diferents als de les càmeres convencionals [113]. La càmera pot resoldre espacialment la distribució de polarització de la llum provinent d'un objecte mitjançant un polarímetre comercial de feix sense resolució espacial. Tal i com es demostrarà seguidament, la clau és realitzar un multiplexat temporal de la distribució espacial de

polarització. Prèviament es descriu com funciona el polarímetre de feix emprat.

El principi d'operació d'un polarímetre de feix es basa en la mesura de la irradiància de la llum l'estat de polarització de la qual es modulat per un analitzador (PSA, acrònim del terme anglès *Polarization State Analyzer*). En la figura 4.11 es mostra el PSA del polarímetre de feix que s'ha utilitzat en la càmera polarimètrica. Aquest està format per dues làmines retardadores de cristall líquid i un separador polaritzador de feix. Establint diferents retards, δ_1 i δ_2 , en les làmines es pot modificar l'estat de polarització del feix incident sobre el PSA. Utilitzant la formulació de Mueller, els estats de polarització del feix a l'entrada del PSA, \vec{S} , i l'entrada en el fotodíode 1, \vec{S}_{PD1} , es relacionen com

$$\vec{S}_{PD1} = M \cdot \vec{S} \Rightarrow \begin{pmatrix} I_{PD1} \\ S_1^{PD1} \\ S_2^{PD1} \\ S_3^{PD1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

on M és la matriu de Mueller associada al PSA. La irradiància del feix incident I_0 és la suma de les irradiàncies mesurades amb els dos fotodíodes, I_{PD1} i I_{PD2} respectivament. La primera equació del sistema (4.3)

$$I_{PD1}(\delta_1, \delta_2) = m_{00}(\delta_1, \delta_2)I_0 + \sum_{q=1}^3 m_{0q}(\delta_1, \delta_2)S_q, \quad (4.4)$$

permet determinar l'estat de polarització del feix incident sobre el PSA. Aplicant diferents retards a les làmines s'aconsegueix variar la matriu de Mueller i,

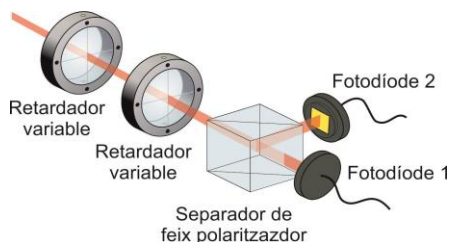


Figura 4.11. Esquema del PSA d'un polarímetre de feix. L'aplicació de retards, δ_1 i δ_2 , sobre el feix incident mitjançant els retardadors variables permet la determinació de l'estat de polarització del feix, a partir de les intensitats mesurades amb els fotodíodes.

per tant, variar la irradiància del fotodíode 1. D'aquesta manera, a partir de l'expressió (4.4) s'estableix un sistema d'equacions sobredeterminat que es pot resoldre per ajust de mínims quadrats.

La càmera polarimètrica IPS ha de resoldre espacialment una distribució de polarització. Es a dir, ha d'obtenir els paràmetres de Stokes dels N píxels de l'objecte sota estudi. Seguidament es mostrarà que, quan s'analitza un feix de llum que ha passat per tot l'objecte, els paràmetres de Stokes mesurats pel polarímetre de feix, S_q , són paràmetres integrats

$$S_q = \sum_{i=1}^N s_q^i \quad q = 1, 2, 3, \quad (4.5)$$

on s_q^i indica el paràmetre de Stokes q del píxel i . D'ací a endavant, quant el paràmetre de Stokes està escrit en minúscula s'anomenarà paràmetre de Stokes espacial, mentre que si ho està en majúscula és un paràmetre de Stokes integrat.

Primer es suposa que tant sols s'il·lumina un dels píxels en que es considera dividit l'objecte. Aleshores es pot escriure l'equació (4.4) per al píxel i com

$$I_{PD1}^i(\delta_1, \delta_2) = m_{00}^i(\delta_1, \delta_2)I_0^i + \sum_{q=1}^3 m_{0q}^i(\delta_1, \delta_2)s_q^i. \quad (4.6)$$

Si el feix incideix sobre un conjunt de N píxels, aleshores la irradiància mesurada per fotodíode 1 és

$$I_{PD1}(\delta_1, \delta_2) = \sum_{i=1}^N m_{00}^i(\delta_1, \delta_2)I_0^i + \sum_{i=1}^N \sum_{q=1}^3 m_{0q}^i(\delta_1, \delta_2)s_q^i. \quad (4.7)$$

Assumint que la resposta del PSA és espacialment homogènia, es a dir, $m_{00}(\delta_1, \delta_2) = m_{00}^i(\delta_1, \delta_2)$ i $m_{0q}(\delta_1, \delta_2) = m_{0q}^i(\delta_1, \delta_2) \quad \forall i$, l'anterior equació queda

$$I_{PD1}(\delta_1, \delta_2) = m_{00}(\delta_1, \delta_2)I_0 + \sum_{q=1}^3 m_{0q}(\delta_1, \delta_2)S_q, \quad (4.8)$$

on $I_0 = \sum_{i=1}^N I_0^i$ és la irradiància del feix incident. Com que les equacions (4.8) i (4.4) són idèntiques, el que mesura el polarímetre de feix són els paràmetres de Stokes integrats. Aquest fet és determinant, ja que els paràmetres de Stokes

dels píxels està continguda en els paràmetres de Stokes integrats mesurats pel polarímetre de feix sense resolució espacial.

S'extreu la distribució espacial dels paràmetres de Stokes mesurats amb un polarímetre de feix mitjançant un multiplexat temporal en el procés d'adquisició de dades. Aquest procés consisteix en projectar l'objecte sobre un conjunt de funcions h i mesurar la polarització de la irradiància integrada amb el polarímetre de feix. El conjunt de mesures realitzat en el procés de multiplexat es pot escriure com el sistema

$$S_q = H \cdot s_q \Rightarrow \begin{pmatrix} S_q^1 \\ \vdots \\ S_q^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & \dots & h_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M1} & \dots & h_{MN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_q^1 \\ \vdots \\ s_q^N \end{pmatrix}, \quad (4.9)$$

on cadascuna de les files de la matriu H és una màscara binària formada per N_S píxels amb transmitància unitària, i $N - N_S$ píxels amb transmitància nul·la. Si es projecta l'objecte sobre el conjunt de funcions de la base, aleshores la matriu H té inversa i la solució del sistema (4.9) és

$$s_q = H^{-1} \cdot S_q. \quad (4.10)$$

Si el objecte és *sparse* en la base de funcions escollida, es pot aplicar la tècnica CS i reduir el nombre de mesures, optimitzant el temps en el procés d'adquisició de dades.

L'esquema general de la càmera polarimètrica IPS basada en la tècnica CS es mostra en la fig. 4.12. Bàsicament consta de tres parts, un modulador SLM, un reductor de feix i un polarímetre de feix comercial. El modulador s'utilitza per a generar les màscares binàries d'irradiància sobre les que es projecta l'objecte. Amb el reductor de feix es recull tota la llum provinent de la projecció i es preserva la incidència normal per a l'òptim funcionament del polarímetre de feix. Finalment, el polarímetre de feix dóna els paràmetres de Stokes integrats a partir dels quals s'obtenen les imatges IPS.

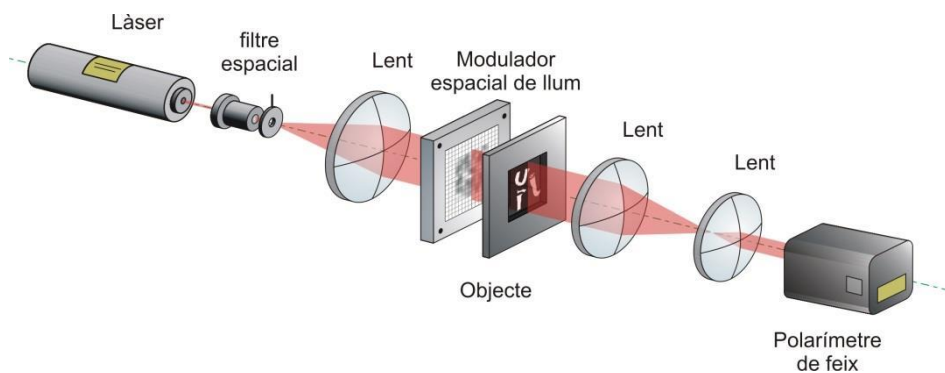


Fig. 4.12. Diagrama de la càmera polarimètrica d'un sol píxel. El SLM implementa patrons binaris d'intensitat sobre el feix de llum que il·lumina l'objecte.

En el disseny de la càmera al laboratori s'utilitzà un làser heli-neó ement a 632,8 nm com a font de llum. Com a modulador, la pantalla SONY LCX016AL configurada per a transmissió binària d'irradiància (veure capítol 3). La resolució de la pantalla és SVGA de 600×800 píxels, amb un període de 32 μm. L'objecte es col·locà després del sistema formador de màscares. El polarímetre de feix utilitzat fou PolarVIEW 3000, de Meadowlark Optics. L'alt rang dinàmic (per sobre de 70dB), l'ample abast de longitud d'ona i la localització precisa de l'estat de polarització en l'esfera de Poincaré, són qualitats d'aquest dispositiu de les quals gaudeix també la nostra càmera polarimètrica.

S'escollí com a base el conjunt de les funcions de Hadamard-Walsh (veure apèndix B). Les imatges adreçades al modulador tenien una resolució de 64×64 píxels, amb una àrea de cada cel·la de 64 μm×64 μm. Seqüencialment es projectaren sobre l'objecte un conjunt de 1225 màscares binàries (~30% del criteri de Nyquist). L'adquisició de dades amb el polarímetre es sincronitzà amb la implementació de màscares del modulador mitjançant un software de control programat amb LABVIEW. Per a cada realització, el polarímetre convencional subministra una versió normalitzada dels paràmetres de Stokes, $\sigma_i = \frac{S_i}{I_0}$ ($i = 1, \dots, 3$), així com les intensitats dels fotodíodes PD1 i PD2 (veure figura 4.11), la suma dels quals és la intensitat total, I_0 . Com la freqüència de mesura de vector de Stokes del polarímetre convencional és 10 Hz, mentre la

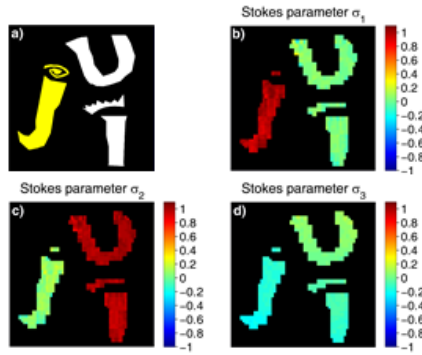


Fig. 4.13. a) Imatge d'alta resolució (1024×1024 píxels) de l'objecte utilitzat en l' experiment, el qual consisteix en una màscara d'amplitud amb un film de cel·lofana cobrint la zona acolorida en groc. Les imatges pseudo-acolorides (de 64×64 píxels) per als paràmetres de Stokes σ_1 , σ_2 i σ_3 es mostren respectivament en b), c) i d).

del modulador és 60 Hz, fou el polarímetre el que limità la velocitat d'adquisició de dades. Les reconstruccions de les imatges IPS es realitzà aplicant la tècnica CS mitjançant l'ús del codi de programació de MATLAB l1eqpd [142].

Per a provar la càmera, s'utilitzà un objecte binari d'amplitud, el logo de la Universitat Jaume I que es mostra a la figura 4.13a). Per aconseguir una distribució espacial polarimètrica, una de les lletres, la jota, es cobrí amb cel·lofana, que actua aproximadament com una làmina retardadora de mitja ona. Com la llum que surt del SLM estava linealment polaritzada, en travessar l'objecte presentà dos estats de polarització lineals amb orientacions diferents, un per a les lletres U i I, i l'altra per a la J.

Per tal d'avaluar la mesura amb la càmera, prèviament es mesurà l'estat de polarització de cadascuna de les lletres per separat amb el polarímetre de feix. Assumint que l'estat de polarització és uniforme en cada lletra, es pot quantificar la polarització d'aquesta amb el polarímetre de feix bloquejant el pas de llum en la resta de lletres. L'azimut i l'el·lipticitat de cadascuna de les lletres s'han calculat a partir dels paràmetres de Stokes, mitjançant expressions convencionals [159]. Les dades de la taula 4.1 mostren l'efecte de rotació de l'eix

	U	J	I
Azimut	42,22°	8,62°	42,22°
El·lipticitat	-0,003	-0,070	-0,003

Taula 4.1. En aquesta taula es mostren els valors d'azimut i el·lipticitat calculats a partir de mesures de l'estat de polarització, amb el polarímetre de feix, de cada lletra (U ; I i J) per separat.

de polarització lineal que produeix la làmina de cel·lofana que cobreix la lletra J.

Les imatges IPS obtingudes amb la càmera polarimètrica es presenten en les figures 4.13b), c) i d). En aquestes imatges es representen els paràmetres de Stokes normalitzats σ_1 , σ_2 , i σ_3 respectivament. Donat que la uniformitat d'aquests paràmetres en cadascuna de les lletres és acceptable, es calcularen els valors mitjans de l'azimut i l'el·lipticitat per a cada lletra considerant com a incerteses les desviacions estàndard de cada distribució. Els resultats presentats en la taula 4.2 concorden els mesurats prèviament amb el polarímetre de feix, donant validesa a les mesures realitzades amb la càmera. El major grau de discrepància es troba en l'azimut per a la lletra J, al voltant de 6° de diferència, que representa aproximadament un 3% dels valors que pot prendre l'azimut (des de -90° fins 90°). Cal esmentar també que, en la mesura amb el polarímetre de feix de la lletra J, s'ha assumit la uniformitat de la làmina de cel·lofana.

Un dels avantatges d'aquesta càmera polarimètrica és que les imatges obtingudes estan lliures d'aberracions, ja que no s'utilitza un conjunt de lents per a formar imatges. En les càmeres polarimètriques convencionals, millorar el sistema òptic formador d'imatges lliure d'aberracions encareix ostensiblement el preu de la càmera. Un inconvenient que presenta aquest prototip, és que l'objecte ha de romandre estable mentre es realitza el procés seqüencial de projectar l'objecte. Aleshores minimitzar el temps de mesura ampliaria l'ús d'aquestes càmeres inclús per a escenes dinàmiques. Per tal d'optimitzar aquest

	U	J	I
Azimut	$43,6^{\circ} \pm 1,1^{\circ}$	$2,5^{\circ} \pm 1,4^{\circ}$	$43,6 \pm 1,1^{\circ}$
El·lipticitat	$-0,01 \pm 0,04$	$-0,08 \pm 0,03$	$-0,01 \pm 0,04$

Taula 4.2. Els valors d'azimut i el·lipticitat mostrats han estat calculats a partir de la mesura de la distribució espacial de l'estat de polarització formada per les tres lletres U , I i J , mitjançant l'ús de la càmera polarimètrica descrita.

temps s'ha aplicat la tècnica de formació d'imatges mitjançant el mostreig compressiu, ja que disminueix el nombre de projeccions necessàries i així es redueix el temps de mesura. També podem reduir aquest temps utilitzant moduladors espacials i detectors de llum sense resolució espacial més ràpids. Tenint en compte que hi ha moduladors, com els DMDs, que poden operar a freqüències de KHz i fotòmetres a GHz, a priori, es poden dissenyar càmeres seguint aquest prototip en temps d'exposició inferiors al segon.

Encara que s'ha focalitzat el desenvolupament de la idea en un polarímetre basat en la tecnologia de cristalls líquids, les conclusions són vàlides per a altres tipus de polarímetres, sempre i quan el dispositiu seleccionat sigui espacialment homogeni i la relació entre els senyals mesurats i els paràmetres de Stokes sigui lineal. Per una altra banda, el modulador espacial utilitzat, TNLC-SLM, requereix llum polaritzada. Aleshores el que realment s'ha mesurat és el canvi d'estat de polarització que produeix la mostra, quant és il·luminada amb llum d'una determinada polarització. En canvi, es podria substituir el TNLC-SLM per un modulador de micro-espills, DMD, insensible a la polarització i així poder mesurar, il·luminant amb llum despolaritzada, mostres polaritzades.

4.3. Càmera híper-espectral polarimètrica

La possibilitat de mesurar imatges polarimètriques i espectrals en un mateix dispositiu aporta un valor afegit a aquest tipus de càmeres. L'increment de

la dimensionalitat de les imatges enriqueix la informació que s'obté de la mostra, aprofitant-se dels avantatges de les tècniques d'imatge espectral i polarimètrica. En el camp de la imatge biomèdica, la mesura de la distribució angular de la intensitat, la reflectància espectral difusa o el grau de polarització de la llum reflectida o transmesa pot ajudar a distingir entre zones sanes i anormals d'un teixit. Així s'ha aplicat la tècnica *multispectral polarimetric imaging* (MPI) per a la caracterització del càncer del colon humà [160] i per l'anàlisi patològic de la pell [161]. Les imatges espectre-polarimètriques permeten un anàlisi més precís i una millor identificació ja que s'obté més informació de la mostra.

En aquest apartat es presenta una càmera híper-espectral polarimètrica amb detecció integrada, basada en la càmera híper-espectral descrita en el apart 4.1 d'aquesta tesi. En la figura 4.14 és mostra l'esquema de la càmera híper-espectral polarimètrica, on a l'arquitectura de la càmera híper-espectral s'ha afegit un analitzador de polarització entre l'espectròmetre i el sistema òptic. L'analitzador és simplement un film polaritzador lineal muntat en un suport giratori.

Per a provar aquesta càmera s'utilitzà com a objecte dos condensadors de

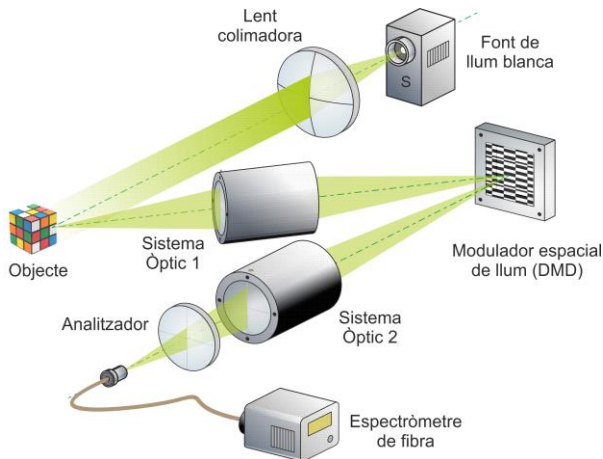


Figura 4.14. Esquema de la càmera híper-espectral polarimètrica. Afegint un analitzador a la càmera híper-espectral s'aconsegueix mesurar, a més de distribucions espacials d'irradiància per a diferents longituds d'ona, també distribucions espacials de polarització.

diferent color. A més, per a tenir una distribució espacial de polarització, es disposà darrere de cada condensador un polaritzador lineal. Aquests polaritzadors estaven configurats amb els eixos de transmissió ortogonals. La resolució de les imatges fou de 128×128 píxels amb una mida de $43,2 \mu\text{m}/\text{píxel}$. Es fixà el temps d'integració de l'espectròmetre a 500 ms, per a obtenir un bon índex SNR en el senyal mesurat. Per a aplicar la tècnica CS, s'utilitzà el 20% de projeccions sobre la base de funcions Hadamard-Walsh (veure apèndix B). Per a cadascuna de les quatre orientacions de l'eix de transmissió de l'analitzador, s'obtingueren els corresponents espectres i es reconstruí una imatge multispectral formada per 8 canals. L'amplada de cada canal espectral fou de 20 nm. En la figura 4.15 es mostren les imatges obtingudes. Cada columna correspon a un canal espectral, mentre que cada fila està associada a una orientació de l'eix de transmissió de l'analitzador.

La càmera híper-espectral polarimètrica amb detecció integrada presentada proporciona la distribució espacial dels paràmetres de Stokes, S_0 , S_1 i S_2 de la llum provinent de la mostra. Per a obtenir un anàlisi complet de la polarització cal afegir a l'analitzador un polaritzador circular (o el·líptic) i adquirir un

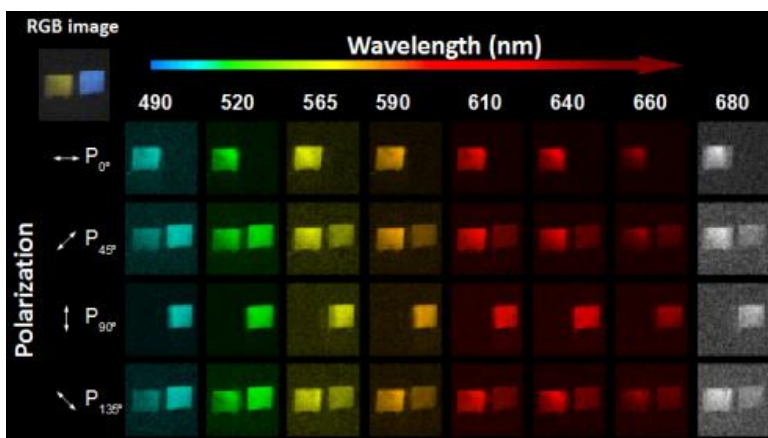


Figura 4.15. Imatge multispectral per a diferents orientacions de l'analitzador. Les longituds d'ona centrals de cada canal es mostren en la primera fila. L'amplada de banda dels canals és 20 nm. La primera columna indica l'orientació de l'eix de transmissió de l'analitzador, que és un polaritzador lineal. Excepte per a la longitud d'ona més propera a l'infraroig pròxim, tots els canals en el visible s'han representat amb imatges pseudo-acolorides.

conjunt de dades, que, permetria calcular S_3 . També es pot evitar l'ús de elements de polarització mòbils utilitzant un analitzador d'estats de polarització que combina retardadors lineals controlats mitjançant voltatges (basats en la tecnologia de cristalls líquids) amb polaritzadors lineals [162]. En aquest cas, tota la informació polarimètrica podria adquirir-se amb una única sèrie de mesuraments, canviant seqüencialment la configuració dels retardadors variables per a cada projecció realitzada pel DMD.

4.4. Sistema formador d'imatges de fase

Amb les imatges de fase s'aconsegueix la visualització de mostres quasi-transparentes i es mesura quantitativament distribucions espacials de paràmetres físics com l'espessor i l'índex de refracció. Les imatges de fase són un mapa dels desplaçaments de camins òptics associats amb l'espècimen i, per tant, contenen informació quantitativa tant de l'espessor local com de l'índex de refracció de la estructura transparent [163]. Amb aquestes tècniques s'assoleixen variacions de camins òptics de l'ordre de nanòmetres, adients per a l'estudi cel·lular i intracel·lular. A més les imatges de fase són útils per a l'estudi dinàmic de cèl·lules i teixits ja que revelen canvis subtils en paràmetres físics i químics que acompanyen als processos cel·lulars. Per exemple, s'han utilitzat per a veure l'evolució d'una cèl·lula després d'una operació de microcirurgia làser [164]. Les tècniques per a la formació d'imatges de fase permeten també realitzar mesures tomogràfiques 3D. La utilització d'una font amb longitud de coherència curta, com per exemple una font d'il·luminació blanca ($l_c \sim 1 \mu\text{m}$), proporciona capacitat de seccionament òptic. Aleshores, a partir de l'enregistrament de successives imatges de fase 2D es poden realitzar reconstruccions tomogràfiques 3D [165]. Tant la mesura quantitativa de paràmetres com la reconstrucció tridimensional de la mostra són valors afegits de les imatges de fase l'aplicació de les quals s'ha estès en el món de la microscòpia. Així s'han utilitzat aquestes tècniques per a aplicacions tant diverses com l'estudi de la dinàmica de la propagació de fibroblasts [166], el recompte de cèl·lules en embrions [167], refractometria cel·lular en canals micro-fluídics [168] o l'estudi de les tensions de la membrana en cèl·lules vermelles de la sang [169]. En

aquest capítol es desenvoluparà una tècnica per a la formació d'imatges de fase amb detecció integrada i, per tant, que no requereix d'una càmera amb resolució espacial. Aquest sistema s'utilitzarà per a caracteritzar una lent esfèro-cilíndrica.

En 1934, Zernike desenvolupà la microscòpia de contrast de fase per a “veure” objectes transparents. En aquesta tècnica, el contrast de l'interferograma generat per la llum que interactua amb l'objecte i la llum no difractada per l'objecte es incrementa pel desplaçament de la seva fase relativa mitjançant una làmina retardadora de quart d'ona [170,171]. La làmina es orienta fins que el contrast és màxim. Tal i com es presenta en la figura 4.16, la microscòpia de contrast de fase revela detalls interns d'estructures transparents sense necessitat de tenyir la mostra. No obstant les imatges aconseguides són distribucions d'irradiància, en les que la informació de la fase està acoblada no linealment i no es pot recuperar quantitativament. Es a dir, la microscòpia de contrast de fase obté imatges qualitatives de fase.

En 1948 Gabor introduí l'holografia amb la intenció de millorar la resolució del microscopi electrònic, on la correcció de les aberracions de les lents per a electrons era un obstacle tècnic difícil d'abordar [172]. En general, l'holografia consisteix en enregistrar interferogrames resultats de la interferència entre la llum provinent de la mostra i un feix de referència. A partir d'aquests es pot recuperar el camp complex de llum en la mostra. Aleshores l'holografia permet obtenir d'imatges de fase quantitatives. Les tècniques interferomètriques es poden classificar segons la interferència es realitza en eix o

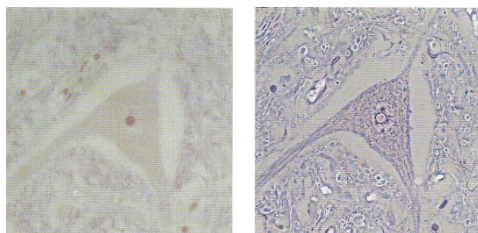


Figura 4.16. Encara que la mostra està tenyida és difícil apreciar detalls en la imatge convencional, a l'esquerra, que són visibles en la imatge de contrast de fase, a la dreta.

fora d'eix. En les primeres, per a separar els diferents ordres de difracció, es poden utilitzar tècniques de desplaçament de fase on es modula el temps de retard de la referència respecte l'objecte, enregistrant tres o més interferogrames a partir dels quals s'extrau la informació de la fase [173,174]. En les tècniques fóra d'eix, a partir d'un sol interferograma es recupera la fase analitzant les franges d'interferència.

També s'han desenvolupat tècniques no interferomètriques de desplaçament de fase que permeten l'obtenció d'imatges de fase quantitatives. Aquestes tècniques es classifiquen segons si utilitzen algorismes iteratius o si empen l'equació de transport de la intensitat per a la recuperació de la fase. En les primeres, es mesuren distribucions d'intensitat del camp difractat per la mostra a diferents distàncies. Després, conegudes aquestes distàncies i amb la utilització de models numèrics per a la propagació del camp, es recupera la fase de la mostra mitjançant algorismes iteratius [175]. En les segones, partir d'un conjunt d'imatges d'intensitat desenfocades de l'objecte es resol l'equació de transport de la intensitat, obtenint-se la imatge de fase de la mostra [176].

En la resta d'apartat es descriurà la tècnica per a la formació d'imatges de fase amb detecció integrada que s'ha desenvolupat com a part del treball d'aquesta tesi. La tècnica, mitjançant l'holografia digital de desplaçament de fase i emprant un detector sense resolució espacial permet obtenir imatges de fase [114]. A més s'utilitza la tècnica CS com una eina per a reduir el temps d'adquisició.

En la figura 4.17 es mostra un interferòmetre Mach-Zehnder amb un sistema desfasador per a realitzar holografia digital amb retard de fase. Els desfasaments entre els dos braços de l'interferòmetre s'introdueixen mitjançant una làmina de retard en el braç de referència. La tècnica permet, a partir dels interferogrames enregistrats per una càmera CCD o CMOS, la reconstrucció de l'amplitud complexa del camp difractat per l'objecte en el plànol de la càmera. Posteriorment es recupera l'amplitud complexa de l'objecte propagant numèricament el camp difractat des del plànol de la càmera fins el plànol de l'ob-

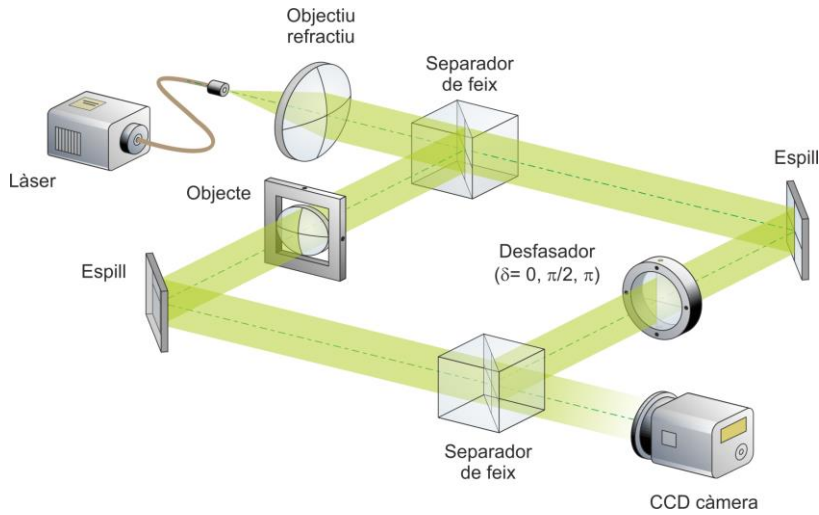


Figura 4.17. Interferòmetre Mach-Zehnder per a realitzar holografia de desplaçament de fase convencional. Els interferogrames resultants de la interferència entre el braç objecte i referència s'enregistren amb una càmera CCD.

jecte.

La tècnica per a la formació d'imatges de fase amb detecció integrada utilitza també un interferòmetre semblant al de la figura 4.17 però lleugerament modificat. La càmera CCD es substitueix per un detector d'un sol píxel, i l'espill del braç de l'objecte es canvia per un SLM, tal i com es mostra en la figura 4.18. La idea clau que subjau en aquesta tècnica és formular el multiplexat temporal en termes de projeccions de l'amplitud complexa enlloc de projeccions d'intensitats, tal i com es realitza en la formació d'imatges amb la tècnica CS (veure apartat 2.1).

Seguint l'esquema de la figura 4.18, la propagació de la llum en els dos braços de l'interferòmetre es pot descriure mitjançant la teoria de la difracció paraxial elemental, suposant que el feix entrant és una ona plana. Així en el braç objecte, l'amplitud complexa d'aquest $t(\vec{r})$ es propaga una distància z fins al plànol del modulador,

$$t(\vec{r}; z) = t(\vec{r}) \otimes \exp(jk\vec{r}^2/2z), \quad (4.11)$$

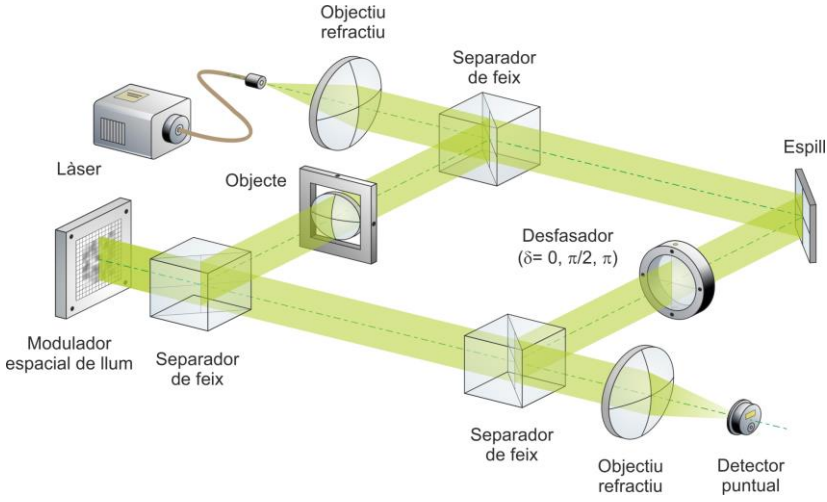


Figura 4.18. Sistema per a la formació d'imatges de fase amb detecció integrada. L'interferòmetre Mach-Zehnder de la figura 4.17 és lleugerament modificat, canviant l'espill del braç objecte per un modulador espacial de llum i la càmera CCD per un detector puntual.

on k el nombre d'ones, j la unitat imaginària, $i \otimes$ el símbol per l'operació de convolució. El resultat de l'actuació del modulador sobre el camp es pot expressar com,

$$U_i^{signal}(\vec{r}; z) = t(\vec{r}; z)H_i(\vec{r}), \quad (4.12)$$

on $H_i(\vec{r})$ és la funció implementada pel modulador. Si s'integra l'expressió (4.12) respecte la coordenada transversal \vec{r} , el que s'obté és la projecció,

$$y_i = \iint U_i^{signal}(\vec{r}; z)d^2\vec{r} = \iint t(\vec{r}; z)H_i(\vec{r})d^2\vec{r}. \quad (4.13)$$

En el braç referència, es té una ona plana a la que se li afegeix una fase δ mitjançant un desfasador.

Segons la tècnica de *phase shifting* convencional [177], l'holograma en el plànol del detector es recupera com,

$$U_i^{signal}(\vec{r}; z') = \frac{1}{4} [I_{i,0}(\vec{r}; z') - I_{i,\pi}(\vec{r}; z')] +$$

$$\frac{j}{4} [2I_{i,\pi/2}(\vec{r}; z') - I_{i,0}(\vec{r}; z') - I_{i,\pi}(\vec{r}; z')], \quad (4.14)$$

on

$$I_{i,\delta}(\vec{r}; z') = |U_i^{signal}(\vec{r}; z') + U_\delta^{reference}|^2, \quad (4.15)$$

és l'interferograma del camp difractat pel SLM amb la referència desfasada δ i z' és la distància entre el modulador i el detector. Quan s'integra l'expressió (4.14) respecte la coordenada transversal \vec{r} i s'utilitza les propietats del kernel de propagació de Fresnel, s'assoleix

$$\iint U_i^{signal}(\vec{r}; z') d^2\vec{r} = \iint U_i^{signal}(\vec{r}) d^2\vec{r}. \quad (4.16)$$

Aquest resultat és fonamental, doncs permet calcular les projeccions y_i de l'expressió (4.13) mitjançant l'expressió (4.16) donant com a resultat

$$y_i = \frac{1}{4} [I_{i,0} - I_{i,\pi}] + \frac{j}{4} [2I_{i,\pi/2} - I_{i,0} - I_{i,\pi}], \quad (4.17)$$

on $I_{i,\delta} = \iint I_{i,\delta}(\vec{r}; z') d^2\vec{r}$ són les irradiàncies integrades mesurades pel detector d'un sol píxel.

S'ha descrit un sistema capaç de calcular projeccions complexes y_i d'un camp complex $t(\vec{r}; z)$ sobre un conjunt de funcions $H_i(\vec{r})$ a partir de la mesura d'irradiàncies $I_{i,\delta}$ mitjançant un detector sense resolució espacial. Aleshores, si es disposa d'una base de funcions $\{H_i(\vec{r})\}_N$ on representar $t(\vec{r}; z)$ es pot realitzar el multiplexat temporal d'aquest camp complex, calculant les projeccions i recuperant l'objecte com

$$t(\vec{r}; z) = \sum_{i=1}^N y_i H_i(\vec{r}). \quad (4.18)$$

Es reconstrueix el camp complex en el plànol del modulador, on es realitza el mostreig. Aleshores, per a recuperar l'objecte, cal fer la propagació des del plànol del modulador fins el plànol de l'objecte. Per a realitzar aquesta propagació es pot emprar, per exemple, el mètode de propagació de la funció transferència

[178],

$$t(m, n) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F}(t(m, n; z)) \exp \left[\frac{j\pi\lambda z}{(N\Delta x)^2} (u^2 + v^2) \right] \right\}, \quad (4.19)$$

on \mathcal{F} denota la transformada de Fourier ràpida, (u, v) són les variables discretes de freqüència, (m, n) són les variables discretes espacials transversals, i N és el nombre de píxels de x (s'assumeix el mateix nombre de píxels per ambdues coordenades ortogonals). En aquest procediment es considera la mateixa resolució per a totes les distàncies de propagació i Δx representa la mida de píxel del vector recuperat x . Si l'objecte és *sparse* en la base escollida, i a més l'espai de mesura i l'espai definit per la base triada són incoherents, l'aplicació de la tècnica CS per reduir notablement el nombre de mesures en el procés d'adquisició.

D'acord a la figura 4.18, s'utilitzaren els següents dispositius per a realitzar el muntatge experimental del sistema. La font d'il·luminació fou un làser d'estat sòlid (Oxxius Slim-532) que emet a 532 nm. Com a modulador espacial de llum binari d'amplitud s'emprà LCoS Holoeye LC-R 2500. Aquest modulador, del tipus TNLC-SLM, treballa per reflexió amb resolució XGA i té una mida del píxel de 19 μm . S'escollí la base de funcions Hadamard-Walsh (veure apèndix B) per a realitzar la projecció mitjançant el SLM. Com a desplaçador de fase s'utilitzà una làmina de retard variable de cristall líquid Meadowlark Optics en el braç de referència de l'interferòmetre. El detector puntual fou la càmera Stingray F-145, considerant tant sols la mesura de la irradiància integrada sobre el sensor CCD. Es provà aquest sistema realitzant la caracterització d'una lent esfero-cilíndrica, comparant després el resultat amb la mesura obtinguda mitjançant un frontofocòmetre.

En l'àmbit de l'optometria física, l'aberrometria permet mesurar errors refractius en molt més detall del que és possible amb mètodes refractius clínics tradicionals com la refracció subjectiva emprant un forópter o auto-refractòmetre. Analitzant la forma del front d'ona de la llum que ha passat a través de diferents elements òptics de l'ull, l'aberrometria determina errors re-

fractius presents en l'ull tals com desenfocament esfèric (miopia i hipermetropia), astigmatisme i aberracions d'ordre superior (coma, aberracions esfèriques i altres). En l'actualitat existeix un interès creixent en les aplicacions oftàlmiques d'aquesta tecnologia, ja que mitjançant la cirurgia refractiva làser es poden reduir les aberracions d'alt ordre permeten assolir una visió súper-normal, amb millor agudesesa visual i sensitivitat de contrast [179].

La funció aberració d'un front d'ona $W(\rho, \theta)$ és la distància, en unitats de longitud de camí òptic, des de l'esfera referència fins el front d'ona en la pupil·la d'eixida mesurada al llarg del raig com a funció de les coordenades polars transversals (ρ, θ) de la intersecció del raig amb l'esfera referència. En la figura 4.19 es mostra gràficament la funció aberració d'un front d'ona. El polinomis de Zernike $\{Z_n^m(\rho, \theta)\}$ formen un conjunt complet de funcions o modes que són ortogonals sobre un cercle de radi unitat. Aleshores serveixen com a base per a expressar les aberracions en un sistema òptic amb una pupil·la circular com una suma pesada pels polinomis de Zernike [180]

$$W(\rho, \theta) = \sum_n^k \sum_{m=-n}^n W_n^m Z_n^m(\rho, \theta), \quad (4.20)$$

on W_n^m són els coeficients de Zernike. El conjunt ortonormal dels polinomis de Zernike està recomanat per a descriure les funcions aberració d'ona i per a l'ajust de dades de mesuraments experimentals per a l'ull [180].

La lent esfero-cilíndrica és d'ús comú com a lent oftàlmica per a la correcció de la miopia i l'astigmatisme. En aquest tipus de lent, que es compon d'una superfície esfèrica i una cilíndrica, es defineixen dos meridians principals, l'eix i el contra-eix. L'eix és el plànol que conté l'eix de revolució del cilindre i el centre de l'esfera, mentre que el contra-eix és el plànol perpendicular a l'eix de revolució del cilindre que passa per centre de l'esfera. La forma d'expressar les lents esfero-cilíndriques és donar les potències òptiques de l'esfera E i del cilindre C i l'orientació de l'eix del cilindre α , com $(E)(C) \alpha$. En la lent esfero-cilíndrica la potència varia en funció del meridià angular θ segons l'expressió

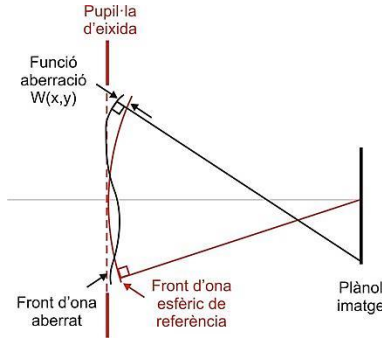


Figura 4.19. Representació gràfica de la funció aberració d'un front d'ona.

$$P(\theta) = E + C \cdot \sin^2(\theta - \alpha). \quad (4.21)$$

La mesura amb el frontofocòmetre de la lent utilitzada en l'experiment fou $(-1)(-0,75)0^\circ$.

El procés de caracterització de la lent consta de dues etapes. En la primera, es determina experimentalment la distribució de fase del plànols de la lent mitjançant el sistema descrit. Aquesta distribució de fase és la funció d'aberració del front d'ona a partir de la qual s'obtenen les potències de la lent, en una segona etapa.

Les potències esfèrica i cilíndrica s'obtenen a partir de les coeficients de Zernike d'ordre dos, W_2^{-2} , W_2^0 i W_2^2 , seguint el següent procediment [180,181]. Primer es calcula el vector potència $[J_{45}, M, J_{180}]$ amb les expressions

$$J_{45} = -2\sqrt{6} \frac{W_2^{-2}}{R_p^2} \quad M = -4\sqrt{3} \frac{W_2^0}{R_p^2} \quad J_{180} = -2\sqrt{6} \frac{W_2^2}{R_p^2}, \quad (4.22)$$

on R_p és el radi de la pupila. Després es calcula la potència esfèrica E , la potència cilíndrica C i l'eix del cilindre α mitjançant les expressions,

$$C = -2\sqrt{J_{45}^2 + J_{180}^2} \quad E = M - \frac{C}{2} \quad \alpha = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{J_{45}}{J_{180}} \right) \quad (4.23)$$

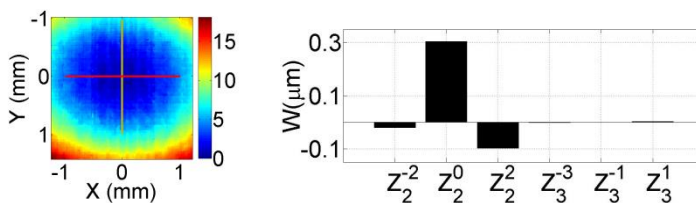


Figura 4.20. A l'esquerra es representa la funció d'aberració de la lent oftàlmica $W(\rho, \theta)$. A la dreta es mostren els coeficients de Zernike més significatius en la descomposició de $W(\rho, \theta)$. La pupila considerada té un radi de 1,22 mm.

