

Tesis doctoral

# **Estudio del comportamiento térmico y dinámico de los amortiguadores para vehículos automóviles tipo turismo**

Departamento de Máquinas y Motores Térmicos  
E.T.S.E.I.T.  
Universitat Politècnica deTerrassa

Marcos Alonso Báez



# **Estudio del comportamiento térmico y dinámico de los amortiguadores para vehículos automóviles tipo turismo**

Marcos Alonso Báez

**Director de tesis**  
Dr. Àngel Comas Amengual

## **Tribunal calificador**

Presidente: \_\_\_\_\_

Universidad: \_\_\_\_\_

Secretario: \_\_\_\_\_

Universidad: \_\_\_\_\_

Vocal: \_\_\_\_\_

Universidad: \_\_\_\_\_

Secretario: \_\_\_\_\_

Universidad: \_\_\_\_\_

Secretario: \_\_\_\_\_

Universidad: \_\_\_\_\_



# Índice

1- Estado del arte y objetivos de la tesis.....	11
1.1- Estado del arte y de la técnica.....	11
1.2- Objetivos de la tesis.....	12
2- Introducción a los amortiguadores.....	14
2.1- Función de los amortiguadores.....	14
2.2- Descripción del funcionamiento y partes del amortiguador.....	15
2.2.1-Tipos de amortiguadores.....	16
2.2.2- Monotubo frente a doble tubo.....	16
2.3- Criterios de confort y maniobrabilidad.....	18
2.4- Influencia del amortiguador dentro de la suspensión.....	30
3- Caracterización de los amortiguadores.....	33
3.1- Rangos de actuación del amortiguador.....	33
3.1.1- Desplazamiento máximo.....	33
3.1.2- Velocidad máxima.....	34
3.2- Representación de la fuerza de amortiguamiento.....	38
3.2.1- Coeficiente de amortiguamiento.....	38
3.2.2- Gráfico posición-fuerza.....	39
3.2.3- Gráfico fuerza-velocidad.....	41
4- Fenomenología en el amortiguador.....	43
4.2- Caracterización de los aceites para amortiguadores.....	43
4.3- Expansión y dilatación térmica de la cámara de trabajo.....	45
4.4- Cavitación.....	46
4.4.1- Cavitación en el amortiguador monotubo.....	47
4.4.2- Cavitación en el amortiguador de doble tubo.....	47
4.4.3- Teoría de la cavitación.....	48
4.4.3.1- Dinámica de la burbuja.....	48
4.4.3.1.1- Colapso de una burbuja vacía.....	48
4.4.3.1.2- Colapso de una burbuja de gas, teoría de Neppiras y Poritsky.....	50
4.4.3.1.3- Tiempo de colapso.....	51
4.4.3.1.4- Colapso adiabático de una burbuja llena de gas.....	53
4.5- Transferencia de calor.....	54
4.6- Fricción.....	55
4.6.1- Dependencias de la fricción en el amortiguador.....	55
4.6.2- Modelos de fricción para el amortiguador.....	56
5- Modelización del amortiguador.....	62
5.1- Modelización de las válvulas.....	62
5.1.1- Correlaciones para las válvulas.....	63
5.1.1.1- Pérdida de carga en un conducto circular.....	63
5.1.1.2- Pérdida de carga en la válvula limitadora.....	64
5.1.1.3- Válvula conjunta.....	69
5.1.1.4- Válvulas de sección variable.....	70
5.2- Modelización de los parámetros físicos.....	72
5.2.1- Descripción de las partes sólidas.....	72
5.2.2- Descripción de los fluidos.....	73
5.3- Modelización de la cavitación.....	79
5.4- Caracterización de las cámaras de trabajo.....	81

5.5- Modelización térmica del amortiguador.....	83
5.5.1- Caracterización de las partes sólidas.....	83
5.5.2- Caracterización de los fluidos.....	99
5.6- Descripción de la fricción.....	107
5.7- Amortiguador monotubo.....	110
5.7.1- Modelo incompresible, compresión del gas politrópica.....	111
5.7.2- Modelo compresible, compresión del gas politrópica.....	114
5.7.3- Modelo compresible y cavitante, compresión del gas politrópica.....	115
5.7.4- Modelo térmico compresible y cavitante, compresión del gas politrópica.....	117
5.7.5- Modelo térmico compresible y cavitante.....	121
5.8- Amortiguador de doble tubo.....	123
5.8.1- Modelo incompresible, compresión del gas politrópica.....	123
5.8.2- Modelo compresible, compresión del gas politrópica.....	127
5.8.3- Modelo compresible y cavitante, compresión del gas politrópica.....	128
5.8.4- Modelo térmico compresible y cavitante, compresión del gas politrópica.....	129
5.8.5- Modelo térmico compresible y cavitante.....	132
6- Descripción de la máquina de ensayo y procesado de datos.....	142
6.1- Descripción de los elementos que componen la máquina.....	142
6.1.1- Mecanismo de biela infinita.....	143
6.1.2- Anclajes del amortiguador.....	144
6.1.3- Elementos de medida y de adquisición de datos.....	145
6.2- Adquisición con la máquina de ensayo.....	147
6.3- Imágenes de la máquina de ensayo.....	150
6.4- Procesado de datos.....	152
7- Resultados.....	160
7.1- Obtención de los parámetros del amortiguador 6K0513031R.....	160
7.1.1- Parámetros geométricos y mecánicos.....	160
7.1.1.1- Obtención directa de medidas.....	160
7.1.1.2- Cálculo de parámetros.....	161
7.1.1.2.1- Determinación de las características elásticas de los muelles.....	162
7.1.1.2.2- Determinación de los diámetros de las válvulas.....	163
7.1.1.2.3- Corrección de los diámetros de las válvulas.....	163
7.1.2- Parámetros físicos.....	165
7.1.2.1- Sólidos.....	166
7.1.2.1.1- Cilindro del amortiguador.....	166
7.1.2.1.2- Pistón, vástago y válvula de la base.....	166
7.1.2.2- Fluidos.....	166
7.1.3- Obtención de resultados teóricos.....	168
7.1.3.1- Datos del ciclo.....	168
7.1.3.2- Modelo incompresible.....	168
7.1.3.3- Modelo compresible.....	171
7.1.3.4- Modelo compresible y cavitante.....	175
7.1.3.5- Modelo térmico compresible y cavitante.....	181
7.1.4- Obtención de resultados experimentales.....	191
7.1.5- Comparación de resultados.....	201
7.1.6- Conclusiones.....	249
7.2- Obtención de los parámetros del amortiguador 6K0513033D.....	251

7.2.1- Parámetros geométricos y mecánicos.....	251
7.2.1.1- Obtención directa de medidas.....	251
7.2.1.2- Cálculo de parámetros.....	252
7.2.1.2.1- Determinación de las características elásticas de los muelles.....	252
7.2.1.2.2- Determinación de los diámetros de las válvulas.....	253
7.2.1.2.3- Corrección de los diámetros de las válvulas.....	253
7.2.2- Parámetros físicos.....	255
7.2.2.1- Sólidos.....	255
7.2.2.2- Fluidos.....	255
7.2.3- Obtención de resultados teóricos.....	255
7.2.4- Obtención de resultados experimentales.....	258
7.2.5- Comparación de resultados.....	262
7.2.6- Conclusiones.....	284
7.3- Obtención de los parámetros del amortiguador 56210 AU000.....	285
7.3.1- Parámetros geométricos y mecánicos.....	285
7.3.1.1- Obtención directa de medidas.....	286
7.3.1.2- Cálculo de parámetros.....	286
7.3.1.2.1- Determinación de las características elásticas de los muelles.....	286
7.3.1.2.2- Determinación de los diámetros de las válvulas.....	287
7.3.1.2.3- Corrección de los diámetros de las válvulas.....	287
7.3.2- Parámetros físicos.....	289
7.3.3- Obtención de resultados teóricos.....	289
7.3.4- Obtención de resultados experimentales.....	289
7.3.5- Comparación de resultados.....	293
7.3.6- Conclusiones.....	317
8- Conclusiones.....	322
9- Propuestas de mejora.....	326

# Anexos

A.1- Sensibilidad de las válvulas del amortiguador.....	A.1 P2
A.1.1- Sensibilidad de las válvulas.....	A.1 P2
A.1.1.1- Variación del diámetro.....	A.1 P2
A.1.1.2- Variación de la longitud del conducto.....	A.1 P3
A.1.1.3- Variación de la densidad del aceite.....	A.1 P3
A.1.1.4- Variación de la viscosidad del aceite.....	A.1 P4
A.1.1.5- Variación de la constante elástica del muelle.....	A.1 P6
A.1.1.6- Variación de la precarga del muelle.....	A.1 P7
A.1.2- Sensibilidad de la válvula completa.....	A.1 P7
A.1.2.1- Sensibilidad frente del número de conductos.....	A.1 P8
A.1.2.2- Sensibilidad frente de la fuerza de precarga.....	A.1 P9
A.1.2.3- Sensibilidad frente a la temperatura.....	A.1 P10
A.1.3- Conclusiones.....	A.1 P11
A.2- Constante elástica equivalente de un disco de pequeño espesor.....	A.3 P1
A.3- Cálculo de los coeficientes de transferencia por convección.....	A.1 P1
A.3.1- Convección natural.....	A.1 P2
A.3.1.1- Pared vertical.....	A.1 P2
A.3.1.2- Superficies planas horizontales.....	A.1 P4
A.3.1.3- Cara superior de una placa horizontal isoterma de cualquier geometría.....	A.1 P4
A.3.1.4- Cara inferior de una placa horizontal isoterma de cualquier geometría.....	A.1 P7
A.3.1.5- Cilindro vertical.....	A.1 P7
A.3.1.6- Expresiones simplificadas para la convección natural del aire.....	A.1 P8
A.3.2- Convección forzada.....	A.1 P9
A.3.2.1- Cilindro en flujo cruzado.....	A.1 P9
A.3.2.2- Cilindro vertical de volumen variable.....	A.1 P9

# **1- Estado del arte y objetivos de la tesis**

## **1.1- Estado del arte y de la técnica**

No son pocos los autores de diferentes estudios realizados sobre el tema que coinciden en considerar que el trabajo realizado por L. Segel y H. H. Lang [1] es el más realista publicado hasta el momento.

En dicho trabajo se tienen en cuenta los principales parámetros físicos del amortiguador para realizar un estudio de los fenómenos que se producen en el conjunto del amortiguador, llegando a un grado de detalle tal que el ajuste del modelo con la experimentación práctica resulta ser altamente satisfactorio.

La principal característica del modelo de Segel y Lang y por lo que destaca respecto a los otros trabajos realizados es que, a la vez que considera el fluido de trabajo como compresible, introduce un modelo de cavitación a partir de parámetros semi-empíricos, modelo mucho más realista que los propuestos hasta el momento.

A pesar de todo, el modelo de amortiguador propuesto por Segel y Lang no tiene en cuenta los efectos térmicos que aparecen en el amortiguador como consecuencia de la generación de calor producida por el trabajo realizado sobre el aceite.

Aunque existen varias publicaciones que las que también se tiene en cuenta la cavitación y la compresibilidad del aceite, ninguno de ellos llega a la calidad del trabajo de Segel y Lang por el simple hecho de introducir modelos demasiado simples en los campos relacionados. La introducción de tales modelos tiene como consecuencia un incremento de la capacidad predictiva debido a una mejor calidad de ajuste de los datos teóricos con los experimentales, si bien ninguno de ellos consigue alcanzar la precisión de los datos obtenidos por Segel y Lang.

Por lo que se refiere al apartado térmico se encuentran publicaciones en las que se menciona la dependencia de la fuerza de amortiguamiento con la temperatura del aceite y se proporcionan gráficos de fuerza de amortiguamiento en función de la velocidad de trabajo, provenientes de un mismo amortiguador y para un mismo ciclo de trabajo a diferentes temperaturas, pero nunca se ha presentado un modelo en el cual se haga un tratamiento transitorio de la temperatura del aceite y del cuerpo del amortiguador como consecuencia del ciclo de trabajo al que se encuentra sometido.

## 1.2- Objetivos de la tesis

El objetivo principal de la tesis es proponer un modelo general de amortiguador que sea capaz de predecir el comportamiento mecánico del amortiguador teniendo en cuenta los efectos térmicos que tienen lugar como consecuencia de las condiciones de operación.

Como objetivo complementario, se estudiará el porqué del uso de los amortiguadores dentro del sistema de suspensión de los vehículos automóviles y el método de optimización.

### Bibliografía:

[1] L.Segel & H. H. Lang. -The mechanics of automotive hydraulic dampers at high stroking frequencies (The dynamics of vehicles on roads and on tracks, Vol. 10, 1981).

[2] C. Surace, K. Worden & G. R. Tomlinson. -On the non-linear characteristics of automotive shock absorbers (IMECH, part D, vol. 206, 1992).

[3] A. L. Audenino & G. Belingardi. -Modelling the dynamic behaviour of a motorcycle damper (IMECH, part D, vol. 209, 1995).

[4] Koenraad Reybouck. -A non linear parametric model of an automotive shock absorber (SAE, nº 1031, 1994).

[5] Brian Warner & Subhash Rakheja. -An analytical and experimental investigation of friction and gas spring characteristics of racing car suspension dampers (SAE paper 962548, 1996).

[6] Kwangjin Lee. -Numerical modelling for the hydraulic performance prediction of automotive monotube dampers (Vehicle System Dynamics, vol. 28, 1997).

[7] K. Yabuta, K. Hidaka & N. Fukushima. -Influence of suspension friction on riding comfort (Proceedings of the 7<sup>th</sup> IASVD symposium, 1981).

[8] D. J. Purdy. -Theoretical and experimental investigation into an adjustable automotive damper (IMECH, vol. 214, 2000)

[9] L. Böswirth. -A model for valve taking non steady flow into account (Eigenverlag, Wien, 1998)

[10] A. Dalibert. -Progress in shock absorber oil technology (ESSO S.A.F., 770850, 1977)

[11] Stefaan WR Duym. -Simulation tools, modelling and identification, for an automotive shock absorber, in the context of vehicle dynamics (Vehicle System Dynamics, vol. 33, 2000).

- [12] John J. Dixon. -The shock absorber handbook (SAE book, 2001).
- [13] W. F. Milliken & D. L. Milliken. -Race car vehicle dynamics (SAE book, 1995).
- [14] J. B. Hunt. -Dynamic vibration absorbers (Mechanical Engineers Publications, LTD book, 1979).
- [15] Robert Blevins. -Applied fluid dynamics handbook (Krieger Publishing Company book, 2000).
- [16] F. M. White. -Mecánica de fluidos (McGraw-Hill book, 2001).
- [17] Bernard J. Hamrock. -Fundamentals of fluid film lubrication (McGraw-Hill book, 1994).
- [18] Donald Bastow. -Car suspension and handling (Pentech Press book, 2<sup>nd</sup> edition).
- [19] J. Wong. -Theory of ground vehicles (Willey book, 2001).
- [20] Penske racing shocks, Technical manual (Penske technical data (web), 2001).

## **2- Introducción a los amortiguadores**

La función de un amortiguador es la de frenar parcial o totalmente un movimiento no deseado que aparece de forma intencionada o no en un sistema mecánico. En particular, el amortiguador en el ámbito del automóvil no sólo debe amortiguar movimientos no deseados sino que debe hacerlo de forma óptima y según los criterios de maniobrabilidad y confort que se introducirán más adelante.

Lógicamente, para disminuir la velocidad de una masa se tiene que hacer una fuerza tal que se oponga a su velocidad. La fuerza más sencilla que cumple este requisito es la fricción y es ésta fuerza en la que se basa el funcionamiento de los amortiguadores más comúnmente utilizados.

Se distinguen tres tipos de fricción, la fricción de Couloumb (asociada al movimiento relativo entre partes sólidas en contacto), la fricción asociada al movimiento viscoso de un fluido y la llamada fricción turbulenta que aparece a partir de la disipación energética como consecuencia del movimiento turbulento del fluido. En función del tipo de amortiguamiento deseado es conveniente buscar uno u otro tipo de fricción.

En los amortiguadores para automóviles, siempre se busca la fricción asociada al movimiento de un fluido ya que dicha fricción es función, entre otras variables, de la velocidad del fluido. Por el hecho de utilizar como medio un fluido, a este tipo de amortiguadores se los conoce como amortiguadores hidráulicos.

Por otra parte, es interesante que la fuerza que ofrece el amortiguador sea función de la velocidad. En particular, los fabricantes de automóviles han llegado a la conclusión que la optimización de la maniobrabilidad y del confort se obtiene cuando existe una dependencia lineal entre la velocidad y la fuerza de amortiguamiento.

### **2.1- Función de los amortiguadores**

En los primeros vehículos automóviles no se utilizaba ningún tipo de suspensión y, realmente era innecesaria debido a que eran lentos y pesados. Rápidamente y a medida que los vehículos se volvieron más ligeros y rápidos, se percataron de que la falta de suspensión no sólo producía disconfort sino que aparecían momentos en los que los neumáticos perdían el contacto con el suelo, perdiéndose tracción y estabilidad.

Teniendo presente que el neumático es el único elemento del vehículo en contacto con el suelo y, consecuentemente, es el único responsable del cambio cinemático del vehículo, se deduce que la principal función del sistema de suspensión es la de asegurar el contacto entre el neumático y el suelo.

En un segundo plano, la suspensión ha de proporcionar el máximo confort posible a los pasajeros y a la carga transportada.

El amortiguador, como parte integrante del sistema de suspensión, tiene la obligación de permitir y colaborar en la obtención del éxito de los requerimientos propuestos bajo cualquier situación.

De los dos requerimientos impuestos sobre el sistema de suspensión nacen los criterios de confort y de maniobrabilidad, los cuales se tratarán en detalle en el punto 2.3.

## **2.2- Descripción del funcionamiento y partes del amortiguador**

Si a un fluido que circula por un conducto se le pone una restricción, como por ejemplo, un orificio o un estrangulamiento, el fluido, el cual tenía una cierta presión y temperatura en la entada, sale con una presión inferior y una temperatura superior, de forma que se ha transformado energía mecánica en energía térmica. Además, es fácil ver que el fluido ejerce una fuerza sobre el orificio o estrangulamiento debido a la variación de presión que se ha generado. Como se puede imaginar, este efecto de conversión de energía es la base de todo amortiguador hidráulico.

En cualquier amortiguador hidráulico existe una parte móvil que desplaza un fluido (generalmente aceite) a través de unos orificios y/o válvulas que son las encargadas de producir una pérdida de carga. La fuerza de amortiguamiento es debida principalmente a la caída de presión generada en las válvulas, aunque influyen otros factores como la fuerza de fricción existente o la presión del gas.

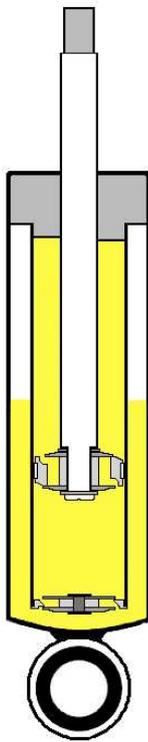
El éxito en el funcionamiento de cualquier amortiguador es conseguir controlar la fuerza generada en función del movimiento impuesto sobre éste, para poder optimizar el confort y/o la maniobrabilidad.

El efecto de pérdida de carga que tiene lugar en dentro del amortiguador depende básicamente del caudal que circula a través de los orificios, y dicho caudal es, en teoría, directamente proporcional a la velocidad a la que se mueve el pistón relativo al cilindro de trabajo, por lo que la fuerza de amortiguamiento será función de la velocidad. Esta afirmación no es del todo cierta ya que existen ciertos diseños de amortiguadores modernos (como por ejemplo los Sensatrac de Monroe) en los que se procura que la fuerza de amortiguamiento sea también proporcional a la posición relativa entre el pistón y el cilindro con la intención de aumentar la fuerza de amortiguamiento cuanto más comprimido esté el amortiguador para conseguir una amortiguación más progresiva y obtener el máximo de confort para los viajeros.

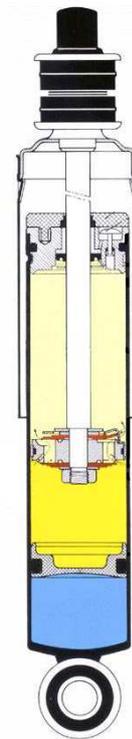
## 2.2.1- Tipos de amortiguadores

La parte encargada de transmitir el movimiento al pistón de trabajo para forzar el movimiento del fluido es el vástago, el cual entra y sale del cuerpo del amortiguador. Debido a que el volumen interior del amortiguador es constante y a que los aceites de trabajo utilizados son prácticamente incompresibles, se deduce que el movimiento del vástago no sería posible si no existiera una parte del amortiguador destinada a absorber dichas variaciones de volumen.

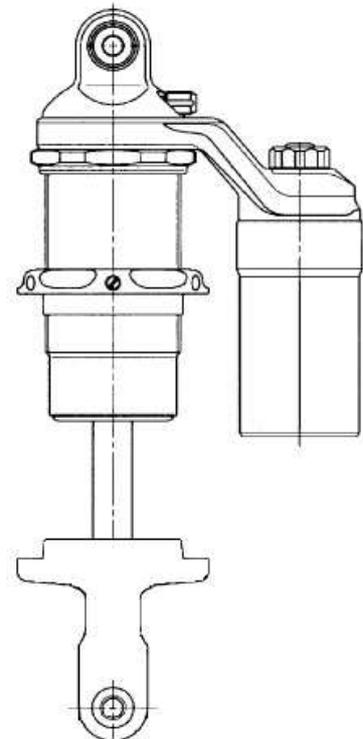
La clasificación más comúnmente utilizada en los amortiguadores surge del modo en que se absorbe la variación del volumen. En concreto, se distinguen tres tipos de amortiguadores: el de doble tubo, el monotubo y el de depósitos separados.



*Fig. 1.* Amortiguador de doble tubo



*Fig. 2.* Amortiguador monotubo



*Fig. 3.* Amortiguador de depósitos separados

## 2.2.2- Monotubo frente a doble tubo

Se ha observado que el amortiguador de doble tubo y el monotubo son de constituciones notablemente diferentes, por lo que cada uno presentará unas ventajas y unos inconvenientes respecto al otro. El objetivo de éste apartado es estudiar de forma comparativa las ventajas de cada tipo, no considerando el de depósitos separados por no ser comúnmente utilizado en los vehículos automóviles tipo turismo.

El monotubo presenta una única cámara de trabajo por lo que éste tipo de amortiguador será más compacto que el de doble tubo.

A causa de la mayor compacidad del monotubo, éste presenta una capacidad inferior de refrigeración del aceite, por lo que resulta necesario montarlo dentro de la suspensión en una zona aireada para evacuar el calor generado. El amortiguador de doble tubo no es tan exigente en éste aspecto.

Como el amortiguador monotubo compacto necesita un émbolo flotante, ha de estar posicionado de la forma más vertical posible dentro del sistema de suspensión para evitar que el émbolo pierda su posición natural de trabajo como consecuencia de la aparición de fuerzas máxicas orientadas en una dirección distinta a la del eje longitudinal del amortiguador, así como la fricción adicional y el desgaste que conlleva.

Sea cual sea el montaje del amortiguador dentro de la suspensión es inevitable que existan esfuerzos laterales sobre éste. Estos esfuerzos se contrarrestan en la zona de contacto entre el pistón y el cilindro de trabajo y en la guía del vástago. Esta guía dispone de casquillos antifricción y de los correspondientes retenes y guardapolvo para evitar las fugas de aceite, por lo que no es el punto más delicado bajo estos esfuerzos laterales. Sí lo es la zona de contacto entre el pistón y el cilindro ya que un pequeño desgaste supone unas “fugas” mayores de aceite y una menor fuerza de amortiguamiento. En esta zona es fácil observar que bajo una fuerza lateral dada, la reacción será menor cuanto más separado esté el pistón de la guía del vástago. Los amortiguadores de doble tubo presentan una ventaja en este punto ya que al no tener que alojar en el cilindro el depósito de gas, se puede hacer trabajar al pistón más alejado que el de un monotubo.

Cuando un amortiguador de doble tubo tiene el depósito de reserva a presión atmosférica o ligeramente superior, al estar en reposo, el aceite que se encuentra en la cámara de extensión tiende a igualar el nivel del aceite que se encuentra en el depósito de reserva, lo cual favorece la entrada de aire o gas en la cámara de extensión dando lugar al fenómeno llamado “mourning sickness”. Éste fenómeno no sucede en los monotubos.

Es más difícil que exista cavitación en un monotubo ya que el depósito de gas se encarga de mantener presurizado el aceite bajo cualquier condición de funcionamiento.

La estructura del amortiguador de doble tubo obliga a montar la válvula de la base en la parte inferior, lo que supone que en el anclaje del amortiguador el vástago va unido a la masa suspendida y los cuerpos de la cámara de trabajo y del depósito de reserva van unidos a la masa suspendida. Por las características de los vehículos y de irregularidades en las calzadas existentes, la masa no suspendida se ve sometida a muchas más vibraciones y de más alta frecuencia, por lo que la aireación del aceite es mucho más fácil.

En el amortiguador de doble tubo, el taraje de las válvulas es especialmente crítico ya que, cuando se encuentra trabajando en el ciclo de tracción, debido a que es la cámara de reserva (la cual se encuentra a la misma presión que el gas y que es usual que sea la presión atmosférica) la que suministra fluido a la cámara de compresión, la presión a la que entra el fluido en dicha cámara se encuentra por debajo de la presión del gas, pudiendo llegar a presiones inferiores a la presión de vapor del aceite y apareciendo cavitación. La válvula de la base ha de permitir la fácil circulación del aceite sin apenas restricción en el sentido de salida de la cámara de reserva. Asimismo, ocurre un

fenómeno similar cuando el amortiguador se encuentra en compresión ya que si las válvulas del pistón que regulan el paso de fluido desde la cámara de compresión hasta la de tracción son muy restrictivas, en la cámara de tracción puede llegarse a presiones excesivamente bajas, siendo necesario aumentar la presión de ambas cámaras a costa de poner fuertes restricciones en la válvula de la base cuando el fluido circula desde la cámara de compresión hasta la de reserva.

## 2.3- Criterios de confort y de maniobrabilidad

Como es imaginable, el confort va asociado al bienestar que siente un pasajero dentro del vehículo, por lo que su cuantificación resulta extremadamente compleja por ser una sensación subjetiva.

Afortunadamente, existen numerosos trabajos orientados al análisis y cuantificación del confort y, si bien los resultados obtenidos son poco precisos, se llega a la conclusión de que la sensación de malestar va fuertemente ligada a la aceleración a que se encuentra sometido el individuo.

Se suele evaluar el confort instantáneo como una función del valor *RMS* (valor cuadrático medio) de la aceleración, generalmente ponderado por una función dependiente de la frecuencia excitatriz. Esto es:

$$R = F(RMS(\ddot{x}(f))) \cdot G(f)$$

donde *R* es el confort, *F* y *G* son funciones,  $\ddot{x}$  la aceleración del chasis y *f* la frecuencia motriz.

La función *G(f)* trata de dar peso sobre aquellas frecuencias que son más molestas para el cuerpo humano debido a que los estudios hechos sobre el análisis del confort demuestran que existen ciertas frecuencias que aumentan el malestar (en la tabla 1 se muestran las frecuencias de resonancia de diferentes partes del cuerpo humano) y trata de minimizar otras que resultan menos molestas para el cuerpo humano (las frecuencias verticales que mejor tolera el hombre se encuentran entre los 0,8 a 1,5Hz debido a que la frecuencia vertical asociada al acto de caminar está entre los 1,2 y los 2Hz ).

Frecuencias (Hz)	Zonas de resonancia
3 – 6	Tórax – Abdomen
20 – 30	Cabeza – Cuello – Hombro
60 – 90	Globo ocular
100 – 200	Mandíbulas

Tabla 1. Zonas de resonancia del cuerpo humano

Debido a que las vibraciones que se producen en el vehículo no son siempre oscilaciones forzadas, condiciones bajo las que sí tiene sentido definir *G(f)*, se

supondrá que dicha función es la unidad para cualquier caso, por lo que el valor del confort se determinará a partir del valor cuadrático medio de la aceleración sobre el chasis (en tal caso,  $F(RMS(\ddot{x}(f))) = RMS(\ddot{x}(f))$ ).

Por otra parte y a grandes rasgos, la maniobrabilidad se puede definir como la capacidad del vehículo a cambiar su estado cinemático de forma segura y predecible, de manera que resulte sencillo mantener la trayectoria deseada teniendo en cuenta las aceleraciones longitudinales y transversales a que puede estar sometido.

Como es lógico pensar, la maniobrabilidad tiene que estar necesariamente relacionada con la fuerza existente entre la rueda y el suelo.

Debido a que los estudios de maniobrabilidad no son tan comunes como los estudios realizados sobre el confort, se establecerá un criterio propio para cuantificar dicha cualidad.

No cabe duda de que la maniobrabilidad está relacionada con la seguridad activa que es capaz de proporcionar el vehículo.

Imagínese un vehículo que está entrando en un viraje. Bajo tales condiciones, por la redistribución de masas que se genera, los neumáticos exteriores al viraje aumentarán la fuerza existente en la zona de contacto entre la rueda y el suelo mientras que en los de la zona interior la fuerza disminuirá. Para un neumático cualquiera, si se encuentra sometido a una fuerza lateral bajo una cierta carga radial, se desvía un cierto ángulo de la trayectoria marcada por el plano en que se encuentra (conocido como ángulo de deslizamiento). Debido a que el deslizamiento es función de la carga radial, una vez entrado en la curva y en función del sistema de suspensión, la variación de la fuerza entre la rueda y el suelo se puede producir de manera oscilatoria o no. Si se produce de manera oscilatoria, el ángulo de deslizamiento de la rueda y consecuentemente la trayectoria de la rueda y del vehículo no serán constantes hasta que se estabilice todo el proceso de distribución de la masa. En ciertas condiciones, la oscilación de la trayectoria es suficientemente grande como para forzar al conductor a corregirla, alargando el período transitorio.

El ejemplo anterior justifica el hecho de relacionar el concepto de maniobrabilidad con la fuerza de contacto entre la rueda y el suelo. En particular y tomando como referencia los dos casos extremos citados anteriormente, lo interesante es que, si el vehículo se encuentra con un bache o desnivel en la vía, la fuerza de contacto se estabilice lo más rápidamente posible, mientras que si circula por una vía “ondulada”, la variación de la fuerza sea la menor posible.

Se establece el criterio de evaluación de la maniobrabilidad del vehículo a partir del valor *RMS* de la fuerza existente entre la rueda y el suelo, de forma que entre menor sea éste menor será la variación de dicha fuerza y mayor la posibilidad de controlar el vehículo (a efectos teóricos, un valor cero supone que no existe cambio en el valor inicial de dicha fuerza):

$$H = RMS[k_1(x_0 - x_{nsus}) + c_1(\dot{x}_0 - \dot{x}_{nsus})]$$

donde  $k_1$  es la constante elástica equivalente del neumático y  $c_1$  su constante de amortiguamiento,  $x_0$  representa la posición del suelo y  $x_{nsus}$  la posición de la masa no suspendida.

### 2.3.1- Modelo para el análisis del confort y de la maniobrabilidad

Si bien el modelo de cuarto de vehículo no es una buena réplica de un vehículo completo, si que permite obtener resultados cualitativamente interesantes, motivo por el cual es el modelo propuesto en este estudio.

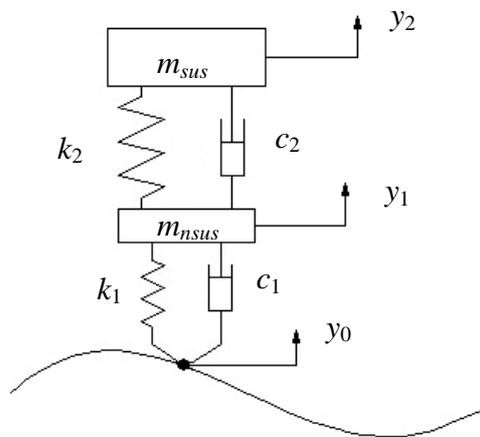


Fig. 4. Modelo de cuarto de vehículo.

En la figura anterior se ha aplicado la hipótesis de que la rueda se comporta como un elemento elástico amortiguado, de constante elástica  $k_1$  y  $c_1$  de coeficiente de amortiguamiento. Por otra parte,  $k_2$  y  $c_2$  son la constante elástica y de amortiguamiento de la suspensión mientras que  $m_{nsus}$  y  $m_{sus}$  representan a la masa no suspendida (rueda, parte del sistema de frenado, parte de la suspensión, etc.) y a la masa suspendida (chasis, parte del sistema de suspensión, motor, etc.) respectivamente.

A partir de la teoría de la vibración, se define el coeficiente crítico de amortiguamiento como:

$$c_{cr} = 2\sqrt{k_2 m_{sus}}$$

De donde se obtiene el factor de amortiguamiento ( $\xi$ ):

$$\xi = \frac{c_2}{c_{cr}}$$

El sistema de ecuaciones diferenciales que simulan el comportamiento del modelo planteado se obtiene a partir de un análisis Newtoniano sobre las masas. Debido a que

dicho análisis se puede encontrar en multitud de bibliografía técnica (p.e. en la obra de Rova Vila y Juan León L. (Vibraciones Mecánicas [1])), no se presentará su desarrollo.

Los valores que se utilizarán para la obtención de resultados se presentan en la tabla 2 y corresponden a un vehículo tipo turismo de tamaño mediano.

	1	2
$m(kg)$	35	400
$k(kN/m)$	300	60
$c(kNs/m)$	1,5	variable

Tabla 2. Valores utilizados.

### 2.3.2- Coeficientes óptimos en frente de una irregularidad

No cabe decir que las vías por las que circulan los vehículos no son perfectas. En particular es usual que aparezcan irregularidades “puntales” o baches. En este punto se tratará de simular el comportamiento del vehículo cuando se encuentra con una de esas irregularidades.

Se supondrá un caso ideal en el cual la vía presenta un escalón de una altura  $h$  y que es el responsable de perturbar el estado del vehículo simulado.

Las oscilaciones que se producirán sobre las masas permitirán encontrar los valores para la maniobrabilidad  $H$  y para el confort  $R$  que, una vez normalizados ( $H/H_{\min}$  y  $R/R_{\max}$ ) conducen a los gráficos siguientes en función del factor de amortiguamiento  $\xi$ .

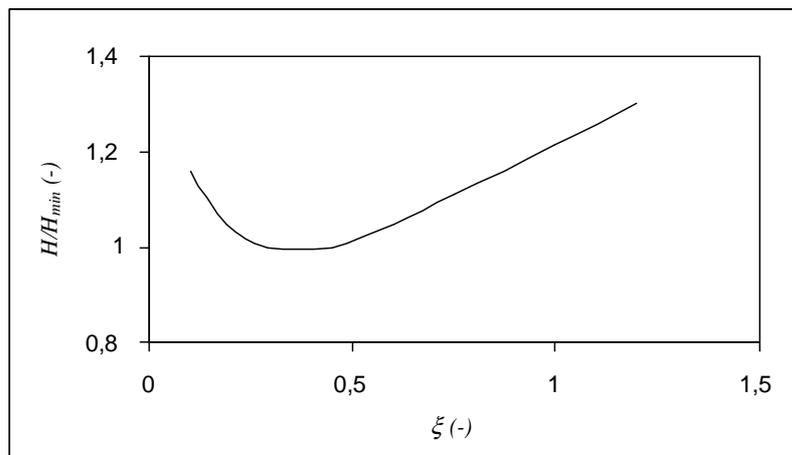


Fig.5. Coeficiente de maniobrabilidad adimensionalizado para un bache en función del factor de amortiguamiento

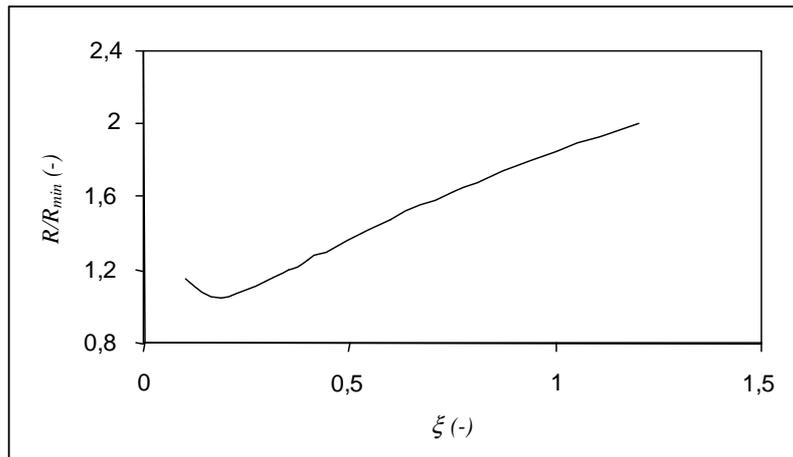


Fig. 6. Coeficiente de confort adimensionalizado para un bache en función del factor de amortiguamiento

Se observa que el valor óptimo para el confort se encuentra cerca de  $\xi = 0,2$  mientras que el óptimo para la maniobrabilidad se encuentra alrededor de  $\xi = 0,35$ .

Es destacable que el crecimiento de la curva de confort a partir del mínimo que presenta crece más pronunciadamente que la curva de maniobrabilidad, por lo que un pequeño alejamiento del valor óptimo tiene efectos más notables que en el caso de la maniobrabilidad.

### 2.3.3- Coeficientes óptimos para una vía ondulada

Si bien es cierto que las vías de circulación presentan irregularidades puntuales, también es cierto que suelen tener perfiles continuamente variables, ya sea por un mal proceso de pavimentado o por las deformaciones que sufren a lo largo del tiempo (dilataciones, movimientos de tierras, etc.).

Lógicamente el perfil resultante será aleatorio pero, aún así, los Estándares ISO proporcionan una información tal que permite considerar la superficie de la vía como si tuviera un perfil senoidal puro.

Los Estándares ISO proporcionan el *PSD* (Power Spectral Density) en función del número de ciclos por metro, de forma que, en función de la calidad de la vía, se puede conocer la amplitud del ciclo. Se muestra la figura 7 para visualizar esta idea.

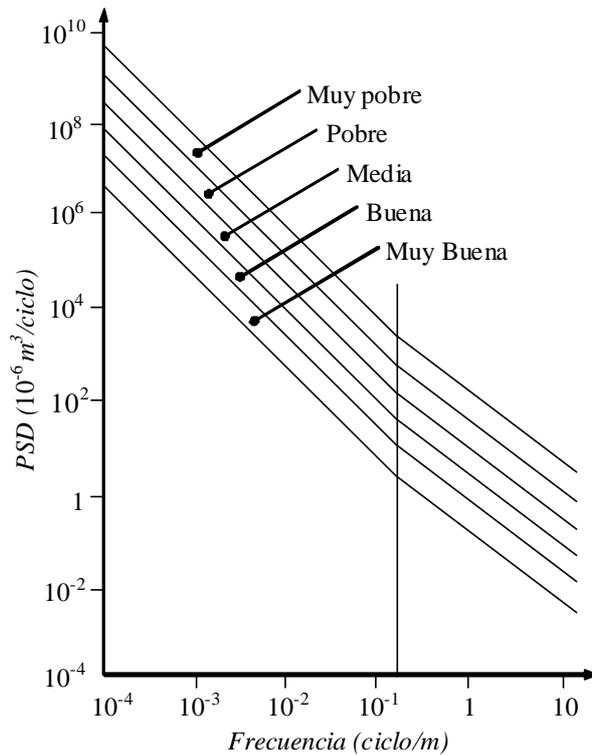


Fig. 7. Obtención del PSD de una vía en función de su calidad.

El gráfico resulta útil para poder estimar los valores de frecuencia y amplitud existentes en las vías actuales.

Para una vía de calidad pobre, para una frecuencia  $n$  de 1 ciclo por metro y a una velocidad elevada de  $120 \text{ km/h}$  se obtiene una frecuencia de oscilación de  $210 \text{ Hz}$  y una amplitud estimada de  $0,01 \text{ m}$ . Bajo tales hipótesis y en condiciones estacionarias, a partir de las definiciones del punto anterior a lo largo de un ciclo se obtienen los resultados siguientes:

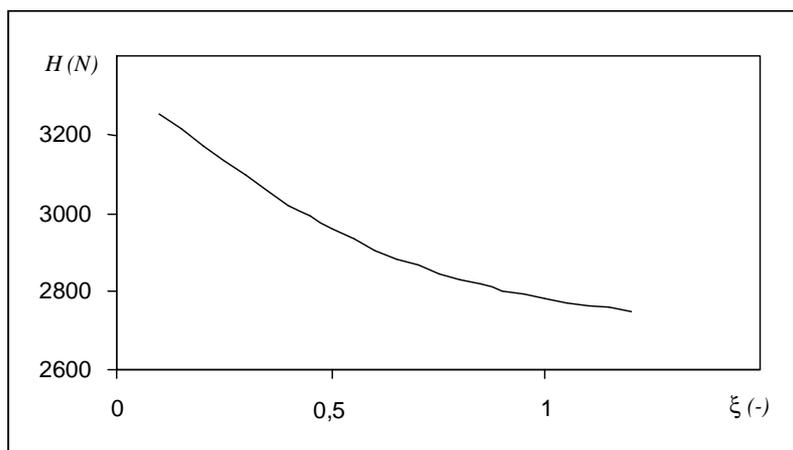


Fig.8. Coeficiente de maniobrabilidad en una vía ondulada en función del factor de amortiguamiento. La frecuencia de oscilación es de  $210 \text{ Hz}$  y la amplitud de  $0,01 \text{ m}$ .

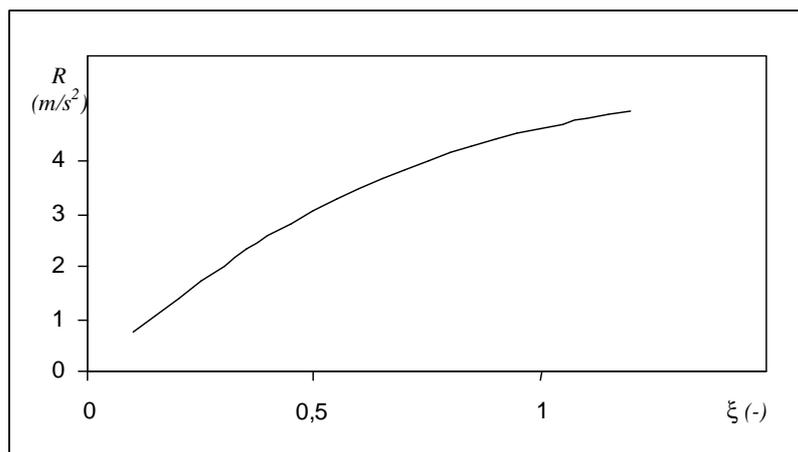


Fig. 9. Coeficiente de confort para una vía ondulada en función del factor de amortiguamiento. La frecuencia de oscilación es de  $210\text{Hz}$  y la amplitud de  $0,01\text{m}$ .

Aunque no se ha representado en las figuras, la curva de maniobrabilidad encuentra un mínimo para un valor de  $\xi = 2,5$  mientras que la curva de confort es estrictamente creciente y acotada superiormente cuando el factor de amortiguamiento tiende a infinito ( $\xi \rightarrow \infty$ ).

A pesar de que se ha elegido un caso particular para la representación de las curvas de confort y maniobrabilidad, la realidad indica que para cada frecuencia y para cada amplitud de la vía el coeficiente óptimo de amortiguamiento cambia.

Efectivamente, si se considera una amplitud constante de  $0,01\text{m}$  y se cambia la frecuencia excitatriz, aparecen tres zonas distintas para el coeficiente óptimo de maniobrabilidad. La primera zona engloba las frecuencias hasta desde  $0$  hasta  $10\text{Hz}$  aproximadamente y los coeficientes de amortiguamiento elevados son óptimos para la maniobrabilidad. La segunda zona llega hasta los  $75\text{Hz}$  en que los óptimos son valores de amortiguamiento bajos. Por último, la tercera zona engloba los valores restantes y se observa que los óptimos crecen de forma continua con la frecuencia.

Por lo que se refiere al confort, se diferencian únicamente dos zonas. La primera en la cual los valores elevados de amortiguamiento son óptimos y la segunda que se encuentra a partir de los  $12\text{Hz}$  donde los valores óptimos son valores bajos del coeficiente de amortiguamiento.

Para comprender el motivo por el cual el coeficiente óptimo de maniobrabilidad se comporta de tal manera, se requiere la introducción del criterio de transmisibilidad.

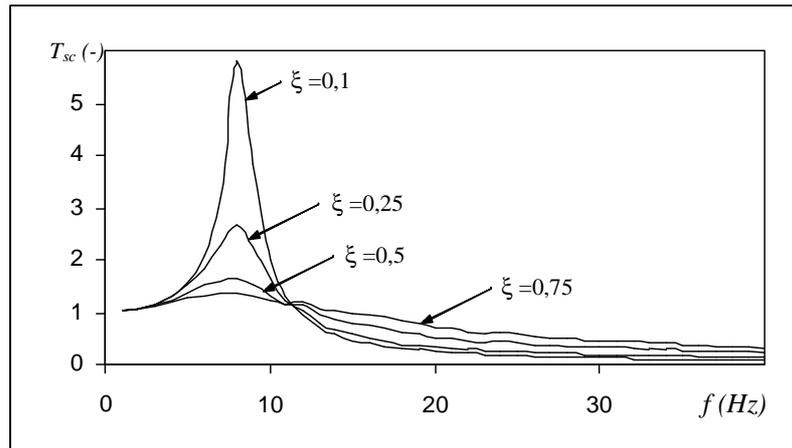
La transmisibilidad del suelo hasta el chasis se define a partir de dos criterios diferentes, estos son la transmisión de fuerza y la transmisión de desplazamiento.

Aunque ambos criterios permiten conocer la aceleración de la masa suspendida, resulta una medida práctica definirla a partir del desplazamiento del chasis, por el simple hecho que la fuerza existente entre la rueda y el suelo no es conocida a priori, y si que lo es el perfil de la vía.

De lo citado se define la transmisibilidad como la relación existente entre el desplazamiento del chasis respecto a la posición del suelo, por lo que la aceleración del chasis resulta proporcional a esta para una frecuencia dada.

$$T_{sc} = \frac{RMS[x_{sus}]}{RMS[x_0]}$$

Una vez definida se obtiene el gráfico siguiente:



*Fig. 10.* Transmisibilidad entre el suelo y el chasis en función de la frecuencia para diferentes factores de amortiguamiento en una vía ondulada.

Los picos que se observan alrededor de los  $8\text{ Hz}$  son debidos a fenómenos resonantes del sistema, y la única forma de reducirlos pasa por aumentar el coeficiente de amortiguamiento, motivo por el que los valores elevados de  $\xi$  hacen óptimo el confort en esta región.

A partir de los  $12\text{ Hz}$  los fenómenos resonantes desaparecen, disminuyendo la aceleración transmitida a medida que el coeficiente de amortiguamiento decrece, y encontrando dichos valores como óptimos para el sistema.

Como es usual en problemas de ingeniería, la elección de un coeficiente óptimo de confort se presenta como una solución de compromiso aunque, como norma general, se procura no sobrepasar los valores de transmisibilidad de  $T_{sc} = 2,5$ , hecho que permite escoger  $\xi = 0,25$  como una buena solución.

Por lo que refiere a la maniobrabilidad, se muestra el gráfico 8, donde se ha representado la maniobrabilidad como función de la frecuencia para diferentes valores del factor de amortiguamiento para una amplitud constante.

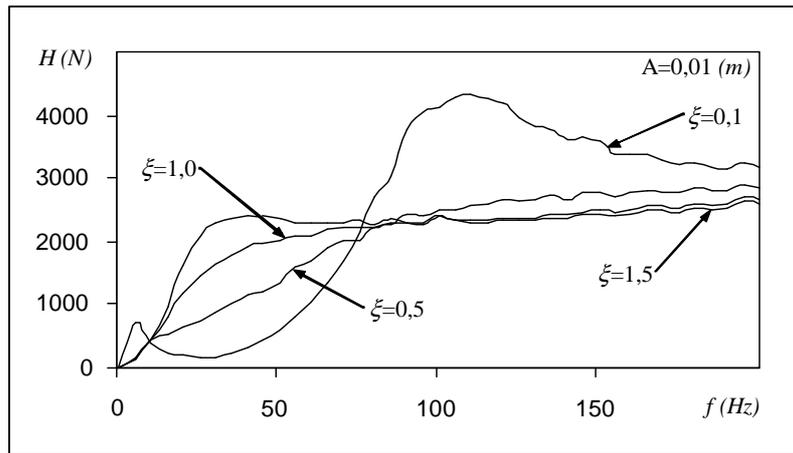


Fig. 11. Representación del coeficiente de maniobrabilidad como función de la frecuencia para diferentes factores de amortiguamiento y una amplitud de desplazamiento constante.

Resulta fácil distinguir las tres zonas existentes. Hasta los 10 Hz aproximadamente, para valores bajos de amortiguamiento existen fenómenos resonantes que hacen que los coeficientes de amortiguamiento elevados sean óptimos. A partir de esta frecuencia hasta los 75 Hz aproximadamente, los efectos resonantes disminuyen hasta el punto de conseguir valores de maniobrabilidad bajos para amortiguamientos blandos. Y es a partir de los 75 Hz que vuelven a aparecer fenómenos de resonancia para amortiguamientos suaves, por lo que el óptimo se desplaza hacia valores de  $\xi$  elevados para el resto de frecuencias.

Nuevamente la elección del coeficiente óptimo resulta ser una solución de compromiso, aunque en general, para vehículos deportivos, se escogen valores elevados de amortiguamiento (superiores a  $\xi = 0,5$ ) en previsión de las altas velocidades de paso a que son capaces de circular.

La conclusión general a la que se puede llegar es que para una vía cuyo perfil no es completamente liso no existe un valor concreto de amortiguamiento óptimo, pues para cada tipo de vía los coeficientes óptimos de maniobrabilidad y de confort cambiarán.

### 2.3.4- Coeficientes óptimos en un viraje

Ya ha sido destacado el hecho de que la suspensión en su conjunto también influye en el comportamiento del vehículo cuando este se encuentra en un viraje, siendo necesario un análisis extremadamente complejo sobre todo el vehículo para poder determinar qué sucede exactamente.

Para evitar tal complejidad y a su vez poder tener más parámetros indicativos que permitan optimizar la suspensión bajo ciertas situaciones, se presenta una simulación

simplista de viraje sobre el modelo anterior de cuarto de vehículo que permita conocer los fenómenos existentes bajo tal situación.

Debido a que el vehículo cambia de trayectoria, aparecen unas fuerzas de inercia sobre las masas constitutivas del vehículo que tienden a redistribuir las cargas aplicadas sobre los neumáticos, es el fenómeno conocido como la redistribución de masas. Si bien las fuerzas de inercia aparecen sobre todas las masas, se desprecian las que actúan sobre las masas no suspendidas por ser de un orden de magnitud mucho menor que las implícitas en la masa suspendida. Según las hipótesis de trabajo adoptadas, el modelo que se presenta se reduce a estudiar el comportamiento del cuarto de vehículo cuando sobre la masa suspendida se aplica una fuerza vertical de valor conocido.

Aunque el objetivo directo es el estudio del comportamiento de la suspensión en un viraje, aparecen fenómenos similares en los procesos de aceleración y de frenado debido a las fuerzas de inercia inherentes en ambas situaciones y la consecuente redistribución de masas que tiene lugar.

Se supondrá que toda la distribución del peso al entrar en el viraje se produce de forma lineal en un tiempo  $t_i$  y que, como ya se ha justificado, se puede considerar como una fuerza aplicada íntegramente sobre la masa suspendida  $m_{sus}$ .

Con el fin de tener valores orientativos, para un vehículo de  $1400\text{ kg}$  que circula a  $80\text{ km/h}$  y entra en una curva de  $30\text{ m}$  de radio, la aceleración sobre el centro de gravedad es de unos  $16,5\text{ m/s}^2$ .

Si el centro de gravedad se encuentra a unos  $0,5\text{ m}$  del suelo y la vía del vehículo es de  $1,2\text{ m}$ , entonces las ruedas exteriores reciben una carga de las interiores de  $8\text{ kN}$ , que aplicado al modelo de cuarto de vehículo, da una fuerza aproximada sobre la masa suspendida  $m_{sus}$  de  $4\text{ kN}$ .

En tal caso y suponiendo que el perfil de la vía es perfectamente liso, se obtienen los siguientes desplazamientos para la rueda y el chasis:

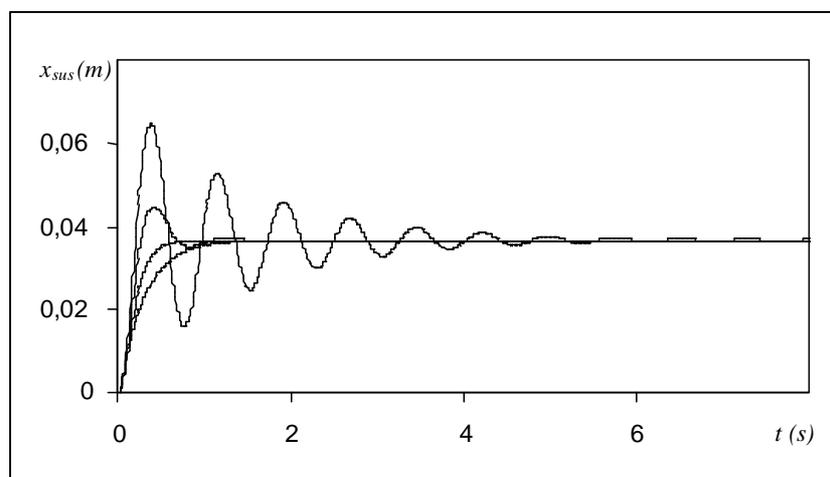


Fig. 12. Desplazamiento de la masa suspendida en un viraje.

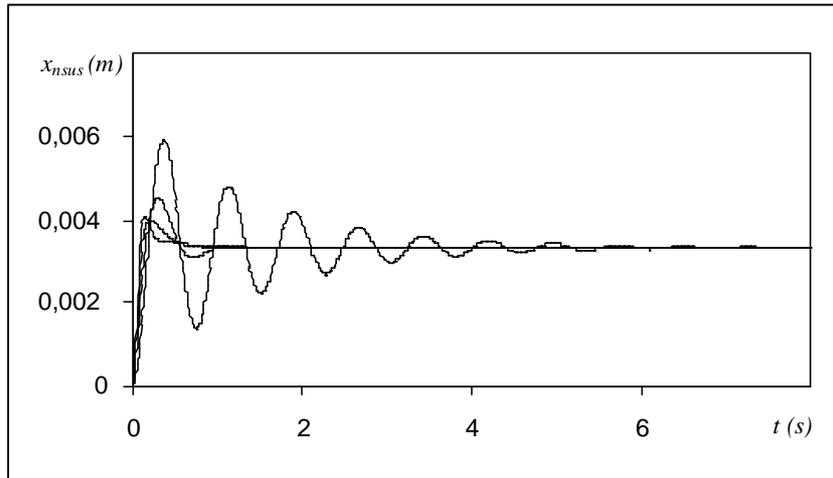


Fig. 13. Desplazamiento de la masa no suspendida en un viraje.

Con el objeto de poder observar mejor el período transitorio que se produce y poder concluir hechos, se muestran las dos figuras siguientes, donde sólo se han mostrado los dos primeros segundos de la situación anterior.

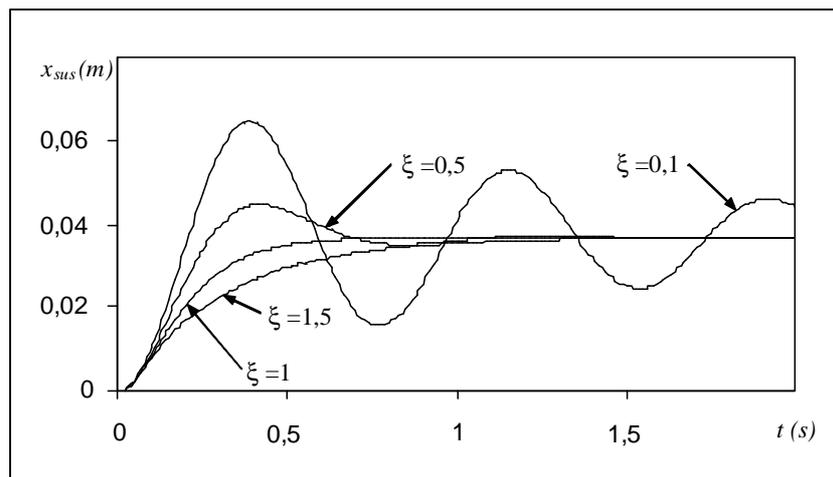


Fig. 14. Detalle de la zona transitoria del desplazamiento de la masa suspendida en un viraje.

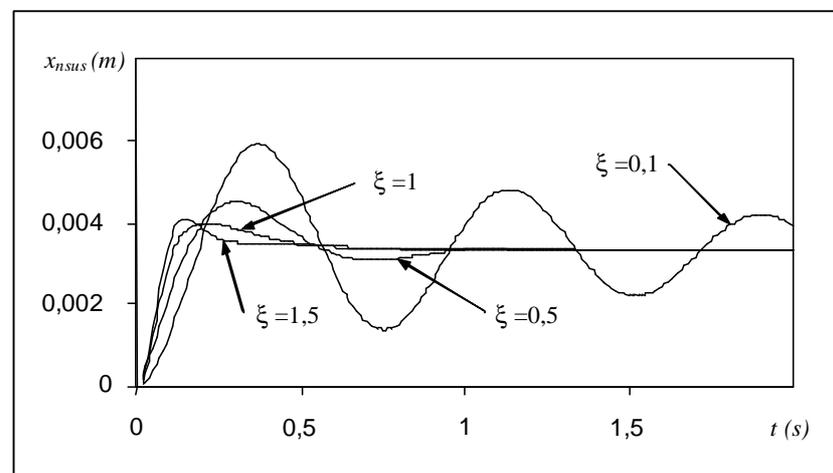


Fig. 15. Detalle de la zona transitoria del desplazamiento de la masa no suspendida en un viraje.

A efectos prácticos se debe entender el desplazamiento calculado del chasis como un desplazamiento debido al balanceo que se produce en el vehículo, mientras que el cambio de posición de la rueda da idea de la variación de la fuerza que se genera entre la rueda y el suelo.

Se puede observar en las figuras que, un amortiguamiento inferior a  $\xi = 1,0$  produce oscilaciones en el balanceo de la masa suspendida mientras que a partir de este valor no se producen ya que el chasis se desplaza más lentamente hasta su posición de equilibrio.

No hace falta mencionar que cualquier oscilación es indeseable en lo que se refiere al confort, por lo que parece evidente utilizar valores superiores a  $\xi = 1,0$  para cualquier vehículo que esté pensado para circular por zonas viradas.

Asimismo, también existen pequeñas oscilaciones de la posición de la rueda para factores superiores a  $\xi = 1,0$ . Estas oscilaciones son altamente indeseables tanto para la maniobrabilidad como para el confort ya que, cualquier cambio que tenga lugar en la fuerza existente entre la rueda y el suelo se traduce en un cambio del ángulo de deslizamiento del neumático, por lo que el movimiento relativo oscilante entre la rueda y el suelo se traducirá necesariamente en una trayectoria irregular respecto a la trayectoria teórica de equilibrio.

Lógicamente, todo el balanceo del vehículo se controla mediante el sistema de suspensión. En general, el movimiento relativo entre las masas suspendidas y no suspendidas se traduce en un cambio en el ángulo de caída de los neumáticos respecto al suelo. Tal cambio en el ángulo de caída produce una variación en la fuerza lateral. En tal caso, se comprende que la maniobrabilidad en una situación de viraje no sólo está asociada al contacto entre la rueda y el suelo sino que también es función de la posición relativa entre las masas y de la geometría del sistema de suspensión, motivo por el que las oscilaciones que se producen para bajos coeficientes de amortiguamiento son extremadamente perjudiciales para la maniobrabilidad. En realidad, la geometría del sistema de suspensión trabajando en conjunto con los elementos elásticos y los elementos amortiguadores determinan la capacidad viradora máxima del vehículo en función del control de la caída del neumático y de la fuerza vertical que se transmite sobre éste, resultando extremadamente difícil su optimización.

A modo de comentario se dirá que, en competición se suelen usar los amortiguadores para “retrasar” la transferencia de pesos junto con el balanceo del coche y controlar la distribución de cargas. Efectivamente, de la figura 15 se ha podido observar que para factores de amortiguamiento elevados, el balanceo del vehículo se produce de forma lenta, por lo que se consigue un mejor control de las fuerzas inerciales que producen dichas masas. Asimismo, es altamente deseable que al salir de una curva que enlaza con la siguiente, el chasis no haya conseguido llegar a la posición de equilibrio con el objeto de suavizar la siguiente transferencia de masas y reducir el movimiento de esta.

## 2.4- Influencia del amortiguador dentro de la suspensión

De los puntos anteriores en los que se han presentado los coeficientes óptimos bajo diferentes situaciones se ha podido observar la fuerte influencia del amortiguador como parte integrante del sistema de suspensión.

En términos generales la optimización del confort perjudica a la maniobrabilidad y viceversa.

Asimismo, el valor óptimo de amortiguamiento se obtiene para unas determinadas condiciones de circulación y unas características concretas de la vía, por lo que si cambia alguna de las condiciones cambia también el valor óptimo. Bajo tales condiciones, la optimización del amortiguamiento para condiciones variadas pasa a ser una solución de compromiso.

Como norma general, los amortiguadores más restrictivos mejoran la maniobrabilidad en vías rugosas mientras que los amortiguadores más suaves optimizan el confort. El concepto de transmisibilidad resulta práctico a la hora de escoger una solución de compromiso.

El motivo por el cual los amortiguadores más suaves mejoran el confort reside en que la transmisión de la fuerza a la masa suspendida es menor, por lo que los valores de aceleración disminuyen. Por contra, el menor “control” que ejerce sobre la masa no suspendida permite una fuerte variación en el contacto existente entre el suelo y el neumático, afectando drásticamente a la maniobrabilidad.

Por lo que refiere a la afectación del amortiguador cuando existe un obstáculo puntual en la vía (bache o similar), se deduce que el amortiguamiento que optimiza el confort es ligeramente inferior al que optimiza la maniobrabilidad. De la pendiente de las curvas obtenidas y presentadas se deduce que una ligera desviación del valor óptimo para el confort tiene una repercusión menor que el mismo alejamiento del óptimo de la maniobrabilidad.

El último punto a destacar proviene de considerar la influencia del amortiguador cuando el vehículo entra en un viraje (a efectos teóricos, el caso que se presenta es un caso equivalente al que se produce en una aceleración o en una frenada), momento en el que se produce una redistribución de masas.

Realmente, el sistema de suspensión que optimiza el comportamiento bajo las condiciones impuestas es aquél que presenta una rigidez infinita (lo cual equivale a no disponer de sistema de suspensión). El motivo reside en que la redistribución de masas es la que perturba el contacto entre la rueda y el suelo, teniendo como consecuencia un movimiento oscilatorio tanto en la masa suspendida como en la no suspendida y que es el responsable de la disminución de la maniobrabilidad y del confort. El sistema de suspensión que minimiza la transferencia de masas es aquel que no se deforma bajo una sollicitación. La no deformación se puede conseguir mediante un elemento elástico de rigidez infinita o bien mediante un amortiguador de coeficiente de amortiguamiento infinito. Lógicamente, los valores propuestos no son admisibles, por lo que no se tendrán en cuenta.

En el anexo A.1, para valores distintos a los anteriormente mencionados, se deduce que los amortiguadores más restrictivos mejoran el comportamiento tanto en confort como en maniobrabilidad. El motivo por el cual se produce tal efecto se debe a que se acorta el período transitorio que tiene lugar el contacto entre el suelo y el neumático a la vez que se reduce el tiempo de transmisión de fuerza a la masa suspendida.

### **Nomenclatura:**

$B_{ij}$  : coeficientes de la matriz

$c$  : constante de amortiguación lineal genérico

$c_{cr}$  : coeficiente crítico de amortiguamiento

$c_1$  : constante de amortiguación del neumático

$c_2$  : coeficiente de amortiguación de la suspensión

$D_i$  : coeficientes de la matriz

$f$  . frecuencia

$F$  : fuerza genérica y función genérica

$F_R$  : función genérica para la maniobrabilidad

$F_{f1}$  : fuerza de fricción que actúa sobre la masa no suspendida

$F_{f2}$  : fuerza de fricción que actúa sobre la masa no suspendida

$G$  : función genérica

$H$  : valor de la maniobrabilidad

$k$  : constante elástica genérica

$k_1$  : constante elástica del neumático

$k_2$  : constante elástica de la suspensión

$m$  : masa genérica

$m_{nsus}$  : masa no suspendida

$m_{sus}$  : masa suspendida

$R$  : valor del confort

$t$  : tiempo

$t_t$  : tiempo de transferencia de carga

$T_{sc}$  : transmisibilidad desde el suelo hasta al chasis

$x$  : posición o desplazamiento

$x_0$  : posición del suelo

$x_{nsus}$  : posición de la masa no suspendida

$x_{sus}$  : posición de la masa suspendida

$x^+$  : posición evaluada un instante posterior al actual

$x^-$  : posición evaluada un instante anterior al actual

$\xi$  : factor de amortiguamiento

**Bibliografía:**

- [1] R. Rova Vila y Juan León L. -Vibraciones Mecánicas (Limusa book, 1981).
- [2] John J. Dixon. -The shock absorber handbook (SAE book, 2001).
- [3] W. F. Milliken & D. L. Milliken. -Race car vehicle dynamics (SAE book, 1995).
- [4] Donald Bastow. -Car Suspension and Handling (Pentech Press book, 2<sup>nd</sup> edition).
- [5] Simanaitis. -Shock absorbers (Automotive Engineering paper, 1976).
- [6] Brian Warner & Subhash Rakheja. -An analitical and experimental investigation of friction and gas spring characteristics of racing car suspension dampers (SAE paper 962548, 1996).

## **3- Caracterización de los amortiguadores**

Hasta el momento se ha descrito el funcionamiento de los amortiguadores hidráulicos telescópicos para los automóviles tipo turismo e incluso se ha hecho una clasificación en función de cómo se absorbe el volumen introducido en la cámara de trabajo por el vástago una vez iniciado el movimiento.

Es momento de precisar, aunque sea de forma genérica, el rango de actuación de los amortiguadores y describir los métodos en que se suelen informar de las características de actuación del amortiguador en cuestión, que es lo que se denomina caracterización de los amortiguadores.

### **3.1- Rangos de actuación del amortiguador**

El amortiguador, igual que sucede con cualquier otro mecanismo, está pensado para operar dentro de unos rangos determinados de desplazamiento y de velocidad, rangos que se determinan a partir de la experimentación y de la experiencia acumulada en el sector.

Conocer los límites de actuación del amortiguador resulta de especial interés, sobre todo en lo que se refiere al apartado experimental ya que, de no conocerlos, se podría trabajar en un régimen demasiado elevado que podría tener como consecuencias resultados poco útiles y en el peor de los casos, la rotura del material utilizado.

Se entiende por rangos de actuación del amortiguador los desplazamientos y velocidades máximas a las que se encuentra sometido en condiciones normales de funcionamiento, valores que no necesariamente son las condiciones límite a las que se puede someter al amortiguador.

#### **3.1.1- Desplazamiento máximo**

Si bien se encuentran rangos concretos de actuación en lo que refiere a velocidad, no es usual acotar el rango de actuación del amortiguador en lo que a desplazamiento se refiere ya que, en casos extremos (como son cambios bruscos de rasante a altas velocidades o fuertes escalones sobre la vía), la suspensión puede trabajar al límite de su carrera de compresión o de extensión, encontrándose acotada o no por el propio amortiguador.

En la carrera de compresión y con el fin de evitar el contacto entre partes sólidas en estos casos extremos, se dota, bien en la parte más externa del vástago del amortiguador y de forma concéntrica a este o bien en algún punto del mecanismo de suspensión, de unos topes de caucho o goma elástica tales que, a medida que son comprimidos, aumentan su resistencia de forma exponencial tal y como se muestra en la figura 1, dando como resultado un incremento muy elevado en la fuerza equivalente de

compresión sobre el sistema de suspensión pero comportándose, a su vez, de forma progresiva.

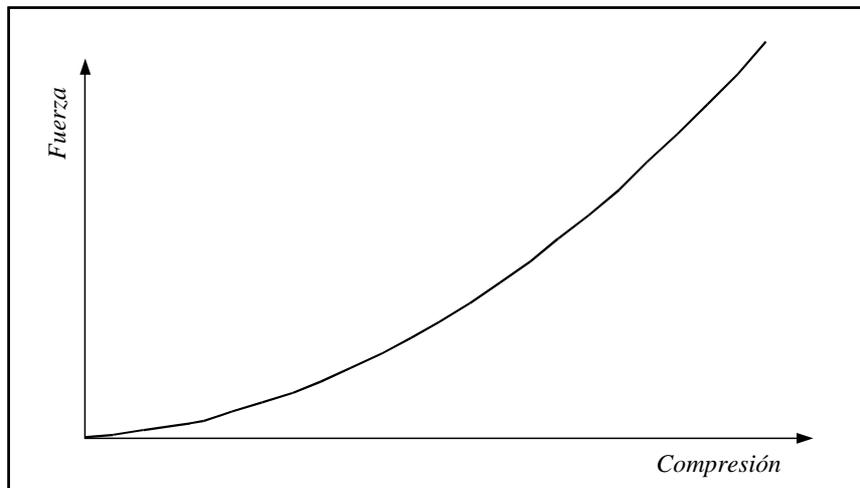


Fig. 1. Resistencia de un tope de goma a ser comprimido.

Normalmente, para el ciclo de extensión es el propio amortiguador el que internamente se encuentra dotado de un tope de plástico semielástico, situado de forma concéntrica al vástago y correctamente fijado mediante algún tope interno, el cual tiene la misión de evitar el contacto entre partes metálicas a la vez que debe ser capaz de frenar el movimiento de la suspensión de forma rápida y progresiva.

### 3.1.2- Velocidad máxima

Como se ha comentado, sí es usual acotar el margen de actuación del amortiguador en cuanto a velocidad se refiere.

En el ciclo de extensión, la velocidad máxima a que se someterá el amortiguador aparecerá cuando la rueda pierda el contacto con el suelo y se produzca la caída libre del vehículo (o parte de él). En la figura 2 se muestra un esquema de la situación descrita basado en el modelo de un cuarto de vehículo.

Integrando las ecuaciones provenientes de un análisis Newtoniano del sistema permite obtener la solución mostrada en la figura 3. Para su obtención, se ha considerado un vehículo que tiene por masa suspendida  $1120\text{kg}$ ,  $50\text{kg}$  por eje de masa no suspendida, un coeficiente de amortiguamiento medio para el amortiguador de  $950\text{Ns/m}$  y una constante elástica del muelle de la suspensión de  $17500\text{N/m}$  (sistema sub-amortiguado) y se ha supuesto que la posición inicial relativa entre las masas antes de llegar a la caída libre es de equilibrio estático (velocidad inicial relativa nula).

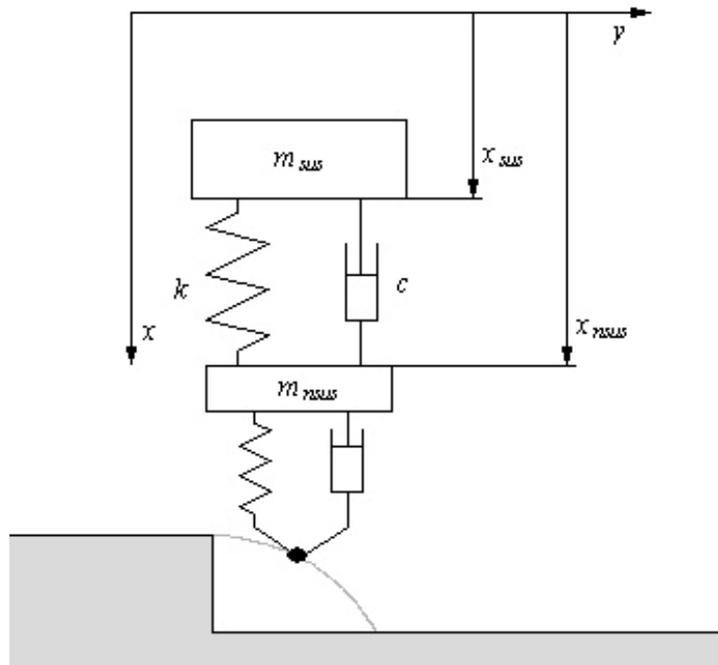


Fig. 2. Esquema de la caída libre del vehículo para la determinación de la velocidad máxima a tracción

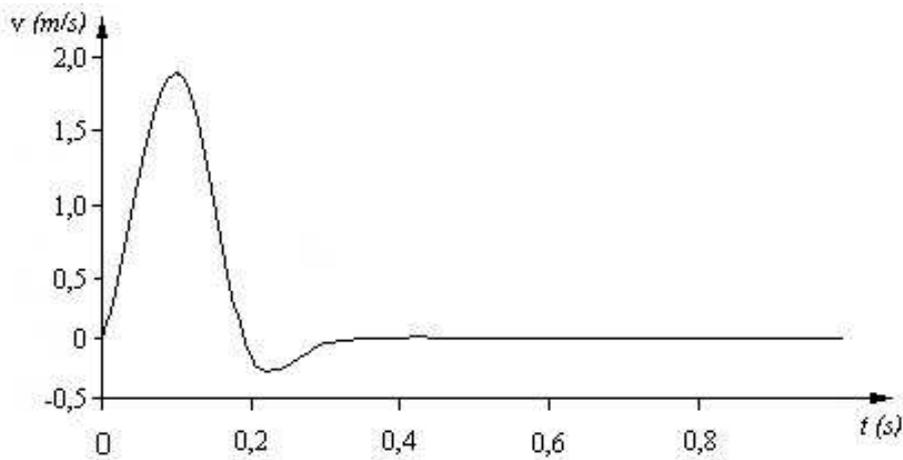


Fig. 3. Evolución temporal de la velocidad en función del tiempo.

Se observa que la velocidad máxima a la que se encuentra sometido el amortiguador en el ciclo de extensión es del orden de  $2\text{ m/s}$ .

El proceso de deducción de la velocidad máxima a compresión es radicalmente diferente al empleado para extensión ya que, en extensión es el muelle el único responsable de separar la masa suspendida de la no suspendida mientras que en compresión son elementos externos a través del neumático los responsables de comprimirlo.

Teóricamente no existe limitación en la velocidad máxima de compresión ya que la fuerza de entrada (o desplazamiento) sobre el neumático puede ser tan grande como se quiera. No obstante se presentarán casos prácticos que serán útiles para determinar la velocidad de compresión máxima que se suele presentar en el amortiguador.

El primer caso que se contemplará consiste en determinar la velocidad relativa entre la masa suspendida y no suspendida cuando el vehículo circula por una vía ondulada.

Dentro de tal situación, el caso más desfavorable se produce cuando la ondulación de la vía coincide con la frecuencia propia del sistema, es decir, cuando la frecuencia excitatriz se encuentra alrededor de  $1Hz$ .

La velocidad máxima que se alcanza para una oscilación forzada se obtiene de la teoría de la vibración explicada en el capítulo 1:

$$v_{\max} = A\omega = 2A\pi f$$

donde  $A$  representa la amplitud del desplazamiento,  $\omega$  es la frecuencia de la oscilación y  $f = \omega/2\pi$ .

Suponiendo que el movimiento extiende y comprime totalmente el amortiguador y que este tiene un recorrido útil de unos  $0,2m$ , la velocidad máxima a la que trabajará el amortiguador es:

$$v_{\max} = 2 \cdot 0,1 \cdot \pi \cdot 1 = 0,6ms^{-1}$$

El caso presentado corresponde a una conducción extrema, por lo que rara vez se dará en condiciones normales.

Se presenta una tabla con las diferentes velocidades máximas para diferentes amplitudes de desplazamiento:

Despl. máx. (m)	$v_{\max}$ (m/s)
0,01	0,06
0,05	0,3
0,1	0,6

*Tabla 1.* Velocidad máxima en función de la amplitud del movimiento.

El segundo caso que se presentará para la deducción de la velocidad máxima de amortiguamiento en el ciclo de compresión corresponde al momento en que la rueda del vehículo entra en contacto con el suelo después de la caída libre del vehículo.

El caso más extremo se produce si se supone que en el momento de contacto la rueda cambia de forma infinitamente rápida su velocidad y además se acepta que ésta es indeformable. En tal caso, en el momento en que se produce el contacto, la rueda pasa a tener velocidad cero mientras que, instantáneamente y por culpa de la inercia, la masa

suspendida mantiene su velocidad de caída libre (se está asumiendo que no existe movimiento relativo entre la masa suspendida y no suspendida antes del contacto, es decir, que el estado inicial es de equilibrio dinámico).

Bajo tales hipótesis, la velocidad de accionamiento del amortiguador coincide con la velocidad de caída del vehículo antes de que se produzca el contacto. La energía potencial inicial del vehículo se transforma en energía cinética, por lo que se deduce la velocidad de caída libre:

$$\frac{1}{2}(m_{nsus} + m_{sus})v^2 = (m_{nsus} + m_{sus})gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

donde  $h$  es la altura desde la que cae.

Se presenta una tabla de las velocidades máximas que se alcanzan para diferentes alturas de caída.

$h(m)$	$v(ms^{-1})$
0,025	0,7
0,050	1,0
0,075	1,2
0,100	1,4
0,125	1,6
0,150	1,7
0,175	1,9
0,200	2,0
1,000	4,4

Tabla 2. Velocidades de caída para diferentes alturas.

Raras veces se producen caídas de más de 100mm en vehículos de uso normal, por lo que una velocidad máxima de compresión se acercará al valor de  $1,4ms^{-1}$ , siendo una velocidad elevada de trabajo para el amortiguador. En coches de competición (como por ejemplo los destinados a los rallies) se pueden alcanzar valores de hasta  $5ms^{-1}$  en casos muy extremos.

En las maniobras de entrada en curvas también se hace trabajar al amortiguador a tracción y a compresión si bien no se contemplará tal situación ya que las velocidades máximas que se suelen dar son del orden de  $1ms^{-1}$  en casos muy extremos.

El último caso a que se debería contemplar para la determinación de la velocidad máxima corresponde al de aceleración o frenado, caso que tampoco se tendrá en cuenta debido a que en tales maniobras el amortiguador trabaja a unas velocidades inferiores a los  $0,5ms^{-1}$ , lo cual implica que la fuerza de amortiguación se controla mediante los denominados circuitos de baja velocidad.

Lógicamente, en las condiciones reales de trabajo, nunca se dan las situaciones citadas por separado sino que la velocidad resultante del amortiguador es una combinación de los casos anteriores.

La experiencia muestra que en vehículos automóviles tipo turismo, la velocidad máxima de amortiguamiento que se alcanza en condiciones “normales” de uso es del orden de  $0,3ms^{-1}$ , para condiciones de conducción “fuertes” o vías en mal estado se alcanza la velocidad de  $1ms^{-1}$  y muy rara vez la velocidad de funcionamiento se sitúa entre 1 y  $2ms^{-1}$ , motivo por el cual se limita el margen de actuación del amortiguador en lo que a velocidad se refiere al rango de  $\pm 2ms^{-1}$ .

Contrariamente a lo que se piensa, las velocidades de actuación de los amortiguadores para vehículos de competición son inferiores a las que se dan para vehículos normales ya que, como se vio en el capítulo 1, la optimización de la maniobrabilidad tiende a amortiguamientos más restrictivos y muelles más rígidos, lo cual hace que la fuerza transmitida sea mucho mayor, impidiendo una velocidad relativa elevada entre la masa suspendida y no suspendida. Como ejemplo clarificador, para una conducción fuerte sobre un Fórmula Indy se alcanzan velocidades normalmente inferiores a los  $0,4ms^{-1}$ .

## **3.2- Representación de la fuerza de amortiguamiento**

Existen tres formas diferentes de caracterizar el comportamiento del amortiguador. La primera consiste en dar a conocer el coeficiente de amortiguamiento, la segunda en presentar gráficamente la fuerza generada con respecto a la posición relativa del pistón y la tercera consiste en presentar la dependencia de la fuerza con la velocidad relativa de sus partes.

### **3.1.1- Coeficiente de amortiguamiento**

La primera y la menos utilizada consiste en presentar el coeficiente de amortiguamiento (constante de proporcionalidad entre la fuerza generada y la velocidad).

El caso más sencillo ocurre cuando únicamente se da a conocer el coeficiente de amortiguamiento medio, pudiendo distinguir entre dos valores distintos para el ciclo de compresión y el de extensión.

La gran ventaja de este método es su sencillez, permitiendo un estudio simplificado del comportamiento del vehículo usando la teoría de la vibración expuesta en el capítulo 1.

La gran desventaja es que se está asumiendo que la relación entre la fuerza y la velocidad es lineal, lo que suele inducir a error debido a que generalmente dicha relación suele ser compleja, perdiendo detalles del comportamiento como pueden ser la cantidad de histéresis que presenta el amortiguador, la presión de apertura de las válvulas limitadoras o la dependencia con la posición y la aceleración.

La derivación lógica de este método consiste en hallar el coeficiente de amortiguamiento definido como la relación puntual entre la fuerza y la velocidad. El resultado se puede presentar en forma de gráfico, tal y como se muestra en la figura 4, o bien mediante un ajuste de la curva obtenida, en el cual se suele utilizar como variable independiente la velocidad, siendo opcional el uso de la posición e incluso la aceleración en función de la calidad de representación que se desee obtener.

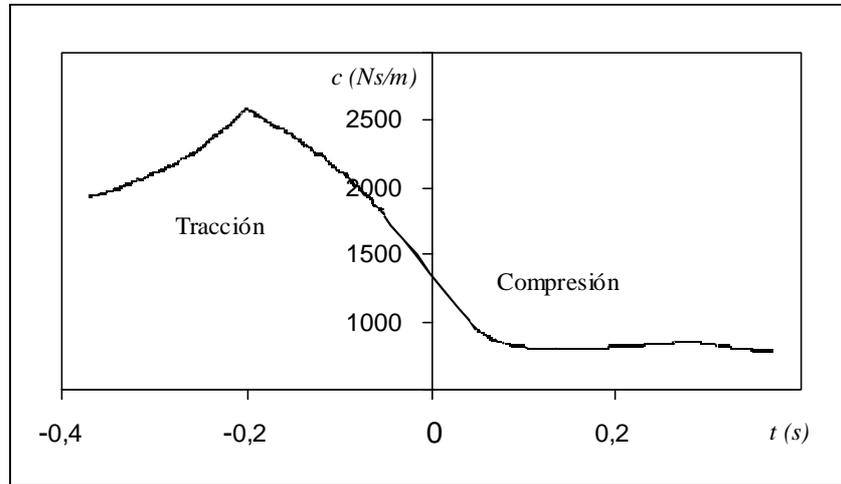


Fig. 4. Representación del coeficiente de amortiguamiento en función de la velocidad para un amortiguador de doble tubo.

### 3.1.2- Gráfico fuerza-posición

Otra de las formas de caracterizar al amortiguador proviene de la representación gráfica de la fuerza de amortiguamiento en función de la posición del pistón de trabajo una vez escogido el nivel cero y para una frecuencia dada.

Se muestra un ejemplo de este tipo de gráfico para un amortiguador real en la figura 5, donde se ha mantenido el criterio de velocidad positiva en el ciclo de compresión y se ha escogido el origen de coordenadas en la posición media de la carrera.

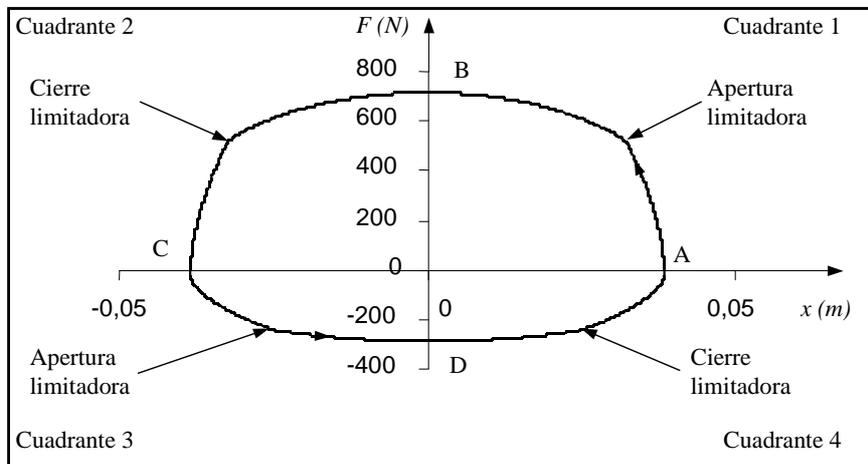


Fig. 5. Representación gráfica de la fuerza de amortiguamiento en función de la posición para un amortiguador de doble tubo.

El punto A del cuadrante 1 corresponde al inicio del ciclo de tracción (por lo que su compresión es máxima). A partir de este punto empiezan a trabajar las válvulas de baja velocidad hasta el punto en que la presión es suficiente para abrir las limitadoras.

En el punto B se alcanza la velocidad máxima del amortiguador para el ciclo de tracción, por lo que la característica de actuación está gobernada por la actuación conjunta de las válvulas de alta y baja velocidad.

Es en algún punto del segundo cuadrante cuando se produce el cierre total de las limitadoras a tracción, por lo que nuevamente son los conductos de baja velocidad los que determinan la fuerza de amortiguamiento.

Una vez se ha alcanzado el punto C del tercer cuadrante, el amortiguador se encuentra en su máxima extensión y comenzando el ciclo de compresión. En la primera zona, de la misma forma que sucedía en el inicio del ciclo de tracción, la fuerza de amortiguamiento está gobernada por las válvulas de baja velocidad a compresión, hasta el punto en que las limitadoras empiezan a funcionar.

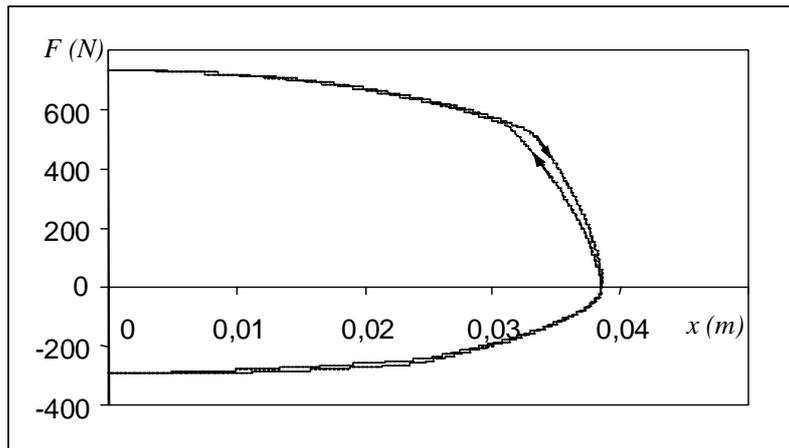
El punto D es el momento de máxima velocidad de compresión y el comportamiento del amortiguador está definido tanto las válvulas de baja como de alta velocidad.

Nuevamente, en algún momento del cuarto cuadrante, las válvulas limitadoras a compresión cierran y el comportamiento se encuentra impuesto por las válvulas de baja velocidad.

La ventaja del gráfico posición fuerza frente al coeficiente de amortiguamiento es que permite la determinación directa de la fuerza de amortiguamiento a la vez que permite observar los momentos de apertura y de cierre de las válvulas limitadoras.

Como ya se ha mencionado repetidas veces, es deseable que la fuerza de amortiguamiento sea una función de la velocidad debido a que es la velocidad la “determina” los caudales circulantes por las válvulas, por lo que el gran inconveniente que presenta este método es no mostrar dicha variable de forma explícita, si bien es deducible a partir de la frecuencia a la que se han obtenido los datos.

Otro de los inconvenientes que presenta este método es que no permite visualizar fácilmente la cantidad de histéresis que presenta el amortiguador, la cual es la responsable de que existan diferencias en la fuerza si se hace la simetría respecto al eje de fuerzas (es decir, que la histéresis que presenta el amortiguador es la diferencia entre las fuerzas de la posición  $x_i$  y la  $-x_1$  para cuadrantes del mismo ciclo). Con el fin de ilustrar dicho concepto se presenta la figura anterior pero representando el valor absoluto de la posición.

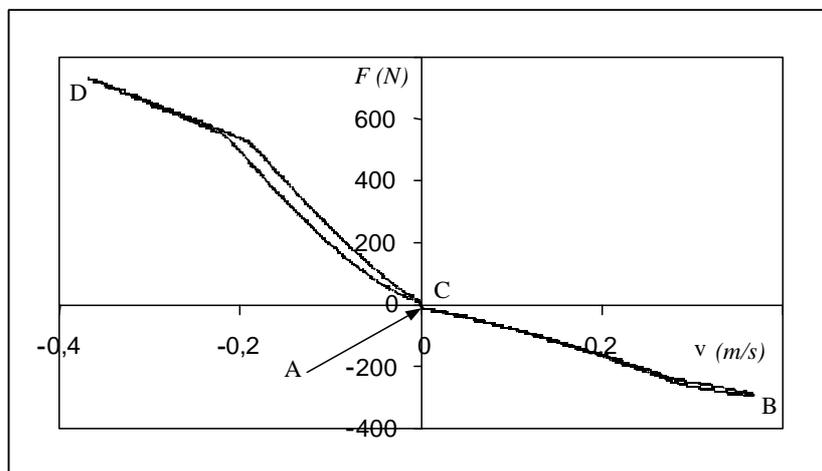


*Fig. 6.* Representación gráfica de la fuerza de amortiguamiento en función del valor absoluto de la posición para un amortiguador de doble tubo.

### 3.1.3- Gráfico fuerza-velocidad

El método más empleado para la caracterización del amortiguador debido a las ventajas que aporta consiste en la representación gráfica de la fuerza de amortiguamiento en función de la velocidad de trabajo de éste.

Se muestra un ejemplo en la figura 7, donde se han representado los puntos *A*, *B*, *C* y *D* obtenidos anteriormente en el gráfico de fuerza-posición.



*Fig. 7.* Representación gráfica de la fuerza de amortiguamiento en función de la velocidad para un amortiguador de doble tubo.

La representación gráfica de la fuerza de amortiguamiento en función de la velocidad permite visualizar de una forma directa la linealidad del amortiguador. Como se había mencionado con anterioridad, los fabricantes de automóviles tratan de que la fuerza de amortiguamiento dependa de forma lineal con la velocidad, hecho que, como se puede observar, está lejos de la realidad para los amortiguadores reales.

Otra de las ventajas del gráfico anterior es que permite observar de forma clara la cantidad de histéresis presente en el amortiguador.

La representación de la velocidad como variable independiente permite hacerse una idea del “grado” de sollicitación a la que se encuentra expuesto el amortiguador en el ciclo de trabajo, hecho que no sucedía en la representación de la fuerza como función de la posición.

Por último, cabe comentar que un gráfico de este tipo, del mismo modo que lo hacía el gráfico de fuerza posición, permite ver los momentos de apertura y cierre de las válvulas limitadoras, lo cual facilita su ajuste en el caso en que la unidad lo permita.

### **Nomenclatura:**

$A$  : amplitud del desplazamiento

$c$  : constante de amortiguación

$f$  : frecuencia

$F$  : fuerza

$F_{amort}$  : fuerza realizada por el amortiguador

$g$  : valor de la gravedad

$h$  : altura de caída libre

$k$  : constante elástica

$m_{nsus}$  : masa no suspendida

$m_{sus}$  : masa suspendida

$v_{max}$  : velocidad máxima

$x_{nsus}$  : posición de la masa no suspendida

$x_{sus}$  : posición de la masa suspendida

$\omega$  : frecuencia de oscilación

### **Bibliografía:**

[1] Milliken & Milliken. -Race Car Vehicle Dynamics (SAE book, 1995)

## 4- Fenomenología en el amortiguador

En el punto que se presenta se tratará de describir físicamente y por separado los distintos fenómenos físicos que tienen lugar en el amortiguador para su posterior modelización.

### 4.1- Pérdida de carga en un conducto circular

Debido a que la mayoría de expresiones para la evaluación de las pérdidas de carga en conductos se han desarrollado para conductos de sección recta circular, en el caso en que los conductos del amortiguador a modelizar no lo sean, se hará uso del concepto de diámetro hidráulico, lo cual permite hacer uso de las expresiones anteriores.

Se define el diámetro hidráulico ( $D_H$ ) como:

$$D_H = \frac{4S}{P}$$

Donde  $S$  es la superficie del conducto y  $P$  el perímetro mojado.

Las pérdidas de carga en conductos circulares se tratarán aplicando las correlaciones propuestas en la bibliografía (Frank M. White (Mecánica de los fluidos [2])), por lo que no se detallará el contenido.

### 4.2- Caracterización de los aceites para amortiguadores

Al ser el aceite el elemento encargado de producir la pérdida de carga en el amortiguador, resulta evidente que se necesita que su descripción física sea lo más semejante a la realidad como sea posible.

El objetivo de este punto es determinar qué efectos son los que se deben tener en cuenta y cómo se debe hacer la modelización de sus propiedades.

#### 4.2.1- Dependencias de la viscosidad

La viscosidad de los aceites es uno de sus parámetros más importantes por lo que no resulta extraño que sea uno de los más estudiados.

La dependencia de la viscosidad está afectada por cuatro variables, que son la temperatura, la presión, el esfuerzo cortante y el tiempo.

Efectivamente, la viscosidad de un aceite aumenta con la presión, si bien en el caso de los amortiguadores se puede despreciar pues el efecto es notable a presiones elevadas, las cuales no se alcanzan durante el funcionamiento del amortiguador.

Por lo que refiere a la dependencia con el esfuerzo cortante, los aceites pueden cambiar su viscosidad en función del esfuerzo cortante al que se encuentran sometidos. Se supondrá que el aceite del amortiguador es Newtoniano, es decir, que su viscosidad no depende del esfuerzo cortante al que se encuentra sometido.

Referente a la dependencia con el tiempo, el origen proviene de los cambios fisico-químicos que sufre el fluido. En general, los cambios en la viscosidad requieren tiempos elevados, por lo que la afectación con el tiempo no tiene sentido en el estudio que se presenta.

Por lo tanto, a efectos prácticos, se considerará que la viscosidad únicamente depende de la temperatura del fluido. En concreto se utilizará la correlación siguiente:

$$\mu = Ae^{B/T} \quad (1)$$

donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica,  $T$  es la temperatura absoluta y  $A$  y  $B$  son constantes por determinar para cada aceite.

## 4.2.2- Dependencias de la densidad

Otra propiedad de vital importancia que tiene una influencia decisiva en el comportamiento del amortiguador es la densidad del aceite de trabajo.

El motivo reside en que la pérdida de carga en el amortiguador se procura que sea de forma turbulenta más que viscosa, ya que la dependencia de la densidad con la temperatura es menor que la que presenta la viscosidad.

En general, hay dos variables que influyen sobre la densidad, estas son la temperatura y la presión.

Se define el factor de dilatación térmico del fluido ( $\phi_f$ ) a partir de la expresión siguiente:

$$\frac{dV}{V} = \phi_f dT \Leftrightarrow \frac{d\rho}{\rho} = -\phi_f dT$$

donde  $V$  es el volumen del fluido,  $T$  la temperatura y  $\rho$  la densidad.

Equivalentemente, se define el factor de compresibilidad isoterma ( $\beta_f$ ) a partir de la relación:

$$\frac{dV}{dp} = -\beta_f V \Leftrightarrow \frac{d\rho}{dp} = \beta_f \rho$$

Si bien el factor de compresibilidad depende de la presión, se puede considerar constante habida cuenta que experimentalmente (Dowson y Higginson (1996)) se comprueba que la dependencia del volumen con la presión en un líquido se comporta de forma aproximadamente lineal hasta la presión de 0,4 GPa.

La integración de las dos expresiones anteriores conducirá a la relación funcional de la densidad con la presión y la temperatura (capítulo 5).

## 4.3- Expansión y dilatación térmica de la cámara de trabajo

### 4.3.1- Efecto de la expansión de la cámara de trabajo

Si bien es cierto que el aceite es compresible, también se ha de tener presente que cualquier material bajo presión se deforma, por lo que cuando la presión de la cámara aumente, su volumen también lo hará, permitiendo que se aloje una mayor cantidad de aceite, fenómeno que provocará un cambio en el caudal de aceite que circula por las válvulas y, consecuentemente, se producirá una modificación de la caída de presión.

Este efecto es cuando menos importante, ya que para dos amortiguadores geoméricamente idénticos pero cuyo material del cilindro de trabajo sea distinto, se encontrarán unas propiedades de amortiguamiento diferentes.

Para un cilindro en el cual su presión exterior se mantiene constante, se determina analíticamente la dilatación que sufre a partir de las presiones interior y exterior y de sus características elásticas:

$$\Delta V = \pi L r^2 \Delta p \frac{2}{E} \left[ \frac{r^2 + R^2}{R^2 - r^2} + \nu \right] = V_i \beta_c \Delta p$$

Donde  $V$  representa el volumen interior del cilindro,  $L$  su longitud,  $r$  su radio interno,  $R$  su radio externo,  $E$  el módulo de elasticidad del material,  $\nu$  el módulo de Poisson,  $\Delta p$  la presión actual menos la de referencia ( $p$  y  $p_{ref}$  respectivamente),  $V_i$  el volumen teóricamente no deformado y  $\beta_c$  el factor de dilatación equivalente del cilindro.

### 4.3.2- Efecto de dilatación térmica

Equivalentemente a lo que sucede con la expansión o contracción de un cilindro cuando se encuentra sometido a presión en una de sus caras, se deberá tener en cuenta el efecto que produce la dilatación térmica sobre las cámaras de trabajo, pues la variación de su volumen también afecta a la amortiguación en tanto que se produce una variación en el caudal circulante por las válvulas.

Una variación de la temperatura de la cámara de trabajo provoca una dilatación de éste, por lo que en las mismas condiciones de presión presenta una mayor capacidad volumétrica, efecto que tiene dos consecuencias. La primera es que el gas se encuentra forzado a absorber el cambio de volumen existente, por lo que su volumen en las mismas condiciones cambia. Si se trata de un gas a media o a alta presión, el cambio de volumen que experimenta puede provocar un cambio en su presión, afectando a la fuerza de amortiguamiento. La segunda consecuencia que tiene lugar proviene del hecho que el movimiento del pistón implica un mayor caudal volumétrico por el incremento en la sección recta de la cámara de trabajo. En tal caso, la caída de presión entre las cámaras será diferente.

Se define el coeficiente de dilatación lineal  $\varphi_c$  como:

$$\frac{dl}{l} = \varphi_c dT \quad (3)$$

donde  $l$  representa una longitud sólida y  $T$  la temperatura a la que se encuentra expuesto el material.

Para un cilindro, se deduce que su cambio de volumen es:

$$\frac{\Delta V}{V} = 3\varphi_c \Delta T \Rightarrow \Delta V = V_l 3\varphi_c \Delta T$$

donde  $\Delta V$  representa el incremento de volumen debido al cambio de temperatura ( $\Delta T$ ) y  $V_l$  el volumen teórico indeformable.

### 4.4- Cavitación en los amortiguadores.

En los amortiguadores, existen momentos en el ciclo de trabajo, (generalmente cuando trabajan a altas velocidades) en los que las presiones de las cámaras (o presiones locales dentro de éstas) se encuentran por debajo de la presión de vapor del aceite, produciéndose la generación de vapor en forma de burbujas que implosionan de forma muy violenta cuando la presión crece por encima de la presión de vapor, lo cual conduce a la generación de ondas expansivas de muy elevada magnitud y altamente destructivas. El fenómeno descrito se conoce como cavitación, y es el causante de comportamientos anómalos en los amortiguadores (reducciones inesperadas de la fuerza de amortiguamiento o retraso en la fuerza de amortiguación).

Una forma de reducir este fenómeno consiste en introducir el aceite de trabajo lo más puro posible y sin permitir su aireación, ya que la generación de las burbujas suele producirse o bien teniendo como núcleo las impurezas microscópicas que existen en forma de partículas sólidas microscópicas o bien teniendo como núcleo las burbujas de aire disuelto con el aceite. El introducir un aceite más puro que otro supone, a efectos prácticos, disminuir la presión de vapor.

Lógicamente, la introducción de un aceite más puro aumenta el coste del producto, motivo suficiente en la industria como para no utilizar dicha solución.

#### **4.4.1- Cavitación en el amortiguador monotubo**

La arquitectura del amortiguador monotubo permite presurizar de forma “residual” el aceite de trabajo mediante la presión inicial del gas, lo cual dificulta la generación de las burbujas, y lo hace especialmente resistente a la cavitación. Aún así, para altas velocidades de trabajo en condiciones severas o para temperaturas elevadas del aceite, se puede producir la cavitación.

Generalmente, en este tipo de amortiguadores, la cavitación sólo se produce en el ciclo de compresión dentro de la cámara de tracción, cuando la velocidad es suficientemente elevada como para producir una caída de presión entre las cámaras de forma que la diferencia entre la presión actual del gas y la caída de presión se encuentre por debajo de la presión efectiva de vapor del aceite. En tales circunstancias, el aceite cavitará hasta que la presión aumente por encima de la presión de vapor y un tiempo suficientemente elevado como para permitir la desaparición total de la fase gaseosa.

En la cámara de compresión no se suele producir nunca el fenómeno de la cavitación, ya que está continuamente sometido a la presión del gas mediante el pistón flotante, presión muy superior a la de vapor.

No obstante, aunque la cámara de tracción se encuentre por encima de la presión de vapor del aceite, se puede producir el fenómeno de la cavitación en el chorro de fluido saliente de las válvulas del pistón, habida cuenta que su velocidad implica una disminución local de su presión absoluta.

La manera más eficaz de prevenir la cavitación en el amortiguador monotubo consiste en aumentar la presión del gas con el fin de aumentar la presión absoluta en ambas cámaras, debiendo tener en cuenta que el aumento de la presión tiene efectos sobre la fuerza de amortiguamiento, tendiendo a abrir el diagrama de fuerza-presión y modificando la fuerza de amortiguamiento en su conjunto.

#### **4.4.2- Cavitación en el amortiguador de doble tubo**

El fenómeno de la cavitación en el amortiguador de doble tubo suele ser más acusado y difícil de resolver que en el amortiguador monotubo.

En la fase de compresión sucede un efecto análogo al del amortiguador monotubo dentro de la cámara de tracción en el cual, para una velocidad suficientemente elevada, la caída de presión existente entre las cámaras de compresión y de tracción hace que la presión del aceite se encuentre por debajo de la presión de vapor y se genere la fase vapor.

Puede ocurrir un efecto similar al descrito dentro de la cámara de compresión en el ciclo de tracción, si bien no es tan usual.

En la cámara de reserva es difícil que se produzca la cavitación debido a que la presión suele estar cercana a la atmosférica (o a la residual) y sus cambios son poco importantes.

De la misma forma que sucede en el amortiguador monotubo, si las velocidades de trabajo son elevadas, el lugar donde aparece la cavitación sin que las cámaras de trabajo alcancen la presión de vapor es en el chorro de fluido que sale de las válvulas, debido a las presiones locales existentes.

Se puede deducir que, por lo que respecta a la cavitación, la más fácil aparición de ésta en el amortiguador de doble tubo se presenta como una desventaja en frente del monotubo.

La solución al problema de la cavitación en el amortiguador monotubo no suele pasar por el aumento de la presión del gas debido a los costes de producción que supone sino que se buscan soluciones alternativas como optimizar las secciones del pistón y del vástago para conseguir una disminución de las presiones existentes o el aumento de las presiones existentes en las cámaras de trabajo mediante válvulas de la base más restrictivas en compresión y más permisivas en tracción.

### **4.4.3- Teoría de la cavitación**

#### **4.4.3.1- Dinámica de la burbuja**

A efectos teóricos, el equilibrio necesario para la existencia de burbujas de vapor dentro del fluido afectado de cavitación supone que el crecimiento de las cavidades es instantáneo. Realmente, existe un cierto retraso asociado principalmente a que la burbuja al crecer debe desplazar la masa de fluido que se encuentra a su alrededor siendo, por lo tanto, un retraso mecánico.

El objetivo de este punto es determinar el tiempo de generación y de extinción de las burbujas para poder admitir la hipótesis de que tanto la generación como la extinción del vapor se produce de forma instantánea, con la consecuente simplificación que implica.

#### 4.4.3.1.1- Colapso de una burbuja vacía

En todo instante se considera que la burbuja de vapor que se genera es esférica y se encuentra dentro de una masa infinita de fluido sobre la cual no actúan fuerzas másicas.

Para una burbuja genérica cuyo radio es  $R$  en el instante  $t$ , la velocidad radial de crecimiento se obtiene a partir de su derivada  $\dot{R}$ . Análogamente, para un punto cualquiera de fluido situado a una distancia  $r$  del espacio, su velocidad será  $\dot{r}$ , tal y como se muestra en la figura 1.

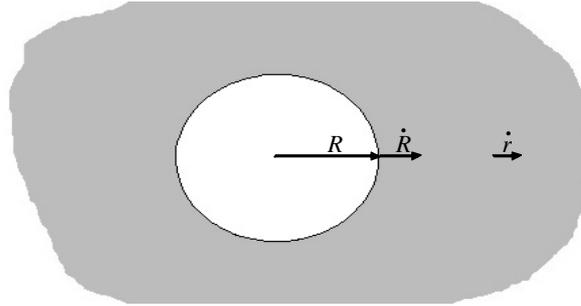


Fig. 1. Cavitación en un fluido.

La ecuación de continuidad para un líquido incompresible se formula como:

$$4\pi r^2 \dot{r} = 4\pi R^2 \dot{R} \Rightarrow \dot{r} = \frac{R^2 \dot{R}}{r^2} \quad (4)$$

un movimiento puramente radial supone un campo de velocidades irrotacional, por lo que se determina su potencial de velocidades como:

$$\phi = -\int_r^{+\infty} \dot{r} dr = -\frac{R^2 \dot{R}}{r}$$

Utilizando el teorema de Bernoulli para relacionar un punto situado a la distancia  $r$  con una presión  $p$  y otro punto situado en el infinito cuya presión es  $p_\infty$ , conduce a la expresión:

$$\frac{p - p_\infty}{\rho} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} v^2 = \frac{2R\dot{R}^2 + R^2\ddot{R}}{r} - \frac{1}{2} \frac{R^4 \dot{R}^2}{r^4}$$

Donde  $v$  representa la velocidad del fluido.

En particular, si se desea analizar el movimiento de la pared de la burbuja, es condición suficiente introducir  $r = R$ , lo cual muestra la ecuación fundamental de la dinámica de la burbuja:

$$\frac{p_L - p_\infty}{\rho} = R\ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \quad (5)$$

donde  $p_L$  es la presión del fluido en la zona común del líquido con la burbuja.

#### 4.4.3.1.2- Colapso de una burbuja de gas: Teoría de Neppiras y Poritsky

Ya se ha comentado que la zona más propensa donde se genera la cavitación suele ser alrededor de las impurezas que contiene el fluido y en las burbujas de gas (generalmente aire) que se encuentran mezcladas con el fluido.

Imagínese que existe un fluido con un cierto gas mezclado, por lo que existen burbujas de éste en su interior. Un aumento repentino de la presión tiene como consecuencia el colapso de la burbuja. En tal caso, el gas produce el mismo efecto que un muelle, es decir, la burbuja alcanza un volumen mínimo inferior al de equilibrio (por lo que su presión es superior a la de equilibrio) que produce un rebote tal que hace crecer nuevamente el volumen de la burbuja.

El proceso descrito es oscilatorio y dura hasta que la viscosidad y la transferencia de calor disipan totalmente la energía absorbida, por lo que el proceso es disipativo.

Inicialmente se supondrá que dentro de la burbuja existe únicamente gas y no una mezcla de gas más vapor del fluido.

Imaginando que el gas se comporta de forma ideal, entonces se cumple la relación:

$$p_g \left( \frac{4\pi R^3}{3} \right) = R_g T$$

Donde  $p_g$  es la presión del gas y  $R_g$  la constante ideal de los gases.

Antes del colapso existe equilibrio entre la burbuja de gas y el fluido, de forma que las fuerzas en la interficie están equilibradas. La suposición anterior supone:

$$\pi R_{g0}^2 p_{g0} = \pi R_{g0}^2 p_{l0} + 2\pi R_{g0} \vartheta \Rightarrow p_{g0} = p_{l0} + \frac{2\vartheta}{R_{g0}}$$

Donde  $R_{g0}$  es el radio inicial de la burbuja de gas,  $p_{g0}$  su presión inicial,  $p_{l0}$  la presión inicial del fluido y  $\vartheta$  la tensión superficial del fluido.

Debido a la rapidez del proceso, se aceptará que el gas se comprime o expande de forma adiabática, en tal caso se obtiene la ecuación anterior modificada:

$$p_g \left( \frac{4\pi R^3}{3} \right)^\gamma = p_{g0} \left( \frac{4\pi R_{g0}^3}{3} \right)^\gamma \Rightarrow p_g = \left( p_{l0} + \frac{2\vartheta}{R_{g0}} \right) \left( \frac{R_{g0}}{R} \right)^{3\gamma}$$

donde  $\gamma$  es la relación de calores específicos.

Considerando que existe equilibrio en todo instante entre la burbuja y el fluido permite deducir la presión del líquido para cualquier volumen del volumen del gas:

$$p_l = \left( p_{l0} + \frac{2\vartheta}{R_{g0}} \right) \left( \frac{R_{g0}}{R} \right)^{3\gamma} - \frac{2\vartheta}{R}$$

Introduciendo la ecuación obtenida dentro de la ecuación (5) permite deducir la ecuación del movimiento de la burbuja:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left[ \left( p_{l0} + \frac{2\vartheta}{R_{g0}} \right) \left( \frac{R_{g0}}{R} \right)^{3\gamma} - \frac{2\vartheta}{R} - p_{\infty} \right] \quad (6)$$

Posteriormente a la deducción de la ecuación presentada, Poritsky introdujo un término de disipación viscosa que tiene efecto en la frontera únicamente más que en el conjunto fluido, tal y como se deduce de las ecuaciones de Navier-Stokes. La ecuación ya modificada queda como:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left[ \left( p_{l0} + \frac{2\vartheta}{R_{g0}} \right) \left( \frac{R_{g0}}{R} \right)^{3\gamma} - \frac{2\vartheta}{R} - \frac{4\mu\dot{R}}{R} - p_{\infty} \right]$$

donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido.

#### 4.4.3.1.3- Tiempo de colapso

Supóngase que se está a una presión a la que se ha formado una cavidad estable de radio  $R_0$ .

En el momento en que la presión aumente hasta un valor  $p_0$  igual a la que tiene el fluido en el infinito ( $p_{\infty}$ ), la burbuja disminuye su volumen hasta desaparecer (siempre y cuando se considere una cavidad vacía).

A partir de la ecuación de continuidad (4) se puede determinar la energía cinética del sistema en un instante cualquiera:

$$\frac{1}{2} \rho \int_R^{+\infty} \dot{r}^2 4\pi r^2 dr = 2\pi\rho\dot{R}^2 R^3$$

El trabajo realizado por la presión hidrostática cuando la cavidad pasa de forma isoterma de su radio inicial hasta un radio  $R$  es:

$$W = \frac{4}{3} \pi p_0 (R_0^3 - R^3)$$

Igualando la energía cinética y el trabajo realizado se obtiene:

$$2\pi\rho\dot{R}^2R^3 = \frac{4}{3}\pi p_0(R_0^3 - R^3) \Rightarrow \dot{R} = \sqrt{\frac{2p_0}{3\rho}\left(\frac{R_0^3}{R^3} - 1\right)}$$

Habida cuenta que  $\dot{R} = dR/dt$ , se pueden separar variables y deducir:

$$dR \sqrt{\frac{3\rho}{2p_0}\left(\frac{R^3}{R_0^3 - R^3}\right)} = dt$$

Se introduce el cambio de variable  $X = R/R_0$  para simplificar la expresión anterior y deducir:

$$t = R_0 \sqrt{\frac{3\rho}{2p_0}} \int_{\beta}^1 \frac{X^{3/2}}{(1-X^3)^{1/2}} dX$$

Por lo que para la determinación del tiempo completo de colapso es suficiente hacer  $X = 0$ . Considerese el nuevo cambio de variable  $X^3 = Z$  tal que simplifica el término integral:

$$\int_0^1 \frac{X^{3/2}}{(1-X^3)^{1/2}} dX = \frac{1}{3} \int_0^1 Z^{-1/6} (1-Z)^{-1/2} dZ$$

el cual puede ser resuelto mediante las funciones de Bessel ( $\Gamma$ ). En tal caso, el tiempo total de colapso es:

$$\tau = R_0 \sqrt{\frac{\rho}{6p_0}} \frac{\Gamma(\frac{5}{6})\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{4}{3})} = 0.91R_0 \sqrt{\frac{\rho}{p_0}}$$

Suponiendo que se tiene una burbuja de  $1mm$  de diámetro a la cual se la somete a una presión ligeramente superior a la de vapor (del orden de  $10^3 Pa$ ), para una densidad del fluido de  $880kg/m^3$ , el tiempo de colapso hallado es:

$$\tau = 8.5 \cdot 10^{-4} s$$

por lo que, de cara al modelo teórico, se puede admitir la hipótesis de que la velocidad de generación (o extinción) del vapor es infinita.

El problema que presenta el modelo de Neppiras y Poritsky es que cuando el radio se acerca a 0, la presión (la cual es determinable a partir de la ecuación de la cantidad de movimiento) y la velocidad de la pared de la burbuja tienden a infinito, problema solucionable introduciendo gas dentro de la burbuja vacía, de forma que en la compresión actuará de forma semejante a un muelle evitando que el radio decrezca hasta 0, sucediendo un efecto análogo en la expansión.

#### 4.4.3.1.4- Colapso adiabático de una burbuja llena de gas

Debido a la rapidez del colapso o de la generación, el modelo que mejor describe el comportamiento del gas es el modelo adiabático.

Supóngase una burbuja llena de gas. Su radio máximo es  $R_0$  y su presión es  $p_{g0}$ . Si la presión del fluido durante el colapso es  $p_m$ , la ecuación (6) despreciando el término de tensión superficial pasa a valer:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left[ p_{g0} \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - p_m \right]$$

Neppiras demuestra que la primera integral tiene como resultado la ecuación de la energía en el colapso:

$$\frac{3}{2}\rho\dot{R}^2 = p_m(Z-1) - p_{g0} \frac{(Z-Z')}{1-\gamma}$$

Ecuación que una vez integrada numéricamente permite conocer la curva  $R-t$ .

Para determinar el radio mínimo que alcanza la burbuja, es suficiente considerar  $\dot{R} = 0$ , en tal caso se encuentra:

$$R_{\min} \approx R_0 \left[ \frac{p_{g0}}{p_m(\gamma-1)} \right]^{1/3(\gamma-1)}$$

donde se ha asumido que  $p_{g0} \ll p_m$ .

La expresión anterior muestra que el radio mínimo no llega a ser nunca cero.

El tiempo de colapso de la burbuja se puede encontrar mediante la integración:

$$\tau' = \int_{R_{\max}}^{R_{\min}} \frac{dR}{\dot{R}}$$

La integral fue resuelta por Khoroshev tomando  $\gamma = 3/4$  y concluyendo:

$$\tau' \approx 0.915 R_0 \sqrt{\left( \frac{\rho}{p_m} \right) \left( 1 + \frac{p_{g0}}{p_m} \right)}$$

Se observa que la ecuación anterior difiere del modelo de burbuja vacía en el término  $\left( 1 + p_{g0}/p_m \right)$ , el cual es siempre mayor a la unidad forzando a que el tiempo de colapso sea también mayor.

Asimismo, con el modelo propuesto, las presiones durante el colapso no tienden a infinito si bien alcanzan valores más elevados que el valor teórico estable.

El principal inconveniente que presenta el modelo de gas con compresión adiabática es que no tiene en cuenta la compresibilidad del fluido (la cual puede ser importante debido a las altas velocidades de contracción de la burbuja) ni tiene en cuenta los términos de disipación viscosa.

## 4.5- Transferencia de calor

Generalmente, los gradientes de temperatura existentes en los amortiguadores no justifican el análisis de la transferencia de calor por radiación, más cuando los aceites utilizados son prácticamente transparentes a la radiación térmica.

El único mecanismo de transferencia de calor que se considerará proviene de la conducción. La ecuación básica de transferencia de calor por conducción se escribe en su forma vectorial como:

$$\vec{q} = \frac{\vec{Q}}{S} = -k\nabla T$$

donde  $\vec{q}$  es el calor por unidad de área y de tiempo transmitido,  $\vec{Q}$  el calor transmitido por unidad de tiempo,  $S$  es la superficie de transferencia de calor por conducción y  $k$  la conductividad térmica.

Si bien la transferencia de calor entre un sólido y un fluido es mediante conducción a escala molecular, se utilizará el método de transferencia de calor por convección para evitar el estudio detallado del fluido.

La ecuación básica para el análisis de transferencia de calor por convección se escribe como:

$$\dot{Q}_{w \rightarrow f} = \alpha S (T_w - T_f)$$

donde  $\alpha$  es el coeficiente convectivo de transferencia de calor,  $S$  la superficie de intercambio de calor,  $T_w$  la temperatura de la superficie y  $T_f$  la temperatura del fluido.

En el anexo A.3 se presentan los métodos de cálculo utilizados para la obtención de los coeficientes de transferencia de calor por convección.

## 4.6- Fricción

Al existir movimiento relativo con contacto entre diferentes partes del amortiguador aparecen fuerzas de fricción que también influyen en la fuerza de amortiguamiento.

De hecho, los primeros amortiguadores de la historia basaban su funcionamiento en la fuerza de fricción, si bien hoy en día es una fuerza que se procura evitar y que, en algunos casos como en los sistemas de suspensión McPherson, no es despreciable.

Del estudio realizado por K. Yabuta, K. Hidaka y N. Fukushima [18] se intenta demostrar de forma teórica la influencia que tiene la fricción proveniente del amortiguador en el conjunto de la suspensión del vehículo a partir de un modelo de dos grados de libertad.

