Una anàlisi metodològica pel seguiment conjuntural de l'activitat industrial de les regions espanyoles

Miquel Clar López

Aquesta tesi doctoral està subjecta a la llicència ***Reconeixement 4.0. Espanya de Creative Commons***.

Esta tesis doctoral está sujeta a la licencia ***Reconocimiento 4.0. España de Creative Commons***.

This doctoral thesis is licensed under the ***Creative Commons Attribution 4.0. Spain License***.

UNA ANÀLISI METODOLÒGICA PEL SEGUIMENT CONJUNTURAL DE L'ACTIVITAT INDUSTRIAL DE LES REGIONS ESPANYOLES

Miquel Clar López

Tesi Doctoral dirigida pel Dr. Jordi Suriñach Caralt per a optar al títol de Doctor en Economia.
Programa de Doctorat: Economia i Territori. Anàlisi Quantitativa.
Departament d'Econometria, Estadistica i Economia Espanyola.
Universitat de Barcelona.
Juliol, 1998

CAPÍTOL 5

UN MODEL DE VARIABLES LATENTS PER A ESTIMAR UN INDICADOR QUANTITATIU DE L'ACTIVITAT INDUSTRIAL REGIONAL

5.1. INTRODUCCIÓ

Al capítol anterior s'ha analitzat l'idoneïtat d'estendre les metodologies indirectes que actualment s'apliquen en l'àmbit regional a Espanya per a elaborar un indicador quantitatiu de l'activitat industrial homogeni per a totes les CA espanyoles. La conclusió a la que s'ha arribat és que si bé l'estratègia emprada per l'IEC en l'elaboració de l'indicador per a la comunitat catalana permet obtenir una bona aproximació a nivell anual (i en tot cas també trimestral) els resultats obtinguts no són el suficientment satisfactoris. Cal doncs estudiar altres metodologies.

En aquest sentit, l'indicador regional cercat pot ésser interpretat com una variable latent (una variable no observable) que es desitja estimar. Des d'aquesta perspectiva és possible emprar l'instrumental relacionat amb els models *state-space* i el filtre d'en Kalman per tal d'estimar-la[1]. Així, en Israilevich i Kuttner (1993) partint d'aquest plantejament proposen estimar (de manera indirecta) indicadors regionals de producció industrial amb freqüència mensual. Amb aquesta aproximació intenten resoldre un problema comú en la majoria de mètodes indirectes[2]: els indicadors mensuals no acaben de recollir correctament l'evolució anual de les sèries macroeconòmiques disponibles. Per a assolir l'objectiu fixat modelitzen la producció mensual com una variable latent que depèn de diferents variables observables regionals i nacionals, imposant la consistència entre l'índex estimat mensual i les sèries anuals observades (o predites) del VAB regional. A més a més, amb la metodologia proposada també intenten solucionar un problema comú en alguns mètodes indirectes (com per exemple el de l'IEC): les estimacions de l'índex de producció regional es basen enterament en el supòsit de la validesa de l'índex de producció nacional com un perfecte indicador de l'*output* regional.

L'objectiu del present capítol és, doncs, estudiar l'aplicabilitat d'aquest enfocament al cas de les regions espanyoles. D'aquesta manera, en primer lloc es presenten els models *state-space* i el filtre d'en Kalman[3]. A continuació, es desenvolupa el model teòric i s'aplica a les regions

---

[1] Des d'un punt de vista més general cal assenyalar que en Econometria s'han emprat models que adopten una òptica semblant als models *state-space*. En concret, els models que contenen components no observables (com ara, a més a més dels models amb variables latents, els models amb errors a les variables, models d'ajust d'estat, models d'expectatives, ...). Doncs bé, aquests tipus de models poden beneficiar-se de l'instrumental relacionat amb el filtre d'en Kalman atès que permet (entre d'altres coses) estimar les variables no observables d'interès.

[2] Recordi's el comentat a l'apartat 2.3.2 referent als mètodes paramètrics i no paramètrics per a estimar una funció de producció anual que empren diversos bancs de la Reserva Federal dels EUA.

[3] Hem cregut oportú introduir en aquest capítol una presentació teòrica dels models *state-space* i del fitre d'en Kalman donat que es tracta d'una metodologia de modelització que es ve emprant en l'àmbit de l'Economia des de no fa gaire temps. En qualsevol cas, però, únicament es presenten els trets rellevants per a la investigació

del País Basc, Astúries i Andalusia. Per últim s'analitzen les possibilitats d'estendre aquesta metodologia a la resta de regions espanyoles a partir (de la validació) dels resultats obtinguts i es presenten les principals conclusions que es deriven de l'anàlisi realitzada.

5.2. ELS MODELS *STATE-SPACE*[4] I EL FILTRE D'EN KALMAN

Els models *state-space* i el filtre d'en Kalman varen ésser desenvolupats inicialment en el marc de l'Enginyeria de Control i més concretament en el camp del filtrat de senyals: donada una determinada mesura (dada, observació) que incorpora un soroll i conegudes les teories quantitatives que descriuen les equacions de comportament dels sitemes físics estudiats, es tractava d'estimar l'estat del sistema.

Ara bé, l'aplicació d'aquests models a l'àmbit de l'Economia es va trobar inicialment amb tot un seguit de problemes que feien pensar que hi haurien poques possibilitats per a introduir-hi aquests models. Ens estem referint bàsicament a dues qüestions: *a)* el fet que en Economia les lleis fonamentals sobre el comportament dels sistemes econòmics que determinen les equacions de comportament del sistema, a diferència del que succeeix en el camp de l'Enginyeria, són (gairebé en la seva totalitat) desconegudes[5] i, *b)* el filtre d'en Kalman pren els paràmetres del sistema (hiperparàmetres) com coneguts quan en Economia no ho són.

No va ésser fins a meitats dels setanta quan s'encetà el camí que va permetre aplicar aquesta tècnica en l'àmbit de l'Economia. Va ésser gràcies a un grup d'economistes que varen ésser capaços de canviar l'enfocament centrat en l'estimació de l'estat cap a l'estimació dels paràmetres del sistema i, aplicant els resultats d'en Schweppe (1965), varen emprar el filtre d'en Kalman com a una eina computacional per a avaluar la funció de versemblança en casos complexos. Així, els paràmetres del sistema van poder estimar-se de forma similar a com es feia a l'econometria clàssica. Al llarg dels vuitanta i començaments dels noranta, també es va avançar en l'obtenció dels valors necessaris per a la inicialització del filtre (Khon i Ansley -1986-, de Jong -1988 i 1991b-, Gómez i Maravall -1994- i Snyder i Saligari -1996-), entre d'altres). L'aplicació d'aquestes noves tècniques va facilitar la utilització del filtre d'en

desenvolupada intentant sintetitzar les múltiples aportacions teòriques que sobre aquest tema es troben dispersades per la literatura.

[4] A la literatura de parla hispana generalment es fa referència a aquests models com models de representació en l'espai dels estats. Tot i això, en aquest treball s'ha optat per la denominació en llengua anglesa.

[5] Per aquesta raó els treballs estaven centrats en esbrinar aquestes lleis a partir de les dades amb soroll observades i no es limitaven a dur a terme un procés de filtrat.

Kalman i l'obtenció, com a subproducte, d'estimacions de la variable d'estat condicionades a aquests paràmetres i valors inicials. Aquesta nova interpretació dels models *state-space* i del filtre d'en Kalman es va convertir, per tant, en el marc idoni pels models dinàmics de variables latents[6].

A continuació es presenten els elements teòrics que constitueixen els fonaments d'aquesta metodologia. Així, en primer lloc s'introdueixen formalment els models *state-space* i l'estimació dels hiperparàmetres i, tot seguit, les equacions del filtre d'en Kalman. Per últim, s'aborda la problemàtica associada a la seva inicialització i es tracten altres tòpics relacionats amb la tècnica considerada, com ara la predicció i l'allisat.

5.2.1. Els models *state-space*

Els models *state-space* no són més que una forma de representar els fenomens dinàmics mitjançant la qual es descriu el comportament d'un (o més) *outputs* en funció d'una (o més) variables internes anomenades variables d'estat i d'un conjunt d'*inputs*. Així, el comportament del sistema ve determinat en dues etapes. A la primera, els *inputs* determinen les variables d'estat i, a la segona, les variables d'estat generen el comportament (dinàmic) del sistema.

Com es dedueix de l'anterior, les variables d'estat són claus en els models *state-space*. Aquestes variables, que són no observables (com pot ésser, per exemple, en el context d'aquest treball l'indicador quantitatiu de l'activitat industrial cercat o, en altres contextes la renda permanent o les components d'una sèrie temporal), es deriven internament en el sistema període a període en funció del senyal exterior.

De manera intuïtiva, la idea general que hi ha darrera dels models *state-space* és molt simple i pot resumir-se com segueix: l'objectiu és conèixer el comportament d'una (o vàries) variable(s) d'estat o estat de natura (que es simbolitzarà per α_t)[7]. Per a assolir aquest objectiu i, atesa la naturalesa no observable d'allò que es vol conèixer, es considera la hipòtesi que una

---

[6] De tota manera, però, el camp potencial per a l'aplicació d'aquesta tècnica en el camp econòmic no es redueix a aquest tipus de models. En aquest sentit, cal destacar, per exemple, els models estructurals de sèries temporals i els models de coeficients variants al llarg del temps.

[7] Noti's que en el supòsit d'una única variable α, $t=1, \ldots, T$ és un escalar, mentre que si es tracta de dues o més variables és un vector.

(o vàries) variable(s) observable(s), que es denotaran per X_t[8], recullen el comportament d'α_t. A més, en el supòsit més senzill, es considera que la relació entre ambdues variables és de tipus lineal. Així doncs, a partir d'X_t és possible conèixer α_t:

$$X_t = \Gamma_t \cdot \alpha_t + \varphi_t + \varepsilon_t, \qquad [5.1]$$

on X_t i α_t són dos vectors d'ordre N*1 i M*1 que recullen els valors de les N variables observades i de les M variables no observables a l'instant t; Γ_t és una matriu coneguda de dimensions N*M que determina la influència de les variables d'estat sobre la variable observable; φ_t és un vector de N*1 de variables exògenes o pre-determinades; i, ε_t s'introdueix per a recollir la imperfecció del procés de mesura de la variable observable, es tracta per tant d'un vector de pertorbacions (sorolls) d'ordre N*1 que es suposa que es distribueixen idèntica i independentment segons una normal amb esperança zero i variància (Υ_t) coneguda:

$$\varepsilon_t \sim Niid\left(0_{N*1}, \Upsilon_{N*N}\right). \qquad [5.2]$$

Desenvolupant l'equació [5.1] es té doncs la següent relació:

$$\begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \\ \dots \\ X_{Nt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma_{11t} & \Gamma_{12t} & \dots & \Gamma_{1Mt} \\ \Gamma_{21t} & \Gamma_{22t} & \dots & \Gamma_{2Mt} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Gamma_{N1t} & \Gamma_{N2t} & \dots & \Gamma_{NMt} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha_{1t} \\ \alpha_{2t} \\ \dots \\ \alpha_{Mt} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varphi_{1t} \\ \varphi_{2t} \\ \dots \\ \varphi_{Nt} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \dots \\ \varepsilon_{Nt} \end{pmatrix}.$$

L'equació [5.1] s'anomena equació de mesura (o equació de les observacions) i relaciona les dades conegudes de les variables observables, X_t, amb les desconegudes de les variables d'estat, α_t.

Així doncs, l'objectiu dels models *state-space* és estimar α_t tenint en compte tota la informació rellevant del sistema a l'instant t d'acord, però, amb el principi de parsimònia,

[8] De la mateixa manera que en el cas d'α_t, en el supòsit d'una variable X_t t=1, ..., T és un escalar i en el de més d'una és un vector.

això és, amb el menor nombre d'elements possible[9]. En conseqüència, la definició (l'especificació) d'α_t està determinada per l'adaptació de cada model en concret al corresponent model *state-space*.

Addicionalment es considera la hipòtesi que els diferents estats de la natura (components no observables) poden variar amb el pas del temps[10]. Aquest tret dinàmic s'incorpora al model mitjançant l'anomenada equació d'estat (o equació de transició o equació del sistema) i que no és més que un procés autoregressiu de tipus Markov de primer ordre:

$$\alpha_t = \Omega_t \cdot \alpha_{t-1} + \zeta_t + \Lambda_t \cdot \xi_t, \qquad [5.3]$$

on Ω_t és una matriu coneguda d'ordre $M*M$ anomenada matriu de transició[11]; ζ_t és un

---

[9] En aquest sentit, com assenyala en Harvey (1990, pàg. 5), els mecanismes generadors de les variables econòmiques són complexes; tot i això, a l'hora de construir un model no s'ha d'intentar dur a terme una descripció del món real extensa, sinó que el que s'ha d'aconseguir és simplificar el procés que hi ha a sota amb la finalitat de captar els fets essencials. Aquesta opinió ja va ésser apuntada per en Friedman (1953, pàg. 14), *a hypothesis is important if it explains much by little.* Atenent a l'anterior pot afirmar-se que, per regla general, a l'hora d'especificar un model *state-space* sempre és possible trobar més d'una especificació possible. En Harvey (1989, pàg. 102) demostra aquest punt: donada una matriu qualsevol B no singular d'ordre $M*M$, sempre pot definir-se un nou vector d'estat, α_t^*, simplement premultiplicant l'original per B, $\alpha_t^* = B \cdot \alpha_t$. Premultiplicant l'equació d'estat [5.3] per B s'obté:

$$B \cdot \alpha_t = B \cdot \Omega_t \cdot \alpha_{t-1} + B \cdot \zeta_t + B \cdot \Lambda_t \cdot \xi_t,$$

multiplicant el primer sumand del costat dret de l'expressió anterior per B^{-1} i B es té:

$$\alpha_t^* = B \cdot \Omega_t \cdot B^{-1} \cdot B \cdot \alpha_{t-1} + B \cdot \zeta_t + B \cdot \Lambda_t \cdot \xi_t,$$

i definint $\Omega_t^* = B \cdot \Omega_t \cdot B^{-1}$, $\zeta_t^* = B \cdot \zeta_t$ i $\Lambda_t^* = B \cdot \Lambda_t$, l'equació anterior queda com segueix:

$$\alpha_t^* = \Omega_t^* \cdot \alpha_{t-1}^* + \zeta_t^* + \Lambda_t^* \cdot \xi_t.$$

Per la seva banda, l'equació de mesura s'obté simplement substituint a [5.1] α_t per $B^{-1} \cdot \alpha_t^*$:

$$X_t = \Gamma_t^* \cdot \alpha_t^* + \varphi_t + \varepsilon_t,$$

sent $\Gamma_t^* = \Gamma_t \cdot B^{-1}$. En qualsevol cas, però, cal treballar amb el que s'anomena la realització mínima del sistema, això és, amb el model *state-space* que minimitzi el nombre d'elements d'α_t.

[10] Noti's que aquesta hipòtesi constitueix una diferència important entre els models *state-space* i els models de regressió lineals clàssics: en aquests es suposa que els paràmetres (que venen a ésser l'equivalent a les components no observables) no varien amb el pas del temps.

[11] Noti's que si aquesta matriu de transició és invariant respecte al temps i igual a una matriu unitat, aleshores existeix una arrel unitària en el comportament dels coeficients.

vector d'ordre $M*1$ de variables exògenes que influeixen sobre α_t; Λ_t és una matriu d'ordre $M*G$; i, ξ_t és un vector de termes de pertorbació d'ordre $G*1$ que es comporta segons una normal multivariant idèntica i independentment distribuïda amb valor esperat zero i variància (η_t) coneguda:

$$\xi_t \sim Niid\left(0_{G*1}, \eta_{G*G}\right). \qquad [5.4]$$

Desenvolupant l'equació [5.3] que recull el comportament dinàmic de la variable d'estat es té:

$$\begin{pmatrix} \alpha_{1t} \\ \alpha_{2t} \\ \dots \\ \alpha_{Mt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Omega_{11t} & \Omega_{12t} & \dots & \Omega_{1Mt} \\ \Omega_{21t} & \Omega_{22t} & \dots & \Omega_{2Mt} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Omega_{M1t} & \Omega_{M2t} & \dots & \Omega_{MMt} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha_{1t-1} \\ \alpha_{2t-1} \\ \dots \\ \alpha_{Mt-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \zeta_{1t} \\ \zeta_{2t} \\ \dots \\ \zeta_{Mt} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Lambda_{11t} & \Lambda_{12t} & \dots & \Lambda_{1Gt} \\ \Lambda_{21t} & \Lambda_{22t} & \dots & \Lambda_{21G} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Lambda_{M1t} & \Lambda_{M2t} & \dots & \Lambda_{MGt} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \xi_{1t} \\ \xi_{2t} \\ \dots \\ \xi_{Gt} \end{pmatrix}.$$

Doncs bé, les equacions [5.1] i [5.3] formen l'expressió matemàtica del sistema considerat[12] i Γ_t, φ_t, Υ_t, Ω_t, ζ_t, Λ_t i η_t són les anomenades matrius del sistema.

D'altra banda, atès que [5.1] i [5.3] s'empren normalment per a descriure una sèrie finita d'observacions és necessari realitzar supòsits entorn als valors inicials del vector d'estat α_t[13]. En concret, es suposa que el valor esperat i la variància d'α_t per t=0 venen donats respectivament per:

[12] La formulació presentada es correspon amb la proposada per en Harvey (1989). De tota manera, però, a la literatura es poden trobar formulacions dels models *state-space* que es difereixen de la presentada en aquest treball. Així, per exemple, en Hamilton (1994b, pàg. 3046) proposa la següent especificació per a l'equació d'estat:

$$\alpha_{t+1} = \Omega_t \cdot \alpha_t + \zeta_t + \Lambda_t \cdot \xi_t.$$

Des d'un punt de vista pràctic emprar una formulació o l'altra no suposa cap diferència important. No obstant, emprar la formulació proposada per en Hamilton pot tenir l'avantatge de reduir el nombre de paràmetres del vector d'estat, però pot presentat l'inconvenient de generar correlació entre els termes de pertorbació de les equacions de mesura i d'estat la qual cosa introdueix un element addicional de complicació.

[13] Això és així perquè si no som capaços de mesurar el vector (d'estat) en l'instant t no sembla lògic que poguem fer-ho amb el seu valor inicial, α_0.

$$\begin{cases} E\left[\alpha_0\right] = a_0; \\ var\left[\alpha_0\right] = \upsilon_0. \end{cases} \quad [5.5]$$

El model es completa amb el supòsit que no existeix correlació entre els termes de pertorbació de les equacions de mesura i d'estat ni entre els termes de pertorbació d'ambdues equacions i el vector dels valors inicials de les variables no observables. Aquests supòsits es presenten respectivament a les expressions [5.6] i [5.7]:

$$E\left[\varepsilon_t \cdot \xi_s'\right] = 0 \quad t,s = 1,\dots,T; \quad [5.6]$$

$$\begin{cases} E\left[\varepsilon_t \cdot \alpha_0\right] = 0 \quad t = 1,\dots,T; \\ E\left[\xi_t \cdot \alpha_0\right] = 0 \quad t = 1,\dots,T. \end{cases} \quad [5.7]$$

Les propietats claus de [5.1] i [5.3] són l'observabilitat i la controlabilitat. La primera està relacionada amb la possibilitat que el sistema pugui assolir l'estat desitjat mentre que la segona és condició suficient per a que les components no observables es puguin estimar (Harvey, 1989, pp. 115-116)[14].

En qualsevol model *state-space* format per una única variable observable i suposant conegudes les matrius Γ_t i Ω_t, si es denota per k el nombre de variables que formen el vector d'estat, el nombre de paràmetres del sistema ve donat pels k valors inicials (a_0), més les $k \cdot \dfrac{k+1}{2}$ variàncies i covariàncies de l'error d'estimació (υ_0), més la variància del terme de pertorbació de l'equació de mesura (Υ_t), i més els $k \cdot \dfrac{k+1}{2}$ elements de la matriu de variàncies i covariàncies del terme de pertorbació de l'equació d'estat (η_t). Així, per exemple, en el supòsit que hi hagi tres variables en el vector d'estat (k=3), el nombre de paràmetres del sistema és setze: nou corresponents als valors inicials (tres d'a_0 i sis de υ_0) i set (un més sis) hiperparàmetres (els elements de les matrius de variàncies i covariàncies dels termes de pertorbació ε_t i ξ_t respectivament).

[14] Per a una presentació formal de les implicacions d'aquestes dues propietats vegi's en Brockwell i Davis (1991, pp. 489-498).

El principal problema a l'hora d'aplicar els models *state-space* en l'àmbit de l'Economia és que el sistema de matrius Γ_t, Υ_t, Ω_t, Λ_t i η_t per regla general depèn d'un conjunt de paràmetres desconeguts (anomenats hiperparàmetres)[15] que determinen les propietats estocàstiques del model (a diferència dels paràmetres que únicament tenen efectes sobre els valors esperats de l'estat i de les observacions d'una manera totalment determinista) la qual cosa, com es posarà de manifest més endavant, fa que no sigui possible aplicar directament el filtre d'en Kalman per a estimar α_t. En conseqüència, cal estimar-los prèviament[16].

5.2.1.1. Estimació dels hiperparàmetres d'un model *state-space* per màxima versemblança

El mètode dels mínims quadrats (i altres mètodes afins com ara el de variables instrumentals) únicament empren els dos primers moments de les observacions a l'hora d'estimar els paràmetres desconeguts d'un model. Aquest procediment, però, en ocasions, pot esdevenir estadísticament ineficient. Per contra, el mètode de la màxima versemblança incorpora tota la informació i treballa amb la distribució completa de les observacions (els estimadors màxim-versemblants són suficients[17]).

En aquest sentit, doncs, el mètode d'estimació que permet assolir la millor aproximació possible als valors (desconeguts) dels hiperparàmetres és el de la màxima versemblança. Com és sabut, per a aplicar aquest mètode cal, en primer lloc, obtenir l'expressió de la funció de versemblança del sistema considerat i es calcula la probabilitat que es doni un resultat concret, que depèn dels paràmetres desconeguts.

---

[15] Reben el nom d'hiperparàmetres per a distingir-los dels paràmetres que poden entrar en el model mitjançant ζ_t o φ_t.

[16] La situació en l'àmbit de l'Enginyeria acostuma a ésser la contrària: generalment els hiperparàmetres són coneguts atès que, a diferència del que succeeix en l'àmbit de l'Economia, es té un bon coneixement de les característiques dels sistemes físics estudiats.

[17] La suficiència d'un estadístic pot determinar-se a partir de la funció de densitat de probabilitat: supòsi's un espai mostral discret i denoti's per $P_\theta(\omega)$ la probabilitat d'un punt ω. Aleshores, és condició necessària i suficient per a que T sigui un estimador suficient de θ que existeixi la factorització següent:

$$P_\theta(\omega)=g_\theta[T(\omega)]h(\omega),$$

on el primer factor pot dependre de θ però depèn de ω únicament a través de $T(\omega)$, i el segon és independent de θ. Per a un major detall sobre aquest punt vegi's en Rao (1973, pp. 130-132) o en Silvey (1975, pp. 25-27).

Quadre 5.1. Model *state-space*. Formulació i hipòtesis

variable d'estat no observable
α_t

variable observable
X_t

***HIPÒTESI* 1**
Relació lineal entre ambdues variables
$X_t = \Gamma_t \cdot \alpha_t + \varphi_t + \varepsilon_t \rightarrow$ *Equació de mesura*
$\varepsilon_t \sim Niid(0, \Upsilon_t)$

***HIPÒTESI* 2**
α_t pot variar amb el pas del temps

Equació d'estat
$\alpha_t = \Omega_t \cdot \alpha_{t-1} + \zeta_t + \Lambda_t \cdot \xi_t$
$\xi_t \sim Niid(0, \eta_t)$

$$\Gamma_t, \varphi_t, \Upsilon_t, \Omega_t, \zeta_t, \Lambda_t \text{ i } \eta_t \rightarrow \text{matrius del sistema} \begin{cases} \textit{hiperparàmetres} \rightarrow \Gamma_t, \Upsilon_t, \Omega_t, \Lambda_t, \eta_t \\ \textit{variables exògenes} \rightarrow \varphi_t, \zeta_t \end{cases}$$

Els hiperparàmetres determinen les propietats estocàstiques del model però són desconeguts → cal estimar-los prèviament (vegi's quadre 5.3)

HIPÒTESIS ADDICIONALS

✔	Valors inicials d'α_t	→	$E[\alpha_0] = a_0$ i $var[\alpha_0] = \upsilon_0$
✔	No correlació	→	$E[\varepsilon_t \cdot \xi_s'] = 0 \; t,s = 1,\dots,T$
		→	$E[\varepsilon_t \cdot \alpha_0] = 0 \; t = 1,\dots,T$
		→	$E[\xi_t \cdot \alpha_0] = 0 \; t = 1,\dots,T$

Font: Elaboració pròpia.

Tot seguit, a partir de la informació mostral disponible s'obtenen aquells valors numèrics pels paràmetres desconeguts tals que maximitzen la probabilitat d'obtenir la mostra observada. Aquests valors numèrics són els estimadors màxim-versemblants.

Així suposi's que es disposa d'una mostra de T observacions corresponents a T variables aleatòries X_1, X_2, ..., X_T. El model estadístic especifica una distribució per a X_1, X_2, ..., X_T coneguda com funció de densitat conjunta que depèn d'un conjunt de paràmetres desconeguts $\lambda=\{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_k\}'$. La densitat conjunta pot representar-se per $L(X_1, X_2, ..., X_T;\lambda)$.

Un cop la mostra ha estat extreta, X_1, X_2, ..., X_T, esdevenen un conjunt de nombres fixos. L'expressió per a la densitat conjunta pot ésser interpretada doncs com una funció de λ, on λ és qualsevol valor admissible del vector de paràmetres desconeguts. Per tant, indica la plausibilitat dels diferents valors de λ donada la mostra. Des d'aquest punt de vista, l'expressió per a la funció de densitat conjunta, anomenada funció de versemblança, pot escriure's com segueix:

$$L(\lambda)=p(X_1,X_2,...,X_T;\lambda), \qquad [5.8]$$

on $L(\lambda)$ és la funció de versemblança corresponent al model *state-space* format per [5.1] i [5.3], X_t t=1,2,...T són les observacions mostrals, λ és el conjunt de paràmetres desconeguts que determinen les matrius del sistema, i $p(X_1,X_2,...,X_T)$ és la funció de densitat conjunta de les observacions mostrals.

Com s'ha dit anteriorment, l'aproximació màxim-versemblant al problema de l'estimació de λ consisteix en trobar el valor de λ que sigui més probable donades les observacions mostrals de les que es disposa. En concret, l'estimador màxim versemblant de λ, $\hat{\lambda}$, és aquell valor que compleix que:

$$L(\hat{\lambda})\geq L(\tilde{\lambda}),$$

on $\tilde{\lambda}$ és qualsevol altre estimador admissible de λ.

Les estimacions màxim-versemblants de λ s'obtenen, com és sabut, maximitzant [5.8]. La teoria clàssica de l'estimació màxim-versemblant suposa que les T observacions que constitueixen la mostra provenen de la mateixa distribució i, a més a més, que s'han obtingut independentment unes de les altres. Sota aquests supòsits per a resoldre el problema de la maximització de la funció de versemblança es sol descompondre [5.8] en un seguit de productes de funcions de densitat del tipus:

$$p(X_t;\lambda) \quad t=1,2,...,T, \tag{5.9}$$

cadascuna de les quals conté els paràmetres desconeguts, de manera que la funció de versemblança pot escriure's com segueix:

$$L(X_1,X_2,...,X_T;\lambda)=p(X_1;\lambda)\cdot ... \cdot p(X_T;\lambda)=\prod_{t=1}^{T} p(X_t;\lambda). \tag{5.10}$$

D'altra banda, habitualment, s'acostuma a treballar amb el logaritme (natural) de la funció de versemblança enlloc de fer-ho directament amb $L(\lambda)$ donat que en ésser una transformació monòtona si $\hat{\lambda}$ satisfà la condició $\log L(\hat{\lambda}) \geq \log L(\bar{\lambda})$, també satisfà $L(\hat{\lambda}) \geq L(\bar{\lambda})$.

Aleshores, l'estimador màxim-versemblant, $\hat{\lambda}$, s'obté en solucionar les T equacions que resulten d'igualar les primeres derivades del logaritme (natural) de la funció de versemblança a zero (condició d'optimalitat de primer ordre d'en Kuhn-Tucker, condició necessària):

$$g(\hat{\lambda})=\left.\frac{\partial \log L(\lambda)}{\partial \lambda}\right|_{\lambda=\hat{\lambda}}=0.$$

Però, donat que és possible que existeixi més d'una solució al sistema d'equacions versemblants anterior, cal comprovar que la solució obtinguda es correspon amb un màxim. Així, la condició suficient pel cas de màxim és que la hessiana (matriu d'ordre $T*T$ de segones derivades) existexi i sigui definida negativa (condició d'optimalitat de segon ordre d'en Kuhn-Tucker). En aquest cas la solució trobada efectivament és un màxim de la funció de versemblança:

$$G(\hat{\lambda})=\left.\frac{\partial^2 \log L(\lambda)}{\partial \lambda \cdot \partial \lambda'}\right|_{\lambda=\hat{\lambda}} \quad \textit{definida negativa}.$$

El problema és que la descomposició factorial [5.10] no és possible dur-la a terme en un context temporal atès que les observacions (X, t=1,2,...,T) no són independents. En aquest cas la solució que s'adopta consisteix en expressar la funció de densitat conjunta en termes de funcions de densitats condicionades. Així, suposi's que es disposa de dues observacions, aleshores la funció de densitat conjunta d'aquestes dues observacions pot ésser factoritzada com segueix:

$$p(X_2,X_1)=p(X_2/X_1)\cdot p(X_1),$$

on $p(X_2/X_1)$ representa la funció de densitat d'X_2 condicionada al valor de l'anterior observació, X_1. De la mateixa manera, la funció de densitat conjunta per a tres observacions pot escriure's de la següent manera:

$$p(X_3,X_2,X_1)=p(X_3/X_2,X_1)\cdot p(X_2,X_1)=p(X_3/X_2,X_1)\cdot p(X_2/X_1)\cdot p(X_1).$$

Així, en general, per a un conjunt de T observacions, la funció de densitat de probabilitat conjunta ve donada per:

$$p(X_1,X_2,\dots,X_T)=p(X_T/X_{T-1},X_{T-2},\dots)\cdot p(X_{T-1},X_{T-2},\dots,X_1), \qquad [5.11]$$

i el segon factor de [5.11] a la seva vegada pot escriure's com:

$$p(X_{T-1},X_{T-2},\dots,X_1)=p(X_{T-1}/X_{T-2},X_{T-3},\dots)\cdot p(X_{T-2},X_{T-3},\dots,X_1), \qquad [5.12]$$

i així successivament fins arribar a:

$$\begin{aligned} p(X_1,X_2,\dots,X_T)&=p(X_1)\cdot p(X_2/X_1)\cdot p(X_3/X_2,X_1)\cdot\dots\cdot p(X_T/X_{T-1},X_{T-2},\dots,X_1)=\\ &=\prod_{t=2}^{T} p(X_t/x_{t-1})\cdot p(X_1), \end{aligned} \qquad [5.13]$$

on x_{t-1} representa el conjunt d'observacions des de la primera, X_1, fins X_{T-1}, això és, $x'_{t-1}=\{X_1,X_2,\dots,X_{T-1}\}$. En conseqüència, la funció de versemblança [5.8] pot representar-se com segueix:

$$L(\lambda)=\prod_{t=2}^{T} p(X_t/x_{t-1};\lambda)\cdot p(X_1), \qquad [5.14]$$

o el que és el mateix,

$$L(\lambda,X_0)=\prod_{t=1}^{T} p(X_t/x_{t-1},X_0;\lambda). \qquad [5.15]$$

En qualsevol cas, els estimadors així obtinguts, com és sabut *a)* són consistents[18], *b)* tenen una distribució asimptòtica normal i, *c)* la matriu de variàncies i covariàncies és la més petita possible, és a dir, l'estimador és asimptòticament eficient:

$$\sqrt{T}\cdot(\hat{\lambda}-\lambda)\sim N\left(0,lim\left(\frac{I(\lambda)}{T}\right)^{-1}\right),$$

on $I(\lambda)$ és la matriu d'informació[19], que com és sabut és l'esperança de la hessiana amb el signe canviat:

$$I(\lambda)=-E\left[\frac{\partial^2 \ln L(\lambda)}{\partial\lambda\cdot\partial\lambda}\right]=E\left[\left(\frac{\partial \ln L(\lambda)}{\partial\lambda}\right)^2\right].$$[20]

Aleshores, suposant que el model *state-space* està identificat[21], els hiperparàmatres

[18] Un estimador és consistent si en augmentar la grandària mostral esdevé més acurat en el sentit que la seva probabilitat és més propera al vertader valor del paràmetre.

[19] Precisament, $I(\lambda)$ reb aquest nom pel fet que recull tota la informació de la mostra.

[20] A en Rao (1973) i a en Harvey (1990), entre d'altres, pot trobar-se una demostració d'aquests resultats.

[21] Ens referim a identificat en el sentit economètric del terme. Com assenyala en Harvey (1990, pàg. 5), un model està no identificat si més d'un conjunt de valors pels paràmetres és consistent amb les dades. En altres paraules, un model està identificat si un canvi en qualsevol dels paràmetres comporta un canvi en la distribució de probabilitat d'X_t t=1,2,...,T (Hamilton, 1994b). Si un model no està identificat les estimacions no poden ésser interpretades amb sentit donat que en aquest supòsit no pot garantir-se que les estimacions obtingudes pels paràmetres siguin úniques. Relacionat amb el concepte d'identificabilitat d'un model es troba el concepte d'estructura que cal diferenciar-lo del concepte de model: d'acord amb en Harvey (1989) mentre que un model especifica una distribució per a la variable d'interès, l'estructura defineix els paràmetres de la distribució. En concret, seguint a en Harvey (1990, pàg. 112), si dues estructures tenen la mateixa funció de densitat es diu que són observacionalment equivalents; aleshores, una estructura està indentificada si no existeix cap altra observacionalment equivalent. Si dues estructures tenen la mateixa funció de densitat conjunta, la probabilitat

desconeguts poden estimar-se per màxima versemblança. En qualsevol cas, però, en (moltes) ocasions no és necessari estimar tots els hiperparàmatres del model donat que alguns d'ells venen donats per l'especificació del model: o bé poden identificar-se amb alguna(es) variable(s) observable(s) o bé es pot disposar d'informació *a priori* que permeti reduir la incertesa respecte al comportament del sistema. Així, suposant que els valors inicials del vector d'estat, a_0, i la seva matriu de variàncies i covariàncies, v_0, són coneguts i que el vector d'estat està format per k variables, els hiperparàmetres a estimar són: la variància del terme de pertorbació de l'equació de mesura (Υ_t), els $k \cdot \dfrac{k+1}{2}$ elements de la matriu de variàncies i covariàncies del terme de pertorbació de l'equació d'estat (η_t), i les matrius de transició de les equacions de mesura i d'estat (Γ_t i Ω_t respectivament) que suposant que són invariants representen dos elements.

Traslladant el comentat anteriorment en un context general al cas que ens ocupa, el primer pas per a estimar per màxima versemblança el model *state-space* és obtenir la funció de versemblança. En aquest sentit, l'aproximació potser més emprada en aquest àmbit consisteix en obtenir l'expressió de la funció de versemblança a partir de la descomposició de l'error de

---

de generar un determinat conjunt d'observacions és la mateixa per a ambdues estructures. Per tant, no hi ha cap manera per a esbrinar quina de les dues ha generat les dades. Inclús si una de les estructures es pogués deduir de les observacions és difícil interpretar els paràmetres amb sentit. Exemples de models no identificats són en l'àmbit del model de regressió clàssic quan existeix multicolinealitat perfecta, en un model dinàmic quan hi ha factors comuns, ... Com es dedueix de l'anterior, es tracta doncs d'un concepte fonamental per a qualsevol model i, en particular en l'àmbit dels models amb components no observables atès que per la seva naturalesa és (molt) fàcil caure en el parany de formular models que no estiguin identificats. Tot i que el concepte d'identificabilitat és un concepte estadístic precís, està relacionat amb el concepte de parsimònia, atès que, per regla general, quant més parsimoniós és un model menys probable és que pateixi problemes d'identificabilitat.
En el cas dels models *state-space* l'estructura del model, E_t, ve donada pels hiperparàmetres $\{\Gamma_t, \Omega_t, \Upsilon_t, \eta_t\}$. Aleshores, el model està identificat si totes les seves possibles estructures ho estan, en cas contrari existeixen combinacions lineals exactes entre els paràmetres i el model està doncs sub-identificat. Com s'ha dit anteriorment una estructura està indentificada si no existeix cap altra observacionalment equivalent. En l'àmbit dels models *state-space* donades dues estructures com ara $E_1=\{\Gamma_{1t}, \Omega_{1t}, \Upsilon_{1t}, \eta_{1t}\}$ i $E_2=\{\Gamma_{2t}, \Omega_{2t}, \Upsilon_{2t}, \eta_{2t}\}$ es diu que són observacionalment equivalents si tenen la mateixa distribució de probabilitat conjunta, això és, si existeix una matriu no singular J tal que compleixi que:

$$\Gamma_{2t}=\Gamma_{1t}\cdot J \, ; \; \Omega_{2t}=J^{-1}\cdot\Omega_{1t} \, ; \; \Upsilon_{1t}=\Upsilon_{2t} \text{ i } \eta_{1t}=\eta_{2t}.$$

D'acord amb en Hamilton (1985), en Burmeister *et al.* (1986) i en Wall (1987) entre d'altres, pot afirmar-se que l'aproximació més habitual per a contrastar si un model *state-space* està identificat o no és expressar-lo en forma d'un model ARIMA i determinar les restriccions que s'han d'incloure per tal que la matriu J que satisfagui les condicions anteriors sigui la matriu identitat, és a dir, les restriccions que garanteixen que en l'estimació només es selecciona un conjunt de paràmetres. En concret, en Wall (1987) fent servir resultats previs obtinguts per en Pagan (1980) demostra que l'estructura E_t està identificada sempre que les arrels del polinomi autoregressiu que resulti d'expressar el model *state-space* com un model ARIMA estiguin fora del cercle unitat i siguin diferents a les arrels del polinomi mitjana mòbil.

predicció[22].

Descomposició factorial de la funció de versemblança: la descomposició de l'error de predicció

Si enlloc d'expresar [5.15] en termes de les observacions es fa en termes dels errors de predicció s'obté l'aproximació més emprada en l'àmbit dels models *state-space*. Es tracta de la descomposició factorial de la funció de versemblança proposada per en Harvey[23] coneguda amb el nom de descomposició de l'error de predicció: sota els supòsits que els termes de pertorbació de les equacions de mesura i d'estat (ε_t i ξ_t) i que els valors inicials a_0 i υ_0 es distribueixen segons una normal, és possible obtenir una expressió de la funció de versemblança a través del que es coneix com descomposició de l'error de predicció i, per tant, estimar qualsevol paràmetre desconegut del model i realitzar els contrastos estadístics corresponents per tal de validar la seva especificació. Per a il.lustrar aquesta factorització suposi's que l'error de predicció, $\nu_t = X_t - E\left[X_t / x_{t-1}\right]$, té la següent variància:

$$var\left[\nu_t\right] = \sigma^2 \cdot f_t,$$

on σ^2 és un paràmetre. Doncs bé, si a partir de les equacions del filtre d'en Kalman es calcula la funció de versemblança pel vector de variables observables X_t $t=k+1, k+2, ..., T$ s'obté[24]:

$$L = \prod_{t=k+1}^{T} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sqrt{f_t \cdot \sigma^2}} \cdot \exp\left\{ - \frac{X_t - \Omega_t \cdot a_t + \zeta_t}{2 \cdot \sqrt{f_t \cdot \sigma^2}} \right\} \right), \qquad [5.16]$$

substituint a [5.16] $X_t - \Omega_t \cdot a_t + \zeta_t$ per les innovacions ν_t es té l'expressió general de la funció de versemblança pels models *state-space*:

[22] De tota manera, però, l'enfocament clàssic basat en la maximització de la funció de versemblança és el mètode adoptat per en Kitagawa (1981), en Harvey (1984a) i en Harvey i Peters (1990) entre d'altres.

[23] Harvey (1984b) i Harvey (1990, pp. 106-111).

[24] Recordi's que la funció de densitat de probabilitat de la distribució normal ve donada per:

$$f(X) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2}} \cdot \exp\left\{ - \frac{X - \mu}{2\sigma} \right\}.$$

$$L=\prod_{t=k+1}^{T}\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sqrt{f_t\cdot\sigma^2}}\cdot\exp\left\{-\frac{\mathrm{v}_t}{2\cdot\sqrt{f_t\cdot\sigma^2}}\right\}\right)=\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right)^{T-k}\cdot\prod_{t=k+1}^{T}\left(\frac{1}{\sqrt{f_t}}\cdot\exp\left\{-\frac{\mathrm{v}_t^2}{2\cdot f_t\cdot\sigma^2}\right\}\right)=$$
$$=(2\cdot\pi\cdot\sigma^2)^{-\frac{T-k}{2}}\cdot\prod_{t=k+1}^{T}\left(\frac{1}{\sqrt{f_t}}\cdot\exp\left\{-\frac{\mathrm{v}_t^2}{2\cdot f_t\cdot\sigma^2}\right\}\right), \qquad [5.17]$$

i, en prendre logaritmes (naturals) en [5.17] s'obté la descomposició de l'error de predicció:

$$\log L(X;\lambda)=-\frac{T-k}{2}\cdot\log(2\pi)-\frac{T-k}{2}\cdot\log\sigma^2+\log\left(\prod_{t=k+1}^{T}\left(\frac{1}{\sqrt{f_t}}\cdot\exp\left\{-\frac{\mathrm{v}_t^2}{2\cdot f_t\cdot\sigma^2}\right\}\right)\right)=$$
$$=-\frac{T-k}{2}\log(2\pi)-\frac{T-k}{2}\cdot\log\sigma^2+\log\left(\prod_{t=k+1}^{T}f_t^{-\frac{1}{2}}\right)+\log\left(\prod_{t=k+1}^{T}\exp\left\{-\frac{\mathrm{v}_t^2}{2\cdot f_t\cdot\sigma^2}\right\}\right)= \qquad [5.18]$$
$$=-\frac{T-k}{2}\cdot\log(2\pi)-\frac{T-k}{2}\cdot\log\sigma^2-\frac{1}{2}\cdot\sum_{t=k+1}^{T}\log f_t-\frac{1}{2\cdot\sigma^2}\cdot\sum_{t=k+1}^{T}\frac{\mathrm{v}_t^2}{f_t}.$$

Generalment pot assolir-se una considerable simplificació en l'expressió anterior de la descomposició de l'error de predicció. Com a regla general una aproximació pot estar justificada per motius teòrics fent determinats supòsits sobre les observacions inicials. En concret, si els errors de predicció tenen variància constant i, per tant f_t t=1,2,...,T és u, la funció de versemblança queda com segueix:

$$\log L(X;\lambda)=-\frac{T-k}{2}\cdot\log(2\pi)-\frac{T-k}{2}\cdot\log\sigma^2-\frac{1}{2\cdot\sigma^2}\cdot\sum_{t=1}^{T}\mathrm{v}_t^2, \qquad [5.19]$$

aleshores, maximitzar la funció de versemblança d'aquesta forma és equivalent a minimitzar la funció del sumatori dels quadrats dels errors:

$$S(\lambda)=\sum_{t=1}^{T} v_t^2 .$$

Les propietats asimptòtiques dels estimadors de màxima versemblança segueixen complint-se en el supòsit que les observacions no siguin independents. Un cop la funció de densitat conjunta ha estat descomposada mitjançant la descomposició de l'error de predicció, l'expressió per a la matriu d'informació asimptòtica pot obtenir-se fàcilment. Així, per exemple en el cas de la funció de versemblança anterior aquesta matriu és una matriu diagonal per blocs respecte a λ i a σ^2, i

$$avar\left[\hat{\lambda}\right]=\sigma^2\cdot T^{-1}\cdot\left(plim\, T^{-1}\cdot\sum_{t=1}^{T} z_t\cdot z_t'\right)^{-1}=\sigma^2\cdot\left(\sum_{t=1}^{T} z_t\cdot z_t'\right)^{-1},$$

on el vector $z_t=-\dfrac{\partial\varepsilon_t}{\partial\lambda}$ és avaluat en el vertader valor λ i ε és el terme de pertorbació del model.

La descomposició de l'error de predicció [5.18] pot extendre's al cas multivariant en el que un vector d'ordre N*1 és observat a cada instant del temps. L'argument és exactament el mateix que abans però amb l'única salvetat que ara el vector d'errors de predicció per l'instant t és d'ordre N*1 i té mitjana zero i matriu de variàncies i covariàncies F. Sota aquestes circumstàncies el logaritme de la funció de versemblança pot descompondre's com segueix:

$$\log L(X_1,X_2,\ldots,X_T)=-\frac{T\cdot N}{2}\cdot\log(2\pi)-\frac{1}{2}\cdot\sum_{t=k+1}^{T}\log|F_t|-\frac{1}{2}\sum_{t=k+1}^{T} v_t'\cdot F_t^{-1}\cdot v_t\,, \qquad [5.20]$$

on $X\sim N(\mu_1,F_1)$ i $\nu_1=X_1-\mu_1$.

L'avantatge d'emprar [5.20] (o en el cas univariant [5.18]) és que el filtre d'en Kalman pot ésser emprat per a calcular-la atès que únicament depèn de les innovacions i de la seva matriu de variàncies i covariàncies (ν_t i F_t respectivament).

Així doncs, d'acord amb l'expressió general pel cas multivariant [5.20], sota la hipòtesi de distribució normal dels termes de pertorbació de les equacions de mesura i de transició [5.1] i [5.3] es té la següent expressió pel logaritme de la funció de versemblança del model *state-space*:

$$\log L(X;\lambda) = -\frac{T-M}{2}\cdot\log(2\pi) - \frac{T-M}{2}\cdot\log(\Upsilon_t) - \frac{1}{2}\cdot\sum_{t=1}^{T}\log|\tau_t| - \frac{1}{2}\cdot\sum_{t=1}^{T}\nu_t'\cdot\tau_t^{-1}\cdot\nu_t\,, \qquad [5.21]$$

on ν_t són les innovacions: $\nu_t = X_t - E[X_t/x_{t-1}]$[25].

Com s'ha dit anteriorment, sota el supòsit considerat que els valors inicials del vector d'estat i de la matriu de variàncies i covariàncies (a_0 i υ_0) són coneguts l'expressió [5.21] pel (logaritme) de la funció de versemblança del model *state-space* pot calcular-se directament a partir del filtre d'en Kalman. A més, és possible reduir la dimensió dels paràmetres desconeguts concentrant l'esmentada expressió respecte algun d'ells.

Un cop especificada la funció de versemblança per a obtenir els valors màxim-versemblants dels hiperparàmetres únicament cal resoldre el sistema d'equacions que s'obté

---

[25] La mitjana de la distribució condicional d'X_t, $E[X/X_{T-1}, ..., X_1]$, és el predictor òptim d'X_t en el sentit que minimitza l'error quadràtic mig de predicció. La variància de l'error de predicció pot trobar-se sumant i restant $\Gamma_t\cdot a_{t/t-1}$ en [5.1]:

$$X_t = \Gamma_t\cdot a_{t/t-1} + \Gamma_t\cdot(\alpha_t - a_{t/t-1}) + \varphi_t + \varepsilon_t \Rightarrow E[X_t/x_{t-1}] = \Gamma_t\cdot a_{t/t-1} + \varphi_t,$$

atès que $a_{t/t-1}$ és l'estimador no esbiaixat d'α_t. Per tant, les innovacions (l'error de predicció) venen donades per:

$$\nu_t = X_t - E[X_t/x_{t-1}] = X_t - \Gamma_t\cdot a_{t/t-1} - \varphi_t. \qquad [5.a]$$

D'altra banda,

$$X_t - E[X_t/x_{t-1}] = \Gamma_t\cdot(\alpha_t - a_{t/t-1}) + \varepsilon_t \Rightarrow var[\nu_t] = E\{(X_t - E[X_t/x_{t-1}])^2\} = E\{(\Gamma_t\cdot(\alpha_t - a_{t/t-1}) + \varepsilon_t)^2\},$$

i en ésser les pertorbacions no autocorrelacionades es té que la variància de les innovacions és:

$$var[\nu_t] = \Gamma_t\cdot\upsilon_{t/t-1}\cdot\Gamma_t' + \Upsilon_t = \tau_t, \qquad [5.b]$$

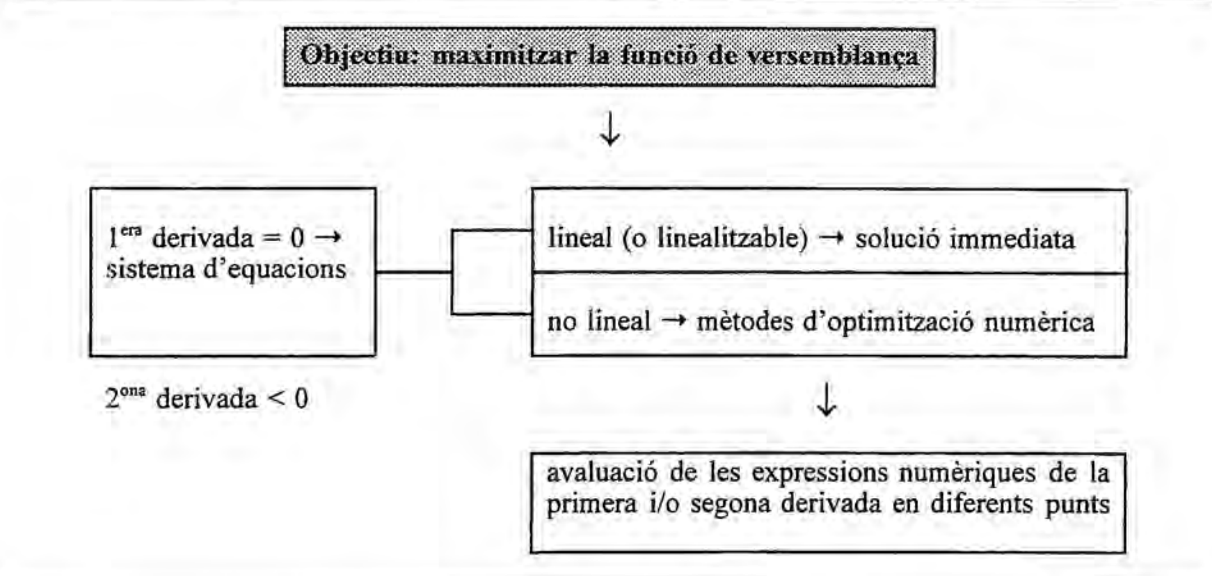
que coincideix amb la variància condicional d'X_T:

$$var[\nu_t] = var[X_T/x_{t-1}].$$

igualant a zero les derivades parcials del logaritme de la funció de versemblança [5.21] respecte a cadascun dels hiperparàmetres desconeguts (condició necessària per a trobar els valors dels paràmetres que fan màxima la funció). Per tal que les solucions trobades compleixen a més les condicions suficients de màxim, la matriu de segones derivades del logaritme de la funció de versemblança ha d'ésser definida negativa.

Ara bé, el fet que l'expressió de la funció de versemblança sigui (generalment) massa complexa (la qual cosa fa que sigui -molt- difícil resoldre el sistema d'equacions que es deriva de la condició necessària d'optimalitat[26]) fa que normalment s'emprin les expressions numèriques de les primeres i segones derivades de la funció de versemblança conjuntament amb procediments d'optimització numèrica[27] per a trobar el valor en el que s'assoleix el màxim. Aquests procediments de fet no són més que versions dels procediments d'optimització numèrica del tipus quasi-Newton que es basen únicament en els valors que pren la funció a optimitzar (maximitzar en aquest cas).

Quadre 5.2. Procés de maximització de la funció de versemblança



Font: Elaboració pròpia.

[26] Com assenyala en Harvey (1990, pàg. 88), la solució directa de les equacions de versemblança (les resultants d'igualar la primera derivada del logaritme de la funció de versemblança respecte als paràmetres desconeguts a zero) és més aviat una excepció que no pas la regla general.

[27] Vegi's, per exemple, en Harvey (1990) o en Hendry (1995) per a una presentació sobre els procediments d'optimització numèrica.

Avaluació numèrica de les derivades

En general, donada una funció que depèn d'un vector de paràmetres $\lambda=\{\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_N\}$, $f(\lambda)$, la seva primera derivada parcial respecte a l'element j-èsim de λ, λ_j, pot ésser estimada (aproximada) a través de la següent expressió:

$$\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \lambda_j} = \frac{f(\lambda + h_j \cdot e_j) - f(\lambda - h_j \cdot e_j)}{(1+\delta)\cdot h_j} \quad j=1,2,...,N, \tag{5.22}$$

on e_j és un vector d'ordre N*1 els elements del qual són zero excepte el que ocupa la posició j-èsima que val u, h_j és un escalar (molt) petit i, δ és zero o no en funció de la precisió requerida en cada etapa en concret del procés iteratiu.

Per la seva banda, les segones derivades també poden calcular-se numèricament. En concret, una estimació de l'element ij de la hessiana ve donat per:

$$\frac{\partial^2 f(\lambda)}{\partial \lambda_j \cdot \partial \lambda_i} = \frac{g_j(\lambda - h_i \cdot e_i) - g_j(\lambda)}{h_i} \quad i,j=1,2,...,N, \tag{5.23}$$

on g_j denota la primera derivada de $f(\lambda)$ respecte al paràmetre j-èsim, $\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \lambda_j}$, i e_i és un vector d'ordre N*1 els elements del qual són zero excepte el que ocupa la posició i-èsima.

Així doncs, seguint en Hendry (1995, pp. 778-779), en el cas de la funció de versemblança, l'expressió numèrica de les primeres derivades que es sol emprar en la proximitat de l'òptim és:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = \frac{L(\lambda + h \cdot e_i) - L(\lambda - h \cdot e_i)}{2 \cdot h}, \tag{5.24}$$

on e_i és un vector de zeros menys en la posició i-èsima que val u, h és un nombre positiu (molt) petit que determina l'exactitud de l'aproximació, i δ val u.

Per la seva banda, l'expressió numèrica que s'acostuma a emprar per a obtenir el valor de les segones derivades ve donada per:

$$\frac{\partial^2 L}{\partial\lambda_i \cdot \partial\lambda_j} = \frac{L(\lambda+h_1 \cdot e_i+h_2 \cdot e_j)+L(\lambda-h_1 \cdot e_i-h_2 \cdot e_j)-L(\lambda-h_1 \cdot e_i+h_2 \cdot e_j)-L(\lambda+h_1 \cdot e_i-h_2 \cdot e_j)}{4 \cdot h_1 \cdot h_2}, \quad [5.22]$$

on e_i i e_j són dos vectors de zeros menys en les posicions i-èsima i j-èsima que valen u. De la mateixa manera que en el cas de l'expressió numèrica de les primeres derivades l'exactitud de l'aproximació ve donada per h_1 i h_2 que són dos nombres positius (molt) petits.

Resumint, doncs, el procediment d'estimació (màxim-versemblant) dels hiperparàmetres consta de les següents etapes (vegi's quadre 5.3)[28]:

1ª etapa. Estudiar si el model *state-space* està identificat, determinar quins són els hiperparàmetres desconeguts que es desitja estimar (Γ_t, Ω_t, Υ_t, Λ_t i η_t) i fixar uns valors inicials per a aquests paràmetres;

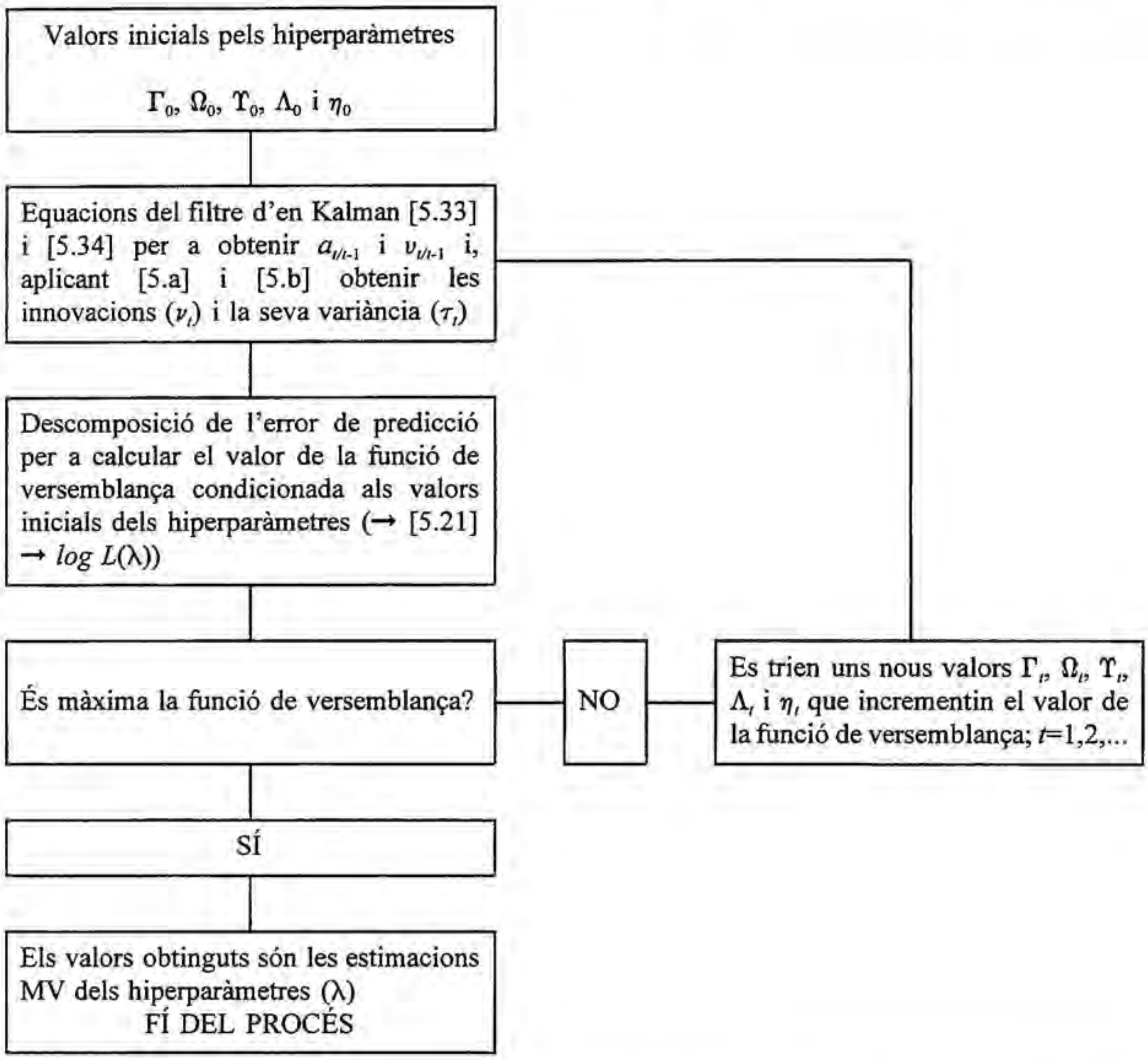
2ª etapa. Mitjançant les equacions del filtre d'en Kalman obtenir els valors de les innovacions, ν_t, i de la seva matriu de variàncies i covariàncies, τ_t (condicionats als valors dels hiperparàmetres); i,

3ª etapa. Obtenir un valor per a la funció de versemblança (a partir de la descomposició de l'error de predicció) i, emprant algun procediment d'optimització numèrica, avaluar si aquest valor és un màxim o no. En el primer supòsit finalitza el procés i, en el segon, el procediment d'optimització facilitarà uns nous valors (que es prendrien com inicials) pels hiperparàmetres que incrementin el valor de la funció de versemblança i es comença de nou el procés a partir de l'etapa anterior.

El principal inconvenient que presenta aquest procediment recursiu d'estimació és la seva elevada sensibilitat respecte del procediment d'optimització numèrica i del període mostral emprats. Efectivament, depenent del procediment d'optimització numèrica i/o del període mostral, les estimacions dels hiperparàmetres poden ésser molt diferents la qual cosa té efectes negatius per a l'estimació final d'α_t.

[28] En l'anterior i el que ve es suposa que els valors inicials del vector d'estat (a_0 i υ_0) són coneguts. Aquest punt es tractarà més endavant.

Quadre 5.3. Procediment d'estimació màxim-versemblant dels hiperparàmetres del model *state-space*



Font: Elaboració pròpia a partir de Cuthberson *et al.* (1992, pàg. 214).

5.2.1.2. Un mètode alternatiu per a estimar els hiperparàmetres d'un model *state-space*. L'algorisme EM[29]

Una alternativa a la presentada al llarg de les pàgines anteriors amplament estesa a la literatura per a obtenir l'estimació màxim-versemblant dels hiperparàmetres d'un model *state-space*

[29] Per a una revisió històrica sobre aquest algorisme vegi's en Little i Rubin (1987, cap. 7). Així mateix, per a una revisió sobre les principals aplicacions de l'algorisme *EM* a altres camps més enllà de l'anàlisi de sèries temporals i dels models *state-space* pot consultar-se en Ruud (1991).

consisteix en emprar l'anomenat algorisme de maximització d'expectatives, *EM*. Aquest algorisme, que va ésser desenvolupat inicialment per en Dempster *et al.* (1977) i introduït en l'àmbit dels models *state-space* per en Shumway i Stoffer (1982), en Watson i Engle (1983) i en Tanizaki (1989 i 1993) presenta l'avantatge respecte als procediments d'optimització numèrica habituals que permet obtenir estimacions màxim-versemblants dels hiperparàmetres sense necessitat de calcular les segones derivades de la funció de versemblança.

En concret, l'algorisme *EM* consta de dues etapes. A la primera, anomenada etapa d'expectatives, es calcula l'esperança de la funció de versemblança condicionada als valors de les variables observables i a uns valors inicials (qualsevols) dels hiperparàmetres desconeguts mitjançant la descomposició de l'error de predicció en combinació amb un algorisme d'allisat (generalment l'allisat de interval fix[30]). A continuació, en una segona etapa, es maximitza la funció obtinguda en l'etapa anterior respecte als paràmetres desconeguts. D'aquesta manera, doncs, s'obté una estimació pels esmentats hiperparàmetres. Així es va repetint el procés fins que convergeix. A cada iteració es prenen com a valors inicials les estimacions obtingudes en l'etapa de maximització anterior (vegi's quadre 5.4).

Les equacions concretes que composen l'algorisme *EM* depenen del model *state-space* especificat així com del nombre d'hiperparàmetres a estimar[31]. De tota manera, seguint a en Little i Rubin (1987), la base teòrica en què es sustenta l'algorisme *EM* és la mateixa en tots els casos i pot resumir-se com segueix: donat un conjunt de variables observables, X_t, la distribució conjunta de les esmentades variables observables i del vector d'estat, α_t, condicionada a les estimacions dels hiperparàmetres pot expressar-se com un producte de funcions de densitat de la forma:

$$f(X,\alpha/\lambda)=f(X/\lambda)\cdot f(\alpha/X,\lambda). \qquad [5.26]$$

A partir de [5.26] doncs el logaritme (natural) de la funció de versemblança del sistema pot descompondre's com segueix:

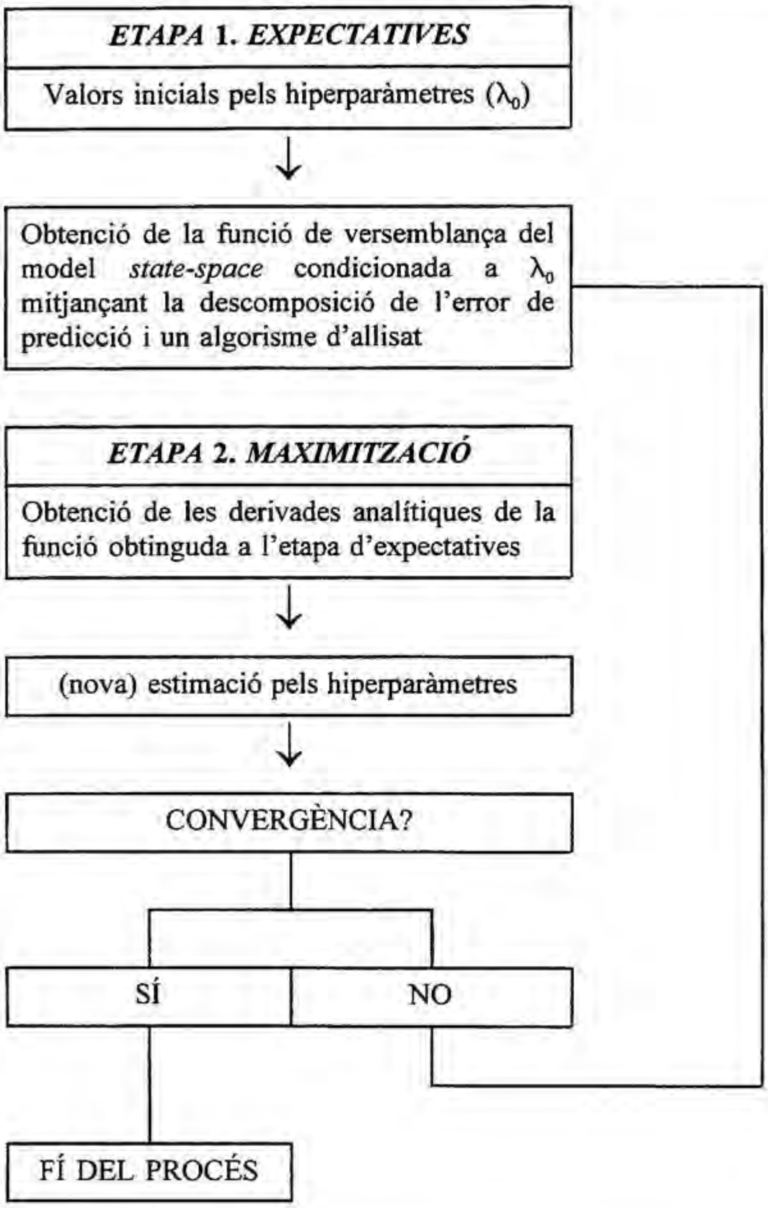
$$\log L(\lambda/X,\alpha)=L(\lambda/X)+\log f(\alpha/X,\lambda), \qquad [5.27]$$

[30] Vegi's l'apartat 5.2.4.2.

[31] A en Shumway i Stoffer (1982) pot trobar-se una descripció de les equacions que formen aquest algorisme sota unes condicions prou generals.

de manera que per a estimar els valors de λ pot resultar més senzill maximitzar $L(\lambda/X)$ enlloc de l'expressió completa donat que es desconeix la seva segona part.

Quadre 5.4. Procediment d'estimació màxim-versemblant mitjançant l'aplicació de l'algorisme *EM*



Font: Elaboració pròpia.

Prenent esperances a [5.27] es té:

$$L(\lambda/X)=\int L(\lambda/X,\alpha)\cdot f(\alpha/X,\lambda)d\alpha-\int \log f(\alpha/X,\lambda)\cdot f(\alpha/X,\lambda)d\alpha=Q(\lambda/\lambda_0)-H(\lambda/\lambda_0), \quad [5.28]$$

on λ_0 denota el vector de valors inicials dels hiperparàmetres. Per tal d'obtenir les estimacions màxim-versemblants dels hiperparàmetres desconeguts el més ràpidament possible interessa que a cada iteració (això és, que per a cada nou vector d'estimacions dels hiperparàmetres) la funció de versemblança augmenti:

$$L(\lambda_{t+1}/X)>L(\lambda_t/X). \quad [5.29]$$

Aplicant els resultats de la desigualtat d'en Jensen[32] per a assolir [5.29] únicament cal aconseguir que $Q_{t+1}>Q_t$.

L'algorisme *EM* empra aquesta estratègia que presenta uns costos i uns beneficis determinats en funció del model considerat. De tota manera, però, en termes generals pot afirmar-se que aquest algorisme presenta principalment dos inconvenients:

a) la convergència és molt lenta, almenys més que en els mètodes d'optimització numèrica usuals (Tanizaki -1996- i Wu -1983-), donat que no proporciona les estimacions màxim-versemblants en dues iteracions. Tot i l'anterior, però, cal reconèixer que és un algorisme molt estable numèricament atès que es situa molt ràpidament al voltant dels vertaders valors dels paràmetres; i,

b) tal i com s'ha dit anteriorment en la primera de les etapes s'empra un algorisme d'allisat, la qual cosa suposa un major cost computacional.

Una de les principals crítiques a l'aplicació dels models *state-space* en camps com l'Economia on els valors dels hiperparàmetres no es coneixen *a priori* es centra en la inestabilitat d'ambdós procediments a l'hora d'estimar aquests hiperparàmetres. En aquest sentit, en Hackl i Westlund (1996) mostren que els resultats del filtre d'en Kalman són molt sensibles a l'especificació del model *state-space*. La seva conclusió és que per a protegir-se'n d'aquest

[32] La desigualtat d'en Jensen estableix que donada una variable aleatòria X tal que el seu valor esperat és μ i $f(X)$ és una funció convexa, aleshores es compleix que:

$$E[f(X)]\geq f[E(X)],$$

on la igualtat es compleix si i només si X és una distribució degenerada en μ. Per a una demostració d'aquest resultat vegi's en Rao (1973, pp. 57-58).

problema en la major part dels casos la solució consisteix en especificar el model tan simple com sigui possible i estimar *a priori* els hiperparàmetres, enlloc d'estimar-los simultàniament amb el vector d'estat.

5.2.1.3. Avantatges dels models *state-space*

Sense ànim d'ésser exhaustius en aquest apartat es fa una breu revisió dels principals avantatges que té l'ús dels models *state-space* front a altres especificacions, diguem, més clàssiques emprades tradicionalment. En aquest sentit cal destacar-ne les següents:

a) a l'hora de modelitzar les relacions existents entre les variables els models *state-space* són més flexibles que altres models més convencionals emprats en l'àmbit de les Ciències Socials quan es treballa amb dades de sèrie temporal. Per exemple, en algunes aplicacions les variables d'estat poden assimilar-se als paràmetres d'una regressió que esdevenen així variables. En aquest cas, la representació *state-space* efectivament permet assolir un grau de flexibilitat addicional al que s'obté amb el model de regressió estàndard;

b) relacionat amb l'anterior, és possible demostrar que gairebé qualsevol model ARMA, ARIMA o VAR pot expressar-se en forma d'un model *state-space*. Així, per exemple, en el cas del model ARMA(p,q)[33] següent:

$$\phi_p(L) \cdot X_t = \theta_q(L) \cdot u_t \;\Rightarrow\; X_t = \frac{\theta_q(L)}{\phi_p(L)} \cdot u_t,$$

on L és l'operador de retards, $\phi_p(L)$ i $\theta_q(L)$ són dos polinomis en l'operador de retards d'ordre p i q respectivament tals que valen u en L=0[34] i u_t és una variable aleatòria amb valor esperat zero i variància σ_u^2, per a expressar-lo en forma d'un model *state-space* únicament cal definir un paràmetre r tal que $r=min(p,q+1)$ i escriure el model ARMA(p,q) com segueix:

[33] Com és sabut, des del treball d'en Box i Jenkins (1976) els models ARMA han estat molt utilitzats a l'hora de modelitzar variables econòmiques donat que es tracta d'una tècnica el cost de la qual és molt baix i que proporciona resultats prou bons a l'hora de realitzar prediccions a curt termini.

[34] Els polinomis $\phi_p(L)$ i $\theta_q(L)$ venen donats respectivament per $(1-\phi_1 \cdot L - ... - \phi_p \cdot L^p)$ i $(1-\theta_1 \cdot L - ... - \theta_q \cdot L^q)$.

$$X_t = \phi_1 \cdot X_{t-1} + ... + \phi_r \cdot X_{t-r} + u_t + \theta_1 \cdot u_{t-1} + ... + \theta_{r-1} \cdot u_{t-(r-1)},$$

on $\phi_j = 0\ \forall p<j$ i $\theta_j = 0\ \forall q<j$. A continuació ja pot expressar-se en forma d'un model *state-space* on les equacions de mesura i d'estat venen donades respectivament per:

$$X_t = \Gamma \cdot \alpha_t = \begin{pmatrix} 1 & \theta_1 & ... & \theta_{r-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_t \\ a_{t-1} \\ ... \\ a_{t-(r-1)} \end{pmatrix}; \text{ i,} \qquad [5.30]$$

$$\alpha_t = \Omega_t \cdot \alpha_{t-1} + \xi_t \Rightarrow \begin{pmatrix} a_t \\ a_{t-1} \\ a_{t-2} \\ ... \\ a_{t-(r-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1 & \phi_2 & ... & \phi_{r-1} & \phi_r \\ 1 & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_{t-1} \\ a_{t-2} \\ a_{t-3} \\ ... \\ a_{t-r} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_t \\ 0 \\ 0 \\ ... \\ 0 \end{pmatrix}. \qquad [5.31]$$

Comparant les equacions presentades a [5.30] i [5.31] amb les equacions [5.1] i [5.3] es té que: X_t és el valor observat de la variable en el període t (per tant un escalar); la matriu Γ_t en aquest cas és un vector d'ordre $1*r$; el vector de la variable d'estat α_t és d'ordre $r*1$; la matriu Ω_t és d'ordre $r*r$; α_{t-1} i ξ_t són dos vectors d'ordre $r*1$. Com pot comprovar-se doncs, a [5.30] i [5.31] no existeixen ni les matrius del sistema de variables exògenes (φ_t i ζ_t), ni el vector de termes de pertorbació de l'equació de mesura, ε_t.

En Hamilton (1994a) demostra que efectivament el model *state-space* format per [5.30] i [5.31] equival al model ARMA(p,q)[35], en conseqüència queda provat que

[35] Per a fer-ho simbolitza la fila j-èsima d'α_t i d'α_{t-1} per $\alpha_{j,t}$ i $\alpha_{j,t-1}$ respectivament. D'aquesta manera la fila j-èsima del vector d'estat pot escriure's com segueix:

$$\alpha_{t,j} = L^{j-1} \cdot \alpha_{1,t} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{2,t} = \alpha_{1,t-1} \\ \alpha_{3,t} = \alpha_{2,t} = \alpha_{1,t-2} \\ ... \end{cases}.$$

Així, la primera fila de les equacions de mesura i d'estat poden expressar-se de la forma:

qualsevol model ARMA admet una representació en termes d'un model *state-space*[36].

D'altra banda, tal i com assenyala en Lütkethpol (1993, pp. 416-419) els models vectorials autoregressius[37] admeten una representació en termes d'un model *state-space*. Així, per exemple, un model VAR(p) expressat en forma d'un VAR(1) del tipus:

$$X_t = A\cdot X_{t-1} + \Delta + U_t \Rightarrow \begin{pmatrix} X_t \\ X_{t-1} \\ \dots \\ X_{t-p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & \dots & A_{p-1} & A_p \\ I_k & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & I_k & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{t-1} \\ X_{t-2} \\ \dots \\ X_{t-(p-1)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_t \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix},$$

pot expressar-se com un model *state-space* de qualsevol de les següents dues maneres:

$$X_t = \left(1+\theta_1\cdot L+\dots+\theta_{r-1}\cdot L^{r-1}\right)\cdot\alpha_{1,t};\ \text{i},$$

$$\alpha_{1,t} = \left(\phi_1+\phi_2\cdot L+\dots+\phi_r\cdot L^r\right)\cdot\alpha_{1,t-1}+u_t \Rightarrow \left(1-\phi_1\cdot L-\phi_2\cdot L^2-\dots-\phi_r\cdot L^r\right)\cdot\alpha_{1,t}=u_t.$$

Multiplicant ambdós costats de l'equació de mesura anterior per $\left(1-\phi_1\cdot L-\phi_2\cdot L^2-\dots-\phi_r\cdot L^r\right)$ es té:

$$\left(1-\phi_1\cdot L+\phi_2\cdot L^2+\dots+\phi_r\cdot L^r\right)\cdot X_t = \left(1+\theta_1\cdot L+\dots+\theta_{r-1}\cdot L^{r-1}\right)\cdot\alpha_{1,t}\cdot\left(1-\phi_1\cdot L-\phi_2\cdot L^2-\dots-\phi_r\cdot L^r\right),$$

i tenint en compte el resultat que es deriva de l'equació d'estat, l'expressió anterior queda com segueix:

$$\left(1-\phi_1\cdot L+\phi_2\cdot L^2+\dots+\phi_r\cdot L^r\right)\cdot X_t = \left(1+\theta_1\cdot L+\dots+\theta_{r-1}\cdot L^{r-1}\right)\cdot u_t \Rightarrow X_t = \frac{\theta_{r-1}(L)}{\phi_r(L)}\cdot u_t,$$

que no és altre model que el model ARMA inicial.

[36] Per a un major detall sobre aquest punt vegi's en Aoki (1990, capítol 4).

[37] Els models vectorials autoregressius varen ésser proposats inicialment per en Sims (1982) com a alternativa als models clàssics. Segons en Sims en (moltes) ocasions la Teoria Econòmica no permet especificar un model (de regressió) de forma completa, per la qual cosa proposa una metodologia que es caracteritzaper "deixar parlar a les dades", és a dir, no imposar cap restricció *a priori* sobre el procés generador de dades.
L'expressió general d'un procés VARMA(p,q) ve donada per $A(L)\cdot X_t=\delta+M(L)\cdot u_t$, on $A(L)$ i $M(L)$ venen donats respectivament per $I_k-A_1\cdot L-\dots-A_p\cdot L^p$ i $I_k-M_1\cdot L-\dots-M_p\cdot L^p$, δ és un vector de termes independents i u_t és un vector de pertorbacions idèntica i independentment distribuïts amb valor esperat zero i matriu de variàncies i covariàncies Σ_u.

$$\begin{cases} X_t = \Gamma_t \cdot \alpha_t \Rightarrow \begin{pmatrix} X_t \\ X_{t-1} \\ \ldots \\ X_{t-p} \end{pmatrix} = (I_k\ 0\ \ldots\ 0) \cdot \begin{pmatrix} X_t \\ X_{t-1} \\ \ldots \\ X_{t-p} \end{pmatrix};\ i, \\ \alpha_t = \Omega_t \cdot \alpha_{t-1} + \xi_t \Rightarrow \begin{pmatrix} X_t \\ X_{t-1} \\ \ldots \\ X_{t-p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & \ldots & A_{p-1} & A_p \\ I_k & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & \ldots & I_k & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_t \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_t = \Gamma_t \cdot \alpha_t + W_t \Rightarrow \begin{pmatrix} X_t \\ X_{t-1} \\ \ldots \\ X_{t-p} \end{pmatrix} = (0\ I_k\ 0\ \ldots\ 0) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ X_t \\ \ldots \\ X_{t-p} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \delta \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix};\ i, \\ \alpha_t = \Omega_t \cdot \alpha_{t-1} + \xi_t \ \mathit{sent}\ \Omega_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ \delta & A_1 & \ldots & A_{p-1} & A_p \\ I_k & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & I_k & 0 \end{pmatrix}. \end{cases}$$

En conseqüència, la utilització dels models *state-space* permet dur a terme un procés de modelització més general i ric que no pas els emprats tradicionalment a l'Economia donat que la representació *state-space* engloba com a casos particulars les especificacions més clàssiques permetent l'existència d'altres fonts de no estacionarietat addicionals.

Aquesta circumstància ha fet dels models *state-space* una tècnica de modelització amb una enorme potencialitat i aquest probablement ha estat el principal motiu pel qual en els darrers anys aquests models s'han vingut emprant en un nombre cada cop major d'aplicacions en l'entorn de l'Economia[38].

c) un altre avantatge d'aquests models és que els elements que formen el vector d'estat (en ocasions) poden ésser fàcilment identificables amb components que tenen una interpretació immediata[39], la qual cosa fa que el seu ús permeti una interpretació directa i molt més senzilla a l'hora d'entendre els processos econòmics subjacents. Per exemple, a l'hora de modelitzar una sèrie temporal econòmica el marc proposat pels models *state-space* pot oferir millors resultats que la metodologia proposada per en Box i Jenkins (1976) (models ARIMA), ja que el punt de partida és un model de regressió enlloc de la teoria dels processos estocàstics estacionaris.

5.2.2. El filtre d'en Kalman[40]

5.2.2.1. Equacions de predicció i d'actualització

El filtre d'en Kalman no és més que un algorisme que permet estimar de manera òptima els models *state-space* sota uns supòsits bàsics[41]. En concret, és un conjunt d'equacions que, aplicades seqüencialment a la representació d'un sistema en forma de model *state-space*, permet obtenir l'estimació òptima del vector d'estat (de la variable d'interès) a l'instant T tenint en compte tota la informació disponible, això és, les observacions d'X_t des de t=1 fins a T i, a més a més, permet actualitzar-la a mida que es disposa de noves observacions de la(es) variable(s) observable(s). En aquest sentit doncs, el filtre d'en Kalman permet: *a)* filtrar senyals i, *b)* obtenir prediccions òptimes del comportament de la variable d'interès per a períodes futurs a partir de la informació disponible.

De tota manera, donat que en Economia la periodicitat amb què es disposa de les (noves) dades de les variables observables (per regla general) és superior que no pas en Enginyeria, el filtre d'en Kalman s'acostuma a emprar per a predir i per a obtenir els valors allisats per

---

[38] A en Harvey (1982, 1987), en Engle i Watson (1987) i en Aoki (1990) poden trobar-se reculls parcials de les aplicacions més importants d'aquests models en l'àmbit de l'Economia.

[39] Pensi's per exemple en l'estimació de les components no observables d'una determinada sèrie temporal. Les dades observades de l'esmentada sèrie (X_t) recullen el comportament de tot un seguit de variables no observables (elements del vector d'estat): les components tendència-cicle, estacional i irregular.

[40] Kalman (1960) i Kalman i Bucy (1961).

[41] En aquest sentit, doncs, el filtre d'en Kalman és als models *state-space* com els mínims quadrats als models de regressió lineals estàndards.

a α_t. En aquest darrer cas, que és el del nostre interès atenent a l'objectiu fixat, la variable d'estat representa una variable latent (no observable directament) i es pretén obtenir els seus valors a partir de (totes) les observacions disponibles d'una o vàries variables relacionades amb ella que sí són observables.

Com ja s'ha dit anteriorment, el filtre d'en Kalman no és més que tot un seguit d'equacions que s'apliquen seqüencialment a un sistema expressat en forma de model *state-space*. Així doncs, poden considerar-se dos (sub)procediments o etapes diferenciades:

a) la primera etapa consisteix en obtenir el predictor òptim (l'estimació) de la variable d'estat pel període t abans d'observar la variable de mesura per a aquest període, és a dir, s'estima el valor d'α_t amb tota la informació disponible fins aquell instant de temps (això és, la informació fins t-1); i,

b) posteriorment, quan es disposa de la dada corresponent a l'instant t s'incorpora a l'estimador del vector d'estat. Amb aquesta segona etapa, doncs, es millora l'estimació obtinguda en l'etapa anterior.

Així[42], suposant que a_{t-1} és l'estimador (òptim) d'α_{t-1}, és a dir, aquell que s'obté considerant totes les observacions disponibles inclòs X_{t-1}[43], i que la matriu de variàncies i covariàncies de l'error d'estimació (d'ordre M*M), a la que es simbolitzarà per υ_{t-1}, ve donada per:

$$\upsilon_{t-1} = E\left[(\alpha_{t-1} - a_{t-1}) \cdot (\alpha_{t-1} - a_{t-1})'\right], \qquad [5.32]$$

coneguts a_{t-1} i υ_{t-1}, pot obtenir-se l'estimador òptim d'α_t condicionat a aquests valors, $a_{t/t-1}$:

---

[42] En la derivació que a continuació es duu a terme de les equacions del filtre d'en Kalman es treballa sota la hipòtesi que els hiperparàmetres, els valors inicials del vector d'estat (α_0) i la matriu de variàncies i covariàncies de l'error d'estimació (υ_0) són coneguts per a tots els períodes i, en conseqüència, no s'han d'incloure com a paràmetres a estimar. D'altra banda, a més, s'ha optat per presentar les equacions del filtre d'en Kalman en temps discret, donat que és el més habitual en la major part d'aplicacions econòmiques. Per a una aproximació a les esmentades equacions en temps continu vegi's, per exemple, en Reiter (1995) o en Valderrama i Ruiz (1996).

[43] Donat que el vector d'estat es comporta d'acord amb una estructura autoregressiva de primer ordre compleix la propietat d'en Markov: el valor esperat d'α en el període t condicionat a tots els seus valors anteriors coincideix amb el valor esperat d'α en el període t condicionat al seu valor en el període anterior, t-1. Això és:

$$E\left[\alpha_t / \alpha_{t-1}, \alpha_{t-2}, \ldots\right] = E\left[\alpha_t / \alpha_{t-1}\right]$$

$$a_{t/t-1}=\alpha_t/a_{t-1}=E\left[\alpha_t/a_{t-1}\right]=E\left[\Omega_t\cdot a_{t-1}+\zeta_t+\Lambda_t\cdot\xi_t\right],$$

i donat que $E\left[\xi_t\right]=0$, es té que $a_{t/t-1}$ ve donat per:

$$a_{t/t-1}=\Omega_t\cdot a_{t-1}+\zeta_t, \qquad [5.33]$$

sent la matriu de variàncies i covariàncies associada a l'error d'estimació de [5.33], $\upsilon_{t/t-1}$:

$$\upsilon_{t/t-1}=E\left[(\alpha_t-a_t/a_{t-1})\cdot(\alpha_t-a_t/a_{t-1})'\right]=\Omega_t\cdot\upsilon_{t-1}\cdot\Omega_t'+\Lambda_t\cdot\eta_t\cdot\Lambda_t'.^{44} \qquad [5.34]$$

Les equacions [5.33] i [5.34], anomenades *equacions de predicció*, permeten obtenir el predictor òptim del vector d'estat pel període t donada tota la informació disponible fins aquell instant de temps. Són, per tant, les equacions corresponents a la primera de les dues etapes a les que es feia referència anteriorment.