En l'etapa de caracterització de la lent oftàlmica, aquesta s'introdú a 253 mm del modulador en el sistema, tal i com s'indica en la figura 4.18. Després es projectà el camp difractat en el plànol del SLM sobre un conjunt de funcions Hadamard-Walsh (veure apèndix B) de $N=128 \times 128$ píxels. Tal i com prediu la tècnica de CS, amb un 20% de les funcions de la base fou suficient per a obtenir un valor del senyal SNR acceptable en la reconstrucció de la imatge. Una vegada obtingudes les projeccions complexes, s'aplicà l'algoritme de reconstrucció mitjançant el codi de programació 11eq-pd recuperant l'amplitud i la fase del camp difractat en el plànol del modulador. Finalment s'obtingué funció d'aberració de la lent $W(\rho, \theta)$ propagant numèricament el camp complex des del plànol del SLM fins el plànol de l'objecte.

En la figura 4.20, es mostra la funció d'aberració de la lent i la seva descomposició en la base dels polinomis de Zernike. Mentre el mode de desenfo-cament esfèric Z_2^0 corregeix la miopia, Z_2^{-2} , Z_2^2 corregeixen l'astigmatisme de l'ull. Atès a que la funció aberració de la lent és, bàsicament, una combinació lineal de tres modes de Zernike), utilitzant les expressions (4.22) i (4.23) es calculen les potències de les lents. Els resultats d'aquests càlculs es mostren en la taula 4.3.

La discrepància entre la caracterització de la lent esfero-cilíndrica amb el sistema, $(-1,1)(-0,66)6,1^\circ$ i la mesura amb la lectura del frontofocòmetre, $(-1)(-0,75)0^\circ$ s'explica en com es van realitzar les mesures. En el cas del frontofocòmetre, l'eix del cilindre de la lent coincidí amb l'eix X. En canvi, no es va

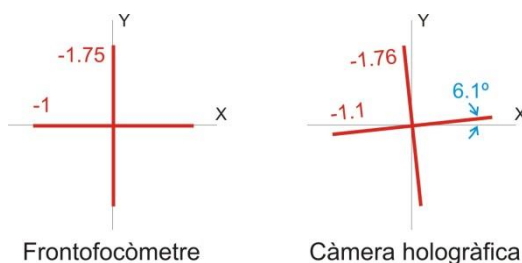


Figura 4.21. Representació de les potències mesurades en l'eix i contra-eix de la lent esfero-cilíndrica amb el frontofocòmetre i amb la càmera hologràfica.

tenir molta cura en la col·locació de la lent per a caracteritzar-la amb el sistema. És aquest el motiu pel qual apareix l'eix del cilindre girat $6,1^\circ$. Si es representen les potències, com es mostra a en la figura 4.21, en l'eix i el contra-eix, tant per a la mesura amb el frontofocòmetre com amb la càmera hologràfica, veiem que els resultants són semblants.

Un punt crític d'aquest sistema és l'estabilitat temporal en el procés de mesura. Durant el temps d'adquisició de dades l'interferòmetre ha de romandre lliure de vibracions o altres pertorbacions que distorsionen els interferogrames. L'ús d'interferòmetres compactes milloraria l'estabilitat. També una font de llum estable, sense deriva temporal, evitaria la necessitat de correccions posteriors en les mesures i alleugeriria el procés d'obtenció d'imatges. Reduir el temps d'adquisició de dades contribuiria de forma notable a l'estabilitat del sistema. En l'experiment descrit en aquest capítol es van tenir que implementar al voltant de 3000 funcions amb el modulador, i per cadascuna d'elles tres desfasaments amb la làmina retardadora. En total es van mesurar unes 9000 intensitats. Tenint en compte que les freqüències del modulador i la làmina retardadora variable són 75 i 50 Hz respectivament, és la làmina la que limita el temps

W_2^{-2} (μm)	W_2^0 (μm)	W_2^2 (μm)	J_{45} (Dp)	M (Dp)	J_{180} (Dp)	E (Dp)	C (Dp)	α ($^\circ$)
-0,02	0,31	-0,10	0,07	-1,43	0,32	-1,10	-0,66	6,1

Taula 4.3. Característiques de la lent oftàlmica mesurada amb la càmera hologràfica.

d'adquisició a un total aproximadament de tres minuts. En l'actualitat existeixen moduladors de fase que d'alta velocitat que operen a freqüències de fins 500Hz [182]. L'ús d'aquests moduladors suposaria reduir el temps d'adquisició en un factor 10, es a dir, aproximadament 18 segons.

Capítol 5: Aplicacions de ghost imaging computacional en xifrat òptic i holografia

En aquest capítol es descriuen dues aplicacions de la tècnica de GI computacional, on la mesura de la informació es realitza mitjançant un sensor d'irradiància sense resolució espacial [183,184]. En l'apartat 5.1, dedicat al xifrat òptic, primer es comenta en què consisteix el xifrat, què és una xifra de clau simètrica i una xifra de clau simètrica modificada. En segon lloc es descriu la nostra tècnica per a realitzar xifrat òptic de clau simètrica mitjançant GI computacional. Per últim, s'analitza la vulnerabilitat del sistema sota atacs d'espies. En l'apartat 5.2, es desenvolupa una tècnica hologràfica basada també en GI computacional adient per a entorns de baixa il·luminació.

5.1. Xifra òptica mitjançant ghost imaging computacional

Des de temps immemorials l'ésser humà sempre s'ha preocupat per transmetre informació de forma confidencial. Governants, diplomàtics, militars i empreses de totes les èpoques han tractat de tenir canals de comunicació segurs, i així protegir la informació transmesa davant espies o enemics. La criptografia és la pràctica i l'estudi de tècniques per a la comunicació segura en presència de terceres persones mitjançant l'ús de xifres. Al llarg de la història de la humanitat, paral·lelament a l'evolució de la criptografia s'ha desenvolupat el criptoanàlisi. Com si d'un joc de taula es tractés, el que xifraven els criptògrafs, els criptoanalistes ho desxifraven millorant tant els sistemes de xifratge com els de desxifratge.

En les dues últimes dècades vàries arquitectures òptiques s'han proposat per a seguretat, emmagatzematge i xifratge/desxifratge d'informació, focalitzades en sistemes de processat òptic que utilitzen esquemes de codificació de fase aleatòria [185–190]. Els avantatges de l'encriptat òptic són la ràpida velocitat d'operació i la possibilitat d'ocultar dades en múltiples dimensions com fase,

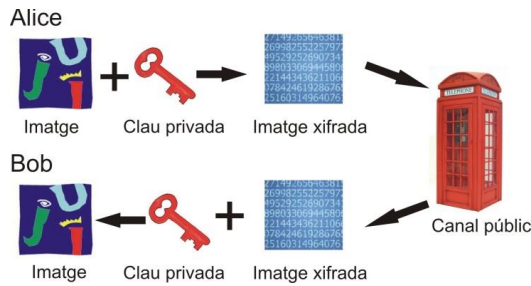


Figura 5.1. Xifra de clau simètrica. Tant sols es transmet la imatge xifrada a través d'un canal públic. Bob es capaç de desxifrar la imatge encriptada ja que coneix la clau privada d'Alice. Totes les imatges es xifren amb la mateixa clau.

longitud d'ona, freqüència espacial, o polarització. A més, els procediments òptics són el medi natural per a tractar amb imatges o hologrames i beneficiar-se dels continus avançaments en dispositius electro-òptics.

En tot procés de comunicació un emissor, que denotarem Alice, envia informació a un receptor, Bob, mitjançant un missatge a través d'un canal públic. Si Alice vol transmetre informació confidencial, una opció és enviar el missatge xifrat. Si només Bob coneix com desxifrar-lo, la comunicació serà segura. Es defineix com a xifra el conjunt dels processos de xifratge i desxifratge, els quals es realitzen mitjançant l'ús claus. En la figura 5.1. es mostra l'esquema bàsic d'una xifra de clau simètrica, on l'emissor i el receptor comparteixen la mateixa clau.

Atès que la clau compartida no es transmet, aleshores tots els xifratges que realitzi Alice seran sempre amb la mateixa clau. Un criptoanalista experimentat podria descobrir la clau analitzant diversos textos xifrats amb la mateixa clau. Una forma de solucionar aquesta debilitat del mètode és utilitzar claus diferents per a texts distints. Així es proposà la xifra simètrica modificada, en la que Alice transmet també la clau emprada però a través d'un canal privat, tal i com s'indica en la figura 5.2. Encara que afegir un canal de comunicació privat permet xifrar texts de forma més segura, aquest canal privat és susceptible de ser atacat per espies.

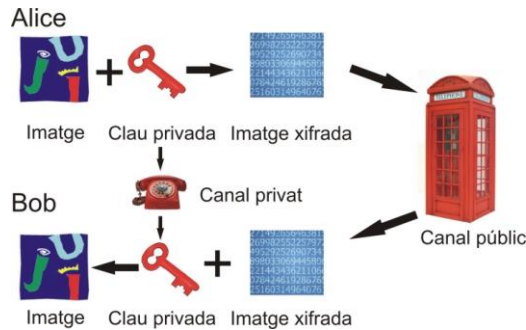


Figura 5.2. Xifra de clau simètrica modificada. S'afegeix un canal de comunicació privat que permet l'ús de diferents claus per a diferents xifratges.

En aquest apartat, sota el marc de la criptografia de clau simètrica modificada, es presenta una xifra òptica mitjançant la tècnica de GI computacional. A més s'estudia la vulnerabilitat del sistema davant possibles atacs d'espies. Com es comenta al capítol 2, la tècnica de GI computacional és un mètode de multiplexat temporal de la imatge que consisteix en mesurar les projeccions d'un objecte sobre un conjunt de patrons de *speckle*. L'objecte es recupera a partir del conjunt de patrons de *speckle* $\{I_i(x, y)\}_N$ emprats i les projeccions mesurades $\{B_i\}_N$. Tant sols amb les projeccions mesurades, sense conèixer els patrons de *speckle*, és pràcticament impossible la reconstrucció de la imatge. Es pot considerar, aleshores, que la imatge està xifrada i que la clau per a xifrar-la és el conjunt dels patrons de *speckle* emprats. Sota l'esquema de xifra de clau simètrica modificada, primer Alice xifra la imatge mitjançant una clau privada, que és el conjunt de patrons de *speckle*. Segon, Alice envia a Bob la imatge xifrada, que és la sèrie de projeccions mesurades, a través d'un canal públic. Finalment Bob, que coneix la clau privada (ja que Alice la transmet a través d'un canal privat), desxifra la imatge xifrada i obté la imatge. Seguidament es descriurà com generar la clau, i realitzar el xifratge i el desxifratge.

El conjunt de patrons de *speckle* $\{I_i(x, y)\}$ que formen la clau privada es pot obtenir de dues maneres, mitjançant un sistema òptic o computacionalment. En el sistema òptic de la figura 5.3 es generen els patrons de *speckle*, que conformen la clau privada, implementant distribucions de fase aleatòries

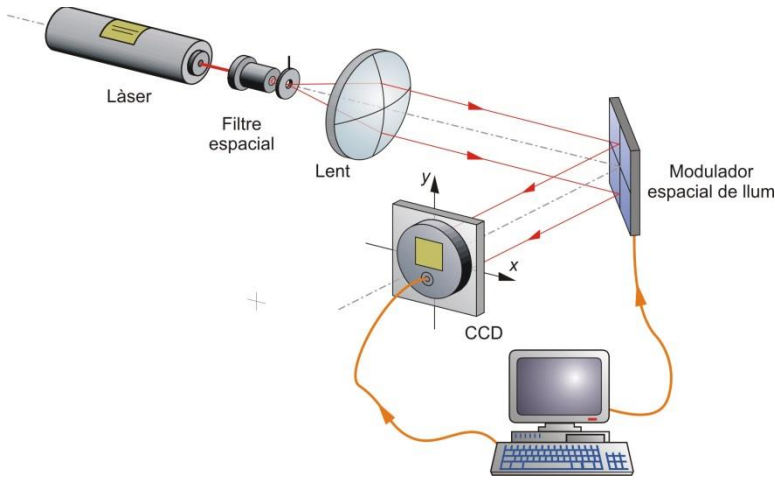


Figura 5.3. Sistema òptic per a generar la clau privada. Mitjançant un modulador espacial de llum s'implementen distribucions aleatòries de fase que, en propagar-se fins el plànol de la imatge, generen els patrons de *speckle*. El conjunt d'aquests patrons, que formen la clau privada, són enregistrats amb una càmera.

$\{\varphi_i(x, y)\}$ al feix mitjançant un SLM. Les distribucions d'irradiància del feix propagat una distància d fins el plànol de l'objecte són els patrons de *speckle* $\{I_i(x, y)\}$. La clau privada també es pot generar a partir de la propagació simulada amb ordinador de les distribucions de fase aleatòries $\{\varphi_i(x, y)\}$.

Alice realitza el xifratge òptic de la imatge projectant l'objecte sobre un conjunt de patrons de *speckle* que formen la clau privada mitjançant el sistema de la figura 5.4. La irradiància total integrada B_i de la llum transmesa per l'objecte i mesurada amb un detector puntual és la projecció. Aleshores la imatge xifrada és el conjunt d'intensitats mesurades $\{B_i\}$. Bob desxifra la imatge xifrada $\{B_i\}$, i recupera la imatge original a partir de la clau privada $\{I_i(x, y)\}$ i l'expressió

$$O(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [B_i - \langle B \rangle] I_i(x, y), \quad (5.1)$$

on $\langle B \rangle$ és el valor mig de les intensitats mesurades.

La clau transmesa a través d'un canal privat, pel fet que hi ha una comu-

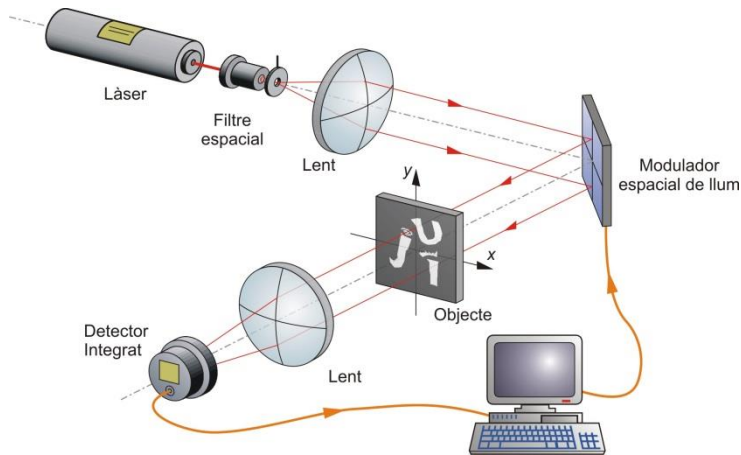


Figura 5.4. Sistema òptic per al xifratge. Mitjançant un modulador espacial de llum es projecta l'objecte sobre un conjunt de patrons de *speckle*. Les projeccions, es a dir, les intensitats integrades, són mesurades i emmagatzemades seqüencialment.

nicació, està sota el risc de ser llegida parcial o totalment per espies. Si es pot xifrar d'alguna manera la clau privada, s'augmentarà la seguretat del sistema. Així, en lloc de transmetre els patrons que conformen la clau privada $\{I_i(x, y)\}$, es transmet un codi que permet generar la clau. Es considera el següent protocol:

1. Prèviament a qualsevol transmissió, tant l'emissor com el receptor han establert la distància entre el modulador i l'objecte, la longitud d'ona de la font de llum, i la resolució de les distribucions aleatòries de fase.
2. Tots dos disposen del mateix algoritme així com la llavor que permet generar sempre la mateixa seqüència ordenada de les distribucions de fase.
3. El codi que es transmet a través del canal privat sols dóna la posició en la seqüència de les distribucions de fase escollides.

Cal destacar el fet que tant sols es transmet a través del canal privat una seqüència de números amb la que, sense el coneixement de l'algoritme, la llavor, la distància de propagació i la longitud d'ona, difícilment es pugui desxifrar la imatge.

En el laboratori, per al xifratge òptic, s'utilitzà un làser d'Heli-Neó (LS) emetent a $0,6328 \mu\text{m}$ com a font de llum. El modulador espacial de llum fou el dispositiu Holoeye LC- R 2500, configurat per a modulació pura de fase. El feix incideix forma un angle de 4° respecte de la normal al modulador. Per a obtenir la clau, es projectà la imatge sobre un conjunt de 24000 patrons *speckle*. Aquests patrons es generaren implementant distribucions de fase aleatòries amb el SLM, la resolució de les quals era 64 píxels amb una mida del píxel de $72 \mu\text{m}$. La resolució transversal dels patrons de *speckle* en el plànol de l'objecte està determinada per la mida del gra del *speckle*, i es pot calcular amb l'expressió $\delta x(z) = \lambda z / \pi w_0$, on z és la distància entre el SLM i l'objecte i w_0 és la cintura del feix làser definit en el plànol del modulador. En el nostre cas, amb $z = 455 \text{ mm}$ i $w_0 = 4,8 \text{ mm}$, la resolució transversal fou $\delta x(z) = 76 \mu\text{m}$.

En GI computacional es recupera la imatge com una mitja ponderada dels patrons de *speckle* per les intensitats mesurades, segons l'expressió (5.1). Aleshores, només les intensitats més allunyades de la mitja són significativament rellevants. Per tant s'estableix com a criteri de selecció de les intensitats adients aquelles que compleixen que $\rho_i > \sigma$, on $\rho_i = |B_i - \langle B \rangle|$ i σ és la dispersió estàndard del conjunt de les intensitats mesurades. Aplicant aquest crite-

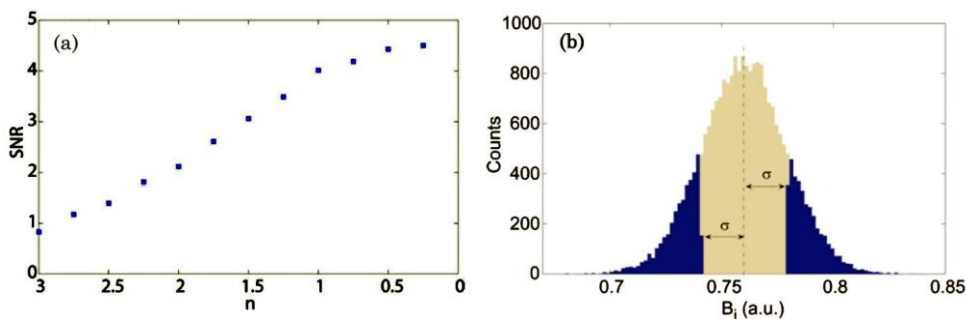


Figura 5.5. a) Representació del SNR de la reconstrucció versus les intensitats seleccionades ($\rho_i > n\sigma$). Es tria com a criteri de selecció $n=1$, ja que s'aconsegueix un SNR pròxim al màxim assolible amb el total d'intensitats. b) Histograma de les 24000 intensitats mesurades. Les zones blaves, indiquen les 7543 intensitats seleccionades segons el criteri $\rho_i > \sigma$. Aquestes dades es corresponen al xifrat del logotip de la UJI que es mostra en la figura 5.6 a).

ri es redueix el nombre de mesures a utilitzar.

En l'apartat a) de la figura 5.5 es representa l'índex SNR de la reconstrucció de la imatge en funció de n , on n és un número positiu que compleix que $\rho_i > n\sigma$. D'acord a la representació, s'escollí $n = 1$ per al criteri de selecció de les intensitats adjacents ja que l'índex SNR no augmenta significativament a partir d'aquest valor. En la figura 5.5, b) es representa l'histograma de la distribució de intensitats mesurades, on les 7543 més rellevants, en les cues de l'histograma, estan marcades amb color blau. Aleshores la imatge xifrada està constituïda pel conjunt de 7543 intensitats seleccionades, i la clau privada pels 7543 patrons associats a aquestes intensitats.

Com a exemples de prova, es xifraren dues imatges binàries d'intensitat. Una és el logotip de la Universitat Jaume I (veure figura 5.6 a)), i l'altre el dibuix d'una mà (veure figura 5.7a)). Ambdues imatges es posicionaren a 455 mm del SLM. En el cas del logotip, Bob genera la clau privada computacionalment. Mentre quan l'objecte és la mà, Bob genera la clau mitjançant el sistema òptic de la figura 5.4. En la figura 5.6. es mostra la imatge original del logotip de la UJI i les imatges desxifrades amb 7543 intensitats en un experiment simulat i un real respectivament. En la simulació l'índex senyal-soroll és lleugerament millor, SNR=6, que en l'experiment real, SNR=4, però l'error quadràtic mitjà és similar en ambdós casos, MSE=0,14. En la figura 5.7. es mostren la imatge original de la mà i les imatges desxifrades a partir de 7589 intensitats, simulada i experimental respectivament. En les reconstruccions simulada i experimental, l'índex de senyal-soroll és similar, SNR=3,5 i



Figura 5.6. Desxifratge quan Bob genera la clau computacionalment. a) Imatge original, b) Reconstrucció simulada amb SNR=6 i MSR=0,14, c) Reconstrucció real amb SNR=4 i MSR=0,14.



Figura 5.7. Desxifratge quan Bob genera la clau òpticament. a) Imatge, b) Reconstrucció simulada amb SNR=3,5 i MSE=0,14, c) Reconstrucció experimental amb SNR=3,3 i MSE=0,15.

SNR=3,3 respectivament, així com l'error quadràtic mitjà, MSE=0,14 i MSE=0,15 respectivament. A continuació s'analitzarà la vulnerabilitat de la xifra òptica de clau simètrica modificada que s'ha descrit. Prèviament es comentaran els diferents tipus d'atacs que poden realitzar el espies.

Claude Shannon provà que el xifratge d'una sola vegada és irrompible si està previst d'una clau realment aleatòria, no mai reutilitzada, mantinguda en secret de tots els possibles atacants, i de longitud tant llarga o més que el missatge xifrat [191]. La resta de xifrats podem trencar-se amb atacs de força bruta, però amb un esforç computacional que creix exponencialment amb la mida de la clau. No obstant, es considera segur un xifrat si no hi ha un mètode eficient, apart de l'atac de força bruta, per a trencar-lo. Els tipus d'atacs es classifiquen segons en quina informació coneix l'atacant i quines són les seves capacitats disponibles. Així podem distingir entre atac amb només text xifrat, atac amb text conegut, atac amb text escollit, i atac amb text xifrat escollit.

Atac amb només text xifrat

En aquest tipus d'atac, el criptoanalista ha de trobar la clau basant-se només en el text xifrat, transmès per canal públic. A més, es suposa també que l'espia coneix el mètode de xifratge. En el cas de la xifra òptica mitjançant GI computacional, el text xifrat és el conjunt de les intensitats $\{B_i\}$ i el criptoanalista sap que la imatge ha estat xifrada mitjançant les projeccions de la imatge sobre patrons de *speckle*.

El criptoanalista podria provar el desxifratge, a la força bruta, escollint patrons de *speckle* de forma aleatòria. La primera qüestió que es plantejaria és

quina resolució han de tenir els patrons de *speckle*. Atès que la imatge xifrada té una longitud M i, per tant, sols són necessaris M patrons de *speckle* per a la reconstrucció, l'espia podria suposar que la imatge té com a mínim de l'ordre de M píxels. La segona qüestió és com simular els patrons de *speckle*. Una forma seria considerant cada patró de *speckle* com una imatge amb L nivells de gris. Així el nombre total de patrons de *speckle* que es poden simular és $N_P = L^M$. Finalment, la tercera qüestió és el nombre total de claus que s'han de provar per recuperar la imatge en clar mitjançant l'expressió (5.1). Aquest nombre es correspon a les variacions dels N_P patrons de *speckle* agrupats en conjunts de M elements, és a dir, $N_C = N_P^M = L^{M^2}$ claus possibles.

En les experiments que s'han realitzat, la imatge xifrada té una longitud de 7543. Si es consideren els patrons de *speckle* com imatges de 256 nivells de gris, aleshores el nombre total de patrons a simular és $N_P = 2^{60344}$ i caldria provar $N_C = 2^{455174792} > 10^{100000000}$ claus. És inconcebible tractar de provar totes aquestes claus, i es conclou que la xifra òptica proposada és segura davant d'un atac amb només text xifrat.

Atac amb text conegut

En aquest tipus d'atac, el criptoanalista coneix uns quants parells de text original/text xifrat a partir dels quals intenta deduir la clau. En la xifra òptica mitjançant GI computacional, un atac amb text conegut suposaria conèixer algunes imatges i les seves imatges xifrades corresponents. No obstant, com es tracta d'una xifra de clau simètrica modificada, el fet d'utilitzar una clau diferent per a xifrar cada imatge dificulta enormement la realització d'aquest tipus d'atac.

Atac amb text escollit

Es defineix com aquell atac en el que el criptoanalista que intenta deduir la clau és capaç d'adquirir el text xifrat corresponent a un text escollit per ell mateix. En aquest tipus d'atac, el criptoanalista fa un ús autoritzat del mètode

de xifratge, però sense conèixer la clau, i xifra uns texts que ell consideri interessants. L'atac amb text escollit és el més favorable per al criptoanalista, ja que li permet conèixer un conjunt de texts en clar/texts xifrats que ell triï a conveniència. Per exemple en la xifra òptica de doble fase aleatòria, xifrant una imatge impuls es pot recuperar la segona clau i inclús la primera, si la imatge en clar és una imatge d'amplitud [192]. No obstant, en les xifres de clau simètrica modificada, com la xifra mitjançant GI, aquest tipus d'atac és poc efectiu ja que la clau depèn de la imatge en clar.

Atac amb text xifrat escollit

Només té sentit en criptosistemes de clau pública, en els quals una de les dues transformacions de xifratge/desxifratge és pública. En aquesta modalitat d'atac, el criptoanalista és capaç d'adquirir el text en clar corresponent a un text xifrat escollit per ell mateix. No s'avalua aquest tipus d'atac, ja que la xifra mitjançant GI no és de clau pública.

La xifra mitjançant GI, comparada amb la xifra òptica de doble fase aleatòria, és bastant més segura sota els atacs amb text en clar conegut i amb text en clar escollit. El motiu recau fonamentalment en que la xifra òptica és de clau simètrica modificada, i aleshores per a cada objecte s'utilitza una clau diferent. Per a l'atac amb només text xifrat, totes dues xifres, fantasma i de doble fase, són pràcticament invulnerables.

La debilitat, a priori, de la xifra fantasma és la necessitat de transmetre la clau privada a través d'un canal privat. Si aquest canal, en algun moment de la transmissió, és intervingut i es recupera part de la clau, potser el criptoanalista recuperi la imatge en clar, sense la necessitat de conèixer tota la clau. Com queda palès en la figura 5.8, amb una menuda fracció de la clau privada es pot intuir la imatge original en la imatge desxifrada. Per fer la transmissió de la clau privada més segura, segons el mètode descrit, en lloc d'enviar la clau privada $\{I_i(x, y)\}$ es transmet un codi que permet la generació de la clau. El criptoanalista, encara que intervingui una fracció del codi, difícilment podrà generar part

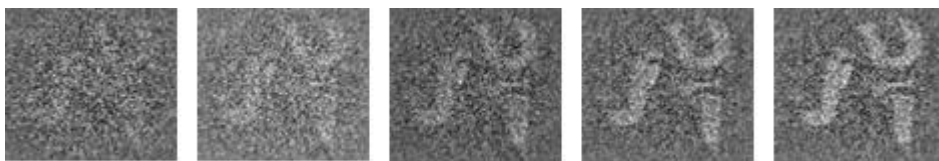


Figura 5.8. Seqüència d'imatges desxifrades pel criptoanalista amb una fracció de la clau coneguda del 5, 10, 15, 20, i 25% respectivament.

de la clau i desxifrar la imatge xifrada sense conèixer l'algoritme, la llavor, la distància de propagació i la longitud d'ona.

Degut a que el xifratge es basa en una tècnica de multiplexat temporal de la imatge, requereix un nombre elevat de projeccions. En els experiments que s'han descrit, per a realitzar les projeccions es va emprar un modulador que funciona a una freqüència de 75Hz. Tenint en compte que en el xifratge es generaren 24000 patrons de *speckle*, es necessiten més de cinc hores per a xifrar una imatge. Aquest temps excessiu es pot reduir notablement emprant moduladors espacials de llum més ràpids, com per exemple els DMDs amb freqüències de treball de 20kHz, que permetrien realitzar el xifratge en menys de dos segons.

5.2. Ghost holography computacional

Com es comenta en l'apartat 2.3 d'aquesta tesi, la tècnica GI recupera la transmitància de l'objecte a partir de la mesura de la correlació d'intensitats de dos feixos espacialment correlacionats. Seguidament es descriu una tècnica *ghost holography* (GH) computacional que, a diferència de GI, recupera la transmitància complexa de l'objecte. El fet clau d'aquesta tècnica és la mesura de la correlació dels camps elèctrics entre els feixos dels sistemes referència i objecte.

L'esquema conceptual de la tècnica GH, mostrat en la figura 5.9, és semblant al de la tècnica GI tèrmica. Dos feixos espacialment correlacionats, que provenen d'una font de llum tèrmica incoherent, es propaguen a través de dos sistemes diferents respectivament, referència i objecte. En el sistema objecte, l'objecte està situat a una distància d_1 de la font i a la distància d_2 es mesura el

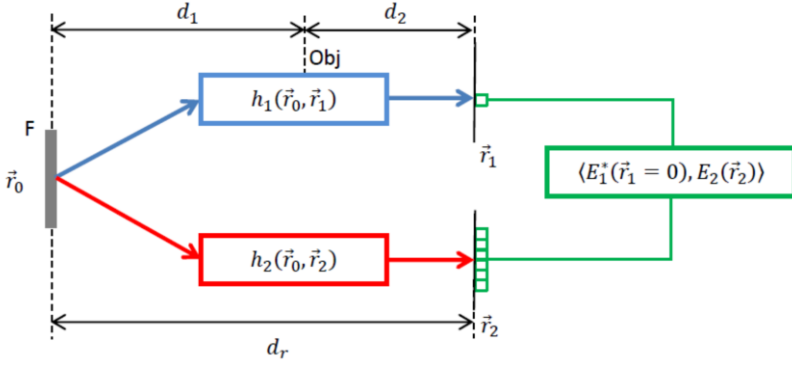


Figura 5.9. Esquema conceptual de GH. Dos feixos espacialment correlacionats es propaguen des d'una font tèrmica F a través de dos sistemes, objecte (1) i referència (2). En el sistema 1, l'objecte Obj es situa a una distància d_1 de la font. A partir de la correlació dels camps elèctrics en \vec{r}_1 i \vec{r}_2 es pot recuperar la transmitància complexa de l'objecte.

camp elèctric en un punt. En canvi, en el sistema referència, el feix es propaga una distància d_r , fins on es mesura la distribució espacial del camp elèctric. En la tècnica GH computacional, la propagació d'aquest feix referència es simula mitjançant algoritmes de propagació computacional. Com es demostrarà a continuació, la correlació d'aquests camps elèctrics, referència i objecte, permet la recuperació de la transmitància complexa de l'objecte.

Segons la teoria de la difracció en l'aproximació paraxial, el camp en \vec{r}_1 es pot escriure a partir de la propagació del camp en la font tèrmica, $E_0(\vec{r}_0)$, a través del sistema objecte (1) de la figura 5.9 com

$$E(\vec{r}_1) = \left(\{E_0(\vec{r}_0) \otimes h_{d_1}(\vec{r}_{ob}, \vec{r}_0)\} t(\vec{r}_{ob}) \right) \otimes h_{d_2}(\vec{r}_1, \vec{r}_{ob}), \quad (5.2)$$

on t és l'amplitud complexa de l'objecte, \otimes és l'operació de convolució i h_{d_1} i h_{d_2} són les respostes impuls de la propagació del feix en les distàncies d_1 i d_2 respectivament. De manera semblant, el camp propagat a través del sistema referència (2) en \vec{r}_2 és

$$E_2(\vec{r}_2) = E_0(\vec{r}_0) \otimes h_{d_r}(\vec{r}_2, \vec{r}_0), \quad (5.3)$$

on h_{d_r} és la resposta impuls de la propagació del feix una distància d_r .

Assumint que la font tèrmica és completament espacialment incoherent i, per tant, la funció d'autocorrelació del camp tèrmic ve donada per

$$\Gamma_0(\vec{r}_0, \vec{r}'_0) = \langle E_0^*(\vec{r}_0) E_0(\vec{r}'_0) \rangle = I_0 \delta(\vec{r}_0 - \vec{r}'_0), \quad (5.4)$$

la correlació dels camps elèctrics en \vec{r}_1 i \vec{r}_2 es pot escriure, utilitzant les expressions (5.2) i (5.3), com

$$\begin{aligned} \langle E_1^*(\vec{r}_1) E_2(\vec{r}_2) \rangle &= K \cdot \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda d_2} \vec{r}_1^2 \right\} \cdot \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda (d_1 - d_r)} \vec{r}_2^2 \right\} \cdot \int d\vec{r}_{ob} t^*(\vec{r}_{ob}) \cdot \\ &\exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{d_2} + \frac{1}{(d_1 - d_r)} \right) \vec{r}_{ob}^2 \right\} \cdot \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{\vec{r}_2}{d_1 - d_r} + \vec{r}_1 \right) \vec{r}_{ob} \right\}, \end{aligned} \quad (5.5)$$

on K és una constant. Aquesta expressió es simplifica en el cas que es mesuri el camp E_1 sols en el punt $\vec{r}_1 = \vec{0}$,

$$\langle E_1^*(\vec{0}) E_2(\vec{r}_2) \rangle = K \cdot \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda (d_1 - d_r)} \vec{r}_2^2 \right\} \cdot \int d\vec{r}_{ob} t^*(\vec{r}_{ob}) \cdot \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{d_2} + \frac{1}{(d_1 - d_r)} \right) \vec{r}_{ob}^2 \right\} \cdot \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\vec{r}_2}{d_1 - d_r} \vec{r}_{ob} \right\}. \quad (5.6)$$

Si s'introdueix el factor exponencial dins la integral i s'arregna l'expressió s'obté,

$$\langle E_1^*(\vec{0}) E_2(\vec{r}_2) \rangle = K \cdot \int d\vec{r}_{ob} t^*(\vec{r}_{ob}) \cdot \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda} \frac{1}{d_2} \vec{r}_{ob}^2 \right\} \cdot \exp \left\{ -j \frac{\pi}{\lambda (d_r - d_1)} (\vec{r}_2^2 + \vec{r}_{ob}^2) \right\} \cdot \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \frac{1}{d_r - d_1} \vec{r}_2 \vec{r}_{ob} \right\}. \quad (5.7)$$

Finalment, s'ha arribat a que aquesta correlació és proporcional a la transformació de Fresnel de la funció $t^*(\vec{r}_{ob}) \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda} \frac{1}{d_2} \vec{r}_{ob}^2 \right\}$,

$$\langle E_1^*(\vec{0}) E_2(\vec{r}_2) \rangle \propto \mathcal{FR} \left\{ t^*(\vec{r}_{ob}) \cdot \exp \left(j \frac{\pi}{\lambda} \frac{1}{d_2} \vec{r}_{ob}^2 \right) \right\}. \quad (5.8)$$

La amplitud complexa de l'objecte es recupera aplicant la transformada inversa de Fresnel a l'expressió (5.8),

$$t(\vec{r}_{ob}) \propto \left(\mathcal{FR}^{-1} \{ \langle E_1^*(\vec{0}) E_2(\vec{r}_2) \rangle \} \cdot \exp \left(-j \frac{\pi}{\lambda} \frac{1}{d_2} \vec{r}_{ob}^2 \right) \right)^* \quad (5.9)$$

En el cas particular que $d_r = d_1 + d_2$, a partir de l'expressió (5.7) s'arriba a

$$\langle E_1^*(\vec{0}) E_2(\vec{r}_2) \rangle \propto \exp \left(-j \frac{\pi}{\lambda} \frac{1}{d_2} \vec{r}_2^2 \right) \cdot \mathcal{F} \{ t^*(\vec{r}_{ob}) \}, \quad (5.10)$$

i, en aquest cas, l'amplitud complexa es recupera amb

$$t(\vec{r}_{ob}) \propto \left(\mathcal{F}^{-1} \left\{ \langle E_1^*(\vec{0}) E_2(\vec{r}_2) \rangle \cdot \exp \left(j \frac{\pi}{\lambda} \frac{1}{d_2} \vec{r}_2^2 \right) \right\} \right)^*, \quad (5.11)$$

on $\mathcal{F}\{\dots\}$ és la transformada de Fourier.

S'ha demostrat que es pot recuperar la transmitància complexa d'un objecte a partir de la correlació dels camps $\langle E_1^*(\vec{0}) E_2(\vec{r}_2) \rangle$ sota l'esquema de la figura 5.9. En la tècnica GH computacional, la font tèrmica incoherent es simula mitjançant un modulador espacial de llum, que implementa distribucions de fase aleatòries $\Phi_i(\vec{r}_0)$ a una ona plana. En aquesta tècnica, mentre el camp $E_2(\vec{r}_2)$ es simula amb algorismes de propagació computacional, el camp $E_1^*(\vec{0})$ es mesura experimentalment mitjançant el dispositiu que es mostra en la figura 5.10. Utilitzant la tècnica de desplaçament de fase amb interferòmetre Mach-Zehnder, es mesura el camp $E_1^*(\vec{0})$ per a cadascuna de les fases aleatòries implementades mitjançant el modulador. Segons la tècnica de phase shifting convencional [177], el camp elèctric en $\vec{r}_1 = \vec{0}$ es recupera com

$$E_1^*(\vec{0}) = \frac{1}{4} [I_0(\vec{0}) - I_\pi(\vec{0})] - \frac{j}{4} [2I_{\pi/2}(\vec{0}) - I_0(\vec{0}) - I_\pi(\vec{0})], \quad (5.12)$$

on

$$I_\varphi(\vec{0}) = |E_1(\vec{0}) + R_\varphi|^2 \quad \varphi = 0, \pi/2, \pi \quad (5.13)$$

representen les distribucions de intensitat mesurades amb el detector puntual per a cada desfasament introduït mitjançant el SLM.

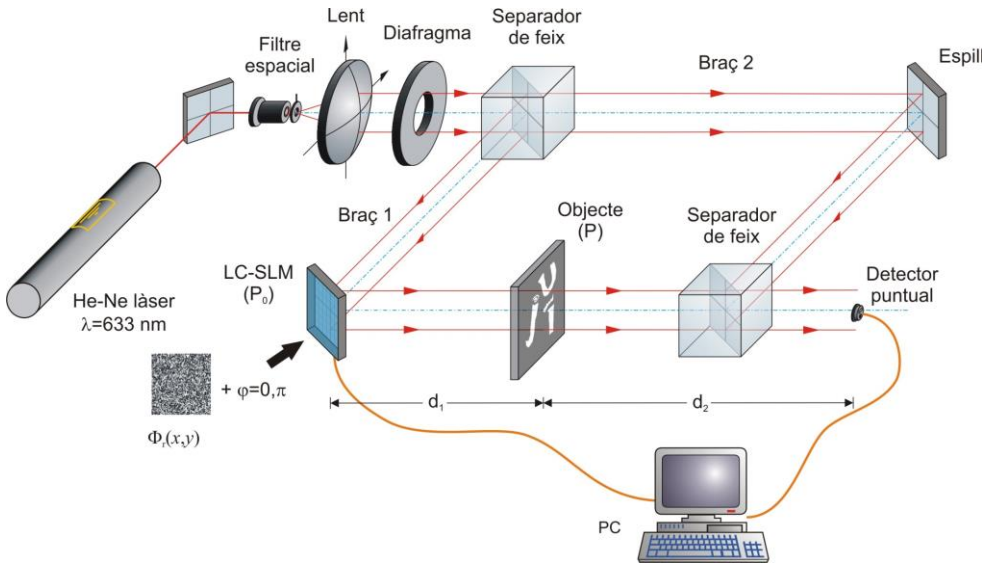


Figura 5.10. Dispositiu experimental per a la mesura del camp elèctric en $\vec{r}_1 = \vec{0}$ del sistema objecte (1), segons la figura 5.9. Aquest sistema, format pel modulador, l'objecte i el detector, forma part del braç 1 de l'interferòmetre Mach-Zehnder. Aplicant la tècnica hologràfica de desplaçament de fase es calcula el camp $E_1^*(\vec{0})$ a partir de les intensitats mesurades amb el detector per a tres desfasaments, introduïts pel SLM, entre ambdós braços de l'interferòmetre.

En el laboratori es simulà la font de llum incoherent mitjançant un làser de Heli-Neó emetent a $0,6328 \mu\text{m}$, i el modulador espacial de llum Holoeye LC-R 2500 amb una mida de píxel $19 \mu\text{m} \times 19 \mu\text{m}$. Un conjunt de 24000 distribucions espacials de fase aleatòries s'implementaren utilitzant un àrea del modulador de 256×256 píxels. En cada distribució, la fase aleatòria està uniformement distribuïda entre $[0, 2\pi]$ i cada valor de fase agrupa 2×2 píxels del modulador. Com a detector puntual s'utilitzà un píxel de la càmera CCD, Basler A102f, amb una àrea de $6,45 \mu\text{m} \times 6,45 \mu\text{m}$. L'objecte es col·locà entre el SLM i el detector puntual, tal i com es mostra en la figura 5.10, a les distàncies $d_1 = 18$ i $d_2 = 63$ cm respectivament. La transmitància complexa del objecte es recuperà amb l'expressió (5.11).

El primer objecte de prova fou una lletra del logotip de la Universitat Jaume I. El logotip s'imprimí sobre un recobriment de crom depositat en un substrat de vidre mitjançant fotolitografia. La figura 5.11. mostra la reconstruc-

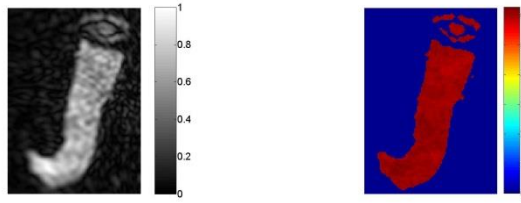


Figura 5.11. Amplitud i fase recuperada d'un objecte d'amplitud amb la tècnica GH computacional.

ció d'aquest objecte binari en amplitud, de mida 2×2.7 mm, a partir de l'holograma de Fourier. Com era d'esperar d'un objecte d'amplitud, la fase és aproximadament uniforme (amb una desviació estàndard relativa per sota d'un 2%, que és de l'ordre de la rugositat del vidre). La resolució transversal del holograma de Fourier digital fantasma ve donada per la mida del *speckle* en el pla del detector. Quan s'implementa una finestra de $m \times m$ píxels en el modulador, la resolució transversal s'obté amb l'expressió [193],

$$\delta r = 0,9 \frac{\lambda \cdot d_r}{m \cdot \delta r_0} \cong 95 \mu m, \quad (5.17)$$

on $\delta r_0 = 19 \mu m$ és la resolució del modulador, λ la longitud d'ona del làser, i $m=256$ píxels.

Per tal de provar la capacitat de la tècnica GH computacional en recuperar distribucions de fase, s'escollí com a segon objecte de prova una làmina transparent que genera una aberració de Seidel (en particular el polinomi de Zernike Z_3^1). Els resultats es mostren a la figura 5.12. La imatge de l'esquerra representa l'aberració de Seidel, la resta d'imatges corresponen dues representacions de la mateixa distribució de fase recuperada. En la imatge central, l'espai de fase és $0 - 2\pi$ rd., mentre que en la imatge de la dreta la fase es representa desenrotllada, tenint en compte que no hi ha salts bruscs de 2π rd. El valor màxim de fase de la distribució correspon a una diferència de camí òptic de $\sim 8\lambda$. El gradient de fase assoleix valors de fins 0,8 rad/píxel.