La conclusión principal que se desprende es que el efecto relativo de la fricción cambia en función de la característica de la vía.

En términos generales, el efecto de la fricción aumenta con la disminución de la velocidad del vehículo y con el aumento de la rugosidad de la vía.

Siendo conocedores que la fricción siempre se opone a la velocidad y para conseguir una mayor legibilidad, toda formulación matemática que se presente en este punto se hará sin tener en cuenta su signo.

### 4.6.1- Dependencias de la fricción en el amortiguador

En términos generales, las zonas en que la fricción tiene lugar dentro del amortiguador son:

- 1- Entre el pistón y la cámara de trabajo
- 2- Entre el vástago y su guía
- 3- Entre el vástago y el retén
- 4- En el pistón flotante del gas (monotubo)

La evaluación de la fricción en el primer caso no es directa de realizar ya que, aunque de los datos geométricos se puede conocer el ajuste existente entre las partes, el baño de aceite que existe hace que la fuerza de fricción pase a ser una fuerza de lubricación hidrodinámica, la cual disminuye al aumentar la velocidad.

Ocurre el mismo efecto entre el vástago y su guía, pues también se establece una fuerza de lubricación hidrodinámica.

El contacto entre el vástago y el retén es, en principio, el más difícil de evaluar ya que los retenes utilizados suelen ser de doble labio, lo cual supone que tiene la misión de evitar la salida de aceite al trabajar a tracción y la entrada de aire y suciedad al trabajar a compresión. Al trabajar a tracción o a compresión, se establece un contacto diferente entre el retén y el vástago debido a que la geometría de los labios superiores e inferiores

de éste son diferentes y se ven afectadas por una deformación distinta. Además, aunque no permite la salida de aceite, siempre existe una capa de aceite que cubre el vástago, por lo que también se ha de considerar un efecto de lubricación hidrodinámica. A diferencia de los dos casos anteriores, se observa que la fricción aumenta con la velocidad.

En general y a efectos globales, se observa que la fuerza de fricción total disminuye con la velocidad.

Por otra parte, se ha de tener presente que existen imperfecciones en las partes del amortiguador debidas al proceso de fabricación (conicidades, diferencias de rugosidad, etc), por lo que la fricción pasa a depender de la posición relativa de las partes.

Asimismo, debido a que los materiales de estanqueidad se deforman con la presión, la fricción en el ciclo de compresión es distinta a la fricción en el ciclo de expansión.

El último punto a considerar es que al aumentar la temperatura, las partes del amortiguador se dilatan, por lo que el ajuste existente cambia dando lugar a un cambio en el valor de la fricción. Los ajustes entre pistón y cilindro y entre vástago y guía son siempre holgados (no existe apriete), por lo que al aumentar la temperatura la holgura existente entre ellos aumentará, disminuyendo de la fricción. Lógicamente, los materiales utilizados influyen en la dependencia de la fricción con la temperatura.

## 4.6.2- Modelos de fricción para el amortiguador

No es el objetivo de éste punto proponer un modelo para la fricción sino únicamente exponer las teorías actuales existentes que intentan describir el comportamiento de la fricción bajo unas ciertas condiciones de entorno.

Las tres teorías que se presentarán son válidas tanto en el ciclo de tracción como en el de compresión.

### *Teoría 1*

La primera teoría que se describirá consiste en hacer un ajuste lineal de los valores obtenidos para la fricción cuando el amortiguador realiza un ciclo en vacío (sin la fuerza ejercida por el gas ni por la caída de presión que se produce en las válvulas) y a temperatura constante. El ajuste que se realiza intenta tener presente el efecto de la posición y de la velocidad del amortiguador, por lo que el ajuste que se propone es del tipo:

$$F_f = C_0 + C_1x + C_2v$$

donde  $C_0$  es el término independiente de la función de ajuste y está directamente relacionado con la fricción estática,  $C_1$  es el coeficiente de fricción que mide la sensibilidad a la posición y  $C_2$  es el coeficiente que mide la sensibilidad a la velocidad.

Un ejemplo del ajuste propuesto se muestra en la figura 2, sobre la cual se presentan los datos experimentales utilizados para el ajuste:

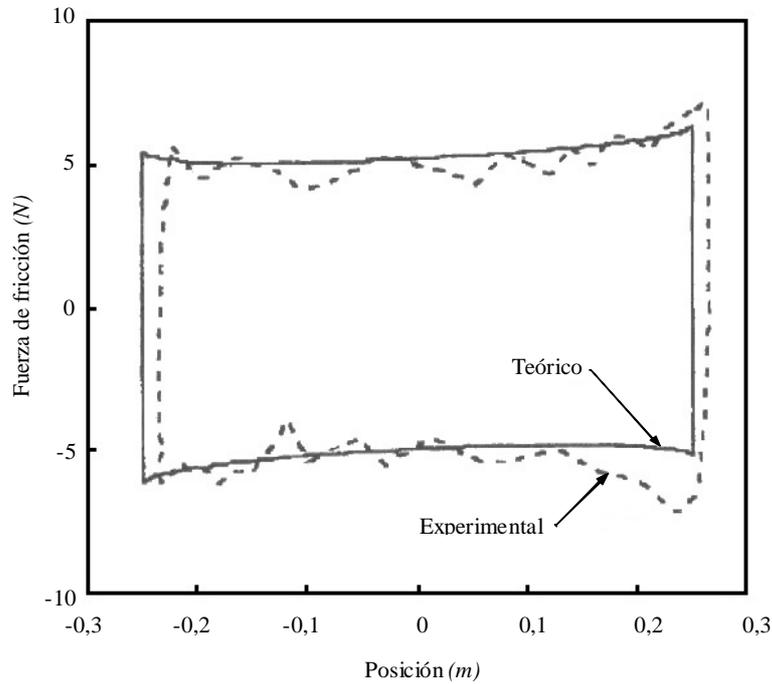


Fig. 2. Ajuste teórico de la fricción a partir de datos experimentales

El inconveniente que presenta la teoría presentada es que requiere una previa experimentación para poder determinar los coeficientes de ajuste, por lo que no puede ser utilizado en un modelo predictivo.

### Teoría 2

La segunda teoría que se mostrará se basa en otro ajuste pero teniendo en cuenta la influencia de la temperatura.

Se determina experimentalmente la fuerza de fricción estática a una determinada temperatura para diferentes posiciones. Mediante un ajuste se obtiene:

$$F_{fe} = F_{fe}(x, T_0)$$

donde  $F_{fe}$  es la fricción estática.

Se define el cociente  $R_{FXT}$  como la relación entre la fuerza de fricción dinámica y la fuerza de fricción estática en la posición  $x$  y a la temperatura  $T$  como:

$$R_{FXT} = \frac{F_{fd}(x, T)}{F_{fe}(x, T)}$$

El último paso a realizar consiste en ajustar mediante experimentación la función  $R_{FXT}$  según la expresión:

$$R_{FXT} = C_0 + C_1 \Delta T$$

donde nuevamente  $C_0$  y  $C_1$  son coeficientes de ajuste y  $\Delta T$  es el incremento de temperatura respecto a la temperatura de referencia.

Se deduce que para la obtención de  $R_{FXT}$  se requiere experimentación a diferentes temperaturas que la de referencia, por lo que el modelo descrito presenta el mismo inconveniente que el anterior.

### Teoría 3

La última teoría que se presenta también proviene de un modelo empírico. La fuerza de fricción se determina como:

$$F_f = \begin{cases} \zeta_e F_N & v = 0 \\ \zeta_e \cdot F_N + \zeta_{visc} |v| + \frac{\zeta_{stri}}{1 + \frac{v(t-\tau)}{v_{stri}}} F_N & v \neq 0 \end{cases}$$

La ecuación anterior representa los siguientes efectos englobados en la fuerza de fricción dinámica:

1.  $\zeta_{visc} |v|$  es la fuerza de fricción viscosa. El coeficiente  $\zeta_{visc}$  está asociado al amortiguador, y por lo tanto es un parámetro intrínseco a determinar.
2. Cuando se sobrepasa el valor de fricción estática ( $\zeta_e F_N$ ), se genera una fuerza inestable negativa de fricción viscosa durante un rango característico de velocidad  $v_{stri}$ , efecto conocido como efecto de Stribeck.
3. El nivel de fricción estática normalmente incrementa hasta su nivel máximo a medida que el tiempo de reposo ( $t_2$ ) aumenta. Del tiempo de permanencia se obtiene el coeficiente de Stribeck ( $\zeta_{stri}$ ):

$$\zeta_{stri}(t_2) = \zeta_{stri,\infty} - (\zeta_{stri,\infty} - \zeta_s) e^{-\theta t_2^\psi}$$

donde  $\zeta_{stri,\infty}$  es el coeficiente de stribeck para un tiempo infinito y  $\theta$  y  $\psi$  parámetros a determinar.

4. El parámetro  $\tau$  indica la existencia de memoria en el proceso de fricción, es decir, se produce un retraso en la fuerza de fricción viscosa cuando existe un cambio de velocidad.

Desafortunadamente, el modelo presentado es demasiado complejo y requiere la evaluación de demasiados parámetros empíricos para ser introducido dentro de un modelo predictivo.

### **Nomenclatura:**

$A$  : constante

$B$  : constante

$C_0$  : constante

$C_1$  : constante

$C_2$  : constante

$D$  : diámetro

$D_H$  : diámetro hidráulico

$E$  : módulo de elasticidad del cilindro

$F$  : fuerza

$F_f$  : fuerza de fricción

$F_{fd}$  : fricción dinámica

$F_{fe}$  : ajuste de la fuerza de fricción y fricción estática

$F_N$  : fuerza normal

$k$  : conductividad térmica

$l$  : longitud

$L$  : longitud

$p$  : presión

$p_g$  : presión del gas

$p_{g0}$  : presión inicial del gas

$p_{l0}$  : presión inicial del líquido

$p_L$  : presión del líquido en la zona de interfase

$p_m$  : presión durante el colapso

$p_{ref}$  : presión de referencia de obtención de las medidas del cilindro

$p_\infty$  : presión en el infinito

$p_0$  : presión

$P$  : perímetro

$\dot{q}$  : potencia calorífica por unidad de superficie

$\dot{Q}$  : potencia calorífica

$\dot{Q}_{w \rightarrow f}$  : calor que pasa de un sólido a un fluido por unidad de tiempo

$r$  : radio y radio interior

$R$  : radio y radio exterior

$R_{FXT}$  : relación entre la fuerza de fricción dinámica y la estática para una posición y temperatura concreta

$R_g$  : constante universal de los gases

$R_{g0}$  : radio inicial de la burbuja que contiene el gas  
 $R_{\min}$  : radio mínimo  
 $R_0$  : radio inicial  
 $S$  : superficie  
 $t$  : tiempo  
 $T$  : temperatura  
 $T_f$  : temperatura del fluido  
 $T_{ref}$  : temperatura de referencia de obtención de las medidas del cilindro  
 $T_w$  : temperatura de la superficie del sólido  
 $T_0$  : temperatura de referencia  
 $v$  : velocidad  
 $V$  : volumen  
 $V_I$  : volumen teórico indeformable  
 $W$  : trabajo  
 $x$  : coordenada de posición  
 $X$  : variable auxiliar  
 $Z$  : variable auxiliar  
 $\alpha$  : coeficiente convectivo de transferencia de calor  
 $\beta_f$  : coeficiente de compresibilidad del fluido  
 $\beta_c$  : factor de compresibilidad del cilindro  
 $\psi$  : parámetro  
 $\varphi_c$  : factor de dilatación térmico (lineal) del cilindro  
 $\varphi_f$  : factor de dilatación térmico del fluido  
 $\gamma$  : relación entre calores específicos  
 $\phi$  : potencial de velocidades  
 $\mu$  : viscosidad dinámica  
 $\nu$  : viscosidad cinemática del fluido y módulo de Poisson  
 $\vartheta$  : tensión superficial del fluido  
 $\zeta_e$  : coeficiente para la fricción estática  
 $\zeta_s$  : coeficiente para la determinación del coeficiente de Stribeck  
 $\zeta_{stri}$  : coeficiente de Stribeck  
 $\zeta_{stri,\infty}$  : coeficiente de Stribeck para un tiempo infinito  
 $\zeta_{visc}$  : coeficiente para la fuerza viscosa  
 $\theta$  : parámetro  
 $\rho$  : densidad del fluido  
 $\rho_0$  : densidad de referencia  
 $\tau$  : tiempo de colapso y parámetro de memoria en la fricción

## **Bibliografía:**

- [1] Alfons Álvarez. -Información técnica de BOSCH Industrial (Lubricants i subministres industrials, not published, 2002)
- [2] Frank M. White. -Mecánica de los fluidos (McGraw-Hill book, 2001).
- [3] Dieter Klamann. -Lubricants and related products (Willey Publications and Sons book, 1984).
- [4] Dudley D. Fuller. -Teoría y práctica de la lubricación (Ediciones Interciencia, 1961).
- [5] Bernard J. Hamrock. -Fundamentals of fluid film lubrication (McGraw-Hill book, 1994).
- [6] José Benlloch María. -Los lubricantes (CEAC book, 1997).
- [7] W. Edward Gettys. -Física clásica y moderna (McGraw-Hill book, 1991).
- [8] F. Ronald Young. -Cavitation (McGraw-Hill book, 1989).
- [9] Welty. -Transferencia de calor aplicada a la ingeniería (Limusa book, 1996).
- [10] A. Comas. -Apuntes de motores térmicos alternativos (UPC, not published, 2001).
- [11] Wong. -Handbook of heat transfer for engineers (McGraw-Hill book, 1982).
- [12] Warren M. Rohsenow. -Handbook of heat transfer (McGraw-Hill book, 1998).
- [13] B. Warner, S. Rakheja. -An analytical and experimental investigation of friction and gas spring characteristics of racing car suspension dampers (SAE paper 962548, 1996).
- [14] Stefaan WR Duym. -Simulation tools, modelling and identification, for an automotive shock absorber in the context of vehicle dynamics (Vehicle System Dynamics, vol. 33, 2000).
- [15] C. Surace, K. Worden, G.R. Tomlison. -On the non linear characteristics of automotive shock absorbers (IMECH, part D, vol. 206, 1992).
- [16] A.L. Adenino, G. Belingardi. -Modelling the dynamic behaviour of a motorcycle damper (IMECH, part D, vol. 209, 1995).
- [17] A.L. Adenino, G. Belingardi. -Damper performance development (SAE paper 962530, 1996)
- [18] K. Yabuta, K. Hidaka y N. Fukushima. -Influence of suspension friction on riding comfort (Proceedings of the 7<sup>th</sup> IASVD symposium, 1981).

## 5- Modelización del amortiguador

### 5.1- Modelización de las válvulas

Las válvulas dentro del amortiguador son las responsables de producir una caída de presión entre la cámara de compresión y la de extensión así como en la cámara de reserva en el caso del amortiguador de doble tubo. La relación de la caída de presión con las superficies del cilindro genera una parte importante de la fuerza de amortiguamiento.

Debido a que la fuerza generada en el cilindro es, en general, casi la totalidad de la fuerza de amortiguamiento en las situaciones “normales” de trabajo, la modelización correcta de las válvulas es de vital importancia.

Existen diferentes tipos de válvulas que se montan en los amortiguadores en función del fabricante y del uso al cual se destinará el amortiguador, pero generalizando se tiene para cada sentido de circulación del fluido un conducto “abierto” (ya sea un conducto físico o el debido a las pérdidas existentes entre las cámaras) que en general es el encargado de controlar la caída de presión entre las cámaras a bajas velocidades del pistón y una válvula limitadora que tiene la misión de evitar que existan caídas demasiado elevadas de presión cuando el caudal circulante es elevado.

La válvula que se va a modelizar, en concordancia con lo explicado anteriormente, es la representada en la figura 1:

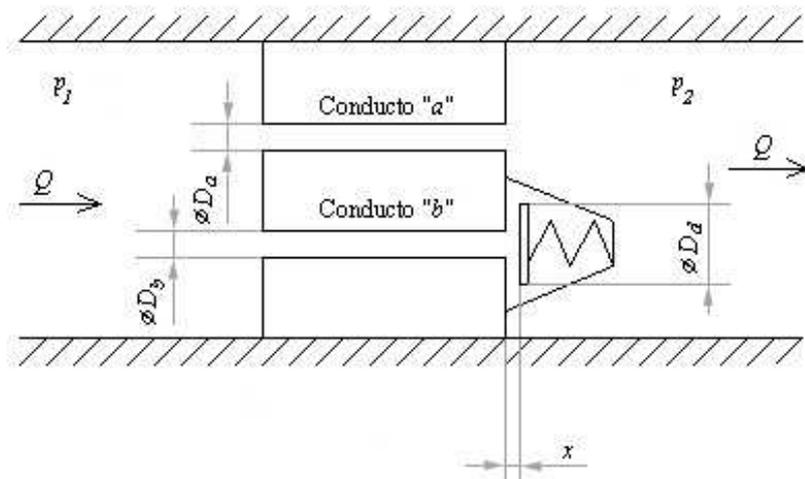


Fig. 1. Esquema simplificado de las válvulas de un amortiguador

Se observa que existe un conducto siempre abierto que se denominará por conducto “a” y una válvula limitadora controlada por un muelle calibrado que se denominará conducto “b”.

Lógicamente, la respuesta de la válvula frente a un caudal será una combinación de las dos válvulas de que está formada, motivo por el que se debe estudiar el comportamiento de cada válvula por separado para posteriormente determinar el comportamiento conjunto.

## 5.1.1- Correlaciones para las válvulas

### 5.1.1.1- Pérdida de carga en un conducto circular

De acuerdo a la bibliografía (Idelchik I.E. (Mémento des pertes de charge, [2])), el uso de la ecuación de Bernouilli aplicada entre las cámaras “1” y “2” de la figura 2 conduce a la relación funcional siguiente, la cual tiene en cuenta las pérdidas de carga continuas y singulares.

$$p_1 - p_2 = \frac{8\rho Q_a^2}{\pi^2 D_a^4} \left[ 1 + K_a + \frac{f_a L_a}{D_a} \right]$$

donde  $p_1$  y  $p_2$  son las presiones a la entrada y a la salida respectivamente,  $\rho$  la densidad del fluido circulante,  $Q_a$  el caudal volumetrico referenciado a la entrada,  $D_a$  el diámetro (hidráulico del cilindro),  $K_a$  el coeficiente adimensional de pérdida de carga en la entrada,  $f_a$  es el coeficiente de Darcy-Weisbach y  $L_a$  la longitud del conducto.

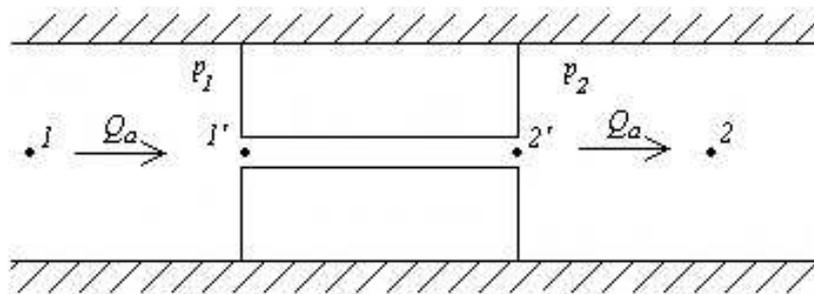


Fig. 2. Esquema de la válvula modelada

La curva característica típica que se obtiene mediante la expresión anterior se muestra en la figura 3.

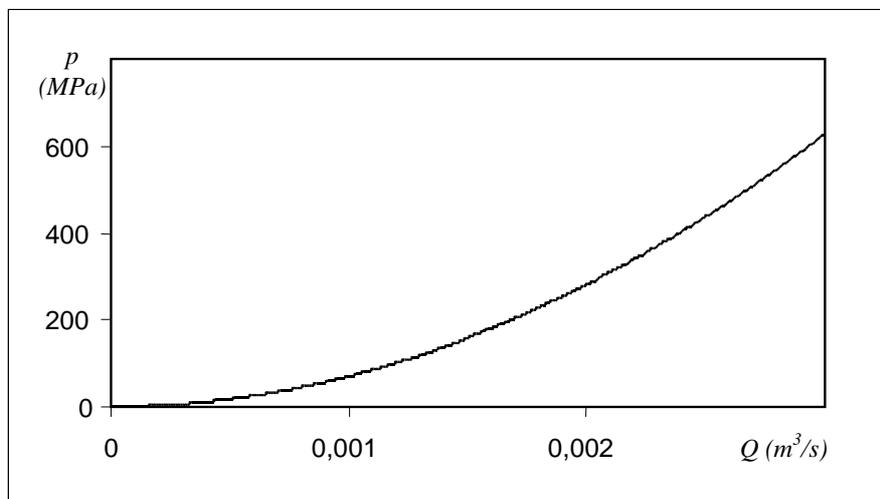


Fig. 3. Caída de presión en una válvula con  $D = 2\text{mm}$  y  $L = 5\text{mm}$ .

De la figura anterior se comprende el por qué del uso de una válvula limitadora. En efecto, para valores crecientes del caudal, la caída de presión crece con el cuadrado de éste hasta el punto de llegar a valores inadmisibles tales que producirían una fuerza de amortiguamiento intolerable para cualquier vehículo, forzando la necesidad del uso de una válvula limitadora que disminuya el crecimiento de la caída de presión.

### 5.1.1.2- Pérdida de carga en la válvula limitadora

Considérese la geometría ilustrada en la figura siguiente,

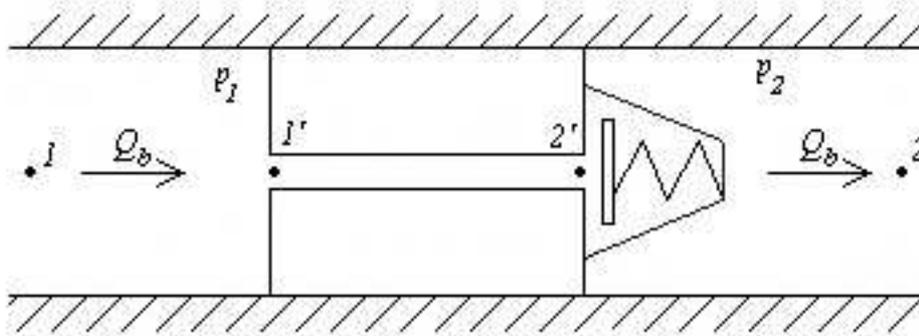


Fig. 4. Esquema de la válvula limitadora

Análogamente al caso anterior, la pérdida de presión entre las cámaras “1” y “2” se deduce aplicando la ecuación de Bernouilli y teniendo en cuenta que la pérdida de carga a la salida depende de la posición del disco limitador (Robert D. Blevins (Applied fluid dynamics handbook, [1])):

$$p_1 - p_2 = 0.5\rho u_b^2 \left( K_b + 1.3 + \frac{f_b L_b}{D_b} + \frac{D_b^4}{80D_d^2} \left( \frac{1}{x^2} \right) \right)$$

donde  $u_b$  es la velocidad media del fluido dentro del conducto,  $K_b$  la constante de pérdida en la entrada,  $f_b$  el coeficiente de Darcy-Weisbach,  $L_b$  la longitud del conducto,  $D_b$  el diámetro del conducto,  $D_d$  el diámetro del disco limitador y  $x$  la separación entre el asiento del disco y el disco.

Para la obtención de resultados resulta necesario hacer un análisis de fuerzas sobre el disco de la válvula con el fin de deducir su posición para un caudal dado.

Las fuerzas actuantes sobre el disco son las debidas al fluido tanto en la cara interna como en la externa más la fuerza que ejerce el muelle calibrado aplicada sobre la cara externa.

Suponiendo que en la cara exterior la presión que actúa sobre el disco se mantiene constante siendo  $p_2$  y teniendo en cuenta el sistema de referencia de la figura 5, la resultante es:

$$\sum \vec{F}_{ext} = -\vec{j} \left( k_m y + F_{pm} + \frac{\pi D_d^2}{4} p_2 \right)$$

donde  $k_m$  es la constante elástica del muelle y  $F_{pm}$  la fuerza de precarga de éste.

En la cara interior resulta necesario hacer un análisis más detallado con el fin de poder determinar la fuerza que ejerce el fluido sobre el disco.

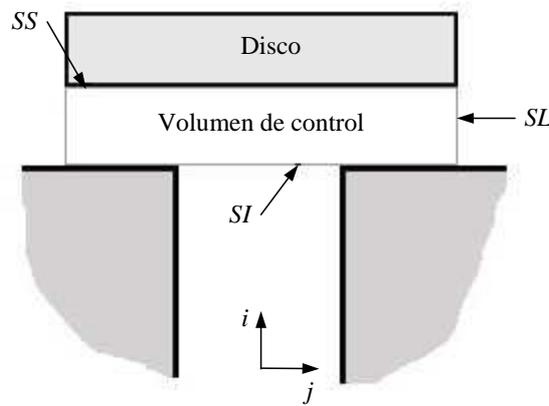


Fig. 5. Volumen de control para la determinación de la fuerza que ejerce el fluido en la cara inferior del disco.

El principio de la conservación de la cantidad de movimiento para el volumen de control es:

$$\sum \vec{F}_{vc} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho \vec{v} dV + \int_{sc} \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS$$

donde  $\sum F_{vc}$  es la suma de fuerzas exteriores aplicadas sobre el volumen de control,  $S$  es la superficie exterior del volumen,  $\vec{n}$  es un vector unitario perpendicular a la superficie y  $v$  la velocidad del fluido.

Suponiendo un régimen estacionario, la ecuación se reduce a:

$$\sum \vec{F} = \int_{sc} \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS$$

Bajo la nomenclatura de la figura 5, se deduce que las fuerzas aplicadas sobre el volumen de control son:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{SI} + \vec{F}_{SL} + \vec{F}_{SS}$$

donde  $\vec{F}_{SI}$  es la fuerza debida a la presión que actúa sobre el volumen de control,  $\vec{F}_{SL}$  es la fuerza debida a la presión que actúa sobre la superficie lateral y  $\vec{F}_{SS}$  es la fuerza que ejerce la superficie superior que es igual y opuesta a la que ejerce el fluido sobre el disco ( $\vec{F}_{disco}$ ).

La fuerza en la superficie lateral tiene que ser cero debido a la simetría existente:

$$\vec{F}_{SL} = \int_{SL} p_2 d\vec{S} = 0$$

Por simplicidad, se supondrá que la caída de presión a lo largo de la superficie inferior es lineal, idea que se intenta representar en la figura 6.

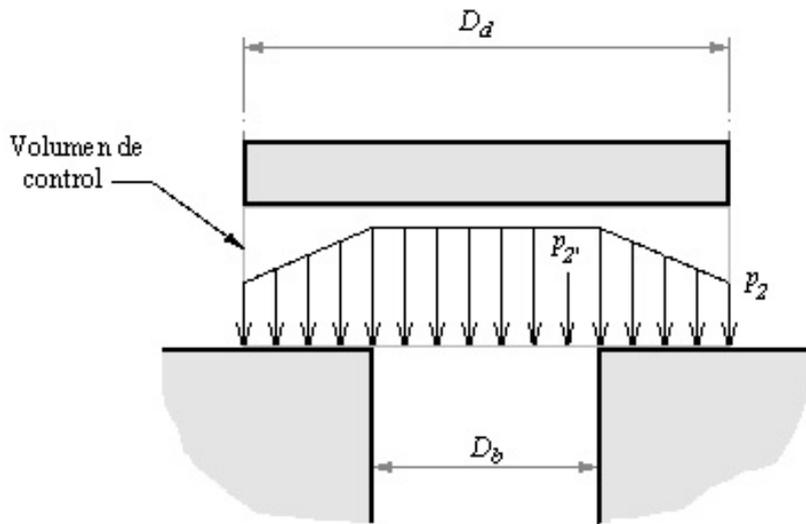


Fig. 6. Perfil de presión sobre la superficie inferior del volumen de control.

En tales condiciones, la fuerza en la superficie inferior del volumen de control es:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{SI} &= \int_{SI} p(r) d\vec{S} = \vec{j} \int_0^{D_b/2} 2\pi r p_2' dr + \vec{j} \int_{D_b/2}^{D_d/2} 4\pi r \left( p_2 + \frac{(p_2' - p_2)}{D_d - D_b} \left( r - \frac{D_d}{2} \right) \right) dr = \\ &= \vec{j} \left[ \frac{1}{12} \pi (p_2' - p_2) (D_d^2 + D_d D_b + D_b^2) + \frac{\pi}{4} p_2 D_d^2 \right] \end{aligned}$$

donde  $r$  representa el radio donde se encuentra definida la presión en la superficie superior del volumen de control.

Los términos de la cantidad de movimiento se escriben como:

$$\int_{SC} \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \int_{SI} \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS + \int_{SL} \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS$$

Nuevamente, por simetría, la integral sobre la superficie lateral tiene que ser cero, es decir:

$$\int_{SL} \rho \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = 0$$

y la integral sobre la superficie inferior se resuelve como:

$$\int_{SI} \rho \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \int_0^{D_b} 2\pi r \rho (u_b \vec{j}) ((u_b \vec{j}) \cdot (-\vec{j})) dr = -\vec{j} \left( \rho u_b^2 \frac{\pi}{4} D_b^2 \right)$$

donde  $u_b$  representa la velocidad del fluido.

Bajo tales condiciones, el principio de conservación de la cantidad de movimiento queda expresado como:

$$\vec{j} \left[ \frac{1}{12} \pi (p_{2'} - p_2) (D_d^2 + D_d D_b + D_b^2) + \frac{\pi}{4} p_2 D_d^2 \right] + \vec{F}_{SS} = -\vec{j} \left( \rho u_b^2 \frac{\pi}{4} D_b^2 \right)$$

de donde se concluye la fuerza que hace la superficie del disco sobre la cara superior del volumen de control:

$$\vec{F}_{SS} = -\vec{j} \left[ \left( \frac{1}{12} \pi (p_{2'} - p_2) (D_d^2 + D_d D_b + D_b^2) + \frac{\pi}{4} p_2 D_d^2 \right) + \left( \rho u_b^2 \frac{\pi}{4} D_b^2 \right) \right]$$

Por acción y reacción, la fuerza que hace la cara superior del volumen de control sobre el fluido es igual y opuesta a la que hace el fluido sobre la cara superior, es decir, sobre el disco:

$$\vec{F}_{Fl \rightarrow disco} = \vec{j} \left[ \left( \frac{1}{12} \pi (p_{2'} - p_2) (D_d^2 + D_d D_b + D_b^2) + \frac{\pi}{4} p_2 D_d^2 \right) + \left( \rho u_b^2 \frac{\pi}{4} D_b^2 \right) \right]$$

La resultante sobre el disco es:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{disco} &= \vec{j} \left[ \left( \frac{1}{12} \pi (p_{2'} - p_2) (D_d^2 + D_d D_b + D_b^2) + \frac{\pi}{4} p_2 D_d^2 \right) + \left( \rho u_b^2 \frac{\pi}{4} D_b^2 \right) - k_m x - F_{pm} - \frac{\pi}{4} p_2 D_d^2 \right] = \\ &= \vec{j} \left( \frac{1}{12} \pi (p_{2'} - p_2) (D_d^2 + D_d D_b + D_b^2) + \rho u_b^2 \frac{\pi}{4} D_b^2 - k_m x - F_{pm} \right) \end{aligned}$$

donde  $k_m$  es la constante elástica del muelle y  $F_{pm}$  la fuerza de precarga del muelle.

En la fuerza total se distingue la fuerza realizada por el muelle y la fuerza realizada por el fluido, la cual se descompone en una fuerza debida al incremento neto de presión y en una componente debida a la variación de la cantidad de movimiento.

En realidad, en la cara superior del disco, también existe una componente de fuerza producida por la variación de la cantidad de movimiento pero, habida cuenta que no se

conoce el movimiento del flujo (en las zonas de salida de las válvulas se suele producir turbulencia por la alta velocidad del chorro y por el efecto de mezclado que se produce) dicho término resulta difícil de evaluar, motivo por el cual se introduce un coeficiente corrector  $C_d$  sobre el término de fuerza de la cantidad de movimiento que actúa en la cara inferior del disco, coeficiente que se debe estimar. La ecuación de las fuerzas que actúan sobre el disco una vez modificada queda como:

$$\vec{F}_{disco} = \vec{j} \left( \frac{1}{12} \pi (p_{2'} - p_2) (D_d^2 + D_d D_b + D_b^2) + \rho C_d \frac{4Q_b^2}{\pi D_b^2} - k_m x - F_{pm} \right)$$

ecuación donde se ha cambiado el término de velocidad por el de caudal.

La caída de presión que se produce entre los puntos 2' y 2 es la correspondiente a la pérdida de carga singular en la salida:

$$p_{2'} - p_2 = \frac{1}{2} \rho u_b^2 \left( \frac{D_b^4}{80 D_d^2} \left( \frac{1}{x^2} \right) + 0.3 \right)$$

La ecuación de sólido libre del disco es:

$$m_{disco} \ddot{x} = \left( \frac{1}{24} \rho \pi u_b^2 \left( \frac{D_b^4}{80 D_d^2} \left( \frac{1}{x^2} \right) + 0.3 \right) (D_d^2 + D_d D_b + D_b^2) + \rho C_d \frac{4Q_b^2}{\pi D_b^2} - k_m x - F_{pm} \right)$$

Debido a que la masa del disco suele ser de unos pocos gramos, se despreciará el término inercial, por lo que la ecuación resultante es:

$$\frac{2}{3} \rho \frac{Q_b^2}{\pi D_b^4} \left( \frac{D_b^4}{80 D_d^2} \left( \frac{1}{x^2} \right) + 0.3 \right) (D_d^2 + D_d D_b + D_b^2) + \rho C_d \frac{4Q_b^2}{\pi D_b^2} - k_m x - F_{pm} = 0$$

Una vez simplificada queda la ecuación cúbica:

$$\frac{3\pi k_m D_b^4}{2\rho Q_b^2 N^2} x^3 + \left( \frac{3\pi D_b^4}{2\rho Q_b^2 N^2} F_{pm} - \frac{6D_b^2}{N^2} C_d - 0.3 \right) x^2 - \frac{D_b^4}{80 D_d^2} = 0 \quad (1)$$

donde, por simplicidad, se ha hecho el cambio de variable:

$$N^2 = (D_b^2 + D_b D_d + D_d^2)$$

Existen casos en los que resulta más correcto suponer que la caída de presión en la cara inferior del disco se produce de forma repentina. Un buen ejemplo se encuentra en una válvula en la que no haya un contacto “directo” entre el conducto y el disco, sino que el fluido se encuentra en una “cámara” formada por la salida del conducto, los asientos del disco y el propio disco.

Suponiendo una pérdida de carga repentina y haciendo un desarrollo similar al anterior se deduce la expresión siguiente:

$$\frac{\pi k_m D_b^4}{2\rho Q_b^2 D_d^2} x^3 + \left( \frac{\pi D_b^4}{2\rho Q_b^2 D_d^2} F_{pm} - 2C_d \frac{D_b^2}{D_d^2} - 0.3 \right) x^2 - \frac{D_b^4}{80D_d^2} = 0 \quad (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) son ambas de tercer grado y son las que permitirán determinar la posición del disco ( $y$ ) para un caudal  $Q$  dado, a partir de donde se deducirá la caída de presión total en la válvula.

El análisis sobre las funciones obtenidas permite concluir que las dos ecuaciones ((1) y (2)) sólo tiene una única raíz positiva, lo que liga con el fenómeno físico al cual trata de representar y lo que permitirá conocer la pérdida de carga en la válvula limitadora para un caudal dado, una vez conocidos sus datos geométricos junto con las características del muelle encargado de controlar el movimiento del disco.

### 5.1.1.3- Válvula conjunta

Se ha visto que la válvula que se modelizará para el amortiguador es la resultante de la unión entre un conducto “siempre abierto” sin restricciones y una válvula limitadora en paralelo tal y como se mostró en la figura 1.

Debido a que en la válvula limitadora el muelle tiene una precarga inicial, dicha válvula necesitará estar sometida a un incremento de presión actuando sobre el disco capaz de desplazarlo para que empiece a fluir un cierto caudal por su interior. De aquí se deduce que el conducto “a” ha de producir una caída de presión suficiente para que la válvula limitadora empiece a trabajar, por lo que inicialmente todo el caudal tiene que circular a través de dicho conducto.

Es a partir de un cierto caudal en que el disco de la válvula limitadora empieza a abrir y permite la circulación de fluido a través de dicha válvula. El caudal total que circula por la válvula del amortiguador se divide en dos partes, el que circula por el conducto “a” ( $Q_a$ ) y el que circula por el conducto “b” ( $Q_b$ ), de forma que la caída de presión a través de ambos conductos debe ser la misma.

Si se expresan las caídas de presión en cada conducto como función de los caudales circulantes ( $G(Q)$ ) se tiene:

$$\begin{aligned} (p_1 - p_2)_a &= G_a(Q_a) \\ (p_1 - p_2)_b &= G_b(Q_b) \end{aligned}$$

y, por lo explicado anteriormente, se tiene que cumplir:

$$\begin{cases} (p_1 - p_2)_a = (p_1 - p_2)_b \Rightarrow G_a(Q_a) = G_b(Q_b) \\ Q = Q_a + Q_b \end{cases}$$

Función que es la curva característica de la válvula del amortiguador.

### 5.1.1.4- Válvulas de sección variable

Anteriormente se ha comentado que existen otros tipos de válvulas empleadas en los amortiguadores. En realidad el tipo de válvulas al que se refiere son aquellas que por sí solas cumplen la misión de conducto abierto y a su vez de válvula limitadora.

Este tipo de válvulas son las denominadas válvulas de sección variable, las cuales pueden presentar geometrías considerablemente complejas.

Un ejemplo típico de válvula de sección variable se encuentra en un conjunto de tres discos, el primero del cual tiene una serie de perforaciones que permiten la entrada del fluido entre el primer disco y el segundo ya que la geometría del este último es la que forma una sección de paso para el flujo.

Si el disco superior es flotante y se lo somete a una fuerza de precarga mediante un elemento elástico, una vez la caída de presión que se produce en el seno de la válvula vence la fuerza ejercida por el muelle el disco superior se desplazará y aumentará la sección de paso.

Con el fin de aclarar conceptos, se presenta un ejemplo de la válvula que se está tratando de describir en la figura 7.

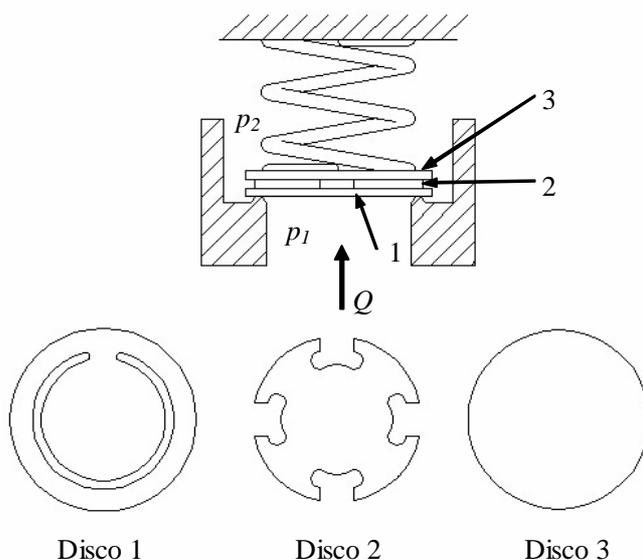


Fig. 7. Válvula de sección variable

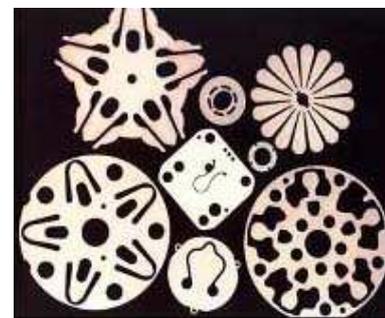


Fig. 8. Ejemplo de discos utilizados en las válvulas de un amortiguador

Para optimizar el rendimiento o cambiar fácilmente la curva característica de la válvula, se encuentran geometrías del disco intermedio extremadamente complejas, tal y como se retratan en la figura 8.

El motivo de existencia de este tipo de discos reside en conseguir que la presión tenga una mayor influencia en las zonas deseadas mediante un aumento de la sección efectiva, a la vez que se consiguen caídas de presión distintas a las que se obtienen mediante conductos circulares y que son mejores para el comportamiento del amortiguador.

Es sencillo darse cuenta de que las válvulas que se están describiendo son un caso particular de las válvulas limitadoras ya estudiadas donde únicamente se ha de tener en cuenta que la posición de reposo del disco no coincide con el asiento del conducto. Dicho en otras palabras, existe una separación física entre el disco y el conducto en el estado de reposo.

Debido a la complejidad de dichas geometrías, la curva característica de la válvula se tiene que encontrar mediante experimentación, por lo que inicialmente se simplificará el problema asumiendo la validez del diámetro hidráulico.

Existen dos ventajas principales por las que se utilizan las válvulas de discos. La primera es que, por la sencillez de los elementos que componen la válvula, el diseño constructivo del amortiguador se simplifica considerablemente mientras que la segunda proviene del hecho que, mediante el cambio de alguno de los discos, se puede conseguir un cambio considerable en la característica del amortiguador, por lo que las posibilidades de regulación del amortiguador son enormes.

El comportamiento de este tipo de válvulas consigue pasar de una curva de caudal - presión correspondiente a la válvula limitadora con el disco en su posición más cerrada hasta la curva característica de la misma válvula limitadora pero con el disco en su posición de máxima abertura. Con el objetivo de mostrar el efecto descrito se ha obtenido la figura 9 a partir de las cotas geométricas detalladas en el pie de la imagen.

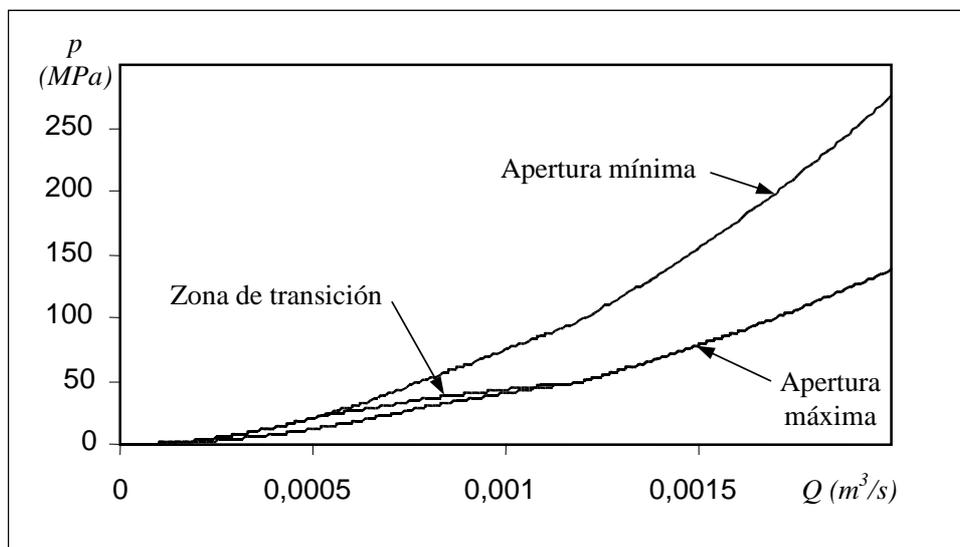


Fig. 9. Curva característica de una válvula de sección variable con diámetro y longitud del conducto de  $2,5mm$  y  $1mm$  respectivamente, diámetro efectivo del disco de  $2,8mm$ ,  $50N$  de fuerza de precarga del muelle y constante elástica de  $4000N/m$ . La separación mínima del disco es de  $0,2mm$  y la máxima de  $1mm$ .

## **5.2- Modelización de los parámetros físicos**

El modelo matemático necesita evaluar las propiedades físicas (tanto propiedades mecánicas como térmicas) de los diferentes materiales de los que está compuesto el amortiguador, motivo por el cual deben obtenerse expresiones que permitan conocer su estado a partir de las condiciones conocidas de funcionamiento.

Las propiedades físicas de los materiales siempre se obtienen a partir de ajustes sobre datos reales, si bien, algunos ajustes están basados en expresiones teóricas. El método de evaluación se basará en el ajuste por mínimos cuadrados de datos empíricos conocidos, datos que pueden haber sido obtenidos de la bibliografía técnica o directamente de los proveedores.

El objetivo del punto actual es presentar y justificar los ajustes que se utilizarán para las evaluaciones de las propiedades físicas de todos los materiales constitutivos del amortiguador. Solamente se mostrarán cuantitativamente los datos genéricos, es decir, aquellos datos que son válidos para todas las simulaciones realizadas ya que los datos particulares (como puede ser la densidad o la viscosidad del aceite) se mostrarán en el capítulo 7 en función del amortiguador que se simula.

### **5.2.1- Modelización de las partes sólidas**

La mayoría de las partes sólidas de los amortiguadores comerciales suelen estar formados por aceros con el fin de abaratar costes.

No ocurre lo mismo con el vástago y con su guía, el retén y el aro o junta del pistón.

Estrictamente hablando, el vástago está compuesto de acero con una capa muy fina de cromo en su exterior que le aporta una mayor resistencia en contra de las ralladas y una menor fricción, lo cual favorece al funcionamiento del conjunto.

La guía del vástago suele ser de acero con un casquillo metálico relativamente fino (del orden de  $1\text{mm}$  de espesor) de material antifricción, cuyas propiedades mecánicas y térmicas son de difícil obtención.

El retén encargado de evitar las fugas de aceite y la entrada de suciedad dentro de las cámaras de trabajo suele componerse de una parte metálica envuelta por el plástico sellador.

Por otra parte, el aro del pistón o, en su defecto la junta, suelen ser materiales plásticos.

Debido a que la mayoría de elementos del amortiguador se componen de acero y es esperable que sus propiedades se asemejen a las de éste, la obtención de propiedades físicas de las diferentes partes sólidas del amortiguador se obtendrán a partir del mismo patrón de ajuste, motivo por el que únicamente se presentará la metodología y los datos utilizados para el ajuste de las propiedades del acero.

En el caso de existir zonas en las que aparece una discontinuidad en las propiedades físicas (como, por ejemplo, el cambio de material existente entre el retén y su alojamiento), se puede definir una propiedad media para el conjunto o bien se puede definir localmente, mediante la introducción de código en el programa, la propiedad requerida.

### 5.2.1.1- Modelización del acero

El acero del cual se reportará la información corresponde a un acero comercial del tipo ST 34-2 (s. DIN 2393).

Se destacan los valores utilizados para la simulación:

$$\begin{aligned}\rho_{acero} &= 7800 [kg \cdot m^{-3}] \\ E_{acero} &= 21 \cdot 10^{10} [Pa] \\ \nu_{acero} &= 0,30 [-] \\ \phi_{acero} &= 1,2 \cdot 10^{-5} K^{-1} \\ c_{pacero} &= 470,75 J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1} \\ k_{acero} [W \cdot m^{-1} K^{-1}] &= -0,0258T [K] + 67,073\end{aligned}$$

donde  $\rho_{acero}$  es la densidad,  $E_{acero}$  el módulo de elasticidad,  $\nu_{acero}$  el módulo de Poisson,  $\phi_{acero}$  el coeficiente de dilatación térmica,  $c_{pacero}$  la capacidad calorífica,  $k_{acero}$  la conductividad térmica y  $T$  su temperatura.

### 5.2.2- Caracterización de los fluidos

Además de las propiedades que se han presentado para los sólidos, los fluidos presentan una viscosidad finita (motivo por el que se deforman indefinidamente mientras se encuentren sometidos a una tensión cortante), por lo que se añadirá dicha propiedad a la modelización.

#### 5.2.2.1- Caracterización del aceite

Ya se ha mencionado repetidamente el papel fundamental que juegan los aceites dentro del amortiguador, por lo que resulta evidente la importancia que tiene poder representar correctamente sus propiedades físicas en función de las condiciones de operación.

Como anteriormente, se destacan las correlaciones/valores que se usarán en la simulación, los cuales han sido obtenidos de la bibliografía de B.Warner, S. Rakheja (An analytical and experimental investigation of friction and gas spring characteristics

of racing car suspension dampers [3]) y Stefaan WR Duym (Simulation tools, modelling and identification, for an automotive shock absorber in the context of vehicle dynamics [4]).

$$\begin{aligned}
 \mu_f &= A e^{B/T} \\
 \beta_f &= 5 \cdot 10^{-9} [1/Pa] \quad (\text{Bibliografía, [3]}) \\
 \varphi_f &= 7,2 \cdot 10^{-4} [1/^\circ C] \quad (\text{Bibliografía, [4]}) \\
 \left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho_f}{\partial p} &= \beta_f \rho_f \\ \frac{\partial \rho_f}{\partial T} &= -\varphi_f \rho_f \end{aligned} \right\} \Rightarrow \rho_f = \rho_0 e^{(\beta_f(p-p_0) - \varphi_f(T-T_0))} \quad (3) \\
 \rho_f &= \rho_0 e^{(\beta_f(p-p_0) - \varphi_f(T-T_0))} \\
 c_{pf} [J/kg \cdot K] &= 4,91677 \cdot T [K] + 421,172 \quad (\text{Bibliografía, [4]}) \\
 k_f [W/K \cdot m] &= -2,83 \cdot 10^{-4} \cdot T [K] + 0,20778 \\
 p_{vf} &= 15 Pa
 \end{aligned}$$

donde los subíndices  $f$  y  $0$  refieren al fluido de trabajo y a las condiciones de referencia,  $A$  y  $B$  son constantes dependientes del aceite y  $p_v$  es la presión de vapor del fluido.

A modo de comentario, se muestran las calidades de los ajustes tanto para la capacidad calorífica (figura 10) como para la conductividad térmica (figura 11).

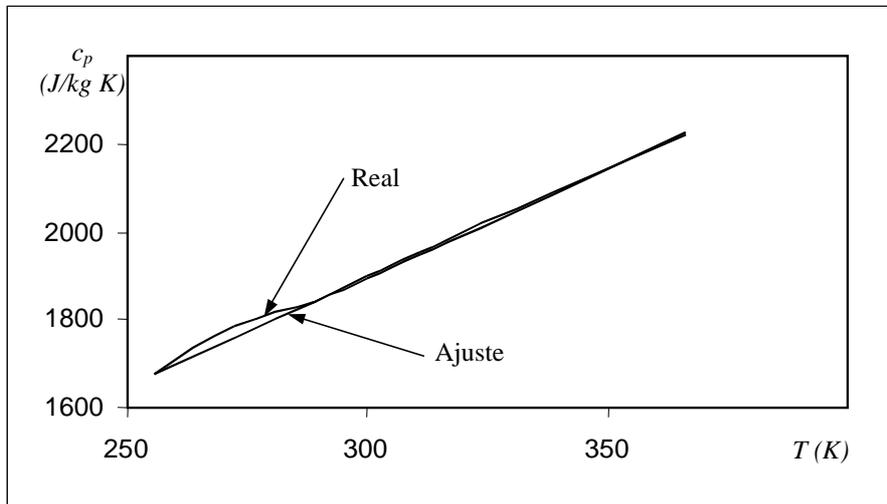


Fig. 10. Ajuste de la capacidad calorífica para un aceite MIL-M-5606

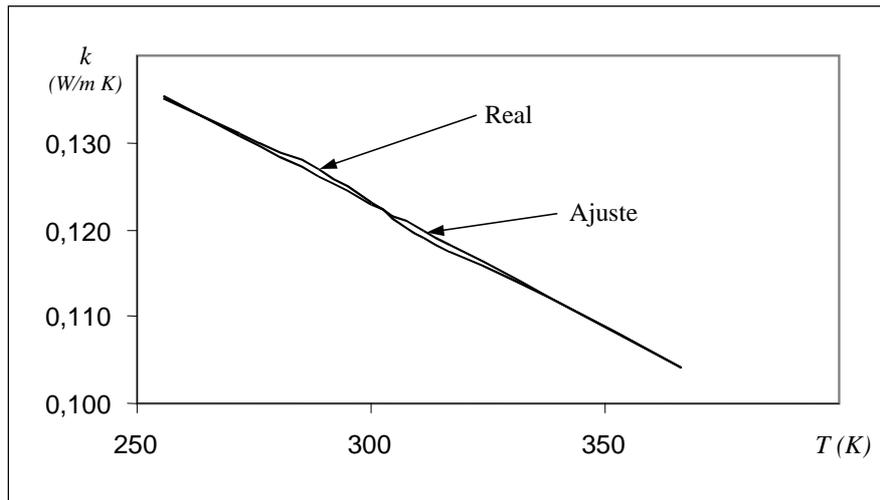


Fig. 11. Ajuste de la conductividad térmica para un aceite MIL-M-5606

#### 5.2.2.1.1- Entalpía de vaporización

Debido a la falta de información técnica sobre los aceites, resulta complicado encontrar ciertas propiedades térmicas de estos, como es el caso de la propiedad que se está tratando y siendo el motivo por que se realizará una estimación a partir de correlaciones semiempíricas, realizando un tratamiento diferencial del resto de propiedades.

La entalpía de vaporización se requiere en el momento en que se hace un balance energético sobre las cámaras de trabajo o de reserva y sobre estas aparece el fenómeno de la cavitación.

Teóricamente, si el amortiguador está bien diseñado, la cavitación ocurre solamente en casos muy extremos, motivo por el cual se considera que la entalpía de vaporización no depende de las condiciones del aceite.

El punto de partida para la evaluación de cualquier propiedad física de una sustancia pasa por conocer sus propiedades críticas. A su vez, para la determinación de estas, resulta imprescindible conocer su estructura molecular.

Los aceites hidráulicos utilizados en los amortiguadores son el resultado de la mezcla de un aceite de base sintética con una gran cantidad de aditivos que optimizan sus propiedades naturales y, consecuentemente, no existe una estructura molecular única aunque sí una predominante.

Asimismo, no es usual conocer la estructura molecular del aceite base, pues este puede tener gran cantidad de moléculas diferentes entre sí.

Debido a que la entalpía de vaporización se necesita únicamente para el análisis térmico cuando se produce el fenómeno de la cavitación, se considerará suficiente conocer el orden de magnitud del parámetro buscado.

Para su obtención se utilizará como base un aceite natural cuya estructura molecular es la siguiente:

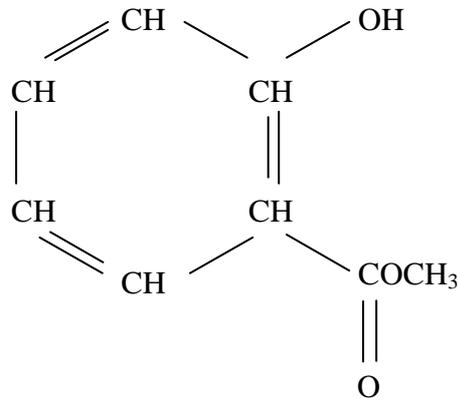


Fig. 12. Molécula de aceite para la determinación de la entalpía de vaporización.

que se puede descomponer para el futuro análisis en:

- 4 grupos =CH–
- 2 grupos =CH=
- 1 grupo –OH
- 1 grupo –O–
- 1 grupo –CO–
- 1 grupo CH<sub>3</sub>

El siguiente paso consiste en determinar la temperatura y la presión críticas.

Según el método de Joback, método obtenido de la bibliografía [8], la presión crítica ( $p_c$ ) expresada en bar se obtiene como:

$$p_c = (0,113 + 0,032n_A - \sum \Delta p)^{-2}$$

donde  $n_A$  son el número de átomos de la molécula y  $\Delta p$  son las contribuciones de los grupos. A partir de la bibliografía [8], se tiene:

$$\sum \Delta p = 4(-0,0006) + 2(0,0011) + 0,0184 + 0,0048 + 0,0028 - 0,0012 = 0,0246$$

En este caso concreto, la molécula del aceite tratado tiene 19 átomos, por lo que se está en condiciones de evaluar la presión crítica:

$$p_c = (0,113 + 0,032 \cdot 19 - 0,0264)^{-2} = 44,9bar = 4,49MPa$$

La evaluación de la temperatura crítica según el método de Fedors [8] se hace como:

$$T_c = 535 \log \sum \Delta T$$

donde  $T_c$  es la temperatura crítica expresada en Kelvin y  $\Delta T$  son las contribuciones de los grupos. De la bibliografía [8], se obtiene:

$$\Delta T = 4(1,4) + 2(0,89) + 9,65 + 1,56 + 2,68 + 1,79 = 26,86$$

por lo que la temperatura crítica se aproxima al valor:

$$T_c = 535 \log 26,86 = 759,7 K$$

El siguiente paso consiste en evaluar el factor acéntrico ( $\omega$ ), el cual es indicativo de la no esfericidad de la molécula, de manera que, cuanto mayor es éste, menos esférica es la molécula. Se define el factor acéntrico como:

$$\omega = -\log p_{vr} - 1,0$$

donde  $p_{vr}$  es la presión de vapor reducida cuando la temperatura reducida ( $T_r$ ) es 0,7 (una propiedad  $P$  reducida se define a partir de la propiedad crítica como  $P_r = P/P_c$ ).

La presión a la que un aceite de este tipo cavita (momento en que la presión a la que está sometido es igual a su presión de vapor) es del orden de 1Pa (o 0,8mmHg) a la temperatura de unos 300K, lo que supone que la temperatura reducida es de 0,395, por lo que la expresión anterior no es aplicable.

La determinación del factor acéntrico se puede realizar a partir de otras propiedades conocidas. En este caso se hará uso de la expresión de Pitzer para la evaluación de la presión de vapor:

$$\ln p_{vr} = f^0 + \omega f^1$$

donde  $f^0$  y  $f^1$  son funciones de la temperatura reducida y se calculan como:

$$f^0 = 5,92714 - \frac{6,09648}{T_r} - 1,28862 \ln T_r + 0,169347 T_r^6$$

$$f^1 = 15,2518 - \frac{15,6875}{T_r} - 13,4721 \ln T_r + 0,43577 T_r^6$$

Como ya se encontró, para una temperatura de 300K la temperatura reducida del aceite es de  $T_r = 0,395$ . Los valores de  $f^0$  y  $f^1$  son:

$$f^0 = -8,345$$

$$f^1 = -12,01$$

mientras que la presión de vapor reducida se obtiene a partir de su presión crítica:

$$p_{vr} = \frac{p}{p_c} = \frac{1}{4,49 \cdot 10^6} = 2,22 \cdot 10^{-7}$$

En tal caso, el factor acéntrico se encuentra fácilmente como:

$$\omega = \frac{\ln p_{vr} - f^0}{f^1} = 0,58$$

Se está ya en condiciones de evaluar la entalpía de vaporización a partir de la correlación del factor acéntrico de Pitzer extendido por Carruth y Kobayashy [8] a bajas temperaturas reducidas:

$$\frac{\Delta H_v}{R_g T_c} = 7,08(1 - T_r)^{0,354} + 10,95\omega(1 - T_r)^{0,456}$$

donde  $\Delta H_v$  es la entalpía de vaporización y  $R_g$  es la constante de los gases ideales ( $R_g = 8,3144 J/molK$ ).

Aunque la expresión anterior es válida sólo para  $0,6 < T_r \leq 1$  y se está evaluando a una temperatura reducida de 0,395 del aceite, teniendo en cuenta que únicamente se busca un valor orientativo de la entalpía de vaporización, se supondrá aplicable. En consecuencia:

$$\Delta H_v = 69378,7 \frac{J}{mol}$$

Valor aparentemente fiable (la entalpía de vaporización del metil ester del ácido benzóico es de  $55,57 k J/mol$ ).

### 5.2.2.2- Caracterización del aire

Las propiedades físicas y correlaciones que se usarán para la descripción del aire que se presentan a continuación han sido obtenidas de la obra de Welty (Transferencia de calor aplicada a la ingeniería, [7]).

$$\begin{aligned} \mu_a [Pa \cdot s] &= 4,66 \cdot 10^{-8} T [K] + 4,48 \cdot 10^{-6} \\ \rho_a &= p M_a / RT \\ c_{pa} [J/kg \cdot K] &= 0,0558 T [K] + 988,8 \\ k_a [W/m \cdot K] &= 7,268 \cdot 10^{-5} T [K] + 0,00436 \\ \phi [1/K] &= 1/T [K] \end{aligned}$$

donde  $M_a$  es la masa molar que, en caso del aire es  $M_a = 28,96 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ .

### 5.2.2.3- Caracterización del nitrógeno

Por lo que refiere al nitrógeno, las correlaciones para la obtención de las propiedades físicas relevantes se presentan a continuación:

$$\begin{aligned} \mu_{gas} [Pa \cdot s] &= 4,862 \cdot 10^{-7} \sqrt{T[K]} + 3,451 \cdot 10^{-8} \cdot T[K] - 9,862 \cdot 10^{-12} \cdot T^2[K] \\ \rho_{gas} &= pM_{gas}/RT \\ c_{pgas} \left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right] &= \begin{cases} 1024,6 & \text{si } 255,4 < T < 380K \\ A + BT + ET^2 + \Gamma T^3 + \Lambda T^4 & \text{si } 380 \leq T \leq 1000K \end{cases} \\ k_{gas} [W/m \cdot K] &= 6,286 \cdot 10^{-5} T[K] + 0,00705 \\ \phi [1/K] &= 1/T[K] \end{aligned}$$

donde A, B, E,  $\Gamma$  y  $\Lambda$  son constantes cuyo valor se presenta a continuación:

$$\begin{aligned} A &= 3,675 \\ B &= -1,208 \cdot 10^{-3} \\ E &= 2,324 \cdot 10^{-6} \\ \Gamma &= -0,632 \cdot 10^{-9} \\ \Lambda &= -0,266 \cdot 10^{-12} \end{aligned}$$

Para la obtención de la densidad se utilizará el valor de la constante de los gases ideales  $M_{gas} = 28,02 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ .

## 5.3- Modelización de la cavitación

En el apartado 5.6 se trató la fenomenología de la cavitación, presentándose diferentes modelos de predicción del tiempo de generación y de colapso. A partir de estas teorías, se calculó el tiempo de generación y de colapso de la burbuja de vapor y se justificó la aceptación de la velocidad infinita de generación y de colapso, motivo por el cual se considerará que en todo instante la coexistencia de líquido-vapor se encuentran en un estado de equilibrio.

Para el modelo que se propone, se va a suponer que se tiene una masa de fluido  $m_l$  más una cierta masa de vapor  $m_v$  (la coexistencia de las dos fases supone aceptar que la presión a la que se encuentran es la presión de vapor ( $p_v$ )), masas que ocupan un volumen  $V(t)$ .

El problema principal que se presenta reside en determinar la cantidad de vapor que se genera cuando se dispone de una masa  $m(t)$  de líquido más vapor dentro de un volumen  $V(t)$ , que puede ser variable o no en función del tiempo.

Supóngase que el vapor y el fluido se encuentran a la misma temperatura, y momentáneamente supóngase que el proceso de evaporación es instantáneo.

La situación descrita se reduce a un problema simple de cambio de fase que puede ser resuelto mediante las ecuaciones de la termodinámica.

Suponiendo que la masa de vapor ocupa un volumen  $V_v$  y que la masa del fluido ocupa un volumen  $V_l$ , se deducen fácilmente las dos primeras ecuaciones útiles:

$$m = m_l + m_v \quad (6)$$

$$V = V_l + V_v \quad (7)$$

Se requieren dos ecuaciones adicionales que provienen de las ecuaciones de estado del vapor y del líquido.

La densidad del líquido es constante por el hecho de tratarse de un proceso de cambio de fase, por lo que se debe cumplir:

$$V_l = \frac{m_l}{\rho_l} \quad (8)$$

Suponiendo que el vapor se comporta como un gas ideal para omitir la utilización de los diagramas de estado para la sustancia, se puede encontrar su masa como:

$$p_v V_v = \frac{m_v}{M} R_g T \Rightarrow V_v = \frac{m_v}{M} \frac{R_g T}{p_v} \quad (9)$$

Donde  $M$  representa la masa molar del vapor,  $R_g$  la constante universal de los gases y  $T$  la temperatura a la que se encuentra.

Con las ecuaciones (6) y (8) se obtiene:

$$m_v = m - \rho_l V_l$$

Que introducida dentro de la ecuación (9) permite escribir:

$$V_v = \frac{R_g T}{M p_v} (m - \rho_l V_l)$$

Utilizando la ecuación (7) y reordenando permite determinar el volumen de vapor existente en el sistema:

$$V_v = \frac{(m - \rho_l V)}{\frac{Mp_v}{R_g T} - \rho_l}$$

La derivación del volumen de vapor respecto al tiempo conduce a la velocidad de generación de vapor en función del caudal másico (el cual se considera que entra a la misma temperatura y presión que la masa existente de fluido) y de la variación volumétrica:

$$\frac{dV_v}{dt} = \frac{1}{\frac{Mp_v}{R_g T} - \rho_l} \left( \frac{dm}{dt} - \rho_l \frac{dV}{dt} \right)$$

Bajo el convenio que se está utilizando, el caudal másico o volumétrico que entra en un volumen es negativo, por lo que se puede compactar la ecuación anterior para llegar a la ecuación deseada:

$$\frac{dV_v}{dt} = -\frac{1}{\frac{Mp_v}{RT} - \rho_l} \left( \dot{m} + \rho_l \frac{dV}{dt} \right)$$

## 5.4- Caracterización de las cámaras de trabajo

En apartados anteriores se ha estudiado cómo cambia el volumen de una cámara cilíndrica cuando se la somete a presión o cuando se cambia su temperatura.

Con el fin de introducir dicho fenómeno dentro del modelo de amortiguador, se debe estudiar cómo cambia el volumen cuando las cámaras se encuentran sometidas tanto a cambios de presión como de temperatura.

### 5.4.1- Cámaras de tracción y compresión

Supóngase una cámara de trabajo, la cual presenta una geometría aproximadamente cilíndrica, de radio interior  $r_i$  y de longitud  $L$ .

Como ya se ha comentado, la elasticidad de la cámara debido al incremento de la presión produce un cambio en el volumen tal como:

$$\Delta V_p = 2\pi r_i^2 L \beta_c \Delta p$$

donde  $\Delta V_p$  es el incremento de volumen de la cámara debido al efecto de la presión,  $\Delta p$  representa es el incremento de presión desde la presión actual respecto de la presión

de referencia ( $p_{ref}$ ) a la que se tomaron las medidas del cilindro y  $\beta_c$  es el coeficiente de compresibilidad del cilindro, el cual se considerará invariante y se dedujo a partir de constantes geométricas y elásticas:

$$\beta_c = \frac{2}{E_c} \left[ \frac{r_i^2 + r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} + \nu \right]$$

Donde  $E$  es el módulo de elasticidad del material,  $\nu$  su módulo de Poisson y  $r_e$  el radio externo del cilindro.

Por otra parte, una variación de temperatura también afecta al volumen de la cámara en la forma:

$$\Delta V_T = 2\pi r^2 L 3\varphi_c \Delta T$$

donde  $\varphi_c$  es el coeficiente de dilatación térmica lineal del material del cilindro y  $\Delta T$  el incremento de temperatura desde la temperatura actual hasta la temperatura de referencia a la que se obtuvieron las cotas geométricas.

Suponiendo aplicable el principio de superposición, se puede afirmar que la variación de volumen total es el resultado de un cambio en el volumen debido a la presión más el cambio de volumen debido a la temperatura, esto es:

$$\Delta V = \Delta V_p + \Delta V_T$$

por lo que se concluye:

$$\Delta V = 2\pi r^2 L (\beta_c \Delta p + 3\varphi_c \Delta T)$$

La variación temporal del incremento de volumen se encuentra como:

$$\frac{d}{dt}(\Delta V) = 4\pi r L (\beta_c \Delta p + 3\varphi_c \Delta T) \frac{dr}{dt} + 2\pi r^2 (\beta_c \Delta p + 3\varphi_c \Delta T) \frac{dL}{dt} + 2\pi r^2 L \left( \beta_c \frac{dp}{dt} + 3\varphi_c \frac{dT}{dt} \right)$$

asumiendo que las variaciones del radio interior del cilindro son lentas permite desprestigiar su derivada por lo que la ecuación anterior se simplifica para quedar como:

$$\frac{d}{dt}(\Delta V) = 2\pi r^2 (\beta_c \Delta p + 3\varphi_c \Delta T) \frac{dL}{dt} + 2\pi r^2 L \left( \beta_c \frac{dp}{dt} + 3\varphi_c \frac{dT}{dt} \right)$$

La introducción del volumen no deformado (o indeformable) del cilindro ( $V_i$ ) simplifica la nomenclatura:

$$\frac{d}{dt}(\Delta V) = (\beta_c \Delta p + 3\varphi_c \Delta T) \frac{d}{dt}(V_i(L)) + V_i \left( \beta_c \frac{dp}{dt} + 3\varphi_c \frac{dT}{dt} \right)$$

donde ya se ha hecho notar que la derivada del volumen indeformable sólo depende de la longitud  $L$ .

## **5.4.2- Cámara de reserva**

La cámara de reserva del amortiguador de doble tubo tiene una geometría diferente a las de trabajo, por lo que requiere una mención especial.

En los amortiguadores de doble tubo, el volumen de gas existente en la cámara de reserva suele ser sustancialmente superior al existente en el amortiguador monotubo, motivo por el cual la presión del gas (y consecuentemente de la cámara de reserva) sufre variaciones poco importantes.

La explicación anterior justifica el hecho que no se modele la elasticidad de dicha cámara, ya que el aumento de precisión que se conseguiría no justificaría la complicación matemática añadida.

Por otra parte, el efecto de dilatación térmica que puede sufrir la cámara de reserva en el amortiguador de doble tubo se despreciará ya que, si bien es cierto que las cámaras de compresión y expansión tienden a disminuir el volumen de la cámara con un aumento de temperatura, también es cierto que la dilatación del tubo exterior tiende a hacer aumentar el volumen de reserva, por lo que el cambio global puede suponerse nulo.

De lo anterior se asume que la cámara de reserva se mantiene invariante en cuanto a su volumen se refiere.

## **5.5- Modelización térmica del amortiguador**

### **5.5.1- Caracterización de las partes sólidas**

El objetivo de este punto es poder evaluar la progresión temperatura en las partes sólidas del amortiguador (pistón, vástago, cilindro, etc).

Debido a que se está en frente de un proceso transitorio con una geometría compleja, no resulta posible encontrar una solución analítica exacta, por lo que se necesita resolver el problema de forma aproximada.

El método que se utilizará es el de volúmenes finitos, consistente en dividir los elementos sólidos del amortiguador (cilindro de trabajo, “tapas” superiores y inferiores, pistón de trabajo y del gas y vástago) en pequeños volúmenes de control sobre los cuales se aplicará la ecuación de conservación de la energía por separado, llegando a un sistema de ecuaciones acopladas.

Debido a que las partes del amortiguador son cilíndricas, la discretización planteada se hará sobre un sistema de coordenadas cilíndrico, por lo que se optimizará el proceso de cálculo.

Asimismo, se considerará que el fluido contenido en una cámara tiene una temperatura uniforme, lo cual supone una simetría total respecto a cualquier plano que contenga el eje longitudinal del amortiguador.

Tal hipótesis implica aceptar que todos los elementos contenidos en el plano situado a una altura  $h$  respecto del origen de coordenadas y que se encuentren a una distancia  $r$  del eje del amortiguador tienen en todo instante la misma temperatura. En tal caso, los volúmenes finitos que optimizan el tiempo de cálculo tienen forma de anillo, tal y como se muestran en la figura 13.

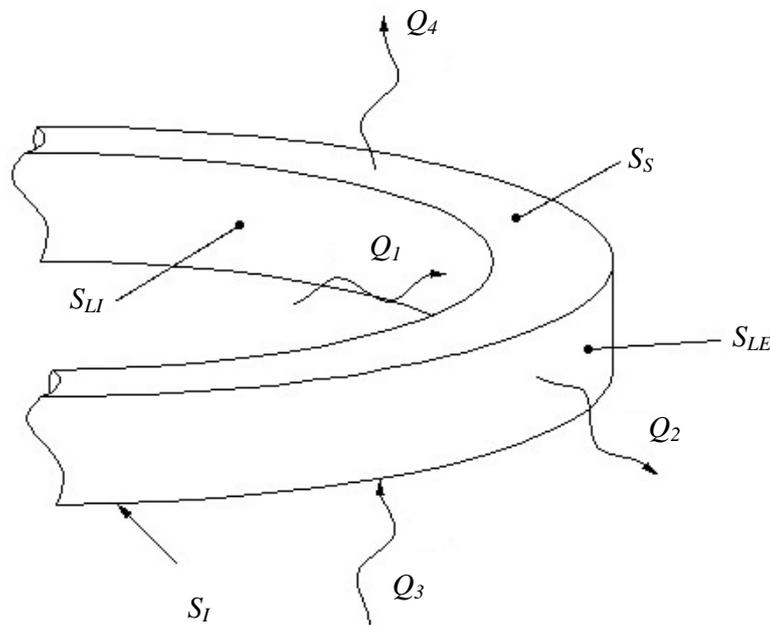


Fig. 13. Representación del volumen finito y los calores que intervienen.

### 5.5.1.1- Conservación de la energía sobre el volumen finito

El balance de energía aplicado sobre un elemento finito es:

$$dU = Q_T - W$$

Donde  $U$  es la energía interna total del sistema,  $Q_T$  es el calor que entra en el sistema y  $W$  es el trabajo realizado por el sistema.

El trabajo que realiza el volumen de control es despreciable, por lo que la ecuación anterior muestra que la variación de la energía interna se debe únicamente al intercambio de calor con el resto del sistema.

$$dU = Q_T$$

La variación de energía interna del elemento sólido es:

$$dU = \rho V c_v dT$$

Considerando que el calor específico de un sólido a presión constante es igual que el calor específico a volumen constante ( $c_p = c_v$ ) y tomando la ecuación de balance en base al tiempo, se obtiene:

$$\rho V c_p \frac{dT}{dt} = \dot{Q}_T$$

por lo que la variación temporal de la temperatura del elemento se encuentra como:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\dot{Q}_T}{\rho V c_p} \quad (10)$$

La temperatura instantánea del elemento se obtiene integrando la ecuación anterior, pero debido a que la resolución del sistema completo se hace de forma numérica, carece de sentido buscar una solución exacta para la ecuación propuesta, por lo que se también serán integradas de forma numérica.

La temperatura, un instante posterior se obtiene como:

$$T^+ = T + \frac{\dot{Q}_T}{\rho V c_p} \Delta t$$

Con el fin de generalizar el método de resolución y a partir de la nomenclatura introducida en la figura 13, la suma de calores por unidad de tiempo que entran en el sistema es:

$$\dot{Q}_T = \dot{Q}_1 - \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3 - \dot{Q}_4$$

por lo que la ecuación que se obtiene y que se debe aplicar sobre cada elemento del dominio es:

$$T^+ = T + \frac{\Delta t}{\rho V c_p} (\dot{Q}_1 - \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3 - \dot{Q}_4)$$

### 5.5.1.2- Obtención de los calores

En el capítulo de fenomenología se mostró que existen tres métodos de transferencia de calor. Esto es la conducción, la convección y la radiación.

Se justificó que no se tendrá en cuenta la transferencia de calor por radiación por el hecho de no tener un papel determinante en el proceso térmico implicado.

No sucede lo mismo en los procesos de transferencia de calor por convección y por conducción, por lo que requieren ser modelados.

#### 5.5.1.2.1- Calores de conducción

En la conducción es usual hacer uso de métodos numéricos para la resolución de las ecuaciones gobernantes debido a la complejidad que presenta el tratamiento de cualquier problema analítico, máxime cuando el estado no es transitorio. En el caso que se presenta, la ecuación diferencial requerida para el cálculo de la transferencia de calor por conducción (ecuación de Fourier aplicada en una dirección) se resolverá mediante un esquema explícito basado en la ecuación (11).

En tal caso, para dos nodos como los mostrados en la figura 14 separados una distancia  $\Delta x$  y cuya superficie de unión es  $S$ , el calor transmitido  $\dot{Q}_{i \rightarrow i+1}$  del elemento  $i$  al elemento  $i+1$  se puede aproximar como:

$$\dot{Q}_{i \rightarrow i+1} = kS \frac{(T_i - T_{i+1})}{\Delta x}$$

Conocida la temperatura de los nodos se puede determinar la transferencia de calor por conducción existente.

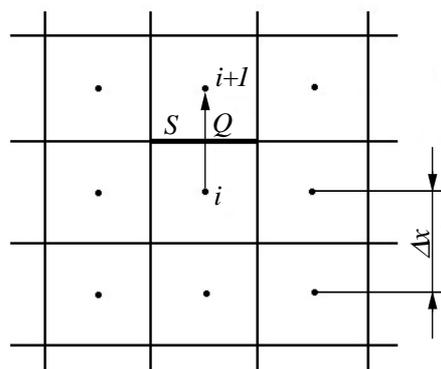


Fig. 14. Nodos para la transferencia de calor por conducción

#### 5.5.1.2.2- Calores de convección

La evaluación del calor por convección se efectúa mediante la ecuación propuesta por Newton para la convección:

$$\dot{Q}_{s \rightarrow f} = \alpha S (T_s - T_f)$$

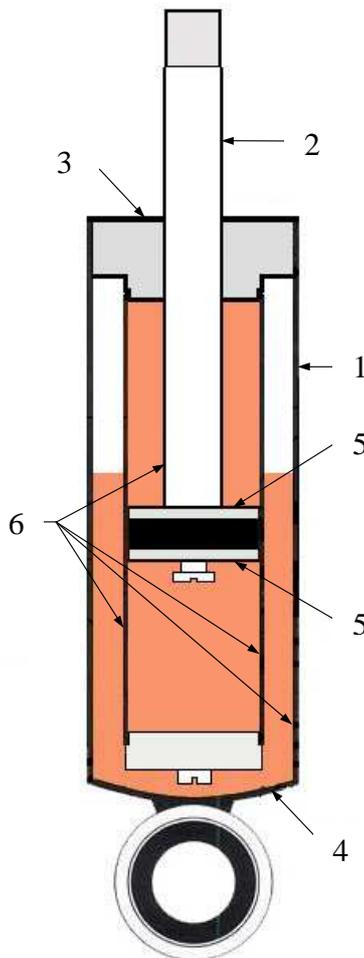
donde  $\dot{Q}_{s \rightarrow f}$  es el calor que cede el sólido al fluido,  $\alpha$  el coeficiente de transferencia de calor por convección,  $S$  la superficie de la transferencia,  $T_s$  la temperatura media a la que se encuentra el sólido y  $T_f$  la temperatura media al a que se encuentra el fluido.

La obtención del coeficiente de transferencia de calor por convección se tiene que realizar mediante correlaciones empíricas o semiempíricas.

Desafortunadamente, los coeficientes de transferencia de calor por convección son funciones de la geometría, temperatura, estado del fluido, etc, por lo que el cálculo de la convección resulta notablemente más complicado que el de la conducción.

En general, para cada parte del amortiguador se requerirá un método diferente para la determinación del coeficiente de transferencia de calor por convección.

Se muestran en la figura 16 las diferentes zonas en las que se tendrán que evaluar dichos coeficientes, valores que se pasan a comentar.



*Fig. 16.* Zonas de transferencia de calor en el amortiguador para la evaluación de los coeficientes de transferencia de calor por convección.

### 1- Cilindro exterior

El cálculo del coeficiente de transferencia de calor por convección para la cara externa de un cilindro es un caso especial ya que la bibliografía existente permite calcularlo de forma local. El cálculo de su valor medio se hace como:

$$\text{Nu} = C(\text{GrPr})^n K = \frac{\alpha L}{k}$$

donde Nu es el número de Nusselt, Pr el número de Prandtl, Gr el número de Grasshoff y L es la altura del cilindro.

El número de Grasshoff se calcula como:

$$\text{Gr} = \frac{g \phi_f \rho^2 L^3 \Delta T}{\mu^2}$$

En este caso concreto,  $\Delta T$  representa la temperatura en la superficie del sólido menos la temperatura de corriente del fluido.

Las constantes C, n y K se calculan como:

$$\begin{aligned} C &= 0.8 && \text{para el flujo laminar} \\ C &= 0.0246 && \text{para el flujo turbulento} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{4} && \text{para el flujo laminar} \\ n &= \frac{2}{5} && \text{para el flujo turbulento} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K &= \left[ 1 + \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{4}} && \text{para el flujo laminar} \\ K &= \left[ \frac{\text{Pr}^{1/6}}{(1 + 0.494 \text{Pr}^{2/3})} \right]^{\frac{2}{5}} && \text{para el flujo turbulento} \end{aligned}$$

El cálculo del valor local se hace a partir de las expresiones anteriores pero modificando el valor de la constante C junto con la definición del número de Nusselt:

$$\begin{aligned} \text{Nu} &= \frac{\alpha x}{k} \\ C &= 0.6 && \text{para flujo laminar} \\ C &= 0.0296 && \text{para flujo turbulento} \end{aligned}$$

Wong distingue el flujo laminar cuando  $10^4 < GrPr < 10^9$ , y la expresión local de Nusselt en el caso laminar es válida cuando  $D/L \geq 38Gr^{-1/4}$ .

### 2- Vástago en contacto con el aire (cilindro vertical de reducido diámetro)

La bibliografía aconseja el uso de las expresiones anteriores para obtener el número de Nusselt medio cuando el flujo es laminar pero con las constantes modificadas:

$$C = 0.686$$

$$n = \frac{1}{4}$$

$$K = \left[ \frac{Pr}{(1 + 1.05 Pr)} \right]^{\frac{1}{4}}$$

$$Nu_{total} = \overline{Nu} + 0.52 \frac{L}{D}$$

### 3- Cara superior exterior

Para la utilización de las expresiones siguientes se debe suponer que la cara expuesta a convección es isoterma, plana y se encuentra en posición horizontal.

El Nusselt de capa delgada se obtiene a partir de:

$$Nu^T = 0.835 \overline{C}_l Ra^{1/4}$$

Donde Ra es el número de Radan y  $C_l$  es, aproximadamente, una función universal definida a partir del número de Prandtl:

$$Ra = \frac{g \rho_c \rho_f \phi_f \overline{\Delta T} L^3}{\nu_f k}$$

$$C_l = \frac{0.671}{\left[ 1 + (0.492/Pr)^{9/16} \right]^{4/9}}$$

Se define  $\overline{\Delta T}$  como la media ponderada del valor absoluto de la diferencia de temperaturas entre la pared y la temperatura del fluido en el infinito:

$$\overline{\Delta T} = \frac{1}{S} \int_S (T_w - T_\infty) dS$$

El Nusselt laminar se encuentra como:

$$\text{Nu}_t = \frac{1.4}{\ln(1 + 1.4/\text{Nu}^T)}$$

Y el Nusselt turbulento lo se encuentra a partir de la expresión:

$$\text{Nu}_t = C_t^U \text{Ra}^{1/3}$$

Donde se define la función  $C_t^U$  como:

$$C_t^U = 0.14 \left( \frac{1 + 0.0107 \text{Pr}}{1 + 0.01 \text{Pr}} \right)$$

Una vez encontrados los números de Nusselt laminar y turbulento, se pondera de la siguiente forma para obtener el Nusselt global:

$$\text{Nu} = \left( (\text{Nu}_l)^{10} + (\text{Nu}_t)^{10} \right)^{1/10}$$

El Nusselt se debe calcular como:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha L^*}{k}$$

donde el término  $L^*$  está definido como el cociente entre la superficie de transferencia de calor y el perímetro de la superficie:

$$L^* = \frac{S}{P}$$

#### 4- Cara inferior exterior

Debido a las propiedades del sistema, se debe suponer que no existe flujo turbulento, por lo que el resultado es válido para  $10^3 < \text{Ra} < 10^{10}$  :

El Nusselt de capa delgada es:

$$\text{Nu}^T = \frac{0.527}{\left[ 1 + (1.9/\text{Pr})^{9/10} \right]^{2/9}} \text{Ra}^{1/5}$$

de donde se obtiene el Nusselt total:

$$\text{Nu} = \text{Nu}_l = \frac{2.5}{\ln(1 + 2.5/\text{Nu}^T)}$$

el cual se ha definido como el caso de la cara superior:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha L^*}{k}$$

### 5- Zonas interiores

No se distinguirá entre la geometría de la cámara de compresión y la de tracción por el hecho de utilizar correlaciones empíricas provenientes de las expresiones de transferencia de calor utilizadas en los motores alternativos de combustión interna.

El uso de tales expresiones se debe a que la geometría del volumen es variable en función del tiempo y además existe un caudal másico de entrada o de salida, lo cual hace que no exista información bibliográfica.

Se calcula el número global de Nusselt como:

$$\text{Nu} = C \text{Re}^A \text{Pr}^B (X^*)^\Delta$$

El número de Reynolds y el parámetro adimensional  $X^*$  se definen como:

$$\text{Re} = \frac{\rho v_p D}{\mu}$$
$$X^* = \frac{D}{L}$$

en este caso,  $D$  es el diámetro interno (hidráulico) del cilindro,  $v_p$  la velocidad del pistón y  $L$  la longitud interna que ocupa el fluido dentro del cilindro.

Las constantes iniciales, las cuales están expuestas a modificación, se encuentran como:

$$C = 0.03622$$

$$A = 0.786$$

$$B = 0.786$$

$$\Delta = 0.054$$

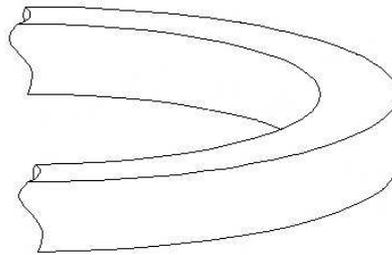
Se ha comentado que la expresión anterior supone que el régimen del fluido dentro de la cámara es turbulento, por lo que no será fiable cuando el movimiento del fluido no sea suficientemente elevado como para que se produzca tal condición.

### 5.5.1.3- Discretización de las partes sólidas

Debido a que se obtendrá una solución aproximada de la fenomenología térmica que tiene lugar mediante el método de los volúmenes finitos, se debe imponer la geometría

de los volúmenes generando la llamada malla de discretización, volúmenes sobre los que se aplicarán las ecuaciones de conservación que se requieran.

Se justificó anteriormente que la geometría de los volúmenes de control sería en forma de anillos (tal y como muestra la figura 17), debido a la existencia de simetría respecto al eje del amortiguador.



*Fig. 17.* Volumen típico de control para el análisis térmico de las partes sólidas del amortiguador.

El siguiente paso a realizar consiste en determinar la cantidad de anillos que existirán en cada parte del amortiguador, tanto en sentido radial como en sentido axial.

Como norma general, la cantidad nodal para cada parte sólida del amortiguador se obtendrá de forma automática e independiente para cada parte a partir de la distancia mínima impuesta entre nodos  $d_{\min}$ , que será la distancia menor entre dos nodos consecutivos que puede existir, de forma que, cambiando dicho parámetro se obtendrán mallados diferentes y soluciones más o menos “exactas”. La regla anterior se aplicará sobre todas las direcciones de mallado (axial y radial) de las piezas sólidas sobre las que tenga sentido el estudio direccional de la temperatura (ya sea por que el espesor que presentan es relativamente elevado o bien porque su medición y posterior verificación resulte sencilla).

A partir de los dos puntos anteriores se encuentra el mallado a utilizar para cada componente sólido del amortiguador.

Se presenta una lista descriptiva de cada parte del amortiguador, tanto para el amortiguador tipo doble tubo como para el monotubo.

#### *Amortiguador de doble tubo:*

-Vástago: La discretización del vástago se hará en el sentido axial únicamente debido a que es extremadamente compleja la medición de la temperatura en zonas interiores mientras que en la zona extrema suele ser poco significativa.

-Pistón de trabajo: la medición instantánea de la temperatura del pistón es muy difícil, por lo que se tratará como un sólido de volumen y densidad aparentes conocidos.

-Tapa superior: se considerará como un sólido cilíndrico de densidad y geometría conocidas. Debido a que los espesores en sentido radial y axial pueden ser relativamente grandes, la discretización se hará en ambos sentidos. La malla se adaptará en las zonas de contacto con el cilindro exterior y con el cilindro interior, de forma que el espesor sea el mismo que el de los anteriores, resultando una malla no uniforme que puede tener cuatro diferentes distancias internodales en el sentido radial.

-Tapa inferior: el tratamiento es el mismo que el de la tapa superior con la diferencia que la malla sólo debe adaptarse en la zona de contacto con el cilindro exterior, ya que se supondrá que no existe contacto físico con la válvula de la base.

-Válvula de la base: de la misma manera que se hace con el pistón de trabajo y, debido a la dificultad existente en la medición de su temperatura, se supondrá que es un sólido cilíndrico de cotas y densidad aparente conocidas.

-Cilindro interior: debido al espesor que presenta, la discretización se hará únicamente en el sentido axial.

Cilindro exterior: El comportamiento será el mismo que el del cilindro interior, motivo por el cual sólo será discretizado en el sentido axial.

#### *Amortiguador monotubo:*

Todos los elementos compartidos del amortiguador monotubo se tratan igual que en el de doble tubo, excepto el pistón flotante del gas, el cual es propio del monotubo.

-Pistón del gas: debido a la dificultad existente en la medición de su temperatura, se tratará de la misma forma que el pistón de trabajo y que la válvula de la base.

#### **5.5.1.3.1- Conexión entre partes sólidas**

Como ya se sabe, la transferencia de calor entre partes sólidas en contacto directo se produce mediante el mecanismo de conducción. Recuérdese que el flujo de calor entre el punto  $i$  y el  $i+1$  de una malla se encontraba como:

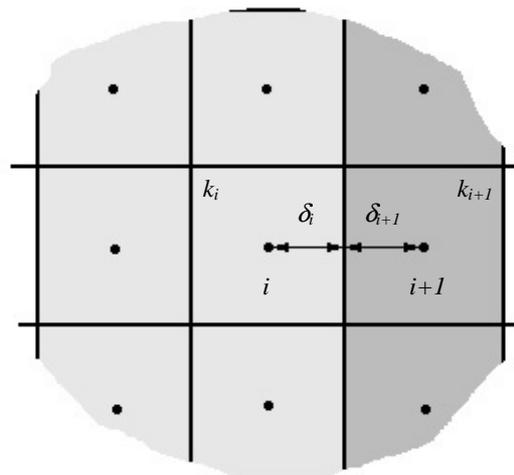
$$\dot{Q}_{i \rightarrow i+1} = kS \frac{(T_i - T_{i+1})}{\Delta\delta}$$

En este caso,  $\Delta\delta$  es la distancia entre nodos.

El término de conductividad térmica se evalúa a partir de la temperatura media de los dos nodos en el caso de que sean materiales idénticos. Si existe una discontinuidad en las propiedades físicas de los materiales en la superficie del mallado, la conductividad térmica se debe evaluar a partir de la expresión siguiente:

$$k = \frac{k_i \cdot k_{i+1}}{\delta_i \cdot k_{i+1} + \delta_{i+1} \cdot k_i} (\delta_i + \delta_{i+1})$$

Expresión deducible a partir de la conducción estable unidimensional entre dos materiales de diferente conductividad térmica.



*Fig. 18.* Obtención de la conductividad térmica equivalente entre nodos con diferentes propiedades físicas.

La superficie de contacto y la distancia nodal se deben evaluar a partir de la malla generada. Con el objeto de evitar confusiones, se detallan las dos variables a partir de la imagen presentada, en la cual se muestran las zonas a tratar.

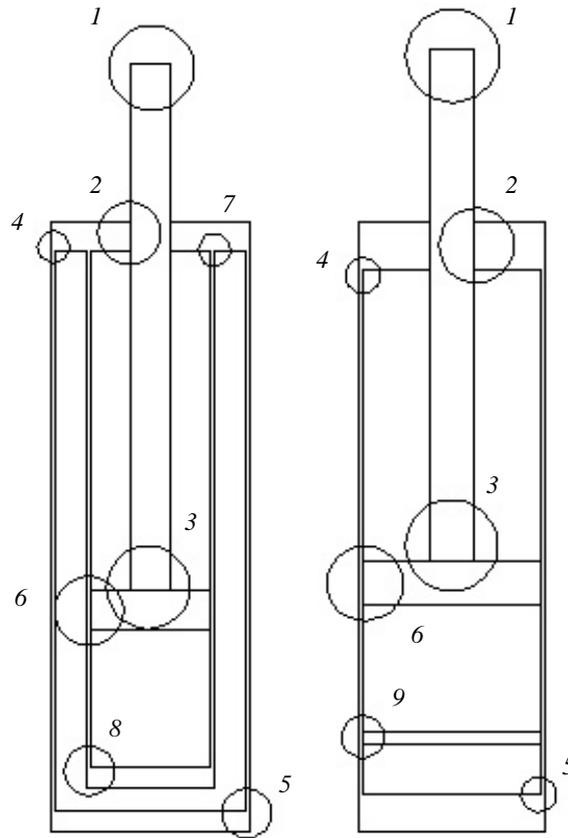


Fig. 19. Zonas de conexión entre las distintas partes del amortiguador.

*Zonas comunes:*

Se procede a comentar las partes comunes de ambos modelos de amortiguador con el fin de no repetir las. Las situaciones de las zonas de conexión se muestran en la figura 19.

-Zona superior del vástago (posición 1): la única consideración que se tendrá en cuenta es que la zona superior se comporta de forma adiabática, por lo que no se requerirá su superficie de intercambio de calor.

-Vástago con la tapa superior (posición 2): el mallado del vástago se ha realizado con la misma longitud internodal que el de la tapa superior. El cálculo del calor transmitido se hace suponiendo que el nodo  $i$  coincide con el nodo  $j$ , siendo estos los más cercanos entre sí. Con el fin de minimizar el error de dicha hipótesis, se requiere una malla lo más fina posible. La superficie se determina como  $S = \pi D_v d_1$  y la distancia internodal se encuentra como  $\Delta \delta = (d_2 + d_3)/2$ .

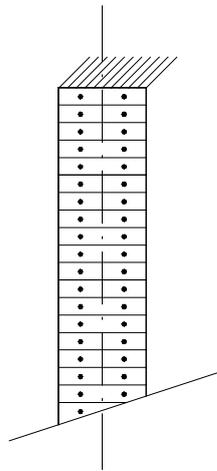


Fig. 20. Zona superior del vástago.

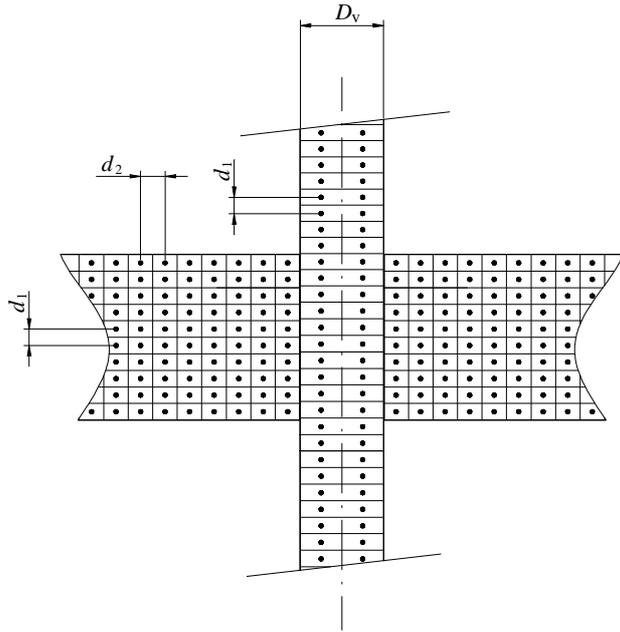


Fig. 21. Conexión entre el vástago y la tapa superior.

-Vástago con el pistón (posición 3): la transferencia de calor se produce a través de la superficie de contacto que coincide con la superficie recta del vástago, es decir  $S = \pi D_v/4$  y la distancia entre nodos es  $\Delta\delta = (d_1 + h_p)/2$ .

-Tubo exterior con la tapa superior (posición 4): ya ha sido comentado que el tubo exterior se discretiza únicamente en el sentido axial, por lo que su radio interior y exterior determinan el ancho de cada volumen de la maya. Asimismo, se ha comentado que el mayado de la tapa superior se adapta al mayado del tubo exterior e interior, por lo que la superficie de contacto, cuando el diámetro exterior del tubo es  $D_{ext}$  se obtiene como  $S = \pi(D_{ext}^2 - (D_{ext} - 2d_3)^2)/4$  y la distancia internodal se encuentra como  $\Delta\delta = (d_1 + d_2)/2$ .

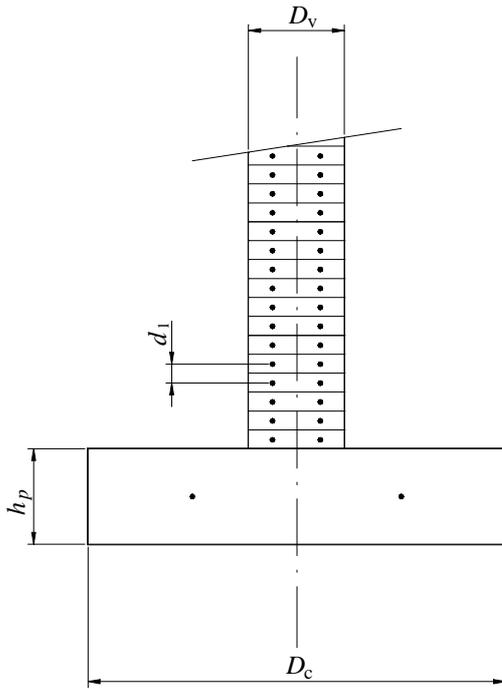


Fig. 22. Conexión entre el vástago y el pistón de trabajo.

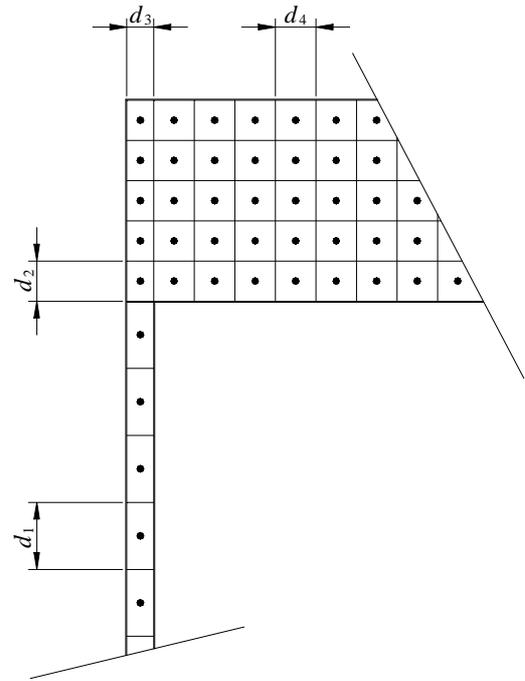


Fig. 23. Conexiones entre el tubo exterior y la tapa superior.

-Tubo exterior con la tapa inferior (posición 5): es una situación idéntica a la anteriormente descrita. La superficie de contacto se encuentra como  $S = \pi(D_{ext}^2 - (D_{ext} - 2d_2)^2)/4$  y la distancia entre nodos se encuentra como  $\Delta\delta = (d_3 + d_4)/2$ .

-Pistón con el cilindro de trabajo (posición 6): se está en frente de un caso en el que el tubo posee una malla distinta a la del pistón (recuérdese que éste no ha sido dividido en sub-volúmenes), motivo por el cual, los extremos del pistón pueden estar en contacto parcial con los nodos pertenecientes al tubo. En el momento en que el contacto es parcial, la evaluación de la superficie de contacto no resulta sencilla. Se resuelve la situación expuesta suponiendo que el nodo está en contacto total con el pistón cuando la superficie real de contacto sea igual o superior al 50% de la superficie máxima, mientras que en caso contrario se admitirá que no existe superficie de intercambio de calor. Según lo expuesto y basándose en la figura 25, los nodos del tubo exterior que intercambian calor con el pistón de trabajo son el  $j$  y el  $k$ . La superficie de contacto entre el volumen perteneciente al cilindro y el pistón es  $S = \pi D_c d_1$  y la distancia entre los nodos para la determinación de la componente normal a la superficie del flujo de calor es  $\Delta\delta = D_c/4 + d_2/2$ .

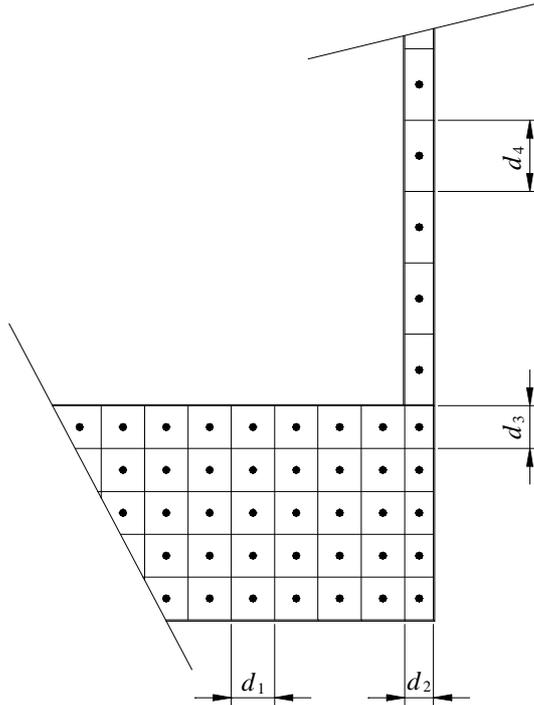


Fig.24. Conexión entre el tubo exterior y la tapa inferior.

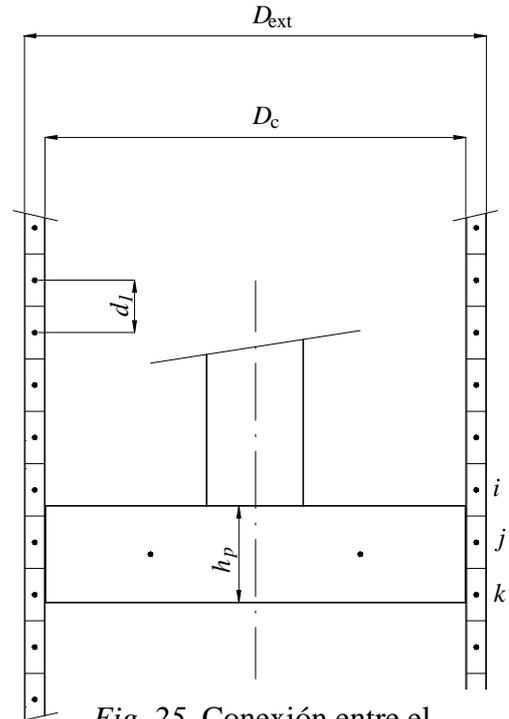


Fig. 25. Conexión entre el pistón y el cilindro de trabajo.

*Amortiguador de doble tubo:*

-Tubo interior con la tapa superior (posición 7): es una situación análoga a la del contacto entre el tubo exterior con la tapa superior o inferior, con la particularidad que el mallado de la tapa superior cambia a izquierda y a derecha respecto a la posición de contacto estudiada. La superficie de contacto, teniendo presente que el diámetro interior del tubo es el diámetro del cilindro ( $D_c$ ) es  $S = \pi((D_c - 2d_4)^2 - D_c^2)/4$  y la distancia entre nodos es  $\Delta\delta = (d_1 + d_2)/2$ .

-Tubo interior con la válvula de la base (posición 8): la válvula de la base es otro de los elementos que no se divide en sub-elementos. A partir de la figura 27, se deduce que la superficie de contacto es  $S = \pi((D_c - d_2)^2 - D_c^2)/4$  y la distancia internodal se encuentra como  $\Delta\delta = (d_2 + h_{vb})/2$ .

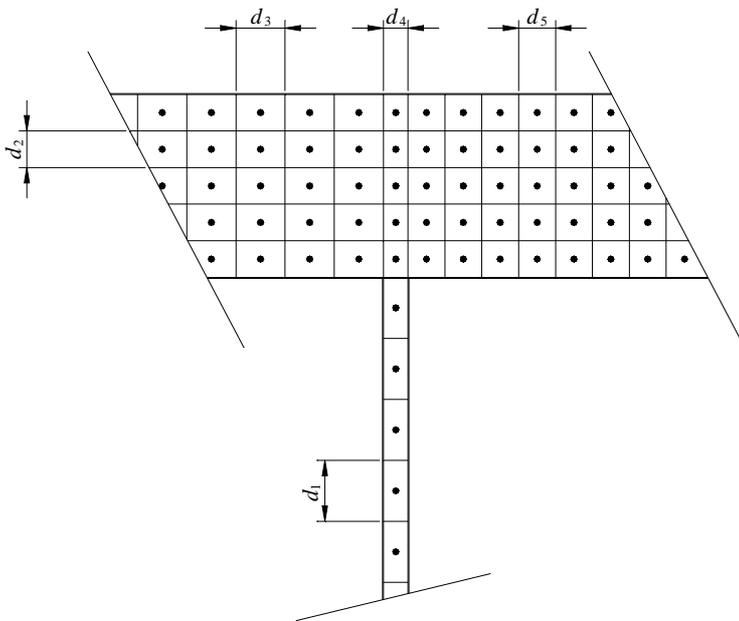


Fig. 26. Conexión entre el tubo interior y la tapa superior.

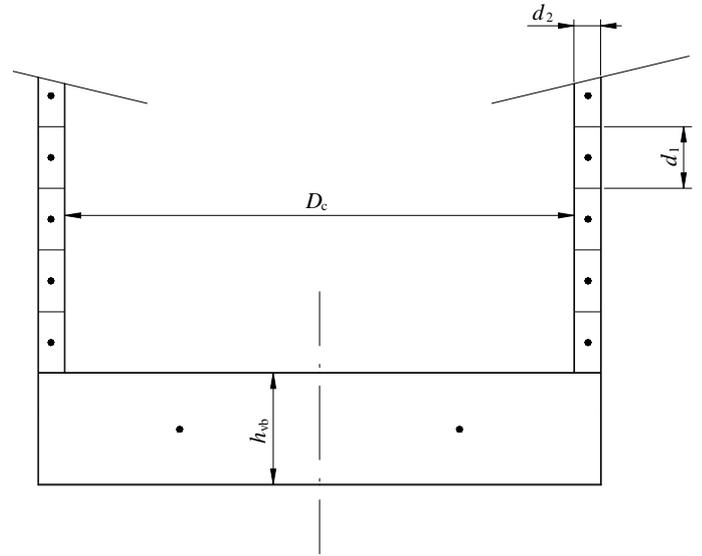


Fig. 27. Conexión entre el tubo interior y la válvula de la base.

*Amortiguador monotubo:*

-Pistón del gas con cilindro de trabajo (posición 9): debido a que el pistón del gas no se divide en sub-volumenes, el tratamiento resulta idéntico al que ya se ha hecho con el pistón del trabajo, motivo por el cual no se repetirá la explicación.

## 5.5.2- Caracterización de los fluidos

### 5.5.2.1- Descripción del aceite

Se debe aplicar la ecuación de conservación de la energía sobre el aceite de trabajo, el cual forma un sistema abierto y ocupa un volumen variable.

La energía que el volumen tiene en un instante  $t$  proviene de la energía interna, cinética y potencial:

$$E(t) = \int_{V(t)} \rho \left( u + \frac{v^2}{2} + gz \right) dV$$

La energía en un instante posterior  $t + \Delta t$  es:

$$E(t + \Delta t) = \int_{V(t+\Delta t)} \rho \left( u + \frac{v^2}{2} + gz \right) dV$$

La variación de la energía por unidad de tiempo se encuentra como:

$$\frac{E(t + \Delta t) - E(t)}{\Delta t} = \frac{\int_{V(t+\Delta t)} \rho \left( u + \frac{v^2}{2} + gz \right) dV - \int_{V(t)} \rho \left( u + \frac{v^2}{2} + gz \right) dV}{\Delta t}$$

Haciendo tender el incremento de tiempo hacia cero, permite aplicar la definición de derivada, por lo que se obtiene la variación temporal de la energía contenida en el sistema como:

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \left( u + \frac{v^2}{2} + gz \right) dV$$

La variación de la energía del sistema puede ser debida a la transferencia de calor, al trabajo realizado y a la energía asociada a los flujos másicos que entran en el sistema. Bajo el convenio de signos comúnmente adoptado, donde el calor que entra al sistema es positivo y el trabajo realizado sobre el sistema negativo, la conservación de la energía se escribe como:

$$\frac{dE(t)}{dt} = \dot{Q}_T - \dot{W} - \int_{S_f(t)} \rho \left( u + \frac{v^2}{2} + gz \right) \vec{v} d\vec{S}$$

donde el término integral representa el flujo neto de energía asociada a los caudales másicos que atraviesan la frontera del sistema.

El trabajo  $\dot{W}$  contempla el trabajo axial (debido a que alguna parte de la frontera  $S_m(t)$  es móvil) más el trabajo asociado a la masa de fluido que atraviesa la frontera ( $S_f(t)$ ) y que tiene que vencer las fuerzas de presión, esto es:

$$\dot{W} = \dot{W}_a + \dot{W}_f = \int_{S_m(t)} p \vec{v} d\vec{S} + \int_{S_f(t)} p \vec{v} d\vec{S}$$

La expresión una vez rescrita queda como:

$$\frac{dE(t)}{dt} = \dot{Q}_T - \dot{W}_a - \int_{S_f(t)} p \vec{v} d\vec{S} - \int_{S_f(t)} \rho \left( u + \frac{v^2}{2} + gz \right) \vec{v} d\vec{S}$$

donde ya se ha tenido en cuenta la superficie a través de la cual está definida la integral aplicada sobre el flujo que atraviesa la frontera del sistema.

A partir de la definición de entalpía ( $h = u + p/\rho$ ) y despreciando los términos de energía potencial y gravitatoria en todos los términos se consigue deducir la expresión:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho u dV = \dot{Q}_T - \dot{W}_a - \int_{S_f(t)} \rho h \vec{v} d\vec{S}$$

Suponiendo que la energía interna y la densidad son constantes en todo el volumen de integración, el primer término de la expresión se puede desarrollar como:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho u dV = \frac{d}{dt} (\rho u V) = \frac{d\rho}{dt} u V + \frac{du}{dt} \rho V + \frac{dV}{dt} \rho u$$

La ecuación de la energía queda como:

$$\frac{d\rho}{dt} u V + \frac{du}{dt} \rho V + \frac{dV}{dt} u \rho = \dot{Q}_T - \dot{W}_a - \int_{S_f(t)} \rho h \vec{v} d\vec{S}$$

La variación de la energía interna se puede obtener a partir de la definición del calor específico a volumen constante, y suponiendo que la variación de la densidad es despreciable (fluido incompresible), la energía interna se escribe como:

$$du = c_v dT \Rightarrow \frac{du}{dt} = c_v \frac{dT}{dt}$$

Por simplicidad de cálculo, se supondrá que el fluido se comporta de forma incompresible, por lo que resulta que los calores específicos a presión y a volumen constantes son iguales, es decir:

$$c_p = c_v \Rightarrow \frac{du}{dt} = c_p \frac{dT}{dt}$$

Finalmente, la expresión de la energía se resume como:

$$\frac{d\rho}{dt} u V + \frac{dT}{dt} c_p \rho V + \frac{dV}{dt} u \rho = \dot{Q}_T - \dot{W}_a - \int_{S_f(t)} \rho h \vec{v} d\vec{S}$$

Para un fluido incompresible, la definición del calor específico a volumen constante se transforma a:

$$c_v = \left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_v = \frac{du}{dT}$$

En tal caso, la expresión anterior es integrable como:

$$du = c_v dT = c_p dT \Rightarrow u = u_{ref} + c_p (T - T_{ref})$$

donde ya se ha utilizado el hecho que los calores específicos a temperatura y a volumen son iguales. En este caso,  $u_{ref}$  es la energía interna específica del fluido cuando se encuentra a una temperatura de referencia  $T_{ref}$ .

De la definición de entalpía se deduce fácilmente una expresión análoga para la entalpía:

$$h = h_{ref} + c_p (T - T_{ref}) + \frac{1}{\rho} (p - p_{ref})$$

Para la evaluación del trabajo axial se tiene que conocer el movimiento de la frontera del sistema:

$$\dot{W}_a = \frac{dV}{dt} p$$

donde la variación temporal del volumen incluye todas sus formas posibles (velocidad del pistón y el volumen que ocupa la fase vapor en el caso de que exista cavitación).

Los calores se deducen directamente de los calculados anteriormente en el apartado 5.5 de modelización de las partes sólidas, por lo que no se volverán a comentar.

El último término que falta por comentar es el término integral, el cual si se supone que los términos integrandos son constantes a lo largo de la superficie de integración se resumen como:

$$\int_{S_f(t)} \rho h \bar{v} d\bar{S} = \dot{m}_s h_s - \dot{m}_e h_e$$

donde  $\dot{m}_e$  es el caudal másico que atraviesa la frontera entrando dentro del volumen de integración original,  $h_e$  la entalpía que lleva asociada,  $\dot{m}_s$  es el caudal másico que sale del volumen integral y que atraviesa la frontera y  $h_s$  su entalpía asociada.

La ecuación anterior presenta la cantidad de entalpía que entra en el sistema por unidad de tiempo. Desafortunadamente su evaluación no resulta sencilla.

El término de salida no presenta ninguna dificultad, pues la entalpía asociada al flujo es la que tiene el sistema en el momento en cuestión.

No resulta tan evidente de que a entalpía de entrada sea la entalpía de la otra cámara de trabajo, pues ha sufrido un proceso termodinámico (pérdida de carga) que ha cambiado su estado. Con el fin de conocer su valor, resulta imprescindible estudiar el proceso que tiene lugar dentro de la válvula.

Sea  $\dot{m}_e$  caudal másico que circula por la válvula tal que produce una pérdida de carga, pasando de una presión  $p_1$  a  $p_2$ .

El primer principio de la termodinámica para el volumen encerrado por la válvula se escribe como:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q}_T - \dot{W} + \dot{m} \left( h_1 + \frac{v_1^2}{2} + gz_1 \right) - \dot{m} \left( h_2 + \frac{v_2^2}{2} + gz_2 \right)$$

Considerando que el proceso es suficientemente rápido como para que la transferencia de calor no sea significativa se está frente a un proceso adiabático.

No se produce ningún tipo de trabajo y además las cotas geométricas y la diferencia de velocidad que pueda existir son despreciables. Suponiendo que se puede tratar el proceso como estacionario se obtiene:

$$0 = \dot{m}(h_1 - h_2) \Rightarrow h_1 = h_2$$

Por lo que el proceso descrito es un proceso isoentálpico.

Como curiosidad, se va a determinar el incremento de temperatura que sufre el fluido. Debido a que se conoce su presión a la salida, su estado termodinámico queda determinado.

Si el fluido es considerado como incompresible, resulta que su densidad a la salida es la misma que a la entrada y puesto que ya se ha determinado el cambio de entalpía que tiene lugar en tales condiciones, la determinación de la temperatura de salida queda definida como:

$$T_2 = T_1 + \frac{1}{c_p \rho} (p_1 - p_2)$$

Se está en condiciones de determinar todos los términos de la ecuación de la energía, por lo que la evolución temporal de la temperatura que tiene el fluido dentro del volumen de control se determinara integrando dicha ecuación.

### **5.5.2.2- Descripción del gas**

La diferencia principal existente entre la modelización propuesta para el fluido y el gas reside en la compresibilidad. Si bien el fluido (aceite de trabajo) se puede considerar incompresible, en el gas su compresibilidad juega un papel muy importante.

El comportamiento de un amortiguador (especialmente del tipo monotubo y de doble tubo con gas a alta presión) viene fuertemente condicionado a la presión a la que se encuentra sometido el gas (debido, principalmente, a que la superficie sobre la que actúa el fluido es distinta entre la cara de compresión y la de tracción), motivo por el cual es importante describir correctamente su estado.

Se utilizarán y describirán dos modelos distintos, el modelo politrópico, que se usará para los modelos en los que no interviene la parte térmica y el modelo termodinámico completo, el cual da en todo instante la presión y temperatura del gas a partir de las condiciones iniciales, geométricas actuales y a la transferencia de calor.

En ambos modelos se supondrá que el gas se comporta como un gas ideal.

### 5.5.2.2.1- Modelo politrópico

Se utilizarán dos modelos distintos para la descripción del gas: el poltrópico y el termodinámico completo.

El modelo politrópico es bien conocido, por lo que únicamente se presentará su expresión básica:

$$pV^n = cte$$

donde  $n$  representa la constante de politropía.

### 5.5.2.2.2- Modelo termodinámico completo

El proceso politrópico es un modelo muy sencillo que resulta especialmente útil cuando no se tiene en cuenta el calor que desprende el gas.

En realidad, lo que sucede es que al comprimir (expandir) el gas, éste aumenta (o disminuye) su temperatura, por lo que se genera una diferencia de temperaturas con la consecuente transmisión de calor. El proceso politrópico, al “imponer” los estados por los que pasa el gas no permite determinar dicha transferencia de calor, por lo que resulta un modelo cualitativamente falso y que sólo es fiable a efectos globales previo ajuste del coeficiente de politropía.

Por este motivo, en los modelos avanzados (térmicos) se prescindirá de dicho modelo y se hará uso de las ecuaciones de conservación para determinar el estado en que se encuentra el gas en todo momento, dando como resultado el modelo conocido como modelo termodinámico completo.

Ya se ha utilizado el hecho que existen tres variables de estado, por lo que dada una propiedad se necesitan dos ecuaciones adicionales para determinar el estado termodinámico completo del gas. Dichas ecuaciones provienen de la conservación de la energía y de la ecuación de gas ideal.

Nuevamente, se aplica el balance de energía sobre un sistema cerrado compuesto por el gas:

$$dU = dQ_T - dW$$

Particularizando, se tiene que la energía interna del gas se encuentra como:

$$dU = m_g c_v dT_g$$

donde  $T_g$  es la temperatura a la que se encuentra el gas.

El trabajo que hace el sistema si el gas se encuentra a una presión  $p_g$  y ocupa un volumen  $V_g$  es:

$$dW = p_g dV_g$$

Dividiendo la ecuación de continuidad entre el diferencial de tiempo, se obtiene la ecuación de conservación escrita con potencias:

$$m_g c_v \frac{dT_g}{dt} = \dot{Q}_T - p_g \frac{dV_g}{dt}$$

Por otra parte, se hará uso de la ecuación de los gases ideales, la cual ha sido utilizada anteriormente:

$$p_g V_g = \eta R T_g$$

donde  $\eta$  es la masa molar existente de gas dentro del sistema tratado.