Quan es disposa de la (nova) observació d'X pel període t s'incorpora al conjunt d'informació disponible fins aleshores (0, 1, ..., t-1) i s'actualitza l'estimador (òptim) del vector d'estat, $a_{t/t-1}$, la qual cosa permet millorar-lo. Les equacions mitjançant les quals es duu a terme aquesta segona etapa són les dues següents:

$$a_t=a_{t/t}=a_{t/t-1}+\upsilon_{t/t-1}\cdot\Gamma_t'\cdot\tau_t^{-1}\cdot(X_t-\Gamma_t\cdot a_{t/t-1}-\varphi_t);\ \text{i}, \qquad [5.35]$$

$$\upsilon_t=\upsilon_{t/t-1}-\upsilon_{t/t-1}\cdot\Gamma_t'\cdot\tau_t^{-1}\cdot\Gamma_t\cdot\upsilon_{t/t-1}, \qquad [5.36]$$

sent v_t és el vector de les innovacions atès que recull la nova informació que s'incorpora a l'estimador i ve donat per $\nu_t=X_t-\Gamma_t\cdot a_{t/t-1}-\varphi_t$, i $\tau_t=\Gamma_t\cdot\upsilon_{t/t-1}\cdot\Gamma_t'+\Upsilon_t$ és la seva matriu de variàncies i covariàncies.

Les equacions [5.35] i [5.36] s'anomenen *equacions d'actualització*. Doncs bé, el filtre

---

[44] Demostració:

$$\upsilon_{t/t-1}=E\left[(\alpha_t-a_t/a_{t-1})\cdot(\alpha_t-a_t/a_{t-1})'\right]=E\left[(\Omega_t\cdot\alpha_{t-1}+\zeta_t+\Lambda_t\cdot\xi_t-\Omega_t\cdot a_{t-1}-\zeta_t).(\alpha_{t-1}'\cdot\Omega_t'+\zeta_t'+\xi_t'\cdot\Lambda_t'-a_{t-1}'\cdot\Omega_t'-\zeta_t')\right]=$$

$$=E\left[\Omega_t\cdot(\alpha_{t-1}-a_{t-1})\cdot(\alpha_{t-1}'-a_{t-1}')\cdot\Omega_t'+\Omega_t\cdot(\alpha_{t-1}-a_{t-1})\cdot\xi_t'\cdot\Lambda_t'+\Lambda_t\cdot\xi_t\cdot(\alpha_{t-1}'-a_{t-1}')\cdot\Omega_t'+\Lambda_t\cdot\xi_t\cdot\xi_t'\cdot\Lambda_t'\right]=$$

$$=\Omega_t\cdot\upsilon_{t-1}\cdot\Omega_t'+\Lambda_t\cdot\eta_t\cdot\Lambda_t'.$$

d'en Kalman el formen les equacions de predicció (primera etapa) i les d'actualització (segona etapa), és a dir, el conjunt d'equacions [5.33] a [5.36] (vegi's quadre 5.5)[45].

Quadre 5.5. Etapes i equacions del filtre d'en Kalman

1^a *etapa.* ***PREDICCIÓ***

EQUACIONS DE PREDICCIÓ

$$a_{t/t-1} = \Omega_t \cdot a_{t-1} + \zeta_t$$
$$\upsilon_{t/t-1} = \Omega_t \cdot \upsilon_{t-1} \cdot \Omega_t' + \Lambda_t \cdot \eta_t \cdot \Lambda_t'$$

2^a *etapa.* ***ACTUALITZACIÓ***

EQUACIONS D'ACTUALITZACIÓ

$$a_t = a_{t/t} = a_{t/t-1} + \upsilon_{t/t-1} \cdot \Gamma_t' \cdot \tau_t^{-1} \cdot \left(X_t - \Gamma_t \cdot a_{t/t-1} - \varphi_t\right)$$
$$\upsilon_t = \upsilon_{t/t-1} - \upsilon_{t/t-1} \cdot \Gamma_t' \cdot \tau_t^{-1} \cdot \Gamma_t \cdot \upsilon_{t/t-1}$$

Font: Elaboració pròpia.

En qualsevol cas, però, cal assenyalar que existeix la possibilitat de passar directament des d'$a_{t/t-1}$ a $a_{t+1/t}$ mitjançant l'expressió següent:

$$a_{t+1/t} = \left(\Omega_{t+1} - \vartheta_t \cdot \Gamma_t\right) \cdot a_{t/t-1} + \vartheta_t \cdot X_t + \left(\zeta_{t+1} - \vartheta_t \cdot \varphi_t\right), \qquad [5.37]$$

[45] Cal assenyalar que la formulació presentada al llarg de les pàgines anteriors és la més general possible. En aquest sentit, existeixen diferents maneres d'interpretar l'algorisme del filtre depenent de com es derivin les equacions de predicció i d'actualització. Així, entre d'altres destaquen les següents aproximacions: *a)* a partir del supòsit de normalitat (Harvey, 1989; Tanizaki, 1996); *b)* per projecció ortogonal (Brockwell i Davis, 1991; Chow, 1983); *c)* a partir de l'estimador d'en Theil-Goldberger (Cooley, 1977; Harvey, 1989; Diderrich, 1985; Cuthberson *et al.*, 1992; Tanizaki, 1996); *d)* a partir de l'estimador de mínmis quadrats generalitzats (Sant, 1977); ... A en Ramos (1997, pp. 26-33) pot trobar-se una presentació de la derivació de les equacions del filtre a partir del supòsit de normalitat, en el marc de l'estadística baiesiana i a partir de l'estimador mixt d'en Theil-Goldberger.

on la matriu ϑ_t, anomenada matriu de guanys[46], ve donada per:

$$\vartheta_t = \Omega_{t+1} \cdot \upsilon_{t/t-1} \cdot \Gamma_t' \cdot \tau_t^{-1} \quad t=1,2,...,T, \qquad [5.38]$$

i la recursió per a la matriu de variàncies i covariàncies és l'anomenada *equació d'en Riccati*:

$$\upsilon_{t+1/t} = \Omega_{t+1} \cdot \left(\upsilon_{t/t-1} - \upsilon_{t/t-1} \cdot \Gamma_t' \cdot \tau_t^{-1} \cdot \Gamma_t \cdot \upsilon_{t/t-1}\right) \cdot \Omega_{t+1}' + \Lambda_{t+1} \cdot \eta_{t+1} \cdot \Lambda_{t+1}' \quad t=1,2,...,T. \qquad [5.39]$$

Per últim assenyalar que d'acord amb en Harvey (1989, pp. 110-112) els estimadors a_t (que no són altre cosa que el valor esperat d'α_t condicionat a la informació disponible a l'instant t, $E[\alpha_t / X_t]$) obtinguts a partir de l'aplicació de les equacions del filtre d'en Kalman són els estimadors lineals, no esbiaixats i òptims basats en la informació disponible a l'instant t i, per tant, minimitzen l'error quadràtic mig[47] i, de la mateixa manera la matriu de variàncies i covariàncies mínima per l'error d'estimació ve donada també per les equacions del filtre d'en Kalman.

D'altra banda, si es considera l'expressió $\hat{X}_{t/t-1} = \Gamma_t \cdot a_{t/t-1} + \varphi_t$, $a_{t/t-1}$ també pot interpretar-se com l'estimador que minimitza l'error quadràtic mig d'X_t en un model gaussià. En aquest supòsit l'error de predicció (anomenat innovació, atès que representa la informació que aporten les noves observacions que s'incorporen a la mostra) per a cada instant t vindria donat per:

$$v_t = X_t - \hat{X}_{t/t-1} = \Gamma_t \cdot \left(\alpha_t - a_{t/t-1}\right) + \varepsilon_t,$$

i el seu valor esperat i variància, sota el supòsit que les matrius del sistema són fixes i conegudes són[48]:

---

[46] Reformulant l'expressió anterior pot observar-se que la predicció d'a_t a l'instant t és una combinació lineal de la predicció realitzada en el moment t-1 i de l'error de predicció de la variable observada. La ponderació assignada a aquest error de predicció és la matriu de guanys.

[47] Cal assenyalar, però, que en el supòsit que les pertorbacions no es distribueixin segons una normal, no pot obtenir-se la mitjana condicionada del vector d'estat a través del filtre d'en Kalman. Per a un major detall vegi's en Ramos (1997, pp. 81-83).

[48] En el cas que això no sigui així i s'hagin d'estimar els hiperparàmetres les propietats que tot seguit es presenten no es compliran atès que no es coneix el seu valor *a priori*.

$$E\left[\nu_t\right]=E\left[\Gamma_t\cdot(\alpha_t-a_{t/t-1})+\varepsilon_t\right]=\Gamma_t\cdot\left(E\left[\alpha_t\right]-E\left[a_{t/t-1}\right]\right)+E\left[\varepsilon_t\right]=\Gamma_t\cdot(a_{t/t-1}-a_{t/t-1})+0=0;\text{ i,}$$

$$var\left[\nu_t\right]=var\left[\Gamma_t\cdot(\alpha_t-a_{t/t-1})+\varepsilon_t\right]=var\left[\Gamma_t\cdot(\alpha_t-a_{t/t-1})\right]+var\left[\varepsilon_t\right]+2\cdot cov\left[\Gamma_t\cdot(\alpha_t-a_{t/t-1}),\varepsilon_t\right]=$$
$$=\Gamma_t\cdot E\left[(\alpha_t-a_{t/t-1})\cdot(\alpha_t-a_{t/t-1})'\right]\cdot\Gamma_t'+var\left[\varepsilon_t\right]=\Gamma_t\cdot\upsilon_{t/t-1}\cdot\Gamma_t'\cdot\Upsilon_t=\tau_t.$$

A més a més, estan incorrelacionades: $E\left[\nu_t\cdot\nu_s'\right]=0\ \forall t\neq s$.

En qualsevol cas, però, per a aplicar les equacions del filtre d'en Kalman cal conèixer els valors inicials del vector d'estat (a_0 o $a_{1/0}$), la seva matriu de variàncies i covariàncies (υ_0 o $\upsilon_{1/0}$) i els hiperparàmetres del sistema. Si això no és així, cal estimar-los prèviament, la qual cosa pot repercutir negativament sobre les propietats dels estimadors. La qüestió referent a l'estimació dels hiperparàmetres ja ha estat discutida anteriorment (vegi's els apartats 5.2.1.1 i 5.2.1.2), així doncs a continuació s'aborda la qüestió de la inicialització del filtre d'en Kalman.

5.2.2.2. La inicialització del filtre d'en Kalman[49]

Depenent de si el model *state-space* especificat és o no és estacionari[50] la inicialització del filtre d'en Kalman pren un caire diferent donat que mentre en el primer cas les condicions inicials estan ben definides en el segon no ho estan.

Així, en el supòsit d'estacionarietat els valors inicials del vector d'estat poden aproximar-se a partir de les mitjanes i les variàncies incondicionals del propi procés. En aquest sentit, a la literatura poden trobar-se, entre d'altres les següents propostes:

a) estimar l'equació de mesura [5.1] per mínims quadrats emprant les h primeres observacions i utilitzar la mitjana i la variància de les estimacions obtingudes com a valors inicials del filtre per a l'observació h+1, és a dir, inicialitzar el filtre en el període h+1 (Gardner *et al.* -1980- i Harvey -1984-). Aquesta proposta, però, en el supòsit de disposar-se d'un nombre reduït d'observacions presenta els inconvenients

[49] Per a un major detall sobre aquest punt vegi's en Reiter (1995) i en Snyder i Saligari (1996).

[50] Es diu que un model *state-space* és estacionari si: *a)* els valors propis de la matriu de transició de l'equació d'estat, Ω_t, es troben dintre del cercle unitat i, *b)* es disposa de suficients observacions com per a poder afirmar que el model ha assolit l'estacionarietat.

derivats de treballar amb pocs graus de llibertat; i,

b) si es suposa que les condicions inicials són deterministes poden estimar-se conjuntament amb els hiperparàmetres del sistema (Rosenberg, 1973).

D'altra banda, quan el model és no estacionari les condicions inicials no estan ben definides per la qual cosa les propostes anteriors no poden aplicar-se. Així, el procediment emprat generalment per a estimar el valor esperat i la matriu de variàncies i covariàncies d'α_0 consisteix en considerar-los com condicions difuses fixant-se, doncs, la matriu de variàncies i covariàncies de l'error d'estimació dels valors inicials igual a infinit. A la literatura poden trobar-se diferents propostes per a emprar aquesta condició. Així, entre d'altres es poden assenyalar les següents:

a) en Harvey i Phillips (1979) proposen inicialitzar el filtre amb una variància (molt) elevada però finita. Aquesta proposta presenta l'inconvenient que els resultats que s'obtenen són molt poc estables numèricament;

b) en Anderson i Moore (1979), en Kitagawa, (1981) i en Kitagawa i Gersch (1984) per la seva banda proposen emprar un algorisme alternatiu (anomenat filtre d'informació) enlloc del filtre d'en Kalman, que consisteix en calcular la inversa de la matriu de l'error d'estimació (υ_t^{-1}, matriu d'informació) enlloc de calcular υ_t a partir de recursions. Aquesta estratègia és recomenable en el supòsit que la matriu de variàncies i covariàncies υ_0 sigui infinit, atès que sota aquestes condicions υ_t^{-1}=0. En qualsevol cas, però, aquesta proposta no és aplicable ni en el supòsit que la matriu de transició sigui singular ni en el que hi hagi un conjunt de valors inicials que siguin coneguts (donat que en aquest cas tenen una variància de l'error d'estimació igual a zero);

c) en Harvey (1981 i 1989) i en Bell i Hillmer (1991) proposen calcular una distribució *a priori* pels valors inicials del vector d'estat a partir de les h primeres observacions. Les recursions començarien per t=0 amb α_0=0 i $\upsilon_0=\kappa\cdot I$, on $\kappa\rightarrow\infty$ (tot i que a la pràctica, però, s'empra un nombre positiu molt gran, per exemple, 10^6) i, els valors del vector d'estat obtinguts per a l'observació h s'emprarien com a valors inicials del filtre per $t>h$. D'aquesta manera, per tant, s'utilitza una distribució impròpia com a punt de partida pel procés d'estimació. El principal avantatge d'aquesta proposta és la seva senzillesa però té l'inconvenient que els resultats que s'obtenen no (sempre) són estables des d'un punt de vista numèric com a conseqüència del fet que les operacions de filtrat i càlcul de límits no són intercanviables (Ansley i Kohn, 1985);i, *d)* en Ansley i Kohn (1985 i 1989), en de Jong (1988, 1989, 1991a, i 1991b), en Gómez i Maravall (1994) i en Kohn i Ansley (1984 i 1986) proposen complementar el filtre d'en Kalman amb equacions addicionals per a tractar els valors inicials. Tot i que aquest mètode suposa un cost computacional addicional important, a la pràctica és el més emprat donat que és el més eficient. Depenent de les equacions que complementen el filtre d'en Kalman és té el filtre d'en Kalman modificat, el filtre d'en Kalman difús, ... De tota manera, però, cap d'elles és completament satisfactòria. Així, la major part de les investigacions teòriques actuals referides al filtre d'en Kalman i els models *state-space* estan centrades en solucionar aquest problema.

A continuació es presenten els trets més rellevants corresponents al filtre d'en Kalman modificat i al filtre d'en Kalman difús.

5.2.2.2.1. El filtre d'en Kalman modificat

El filtre d'en Kalman modificat (MKF), que va ésser desenvolupat (principalment) per en Ansley i Kohn (1985) i en Kohn i Ansley (1986), permet calcular eficientment la funció de versemblança i obtenir estimacions i prediccions pel vector d'estat en presència de condicions inicials no especificades de forma completa en models no estacionaris.

De fet, l'MKF no és més que una generalització de les equacions del filtre d'en Kalman presentades anteriorment. En concret, les equacions de mesura i d'estat de l'MKF són:

$$\begin{aligned} X_t &= \Gamma \cdot \alpha_t + \varepsilon_t\,;\ i, \\ \alpha_{t+1} &= \Omega \cdot \alpha_t + \Lambda \cdot \xi_{t+1}, \end{aligned} \qquad [5.40]$$

on les matrius Γ i Ω són invariants respecte al temps. Els supòsits formulats per aquest model són els habituals excepte pel que es refereix al valor inicial del vector d'estat que, en aquest model es suposa que presenta un comportament d'acord amb la següent expressió:

$$\alpha_0 = M \cdot \delta + \psi, \qquad [5.41]$$

on ψ i δ es distribueixen segons una normal amb valor esperat zero i matriu de variàncies i covariàncies $\sigma^2 \cdot V_\psi$ i $\kappa \cdot \mathrm{I}$ on $\kappa \to \infty$ respectivament. D'acord amb l'anterior, doncs, ψ segueix una distribució impròpia i, en conseqüència, el vector d'estat és parcialment difús.

El punt de partida de l'MKF són les dues definicions següents:

$$\alpha(t/0;\kappa)=E\left[\alpha_t\right];\ i,$$
$$\upsilon(t/0;\kappa)=var\left[\alpha_t\right]. \qquad [5.42]$$

Aleshores, tenint en compte [5.42] el valor inicial del vector d'estat i la seva matriu de variàncies i covariàncies quan t=0 poden expressar-se com segueix:

$$\alpha(0/0;\kappa)=E\left[\alpha_0\right]=0;\ i,$$
$$\upsilon(0/0;\kappa)=var\left[\alpha_0\right]=\kappa\cdot M\cdot M'+\sigma^2\cdot V_{\psi}. \qquad [5.43]$$

Així doncs, quan t≥1 és possible definir el millor predictor d'α_t un cop es coneixen totes les observacions fins el període t-1 i la matriu de variàncies i covariàncies associada a l'error de predicció pel vector d'estat a aquest període de la forma:

$$\alpha(t/t-1;\kappa)=E\left[\alpha_t/X_{t-1},X_{t-2},\dots,X_1\right];\ i,$$
$$\upsilon(t/t-1;\kappa)=var\left[\alpha_t-\alpha(t/t-1;\kappa)\right]. \qquad [5.44]$$

El problema que es planteja a l'hora d'emprar el filtre d'en Kalman habitual és l'existència d'una dependència respecte a κ. En Ansley i Kohn (1985) varen mostrar com en realitzar una transformació de les dades és possible calcular la funció de versemblança i dur a terme processos de filtrat, allisat i predicció independentment de κ. En concret, les equacions presentades a [5.44] poden reescriure's com segueix:

$$\alpha(t/t-1;\kappa)=\alpha^0(t/t-1)+O(1/\kappa);\ i,$$
$$\upsilon(t/t-1;\kappa)=\upsilon^1(t/t-1)+\sigma^2\cdot\upsilon^0(t/t-1)+O(1/\kappa), \qquad [5.45]$$

on $\alpha^0(t/t-1)$, $\upsilon^0(t/t-1)$ i $\upsilon^1(t/t-1)$ no depenen de κ.

A partir d'aquest punt, per a obtenir estimacions òptimes d'$\alpha(t/t;\kappa)$ i d'$\upsilon(t/t;\kappa)$ emprant les equacions de l'MKF cal seguir un procés iteratiu que consta de quatre etapes que, de forma resumida, es recull en el quadre 5.6.

Quadre 5.6. Procés iteratiu per a obtenir estimacions òptimes d' $\alpha(t/t;\kappa)$ i d' $\upsilon(t/t;\kappa)$ emprant les equacions de l'MKF

Etapa* 1. *Inicialització

$$\alpha^0(0/0)=0;\ \upsilon^1(0/0)=M\cdot M';\ \upsilon^0(0/0)=V_\psi$$

***Etapa* 2**

$$\alpha^0(t+1/t)=\Omega\cdot\alpha^0(t/t);\ \upsilon^1(t+1/t)=\Omega\cdot\upsilon^1(t/t)\cdot\Omega';\ \upsilon^0(t+1/t)=\Omega\cdot\upsilon^0(t/t)\cdot\Omega'+\Lambda\cdot\Lambda'$$

***Etapa* 3**

$$\nu^0(t+1)=X(t+1)-\alpha^0(t+1/t);\ \tau^1(t+1)=\upsilon^1(t+1/t);\ \tau^0(t+1)=\upsilon^0(t+1/t)$$

***Etapa* 4**

si $\tau^1(t+1)>0$

$$\alpha^0(t+1/t+1)=\alpha^0(t+1/t)+\frac{\upsilon^1(t+1/t)\cdot\Gamma\cdot\nu^0(t+1)}{\tau^1(t+1)}$$

$$\upsilon^1(t+1/t+1)=\upsilon^1(t+1/t)-\frac{\upsilon^1(t+1/t)\cdot\Gamma\cdot\Gamma'\cdot\upsilon^1(t+1/t)}{\tau^1(t+1)}$$

$$\upsilon^0(t+1/t+1)=\upsilon^0(t+1/t)+\frac{\upsilon^1(t+1/t)\cdot\Gamma\cdot\Gamma'\cdot\tau^0(t+1)}{\tau^1(t+1)\cdot\tau^1(t+1)'}-\frac{\upsilon^1(t+1/t)\cdot\Gamma\cdot\Gamma'\cdot\upsilon^0(t+1/t)}{\tau^1(t+1)}-\frac{\upsilon^0(t+1/t)\cdot\Gamma\cdot\Gamma'\cdot\upsilon^1(t+1/t)}{\tau^1(t+1)}$$

si $\tau^1(t+1)=0$

$$\alpha^0(t+1/t+1)=\alpha^0(t+1/t)+\frac{\upsilon^0(t+1/t)\cdot\Gamma\cdot\nu^0(t+1)}{\tau^0(t+1)}$$

$$\upsilon^1(t+1/t+1)=\upsilon^1(t+1/t)$$

$$\upsilon^0(t+1/t+1)=\upsilon^0(t+1/t)-\frac{\upsilon^0(t+1/t)\cdot\Gamma\cdot\Gamma'\cdot\upsilon^0(t+1/t)}{\tau^0(t+1)}$$

En el supòsit que l'observació corresponent a X_{t+1} no estigui disponible, un cop finalitzada la segona etapa hi hauria una etapa intermèdia abans de començar la tercera. Aquesta etapa intermèdia consistiria en assignar al component no observable del vector d'estat el valor obtingut amb les tres equacions següents: *a)* $\alpha^0(t+1/t+1)=\alpha^0(t+1/t)$; *b)* $\upsilon^1(t+1/t+1)=\upsilon^1(t+1/t)$; i, *c)* $\upsilon^0(t+1/t+1)=\upsilon^0(t+1/t)$. A continuació, es tornaria a la segona etapa i es seguiria el procés amb l'observació següent.
Cal assenyalar que a la pràctica $\upsilon^1(t/t)$ decreix molt ràpidament a mida que es realitzen recursions de manera que l'MKF convergeix cap al filtre d'en Kalman habitual.

5.2.2.2.2. El filtre d'en Kalman difús

Partint del model *state-space* següent:

$$X_t = Z_t \cdot \beta + \Gamma_t \cdot \alpha_t + G_t \cdot u_t;\ i,$$
$$\alpha_{t+1} = W_t \cdot \beta + \Omega_t \cdot \alpha_t + \Upsilon_t \cdot u_t, \qquad [5.46]$$

on u_t és un terme de pertorbació el valor esperat i la matriu de variàncies i covariàncies del qual són zero i $\sigma^2 \cdot \mathrm{I}$; α_0 val zero; i, $\beta = b + B \cdot \gamma$, on $E[\gamma] = c$ i $var[\gamma] = \sigma^2 \cdot C$ sent $C \rightarrow \infty$, el filtre d'en Kalman habitual vindria donat per les següents cinc equacions:

$$\mathrm{v}_t = X_t - Z_t \cdot \beta - \Gamma_t \cdot a_t;$$
$$\tau_t = \Gamma_t \cdot \upsilon_t \cdot \Gamma_t' + G_t \cdot G_t';$$
$$\vartheta_t = \Omega_t \cdot \upsilon_t \cdot \Gamma_t + \Upsilon_t \cdot G_t' \cdot \tau_t^{-1};$$
$$a_{t+1} = W_t \cdot \beta + \Omega_t \cdot a_t + \vartheta_t \cdot \mathrm{v}_t;\ \mathrm{i},$$
$$\upsilon_{t+1} = [\Omega_t - \vartheta_t \cdot \Gamma_t] \cdot \upsilon_t \cdot \Omega_t';$$

on a_t com és habitual representa el predictor òptim d'α_t obtingut emprant tota la informació disponible fins X_{t-1}; ν_t són les innovacions i τ_t la seva matriu de variàncies i covariàncies; i les condicions inicials del vector d'estat es defineixen com $a_1 = W_0 \cdot \beta$ i $\upsilon_1 = \Upsilon_0 \cdot \Upsilon_0'$. Així, l'EQM associat a la predicció es defineix com $\sigma^2 \cdot \upsilon_t$.

El filtre d'en Kaman difús resol el problema dels valors inicials substituint les equacions anteriors corresponents a les innovacions i a a_{t+1} respectivament per:

$$\mathrm{v}_t = [Z_t \cdot B, X_t - Z_t \cdot b] - \Gamma_t \cdot a_t;\ \mathrm{i},$$
$$a_{t+1} = W_t [-B, b] + \Omega_t \cdot a_t + \vartheta_t \cdot \mathrm{v}_t,$$

amb la condició inicial $\tau_1 = W_0[-B, b]$ i afegint la recursió addicional $\eta_{t+1} = \eta_t + \nu_t' \cdot \tau_t^{-1} \cdot \nu_t$ amb $\eta_1 = 0$. D'aquesta manera s'elimina la dependència de les recursions de la variància difusa dels valors inicials d'α_t, C.

5.2.3. Validació i inferència en els models *state-space*

En el supòsit que els hiperparàmatres del model siguin coneguts és possible validar i realitzar inferència sobre el comportament del vector d'estat a partir de les innovacions (els errors de predicció d'un període cap endavant) obtingudes en aplicar el filtre d'en Kalman de manera similar a com es duu a terme en el model de regressió estàndard on s'empren els residus de l'estimació.

La situació, però, no és la mateixa en el supòsit que els hiperparàmetres siguin desconeguts. Com s'ha dit anteriorment, en aquest supòsit cal emprar estimacions dels hiperparàmetres (enlloc dels seus valors reals) la qual cosa introdueix una font addicional d'incertesa que impedeix utilitzar les innovacions com els residus del model i, en conseqüència, realitzar inferència sobre les diferents components del vector d'estat.

Per a solventar aquesta problemàtica, en Hamilton (1986) proposa obtenir per simulació una mostra d'aproximadament dues-centes observacions per a les estimacions dels hiperparàmetres a partir de la distribució obtinguda pels mateixos en funció de les seves estimacions màxim-versemblants:

$$\lambda_i \sim N\left(\lambda_{i_{MV}}, var\left[\lambda_{i_{MV}}\right]\right). \qquad [5.47]$$

Per a cadascuna de les (dues-centes) estimacions s'aplicaria el filtre d'en Kalman (i si es desitja un algorisme d'allisat) per tal d'obtenir (dues-centes) estimacions d'α_t i de la seva matriu de variàncies i covariàncies de l'error de predicció per a cada instant del temps.

Finalment, es calcula una (nova) estimació d'α_t a partir de les (dues-centes) estimacions disponibles. En concret, en Hamilton proposa calcular-la com la mitjana aritmètica de les (dues-centes) estimacions d'α_t:

$$a_t^S = \frac{\sum_{i=1}^{200} a_t(\lambda_i)}{200}. \qquad [5.48]$$

A més, en Hamilton (1994b) demostra que asimptòticament [5.48] és equivalent a la que s'obtindria en el supòsit que es coneguessin els vertaders valors dels hiperparàmetres.

Aquesta metodologia permet calcular una expressió de la variància de l'error d'estimació del vector d'estat que incorpora tant la incertesa associada al propi filtre (*IF*) com l'associada a les estimacions dels hiperparàmetres (*IEH*). En concret, la primera s'obté com la mitjana de les variàncies de les estimacions simulades:

$$IF = \frac{\sum_{i=1}^{200} \upsilon_t(\lambda_i)}{200}. \qquad [5.49]$$

Per la seva banda la incertesa associada a l'estimació dels hiperparàmetres s'obté a partir de:

$$IEH = \frac{\sum_{i=1}^{200} \left(\left[a_t(\lambda_i) - a_t^S\right] \cdot \left[a_t(\lambda_i) - a_t^S\right]' \right)}{200}. \qquad [5.50]$$

L'error estàndard de les estimacions d'α_t ve donat per:

$$es\left(a_t^S\right) = (IF + IEH)^{\frac{1}{2}}. \qquad [5.51]$$

D'aquesta manera doncs, emprant [5.51] és possible construir intervals de confiança per les estimacions a_t^S o contrastar hipòtesis entorn als seus valors.

L'aplicació d'aquesta proposta a diferents treballs empírics (Burmeister *et al.*, 1986; Burmeister i Wall, 1987; Israilevich i Kuttner, 1993; i Kuttner, 1994, entre d'altres) ha posat de manifest que no considerar la incertesa associada a les estimacions del hiperparàmetres pot portar a conclusions errònies sobre el comportament d'α_t.

Per últim assenyalar que la proposta analitzada en aquest treball no és l'única que es pot trobar a la literatura. Així, per exemple, en Harvey i Koopman (1992), en Kirkendall (1992), en Koopman (1993) i en Koopman *et al.* (1995), entre d'altres, proposen realitzar inferència sobre les components del vector d'estat a partir de residus auxiliars en els models estructurals de sèries temporals.

5.2.4. Predicció i allisat

Fins ara s'ha tractat el filtrat com a (únic) mètode per a obtenir informació sobre les variables d'interès. No obstant, existeixen altres dos procediments per a obtenir informació sobre les variables d'estat d'un sistema. Aquests dos mètodes són la predicció i l'allisat.

Amb la finalitat de diferenciar entre les tres tècniques (filtrat, predicció i allisat), tot i que d'un mode intuïtiu, es farà ús d'un exemple d'en Anderson i Moore (1979, pàg. 11). Suposi's que s'ha de llegir un manuscrit que ha estat escrit amb una lletra no gaire clara. La variable d'interès és el text real mentre que la variable observable (amb soroll), això és, el senyal (rebut) distorsionat és el manuscrit. El filtrat consisteix, com és sabut, en interpretar el manuscrit paraula a paraula emprant la informació continguda en les paraules anteriors per a interpretar allò que no s'entén. Per la seva banda, l'allisat a diferència del filtrat, a l'hora d'interpretar les paraules que no s'entenen a més de les paraules anteriors empra la informació continguda en les paraules posteriors en la seqüència del text. Per últim, la predicció (d'un període endavant) consisteix en (intentar) endevinar la paraula immediatment següent emprant com a informació el text llegit fins aleshores. Anàlogament, predir h períodes (paraules) endavant consisteix en pronosticar quina és la paraula que hi ha h posicions endavant sense conèixer les intermèdies.

5.2.4.1. Predicció

Com pot deduir-se del comentat en els paràgrafs anteriors, es tracta de pronosticar quin és el valor futur del vector d'estat a partir de (tota) la informació disponible fins a aquell instant del temps (fins el període actual). Lògicament, la fiabilitat de la predicció depèn (entre d'altres qüestions) de la qualitat de la informació disponible, així doncs, quant major sigui la distorsió en el senyal rebut (en la variable observable) més complicat és obtenir prediccions fiables. En termes de l'exemple anterior referent al manuscrit, quant menor sigui el nombre de paraules s'entinguin més difícil serà endevinar la següent.

Doncs bé, l'aplicació del filtre d'en Kalman permet solucionar el problema de la predicció de la variable d'estat: donat que l'estimador $a_{t/t-1}$ obtingut a partir de les equacions de predicció i d'actualització és no esbiaixat i eficient, minimitza l'error quadràtic mig, per la qual cosa garanteix que les prediccions obtingudes pel vector d'estat també seran òptimes en el sentit que també minimitzen l'error quadràtic mig. D'altra banda, a més a més, substituint aquestes prediccions en l'equació de mesura pot predir-se l'evolució de la(es) variable(s) observable(s).

De fet, però, a la literatura s'han proposat altres aproximacions per a obtenir prediccions sobre l'evolució futura d'una determinada variable. Entre aquestes cal destacar (pel seu ús generalitzat) els models ARIMA que, com és sabut, es caracteritzen (entre d'altres qüestions) pel seu baix cost i perquè proporciona resultats prou bons com a mínim a curt termini. En aquest cas les prediccions per a qualsevol període de temps $T+h$ h=1,2,..., s'obtenen emprant els paràmetres estimats pel mateix període temporal (des de t=0 fins a T). Doncs bé, a diferència del que succeeix quan es duu a terme un exercici d'aquestes característiques d'acord amb la metodologia ARIMA, amb el filtre d'en Kalman és possible corregir els errors de predicció comesos aprenent amb l'experiència (Cuthberson, 1988), atès que s'incorporen els valors predits per a cada període amb la finalitat de millorar les (prediccions) dels següents períodes i, a mesura que es va obtenint nova informació, es reestimen totes les prediccions realitzades disminuint així l'error que s'hagi pogut cometre[51].

Així, suposi's que es desitja predir X_{T+1} en el model *state-space* format per les equacions [5.1] i [5.3]. A partir de [5.1] el predictor òptim ve donat per:

$$\hat{X}_{T+1/T} = \Gamma_{T+1} \cdot a_{T+1/T} + \varphi_{T+1}, \qquad [5.52]$$

on $a_{T+1/T}$ és l'estimador òptim del vector d'estat pel període T+1, $\alpha_{T+1/T}$, obtingut a partir del filtre d'en Kalman (equacions de predicció) condicionat a (tota) la informació mostral disponible fins el període T:

$$a_{T+1/T} = \Omega_{T+1} \cdot a_T + \zeta_{T+1}, \qquad [5.53]$$

on a_T és l'estimador d'α_T obtingut prèviament en el procés de filtrat.

De la mateixa manera, per a predir el valor d'X dos períodes endavant, X_{T+2}, es té la següent equació d'estat:

$$\alpha_{T+2} = \Omega_{T+2} \cdot \alpha_{T+1} + \zeta_{T+2} + \Lambda_{T+2} \cdot \xi_{T+2}, \qquad [5.54]$$

substituint α_{T+1} per la seva expressió, [5.54] queda com segueix:

[51] Lògicament, però, la diferència esmentada en predir amb un model ARIMA o partir del filtre d'en Kalman no es dóna quan es prediu un període cap endavant.

$$\begin{aligned}\alpha_{T+2}&=\Omega_{T+2}\cdot(\Omega_{T+1}\cdot\alpha_T+\zeta_{T+1}+\Lambda_{T+1}\cdot\xi_{T+1})+\zeta_{T+2}+\Lambda_{T+2}\cdot\xi_{T+2}=\\&=\Omega_{T+2}\cdot\Omega_{T+1}\cdot\alpha_T+\Omega_{T+2}\cdot(\zeta_{T+1}+\Lambda_{T+1}\cdot\xi_{T+1})+\zeta_{T+2}+\Lambda_{T+2}\cdot\xi_{T+2},\end{aligned}\qquad [5.55]$$

i aplicant l'operador esperances condicionat a la informació disponible fins el període T es té l'expressió del predictor òptim pel vector d'estat per a T+2:

$$\begin{aligned}E\left[\alpha_{T+2}/X_T\right]=a_{T+2/T}=\Omega_{T+2}\cdot E\left[\alpha_{T+1}/X_T\right]+\zeta_{T+2}+0=\Omega_{T+2}\cdot a_{T+1/T}+\zeta_{T+2}=\\=\Omega_{T+2}\cdot\Omega_{T+1}\cdot a_T+\Omega_{T+2}\cdot\zeta_{T+1}+\zeta_{T+2}.\end{aligned}\qquad [5.56]$$

Per últim, el predictor òptim $\hat{X}_{T+2/T}$ condicionat a la informació fins el període T s'obté prenent esperances en l'equació de mesura:

$$E\left[X_{T+2}/X_T\right]=\hat{X}_{T+2/T}=\Gamma_{T+2}\cdot E\left[\alpha_{T+2}/X_T\right]+\varphi_{T+2}+0=\Gamma_{T+2}\cdot a_{T+2/T}+\varphi_{T+2}. \qquad [5.57]$$

En general, per a predir el valor del vector d'estat h períodes endavant únicament cal substituir recursivament en l'equació d'estat. D'aquesta manera, s'obté la següent expressió general per l'esmentada equació:

$$\alpha_{T+h}=\left(\prod_{j=1}^{h}\Omega_{T+j}\right)\cdot\alpha_T+\sum_{j=1}^{h-1}\left(\prod_{i=j+1}^{h}\Omega_{T+i}\right)\cdot(\zeta_{T+j}+\Lambda_{T+j}\cdot\xi_{T+j})+\zeta_{T+h}+\Lambda_{T+h}\cdot\xi_{T+h}\quad h=2,3,\ldots, \qquad [5.58]$$

i en calcular l'esperança condicionada a la informació disponible al període T s'arriba a l'expressió del predictor lineal, no esbiaixat i de variància mínima (òptim en termes d'EQM) pel vector d'estat pel període T+h:

$$E\left[\alpha_{T+h}/X_T\right]=a_{T+h/T}=\left(\prod_{j=1}^{h}\Omega_{T+j}\right)\cdot a_T+\sum_{j=1}^{h-1}\left(\prod_{i=j+1}^{h}\Omega_{T+i}\right)\cdot\zeta_{T+j}+\zeta_{T+h}, \qquad [5.59]$$

o, el que és el mateix,

$$E\left[\alpha_{T+h}/X_T\right]=a_{T+h/T}=\Omega_{T+h}\cdot a_{T+h-1/T}+\zeta_{T+h}. \qquad [5.59\text{bis}]$$

Per la seva banda el predictor òptim d'X_{T+h} s'obté en prendre esperances en l'equació de mesura:

$$E\left[X_{T+h}/X_T\right]=\hat{X}_{T+h/T}=\Gamma_{T+h}\cdot E\left[\alpha_{T+h}/X_T\right]+\varphi_{T+h}=\Gamma_{T+h}\cdot a_{T+h/T}+\varphi_{T+h}, \qquad [5.60]$$

sent l'EQM associat al predictor [5.60]:

$$EQM\left[\hat{X}_{T+h/T}\right]=var\left[\hat{X}_{T+h/T}\right]=\Gamma_{T+h}\cdot \upsilon_{T+h/T}\cdot \Gamma'_{T+h}+\Upsilon_{T+h} \quad h=1,2,..., \qquad [5.61]$$

on $\upsilon_{T+h/T}$ és la matriu de variàncies i covariàncies de l'error de predicció:

$$\upsilon_{T+h/T}=\Omega^h\cdot \upsilon_T\cdot(\Omega^h)'+\sum_{j=0}^{h-1}\Omega^j\cdot\Lambda\cdot\eta\cdot\Lambda'\cdot(\Omega^j)' \quad h=1,2,..., \qquad [5.62]$$

o, el que és el mateix,

$$\upsilon_{T+h/T}=\Omega_{T+h}\cdot \upsilon_{Th-1/T}\cdot\Omega'_{T+h}+\Lambda_{T+h}\cdot\eta_{T+h}\cdot\Lambda'_{T+h} \quad h=1,2,...^{52}. \qquad [5.62bis]$$

Per últim, assenyalar que tot i que el supòsit de normalitat no es compleixi, els estimadors del vector d'estat [5.59] (o [5.59bis]), $a_{T+h/T}$, i de la variable observable [5.60], $\hat{X}_{T+h/T}$, segueixen sent els estimadors lineals, no esbiaixats i de variància mínima (òptims en EQM).

5.2.4.2. Allisat

L'objecte de l'allisat és obtenir estimacions de les variables d'estat dintre del període mostral de la mateixa manera que el filtrat, però, a diferència d'aquest, l'allisat empra totes les dades mentre que el filtrat únicament les dades (la informació mostral) anteriors al període t, per tant, l'allisat empra un conjunt més ampli d'informació que no pas el filtrat per a obtenir l'estimació de la variable d'estat en l'instant t[53]. És a dir, l'allisat és un procés a través del

[52] A la derivació de les expressions de la matriu de variàncies i covariàncies de l'error de predicció [5.62] i [5.62bis] s'ha suposat que les matrius del sistema són no estocàstiques i que es coneixen *a priori*. Per tant, no es consideren els errors associats a l'estimació dels paràmetres desconeguts de les esmentades matrius.

[53] Aquesta diferència pot resultar d'interès quan les variables d'estat tenen un significat econòmic (com ara, per exemple, la renda permanent) o descriptiu (com la tendència o les variacions estacionals), atès que sent no

qual es mira enrere des de $t=T$ per tal d'obtenir les millors estimacions per a cada període T-1, T-2, ..., 1.

Com assenyalen en Anderson i Moore (1979) i en Harvey (1989), la utilització d'un algorisme d'allisat amb combinació amb el filtre d'en Kalman permet obtenir les millors estimacions possibles de les variables d'estat utilitzant tot el conjunt d'informació del període mostral considerat. De fet, però, si bé el fet d'emprar un major nombre d'observacions d'X_t suposa un retard en l'obtenció de l'estimació de la variable d'interès, és d'esperar que en considerar més informació les estimacions que s'obtindran (allisades) seran més fiables que no pas les obtingudes amb el filtrat[54].

En qualsevol cas, donat que l'estimador allisat (al que es simbolitzarà per $a_{t/T}$) s'obté a partir de:

$$a_{t/T}=E\left[\alpha_t/x_T\right],$$

on x_T és el vector de totes les observacions mostrals: $x_t=\left[X_1,X_2,\dots,X_T\right]$, és òptim en el mateix sentit que l'expressat en el cas de l'estimador corresponent al filtrat.

Atenent a l'anterior, donat que $a_{t/T}$ s'obté (com a mínim) emprant la mateixa informació que l'estimador filtrat, és clar que la matriu de variàncies i covariàncies de l'error d'$a_{t/T}$, $\upsilon_{t/T}$, és com a màxim igual a la de l'estimador del filtre, υ_t:

$$\upsilon_{t/T}=E\left[(\alpha_{t-1}-a_{t/T})\cdot(\alpha_{t-1}-a_{t/T})'\right]\leq\upsilon_t \quad t=1,\dots,T. \qquad [5.63]$$

Per tant, de [5.63] es dedueix que $\upsilon_{t/T}-\upsilon_t$ és una matriu semidefinida positiva.

És precisament aquest guany en eficiència el que justifica en darrere instància la utilització dels procediments d'allisat. Així, quant major sigui la ràtio senyal/soroll d'un sistema major és el guany en eficiència i, per tant, més justificat està l'allisat. De tota manera, però, si bé

observables, cal estimar-les de la manera més exacta possible i això s'assoleix quan es té en compte tota la informació disponible.

[54] De tota manera, però, els algorismes d'allisat tenen altres usos. En concret, permeten estimar els residus del model per tal de realitzar contrastos d'hipòtesis o detectar la presència d'observacions atípiques. A més, com s'ha vist anteriorment, són necessaris per a l'estimació dels hiperparàmetres del model mitjançant l'algorisme *EM*.

certament la diferència entre $\upsilon_{t/T}$ i υ_t (el guany en eficiència) augmenta amb la major disposició d'informació, el increments marginals són decreixents arribant un cert punt en el que la millora que s'obté és mínima.

En Anderson i Moore (1979, pp. 165-192), en el supòsit d'un model lineal, distingeixen tres procediments per a obtenir els valors allisats d'α_t: *a)* l'allisat de punt fix; *b)* l'allisat de retard fix; i, *c)* l'allisat d'interval fix. Tots tres algorismes són recursius i es troben íntimimament lligats a les equacions del filtre d'en Kalman. Cal destacar, però, que independentment de l'algorisme en qüestió que s'empri, l'estimador allisat només pot obtenir-se si $\upsilon_{t/T}$ està afitada, és a dir, que $a_{t/T}$ està definit únicament si a_t també ho està.

a) *L'allisat de punt fix* permet obtenir estimacions del vector d'estat per a un període en concret del temps $p<T$ a partir de tota la informació mostral disponible $X_1,...,X_T$. Aquest estimador allisat es simbolitza mitjançant $a_{p/T}$. Per tal d'assolir l'objectiu esmentat s'introdueix una nova component en el vector d'estat, α_p^*, que es comporta d'acord amb la següent equació d'estat:

$$\alpha_t^* = \alpha_{t-1}^* \quad t=p+1,...,T,$$

sent el valor inicial $\alpha_p^* = \alpha_p$. Aleshores el model *state-space* ampliat (que recull aquesta nova component en el vector d'estat) ve donat per:

$$\begin{cases} X_t = (\Gamma_t \;\; 0) \cdot \begin{pmatrix} \alpha_t \\ \alpha_t^* \end{pmatrix} + \varphi_t + \varepsilon_t \quad t=p,p+1,...,T;\; i, \\ \begin{pmatrix} \alpha_t \\ \alpha_t^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Omega_t & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha_{t-1} \\ \alpha_{t-1}^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \zeta_t \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Lambda \cdot \xi_t \\ 0 \end{pmatrix}, \end{cases} \qquad [5.64]$$

i les equacions del filtre d'en Kalman ampliat corresponents al model [5.64] són:

$$a_{t+1/t}^{\prime} = \begin{pmatrix} a_{t+1/t} \\ a_{t+1/t}^* \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} \Omega_{t+1} & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \vartheta_t \\ \vartheta_t^* \end{pmatrix} \cdot (\Gamma_t \;\; 0) \right] \cdot \begin{pmatrix} a_{t/t-1} \\ a_{t/t-1}^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \vartheta_t \\ \vartheta_t^* \end{pmatrix} \cdot X_t + \left[\begin{pmatrix} \zeta_{t+1} \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \vartheta_t \\ \vartheta_t^* \end{pmatrix} \cdot \varphi_t \right];\; \text{i}, \qquad [5.65]$$

$$\upsilon'_{t+1/t}=\begin{pmatrix}\upsilon_{t+1/t} & \upsilon^{*\prime}_{t+1/t}\\ \upsilon^{*}_{t+1/t} & \upsilon^{**}_{t+1/t}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\Omega_{t+1} & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\upsilon_{t/t-1} & \upsilon^{*\prime}_{t/t-1}\\ \upsilon^{*}_{t/t-1} & \upsilon^{**}_{t/t-1}\end{pmatrix}\cdot\left[\begin{pmatrix}\Omega'_{t+1} & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\Gamma'_t\\ 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\vartheta'_t & \vartheta^{*\prime}_t\end{pmatrix}\right]+\begin{pmatrix}\Lambda_{t+1}\\ 0\end{pmatrix}\cdot\eta_{t+1}\cdot\begin{pmatrix}\Lambda'_{t+1} & 0\end{pmatrix}\ t=p,\dots,T,$$

sent els valors inicials pel vector d'estat i per la matriu de variàncies i covariàncies de l'error d'estimació respectivament:

$$a'_{p/p-1}=\begin{pmatrix}a_{p/p-1}\\ a_{p/p-1}\end{pmatrix};\ i,$$
$$\upsilon'_{p/p-1}=\begin{pmatrix}\upsilon_{p/p-1} & \upsilon_{p/p-1}\\ \upsilon_{p/p-1} & \upsilon_{p/p-1}\end{pmatrix}, \qquad [5.66]$$

on $a_{p/p-1}$ i $\upsilon_{p/p-1}$ s'obtenen a partir de l'aplicació del filtre d'en Kalman original al model per a les primeres p-1 observacions.

Amb el filtre d'en Kalman ampliat [5.65] i els valors inicials [5.66] s'obté l'estimador allisat d'α_p, $a_{p/T}$, com $a^{*}_{T+1/T}$, i la seva matriu de variàncies i covariàncies que minimitza l'EQM, $\upsilon_{p/T}$, és $\upsilon^{**}_{T+1/T}$. De tota manera, però, és possible no emprar les equacions [5.65] del filtre d'en Kalman ampliat. Per això únicament cal escriure la matriu de guanys de la forma:

$$\begin{pmatrix}\vartheta_t\\ \vartheta^{*}_t\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\Omega_{t+1} & 0\\ 0 & I\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\upsilon_{t/t-1} & \upsilon^{*\prime}_{t/t-1}\\ \upsilon^{*}_{t/t-1} & \upsilon^{**}_{t/t-1}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\Gamma'_t\\ 0\end{pmatrix}\cdot\tau^{-1}\Rightarrow\begin{cases}\vartheta_t=\Omega_{t+1}\cdot\upsilon_{t/t-1}\cdot\Gamma'_t\cdot\tau^{-1}\\ \vartheta^{*}_t=\upsilon^{*}_{t/t-1}\cdot\Gamma'_t\cdot\tau^{-1}\end{cases}, \qquad [5.67]$$

on de la mateixa manera que a les equacions d'actualització del filtre original ([5.35] i [5.36]), τ_t ve donada per $\Gamma_t\cdot\upsilon_{t/t-1}\cdot\Gamma'_t+\Upsilon_t$, i substituir [5.67] en [5.65]. D'aquesta manera, l'equació corresponent a $a'_{t+1/t}$ pot descompondre's en dues recursions separades, la primera, per $a_{t+1/t}$ és [5.37], és a dir, l'aplicació del filtre d'en Kalman al model original, mentre que la segona ve donada per:

$$a^{*}_{t+1/t}=a^{*}_{t/t-1}+\tau^{*}_t\cdot\nu_t\quad t=p,p+1,\dots,T, \qquad [5.68]$$

on les innovacions, ν_t, a [5.68] són les mateixes que les que es deriven de l'aplicació del filtre d'en Kalman original, això és, $X_t - \Gamma_t \cdot a_{t/t-1}$, i el vector de valors inicials per $a^*_{t+1/t}$ és $a_{t/t-1}$.

De la mateixa manera, en substituir [5.67] en [5.65] la matriu de variàncies i covariàncies de l'error d'estimació presentada a [5.65], $\upsilon'_{t+1/t}$, també pot descompondre's en tres recursions, una per a cadascun dels elements de l'esmentada matriu. En concret, per a $\upsilon_{t+1/t}$ s'obté l'equació d'en Ricatti original [5.39], mentre que les altres dues venen donades per:

$$\begin{aligned} \upsilon^*_{t+1/t} &= \upsilon^*_{t/t-1} \cdot (\Omega_{t+1} - \vartheta_t \cdot \Gamma_t)' \quad t=p,p+1,\dots,T;\ i, \\ \upsilon^{**}_{t+1/t} &= \upsilon^{**}_{t/t-1} - \upsilon^*_{t/t-1} \cdot \Gamma'_t \cdot \vartheta^{*\prime}_t \quad t=p,p+1,\dots,T, \end{aligned} \qquad [5.69]$$

sent la matriu de valors inicials per ambdues recursions $\upsilon^*_{t/t-1} = \upsilon^{**}_{t/t-1} = \upsilon_{t/t-1}$. La segona de les recursions presentades a [5.69] proporciona la matriu de variàncies i covariàncies per l'estimador allisat que minimitza l'EQM.

b) *L'allisat de retard fix* s'utilitza per a calcular els valors del vector d'estat per a un retard concret, és a dir, per $a_{t-j/t}$ j=1, 2, ..., M, on M és el màxim retard que pot aplicar-se. Aquest algorisme s'empra principalment en els sistemes en què es dóna un retard entre la generació del senyal i la seva estimació i, per tant, no sembla raonable introduir un retard addicional per a obtenir l'estimació allisada. L'ús d'aquest algorisme en l'àmbit de les Ciències Socials és molt minso per la qual cosa en aquest treball s'ha optat per no aprofundir en ell[55].

c) *L'allisat d'interval fix* (Harvey, 1989) s'empra quan es disposa d'un conjunt de dades a partir de les quals es vol obtenir la sèrie dels valors allisats del vector d'estat. Aquesta tècnica és la més utilitzada en Economia. De fet, aquest algorisme és el més atractiu en el cas que el vector d'estat només hagi d'ésser estimat en un nombre limitat de punts en el temps i s'estigui treballant amb un conjunt d'observacions relativament petit. Consisteix en aplicar les equacions del filtre d'en Kalman en ordre invers a

[55] Vegi's en Anderson i Moore (1979, pp. 176-186) per a un major detall sobre aquest algorisme.

l'habitual, és a dir, des de la darrera observació disponible fins a la primera, per a continuació combinar els valors així obtinguts pel vector d'estat amb els valors filtrats ponderant cadascun d'ells d'acord amb les respectives variàncies dels errors d'estimació.

En concret, l'algorisme d'interval fix parteix dels valors a_T i υ_T calculats mitjançant el filtre d'en Kalman i opera calculant cap enrera les estimacions $a_{t/T}$ i $P_{t/T}$. Per això s'empren recursivament per a t=T-1,T-2,...,1 les següents equacions:

$$\begin{cases} a_{t/T} = a_t + \upsilon_t^* \cdot (a_{t+1/T} - \Omega_{t+1} \cdot a_t);\ i, \\ \upsilon_{t/T} = \upsilon_t + \upsilon_t^* \cdot (\upsilon_{t+1/T} - \upsilon_{t+1/t}) \cdot \upsilon_t^{*\prime}, \end{cases} \qquad [5.70]$$

sent,

$$\upsilon_t^* = \upsilon_t \cdot \Omega_{t+1}^{\prime} \cdot \upsilon_{t+1/t}^{-1}. \qquad [5.71]$$

En inicialitzar el procés per a t=T-1 en el segon membre de la primera equació [5.70] apareix $a_{T/T}$ ($=a_{t+1/T}=a_{T-1+1/T}$) que és igual a a_T, i en [5.71] $\upsilon_{T/T}$ que és υ_T. Per a una demostració de les equacions [5.70] i [5.71] vegi's en Anderson i Moore (1979, pp. 187-190) o en Jazwinski (1970, pp. 216-218).

5.3. ELABORACIÓ D'UN INDICADOR QUANTITATIU PEL SEGUIMENT DE L'ACTIVITAT INDUSTRIAL REGIONAL A PARTIR DELS MODELS *STATE-SPACE* I EL FILTRE D'EN KALMAN

Tal i com s'ha dit en la introducció d'aquest capítol, l'indicador (quantitatiu) pel seguiment de l'activitat industrial regional cercat pot considerar-se com una variable no observable. Des d'aquest punt de vista, doncs, d'acord amb l'explicat al llarg de la presentació teòrica que precedeix a aquest apartat sobre el models *state-space*, la (nostra) variable d'interès s'identifica amb la variable d'estat i la utilització del filtre d'en Kalman juntament amb un algorisme d'allisat permet obtenir estimacions d'ella[56].

[56] De fet, una de les principals aplicacions dels models *state-space* i el filtre d'en Kalman en l'entorn de l'Economia ha estat la modelització de variables latents, és a dir, models on no és possible observar directament les variables objecte d'estudi (d'interès) per l'investigador. Així, per exemple, sense ànim d'ésser exhaustius aquesta estratègia ha estat emprada per en Kuttner (1994) per a modelitzar la producció potencial (aquella que s'obtindria si s'empressin tots els factors de producció disponibles) de l'economia nord-americana pel període 1954-92; en Stock i Watson (1989 i 1991) proposen emprar aquest tipus de models com a alternativa a la metodologia emprada pel *National Bureau of Economic Research* (NBER) als EUA i pel *Central Statistical*

Per això, en aquest apartat, seguint a en Israilevich i Kuttner (1993), es desenvolupa un model de variables latents en el que l'IPI mensual regional depèn de tot un seguit de variables regionals (el treball i el capital) i nacionals (l'IPI del conjunt de l'Estat). Així doncs, l'indicador obtingut serà de tipus indirecte i economètric[57]. A continuació, s'aplica el model per a elaborar indicadors pel País Basc, Astúries i Andalusia. Els resultats obtinguts es comparen amb els IPIs publicats per l'EUSTAT, el SADEI i l'IEA per tal de validar la metodologia proposada.

5.3.1. Presentació del model teòric

Seguint a en Israilevich i Kuttner (1993), l'estimació de l'*output* industrial mensual d'una regió pot dur-se a terme a partir d'un model de freqüència mixta[58]. Aquesta estrategia, que va ésser emprada per aquests autors per a obtenir un indicador mensual de la producció industrial (per a un nivell de desagregació sectorial de quinze branques industrials així com pel conjunt de la indústria) per a un àmbit territorial format per set districtes de la Reserva Federal dels Estats Units d'Amèrica que inclouen part de cinc Estats (Illinois, Iowa, Indiana, Wisconsin i Michigan) pel període 1973-89, es fonamenta en dues hipòtesis:

a) la variable d'interès no observable (l'*ouput* industrial mensual regional) pot modelitzar-se com una variable estocàstica latent el comportament de la qual ve determinat per un seguit d'indicadors regionals (capital i treball) sobre els quals es disposa d'informació mensual; i,

b) existeix una relació entre les fluctuacions de l'*output* industrial regional i nacional i, en conseqüència, aquestes poden aportar informació (indirecta) sobre les primeres.

Office (CSO) al Regne Unit, que es basa en els treballs d'en Mitchell i Burns (1938) i d'en Burns i Mitchell (1946), per a construir un indicador coincident amb el qual poder fer un seguiment a curt termini de l'activitat econòmica. Aquesta proposta, amb petites modificacions, també s'ha aplicat per a estimar indicadors avançats (Martin, 1990; Jun i Yoo, 1993; i Kim i Yoo, 1995).

[57] Des d'una perspectiva més general, però, cal assenyalar que a la literatura es poden trobar múltiples aplicacions on els models *state-space* són emprats per a abordar problemes relacionats amb la manca d'informació estadística d'àmbit regional que es caracteritzen per tenir un tret comú: no es disposa d'informació regional referent a una determinada variable amb una freqüència determinada, però sí es disposa pel seu homònim nacional.

[58] Com es tindrà oportunitat de comprovar més endavant el model proposat per en Israilevich i Kuttner va ésser batejat pels mateixos autors amb el nom de freqüència mixta perquè s'empra informació estadística de distinta freqüència (mensual i anual) en l'especificació i estimació de les equacions que composen el model.

La primera de les hipòtesis anteriors permet especificar una funció de producció paramètrica de tipus Cobb-Douglas mensual i regional on l'*output* industrial (mensual i regional) és funció dels *inputs* capital (aproximat pel consum d'energia elèctrica realitzat a la regió per a usos industrials) i treball (aproximat per les hores treballades):

$$\Delta x_{t,s}^{reg} = \gamma + \phi \cdot \Delta e_{t,s}^{reg} + \theta \cdot \Delta h_{t,s}^{reg} + \eta_{t,s}, \qquad [5.72]$$

on el primer subíndex de les variables, t, fa referència a l'any mentre que el segon, s, representa el mes; $\Delta(\cdot)_{t,s}$ denota l'operador diferències mensual: $\Delta(\cdot)_{t,s}=(\cdot)_{t,s}-(\cdot)_{t,s-1}$; x^{reg} representa (el logaritme de) la producció regional (no observable); e^{reg} el (logaritme del) consum d'energia elèctrica regional per a usos industrials; h^{reg} el (logaritme del) nombre d'hores treballades en la regió en el període considerat[59]; ϕ i θ són, respectivament, la participació dels *inputs* energia i (hores de) treball; γ mesura el progrés tecnològic, atès que és la taxa mensual del canvi tecnològic (de l'eficiència productiva); i, η és el terme de pertorbació que recull els *shocks* en la funció de producció. A més a més, com és habitual a la literatura, es suposa que la funció de producció [5.72] és neutra en el sentit d'en Hicks, és a dir, que un canvi en la tecnologia repercuteix de la mateixa manera en la relació capital-producte que en la relació treball-producte.

El problema que es planteja a l'hora d'estimar [5.72] és evident: en no disposar d'informació mensual sobre l'*ouptut* industrial regional no és possible estimar-la directament. En aquest punt és on entra en joc la segona de les hipòtesis esmentades anteriorment: si les fluctuacions (econòmiques) nacionals i regionals estan relacionades, els indicadors nacionals proporcionen una mesura indirecta de l'activitat econòmica regional. Així doncs, en el cas analitzat en concret, pot considerar-se que l'IPI nacional és una mesura indirecta de l'activitat industrial regional. En altres paraules, estadísticament l'IPI mensual nacional pot considerar-se com un indicador amb soroll de l'indicador mensual regional subjacent. La forma natural d'especificar l'anterior consisteix en relacionar les fluctuacions mensuals de l'IPI nacional amb les de l'*output* industrial regional més un terme de pertorbació estocàstic:

$$\Delta x_{t,s}^{nac} = \mu + \delta \cdot \Delta x_{t,s}^{reg} + \nu_{t,s}, \qquad [5.73]$$

[59] Noti's per tant que, com és habitual a la literatura, les variables en [5.72] estan expressades en taxes de creixement (en diferències sobre logaritmes).

on $x_{t,s}^{nac}$ representa (el logaritme de) l'IPI nacional corresponent al mes s de l'any t, v és el terme de pertorbació, i μ és una constant que s'inclou en l'equació per a permetre que el rati de creixement en l'IPI nacional (mensual) i en l'*output* regional (mensual) puguin ésser diferents. En concret, μ és la diferència entre ambdós ratis de creixement respecte a un any base. Així doncs, valors positius de μ estan associats a un creixement més lent en la regió que no pas en la nació[60].

Tot i les semblances entre l'equació [5.73] i una equació de regressió clàssica és important remarcar la principal diferència existent entre ambdues: en el costat dret de l'equació [5.73] apareix una variable no observable. Precisament, el fet que $\Delta x_{t,s}^{reg}$ sigui no observable juntament amb els termes de pertorbació de les equacions [5.72] i [5.73] fa que no sigui possible expressar el model format per ambdues equacions en termes d'una única equació de regressió. Això només seria possible en els següents dos supòsits:

a) quan la variància del terme de pertorbació de l'equació [5.72], σ_{η}^{2}, fos zero. En aquest supòsit la funció de producció regional seria determinista, per la qual cosa podria substituir-se en [5.73]; i,

b) quan el coeficient de correlació entre l'IPI (mensual) nacional i l'*output* (mensual) regional fos igual a u. En aquest cas la variància del terme de pertorbació de l'equació [5.73], σ_{v}^{2}, seria zero, amb la qual cosa podria emprar-se $\Delta x_{t,s}^{nac}$ enlloc de $\Delta x_{t,s}^{reg}$ en la funció de producció quedant el model reduït a una única equació.

Per a mostrar més clarament l'anterior consideri's la derivació següent: en el supòsit que totes les regions integrants d'un país disposessin d'un indicador (quantitatiu) de l'activitat industrial elaborat seguint la mateixa metodologia, l'indicador pel conjunt de l'Estat podria obtenir-se simplement com l'agregació dels regionals ponderats adequadament per a recollir el diferent pes (importància) de la indústria de cada regió en l'àmbit nacional. Això és, en termes de la nomenclatura que s'està emprant i, suposant M regions:

[60] En termes del treball d'en Norrbin i Schlagenhauf (1988) l'equació [5.73] s'interpretaria de la següent manera: les fonts de les fluctuacions de l'*output* són factors no observables específics de la indústria i de la regió. D'acord amb aquesta interpretació, δ és el pes associat a les fluctuacions de l'*output* regional mentre que el terme de pertorbació, v, representa aquelles fonts de les fluctuacions de l'IPI nacional que no estan relacionades amb l'*output* de les regions.

$$\Delta x_{t,s}^{nac} = \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \cdot \Delta x_{t,s}^{regió\ i}, \qquad [5.74]$$

on $\sum_{i=1}^{M} \alpha_i = 1$. D'altra banda, si es considera el supòsit que el comportament de l'activitat industrial de les regions depèn, d'una banda, de tot un seguit de factors específics de la pròpia regió i, d'altra, d'uns factors comuns per a totes les regions resultat de la dinàmica econòmica de l'Estat comuna per a totes les regions (mateix marc institucional: política fiscal, monetària, ..., són les mateixes per a totes les regions), l' $\Delta x_{t,s}^{regió\ i}$ pot descompondre's com segueix:

$$\Delta x_{t,s}^{regió\ i} = \Delta x_{t,s}^{comú} + \Delta x_{t,s}^{específic\ regió\ i}. \qquad [5.75]$$

Substituint [5.75] en [5.74] i operant es té que:

$$\begin{aligned} \Delta x_{t,s}^{nac} &= \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \cdot \left[\Delta x_{t,s}^{comú} + \Delta x_{t,s}^{específic\ regió\ i}\right] = \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \cdot \Delta x_{t,s}^{comú} + \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \cdot \Delta x_{t,s}^{específic\ regió\ i} = \\ &= \Delta x_{t,s}^{comú} \cdot \sum_{i=1}^{M} \alpha_i + \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \cdot \Delta x_{t,s}^{específic\ regió\ i} = \Delta x_{t,s}^{comú} + \sum_{i=1}^{M} \alpha_i \cdot \Delta_{t,s}^{específic\ regió\ i}. \end{aligned} \qquad [5.76]$$

Si es considera una regió j aïlladament de la resta, [5.76] pot escriure's com segueix:

$$\Delta x_{t,s}^{nac} = \Delta x_{t,s}^{comú} + \alpha_j \cdot \Delta x_{t,s}^{específic\ regió\ j} + \sum_{i=1}^{M-j} \alpha_i \cdot \Delta x_{t,s}^{específic\ regió\ i}. \qquad [5.76bis]$$

Si en [5.76bis] es suma i resta la constant $\alpha_j \cdot \Delta x_{t,s}^{comú}$ s'arriba a:

$$\Delta x_{t,s}^{nac} = (1-\alpha_j) \cdot \Delta x_{t,s}^{comú} + \alpha_j \cdot \left[\Delta x_{t,s}^{específic\ regió\ j} + \Delta x_{t,s}^{comú}\right] + \sum_{i=1}^{M-j} \alpha_i \cdot \Delta x_{t,s}^{específic\ regió\ i}. \qquad [5.77]$$

Aleshores, el tercer sumand de [5.77] recull la variació en l' $\Delta x_{t,s}^{nac}$ que és conseqüència (que té el seu origen) en la variació de la producció regional específica de la resta de regions (totes menys la j-èsima). En termes del model [5.73] és doncs el soroll $v_{t,s}$. El que hi ha dins els claudàtors del segon sumand no és més que la variació total experimentada per la regió *j*-èsima, $\Delta x_{t,s}^{regj}$. Per últim, el primer sumand és una constant. D'acord amb l'anterior, [5.77] pot escriure's com segueix:

$$\Delta x_{t,s}^{nac} = \mu + \delta \cdot \Delta x_{t,s}^{regj} + v_{t,s}, \qquad [5.78]$$

on $\mu = (1-\alpha_j) \cdot \Delta x_{t,s}^{comú}$ i $\delta = \alpha_j$. D'aquesta manera s'arriba a l'equació [5.73] proposada per en Israilevich i Kuttner.

L'anàlisi de [5.73] (o [5.78]) posa de manifest que la variació mensual en el logaritme (la taxa de creixement mensual) de l'IPI nacional canvia amb la de l'*output* regional d'acord amb una constant δ. Per tant, $v_{t,s}$ recull els moviments (les fluctuacions) mensuals de (la taxa de creixement de) l'IPI nacional que no són deguts a (que no tenen el seu origen en) la regió considerada.

D'acord amb l'anterior doncs, δ i σ_v^2 són dues mesures que permeten quantificar el *link* entre (les fluctuacions de) la regió *j* i la nació. En concret, δ és un factor d'escala relatiu a la direcció i la magnitud de les fluctuacions regionals-nacionals. Valors positius de δ són indicatius d'una relació directa entre les fluctuacions de la regió *j* i les nacionals: en augmentar (disminuir) $\Delta x_{t,s}^{reg\,j}$, augmenta (disminueix) $\Delta x_{t,s}^{nac}$.[61]

Pel que fa a la magnitud de les fluctuacions, quant més gran sigui δ major és l'efecte dels moviments de la regió *j* sobre els nacionals, en altres paraules, quant major sigui el valor del paràmetre δ major és la correlació entre les fluctuacions nacionals i regionals. Si $(0<)\delta<1$ les fluctuacions nacionals són menors que les regionals: una variació en l'*output* regional provoca una variació proporcionalment menor en l'índex nacional (així, si per exemple δ és 0.5, una variació del 10% en l'*output* regional provoca una variació del 5% en l'índex nacional) i a l'inrevés si $\delta>1$. Des d'aquest punt de vista doncs, δ té una interpretació anàloga a la pendent d'una equació de regressió clàssica (amb la restricció que no pot prendre valors negatius): determina el tamany relatiu de les fluctuacions entre

[61] Noti's que aquest paràmetre no pot prendre valors negatius donat que això significa que hi ha una relació inversa entre (les fluctuacions de) l'*output* industrial de la regió *j* i l'IPI nacional la qual cosa per definició no és possible atès que ambdues variables es mouen en el mateix sentit.

l'*output* regional (de la regió *j*) i l'índex nacional.

De tota manera, però, tot i que no hi ha (almenys des d'un punt de vista economètric) cap raó per la qual el rang de valors plausibles pel paràmetre δ estigui afitat entre zero i u, és d'esperar (des d'un punt de vista econòmic) que així sigui. Pensi's que valors de δ dins del cercle unitat (positiu) impliquen que les fluctuacions regionals són majors que les nacionals, la qual cosa és consistent amb el fet que l'IPI nacional s'obté a partir de la producció industrial realitzada a totes les regions que integren la nació i no només a partir de la producció de la regió considerada, per la qual cosa a l'hora d'elaborar l'IPI nacional la producció de cada regió ha d'estar ponderada pel pes d'aquesta en el total produït a nivell nacional. En el límit δ seria u si l'IPI nacional vingués determinat únicament a partir de l'*output* industrial de la regió considerada. De tot l'anterior pot concloure's, per tant, que el valor de δ depèn en bona part del pes relatiu que la producció de la regió considerada representi en la producció total de la nació. Això pot comprovar-se fàcilment a partir de [5.73] (o [5.78]) i [5.77]:

$$\textit{si } \delta=\alpha_j=0, \textit{ aleshores } \mu=\Delta x_{t,s}^{comú}, \textit{ i per tant, } \Delta x_{t,s}^{nac}=\Delta x_{t,s}^{comú}+\nu_{t,s} \textit{ amb}$$

$$\nu_{t,s}=\sum_{i=1}^{M-j}\alpha_i\cdot\Delta x_{t,s}^{específic\ regió\ i}\text{; i,}$$

$$\textit{si } \delta=\alpha_j=1, \textit{ aleshores } \mu=0, \textit{ i per tant, } \Delta x_{t,s}^{nac}=\Delta x_{t,s}^{regj}.$$

D'altra banda, σ_ν^2 és equivalent a la variància del terme de pertorbació d'un model de regressió clàssic donat que no és més que una mesura de la quantitat de soroll que hi ha en el *link* regió-nació. Per tant, quant més petita sigui menor és el soroll, és a dir, menor importància tenen les variacions en l'*output* industrial regional d'altres regions en l'indicador nacional, en altres paraules, major és la dependència de les fluctuacions de l'IPI nacional de les fluctuacions de l'*output* industrial de la regió considerada.

De fet, σ_ν^2 està afitada inferiorment per zero i superiorment per $var\left(\Delta x_{t,s}^{nac}\right)$. La fita inferior està associada al supòsit d'absència de soroll la qual cosa vol dir que existeix una correlació perfecta entre l'*output* industrial regional i l'IPI nacional: les fluctuacions en l'IPI nacional venen completament determinades per les fluctuacions en l'*output* industrial de la regió considerada. Pel contrari, si σ_ν^2 assoleix la fita superior tot és soroll: les fluctuacions en l'IPI nacional no tenen res a veure amb les fluctuacions de l'*output* industrial de la regió en qüestió.

Resumint doncs, pot afirmar-se, d'acord amb l'anterior que en línies generals quant més gran sigui δ i més petit sigui σ_v^2 major és el *link* de les fluctuacions regió-nació.

En Israilevich i Kuttner per a mesurar el *link* regió-nació proposen normalitzar σ_v^2 per la variància de la variable endògena (l'índex nacional). Així, obtenen un estadístic al que anomenen *pseudo-R^2* (per la similitud en termes d'interpretació a l'R^2 d'un model de regressió lineal estàndard):

$$pseudo\text{-}R^2 = 1 - \frac{\sigma_v^2}{var\left(\Delta x_{t,s}^{nac}\right)}, \qquad [5.79]$$

de manera que quant major és el *pseudo-R^2* millor és l'ajust, la qual cosa vol dir que major és el *link* entre les fluctuacions de l'*output* regional i nacional. Des d'aquest punt de vista doncs, el *pseudo-R^2* és una mesura per a avaluar com són d'informatives les fluctuacions de l'indicador nacional per a inferir la grandària i la direcció de les fluctuacions regionals: si el *pseudo-R^2* és zero (o el que és el mateix que σ_v^2 és igual a la variància de l'IPI nacional) les fluctuacions en l'IPI nacional no aporten gens d'informació sobre les fluctuacions en l'*output* industrial de la regió considerada donat que no hi ha cap relació entre ambdues (tot és soroll). Pel contrari, si el *pseudo-R^2* pren valors propers a u el model proposat permet estimar l'*output* regional de forma molt més precisa que la que s'assoliria a partir d'un model que no considerés la informació nacional (mensual)[62].

D'altra banda, tot i que no existeix informació sobre l'*output* regional amb freqüència mensual sí existeix amb freqüència anual. A més a més, com és sabut, les dades anuals es corresponen amb la suma de la sèrie mensual subjacent (de les dades dels dotze mesos).

Així doncs, l'*output* produït en una determinada regió al llarg d'un any t, X_t^{reg}, no és més que

[62] Noti's per tant que un avantatge d'aquest mètode d'estimació de l'*output* industrial regional és que com a sub-producte s'obtenen un conjunt de mesures sobre el grau i la naturalesa dels *linkages* entre l'activitat econòmica regional i nacional.

que el sumatori de l'*output* produït en l'esmentada regió al llarg de cadascun dels dotze mesos de dit any t, $X_{t,s}^{reg}$. Això és:

$$X_t^{reg} = \sum_{s=1}^{12} X_{t,s}^{reg} \quad \forall t, \qquad [5.80]$$

on les variables es simbolizen en majúscules per a denotar que estan expressades en nivells.

A partir de la relació [5.80] pot escriure's la variació experimentada per l'*output* entre dos anys consecutius, t i t-1, com segueix:

$$X_t^{reg} - X_{t-1}^{reg} = \left(X_{t,1}^{reg} + \ldots + X_{t,12}^{reg}\right) - \left(X_{t-1,1}^{reg} + \ldots + X_{t-1,12}^{reg}\right) = \left(X_{t,1}^{reg} - X_{t-1,1}^{reg}\right) + \ldots + \left(X_{t,12}^{reg} - X_{t-1,12}^{reg}\right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \Delta^A X_t^{reg} = \Delta^A \sum_{s=1}^{12} X_{t,s}^{reg} = \sum_{s=1}^{12} \Delta^A X_{t,s}^{reg}. \qquad [5.81]$$

Interpretant el resultat obtingut a [5.81] es conclou que la variació anual és igual al sumatori de les variacions anuals de cadascun dels dotze mesos de l'any.

En aplicar els resultats anteriors treballant amb les variables en diferències sobre logaritmes és te que:

$$\sum_{s=1}^{12} \Delta^A x_{t,s}^{reg} = \Delta^A x_{t,1}^{reg} + \ldots + \Delta^A x_{t,12}^{reg} = \left(x_{t,1}^{reg} - x_{t-1,1}^{reg}\right) + \ldots + \left(x_{t,12}^{reg} - x_{t-1,12}^{reg}\right) = \sum_{s=1}^{12} x_{t,s}^{reg} - \sum_{s=1}^{12} x_{t-1,s} = 12 \cdot \Delta^A x_t^{reg} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \Delta^A x_t^{reg} = \frac{1}{12} \cdot \sum_{s=1}^{12} \Delta^A x_{t,s}^{reg}, \qquad [5.82]$$

i donat que la variació anual de cada mes és igual al sumatori de les variacions mensuals dels dotze mesos anteriors, pot expressar-se l'*output* anual regional com una combinació lineal de la sèrie mensual no observada com segueix:

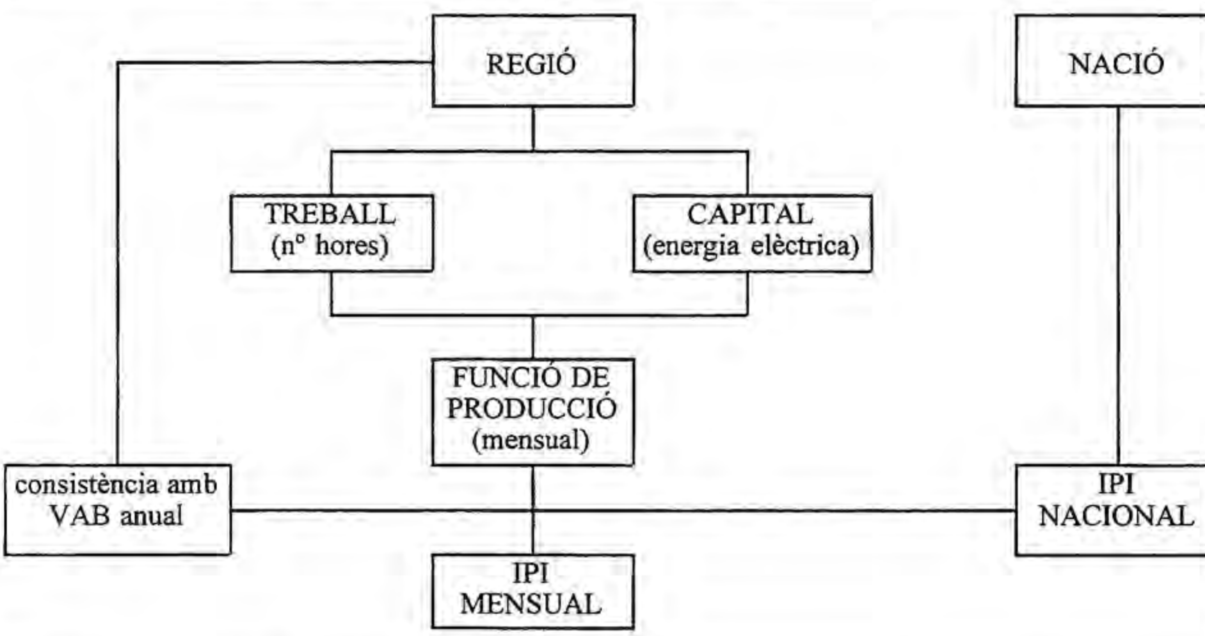
$$\Delta^A x_t^{reg} = \frac{1}{12} \cdot \left(\sum_{s=1}^{12} \sum_{j=0}^{11} \Delta x_{t,s-j}^{reg} \right).\text{[63]} \qquad [5.83]$$

[63] Demostració del pas de [5.82] a [5.83].

Cal demostrar que $\Delta^A x_{t,s}^{reg} = \sum_{j=0}^{11} \Delta x_{t,s-j}^{reg}$. Per a s=1 és té d'una banda que $\Delta^A x_{t,s}^{reg} = x_{t,1}^{reg} - x_{t-1,1}^{reg}$, i d'altra que:

Per tant, per a que les estimacions mensuals siguin consistents amb (l'únic) indicador de la producció regional existent (la dada anual del VAB) cal imposar que les estimacions mensuals compleixin la relació [5.83][64]. Precisament, tal i com s'ha dit anteriorment, un dels avantatges d'aquest model és que en incorporar [5.83] es garanteix la consistència entre l'índex mensual regional estimat i la sèrie observada (o predita) del VAB regional anual.

Tenint en compte tot l'exposat al llarg de les pàgines anteriors, el model proposat por esquematitzar-se com segueix:



Font: Elaboració pròpia.

$$\sum_{j=0}^{11} \Delta x_{t,1-j}^{reg} = \Delta x_{t,1}^{reg} + \Delta x_{t,0}^{reg} + \Delta x_{t,-1}^{reg} + \ldots + \Delta x_{t,-10}^{reg} = \left(x_{t,1}^{reg} - x_{t,0}^{reg}\right) + \left(x_{t,0}^{reg} - x_{t,-1}^{reg}\right) + \left(x_{t,-1}^{reg} - x_{t,-2}^{reg}\right) + \ldots + \left(x_{t,10}^{reg} - x_{t,-11}^{reg}\right) =$$

$$= \left(x_{t,1}^{reg} - x_{t-1,12}^{reg}\right) + \left(x_{t-1,12}^{reg} - x_{t-1,11}^{reg}\right) + \left(x_{t-1,11}^{reg} - x_{t-1,10}\right) + \ldots + \left(x_{t-1,2}^{reg} - x_{t-1,1}^{reg}\right) = x_{t,1}^{reg} - x_{t-1,1}^{reg}.$$

Noti's que pels mesos en els que *s-j* (1-*j* en aquest cas) és menor que 1, aleshores $x_{t,s-j}^{reg} = x_{t-1,s-j+12}^{reg}$.

[64] Com es veurà més endavant, aquest fet queda recollit en la primera filera de la matriu Γ_t de l'equació de mesura.

5.3.1.1. Determinació de la variable *proxy* de l'*input* capital

En Israilevich i Kuttner en el seu treball empren el consum d'energia elèctrica per a usos industrials per a aproximar l'*input* capital. De fet, aquesta és una pràctica habitual en molts treballs empírics. Però, perquè s'acostuma a emprar una variable *proxy* com a mesura d'aquest *input*? Perquè aquesta variable sol ésser el consum d'energia elèctrica per a usos industrials? Al llarg dels seixanta i la primera meitat dels setanta, varen aparèixer diferents estudis que abordaven i donaven respostes a aquestes qüestions (entre d'altres Foss, 1963; Heathfield, 1972; i, especialment, Moody, 1974 i Taylor, 1967).

Pel que fa a la primera de les qüestions, com assenyalen en Griliches i Jorgenson (1966, pp. 50-51) i en Moody (1974, pp. 45-46), per a mesurar l'*input* capital existeixen un munt de problemes tant de tipus conceptual com pràctic que esdeven gairebé insuperables; des de problemes relacionats directament amb les dades (inversió realitzada en nous béns, actualització de l'estoc de capital acumulat d'acord amb les substitucions de l'equipament vell per nou, ...) fins a problemes d'estimació de la vida útil de l'equipament i de les plantes, passant per l'especificació d'una funció d'amortització (si es desitja emprar l'estoc net de depreciació), la necessitat de trobar un deflactor adient per a convertir la inversió realitzada en corrents a constants, ... A més a més, sovint el consumidor dels *inputs* capital també és proveïdor d'aquests, la qual cosa suposa una dificultat addicional. En definitiva, mesurar l'*input* capital passa per recórrer un camí d'inferències indirectes. Resumint doncs, atenent a tot l'anterior és clar que mesurar el capital comporta tot un seguit de dificultats que fan que sens dubte sigui menys senzill mesurar-lo que no pas el treball (si més no *a priori*).

Davant d'aquesta situació és necessari disposar d'una variable que permeti aproximar el capital de forma suficientment adequada. En aquest sentit, diferents autors (Foss, Heathfield, Moody i Taylor entre d'altres) proposen emprar el consum d'energia elèctrica per a usos industrials. En concret, la hipòtesi de treball d'aquests autors és que donat que l'ús d'energia elèctrica és complementari a l'equipament que s'empra, és d'esperar que hi hagi una elevada correlació (positiva) entre l'estoc de capital i l'electricitat consumida.

En particular, en Moody en el seu treball discuteix la idoneïtat d'emprar l'energia elèctrica consumida per a usos industrials com a *proxy* del capital presentant raons tant de caire teòric com pràctic que justifiquen la seva utilització. A més a més, també aporta evidència empírica tant en l'àmbit d'informació sèrie temporal com de tall transversal que mostren els seus avantatges front a altres possibles variables *proxy* per a mesurar el capital.

Pel que fa a les raons teòriques i pràctiques, assenyala les següents característiques (del consum) d'energia elèctrica:

a) és (relativament) fàcil de mesurar i, com a conseqüència, es pot disposar d'ell de forma senzilla, si més no amb més facilitat que de les dades necessàries per a calcular l'estoc de capital en constants;

b) les dades corresponents al consum d'electricitat són completament homogènies i es mesuren en unitats físiques;

c) l'electricitat no pot ésser fàcilment magatzemada (com sí succeeix amb altres fonts energètiques) evitant-se, per tant, qualsevol distorsió ocasionada per una possible acumulació[65].

D'altra banda, calcula coeficients de correlació simple entre diferents estimacions (mesures) del capital (capital brut, capital net, capital brut total i capital net total) i l'energia elèctrica consumida per a usos industrials per un costat i, l'energia electrica consumida en la producció ajustada de l'ús en la producció d'energia nuclear d'altra. En tots els casos obté valors superiors a 0.95.

A més a més estima diverses funcions de producció de tipus Cobb-Douglas tant amb dades de sèrie temporal com de tall transversal emprant primer estimacions del capital i seguidament el consum d'energia elèctrica enlloc de l'esmentat *input*. Els resultats que obté són consistents entre sí tot i que són lleugerament millors (en termes de l'R^2) quan empra el consum d'energia elèctrica.