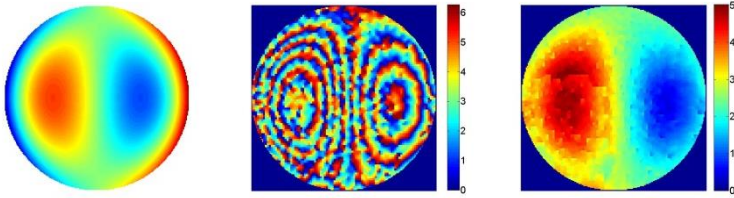


Figura 5.12. D'esquerra a dreta es mostra: l'objecte de fase original, la fase recuperada en un espai de fase de $0-2\pi$, la fase recuperada. L'objecte reproduceix una aberració de Seidel i està situat a una distància $d_2 = 63$ cm del detector puntual.

Aquest sistema permet realitzar un zoom tant sols reajustant la distància d_2 . En la figura 5.13 es mostra la imatge de l'aberració augmentada 1.6x quan la distància d_2 es modifica de 63 a 40 cm. Com s'aprecia en la figura, hi ha un compromís resolució-camp de visió, ja que es millora la resolució de la imatge, però es redueix el camp.

Amb la intenció de comparar l'índex SNR en les reconstruccions mitjançant la tècnica de GI computacional i GH computacional es realitzaren simulacions d'un mateix objecte d'amplitud, la lletra J. Per a un nombre de patrons de *speckle* determinat, es feren dues simulacions, una per a cada tècnica, calculant les taxes senyal-soroll respectives. Aquest procés es repetí per a distints nombres de patrons de *speckle*. En la figura 5.14 es mostra com varia l'índex SNR en funció del nombre de patrons de *speckle* emprats. Mentre que en la tècnica GI computacional l'índex SNR és proporcional a l'arrel quadrada del nombre de

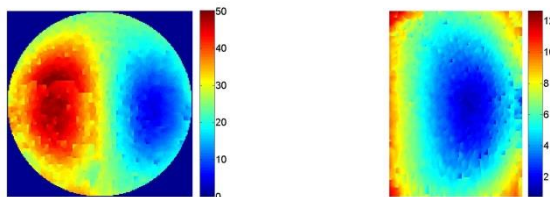


Figura 5.13. Mentre la imatge de l'esquerra representa la distribució de fase recuperada quan la distància d_2 és 63 cm, la imatge de la dreta representa la fase quan d_2 es redueix a 40 cm. Aquest fet posa de manifest la capacitat per a realitzar un zoom amb la tècnica GH computacional variant tant sols la distància d_2 .

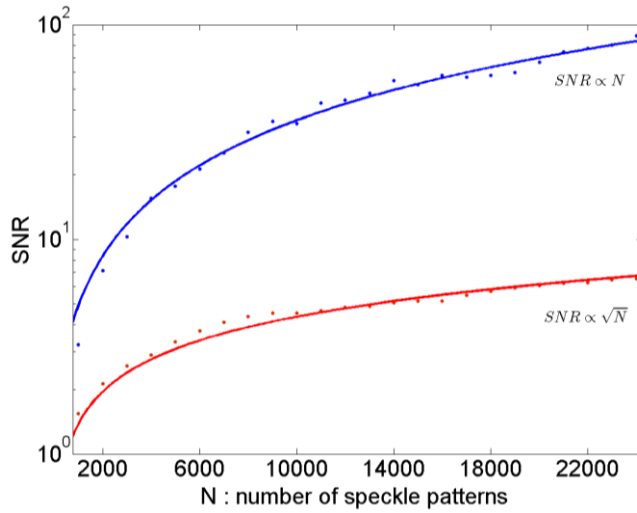


Figura 5.14. Evolució de l'índex SNR de la reconstrucció d'un objecte d'amplitud versus el nombre de distribucions de fase implementades amb el modulador. Es comparen dues tècniques, GI computacional (roig) i GH computacional (blau).

patrons, en GH computacional l'índex es proporcional al nombre de patrons. Quan s'utilitzen 24000 patrons de *speckle*, l'índex SNR augmenta un ordre de magnitud en el cas de GH computacional respecta a GI computacional.

Capítol 6: Conclusions

Encara que provinent d'orígens diferents, les càmeres d'un sol píxel basades en CS i GI computacional tenen característiques comuns com l'adquisició seqüencial de la informació, la utilització de moduladors espacials de llum i la mesura d'irradiàncies amb detectors sense resolució espacial. A més, les imatges s'obtenen mitjançant algorismes computacionals sense emprar sistemes òptics per a la formació real d'imatges. En aquesta tesi s'ha desenvolupat un marc teòric comú per a les dues tècniques que permet el disseny de càmeres d'un sol píxel multidimensionals.

El principal avantatge de les càmeres multidimensionals és que revelen detalls o propietats de la mostra ocults en la imatge convencional. En aquesta tesi s'han desenvolupat diferents càmeres d'un sol píxel multidimensionals, que tenen com a valor afegit ser adients per a condicions de baixa il·luminació segons l'avantatge de Fellgett.

Les càmeres descrites en el capítol quatre tenen en comú la utilització de la tècnica CS. Així tant la càmera híper-espectral com la càmera híper-espectral polarimètrica s'han construït emprant un espectròmetre de fibra comercial. Ambdues permeten obtenir imatges per a un conjunt nombrós de canals espectrals i, a més en el cas de la segona, aconseguir informació polarimètrica de la mostra. També s'ha presentat una càmera polarimètrica d'un sol píxel construïda amb un polarímetre comercial sense resolució espacial. Un dels avantatges d'aquesta càmera respecte les càmeres polarimètriques convencionals és que les imatges obtingudes estan lliures d'aberracions, ja que no s'utilitza un conjunt de lents per a formar imatges, i es redueix ostensiblement el preu de la càmera. Finalment, el sistema descrit per a mesurar imatges de fase gaudeix dels avantatges propis de l'holografia juntament amb als de la detecció puntual, sent un possible paradigma per entorns de baixa il·luminació.

En el capítol cinc es presenten dues aplicacions de la tècnica GI computacional, tenint en comú la detecció puntual en el procés de mesura. Primer, es descriu una xifra òptica que permet l'encriptat computacional i òptic d'una imatge. La publicació d'aquesta tècnica fou ressenyada per la revista *Nature Photonics* [61] ja que, per primera volta, s'emprava la tècnica de GI per al xifrat òptic. Com a segona aplicació, es desenvolupa un sistema d'holografia digital que “ofereix imatges millorades i dona peu a assolir noves i difícils regions de longituds d'ona”, tal i com destacà la *American Physics Society* [62] després de la publicació del treball.

Després de desenvolupar nous sistemes d'imatge multidimensional emprant detectors sense resolució espacial, una continuació natural d'aquest treball és l'optimització d'aquests sistemes.

La principal limitació de totes les càmeres i sistemes presentats en aquesta tesi rau en el temps necessari per a obtenir una imatge, doncs el procés de mesura és seqüencial. En general el temps d'adquisició d'una imatge ve donat per l'expressió $t_{ad} = M \left(\frac{1}{R} + t_{int} \right) + t_p$, on M és el nombre de projeccions, R la velocitat de projecció del SLM, t_{int} el temps d'integració del detector i t_p el temps de processat.

Una forma de disminuir el temps d'adquisició és reduir el nombre de projeccions a realitzar. És per aquest motiu que s'ha emprat la tècnica de CS en les càmeres i sistemes presentats en el capítol quatre. Des dels seus inicis al final de la passada dècada, la tècnica CS s'ha estès en moltes i diverses aplicacions científiques i tecnològiques, aconseguint reduir el nombre de mesures a realitzar per sota del criteri de Nyquist per al mostreig d'un senyal. Aquest fet ha estat fonamental, per exemple, en tècniques com la ressonància magnètica nuclear. No obstant, és necessari un temps de processat de les mesures per a l'obtenció d'una imatge. En l'actualitat continuen desenvolupant-se algorismes de CS per a reduir el temps de processat, sent una línia de recerca oberta en plena evolució. També s'estan desenvolupant tècniques adaptatives basades en

CS que minimitzen el temps de processat [194] i constitueix una alternativa de millora de càmeres d'un sol píxel multidimensionals.

Una altra opció per a reduir el temps d'adquisició és la utilització de moduladors espacials de radiació més ràpids. En l'actualitat els moduladors que operen a major velocitat són els DMDs, assolint freqüències de repetició superiors als 20 kHz. Sense dubte, el desenvolupament de la tecnologia emergent dels DMD està suposant una millora en nombroses aplicacions científiques de primera línia en recerca, com per exemple en l'optogenètica [195,196]. També l'ús dels DMD en els sistemes presentats en aquesta tesi suposaria una millora dels dispositius. No obstant, en algunes de les aplicacions és necessària la modulació de fase, que normalment es realitza mitjançant SLMs basats en cristalls líquids. Recentment s'han reprès les idees de Brown i Lohmann per a generar hologrames binaris d'amplitud amb DMD, modulant fase també a altes freqüències de repetició [111].

Un repte de futur immediat seria la incorporació d'aquests sistemes amb detecció integrada a les tècniques de microscòpia, doncs gaudeixen de l'avantatge de Fellgett i són, a priori, adients per a escenaris amb condicions de baixa il·luminació on predomina el soroll independent del senyal. En particular, la microscòpia amb sistemes d'imatge multidimensional d'un sol píxel aplicada a camps com la biomedicina i la biologia pot aportar noves estratègies d'observació de les mostres. Les tècniques òptiques són no invasives, ràpides, econòmiques i no suposen un risc per a la salut doncs no utilitzen radiacions ionitzants a diferència d'altres com raigs X o radiació gamma. Tanmateix la visió a través de teixits ha estat restringida pel *scattering* i l'absorció de la radiació. En els recents anys s'han desenvolupat tècniques òptiques i optoacústiques que permeten obtenir imatges a diferents profunditats i resolucions. No obstant, com es mostra en la figura 6.1, existeix un compromís entre la resolució i la profunditat de penetració. Així, per exemple, mentre la tomografia de coherència òptica aconsegueix profunditats de penetració de l'ordre del mil·límetre amb resolució micromètrica, la tècnica *diffuse optical tomography* aconsegueix profunditats al voltant del centímetre però amb resolucions superiors a desenes de

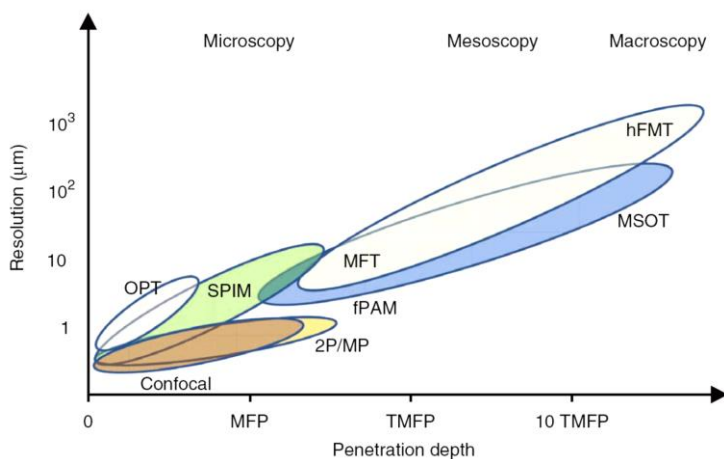


Figura 6.1. En la gràfica es representa la relació entre la resolució i la profunditat de penetració que s'assoleix en teixits vius amb diferents tècniques òptiques. La profunditat de penetració es mesura en unitats relatives, emprant com unitat de mesura la longitud reduïda de *scattering* del medi, TMFP (acrònim del terme anglès *transport mean free path*). Aquesta distància proporciona una estimació de la profunditat de penetració a la que la component balística s'extingeix a $1/e$ del seu valor inicial [210].

mil·límetres.

Un objectiu de la investigació en l'àmbit de la biomedicina és desenvolupar tècniques que permetin profunditats de penetració de l'ordre del centímetre amb resolució micromètrica. En aquesta línia, recentment s'han publicat dos treballs que avalen sistemes com els que s'han descrit en aquesta tesi com una possible tècnica de visió a través de medis tèrbols, obrint una porta a la recerca en l'aplicació de càmeres multidimensionals d'un sol píxel en biologia i biomedicina [49,197].

Apèndix A. Optimització convexa en compressive sensing

Si un objecte té una representació *sparse* en alguna base Ψ , la teoria de CS assegura que es pot recuperar la imatge d'aquest objecte k -*sparse* $O_\Psi \in \mathbb{R}^N$ a partir d'un nombre reduït de mesures lineals $Y = \Theta \cdot O_\Psi \in \mathbb{R}^M$, $M \ll N$ (o en el cas de mesures amb soroll $Y = \Theta \cdot O_\Psi + \mathfrak{n}$). Dins la teoria general de l'optimització, l'optimització convexa resol aquest tipus de problemes utilitzant funcions convexes. El motiu d'emprar aquestes funcions radica en que si es troba un mínim local, aquest és un mínim absolut. Aquest fet facilita la recerca de la imatge d'un objecte, entesa com l'estimació d'un mínim.

Un conjunt de punts V_f és convex si $\forall f_1, f_2 \in V_f$

$$\alpha f_1 + (1 - \alpha)f_2 \in V_f, \text{ amb } 0 \leq \alpha \leq 1. \quad (\text{A.1})$$

Traduït en paraules, un conjunt és convex si unint qualsevol parell de punts amb una recta, aquest segment està contingut en el conjunt. En la figura A.1 es mostren dos conjunts, un convex i un no convex.

Una funció $\gamma(f)$ és convexa si $\forall f_1, f_2 \in V_f$ convex es compleix

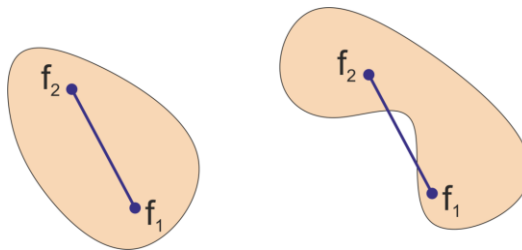


Figura A.1. Mentre a l'esquerra el conjunt de punts V_f és convex, el conjunt de la dreta no és convex, ja que la recta que uneix els punts f_1 i f_2 no està continguda en V_f .

$$\gamma(\alpha f_1 + (1 - \alpha)f_2) \leq \alpha\gamma(f_1) + (1 - \alpha)\gamma(f_2), \text{ amb } 0 \leq \alpha \leq 1. \quad (\text{A.2})$$

Les normes $\|Hf - g\|_2$ i $\|f\|_1$ emprades en CS són exemples de funcions convexes.

En el cas de considerar les mesures lliures de soroll, l'objecte k -sparse O_Ψ es pot recuperar mitjançant l'algoritme anomenat *basis pursuit*. En termes matemàtics

$$O_{\Psi_e} = \arg \min_{O_\Psi} \|O_\Psi\|_1 \quad \text{de tal manera que } \Theta \cdot O_{\Psi_e} = Y, \quad (\text{A.3})$$

on $\|O_\Psi\|_1 = \sum_{i=1}^N |o_i|$ és la norma l_1 .

Si les mesures són sorolloses, $Y = \Theta \cdot O_\Psi + \mathbf{n}$, l'objecte k -sparse O_Ψ es recupera amb

$$O_{\Psi_e} = \arg \min_{O_\Psi} \|O_\Psi\|_1 \quad \text{de tal manera que } \|\Theta \cdot O_{\Psi_e} - Y\|_2 \leq \epsilon, \quad (\text{A.4})$$

on $\|\mathbf{n}\|_2 \leq \epsilon$.

Per a objectes bidimensionals, és possible recuperar el senyal mitjançant un procediment alternatiu quan el gradient de l'objecte és *sparse*. Si anomenem o_{ij} al valor de la intensitat en el píxel de la i -èsima fila i j -èsima columna d'un objecte quadrat O de dimensió N , l'operador gradient discret és

$$D_{ij}O = \begin{pmatrix} D_{h;ij}O \\ D_{v;ij}O \end{pmatrix},$$

on

$$D_{h;ij}O = \begin{cases} o_{i+1,j} - o_{i,j} & i < \sqrt{N} \\ 0 & i = 0 \end{cases} \quad D_{v;ij}O = \begin{cases} o_{i,j+1} - o_{i,j} & j < \sqrt{N} \\ 0 & j = 0 \end{cases}, \quad (\text{A.5})$$

Es defineix la funció TV (acrònim del terme anglès *total variation*) com

$$TV(O) = \sum_{ij} \sqrt{(D_{h;ij}O)^2 + (D_{v;ij}O)^2} = \sum_{ij} \|D_{ij}O\|_2. \quad (\text{A.6})$$

En el cas que el gradient de l'objecte és *sparse*, i si les mesures estan lliures de soroll, la recuperació de la imatge de l'objecte es realitza amb l'algoritme

$$O_e = \arg \min_O TV(O) \quad \text{de tal manera que } \Theta \cdot O_e = Y, \quad (\text{A.7})$$

En canvi, si les mesures són sorolloses, s'aplica l'algoritme

$$O_e = \arg \min_O TV(O) \quad \text{de tal manera que } \|\Theta \cdot O_e - Y\|_2 \leq \epsilon, \quad (\text{A.8})$$

En la bibliografia es poden trobar diferents mètodes per resoldre ambdós tipus d'algoritmes [198–200].

Fora de l'àmbit de l'optimització convexa, també s'han aplicat altres algoritmes en CS, com els algoritmes “*greedy*” [198].

Apèndix B. Matrius Hadamard, funcions Walsh i funcions Hadamard-Walsh

Una matriu Hadamard d'ordre \mathcal{H}_N és una $N \times N$ matriu de 1s i -1s que compleix [201]

$$\mathcal{H}_N \cdot \mathcal{H}_N^T = N \cdot I_N, \quad (\text{B.1})$$

on T denota transposada i I_N és la $N \times N$ matriu identitat.

Entre el gran nombre de procediments per a crear matrius Hadamard està la construcció de Sylvester, que obté les matrius Hadamard d'ordre 1,2,4,8,16,...recursivament a partir de

$$\mathcal{H}_1 = (1) \quad i \quad \mathcal{H}_{2N} = \begin{pmatrix} \mathcal{H}_N & \mathcal{H}_N \\ \mathcal{H}_N & -\mathcal{H}_N \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Es pot donar una interpretació freqüencial a la matriu Hadamard. S'anomena freqüència el nombre de canvis de signe que hi ha al llarg de cada fila. Per exemple, en la matriu

$$\mathcal{H}_4 = \begin{pmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.3})$$

les freqüències de les files són $f_1 = 0$, $f_2 = 3$, $f_3 = 1$ i $f_4 = 2$ respectivament. Aleshores el conjunt de files es pot considerar com una base de funcions 1D rectangulars, anomenades funcions Walsh. En aquest context la matriu Hadamard merament realitza la descomposició d'una funció en un conjunt de funcions rectangulars, de manera semblant a com ho fa la transformada de Fourier en un conjunt de funcions sinusoidals [202].

En tractament digital d'imatges és habitual considerar la imatge 2D com

un vector 1D, que expressa el conjunt de files de la imatge concatenades en un sol vector. Aquesta correspondència es pot aplicar entre les funcions Walsh (W) i les funcions 2D, anomenades Hadamard-Walsh (HW). Així, per exemple, en H_4 ,

$$\begin{aligned}
 W_1 &= (+1 \quad +1 \quad +1 \quad +1) \Leftrightarrow HW_1 = \begin{pmatrix} +1 & +1 \\ +1 & +1 \end{pmatrix} \\
 W_2 &= (+1 \quad -1 \quad +1 \quad -1) \Leftrightarrow HW_2 = \begin{pmatrix} +1 & -1 \\ +1 & -1 \end{pmatrix} \\
 W_3 &= (+1 \quad +1 \quad -1 \quad -1) \Leftrightarrow HW_3 = \begin{pmatrix} +1 & +1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \\
 W_4 &= (+1 \quad -1 \quad -1 \quad +1) \Leftrightarrow HW_4 = \begin{pmatrix} +1 & -1 \\ -1 & +1 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

Segons la interpretació freqüencial, aquestes funcions Hadamard-Walsh tenen freqüències en dues direccions, (x, y) . Per exemple, en HW_1 , HW_2 , HW_3 i HW_4 les freqüències són $f_1 = (0,0)$, $f_2 = (1,0)$, $f_3 = (0,1)$ i $f_4 = (1,1)$ respectivament. Aleshores també es pot dir que la matriu Hadamard de dimensió $N \times N$ conté la base de funcions 2D Hadamard-Walsh, la dimensió de les quals és $\sqrt{N} \times \sqrt{N}$.

En la modulació de la radiació mitjançant les funcions Hadamard-Walsh, es consideren dos casos segons es moduli el camp elèctric o la intensitat. En el primer cas la implementació de les funcions Hadamard-Walsh es realitza mitjançant un SLM que moduli sols fase, assignant la fase 0 per als 1 de la funció i π per als -1. Per aquest tipus de modulació es poden emprar tant SLM per transmissió com per reflexió. En canvi, quan es modula intensitat la implemen-

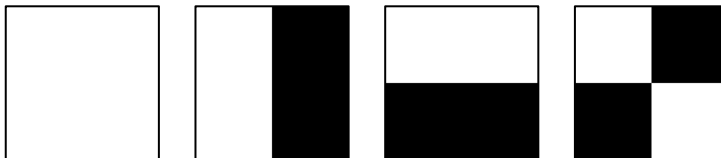


Figura B.1. Representació les funcions Hadamard-Walsh obtingudes a partir de la matriu del Hadamard \mathcal{H}_4 com a imatges de 2x2 píxels. Els 1 estan representats per píxels blancs i els -1 per píxels negres. D'esquerra a dreta són, HW_1 , HW_2 , HW_3 i HW_4 .

tació de les funcions Hadamard-Walsh no és directa ja que el modulador ha d'estar format per elements de transmitància 1 i -1. Aleshores el modulador ha de transmetre part de la radiació incident i reflectir la resta, sent necessaris dos fotodetectors [201].

En canvi, si el modulador emprat tant sols reflecteix o transmet radiació cal descompondre les funcions Hadamard-Walsh en altres funcions implemmentables en el modulador. Així, qualsevol funció de Hadamard-Walsh es pot expressar com la resta de dues funcions complementàries

$$HW_n = HW_n^+ - HW_n^-, \quad (\text{B.5})$$

on HW_n^+ es construeix a partir de HW_n reemplaçant els -1 per 0 i HW_n^- és la complementària de HW_n^+ . Aquestes funcions són fàcils d'implementar amb un SLM ja que tant sols calen píxels de transmitància 1 o 0. A més, a partir de les projeccions mesurades p^+ i p^- es pot calcular la projecció associada a la funció HW com

$$p = p^+ - p^-. \quad (\text{B.6})$$

No obstant, açò significa doblar el nombre de mesures a realitzar.

Que les funcions HW_n^+ i HW_n^- siguin complementàries vol dir

$$HW_n^+ + HW_n^- = HW_1 \quad n \neq 1, \quad (\text{B.7})$$

on HW_1 és justament l'element de la base de funcions Hadamard-Walsh on tots els elements són 1. Així, a partir de les equacions (B.5) i (B.7) es pot escriure

$$HW_n = HW_n^+ - HW_n^- = 2 \cdot HW_n^+ - HW_1 \quad n \neq 1, \quad (\text{B.8})$$

i aleshores les projeccions de les funcions HW_n es poden calcular com

$$p_n = 2 \cdot p_n^+ - p_1 \quad n \neq 1 \quad (\text{B.9})$$

Si la font d'il·luminació roman constant durant el procés de mesura, la projecció p_1 serà constant i, per tant amb l'expressió (B.9) es redueix a la meitat el nombre de mesures a realitzar.

Apèndix C. Relacions entre la càmera d'un sol píxel i ghost imaging computacional

Tant la càmera d'un sol píxel com la tècnica de GI computacional comparteixen semblances en les seves aplicacions experimentals. Ambdues utilitzen un fotodetector sense resolució espacial per a mesurar intensitats puntuals, i modulen la radiació implementant patrons d'il·luminació mitjançant SLM. A més de la utilització de dispositius comuns, com fotodetectors i moduladors, també hi ha similituds entre les dues teories, la del multiplexat d'una imatge que s'aplica en la càmera d'un sol píxel, i la teoria de GI. Així, en aquest apartat, primer es justifica que la tècnica GI es pot interpretar com una operació de multiplexat i segon, es demostra que el multiplexat d'una imatge es pot interpretar com un conjunt de correlacions entre fluctuacions, de forma semblant a com opera GI.

La càmera d'un sol píxel realitza una operació de multiplexat de la imatge projectant aquesta sobre una base de funcions $\{I_i\}_{i=1}^N$. A partir de les projeccions mesurades, $\{B_i\}_{i=1}^N$, la imatge es recupera com una combinació lineal

$$O = \sum_{i=1}^N B_i \cdot I_i. \quad (\text{C.1})$$

Aquesta expressió pot interpretar-se com una mitja ponderada de les funcions $\{I_i\}_{i=1}^N$ amb els corresponents pesos $\{B_i\}_{i=1}^N$.

En la tècnica GI es recupera l'objecte mitjançant la correlació espacial de les fluctuacions de la intensitat integrada del braç objecte i les fluctuacions de la intensitat en el braç referència, tal i com s'expressa en (2.21). Aleshores es pot escriure l'objecte com

$$O \propto \langle \Delta I \cdot \Delta B \rangle. \quad (\text{C.2})$$

Si en l'expressió (C.2) s'introdueix $\Delta I = I - \langle I \rangle$ i $\Delta B = B - \langle B \rangle$ respectiva-

ment, aleshores es té

$$O \propto \langle \Delta I \cdot \Delta B \rangle = \langle I \cdot B \rangle - \langle I \rangle \cdot \langle B \rangle. \quad (\text{C.3})$$

El terme $\langle I \rangle \langle B \rangle$ és un fons constant que es pot eliminar i per tant no afecta la qualitat de la reconstrucció. Per una altra banda el promig temporal $\langle I \cdot B \rangle$, atès que considerem el procés ergòdic, es pot escriure com

$$O \propto \langle \Delta I \cdot \Delta B \rangle = \langle I \cdot B \rangle = \sum_{i=1}^N B_i I_i \quad (\text{C.4})$$

Com les expressions (C.1) i (C.4) són idèntiques, aleshores es pot afirmar que la tècnica GI realitza un multiplexat de l'objecte i recupera la imatge com una mitja ponderada, d'igual manera que ho fa la càmera d'un sol píxel. No obstant hi ha diferències en l'aplicació de les tècniques. La diferència més significativa està en el conjunt de patrons d'il·luminació emprats. En el cas de la càmera d'un sol píxel, el conjunt de funcions que se utilitza per a projectar l'objecte és una base. En canvi en GI, l'objecte es projecta sobre un conjunt de patrons de *speckle* que no forma una base. Per aquest motiu es necessiten més projeccions mesurades per a la tècnica de GI.

Finalitzat la primera interpretació, ara es reconeix que el procés de multiplexar espacialment un senyal és equivalent a la interpretació del fenomen de la imatge fantasma a partir de les correlacions de segon ordre de les fluctuacions de la intensitat. La idea clau per a interpretar el multiplexat d'una imatge com un conjunt de correlacions es mostra en la figura C.1. A l'esquerra es representa la interpretació convencional del multiplexat, on la càmera projecta l'objecte sobre les funcions Hadamard-Walsh, i recupera la imatge mitjançant l'expressió (C.1). A la dreta, en l'altra interpretació, un píxel de la imatge es recupera a partir de la correlació entre la fluctuació de la il·luminació d'eixe píxel i les fluctuació de la intensitat integrada. Així, fent correlacions per a cadascun dels píxels es recupera la imatge.

Com es comenta a l'apèndix B, és habitual el tractament de les imatges bidimensionals $\sqrt{N} \times \sqrt{N}$ com a vectors de dimensió N . Així el conjunt de

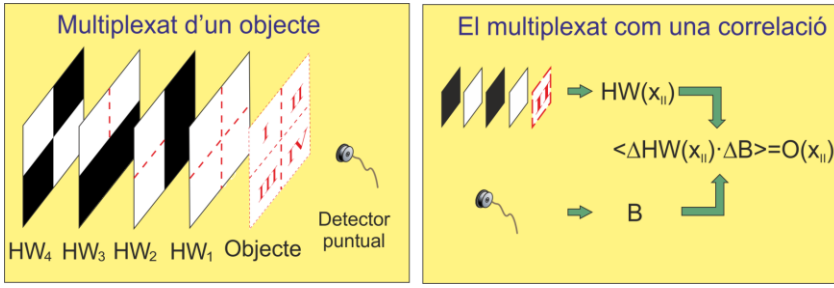


Figura C.1. En el quadre de l'esquerra es mostra el multiplexat d'un objecte en la base de funcions Hadamard-Walsh obtingudes a partir de la matriu Hadamard \mathcal{H}_4 . El quadre de la dreta mostra que el píxel de l'objecte $O(x_{ii})$ es recupera a partir de la correlació entre la fluctuació de la il·luminació sobre eixe píxel i la fluctuació de la intensitat integrada que s'ha mesurat.

projeccions de l'objecte sobre les funcions Hadamard-Walsh es pot escriure com

$$B = \mathcal{H} \cdot O, \quad (C.5)$$

on B és un vector columna amb les projeccions mesurades i O és el vector objecte. \mathcal{H} és la matriu Hadamard on cada fila i correspon a una funció Walsh W_i associada a cada funció Hadamard-Walsh sobre la que es projecta l'objecte. La correlació creuada, quan no hi ha desplaçament, entre les fluctuacions dels patrons d'il·luminació i les fluctuacions de les intensitats integrades mesurades pel detector puntual és

$$\text{corr}[\Delta HW(x), \Delta B] = \sum_{i=1}^{\sqrt{N}} \Delta HW_i(x) \Delta B_i, \quad (C.6)$$

on $\Delta HW_i(x) = HW_i(x) - \langle HW(x) \rangle$ i $\Delta B_i = B_i - \langle B \rangle$. Si es desenvolupa l'expressió (C.6) es té

$$\text{corr}[\Delta HW(x), \Delta B] = \sum_{i=1}^{\sqrt{N}} HW_i(x) B_i - \sqrt{N} \langle HW(x) \rangle \langle B \rangle. \quad (C.7)$$

Per la forma de les funcions Hadamard-Walsh es compleix que

$$\langle HW(x) \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} HW_1, \quad (C.8)$$

on HW_1 és la funció Walsh on tots els elements són 1. Aleshores tenint en compte la matriu Hadamard i (C.8) es pot reescriure l'expressió (C.7) com

$$\text{corr}[\Delta HW(x), \Delta B] = \mathcal{H}^T \cdot B + \langle B \rangle HW_1, \quad (\text{C.9})$$

on el segon sumand és constant. Si ara es substitueix l'expressió (C.5) en (C.9) i s'aplica la definició de matriu Hadamard (B.1), aleshores

$$\text{corr}[\Delta HW(x), \Delta B] = \mathcal{H}^T \cdot \mathcal{H} \cdot O + \langle B \rangle HW_1 = N \cdot I_{\sqrt{N}} \cdot O + \langle B \rangle HW_1 \quad (\text{C.9})$$

L'expressió (C.9) ens diu que, realitzant les correlacions en cada píxel entre la fluctuació temporal de la il·luminació del píxel i la fluctuació temporal de la intensitat integrada mesurada, es recupera la imatge escalada un factor \sqrt{N} i amb un fons constant $\langle B \rangle HW_1$. Aleshores s'ha demostrat que l'operació de multiplexat d'una imatge, emprat en la càmera d'un sol píxel, es pot interpretar com un conjunt de correlacions entre fluctuacions, semblant a com es realitza en la tècnica GI.

Bibliografia

- [1] B. Javidi, P. Andrés, and E. Tajahuerce, “Multi-dimensional imaging,” John Wiley & Sons Inc, 2014.
- [2] D.J. Brady, “Optical imaging and spectroscopy,” Wiley, 2009.
- [3] J.S. Tyo, D.L. Goldstein, D.B. Chenault, and J.A. Shaw, “Review of passive imaging polarimetry for remote sensing applications,” *Appl. Opt.* 45, 5453–69 (2006).
- [4] H. Wen, A.A. Gomella, A. Patel, S.K. Lynch, N.Y. Morgan, S.A. Anderson, E.E. Bennett, X. Xiao, C. Liu, and D.E. Wolfe, “Subnanoradian X-ray phase-contrast imaging using a far-field interferometer of nanometric phase gratings,” *Nat. Commun.* 4, 2659 (2013).
- [5] R. Weissleder and M. Pittet, “Imaging in the era of molecular oncology,” *Nature* 452, 580–589 (2008).
- [6] J. Rarity, “Quantum optics: Entangled telecommunications,” *Nat. Photonics* 4, 342–343 (2010).
- [7] L.K. Harra, “Looking closer at the sun,” *Science* 346, 305–306 (2014).
- [8] W. Turner, “Sensing biodiversity,” *Science* 346, 301–303 (2014).
- [9] A.N. Sridhar, A. Hughes-Hallett, E.K. Mayer, P.J. Pratt, P.J. Edwards, G.-Z. Yang, A.W. Darzi, and J.A. Vale, “Image-guided robotic interventions for prostate cancer,” *Nat. Rev. Urol.* 10, 452–62 (2013).

- [10] M. Padgett, “Leading lights,” *Nature* 518, 154 (2015).
- [11] P.J. Treado and M.D. Morris, “Hadamard Transform Raman Imaging,” *Appl. Spectrosc.* 42, 897–901 (1988).
- [12] P.J. Treado and M.D. Morris, “Hadamard transform techniques in photothermal spectroscopy,” *AIP Conf. Proc.* 191, 725–730 (1989).
- [13] R.D. Swift, R.B. Wattson, J. a Decker, R. Paganetti, and M. Harwit, “Hadamard transform imager and imaging spectrometer,” *Appl. Opt.* 15, 1595–609 (1976).
- [14] M.J.E. Golay, “Multi-slit spectrometry,” *J. Opt. Soc. Am.* 39, 437–444 (1949).
- [15] N. Savage, “Digital spatial light modulators,” *Nat. Photonics* 3, 170–172 (2009).
- [16] C.E. Shannon, “A mathematical theory of communication,” *Bell Syst. Tech. J.* 27, 379–423 (1948).
- [17] E.J. Candès, J. Romberg, and T. Tao, “Robust Uncertainty Principles: Exact Signal Frequency Information,” *IEEE Trans. Inf. Theory* 52, 489–509 (2006).
- [18] E. Candes and T. Tao, “Near Optimal Signal Recovery from Random Projections: Universal Encoding Strategies?,” *IEEE Trans. Inf. Theory* 52, 5406–5425 (2006).
- [19] D.L. Donoho, “Compressed sensing,” *IEEE Trans. Inf. Theory* 52, 1289–1306 (2006).

- [20] J.N. Laska, S. Kirolos, M.F. Duarte, T.S. Ragheb, R.G. Baraniuk, and Y. Massoud, "Theory and Implementation of an Analog-to-Information Converter using Random Demodulation," in: 2007 IEEE Int. Symp. Circuits Syst., 2007.
- [21] M. Mishali and Y.C. Eldar, "Blind multiband signal reconstruction: Compressed sensing for analog signals," *IEEE Trans. Signal Process.* 57, 993–1009 (2009).
- [22] W. Dai, M.A. Sheikh, O. Milenkovic, and R.G. Baraniuk, "Compressive sensing DNA microarrays," *Eurasip J. Bioinforma. Syst. Biol.* 2009, (2009).
- [23] M. Pourhomayoun, M. Fowler, and Z. Jin, "A novel method for medical implant in-body localization," *Proc. Annu. Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Soc. EMBS* 5757–5760 (2012).
- [24] F.J. Herrmann and G. Hennenfent, "Non-parametric seismic data recovery with curvelet frames," *Geophys. J. Int.* 173, 233–248 (2008).
- [25] T.T.Y. Lin and F.J. Herrmann, "Compressed wavefield extrapolation," *Geophysics* 72, SM77 (2007).
- [26] R. Baraniuk and P. Steeghs, "Compressive radar imaging," *IEEE Natl. Radar Conf.* 128–133 (2007).
- [27] L.C. Potter, E. Ertin, J.T. Parker, and M. Çetin, "Sparsity and compressed sensing in radar imaging," *Proc. IEEE* 98, 1006–1020 (2010).
- [28] J. Bobin, J.L. Starck, and R. Ottensamer, "Compressed sensing in astronomy," *IEEE J. Sel. Top. Signal Process.* 2, 718–726 (2008).

- [29] Y. Wiaux, L. Jacques, G. Puy, A.M.M. Scaife, and P. Vandergheynst, “Compressed sensing imaging techniques for radio interferometry,” *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 395, 1733–1742 (2009).
- [30] B.M. Sanandaji, T.L. Vincent, and M.B. Wakin, “Exact topology identification of large-scale interconnected dynamical systems from compressive observations,” in: *Proc. 2011 Am. Control Conf.*, 2011: pp. 649–656.
- [31] W.U. Bajwa, J. Haupt, A.M. Sayeed, and R. Nowak, “Compressed channel sensing: A new approach to estimating sparse multipath channels,” *Proc. IEEE* 98, 1058–1076 (2010).
- [32] P. Zhang, Z. Hu, R.C. Qiu, and B.M. Sadler, “A compressed sensing based ultra-wideband communication system,” in: *IEEE Int. Conf. Commun.*, 2009.
- [33] J. Ma, “Compressed Sensing for Surface,” *Instrumentation* 59, 1600–1615 (2010).
- [34] G.N. Lilis, D. Angelosante, and G.B. Giannakis, “Sound field reproduction using the lasso,” *IEEE Trans. Audio, Speech Lang. Process.* 18, 1902–1912 (2010).
- [35] J. Ma and F.X. Le Dimet, “Deblurring from highly incomplete measurements for remote sensing,” *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 47, 792–802 (2009).
- [36] X.X. Zhu and R. Bamler, “Super-resolution power and robustness of compressive sensing for spectral estimation with application to spaceborne tomographic SAR,” *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 50, 247–258 (2012).

- [37] D. Shamsi, P. Boufounos, and F. Koushanfar, “Noninvasive leakage power tomography of integrated circuits by compressive sensing,” *Low Power Electron. Des. (ISLPED)*, 2008 ACM/IEEE Int. Symp. 341–346 (2008).
- [38] P. Sen and S. Darabi, “Compressive Dual Photography,” *Comput. Graph. Forum* 28, 609–618 (2009).
- [39] M. Nagahara, T. Matsuda, and K. Hayashi, “Compressive Sampling for Remote Control Systems,” *IEICE Trans. Fundam. Electron. Commun. Comput. Sci.* 95, 713–722 (2012).
- [40] C. Dmitri, “Reconstruction of sparse circuits using multi-neuronal excitation (RESCUME),” *Front. Neurosci.* 4, 1–9 (2010).
- [41] D. Gross, Y.K. Liu, S.T. Flammia, S. Becker, and J. Eisert, “Quantum state tomography via compressed sensing,” *Phys. Rev. Lett.* 105, 1–4 (2010).
- [42] X. Andrade, J.N. Sanders, and A. Aspuru-Guzik, “Application of compressed sensing to the simulation of atomic systems,” *Proc. Natl. Acad. Sci.* 109, 13928–13933 (2012).
- [43] M. Lustig, D. Donoho, and J.M. Pauly, “Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging,” *Magn. Reson. Med.* 58, 1182–95 (2007).
- [44] J. Provost and F. Lesage, “The application of compressed sensing for photo-acoustic tomography,” *IEEE Trans. Med. Imaging* 28, 585–594 (2009).
- [45] M.B. Wakin, J.N. Laska, M.F. Duarte, D. Baron, S. Sarvotham, D. Takhar, K.F. Kelly, and R.G. Baraniuk, “An architecture for compressive imaging,” *Proc. - Int. Conf. Image Process. ICIP* 1273–1276 (2006).

- [46] C. Watts, D. Shrekenhamer, and J. Montoya, “Terahertz compressive imaging with metamaterial spatial light modulators,” *Nat. Photonics* 21, 12507–12518 (2014).
- [47] J. Hunt, T. Driscoll, A. Mrozack, G. Lipworth, M. Reynolds, D. Brady, and D.R. Smith, “Metamaterial apertures for computational imaging,” *Science* 339, 310–3 (2013).
- [48] G.A. Howland, D.J. Lum, M.R. Ware, and C. Howell, “Photon counting compressive depth mapping,” *Opt. Express* 21, 23822–23837 (2013).
- [49] E. Tajahuerce, V. Durán, P. Clemente, E. Irlés, F. Soldevila, P. Andrés, and J. Lancis, “Image transmission through dynamic scattering media by single-pixel photodetection,” *Opt. Express* 22, 16945 (2014).
- [50] A. Liutkus, D. Martina, S. Popoff, G. Chardon, O. Katz, G. Lerosey, S. Gigan, L. Daudet, and I. Carron, “Imaging with nature: compressive imaging using a multiply scattering medium,” *Sci. Rep.* 4, 5552 (2014).
- [51] Y. Choi, C. Yoon, M. Kim, W. Choi, and W. Choi, “Optical imaging with the use of a scattering lens,” *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* 20, (2014).
- [52] F. Helmchen and W. Denk, “Deep tissue two-photon microscopy,” *Nat. Methods* 2, 932–940 (2005).
- [53] E. Pnevmatikakis, and L. Paninski, “Sparse nonnegative deconvolution for compressive calcium imaging: algorithms and phase transitions,” *Adv. Neural Inf. Process. Syst.* 26 1–9 (2013).
- [54] B.M. Davis, A.J. Hemphill, D.C. Maltaş, M. a Zipper, P. Wang, and D. Ben-Amotz, “Multivariate hyperspectral Raman imaging using compressive detection,” *Anal. Chem.* 83, 5086–92 (2011).

- [55] V. Studer, J. Bobin, H. Moussavi, E. Candes, and M. Dahan, “Compressive Fluorescence Microscopy for Biological and Hyperpectral Imaging,” *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* 109, E1679–E1687 (2012).
- [56] G.A. Howland, D.J. Lum, and J.C. Howell, “Compressive wavefront sensing with weak values,” *Opt. Express* 22, 18870 (2014).
- [57] G.A. Howland and J.C. Howell, “Efficient High-Dimensional Entanglement Imaging with a Compressive-Sensing Double-Pixel Camera,” *Phys. Rev. X* 3, 011013 (2013).
- [58] M. Kolobov, “Quantum Imaging,” Springer, 2007.
- [59] L.A. Lugiato, A. Gatti, and E. Brambilla, “Quantum imaging,” *J. Opt. B Quantum Semiclassical Opt.* 4, S176–S183 (2002).
- [60] W.L. Chan, K. Charan, D. Takhar, K.F. Kelly, R.G. Baraniuk, and D.M. Mittleman, “A single-pixel terahertz imaging system based on compressed sensing,” *Appl. Phys. Lett.* 93, 121105 (2008).
- [61] D. Pile, “The ghost holds a secret,” *Nat. Photonics* 4, (2010).
- [62] D. Voss, “Charting New Spectral Regions with Ghost Holography,” *Am. Phys. Soc.* (2012).
- [63] J.H. Shapiro, “Computational ghost imaging,” *Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys.* 78, 4 (2008).
- [64] Y. Bromberg, O. Katz, and Y. Silberberg, “Ghost imaging with a single detector,” *Phys. Rev. A* 79, 053840 (2009).