Derivando respecto, se obtiene la variación temporal del volumen:

$$\frac{dV_g}{dt} = \frac{1}{p_g} \left[ \eta R \frac{dT_g}{dt} - V_g \frac{dp_g}{dt} \right]$$

Introduciendo la variación del volumen del gas dentro de la ecuación de la energía permite hallar la ecuación siguiente:

$$\frac{dT_g}{dt} (m_g c_v + \eta R) - V_g \frac{dp_g}{dt} = \dot{Q}_T$$

La relación existente entre las capacidades caloríficas a presión y volumen constantes con la constante universal de los gases es:

$$c_p = c_v + \frac{R}{M_g}$$

donde  $M_g$  es el peso molar del gas.

De la relación anterior se deduce que la igualdad siguiente:

$$(m_g c_v + \eta R) = m_g \left( c_v + \frac{R}{M_g} \right) = m_g c_p$$

por lo que la ecuación de la energía del gas se simplifica considerablemente:

$$\frac{dT_g}{dt} = \frac{1}{m_g c_p} \left( \dot{Q}_T + V_g \frac{dp_g}{dt} \right)$$

En el análisis que se presentará del amortiguador monotubo, en el cual se tendrá en cuenta el modelo termodinámico completo del gas, se requerirá una relación funcional entre el volumen del gas y su presión. Dicha relación proviene de una combinación de las ecuaciones de gas ideal y de conservación de la energía.

De la ecuación de conservación de la energía se deduce la variación temporal de la temperatura:

$$\frac{dT_g}{dt} = \frac{1}{m_g c_v} \left[ \dot{Q}_T - p_g \frac{dV_g}{dt} \right]$$

Una vez derivada e introducida en la ecuación de los gases ideales queda como:

$$p_g \frac{dV_g}{dt} = \frac{\eta R}{m_g c_v} \left[ \dot{Q}_T - p_g \frac{dV_g}{dt} \right] - V_g \frac{dp_g}{dt}$$

Agrupando términos se obtiene:

$$\frac{dV_g}{dt} = \frac{\frac{\eta R}{m_g c_v} \dot{Q}_T - V_g \frac{dp_g}{dt}}{p_g \left( 1 + \frac{\eta R}{m_g c_v} \right)}$$

Y teniendo en cuenta que la masa de gas es la masa molar por el peso molar, la ecuación anterior se simplifica para resultar en la expresión que precede:

$$\frac{dV_g}{dt} = \frac{\frac{R}{M c_v} \dot{Q}_T - V_g \frac{dp_g}{dt}}{p_g \left( 1 + \frac{R}{M c_v} \right)}$$

Por otra parte, las relaciones de calores específicos se pueden tratar como:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{R}{M c_v}$$

por lo que la expresión del gas se simplifica para quedar como:

$$\frac{dV_g}{dt} = \frac{1}{p_g} \left[ \frac{R}{M c_p} \dot{Q}_T - \frac{V_g}{\gamma} \frac{dp_g}{dt} \right]$$

## 5.6- Descripción de la fricción

Anteriormente se han introducido los conceptos necesarios para la modelización de la fricción y los modelos propuestos por diferentes autores. Únicamente queda por decidir el modelo que se usará en el estudio teórico.

Se ha comentado que la fricción en el amortiguador no es puramente fricción de Coulomb debido a que existe una capa de aceite entre las partes en contacto, por lo que no será posible una evaluación puramente teórica de la fricción sino que se deberán evaluar una serie de propiedades de forma experimental, propiedades que serán típicas para cada amortiguador.

Debido a que en condiciones normales la fuerza de fricción es despreciable en frente de la fuerza de amortiguamiento total, se admitirá la suposición que ni la fuerza de fricción estática ni la dinámica dependen de la posición, de la velocidad o de la temperatura a la que trabaja el amortiguador.

Asimismo, en toda la explicación del punto actual, no se tendrá en cuenta el signo de la fuerza de fricción al tener presente que esta siempre se opone a la velocidad relativa de las partes.

### 5.6.1- Fricción estática

Se evalúa el módulo de la fuerza de fricción estática como constante de valor:

$$F_{fe} = \zeta_e F_N$$

donde  $F_{fe}$  es la fuerza de fricción estática,  $\zeta_e$  el coeficiente de fricción estática y  $F_N$  la fuerza normal que actúa entre las superficies.

La correcta determinación del coeficiente de fricción se tiene que hacer a partir de la determinación experimental de  $F_{fe,max}$  y de la fuerza normal (mediante las cotas geométricas), por lo que bajo la hipótesis anterior, resulta más práctico considerar que la fuerza de fricción estática la se encuentra como:

$$F_{fe} = C_1$$

siendo  $C_1$  una constante.

## 5.6.2- Fricción dinámica

El módulo de la fuerza de fricción dinámica se evalúa de manera idéntica a la fuerza de fricción estática:

$$F_{fd} = \zeta_d F_N$$

donde  $F_{fd}$  es la fricción dinámica y  $\zeta_d$  es el coeficiente de fricción dinámica.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, se considera que la fricción dinámica es:

$$F_{fd} = C_2$$

donde  $C_2$  es una constante y se obtendrá como el valor medio de la fuerza de fricción en un semiciclo completo (compresión o extensión).

## 5.6.3- Modelo completo

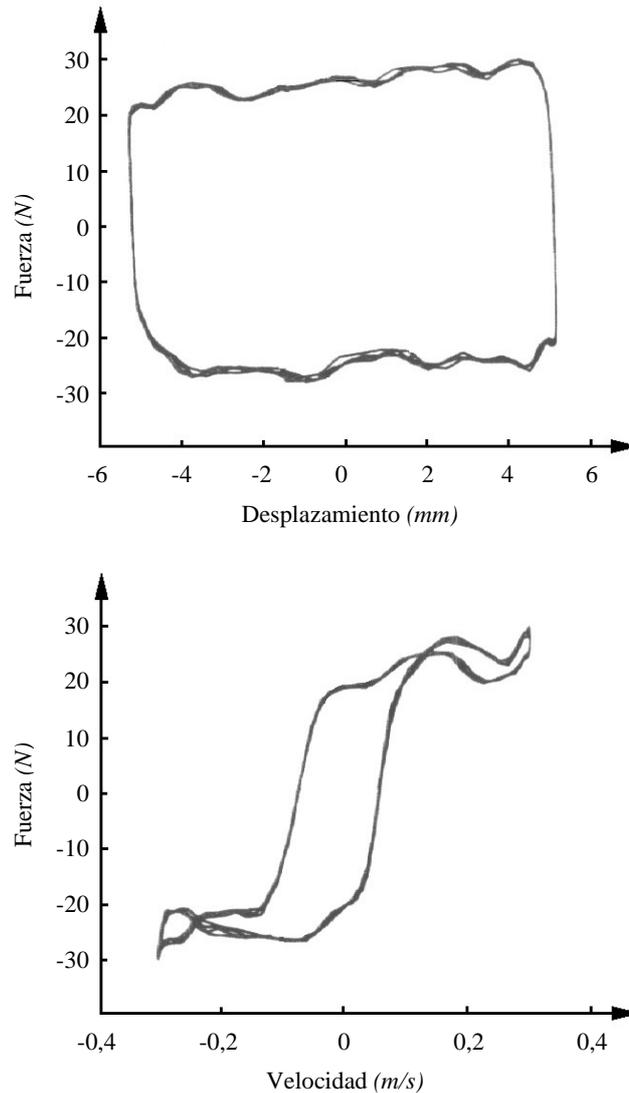
Para tener finalizado el modelo completo de fricción se requiere distinguir cuándo se aplica la fricción dinámica o estática. Por definición, se tiene que el módulo de la fuerza de fricción que actúa es:

$$\begin{cases} F_f = C_1 & \text{si } v = 0 \\ F_f = C_2 & \text{si } v \neq 0 \end{cases}$$

Debido a que el amortiguador monotubo suele trabajar a presiones mayores, los ajustes internos de las piezas en contacto son mayores, lo que se traduce en una mayor fricción.

De la bibliografía se obtienen valores orientativos. Para un amortiguador de doble tubo se encuentra que la fuerza de fricción dinámica está por debajo de los  $25N$ . Para un amortiguador monotubo de motocicleta se puede considerar que está también entorno a los  $25N$  mientras que para los amortiguadores monotubo de automóvil existe un rango más variado, siendo un valor normal el de los  $65N$ .

Se muestra un ejemplo de cómo actúa la fuerza de fricción dentro del amortiguador en la siguiente figura:



*Fig. 28.* Representación experimental de la fuerza de fricción en el amortiguador para un ciclo de  $5\text{ mm}$  de amplitud y  $10\text{ Hz}$  de frecuencia.

#### 5.6.4- Fricción en el pistón flotante

Lógicamente también existe fricción entre el pistón flotante y el cilindro de trabajo. En la práctica, esto se traduce en un retraso o avance en la transmisión de la presión del gas al fluido. De resultados experimentales publicados (realizados sobre un amortiguador de monotubo destinado a la competición de la casa Mechformace) se deduce que la variación de la fuerza de amortiguamiento está entre  $1.7$  y  $2.5\text{ N}$ , por lo que no se considerará dicho efecto.

## 5.7- Amortiguador monotubo

Un análisis Newtoniano sobre el conjunto de vástago más pistón (figura 29) conduce a la expresión para la obtención de la fuerza total de amortiguamiento ( $F$ ):

$$F = p_2(S_c - S_v) - p_1S_c \pm F_f$$

donde  $p_1$  y  $p_2$  son las presiones en la cámara de tracción y compresión respectivamente,  $S_c$  es la superficie del pistón,  $S_v$  es la superficie del vástago y  $F_f$  es la fuerza de fricción, sobre la cual se aplicará el signo positivo cuando la velocidad sea negativa (tracción) y el signo negativo cuando la velocidad sea positiva (compresión).

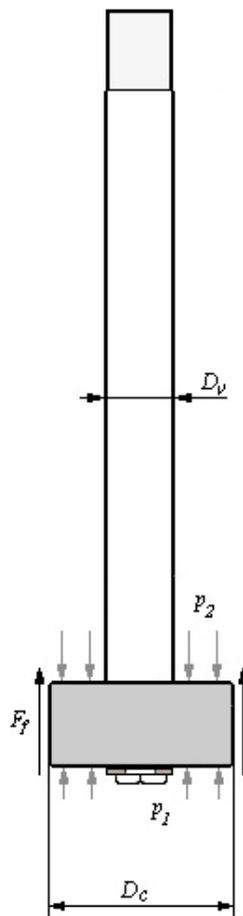


Fig. 29. Diagrama de sólido libre del conjunto vástago con pistón

El método de obtención de la ecuación anterior hace que su resultado sea válido para cualquiera de los modelos que se presentarán.

Se puede modificar la ecuación anterior para obtener una de sus formas equivalentes:

$$F = (p_2 - p_1)S_c - p_2S_v \pm F_f$$

La cual permite ver que aunque no exista una caída de presión entre las cámaras, siempre existe una fuerza que se aplica sobre el vástago. En el estado de reposo dicha fuerza sólo se percibirá si ésta es superior al valor de la fricción estática.

Los modelos matemáticos que se presentarán, de más a menos complejos son 1- Modelo incompresible, compresión politrópica, 2- Modelo compresible, compresión politrópica, 3- Modelo compresible, cavitante y compresión politrópica, 4- Modelo térmico, compresible, cavitante y compresión politrópica y 5- Modelo térmico, compresible y cavitante.

### 5.7.1- Modelo incompresible, compresión del gas politrópica

El amortiguador que se va a modelar está esquematizado en la figura 30. Se supondrá inicialmente que el fluido de trabajo es incompresible y que la compresión y expansión del gas es politrópica de exponente conocido.

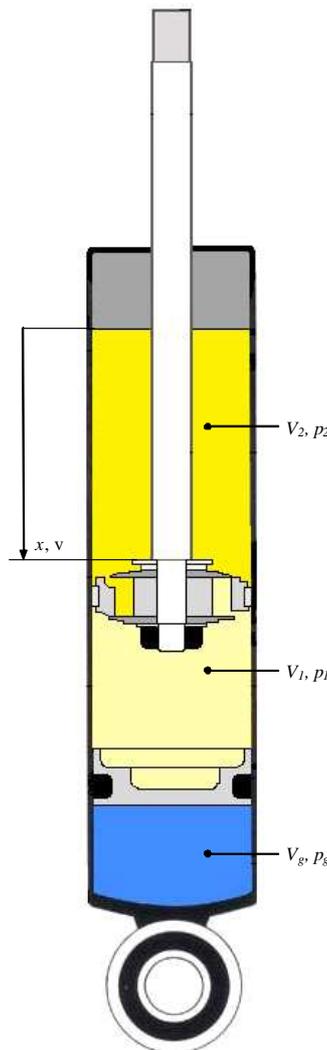


Fig. 30. Nomenclatura para el amortiguador monotubo.

Para una velocidad genérica del vástago  $v$ , las variaciones de volumen existentes en las cámaras son:

$$\begin{aligned}\frac{dV_2}{dt} &= v(S_c - S_v) \\ \frac{dV_1}{dt} &= -vS_c - \frac{dV_g}{dt}\end{aligned}\tag{12}$$

donde  $V_1$  es el volumen de fluido alojado en la cámara de compresión,  $V_2$  es el volumen de fluido alojado en la cámara de tracción y  $v_g$  es el volumen de gas.

Por otra parte, un balance másico sobre el pistón de trabajo conduce a la expresión:

$$\begin{aligned}\dot{m}_1 &= -\dot{m}_2 \\ \dot{m}_i &= \rho_1 \frac{dV_i}{dt}\end{aligned}$$

donde  $\rho_1$  es la densidad del aceite en la cámara de compresión, la cual, según la hipótesis de fluido incompresible es idéntica a la de la cámara de tracción  $\rho_2$ .

La ecuación anterior junto con la ecuación (12) conduce a la variación temporal del volumen del gas:

$$\dot{m}_2 = \rho_1 v(S_c - S_v) = \rho_1 (vS_c + \dot{V}_g) = -\dot{m}_1 \Rightarrow \frac{dV_g}{dt} = -vS_v$$

Es decir, si el fluido es incompresible, el volumen entrado por el vástago es igual a la variación del volumen del gas.

Por otra parte, la ecuación anterior junto con la ecuación (12) permite deducir el volumen instantáneo existente en la cámara de compresión:

$$\int_{V_0}^{V_1} dV_1 = \int_{x_0}^x v(S_v - S_c) dt \Rightarrow V_1 = V_{10} - (x - x_0)(S_c - S_v)$$

donde  $V_{10}$  es el volumen inicial en la cámara de compresión en el instante inicial cuando  $x$  es  $x_0$ .

Por el mismo procedimiento resulta factible determinar el volumen en la cámara de extensión, a partir de (12) se obtiene:

$$V_2 = V_{20} + (x - x_0)(S_c - S_v)$$

siendo  $V_{20}$  el volumen de la cámara de tracción en la posición inicial  $x_0$ .

El volumen del gas se determina integrando la ecuación (12), por lo que, si  $V_{g0}$  es el volumen inicial de gas en la posición inicial se tiene:

$$V_g = V_{g0} - (x - x_0)S_v$$

Como muestra el enunciado, se supone que la compresión del gas es politrópica, lo cual supone que su presión es determinable a partir de su ecuación de estado. Asimismo, se ha mencionado que la fricción en el émbolo es despreciable, por lo que la transmisión de presión del gas hasta el aceite de la cámara de compresión es instantánea:

$$p_g V_g^\gamma = p_{g0} V_{g0}^\gamma \Rightarrow p_1 = p_g = p_{g0} \left( \frac{V_g}{V_{g0} - (x - x_0)S_v} \right)^\gamma$$

donde  $\gamma$  representa el coeficiente de politropía del gas.

Gracias a que el fluido es incompresible, el caudal entrante en la cámara de extensión es el correspondiente a la variación de su volumen. Bajo el convenio de signos en que el caudal entrante en un volumen es negativo, se tiene:

$$Q_2 = -\frac{dV_2}{dt} = -v(S_c - S_v)$$

Dada una velocidad del vástago o del pistón de trabajo, se está en condiciones de determinar la variación de volumen del gas y, consecuentemente la variación de presión de la cámara de compresión, así como el caudal que circula por las válvulas.

La descripción matemática de las válvulas aporta una relación funcional entre las presiones a su entrada y a su salida, por lo que se puede determinar la presión existente en la cámara de tracción, hecho que permite conocer en todo instante el estado interno de las partes del amortiguador. Es decir:

$$p_2 = p_1 \pm \Delta p(Q_2)$$

Estrictamente, debido a que el caudal que se utiliza para conocer la caída de presión en las válvulas es el caudal que estas ven a su entrada, se debe diferenciar entre el caudal que entra en la cámara de compresión (caso tracción,  $Q_1$ ) y el caudal que entra en la cámara de tracción (caso compresión,  $Q_2$ ). En cualquier caso, debido a que el fluido es incompresible, se cumple la ecuación de continuidad en términos de caudal:

$$Q_1 = -Q_2$$

La fuerza resultante debida a la presión ( $F_p$ ) se obtiene como:

$$F_p = p_2(S_c - S_v) - p_1 S_c = \pm \Delta p(S_c - S_v) - p_1 S_v$$

Se utiliza el signo positivo cuando se está en el ciclo de extensión y el signo negativo cuando se está en el ciclo de compresión.

La fuerza total de amortiguamiento se obtiene teniendo en cuenta la fuerza de fricción tal y como se describió en el apartado correspondiente.

$$F = \pm \Delta p (S_c - S_v) - p_1 S_v + F_f$$

## 5.7.2- Modelo compresible, compresión del gas politrópica

El objetivo que se presenta es poder determinar la fuerza de amortiguamiento del amortiguador cuando el fluido no es incompresible ni las cámaras de trabajo infinitamente rígidas.

Para una posición  $x$  y una velocidad  $v$  del vástago, a partir de las ecuaciones obtenidas para la expansión de la cámara de trabajo (5.4), se tiene que los volúmenes de las cámaras toman los valores:

$$\begin{aligned} V_2 &= V_{2I} + V_{2I} \beta_c \Delta p = [V_{20} + (x - x_0)(S_c - S_v)] [1 + \beta_c \Delta p_1] \\ V_1 &= V_{1I} + V_{1I} \beta_c \Delta p = [V_{10} + V_{g0} - (x - x_0)S_c - V_g] [1 + \beta_c \Delta p_2] \end{aligned} \quad (13)$$

Donde  $V_{iI}$  es el volumen teórico indeformable de la cámara  $i$ -ésima y  $\Delta p_i$  es el incremento de presión que sufre la cámara  $i$ -ésima respecto a la presión de referencia a la que se obtuvieron las cotas geométricas.

Usando la ecuación propuesta en el apartado 5.2.2.1 para describir el comportamiento de la densidad del aceite sin tener en cuenta su dependencia con la temperatura se determina la masa existente en las cámaras y sus variaciones temporales:

$$\begin{aligned} \frac{dm_1}{dt} &= \rho_1 \frac{dV_1}{dt} + \beta_f V_1 \rho_1 \frac{dp_1}{dt} \\ \frac{dm_2}{dt} &= \rho_2 \frac{dV_2}{dt} + \beta_f V_2 \rho_2 \frac{dp_2}{dt} \end{aligned}$$

Desarrollando las ecuaciones anteriores y considerando una compresión del gas politrópica permite la deducción de las dos ecuaciones gobernantes.

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{-Q_1 + vS_c(1 + \beta_c \Delta p_1)}{V_1 \beta_f + V_{1I} \beta_c + \frac{V_{g0} p_{g0}^{\frac{1}{\gamma}}}{\gamma} \frac{1}{p^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} (1 + \beta_c \Delta p_1)} \approx \frac{-Q_1 + vS_c(1 + \beta_c \Delta p_1)}{V_{1I} (\beta_c + \beta_f) + \frac{V_{g0} p_{g0}^{\frac{1}{\gamma}}}{\gamma} \frac{1}{p^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} (1 + \beta_c \Delta p_1)}$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{-Q_2 - v(S_c - S_v)(1 + \beta_c \Delta p_1)}{V_2 \beta_f + V_{2I} \beta_c} \approx \frac{-Q_2 - v(S_c - S_v)(1 + \beta_c \Delta p_1)}{V_{2I}(\beta_c + \beta_f)}$$

Se tienen dos ecuaciones con cuatro incógnitas  $\left(Q_1, Q_2, \frac{dp_1}{dt} \text{ y } \frac{dp_2}{dt}\right)$ , por lo que se necesitan dos ecuaciones más que permitan resolver el sistema.

La primera ecuación la proviene de la conservación de la masa:

$$m_1 + m_2 = cte \Rightarrow \frac{dm_1}{dt} + \frac{dm_2}{dt} = 0 \Rightarrow \dot{m}_1 = -\dot{m}_2$$

Si se refiere a los caudales volumétricos permite deducir la ecuación de continuidad:

$$\rho_1 Q_1 = -\rho_2 Q_2$$

La segunda relación funcional que se está buscando proviene de la caída de presión existente en las válvulas. Dadas unas presiones y sus evoluciones temporales se puede determinar el caudal volumétrico así como su evolución temporal, por lo que el modelo queda cerrado.

### 5.7.3- Modelo compresible y cavitante, compresión del gas politrópica

Aunque el modelo propuesto de amortiguador con fluido compresible resulta una buena aproximación, ya se ha comentado que existen momentos en el ciclo de trabajo en los que se produce el fenómeno de la cavitación, produciendo variaciones notables sobre la fuerza de amortiguamiento. El objetivo que se presenta consiste en poder predecir el comportamiento del amortiguador cuando se reúnen las condiciones necesarias para que se produzca dicho fenómeno.

El volumen que ocupa el fluido es el volumen de las cámaras teniendo en cuenta la deformación que sufren debido a la presión interior menos el volumen que ocupa el vapor generado en el proceso de cavitación ( $V_v$ ). Por la constitución del amortiguador monotubo, resulta coherente suponer que únicamente existe cavitación en la cámara de tracción, pues la presión del gas asegura una presión constantemente superior a la presión de vapor en la cámara de compresión.

Análogamente que en los modelos anteriores, el primer paso consiste en determinar el volumen de las cámaras. Suponiendo que  $V_i$  es el volumen de fluido contenido en la cámara  $i$  -ésima, se tiene:

$$\begin{aligned} V_{1f} &= V_{1I} + V_{1I} \beta_c \Delta p_1 = [V_{10} + V_{g0} - (x - x_0) S_c - V_g] [1 + \beta_c \Delta p_2] \\ V_{2f} &= V_{2I} + V_{2I} \beta_c \Delta p_2 - V_{v2} = [V_{20} + (x - x_0) (S_c - S_v)] [1 + \beta_c \Delta p_1] - V_{v2} \end{aligned} \quad (16)$$

donde  $V_{v2}$  es el volumen de vapor debido a la cavitación en la cámara de tracción.

Un proceso similar al del modelo anterior usando las ecuaciones obtenidas en (16) permite la obtención las ecuaciones gobernantes.

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{-Q_1 + vS_c(1 + \beta_c \Delta p_1)}{V_{1f}\beta_f + V_{1l}\beta_c + \frac{V_{g0}p_{g0}^{\frac{1}{\gamma}}}{\gamma} \frac{1}{p^{\frac{\gamma}{\gamma+1}}}(1 + \beta_c \Delta p_1)} \approx \frac{-Q_1 + vS_c(1 + \beta_c \Delta p_1)}{V_{1l}(\beta_c + \beta_f) + \frac{V_{g0}p_{g0}^{\frac{1}{\gamma}}}{\gamma} \frac{1}{p^{\frac{\gamma}{\gamma+1}}}(1 + \beta_c \Delta p_1)} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \frac{dp_2}{dt} \approx \frac{-Q_2 - v(S_c - S_v)(1 + \beta_c \Delta p_1)}{V_{2l}(\beta_c + \beta_f) - \beta_f V_{v2}} & \text{si } V_{v2} = 0 \text{ y } \frac{dV_{v2}}{dt} = 0 \\ \frac{dp_2}{dt} = 0 & \text{otramente} \end{cases} \quad (19)$$

La expresión anterior indica que la presión en la cámara de tracción únicamente puede cambiar si no existe volumen de vapor y además la variación temporal de éste es nula.

La expresión que se utilizará para la modelización del volumen de vapor se ha deducido en el apartado 5.3. Las condiciones en que se utiliza y el proceso de obtención del volumen total de vapor se resumen a continuación:

$$\begin{cases} V_v \geq 0 & \forall t \\ \frac{dV_v}{dt} = -\frac{1}{\frac{Mp_v}{RT} - \rho_l} \left( \dot{m} + \rho_l \frac{dV}{dt} \right) & \text{para } p < p_v \text{ o } V_v > 0 \\ V_v = \int_{-\infty}^t \frac{dV_v}{dt} dt \end{cases} \quad (20)$$

Las ecuaciones (18), (19) y (20) forman un sistema de 3 ecuaciones con cinco incógnitas, por lo que nuevamente se hará uso la ecuación de continuidad y la caída de presión en las válvulas. Esto es:

$$\rho_1 Q_1 = -\rho_2 Q_2$$

$$p_2 - p_1 = f(Q)$$

## 5.7.4- Modelo térmico compresible y cavitante, compresión del gas politrópica

Además de la cavitación y de la compresibilidad, no se pueden despreciar los fenómenos térmicos que se producen dentro del amortiguador ya que, debido a la disipación de energía en forma de calor que tiene lugar en el conjunto, la temperatura del fluido aumenta disminuyendo su densidad, efecto que produce la disminución en la pérdida de carga hidráulica para un mismo caudal y a su vez produce un aumento de la presión del gas por el incremento de volumen fluido.

En el modelo que se presenta, se supone que la compresión del gas es politrópica, lo cual supone que para un volumen dado se conoce su presión y temperatura, por lo que no resulta necesario hacer un balance energético sobre él.

El volumen que ocupa el fluido es el volumen de las cámaras teniendo en cuenta la deformación que sufren debido a la presión interior y la dilatación térmica, sustrayendo el volumen que ocupa el vapor generado en el proceso de cavitación ( $V_v$ ).

Nuevamente se supondrá que la cavitación sólo es posible en la cámara de tracción, por lo que los volúmenes fluidos se determinan como:

$$\begin{aligned} V_{1f} &= V_{1I} + V_{1I}\beta_c\Delta p_1 + V_{1I}\varphi_c\Delta T_{c1} = [V_{10} + V_{g0} - (x - x_0)S_c - V_g][1 + \beta_c\Delta p_1 + \varphi_c\Delta T_{c1}] \\ V_{2f} &= V_{2I} + V_{2I}\beta_c\Delta p_2 + V_{2I}\varphi_c\Delta T_{c2} - V_{v2} = [V_{20} + (x - x_0)(S_c - S_v)][1 + \beta_c\Delta p_2 + \varphi_c\Delta T_{c2}] - V_{v2} \end{aligned} \quad (21)$$

donde  $\Delta T_{ci}$  es la temperatura de la pared del cilindro menos la temperatura de referencia a la que se obtuvo el volumen inicial referidos a la cámara  $i$ -ésima.

Nuevamente, el desarrollo de las ecuaciones anteriores pero, considerando que la densidad del aceite también depende de su temperatura (5.2.2.1), permite la deducción de las ecuaciones gobernantes:

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{dt} \left( V_{1f}\beta_f + V_{1I}\beta_c + \frac{V_{g0}P_{g0}^{\frac{1}{\gamma}}}{\gamma} \frac{1}{p^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} (1 + \beta_c\Delta p_1 + \varphi_c\Delta T_{c1}) \right) - \frac{dT_{f1}}{dt} V_{1f}\varphi_f + \frac{dT_{c1}}{dt} V_{1I}\varphi_c = \\ = -Q_1 + vS_c(1 + \beta_c\Delta p_1 + \varphi_c\Delta T_{c1}) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_2}{dt} (V_{2f}\beta_f + V_{2I}\beta_c) - \frac{dT_{f2}}{dt} V_{2f}\varphi_f + \frac{dT_{c2}}{dt} V_{2I}\varphi_c = \\ = -Q_2 - v(S_c - S_v)(1 + \beta_c\Delta p_2 + \varphi_c\Delta T_{c2}) + \frac{dV_{v2}}{dt} \end{aligned} \quad (25)$$

La determinación de las variaciones de la temperatura del fluido y del cilindro requiere aplicar la ecuación de conservación de la energía sobre un volumen de control.

El volumen de control que se utilizará coincide con el volumen fluido de los aceites (por lo que la fase gaseosa, si es que existe, no se incluirá). En tal caso, el volumen en sí forma un sistema abierto y de geometría variable con el tiempo. La ecuación de conservación de la energía en tal volumen se dedujo en el apartado 5.5.2.1 y, en su forma genérica es:

$$\frac{d\rho}{dt}uV + \frac{dT}{dt}c_p\rho V + \frac{dV}{dt}u\rho = \dot{Q}_T - \dot{W}_a - \int_{S_f(t)} \rho h \vec{v} d\vec{S}$$

donde  $\vec{v}$  representa el vector velocidad del fluido al entrar en el volumen de control y  $d\vec{S}$  el vector superficie donde está definida la velocidad  $\vec{v}$ .

El siguiente que se debe realizar consiste en particularizar la expresión para cada cámara, haciendo corresponder el volumen de control con el volumen fluido existente.

En la cámara de tracción, la aplicación de la ecuación de conservación de la energía se traduce en la expresión siguiente:

$$\frac{dp_2}{dt} \beta_f \rho_2 u_2 V_{2f} - \frac{dT_{f2}}{dt} \phi_f \rho_2 u_2 V_{2f} + \frac{dT_{f2}}{dt} c_p \rho_2 V_{2f} + \frac{dV_{2f}}{dt} u_2 \rho_2 = \dot{Q}_2 - \dot{W}_{a2} - \int_{S_{f2}(t)} \rho h \vec{v} d\vec{S}$$

La variación del volumen fluido se debe a efectos térmicos y se obtuvo anteriormente (22). Si se introduce en la ecuación anterior se llega a:

$$\begin{aligned} & \frac{dp_2}{dt} \beta_f \rho_2 u_2 V_{2f} - \frac{dT_{f2}}{dt} \phi_f \rho_2 u_2 V_{2f} + \frac{dT_{f2}}{dt} c_p \rho_2 V_{2f} + \\ & + \left( v(S_c - S_v)(1 + \beta_c \Delta p_2 + \phi_c \Delta T_{c2}) + V_{2f} \left[ \beta_c \frac{dp_2}{dt} + \phi_c \frac{dT_{c2}}{dt} \right] - \frac{dV_{v2}}{dt} \right) u_2 \rho_2 = \dot{Q}_2 - \dot{W}_{a2} - \int_{S_{f2}(t)} \rho h \vec{v} d\vec{S} \end{aligned}$$

Reordenando términos se deduce:

$$\begin{aligned} & \frac{dp_2}{dt} (\beta_f \rho_2 u_2 V_{2f} + V_{2f} u_2 \rho_2 \beta_c) + \frac{dT_{f2}}{dt} (c_p \rho_2 V_{2f} - \phi_f \rho_2 u_2 V_{2f}) + \frac{dT_{c2}}{dt} V_{2f} u_2 \rho_2 \phi_c = \\ & = \dot{Q}_2 - \dot{W}_{a2} - \int_{S_{f2}(t)} \rho h \vec{v} d\vec{S} + \rho_2 u_2 \left[ \frac{dV_{v2}}{dt} - v(S_c - S_v)(1 + \beta_c \Delta p_2 + \phi_c \Delta T_{c2}) \right] \end{aligned} \quad (26)$$

Para la cámara de tracción, el trabajo de las superficies móviles se calcula como:

$$\dot{W}_a = \left( v(S_c - S_v) - \frac{dV_v}{dt} \right) p_2$$

mientras que el término integral, distinguiendo entre los caudales entrantes y salientes en el sistema e incluyendo el caudal de vapor generado, se tiene:

$$\int_{S_f(t)} \rho h \vec{v} d\vec{S} = -\sum \rho_e Q_e h_e + \sum \rho_s Q_s h_s$$

donde se ha tenido en cuenta que puede existir un caudal entrante ( $Q_e$ ) y uno saliente ( $Q_s$ ).

Introduciendo las dos expresiones anteriores dentro de la ecuación (26) permite escribir la conservación de la energía sobre la cámara de tracción de forma desarrollada:

$$\begin{aligned} & \frac{dp_2}{dt} (\beta_f \rho_2 u_2 V_{2f} + V_{21} u_2 \rho_2 \beta_c) + \frac{dT_{2f}}{dt} (c_p \rho_2 V_{2f} - \varphi_f \rho_2 u_2 V_{2f}) + \frac{dT_{c2}}{dt} V_{21} u_2 \rho_2 \varphi_c = \\ & = \dot{Q}_2 - \left( v(S_c - S_v) - \frac{dV_v}{dt} \right) p_2 + \sum \rho_e Q_e h_e - \sum \rho_s Q_s h_s + \rho_2 u_2 \left[ \frac{dV_{v2}}{dt} - v(S_c - S_v) (1 + \beta_c \Delta p_2 + \varphi_c \Delta T_{c2}) \right] \end{aligned} \quad (27)$$

Sobre la cámara de compresión se realiza un proceso similar. La ecuación inicial de balance de la energía es:

$$\frac{dp_1}{dt} \beta_f \rho_1 u_1 V_{1f} - \frac{dT_{f1}}{dt} \varphi_f \rho_1 u_1 V_{1f} + \frac{dT_{f1}}{dt} c_p \rho_1 V_{1f} + \frac{dV_{f1}}{dt} u_1 \rho_1 = \dot{Q}_1 - \dot{W}_{a1} - \int_{S_{f2}(t)} \rho h \vec{v} d\vec{S}$$

y la variación del volumen fluido es:

$$\frac{dV_{f1}}{dt} = - \left( v S_c + \frac{dV_g}{dt} \right) (1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{c1}) + V_{1l} \left[ \beta_c \frac{dp_1}{dt} + \varphi_c \frac{dT_{c1}}{dt} \right]$$

La ecuación resultante es:

$$\begin{aligned} & \frac{dp_1}{dt} \beta_f \rho_1 u_1 V_{1f} + \frac{dT_{f1}}{dt} \varphi_f \rho_1 u_1 V_{1f} + \frac{dT_{f1}}{dt} c_p \rho_1 V_{1f} + \\ & + \left( - \left( v S_c + \frac{dV_g}{dt} \right) (1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{c1}) + V_{1l} \left[ \beta_c \frac{dp_1}{dt} + \varphi_c \frac{dT_{c1}}{dt} \right] \right) u_1 \rho_1 = \dot{Q}_1 - \dot{W}_{a1} - \int_{S_{f2}(t)} \rho h \vec{v} d\vec{S} \end{aligned}$$

La variación volumétrica del gas se simplifica como:

$$\frac{dV_g}{dt} = - \frac{V_{g0} p_{g0}^{\frac{1}{\gamma}}}{\gamma} \frac{1}{p^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} \frac{dp_g}{dt} = -K \frac{dp_1}{dt}$$

El trabajo del volumen de control variable formado por el volumen que ocupa el aceite de la cámara de compresión es:

$$\dot{W}_a = -\left(vS_c + \frac{dV_g}{dt}\right)p_1 = -\left(vS_c - K\frac{dp_1}{dt}\right)p_1$$

El término integral se resuelve de manera análoga al de la cámara de tracción:

$$\int_{S_f(t)} \rho h \bar{v} d\vec{S} = -\sum \rho_e Q_e h_e + \sum \rho_s Q_s h_s$$

La introducción los tres términos encontrados dentro de la ecuación de conservación y la su posterior reordenación conduce a la ecuación diferencial buscada:

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{dt} (\beta_f \rho_1 u_1 V_{1f} + u_1 \rho_1 V_{1l} \beta_c + u_1 \rho_1 K (1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{c1}) + K p_1) + \frac{dT_{f1}}{dt} (c_p \rho_1 V_{1f} - \varphi_f \rho_1 u_1 V_{1f}) + \\ + \frac{dT_{c1}}{dt} V_{1l} u_1 \rho_1 \varphi_c = Q_1 + v S_c p_1 + \sum \rho_e Q_e h_e - \sum \rho_s Q_s h_s + v S_c (1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{c1}) u_1 \rho_1 \end{aligned} \quad (28)$$

Por lo que se ha obtenido la ecuación de conservación de la energía sobre la cámara de compresión.

Teniendo presente que el valor  $\varphi_c$  es entre 50 y 100 veces menor que  $\varphi_f$ , se despreciarán los términos en los que intervienen las derivadas temporales de la temperatura del cilindro, tanto en la ecuación (27) como en la (28), por lo que las ecuaciones simplificadas quedan como:

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{dt} (\beta_f \rho_1 u_1 V_{1f} + u_1 \rho_1 V_{1l} \beta_c + u_1 \rho_1 K (1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{c1}) + K p_1) + \frac{dT_{f1}}{dt} (c_p \rho_1 V_{1f} - \varphi_f \rho_1 u_1 V_{1f}) = \\ = Q_1 + v S_c p_1 + \sum \rho_e Q_e h_e - \sum \rho_s Q_s h_s + v S_c (1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{c1}) u_1 \rho_1 \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_2}{dt} (\beta_f \rho_2 u_2 V_{2f} + V_{2l} u_2 \rho_2 \beta_c) + \frac{dT_{2f}}{dt} (c_p \rho_2 V_{2f} - \varphi_f \rho_2 u_2 V_{2f}) = \\ = \dot{Q}_2 - \left( v(S_c - S_v) - \frac{dV_v}{dt} \right) p_2 + \sum \rho_e Q_e h_e - \sum \rho_s Q_s h_s + \rho_2 u_2 \left[ \frac{dV_{v2}}{dt} - v(S_c - S_v) (1 + \beta_c \Delta p_2 + \varphi_c \Delta T_{c2}) \right] \end{aligned} \quad (30)$$

Se tienen cuatro ecuaciones diferenciales ((24), (25), (29) y (30)) con siete incógnitas

$\left( Q_1, Q_2, \frac{dp_1}{dt}, \frac{dp_2}{dt}, \frac{dT_{f1}}{dt}, \frac{dT_{f2}}{dt} \text{ y } \frac{dV_{v2}}{dt} \right)$ . Se puede cerrar el sistema introduciendo el

modelo teórico propuesto para la cavitación, la ecuación de continuidad y la relación funcional para las presiones proveniente de las válvulas, tal y como se hizo en el apartado anterior.

### 5.7.5- Modelo térmico compresible y cavitante

Hasta ahora se ha supuesto que el gas se podía modelizar de forma politrópica además de comportarse como un gas ideal.

Aunque suponer un comportamiento politrópico es una aproximación bastante correcta, el coeficiente de politropía  $\gamma$  se debería determinar experimentalmente a partir de una serie de ensayos mediante el pertinente ajuste.

Debido a que en el estudio se pretende que el modelo físico sea lo más realista posible, se procede a abandonar la hipótesis de politropía, suponiendo únicamente que el gas se comporta como un gas ideal. En tal caso se está abandonando una ecuación de estado, por lo que se debe buscar una nueva ecuación que sustituya a la anterior, siendo equivalente a en lo que a funcionalidad se refiere.

El gas dentro del amortiguador forma un sistema cerrado de volumen variable por lo que se puede aplicar el primer principio de la Termodinámica sobre éste. La ecuación a utilizar se ha presentado en el apartado 5.5.2.2.2. El resultado que se obtuvo para la variación temporal del volumen es:

$$\frac{dV_g}{dt} = \frac{1}{p_g} \left[ \frac{R}{M_g c_p} \dot{Q}_g - \frac{V_g}{\gamma} \frac{dp_g}{dt} \right] \quad (31)$$

En este caso, se considera que  $Q_g$  es el calor que entra dentro de la cámara del gas.

Lógicamente, las ecuaciones utilizadas hasta ahora en las que intervenía la variación volumétrica del gas quedan modificadas, por lo que se deben actualizar. Dichas ecuaciones son la de conservación de la masa y la de la conservación de la energía aplicadas sobre los volúmenes de control en la cámara de compresión.

De lo comentado anteriormente, se deduce que las expresiones obtenidas en el apartado anterior con el modelo politrópico para la cámara de tracción se mantienen. Recuérdese:

Ecuación de conservación de la masa en la cámara de tracción:

$$\begin{aligned} \frac{dp_2}{dt} (V_{2f} \beta_f + V_{2l} \beta_c) - \frac{dT_{f2}}{dt} V_{2f} \phi_f + \frac{dT_{c2}}{dt} V_{2l} \phi_c = \\ = -Q_2 - v(S_c - S_v)(1 + \beta_c \Delta p_2 + \phi_c \Delta T_{c2}) + \frac{dV_{v2}}{dt} \end{aligned} \quad (25 \text{ bis})$$

Ecuación de conservación de la energía en la cámara de tracción:

$$\begin{aligned} \frac{dp_2}{dt} (\beta_f \rho_2 u_2 V_{2f} + V_{2l} u_2 \rho_2 \beta_c) + \frac{dT_{f2}}{dt} (c_p \rho_2 V_{2f} - \phi_f \rho_2 u_2 V_{2f}) + \frac{dT_{c2}}{dt} V_{2l} u_2 \rho_2 \phi_c = \\ = \dot{Q}_2 - \left( v(S_c - S_v) - \frac{dV_v}{dt} \right) p_2 + \sum \rho_e Q_e h_e - \sum \rho_s Q_s h_s + \rho_2 u_2 \left[ \frac{dV_{v2}}{dt} - v(S_c - S_v)(1 + \beta_c \Delta p_2 + \phi_c \Delta T_{c2}) \right] \end{aligned} \quad (30 \text{ bis})$$

Por contra, las ecuaciones deducidas para la cámara de compresión tienen que ser modificadas. La ecuación original de la conservación de la masa sobre el volumen fluido en la cámara de compresión es:

$$Q_1 = \left( vS_c + \frac{dV_g}{dt} \right) (1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{c1}) - V_{1l} \left[ \beta_c \frac{dp_1}{dt} + \varphi_c \frac{dT_{c1}}{dt} \right] - V_{1f} \left[ \beta_f \frac{dp_1}{dt} - \varphi_f \frac{dT_{f1}}{dt} \right]$$

La variación volumétrica del gas se ha recordado en la ecuación (31). Su introducción dentro de la ecuación anterior conduce a:

$$Q_1 = \left( vS_c + \frac{1}{p} \left[ \frac{R\dot{Q}_g}{Mc_p} - \frac{V}{\gamma} \frac{dp}{dt} \right] \right) (1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{c1}) - V_{1l} \left[ \beta_c \frac{dp_1}{dt} + \varphi_c \frac{dT_{c1}}{dt} \right] - V_{1f} \left[ \beta_f \frac{dp_1}{dt} - \varphi_f \frac{dT_{f1}}{dt} \right]$$

Ecuación que, al reorganizarla da la ecuación de conservación de la masa ya actualizada:

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{dt} \left[ \frac{V_g}{p_1} (1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{c1}) + V_{1l} \beta_c + V_{1f} \beta_f \right] - \frac{dT_{f1}}{dt} V_{1f} \varphi_f + \frac{dT_{c1}}{dt} V_{1l} \varphi_c = \\ = -Q_1 + \left( vS_c + \frac{R\dot{Q}_e}{p_1 Mc_p} \right) (1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{c1}) \end{aligned} \quad (32)$$

Por otra parte, la ecuación de conservación de la energía para la cámara de compresión es:

$$\frac{dp_1}{dt} \beta_f \rho_1 u_1 V_{1f} - \frac{dT_{f1}}{dt} \varphi_f \rho_1 u_1 V_{1f} + \frac{dT_{f1}}{dt} c_p \rho_1 V_{1f} + \frac{dV_{f1}}{dt} u_1 \rho_1 = \dot{Q}_1 - W_{a1} - \int_{S_{f2}(t)} \rho h \vec{v} d\vec{S}$$

La variación temporal total del volumen fluido ya se ha utilizado con anterioridad (22). Introduciendo la variación temporal del volumen del gas conduce a:

$$\frac{dV_{f1}}{dt} = - \left( vS_c + \frac{1}{p} \left[ \frac{R\dot{Q}_g}{Mc_p} - \frac{V}{\gamma} \frac{dp}{dt} \right] \right) (1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{c1}) + V_{1l} \left[ \beta_c \frac{dp_1}{dt} + \varphi_c \frac{dT_{c1}}{dt} \right]$$

El trabajo del volumen de control variable y el término integral, en este caso se resuelven como:

$$W_a = - \left( vS_c + \frac{dV_g}{dt} \right) p_1 = -p_1 vS_c - \frac{R\dot{Q}_g}{Mc_p} + \frac{V_g}{\gamma} \frac{dp}{dt}$$

$$\int_{S_f(t)} \rho h \vec{v} d\vec{S} = -\sum \rho_e Q_e h_e + \sum \rho_s Q_s h_s$$

Introduciendo las tres ecuaciones anteriores en la ecuación de la energía da el resultado buscado:

$$\begin{aligned} \frac{dp_1}{dt} \left[ \beta_f \rho_1 u_1 V_{1f} + \frac{V_g}{\mathcal{P}_1} (1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{c1}) u_1 \rho_1 + V_{1l} \beta_c u_1 \rho_1 + \frac{V_g}{\gamma} \right] + \frac{dT_{f1}}{dt} [c_p \rho_1 V_{1f} - \varphi_f \rho_1 u_1 V_{1f}] + \\ + \frac{dT_{c1}}{dt} V_{1l} \varphi_c u_1 \rho_1 = \dot{Q}_1 + v S_c p_1 + \frac{R Q_g}{M c_p} + \\ + \left( v S_c + \frac{R Q_g}{p_1 M c_p} \right) (1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{c1}) u_1 \rho_1 + \sum \rho_e Q_e h_e - \sum \rho_s Q_s h_s \end{aligned} \quad (34)$$

En el apartado 5.5.2.2.2 también se dedujo la variación temporal de la temperatura del gas a partir de la ecuación de conservación de la energía:

$$\frac{dT_g}{dt} = \frac{1}{m_g c_p} \left( \dot{Q}_T + V_g \frac{dp_g}{dt} \right) \quad (35)$$

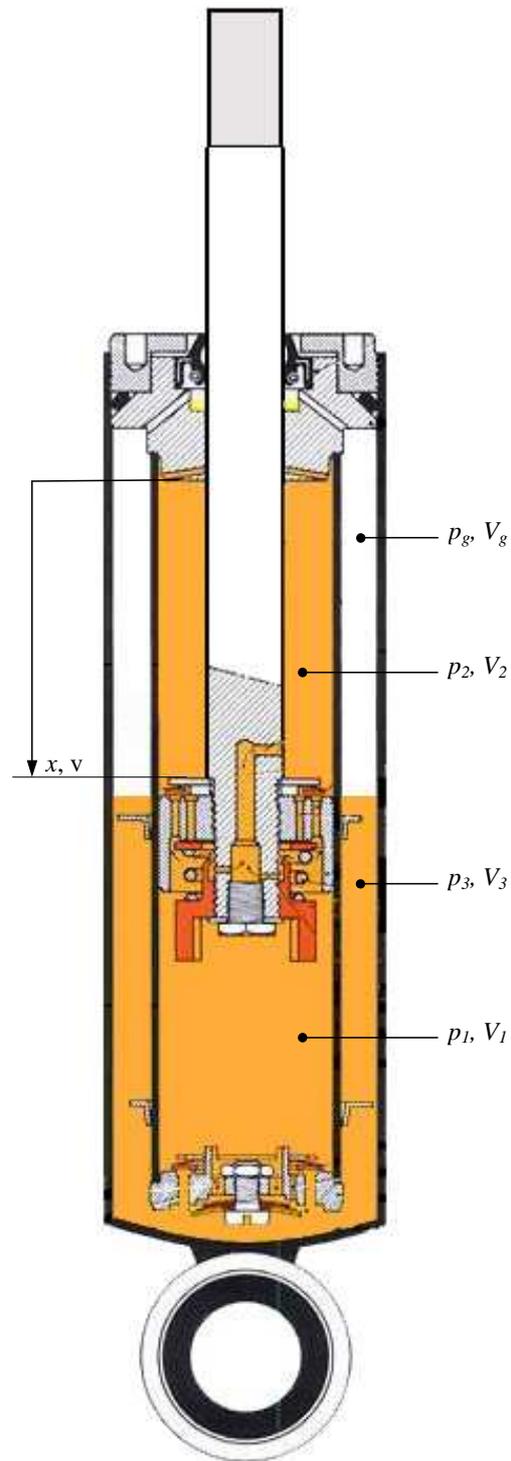
Las ecuaciones (25 bis), (30 bis), (32), (33) y (34) nos forman un sistema de cinco ecuaciones diferenciales con ocho incógnitas  $\left( Q_1, Q_2, \frac{dp_1}{dt}, \frac{dp_2}{dt}, \frac{dT_{f1}}{dt}, \frac{dT_{f2}}{dt}, \frac{dT_g}{dt} \text{ y } \frac{dV_{v2}}{dt} \right)$ , sistema que se cierra haciendo uso de la conservación de la masa aplicada sobre las dos cámaras, la ecuación de la cavitación y la relación funcional de las válvulas.

## 5.8- Amortiguador de doble tubo

Como anteriormente, se presentarán los siguientes modelos: 1- Modelo incompresible, compresión politrópica, 2- Modelo compresible, compresión politrópica, 3- Modelo compresible, cavitante y compresión politrópica, 4- Modelo térmico, compresible, cavitante y compresión politrópica y 5- Modelo térmico, compresible y cavitante

### 5.8.1- Modelo incompresible, compresión del gas politrópica

Se utilizará como referencia el amortiguador mostrado en la figura 41.



*Fig. 41.* Esquema del amortiguador de doble tubo

Cuando el vástago se mueve a una velocidad  $v$ , las variaciones de volumen que se producen en las cámaras son:

$$\begin{aligned}\frac{dV_1}{dt} &= -vS_c \\ \frac{dV_2}{dt} &= v(S_c - S_v) \\ \frac{dV_3}{dt} &= -\frac{dV_g}{dt}\end{aligned}\tag{36}$$

La integración directa de las dos ecuaciones anteriores da los volúmenes instantáneos de las cámaras de compresión y de tracción:

$$\begin{aligned}V_1 &= V_{10} + (x_0 - x)S_c \\ V_2 &= V_{20} + (x - x_0)(S_c - S_v)\end{aligned}$$

Asimismo, las variaciones de las cámaras de trabajo permiten obtener los caudales volumétricos. Considerando que  $Q_i$  es el caudal que entra de la cámara  $i$ -ésima se tiene:

$$\begin{aligned}Q_1 &= -\frac{dV_1}{dt} \\ Q_2 &= -\frac{dV_2}{dt} \\ Q_3 &= -\frac{dV_3}{dt}\end{aligned}$$

Debido a que se está considerando que el fluido es incompresible, la conservación de la masa se puede expresar como:

$$m_1 + m_2 + m_3 = cte \Rightarrow Q_3 = -Q_2 - Q_1$$

de donde se obtiene la variación del volumen de fluido de la cámara de reserva expresado como:

$$\frac{dV_3}{dt} = vS_v$$

Ecuación integrable que conduce el volumen instantáneo del fluido de reserva:

$$V_3 = V_{30} + (x - x_0)S_v$$

El volumen de gas es fácilmente deducible a partir de la ecuación anterior junto con la ecuación 36:

$$V_g = V_{g0} - (x - x_0)S_v$$

Se considera una compresión politrópica de exponente  $\gamma$  del gas, por lo que la presión instantánea se encuentra como:

$$p_g = p_{g0} \left( \frac{V_{g0}}{V_{g0} - (x - x_0)S_v} \right)^\gamma$$

Dada una función para la velocidad del pistón de trabajo se pueden determinar los volúmenes fluidos en las cámaras. Asimismo se conoce la evolución de la presión del gas a partir de su volumen. Para poder determinar la fuerza de amortiguamiento se tienen que determinar las presiones de las cámaras de compresión y de tracción, determinación que se hace a partir de las ecuaciones de las válvulas y de los caudales que circulan por ellas.

El caudal que entra en la cámara de tracción ya ha sido determinado. Se debe tener en cuenta que el caudal de la cámara de compresión se divide en la parte que va hacia la cámara de tracción ( $Q_{12}$ ) y en la parte que va hacia la de reserva ( $Q_{13}$ ), es decir:

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{13}$$

Por la ecuación de continuidad se deduce:

$$Q_{12} = -Q_2$$

$$Q_{13} = -Q_3$$

por lo que ya se está en condiciones de evaluar los incrementos de presión existentes entre las cámaras contiguas.

En particular, conocida la presión del gas y con el caudal que circula a través de la válvula de la base se puede determinar la caída de presión entre la cámara de reserva y la de compresión:

$$p_1 = p_3 \pm \Delta p_{13}$$

Considerando el valor absoluto de la caída de presión, corresponde el signo positivo cuando el caudal circula desde la cámara de compresión hacia la de reserva (ciclo de compresión) y el negativo en el caso de tracción.

Análogamente la presión en la cámara de tracción se determinará como:

$$p_2 = p_1 \pm \Delta p_{21}$$

pero en este caso utilizando el valor positivo en el ciclo de tracción y el negativo en el de compresión.

## 5.8.2- Modelo compresible, compresión del gas politrópica

Análogamente al modelo de amortiguador monotubo, el objetivo es modelizar el comportamiento de un amortiguador de doble tubo, cuyo fluido es compresible y cuyas cámaras son deformables para ver qué efectos tiene sobre la fuerza de amortiguamiento.

Se asumirá que las cámaras de tracción y de compresión se deforman pero se supondrá que la deformación producida por estas cámaras no afecta a la cámara de reserva, por el hecho de tener variaciones poco importantes en su presión para pequeñas variaciones de su volumen.

Los volúmenes existentes en cada cámara para una posición  $x$  y una velocidad  $v$  del vástago son:

$$\begin{aligned} V_1 &= (V_{10} - (x - x_0)S_c)(1 + \beta_c \Delta p_1) = V_{1l}(1 + \beta_c \Delta p_1) \\ V_2 &= (V_{20} + (x - x_0)(S_c - S_v))(1 + \beta_c \Delta p_2) = V_{2l}(1 + \beta_c \Delta p_2) \\ V_3 &= V_{30} + V_{g0} - V_g \end{aligned} \quad (37)$$

Donde  $V_{il}$  nuevamente representa el volumen teórico indeformable de la cámara  $i$ -ésima, el cual coincide con el volumen de fluido.

Un proceso similar al realizado en el modelo equivalente del monotubo permite la deducción de tres de las ecuaciones gobernantes:

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{vS_c(1 + \beta_c \Delta p_1) - Q_1}{V_{1l}\beta_c + V_{1l}(1 + \beta_c \Delta p_1)\beta_f} \approx \frac{vS_c(1 + \beta_c \Delta p_1) - Q_1}{V_{1l}(\beta_c + \beta_f)} \quad (41)$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{-v(S_c - S_v)(1 + \beta_c \Delta p_2) - Q_2}{V_{2l}\beta_c + V_{2l}(1 + \beta_c \Delta p_2)\beta_f} \approx \frac{-v(S_c - S_v)(1 + \beta_c \Delta p_2) - Q_2}{V_{2l}(\beta_c + \beta_f)} \quad (42)$$

$$\frac{dp_3}{dt} = \frac{-Q_3}{\frac{V_{g0}P_{g0}^{\frac{1}{\gamma}}}{\gamma} \frac{1}{P_3^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} + \beta_f \left( V_{30} + V_{g0} - V_{g0} \left( \frac{P_{g0}}{P_3} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right)} \quad (43)$$

Se ha despreciado el término correspondiente al producto del efecto de dilatación del cilindro con el de compresibilidad del fluido ( $\beta_c \beta_f$ ) en los denominadores de las ecuaciones (41) y (42) por producir un efecto inapreciable dentro de la igualdad, hecho que se demuestra a partir de un estudio de los órdenes de magnitud.

Se dispone de tres ecuaciones diferenciales con seis incógnitas, por lo que se necesita introducir tres ecuaciones adicionales.

La primera ecuación se obtiene de la conservación de la masa que, expresada en forma de caudal volumétrico es:

$$Q_1 = -Q_2 \frac{\rho_2}{\rho_1} - Q_3 \frac{\rho_3}{\rho_1}$$

Las válvulas aportan las dos ecuaciones buscadas, pues relacionan los caudales existentes en las cámaras con sus presiones.

### 5.8.3- Modelo compresible y cavitante, compresión del gas politrópica

Nuevamente se supondrá que la cámara de reserva no se encuentra afectada por la deformación mecánica debida a la presión ni puede existir el fenómeno de la cavitación en la citada cámara (la presión del gas mantiene el fluido constantemente por encima de la presión de vapor). No obstante, ambos fenómenos afectan a las cámaras de tracción y compresión.

Los volúmenes de fluido existentes en cada cámara para una posición  $x$  y una velocidad  $v$  del vástago son:

$$\begin{aligned} V_{1f} &= (V_{10} - (x - x_0)S_c)(1 + \beta_c \Delta p_1) - V_{v1} = V_{i1}(1 + \beta_c \Delta p_1) - V_{v1} \\ V_{2f} &= (V_{20} + (x - x_0)(S_c - S_v))(1 + \beta_c \Delta p_2) - V_{v2} = V_{2I}(1 + \beta_c \Delta p_2) - V_{v2} \\ V_{3f} &= V_{30} + V_{g0} - V_g \end{aligned} \quad (44)$$

El desarrollo de las ecuaciones conduce a las nuevas expresiones:

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{-Q_1 + vS_c(1 + \beta_c \Delta p_1) - Q_{v1}}{V_{1I}\beta_c + V_{1I}\beta_f} \approx \frac{-Q_1 + vS_c(1 + \beta_c \Delta p_1) - Q_{v1}}{V_{1I}(\beta_c + \beta_f) - \beta_f V_{v1}} \quad (48)$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{-Q_2 - v(S_c - S_v)(1 + \beta_c \Delta p_2) - Q_{v2}}{V_{2I}\beta_c + V_{2I}\beta_f} \approx \frac{-Q_2 - v(S_c - S_v)(1 + \beta_c \Delta p_2) - Q_{v2}}{V_{2I}(\beta_c + \beta_f) - \beta_f V_{v2}} \quad (49)$$

$$\frac{dp_3}{dt} = \frac{-Q_3}{\frac{V_{g0}P_{g0}^{\frac{1}{\gamma}}}{\gamma} \frac{1}{P_3^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} + \beta_f \left( V_{30} + V_{g0} - V_{g0} \left( \frac{P_{g0}}{P_3} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \right)} \quad (50)$$

Se ha despreciado el término correspondiente al producto del efecto de dilatación del cilindro con el de compresibilidad del fluido ( $\beta_c \beta_f$ ) en los denominadores de las ecuaciones (48) y (49) por producir un efecto inapreciable dentro de la ecuación.

Las ecuaciones adicionales que se introducirán son la ecuación de continuidad entre las cámaras de tracción y compresión, la ecuación de continuidad entre la cámara de

reserva y la de compresión, el modelo de cavitación y las dos ecuaciones de las válvulas (de base y del pistón), por lo que el sistema queda cerrado.

### 5.8.4- Modelo térmico compresible y cavitante, compresión del gas politrópica

La determinación del campo de temperaturas obliga a realizar un balance de energía sobre las cámaras de trabajo y de reserva. Debido a que todavía se está suponiendo que el gas se comporta de forma politrópica, no se está forzado a hacer un balance de conservación sobre él.

Considérese que los efectos de dilatación mecánica o térmica únicamente tienen lugar en las cámaras de tracción y de compresión, de la misma forma que ocurre con la cavitación. Bajo tales hipótesis los volúmenes de las cámaras en un instante dado son:

$$\begin{aligned} V_{1f} &= (V_{10} - (x - x_0)S_c)(1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{1c}) - V_{v1} \\ V_{2f} &= (V_{20} + (x - x_0)(S_c - S_v))(1 + \beta_c \Delta p_2 + \varphi_c \Delta T_{2c}) - V_{v2} \\ V_{3f} &= (V_{30} + V_{g0} - V_g) \end{aligned}$$

El desarrollo de las ecuaciones junto con la relación funcional de la densidad del aceite con la presión y la temperatura conduce a las expresiones siguientes:

$$\frac{dp_1}{dt} [V_{1f} \beta_f + V_{1l} \beta_c] - \frac{dT_{f1}}{dt} [V_{1f} \varphi_f] + \frac{dT_{c1}}{dt} [V_{1l} \varphi_c] - \frac{dV_{v1}}{dt} = v S_c (1 + \beta_c \Delta p_{1c} + \varphi_c \Delta T_{1c}) - Q_1 \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \frac{dp_2}{dt} [V_{2f} \beta_f + V_{2l} \beta_c] - \frac{dT_{f2}}{dt} [V_{2f} \varphi_f] + \frac{dT_{c2}}{dt} [V_{2l} \varphi_c] - \frac{dV_{v2}}{dt} = \\ = -v(S_c - S_v)(1 + \beta_c \Delta p_{2c} + \varphi_c \Delta T_{2c}) - Q_2 \end{aligned} \quad (52)$$

$$\frac{dp_3}{dt} \left[ V_{3f} \beta_f + \frac{V_{g0} p_{g0}^{\frac{1}{\gamma}}}{\gamma} \frac{1}{p^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} \right] - \frac{dT_{3f}}{dt} [V_{3f} \varphi_f] = -Q_3 \quad (54)$$

Donde ya se ha tenido presente que las presiones del gas y del fluido son idénticas.

Los balances de energía se hacen a partir de la ecuación genérica que se obtuvo en el apartado 5.5.2.1, que en su forma genérica es:

$$\frac{d\rho_i}{dt} u_i V_{if} + \frac{dT_{if}}{dt} c_p \rho_i V_{if} + \frac{dV_{if}}{dt} u_i \rho_i = \dot{Q}_i - \dot{W}_a + \int_{S(t)} \rho_i h_i \vec{v} d\vec{S}$$

Para la cámara de compresión se tiene que el trabajo axial es:

$$W_a = -\left(vS_c + \frac{dV_v}{dt}\right)p_1$$

El término integral se resuelve como:

$$\int_{S_f(t)} \rho h \vec{v} d\vec{S} = -\sum \rho_e Q_e h_e + \sum \rho_s Q_s h_s$$

Por lo que la ecuación de la energía particularizada sobre la cámara de compresión da:

$$\begin{aligned} & \rho_1 u_1 V_{1f} \beta_f \frac{dp_1}{dt} - \rho_1 u_1 V_{1f} \varphi_f \frac{dT_{1f}}{dt} + \frac{dT_{1f}}{dt} c_p \rho_1 V_{1f} + \\ & + \rho_1 u_1 \left( V_{1l} \left( \beta_c \frac{dp_1}{dt} + \varphi_c \frac{dT_{1c}}{dt} \right) - vS_c (1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{1c}) - \frac{dV_{v1}}{dt} \right) = \\ & = \dot{Q}_1 + \left( vS_c + \frac{dV_{v1}}{dt} \right) p_1 - \sum \rho_e Q_e h_e + \sum \rho_s Q_s h_s \end{aligned}$$

Y una vez reordenada aporta la expresión (55):

$$\begin{aligned} & \frac{dp_1}{dt} [\rho_1 u_1 (V_{1f} \beta_f + V_{1l} \beta_c)] + \frac{dT_{1f}}{dt} [c_p \rho_1 V_{1f} - \rho_1 u_1 V_{1f} \varphi_f] + \frac{dT_{1c}}{dt} [V_{1l} \varphi_c \rho_1 u_1] = \\ & = \dot{Q}_1 + vS_c (p_1 + \rho_1 u_1 (1 + \beta_c \Delta p_1 + \varphi_c \Delta T_{1c})) + \frac{dV_{v1}}{dt} (p_1 + \rho_1 u_1) - \sum \rho_e Q_e h_e|_1 + \sum \rho_s Q_s h_s|_1 \end{aligned} \quad (55)$$

Por el contrario, para la cámara de tracción, el trabajo axial realizado sobre la cámara de tracción es:

$$W_a = \left( v(S_c - S_v) - \frac{dV_{v2}}{dt} \right) p_2$$

Siguiendo un proceso análogo al realizado sobre la cámara de tracción se obtiene la ecuación siguiente:

$$\begin{aligned} & \rho_2 u_2 V_{2f} \beta_f \frac{dp_2}{dt} - \rho_2 u_2 V_{2f} \varphi_f \frac{dT_{2f}}{dt} + \frac{dT_{2f}}{dt} c_p \rho_2 V_{2f} + \\ & + \rho_2 u_2 \left( V_{2l} \left( \beta_c \frac{dp_2}{dt} + \varphi_c \frac{dT_{2c}}{dt} \right) + v(S_c - S_v) (1 + \beta_c \Delta p_2 + \varphi_c \Delta T_{2c}) - \frac{dV_{v2}}{dt} \right) = \\ & = \dot{Q}_2 + \left( -v(S_c - S_v) + \frac{dV_{v2}}{dt} \right) p_2 - \sum \rho_e Q_e h_e + \sum \rho_s Q_s h_s \end{aligned}$$

que una vez reordenada es:

$$\begin{aligned}
& \frac{dp_2}{dt} [\rho_2 u_2 (V_{2f} \beta_f + V_{2c} \beta_c)] + \frac{dT_{2f}}{dt} [c_p \rho_2 V_{2f} - \rho_2 u_2 V_{2f} \phi_f] + \frac{dT_{2c}}{dt} [V_{2c} \phi_c \rho_2 u_2] = \\
& = \dot{Q}_2 - v(S_c - S_v)(p_2 + \rho_2 u_2 (1 + \beta_c \Delta p_2 + \phi_c \Delta T_{2c})) + \frac{dV_{v2}}{dt} (p_2 + \rho_2 u_2) - \sum \rho_e Q_e h_e|_2 + \sum \rho_s Q_s h_s|_2
\end{aligned}
\tag{56}$$

Por lo que respecta a la cámara de reserva se tiene que el trabajo axial es:

$$W_a = -\frac{dV_g}{dt} p_3$$

por lo que la ecuación de la energía se reduce a:

$$\begin{aligned}
& \rho_3 u_3 V_{3f} \beta_f \frac{dp_3}{dt} - \rho_3 u_3 V_{3f} \phi_f \frac{dT_{3f}}{dt} + \frac{dT_{3f}}{dt} c_p \rho_3 V_{3f} - \rho_3 u_3 \frac{dV_g}{dt} = \\
& = \dot{Q}_3 + \frac{dV_g}{dt} p_3 - \sum \rho_e Q_e h_e|_2 + \sum \rho_s Q_s h_s|_2
\end{aligned}$$

Una vez reordenada:

$$\begin{aligned}
& \frac{dp_3}{dt} (\rho_3 u_3 V_{3f} \beta_f) + \frac{dT_{3f}}{dt} (c_p \rho_3 V_{3f} - \rho_3 u_3 V_{3f} \phi_f) - \frac{dV_g}{dt} (\rho_3 u_3 - p_3) = \\
& = \dot{Q}_3 - \sum \rho_e Q_e h_e|_3 + \sum \rho_s Q_s h_s|_3
\end{aligned}$$

Introduciendo la ecuación del gas dentro de la expresión obtenida permite encontrar la expresión:

$$\begin{aligned}
& \frac{dp_3}{dt} (\rho_3 u_3 V_{3f} \beta_f) + \frac{dT_{3f}}{dt} (c_p \rho_3 V_{3f} - \rho_3 u_3 V_{3f} \phi_f) + \frac{dp_3}{dt} \frac{V_{g0} P_{g0}^{\frac{1}{\gamma}}}{\gamma} \frac{1}{p_3^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} (\rho_3 u_3 - p_3) = \\
& = \dot{Q}_3 - \sum \rho_e Q_e h_e|_3 + \sum \rho_s Q_s h_s|_3
\end{aligned}$$

Si se reordena se tiene:

$$\begin{aligned}
& \frac{dp_3}{dt} \left( \rho_3 u_3 V_{3f} \beta_f + \frac{V_{g0} P_{g0}^{\frac{1}{\gamma}}}{\gamma} \frac{1}{p_3^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}} (\rho_3 u_3 - p_3) \right) + \frac{dT_{3f}}{dt} (c_p \rho_3 V_{3f} - \rho_3 u_3 V_{3f} \phi_f) = \\
& = \dot{Q}_3 - \sum \rho_e Q_e h_e|_3 + \sum \rho_s Q_s h_s|_3
\end{aligned}
\tag{57}$$

Las ecuaciones desde (51) hasta (57) excluyendo la ecuación auxiliar (53) forman un sistema de 6 ecuaciones diferenciales con 12 incógnitas ( $p_1, p_2, p_3, T_1, T_2, T_3, V_{v1}, V_{v2}, V_g, Q_1, Q_2, y Q_3$ ), sistema que se cierra teniendo en cuenta las 2 ecuaciones de continuidad utilizadas con anterioridad en los modelos precedentes de doble tubo, las 2 ecuaciones que se aplican por separado a los volúmenes de cavitación y las 2 ecuaciones que aparecen del estudio de las válvulas de la base y del pistón de trabajo, por lo que el sistema es analíticamente resoluble.

### 5.8.5- Modelo térmico compresible y cavitante

La determinación correcta del campo de temperaturas obliga a realizar un balance de energía sobre las cámaras de trabajo, de reserva y sobre el gas, de forma análoga a cómo se realizó en el modelo térmico completo de amortiguador monotubo.

La evolución temporal de la temperatura en función de la variación de la presión y del calor suministrado en la cámara formada por el gas se dedujo en el apartado 5.5.2.2.2 y se ha utilizado con anterioridad (35):

$$\frac{dT_g}{dt} = \frac{1}{m_g c_{pg}} \left( \dot{Q}_g + V_g \frac{dp_g}{dt} \right) \quad (35 \text{ bis})$$

Debido a que las cámaras de tracción y de compresión no están en contacto directo con el gas, las ecuaciones de conservación de la masa y de la energía se mantienen idénticas a las del modelo anterior. Como recordatorio:

Ecuación de conservación de la masa en la cámara de tracción:

$$\begin{aligned} \frac{dp_2}{dt} [V_{2f} \beta_f + V_{2c} \beta_c] - \frac{dT_{f2}}{dt} [V_{2f} \varphi_f] + \frac{dT_{c2}}{dt} [V_{2c} \varphi_c] - \frac{dV_{v2}}{dt} = \\ = -v(S_c - S_v)(1 + \beta_c \Delta p_{2c} + \varphi_c \Delta T_{2c}) - Q_2 \end{aligned} \quad (58)$$

Ecuación de conservación de la energía en la cámara de tracción:

$$\begin{aligned} \frac{dp_2}{dt} [\rho_2 u_2 (V_{2f} \beta_f + V_{2c} \beta_c)] + \frac{dT_{2f}}{dt} [c_p \rho_2 V_{2f} - \rho_2 u_2 V_{2f} \varphi_f] + \frac{dT_{2c}}{dt} [V_{2c} \varphi_c \rho_2 u_2] = \\ = \dot{Q}_2 - v(S_c - S_v)(p_2 + \rho_2 u_2 (1 + \beta_c \Delta p_{2c} + \varphi_c \Delta T_{2c})) + \frac{dV_{v2}}{dt} (p_2 + \rho_2 u_2) - \sum \rho_e Q_e h_e|_2 + \sum \rho_s Q_s h_s|_2 \end{aligned} \quad (59)$$

Ecuación de conservación de la masa en la cámara de compresión:

$$\frac{dp_1}{dt} [V_{1f} \beta_f + V_{1c} \beta_c] - \frac{dT_{f1}}{dt} [V_{1f} \varphi_f] + \frac{dT_{c1}}{dt} [V_{1c} \varphi_c] - \frac{dV_{v1}}{dt} = v S_c (1 + \beta_c \Delta p_{1c} + \varphi_c \Delta T_{1c}) - Q_1 \quad (60)$$

Ecuación de conservación de la energía en la cámara de compresión:

$$\begin{aligned} & \frac{dp_1}{dt} [\rho_1 u_1 (V_{1f} \beta_f + V_{1c} \beta_c)] + \frac{dT_{1f}}{dt} [c_p \rho_1 V_{1f} - \rho_1 u_1 V_{1f} \phi_f] + \frac{dT_{1c}}{dt} [V_{1c} \phi_c \rho_1 u_1] = \\ & = \dot{Q}_1 + v S_c (p_1 + \rho_1 u_1 (1 + \beta_c \Delta p_1 + \phi_c \Delta T_{1c})) + \frac{dV_{v1}}{dt} (p_1 + \rho_1 u_1) - \sum \rho_e Q_e h_e|_1 + \sum \rho_s Q_s h_s|_1 \end{aligned} \quad (61)$$

No sucede lo mismo en la cámara de reserva debido a que ésta se encuentra en contacto directo con el gas.

La ecuación original de conservación de la masa para la cámara de reserva que permitirá deducir la primera ecuación útil se ha encontrado anteriormente (ecuación (53)) y escribe como:

$$Q_3 = \frac{dV_g}{dt} - (V_{30} + V_{g0} - V_g) \left( \beta_f \frac{dp_3}{dt} - \phi_f \frac{dT_{3f}}{dt} \right)$$

Reordenando términos se tiene:

$$\frac{dp_3}{dt} [V_{3f} \beta_f] - \frac{dT_{3f}}{dt} [V_{3f} \phi_f] - \frac{dV_g}{dt} = -Q_3$$

La ecuación de los gases ideales junto con la ecuación de conservación de la energía sobre el gas permitía obtener la variación temporal del volumen de gas a partir de su presión y del calor que entra en el sistema. Dicha ecuación se ha utilizado anteriormente:

$$\frac{dV_g}{dt} = \frac{1}{p_g} \left[ \frac{R \dot{Q}_g}{M_g c_p} - \frac{V_g}{\gamma} \frac{dp_g}{dt} \right] \quad (31 \text{ bis})$$

Introduciendo la expresión anterior en la ecuación de conservación de la masa para la cámara de reserva permite obtener:

$$\frac{dp_3}{dt} [V_{3f} \beta_f] - \frac{dT_{3f}}{dt} [V_{3f} \phi_f] - \frac{1}{p_g} \left[ \frac{R \dot{Q}_g}{M_g c_p} - \frac{V_g}{\gamma} \frac{dp_g}{dt} \right] = -Q_3$$

que si se reordena y se tiene presente que las presiones del gas y del fluido en la cámara de reserva coinciden, se concluye la ecuación buscada:

$$\frac{dp_3}{dt} \left[ V_{3f} \beta_f + \frac{V_g}{p_3 \gamma} \right] - \frac{dT_{3f}}{dt} [V_{3f} \phi_f] = -Q_3 + \frac{R \dot{Q}_g}{p_3 M_g c_p} \quad (62)$$

Para la obtención la ecuación equivalente para la conservación de la energía se parte de la ecuación base de conservación de la energía aplicada sobre el fluido de la cámara de reserva:

$$\frac{d\rho_3}{dt}u_3V_{3f} + \frac{dT_{3f}}{dt}c_p\rho_3V_{3f} + \frac{dV_{3f}}{dt}u_3\rho_3 = \dot{Q}_3 - \dot{W}_a + \int_{S(t)}\rho_3h_3\bar{v}d\vec{S}$$

Nuevamente, el trabajo axial se encuentra como:

$$W_a = -\frac{dV_g}{dt}p_3$$

por lo que la ecuación de la energía ya reordenada se reduce a:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_3}{dt}(\rho_3u_3V_{3f}\beta_f) + \frac{dT_{3f}}{dt}(c_p\rho_3V_{3f} - \rho_3u_3V_{3f}\phi_f) - \frac{dV_g}{dt}(\rho_3u_3 - p_3) = \\ = \dot{Q}_3 - \sum \rho_e Q_e h_e|_3 + \sum \rho_s Q_s h_s|_3 \end{aligned}$$

La introducción de (31 bis) en la expresión anterior conduce a la ecuación de conservación, la cual una vez reordenada adopta la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_3}{dt} \left( \rho_3u_3V_{3f}\beta_f + \frac{V_g}{\gamma} \left( \frac{\rho_3u_3}{p_3} - 1 \right) \right) + \frac{dT_{3f}}{dt} (c_p\rho_3V_{3f} - \rho_3u_3V_{3f}\phi_f) = \\ = \dot{Q}_3 - \sum \rho_e Q_e h_e|_3 + \sum \rho_s Q_s h_s|_3 + \frac{R\dot{Q}_g}{M_g c_p} \left( \frac{\rho_3u_3}{p_3} - 1 \right) \end{aligned} \quad (63)$$

Las ecuaciones (35 bis), (58), (59), (60), (61), (62) y (63) forman un sistema de 7 ecuaciones diferenciales con 13 incógnitas  $\left( \frac{dp_1}{dt}, \frac{dp_2}{dt}, \frac{dp_3}{dt}, \frac{dT_1}{dt}, \frac{dT_2}{dt}, \frac{dT_3}{dt}, \frac{dT_g}{dt}, \frac{dV_{v1}}{dt}, \frac{dV_{v2}}{dt}, \frac{dV_g}{dt}, Q_1, Q_2, \text{ y } Q_3 \right)$ , que junto con las dos ecuaciones de las válvulas más

las dos ecuaciones propuestas para la cavitación más las dos ecuaciones de continuidad aplicables entre las cámaras de reserva y compresión y las cámaras de compresión y tracción cierran el sistema encontrado.

### Nomenclatura:

$A_b$ : sección recta de paso en el conducto de la válvula limitadora

$A_v$ : sección entre el disco y el asiento de la válvula limitadora

$C$ : constante

$C_1$ : constante

$C_2$ : constante

$c_p$  : capacidad calorífica por unidad de masa a presión constante  
 $c_{pacero}$  : capacidad calorífica del acero por unidad de masa a presión constante  
 $c_{pf}$  : capacidad calorífica del fluido por unidad de masa a presión constante  
 $c_{pg}$  : capacidad calorífica del gas por unidad de masa a presión constante  
 $c_v$  : capacidad calorífica a volumen constante  
 $C_d$  : coeficiente corrector de la cantidad de movimiento  
 $C_l$  : función universal  
 $C_t^U$  : función dependiente de Pr  
 $d_i$  : distancia internodal genérica  
 $d_{min}$  : distancia mínima entre nodos  
 $d\vec{S}$  : vector superficie diferencial  
 $D$  : diámetro  
 $D_a$  : diámetro del conducto siempre abierto  
 $D_b$  : diámetro del conducto de la válvula limitadora  
 $D_c$  : diámetro del cilindro  
 $D_d$  : diámetro del disco de la válvula limitadora  
 $D_{ext}$  : diámetro exterior del amortiguador  
 $D_v$  : diámetro del vástago  
 $E_{acero}$  : módulo de elasticidad del acero  
 $E$  : energía de un sistema  
 $f$  : coeficiente de Darcy-Weisbach  
 $f^0$  : función dependiente de la temperatura reducida  
 $f^1$  : función dependiente de la temperatura reducida  
 $F$  : fuerza  
 $\vec{F}_{disco}$  : fuerza que ejerce el fluido sobre el disco  
 $F_{ext}$  : fuerzas externas  
 $F_f$  : fuerza de fricción  
 $F_{fd}$  : fuerza de fricción dinámica  
 $F_{fe}$  : fuerza de fricción estática  
 $F_{Fl \rightarrow disco}$  : fuerza que ejerce el fluido sobre el disco  
 $F_p$  : fuerza debida a la presión  
 $F_{pm}$  : fuerza de precarga del muelle de la válvula limitadora  
 $F_N$  : fuerza normal  
 $\vec{F}_{SI}$  : fuerza debida a la presión que actúa sobre el volumen de control  
 $\vec{F}_{SL}$  : fuerza debida a la presión que actúa sobre la superficie lateral  
 $\vec{F}_{SS}$  : fuerza que ejerce la superficie superior  
 $F_{VC}$  : fuerzas ejercida sobre el volumen de control  
 $g$  : valor de la gravedad  
 $G$  : función genérica

Gr: número de Grasshoff  
 $h$ : entalpía específica  
 $h_e$ : entalpía específica que entra en el volumen  
 $h_p$ : altura del pistón  
 $h_{ref}$ : entalpía específica de referencia  
 $h_s$ : entalpía específica que sale del volumen  
 $h_{vb}$ : altura de la válvula de la base  
 $k$ : conductividad térmica  
 $k_{acero}$ : conductividad térmica del fluido  
 $k_f$ : conductividad térmica del fluido  
 $k_i$ : conductividad térmica media del nodo  $i$  – *esimo*  
 $k_m$ : constante elástica del muelle de la válvula limitadora  
 $K$ : constante  
 $K_i$ : coeficiente adimensional de pérdida de carga singular en el conducto  $i$  – *esimo*  
 $K'_i$ : coeficiente adimensional de pérdida de carga singular en el conducto  $i$  – *esimo*  
 $L$ : longitud característica o altura del cilindro  
 $L^*$ : relación entre la superficie de transferencia y el perímetro de dicha superficie  
 $L_a$ : longitud del conducto “ $a$ ”  
 $L_b$ : longitud del conducto “ $b$ ”  
 $m$ : masa  
 $m_{disco}$ : masa del disco limitador  
 $m_g$ : masa de gas contenida en el sistema  
 $m_l$ : masa de fase líquida existente  
 $m_v$ : masa de vapor existente  
 $m_1$ : masa de fluido en la cámara de compresión  
 $m_2$ : masa de fluido en la cámara de tracción  
 $m_3$ : masa de fluido en la cámara de reserva  
 $\dot{m}$ : caudal de fluido  
 $\dot{m}_e$ : caudal másico que entra en un volumen de control  
 $\dot{m}_s$ : caudal másico que sale de un volumen de control  
 $\dot{m}_1$ : caudal másico que fluye a la cámara de compresión  
 $\dot{m}_2$ : caudal másico que fluye a la cámara de tracción  
 $\dot{m}_3$ : caudal másico que fluye a la cámara de tracción  
 $M$ : masa molar de la molécula de fluido  
 $M_g$ : masa molar del gas  
 $n$ : constante  
 $n_A$ : número de átomos de la molécula  
 $\vec{n}$ : versor  
 Nu: Número de Nusselt  
 $Nu_l$ : Nusselt laminar  
 $Nu_t$ : Nusselt turbulento

$Nu^T$  : Nusselt de capa delgada  
 $p$  : presión  
 $p_c$  : presión crítica  
 $p_g$  : presión del gas  
 $p_{g0}$  : presión inicial del gas  
 $p_r$  : presión reducida  
 $p_{ref}$  : presión de referencia  
 $p_v$  : presión de vapor  
 $p_{vr}$  : presión de vapor reducida  
 $p_A$  : presión en el estado inicial  
 $p_B$  : presión en el estado final  
 $p_1$  : presión en la cámara "1"  
 $p_2$  : presión en la cámara "2"  
 $p_3$  : presión en la cámara "3"  
 $P$  : perímetro mojado  
 $Pr$  : número de Prandtl  
 $Q$  : caudal volumétrico  
 $Q_a$  : caudal circulante por el conducto "a"  
 $Q_b$  : caudal circulante por el conducto "b"  
 $Q_e$  : caudal entrante en un sistema  
 $Q_s$  : caudal saliente de un sistema  
 $Q_T$  : calor  
 $Q_1$  : caudal que entra en la cámara de compresión  
 $Q_{12}$  : caudal que entra en la cámara de reserva proveniente de la cámara de tracción ( $i$ ?)  
 $Q_{13}$  : caudal que entra en la cámara de reserva proveniente de la cámara de tracción ( $i$ ?)  
 $Q_2$  : caudal que entra en la cámara de tracción  
 $Q_3$  : caudal que entra en la cámara de reserva  
 $\dot{Q}_g$  : calor que entra en la cámara del gas por unidad de tiempo  
 $\dot{Q}_{i \rightarrow i+1}$  : calor por unidad de tiempo transmitido del nodo  $i$  al nodo  $i + 1$   
 $\dot{Q}_{s \rightarrow f}$  : calor por unidad de tiempo transmitido desde el sólido hasta el fluido  
 $\dot{Q}_1$  : calor que entra por la superficie lateral interior unidad de tiempo  
 $\dot{Q}_2$  : calor que sale por la superficie lateral exterior por unidad de tiempo  
 $\dot{Q}_3$  : calor que entra por la superficie inferior por unidad de tiempo  
 $\dot{Q}_3$  : calor que sale por la superficie lateral superior por unidad de tiempo  
 $r$  : radio genérico  
 $r_e$  ; radio exterior del cilindro de trabajo  
 $r_i$  : radio interior del cilindro de trabajo  
 $R$  : constante universal de los gases  
 $Ra$ : número de Radan  
 $S$  : superficie

$S_c$  : superficie del cilindro  
 $S_d$  : superficie del disco de la válvula limitadora  
 $S_v$  : superficie del vástago  
 $t$  : tiempo  
 $T$  : temperatura  
 $T_c$  : temperatura crítica  
 $T_g$  : temperatura del gas  
 $T_f$  : temperatura del fluido  
 $T_i$  : temperatura del nodo  $i$  – *esimo*  
 $T_r$  : temperatura reducida  
 $T_{ref}$  : temperatura de referencia de obtención de las medidas del cilindro  
 $T_s$  : temperatura superficial del sólido  
 $T_0$  : temperatura de referencia  
 $T_{1c}$  : temperatura media de la cámara de compresión  
 $T_{1f}$  : temperatura media del fluido de la cámara de compresión  
 $T_{2c}$  : temperatura media de la cámara de tracción  
 $T_{2f}$  : temperatura media del fluido de la cámara de tracción  
 $T_{3f}$  : temperatura media del fluido de la cámara de reserva  
 $T_A$  : temperatura en el estado inicial  
 $T_B$  : temperatura en el estado final  
 $u$  : energía interna específica  
 $u_a$  : velocidad media del fluido dentro del conducto “ $a$ ”  
 $u_b$  : velocidad media del fluido dentro del conducto “ $b$ ”  
 $u_i$  : velocidad media del fluido en la cámara  $i$  – *esima*  
 $u_{ref}$  : energía interna específica de referencia  
 $U$  : energía interna  
 $v$  : velocidad  
 $v_p$  : velocidad del pistón de trabajo  
 $V$  : volumen  
 $V_g$  : volumen del gas  
 $V_{g0}$  : volumen inicial del gas  
 $V_{il}$  : volumen indeformable de la cámara  $i$  – *esima*  
 $V_l$  : volumen de la masa fluida  
 $V_v$  : volumen de vapor  
 $V_{v1}$  : volumen de vapor en la cámara de compresión  
 $V_{v2}$  : volumen de vapor en la cámara de tracción  
 $V_1$  : volumen de fluido en la cámara de compresión  
 $V_{1f}$  : volumen de fluido en la cámara de tracción  
 $V_{2f}$  : volumen de fluido en la cámara de tracción

$V_{3f}$  : volumen de fluido en la cámara de reserva  
 $V_{1l}$  : volumen teórico indeformable de la cámara de compresión  
 $V_{10}$  : volumen inicial de la cámara de compresión  
 $V_2$  : volumen de fluido en la cámara de tracción  
 $V_{2l}$  : volumen teórico indeformable de la cámara de tracción  
 $V_{20}$  : volumen inicial de la cámara de tracción  
 $V_3$  : volumen de fluido de la cámara de reserva  
 $V_{30}$  : volumen inicial de fluido de reserva  
 $V_A$  : volumen en el estado inicial  
 $V_B$  : volumen en el estado final  
 $W$  : trabajo  
 $\dot{W}_a$  : trabajo axial por unidad de tiempo  
 $\dot{W}_{a1}$  : trabajo axial por unidad de tiempo en la cámara de compresión  
 $\dot{W}_{a2}$  : trabajo axial por unidad de tiempo en la cámara de tracción  
 $\dot{W}_f$  : trabajo por unidad de tiempo asociado al flujo  
 $x$  : posición local y posición del pistón  
 $x_0$  : posición inicial del pistón  
 $X^*$  : parámetro adimensional  
 $y$  : desplazamiento relativo del disco de la válvula limitadora respecto a su asiento  
 $z$  : cota piezométrica  
 $z_i$  : cota piezométrica del fluido en la cámara  $i$  – esima  
 $\alpha$  : coeficiente de transferencia de calor por convección  
 $A$  : constante  
 $\beta_c$  : factor de compresibilidad del cilindro  
 $\beta_f$  : factor de compresibilidad del aceite  
 $B$  : constante  
 $\delta$  : variable auxiliar  
 $\delta_i$  : distancia del nodo a la superficie de control  
 $\Delta$  : constante  
 $\Delta\delta$  : distancia entre nodos  
 $\Delta\xi$  : pérdidas de carga continuas  
 $\Delta\zeta$  : pérdidas de carga singulares  
 $\Delta H_v$  : entalpía de vaporización  
 $\Delta p$  : incremento de presión  
 $\Delta p_1$  : presión de la cámara de compresión menos la presión de referencia  
 $\Delta p_{12}$  : incremento de presión entre las cámaras de compresión y de reserva  
 $\Delta p_{13}$  : incremento de presión entre las cámaras de compresión y de reserva  
 $\Delta p_2$  : presión de la cámara de tracción menos la presión de referencia  
 $\Delta T$  : incremento de temperatura  
 $\Delta T_{ci}$  : incremento de temperatura de la pared respecto a la de referencia  
 $\Delta V_p$  : incremento de volumen debido a la presión

$\Delta x$  : separación entre nodos  
 $\gamma$  : índice de politropía del gas  
 $\varphi_{acero}$  : factor de dilatación térmico del acero  
 $\varphi_c$  : factor de dilatación térmico del cilindro  
 $\varphi_f$  : factor de dilatación térmico del fluido  
 $\mu$  : viscosidad dinámica  
 $\eta$  : cantidad molar  
 $\nu_{acero}$  : viscosidad cinemática del fluido  
 $\nu_f$  : viscosidad cinemática del fluido  
 $\Lambda p$  : contribuciones de los grupos para la determinación de la presión crítica  
 $\Lambda T$  : contribuciones de los grupos para la determinación de la temperatura crítica  
 $\zeta_d$  : coeficiente de fricción dinámico  
 $\zeta_e$  : coeficiente de fricción estático  
 $\rho$  : densidad del fluido  
 $\rho_{acero}$  : densidad del acero  
 $\rho_i$  : densidad del fluido en la cámara  $i$  – *esima*  
 $\rho_l$  : densidad de la fase líquida  
 $\rho_0$  : densidad de referencia  
 $\omega$  : factor acéntrico

### **Bibliografía:**

- [1] Robert D. Blevins. -Applied fluid dynamics handbook (Krieger Publishing Company book, 2000).
- [2] Idelchik I.E. -Mémento des pertes de charge (Eyrolles book, 1986).
- [3] B.Warner, S. Rakheja. -An analytical and experimental investigation of friction and gas spring characteristics of racing car suspension dampers (SAE paper 962548, 1996).
- [4] Stefaan WR Duym. -Simulation tools, modelling and identification, for an automotive shock absorber in the context of vehicle dynamics (Vehicle System Dynamics, vol. 33, 2000).
- [5] C. Surace, K.Worden, G.R.Tomlison. -On the non linear characteristics of automotive shock absorbers (IMECH, part D, vol. 206, 1992).
- [6] A.L. Adenino, G. Belingardi. -Modelling the dynamic behaviour of a motorcycle damper (IMECH, part D, vol. 209, 1995).
- [7] Welty. -Transferencia de calor aplicada a la ingeniería (Limusa book, 1996).
- [8] Robert C. Reid, John M. Prausnitz & Bruce E. Poling. -The properties of gases and liquids (McGraw-Hill book, 2001).

- [9] Moran & Shapiro. -Termodinámica técnica (Reverté book, 1994).
- [10] Segel & Lang. -The mechanics of automotive hydraulic dampers at high stroking frequencies (The dynamics of vehicles on roads and on tracks, Vol. 10, 1981).
- [11] Alfons Álvarez. -Información técnica de BOSCH Industrial (Lubricants i subministres industrials, not published, 2002)
- [12] Frank M. White. -Mecánica de los fluidos (McGraw-Hill book, 2001).
- [13] Dieter Klamann. -Lubricants and related products (Willey Publications and Sons book, 1984).
- [14] Dudley D. Fuller. -Teoría y práctica de la lubricación (Ediciones Interciencia, 1961).
- [15] Bernard J. Hamrock. -Fundamentals of fluid film lubrication (McGraw-Hill book, 1994).
- [16] José Benlloch María. -Los lubricantes (CEAC book, 1997).
- [17] W. Edward Gettys. -Física clásica y moderna (McGraw-Hill book, 1991).
- [18] F. Ronald Young. -Cavitation (McGraw-Hill book, 1989).
- [19] A. Comas. -Apuntes de motores térmicos alternativos (UPC, not published, 2001).
- [20] Wong. -Handbook of heat transfer for engineers (McGraw-Hill book, 1982).
- [21] Warren M. Rohsenow. -Handbook of heat transfer (McGraw-Hill book, 1998).
- [22] Joseph C. LaJoie. -Damper performance development (SAE paper 962530, 1996).

## **6- Descripción de la máquina de ensayo y procesamiento de datos**

La máquina de ensayo se ha fabricado con el objetivo de obtener de la curva característica del amortiguador cuando este reproduce un movimiento senoidal. La amplitud y la frecuencia del movimiento son regulables.

### **6.1- Descripción de los elementos que componen la máquina**

La máquina de ensayo de amortiguadores se compone de la bancada, estructura, mecanismo de biela infinita, motor, anclajes del amortiguador y de los elementos de medida y de adquisición de datos. Se puede observar un esquema en la figura 1.

La bancada es la parte de la máquina que se encarga de sostener la estructura, el mecanismo de biela infinita, el motor y los elementos de medida.

La estructura tiene como misión alojar la parte superior del mecanismo de biela infinita y el anclaje superior del amortiguador siendo un requisito imprescindible el alojar un espacio suficiente como para que el amortiguador pueda ser montado

La función principal de la estructura es la de sostener el anclaje superior del amortiguador junto con el transductor de fuerza alojando un espacio suficiente como para que el amortiguador, una vez montado, pueda realizar el ciclo de trabajo deseado. Asimismo, la estructura permite el alojamiento de la parte superior del mecanismo de biela infinita.

Por otra parte, el mecanismo de biela infinita es el encargado de transmitir el movimiento deseado al anclaje inferior del amortiguador.

Los elementos de medida son los responsables de transmitir la información actual del ciclo de trabajo al sistema de adquisición de datos, donde se guardan los datos obtenidos que posteriormente se trasladarán al ordenador encargado de su procesamiento.

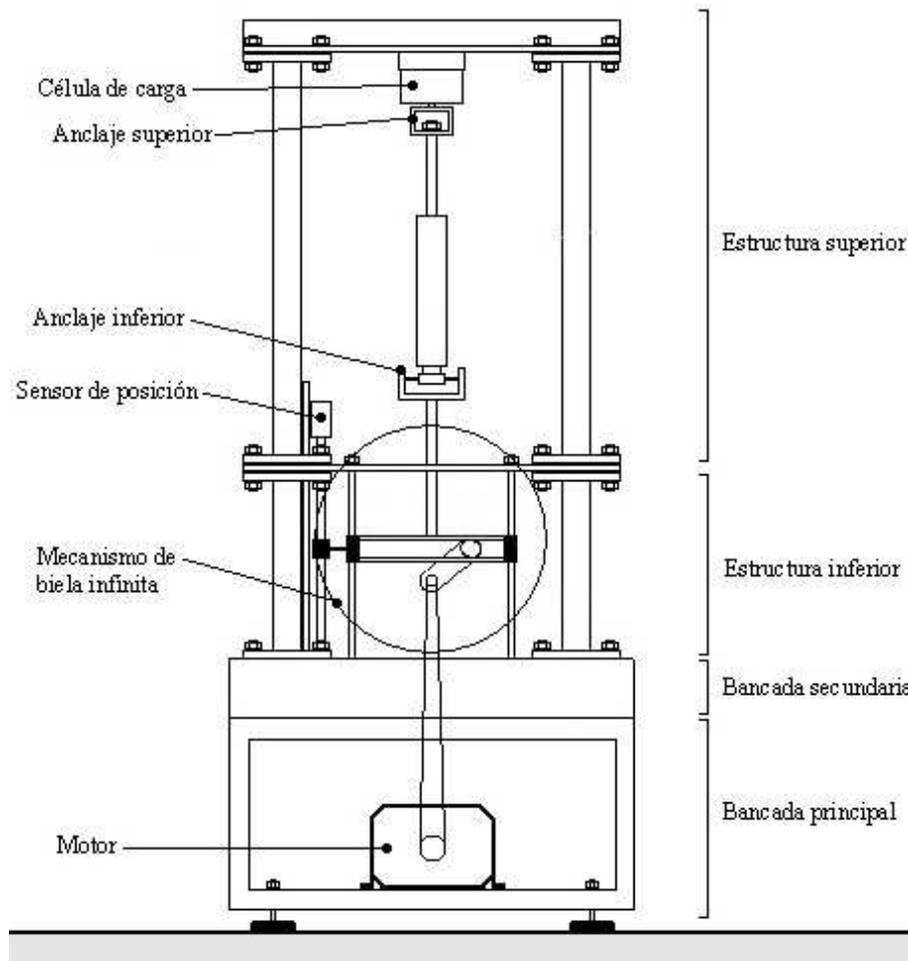


Fig. 1. Esquema de la máquina de ensayo de amortiguadores.

Únicamente se realizará una descripción de las partes más relevantes de la máquina de ensayos, esto es: el mecanismo de biela infinita, los anclajes del amortiguador y los elementos de medida y adquisición de datos.

### 6.1.1- Mecanismo de biela infinita

El uso del mecanismo de biela infinita ha venido determinado por la capacidad de reproducir un movimiento senoidal puro y la posibilidad que ofrece a cambiar la amplitud del desplazamiento y se utiliza en una gran variedad de máquinas para transformar un movimiento rotativo en uno alternativo o al revés.

A partir de la figura 2, se determina la coordenada  $x$  del punto  $A$  perteneciente a la biela así como su velocidad y aceleración, valores coincidentes con la biela:

$$\begin{aligned}
 x &= R \cdot \cos \theta \\
 \dot{x} &= R\omega \sin \theta \\
 \ddot{x} &= -R\omega^2 \cos \theta
 \end{aligned}$$

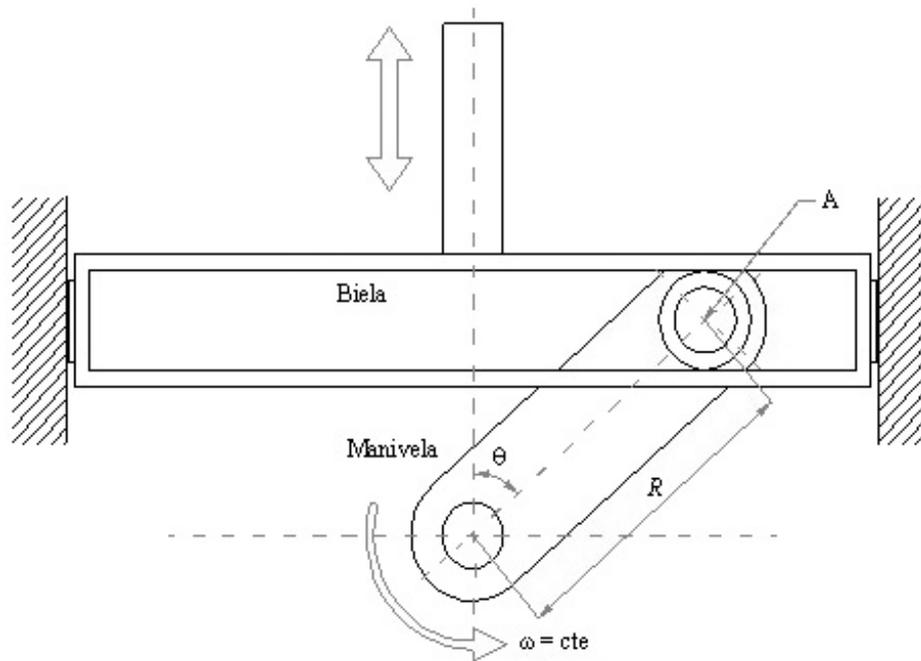


Fig. 2. Mecanismo de biela infinita

### 6.1.2- Anclajes del amortiguador

Cada amortiguador tiene una forma diferente de anclarse dentro del vehículo, por lo que no existe un anclaje universal que permita fijarlo al banco de pruebas.

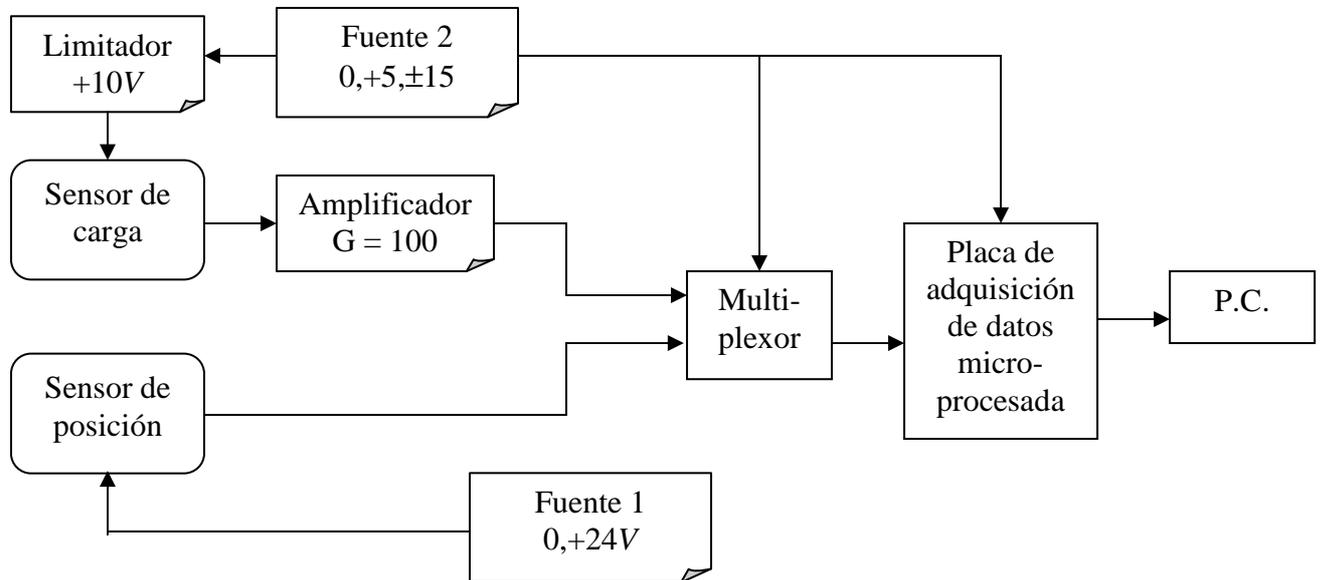
No obstante, si no se ensayan amortiguadores preparados para suspensiones McPherson, el anclaje inferior dentro del sistema de suspensión se suele realizar mediante un tornillo pasante que atraviesa un silent-block, situado en la parte inferior del amortiguador. En estos casos, la forma más sencilla de fijar el amortiguador a la máquina de ensayo consiste en la sustitución del silent-block por un casquillo rígido con un agujero pasante interior calibrado, el cual debe permitir el paso de un eje que irá fijado en un anclaje en forma de *U* rígidamente unido a la biela infinita, tal y como se deduce de la figura 1. La cara inferior y los agujeros que alojan al eje de fijación han sido fresados para asegurar la correcta posición del amortiguador respecto al mecanismo de biela infinita.

Por lo que refiere al anclaje superior, suelen existir dos tipos diferentes, el primero consistente en un anclaje mediante silent-block similar al descrito para la el anclaje inferior del amortiguador mientras que el segundo tipo (siendo el más usual), consiste en aprovechar el propio vástago del amortiguador para hacer una rosca. En el primer caso se utilizará una *U* invertida similar a la del anclaje inferior y en el segundo se hará uso de un perfil cerrado cuadrado con un agujero pasante que permite introducir el extremo roscado del vástago para sujetarlo mediante tuercas.

Por lo que respecta a los anclajes McPherson, cada modelo de amortiguador requiere un anclaje inferior propio.

### 6.1.3- Elementos de medida y adquisición de datos

La obtención de resultados experimentales requiere conocer la posición del amortiguador, la fuerza que está realizando y el instante en que se encuentra. En el esquema 1 se muestra el sistema de adquisición utilizado para tal fin:



Esquema 1. Sistema de adquisición de datos

Debido a que las placas microprocesadas para la obtención de datos muestrean y capturan las señales de entrada cada intervalos de tiempo concretos y conocidos, la medida del tiempo se realizará de forma indirecta a partir de la posición del dato medido, una vez impuesta la frecuencia de muestreo.

#### 6.1.3.1- Medición de la fuerza de amortiguamiento

La fuerza de amortiguamiento se mide mediante una célula de carga analógica basada en un puente de galgas extensométricas situada en la parte superior de la bancada y conectada directamente al anclaje superior del amortiguador, tal y como se mostró en la figura 1.

La célula de carga es del tipo LTC 200, por lo que su rango de actuación está comprendido en  $\pm 2000N$ .

Para su utilización se requiere una fuente de alimentación de tensión continua de 5 a 10V, obteniéndose una sensibilidad de salida de  $3mV/V$  que se amplifica mediante un amplificador de instrumentación.

### 6.1.3.1.1- Determinación de la sensibilidad de la célula de carga

Lógicamente, la utilización del transductor de fuerza requiere conocer la sensibilidad de éste en función de la carga, por lo que se deben realizar unas pruebas preliminares con el fin de calibrarlo.

Debido a que la célula de carga está compuesta por galgas extensométricas, el comportamiento será lineal.

En tal caso, una determinada tensión de salida  $V_G$  supondrá una carga  $F_G$ . La relación existente entre ambas es:

$$F_G = F_0 + \frac{1}{K_f}(V_G - V_0)$$

donde  $F_0$  es la fuerza aplicada para obtener una tensión  $V_0$ .

Experimentalmente se determinan el ajuste siguiente:

$$F_G [N] = \frac{1}{1,4168 \cdot 10^{-3}}(V_G [V] - 0,405)$$

De donde se obtiene la sensibilidad de la célula de carga:

$$K_f = 1,4168 \cdot 10^{-3} [V/N].$$

### 6.1.3.2- Medición de la posición y de la velocidad

Se utilizará un sensor de posición magnetostrictivo analógico (efecto basado en la deformación que produce un imán sobre un conductor piezoeléctrico) que admite un desplazamiento aproximado de  $\pm 150mm$  y el cual irá unido rígidamente a la bancada y conectado a la guía de la biela infinita.

Consecuentemente, la obtención de la velocidad no se puede hacer de forma directa, sino que se debe hacer mediante la derivación numérica de la posición.

Para su utilización se necesita una fuente de alimentación de 24V. Como señal de salida se obtiene una tensión proporcional a la posición del imán que va desde los 0 hasta los 10V, por lo que no necesita ser amplificada o tratada.

#### 6.1.3.2.1- Determinación de la sensibilidad del sensor de posición

La utilización del sensor de posición magnetostrictivo requiere conocer la señal de salida en función de la posición del patín deslizante.

Las características técnicas facilitadas por el fabricante indican que, desde la posición inferior hasta la posición superior dentro del rango útil de medida, la tensión de salida oscila entre 0V y +10V de forma lineal.

A lo largo de todo el estudio se ha considerado que la posición del pistón de trabajo del amortiguador tiene su origen de coordenadas en el punto de máxima compresión (amortiguador totalmente comprimido). Lógicamente, el origen de coordenadas del pistón de trabajo y el inicio del campo de medición del sensor no tienen que coincidir, motivo por el cual carece de interés determinar la posición exacta del patín deslizante del sensor.

La medición de la posición se realizará de forma incremental, es decir, para una posición conocida del amortiguador (como puede ser la de máxima compresión en el ciclo) se determinará la actual a partir del incremento existente en la señal de salida. Esto es:

$$x_G = x_0 + K_s \cdot (V_G - V_0) = x_0 + K_s \cdot \Delta V$$

donde  $x_G$  representa una posición genérica,  $x_0$  es la posición inicial del pistón,  $K_s$  es la sensibilidad del sensor,  $V_G$  es la tensión genérica de salida y  $V_0$  es la tensión obtenida para la posición  $x_0$ .

Experimentalmente se obtiene la siguiente correlación:

$$V_G[V] = 33,134 \cdot x_G[m] - 1,139$$

Por lo que, la sensibilidad del sensor de posición es  $K_s = 33,134[V/m]$ , valor aparentemente válido debido a que de los datos técnicos cedidos por el fabricante (10V por cada 300mm) se obtiene una sensibilidad teórica de  $K_s = 33,333[V/m]$ .

### 6.1.3.3- Sistema de adquisición de datos

Aunque la información enviada por los aparatos de medida es analógica, la obtención numérica de los resultados experimentales se hará de forma digital mediante una placa microprocesada, la cual dispone de sistema de adquisición de datos con una precisión de 12bit y un error de  $\pm 1bit$ .

Las señales de entrada en la placa pueden oscilar en el rango  $\pm 10V$  y la frecuencia de actualización es de 740Hz. Teniendo en cuenta que la placa está multiplexada, significa que la adquisición real de la señal para cada canal se efectúa a una frecuencia de 1480Hz.

La alimentación externa que requiere la placa de adquisición es de  $\pm 15V$  y 5V.

## 6.2- Adquisición con la máquina de ensayo

A continuación se procede a la descripción del método a seguir para la obtención correcta de resultados experimentales.

Se distinguen dos partes. La primera describe la metodología que se debe seguir para la correcta comunicación entre el sistema de adquisición y el Machintosh controlador. En la segunda se detalla el proceso para la obtención de resultados coherentes.

### **6.2.1- Control y adquisición de datos**

El sistema de adquisición (SAD02) requiere ser controlado mediante programación externa. En este caso, el control y la comunicación se realiza mediante el puerto serie de un Machintosh y la programación se ha hecho en lenguaje Basic mediante el programa SAD02.BAS.

El primer paso a realizar consiste en conectar el sistema de adquisición, el cual dispone de las fuentes de alimentación necesarias para los transductores de fuerza y de posición.

Posteriormente se debe ejecutar el programa de control del sistema de adquisición. Una vez se ha ejecutado, éste permanece en espera hasta la pulsación de INTRO, momento en que se envía la señal pertinente al sistema de adquisición y éste empieza la adquisición de datos.

A partir de este momento y hasta que el programa lo informa, el sistema de adquisición lee y guarda en la memoria RAM los datos experimentales correspondientes a los valores leídos.

Una vez finalizada la lectura, el programa informático da la orden del volcado de valores, momento en que el sistema de adquisición traspassa los valores leídos a la memoria del Machintosh.

Una vez traspasados los valores comienza el procesado de los datos, consistente en la conversión de hexadecimal a decimal (obtención de la tensión leída) y la adecuación de los valores para su lectura.

Para la adecuación de valores, el software necesita disponer de los parámetros correctos de los transductores de fuerza y de posición (offsets y sensibilidades).

Como resultado de todo el proceso se obtienen dos ficheros de texto. El primero (DatosLabson) presenta dos columnas, la primera guarda los valores correspondientes a la posición del pistón de trabajo ( $m$ ) en función del offset del sensor y la segunda guarda los valores de fuerza de amortiguamiento ( $N$ ). El segundo fichero (Secuencial) presenta una única columna de valores en la que se encuentran escritas secuencialmente las tensiones provenientes de los transductores. El primer valor corresponde al sensor de posición.

### **6.2.2- Obtención de resultados**

El primer paso a realizar consiste en el ajuste de los parámetros del ciclo deseado. Se ha comentado anteriormente que la regulación de la amplitud del desplazamiento se realiza mediante el cambio de unos casquillos calibrados que se encuentran situados entre el descentrador y el apoyo del eje portador del bronce, mientras que el cambio de frecuencia se realiza mediante la regulación manual del reductor de que dispone el motor eléctrico.

A efectos prácticos y debido a que de la célula de carga cuelga el soporte superior del amortiguador, es conveniente realizar una primera medición en vacío para determinar la tensión inicial de trabajo  $V_{off}$ , la cual se deberá sustraer de todas las mediciones realizadas.

El segundo paso a realizar consiste en el correcto montaje del amortiguador y la realización de una primera adquisición, la cual es la que permite relacionar las tensiones de los transductores con el estado inicial del amortiguador.

Efectivamente, el hecho de conocer la posición relativa inicial del pistón de trabajo respecto al cuerpo del amortiguador y la tensión de lectura asociada permite determinar la posición de trabajo en cualquier instante mediante la sensibilidad del transductor.

Para una posición inicial relativa entre el pistón de trabajo y el cuerpo del amortiguador  $x_0$  y para una tensión leída  $V_0$ , la posición en función de la tensión se determina utilizando la sensibilidad como:

$$x = x_p + \frac{V - V_p}{K_s}$$

donde  $V$  es la tensión en un instante dado y  $x$  la posición del pistón asociada.

Por lo que respecta a la célula de carga, se ha de tener en cuenta que la lectura estática ( $V_{est}$ ) produce una tensión debida al peso del soporte superior ( $V_{off}$ ), al peso del vástago más el pistón y todos los componentes que van montados sobre él y también la fuerza que se produce por la diferencia de secciones existentes en las caras del pistón de trabajo.

Si se conoce el peso del vástago y el del pistón, junto con la sensibilidad de la célula de carga se puede determinar la tensión producida por tales pesos ( $V_{peso}$ ), la cual se puede añadir a la tensión producida por el soporte superior del amortiguador para obtener una tensión virtual de offset:

$$V_{virt} = V_{off} + V_{peso}$$

Se está en condiciones de evaluar la tensión producida únicamente por la diferencia de sección existente en el pistón de trabajo ( $V_{gas}$ ), lo cual es indicativo de la presión del gas:

$$V_{gas} = V_{est} - V_{virt}$$

Con la sensibilidad del transductor de fuerza se puede determinar la fuerza que se está realizando ( $F_{gas}$ ):

$$F_{gas} = \frac{V_{gas}}{K_f}$$

Lógicamente, la fuerza que se acaba de obtener ya es una fuerza real de amortiguamiento en tanto que es una fuerza transmitida por el vástago hasta la célula de carga y que es consecuencia de las presiones existentes en las caras del pistón de trabajo. En tal caso, se deduce que la fuerza de amortiguamiento bajo cualquier situación se obtiene como:

$$F = \frac{V - V_{virt}}{K_f}$$

Existen casos en los que la fuerza producida por el gas en una situación estática como la que se está describiendo es despreciable (especialmente en los amortiguadores de doble tubo), por lo que se puede asumir que la tensión estática se iguala a la tensión virtual. En tal caso, se obtiene la fuerza de amortiguamiento como:

$$F_a = \frac{V - V_{est}}{K_f}$$

### 6.3- Imágenes de la máquina de ensayo

A continuación se presentan una serie de imágenes correspondientes a la máquina real de ensayo junto con los sensores de medida.

La primera imagen (figura 3) que se presenta, corresponde a una vista frontal de la parte inferior de la máquina de ensayo, donde se puede observar la ubicación del motor eléctrico junto con la transmisión utilizada, el mecanismo de biela – manivela, el anclaje inferior del amortiguador y el modo en que va montado el amortiguador.

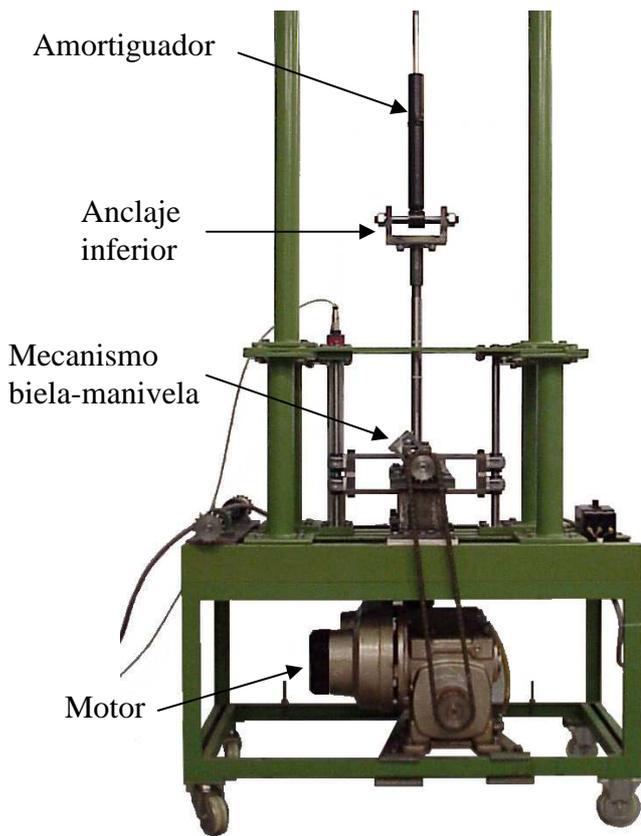
En la figura 4 se muestra la parte superior de la máquina de ensayo, donde se pueden observar los anclajes del amortiguador, el amortiguador montado y la célula de carga.

La figura 5 muestra con algo más de detalle la unión mediante cadena del motor eléctrico con el sistema de biela – manivela, mientras que la parte más importante de la máquina de ensayo (mecanismo de biela – manivela) se muestra en la imagen 6.

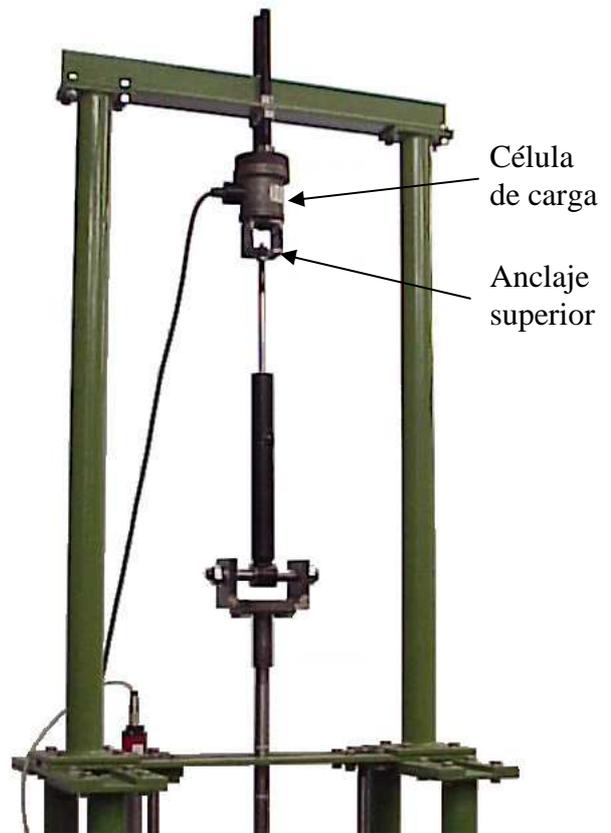
Por lo que se refiere a los aparatos de medida, la imagen 7 muestra una vista lateral del sensor de posición, donde se puede apreciar la unión rígida existente entre éste y la bancada.