De tot l'anterior pot concloure's que el consum d'energia elèctrica no només és una mesura més simple i més fàcilment disponible de l'*input* capital que l'estoc de capital (en termes constants) sinó que a més a més donades la resta de característiques abans esmentades el converteixen en una *proxy* adequada pel capital i que d'acord amb els resultats obtinguts per

[65] Tot i l'anterior, però, en Moody fa esment d'un problema que certament es troba associat a la utilització de l'electricitat consumida com a *proxy* del capital. Es tracta del fet que en determinats processos industrials l'energia elèctrica és emprada com a matèria primera. Aquest problema es dóna principalment en les indústries de l'acer i de l'alumini. En conseqüència s'ha de tenir cura a l'hora d'utilitzar l'electricitat com a *proxy* de l'*input* capital en aquestes indústries. De tota manera, el sector industrial on aquest problema es troba més agreujat és en el de la producció d'energia nuclear tal i com es posa de manifest en diversos estudis realitzats als EUA. Davant d'aquesta situació en Moody suggereix construir la sèrie de consum d'energia elèctrica ajustada per l'ús realitzat per a produir energia nuclear i emprar aquesta sèrie com a *proxy* del capital.

en Moody en moltes aplicacions pot esdevenir fins i tot una millor mesura. En paraules d'en Moody (1974, pàg. 48), aquest és un resultat feliç pels investigadors que es troben davant del problema de no disposar d'estimacions del factor capital.

5.3.2. Especificació del model

Com s'ha dit anteriorment, un model *state-space* està format per dues equacions que recullen el comportament del sistema: l'equació de mesura i l'equació d'estat. La primera relaciona la variable no observable amb una variable observable que recull el seu comportament incorporant un soroll mentre que la segona recull el comportament dinàmic de la variable no observable:

- ✓ *Equació de mesura* → $X_t = \Gamma_t \cdot \alpha_t + \varphi_t + \varepsilon_t.$ [5.84]
- ✓ *Equació d'estat* → $\alpha_t = \Omega_t \cdot \alpha_{t-1} + \zeta_t + \Lambda_t \cdot \xi_t.$ [5.85]

Així doncs, en el model presentat a l'apartat 5.3.1, l'equació de mesura és l'equació [5.73] i l'equació d'estat és la funció de producció mensual regional [5.72]. A continuació es desenvolupen les equacions [5.84] i [5.85] per a adaptar-les al cas analitzat.

La manera més convenient d'acomodar la combinació d'informació anual i mensual és, en l'equació de mesura, incloure d'una banda en el vector d'estat la variable no observable (l'*output* mensual regional, $\Delta x_{t,s}^{reg}$) corresponent a dos anys consecutius, t i t-1, imposant [5.83], i d'altra en el vector d'indicadors (variables observables) les variables observables: $\Delta^A x_{t,s}^{reg}$ i $\Delta x_{t,s}^{nac}$.

D'acord amb l'anterior, el vector d'indicadors X_t de [5.82] és un vector d'ordre 13*1 que recull la diferència anual (del logaritme) del VAB regional i les diferències mensuals (del logaritme) de l'IPI nacional corresponents als darrers dotze mesos. La matriu Γ_t és d'ordre 13*24 i els elements de la primera filera són els coeficients associats a les diferències mensuals que s'obtenen en desenvolupar $\frac{1}{12} \cdot \left(\sum_{s=1}^{12} \sum_{j=0}^{11} \Delta x_{t,s-j}^{reg} \right)$ (vegi's quadre 5.7).

Quadre 5.7. Desenvolupament de $\sum_{s=1}^{12}\sum_{j=0}^{11}\Delta x_{t,s-j}$

	s=12	s=11	s=10	s=9	s=8	s=7	s=6	s=5	s=4	s=3	s=2	s=1	①
	$X_{t,12}-X_{t,11}$												1
	$X_{t,11}-X_{t,10}$	$X_{t,11}-X_{t,10}$											2
	$X_{t,10}-X_{t,9}$	$X_{t,10}-X_{t,9}$	$X_{t,10}-X_{t,9}$										3
	$X_{t,9}-X_{t,8}$	$X_{t,9}-X_{t,8}$	$X_{t,9}-X_{t,8}$	$X_{t,9}-X_{t,8}$									4
	$X_{t,8}-X_{t,7}$	$X_{t,8}-X_{t,7}$	$X_{t,8}-X_{t,7}$	$X_{t,8}-X_{t,7}$	$X_{t,8}-X_{t,7}$								5
	$X_{t,7}-X_{t,6}$	$X_{t,7}-X_{t,6}$	$X_{t,7}-X_{t,6}$	$X_{t,7}-X_{t,6}$	$X_{t,7}-X_{t,6}$	$X_{t,7}-X_{t,6}$							6
	$X_{t,6}-X_{t,5}$	$X_{t,6}-X_{t,5}$	$X_{t,6}-X_{t,5}$	$X_{t,6}-X_{t,5}$	$X_{t,6}-X_{t,5}$	$X_{t,6}-X_{t,5}$	$X_{t,6}-X_{t,5}$						7
	$X_{t,5}-X_{t,4}$	$X_{t,5}-X_{t,4}$	$X_{t,5}-X_{t,4}$	$X_{t,5}-X_{t,4}$	$X_{t,5}-X_{t,4}$	$X_{t,5}-X_{t,4}$	$X_{t,5}-X_{t,4}$	$X_{t,5}-X_{t,4}$					8
	$X_{t,4}-X_{t,3}$	$X_{t,4}-X_{t,3}$	$X_{t,4}-X_{t,3}$	$X_{t,4}-X_{t,3}$	$X_{t,4}-X_{t,3}$	$X_{t,4}-X_{t,3}$	$X_{t,4}-X_{t,3}$	$X_{t,4}-X_{t,3}$	$X_{t,4}-X_{t,3}$				9
	$X_{t,3}-X_{t,2}$	$X_{t,3}-X_{t,2}$	$X_{t,3}-X_{t,2}$	$X_{t,3}-X_{t,2}$	$X_{t,3}-X_{t,2}$	$X_{t,3}-X_{t,2}$	$X_{t,3}-X_{t,2}$	$X_{t,3}-X_{t,2}$	$X_{t,3}-X_{t,2}$	$X_{t,3}-X_{t,2}$			10
	$X_{t,2}-X_{t,1}$	$X_{t,2}-X_{t,1}$	$X_{t,2}-X_{t,1}$	$X_{t,2}-X_{t,1}$	$X_{t,2}-X_{t,1}$	$X_{t,2}-X_{t,1}$	$X_{t,2}-X_{t,1}$	$X_{t,2}-X_{t,1}$	$X_{t,2}-X_{t,1}$	$X_{t,2}-X_{t,1}$	$X_{t,2}-X_{t,1}$		11
	$X_{t,1}-X_{t-1,12}$	$X_{t,1}-X_{t-1,12}$	$X_{t,1}-X_{t-1,12}$	$X_{t,1}-X_{t-1,12}$	$X_{t,1}-X_{t-1,12}$	$X_{t,1}-X_{t-1,12}$	$X_{t,1}-X_{t-1,12}$	$X_{t,1}-X_{t-1,12}$	$X_{t,1}-X_{t-1,12}$	$X_{t,1}-X_{t-1,12}$	$X_{t,1}-X_{t-1,12}$	$X_{t,1}-X_{t-1,12}$	12
		$X_{t-1,12}-X_{t-1,11}$	$X_{t-1,12}-X_{t-1,11}$	$X_{t-1,12}-X_{t-1,11}$	$X_{t-1,12}-X_{t-1,11}$	$X_{t-1,12}-X_{t-1,11}$	$X_{t-1,12}-X_{t-1,11}$	$X_{t-1,12}-X_{t-1,11}$	$X_{t-1,12}-X_{t-1,11}$	$X_{t-1,12}-X_{t-1,11}$	$X_{t-1,12}-X_{t-1,11}$	$X_{t-1,12}-X_{t-1,11}$	11
			$X_{t-1,11}-X_{t-1,10}$	$X_{t-1,11}-X_{t-1,10}$	$X_{t-1,11}-X_{t-1,10}$	$X_{t-1,11}-X_{t-1,10}$	$X_{t-1,11}-X_{t-1,10}$	$X_{t-1,11}-X_{t-1,10}$	$X_{t-1,11}-X_{t-1,10}$	$X_{t-1,11}-X_{t-1,10}$	$X_{t-1,11}-X_{t-1,10}$	$X_{t-1,11}-X_{t-1,10}$	10
				$X_{t-1,10}-X_{t-1,9}$	$X_{t-1,10}-X_{t-1,9}$	$X_{t-1,10}-X_{t-1,9}$	$X_{t-1,10}-X_{t-1,9}$	$X_{t-1,10}-X_{t-1,9}$	$X_{t-1,10}-X_{t-1,9}$	$X_{t-1,10}-X_{t-1,9}$	$X_{t-1,10}-X_{t-1,9}$	$X_{t-1,10}-X_{t-1,9}$	9
					$X_{t-1,9}-X_{t-1,8}$	$X_{t-1,9}-X_{t-1,8}$	$X_{t-1,9}-X_{t-1,8}$	$X_{t-1,9}-X_{t-1,8}$	$X_{t-1,9}-X_{t-1,8}$	$X_{t-1,9}-X_{t-1,8}$	$X_{t-1,9}-X_{t-1,8}$	$X_{t-1,9}-X_{t-1,8}$	8
						$X_{t-1,8}-X_{t-1,7}$	$X_{t-1,8}-X_{t-1,7}$	$X_{t-1,8}-X_{t-1,7}$	$X_{t-1,8}-X_{t-1,7}$	$X_{t-1,8}-X_{t-1,7}$	$X_{t-1,8}-X_{t-1,7}$	$X_{t-1,8}-X_{t-1,7}$	7
							$X_{t-1,7}-X_{t-1,6}$	$X_{t-1,7}-X_{t-1,6}$	$X_{t-1,7}-X_{t-1,6}$	$X_{t-1,7}-X_{t-1,6}$	$X_{t-1,7}-X_{t-1,6}$	$X_{t-1,7}-X_{t-1,6}$	6
								$X_{t-1,6}-X_{t-1,5}$	$X_{t-1,6}-X_{t-1,5}$	$X_{t-1,6}-X_{t-1,5}$	$X_{t-1,6}-X_{t-1,5}$	$X_{t-1,6}-X_{t-1,5}$	5
									$X_{t-1,5}-X_{t-1,4}$	$X_{t-1,5}-X_{t-1,4}$	$X_{t-1,5}-X_{t-1,4}$	$X_{t-1,5}-X_{t-1,4}$	4
										$X_{t-1,4}-X_{t-1,3}$	$X_{t-1,4}-X_{t-1,3}$	$X_{t-1,4}-X_{t-1,3}$	3
											$X_{t-1,3}-X_{t-1,2}$	$X_{t-1,3}-X_{t-1,2}$	2
												$X_{t-1,2}-X_{t-1,1}$	1
suma	$X_{t,12}-X_{t-1,12}$	$X_{t,11}-X_{t-1,11}$	$X_{t,10}-X_{t-1,10}$	$X_{t,9}-X_{t-1,9}$	$X_{t,8}-X_{t-1,8}$	$X_{t,7}-X_{t-1,7}$	$X_{t,6}-X_{t-1,6}$	$X_{t,5}-X_{t-1,5}$	$X_{t,4}-X_{t-1,4}$	$X_{t,3}-X_{t-1,3}$	$X_{t,2}-X_{t-1,2}$	$X_{t,1}-X_{t-1,1}$	

① Nombre de vegades que, per files, apareix cada diferència mensual.

La matriu de variables exògenes, φ_t, que inclou un terme independent i (les diferències sobre logaritmes) dels *inputs* energia elèctrica i (hores de) treball, és d'ordre 13*1 (resultat de multiplicar una matriu de coeficients d'ordre 13*25 per la matriu d'observacions mensuals de les variables exògenes d'ordre 25*1). Per últim, el terme de pertorbació ε_t és d'ordre 13*1 i s'obté en multiplicar una matriu de coeficients d'ordre 13*12 per un vector de termes de pertorbacions d'ordre 12*1.

Per la seva banda, el vector d'estat en [5.85], α_t, és d'ordre 24*1 i recull l'*output* regional mensual (no observable) en diferències sobre logaritmes ($\Delta x_{t,s}^{reg}$) corresponent a dos anys consecutius (vint-i-quatre mesos). La matriu de transició, Ω_t, és d'ordre 24*24. La matriu de variables exògenes que influeixen en el comportament de les variables d'estat, ζ_t, inclou una constant γ i (les diferències sobre logaritmes) de l'energia elèctrica i de (les hores de) treball, i és d'ordre 24*1 (resultat de multiplicar una matriu de coeficients d'ordre 24*25 per la matriu d'observacions mensuals de les variables exògenes d'ordre 25*1). Per últim, la matriu Λ_t és d'ordre 24*12 i el vector ξ_t d'ordre 12*1.

Així definides les matrius corresponents a les equacions [5.84] i [5.85], el model *state-space* resultant es presenta al quadre 5.8.

Desenvolupant aquest model es tenen els següents conjunts d'equacions:

Equació de mesura

$$\begin{cases} \Delta^A x_t^{reg} = \frac{1}{12}\cdot\Delta x_{t,12}^{reg} + \ldots + \frac{11}{12}\cdot\Delta x_{t,2}^{reg} + \frac{12}{12}\cdot\Delta x_{t,1}^{reg} + \frac{11}{12}\cdot\Delta x_{t-1,12}^{reg} + \ldots + \frac{1}{12}\cdot\Delta x_{t-1,2}^{reg} + 0\cdot\Delta x_{t-1,1}^{reg} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \Delta x_{t,12}^{nac} = \delta\cdot\Delta x_{t,12}^{reg} + \mu + \mathrm{v}_{t,12} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \Delta x_{t,1}^{nac} = \delta\cdot\Delta x_{t,1}^{reg} + \mu + \mathrm{v}_{t,1} \end{cases}$$

Equació d'estat

$$\begin{cases} \Delta x_{t,12}^{reg} = \gamma + \phi \cdot \Delta e_{t,12}^{reg} + \theta \cdot \Delta h_{t,12}^{reg} + \eta_{t,12} \\ \cdots\cdots\cdots \\ \Delta x_{t,1}^{reg} = \gamma + \phi \cdot \Delta e_{t,1}^{reg} + \theta \cdot \Delta h_{t,1}^{reg} + \eta_{t,1} \\ \Delta x_{t-1,12}^{reg} = \Delta x_{t-1,12}^{reg} \\ \cdots\cdots \\ \Delta x_{t-1,1}^{reg} = \Delta x_{t-1,1}^{reg} \end{cases}$$

Finalment assenyalar que l'estimació d'aquest model pot realitzar-se emprant el filtre d'en Kalman. Prèviament, però, cal estimar els hiperparàmetres (γ, ϕ, θ, μ, δ i les variàncies dels termes de pertorbació de les equacions [5.72] i [5.73]) ja sigui per màxima versemblança (mitjançant la descomposició de l'error de predicció o l'algorisme *EM*) o *a priori*.

5.3.3. Aplicació del model a les comunitats del País Basc, Astúries i Andalusia. Validació dels resultats[66]

Informació estadística disponible

Pel cas de les regions espanyoles i per tant també per a les tres regions considerades (País Basc, Astúries i Andalusia), la informació referent a les hores de treball directe (efectiu) en la producció (*proxy* del treball) no estan disponibles a nivell mensual (únicament a nivell trimestral). En conseqüència s'ha tingut que aproximar l'*input* treball per una altra variable que estigués disponible per a totes les CA espanyoles amb una periodicitat mensual. Aquesta variable és el nombre d'afiliats al (règim general) de la Seguretat Social que ha estat facilitada per la *Subdirección General de Estadísticas Sociales y Laborales* del *Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales.*

[66] Els resultats referits a l'estimació del model *state-space* amb el filtre d'en Kalman presentats en aquest apartat han estat obtinguts emprant el paquet SAS versió 6.12. Agraïm a en Philip Israilevich que ens facilités part de les codificacions en Gauss que va emprar en el seu treball.

Quadre 5.8. Model de variables latents per a estimar un indicador de la producció industrial regional

Equació de mesura: $X_t = \Gamma_t \cdot \alpha_t + \varphi_t + \varepsilon_t$

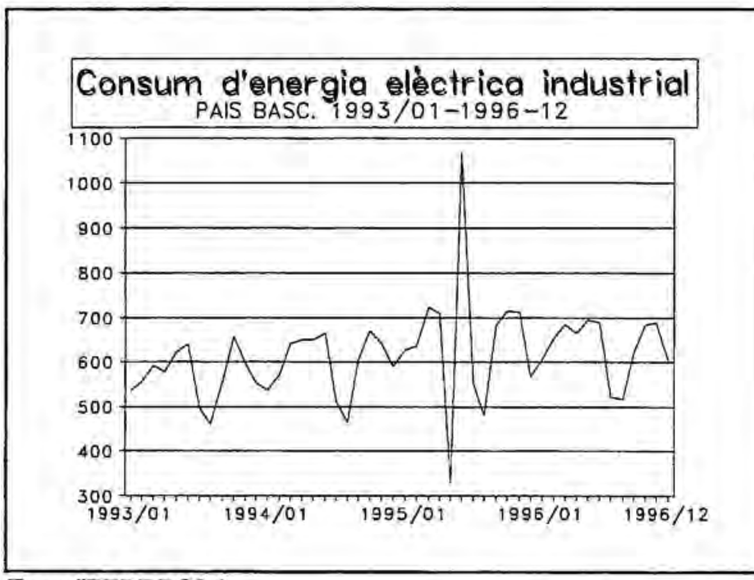
$$\begin{pmatrix} \Delta^A x_t^{reg} \\ \Delta x_{t,12}^{nac} \\ \Delta x_{t,11}^{nac} \\ \vdots \\ \Delta x_{t,1}^{nac} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{12} \; \frac{2}{12} \cdots \frac{12}{12} & \vdots & \frac{11}{12} \cdots \frac{1}{12} \; 0 \\ \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ \delta \cdot I_{12*12} & \vdots & 0_{12*12} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta x_{t,12}^{reg} \\ \vdots \\ \Delta x_{t,1}^{reg} \\ \Delta x_{t-1,12}^{reg} \\ \vdots \\ \Delta x_{t-1,1}^{reg} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \vdots & 0_{1*24} \\ \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ \mu_{12*1} & \vdots & 0_{12*24} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \Delta e_{t,12}^{reg} \\ \vdots \\ \Delta e_{t,1}^{reg} \\ \Delta h_{t,12}^{reg} \\ \vdots \\ \Delta h_{t,1}^{reg} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0_{1*12} \\ \cdots\cdots \\ I_{12*12} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \nu_{t,12} \\ \vdots \\ \nu_{t,1} \end{pmatrix}$$

Equació de transició: $\alpha_t = \Omega_t \cdot \alpha_{t-1} + \zeta_t + \Lambda_t \cdot \xi_t$

$$\begin{pmatrix} \Delta x_{t,12}^{reg} \\ \vdots \\ \Delta x_{t,1}^{reg} \\ \Delta x_{t-1,12}^{reg} \\ \vdots \\ \Delta x_{t-1,1}^{reg} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0_{12*12} & \vdots & 0_{12*12} \\ \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ I_{12*12} & \vdots & 0_{12*12} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta x_{t-1,12}^{reg} \\ \vdots \\ \Delta x_{t-1,1}^{reg} \\ \Delta x_{t-2,12}^{reg} \\ \vdots \\ \Delta x_{t-2,1}^{reg} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_{12*1} & \vdots & \phi \cdot I_{12*12} & \vdots & \theta \cdot I_{12*12} \\ \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ 0_{12*1} & \vdots & 0_{12*12} & \vdots & 0_{12*12} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \Delta e_{t,12}^{reg} \\ \vdots \\ \Delta e_{t,1}^{reg} \\ \Delta h_{t,12}^{reg} \\ \vdots \\ \Delta h_{t,1}^{reg} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I_{12*12} \\ \cdots\cdots \\ 0_{12*12} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \eta_{t,12} \\ \vdots \\ \eta_{t,1} \end{pmatrix}$$

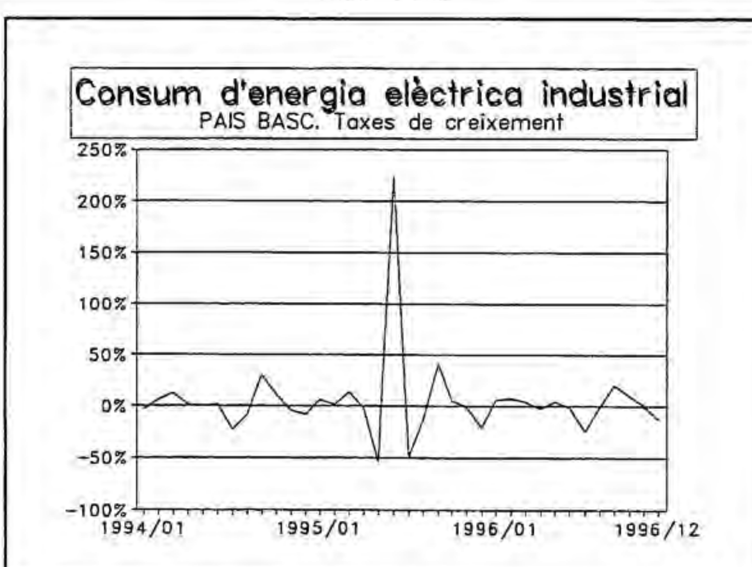
D'altra banda, el consum d'energia elèctrica per a usos industrials (*proxy* del capital) amb una periodicitat mensual per a les tres regions considerades únicament està disponible des de gener del 1993 (en endavant) i ha estat facilitat per IBERDROLA (en el cas del País Basc), el SADEI (en el d'Astúries) i l'IEA (en el d'Andalusia). Cal assenyalar, però, que en el cas de la sèrie del consum d'energia elèctrica del País Basc facilitada per IBERDROLA, s'observa la presència d'un comportament atípic en els mesos de maig i juny del 1995 (vegi's gràfics 5.1 i 5.2 on es presenta l'evolució en nivells i en taxes d'aquesta sèrie respectivament).

Gràfic 5.1.



Font: IBERDROLA.

Gràfic 5.2.



Font: IBERDROLA i elaboració pròpia.

La consideració d'aquesta sèrie com a *input* en el model comportaria greus errors derivats de l'atipicitat de la informació disponible per a aquests dos mesos. Cal doncs corregir prèviament aquest problema. Per això, *a priori*, existeixen (com a mínim) tres possibilitats:

a) dur a terme una anàlisi ARIMA univariant de la sèrie d'acord amb la metodologia Box-Jenkins juntament amb una anàlisi d'intervenció i tractament d'*outliers*;

b) adoptar una solució *ad-hoc* consistent en extrapolar la mitjana dels mesos de maig i juny pels anys de comportament normal als mesos de maig i juny del 1995;

c) tractar la sèrie d'acord amb els plantejaments clàssics (descompondre la sèrie en les diferents components que l'integren).

Donada la disponibilitat d'observacions (únicament quaranta-vuit) la primera de les possibilitats va èsser descartada. Així doncs es van portar a la pràctica les dues darreres estratègies. Els resultats que es varen derivar de cadascuna d'elles varen ésser molt semblants. Finalment, criteris de rigurositat estadística va fer que s'adoptés la tercera de les estratègies. Així, es va procedir a determinar el tipus d'esquema (additiu o multiplicatiu) de la sèrie i, a partir de les dades corresponents als anys 1993 i 1994, es va ajustar per mínims quadrats una tendència lineal per a captar la component tendència-cicle de la sèrie, es van calcular els índexs de variació estacional nets i finalment es van obtenir prediccions pel mesos de maig i juny del 1995. Als gràfics 5.3 a 5.6 i al quadre 5.9 es presenten els resultats obtinguts.

En concret, al quadre 5.9 es mostren els resultats obtinguts de l'ajust MQO per a la tendència així com els índexs de variació estacional nets corresponents a cada mes. Així mateix en el gràfic 5.3 pot observar-se el clar patró estacional que presenta la sèrie. En el gràfic 5.4 es presenta l'evolució de la sèrie de consum d'energia elèctrica per a usos industrials facilitada per IBERDROLA i la predita mitjançant la tècnica emprada pel període 1993-94. La semblança entre ambdues sèries permet validar l'estratègia utilitzada per a predir els valors dels mesos de maig i juny del 1995.

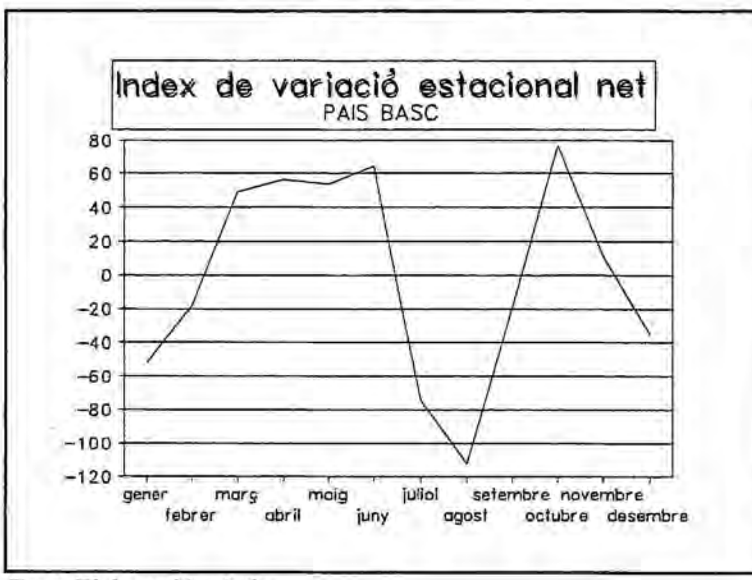
Finalment, als gràfics 5.5 i 5.6 es recull l'evolució (en nivells i en taxes) de la sèrie corregida. Com pot observar-se la sèrie corregida presenta un comportament més homogeni que no pas l'original. És doncs aquesta sèrie la que s'ha utilitzat com a *proxy* del capital en l'estimació de l'indicador pel País Basc.

Quadre 5.9. Ajust MQO i IVEN

Ajust MQO de la tendència					
Data: CEEPB.var1					
Forecast summary	M.E.	M.S.E.	M.A.E.	M.A.P.E.	M.P.E.
557.832+2.18454*T	0.00000	3539.81	49.0345	8.73254	-1.12051

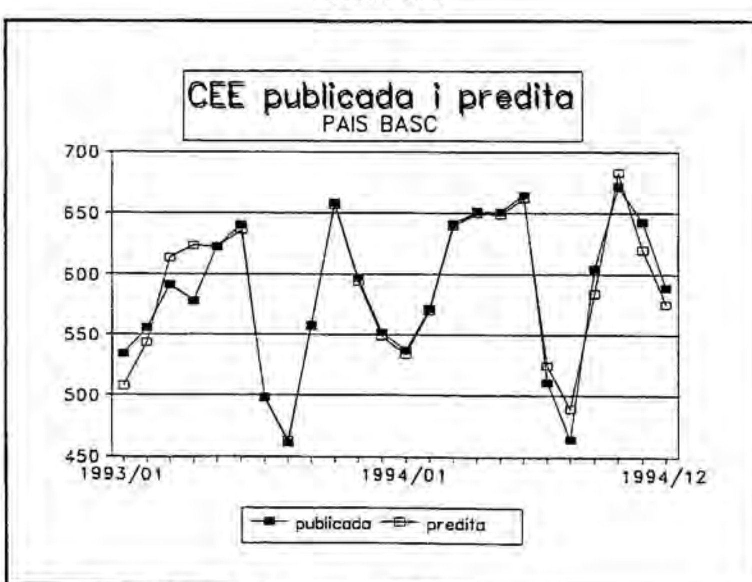
Índexs de variació estacional nets			
gener	-52.356	juliol	-74.5822
febrer	-18.6239	agost	-112.663
març	49.1644	setembre	-19.4997
abril	56.514	octubre	76.7766
maig	53.6863	novembre	11.9327
juny	64.6735	desembre	-35.023

Gràfic 5.3.



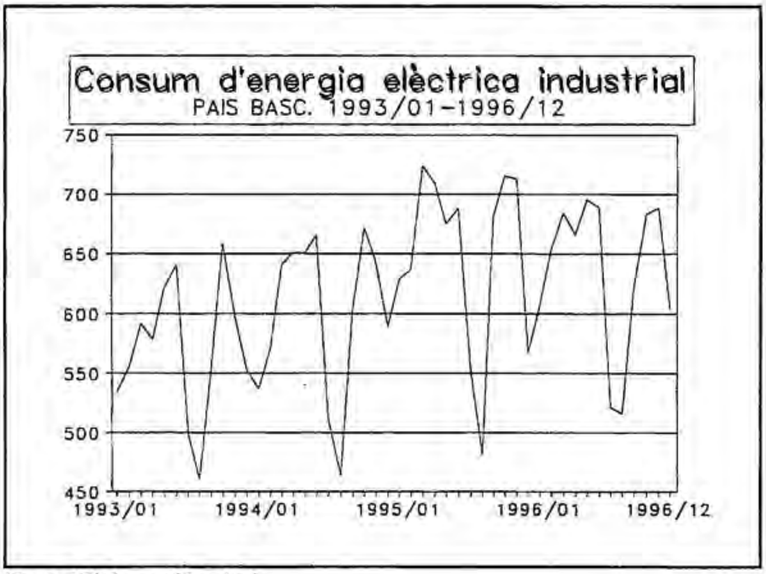
Font: Elaboració pròpia.

Gràfic 5.4.



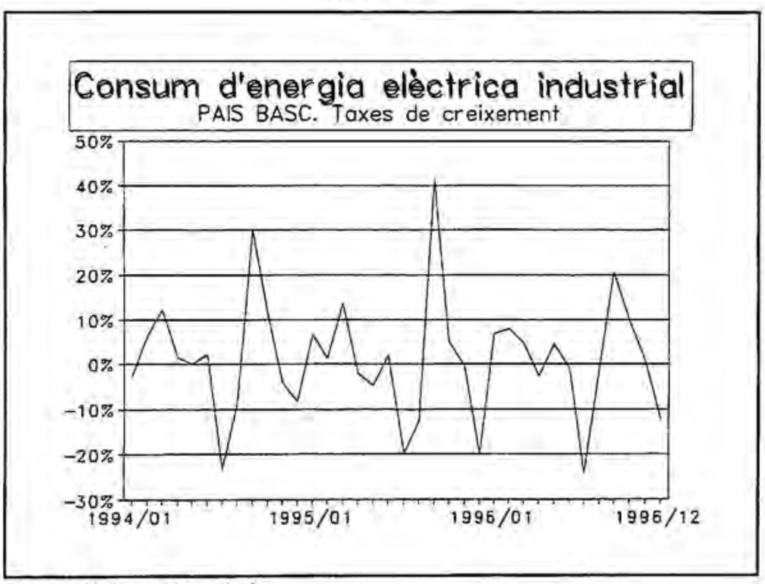
Font: IBERDROLA i elaboració pròpia.

Gràfic 5.5.



Font: Elaboració pròpia.

Gràfic 5.6.



Font: Elaboració pròpia.

Estimació del model

Tal i com s'ha dit es disposa de dades pels dos *inputs* regionals pel període 1993-96. Això fa que únicament es disposi de trenta-sis observacions (un cop diferenciades les dades). Aquesta circumstància suposa una restricció insalvable que fa que l'estimació dels hiperparàmetres no sigui adient dur-la a terme per màxima versemblança. Per a solucionar aquest problema, seguint la proposta d'en Hackl i Westlund (1996), s'ha emprat informació *a priori* (dades de panell) per a estimar els valors dels hiperparàmetres per a les comunitats considerades.

En concret, els paràmetres corresponents a l'equació d'estat (γ, ϕ i θ) han estat estimats a partir d'una funció de producció Cobb-Douglas pel període 1964-91[67] considerant efectes fixos i efectes temporals (l'estadístic del test d'en Haussman per a contrastar la hipòtesi d'efectes fixos contra efectes aleatoris és 38.89). Els resultats d'aquesta estimació, així com els efectes fixos estimats per a cadascuna de les tres comunitats considerades es presenten al quadre 5.10. En ell pot veure's l'elevada significació estadística dels *inputs* energia (capital) i afiliats a la Seguretat Social (treball). A més, els resultats obtinguts pel que fa a als valors estimats per a ambdós *inputs* són consistents amb els obtinguts a altres treballs referits a l'economia espanyola: aproximadament sumen u (rendiments constants a escala) i la participació del treball en l'*output* és aproximadament una tercera part i la del treball dues terceres parts.

Quadre 5.10. Estimació de la funció de producció i efectes fixos per a les comunitats considerades

Variable	Coefficient	Std. Error	t-ratio	Prob.	Mean & S.D. of Var.	
LIN	0.69499	0.2631E-01	26.420	0.0000	11.6987	0.9467
KPIND	0.38304	0.2342E-01	16.355	0.0000	13.2882	0.9955
Constant	-0.61157	0.2404	-2.544	0.0110		

Estimated fixed effects:	
Individual	
and	-0.21167
ast	0.11637
pb	-0.16833

LIN i KPIN simbolitzen els ocupats i el capital industrials.

Per la seva banda, els (hiper)paràmetres de l'equació de mesura (μ i δ) s'han estimat a partir de la participació en el total del conjunt de l'Estat en termes de VAB. Per últim, les variàncies dels termes de pertorbació d'ambdues equacions han estat estimades per màxima

[67] La informació estadística per a dur a terme aquesta estimació prové, pel que fa al VAB (a cost dels factors) i als ocupats de les sèries bianuals del BBV i pel que fa a l'estoc de capital de l'IVIE (BBV). En total, doncs, s'ha disposat de dues-centes trenta-vuit observacions (disset CA per catorze anys).

versemblança.

Al quadre 5.11 es presenten els resultats de les estimacions dels hiperparàmetres per a cadascuna de les tres comunitats.

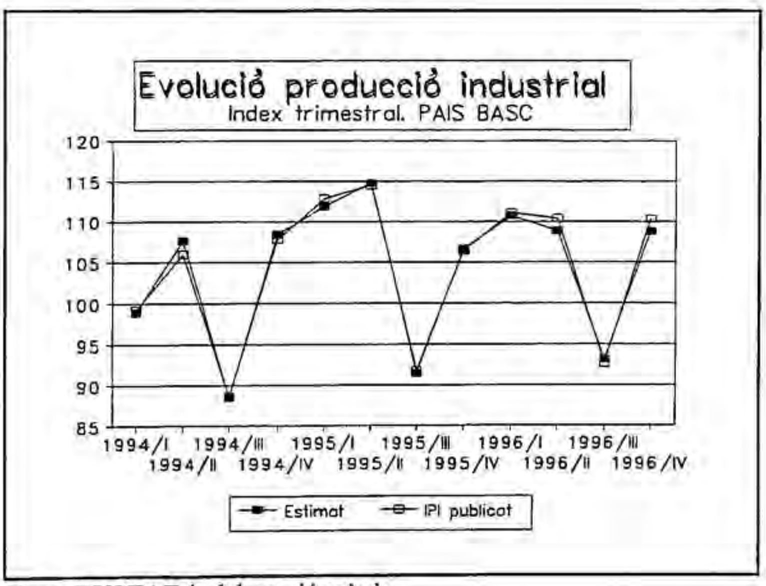
Quadre 5.11. Estimacions *a priori* dels hiperparàmetres

	País Basc	Astúries	Andalusia	
γ	-0.77	-0.49	-0.82	$X_{jt}=\gamma_j+\phi K_{jt}+\theta L_{jt}$
ϕ	0.38	0.38	0.38	$R^2=0.92$
θ	0.69	0.69	0.69	
μ	4.01	4.85	1.58	$VAB_{Estat}=\mu_j+\delta_j VAB_j$
δ	0.65	0.68	0.82	$R^2_{P.Basc}=0.72$; $R^2_{Ast.}=0.72$; $R^2_{And.}=0.81$

Pel que fa al problema dels valors per a inicialitzar el filtre d'en Kalman s'ha solucionat emprant l'aproximació proposada per en Harvey (1981 -pàg. 113- i 1989 -pàg. 134-) i en Bell i Hillmer (1991) explicada a l'apartat 5.2.2.2.

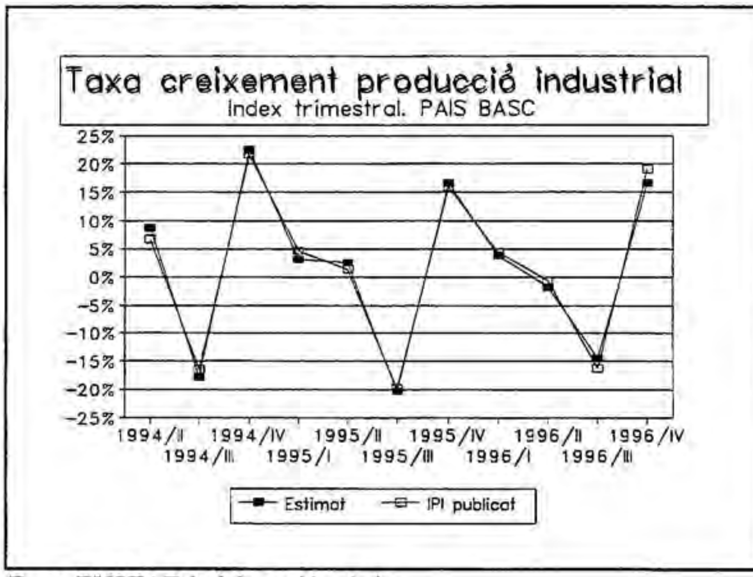
Un cop estimats els hiperparàmetres i solventat el problema dels valors inicials és immediat obtenir l'estimació dels índexs de producció industrial regional. Els resultats obtinguts en termes trimestrals i anuals (els primers en nivells i taxes de creixement i els segons únicament en nivells) es presenten als gràfics 5.7 a 5.15.

Gràfic 5.7.



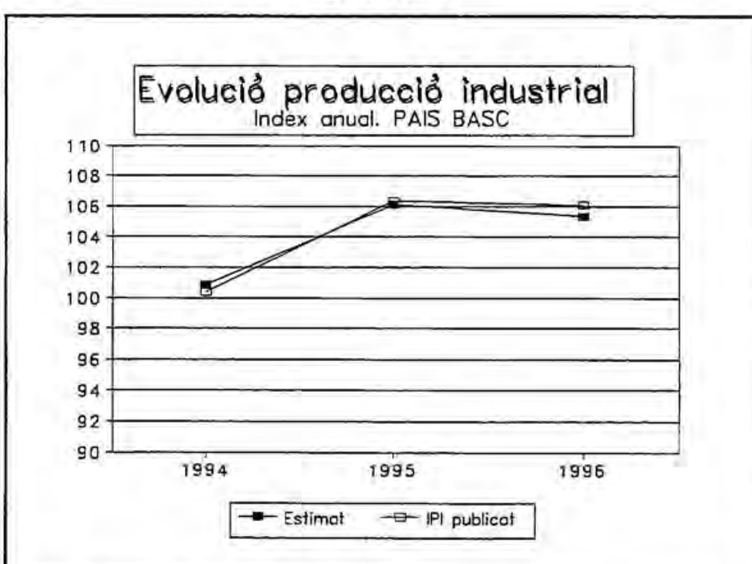
Font: EUSTAT i elaboració pròpia.

Gràfic 5.8.



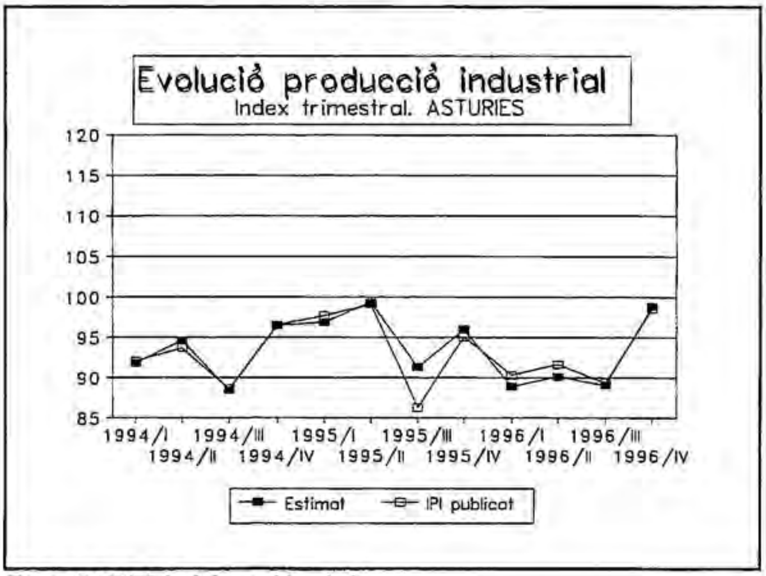
Font: EUSTAT i elaboració pròpia.

Gràfic 5.9.



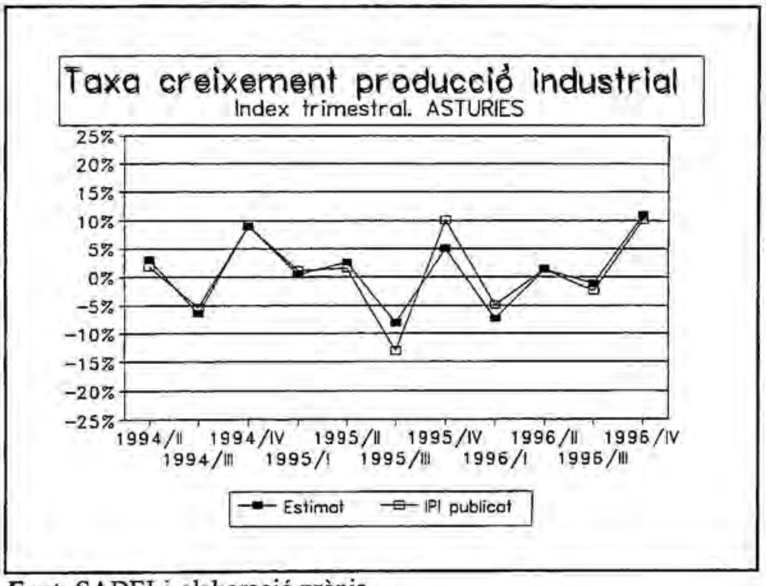
Font: EUSTAT i elaboració pròpia.

Gràfic 5.10.



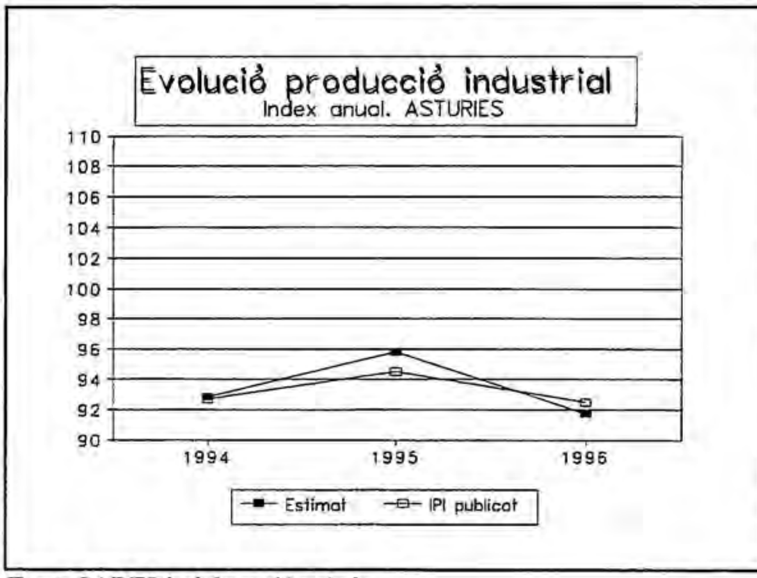
Font: SADEI i elaboració pròpia.

Gràfic 5.11.



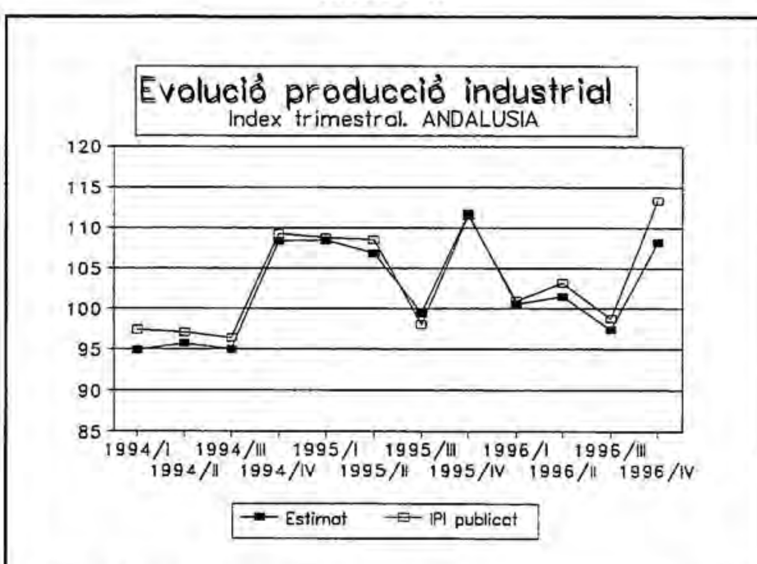
Font: SADEI i elaboració pròpia.

Gràfic 5.12.



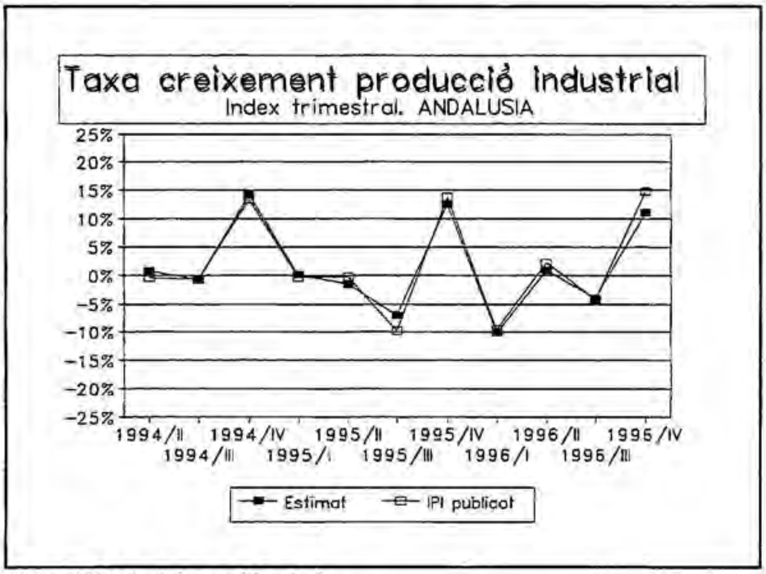
Font: SADEI i elaboració pròpia.

Gràfic 5.13.



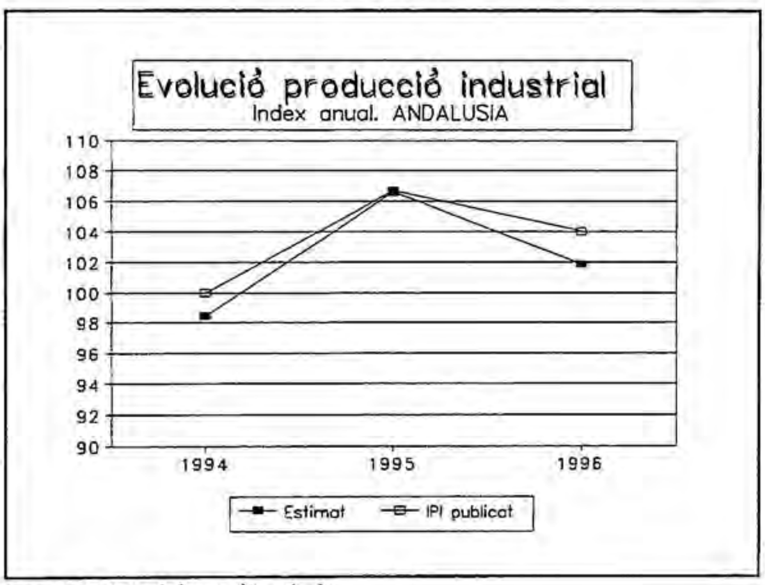
Font: IEA i elaboració pròpia.

Gràfic 5.14.



Font: IEA i elaboració pròpia.

Gràfic 5.15.



Font: IEA i elaboració pròpia.

Tal i com s'observa en els gràfics anteriors els resultats obtinguts proporcionen una bona aproximació a l'evolució dels índexs elaborats per mètodes directes per a les tres comunitats estudiades.

Com a element addicional per a validar aquests resultats s'ha calculat l'EPAM entre ambdues sèries així com el coeficient *pseudo*-R^2 proposat per en Israilevich i Kuttner per a mesurar quant informatives són les fluctacions nacionals per a les fluctuacions regionals. Els resultats obtinguts (vegis's quadre 5.12) mostren que, efectivament, l'ajust obtingut és satisfactori, confirmant, doncs, la conclusió que es deriva de l'anàlisi gràfica.

L'anterior posa de manifest que, a diferència del mètode emprat per l'IEC que únicament és vàlid sota certes hipòtesis (entre elles, recordi's el discutit en el capítol anterior, la semblança entre l'estructura industrial de la regió i la del conjunt de l'Estat i el pes que la indústria de la regió tingui en la de del conjunt de l'Estat), el mètode que aquí es presenta és més general e independent de les limitacions sobre l'estructura productiva assenyalades. Un exemple es té amb les tres CA per a les que s'ha desenvolupat l'estudi, que tenen estructures i pesos molt diferents entre sí[68]. Tot i això, en totes elles els resultats obtinguts són bons.

Quadre 5.12. Valors del *pseudo*-R^2 i EPAMs associats al model de variables latents. Període 1994-96

		EPAM		
	***pseudo*-R^2**	**Mensual**	**Trimestral**	**Anual**
País Basc	0.50	6.34%	0.66%	0.45%
Astúries	0.48	3.10%	1.09%	0.77%
Andalusia	0.66	4.89%	1.48%	1.24%

A més a més, per tal de comparar el mètode indirecte analitzat en aquest capítol amb el de l'IEC, s'han elaborat els indicadors seguint aquesta metodologia pel mateix període que l'aquí considerat (1994-96) i s'han calculat els EPAMs entre la sèrie de l'índex publicat i l'elaborat. Els resultats obtinguts es mostren al quadre 5.13.

[68] Sobre aquest punt recordi's els resultats obtinguts de l'anàlisi realitzada en el capítol 1 d'aquest treball.

Quadre 5.13. EPAMs associats a la metodologia de l'IEC. Període 1994-96

	Mensual	Trimestral	Anual
País Basc	5.74%	1.48%	1.14%
Astúries	5.04%	3.43%	1.84%
Andalusia	8.52%	7.16%	4.94%

En comparar els resultats presentats als quadres 5.12 i 5.13 s'observa clarament que el model de variables latents basat en la metodologia dels models *state-space* funciona millor que la de l'IEC en el sentit que permet assolir una aproximació més acurada de l'evolució de l'índex directe per a les tres CA tant a nivell anual com trimestral i mensual[69].

De tota manera, però, cal fer un comentari addicional. Els valors dels EPAMs obtinguts en termes mensuals amb la metodologia analitzada en aquest capítol encara són lleugerament elevats (principalment en els casos d'Andalusia i sobretot del País Basc). Aquest fet pot explicar-se per tres motius:

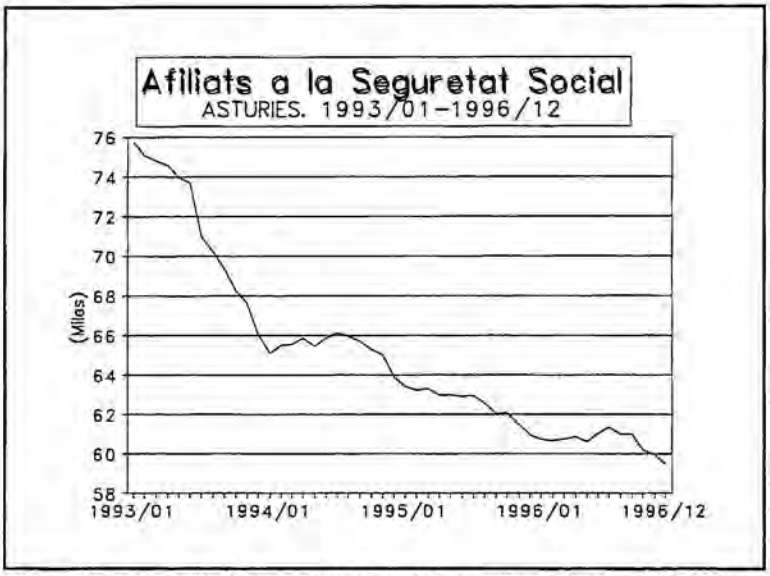
a) perquè el nombre d'hores de treball efectiu no està disponible a nivell regional amb una periodicitat mensual. Això ha fet que per a aproximar l'*input* treball s'emprés el nombre de treballadors afiliats a la Seguretat Social. Aquest indicador, si bé està disponible per a totes les CA espanyoles amb periodicitat mensual presenta l'inconvenient que no recull les fluctuacions estacionals en la producció industrial com a conseqüència dels períodes vacacionals (vegi's gràfics 5.16 a 5.18).

Gràfic 5.16.

***Font:** Subdirección General de Estadísticas Económicas y Sociales.*

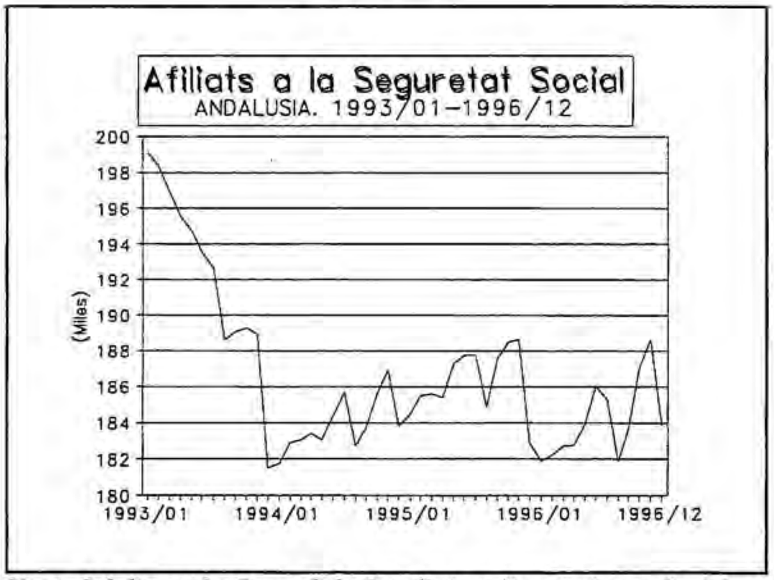
[69] Excepte pel País Basc a nivell mensual.

Gràfic 5.17.



Font: Subdirección General de Estadísticas Económicas y Sociales.

Gràfic 5.18.



Font: Subdirección General de Estadísticas Económicas y Sociales.

En aquest sentit, doncs, una solució per a obtenir millors resultats consistiria en corregir la sèrie d'afiliats a la Seguretat Social per a que recollís aquest efecte estacional. Per això una opció seria considerar les preferències dels treballadors a l'hora de fer vacances. Una segona possibilitat seria mensualitzar la sèrie de les hores de treball efectiu.

Respecte a la primera de les solucions, corregir la sèrie d'afiliats en funció de les vacances dels treballadors per tal d'introduir-li l'estacionalitat que s'observa en la producció industrial com a conseqüència d'aquests períodes vacacionals, donada la manca d'informació estadística existent a nivell regional en el nostre país actualment sobre aquest punt, no és possible dur-la a terme. De fet, únicament s'ha trobat informació estadística referent al comportament dels espanyols front a les vacances per l'any 1995[70]. De tota manera, però, aquesta informació no s'ofereix desagregada per mesos i en qualsevol cas, encara que ho fos, emprar-la significaria fer la hipòtesi que el comportament vacacional dels espanyols és el mateix en totes les comunitats, la qual cosa no té perquè ésser certa de manera que, sota aquest supòsit, considerar-la podria introduir un biaix: totes les CA presentarien la mateixa estacionalitat en l'*input* treball.

D'altra banda, pel que fa a la mensualització de la sèrie trimestral d'hores de treball efectives, la manca d'indicadors mensuals adients fa que no sigui viable dur-la a terme;

b) el reduït nombre d'observacions disponibles repercuteix negativament en el comportament de la metodologia. En aquest sentit, podrien obtenir-se millors resultats si es pogués incorporar en la mostra noves observacions quan aquestes estiguin disponibles; i,

c) en el període considerat l'economia espanyola va experimentar una breu però profunda crisi seguida de l'inici d'una etapa expansiva (en la que encara avui es troba) la qual cosa fa més difícil l'estimació d'aquest tipus d'índex. En aquest sentit, observi's que els valors obtinguts pels EPAMs associats a la metodologia de l'IEC són molt més elevats en calcular-los pel període 1994-96 que quan es calculen per a tota la mostra (compari's els resultats presentats als quadres 5.13 i 4.9 respectivament).

5.4. CONCLUSIONS

La utilització de dades de sèrie-temporal no és exclusiva de les Ciències Econòmiques en general i de l'Economia en particular: a altres Ciències com ara la Física, la Biologia o l'Enginyeria també s'empren aquests tipus de dades. En aquest sentit, doncs, depenent de l'estudi en concret, pot esdevenir interessant incorporar algunes de les eines que s'empren en

[70] Centro de Investigaciones Sociológicas: Comportamiento de los Españoles ante las Vacaciones. Opiniones y Actitudes, 11.

altres Ciències pel tractament de dades en l'àmbit de l'Economia.

En aquest sentit, és un fet contrastat que al llarg dels darrers anys, la utilització de tècniques pròpies de disciplines científiques com ara la Física o l'Enginyeria per a modelitzar relacions econòmiques ha esdevingut cada cop més important. En concret, cal destacar l'ús dels models *state-space*, desenvolupats inicialment en el marc de l'Enginyeria de Control, a diferents entorns de la Ciència Econòmica, oferint la possibilitat de formular models més amplis, flexibles i rics que els considerats tradicionalment a l'Economia[71]. A més a més, freqüentment la utilització d'aquests tipus de models permet una interpretació directa i molt més senzilla a l'hora d'entendre els processos econòmics subjacents. Però potser el més rellevant d'expressar les relacions considerades en forma d'un model *state-space* és que existeix un algorisme, el filtre d'en Kalman, que permet l'estimació òptima del model sota uns supòsits bàsics, de la mateixa manera que els mínims quadrats ho fan pels models de regressió clàssics.

L'aparició del filtre d'en Kalman va suposar un avenç important respecte a les tècniques de filtrat existents fins a aquell moment. La seva major simplicitat de formulació i els menors requeriments en termes computacionals respecte a la tècnica predominat en aquell moment, el filtre d'en Wiener-Kolmogorov, va fer l'aplicació del filtre d'en Kalman especialment atractiva per a modelitzar el comportament dels sistemes lineals (i alguns no lineals) en el marc de l'Enginyeria. Ara bé, tal i com assenyala en Harvey (1985), l'estudi del filtre d'en Kalman en sí mateix no té gaire interès pels econòmetres des d'un punt de vista conceptual. Allò que és realment rellevant és la utilització conjunta del filtre i el model que hi ha darrera donat que d'aquesta manera és possible obtenir estimacions òptimes de la variable d'interès (coneguda en aquest context com a variable d'estat).

De tota manera, però, l'aplicació d'aquestes tècniques en l'entorn de l'Economia presenta certs problemes amb els que no es troben els enginyers: (per regla general) els enginyers disposen d'informació sobre els valors inicials de la variable d'estat i dels paràmetres que defineixen el comportament dels sistemes estudiats (hiperparàmetres), informació d'altra banda que és del tot punt necessària per a poder aplicar les equacions del filtre d'en Kalman. En conseqüència, si com acostuma a succeeir en Economia, no es disposa d'aquesta informació cal estimar-la prèviament. És en aquest punt on es troba el principal inconvenient (i també perquè no dir-ho, crítiques) a l'hora d'aplicar aquesta tècnica en l'entorn de l'Economia. En

[71] Recordi's, per exemple, que com s'ha mostrat al llarg del present capítol la major part de models dinàmics lineals i alguns de no lineals emprats habitualment en la modelització economètrica no són més que casos particulars d'aquest tipus de models. Sens dubte, aquesta flexibilitat és un dels principals avantatges d'aquesta tècnica.

aquest capítol s'han presentat diferents aproximacions proposades a la literatura per a solucionar aquesta dificultad tot i que com s'ha assenyalat cap d'elles és totalment satisfactòria. En aquest sentit, diferents estudis (com ara el d'en Hack i Westlund, 1996) posen de manifest que les estimacions obtingudes mitjançant el filtre d'en Kalman són molt sensibles a les diferents especificacions utilitzades per a modelitzar el comportament del sistema estudiat.

D'acord amb l'anterior, doncs, cal anar amb molta cura a l'hora d'interpretar els resultats obtinguts amb l'aplicació del filtre d'en Kalman com a conseqüència de la complexitat del procediment d'estimació i de la forta dependència dels resultats dels valors inicials i dels hiperparàmetres. Davant d'aquesta situació, per tal de minimitzar aquests problemes cal especificar models relativament senzills (per a simplificar el procés d'estimació). D'altra banda, és bo realitzar una anàlisi comparativa dels resultats que s'obtenen fent servir diferents valors *a priori* pels paràmetres del sistema.

Ara bé tot i les deficiències esmentades, cal assenyalar que el camp potencial d'aplicació dels models *state-space* i del filtre d'en Kalman en l'entorn de l'Economia és molt extens. Les aplicacions aparegudes en els darrers anys posen de manifest com diferents autors han estat capaços de solucionar distints problemes associats a l'ús del filtre d'en Kalman i dels models *state-space* per tal d'assolir objectius que no s'hagueren obtingut amb altres procediments.

En aquest sentit, en el present capítol s'ha abordat l'estudi de l'aplicabilitat de la modelització *state-space* i del filtre d'en Kalman per a l'anàlisi de sèries econòmiques en el marc de l'Economia Regional en general i, en particular, per a l'elaboració d'un indicador (indirecte) quantitatiu de l'activitat industrial (regional). En concret, s'ha aplicat aquesta metodologia a les regions espanyoles que actualment disposen d'un IPI elaborat pel mètode directe. La principal conclusió que es deriva de l'anàlisi efectuada és que es tracta d'una estratègia que permet aproximar prou bé l'evolució de la producció industrial regional. A més a més, l'estudi realitzat mostra que la bondat de l'estratègia presentada millora altres estratègies alternatives prèvies que s'estan utilitzant actualment a nivell regional en el nostre país. Aquest resultat fa pensar que l'aplicació de la tècnica considerada en el camp de l'Economia Regional pot aportar molts avantatges respecte altres metodologies.

De tota manera, però, hi ha diversos problemes de tipus pràctic a l'hora d'aplicar-la donades les mancances en la disponibilitat d'informació estadística en l'àmbit regional amb què ens trobem en el nostre país. En concret, les variables *proxy* que s'han tingut que emprar no són les més adequades tal i com s'ha discutit anteriorment. Això fa pensar que l'estratègia dissenyada encara proporcionaria millors resultats si es poguessin utilitzar variables i informació estadística més adequada, com ara, per exemple, les hores de treball directe mensuals en producció per CA. En qualsevol cas, però, mentre això no sigui possible, la metodologia proposada permet disposar (elaborar) indicadors quantitatius de la producció industrial homogenis per a totes les CA espanyoles, compatibles amb l'IPI nacional i amb les sèries de VAB regional, prou fiables a nivell trimestral (i anual).

L'anterior posa de manifest que cal continuar treballant no només en la millora de la qualitat de la informació estadística de què es disposa en dia en el nostre país, sinó també en l'elaboració de noves estadístiques regionals.

CAPÍTOL 6

CONCLUSIONS I LÍNIES OBERTES

Conèixer el comportament i l'evolució del sector industrial (de l'activitat industrial) és una qüestió de gran importància tant per a les economies nacionals com per a les economies d'àmbits territorials inferiors. Això és així per diferents raons: pel pes en termes de VAB generat per aquest sector; pel nivell d'ocupació que genera la indústria; per l'efecte d'arrossegament que exerceix aquest sector sobre la resta; per l'elevat pes del comerç de productes industrials en la demanda agregada; ... En definitiva, l'anterior posa de manifest que conèixer el comportament i l'evolució del sector industrial permet tenir una bona aproximació sobre quina és l'evolució general de l'economia.

D'acord amb l'anterior, doncs, té interès analitzar l'evolució del sector industrial. Per fer-ho s'acostumen a emprar les dades de les Comptabilitats Nacionals corresponents al VAB i/o al PIB. El principal problema que presenta aquesta informació per a realitzar una anàlisi conjuntural de l'activitat industrial es deriva del fet que no es disposa d'ella amb la rapidesa que seria desitjable, fet que dificulta en gran mesura la possibilitat d'avaluar el comportament a curt termini de l'activitat industrial. Aquest és un dels principals motius pels quals els indicadors d'activitat industrial han guanyat popularitat en tots els països industrialitzats (i també en els no industrialitzats). De fet, però, aquests indicadors constitueixen unes eines molt valuoses per a efectuar un seguiment a curt termini de les economies nacionals i regionals atès els diferents usos que d'ells es poden fer.

Al nostre país, a nivell nacional, l'INE elabora un indicador pel seguiment de l'activitat industrial: es tracta d'un índex quantitatiu, l'Índex de Producció Industrial; d'altra banda l'MINER elabora un índex qualitatiu, l'Indicador de Clima Industrial. Ambdós índexs són de periodicitat mensual i s'obtenen a partir de la informació provinent d'enquestes especialment dissenyades per a aquest fi adreçades a una mostra representativa d'unitats productives de tots els sectors d'activitat. D'aquesta manera, doncs, a nivell nacional queda solventat el problema de la manca d'informació estadística per a dur a terme una anàlisi conjuntural industrial.

En canvi, en l'àmbit regional, existeixen certes dificultats a l'hora de realitzar un seguiment quantitatiu a curt termini de l'activitat industrial, donat que existeixen algunes mancances d'estadístiques d'aquestes característiques. Davant d'aquesta problemàtica, s'han encetat al llarg dels darrers anys diferents iniciatives, públiques i privades, que han intentat superar aquestes mancances estadístiques. Però, tot i l'esforç realitzat, la situació actual és que no totes les CA espanyoles disposen d'un indicador quantitatiu de l'activitat industrial i, a més a més, els indicadors regionals existents no són directament comparables atès que les metodologies emprades per a elaborar-los no són homogènies. En concret, actualment únicament nou comunitats espanyoles disposen d'un indicador d'aquestes característiques. Es tracta de les comunitats d'Andalusia, Astúries, el País Basc, Catalunya, Madrid, Navarra, La Rioja, Balears i Canàries. En les tres primeres l'IEA, el SADEI i l'EUSTAT elaboren un Índex de Producció Industrial per mètodes directes (a partir de les dades sobre la producció industrial facilitades per una mostra representativa dels empresaris de les seves regions). A Catalunya, l'IEC construeix un indicador emprant informació pre-existent: els Índexs de Producció Industrial elaborats per l'INE al màxim nivell de desagregació sectorial (quatre dígits de la CNAE-74) censurant les sèries no representatives en la indústria catalana i ponderant la resta d'acord amb la seva importància en el VAB industrial total generat per la comunitat catalana segons la informació facilitada per l'EI del 1990. Per la seva banda, a les sis comunitats restants s'elabora l'indicador aproximant la producció industrial pel consum d'energia elèctrica per a usos industrials facilitades per les companyies elèctriques per a un nivell de desagregació sectorial de vint-i-nou branques industrials; aquests consums es ponderen en funció del pes de cada branca industrial en el total en termes del VAB que generen.

Davant d'aquest marc, en el present treball s'han analitzat distintes possibilitats (metodologies) que permetessin obtenir un indicador quantitatiu homogeni per a totes les CA espanyoles.

Així, en primer lloc, s'ha analitzat la idoneïtat d'estendre les metodologies que actualment s'apliquen en les regions espanyoles a la resta de comunitats. En concret, l'estudi s'ha centrat en els dos mètodes indirectes: el basat en la utilització del consum d'energia elèctrica com a variable *proxy* de l'activitat industrial i la metodologia aplicada per l'IEC en l'elaboració de l'IPPI català.

Les conclusions a les que s'ha arribat en ambdós casos assenyalen que no són dues metodologies per a estendre indiscriminadament a totes les CA donat que presenten alguns inconvenients que fan que una estratègia d'aquest tipus podria portar a obtenir indicadors no del tot fiables, tot i que per a determinades comunitats siguin mètodes que aproximen correctament l'activitat industrial (com és el cas del mètode de l'IEC per a Catalunya).

Així doncs, la proposta que es fa en aquest treball és adoptar una estratègia diferent per a elaborar indicadors quantitatius (indirectes) de l'activitat industrial. En concret, es planteja un model de variables latents on la variable d'interès, no observable, l'indicador regional, s'estima mitjançant l'ús dels models *state-space* i el filtre d'en Kalman.

Els resultats obtinguts en aplicar aquesta metodologia a les tres regions espanyoles que disposen d'un indicador elaborat per mètodes directes són prou satisfactoris, tenint en compte a més a més que es tracta de tres comunitats amb un perfil industrial molt diferent entre elles.

Així doncs, l'anterior obre un camí per a elaborar indicadors quantitatius pel seguiment de l'activitat industrial per a les regions espanyoles de manera homegènia tant pel que fa a la metodologia, com pel periode, ..., compatibles amb l'IPI nacional i el VAB regional, la qual cosa permet omplir el buit existent avui en dia en aquest tipus d'informació estadística en el nostre país, si més no mentre no s'elaborin sèries oficials homogènies per a totes les CA espanyoles.

En aquest sentit, les línies futures de treball haurien d'anar encaminades d'una banda en l'elaboració d'indicadors per a la resta de les regions espanyoles seguint la metodologia proposada, millorant en la mesura que es disposi d'informació estadística regional el mètode dissenyat en aquest treball. Per exemple, aproximar de forma més acurada l'*input* treball en la funció de producció mensual regional (l'equació d'estat en aquest context), ja sigui corregint la sèrie dels afiliats al règim general de la Seguretat Social (variable emprada en aquest treball) per a captar l'estacionalitat inherent a la producció industrial associada als períodes vacacionals de cada comunitat, ja sigui emprant una altra variable *proxy* com ara les hores efectives de treballl mensual (si es disposés d'ella), ja sigui incorporant els treballadors autònoms. En qualsevol cas, una primera extensió del treball aquí presentat, vist els problemes que presenta aquesta variable (mentre no sigui possible corregir-los) seria reproduir el model de manera que l'*output* (l'indicador regional) sigui directament amb periodicitat trimestral donat que, com s'ha dit anteriorment, sí es disposa de les hores de treball directe en producció per a totes les CA espanyoles amb una periodicitat trimestral.

D'altra banda, treballar en aspectes de caire més teòrics per a millorar els índexs industrials regionals que poden obtenir-se amb aquesta metodologia. En concret, cal avançar en l'extensió del model de producció per a contemplar especificacions més riques de tecnologia i de participació de factors canviants al llarg del temps així com investigar la dinamicitat de les relacions entre l'activitat econòmica regional i nacional.

En tercer lloc, pot encetar-se una línea de recerca centrada en l'aplicació dels models *state-space* en diferents camps de l'Economia Regional com ara: l'elaboració d'indicadors sintètics avançats, coincidents i retardats pel seguiment de l'activitat econòmica (Stock i Watson, 1989 i 1991; Martin, 1990; Jun i Yoo, 1993; Kim i Yoo, 1995; Garrat i Hall, 1996; ...); la predicció de dades a partir de prediccions preliminars (Conrad i Corrado, 1979; Coomes, 1992; Mariano i Tanizaki, 1995; de Jong, 1987; Pauls, 1987; Scadding, 1988; Bordignon i Trivellato, 1989; Patterson 1995a i 1995b; Guerrero, 1993; ...); el tractament d'observacions *missing* (Jones, 1980; Kohn i Asley, 1986; Harvey i Pierce, 1984; Alyousha, 1995; ...); l'estimació de senyals robustes (fets estilitzats) associades a sèries temporals per a l'anàlisi de conjuntura: models estructurals de sèries temporals (Harvey i Todd, 1983; Harvey, 1989; Marshall, 1992; Harvey i Shephard, 1993; Fernández, 1988; González i Moral, 1996; García-Ferrer i del Hoyo, 1992; Mocan i Topyan, 1993; Winder, 1997; ...); models de coeficients variants al llarg del temps (models de coeficients aleatoris i de coeficients sistemàticament canviants) pel tractament del canvi estructural (Garrat i Hall, 1995; Hall, 1993; Hall i O'Sullivan, 1994; ...), de les expectatives adaptatives i racionals (Wall, 1980; Burmeister i Wall, 1982 i 1987; ...) i racionalitat limitada[1] (Chung, 1990).

A més a més poden engegar-se estudis de caire més teòric centrats en solucionar els problemes de la inicialització del filtre d'en Kalman i de l'estimació dels hiperparàmetres del model seguint les línies més actuals de les aportacions metodològiques que s'estan fent en aquest àmbit.

Per últim, assenyalar que la vigència i actualitat de l'enfocament basat en la modelització *state-space* i el filtre d'en Kalman en els darrers anys està adquirint un gran impuls. Prova de l'anterior és la celebració d'un *workshop* a Braga (Portugal) entre els dies 8 i 10 de juny d'enguany organitzat pel *Center for Economic and Business Studies* (CEEG) i per la *Division of Research* (DOR) de les Universitats de Minho i de Carolina del Sur amb el suport del *National Science Foundation* (NSF) del *Tinker Foundation Incorporated* de Nova York, la *Fundacao Ciencia Tecnologia* (FCT) de Portugal i el *Center for International Business and Education Research* (CIBER) de la Universtitat de Carolina del Sur, i la participació d'investigadors de reconegut prestigi d'arreu del mon amb l'objectiu de dissenyar una metodologia estàndard per a l'elaboració d'indicadors regionals a partir de l'enfocament de variables latents, on es va presentar una primera versió d'aquest treball.

[1] En Sargent (1993) defineix la racionalitat limitada com a altemartiva a la hipòtesi de racionalitat perfecta en els següents termes: "un moviment per fer que els agents del model es comportin de manera semblant a la dels econòmetres", això és, que els agents prenen les decisions òptimes d'acord amb la informació que disposen.

BIBLIOGRAFIA

Aguayo, E. i P. Expósito (1997): "Inversión Industrial y Desarrollo Regional en las Regiones Españolas (1976-95)", Comunicació presentada a la *XXIII Reunión de Estudios Regionales*, València, 18-21 de novembre.

Alyousha, A. (1995): "Estimating Missing Observations - A Harvey-Kalman Filter Approach", *Hull Economic Research Paper*, Department of Economics, University of Hull.

Anderson, T.W. (1971): *The Statistical Analysis of Time Series*, Wiley, Nova York.

Anderson, B.D. i J.B. Moore (1979): *Optimal Filtering*, Prentice-Hall, Englewoods Cliffs, Nova Jersey.

Ansley, C.F. i R. Kohn (1985): "Estimation, Filtering and Smoothing in State-Space Models with Incompletely Specified Initial Conditions", *The Annals of Statistics*, 13, pp. 1286-1316.

Ansley, C.F. i R. Kohn (1989): "Filtering and Smoothing in State-Space Models with Partially Diffuse Initial Conditions", *Journal of Time Series Analysis*, 11, pp. 275-293.

Aoki, M. (1990): *State Space Modelling of Time Series*, Springer-Verlag, Berlin.

Aranda, D., A. González i A. Petitbó (1994): "Las Encuestas de Opiniones Empresariales: Un Instrumento para Conocer la Coyuntura Industrial", *Economía Industrial*, 299, Ministeri d'Indústria i Energia.

Artís, M., J. Pons, M.A. Sierra i J. Suriñach (1994): "Elaboració d'un Sistema d'Indicadors d'Activitat per a l'Economia Catalana", *Perspectiva Econòmica de Catalunya*, 176, pp. 83-102.

Artís, M., J. Pons, M.A. Sierra i J. Suriñach (1997a): "Estimación de la Actividad Económica a Corto Plazo Mediante Indicadores de Coyuntura", *Revista de Economía Aplicada*, 13, pp. 129-147.

Artís, M., E. Pons, J. Pons i J. Suriñach (1997b): "Evolución Cíclica de la Comunidades Autónomas y Análisis Cíclico", *Escuela de Economía Regional*, Universitat Internacional *Menéndez Pelayo*, Santander.

Artís, M., E. Pons, J. Pons i J. Suriñach (1997c): "Comptabilitat Econòmica de Catalunya i Mètodes de Trimestralització.Components de Demanda", *Document de Treball 97R02*, Grup d'Anàlisi Quantitativa Regional, Departament d'Econometria, Estadística i Economia Espanyola, Universitat de Barcelona.

Ashby, L.D. (1965): *Growth Patterns in Employment by County, 1940-50 and 1950-60*, U.S. Department of Commerce, Office of Business Economics, Washington.

Bechter, D.M., C. Chmura i R.K. Ko (1988): "Fifth District Indexes of Manufacturing Output", *Working Paper 88-3*, Federal Reserve Bank of Richmond.

Bell, W.R. i S.C. Hillmer (1991): "Initializing the Kalman Filter for Nonstationary Time Series Models", *Journal of Time Series Analysis*, 4, pp. 238-300.

Bordignon, S. i U. Trivellato (1989): "The Optimal Use of Provisional Data in Forecasting with Dynamic Models", *Journal of Business and Economic Statistics*, 7, pp. 275-286.

Box, G.E.P. i G.M. Jenkins (1976): *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco, 2ona edició.

Brockwell, P. i R. Davis (1991): *Time Series: Theory and Methods*, Springer-Verlag, Berlin, 2ona edició.

Bryan, M.F. i R.L. Day (1987): "Views from the Ohio Manufacturing Index", *Economic Review*, 23, pp. 20-30.

Burmeister, E., K.D. Wall i J.D. Hamilton (1986): "Estimation of Unobserved Expected Monthly Inflation Using Kalman Filtering", *Journal of Business and Economic Statistics*, 4, pp. 147-160.

Burmeister, E. i K.D. Wall (1982): "Kalman Filtering Estimation of Unobserved Rational Expectations with an Application to German Hyperinflation", *Journal of Econometrics*, 20, pp. 255-284.

Burmeister, E. i K.D. Wall (1987): "Unobserved Rational Expectations and the German Hyperinflation with Endogenous Money Supply", *International Economic Review*, 28, pp. 15-32.

Burns, A.M. i W.C. Mitchell (1946): *Measuring Business Cycles*, National Bureau of Economic Resarch, Nova York.

Camagni, R. i R. Cappellin (1983): *La Productivité Sectorielle et la Politique Régionale*, Comisión de las Comunidades Europeas, Bruselas.

Chow, G.C. (1983): *Econometrics*, McGraw Hill, Nova York.

Chung, H. (1990): *Did Policy Makers Really Believe in the Phillips Curve? An Econometric Test*, Tesi Doctoral, University of Minessota.

Clar, M., R. Ramos i J. Suriñach (1997a): "A Methodological Proposal for Elaborating Regional Manufacturing Production Indices", Comunicació presentada al *37th. Congress of the European Regional Science Association*, Roma, 26-29 d'agost.

Clar, M., R. Ramos i J. Suriñach (1997b): "Análisis Comparativo de Métodos Indirectos para la Elaboración de un Indicador de la Actividad Industrial Regional", Comunicació presentada a la *XXIII Reunión de Estudios Regionales*, València, 18-21 de novembre.

Clar, M., R. Ramos i J. Suriñach (1998a): "Measuring Regional Manufacturing Production. An Analysis for the Spanish Regions", Comunicació presentada a la *21st Conference on Regional and Urban Statistics and Research, SCORUS*, Belfast, 8-11 de juny.

Clar, M., R. Ramos i J. Suriñach (1998b): "A Latent Variable Model to Measure Regional Manufacturing Production in Spain", Comunicació presentada al *Workshop on Regional Economic Indicators*, Braga, 8-10 de juny.

Clar, M., R. Ramos i J. Suriñach (1998c): "Anàlisi de la Informació Estadística pel Seguiment de l'Activitat Industrial. Una Proposta per a les Economies Regionals", *Document de Treball 98R15*, Grup d'Anàlisi Quantitativa Regional, Departament d'Econometria, Estadística i Economia Espanyola, Universitat de Barcelona.

Clar, M., R. Ramos i J. Suriñach (1998d): "Alnàlisi de la Informació Estadística pel Seguiment de l'Activitat Industrial. Una Proposta per a les Economies Regionals", *Document de Treball 98R15*, Grup d'Anàlisi Quantatitativa Regional, Departament d'Econometria, Estadística i Economia Espanyola, Universtiat de Barcelona.

Clar, M., R. Ramos i J. Suriñach (1998e): "Potencialidad de la Modelización *State-Space* y el Filtro de Kalman para el Análisis Regional. Una Aplicación para el Índice de Producción Industrial", *Document de Treball 98R23*, Grup d'Anàlisi Quantitativa Regional, Departament d'Econometria, Estadística i Economia Espanyola, Universitat de Barcelona.

Comisión de la CE (1991): "Business and Consumer Survey", *European Economy*, Supplement B, edició especial, Direcció General d'Assumptes Econòmics i Socials.

Conrad, W.C. i C. Corrado (1979): "Application of the Kalman Filter to Revisions in Monthly Sales Estimates", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1, pp. 177-198.

Consejo de Economía Nacional (1945): *La Renta Nacional de España, vol. I*, Madrid.

Consejo de Economía Nacional (1947): *La Renta Nacional de España, vol. II*, Madrid.

Consejo de Economía Nacional (1948): *La Renta Nacional de España en 1947*, Madrid.

Cooley, T.F. (1977): "Generalized Least Squares Applied to Time Varying Parameters Model: A Comment", *Annals of Economic and Social Measurement*, 6, pp. 313-314.

Coomes, P.A. (1992): "A Kalman Filter Formulation for Noisy Regional Job Data", *International Journal of Forecasting*, 7, 473-481.

Cordero, G. (1995): "El Análisis de Coyuntura en las Comunidades Autónomas: Evolución y Expectativas", *Cuaderns de Treball, 45*, Institut d'Estudis Autonòmics, Generalitat de Catalunya.

Cordero, G., A. Gayoso, A. Pavón i E. Rodríguez (1996): "Los Indicadores de Clima Industrial Regionales como Instrumento para el Análisis Espacial del Ciclo de la Industria: Metodología y Resultados", *Documento de Trabajo SGPR-96002*, Direcció General de Planificació, Secretaria d'Estat d'Hisenda, Ministeri d'Economia i Hisenda.

Costa, A. i J. Galter (1994): "L'IPPI, un Indicador molt Valuós per Mesurar l'Activitat Industrial Catalana", *Revista d'Indústria*, 3, 2ona etapa, pp. 6-15, Generalitat de Catalunya, Departament d'Indústria i Energia.

Costa, A. i C. Rovira (1994): "Macromagnituds Bàsiques de les Economies Comarcals. Nota Metodològica", *Nota d'Economia*, 50, pp. 25-42.

Cristóbal, A. i E. Quilis (1995): "Señal Ciclo-Tendencia frente al Ajuste Estacional en la Contabilidad Nacional Trimestral", *Boletín Trimestral de Coyuntura*, 55, pp, 69-102, INE.

Cuadrado, J.R., T. Mancha i R. Garrido (1997): "Tendencias de la Productividad Regional Española, 1964-1993", *Información Comercial Española*, 762, pp. 87-110.

Cuthberson, K. (1988): "Expectations. Learning and the Kalman Filter", *Manchester School of Economic and Social Studies*, 56, pp. 223-246.

Cuthberson, K., S. Hall i M. Taylor (1992): *Applied Econometric Techniques*, Phillip Allan, Nova York.

Dagum, E.B. (1988): *The X-11 ARIMA Seasonal Adjustment Method*, Statistics Canada, Ottawa.

de Jong, P. (1987): "Rational Economic Data Revisions", *Journal of Business and Economic Statistics*, 5, pp. 539-548.

de Jong, P. (1988): "The Likelihood for State-Space", *Biometrika*, 75, 1, pp. 165-169.

de Jong, P. (1989): "Smoothing and Interpolation with the State-Space Model", *Journal of The American Statistical Association*, 84, pp. 1085-1088.

de Jong, P. (1991a): "Stable Algorithms for the State-Space Model", *Journal of Time Series Analysis*, 12, pp. 143-157.

de Jong, P. (1991b): "The Diffuse Kalman Filter", *The Annals of Statistics*, 19, pp. 1073-1083.

Dempster, A., N. Laird i D. Rubin (1977): "Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm", *Journal of the Royal Statistical Society*, sèrie B, 39, pp. 1-38.

Diderrich, G.T. (1985): "The Kalman Filter from the Perspective of Goldberger-Theil Estimators", *The American Statiscian*, 39, pp. 193-198.

Dunn, E.S. (1960): "A Statistical and Analytical Technique for Regional Analysis", *Papers and Proceedings of Regional Science Association*, 6, pp. 97-112.

Engle, R.F. i M.W. Watson (1987): "The Kalman Filter: Applications to Forecasting and Rational-Expectations Models", a Bewley, T.F. (ed.), *Advances in Econometrics: Fifth World Congress, Econometric Society Monograph*, vol. 13, pp. 245-283, Cambridge University Press, Cambridge.

Escribá, F.J. i A. Diaz (1997): "Disparidades Regionales y Sectoriales en la Economía Española, 1980-91", *Información Comercial Española*, 762, pp. 43-65.