- [65] E. Candes, J. Romberg, and T. Tao, “Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements,” *Commun. Pure Appl. Math.* 59, 1207–1223 (2006).
- [66] E. Candès and J. Romberg, “Sparsity and incoherence in compressive sampling,” *Inverse Probl.* 23, 969–985 (2007).
- [67] R. Baraniuk, “Compressive sensing,” *IEEE Signal Process. Mag.* 24, 1–9 (2007).
- [68] M. Lustig, D.L. Donoho, J.M. Santos, and J.M. Pauly, “Compressed Sensing MRI,” in: *IEEE Signal Process. Mag.*, 2008.
- [69] T.B. Pittman, Y.H. Shih, D. V. Strekalov, and A. V. Sergienko, “Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement,” *Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys.* 52, (1995).
- [70] D. Klyshko, “Effect of focusing on photon correlation in parametric light scattering,” *Zh. Eksp. Teor. Fiz* 90, 1131–1135 (1988).
- [71] R. Bennink, S. Bentley, and R. Boyd, “‘Two-Photon’ Coincidence Imaging with a Classical Source,” *Phys. Rev. Lett.* 89, 113601 (2002).
- [72] J.W. Goodman, “Statistical optics,” John Wiley & Sons Inc, 1985.
- [73] J. Cheng and S. Han, “Incoherent coincidence imaging and its applicability in X-ray diffraction,” *Phys. Rev. Lett.* 92, 093903–1 (2004).
- [74] G. Lazarev, A. Hermerschmidt, S. Krüger, and S. Osten, “LCOS spatial light modulators: Trends and Applications,” in: W. Osten, and N. Reingand (Eds.), *Opt. Imaging Metrol. Adv. Technol.*, Wiley-VCH, 2012: pp. 1–29.

- [75] M. Kreysing, D. Ott, M.J. Schmidberger, O. Otto, M. Schürmann, E. Martín-Badosa, G. Whyte, and J. Guck, “Dynamic operation of optical fibres beyond the single-mode regime facilitates the orientation of biological cells,” *Nat. Commun.* 5, 5481 (2014).
- [76] M.S. Millán, E. Pérez-Cabré, L.A. Romero, and N. Ramírez, “Programmable diffractive lens for ophthalmic application,” *Opt. Eng.* 53, 061709 (2014).
- [77] I. Moreno, J.A. Davis, B.M. Pascoguin, M.J. Mitry, and D.M. Cottrell, “Vortex sensing diffraction gratings,” *Opt. Lett.* 34, 2927–2929 (2009).
- [78] E. Martín-Badosa, M. Montes-Usategui, A. Carnicer, J. Andilla, E. Pleguezuelos, and I. Juvells, “Design strategies for optimizing holographic optical tweezers setups,” *J. Opt. A Pure Appl. Opt.* 9, S267–S277 (2007).
- [79] C. Maurer, A. Jesacher, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte, “What spatial light modulators can do for optical microscopy,” *Laser Photon. Rev.* 5, 81–101 (2011).
- [80] E. Auksoorius, “Multidimensional Fluorescence Imaging and Super-resolution Exploiting Ultrafast Laser and Supercontinuum Technology,” PhD Thesis, Imperial College London, 2008.
- [81] M. Takeda, W. Wang, and D. Naik, “Coherent Holography: A Thought on Synthesis and Analysis of Optical Coherence Fields,” in: W. Osten, and M. Kujawinska (Eds.), 6th Int. Work. Adv. Opt. Metrol., Springer-Verlag, 2009: p. 14.
- [82] E. Frumker and Y. Silberberg, “Phase and amplitude pulse shaping with two-dimensional phase-only spatial light modulators,” *JOSA B* 24, 2940–2947 (2007).

- [83] E. Frumker and Y. Silberberg, “Femtosecond pulse shaping using 2D liquid crystal spatial light modulators,” *Opt. Lett.* 32, 1384–1386 (2007).
- [84] F. Kenny, D. Lara, O.G. Rodríguez-Herrera, and C. Dainty, “Complete polarization and phase control for focus-shaping in high-NA microscopy,” *Opt. Express* 20, 14015 (2012).
- [85] H. Chen, Z. Zheng, B.-F. Zhang, J. Ding, and H.-T. Wang, “Polarization structuring of focused field through polarization-only modulation of incident beam,” *Opt. Lett.* 35, 2825–2827 (2010).
- [86] C.-J. Cheng and M.-L. Chen, “Polarization encoding for optical encryption using twisted nematic liquid crystal spatial light modulators,” *Opt. Commun.* 237, 45–52 (2004).
- [87] J.P. Torres and L. Torner, “Twisted photons,” Wiley-VCH, 2011.
- [88] H. Qassim, F.M. Miatto, J.P. Torres, M.J. Padgett, E. Karimi, and R.W. Boyd, “Limitations to the determination of a Laguerre–Gauss spectrum via projective, phase-flattening measurement,” *J. Opt. Soc. Am. B* 31, A20 (2014).
- [89] C. Rosales-Guzmán, N.P. Hermosa, A.M. Belmonte, and J.P. Torres, “Direction-sensitive transverse velocity measurement by phase-modulated structured light beams,” *Opt. Lett.* 39, 5415–5418 (2014).
- [90] C. Rosales-Guzmán, N. Hermosa, A. Belmonte, and J.P. Torres, “Experimental detection of transverse particle movement with structured light,” *Sci. Rep.* 3, 2815 (2013).
- [91] A. Mosk, A. Lagendijk, G. Lerosey, and M. Fink, “Controlling waves in space and time for imaging and focusing in complex media,” *Nat. Photonics* 6, 283–292 (2012).

- [92] I.M. Vellekoop and a P. Mosk, “Focusing coherent light through opaque strongly scattering media.,” *Opt. Lett.* 32, 2309–11 (2007).
- [93] C. Becker, S. Stellmer, P. Soltan-Panahi, S. Dörscher, M. Baumert, E.-M. Richter, J. Kronjäger, K. Bongs, and K. Sengstock, “Oscillations and interactions of dark and dark-bright solitons in Bose-Einstein condensates,” *Nat. Phys.* 4, 496–501 (2008).
- [94] V. Boyer, R.M. Godun, G. Smirne, D. Cassettari, C.M. Chandrashekar, A.B. Deb, Z.J. Laczik, and C.J. Foot, “Dynamic manipulation of Bose-Einstein condensates with a spatial light modulator,” *Phys. Rev. A - At. Mol. Opt. Phys.* 73, 2–5 (2006).
- [95] M. Padgett, J. Leach, B. Jack, J. Romero, S. Franke-Arnold, and S. Barnett, “Spatial Light Modulators: A Tool for Measuring the Quantum Entanglement of Spatial Modes,” *Front. Opt. 2010/Laser Sci.* XXVI LTuG1 (2010).
- [96] M. Stütz, S. Gröblacher, T. Jennewein, and A. Zeilinger, “How to create and detect N-dimensional entangled photons with and active phase hologram,” *Appl. Phys. Lett.* 90, (2007).
- [97] G. Lima, A. Vargas, L. Neves, R. Guzmán, and C. Saavedra, “Manipulating spatial qudit states with programmable optical devices,” *Opt. Express* 17, 10688–10696 (2009).
- [98] J. Goodman, “Introduction to Fourier Optics,” McGraw-Hill, 1996.
- [99] C.H. Gooch and H.A. Tarry, “Optical-Properties of Twisted Nematic Liquid-Crystal Structures with Twist Angles Less Than 90 Degrees,” 8, 1575–1584 (1975).

- [100] V. Durán, “Optimización del funcionamiento de un modulador espacial de luz de cristal líquido mediante el modelo retardador-rotor. Aplicaciones en óptica adaptativa,” Tesis doctoral, Universitat de València, 2007.
- [101] A. Márquez, I. Moreno, C. Iemmi, A. Lizana, J. Campos, and M.J. Yzuel, “Mueller-Stokes characterization and optimization of a liquid crystal on silicon display showing depolarization,” *Opt. Express* 16, 1669–85 (2008).
- [102] I. Moreno, A. Lizana, A. Márquez, C. Iemmi, E. Fernández, J. Campos, and M.J. Yzuel, “Time fluctuations of the phase modulation in a liquid crystal on silicon display: characterization and effects in diffractive optics,” *Opt. Express* 16, 16711–22 (2008).
- [103] P. Clemente, V. Durán, L. Martínez-León, V. Climent, E. Tajahuerce, and J. Lancis, “Use of polar decomposition of Mueller matrices for optimizing the phase response of a liquid-crystal-on-silicon display,” *Opt. Express* 16, 1965–74 (2008).
- [104] V. Durán, P. Clemente, L. Martínez-León, V. Climent, and J. Lancis, “Poincaré-sphere representation of phase-twisted nematic liquid crystal spatial light modulators,” *J. Opt. A Pure Appl. Opt.* 11, 085403 (2009).
- [105] N. Goldstein, P. Vujkovic-Cvijin, M. Fox, B. Gregor, J. Lee, J. Cline, and S. Adler-Golden, “DMD-based adaptive spectral imagers for hyperspectral imagery and direct detection of spectral signatures,” *SPIE MOEMS* 721008 (2009).
- [106] P. Ye and J. Paredes, “Compressive confocal microscopy: 3D reconstruction algorithms,” *SPIE MOEMS* 72100G–72100G–12 (2009).

- [107] W. Osten, C. Kohler, and J. Liesener, “Evaluation and application of spatial light modulators for optical metrology,” *Opt. Pura Apl* 38, 228–233 (2005).
- [108] R.S. Nesbitt, S.L. Smith, R.A. Molnar, and S.A. Benton, “Holographic recording using a digital micromirror device,” in: *Pract. Hologr. XIII*, 1999: pp. 12–20.
- [109] B.J. Lawrie and R.C. Pooser, “Toward real-time quantum imaging with a single pixel camera,” *Opt. Express* 21, 7549–59 (2013).
- [110] D. Dudley, W.M. Duncan, and J. Slaughter, “Emerging Digital Micromirror Device (DMD) Applications,” *Proc. SPIE* 4985, 14–25 (2003).
- [111] S.A. Goorden, J. Bertolotti, and A.P. Mosk, “Superpixel-based spatial amplitude and phase modulation using a digital micromirror device,” *Opt. Express* 22, 17999 (2014).
- [112] F. Soldevila, E. Irlles, V. Durán, P. Clemente, M. Fernández-Alonso, E. Tajahuerce, and J. Lancis, “Single-pixel polarimetric imaging spectrometer by compressive sensing,” *Appl. Phys. B Lasers Opt.* 113, 551–558 (2013).
- [113] V. Durán, P. Clemente, M. Fernández-Alonso, E. Tajahuerce, and J. Lancis, “Single-pixel polarimetric imaging,” *Opt. Lett.* 37, 824–826 (2012).
- [114] P. Clemente, V. Durán, E. Tajahuerce, P. Andrés, V. Climent, and J. Lancis, “Compressive holography with a single-pixel detector,” *Opt. Lett.* 38, 2524 (2013).
- [115] E. Nelson and M. Fredman, “Hadamard spectroscopy,” *JOSA* 60, 1664–1669 (1970).

- [116] G. Rousseau and A. Blouin, "Hadamard multiplexing in laser ultrasonics," *Opt. Express* 20, 25798 (2012).
- [117] Aster Spectral Library, "<http://speclib.jpl.nasa.gov/>," (2015).
- [118] A.F. Goetz, G. Vane, J.E. Solomon, and B.N. Rock, "Imaging spectrometry for Earth remote sensing," *Science* 228, 1147–1153 (1985).
- [119] A.F.H. Goetz, "Three decades of hyperspectral remote sensing of the Earth: A personal view," *Remote Sens. Environ.* 113, (2009).
- [120] Z. Ting-ting and L. Fei, "Application of hyperspectral remote sensing in mineral identification and mapping," *Proc. 2012 2nd Int. Conf. Comput. Sci. Netw. Technol.* 103–106 (2012).
- [121] B. Zhang, "Hyperspectral remote sensing of vegetation growing condition and regional environment," in: *2nd Work. Hyperspectral Image Signal Process. Evol. Remote Sensing, WHISPERS 2010 - Work. Progr.*, 2010.
- [122] J. Calpe-Maravilla, J. Vila-Francés, E. Ribes-Gómez, V. Durán, J. Muñoz-Mari, J. Amorós-López, L. Gómez-Chova, and E. Tajahuerce, "400– To 1000–Nm Imaging Spectrometer Based on Acousto-Optic Tunable Filters," *J. Electron. Imaging* 15, 023001 (2006).
- [123] R.J. Ellis and P.W. Scott, "Evaluation of hyperspectral remote sensing as a means of environmental monitoring in the St. Austell China clay (kaolin) region, Cornwall, UK," *Remote Sens. Environ.* 93, 118–130 (2004).
- [124] L. Zhang, M. Liu, J. Li, and L. Xue, "Detecting Navel Orange Canker with Hyperspectral Imaging," *2011 Fourth Int. Conf. Intell. Comput. Technol. Autom.* 106–109 (2011).

- [125] E. Sharifahmadian and S. Latifi, "Advanced Hyperspectral Remote Sensing for Target Detection," 2011 21st Int. Conf. Syst. Eng. 200–205 (2011).
- [126] E. Winter, "Detection of surface mines using hyperspectral sensors," IGARSS 2004. 2004 IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. 3, 1597–1600 (2004).
- [127] V. Farley, M. Chamberland, P. Lagueux, A. Vallieres, A. Villemaire, and J. Giroux, "Chemical agent detection and identification with a hyperspectral imaging infrared sensor," Proc. SPIE 6739, (2007).
- [128] K. Jusoff, "Search and rescue (SAR) operations for the missing Bell 206 Long Ranger helicopter in Sarawak, Malaysia using near real-time airborne hyperspectral imaging system," Disaster Prev. Manag. 17, 94–103 (2008).
- [129] J. Cruz, M. Bautista, J.M. Amigo, and M. Blanco, "Nir-chemical imaging study of acetylsalicylic acid in commercial tablets," Talanta 80, 473–8 (2009).
- [130] D.-W. Sun, "Hyperspectral imaging for food quality analysis and control," Academic, 2010.
- [131] S. Serranti, A. Gargiulo, and G. Bonifazi, "Characterization of post-consumer polyolefin wastes by hyperspectral imaging for quality control in recycling processes," Waste Manag. 31, 2217–27 (2011).
- [132] S.J. Leavesley, N. Annamdevula, J. Boni, S. Stocker, K. Grant, B. Troyanovsky, T.C. Rich, and D.F. Alvarez, "Hyperspectral imaging microscopy for identification and quantitative analysis of fluorescently-labeled cells in highly autofluorescent tissue," J. Biophotonics 5, 67–84 (2012).

- [133] S. Dowler, “Applications of Hyperspectral Imaging Techniques to Forensic Image Analysis,” PhD Thesis, University of Auckland, 2010.
- [134] D. Creagh, A. Lee, V. Otieno-Alego, and M. Kubik, “Recent and future developments in the use of radiation for the study of objects of cultural heritage significance,” *Radiat. Phys. Chem.* 78, 367–374 (2009).
- [135] N. Neittaanmäki-Perttu, M. Grönroos, T. Tani, I. Pölönen, A. Ranki, O. Saksela, and E. Snellman, “Detecting field cancerization using a hyperspectral imaging system,” *Lasers Surg. Med.* 45, 410–417 (2013).
- [136] J.G. Fujimoto and D.L. Farkas, “Biomedical optical imaging,” Oxford University Press, 2009.
- [137] J. Qin, “Hyperspectral Imaging Instruments,” in: D.-W. Sun (Ed.), *Hyperspectral Imaging Food Qual. Anal. Control*, Academic Press, 2010: pp. 129–172.
- [138] B.K. Ford, C.E. Volin, S.M. Murphy, R.M. Lynch, and M.R. Descour, “Computed tomography-based spectral imaging for fluorescence microscopy,” *Biophys. J.* 80, 986–993 (2001).
- [139] C.E. Volin, J.P. Garcia, E.L. Dereniak, M.R. Descour, T. Hamilton, and R. McMillan, “Midwave-infrared snapshot imaging spectrometer,” *Appl. Opt.* 40, 4501–6 (2001).
- [140] M.E. Gehm, R. John, D.J. Brady, R.M. Willett, and T.J. Schulz, “Single-shot compressive spectral imaging with a dual-disperser architecture,” *Opt. Express* 15, 14013–27 (2007).
- [141] T. Sun and K. Kelly, “Compressive Sensing Hyperspectral Imager,” in: *Front. Opt. 2009/Laser Sci. XXV/Fall 2009 OSA Opt. Photonics Tech. Dig.*, 2009: p. CTuA5.

- [142] E. Candès, “<http://www-stat.stanford.edu/~candes/l1magic>,” (2015).
- [143] Q. Huynh-Thu and M. Ghanbari, “Scope of validity of PSNR in image/video quality assessment,” *Electron. Lett.* 44, 800 (2008).
- [144] K.J. Zuzak, M.D. Schaeberle, E.N. Lewis, and I.W. Levin, “Visible reflectance hyperspectral imaging: characterization of a noninvasive, in vivo system for determining tissue perfusion,” *Anal. Chem.* 74, 2021–8 (2002).
- [145] P. Terrier, V. Devlaminck, and J.M. Charbois, “Segmentation of rough surfaces using a polarization imaging system,” *J. Opt. Soc. Am. A. Opt. Image Sci. Vis.* 25, 423–30 (2008).
- [146] S.G. Demos and R.R. Alfano, “Optical polarization imaging,” *Appl. Opt.* 36, 150–5 (1997).
- [147] J.S. Baba, J.-R. Chung, A.H. DeLaughter, B.D. Cameron, and G.L. Coté, “Development and calibration of an automated Mueller matrix polarization imaging system,” *J. Biomed. Opt.* 7, 341–9 (2002).
- [148] B. Laude-Boulesteix, A. De Martino, B. Drévilion, and L. Schwartz, “Mueller polarimetric imaging system with liquid crystals,” *Appl. Opt.* 43, 2824–32 (2004).
- [149] S.K. Nadkarni, M.C. Pierce, B.H. Park, J.F. de Boer, P. Whittaker, B.E. Bouma, J.E. Bressner, E. Halpern, S.L. Houser, and G.J. Tearney, “Measurement of collagen and smooth muscle cell content in atherosclerotic plaques using polarization-sensitive optical coherence tomography,” *J. Am. Coll. Cardiol.* 49, 1474–81 (2007).
- [150] H. Song, Y. Zhao, X. Qi, Y.T. Chui, and S.A. Burns, “Stokes vector analysis of adaptive optics images of the retina,” *Opt. Lett.* 33, 137–9 (2008).

- [151] D.A. Glenar, J.J. Hillman, B. Saif, and J. Bergstralh, "Acousto-optic imaging spectropolarimetry for remote sensing," *Appl. Opt.* 33, 7412–24 (1994).
- [152] K. Oka and T. Kato, "Spectroscopic polarimetry with a channeled spectrum," *Opt. Lett.* 24, 1475–7 (1999).
- [153] S. Lu and R. Chipman, "Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition," *JOSA A* 13, 1106–1113 (1996).
- [154] S.Q. Duntley, "Underwater visibility and photography," in: *Opt. Asp. Oceanogr.*, 1974.
- [155] J.S. Tyo, M.P. Rowe, E.N. Pugh, and N. Engheta, "Target detection in optically scattering media by polarization-difference imaging," *Appl. Opt.* 35, 1855–70 (1996).
- [156] J.E. Solomon, "Polarization imaging," *Appl. Opt.* 20, 1537–44 (1981).
- [157] M. Silverman, and W. Strange, "Object delineation within turbid media by backscattering of phase-modulated light," *Opt. Commun.* 144, 7–11 (1997).
- [158] J.L. Pezzaniti, "Mueller matrix imaging polarimetry," *Opt. Eng.* 34, 1558–1568 (1995).
- [159] R.M. Azzam, and N.M. Bashara, "Ellipsometry and Polarized Light," Elsevier Science B.V., 1999.
- [160] A. Pierangelo, A. Benali, M.-R. Antonelli, T. Novikova, P. Validire, B. Gayet, and A. De Martino, "Ex-vivo characterization of human colon cancer by Mueller polarimetric imaging," *Opt. Express* 19, 1582–1593 (2011).

- [161] Y. Zhao, L. Zhang, and Q. Pan, "Spectropolarimetric imaging for pathological analysis of skin," *Appl. Opt.* 48, D236–D246 (2009).
- [162] N. Gupta and D.R. Suhre, "Acousto-optic tunable filter imaging spectrometer with full Stokes polarimetric capability," *Appl. Opt.* 46, 2632–2637 (2007).
- [163] G. Popescu, "Quantitative phase imaging of cells and tissues," McGraw-Hill, 2011.
- [164] L. Yu, S. Mohanty, J. Zhang, S. Genc, M.K. Kim, M.W. Berns, and Z. Chen, "Digital holographic microscopy for quantitative cell dynamic evaluation during laser microsurgery," *Opt. Express* 17, 12031–12038 (2009).
- [165] Z. Wang, D.L. Marks, P.S. Carney, L.J. Millet, M.U. Gillette, A. Mihi, P. V Braun, Z. Shen, S.G. Prasanth, and G. Popescu, "Spatial light interference tomography (SLIT)," *Opt. Express* 19, 19907–19918 (2011).
- [166] G. a Dunn and D. Zicha, "Dynamics of fibroblast spreading," *J. Cell Sci.* 108, 1239–1249 (1995).
- [167] W.C. Warger II, J. a. Newmark, C.M. Warner, and C. a. DiMarzio, "Phase Subtraction Cell Counting Method and Dry Mass Determination for Assessment of Viability of Mouse Embryos," *Biomed. Opt. BMD66* (2008).
- [168] N. Lue, G. Popescu, T. Ikeda, R.R. Dasari, K. Badizadegan, and M.S. Feld, "Live cell refractometry using microfluidic devices," *Opt. Lett.* 31, 2759–61 (2006).
- [169] G. Popescu, T. Ikeda, K. Goda, C. Best-Popescu, M. Laposata, S. Manley, R. Dasari, K. Badizadegan, and M. Feld, "Optical Measurement of Cell Membrane Tension," *Phys. Rev. Lett.* 97, 218101 (2006).

- [170] F. Zernike, “Phase contrast, a new method for the microscopic observation of transparent objects,” *Physica* 9, 686–698 (1942).
- [171] F. Zernike, “Phase contrast, a new method for the microscopic observation of transparent objects part II,” *Physica* 9, 974–986 (1942).
- [172] D. Gabor, “A new microscopic principle.,” *Nature* 161, 777 (1948).
- [173] P. Hariharan, “Optical interferometry,” 2nd ed., Academic Press, 2003.
- [174] M.K. Kim, “Principles and techniques of digital holographic microscopy,” *SPIE Rev.* 1, 018005 (2010).
- [175] P. Gao, G. Pedrini, and W. Osten, “Phase retrieval with resolution enhancement by using structured illumination,” *Opt. Lett.* 38, 5204–5207 (2013).
- [176] A. Barty, K.A. Nugent, D. Paganin, and A. Roberts, “Quantitative optical phase microscopy,” *Opt. Lett.* 23, 817–819 (1998).
- [177] I. Yamaguchi and T. Zhang, “Phase-shifting digital holography,” *Opt. Lett.* 22, 1268–1270 (1997).
- [178] L.M. León, M. Araiza B. Javidi, P. Andrés, V. Climent, J. Lancis, and E. Tajahuerce, “Single-shot digital holography by use of the fractional Talbot effect,” *Opt. Express* 50, B96–101 (2009).
- [179] R. Blendowske, E. Villegas, and P. Artal, “An Analytical Model Describing Aberrations in the Progression Corridor of Progressive Addition Lenses,” *Optom Vis Sci* 83, 666–671 (2006).

- [180] L.N. Thibos, R. a Applegate, J.T. Schwiegerling, and R. Webb, “Standards for reporting the optical aberrations of eyes,” *J. Refract. Surg.* 18, S652–S660 (2002).

- [181] C.J. Solomon, R.G. Lane, T. Mavroidis, and J.C. Dainty, “Double Passage Imaging Through a Random Screen Using a Non-redundant Aperture,” *J. Mod. Opt.* 38, 1993–2008 (1991).

- [182] Meadowlark devices, “<http://www.meadowlark.com/xy-spatial-light-modulator-p-119#.Vgwrlfntmkoe>,” (2015).

- [183] P. Clemente, V. Durán, V. Torres-Company, E. Tajahuerce, and J. Lancis, “Optical encryption based on computational ghost imaging,” *Opt. Lett.* 35, 2391–3 (2010).

- [184] P. Clemente, V. Durán, E. Tajahuerce, V. Torres-Company, and J. Lancis, “Single-pixel digital ghost holography,” *Phys. Rev. A* 86, 041803 (2012).

- [185] P. Refregier and B. Javidi, “Optical image encryption based on input plane and Fourier plane random encoding,” *Opt. Lett.* 20, 767–769 (1995).

- [186] O. Matoba and B. Javidi, “Encrypted optical memory system using three-dimensional keys in the Fresnel domain,” *Opt. Lett.* 24, 762–764 (1999).

- [187] P.C. Mogensen and J. Glückstad, “Phase-only optical encryption,” *Opt. Lett.* 25, 566–568 (2000).

- [188] B. Javidi and E. Tajahuerce, “Three-dimensional object recognition by use of digital holography,” *Opt. Lett.* 25, 610–612 (2000).

- [189] E. Tajahuerce, J. Lancis, B. Javidi, and P. Andrés, “Optical security and encryption with totally incoherent light,” *Opt. Lett.* 26, 678–80 (2001).
- [190] M. Tebaldi, W.D. Furlan, R. Torroba, and N. Bolognini, “Optical-data storage-readout technique based on fractal encrypting masks,” *Opt. Lett.* 34, 316–8 (2009).
- [191] C. Shannon and W. Weaver, “The Mathematical Theory of Communication,” University of Illinois Press, 1963.
- [192] Y. Frauel, A. Castro, T. Naughton, and B. Javidi, “Security analysis of optical encryption,” *Proc. SPIE* 5986, 598603–598603–10 (2005).
- [193] J.W. Goodman, “Speckle Phenomena in Optics,” Ben Roberts & Company, 2007.
- [194] M. Aßmann and M. Bayer, “Compressive adaptive computational ghost imaging,” *Sci. Rep.* 3, 1545 (2013).
- [195] A.M. Leifer, C. Fang-Yen, M. Gershow, M.J. Alkema, and A.D.T. Samuel, “Optogenetic manipulation of neural activity in freely moving *Caenorhabditis elegans*,” *Nat. Methods* 8, 147–152 (2011).
- [196] S. Sakai, K. Ueno, T. Ishizuka, and H. Yawo, “Parallel and patterned optogenetic manipulation of neurons in the brain slice using a DMD-based projector,” *Neurosci. Res.* 75, 59–64 (2013).
- [197] V. Durán, F. Soldevila, E. Irlés, P. Clemente, E. Tajahuerce, P. Andrés, and J. Lancis, “Compressive imaging in scattering media,” *Opt. Express* 23, 14424 (2015).
- [198] Y.C. Eldar and G. Kutyniok, “Compressed Sensing,” Cambridge University Press, 2012.

- [199] E. Candès and J. Romberg, “1 -magic: Recovery of Sparse Signals via Convex Programming,” Stanford University, 2005.
- [200] M.A.T. Figueiredo, R.D. Nowak, and S.J. Wright, “Gradient Projection for Sparse Reconstruction: Application to Compressed Sensing and Other Inverse Problems,” *IEEE J. Sel. Top. Signal Process.* 1, 586–597 (2007).
- [201] M.H. and N.J. Sloane, “Hadamard Transform Optics,” *Acad. Press* (1979).
- [202] W. Pratt, J. Kane, and H. Andrews, “Hadamard transform image coding,” *Proc. IEEE* 57, (1969).
- [203] E. Candès and M. Wakin, “An introduction to compressive sampling,” *IEEE Signal Process. Mag.* 21–30 (2008).
- [204] “Introduction to Digital Micromirror Device (DMD) Technology,” Texas Instruments Inc., 2008.
- [205] L.J. Hornbeck, “Digital Light Processing: A new MEMs-based display technology,” Texas Instruments Inc., 1996.
- [206] Q. Li, X. He, Y. Wang, H. Liu, D. Xu, and F. Guo, “Review of spectral imaging technology in biomedical engineering: achievements and challenges,” *J. Biomed. Opt.* 18, 100901 (2013).
- [207] T. Skauli, “Hyperspectral - principles, technology and applications,” Forsvarets forskningsinstitut, 2010.
- [208] Y. Garini, I. Young, and G. McNamara, “Spectral imaging: principles and applications,” *Cytom. Part A* 747, 735–747 (2006).

- [209] J. Chung, W. Jung, M.J. Hammer-Wilson, P. Wilder-Smith, and Z. Chen, “Use of polar decomposition for the diagnosis of oral precancer,” *Appl. Opt.* 46, 3038–45 (2007).
- [210] V. Ntziachristos, “Going deeper than microscopy: the optical imaging frontier in biology,” *Nat. Methods* 7, 603–14 (2010).

Articles

Poincaré-sphere representation of phase-mostly twisted nematic liquid crystal spatial light modulators

V Durán^{1,2}, P Clemente^{2,3}, LI Martínez-León^{1,2}, V Climent^{1,2} and J Lancis^{1,2}

¹ GROC-UJI, Departament de Física, Universitat Jaume I, E12071 Castelló, Spain

² INIT (Institute of New Imaging Technologies), Universitat Jaume I, E12071 Castelló, Spain

³ Servei Central d'Instrumentació Científica, Universitat Jaume I, E12071 Castelló, Spain

E-mail: vduran@sg.uji.es

Received 12 January 2009, accepted for publication 9 April 2009

Published 8 May 2009

Online at stacks.iop.org/JOptA/11/085403

Abstract

We establish necessary conditions in order to build a phase-only wavefront modulation system from a liquid crystal display. These conditions determine the dependence of the polarization state of the light emerging from the display on the addressing gray level. The analysis, which is carried out by means of the coherence-matrix formalism, includes the depolarization properties of the device. Two different types of polarization distributions at the output of the liquid crystal cells are found. This approach is applied to a twisted nematic liquid crystal display. In this case, an optimization algorithm must be designed in order to select the input polarization state that leads to the required distributions. We show that the Poincaré-sphere representation provides a convenient framework to design the optimization algorithm as it allows for a reduced number of degrees of freedom. This feature significantly decreases the computation time. Laboratory results are presented for a liquid crystal on silicon display showing a phase modulation depth greater than 2π rad with an intensity variation lower than 6%. In addition, a hybrid ternary modulation (HTM), an operation regime employed in holographic data storage, is achieved.

Keywords: liquid crystal devices, Poincaré sphere, phase modulation, polarization

(Some figures in this article are in colour only in the electronic version)

1. Introduction

Off-the-shelf twisted nematic liquid crystal displays (TNLCDs) are subjected to a sustained performance improvement in order to meet the needs of the projection industry. TNLCDs based on liquid crystal on silicon (LCoS) technology are currently characterized by a high spatial resolution ($10\ \mu\text{m}$ pixel-pitch) and an excellent fill factor ($>90\%$) [1]. For this reason, the optimization of commercial TNLCDs as spatial light modulators (SLMs) in non-display applications has been of considerable interest in the last two decades [2–7]. Since TNLCDs are polarization-sensitive devices, such an optimization consists in their integration in a suitable polarimetric arrangement, which includes a polarization state generator (PSG) formed by a linear polarizer and a retardation plate and a polarization state

analyzer (PSA) consisting of identical elements but in reversed order.

The optimization of a TNLCD requires, as a previous step, a complete polarimetric characterization of liquid crystal (LC) cells as a function of the applied voltage. This calibration process can be performed by measuring the LC Jones matrices [8] or, in the context of the so-called retarder-rotator approach, the LC characteristic parameters [9]. If the display shows a significant depolarization effect, it is convenient to use the Stokes–Mueller matrix formalism instead of the Jones matrix calculus [10]. In this case, the TNLCD polarization properties can be extracted from experimental Mueller matrices with the aid of the polar decomposition [11].

In many applications, the goal of SLMs is to achieve a spatial control of the phase of an input wavefront without

intensity variations. It is known that the electrically controlled birefringence of an LC cell yields a phase retardation effect. In the case of reflective TNLCDs, as widely used LCoS displays, the double pass of light through the medium produces a phase modulation depth of at least 2π at visible wavelengths. However, a twisted nematic structure inherently causes a voltage-dependent change of the state of polarization (SOP) of an input light beam [12]. This SOP modulation not only modifies the TNLCD phase response but can also produce intensity variations at the output of the PSA. Different methods have been proposed to overcome the SOP modulation due to the twisted nematic alignment, with the use of the elliptically polarized eigenstates of a TNLCD standing out [4, 5]. However, a significant variation of these eigenstates along the dynamic range of the display constitutes a major drawback of such a procedure.

A frequently adopted approach for optimizing the phase response of a TNLCD is to perform a numerical simulation for searching the configurations of the PSG and the PSA that lead to the desired operation curve [8]. The amplitude and phase of the output electric field are determined with the aid of the Jones matrix calculus, which can also be combined with the Mueller matrix formalism if the display exhibits a non-negligible depolarization effect [11]. In such an optimization process, the optical system is considered as a ‘black box’ with certain degrees of freedom, whose number is fixed by the particular election of the elements integrating the PSG and the PSA. The final configuration is obtained from an algorithm that optimizes a merit function, defined to ensure a flat intensity response with the largest phase modulation depth. This merit function usually depends on a considerable number of variables, leading to cumbersome and time-consuming calculations.

In this paper we point out the necessary condition for the SOP modulation provided by an LC display that works as a continuous phase-only SLM. With the aid of the coherence-matrix formalism [13], we recognize that the SOP of the light impinging onto the PSA must show, as the voltage addressed to the display is changed, a well-defined distribution in the Stokes parameter space. Discarding depolarization effects, there are merely two possibilities: (1) the SOP is distributed along any circumference on the Poincaré sphere normal to the transmission axis of the analyzer or (2) the SOP remains unaltered, i.e. it is represented by a single representative point in the Stokes parameter space for all the voltages. Previously reported phase-only modulation schemes for a TNLCD are classified into one of these two categories. That is the case of the two configurations analyzed in [14], each corresponding to one of the above SOP distributions, which are compared by means of a phasor analysis of polarization eigenvectors generated in a transmissive TNLCD.

The restrictions on the Stokes parameters for obtaining the desired distributions at the output of an LC-SLM dramatically reduce the number of possible angular configurations of the PSG. Once the configuration of the PSG is fixed, the PSA only admits certain orientations for which the intensity modulation is negligible. In this way a set of feasible angular configurations for the polarimetric system is selected. The optimization is completed through the choice of the

configuration that produces the maximum phase modulation depth. This step is performed with the aid of the Jones matrix calculus. The above analysis of the SOP modulation is also extended to the case of a display showing a non-negligible depolarization effect.

As was mentioned above, the optical system consisting of a TNLCD and several polarization components was usually considered as a sort of black box and the algorithm to find the suitable polarization distributions was a blind process, as is reported in [8, 11, 20]. In these works, a numerical solution was reached from a merit function that depends on several variables, without deeper comprehension of the physics behind that solution. The presented approach offers meaningful understanding about the changes of polarization in a TNLCD-based system thanks to a Poincaré-sphere representation. The corresponding optimization algorithm provides a reduced computation time, as will be shown in the discussion of the experimental results. On the other hand, a comprehensive exploration of the phase-only modulation capabilities of a TNLCD is achieved for any choice of the elements integrating the PSG and the PSA. To prove this point, a simplified architecture for the PSA, which just includes a single linear polarizer, is selected. With this polarization arrangement, it is not only possible to achieve a phase response similar to that previously reported in [11], but also to find other interesting operation regimes, such as the so-called hybrid ternary modulation (HTM) regime. This operation regime has been used for holographic data storage [15, 16]. In this way, the potential of our scheme is broadened to a more diversified scope, including LC systems that can potentially be subjected to depolarization effects. Moreover, the reported approach is a general method, valid for any kind of LC-based display working in a transmission or in a reflection mode. The procedures reported in [6, 7] are particular cases of the general procedure demonstrated here.

2. Analysis of the SOP modulation provided by a phase-only LC-SLM

Let us consider an LC-SLM sandwiched between a PSG and a PSA and illuminated with a laser light beam. We assume that the PSG and the PSA are non-depolarizing devices and any light depolarization effect is only due to the modulator. For such a polarimetric system, the SOP generated by the PSG is transformed, under the action of the LC-SLM, into a voltage-dependent SOP, which is projected by the PSA onto a single final polarization state. We deal with partially polarized light in the context of the coherence-matrix formalism. Here, a SOP is described by the 2×2 complex Hermitian matrix Φ [13]

$$\begin{aligned} \Phi &\equiv (\mathbf{E}(t) \otimes \mathbf{E}^+(t)) = \begin{pmatrix} \langle E_x(t)E_x^*(t) \rangle & \langle E_x(t)E_y^*(t) \rangle \\ \langle E_y(t)E_x^*(t) \rangle & \langle E_y(t)E_y^*(t) \rangle \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \Phi_{xx} & \Phi_{xy} \\ \Phi_{yx} & \Phi_{yy} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (1)$$

where \otimes denotes the direct product of the instantaneous Jones vector $\mathbf{E}(t)$ and its transposed conjugated $\mathbf{E}^+(t)$; E_j ($j = x, y$) are the Cartesian components of the electric field; E_j^* stands for the complex conjugate of E_j , and the brackets indicate time

averaging over the measurement time. Therefore, the LC-SLM performs the transformation $\Phi_1 \rightarrow \Phi_2$, where Φ_1 and Φ_2 are, respectively, the coherence matrices corresponding to the light before and after the modulator. The input matrix Φ_1 is a single state that depends on the configuration of the PSG. The output matrix Φ_2 is a function of the parameter g that controls the voltage applied to the LC cells. Hence, the LC-SLM actually behaves as an SOP modulator.

In order to analyze the effect of the PSA over each SOP generated by the LC-SLM, it is convenient to express Φ_2 (for any value of g) as a linear expansion of the Pauli matrices σ_j [13],

$$\Phi_2 = \frac{1}{2} \sum_{j=0}^3 S_j \sigma_j = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} S_0 + S_1 & S_2 - iS_3 \\ S_2 + iS_3 & S_0 - S_1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

where the matrices σ_j are given by

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, & \sigma_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \\ \sigma_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, & \sigma_3 &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

i is the imaginary unit and S_j ($j = 0, 1, 2, 3$) are the Stokes parameters of the light after the LC-SLM. These parameters can be obtained from the trace of the coherence matrix Φ_2 as

$$S_j = \text{tr}(\Phi_2 \sigma_j) \quad j \in [0, 3]. \quad (4)$$

From this equation, $S_0 = \text{tr}(\Phi_2)$ is the total intensity of the light beam impinging onto the PSA. The normalized version of the coherence matrix Φ_2 is the density matrix \mathbf{D}_2 ,

$$\mathbf{D}_2 \equiv \frac{\Phi_2}{\text{tr}(\Phi_2)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + s_1 & s_2 - is_3 \\ s_2 + is_3 & 1 - s_1 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

where $s_j \equiv S_j/S_0$. Note that the density matrix remains entirely determined by the normalized parameters s_j , which can be arranged in a 3×1 Stokes vector \mathbf{P} , $\mathbf{P} = (s_1, s_2, s_3)^T$, with T indicating the transposed vector. The fraction of the intensity emerging from the LC-SLM that is detected after the PSA, I , is given by [17]

$$I = \text{Tr}(\mathbf{D}_A \mathbf{D}_2), \quad (6)$$

where \mathbf{D}_A is the density matrix constructed using the 3×1 Stokes vector \mathbf{Q} corresponding to the fully transmitted eigenstate of the PSA. In general, this eigenstate is elliptically polarized. From equations (5) and (6), we have

$$I = \frac{1}{2}(1 + \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q}). \quad (7)$$

This expression admits a geometrical interpretation if we map the vectors \mathbf{P} and \mathbf{Q} in the Poincaré-sphere representation, as is shown in figure 1. By taking into account that the vector \mathbf{Q} corresponding to the transmission axis of the PSA has a unit modulus, we achieve

$$I = \frac{1}{2}(1 + \rho \cos \theta), \quad (8)$$

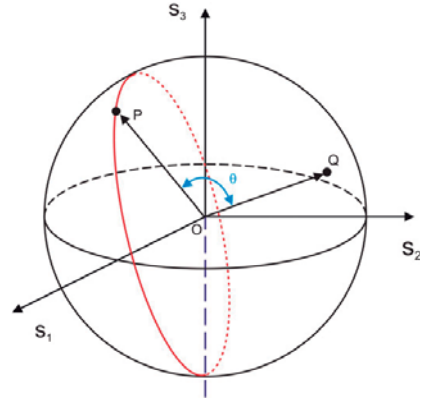


Figure 1. Action of an elliptical polarizer over an arbitrary SOP in the Poincaré-sphere representation. The radius vectors OQ and OP represent, respectively, the orientation of the polarizer transmission axis and the input SOP. The red circle corresponds to a distribution of type I that leads to a flat intensity response at the output of the polarizer.

where $\rho = |\mathbf{P}|$ is the degree of polarization (DOP) of the light emerging from the LC-SLM. If the modulator does not produce any depolarization effect, $\rho = 1$, the endpoints of \mathbf{P} and \mathbf{Q} are on the surface of the Poincaré sphere of unit radius and equation (8) is reduced to $I = \cos^2(\theta/2)$. In this way, we retrieve the well-established rule stating that the fraction of the input intensity transmitted by an arbitrary polarizer is equal to the square cosine of half the angle θ between the unit vectors that represent, respectively, the input SOP and the polarizer transmission axis [18].

In light of the above geometrical approach, let us analyze the SOP modulation provided by a phase-only LC-SLM. In the absence of depolarization, the states described by the matrices $\Phi_2(g)$ trace out a trajectory on the surface of the Poincaré sphere as the value of g is changed. As the intensity transmitted by the PSA must remain constant, there are only two possibilities, leading to two types of distributions.

Type I. The trajectory on the sphere corresponds to an arbitrary circumference and the transmission axis of the PSA is oriented normal to the plane containing the set of SOPs, as is shown in figure 1. Such a polarization distribution ensures a constant value of I , since the angle θ remains unaltered along the dynamic range of the modulator. The generation of equi-azimuth polarization states, described in [6], is a particular case of this type of SOP modulation.

Type II. The SOP distribution at the output of the LC-SLM is reduced to the trivial case of a single point for all values of g , which means that there is no SOP modulation. The orientation of the PSA is, in principle, arbitrary. However, it is convenient to choose an angle for the analyzer axis that leads to a maximum level of transmitted intensity.