La unión existente entre el anclaje inferior del amortiguador y el sensor de posición ha de ser suficientemente rígido como para no producir errores en la lectura.

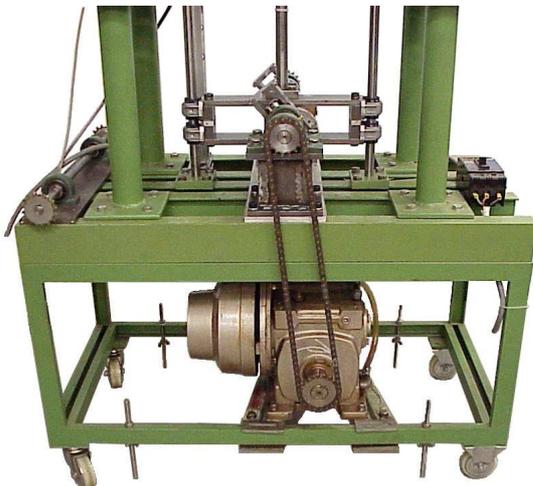
El detalle de la unión se muestra en la figura 8 y, para finalizar, la imagen 9 presenta la célula de carga utilizada, donde se pueden apreciar las uniones rígidas existentes entre el vástago y el anclaje superior, entre el anclaje superior y la célula de carga y entre la célula de carga y la bancada superior, lo cual resulta necesario con tal de asegurar la correcta fijación del vástago respecto a la bancada y evitar errores en la posición relativa entre el pistón de trabajo y el cuerpo del amortiguador.



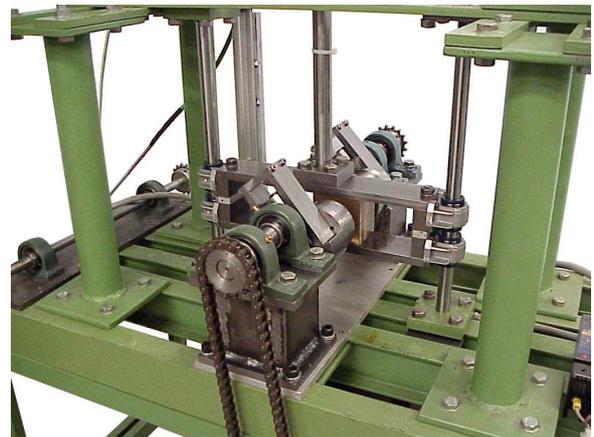
*Fig. 3.* Vista frontal de la parte inferior de la máquina de ensayo.



*Fig. 4.* Vista frontal de la parte superior de la máquina de ensayo.



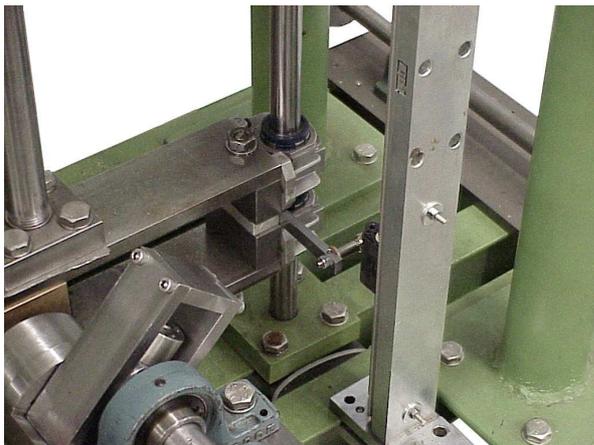
*Fig. 5.* Transmisión utilizada para mover el mecanismo de biela – manivela desde el motor eléctrico



*Fig. 6.* Detalle del mecanismo de biela – manivela.



*Fig. 7. Vista lateral del sensor de posición*



*Fig. 8. Detalle de la unión entre la biela y el sensor de posición*



*Fig. 9. Célula de carga utilizada en la máquina de ensayos*

## **6.4- Procesado de datos**

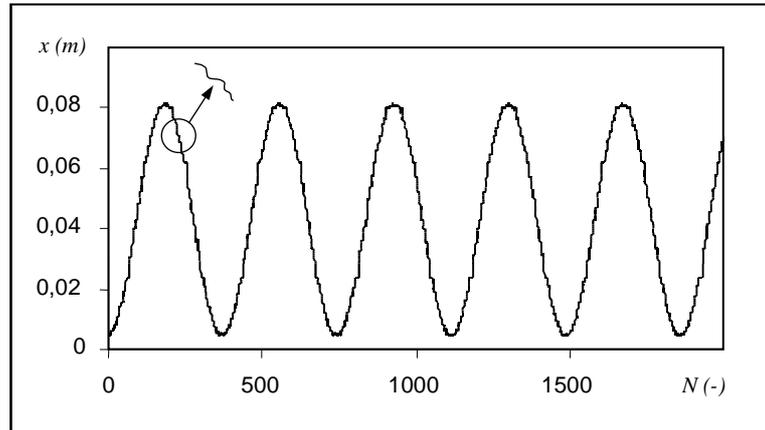
La máquina de ensayos únicamente permite obtener de forma directa la posición del amortiguador junto con la fuerza generada.

Por desgracia, los datos que se obtienen no son suficientes pues la comparación entre los resultados teóricos y experimentales requiere conocer la posición del amortiguador, su velocidad y la fuerza de amortiguamiento en función del tiempo.

La obtención del tiempo se puede hacer de forma indirecta a partir de la frecuencia de adquisición de los datos, por lo que podría pensarse que la obtención de la velocidad del amortiguador resulta sencilla de obtener mediante la derivación numérica.

Desafortunadamente no sucede así, pues el ruido eléctrico existente en el sistema de adquisición junto con los errores de precisión del sistema hacen que la señal leída no sea una “curva suave”, imposibilitando la derivación numérica de la posición.

En la figura que se presenta a continuación, se muestra la posición determinada por el sistema de adquisición de datos para un amortiguador ensayado.



*Fig. 10.* Posición del amortiguador y detalle del ruido de la señal adquirida para un amortiguador real.

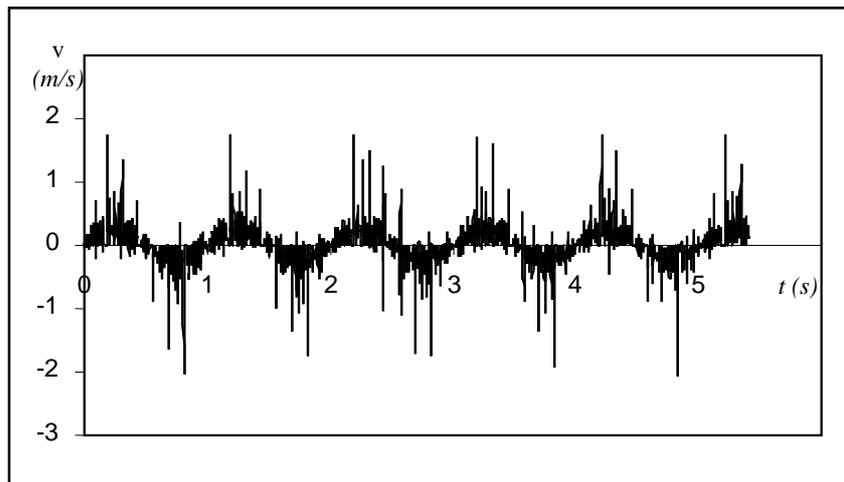
En este caso, se considera que  $N$  es el número de punto adquirido.

La zona ampliada que se ha mostrado en la figura 10 trata de mostrar el ruido existente en los datos adquiridos.

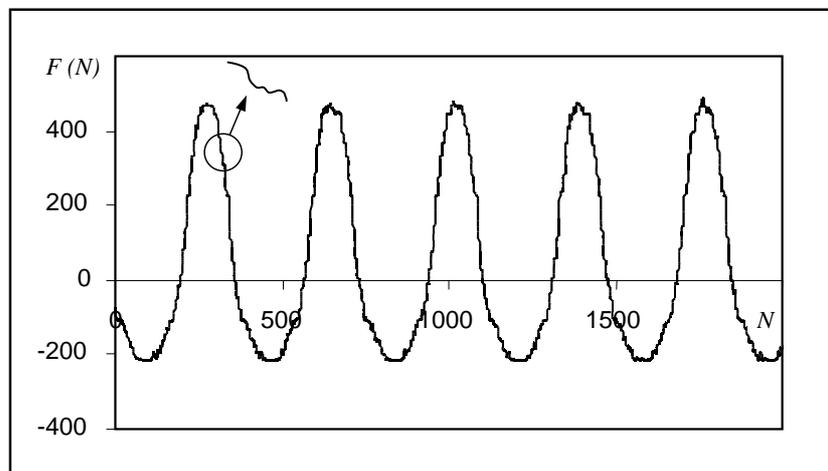
La derivada numérica de la posición sin un filtrado previo del ruido existente da como resultado la velocidad mostrada en la figura 11.

Como puede comprenderse, los resultados obtenidos no son satisfactorios, por lo que se debe buscar otro sistema que permita su cálculo.

Los valores experimentales obtenidos para la fuerza de amortiguamiento tampoco están exentos de ruido, efecto que se muestra en la figura 12.



*Fig. 11.* Derivación numérica de la posición a partir de los datos adquiridos experimentalmente.



*Fig. 12.* Fuerza de amortiguamiento y detalle del ruido de la señal adquirida para un amortiguador real.

El objetivo de este apartado es presentar la metodología utilizada en el procesado de los datos obtenidos con la máquina de ensayo, lo cual permitirá una más cómoda manipulación y la obtención de ciertas propiedades de interés como el tiempo o la velocidad.

El procesado de los datos se realizará mediante el programa “Tr\_ptos.exe”, el cual ha sido codificado en fortran.

### 6.4.1- Adecuación de los valores adquiridos

El sistema de adquisición transmite los valores al PC en unidades de tensión  $[V]$ , por lo que deben ser convertidos a sus unidades correctas.

Para tal fin, se debe conocer la sensibilidad de los sensores y el offset inicial. En el caso que nos ocupa, se supondrá que la sensibilidad de la célula de carga y su offset son  $K_f$  y  $O_f$  respectivamente mientras que los valores correspondientes al sensor de posición son  $K_s$  y  $O_s$ .

Bajo tales condiciones, para valor obtenido por el sistema de adquisición ( $V_i$ ), su valor en unidades SI es:

$$x_i[m] = \frac{V_i[V] - O_s[V]}{K_s[V/m]} \quad \text{para valor } V_i \text{ de posición}$$

$$F_i[N] = \frac{V_i[V] - O_f[V]}{K_f[V/N]} \quad \text{para valor } V_i \text{ de fuerza}$$

donde ya se ha tenido en cuenta que el valor adquirido puede representar una fuerza o una posición en función de su posición.

## 6.4.2- Modificación del tiempo de adquisición para los datos adquiridos

El primer punto que se debe considerar en el tratado de los datos es conocer el formato en que el sistema de adquisición de datos transfiere los datos al PC encargado de procesarlos.

Los valores obtenidos por el sistema de adquisición se encuentran en un fichero de texto escritos en formato decimal y de forma secuencial. Debido a que se utiliza un multiplexor para la adquisición de las señales, los datos escritos en el fichero de texto se encuentran de forma alternada, es decir, un valor corresponde a la señal de fuerza, el siguiente a la señal de posición y así sucesivamente hasta el final de los datos.

Como se ha comentado con anterioridad, el tiempo al que se refiere un dato adquirido cualquiera se puede conocer teniendo presente que el intervalo de tiempo entre dos lecturas consecutivas depende de la frecuencia de lectura, la cual es conocida y su valor numérico es:

$$f = 740\text{Hz}$$

Por lo que para el punto  $i$  –esimo, su correspondencia en el tiempo relativa al punto inicial es:

$$t_i = \frac{(i-1)}{f}$$

Donde  $i$  representa la posición en la que se encuentra el dato adquirido.

El hecho que entre dos valores consecutivos de fuerza – posición exista un desfase temporal se presenta como un inconveniente para su manipulación, pues, por ejemplo, la representación directa del gráfico fuerza – posición resultaría incorrecto, si bien, el error cometido sería bajo.

El origen del tiempo se encuentra referenciado al primer valor que el sistema de adquisición transmite al PC ( $i=1$ ), el cual corresponde a la primera lectura de la posición. Como

consecuencia, el primer valor de fuerza se encuentra desplazado en el tiempo una cantidad de  $1/f$  [s] respecto a éste.

Dato	Instante	Fuerza	Posición
1	0	-	$x_1$
2	$1/f$	$F_2$	-
...	...	...	...
$i$	$(i-1)/f$	$F_i$	-
$i+1$	$i/f$	-	$x_{i+1}$
$i+2$	$(i+1)/f$	$F_{i+2}$	-
$i+3$	$(i+2)/f$	-	$x_{i+3}$
...	...	...	...

Tabla 1. Muestra de los valores obtenidos por el sistema de adquisición.

Dato	Instante	Fuerza	Posición
1	0	$F_1$	$x_1$
2	$1/f$	-	-
...	...	...	...
$i$	$(i-1)/f$	-	-
$i+1$	$i/f$	$F_{i+1}$	$x_{i+1}$
$i+2$	$(i+1)/f$	-	-
$i+3$	$(i+2)/f$	$F_{i+3}$	$x_{i+3}$
...	...	...	...

Tabla 2. Muestra de los valores obtenidos por el sistema de adquisición una vez adaptado el tiempo de adquisición de la fuerza.

Para solventar tal inconveniente, se supone que la función de fuerza entre dos puntos consecutivos se comporta de forma lineal, por lo que el valor de la fuerza en un instante cualquiera es:

$$F = \frac{F_i - F_{i+2}}{t_i - t_{i+2}}(t - t_i) + F_i$$

donde  $F_i$  es el valor adquirido de fuerza asociado al instante  $t_i$ ,  $F_{i+2}$  es el valor de fuerza asociada un instante posterior ( $\Delta t = 2/f$ ) y  $F$  representa el valor de la fuerza en el instante  $t$ , la cual ha de estar comprendida en el intervalo  $[t_i, t_{i+2}]$ .

De ésta forma, se puede obtener la fuerza en el instante medio del intervalo, instante coincidente con el valor de la posición, como:

$$F_{i+1} = \frac{F_i - F_{i+2}}{t_i - t_{i+2}}(t_{i+1} - t_i) + F_i = \frac{F_i - F_{i+2}}{2\Delta t} \Delta t + F_i = \frac{F_i + F_{i+2}}{2}$$

Por lo que, una vez procesados todos los puntos, se tiene que los datos “adquiridos” tienen la forma mostrada en la tabla 2.

### 6.4.3- Filtrado de la posición y obtención de la velocidad de amortiguamiento

Se conoce que el ciclo de trabajo que realiza el amortiguador es senoidal, por lo que para el filtrado de la posición se realizará un ajuste con funciones trigonométricas combinado con una constante representativa del desplazamiento inicial existente.

En concreto, la función que se utilizará para el ajuste es:

$$x = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) + C$$

donde  $A$ ,  $B$  y  $C$  son constantes por determinar y  $\omega$  es la frecuencia del ciclo de trabajo, también por determinar.

La ecuación propuesta para la obtención analítica de la posición no es lineal, por lo que no es viable su optimización por mínimos cuadrados.

El método que se utiliza para la obtención de las constantes se divide en una primera aproximación “basta”, donde, para una serie de valores de  $\omega$ , se optimizan las constantes  $A$ ,  $B$  y  $C$  mediante métodos iterativos y, posteriormente, se calcula el error acumulado como:

$$err = \sum_{i=1}^{i=NP} (A \sin(\omega t_i) + B \cos(\omega t_i) + C - x_i(t_i))^2$$

en este caso,  $NP$  representa el número total de puntos experimentales existentes.

Entre un valor probado de  $\omega$  inmediatamente inferior la frecuencia que hace mínimo el error calculado y un valor probado inmediatamente superior a ésta, se hace una segunda aproximación más “fina”, donde nuevamente se obtienen los valores de las constantes  $A$ ,  $B$  y  $C$  para nuevos valores de  $\omega$ .

El resultado óptimo es aquél grupo de valores de  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $\omega$  tal que minimizan el error acumulado durante el segundo proceso de aproximación.

La precisión que se obtiene con el proceso descrito es de  $0,01Hz$  para la frecuencia  $\omega$ , habiéndose mostrado suficientemente preciso para todos los datos que han sido tratados.

Una vez obtenida la función ajustadora de la posición, se está en condiciones de obtener la velocidad del amortiguador mediante una simple derivación analítica, esto es, la velocidad del amortiguador se obtiene como:

$$v = \dot{x} = \omega(-A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t))$$

## 6.4.4- Filtrado de la fuerza de amortiguamiento

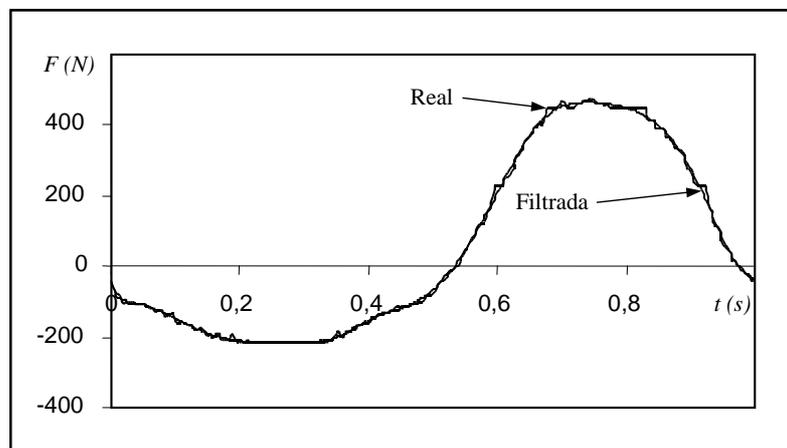
Una vez filtrada la posición, el siguiente paso consiste en filtrar la fuerza de amortiguamiento.

A diferencia de la posición del amortiguador, la fuerza de amortiguamiento no se puede describir por una función genérica conocida, por lo que el proceso de filtrado se realizará mediante un ajuste por mínimos cuadrados.

Para los valores experimentales tratados, no se ha encontrado ninguna función que describa correctamente un ciclo completo, por lo que el filtrado se realizará mediante splines cúbicas.

El proceso seguido para el ajuste consiste en dividir un ciclo de amortiguamiento completo en un máximo de veinte intervalos y, en cada intervalo ajustar una spline cúbica, manteniendo la continuidad y la tangencia en los enlaces con las splines adyacentes, obteniendo una función continua y derivable a lo largo de los datos filtrados.

En la figura 20 se muestra el resultado obtenido con el proceso descrito.



*Fig. 13.* Filtrado de la fuerza de amortiguamiento para un amortiguador real.

Se observa que el ajuste obtenido a partir del filtrado reproduce satisfactoriamente la evolución de la fuerza de amortiguamiento adquirida.

### Nomenclatura:

$A$  : constante

$B$  : constante

$C$  : constante

$err$  : error

$f$  : frecuencia de adquisición

$F$  : fuerza de amortiguamiento

$F_{gas}$  : fuerza debida al gas del amortiguador

$F_G$  : fuerza genérica

$F_0$  : fuerza de referencia

$G$  : ganancia  
 $K_f$  : sensibilidad de la célula de carga  
 $K_s$  : sensibilidad del sensor de posición  
 $L$  : longitud de la biela  
 $NP$  : número de puntos  
 $O_f$  : offset de la célula de carga  
 $O_s$  : offset del sensor de posición  
 $R$  : radio de la manivela  
 $t$  : tiempo  
 $v$  : velocidad del amortiguador  
 $V$  : tensión  
 $V_G$  : tensión genérica  
 $V_{est}$  : tensión de lectura estática para la célula de carga  
 $V_{gas}$  : tensión producida en la célula de carga producida por la fuerza debida al gas  
 $V_{off}$  : tensión de offset de la célula de carga  
 $V_{peso}$  : tensión producida en la célula de carga por el peso “residual” del amortiguador  
 $V_p$  : tensión de referencia para la determinación de la posición del pistón  
 $V_{virt}$  : tensión virtual  
 $V_0$  : tensión de referencia  
 $x$  : posición del pistón  
 $x_G$  : posición genérica  
 $x_p$  : posición de referencia del pistón  
 $x_0$  : posición de referencia  
 $\omega$  : velocidad angular de giro  
 $\theta$  : ángulo girado por la manibela

## Bibliografía

[1] IMSL- Math library (Fortran Subroutines for Mathematical Applications)

## 7- Resultados

En el punto presente se tratará de mostrar los resultados que se obtienen a partir de la teoría presentada hasta el momento y contrastarlos con los resultados provenientes de la experimentación para ser capaces de juzgar la calidad del modelo propuesto.

No obstante, debido a que los amortiguadores nunca presentan puramente los tipos de válvulas modeladas ni las geometrías de los elementos tan simples como que se han supuesto, resulta necesario un paso previo que servirá como ejemplo para la obtención de los parámetros geométricos y mecánicos del amortiguador.

Todos los amortiguadores experimentados y sobre los que se presentarán resultados son del tipo de doble tubo (figura 41 del punto 5.8), por lo que se compararán con los modelos teóricos que simulan el tipo de doble tubo.

### 7.1- Obtención de los parámetros del amortiguador 6K0513031R

El amortiguador que se utilizará para la obtención de los parámetros geométricos ha sido cedido por la casa MONROE España y corresponde al modelo 6K0513031R, utilizado en las suspensiones traseras de los SEAT Ibiza de gama media.

Con el fin de poder determinar los parámetros a utilizar en el modelo teórico, resulta necesario el desmontaje completo de un amortiguador, hecho que ha servido para poder obtener los planos de pieza y de conjunto (no presentados en el presente estudio) y los cuales serán la base para el análisis posterior.

Asimismo, se presentará la deducción empírica de una serie de valores que han sido determinados en el laboratorio y que también son necesarios para el funcionamiento del modelo teórico (valores como pueden ser las constantes elásticas de los muelles, los volúmenes de gas y de aceite, etc).

#### 7.1.1- Parámetros geométricos y mecánicos

##### 7.1.1.1- Obtención directa de medidas

El primer paso y el más sencillo consiste en la de obtención de las cotas geométricas útiles que se pueden obtener de forma directa. Dichas cotas, expresadas en milímetros son:

Diámetro exterior del amortiguador ( $D_{ext}$ ) = 38,5

Diámetro exterior de la cámara de reserva ( $D_{re}$ ) = 36,7

Diámetro interior de la cámara de reserva ( $D_{ri}$ ) = 27,5

Diámetro interior de la cámara de trabajo ( $D_c$ ) = 25,4  
Diámetro del vástago ( $D_v$ ) = 11,0  
Altura del pistón ( $h_p$ ) = 13,0  
Altura de la válvula de la base ( $h_{vb}$ ) = 7,6  
Longitud del cilindro interior ( $L_{ci}$ ) = 292  
Longitud del cilindro de reserva ( $L_{cr}$ ) = 313,5  
Longitud de la tapa superior ( $L_s$ ) = 9,6  
Longitud de la tapa inferior ( $L_i$ ) = 1,25  
Longitud del vástago ( $L_v$ ) = 374

Comentarios:

- 1- La altura de la válvula de la base se ha determinado a partir de la altura total del chasis de la válvula.
- 2- Se ha cogido como longitud (o altura) de la tapa superior la distancia útil que sirve como guía del vástago, mientras que la longitud de la tapa inferior es el grueso de la chapa que delimita inferiormente al amortiguador.

Los volúmenes relevantes obtenidos (a 20°C) expresados en mililitros son:

Aceite = 210  
Cámara de trabajo = 147,5  
Cámara de reserva = 127,2  
Pistón = 7  
Pistón + boya (+ vástago) = 19  
Cámara de compresión (amortiguador completamente extendido) =  $V_{10} = 98,6$   
Cámara de tracción (amortiguador completamente extendido) =  $V_{20} = 29,9$   
Cámara de reserva (amortiguador completamente extendido) =  $V_{30} = 81,5$   
Gas (amortiguador completamente extendido) =  $V_{g0} = 29,9$

La densidad del fluido se obtiene experimentalmente:

$$\rho_f = 829 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

### 7.1.1.2- Cálculo de parámetros

Los parámetros necesarios en la modelización que deben ser determinados experimentalmente son principalmente las constantes elásticas de los muelles de las válvulas limitadoras junto con sus fuerzas de precarga y los diámetros hidráulicos de los conductos de las válvulas, motivo por el cual se han realizado diferentes pruebas experimentales con parte de los elementos citados.

### 7.1.1.2.1- Determinación de las características elásticas de los muelles

Con el fin de poder determinar sus características, se requiere conocer su longitud inicial sin carga, su longitud bajo una cierta carga, su longitud inicial de trabajo y el máximo desplazamiento que le está permitido a partir de su longitud inicial de trabajo.

Se considerará que la fuerza del muelle depende linealmente del desplazamiento a que se encuentra sometido:

Se construye la tabla 1 en la que se muestran los valores obtenidos para las deducciones de las constantes elásticas de los muelles constituyentes del amortiguador.

	$L_1 \cdot 10^{-3}(m)$	$L_2 \cdot 10^{-3}(m)$	$F_1(N)$	$F_2(N)$	$k_m(N/m)$
Muelle pistón tracción	15	10	0	30	5880
Muelle pistón compresión	6,1	1,7	0	30	6681
Muelle base tracción	4,3	3,95	5,588	7,09	4290
Muelle base compresión	10	6,5	0	30	8570

*Tabla 1.* Determinación de las constantes elásticas de los diferentes muelles de las válvulas.

Para la determinación de la fuerza de precarga, se requiere conocer la longitud natural ( $L_0$ ) del muelle y la longitud inicial de trabajo ( $L_i$ ).

Se construye la tabla 2 para la obtención de la fuerza de precarga ( $F_p$ ), en la que se adjunta el incremento máximo al que se puede someter el muelle en condiciones de trabajo y, consecuentemente, el máximo desplazamiento del disco de la limitadora ( $\delta$ ).

	$L_0 \cdot 10^{-3}(m)$	$L_i \cdot 10^{-3}(m)$	$F_p(N)$	$\delta \cdot 10^{-3}(m)$
Muelle pistón tracción	15	11	23,5	1,4
Muelle pistón compresión	6,1	2	27,4	0,7
Muelle base tracción	0	4,5 (aprox.)	4,7	1,2
Muelle base compresión	10	7,2	24	1

*Tabla 2.* Determinación de la fuerza de precarga y del desplazamiento máximo de los diferentes muelles de las válvulas.

### 7.1.1.2.2- Determinación de los diámetros de las válvulas

Mediante consideraciones geométricas, se obtienen los diámetros de las válvulas:

	$D_a$	$N_a$	$L_a$	$D_b$	$N_b$	$L_b$	$D_d$	$k_m$	$x_0$
Pistón tracción	0,9	3	0,15	2	4	4,4	5	5880	0
Pistón compresión	0,52	4	1,5	1,1	6	11	6,5	6068	0
Base tracción	0,54	2	0,7	7	1	4,1	15	4290	0
Base compresión	0,85	2	0,7	3	1	2,4	3	8570	0

Tabla 3. Parámetros de las válvulas para el amortiguador Monroe 6K0513031R. Las unidades para las longitudes son milímetros y  $N/m$  para las constantes elásticas.

### 7.1.1.2.3- Corrección de los diámetros de las válvulas

Si bien la evaluación de la caída de presión a través de las válvulas se realiza mediante expresiones empíricas que no requieren coeficientes de descarga, la evaluación de los diámetros de las válvulas se ha hecho sin tener en cuenta la complejidad de la geometría, por lo que resulta necesario introducir coeficientes correctores para que el comportamiento hidráulico del modelo se asemeje a la realidad.

Por lo que refiere a los discos de las válvulas limitadoras, no siempre es cierto que la caída de presión sea o repentina o lineal, por lo que también es posible que sus diámetros se deban ajustar mediante coeficientes correctores.

Si bien es esperable que los coeficientes correctores sean inferiores a la unidad, al no tener en cuenta las fugas de aceite que se producen entre las diferentes partes del amortiguador, es posible que del diámetro “aparente” del conducto aumente (efecto más notable para las válvulas más restrictivas debido a que la mayor caída de presión que generan produce una mayor fuga de aceite).

Por los motivos anteriormente expuestos y a partir de los resultados experimentales se han ajustado los diámetros de las válvulas, resultados que se muestran a continuación.

Desafortunadamente y debido a que el comportamiento de una válvula de disco es sustancialmente diferente al comportamiento de las válvulas las estudiadas hasta el momento, puede resultar necesario realizar un ajuste sobre la válvula de su caída de presión en frente del caudal circulante para simular su comportamiento real.

#### 7.1.1.2.3.1- Válvula del pistón a tracción

No se han encontrado coeficientes correctores para la geometría de la válvula del pistón a tracción que permitan describir correctamente el funcionamiento de ésta, por lo que se ha realizado un ajuste de la caída de presión en función del caudal circulante.

En el resultado propuesto para el ajuste se proponen dos zonas de actuación, la primera para simular el comportamiento del conducto siempre abierto y la segunda en la que se tiene en cuenta la actuación de la válvula limitadora.

$$\frac{\Delta p}{F_{tp}(T)} = \min(2,6 \cdot 10^{11} Q^{1,3} ; 7,0 \cdot 10^9 Q + 6,9 \cdot 10^5)$$

donde  $\Delta p$  es la caída de presión en la válvula expresada en Pascales,  $Q$  el caudal circulante expresado en metros cúbicos por segundo y  $F_{tp}(T)$  es una función adimensional de la temperatura, la cual tiene en cuenta los efectos térmicos y de compresibilidad del aceite sobre la caída de presión.

Se utiliza la función adimensional siguiente:

$$F_{tp}(T) = -0,0033T + 1,983$$

Para una temperatura de  $24^{\circ}C$  de funcionamiento, que corresponde a una densidad de  $830Kg \cdot m^{-3}$ , el ajuste realizado que se obtiene se muestra en la figura 2:

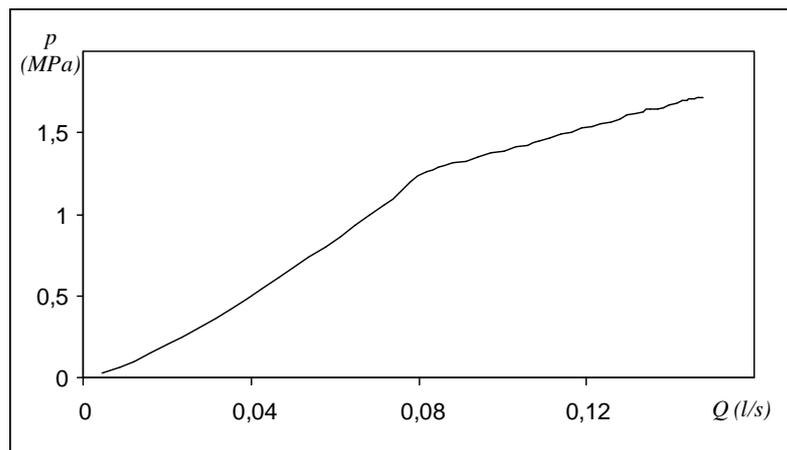


Fig. 2. Modelización de la caída de presión en la válvula del pistón para el ciclo de tracción a una temperatura de  $24^{\circ}C$ .

#### 7.1.1.2.3.2- Válvula del pistón a compresión

La válvula del pistón a compresión es otra de las que se requiere el ajuste a partir de los resultados experimentales, debido a que no se ha conseguido ajustar las cotas geométricas de forma satisfactoria.

El ajuste que se ha utilizado es:

$$\frac{\Delta p}{F_{cp}(T)} = \min(9,0 \cdot 10^9 Q^{1,1}; 7,0 \cdot 10^8 Q + 3,4 \cdot 10^5)$$

En este caso, se utiliza la función adimensional siguiente:

$$F_{cp}(T) = -0,015T + 5,47$$

El ajuste obtenido, bajo las mismas condiciones de funcionamiento que en el caso anterior, se muestra en la figura siguiente:

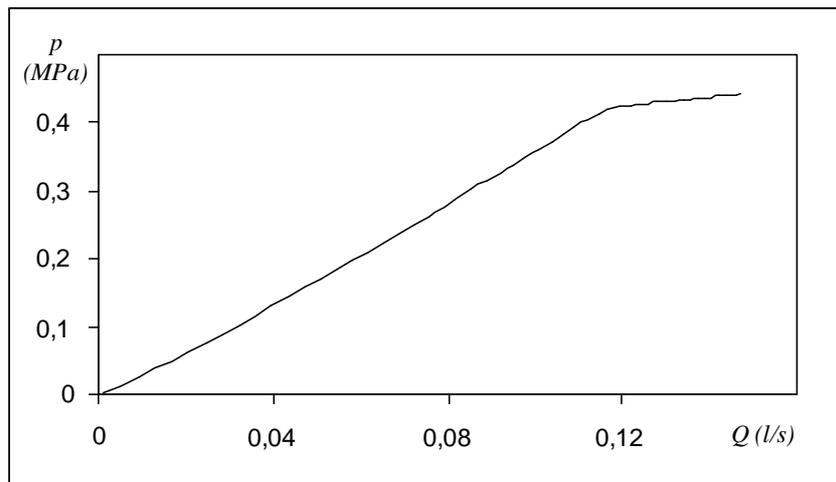


Fig. 3. Modelización de la caída de presión en la válvula del pistón para el ciclo de compresión a una temperatura de 24°C

#### 7.1.1.2.3.3- Válvula de la base a tracción y a compresión

	Válvula base tracción			Válvula base compresión		
	Calculado	Corregido	Ratio	Calculado	Corregido	Ratio
$D_a$	0,54	0,54	1,0	0,54	0,85	1,6
$L_a$	0,7	0,7	1,0	0,7	0,7	1,0
$D_b$	7	7	1,0	2,7	3,0	1,1
$L_b$	4,1	4,1	1,0	6,4	6,4	1,0
$D_d$	15	15	1,0	3	3	1,0

Tabla 4. Coeficientes correctores para las válvulas de la base

### 7.1.2- Parámetros físicos

En el capítulo 6 se propusieron y se justificaron algunos de los ajustes que se utilizarán en el modelo matemático, ajustes que se realizarán a partir de datos obtenidos de la bibliografía o a partir de ensayos en laboratorio.

Se muestra a continuación la forma de evaluación de las propiedades físicas requeridas de las diferentes partes del amortiguador que se está tratando.

## 7.1.2.1- Sólidos

### 7.1.2.1.1- Cilindro del amortiguador

Los cilindros del amortiguador (tanto interior como exterior) son de acero, por lo que sus propiedades se encuentran tabuladas y ya se han mostrado anteriormente. Resumiendo:

$$\begin{aligned}\rho_c &= 7800 \text{Kg} \cdot \text{m}^{-3} \\ E_c &= 21 \cdot 10^{10} \text{Pa} \\ \nu_c &= 0,30 \\ \varphi_c &= 1,2 \cdot 10^{-5} \text{C}^{-1} \\ c_{pc} &= 470,75 \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\ k_c [\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \text{K}^{-1}] &= -0,00258 \text{T}[\text{K}] + 67,063\end{aligned}$$

### 7.1.2.1.2- Pistón, vástago y válvula de la base

Se considera que el pistón, el vástago y la válvula de la base son de acero, por lo que el valor de sus parámetros físicos más relevantes son:

$$\begin{aligned}\rho_{pis} = \rho_{vas} = \rho_{vb} &= 7800 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \\ c_{ppis} = c_{vas} = c_{vb} &= 470,75 \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\ k_{pis} = k_{vas} = k_{vb} &= 59,4 \text{W} \cdot \text{K}^{-1} \text{m}^{-1}\end{aligned}$$

## 7.1.2.2- Fluidos

### 7.1.2.2.1- Aceite

Los datos que se utilizan en el modelo teórico relativos al aceite de trabajo se resumen a continuación.

$$\begin{aligned}\mu_f [\text{Pa} \cdot \text{s}] &= A e^{B/T[\text{K}]} \\ \beta_f &= 5 \cdot 10^{-9} [1/\text{Pa}] \\ \varphi_f &= 7,2 \cdot 10^{-4} [1/^\circ \text{C}] \\ \rho_{ref} &= 830 [\text{kg}/\text{m}^3] \\ p_{ref} &= 10^5 [\text{Pa}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{ref} &= 298[K] \\
\rho_f [kg/m^3] &= 829e^{(5 \cdot 10^{-9}(p[Pa]-10^5) - 7,2 \cdot 10^{-4}(T[K]-298))} \\
c_{pf} &= 1920,0[J/kg \cdot K] \\
k_f [W/K \cdot m] &= -2,83 \cdot 10^{-4} \cdot T[K] + 0,20778 \\
p_{vf} &= 15[Pa] \\
\Delta H_v &= 69378,7[J/mol]
\end{aligned}$$

donde las constantes  $A$  y  $B$  determinadas para el aceite de trabajo que utiliza el amortiguador son  $A = 6,72 \cdot 10^{-7}[Pa \cdot s]$  y  $B = 3162,99[K]$

### 7.1.2.2.2- Aire

Los datos utilizados en el modelo en concordancia con la modelización propuesta en el capítulo 5 son:

$$\begin{aligned}
\mu_a [Pa \cdot s] &= 6,398 \cdot 10^{-8} T[K] - 0,511 \cdot 10^{-6} \\
M_a &= 28,96 \cdot 10^{-3}[kg/mol] \\
c_{pa} [J/kg \cdot K] &= 0,06 T[K] + 988,8 \\
k_a [W/m \cdot K] &= 75,86 \cdot 10^{-6} T[K] + 3,393 \cdot 10^{-3} \\
\beta_a [K^{-1}] &= \frac{1}{T[K]}
\end{aligned}$$

### 7.1.2.2.3- Nitrógeno

En el caso del nitrógeno, los datos a utilizar son:

$$\begin{aligned}
\mu_{gas} [Pa \cdot s] &= 4,862 \cdot 10^{-7} \sqrt{T[K]} + 3,451 \cdot 10^{-8} \cdot T[K] - 9,862 \cdot 10^{-12} \cdot T^2[K] \\
M_{gas} &= 28,02 \cdot 10^{-3}[kg/mol] \\
c_{pgas} \left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right] &= \begin{cases} 1024,6 & \text{si } 255,4 < T < 380K \\ 3,675 - 1,208 \cdot 10^{-3} T + 2,342 \cdot 10^{-6} T^2 - 0,632 \cdot 10^{-9} T^3 - \\ \quad - 0,226 \cdot 10^{-12} T^4 & \text{si } 380 \leq T \leq 1000K \end{cases} \\
k_{gas} [W/m \cdot K] &= 6,286 \cdot 10^{-5} T[K] + 0,00705 \\
\beta_{gas} [K^{-1}] &= \frac{1}{T[K]}
\end{aligned}$$

### 7.1.3- Obtención de resultados teóricos

Para la obtención de resultados teóricos se ha utilizado el modelo teórico descrito en el apartado 6, comenzando por el modelo más simple (modelo incompresible) hasta alcanzar el modelo térmico.

A modo ilustrativo, se mostrarán y compararán los diferentes modelos teóricos, con el fin de mostrar la diferencia en los resultados obtenidos a medida que se introduce la fenomenología existente.

#### 7.1.3.1- Datos del ciclo

Se presentan a continuación los datos necesarios del ciclo de trabajo utilizados para la deducción de resultados a partir de la modelización teórica y que servirán para la comparación de los diferentes modelos teóricos:

$$\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$r = 0,03849 \text{ m}$$

$$x_i = 0,166 \text{ m}$$

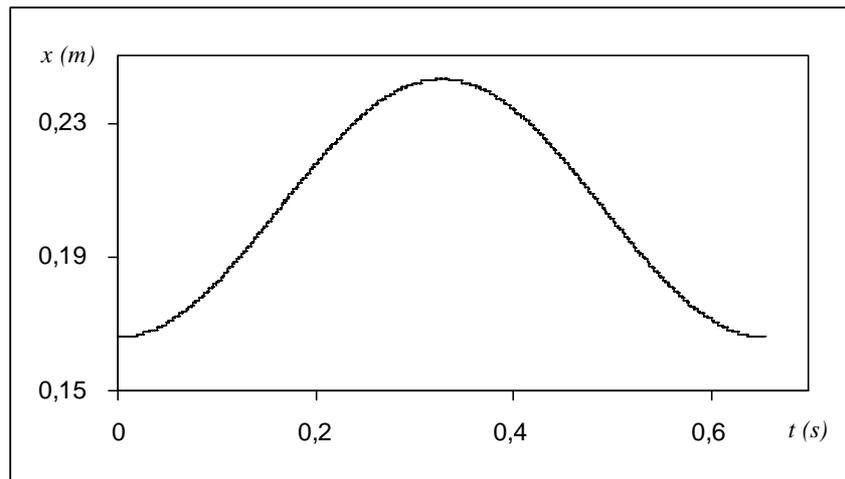
$$p_{inic} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_{inic} = 293 \text{ K}$$

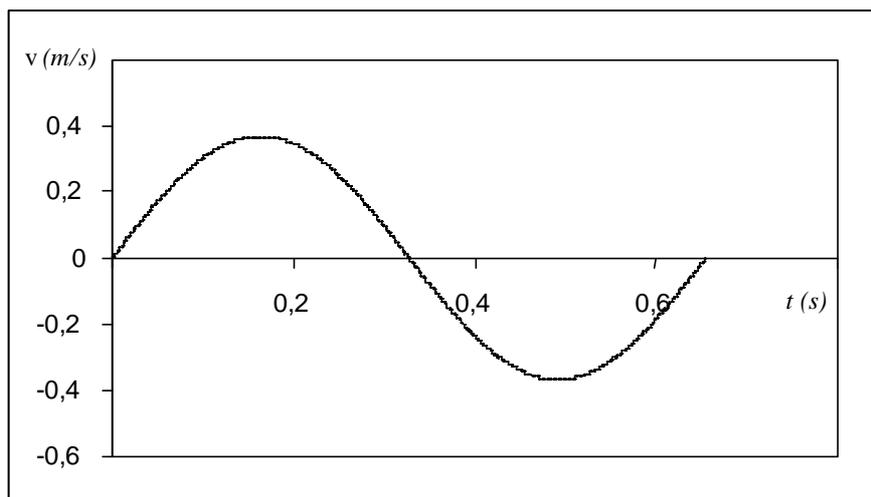
donde  $\omega$  es la frecuencia angular del ciclo a que se encuentra sometido el amortiguador,  $r$  es el radio de giro del ciclo,  $x_i$  es la posición de inicio del ciclo,  $p_{inic}$  es la presión atmosférica de inicio del ciclo y  $T_{inic}$  es la temperatura de inicio del ciclo.

#### 7.1.3.2- Modelo incompresible

A partir de los datos presentados hasta el momento, se obtienen las características del ciclo (posición y velocidad en función del tiempo), datos que se presentan en forma de gráfico.

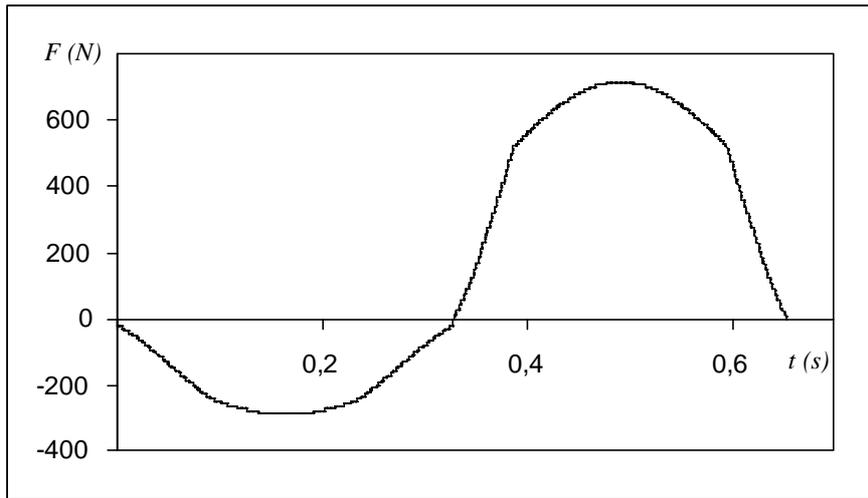


*Fig. 4.* Posición relativa del pistón de trabajo en función del tiempo para el modelo de doble tubo incompresible.



*Fig. 5.* Velocidad del pistón de trabajo en función del tiempo para el modelo de doble tubo incompresible.

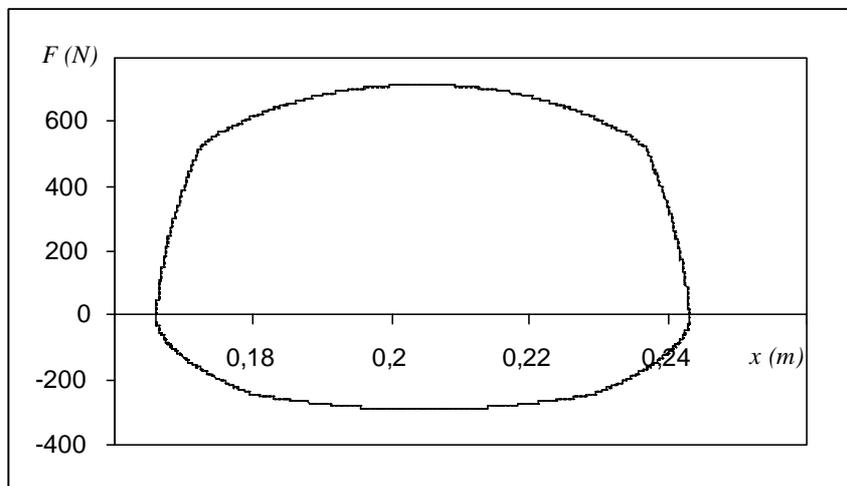
Como primer resultado útil, se presenta la fuerza de amortiguamiento en función del tiempo:



*Fig.6.* Evolución temporal de la fuerza de amortiguamiento para el modelo de doble tubo incompresible.

Como se ha podido observar, el gráfico presentado no presenta directamente información del ciclo de trabajo, por lo que, funcionalmente, no es útil.

Como consecuencia, sí suele utilizarse el gráfico que presenta la fuerza de amortiguamiento en función de la posición del pistón de trabajo, el cual se muestra a continuación:



*Fig. 7.* Fuerza de amortiguamiento en función de la posición del pistón para el amortiguador de doble tubo incompresible.

El gráfico anterior muestra una completa simetría respecto a la posición media del pistón, lo cual es esperable debido a que no existe ninguna condición sobre el modelo teórico (fenómeno físico) que suponga la aparición de histéresis en el ciclo de trabajo, efecto que se aprecia mejor en siguiente gráfico, el cual muestra la fuerza de amortiguamiento en función de la velocidad:

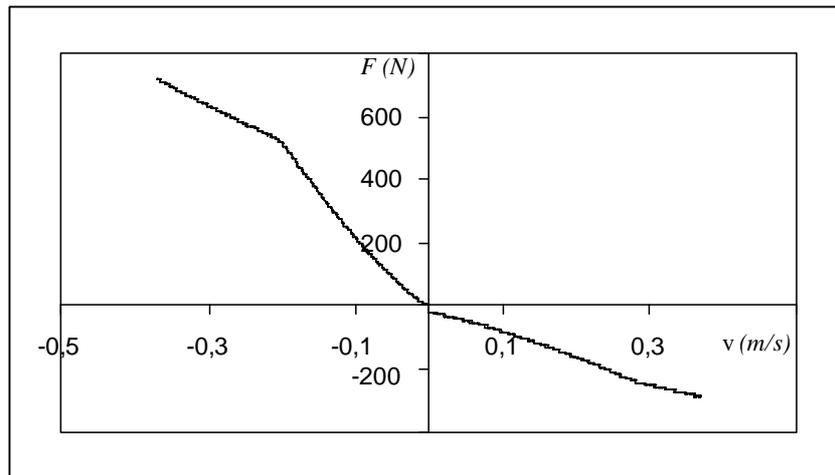


Fig. 8. Fuerza de amortiguación en función de la velocidad para el modelo de doble tubo incompresible.

### 7.1.3.3- Modelo compresible

Debido a que las condiciones del ciclo de trabajo del amortiguador son idénticas en la presentación de resultados a partir de los modelos teóricos propuestos, no se volverán a presentar los gráficos de posición y velocidad en función del tiempo.

La adición de la compresibilidad del fluido más la deformación mecánica de las cámaras de trabajo del amortiguador provoca una cierta variación en el caudal circulante por las válvulas debido a que las cámaras de trabajo cambian sus volúmenes alojados. Asimismo, la presión modifica la densidad del aceite, lo cual repercute sobre la caída de presión existente en las válvulas (ver anexo A.1, punto 1.3).

Como consecuencia, aparece una cierta histéresis en el ciclo, la cual se puede apreciar en el gráfico de fuerza de amortiguamiento en función de la posición del pistón de trabajo.

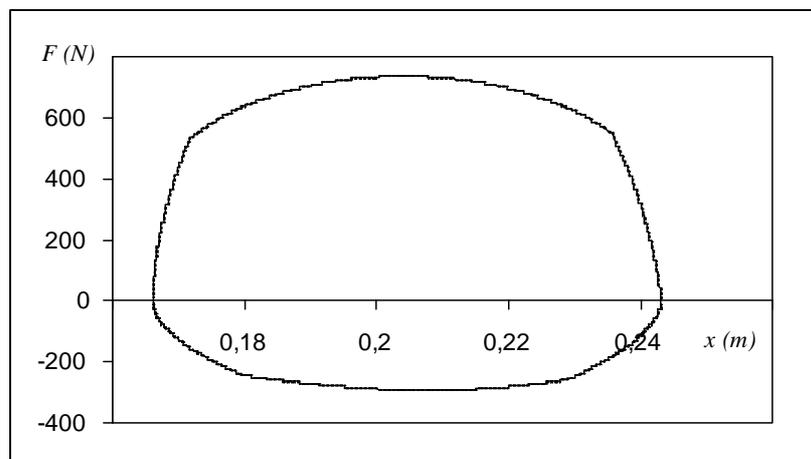
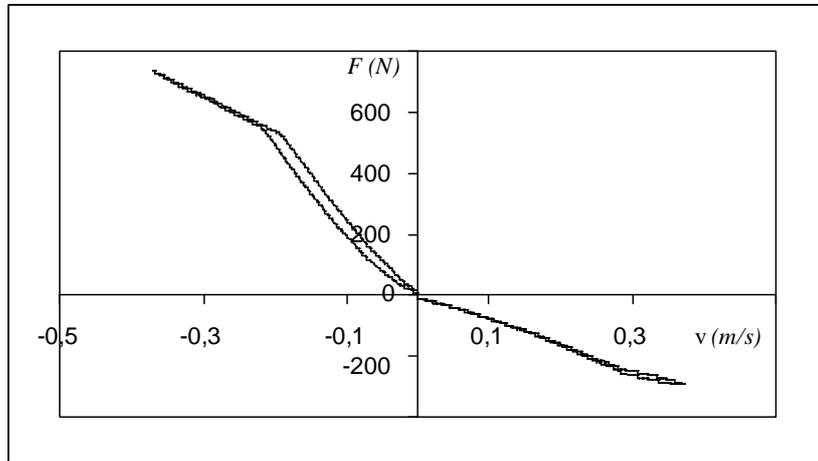


Fig. 9. Fuerza de amortiguamiento en función de la posición para el modelo de doble tubo compresible.

Si bien sí se aprecia una cierta asimetría en el gráfico anterior como consecuencia de la histéresis existente, dicho efecto es mucho más apreciable en la representación de la fuerza de amortiguamiento como función de la velocidad:

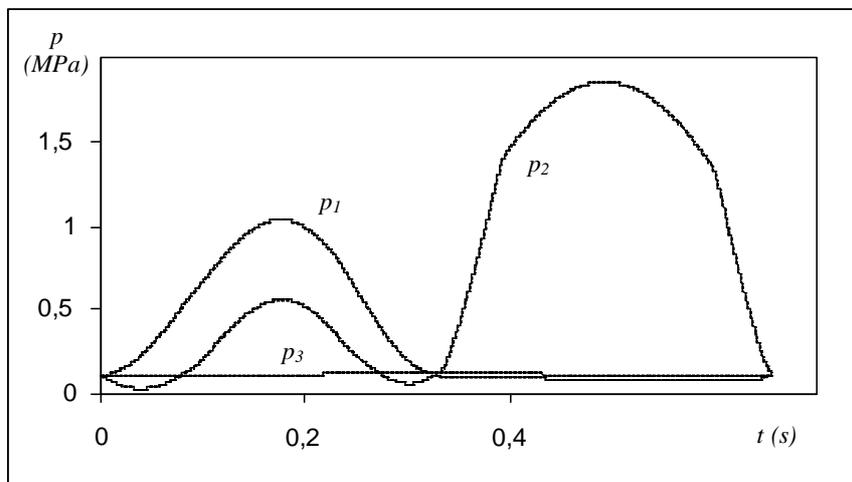


*Fig. 10.* Velocidad-fuerza para el modelo de amortiguador de doble tubo compresible.

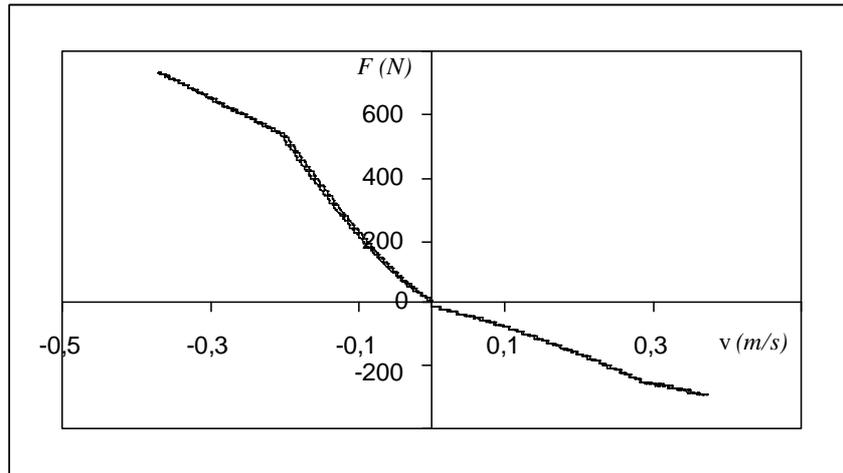
El modelo compresible ya permite obtener conclusiones referentes a los parámetros determinantes para la aparición de la histéresis como consecuencia de la compresibilidad del fluido junto con la deformación volumétrica de cámara de trabajo como consecuencia de la variación de la presión.

El primer punto a destacar proviene del hecho que la máxima histéresis aparece en el ciclo de tracción. El motivo reside en que las presiones que se alcanzan en el ciclo de tracción son mucho más elevadas que las ocurrientes en el ciclo de compresión, por lo que el fenómeno de la compresibilidad resulta mucho más notable.

El gráfico siguiente muestra la evolución de las presiones a lo largo de la durada del ciclo de trabajo.



*Fig. 11.* Evolución temporal de las presiones dentro del amortiguador para el modelo de doble tubo compresible.

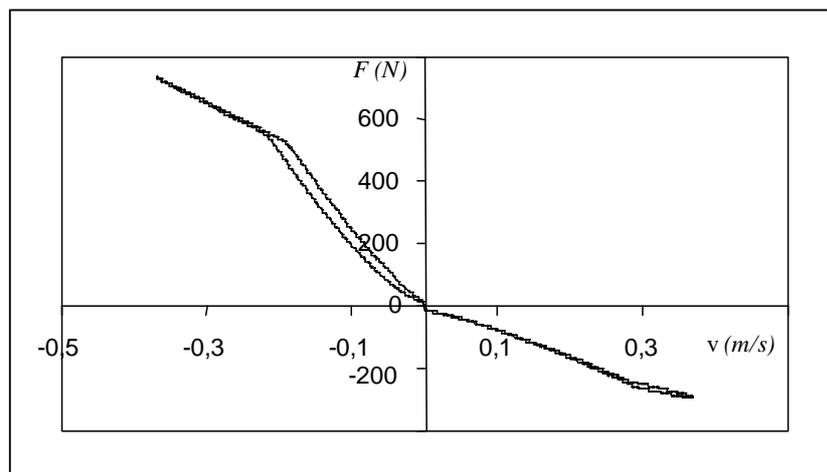


*Fig. 12.* Gráfico fuerza-velocidad con fluido incompresible ( $\beta_f = 0$ ) para el modelo de doble tubo compresible.

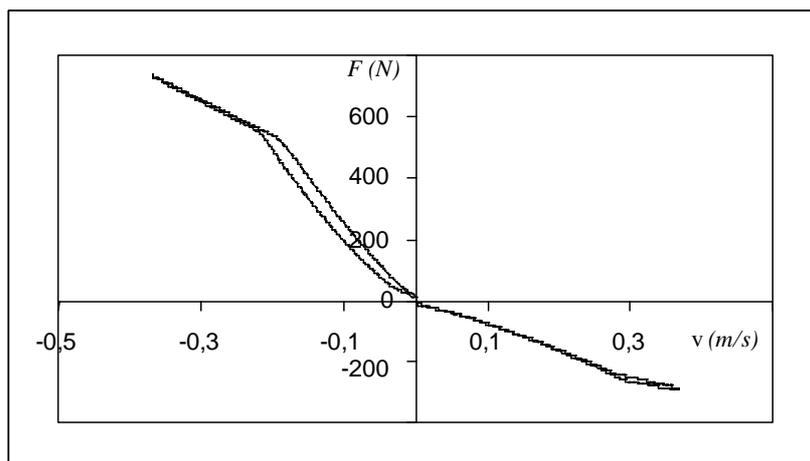
La siguiente cuestión lógica que se plantea consiste en determinar si la compresibilidad del fluido es el factor más determinante en la aparición de la histéresis o bien es la deformación volumétrica de las cámaras de trabajo.

El gráfico 13 muestra el mismo ciclo de trabajo que el anteriormente presentado pero considerando nula la compresibilidad del fluido.

Se deduce inmediatamente que la deformación volumétrica de las cámaras de trabajo afecta poco significativamente a la aparición de la histéresis. No ocurre lo mismo con la compresibilidad del fluido, hecho que se demuestra a partir de la figura siguiente, donde se ha considerado nula la compresibilidad de las cámaras de trabajo y no la del fluido.



*Fig. 13.* Fuerza-velocidad con las cámaras de trabajo indeformables ( $\beta_c = 0$ ) para el modelo de amortiguador de doble tubo compresible.



*Fig. 14.* Característica de fuerza velocidad para una posición de inicio del pistón de trabajo de  $x_i = 0,190m$  en el modelo de amortiguador de doble tubo compresible.

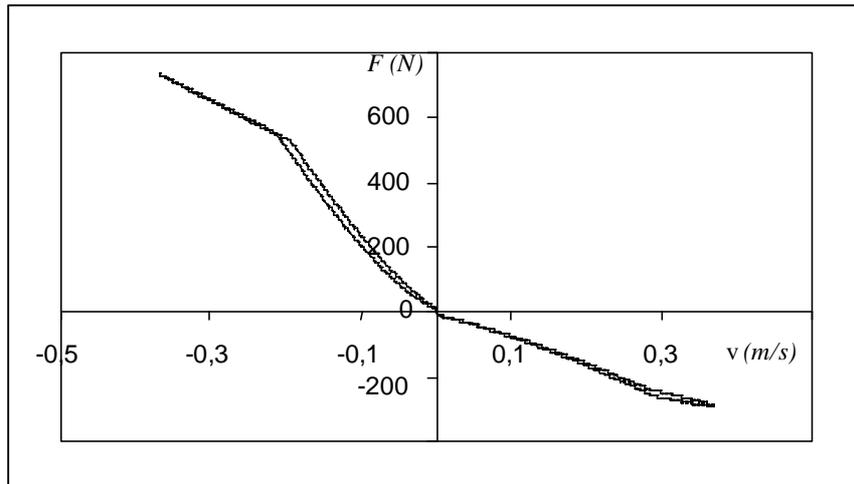
El motivo por el cual la variación volumétrica de las cámaras de trabajo no afecta tan significativamente como la compresibilidad reside en el hecho que el orden de magnitud del coeficiente de compresibilidad del fluido es 100 veces mayor que el de las cámaras de trabajo.

Como cabe imaginar, la variación volumétrica del fluido y de las cámaras de trabajo será cuantitativamente mayor cuanto mayor sea el volumen alojado. Bajo tales circunstancias, cabe pensar que la posición del pistón afecta a la cantidad de histéresis del ciclo.

La figura 14 muestra la fuerza de amortiguamiento en función de la velocidad para una posición inicial del pistón de trabajo relativa al cuerpo del amortiguador de  $x_i = 0,190m$ , posición que corresponde consigue que el volumen existente en la cámara de compresión sea bajo comparado con el existente en la cámara de tracción.

Si bien los efectos de la compresibilidad en el ciclo de compresión son poco notables, sí se puede intuir un ligero aumento de la histéresis existente en el ciclo de tracción, habida cuenta que su volumen de trabajo para la misma velocidad es mayor.

Análogamente, para una posición inicial de  $x_i = 0,08$ , la cual hace que el volumen de la cámara de tracción sea bajo, se obtiene el siguiente resultado:



*Fig. 15.* Característica de fuerza velocidad para una posición de inicio del pistón de trabajo de  $x_i = 0,08m$  en el modelo de amortiguador de doble tubo compresible.

Donde se aprecia mejor la disminución de la cantidad de histéresis existente en el ciclo de tracción.

Se ha podido observar que el modelo compresible permite estudiar los fenómenos relacionados con la compresibilidad del fluido y la deformación volumétrica de las cámaras como consecuencia de la presión existente.

Asimismo, se ha podido ver que uno de los fenómenos responsables de la aparición de histéresis proviene de la compresibilidad del fluido junto con la elasticidad de las cámaras de trabajo.

#### **7.1.3.4- Modelo compresible y cavitante**

Con el ciclo propuesto, se obtiene el diagrama de fuerzas idéntico al modelo anterior debido a que ninguna de las presiones se encuentra por debajo de la presión de vapor.

Debido a que resulta interesante poder comparar ciclos de trabajo con el modelo anterior, se supondrá que la presión de vapor del aceite es suficientemente alta como para que se produzca la cavitación.

Para una presión de vapor de  $p_v = 7000Pa$  se obtiene el gráfico siguiente:

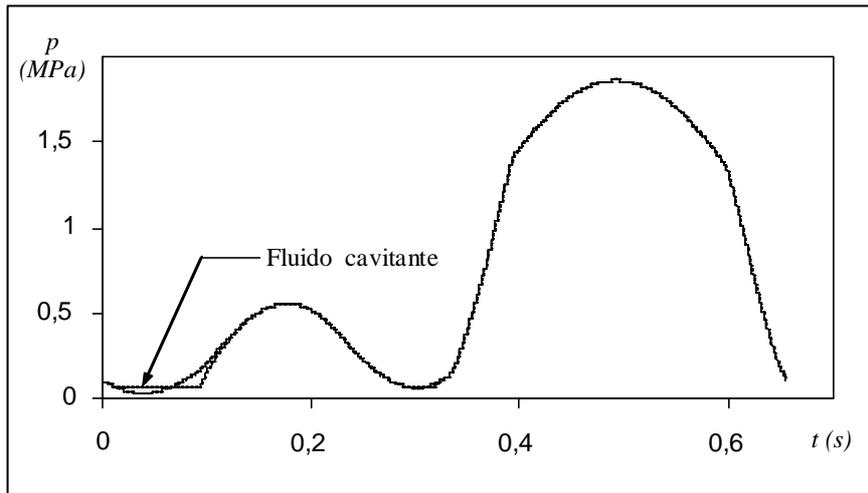


Fig. 16. Comparación de las presiones que se obtienen en la cámara de tracción para los modelos teóricos de amortiguador de doble tubo compresible y el compresible y cavitante. Ambos se someten al mismo ciclo de trabajo.

Donde se ha comparado la presión de la cámara de tracción obtenida del modelo compresible con la presión del modelo compresible y cavitante.

Se puede observar que, cuando la presión está disminuyendo y alcanza la presión de vapor, su valor se mantiene constante como consecuencia de la aparición de vapor. Hasta que las condiciones del entorno no son tales que permiten la extinción total del vapor, la presión no recupera su valor “normal”.

A modo ilustrativo, se muestra en el gráfico 18 la cantidad de vapor que se genera en la cámara de tracción a lo largo del ciclo.

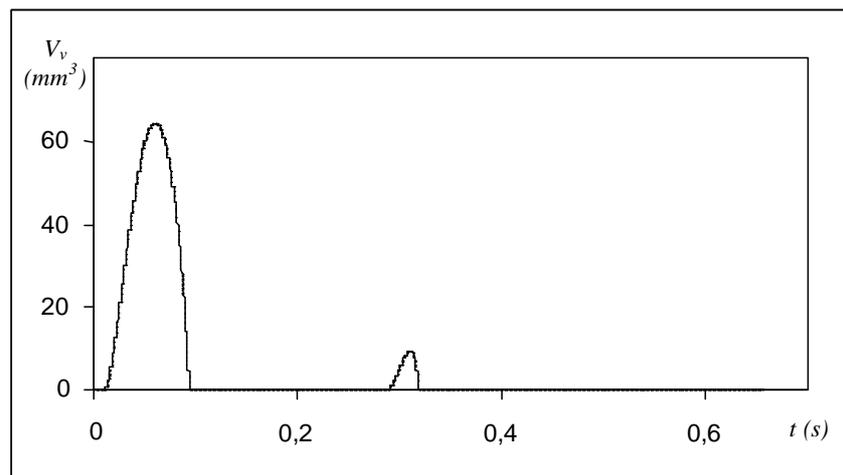


Fig. 17. Volumen de vapor existente según el modelo de amortiguador de doble tubo compresible y cavitante a lo largo del ciclo de trabajo.

Lógicamente, la variación cuantitativa de cualquiera de las presiones de la cámara de trabajo debe afectar a la fuerza de amortiguamiento. El gráfico siguiente compara los

gráficos velocidad – fuerza de amortiguamiento entre el modelo compresible y el cavitante.

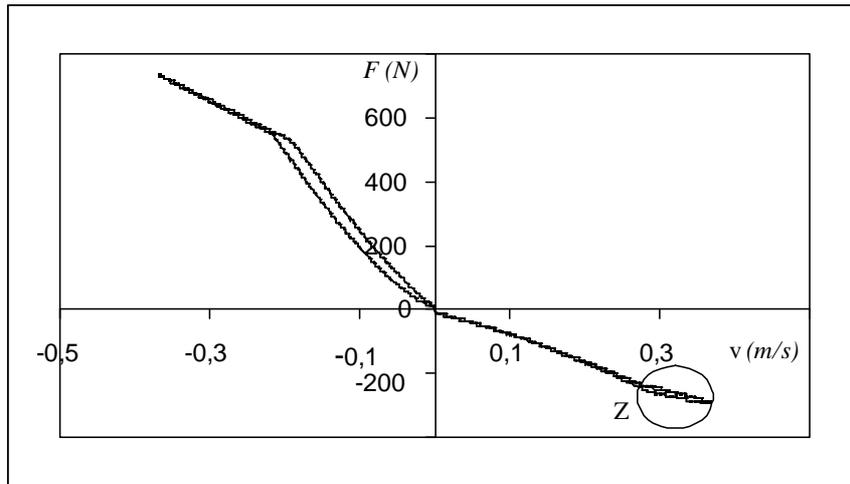


Fig. 18. Comparación del diagrama de fuerza – velocidad entre el modelo de doble tubo compresible y el modelo de doble tubo compresible y cavitante.

Una vista de la zona Z muestra más claramente el efecto de la cavitación sobre la fuerza de amortiguamiento.

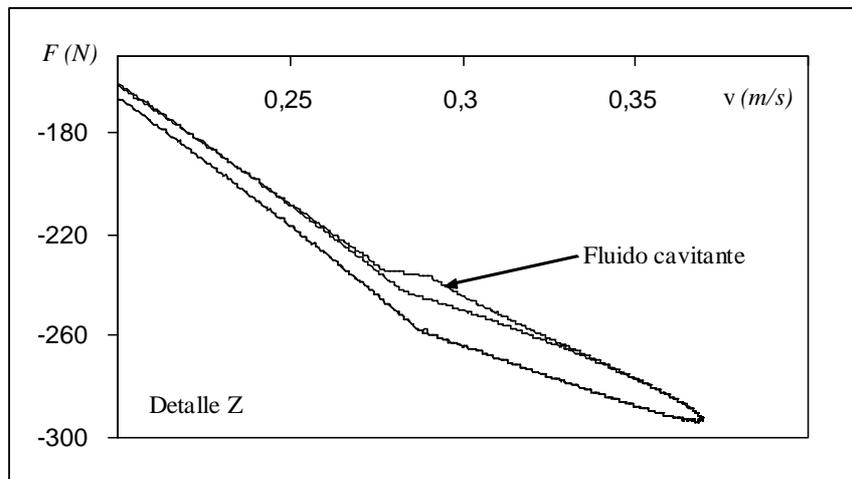
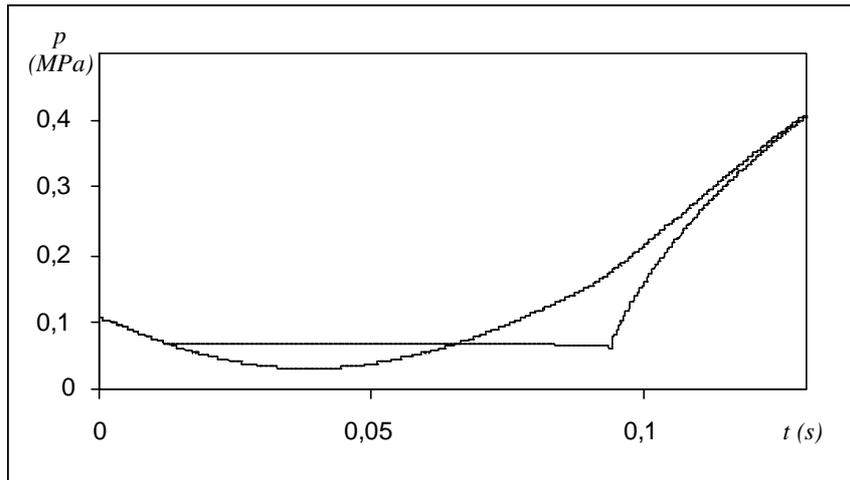


Fig. 19. Detalle de la fuerza de amortiguamiento en el ciclo de compresión para los modelos de doble tubo compresible y compresible y cavitante.

Se debe realizar un estudio más detallado de las presiones en las cámaras de tracción y de compresión para comprender qué sucede durante la cavitación.

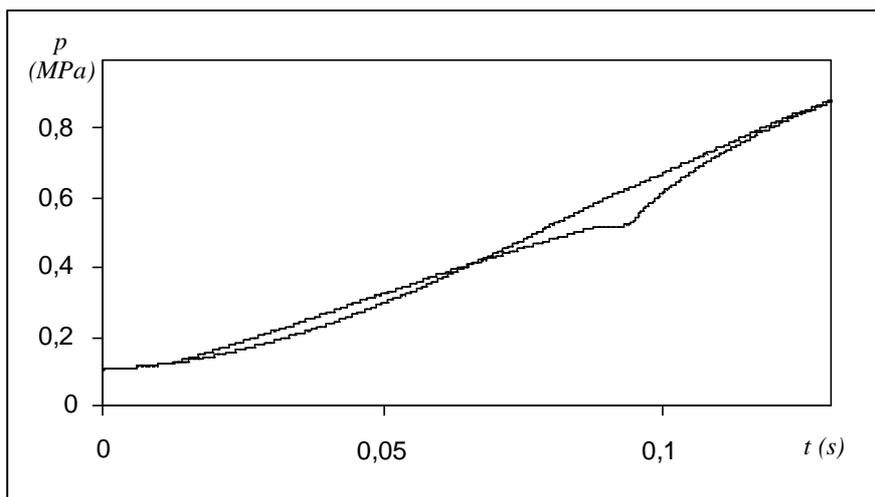
A continuación (figuras 20 y 21) se muestran las evoluciones de las presiones en las cámaras de tracción y de compresión durante la fase del ciclo en la que se produce la cavitación primera vez.



*Fig. 22.* Detalle de la evolución de la presión de la cámara de tracción durante la cavitación para el modelo compresible y el compresible y cavitante.

En la zona en que se produce la separación de las presiones ( $p_2$ ), cabría esperar una disminución en la fuerza de amortiguamiento del modelo cavitante respecto al compresible, pues un aumento de la presión en la cámara de tracción durante el ciclo de compresión tiende a disminuir la fuerza amortiguadora generada (en valor absoluto).

No obstante, se ha de tener presente que, para un mismo caudal circulante, un aumento sobre la presión de la cámara de tracción se debe traducir en un aumento de presión en la cámara de compresión, pues la pérdida de carga entre cámaras se debe mantener. En tal caso, la fuerza de amortiguamiento se vería forzada a crecer pues la sección útil del pistón de trabajo sobre la que actúa la presión de la cámara de compresión es mayor que la sección útil existente en la cámara de compresión.



*Fig. 23.* Comparación de la presión en la cámara de compresión del fluido cavitante con el no cavitante para un mismo ciclo de trabajo.

Se debe hacer un estudio detallado de lo que ocurre con los caudales circulantes para la comprensión de la evolución de las presiones y las consecuencias sobre la fuerza de amortiguación.

En el momento inicial en que empieza la generación de vapor dentro de la cámara de tracción, el caudal circulante a través de las válvulas del pistón desde la cámara de compresión hasta la cámara de tracción se ve reducido respecto al que circularía si no existiese dicho fenómeno, habida cuenta que el volumen desalojado por el movimiento del pistón de trabajo se ve parcialmente ocupado por vapor.

Debido a que el volumen desalojado por el pistón dentro de la cámara de compresión es constante (se ha supuesto despreciable el efecto de la compresibilidad del fluido y de las cámaras), el volumen que debería ir a la cámara de tracción se ve forzado a circular a través de la válvula de la base hasta la cámara de reserva, lo cual implica que la presión en la cámara de compresión tiene que aumentar.

Como resultado, en el instante en que comienza la generación de vapor dentro de la cámara de tracción, la caída de presión entre las cámaras de tracción y compresión disminuye y a su vez aumenta la presión absoluta en la cámara de compresión.

La fuerza neta de amortiguamiento ( $F_{am}$ ) se puede calcular como:

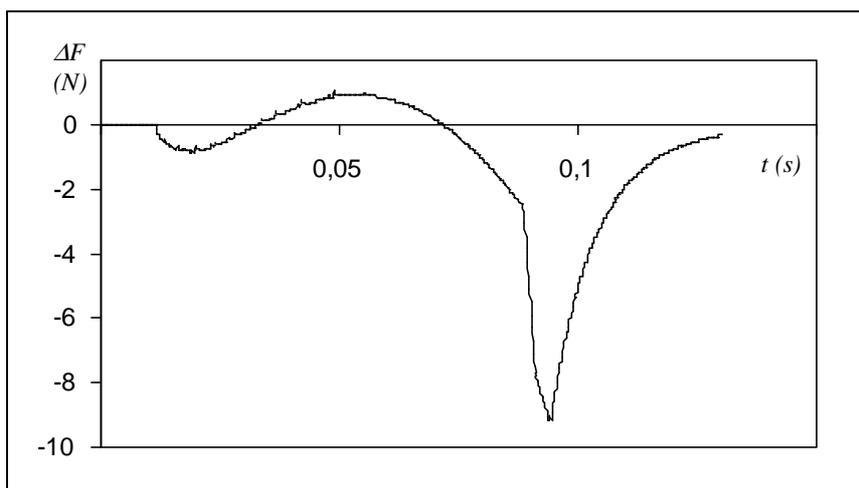
$$|F_{am}| = p_1 S_c - p_2 (S_c - S_v) = (p_1 - p_2) S_c + p_2 S_v$$

Tanto un incremento en la presión de la cámara de tracción como un decremento de la caída de presión entre las cámaras tienden a disminuir la fuerza de amortiguamiento.

Como consecuencia, en el instante en que empieza la generación de vapor dentro de la cámara de tracción durante el ciclo de compresión siempre tiene como resultado una disminución de la fuerza de amortiguamiento.

Una vez superado el instante inicial de generación de vapor, la evolución de las fuerzas solamente se puede conocer a partir de la integración de las ecuaciones gobernantes.

En la figura 24, se ha representado la evolución temporal de la diferencia entre la fuerza de amortiguamiento del modelo compresible respecto a del modelo cavitante.



*Fig. 24.* Diferencia entre la fuerza de amortiguamiento del modelo de doble tubo compresible y la del modelo de doble tubo compresible y cavitante.

La evolución de las presiones y, consecuentemente la evolución de las fuerzas, no es comparable a las que sufren las del modelo compresible debido a que a lo largo de todo el período que ha durado la cavitación, el sistema de ecuaciones gobernantes son diferentes. La evidencia de este hecho se ha podido observar en las figuras 20 y 21.

El último aspecto a destacar referente a la cavitación es que, el motivo por el cual el citado fenómeno no se produce en el punto de máxima velocidad es porque al aumentar la velocidad de trabajo, el caudal circulante también aumenta, lo que se traduce en unas pérdidas de carga mayores. Teniendo presente que la presión de la cámara de reserva depende básicamente de la posición del pistón, el resultado del proceso es que la presión de la cámara de compresión debe aumentar. En tal caso, si bien el caudal circulante desde la cámara de compresión hasta la de tracción aumenta con el consecuente incremento de pérdida de carga entre las cámaras, el crecimiento de la presión en la cámara de compresión es suficientemente elevado como para provocar que la presión en la cámara de tracción no alcance la presión de vapor.

Se comprende ahora que el dimensionamiento de la válvula de la base a compresión resulte vital para evitar la cavitación, pues tiene la misión de aumentar la presión de la cámara de compresión de hasta un valor tal que, una vez considerada la pérdida de carga entre las cámaras de tracción y de compresión, la presión obtenida en la cámara de tracción se encuentre por encima de la presión de vapor.

A su vez, del modelo compresible se pudo observar que, el máximo efecto de la compresibilidad se produce durante el ciclo de compresión y se debe, principalmente, a que la presión de la cámara de compresión alcanza valores considerablemente elevados, por lo que la válvula de la base también debe estar dimensionada para no generar una presión demasiado elevada en la cámara de compresión, consiguiendo una reducción de los efectos de compresibilidad dentro del amortiguador.

### **7.1.3.5- Modelo térmico compresible y cavitante**

El modelo térmico es, en un principio, el modelo más realista de los presentados hasta el momento, habida cuenta que tiene en cuenta los fenómenos físicos modelizados hasta el momento y la transferencia de calor que se produce a través de todas las partes del amortiguador.

No se tendrá en cuenta el modelo térmico compresible, cavitante con modelización politrópica del gas debido a que la imposición de un ciclo politrópico del gas impone la cantidad de calor generado, el cual se debe distribuir a través de las zonas del amortiguador en contacto con el gas. Resulta que dicho calor puede estar en contradicción con la previsión proveniente de la modelización de los elementos afectados (debido a las condiciones de trabajo del amortiguador y a su mapa de temperaturas, es posible que a un elemento en contacto con el gas le corresponda un cierto calor proveniente de éste y que sus condiciones de frontera prevean uno distinto). Con el fin de evitar tal incongruencia, se omitirá el modelo anteriormente citado.

La primera ventaja que aporta el modelo térmico es que abandona la hipótesis de que el gas se comporta según un modelo politrópico, por lo que no resulta necesario estimar el coeficiente de politropía.

La segunda gran ventaja que aporta el modelo térmico es que permite obtener el calor disipado como consecuencia del movimiento al que se le somete y permite obtener un mapa de temperatura de todas las partes del amortiguador.

Por último, es el único modelo capaz de prever la fuerza de amortiguamiento después de un cierto tiempo de funcionamiento del amortiguador, pues en los modelos anteriores no se tiene en cuenta el calor generado como consecuencia del trabajo realizado por el amortiguador.

Lógicamente, todas las ventajas citadas han de tener un cierto coste. Efectivamente, se requiere una cantidad elevada de parámetros físicos para el análisis matemático y un tiempo de cálculo mucho mayor.

La representación de la fuerza de amortiguamiento prevista por el modelo térmico en función de la velocidad se muestra en la siguiente figura:

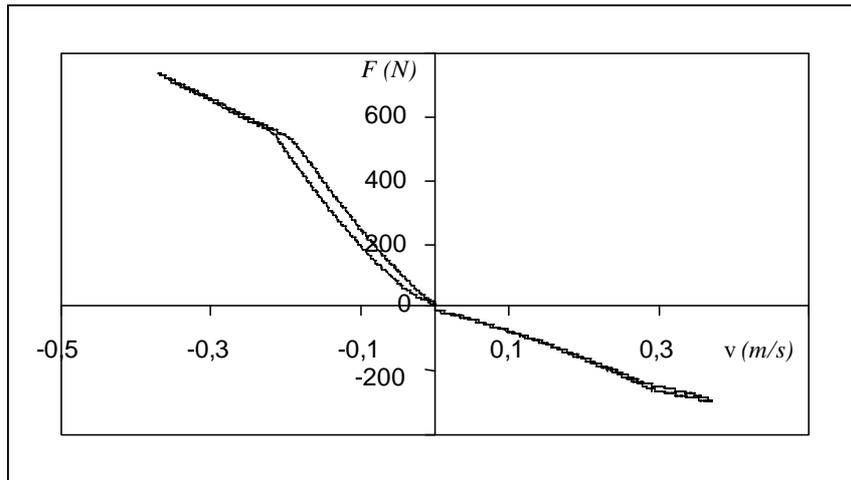


Fig. 24. Representación de la fuerza de amortiguamiento en frente de la velocidad para el modelo de doble tubo térmico.

Como resultaba imaginable, la predicción de la fuerza del modelo térmico comparada con la fuerza del modelo cavitante presentan una diferencia máxima a lo largo del ciclo de  $0,03N$ , lo cual indica que los modelos que no tienen en cuenta la transferencia de calor son útiles para predecir el comportamiento del amortiguador cuando se realizan pocos ciclos iniciados desde una temperatura uniforme.

Un análisis más detallado de los resultados obtenidos en el modelo térmico comparado con los obtenidos con el modelo cavitante muestran que realmente existen diferencias entre ambas predicciones. El ejemplo más claro que muestra dicho efecto proviene de la comparación de las presiones en las cámaras de reserva de ambos modelos, evolución que se muestra a continuación.

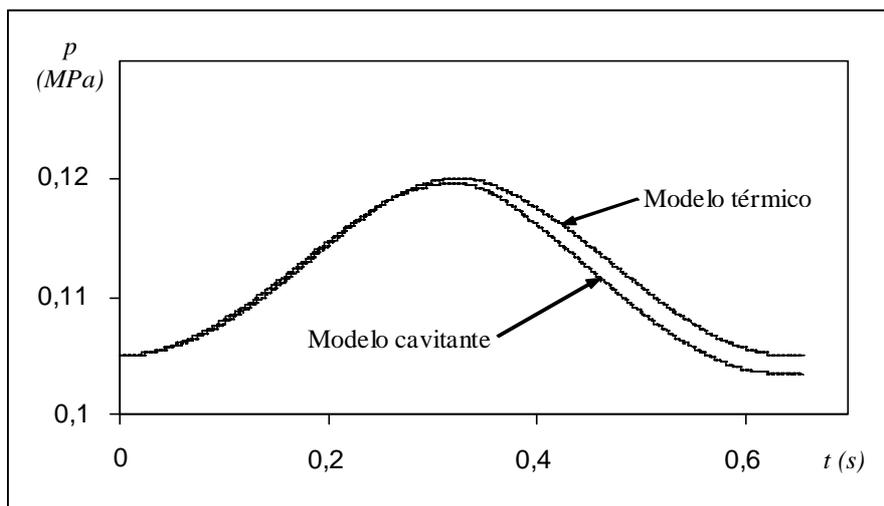


Fig. 25. Comparación de las presiones calculadas en las cámaras de reserva para los modelos de amortiguador de doble tubo compresible y cavitante y para el modelo térmico.

La presión que prevé el modelo cavitante al inicio y al final del ciclo es idéntica, lo cual se debe a que los volúmenes fluidos en las cámaras al inicio y al final se mantienen y,

como la presión de un gas que se comporta de manera politrópica depende únicamente del volumen, la presión inicial y final han de coincidir.

No ocurre lo mismo en el modelo térmico, pues la presión al finalizar el ciclo es menor que la presión al inicio.

En el modelo térmico se aplica la condición de gas ideal y se sustituye la ecuación de modelo politrópico por la de conservación de la energía. En tales condiciones, si el volumen de fluido en las cámaras es idéntico al inicio y al final del ciclo y la presión ha de la cámara ha disminuido, se concluye que la temperatura del gas tiene que haber disminuido.

De los volúmenes iniciales del fluido dentro de las cámaras se deduce que el volumen inicial del gas es:

$$V_{g0} = 6,914 \cdot 10^{-5} m^3$$

Para una presión inicial de  $1,05 \cdot 10^5 Pa$ , una temperatura de  $293K$  y un peso molar de  $0,028 Kg/mol$  se obtiene una masa inicial y constante de:

$$m_{g0} = \frac{0,028 \left[ \frac{kg}{mol} \right] \cdot 1,05 \cdot 10^5 [Pa] \cdot 6,916 \cdot 10^{-5} [m^3]}{8,31 \left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right] \cdot 293K} = 8,348 \cdot 10^{-5} kg$$

Lo cual supone que para un mismo volumen y una presión idéntica a la presión al final del ciclo  $p = 1,035 \cdot 10^5 Pa$  se tiene una temperatura:

$$T = \frac{0,028 \left[ \frac{kg}{mol} \right] \cdot 1,035 \cdot 10^5 [Pa] \cdot 6,916 \cdot 10^{-5} [m^3]}{8,348 \cdot 10^{-5} [kg] \cdot 8,31 \left[ \frac{J}{mol \cdot K} \right]} = 288,9K$$

Lo cual supone un descenso de la temperatura de  $\Delta T = 4,1K$ .

Se considera que la capacidad calorífica del gas cuando éste se encuentra por debajo de los  $380K$  es constante e igual a  $c_{pg} = 1042,5 [J/kg \cdot K]$ , por lo que se tiene que el gas durante el ciclo ha perdido un calor aproximado de:

$$Q = (293 - 288,9)[K] \cdot 1042,6 \left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right] \cdot 8,348 \cdot 10^{-5} [kg] = 0,365 [J]$$

Mediante la simulación numérica se obtiene que la temperatura final del gas es de  $T_g = 288,9K$ , por lo que la integración numérica parece suficientemente exacta.

La pregunta lógica que se plantea busca saber por qué motivo el gas pierde calor a lo largo del ciclo.

Una vez se inicia el ciclo de trabajo, se produce una transferencia de calor entre las partes en contacto del amortiguador y en particular, entre el gas y su frontera. En el instante inicial todo el amortiguador se encuentra a temperatura uniforme. Se da la casualidad que el ciclo de trabajo comienza en el ciclo de compresión, lo cual implica que el gas se debe comprimir con el consecuente aumento de temperatura que ello implica.

Lógicamente, el gas cederá parte de su energía en forma de calor a su contorno para intentar igualar su temperatura respecto a la de su frontera.

El calor cedido por el gas y que es absorbido por las partes adyacentes a éste tienden a dispersarse mediante conducción a los elementos adyacentes o a evacuarse del amortiguador mediante convección con el aire exterior.

Como consecuencia, al finalizar el ciclo el gas tiene que haber perdido un cierto calor, hecho que se verifica mediante su disminución de la temperatura.

Lógicamente y a partir de la explicación anterior, es esperable que la temperatura del gas aumente si el ciclo de trabajo comienza en tracción, pues al aumentar el volumen del gas disminuye su presión junto con su temperatura. Como las partes evolventes se encuentran a una temperatura relativa menor, cederán calor al gas, por lo que su temperatura al final del ciclo aumentará.

Se muestra la evolución de las presiones de la cámara de reserva para el mismo ciclo comenzando por el ciclo de tracción y por el de compresión

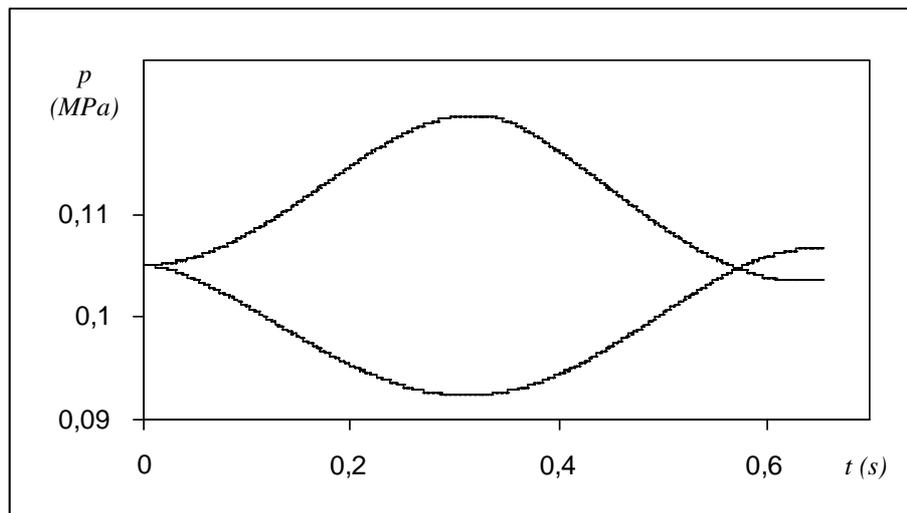
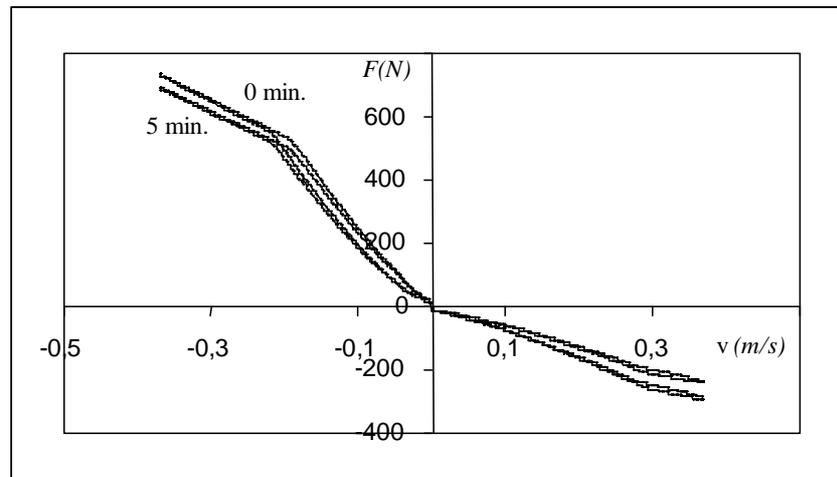


Fig. 26. Comparación de las presiones calculadas por el modelo de amortiguador de doble tubo térmico en la cámara de reserva para dos ciclos idénticos, el primero se inicia por compresión y el segundo por tracción.

El aumento de la presión del gas del ciclo que empieza en tracción indica que existe una absorción de calor por parte de éste.

Como se ha comentado, la única ventaja del modelo térmico no es únicamente que abandona la hipótesis de politropía del gas sino que además es capaz de prever la temperatura a que se encuentran las diferentes partes del amortiguador después de varios ciclos de trabajo a la vez que presenta la capacidad de predicción de la fuerza de amortiguamiento bajo las condiciones anteriores.

Se muestra un ejemplo en la figura siguiente, donde se compara la fuerza de amortiguamiento para el primer ciclo y la fuerza de amortiguamiento una vez han transcurrido 2 minutos de funcionamiento.



*Fig. 27.* Comparación de la fuerza de amortiguamiento en el primer ciclo y después de dos minutos de funcionamiento según el modelo de doble tubo térmico.

Se puede observar que, la fuerza de amortiguamiento que realiza el amortiguador cuando empieza el ciclo es sustancialmente mayor que la que realiza cuando lleva dos minutos de funcionamiento.

La disminución de la fuerza se debe a que la generación de calor que tiene lugar dentro del amortiguador como consecuencia del movimiento del fluido tiende a aumentar la temperatura de éste, por lo que la viscosidad y la densidad disminuyen y, como para un cierto caudal circulante a través de un conducto o de una restricción, una disminución de la densidad o de la viscosidad produce un decremento en la pérdida de carga que tiene lugar, queda justificada la disminución de la fuerza de amortiguación.

En general, para cada parte del amortiguador que se discretiza con el objetivo de aplicar las leyes de conservación, mediante la programación se le ha asignado un sistema de coordenadas local sobre el cual se referenciará su perfil de temperaturas.

Cuando el amortiguador se encuentra en posición vertical, dicho sistema de coordenadas local se sitúa en la parte central más superior del elemento y con el eje vertical orientado de forma positiva señalando hacia la parte “inferior” ( $x$  crecientes) del elemento y con

el otro eje perpendicular orientado en sentido radial. Se muestra, a modo de ejemplo, el sistema asociado al vástago del amortiguador.

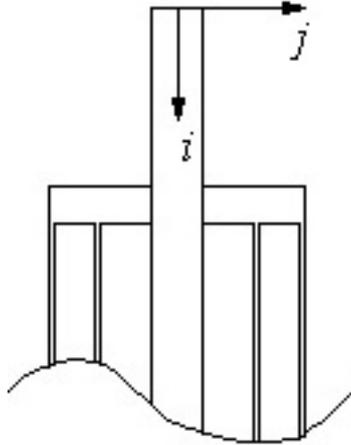


Fig. 28. Sistema de coordenadas local para el vástago

El primer resultado, que debe ser presentado debido a la trascendencia que presenta, corresponde al de las temperaturas medias del fluido en las tres cámaras junto con la temperatura del gas.

$$T_1 = 311,32K$$

$$T_2 = 310,93K$$

$$T_3 = 309,65K$$

$$T_g = 301,06K$$

Debe comentarse que la temperatura del gas depende fuertemente de la posición del vástago, por lo que no se debe considerar como un valor representativo.

Se observa que las temperaturas del fluido en las diferentes cámaras son similares, lo cual se deba al constante mezclado que existe entre los aceites de las cámaras adyacentes como consecuencia de los flujos existentes.

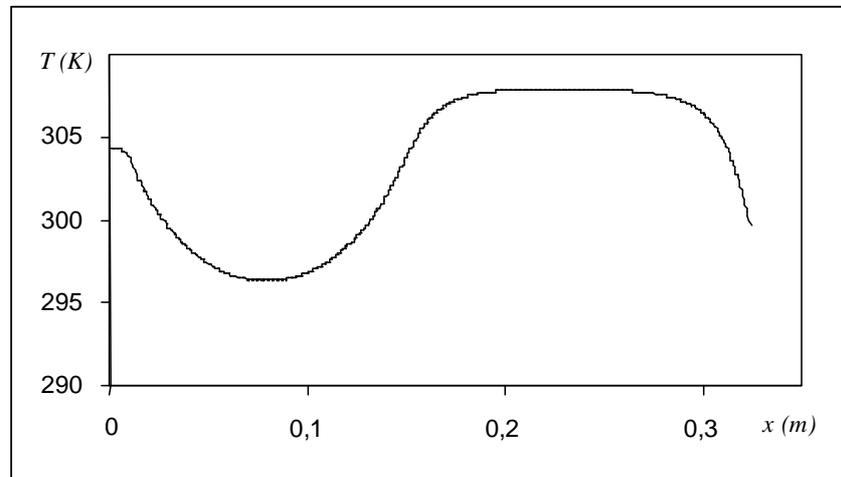
El siguiente resultado que se presenta son las temperaturas de las partes sólidas no discretizadas, esto es, la temperatura del pistón de trabajo y la de la válvula de la base:

$$T_{pis} = 308,97K$$

$$T_{vb} = 308,18K$$

Las cuales y, como era de esperar, son cercanas a las temperaturas de los fluidos que tienen alrededor.

Con el sistema de coordenadas propuesto y adoptando la superficie lateral más exterior del amortiguador como un elemento único se ha construido la figura siguiente, donde se detalla su perfil de temperaturas.



*Fig. 29.* Perfil calculado de temperaturas de la superficie lateral del amortiguador según el modelo de amortiguador de doble tubo térmico.

Teniendo presente que la temperatura de inicio del ciclo es de  $293K$ , existen puntos de la superficie exterior del vástago que han sufrido un aumento de temperatura de  $\Delta T \approx 14K$  como consecuencia de la energía disipada.

Lo más destacable del perfil de temperaturas obtenido es el descenso existente en la zona cercana al origen de coordenadas.

Resulta relativamente sencillo explicar qué ocurre en la zona afectada para que su incremento de temperatura no sea tan elevado como en el resto de los elementos.

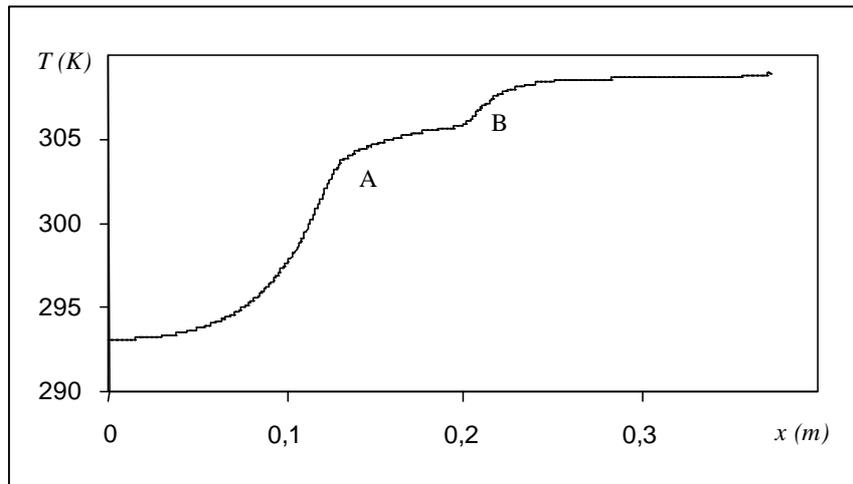
El primer punto a considerar es que la cámara de reserva contiene el gas, el cual tiene una masa de unos  $8 \cdot 10^{-5} kg$  o, lo que es lo mismo, del orden de unos  $0,08g$ .

Teniendo presente que el gas de la cámara de reserva tiene una capacidad calorífica baja comparada con la del aceite de trabajo y que su masa es baja en relación al volumen que ocupa, se comprende rápidamente que la transferencia de calor entre él y su entorno no será significativa con respecto a la transferencia existente entre los líquidos y sólidos.

Simplemente, lo que ocurre en la zona afectada es que prácticamente toda la transferencia de calor se produce por conducción, por lo que es necesario que tenga una temperatura inferior a la de su entorno.

Si bien el calor cedido o absorbido por el gas no es significativo para el entorno de éste, sí produce efectos notables en la temperatura del gas, pues su poca masa hace que éste sea muy sensible a “pequeñas” transferencias de calor.

La imagen siguiente, muestra el perfil de temperaturas que se obtiene en la superficie exterior del vástago.



*Fig. 30.* Perfil calculado de temperaturas en el vástago del amortiguador según el modelo de amortiguador de doble tubo térmico.

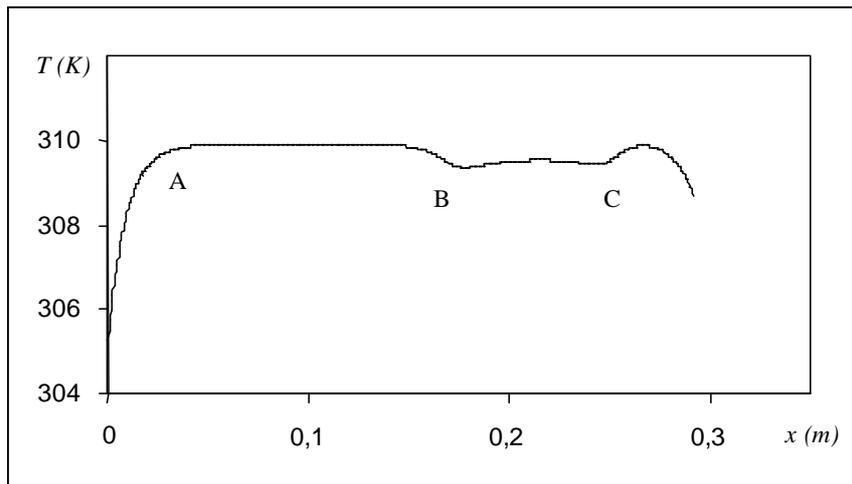
Se distinguen tres zonas referentes a la temperatura de la superficie exterior del vástago.

La primera zona va desde el origen del gráfico hasta el punto A, y es la única zona del vástago que no se encuentra en contacto ni con la tapa superior ni con el fluido de trabajo, por lo que la transferencia de calor que tiene lugar en toda su superficie es mediante conducción con las zonas más calientes y por convección natural con el aire del ambiente.

La zona que va desde el punto A hasta el punto B se encuentra, en algún momento del ciclo de trabajo, en contacto con la tapa superior. Adicionalmente, excepto la parte más inferior de la zona tratada, la superficie del vástago se encuentra en algún momento del ciclo se encuentra en contacto con el fluido de trabajo (cámara de tracción), por lo que es comprensible que su temperatura sea mayor que la de la zona anterior.

La tercera y última zona a tratar de la superficie del vástago va desde el punto B hasta el final de la curva. Toda la zona afectada se encuentra en todo instante en contacto con el fluido de trabajo (cámara de tracción), por lo que resulta coherente que la temperatura global de la zona en cuestión sea mayor que la de las anteriores.

A continuación, se muestra el perfil de temperaturas obtenido en el cilindro interior del amortiguador, el cual se ha discretizado únicamente en sentido longitudinal, pues debido al espesor que presenta, no tiene sentido discretizarlo radialmente.



*Fig. 31.* Perfil calculado de temperaturas del cilindro interior del amortiguador según el modelo de amortiguador de doble tubo térmico.

En este caso, se distinguen cuatro zonas.

La zona que va desde el origen hasta el punto A, se encuentra en contacto con el fluido de la cámara de tracción y con el gas ya que, en el instante de máxima compresión, el aceite de reserva se encuentra aproximadamente a  $0,066m$  respecto al origen de coordenadas actualmente utilizado, mientras que en momento de máxima extensión, el fluido de la cámara de reserva se encuentra a unos  $0,085m$ .

Como ya se ha comentado anteriormente, la transferencia de calor con el gas es poco notable en las partes sólidas, por lo que el aumento de temperatura de la zona en cuestión se debe, principalmente, a la transferencia de calor entre el fluido de la cámara de tracción.

Asimismo, se observa que al ir desde el punto A hacia el origen la temperatura decrece. Esto es debido a que se produce una transferencia de calor por conducción entre el cilindro y la tapa superior, la cual se encuentra a menor temperatura.

La zona que va desde el punto A hasta el punto B se encuentra interiormente recubierta por el fluido de la cámara de tracción y exteriormente por el fluido de la cámara de reserva, por lo que resulta lógico que su temperatura sea aproximadamente constante.

La zona que va desde el punto B hasta el punto C se encuentra exteriormente recubierta por el fluido de la cámara de reserva. En la zona interior, existen momentos en que la transferencia de calor se produce con el fluido de compresión, con el pistón o con el fluido de tracción, por lo que su temperatura no es, a priori, predecible, si bien si es esperable que sea menor que las zonas evolutivas, pues el pistón de trabajo debe presentar una menor temperatura como consecuencia de inercia térmica que tiene.

La última zona a tratar del cilindro interior es la que comprende desde el punto C hasta el final. Esta se encuentra recubierta exteriormente por el fluido de la cámara de reserva e interiormente por el fluido de la cámara de compresión. La caída de temperatura que presenta en el extremo se debe a que se encuentra en contacto directo con la válvula de

la base y se produce una transferencia de calor por conducción como consecuencia de la menor temperatura a la que se encuentra ésta (debe tenerse presente que la inercia térmica que presenta la válvula de la base, la cual no se ha discretizado, es mayor que la que presentan los elementos del cilindro interior).

A continuación se muestra el mapa del perfil de temperaturas obtenido para la tapa superior del amortiguador.

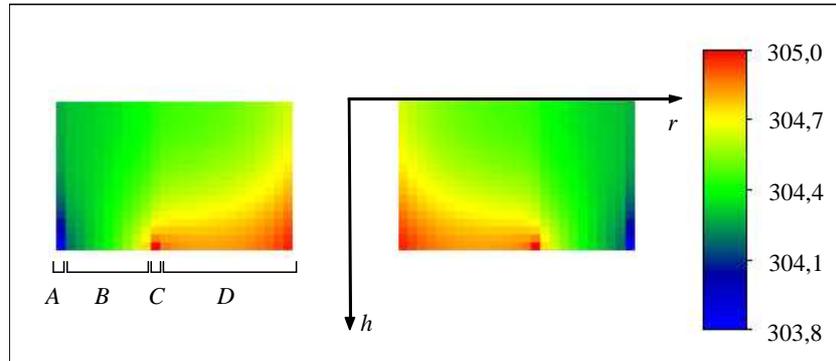


Fig. 32. Perfil calculado de temperaturas de la tapa inferior del amortiguador según el modelo de amortiguador de doble tubo térmico.

Para tener un orden de magnitud de las dimensiones de la tapa, se indicará que el diámetro interior es de  $0,011m$ , el diámetro exterior es de  $0,0385m$  y la altura total es de  $0,0096m$ .

La zona superior de la figura mostrada y las zonas laterales más externas forman parte de la geometría exterior del amortiguador, por lo que se produce una convección natural o forzada en función del movimiento del amortiguador.

En la zona del diámetro interior se produce un contacto “directo” con el vástago, por lo que la transferencia de calor de los elementos afectados se produce puramente por conducción.

La zona inferior de la figura es la más interesante de analizar, por lo que se han detallado cuatro zonas de interés, las cuales se comentan a continuación.

La zona A se encuentra en contacto con la parte superior del tubo exterior del amortiguador, el cual aloja, parcialmente, el gas.

Como la zona del tubo exterior donde se aloja el gas es la que se encuentra a menor temperatura, es esperable una transferencia de calor por conducción con las partes adyacentes, por lo que es comprensible que la zona tratada sea la más fría de todas.

En zona B sucede algo similar. Debido a la poca transferencia de calor existente entre el gas de la cámara de reserva, el incremento de temperatura de dicha zona se produce como consecuencia de la conducción con las zonas adyacentes, por lo que es esperable que no sea una zona caliente del amortiguador.

La zona C se encuentra en contacto con el tubo interior del amortiguador, el cual es el encargado de separar el fluido de trabajo de la cámara de reserva. Habida cuenta que la temperatura del aceite es elevada, se producirá una transferencia de calor desde el fluido hasta el tubo interior. Posteriormente, la energía cedida por el fluido al tubo interior se transmitirá por conducción hacia la tapa superior y, como consecuencia, la temperatura en esta zona es previsible que sea alta, efecto que se ha podido observar en la figura anterior.

A partir de la explicación anterior, se comprende fácilmente que la zona D sea la de mayor temperatura, pues se encuentra en contacto directo con el fluido de trabajo de la cámara de tracción.

La última zona que queda por mostrar es la tapa inferior del amortiguador, la cual se detalla en la figura siguiente.

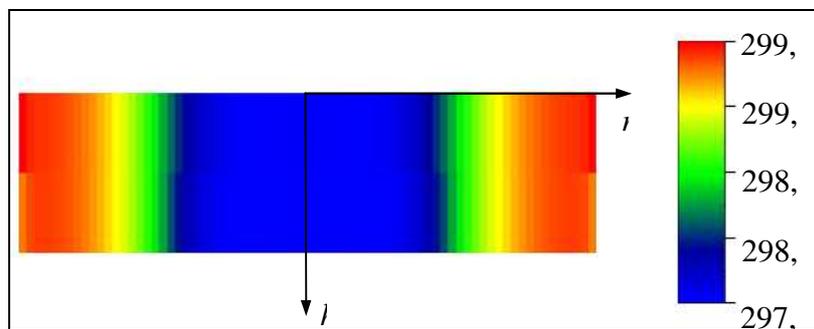


Fig. 33. Perfil calculado de temperaturas de la tapa inferior del amortiguador según el modelo de amortiguador de doble tubo térmico.

El primer efecto que llama la atención es que la zona central de la tapa superior se encuentra a una temperatura más baja que la de los extremos.

El motivo por el cual sucede esto es que en el modelo matemático utilizado para la obtención de resultados se ha tratado de simular el anclaje inferior del amortiguador introduciendo un volumen sólido (acero) de  $3,985 \cdot 10^{-5} m^3$  que intercambia calor mediante conducción con la zona central de la tapa inferior del amortiguador. Su único nodo de discretización se encuentra a  $6,85 \cdot 10^{-2} m$  respecto a los nodos de la tapa afectados.

El segundo efecto que llama la atención es que para un radio constante, la temperatura en el sentido “ $h$ ” se mantiene considerablemente constante, efecto que se debe a que la altura total de la válvula de la base es baja ( $7,6 \cdot 10^{-3} m$ ) y no se pueden producir gradientes notables de temperatura bajo unas condiciones “normales”.

### 7.1.4- Obtención de resultados experimentales

La obtención de resultados experimentales se realiza mediante la máquina de ensayo descrita en el capítulo 6.

Debido a que la máquina de ensayo únicamente dispone de un sensor de posición y una célula de carga, los únicos resultados obtenibles directamente son la posición y la fuerza.

La medida del tiempo se hace de forma implícita a partir de la frecuencia de muestreo del sistema de adquisición de datos, es decir, se conoce el intervalo de tiempo transcurrido entre la lectura experimental de dos puntos consecutivos.

Como se desprende de todo el estudio previo, resulta especial interés conocer la característica de fuerza – velocidad del amortiguador que se ensaya pero, desafortunadamente, a partir de los datos experimentales no es posible conocer dicha característica.

Con el fin de obtener fácilmente todas las propiedades requeridas del ciclo de trabajo al que se encuentra sometido el amortiguador y poder determinar las curvas características del amortiguador se necesita procesar los datos adquiridos.

No es el objetivo de éste punto profundizar sobre el método utilizado para el procesado de datos, por lo que si se requiere información adicional, se debe consultar el punto 7.4.

A partir de los datos experimentales y una vez han sido tratados y filtrados (eliminación de ruidos), se obtienen los siguientes resultados:

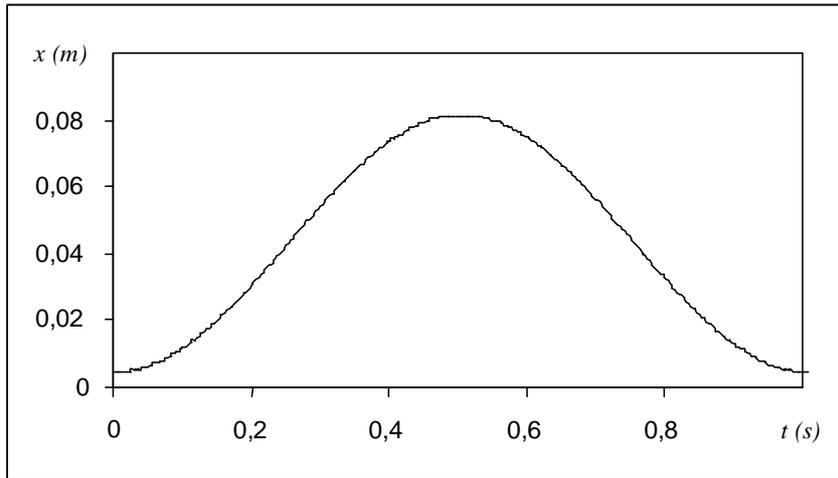
1.  $t$  : tiempo de adquisición del dato respecto a la adquisición del primero
2.  $x$  : posición
3.  $v$  : velocidad
4.  $F$  : fuerza realizada por el amortiguador
5.  $x_{\min}$  : posición mínima medida
6.  $r$  : radio de giro del sistema biela – manibela o amplitud del ciclo
7.  $\omega$  : frecuencia del movimiento

por lo que resulta sencillo obtener los gráficos de posición–tiempo, velocidad–tiempo, fuerza–tiempo, posición–fuerza y posición – velocidad.

Se presentarán los resultados obtenidos para tres ciclos diferentes, sobre los cuales se obtendrán conclusiones cuando se comparen con los modelos teóricos en el apartado 7.1.5.

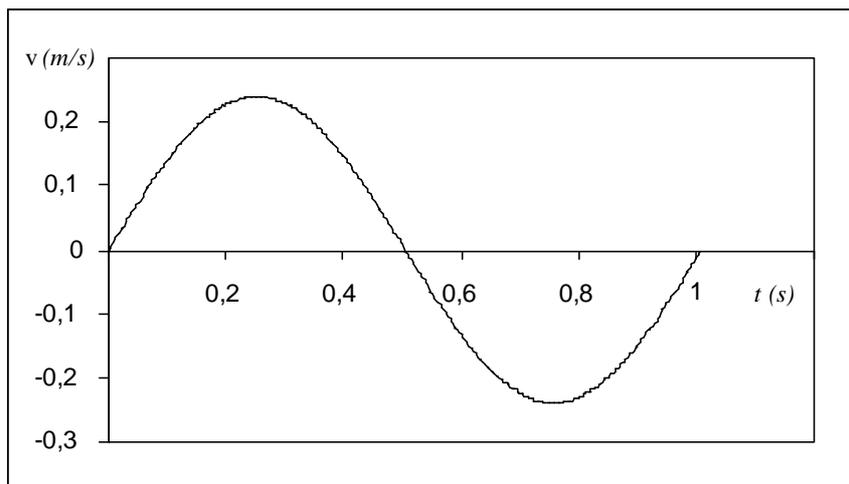
$$\begin{aligned}T_{inic} &= 20^{\circ}C \\x_i &= 0,166m \\r &= 0,0385m \\\omega &= 6,24rad \cdot s^{-1}\end{aligned}$$

Por lo que se obtiene la posición del amortiguador en función del tiempo siguiente:



*Fig. 34.* Posición del amortiguador en función del tiempo para una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Análogamente, la velocidad del pistón del amortiguador se ha representado en la figura siguiente:



*Fig. 35.* Velocidad del amortiguador en función del tiempo para una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

En éste caso, la fuerza de amortiguación obtenida para el primer ciclo es:

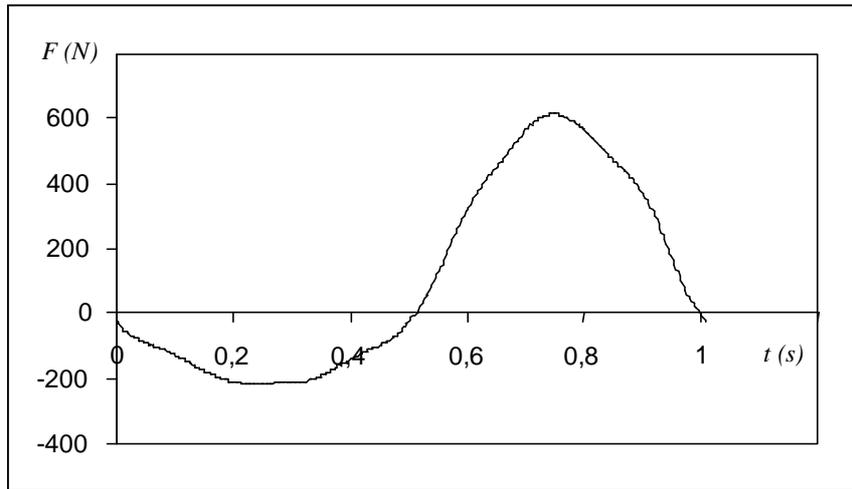


Fig. 36. Fuerza de amortiguamiento en función del tiempo para el primer ciclo para una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Relacionando la fuerza de amortiguamiento con la posición del pistón se obtiene la figura siguiente:

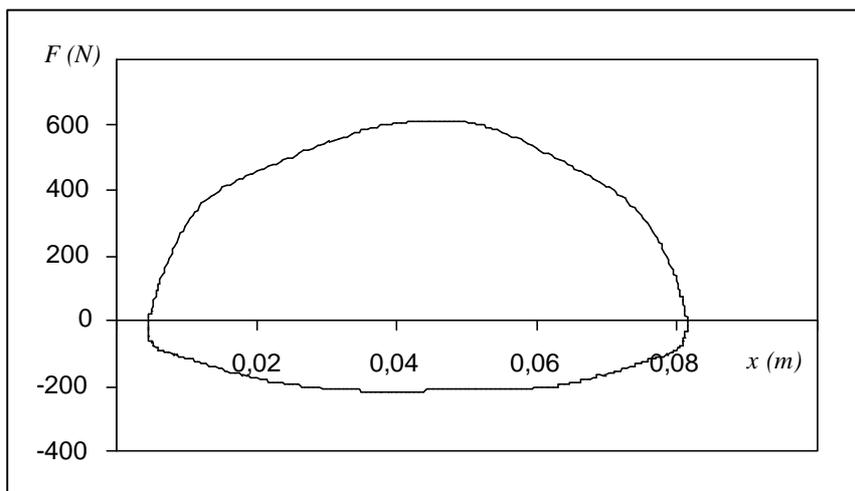


Fig. 37. Fuerza de amortiguamiento en función de la posición para el primer ciclo a una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Asimismo, resulta sencillo obtener el gráfico de fuerza – velocidad para el nuevo ciclo.