Esteban, J.M. i X. Vives (1994): "La Localización de la Actividad Económica y los Flujos Comerciales: Su Impacto en el Desarrollo Regional en España y Europa", a *Crecimiento y Convergencia Regional en España y Europa*, vol. I, pp. 59-79, Instituto de Análisis Económico, CSIC, Barcelona.

Esteban-Marquillas, J.M. (1968): "Una Técnica de Análisis Regional", *Moneda y Crédito*, 104, pp. 19-37.

Esteban-Marquillas, J.M. (1972): "Shift-and-Share Analysis Revisited. A Reinterpretation of Shift-Share Analysis", *Regional and Urban Economics*, 2, 3, pp. 249-261.

EUROSTAT (1978): *L'Indice de la Production Industrielle de la Communaute Europeenne*, Suplement Metodològic 1/78.

Feldmann, B. (1997): "La Situación Actual de los Indicadores Coyunturales", *Fuentes Estadísticas*, 29, pàg. 9.

Fernández, F.J. (1988): "Modelos Estructurales de Series Temporales: Una Aplicación al Análisis y Predicción de Agregados Monetarios y Fiscales", *Revista de Economía Pública*, 1, pp. 47-65.

Fluvià, M. i J. Gual (1994): "Comercio Internacional y Desarrollo Regional en el Marco de la Integración Económica Europea", a *Crecimiento y Convergencia Regional en España y Europa*, vol. II, pp. 85-123, Instituto de Análisis Económico, CSIC, Barcelona.

Fomby, T.B. (1986): "A Comparison of Forecasting Accuracies of Alternative Regional Production Index Methodologies", *Journal of Business and Economic Statistics*, 4, 2, pp. 177-186.

Fontela, E., A. Pulido i A. del Sur (1988): "Enlace de Modelos Econométricos Regionales", *Ekonomiaz*, 11, pp. 95-104.

Foss, M.F. (1963): "The Utilization of Capital Equipment: Post-war Compared to Prewar", *Survey of Current Business*, 43, pp. 8-16.

Friedman, M. (1953): "The Methodology of Positive Economics", *Essays in Positive Economics*, University of Chicago Press, pp. 3-43.

García-Ferrer, A. i J. del Hoyo (1992): "On Trend Extraction Models: Interpretation, Empirical Evidence and Forecasting Performance", *Journal of Forecasting*, 11, pp. 645-665.

Gardner, G., A.C. Harvey i G.D.A. Phillips (1980): "An Algorithm for Exact Maximum Likelihood Estimation of Autoregressive-Moving Average Models by Means of Kalman Filtering", *Applied Statistics*, 29, pp. 311-312.

Garrat, A. i S.G. Hall (1995): "Model Consistent Learning and Regime Switching in the London-Business-School Model", *Economic Modelling*, 12, pp. 87-95.

Garrat, A. i S.G. Hall (1996): "Measuring Underlining Economic Activity", *Journal of Applied Econometrics*, 11, pp. 135-151.

Glaeser, E., E. Kallal, J. Scheinkman i A. Shleifer (1992): "Growth in Cities", *Journal of Political Economy*, 100, 6, pp. 1126-1152.

Gobierno de Navarra (1992): "El Índice de Actividad de la Comunidad de Navarra", *Boletín de Economía de Navarra*, 2ona època, 4, pp. 101-113, Departament d'Economia i Hisenda, Servei d'Economia.

Gobierno de Navarra (1995): *Navarra en Cifras, 1994*, Departament d'Economia i Hisenda, Secció d'Estadística.

Gómez, V. i A. Maravall (1994): "Estimations, Prediction and Interpolation for Nonstationary Series with Kalman Filter", *Journal of the American Statistical Association*, 89, pp. 611-624.

González, P. i P. Moral (1996): "An Analysis of the International Tourism Demand in Spain", *International Journal of Forecasting*, 11, pp. 233-251.

González, M., P. Revilla i P. Rey (1992): "Los Nuevos Índices de Producción y Precios Industriales", *Situación*, 3-4, pp. 109-117, BBV.

Griliches, Z. i D.W. Jorgenson (1966): " Sources of Measured Productivity Change: Capital Input", *American Economic Review*, 56, pp. 50-61.

Guerrero, V.M. (1993): "Combining Historical and Preliminary Information to Obtain Timely Time Series Data", *International Journal of Forecasting*, 9, 477-485.

Hackl, P. i A.H. Westlund (1996): "Demand for International Telecommunication: Time-Varying Price Elasticity", *Journal of Econometrics*, 70, pp. 243-260.

Hall, S.G. (1993): "Modelling Structural Change Using the Kalman Filter", *Economics of Planning*, 26, pp. 1-15.

Hall, S.G. i J. O'Sullivan (1994): "Forecasting Economies in Transition: The Case of Romania", *Discussion Paper DP9-94*, Centre for Economic Forecasting, London Business School.

Hamer, T.P. (1989): "A New Regional Economic Indicator: The Mid-Atlantic Manufacturing Index", *Business Review*, pp. 3-14.

Hamilton, J.D. (1985): "Uncovering Financial Market Expectations of Inflation", *Journal of Political Economy*, 93, pp. 1224-1241.

Hamilton, J.D. (1986): "A Standard Error for the Estimated State Vector of a State-Space Model", *Journal of Econometrics*, 33, pp. 387-397.

Hamilton, J.D. (1994a): *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton.

Hamilton, J.D. (1994b): "State-Space Models", a Engle, R. F. i D. L. McFadden (eds.), *Handbook of Econometrics*, vol. 4, pp. 3039-3080, Elsevier Science B.V, Amsterdam.

Harvey, A.C. (1981): *Time Series Models*, Phillip Allan, Oxford.

Harvey, A.C. (1982): "The Kalman Filter and its Applications in Econometrics and Time Series Analysis", *Methods of Operational Research*, 44, pp. 3-18.

Harvey, A.C. (1984a): "A Unified View of Statistical Forecasting Procedures", *Journal of Forecasting*, 3, pp. 245-275.

Harvey, A.C. (1984b): "Dynamic Models, the Prediction Error Descomposition and State-Space Models", a Hendry, D.F. i K.F. Wallis (eds.), *Econometrics and Quantitative Economics*, pp. 37-59, Basil Blackwell, Oxford.

Harvey, A.C. (1985): "Trends and Cycles in Macroeconomic Time Series", *Journal of Business and Economic Statistics*, 3, pp. 216-227.

Harvey, A.C. (1987): "Applications of the The Kalman Filter in Econometrics", a Bewley, T.F. (ed.), *Advances in Econometrics: Fifth World Congress, Econometric Society Monograph*, vol. 13, pp. 285-313, Cambrige University Press, Cambridge.

Harvey, A.C. (1989): *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press, Cambridge.

Harvey, A.C. (1990): *The Econometric Analysis of Time Series*, Second Edition, Phillip Allan, Nova York.

Harvey, A.C. i G.D.A. Phillips (1979): "Maximum Likelihood Estimation of Regression Models with Autoregressive-Moving Average Disturbances", *Biometrika*, 66, 1, pp. 49-58.

Harvey, A.C. i P.H.J. Todd (1983): "Forecasting Economic Time Series with Structural and Box-Jenkins Models: A Case of Study (amb discussió)", *Journal of Business and Economic Statistics*, 1, pp. 299-315.

Harvey, A.C. i R.G. Pierce (1984): "Estimating Missing Observations in Economic Time Series", *Journal of the American Statistical Association*, 79, pp. 125-131.

Harvey, A.C. i S. Peters (1990): "Estimation Procedures for Structural Time Series Models", *Journal of Forecasting*, 9, pp. 89-108.

Harvey, A.C. i S.J. Koopman (1992): "Diagnostic Checking of Unobserved Component Time Series Models", *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, pp. 377-389.

Harvey, A.C. i N. Shephard (1993): "Structural Time Series Models", a Maddala, G.S., C.R. Rao i H.D. Vinod (eds.), *Handbook of Statistics*, vol. 11, pp. 261-302, Elsevier Publishers, B.V., Amsterdan.

Heathfield, D.F. (1972): "The Measurement of Capital Usage Using Electrickty Consumption Data for the U.K.", *Journal of the Royal Statistical Society*, sèrie A, 132, pp. 208-220.

Hendry, D.F. (1995): *Dynamic Econometrics*, Oxford University Press, Oxford.

Hermosilla, A. (1996): "Industria y Servicios", a *La Industria en España y Cataluña*, CONC, Viena Serveis Editorials, pp. 119-138.

Herrero, L.C. i O. Valencia (1997): "Análisis de la Especialización Industrial de los Territorios Mediante Métodos Factoriales: Un Ensayo Exploratorio de las Comarcas de Castilla y León", Comunicació presentada a la *XXIII Reunión de Estudios Regionales*, València, 18-21 de novembre.

Hispalink (1997): *Modelización Regional Integrada. Base de Datos*, XVII Jornadas, juny 1997, Consell Superior de Cambres de Comerç, Indústria i Navegació d'Espanya.

Instituto de Estadística de Andalucía (1997): *Índice de Producción Industrial. Metodologia de Cambio de Base y Presentación de Resultados*, Sevilla.

Institut d'Estadística de Catalunya: *L'Índex de Producció de Productes Industrials*, varis números.

Instituto de Estadística de la Comunidad de Madrid (1991): "Índice de Actividad Industrial de la Comunidad de Madrid: Metodología y Resultados", *Document de Treball*, Comunitat de Madrid, Conselleria d'Economia.

Instituto de Estadística de la Comunidad de Madrid: *Boletín de Coyuntura*, varis números.

Instituto Nacional de Estadística (1968): *Sistema de Números Índices de la Producción Industrial (Base 1962)*, Ministeri d'Economia i Comerç, Madrid.

Instituto Nacional de Estadística (1982): *Números Índices de la Producción Industrial. Base 100 en 1972. Monografía Técnica*, Ministeri d'Economia i Comerç, Madrid.

Instituto Nacional de Estadística: *Números Índices de la Producción Industrial*, Butlletins Informatius números 9 a 14, corresponents a 1er trimestre de 1982 fins 2on trimestre de 1983, Ministeri d'Economia i Comerç, Madrid.

Instituto Nacional de Estadística (1983): *Números Índices de la Producción Industrial. Series Definitivas hasta Junio y Provisionales hasta Diciembre de 1983*, Butlletí Informatiu nº 15, Ministeri d'Economia i Comerç, Madrid.

Instituto Nacional de Estadística (1993): *Contabilidad Nacional Trimestral de España, Metodología y Series*, Madrid.

Instituto Nacional de Estadística (1994): *Encuesta Industrial 1988-1991*, Madrid.

Instituto Nacional de Estadística (1997): *Contabilidad Regional de España. Base 1986. Serie Contable 1990-1995*, Madrid.

Instituto Nacional de Estadística: *Boletín Mensual de Estadística*, (varis números), Madrid.

Instituto Vasco de Estadística: *Índice de Producción Industrial*, varis números.

Isard, W. (1960): *Methods of Regional Analysis: An Introduction to Regional Science*, MIT Press, Cambridge.

Israilevich, P.R., R.H. Schnorbus i P.R. Schneider (1989): "Reconsidering the Regional Manufacturing Indexes", *Economic Perspectives*, 13, pp. 13-21, Federal Reserve Bank of Chicago.

Israilevich, P.R. i K.N. Kuttner (1993): "A Mixed Frequency Model of Regional Output", *Journal of Regional Science*, 33, 3, pp. 321-342.

Isserman, A. (1980): "Estimating Export Activity in a Regional Economy: A Theoretical and Empirical Analysis of Alternative Methods", *International Regional Science Review*, 5, pp. 155-184.

Jazwinski, A.H. (1970): *Stochastic Processes and Filtering Theory*, Academic Press, Nova York.

Jones, R.H. (1980): "Maximum Likelihood Fitting of ARMA Models to Time Series with Missing Observations", *Technometrics*, 22, pp. 398-395.

Jun, D.B. i Y.J. Yoo (1993): "Predicting Turning Points in Business Cycles by Detection of Slope Changes in the Leading Composite Index", *Journal of Forecasting*, 12, pp. 197-213.

Junta de Andalucía (1988): *Memoria Técnica y Metodología del Índice de Producción Industrial de Andalucía*, Conselleria de Foment i Treball.

Kalman, R.E. (1960): "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems", *Transactions ASME, Journal of Basic Engineering*, 82, pp. 35-45.

Kalman, R.E. i R.S. Bucy (1961): "New Results in Linear Filtering and Prediction Theory", *Transactions ASME, Journal of Basic Engineering*, 83, pp. 95-108.

Kim, M. i Y.J. Yoo (1995): "New Index of Coincident Indicators - A Multivariate Markov Switching Factor Model Approach", *Journal of Monetary Economics*, 36, pp. 607-630.

Kirkendall, N.J. (1992): "Monitoring for Outliers and Level Shifts in Kalman Filter Implementations of Exponential Smoothing", *Journal of Forecasting*, 11, pp. 543-560.

Kitagawa. G. (1981): "A Nonstationary Time Series Model and its Fitting by a Recursive Filter", *Journal of Time Series Analysis*, 2, pp. 103-116.

Kitagawa, G. i W. Gersch (1984): "A Smoothness Prior-State Space Modeling of Time Series with Trend and Seasonality", *Journal of the American Statistical Association*, 82, pp. 1032-1063.

Kmietowicz, Z.W. (1995): "Accuracy of Indices of Industrial Production in Developing Countries", *The Statiscian*, 44, 3, pp. 295-307.

Kohn, R. i C.F. Ansley (1984): "Efficient Estimation and Prediction in Time Series Regression Models", *Biometrika*, 72, 3, pp. 694-697.

Kohn, R. i C.F. Ansley (1986): "Estimation, Prediction and Interpolation for ARIMA Models with Missing Data", *Journal of the American Statistical Association*, 81, pp. 751-761.

Koopman, S.J. (1993): "Disturbance Smoother for State-Space Models", *Biometrika*, 80, 1, pp. 117-126.

Koopman, S.J., A.C. Harvey, J.A. Doornik i N. Shephard (1995): *STAMP 5.0. Structural Time Series Analyser Modeller and Predictor*, Chapman & Hall, Londres.

Kuttner, K.N. (1994): "Estimating Potencial Output as a Latent Variable", *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, pp. 361-368.

Lesage, J.P. i J.D. Reed (1989): "The Dynamic Relationship Between Export, Local and Total Area Employment", *Regional Science and Urban Economics*, 19, pp. 615-636.

Little, R.J. i D.B. Rubin (1987): *Statistical Analysis with Missing Data*, John Wiley, Nova York.

Llorca, R., J.A. Martínez i A.J. Picazo (1996): "Los Servicios y el Desarrollo de las Regiones", *Papeles de Economía Española*, 67.

López, A.M. i F. Rivero (1995): "La Base de Datos Hispadat", a Cabrer, B. (coordinador), *La Integración Económica en España. La comunidad Valenciana*, Ediciones Mundi-Prensa, pp. 135-145.

Lütkethpol, H. (1993): *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer-Verlag, Berlin.

Manzanera, E. (1989): *Indicadores de Coyuntura*, Instituto de Estadística de Andalucía, Sevilla.

Mariano, R. i H. Tanizaki (1995): "Prediction of Final Data with Use of Preliminary and/or Revised Data", *Journal of Forecasting*, 14, pp. 351-380.

Marshall, P. (1992): "State-Space Models with Diffuse Initial Conditions", *Journal of Time Series Analysis*, 13, pp. 411-414.

Martin, V.L. (1990): "Derivation of Leading Index for the United Satates Using Kalman Filter", *Review of Economics and Statistics*, 72, pp. 657-663.

Ministerio de Industria y Energía (1984): *Estadística de Energía Eléctrica 1983*, Madrid.

Mitchell, W.C. i A.C. Burns (1938): *Statistical Indicators of Cyclical Revivals*, National Bureau of Economic Research, Nova York.

Mocan, H.N. i K. Topyan (1993): "Real Wages over the Business Cycle: Evidence from Structural Time Series Model", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 55, pp. 363-389.

Molina, A. i R. Sanz (1985): "Un Indicador Mensual del Consumo de Energía Eléctrica para Usos Industriales, 1976-1984", *Documento de Trabajo 8510*, Banc d'Espanya, Servei d'Estudis.

Moody, C.E. (1974): "The Measurement of Capital Services by Electrical Energy", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 36, pp. 42-52.

Morales, E., R. Mínguez i Dávila, L. (1997): "Comparación de Métodos de Tendencias y Análisis de Coyuntura. Aplicación al Caso del Índice de Producción Industrial de Andalucía", Comunicació presentada a la *XXIII Reunión de Estudios Regionales*, València, 18-21 de novembre.

Muñoz, J., E. Pons i J.Pons (1996): "Les Revisions de les Estimacions de la Comptabilitat Nacional", *Qüestiió*, 20.

Mur, J. i F.J. Trívez (1996): "Dynamic Modeling of Interregional Economic Activity: An Application to the Spanish Labour Market", *Papers in Regional Science*, 75, pp. 463-481.

Nacions Unides (1974): *Supplement to the Statistical Yearbook and the Monthly Bulletin of Statistics-Methodology and Definition*, Nova York.

Nijkamp, P., P. Rietveld i F. Snickars (1986): "Regional and Multiregional Economic Models: A Survey", a Nijkamp P. (ed.), *Handbook of Regional and Urban Economics*, vol. I, North-Holland, Amsterdam. **pàgines???**

Norrbin, S.C. i D.E. Schlagenhauf (1988): "An Inquiry into the Sources of Macroeconomic Fluctuations", *Journal of Monetary Economics*, 22, pp. 43-70.

Oliveras, J. (1992): "El Pla Estadístic de Catalunya: La Llei 30/1991", *Nota d'Economia*, 43, pp. 33-42.

Paelink, J.H.P. i P. Nijkamp (1979): *Operational Theory and Method in Regional Economics*, Lexington Books, Saxon House, Farnborough.

Pagan, A.R. (1980): "Some Identification and Estimation Results for Regression Models with Stochastically Varying Coefficients", *Journal of Econometrics*, 13, pp. 341-363.

Patterson, K.D. (1995a): "A State-Space Approach to Forecasting the Final Vintage of Revised Data with an Application to the Index of Industrial Production", *Journal of Forecasting*, 14, pp. 337-350.

Patterson, K.D. (1995b): "Forecasting the Final Vintage of Real Personal Disposable Income. A State-Space Approach", *International journal of Forecasting*, 11, pp. 395-405.

Pauls, D.B. (1987): "Improving the Forecast Accuracy of Provisonal Data: An Application of the Kalman Filter to Retail Sales Estimates", *International Finance Discussion Papers*, 318, pp. 1-25.

Peña, A.R. (1997): "Análisis Regional de la Especialización Productiva Española en el Periodo 1981-1993", Comunicació presentada a la *XXIII Reunión de Estudios Regionales*, València, 18-21 de novembre.

Perloff, H., E.S. Dunn, P. Lampard i R. Muth (1960): *Regions Resources and Economic Growth*, Johns Hopkins Press, Baltimore.

Prado, C. (1988): "Elaboración de un Índice de Producción y Precios Industriales", *Ekonomiaz*, 11, pp. 297-313.

Predyco (1994): *Realización de un Indicador Sintético para Estimar el Crecimiento del Producto Interior Bruto no Agrario de Andalucía*, mimeo.

Pyun, C.S. (1970): "A New Measure of Industrial Activity: District Manufacturing Production Index", *Monthly Review*, Federal Reserve Bank of Atlanta, juny 1970.

Ramos, R. (1997): "El Filtre de Kalman i la Seva Aplicabilitat a l'Anàlisi de Sèries Econòmiques", *Tesina de Llicenciatura, Document de Treball 97R37*, Grup d'Anàlisi Quantitativa Regional, Departament d'Econometria, Estadística i Economia Espanyola, Universitat de Barcelona.

Rao, C.R. (1973): *Linear Statistical Methods and its Applications*, John Wiley & Sons, Nova York, 2ª edició.

Reiter, M. (1995): *The Dynamics of Business Cycles, Stylized Facts, Economic Theory, Econometric Methodology and Applications*, Physica-Verlag, Heidelberg.

Revilla, P. (1997): "EL IPI como Principal Indicador Económico de Oferta", *Fuentes Estadísticas*, 30, pàg. 11.

Rey, P., M. González i P. Revilla (1993): "Principales Características de los Nuevos Índices de Producción y Precios Industriales", *Boletín Trimestral de Coyuntura*, 47, pp. 60-84, I.N.E., Madrid.

Richardson, H. (1985): "Input-Output and Economic Base Multipliers: Looking Backward and Forward", *Journal of Regional Science*, 25, pp. 607-661.

Rodero, A. i M.C. López (1997): "Estudio Comparativo de las Políticas Industriales de las Comunidades Autónomas Españolas", Comunicació presentada a la *XXIII Reunión de Estudios Regionales*, València, 18-21 de novembre.

Rojo, J.L. (1995): "Banco de Datos Hispalink", a Cabrer, B. (coordinador), *La Integración Económica en España. La comunidad Valenciana*, Ediciones Mundi-Prensa, pp. 103-117.

Rosenberg, B. (1973): "Random Coefficient Models: The Analysis of a Cross Section of Time Series by Stochastically Convergent Parameter Regression", *Annals of Economic and Social Measurement*, 2, pp. 399-427.

Rosenfeld, F. (1959): "Commentaire a l'Exposé de M. Dunn", *Economie Appliquée*, 4, pp. 531-534.

Ruud, P.A. (1991): "Extensions of Estimation Methods Using the EM Algorithm", *Journal of Econometrics*, 49, pp. 305-341.

SADEI (1993): *Índice de Producción Industrial de Asturias. Año 1991*, Principat d'Astúries, Conselleria d'Hisenda, Economia i Planificació.

Sant, D. (1977): "Generalized Least Squares Applied to Time Varying Parameters Models", *Annals of Economic and Social Measurement*, 6, pp. 301-312.

Sanz, R. (1979): "Modelización del Índice de Producción Industrial y su Relación con el Consumo de Energía Eléctrica", *Cuadernos Económicos del ICE*, 11-12, pp. 227-259. També com a *Documento de Trabajo 7806*, Banc d'Espanya, Servei d'Estudis.

Sanz, R. (1984): "Análisis Cíclico y su Aplicación al Ciclo Industrial Español", *Documento de Trabajo 8312*, Banc d'Espanya, Servei d'Estudis. Existeix una versió reduïda a *Economia Industrial*, setembre-octubre, 1984, pp. 87-103.

SAS Inst. Inc. (1988): *SAS/IML User's Guide 6.12 version.*

Scadding, J. (1988): "Getting the Noise Out: Filtering Early Estimates", *Economic Review*, 3er trimestre, pp. 24-31, Federal Reserve Bank of Cleveland.

Sargent, T.J. (1993): *Bounded Rationality in Macroeconomics*, Clarendon, Oxford.

Schnorbus, R.H. i P.R. Israilevich (1987): "The Midwest Manufactuting Index: The Chicago Fed's New Regional Economic Indicator", *Economic Perspectives*, 11, pp. 3-7, Federal Reserve Bank of Chicago.

Schweppe, F.C. (1965): "Evaluation of Likelihood Functions for Gaussian Signals", *IEEE Transaction on Information Theory*, 11, pp. 61-70.

Serrano, J.M. (1963): "Números Índices de la Producción Industrial Española", *Estadística Española*, 18, pp. 56-76.

Shumway, R.H. i D.S. Stoffer (1982): "An Approach to Time Series Smoothing and Forecasting Using the EM Algorithm", *Journal of Time Series Analysis*, 3, pp. 253-264.

Silvey, S.D. (1975): *Statistical Inference*, Chapman and Hall, Londres.

Sims, C.A. (1982): "Policy Analysis with Econometric Models", *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, pp. 107-164.

Smith, P. (1993): "The Timeliness of Quarterly Income and Expenditure Accounts: An International Comparison", *Australian Economic Indicators*.

Snyder, R.D. i G.R. Saligari (1996): "Initialisation of the Kalman Filter with Partially Diffuse Initial Conditions", *Journal of Time Series Analysis*, 17, pp. 409-424.

Stock, J.H. i M.W. Watson (1989): "New Indexes of Coincident and Leading Economic indicators", *NBER Macroeconomics Annual*, pp. 351-394.

Stock, J.H. i M.W. Watson (1991): "A Probability Model of Coincident Economic Indicators", a Lahiri, K. i G.H. Moore (eds.), *Leading Economic Indicators: New Approaches and Forecasting Records*, pp. 63-89, Cambridge University Press, Cambridge.

Sullivan, B.P. (1975): *Methodology of the Texas Industrial Production Index*, Federal Reserve Bank of Dallas.

Suriñach, J. i V. Royuela (1995): "L'Índex de Producció de Productes Industrials per Catalunya. Extensió de la Sèrie fins l'any 1975", *Document de Treball 95R03*, Grup d'Anàlisi Quantitatiova Regional, Departament d'Econometria, Estadística i Economia Espanyola, Universitat de Barcelona.

Suriñach, J., E. Pons i J. Pons (1996): *Comptabilitat Econòmica de Catalunya i Mètodes de Trimestralització*, Institut d'Estadística de Catalunya, Barcelona. Una versió resumida pot trobar-se a *Revista Econòmica de Catalunya*, 1996, 30, pp. 38-56.

Tanizaki, H. (1989): "The Kalman Filtering model under the Assumption of the First Order Autoregressive Process in the Disturbance Terms", *Economics Letters*, 31, pp. 145-149.

Tanizaki, H. (1993): "Kalman Filter Model with Qualitative Dependent Variables", *Review of Economics and Statistics*, 75, pp. 747-752.

Tanizaki, H. (1996): *Nonlinear Filters. Estimation and Inference*, Springer-Verlag, Heidelberg.

Taylor, J. (1967): "A Surrogate for Regional Estimates of Capital Stock", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 29, pp. 289-299.

Valderrama, M.J. i J.L. Ruiz (1996): *Filtrado de Kalman. Aplicaciones en Economía e Ingeniería*, EUB, Barcelona.

Wall, K.D. (1980): "Generalized Expectations Modeling in Macroeconometrics", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2, pp. 161-184.

Wall, K.D. (1987): "Identification Theory for Varying Coefficient Regression Models", *Journal of Time Series Analysis*, 8, pp. 359-371.

Watson, M.W. i R.F. Engle (1983): "Alternative Algorithms for the Estimation of Dynamic Factor, Mimic and Varying Coefficient Regression Models", *Journal of Econometrics*, 23, pp. 385-400.

Winder, C. (1997): "Structural Time Series Modeling of Monetary Aggregates - A Case-Study for 11 European Countries", *Journal of Forecasting*, 16, pp. 97-123.

Wozniak, G.D. (1990): "Manufacturing Output Indexes for a Metropolitan Area: A Look at New Economic Indicators", *Growth and Change*, 21, pp. 61-77.

Wu, C.F. (1983): "On the Convergence Properties of the EM Algorithm", *Annals of Statistics*, 11, pp. 95-103.

Annexos

CAPÍTOL 1

LA INDÚSTRIA A LES REGIONS ESPANYOLES EN EL PERÍODE 1972-96

ANNEX 1.1. GRÀFICS

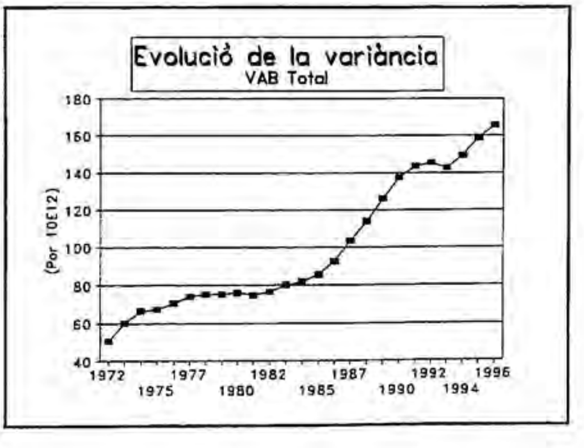
Gràfic 1.

Gràfic 2.

Gràfic 3.

Gràfic 4.

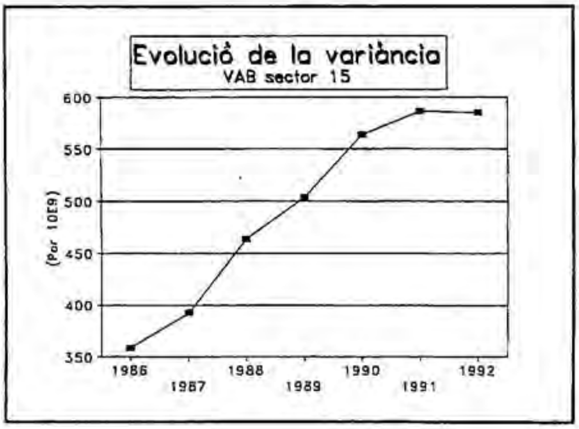
Gràfic 5.



Gràfic 6.

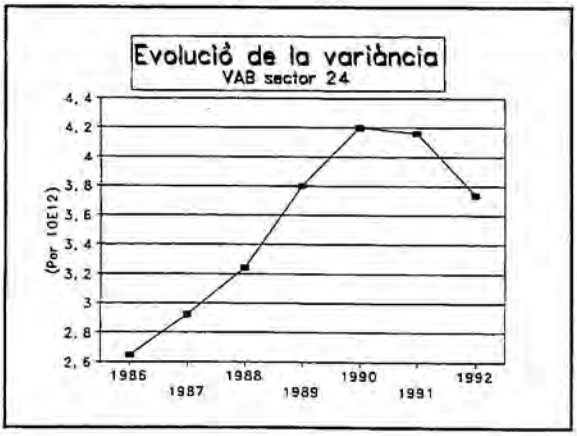
Gràfic 7.

Gràfic 8.



Gràfic 9.

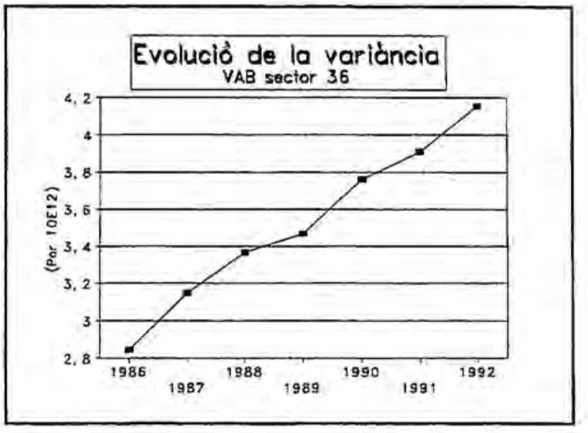
Gràfic 10.



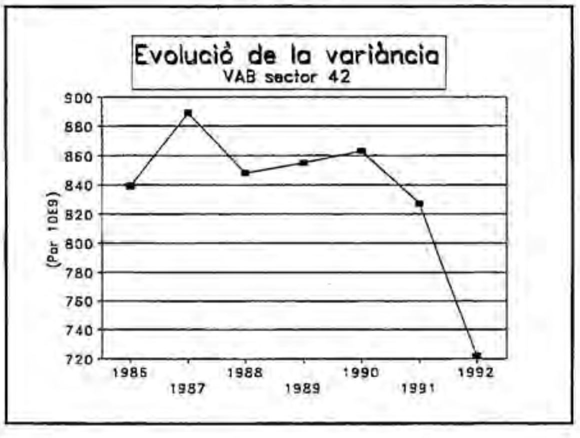
[1] Per a una definició dels sectors industrials de la classificació R-17 analitzats vegi's quadre 1.1.

Gràfic 11.

Gràfic 12.

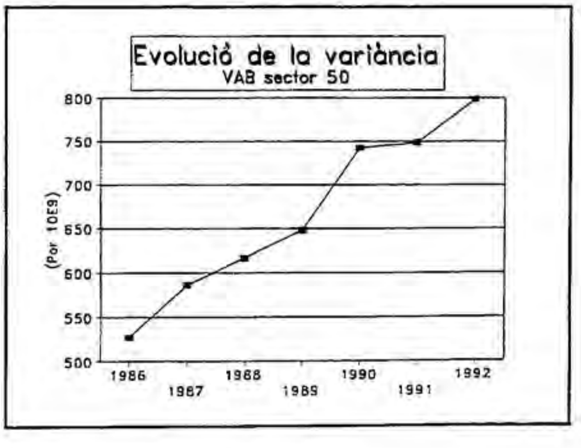


Gràfic 13.

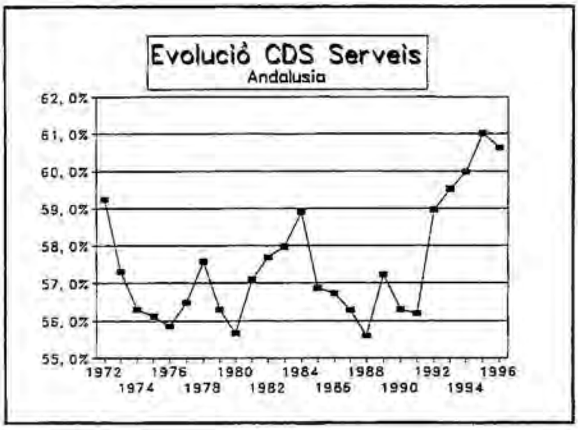


Gràfic 14.

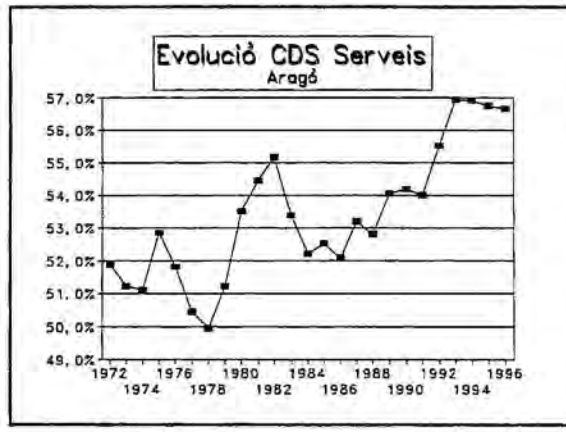
Gràfic 15.



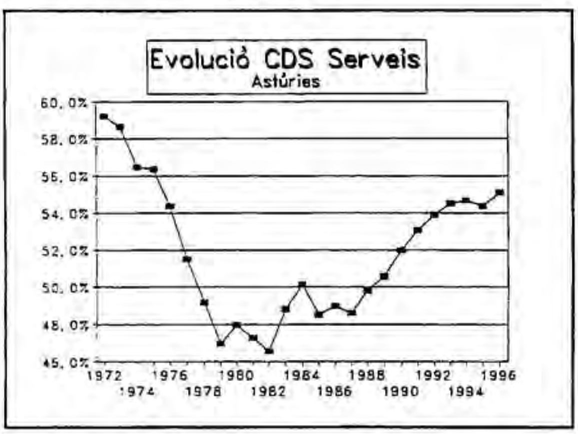
Gràfic 16.



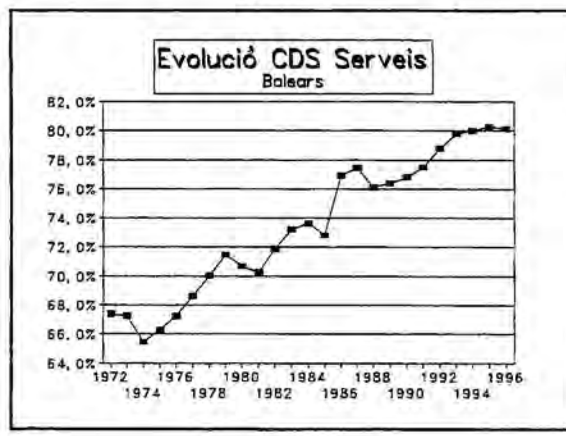
Gràfic 17.



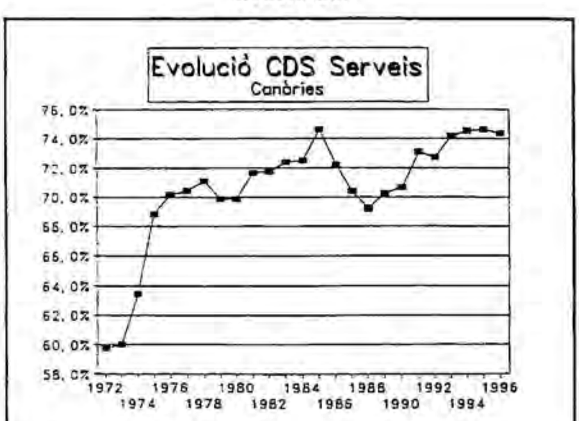
Gràfic 18.



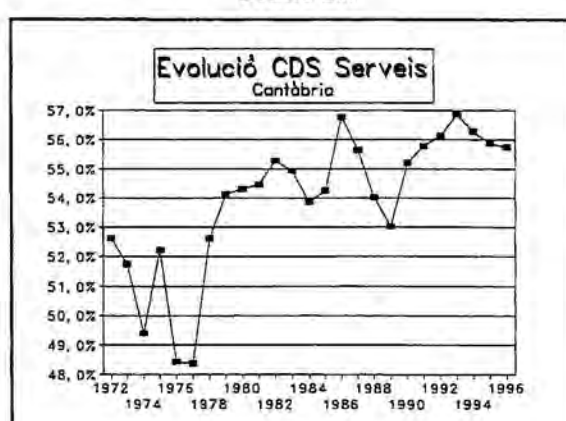
Gràfic 19.



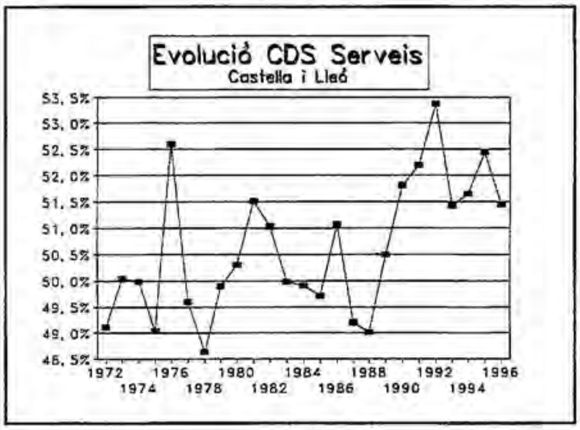
Gràfic 20.



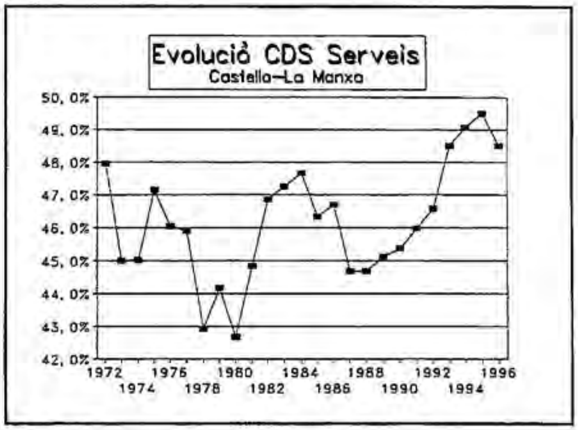
Gràfic 21.



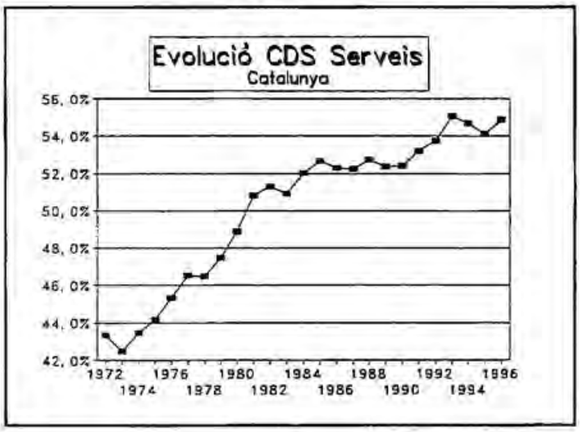
Gràfic 22.



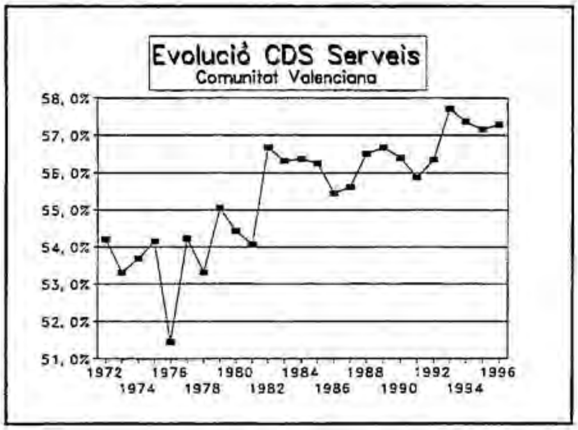
Gràfic 23.



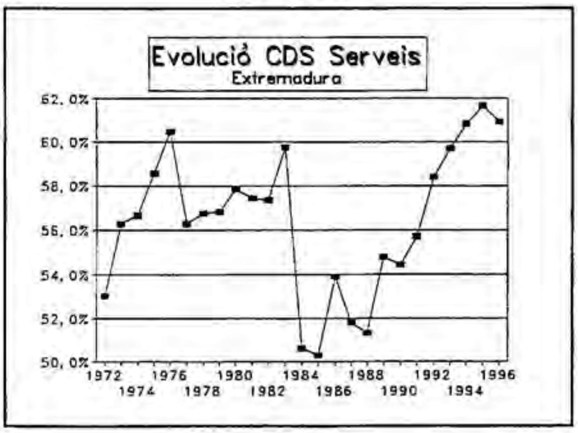
Gràfic 24.



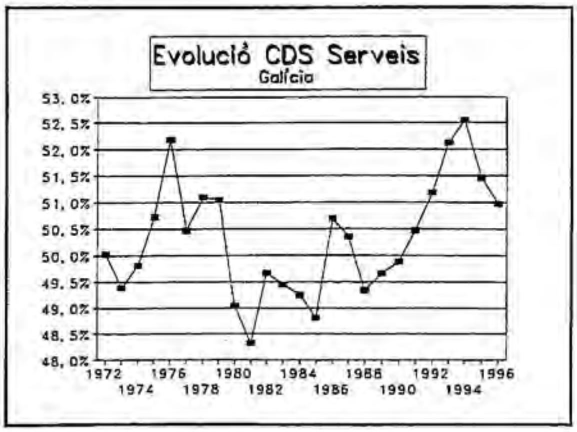
Gràfic 25.



Gràfic 26.

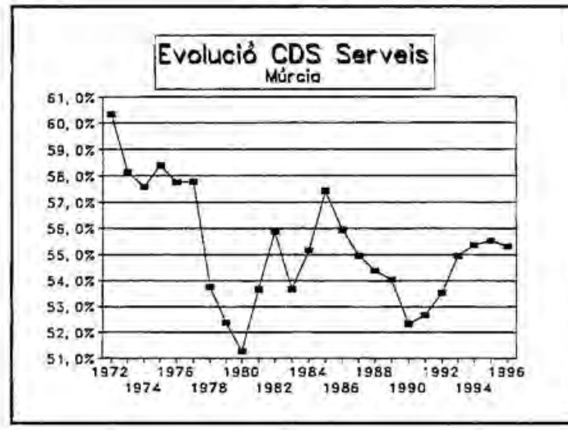


Gràfic 27.

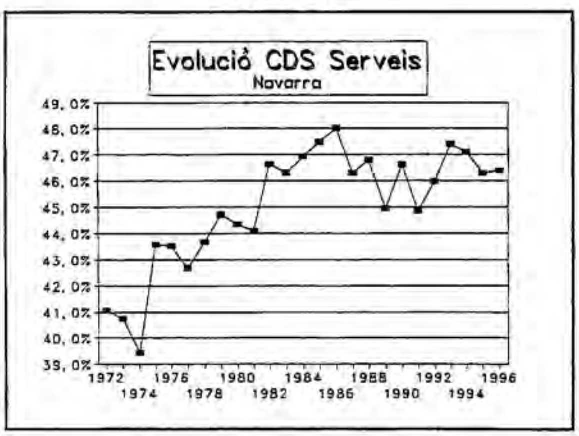


Gràfic 28.

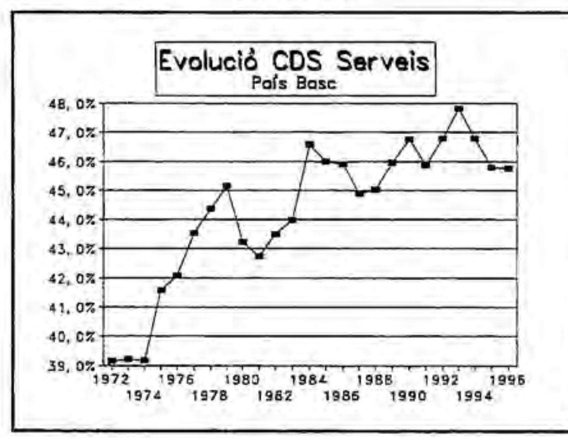
Gràfic 29.



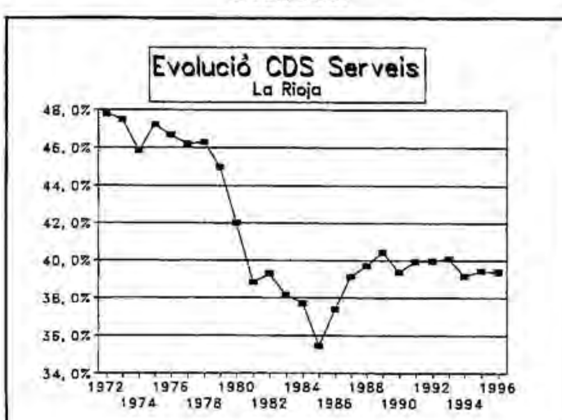
Gràfic 30.



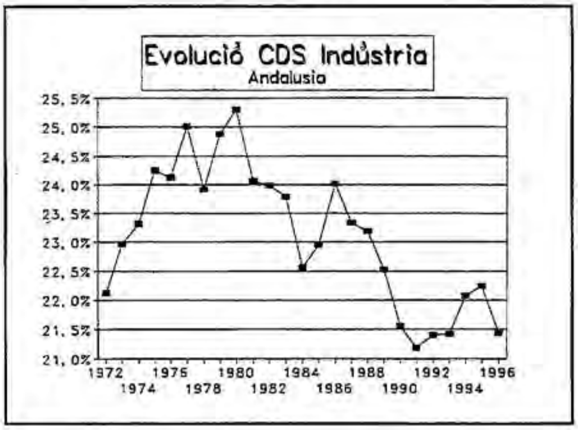
Gràfic 31.



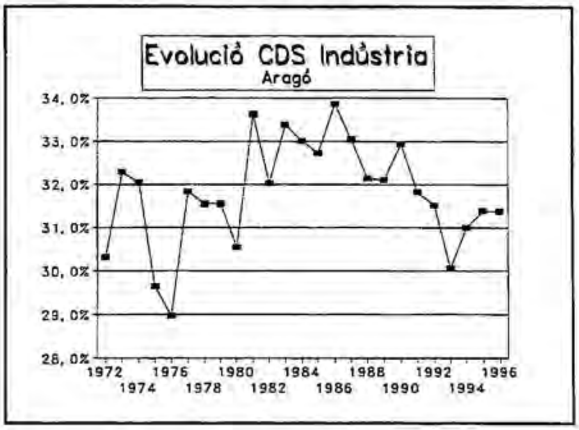
Gràfic 32.



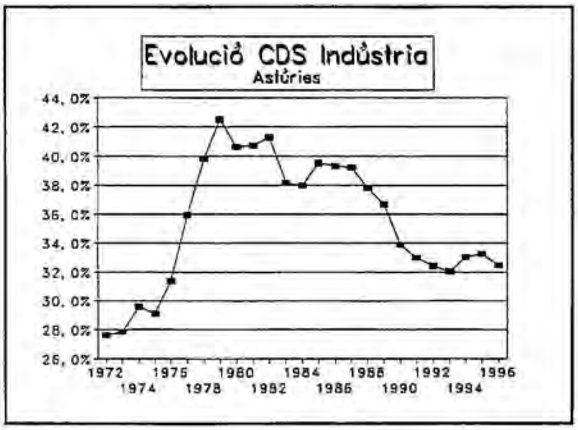
Gràfic 33.



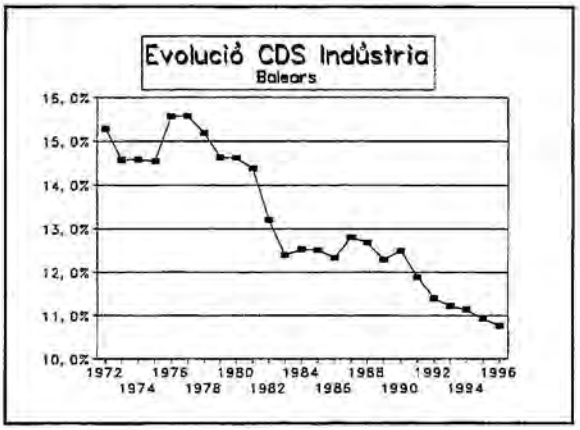
Gràfic 34.



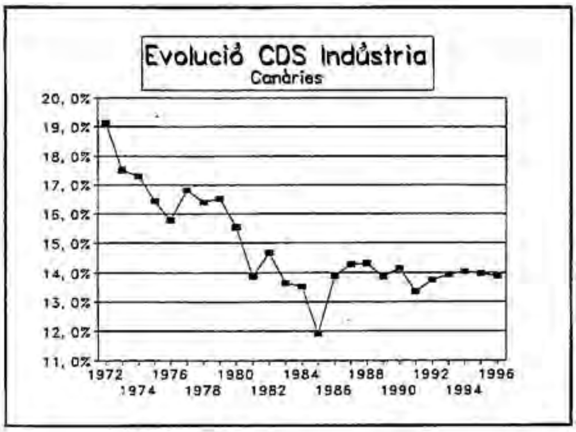
Gràfic 35.



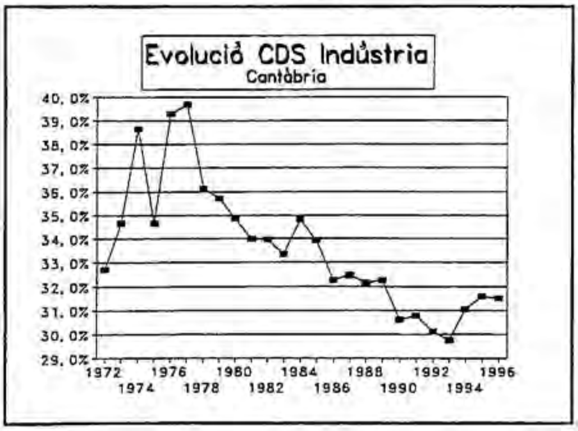
Gràfic 36.



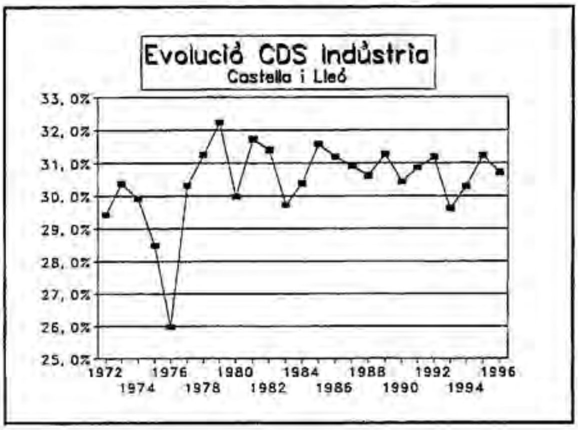
Gràfic 37.



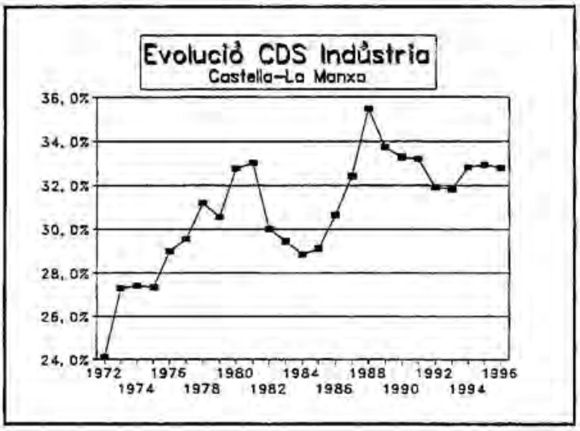
Gràfic 38.



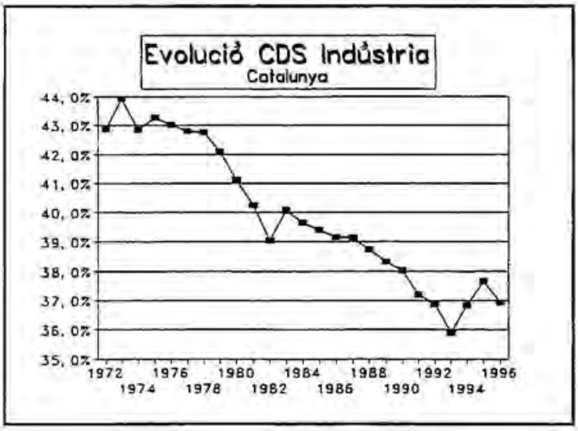
Gràfic 39.



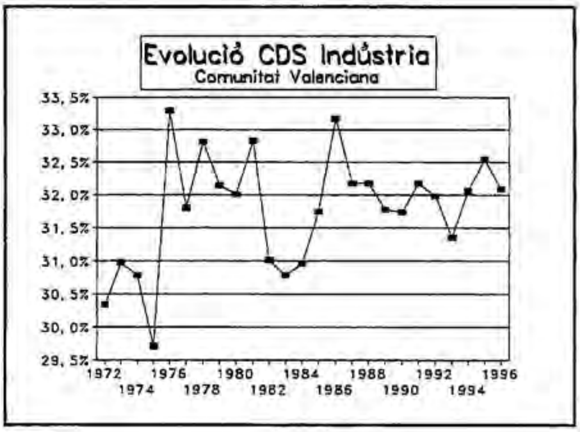
Gràfic 40.



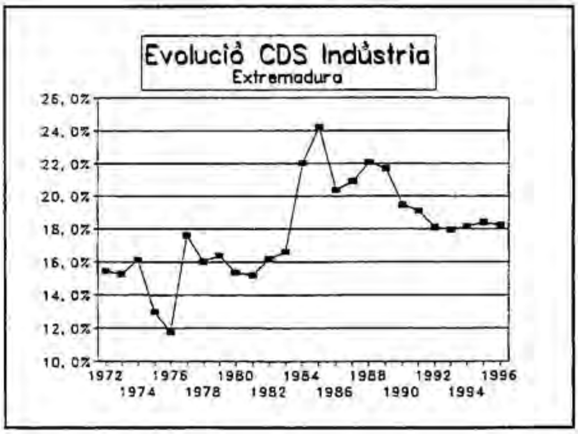
Gràfic 41.



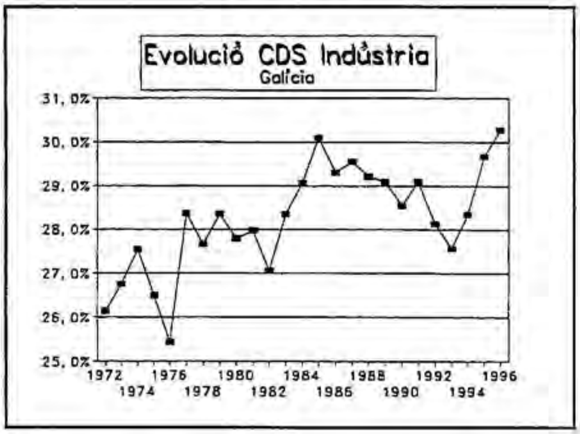
Gràfic 42.



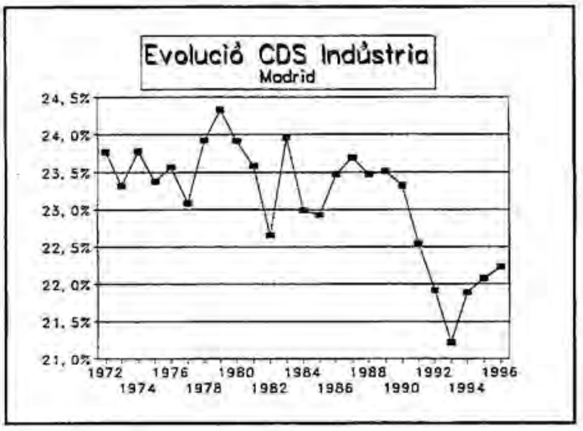
Gràfic 43.



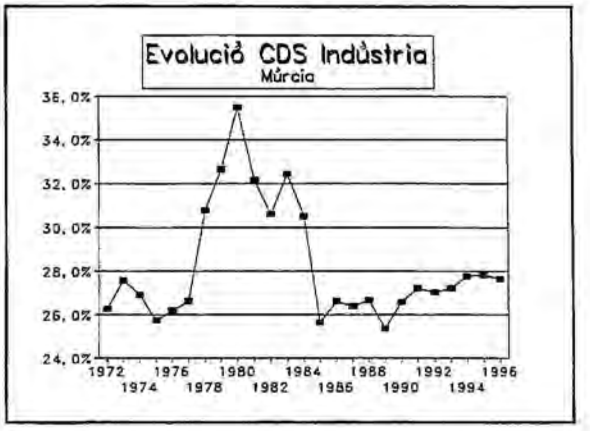
Gràfic 44.



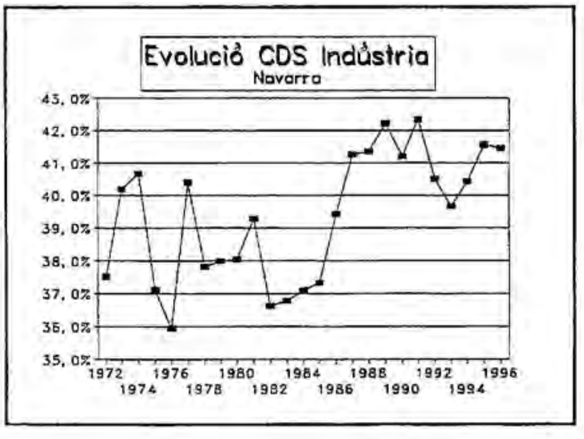
Gràfic 45.



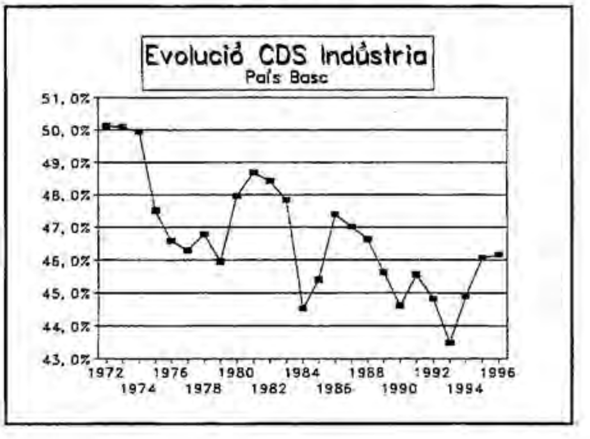
Gràfic 46.



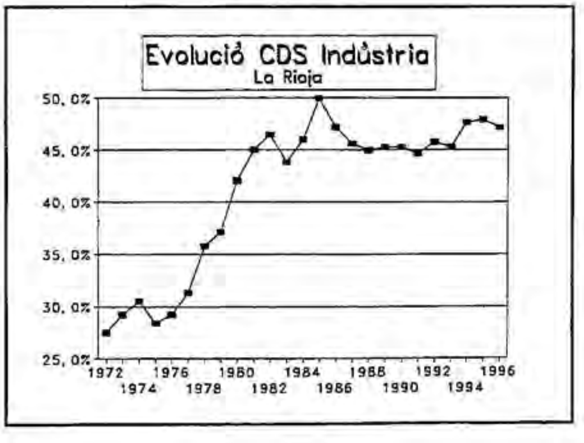
Gràfic 47.



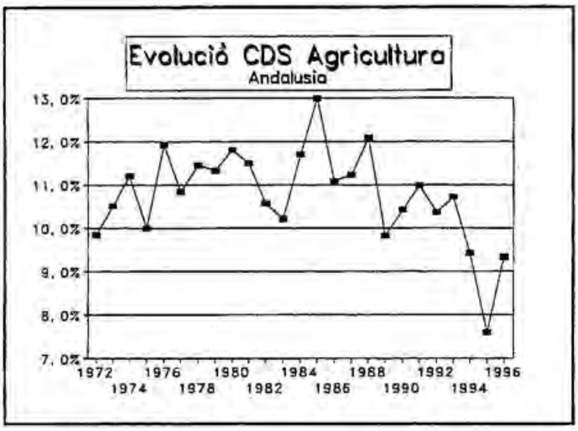
Gràfic 48.



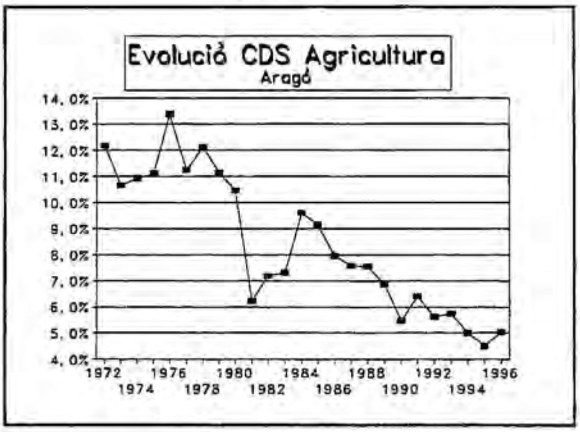
Gràfic 49.



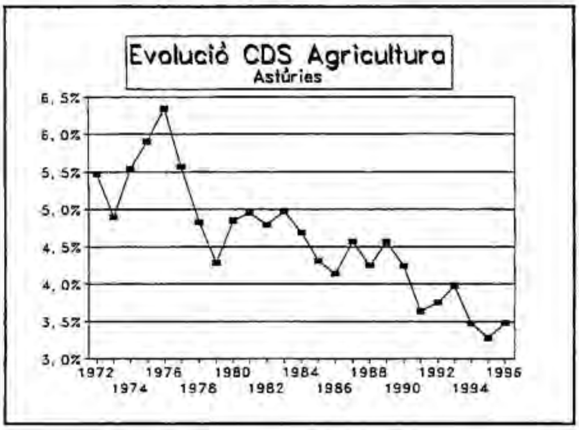
Gràfic 50.



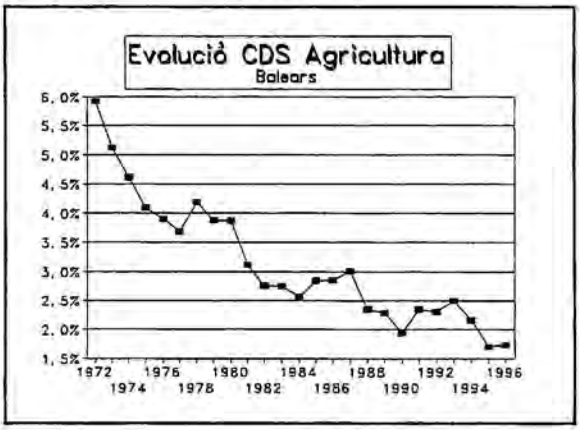
Gràfic 51.



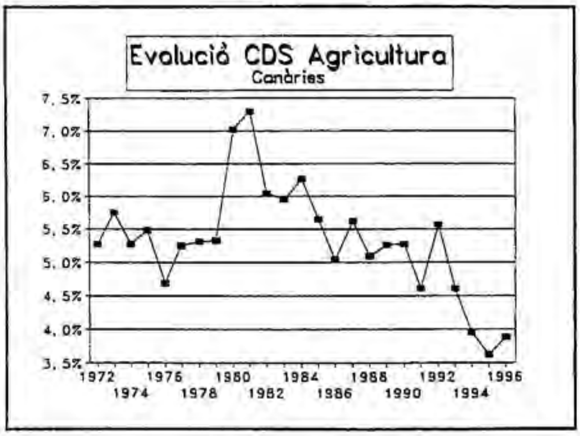
Gràfic 52.



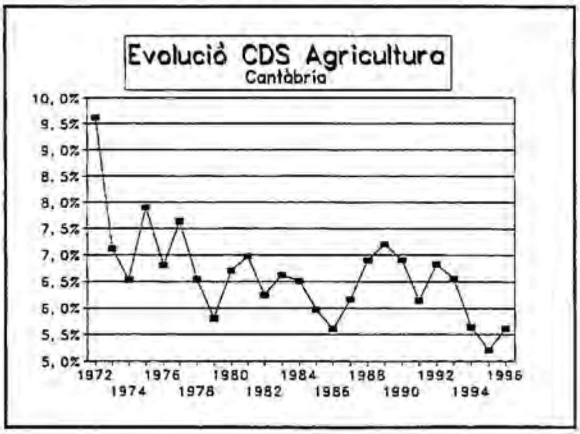
Gràfic 53.



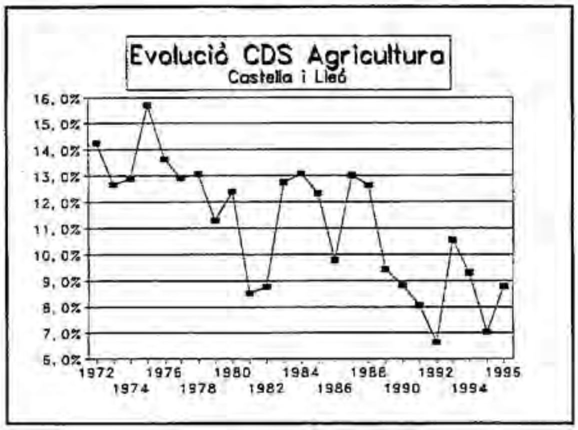
Gràfic 54.



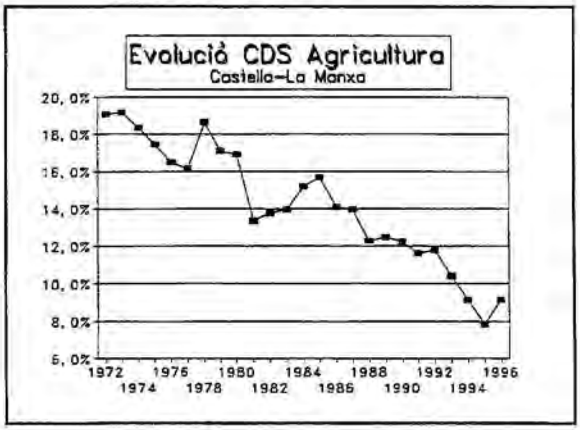
Gràfic 55.



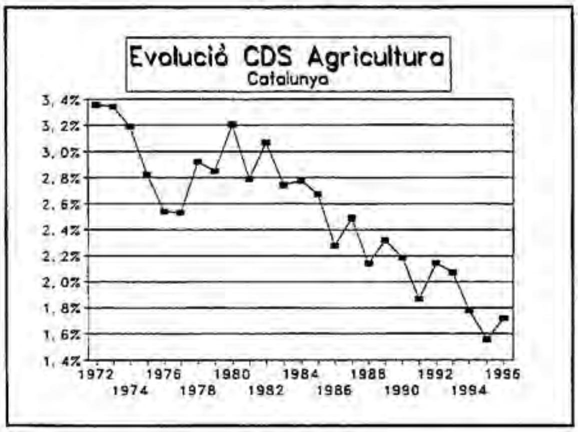
Gràfic 56.



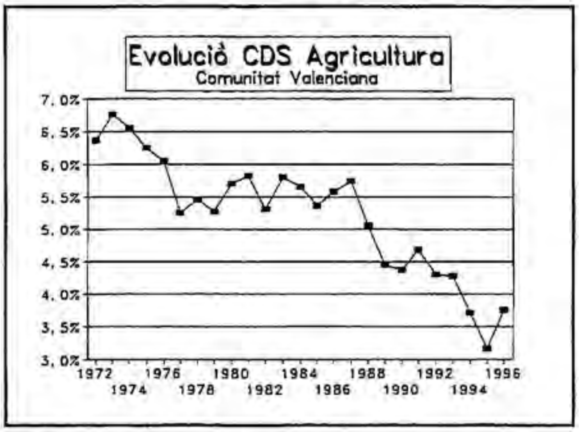
Gràfic 57.



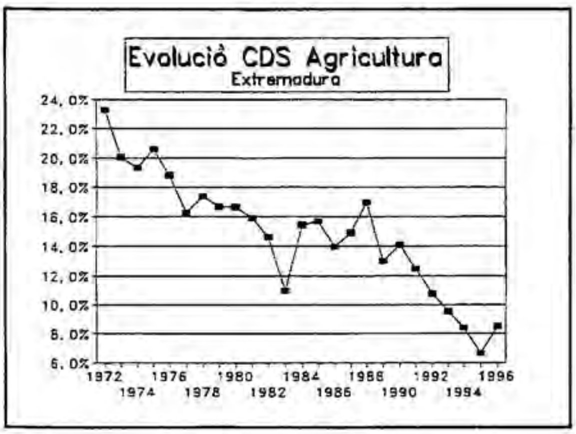
Gràfic 58.



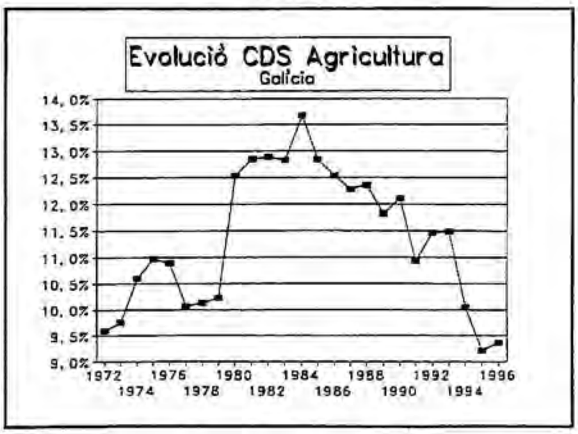
Gràfic 59.



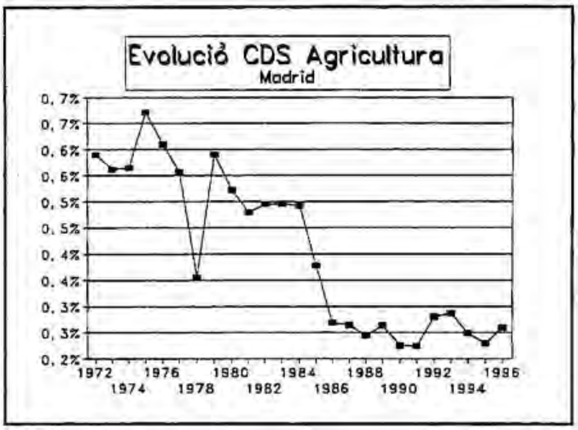
Gràfic 60.



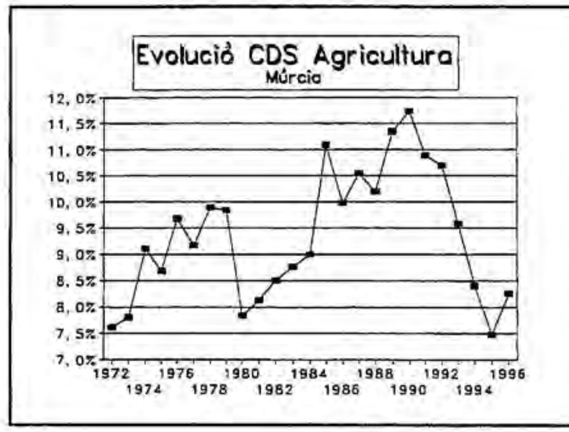
Gràfic 61.



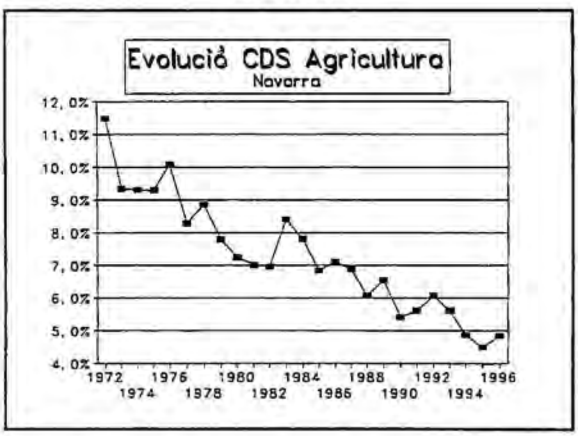
Gràfic 62.



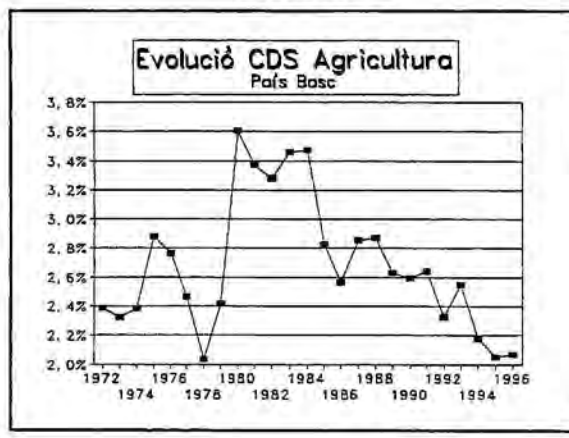
Gràfic 63.



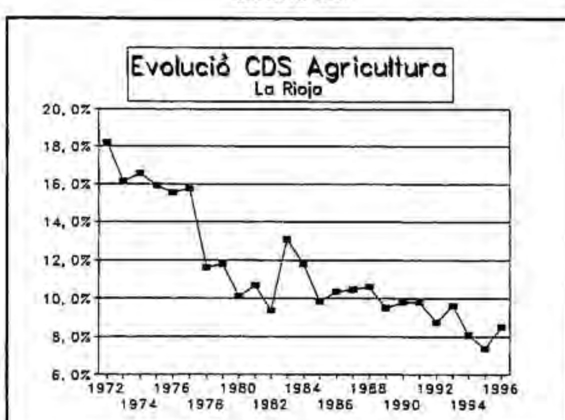
Gràfic 64.



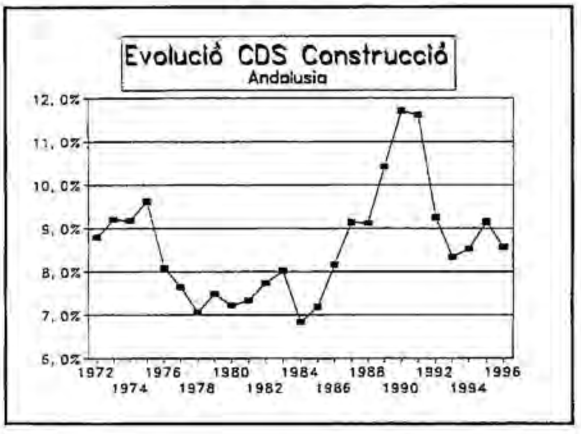
Gràfic 65.



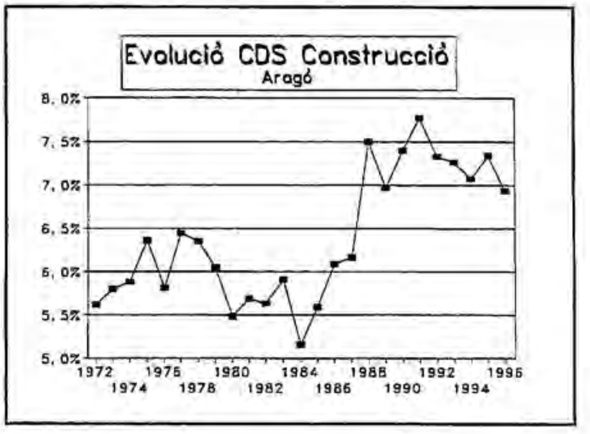
Gràfic 66.



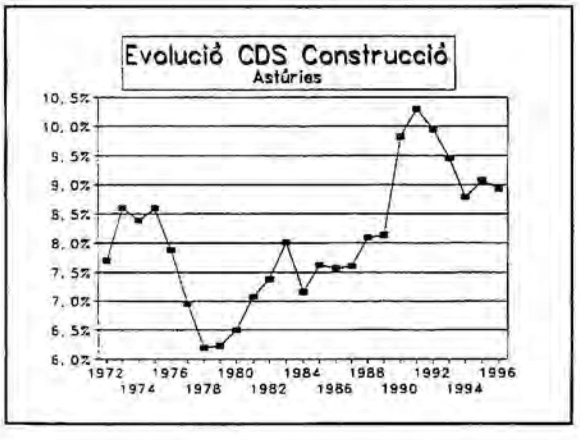
Gràfic 67.



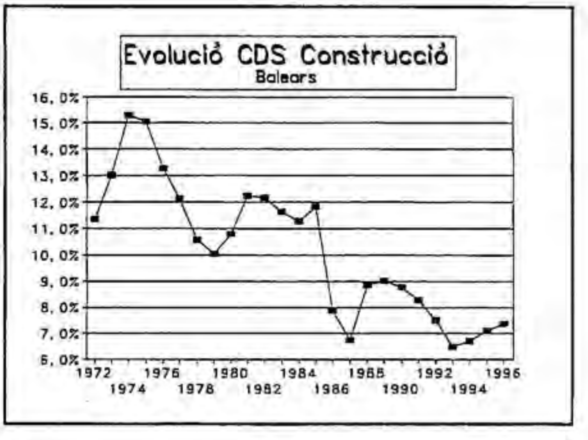
Gràfic 68.



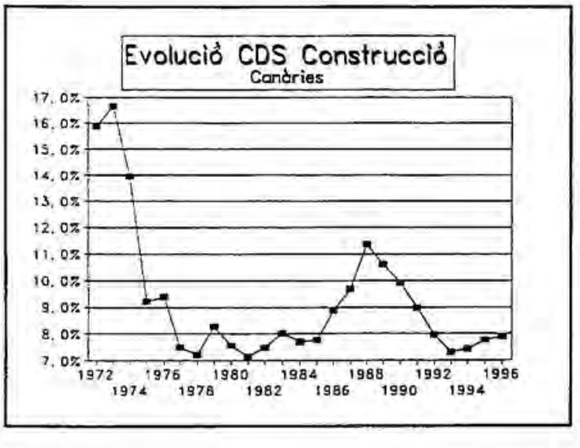
Gràfic 69.



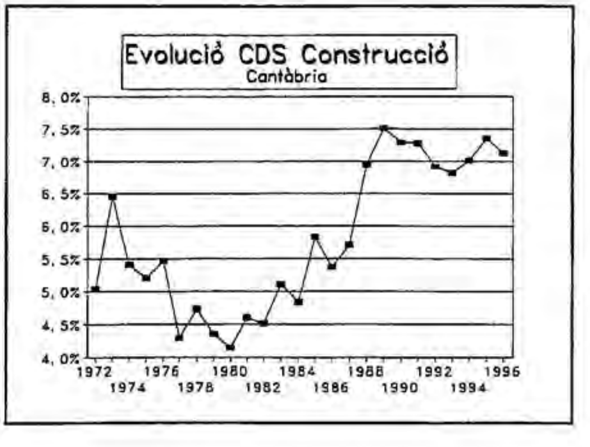
Gràfic 70.



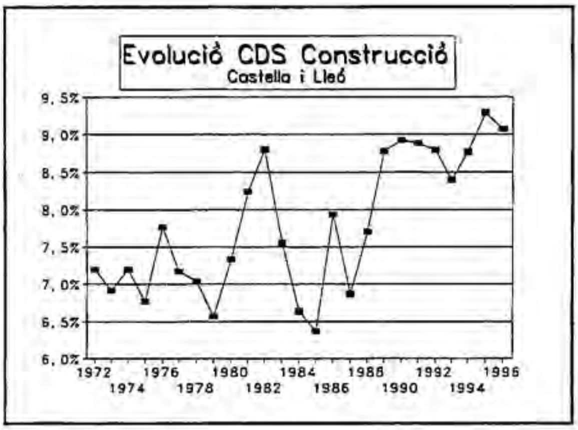
Gràfic 71.



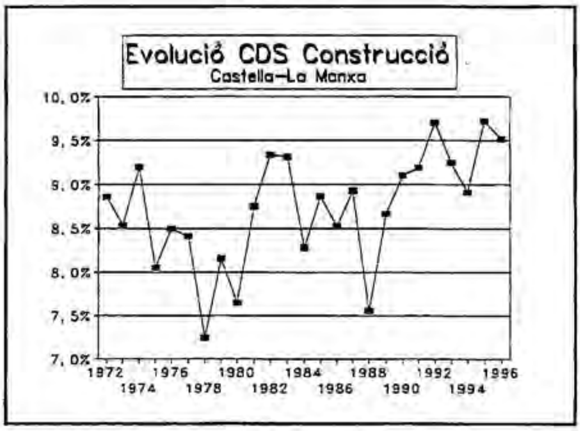
Gràfic 72.



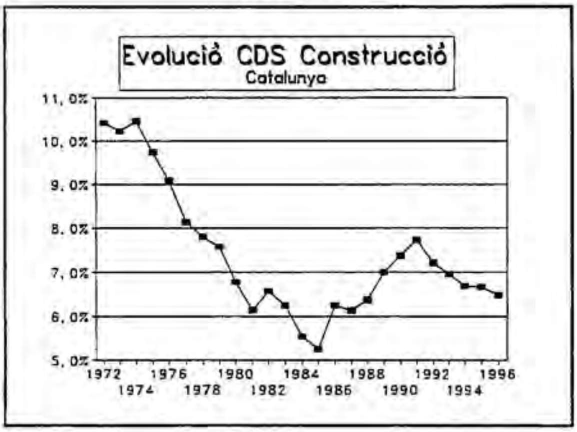
Gràfic 73.



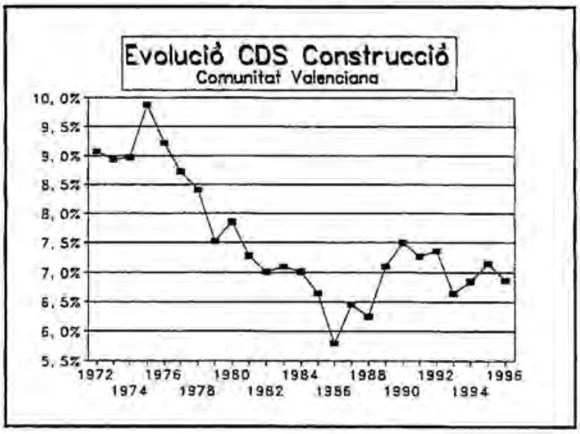
Gràfic 74.



Gràfic 75.

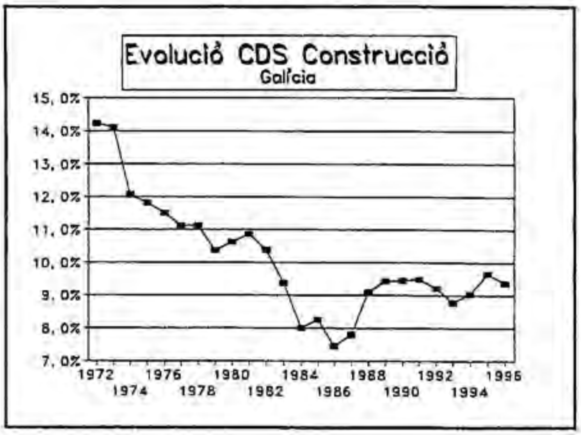


Gràfic 76.

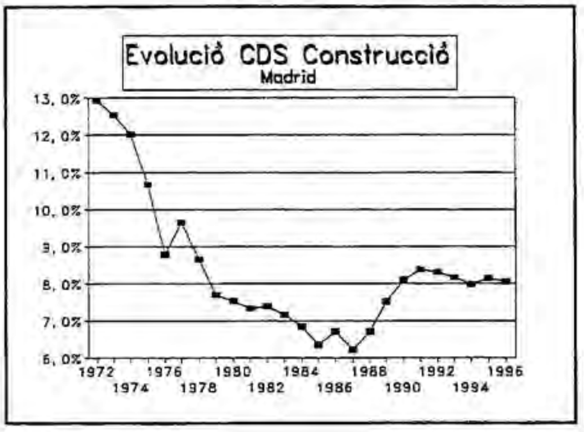


Gràfic 77.

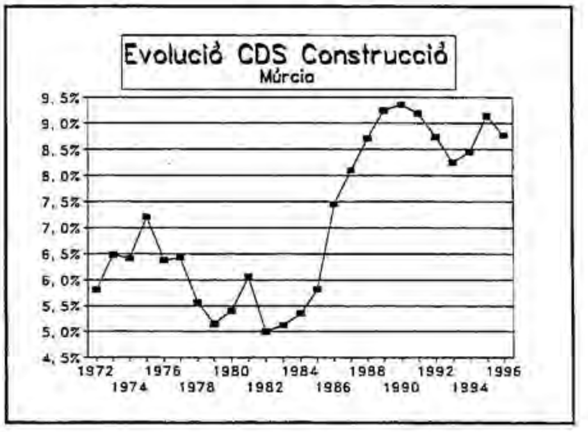
Gràfic 78.



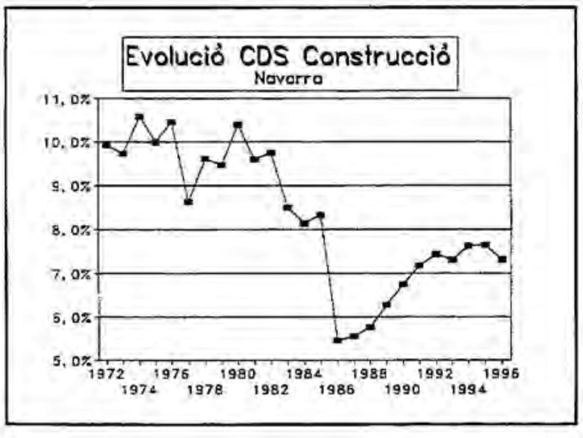
Gràfic 79.