If the light impinging onto the PSA is partially polarized by the action of the LC-SLM, an extra condition must be added. Now, the transmitted intensity also depends on the DOP of the impinging light. Hence, a phase-only modulation response requires a constant DOP along the modulator dynamic range

in order to avoid residual intensity variations. In the Stokes parameter space, this means that the points of the SOP distribution generated by the LC-SLM must remain on the same spherical surface with a radius equal to the DOP of the light. Although a constant DOP is the main requisite for a phase-only operation, it is also desirable to reduce the unpolarized component in order to avoid non-controllable background light at the output of the system.

The above SOP distributions are only approximately achieved by TNLCDs. Hence, we can obtain, in the best-case scenario, a phase-mostly modulation response with this kind of modulator. SOP distributions close to the two types of a phase-only LC-SLM will be also denoted as distributions of *type I* or *type II*.

We note that it is also possible to remove the PSA to preserve a constant light intensity at the output of the system. Without any output polarizer, the polarization modulation provided by the LC-SLM cannot lead to an intensity modulation. This configuration has been recently used for the design of advanced algorithms for the reconstruction of digital or computer-generated holograms [19]. However, if that situation is desired, the scalar diffraction theory could no longer be used. The apparent simplicity of the system would, in contrast, involve a more complex analysis, and the use of Jones calculus would be required in the beam propagation algorithm.

3. Calibration of the TNLCD

For the sake of completeness, we review the polarimetric characterization of a TNLCD. A detailed analysis can be found in [11]. The calibration is performed through the measurement of the Mueller matrices, $\mathbf{M}_{\text{TNLCD}}(g)$, of the display for each value of the parameter g . Neglecting diattenuation effects, the matrix elements of $\mathbf{M}_{\text{TNLCD}}(g)$ are measured by the generation of four different SOPs, represented by the Stokes vectors \mathbf{S}_i ($i = 1, \dots, 4$), corresponding to horizontal, vertical and 45° linearly polarized light, and right-handed circularly polarized light, respectively. In this way, we construct a 4×4 matrix \mathbf{N}_1 , whose columns are the input vectors \mathbf{S}_i . Afterward, the corresponding Stokes parameters for the light emerging from the display $\mathbf{S}'_i(g)$ are measured. For each value of the gray level, these vectors, arranged in columns, determine a second 4×4 matrix $\mathbf{N}_2(g)$. Taking into account that $\mathbf{N}_2(g) = \mathbf{M}_{\text{TNLCD}}(g)\mathbf{N}_1$, the Mueller matrices $\mathbf{M}_{\text{TNLCD}}(g)$ are obtained as $\mathbf{M}_{\text{TNLCD}}(g) = \mathbf{N}_2(g)\mathbf{N}_1^{-1}$.

It is also convenient to recall that the action of a TNLCD can be mimicked through a pure depolarizer and a pure retarder [11]. In mathematical terms,

$$\mathbf{M}_{\text{TNLCD}} = \mathbf{M}_\Delta \mathbf{M}_R, \quad (9)$$

where \mathbf{M}_Δ and \mathbf{M}_R are, respectively, the Mueller matrices corresponding to the depolarizer and the retarder. Note that once the experimental Mueller matrices $\mathbf{M}_{\text{TNLCD}}(g)$ are measured, the non-depolarizing response of the display as a function of g can be assessed by use of the Lu–Chipman decomposition technique. This approach allows a simple evaluation of the phase modulation due to the display cells [11, 20].

4. Optimization of the TNLCD phase response

4.1. Flat intensity response

Let us consider a TNLCD sandwiched between a PSG, formed by a linear polarizer and a quarter-wave plate and a PSA, constituted by a single linear polarizer. The transmission axis of the first polarizer and the fast axis of the quarter-wave plate are oriented, respectively, at angles ζ_1 and ξ_1 from the horizontal direction of the laboratory framework. The analogous angle for the polarizer of the PSA is denoted by ζ_2 . In order to ensure a flat intensity response after the PSA, we search for the configuration of the PSG that approximately produces the SOP distributions described in section 2 at the output of the TNLCD. In practice, there is not a single solution for the SOP impinging onto the display, but the number of possible values of the angles (ζ_1, ξ_1) is limited.

The 4×1 Stokes vector of the totally polarized light impinging onto the TNLCD, \mathbf{S} , is

$$\mathbf{S}(\zeta_1, \xi_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\xi_1 \cos 2(\xi_1 - \zeta_1) \\ \sin 2\xi_1 \cos 2(\xi_1 - \zeta_1) \\ \sin 2(\xi_1 - \zeta_1) \end{pmatrix}. \quad (10)$$

In the Stokes–Mueller formalism, the SOP corresponding to the light emerging from the display, \mathbf{S}' , is given by

$$\mathbf{S}'(\zeta_1, \xi_1, g) = \mathbf{M}_{\text{TNLCD}}(g) \mathbf{S}(\zeta_1, \xi_1). \quad (11)$$

The output vector has the form $\mathbf{S}'(\zeta_1, \xi_1, g) = (1, s'_1, s'_2, s'_3)^T$, where $s'_i(\zeta_1, \xi_1, g)$ are the normalized Stokes parameters $s'_i = S'_i/S'_0$ ($i = 1, 2, 3$). The Stokes vector $\mathbf{S}_r(\zeta_1, \xi_1, \zeta_2, g)$ after the analyzer is

$$\mathbf{S}_r(\zeta_1, \xi_1, \zeta_2, g) = \mathbf{M}_P(\zeta_2) \mathbf{S}'(\zeta_1, \xi_1, g), \quad (12)$$

where \mathbf{M}_P is the conventional Mueller matrix for a linear polarizer [13]. The vector $\mathbf{S}_r(\zeta_1, \xi_1, \zeta_2, g)$, written in the analyzer framework, has the form $(I, s_{r1}, s_{r2}, 0)$ and corresponds to a linear SOP with an intensity $I(\zeta_1, \xi_1, \zeta_2, g)$. Note that, in general, the optimization procedure to achieve a flat intensity response deals with three angular parameters that must be varied within the angular range for the polarizing devices.

A simplified search algorithm is derived with the aid of the calculations presented in section 2. To this end, let us search the values of the parameters (ζ_1, ξ_1) that lead to a polarization distribution of *type I*. Note that only two parameters for the search algorithm remain. Here, the SOPs at the output of the TNLCD are approximately located in a circumference on the Poincaré sphere and the transmission axis of the PSA is normal to the plane containing this circumference. We assume a linear polarizer for the PSA. In this case, the transmission axis is represented by a radius vector whose endpoint is in the equator of the Poincaré sphere. Consequently, the set of SOPs at the output of the TNLCD must be located in a circle orthogonal to the equator, as shown in figure 2, so they trace out a straight line in the S_1 – S_2 plane. In other words, a linear correlation between the parameters s'_1 and s'_2 must exist. This means that the

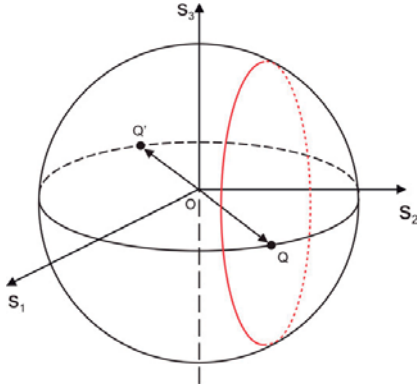


Figure 2. Distribution of *type I* when the PSA is constituted by a linear polarizer. The two possible orientations for the polarizer, corresponding to mutually orthogonal directions, are represented by the same line, which intersects the sphere equator in the antipodal points Q and Q' .

Pearson correlation coefficient $r(\zeta_1, \xi_1)$, conventionally used in linear regressions and defined as [21]

$$r = \frac{N \sum_g s'_1 s'_2 - \sum_g s'_1 \sum_g s'_2}{\sqrt{N \sum_g (s'_1)^2 - \left(\sum_g s'_1\right)^2} \sqrt{N \sum_g (s'_2)^2 - \left(\sum_g s'_2\right)^2}}, \quad (13)$$

must be close to unity. In equation (13), N is the number of values taken by the parameter g along the pixel dynamic range and, for the sake of clarity, the angular dependence of the magnitudes has been removed. We use this parameter as the merit function for the search algorithm.

Once an angular configuration for the PSG is selected, the transmission axis of the analyzer only admits two orientations corresponding to mutually orthogonal directions, which are represented in the Poincaré sphere by the same straight line, as depicted in figure 2. Note that the above reasoning can be easily extended to the case of a PSA formed by a linear retarder and a linear polarizer. In such a situation, the PSA is an elliptical analyzer and its transmission can be arbitrarily oriented in the Stokes space. This means that the set of SOPs after the TNLCD is in general located in a circumference that is no longer normal to the equator (this general situation is shown in figure 1). However, there must be a linear relation between s'_1 , s'_2 and s'_3 , as the SOPs are contained in the same plane. Now, we can use the correlation coefficient of the corresponding multiple regression to determine the optimal values for ζ_1 and ξ_1 .

If the display produces a significant depolarization effect, we must include in the search algorithm an additional step concerning the degree of polarization, DOP (ζ_1, ξ_1, g).

$$\text{DOP} = \sqrt{(s'_1)^2 + (s'_2)^2 + (s'_3)^2}, \quad (14)$$

and demand a constant (and maximum) value for this parameter.

In the case of the polarization distributions of *type II*, each of the normalized Stokes parameters $s'_i(\zeta_1, \xi_1, g)$ must undergo a minimal variation along the pixel dynamic range. We can find the optimal PSG configuration by minimizing the function $F(\zeta_1, \xi_1)$,

$$F = \sum_{i=1}^3 \sigma_i, \quad (15)$$

where σ_i ($i = 1, 2, 3$) are, respectively, the standard deviations of the corresponding Stokes parameters $s'_i(\zeta_1, \xi_1, g)$ for the N values taken by the parameter g . Note that the minimization of the function F also ensures a constant degree of polarization. Concerning the PSA, its angular configuration is chosen with the aim of achieving a maximum transmitted intensity level.

4.2. Phase response maximization

The optimization algorithm provides a limited number of angular configurations for the PSG and the PSA that ensure a flat intensity response. Now, we must select from the above set the configuration that yields a maximum phase modulation depth. To this end, we evaluate the phase of the light field through the Jones vector \mathbf{E}_f corresponding to the light emerging from the PSA. In this way,

$$\mathbf{E}_f(\zeta_1, \xi_1, \zeta_2, g) = \mathbf{J}_{\text{PSA}}(\zeta_2) \mathbf{J}_{\text{TNLCD}}(g) \mathbf{E}_{\text{PSG}}(\zeta_1, \xi_1), \quad (16)$$

where \mathbf{E}_{PSG} is the Jones vector of the SOP determined by equation (10), $\mathbf{J}_{\text{TNLCD}}(g)$ is the Jones matrix describing the non-depolarizing effect of the display and \mathbf{J}_{PSA} is the Jones matrix of the linear polarizer that constitutes the PSA of the system. The electric field of equation (16), written in the final polarizer framework, has the form $\mathbf{E}_f = \exp[-i\phi(\zeta_1, \xi_1, \zeta_2, g)]A(1 \ 0)^T$, i.e. it corresponds to linearly polarized light with a real amplitude A and a global phase factor $\exp(-i\phi)$, which depends on the value taken by the parameter g as well as on the angular configuration of the system [6, 11]. The optimization algorithm is completed by selecting the combination (ζ_1, ξ_1, ζ_2) that produces the maximum variation of ϕ along the pixel dynamic range.

5. Experimental results

The laboratory set-up used for optimizing the phase response of a TNLCD is shown in figure 3. The illumination system consists of a He-Ne laser (LS) emitting at 633 nm, a spatial filter SF and a collimating lens L_1 . The polarization state generator (PSG) comprises a linear polarizer P_1 followed by a zero-order quarter-wave plate (QWP) designed for 633 nm. The TNLCD is a reflective LCoS display, an Aurora panel, model ASI 2000, with XGA resolution (1024 pixels \times 768 pixels), designed for red light and commercialized by Holoeye. The TNLC cells have a twist angle of 45° and the pixel array has a period of 19 μm with an inactive gap of 1 μm . The application of a voltage to the pixels is performed by displaying a gray-level image, so the parameter g is here the addressed gray level. Note that the direction of incidence of the light beam impinging onto the LCoS display is not

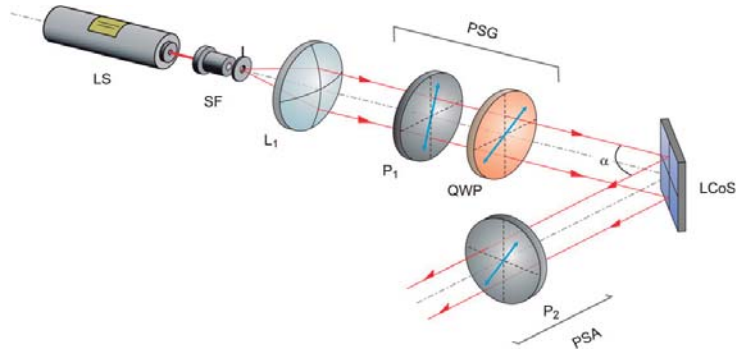


Figure 3. Optical set-up for optimizing the phase response of an LCoS display (angle not to scale).

normal in order to avoid the use of non-polarizing beam-splitters, which present some non-negligible retardance and diattenuation effects [10]. The angular separation of the input and output beams is very small ($\alpha = 4^\circ$) so the validity of Mueller matrix formalism is preserved.

We have applied the optimization procedure described in the preceding sections to the sample display. First, the matrix $\mathbf{M}_{\text{TNLCD}}(g)$ for the TNLCD was experimentally determined using the calibration method outlined in section 3. The Stokes parameters $s'_i(\zeta_1, \xi_1, g)$ after the LC cells are calculated varying the angles (ζ_1, ξ_1) of the polarization elements in the PSG in steps of 1° . The Pearson correlation coefficient $r(\zeta_1, \xi_1)$ and the standard deviations $\sigma_i(\zeta_1, \xi_1)$ corresponding to equations (13) and (15) are evaluated by means of conventional calculus software. The above merit functions provide a reduced set of angular configurations that satisfy the search criterion. The orientation of the polarizer in the PSA, ζ_2 , is then fully determined from the values of (ζ_1, ξ_1) . For the SOP of *type II*, the polarizer in the PSA is oriented to achieve a maximum intensity transmittance. Once the angular configuration for the elements in the PSG and the PSA has been determined, we evaluate the phase function $\phi(\zeta_1, \xi_1, \zeta_2, g)$ to select the configuration providing a maximum modulation depth.

After obtaining the optimal configurations, we have experimentally verified them. To this end, the transmitted intensity $I(\zeta_1, \xi_1, \zeta_2, g)$ at the output of the PSA and the phase function $\phi(\zeta_1, \xi_1, \zeta_2, g)$ were experimentally determined. In order to measure the LCoS phase modulation for the optimal configurations we use the fractional-Talbot effect [6, 22]. With the LCoS display, we implement different binary gratings where one gray level is fixed and the other is variable. We choose the gray level $g = 255$ as a reference, which for the sample display corresponds to a maximum applied voltage. The relative phase shift is determined by measuring the contrast of the Fresnel images at a quarter of the Talbot distance. Concerning the transmitted intensity $I(\zeta_1, \xi_1, \zeta_2, g)$, it was measured with the aid of a photometer by displaying uniform images for each gray level on the LCoS display.

For a polarization distribution of *type I*, the optimal phase response is achieved when $\zeta_1 = 74^\circ$, $\xi_1 = 93^\circ$ and $\zeta_2 = 63^\circ$.

The SOP distribution at the output of LC cells, obtained from equation (11), has been depicted on the Poincaré sphere in figure 4(a). By means of a least-squares procedure, the linear relation between S_1 and S_2 is found to be $S_2 = -0.06 + 0.70 S_1$, with a correlation coefficient of $r = 0.95$. The circumference on the Poincaré sphere for which this relation holds is also shown in figure 4(a). The DOP has a mean value of 0.98 along the entire pixel dynamic range and a standard deviation of 2%. The mean value of the intensity transmitted by the analyzer, which can be calculated through equation (12), is of 46%, with a maximum variation of 11%. The measured intensity and phase curves for the optimal configuration are shown in figure 5. The phase modulation depth is greater than 2π rad and the output intensity level is around 43%, with a residual variation lower than 11%. These results show a good agreement with those obtained from theoretical calculations. If the points corresponding to $g < 23$ are removed, the maximum intensity variation is reduced to 6% preserving a maximum phase shift of 2π .

Concerning the polarization distributions of *type II*, the optimal phase response is achieved for $\zeta_1 = 128^\circ$, $\xi_1 = 21^\circ$ and $\zeta_2 = 100^\circ$. The corresponding SOP distribution at the output of the LC cells is depicted in figure 4(b). The DOP remains again approximately constant with a mean value of 0.95 and a standard deviation of 2%. Note that the SOPs clearly trace out a loop-shaped trajectory on the Poincaré sphere. Hence, for the present LCoS display it is not possible to concentrate all representative points in a small region of the Stokes parameter space. However, a proper orientation of the output linear polarizer, $\zeta_2 = 100^\circ$, yields an almost flat intensity response for a considerable part of the pixel dynamic range. In this range, a highly efficient transmission close to 90% is obtained (a 100% transmission corresponds to the ideal situation where there is no polarization-dependent absorption by the action of the analyzer). Theoretical calculations from equation (12) show a mean intensity value of 88% for $g < 203$, with a maximum variation of 8%. The measured intensity and phase response curves are represented in figure 6. For the aforementioned range, the mean intensity value is of 91% with a maximum variation of 10%, which reasonably agree with the expected intensity response. The phase modulation depth is of about 1.3π rad.

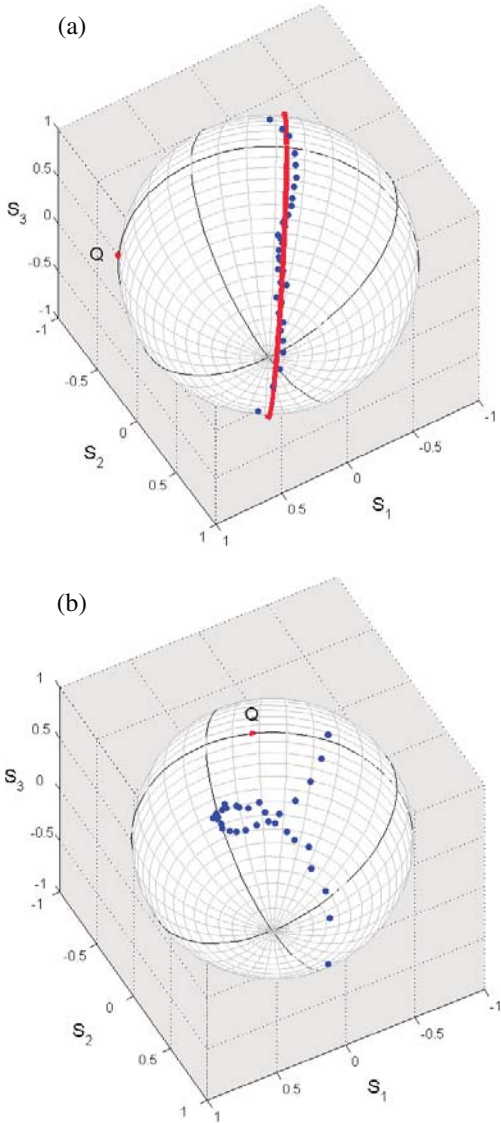


Figure 4. Poincaré-sphere representation of the SOPs at the output of the LCoS display for the optimal configuration corresponding to (a) the SOP distribution of *type I* and (b) the SOP distribution of *type II*.

The loop-shaped trajectory shown in figure 4(b) corresponding to $\zeta_1 = 128^\circ$ and $\xi_1 = 21^\circ$ can be used to obtain a hybrid ternary modulation. By setting the output linear polarizer at $\zeta_2 = 25^\circ$, the transmitted intensity for the points that intersect the equator of the sphere is very close to zero. In this way, we obtain the dark level of the HTM regime. The central part of the loop, on its turn, corresponds to SOPs that produce a smooth intensity fluctuation after the PSA, as is shown in figure 7. This intensity curve is accompanied by a continuous

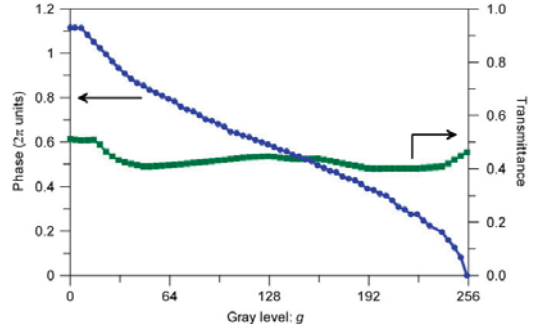


Figure 5. Intensity and phase modulation for the optimal configuration obtained from the SOP distribution of *type I*.

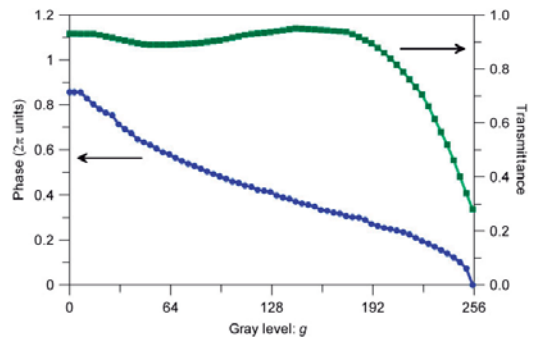


Figure 6. Intensity and phase modulation for the optimal configuration obtained from the SOP distribution of *type II*.

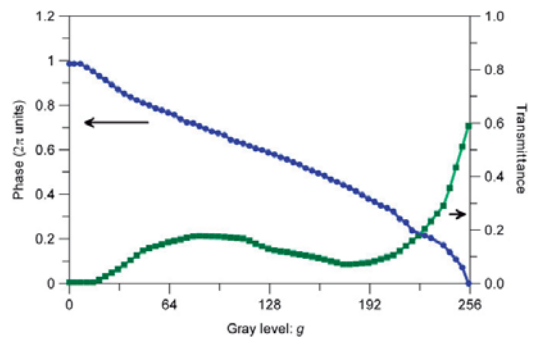


Figure 7. Intensity and phase modulation for the configuration that produces an HTM regime.

phase modulation. This fact allows us to select two gray levels of equal transmission with a phase difference of π rad. For example, this situation is achieved for $g = 83$ and 223 with an intensity level of 18%. Despite the lack of efficiency, this configuration leads to similar results as those found in [16].

6. Discussion and conclusions

We have shown that a TNLCD acting as a phase-mostly SLM must provide a SOP modulation that is necessarily subjected to specific restrictions, which can be classified into two categories (*types I and II*). Such restrictions become a useful tool in the design of an efficient optimization algorithm, which leads to the election of suitable configurations for the polarimetric system where the SLM is integrated. A possible depolarization effect due to the TNLCD is also included in our analysis.

The presented approach enables a comprehensive exploration of the modulation capabilities of a sample display. Furthermore, it benefits from a noticeable reduction of the computation time. This point can be checked by comparing the search algorithm described in section 2 with that used in [11], where the sample display is sandwiched between two polarizers and two quarter-wave plates. By searching for a polarization distribution of *type I* and considering an elliptical analyzer, the computational time required to retrieve the optimal configuration of [11] is reduced by one order of magnitude. Now, the time required for computation is only 10 min using a personal computer with an Intel Pentium D 3.00 GHz processor, but about 15 times longer following the previous approach. This reduction allows one to pass from calculations to the experimental verification in a very short time, instead of waiting several hours.

In the present work, we have achieved a flat intensity response (with residual variations lower than 6%) and a phase modulation depth of 360° (at 633 nm) with a commercial LCoS display. We have used a simplified architecture for the PSA, which only includes a single linear polarizer. The use of this PSA implies a reduction of computational complexity. Hence, it contributes to increasing the algorithmic efficiency. We have found that the depolarization due to the sample display is a minor effect. However, for this kind of LCoS modulators the amount of depolarized light may be considerably larger at certain wavelengths and for certain input SOPs [23]. In such a case, the effect of LCoS depolarization is taken into account by the general approach presented in section 2. In addition, our technique can be applied to other types of operation regimes, such as hybrid ternary modulation.

Acknowledgments

This research was funded by the Dirección General de Investigación Científica y Técnica, Spain, and FEDER under the project FIS2007-62217. Also partial funding from an agreement between the Universitat Jaume I and the Fundació Caixa Castelló-Bancaixa (project P1 1B2006-29) is acknowledged.

References

- [1] Dai H T, Liu K X Y, Wang X and Liu J H 2004 Characteristics of LCoS phase-only spatial light modulator and its applications *Opt. Commun.* **238** 269–76
- [2] Konforti N, Maron E and Wu S T 1988 Phase-only modulation with twisted nematic liquid-crystal spatial light modulators *Opt. Lett.* **13** 251–3
- [3] Lu K H and Saleh B E A 1990 Theory and design of the liquid-crystal TV as a spatial phase modulator *Opt. Eng.* **29** 240–6
- [4] Pezzaniti J L and Chipman R A 1993 Phase-only modulation of a twisted nematic liquid-crystal TV by use of the eigenpolarization states *Opt. Lett.* **18** 1567–9
- [5] Davis J A, Moreno I and Tsai P 1998 Polarization eigenstates for twisted-nematic liquid-crystal displays *Appl. Opt.* **37** 937–45
- [6] Durán V, Lancis J, Tajahuerce E and Fernandez-Alonso M 2006 Phase-only modulation with a twisted nematic liquid crystal display by means of equi-azimuth polarization states *Opt. Express* **14** 5607–16
- [7] Durán V, Lancis J, Tajahuerce E and Climent V 2007 Poincaré sphere method for optimizing the phase modulation response of a twisted nematic liquid crystal display *J. Disp. Technol.* **3** 9–14
- [8] Moreno I, Velasquez P, Fernandez-Pousa C R and Sanchez-Lopez M M 2003 Jones matrix method for predicting and optimizing the optical modulation properties of a liquid-crystal display *J. Appl. Phys.* **94** 3697–702
- [9] Durán V, Lancis J, Tajahuerce E and Jaroszewicz Z 2006 Equivalent retarder–rotator approach to on-state twisted nematic liquid crystal displays *J. Appl. Phys.* **99** 113101
- [10] Wolfe J E and Chipman R A 2006 Polarimetric characterization of liquid-crystal-on-silicon panels *Appl. Opt.* **45** 1688–703
- [11] Clemente P, Durán V, Martínez-León Ll, Climent V, Tajahuerce E and Lancis J 2008 Use of polar decomposition of Mueller matrices for optimizing the phase response of a liquid-crystal-on-silicon display *Opt. Express* **16** 1965–74
- [12] Gooch C H and Tarry H A 1975 Optical-properties of twisted nematic liquid-crystal structures with twist angles less than 90° *J. Phys. D: Appl. Phys.* **8** 1575–84
- [13] Brosseau C 1998 *Fundamentals of Polarized Light: A Statistical Optics Approach* (New York: Wiley)
- [14] Davis J A, Nicolás J and Márquez A 2002 Phasor analysis of eigenvectors generated in liquid-crystal displays *Appl. Opt.* **41** 4579–84
- [15] Jang J S and Shin D H 2001 Optical representation of binary data based on both intensity and phase modulation with a twisted-nematic liquid-crystal display for holographic digital data storage *Opt. Lett.* **26** 1797–9
- [16] Márquez A, Gallego S, Méndez D, Álvarez M L, Fernández E, Ortuño M, Neipp C, Beléndez A and Pascual I 2007 Accurate control of a liquid-crystal display to produce a homogenized Fourier transform for holographic memories *Opt. Lett.* **32** 2511–3
- [17] McMaster W H 1954 Polarization and the Stokes parameters *Am. J. Phys.* **22** 351–62
- [18] Jerrard H G 1954 Transmission of light through birefringent and optically active media: the Poincaré sphere *J. Opt. Soc. Am.* **44** 634–40
- [19] Kohler C, Haist T, Schwab X and Osten W 2008 Hologram optimization for SLM-based reconstruction with regard to polarization effects *Opt. Express* **16** 14853–61
- [20] Moreno I, Lizana A, Campos J, Márquez A, Iemmi C and Yzuel M J 2008 Combined Mueller and Jones matrix method for the evaluation of the complex modulation in a liquid-crystal-on-silicon display *Opt. Lett.* **33** 627–9
- [21] Bevington P R and Robinson D K 1992 *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences* 2nd edn (New York: Mc Graw-Hill)
- [22] Serrano-Heredia A, Lu G W, Purwosumarto P and Yu F T S 1996 Measurement of the phase modulation in liquid crystal television based on the fractional-Talbot effect *Opt. Eng.* **35** 2680–4
- [23] Lizana A, Márquez A, Moreno I, Iemmi C, Campos J and Yzuel M J 2008 Wavelength dependence of polarimetric and phase-shift characterization of a liquid crystal on silicon display *J. Eur. Opt. Soc.* **3** 08012

Use of polar decomposition of Mueller matrices for optimizing the phase response of a liquid-crystal-on-silicon display

P. Clemente,¹ V. Durán,² Ll. Martínez-León,² V. Climent,²
E. Tajahuerce,² and J. Lancis^{2*}

¹ Servei Central d'Instrumentació Científica, Universitat Jaume I, E12080 Castelló, Spain

² GROC-UJI, Departament de Física, Universitat Jaume I, E12080 Castelló, Spain

*Corresponding author: lancis@fca.uji.es

Abstract: We provide experimental measurement of the Mueller matrices corresponding to an on-state liquid-crystal-on-silicon display as a function of the addressed voltage. The polar decomposition of the Mueller matrices determines the polarization properties of the device in terms of a diattenuation, a retardance and a depolarization effect. Although the diattenuation effect is shown to be negligible for the display, the behavior of the degree of polarization as a function of the input polarization state shows a maximum coupling of linearly polarized light into unpolarized light of about 10%. Concerning the retardation effect, we find that the display behaves as a retarder with a fast-axis orientation and a retardance angle that are voltage-dependent. The above decomposition provides a convenient framework to optimize the optical response of the display for achieving a phase-mostly modulation regime. To this end, the display is sandwiched between a polarization state generator and a polarization state analyzer. Laboratory results for a commercial panel show a phase modulation depth of 360° at 633 nm with a residual intensity variation lower than 6 %.

©2008 Optical Society of America

OCIS codes: (230.6120) Spatial light modulators; (230.3720) Liquid crystal devices; (120.5060) Phase modulation; (120.5410) Polarimetry.

References and links

1. D. J. McKnight, K. M. Johnson, and R. A. Serati, "256 x 256 Liquid-Crystal-on-Silicon Spatial Light-Modulator," *Appl. Opt.* **33**, 2775-2784 (1994).
2. H. T. Dai, K. X. Y. Liu, X. Wang, and J. H. Liu, "Characteristics of LCoS phase-only spatial light modulator and its applications," *Opt. Commun.* **238**, 269-276 (2005).
3. X. Wang, H. T. Dai, and K. Xu, "Tunable reflective lens array based on liquid crystal on silicon," *Opt. Express* **13**, 352-357 (2004).
4. Q. Mu, Z. Cao, L. Hu, D. Li, and L. Xuan, "Adaptive optics imaging system based on a high resolution liquid crystal on silicon device," *Opt. Express* **14**, 8013-8018 (2006).
5. S. T. Tang and H. S. Kwok, "3 x 3 Matrix for unitary optical systems," *J. Opt. Soc. Am. A* **18**, 2138-2145 (2001).
6. V. Duran, J. Lancis, E. Tajahuerce, and Z. Jaroszewicz, "Equivalent retarder-rotator approach to on-state twisted nematic liquid crystal displays," *J. Appl. Phys.* **99**, 113101-6 (2006).
7. S. Stallinga, "Equivalent retarder approach to reflective liquid crystal displays," *J. Appl. Phys.* **86**, 4756-4766 (1999).
8. S. T. Tang and H. S. Kwok, "Measurement of reflective liquid crystal displays," *J. Appl. Phys.* **91**, 8950-8954 (2002).
9. J. E. Wolfe and R. A. Chipman, "Polarimetric characterization of liquid-crystal-on-silicon panels," *Appl. Opt.* **45**, 1688-1703 (2006).
10. J. L. Pezzaniti and R. A. Chipman, "Mueller matrix imaging polarimeter," *Opt. Eng.* **34**, 1558-1568 (1995).
11. A. De Martino, Y. Kim, E. Garcia-Caurel, and B. Laude, "Optimized Mueller polarimeter with liquid crystals," *Opt. Lett.* **28**, 616-618 (2003).

12. S. Y. Lu and R. A. Chipman, "Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition," *J. Opt. Soc. Am A* **13**, 1106-1113 (1996).
13. J. M. Bueno, "Measurement of parameters of polarization in the living human eye using imaging polarimetry," *Vis. Res.* **40**, 3791-3799 (2000).
14. J. Chung, W. Jung, M. J. Hammer-Wilson, P. Wilder-Smith, and Z. Chen, "Use of polar decomposition for the diagnosis of oral precancer," *Appl. Opt.* **46**, 3038-3044 (2007).
15. J. L. Pezzaniti and R. A. Chipman, "Phase-only modulation of a twisted nematic liquid-crystal TV by use of the eigenpolarization states," *Opt. Lett.* **18**, 1567-1569 (1993).
16. J. A. Davis, I. Moreno, and T. Tsai, "Polarization eigenstates for twisted-nematic liquid-crystal displays," *Appl. Opt.* **37**, 937-945 (1998).
17. V. Duran, J. Lancis, E. Tajahuerce, and M. Fernandez-Alonso, "Phase-only modulation with a twisted nematic liquid crystal display by means of equi-azimuth polarization states," *Opt. Express* **14**, 5607-5616 (2006).
18. V. Duran, J. Lancis, E. Tajahuerce, and V. Climent, "Poincaré Sphere Method for Optimizing the Phase Modulation Response of a Twisted Nematic Liquid Crystal Display," *J. Display Technol.* **3**, 9-14 (2007).
19. D. Goldstein, *Polarized light* (Marcel Dekker, 2004).
20. S. R. Davis, R. J. Uberna, and R. A. Herke, "Retardance Sweep Polarimeter and Method," U. S. Patent, No. 6,744,509 (2004).
21. S. Y. Lu and R. A. Chipman, "Mueller matrices and the degree of polarization," *Opt. Commun.* **146**, 11-14 (1998).
22. R. M. A. Azzam and N. M. Bashara, *Ellipsometry and Polarized Light*, 1st edition, (Elsevier, Amsterdam, 1987).
23. K. H. Lu and B. E. A. Saleh, "Complex amplitude reflectance of the liquid-crystal light valve," *Appl. Opt.* **30**, 2354-2362 (1991).
24. A. Serrano-Heredia, G. W. Lu, P. Purwosumarto, and F. T. S. Yu, "Measurement of the phase modulation in liquid crystal television based on the fractional-Talbot effect," *Opt. Eng.* **35**, 2680-2684 (1996).
25. V. Duran, L. Martínez, Z. Jaroszewicz and A. Kołodziejczyk: "Calibration of spatial light modulators by inspection of their Fresnel images," European Optical Society, Topical Meetings Digest Series, **L-043**, (2005) (European Optical Society Topical Meeting on Diffractive Optics, 3 September - 7 September 2005, Warsaw, Poland).

1. Introduction

Commonly designed for high-resolution projection systems, liquid-crystal-on-silicon (LCoS) displays are programmable pixelated devices that operate in reflection. An LCoS pixel consists of a liquid crystal film over an aluminium electrode mirror controlled by a silicon integrated circuit [1]. LCoS displays are characterized by a high spatial resolution, with a pixel period that can be lower than 10 microns and a fill factor that can exceed the 90% [2]. Because of the above outstanding features, the use of LCoS displays as spatial light modulators (SLMs) in non-displays applications has gained considerable attention in recent years [2-4]. We consider a commercial LCoS panel with twisted nematic liquid crystal (TNLC) cells. From an optical point of view, a TNLC film is equivalent to a system composed of a linear retarder followed by a rotator [5-6]. For a reflective display, the rotation effect is cancelled by the double pass of the light through the medium. Therefore, a reflective TNLC display behaves in essence as a linear retarder with a neutral axis orientation and a retardance angle that are voltage-dependent [7]. This approach has been applied for optimizing the brightness and contrast of a reflective TNLC display [7], as well as for determining the design parameters of reflective TNLC cells [8].

Recently, Wolfe *et al.* have reported a complete polarimetric characterization of an LCoS panel showing a non-negligible depolarization effect [9]. As a result, the degree of polarization of the impinging light is reduced to a certain extent, which should be considered for proper operation. A depolarizing LCoS display working as intensity SLM can suffer from a severe diminution of the contrast ratio, leading to a worsening of the display performance. The physics of light depolarization has been attributed to electric field fluctuations and to edge effects in pixels or temperature variations. To deal with this effect, it is convenient to analyze light polarization devices in terms of Mueller matrices. Then, the state of polarization (SoP) is not described by the complex amplitudes of the electric field but by the corresponding Stokes vector. Experimental Mueller matrices of a LCoS cell have been measured with several

polarimetric techniques [10,11]. Between them, it should be mentioned those based on nematic liquid crystal variable retarders [11]. From an optical point of view, the diattenuation, the retardance and the depolarization of the input polarized light fully characterizes the behavior of the LCoS cells. The above effects can be conveniently separated by the so-called polar decomposition of the Mueller matrix introduced by Lu and Chipmann [12]. Here, the action of any polarization device is decomposed as the association of a pure diattenuator, a pure retarder, and a pure depolarizer. The polar decomposition, especially when used for polarimetric imaging, has proved to be a powerful tool for studying the polarization properties of a sample in a widespread set of applications [13,14].

In the framework of non-display applications of SLMs, a precise spatial control of the phase of an input wavefront is required. Usually, TNLC displays operating in transmission have been employed for wavefront phase-only modulation [15-18]. The display is inserted in a polarimetric arrangement that includes a polarization state generator (PSG) and a polarization state analyzer (PSA). The above devices consist of a linear polarizer and a quarter-wave plate. The output light intensity must be constant in the optimal configuration of the polarimetric arrangement. Some attempts have been done in order to achieve a phase-mostly modulation of the wavefront by use of a LCoS display [2]. This is a major challenge due to the outstanding features of LCoS displays concerning spatial resolution and fill factor. The phase modulation provided by the display is due, on the one hand, to the well-known voltage-controllable birefringence of the medium and, on the other hand, to the effect of the equivalent pure retarder [17]. Again, the display is inserted between a PSG and a PSA. Up to now, the search for the optimal configuration has been performed by means of the Jones calculus as diattenuation and depolarization effects have not been incorporated. However, as noted by Wolfe [9], depolarization effect plays a significant role in the behavior of an LCoS display.

In this paper, we perform, for the first time to our knowledge, the full characterization of an LCoS display, including light depolarization, for phase-mostly modulation of the wavefront. To this end, the behavior of the whole optical setup is performed by use of the Mueller-Stokes algebra. Although in principle this is a major drawback for phase-only modulation applications, as the information about the phase of the totally polarized light component emerging from the whole device is discarded, we show how the polar decomposition of the Mueller matrix provides a convenient framework. To this end, we extract the retardance parameters of the LCoS display. Therefore, combining both Jones and Stokes formalisms, the configuration of the PSG and the PSA is optimized for achieving a phase-only modulation regime. In Sec. 2, and for the sake of completeness, we review the theory of polar decomposition, defining the relevant polarization parameters. In Sec 3, we describe the laboratory set-up for measuring the Mueller matrix of the LCoS as a function of the voltage. In Sec. 4, we present the calculations, based on the polar decomposition, for optimizing the phase response of the LCoS display and show the experimental operating curve for the LCoS display. Conclusions are summarized in Sec. 5.