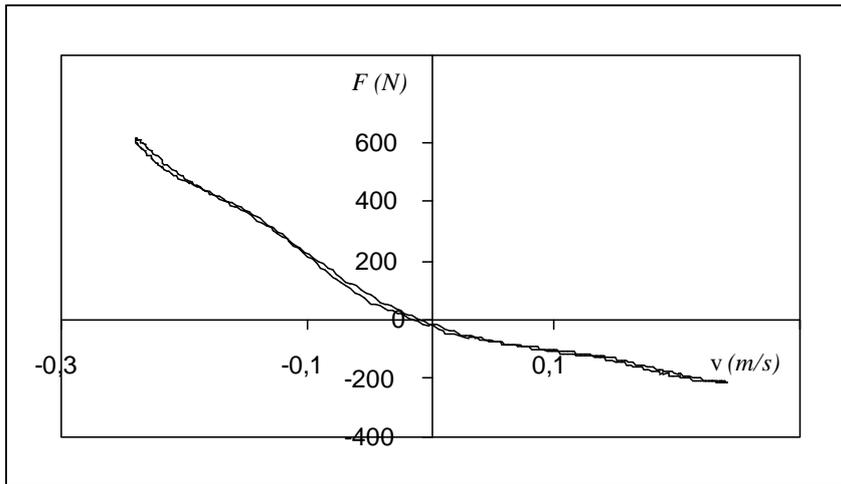


Fig. 38. Diagrama de fuerza – velocidad del amortiguador en primer ciclo de trabajo a una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

A continuación, se muestra la fuerza de amortiguamiento en función de la velocidad una vez han transcurrido 5 minutos de funcionamiento a velocidad angular constante.

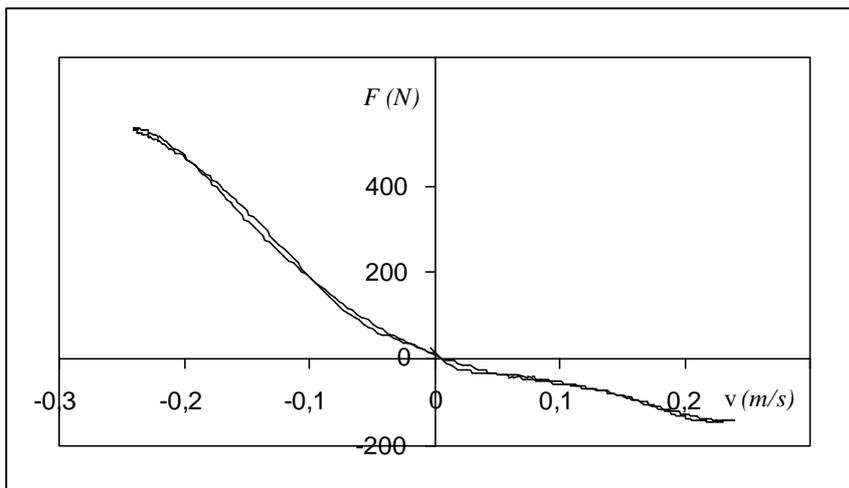


Fig. 39. Diagrama de fuerza – velocidad del amortiguador después de 5 min de trabajo a una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Y para observar mejor la diferencia existente, se muestra la comparación de las fuerzas de amortiguamiento del ciclo inicial y después de 5 min de funcionamiento.

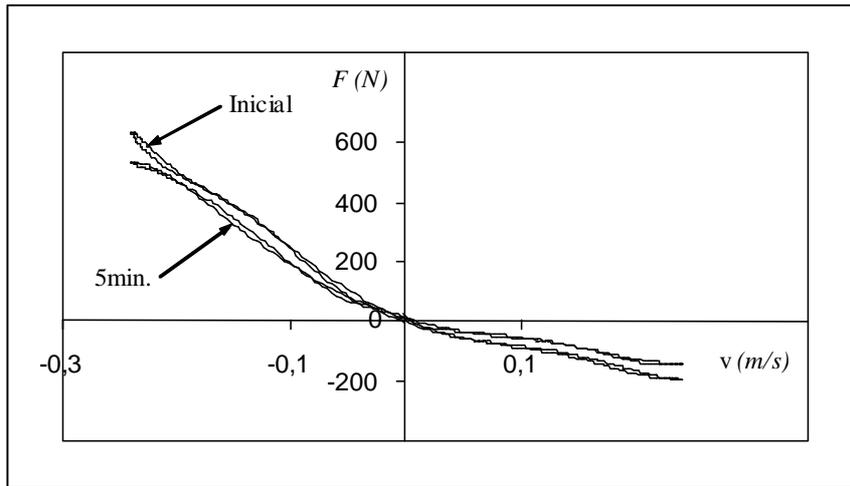


Fig. 40. Comparación de las fuerzas de amortiguación para una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Se muestra a continuación la evolución temporal de la temperatura de un punto situado en el cuerpo del amortiguador a 10mm de distancia de la superficie superior de la tapa superior.

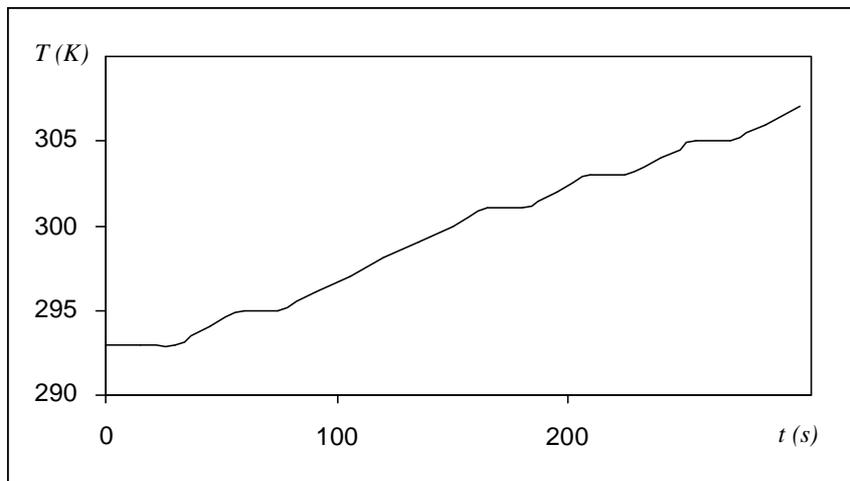
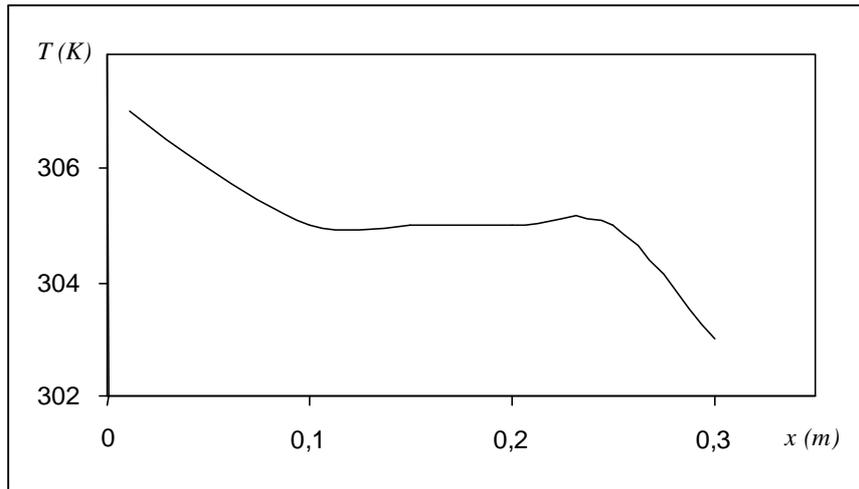


Fig. 41. Temperatura de un punto situado a 10mm de la superficie superior de la tapa superior en función del tiempo para una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

El perfil de temperaturas del cuerpo exterior del amortiguador referenciado en el mismo sistema de coordenadas que en el modelo teórico es:

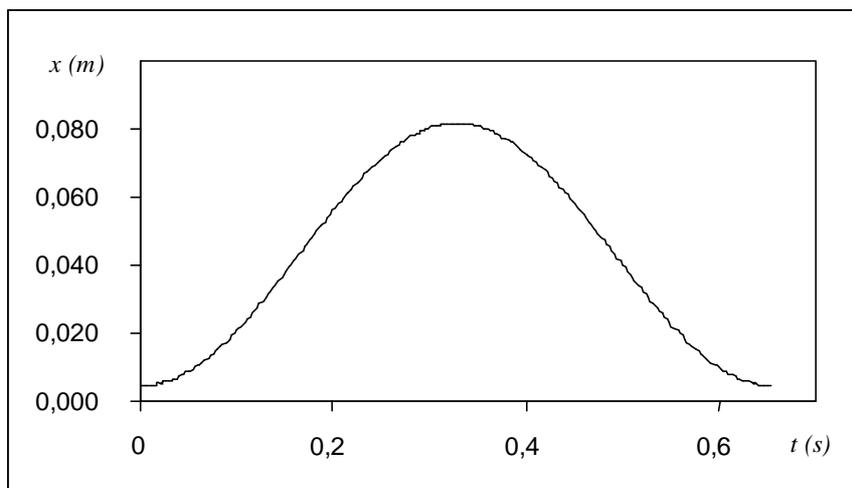


*Fig. 42.* Perfil exterior de temperatura del amortiguador ensayado después 5min. de funcionamiento para una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,2\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Una vez finalizada la presentación de los resultados obtenidos para el primer ciclo experimental, se muestran los resultados que se han obtenido bajo unas nuevas condiciones de ensayo. En particular, las nuevas condiciones son:

$$\begin{aligned}
 T_{\text{inic}} &= 20^{\circ}\text{C} \\
 x_i &= 0,166\text{m} \\
 r &= 0,0385\text{m} \\
 \omega &= 9,59\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}
 \end{aligned}$$

Resulta relativamente sencillo obtener la posición del amortiguador en función del tiempo. La figura 43 muestra la posición del pistón de trabajo para el primer ciclo completo que realiza el amortiguador.



*Fig. 43.* Representación de la velocidad del pistón en función del tiempo para una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 9,59\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Como se ha podido observar, el origen del tiempo se referencia al inicio del ciclo, lo cual permite tratar con mayor claridad los datos obtenidos.

El método utilizado para el tratado de datos permite calcular fácilmente la velocidad del amortiguador, la cual se muestra a continuación.

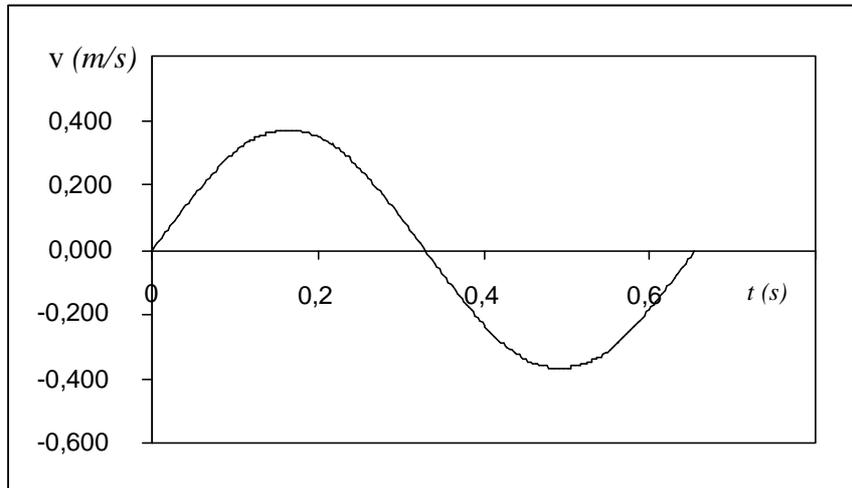


Fig. 44. Representación de la velocidad del pistón en función del tiempo para una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Debido a que no se introduce ninguna modificación ni en la frecuencia del movimiento ni en la amplitud de éste a lo largo del ensayo, tanto la posición como la velocidad se repiten a lo largo de todo el ensayo. No ocurre lo mismo con la fuerza de amortiguamiento ni con la temperatura del amortiguador.

En la figura 45, se muestra la fuerza de amortiguamiento que realiza el amortiguador en su primer ciclo completo de trabajo.

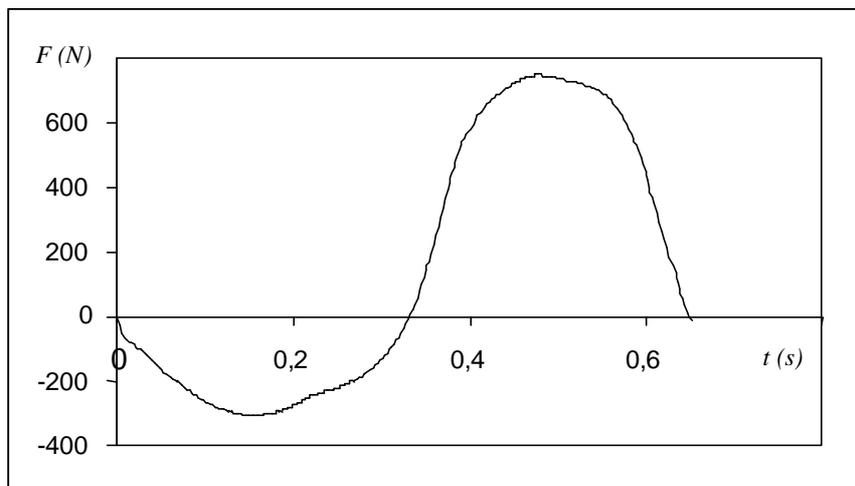


Fig. 45. Representación de la fuerza de amortiguamiento en función del tiempo para una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Junto con la posición, resulta inmediato obtener el gráfico de fuerza – posición del amortiguador.

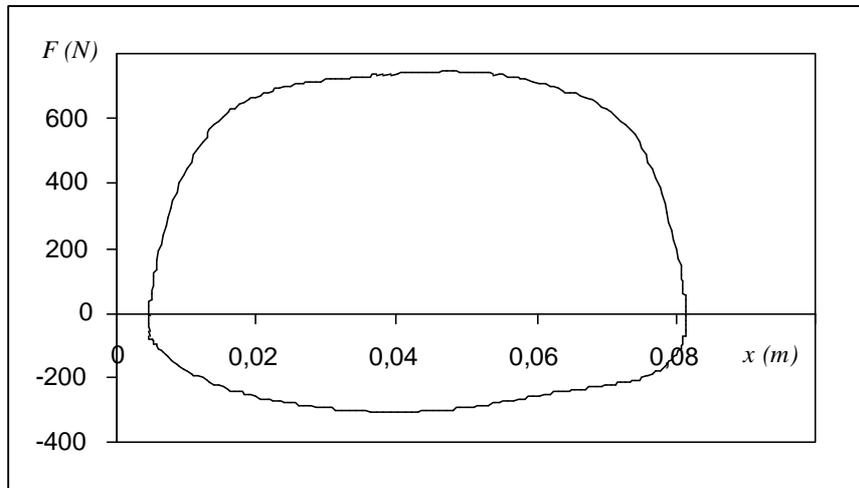


Fig. 46. Representación de la fuerza de amortiguamiento en función de la posición para una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

De la misma manera, se obtiene la curva característica de fuerza – velocidad.

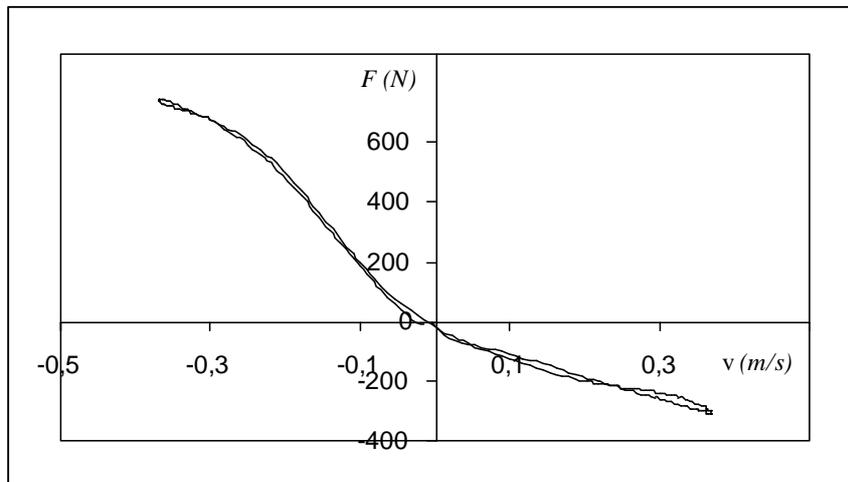


Fig. 47. Curva característica de velocidad – fuerza del amortiguador para el ciclo inicial para una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Debido a que los datos mostrados hasta ahora corresponden al primer ciclo completo de trabajo, la temperatura del amortiguador es prácticamente la temperatura inicial, por lo que carece de sentido mostrar el perfil de temperaturas medido.

Con el objetivo de poder observar el cambio existente en la fuerza de amortiguamiento una vez el amortiguador ha realizado una serie de ciclos, se muestra la figura 48, donde se observa la fuerza obtenida después de 5min de funcionamiento.

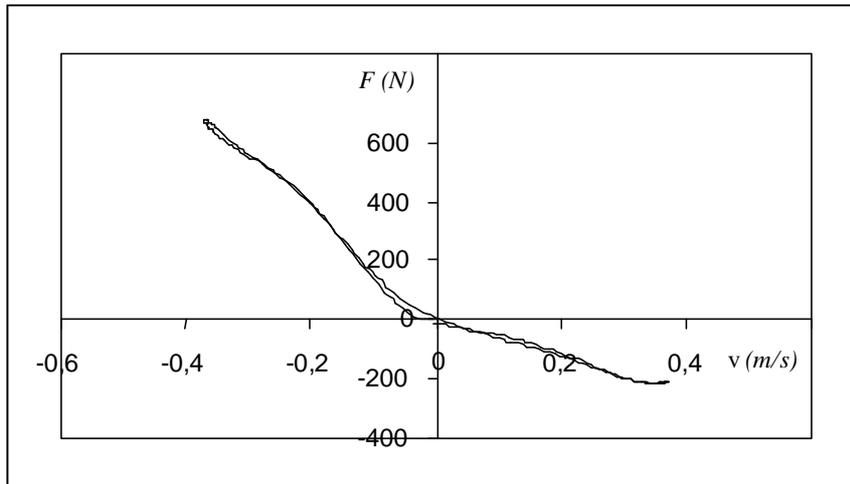


Fig. 48. Curva característica de velocidad – fuerza del amortiguador después de 5 min. de funcionamiento inicial para una frecuencia del ciclo de  $\omega = 9,59rad \cdot s^{-1}$ .

Para poder observar claramente la variación de la fuerza, se muestra la curva de fuerza – velocidad del ciclo inicial junto con el ciclo actual.

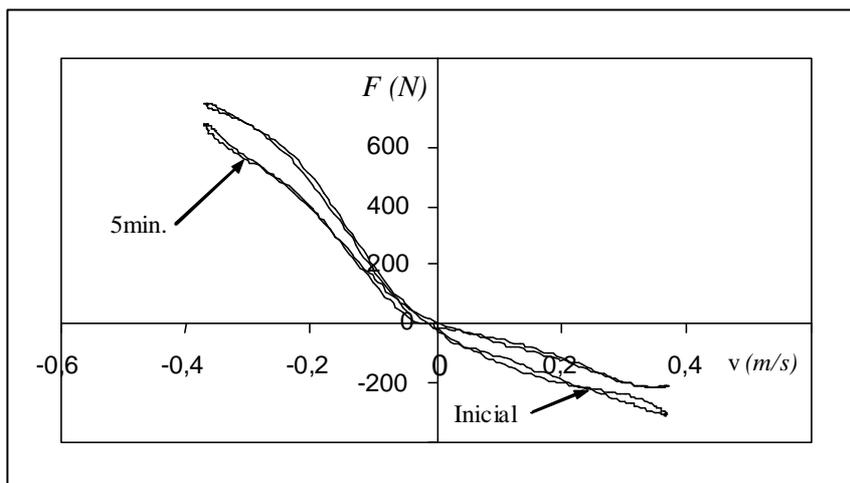
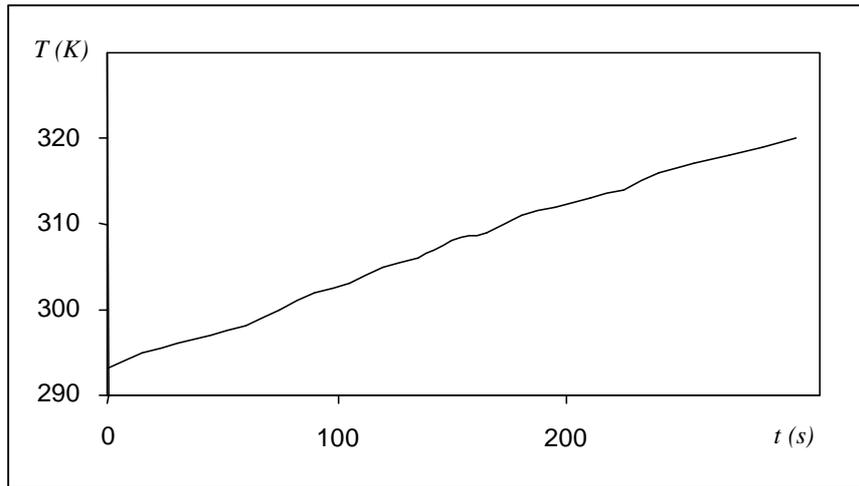


Fig. 49. Comparación de las fuerzas de amortiguamiento del ciclo inicial y después de funcionar 5 min. para una frecuencia del ciclo de  $\omega = 9,59rad \cdot s^{-1}$ .

También resulta de interés conocer el perfil de temperaturas a la que se encuentra el amortiguador a medida que pasa el tiempo.

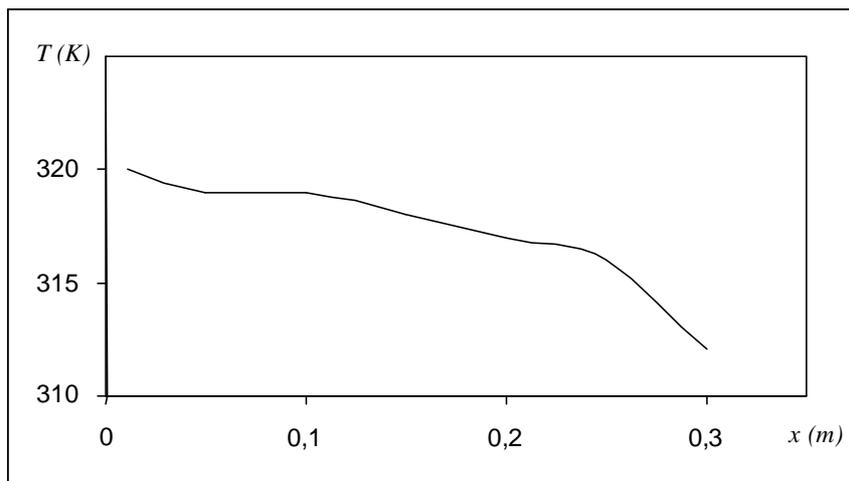
Debido a la complejidad de la obtención de la temperatura de las partes interiores, se dispone únicamente de la temperatura de la superficie exterior.

La siguiente figura muestra la evolución de la temperatura de un punto del cuerpo exterior del amortiguador situado a una distancia de 10mm desde la superficie superior de la tapa superior.



*Fig. 50.* Evolución de la temperatura de un punto situado a  $10\text{mm}$  de la superficie superior de la tapa superior en función del tiempo para una frecuencia del ciclo de  $\omega = 9,59\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

En este caso, el perfil exterior de temperaturas del amortiguador referenciado en el mismo sistema de coordenadas que el utilizado en el modelo teórico es:



*Fig. 51.* Perfil exterior de temperatura del amortiguador ensayado después  $5\text{min}$  de funcionamiento para una frecuencia del ciclo de  $\omega = 9,59\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

### 7.1.5- Comparación de resultados

Lógicamente, la validación del modelo teórico se debe realizar tomando como referencia los resultados experimentales obtenidos.

En el punto que se presenta a continuación, se compararán gráficamente las fuerzas de amortiguamiento y los perfiles de temperatura obtenidos para los diferentes ciclos experimentales tratados junto con los resultados obtenidos con el modelo matemático de

amortiguador de doble tubo térmico pues, como ya se ha visto, es el único modelo de amortiguador de doble tubo que permite estudiar el comportamiento térmico del amortiguador.

El primer ciclo tratado en el apartado 7.1.4 estaba descrito por las propiedades siguientes:

$$\begin{aligned}T_{inic} &= 20^{\circ}C \\x_i &= 0,166m \\r &= 0,0384m \\\omega &= 6,23rad \cdot s^{-1}\end{aligned}$$

La imagen siguiente muestra la comparación gráfica de la fuerza de amortiguamiento en función del tiempo del modelo teórico junto con los resultados experimentales en el instante inicial.

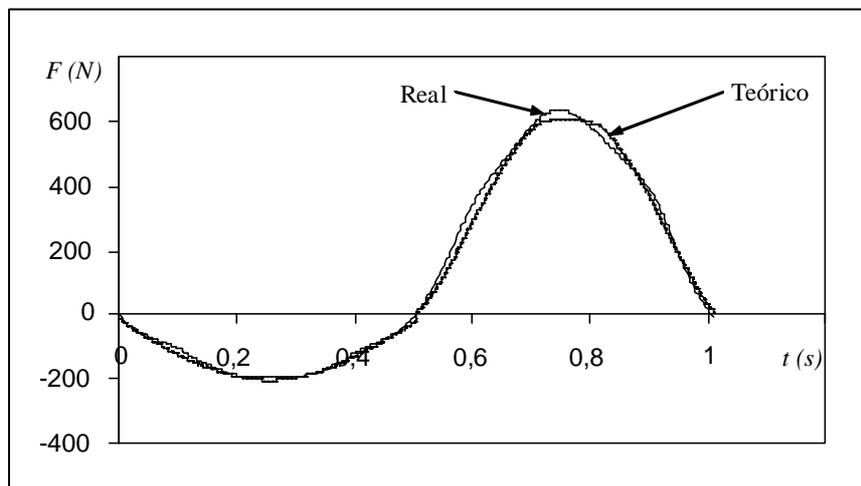


Fig. 52. Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función del tiempo para el instante inicial y una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,23rad \cdot s^{-1}$ .

Se observa que la zona donde el modelo teórico describe peor la fuerza de amortiguamiento es en la zona de máxima fuerza de tracción, siendo la diferencia máxima de  $\Delta F_{max} = 24N$ , representando un error del 4%. Como conclusión, se puede decir que la modelización de la parte hidráulica es correcta.

Las características de fuerza – posición se muestran tanto para los datos experimentales como para el modelo matemático en la figura siguiente:

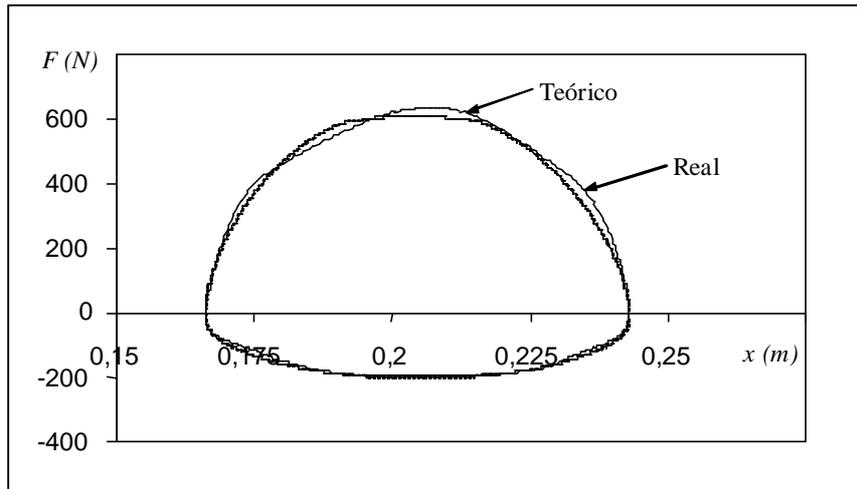


Fig. 53. Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función de la posición para el instante inicial y una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,23 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Si bien el gráfico anterior muestra un buen ajuste en la zona de compresión, zona en que las curvas mostradas en el gráfico prácticamente se confunden, también permite ver más claramente las diferencias existentes en el ciclo de tracción.

Probablemente, parte de la asimetría que muestra en el ciclo de tracción del amortiguador real se debe a que existe alguna burbuja de gas (aire) en el interior de la cámara de tracción. Desafortunadamente, dicho fenómeno no es simulable con el modelo matemático.

El último gráfico comparativo y el que suele ser más representativo es el de fuerza – velocidad, el cual se presenta a continuación.

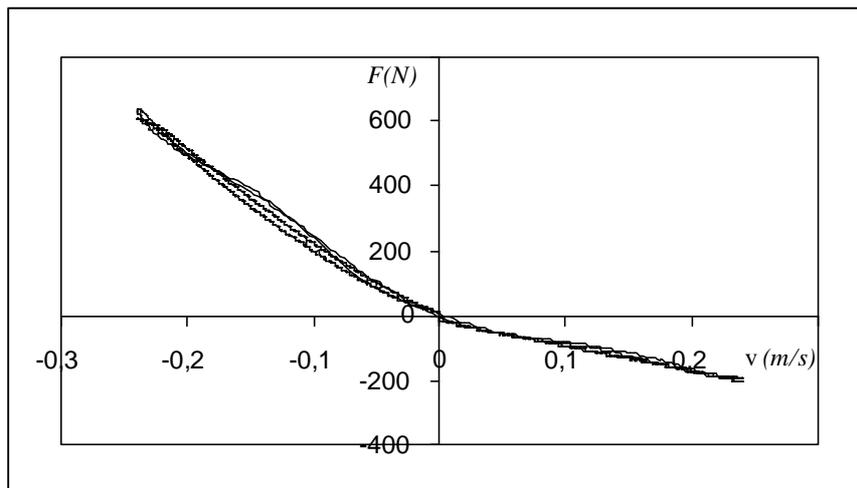


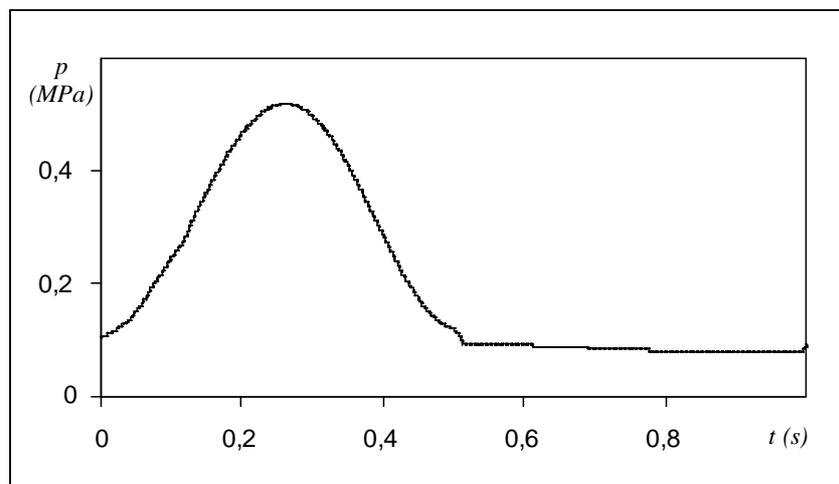
Fig. 54. Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función de la velocidad para el instante inicial y una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,23 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Como era previsible, se observa que las dos curvas son bastante similares.

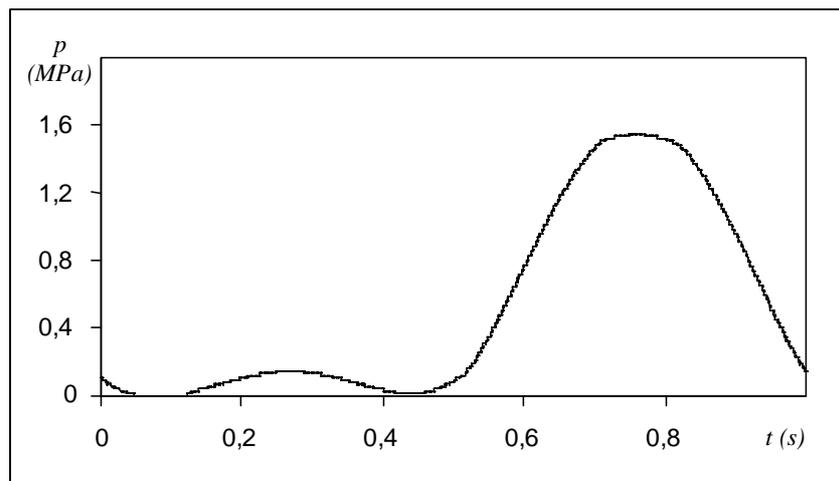
No obstante, la histéresis mostrada por el modelo matemático en el ciclo de tracción es ligeramente mayor que la mostrada en el amortiguador real. Con el fin de ajustar mejor el modelo matemático, se debería modificar el coeficiente de compresibilidad del fluido y/o el coeficiente de expansión de la cámara de trabajo.

Desafortunadamente, no se ha podido disminuir ninguno de los dos coeficientes, pues el programa de cálculo presenta problemas de convergencia.

Aunque no ha sido posible la verificación experimental, resulta interesante observar la evolución de las presiones en las cámaras de trabajo y de la cámara de reserva, pues éstas son las generadoras de la fuerza de amortiguamiento.



*Fig. 55.* Evolución temporal de la presión en la cámara de compresión según del modelo DTT para el instante inicial y una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,23rad \cdot s^{-1}$ .



*Fig. 56.* Evolución temporal de la presión en la cámara de tracción según del modelo DTT para el instante inicial y una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,23rad \cdot s^{-1}$ .

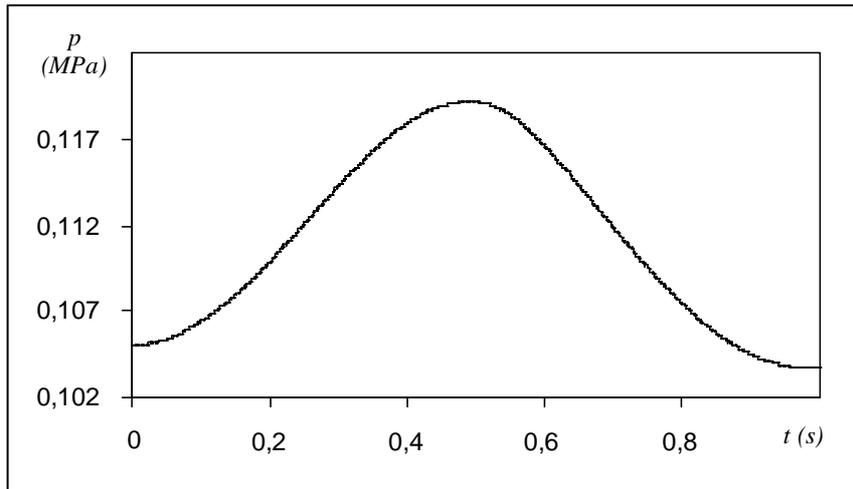


Fig. 57. Evolución temporal de la presión en la cámara de reserva según del modelo DTT para el instante inicial y una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,23 \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

La mínima presión que se alcanza en la cámara de tracción ( $p_{2\text{min}}$ ) se produce aproximadamente en el inicio del ciclo de compresión y es de unos  $37 \text{kPa}$ , por lo que el amortiguador no cavita a lo largo del primer ciclo.

De la evolución temporal de las presiones, se observa que la presión en la cámara de compresión alcanza valores relativamente elevados ( $\approx 1,6 \text{MPa}$ ). Este hecho está en concordancia con lo explicado en capítulos anteriores, pues como se comentó, una presión elevada de la cámara de compresión trata de conseguir que la presión de la cámara de tracción no alcance valores cercanos a la de vapor, evitando la cavitación del fluido.

Una vez se ha validado la parte hidráulica para éste ciclo, se debe proceder a validar la parte térmica, pues es el trabajo innovador que se presenta.

Para tal fin, se comparará la fuerza de amortiguamiento del amortiguador ensayado con la fuerza teórica deducida de la simulación matemática una vez transcurridos 5 minutos de funcionamiento bajo el mismo ciclo y, posteriormente, se comparará el perfil de temperaturas exterior del amortiguador con la predicción obtenida.

No obstante, antes de comparar la fuerza de amortiguamiento del amortiguador real con la del modelo matemático, resulta interesante comparar las fuerzas de amortiguamiento obtenidas experimentalmente en el ciclo inicial con la que se obtiene después de 5 min de funcionamiento bajo un ciclo constante de trabajo.

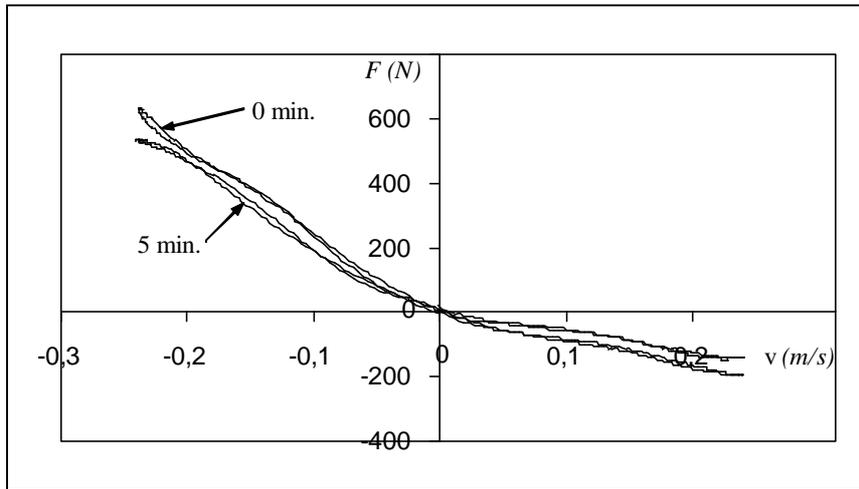


Fig. 58. Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento del amortiguador real en el instante inicial y después de 5 min. de funcionamiento a una frecuencia de  $\omega = 6,23 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Como era esperable, aparece una disminución general de la fuerza de amortiguamiento desde el ciclo inicial hasta el ciclo representado después de 5 minutos de funcionamiento bajo el mismo ciclo de trabajo.

En la siguiente figura, se comparan las fuerzas de amortiguamiento del amortiguador real y del modelo matemático después de 5 minutos de estar funcionando bajo el mismo ciclo de trabajo.

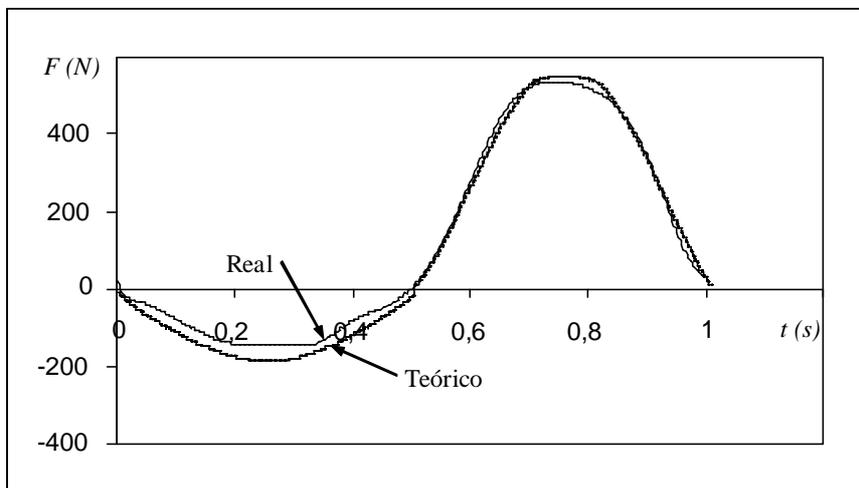


Fig. 59. Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función del tiempo después de 5 min de funcionamiento bajo una frecuencia de ciclo de  $\omega = 6,23 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Por lo que respecta al ciclo de compresión, se observa que la predicción del modelo matemático difiere ligeramente del amortiguador real, siendo la máxima diferencia de fuerzas de  $42 \text{ N}$ , lo cual representa un 29% sobre la fuerza real. El motivo de dicha diferencia reside en que se ha supuesto que la función correctora de la pérdida de carga

en función de la temperatura para las válvulas de compresión es lineal. Bajo tal hipótesis, no se puede conseguir un buen ajuste para las diferentes condiciones de trabajo (como por ejemplo, para diferentes frecuencias de ciclo).

Por otra parte, en la zona de tracción, se aprecia una buena modelización del amortiguador.

Con el objetivo de poder observar mejor las diferencias a lo largo del ciclo, se presenta el gráfico de fuerza – velocidad para el ciclo en cuestión.

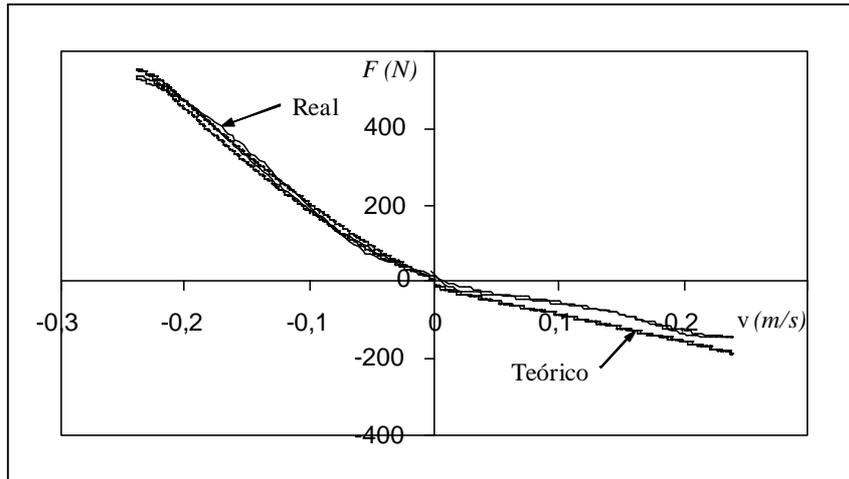


Fig. 60. Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función de la velocidad después de 5 min de funcionamiento bajo una frecuencia de ciclo de  $\omega = 6,23rad \cdot s^{-1}$ .

Con el objetivo de validar el modelo térmico, se procede a comparar los perfiles de temperaturas del amortiguador real respecto al modelo matemático.

La imagen siguiente muestra el perfil exterior cilíndrico del cuerpo del amortiguador, situando el origen de referencia en la parte superior de la tapa superior.

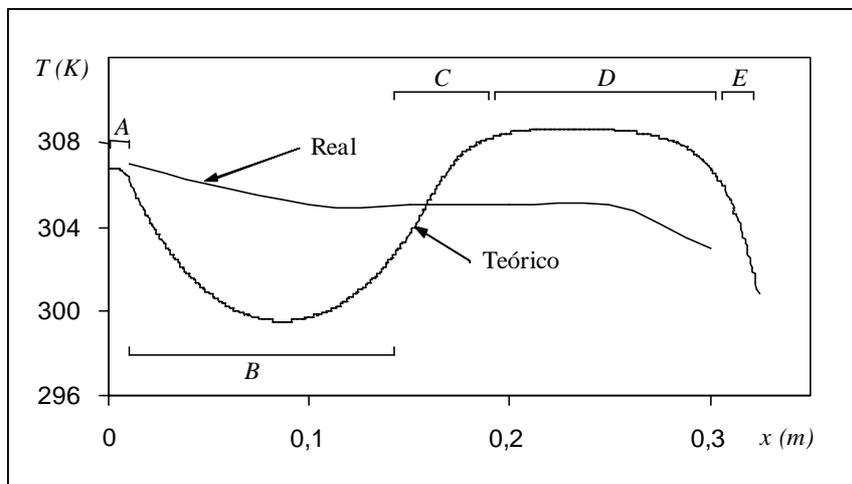


Fig.61. Comparación gráfica de los perfiles de temperaturas del cuerpo cilíndrico exterior después de 5 minutos de funcionamiento bajo el mismo ciclo a una frecuencia de  $\omega = 6,23rad \cdot s^{-1}$ .

De la comparación gráfica anterior se pueden destacar varios aspectos.

En términos globales, el primer aspecto que llama la atención es que el modelo teórico predice una zona que se encuentra a mayor temperatura que lo obtenido con el amortiguador y otra zona que se encuentra por debajo de la real.

La integración numérica de las dos curvas entre  $x = 0,01$  y  $x = 0,3$  da un valor de  $\Xi = 88,5K \cdot m$  en el amortiguador real y un valor de  $\Xi = 88,4K \cdot m$  en el modelo teórico, lo cual supone un error total del 0,1% . El valor de error obtenido es indicativo de que la transferencia de calor que se ha producido está considerablemente bien modelizada en términos globales.

La zona *A* indicada en el gráfico corresponde a la tapa superior del amortiguador, la cual no se puede comparar con el amortiguador real por no disponerse de medios apropiados para la adquisición de la temperatura real con suficiente precisión. El hecho que en esta zona la temperatura de la pared decrezca a medida que se incrementa la coordenada  $x$  se detalló en el apartado 7.1.3.5, por lo que no se volverá a entrar en detalle.

La zona *B* corresponde, esencialmente, a la zona en contacto con el gas de reserva. Se observa que la temperatura real del amortiguador se encuentra por encima de la temperatura del modelo.

Existen dos motivos por los que la temperatura del amortiguador real se encuentra por encima de la calculada.

El primer motivo proviene del hecho que, cuando circula caudal desde la cámara de compresión hasta la cámara de reserva, se produce una agitación del fluido de reserva, lo cual produce que parte de éste fluido salpique las paredes donde se aloja el gas. Porque el fluido se encuentra a temperatura mayor que la pared del cilindro, se produce una transferencia de calor que tiende a calentar la pared del cilindro y enfriar el fluido de la cámara de reserva.

Por otra parte, cuando la presión de la cámara de tracción se encuentra por encima de la presión atmosférica, el fluido de dicha cámara tiende a fugarse a través del espacio existente entre el vástago del amortiguador y su guía.

Este fenómeno no es del todo perjudicial, pues el fluido que se fuga moja el retén y evita que éste se reseque prematuramente.

Los fabricantes de amortiguadores son conocedores de éste fenómeno y para su control permite la existencia de un cierto volumen entre la guía del vástago y el retén, volumen donde se aloja el aceite fugado.

Además de mojar el retén, el aceite fugado cumple una segunda misión, que consiste en retornar hacia la cámara de tracción cuando la presión de ésta es inferior a la del volumen alojado entre el retén y la guía del vástago, evitando así la entrada de aire en las cámaras de trabajo.

Desafortunadamente no todo son ventajas, pues la hermeticidad que proporciona el retén hace que el volumen fugado se presurice, tendiendo a fatigar la goma de éste y acortando su vida.

La solución a éste problema pasa por conectar el volumen donde se aloja el aceite fugado con la cámara de reserva mediante unos conductos que no sólo tienen la misión de despresurizar el volumen de aceite fugado sino que deben controlar el volumen de éste.

Como consecuencia, el aceite fugado que retorna a la cámara de reserva tiene que atravesar el volumen ocupado por el gas, siendo esperable que éste aceite moje parcial o totalmente las paredes interiores donde se aloja dicho gas. Nuevamente se producirá una transferencia de calor entre el fluido de trabajo y los cilindros tanto interior como exterior.

Debido a que el modelo matemático (DTT) no contempla ninguno de los fenómenos descritos, resulta esperable que la temperatura predicha se encuentre por debajo de la real, pues en ambos casos es esperable que el aceite se encuentre a mayor temperatura que las paredes que encierran al gas.

A pesar de todo, se verán casos en los que en la zona descrita, la temperatura real del amortiguador presenta un mínimo local, lo cual es indicativo de que el modelo utilizado (DTT) hace una descripción cualitativamente aceptable de la fenomenología que tiene lugar en el interior del amortiguador.

Por lo que refiere a la zona *C*, es la zona teórica que está parcialmente en contacto con el aceite y parcialmente en contacto con el gas, dependiendo de la cantidad de vástago introducido dentro del cuerpo del amortiguador.

La diferencia cualitativa entre la curva de temperatura real y la teórica reside en que ésta última presenta una curvatura considerablemente mayor.

En el modelo teórico, tanto la zona física ocupada por el gas como la zona física ocupada por el fluido de trabajo están perfectamente definidas, por lo que, para un instante dado y para cualquier altura de la zona lateral del amortiguador, resulta posible determinar si la transferencia de calor con la pared lateral sólida se hace con el fluido o con el gas.

Bajo tal hipótesis, aparece una zona bien definida situada en la cámara de reserva en la que, parcialmente a lo largo de un ciclo, se produce transferencia de calor con el fluido de trabajo. Por la constitución del amortiguador y tomando como referencia el sistema de coordenadas utilizado en la figura anterior, resulta sencillo darse cuenta que, en la zona perteneciente a *C*, a menor valor de  $x$  menos tiempo de contacto con el fluido a lo largo de un ciclo.

Como se ha comentado anteriormente, el aceite de trabajo es el elemento que alcanza una mayor temperatura, por lo que bajo tales condiciones es esperable que la zona *C* presente un gradiente “elevado” de temperatura.

Por otra parte, los fenómenos que se detallaron para la zona *B* de recirculación del aceite y de agitación de éste, hacen que la zona real de contacto con el aceite no se encuentre bien definida por lo que se obtiene un perfil de temperaturas mucho más suave que el calculado.

Continuando con la zona *D* mostrada en la figura, se observa que el modelo teórico predice una temperatura mayor y más constante que la medida en el amortiguador real.

El motivo principal por el que la temperatura del amortiguador real se encuentra por debajo de la temperatura calculada coincide con el que se ha descrito para la zona *B*. Efectivamente, la pérdida de calor adicional que tiene lugar en el fluido de la cámara de reserva hace que la temperatura global de éste baje respecto al modelo teórico.

Por otro lado, el hecho que la temperatura real del amortiguador tenga una forma más plana es consecuencia de considerar que todo el volumen fluido se encuentra a una misma temperatura mientras que realmente existe un gradiente de temperaturas dentro del volumen fluido.

Como sucedía con la tapa superior, no se dispone de medios para la adquisición precisa de la tapa inferior, por lo que no es posible comparar el modelo teórico con la realidad. A pesar de ello, debido a que en el ciclo de compresión la válvula de la base dirige el fluido entrante a la cámara de reserva directamente hacia la tapa inferior, se produce una convección forzada que el modelo matemático no está preparado para reproducir, por lo que, probablemente, el perfil de temperaturas será distinto al calculado.

Las dos conclusiones principales que se pueden obtener a partir de la comparación son:

- 1- A efectos globales, la “cantidad de calentamiento” del conjunto predicha por el modelo se ajusta considerablemente bien a la realidad.
- 2- Si bien el modelo matemático describe parte de la fenomenología que tiene lugar en el amortiguador, debido a que no es capaz de describir con detalle el comportamiento real del fluido, la predicción local de las temperaturas no se ajusta correctamente a la realidad. Aun así, es previsible que para ciclos más lentos, el ajuste cuantitativo sea mejor.

Para finalizar la comparación del ciclo que se está tratando, se comparará la evolución temporal de la temperatura en un punto fijo del amortiguador.

La imagen que se presenta corresponde a evolución temporal de la temperatura a lo largo de 5 minutos de funcionamiento a velocidad angular constante de un punto perteneciente al cuerpo exterior del amortiguador el cual se encuentra a 10mm de la superficie superior de la tapa superior.

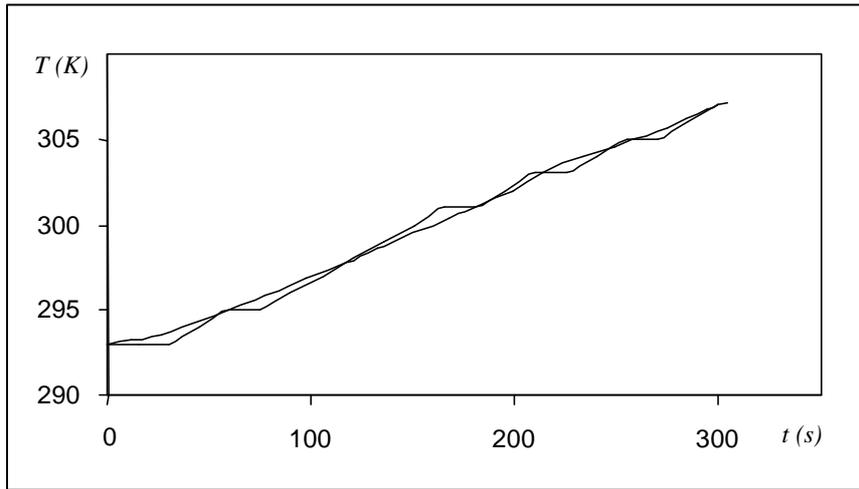


Fig.62. Comparación gráfica de la evolución de la temperatura en función del tiempo para un punto situado en el cuerpo exterior a 10mm de la superficie superior de la tapa superior bajo un ciclo constante a  $\omega = 6,23rad \cdot s^{-1}$ .

Del gráfico se observa que existe un buen seguimiento del modelo respecto a la temperatura real del amortiguador, pues el máximo error que se aprecia se produce alrededor de los 80s, siendo de un 0,2%.

No obstante, a partir de la figura 61, se puede observar que la temperatura real del punto que se ha utilizado para estudiar la evolución temporal de la temperatura se ajusta considerablemente bien a la realidad, motivo por el que el máximo error encontrado es tan bajo.

Con el fin de mostrar la afirmación anterior, se presenta la evolución temporal de la temperatura de un punto situado en el exterior del cilindro de reserva a una distancia de 50mm desde la superficie superior de la tapa superior.

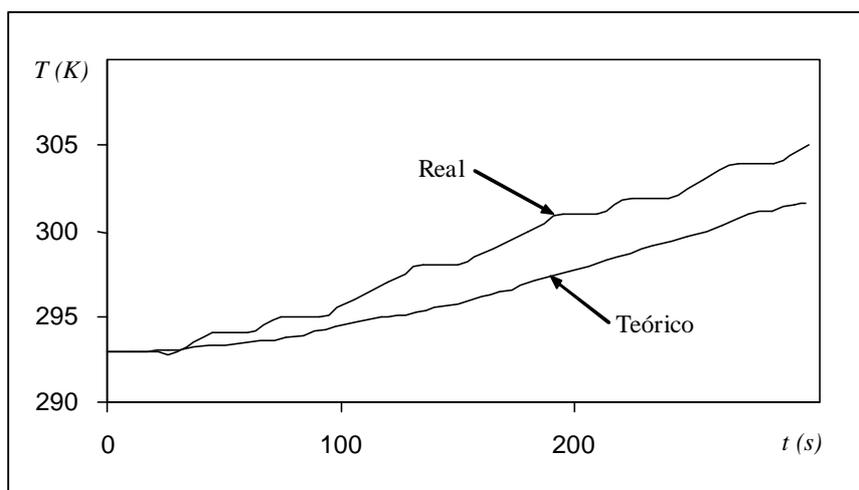


Fig.63. Comparación gráfica de la evolución de la temperatura en función del tiempo para un punto situado en el cuerpo exterior a 50mm de la superficie superior de la tapa superior bajo un ciclo constante a  $\omega = 6,23rad \cdot s^{-1}$ .

En este caso, el máximo error que se comete se encuentra en el instante  $t = 195s$  y es de  $\Delta T = 3,3K$ , lo cual representa un error porcentual del 1,1%.

Tiene un cierto interés conocer la zona exterior del amortiguador por la que se transfiere mayor energía en forma de calor hacia el exterior y la razón por la cual sucede.

Debido a que no se dispone de medios suficientes como para presentar los resultados propuestos a partir de los resultados experimentales, el siguiente análisis se realizará basándose en los resultados obtenidos a partir del modelo matemático DTT.

El gráfico siguiente muestra la cantidad de energía en forma de calor por unidad de superficie que se ha transferido al medio ambiente a través del vástago, así como su temperatura.

Los valores aquí presentados están referenciados al número de nodo del vástago, teniendo su primer nodo en la parte superior del vástago, tal y como se mostró en la figura 28 del apartado 7.1.3.5.

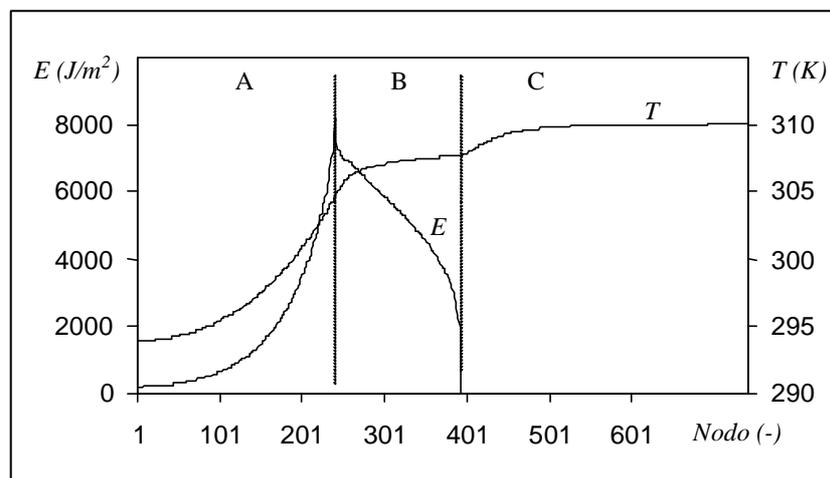


Fig.64. Energía disipada por el vástago por unidad de superficie junto a su temperatura después de 5min de funcionamiento bajo un ciclo constante de  $\omega = 6,23rad \cdot s^{-1}$ .

Se han separado tres zonas.

La zona A es la que está continuamente en contacto con el medio ambiente, por lo que su calentamiento se ha producido mediante conducción.

Se aprecia que la temperatura del primer nodo es cercana a la temperatura inicial del amortiguador, por lo que cabe esperar que su disipación energética sea baja, tal y como muestra la curva correspondiente en el gráfico.

A medida que el número de nodo avanza, la temperatura aumenta pues éste se acerca a zonas más calientes del amortiguador, aumentando la transferencia de calor por conducción. Habida cuenta que el coeficiente de transferencia de calor por convección se ha considerado constante, la disipación energética hacia el exterior es mayor.

La zona B del vástago es la que se encuentra en contacto parcial con el medio ambiente y con el interior del amortiguador (ya sea tapa superior o cámara de tracción).

A menor número de nodo, mayor tiempo de exposición al medio ambiente, por lo que es comprensible que la energía disipada sea mayor, pues la temperatura del tramo afectado se mantiene prácticamente constante (si bien presenta una ligera tendencia a incrementar con el número de nodo).

Lógicamente, el último nodo del tramo tratado tiene un tiempo de exposición al medio ambiente mínimo, por lo que su energía disipada es prácticamente nula.

El último tramo (C) no está en ningún momento en contacto con el medio ambiente, por lo que, aún siendo la zona del vástago más caliente, no contribuye a disipar energía en forma de calor.

A continuación se presenta la energía disipada por unidad de superficie de la cara superior de la tapa superior del amortiguador y su temperatura después de 5 minutos de funcionamiento.

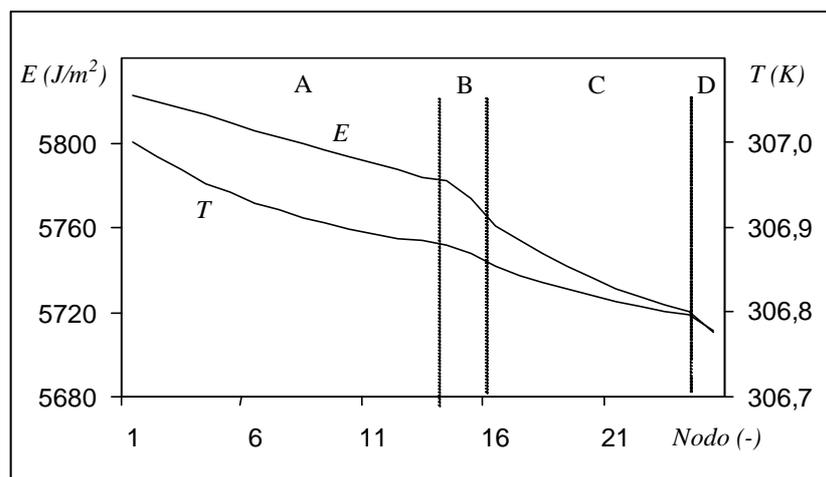


Fig.65. Energía disipada por unidad de superficie a través de la superficie superior de la tapa superior junto a su temperatura después de 5min de funcionamiento bajo un ciclo constante de  $\omega = 6,23rad \cdot s^{-1}$ .

Como anteriormente, se observa que la cantidad de energía liberada es aproximadamente proporcional a la temperatura del sólido.

Se aprecia una primera zona lineal (zona A), en la que la energía decrece casi de forma paralela a la temperatura. La proyección inferior de la zona afectada de la tapa superior está en contacto con el fluido de trabajo de la cámara de tracción.

La zona B es la que está en contacto con el tubo interior que separa las cámaras de trabajo de la de reserva. Debido a que la temperatura cambia su pendiente, lo mismo ocurre con la cantidad de energía disipada.

Por lo que refiere a la zona C, el comportamiento de la cantidad de energía disipada es semejante al de la zona A, es decir, existe una cierta proporcionalidad entre la temperatura final del amortiguador respecto a la temperatura final del cuerpo.

En este caso, la zona proyectada corresponde al área que se encuentra en contacto con la cámara de reserva, por lo que era esperable una temperatura menor como consecuencia de la baja capacidad térmica que posee el gas de trabajo.

Por fin, la zona D es la que se encuentra en contacto con el cilindro exterior del amortiguador. Todo el calentamiento de la zona afectada proviene de la conducción de las partes cercanas más calientes (zona media/inferior del cilindro exterior y superficie interior de la tapa superior), por lo que es normal que, tanto su temperatura como su cantidad de energía disipada por unidad de superficie sea la menor de las zonas tratadas.

El gráfico siguiente muestra la temperatura y la cantidad de energía disipada por unidad de superficie del lateral (exterior) de la tapa exterior.

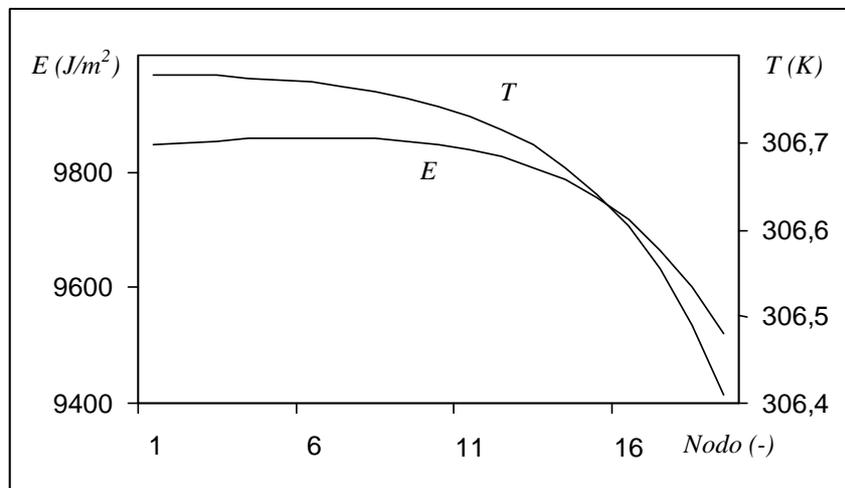


Fig.66. Energía disipada por unidad de superficie a través de la superficie lateral de la tapa superior junto a su temperatura después de 5min de funcionamiento bajo un ciclo constante de  $\omega = 6,23rad \cdot s^{-1}$ .

A diferencia de los casos anteriores, en toda la pared exterior lateral (incluyendo el lateral de la tapa superior e inferior) se ha considerado que el coeficiente de transferencia de calor por convección depende de la posición.

No obstante, debido a que la superficie afectada de la tapa superior es relativamente corta, la variación del coeficiente de transferencia de calor por convección apenas cambia, por lo que, nuevamente, la cantidad de energía disipada por unidad de superficie es aproximadamente proporcional a la temperatura del cuerpo.

Se representa a continuación la misma información que en los gráficos anteriores, pero referida al cilindro exterior del amortiguador.

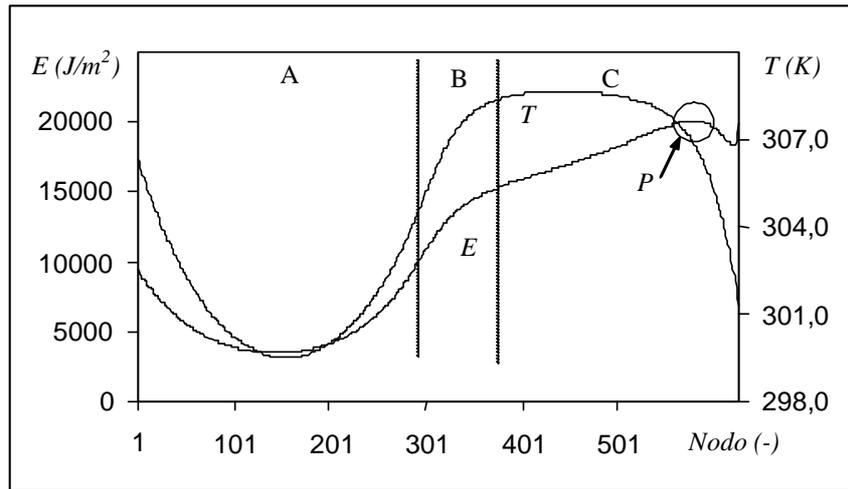


Fig.67. Energía disipada por unidad de superficie a través de la superficie lateral del cilindro exterior junto a su temperatura después de 5min de funcionamiento bajo un ciclo constante de  $\omega = 6,23\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

En este caso, se han distinguido tres zonas. La zona A es la parte más superior del tubo exterior, la cual se encuentra en contacto permanente en su zona interior con el gas de reserva, la zona B es la que se encuentra parcialmente en contacto con el gas y con el aceite de trabajo y la zona C es la que parte más inferior del tubo la cual se encuentra permanentemente en contacto con el fluido de trabajo.

En este caso, no se observa la misma proporcionalidad de la energía liberada por unidad de superficie respecto a la temperatura final del cuerpo. Efectivamente, si se observan los nodos 55 y 256, los cuales tienen la misma temperatura (302K), sus energías disipadas por unidad de superficie son 5358,7 y 6613,7  $\text{J}/\text{m}^2$  respectivamente.

El motivo de la no proporcionalidad reside en que el cálculo del coeficiente de transferencia de calor por convección se ha evaluado de forma local, es decir, dependiendo de la posición.

Tal y como demuestra el resultado obtenido, las zonas inferiores del amortiguador (número de nodo más elevado) tienen una mayor capacidad de evacuación de calor, pues su coeficiente de transferencia de calor resulta más elevado. Dicho fenómeno es fácilmente comprensible si se considera que, a medida que el fluido absorbente (aire) se calienta, la densidad de éste disminuye y tiende a ascender, por lo que la temperatura real del aire que contacta con la parte superior del cilindro es más elevada y, consecuentemente, la capacidad de evacuar calor disminuye.

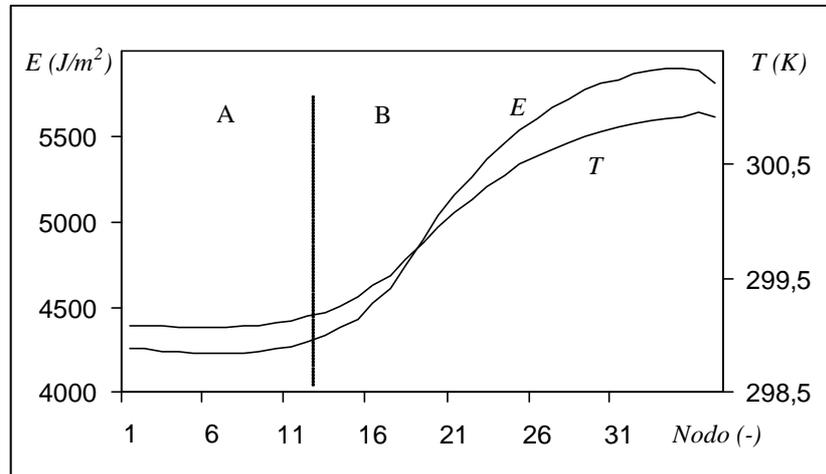
Dicho fenómeno se aprecia claramente en la zona plana de temperatura que aparece en la zona C, donde la cantidad de energía evacuada por unidad de superficie es prácticamente lineal.

Por último, comentar que el extremo derecho de la curva de energías (que corresponde a la zona más inferior del cilindro exterior del amortiguador) presenta una forma “extraña” debido a que existe un cambio de régimen laminar a turbulento en el fluido

absorbente, por lo que el coeficiente de transferencia de calor se encuentra sensiblemente afectado.

La última parte restante por presentar es la tapa inferior.

Debido a que en el sentido longitudinal únicamente existen dos puntos, se procederá a presentar directamente los resultados obtenidos en la zona inferior.



*Fig.68.* Energía disipada por unidad de superficie a través de la superficie inferior de la tapa inferior junto a su temperatura después de 5min de funcionamiento bajo un ciclo constante de  $\omega = 6,23\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Como en casos anteriores, se distinguen dos zonas.

En la primera zona (A), el modelo matemático utilizado simula el anclaje inferior del amortiguador (silent-block) introduciendo un volumen sólido de acero de  $3,985 \cdot 10^{-5} \text{m}^3$ , el cual intercambia calor mediante conducción con la zona central (mitad radial interior). Su único nodo de discretización se encuentra a  $6,85 \cdot 10^{-2} \text{m}$  respecto a los nodos de la tapa afectados.

Habida cuenta que no es un calor disipado al ambiente sino un calor acumulado, se ha considerado que la zona afectada también disipa calor mediante convección para el cálculo de la energía disipada por unidad de superficie.

Ambos motivos justifican que sea la zona de menor temperatura de la tapa inferior y, consecuentemente, la de menor disipación energética.

La zona B se la supone en contacto con el aire ambiental, y como en casos anteriores y considerando un coeficiente de transferencia de calor por convección constante, se observa proporcionalidad entre la temperatura final y la energía disipada.

En los extremos derecho de la curvas de energía y de temperatura se aprecia una disminución relativamente repentina.

La disminución de la energía por unidad de superficie es consecuencia de la disminución de la temperatura. La disminución de la temperatura se debe a que el elemento es capaz de evacuar calor por su parte inferior pero también por uno de sus laterales. La mayor capacidad de evacuación junto con el hecho que no se encuentra en contacto directo con el fluido de trabajo, se consigue que su temperatura se encuentre ligeramente por debajo de la temperatura de los elementos colindantes.

El elemento que más energía por unidad de superficie ha disipado a lo largo de todo el tiempo de ensayo se encuentra en el cilindro exterior por su zona inferior. En concreto se trata del nodo 578 con una energía disipada por unidad de superficie de  $20097 J/m^2$  y con una temperatura final de  $306,9K$ . El punto en cuestión se ha identificado ( $P$ ) en la figura 67.

Si bien cabría esperar que una óptima refrigeración en la zona afectada optimizaría la evacuación de calor del conjunto, ha de tenerse en cuenta que la modelización de la transferencia de calor desde las zonas exteriores del amortiguador hacia el medio ambiente se ha planteado como una convección natural.

En el caso en que se supusiera una convección forzada (corriente de aire dirigida hacia el amortiguador en una dirección / condiciones dadas), los valores obtenidos de evacuación de calor diferirían sustancialmente de los encontrados.

De hecho, la optimización de la refrigeración del amortiguador se podría plantear como una tesis diferente, pues la dificultad asociada requeriría un amplio estudio.

El método de cálculo y su puesta en práctica mediante el la programación hace que el modelo matemático está preparado para dicho estudio, pues únicamente deben modificarse los cálculos de los coeficientes de transferencia de calor por convección.

Una vez se ha finalizado la presentación de los resultados obtenidos bajo las condiciones anteriormente descritas y, con el fin de estudiar el comportamiento del amortiguador a mayor velocidad, se han repetido los ensayos bajo una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 9,59rad \cdot s^{-1}$ .

Las nuevas condiciones de ensayo, cuyos resultados teóricos y experimentales se compararán a continuación, son:

$$\begin{aligned}T_{inic} &= 20^{\circ}C \\x_i &= 0,166m \\r &= 0,0385m \\\omega &= 9,59rad \cdot s^{-1}\end{aligned}$$

Bajo tales condiciones, la velocidad que se obtiene a lo largo del ciclo se presenta en la figura siguiente.

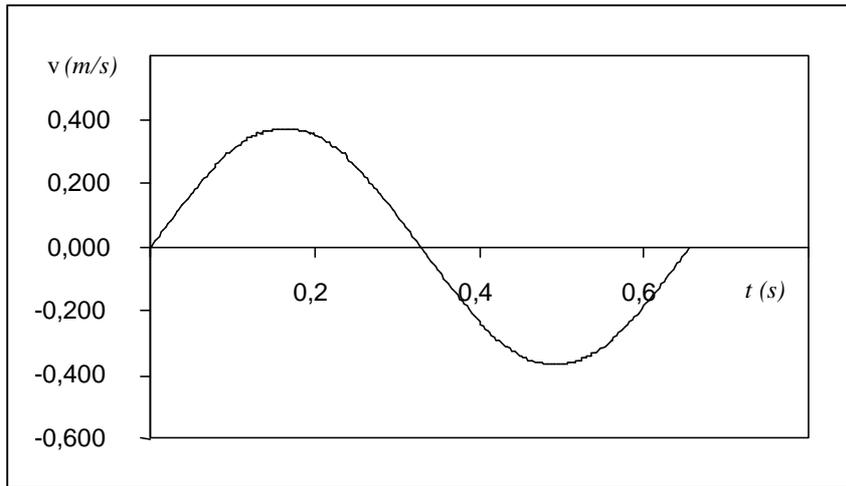


Fig. 69. Velocidad del amortiguador bajo una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  y una amplitud de  $r = 0,0385 \text{ m}$ .

El ciclo anterior tenía una duración de  $1,01 \text{ s}$  y su velocidad máxima era de  $0,24 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Con las nuevas condiciones, la duración se ha reducido a  $0,66 \text{ s}$  y la velocidad máxima ha pasado a ser de  $0,37 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

A continuación, se muestra la comparación gráfica de la fuerza de amortiguamiento en función del tiempo del modelo teórico junto con los resultados experimentales obtenidos en el instante inicial.

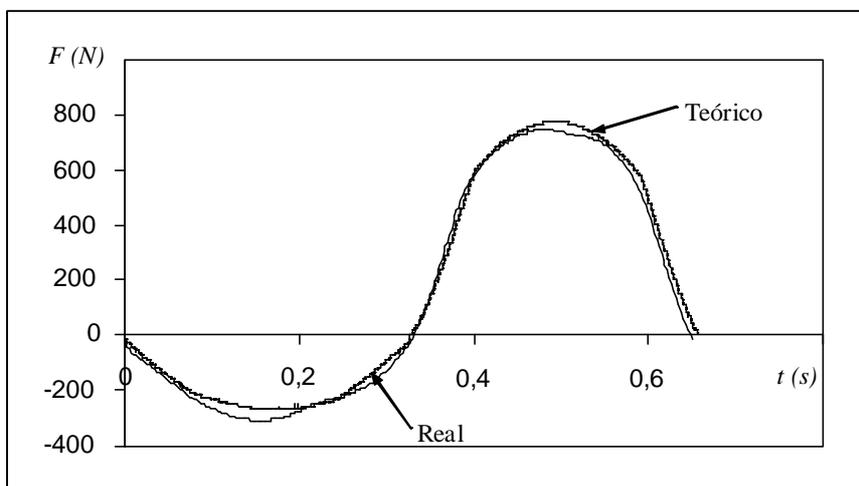


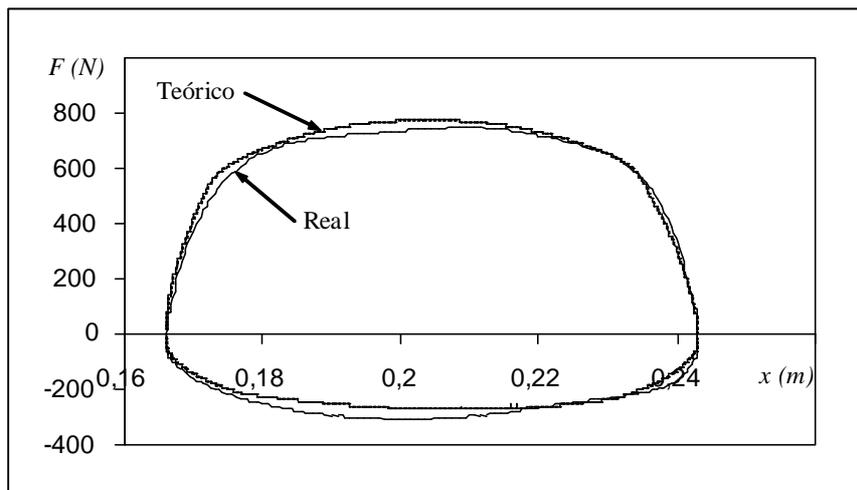
Fig. 70. Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función del tiempo para el instante inicial y una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Se puede apreciar que el ciclo de compresión es en el que aparecen las mayores discrepancias entre el modelo matemático y el amortiguador real, obteniéndose una diferencia entre las fuerzas real y calculada de  $\Delta F = 37 \text{ N}$  alrededor del instante  $t = 0,15 \text{ s}$ , representando un error del 12%.

Aparentemente, la diferencia de forma entre el modelo matemático y el amortiguador real se debe a pequeños vicios en el funcionamiento de la máquina de ensayo (los cuales no han sido correctamente filtrados), más que a una mala modelización de la parte hidráulica.

Por lo que refiere al ciclo de tracción, se aprecia un buen ajuste de la parte hidráulica, si bien en la zona de máxima fuerza se observa una pequeña desviación entre el modelo matemático y el amortiguador real ( $\Delta F = 34N$ ).

A continuación se presentan las características de fuerza – posición tanto para los datos experimentales como para el modelo matemático:



*Fig. 71.* Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función de la posición para el instante inicial y una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Las diferencias de forma que aparecen entre el modelo matemático y el amortiguador real se deben, probablemente, a la existencia de aire en las cámaras de trabajo, lo cual no se puede simular con el programa informático.

El último gráfico útil que se presenta para la comparación de las fuerzas teórica y real es el de fuerza-velocidad:

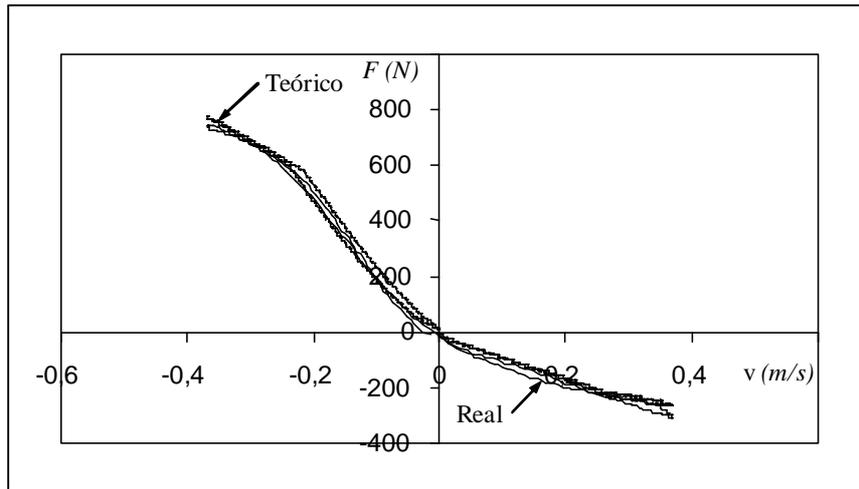


Fig. 72. Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función de la velocidad para el instante inicial y una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Del gráfico anterior, se deduce que la parte hidráulica está, en términos generales, bien modelizada.

Por otra parte, el detalle que llama más la atención a parte de las diferencias que se han comentado anteriormente con los gráficos de fuerza – tiempo o fuerza – posición es que, como se comentó con el ciclo anterior, la histéresis calculada es mayor que la real, lo cual es debido a los coeficientes de compresibilidad de fluido y de elasticidad de la cámara de trabajo.

Como en el ciclo anterior, se muestran las evoluciones de las presiones de trabajo en las cámaras de compresión, de tracción y de reserva a lo largo del ciclo que se está tratando, si bien no ha sido posible verificarlas experimentalmente.

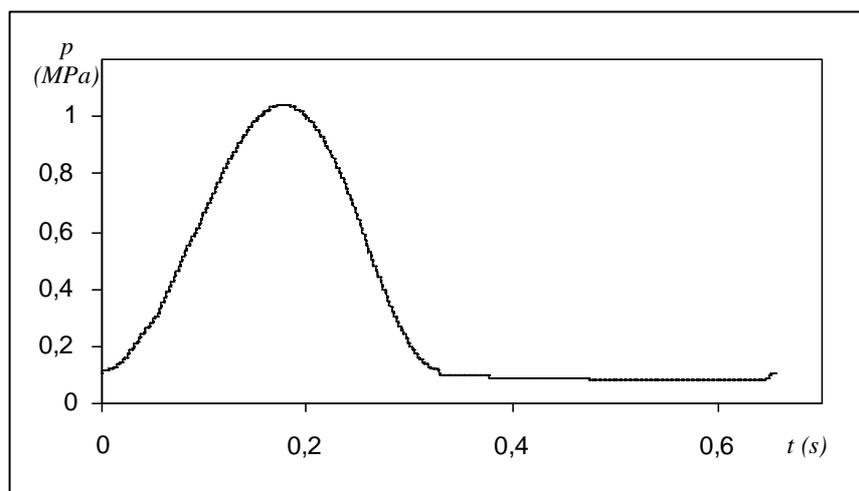


Fig. 73. Evolución temporal de la presión de la cámara de compresión según del modelo DTT a lo largo de un ciclo a partir del instante inicial y a una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

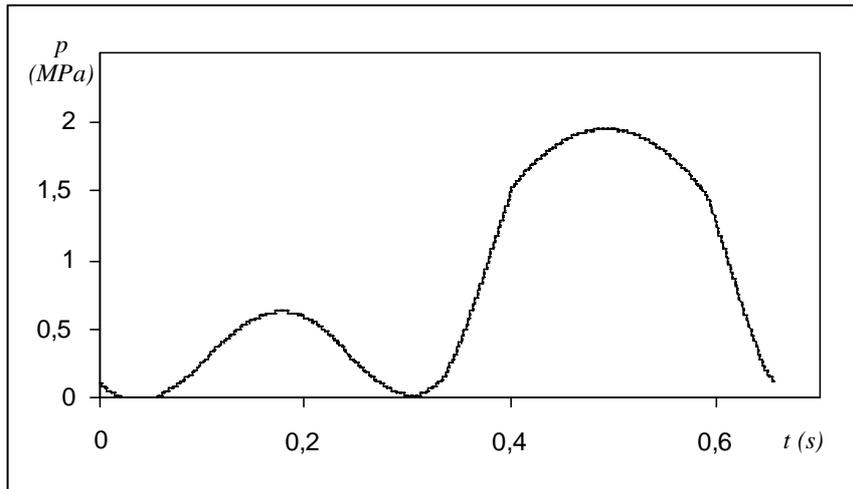


Fig. 74. Evolución temporal de la presión de la cámara de compresión según el modelo DTT a lo largo de un ciclo a partir del instante inicial y a una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 9,59rad \cdot s^{-1}$ .

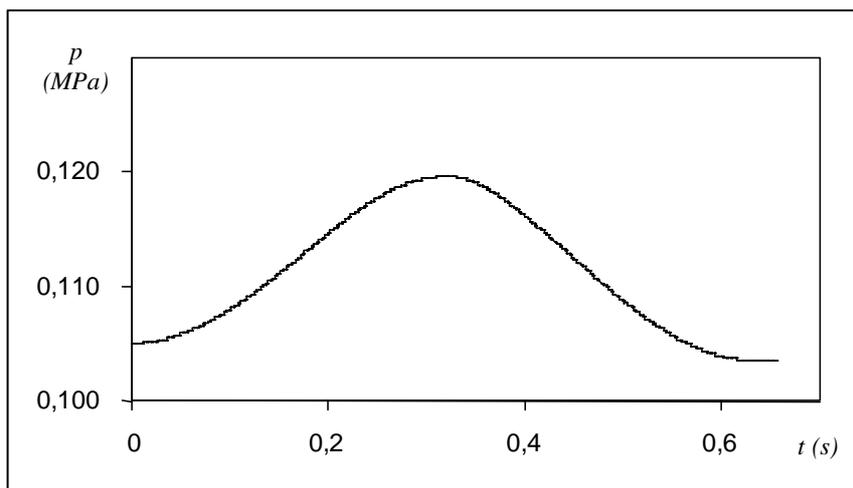


Fig. 75. Evolución temporal de la presión de la cámara de compresión según el modelo DTT a lo largo de un ciclo a partir del instante inicial y a una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 9,59rad \cdot s^{-1}$ .

Igual que en el ciclo presentado anteriormente, la mínima presión se alcanza en la cámara de tracción ( $p_{2\min}$ ) y es de unos  $31kPa$ , por lo que no existe cavitación a lo largo del ciclo de trabajo.

La comparación entre las fuerzas de amortiguación reales en el instante inicial y después de 5 minutos de funcionamiento se muestra a continuación:

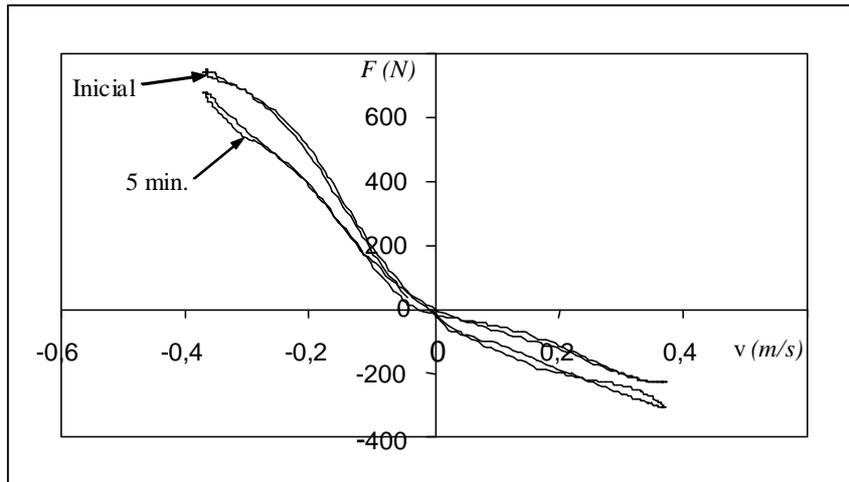


Fig. 76. Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento del amortiguador real en el instante inicial y después de 5 min de funcionamiento a una frecuencia de  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Se aprecia claramente el efecto de la temperatura sobre la fuerza de amortiguamiento.

Un detalle que llama la atención del amortiguador después de funcionar durante 5 min es que, en la zona de máxima fuerza dentro del ciclo de tracción, se observa un cambio de curvatura (tendencia parabólica) respecto al ciclo inicial.

Se cree que dicho cambio de curvatura es consecuencia, nuevamente, a los vicios que presenta la máquina de ensayo, pues una disminución de la densidad del fluido de trabajo junto con las correspondientes dilataciones de las válvulas de trabajo como consecuencia del incremento de temperatura que ha tenido lugar no justifican el comportamiento observado.

La comparación de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica en función de la velocidad a lo largo de un ciclo después de 5 minutos de funcionamiento se muestra a continuación:

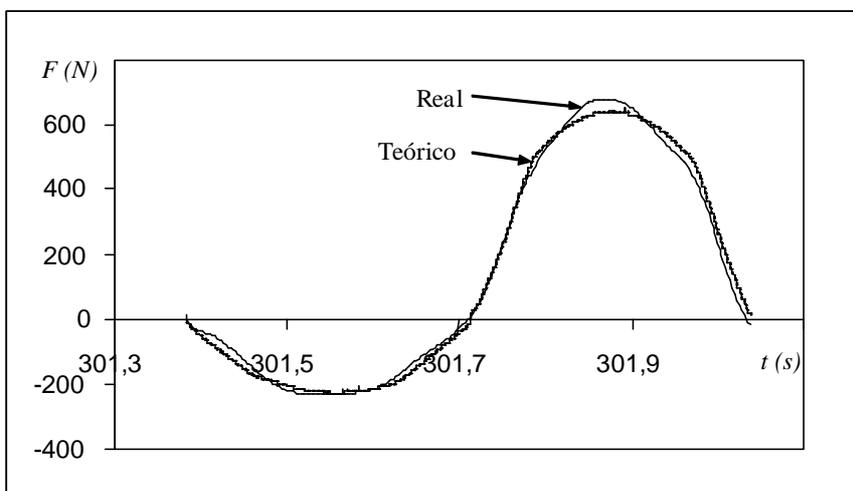


Fig. 77. Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función del tiempo después de 5 min de funcionamiento bajo una frecuencia de ciclo de  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

En el ciclo de compresión, se aprecia un ajuste del modelo teórico considerablemente bueno, pues el seguimiento en forma y magnitud es correcto.

Por lo que refiere al ciclo de tracción, se observa que el seguimiento del modelo matemático es considerablemente bueno, exceptuando la zona de máxima fuerza, donde aparece la máxima separación de las curvas por el motivo indicado anteriormente.

Como se hizo anteriormente, se mostrarán las presiones calculadas en las cámaras de trabajo y de reserva.

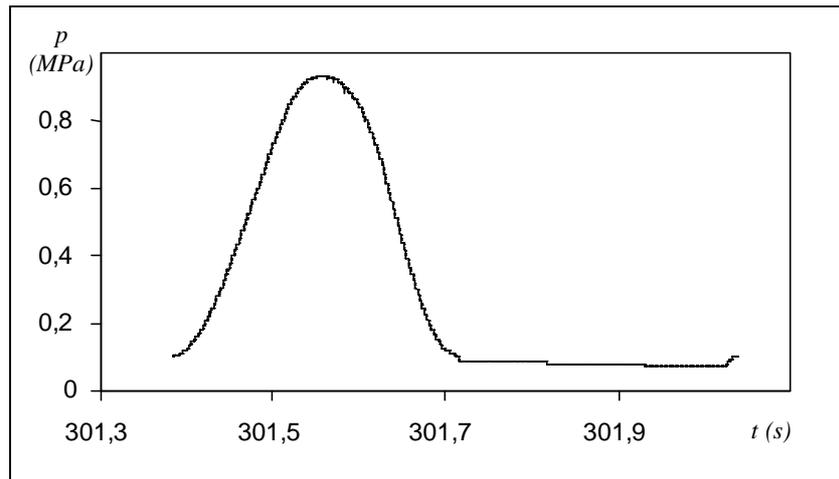


Fig. 78. Evolución temporal de la presión en la cámara de compresión según del modelo DTT después de 5min de funcionamiento bajo el mismo ciclo de trabajo ( $\omega = 9,59rad \cdot s^{-1}$ ).

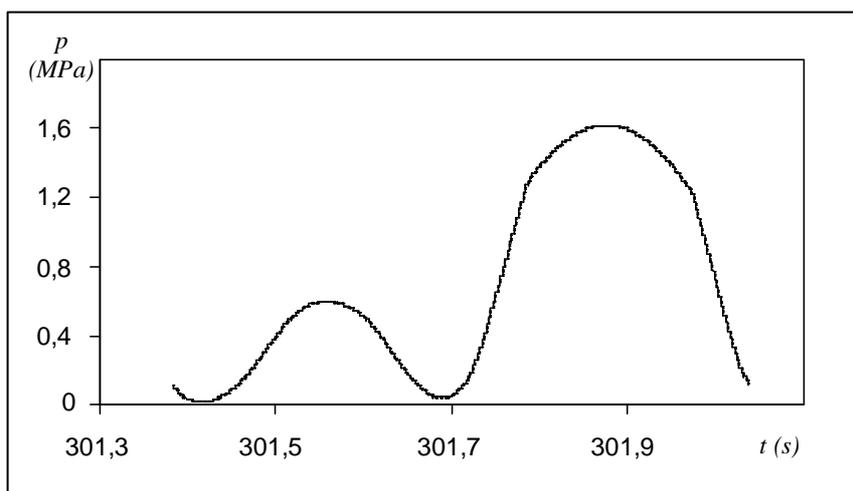


Fig. 79. Evolución temporal de la presión en la cámara de tracción según del modelo DTT después de 5min de funcionamiento bajo el mismo ciclo de trabajo ( $\omega = 9,59rad \cdot s^{-1}$ ).

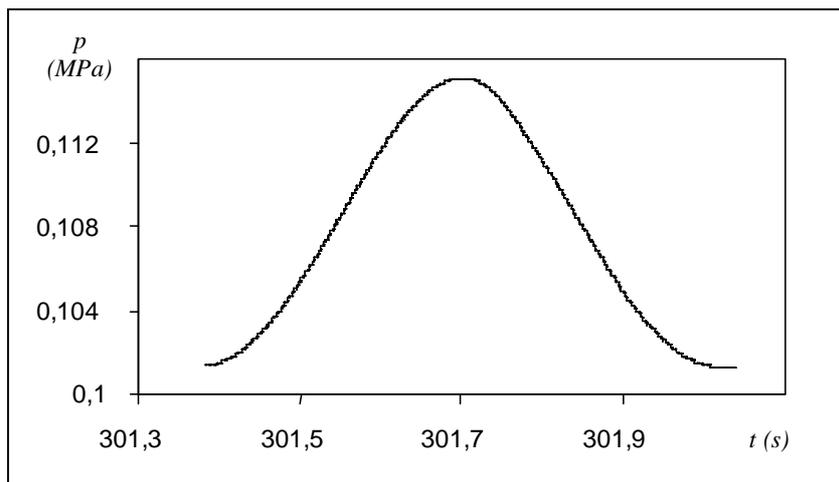


Fig. 80. Evolución temporal de la presión en la cámara de reserva según del modelo DTT después de 5min de funcionamiento bajo el mismo ciclo de trabajo ( $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

El siguiente y último paso para validar el amortiguador bajo el ciclo actual consiste en comparar los perfiles de temperaturas del amortiguador real respecto al obtenido del modelo matemático (DTT), si bien, previamente se mostrará el perfil de temperaturas obtenido del amortiguador real para los dos ciclos tratados.

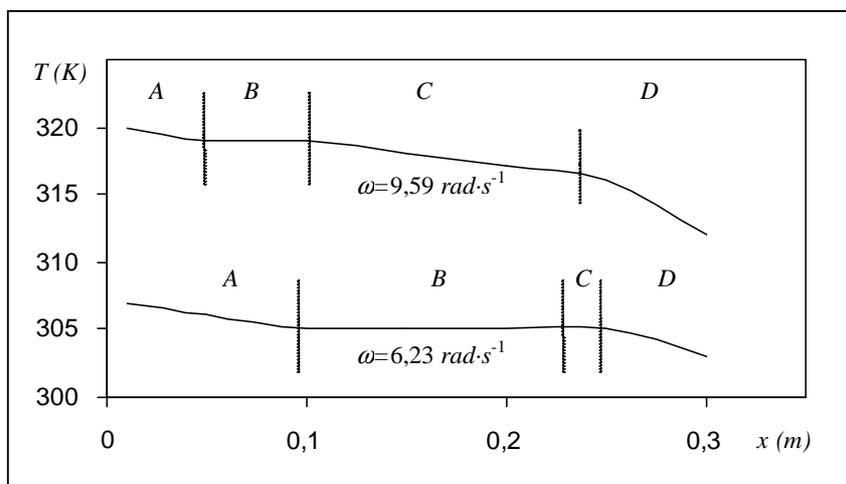


Fig. 81. Comparación gráfica de los perfiles de temperaturas reales del cuerpo cilíndrico exterior después de 5min de funcionamiento bajo el mismo ciclo para los dos ciclos de trabajo.

Como era esperable, el calentamiento de la superficie exterior del amortiguador para el ciclo lento ( $\omega = 6,23 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ) es menor que el del ciclo actual.

Se distinguen cuatro zonas equivalentes para ambos ciclos que se proceden a comentar.

Por lo que refiere a la zona A, es una zona en que predomina la conducción desde la parte superior ( $x \rightarrow 0$ ) hacia la parte inferior pues, como se comentó anteriormente, los efectos térmicos del gas dentro del amortiguador son poco contributivos.

La zona B es una zona que se calienta, esencialmente, gracias al gas alojado en la cámara de trabajo, por lo que su temperatura es prácticamente constante.

Referente a zona D, en el apartado anterior ya se justificó el gradiente de temperaturas que aparece como consecuencia de la convección forzada que tiene lugar con la parte inferior del cuerpo del amortiguador cuando el fluido atraviesa la válvula de la base, lo cual “estratifica” la temperatura del propio fluido de trabajo.

En el mismo apartado, también se justificó el gradiente de temperatura que aparece en la zona C a partir de la agitación que tiene lugar como consecuencia del movimiento del fluido de trabajo dentro de la cámara de reserva. Como es de esperar, a mayor velocidad de ciclo ( $\Rightarrow$  fluido) mayor es la agitación y mayor es la zona afectada, lo cual aparece claramente en el gráfico anterior.

La imagen siguiente muestra el perfil exterior cilíndrico del cuerpo del amortiguador.

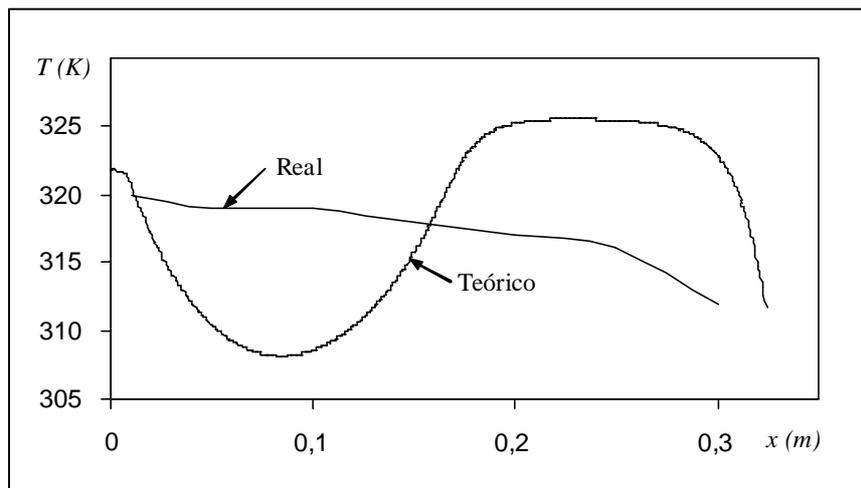


Fig.82. Comparación gráfica de los perfiles de temperaturas del cuerpo cilíndrico exterior después de 5 minutos de funcionamiento bajo el mismo ciclo ( $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

La integración numérica de las dos curvas entre  $x = 0,01$  y  $x = 0,3$  da un valor de  $\Xi = 107,9 \text{ K} \cdot \text{m}$  en el amortiguador real y un valor de  $\Xi = 95,0 \text{ K} \cdot \text{m}$  en el modelo teórico, lo cual supone un error total del 11,9% .

En este ciclo, el error obtenido es mayor que el que se obtuvo para el ciclo lento, lo cual es indicativo que la descripción del proceso térmico no es tan precisa.

El motivo radica en que los efectos no modelizados modifican la forma de la transferencia de calor, alejándose cada vez más de la modelización matemática.

Para finalizar la comparación del ciclo que se está tratando, se comparará la evolución temporal de la temperatura en un punto fijo del amortiguador.

La imagen que se presenta corresponde a evolución temporal de la temperatura a lo largo de 5 minutos de funcionamiento a velocidad angular constante de un punto perteneciente al cuerpo exterior del amortiguador el cual se encuentra a 10mm de la superficie superior de la tapa superior.

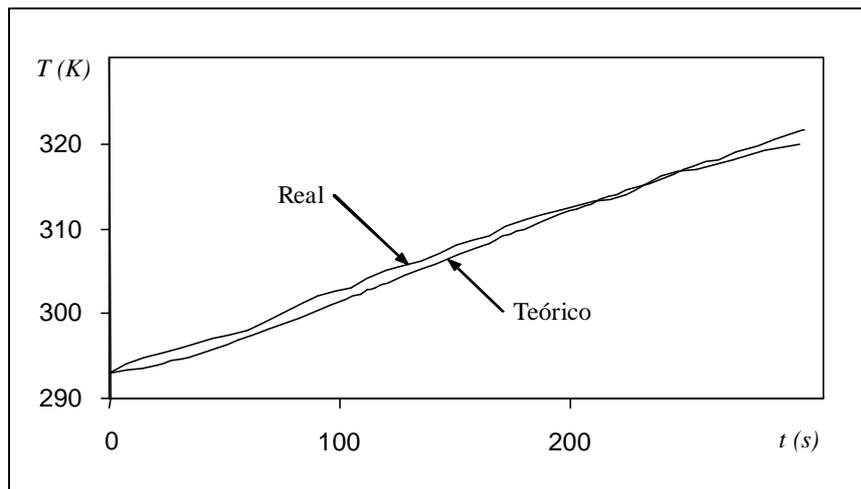


Fig.83. Comparación gráfica de la evolución de la temperatura en función del tiempo para un punto situado en el cuerpo exterior a 10mm de la superficie superior de la tapa superior bajo un ciclo constante ( $\omega = 9,59rad \cdot s^{-1}$ ).

Existe un buen seguimiento de la temperatura, pues la máxima diferencia de temperaturas se encuentra alrededor de los 90s, siendo de  $\Delta T = 2K$ , lo cual representa un error del 0,7%. No obstante y como se refleja en la figura 82, el punto elegido es uno de los que se ajustan bien a la realidad, existiendo otros puntos cuyo seguimiento de la temperatura no es tan preciso.

A continuación se presenta la comparación gráfica de las energías disipadas por unidad de superficie de los elementos exteriores (no incluyendo la superficie lateral de la tapa inferior, la cual únicamente dispone de dos nodos) para las condiciones actuales ( $\omega = 9,59rad \cdot s^{-1}$ ) y las anteriores ( $\omega = 6,23rad \cdot s^{-1}$ ).

La siguiente imagen muestra la comparación gráfica de las energías disipadas por unidad de superficie a través del vástago.

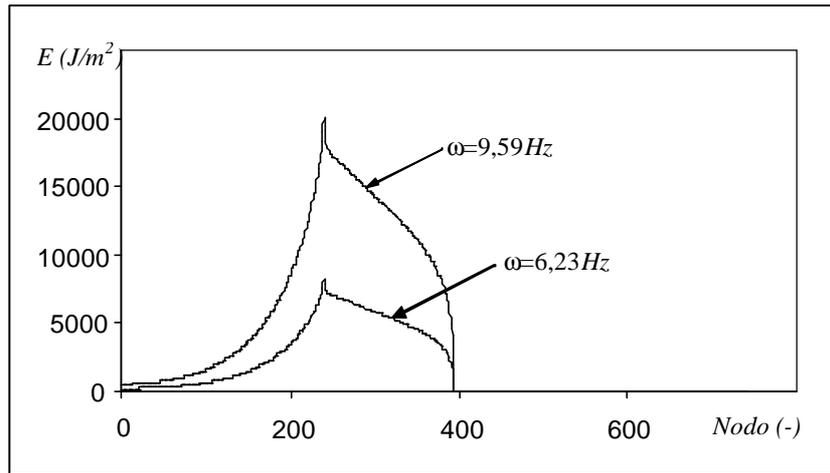


Fig.84. Comparación gráfica de la energía disipada por el vástago por unidad de superficie después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 6,23\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$  o  $\omega = 9,59\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Como era de esperar, en el ciclo actual hay una considerable mayor disipación energética, pues como se muestra la figura 85, la temperatura final alcanzada es superior a la del ciclo más lento.

Asimismo, habida cuenta que el perfil de temperaturas se muestra relativamente semejante, era esperable (tal y como se ha observado en la figura anterior) que las curvas de energías disipadas también lo fueran.

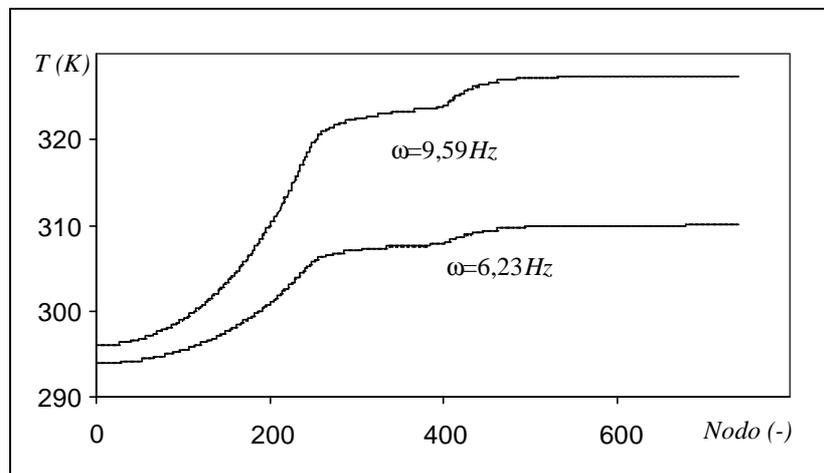


Fig.85. Comparación de la temperatura del vástago después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 6,23\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$  o de  $\omega = 9,59\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Por lo que refiere a la superficie superior de la tapa superior, se muestra la comparación gráfica de las energías por unidad de superficie para los ciclos anteriores.

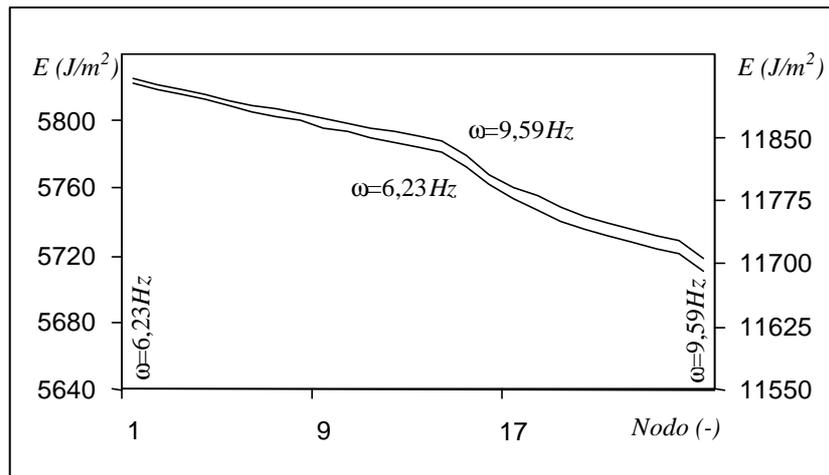


Fig.86. Comparación gráfica de la energía disipada por la superficie superior de la tapa superior por unidad de superficie después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 6,23 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  o  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Debido a la similitud de los perfiles de temperatura (los cuales se muestran en la siguiente figura), la cantidad de energía por unidad de superficie presenta una gran similitud. No se comentarán los detalles y el detalle de la geometría obtenida, pues esta se describió detalladamente en el ciclo anterior.

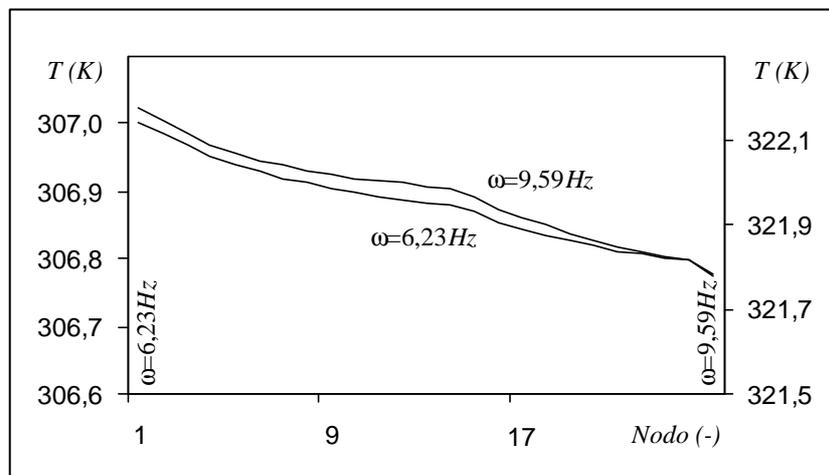


Fig.87. Comparación gráfica de las temperaturas de la superficie superior de la tapa superior por unidad de superficie después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 6,23 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  o  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Como se ha comentado anteriormente, se observa una gran similitud en el perfil de temperaturas, lo que produce que la disipación de energías sea también similar.

El siguiente gráfico a mostrar corresponde a la disipación energética de la superficie lateral de la tapa superior.

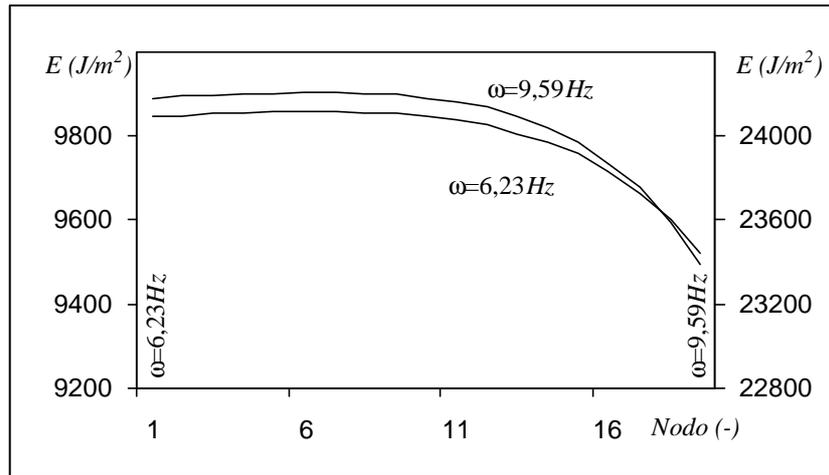


Fig.88. Comparación gráfica de la energía disipada por la superficie lateral de la tapa superior por unidad de superficie después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 6,23 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  o  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Como en los casos anteriores, la similitud que presentan los perfiles de temperatura obtenidos (mostrados a continuación) hacen que la energía disipada tenga una geometría similar, pero a una escala mayor, pues el ciclo base es más energético.

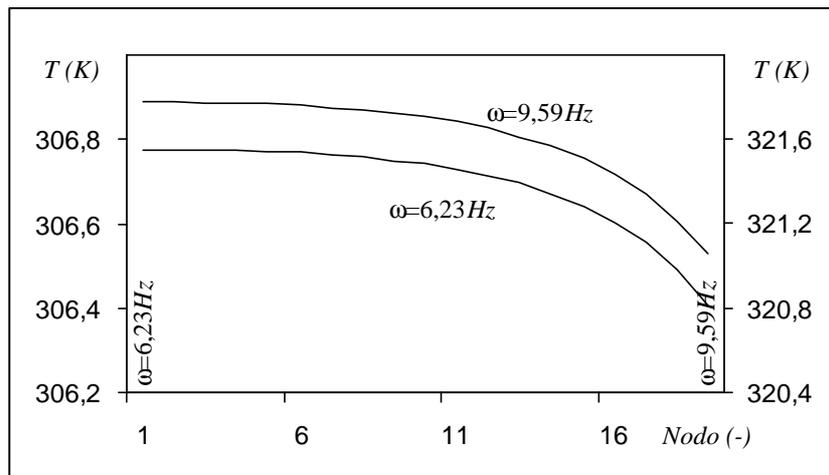


Fig.87. Comparación gráfica de las temperaturas de la superficie lateral de la tapa superior por unidad de superficie después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 6,23 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  o  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

La siguiente imagen presenta la comparación de las energías disipadas por el tubo exterior del amortiguador.

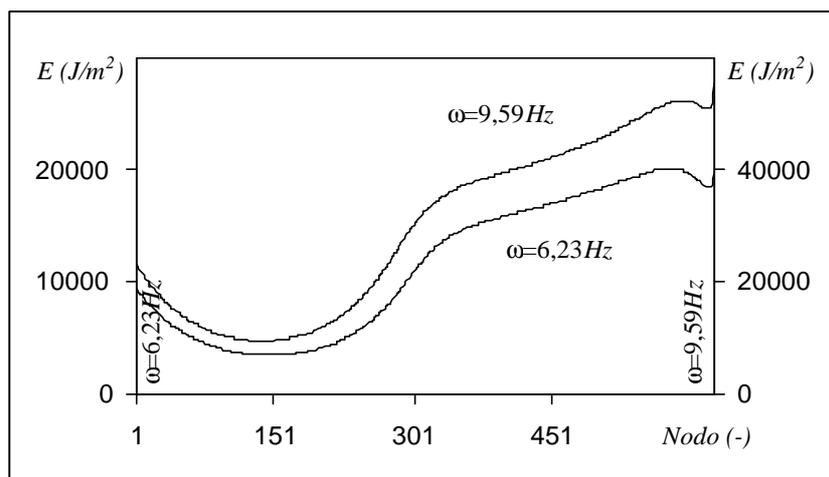


Fig.90. Comparación gráfica de la energía disipada por el tubo exterior del amortiguador por unidad de superficie después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 6,23\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$  o  $\omega = 9,59\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Llama la atención ver como, si bien geoméricamente son semejantes, parece que la curva obtenida por el ciclo actual tiende a aumentar con el número de nodo respecto a la del ciclo anterior.

El motivo reside en que, si bien los perfiles de temperatura son semejante, el cálculo del coeficiente de transferencia de calor por convección se hace de forma local, es decir, tiene en cuenta la posición en la que se está evaluando el calor.

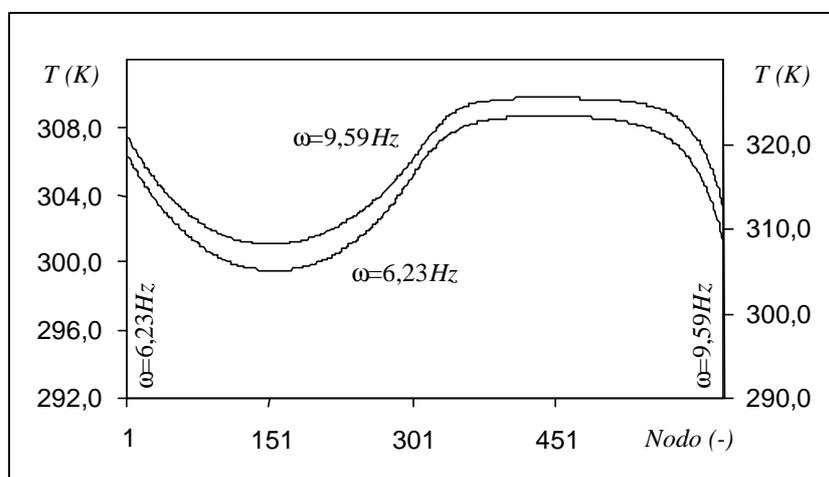


Fig.91. Comparación gráfica del perfil de temperaturas del tubo exterior del amortiguador después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 6,23\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$  o  $\omega = 9,59\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

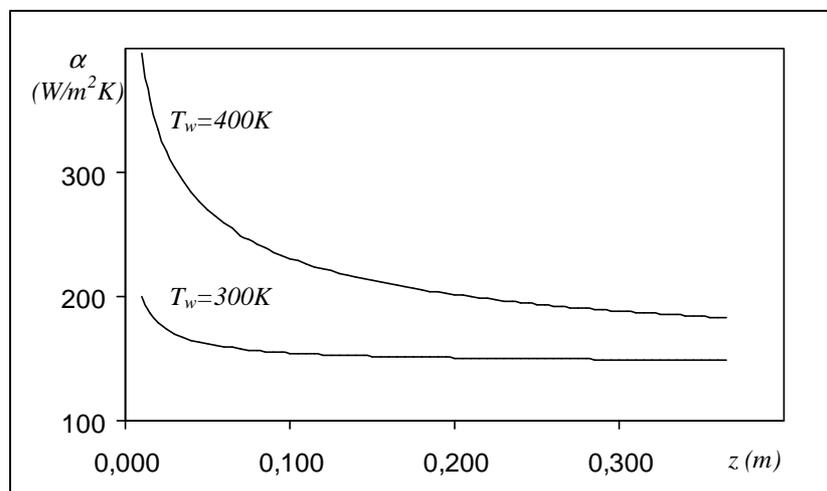
A lo largo de todo el tiempo en que se simula, la parte inferior del amortiguador intercambia calor con el medio ambiente bajo un régimen de convección natural cuyo flujo es laminar.

Bajo tales condiciones, a mayor altura menor coeficiente de transferencia de calor por convección, pues el fluido se encuentra más caliente y tiene una menor capacidad de evacuación de calor.

Asimismo, y bajo las condiciones obtenidas, cuanto mayor es la temperatura del cuerpo del amortiguador mayor es el coeficiente de transferencia de calor por convección, reduciéndose la diferencia a medida que se incrementa la altura.

Este fenómeno explica el motivo por el cual la energía disipada por unidad de superficie del ciclo rápido tiende a alejarse de la del ciclo lento a medida que disminuye la altura tratada.

Para clarificar la explicación anterior, se presenta a título informativo el coeficiente de transferencia de calor por convección para dos cilindros geoméricamente idénticos cuyas temperaturas son 300 y 400K respectivamente. La temperatura ambiente es de 293K.



*Fig.92.* Comparación gráfica del coeficiente de transferencia de calor por convección local para un cilindro vertical cuyas temperaturas son de 300 ó 400K. La temperatura ambiente es de 293K.

Acto seguido, se comparan las energías disipadas por la superficie inferior de la tapa inferior así como su perfil de temperaturas.

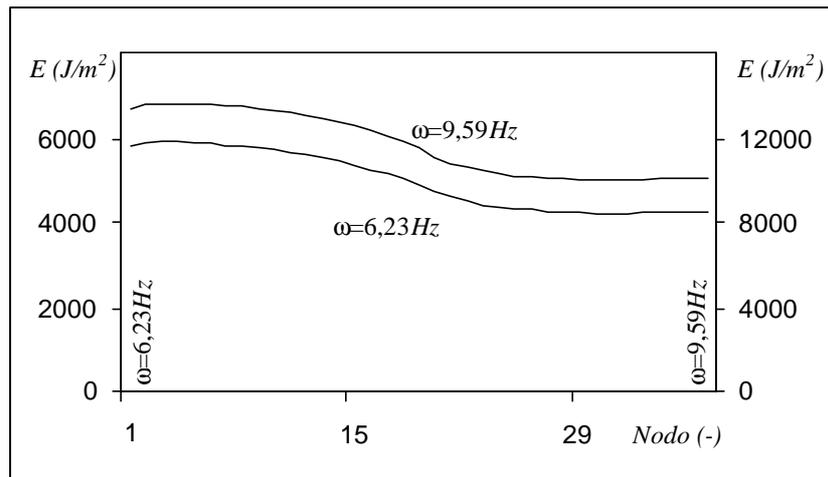


Fig.93. Comparación gráfica de la energía disipada por la superficie inferior de la tapa inferior por unidad de superficie después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 6,23 rad \cdot s^{-1}$  o  $\omega = 9,59 rad \cdot s^{-1}$ .