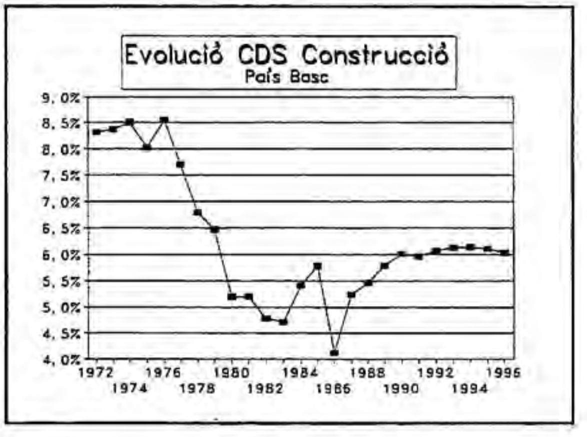
Gràfic 80.



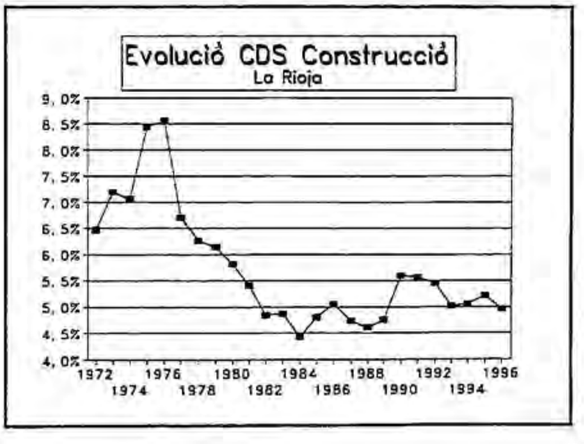
Gràfic 81.



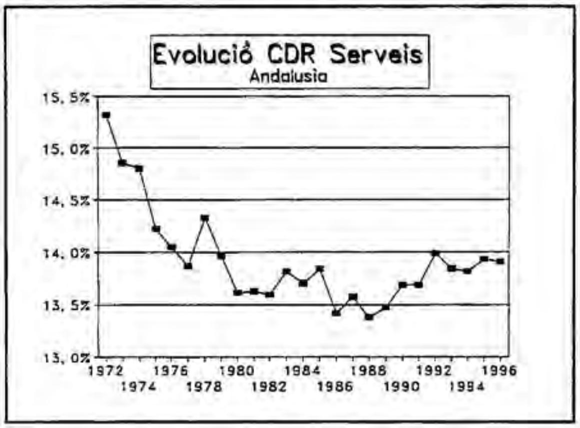
Gràfic 82.



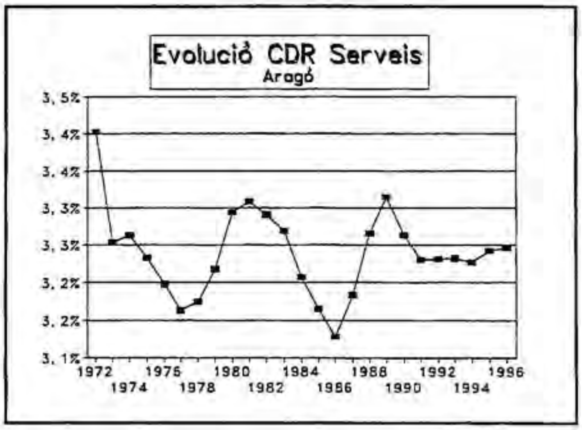
Gràfic 83.



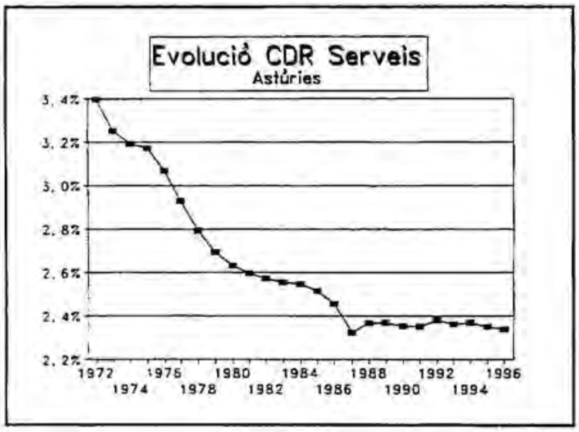
Gràfic 84.



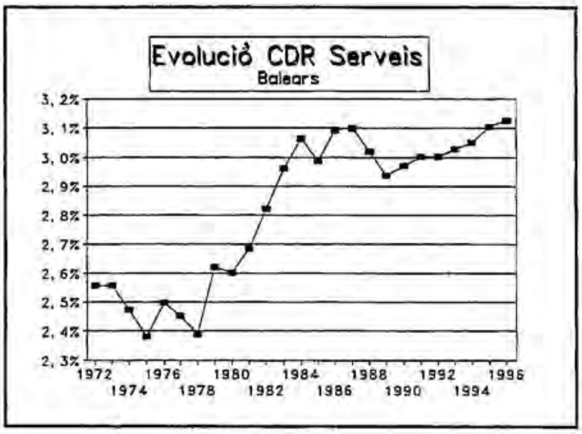
Gràfic 85.



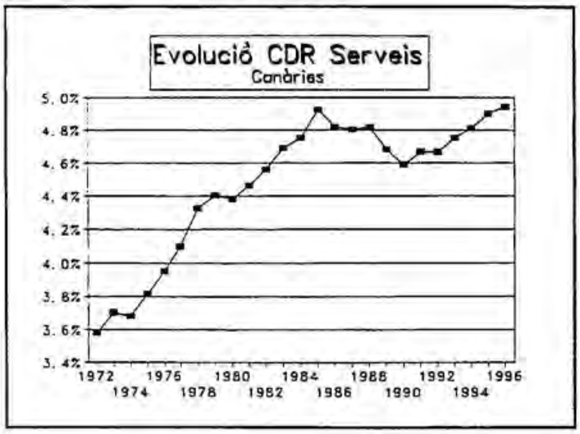
Gràfic 86.



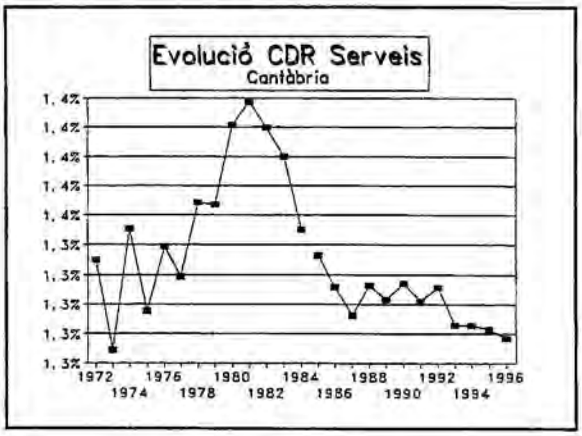
Gràfic 87.



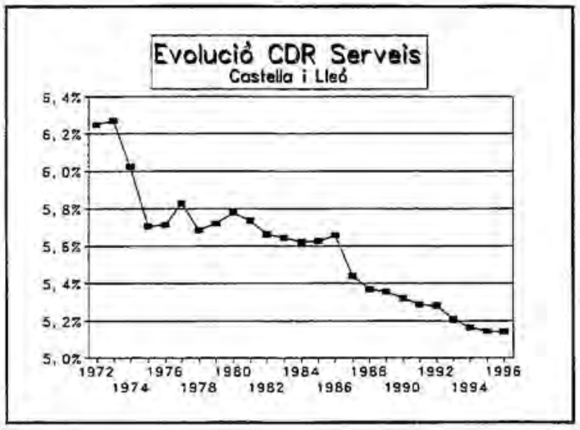
Gràfic 88.



Gràfic 89.

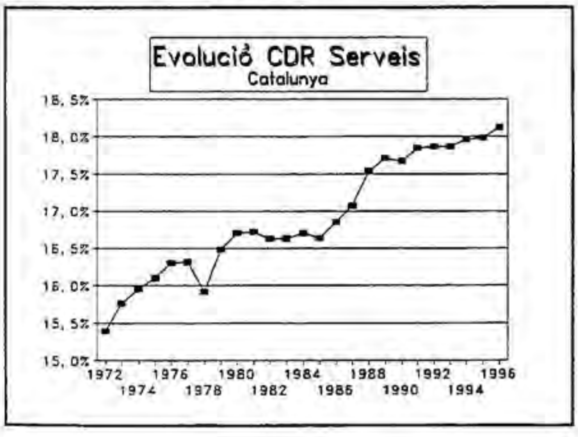


Gràfic 90.

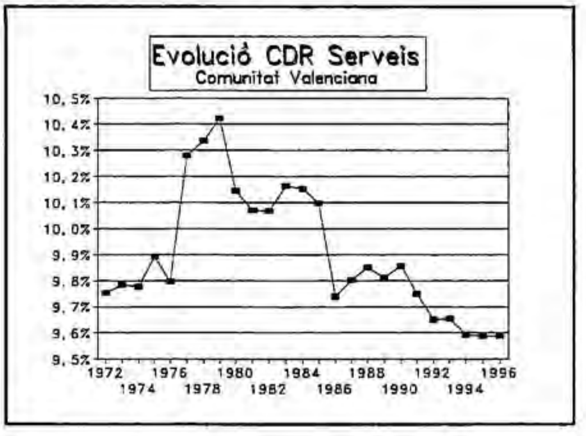


Gràfic 91.

Gràfic 92.

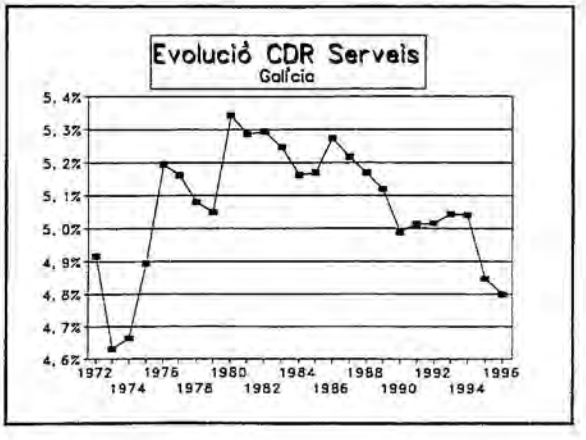


Gràfic 93.

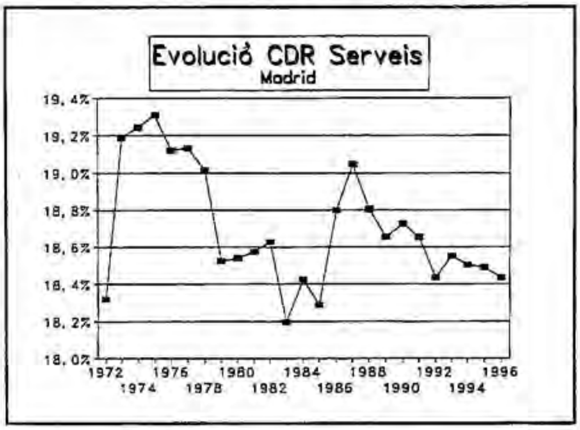


Gràfic 94.

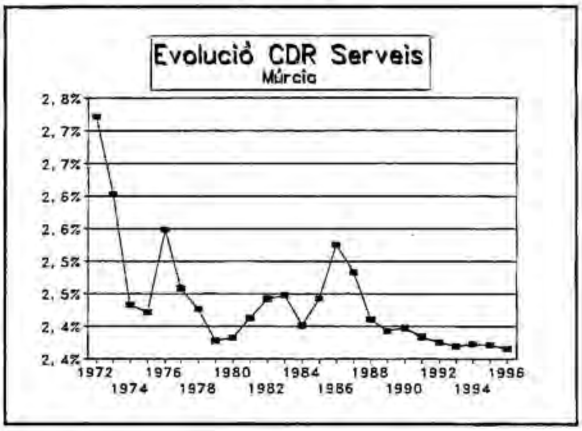
Gràfic 95.



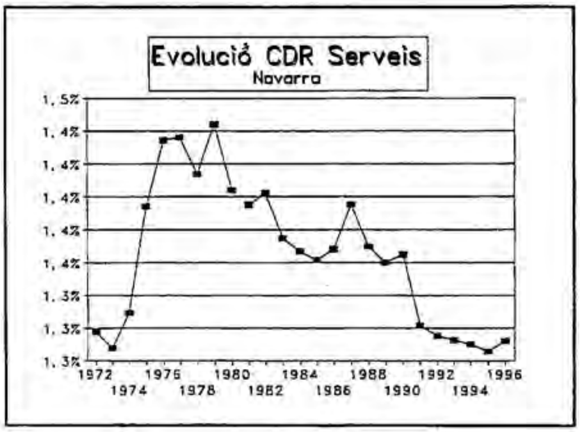
Gràfic 96.



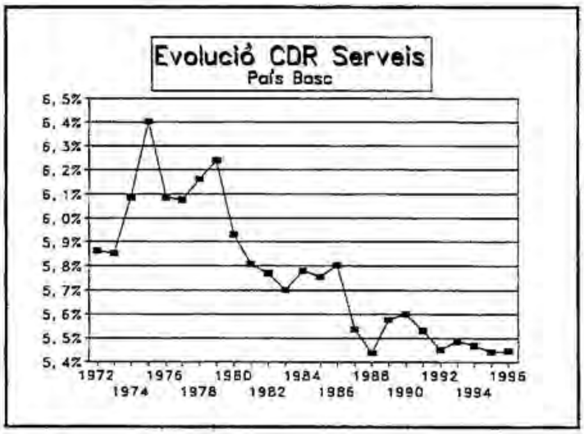
Gràfic 97.



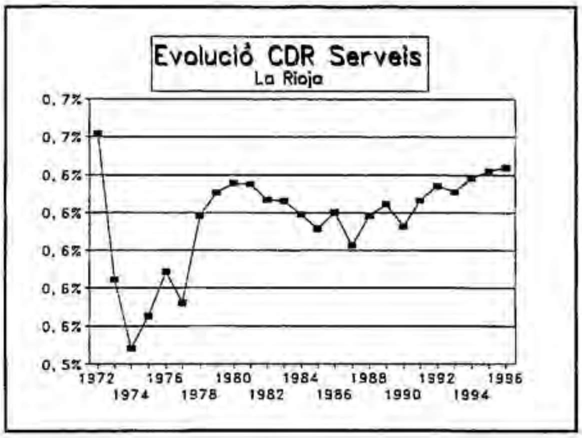
Gràfic 98.



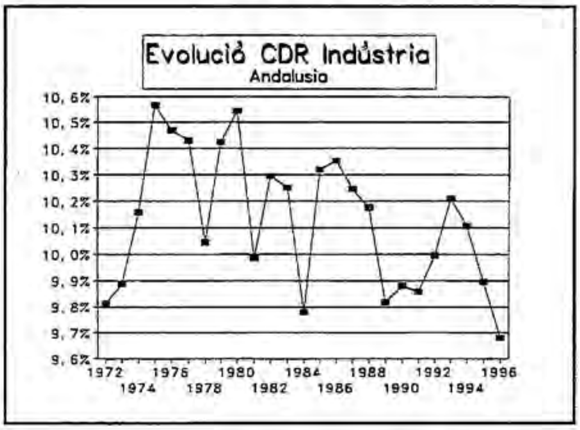
Gràfic 99.



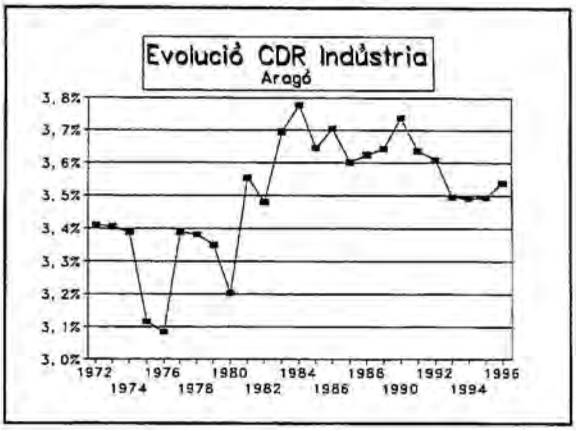
Gràfic 100.



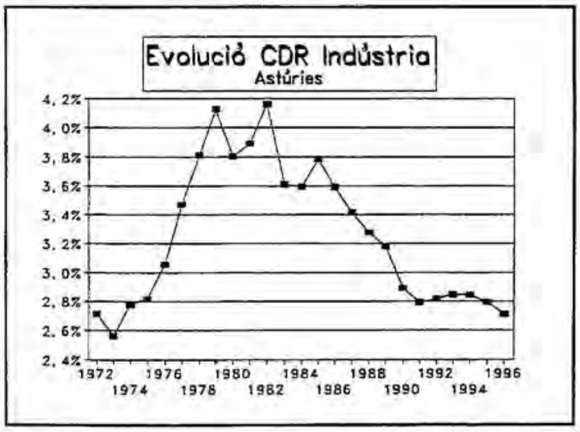
Gràfic 101.



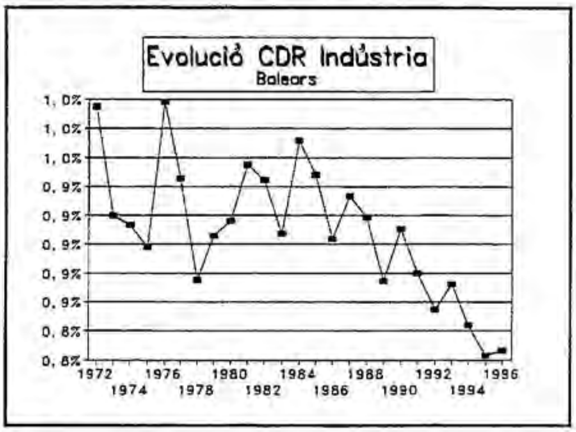
Gràfic 102.



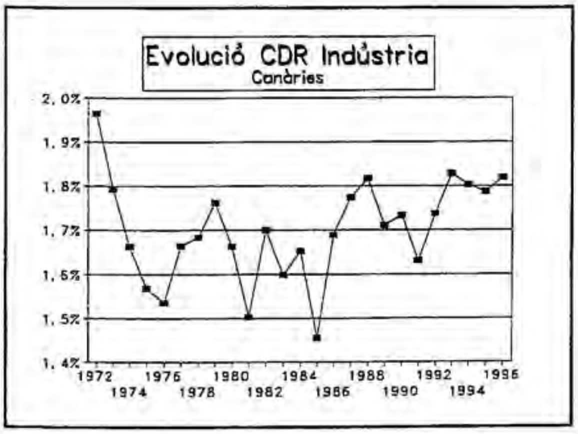
Gràfic 103.



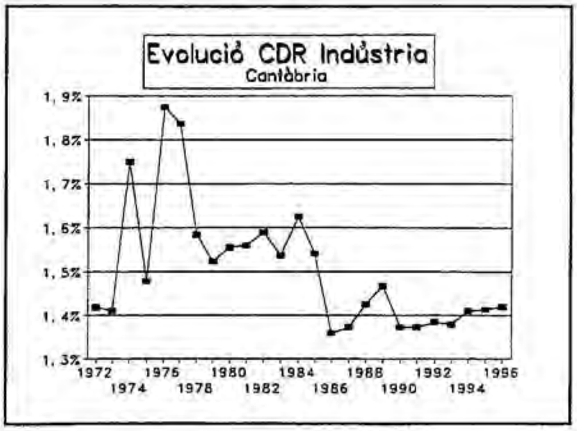
Gràfic 104.



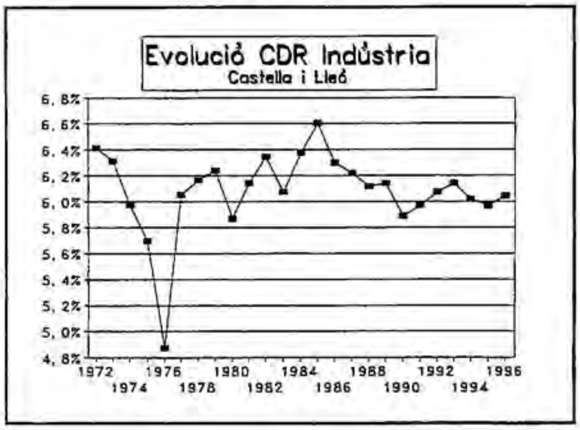
Gràfic 105.



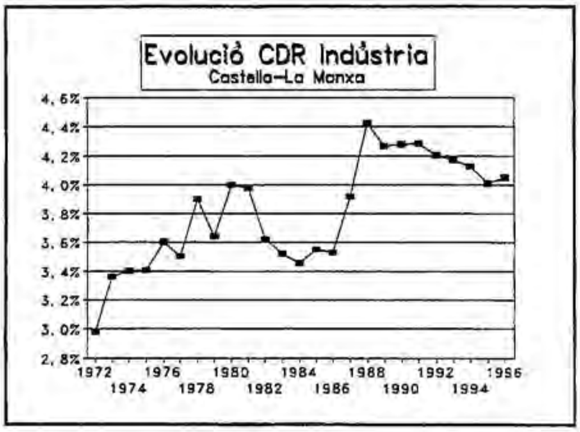
Gràfic 106.



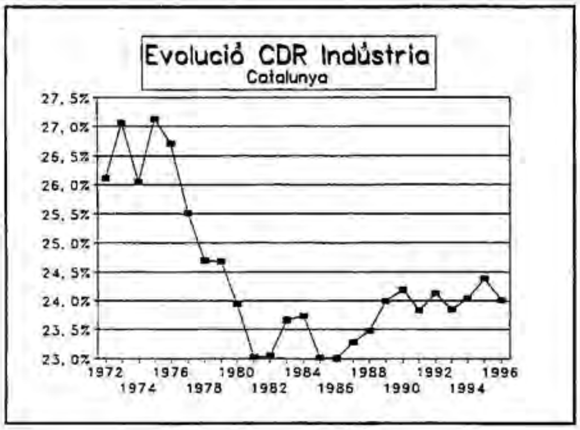
Gràfic 107.



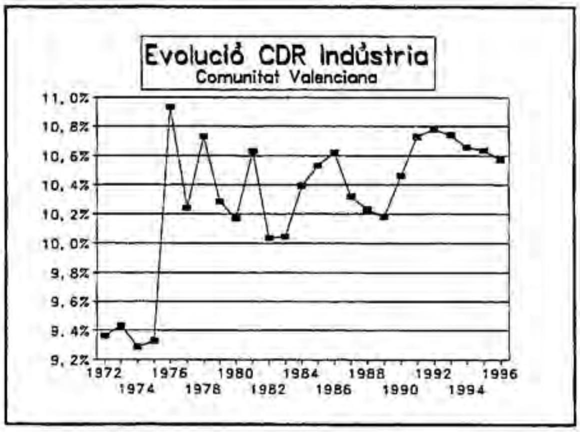
Gràfic 108.



Gràfic 109.



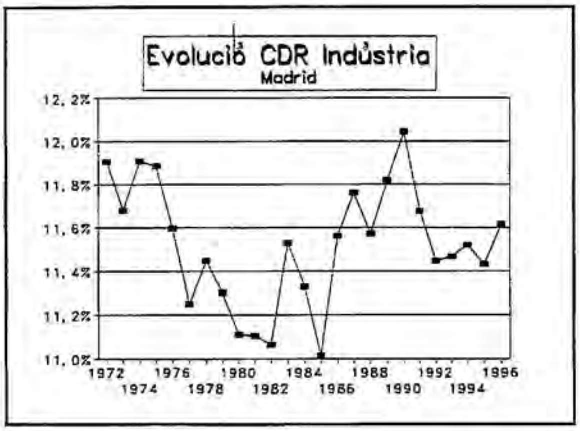
Gràfic 110.



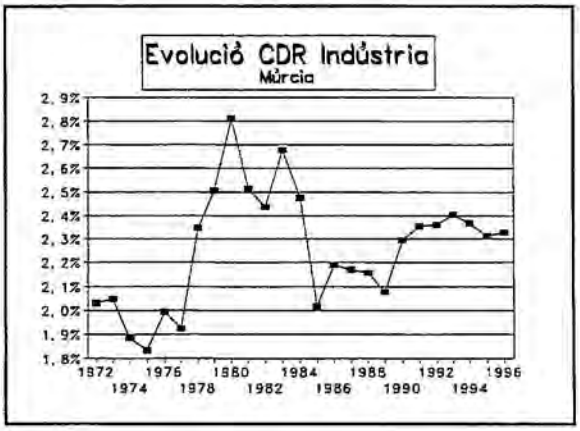
Gràfic 111.

Gràfic 112.

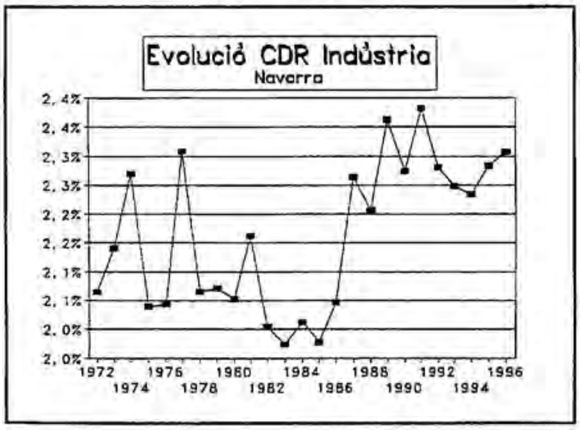
Gràfic 113.



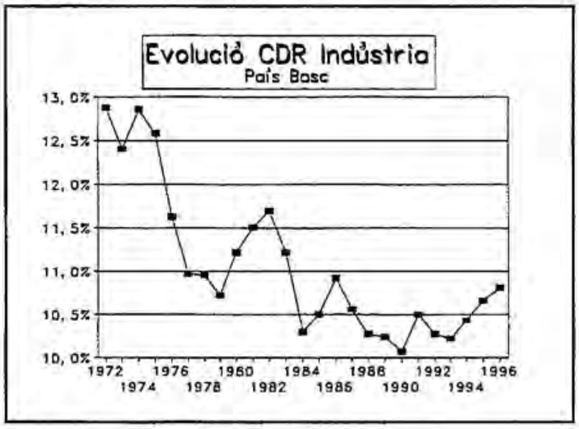
Gràfic 114.



Gràfic 115.

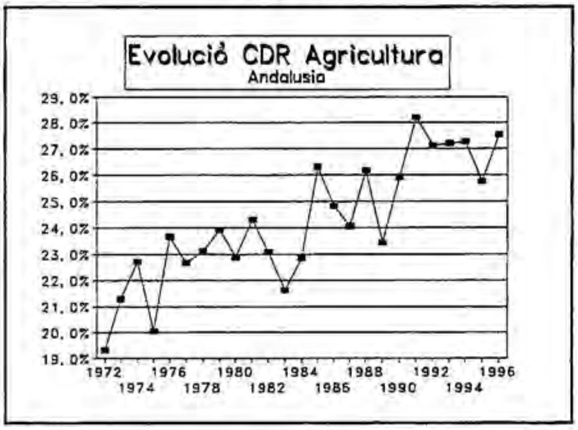


Gràfic 116.

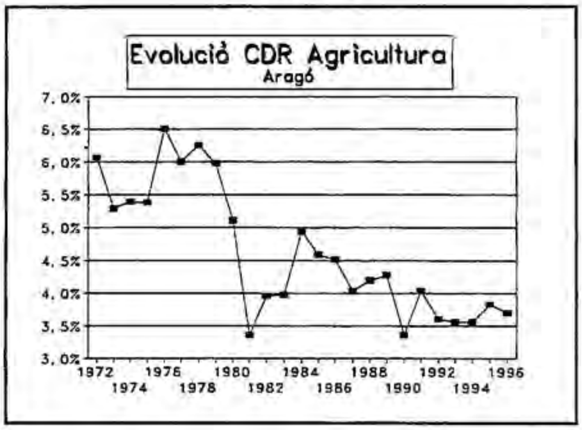


Gràfic 117.

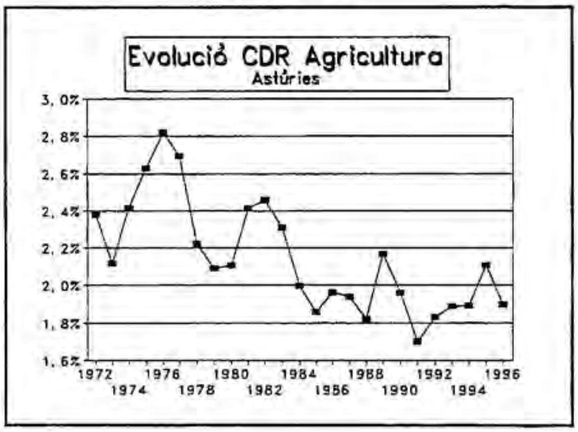
Gràfic 118.



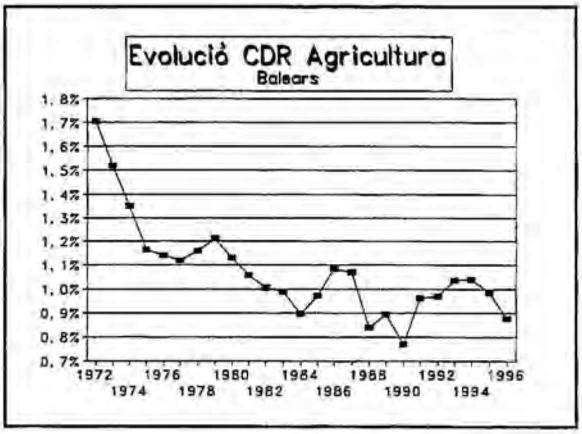
Gràfic 119.



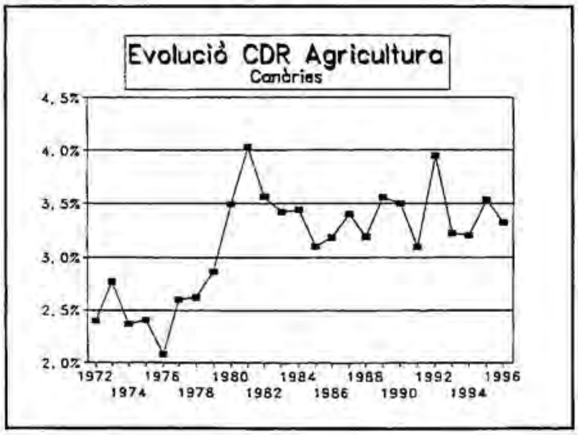
Gràfic 120.



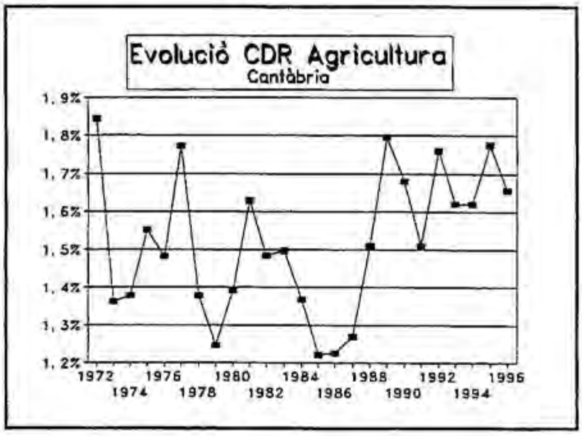
Gràfic 121.



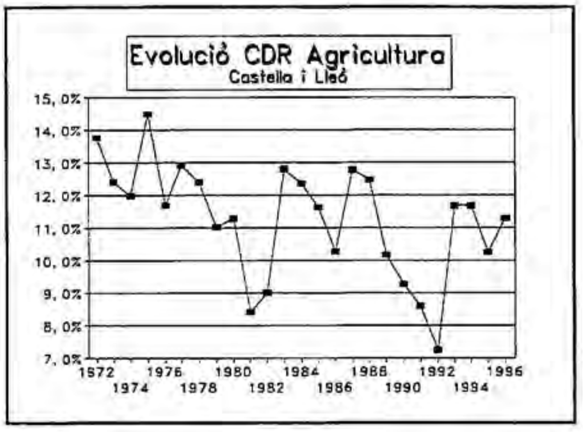
Gràfic 122.



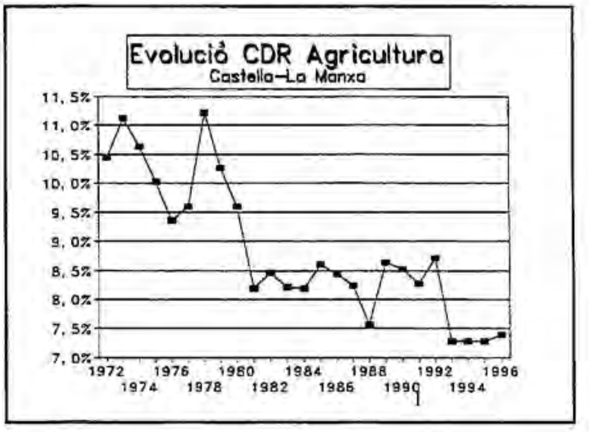
Gràfic 123.



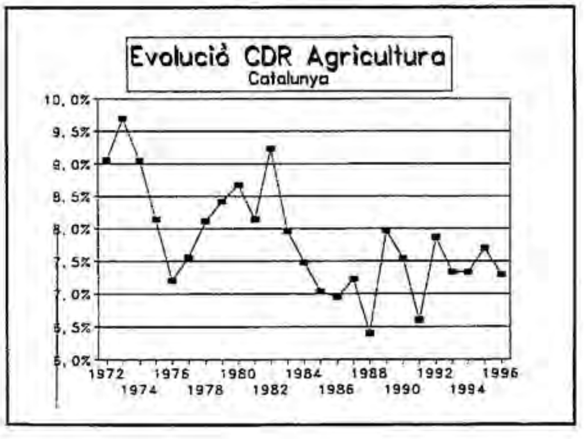
Gràfic 124.



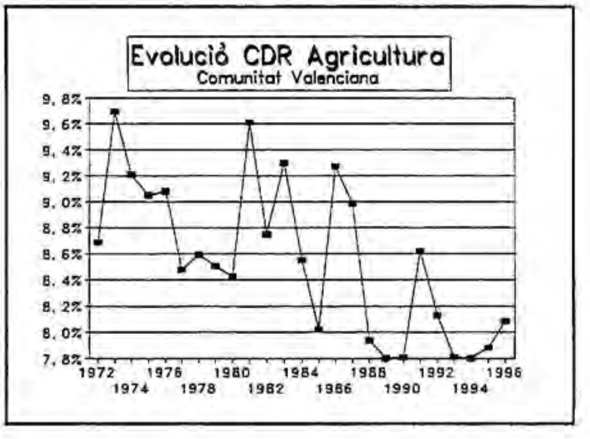
Gràfic 125.



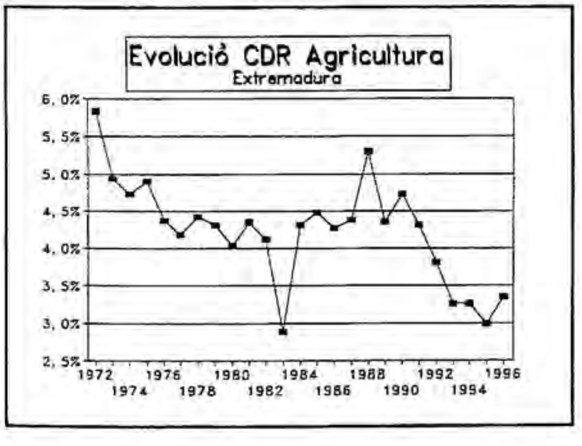
Gràfic 126.



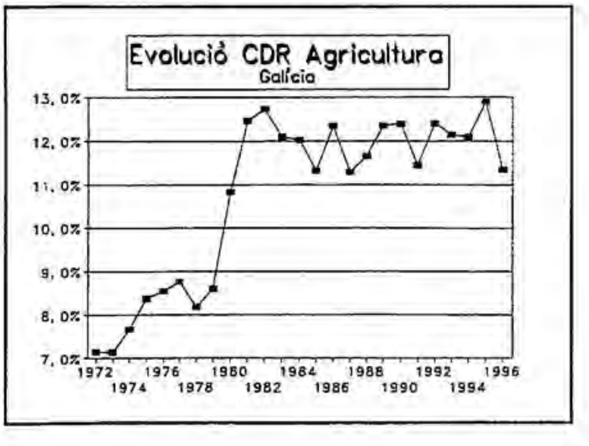
Gràfic 127.



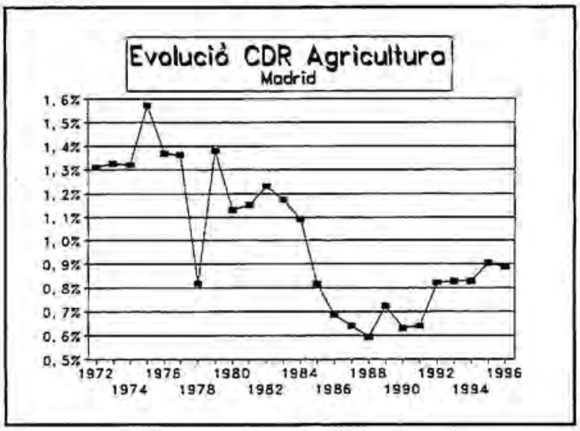
Gràfic 128.



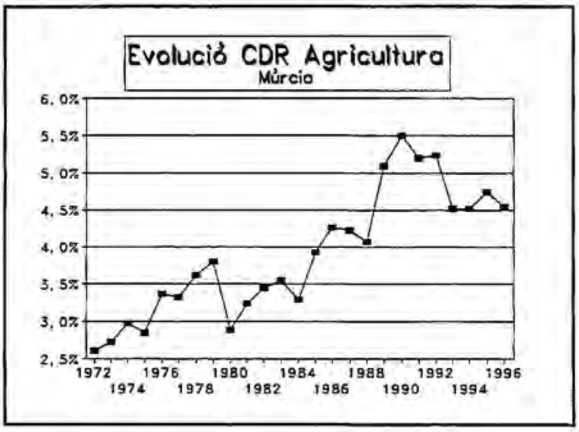
Gràfic 129.



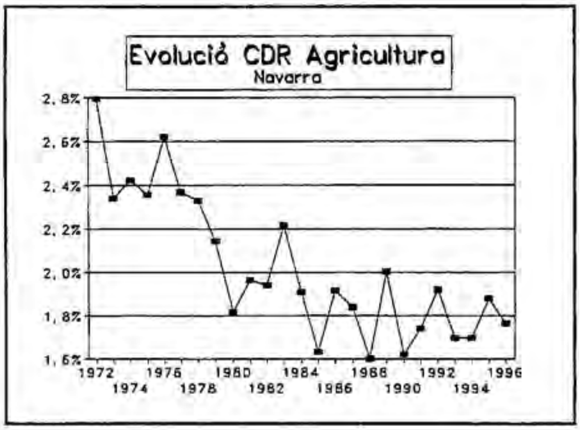
Gràfic 130.



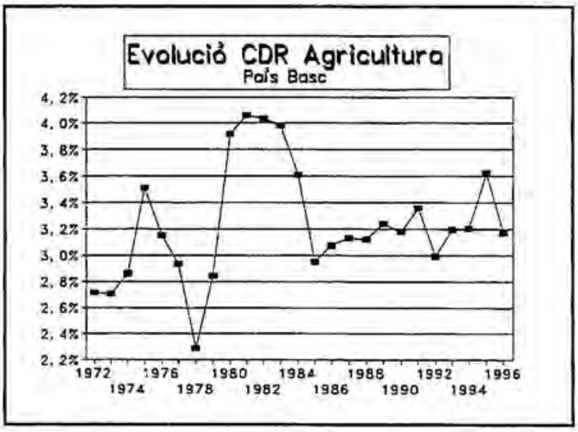
Gràfic 131.



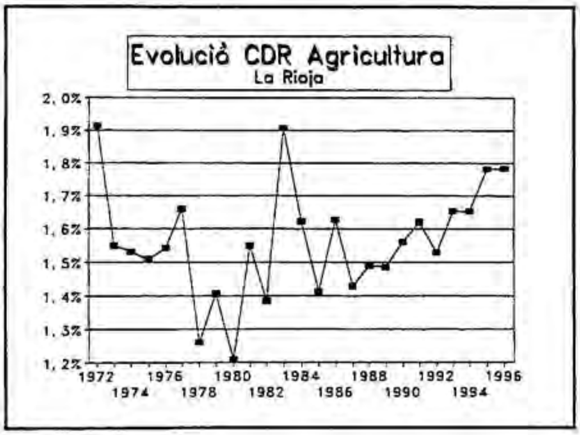
Gràfic 132.



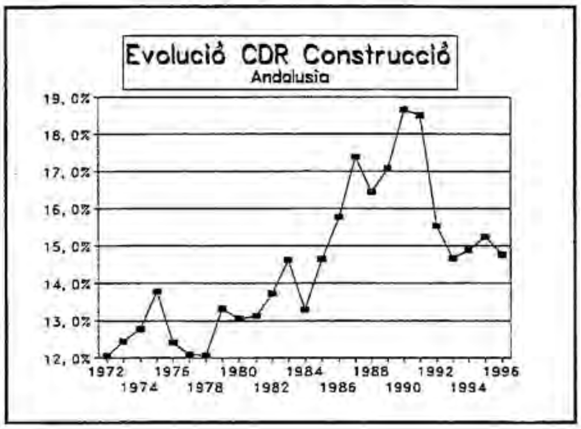
Gràfic 133.



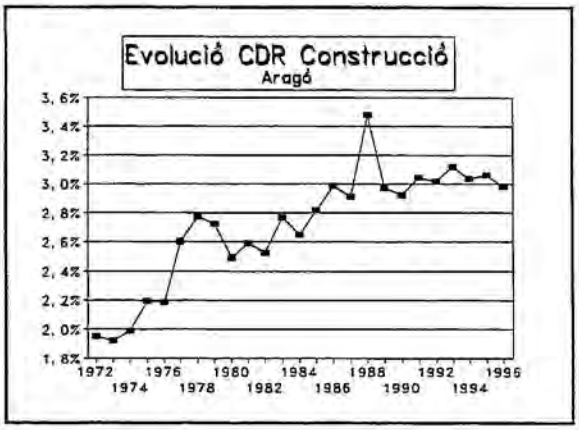
Gràfic 134.



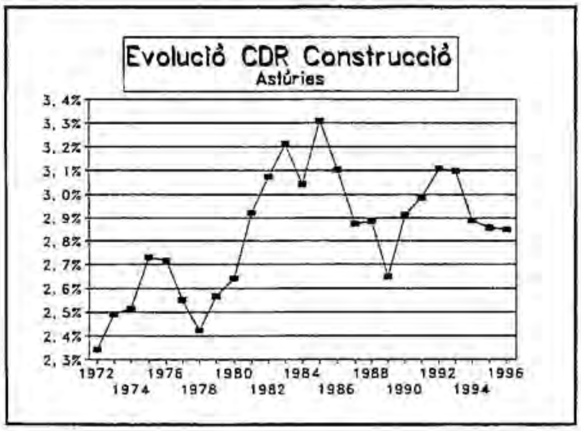
Gràfic 135.



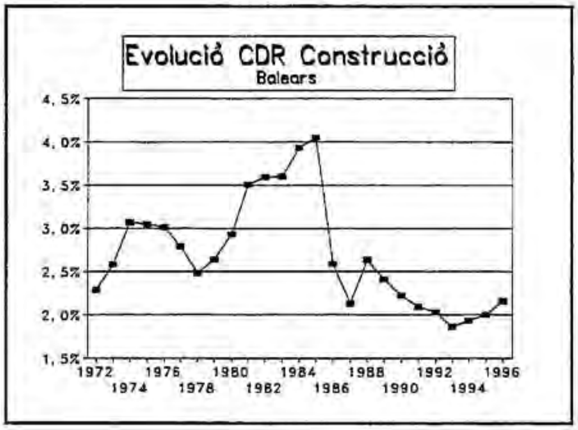
Gràfic 136.



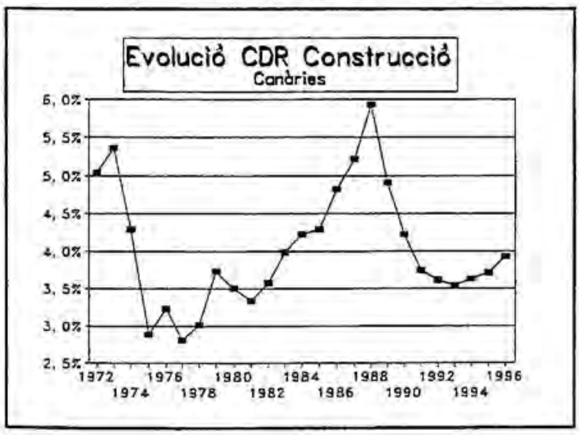
Gràfic 137.



Gràfic 138.

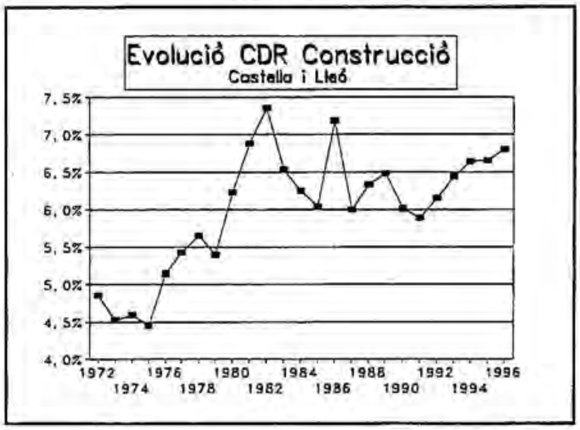


Gràfic 139.

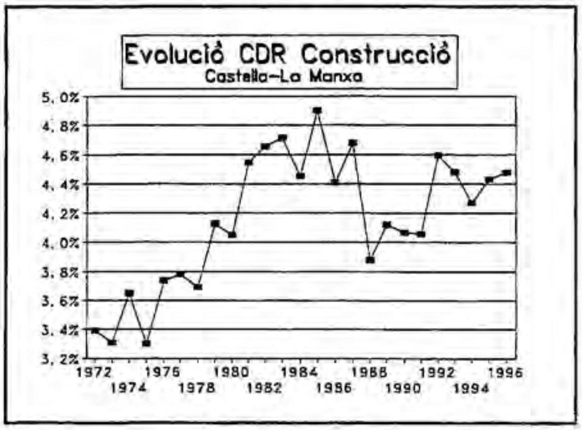


Gràfic 140.

Gràfic 141.

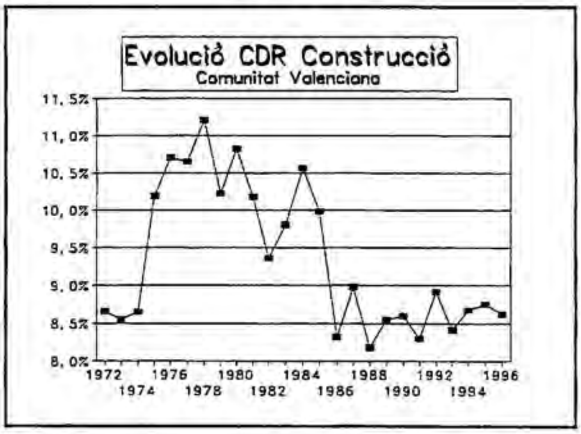


Gràfic 142.



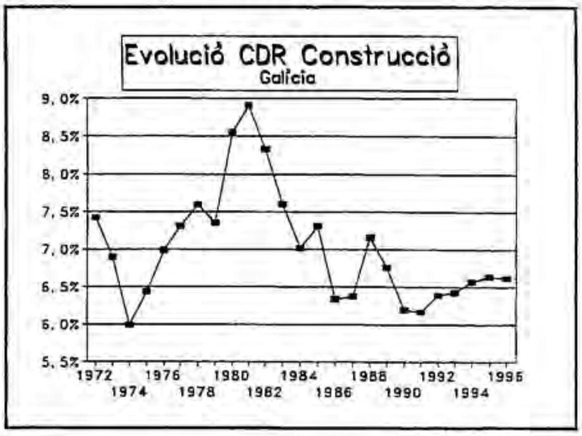
Gràfic 143.

Gràfic 144.



Gràfic 145.

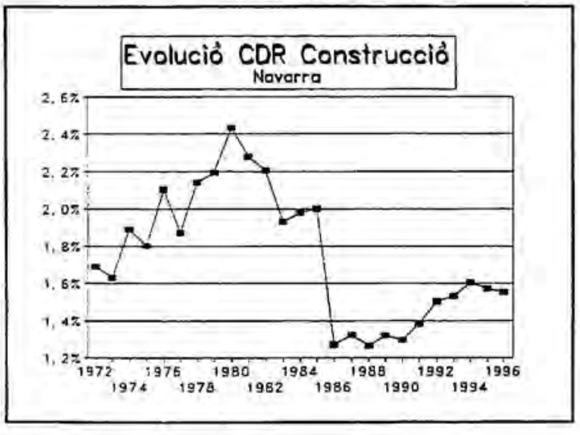
Gràfic 146.



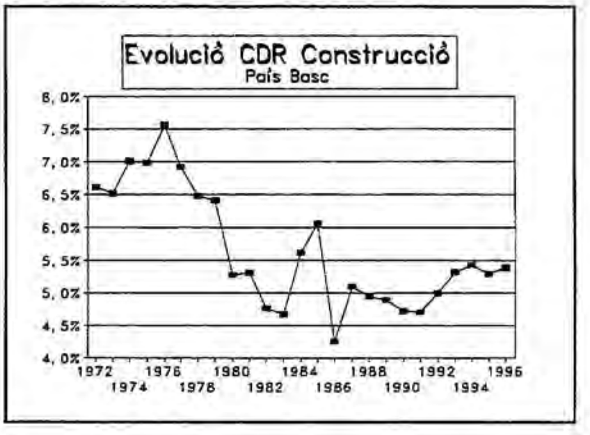
Gràfic 147.

Gràfic 148.

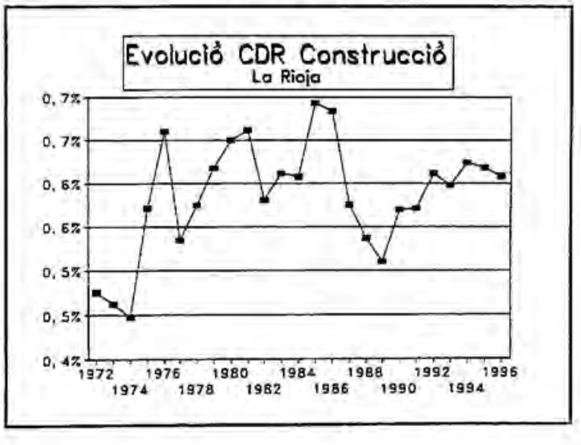
Gràfic 149.



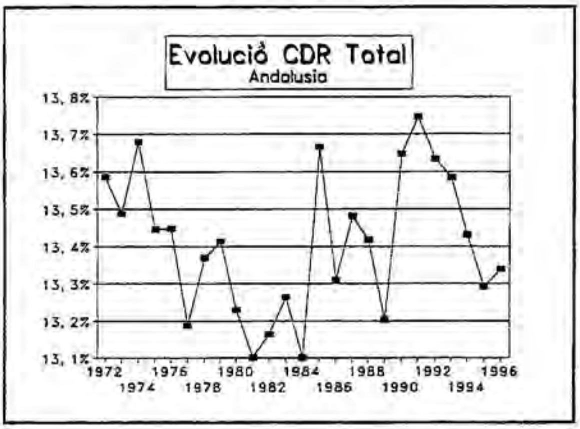
Gràfic 150.



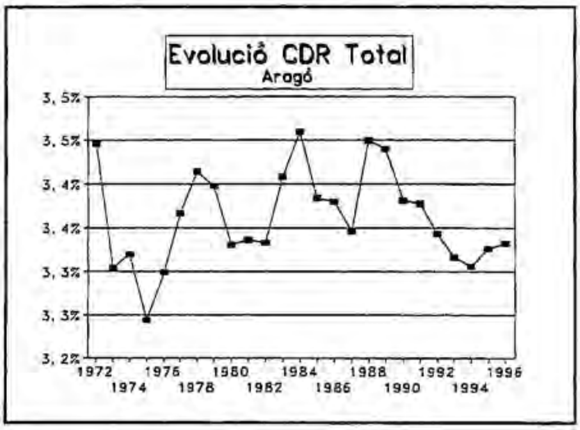
Gràfic 151.



Gràfic 152.

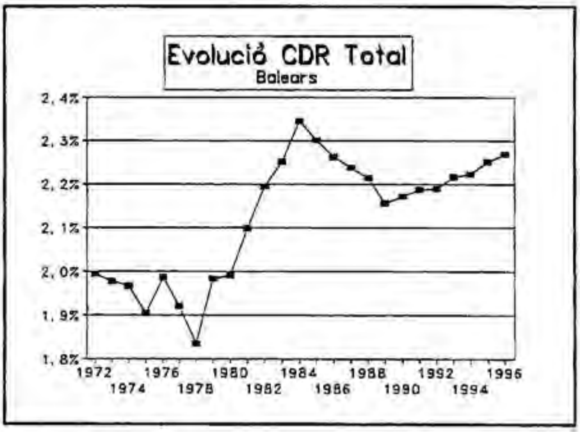


Gràfic 153.

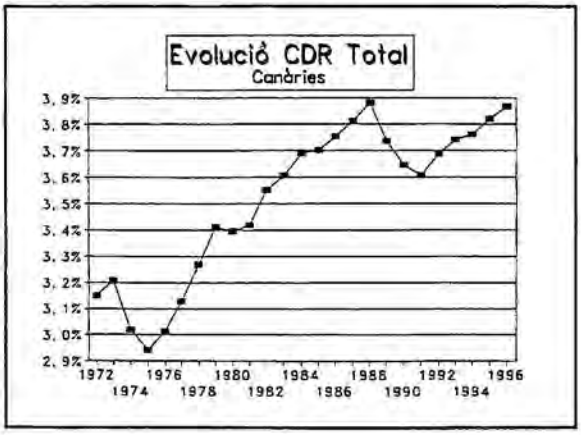


Gràfic 154.

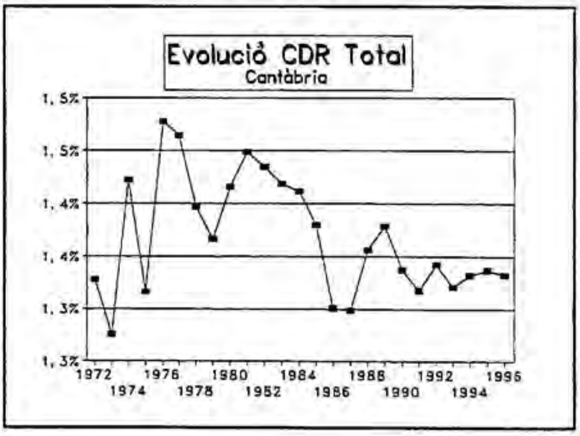
Gràfic 155.



Gràfic 156.

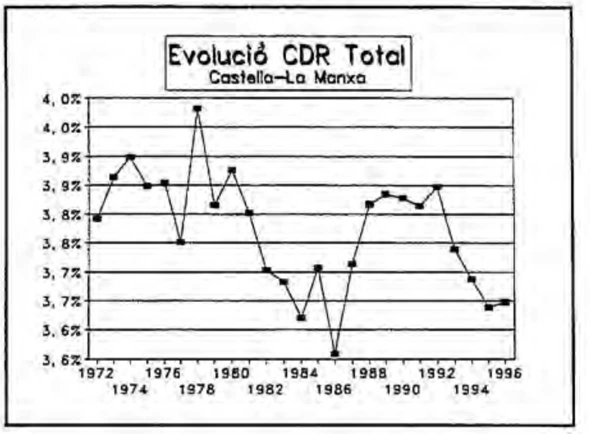


Gràfic 157.

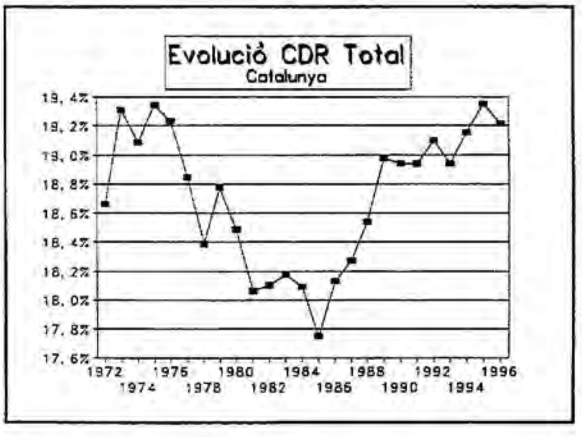


Gràfic 158.

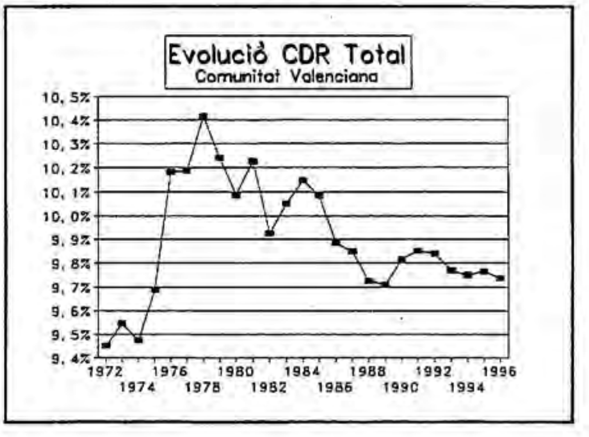
Gràfic 159.



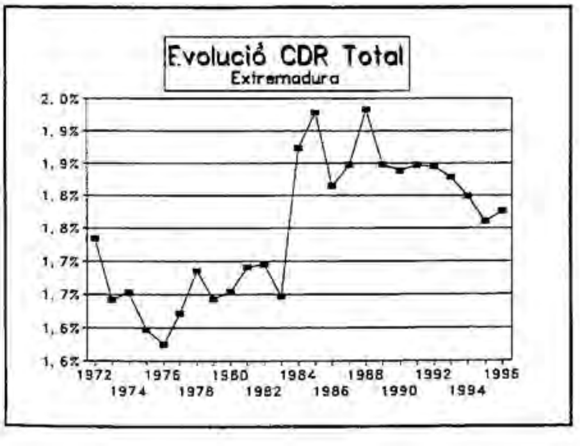
Gràfic 160.



Gràfic 161.

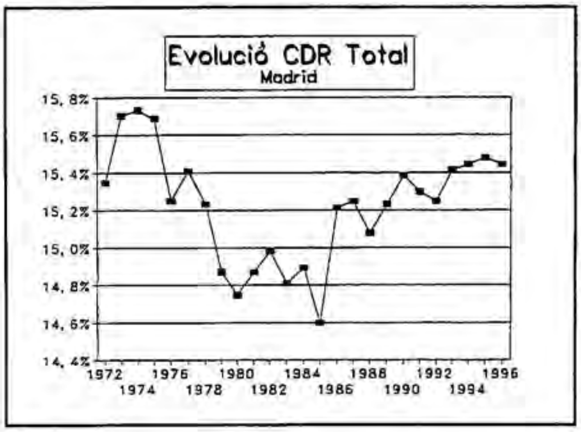


Gràfic 162.

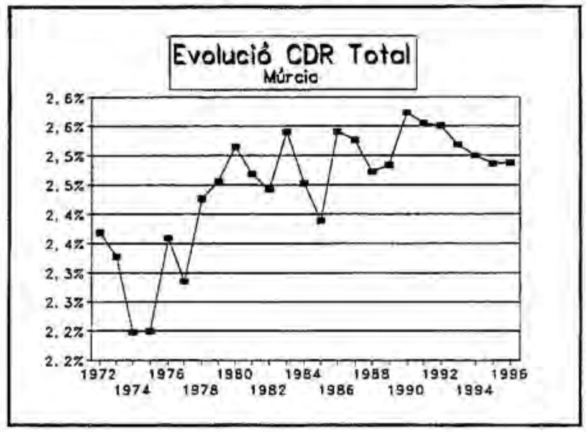


Gràfic 163.

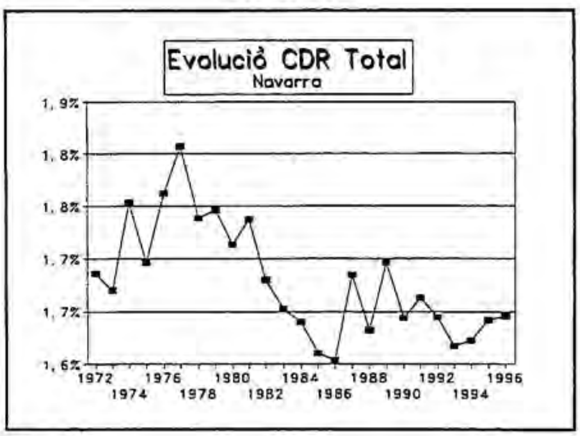
Gràfic 164.



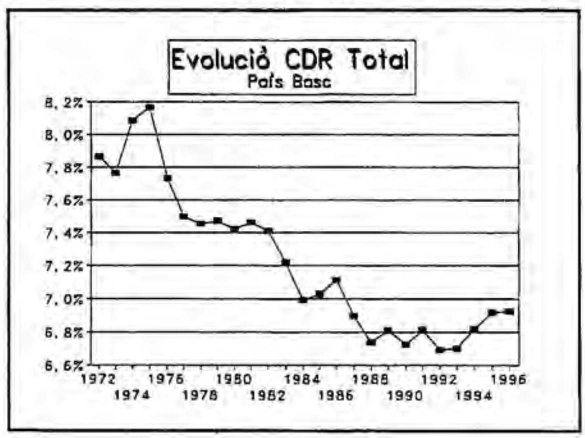
Gràfic 165.



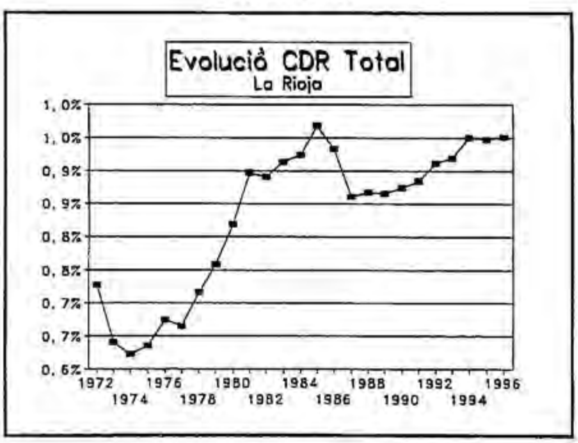
Gràfic 166.



Gràfic 167.

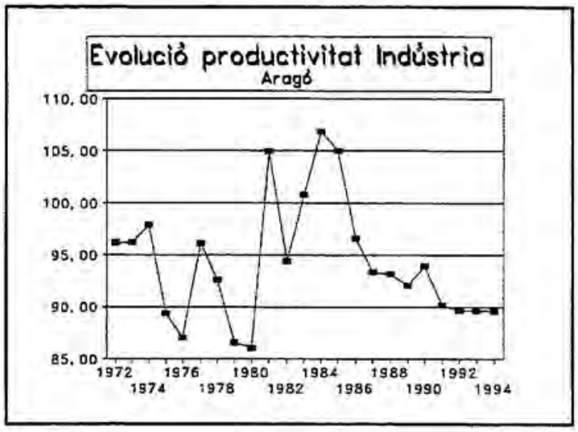


Gràfic 168.

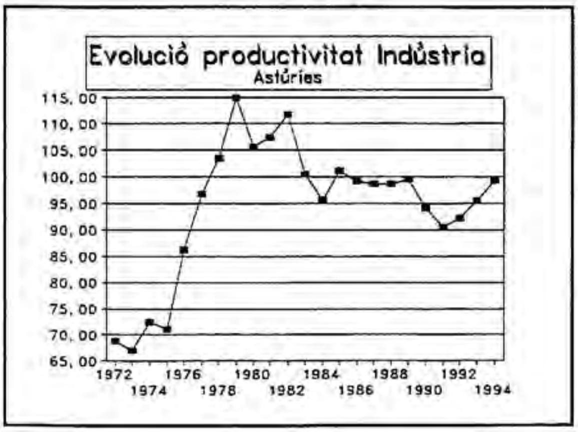


Gràfic 169.

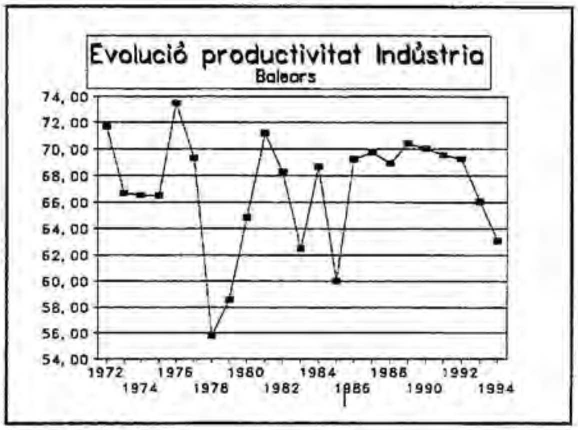
Gràfic 170.



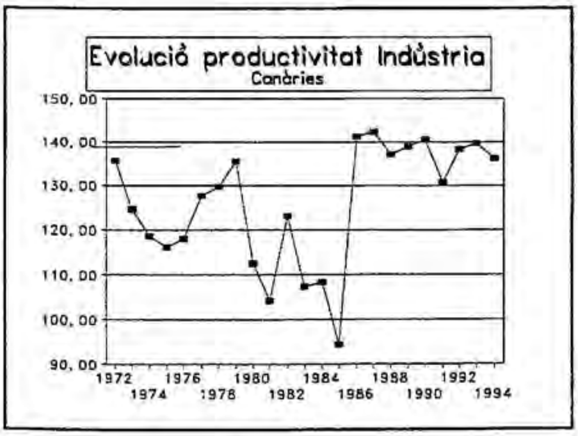
Gràfic 171.



Gràfic 172.



Gràfic 173.



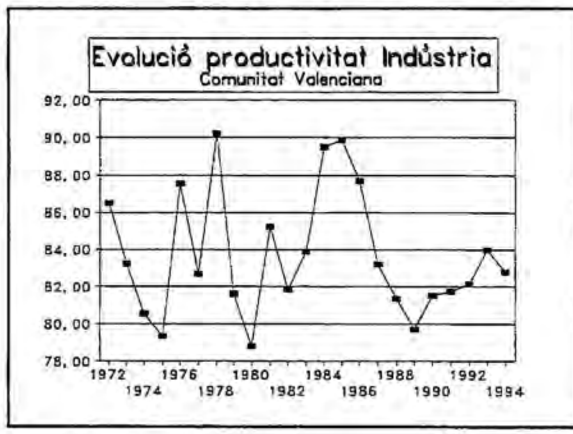
Gràfic 174.

Gràfic 175.

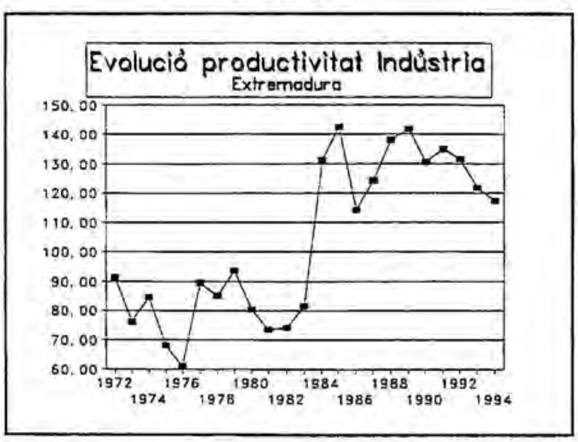
Gràfic 176.

Gràfic 177.

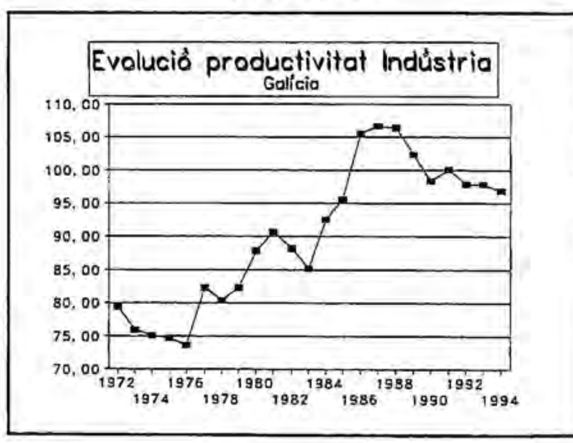
Gràfic 178.



Gràfic 179.

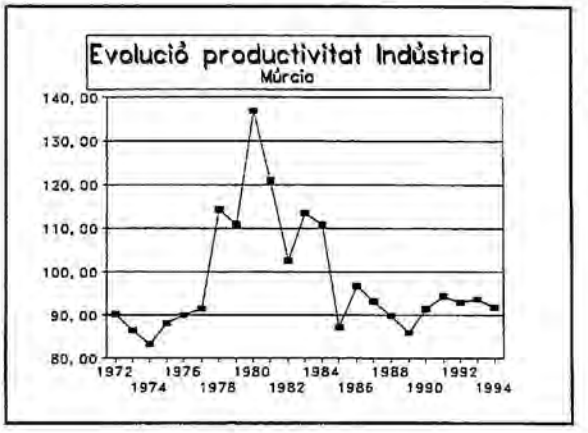


Gràfic 180.

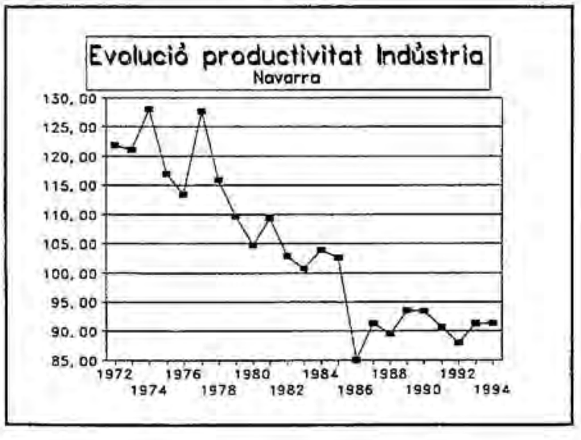


Gràfic 181.

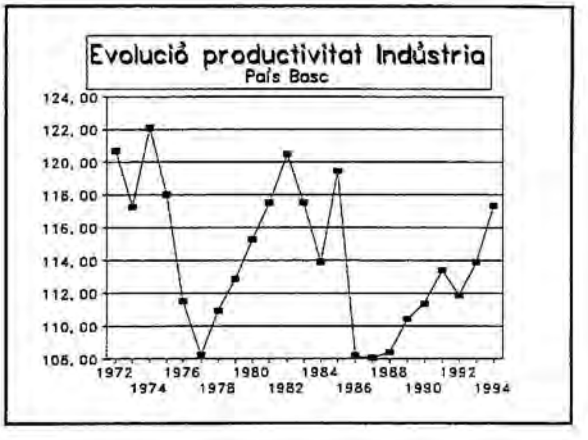
Gràfic 182.



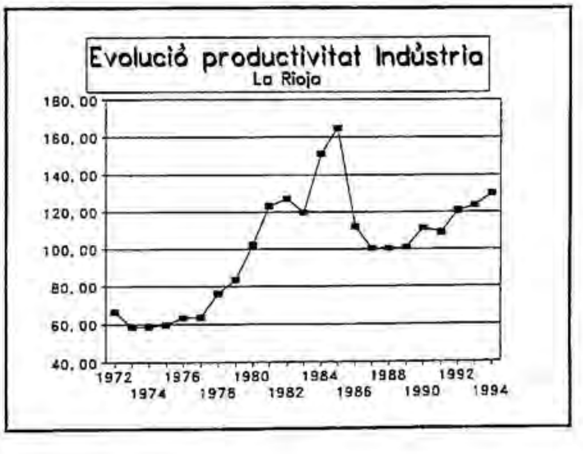
Gràfic 183.



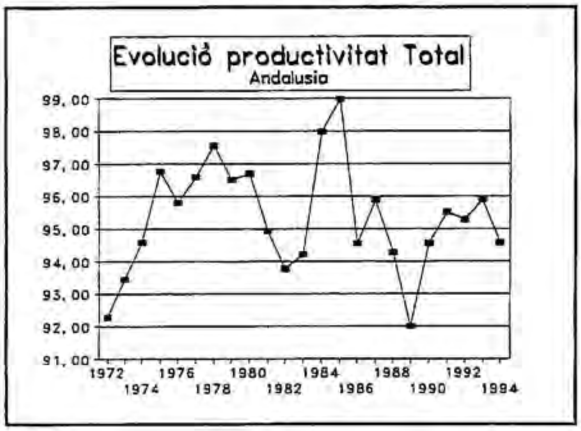
Gràfic 184.



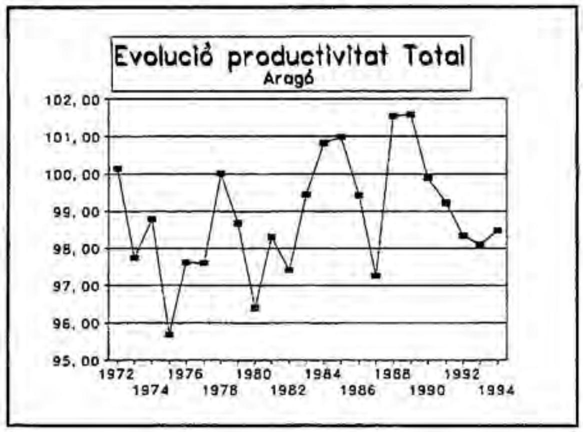
Gràfic 185.



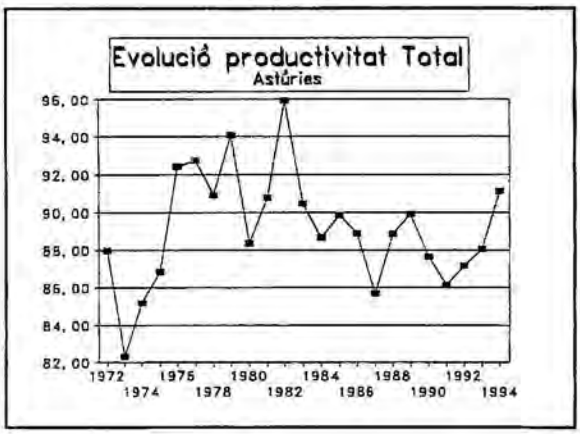
Gràfic 186.



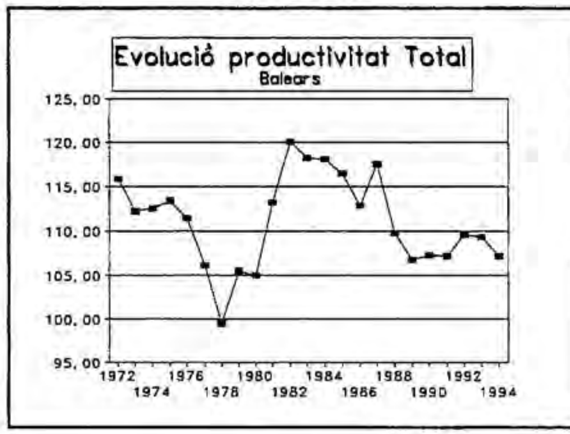
Gràfic 187.



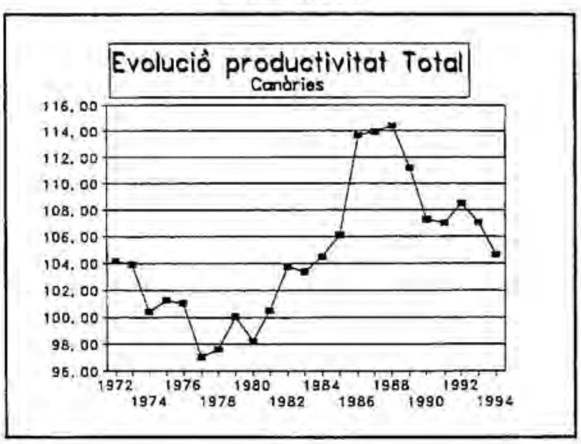
Gràfic 188.



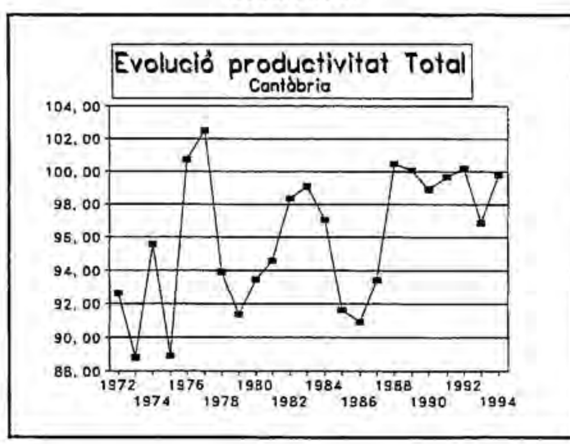
Gràfic 189.



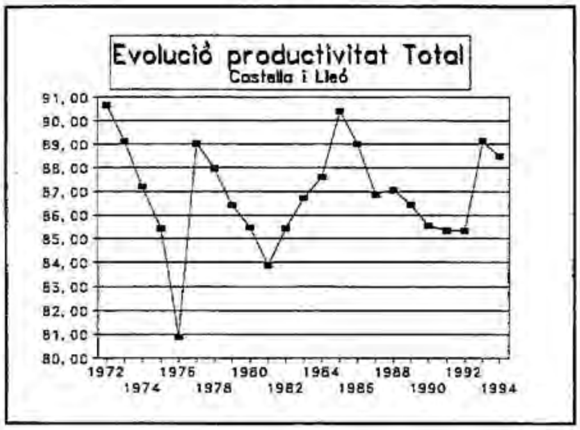
Gràfic 190.



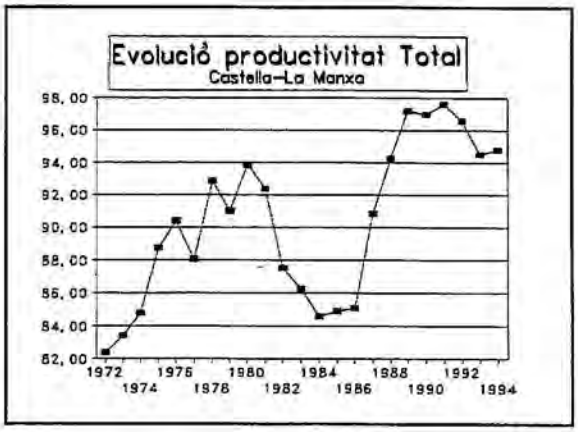
Gràfic 191.



Gràfic 192.

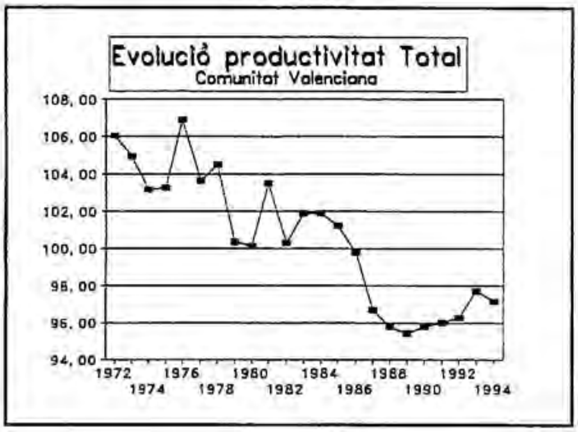


Gràfic 193.

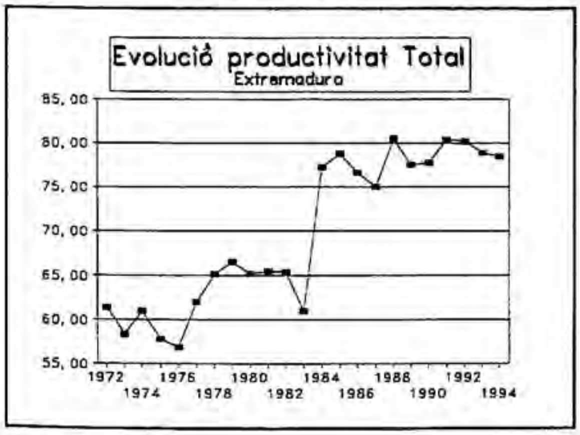


Gràfic 194.

Gràfic 195.



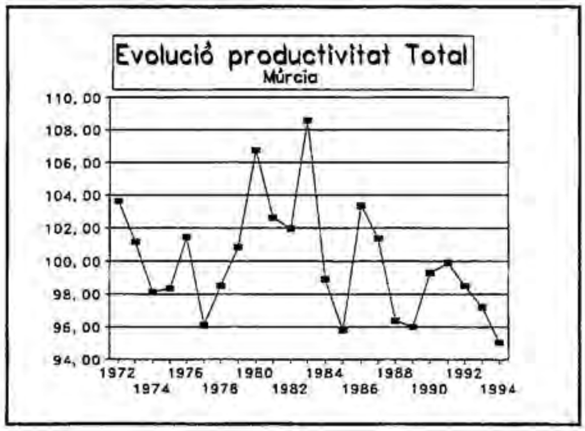
Gràfic 196.



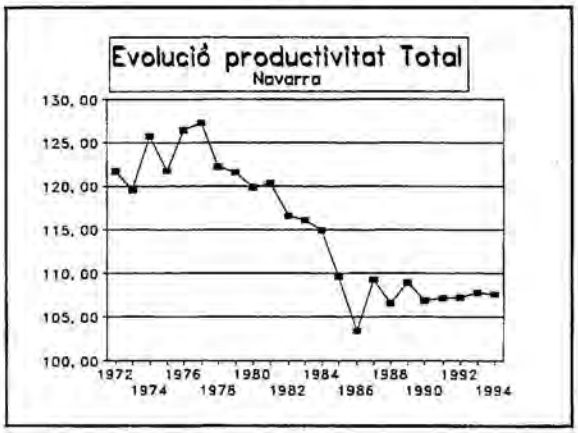
Gràfic 197.

Gràfic 198.

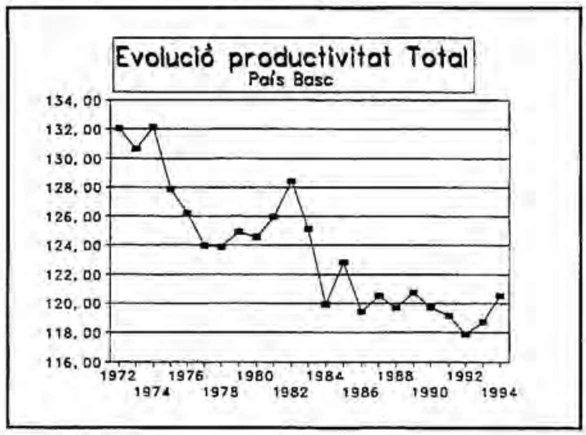
Gràfic 199.



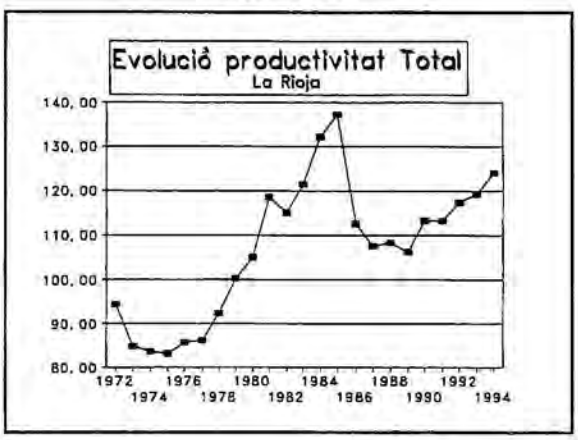
Gràfic 200.



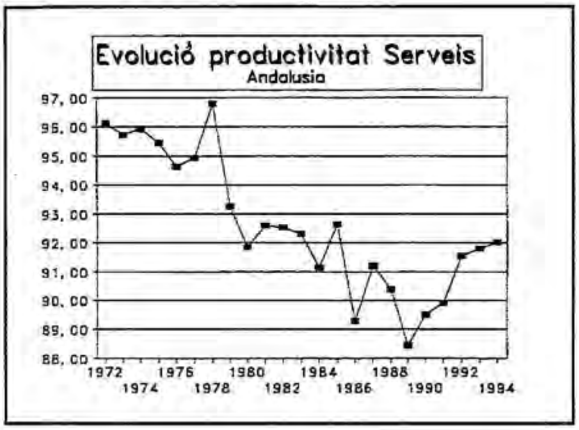
Gràfic 201.



Gràfic 202.



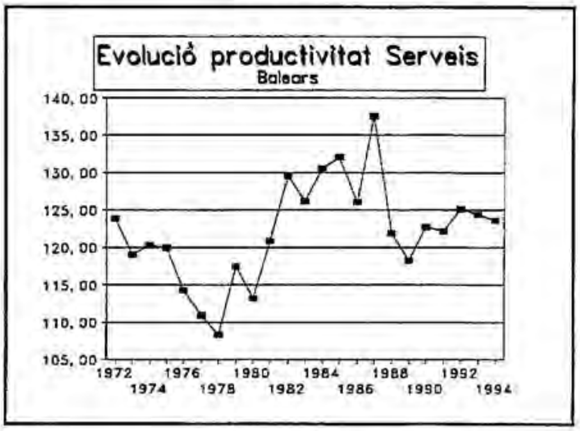
Gràfic 203.