2. Theory of polar decomposition

Three-factor polar decomposition of the Mueller matrix \mathbf{M} , firstly proposed by Lu and Chipman, allows one to decompose the action of any polarizing device as the product of three elementary devices; a pure diattenuator, \mathbf{M}_D , a pure retarder, \mathbf{M}_R , and a pure depolarizer, \mathbf{M}_Δ [12]. In mathematical terms,

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_\Delta \mathbf{M}_R \mathbf{M}_D . \quad (1)$$

Note that the order in which the matrices are multiplied is a relevant feature. The intensity reflected by an LCoS display has been shown to be independent of the input polarization state [9]. In other words, for an LCoS cell diattenuation is a minor effect that can be neglected to provide a simplified Mueller matrix \mathbf{M}_{LCoS}

$$\mathbf{M}_{LCoS} = \mathbf{M}_\Delta \mathbf{M}_R . \quad (2)$$

It is well-known that the action of a pure retarder on the input polarized light can be geometrically described over the surface of the Poincaré sphere by means of a rotation along the fast axis of the device [19]. Thus, \mathbf{M}_R results

$$\mathbf{M}_R = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & \mathbf{m}_R \end{bmatrix}, \quad (3)$$

where $\vec{0}$ is the three-element zero vector and \mathbf{m}_R is the three-dimensional rotation matrix,

$$(\mathbf{m}_R)_{ij} = \delta_{ij} \cos R + a_i a_j (1 - \cos R) + \sum_{k=1}^3 \varepsilon_{ijk} a_k \sin R, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (4)$$

In Eq. (4), δ_{ij} is the Kronecker delta, ε_{ijk} is the Levi-Cevitá tensor, R is the retardance angle, and $(1, a_1, a_2, a_3)^T$ is the normalized Stokes vector corresponding to the eigenstate along the fast axis of the retarder. Inversely, R and the components $a_i, i=1,2,3$, are obtained from \mathbf{M}_R as

$$R = \begin{cases} \cos^{-1} \left[\frac{\text{tr}(\mathbf{M}_R) - 1}{2} \right] & 0 \leq R \leq \pi \\ 2\pi - \cos^{-1} \left[\frac{\text{tr}(\mathbf{M}_R) - 1}{2} \right] & \pi \leq R \leq 2\pi \end{cases}, \quad (5)$$

and

$$a_i = \frac{1}{2 \sin R} \sum_{j,k=1}^3 \varepsilon_{ijk} (\mathbf{m}_R)_{jk}. \quad (6)$$

with $\text{tr}(\mathbf{M}_R)$ the trace of the retarder matrix. Finally we account for the coupling of polarized light into unpolarized light through the depolarization matrix \mathbf{M}_Δ

$$\mathbf{M}_\Delta = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ P_\Delta & \mathbf{m}_\Delta \end{bmatrix}, \quad (7)$$

where \mathbf{m}_Δ is a 3×3 symmetric matrix, $\mathbf{m}_\Delta^T = \mathbf{m}_\Delta$, and P_Δ is the so-called polarizance vector, which, in the absence of diattenuation, is given by the first column of \mathbf{M}_{LCoS} . On the other hand, the averaged depolarization capability of the equivalent depolarizer, the so-called depolarization power Δ , is then given by

$$\Delta = 1 - \frac{|\text{tr}(\mathbf{m}_\Delta)|}{3}, \quad 0 \leq \Delta \leq 1. \quad (8)$$

Now we focus on the extraction of the \mathbf{m}_Δ and \mathbf{m}_R matrices from the experimental Mueller matrix of an LCoS display \mathbf{M}_{LCoS} . To this end, we begin by recognizing that, by taking into account Eqs. (3) and (7), Eq. (2) can be rewritten as

$$\mathbf{M}_{LCoS} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ P_\Delta & \mathbf{m}_\Delta \mathbf{m}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ P_\Delta & \mathbf{m}' \end{bmatrix}, \quad (9)$$

where $\mathbf{m}' \equiv \mathbf{m}_\Delta \mathbf{m}_R$. Taking into account that \mathbf{m}_Δ is a symmetric matrix, it is straightforward to show that $\mathbf{m}_\Delta^2 = \mathbf{m}'(\mathbf{m}')^T$. To extract the depolarization matrix we follow the Cayley-Hamilton theorem. In this way,

$$\mathbf{m}_\Delta = \pm \left[\mathbf{m}'(\mathbf{m}')^T + (\sqrt{\lambda_1} \lambda_2 + \sqrt{\lambda_2} \lambda_3 + \sqrt{\lambda_3} \lambda_1) \mathbf{I} \right]^{-1} \times \left[(\sqrt{\lambda_1} + \sqrt{\lambda_2} + \sqrt{\lambda_3}) \mathbf{m}'(\mathbf{m}')^T + \sqrt{\lambda_1} \lambda_2 \lambda_3 \mathbf{I} \right], \quad (10)$$

where λ_1, λ_2 , and λ_3 are the eigenvalues of $\mathbf{m}'(\mathbf{m}')^T$ and \mathbf{I} is the 3×3 identity matrix. The sign in the right-hand side of Eq. (10) follows the sign of the determinant of \mathbf{m}' . With the above expression for \mathbf{m}_Δ , \mathbf{M}_Δ can be determined through Eq. (7) and \mathbf{M}_R can be obtained by

$$\mathbf{M}_R = \mathbf{M}_\Delta^{-1} \mathbf{M}_{LCoS} . \quad (11)$$

3. Mueller matrix measurement

3.1. Experimental set-up

The laboratory set-up for the determination of the the matrix elements $M_{\alpha\beta}$, $\alpha, \beta = 0,1,2,3$, of the LCoS display is shown in Fig. 1. The radiation coming from a He-Ne laser (LS) emitting at 633 nm is spatially filtered and collimated by the lens L_1 to provide a homogeneous beam with a diameter of 15 mm. The LCoS display is an Aurora panel, with XGA resolution (1024×768 pixels) and a size of 19.6×14.6 mm, commercialized by Holoeye. The TNLC cells have a twist angle of 45° and the pixel array has a period of 19 μm with an inactive gap of 1 μm . The voltage is applied to the pixels by displaying an image codified into a 2⁸ gray-level scale. For our display, the voltage increases monotonically with the gray level. The radiation impinges onto the LCoS cells at a quasi-normal incidence ($\alpha = 4^\circ$) so that the input and the reflected beams are spatially separated and the Stokes formalism can be applied. Note that as a result of the pixelated structure of the display, the outgoing energy splits into several diffraction orders. The zero order was isolated for all intensity measurements. We used a PSG to generate the different SoPs required to measure the Mueller matrix of the display. The PSG comprises a linear polarizer P_1 followed by a zero-order quarter-wave plate QWP at 633 nm. On the other hand, the PSA is a home-built Stokesmeter constituted by two nematic liquid crystal variable retarders (LCVR₁ and LCVR₂), a linear polarizer P_2 . A focusing lens L_2 is used to focus the light into the photometer PM. The LCRV retardance is controlled by the application of a voltage. The Stokes vector is extracted from the least-square fitting of the intensity data collected at the photometer as the retardance value of each LCRV is

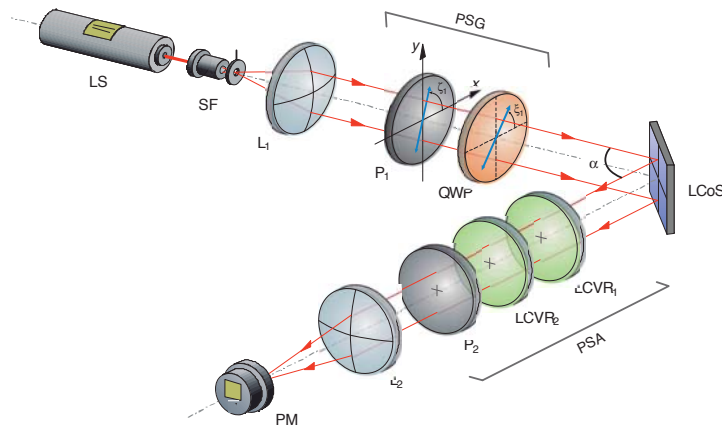


Fig. 1. Experimental set-up for measuring the LCoS Mueller matrices.

sequentially changed by application of a voltage sweep [20]. A set of twenty-five intensity measurements allows us to achieve a maximum uncertainty for the Stokes parameters of 0.03. Provided that the PSG is composed of non-ideal optical elements, we used our Stokesmeter to

measure the actual polarization states of the light impinging onto the liquid crystal cells to increase the precision of the experiment.

The first row of the Mueller matrix is obtained without the use of the PSA, as only reflectance measurements should be made. We normalized the measurements by using the LCoS reflectance for unpolarized input, so that $M_{00}=1$ for any addressed gray level. Concerning the matrix elements in the first row, M_{0j} is obtained as the difference between the normalized reflectance values for linearly polarized input light in the horizontal and the vertical direction. Analogously, M_{02} and M_{03} result, respectively, from the differences for linearly polarized input light at 45° and 135° , and for right and left circularly polarized light. Note that, as $M_{00}=1$, the matrix elements M_{0i} ($i = 1, 2, 3$) coincide with the diattenuation coefficients D_H , D_{45} and D_C , respectively [19]. In our measurements, we found that all of these coefficients are always less than 0.016 in absolute value, with a mean value along the entire gray level range below 0.008. In addition to the diattenuation coefficients, a generally accepted indicator for characterizing the degree of diattenuation of an optical component is the polarization dependent loss (PDL). This parameter is defined as $PDL = 10 \log (R_{max}/R_{min})$, where R_{max} and R_{min} correspond, respectively, to the maximum and minimum reflectance values, which can be calculated for any gray-level from the first row of the Mueller matrix [12]. For our LCoS display, the mean value of PDL is 0.12 dB. As in Ref [9], we conclude that the diattenuation effect is negligible.

The rest of the the Mueller matrix elements were measured with the whole arrangement in Fig. 1. To this end, we generated four different SoPs, represented by the Stokes vectors S_i ($i = 1, \dots, 4$), corresponding to horizontal, vertical and 45° linearly polarized light, and right-handed circularly polarized light, respectively. We constructed a 4×4 matrix N_1 , whose columns are the input vectors S_i . Afterwards, the Stokes parameters for each light emerging from the display $S_i'(g)$ were measured. For each value of the gray level, these vectors, arranged in columns, determine a second 4×4 matrix $N_2(g)$. The matrices N_1 and $N_2(g)$ are related through the equation $N_2(g) = M_{LCoS}(g) N_1$. Therefore, the Mueller matrices $M_{LCoS}(g)$ were obtained as $M_{LCoS}(g) = N_2(g) N_1^{-1}$. In our experiment, the gray level value was changed in steps of 8.

3.2. Depolarization effect

Once the LCoS Mueller matrices were determined, we applied the polar decomposition given by Eq. (2). Experimental $M_{LCoS}(g)$ matrices show the structure in Eq. (8) with a null polarizance vector, $P_\Delta(g)$. From the 3×3 submatrix \mathbf{m}' , the depolarization Mueller matrices $M_\Delta(g)$ were obtained through Eqs. (7) and (10). Figure 2(a) shows the experimental values for the depolarization power, $\Delta(g)$, calculated in accordance with Eq. (8). This parameter shows a maximum value of about 5% along the entire pixel dynamic range. Thus, the depolarization effect due to the LCoS can not be neglected. From a practical point of view, the coupling of polarized light into unpolarized light depends on the input SoP so that the depolarization power only provides a rough estimate. This dependence is observed in the degree of polarization (*DoP*) which is defined from the Stokes parameters S_i ($i = 0, \dots, 3$) as [19]

$$DoP = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}. \quad (12)$$

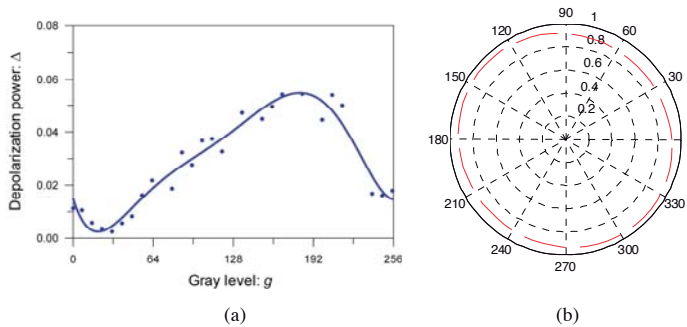


Fig. 2. (a). Depolarization power provided by the LCoS display for a wavelength of 633 nm and (b) deformation of the Poincaré sphere equator due to the LCoS display for $g=200$.

This parameter takes values between 1 (totally polarized light) and 0 (unpolarized light). Geometrically, the *DoP* is given by the distance between the origin and the point in the Stokes-parameter space associated to the SoPs. Points over the surface of the Poincaré sphere represent polarized light whereas interior points correspond to partially polarized light. It is well-known that a pure depolarizer transforms the set of SoPs over the Poincaré sphere into an ellipsoid [21]. We carried out a preliminary verification by impinging the LCoS with linearly polarized input light. We chose $g=200$. Results are shown in Fig. 2(b). Here, the shrinkage of the equatorial circle of the Poincaré sphere is clearly noticeable. The *DoP* reaches a maximum value of approximately 10% for input azimuths around 22.5° and 112.5° (recall that azimuths are doubled in the Poincaré sphere representation). Note that the azimuth of the input linearly polarized light corresponding to the maximum depolarization effect depends on the orientation of the depolarization ellipsoid, which, in general, changes with the gray-level g .

3.3. Retardance effect

Finally, the retardance matrices $\mathbf{M}_R(g)$ were obtained through Eq. (11). From the above set of data, the retardance angle $R(g)$ and the azimuth and the ellipticity angles corresponding to the fast axis orientation, $\theta(g)$ and $\varepsilon(g)$, were calculated in accordance with Eqs. (5) and (6), respectively. Note that for each gray level $\theta = (1/2) \arctan(a_2/a_1)$ and $\varepsilon = (1/2) \arcsin(a_3)$ [19]. Results are shown in Fig. 3. For $g = 0$ the fast axis is oriented along the vertical direction while for $g=255$ the azimuth θ is close to -45° and the equivalent retarder behaves approximately as a half-wave plate. These facts suggest the underlying mechanisms of the behavior of the LCoS display as an intensity modulator. It also should be noted that the magnitude of the ellipticity angle $\varepsilon(g)$ raises along the gray level range, which points out that the fast axis becomes slightly located outside the equator of the Poincaré sphere. In other words, the retardance properties of the LCoS display for high values of the gray level are best fitted by an elliptic retarder [21]. Although, in principle, a reflective LCoS cell acts as a linear retarder by the double pass of the light through the liquid crystal [7], some deviations are originated by small alterations of the SoP during the reflection inside the pixel.

4. Optimization of the LCoS phase modulation response

After the display characterization performed in Section 3, we optimize the phase response of the LCoS. To this end, the LCoS is inserted in between a PSG constituted by a linear polarizer followed by a zero-order quarter-wave plate at 633 nm and a PSA consisting of identical elements but in reversed order. Concerning the PSG, the transmission axis of the linear polarizer and the fast axis of the quarter wave plate are oriented at angles ζ_1 and ζ_1 from the

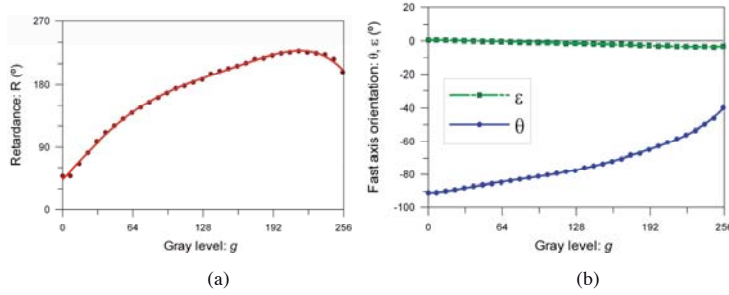


Fig. 3. (a). Retardance angle and (b) orientation of the retarder fast axis for a wavelength of 633.

horizontal direction in the laboratory framework, respectively. Analogous angles are denoted by ζ_2 and ξ_2 for the PSA. The Stokes vector \mathbf{S}' corresponding to the light emerging from the last polarizer is given by

$$\mathbf{S}'(g, \zeta_1, \xi_1, \zeta_2, \xi_2) = \mathbf{M}_P(\zeta_2) \mathbf{M}_{QWP}(\xi_2) \mathbf{M}_{LCoS}(g) \mathbf{M}_{QWP}(\xi_1) \mathbf{S}(\zeta_1), \quad (13)$$

where $\mathbf{S} = (1, \cos 2\zeta_1, \sin 2\zeta_1, 0)^T$ and \mathbf{M}_P and \mathbf{M}_{QWP} are, respectively, the conventional Mueller matrices for a linear polarizer and a quarter wave plate [19],[22].

The intensity response of the above arrangement is evaluated for any angular configuration of the PSG and the PSA by means of $S_0'(g)$. It is worth mentioning that no information about the phase of the outgoing light is obtained using the Mueller matrix formalism. However, for some applications, it is also important to evaluate the phase modulation of the totally polarized light component emerging from the LCoS display. This task can be accomplished by use of the Jones calculus as we will show next.

We begin by describing the SoP of an arbitrary totally polarized light beam through the complex variable χ as

$$\chi = \frac{\tan \theta + j \tan \varepsilon}{1 - j \tan \theta \tan \varepsilon}, \quad (14)$$

where θ and ε are, respectively, the azimuth and the ellipticity angle of the polarization ellipse, and j is the imaginary unit. This characterization was first introduced by Poincaré and later developed by Azzam and Bashara [22]. Within this framework, the Jones matrix for an elliptic retarder with a retardance angle R and a fast eigenstate described by χ_{ef} is [22]

$$\mathbf{J} = \left(1 + \chi_{ef} \chi_{ef}^*\right)^{-1} \times \begin{pmatrix} \exp(jR/2) + \chi_{ef} \chi_{ef}^* \exp(-jR/2) & 2j\chi_{ef}^* \sin(R/2) \\ 2j\chi_{ef} \sin(R/2) & \exp(-jR/2) + \chi_{ef} \chi_{ef}^* \exp(jR/2) \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Here the symbol * denotes the complex conjugate. Note that \mathbf{J} is a unitary matrix. By using the values for $\theta(g)$, $\varepsilon(g)$, and $R(g)$ in Fig. 3, we obtain the Jones matrices $\mathbf{J}_{LCoS}(g)$ as a function of the gray level. The real and imaginary parts of J_{11} and J_{12} are represented in Fig. 4. Next, the components of the electric field at the output of the PSG-LCoS-PSA system are

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \exp(-j2\beta) \mathbf{J}_P(\zeta_2) \mathbf{J}_{QWP}(\xi_2) \mathbf{J}_{LCoS} \mathbf{J}_{QWP}(\xi_1) \begin{pmatrix} \cos \zeta_1 \\ \sin \zeta_1 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Here \mathbf{J}_P and \mathbf{J}_{QWP} correspond to the conventional Jones matrices of a polarizer and a quarter wave plate, respectively (see Ref. [19] and [22]). The angle β is the birefringence parameter

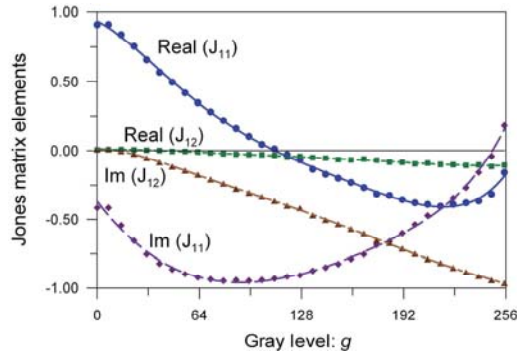


Fig. 4. Jones matrix elements corresponding to the retardance effect of the LCoS display

defined as $\beta = \pi d \Delta n / \lambda$, where d is the cell thickness, Δn is the difference between the extraordinary and the ordinary refraction index, and λ is the wavelength. For our display, $d = 5.5 \mu\text{m}$ and $\Delta n \sim 0.1$ in the off-state [3]. Note the effect originated by the double pass of the light through the medium [23]. Of course, the Jones vector in Eq. (16) corresponds to a light beam polarized in the direction of the transmission axis of the last analyzer. More conveniently, this vector can be written in the analyzer framework as

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \exp(-j2\beta) \begin{pmatrix} a + jb \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

where a and b are quantities that depend on the gray level g and on the angular configurations of the PSG and PSA. From the above equation the total phase shift φ introduced by the polarization arrangement is given by

$$\varphi(g, \zeta_1, \xi_1, \zeta_2, \xi_2) = -2\beta(g) + \arctan \left[\frac{b(g, \zeta_1, \xi_1, \zeta_2, \xi_2)}{a(g, \zeta_1, \xi_1, \zeta_2, \xi_2)} \right]. \quad (18)$$

It is important to note that the birefringence parameter $\beta(g)$ is a decreasing function of the applied voltage [23], i.e., a decreasing function of the gray-level for our display.

Now, let us recover the phase-mostly modulation question. We look for the optimal angular configurations of the PSG and PSA satisfying: 1) a minimum variation for the transmitted intensity $S_o'(g)$; and 2) a maximum variation of the phase shift $\varphi(g)$. Here, we also demand that an increasing behavior with the gray level for the term depending on the quantities a and b just to add constructively with the birefringence term $-2\beta(g)$. Note both the Stokes and the Jones calculus are employed in our determination. Taking into account the values previously determined for \mathbf{M}_{LCoS} and χ_{ef} , we perform the numerical computation of $S_o'(g, \zeta_1, \xi_1, \zeta_2, \xi_2)$ and $\varphi(g, \zeta_1, \xi_1, \zeta_2, \xi_2)$, using Eqs. (13) and (18), respectively. The full range of values for the angular variables ζ_1, ξ_1, ζ_2 , and ξ_2 was covered in steps of 1° . In this way, we found the optimal angular configuration of our system when $\zeta_1 = 94^\circ$, $\xi_1 = 163^\circ$, $\zeta_2 = 179^\circ$, and $\xi_2 = 99^\circ$. With this set of angular variables the mean value for $S_o'(g)$ is about 62% with a residual variation lower than 3%.

Finally we experimentally test the whole LCoS response. To this end, we construct the operation curve of the display, where the complex amplitude response is drawn in a polar plot as a function of the addressed gray level. The curve was constructed by experimental measurement of the transmitted intensity and the phase introduced by the LCoS. To measure the phase, we used a technique based on the fractional Talbot effect [17], [24,25]. In short, we

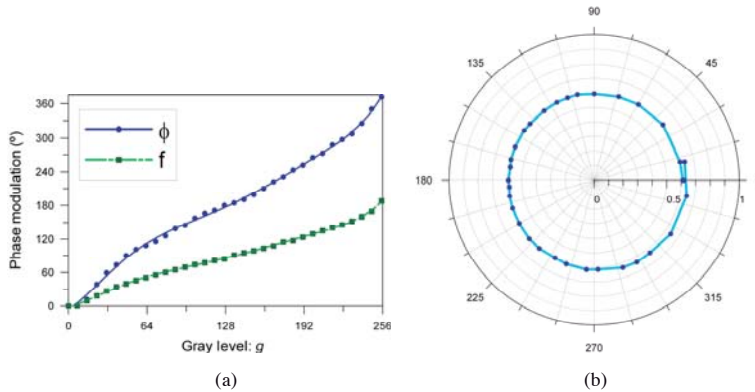


Fig. 5. Modulation provided by the LCoS display in the phase-mostly configuration. a) Phase shift versus gray level and b) operation curve.

imprint onto the LCoS display a pattern consisting of a binary diffraction grating; one gray level is fixed to $g=0$ whereas the other ranges along the entire pixel dynamic range. The relative phase shift $\Delta\varphi=\varphi(g)-\varphi(0)$ is determined by measuring the contrast of the Fresnel images at a quarter of the Talbot distance of the periodic pattern. Concerning the transmitted intensity $S_0'(g)$, it was measured with a photometer by displaying onto the LCoS a uniform image. Fig. 5(a) shows a plot of the phase-shift $\Delta\varphi$ versus the gray level g in the phase-mostly configuration. We have also represented the function $f(g)=\arctan[b(g)/a(g)]-\arctan[b(0)/a(0)]$ calculated from Eq. (16). The difference between $\Delta\varphi(g)$ and $f(g)$ gives the variation along the gray level range of the birefringence term that appears in Eq. (18). Finally, Fig. 5(b) shows the LCoS operation curve. The radius and polar angle of each point of this curve represent, respectively, the transmitted intensity and the phase shift for a given value of the addressed gray level. The experimental results are close to a pure phase modulation regime. Further, maximum phase-modulation depth greater than 360° is achieved.

5. Conclusions

We have achieved phase-mostly modulation of the wavefront by means of an LCoS display. To this end, we have inserted the display into a polarimetric arrangement consisting of a polarization state generator and a polarization state analyzer constituted by a polarizer and a zero order quarter-wave plate. Previously the LCoS was calibrated following the polar decomposition of the Mueller matrix. Although the diattenuation effect was shown to be negligible, the effect of light depolarization must be taken into account for proper operation of the cells. A depolarization effect as high as 10% was measured for certain states of polarization of the input light. Finally, the analysis of the retardance behaviour is performed within the conventional Jones formalism. Our technique allows one to optimize the angular configuration of the polarimetric arrangement to achieve a flat intensity response (a residual error lower than 6%) with a broad phase response (as high as 360°). Experimental measurements in the laboratory corroborate the optimization algorithm. This technique benefits from the high spatial resolution and excellent fill factor of commercial panels made on silicon.

Acknowledgments

This research was funded by the Conveni Fundació Caixa Castelló-Bancaixa-Universitat Jaume I, Spain, under the project P1 1B2006-29. We also acknowledge financial support from the Ministerio de Educación y Ciencia and FEDER under the project FIS2007-62217.

Optical encryption based on computational ghost imaging

Pere Clemente,^{1,3} Vicente Durán,^{2,3,*} Víctor Torres-Company,⁴ Enrique Tajahuerce,^{2,3} and Jesús Lancis^{2,3}

¹Servei Central d'Instrumentació Científica, Universitat Jaume I, E12071 Castelló, Spain

²GROC-UJI, Departament de Física, Universitat Jaume I, E12071 Castelló, Spain

³Institut de Noves Tecnologies de la Imatge (INNT), Universitat Jaume I, 12080 Castelló, Spain

⁴Department of Electrical and Computer Engineering, McGill University, H3A 2A7 Montreal, Quebec, Canada

*Corresponding author: vduran@sg.uji.es

Received January 20, 2010; revised June 21, 2010; accepted June 23, 2010;
posted June 28, 2010 (Doc. ID 122997); published July 8, 2010

Ghost imaging is an optical technique in which the information of an object is encoded in the correlation of the intensity fluctuations of light. The computational version of this fascinating phenomenon emulates, offline, the optical propagation through the reference arm, enabling 3D visualization of a complex object whose transmitted light is measured by a bucket detector. In this Letter, we show how computational ghost imaging can be used to encrypt and transmit object information to a remote party. Important features, such as key compressibility and vulnerability to eavesdropping, are experimentally analyzed. © 2010 Optical Society of America
OCIS codes: 070.0070, 100.4998, 110.1650, 200.4740.

In recent years, several optical architectures have been proposed to secure, store, and decrypt information, with a special focus on optical processing systems that use random phase-encoding schemes [1–6]. The advantages of optical encryption are its high-speed operation and possibility of hiding data in multiple dimensions (such as phase, wavelength, spatial frequency, or polarization), with the subsequent difficulty of unauthorized access to the protected information. Furthermore, optical procedures are the natural medium to deal with images or holograms and benefit from continuous advances in electro-optic devices.

In a different context, ghost imaging is an intriguing optical technique where the imaging information is obtained through photon coincidence detection [7]. In the earlier experiments, the technique exploited the quantum nature of the photon correlations emitted through the process of spontaneous parametric down-conversion [8]. Later, this imaging technique has been emulated with classical pseudothermal light [9]. Whether all or only some of the features obtained with quantum light can be also obtained with a classical light source or explained by classical concepts is a subject that is still under discussion [10,11]. In the conventional configuration, two spatially correlated beams travel different optical paths. Only one of these beams illuminates the object to be imaged, whose transmitted light is detected by a “bucket” detector (a single-pixel sensor without spatial resolution). The other beam (so-called reference) is measured by a CCD camera after propagation. By performing the correlation of the intensity measured by the CCD with the intensity measured by the single-pixel detector, either an image or the diffraction pattern of the object placed in the first arm appears, depending on the particular optical system at the reference beam. Quite recently, Shapiro proposed a modified version of the classical configuration, where the intensity detected in the reference beam is computed offline instead [12]. In the first implementation of this computational ghost imaging (CGI) version, Bromberg *et al.* introduced a set of known random phase distributions using a spatial light modulator (SLM) [13].

In this Letter, we propose a radically different approach for optical encryption based on the concepts of CGI. The idea is illustrated in Fig. 1(a). Alice wants to transmit to Bob an encrypted image. We assume that they share a secret key, consisting of a vector of N components, $\{S_i\}$. Alice encrypts the image with the aid of the optical system illustrated in Fig. 1(b), similar to that used in CGI. A spatially coherent monochromatic laser beam passes through an SLM, which introduces an

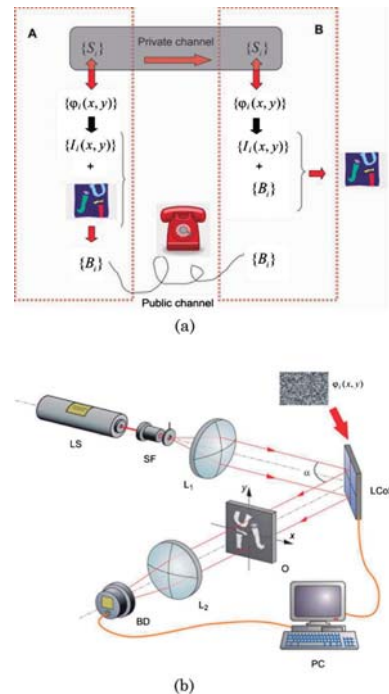


Fig. 1. (Color online) Scheme of the encryption method based on CGI: (a) block diagram showing encryption/decryption procedure and (b) experimental setup for CGI.

arbitrary phase-only mask, with phase values uniformly distributed in the range $[0 - 2\pi]$. The modified beam illuminates the object, and the transmitted light is collected by a single-pixel detector. This operation is repeated N times for N different phase profiles, $\varphi_i(x, y)$, each of them corresponding to one secret key component, S_i . Thus, the object information is encoded in a vector of N components, containing the corresponding intensity values detected by the single-pixel detector, $\{B_i\}$. Next, these values are shared with Bob using a public channel (i.e., not necessarily secure), who shall decrypt the image using a proper combination of the phase profiles, $\varphi_i(x, y)$ (obtained from the shared secret key), with the measured components $\{B_i\}$ provided by Alice. We assume that the relation between S_i and $\varphi_i(x, y)$ is univocal and secretly known by both parties.

According to the conventional CGI algorithm, the object information $O(x, y)$ can be recovered through the following linear operation [13]:

$$O(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [B_i - \langle B \rangle] I_i(x, y), \quad (1)$$

where $I_i(x, y)$ denotes the intensity distribution that would be achieved in the reference arm and $\langle B \rangle$ is the average value for the measured intensity values $\{B_i\}$. More precisely, $I_i(x, y)$ is the corresponding Fresnel pattern for the phase distribution i ,

$$I_i(x, y) = |E_{\text{in}}(x, y) \exp[j\varphi_i(x, y)] \otimes h_z(x, y)|^2. \quad (2)$$

Here, $E_{\text{in}}(x, y)$ is the complex field of the coherent light beam, $h_z(x, y)$ is the Fresnel propagation kernel at a distance z , and \otimes denotes the 2D convolution operation. The key point to note in the use of CGI for optical decryption is that the intensity patterns $I_i(x, y)$ can be easily computed by Bob according to Eq. (2), provided that the set of phase profiles is known.

Our particular arrangement is illustrated in Fig. 1(b). Light from an He–Ne laser (LS) emitting at $0.6328 \mu\text{m}$ passes through a spatial filter (SF) and is collimated by a lens L_1 . This beam illuminates a reflective 2D liquid-crystal-on-silicon SLM [LCoS-SLM] Holoeys, LC-R 2500] with an extended graphic array resolution and a pixel pitch of $19 \mu\text{m}$. As the SLM is of the twisted nematic type, it is sandwiched between properly oriented polarization elements [not shown in Fig. 1(b)] to ensure a phase-only modulation response [14]. To avoid the use of a beam splitter, light impinges onto the SLM in a quasi-normal incidence ($\alpha = 4^\circ$). A $5.12 \text{ mm} \times 5.12 \text{ mm}$ transmission object (O) is placed at a distance $L = 455 \text{ mm}$ from the LCoS panel. The transmitted light is collected by a lens L_2 onto a bucket detector (BD). The image is encrypted by sending $N = 24,000$ phase masks to the SLM with the aid of a computer (PC). Random phase profiles $\varphi_i(x, y)$ consist of 256×256 pixel images, where each phase is realized by 4×4 pixels. The transverse resolution of ghost images is determined by the speckle size at the object plane, which is given by $\delta x(z) = \lambda z / \pi w_0$, where w_0 is the laser beam waist defined at the SLM plane (4.8 mm in our case), leading to $\delta x(L) = 19 \mu\text{m}$. In ghost imaging, the signal-to-noise ratio

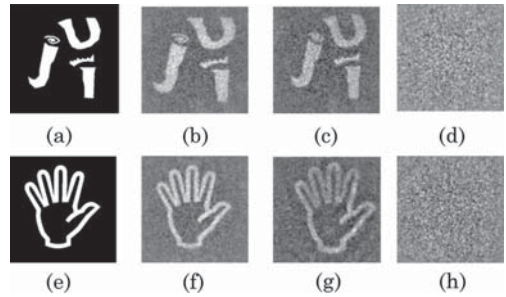


Fig. 2. Decoded images for two samples objects (see details in text).

(SNR) is given by $\text{SNR} \propto \sqrt{N/N_S}$, where N is the number of speckle patterns and N_S is the ratio between the object area and the transversal coherence area [13]. In this way, there is a trade-off between the SNR and resolution for a given number of speckle patterns. With the aid of the SLM, we set the maximum transversal coherence to obtain an undistorted ghost image of the object, so that the SNR is optimized for the fixed number of phase masks. The encryption/decryption key is a set of N parameters $\{S_i\}$ associated to a conventional random function, which exactly leads to the complete sequence $\{\varphi_i(x, y)\}$.

The first object used here—the university logotype—is shown in Fig. 2(a). In the encryption step, the intensities $\{B_i\}$ detected by the BD are stored in an N -component vector. The original image is then reconstructed through Eq. (1). As shall be discussed later, only a fraction of the above 24,000 realizations (~ 7500) is actually used for object recovery. The reconstructed image when the whole encryption/decryption process is simulated by computer is shown in Fig. 2(b). To evaluate reconstruction fidelity, we use the mean-square error (MSE) in addition to the SNR. Both parameters are calculated as in [15]. For the image of Fig. 2(b), $\text{SNR} = 6$. Figure 2(c) shows the experimental result for CGI. In this case, $\text{SNR} = 4$ and $\text{MSE} = 0.14$, which are similar to previously reported values [13]. Figure 2(d) illustrates the effect of employing a wrong key, i.e., a key generated with an arbitrary set $\{S'_i\}$. The reconstructed image is just a speckle pattern containing no information about the original object.

Our approach also enables us to decrypt the information all optically. Figure 2(e) shows a second sample object. The simulated decrypted image is presented in Fig. 2(f) for about 7500 realizations ($\text{SNR} = 3.5$). Figure 2(g) shows the image reconstruction performed in a purely optical way ($\text{SNR} = 3.3$, $\text{MSE} = 0.15$). In this case, the intensity patterns $I_i(x, y)$ are measured by locating a CCD in the object plane (instead of computing them). Finally, the corresponding image obtained with a wrong key $\{S'_i\}$ is shown for completeness in Fig. 2(h).

Another interesting characteristic of our encryption system is that not all the measured $\{B_i\}$ values need to be transmitted. It is apparent from Eq. (1) that the image reconstruction is obtained by the superposition of the calculated (or measured) intensities $I_i(x, y)$ weighted with the appropriate coefficients $\rho_i = B_i - \langle B \rangle$. Obviously, larger ρ_i values contribute more to the total

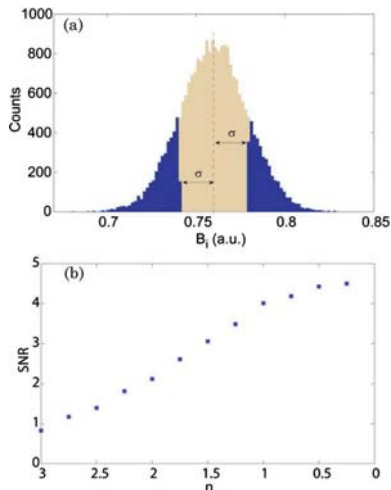


Fig. 3. (Color online) (a) Histogram of intensities measured by the BD and (b) SNR as a function of decreasing values of the parameter n , which delimits the number of intensities B_i chosen for reconstruction.

sum. Figure 3(a) shows the histogram of the intensities B_i corresponding to the object of Fig. 2(a) for $N = 24,000$. The length of the vector $\{B_i\}$ can be noticeably reduced by taking those measurements for which $|\rho_i| > n\sigma$, where n is a positive number and σ is the standard deviation of the distribution. Figure 3(b) shows the SNR of images reconstructed with intensities holding the above inequality for decreasing values of n . As expected, the SNR is maximum for $N = 24,000$, and the curve slope slowly varies for $n < 1$. Therefore, a good-quality reconstruction (SNR = 4) is achieved if measurements inside the interval $\langle B \rangle \pm \sigma$ are removed, leading to $N = 7543$ realizations, which minimizes the time required for image recovery. Note that this analysis is performed for a particular object. Objects with higher frequency content or gray-scale variations may need further realizations to obtain similar SNR values.

To test the vulnerability of the proposed encryption scheme, let us assume that a potential eavesdropper, who knows our reconstruction mechanism, has un-

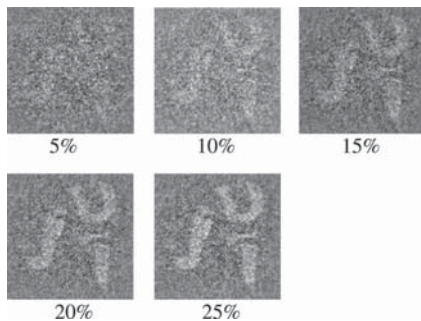


Fig. 4. Reconstructed images for partially recovered keys.

authorized access to a fraction f of the key parameters and uses the corresponding phase patterns to reconstruct the image. Figure 4 shows a sequence of object images reconstructed from such a partially recovered key. The encrypted information begins to be retrieved when f is as high as 10%, which means that the eavesdropper should capture at least a sequence of ~ 750 random numbers. To keep security from more sophisticated eavesdropping attacks, Alice and Bob might like to alter synchronously and randomly the order of the elements of the key for different objects.

In contrast to previous techniques, the encrypted version of the object image is not a complex-valued matrix but simply an intensity vector, which noticeably reduces the number of bits sent by Alice to Bob. For the example in Fig. 2(a), the number of communicated bits is 8 N (~ 60 kbit preserving acceptable values of SNR and MSE). In a typical technique based on random phase encoding, Alice should send a complex encoded image to Bob, who recovers the original object with a resolution equal to that of the encrypted image. If we suppose that this resolution is identical to the speckle size used in CGI, the amount of information increases to ~ 1 Mbit (considering 16 bit per matrix element), albeit with a higher SNR. In this direction, it is worth mentioning that our approach might benefit from recent advances of compressive sampling techniques applied to CGI to improve reconstruction quality using the same, or even a fewer, number of realizations [15].

This research was funded by the Spanish Ministry of Education and Science (MICINN) under project FIS2007-62217. Víctor Torres-Company acknowledges MICINN for a postdoctoral fellowship.

References

1. P. Refregier and B. Javidi, *Opt. Lett.* **20**, 767 (1995).
2. O. Matoba and B. Javidi, *Opt. Lett.* **24**, 762 (1999).
3. P. C. Mogensen and J. Glückstad, *Opt. Lett.* **25**, 566 (2000).
4. E. Tajahuerce and B. Javidi, *Appl. Opt.* **39**, 6595 (2000).
5. E. Tajahuerce, J. Lancis, B. Javidi, and P. Andrés, *Opt. Lett.* **26**, 678 (2001).
6. M. Tebaldi, W. D. Furlan, R. Torroba, and N. Bolognini, *Opt. Lett.* **34**, 316 (2009).
7. A. Gatti, E. Brambilla, and L. A. Lugiato, *Progr. Opt.* **51**, 251 (2008).
8. T. B. Pittmann, Y. H. Shih, D. V. Strekalov, and S. V. Sergienko, *Phys. Rev. A* **52**, R3429 (1995).
9. R. S. Bennink, S. J. Bentley, and R. W. Boyd, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 113601 (2002).
10. G. Scarcelli, V. Berardi, and Y. H. Shih, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 063602 (2006).
11. B. Jack, J. Leach, J. Romero, S. Franke-Arnold, M. Ritsch-Marte, S. M. Barnett, and M. J. Padgett, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 083602 (2009).
12. J. H. Shapiro, *Phys. Rev. A* **78**, 061802 (2008).
13. Y. Bromberg, O. Katz, and Y. Silberberg, *Phys. Rev. A* **79**, 053840 (2009).
14. P. Clemente, V. Duran, Ll. Martínez-León, V. Climent, E. Tajahuerce, and J. Lancis, *Opt. Express* **16**, 1965 (2008).
15. O. Katz, Y. Bromberg, and Y. Silberberg, *Appl. Phys. Lett.* **95**, 131110 (2009).

Single-pixel polarimetric imaging

Vicente Durán,^{1,2,*} Pere Clemente,^{1,3} Mercedes Fernández-Alonso,^{1,2} Enrique Tajahuerce,^{1,2} and Jesús Lancis^{1,2}

¹Institut de Noves Tecnologies de la Imatge (INIT), Universitat Jaume I, E12080 Castelló, Spain

²GROC•UJI, Departament de Física, Universitat Jaume I, E12071 Castelló, Spain

³Servei Central d'Instrumentació Científica, Universitat Jaume I, E12080 Castelló, Spain

*Corresponding author: vduran@sg.uji.es

Received November 18, 2011; revised January 16, 2012; accepted January 16, 2012;
posted January 17, 2012 (Doc. ID 158463); published February 22, 2012

We present an optical system that performs Stokes polarimetric imaging with a single-pixel detector. This fact is possible by applying the theory of compressive sampling to the data acquired by a commercial polarimeter without spatial resolution. The measurement process is governed by a spatial light modulator, which sequentially generates a set of preprogrammed light intensity patterns. Experimental results are presented and discussed for an object that provides an inhomogeneous polarization distribution. © 2012 Optical Society of America
OCIS codes: 120.5410, 110.5405, 230.6120.

The aim of polarimetric imaging (PI) is to measure spatially resolved polarization properties of a light field, an object, or an optical system [1]. The measured quantities are usually the Stokes parameters of light or the Mueller matrix that characterizes a sample or a system. The use of PI has spread into a great variety of optical applications, including scene analysis and target detection [2], polarization-sensitive microscopy [3], and segmentation of rough surfaces [4]. In the field of biomedical imaging, polarimetric techniques have been used for enhanced visualization of biological samples at different depths [5] as well as *in vivo* detection and diagnosis of cancerous tumors in tissues [6,7]. PI can be also combined with optical coherence tomography [8], ophthalmic adaptive optics [9], and hyperspectral imaging [10,11].

In a different research avenue, compressive sampling (CS) has emerged as a novel sensing paradigm to perform image measurement in a compressed digital form [12]. More precisely, CS states that an N -pixel image of an object can be reconstructed from $M < N$ linear measurements with a high degree of fidelity. This is possible by exploiting the “sparsity” of natural images, that is, the fact that they can be expressed in a conventional function basis and only a few terms are nonzero. If a random subset of the expansion coefficients is experimentally determined (e.g., by an iterative acquisition process), CS theory ensures that the object can be recovered by solving a convex optimization program. One of the most outstanding applications of CS is the design of a single-pixel camera [13], which has promising applications at spectral regions where image sensors are impractical or inexistent [14].

In this Letter, we extend the concept of single-pixel imaging by CS to the design of a passive PI camera. As a proof of concept, we present a PI technique to measure spatially resolved Stokes parameters using a widespread commercial polarimeter, as those designed for free-space and fiber-based measurements, which provides the state of polarization (SOP) of an optical beam as a whole, that is, without spatial resolution. The high dynamic range (up to 70 dB), broad wavelength range, and accuracy on the Poincaré sphere of such commercial

single-pixel polarimeters are readily transferred to PI. This fact opens a wide spectrum of application possibilities and eliminates the demand of sophisticated methods to optimize the design of current expensive polarimetric cameras based on pixelated sensors [7,15]. The CS algorithm is at the heart of our optical design, where the time-multiplexed acquisition process is brought off by a programmable spatial light modulator (SLM).

The operation principle of a commercial Stokes polarimeter (SP) is the measurement of the irradiance of a light field whose SOP is modulated by a polarization state analyzer (PSA). In our SP, sketched in Fig. 1, the PSA is formed by two voltage-controlled liquid-crystal variable retarders (LCVR₁ and LCVR₂) and a polarizing beam splitter (PBS). Two photodiodes (PD₁ and PD₂) are respectively located at the output ports of the PBS. Despite of slight (and measurable) losses, the sum of the signals of PD₁ and PD₂ gives the total irradiance I_0 impinging onto the SP. The SOP of the input light, given by the Stokes vector $(I_0, S_1, S_2, S_3)^T$, can be obtained with the aid of the Stokes–Mueller formalism. When the retardances of LCVR₁ and LCVR₂ are δ_1 and δ_2 , respectively, the irradiance I_{PD} measured by one photodiode is given by

$$I_{PD}(\delta_1, \delta_2) = m_{00}(\delta_1, \delta_2)I_0 + \sum_{i=1}^3 m_{0i}(\delta_1, \delta_2)S_i, \quad (1)$$

where m_{0k} ($k = 0, \dots, 3$) are the voltage-dependent elements of the first row of the PSA Mueller matrix. These elements are determined through a proper calibration

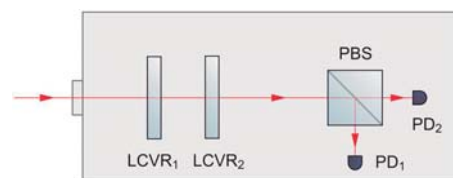


Fig. 1. (Color online) Scheme of the SP used as detector.

process, out of the scope of the present Letter, and usually performed by the manufacturer. The SOP of the incoming light is derived by reconfiguring the PSA and measuring (at least) three values of I_{PD} , together with the irradiance I_0 . In practice, the LCVRs perform a retardance sweep, and the input SOP is obtained through a least-square fitting routine to minimize measurement errors [16]. As the retardance of the LCVRs strongly depends on the light frequency, the device must be recalibrated if the input wavelength is changed. The quantities displayed by the SP are usually the normalized version of the Stokes parameters, $\sigma_i = S_i/I_0$ ($i = 1, \dots, 3$).