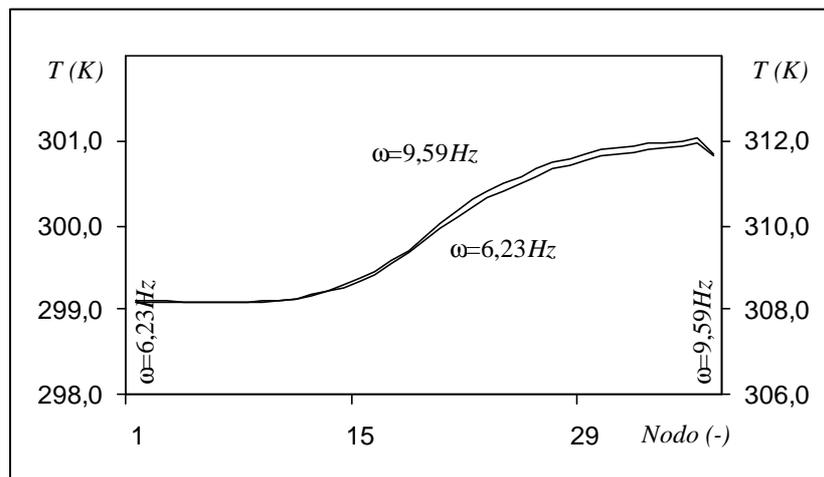


Fig.94. Comparación gráfica del perfil de temperaturas de la superficie inferior de la tapa inferior después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 6,23 rad \cdot s^{-1}$  o  $\omega = 9,59 rad \cdot s^{-1}$ .

Efectivamente, los perfiles de temperatura son semejantes, por lo que, nuevamente, resulta comprensible que las energías disipadas sean tan parecidas geoméricamente.

Únicamente comentar que la disminución de la temperatura del punto extremo (zona derecha de la curva) se debe a que este es tiene una mayor capacidad refrigeradora, pues es capaz de evacuar calor al medio ambiente por su superficie inferior y por su superficie lateral.

La última comparación de resultados que se presenta para el amortiguador actual se describe con las condiciones de ensayo siguientes:

$$T_{inic} = 19^{\circ}C$$

$$x_i = 0,166m$$

$$r = 0,0385m$$

$$\omega = 10,55rad \cdot s^{-1}$$

La velocidad que se obtiene a lo largo del ciclo se presenta en la figura siguiente.

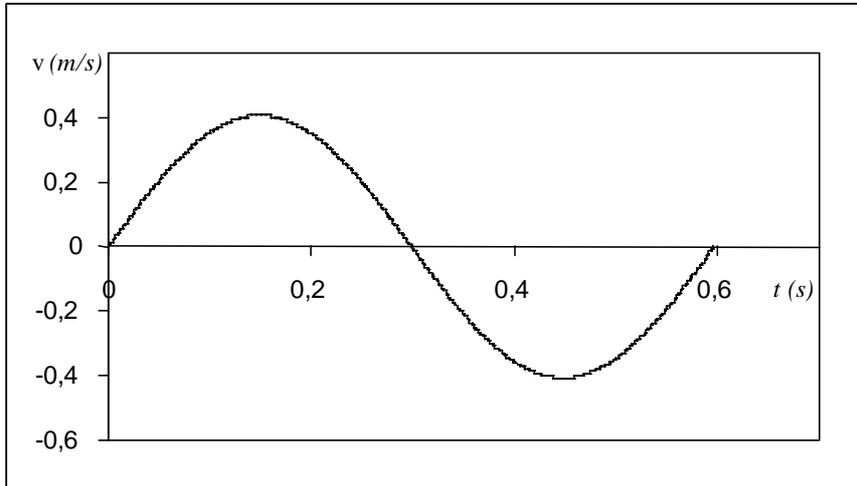


Fig. 95. Velocidad del amortiguador bajo una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 10,55rad \cdot s^{-1}$  y una amplitud de  $r = 0,0385m$ .

La duración del ciclo pasa a ser de  $0,59s$  mientras que la velocidad máxima es de  $0,40m \cdot s^{-1}$ .

Se muestra a continuación la comparación gráfica temporal de las fuerzas de amortiguamiento calculada y real.

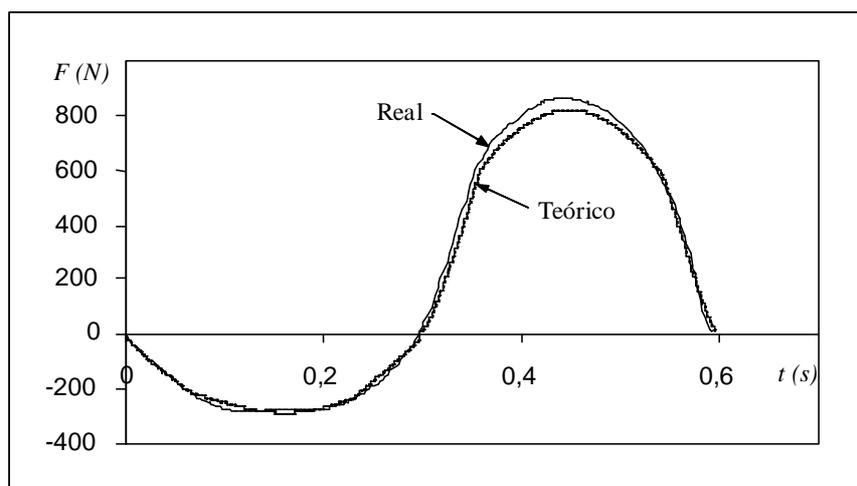
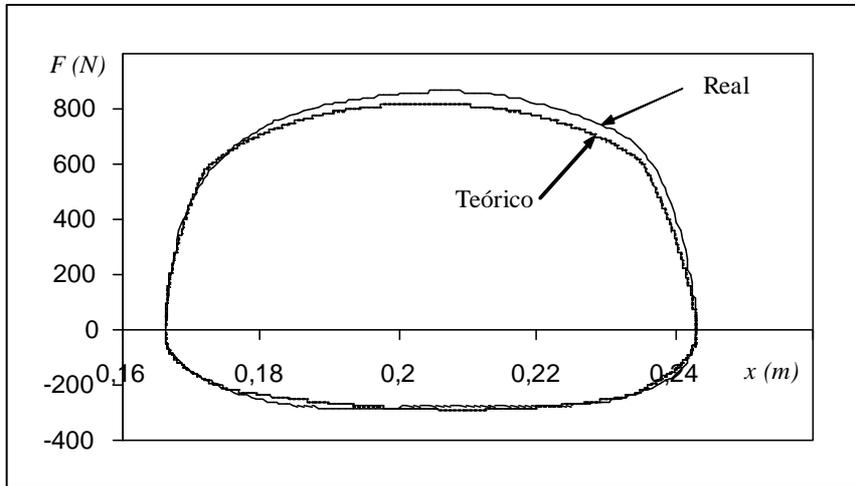


Fig. 96. Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función del tiempo para el instante inicial y una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 10,55rad \cdot s^{-1}$ .

Se aprecia que el seguimiento del modelo tanto en el ciclo de compresión como en el de tracción resulta excelente, produciéndose la máxima diferencia de fuerza en el ciclo de tracción con un valor de  $\Delta F = 42N$ , lo cual representa un error del 4,8% .

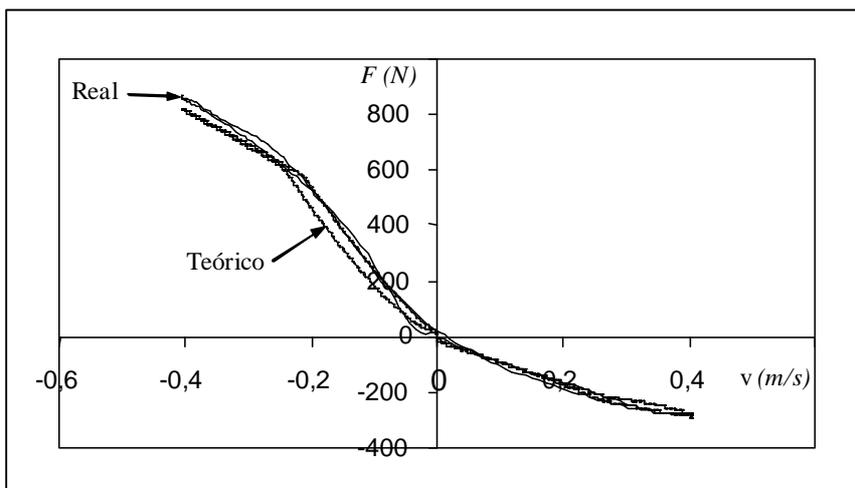
La comparación de fuerza – posición se muestra en la figura siguiente.



*Fig. 97.* Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función de la posición para el instante inicial y una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 10,55rad \cdot s^{-1}$ .

Se observa una buena predicción del modelo matemático respecto al amortiguador real, si bien se podría optimizar el modelo en la zona de tracción, pues en el inicio del ciclo se produce una ligera separación de las curvas presentadas.

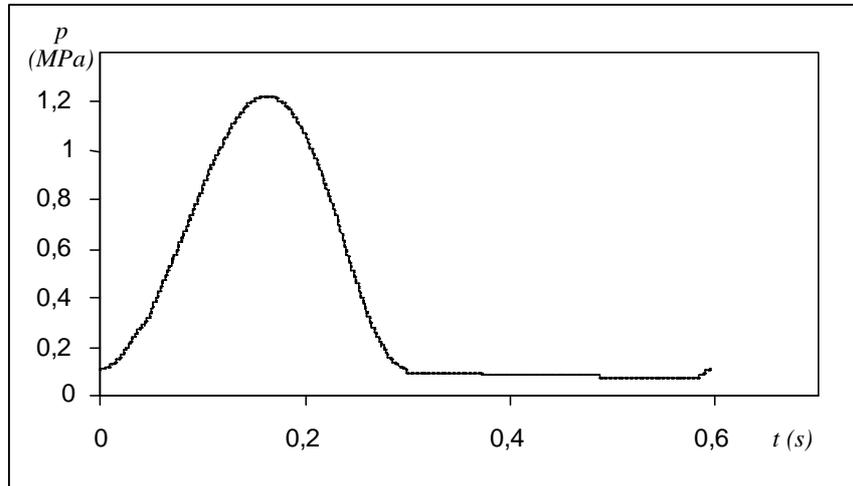
Como en los casos anteriores, se finaliza la comparación del ciclo inicial con el gráfico de fuerza – velocidad.



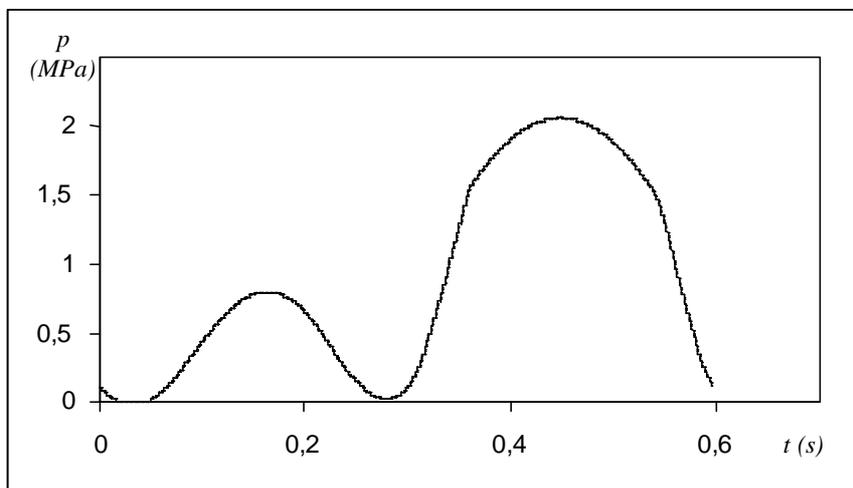
*Fig. 98.* Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función de la velocidad para el instante inicial y una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 10,55rad \cdot s^{-1}$ .

Como en casos anteriores, la observación más importante que debe hacerse hace referencia a la histéresis. Efectivamente, la histéresis predicha en la zona de tracción es superior a la que muestra el amortiguador real. Tal efecto está en concordancia con la justificación de las comparaciones anteriores.

A continuación, se muestran las evoluciones de las presiones calculadas en las cámaras de compresión, de tracción y de reserva a lo largo del ciclo.



*Fig. 99.* Evolución temporal de la presión de la cámara de compresión según del modelo DTT a lo largo de un ciclo a partir del instante inicial y a una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 10,55 \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .



*Fig. 100.* Evolución temporal de la presión de la cámara de compresión según del modelo DTT a lo largo de un ciclo a partir del instante inicial y a una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 10,55 \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

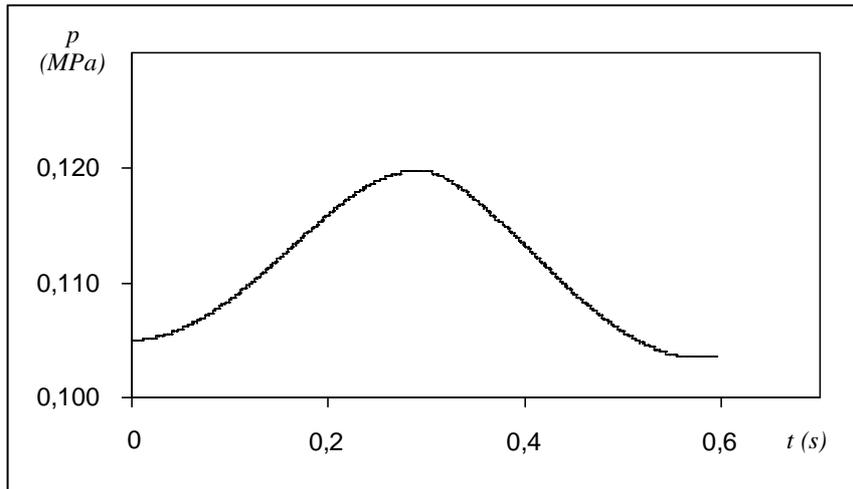


Fig. 101. Evolución temporal de la presión de la cámara de compresión según del modelo DTT a lo largo de un ciclo a partir del instante inicial y a una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 10,55 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

La mínima presión se alcanza en la cámara de tracción ( $p_{2\text{min}}$ ) es de unos  $103 \text{ kPa}$ , por lo que no existe cavitación a lo largo del ciclo de trabajo.

El gráfico siguiente compara las fuerzas de amortiguamiento del instante inicial y al cabo de 5 min de funcionamiento. Como en casos anteriores, se aprecia claramente la disminución de la fuerza de amortiguamiento.

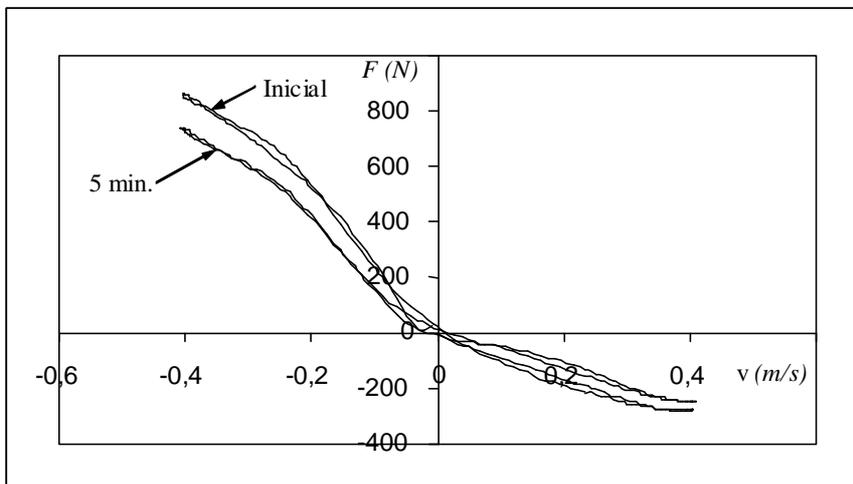
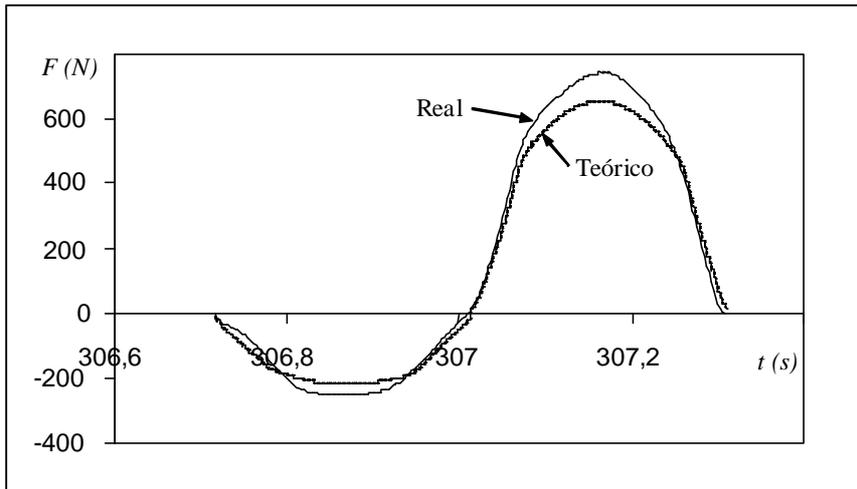


Fig. 102. Comparación gráfica de la fuerzas de amortiguamiento del amortiguador real en el instante inicial y después de 5 min de funcionamiento a una frecuencia de  $\omega = 10,55 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

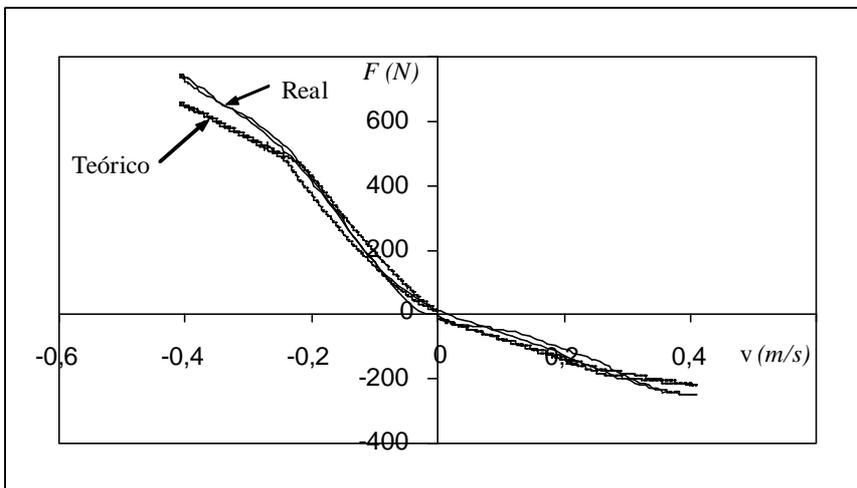
La comparación de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica en función de la velocidad a lo largo de un ciclo después de 5 minutos de funcionamiento se muestra a continuación:



*Fig. 103.* Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función del tiempo después de 5min de funcionamiento bajo una frecuencia de ciclo de  $\omega = 10,55rad \cdot s^{-1}$ .

Si bien el seguimiento del modelo durante el ciclo de compresión es considerablemente bueno, se aprecia una separación de las curvas en la zona de máxima fuerza dentro del ciclo de tracción. Como se justificó anteriormente, esto se debe a que la función de corrección de la caída de presión en las válvulas en frente a la temperatura es lineal, lo cual no permite un ajuste óptimo del modelo.

A modo ilustrativo, se muestra el gráfico de fuerza – velocidad para el ciclo que se está tratando, tanto para el amortiguador real como para el modelo matemático.

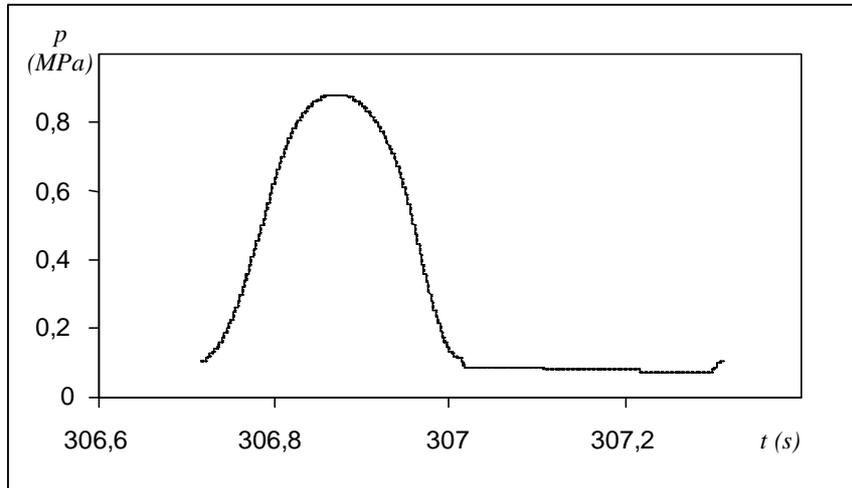


*Fig. 104.* Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función de la velocidad después de 5min de funcionamiento bajo una frecuencia de ciclo de  $\omega = 10,55rad \cdot s^{-1}$ .

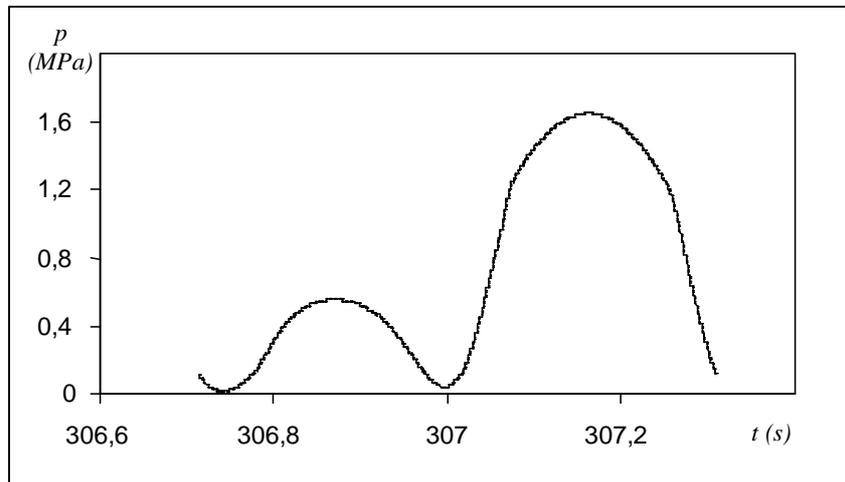
Como era de esperar, se aprecia una separación de las fuerzas real y teórica en la zona de máxima fuerza dentro del ciclo de tracción.

Asimismo, como en los ciclos anteriores, se aprecia que la cantidad de histéresis predicha por el modelo matemático en el ciclo de compresión se ajusta considerablemente bien a la realidad mientras que la real existente en el ciclo de tracción es menor a la calculada.

Se muestra a continuación la evolución temporal de las presiones en las cámaras.



*Fig. 105.* Evolución temporal de la presión en la cámara de compresión según del modelo DTT después de 5min de funcionamiento bajo una frecuencia de ciclo de  $\omega = 10,55rad \cdot s^{-1}$ .



*Fig. 106.* Evolución temporal de la presión en la cámara de tracción según del modelo DTT después de 5min de funcionamiento bajo una frecuencia de ciclo de  $\omega = 10,55rad \cdot s^{-1}$ .

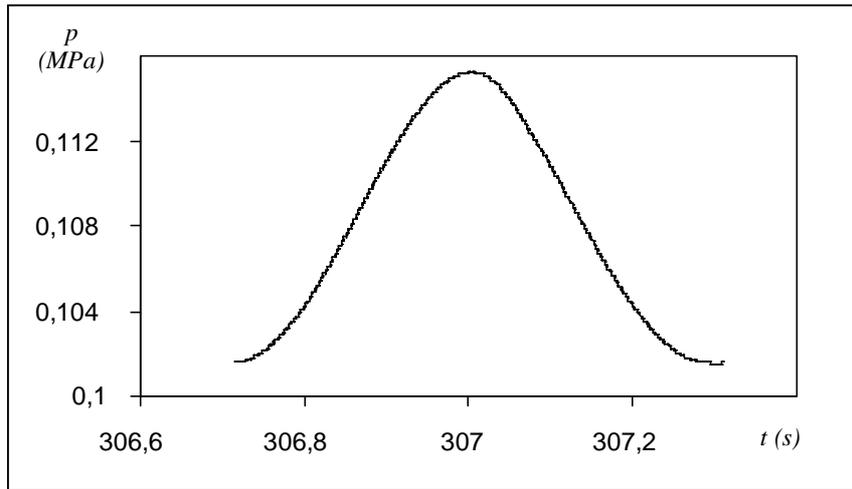


Fig. 107. Evolución temporal de la presión en la cámara de reserva según del modelo DTT después de 5min de funcionamiento bajo una frecuencia de ciclo de  $\omega = 10,55 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

El siguiente y último paso para validar el amortiguador bajo el ciclo actual consiste en comparar los perfiles de temperaturas del amortiguador real respecto al obtenido del modelo matemático (DTT), si bien, previamente se mostrará el perfil de temperaturas obtenido del amortiguador real para los dos ciclos tratados.

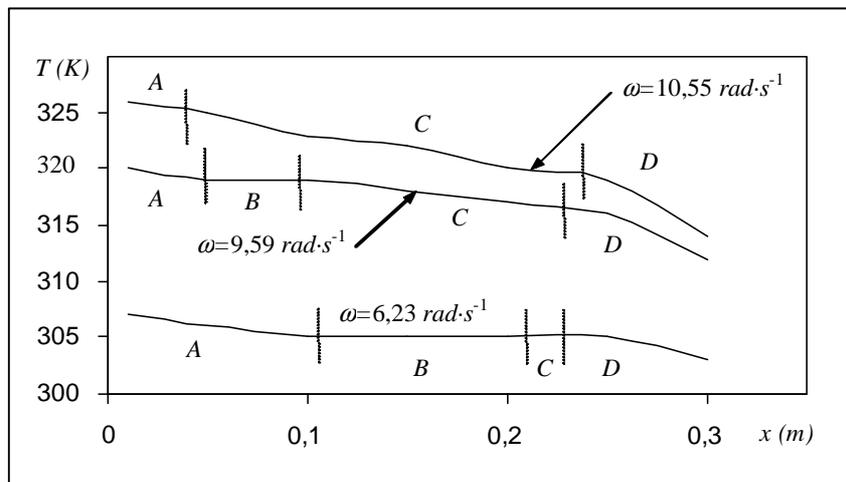
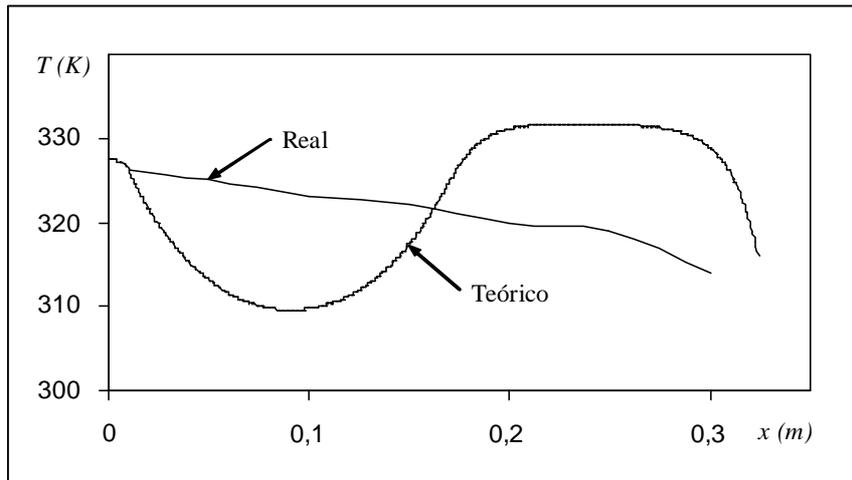


Fig.108. Comparación gráfica de los perfiles de temperaturas reales del cuerpo cilíndrico exterior después de 5min de funcionamiento bajo el mismo ciclo para los tres ciclos de trabajo.

En concordancia con la explicación que se presentó en el ciclo anterior, se puede apreciar que la zona B tiende a desaparecer a medida que aumenta la agitación del ciclo mientras que la zona C tiende a aumentar.

A continuación se muestra el perfil exterior cilíndrico del cuerpo del amortiguador, tanto del modelo teórico como del amortiguador real.

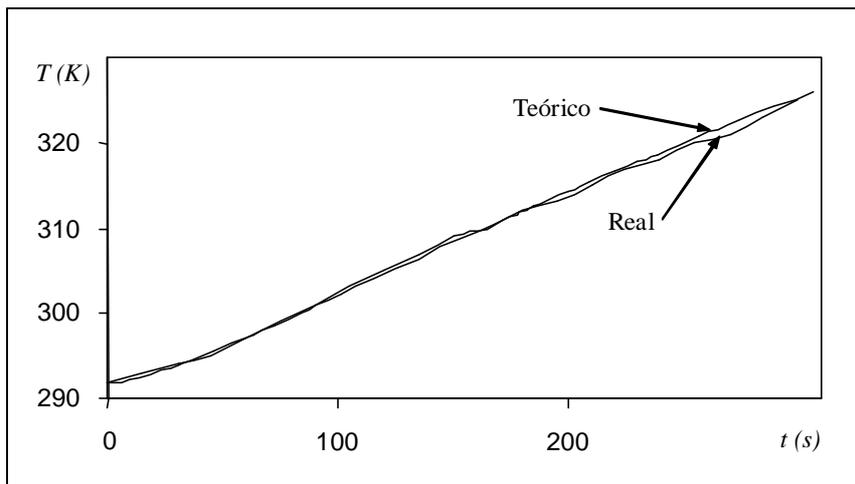


*Fig.109.* Comparación gráfica de los perfiles de temperaturas del cuerpo cilíndrico exterior después de 5 minutos de funcionamiento bajo una frecuencia de ciclo de  $\omega = 10,55 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

La integración numérica de las dos curvas entre  $x = 0,01$  y  $x = 0,3$  da un valor de  $\Xi = 93,5 \text{ K} \cdot \text{m}$  en el amortiguador real y un valor de  $\Xi = 95,0 \text{ K} \cdot \text{m}$  en el modelo teórico, lo cual supone un error total del 1,6%.

Para finalizar la comparación del ciclo que se está tratando, se comparará la evolución temporal de la temperatura en dos puntos fijos del amortiguador.

La imagen siguiente corresponde a evolución temporal de la temperatura a lo largo de 5 minutos de funcionamiento de un punto perteneciente al cuerpo exterior del amortiguador el cual se encuentra a 10mm de la superficie superior de la tapa superior.



*Fig.110.* Comparación gráfica de la evolución de la temperatura en función del tiempo para un punto situado en el cuerpo exterior a 10mm de la superficie superior de la tapa superior bajo una frecuencia de ciclo de  $\omega = 10,55 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Existe un buen seguimiento de la temperatura. La máxima diferencia de temperaturas se encuentra alrededor de los 270s, siendo de  $\Delta T = 1,6K$ , lo cual representa un error del 0,5%.

Como en ciclos anteriores, el punto elegido es uno de los que se ajustan bien a la realidad, pues su temperatura depende fuertemente de la conducción existente en el cuerpo del amortiguador.

El gráfico siguiente, muestra la evolución de la temperatura de un punto situado a 50mm de la tapa superior. Debido a que su temperatura dependerá de la conducción de calor desde los elementos cercanos y de la convección forzada que tiene lugar con el gas, es predecible que la temperatura calculada no se ajuste tan bien a la temperatura real.

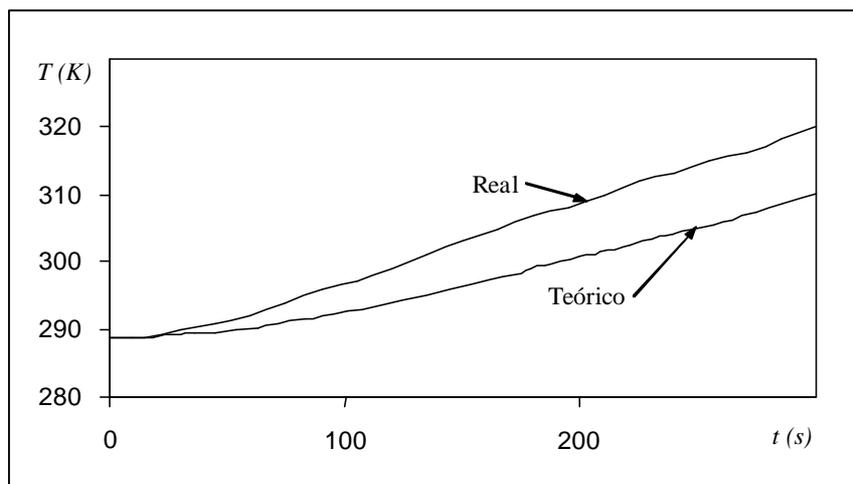


Fig.111. Comparación gráfica de la evolución de la temperatura en función del tiempo para un punto situado en el cuerpo exterior a 50mm de la superficie superior de la tapa superior bajo una frecuencia de ciclo de  $\omega = 10,55rad \cdot s^{-1}$ .

Como se ha comentado anteriormente, la fenomenología existente que el modelo matemático no incorpora hace que el seguimiento sea peor que en el caso anterior.

Efectivamente, la máxima diferencia de temperaturas se encuentra para el máximo tiempo considerado ( $t = 300s$ ) y es de  $\Delta T = 8K$ , lo cual representa un 2,5% de error.

Como en los ciclos precedentes, se presentará la cantidad de energía disipada por unidad de superficie de todos los elementos capaces de evacuar calor directamente al medio ambiente.

Como se procedió anteriormente, se presentarán los resultados de forma comparativa, pues éstos son útiles para detectar fenómenos dependientes de la velocidad del ciclo de trabajo. En este caso, se presentará la comparación del ciclo actual con el ciclo anterior, cuya velocidad angular era de  $\omega = 9,59rad \cdot s^{-1}$ .

El primer gráfico muestra las energías disipadas por el vástago.

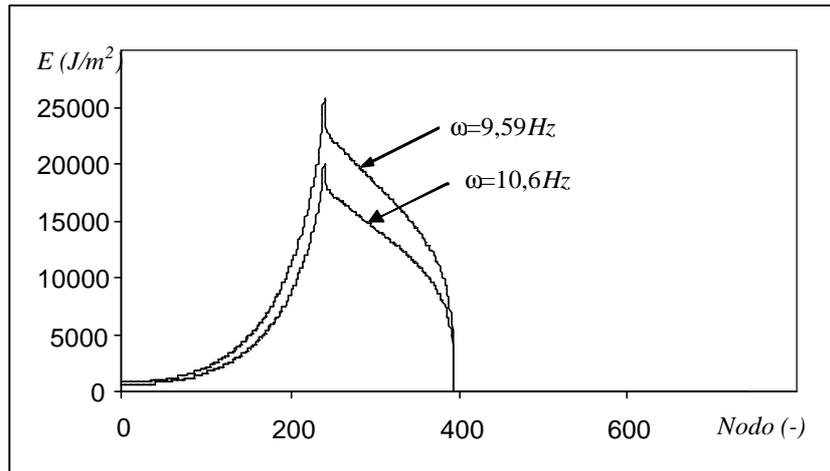


Fig.112. Comparación gráfica de la energía disipada por el vástago por unidad de superficie después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  o  $\omega = 10,6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

La mayor velocidad del ciclo de trabajo genera una mayor cantidad de calor, por lo que, finalmente, la cantidad de calor evacuado es mayor.

Geoméricamente, las figuras mostradas son semejantes, por lo que la explicación del ciclo anterior continúa siendo válida en este caso.

Se muestra la comparación gráfica del perfil de temperaturas.

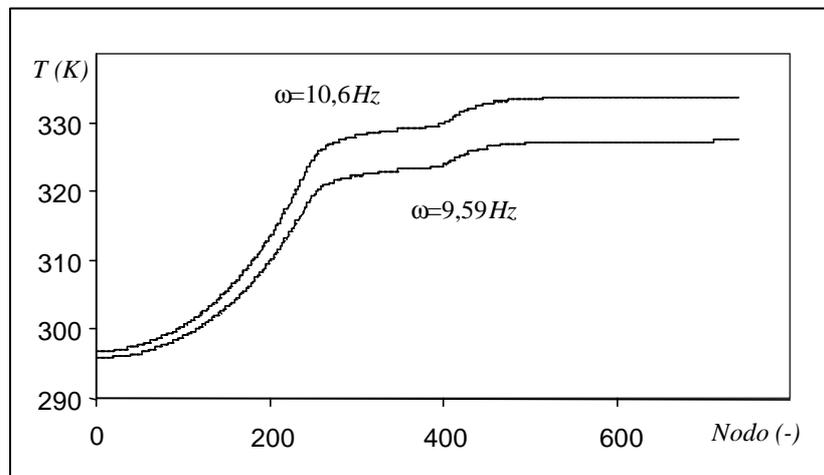


Fig.113. Comparación de la temperatura del vástago después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 9,59 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  o  $\omega = 10,6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

La mayor temperatura final del fluido de trabajo, el cual está en parcialmente en contacto con el vástago, hace que la temperatura del vástago en su zona más inferior (mayor número de nodo) sea mayor, por lo que el resultado obtenido es perfectamente comprensible.

Se presenta la misma información que anteriormente pero para la superficie superior de la tapa superior.

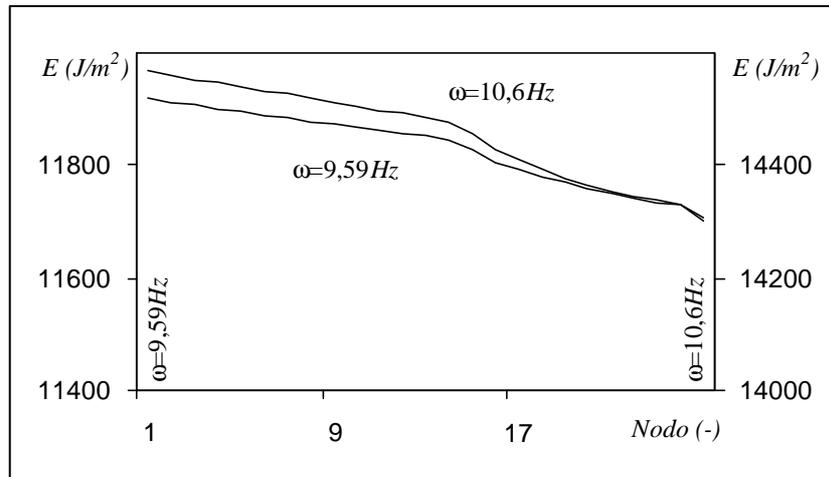


Fig.114. Comparación gráfica de la energía disipada por la superficie superior de la tapa superior por unidad de superficie después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 9,59 rad \cdot s^{-1}$  o  $\omega = 10,6 rad \cdot s^{-1}$ .

Debido a que se ha considerado un coeficiente de transferencia de calor por convección constante, la zona más caliente posee una mayor disipación energética, tal y como se deduce de la figura anterior.

Las discontinuidades observadas son debidas, como en los casos anteriores, a que son zonas de contacto con el tubo interior o el exterior.

El perfil de temperaturas es como sigue.

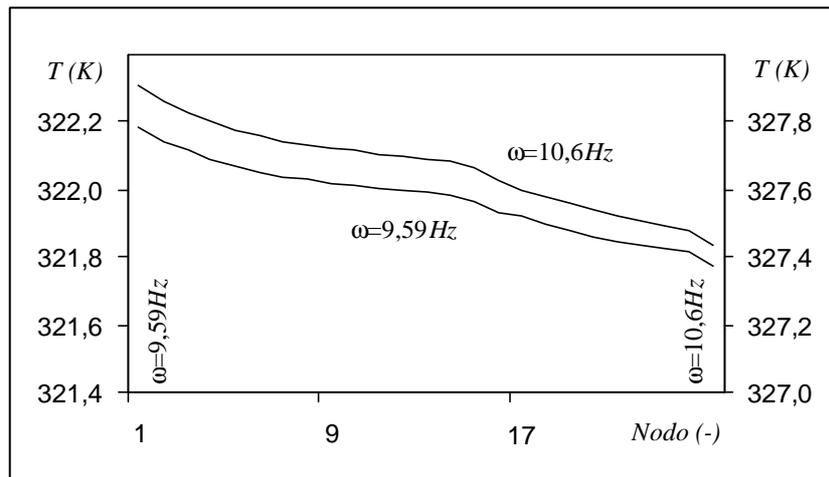


Fig.115. Comparación de la temperatura de la superficie superior de la tapa superior después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 9,59 rad \cdot s^{-1}$  o  $\omega = 10,6 rad \cdot s^{-1}$ .

Lógicamente, la temperatura del ciclo actual es superior a la temperatura del ciclo anterior.

La disipación energética del lateral de la tapa superior se muestra a continuación.

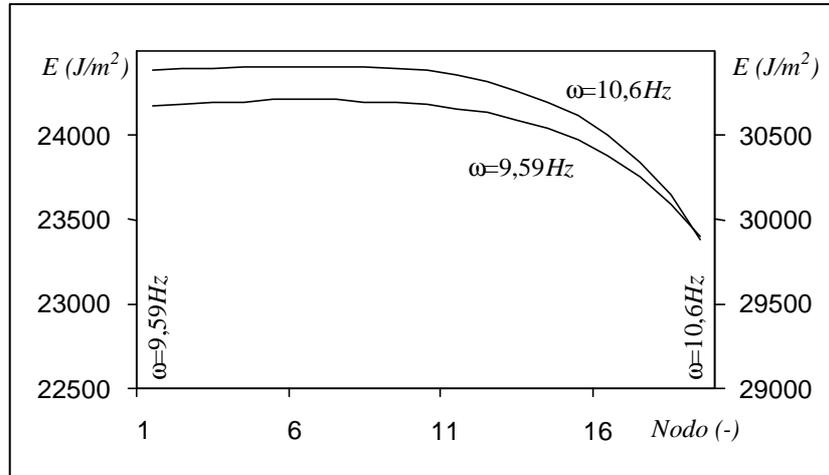


Fig.116. Comparación gráfica de la energía disipada por la superficie lateral de la tapa superior por unidad de superficie después de 5 min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 9,59 rad \cdot s^{-1}$  o  $\omega = 10,6 rad \cdot s^{-1}$ .

Si bien el coeficiente de transferencia de calor por convección en el lateral del amortiguador se calcula de forma local, debido a la poca altura de la zona tratada éste se puede considerar constante, por lo que, como sucedía con la superficie superior, la mayor disipación energética se producirá en la zona más caliente. Esto es, en la zona superior (menor número de nodo).

El perfil de temperaturas de la zona en cuestión corrobora la afirmación anterior.

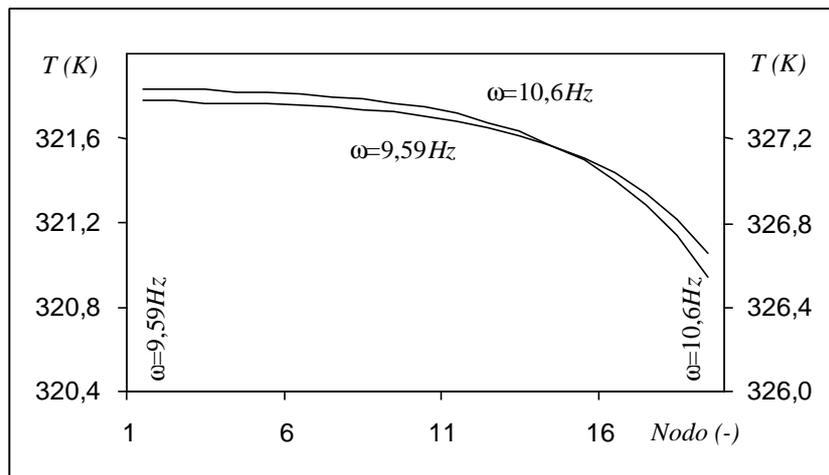
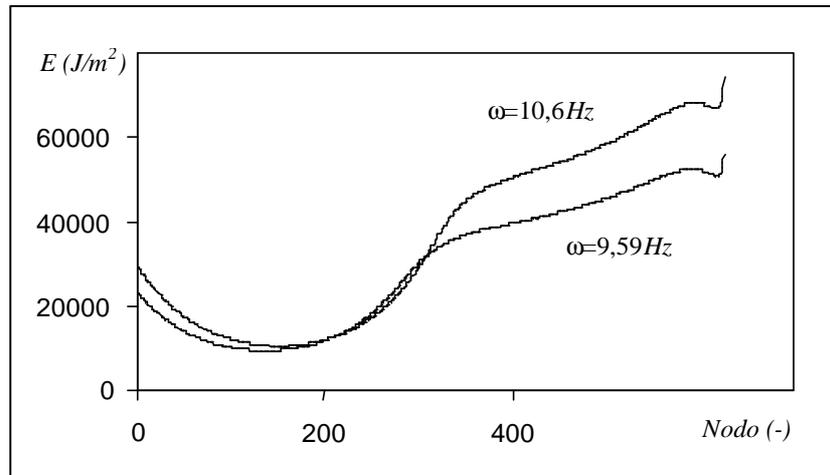


Fig.117. Temperatura de la superficie lateral de la tapa superior después de 5 min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 9,59 rad \cdot s^{-1}$  o  $\omega = 10,6 rad \cdot s^{-1}$ .

La imagen siguiente muestra la disipación energética del cilindro exterior del amortiguador.



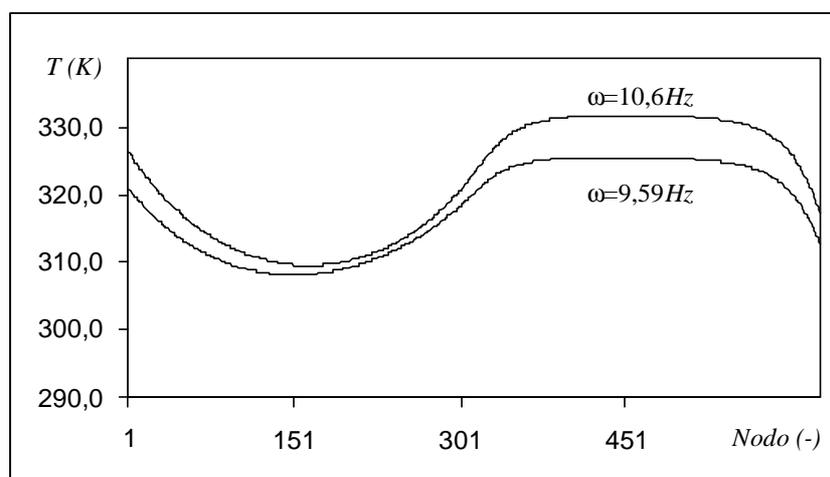
*Fig.118.* Energía disipada por unidad de superficie a través del cilindro lateral del amortiguador después de  $5\text{min}$  de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 9,59\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$  o  $\omega = 10,6\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Resulta curioso ver como la zona más superior disipa aproximadamente la misma cantidad de energía cuando los ciclos son diferentes.

La razón por la que esto tiene que ser debido a que sus temperaturas tienen que ser semejantes, lo que es consecuencia de que es una zona que se calienta lentamente mediante conducción.

Efectivamente, se observa en el gráfico de temperaturas que sus temperaturas son semejantes, si bien, como es comprensible, la del ciclo actual está ligeramente por encima de la del ciclo anterior.

Como resulta de una lógica aplastante, la zona en contacto con el fluido de reserva del ciclo actual disipa una mayor cantidad de calor, pues su temperatura es mayor.



*Fig.119.* Comparación de la temperatura del cilindro exterior después de  $5\text{min}$  de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 9,59\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$  o  $\omega = 10,6\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Se concluye que las afirmaciones anteriores corresponden con el perfil de temperaturas obtenido.

Por último, se muestra la energía disipada por la superficie inferior de la tapa inferior del amortiguador.

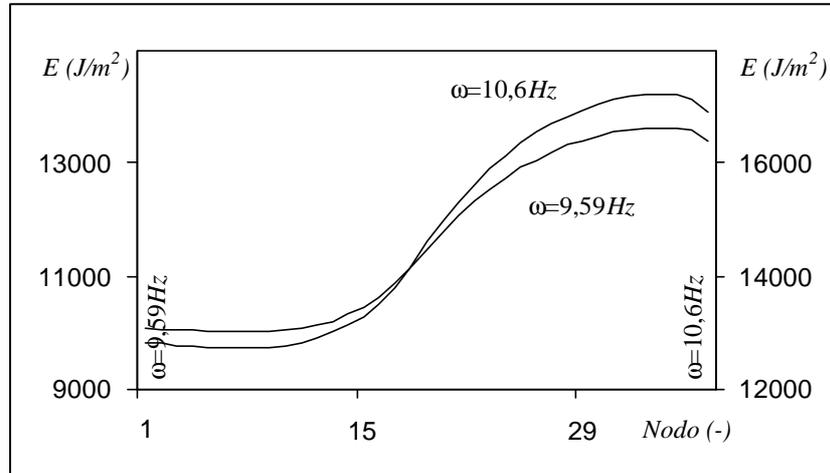


Fig.120. Energía disipada por unidad de superficie a través de la superficie inferior de la tapa inferior después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 9,59rad \cdot s^{-1}$  o  $\omega = 10,6rad \cdot s^{-1}$ .

Debido a la semejanza geométrica existente, cabe esperar un perfil de temperaturas similar.

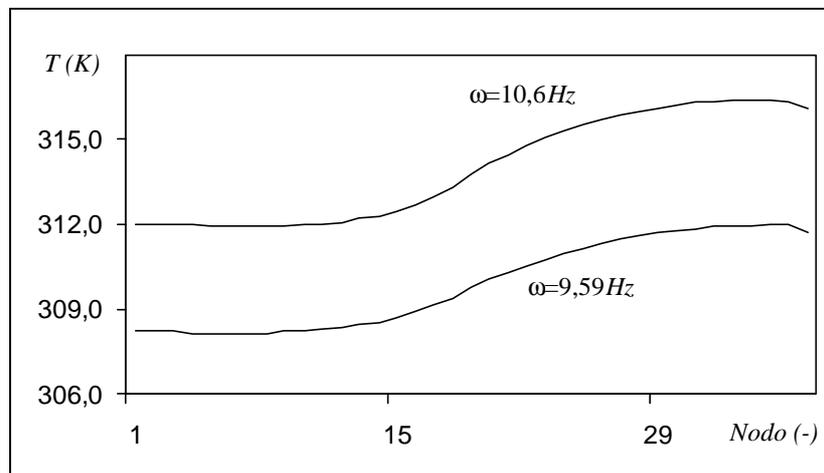


Fig.121. Comparación de la temperatura de la superficie inferior de la tapa inferior después de 5min de funcionamiento bajo unos ciclos constantes de  $\omega = 9,59rad \cdot s^{-1}$  o  $\omega = 10,6rad \cdot s^{-1}$ .

Efectivamente y, como en casos anteriores, el perfil de temperaturas al final de los ciclos tratados es similar, si bien los valores obtenidos para el del ciclo actual están permanente por encima de los obtenidos para el ciclo anterior.

La figura siguiente muestra un resumen de la disipación energética por unidad de superficie de los tres ciclos.

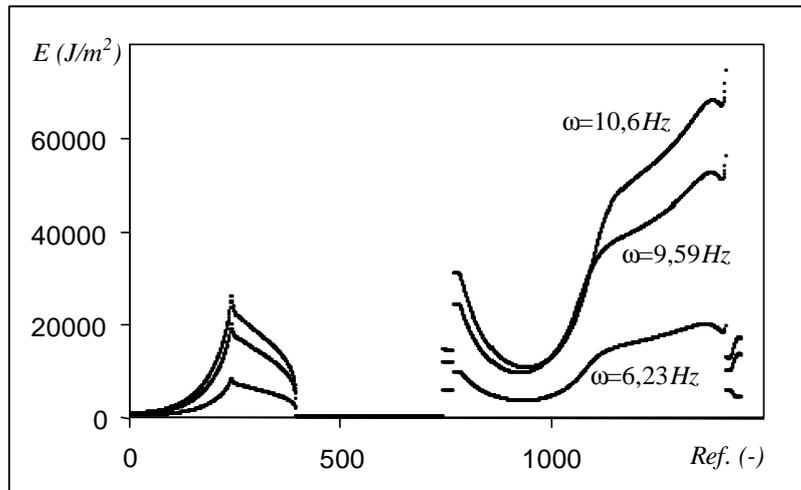


Fig.122. Comparación de las energías disipadas después de 5min de funcionamiento para los tres ciclos tratados.

El punto de mayor disipación energética por unidad de volumen en los tres casos es el punto inferior correspondiente al cilindro exterior del amortiguador.

La siguiente figura (perfil de temperaturas de los puntos exteriores del amortiguador) demuestra que dicho punto no es el que tiene la mayor temperatura.

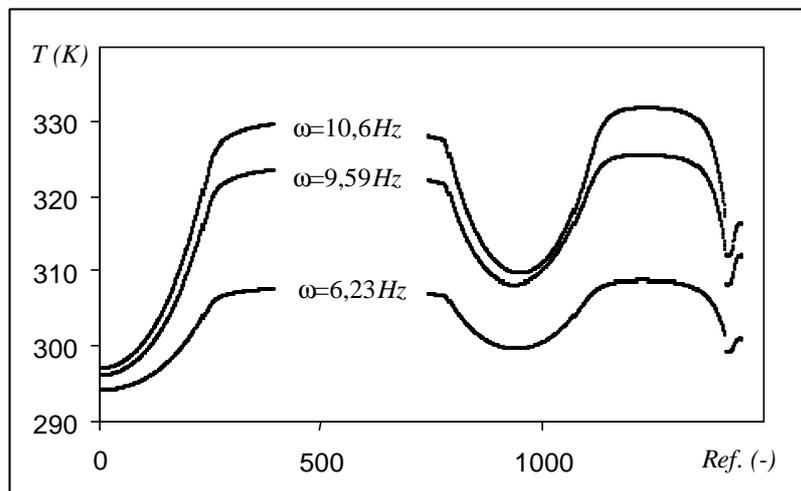


Fig.123. Perfiles de temperaturas de los puntos exteriores después de 5min de funcionamiento para los tres ciclos tratados.

Efectivamente, el punto de mayor disipación energética no corresponde al punto de mayor temperatura.

Concretamente, el punto de mayor temperatura para los tres ciclos es el punto inferior del vástago (recuérdese que se está considerando el punto inferior como aquél que se

encuentra en contacto parcial con el medio ambiente en algún momento del ciclo, esto es, el punto inferior visible del vástago cuando el amortiguador está completamente extendido).

La razón proviene del hecho que el punto afectado está en contacto parcial con el fluido de trabajo, el cual se encuentra a mayor temperatura que las partes sólidas por ser el medio principal de disipación energética. El fluido de trabajo calienta al punto del vástago en cuestión y éste únicamente puede transferir calor al medio ambiente durante un período de tiempo muy limitado (solamente cuando el amortiguador se encuentra extendido).

Volviendo al punto de máxima disipación energética, la razón por la que el punto afectado es el que transfiere máxima energía al medio ambiente sin tener la mínima temperatura debe ser analizada con un cierto detalle.

La transferencia de calor por convección depende, esencialmente, del coeficiente de transferencia de calor por convección y de la diferencia de temperaturas de la parte sólida respecto a la del fluido.

Cuanto mayor es el producto de ambos valores, mayor es la transferencia.

Referente a los elementos que están en todo instante en contacto con el medio ambiente (parcialmente el vástago, tapa superior, cilindro exterior y tapa inferior), el hecho que el punto tratado sea el de mayor disipación energética no siendo el de mayor temperatura es consecuencia de que su coeficiente de transferencia por convección es mayor que el de los demás.

A modo de ejemplo, se muestra la evolución local del coeficiente de transferencia de calor por convección de los nodos del cilindro exterior.

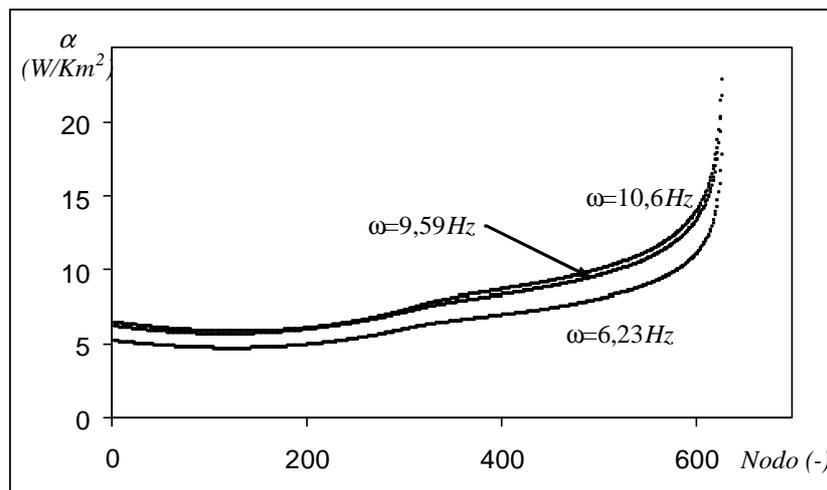


Fig.124. Coeficientes locales de transferencia de calor por convección de los nodos del cilindro exterior del amortiguador después de 5min de funcionamiento para los tres ciclos tratados.

Efectivamente, el coeficiente de transferencia de calor por convección del último nodo (el punto inferior del cilindro exterior del amortiguador) presenta un máximo, lo que favorece su disipación energética.

Por lo que refiere a los puntos del vástago que no se encuentran en contacto continuo con el medio ambiente, se ha de tener presente que el valor de disipación energética por unidad de superficie mostrado corresponde a su valor total, es decir, considerando todo el ciclo de trabajo.

Posiblemente, si el punto más inferior del vástago (el de mayor temperatura comentado anteriormente) estuviera más tiempo en contacto con el medio ambiente, debido a su mayor temperatura sería el de mayor disipación energética, aún no teniendo un coeficiente de transferencia de calor por convección tan elevado como el de otros elementos. No obstante, resulta una situación ficticia, pues su temperatura sería menor por no encontrarse en contacto con el fluido de trabajo.

A modo informativo, se presentan en la tabla siguiente las energías de los ciclos iniciales y finales, la energía total utilizada para mover el amortiguador durante el tiempo requerido, la energía total disipada y el porcentaje de energía disipada.

	$\omega=6,23Hz$	$\omega=9,6Hz$	$\omega=10,6Hz$
Energía para realizar el primer ciclo (J)	48,5	66,9	71,2
Energía para realizar el último ciclo (J)	44,2	55,7	56,5
Energía total requerida (kJ)	13,9	28,2	32,9
Energía disipada (kJ)	0,5	1,2	1,5
Porcentaje de energía disipada (%)	3,5	4,4	4,6

Tabla 4. Resumen energético de los tres ciclos tratados.

Se aprecia un mayor requerimiento energético a mayor velocidad de ciclo (por lo que, consecuentemente, la potencia requerida es también mayor) y una disipación energética, como consecuencia de la mayor temperatura exterior alcanzada.

Asimismo, se observa que el porcentaje de energía disipada respecto a la energía total requerida crece con la velocidad de ciclo, por lo que el porcentaje de energía absorbida es mayor para los ciclos lentos.

## 7.1.6- Conclusiones

Las conclusiones que se obtienen de las comparaciones realizadas entre el amortiguador real y el modelo matemático para los tres ciclos de trabajo son:

*Ciclo frío:*

- A- Los efectos térmicos que tienen lugar durante el primer ciclo de trabajo (considerando que todas las partes del amortiguador se encuentran inicialmente a temperatura constante) son despreciables.

- B- Por el motivo anterior, la única validación posible proviene de la parte hidráulica y, de los resultados obtenidos se deduce que para el conjunto de los tres ciclos, la correlación obtenida entre el amortiguador real y el modelo matemático es aceptable.

*Ciclo caliente:*

- A- Se observa una disminución considerable de la fuerza de amortiguamiento cuando el amortiguador ha funcionado durante un cierto período de tiempo bajo unas condiciones de ciclo constantes. Dicha disminución de la fuerza de amortiguamiento se debe a los efectos térmicos que tienen lugar dentro del amortiguador como consecuencia de la disipación energética que tiene lugar. La disipación energética es consecuencia del movimiento del fluido y a la fricción mecánica entre partes sólidas (si bien ésta suele ser despreciable).
- B- La validación de la parte hidráulica no se puede tratar independientemente de la parte térmica pues ambas son interdependientes.
- C- Mediante la comparación de resultados se ha observado que la parte hidráulica resultante de toda la fenomenología que tiene lugar describe considerablemente bien a la realidad, si bien se podrían optimizar los ajustes propuestos.
- D- Por lo que refiere a la parte térmica y, considerando únicamente como resultado comparativo la fuerza de amortiguamiento que tiene lugar, se encuentra bien descrita, pues permite obtener una reducción de la fuerza de amortiguamiento que se aproxima considerablemente a la realidad.
- E- Referente a la descripción cuantitativa de la parte térmica, no ha sido posible validar todas las partes del amortiguador. En cualquier caso, las zonas validadas demuestran que el hecho de no tener en cuenta ciertos fenómenos físicos que tienen lugar (agitación del fluido, gradientes de temperatura en los fluidos, fugas de aceite, etc.), produce predicciones que, a menudo, no se ajustan óptimamente a la realidad. Por otra parte, el modelo matemático sí muestra las tendencias reales del amortiguador a medida que la velocidad de ciclo disminuye, pues a menor velocidad, la fenomenología no modelizada tiende a disminuir su efecto.
- F- En términos generales se considera que la modelización es aceptable, pues al ser el primer modelo matemático que introduce la fenomenología necesaria para permitir conocer la evolución térmica de las partes del amortiguador y de su conjunto a lo largo del tiempo, produce resultados, cuando menos, admisibles.
- G- A mayor velocidad de ciclo, mayor disipación energética y mayor temperatura final de las partes del amortiguador, tal y como era esperable.
- H- La parte más caliente del amortiguador una vez finalizado el ciclo de trabajo corresponde a su fluido de trabajo, lo cual es debido a que es el elemento encargado de convertir la energía mecánica en energía térmica, generando la fuerza de amortiguación.
- I- El punto de mayor temperatura de los que se encuentran en contacto parcial o total con el medio ambiente es el nodo visible perteneciente al vástago cuando éste se encuentra en su máxima extensión, como consecuencia de estar en contacto parcial con el fluido de trabajo, el cual es un “punto caliente” del conjunto.
- J- La zona de máxima disipación energética por unidad de superficie del amortiguador es la zona inferior del cilindro exterior, hecho debido a que es el que posee un coeficiente de transferencia de calor por convección mayor.

K- Referenciado a la energía de entrada, a mayor velocidad de ciclo, mayor cantidad de energía disipada, por lo que la cantidad de energía acumulada es menor.

## 7.2- Obtención de los parámetros del amortiguador Kayaba 6K0513033D

En el apartado que se presenta, se procederá a obtener los parámetros del amortiguador Kayaba 6K0513033D, el cual se utiliza en algunos vehículos de la marca SEAT. Como en el caso anterior, el amortiguador que se presenta también ha sido cedido desinteresadamente por Monroe.

### 7.2.1- Parámetros geométricos y mecánicos

#### 7.2.1.1- Obtención directa de medidas

Nuevamente, las cotas geométricas útiles que se pueden obtener de forma directa serán las primeras que se presentarán. Estas, expresadas en milímetros son:

Diámetro exterior del amortiguador ( $D_{ext}$ ) = 38,8

Diámetro exterior de la cámara de reserva ( $D_{re}$ ) = 36,7

Diámetro interior de la cámara de reserva ( $D_{ri}$ ) = 29,3

Diámetro interior de la cámara de trabajo ( $D_c$ ) = 27,0

Diámetro del vástago ( $D_v$ ) = 11,1

Altura del pistón ( $h_{pis}$ ) = 15,0

Altura de la válvula de la base ( $h_{vb}$ ) = 11,5

Longitud del cilindro interior ( $L_{ci}$ ) = 300,5

Longitud del cilindro de reserva ( $L_{cr}$ ) = 318,9

Longitud de la tapa superior ( $L_s$ ) = 10,0

Longitud de la tapa inferior ( $L_i$ ) = 1,1

Longitud del vástago ( $L_v$ ) = 382,8

Comentarios:

1- La altura de la válvula de la base se ha determinado a partir de la altura total del chasis de la válvula.

2- Se considera la longitud (o altura) de la tapa superior como la longitud de toda la zona encargada de guiar al vástago, mientras que la longitud inferior representa la “tapa” sólida inferior.

La densidad a 20°C del aceite se determina de forma experimental y se ha obtenido el valor siguiente:

$$\rho_f = 821 \frac{kg}{m^3}$$

### 7.2.1.2- Cálculo de parámetros

El siguiente paso consiste en la determinación experimental de las constantes elásticas de los muelles de las limitadoras y la determinación de los diámetros de los conductos de paso del fluido.

#### 7.2.1.2.1- Determinación de las características elásticas de los muelles

La tabla 5 muestra los valores obtenidos para las deducciones de las constantes elásticas de los muelles integrantes del amortiguador.

	$L_1 \cdot 10^{-3}(m)$	$L_2 \cdot 10^{-3}(m)$	$F_1(N)$	$F_2(N)$	$k_m(N/m)$
Muelle pistón compresión	1,7	0,6	0	4	3542
Muelle pistón tracción	16,4	0,1	0	4	5548
Muelle base tracción	4,5	3,2	0	5	3821

Tabla 5. Determinación de las constantes elásticas de los diferentes muelles de las válvulas

La válvula de la base a compresión no dispone de muelle, pues la deformación elástica de los discos de la limitadora se encarga de simular al elemento elástico. Un estudio de tensión-deformación realizado mediante elementos finitos permite determinar la constante elástica equivalente de la válvula, siendo de  $902,9 kN/m$ .

La deducción de la fuerza de precarga ( $F_p$ ) se realiza a partir de los datos sumarizados en la tabla 5, la cual contiene la longitud libre y de trabajo del muelle ( $L_0$  y  $L_t$  respectivamente). Asimismo, se incluye el máximo desplazamiento permitido para cada limitadora ( $\delta$ ).

	$L_0 \cdot 10^{-3}(m)$	$L_t \cdot 10^{-3}(m)$	$F_p(N)$	$\delta \cdot 10^{-3}(m)$
Muelle pistón tracción	16,4	10,8	3,3	0,6
Muelle pistón compresión	1,6	1,2	1,4	0,4
Muelle base tracción	4,5	1,9	9,9	2,6
Muelle base compresión	0	0	0	0

Tabla 6. Determinación de la fuerza de precarga y del desplazamiento máximo de los diferentes muelles de las válvulas

### 7.2.1.2.2- Determinación de los diámetros de las válvulas

Un proceso semejante al del amortiguador Monroe 6K0513031R permite deducir los parámetros de las válvulas. Se resumen a continuación.

	$D_a$	$N_a$	$L_a$	$D_b$	$N_b$	$L_b$	$D_d$	$k_m$	$x_0$
Pistón tracción	0,18	12	1,1	1,8	5	5,2	6,1	5540	0
Pistón compresión	0,18	12	1,1	2,1	4	6,3	7,8	3542	0
Base tracción	0,34	4	0,8	3,24	4	13,4	7,6	3821	0
Base compresión	0,34	4	0,8	2	6	5,3	5,7	8570	0

Tabla 7. Parámetros de las válvulas para el amortiguador Kayaba 6K0513033D. Las unidades para las longitudes son milímetros y  $N/m$  para las constantes elásticas.

### 7.2.1.2.3- Corrección de los diámetros de las válvulas

#### 7.2.1.2.3.1- Válvula del pistón a tracción

La modelización propuesta de las válvulas no describe correctamente su comportamiento, por lo que en el modelo matemático se ha utilizado el siguiente ajuste:

$$\frac{\Delta p}{F_p(T)} = \min(5,8 \cdot 10^{10} Q^{1,2}; 3,1 \cdot 10^5 + 1,0 \cdot 10^9 Q^{0,8})$$

La función adimensional de la temperatura  $F_p(T)$  es:

$$F_p(T) = -0,004748T + 2,38634$$

La caída de presión en función del caudal a una temperatura de funcionamiento de  $T = 292K$  es:

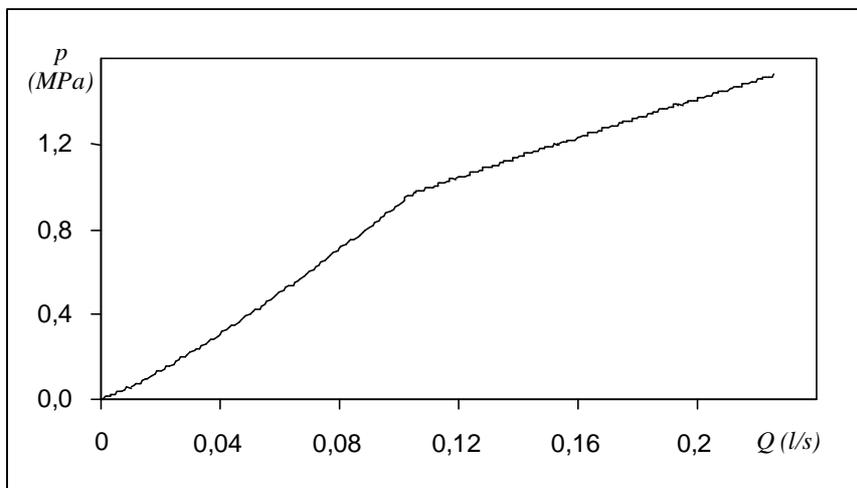


Fig. 125. Ajuste de la caída de presión en la válvula del pistón a tracción para el amortiguador Kayaba 6K0513033D cuando la temperatura de funcionamiento son 292K.

### 7.2.1.2.3.2- Válvula del pistón a compresión

Como en el caso anterior, la modelización propuesta no describe correctamente el comportamiento real, por lo que se usa el siguiente ajuste:

$$\frac{\Delta p}{F_{cp}(T)} = \min(3,0 \cdot 10^8 Q^{0,78}; 2,5 \cdot 10^5 + 2,0 \cdot 10^7 Q^{0,8})$$

En el caso de la función  $F_{cp}(T)$  es:

$$F_{cp}(T) = -0,005069T + 2,4954$$

A una temperatura de  $T = 292K$ , se obtiene el gráfico siguiente.

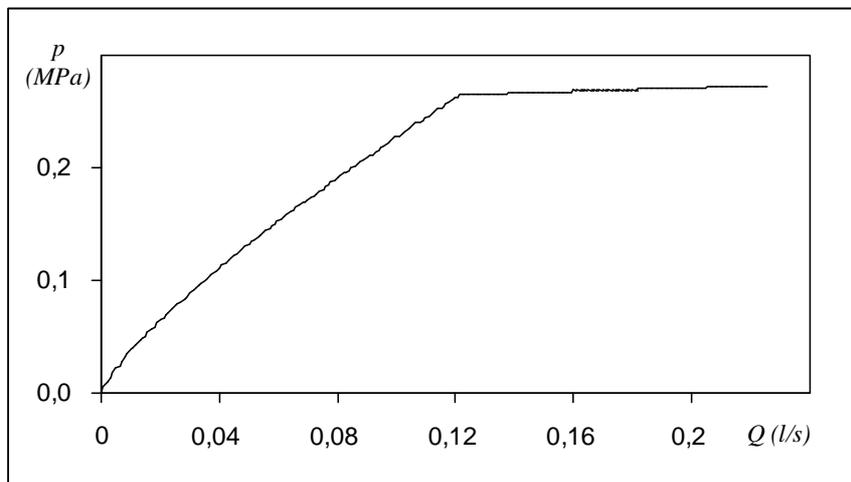


Fig. 126. Ajuste de la caída de presión en la válvula del pistón a compresión para el amortiguador Kayaba 6K0513033D cuando la temperatura de trabajo es de 292K.

### 7.2.1.2.3.3- Válvula de la base a tracción y a compresión

	Válvula base tracción			Válvula base compresión		
	Calculado	Corregido	Ratio	Calculado	Corregido	Ratio
$D_a$	0,34	0,34	1,0	0,34	0,34	1,0
$L_a$	0,8	0,8	1,0	0,8	0,8	1,0
$D_b$	3,24	3,24	1,0	2,0	2,0	1,0
$L_b$	13,4	13,4	1,0	5,3	5,3	1,0
$D_d$	7,6	7,6	1,0	5,7	4,5	0,8

Tabla 8. Coeficientes correctores para las válvulas de la base

## 7.2.2- Parámetros físicos

Como se hizo para el amortiguador Monroe 6K0513031R y, debido a que las propiedades de los materiales son muy similares, la obtención de los parámetros físicos de los sólidos se hace a partir de la modelización propuesta en el apartado 6.

### 7.2.2.1- Sólidos

Se han utilizado los mismos valores que en el amortiguador Monroe 6K0513031R para las partes sólidas (apartado 7.1.2.1), por lo que no se repetirán en el punto presente.

### 7.2.2.2- Fluidos

Los parámetros descriptivos de los fluidos son comunes con los presentados en el punto 7.1.2.2 (Monroe 6K0513031R), por lo que no se repetirán en el punto presente.

## 7.2.3- Obtención de resultados teóricos

Dado que los resultados que se obtienen con el modelo matemático adaptado al amortiguador Kayaba 6K0513033D permiten obtener semejantes conclusiones a los ya extensamente presentados para el Monroe 6K0513031R, únicamente se presentarán los resultados obtenidos para el modelo térmico.

Los datos de ciclo sobre el que se realizará el estudio son los siguientes:

$$\omega = 6,24 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$r = 0,03849 \text{ m}$$

$$x_i = 0,166 \text{ m}$$

$$p_{inic} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_{inic} = 292 \text{ K}$$

El diagrama de fuerza velocidad del primer ciclo es:

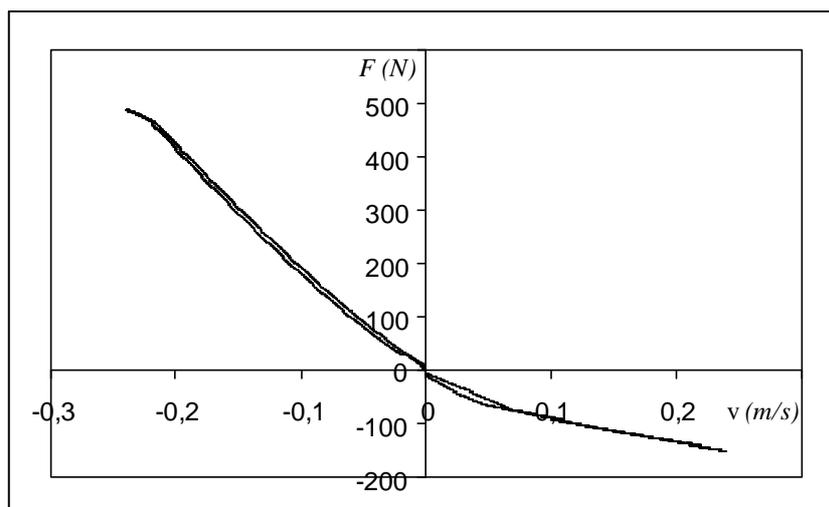


Fig. 127. Diagrama de fuerza – velocidad del primer ciclo de trabajo para el modelo de doble tubo térmico ( $\omega = 6,24Hz$ ).

La máxima diferencia de fuerzas del modelo térmico respecto al modelo compresible es de  $3,6N$ , lo cual, tal y como se ha comentado anteriormente, es despreciable.

Por otra parte, el análisis de la presión en la cámara de reserva muestra que, efectivamente, la predicción de los modelos evoluciona de forma diferente.

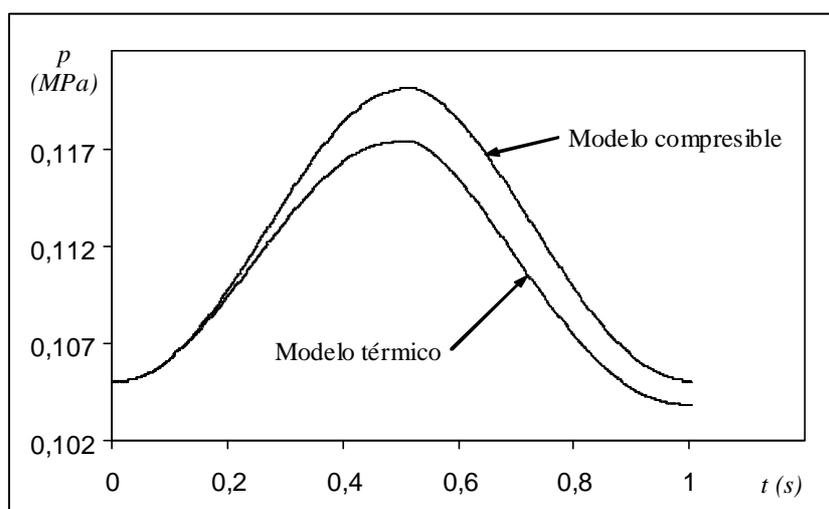
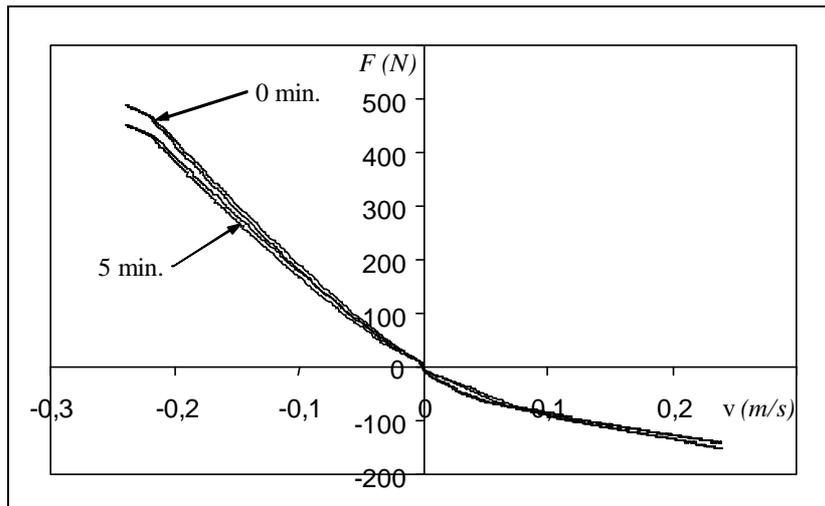


Fig. 128. Comparación de las presiones de la cámara de reserva según el modelo de doble tubo térmico y el compresible ( $\omega = 6,24Hz$ ).

Como sucedió con el amortiguador previamente presentado, la transferencia de calor que tiene lugar en el amortiguador hace que la evolución de la presión sea distinta, si bien el efecto sobre la fuerza de amortiguación a corto plazo es despreciable.

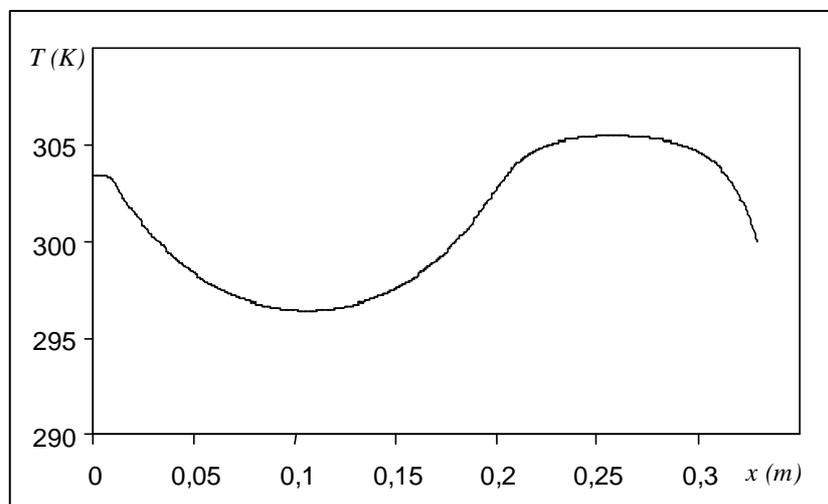
La disminución de la fuerza de amortiguación una vez han transcurrido 5 minutos de funcionamiento se muestra a continuación.



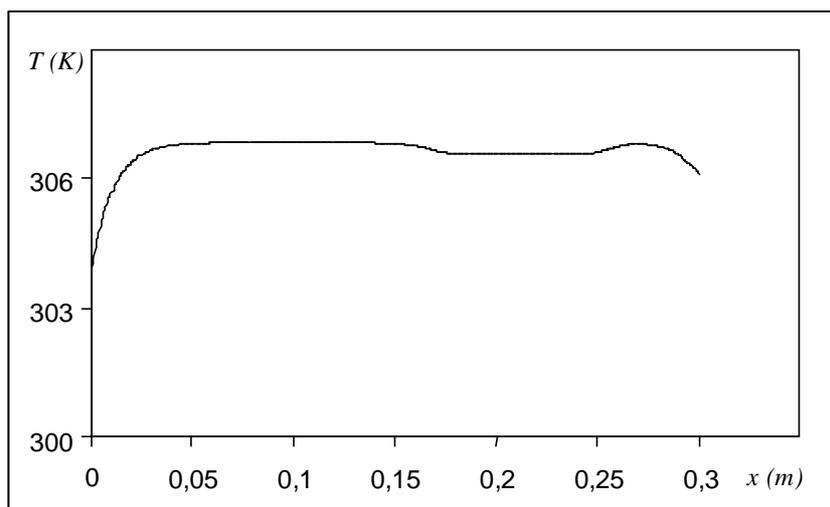
*Fig. 129.* Comparación de las fuerzas de amortiguamiento según el modelo de doble tubo térmico para el instante inicial y después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 6,24\text{Hz}$ ).

Como era esperable, se aprecia una disminución de la fuerza de amortiguamiento con el paso del tiempo.

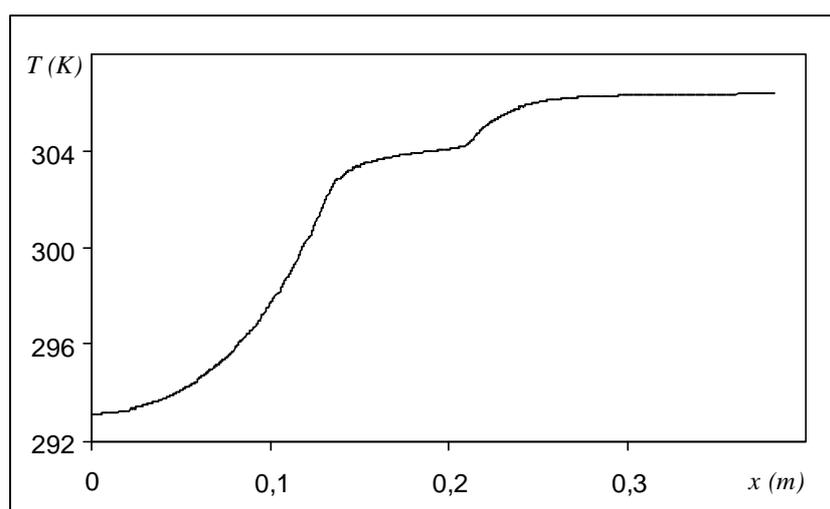
A modo ilustrativo, se muestran los perfiles de temperatura del cuerpo exterior del amortiguador, del vástago de trabajo y del cilindro interior del amortiguador una vez han transcurrido 5 minutos de funcionamiento.



*Fig. 130.* Perfil de temperaturas del cuerpo exterior del amortiguador después de 5 minutos de funcionamiento según el modelo de doble tubo térmico ( $\omega = 6,24\text{Hz}$ ).



*Fig. 131.* Perfil de temperaturas del cilindro interior del amortiguador después de 5 minutos de funcionamiento según el modelo de doble tubo térmico ( $\omega = 6,24Hz$ ).



*Fig. 132.* Perfil de temperaturas del vástago del amortiguador después de 5 minutos de funcionamiento según el modelo de doble tubo térmico ( $\omega = 6,24Hz$ ).

Debido a que la fenomenología es la misma que en el amortiguador Monroe 6K0513031R, no se repetirá la explicación de los resultados obtenidos.

#### **7.2.4- Obtención de resultados experimentales**

A continuación se presentan los resultados experimentales obtenidos para el ciclo descrito por las siguientes condiciones:

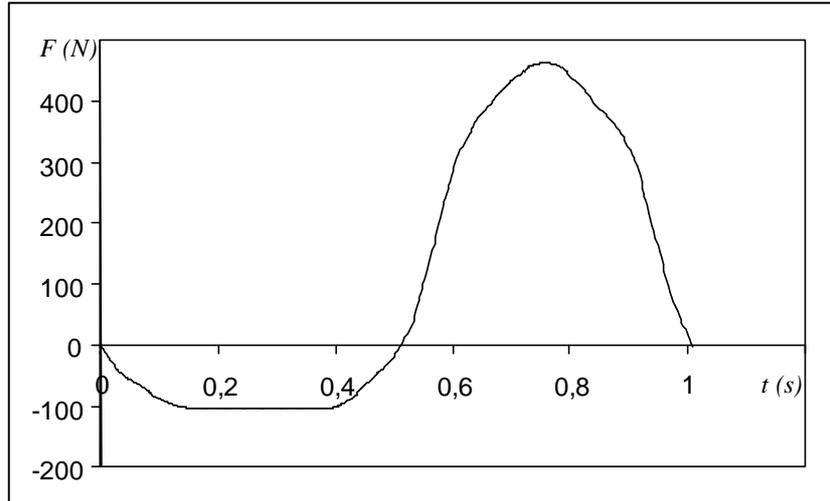
$$T_{inic} = 20^{\circ}C$$

$$x_i = 0,166m$$

$$r = 0,0385m$$

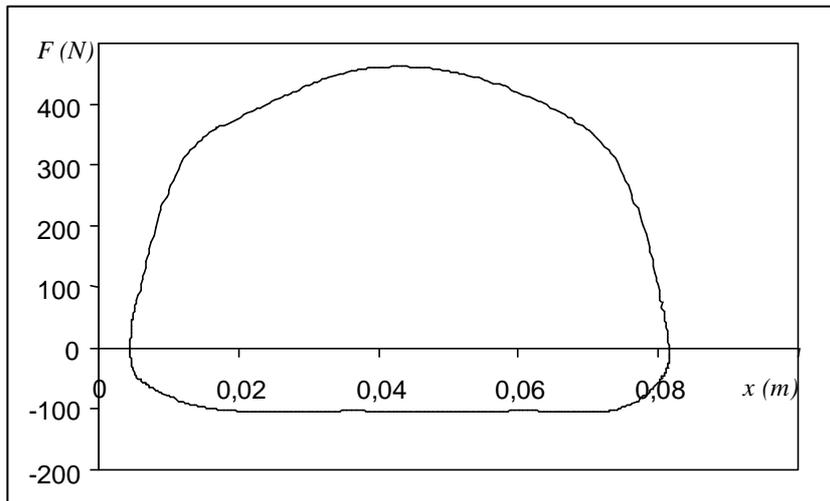
$$\omega = 6,24rad \cdot s^{-1}$$

La fuerza obtenida en función del tiempo para el primer ciclo de trabajo es la siguiente:



*Fig. 133.* Fuerza de amortiguamiento del primer ciclo en función del tiempo para el ciclo adquirido ( $\omega = 6,24Hz$ ).

Mientras que la relación entre la fuerza y la posición es:



*Fig. 134.* Fuerza de amortiguamiento del primer ciclo en función de la posición para el ciclo adquirido ( $\omega = 6,24Hz$ ).

En la zona de máxima fuerza de tracción se observa claramente una cierta asimetría respecto a la posición media de trabajo, lo cual es indicativo de cierta histéresis en el ciclo de trabajo, efecto que se aprecia mejor en el diagrama de fuerza – velocidad siguiente.

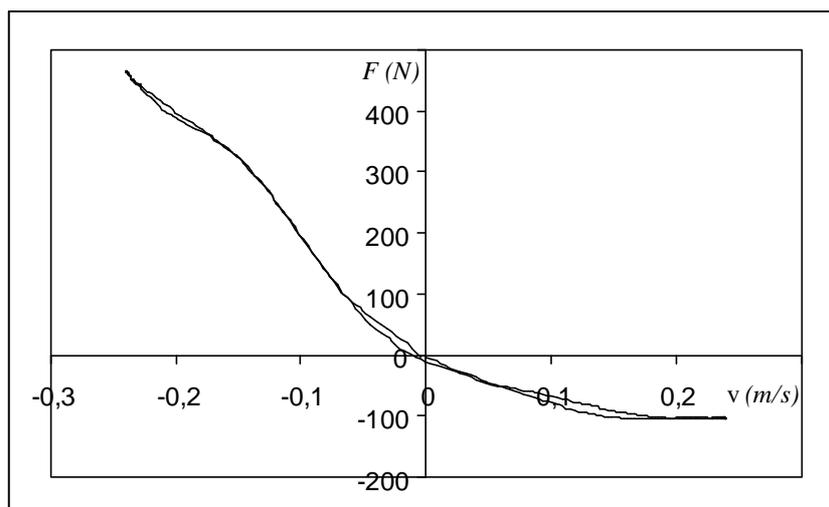


Fig. 135. Fuerza de amortiguamiento del primer ciclo en función de la velocidad para el ciclo adquirido ( $\omega = 6,24\text{Hz}$ ).

Efectivamente, se observa cierta histéresis en la zona de máxima fuerza a tracción, la cual se debe, probablemente, a la compresibilidad/deformabilidad del fluido y de las cámaras de trabajo.

También se observa cierta histéresis en la zona cercana a la velocidad cero, lo cual es indicativo de la existencia de cierta cantidad de aire en las cámaras de trabajo (probablemente en la de tracción) como consecuencia de un mal purgado antes de someter a trabajar el amortiguador en cuestión.

La última zona en la que se aprecia un cierto grado de histéresis es en la zona de velocidad media del ciclo de compresión. En este caso, la asimetría del ciclo también se debe a la compresibilidad/deformabilidad de las cámaras de trabajo y el motivo por el cual la histéresis no se mantiene hasta el final del ciclo reside en que la sensibilidad al caudal de la válvula conjunta (siempre abierta más limitadora) es menor que la sensibilidad de la válvula siempre abierta, lo cual hace que la histéresis como consecuencia de la diferencia de caudal para la misma velocidad desaparezca cuando la limitadora empieza a trabajar.

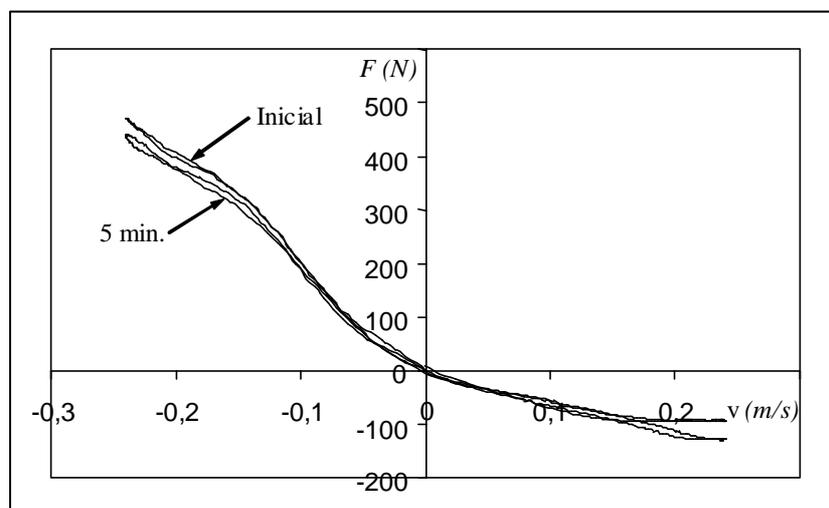
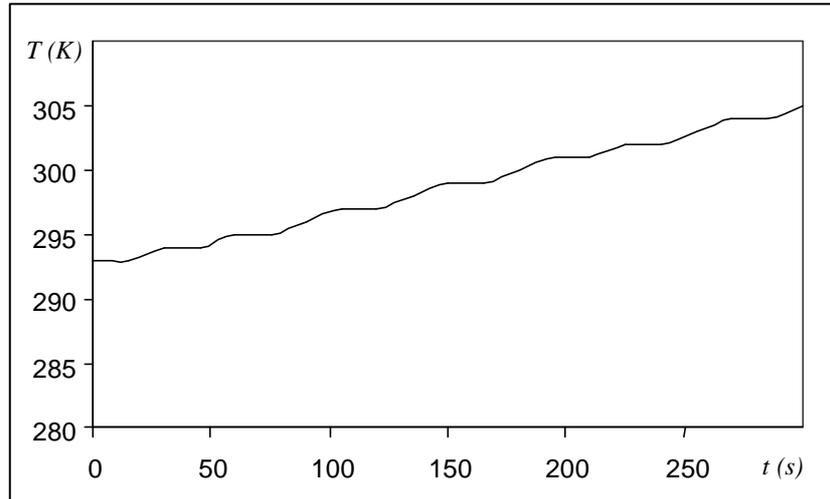


Fig. 136. Comparación de la fuerza de amortiguamiento en función de la velocidad para el primer ciclo adquirido y después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 6,24\text{Hz}$ ).

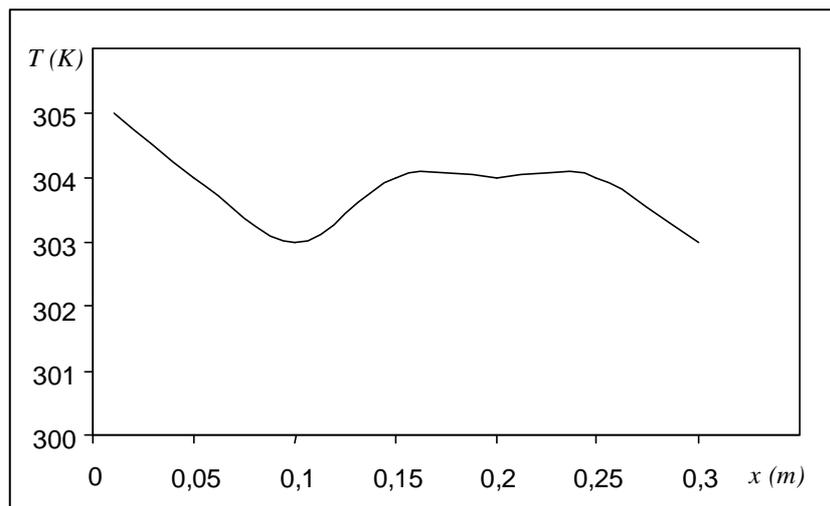
En la figura 136, se ha mostrado la disminución de la fuerza de amortiguamiento una vez han transcurrido 5 minutos de funcionamiento.

A continuación, se muestra la evolución temporal de la temperatura a lo largo de 5 minutos de funcionamiento para un punto situado en el cilindro exterior del amortiguador a 10mm de la superficie superior de la tapa superior.



*Fig. 137.* Evolución temporal de la temperatura de un punto situado en el cuerpo del amortiguador a 10mm de la superficie superior de la tapa superior ( $\omega = 6,24Hz$ ).

Por último, se muestra el perfil de temperaturas lateral del amortiguador, tomando como origen la superficie superior de la tapa superior.



*Fig. 138.* Perfil lateral de temperaturas respecto a la superficie superior de la tapa superior ( $\omega = 6,24Hz$ ).

Tal y como se justificó anteriormente, se aprecia claramente que la zona ocupada por el gas de trabajo tiene una menor capacidad de evacuación de calor, pues su temperatura final es la más baja del perfil del amortiguador.

Debido a que los demás ciclos adquiridos experimentalmente se compararán con el modelo matemático, no se comentarán en el punto actual.

## 7.2.5- Comparación de resultados

Se procede a validar el modelo matemático mediante la comparación de resultados.

El primer ciclo que se compara se encuentra descrito por las propiedades siguientes:

$$\begin{aligned}T_{inic} &= 20^{\circ}C \\x_i &= 0,166m \\r &= 0,0385m \\\omega &= 6,24rad \cdot s^{-1}\end{aligned}$$

La evolución temporal de la fuerza obtenida experimentalmente y la predicha por el modelo matemático (DTT) se muestra a continuación.

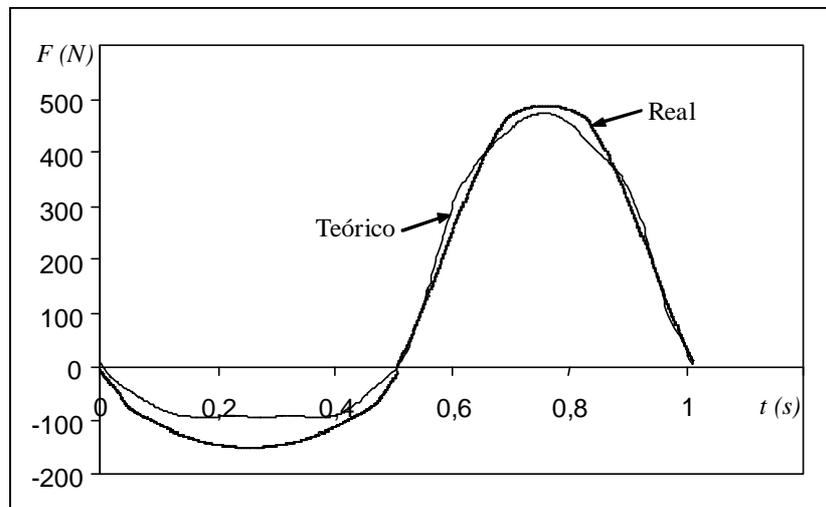


Fig. 139. Comparación gráfica de la fuerza real y calculada (DTT) en función del tiempo para el instante inicial ( $\omega = 6,24Hz$ ).

En la zona de compresión se aprecia una discrepancia notable (55%), lo cual se debe a que el ajuste de las válvulas no ha sido optimizado para bajas velocidades sino que se ha ajustado para un amplio rango de velocidades de trabajo.

Por lo que se refiere a la zona de tracción, se observa que el ajuste es considerablemente mejor, si bien existen zonas en las se observa una cierta discrepancia.

La característica fuerza – posición que se obtiene relacionando los datos obtenidos es:

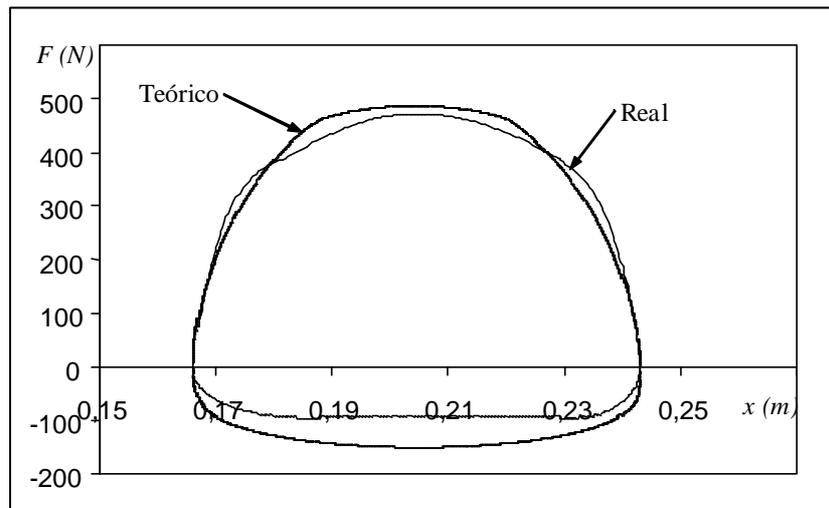


Fig. 140. Comparación gráfica de la fuerza real y calculada (DTT) en función de la posición para el instante inicial ( $\omega = 6,24Hz$ ).

Se aprecia mejor la calidad del ajuste en la zona de tracción, el cual es cualitativa y cuantitativamente superior al obtenido en la zona de compresión. Asimismo, se puede observar que la mejor predicción de la fuerza se produce a bajas velocidades, pues a medias – altas velocidades la fuerza teórica se separa ligeramente de la real.

Por otra parte, no se observa demasiada asimetría durante el ciclo, lo cual es indicativo que existe poca histéresis en el ciclo. Este hecho se verifica más cómodamente en el gráfico de fuerza – velocidad siguiente.

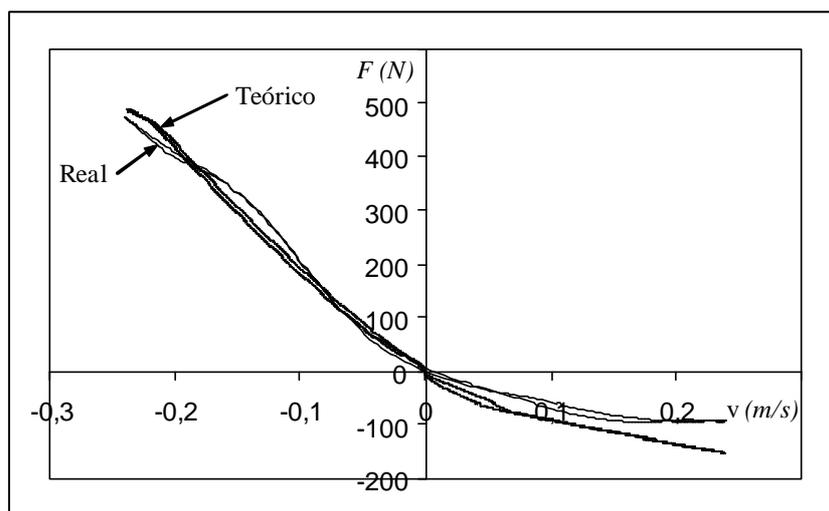
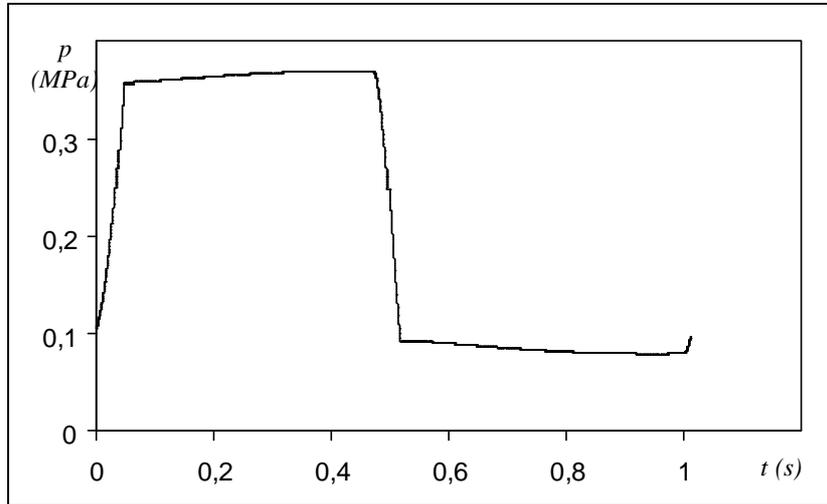


Fig. 141. Comparación gráfica de la fuerza real y calculada (DTT) en función de la velocidad para el instante inicial ( $\omega = 6,24Hz$ ).

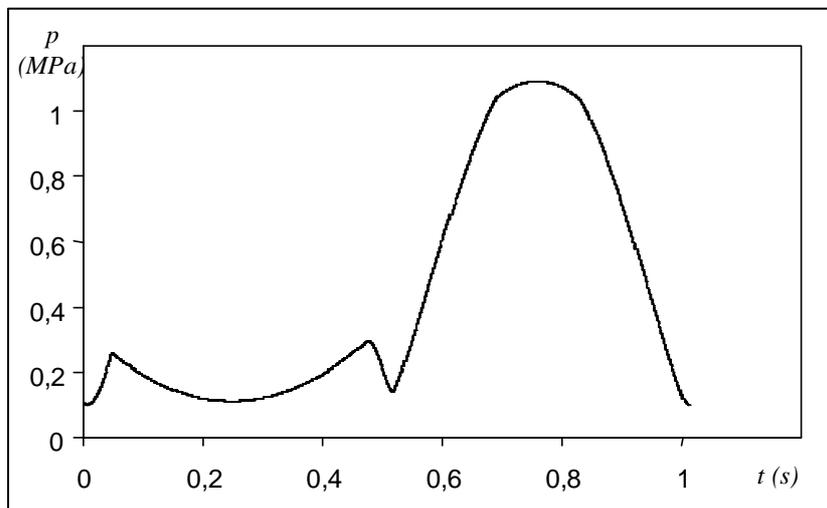
Habida cuenta que la velocidad de trabajo a lo largo del ciclo es baja, las presiones alcanzadas en las cámaras de trabajo no son suficientemente elevadas como para hacer

notable el efecto de la compresibilidad, hecho que, efectivamente, se ha podido comprobar en el gráfico anterior.

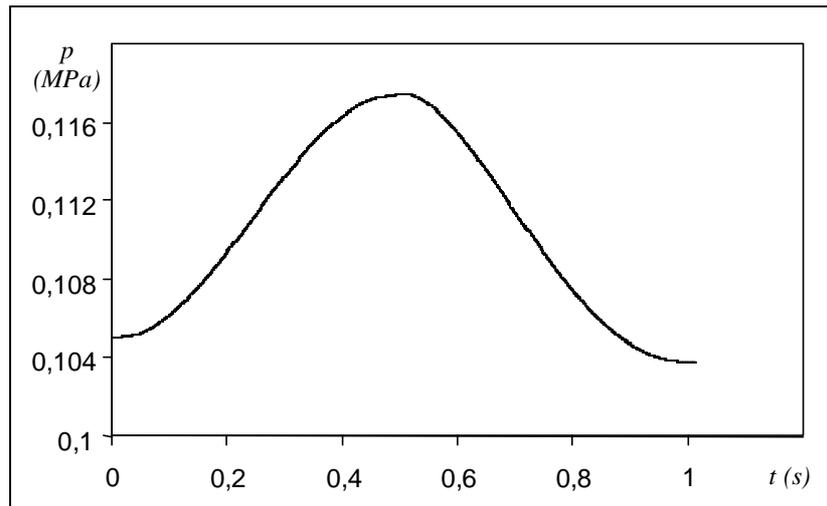
Como se hizo anteriormente, se muestra la evolución de las presiones calculadas por el modelo teórico en las tres cámaras afectadas, si bien no ha sido posible su verificación experimental.



*Fig. 142.* Evolución temporal de la presión en la cámara de compresión (DTT) para el instante inicial ( $\omega = 6,24\text{Hz}$ ).



*Fig. 143.* Evolución temporal de la presión en la cámara de tracción (DTT) para el instante inicial ( $\omega = 6,24\text{Hz}$ ).



*Fig. 144.* Evolución temporal de la presión en la cámara de reserva (DTT) para el instante inicial ( $\omega = 6,24Hz$ ).

De la evolución temporal de las presiones se puede intuir el tipo o característica de las válvulas que utiliza el amortiguador.

El caso más claro se deduce a partir de la evolución temporal de la presión de la cámara de compresión.

Efectivamente, se observa durante el ciclo de compresión (primera mitad del gráfico) un crecimiento rápido de la presión, lo cual se utiliza para presurizar la cámara de compresión y, indirectamente la de tracción, evitando así la aparición de la cavitación.

A partir de un cierto nivel de presión (entorno a los 0,37MPa), el crecimiento de la presión se ve fuertemente truncado por la acción de la válvula limitadora. El objeto de dicho truncamiento, como se ha explicado al inicio del estudio, es el de evitar excesivas fuerzas de amortiguamiento, las cuales se pueden llegar a transmitir al chasis del vehículo y ocupantes y son, en un principio, indeseables.

En efecto, el fuerte crecimiento de la presión en la cámara de compresión durante el ciclo de compresión consigue que las presiones de la cámara de tracción a lo largo de dicho ciclo se encuentre lejos de la presión de vapor del fluido (unos pocos Pascales), por lo que éste no puede cavitarse.

Por último cabe incidir sobre la asimetría mostrada por la presión en la cámara de reserva. Tal y como se comentó en el apartado 7.2.3.4, éste efecto se debe a la transferencia de calor existente entre el gas (aire) y su entorno como consecuencia del calentamiento de éste producido por la compresión a la que se encuentra sometido.

Continuando con el esquema descriptivo utilizado en el amortiguador 6K0513031R, se procede a comparar las fuerzas de amortiguamiento del amortiguador real en el instante inicial y después de 5 minutos de funcionamiento continuo bajo el mismo ciclo de trabajo.

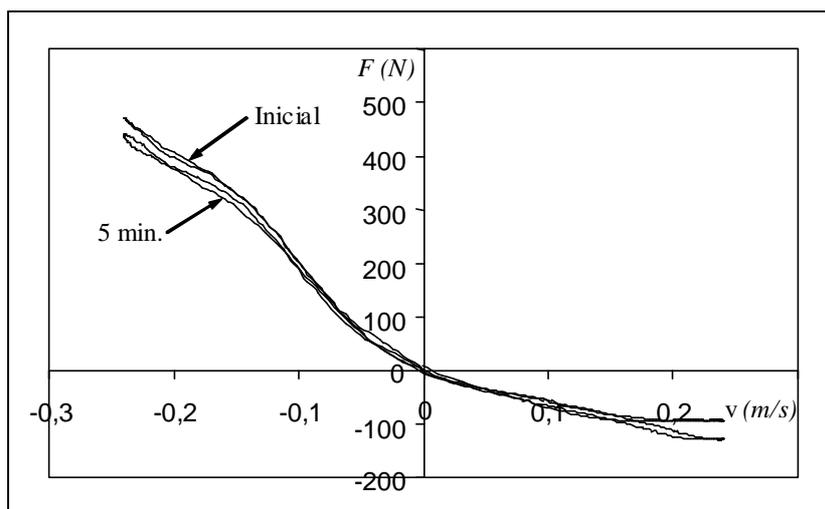


Fig. 145. Comparación de la fuerza real de amortiguamiento para el primer ciclo y después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 6,24\text{Hz}$ ).

Como en casos anteriores, la fuerza de amortiguamiento, una vez han transcurrido 5 minutos de funcionamiento, disminuye.

La predicción del modelo teórico comparado con el amortiguador real se aprecia en la siguiente figura.

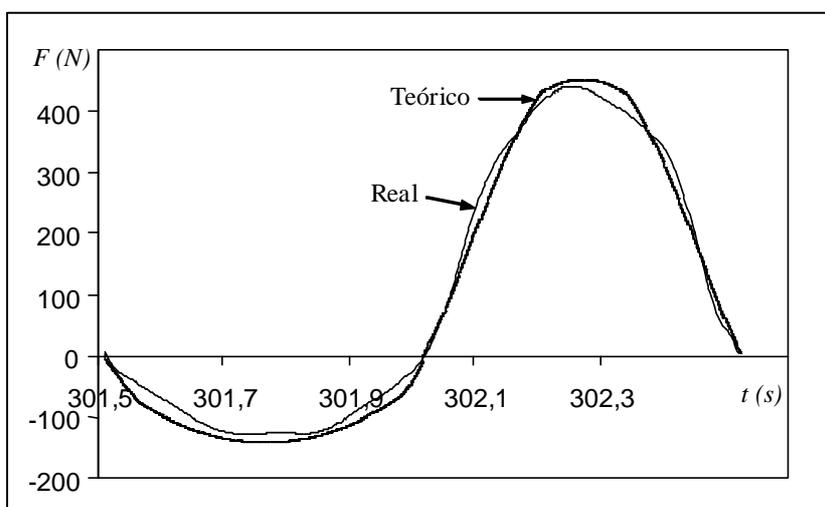


Fig. 146. Comparación de la fuerza real y calculada de amortiguamiento después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 6,24\text{Hz}$ ).

Comparando con el resultado obtenido para el ciclo inicial, se aprecia un mejor seguimiento de la fuerza teórica respecto a la real, especialmente a lo largo del ciclo de compresión.

El gráfico de fuerza – posición obtenido a partir de los datos anteriores, se presenta a continuación.

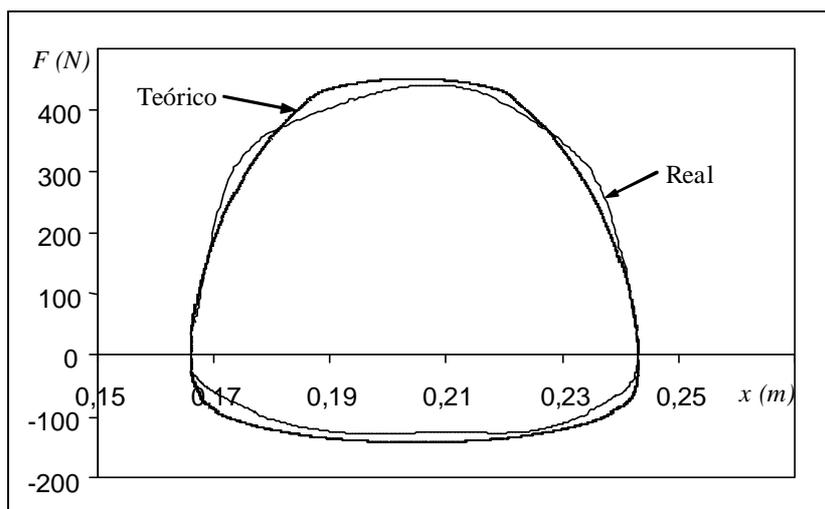


Fig. 147. Comparación de la fuerza real y calculada de amortiguamiento en función de la posición después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 6,24Hz$ ).

Se observa una cierta asimetría en la fuerza de amortiguamiento real, lo cual es indicativo de la existencia de histéresis a lo largo del ciclo, viéndose claramente reflejado en el gráfico de fuerza – velocidad siguiente.

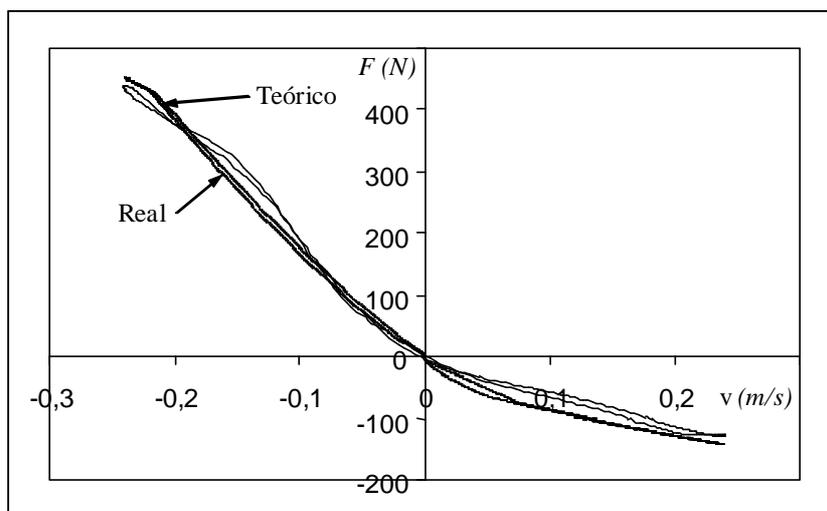


Fig. 148. Comparación de la fuerza real y calculada de amortiguamiento en función de la velocidad después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 6,24Hz$ ).

Efectivamente, se aprecia un cierto grado de histéresis, especialmente en la zona de máxima velocidad del ciclo de tracción, momento en que las presiones que se alcanzan son máximas.

La distribución de temperaturas del cuerpo exterior del amortiguador tomando como referencia la superficie superior de la tapa superior es la siguiente:

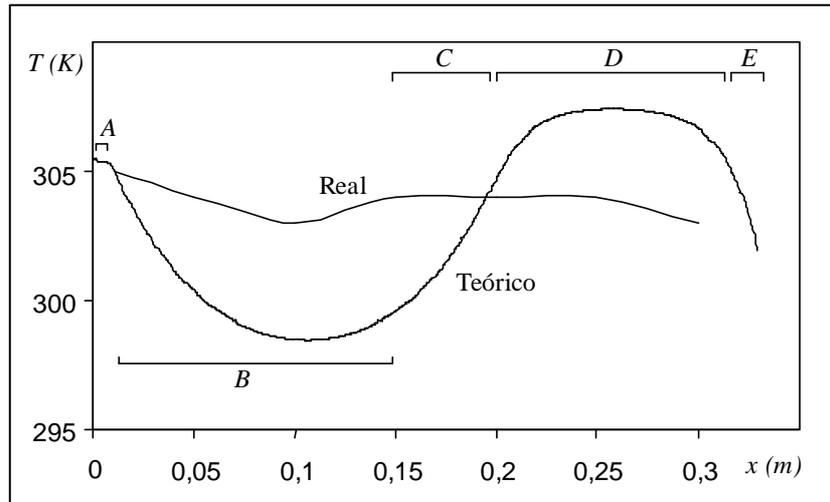


Fig. 149. Perfil de real y calculado de la temperatura del cuerpo exterior del amortiguador referenciado a la superficie superior de la tapa superior después 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 6,24Hz$ ).

Se distinguen las mismas zonas que se distinguieron con el amortiguador Monroe 6K0513031R.

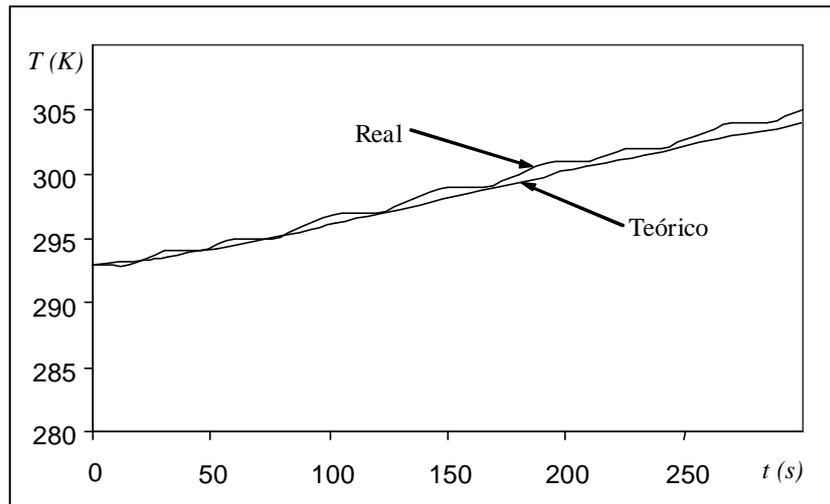
Como sucedió en su momento, las zonas pertenecientes a la tapa superior (A) y a la tapa inferior (E) no se pueden comparar con el amortiguador real por no disponerse de medios para su fin. No obstante, se aprecia que la temperatura del amortiguador real se aproxima a la predicha por el modelo matemático.