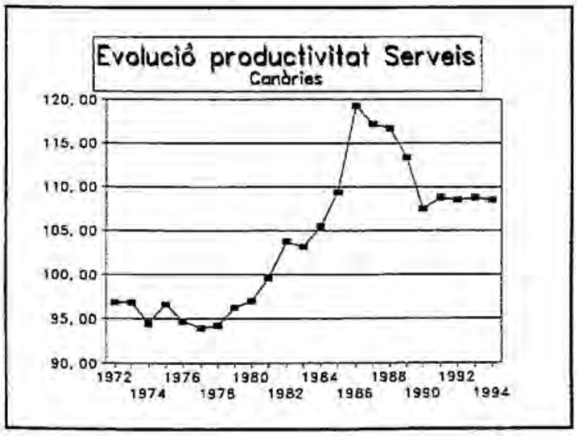
Gràfic 204.

Gràfic 205.

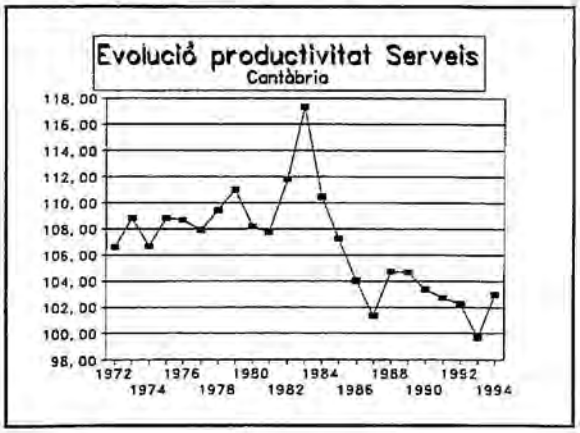
Gràfic 206.



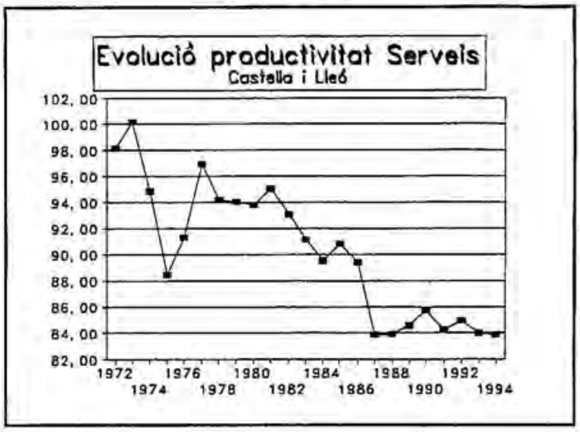
Gràfic 207.



Gràfic 208.



Gràfic 209.

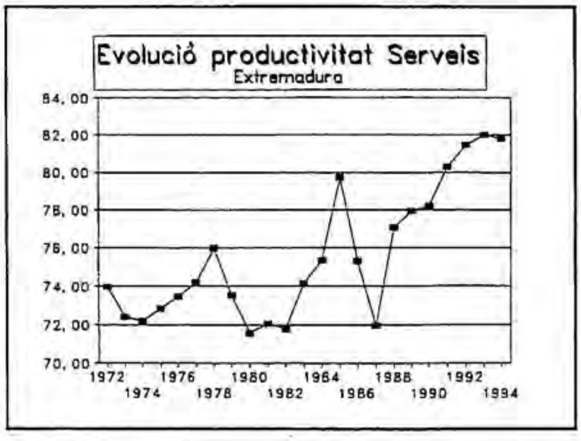


Gràfic 210.

Gràfic 211.

Gràfic 212.

Gràfic 213.



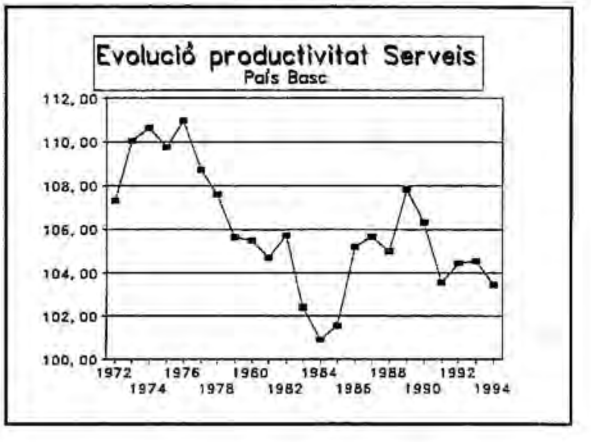
Gràfic 214.

Gràfic 215.

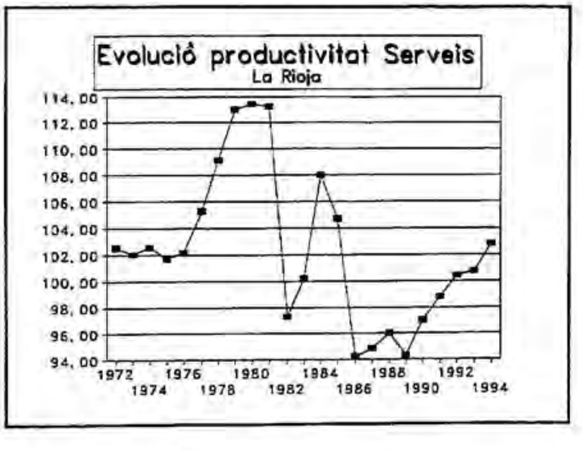
Gràfic 216.

Gràfic 217.

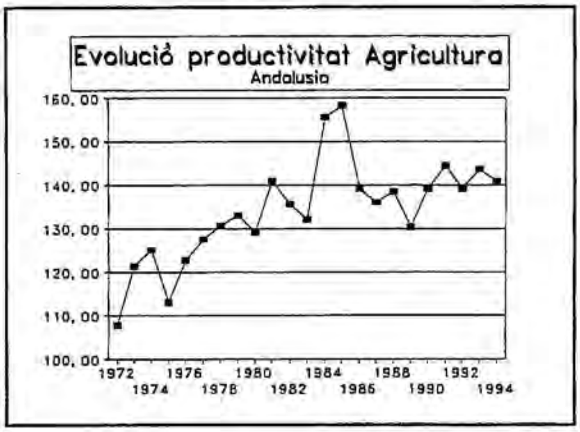
Gràfic 218.



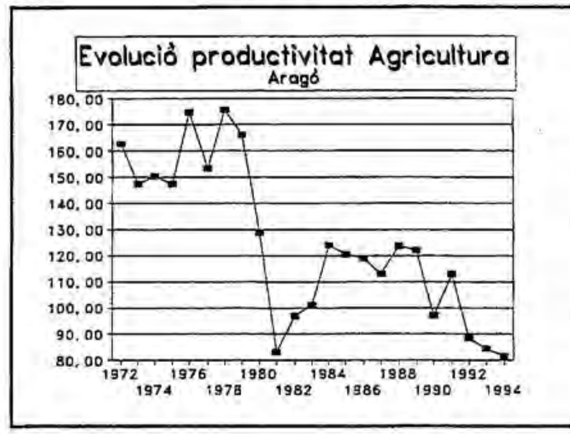
Gràfic 219.



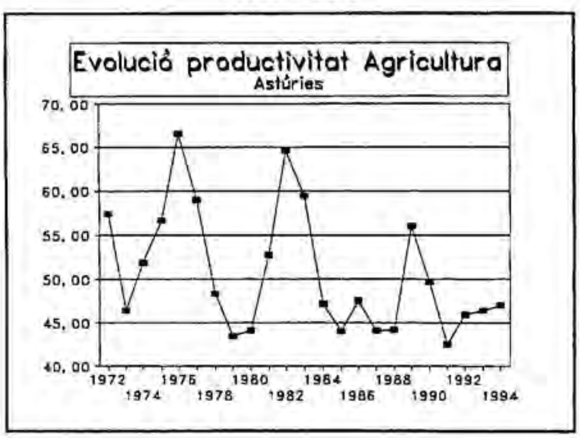
Gràfic 220.



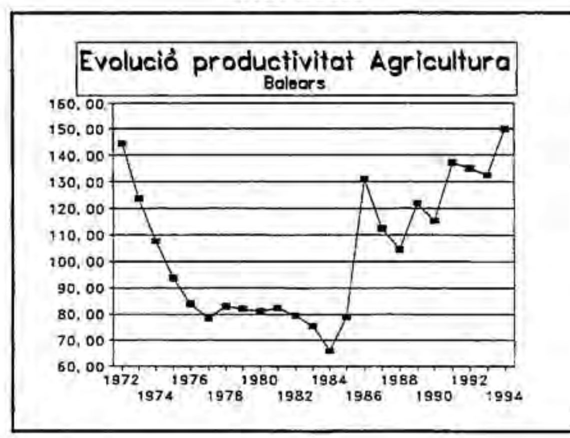
Gràfic 221.



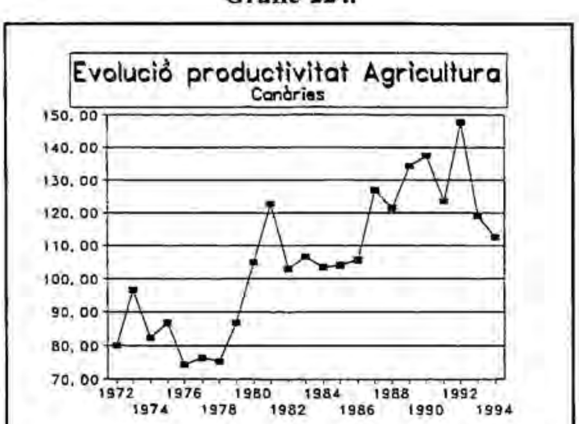
Gràfic 222.



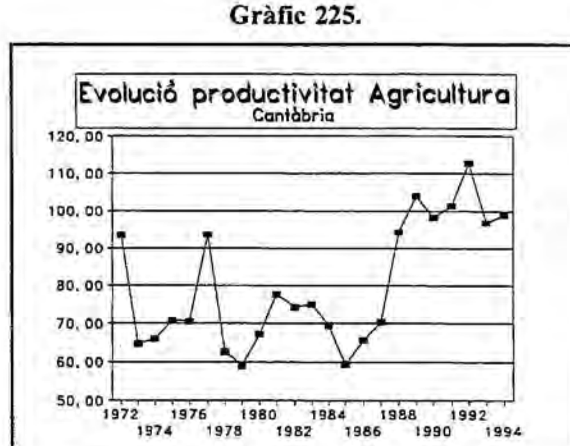
Gràfic 223.



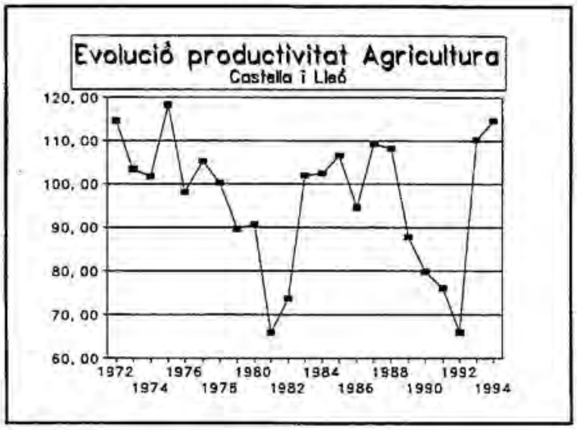
Gràfic 224.



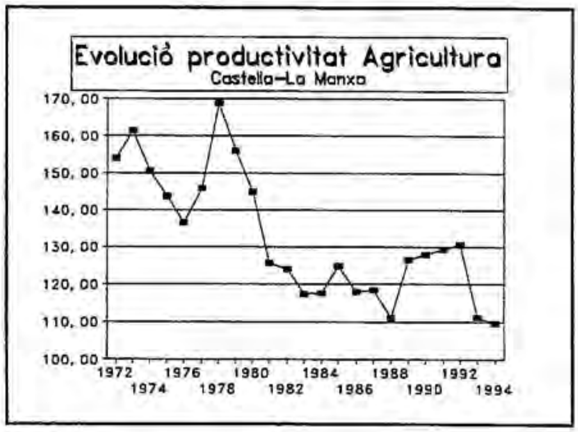
Gràfic 225.



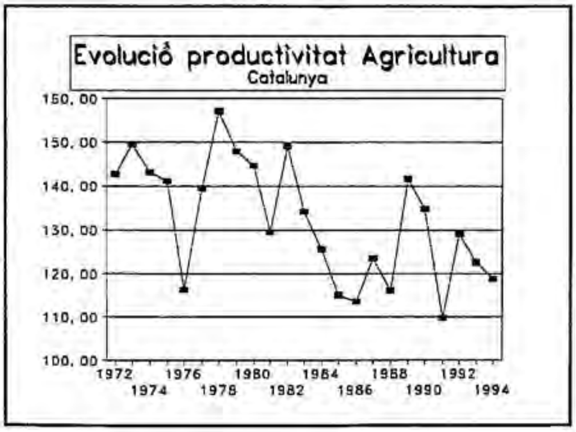
Gràfic 226.



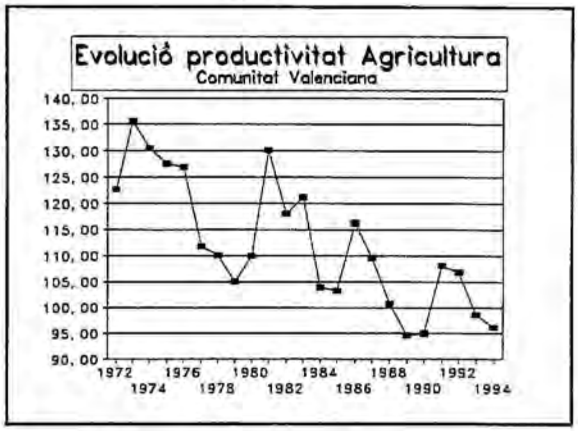
Gràfic 227.



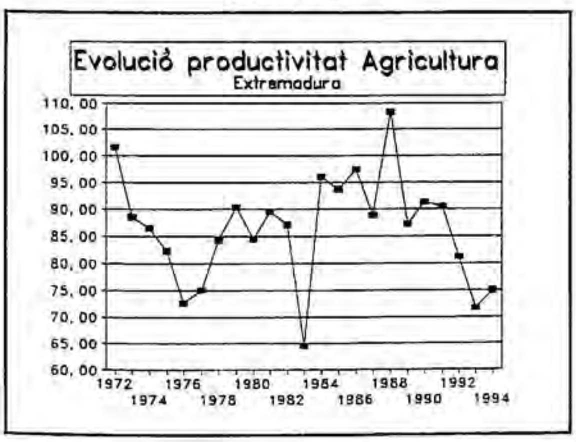
Gràfic 228.



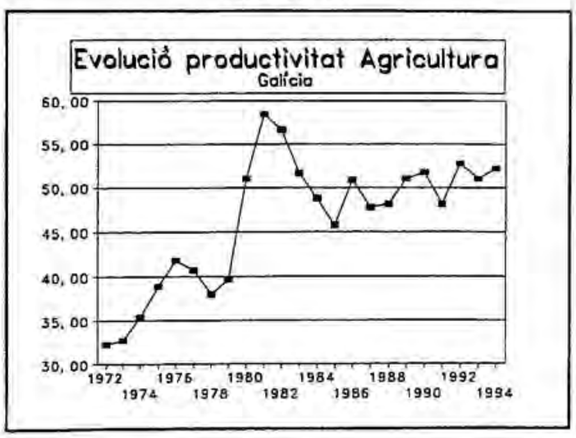
Gràfic 229.



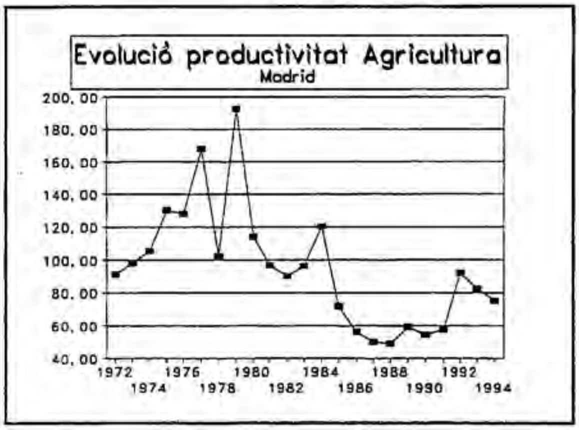
Gràfic 230.



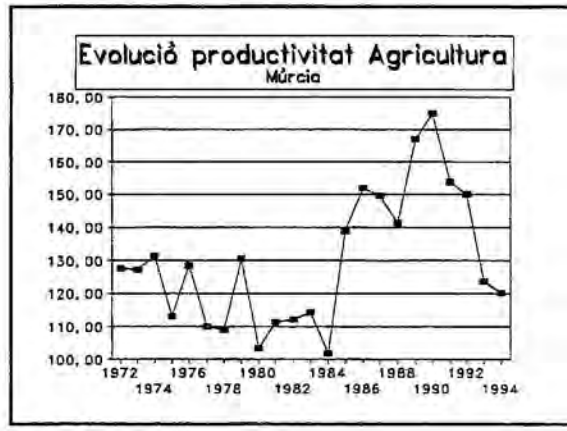
Gràfic 231.



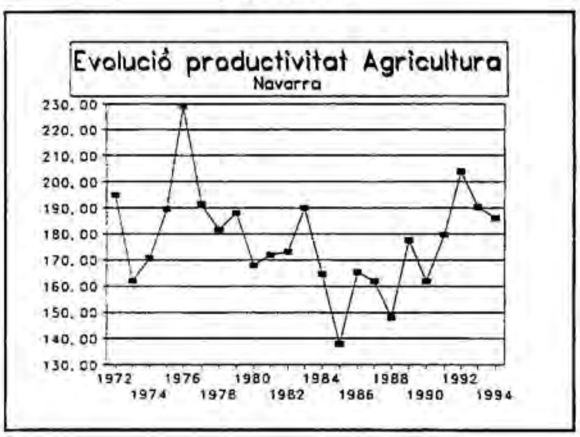
Gràfic 232.



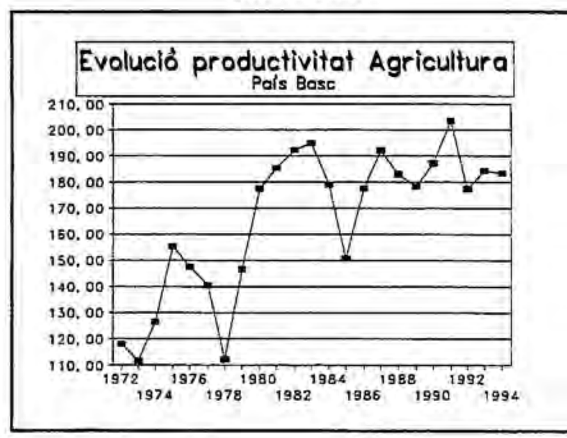
Gràfic 233.



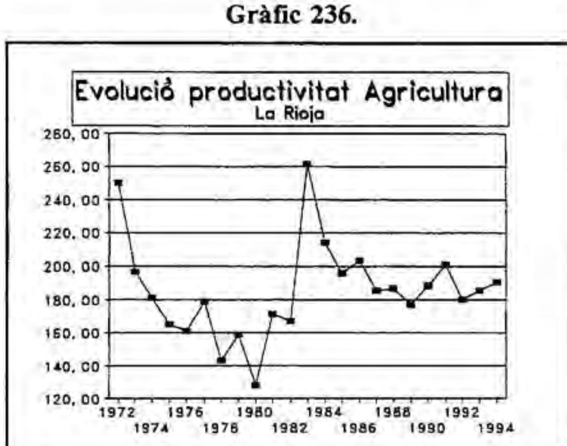
Gràfic 234.



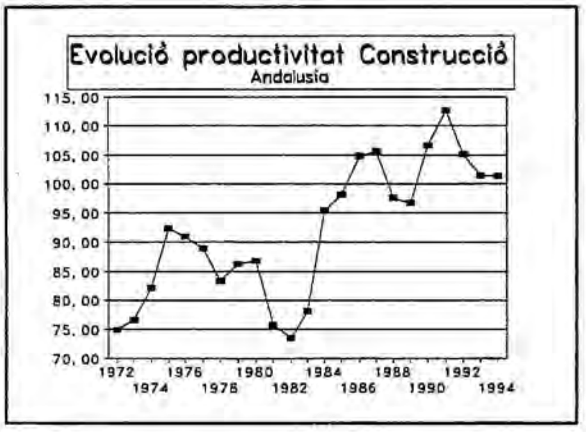
Gràfic 235.



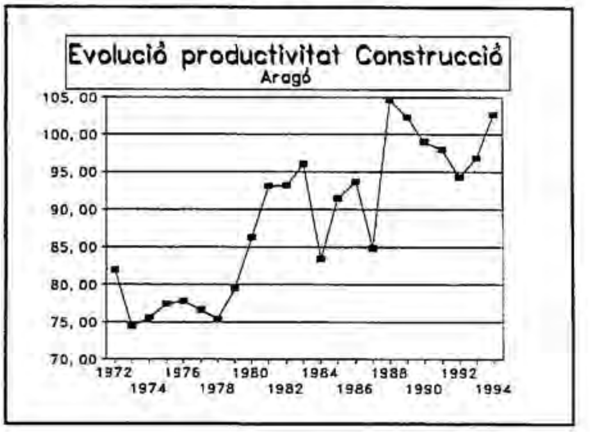
Gràfic 236.



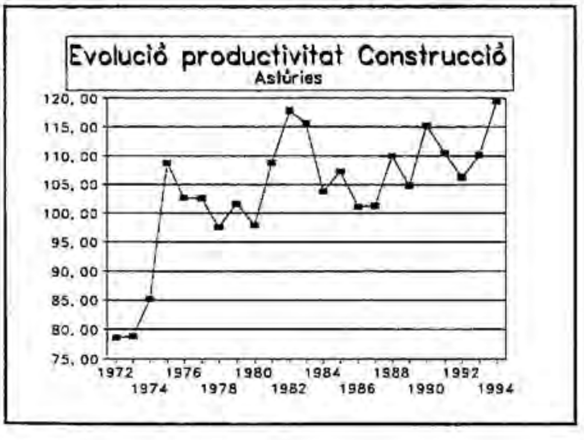
Gràfic 237.



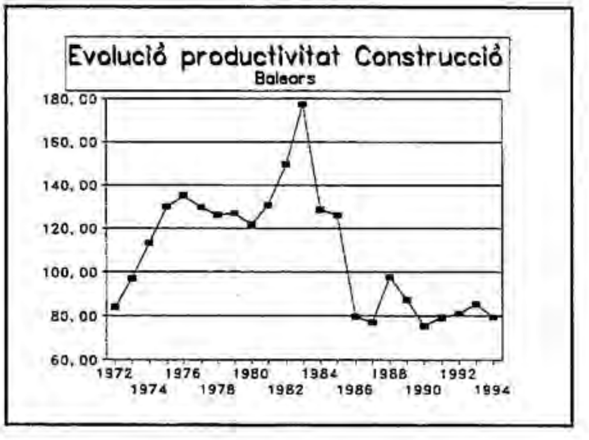
Gràfic 238.



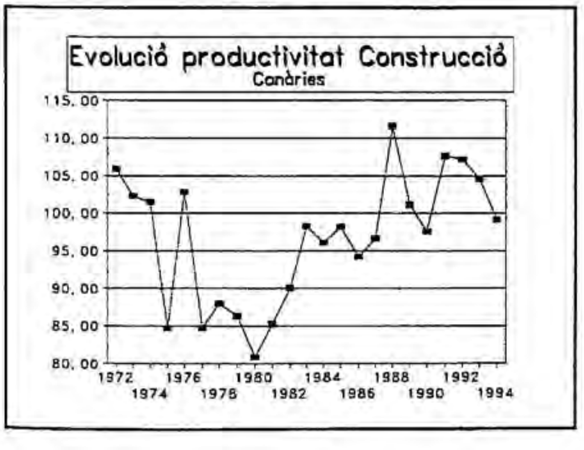
Gràfic 239.



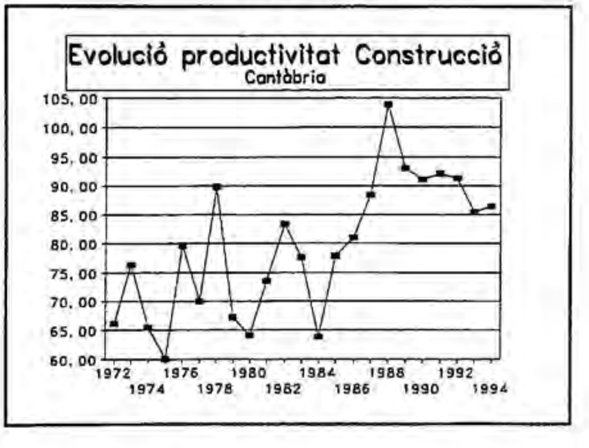
Gràfic 240.



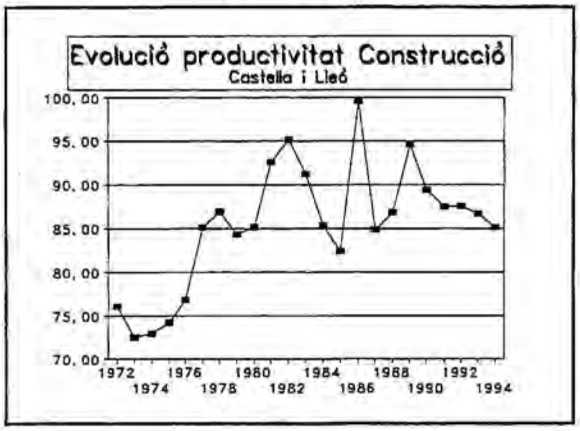
Gràfic 241.



Gràfic 242.

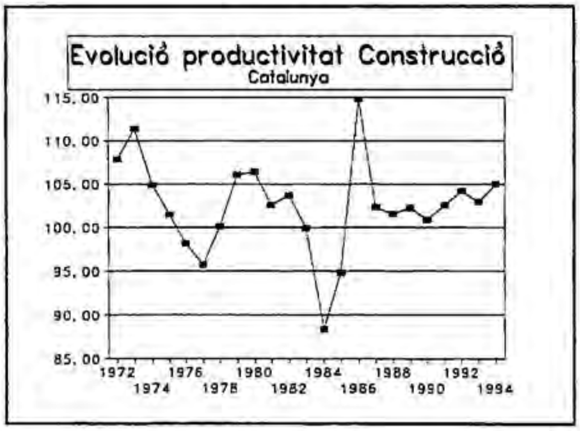


Gràfic 243.



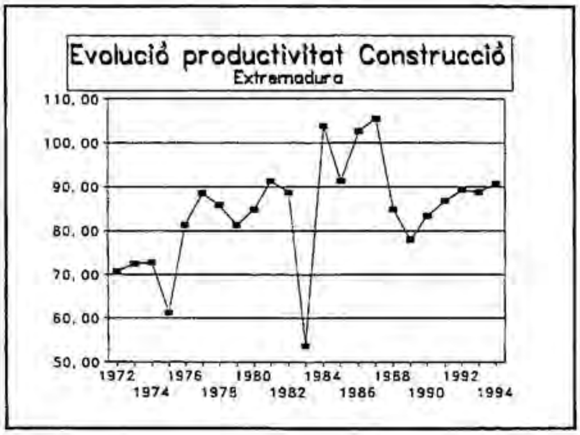
Gràfic 244.

Gràfic 245.

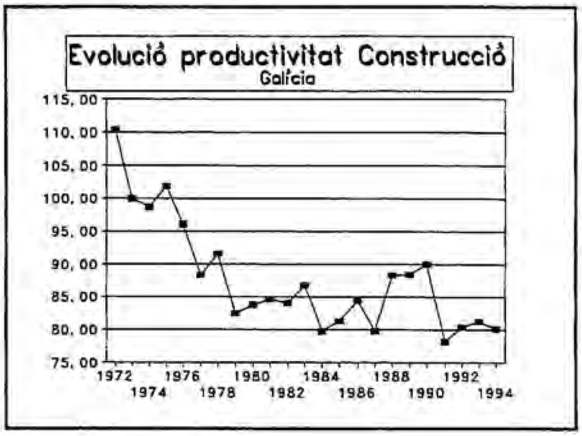


Gràfic 246.

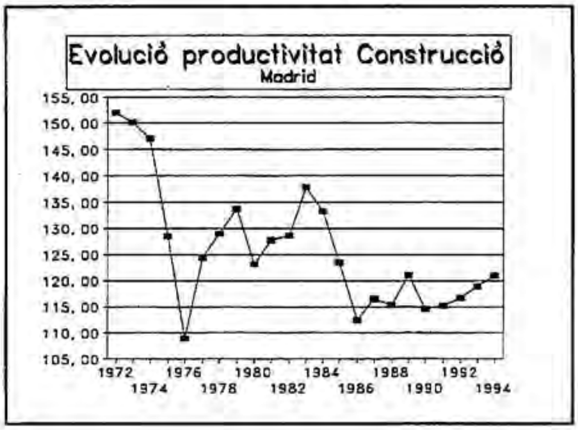
Gràfic 247.



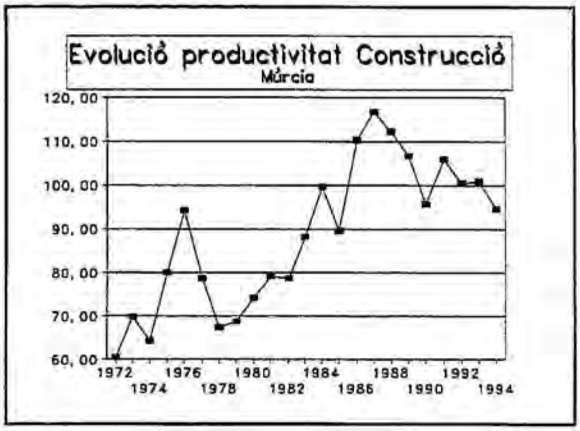
Gràfic 248.



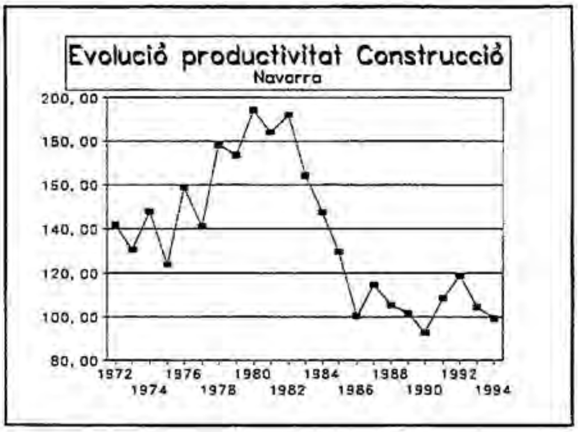
Gràfic 249.



Gràfic 250.

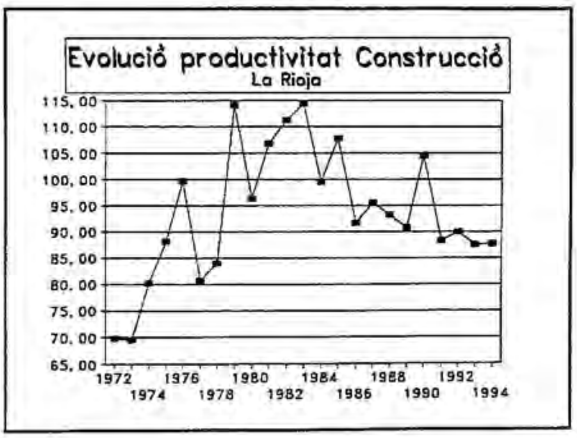


Gràfic 251.



Gràfic 252.

Gràfic 253.



ANNEX 1.2. QUADRES

Quadre 1. Evolució del coeficient de distribució (participació) sectorial dels sectors industrials de l'R-17. Període 1986-92

	Andalusia	Aragó	Astúries	Balears	Canàries	Cantàbria	Cast. Lleó	Cast.-Manxa	Catalunya	Com. Valenciana	Extremadura	Galícia	Madrid	Múrcia	Navarra	País Basc	La Rioja	C. i M.	Estat
6. Productes energètics																			
1986	23.42%	18.90%	36.97%	21.72%	44.75%	4.53%	26.76%	36.65%	14.80%	14.76%	58.39%	34.41%	11.20%	37.28%	4.75%	19.20%	3.82%	49.59%	20.41%
1987	21.92%	16.77%	34.57%	22.65%	39.59%	4.97%	24.89%	37.21%	13.57%	15.17%	60.61%	33.22%	10.24%	36.07%	4.70%	19.36%	4.15%	48.92%	19.57%
1988	21.47%	17.49%	36.31%	24.70%	39.24%	5.07%	26.53%	33.68%	14.76%	15.67%	62.82%	33.12%	10.50%	35.41%	4.97%	19.03%	4.33%	51.36%	20.05%
1989	21.20%	16.84%	34.42%	26.08%	39.05%	5.39%	27.78%	37.91%	14.20%	15.40%	65.66%	33.60%	10.26%	36.36%	4.56%	19.46%	4.83%	55.97%	19.95%
1990	24.12%	14.94%	32.20%	26.08%	41.58%	6.36%	26.41%	36.82%	13.55%	15.53%	59.10%	30.04%	11.22%	35.88%	4.62%	20.43%	4.77%	43.62%	19.70%
1991	25.03%	14.07%	27.17%	26.78%	42.45%	5.52%	24.88%	37.97%	14.02%	15.51%	59.31%	31.77%	11.61%	35.09%	4.09%	22.68%	4.28%	45.54%	20.06%
1992	25.81%	13.45%	29.33%	26.97%	40.53%	5.40%	22.79%	39.43%	14.00%	15.76%	59.04%	32.80%	11.49%	35.85%	4.18%	23.64%	3.92%	42.24%	20.24%
13. Minerals i metalls ferrosos i no ferrosos																			
1986	3.81%	2.37%	29.80%	0.00%	0.17%	15.80%	0.98%	0.89%	0.99%	2.24%	0.61%	5.09%	0.90%	3.15%	10.90%	13.50%	0.09%	0.00%	4.71%
1987	3.85%	3.28%	29.72%	0.00%	0.17%	15.72%	1.21%	0.90%	0.75%	2.54%	0.50%	6.61%	1.11%	2.54%	10.21%	13.26%	0.14%	0.00%	4.49%
1988	4.94%	2.57%	27.21%	0.00%	0.19%	13.41%	1.14%	0.65%	0.91%	2.00%	0.38%	7.42%	1.25%	4.19%	11.75%	13.96%	0.07%	0.00%	4.55%
1989	6.55%	1.93%	29.49%	0.00%	0.18%	13.67%	1.08%	0.48%	0.72%	1.22%	0.28%	7.64%	1.27%	3.33%	12.51%	14.25%	0.15%	0.00%	4.65%
1990	5.39%	2.54%	28.25%	0.00%	0.14%	13.85%	1.43%	0.52%	0.93%	1.33%	0.29%	5.72%	1.37%	2.03%	13.41%	12.66%	0.19%	0.00%	4.21%
1991	4.63%	2.55%	30.54%	0.00%	0.43%	13.98%	1.24%	0.59%	0.93%	1.34%	0.40%	5.01%	1.27%	2.41%	13.14%	12.34%	0.30%	0.00%	4.16%
1992	4.61%	2.55%	28.74%	0.00%	0.42%	14.65%	1.13%	0.61%	0.99%	1.48%	0.12%	3.87%	1.45%	2.82%	11.58%	10.70%	0.32%	0.00%	3.88%
15. Minerals i productes a base de minerals no metàl.lics																			
1986	6.85%	4.88%	8.23%	7.13%	7.42%	6.68%	5.93%	10.40%	3.04%	10.40%	3.75%	6.64%	3.87%	4.32%	7.81%	3.99%	2.52%	5.10%	6.06%
1987	7.10%	5.26%	8.97%	7.66%	7.13%	6.54%	5.82%	10.09%	4.58%	11.02%	3.23%	6.17%	3.74%	4.52%	7.36%	4.27%	3.75%	4.70%	6.06%
1988	7.01%	5.71%	8.64%	8.28%	7.78%	6.47%	6.00%	10.37%	4.92%	11.84%	2.85%	6.64%	3.74%	4.83%	7.29%	4.24%	3.53%	7.02%	6.30%
1989	7.27%	5.77%	7.54%	9.73%	7.82%	7.48%	5.82%	10.80%	4.98%	11.84%	2.90%	6.87%	4.00%	4.62%	7.42%	3.90%	3.97%	7.75%	6.33%
1990	7.66%	6.19%	8.17%	9.55%	8.34%	8.03%	6.41%	12.04%	4.96%	11.59%	3.73%	7.98%	4.00%	4.50%	7.70%	3.96%	4.41%	12.32%	6.57%
1991	7.48%	6.47%	9.70%	9.47%	8.47%	9.10%	7.48%	10.20%	4.77%	11.82%	3.66%	7.52%	4.28%	5.40%	7.28%	3.94%	4.37%	11.86%	6.61%
1992	7.42%	6.26%	9.38%	7.79%	7.97%	7.88%	7.19%	9.70%	4.57%	12.40%	3.77%	8.27%	4.59%	4.67%	8.41%	4.18%	4.09%	14.66%	6.64%
17. Productes químics																			
1986	9.46%	6.41%	1.99%	0.52%	2.93%	15.85%	5.85%	8.56%	13.59%	3.10%	0.78%	4.03%	10.77%	6.42%	2.80%	4.44%	1.23%	2.19%	7.86%
1987	10.14%	6.87%	2.44%	0.52%	3.23%	16.18%	6.10%	10.37%	14.83%	3.95%	0.70%	3.25%	10.67%	6.69%	2.54%	4.50%	1.54%	2.17%	8.45%
1988	9.50%	5.63%	3.04%	0.30%	2.99%	15.72%	5.32%	11.90%	14.90%	4.39%	0.50%	3.38%	11.44%	5.73%	2.53%	4.53%	1.77%	2.03%	8.54%
1989	8.87%	4.97%	2.75%	0.40%	2.94%	15.57%	4.69%	10.12%	15.38%	4.62%	0.29%	3.63%	12.02%	4.22%	2.39%	4.48%	1.73%	2.25%	8.55%
1990	6.68%	4.33%	2.70%	0.51%	2.30%	15.53%	4.68%	10.07%	14.54%	4.91%	0.40%	4.00%	11.92%	4.20%	2.79%	4.59%	1.75%	3.93%	8.20%
1991	6.11%	4.49%	2.71%	0.52%	2.55%	12.92%	4.92%	8.10%	15.70%	4.54%	0.54%	3.54%	11.83%	4.22%	2.23%	4.41%	2.31%	1.35%	8.17%
1992	6.01%	4.69%	2.61%	0.53%	3.36%	12.60%	5.17%	7.93%	16.06%	4.67%	0.44%	3.48%	12.55%	3.98%	2.44%	4.90%	1.73%	4.99%	8.42%
24. Productes metàl.lics, màquines i material elèctric																			
1986	7.36%	21.23%	5.83%	3.15%	4.38%	20.11%	6.36%	8.58%	20.17%	11.62%	4.31%	6.05%	24.46%	5.23%	22.95%	31.02%	8.72%	1.88%	16.02%
1987	7.57%	21.78%	5.53%	3.81%	4.80%	20.14%	6.95%	8.64%	20.00%	10.70%	4.23%	5.88%	25.42%	6.47%	22.16%	30.95%	9.29%	1.00%	16.08%
1988	8.36%	20.99%	5.62%	3.28%	4.68%	19.83%	6.58%	13.38%	19.76%	10.27%	5.06%	5.67%	25.69%	6.61%	24.89%	30.96%	9.36%	0.98%	16.23%
1989	8.22%	24.41%	6.05%	4.25%	4.92%	20.53%	6.77%	11.36%	19.80%	11.66%	4.46%	6.47%	27.32%	7.05%	26.68%	31.84%	10.27%	1.32%	16.97%
1990	6.97%	26.29%	7.52%	5.02%	4.30%	22.11%	7.61%	12.38%	20.63%	11.40%	5.91%	7.10%	28.27%	6.94%	26.52%	31.99%	11.23%	1.34%	17.47%
1991	8.15%	26.11%	8.15%	4.46%	4.44%	24.22%	7.28%	11.39%	19.79%	12.60%	4.78%	7.35%	26.77%	7.39%	24.73%	31.15%	12.26%	0.96%	17.20%
1992	7.90%	26.12%	8.04%	4.97%	4.59%	24.50%	6.91%	9.76%	19.45%	10.30%	4.46%	6.97%	24.74%	6.97%	25.66%	30.74%	10.01%	0.83%	16.37%

	Andalusia	Aragó	Astúries	Balears	Canàries	Cantàbria	Cast. Lleó	Cast.-Manxa	Catalunya	Com. Valenciana	Extremadura	Galícia	Madrid	Múrcia	Navarra	País Basc	La Rioja	C. i M.	Estat
28. Material de transport																			
1986	5.40%	11.72%	2.03%	0.36%	2.72%	5.70%	16.02%	1.20%	3.98%	7.33%	0.24%	13.70%	11.48%	6.39%	10.77%	4.86%	1.80%	0.00%	6.95%
1987	7.61%	11.59%	3.16%	0.33%	2.88%	5.34%	14.85%	0.99%	4.52%	6.38%	0.22%	13.20%	12.02%	5.18%	14.24%	4.73%	2.08%	0.00%	7.22%
1988	7.11%	13.83%	3.26%	0.63%	4.18%	7.88%	15.89%	0.90%	5.42%	6.35%	0.22%	12.47%	11.68%	4.40%	12.04%	5.05%	1.79%	0.00%	7.41%
1989	5.85%	14.58%	3.04%	0.63%	4.32%	7.26%	16.34%	0.93%	5.54%	6.48%	0.22%	12.25%	11.09%	4.18%	11.41%	4.68%	1.87%	0.00%	7.27%
1990	6.77%	13.33%	3.19%	1.28%	3.14%	5.14%	14.43%	1.06%	5.68%	6.66%	0.28%	12.94%	9.68%	5.06%	10.21%	5.16%	1.95%	0.00%	7.12%
1991	5.60%	16.31%	3.92%	1.06%	2.49%	5.58%	15.80%	1.27%	5.73%	6.26%	0.30%	11.70%	9.63%	4.46%	13.70%	5.41%	3.66%	0.00%	7.24%
1992	5.85%	16.31%	4.12%	1.07%	2.80%	5.64%	18.17%	1.27%	6.40%	6.22%	0.30%	13.00%	9.41%	4.38%	13.68%	5.77%	3.01%	0.00%	7.64%
36. Productes alimentaris, begudes i tabac																			
1986	29.98%	13.85%	10.52%	20.98%	24.69%	19.16%	21.04%	16.82%	14.72%	15.38%	22.92%	18.70%	13.78%	21.69%	19.99%	6.32%	55.42%	32.21%	17.09%
1987	30.02%	14.19%	10.74%	22.88%	29.25%	19.81%	21.55%	16.30%	14.91%	15.24%	22.46%	19.58%	12.91%	23.16%	18.90%	6.44%	52.03%	33.47%	17.17%
1988	30.62%	13.45%	11.36%	22.65%	28.18%	18.94%	21.24%	15.26%	13.87%	15.99%	21.51%	19.72%	13.39%	22.15%	18.72%	6.02%	53.96%	29.82%	16.99%
1989	30.36%	13.15%	11.54%	22.66%	28.27%	19.46%	21.18%	13.74%	13.82%	16.16%	19.23%	18.50%	12.75%	22.54%	18.48%	5.83%	53.06%	22.33%	16.63%
1990	31.39%	13.51%	13.10%	22.37%	29.06%	18.91%	22.50%	13.18%	14.02%	15.78%	22.57%	20.38%	11.99%	23.57%	17.64%	5.78%	54.67%	31.72%	16.96%
1991	32.34%	12.94%	13,59%	24.40%	28.31%	19.19%	22.79%	15.38%	13.97%	15.09%	24.00%	21.13%	11.93%	23.75%	17.76%	5.59%	51.66%	32.38%	17.07%
1992	32.11%	14.22%	13.66%	24.44%	29.59%	19.87%	22.90%	15.32%	14.57%	15.82%	25.30%	21.45%	12.89%	23.99%	18.16%	5.86%	56.49%	30.80%	17.70%
42. Productes tèxtils, cuir i vestits																			
1986	5.40%	7.34%	1.04%	30.71%	2.62%	1.97%	3.99%	11.18%	13.63%	20.72%	5.42%	3.77%	6.67%	7.69%	3.99%	1.62%	16.38%	1.94%	8.90%
1987	5.13%	9.84%	1.06%	26.28%	2.59%	1.78%	3.78%	10.33%	13.17%	20.41%	4.65%	3.80%	7.03%	7.06%	3.88%	1.64%	15.96%	1.90%	8.76%
1988	4.68%	9.06%	1.06%	24.14%	2.57%	1.79%	3.55%	9.48%	12.80%	19.47%	3.94%	3.22%	5.15%	7.11%	3.29%	1.35%	14.25%	1.03%	8.15%
1989	4.96%	6.65%	0.96%	20.14%	2.46%	1.51%	2.87%	9.68%	12.55%	18.46%	4.35%	3.57%	4.82%	8.48%	3.14%	1.32%	13.33%	1.69%	7.87%
1990	4.78%	5.94%	0.86%	17.91%	1.87%	1.75%	3.42%	8.97%	12.50%	17.19%	4.23%	3.86%	5.10%	8.13%	2.99%	1.09%	11.07%	0.90%	7.73%
1991	4.64%	6.13%	0.72%	18.02%	1.26%	1.62%	3.39%	9.36%	12.09%	16.23%	3.69%	4.17%	4.88%	7.57%	2.85%	1.12%	10.79%	1.52%	7.48%
1992	4.31%	6.10%	0.70%	19.50%	1.52%	1.67%	3.10%	9.86%	10.64%	16.14%	3.50%	3.66%	4.87%	6.67%	2.59%	0.97%	10.20%	1.36%	7.05%
47. Paper, articles de paper i impressió																			
1986	3.04%	5.68%	2.12%	2.81%	4.69%	2.52%	4.02%	1.01%	5.65%	2.74%	1.01%	2.45%	9.96%	2.14%	8.40%	5.06%	2.11%	5.75%	4.72%
1987	3.32%	4.12%	2.22%	3.26%	4.69%	3.16%	3.80%	0.73%	6.26%	2.75%	0.89%	2.79%	10.17%	1.73%	7.16%	5.23%	2.47%	5.40%	4.88%
1988	3.16%	4.49%	1.98%	3.17%	4.16%	2.80%	3.59%	0.85%	5.74%	2.47%	0.84%	2.50%	10.34%	1.64%	6.73%	4.51%	2.53%	5.62%	4.58%
1989	3.37%	5.16%	2.64%	2.57%	4.76%	2.24%	3.35%	0.77%	5.73%	2.68%	0.84%	2.45%	10.38%	2.16%	6.23%	4.37%	2.22%	7.06%	4.67%
1990	2.96%	4.78%	2.30%	3.13%	4.25%	2.34%	3.27%	0.88%	5.81%	2.62%	0.80%	1.94%	10.30%	2.11%	6.46%	4.12%	2.41%	3.91%	4.58%
1991	2.49%	4.77%	1.64%	3.05%	4.83%	1.94%	2.79%	1.29%	5.80%	2.84%	0.73%	1.76%	11.85%	1.84%	6.56%	3.85%	2.46%	5.39%	4.63%
1992	2.36%	4.45%	1.70%	3.32%	4.72%	2.14%	2.61%	1.18%	5.69%	2.71%	0.84%	1.81%	11.03%	2.05%	3.93%	3.72%	2.23%	3.67%	4.43%
50. Productes d'indústries diverses																			
1986	3.28%	7.42%	1.46%	12.63%	5.64%	7.68%	9.03%	4.71%	7.43%	11.72%	2.57%	5.15%	6.92%	5.71%	7.64%	9.99%	7.92%	1.34%	7.27%
1987	3.34%	6.30%	1.58%	12.62%	5.66%	6.36%	11.05%	4.42%	7.42%	11.84%	2.49%	5.50%	6.70%	6.57%	8.86%	9.63%	8.58%	2.44%	7.33%
1988	3.16%	6.78%	1.53%	12.84%	6.03%	8.10%	10.17%	3.53%	6.92%	11.55%	1.88%	5.88%	6.82%	7.95%	7.80%	10.35%	8.41%	2.14%	7.21%
1989	3.36%	6.54%	1.57%	13.54%	5.27%	6.89%	10.12%	4.20%	7.29%	11.50%	1.77%	5.01%	6.08%	7.06%	7.18%	9.87%	8.56%	1.63%	7.11%
1990	3.28%	8.15%	1.71%	14.15%	5.03%	5.99%	9.84%	4.10%	7.38%	12.99%	2.68%	6.04%	6.16%	7.57%	7.66%	10.22%	7.55%	2.26%	7.45%
1991	3.53%	6.16%	1.85%	12.25%	4.76%	5.93%	9.43%	4.45%	7.23%	13.77%	2.60%	6.05%	5.95%	7.88%	7.67%	9.51%	7.90%	0.99%	7.38%
1992	3.62%	5.85%	1.72%	11.41%	4.48%	5.65%	10.04%	4.95%	7.64%	14.50%	2.22%	4.70%	6.97%	8.62%	7.37%	9.54%	8.02%	1.46%	7.64%

Font: Comptabilitat Regional d'Espanya i elaboració pròpia.

Quadre 2. Quocient de localització regional (en termes de VAB). Any 1972

	A	C	S	I
Andalusia	1.42	0.89	1.13	0.72
Aragó	1.76	0.57	0.99	0.99
Astúries	0.79	0.78	1.13	0.90
Balears	0.86	1.15	1.28	0.50
Canàries	0.76	1.60	1.14	0.62
Cantàbria	1.39	0.51	1.00	1.07
Castella i Lleó	2.06	0.73	0.93	0.96
Castella-La Manxa	2.75	0.89	0.91	0.79
Catalunya	0.49	1.05	0.82	1.40
Com. Valenciana	0.92	0.92	1.03	0.99
Extremadura	3.36	0.83	1.01	0.50
Galícia	1.39	1.44	0.95	0.85
Madrid	0.09	1.31	1.19	0.78
Múrcia	1.10	0.59	1.15	0.86
Navarra	1.66	1.00	0.78	1.22
País Basc	0.34	0.84	0.75	1.64
La Rioja	2.63	0.65	0.91	0.90
Ceuta i Melilla	—	—	—	—

Font: Base de dades HISPALINK (Rojo, 1995) i elaboració pròpia.

Quadre 3. Quocient de localització regional (en termes de VAB). Any 1990

	A	C	S	I
Andalusia	1.90	1.37	1.00	0.72
Aragó	0.99	0.86	0.96	1.11
Astúries	0.77	1.15	0.93	1.14
Balears	0.35	1.02	1.37	0.42
Canàries	0.96	1.16	1.26	0.48
Cantàbria	1.26	0.85	0.98	1.03
Castella i Lleó	1.61	1.04	0.92	1.02
Castella-La Manxa	2.23	1.06	0.81	1.12
Catalunya	0.40	0.86	0.93	1.28
Com. Valenciana	0.80	0.88	1.00	1.07
Extremadura	2.57	1.40	0.97	0.65
Galícia	2.21	1.10	0.89	0.96
Madrid	0.04	0.95	1.22	0.78
Múrcia	2.14	1.09	0.93	0.89
Navarra	0.99	0.79	0.83	1.38
País Basc	0.47	0.70	0.83	1.50
La Rioja	1.78	0.65	0.70	1.52
Ceuta i Melilla	0.19	0.73	1.58	0.14

Font: Comptabilitat Regional d'Espanya i elaboració pròpia.

Quadre 4. Evolució del coeficient de distribució (participació) regional dels sectors industrials de l'R-17 (en termes de VAB). Període 1986-92

	Andalusia	Aragó	Astúries	Balears	Canàries	Cantàbria	Cast. Lleó	Cast.-Manxa	Catalunya	Com. Valenciana	Extremadura	Galícia	Madrid	Múrcia	Navarra	País Basc	La Rioja	C. i M.
6. Productes energètics																		
1986	11.9%	3.4%	6.5%	1.0%	3.7%	0.3%	8.3%	6.3%	16.7%	7.7%	3.4%	9.4%	6.3%	4.0%	0.5%	10.3%	0.3%	0.1%
1987	11.5%	3.1%	6.0%	1.1%	3.6%	0.3%	7.9%	7.5%	16.2%	8.0%	3.9%	9.5%	6.2%	4.0%	0.5%	10.4%	0.3%	0.1%
1988	10.9%	3.2%	5.9%	1.1%	3.6%	0.4%	8.1%	7.4%	17.3%	8.0%	4.4%	9.2%	6.1%	3.8%	0.5%	9.8%	0.3%	0.1%
1989	10.4%	3.1%	5.5%	1.1%	3.3%	0.4%	8.6%	8.1%	17.1%	7.9%	4.4%	9.4%	6.1%	3.8%	0.5%	10.0%	0.3%	0.1%
1990	12.1%	2.8%	4.7%	1.2%	3.7%	0.4%	7.9%	8.0%	16.6%	8.2%	3.6%	8.2%	6.9%	4.2%	0.5%	10.4%	0.3%	0.1%
1991	12.3%	2.6%	3.8%	1.2%	3.5%	0.4%	7.4%	8.1%	16.7%	8.3%	3.5%	8.7%	6.8%	4.1%	0.5%	11.9%	0.3%	0.1%
1992	12.8%	2.4%	4.1%	1.1%	3.5%	0.4%	6.8%	8.2%	16.7%	8.4%	3.3%	8.8%	6.5%	4.2%	0.5%	12.0%	0.3%	0.1%
13. Minerals i metalls ferrosos i no ferrosos																		
1986	12.8%	2.0%	22.7%	0.0%	0.1%	4.6%	1.3%	0.7%	4.9%	5.1%	0.2%	6.0%	2.2%	1.5%	4.7%	31.3%	0.0%	0.0%
1987	8.8%	2.6%	22.6%	0.0%	0.1%	4.8%	1.7%	0.8%	3.9%	5.8%	0.1%	8.2%	2.9%	1.2%	5.2%	31.2%	0.0%	0.0%
1988	11.0%	2.1%	19.6%	0.0%	0.1%	4.2%	1.5%	0.6%	4.7%	4.5%	0.1%	9.1%	3.2%	2.0%	5.7%	31.5%	0.0%	0.0%
1989	13.8%	1.5%	20.2%	0.0%	0.1%	4.3%	1.4%	0.4%	3.7%	2.7%	0.1%	9.1%	3.2%	1.5%	6.4%	31.4%	0.0%	0.0%
1990	12.6%	2.3%	19.4%	0.0%	0.1%	4.5%	2.0%	0.5%	5.3%	3.3%	0.1%	7.3%	3.9%	1.1%	7.2%	30.3%	0.1%	0.0%
1991	11.0%	2.2%	20.5%	0.0%	0.2%	4.6%	1.8%	0.6%	5.3%	3.4%	0.1%	6.6%	3.6%	1.4%	7.5%	31.1%	0.1%	0.0%
1992	11.9%	2.4%	20.9%	0.0%	0.2%	5.2%	1.8%	0.7%	6.1%	4.1%	0.0%	5.4%	4.3%	1.7%	6.8%	28.3%	0.1%	0.0%
15. Minerals i productes a base de minerals no metal.lics																		
1986	11.7%	3.0%	4.9%	1.1%	2.1%	1.5%	6.2%	6.1%	19.1%	18.2%	0.7%	6.1%	7.4%	1.6%	2.6%	7.2%	0.6%	0.0%
1987	12.0%	3.1%	5.1%	1.2%	2.1%	1.5%	6.0%	6.5%	17.6%	18.8%	0.7%	5.7%	7.3%	1.6%	2.7%	7.4%	0.8%	0.0%
1988	11.3%	3.3%	4.5%	1.2%	2.2%	1.5%	5.8%	7.3%	18.4%	19.2%	0.6%	5.9%	6.9%	1.7%	2.6%	6.9%	0.7%	0.0%
1989	11.3%	3.3%	3.8%	1.3%	2.1%	1.7%	5.6%	7.3%	18.9%	19.0%	0.6%	6.0%	7.5%	1.5%	2.8%	6.3%	0.8%	0.0%
1990	11.5%	3.5%	3.6%	1.3%	2.2%	1.7%	5.8%	7.8%	18.3%	18.5%	0.7%	6.5%	7.3%	1.6%	2.7%	6.1%	0.9%	0.1%
1991	11.1%	3.6%	4.1%	1.3%	2.1%	1.9%	6.8%	6.6%	17.2%	19.2%	0.7%	6.3%	7.6%	1.9%	2.6%	6.3%	0.9%	0.1%
1992	11.2%	3.4%	4.0%	1.0%	2.1%	1.6%	6.6%	6.1%	16.6%	20.1%	0.6%	6.8%	7.9%	1.7%	2.9%	6.5%	0.9%	0.1%
17. Productes químics																		
1986	12.5%	3.0%	0.9%	0.1%	0.6%	2.7%	4.7%	3.8%	39.7%	4.2%	0.1%	2.8%	15.8%	1.8%	0.7%	6.2%	0.2%	0.0%
1987	12.3%	2.9%	1.0%	0.1%	0.7%	2.6%	4.5%	4.8%	40.9%	4.8%	0.1%	2.1%	14.9%	1.7%	0.7%	5.6%	0.2%	0.0%
1988	11.3%	2.4%	1.2%	0.0%	0.6%	2.6%	3.8%	6.2%	41.0%	5.3%	0.1%	2.2%	15.5%	1.4%	0.7%	5.5%	0.3%	0.0%
1989	10.2%	2.1%	1.0%	0.0%	0.6%	2.7%	3.4%	5.1%	43.1%	5.5%	0.0%	2.4%	16.6%	1.0%	0.7%	5.4%	0.3%	0.0%
1990	8.1%	2.0%	1.0%	0.1%	0.5%	2.6%	3.4%	5.3%	42.9%	6.3%	0.1%	2.6%	17.5%	1.2%	0.8%	5.6%	0.3%	0.0%
1991	7.4%	2.0%	0.9%	0.1%	0.5%	2.2%	3.6%	4.3%	45.8%	6.0%	0.1%	2.4%	16.9%	1.2%	0.7%	5.7%	0.4%	0.0%
1992	7.1%	2.0%	0.9%	0.1%	0.7%	2.1%	3.7%	4.0%	46.0%	6.0%	0.1%	2.2%	17.1%	1.1%	0.7%	6.0%	0.3%	0.0%
24. Productes metal.lics, màquines i material elèctric																		
1986	4.8%	4.9%	1.3%	0.2%	0.5%	1.7%	2.5%	1.9%	29.0%	7.7%	0.3%	2.1%	17.6%	0.7%	2.9%	21.1%	0.8%	0.0%
1987	4.8%	4.9%	1.2%	0.2%	0.5%	1.7%	2.7%	2.1%	29.0%	6.9%	0.3%	2.0%	18.6%	0.9%	3.1%	20.3%	0.7%	0.0%
1988	5.2%	4.7%	1.1%	0.2%	0.5%	1.7%	2.5%	3.6%	28.6%	6.5%	0.4%	1.9%	18.3%	0.9%	3.4%	19.6%	0.7%	0.0%
1989	4.8%	5.2%	1.1%	0.2%	0.5%	1.8%	2.4%	2.9%	28.0%	7.0%	0.3%	2.1%	19.0%	0.9%	3.7%	19.2%	0.8%	0.0%
1990	3.9%	5.6%	1.2%	0.3%	0.4%	1.7%	2.6%	3.0%	28.6%	6.8%	0.4%	2.2%	19.5%	0.9%	3.5%	18.4%	0.9%	0.0%
1991	4.7%	5.5%	1.3%	0.2%	0.4%	1.9%	2.5%	2.8%	27.4%	7.9%	0.3%	2.4%	18.2%	1.0%	3.4%	19.0%	1.0%	0.0%
1992	4.8%	5.8%	1.4%	0.3%	0.5%	2.1%	2.6%	2.5%	28.7%	6.8%	0.3%	2.3%	17.3%	1.0%	3.0%	19.3%	0.9%	0.0%

	Andalusia	Aragó	Astúries	Balears	Canàries	Cantàbria	Cast. Lleó	Cast.-Manxa	Catalunya	Com. Valenciana	Extremadura	Galícia	Madrid	Múrcia	Navarra	País Basc	La Rioja	C. i M.
28. Material de transport																		
1986	8.0%	6.3%	1.1%	0.0%	0.7%	1.1%	14.5%	0.6%	13.2%	11.2%	0.0%	11.0%	19.1%	2.0%	3.2%	7.6%	0.4%	0.0%
1987	10.8%	5.8%	1.5%	0.0%	0.7%	1.0%	12.8%	0.5%	14.6%	9.1%	0.0%	10.2%	19.6%	1.6%	4.5%	6.9%	0.4%	0.0%
1988	9.8%	6.8%	1.4%	0.1%	1.0%	1.5%	13.1%	0.5%	17.2%	8.8%	0.0%	9.4%	18.2%	1.3%	3.6%	7.0%	0.3%	0.0%
1989	7.9%	7.3%	1.3%	0.1%	1.0%	1.5%	13.8%	0.5%	18.3%	9.1%	0.0%	9.4%	18.0%	1.2%	3.7%	6.6%	0.3%	0.0%
1990	9.4%	7.0%	1.3%	0.2%	0.8%	1.0%	11.9%	0.6%	19.3%	9.8%	0.0%	9.8%	16.4%	1.6%	3.3%	7.3%	0.4%	0.0%
1991	7.6%	8.2%	1.5%	0.1%	0.6%	1.1%	13.0%	0.8%	18.9%	9.3%	0.0%	8.9%	15.5%	1.5%	4.5%	7.8%	0.7%	0.0%
1992	7.7%	7.7%	1.5%	0.1%	0.6%	1.0%	14.5%	0.7%	20.2%	8.8%	0.0%	9.2%	14.1%	1.4%	4.1%	7.8%	0.6%	0.0%
36. Productes alimentaris, begudes i tabac																		
1986	18.2%	3.0%	2.2%	1.1%	2.4%	1.5%	7.8%	3.5%	19.8%	9.6%	1.6%	6.1%	9.3%	2.8%	2.4%	4.0%	4.6%	0.1%
1987	17.9%	3.0%	2.1%	1.2%	3.0%	1.6%	7.8%	3.7%	20.2%	9.2%	1.6%	6.4%	8.8%	2.9%	2.5%	4.0%	3.9%	0.1%
1988	18.3%	2.9%	2.2%	1.2%	3.0%	1.6%	7.6%	4.0%	19.2%	9.6%	1.8%	6.5%	9.1%	2.8%	2.4%	3.6%	4.1%	0.1%
1989	17.9%	2.9%	2.2%	1.2%	2.9%	1.7%	7.8%	3.5%	19.9%	9.9%	1.5%	6.2%	9.1%	2.8%	2.6%	3.6%	4.1%	0.0%
1990	18.3%	3.0%	2.2%	1.2%	3.0%	1.5%	7.8%	3.3%	20.0%	9.7%	1.6%	6.5%	8.5%	3.2%	2.4%	3.4%	4.3%	0.1%
1991	18.7%	2.8%	2.2%	1.3%	2.7%	1.5%	8.0%	3.9%	19.5%	9.5%	1.7%	6.8%	8.2%	3.3%	2.5%	3.4%	4.0%	0.1%
1992	18.1%	2.9%	2.2%	1.2%	2.9%	1.6%	7.9%	3.6%	19.9%	9.6%	1.6%	6.6%	8.3%	3.2%	2.3%	3.4%	4.6%	0.1%
42. Productes tèxtils, cuir i vestits																		
1986	6.3%	3.1%	0.4%	3.1%	0.5%	0.3%	2.8%	4.4%	35.2%	24.7%	0.7%	2.4%	8.7%	1.9%	0.9%	2.0%	2.6%	0.0%
1987	6.0%	4.0%	0.4%	2.8%	0.5%	0.3%	2.7%	4.6%	35.0%	24.0%	0.7%	2.4%	9.4%	1.8%	1.0%	2.0%	2.3%	0.0%
1988	5.9%	4.0%	0.4%	2.7%	0.6%	0.3%	2.7%	5.2%	36.9%	24.4%	0.7%	2.2%	7.3%	1.9%	0.9%	1.7%	2.2%	0.0%
1989	6.2%	3.1%	0.4%	2.2%	0.5%	0.3%	2.2%	5.3%	38.3%	23.9%	0.7%	2.5%	7.2%	2.2%	0.9%	1.7%	2.2%	0.0%
1990	6.1%	2.9%	0.3%	2.1%	0.4%	0.3%	2.6%	5.0%	39.1%	23.3%	0.7%	2.7%	8.0%	2.4%	0.9%	1.4%	1.9%	0.0%
1991	6.1%	3.0%	0.3%	2.1%	0.3%	0.3%	2.7%	5.4%	38.5%	23.3%	0.6%	3.1%	7.6%	2.4%	0.9%	1.6%	1.9%	0.0%
1992	6.1%	3.1%	0.3%	2.4%	0.4%	0.3%	2.7%	5.9%	36.4%	24.7%	0.6%	2.8%	7.9%	2.2%	0.8%	1.4%	2.1%	0.0%
47. Paper, articles de paper i impressió																		
1986	6.7%	4.5%	1.6%	0.5%	1.7%	0.7%	5.4%	0.8%	27.5%	6.2%	0.3%	2.9%	24.4%	1.0%	3.6%	11.7%	0.6%	0.0%
1987	7.0%	3.0%	1.6%	0.6%	1.7%	0.9%	4.8%	0.6%	29.9%	5.8%	0.2%	3.2%	24.5%	0.8%	3.3%	11.3%	0.6%	0.0%
1988	7.0%	3.6%	1.4%	0.6%	1.6%	0.9%	4.8%	0.8%	29.4%	5.5%	0.3%	3.0%	26.1%	0.8%	3.2%	10.1%	0.7%	0.0%
1989	7.1%	4.0%	1.8%	0.5%	1.7%	0.7%	4.4%	0.7%	29.4%	5.8%	0.2%	2.9%	26.3%	1.0%	3.2%	9.6%	0.6%	0.0%
1990	6.4%	3.9%	1.4%	0.6%	1.6%	0.7%	4.2%	0.8%	30.7%	6.0%	0.2%	2.3%	27.1%	1.1%	3.2%	9.1%	0.7%	0.0%
1991	5.3%	3.7%	1.0%	0.6%	1.7%	0.6%	3.6%	1.2%	29.8%	6.6%	0.2%	2.1%	29.9%	0.9%	3.4%	8.7%	0.7%	0.0%
1992	5.3%	3.6%	1.1%	0.6%	1.9%	0.7%	3.6%	1.1%	31.0%	6.6%	0.2%	2.2%	28.5%	1.1%	3.1%	8.6%	0.7%	0.0%
50. Productes d'indústries diverses																		
1986	4.7%	3.8%	0.7%	1.6%	1.3%	1.4%	7.8%	2.3%	23.5%	17.1%	0.4%	3.9%	11.0%	1.7%	2.2%	15.0%	1.6%	0.0%
1987	4.7%	3.1%	0.7%	1.6%	1.4%	1.2%	9.4%	2.4%	23.6%	16.7%	0.4%	4.2%	10.7%	1.9%	2.7%	13.9%	1.5%	0.0%
1988	4.5%	3.4%	0.7%	1.6%	1.5%	1.6%	8.6%	2.2%	22.6%	16.4%	0.4%	4.6%	11.0%	2.4%	2.4%	14.8%	1.5%	0.0%
1989	4.6%	3.4%	0.7%	1.7%	1.3%	1.4%	8.7%	2.5%	24.6%	16.5%	0.3%	3.9%	10.1%	2.1%	2.4%	14.2%	1.6%	0.0%
1990	4.3%	4.1%	0.7%	1.7%	1.2%	1.1%	7.8%	2.4%	24.0%	18.2%	0.4%	4.4%	10.0%	2.3%	2.3%	13.8%	1.3%	0.0%
1991	4.7%	3.0%	0.7%	1.5%	1.1%	1.1%	7.6%	2.6%	23.4%	20.0%	0.4%	4.5%	9.4%	2.5%	2.5%	13.5%	1.4%	0.0%
1992	4.7%	2.8%	0.6%	1.3%	1.0%	1.0%	8.0%	2.7%	24.1%	20.4%	0.3%	3.3%	10.4%	2.7%	2.2%	12.8%	1.5%	0.0%

Font: Comptabilitat Regional d'Espanya i elaboració pròpia.

Quadre 5. Productivitat aparent del factor treball en els sectors industrials de l'R-17. Any 1986

	Índex, conjunt de l'Estat=100									
	6	13	15	17	24	28	36	42	47	50
Andalusia	128.82	127.02	105.44	177.71	91.55	64.38	107.22	82.74	90.83	68.33
Aragó	75.45	103.94	98.31	88.82	103.44	120.55	90.27	79.85	159.64	116.56
Astúries	29.88	91.55	140.44	80.37	80.14	52.52	100.88	67.25	122.03	67.43
Balears	55.61	0.00	77.89	42.38	50.39	56.64	81.50	107.33	52.19	67.69
Canàries	113.40	0.00	90.20	177.58	118.72	179.78	88.84	307.69	81.59	90.40
Cantàbria	36.16	76.55	120.67	99.12	84.32	75.83	80.55	100.47	75.77	100.93
Castella i Lleó	61.41	70.91	94.16	103.43	75.31	142.87	83.43	94.97	114.18	117.42
Castella-La Manxa	202.09	108.82	104.00	123.46	76.13	93.18	73.39	73.43	64.05	61.69
Catalunya	118.36	115.27	116.42	100.40	109.64	66.87	114.89	100.35	107.55	115.15
Com. Valenciana	193.28	114.57	90.45	76.73	108.96	204.74	96.46	107.10	66.57	88.22
Extremadura	267.39	50.48	56.84	55.87	52.69	51.59	64.37	52.70	49.61	48.59
Galicia	142.04	136.16	65.08	108.63	81.47	89.19	88.07	88.85	95.87	70.73
Madrid	72.85	98.25	105.27	83.13	107.76	120.52	121.24	135.60	106.33	109.08
Múrcia	208.23	101.87	83.92	84.22	68.80	77.06	59.63	110.89	67.47	60.56
Navarra	92.95	104.92	103.74	73.50	97.61	103.60	79.81	94.86	88.46	96.35
País Basc	232.43	94.45	130.20	86.17	96.59	93.56	107.56	130.76	109.82	145.71
La Rioja	104.24	0.00	68.45	62.85	89.06	112.95	274.02	92.60	61.91	97.47
Ceuta i Melilla	32.17	0.00	46.01	0.00	21.42	0.00	50.72	0.00	56.25	0.00

Font: Comptabilitat Regional d'Espanya i elaboració pròpia.

Quadre 6. Productivitat aparent del factor treball en els sectors industrials de l'R-17. Any 1992

	Índex, conjunt de l'Estat=100									
	6	13	15	17	24	28	36	42	47	50
Andalusia	125.80	126.55	92.07	120.42	83.12	74.51	105.66	84.72	73.25	62.29
Aragó	56.65	96.29	111.79	72.31	100.09	129.52	90.70	87.52	129.97	90.75
Astúries	22.05	78.41	143.32	85.29	78.78	85.53	107.56	84.08	82.57	55.17
Balears	53.80	0.00	81.58	36.78	55.47	55.10	71.70	105.47	65.17	58.68
Canàries	93.86	160.65	105.50	189.41	107.96	92.24	101.23	736.78	105.86	66.35
Cantàbria	44.44	103.70	128.08	104.89	107.16	76.19	81.61	85.92	87.28	111.16
Castella i Lleó	54.15	83.49	95.39	94.44	72.61	150.86	91.32	87.28	91.10	123.23
Castella-La Manxa	270.88	112.71	113.81	122.95	104.38	80.18	80.65	78.58	73.34	70.93
Catalunya	126.17	134.29	108.62	103.61	106.48	92.13	114.21	105.20	105.28	124.33
Com. Valenciana	179.00	94.53	91.00	85.95	85.51	111.53	95.06	100.90	76.87	94.37
Extremadura	232.10	0.00	63.97	40.77	52.18	62.13	75.55	61.87	56.66	40.64
Galícia	127.80	107.35	68.36	92.98	75.01	81.87	92.31	87.70	89.99	54.06
Madrid	60.49	152.41	123.35	97.96	114.78	105.94	114.77	129.27	113.32	121.13
Múrcia	221.21	183.18	79.67	60.97	70.83	77.69	58.93	115.32	69.06	69.39
Navarra	56.64	118.51	122.84	82.28	111.46	97.08	74.86	93.99	103.45	104.84
País Basc	268.94	93.98	127.40	98.34	103.18	94.17	95.13	100.42	106.77	138.43
La Rioja	91.58	0.00	86.68	66.77	91.93	97.11	265.97	94.47	77.55	106.64
Ceuta i Melilla	26.05	0.00	155.94	30.58	0.00	0.00	55.89	0.00	57.25	0.00

Font: Comptabilitat Regional d'Espanya i elaboració pròpia.

Quadre 7. Índex d'en Gini pels quatre grans sectors d'activitat en termes de VAB. Mitjana 1972-96

Agricultura				Construcció			Serveis			Indústria			Total		
CA[1]	P_i^2	q_i^3	Q_i^4	CA[1]	q_i^3	Q_i^4	CA[1]	q_i^3	Q_i^4	CA[1]	q_i^3	Q_i^4	CA[1]	q_i^3	Q_i^4
Madrid	5.88%	0.99%	0.99%	La Rioja	0.59%	0.59%	La Rioja	0.62%	0.62%	Balears	0.90%	0.90%	La Rioja	0.85%	0.85%
Balears	11.76%	1.07%	2.06%	Cantàbria	1.02%	1.61%	Cantàbria	1.33%	1.95%	Extremadura	1.05%	1.96%	Cantàbria	1.37%	2.22%
Cantàbria	17.65%	1.52%	3.58%	Navarra	1.71%	3.32%	Navarra	1.36%	3.32%	La Rioja	1.19%	3.15%	Navarra	1.68%	3.89%
La Rioja	23.53%	1.56%	5.14%	Múrcia	2.27%	5.59%	Extremadura	1.79%	5.11%	Cantàbria	1.50%	4.65%	Extremadura	1.77%	5.66%
Navarra	29.41%	2.00%	7.14%	Extremadura	2.47%	8.05%	Múrcia	2.44%	7.55%	Canàries	1.71%	6.35%	Balears	2.13%	7.80%
Astúries	35.29%	2.13%	9.27%	Balears	2.62%	10.68%	Astúries	2.59%	10.13%	Navarra	2.18%	8.53%	Múrcia	2.46%	10.27%
Canàries	41.18%	3.15%	12.42%	Aragó	2.74%	13.42%	Balears	2.87%	13.01%	Múrcia	2.27%	10.80%	Astúries	2.78%	13.04%
País Basc	47.06%	3.24%	15.66%	Astúries	2.84%	16.26%	Castella-La Manxa	3.14%	16.14%	Astúries	3.24%	14.04%	Aragó	3.37%	16.41%
Múrcia	52.94%	3.94%	19.60%	Canàries	4.03%	20.29%	Aragó	3.25%	19.39%	Aragó	3.51%	17.55%	Canàries	3.56%	19.97%
Extremadura	58.82%	4.24%	23.84%	Castella-La Manxa	4.16%	24.44%	Canàries	4.55%	23.95%	Castella-La Manxa	3.86%	21.41%	Castella-La Manxa	3.77%	23.75%
Aragó	64.71%	4.59%	28.43%	País Basc	5.61%	30.05%	Galícia	5.08%	29.02%	Galícia	5.22%	26.63%	Galícia	5.61%	29.36%
Catalunya	70.59%	7.80%	36.23%	Castella i Lleó	6.02%	36.07%	Castella i Lleó	5.54%	34.57%	Castella i Lleó	6.08%	32.71%	Castella i Lleó	6.08%	35.44%
Com. Valenciana	76.47%	8.55%	44.77%	Galícia	6.94%	43.01%	País Basc	5.74%	40.31%	Andalusia	10.12%	42.83%	País Basc	7.18%	42.62%
Castella-La Manxa	82.35%	8.83%	53.60%	Com. Valenciana	9.26%	52.27%	Com. Valenciana	9.91%	50.22%	Com. Valenciana	10.34%	53.17%	Com. Valenciana	9.91%	52.52%
Galícia	88.24%	10.81%	64.41%	Andalusia	14.71%	66.99%	Andalusia	13.93%	64.15%	País Basc	10.96%	64.13%	Andalusia	13.44%	65.96%
Castella i Lleó	94.12%	11.24%	75.66%	Madrid	15.85%	82.83%	Catalunya	17.12%	81.26%	Madrid	11.53%	75.66%	Madrid	15.26%	81.23%
Andalusia	100.00%	24.34%	100.00%	Catalunya	17.17%	100.00%	Madrid	18.74%	100.00%	Catalunya	24.34%	100.00%	Catalunya	18.77%	100.00%
Índex Gini	0.50			Índex Gini	0.48		Índex Gini	0.50		Índex Gini	0.52		Índex Gini	0.49	

Font: Base de dades HISPALINK (Rojo, 1995), Comptabilitat Regional d'Espanya, estimacions equips HISPALINK (juny, 1997) i elaboració pròpia.

[1] Comunitats Autònomes ordenades en ordre creixent en funció del VAB.

[2] Percentatge acumulat de CA fins la comunitat *i*-èssima.

[3] Percentatge del VAB del conjunt de l'Estat generat per cada CA.

[4] Percentatge acumulat del VAB del conjunt de l'Estat generat fins la comunitat *i*-èssima.

Quadre 8. Índex d'en Gini pels quatre grans sectors d'activitat en termes de VAB. Any 1972

Agricultura				Construcció			Serveis			Indústria			Total		
CA[1]	P_i^2	q_i^3	Q_i^4	CA[1]	q_i^3	Q_i^4	CA[1]	q_i^3	Q_i^4	CA[1]	q_i^3	Q_i^4	CA[1]	q_i^3	Q_i^4
Madrid	5.88%	1.31%	1.31%	La Rioja	0.47%	0.47%	La Rioja	0.66%	0.66%	La Rioja	0.65%	0.65%	La Rioja	0.73%	0.73%
Balears	11.76%	1.71%	3.02%	Cantàbria	0.68%	1.15%	Navarra	1.32%	1.98%	Extremadura	0.87%	1.53%	Cantàbria	1.33%	2.06%
Cantàbria	17.65%	1.84%	4.86%	Múrcia	1.39%	2.54%	Cantàbria	1.33%	3.31%	Balears	0.99%	2.52%	Navarra	1.69%	3.74%
La Rioja	23.53%	1.91%	6.78%	Extremadura	1.44%	3.98%	Extremadura	1.75%	5.06%	Cantàbria	1.42%	3.94%	Extremadura	1.73%	5.48%
Astúries	29.41%	2.38%	9.16%	Navarra	1.69%	5.67%	Balears	2.56%	7.62%	Canàries	1.97%	5.91%	Balears	1.99%	7.47%
Canàries	35.29%	2.40%	11.55%	Aragón	1.95%	7.63%	Múrcia	2.72%	10.34%	Múrcia	2.03%	7.93%	Múrcia	2.37%	9.84%
Múrcia	41.18%	2.60%	14.16%	Balears	2.29%	9.92%	Astúries	3.40%	13.74%	Navarra	2.06%	10.00%	Astúries	3.01%	12.85%
País Basc	47.06%	2.71%	16.87%	Astúries	2.34%	12.26%	Aragó	3.40%	17.14%	Astúries	2.71%	12.71%	Canàries	3.15%	16.00%
Navarra	52.94%	2.79%	19.66%	Castella-La Manxa	3.39%	15.65%	Castella-La Manxa	3.46%	20.60%	Castella-La Manxa	2.98%	15.70%	Aragó	3.45%	19.45%
Extremadura	58.82%	5.83%	25.50%	Castella i Lleó	4.86%	20.51%	Canàries	3.58%	24.18%	Aragó	3.41%	19.11%	Castella-La Manxa	3.79%	23.24%
Aragó	64.71%	6.07%	31.56%	Canàries	5.05%	25.56%	Galícia	4.92%	29.10%	Galícia	4.40%	23.51%	Galícia	5.16%	28.40%
Galícia	70.59%	7.15%	38.72%	País Basc	6.61%	32.17%	País Basc	5.86%	34.96%	Castella i Lleó	6.42%	29.93%	Castella i Lleó	6.68%	35.08%
Catalunya	76.47%	8.69%	47.40%	Galícia	7.42%	39.59%	Castella i Lleó	6.25%	41.21%	Com. Valenciana	9.36%	39.29%	País Basc	7.87%	42.95%
Com.Valenciana	82.35%	9.05%	56.46%	Com. Valenciana	8.66%	48.25%	Com. Valenciana	9.75%	50.96%	Andalusia	9.81%	49.10%	Com. Valenciana	9.45%	52.40%
Castella-La Manxa	88.24%	10.45%	66.91%	Andalusia	12.05%	60.30%	Andalusia	15.32%	66.29%	Madrid	11.91%	61.01%	Andalusia	13.59%	65.99%
Castella i Lleó	94.12%	13.77%	80.68%	Catalunya	19.64%	79.94%	Catalunya	15.40%	81.68%	País Basc	12.87%	73.88%	Madrid	15.35%	81.34%
Andalusia	100.00%	19.32%	100.00%	Madrid	20.06%	100.00%	Madrid	18.32%	100.00%	Catalunya	26.12%	100.00%	Catalunya	18.66%	100.00%
Índex Gini	0.46			Índex Gini	0.54		Índex Gini	0.49		Índex Gini	0.55		Índex Gini	0.49	

Font: Base de dades HISPALINK (Rojo, 1995) i elaboració pròpia.

[1] Comunitats Autònomes ordenades en ordre creixent en funció del VAB.
[2] Percentatge acumulat de CA fins la comunitat *i*-èssima.
[3] Percentatge del VAB del conjunt de l'Estat generat per cada CA.
[4] Percentatge acumulat del VAB del conjunt de l'Estat generat fins la comunitat *i*-èssima.

Quadre 9. Índex d'en Gini pels quatre grans sectors d'activitat en termes de VAB. Any 1990

Agricultura				Construcció			Serveis			Indústria			Total		
CA[1]	P_i^2	q_i^3	Q_i^4	CA[1]	q_3^4	Q_i^4	CA[1]	q_i^3	Q_i^4	CA[1]	q_i^3	Q_i^4	CA[1]	q_i^3	Q_i^4
Ceuta i Melilla	5.56%	0.05%	0.05%	Ceuta i Melilla	0.19%	0.19%	Ceuta i Melilla	0.41%	0.41%	Ceuta i Melilla	0.04%	0.04%	Ceuta i Melilla	0.26%	0.26%
Madrid	11.11%	0.63%	0.68%	La Rioja	0.57%	0.76%	La Rioja	0.61%	1.03%	Balears	0.91%	0.95%	La Rioja	0.87%	1.14%
Balears	16.67%	0.77%	1.45%	Cantàbria	1.14%	1.90%	Cantàbria	1.31%	2.34%	Extremadura	1.20%	2.15%	Cantàbria	1.34%	2.47%
La Rioja	22.22%	1.56%	3.01%	Navarra	1.30%	3.20%	Navarra	1.36%	3.70%	La Rioja	1.33%	3.48%	Navarra	1.64%	4.12%
Navarra	27.78%	1.62%	4.63%	Balears	2.22%	5.42%	Extremadura	1.78%	5.49%	Cantàbria	1.37%	4.85%	Extremadura	1.84%	5.96%
Cantàbria	33.33%	1.68%	6.31%	Extremadura	2.57%	7.99%	Astúries	2.35%	7.84%	Canàries	1.73%	6.58%	Balears	2.17%	8.13%
Astúries	38.89%	1.96%	8.27%	Múrcia	2.82%	10.80%	Múrcia	2.40%	10.24%	Navarra	2.27%	8.86%	Astúries	2.54%	10.67%
País Basc	44.44%	3.18%	11.45%	Astúries	2.91%	13.72%	Balears	2.97%	13.21%	Múrcia	2.30%	11.15%	Múrcia	2.57%	13.24%
Aragó	50.00%	3.36%	14.81%	Aragó	2.92%	16.64%	Castella-La Manxa	3.09%	16.30%	Astúries	2.89%	14.05%	Aragó	3.38%	16.62%
Canàries	55.56%	3.50%	18.31%	Castella-La Manxa	4.07%	20.71%	Aragó	3.26%	19.56%	Aragó	3.74%	17.79%	Canàries	3.65%	20.27%
Extremadura	61.11%	4.73%	23.04%	Canàries	4.23%	24.93%	Canàries	4.59%	24.15%	Castella-La Manxa	4.28%	22.07%	Castella-La Manxa	3.83%	24.10%
Múrcia	66.67%	5.50%	28.54%	País Basc	4.72%	29.66%	Galícia	4.99%	29.14%	Galícia	5.39%	27.45%	Galícia	5.62%	29.71%
Catalunya	72.22%	7.54%	36.08%	Castella i Lleó	6.01%	35.67%	Castella i Lleó	5.32%	34.46%	Castella i Lleó	5.89%	33.34%	Castella i Lleó	5.77%	35.48%
Com. Valenciana	77.78%	7.81%	43.89%	Galícia	6.20%	41.87%	País Basc	5.60%	40.06%	Andalusia	9.88%	43.22%	País Basc	6.72%	42.20%
Castella-La Manxa	83.33%	8.53%	52.42%	Com. Valenciana	8.60%	50.47%	Com. Valenciana	9.86%	49.92%	País Basc	10.07%	53.30%	Com. Valenciana	9.82%	52.02%
Castella i Lleó	88.89%	9.27%	61.69%	Madrid	14.56%	65.03%	Andalusia	13.68%	63.60%	Com. Valenciana	10.46%	63.76%	Andalusia	13.65%	65.67%
Galícia	94.44%	12.39%	74.08%	Catalunya	16.31%	81.34%	Catalunya	17.67%	81.27%	Madrid	12.05%	75.81%	Madrid	15.39%	81.06%
Andalusia	100.00%	25.92%	100.00%	Andalusia	18.66%	100.00%	Madrid	18.73%	100.00%	Catalunya	24.19%	100.00%	Catalunya	18.94%	100.00%
Índex Gini	0.54			Índex Gini	0.52		Índex Gini	0.53		Índex Gini	0.54		Índex Gini	0.51	

Font: Comptabilitat Regional d'Espanya i elaboració pròpia.