The foundations of single-pixel imaging by CS can be summarized as follows. Consider an unknown object whose image (with a preestablished resolution of N pixels) is rearranged in an $N \times 1$ column x . Suppose that this image is sparse (compressible) when expressed in terms of a conventional basis of functions, $\Psi = \{\psi_l\}$ ($l = 1, \dots, N$). Mathematically, $x = \Psi s$, where Ψ is a $N \times N$ matrix that has the vectors $\{\psi_l\}$ as columns and s is the $N \times 1$ vector composed of the expansion coefficients. Only a small collection of these coefficients is nonzero. In order to determine x , a detector without spatial resolution measures the projections of the object image on a basis of M intensity patterns ϕ_m ($m = 1, \dots, M$) of N -pixel resolution. This measurement process can be written as

$$y = \Phi x = \Phi(\Psi s) = \Theta s, \quad (2)$$

where y is the $M \times 1$ column formed by the measured projections and Φ is the $M \times N$ sensing matrix. Each row of Φ is an intensity pattern ϕ_m , and the product of Φ and Ψ gives the $M \times N$ matrix Θ acting on s . CS theory asserts that x can be retrieved with high probability from a random subset of coefficients ($M < N$) in the Ψ domain. As the above equation represents an underdetermined matrix relation, a reconstruction algorithm is required. This step is performed by minimizing the l_1 -norm of s subjected to the restriction given by Eq. (2). If the measurements $\{y_m\}$ are affected by noise, the restriction of the CS algorithm is relaxed and the problem is reformulated with inequality constraints [12,13].

A single-pixel CS camera basically consists of an SLM, which generates the intensity patterns $\{\phi_m\}$, and a light detector (without spatial resolution), which captures the irradiances $\{y_m\}$. A suitable SLM for CS imaging, usually found in video projection systems, is a display formed by voltage-controlled liquid-crystal (LC) cells [17]. Another option is a digital micromirror device (DMD), composed of an array of micromirrors that can rotate between two positions so only selected portions of the incoming light beam are reflected in a given direction [13]. An example of a detector for a single-pixel camera is a photodiode, which measures the total irradiance of the light coming from an object for each pattern generated by the SLM.

The above optical architecture can be adapted to perform PI by simply using an SP as detector. The linearity of Eq. (1) implies that each Stokes parameter S_i^{SP} provided by the SP is an integrated quantity, that is, the sum of the values taken by S_i at each point of the input light beam. Therefore, the measurement process expressed by Eq. (2) can be separately applied to each Stokes param-

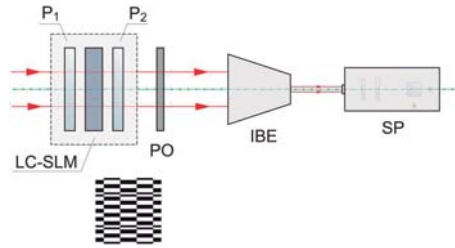


Fig. 2. (Color online) Setup for single-pixel imaging polarimetry. An example of a binary intensity pattern displayed by the SLM is also shown.

eter, whose spatial distribution (now described by an N -pixel matrix) is recovered using $M < N$ polarimetric measurements. In this way, the problem of measuring a spatial-dependent Stokes vector is equivalent to resolve three times the CS algorithm of single-pixel imaging. A general scheme of the proposed PI system is depicted in Fig. 2. A collimated (unpolarized) laser beam passes through an LC SLM, which generates a preprogrammed set of intensity patterns. Next, the light impinges onto a polarization object (PO), placed just after the modulator to produce a space-variant Stokes vector. As an LC SLM is a polarization-dependent device, it must be sandwiched between properly oriented linear polarizers (P_1 and P_2). Therefore, the object is illuminated with linearly polarized light. After emerging from the object, the light is guided to the SP by means of an afocal element [like an inverted beam expander (IBE)]. Such an element fits the beam width to the typically small entrance window of the SP. This coupling optics is essential to ensure that all the light emerging from the object is collected by the SP and to preserve the normal incidence, which contributes to the optimal performance of the polarimeter.

The light source used in our experiment was a He-Ne laser emitting at $0.6328 \mu\text{m}$. The LC SLM was a transmissive twisted nematic LCD (TNLCD) with SVGA resolution (800×600 pixels) and a pixel pitch of $32 \mu\text{m}$. To reach an intensity modulation regime, the LC SLM was sandwiched between two linear polarizers, respectively oriented parallel and normal to the input molecular director of the TNLCD, which was previously determined by a polarimetric technique [18]. Pixels were individually addressed by sending gray-level images to the TNLCD. Each gray level corresponded to a transmitted intensity level, ranging from total extinction (dark state) to maximum transmission (bright state). We chose the Walsh-Hadamard functions as the reconstruction basis Ψ . This election was particularly useful because the intensity patterns $\{\phi_m\}$ generated by the TNLCD were binary objects (see Fig. 2). The corresponding images addressed to the LC SLM had a resolution of 64×64 cells. The area of each cell was $64 \mu\text{m} \times 64 \mu\text{m}$. The TNLCD sequentially projected over the object a set of 1225 preprogrammed binary patterns ($\sim 30\%$ of the Nyquist criterion). The SP was synchronized with the modulator by means of custom software written with LabVIEW. For each realization, we measured the values of the Stokes parameters $\{S_i^{\text{SP}}\}$ ($i = 1, \dots, 3$) as well as the signals of PD_1 and PD_2 . The PI system worked at the maximum measurement

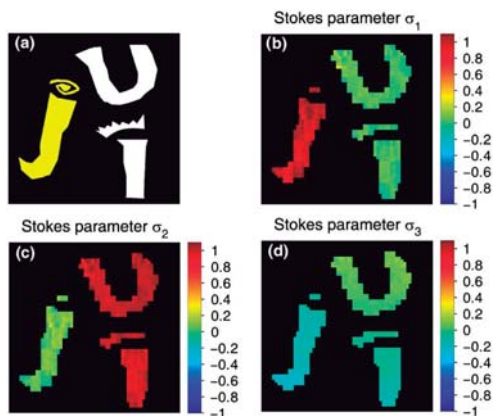


Fig. 3. (Color online) (a) High-resolution image (1024×1024 pixels) of the object used in the experiment, which consists of an amplitude mask with a cellophane film covering the zone colored in yellow. Pseudocolor images (of 64×64 pixels) for the Stokes parameters (b) σ_1 , (c) σ_2 , and (d) σ_3 .

rate of the SP (10 Stokes vectors per second). This was the speed limiting factor, since the refreshing frequency of the display was 60 Hz.

The selected object, shown in Fig. 3(a), was a cellophane film, acting as linear retarder, attached to an amplitude mask—our university logotype, UJI. Linearly polarized light emerging from the polarizer P_2 illuminated the object. By covering only the J capital letter with the cellophane, an inhomogeneous polarization distribution was generated since the polarization of the light coming from this letter was approximately rotated by the cellophane film. The parameters of the polarization ellipse (the azimuth α and the ellipticity e) of the light passing through the J were measured by the SP (blocking the light emerging from the other part of the object). For this measurement, the TNLCD was configured in its bright state. The results were $\alpha_J = 8.62^\circ$ and $e_J = -0.07$. Repeating the process for the U and I letters, the measured parameters were $\alpha_{U,I} = 42.22^\circ$ and $\alpha_{U,I} = 0.003$.

The programming code used in the CS reconstruction was the so-called *l1eq-pd*, which solves the standard basis pursuit problem using a primal-dual algorithm [19]. Pseudocolor plots for the normalized Stokes parameters are shown in Figs. 3(b)–3(d), respectively. These images reveal an apparent uniformity within the different parts of the object. The spatial distributions for α and e were calculated from the Stokes parameters through conventional expressions (see, for example, [20]). The mean values of the ellipse parameters for each part of the object were $\langle \alpha_J \rangle = 2.46^\circ \pm 1.4^\circ$, $\langle e_J \rangle = -0.08 \pm 0.02$ and $\langle \alpha_{U,I} \rangle = 43.61^\circ \pm 1.1^\circ$, $\langle e_{U,I} \rangle = -0.01 \pm 0.04$. The assigned uncertainties were the standard deviations of each distribution. The above results were in good agreement with the values previously measured by the SP. The major discrepancy was found for α_J ($\sim 6^\circ$), which only

represents $\sim 3\%$ of the total range of values (from -90° to 90°) that can be taken by the azimuth.

In conclusion, we have demonstrated the possibility of performing spatially resolved Stokes polarimetry via CS. As a proof of concept, we have proposed a system that allows us to convert a commercial nonpixelated SP into a polarimetric imager. Although we have focused on an SP based on LC technology, our conclusions are valid for other types of polarimeters, provided that the selected device is itself spatially homogeneous and the relationship between the measured signals and the Stokes parameters is linear, as in Eq. (1). Concerning the data acquisition process, a TNLCD has been used to project over an object the intensity patterns required by CS. Another arrangement can be assayed by using an SLM insensitive to polarization, like a DMD, since in that case the object can be placed before the SLM. The combination of DMDs with fast SPs may lead to the design of a PI system working at very high frequencies (~ 1 KHz), which opens the door to near-real-time applications.

This work was supported by the Spanish Ministerio de Ciencia e Innovación (MICINN) grants and FIS2010-15746.

References

1. J. E. Solomon, *Appl. Opt.* **20**, 1537 (1981).
2. J. S. Tyo, D. L. Goldstein, D. B. Chenault, and J. A. Shaw, *Appl. Opt.* **45**, 5453 (2006).
3. R. Oldenbourg, *Nature* **381**, 811 (1996).
4. P. Terrier, V. Devlaminck, and J. M. Charbois, *J. Opt. Soc. Am. A* **25**, 423 (2008).
5. S. G. Demos and R. R. Alfano, *Appl. Opt.* **36**, 150 (1997).
6. J. S. Baba, J. R. Chung, A. H. DeLaughter, B. D. Cameron, and G. L. Cote, *J. Biomed. Opt.* **7**, 341 (2002).
7. B. Laude-Boulestex, A. De Martino, B. Drévilion, and L. Schwartz, *Appl. Opt.* **43**, 2824 (2004).
8. J. F. de Boer and T. E. Milner, *J. Biomed. Opt.* **7**, 359 (2002).
9. H. Song, Y. Zhao, X. Qi, Y. Toco Chui, and S. A. Burns, *Opt. Lett.* **33**, 137 (2008).
10. D. A. Glenar, J. J. Hillman, B. Saif, and J. Bergstralh, *Appl. Opt.* **33**, 7412 (1994).
11. K. Oka and T. Kato, *Opt. Lett.* **24**, 1475 (1999).
12. E. J. Candès and M. B. Wakin, *IEEE Signal Process. Mag.* **25**, 21 (2008).
13. M. F. Duarte, M. A. Davenport, D. Takhar, J. N. Laska, T. Sun, K. F. Kelly, and R. G. Baraniuk, *IEEE Signal Process. Mag.* **25**(2), 83 (2008).
14. W. L. Chan, K. Charan, D. Takhar, K. F. Kelly, R. G. Baraniuk, and D. M. Mittleman, *Appl. Phys. Lett.* **93**, 121105 (2008).
15. D. S. Sabatke, M. R. Descour, E. L. Dereniak, W. C. Sweatt, S. A. Kenme, and G. S. Phipps, *Opt. Lett.* **25**, 802 (2000).
16. S. R. Davis, R. J. Uberna, and R. A. Herke, "Retardance sweep polarimeter and method," U.S. patent 6,744,509 (June 1, 2004).
17. F. Magalhaes, F. M. Araujo, M. V. Correia, M. Abolbashari, and F. Farahi, *Appl. Opt.* **50**, 405 (2011).
18. V. Durán, J. Lancis, E. Tajahuerce, and Z. Jaroszewicz, *J. Appl. Phys.* **97**, 043101 (2005).
19. <http://www.l1-magic.org>.
20. C. Brosseau, *Fundamentals of Polarized Light*, 1st ed. (Wiley, 1998).

Single-pixel digital ghost holography

Pere Clemente,¹ Vicente Durán,^{1,2} Enrique Tajahuerte,^{1,2} Victor Torres-Company,^{3,*} and Jesus Lancis^{1,2}

¹*Institut de Noves Tecnologies de la Imatge, Universitat Jaume I, E-12080 Castelló, Spain*

²*Grup de Recerca d'Òptica, Departament de Física, Universitat Jaume I, E-12071 Castelló, Spain*

³*Department of Microtechnology and Nanoscience, Chalmers University of Technology, SE-41296, Gothenburg, Sweden*

(Received 10 March 2012; published 25 October 2012)

Since its discovery, the “ghost” diffraction phenomenon has emerged as an unconventional technique for optical imaging with very promising advantages. However, extracting the intensity and phase information of a structured and realistic object remains a challenge. Here we show that a ghost hologram can be recorded with a single-pixel configuration by adapting concepts from standard digital holography. The presented homodyne scheme enables phase imaging with nanometric depth resolution and three-dimensional focusing ability and shows a high signal-to-noise ratio.

DOI: 10.1103/PhysRevA.86.041803

PACS number(s): 42.40.Kw, 42.25.Hz, 42.50.Ar

I. INTRODUCTION

In 1948 Gabor introduced the technique of holography to push the resolution of electron microscopy near its theoretical limit [1]. The invention of the laser boosted the field and the first practical three-dimensional (3D) holograms were achieved [2]. Recording interference patterns with a charge-coupled device (CCD) led to the development of digital holography, where the intensity and phase of the electromagnetic field are measured, stored, transmitted, and manipulated with the aid of a computer [3]. Digital holography is currently a ubiquitous diagnostic and metrological tool [4,5]. Taking biological applications as an example, digital holographic microscopy offers the capability of measuring phase variations in the nanometer range, allowing a marker-free quantitative analysis in the cellular and subcellular ranges [6]. Nowadays, digital holographic microscopes are so compact and versatile that they can be integrated in a cellular phone to offer a cost-effective tool for telemedicine applications [7].

In a parallel research avenue, the so-called ghost imaging technique continues attracting attention since its demonstration in the mid 1990s [8–11]. It permits one to use single-pixel detectors [12], offers enhanced robustness to weakly absorbing samples [13], features the cancellation of optical aberrations [14], and can be used for image encryption [15]. In its most standard configuration, two light beams from a common light source propagate through different optical systems. The light illuminating the object is collected with a detector without spatial resolution (so-called bucket). The term ghost comes from the counterintuitive fact that the image appears by correlating the intensity distributions obtained at the path where the object was not located with the outcomes from the bucket detector. The early experiments used spontaneous parametric down-conversion as the light source, which may show entanglement. Later it was proved that many features obtained in a ghost imaging experiment could also be reproduced with a pseudothermal classical light source [16]. After two decades of intense debate, we now understand that it can be implemented with either quantum or classical sources, albeit with slightly distinct features [16–21]. Leaving aside

the quantum vs classical debate, the ghost appellation actually offers enormous possibilities for optical imaging hitherto not fully exploited. In a recently proposed configuration, a laser is used as the light source and the spatial incoherence is introduced by a set of random phase patterns preprogrammed on a spatial light modulator (SLM) [20]. In this way, only the beam path corresponding to the single-pixel detector needs to be in the setup, as the propagation through the other arm is calculated offline. This hybrid digital-optical scheme enables three-dimensional sectioning while simply using a point detector [12]. The computation comes at the expense of storing and processing thousands of speckle patterns to achieve an image with a suitable signal-to-noise ratio (SNR), a problem that can be partly alleviated by using compressive sensing algorithms [22].

Advanced imaging applications require amplitude and phase information of structured objects, which represents a significant challenge for any ghost imaging setup. A few attempts can be found in the literature. Using 2D phase-retrieval algorithms, the object's complex information can be extracted from the near- and far-field patterns [23,24], but only after rearranging the optical setup for each configuration. Another approach corresponds to that in Ref. [25], in which the complex information is extracted from the measurement of the first-order spatial cross-correlation function using a modified Young interferometer. Both configurations are rather cumbersome and still need a 2D sensor. Finally, quantum entanglement was also proposed for extracting holographic information about a remote 3D object in a confined space, although the experimental verification was not implemented [26]. Here we show a homodyne configuration that allows for recording the ghost Fourier digital hologram of an object in a hybrid digital-optical scheme while using a single-pixel detector. This scheme provides an inherently higher SNR than other intensity-based configurations. Furthermore, our solution allows for 3D sectioning and full-frame phase imaging with nanometer resolution of highly structured samples.

II. THEORY

Our configuration bears intriguing similarities to the conventional phase-shifting digital holography (PSDH) technique [27]. A comparison between both schemes is shown in Fig. 1.

*torresv@chalmers.se

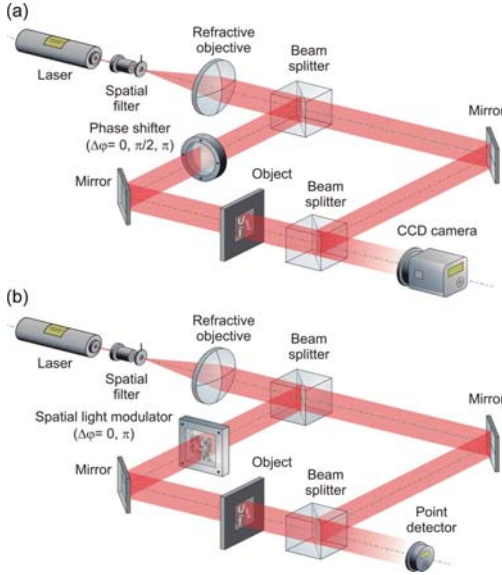


FIG. 1. (Color online) Schematic comparison of (a) phase-shifting digital holography and (b) the proposed digital ghost holography.

Each setup consists of a Mach-Zehnder interferometer, which includes a phase shifter in one of the arms to introduce stepwise phase differences $\Delta\phi$. In PSDH, at least three phase-shifted interferograms are recorded with a CCD [27], as shown in Fig. 1(a). From these intensity patterns, the complex amplitude of the object is reconstructed offline with a proper algorithm. In our digital ghost holography (DGH) setup, spatially coherent light from a monochromatic laser is split into two arms. In the object arm, we insert the sample whose complex information is to be retrieved and an SLM to shape the phase distribution of the impinging beam. The object wave is recombined with the reference beam and the central point of the interference pattern is measured with a pinhole detector. It is important to recognize that now the irradiance distribution at the output plane is sampled at a single point, which is the major difference from conventional PSDH. The role of the SLM has a twofold aim. First, as in computational ghost imaging, it imprints a set of pre-established random-phase distributions to generate speckle patterns at the object plane. Second, on each distribution it introduces sequentially a set of constant phase shifts, which are mandatory for complex field reconstruction.

The optical field $O_{i,\varphi}(\vec{r}_1)$ at the detection plane, with transversal coordinate \vec{r}_1 in Fig. 1(b), can be calculated from elementary paraxial diffraction theory,

$$O_{i,\varphi}(\vec{r}_1) = |(\exp[j\Phi_i(\vec{r}_1) + \varphi] \otimes h_{z-\vec{z}}(\vec{r}_1))t(\vec{r}_1) \otimes h_z(\vec{r}_1) + u(\vec{r}_1)|^2, \quad (1)$$

where $\Phi_i(\vec{r})$ is the i th random-phase distribution codified onto the SLM; $h_z(\vec{r})$ is the Fresnel kernel propagator, given by $h_z(\vec{r}) \propto \exp(jk\vec{r}^2/2z)$ (with k the wave number); $t[\vec{r}] = (x, y)$

is the object's complex amplitude; and $u(\vec{r})$ is the unshaped laser field distribution (in our experiment considered to be a plane wave). The symbol \otimes stands for convolution operation and z and z' are the distances to the detector from the object and from the SLM, respectively. Equation (1) accounts for the paraxial propagation from the SLM to the object plane, transmission through the mask, and further propagation until the detector, where it interferes with the reference wave. A constant phase shift φ , equal to both 0 and π , is added to the phase programmed onto the SLM in a sequential way. For each value of the phase shift, the signal at the output plane is sampled by a single-pixel detector, which is arbitrarily chosen to be at the origin. In mathematical terms, we measure the signal $B_{i,\varphi} = O_{i,\varphi}(\vec{r}_1 = \vec{0})$. The above operation is repeated for N realizations and the weight coefficient $\Delta B_i = (B_{i,0} - B_{i,\pi})$ is measured at each one of them.

Additionally, we compute offline the 2D interference pattern at the output plane with transversal coordinate \vec{r}_2 when the object is removed. The intensity is given by

$$I_{i,\varphi}(\vec{r}_2) = |\exp[j(\Phi_i(\vec{r}_2) + \varphi)] \otimes h_z(\vec{r}_2) + u(\vec{r}_2)|^2. \quad (2)$$

In Eq. (2) we have used the following property of the Fresnel kernel: $h_{z-\vec{z}}(\vec{r}) \otimes h_z(\vec{r}) = h_z(\vec{r})$. For the computational part of the experiment, three different values for the phase shift must be considered $\varphi = (0, \pi/2, \pi)$ and the signal

$$\Delta I_i(\vec{r}_2) = [I_{i,0}(\vec{r}_2) - I_{i,\pi}(\vec{r}_2)] - j[2I_{i,\pi/2}(\vec{r}_2) - I_{i,0}(\vec{r}_2) - I_{i,\pi}(\vec{r}_2)] \quad (3)$$

is retained. Note that this quantity can be calculated as long as the random phase $\Phi_i(\vec{r})$ is known, which is a major difference with regard to noncomputational approaches to ghost imaging.

Finally, the object's information is reconstructed from the correlation between a set of measured intensities $\{\Delta B\}$ and a set of computed intensity patterns $\{\Delta I\}$,

$$G(\vec{r}_1 = 0, \vec{r}_2) = \langle \Delta B \Delta I(\vec{r}_2) \rangle, \quad (4)$$

where the angular brackets denote ensemble average. In practical terms, Eq. (4) is calculated as $G(\vec{r}_1 = 0, \vec{r}_2) = 1/N \sum_{i=1}^N \Delta B_i \Delta I_i(\vec{r}_2)$. The symbol Δ points out that the quantities to be correlated are intensity differences calculated with the aid of Eqs. (1) and (3). After a cumbersome but straightforward calculation we get

$$T(\vec{u}) \propto \exp\left(j\frac{k}{2z}|\vec{r}_2|^2\right) G(\vec{r}_1 = 0, \vec{r}_2). \quad (5)$$

Here $T(\vec{u})$ denotes the Fourier transform of the complex object $t(\vec{r})$, with the spatial frequency $\vec{u} = \vec{r}/\lambda z$, where λ is the wavelength of the laser. Equation (5) indicates that, through our ghost holography approach, it is possible to retrieve the amplitude and phase information of a complex sample.

III. EXPERIMENT

The experimental setup was based on the scheme shown in Fig. 1(b). We used a He-Ne laser emitting at $0.6328 \mu\text{m}$ as the spatially coherent light source. The SLM was a reflective 2D liquid crystal on silicon (LCOS) display (Holoeye LC-R 2500) with extended graphics array resolution and a pixel pitch δx_0 of $19 \mu\text{m}$. The random phase patterns $\Phi_i(\vec{r})$ were generated

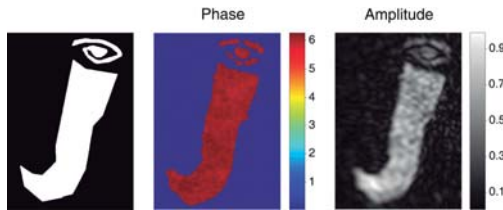


FIG. 2. (Color online) Amplitude and phase information recovered from the Fourier ghost hologram of an amplitude mask.

by uploading a sequence of $N = 24\,000$ random images of 256×256 pixels onto the modulator panel. The random phases were uniformly distributed in $[0, 2\pi]$ radians and each phase value was realized by group clusters of 2×2 SLM pixels. The refreshing frequency of the LCOS display, which fixed the maximum system speed, was 60 Hz. As a pinhole detector we used a $6.45\text{-}\mu\text{m}$ -sized pixel of a commercial CCD (Basler A102f).

Figure 2 shows the object reconstruction from the ghost Fourier hologram of an amplitude object (a capital letter of 2×2.7 mm). As expected, the object's phase (expressed in radians) is approximately uniform (with a relative standard deviation up to 2% due to glass roughness). The transverse resolution of the ghost digital Fourier hologram is given by the size δx of the speckle grains generated by the modulator on the detection plane. For a window of $m \times m$ pixels displayed on the SLM plane, $\delta x = 0.9\lambda z'/m\delta x_0$ [28]. For the results shown in Fig. 2, $z' = 80.5$ cm and thus $\delta x \cong 95$ μm .

A major challenge for ghost imaging is to retrieve the object's phase distribution. Recent proposals for phase-only imaging include nonlocal filtering using pseudothermal radiation and 2D image detection and correlation [29]. However, phase retrieval in holographic measurements is quantitative and the depth resolution of the phase sample is of the order of a fraction of the wavelength, i.e., is in the range of the nanometer for visible light. Experimental results for a transparent plate that generates a Seidel aberration (the Zernike polynomial Z_3^1) are presented in Fig. 3(a). Phase values are obtained from the reconstruction of the ghost digital Fourier hologram using the fast Fourier transform algorithm. The maximum phase value of the reconstructed pattern corresponds to an optical path difference of $\sim 8\lambda$. In the zones where the phase gradient is higher, which are clearly visible in the wrapped pattern, the phase gradient reaches values up to 0.8 rad/pixel (i.e., around 75 nm in axial optical path length).

Our configuration also enables zooming capabilities with minimum reconfiguration by adjusting the distances z and z' . Figure 3(a) (bottom row) illustrates this ability. This image represents a $1.6\times$ resolution improvement when compared to Fig. 3(a) (bottom row left), at the expense of a corresponding reduction in spatial aperture. Finally, the fact that the intensity and phase information is recovered allows for 3D wave-field reconstruction through digital forward propagation, a feature illustrated in Fig. 3(b). In other words, we can calculate the diffracted light pattern generated by the sample in any transverse plane from the registered hologram light distribution. The results obtained with single-pixel DGH are

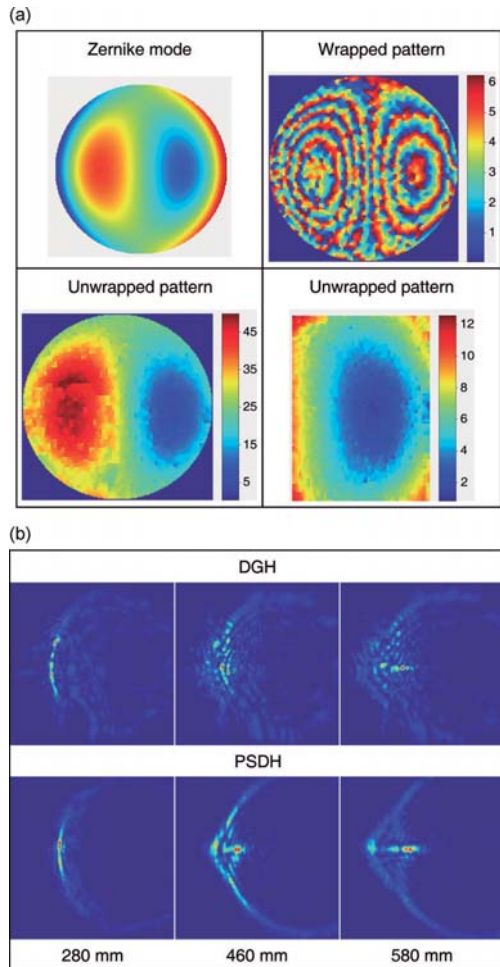


FIG. 3. (Color online) Ghost holography results for a phase-only object, an aberrant circular pupil inscribed in a square of 8×8 mm². (a) The top row shows wrapped and unwrapped phase patterns (in radians). The setup distances are $z = 63$ cm and $z' = 81$ cm. The bottom row shows the zooming capability of the digital ghost holography scheme (with $z = 40$ cm and $z' = 80.5$ cm). (b) Comparison of 3D wave-field reconstruction from the recovered phase pattern with DGH and PSDH.

in good agreement with those obtained using a CCD (Basler A102f) in the conventional PSDH setup shown in Fig. 1(a).

It is well known that homodyne detection provides imagery recovery with a higher SNR [30,31]. Our proposal provides an added advantage, namely, it works with a single pixel. In Fig. 4 we simulate the SNR versus the number N of computed speckle patterns for the binary mask in Fig. 2. The results

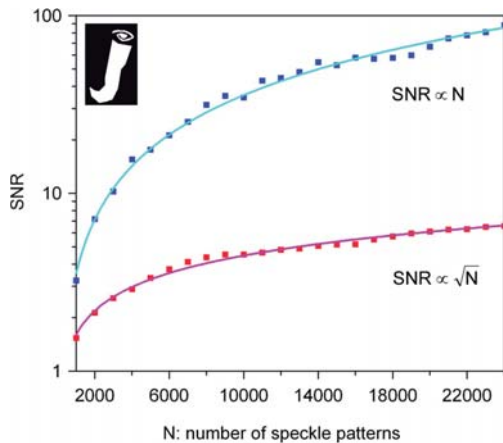


FIG. 4. (Color online) Evolution of the SNR vs number of computed speckle patterns for the binary mask of Fig. 2. The top curve corresponds to DGH.

of the intensity reconstruction of the ghost Fourier hologram are compared with those obtained from computational ghost imaging through the algorithm detailed in Ref. [12]. The

parameters used in the DGH calculations are the same as those considered in Fig. 2 and the SNR is calculated following the procedure reported in Ref. [22]. The SNR of the images recovered with DGH increases proportionally to N , in contrast to \sqrt{N} as in conventional ghost imaging [11,12].

IV. CONCLUSION

We have reported a ghost scheme that measures the Fourier hologram of a sample object. This has allowed us to get the complex information of structured and realistic objects with a high SNR, a previous challenge for any ghost imaging setup. Appealing enough, our scheme uses only a single-pixel detector in the physical configuration and yet recovers the 3D information of an object. We expect these results will bring phase-shifting digital holography technologies to other spectral regions (such as the terahertz or infrared), where 2D sensor displays are costly or simply not available.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was partly funded by the Spanish Ministry of Education (Project No. FIS2010-15746), by the Excellence Net from the Generalitat Valenciana about Medical Imaging (Project No. ISIC/2012/013), and through Prometeo Excellence Programme (Project No. PROMETEO/2012/021).

- [1] D. Gabor, *Nature* **161**, 777 (1948).
- [2] J. H. Bruning, D. R. Herriott, J. E. Gallaghe, D. P. Rosenfel, A. D. White, and D. J. Brangacc, *Appl. Opt.* **13**, 2693 (1974).
- [3] U. Schnars and W. P. O. Juptner, *Meas. Sci. Technol.* **13**, R85 (2002).
- [4] W. B. Xu, M. H. Jericho, I. A. Meinertzhagen, and H. J. Kreuzer, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **98**, 11301 (2001).
- [5] Y. Frauel, T. J. Naughton, O. Matoba, E. Tajahuerce, and B. Javidi, *Proc. IEEE* **94**, 636 (2006).
- [6] K. Riehemann, S. W. Schneider, T. A. Luger, B. Godin, M. Ferrari, and H. Fuchs, *Angew. Chem. Int. Ed. Eng.* **48**, 872 (2009).
- [7] D. Tseng, O. Mudanyali, C. Oztoprak, S. O. Isikman, I. Sencan, O. Yaglidere, and A. Ozcan, *Lab on a Chip* **10**, 1787 (2010).
- [8] D. N. Klyshko, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **94**, 82 (1988) [*Sov. Phys. JETP* **67**, 1131 (1988)].
- [9] D. V. Strekalov, A. V. Sergienko, D. N. Klyshko, and Y. H. Shih, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3600 (1995).
- [10] T. B. Pittman, Y. H. Shih, D. V. Strekalov, and A. V. Sergienko, *Phys. Rev. A* **52**, R3429 (1995).
- [11] A. Gatti, E. Brambilla, and L. A. Lugiato, *Prog. Opt.* **51**, 251 (2008).
- [12] Y. Bromberg, O. Katz, and Y. Silberberg, *Phys. Rev. A* **79**, 053840 (2009).
- [13] F. Ferri, D. Magatti, L. A. Lugiato, and A. Gatti, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 253603 (2010).
- [14] D. S. Simon and A. V. Sergienko, *Phys. Rev. A* **82**, 023819 (2010).
- [15] P. Clemente, V. Durán, V. Torres-Company, E. Tajahuerce, and J. Lancis, *Opt. Lett.* **35**, 2391 (2010).
- [16] R. S. Bennink, S. J. Bentley, and R. W. Boyd, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 113601 (2002).
- [17] A. Gatti, E. Brambilla, M. Bache, and L. A. Lugiato, *Phys. Rev. A* **70**, 013802 (2004).
- [18] F. Ferri, D. Magatti, A. Gatti, M. Bache, E. Brambilla, and L. A. Lugiato, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 183602 (2005).
- [19] A. Valencia, G. Scarcelli, M. D'Angelo, and Y. Shih, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 063601 (2005).
- [20] J. H. Shapiro, *Phys. Rev. A* **78**, 061802 (2008).
- [21] B. I. Erkmen and J. H. Shapiro, *Adv. Opt. Photon.* **2**, 405 (2010).
- [22] O. Katz, Y. Bromberg, and Y. Silberberg, *Appl. Phys. Lett.* **95**, 131110 (2009).
- [23] A. F. Abouraddy, P. R. Stone, A. V. Sergienko, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 213903 (2004).
- [24] M. Zhang, Q. Wei, X. Shen, Y. Liu, H. Liu, J. Cheng, and S. Han, *Phys. Rev. A* **75**, 021803(R) (2007).
- [25] R. Borghi, F. Gori, and M. Santarsiero, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 183901 (2006).
- [26] A. F. Abouraddy, B. E. A. Saleh, A. V. Sergienko, and M. C. Teich, *Opt. Express* **9**, 498 (2001).
- [27] I. Yamaguchi and T. Zhang, *Opt. Lett.* **22**, 1268 (1997).
- [28] J. W. Goodman, *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications* (Roberts & Company Publishers, Greenwood village, CO, 2006).
- [29] T. Shirai, T. Setälä, and A. T. Friberg, *Phys. Rev. A* **84**, 041801(R) (2011).
- [30] P. Zhang, W. Gong, X. Shen, S. Han, and R. Shu, *Phys. Rev. A* **80**, 033827 (2009).
- [31] M. Zhang, J. Xu, X. Wang, and Q. Wei, *Phys. Rev. A* **82**, 043839 (2010).

Single-pixel polarimetric imaging spectrometer by compressive sensing

F. Soldevila · E. Irlés · V. Durán · P. Clemente · Mercedes Fernández-Alonso · Enrique Tajahuerce · Jesús Lancis

Received: 1 February 2013 / Accepted: 6 May 2013 / Published online: 18 May 2013
© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2013

Abstract We present an optical system that performs polarimetric spectral imaging with a detector with no spatial resolution. This fact is possible by applying the theory of compressive sampling to the data acquired by a sensor composed of an analyzer followed by a commercial fiber spectrometer. The key element in the measurement process is a digital micromirror device, which sequentially generates a set of intensity light patterns to sample the object image. For different configurations of the analyzer, we obtain polarimetric images that provide information about the spatial distribution of light polarization at several spectral channels. Experimental results for colorful objects are presented in a spectral range that covers the visible spectrum and a part of the NIR range. The performance of the proposed technique is discussed in detail, and further improvements are suggested.

1 Introduction

Multispectral imaging (MI) is a useful optical technique that provides two-dimensional images of an object for a set of specific wavelengths within a selected spectral range.

Dispersive elements (as prisms or gratings), filter wheels or tunable band-pass filters are typical components used in MI systems to acquire image spectral content [1]. In certain applications, MI can be improved by adding spatially resolved information about the light polarization. Multispectral polarimetric imaging facilitates the analysis and identification of soils [2], plants [3] and surfaces contaminated with chemical agents [4]. In the field of biomedical optics, multispectral polarimetric imaging has been applied to the characterization of human colon cancer [5] or the pathological analysis of skin [6]. In many cases, polarimetric analysis can be performed by just including a linear polarizer in an imaging system to record images for various selected orientations of its transmission axis [6, 7]. A simple configuration that includes two orthogonal polarizers integrated in a spectral system has been used for noninvasively imaging of the microcirculation through mucus membranes and on the surface of solid organs [7]. An illustrative example of a spectral camera with polarimetric capability is a system that combines an acousto-optic tunable filter with a liquid-crystal-based polarization analyzer [8].

In an apparently different context, compressive sampling (CS) has emerged in recent years as a novel sensing theory that goes beyond the Shannon–Nyquist limit [9]. In the field of imaging, CS states that an N -pixel image of an object can be reconstructed from $M < N$ linear measurements. This sub-Nyquist condition is achieved by exploiting the “sparsity” of natural images. According to this property, when images are expressed in a proper function basis, most terms are negligible or zero-valued. CS theory ensures that it is possible to reconstruct the object images from a relatively small collection of well-chosen measurements, typically by an iterative acquisition process. The object reconstruction is obtained from experimental data by solving a convex optimization program.

F. Soldevila · E. Irlés · V. Durán (✉) · P. Clemente · M. Fernández-Alonso · E. Tajahuerce · J. Lancis
GROC-UJI, Departament de Física, Universitat Jaume I,
12071 Castelló, Spain
e-mail: vduran@sg.uji.es

V. Durán · M. Fernández-Alonso · E. Tajahuerce · J. Lancis
Institut de Noves Tecnologies de la Imatge (INIT),
Universitat Jaume I, 12071 Castelló, Spain

P. Clemente
Servei Central d’Instrumentació Científica, Universitat Jaume I,
12071 Castelló, Spain

One of the most outstanding applications of CS is the design of a single-pixel camera [10, 11], which offers promising benefits at spectral regions where image sensors are impractical or inexistent [12]. In contrast to conventional image sensors, which typically perform intensity measurements, single-pixel detectors can provide information about other properties of an incoming light field, as its spectrum or its polarization. The substitution of the photodiode of a CS single-pixel camera by a spectrometer without spatial resolution permits to perform hyperspectral imaging [13, 14]. In the same way, single-pixel polarimetric imaging has been demonstrated with a CS camera that includes a commercial beam polarimeter [15]. CS has also been applied to biological fluorescence microscopy [16]. In this case, the CS fluorescence microscope includes a photomultiplier tube as a point detector, since biological samples often have low fluorescence.

In this work, we present a CS imaging system able to provide spatially resolved information about the spectrum and the polarization of the light reflected by an object. As a detector, we use a polarization analyzer followed by a fiber spectrometer with no spatial resolution. The key element of our system is a digital micromirror device (DMD), which makes possible the CS acquisition process. To this end, a set of binary intensity patterns is sequentially generated by the DMD to sample the image of an object of interest. The experimental data are subsequently processed to obtain a set of multispectral data cubes, one for each selected configuration of the analyzer. For a given spectral channel, the corresponding polarimetric images can be linearly combined to derive the spatial distribution of the Stokes parameters of light [8, 15]. In this sense, the single pixel described in this paper is a first step toward the realization of an imaging Stokes polarimeter like in Ref. [15], but with the ability of performing polarization analysis for a large variety of wavelengths.

2 Outline of compressive sampling

The basis of single-pixel imaging by CS can be briefly presented as follows. Let us consider a sample object, whose N -pixel image is arranged in an $N \times 1$ column x . This image is supposed to be compressible when it is expressed in terms of a basis of functions, $\Psi = \{\Psi_l\}$ ($l = 1, \dots, N$). From a mathematical point of view, x can be written as $\mathbf{x} = \Psi \mathbf{s}$, where Ψ is a $N \times N$ matrix that has the vectors $\{\Psi_l\}$ as columns and \mathbf{s} is the $N \times 1$ vector composed of the expansion coefficients. The assumed sparsity of the image implies that only a small group of these coefficients is nonzero. In order to determine \mathbf{x} , we implement an experimental system able to measure the projections of the object image on a basis of M intensity

patterns $\varphi_m (m = 1, \dots, M)$ of N -pixel resolution. This acquisition process can be written as

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} = \Phi (\Psi \mathbf{s}) = \Theta \mathbf{s}, \quad (1)$$

where \mathbf{y} is the $M \times 1$ column formed by the measured projections, and Φ is the $M \times N$ sensing matrix. Each row of Φ is an intensity pattern φ_m , and the product of Φ and Ψ gives the $M \times N$ matrix Θ acting on \mathbf{s} . The underlying mathematical formalism of CS states that there is a high probability of reconstructing \mathbf{x} from a random subset of coefficients ($M < N$) in the Ψ domain. Equation (1) constitutes an underdetermined matrix relation, so it must be resolved by means of a proper reconstruction algorithm. The best strategy to perform this step is based on the minimization of the l_1 -norm of \mathbf{s} subjected to the restriction given by Eq. (1). As the measurements $\{y_m\}$ are affected by noise, the CS recovery process is usually reformulated with inequality constrains [9, 10]. In this case, the proposed reconstruction \mathbf{x}^* is given by $\mathbf{x}^* = \Psi \mathbf{s}^*$, where \mathbf{s}^* is the solution of the optimization program

$$\min \|\mathbf{s}'\|_{l_1} \quad \text{such that} \quad \|\mathbf{y} - \Theta \mathbf{s}'\|_{l_2} < \varepsilon, \quad (2)$$

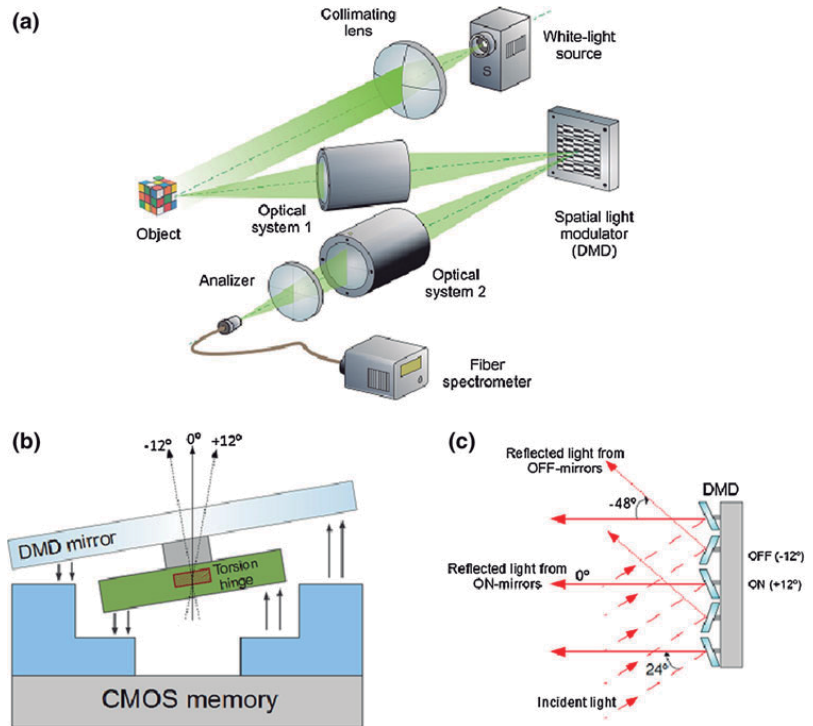
where ε is an upper bound of the noise magnitude and the l_2 -norm is used to express the measurement restriction.