Referente a la zona ocupada por el gas (zona B), la temperatura del modelo se encuentra claramente por debajo de la real, mientras que la zona que está permanentemente en contacto con el fluido de trabajo (D) predice una temperatura mayor.

La justificación de éste fenómeno se expuso durante la explicación del amortiguador 6K0513031R, por lo que no se entrará en detalle nuevamente, si bien se destacará que la forma cóncava que presenta el modelo en la zona B como consecuencia de la transferencia por conducción desde los puntos calientes del cilindro exterior (zona inferior y superior de éste) también aparece en el amortiguador real, lo cual es indicativo de una modelización realista.

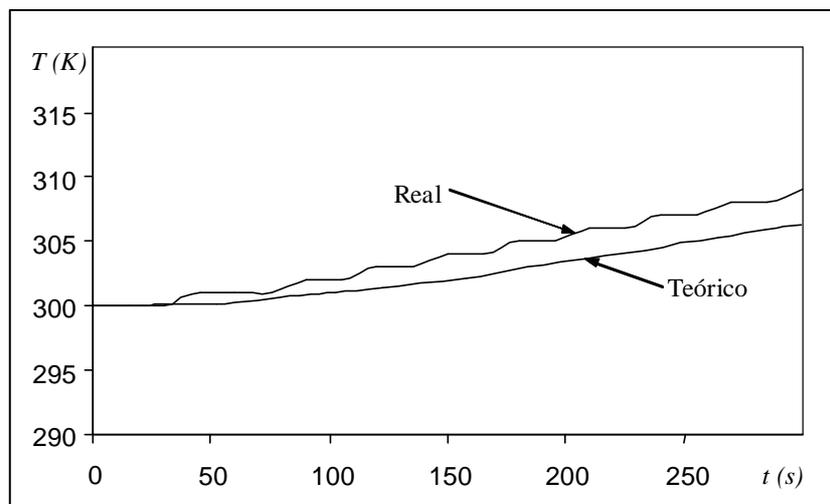
Por otra parte, cabe destacar que la integración numérica de las dos curvas entre  $x = 0,01$  y  $x = 0,3$  da un valor de  $\Xi = 88,1K \cdot m$  en el amortiguador real y un valor de  $\Xi = 87,9K \cdot m$  en el modelo teórico, lo cual supone un error total del 0,2%, valor indicativo de que la transferencia global de calor que se ha producido está aceptablemente bien predicha.

La evolución temporal de la temperatura de un punto situado en el cilindro exterior a 10mm de distancia de la superficie superior de la tapa superior es:



*Fig. 150.* Evaluación temporal de la temperatura de un punto exterior del amortiguador situado a 10mm de la superficie superior de la tapa superior durante 5 min. de funcionamiento ( $\omega = 6,24Hz$ ).

Tal y como se podía esperar del perfil lateral de temperaturas, el seguimiento de la temperatura es considerablemente bueno, no ocurriendo lo mismo para un punto situado a 50mm de la superficie superior de la tapa superior.



*Fig. 151.* Evaluación temporal de la temperatura de un punto exterior del amortiguador situado a 50mm de la superficie superior de la tapa superior durante 5 min. de funcionamiento ( $\omega = 6,24Hz$ ).

Efectivamente, el seguimiento en términos cuantitativo es algo peor que el mostrado anteriormente, si bien, cualitativamente la predicción de la temperatura es correcta.

Como ya se ha comentado anteriormente, el calentamiento del punto tratado se debe, principalmente, a la transferencia de calor por conducción.

Para que el calentamiento se produzca, es condición necesaria que los puntos alrededor se encuentren a una temperatura mayor.

Las zonas más calientes del cilindro exterior son los puntos cercanos a la tapa superior y los puntos de la zona inferior, donde se aloja el fluido de reserva.

Dado que el punto estudiado se encuentra alejado de los puntos calientes y la transmisión de calor por conducción no es instantánea, en los primeros instantes la temperatura de éste se mantiene prácticamente inalterada, tal y como se ha observado en el gráfico anterior.

A partir de un cierto instante y, en concordancia con el calentamiento del amortiguador, la temperatura empieza a incrementar progresivamente.

Una vez mostrados los datos obtenidos para el ciclo anterior, se mostrarán los datos adquiridos y calculados para el ciclo siguiente:

$$\begin{aligned}T_{mic} &= 19^{\circ}C \\x_i &= 0,166m \\r &= 0,0385m \\\omega &= 9,62rad \cdot s^{-1}\end{aligned}$$

Las fuerzas real y calculada (DTT) bajo las condiciones de ciclo anteriormente descritas son:

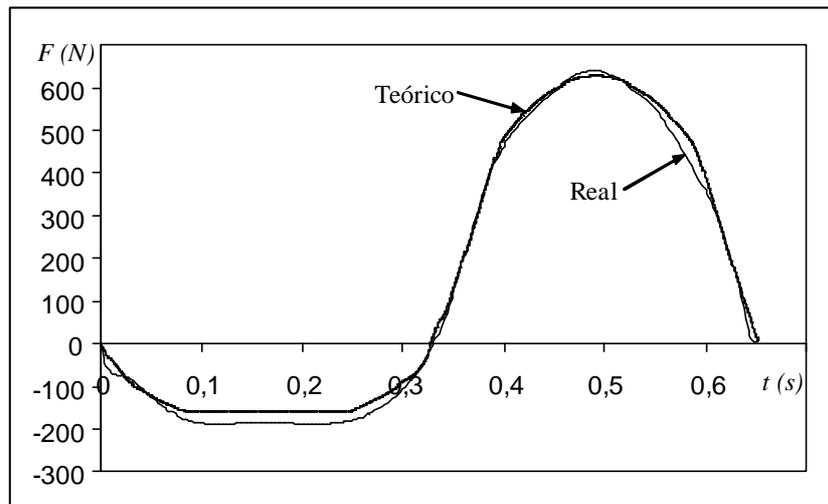


Fig. 152. Comparación gráfica de las fuerzas real y calculada (DTT) para el primer ciclo de trabajo ( $\omega = 9,62rad \cdot s^{-1}$ ).

Se observa un seguimiento aceptable durante el ciclo de compresión habiéndose encontrado un error máximo de un 14%. En términos generales, la fuerza calculada se encuentra ligeramente por debajo (valor absoluto) del valor real.

Por lo que refiere al ciclo de tracción, se observa un seguimiento excelente, únicamente encontrándose una pequeña separación de las fuerzas alrededor de los 0,6 segundos de funcionamiento.

El gráfico siguiente relaciona la fuerza con la posición del pistón de trabajo.

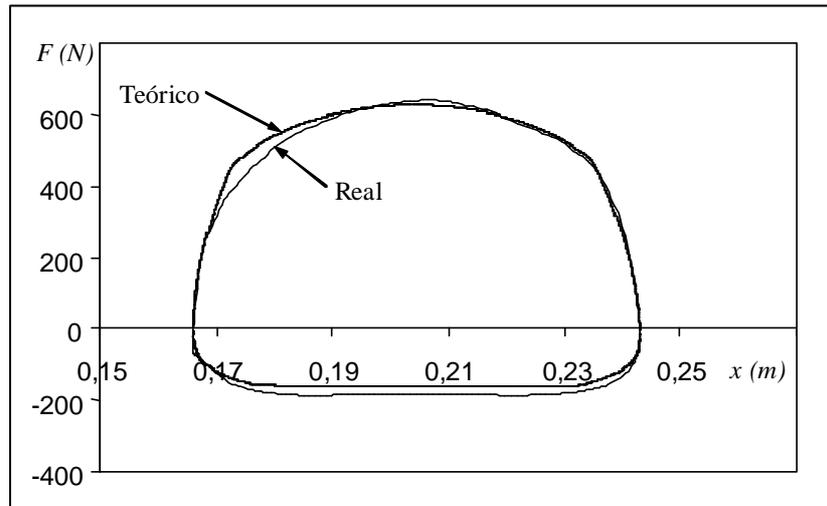


Fig. 154. Comparación gráfica de las fuerzas real y calculada (DTT) en función de la posición para el primer ciclo de trabajo ( $\omega = 9,62 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

Como se observó en la imagen anterior, se observa un buen seguimiento general de la fuerza calculada respecto a la fuerza real.

Se aprecia una cierta asimetría en la fuerza real, lo cual es indicativo de una cierta histéresis a lo largo del ciclo de trabajo, tal y como se observa en el gráfico siguiente.

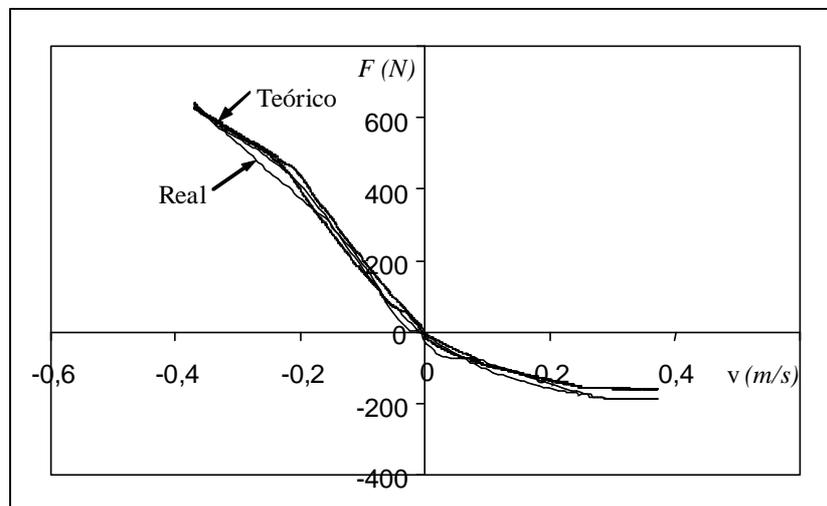


Fig. 155. Comparación gráfica de las fuerzas real y calculada (DTT) en función de la velocidad para el primer ciclo de trabajo ( $\omega = 9,62 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

Especialmente en la zona de máxima velocidad del ciclo de tracción se aprecia una cierta histéresis, en particular un nivel más elevado que en el ciclo anterior ( $\omega = 6,24 \text{ Hz}$ ), pues en este caso se obtienen unas presiones más elevadas.

La comparación de las fuerzas reales del ciclo inicial y una vez transcurridos 5 minutos bajo las condiciones de ensayo constantes es como se sigue.

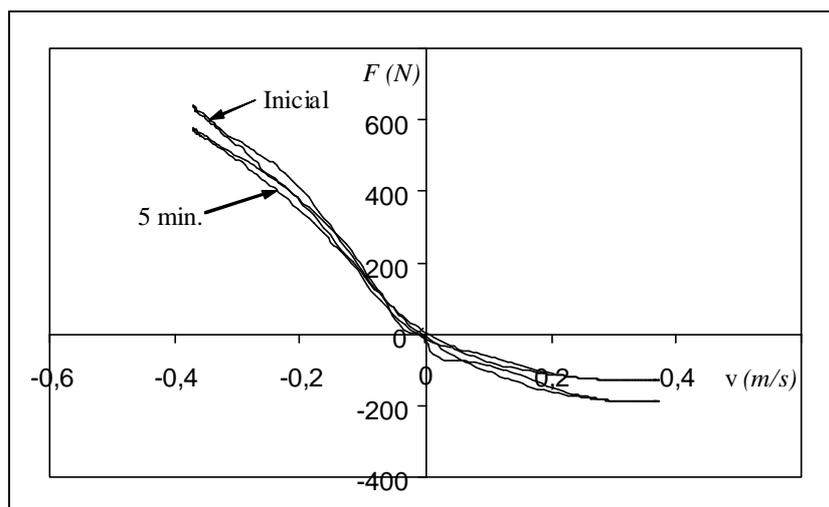


Fig. 156. Comparación gráfica de la fuerza real en función de la velocidad para el primer ciclo de trabajo y después de 5 minutos de funcionamiento bajo unas condiciones de ciclo constantes ( $\omega = 9,62 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

Nuevamente, se observa una considerable reducción de la fuerza de amortiguamiento como consecuencia del incremento de temperatura del amortiguador.

El resultado obtenido con el modelo matemático contrastado con la fuerza real se presenta a continuación.

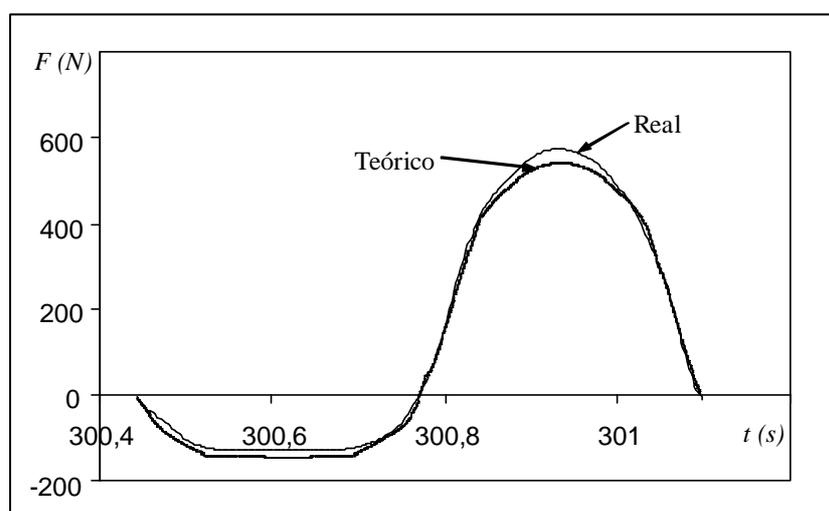


Fig. 157. Comparación gráfica de la fuerza real y la calculada (DTT) en función del tiempo después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 9,62 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

Se aprecia un muy buen seguimiento de la fuerza de amortiguamiento durante todo el ciclo de trabajo, excepto en la zona de máxima velocidad del ciclo de tracción, donde se observa un ligero desvío, siendo el error máximo del 6%.

En la imagen siguiente, se muestra la característica posición – fuerza del amortiguador real y del modelo matemático.

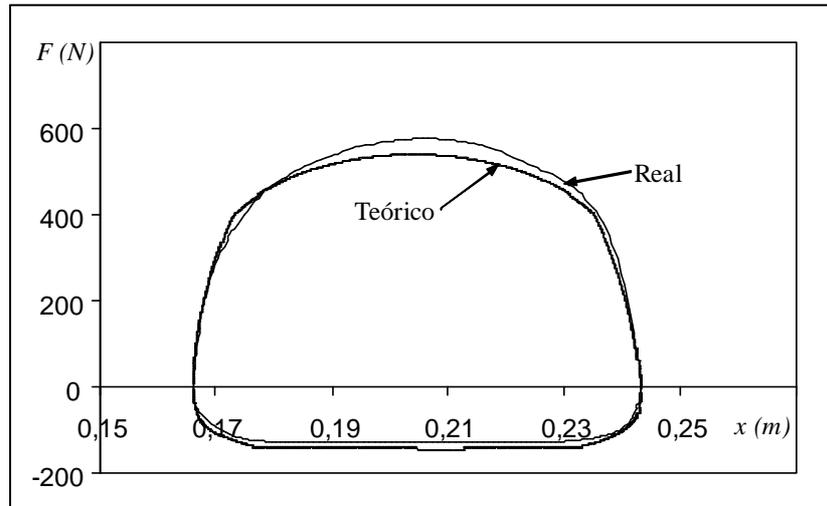


Fig. 158. Característica fuerza – posición para el amortiguador real y el modelo (DTT) tiempo después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 9,62rad \cdot s^{-1}$ ).

No se aprecia demasiada asimetría del ciclo, por lo que no cabe esperar demasiada histéresis en el diagrama de fuerza – velocidad.

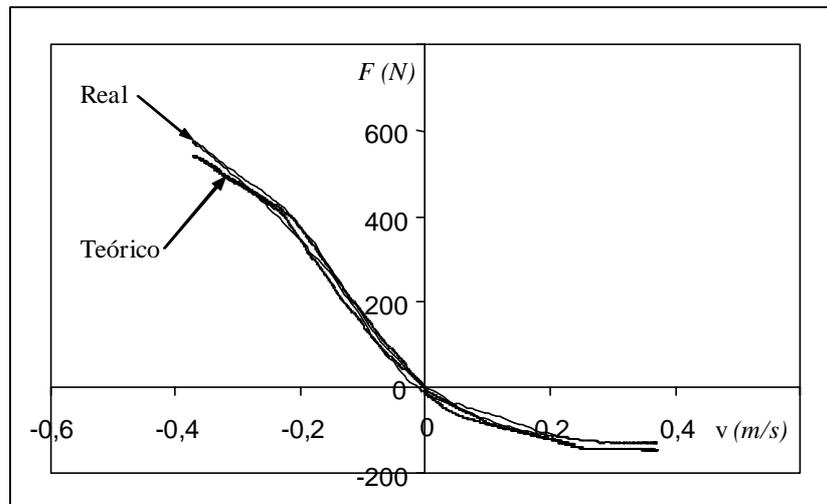
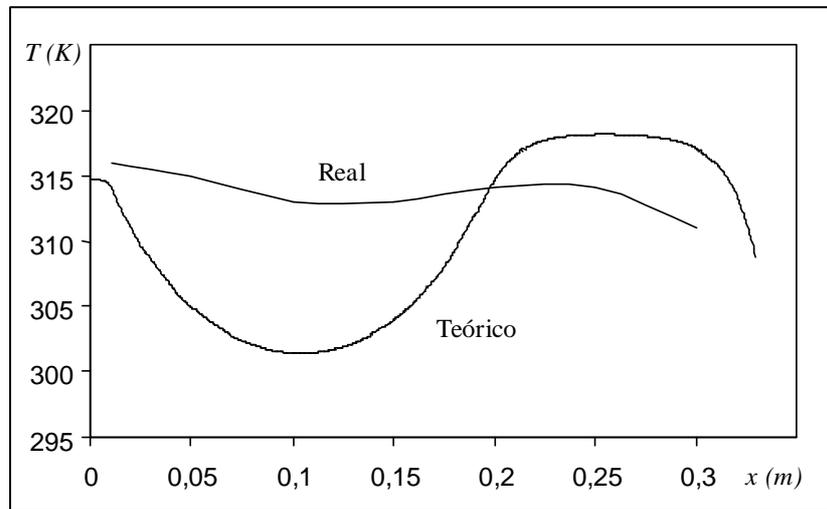


Fig. 159. Comparación gráfica de la fuerza real y la calculada (DTT) en función de la velocidad después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 9,62rad \cdot s^{-1}$ ).

En efecto, se aprecia menos histéresis en el ciclo de trabajo real que la obtenida en el primer ciclo de trabajo bajo las mismas condiciones de funcionamiento.

El motivo reside en que, al calentarse el fluido de trabajo, tanto su viscosidad como su densidad disminuyen, perdiendo la capacidad de realizar trabajo por unidad de volumen. A efectos prácticos, las presiones de trabajo disminuyen respecto a la condición inicial, por lo que la histéresis como consecuencia de la hidromecánica ha de disminuir.

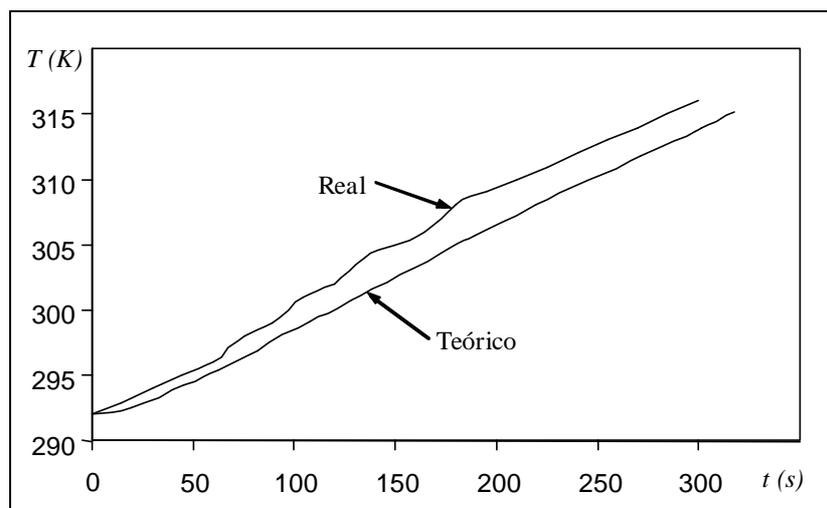
El perfil de temperaturas del cuerpo lateral exterior del amortiguador referenciado a la superficie superior de la tapa superior del amortiguador real y del modelo matemático es como se muestra:



*Fig. 160.* Perfil de temperaturas lateral del amortiguador, referenciado en la cara superior de la tapa superior, después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 9,62 \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

El perfil mostrado es similar al obtenido bajo una frecuencia de funcionamiento de  $\omega = 6,24 \text{Hz}$ , por lo que los comentarios que se realizaron en su momento siguen siendo válidos y no se entrará en más detalle.

Del gráfico anterior, se prevé que el seguimiento de la temperatura calculada por el modelo teórico respecto al amortiguador real de un punto situado a 10mm de la superficie superior de la tapa superior del amortiguador sea considerablemente bueno.



*Fig. 161.* Evolución temporal de la temperatura de un punto situado a 10mm de la superficie superior de la tapa superior ( $\omega = 9,62 \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

Como se predijo, el seguimiento del modelo respecto al amortiguador real es aceptable en el punto afectado.

No se dispone de datos de otros puntos situados a distancias distintas de la mostrada, por lo que no es posible presentar más resultados al respecto.

Una vez se han presentado todos los resultados pertinentes del ciclo actual, se procede de la misma forma con unas nuevas condiciones de velocidad.

Las nuevas condiciones del ciclo son las siguientes:

$$\begin{aligned}\omega &= 10,55 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \\ r &= 0,03849 \text{ m} \\ x_i &= 0,166 \text{ m} \\ p_{inic} &= 1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ T_{inic} &= 291 \text{ K}\end{aligned}$$

Para un mismo recorrido del pistón, se utiliza un tiempo menor que en los casos anteriores, por lo que cabe esperar un cierto aumento de la fuerza de amortiguamiento como consecuencia de un aumento de caudal volumétrico.

La fuerza real del amortiguador y la fuerza calculada por el modelo matemático (DTT) en función del tiempo es:

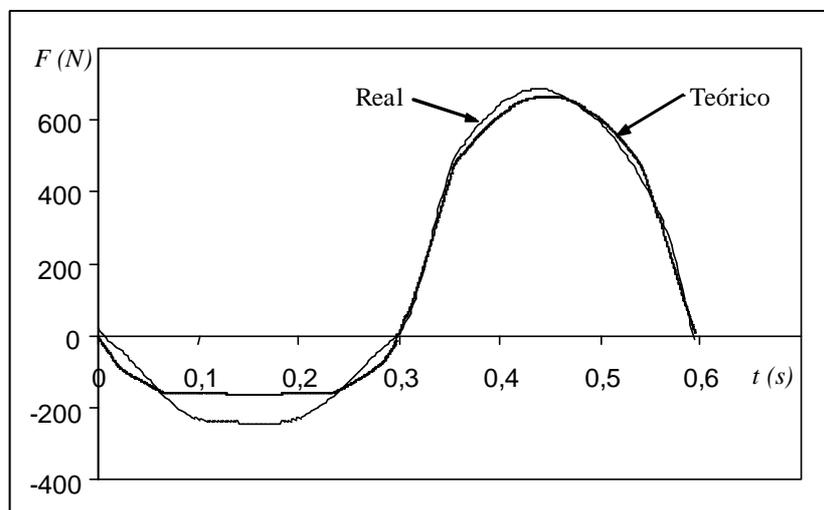


Fig. 162. Comparación de la fuerza real y calculada de amortiguamiento para el ciclo inicial ( $\omega = 10,55 \text{ Hz}$ ).

El seguimiento de la fuerza de amortiguamiento durante el ciclo de compresión no es demasiado preciso, pues se aprecia un error máximo del 33%. Aparentemente, el comportamiento de las limitadoras no ha sido descrito correctamente.

Por el contrario, la reproducción de la fuerza durante el ciclo de tracción es excelente, obteniéndose un error máximo de un 3% alrededor del instante  $t = 0,45s$ .

El gráfico siguiente muestra la relación fuerza – posición.

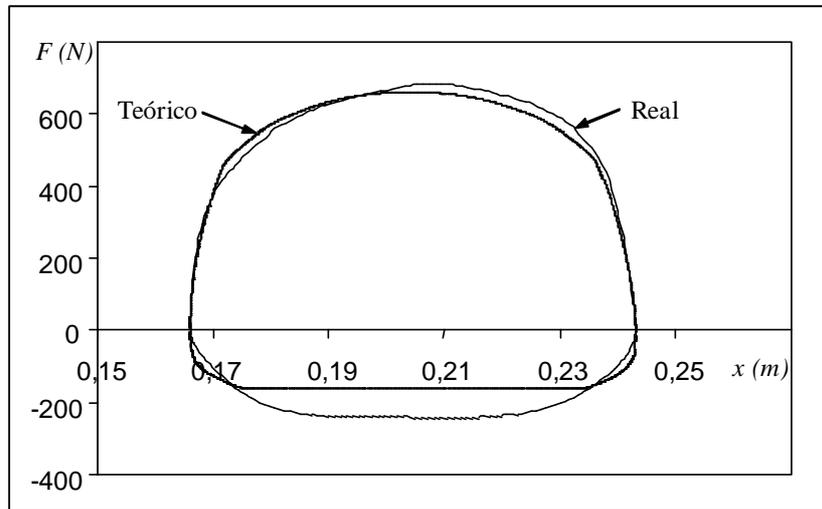


Fig. 163. Comparación de la fuerza real y calculada de amortiguamiento en función de la posición para el ciclo inicial ( $\omega = 10,55Hz$ ).

Se aprecia cierta asimetría en el gráfico respecto a la posición media de trabajo, por lo que el gráfico de fuerza – velocidad debería mostrar cierta histéresis.

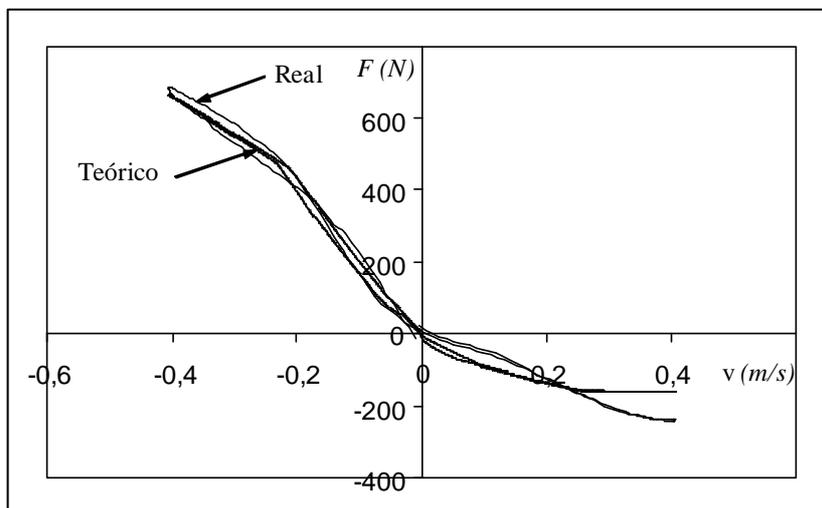


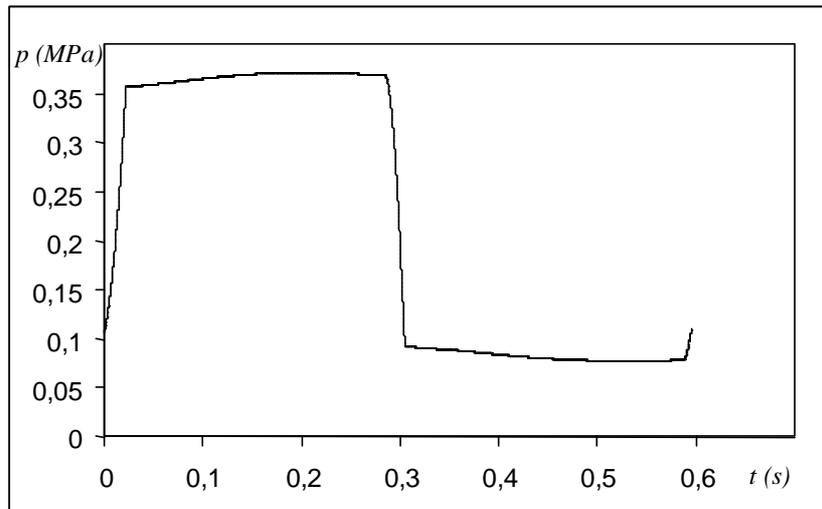
Fig. 164. Comparación de la fuerza real y calculada de amortiguamiento en función de la velocidad para el ciclo inicial ( $\omega = 10,55Hz$ ).

Efectivamente, el gráfico fuerza – velocidad del amortiguador real muestra cierta histéresis, en particular, a lo largo del ciclo de tracción, donde las presiones son más elevadas.

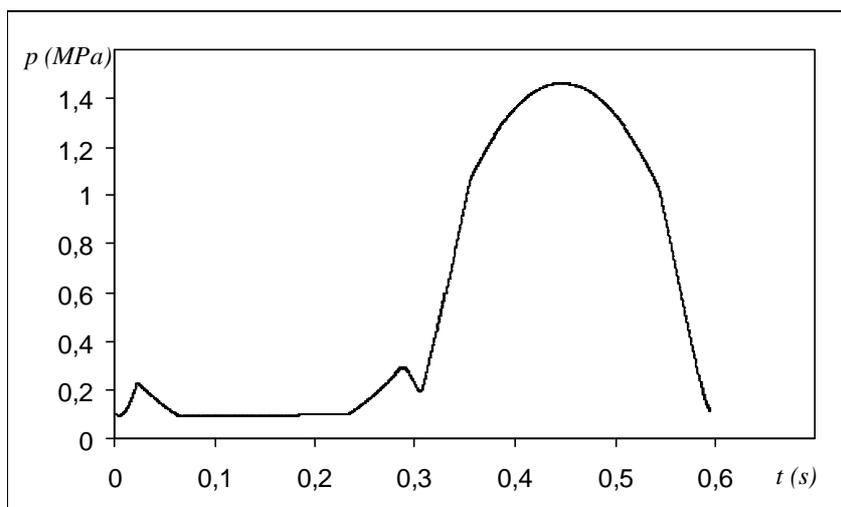
Si bien la predicción de la fuerza de amortiguamiento en el tramo de baja velocidad del ciclo de tracción es excelente, el modelo predice una menor histéresis en la zona de alta velocidad, lo cual puede deberse a comportamientos no lineales de las válvulas reales del amortiguador, efectos que no se han tenido en consideración en el desarrollo del modelo.

Por lo que se refiere a la zona de compresión, como ya se había observado, el seguimiento cualitativo y cuantitativo no es óptimo, pudiéndose optimizar en detrimento a un peor seguimiento a bajas frecuencias.

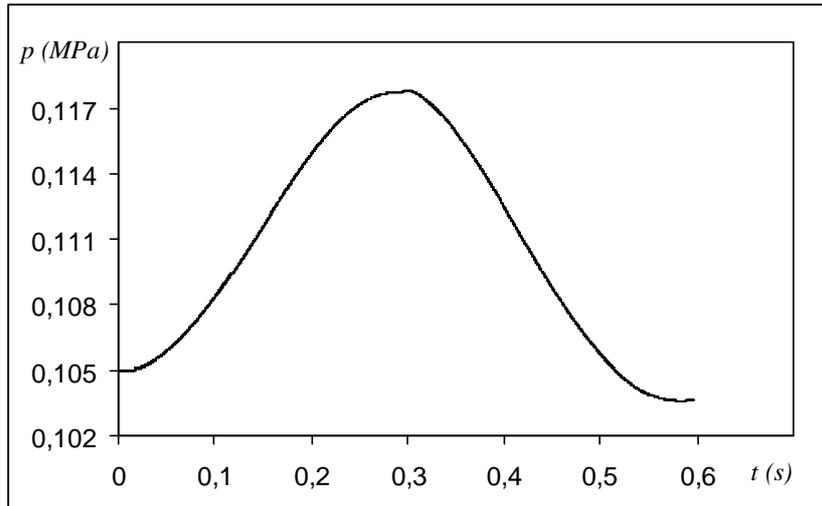
A modo ilustrativo, se presentan las presiones calculadas a lo largo del ciclo de trabajo. Como en casos anteriores, no ha sido posible contrastarlas experimentalmente.



*Fig. 165.* Predicción de la evolución temporal de la presión en la cámara de compresión durante el primer ciclo de trabajo ( $\omega = 10,55\text{Hz}$ ).



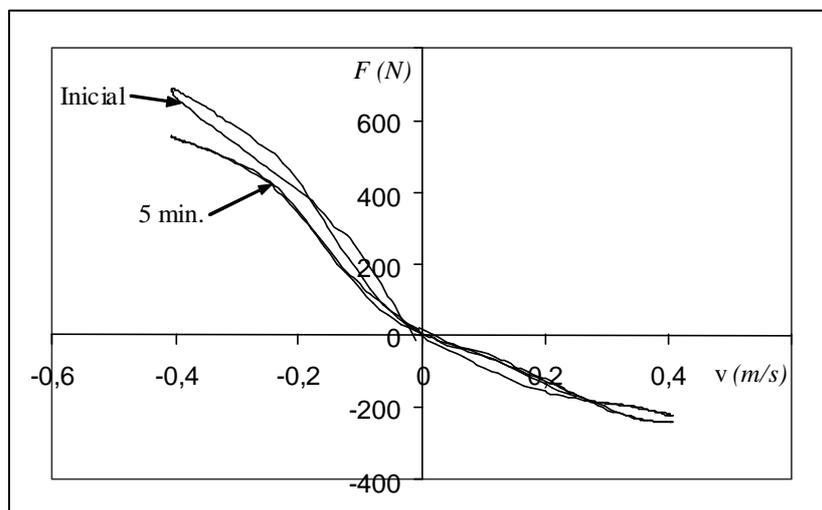
*Fig. 166.* Predicción de la evolución temporal de la presión en la cámara de tracción durante el primer ciclo de trabajo ( $\omega = 10,55\text{Hz}$ ).



*Fig. 167.* Predicción de la evolución temporal de la presión en la cámara de reserva durante el primer ciclo de trabajo ( $\omega = 10,55\text{Hz}$ ).

La evolución de la presión en la cámara de compresión muestra el fuerte efecto que tienen las válvulas limitadoras y cómo se busca elevar rápidamente la presión en la cámara para incrementar, de forma indirecta, la presión en la cámara de tracción, evitando la cavitación del fluido.

La comparación de la fuerza real inicial de amortiguamiento y ella misma una vez han transcurrido 5 minutos de funcionamiento bajo las condiciones de ciclo constantes es:



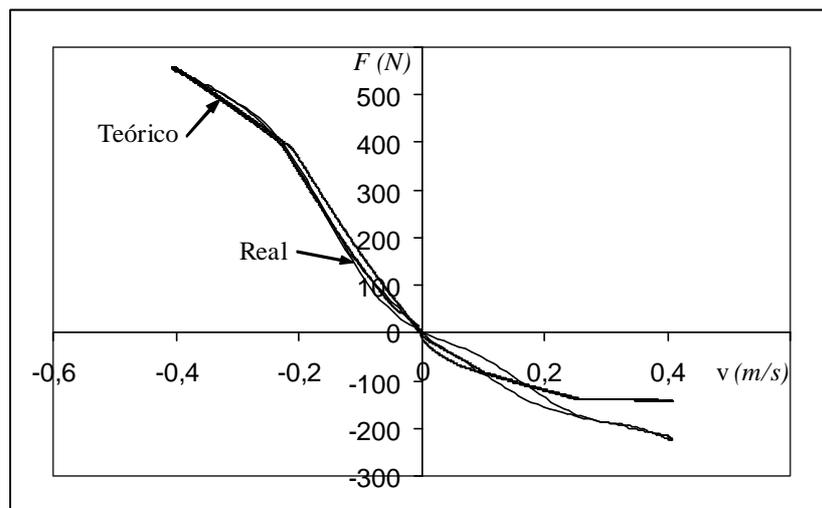
*Fig. 168.* Comparación de la fuerza real inicial y después de 5 minutos de funcionamiento bajo unas condiciones de ciclo constantes ( $\omega = 10,55\text{Hz}$ ).

No sólo se aprecia una gran diferencia de histéresis entre las dos fuerzas mostradas sino que también es apreciable la diferencia cualitativa de forma que existe en el ciclo de compresión, lo cual es absurdo teniendo en cuenta que las válvulas utilizadas en el amortiguador son convencionales.

La máquina de ensayo no reprodujo correctamente el ciclo de funcionamiento para el ciclo inicial, por lo que no se deberían tener en cuenta los datos obtenidos en dicha adquisición (desafortunadamente no se ha podido repetir la adquisición, por lo que no ha sido posible mostrar datos fiables).

La forma y los valores obtenidos una vez han transcurrido 5 minutos de funcionamiento son coherentes, por lo que se consideran valores correctos.

La comparación temporal de la fuerza de amortiguamiento real y calculada se muestra a continuación.



*Fig. 169.* Comparación de la fuerza real y teórica después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 10,55Hz$ ).

Como sucedió en el ciclo inicial, el seguimiento de la fuerza en la zona de tracción es cualitativa y cuantitativamente excelente.

Por el contrario, en el ciclo de compresión se observa un mal seguimiento de la fuerza teórica.

Llama la atención la cantidad de histéresis que aparece en el ciclo de compresión. Como sucedió en el ciclo frío, se sospecha que es causado por un incorrecto funcionamiento de la máquina de ensayo.

El perfil lateral de temperaturas del amortiguador real y el calculado se muestran a continuación.

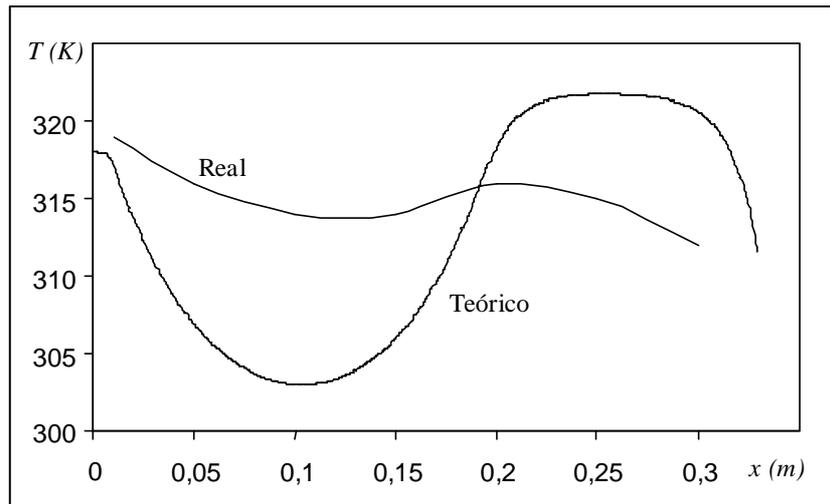


Fig. 170. Comparación del perfil lateral de temperaturas una vez transcurridos 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 10,55\text{Hz}$ ).

Como en casos anteriores, no se pueden comparar los extremos del amortiguador, pues no se dispone de medios para tal fin.

Como en todos los casos anteriores, se aprecia que la predicción de la temperatura en los extremos del amortiguador es cuantitativamente correcta, si bien en este caso aparece más diferencia de la que se ha ido obteniendo.

El motivo de dicha diferencia reside en que el ciclo de compresión no ha sido correctamente modelizado y, como consecuencia, el calor real generado respecto al calor calculado difiere, afectando a las temperaturas finales.

Como en casos anteriores, se aprecia que la forma de la curva teórica mantiene una cierta semejanza con la real, lo cual indica que, fenomenológicamente, la descripción del modelo es correcta.

En este caso, la integración numérica de las curvas entre  $x = 0,01\text{m}$  y  $x = 0,3\text{m}$  dan unos valores de  $\Xi = 91,4\text{m} \cdot \text{K}$  y de  $\Xi = 90,7\text{m} \cdot \text{K}$  para el amortiguador real y teórico respectivamente, representando un error del 1%.

A continuación, se muestra la evolución temporal de la temperatura de un punto situado en el cilindro exterior del amortiguador a  $10\text{mm}$  de distancia de la superficie superior de la tapa superior.

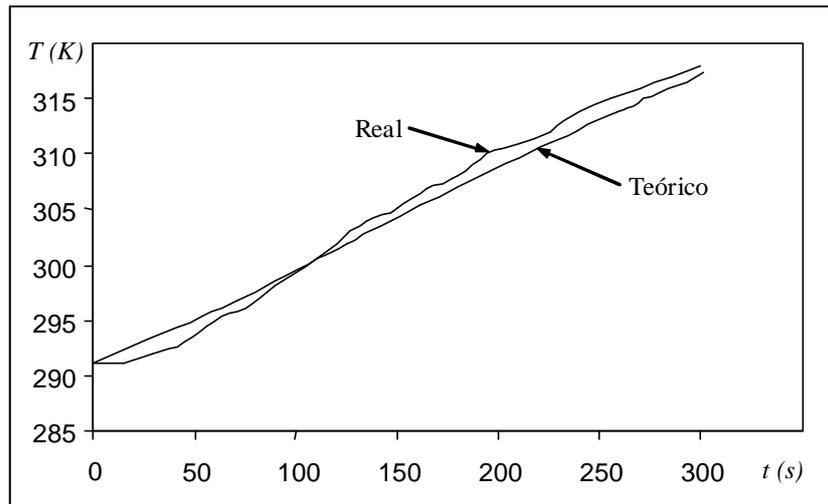


Fig. 171. Evolución temporal de la temperatura de un punto situado a 10mm de distancia de la superficie superior de la tapa superior, tanto para el amortiguador real como para el modelo ( $\omega = 10,55Hz$ ).

Debido a su proximidad con la superficie superior del amortiguador, se aprecia un muy buen seguimiento del modelo respecto al resultado real, siendo el máximo error de unos 2K alrededor de los 45 segundos de funcionamiento.

Desafortunadamente, no se tienen valores reales de la evolución de la temperatura para otros puntos significativos del amortiguador, por lo que no es posible una comparación más detallada.

La figura 172 presenta la energía disipada por unidad de superficie del amortiguador una vez han transcurrido 5 minutos de funcionamiento y para las tres frecuencias presentadas.

Se observan unos perfiles semejantes que los que aparecieron en el amortiguador anterior.

El comportamiento del vástago es similar al caso anterior. Esto es, aparece una zona inicial creciente (la cual corresponde a su zona más superior), la cual disipa poca energía por estar a una temperatura relativamente baja respecto al resto de elementos.

A medida que el número de nodo aumenta, la temperatura incrementa, por lo que la capacidad de disipar energía aumenta, reflejándose en el gráfico mostrado.

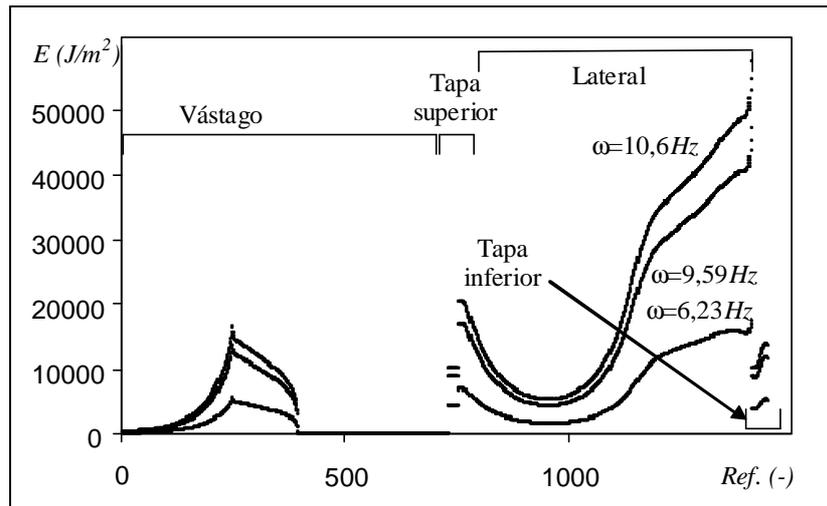


Fig.172. Comparación de las energías disipadas después de 5min de funcionamiento para los tres ciclos estudiados.

El cambio de curvatura aparece debido a que existen nodos los cuales se encuentran parcialmente en contacto con el medio ambiente, por lo que su capacidad de transferir calor al exterior se ve truncada temporalmente.

Los nodos que están permanentemente dentro del amortiguador no disipan energía hacia el exterior, lo cual se ve reflejado en el resultado obtenido.

Referente a la superficie superior de la tapa superior, si bien no se puede apreciar el detalle debido a la escala del gráfico, la cantidad de energía disipada disminuye con el radio. El motivo reside en que la temperatura también disminuye con el radio (el calor lo obtiene tanto del vástago como por conducción desde la cámara de tracción).

Por lo que refiere a la disipación energética longitudinal, la disminución de la temperatura con el número de nodo conlleva que la cantidad de energía disipada también disminuya.

Como en el amortiguador anterior, el coeficiente de transferencia de calor por convección se ha calculado de forma local, por lo que la disipación energética observada se debe a una combinación de su coeficiente de transferencia de valor por convección y a su temperatura relativa al medio ambiente. Debido a que la explicación que se presentó para el amortiguador anterior es válida también en este caso, no se entrará en más detalle.

La última zona a comentar es la superficie inferior de la tapa inferior (el lateral consta únicamente de dos nodos, por lo que no se entrará en detalle).

De las figuras 172 y 173 se aprecia que la disipación de calor y la temperatura están íntimamente relacionadas, lo cual es consecuencia de haber considerado un coeficiente de transferencia de calor por convección constante.

En tal caso, la comprensión del perfil de temperaturas explica la disipación energética.

Para los nodos inferiores (radio menor), se aprecia una primera zona casi plana la cual se debe a que se ha intentado reproducir el efecto del anclaje inferior introduciendo una masa sólida en la parte tratada, la cual evacua una parte de calor por conducción (evidentemente no considerada para la obtención de la figura 172), reduciendo la temperatura de la tapa.

Posteriormente se observa un crecimiento de la temperatura y del calor evacuado. La menor capacidad de evacuación de calor con el número de nodo justifica el perfil obtenido.

Asimismo, se aprecia un ligero decremento de la temperatura en el último nodo. Su mayor capacidad de evacuación de calor (el último nodo puede disipar energía por su superficie inferior y por su superficie lateral) y el no estar en contacto directo con el fluido de trabajo propician dicho fenómeno.

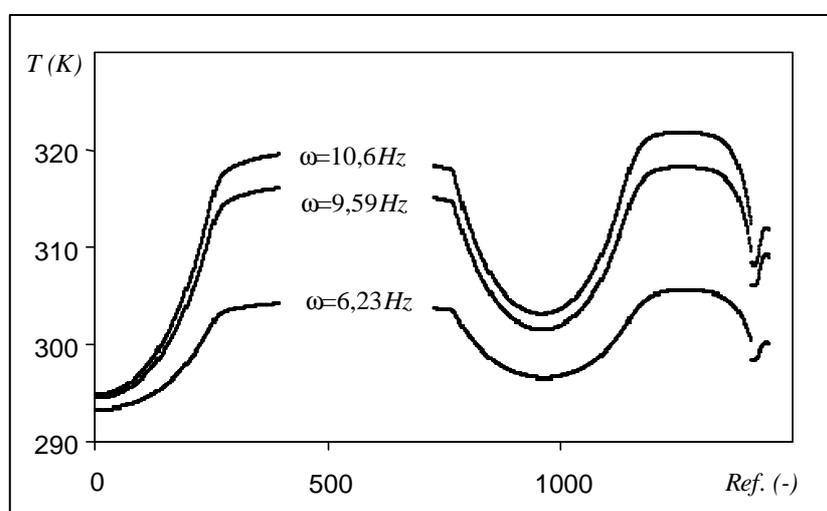


Fig.173. Perfiles de temperaturas de los puntos exteriores después de 5min de funcionamiento para los tres ciclos tratados.

Únicamente se introducirán dos comentarios generales referentes a las figuras 172 y 173:

- A mayor velocidad de ciclo mayor disipación global energética.
- Debido a la mejor combinación de coeficiente de transferencia de calor por convección junto con su temperatura relativa al medio ambiente, el nodo que más energía disipa se encuentra alojado en la zona inferior del cilindro exterior.

A continuación se muestran las energías de los ciclos iniciales y finales, la energía total utilizada para mover el amortiguador durante el tiempo requerido, la energía total disipada y el porcentaje de energía disipada.

	$\omega=6,23Hz$	$\omega=9,6Hz$	$\omega=10,6Hz$
Energía para realizar el primer ciclo (J)	39,6	51,9	54,6
Energía para realizar el último ciclo (J)	36,9	45,1	46,5
Energía total requerida (kJ)	11,3	22,3	25,5
Energía disipada (kJ)	0,32	0,8	0,96
Porcentaje de energía disipada (%)	2,8	3,6	3,8

Tabla 9. Resumen energético de los tres ciclos tratados.

Lógicamente, una mayor velocidad de ciclo requiere un mayor requerimiento energético. Como consecuencia de la mayor temperatura exterior alcanzada, se produce una disipación energética mayor.

Como en el caso anterior, se aprecia que en un ciclo lento el amortiguador absorbe una mayor cantidad de energía (relativa a la energía entrada).

## 7.2.6- Conclusiones

A continuación, se presentan las conclusiones generales para el amortiguador estudiado.

### *Ciclo frío*

- A- Para cualquiera de los ciclos presentados, los efectos térmicos que tienen lugar son despreciables, por lo que ha sido posible la validación del modelo únicamente considerando la parte hidráulica. A efectos prácticos, se ha encontrado que el seguimiento de la fuerza de amortiguamiento del modelo respecto a la fuerza real es correcto, si bien las correlaciones y modelos son optimizables para cualquiera de los ciclos mostrados, esto conllevaría a una pérdida de calidad en el ajuste de los restantes.

### *Ciclo caliente*

- A- El amortiguador es, lógicamente, sensible a los efectos térmicos, pues el funcionamiento constante a lo largo del tiempo fomenta una variación (decremento) de la fuerza de amortiguamiento, disminuyendo su capacidad de hacer trabajo.
- B- La validación de la parte hidráulica cuando se consideran largos/medios períodos de funcionamiento se debe realizar considerando los efectos térmicos. A mayor fuerza de amortiguamiento, mayor calentamiento del amortiguador y mayor reducción de la fuerza con el tiempo.
- C- La parte térmica, como sucedió con el amortiguador anterior (6K0513031R), no describe todos los fenómenos que tienen lugar. No obstante sí permite obtener una distribución de temperaturas cualitativa y cuantitativamente correcta de lo que sucede en la realidad, aunque no ha sido posible validar todos los resultados obtenidos de la modelización.
- D- También referente a la descripción térmica, el modelo matemático predice considerablemente bien la tendencia de la fuerza de amortiguamiento cuando tienen lugar fenómenos térmicos como consecuencia del funcionamiento.
- E- En términos generales, se considera que el modelo describe aceptablemente bien la realidad.
- F- En concreto, se ha observado que a mayor velocidad de ciclo, la disipación energética y la temperatura final alcanzada es mayor.
- G- Nuevamente, la parte más caliente del amortiguador una vez finalizado el ciclo de trabajo ha resultado ser el fluido, pues es el mayor responsable de la fuerza resultante de amortiguación.

- H- El punto de mayor disipación energética por unidad de superficie del amortiguador se encuentra en la zona inferior del cilindro exterior, lo cual es consecuencia de tener una relación óptima de coeficiente de transferencia de calor por convección y temperatura relativa a la temperatura ambiente.
- I- Si bien parece ilógico, se ha demostrado que a mayor velocidad de ciclo, mayor cantidad de energía disipada, por lo que, referenciado a la energía total de entrada, la cantidad de energía acumulada en el amortiguador disminuye.

## 7.3- Obtención de los parámetros del amortiguador 56210 AU000

Otro de los amortiguadores ensayados y de donde también se obtendrán sus parámetros para la modelización es el Monroe 56210 AU000, el cual se utiliza en algunos vehículos Nissan. El amortiguador en cuestión, también ha sido cedido desinteresadamente por Monroe.

Los planos de pieza y de conjunto, como en casos anteriores, serán básicos para el análisis posterior.

### 7.3.1- Parámetros geométricos y mecánicos

#### 7.3.1.1- Obtención directa de medidas

El primer paso y el más sencillo consiste en la de obtención de las cotas geométricas útiles que se pueden obtener de forma directa. Dichas cotas, expresadas en milímetros son:

Diámetro exterior del amortiguador ( $D_{ext}$ ) = 38,5

Diámetro exterior de la cámara de reserva ( $D_{re}$ ) = 36,0

Diámetro interior de la cámara de reserva ( $D_{ri}$ ) = 27,4

Diámetro interior de la cámara de trabajo ( $D_c$ ) = 25,5

Diámetro del vástago ( $D_v$ ) = 12,4

Altura del pistón ( $h_{pis}$ ) = 12,5

Altura de la válvula de la base ( $h_{vb}$ ) = 7,7

Longitud del cilindro interior ( $L_{ci}$ ) = 221,0

Longitud del cilindro de reserva ( $L_{cr}$ ) = 240,7

Longitud de la tapa superior ( $L_s$ ) = 14,3

Longitud de la tapa inferior ( $L_i$ ) = 1,25

Longitud del vástago ( $L_v$ ) = 234,0

Comentarios:

1- La altura de la válvula de la base se ha determinado a partir de la altura total del chasis de la válvula.

2- Se considera la longitud (o altura) de la tapa superior como la longitud de toda la zona encargada de guiar al vástago, mientras que la longitud inferior representa la “tapa” sólida inferior.

A una temperatura de 20°C, la densidad obtenida experimentalmente del fluido de trabajo es:

$$\rho_f = 846 \frac{kg}{m^3}$$

### 7.3.1.2- Cálculo de parámetros

Los parámetros necesarios en la modelización que deben ser determinados experimentalmente son, principalmente, las constantes elásticas de los muelles de las válvulas limitadoras junto con sus fuerzas de precarga y los diámetros hidráulicos de los conductos de las válvulas, motivo por el cual se han realizado diferentes pruebas experimentales con parte de los elementos citados.

#### 7.3.1.2.1- Determinación de las características elásticas de los muelles

La tabla 10 muestra los valores obtenidos para las deducciones de las constantes elásticas de los muelles integrantes del amortiguador.

	$L_1 \cdot 10^{-3}(m)$	$L_2 \cdot 10^{-3}(m)$	$F_1(N)$	$F_2(N)$	$k_m(N/m)$
Muelle pistón compresión	0,5	0,3	0	0,8	4153
Muelle base tracción	5,8	5,6	0	0,44	2205

Tabla 10. Determinación de las constantes elásticas de los diferentes muelles de las válvulas.

Ni la válvula de tracción del pistón ni la de compresión de la base disponen de muelles físicos, pues se aprovecha la elasticidad de sus discos para simular tal efecto.

En tal caso, mediante elementos finitos se obtienen las rigideces equivalentes. En el caso de la válvula del pistón a tracción, teniendo presente que el disco 6 (mostrado en el plano de conjunto de la válvula del pistón) no aporta rigidez ninguna por estar “ranurado”, se obtiene una rigidez total de  $625kN/m$ , mientras que en la válvula de compresión de la base se obtiene una rigidez equivalente de  $1962,2kN/m$ .

La tabla 11 se ha construido para la deducción de la fuerza de precarga ( $F_p$ ) a partir de la longitud libre y de trabajo del muelle ( $L_0$  y  $L_t$  respectivamente). Como en casos anteriores, se incluye el desplazamiento máximo permitido para cada limitadora ( $\delta$ ).

	$L_0 \cdot 10^{-3}(m)$	$L_t \cdot 10^{-3}(m)$	$F_p(N)$	$\delta \cdot 10^{-3}(m)$
Muelle pistón tracción	0,6	0,6	0	0,0
Muelle pistón compresión	0,5	0,2	1,3	0,3
Muelle base tracción	5,8	3,1	5,9	2,7
Muelle base compresión	1,4	1,3	196,2	0,1

Tabla 11. Determinación de la fuerza de precarga y del desplazamiento máximo de los diferentes muelles de las válvulas.

### 7.3.1.2.2- Determinación de los diámetros de las válvulas

Mediante un procedimiento similar a los dos casos anteriores se han calculado los parámetros geométricos de las válvulas, los cuales se presentan a continuación.

	$D_a$	$N_a$	$L_a$	$D_b$	$N_b$	$L_b$	$D_d$	$k_m$	$x_0$
Pistón tracción	-	-	-	-	6	6,5	2,95	625k	0,17
Pistón compresión	0,2	2	1,6	1,58	3	6,5	8,12	4153	0
Base tracción	0,19	2	0,8	3,64	6	3,7	6,45	2205	0
Base compresión	0,19	2	0,8	1,8	4	3,7	4,22	1962,2k	0

Tabla 12. Parámetros de las válvulas para el amortiguador Kayaba 6K0513033D. Las unidades para las longitudes son milímetros y  $N/m$  para las constantes elásticas.

### 7.3.1.2.3- Corrección de los diámetros de las válvulas

Lógicamente y como se ha hecho en casos anteriores, a partir de los resultados experimentales se corrigen los valores calculados de las válvulas.

#### 7.3.1.2.3.1- Válvula del pistón a tracción

En este caso, la modelización de las válvulas tal y como se ha presentado en el apartado 6.1, no consigue describir correctamente el comportamiento de la válvula que se presenta, por lo que en la modelización matemática se ha utilizado el siguiente ajuste:

$$\frac{\Delta p}{F_p(T)} = \min(7,0 \cdot 10^{11} Q^{1,3}; 1,4 \cdot 10^6 + 8,0 \cdot 10^9 Q)$$

En éste caso concreto, se ha utilizado la función adimensional de la temperatura  $F_{tp}(T)$  siguiente:

$$F_{tp}(T) = -0,0009153T + 1,26818$$

El gráfico siguiente muestra la dependencia de la caída de presión en función del caudal volumétrico para una temperatura de funcionamiento de  $T = 293K$ .

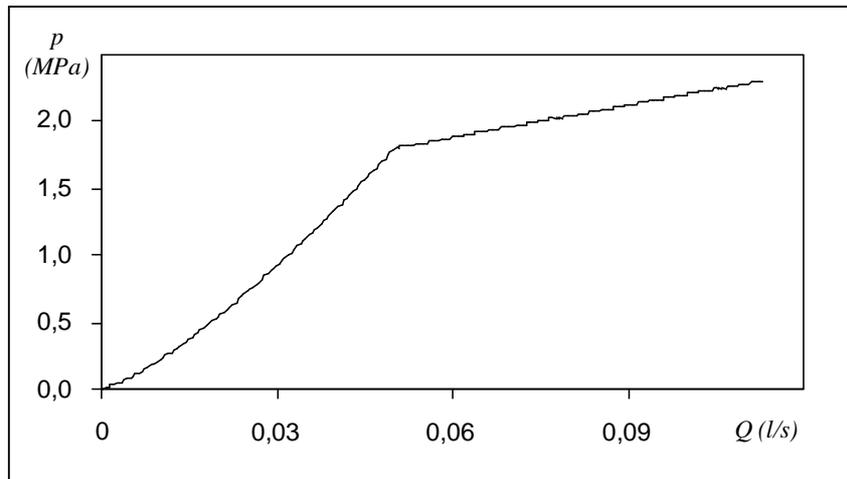


Fig. 174. Ajuste de la caída de presión en la válvula del pistón a tracción para el amortiguador Monroe 56210 AU000 cuando la temperatura de funcionamiento son 293K.

### 7.3.1.2.3.2- Válvula del pistón a compresión

En la válvula del pistón a compresión se ha procedido de manera análoga a la válvula del pistón a tracción, pues no se ha obtenido un ajuste correcto a partir de la modelización teórica propuesta en el capítulo 6.

El ajuste utilizado para la válvula del pistón a compresión es:

$$\frac{\Delta p}{F_{cp}(T)} = \min(9,0 \cdot 10^8 Q^{0,7}; 8,0 \cdot 10^5 + 5,0 \cdot 10^9 Q^{1,1})$$

En el caso de la función  $F_{cp}(T)$  utilizada es:

$$F_{cp}(T) = -0,006006T + 2,75976$$

Para una densidad de trabajo de  $T = 293K$ , se obtiene el gráfico siguiente.

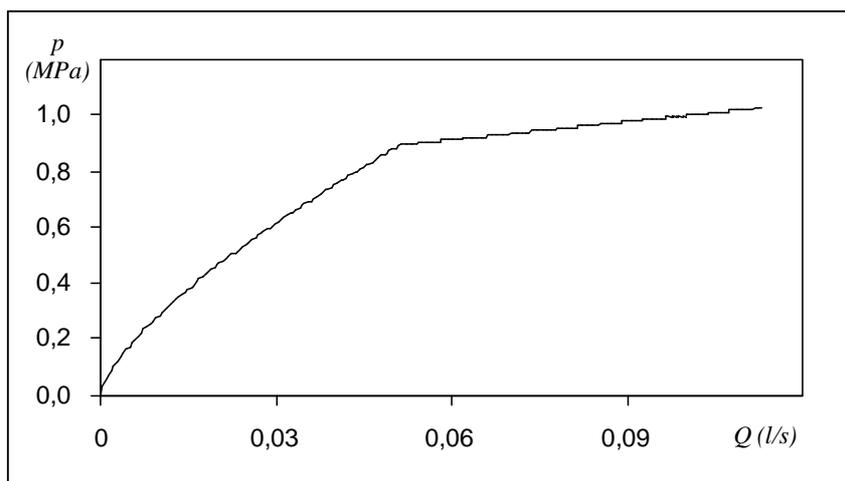


Fig. 175. Ajuste de la caída de presión en la válvula del pistón a compresión para el amortiguador Monroe 56210 AU000 cuando la temperatura de trabajo es de 293K.

### 7.3.1.2.3.3- Válvula de la base a tracción y a compresión

	Válvula base tracción			Válvula base compresión		
	Calculado	Corregido	Ratio	Calculado	Corregido	Ratio
$D_a$	0,19	0,19	1,0	0,19	0,5	2,6
$L_a$	0,8	0,8	1,0	0,8	0,8	1,0
$D_b$	3,64	3,64	1,0	1,8	1,15	0,6
$L_b$	3,7	3,7	1,0	3,7	3,7	1,0
$D_d$	6,45	6,45	1,0	4,22	4,22	1,0

Tabla 13. Coeficientes correctores para las válvulas de la base

## 7.3.2- Parámetros físicos

Se usarán los mismos parámetros utilizados para los amortiguadores anteriores, tanto para los sólidos como para los fluidos, por lo que se pueden consultar sus valores en el punto 7.2.2.1

## 7.3.3- Obtención de resultados teóricos

Se presentarán los resultados obtenidos para el modelo térmico, el cual es el que aporta más información.

Los datos del ciclo se presentan a continuación.

$$\omega = 6,45 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$r = 0,03848 \text{ m}$$

$$x_i = 0,029 \text{ m}$$

$$p_{inic} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_{inic} = 293 \text{ K}$$

El diagrama de fuerza – velocidad del amortiguador durante su primer ciclo de trabajo es el siguiente:

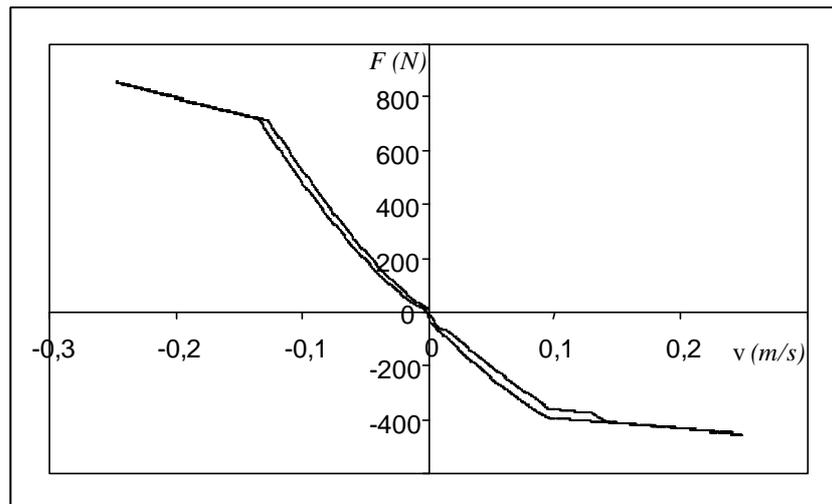


Fig. 176. Diagrama de fuerza – velocidad del primer ciclo de trabajo para el modelo de doble tubo térmico ( $\omega = 6,45 \text{ Hz}$ ).

Como es costumbre, se presenta la comparación de las presiones obtenidas en la cámara de reserva para el modelo térmico y el modelo compresible.

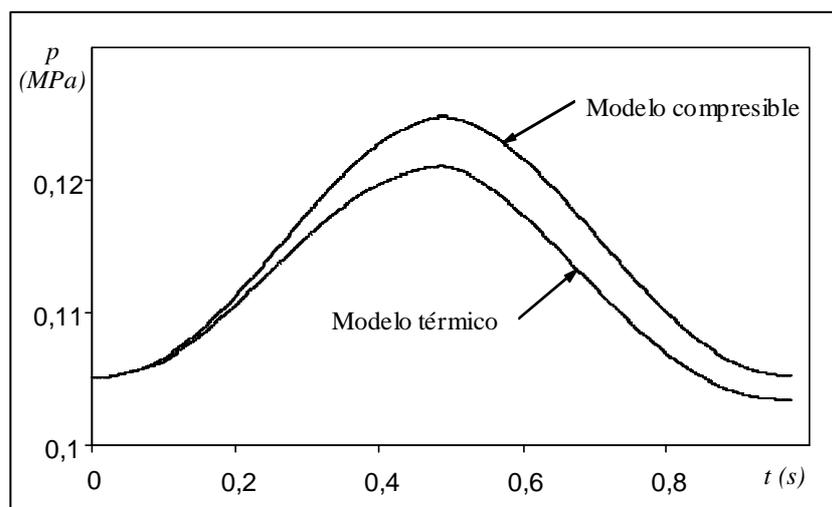
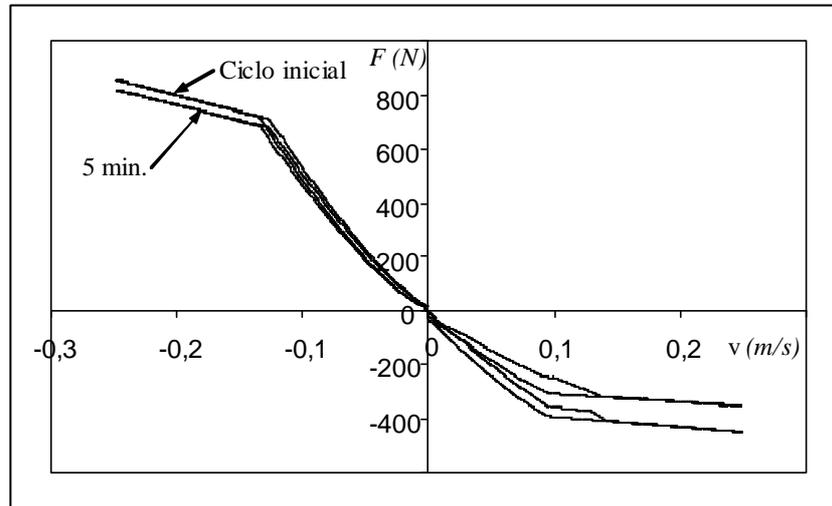


Fig. 177. Comparación de las presiones en la cámara de reserva para los modelos compresible y térmico ( $\omega = 6,45 \text{ Hz}$ ).

Como en ocasiones anteriores, se observa que la evolución de las presiones es diferente debido a la transferencia de calor existente en el modelo térmico, si bien, a efectos prácticos, la variación de la fuerza resultante es despreciable (del orden de 1N).

El siguiente gráfico muestra el diagrama fuerza – velocidad predicho por el modelo térmico para el primer ciclo y después de 5 minutos de funcionamiento.

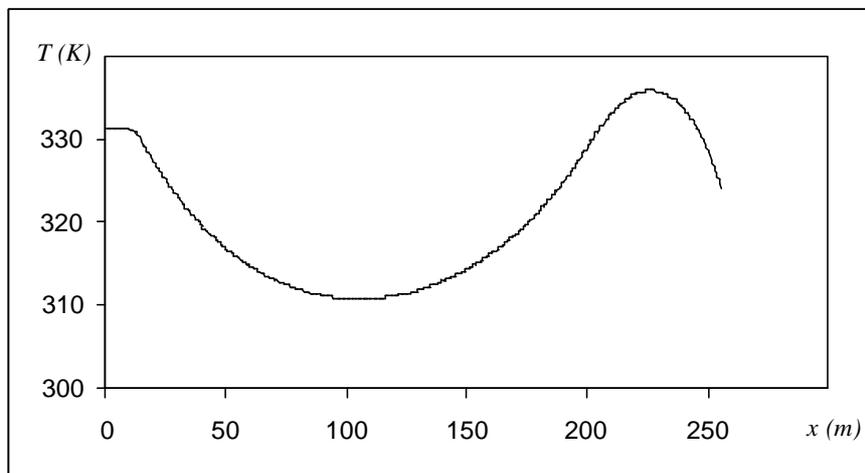


*Fig. 178.* Comparación de las fuerzas de amortiguamiento del primer ciclo y después de 5 min. de funcionamiento ( $\omega = 6,45\text{Hz}$ ).

Como era esperable, la fuerza de amortiguamiento bajo unas condiciones de trabajo constantes disminuye con el paso del tiempo.

Asimismo, en la zona de compresión se puede observar una mayor histéresis del amortiguador cuando el amortiguador ha trabajado durante 5 minutos. Este hecho está ligado al hecho que la sensibilidad de las válvulas respecto al caudal circulante es mayor con la temperatura.

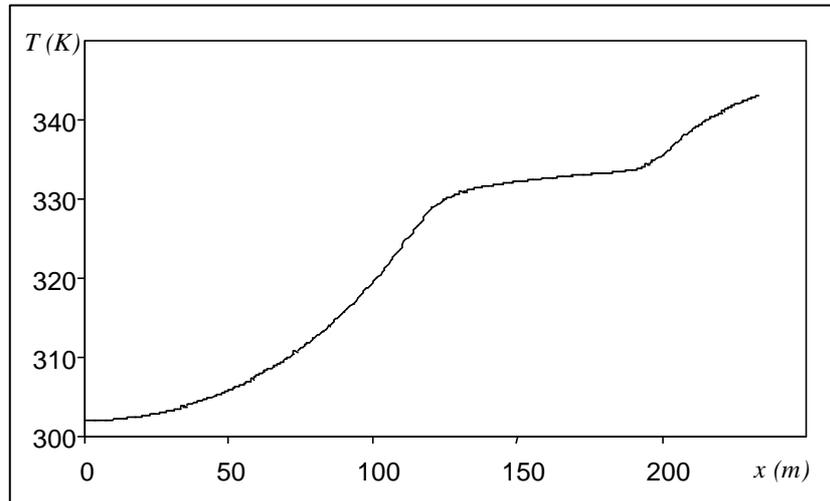
Utilizando el mismo sistema de referencia que en casos anteriores, se muestra el perfil de temperaturas obtenido de la superficie exterior del amortiguador.



*Fig. 179.* Perfil de temperaturas exterior del amortiguador después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 6,45\text{Hz}$ ).

El perfil de temperaturas que se obtiene es similar a los que se han presentado hasta el momento. Como anteriormente, se distinguen las zonas en que la transferencia de calor se produce por conducción principalmente y las que se producen, mayoritariamente, por convección.

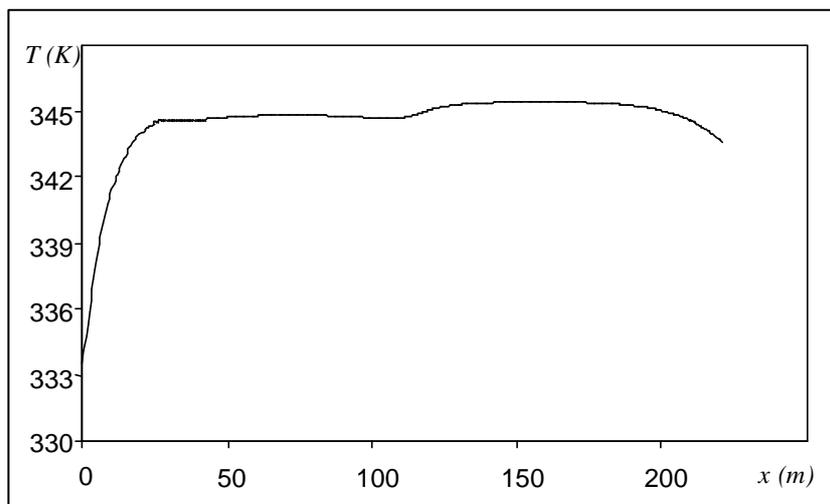
El perfil de temperaturas del vástago se muestra a continuación.



*Fig. 180.* Perfil de temperaturas del vástago después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 6,45Hz$ ).

Basado en las explicaciones de los modelos anteriores, a partir de los cambios de curvatura del perfil se marcan las zonas del vástago en la que éste está siempre en contacto directo con el fluido, la que está parcialmente en contacto con la tapa superior y aire o fluido o, por último, la zona que está permanente en contacto con el aire.

El último resultado que se mostrará para el modelo que se presenta es el perfil de temperaturas del cilindro interior de trabajo.



*Fig. 181.* Perfil de temperaturas del cilindro interior después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 6,45Hz$ ).

Se comprende que la zona cercana a  $x=0$  sea la de temperatura menor, pues es la que conduce calor hacia el resto de la tapa superior.

Asimismo, a partir de los cambios de curvatura también se pueden distinguir las zonas que forman parte de la cámara de tracción, de compresión o ambas.

### 7.3.4- Obtención de resultados experimentales

A partir de los ensayos realizados con el amortiguador MONROE 56210 AU000, se presentarán los resultados experimentales para las condiciones de ciclo siguientes:

$$\omega = 6,45 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$r = 0,03848 \text{ m}$$

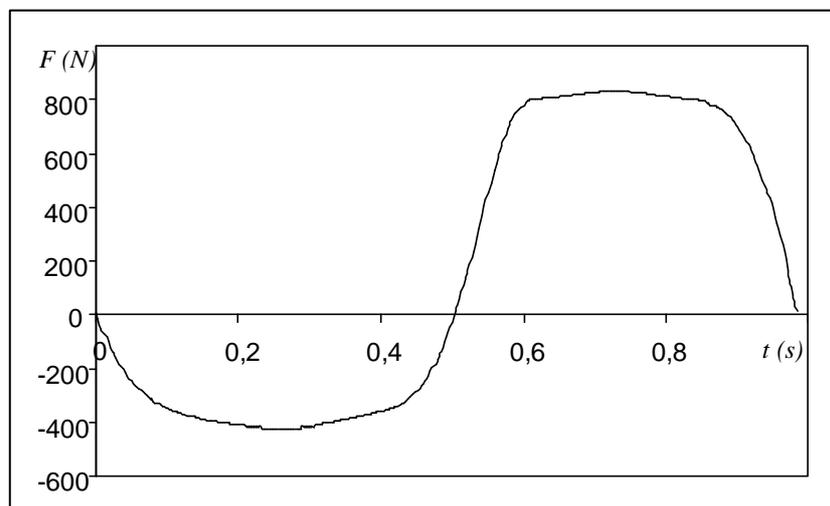
$$x_i = 0,029 \text{ m}$$

$$p_{inic} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_{inic} = 293 \text{ K}$$

Una vez mostrados los resultados experimentales, se procederá a su comparación con el modelo matemático.

La fuerza de amortiguación real que se obtiene en el primer ciclo de trabajo en función del tiempo es:

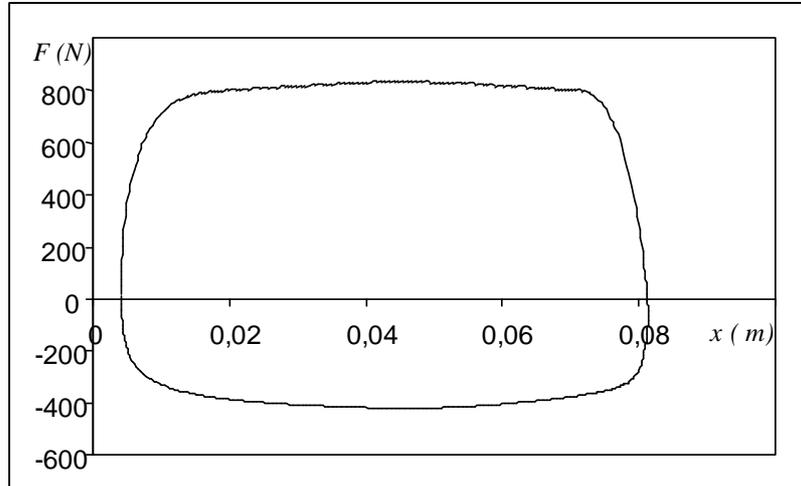


*Fig. 182.* Fuerza real de amortiguamiento en función del tiempo ( $\omega = 6,45 \text{ Hz}$ ).

Se observa que el crecimiento de la fuerza de amortiguamiento es más rápida comparada con los amortiguadores tratados hasta el momento, lo cual resulta lógico, pues al disponer de menor carrera útil, se debe conseguir una mayor fuerza bajo las mismas condiciones.

Asimismo, es fácilmente observable el punto donde las limitadoras actúan, tanto para el ciclo de tracción como para el de compresión.

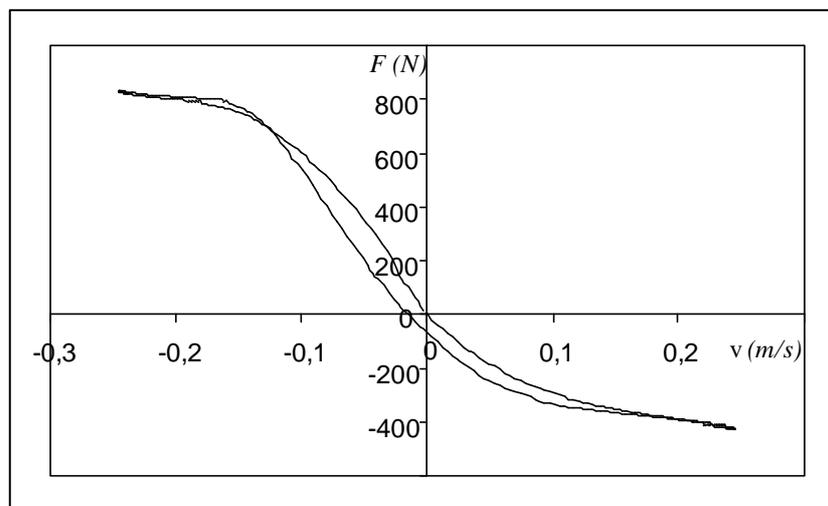
A partir de la fuerza de amortiguamiento obtenida y la posición del pistón de trabajo se construye el gráfico de fuerza – posición.



*Fig. 183.* Fuerza de amortiguamiento en función de la posición ( $\omega = 6,45\text{Hz}$ ).

La característica comentada anteriormente es claramente distinguible en el gráfico anterior, pues se puede observar como para un pequeño desplazamiento del pistón de trabajo en los extremos de posición (zonas de inversión de velocidad) suponen un rápido crecimiento de la fuerza de amortiguamiento.

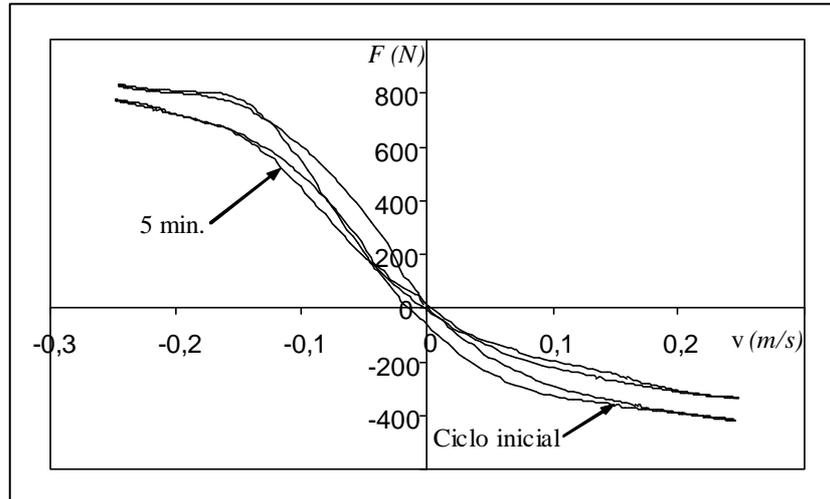
Nuevamente, la combinación de la fuerza de amortiguamiento con la velocidad del pistón de trabajo permite deducir el gráfico más significativo del amortiguador.



*Fig. 184.* Fuerza de amortiguamiento en función de la velocidad ( $\omega = 6,45\text{Hz}$ ).

Como curiosidad, se puede apreciar que es el amortiguador que mayor histéresis presenta de los presentados hasta el momento. El motivo reside en que es el que mayores presiones alcanza de los tres.

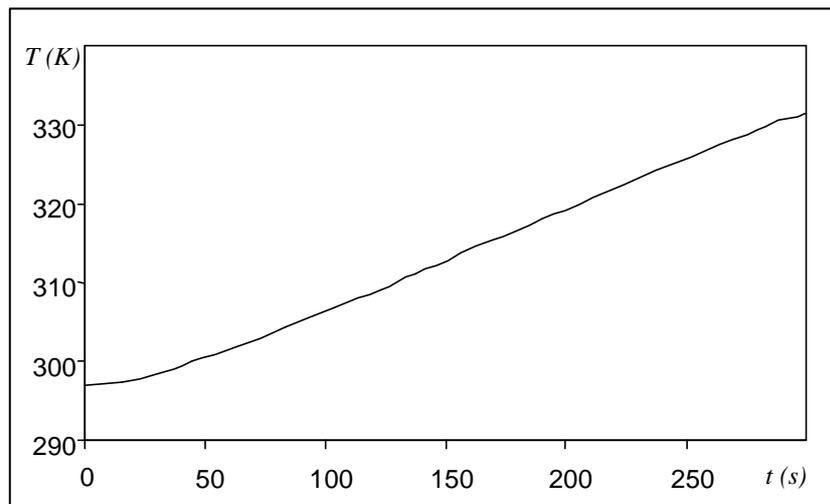
Con el fin de mostrar la afectación térmica del amortiguador, se muestra la comparación de la fuerza de amortiguamiento del primer ciclo y la obtenida después de 5 minutos de funcionamiento.



*Fig. 185.* Comparación de la fuerza de amortiguamiento para el ciclo inicial y después de 5 min. de funcionamiento ( $\omega = 6,45\text{Hz}$ ).

Teniendo presente que el ciclo presentado es relativamente lento, se aprecia una elevada disminución de la fuerza de amortiguamiento, lo cual es indicativo que las temperaturas que se alcanzan en el amortiguador son elevadas.

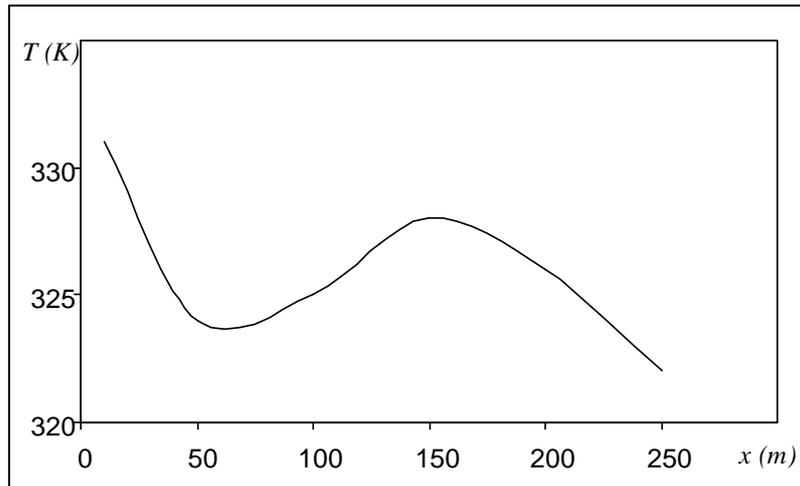
La evolución temporal de la temperatura de un punto exterior del amortiguador situado a 10mm de la superficie superior de la tapa superior se muestra a continuación.



*Fig. 186.* Evolución de la temperatura de un punto exterior del amortiguador situado a 10mm de la superficie superior de la tapa superior ( $\omega = 6,45\text{Hz}$ ).

Efectivamente y, tal y como se comentaba anteriormente, las temperaturas alcanzadas en el amortiguador son relativamente elevadas como consecuencia de la elevada fuerza de amortiguamiento que genera y de la poca capacidad de disipación energética que posee debido a sus reducidas dimensiones.

Por último, se muestra el perfil de temperaturas exterior del amortiguador una vez han transcurrido 5 minutos de funcionamiento.



*Fig. 187.* Perfil de temperatura exterior del amortiguador después de 5 min. de funcionamiento ( $\omega = 6,45Hz$ ).

Como se comentó inicialmente con el amortiguador 6K0513031R, el perfil de temperaturas anterior indica, mediante su primer mínimo relativo, que la transferencia de calor se está realizando, principalmente, por conducción en su vecindad.

Este hecho se comentará más detalladamente en la comparación de resultados.

### 7.3.5- Comparación de resultados

El primer ciclo que se procede a comparar para la validación del modelo matemático se describió anteriormente durante la presentación de resultados teóricos y experimentales para el amortiguador en cuestión (56210 AU000).

$$\omega = 6,45rad \cdot s^{-1}$$

$$r = 0,03848m$$

$$x_i = 0,029m$$

$$p_{inic} = 1 \cdot 10^5 Pa$$

$$T_{inic} = 293K$$

La fuerza de amortiguación real y calculada que se obtiene en el primer ciclo de trabajo se muestra en la imagen siguiente.

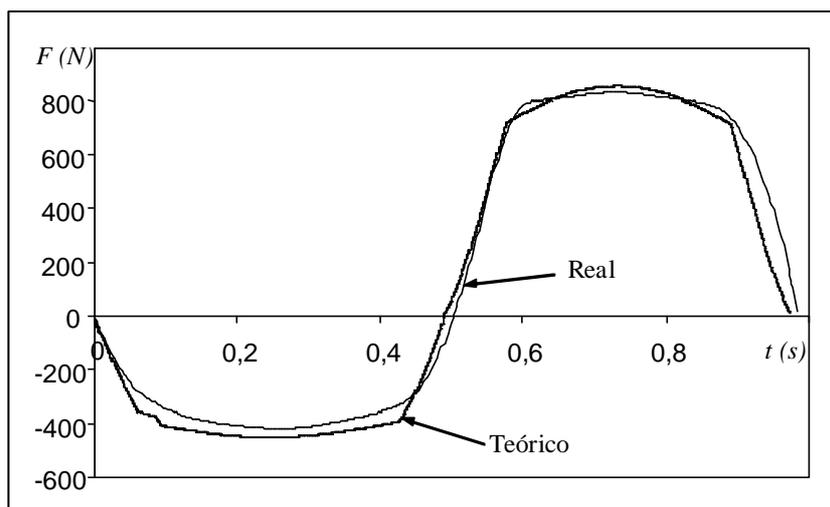


Fig. 188. Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función del tiempo para el primer ciclo de trabajo ( $\omega = 6,45\text{Hz}$ ).

Se aprecia un seguimiento considerablemente bueno del modelo respecto del amortiguador real.

Descartando la zona final del ciclo de tracción, donde se observa el peor ajuste del modelo, la máxima diferencia de fuerzas es de unos 72N, lo cual representa un error del 21%.

La comparación gráfica de fuerza – posición se presenta a continuación.

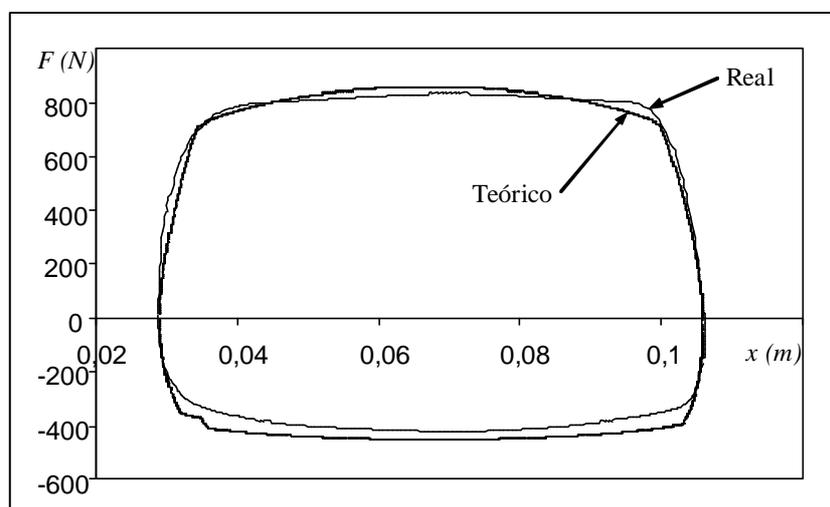
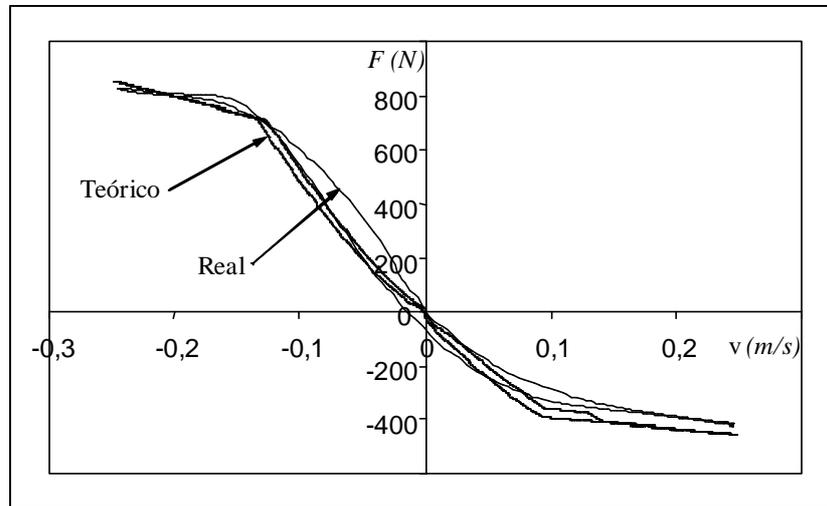


Fig. 189. Características de fuerza – posición del modelo (DTT) y del amortiguador real para el primer ciclo de trabajo ( $\omega = 6,45\text{Hz}$ ).

Como se pudo deducir del gráfico fuerza – tiempo, la zona en que el modelo describe peor al amortiguador real es la zona de compresión, donde la fuerza calculada se encuentra algo por encima (valor absoluto) de la real.

No obstante, se considera que la modelización de la parte hidráulica es correcta.

El siguiente gráfico compara la característica de fuerza – velocidad del modelo y del amortiguador real.

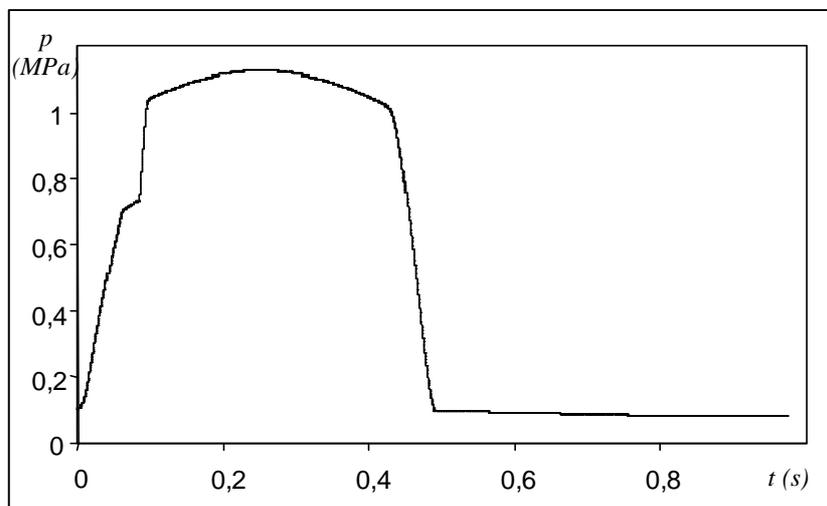


*Fig. 190.* Características de fuerza – velocidad del modelo (DTT) y del amortiguador real para el primer ciclo de trabajo ( $\omega = 6,45\text{Hz}$ ).

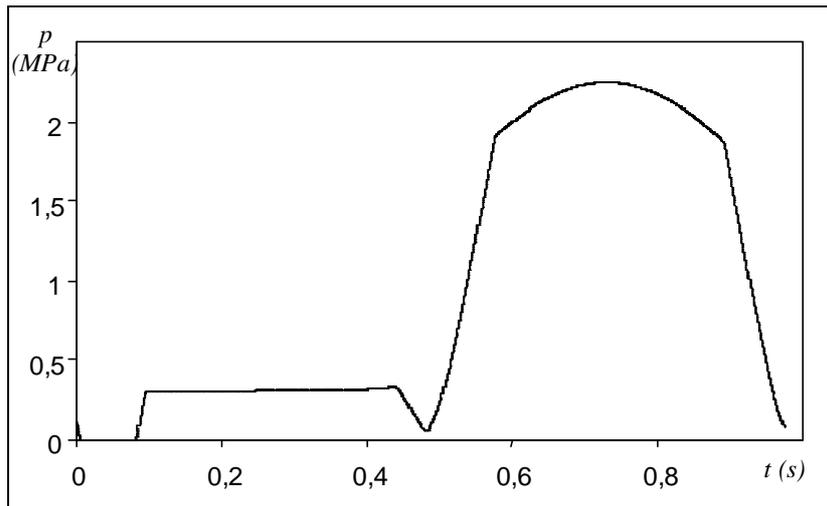
Se observa que, durante el ciclo de tracción, el amortiguador real presenta más histéresis que el modelo teórico.

Tal y como se podrá observar en gráficos posteriores, la histéresis que se observa en este ciclo no es representativa, pues se debe, principalmente, a vicios de movimiento que presenta la máquina de ensayo y que falsean ligeramente el movimiento senoidal perfecto que debería reproducirse.

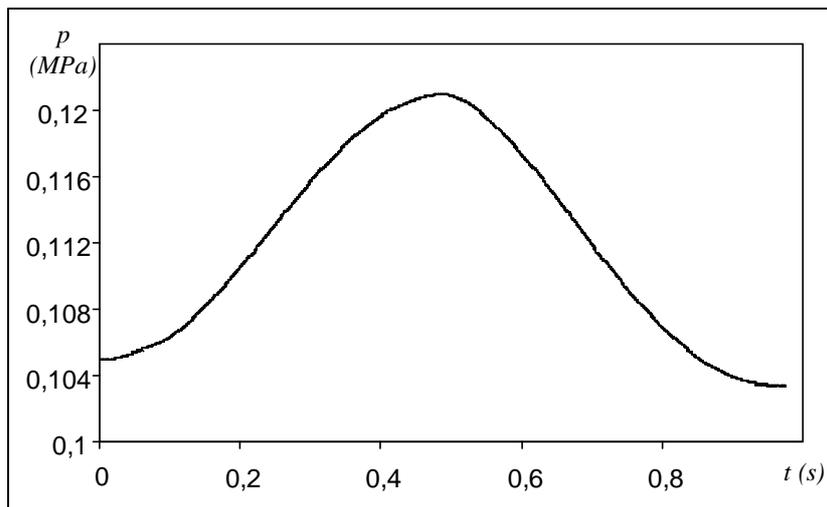
A modo ilustrativo, se muestra la evolución temporal de las presiones en las diferentes cámaras.



*Fig. 191.* Evolución temporal de la presión de la cámara de compresión para el primer ciclo de trabajo ( $\omega = 6,45\text{Hz}$ ).

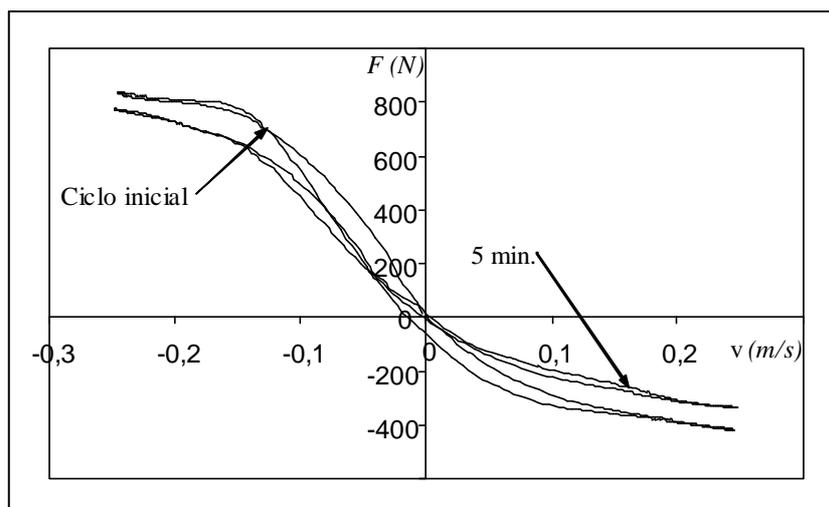


*Fig. 192.* Evolución temporal de la presión de la cámara de tracción para el primer ciclo de trabajo ( $\omega = 6,45\text{Hz}$ ).

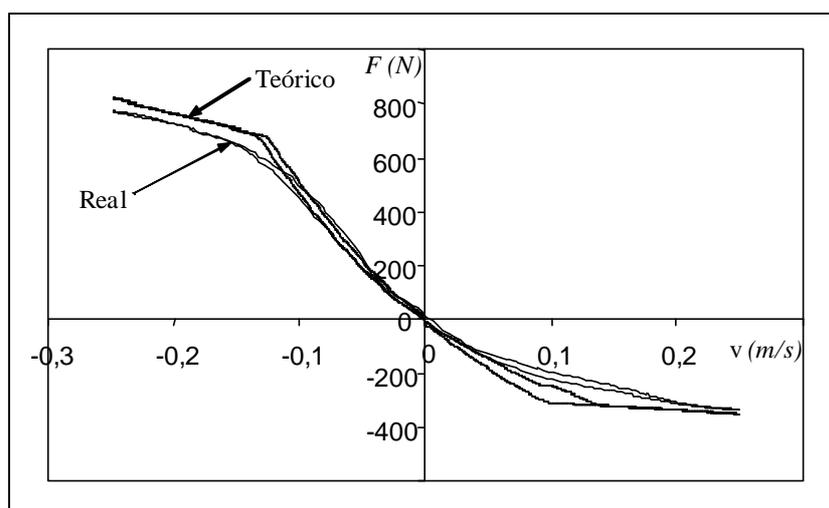


*Fig. 193.* Evolución temporal de la presión de la cámara de reserva para el primer ciclo de trabajo ( $\omega = 6,45\text{Hz}$ ).

Una vez transcurridos 5 minutos de funcionamiento bajo unas condiciones de ciclo constante, la fuerza de amortiguamiento disminuye como se muestra en la figura 194, mientras que la fuerza real y calculada se presentan en la 195.



*Fig. 194.* Comparación de la fuerza de amortiguamiento para el ciclo inicial y después de 5 min. de funcionamiento ( $\omega = 6,45Hz$ ).



*Fig. 195.* Comparación de la fuerza de amortiguamiento real y calculada después de 5 min. de funcionamiento ( $\omega = 6,45Hz$ ).

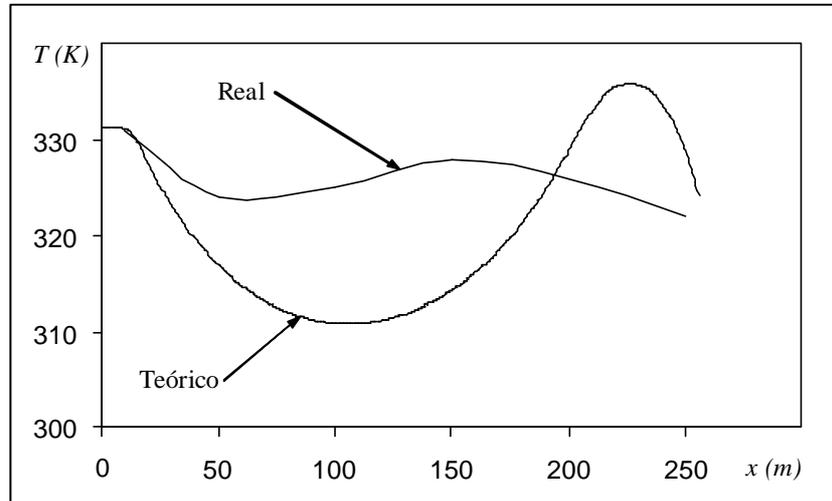
Durante el ciclo de tracción, se aprecia que el modelo teórico difiere ligeramente del amortiguador real (entorno a un 6,5%) mientras la válvula limitadora se encuentra abierta.

Por lo que se refiere al ciclo de compresión, se aprecia una separación de fuerzas generalizada.

El motivo reside en que el ajuste de las válvulas del amortiguador se ha realizado optimizando el comportamiento global de éste bajo un rango de condiciones de funcionamiento y no para un único ciclo de trabajo concreto. Este hecho se apreciará a lo largo de la presentación de los diferentes resultados obtenidos.

La última comparación que se hará para el ciclo que se está tratando afecta a los perfiles de temperaturas obtenidos.

La imagen siguiente compara los perfiles de temperaturas de la pared lateral exterior del amortiguador.



*Fig. 196.* Perfiles de temperatura de la pared lateral exterior del amortiguador real y del modelo después de 5 min. de funcionamiento ( $\omega = 6,45\text{Hz}$ ).

Si bien existe cierta discrepancia entre el modelo y el amortiguador real, se observa claramente que las geometrías de los perfiles de temperaturas presentan una cierta semejanza.

Efectivamente, la zona más cercana al origen de coordenadas, presenta una geometría prácticamente plana, lo cual se debe a que es una parte sólida del amortiguador (tapa superior) en la que la transferencia de calor se produce por conducción. Se observa que el modelo ajusta perfectamente al resultado obtenido.

Una vez entrado en lo que es el cilindro exterior del amortiguador, en la primera zona, se observa una disminución de la temperatura, lo cual es debido a que la transferencia de calor se produce por conducción principalmente (como se comentó en casos anteriores, la transferencia de calor por convección con el gas es despreciable). Como se justificó en el apartado 7.1.5, la agitación del fluido de trabajo dentro de la cámara de reserva y las fugas permitidas de aceite desde la cámara de tracción hasta la de reserva hacen que la temperatura del amortiguador real sea mayor que la calculada, pues realmente, también existe una cierta transferencia de calor entre aceite y pared lateral de la cámara de reserva en la zona ocupada por el gas.

Una vez alcanzado el mínimo relativo de temperatura en la zona ocupada por el gas, se observa un calentamiento del cuerpo cilíndrico. Se aprecia que el crecimiento del amortiguador real es más pronto (se inicia en una posición menor) y menos severo que el teórico. Como ocurría en la zona anterior, se debe, principalmente, a la agitación del fluido de trabajo en la cámara de reserva.

La última zona a comentar es la zona de disminución de temperatura una vez se ha alcanzado el máximo relativo del perfil.

El primer aspecto a destacar es que la temperatura calculada por el modelo es superior a la del amortiguador real, lo cual es evidente si se considera que la agitación del fluido produce una pérdida de calor adicional que se traduce en una disminución de la temperatura.

El segundo aspecto a destacar es que, como en la zona anterior, el máximo relativo se produce antes en el amortiguador real que en el teórico, lo cual se debe a la agitación del fluido pero también a que la transferencia de calor por convección forzada que tiene lugar entre el fluido que abandona la válvula de base con las partes sólidas afectadas del amortiguador (paredes de la cámara de reserva y tapa inferior) y que la transferencia de calor por conducción que existe desde el cuerpo del amortiguador hasta el anclaje inferior no se han conseguido modelizar de una manera suficientemente precisa.

La integración de las curvas entre  $x = 0,01m$  y  $x = 0,25m$  dan unos valores de  $\Xi = 77,2K \cdot m$  y de  $\Xi = 76,9K \cdot m$  para el amortiguador real y teórico respectivamente, lo cual es indicativo de que la transferencia de calor global se encuentra considerablemente bien modelada.

La última comparación que se realizará para el ciclo en cuestión es la evolución de la temperatura de un punto del cuerpo exterior del amortiguador situado a  $10mm$  de distancia desde la superficie superior de la tapa superior.

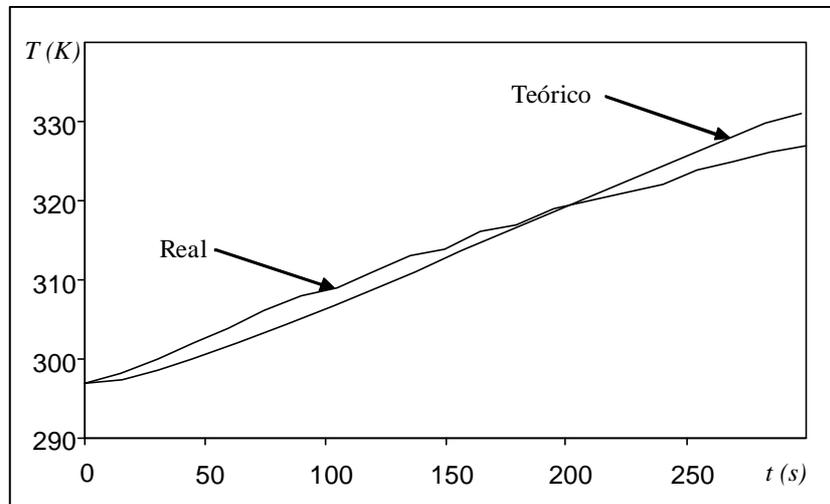


Fig. 197. Evaluación temporal de la temperatura de un punto exterior del amortiguador (real vs teórico) situado a  $10\text{ mm}$  de la superficie superior de la tapa superior durante 5 min. de funcionamiento ( $\omega = 6,45\text{ Hz}$ ).

Como se deducía del perfil de temperaturas, el seguimiento de la temperatura del punto mostrado es considerablemente preciso.

Una vez presentados los resultados teóricos y experimentales del ciclo en cuestión, se procede de forma similar con un ciclo de trabajo cuyas características son las siguientes:

$$\omega = 8,63 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$r = 0,03848 \text{ m}$$

$$x_i = 0,029 \text{ m}$$

$$p_{inic} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_{inic} = 294 \text{ K}$$

La comparación de la fuerza real y teórica del amortiguador en función del tiempo se muestra a continuación.

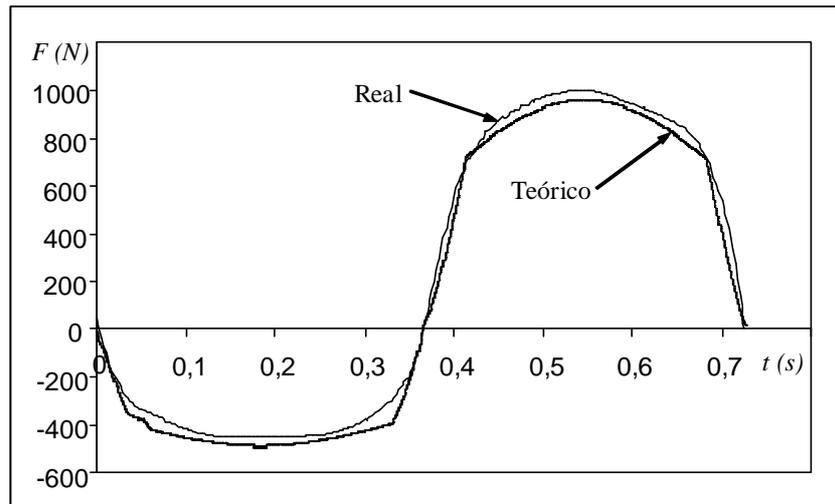


Fig. 198. Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) del primer ciclo ( $\omega = 8,63 \text{ Hz}$ ).

En el ciclo de compresión, el máximo error que se aprecia es en la zona de apertura de las válvulas limitadoras, siendo de un 30%.

Por lo que refiere al ciclo de tracción, el máximo error detectado es de un 8%.

En ambos ciclos, el seguimiento de la fuerza de amortiguamiento respecto a la fuerza real es correcto, si bien es optimizable.

De forma complementaria, se muestra la comparación del diagrama de fuerza – posición, si bien no se espera encontrar diferencias sustanciales.

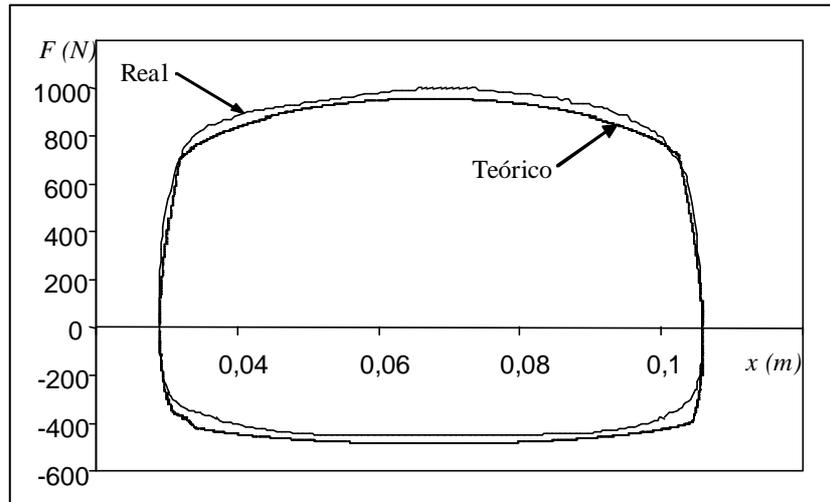


Fig. 199. Fuerza de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función de la posición para el primer ciclo ( $\omega = 8,63\text{Hz}$ ).

Como se ha comentado anteriormente, no se aprecian diferencias significativas entre el resultado real y la estimación numérica.

La característica fuerza – velocidad del amortiguador es como sigue:

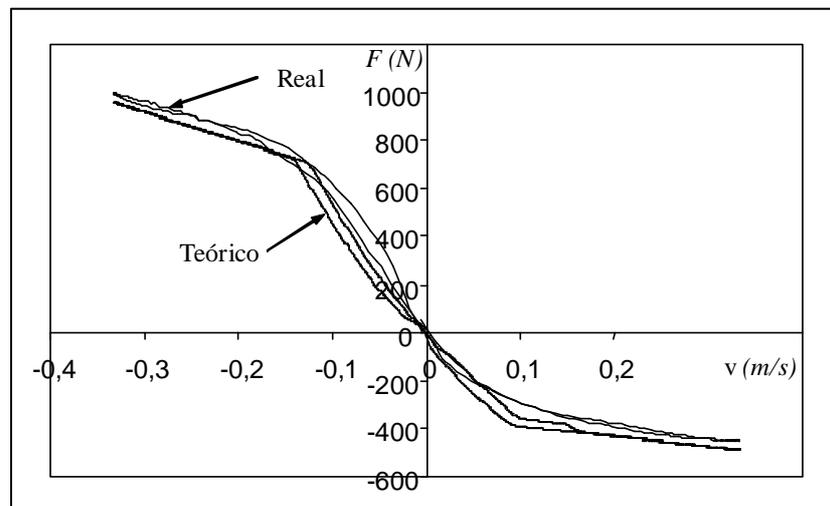


Fig. 200. Fuerza de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función de la velocidad para el primer ciclo ( $\omega = 8,63\text{Hz}$ ).

Como en los dos gráficos anteriores, se aprecia un buen seguimiento de la fuerza de amortiguamiento calculada respecto de la fuerza de amortiguamiento real.

Las evoluciones de las presiones según el modelo matemático se muestran a continuación:

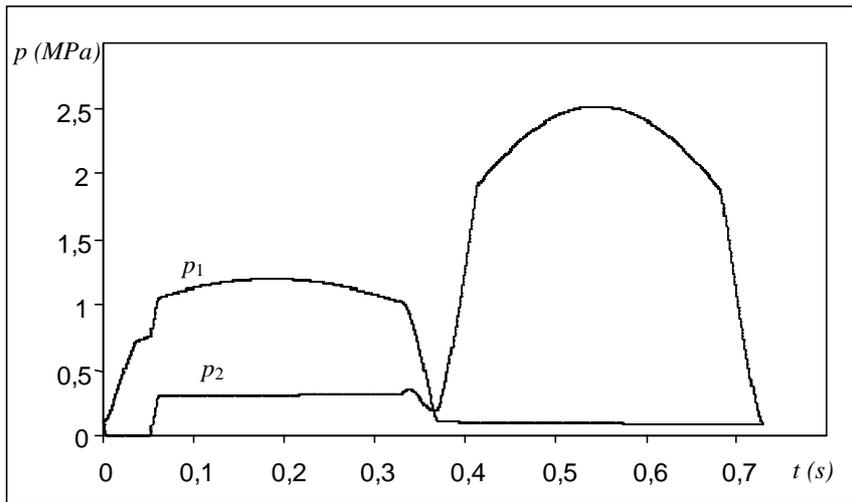


Fig. 201. Presiones calculadas (modelo DTT) en las cámaras de tracción y de compresión en función del tiempo para el primer ciclo ( $\omega = 8,63Hz$ ).

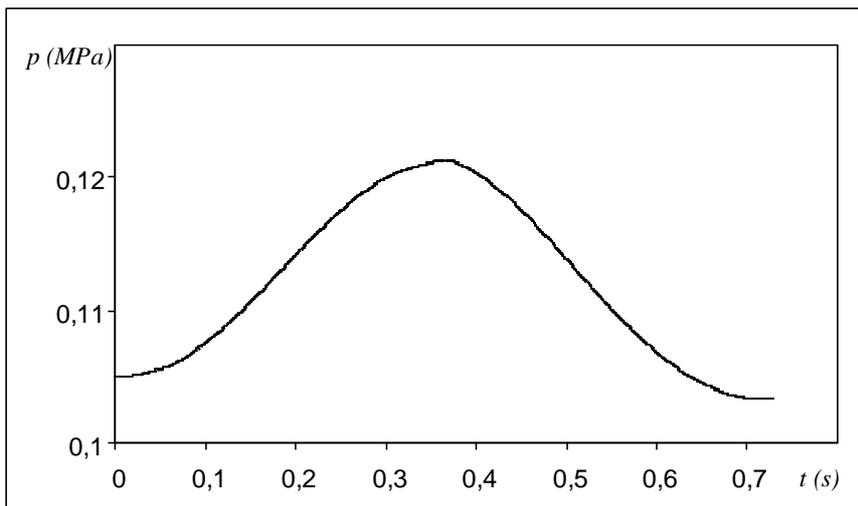


Fig. 202. Presión calculada (modelo DTT) en la cámaras de reserva en función del tiempo para el primer ciclo ( $\omega = 8,63Hz$ ).

La evolución temporal de las presiones y, más concretamente, la evolución temporal de la presión de la cámara de tracción, muestran que al inicio del ciclo se produce cavitación dentro del amortiguador, hecho que no se ha podido contrastar experimentalmente por falta de medios.

A continuación y como se ha hecho hasta el momento, se muestra la comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento reales del primer ciclo y después de 5 minutos de funcionamiento.

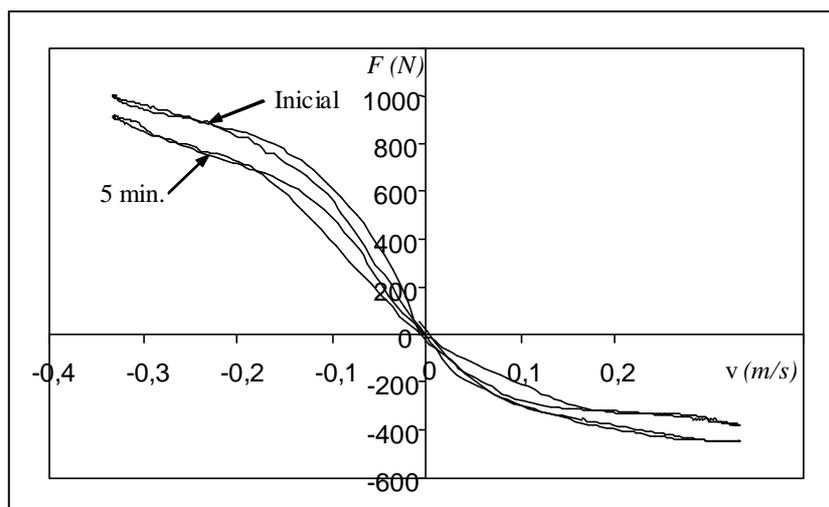


Fig. 203. Fuerza de amortiguamiento real en función de la tiempo para el primer ciclo de trabajo y después de 5 min. de funcionamiento ( $\omega = 8,63Hz$ ).

Se aprecia una notable disminución de la fuerza de amortiguamiento, lo cual indica la alta sensibilidad del amortiguador con la temperatura.

A continuación se muestra la característica de fuerza – velocidad del amortiguador real y teórico después de 5 minutos de funcionamiento.