[1] Comunitats Autònomes ordenades en ordre creixent en funció del VAB.
[2] Percentatge acumulat de CA fins la comunitat *i*-èssima.
[3] Percentatge del VAB del conjunt de l'Estat generat per cada CA.
[4] Percentatge acumulat del VAB del conjunt de l'Estat generat fins la comunitat *i*-èssima.

Quadre 10. Índex d'en Gini pels sectors industrials de l'R-17 en termes de VAB. Mitjana 1986-92

6			
CA[1]	P_i[2]	q_i[3]	Q_i[4]
Ceuta i Melilla	5.56%	0.08%	0.08%
La Rioja	11.11%	0.29%	0.37%
Cantàbria	16.67%	0.37%	0.74%
Navarra	22.22%	0.51%	1.26%
Balears	27.78%	1.12%	2.38%
Aragó	33.33%	2.92%	5.30%
Canàries	38.89%	3.54%	8.83%
Extremadura	44.44%	3.79%	12.62%
Múrcia	50.00%	4.02%	16.64%
Astúries	55.56%	5.18%	21.81%
Madrid	61.11%	6.40%	28.21%
Castella-La Manxa	66.67%	7.69%	35.91%
Castella i Lleó	72.22%	7.84%	43.75%
Com. Valenciana	77.78%	8.08%	51.82%
Galícia	83.33%	9.01%	60.83%
País Basc	88.89%	10.71%	71.55%
Andalusia	94.44%	11.71%	83.25%
Catalunya	100.00%	16.75%	100.00%
Índex Gini	0.48		

13		
CA[1]	q_i[3]	Q_i[4]
Ceuta i Melilla	0.00%	0.00%
Balears	0.00%	0.00%
La Rioja	0.06%	0.06%
Canàries	0.10%	0.15%
Extremadura	0.10%	0.26%
Castella-La Manxa	0.61%	0.87%
Múrcia	1.48%	2.35%
Castella i Lleó	1.64%	3.99%
Aragó	2.14%	6.13%
Madrid	3.33%	9.46%
Com. Valenciana	4.10%	13.57%
Cantàbria	4.59%	18.16%
Catalunya	4.83%	22.99%
Navarra	6.23%	29.21%
Galícia	7.45%	36.67%
Andalusia	11.74%	48.40%
Astúries	20.82%	69.22%
País Basc	30.78%	100.00%
Índex Gini	0.69	

15		
CA[1]	q_i[3]	Q_i[4]
Ceuta i Melilla	0.05%	0.05%
Extremadura	0.66%	0.71%
La Rioja	0.80%	1.52%
Balears	1.20%	2.72%
Cantàbria	1.64%	4.35%
Múrcia	1.65%	6.00%
Canàries	2.13%	8.13%
Navarra	2.70%	10.83%
Aragó	3.33%	14.16%
Astúries	4.23%	18.39%
Castella i Lleó	6.12%	24.51%
Galícia	6.20%	30.71%
País Basc	6.62%	37.34%
Castella-La Manxa	6.84%	44.17%
Madrid	7.41%	51.58%
Andalusia	11.43%	63.01%
Catalunya	17.96%	80.97%
Com. Valenciana	19.03%	100.00%
Índex Gini	0.53	

17		
CA[1]	q_i[3]	Q_i[4]
Ceuta i Melilla	0.01%	0.01%
Balears	0.05%	0.06%
Extremadura	0.08%	0.14%
La Rioja	0.28%	0.42%
Canàries	0.60%	1.02%
Navarra	0.69%	1.71%
Astúries	0.98%	2.68%
Múrcia	1.34%	4.02%
Aragó	2.32%	6.35%
Galícia	2.39%	8.74%
Cantàbria	2.49%	11.23%
Castella i Lleó	3.83%	15.07%
Castella-La Manxa	4.78%	19.85%
Com. Valenciana	5.47%	25.31%
País Basc	5.69%	31.00%
Andalusia	9.72%	40.72%
Madrid	16.36%	57.09%
Catalunya	42.91%	100.00%
Índex Gini	0.73	

24		
CA[1]	q_i[3]	Q_i[4]
Ceuta i Melilla	0.00%	0.00%
Balears	0.22%	0.23%
Extremadura	0.36%	0.58%
Canàries	0.48%	1.06%
La Rioja	0.82%	1.88%
Múrcia	0.90%	2.78%
Astúries	1.25%	4.02%
Cantàbria	1.82%	5.84%
Galícia	2.16%	8.00%
Castella i Lleó	2.54%	10.54%
Castella-La Manxa	2.72%	13.26%
Navarra	3.39%	16.65%
Andalusia	4.70%	21.35%
Aragó	5.26%	26.61%
Com. Valenciana	7.07%	33.68%
Madrid	18.39%	52.06%
País Basc	19.51%	71.57%
Catalunya	28.43%	100.00%
Índex Gini	0.68	

28			36			42			47			50		
CA[1]	q_i[3]	Q_i[4]	CA[1]	q_i[3]	Q_i[4]	CA[1]	q_i[3]	Q_i[4]	CA[1]	q_i[3]	Q_i[4]	CA[1]	q_i[3]	Q_i[4]
Ceuta i Melilla	0.00%	0.00%	Ceuta i Melilla	0.06%	0.06%	Ceuta i Melilla	0.01%	0.01%	Ceuta i Melilla	0.04%	0.04%	Ceuta i Melilla	0.01%	0.01%
Extremadura	0.04%	0.04%	Balears	1.20%	1.26%	Cantàbria	0.30%	0.31%	Extremadura	0.23%	0.27%	Extremadura	0.39%	0.40%
Balears	0.10%	0.14%	Cantàbria	1.58%	2.84%	Astúries	0.36%	0.67%	Balears	0.59%	0.85%	Astúries	0.69%	1.09%
La Rioja	0.43%	0.57%	Extremadura	1.64%	4.48%	Canàries	0.46%	1.13%	La Rioja	0.68%	1.53%	Canàries	1.24%	2.32%
Castella-La Manxa	0.62%	1.19%	Astúries	2.20%	6.68%	Extremadura	0.66%	1.79%	Cantàbria	0.73%	2.26%	Cantàbria	1.26%	3.58%
Canàries	0.77%	1.96%	Navarra	2.45%	9.12%	Navarra	0.91%	2.70%	Castella-La Manxa	0.86%	3.12%	La Rioja	1.48%	5.06%
Cantàbria	1.17%	3.13%	Canàries	2.86%	11.98%	País Basc	1.69%	4.39%	Múrcia	0.94%	4.06%	Balears	1.56%	6.62%
Astúries	1.39%	4.51%	Aragó	2.91%	14.89%	Múrcia	2.11%	6.50%	Astúries	1.41%	5.47%	Múrcia	2.25%	8.87%
Múrcia	1.48%	6.00%	Múrcia	3.01%	17.90%	La Rioja	2.19%	8.68%	Canàries	1.71%	7.18%	Navarra	2.38%	11.25%
Navarra	3.84%	9.84%	País Basc	3.63%	21.53%	Balears	2.50%	11.18%	Galícia	2.65%	9.83%	Castella-La Manxa	2.44%	13.69%
Aragó	7.05%	16.89%	Castella-La Manxa	3.65%	25.18%	Galícia	2.58%	13.76%	Navarra	3.28%	13.11%	Aragó	3.35%	17.04%
País Basc	7.30%	24.18%	La Rioja	4.23%	29.41%	Castella i Lleó	2.63%	16.39%	Aragó	3.76%	16.87%	Galícia	4.11%	21.15%
Andalusia	8.71%	32.89%	Galícia	6.44%	35.84%	Aragó	3.32%	19.71%	Castella i Lleó	4.38%	21.25%	Andalusia	4.60%	25.76%
Com. Valenciana	9.39%	42.28%	Castella i Lleó	7.82%	43.66%	Castella-La Manxa	5.08%	24.79%	Com. Valenciana	6.07%	27.32%	Castella i Lleó	8.26%	34.02%
Galícia	9.65%	51.93%	Madrid	8.75%	52.41%	Andalusia	6.09%	30.88%	Andalusia	6.38%	33.70%	Madrid	10.35%	44.37%
Castella i Lleó	13.37%	65.30%	Com. Valenciana	9.59%	62.00%	Madrid	8.02%	38.90%	País Basc	9.84%	43.55%	País Basc	13.96%	58.33%
Madrid	17.16%	82.46%	Andalusia	18.21%	80.21%	Com. Valenciana	24.04%	62.94%	Madrid	26.73%	70.28%	Com. Valenciana	17.99%	76.32%
Catalunya	17.54%	100.00%	Catalunya	19.79%	100.00%	Catalunya	37.06%	100.00%	Catalunya	29.72%	100.00%	Catalunya	23.68%	100.00%
Índex Gini	0.60		Índex Gini	0.51		Índex Gini	0.71		Índex Gini	0.69		Índex Gini	0.61	

Font: Comptabilitat Regional d'Espanya i elaboració pròpia.

[1] Comunitats Autònomes ordenades en ordre creixent en funció del VAB.
[2] Percentatge acumulat de CA fins la comunitat *i*-èssima.
[3] Percentatge del VAB del conjunt de l'Estat generat per cada CA.
[4] Percentatge acumulat del VAB del conjunt de l'Estat generat fins la comunitat *i*-èssima.

Quadre 11. Anàlisi *shift-share* en termes de VAB pels quatre grans sectors d'activitat. Període 1972-96

	VR_{jm} [1]				NS_{jm} [2]				ETN_{jm} [3]				(IM_{jm} [4], RS_{jm} [5])				($RS1_{jm}$ [6], $RS2_{jm}$ [7])			
	A	C	S	I	A	C	S	I	A	C	S	I	A	C	S	I	A	C	S	I
Andalusia	202312.08	194008.94	1457799.47	480245.15	238206.76	212524.93	1432815.69	535191.39	-35894.68	-18515.99	24983.78	-54946.24	(-,+)	(-,+)	(+,-)	(-,-)	(+,+)	(+,-)	(-,-)	(-,+)
Aragó	-26246.76	49775.84	360511.5	187450.83	74790.03	34439.72	318235.53	185971.31	-101036.79	15336.11	42275.98	1479.52	(-,-)	(-,+)	(+,-)	(-,+)	(-,-)	(+,-)	(-,+)	(+,-)
Astúries	-2203.70	37064.58	149467.51	137100.64	29336.95	41310.07	317627.67	148068.42	-31540.65	-4245.49	-168160.16	-10967.78	(-,-)	(-,+)	(+,-)	(-,+)	(-,+)	(+,-)	(-,-)	(+,-)
Balears	-10364.29	16633.45	431391.89	30264.79	21026.95	40350.30	239278.50	54258.96	-31391.24	-23716.85	192113.38	-23994.17	(-,-)	(-,-)	(+,+)	(-,-)	(-,+)	(-,-)	(+,+)	(-,+)
Canàries	23350.94	11137.26	736846.48	81887.42	29552.90	88962.62	334935.51	107190.24	-6201.96	-77825.36	401910.97	-25302.82	(-,+)	(-,-)	(+,+)	(-,-)	(+,-)	(-,-)	(+,+)	(-,+)
Cantàbria	1622.32	23301.56	142947.60	71861.93	22738.54	11909.14	124386.11	77372.61	-21116.22	11392.42	18561.49	-5510.67	(-,-)	(-,+)	(+,-)	(-,+)	(-,-)	(+,-)	(-,-)	(+,+)
Castella i Lleó	-7252.15	104720.43	470830.64	279816.21	169775.20	85643.42	584475.55	350091.87	-177027.35	19077.01	-113644.91	-70275.66	(-,-)	(-,+)	(+,-)	(-,-)	(-,-)	(+,+)	(-,+)	(-,+)
Castella-La Manxa	-26815.21	64607.37	306335.11	277456.90	128793.05	59825.62	323786.19	162736.89	-155608.26	4781.75	-17451.08	114720.01	(-,-)	(-,+)	(+,-)	(-,+)	(-,-)	(+,-)	(-,+)	(+,-)
Catalunya	-7154.01	67287.84	2434745.82	1069055.67	111613.18	346300.78	1439877.99	1424593.67	-118767.19	-279012.94	994867.83	-355538.00	(-,-)	(-,-)	(+,+)	(-,-)	(-,+)	(-,-)	(+,-)	(-,-)
Com. Valenciana	12841.09	77490.96	1100125.97	616558.83	107102.26	152651.32	912124.81	510589.30	-94261.17	-75160.36	188001.15	105969.52	(-,-)	(-,-)	(+,-)	(-,+)	(-,+)	(-,+)	(-,-)	(+,-)
Extremadura	-29163.92	56489.40	229954.15	70323.62	71926.72	25465.88	163712.66	47676.54	-101090.64	31023.52	66241.49	22647.07	(-,-)	(-,+)	(+,+)	(-,+)	(-,+)	(+,-)	(+,+)	(+,-)
Galícia	95852.31	42565.44	546727.75	365722.61	88178.81	130832.56	459769.52	240150.29	7673.50	-88267.12	86958.23	125572.32	(-,+)	(-,-)	(+,-)	(-,+)	(+,+)	(-,-)	(-,+)	(+,-)
Madrid	-4101.56	57568.23	2166372.25	567233.32	16172.11	353667.01	1713116.33	649379.95	-20273.67	-296098.78	453255.92	-82146.63	(-,-)	(-,-)	(+,+)	(-,-)	(-,+)	(-,-)	(+,+)	(-,+)
Múrcia	42314.19	57051.01	234512.25	137878.59	32096.29	24490.11	254474.85	110701.40	10217.91	32560.90	-19962.60	27177.19	(-,+)	(-,+)	(+,-)	(-,+)	(+,+)	(+,-)	(-,-)	(+,-)
Navarra	-11054.83	11086.63	152604.88	133132.90	34455.72	29792.84	123210.39	112612.94	-45510.55	-18706.21	29394.49	20519.96	(-,-)	(-,-)	(+,+)	(-,+)	(-,-)	(-,-)	(+,-)	(+,+)
País Basc	15765.88	21839.08	587061.76	405642.93	33431.97	116571.99	548372.22	702047.30	-17666.09	-94732.90	38689.53	-296404.36	(-,+)	(-,-)	(+,-)	(-,-)	(+,-)	(-,+)	(-,+)	(-,-)
La Rioja	2870.29	8462.29	73051.94	135626.98	23594.33	8373.99	61889.13	35583.45	-20724.04	88.31	11162.81	100043.53	(-,-)	(-,+)	(+,-)	(-,+)	(-,-)	(+,-)	(-,+)	(+,-)

Font: Base de dades HISPALINK (Rojo, 1995), Comptabilitat Regional d'Espanya, estimacions equips HISPALINK (juny, 1997) i elaboració pròpia.

[1] Variació (creixement) real: $VR_{jm}=r_{jm}\cdot VAB_{jm}(72)$. En milions de pessetes.
[2] *National Share*: $NS_{jm}=r_n\cdot VAB_{jm}(72)$. En milions de pessetes.
[3] *Total Share* (Efecte Total Net): $ETN_{jm}=IM_{jm}+RS_{jm}=(r_{jm}-r_n)\cdot VAB_{jm}(72)$. En milions de pessetes.
[4] *Industrial Mix*: $IM_{jm}=(r_{jn}-r_n)\cdot VAB_{jm}(72)$.
[5] *Regional Share*: $RS_{jm}=(r_{jm}-r_{jn})\cdot VAB_{jm}(72)$.
[6] Efecte competitiu: $RS1_{jm}=(r_{jm}-r_{jn})\cdot VABHOM_{jm}$.
[7] Coeficient d'assignació: $RS2_{jm}=(r_{jm}-r_{jn})\cdot[VAB_{jm}(72)-VABHOM_{jm}]$.

Quadre 12. Anàlisi *shift-share* en termes de VAB pels sectors industrials de l'R-17 (sobre el conjunt de la indústria). Període 1986-92

	$(IM_{jm}$[1]$, RS_{jm}$[2]$)$										$(RS1_{jm}$[3]$, RS2_{jm}$[4]$)$									
	6	13	15	17	24	28	36	42	47	50	6	13	15	17	24	28	36	42	47	50
Andalusia	(-,+)	(-,+)	(+,+)	(+,-)	(+,+)	(+,-)	(+,-)	(-,-)	(-,-)	(+,+)	(+,+)	(-,-)	(-,-)	(-,-)	(+,-)	(-,+)	(-,-)	(-,+)	(-,+)	(+,-)
Aragó	(-,-)	(-,+)	(+,+)	(+,-)	(+,+)	(+,+)	(+,-)	(-,+)	(-,-)	(+,-)	(-,+)	(+,-)	(+,-)	(-,+)	(+,+)	(+,+)	(-,+)	(+,-)	(-,-)	(-,-)
Astúries	(-,-)	(-,-)	(+,-)	(+,-)	(+,+)	(+,+)	(+,-)	(-,-)	(-,-)	(+,-)	(-,-)	(-,-)	(-,-)	(-,+)	(+,-)	(+,-)	(-,+)	(-,+)	(-,+)	(-,+)
Balears	(-,+)	(0,0)	(+,-)	(+,-)	(+,+)	(+,+)	(+,+)	(-,-)	(-,+)	(+,-)	(+,+)	(+,-)	(-,-)	(-,+)	(+,-)	(+,-)	(+,+)	(-,-)	(+,-)	(-,-)
Canàries	(-,-)	(-,+)	(+,+)	(+,+)	(+,+)	(+,-)	(+,+)	(-,-)	(-,+)	(+,-)	(-,-)	(+,-)	(+,+)	(+,-)	(+,-)	(-,+)	(+,+)	(-,+)	(+,-)	(-,-)
Cantàbria	(-,+)	(-,+)	(+,+)	(+,-)	(+,+)	(+,-)	(+,+)	(-,+)	(-,-)	(+,-)	(+,-)	(+,+)	(+,+)	(-,-)	(+,+)	(-,+)	(+,+)	(+,-)	(-,+)	(-,+)
Castella-Lleó	(-,-)	(-,+)	(+,+)	(+,-)	(+,+)	(+,-)	(+,+)	(-,-)	(-,-)	(+,+)	(-,-)	(+,-)	(+,-)	(-,+)	(+,-)	(-,-)	(+,+)	(-,+)	(-,+)	(+,+)
Castella-La Manxa	(-,+)	(-,-)	(+,+)	(+,+)	(+,+)	(+,+)	(+,+)	(-,+)	(-,+)	(+,+)	(+,+)	(-,+)	(+,+)	(+,+)	(+,-)	(+,-)	(+,-)	(+,+)	(+,-)	(+,-)
Catalunya	(-,+)	(-,+)	(+,-)	(+,+)	(+,-)	(+,+)	(+,+)	(-,+)	(-,+)	(+,+)	(+,-)	(+,-)	(-,+)	(+,+)	(-,-)	(+,-)	(+,-)	(+,+)	(+,+)	(+,+)
Com. Valenciana	(-,+)	(-,-)	(+,+)	(+,+)	(+,-)	(+,-)	(+,+)	(-,-)	(-,+)	(+,+)	(+,-)	(-,+)	(+,+)	(+,-)	(-,+)	(-,-)	(+,-)	(-,-)	(+,-)	(+,+)
Extremadura	(-,-)	(-,-)	(+,-)	(+,-)	(+,-)	(+,+)	(+,+)	(-,-)	(-,-)	(+,-)	(-,+)	(-,+)	(-,+)	(-,+)	(-,+)	(+,-)	(+,+)	(-,+)	(-,+)	(-,+)
Galícia	(-,-)	(-,-)	(+,+)	(+,-)	(+,+)	(+,-)	(+,+)	(-,+)	(-,-)	(+,-)	(-,-)	(-,-)	(+,+)	(-,+)	(+,-)	(-,-)	(+,+)	(+,-)	(-,+)	(-,+)
Madrid	(-,+)	(-,+)	(+,+)	(+,+)	(+,-)	(+,-)	(+,-)	(-,-)	(-,+)	(+,-)	(+,-)	(+,-)	(+,-)	(+,+)	(-,-)	(-,-)	(-,+)	(-,+)	(+,+)	(-,+)
Múrcia	(-,+)	(-,+)	(+,+)	(+,-)	(+,+)	(+,-)	(+,+)	(-,+)	(-,+)	(+,+)	(+,+)	(+,-)	(+,-)	(-,+)	(+,-)	(-,+)	(+,+)	(+,-)	(+,-)	(+,-)
Navarra	(-,-)	(-,+)	(+,+)	(+,-)	(+,+)	(+,+)	(+,-)	(-,-)	(-,-)	(+,+)	(-,+)	(+,+)	(+,+)	(-,+)	(+,+)	(+,+)	(-,-)	(-,+)	(-,-)	(+,+)
País Basc	(-,+)	(-,-)	(+,-)	(+,-)	(+,-)	(+,+)	(+,-)	(-,-)	(-,-)	(+,-)	(+,-)	(-,-)	(-,+)	(-,+)	(-,-)	(+,-)	(-,+)	(-,+)	(-,-)	(-,-)
La Rioja	(-,+)	(-,+)	(+,+)	(+,+)	(+,+)	(+,+)	(+,-)	(-,-)	(-,+)	(+,-)	(+,-)	(+,-)	(+,-)	(+,-)	(+,-)	(+,-)	(+,-)	(-,-)	(+,-)	(-,-)
Ceuta i Melilla	(-,-)	(0,0)	(+,+)	(+,+)	(+,-)	(0,0)	(+,+)	(-,-)	(-,-)	(+,+)	(-,-)	(+,-)	(+,-)	(+,-)	(-,+)	(-,+)	(+,+)	(-,+)	(-,-)	(+,-)

Font: Comptabilitat Regional d'Espanya i elaboració pròpia.

[1] *Industrial Mix*: $IM_{jm}=(r_{jn}-r_{n})\cdot VAB_{jm}(86)$.
[2] *Regional Share*: $RS_{jm}=(r_{jm}-r_{jn})\cdot VAB_{jm}(86)$.
[3] Efecte competitiu: $RS1_{jm}=(r_{jm}-r_{jn})\cdot VABHOM_{jm}$.
[4] Coeficient d'assignació: $RS2_{jm}=(r_{jm}-r_{jn})\cdot[VAB_{jm}(86)-VABHOM_{jm}]$.

CAPÍTOL 2

INFORMACIÓ PER A ANALITZAR L'ACTIVITAT INDUSTRIAL A CURT TERMINI

ANNEX 2.1. ELS NOMBRES ÍNDEXS

Un dels problemes que planteja l'anàlisi de l'evolució temporal de qualsevol magnitud (la producció industrial en el nostre cas) consisteix en determinar la mesura de les fluctuacions que es produeixen en els seus valors al llarg del temps. Entre d'altres requisits, aquesta mesura ha de permetre poder efectuar comparacions significatives entre les diferents observacions. La forma més freqüent d'obviar aquest inconvenient és referir totes les observacions a una situació que es pren com a base (que pot ésser un determinat període temporal o un territori concret). D'aquesta manera, si es denota per x_0 el valor que pren una variable x en el període base, la successió de quocients

$$\frac{x_1}{x_0}, \frac{x_2}{x_0}, \ldots, \frac{x_n}{x_0},$$

indiquen la variació dels valors observats al llarg del temps de la variable d'interès, x, respecte la situació de l'esmentada variable en el període base (0) i constitueixen una mesura relativa de les observacions que permetrà efectuar comparacions entre les observacions i altres sèries econòmiques, atès que els esmentats quocients formen una sèrie de valors adimensionals. Normalment aquests quocients s'expressen en tant per cent, de forma que el valor de referència (del període base) és cent. Aquests quocients es coneixen com nombres índexs[1]. En conseqüència, els nombres índexs s'expressen en percentatges i mesuren les variacions d'una magnitud representada per una variable al llarg del temps. Mitjançant aquests percentatges, en els que s'elimina la unitat de mesura, poden estudiar-se les fluctuacions de la variable independentment de dita unitat, la qual cosa facilita la comparació de sèries expressades originalment en unitats distintes. Per tant, els nombres índexs no són altre cosa que els percentatges de cada valor de la variable respecte a un valor de referència (base).

Els nombres índexs s'introdueixen, doncs, per a mesurar les fluctuacions d'una única magnitud variable en funció d'un dels seus valors que es pren com a terme de comparació.

Si els nombres índexs fan referència a una única variable reben el nom d'índexs simples o elementals. A la pràctica, es sol plantejar el problema d'obtenir un nombre índex que permeti

[1] Tot i que el terme índex pot emprar-se en diferents sentits, en Economia s'aplica fonamentalment en un sentit estadístic.

reunir fluctuacions d'un conjunt de variables relacionades entre sí[2]. En aquest cas, el problema pot resoldre's mitjançant els anomenats índexs complexos (compostos o sintètics)[3] que consisteixen en un promig estadístic, sent els més usuals la mitjana aritmètica o geomètrica simples i la mitjana aritmètica o geomètrica ponderades en les seves distintes formes. En poques paraules, un índex complex resumeix en un sol número la informació continguda en varis índexs simples.

Els índexs complexos es podrien calcular, doncs, d'acord amb qualsevol dels promitjos simples com ara les mitjanes aritmètica, geomètrica o harmònica. De tota manera, però, si s'apliquessin aquestes expressions directament s'estaria emprant un sistema de ponderacions que està implícit en les dades, sense tenir en consideració la vertadera importància de cadascun d'ells. És a dir, sense tenir en compte que les fluctuacions de les variables poden incidir en l'índex global de manera molt diferent, per la qual cosa els resultats que s'obtindrien no tindrien (en moltes ocasions) cap tipus de validesa.

Per aquests motius cal determinar la forma en què es ponderen els índexs elementals. En aquest sentit, les ponderacions poden ésser de dos tipus: que variïn al llarg del temps (són els índexs de base mòbil) o bé fer referència a l'any que es pren com a base i deixar-les fixes en el temps (són els índexs de base fixa).

L'índex de quantitats d'en Laspeyres intenta eliminar l'efecte de la variació dels preus sobre l'evolució de la producció aplicant els mateixos preus, que es corresponen amb els de l'any de referència, a tots els períodes que es pretenen avaluar, és a dir, es basen en ponderacions fixes en relació al període base. Així, si les produccions del producte j en el període corrent, t, i en el període base, 0, es simbolitzen mitjançant q_{jt} i q_{j0}, i els preus de l'any base mitjançant p_{j0}, l'expressió de l'índex d'en Laspeyres de quantitats ve donada per:

$$L_{t,0}(q) = \frac{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} \cdot q_{jt}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} \cdot q_{j0}} \cdot 100 = \frac{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} \cdot q_{j0} \cdot \frac{q_{jt}}{q_{j0}}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} \cdot q_{j0}} \cdot 100 = \sum_{j=1}^{N} \frac{q_{jt}}{q_{j0}} \cdot \omega_{j0} \cdot 100 = \sum_{j=1}^{N} I_{jt} \cdot \omega_{j0} \cdot 100,$$

[2] De fet, probablement la gran utilitat dels nombres índexs apareix quan s'empren per a reunir en una única sèrie temporal fluctuacions no d'una variable sinó d'un conjunt de variables amb característiques comunes.

[3] L'IPI pertany a aquest tipus d'indicadors.

on $I_{jt} = \frac{q_{jt}}{q_{j0}}$ i $\omega_{j0} = \frac{p_{j0} \cdot q_{j0}}{\sum_{j=1}^{n} p_{j0} \cdot q_{j0}}$.

Com pot veure's a l'expressió anterior, l'índex de quantitats d'en Laspeyres no és més que la suma ponderada de l'índex simple pel producte j en el període t, I_{jt}, per un vector de ponderacions dels productes j en el període base, ω_{j0}, que compleix que $\sum_{j=1}^{N} \omega_{j0} = 1$.

Quan s'empren pesos (ponderacions) fixes corresponents a un període diferent al de la base temporal, l'índex d'en Laspeyres s'anomena modificat. Així, l'índex d'en Laspeyres modificat respon a la següent expressió:

$$L_{t,0}(q) = \frac{\sum_{j=1}^{N} p_{ja} \cdot q_{jt}}{\sum_{j=1}^{N} p_{ja} \cdot q_{j0}} \cdot 100 = \frac{\sum_{j=1}^{N} p_{ja} \cdot q_{j0} \cdot \frac{q_{jt}}{q_{j0}}}{\sum_{j=1}^{N} p_{ja} \cdot q_{j0}} \cdot 100 = \sum_{j=1}^{N} \frac{q_{jt}}{q_{j0}} \cdot \omega_{ja} \cdot 100 = \sum_{j=1}^{N} I_{jt} \cdot \omega_{ja} \cdot 100,$$

on $I_{jt} = \frac{q_{jt}}{q_{j0}}$ i $\omega_{j0} = \frac{p_{ja} \cdot q_{j0}}{\sum_{j=1}^{n} p_{ja} \cdot q_{j0}}$. Així doncs, els índexs simples, I_{jt}, s'obtenen per comparació de les quantitats en el període corrent amb les del període base, mentre que les ponderacions es calculen per a un altre període (simbolitzat per a en l'expressió anterior).

Com es veurà més endevant en el capítol 3, els IPIs elaborats pel SADEI i per l'IEA empren l'índex d'en Laspeyres modificat donat que les ponderacions corresponen als anys 1985 i 1994 i l'any base de l'índex és 1989 i 1994 respectivament.

El fet que l'índex quàntic d'en Laspeyres sigui un índex de mitjana aritmètica ponderada d'índexs simples i no pas un índex de mitjana agregativa fa que sigui un índex que no compleixi les propietats d'invertibilitat i de circularitat[4], la qual cosa cal tenir-la en compte a l'hora d'enllaçar les sèries atès que per a enllaçar dues sèries que no compleixin aquestes propietats s'ha de calcular de nou tots els nombres índex simple amb la nova base. Si no es fa així es perdria informació i només es disposaria de bones aproximacions.

Aquest índex, però, atès que els coeficients de ponderació es calculen en cadascun dels diferents nivells agregatius amb els valors dels preus i quantitats corresponents al període base, presenta l'avantatge que només necessita per ésser construït el vector de preus per l'any base, el que facilita la seva construcció (el seu càlcul) i interpretació sent, per tant, més pràctic[5]. A més, donat que per a tots els períodes el vector de preus és el mateix es poden establir comparacions intertemporals entre qualsevulles observacions de la sèrie. Per tot això la major part d'ens estadístics que elaboren índexs de quantitats empren aquest tipus d'índex i no altres com el d'en Paasche que, com es veurà a continuació, presenta l'inconvenient de requerir ponderacions del període corrent la qual cosa és com a mínim difícil de disposar. A més, en l'índex d'en Paasche en obtenir-se les ponderacions a partir dels valors corrents no són constants sinó variables la qual cosa dificulta en gran mesura el càlcul dels índexs.

---

[4] Es diu que un nombre índex per l'any t amb base l'any 0, I_0^t, compleix la propietat d'invertibilitat si en intercanviar els periodes, el nou index, I_t^0, és l'invers del primer, és a dir:

$$I_0^t \cdot I_t^0 = 1.$$

D'altra banda, es diu que un índex compleix la propietat de circularitat si:

$$I_0^t \cdot I_t^{t'} \cdot I_{t'}^0 = 1,$$

sent 0, t i t' tres períodes de temps.

Els nombres índexs que compleixen aquestes propietats són l'índex simple, $I_0^t = \frac{x_t}{x_0}$, l'índex mitjana agregativa sense ponderar o índex Bradstreet-Dûdot, $I_{BD} = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_{it}}{\sum_{i=1}^{N} q_{i0}}$, i l'índex d'en Fisher, $F_q = \sqrt{L_q \cdot P_q}$.

[5] En conseqüència, però, cal tenir molta cura a l'hora de triar el període base per tal que es distorsionin el menys possible l'objectivitat dels resultats: ha d'ésser un període normal i representatiu (en el sentit que la variable analitzada no hagi sofert influències atípiques que la distanciïn del seu comportament habitual en el temps), atès que en el supòsit que el periode base escollit no fos representatiu l'índex portaria a greus errors donat que comportaria les característiques anòmales que presentés la sèrie en dit any. Això pot passar si es calcula l'índex d'en Laspeyres per a un periode llarg de temps atès que els preus del període de referència es poden tornar "antiquats", perdent representativitat. A més, cal que per l'any triat com a base existeixin dades per a les principals macromagnituds industrials de l'àmbit econòmic analitzat, que siguin precises i amb la major desagregació sectorial possible. De fet, tot l'anterior no fa sinó posar de manifest el principal inconvenient dels índexs elaborats seguint la metodologia Laspeyres: perden representativitat a mesura que ens allunyem de l'any base, la qual cosa fa que sigui necessari renovar la base de càlcul cada cert temps.

Així doncs, l'índex de quantitats d'en Paasche, pondera els índexs simples pel valor de les quantitats de l'any base als preus de cada any, és a dir, enlloc d'utilitzar com a vector de preus fixe el del període base empra el del període al que es refereix l'índex. Si es simbolitza mitjançant q_{jt} i q_{j0} a la producció del producte j en el període actual, t, i en el període base, 0, i mitjançant p_{jt} els preus del període corrent, l'índex de quantitats d'en Paasche ve donat per:

$$P_{t,0}(q) = \frac{\sum_{j=1}^{N} p_{jt} \cdot q_{jt}}{\sum_{j=1}^{N} p_{jt} \cdot q_{j0}} \cdot 100 = \frac{\sum_{j=1}^{N} p_{jt} \cdot q_{j0} \cdot \frac{q_{jt}}{q_{j0}}}{\sum_{j=1}^{N} p_{jt} \cdot q_{j0}} \cdot 100,$$

$$P_{t,0}(q) = \sum_{j=1}^{N} I_{jt} \cdot \omega_{jt},$$

on I_{jt} és l'índex simple del producte j en el període actual t, $\frac{q_{jt}}{q_{j0}}$, i ω_{jt} és el vector de ponderacions dels productes j, $\frac{p_{jt} q_{j0}}{\sum_{j=1}^{N} p_{jt} q_{j0}}$. Com es desprén de les expressions anteriors, a l'inrevés que en el cas del l'índex d'en Laspeyres, per a calcular l'índex d'en Paasche és necessari calcular el vector de ponderacions per a cada any. En canviar cada any el vector de ponderacions només es poden fer comparacions entre l'any en curs i l'any base (no entre tots els anys). Aquest índex, doncs, només elimina l'efecte de la variació de preus entre les observacions de dos períodes consecutius, dificultant així la comparació en un horitzó temporal superior. A més, pel seu càlcul requereix una informació estadística superior a la de l'índex d'en Laspeyres per la qual cosa s'obté amb més retard que aquest[6].

Per últim, l'índex d'en Fisher no és més que un promig dels dos anteriors atès que és la mitjana geomètrica dels índexs d'en Laspeyres i d'en Paasche:

$$F_{t,0}(q) = \sqrt{L_{t,0}(q) \cdot P_{t,0}(q)}.$$

[6] De fet això és un clar argument en contra de l'utilització de l'índex d'en Paasche per a calcular l'IPI atès el caràcter d'indicador conjuntural de l'índex.

Aquest índex, de la mateixa manera que el d'en Paasche té l'inconvenient que per a calcular-lo és necessari conèixer els valors unitaris relatius a cadascun dels períodes de temps que es desitjen comparar.

CAPÍTOL 3

EXPERIÈNCIES A ESPANYA EN L'ELABORACIÓ D'INDICADORS QUANTITATIUS DE L'ACTIVITAT INDUSTRIAL

ANNEX 3.1. BRANQUES D'ACTIVITAT. DESAGREGACIÓ SECTORIAL CNAE-74[1]

DESAGREGACIÓ SECTORIAL D'UN DÍGIT CNAE-74	
Codi	**Sector**
1	Energia i aigua
2	Extracció i transformació de minerals no energètics i productes derivats. Indústria química
3	Indústries transformadores dels metalls. Mecànica de precisió
4	Altres indústries manufactureres

DESAGREGACIÓ SECTORIAL DOS DÍGITS CNAE-74	
Codi	**Sector**
11	Extracció, preparació i aglomeració de combustibles sòlids i coqueries
12	Extracció de petroli i gas natural
13	Refinació de petroli
14	Extracció i transfromació de minerals radioactius
15	Producció, transport i distribució d'energia elèctrica, gas, vapor i aigua calenta
16	Captació, depuració i distribució d'aigua
21	Extracció i preparació de minerals metàl.lics
22	Producció i primera transformació de metalls
23	Extracció de minerals no metàl.lics ni energètics
24	Indústries de productes minerals no metàl.lics
25	Indústria química
31	Fabricació de productes metàl.lics (llevat de màquines i material de transport)
32	Construcció de maquinària i equips mecànics
33	Construcció de màquines d'oficina i ordinadors (inclòs la instal.lació)
34	Construcció de maquinària i material elèctric
35	Fabricació de material electrònic (llevat d'ordinadors)
36	Construcció de vehicles automòbils i les seves peces de recanvi
37	Construcció naval, reparació i manteniment de vaixells
38	Construcció d'altres materials de transport
39	Fabricació d'instruments de precisió, òptica i semblants
41/42	Indústries de productes alimentaris, begudes i tabac
43	Indústria tèxtil
44	Indústria del cuir
45	Indústria del calçat i vestit i altres confeccions tèxtils
46	Indústries de la fusta, suro i mobles de fusta
47	Indústria del paper i fabricació d'articles de paper; arts gràfiques i edició
48	Indústries de transformació del cautxú i matèries plàstiques
49	Altres indústries manufactureres

[1] En aquest annex únicament es presenten les denominacions dels sectors d'activitat per a un, dos i tres dígits de la CNAE-74 que són els que s'empren en diferents fases del treball i no s'inclouen, per tant, les denominacions dels sectors pel nivell de desagregació de subgrup (quatre dígits).

DESAGREGACIÓ SECTORIAL TRES DÍGITS CNAE-74	
Codi	**Sector**
111	Estracció, preparació i aglomeració d'hulla
112	Extracció, preparació i aglomeració d'antracita
113	Extracció, preparació i aglomeració de lignit
114	coqueries
121	Prospecció de petroli i gas natural
122	Extracció de cru petroli
123	Extracció i depuració de gas natural
124	Extracció de pissarres bituminoses
130	Refinació de petroli
140	Extracció i transformació de minerals radioactius
151	Producció, transport i distribució d'energia elèctrica
152	Fabricació i distribució de gas
153	Producció i distribució d'aigua calenta
160	Captació, depuració i distribució d'aigua
211	Extracció i preparació de minerals de ferro
212	Extracció i preparació de minerals metàl.lics no ferrosos
221	Siderúrgia
222	Fabricació de tubs d'acer
223	Trefilatge, estiratge, perfilament i laminatge en fred d'acer
224	Producció i primera transformació de metalls no ferrosos
231	Extracció de materials de construcció
232	Extracció de sals potàssiques, fosfats i nitrats
233	Extracció de sal comuna
234	Extracció de pirites i sofre
239	Extracció d'altres minerals no metàl.lics ni energètics; torberes
241	Fabricació de productes de terra cuita per a la construcció (llevats d'articles refractaris)
242	Fabricació de ciments, calçs i guix
243	Fabricació de materials de construcció de formigó, ciment, guix, escaiola i altres
244	Indústries de la pedra natural
245	Fabricació d'abrasius
246	Indústria del vidre
247	Fabricació de productes ceràmics
249	Indústries d'altres productes minerals no metàl.lics NCAA
251	Fabricació de productes químics bàsics (llevat de productes farmacèutics de base)
252	Fabricació de productes químics destinats principalment a l'agricultura
253	Fabricació de productes químics destinats principalment a la indústria
254	Fabricació de productes farmacèutics
255	Fabricació d'altres productes químics destinats principalmet al consum final

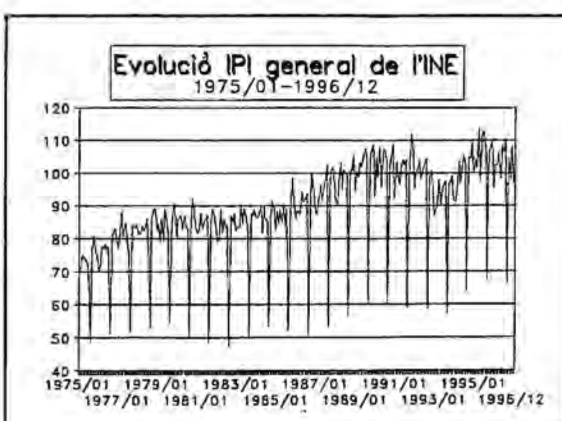
311	Foneries
312	Forja, estampació, embotició, encunyació, tallament i repussat
313	Tractament i recobriment dels metalls
314	Fabricació de productes metàl.lics estructurals
315	Construcció de grans dipòsits i caldereria grossa
316	Fabricació d'eines i articles metàl.lics acabats, llevat del material elèctric
319	Tallers mecànics independents
321	Construcció de màquines i tractors agrícoles
322	Construcció de màquines per a treballar els metalls, la fusta i el suro; estris, equips i recanvis per a màquines
323	Construcció de màquines per a les indústries tèxtil, del cuir, calçat i vestit
324	Construcció de màquines i aparells per a les indústries alimentàries, químiques, del plàstic i del cautxú
325	Construcció de màquines i equips per a la mineria, construcció i obres públiques, siderúrgia i fosa, i d'elevació i manipulació
326	Fabricació d'òrgans de transmissió
329	Construcció d'altres màquines i equips mecànics
330	Construcció de màquines d'oficina i ordinadors (inclòs la instal.lació)
341	Fabricació de fils i cables elèctrics
342	Fabricació de material elèctric d'utilització i equipament
343	Fabricació de piles i acumuladors
344	Fabricació de comptadors i aparells de mesurament, control i verificació elèctrics
345	Fabricació d'aparells electrodomèstics
346	Fabricació de llums i materials d'enllumenat
347	Instal.lacions elèctriques (llevat de les de la construcció)
351	Fabricació d'aparells i equips de telecomunicació
352	Fabricació d'aparells i equips electrodomèstics i d'ús professional i científic
353	Fabricació d'aparells i equips electrònics de senyalització, control i programació
354	Fabricació de componets electrònics i circuits integrats
355	Fabricació d'aparells receptors, d'enregistrament i reproducció de so i imatge. Enregistrament de discs i cintes magnètiques
361	Construcció i muntatge de vehicles automòbils i els seus motors
362	Construcció de carrosseries, remolcs i bolquets
363	Fabricació d'equips, accessoris i peces de recanvi per a vehicles automòbils
371	Construcció naval
372	Reparació i manteniment de vaixells
381	Construcció, reparació i manteniment de material ferroviari
382	Construcció, reparació i manteniment d'aeronaus
383	Construcció de bicicletes, motocicletes i les seves peces de recanvi
389	Construcció d'altres materials de transport NCAA
391	Fabricació d'instruments de precisió, òptica i similars
392	Fabricació de material mèdico-quirúrgic i d'aparells ortopèdics
393	Fabricació d'instruments òptics i d'equips fotogràfics i cinematogràfics
399	Fabricació de rellotges i altres instruments NCAA

411	Fabricació d'oli d'oliva
412	Fabricació d'olis i greixos vegetals i animals (excepte oli d'oliva)
413	Sacrifici de bestiar, preparació i conserves de carn
414	Indústries làcties
415	Fabricació de sucs i conserves vegetals
416	Fabricació de conserves de peix i altres productes marins
417	Fabricació de productes de molineria
418	Fabricació de pastes alimentàries i productes amilacis
419	Indústries del pa, brioixeria, pastisseria i galetes
420	Indústria del sucre
421	Indústria del cacau, xocolata i productes de confiteria
422	Indústries de productes per a l'alimentació animal (incloses les farines de peix)
423	Elaboració de productes alimentaris diversos
424	Indústries d'alcohols etílics de fermentació
425	Indústria vinícola
426	Sidreries
427	Fabricació de cervesa i malt cerveser
428	Indústria d'aigües minerals, aigües gasoses i altres begudes analcohòliques
429	Indústria del tabac
431	Indústria del cotó i les seves mescles
432	Indústria de la llana i les seves mescles
433	Indústria de la seda natural i les seves mescles i de les fibres artificials i sintètiques
434	Indústria de les fibres dures i les seves mescles
435	Fabricació de gèneres de punt
436	Acabament de tèxtils
437	Fabricació de catifes i tapissos i de teixits impregnats
439	Altres indústries tèxtils
441	Assaonament i acabat de cuir i pells
442	Fabricació d'articles de cuir i similars
451	Fabricació en sèrie de caçat i vestit, i altres confeccions tèxtils
452	Fabricació de calçat d'artesania i a mida (inclòs el calçat ortopèdic)
453	Confecció en sèrie de roba i complements del vestit
454	Confecció a mida de roba i complements del vestit
455	Confecció d'altres articles amb matèries tèxtils
456	Indústria de la pelleteria
461	Serrat i preparació industrial de la fusta (serrat, ribotejament, poliment, rentatge, ...)
462	Fabricació de productes semielaborats de fusta (fulloles, taulers, fustes millorades, ...)
463	Fabricació en sèrie de peces de fusteria, parquet i estructures de fusta per a la construcció
464	Fabricació d'envasos i embalatges de fusta
465	Fabricació d'objectes diversos de fusta (llevat de mobles)
466	Fabricació de productes de suro
467	Fabricació d'articles de jonc i canya, cistelleria, brotxes, raspalls, ...
468	Indústria del moble de fusta
471	Fabricació de pasta paperera
472	Fabricació de paper i cartó
473	Transformació del paper i cartó
474	Arts gràfiques i activitats afins
475	Edició
481	Transformació del cautxú
482	Transformació de matèries plàstiques
491	Joieria i bijuteria
492	Fabricació d'instruments de música
493	Laboratoris fotogràfics i cinematogràfics
494	Fabricació de jocs, joguines i articles d'esport
495	Indústries manufactureres diverses

ANNEX 3.2. ÍNDEX DE PRODUCCIÓ INDUSTRIAL BASE 90 DE L'INE GENERAL I PER A LA DESAGREGACIÓ SECTORIAL D'UN DÍGIT DE LA CNAE-74

ÍNDEX DE PRODUCCIÓ INDUSTRIAL GENERAL

	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1975	70.0	71.4	75.0	74.1	73.5	73.0	69.6	48.5	75.2	81.0	76.1	74.4
1976	70.2	72.2	77.7	76.8	78.4	76.7	77.7	50.9	80.2	81.7	83.2	80.0
1977	77.0	80.6	88.1	80.4	84.9	80.7	74.8	51.6	83.8	83.9	83.4	84.3
1978	81.4	81.6	83.7	82.4	83.3	86.3	77.5	53.0	85.6	88.7	89.4	82.6
1979	84.4	78.8	86.1	79.2	89.3	85.7	82.0	54.0	83.7	88.9	90.7	80.3
1980	86.2	85.9	87.1	83.0	87.2	83.6	83.3	50.0	85.0	92.3	88.2	83.5
1981	81.6	83.1	87.7	82.8	85.7	85.6	87.3	48.2	83.6	89.1	87.3	83.2
1982	79.0	80.9	89.2	81.8	85.8	83.5	84.2	47.4	87.1	85.0	87.7	82.5
1983	83.6	83.3	90.5	84.4	89.2	86.8	82.7	49.9	87.7	86.8	88.9	86.6
1984	86.5	87.1	89.9	81.5	89.8	85.5	85.8	53.3	85.3	91.6	90.1	82.5
1985	88.5	84.5	89.1	84.8	90.5	83.8	89.5	52.3	88.2	98.9	92.8	86.2
1986	88.3	88.0	87.5	94.5	91.1	92.4	93.6	50.4	92.1	100.3	94.8	88.0
1987	87.6	91.9	96.5	91.4	96.2	97.2	102.8	53.1	98.4	101.9	101.0	92.0
1988	90.1	96.4	103.3	94.9	101.2	100.2	99.5	56.4	100.7	100.8	105.7	94.4
1989	100.6	98.7	103.3	102.0	104.7	107.6	104.5	60.0	104.9	107.2	108.8	92.6
1990	105.0	98.8	108.3	95.9	107.0	107.0	104.3	59.7	102.3	105.6	109.1	92.3
1991	103.6	98.9	96.7	102.2	104.0	102.3	104.4	58.9	102.7	112.2	106.2	95.2
1992	100.2	101.0	104.2	98.2	100.2	102.8	104.4	58.4	98.7	100.7	97.4	86.7
1993	88.3	90.4	98.0	90.2	95.3	96.8	97.5	56.9	97.1	97.0	99.5	92.1
1994	91.1	95.2	103.5	97.0	102.1	105.5	102.7	64.2	104.9	104.4	109.2	99.9
1995	104.2	101.5	113.9	97.4	112.0	112.7	106.2	67.4	105.6	108.1	110.4	95.2
1996	102.7	102.4	106.4	98.3	108.4	106.2	110.4	66.5	104.8	114.7	108.5	96.8

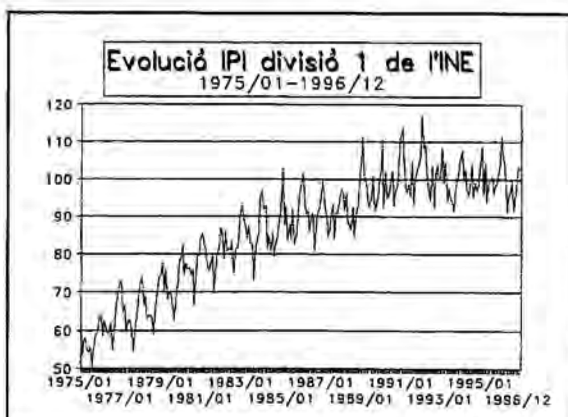


Font: INE.

IPI DESAGREGACIÓ SECTORIAL D'UN DÍGIT DE LA CNAE-74

Divisió 1. Energia i aigua

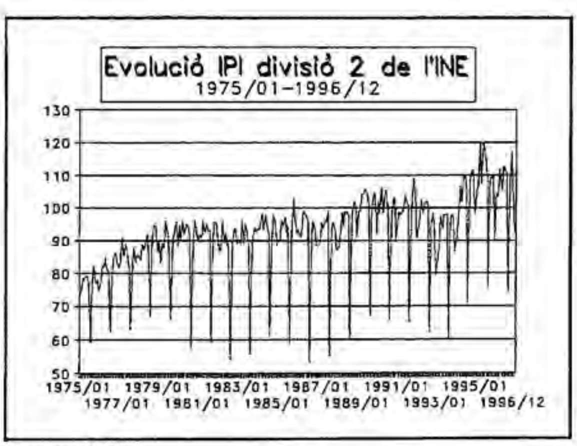
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1975	60.1	53.6	58.0	57.4	54.3	54.3	55.5	50.1	55.1	58.6	59.6	64.0
1976	64.3	58.6	62.8	60.5	59.4	59.3	61.8	54.7	61.4	66.4	70.6	72.3
1977	72.9	64.5	66.6	59.9	63.0	62.4	59.4	54.4	60.7	63.5	68.6	72.2
1978	74.0	66.9	69.1	63.3	63.9	63.9	63.5	58.9	65.2	69.6	74.2	74.6
1979	77.9	70.1	76.5	68.1	70.1	69.5	67.8	62.4	68.2	72.8	78.1	79.2
1980	82.9	74.5	77.6	75.9	76.5	74.3	76.1	66.7	75.0	79.6	79.7	84.3
1981	85.5	82.2	81.1	76.4	75.4	77.6	79.8	69.6	75.9	79.9	81.3	87.1
1982	85.7	78.8	86.0	80.6	81.4	81.2	83.5	74.9	81.4	81.5	84.5	90.5
1983	92.8	88.7	87.5	84.0	87.6	82.8	82.6	72.9	81.5	83.5	85.5	95.3
1984	96.8	91.9	93.0	81.4	84.8	80.8	86.0	79.3	83.1	84.3	88.6	92.6
1985	103.0	87.5	92.9	83.6	88.1	83.9	92.3	82.4	84.6	91.6	96.1	99.3
1986	101.3	93.7	90.6	91.3	86.2	90.8	89.7	80.5	88.7	90.7	92.5	96.6
1987	100.0	92.6	89.9	84.7	86.8	90.6	93.2	83.7	91.4	90.7	94.2	97.1
1988	96.1	91.8	96.4	87.9	88.3	86.4	92.5	84.6	90.5	92.8	98.6	105.1
1989	111.4	99.5	100.4	95.2	92.5	95.2	100.9	91.6	92.6	94.9	99.2	102.0
1990	111.0	92.2	102.1	95.0	96.3	99.0	102.3	93.0	97.2	98.1	104.2	111.0
1991	113.9	105.4	97.8	96.6	98.8	95.3	104.9	93.1	100.5	102.7	104.5	106.4
1992	117.2	108.4	109.4	100.9	97.6	94.3	103.7	92.2	100.6	103.8	100.2	100.6
1993	108.7	98.9	104.5	94.2	97.5	94.4	94.3	91.3	96.1	99.3	101.0	104.5
1994	107.8	99.7	102.7	97.3	95.8	98.0	104.0	95.1	99.3	97.0	98.2	103.9
1995	108.9	95.7	104.4	93.8	99.6	99.6	100.8	96.0	98.1	98.9	101.2	104.7
1996	111.5	105.2	104.1	91.2	95.4	96.7	99.9	91.8	94.7	99.7	103.2	102.6



Font: INE.

Divisió 2. Extracció i transformació de minerals no energètics i productes derivats. Indústria química

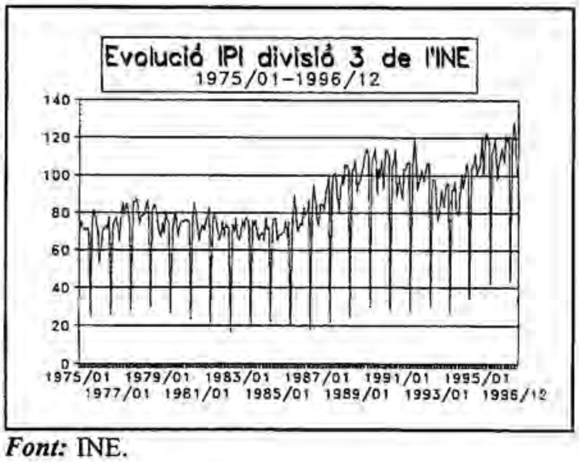
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1975	72.9	74.4	77.2	78.7	78.9	79.2	75.4	58.9	75.5	82.3	77.0	78.0
1976	74.6	76.8	81.7	82.1	84.9	81.1	80.4	62.2	80.9	85.2	86.3	83.5
1977	81.7	83.1	91.2	85.3	89.2	85.7	81.3	63.1	82.2	88.0	83.2	85.9
1978	85.0	84.2	89.0	87.3	88.7	91.9	85.7	66.9	88.7	94.7	94.3	86.7
1979	90.0	83.0	89.3	87.6	96.2	92.9	87.9	66.1	89.8	93.5	96.2	88.0
1980	94.7	90.1	96.0	92.0	95.4	94.3	90.5	57.5	86.0	96.5	93.3	89.8
1981	92.0	90.6	96.3	92.5	94.9	93.2	93.1	59.1	90.2	95.6	95.6	90.2
1982	86.9	87.7	96.2	89.2	92.4	88.8	87.2	53.9	89.6	93.6	93.8	89.1
1983	90.6	89.0	96.5	89.0	95.3	92.3	87.0	55.8	88.5	91.8	93.9	92.6
1984	93.7	93.5	98.4	93.2	98.0	95.4	92.2	60.9	89.5	97.8	95.9	88.4
1985	90.6	89.6	96.0	94.4	97.6	92.3	94.6	58.8	92.3	103.3	97.7	92.4
1986	93.6	91.6	90.9	99.3	98.4	97.1	95.1	53.0	89.3	96.1	93.4	89.0
1987	88.2	89.0	95.6	93.7	96.0	95.7	99.3	54.9	92.8	95.7	94.0	87.2
1988	87.8	90.8	98.7	94.6	99.1	98.7	97.9	60.2	97.7	102.0	101.5	91.1
1989	99.0	99.3	104.3	104.3	105.8	104.1	100.9	67.1	99.7	104.7	104.0	92.1
1990	102.1	98.0	106.3	98.3	105.5	104.6	97.0	66.0	96.7	103.3	102.6	89.7
1991	98.8	97.9	98.4	99.2	103.8	102.1	100.4	65.2	98.4	109.2	103.8	90.4
1992	92.2	96.6	102.5	98.2	101.3	102.1	101.0	62.0	95.2	98.3	93.6	79.5
1993	82.7	87.1	97.4	93.8	98.0	97.8	98.2	59.9	96.4	97.8	97.2	86.5
1994	91.3	96.7	106.8	102.0	109.0	110.4	105.8	70.6	108.0	111.3	111.6	98.1
1995	105.3	107.0	120.4	107.3	120.2	118.1	109.7	75.4	108.9	109.4	110.1	90.0
1996	104.3	103.5	112.0	105.2	112.8	111.3	110.6	74.1	106.7	117.0	106.1	92.5



Font: INE.

Divisó 3. Indústries transformadores dels metalls. Mecànica de precisió

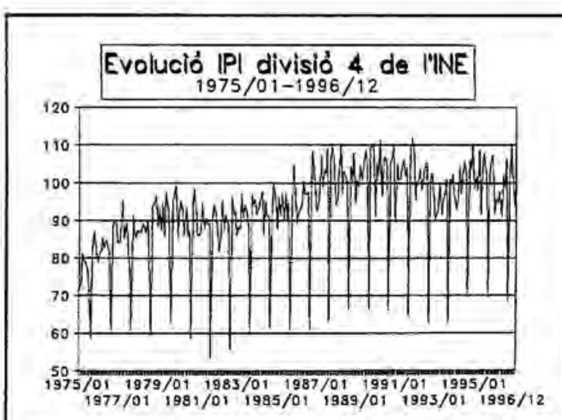
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1975	68.7	75.0	72.2	71.4	70.2	71.3	68.8	24.5	74.5	81.6	75.0	69.7
1976	53.2	60.8	70.3	71.6	72.6	71.0	77.4	25.3	73.5	74.5	77.6	74.5
1977	64.5	76.1	85.1	79.2	85.1	81.5	73.9	27.7	85.0	85.4	87.6	84.3
1978	73.9	78.5	78.3	79.4	83.4	86.8	75.5	29.6	80.5	84.4	82.1	74.1
1979	69.5	67.0	75.0	68.5	80.4	75.8	74.8	26.7	69.6	79.5	79.4	67.2
1980	70.7	74.0	75.6	74.7	76.5	75.5	75.0	23.0	76.1	85.5	80.8	73.8
1981	64.7	70.5	73.3	70.6	75.6	78.2	83.0	21.0	70.8	80.4	76.0	70.3
1982	65.4	68.7	75.6	67.2	74.0	71.6	72.6	16.5	73.9	69.8	77.2	67.7
1983	65.7	68.9	76.7	71.4	77.4	76.3	72.1	19.1	76.0	73.1	75.7	69.7
1984	65.4	68.3	69.5	64.8	77.3	71.2	72.3	21.9	70.8	76.7	76.9	64.7
1985	67.9	68.4	69.2	69.7	75.9	66.7	75.5	19.4	75.2	89.7	82.2	70.0
1986	71.8	74.4	73.0	83.1	78.6	82.2	87.6	17.4	82.7	95.2	86.2	75.4
1987	73.2	84.6	84.4	81.4	89.9	93.5	100.1	21.3	95.0	100.3	101.7	89.5
1988	80.3	92.3	99.5	94.7	105.7	105.2	103.0	24.7	102.0	104.1	108.6	91.0
1989	95.8	97.2	101.4	105.6	110.6	114.4	108.8	29.3	108.0	110.9	115.2	90.3
1990	103.5	98.2	107.9	93.1	113.7	112.8	110.5	28.6	104.5	108.9	114.4	88.8
1991	99.5	93.4	87.5	103.8	103.0	106.4	107.0	28.0	100.8	120.0	106.9	91.8
1992	95.5	100.2	102.9	96.6	100.2	106.7	105.9	29.7	98.0	98.1	96.5	79.4
1993	75.8	84.5	92.1	83.3	91.5	96.3	94.7	26.2	92.8	91.7	96.5	82.3
1994	78.5	90.3	100.7	93.3	100.0	106.2	100.7	33.9	104.6	104.6	112.4	100.4
1995	103.6	105.3	121.2	99.5	121.3	122.6	116.0	41.8	112.2	115.4	119.8	97.6
1996	104.9	109.7	114.6	106.8	121.3	118.0	121.4	43.0	116.0	128.7	120.8	99.8



Font: INE.

Divisió 4. Altres indústries manufactureres

	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1975	72.4	73.2	81.1	78.9	79.0	77.0	71.6	58.5	82.0	87.3	81.7	78.8
1976	81.0	81.8	85.4	82.7	84.9	83.7	81.5	60.5	90.3	89.6	89.2	84.1
1977	83.9	87.4	95.5	85.2	89.5	83.4	76.9	60.5	91.4	87.2	85.3	87.4
1978	86.7	87.0	89.1	88.1	86.5	90.1	79.0	59.2	94.0	94.6	96.5	88.5
1979	93.3	87.2	94.8	85.5	97.6	93.7	88.2	62.9	94.8	97.9	99.2	85.2
1980	92.8	95.2	93.0	85.8	93.4	86.1	87.1	58.4	93.6	98.5	92.9	86.1
1981	85.9	87.6	94.8	87.8	90.7	89.0	89.5	53.3	91.0	94.3	92.1	86.6
1982	81.6	86.0	95.5	87.7	91.4	89.1	90.3	55.4	96.2	91.4	92.4	86.0
1983	88.4	87.7	97.3	90.7	94.3	92.1	87.3	59.5	97.0	94.1	95.9	91.5
1984	93.0	94.6	97.7	86.3	95.1	91.2	91.0	61.3	93.3	100.3	96.2	87.7
1985	96.2	91.3	97.3	89.9	97.2	90.4	94.8	60.8	95.8	104.9	96.0	89.1
1986	92.0	93.0	94.0	100.4	97.1	97.0	97.8	60.8	100.7	108.7	101.8	92.8
1987	92.5	97.8	107.1	98.8	103.4	102.4	109.4	63.1	105.6	109.8	106.3	94.4
1988	95.6	103.3	110.4	97.3	103.2	101.9	100.0	66.0	104.5	100.3	108.1	94.6
1989	100.9	98.8	104.7	100.5	104.0	108.8	104.5	66.0	109.4	109.8	109.9	91.0
1990	105.2	101.6	111.4	96.6	106.6	106.7	104.5	66.1	105.2	106.9	110.4	89.5
1991	105.1	100.7	101.3	104.2	106.1	101.7	104.3	64.6	106.7	112.3	107.8	95.4
1992	100.3	100.7	103.8	98.1	101.0	104.2	105.5	62.9	100.4	102.6	98.9	89.9
1993	91.5	92.8	100.0	91.6	95.6	97.7	100.9	63.0	101.3	99.6	102.4	96.8
1994	92.9	96.0	104.2	97.0	102.7	105.7	102.0	69.6	106.1	103.9	110.4	98.6
1995	102.0	98.1	108.9	91.8	105.9	108.0	99.0	69.4	102.1	106.0	107.6	91.8
1996	95.8	94.6	97.8	90.9	101.9	98.7	106.5	68.5	99.7	110.2	102.6	94.1

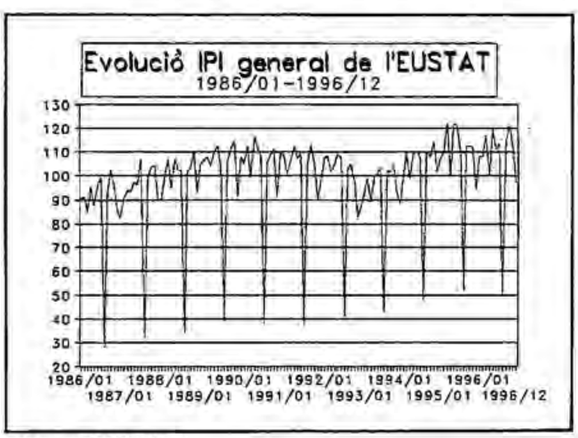


Font: INE.

ANNEX 3.3. ÍNDEX DE PRODUCCIÓ INDUSTRIAL BASE 90 DE L'EUSTAT GENERAL I PER A LA DESAGREGACIÓ SECTORIAL D'UN DÍGIT DE LA CNAE-74

ÍNDEX DE PRODUCCIÓ INDUSTRIAL GENERAL

	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1986	90.3	91.2	84.9	95.5	87.4	96.1	99.3	27.9	92.9	102.7	94.4	84.7
1987	82.5	90.4	93.8	93.3	97.3	95.9	107.3	31.8	98.7	103.6	104.3	89.7
1988	90.4	100.2	106.7	95.1	106.9	102.5	102.2	33.9	102.0	103.6	110.7	93.0
1989	104.7	106.6	107.9	104.2	109.4	112.8	103.1	38.9	105.8	111.4	114.4	91.4
1990	108.2	105.0	112.4	99.3	116.2	111.6	108.7	37.9	105.6	108.8	111.3	91.2
1991	110.6	107.9	101.0	105.6	112.6	107.0	109.5	37.8	103.7	113.1	105.0	89.9
1992	98.6	107.4	108.4	101.5	105.0	109.2	107.5	40.8	103.2	104.6	97.7	82.8
1993	86.9	92.3	99.0	89.2	99.8	100.7	104.0	42.6	102.0	101.9	104.7	92.8
1994	88.1	99.9	109.6	98.7	108.9	110.3	107.6	47.8	110.4	107.8	114.3	101.3
1995	107.1	109.5	122.0	99.9	121.6	121.8	110.4	52.0	112.8	112.7	112.1	94.2
1996	108.1	107.9	117.1	100.6	119.6	111.1	113.6	50.0	114.3	121.3	112.6	97.0

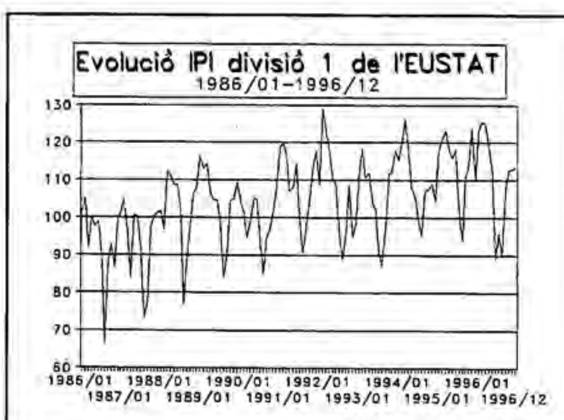


Font: EUSTAT.

IPI DESAGREGACIÓ SECTORIAL D'UN DÍGIT DE LA CNAE-74

Divisió 1. Energia i aigua

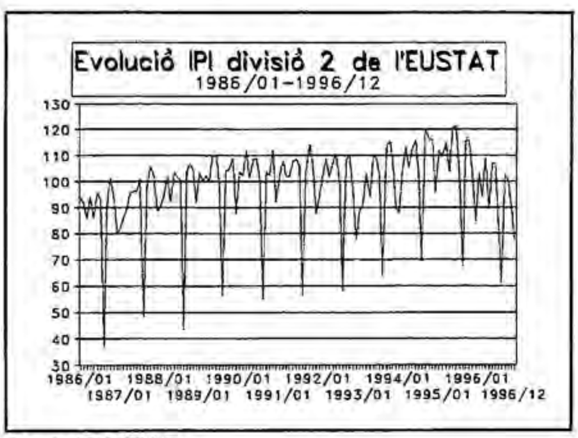
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1986	101.8	105.2	91.9	100.1	97.5	99.0	90.2	66.3	87.3	93.0	87.0	100.0
1987	100.9	104.9	96.1	83.9	100.6	100.2	93.4	73.4	77.6	97.6	100.2	101.3
1988	101.8	96.6	112.3	111.3	108.5	108.7	102.4	77.0	88.9	97.9	106.3	107.7
1989	116.1	113.0	114.4	106.8	104.6	104.8	98.2	84.0	90.1	104.4	105.2	109.4
1990	104.2	101.5	94.4	98.7	105.1	104.7	93.3	85.1	94.9	96.8	101.1	106.8
1991	118.6	119.9	116.7	107.0	108.1	114.4	99.4	90.4	96.7	104.9	113.3	117.7
1992	108.8	129.3	123.0	118.4	109.8	109.1	95.7	88.9	95.1	108.6	94.8	98.4
1993	111.3	118.5	110.4	112.0	104.1	102.2	90.7	87.4	98.0	111.8	111.9	117.9
1994	115.2	119.8	126.2	118.5	108.1	105.4	99.2	95.1	106.9	107.5	108.9	104.3
1995	117.7	121.0	123.2	118.1	115.9	118.0	100.1	93.8	110.5	113.4	123.7	110.2
1996	123.5	125.7	125.0	118.5	112.2	89.0	95.8	90.1	108.0	112.6	112.7	113.4



Font: EUSTAT.

Divisió 2. Extracció i transformació de minerals no energètics i productes derivats. Indústria química

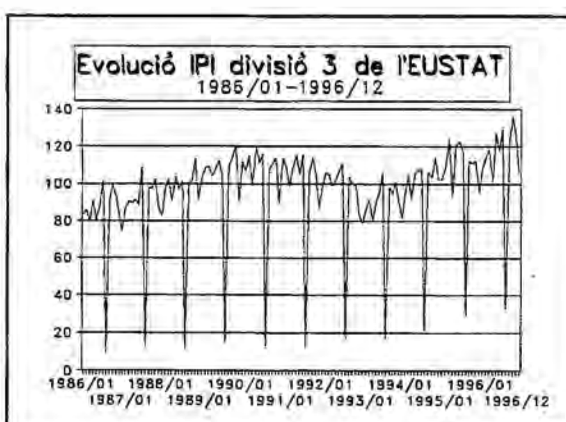
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1986	93.7	91.7	85.6	94.4	86.1	96.0	92.7	36.9	91.7	101.6	93.3	79.6
1987	81.7	85.3	89.9	95.6	96.6	96.3	101.2	48.0	98.2	105.7	102.5	88.5
1988	90.7	94.6	102.0	92.1	103.7	101.6	100.6	43.0	104.1	106.9	104.4	91.7
1989	103.4	100.3	102.3	100.0	109.7	110.5	98.6	56.3	104.4	104.7	109.3	87.4
1990	103.8	102.3	112.4	101.5	108.7	108.9	100.7	54.7	103.8	102.3	112.4	92.0
1991	103.2	108.0	102.1	101.8	107.8	108.6	105.9	56.2	103.6	114.4	105.3	87.7
1992	94.6	102.5	108.9	101.8	108.0	110.8	99.0	58.0	108.5	110.2	95.7	77.2
1993	88.8	91.0	103.0	94.1	110.6	108.6	101.9	63.7	113.9	115.5	109.1	89.9
1994	88.0	104.3	113.3	105.4	112.0	116.0	102.3	69.3	119.8	116.5	116.1	95.8
1995	112.1	109.9	115.2	103.7	121.0	121.4	99.5	67.3	115.8	115.8	104.1	84.8
1996	103.6	94.3	109.3	89.7	107.0	107.3	85.5	60.5	102.7	100.2	90.8	77.7



Font: EUSTAT.

Divisió 3. Indústries transformadores dels metalls. Mecànica de precisió

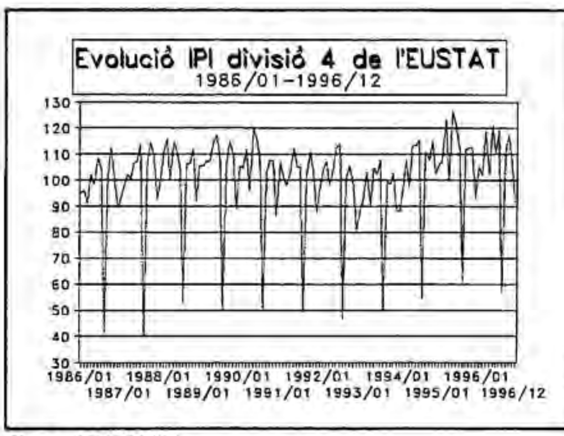
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1986	83.6	85.7	79.7	91.0	80.3	89.0	101.8	8.6	90.4	99.3	92.8	81.5
1987	74.3	86.5	90.5	89.6	91.7	88.7	109.1	11.7	97.8	97.5	102.8	86.3
1988	82.9	97.9	102.7	90.6	103.7	96.8	101.7	11.2	100.6	101.2	113.5	91.2
1989	102.3	108.7	109.4	103.8	107.4	112.6	103.7	15.3	109.5	113.6	120.4	90.9
1990	112.1	106.8	115.2	99.1	119.7	111.5	115.9	13.2	108.3	111.1	114.0	89.8
1991	114.1	108.7	98.2	108.3	115.5	105.0	115.7	11.9	105.6	114.4	104.4	86.8
1992	98.7	105.9	105.0	98.8	102.5	106.4	110.9	16.5	104.1	100.2	99.0	82.7
1993	78.9	85.9	91.6	79.9	90.4	95.6	106.3	16.6	98.5	94.5	101.4	90.1
1994	81.3	94.7	104.3	91.1	105.1	107.1	107.9	21.2	106.4	103.6	114.4	102.4
1995	102.6	107.6	124.1	93.5	120.4	122.9	117.5	29.1	112.5	111.0	112.6	95.2
1996	108.4	114.0	118.4	101.4	126.8	118.2	129.0	32.6	123.0	136.1	126.2	106.0



Font: EUSTAT.

Divisió 4. Altres indústries manufactureres

	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1986	95.2	96.1	91.3	102.4	98.4	108.6	104.6	41.4	100.5	112.9	100.5	89.4
1987	92.3	97.1	102.4	100.7	106.7	107.2	114.0	39.7	107.4	114.7	109.8	93.0
1988	100.1	110.8	116.0	100.4	115.0	111.3	104.2	52.9	106.6	106.3	112.4	91.7
1989	105.7	105.6	107.5	107.3	114.0	117.6	107.9	50.1	105.5	115.4	109.9	89.1
1990	105.6	104.7	112.2	96.4	119.8	115.8	107.7	50.5	103.1	107.7	107.8	86.1
1991	107.4	100.8	98.3	102.4	112.6	105.3	105.0	48.7	101.9	111.1	102.0	87.4
1992	97.4	104.2	107.1	98.2	104.5	112.6	114.2	46.4	100.8	105.8	98.3	80.8
1993	88.1	92.5	103.3	90.7	104.9	102.0	107.8	49.6	99.7	98.4	103.2	88.4
1994	87.8	96.1	108.0	97.1	113.4	113.2	115.7	54.2	111.0	107.9	114.9	102.6
1995	105.9	107.4	123.5	99.6	126.8	121.9	112.1	59.7	111.9	112.6	112.9	93.1
1996	105.3	102.0	119.1	102.3	121.4	110.3	119.5	56.5	111.6	117.5	107.7	91.7



Font: EUSTAT.

ANNEX 3.4. CLASSIFICACIONS PER BRANQUES D'ACTIVITAT DE L'EUSTAT I CORRESPONDÈNCIES AMB LA CNAE-74

sectorització A	B	C	BRANCA D'ACTIVITAT	correspondència CNAE-74
1			**Energia i aigua**	**1**
	1		*Energia i aigua*	*1*
		1	Extracció i aglomerat de carbons	111, 112 i 113
		2	Coqueries	114
		3	Prospecció i refinament de petroli i gas natural	12 i 13
		4	Producció, transport i distribució d'energia elèctrica	151
		5	Producció i distribució de gas, vapor i aigua	152, 153 i 160
		6	Extracció i transformats de minerals radioactius	140
2			**Extracció i transformació de minerals no energètics i productes derivats. Indústria química**	**2**
	2		*Minerals i metalls férrosos i no férrosos*	*21 i 22*
		7	Extracció i preparació de minerals metàl.lics	21
		8	Producció i primera transformació de ferro i acer	221, 222 i 223
		9	Producció i primera transformació de metalls no ferrosos	224
	3		*Minerals no metàl.lics i llurs productes*	*23 i 24*
		10	Extracció de minerals no metàl.lics ni energètics	23
		11	Ciments, calçs i guix	242
		12	Indústria del vidre	246
		13	Altres indústries de minerals no metàl.lics	241, 243, 244, 245, 247 i 249
	4		*Indústria química*	*25*
		14	Química de base	251
		15	Química per a l'agricultura i la indústria	252 i 253
		16	Química pel consum final. Productes farmacèutics	254 i 255
3			**Indústries transformadores dels metalls. Mecànica de precisió**	**3**
	5		*Construccions metàl.liques*	*311 a 315*
		17	Foneries	311
		18	Forja, estampació, embotició i encunyació	312 i 313
		19	Construcció metàl.lica i caldereria	314 i 315
	6		*Articles acabats en metall. Tallers mecànics*	*316 i 319*
		20	Eines i articles acabats en metall. Tallers mecànics independents	316 i 319
	7		*Maquinària no elèctrica*	*32, 33 i 39*
		21	Construcció de màquina-eina	3221
		22	Altre construcció de maquinària	32 (exclós 3221)
		23	Fabricació de màquines d'oficina, instruments de precisió, òptica	33 i 39
	8		*Maquinària i material elèctric i electrònic*	*34 i 35*
		24	Aparells electrodomèstics	345
		25	Altre material elèctric i electrònic	34 (exclós 345) i 35
	9		*Vehícles i material de transport*	*36, 37 i 38*
		26	Vehícles automòbils i llurs peces	36
		27	Construcció naval, reparació i manteniment	37
		28	Construcció d'altre material de transport	38

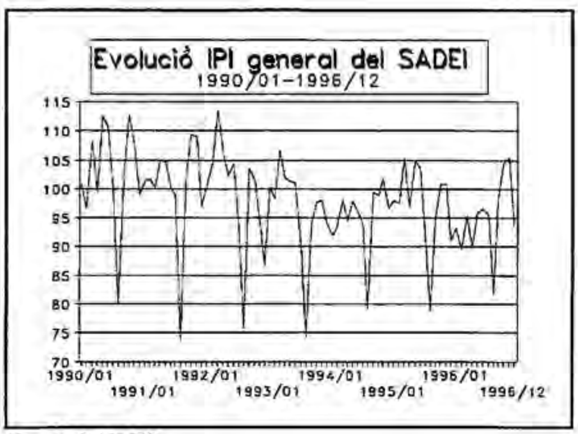
4			**Altres indústries manufactureres**	**4**
	10		*Alimentació, begudes i tabac*	*41 i 42*
		29	Indústries càrniques	413
		30	Indústries làcties	414
		31	Conserves de peix	416
		32	Pa, brioxeria, pastisseria, galetes i molineria	417 i 419
		33	Cacau, xocolata i productes de confiteria	421
		34	Altres indústries alimentícies	411, 412, 415, 418, 420, 422 i 423
		35	Begudes	424 a 428
		36	Indústria del tabac	429
	11		*Tèxtil, confecció, cuir i calçat*	*43, 44 i 45*
		37	Indústria tèxtil	43
		38	Confecció	453 a 456
		39	Pell, cuir i calçat	44, 451 i 452
	12		*Fusta i mobles*	*46*
		40	Transformació de la fusta	461 a 467
		41	Indústria del moble de fusta	468
	13		*Paper i arts gràfiques*	*47*
		42	Pasta, paper, cartó i transformats	471 a 473
		43	Editorial i imprenta	474 i 475
	14		*Transformats de cautxú i plàstic. Altres manufactures*	*48 i 49*
		44	Fabricació d'articles de cautxú i pneumàtics	481
		45	Fabricació d'articles de matèries plàstiques	482
		46	Altres indústries manufactureres	49

Font: EUSTAT.

ANNEX 3.5. ÍNDEX DE PRODUCCIÓ INDUSTRIAL BASE 89 DEL SADEI GENERAL I PER A LA DESAGREGACIÓ SECTORIAL D'UN DÍGIT DE LA CNAE-74

ÍNDEX DE PRODUCCIÓ INDUSTRIAL GENERAL

	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1990	100.9	96.7	108.2	99.5	112.6	110.7	100.0	80.1	103.5	112.9	108.1	99.0
1991	101.4	101.7	100.2	105.1	104.6	100.4	99.0	73.6	102.2	109.4	108.9	97.0
1992	100.5	104.6	113.5	106.3	102.3	104.4	93.4	75.7	103.6	101.5	94.7	86.7
1993	100.3	98.3	106.7	102.0	101.3	101.1	90.0	74.2	94.0	97.7	98.1	94.0
1994	92.0	93.5	98.1	94.5	98.0	96.1	94.1	79.2	99.6	98.9	101.9	96.7
1995	98.0	97.5	105.5	96.9	105.0	103.6	92.2	78.7	95.0	100.8	100.9	91.1
1996	93.3	89.5	95.5	89.7	95.9	96.7	95.5	81.6	98.4	104.4	105.5	93.7

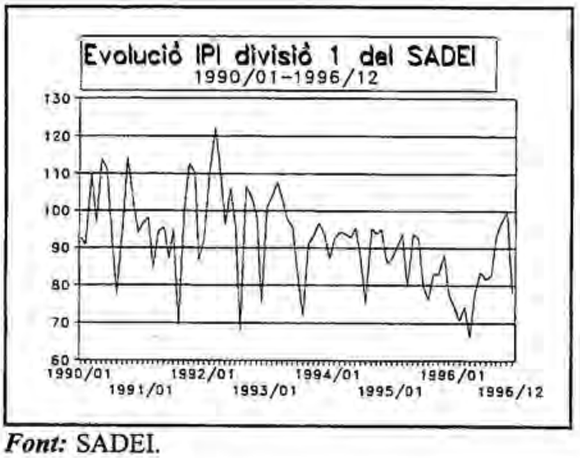


Font: SADEI.

IPI DESAGREGACIÓ SECTORIAL D'UN DÍGIT DE LA CNAE-74

Divisió 1. Energia i aigua

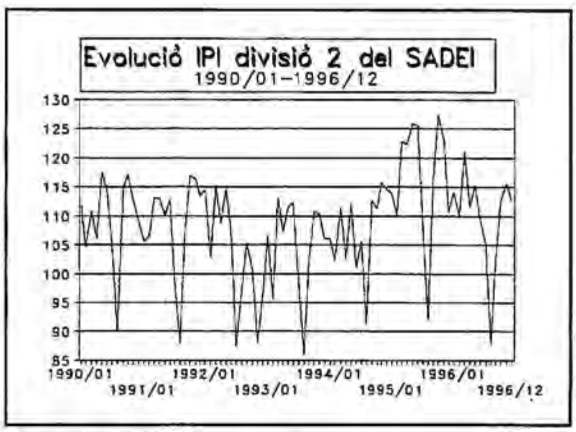
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1990	92.7	90.9	109.9	97.1	113.8	111.4	93.2	77.7	96.3	114.2	104.0	94.0
1991	96.8	98.2	84.6	94.5	95.5	87.2	94.6	69.6	99.5	112.8	110.3	86.9
1992	92.1	111.1	122.2	110.7	96.3	106.0	95.4	68.0	106.7	103.4	98.4	75.2
1993	100.9	104.0	107.6	103.1	97.6	95.7	82.3	71.8	91.3	93.4	96.8	93.8
1994	87.2	92.7	94.3	93.7	92.8	95.4	86.9	75.2	95.3	93.7	95.1	86.1
1995	87.1	90.5	93.6	79.4	93.8	92.6	79.8	76.3	83.2	82.9	88.3	78.0
1996	74.8	70.7	74.2	66.4	78.1	83.7	81.6	82.8	93.1	97.1	99.8	78.2



Font: SADEI.

Divisió 2. Extracció i transformació de minerals no energètics i productes derivats. Indústria química

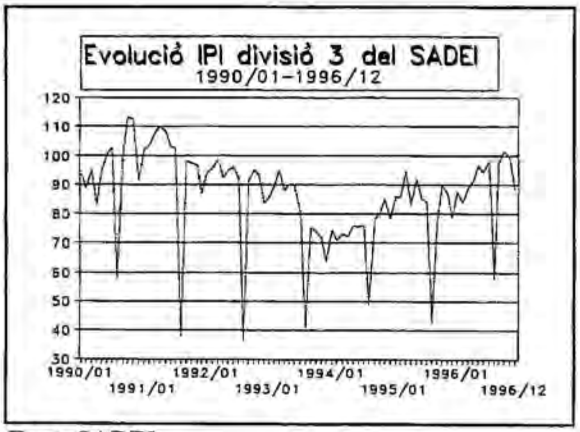
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1990	111.8	104.6	110.9	106.1	117.5	114.4	104.6	90.0	114.9	117.2	112.7	109.0
1991	105.6	106.5	113.2	113.0	110.1	112.8	99.1	88.0	107.6	117.0	116.3	113.4
1992	114.5	102.8	115.1	108.9	114.7	107.2	87.4	96.6	105.4	100.8	88.0	96.1
1993	106.7	95.6	113.1	107.4	111.5	112.2	98.0	85.9	102.5	110.7	110.4	106.2
1994	106.1	102.4	111.5	102.5	112.2	101.1	105.6	91.2	112.7	111.2	115.8	114.6
1995	113.8	110.1	122.9	122.3	125.9	125.6	108.2	91.9	116.5	127.4	123.1	110.7
1996	114.1	109.9	121.0	111.5	115.3	109.5	105.2	87.7	101.8	112.6	115.6	112.7



Font: SADEI.