3 Description of the polarimetric imaging spectrometer

3.1 Optical system

The scheme of our polarimetric spectral camera is shown in Fig. 1a. A white light source illuminates a sample object, and a CCD camera lens images the object on a DMD, which is a reflective spatial light modulator that selectively redirects parts of an input light beam [17]. A DMD consists of an array of electronically controlled micromirrors that can rotate about a hinge, as is schematically depicted in Fig. 1b. Every micromirror is positioned over a CMOS memory cell. The angular position of a specific micromirror admits two possible states ($+12^\circ$ and -12° respect to a common direction), depending on the binary state (logic 0 or 1) of the corresponding CMOS memory cell contents. In this way, the light can be reflected at two angles depending on the signal applied to the mirror. The DMD of our system is a Texas Instrument device (DLP Discovery 4100) with a resolution of $1,920 \times 1,080$ micromirrors and a panel size of $0.95''$. The mirror pitch is $10.8 \mu\text{m}$, and the fill factor is greater than 0.91. The optical system 1 has its optical axis forming an angle respect to the orthogonal direction to the DMD panel that approximately corresponds to twice the tilt angle of the device mirrors (24°). As is shown in Fig. 1c, in such a configuration, a micromirror oriented at $+12^\circ$ orthogonally reflects the light

Fig. 1 **a** Setup for single-pixel polarimetric multispectral imaging, **b** transverse view of an individual DMD micromirror showing its two possible orientations and **c** scheme of the DMD operation mode



into the next part of the system, appearing as a bright pixel (ON state). In their turn, micromirrors oriented at -12° result to be dark pixels (OFF state). The light emerging from the bright pixels of the DMD is collected by a second lens system similar to the first one (optical system 2 in Fig. 1a). This lens system couples the light into a silica multimode fiber with a diameter of $1,000\ \mu\text{m}$ and a spectral range of $220\text{--}1,100\ \text{nm}$, which is connected to a commercial concave grating spectrometer (Black Comet CXR-SR from StellarNet). The wavelength resolution of this spectrometer is $8\ \text{nm}$ (with a slit of $200\ \mu\text{m}$), and the maximum signal-to-noise ratio (SNR) is $1,000:1$. Just before the fiber, the light passes through a configurable polarization analyzer. In our camera, this analyzer consists of a film polarizer mounted in a rotating holder.

3.2 Operation principle

The CS single-pixel camera shown in Fig. 1a performs the iterative acquisition process synthesized in Eq. (1). The DMD sequentially produces the set of M irradiance patterns of N -pixel resolution that composes the sensing matrix Φ . The collected data consist of a succession of spectra, one for each pattern sent to the DMD. The M irradiances measured by the spectrometer for each

spectrum channel form the vector \mathbf{y} of Eq. (1). As spectrum channels have a prefixed bandwidth, the quantities $\{y_i\}$ that feed the CS algorithm are actually an average of the measured irradiances within the considered range.

For the practical implementation of the CS acquisition process, it is essential to determine which incoherent basis should be selected (when no prior information on the object is accessible). A suitable choice for image basis results to be the Hadamard–Walsh functions, which constitute a basis known to be incoherent with the Dirac basis [10]. Hadamard matrices are square arrays of plus and minus ones, whose rows (and columns) are orthogonal relative to one another. Each row of a Hadamard matrix can be interpreted as a rectangular wave ranging from ± 1 (Walsh function). In this context, the Hadamard matrix performs the decomposition of a function by a set of rectangular waveforms, instead of the usual harmonic waveforms associated with the Fourier transform [18]. From an experimental point of view, a CS acquisition process using the Hadamard–Walsh basis can be carried out by generating a collection of binary intensity patterns, easily imprinted on a DMD. To represent a Hadamard function H on the DMD, we use two binary patterns $H^+ = (J + H)/2$ and $H^- = (J - H)/2$ that are related by $H = H^+ - H^-$. Here, J is the matrix consisting of all 1s. Generating H^+

and H^- sequentially and subtracting the measured intensities, we obtain the one that corresponds to H . In principle, when the total light intensity is known, the acquisition process can be performed by using only one of the above sequences of binary patterns, taking a unique measurement for every Hadamard function. This would lead to a reduction in the acquisition time by a factor two. However, this procedure is sensitive to the existence of source intensity fluctuations. In such a common situation, the method based on two successive measurements increases the signal-to-noise ratio (SNR) of the acquired data.

The sequential measurement process requires the synchronization between the DMD and the fiber spectrometer with the aid of a computer (not shown in Fig. 1). For each intensity pattern generated by the DMD, the spectrum of the light coming from the object is measured by the spectrometer, configured with an integration time that ensures an acceptable SNR for the acquired data. The minimum integration time provided by our spectrometer (1 ms) represents the main limiting factor on the measurement rate of our device, since DMDs are modulators that can work at relatively high frequencies (upper than 1 kHz). For a given acquisition frequency, the total time required to take image data increases with the number of measurements, which is, in accordance with the CS theory, a pre-established fraction of the image resolution. Therefore, a single-pixel camera shows a trade-off between image resolution and image acquisition time.

In our experimental setup, the measurement process is executed and controlled by means of custom software written with LabVIEW. The programming code used in the off-line CS reconstruction is called *11eq-pd*, which solves the standard basis pursuit problem using a primal-dual algorithm [19]. This code includes a collection of MATLAB routines and is a well-tested algorithm for CS problems. However, other selections are possible and, in fact, the search of improved CS algorithms (more robust to data noise, with lower computation time, etc.) is currently an active area in the field of convex optimization (e.g., see Ref. [20]).

4 Experimental results

4.1 Numerical analysis

The aim of CS is to provide an accurate reconstruction of an object from an undersampled signal, but the exact number of measurements that allows attaining it is not a priori known. In addition, this number strongly depends on the features of the object under consideration. For this reason, when CS single-pixel imaging is attempted, it is useful to begin with relatively low-resolution reconstructions to

estimate the parameters of the acquisition process. In accordance with this approach, and also to evaluate the image quality achievable with our camera, we performed multispectral imaging sending to the modulator Hadamard-Walsh patterns of 64×64 unit cells ($N = 4,096$), each one composed of 8×8 DMD pixels. The covered square window on the modulator panel had a width of ~ 5.5 mm. As a sample object, we used two square capacitors with a width of 7 mm. The illumination source was a Xenon white light lamp, and the polarization analyzer was removed. The number of measurements was $M = 4,096$, which allowed us to fulfill the Nyquist criterion. Eight central wavelengths λ_0 were selected in the visible spectrum. The bandwidth of the corresponding spectral channels was 20 nm ($\lambda_0 \pm 10$ nm). In order to determine the object spectral reflectance, a spectrum was taken from a white reference (Spectralon diffuse 99 % reflectance target from Labsphere, Inc.) to normalize the measured spectra during the CS acquisition process. The integration time of the spectrometer was set at 300 ms.

For each spectral channel, we resolved the off-line CS algorithm with the complete set of measurements ($M = N$). After a suitable filtering, the recovered matrix served as a reference (lossless) image $I_{\text{ref}}(i, j)$, where (i, j) indicates the location of an arbitrary image pixel. The reconstruction process was then repeated using decreasing fractions of the total number of pixels. Concretely, the value of M was varied from 5 to 90 % of N . The fidelity of the reconstructed images was estimated by calculating the mean square error (MSE), given by

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_i \sum_j [I(i, j) - I_{\text{ref}}(i, j)]^2, \quad (3)$$

where $I(i, j)$ is the noisy image obtained for a given value of M . We used another metric to evaluate the quality of the reconstruction, the so-called peak signal-to-noise ratio (PSNR), which is defined as the ratio between the maximum possible power of a signal and the power of the noise that affects the fidelity of its representation. In mathematical terms, [21]

$$\text{PSNR} = 10 \log \left(\frac{I_{\text{max}}^2}{\text{MSE}} \right) = 20 \log(I_{\text{max}}) - 10 \log(\text{MSE}). \quad (4)$$

Here, I_{max} is the maximum possible pixel value of the reference image. For each spectral channel, the reference images were represented by 2^8 gray-levels, so $I_{\text{max}} = 255$. Figure 2a, b shows the curves for the MSE and the PSNR versus M for the different values of λ_0 . As is expected, both figures point out that the image quality improves as the number of measurements grows and approximates to the Nyquist limit. However, when $M \geq 0.4 N$, the slope of

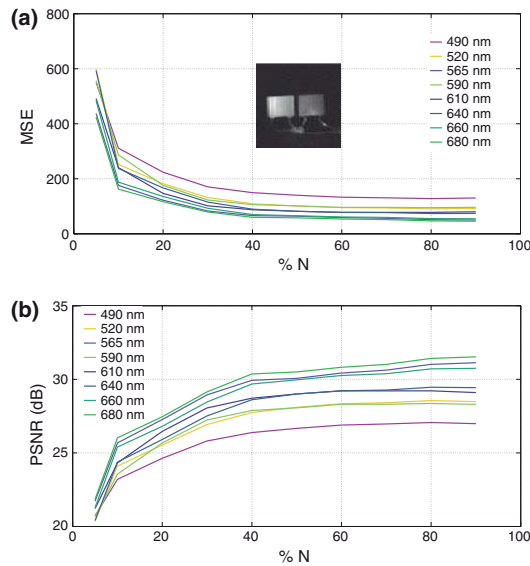


Fig. 2 Image quality of the CS reconstructions. **a** MSE and **b** PSNR of recovered images versus the number of measurements. Each curve corresponds to a spectral channel. A reference gray-scale image ($\lambda_0 = 520$ nm) is also included in the MSE graph

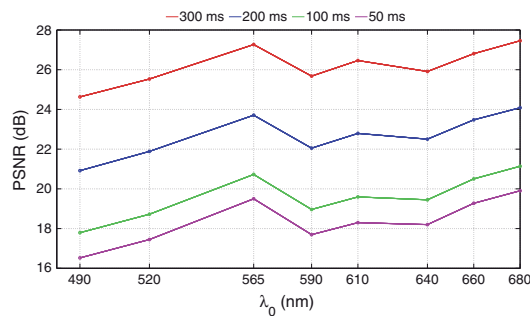


Fig. 3 PSNR versus λ_0 for object reconstructions with $M = 0.2 N$. Each line corresponds to a different spectrometer integration time

both curves becomes visibly smoother for all spectral channels. In the case, for instance, of $\lambda_0 = 610$ nm, $MSE = 0.13 (I_{\max})^2$ and $PSNR = 28.72$ dB for $M = 0.4 N$ (the PSNR for $0.9 N$ is only somewhat greater, 29.10 dB).

If images of higher resolution are considered, the priority is to minimize the value of M , since even small fractions of N can imply a huge volume of data feeding the CS algorithm, which, in addition, operates with higher dimensional matrices. The consequence is a dramatic increase in the total computation time. In our system, it is

possible to change the SNR of the reconstructed image (for a given value of M) by controlling the spectrometer integration time, since the noise of the data used in the CS algorithm considerably depends on this parameter. To illustrate this point, the whole CS acquisition process was repeated for different values of the integration time. The number of measurements in all series was $M = 0.2 N$. The resulting curves for the PSNR versus λ_0 are shown in Fig. 3. As can be observed, the PSNR is incremented in approximately 8 dB when the integration time is varied from 50 to 300 ms.

4.2 Multispectral imaging

As a first application of our camera, we performed multispectral imaging of a sample object composed of an unripe cherry tomato together with a red one. The Walsh–Hadamard patterns addressed to the DMD had a resolution of 256×256 unit cells ($N = 65,536$). Each unit cell was composed of 2×2 DMD pixels. With this resolution, in accordance with the discussion of the previous section, the number of measurements was chosen to be $M = 81^2$, which corresponds to $\sim 10\%$ of N (i.e., a compression rate of 10:1). The integration time of each spectrometer measurement was 300 ms.

The object spectral reflectance was determined by means of the white reference used in Sect. 4.1. In the case of plants, this magnitude has been used, for example, to investigate the chlorophyll content in leaves [22, 23]. The noisy data collected by the spectrometer for wavelengths lower than 500 nm imposed an inferior boundary to the useable spectral range. The results of the CS reconstruction for 15 spectral channels are shown in Fig. 4. The selected central wavelengths λ_0 in the visible spectrum (VIS) range from 510 to 680 nm. The bandwidth of each spectrum channel was 10 nm ($\lambda_0 \pm 5$ nm). The recovered images were pseudo-colored, and the color assignment (the wavelength to RGB transform) was carried out with the aid of standard XYZ color-matching functions [24].

In the near-infrared spectrum, the CS algorithm provided an acceptable reconstruction around 860 nm, which is presented by means of a gray-level image. Figure 4 also includes a colorful image of the object obtained from the combination of the conventional three RGB channels.

4.3 Polarimetric multispectral imaging

In this case, the sample object was the same as that used in Sect. 4.1, but the light emerging from each element of the scene had different linear polarizations. This effect was achieved by locating a linear polarizer after the object with its area split in two parts, each of which had its transmission axis oriented at orthogonal directions (0° and 90° ,

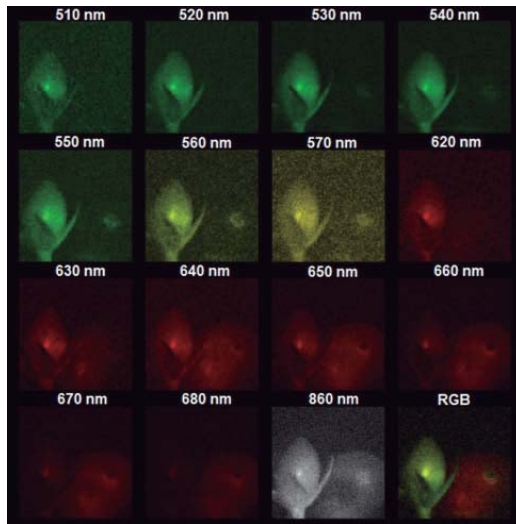
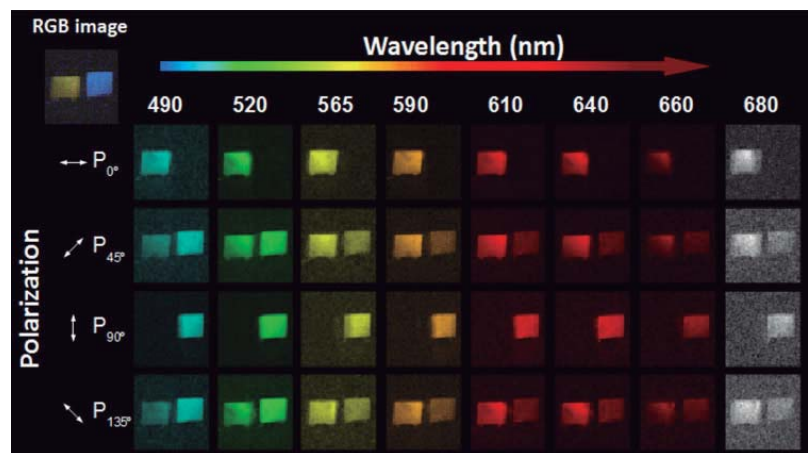


Fig. 4 Multispectral image cube reconstructed by means of the CS algorithm. In the VIS spectrum, the reflectance for each spectral channel is a 256×256 pseudo-colored image. A *gray-scale* representation is used for the CS reconstruction in the NIR spectrum range. A colorful image of the scene made up from the conventional RGB channels is also included

respectively). The resolution of the patterns addressed to the DMD was 128×128 unit cells ($N = 16,384$) composed of 4×4 DMD pixels. The number of measurements was $M = 57^2$, which corresponds to $\sim 20\%$ of N (i.e., a compression rate of 5:1). As the source light was in principle unpolarized, half of light was lost after the object polarizer, so the integration time of the spectrometer was increased until 500 ms. The white reference of Sect. 4.1 was employed again to normalize the measured spectra.

Fig. 5 Multispectral image cube for different configurations of the polarization analyzer. The RGB image of the object is also included. Except for the wavelength closer to the NIR spectrum, all channels in the VIS range are represented by pseudo-colored images



Eight central wavelengths λ_0 were selected in the VIS spectrum. The bandwidth of the channels was 20 nm ($\lambda_0 \pm 10$ nm). Aside from the channels at the boundaries of the spectral range, the values of λ_0 correspond to the peak emissions of commercial light-emitting diodes. For each channel, four orientations of the polarization analyzer were sequentially considered in separated measurement series. To simplify data display, image reconstructions are arranged in a table, as can be observed in Fig. 5. Each column corresponds to a spectral channel, and each row shows the results for a given orientation of the analyzer. As shown in Fig. 4, a colorful image of the object is also presented. This RGB image was made up from the data taken for the second configuration of the analyzer (45°). The result for 680 nm is presented by means of a gray-level image due to its proximity to the near-infrared range.

5 Discussion and conclusions

We have performed polarimetric multispectral imaging by using a detector with no spatial resolution, which is composed of a configurable polarization analyzer and a commercial spectrometer. This single-pixel camera employs a DMD that generates a collection of binary intensity patterns that samples the image of the object under study. For a given analyzer configuration, a succession of spectra is sequentially acquired (one for each DMD realization). From this data, the object spectral image cube is recovered off-line by means of a CS algorithm, which makes possible to achieve a sub-Nyquist limit, that is, the total number of measurements is a fraction of the number of image pixels.

In contrast to cameras based on tunable band-pass filters, which carry out a wavelength sweep to measure the spectral content, our system collects the spectral information of all

channels at once (albeit at the expense of sequentially acquiring the spatial information). As a result, the number of channels, their spectral resolution and the total wavelength range are those provided by the spectrometer integrated in the system. This fact facilitates to exploit the high performance of commercial devices. Our spectral system can in principle cover the whole VIS spectrum and part of the NIR range (up to 1.1 microns). In the infrared region, conventional multispectral systems require pixelated sensors specifically designed for that wavelength range (like InGaAs cameras).

As in other multispectral systems, the illumination is a main question to ensure a minimum signal along the selected spectral range. We have used a high-power Xe arc lamp, which produces a continuous and roughly uniform spectrum across the VIS region and a complex line spectrum in the 750–1,000 nm region of the NIR range. However, the decreasing source irradiance at the “blue” side of the VIS spectrum, as well as the low reflectance of samples at that region, limited our spectral range to wavelengths higher than 470 nm.

As is discussed in the previous section, our single-pixel camera presents a trade-off between image resolution and total acquisition time. Increasing the illumination level or reducing the spectral resolution (which permits lower integration times) could make the acquisition time to drop in at least one order of magnitude. A comparable drawback can be found in cameras that employ acousto-optic or liquid crystal tunable filters. In such systems, the higher spectral resolution (number of channels), the longer acquisition time, with a strong dependence on the exposure time of the pixelated sensor used as a detector. For image resolutions similar to those presented in this work, a hyperspectral camera (i.e., with more than 100 spectral channels) can take a few minutes in acquiring a data cube [25].

The single-pixel spectral system presented here also provides spatially resolved information about light polarization. To this end, the camera detector includes a polarizing film mounted in a rotating holder. This element limits the total spectral range, since the optical behavior of polarizing films is wavelength dependent. As a consequence, when the polarimetric multispectral imaging is carried out, the upper boundary of the spectral range is ~ 700 nm. The use of high-grade crystalline polarizers can resolve this limitation. For the successive configurations of the analyzer, a separated series of measurements must be taken. From the polarimetric images recovered for each spectral channel, it is possible to obtain information about the spatial distribution of the Stokes parameters of light, S_i ($i = 0, \dots, 3$). If a linear polarizer is used as analyzer, the spatial distribution of S_1 and S_2 can be straightforward derived. A full Stokes polarization analysis should be performed by means of a rotating circular (or elliptic) polarizer. It is also possible to avoid mobile polarization

elements by using an analyzer that combines voltage-controlled linear retarders (as those based on liquid crystal technology) with linear polarizers [8]. In that case, all polarimetric information could be acquired in a unique series of measurement, changing sequentially the configuration of the variable retarders for each DMD realization.

Acknowledgments This work has been partly funded by the Spanish Ministry of Education (project FIS2010-15746) and the Excellence Net from the Generalitat Valenciana about Medical Imaging (project ISIC/2012/013). Also funding from Generalitat Valenciana through Prometeo Excellence Programme (project PROMETEO/2012/021) is acknowledged.

References

1. R.G. Sellar, G.D. Boreman, Classification of imaging spectrometers for remote sensing applications. *Opt. Eng.* **44**(1), 013602 (2005)
2. K.L. Coulson, Effects of reflection properties of natural surfaces in aerial reconnaissance. *Appl. Opt.* **5**, 905–917 (1966)
3. V.C. Vanderbilt, L. Grant, L.L. Biehl, B.F. Robinson, Specular, diffuse, and polarized light scattered by two wheat canopies. *Appl. Opt.* **24**, 2408–2418 (1985)
4. S.M. Haugland, E. Bahar, A.H. Carrieri, Identification of contaminant coatings over rough surfaces using polarized infrared scattering. *Appl. Opt.* **31**, 3847–3852 (1992)
5. A. Pierangelo, A. Benali, M-R. Antonelli, T. Novikova, P. Validire, B. Gayet, A. De Martino, Ex-vivo characterization of human colon cancer by Mueller polarimetric imaging. *Opt. Express* **19**, 1582–1593 (2011)
6. Y. Zhao, L. Zhang, Q. Pan, Spectropolarimetric imaging for pathological analysis of skin. *Appl. Opt.* **48**, D236–D246 (2009)
7. W. Groner, J.W. Winkelman, A.G. Harris, C. Ince, G.J. Bouma, K. Messmer, R.G. Nadeau, Orthogonal polarization spectral imaging: a new method for study of the microcirculation. *Nat. Med.* **5**, 1209–1213 (1999)
8. N. Gupta, D.R. Suhre, Acousto-optic tunable filter imaging spectrometer with full Stokes polarimetric capability. *Appl. Opt.* **46**, 2632–2637 (2007)
9. E.J. Candès, M.B. Wakin, An introduction to compressive sampling. *IEEE Signal Process. Mag.* **25**, 21–30 (2008)
10. M.F. Duarte, M.A. Davenport, D. Takhar, J.N. Laska, T. Sun, K.F. Kelly, R.G. Baraniuk, Single-pixel imaging via compressive sampling. *IEEE Signal Process. Mag.* **25**, 83–91 (2008)
11. F. Magalhaes, F.M. Araújo, M.V. Correia, M. Abolbashari, F. Farahi, Active illumination single-pixel camera based on compressive sensing. *Appl. Opt.* **50**, 405–414 (2011)
12. W.L. Chan, K. Charan, D. Takhar, K.F. Kelly, R.G. Baraniuk, D.M. Mittleman, A single-pixel terahertz imaging system based on compressed sensing. *Appl. Phys. Lett.* **93**, 121105 (2008)
13. T. Sun, K. Kelly, *Compressive Sensing Hyperspectral Imager, Computational Optical Sensing and Imaging, OSA Technical Digest (CD)* (Optical Society of America, 2009)
14. Y. Wu, I.O. Mirza, G.R. Arce, D.W. Prather, Development of a digital-micromirror-device-based multishot snapshot spectral imaging system. *Opt. Lett.* **36**, 2692–2694 (2011)
15. V. Durán, P. Clemente, M. Fernández-Alonso, E. Tajahuerce, J. Lancis, Single-pixel polarimetric imaging. *Opt. Lett.* **37**, 824–826 (2012)
16. V. Studer, J. Bobin, M. Chahid, S.H. Shams Mousavi, E. Candès, M. Dahan, Compressive fluorescence microscopy for biological and hyperspectral imaging. *PNAS* **109**, E1679–E1687 (2012)

17. J. Sampsell, An overview of the digital micromirror device (DMD) and its application to projection displays, SID Int. Symp. Digest of Technical Papers **24**, 1012 (1993)
18. W.K. Pratt, J. Kane, H.C. Andrews, Hadamard transform image coding. Proc. IEEE **57**, 58–67 (1969)
19. <http://users.ece.gatech.edu/~justin/l1magic>
20. M.A.T. Figueiredo, R.D. Nowak, S.J. Wright, Gradient projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems. IEEE J. Sel. Top. Signal Process. **1**, 586–597 (2007)
21. W. K. Pratt, *Digital Image Processing*, 4th edn. (Wiley, 2007)
22. J. Vila-Francés, J. Calpe-Maravilla, J. Muñoz-Mari, L. Gómez-Chova, J. Amorós-López, E. Ribes-Gómez, V. Durán-Bosch, Configurable-bandwidth imaging spectrometer based on an acousto-optic tunable filter. Rev. Sci. Instr. **77**, 073108 (2006)
23. Z. Xiaobo, S. Jiyong, H. Limin, Z. Jiewen, M. Hanpin, C. Zhenwei, L. Yanxiao, M. Holmes, In vivo non-invasive detection of chlorophyll distribution in cucumber (*Cucumis sativus*) leaves by indices based on hyperspectral imaging. Anal. Chim. Acta **706**, 105–112 (2011)
24. <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/7021-spectral-and-xyz-color-functions>
25. K.J. Zuzak, M.D. Schaeberle, E.N. Lewis, I.W. Levin, Visible reflectance hyperspectral imaging: characterization of a noninvasive, in vivo system for determining tissue perfusion. Anal. Chem. **74**, 2021–2028 (2002)

Compressive holography with a single-pixel detector

Pere Clemente,^{1,2} Vicente Durán,¹ Enrique Tajahuerce,^{1,*} Pedro Andrés,³ Vicent Climent,¹ and Jesús Lancis¹

¹GROC UJI, Institut de Noves Tecnologies de la Imatge (INIT), Universitat Jaume I, Castelló E12071, Spain

²Servei Central d'Instrumentació, Universitat Jaume I, Castelló E12071, Spain

³Departament d'Òptica, Universitat de València, Burjassot E46100, Spain

*Corresponding author: enrique.tajahuerce@uji.es

Received May 3, 2013; accepted June 3, 2013;
posted June 18, 2013 (Doc. ID 190026); published July 10, 2013

This Letter develops a framework for digital holography at optical wavelengths by merging phase-shifting interferometry with single-pixel optical imaging based on compressive sensing. The field diffracted by an input object is sampled by Hadamard patterns with a liquid crystal spatial light modulator. The concept of a single-pixel camera is then adapted to perform interferometric imaging of the sampled diffraction pattern by using a Mach-Zehnder interferometer. Phase-shifting techniques together with the application of a backward light propagation algorithm allow the complex amplitude of the object under scrutiny to be resolved. A proof-of-concept experiment evaluating the phase distribution of an ophthalmic lens with compressive phase-shifting holography is provided. © 2013 Optical Society of America

OCIS codes: (100.3175) Interferometric imaging; (090.1760) Computer holography; (110.1758) Computational imaging.

<http://dx.doi.org/10.1364/OL.38.002524>

Digital holography records and recovers numerically the complex amplitude distribution of diffraction patterns. Therefore, it provides an effective phase imaging technique, which has become an invaluable tool in biomedical imaging at optical wavelengths [1]. In brief, digital holography works by interfering a coherent signal beam, the field diffracted by the phase object, with a reference beam. The resulting hologram is recorded onto a CCD or CMOS detector. The phase information is subsequently recovered via digital back propagation of the hologram to the object plane using a diffraction-based algorithm. A unique advantage of the digital recording is that it permits the application of a vast array of digital processing techniques and numerical algorithms to compensate, for instance, optical aberrations. In phase-shifting holography, the hologram results from a limited set of interferograms each adding a constant phase delay between the signal and the reference beam [2]. Parallel capturing of the phase-shifted holograms has been shown [3,4]. Data compression techniques have also been applied for image reconstruction only by phase data [5].

In a different context, the use of compressive sensing (CS) techniques is revolutionizing many different areas in electrical engineering, and imaging is not an exception. Most images of interest that are obtained in experiments or by numerical computation of natural phenomena are sparse, i.e., they contain many zero coefficients when transformed into an appropriate basis (e.g., the discrete cosine transform). In CS, it is possible to make use of this fact to measure a sparsely represented N -dimensional image from $M < N$ incoherent measurements using an optimization algorithm [6,7]. Note that the number of measurements would be deemed insufficient by use of conventional imaging techniques. The approach is so named because it allows image compression to be performed during measurement rather than in the postprocessing stage. Although sparsity is assumed, it is not known prior to the measurement what coefficients have appreciable

amplitude. CS must determine the elements that are significant, as well as find their values.

The quintessential example of CS is the single-pixel camera [8,9]. The object information is obtained by imaging the scene throughout structured masks implemented with the aid of a programmable spatial light modulator (SLM). A photodiode (single-pixel detector) measures the throughput as the pattern generated in the SLM changes in a sequential manner. In our approach the object is sampled by Hadamard patterns [10]. The benefit of Hadamard sampling is that it more efficiently uses the available energy flux (multiplex advantage). In other words, for pixelated imaging, the light flux is distributed over the N pixels of the image and, subsequently, scales inversely with N . On the contrary, the average flux per each Hadamard pattern is independent of the number of pixels, and in fact each measurement collects on average half of the total flux. Further, for incoherent compressive measurements, the sub-Nyquist image sampling overcomes the fundamental trade-off between speed and resolution, as the acquisition time is reduced. In the context of holography, it should be mentioned that compressive algorithms have been used although in a pixelated detection scheme only [11,12].

By leveraging phase-shifting digital holography and CS, in this Letter we present imaging of phase objects by single-pixel digital holography. The key point is to formulate the measurement problem in terms of the complex amplitude transmittance rather than using the intensity, which is the variable of choice for conventional CS-based single-pixel imaging. The above proposition constitutes the generalization of our previously reported *ghost holography* technique [13]. Experimental results are validated by retrieving the phase map corresponding to a conventional ophthalmic lens.

The scheme of the device is shown in Fig. 1. It consists of a Mach-Zehnder interferometer that includes a phase shifter in the reference arm to introduce a stepwise phase

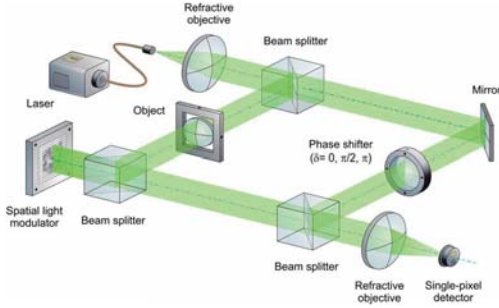


Fig. 1. Experimental setup for compressive phase-shifting holography. Light diffracted by the phase object is spatially modulated onto a SLM and, afterward, it interferes with the phase-delayed reference beam. The integrated energy flux of the signal is subsequently recorded with a single-pixel detector.

difference δ . Our single-pixel phase-imaging holocamera employs a reflective 2D liquid crystal on silicon display (LCoS-SLM, Holoeye LC-R 2500) with XGA resolution and a pixel pitch of $19 \mu\text{m}$ in the signal beam. The SLM generates a set of binary patterns to sample a fixed but otherwise arbitrary near-field diffraction pattern of the input phase object (an ophthalmic lens in our case).

For the practical implementation of the CS acquisition process, it is essential to determine the incoherent basis. A suitable choice corresponds to the Hadamard–Walsh functions. Hadamard matrices are square arrays of plus and minus ones, whose rows are orthogonal. Each row of a Hadamard matrix can be interpreted as a rectangular wave (Walsh function). Hadamard matrices perform the decomposition of a function by a set of rectangular waveforms, instead of the usual harmonic components associated with the Fourier transform. From an experimental point of view, the acquisition process using the Hadamard–Walsh basis is carried out by the generation of a collection of auxiliary binary (0 and +1) intensity patterns easily imprinted onto the SLM. To record the intensity corresponding to a certain Hadamard–Walsh matrix H we subtract the intensities generated from the binary patterns $H^+ = (J + H)/2$ and $H^- = (J - H)/2$ codified onto the SLM, where J is a matrix consisting of all 1s. This approach has the advantage of alleviating fluctuations in the light flux coming from the light source during hologram measurement. In what follows, we will refer to the sampling function H , although the above measurement process is indeed considered.

From elementary paraxial diffraction theory, when $H_i(\vec{r})$ is codified onto the SLM, the complex lightfield $U_i^{\text{signal}}(\vec{r})$ just after the SLM plane with transverse coordinate \vec{r} in Fig. 1 is

$$U_i^{\text{signal}}(\vec{r}) = t(\vec{r}; z)H_i(\vec{r}), \quad (1)$$

where $t(\vec{r}; z)$ is a short-hand notation for light distribution propagated a distance z from the object to the SLM, i.e., $t(\vec{r}; z) = t(\vec{r}) \otimes \exp(jkz^2/2z)$, with $t(\vec{r})$ the phase object, k the wavenumber, j the imaginary unit, and \otimes the symbol for the convolution operation.

To adapt the concept of single-pixel camera to phase-shifting interferometry we perform the following steps. First, a series of M binary patterns $H_i(\vec{r})$ are sequentially displayed onto the SLM. For each pattern, we combine the diffracted field generated from $U_i^{\text{signal}}(\vec{r})$ with the phase-shifted reference beam $U_\delta^{\text{reference}}(\vec{r})$, which with no lack of generality is assumed to be a plane wave. In our case, a liquid crystal variable retarder is used as a phase shifter and three interference patterns (corresponding to a phase delay of $\delta = 0$, $\delta = \pi/2$, and $\delta = \pi$) are considered. As in conventional phase-shifting holography [2], the hologram is retrieved as

$$U_i^{\text{signal}}(\vec{r}; z') = \frac{1}{4}[U_{i,0}(\vec{r}) - I_{i,\pi}(\vec{r})] + \frac{j}{4}[2I_{i,\pi/2}(\vec{r}) - I_{i,0}(\vec{r}) - I_{i,\pi}(\vec{r})], \quad (2)$$

where

$$I_{i,\delta}(\vec{r}) = |U_i^{\text{signal}}(\vec{r}; z') + U_\delta^{\text{reference}}|^2 \quad (3)$$

is the interferogram of the diffracted field from the SLM with the phase-shifted reference. Again the short-hand notation $U_i^{\text{signal}}(\vec{r}; z')$ for light distribution propagated a distance z' from the SLM to the detector is employed.

Second, the hologram in Eq. (2) is integrated according to the single-pixel detection scheme proposed in Fig. 1. The signal of interest is

$$y_i = \iint U_i^{\text{signal}}(\vec{r}; z') d^2\vec{r} = \iint I_{i,\delta}(\vec{r}) d^2\vec{r}, \quad (4)$$

where the properties of the kernel of Fresnel propagation have been considered. Combining Eqs. (2) and (4) we find

$$y_i = \frac{1}{4}[I_{i,0} - I_{i,\pi}] + \frac{j}{4}[2I_{i,\pi/2} - I_{i,0} - I_{i,\pi}], \quad (5)$$

with

$$I_{i,\delta} = \iint I_{i,\delta}(\vec{r}) d^2\vec{r}. \quad (6)$$

In short, for each binary pattern $H_i(\vec{r})$ the integrated intensities of the three phase-shifted interferograms are recorded to get the measurement y_i .

Finally, taking into account Eqs. (4)–(6), and after sampling so that integrals are replaced by summations, the imaging process is expressed mathematically by the relation

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}, \quad (7)$$

where \mathbf{y} is the collection of measurements, \mathbf{H} is the measurement matrix (a row-wise array of all projection modes defined through the Hadamard–Walsh functions), and \mathbf{x} is the sampled object. The identity expressed in Eq. (4) is crucial for the correctness of the above expression, since the measurement matrix is formed by the Hadamard modes and the object corresponds to a sampled version

of the propagated field $t(\vec{r}; z)$. Although identical in form to the algebraic problem in single-pixel imaging based on CS [8,9], Eq. (7) has a major different physical implication as \mathbf{x} denotes the complex amplitude of the sample and not its intensity, which corresponds to the well-known classical compressive imaging problem. The phase information is retained as a main finding in our proposal.

CS allows reconstruction of the correct \mathbf{x} although the number of measurements M is lower than the number N of pixels of the sampled phase object. Because $M < N$, the system is undetermined; a given \mathbf{y} does not specify a unique \mathbf{x} . The correct \mathbf{x} is recovered by solving the optimization problem [8]

$$\min \|\mathbf{x}\|, \text{ such that } \mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}, \quad (8)$$

where $\|\mathbf{x}\|$ is the ℓ_1 norm of the object represented in an appropriate basis, which reflects the inherent sparsity that exists in natural objects. Given a sufficiently large number M , the problem is rigorously solvable and the recovered signal \mathbf{x} approaches the exact signal with high probability. For a k -sparse signal, the required M scales as $k \log(N/k)$.

Note that CS recovers the complex amplitude of the propagated field, $t(\vec{r}; z)$. The final step is to find the phase profile $t(\vec{r})$ of the sample. This fact is accomplished by computing the discrete back propagated Fresnel integral for a distance $-z$. Alternatively, we use the propagating transfer function method [3],

$$t(m, n) = F^{-1} \left\{ F[t(m, n; z)] \exp \left[\frac{j\pi\lambda z}{N(\Delta x)^2} (u^2 + v^2) \right] \right\}, \quad (9)$$

where F denotes fast Fourier transform, (u, v) are discrete spatial frequency variables, (m, n) are discrete spatial transverse coordinates, and N is the number of pixels of \mathbf{x} (we assume the same number of pixels for both orthogonal coordinates). In this procedure we consider the same resolution for all propagation distances and Δx represents the pixel size of the recovered vector \mathbf{x} .

As a proof-of-concept, the phase image of an ophthalmic lens, used to correct myopia, was retrieved by means of the setup shown in Fig. 1. A solid-state laser (Oxxius slim-532) emitting at 532 nm was employed as the light source. The lens was placed 253 mm in front of the SLM, which sequentially generated a set of M Hadamard-Walsh functions of $N = 128 \times 128$ pixels. The pixel size was $19 \mu\text{m}$ and we select $M = 0.2 N$, which provides a good compromise between SNR and computational effort. The programming code for the CS reconstruction was the function *leq-pd* of the *11-magic* software package, which solves the standard basis pursuit problem

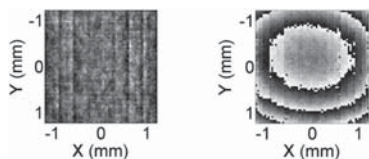


Fig. 2. Retrieved amplitude (left) and phase (right) of the field diffracted by the ophthalmic lens at the SLM plane.

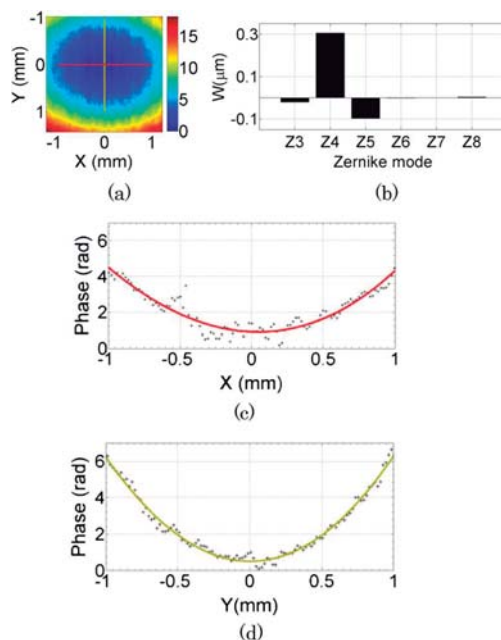


Fig. 3. (a) Phase map of the lens, (b) Zernike coefficients expansion, and fitted curves for the (c) horizontal and (d) vertical profiles marked in (a).

using a primal-dual algorithm [14]. The recovered amplitude and phase of the diffracted pattern at the SLM plane are plotted in Fig. 2. The phase image of the lens, retrieved by backward propagation of $t(\vec{r}; z)$ after phase unwrapping, is shown in Fig. 3(a). This phase function was decomposed into the Zernike polynomial basis. The values (in microns) of the most representative Zernike coefficients are plotted in Fig. 3(b). From Z_4 (defocus) and Z_5 (astigmatism), the optical powers through the horizontal and vertical meridians of the lens were estimated to be -1.11 dpt and -1.75 dpt, respectively, which is in good agreement with the specifications measured by a lens meter. To emphasize this astigmatic behavior, in Figs. 3(c) and 3(d) we show the phase profiles along the horizontal and vertical axis marked in Fig. 3(a).

This research was funded by the Spanish Ministerio de Economía y Competitividad through project FIS2010-15746. Partial support from the Generalitat Valenciana and Universitat Jaume I through the projects PROMETEO/2012/021, ISIC/2012/013, and P1-1B2012-55 is also acknowledged.

References

1. M. Mir, B. Bhaduri, R. Wang, R. Zhu, and G. Popescu, *Prog. Opt.* **57**, 133 (2012).
2. I. Yamaguchi and T. Zhang, *Opt. Lett.* **22**, 1268 (1997).
3. L. Martínez-León, M. Araiza, B. Javidi, P. Andrés, V. Climent, J. Lancis, and E. Tajahuerce, *Opt. Mater. Express* **17**, 12900 (2009).

4. T. Kakue, R. Yonesaka, T. Tahara, Y. Awatsuji, K. Nishio, S. Ura, T. Kubota, and O. Matoba, *Opt. Lett.* **36**, 4131 (2011).
5. I. Yamaguchi, K. Yamamoto, G. A. Mills, and M. Yokota, *Appl. Opt.* **45**, 975 (2006).
6. D. L. Donoho, *IEEE Trans. Inf. Theory* **52**, 1289 (2006).
7. E. Candes, J. Romberg, and T. Tao, *IEEE Trans. Inf. Theory* **52**, 489 (2006).
8. M. F. Duarte, M. A. Davenport, D. Takhar, J. N. Laska, T. Sun, K. F. Kelly, and R. G. Baraniuk, *IEEE Signal Process. Mag.* **25**, 83 (2008).
9. W. L. Chan, K. Charan, D. Takhar, K. F. Kelly, R. G. Baraniuk, and D. M. Mittleman, *Appl. Phys. Lett.* **93**, 121105 (2008).
10. R. D. Swift, R. B. Wattson, J. A. Decker, R. Paganetti, and M. Harwit, *Appl. Opt.* **15**, 1595 (1976).
11. D. J. Brady, K. Choi, D. L. Marks, R. Horisaki, and S. Lim, *Opt. Mater. Express* **17**, 13040 (2009).
12. Y. Rivenson, A. Stern, and B. Javidi, *Appl. Opt.* **52**, A423 (2013).
13. P. Clemente, V. Durán, E. Tajahuerce, V. Torres-Company, and J. Lancis, *Phys. Rev. A* **86**, 041803(R) (2012).
14. E. Candes, <http://www-stat.stanford.edu/~candes/11magic>.