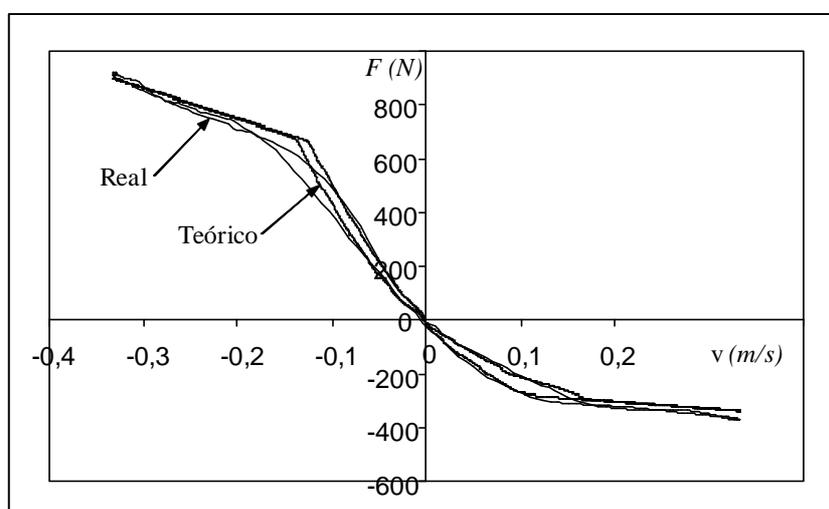
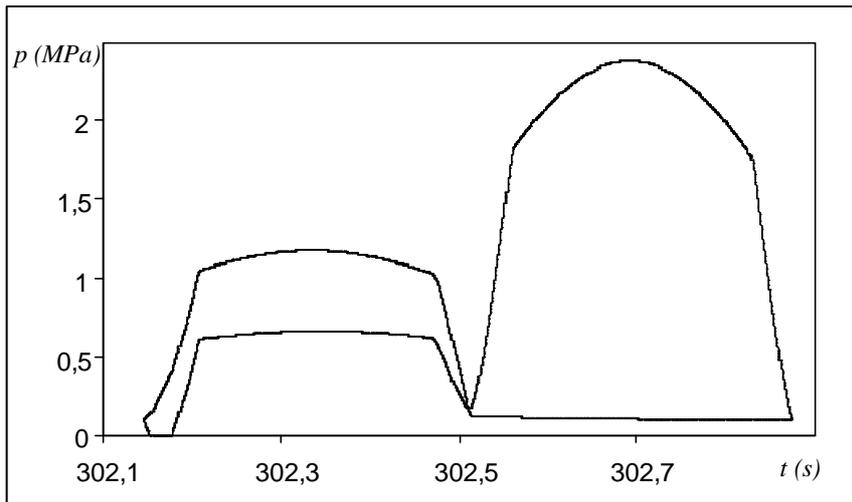


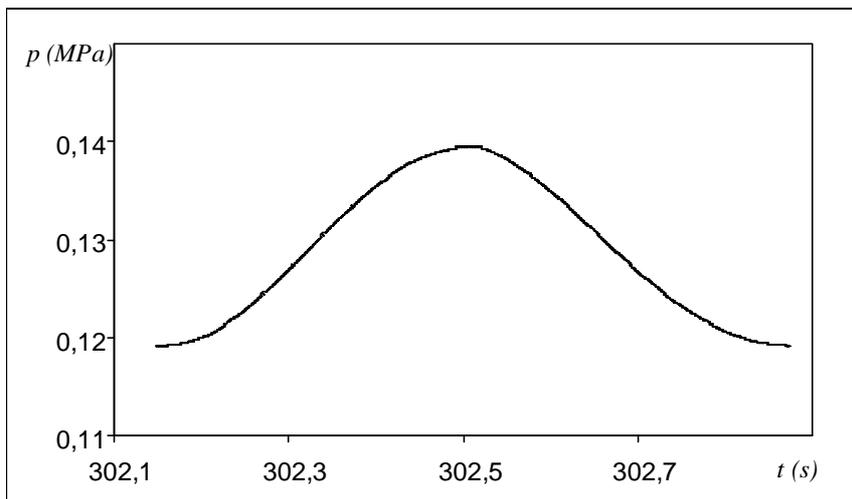
Fig. 204. Fuerza de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función de la velocidad después de 5 min. de funcionamiento ( $\omega = 8,63Hz$ ).

Exceptuando la zona de baja velocidad durante el ciclo de compresión, se aprecia un buen seguimiento de la fuerza de amortiguamiento teórica respecto a la real, lo cual es indicativo de la buena modelización de parte hidráulica.

Las presiones obtenidas mediante el modelo matemático se detallan a continuación.



*Fig. 205.* Presiones calculadas (modelo DTT) en las cámaras de tracción y de compresión en función del tiempo después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 8,63\text{Hz}$ ).



*Fig. 206.* Presión calculada (modelo DTT) en la cámara de reserva en función del tiempo después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 8,63\text{Hz}$ ).

La siguiente imagen compara el perfil lateral de temperaturas del amortiguador real y el calculado por el modelo matemático.

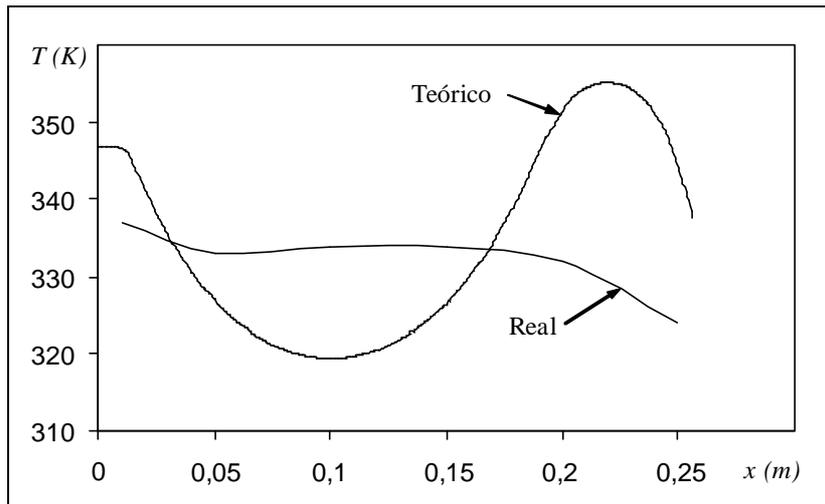


Fig. 207. Perfil de temperatura real y calculado después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 8,63Hz$ ).

Se aprecia un comportamiento similar que en el ciclo anterior, por lo que las conclusiones que se obtuvieron son igualmente válidas.

Se presenta a continuación la evolución temporal de la temperatura de un punto situado a 50mm de la superficie superior de la tapa superior, tanto del amortiguador real como del modelo matemático.

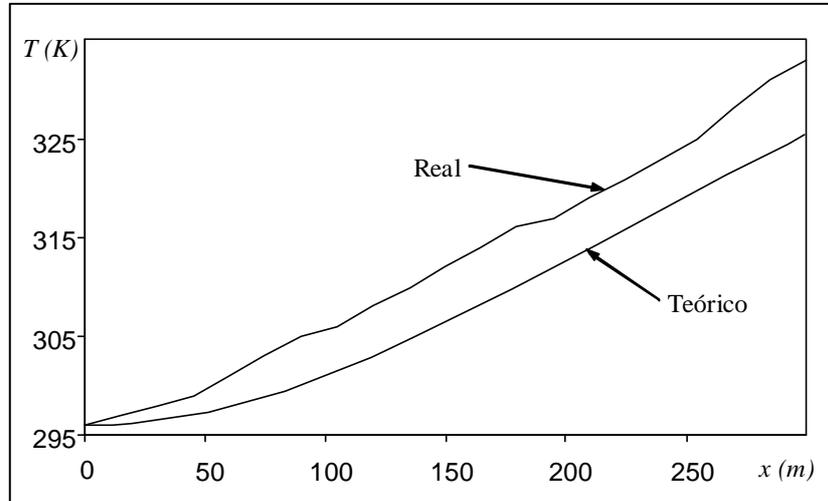


Fig. 208. Evolución temporal real y calculada de la temperatura de un punto situado a 50mm de distancia desde la superficie superior de la tapa superior durante 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 8,63Hz$ ).

Se aprecia un error máximo de 7K al final de la medición.

Una vez se han presentado todos los datos relevantes pertenecientes al ciclo actual, se procede a ilustrar los resultados obtenidos para un ciclo cuya frecuencia de oscilación es de  $\omega = 10,44Hz$ .

Las propiedades del ciclo en cuestión son:

$$\omega = 10,44 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$r = 0,03848 \text{ m}$$

$$x_i = 0,029 \text{ m}$$

$$p_{inic} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_{inic} = 293 \text{ K}$$

La fuerza que ejerce el amortiguador real frente a la obtenida mediante simulación (DTT), es:

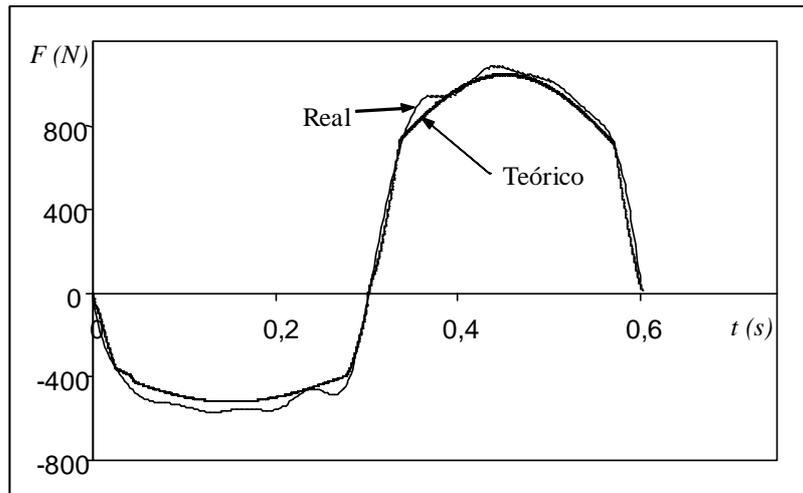


Fig. 209. Comparación gráfica de las fuerzas de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) del primer ciclo ( $\omega = 10,44 \text{ Hz}$ ).

Como era esperable, la fuerza real realizada por el amortiguador es mayor que la realizada en el ciclo anterior bajo las mismas condiciones, pues la velocidad del ciclo ha aumentado.

Referente a la fuerza de amortiguamiento calculada, se aprecia un muy buen seguimiento respecto a la real, pues el máximo error cometido se produce en el ciclo de compresión alrededor del instante  $t = 0,13 \text{ s}$  y es de un 10% aproximadamente.

Son destacables las oscilaciones de fuerza que se producen en el amortiguador real a lo largo del ciclo de trabajo. El origen reside en la falta de rigidez de la máquina de ensayo y a pequeños vicios en el movimiento descrito.

La característica fuerza posición del amortiguador real y del modelo matemático se presentan a continuación:

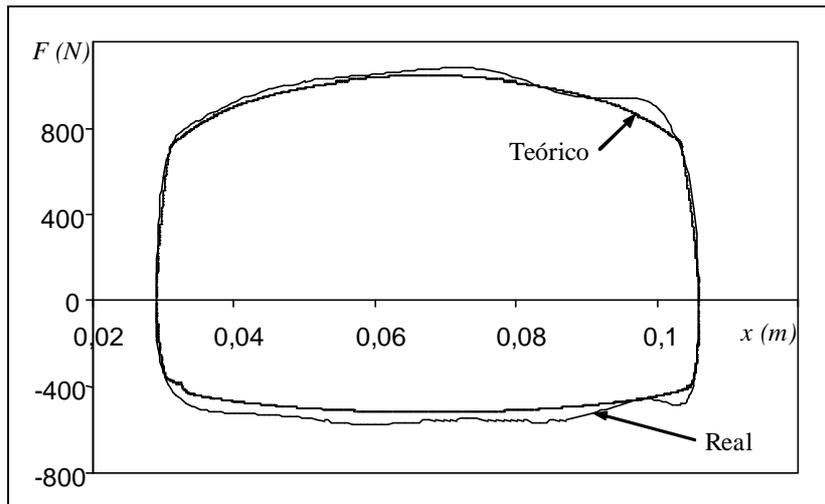


Fig. 207. Fuerza de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función de la posición para el primer ciclo ( $\omega = 10,44\text{Hz}$ ).

Como se pudo apreciar en la comparación temporal que se realizó, la máxima diferencia de fuerzas se produce en el ciclo de compresión, habiéndose obtenido un seguimiento de la fuerza considerablemente bueno.

Se presenta la relación fuerza velocidad:

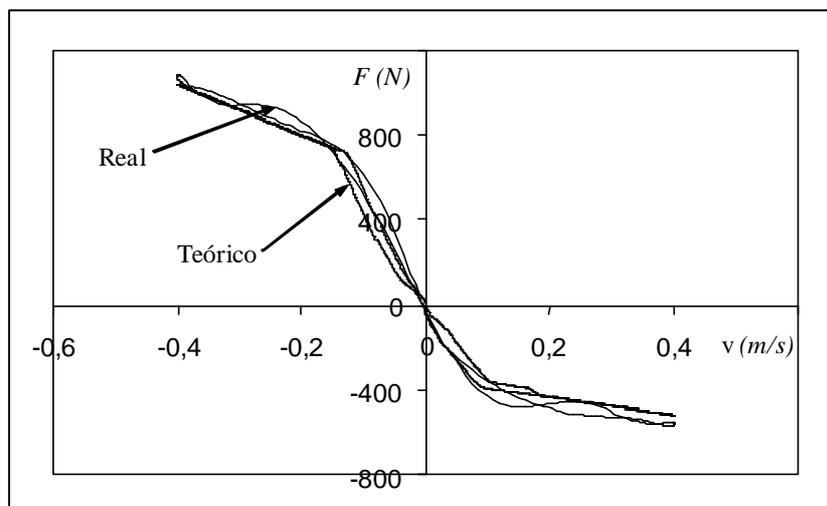


Fig. 208. Fuerza de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función de la velocidad para el primer ciclo ( $\omega = 10,44\text{Hz}$ ).

Igual que en los gráficos anteriores, el seguimiento de la fuerza de amortiguamiento predicha por el modelo teórico se ajusta notablemente bien a la fuerza real.

Las evoluciones de las presiones (según el modelo DTT) se presentan a continuación.

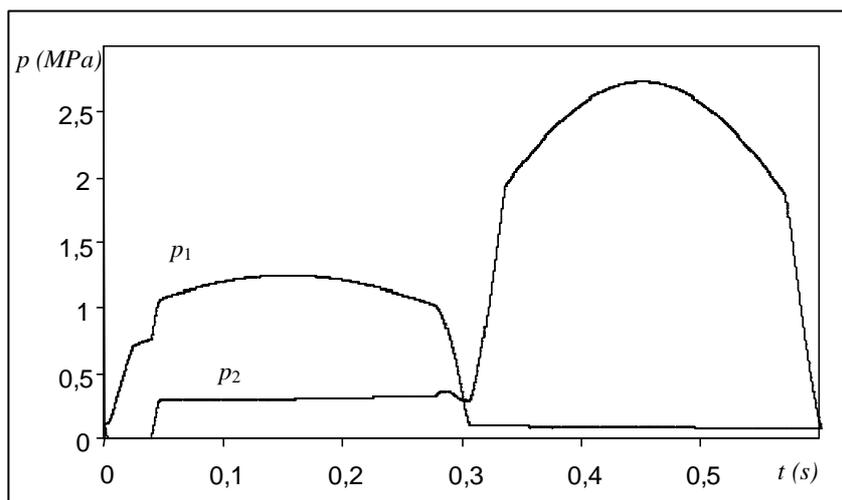


Fig. 209. Presiones calculadas (modelo DTT) en las cámaras de tracción y de compresión en función del tiempo para el primer ciclo ( $\omega = 10,44\text{Hz}$ ).

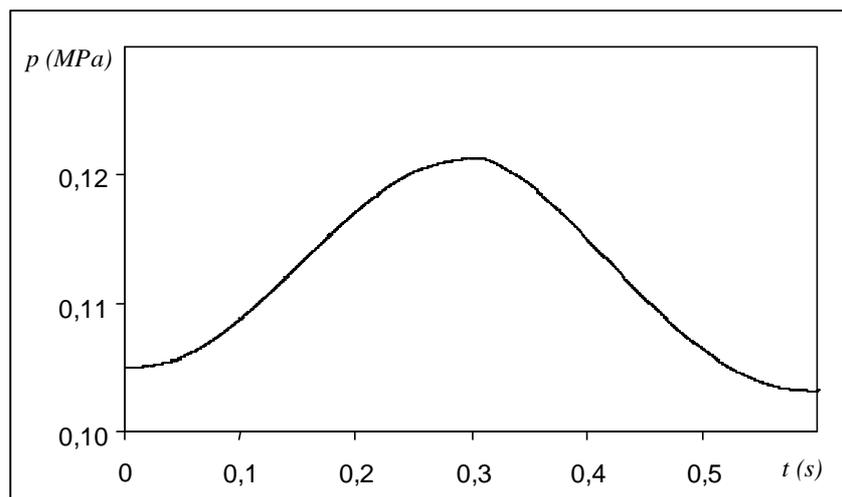


Fig. 210. Presión calculada (modelo DTT) en la cámaras de reserva en función del tiempo para el primer ciclo ( $\omega = 10,44\text{Hz}$ ).

Como en el ciclo anterior, se aprecia una zona al principio del ciclo (concretamente en la evolución de la presión en la cámara de tracción), donde aparece cavitación.

Si la cavitación aparecía bajo unas condiciones menos severas de funcionamiento, resulta sencillo de comprender que aparezcan en el ciclo que se está presentando.

La comparación de las fuerzas reales al inicio del ciclo de trabajo y después de 5 minutos de funcionamiento se muestra a continuación.

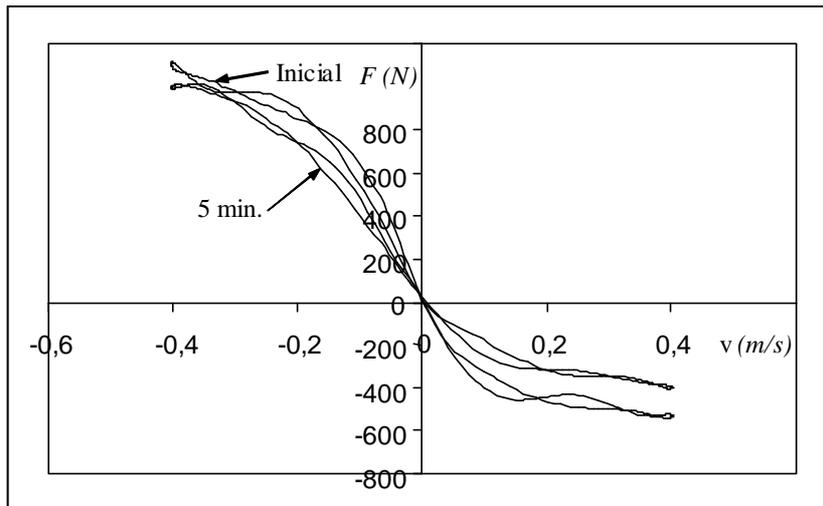


Fig. 211. Fuerza de amortiguamiento real en función de la tiempo para el primer ciclo de trabajo y después de 5 min. de funcionamiento ( $\omega = 10,44Hz$ ).

Se aprecia una disminución de la fuerza de amortiguamiento, si bien es menos destacable que en los ciclos anteriormente mostrados.

Prosigue la comparación entre la fuerza real y la calculada por el modelo matemático.

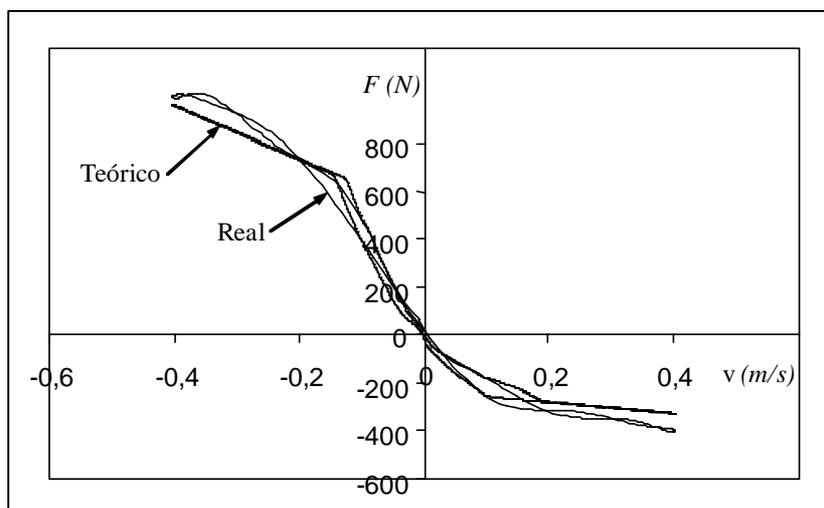
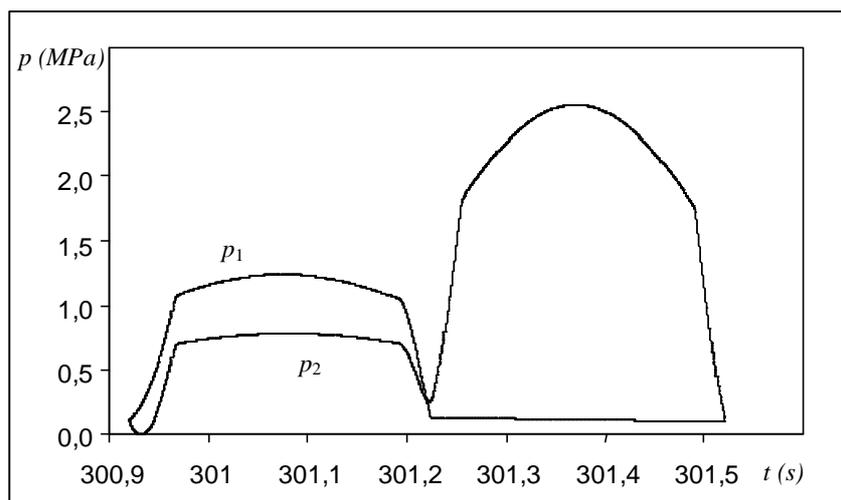


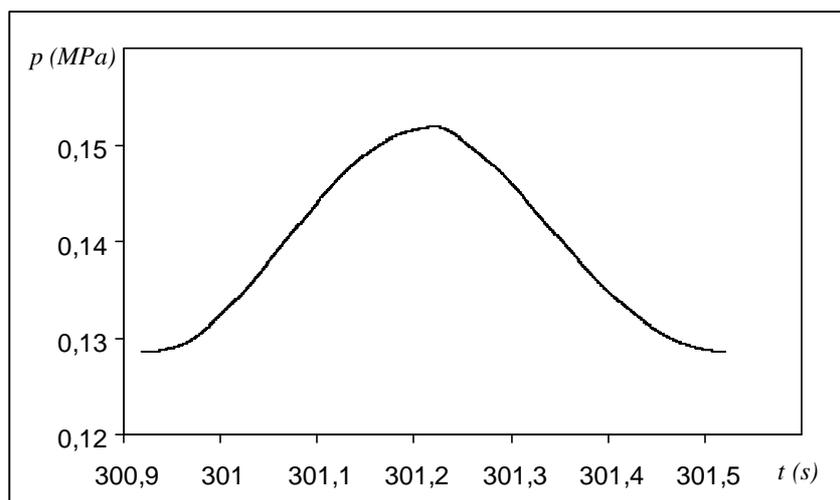
Fig. 212. Fuerza de amortiguamiento real y teórica (modelo DTT) en función de la velocidad después de 5 min. de funcionamiento ( $\omega = 10,44Hz$ ).

Si bien en términos generales se aprecia un seguimiento aceptable, no es ni cualitativamente ni cuantitativamente tan preciso como el obtenido a lo largo del primer ciclo.

Las presiones calculadas a lo largo del ciclo se muestran a continuación.



*Fig. 213.* Presiones calculadas (modelo DTT) en las cámaras de tracción y de compresión en función del tiempo después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 10,44\text{Hz}$ ).



*Fig. 214.* Presión calculada (modelo DTT) en la cámara de reserva en función del tiempo después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 10,44\text{Hz}$ ).

De manera similar al ciclo en frío, se observa cavitación en el inicio del ciclo de trabajo.

En este caso, se aprecia claramente que la duración de la cavitación después de 5 minutos de funcionamiento es claramente inferior.

Esto se debe a que las pérdidas de carga durante el ciclo caliente son menores, lo cual conlleva a que la presión absoluta en la cámara de tracción durante el ciclo de compresión no sea tan baja como la obtenida durante el primer ciclo.

Seguido, se compara el perfil lateral de temperaturas del amortiguador real y el calculado por el modelo teórico.

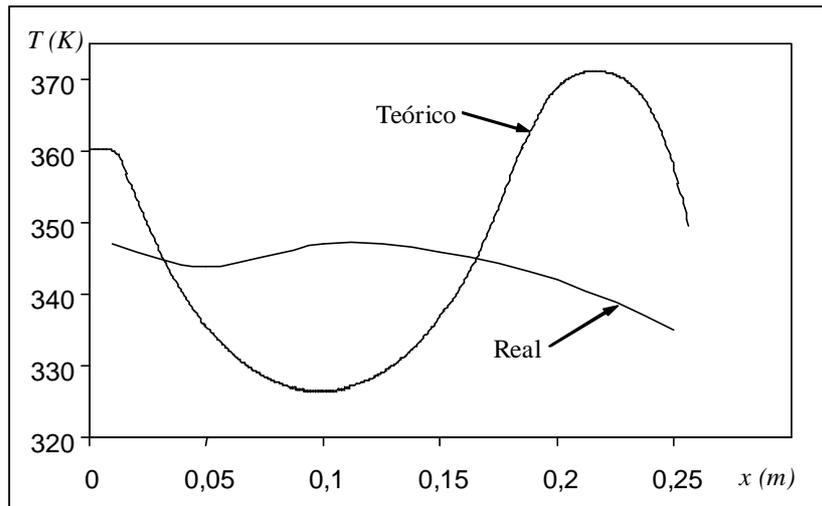


Fig. 215. Perfil de temperatura real y calculado después de 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 10,44\text{Hz}$ ).

Las conclusiones que se obtuvieron para los dos ciclos anteriores siguen siendo válidas para el ciclo presente, por lo que no se harán comentarios adicionales.

La evolución temporal de la temperatura de un punto situado a 10mm de distancia de la superficie superior de la tapa superior es:

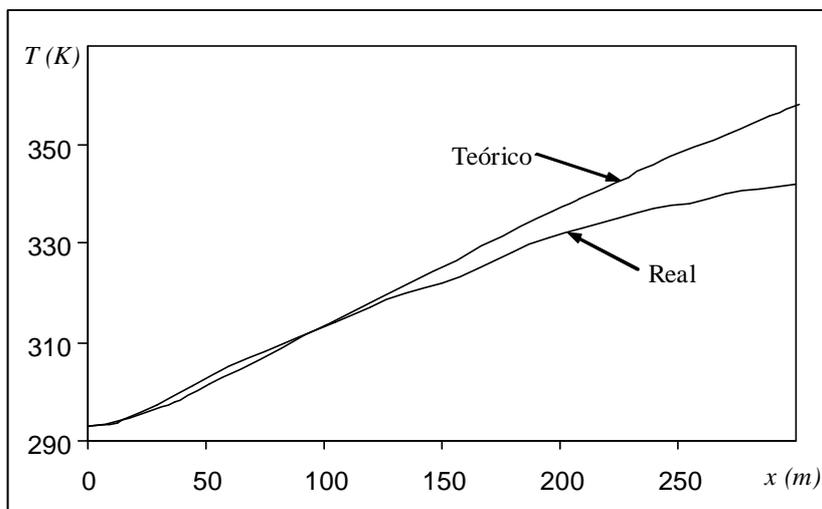


Fig. 216. Evolución temporal real y calculada de la temperatura de un punto situado a 50mm de distancia desde la superficie superior de la tapa superior durante 5 minutos de funcionamiento ( $\omega = 10,44\text{Hz}$ ).

Se aprecia un buen seguimiento de la temperatura del punto, especialmente durante el inicio de funcionamiento, donde se puede deducir (a partir de la curvatura existente) que la transferencia de calor se produce principalmente por conducción.

El error máximo a lo largo de la medición es de 15K lo que representa un error porcentual del 4,2%.

Como en los casos anteriores, se presenta la cantidad de energía disipada por unidad de superficie de todas las partes del amortiguador capaces de transferir calor al medio ambiente.

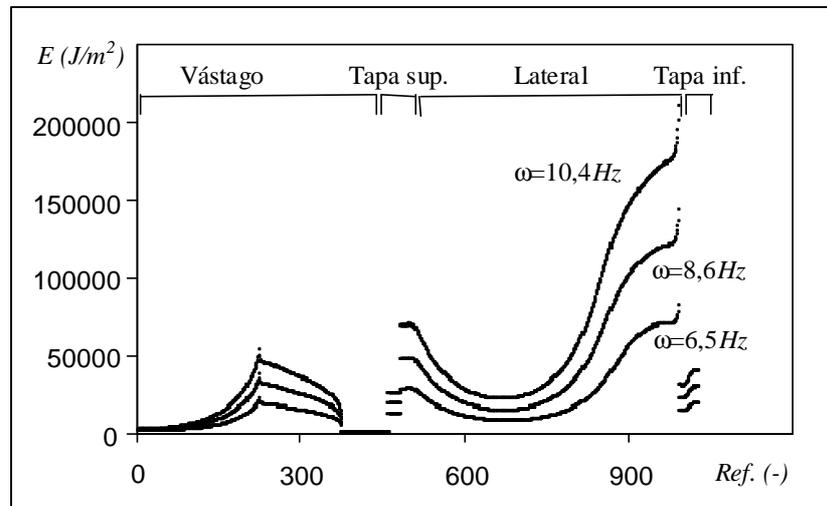


Fig. 217. Comparación de las energías disipadas después de 5min de funcionamiento para los tres ciclos estudiados.

Se aprecia la misma fenomenología que en los casos anteriores.

El vástago presenta una zona inicial creciente (tanto en disipación energética como en temperatura, mostrada en la figura 218), la cual no se encuentra a una temperatura demasiado elevada por estar situada lejos de los puntos calientes.

Alcanza un punto en el que el vástago, debido a su movimiento, se encuentra parcialmente en contacto con el aire. Aparece un punto de cambio de pendiente de la curva de disipación energética.

En la zona tratada, a mayor número de nodo, mayor temperatura y menor tiempo de exposición al medio ambiente, por lo que la curva de disipación energética disminuye.

La superficie superior de la tapa superior presenta una tendencia a disminuir, pues su temperatura lo hace a medida que se aleja de los puntos calientes del amortiguador.

Por lo que refiere al lateral de la tapa superior, ésta también tiende a disminuir con el número de nodo, pues cede calor por conducción a la parte superior del cilindro lateral, que, al encontrarse en contacto con el gas, su calentamiento es lento y únicamente incrementa su temperatura por conducción.

Como en los casos anteriores, la disipación energética de la superficie lateral del amortiguador (superficie exterior del cilindro exterior) se ha calculado a partir de su coeficiente de transferencia de calor por conducción local. Así pues, la combinación de temperatura con el coeficiente de transferencia de calor por convección justifica la curva obtenida.

Únicamente recordar que el coeficiente de calor por convección del cilindro exterior tiende a aumentar con el número de nodo (en otras palabras, el coeficiente de

transferencia de calor por convección es máximo en la zona inferior del amortiguado y mínimo en la zona superior).

Respecto a la superficie inferior de la tapa superior, se observa una linealidad entre la energía disipada y la temperatura, lo cual se debe a que se ha considerado un coeficiente de transferencia de calor por convección constante para toda la superficie.

El gráfico siguiente muestra el perfil de temperatura de todos los elementos implicados en la disipación energética hacia el medio ambiente.

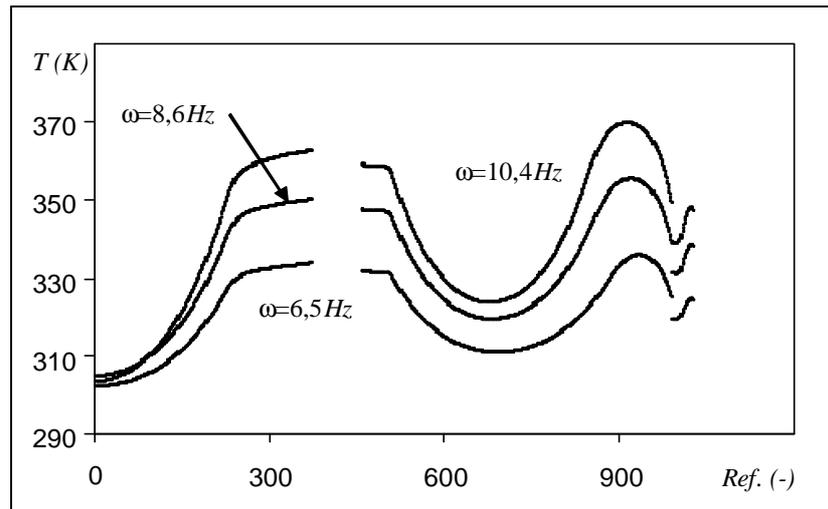


Fig.218. Perfiles de temperaturas de los puntos exteriores después de 5min de funcionamiento para los tres ciclos tratados.

Se aprecia un perfil final similar al obtenido en los dos amortiguadores presentados anteriormente, por lo que no se entrará más en detalle.

La tabla siguiente muestra los datos energéticos del ciclo de trabajo.

	$\omega=6,5Hz$	$\omega=8,6Hz$	$\omega=10,4Hz$
Energía para realizar el primer ciclo (J)	90,9	100,5	113,2
Energía para realizar el último ciclo (J)	81,2	85,8	91,0
Energía total requerida (kJ)	26,2	38,7	51,0
Energía disipada (kJ)	0,9	1,7	2,45
Porcentaje de energía disipada (%)	3,5	4,3	4,8

Tabla 14. Resumen energético de los tres ciclos tratados.

Nuevamente, destaca el hecho que el ciclo más lento es el que requiere y disipa una menor energía pero, por el contrario, es el que más energía absorbe relativa a la energía entrada.

### 7.3.6- Conclusiones

Las conclusiones generales correspondientes al amortiguador estudiado son:

#### *Ciclo frío*

- A- Un único ciclo de trabajo no produce efectos térmicos (incrementos de temperatura, disminución de la fuerza de amortiguamiento, etc.) notables, por lo que se puede validar la parte hidráulico-mecánica independientemente de la térmica si y sólo si se conocen las condiciones iniciales (mapa de temperaturas).
- B- Si bien la descripción hidráulica del modelo matemático representa considerablemente bien al amortiguador real, ésta es optimizable. No obstante, ello implica la pérdida de generalización del modelo matemático.

#### *Ciclo caliente*

- A- El funcionamiento constante del amortiguador conlleva a una disminución de la fuerza de amortiguamiento (y por lo tanto, a una menor capacidad de hacer trabajo) como consecuencia del calentamiento global que tiene lugar.
- B- Se deben tener en cuenta los efectos térmicos en el amortiguador cuando se trata de simular un funcionamiento constante en el tiempo. En general, a mayores velocidades de funcionamiento, mayor calentamiento global y mayor disminución de la fuerza de amortiguamiento.
- C- Por lo que refiere a la validación tanto térmica como hidráulica, si bien no se han descrito todos los fenómenos que tienen lugar, sí se han descrito los mandatorios, resultando en una descripción cualitativa y cuantitativamente aceptable, pues como se ha visto, los resultados obtenidos de la simulación describen aceptablemente bien los obtenidos en banco.
- D- Asimismo, el modelo describe considerablemente bien la tendencia de la fuerza de amortiguamiento, si bien es optimizable en detrimento de la generalización del modelo. Consecuentemente, se acepta que el modelo describe bien la realidad.
- E- Debido a que el fluido de trabajo es el máximo responsable de generar la fuerza de amortiguamiento, éste ha resultado ser el punto más caliente del amortiguador una vez el ciclo de trabajo ha finalizado.
- F- La relación de coeficiente de transferencia de calor por convección junto con la temperatura relativa al ambiente hace que el punto de mayor disipación energética por unidad de superficie sea la parte inferior del cilindro exterior del amortiguador.
- G- A mayor velocidad de ciclo hay una mayor cantidad de energía disipada. Referenciado a la energía requerida para generar el movimiento solicitado durante los 5 minutos de funcionamiento, la cantidad de energía disipada por el amortiguador disminuye con la velocidad, lo cual es debido a la mayor temperatura que alcanzan todas sus partes.

## Nomenclatura:

$A$  : constante

$B$  : constante

$C_{pa}$  : capacidad calorífica del aire

$C_{pc}$  : capacidad calorífica del cilindro

$C_{pf}$  : capacidad calorífica del aceite de trabajo

$C_{pgas}$  : capacidad calorífica del gas

$C_{ppis}$  : capacidad calorífica del pistón de trabajo

$C_{pvas}$  : capacidad calorífica del vástago

$C_{pvb}$  : capacidad calorífica de la válvula de la base

$C$  : constante

$C_{Da}$  : coeficiente corrector del diámetro del conducto siempre abierto

$C_{Db}$  : coeficiente corrector del diámetro del conducto de la limitadora

$C_{Dd}$  : coeficiente corrector del diámetro de la limitadora

$C_{La}$  : coeficiente corrector de la longitud de la limitadora

$C_{Lb}$  : coeficiente corrector de la longitud de la limitadora

$D$  : diámetro genérico

$D_a$  : diámetro del conducto siempre abierto

$D_b$  : diámetro del conducto de la válvula limitadora

$D_c$  : diámetro del cilindro

$D_d$  : diámetro del disco de la válvula limitadora

$D_{eq}$  : diámetro equivalente

$D_{ext}$  : diámetro exterior del amortiguador

$D_H$  : diámetro hidráulico

$D_{re}$  : diámetro exterior de la cámara de reserva

$D_{ri}$  : diámetro interior de la cámara de reserva

$D_v$  : diámetro del vástago

$E_c$  : módulo de elasticidad del cilindro

$F$  : fuerza de amortiguamiento

$F_p$  : fuerza de precarga

$F_{tp}$  : función adimensional para la válvula del pistón a compresión

$F_{tp}$  : función adimensional para la válvula del pistón a tracción

$F_1$  : fuerza sobre el muelle en el estado "1"

$F_2$  : fuerza sobre el muelle en el estado "2"

$h_p$  : altura del pistón  
 $h_{vb}$  : altura de la válvula de la base  
 $k_a$  : conductividad térmica del aire  
 $k_c$  : conductividad térmica del cilindro del amortiguador  
 $k_f$  : conductividad térmica del aceite de trabajo  
 $k_{gas}$  : conductividad térmica del gas  
 $k_{pis}$  : conductividad térmica del pistón de trabajo  
 $k_m$  : constante elástica del muelle  
 $k_{vas}$  : conductividad térmica del vástago  
 $k_{vb}$  : conductividad térmica de la válvula de la base  
 $L$  : longitud genérica  
 $L_a$  : longitud del conducto siempre abierto  
 $L_b$  : longitud del conducto de la limitadora  
 $L_{ci}$  : longitud del cilindro interior  
 $L_{cr}$  : longitud del cilindro de reserva  
 $L_s$  : longitud de la tapa superior  
 $L_i$  : longitud de la tapa inferior  
 $L_T$  : longitud inicial de trabajo del muelle  
 $L_v$  : longitud del vástago  
 $L_0$  : longitud natural del muelle  
 $L_1$  : longitud del muelle en el estado "1"  
 $L_2$  : longitud del muelle en el estado "2"  
 $M_a$  : masa molar media del aire  
 $M_g$  : masa molar del gas  
 $N$  : número de conductos  
 $P$  : presión  
 $P_{ref}$  : presión de referencia para el aceite de trabajo  
 $P_{vf}$  : presión de vapor del aceite de trabajo  
 $P$  : perímetro  
 $Q$  : caudal volumétrico  
 $s_{min}$  : separación mínima entre el disco limitador y su asiento  
 $S$  : superficie  
 $S_u$  : superficie unitaria  
 $t$  : tiempo  
 $T$  : temperatura

$T_{ref}$  : temperatura de referencia para el aceite de trabajo  
 $v$  : velocidad del amortiguador  
 $V$  : volumen genérico  
 $V_{10}$  : volumen inicial de la cámara de compresión  
 $V_{20}$  : volumen inicial de la cámara de tracción  
 $V_{30}$  : volumen inicial de aceite en la cámara de reserva  
 $V_{g0}$  : volumen inicial de gas en la cámara de reserva  
 $x$  : posición del amortiguador  
 $\beta_a$  : coeficiente de expansión térmica del aire  
 $\beta_f$  : coeficiente de compresibilidad del aceite de trabajo  
 $\beta_{gas}$  : coeficiente de dilatación térmica del gas  
 $\delta$  : desplazamiento máximo de la limitadora  
 $\Delta F_m$  : incremento de fuerza que realiza el muelle  
 $\Delta x$  : incremento de longitud  
 $\Delta p$  : incremento de presión  
 $\Delta H_v$  : entalpía de vaporización del aceite de trabajo  
 $\varphi_c$  : coeficiente de dilatación térmica del cilindro  
 $\varphi_f$  : coeficiente de dilatación térmica del aceite de trabajo  
 $\mu_a$  : viscosidad dinámica del aire  
 $\mu_f$  : viscosidad dinámica del aceite de trabajo  
 $\mu_{gas}$  : viscosidad dinámica del gas  
 $\nu_c$  : módulo de Poisson del cilindro  
 $\rho_f$  : densidad del aceite de trabajo  
 $\rho_c$  : densidad del cilindro del amortiguador  
 $\rho_{pis}$  : densidad del pistón de trabajo  
 $\rho_{ref}$  : densidad de referencia para el aceite de trabajo  
 $\rho_{vas}$  : densidad del vástago  
 $\rho_{vb}$  : densidad de la válvula de la base  
 $\omega$  : velocidad angular del ciclo del amortiguador

### **Bibliografía:**

- [1] Robert D. Blevins. -Applied fluid dynamics handbook (Krieger Publishing Company book, 2000).
- [2] Idelchik I.E. -Mémento des pertes de charge (Eyrolles book, 1986).

- [3] B.Warner, S. Rakheja. -An analytical and experimental investigation of friction and gas spring characteristics of racing car suspension dampers (SAE paper 962548, 1996).
- [4] Stefaan WR Duym. -Simulation tools, modelling and identification, for an automotive shock absorber in the context of vehicle dynamics (Vehicle System Dynamics, vol. 33, 2000).
- [5] C.Surace, K.Worden, G.R.Tomlison. -On the non linear characteristics of automotive shock absorbers (IMECH, part D, vol. 206, 1992).
- [6] A.L. Adenino, G. Belingardi. -Modelling the dynamic behaviour of a motorcycle damper (IMECH, part D, vol. 209, 1995).
- [7] Welty. -Transferencia de calor aplicada a la ingeniería (Limusa book, 1996).
- [8] Robert C. Reid, John M. Prausnitz & Bruce E. Poling. -The properties of gases and liquids (McGraw-Hill book, 2001).
- [9] Moran & Shapiro. -Termodinámica técnica (Reverté book, 1994).
- [10] Segel & Lang. -The mechanics of automotive hydraulic dampers at high stroking frequencies (The dynamics of vehicles on roads and on tracks, Vol. 10, 1981).

## 8- Conclusiones

En el presente apartado se intentarán resumir las conclusiones más importantes que se han ido obteniendo a lo largo del estudio.

1- El amortiguador es una parte integrante y esencial del sistema de suspensión del vehículo y, por lo tanto, ha de contribuir a alcanzar los objetivos para los que está diseñado. La función principal del sistema de suspensión (el cual actúa no sólo cuando el vehículo circula por una vía irregular sino también en los virajes, aceleraciones y frenado) es asegurar el contacto entre el neumático y el suelo. Como segundo requerimiento funcional (en contra de lo que opinan ciertos autores/diseñadores), sistema de suspensión ha de maximizar el confort de los pasajeros y/o de la carga.

2- Se puede optimizar la suspensión y, por lo tanto el amortiguador, en base a dos parámetros alternos: la maniobrabilidad (respuesta del vehículo bajo una demanda del conductor, lo cual depende del contacto entre neumático – suelo) y el confort (bienestar o “comodidad” de los ocupantes y/o carga). La optimización de la maniobrabilidad y del confort depende de las condiciones a las que se somete al vehículo, siendo ambos conceptos contrapuestos (un confort óptimo supone una mala maniobrabilidad y viceversa). Generalmente hablando, una amortiguación más “dura” mejora la maniobrabilidad en vías rugosas y en períodos transitorios como pueden ser la entrada en un viraje, una frenada, etc. mientras que la amortiguación suave mejora el confort. Mediante el concepto de transmisibilidad del sistema puede encontrarse una solución de compromiso, pero debe tenerse siempre presente que los valores elevados de amortiguamiento pueden provocar una falta de sensaciones sobre el conductor (referenciadas siempre a la velocidad, como el encabritamiento o el balanceo del vehículo) de forma que éste alcance el límite del vehículo sin percibirlo, hecho extremadamente peligroso.

3- La optimización del grado de amortiguamiento suele hacerse utilizando modelos de amortiguadores lineales con la velocidad de trabajo, lo cual resulta falso pues, como se observó de la experimentación, el funcionamiento de éstos es, esencialmente no lineal (efectivamente, las válvulas comúnmente utilizadas suelen tener una evolución cuadrática respecto a la velocidad (o caudal), agravado por la utilización de válvulas limitadoras, las cuales generan un cambio brusco de la pendiente de la curva real del amortiguador). La razón por la que se utilizan dichos modelos reside en que las ecuaciones diferenciales a las que conducen son fácilmente integrables y, por lo tanto, son modelos altamente convenientes. La solución pasa por linealizar la respuesta del amortiguador real o por complicar el modelo matemático.

4- Por lo que refiere a las válvulas del amortiguador (considerando conducto siempre abierto junto con limitadora), éstas suelen ser muy sensibles a las variaciones de los diámetros de sus conductos, a la densidad del fluido circulante (y, consecuentemente a su coeficiente de compresibilidad y de dilatación térmica) y a la precarga inicial del disco de la válvula limitadora. Por el contrario, es relativamente poco sensible a la viscosidad del fluido y a la longitud del conducto y muy poco sensible a la rigidez del elemento elástico que gobierna la posición del disco limitador.

5- Referente a la histéresis existente en el amortiguador como consecuencia de los efectos mecánicos, la deformación de las cámaras de trabajo tiene un efecto

despreciable, mientras que la compresibilidad del fluido afecta notablemente. Lógicamente, la presión de las cámaras y la cantidad de volumen existente en ellas son determinantes en la histéresis total, por lo que la característica global del amortiguador depende de la posición del pistón de trabajo y de la velocidad del ciclo.

6- Habida cuenta que las presiones de trabajo ayudan a aumentar el volumen de las cámaras de trabajo respecto al inicial y contribuyen a aumentar la densidad del fluido, a mayores presiones de trabajo, mayor histéresis.

7- La reducción de la histéresis en el amortiguador se puede conseguir de tres formas distintas. La primera consiste en disminuir las presiones de trabajo, la segunda en reducir la compresibilidad del fluido y la tercera pasa por disminuir los volúmenes de las cámaras de trabajo.

8- Referente a la cavitación, ésta aparece básicamente en la cámara de tracción, pues la configuración normal de los amortiguadores hace que sea la cámara en la que la presión alcanza valores menores. Básicamente, existen dos instantes en los que puede aparecer. La primera condición es en la zona cercana a velocidad cero, pues a caudales bajos las válvulas no generan una caída de presión significativa como para impedir que la presión del fluido alcance la presión de vapor. La segunda condición es a altas velocidades, cuando, si bien los caudales son generosos y generan pérdidas de carga elevadas, la válvula de la base no es suficientemente restrictiva como para aumentar suficientemente la presión en la cámara de compresión, evitando así que la cámara de tracción alcance la presión de vapor.

9- De los modelos teóricos propuestos y, contrastado mediante experimentación, se observa que un incremento en la temperatura produce un decremento de la fuerza de amortiguamiento. La razón es que, a mayor temperatura, menor densidad y viscosidad del fluido de trabajo, propiedades que hacen disminuir la pérdida de carga en las válvulas del amortiguador.

10- Los modelos matemáticos muestran que, mientras en el amortiguador de doble tubo la presión del gas no afecta al comportamiento de la unidad, ésta influye sustancialmente al comportamiento del amortiguador monotubo, no de forma directa sobre la fuerza amortiguadora pura (aquella debida a la pérdida de carga en el fluido de trabajo) sino actuando como un “muelle” en paralelo a la unidad (recuérdese que es un volumen gas cuyo volumen depende de la posición del pistón de trabajo), hecho que conlleva a una fuerte dependencia de la fuerza del amortiguador en función de la posición.

11- Dado un perfil inicial de temperaturas, los efectos térmicos que tienen lugar en un único ciclo de trabajo son despreciables (recuérdese que la fuerza de amortiguamiento aparece como consecuencia de la pérdida de carga generada por el movimiento del fluido a través de las válvulas del pistón de trabajo y dicha pérdida de carga conlleva un calentamiento del fluido), por lo que es factible validar únicamente la parte hidráulica del amortiguador. Concretamente, de la comparación de resultados teóricos y experimentales se ha observado una predicción de la fuerza de amortiguamiento correcta para todas las velocidades de ciclo estudiadas, si bien es cierto que, para cada amortiguador es posible optimizar la correlación de resultados en función de las condiciones de operación (velocidad de trabajo y amplitud del movimiento) mediante la

introducción de sub-modelos experimentales (válvulas y propiedades del fluido de trabajo principalmente), ello conllevaría a una pérdida de la generalización del modelo matemático, lo cual va en contra del objetivo de la tesis.

12- Si bien resulta complicado de contrastar experimentalmente por el poco efecto que produce sobre la fuerza de amortiguamiento, en un amortiguador de doble tubo para una temperatura dada, tanto la evolución de la presión como la evolución de la temperatura del gas alojado en la cámara de reserva dependen de la posición inicial.

13- La pérdida de carga generada en las válvulas del amortiguador como consecuencia de su funcionamiento produce un calentamiento del fluido de trabajo. Si bien un único ciclo no produce un efecto apreciable en la fuerza de amortiguamiento, el funcionamiento prolongado del amortiguador produce una disminución de la fuerza generada (debido, principalmente, a la pérdida de densidad y de viscosidad del fluido de trabajo) y a un calentamiento global de todas las partes del amortiguador. Consecuentemente, la validación de la parte térmica no puede tratarse independientemente de la parte hidráulica.

14- Referente a la parte térmica y considerando que no ha sido posible validar todas las partes del amortiguador, la comparación del modelo matemático con los resultados experimentales centrados únicamente en la fuerza de amortiguamiento muestran una buena correlación, pues la fuerza de amortiguamiento calculada a lo largo de un cierto tiempo cuando el amortiguador se somete a unas condiciones de ciclo constantes sigue considerablemente bien a la fuerza real obtenida en todas las condiciones de trabajo estudiadas. No obstante, la comparación de los perfiles de temperatura muestra que en ciertas zonas del amortiguador el cálculo difiere de lo real debido a que el modelo matemático no es capaz de reproducir cierta fenomenología que tiene lugar dentro del amortiguador (como por ejemplo, la agitación del fluido, gradientes de temperaturas en los fluidos, etc.). En términos generales, la descripción térmica del amortiguador es aceptable pues del modelo se pueden obtener conclusiones que se han contrastado experimentalmente, mostrando que la fenomenología principal se encuentra correctamente descrita.

15- Una mayor velocidad de ciclo supone un mayor caudal circulante a través de las válvulas del amortiguador, lo cual produce una mayor disipación energética en forma de calor (el método de conversión energética se produce tanto por los mecanismos de disipación viscosa como turbulenta), lo cual implica necesariamente una mayor temperatura final de las partes del amortiguador.

16- Se ha determinado mediante simulación (no ha sido posible la contrastación experimental si bien no resulta necesaria por ser el fluido la fuente generadora de calor) que la parte más caliente del amortiguador una vez ha finalizado en ciclo al que se lo ha sometido es el fluido.

17- El modelo matemático predice que la zona de máxima disipación energética hacia el exterior por unidad de superficie resulta ser la zona inferior del cilindro exterior del amortiguador. La razón reside en que tiene la combinación óptima de coeficiente de transferencia de calor por convección (recuérdese que el coeficiente de transferencia de calor por convección en el lateral del tubo exterior se ha tratado localmente mediante correlaciones semi-empíricas) y temperatura relativa al medio ambiente.

Desafortunadamente la conclusión anterior no se puede afirmar con certeza, pues no se ha podido comprobar experimentalmente. Efectivamente, el hecho de no tratar localmente el resto de los coeficientes de transferencia de calor por convección puede modificar la conclusión anterior.

18- Asimismo, el modelo matemático muestra que, referenciado a la energía de entrada, a mayor velocidad de ciclo la energía disipada es mayor, por lo que la energía acumulada en forma de calor disminuye.

19- Como conclusión general, el modelo presentado es innovador en tanto que es capaz de predecir los fenómenos térmicos que tienen lugar, si bien hay ciertos fenómenos que no son reproducidos.

## 9- Propuestas de mejora

En los puntos que siguen se ha tratado de exponer las partes mejorables del modelo matemático propuesto, las cuales no han sido consideradas ya sea por falta de información técnica o bien por que su introducción requiere un estudio completo similar al realizado hasta el momento.

Se procede a exponer las ideas de propuesta de mejora.

- 1- Con el fin de realizar un mejor chequeo de la descripción térmica del modelo matemático y obtener un mejor provecho de la modelización (pues el modelo presentado tiene un gran potencial de cálculo), se deberían realizar ensayos exclusivamente destinados a su verificación y refine, tales como el chequeo de la temperatura de los fluidos, piezas interiores del amortiguador, coeficientes de transferencia de calor por convección, etc.
- 2- Si bien supone una pérdida de la generalización del modelo presentado (capacidad de predecir aceptablemente bien un amortiguador cualquiera), se puede particularizar el programa (introducción de una geometría concreta, correlaciones empíricas para las válvulas y los fluidos, etc.) para el diseño de un nuevo amortiguador o para la optimización de uno ya existente (mejora de la ventilación para la máxima evacuación de calor posible, optimización de la fuerza de amortiguamiento, etc.).
- 3- Obviamente resulta posible modificar las condiciones ambientales exteriores para simular ventilaciones forzadas (tal y como ocurre realmente en los vehículos) mediante la modificación del cálculo del coeficiente de transferencia de calor por convección, lo cual permitiría utilizar el modelo matemático dentro de un modelo de vehículo más completo.
- 4- Otro punto mejorable del modelo matemático es el método utilizado para el cálculo de los coeficientes de transferencia de calor por convección.

En todas las zonas del amortiguador en las que existe transferencia de calor entre sólido y fluido exceptuando el exterior del tubo exterior se ha calculado su coeficiente transferencia de calor por convección constante en vez de local.

Una mejora lógica del modelo consiste en calcular los coeficientes de transferencia de calor por convección local, lo cual supondría una mayor precisión de cálculo que debería traducirse en una mejor correlación con el amortiguador real.

Si bien es, a priori, una modificación sencilla (únicamente deben cambiarse las expresiones para la obtención del coeficiente de calor por convección), la dificultad del cambio radica en que no se han encontrado correlaciones que permitan su cálculo teniendo en cuenta la geometría utilizada en el amortiguador o bien, las correlaciones que se han obtenido no eran apropiadas para su uso debido a que no cumplían alguna de las condiciones requeridas para su aplicación (como por ejemplo, encontrarse dentro de unos límites expresados en forma de números adimensionales en los que las expresiones son utilizables).

Bajo tales condiciones, el primer paso debe consistir en la búsqueda dentro de la bibliografía existente y relacionada con la materia de las expresiones existentes para el análisis de transferencia de calor por convección para ver si es aplicable al problema en cuestión.

- 5- Si bien también se pierde generalización en el modelo, resultaría extremadamente útil determinar experimentalmente la característica de pérdida de presión en función del caudal para las válvulas del amortiguador e introducir dicha característica en el modelo matemático, de forma que se realizaría una validación cualitativamente mejor de la parte térmica, pudiéndose determinar unos coeficientes de transferencia de calor particularizados.
- 6- El siguiente paso lógico consistiría en la fabricación de un amortiguador prototipo utilizando las válvulas de un amortiguador real de forma que se pueda instrumentar de forma sencilla para la medición de las temperaturas y de las presiones de trabajo.
- 7- Como última propuesta de mejora y basada en el hecho de que existe parte de la fenomenología que no se ha considerado en el modelo matemático, resulta lógico pensar que la inclusión de ésta debería aportar una mejora en la predicción del modelo.

Una suposición grosera que se ha utilizado en el modelo propuesto es la de asumir que el fluido dentro de una cámara tiene una temperatura uniforme para todo punto.

Si bien la hipótesis simplifica enormemente el cálculo matemático, también falsea el resultado en tanto que realmente existe un gradiente de temperatura del fluido. Efectivamente, es esperable que las zonas cercanas a las válvulas del amortiguador tengan una temperatura mayor que las lejanas a éstas, pues es en la zona donde se produce el cambio de energía cinética a térmica.

Consecuentemente, la transferencia de calor que se ha utilizado desde el fluido hacia sus fronteras no se encuentra optimizada y puede ser mejorada.

Así pues, la propuesta de mejora consiste en no suponer que el fluido de una cámara se encuentra a temperatura uniforme y proceder a calcular su temperatura de forma local.

Desafortunadamente el cálculo local de la temperatura requiere conocer el campo de velocidades del fluido estudiado, por lo que, previo al cálculo del mapa de temperaturas debe resolverse su estado cinemático, cálculo extremadamente complejo y de difícil validación experimental.

Únicamente destacar que el cálculo realista del campo de velocidades del fluido de trabajo requiere una buena descripción de las condiciones de frontera, lo cual implica conocer al detalle la geometría de la válvula del amortiguador, perdiéndose parte de la “simplicidad” del modelo.

## **Anexo 1**

### **Sensibilidad de las válvulas del amortiguador**

Debido a que las válvulas son el principal elemento responsable de la fuerza de amortiguamiento, se pretende estudiar cómo afecta a la pérdida de carga un cambio sobre su geometría o sobre los parámetros más importantes del fluido (densidad, viscosidad y temperatura).

Inicialmente se estudiará el comportamiento de las válvulas por separado (válvula siempre abierta y válvula limitadora) para, posteriormente determinar el comportamiento de la válvula como un conjunto.

Los valores que se utilizarán para el estudio provienen de valores estimativos de los parámetros geométricos del amortiguador, pero se debe tener presente que la pérdida de carga obtenida no es necesariamente cuantitativamente representativa ya que es la correspondiente a la caída de presión en un conducto único cuando, en realidad, suele haber más de uno, dispuesto en paralelo, para obtener una caída de presión menor bajo el mismo caudal.

## **A.1.1- Sensibilidad de las válvulas**

Se analizará la sensibilidad de las válvulas en frente del diámetro, la longitud del conducto, la densidad y viscosidad del fluido que circula y en el caso de la válvula limitadora de la precarga del muelle, de su taraje y de la temperatura del fluido.

Debido a que una variación en el diámetro del conducto, en su longitud o en el fluido circulante produce el mismo efecto (cualitativamente) sobre el conducto siempre abierto (a) que sobre la limitadora (b), el análisis de la sensibilidad se estudiará solamente sobre uno de ellos.

### **A.1.1.1- Variación del diámetro**

La caída de presión en un conducto siempre abierto se ha obtenido en el apartado de modelización y se determina como:

$$p_1 - p_2 = \frac{8\rho Q^2}{\pi^2 D^4} \left[ 1 + K + \frac{fL}{D} \right]$$

Donde  $p_1$  es la presión en la salida de la válvula,  $p_2$  es la presión en la entrada,  $\rho$  es la densidad del fluido,  $Q$  el caudal circulante,  $D$  es el diámetro del conducto de longitud  $L$ ,  $K$  la constante adimensional de pérdidas de carga singulares y  $f$  el coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach para la evaluación de las pérdidas de carga continuas.

Debido a que la pérdida de carga depende de la cuarta potencia del diámetro (la influencia sobre las pérdidas de carga continuas y en la entrada son menores), es de esperar que la variación de dicho parámetro produzca un efecto notable.

Efectivamente la influencia del diámetro es notable, tal y como se puede comprobar visualmente en la figura 1, donde se ha modificado el valor inicial ( $D = 2,5mm$ ) en  $\pm 20\%$ .

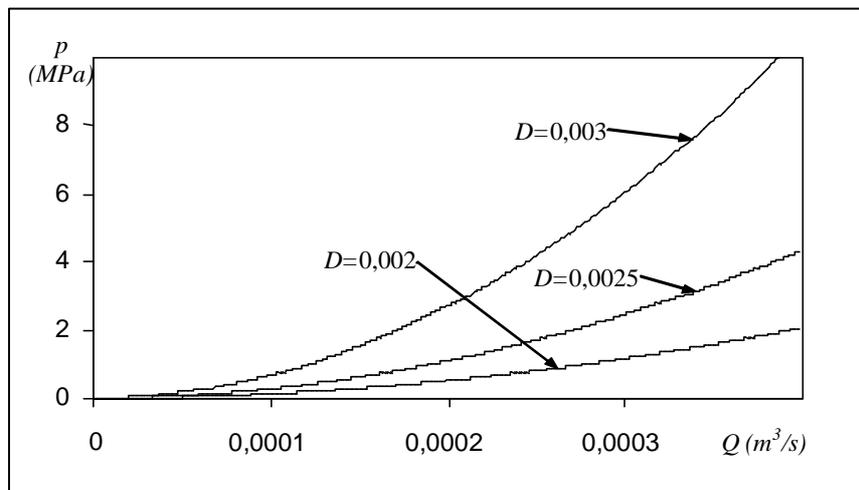


Fig. 1. Sensibilidad de las válvulas en función del diámetro del conducto.

### A.1.1.2- Variación de la longitud del conducto

La variación de la longitud del conducto únicamente afecta a la pérdida de carga continua y, debido a que ésta suele tener un orden de magnitud entre  $10^{-1}$  y  $10^{-2}$  mientras que las pérdidas de carga singulares son del orden de 1, la sensibilidad de las válvulas sobre el parámetro citado es despreciable, motivo por el cual no será representado gráficamente.

### A.1.1.3- Variación de la densidad del aceite

Con el fin de poder analizar como afecta la densidad sobre la caída de presión en la válvula, se hará un análisis término a término para poder predecir su efecto.

El término proporcional es  $8\rho Q^2/\pi^2 D^4$ , donde se observa una dependencia lineal, de forma que para una mayor densidad aparece una pérdida de carga mayor.

El término de pérdida de carga singular a la entrada para régimen turbulento se considerará constante mientras que para un régimen laminar se aproxima a  $K = 1,20 + 8\pi D\mu/\rho Q$ . Se observa que el segundo miembro depende inversamente de la densidad. Debido a que el producto de los factores es positivo y que su derivada respecto de la densidad es positiva en el entorno de  $\rho = 830$  (densidad típica de los aceites utilizados para los amortiguadores) y para los parámetros geométricos que se consideran, la pérdida de carga tiene que aumentar con la densidad.

Nuevamente el orden de magnitud en que se encuentra situado el término de pérdida de carga continua hace que sea despreciable, por lo que cuantitativamente afecta de forma insignificante sobre el comportamiento de la válvula.

De lo dicho se deduce que para una densidad mayor del fluido la pérdida de carga será mayor, hecho que se verifica en la figura 2, donde se ha variado el valor inicial de la densidad ( $830 \text{ kg/m}^3$ ) en un  $\pm 20\%$ .

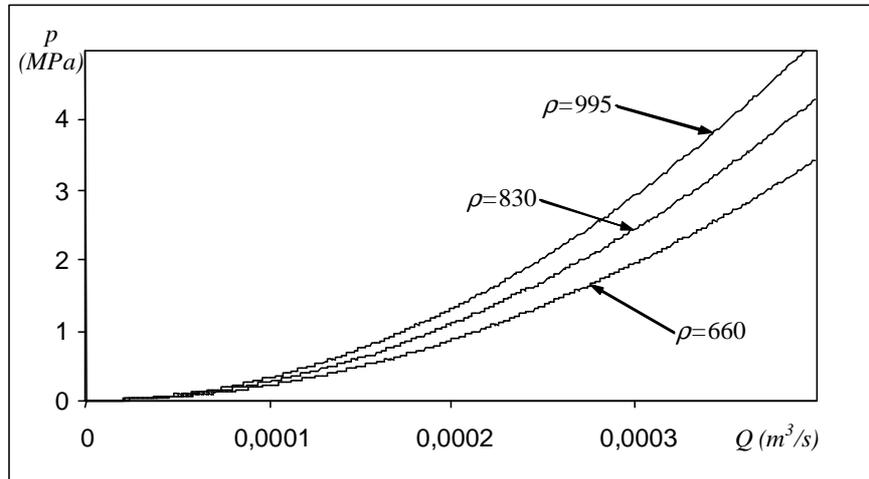


Fig. 2. Sensibilidad de las válvulas con la densidad [ $\text{kg/m}^3$ ] del fluido de trabajo.

#### A.1.1.4- Variación de la viscosidad del aceite

Analíticamente, la única dependencia que se detecta entre la caída de presión y la viscosidad se encuentra en la determinación del número de Reynolds, parámetro que afecta al coeficiente de pérdida a la entrada (en régimen laminar) y al coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach. Será suficiente analizar que sucede con ambos parámetros para poder predecir la sensibilidad de la válvula.

El coeficiente de pérdida de carga en la entrada para régimen laminar se encuentra con la expresión  $K = 1,20 + 8\pi D\mu / \rho Q$ . Un aumento de la viscosidad produce un aumento de la pérdida de carga por lo que respecta al coeficiente de pérdida de carga singular en régimen laminar. La variación entre viscosidades de diferentes aceites a la misma temperatura es relativamente elevada (a  $50^\circ\text{C}$  la relación entre la viscosidad de un aceite SAE 10W con uno SAE 30 es inferior a 3, lo que representa un incremento de la viscosidad de  $0,03 \text{ Ns/m}^2$  hasta  $0,1 \text{ Ns/m}^2$ ), lo cual provoca una variación del 50% del coeficiente de pérdida de carga para caudales extremadamente bajos, porcentaje que disminuye considerablemente a caudales mayores.

Por otra parte el hecho de aumentar la viscosidad hace disminuir el número de Reynolds aumentando el coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach y generándose mayores pérdidas de carga continuas. Nuevamente se ha de destacar el bajo orden de magnitud

de las pérdidas continuas en frente de las singulares, hecho que justifica que el efecto de las primeras sea despreciable.

La realidad es que, a pesar de que el factor de pérdida de carga en la entrada cambia con la viscosidad en regímenes laminares, el efecto se ve fuertemente paliado cuando se toma en cuenta el factor de pérdida de carga en la salida, motivo por el cual la viscosidad no tiene un papel determinante como es el caso de la densidad y de los diámetros de los conductos aunque sí tiene un efecto notable, tal y como se presenta en la figura 3, donde se han tenido en cuenta tres aceites con la misma densidad pero con grados de viscosidad SAE diferentes.

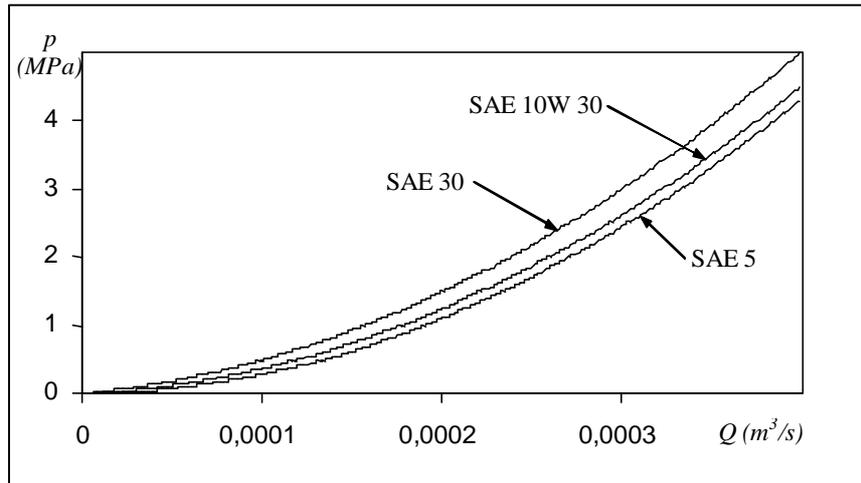


Fig. 3. Sensibilidad de las válvulas con la viscosidad

### A.1.1.5- Variación de la constante elástica del muelle

Aunque parezca que el taraje del muelle en la válvula limitadora tiene un papel muy importante, de la gráfica que se presenta se deduce que no es así.

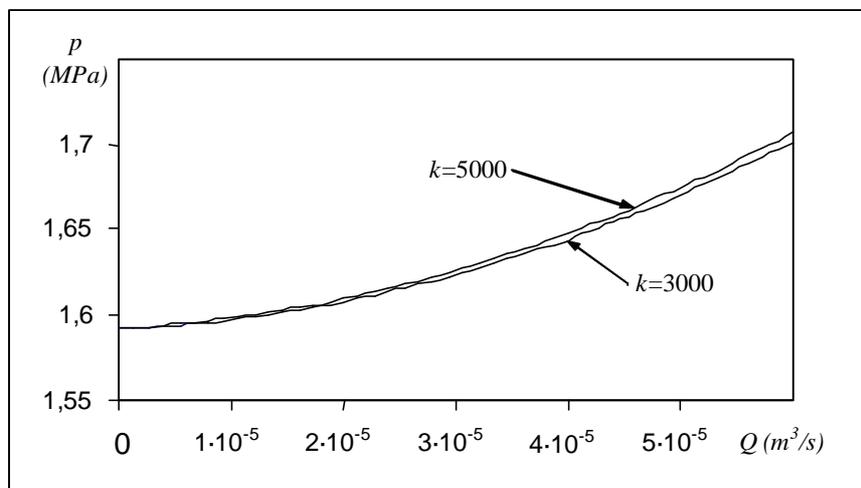


Fig. 4. Sensibilidad de las válvulas con la constante elástica del muelle  $[N/m]$ .

El coeficiente de pérdida de carga en la válvula se encuentra como:

$$K'_b = 1.3 + \frac{D_b^4}{80D_d^2} \left( \frac{1}{x^2} \right)$$

donde  $K'_b$  es el coeficiente de pérdida singular,  $D_b$  el diámetro del conducto de la limitadora y  $x$  la separación entre el disco y su asiento.

Para que el segundo término  $\left( \frac{D_b^4}{80D_d^2 x^2} \right)$  sea comparable en orden de magnitud al primero, el valor de  $x$  tiene que ser inferior a  $10^{-5} m$  valor que se supera rápidamente para caudales muy bajos, caudales para los que la posición del disco sí produce efectos significativos.

A efectos prácticos, el taraje del muelle es útil para producir fuerzas de precarga “elevadas” a partir de muelles de poca longitud (con el consecuente ahorro de espacio que ello supone) y no tanto para controlar la posición del disco.

### A.1.1.6- Variación de la precarga del muelle

La fuerza de precarga que ejerce el muelle sobre el disco tiene la finalidad de controlar a partir de que presión debe empezar a funcionar la válvula limitadora para poder disminuir la velocidad de crecimiento de la fuerza amortiguadora.

La figura 5 es suficientemente ilustrativa del efecto que tiene la fuerza de precarga inicial.

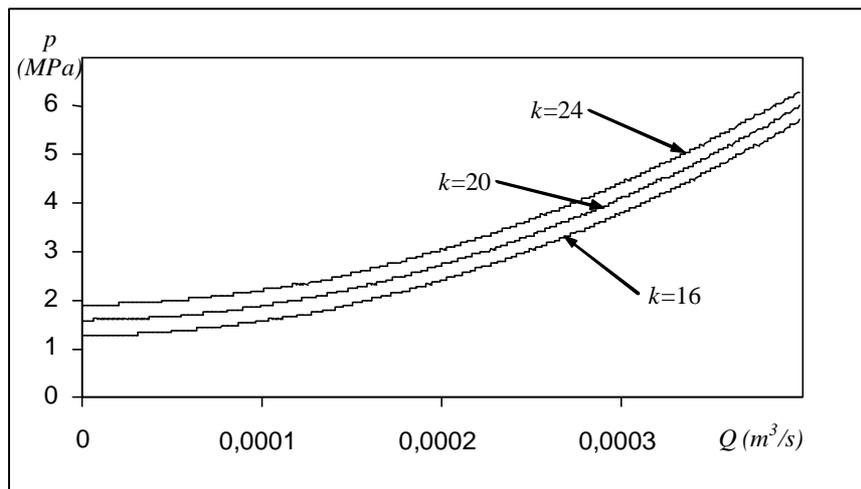


Fig. 5. Sensibilidad de las válvulas con la constante elástica del muelle  $[N/m]$ .

## A.1.2- Sensibilidad de la válvula completa

Existen varios mecanismos para controlar y/o modificar la curva característica de la válvula conjunta. Los principales consisten en variar los parámetros geométricos de las válvulas, las características del aceite, aumentar o disminuir el número de conductos que actúan y modificar el taraje del muelle o su precarga.

La modificación de los parámetros geométricos, de la característica del aceite y del taraje del muelle de la válvula limitadora se ha estudiado anteriormente por lo que no se añadirá nada más al respecto.

Por lo referente al número de pasos o de conductos por los que circula el aceite es un parámetro de diseño importantísimo y se estudiará su efecto en la válvula conjunta, aunque, a partir de las representaciones gráficas que se han presentado, su efecto es fácilmente deducible.

A pesar de que en el apartado anterior se ha estudiado la sensibilidad de la válvula limitadora con la fuerza de precarga, por ser un parámetro que permite ser ajustado en un gran número de amortiguadores (sobre todo amortiguadores deportivos) y que afecta a la válvula conjunta, se realizará un nuevo estudio sobre este.

### A.1.2.1- Sensibilidad frente al número de conductos

Lógicamente, si se aumenta el número de conductos por los que puede circular el fluido, el caudal total se reparte de forma que, para el mismo caudal, la caída de presión será menor.

De lo mencionado se deduce que si se produce un aumento en el número de conductos fijos, para un mismo caudal la pérdida de carga será menor, y como la válvula limitadora empieza a funcionar a partir de una presión mínima, tendrá que circular una cantidad mayor de caudal para que ésta cumpla su función. Lógicamente la curva resultante será más plana.

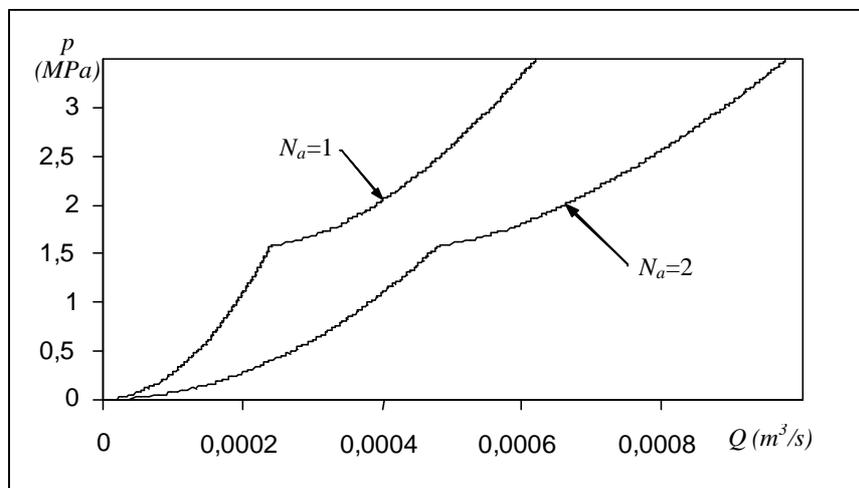


Fig. 6. Sensibilidad de la válvula de un amortiguador con el número de conductos siempre abiertos.

En la figura 6 se ha mostrado el comportamiento de la válvula cuando existe una única válvula limitadora y se pasa de un conducto siempre abierto a dos.

Por otra parte, también se pueden variar el número de válvulas limitadoras. En tal caso, el resultado tiene que afectar únicamente a la parte superior de la curva haciéndola más plana, afirmación que se verifica en la figura 7.

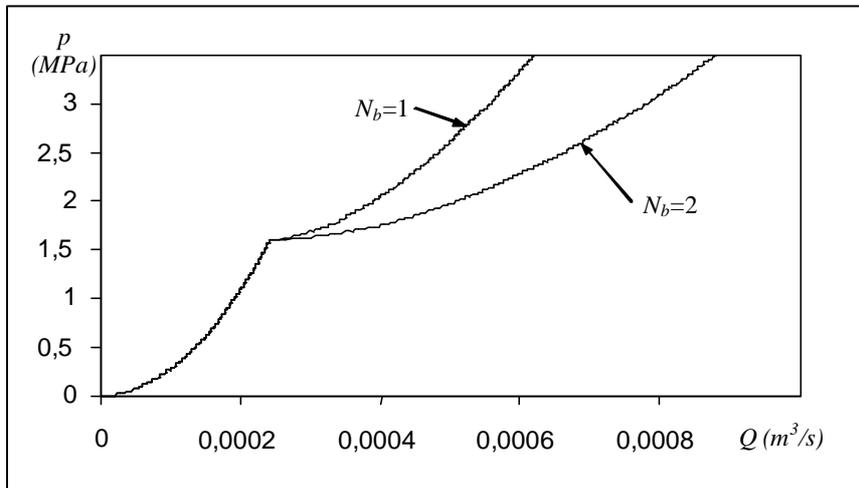


Fig. 7. Sensibilidad de la válvula de un amortiguador con el número de válvulas limitadoras.

### A.1.2.2- Sensibilidad frente de la fuerza de precarga

En la práctica existen un gran número de amortiguadores tales que permiten regular la fuerza de precarga (generalmente en compresión aunque pueden ser regulables en ambos sentidos) mediante el roscado de un tornillo exterior que comprime al muelle que actúa sobre el disco de la limitadora.

La modificación de la fuerza de precarga permite cambiar fácilmente la curva característica de las válvulas del amortiguador, controlando la presión de inicio de apertura de la válvula limitadora. Se muestra este efecto en la siguiente figura:

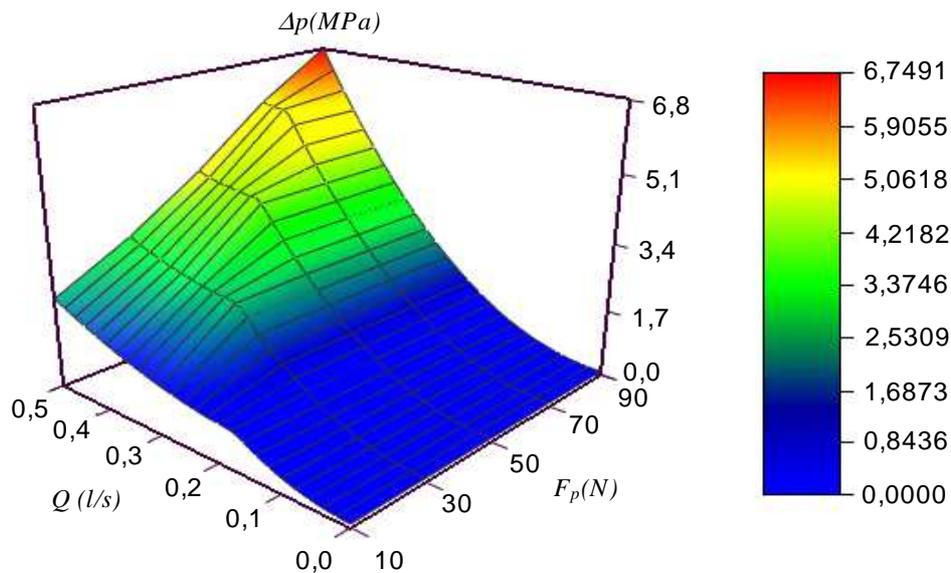


Fig. 8. Sensibilidad de la válvula de un amortiguador con la fuerza de precarga.

### A.1.2.3- Sensibilidad frente a la temperatura

No es un hecho extraño notar como el amortiguador cuando está frío hace una fuerza de amortiguamiento superior a la que hace cuando se encuentra a su temperatura normal de trabajo.

Esto se debe a que tanto las propiedades del fluido como las cotas geométricas del amortiguador cambian con la temperatura. En efecto, si se disminuye la temperatura del fluido, su densidad y viscosidad aumentan, por lo que, como ya se ha visto anteriormente, cabe esperar una mayor pérdida de carga que se traduce en una mayor fuerza de amortiguamiento.

Como efecto añadido, la disminución de la temperatura produce una breve contracción en el diámetro de los conductos, lo cual también favorece a un aumento en la fuerza de amortiguamiento. A efectos prácticos, una disminución de  $75^{\circ}C$  sobre un conducto de radio inicial de  $2,5mm$  y cuyo coeficiente de expansión térmica es de  $1,1 \cdot 10^{-5} C^{-1}$  produce un decremento sobre el radio de  $0,002mm$ , por lo que, si bien la sensibilidad de las válvulas en frente del diámetro del conducto es alta, el efecto de la dilatación térmica sobre éste es despreciable.

En la figura 9 se muestra el efecto de la temperatura sobre la caída de presión que tiene lugar en las válvulas cuando se pasa de una temperatura de trabajo de  $0^{\circ}C$  a  $75^{\circ}C$ .

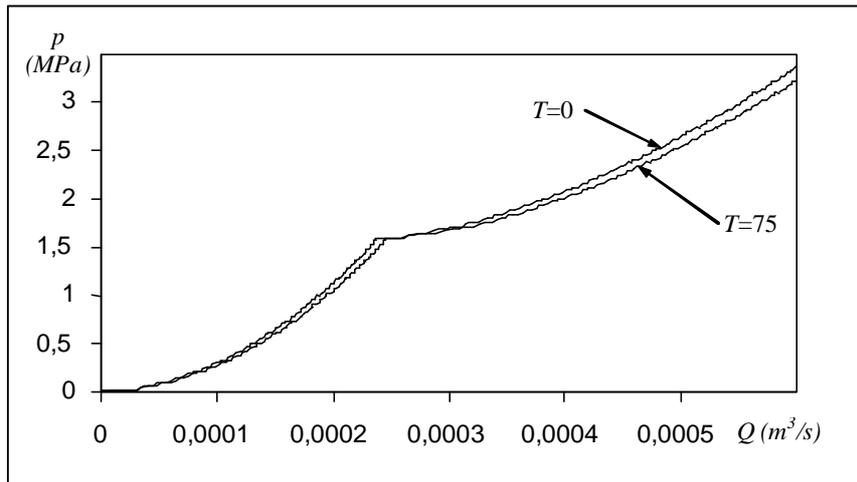


Fig. 9. Sensibilidad de las válvulas con la temperatura [°C].

### A.1.3- Conclusiones

En general, una pequeña modificación sobre el diámetro nominal de las válvulas tiene un efecto importantísimo. Es un hecho real que, en el proceso de fabricación en serie de amortiguadores “comerciales” y debido a la necesidad de abaratar costes, las tolerancias permitidas en la perforación o generación de los conductos de paso son relativamente grandes y se dan casos en los que dos amortiguadores de una misma serie tienen comportamientos sustancialmente diferentes.

No sucede lo mismo con la longitud de dichos conductos ya que se ha mostrado que una pequeña variación de su valor nominal apenas afecta al comportamiento global de la curva característica de la válvula.

Por lo que refiere a la densidad del aceite, cabe decir que tiene una influencia indiscutible en el comportamiento de la válvula, de donde se deduce que la compresibilidad del aceite que se utiliza en un amortiguador es un parámetro importante, como también lo es su coeficiente de dilatación térmica.

Referente a la viscosidad, el efecto que tiene sobre la fuerza de amortiguamiento es menor de la que cabría esperar debido a que siempre se tiende a buscar una pérdida de carga de efecto turbulento (efecto que se consigue por la disipación de la energía cinética que lleva el fluido en el interior de la válvula al mezclarse de forma turbulenta con el fluido que se encuentra en la cámara receptora), si bien también es un parámetro influyente y motivo por el cual se suelen utilizar aceites de alto índice de viscosidad.

Por lo que respecta a los parámetros del muelle, se ha concluido que la precarga sí tiene un efecto destacable mientras que su constante elástica no la tiene, motivo por el cual se utiliza la rigidez para obtener una fuerza de precarga elevada con muelles de longitudes reducidas y una capacidad de regulación mayor para pequeñas compresiones (en longitud) del muelle.

Para finalizar, en la válvula completa se ha observado que el hecho de cambiar el número de conductos por los que puede circular el fluido permite obtener características radicalmente diferentes. Pero se ha de tener en cuenta que si se modifica el número de conductos siempre abiertos produce un cambio en toda la curva característica mientras que la modificación del número de conductos de la válvula limitadora afecta sólo a la zona en que esta empieza a funcionar.

## Nomenclatura

$D$  : Diámetro del conducto

$D_a$  : diámetro del conducto siempre abierto

$D_b$  : diámetro del conducto de la válvula limitadora

$D_d$  : diámetro del disco de la válvula limitadora

$F_p$  : fuerza de precarga del muelle de la válvula limitadora

$f$  : coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach

$k$  : constante elástica del muelle de la válvula limitadora

$K$  : coeficiente de pérdida de carga singular

$K_i$  : coeficiente de pérdida de carga singular

$K'_i$  : coeficiente de pérdida de carga singular en el elemento  $i$  – *esimo*

$L$  : longitud del conducto

$N_a$  : número de conductos siempre abiertos

$N_b$  : número de conductos de la válvula limitadora

$p$  : presión

$p_1$  : presión en la salida

$p_2$  : presión en la entrada

$Q$  : caudal

$x$  : desplazamiento relativo del disco de la válvula limitadora respecto a su asiento

$\rho$  : densidad del fluido

## **Anexo 2**

### **Constante elástica equivalente de un disco de pequeño espesor**

La determinación de la constante elástica equivalente de un disco de pequeño espesor se hará a modo de ejemplo a partir de la geometría y de las condiciones de funcionamiento de la válvula de la base del amortiguador KAYABA 6K0513033D con el fin de no utilizar un método tal que permita su deducción teórica y general, habida cuenta que tal método resulta extremadamente complejo y requiere la asunción de ciertas hipótesis no válidas para su aplicación general.

En la figura 1 se ha representado uno de los discos elásticos anteriormente citados y cuya geometría se encuentra íntegramente descrita en el plano de conjunto A.5.2.30.

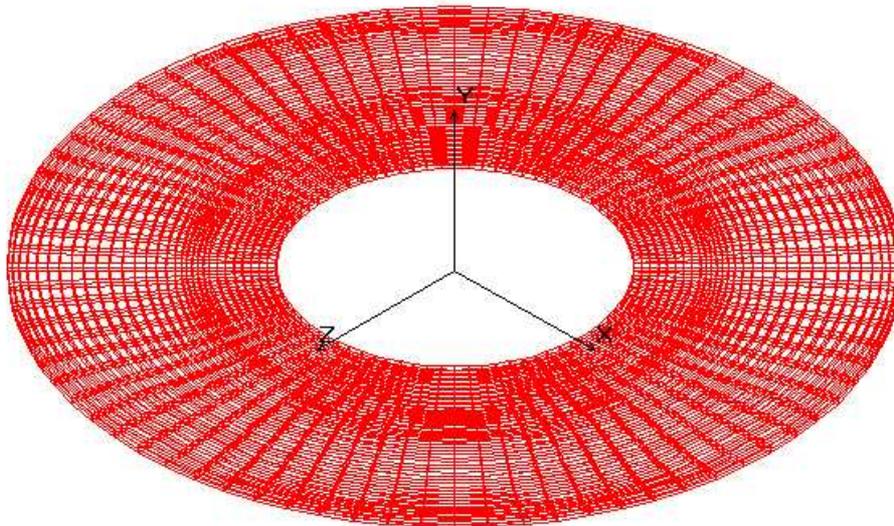
En la válvula en cuestión, el disco se encuentra apoyado sobre sus asientos impidiendo el paso de fluido en el ciclo de compresión. No obstante, al aplicar una presión sobre la cara opuesta, el disco se deforma formando un conducto a través del cual el fluido puede circular.

Lógicamente, la pérdida de carga a la que se encontrará sometido el fluido dependerá de la apertura existente entre el asiento y el disco, apertura que será función de las características geométricas y elásticas del disco y de la zona de aplicación de la presión, así como su distribución.

La determinación analítica de la deformada del disco requiere conocer el tensor de tensiones en cualquier punto de la geometría de éste, análisis extremadamente complejo por tratarse de una pieza plana y no ser aplicable la teoría de las piezas prismáticas (aquellas en las que una dirección prevalece sobre las otras).

El análisis tensional y la deformada se obtendrán mediante la simulación por elementos finitos.

El primer paso consiste en la introducción y generación de la malla sobre la geometría del disco, malla que permite definir los elementos que sustituirán al disco.



*Fig.1.* Elementos finitos sobre el disco.

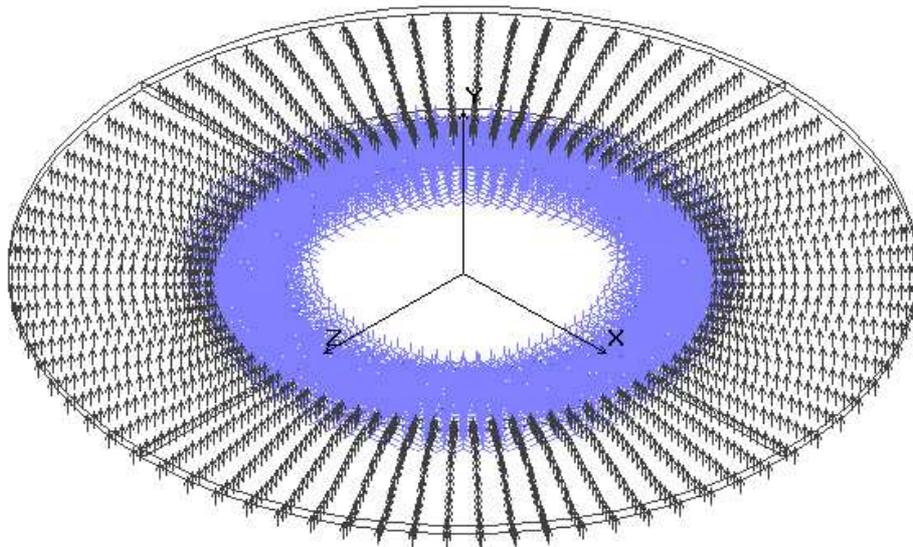
La malla del disco está compuesta por 30 elementos en el sentido radial, 2 en el sentido vertical y 80 en el sentido circunferencial, haciendo un total de 4800 elementos. Cada elemento se compone de 20 nodos (8 nodos en los vértices más un nodo en el punto medio de cada arista), haciendo un total de 8315 nodos.

El siguiente paso consiste en definir las condiciones de contorno sobre los elementos del disco, esto es los desplazamientos permitidos y la presión que se aplica sobre cada una de sus caras.

El disco se encuentra inferiormente en contacto con el chasis de la válvula de la base y superiormente (de forma indirecta, A.5.2.25) con el disco 5 (plano CAD A.5.2.34), el cual es inmóvil. Bajo tales condiciones se puede asumir que dichas partes se encuentran impedidas de movimiento translacional, concretamente se puede asumir que se encuentran empotradas.

Asimismo, se asumirá que la caída de presión es equivalente a una única presión aplicada en la cara inferior y que, además, la presión se aplica de forma uniforme a toda la superficie afectada, situación que puede no ser representativa.

Una vez introducidas las condiciones anteriores, se obtiene la figura 2, donde se observa la presión en la cara inferior y la zona interior de empotramiento..



*Fig. 2.* Desplazamientos y cargas aplicadas sobre los elementos del disco.

A partir de la introducción de las condiciones de contorno y de las cargas aplicadas sobre el modelo, se procede a la resolución del sistema.

En la figura 3 se presenta la tensión equivalente de Von-Misses para la cara superior del disco cuando la presión aplicada es de  $0,9\text{MPa}$  :

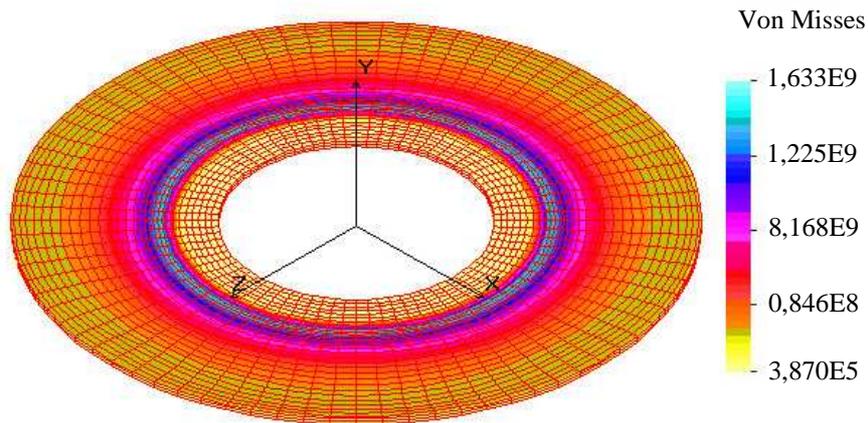


Fig. 3. Tensión equivalente de Von-Misses para una presión de 0,9MPa .

Lógicamente, la tensión máxima que se aprecia se encuentra en la zona de empotramiento, tal y como era de esperar.

Aunque no ha sido posible determinar el material exacto de que se ha fabricado el disco, sí se sabe que es de acero. El funcionamiento de la válvula requiere que el material sea elástico (bajo módulo de elasticidad), por lo que se han utilizado las propiedades elásticas del acero AISI 304:

$$E = 1,9 \cdot 10^{11} Pa$$

$$\nu = 0,29$$

$$G = 7,5 \cdot 10^{10} Pa$$

Una vez se han introducido las constantes elásticas se procede a la determinación de la deformada del disco, deformada que se representa en la figura 4:

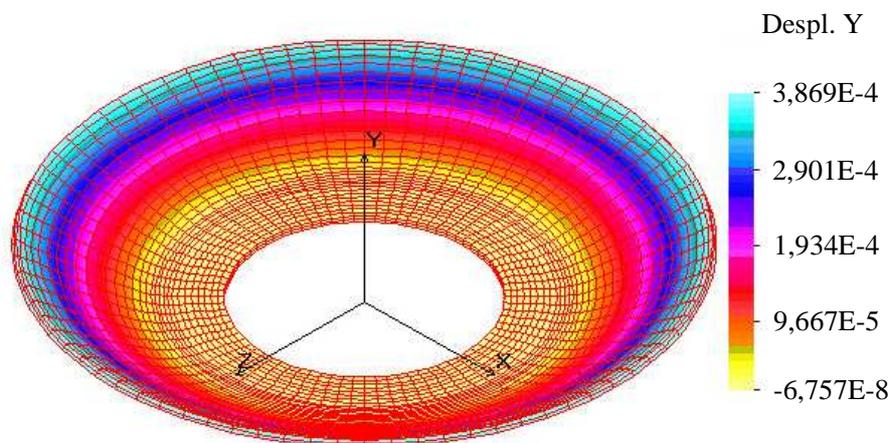


Fig. 4. Desplazamientos verticales del disco para una presión de 0,9MPa .

El proceso de obtención de desplazamientos bajo unas ciertas condiciones de presión ya ha sido descrito, por lo que se está en condiciones de presentar una tabla con los diferentes resultados de desplazamiento vertical obtenidos para diferentes presiones:

$\Delta p (MPa)$	$\delta (m)$
0,1	$4,3 \cdot 10^{-5}$
0,3	0,000129
0,5	0,000215
0,7	0,000301
0,9	0,000387

Tabla 1. Deformación del disco en frente de la presión aplicada.

Donde  $\Delta p$  es la presión que actúa sobre el disco y  $\delta$  el desplazamiento vertical que sufre el extremo del disco.

La representación gráfica mostrada en la figura 5 demuestra que existe una relación lineal entre el desplazamiento del extremo del disco y la presión aplicada.

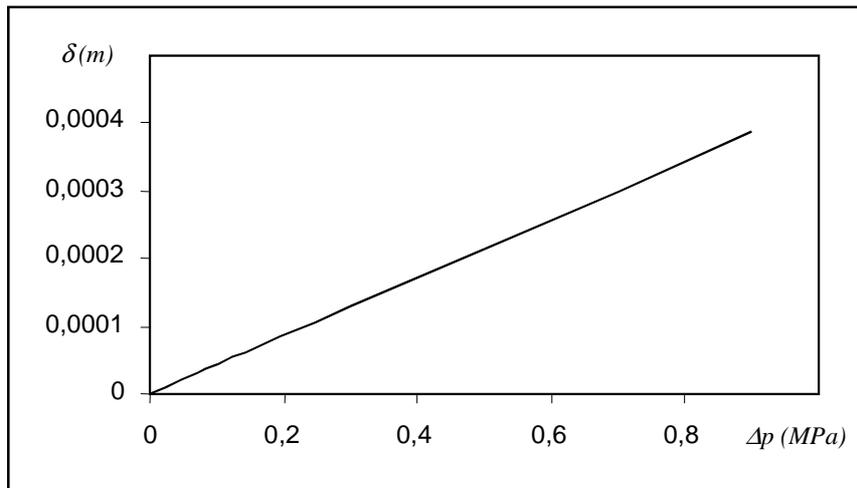


Fig. 5. Deformación del disco en frente de la presión aplicada.

La regresión lineal se define como:

$$\delta = a \cdot \Delta p = 4,298 \cdot 10^{-10} \Delta p$$

Donde  $a$  es el coeficiente de ajuste.

Teniendo en cuenta que la presión es una fuerza por unidad de superficie, se puede modificar la ecuación anterior para obtener:

$$F = \frac{S}{a} \delta$$

Donde  $S$  es la superficie sobre la que actúa la presión.

Debido a que existe una dependencia lineal entre la fuerza que ejerce el fluido y el desplazamiento vertical del disco, se puede imaginar que el desplazamiento del disco se encuentra gobernado por un muelle cuya constante elástica debe ser:

$$k = \frac{S}{a} \Rightarrow F = k_u \delta$$

Donde  $k_u$  es la constante elástica equivalente para un disco.

En las válvulas de disco que controlan la sección de paso del fluido a partir de la deformación elástica de éste suelen existir varios discos en contacto ya que esto permite de una forma relativamente sencilla la modificación de la curva de actuación de la válvula (ya sea mediante el cambio del número de discos o mediante el cambio en sus rigideces). Lógicamente, la fuerza deformadora se debe repartir entre ellos, motivo por el cual, si existen  $n$  discos, la constante elástica equivalente total se debe obtener como:

$$k = n \cdot k_u$$

De los planos CAD, se obtiene que la superficie de acción de la presión sobre el disco que compone la válvula de la base a compresión del amortiguador KAYABA 6K0513033D es:

$$S = \frac{\pi}{4} (20^2 - 12,2^2) = 197,3 \text{ mm}^2 = 197,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

y teniendo presente que la regresión lineal daba un coeficiente de ajuste:

$$a = 4,298 \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}}{\text{Pa}}$$

La constante unitaria del disco es:

$$k_u = \frac{197,3 \cdot 10^{-6}}{4,298 \cdot 10^{-10}} = 45,9 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Al tener 4 discos deformables en la válvula, se deduce que la constante total es:

$$k = 183,6 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Por lo que, una vez obtenida la constante elástica equivalente, se puede hacer un tratamiento normal de válvula limitadora.

**Nomenclatura:**

$\Delta p$  : presión que actúa sobre el disco

$\delta$  : desplazamiento vertical del extremo del disco

$a$  : coeficiente de ajuste

$F$  : fuerza sobre el disco

$k$  : constante elástica

$k_u$  : constante elástica de un disco

$S$  : superficie sobre la que actúa la presión

## **Anexo 3**

### **Cálculo de los coeficientes de transferencia de calor por convección**

## A.3.1 Convección natural

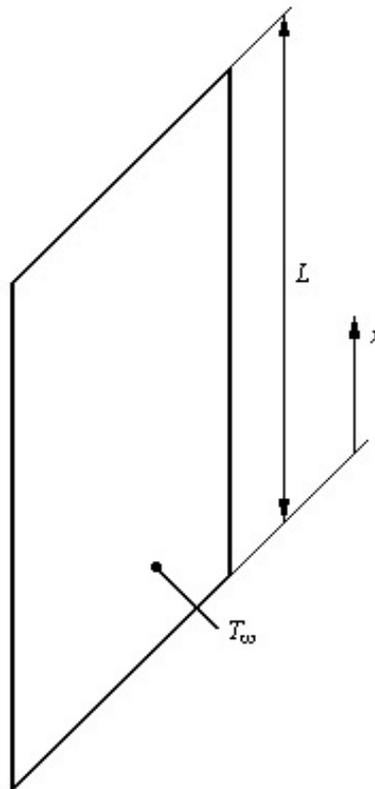
Como hecho destacable dentro de la convección natural se debe destacar que los espesores de la capa límite térmica e hidrodinámica son iguales habida cuenta que los gradientes de velocidad son consecuencia de los gradientes de temperatura.

La orientación y la geometría del límite sólido son de primordial importancia. Las consideraciones a seguir se presentan en función de la geometría.

Si bien los casos que se van a comentar no corresponden directamente con las necesidades existentes dentro del amortiguador, abren el camino de la aproximación debido a que a menudo no se encuentra la información necesaria para poder abordar el problema.

### A.3.1.1 Pared vertical

En la figura 1 se muestra la geometría a considerar.



*Fig.1.* Placa vertical

Se definen los números adimensionales de Grashof y de Prandtl como:

$$\text{Gr} = \frac{g \varphi_f \rho^2 (T_w - T_f) X^3}{\mu^2}$$

$$\text{Pr} = \frac{\mu c_p}{k}$$

donde  $g$  es el valor de la gravedad y  $X$  es la longitud característica del sistema, en el caso que se está estudiando es la longitud de la placa y  $c_p$  la capacidad calorífica del fluido a presión constante.

En la obra de Wong [11], se considera que para el caso a tratar, el régimen laminar se produce cuando  $10^4 < \text{Gr} \cdot \text{Pr} < 10^9$  y que el régimen turbulento se produce para  $\text{Gr} \cdot \text{Pr} > 10^9$ , considerándose que la convección es negligible para  $\text{Gr} \cdot \text{Pr} < 10^3$ .

Se define el número de Nusselt como:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha X}{k}$$

El método de obtención del coeficiente de transferencia de calor por convección consiste en calcular de forma alternativa el número de Nusselt mediante correlaciones semi-empíricas. En este caso, se propone:

$$\text{Nu} = C(\text{Gr} \cdot \text{Pr})^n K$$

donde  $C$ ,  $n$  y  $K$  son constantes y coeficientes de ajuste.

Para el flujo laminar se tienen los valores de los coeficientes:

$$C = 0,8$$

$$n = \frac{1}{4}$$

$$K = \left[ 1 + \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{4}}$$

Se puede localizar el coeficiente de transferencia de calor por convección si se localiza el Nusselt. En tal caso, se debe utilizar como longitud característica la posición absoluta ( $X = x$ ) y se debe considerar  $C = 0,6$  para la obtención del Nusselt.

Por lo que refiere al régimen turbulento, los coeficientes a utilizar son:

$$C = 0,0246$$

$$n = \frac{2}{5}$$

$$K = \left[ \frac{\text{Pr}^{\frac{1}{6}}}{1 + 0,494 \text{Pr}^{\frac{2}{3}}} \right]^{\frac{2}{5}}$$

Para la localización del Nusselt se debe tomar la posición en altura como longitud característica y  $C = 0,0296$ .

### A.3.1.2 Superficies planas horizontales

De la bibliografía [4], Warren recomienda las siguientes expresiones para el caso de la convección natural adyacente a placas horizontales.

*Placas calientes dirigidas hacia arriba o placas frías dirigidas hacia abajo* en el rango de  $10^5 < \text{Gr} \cdot \text{Pr} < 2 \cdot 10^7$ :

$$\text{Nu} = 0.54(\text{Gr} \cdot \text{Pr})^{\frac{1}{4}}$$

y dentro del rango  $2 \cdot 10^7 < \text{Gr} \cdot \text{Pr} < 3 \cdot 10^{10}$

$$\text{Nu} = 0.14(\text{Gr} \cdot \text{Pr})^{\frac{1}{3}}$$

*Placas calientes hacia abajo o placas frías hacia arriba* en el rango  $3 \cdot 10^5 < \text{Gr} \cdot \text{Pr} < 10^{10}$ :

$$\text{Nu} = 0.27(\text{Gr} \cdot \text{Pr})^{\frac{1}{4}}$$

En las ecuaciones anteriores, la longitud característica  $L$  es la longitud de un lado de la superficie cuadrada o la media de las dimensiones de una superficie rectangular o 0.9 veces el diámetro de una superficie circular.

### A.3.1.3 Cara superior de una placa horizontal isoterma con cualquier geometría

Debido a que las expresiones anteriores están pensadas para unas geometrías concretas, se presenta una correlación para placas planas con una geometría cualquiera y cuya superficie se encuentra a temperatura constante.

A partir de la obra de Warren M. Rohsenow, se obtienen los coeficientes de transferencia de calor para la superficie superior de una placa plana situada horizontalmente.

Como paso previo a la presentación de los resultados propuestos, se debe presentar la metodología propuesta por el autor.

Resumidamente, para un caso concreto se obtiene el número laminar de Nusselt ( $Nu_l$ ) que sería válido para una hipotética solución en donde todo el flujo fuera completamente laminar en toda la superficie. Asimismo se obtiene el Nusselt turbulento ( $Nu_t$ ) válido para aquella solución tal que todo el flujo fuera completamente turbulento sobre toda la superficie. Gracias a la combinación de los dos parámetros se obtiene un Nusselt que va desde un flujo completamente laminar hasta uno completamente turbulento, pasando por una combinación de ambos.

Dentro de la obtención de  $Nu_l$  se realizan dos pasos. Inicialmente no sólo se idealiza el flujo como completamente laminar, si no que además se trata la capa límite como delgada, de donde se obtiene un número de Nusselt de capa límite delgada  $Nu^T$ . Debido a que normalmente las capas límite laminares no son delgadas, se corrige el  $Nu^T$  mediante el método de Langmuir. El  $Nu^T$  corregido tiene como resultado el  $Nu_l$ .

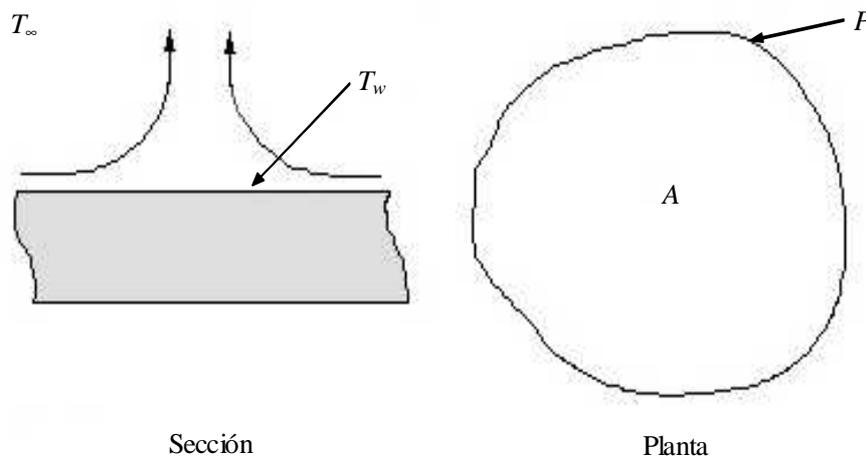


Fig. 2. Placa plana con convección por la cara superior

Para un caso cuyos parámetros se muestran en la figura 2, se tiene que el  $Nu^T$  es:

$$Nu^T = 0.835 \bar{C}_l Ra^{1/4}$$

Donde  $Ra$  es el número de Radan y  $C_l$  es aproximadamente una función universal definida a partir del número de Prandtl:

$$\text{Ra} = \frac{g\rho c_p \varphi_f \overline{\Delta T} L^3}{\nu k}$$

$$C_l = \frac{0.671}{\left[1 + (0.492/\text{Pr})^{9/16}\right]^{4/9}}$$

Donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido. Se define  $\overline{\Delta T}$  como la media ponderada del valor absoluto de la diferencia de temperaturas entre la pared y la temperatura del fluido en el infinito:

$$\overline{\Delta T} = \frac{1}{A} \int_A (T_w - T_\infty) dA$$

Una vez encontrado el Nusselt de capa límite delgada se encuentra el Nusselt laminar:

$$\text{Nu}_l = \frac{1.4}{\ln(1 + 1.4/\text{Nu}^T)}$$

El Nusselt turbulento se calcula como:

$$\text{Nu}_t = C_t^U \text{Ra}^{1/3}$$

Donde se define la función  $C_t^U$  como:

$$C_t^U = 0.14 \left( \frac{1 + 0.0107 \text{Pr}}{1 + 0.01 \text{Pr}} \right)$$

Una vez encontrados el Nusselt laminar y el turbulento, se pondera para obtener el Nusselt global:

$$\text{Nu} = \left( (\text{Nu}_l)^{10} + (\text{Nu}_t)^{10} \right)^{1/10}$$

El Nusselt se debe calcular con el término  $L^*$  definido como el cociente entre la superficie de transferencia entre el perímetro de la superficie:

$$L^* = \frac{S}{L_p}$$

por lo que el Nusselt que se debe utilizar para la obtención del coeficiente de transferencia de calor por convección queda como:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha L^*}{k}$$

### A.3.1.4 Cara inferior de una placa horizontal isoterma con cualquier geometría

Como en el caso anterior, de la bibliografía [4], se presentan los resultados propuestos por Warren M. Rohsenow. Dadas las características del sistema, se supone que no existe flujo turbulento, por lo que el resultado es válido para  $10^3 < Ra < 10^{10}$ .

La obtención del Nusselt de capa límite laminar delgada se hace mediante:

$$Nu^T = \frac{0.527}{[1 + (1.9/Pr)^{9/10}]^{2/9}} Ra^{1/5}$$

de donde se deduce el Nusselt total:

$$Nu = Nu_l = \frac{2.5}{\ln(1 + 2.5/Nu^T)}$$

La correlación propuesta se muestra dentro del  $\pm 20\%$  de los datos experimentales obtenidos utilizando como medio el aire.

### A.3.1.5 Cilindro vertical

Es un caso práctico que nos ocupa la convección natural en un cilindro vertical, por lo que se comentarán las expresiones empíricas que se utilizarán, tanto para flujo laminar como para el flujo turbulento.

*Cilindro vertical de gran diámetro.* H.Y.Wong [3], aconseja utilizar las expresiones para una placa plana cuando la transferencia de calor se produce en un cilindro vertical de gran diámetro.

Se debe comentar que la expresión local del Nusselt sólo resulta válida cuando  $D/L \geq 38Gr^{-1/4}$ .

*Cilindro vertical de reducido diámetro.* De la misma bibliografía, Wong aconseja el uso de las siguientes constantes para obtener el Nusselt medio a partir de las expresiones utilizadas para la placa plana vertical pero con los coeficientes que se presentan, siendo válidos únicamente para el flujo laminar:

$$C = 0.686$$

$$n = \frac{1}{4}$$

$$K = \left[ \frac{\text{Pr}}{(1 + 1.05 \text{Pr})} \right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\text{Nu}_{\text{total}} = \overline{\text{Nu}} + 0.52 \frac{L}{D}$$

### A.3.1.6 Expresiones simplificadas para la convección natural del aire

Existen multitud de casos en que el fluido involucrado en un caso de convección natural es el aire a presión atmosférica, por lo que existen autores que han modificado las expresiones anteriores con el fin de que se apliquen específicamente al aire.

A base de simplificaciones sobre las ecuaciones obtenidas, se ha podido obtener una expresión que muestra el coeficiente de transferencia de calor por convección natural de forma directa y explícita:

$$\alpha = 61.118A \left( 0.5958 \frac{\Delta T}{L} \right)^n$$

donde  $A$  y  $n$  son constantes que dependen de la geometría y de las condiciones del flujo, de la misma manera que lo hace la longitud característica  $L$ .

En la tabla 1 se presentan las constantes utilizadas. La obtención de  $\alpha$  a partir de la expresión anterior tiene las unidades de  $W/(m^2K)$  y la diferencia de temperaturas es la existente entre el volumen de aire y la superficie.

Geometría	Rango aplicable	$A$	$n$	$L$
Superficies verticales (planos y cilindros)	$10^4 < \text{GrPr} < 10^9$	0,29	1/4	Altura
	$10^9 < \text{GrPr} < 10^{12}$	0,19	1/3	1
Cilindros horizontales	$10^3 < \text{Gr}_D \text{Pr} < 10^9$	0,27	1/4	Diámetro
	$10^9 < \text{Gr}_D \text{Pr} < 10^{12}$	0,18	1/3	1
Planos horizontales placas calientes hacia arriba o placas calientes hacia abajo	$10^5 < \text{Gr}_L \text{Pr} < 2 \cdot 10^7$	0,27	1/4	Longitud lado
	$2 \cdot 10^7 < \text{Gr}_L \text{Pr} < 3 \cdot 10^{10}$	0,22	1/3	1
Placas frías hacia abajo o calientes hacia abajo	$3 \cdot 10^5 < \text{Gr}_L \text{Pr} < 3 \cdot 10^{10}$	0,12	1/4	Longitud lado

Tabla 1. Constantes para la obtención del coeficiente de transferencia de calor por convección del aire

## A.3.2 Convección forzada

Existen dos casos de especial interés dentro del apartado de convección forzada desde el punto de vista de flujo externo: el de flujo paralelo al cuerpo del amortiguador y el de flujo cruzado a este.

Debido a que los amortiguadores suelen estar montados verticalmente, el flujo que más se aproxima a la situación real es el de flujo cruzado, si bien en los ensayos y en la modelización que se realizarán se contemplará únicamente el flujo paralelo, pues es el tipo de flujo que tiene lugar como consecuencia del movimiento oscilatorio que produce el banco de ensayo.

Desafortunadamente, no se ha encontrado bibliografía donde se presenten correlaciones para la obtención del coeficiente de transferencia de calor por convección en el caso de un cilindro vertical y flujo externo paralelo, motivo por el cual, en el modelo térmico se partirá de las correlaciones de convección libre para evolucionarlas hacia la convección forzada en el caso en que fuese necesario.

### A.3.2.1 Cilindro en flujo cruzado

De la bibliografía [4] se obtiene la correlación:

$$Nu = C Re^n$$

con  $C$  y  $n$  como constantes, las cuales se presentan en la tabla 2.

Re	$C$	$n$
0,4 – 4	0,891	0,330
4 – 40	0,821	0,385
40 – 4000	0,615	0,466
4000 – 40000	0,174	0,618
40000 – 400000	0,0239	0,805

*Tabla 2.* Valores de las constantes para la obtención del Nusselt para un flujo perpendicular a un cilindro

En este caso, las propiedades del fluido tienen que ser evaluadas a la temperatura de la película. Los valores de  $\alpha$  determinados de la ecuación anterior se aplican a los gases. Para líquidos se debe agregar el término  $1.1Pr^{1/3}$ .

### A.3.2.2 Cilindro vertical de volumen variable

Un caso de vital importancia dentro de la fenomenología existente dentro del amortiguador proviene de la transferencia de calor que se produce cuando el volumen

de las cámaras de trabajo y de reserva cambia como consecuencia del movimiento del conjunto formado por el vástago y el pistón, forzando el movimiento del fluido.

No existe excesiva información de donde se pueda obtener el coeficiente de transferencia de calor por convección cuando se presenta un caso como el descrito, por lo que se utilizarán las expresiones obtenidas para los motores alternativos de combustión interna, donde se contempla un fluido encerrado dentro de un volumen cilíndrico variable.

Generalmente, las expresiones que se utilizan en los motores alternativos son modificaciones de las utilizadas para las placas planas y para los tubos.

De la bibliografía [2] se obtiene una expresión útil para el cálculo del número global de Nusselt:

$$\text{Nu} = C \text{Re}^m \text{Pr}^w (X^*)^n$$

Donde se han definido el número de Reynolds y el parámetro adimensional  $X^*$  como:

$$\text{Re} = \frac{\rho v_p D}{\mu}$$
$$X^* = \frac{D}{L}$$

En este caso,  $v_p$  la velocidad del pistón y  $L$  la longitud interna que ocupa el fluido dentro del cilindro.

Las constantes originales de la expresión anterior son:

$$C = 0.03622$$

$$m = 0.786$$

$$w = 0.786$$

$$n = 0.054$$

Se debe tener en cuenta que la expresión anterior es válida para régimen turbulento, por lo que no resulta útil cuando el movimiento es laminar. No obstante, debido a que en el amortiguador se suele buscar disipación turbulenta, es de esperar que el régimen turbulento sea predominante en todo el ciclo.

Lógicamente, las constantes anteriores son susceptibles de ser modificadas, habida cuenta que han sido optimizadas para motores alternativos, donde las características de funcionamiento y los fluidos utilizados son sustancialmente diferentes.

## Nomenclatura:

$A$  : superficie y constante

$c_p$  : capacidad calorífica a presión constante

$C$  : constante

$C_f$  : función universal

$C_t^U$  : función dependiente de Pr

$D$  : diámetro

$g$  : valor de la gravedad

Gr : número de Grashoff

$k$  : conductividad térmica

$K$  : constante

$l$  : longitud

$L$  : longitud

$L^*$  : relación entre la superficie de transferencia y el perímetro de dicha superficie

$L_p$  : perímetro

$m$  : constante

$n$  : constante

Nu: número de Nusselt

$Nu_l$  : Nusselt laminar

$Nu_t$  : Nusselt turbulento

$Nu^T$  : Nusselt de capa delgada

$P$  : perímetro

Pr: número de Prandtl

Ra: número de Radan

Re: número de Reynolds

$S$  : superficie

St: número de Stanton

$T$  : temperatura

$T_f$  : temperatura del fluido

$T_w$  : temperatura de la superficie del sólido

$T_\infty$  : temperatura del fluido en la zona no afectada por la transferencia de calor

$v$  : velocidad del fluido

$v_p$  : velocidad del pistón

$w$  : constante

$x$  : coordenada de posición

$X$  : longitud característica

$X^*$  : parámetro adimensional

$y$  : coordenada de posición

$\alpha$  : coeficiente convectivo de transferencia de calor

$\beta_f$  : coeficiente de compresibilidad del fluido

$\phi_f$  : factor de dilatación térmico del fluido

$\mu$  : viscosidad dinámica

$\nu$  : viscosidad cinemática del fluido

$\rho$  : densidad del fluido

**Bibliografía:**

- [1] Welty. -Transferencia de calor aplicada a la ingeniería (Limusa book, 1996).
- [2] A. Comas. -Apuntes de motores térmicos alternativos (UPC, not published, 2000).
- [3] Wong. -Handbook of heat transfer for engineers (McGraw-Hill book, 1982).
- [4] Warren M. Rohsenow. -Handbook of heat transfer (McGraw-Hill book, 1998).