Divisió 3. Indústries transformadores dels metalls. Mecànica de precisió

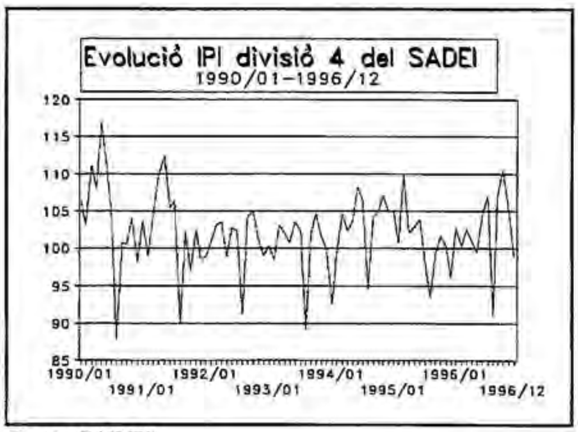
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1990	93.7	88.7	95.2	83.0	94.9	100.5	102.8	57.9	100.9	113.2	112.8	91.4
1991	102.1	103.5	107.6	110.3	108.3	103.2	102.5	37.9	98.0	97.4	96.5	86.8
1992	94.0	95.6	98.8	92.4	94.8	96.2	92.4	36.2	91.3	95.0	93.2	83.6
1993	85.7	89.6	94.9	88.0	90.3	89.5	80.5	41.1	75.2	74.2	72.1	63.8
1994	74.5	71.0	73.2	72.2	75.9	75.5	76.0	48.9	78.4	80.3	85.0	78.2
1995	85.7	85.8	94.6	83.2	92.1	85.3	84.1	42.9	76.2	89.8	87.1	78.7
1996	87.3	83.8	88.9	91.1	96.6	94.2	98.4	57.7	97.7	101.5	99.3	88.4



Font: SADEI.

Divisió 4. Altres indústries manufactureres

	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1990	106.5	103.1	111.1	108.0	117.0	111.4	104.6	87.8	100.7	100.5	104.1	98.3
1991	103.6	98.9	104.6	109.8	112.4	105.4	106.4	89.8	102.2	97.1	102.4	98.6
1992	98.8	100.9	103.1	103.5	98.9	102.8	102.3	91.1	104.2	105.0	101.1	99.0
1993	100.3	98.5	103.1	102.1	100.7	103.5	102.3	89.1	101.9	104.8	101.7	99.9
1994	92.5	99.3	104.8	102.3	103.7	108.3	106.5	94.6	104.2	105.0	107.1	104.9
1995	105.0	100.7	110.0	102.1	102.9	103.9	98.2	93.5	99.2	101.7	100.2	96.2
1996	102.7	100.2	102.6	100.9	99.4	104.2	107.1	91.1	107.1	110.6	105.0	98.9

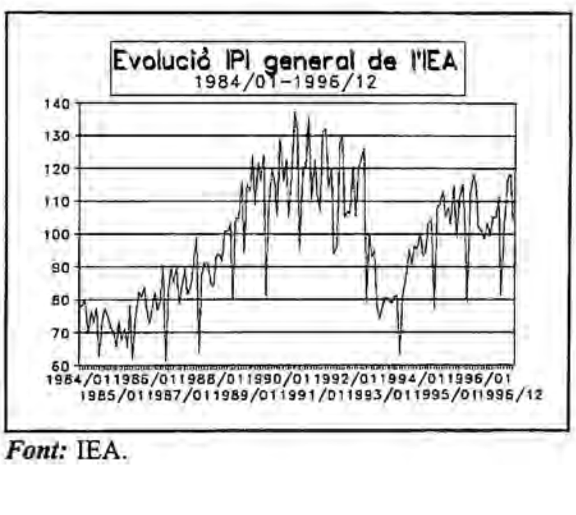


Font: SADEI.

ANNEX 3.6. ÍNDEX DE PRODUCCIÓ INDUSTRIAL BASE 94 DE L'IEA GENERAL I PER A LA DESAGREGACIÓ SECTORIAL D'UN DÍGIT DE LA CNAE-74

ÍNDEX DE PRODUCCIÓ INDUSTRIAL GENERAL

	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1984	78.3	77.8	80.2	69.8	76.6	72.9	77.8	62.6	73.7	77.3	75.4	71.6
1985	70.0	65.8	73.4	67.6	71.3	65.5	78.3	61.6	75.1	82.5	80.5	84.0
1986	76.5	72.5	76.8	82.5	76.6	80.2	90.6	61.2	82.9	89.4	85.3	90.1
1987	78.7	83.3	89.3	81.6	84.2	89.8	99.0	63.7	87.6	91.0	91.0	84.9
1988	84.2	93.6	93.8	91.5	101.0	100.5	102.8	79.5	104.8	104.4	116.2	94.4
1989	115.2	113.2	124.0	108.6	121.7	11.2	124.3	81.1	108.3	120.0	115.7	105.4
1990	129.1	116.1	122.8	105.2	116.7	137.5	131.5	94.9	120.4	120.2	135.6	110.5
1991	122.8	111.6	107.0	131.1	132.1	114.1	119.9	93.8	96.1	128.2	130.0	105.1
1992	107.1	106.2	120.7	105.4	119.8	123.2	126.4	79.3	100.3	93.0	95.2	77.6
1993	74.0	78.6	80.8	79.7	78.8	80.8	81.1	63.4	81.4	85.7	95.1	90.5
1994	96.4	95.3	100.4	93.2	94.5	103.4	104.3	76.8	108.0	109.2	113.0	105.4
1995	108.2	103.2	114.9	98.9	111.3	115.2	102.3	79.3	112.3	118.4	114.2	102.0
1996	100.9	98.4	103.5	99.2	105.4	104.8	111.7	81.1	103.4	117.2	118.6	104.2

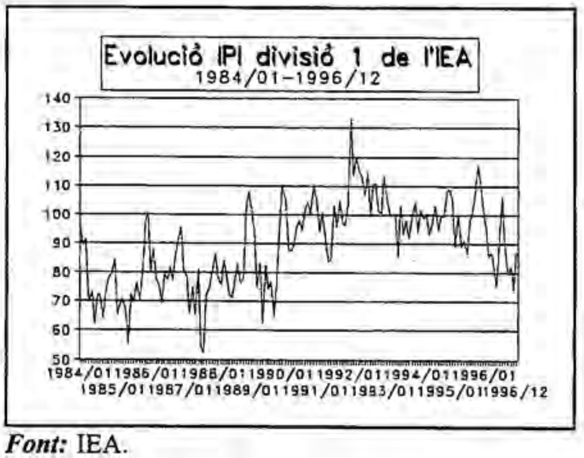


Font: IEA.

IPI DESAGREGACIÓ SECTORIAL D'UN DÍGIT DE LA CNAE-74

Divisió 1. Energia i aigua

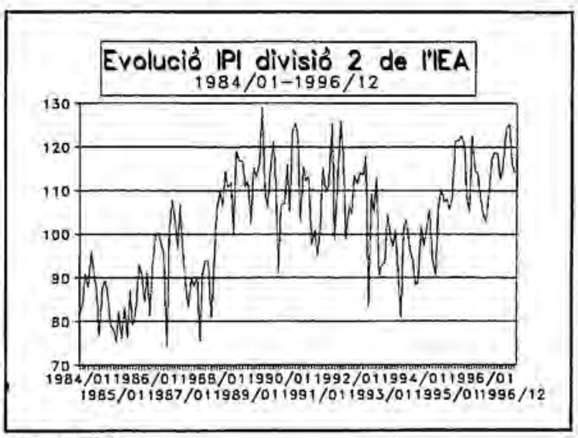
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1984	94.8	89.2	91.5	69.6	73.5	61.9	71.6	72.2	64.1	73.5	77.8	79.7
1985	84.7	65.2	68.9	70.6	66.2	55.2	72.4	69.7	76.5	70.3	79.4	97.7
1986	101.1	79.8	88.5	77.5	75.7	69.1	79.7	77.3	82.0	77.1	85.7	91.9
1987	95.5	80.8	78.5	65.7	75.2	65.3	81.1	54.2	52.4	72.0	75.2	81.1
1988	86.6	78.1	75.8	84.4	79.6	72.4	71.2	77.1	83.2	76.4	77.8	101.8
1989	108.3	101.2	94.1	74.9	83.4	62.3	82.6	74.3	76.9	64.9	77.0	94.8
1990	110.2	104.9	88.3	87.6	89.3	96.1	98.4	94.6	102.2	104.6	100.4	109.9
1991	104.7	94.1	101.1	93.2	83.7	84.7	103.7	95.6	105.1	97.2	96.6	103.2
1992	133.4	113.5	120.1	114.9	113.5	106.9	115.2	100.1	111.1	111.0	101.4	100.7
1993	113.5	105.7	100.9	100.1	100.4	85.1	103.7	93.4	98.6	92.0	100.8	104.4
1994	93.8	101.8	99.1	100.6	93.3	96.6	103.4	94.9	99.9	99.4	107.8	109.2
1995	105.6	88.9	100.1	89.0	91.1	86.6	98.3	101.2	106.6	117.2	111.7	103.0
1996	95.5	85.7	87.1	81.7	75.0	93.3	106.5	89.1	79.4	82.1	74.2	87.2



Font: IEA.

Divisió 2. Extracció i transformació de minerals no energètics i productes derivats. Indústria química

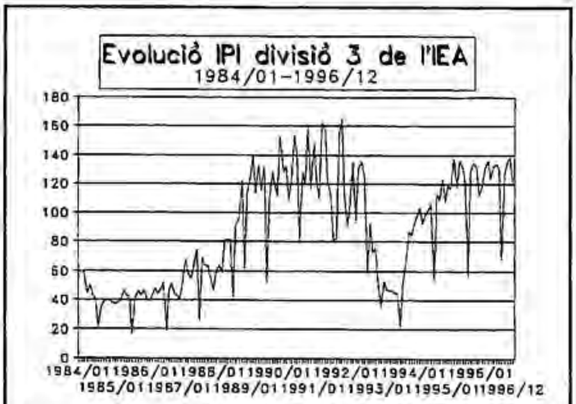
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1984	82.1	84.0	90.9	87.7	96.1	90.6	87.1	76.5	87.1	89.4	86.9	78.9
1985	77.8	75.1	82.2	75.9	83.1	76.0	87.1	78.9	82.3	93.1	90.9	84.6
1986	91.2	81.4	92.5	99.8	100.5	98.0	95.2	74.2	101.3	107.8	104.3	96.8
1987	106.8	96.1	88.2	83.0	90.2	87.9	90.5	75.5	90.7	93.9	93.6	80.8
1988	92.6	105.6	109.8	106.3	114.4	110.7	111.9	100.1	119.1	116.9	116.9	110.7
1989	112.2	102.4	115.3	113.2	116.0	129.1	109.5	106.2	114.6	121.5	111.2	91.0
1990	106.6	107.1	116.1	105.1	123.6	125.5	122.2	103.0	115.5	112.1	113.4	97.7
1991	100.8	94.9	101.2	115.3	109.6	111.4	125.5	98.3	114.3	126.1	117.4	98.9
1992	106.3	104.8	113.6	111.5	114.2	113.5	118.0	83.4	109.2	105.1	113.2	90.5
1993	92.9	93.4	104.6	99.2	97.0	100.8	92.1	80.6	101.8	103.1	96.0	94.1
1994	88.4	88.8	101.7	97.2	101.4	105.5	94.4	90.5	106.5	110.3	107.3	108.1
1995	105.7	108.2	121.5	121.4	122.6	120.4	107.9	105.2	122.7	114.5	114.1	109.0
1996	104.3	102.9	110.1	117.3	118.9	118.4	112.5	115.7	124.4	125.4	116.0	114.3



Font: IEA.

Divisió 3. Indústries transformadores dels metalls. Mecànica de precisió

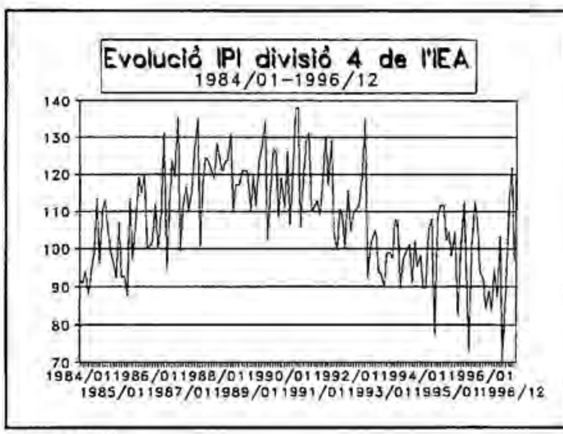
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1984	59.5	59.8	59.0	44.4	50.5	42.8	41.3	21.1	35.3	38.8	40.2	39.8
1985	37.6	36.8	38.8	39.2	47.0	42.6	42.5	16.9	41.7	46.1	43.4	46.4
1986	40.1	39.5	42.7	48.2	44.2	47.5	52.6	18.7	47.2	51.9	44.6	42.6
1987	40.8	51.4	67.6	59.2	54.5	63.5	74.8	25.9	69.1	63.7	64.0	54.2
1988	46.7	59.5	64.0	59.4	80.0	81.9	80.7	41.9	92.8	95.0	122.5	59.6
1989	113.3	124.4	140.5	113.9	133.0	115.6	132.7	52.0	108.5	128.5	119.3	111.5
1990	153.4	127.9	132.3	109.1	120.6	154.0	138.6	81.2	128.0	119.6	159.6	116.4
1991	148.4	122.2	109.6	162.5	157.3	121.1	113.1	81.1	82.4	155.1	165.2	113.1
1992	91.4	106.2	135.0	94.9	131.8	135.5	124.6	59.4	92.8	72.7	76.0	49.8
1993	35.9	53.3	47.2	47.0	46.7	44.8	44.9	22.1	52.5	63.7	87.2	84.6
1994	92.9	97.6	103.9	92.7	98.7	101.4	106.1	53.6	112.9	108.9	123.6	107.6
1995	119.5	117.0	138.0	117.5	136.4	131.3	117.7	56.8	129.9	134.6	131.2	112.0
1996	119.3	130.7	136.5	123.6	131.8	134.3	130.5	67.7	127.5	135.9	138.3	118.9



Font: IEA.

Divisió 4. Altres indústries manufactureres

	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1984	91.8	91.0	94.1	87.9	95.3	99.2	113.5	96.2	110.3	113.1	106.0	99.2
1985	95.9	92.2	107.0	92.6	92.8	87.7	113.5	97.3	106.6	119.5	114.9	119.8
1986	100.3	100.7	101.7	112.2	100.0	109.4	131.4	94.7	112.2	123.7	119.2	135.8
1987	99.4	111.5	116.6	110.0	115.6	126.5	135.1	100.5	117.1	124.6	123.5	120.8
1988	118.8	128.5	123.2	120.6	123.3	123.8	131.3	110.0	117.3	117.0	120.9	121.1
1989	120.6	110.0	119.6	111.3	124.0	127.3	134.5	102.4	114.6	127.1	125.7	108.4
1990	119.3	111.1	126.3	106.4	117.9	138.1	138.2	105.5	120.0	129.2	131.2	110.1
1991	111.5	113.0	108.8	116.9	130.6	116.9	129.4	104.5	99.5	110.6	108.9	99.9
1992	115.8	104.8	109.2	110.6	111.7	119.6	135.4	92.1	100.9	103.4	105.2	93.9
1993	93.4	90.1	99.0	99.0	97.5	107.9	107.1	89.6	97.2	99.0	101.2	91.0
1994	102.3	95.4	98.4	89.8	89.8	105.2	108.1	77.1	108.4	111.5	111.8	102.2
1995	104.5	98.1	104.7	82.6	99.5	112.6	93.3	73.0	100.7	112.5	106.6	93.9
1996	92.1	84.2	89.0	83.9	94.7	87.5	103.5	70.2	88.7	113.7	122.0	97.2



Font: IEA.

CAPÍTOL 4

ANÀLISI DE LA IDONEÏTAT D'ESTENDRE LES METODOLOGIES APLICADES EN L'ÀMBIT REGIONAL A ESPANYA A LA RESTA DE CA

ANNEX 4.1. DESAGREGACIÓ SECTORIAL DE LA *ENCUESTA INDUSTRIAL*

Codi	Branca d'activitat	Codi	Branca d'activitat
1	Combustibles sòlids	45	Material de transport divers
2	Coqueries	46	Instruments de precisió, òptica i semblants
3	Hidrocarburs	47	Olis i greixos
4	Refinació de petroli	48	Indústries càrniques
5	Minerals radioactius	49	Indústries làcties
6	Energia elèctrica	50	Consevers vegetals
7	Gas	51	Conserves de peix
8	Aigua	52	Molineria
9	Minerala metàl.lics	53	Pa, pastisseria i galetes
10	Siderúrgia i primera transformació del ferro	54	Sucre
11	Producció i primera transformació de minerals no ferrossos	55	Cacao, xocolata i productes de confiteria
		56	Productes d'alimentació animal
12	Minerals no metàl.lics i canteres	57	Productes alimentaris diversos
13	Material de construcció terra cuïta	58	Alcohols
14	Ciments, calçs i guixos	59	Licors
15	Hormigó i derivats del ciment	60	Vi
16	Pedra natural i altres productes minerals no metàl.lics	61	Sidreria
		62	Cervesa
17	Vidre i les seves manufactures	63	Begudes analcohòliques
18	Productes ceramics	64	Tabac
19	Petroquímica i química orgànica	65	Preparació, filat i teixit
20	Química inorgànica	66	Gèneres de punt
21	Materies plàstiques i cautxú	67	Acabats tèxtils
22	Fibres artificials i sintètiques	68	Catifes i altres
23	Abonos i plaguicides	69	Curtits
24	Pintura, barnís i tinta	70	Cuir
25	Olis essencials i aromes	71	Calçat
26	Altres productes químics industrials	72	Confecció en sèrie
27	Productes farmacèutics	73	Confecció a mida
28	Sabons, detergents i perfumeria	74	Peleteria
29	Material fotogràfic sensible	75	Serrat de fusta
30	Altres productes químics de consum final	76	Indústria de la fusta
31	Fundicions metàl.liques	77	Indústria del suro
32	Forja i altres tractaments metàl.lics	78	Canya, cesteria, raspalls
33	Carpinteria metàl.lica, estructures i caldereria	79	Mobles de fusta
34	Articles mecànics	80	Pasta paperera, paper i cartró
35	Tallers mecànics	81	Transformació de paper i cartró
36	Maquinària agrícola	82	Arts gràfiques i edició
37	Maquinària industrial	83	Transformació del cautxú
38	Màquines d'oficina	84	Transformació de materies plàstiques
39	Maquinària i material elèctric	85	Joieria i bijuteria
40	Material electrònic	86	Instruments de música
41	Automòbils i les seves peces de recanvi	87	Laboratoris fotogràfics i cinematogràfics
42	Construcció naval	88	Jocs i joguines
43	Material ferroviari	89	Manufactures diverses
44	Aeronaus		

Font: INE (1994).

ANNEX 4.2. PONDERACIONS DE L'INE PER A ELABORAR L'IPPI BASE 1990 PEL CONJUNT DE L'ESTAT PER A UN NIVELL DE DESAGREGACIÓ SECTORIAL D'UN, DOS, TRES I QUATRE DÍGITS DE LA CNAE-74

1 dígit CNAE-74	Coeficient de ponderació
2	24.192
3	33.318
4	42.491

2 dígits CNAE-74	Coeficient de ponderació[1]	Coeficient de ponderació[2]
21	0.756	0.183
22	18.068	4.371
23	6.554	1.586
24	30.655	7.416
25	43.966	10.636
31	26.986	8.991
32	15.553	5.182
33	1.283	0.427
34	15.133	5.042
35	8.351	2.782
36	26.886	8.958
37	2.490	0.829
38	2.662	0.887
39	0.655	0.218
41/42	39.170	16.643
43	7.084	3.010
44	1.801	0.765
45	8.994	3.822
46	10.925	4.642
47	18.529	7.873
48	11.516	4.893
49	1.981	0.842

3 digits CNAE-74	Coeficient de ponderació[1]	Coeficient de ponderació[2]
211	16.251	0.030
212	83.749	0.153
221	60.468	2.643
222	6.232	0.272
223	6.064	0.265
224	27.236	1.191
231	70.117	1.112
232	7.557	0.120
233	2.567	0.041
234	1.696	0.027
239	18.063	0.286
241	5.671	0.421
242	26.881	1.994
243	19.771	1.466
244	7.839	0.581
245	1.342	0.100
246	17.173	1.274
247	18.311	1.358
249	3.011	0.223
251	27.811	2.958
252	5.388	0.573
253	21.767	2.315
254	27.137	2.886
255	17.897	1.904
311	9.824	0.883
312	7.345	0.660
313	4.769	0.429
314	16.986	1.527
315	4.507	0.405
316	43.321	3.895
319	13.247	1.191
321	7.476	0.387
322	22.160	1.148
323	5.587	0.290
324	9.256	0.480
325	23.105	1.197
326	2.537	0.131
329	29.878	1.548
330	100	0.427
341	14.661	0.739

3 digits CNAE-74	Coeficient de ponderació[1]	Coeficient de ponderació[2]
342	38.207	1.926
343	5.981	0.302
344	4.047	0.204
345	29.011	1.463
346	8.091	0.408
347	0.001	0.000
351	64.046	1.782
352	8.592	0.239
353	0.397	0.011
354	8.440	0.235
355	18.525	0.515
361	73.018	6.541
362	3.362	0.301
363	23.620	2.116
371	100	0.829
372	0	0
381	27.520	0.244
382	53.699	0.476
383	18.781	0.167
389	0	0
391	33.747	0.074
392	19.014	0.042
393	44.815	0.098
399	2.424	0.005
411	2.028	0.338
412	0.899	0.150
413	15.901	2.646
414	11.682	1.944
415	5.590	0.930
416	2.666	0.444
417	3.573	0.595
418	2.936	0.489
419	9.912	1.650
420	3.078	0.512
421	5.139	0.855
422	0.756	0.126
423	11.618	1.934
424	3.006	0.500
425	0	0
426	0.760	0.126

3 digits CNAE-74	Coeficient de ponderació[1]	Coeficient de ponderació[2]
427	9.327	1.552
428	5.602	0.932
429	5.525	0.920
431	18.001	0.542
432	5.764	0.173
433	23.250	0.700
434	0	0
435	22.425	0.675
436	14.098	0.424
437	3.659	0.110
439	12.802	0.385
441	67.915	0.520
442	32.085	0.246
451	23.637	0.903
452	0	0
453	66.433	2.539
454	0	0
455	8.372	0.320
456	1.558	0.060
461	13.817	0.641
462	9.540	0.443
463	19.761	0.917
464	5.857	0.272
465	6.111	0.284
466	2.045	0.095
467	1.004	0.047
468	41.865	1.943
471	2.432	0.191
472	12.428	0.979
473	17.539	1.381
474	34.978	2.754
475	32.623	2.568
481	38.008	1.860
482	61.992	3.033
491	31.384	0.264
492	14.375	0.121
493	14.365	0.121
494	39.875	0.336
495	0	0

4 dígits CNAE-74	Coeficient de ponderació[1]	Coeficient de ponderació[2]
2110	100	0.030
2120	100	0.153
2210	100	2.643
2220	100	0.272
2230	100	0.265
2241	59.935	0.714
2242	15.122	0.180
2249	24.943	0.297
2311	8.837	0.098
2312	71.750	0.798
2313	16.871	0.188
2314	2.542	0.028
2319	0	0
2321	100	0.120
2322	0	0
2331	54.751	0.022
2332	45.249	0.018
2340	100	0.027
2391	4.709	0.013
2399	95.291	0.273
2410	100	0.421
2421	93.020	1.854
2422	0	0
2423	6.980	0.139
2431	21.673	0.318
2432	5.627	0.083
2433	68.333	1.002
2434	4.366	0.064
2440	100	0.581
2450	100	0.100
2461	26.968	0.343
2462	42.368	0.540
2463	5.562	0.071
2464	9.580	0.122
2465	15.522	0.198
2471	11.207	0.152
2472	53.849	0.731
2473	20.105	0.273
2474	13.851	0.188
2475	0.988	0.013
2479	0	0
2490	100	0.223
2511	23.188	0.686

4 dígits CNAE-74	Coeficient de ponderació[1]	Coeficient de ponderació[2]
3191	80.820	0.963
3199	19.180	0.228
3211	56.386	0.218
3212	43.614	0.169
3221	57.025	0.655
3222	7.964	0.091
3223	35.011	0.402
3231	73.511	0.213
3232	8.771	0.025
3233	17.718	0.051
3241	52.647	0.253
3242	19.579	0.094
3243	27.773	0.133
3251	26.733	0.320
3252	8.751	0.105
3253	9.070	0.109
3254	55.446	0.664
3261	50.162	0.066
3262	49.838	0.066
3291	9.956	0.154
3292	1.420	0.022
3293	6.766	0.105
3294	16.618	0.257
3299	65.239	1.010
3300	100	0.427
3410	100	0.739
3420	100	1.926
3430	100	0.302
3440	100	0.204
3450	100	1.463
3460	100	0.408
3470	100	0.000
3511	72.301	1.288
3512	27.699	0.494
3520	100	0.239
3530	100	0.011
3540	100	0.235
3551	84.796	0.437
3552	15.204	0.078
3610	100	6.541
3620	100	0.301
3630	100	2.116
3710	100	0.829

4 dígits CNAE-74	Coeficient de ponderació[1]	Coeficient de ponderació[2]
4243	89.589	0.448
4251	0	0
4252	0	0
4253	0	0
4259	0	0
4260	100	0.126
4270	100	1.552
4281	10.476	0.098
4282	89.524	0.835
4290	100	0.920
4311	0	0
4312	100	0.542
4321	14.732	0.026
4322	85.268	0.148
4330	100	0.700
4340	100	0
4351	15.948	0.108
4352	19.950	0.135
4353	16.651	0.112
4354	47.451	0.320
4360	100	0.424
4371	100	0.110
4372	0	0
4391	6.731	0.026
4392	53.966	0.208
4393	22.193	0.086
4399	17.111	0.066
4410	100	0.520
4421	93.774	0.230
4422	6.226	0.015
4429	0	0
4510	100	0.903
4520	100	0
4531	26.476	0.672
4532	19.494	0.495
4533	7.569	0.192
4534	23.211	0.589
4535	20.659	0.525
4536	0.435	0.011
4537	2.155	0.055
4539	0	0
4540	100	0
4551	71.726	0.229

2512	9.805	0.290
2513	27.820	0.823
2514	24.063	0.712
2515	1.425	0.042
2516	13.699	0.405
2521	63.587	0.364
2522	36.413	0.209
2531	14.105	0.327
2532	11.278	0.261
2533	32.942	0.763
2534	4.333	0.100
2535	0.696	0.016
2536	4.067	0.094
2537	7.135	0.165
2538	4.372	0.101
2539	21.071	0.488
2541	15.841	0.457
2542	84.159	2.429
2551	40.343	0.768
2552	45.048	0.858
2553	2.952	0.056
2554	3.947	0.075
2555	1.370	0.026
2559	6.340	0.121
3111	66.570	0.588
3112	33.430	0.295
3120	100	0.660
3130	100	0.429
3141	55.808	0.852
3142	44.192	0.675
3150	100	0.405
3161	6.157	0.240
3162	12.100	0.471
3163	14.907	0.581
3164	7.726	0.301
3165	3.246	0.126
3166	22.241	0.866
3167	13.636	0.531
3168	2.489	0.097
3169	17.499	0.682
3720	100	0
3810	100	0.244
3820	100	0.476
3830	100	0.167
3890	100	0
3910	100	0.074
3921	0	0
3922	100	0.042
3930	100	0.098
3990	100	0.005
4110	100	0.338
4121	36.218	0.054
4122	0	0
4123	48.413	0.072
4124	15.369	0.023
4131	48.758	1.290
4132	48.628	1.287
4133	2.614	0.069
4141	65.157	1.267
4142	5.104	0.099
4143	14.744	0.287
4144	14.995	0.292
4150	100	0.930
4160	100	0.444
4170	100	0.595
4181	23.175	0.113
4182	76.825	0.375
4191	59.122	0.975
4192	40.878	0.674
4200	100	0.512
4211	44.263	0.379
4212	55.737	0.477
4220	100	0.126
4231	23.820	0.461
4232	13.256	0.256
4233	7.024	0.136
4239	55.900	1.081
4241	8.921	0.045
4242	1.490	0.007
4559	28.274	0.090
4560	100	0.060
4610	100	0.641
4620	100	0.443
4630	100	0.917
4640	100	0.272
4650	100	0.284
4660	100	0.095
4670	100	0.047
4681	81.131	1.577
4682	9.085	0.177
4683	7.694	0.150
4684	2.090	0.041
4685	0	0
4710	100	0.191
4720	100	0.979
4731	36.048	0.498
4732	25.948	0.358
4733	12.319	0.170
4734	15.346	0.212
4739	10.339	0.143
4741	86.660	2.387
4742	13.340	0.367
4751	30.315	0.779
4752	69.685	1.790
4759	0	0
4811	62.698	1.166
4812	2.250	0.042
4819	35.052	0.652
4821	27.716	0.841
4822	72.284	2.193
4911	72.885	0.193
4912	27.115	0.072
4920	100	0.121
4930	100	0.121
4941	100	0.336
4942	0	0
4951	100	0
4959	0	0

Font: Elaboració pròpia.
[1] En el nivell agregatiu superior.
[2] En el total de l'economia.

ANNEX 4.3. ÍNDEXS DE PRODUCCIÓ INDUSTRIAL PEL CONJUNT DE L'ECONOMIA ESPANYOLA ELABORATS AMB UNA DESAGREGACIÓ SECTORIAL DE VUITANTA-NOU SECTORS D'ACTIVITAT COINCIDENTS AMB LA *ENCUESTA INDUSTRIAL*[1]

mes	any	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
10	1991	76.2	111.4	118.9	107.6	120.8	105.1	112.5	113.5	110.4	109.4	98.4	102.6	97.9	123.4	120.8	115.8
11	1991	88.1	111.1	107.4	94.2	99.8	99.2	102.0	100.5	106.4	104.5	86.0	106.8	94.5	120.5	153.0	98.8
12	1991	98.7	97.6	105.4	78.0	92.5	89.5	81.8	91.5	107.0	95.1	85.3	106.8	84.3	114.2	110.3	78.5
1	1992	78.5	96.0	113.4	81.8	80.8	78.8	88.7	89.4	96.5	99.0	96.5	100.3	91.1	117.1	103.5	97.3
2	1992	82.0	94.4	110.0	79.6	94.4	93.9	91.1	89.4	100.0	102.3	89.2	103.1	99.1	107.7	97.0	103.7
3	1992	82.8	107.7	115.2	83.3	98.2	101.7	92.2	95.5	110.9	107.4	105.8	117.5	103.3	118.8	98.2	113.9
4	1992	89.2	100.5	116.2	83.4	86.5	89.3	89.3	87.9	109.7	101.8	104.8	117.6	109.0	116.0	79.6	108.3
5	1992	91.9	108.3	122.4	84.2	89.3	99.5	92.4	91.0	104.7	108.6	115.7	112.6	95.1	112.6	77.2	113.2
6	1992	97.1	104.9	115.0	79.1	88.3	96.6	98.0	96.2	99.4	110.4	111.7	109.2	90.5	120.9	78.0	121.2
7	1992	85.8	81.4	121.9	79.9	85.5	96.2	97.9	97.9	98.0	115.5	122.4	113.3	96.8	102.9	54.4	126.3
8	1992	74.6	54.7	68.5	69.2	66.6	86.4	69.1	62.8	76.8	56.1	92.2	99.5	78.9	65.3	65.3	48.1
9	1992	98.8	100.5	108.9	97.8	84.9	82.8	85.7	90.2	95.5	96.0	108.5	118.6	95.1	101.6	77.8	100.3
10	1992	78.9	98.4	104.7	85.5	88.5	84.5	87.6	85.0	106.2	105.1	103.0	116.7	91.5	118.0	97.4	105.3
11	1992	88.4	90.2	118.2	77.1	91.0	84.2	87.0	86.8	104.3	105.7	86.5	105.9	86.5	119.4	76.7	98.3
12	1992	84.5	74.4	109.9	65.0	80.4	71.4	69.8	70.6	99.5	87.0	82.3	97.4	60.8	113.2	134.3	78.9
1	1993	73.5	82.2	112.2	71.6	75.7	71.3	69.6	67.8	108.6	92.1	98.0	103.0	67.2	114.3	60.9	88.4
2	1993	81.3	85.9	107.9	79.2	87.3	73.6	73.1	81.8	86.7	99.9	87.0	87.0	75.1	100.0	107.7	99.0
3	1993	86.7	98.8	120.7	81.1	100.6	83.3	82.7	89.0	110.6	108.4	97.6	93.7	83.4	113.9	82.2	115.1
4	1993	91.8	87.6	112.9	80.5	99.7	81.3	78.3	83.1	99.5	101.5	96.9	115.2	81.7	110.3	163.6	111.7
5	1993	92.7	98.2	120.3	82.6	104.9	87.7	81.6	86.9	102.8	111.1	96.9	115.1	84.3	107.0	75.5	114.7
6	1993	74.3	98.9	125.1	85.2	104.5	87.7	83.3	96.8	97.4	109.9	89.6	106.8	85.4	108.0	67.7	119.2
7	1993	61.2	86.5	126.3	78.4	95.8	89.2	84.8	90.9	92.3	104.6	99.7	114.8	98.7	94.7	63.7	128.6
8	1993	62.3	54.6	80.5	67.9	73.7	79.6	59.6	66.0	71.9	52.1	85.8	96.5	68.9	46.4	51.9	50.1
9	1993	58.7	89.7	132.7	86.0	89.2	84.0	81.2	87.6	97.2	98.1	107.3	119.8	92.3	99.9	81.9	100.5
10	1993	57.0	100.7	128.4	83.7	92.4	83.1	78.6	87.9	101.7	103.2	112.6	117.4	99.9	121.1	111.5	99.0
11	1993	64.4	103.0	121.5	84.0	93.7	76.5	81.4	96.2	100.0	109.2	106.4	109.5	93.2	122.8	98.7	105.8
12	1993	63.4	81.5	107.4	76.0	76.1	73.3	68.8	82.7	99.5	95.7	108.0	100.2	86.9	121.4	115.4	84.4
1	1994	73.8	83.1	118.9	72.8	71.3	65.3	64.9	71.6	102.7	99.6	98.2	107.7	89.3	121.3	215.8	91.8
2	1994	57.9	93.9	119.1	77.0	80.5	76.6	73.1	92.3	102.1	105.9	97.1	106.9	94.3	119.2	112.4	99.8
3	1994	63.9	105.2	133.8	85.4	90.2	88.1	83.2	107.8	116.7	115.3	114.2	122.8	102.7	130.4	110.3	121.1
4	1994	58.2	102.6	124.7	83.9	89.1	88.9	77.6	95.1	111.0	111.8	109.2	117.3	104.8	127.4	114.1	107.2
5	1994	57.0	107.5	131.4	95.0	94.3	94.7	82.4	107.6	114.9	123.6	126.9	115.5	108.3	129.7	92.5	115.8
6	1994	100.1	105.4	131.3	100.1	92.6	92.4	89.1	112.1	116.7	121.5	122.6	113.8	107.2	125.4	93.4	127.0
7	1994	119.4	94.9	127.9	88.7	92.1	96.0	83.4	103.4	112.7	111.7	117.5	107.7	107.2	119.7	72.2	123.9
8	1994	92.1	54.8	102.2	87.8	68.6	90.0	62.5	76.1	87.3	68.4	96.0	109.7	92.3	74.4	57.7	57.9
9	1994	91.9	104.6	131.2	107.5	89.2	91.0	88.3	103.4	114.2	116.2	116.1	123.4	107.9	118.9	69.6	120.3

[1] Sense considerar els sectors 60, 73 i 89.

10	1994	117.7	112.9	131.0	93.2	94.6	94.1	82.2	109.1	118.2	121.4	110.6	120.6	111.1	129.0	79.5	113.4
11	1994	125.4	111.2	137.4	91.7	93.2	89.4	87.4	107.0	119.4	125.7	111.3	119.6	107.0	124.4	74.0	119.5
12	1994	113.6	86.8	125.1	80.0	82.8	90.1	77.2	92.5	112.1	112.7	113.9	122.4	100.7	119.9	105.9	99.6
1	1995	112.4	106.2	142.9	93.0	84.4	84.4	75.8	90.6	116.5	122.6	117.3	104.3	111.1	130.0	106.7	113.5
2	1995	136.2	101.1	129.1	88.3	89.7	88.1	78.5	98.5	108.6	121.5	111.5	102.0	106.2	116.8	102.6	117.8
3	1995	134.2	120.5	147.5	107.0	100.4	97.9	93.6	122.6	119.6	137.6	124.2	121.7	118.9	128.5	118.1	136.7
4	1995	139.1	109.3	129.5	92.9	91.3	98.6	76.1	110.2	115.2	123.2	122.7	120.1	111.3	121.8	87.1	113.2
5	1995	129.2	122.0	142.4	101.9	101.1	101.4	91.5	133.4	117.2	140.4	123.8	122.5	117.1	125.8	84.2	137.7
6	1995	136.5	119.5	131.2	110.4	98.6	102.9	91.0	127.4	118.6	138.7	107.6	113.6	110.7	124.3	85.3	136.5
7	1995	122.8	92.4	131.7	92.6	97.2	101.0	84.2	114.2	113.9	132.4	108.9	117.7	113.9	104.5	71.8	130.5
8	1995	159.5	53.4	98.4	87.8	74.0	86.9	60.3	82.2	95.1	86.7	104.1	115.0	90.1	69.3	55.8	63.2
9	1995	139.7	109.3	128.2	105.9	94.1	92.7	82.1	109.2	114.8	126.4	83.5	116.3	90.3	106.6	73.3	118.8
10	1995	127.5	110.7	119.7	102.4	100.0	95.7	83.3	105.6	119.6	135.8	84.8	119.0	96.6	119.3	79.9	122.3
11	1995	138.9	101.7	124.2	100.5	101.8	88.7	84.8	112.2	118.6	137.8	82.0	109.6	95.4	100.3	80.1	115.3
12	1995	143.4	72.1	112.6	72.4	85.5	80.5	64.7	84.9	110.5	112.6	75.4	123.3	84.7	88.8	89.4	94.5
1	1996	131.0	98.8	132.2	86.7	85.6	73.1	76.7	99.6	122.1	129.9	117.3	110.1	106.7	108.9	111.9	114.5
2	1996	47.7	89.4	130.1	86.6	92.6	76.7	77.0	95.7	116.8	127.1	116.8	112.3	101.4	103.6	125.0	117.8
3	1996	70.2	105.7	135.0	98.4	97.4	93.0	79.1	102.5	120.3	135.6	116.6	131.2	108.0	110.9	152.4	121.7
4	1996	132.9	98.9	132.2	95.0	90.1	89.8	78.8	100.4	116.4	122.2	110.5	135.2	108.7	114.6	111.0	115.1
5	1996	134.4	106.3	136.6	101.5	103.8	95.1	84.5	108.2	119.6	135.5	110.9	130.3	116.6	114.0	86.8	133.5
6	1996	109.3	99.6	136.5	102.6	97.8	98.3	83.4	117.7	119.7	126.1	109.7	124.5	98.0	100.3	95.2	131.7
7	1996	119.7	72.7	149.4	97.1	98.0	96.1	87.0	114.1	118.7	128.8	112.4	125.2	106.9	101.4	88.4	144.1
8	1996	91.6	61.3	105.8	91.3	74.0	89.9	60.7	76.9	97.9	63.9	101.9	122.6	91.8	46.8	65.3	61.0
9	1996	113.0	96.7	136.9	100.6	92.3	89.8	82.0	106.8	121.9	126.7	115.7	138.0	104.0	98.7	90.4	128.2
10	1996	112.5	101.6	147.7	109.4	101.9	93.8	90.8	119.6	129.6	132.7	109.2	134.3	111.9	117.2	89.8	133.6
11	1996	69.9	94.6	137.1	90.8	94.6	88.6	78.1	110.6	113.2	132.2	98.7	130.0	105.7	111.9	96.1	116.4
12	1996	67.7	79.7	129.1	74.7	78.5	76.2	61.3	88.2	111.2	109.7	121.7	131.3	97.4	113.2	90.3	94.2

mes	any	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
10	1991	106.7	75.8	119.5	110.9	97.3	95.4	107.9	185.7	112.8	117.7	120.8	90.7	111.2	64.8	113.0	133.5
11	1991	97.3	77.2	118.5	94.4	101.3	102.5	97.7	181.9	101.0	101.7	103.6	68.9	105.0	120.0	104.9	101.6
12	1991	95.1	64.8	102.4	56.6	84.2	84.2	81.4	140.7	87.2	83.4	80.8	60.0	103.3	276.2	88.1	101.3
1	1992	100.2	65.4	101.9	87.9	75.1	96.6	94.3	149.0	88.3	98.6	106.8	71.8	86.7	38.2	105.3	66.6
2	1992	99.9	72.0	110.7	105.4	84.1	99.7	97.6	157.8	100.8	100.0	105.6	91.3	92.1	48.9	107.8	88.1
3	1992	101.0	77.2	108.0	107.4	80.8	95.4	99.9	169.3	95.3	99.5	105.5	80.8	97.8	57.9	108.3	79.7
4	1992	94.8	66.0	112.1	98.5	94.6	86.8	91.6	145.6	101.2	97.9	99.4	77.7	91.5	40.6	100.2	81.0
5	1992	106.8	79.2	104.3	104.5	90.8	101.4	97.3	154.4	91.4	100.9	100.1	76.1	96.6	50.1	106.0	71.7
6	1992	94.5	83.0	114.3	108.8	106.1	98.5	107.1	168.3	96.7	107.6	100.1	74.5	102.0	70.3	115.8	79.7
7	1992	120.9	85.2	126.0	109.9	113.9	82.2	110.3	158.8	103.0	107.9	101.3	75.1	108.0	63.1	115.1	79.3
8	1992	54.4	47.2	24.1	65.2	18.0	14.5	13.4	68.7	52.6	30.9	36.3	20.1	26.1	33.9	28.1	31.4
9	1992	102.0	79.5	100.4	90.4	99.8	98.2	92.2	135.1	91.9	104.8	100.2	58.4	80.5	70.8	108.0	79.9
10	1992	93.8	81.9	115.5	104.9	87.1	97.4	91.9	139.1	96.6	107.3	97.5	77.7	82.4	51.5	107.6	90.0
11	1992	110.8	69.5	112.8	89.2	89.0	92.9	86.7	132.1	86.3	100.9	93.0	75.0	81.2	75.4	104.4	97.2
12	1992	76.0	54.7	88.0	61.6	69.5	72.1	65.6	103.7	71.1	85.9	76.9	65.0	86.5	189.3	75.8	96.5
1	1993	94.2	62.4	82.7	84.7	73.4	83.6	81.8	108.1	76.2	78.3	80.6	43.8	73.1	25.5	83.9	76.3
2	1993	107.7	67.0	98.9	89.4	77.0	83.9	85.3	119.7	79.4	87.5	83.5	60.6	78.7	36.3	92.3	96.8

3	1993	93.9	74.7	113.6	104.0	82.7	84.8	90.4	127.9	86.5	97.1	91.1	71.2	86.8	52.3	96.5	99.4
4	1993	79.9	66.9	95.5	103.9	95.4	74.1	77.0	115.6	78.3	90.4	82.3	74.7	81.1	53.7	85.3	93.4
5	1993	80.1	69.1	117.0	105.2	87.3	82.2	82.5	128.9	84.3	98.1	85.7	68.9	90.7	34.8	95.7	107.9
6	1993	83.2	71.5	118.1	100.9	100.8	83.2	82.5	131.4	86.8	100.2	84.8	66.3	95.3	102.1	100.3	105.1
7	1993	128.2	73.2	135.0	101.4	83.5	89.5	88.9	125.6	81.3	102.4	85.7	53.9	106.0	32.9	101.5	104.3
8	1993	25.8	46.5	28.7	59.9	53.0	18.0	6.7	61.3	45.4	29.9	36.0	19.1	31.7	30.0	21.6	34.0
9	1993	93.3	71.1	114.4	112.4	81.0	99.6	87.3	113.0	75.5	95.2	85.2	52.8	91.1	71.4	103.2	116.2
10	1993	98.1	75.8	105.5	102.6	100.6	101.2	86.2	114.0	78.7	92.7	81.5	67.8	84.6	52.8	100.2	140.7
11	1993	99.5	77.8	107.4	97.1	71.1	97.6	92.2	126.6	80.3	97.1	86.1	46.0	92.0	55.1	110.7	132.9
12	1993	76.3	68.6	101.3	72.7	46.4	88.4	69.6	110.2	61.6	83.8	75.1	55.7	94.6	131.7	86.1	124.1
1	1994	89.2	69.2	108.0	89.2	66.9	106.8	80.9	108.1	61.7	81.7	78.5	38.9	73.7	11.4	87.9	92.0
2	1994	104.4	81.9	119.4	106.5	78.9	114.6	94.2	112.1	83.9	89.8	86.2	62.0	77.4	39.4	100.1	103.5
3	1994	87.8	80.3	119.1	125.9	92.7	120.2	111.4	122.3	86.5	102.1	91.4	61.9	89.4	55.0	111.4	127.6
4	1994	83.6	81.4	110.8	118.8	85.9	103.9	96.7	117.2	79.7	91.3	83.1	53.3	85.6	45.2	97.3	111.9
5	1994	97.8	84.2	125.5	127.4	78.2	119.5	99.8	132.6	81.4	102.7	92.8	63.2	93.2	53.5	108.4	114.0
6	1994	103.3	85.5	124.2	129.2	89.9	129.1	104.4	143.1	100.5	105.2	90.0	58.7	104.9	63.2	115.5	127.5
7	1994	122.9	82.4	129.5	118.9	78.2	114.2	94.8	125.1	87.4	101.1	83.5	57.9	113.1	58.3	113.3	110.0
8	1994	31.6	51.3	38.7	72.6	64.3	29.3	16.2	62.5	70.1	36.4	38.7	26.5	47.6	25.0	37.4	34.7
9	1994	102.3	80.5	119.2	130.5	86.6	138.0	106.8	134.4	90.5	110.7	87.5	64.1	95.6	40.3	117.2	119.0
10	1994	103.3	78.9	144.8	121.6	77.3	121.2	105.0	139.5	86.3	105.5	91.5	90.0	98.5	30.9	113.5	130.2
11	1994	102.4	84.1	148.6	113.4	87.8	117.8	117.5	149.8	78.0	114.0	96.8	54.2	111.4	36.5	125.5	134.3
12	1994	81.3	73.0	115.4	89.3	56.5	111.7	93.6	133.5	72.9	98.5	81.3	44.5	123.4	48.4	102.5	147.9
1	1995	85.9	80.8	114.6	113.3	87.9	129.4	118.0	143.6	88.5	97.6	92.9	55.6	90.5	20.9	116.9	116.7
2	1995	85.5	78.0	141.4	117.3	79.0	130.1	114.5	144.3	77.9	99.8	92.6	66.9	104.9	29.7	120.2	108.8
3	1995	105.9	86.5	144.0	127.3	96.2	150.2	138.3	178.6	90.6	113.6	106.6	73.3	122.7	35.4	139.0	113.5
4	1995	94.4	73.8	119.3	108.4	90.4	113.4	108.5	140.4	90.7	91.9	86.4	69.3	108.2	37.4	107.7	94.2
5	1995	119.9	85.0	151.2	123.6	96.9	142.0	135.6	173.3	87.1	109.2	105.3	69.4	122.6	40.7	130.9	141.9
6	1995	120.9	87.1	148.8	119.5	75.3	140.8	131.3	172.4	89.2	116.7	106.4	57.7	129.3	44.3	132.0	137.1
7	1995	135.4	86.4	149.5	102.7	80.8	118.9	108.8	155.2	83.3	118.5	97.0	59.2	124.5	44.3	124.7	140.9
8	1995	40.3	51.2	48.9	87.7	53.0	28.8	26.5	70.3	64.1	49.1	48.5	18.5	51.7	32.5	48.6	45.7
9	1995	96.4	77.8	150.2	106.0	80.6	105.4	123.6	149.9	71.9	107.6	103.9	57.1	108.2	41.6	130.3	132.7
10	1995	127.9	79.0	133.7	117.5	76.2	113.1	124.2	160.9	84.0	107.8	100.9	57.3	122.5	41.3	128.0	149.1
11	1995	103.4	71.3	153.2	132.4	77.0	109.1	128.7	160.0	95.3	110.2	105.1	49.0	119.7	46.7	130.0	175.4
12	1995	95.4	58.2	115.8	94.8	43.5	80.6	91.7	122.4	67.9	96.3	83.1	60.8	129.1	68.2	97.2	141.7
1	1996	115.0	75.7	135.8	92.0	57.8	119.4	124.3	152.1	81.3	93.7	105.0	50.5	104.1	18.1	125.1	94.3
2	1996	98.5	78.5	149.0	94.0	50.1	120.6	123.5	149.7	94.6	97.9	104.1	74.5	117.4	31.7	125.5	99.7
3	1996	92.2	82.2	146.7	107.0	56.4	112.7	120.5	149.4	93.0	98.6	98.9	62.7	119.5	54.3	129.7	125.7
4	1996	88.5	71.3	125.7	98.4	62.5	93.9	112.3	142.9	110.1	91.7	92.4	58.3	119.0	34.7	117.5	105.9
5	1996	110.8	82.1	137.8	115.3	60.2	131.3	132.3	161.9	102.5	106.8	103.3	69.5	129.5	40.9	135.5	131.7
6	1996	104.2	79.5	147.1	111.8	55.4	124.5	115.4	152.9	87.2	104.7	97.7	59.5	130.3	71.3	133.2	153.4
7	1996	151.5	85.8	157.8	110.6	54.1	127.3	125.5	168.6	107.9	107.5	99.8	80.2	137.7	39.7	136.8	116.1
8	1996	55.7	48.4	42.8	87.4	34.3	38.0	26.5	80.1	72.8	41.5	41.4	21.5	47.1	26.7	49.6	52.1
9	1996	115.6	74.1	123.9	102.3	52.0	125.5	118.6	154.6	93.1	107.2	99.2	55.0	109.0	62.0	134.3	143.5
10	1996	138.5	81.8	157.5	118.5	80.8	145.5	196.4	182.5	86.8	115.0	111.2	69.0	124.8	38.7	147.5	142.6
11	1996	106.3	76.0	133.0	109.5	60.8	134.1	125.1	164.2	92.4	104.0	103.6	63.1	110.4	37.4	133.3	165.6
12	1996	82.1	71.6	112.5	79.3	44.3	99.3	93.6	129.7	81.8	93.3	81.8	47.4	116.2	76.7	105.5	134.7

mes	any	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
10	1991	128.7	90.6	136.7	118.8	107.1	120.6	36.5	112.0	85.5	136.1	116.6	124.7	109.2	140.5	172.2	107.1
11	1991	116.3	81.4	133.9	97.8	87.1	111.2	33.1	102.5	78.6	88.7	114.0	107.3	103.4	331.9	164.7	100.6
12	1991	87.0	86.5	129.2	60.6	68.7	104.4	143.8	97.2	78.0	93.7	80.0	97.1	95.3	235.6	98.5	111.9
1	1992	108.7	90.4	125.0	91.5	59.8	103.9	405.7	101.2	92.1	90.8	69.6	104.6	104.4	25.7	79.2	99.6
2	1992	109.2	94.6	120.6	83.5	69.5	115.0	257.0	97.6	96.0	67.9	79.1	89.2	103.8	0.0	91.2	95.1
3	1992	116.0	92.4	120.1	95.3	86.3	117.6	89.0	100.7	108.4	67.4	92.1	96.5	105.8	0.2	97.8	98.8
4	1992	106.5	94.9	120.2	74.3	84.8	108.6	39.8	97.3	112.8	75.3	84.7	98.0	100.8	0.5	90.3	100.4
5	1992	113.5	88.4	121.3	95.7	106.3	111.4	33.9	101.3	113.8	78.1	97.3	90.6	101.4	0.6	95.5	98.3
6	1992	119.1	89.9	108.2	101.7	118.7	118.6	31.8	104.6	117.1	90.7	85.7	94.4	100.0	51.0	91.8	99.4
7	1992	113.9	89.0	109.1	103.5	118.7	131.8	32.7	99.3	118.2	97.7	88.5	91.8	96.9	176.0	88.0	98.8
8	1992	26.4	89.9	105.4	0.0	7.2	31.7	18.3	92.9	99.4	91.9	86.4	85.1	79.6	138.0	43.2	97.9
9	1992	110.9	91.0	104.6	125.8	69.4	99.0	28.0	100.5	86.4	136.1	109.1	111.6	101.1	50.5	140.9	97.9
10	1992	106.1	89.1	95.2	101.3	74.4	113.6	30.9	104.5	85.3	121.9	110.0	108.7	106.3	44.2	187.0	106.8
11	1992	103.9	87.8	92.7	109.9	63.2	117.1	38.8	100.8	79.4	70.6	99.7	107.7	100.6	186.4	180.4	105.3
12	1992	69.9	78.4	91.6	72.9	24.5	105.9	274.6	101.2	82.2	57.5	61.9	94.4	94.7	219.4	92.5	110.3
1	1993	74.0	71.4	92.2	85.3	41.7	85.9	672.7	95.7	86.4	66.0	59.2	98.6	100.2	78.9	78.5	103.9
2	1993	84.3	66.4	94.9	85.3	33.5	109.0	369.3	96.7	93.7	53.5	73.2	98.8	104.9	19.0	91.9	94.6
3	1993	93.9	66.8	96.8	99.6	62.9	108.3	133.6	105.9	109.0	57.7	77.9	105.5	111.9	0.0	98.3	102.1
4	1993	83.5	60.4	98.8	68.5	55.8	98.8	58.7	96.8	110.8	55.6	76.2	93.7	100.8	0.1	85.3	99.5
5	1993	92.0	65.4	101.5	83.3	70.1	100.3	35.2	98.8	112.3	63.7	85.0	99.7	107.3	0.6	91.6	98.7
6	1993	101.5	57.4	101.1	86.3	74.9	94.4	26.0	100.5	112.1	71.7	83.1	100.1	101.8	78.5	104.0	100.7
7	1993	94.2	52.1	102.8	82.5	78.8	105.6	22.7	103.2	118.0	66.3	80.8	98.9	95.8	172.5	98.2	106.2
8	1993	13.5	50.5	104.5	0.0	12.2	27.3	20.5	97.8	101.1	83.8	83.0	100.4	83.3	77.2	62.6	103.3
9	1993	92.4	43.2	107.0	109.4	61.0	100.9	29.1	108.9	85.3	110.2	100.6	119.9	107.5	10.3	158.6	102.9
10	1993	90.2	37.1	107.7	73.9	45.2	89.3	32.5	106.1	84.8	84.1	87.0	131.9	110.6	74.8	189.9	107.1
11	1993	97.9	34.7	107.1	83.2	33.3	104.5	47.9	111.6	84.0	68.2	89.5	122.4	107.6	242.1	194.8	106.4
12	1993	73.6	28.5	106.8	50.9	20.1	87.4	226.9	105.9	78.4	72.8	64.9	103.5	99.0	290.6	121.9	108.2
1	1994	84.6	27.3	105.0	62.4	22.3	79.5	547.7	95.7	77.0	54.5	57.7	95.7	101.6	208.5	93.3	96.9
2	1994	100.7	23.8	100.3	78.7	31.6	97.2	392.8	97.6	88.6	51.4	80.6	96.3	103.2	88.5	109.7	94.5
3	1994	107.7	22.1	97.7	78.8	38.7	109.6	131.3	101.8	106.4	60.2	100.0	124.3	109.0	11.2	116.2	99.7
4	1994	106.7	16.7	97.3	70.8	39.8	106.6	32.6	100.9	105.7	54.3	98.1	103.1	104.3	1.4	104.2	97.9
5	1994	114.0	10.1	92.9	60.8	59.7	106.5	28.6	99.2	112.8	63.6	99.8	104.0	110.7	0.5	103.7	98.7
6	1994	115.5	7.5	95.0	77.3	61.7	113.0	27.5	102.8	114.0	69.7	96.4	99.2	102.3	118.6	97.1	97.9
7	1994	106.6	7.3	96.1	73.6	66.4	109.0	19.6	96.0	114.8	63.8	84.6	94.2	91.0	176.0	98.5	95.5
8	1994	20.2	7.0	95.2	0.0	14.3	19.2	23.1	99.1	103.1	79.8	92.5	105.5	84.1	57.9	93.6	109.4
9	1994	117.3	11.2	108.2	65.1	57.7	116.7	30.3	102.3	83.8	107.0	111.6	120.4	107.4	10.9	174.1	104.2
10	1994	116.7	11.7	119.9	63.7	48.8	109.0	35.1	104.3	85.3	75.5	92.9	119.4	108.8	95.7	202.5	106.1
11	1994	125.9	11.6	135.0	72.5	53.2	118.2	40.4	108.0	81.9	77.8	97.3	116.7	108.4	197.0	194.9	103.3
12	1994	98.2	15.0	152.2	45.9	30.1	113.6	189.4	100.5	77.5	59.9	66.5	111.6	98.9	274.2	108.4	109.4
1	1995	119.7	14.6	158.8	75.2	33.2	99.0	507.3	96.6	86.4	51.4	69.7	108.2	102.5	194.7	100.5	99.5
2	1995	119.4	16.5	176.2	69.0	60.2	105.9	257.9	94.6	88.5	51.8	88.4	99.5	100.3	15.6	112.0	90.2
3	1995	139.6	16.3	191.0	78.4	70.6	119.3	128.1	100.4	108.2	54.0	103.4	113.7	113.0	0.7	136.0	101.3
4	1995	110.0	18.7	193.6	49.6	53.9	94.6	47.1	88.3	103.2	41.8	87.1	91.6	98.7	0.1	101.9	100.5
5	1995	137.5	17.4	202.0	75.5	79.9	120.4	34.9	100.4	118.1	62.9	104.5	104.2	106.4	28.7	110.1	107.1
6	1995	137.0	17.2	206.9	80.5	86.5	110.8	30.6	99.6	120.1	68.2	94.7	109.8	100.5	161.8	108.1	108.0
7	1995	122.6	18.5	212.5	74.8	81.2	111.7	25.3	93.0	108.3	60.2	75.4	95.5	89.1	35.8	92.6	104.5
8	1995	23.2	17.6	212.3	0.0	21.9	33.4	25.5	98.5	102.4	69.9	86.1	108.8	78.1	0.3	99.5	110.1

9	1995	121.4	18.1	208.6	97.6	61.6	109.7	34.9	101.7	84.8	82.2	92.2	125.6	98.8	11.5	157.9	114.5
10	1995	119.7	17.2	204.2	86.1	63.6	110.3	31.8	103.2	88.3	77.9	92.7	114.6	101.9	174.3	202.3	111.7
11	1995	124.2	19.0	198.5	82.3	64.6	109.5	53.6	106.1	83.4	83.2	94.4	118.2	103.4	283.7	207.3	110.0
12	1995	88.6	17.0	189.4	53.2	36.0	103.9	161.9	97.5	75.9	51.2	58.8	92.0	93.9	277.1	117.4	106.5
1	1996	120.0	17.0	192.5	76.9	38.4	100.8	203.1	100.9	89.8	47.5	59.5	107.3	96.7	83.4	98.0	111.3
2	1996	122.7	22.2	191.2	76.4	49.3	105.2	112.6	98.2	94.1	45.7	81.2	103.1	99.0	35.6	103.0	99.3
3	1996	130.0	22.5	179.5	72.6	53.6	119.3	47.5	99.1	107.5	43.8	91.7	111.4	100.3	15.5	107.5	103.0
4	1996	117.7	22.4	184.0	54.7	61.8	114.5	22.5	93.5	110.7	45.7	75.4	99.5	93.6	0.4	94.4	97.6
5	1996	136.7	22.7	184.0	65.9	83.2	107.5	26.1	103.3	122.0	56.8	89.5	105.1	102.1	0.8	99.9	104.3
6	1996	126.1	22.5	183.4	64.1	75.6	101.9	22.7	94.9	113.1	68.5	88.5	100.9	94.8	72.1	95.3	96.3
7	1996	135.2	23.7	192.2	82.2	80.9	106.8	28.5	102.3	118.2	63.5	95.6	107.2	91.9	158.3	83.0	105.3
8	1996	30.1	24.0	197.0	0.0	11.7	33.0	21.4	96.7	99.0	63.0	91.5	96.6	81.3	42.7	91.5	107.0
9	1996	127.8	19.5	206.4	74.4	44.4	97.3	26.6	99.9	82.3	90.8	102.6	116.5	101.0	17.9	155.5	103.4
10	1996	146.7	22.5	213.6	89.0	46.7	115.8	31.8	110.7	89.5	92.9	97.7	129.1	107.8	187.4	200.3	112.4
11	1996	136.3	24.0	226.3	73.8	49.4	112.0	54.7	102.1	80.9	66.0	80.2	113.4	100.2	324.4	181.3	100.8
12	1996	97.3	26.2	241.5	52.3	33.8	102.4	299.3	100.4	76.4	55.2	58.9	94.3	91.6	229.9	104.6	112.1

mes	any	57	58	59	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	74
10	1991	123.3	101.8	83.0	103.6	94.6	100.8	135.9	97.1	120.4	111.9	113.0	113.2	111.4	101.1	106.8	231.6
11	1991	118.2	159.7	196.7	121.6	78.6	73.3	120.9	102.2	102.7	106.3	111.7	107.9	103.8	88.3	95.5	211.9
12	1991	94.0	201.8	162.1	116.5	83.2	86.0	62.7	83.8	82.7	87.0	88.4	88.8	90.2	75.9	79.0	99.9
1	1992	109.7	192.6	103.3	87.5	75.2	90.7	93.9	98.4	85.1	99.5	105.3	85.8	109.4	102.2	88.5	106.2
2	1992	116.7	182.2	75.0	81.9	69.8	103.6	89.9	103.6	96.2	98.5	107.2	89.4	104.5	116.8	98.4	43.2
3	1992	116.3	168.7	109.5	87.5	89.6	100.1	108.8	105.0	95.1	106.1	111.4	89.9	127.4	107.9	101.3	30.8
4	1992	106.0	112.0	62.2	88.6	93.1	96.8	98.9	103.6	75.8	100.5	105.6	91.4	115.0	93.6	86.8	42.1
5	1992	114.9	137.6	98.0	90.9	100.7	102.8	103.6	101.2	79.1	102.7	106.8	92.1	98.8	73.8	84.2	46.1
6	1992	111.3	190.4	139.2	100.8	107.1	118.4	113.8	98.6	85.1	100.4	101.7	107.4	101.1	84.3	87.4	45.0
7	1992	94.7	117.8	129.3	96.3	129.0	122.1	75.0	94.9	114.5	100.9	102.1	112.6	91.8	107.8	93.3	59.6
8	1992	66.8	41.1	71.9	36.0	118.8	119.2	41.2	14.9	42.3	6.8	18.7	24.6	34.5	58.3	45.9	60.6
9	1992	96.0	42.9	132.7	102.7	99.2	95.1	102.8	87.2	111.1	84.8	99.6	89.1	97.6	101.6	98.8	112.8
10	1992	107.6	142.2	207.8	127.5	81.6	67.9	99.7	89.2	102.4	92.3	103.6	97.5	101.7	96.0	88.5	148.3
11	1992	101.8	160.1	251.2	126.1	77.3	64.0	96.5	89.4	86.9	94.4	101.3	94.9	82.5	75.8	76.8	139.7
12	1992	83.9	113.5	197.7	127.1	89.6	75.3	75.5	70.0	69.1	80.9	85.7	80.0	84.0	66.6	67.5	145.6
1	1993	94.8	153.2	49.8	96.7	63.3	81.8	86.0	73.8	74.3	76.3	85.5	76.1	72.0	83.0	67.1	121.4
2	1993	103.8	152.6	56.5	96.0	64.5	64.8	101.7	82.7	85.4	88.6	86.1	73.7	81.6	100.4	79.6	101.8
3	1993	116.2	180.6	87.0	88.2	82.0	87.5	110.5	93.5	85.7	90.7	93.7	83.1	113.9	98.0	85.2	77.5
4	1993	115.8	134.9	89.4	84.6	90.3	94.1	100.3	85.1	65.9	88.9	79.8	70.1	75.8	75.4	64.9	50.8
5	1993	118.7	120.3	119.1	102.0	90.0	99.0	112.4	83.7	76.0	92.8	84.8	88.3	72.2	64.8	66.8	37.0
6	1993	115.8	130.6	126.3	91.7	102.6	111.7	116.6	80.0	79.3	86.8	82.9	95.2	59.8	74.2	75.2	31.3
7	1993	96.3	118.8	110.5	42.2	120.2	134.0	104.5	84.8	99.0	95.2	92.2	101.6	56.3	98.1	77.5	85.8
8	1993	91.5	20.0	41.3	36.0	115.7	134.3	42.9	14.1	45.1	9.8	15.8	29.9	35.0	62.2	42.7	32.7
9	1993	122.8	9.9	158.0	104.2	94.4	92.7	136.5	87.0	122.4	79.3	98.1	100.8	83.6	93.4	91.2	83.2
10	1993	117.6	36.6	137.8	111.3	74.7	66.5	145.5	93.9	89.3	88.4	94.1	95.0	96.3	85.6	76.6	53.3
11	1993	111.7	74.4	172.3	130.9	75.5	65.3	144.1	92.9	89.4	100.6	103.8	102.1	83.9	81.7	75.7	62.2
12	1993	99.2	98.3	276.5	160.8	81.3	79.7	129.1	79.9	74.7	90.2	94.1	100.9	77.4	70.4	73.7	76.6

1	1994	108.4	90.4	58.4	97.0	56.7	74.2	91.2	82.8	78.0	83.1	88.8	92.8	65.2	83.7	71.5	109.2
2	1994	117.9	99.4	96.4	82.9	60.8	64.9	104.6	91.1	91.9	93.8	98.9	90.8	85.0	102.5	84.3	34.8
3	1994	124.1	91.0	131.3	79.4	89.0	99.5	145.9	103.2	92.8	110.8	109.7	112.5	103.6	104.9	95.3	49.8
4	1994	112.9	65.6	122.8	75.2	87.2	102.1	146.7	98.2	74.4	100.0	103.2	87.5	89.9	84.5	78.2	44.6
5	1994	114.4	53.0	163.6	98.1	87.8	108.6	166.1	100.7	80.8	108.2	105.0	100.7	85.0	78.1	79.5	69.5
6	1994	116.8	33.4	201.8	105.0	98.3	115.6	172.2	105.6	94.9	102.8	109.9	106.2	75.6	80.4	85.8	62.3
7	1994	99.4	39.8	186.0	100.6	104.3	149.6	121.4	96.2	116.3	98.7	107.9	104.7	72.8	92.0	82.5	44.8
8	1994	95.9	10.4	68.1	49.6	111.3	152.9	76.9	28.6	40.9	17.1	25.5	25.8	35.7	60.6	45.0	12.9
9	1994	120.7	16.6	156.5	101.0	90.7	108.0	183.7	96.2	123.1	96.5	105.2	94.9	89.3	93.6	102.2	35.9
10	1994	108.8	44.8	240.2	116.8	68.5	76.3	170.1	91.8	98.9	97.5	103.4	88.4	81.9	87.2	89.3	37.5
11	1994	117.8	45.0	255.1	145.0	72.0	82.9	193.3	100.2	95.1	102.4	110.2	96.0	96.5	84.5	88.0	27.2
12	1994	98.5	59.6	169.1	143.0	69.0	90.7	183.0	85.4	76.9	94.7	98.8	70.0	79.1	66.7	77.1	67.1
1	1995	108.6	63.2	82.7	47.5	59.2	86.2	125.3	96.2	91.5	97.4	105.4	65.2	71.3	86.6	80.4	37.9
2	1995	107.0	47.1	90.6	93.3	54.3	72.4	137.5	96.2	107.7	100.7	107.9	65.6	89.1	92.8	87.4	13.2
3	1995	121.9	36.7	139.5	91.2	75.7	104.7	141.0	105.2	99.5	110.4	124.5	81.3	101.3	103.1	98.5	14.2
4	1995	100.7	33.5	104.0	83.4	75.9	109.7	111.2	90.4	65.3	91.3	96.9	68.3	78.7	70.8	72.6	8.7
5	1995	120.5	25.2	144.1	87.7	92.4	133.9	146.1	100.2	81.5	112.9	115.7	82.5	76.6	74.5	80.0	4.8
6	1995	113.2	20.9	198.3	103.2	98.0	142.1	163.9	99.3	90.2	103.9	115.9	81.5	64.1	82.1	89.6	12.4
7	1995	106.0	18.3	145.9	74.6	100.9	153.4	86.2	88.5	117.0	110.4	107.4	79.2	63.1	93.9	83.6	18.6
8	1995	91.2	12.4	33.2	63.1	102.9	156.0	76.4	31.8	55.8	16.6	27.6	21.1	35.8	60.0	46.3	18.1
9	1995	121.1	17.5	151.1	106.1	88.6	105.8	157.6	90.9	114.0	100.1	108.4	71.4	79.7	90.0	91.1	23.3
10	1995	107.3	37.0	243.7	140.3	74.6	86.4	177.7	93.9	101.6	106.4	114.3	74.0	78.3	76.6	83.9	22.8
11	1995	106.4	40.9	198.9	177.2	75.2	97.6	178.8	92.2	94.1	109.5	115.1	83.0	69.2	68.9	82.9	16.5
12	1995	90.9	50.2	192.0	137.8	62.2	87.8	128.6	79.6	72.1	93.0	88.5	59.7	77.0	57.4	75.3	44.3
1	1996	105.1	41.4	86.5	36.1	54.4	86.5	114.2	84.5	95.0	104.2	108.7	80.6	64.1	82.4	84.1	57.8
2	1996	111.8	46.1	75.5	71.6	49.9	84.7	125.3	87.9	89.3	102.0	105.0	69.0	92.8	89.5	88.6	71.4
3	1996	119.2	39.1	114.9	78.0	64.0	95.9	136.4	92.2	83.9	101.7	108.6	70.3	91.2	87.9	88.3	33.3
4	1996	102.1	30.0	88.5	62.8	73.8	116.4	133.8	84.6	66.3	100.5	101.9	70.3	66.7	66.7	68.4	4.7
5	1996	115.3	22.8	136.6	82.7	82.3	124.3	169.0	85.7	72.9	109.7	112.5	84.0	65.1	63.5	76.5	10.8
6	1996	110.4	21.5	214.1	114.6	81.4	125.7	158.7	87.1	77.4	96.0	101.1	79.4	54.0	68.0	76.3	13.6
7	1996	114.1	11.9	172.1	45.9	105.6	160.8	130.6	87.9	102.0	112.5	112.2	93.9	79.6	84.2	82.6	25.6
8	1996	92.5	12.4	48.2	36.1	93.8	141.1	68.8	29.7	54.9	16.5	24.3	27.3	21.2	54.8	42.4	42.8
9	1996	110.7	23.8	143.2	108.2	69.8	98.5	167.4	80.4	102.4	99.0	105.2	83.3	57.4	80.0	88.4	57.1
10	1996	122.6	39.3	125.9	201.7	66.5	92.8	174.4	94.0	105.5	123.6	123.5	99.2	69.2	81.1	82.4	62.9
11	1996	114.4	63.3	183.2	159.4	61.8	79.5	145.1	93.4	91.9	109.5	111.7	88.5	60.5	66.2	73.6	4.1
12	1996	99.0	78.3	132.9	127.9	59.4	92.8	111.7	81.0	78.4	97.9	91.9	65.3	52.8	55.7	69.6	99.5

mes	any	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
10	1991	123.2	105.2	103.3	137.6	118.9	99.4	119.8	117.8	113.3	125.3	130.8	137.2	29.0	128.4
11	1991	113.6	104.5	94.9	104.7	107.2	98.0	118.7	109.3	108.9	116.4	120.2	138.7	31.0	150.9
12	1991	94.3	109.4	69.3	92.3	103.6	95.8	91.1	103.2	88.8	86.3	112.9	113.2	68.9	128.3
1	1992	99.8	94.7	78.8	100.9	91.3	98.2	112.7	105.7	112.1	99.8	88.3	111.7	71.7	82.9
2	1992	100.9	102.5	76.0	100.1	99.4	107.1	112.0	105.9	114.1	103.1	93.9	111.0	72.2	89.0
3	1992	102.4	97.7	86.2	105.6	102.1	116.6	114.3	111.2	115.4	112.5	108.7	103.6	106.0	97.5
4	1992	99.6	103.1	81.5	90.7	98.2	100.9	101.0	116.3	103.1	103.4	95.7	89.8	93.6	90.4

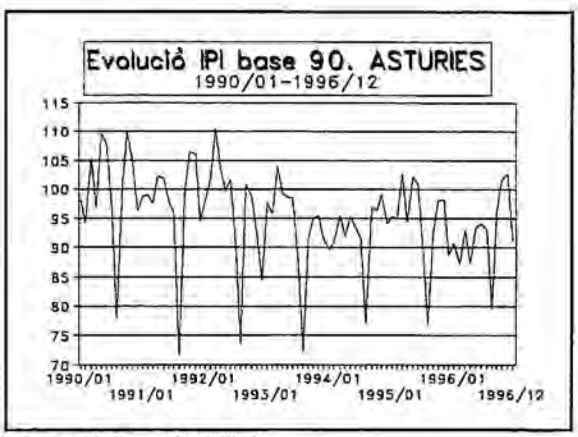
5	1992	97.9	105.2	80.9	90.1	97.4	106.1	109.2	122.1	104.9	109.2	113.9	84.3	121.1	87.6
6	1992	101.2	97.8	83.3	85.8	98.8	108.1	115.8	119.1	108.6	118.8	96.8	67.7	112.0	86.1
7	1992	92.2	99.5	89.9	88.0	111.5	103.3	115.2	110.6	107.9	119.4	115.3	102.2	119.5	103.9
8	1992	45.5	24.7	85.5	61.1	23.9	88.6	66.2	77.1	38.1	41.8	19.9	7.5	189.7	5.0
9	1992	77.5	87.0	108.7	91.3	95.9	104.5	101.8	106.8	105.8	111.5	85.3	114.8	167.0	131.8
10	1992	85.5	93.0	121.6	94.3	102.1	106.3	104.5	114.5	111.2	108.1	92.4	106.9	97.6	156.5
11	1992	82.9	91.4	119.4	92.2	96.1	99.4	104.9	105.6	111.7	103.0	119.0	120.2	66.9	134.0
12	1992	72.1	80.6	101.5	68.9	90.5	83.3	88.0	99.7	82.7	77.6	88.5	110.3	66.7	133.3
1	1993	78.8	88.6	92.1	66.3	75.1	87.8	101.0	96.0	91.8	82.4	69.6	70.9	91.8	132.4
2	1993	82.0	94.1	95.1	70.9	82.4	100.7	105.6	99.3	93.5	92.4	81.2	108.1	74.8	152.1
3	1993	86.6	96.7	94.6	71.0	89.3	111.1	111.9	113.2	106.6	101.7	110.0	88.9	114.5	165.7
4	1993	78.9	87.2	88.2	67.2	82.7	109.0	96.5	115.5	90.4	94.9	88.8	93.4	121.3	97.3
5	1993	81.6	95.1	121.8	63.4	88.0	105.5	104.3	117.3	101.4	102.9	83.7	86.6	125.1	100.3
6	1993	85.9	97.3	123.8	61.9	87.6	102.5	106.5	113.3	100.7	104.3	87.9	87.6	101.5	97.1
7	1993	87.6	104.9	127.7	65.0	94.6	100.5	108.0	105.3	107.5	109.4	96.8	94.8	121.8	118.6
8	1993	42.8	23.8	65.8	32.0	23.3	86.7	57.9	76.7	33.0	40.7	17.3	10.7	117.1	15.4
9	1993	79.5	91.2	105.1	60.9	74.6	108.9	105.6	108.2	107.3	112.3	71.1	115.7	156.0	121.0
10	1993	71.8	99.4	80.3	52.8	72.8	112.1	102.5	112.1	102.5	111.1	88.8	99.3	95.7	147.1
11	1993	72.8	107.5	94.5	52.6	77.1	112.6	107.1	111.1	108.3	102.7	93.7	144.1	77.2	175.5
12	1993	58.8	89.9	80.1	50.4	73.6	102.5	97.0	108.2	84.6	75.1	84.7	81.6	84.8	124.3
1	1994	60.4	89.9	83.0	59.7	63.3	102.2	100.0	101.1	97.0	80.9	65.6	95.7	92.8	145.1
2	1994	66.5	92.6	90.4	56.4	70.0	102.9	107.9	104.3	109.5	88.9	80.4	110.0	97.6	127.8
3	1994	80.4	100.6	96.3	61.8	76.0	126.4	119.0	114.2	116.0	100.3	89.5	92.7	109.3	108.4
4	1994	81.2	100.2	97.5	56.4	72.3	112.3	107.1	113.4	104.7	95.3	88.9	101.6	131.9	90.8
5	1994	86.7	105.6	113.4	58.3	77.2	122.2	122.0	117.8	118.2	104.7	79.6	114.9	131.8	119.7
6	1994	85.8	103.3	111.1	50.8	80.5	120.8	114.5	119.5	113.1	105.9	93.9	124.0	126.7	102.2
7	1994	79.6	110.0	99.7	56.7	85.9	117.5	112.6	103.2	111.2	110.4	81.5	98.8	129.6	71.1
8	1994	60.5	38.1	38.6	34.9	27.2	96.4	65.5	83.6	39.4	49.4	19.3	3.0	194.9	13.5
9	1994	74.3	96.7	125.7	63.0	78.9	111.3	122.3	109.8	119.5	118.6	86.2	120.0	188.7	87.1
10	1994	80.9	100.2	97.9	65.2	82.2	113.2	118.6	112.8	118.5	114.8	92.2	108.1	47.1	83.1
11	1994	85.7	114.1	118.8	63.6	86.5	121.2	121.5	119.8	122.5	123.9	123.9	131.7	84.7	128.1
12	1994	79.8	102.0	121.4	52.4	82.3	114.6	103.2	103.5	98.5	91.7	145.4	98.0	87.8	104.1
1	1995	88.5	103.0	95.2	57.0	73.3	125.1	115.7	106.7	122.0	105.1	75.3	115.6	80.7	128.7
2	1995	83.3	101.9	104.1	58.8	78.3	122.2	118.6	103.9	120.1	110.2	85.6	106.1	69.0	126.9
3	1995	90.2	114.5	104.5	55.6	83.6	130.8	125.8	114.8	130.6	125.1	100.4	132.8	100.6	189.2
4	1995	85.0	96.8	98.2	57.6	69.9	113.3	103.9	109.6	111.3	99.4	69.4	90.8	90.4	83.8
5	1995	95.4	106.5	100.4	56.9	82.3	132.3	125.3	115.9	132.1	123.5	86.0	116.8	102.2	107.3
6	1995	95.4	101.6	115.1	58.4	78.6	128.9	116.8	112.4	130.6	121.2	89.3	127.0	124.1	101.3
7	1995	88.1	111.3	99.1	62.4	89.4	124.4	108.1	98.6	118.7	113.0	93.7	90.8	124.6	97.0
8	1995	60.8	40.4	55.4	42.9	24.6	105.9	70.1	80.9	58.7	56.1	24.7	9.0	180.7	7.3
9	1995	79.0	89.8	108.8	54.8	76.5	116.3	106.0	110.2	126.3	116.1	82.4	115.1	168.8	82.7
10	1995	85.0	107.2	121.3	55.0	79.7	121.8	115.4	112.5	130.4	112.2	88.7	116.5	118.0	123.4
11	1995	86.7	110.8	121.0	53.5	83.9	109.5	118.1	111.0	129.2	115.8	126.0	134.5	89.8	131.6
12	1995	74.5	94.7	103.7	45.3	74.1	115.1	91.2	97.7	101.3	83.0	100.9	100.5	76.9	73.7
1	1996	75.0	96.8	98.2	54.1	71.2	121.7	118.6	102.9	125.3	99.3	86.3	105.1	98.9	118.1
2	1996	71.4	94.0	103.3	51.0	74.8	116.0	106.0	100.9	124.0	106.0	100.1	120.2	78.6	121.2
3	1996	78.0	93.9	94.6	50.2	75.6	128.0	106.6	108.8	122.1	106.1	106.5	103.6	95.5	115.0
4	1996	79.7	86.0	92.9	49.9	73.3	116.3	105.8	103.5	116.0	99.2	80.2	119.9	120.4	84.1
5	1996	86.0	102.4	93.0	47.1	77.3	118.0	120.9	115.4	129.7	120.2	94.0	103.2	110.9	101.5

6	1996	83.0	96.8	84.5	45.7	74.0	118.0	109.7	105.0	124.1	112.4	102.6	100.0	106.7	75.6
7	1996	85.9	106.3	112.1	50.5	85.1	141.9	117.0	101.0	135.0	122.7	104.9	116.6	122.2	171.0
8	1996	47.6	45.5	54.7	36.1	31.3	99.2	73.2	84.1	59.9	49.8	20.8	10.8	149.9	38.0
9	1996	74.6	84.8	97.7	47.4	71.6	121.1	113.2	109.0	123.3	113.1	88.5	108.7	138.8	166.1
10	1996	80.5	99.1	131.9	50.6	84.6	130.1	121.6	114.6	139.4	127.8	109.0	135.9	97.5	153.7
11	1996	75.3	100.3	111.0	51.0	76.2	124.0	108.2	107.7	126.3	115.3	114.4	125.7	87.0	146.3
12	1996	62.4	89.3	78.5	44.6	72.4	104.2	96.9	103.5	109.6	86.3	110.0	104.5	86.1	231.2

ANNEX 4.4. ÍNDEXS DE PRODUCCIÓ INDUSTRIAL D'ASTÚRIES I ANDALUSIA BASE 1990 PER A UNA DESAGREGACIÓ SECTORIAL D'UN DÍGIT DE LA CNAE-74

ASTÚRIES

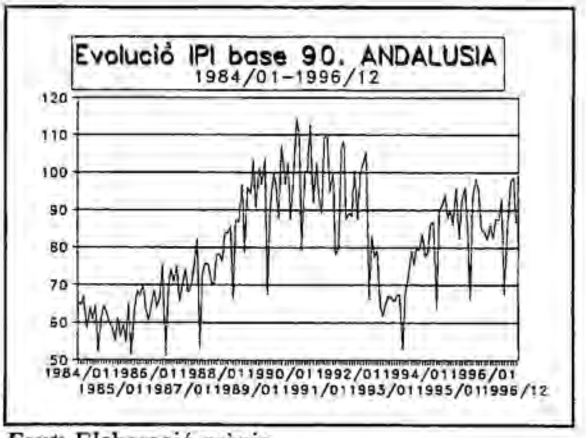
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1990	98.26	94.17	105.37	96.90	109.66	107.81	97.39	78.01	100.80	109.95	105.28	96.41
1991	98.75	99.04	97.58	102.35	101.87	97.78	96.41	71.68	99.53	106.54	106.05	94.47
1992	97.87	101.87	110.53	103.52	99.63	101.67	90.96	73.72	100.89	98.85	92.23	84.43
1993	97.68	95.73	103.91	99.33	98.65	98.46	87.65	72.26	91.54	95.15	95.54	91.54
1994	89.60	91.06	95.54	92.03	95.44	93.59	91.64	77.13	97.00	96.32	99.24	94.17
1995	95.44	94.95	102.74	94.37	102.26	100.89	89.79	76.64	92.52	98.17	98.26	88.72
1996	90.86	87.16	93.00	87.36	93.39	94.17	93.00	79.47	95.83	101.67	102.74	91.25



Font: Elaboració pròpia.

ANDALUSIA

	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1984	65.23	64.81	66.81	58.15	63.81	60.73	64.81	52.15	61.40	64.39	62.81	59.65
1985	58.31	54.81	61.15	56.31	59.40	54.56	65.23	51.32	62.56	68.73	67.06	69.98
1986	63.73	60.40	63.98	68.73	63.81	66.81	75.47	50.98	69.06	74.47	71.06	75.06
1987	65.56	69.39	74.39	67.98	70.14	74.81	82.47	53.06	72.97	75.81	75.81	70.73
1988	70.14	77.97	78.14	76.22	84.14	83.72	85.64	66.23	87.30	86.97	96.80	78.64
1989	95.97	94.30	103.30	90.47	101.38	96.80	103.55	67.56	90.22	99.97	96.38	87.80
1990	107.55	96.72	102.30	87.64	97.22	114.54	109.55	79.06	100.30	100.13	112.96	92.05
1991	102.30	92.97	89.14	109.21	110.05	95.05	99.88	78.14	80.06	106.80	108.30	87.55
1992	89.22	88.47	100.55	87.80	99.80	102.63	105.30	66.06	83.55	77.47	79.31	64.64
1993	61.65	65.48	67.31	66.39	65.64	67.31	67.56	52.81	67.81	71.39	79.22	75.39
1994	80.31	79.39	83.64	77.64	78.72	86.14	86.89	63.98	89.97	90.97	94.13	87.80
1995	90.14	85.97	95.72	82.39	92.72	95.97	85.22	66.06	93.55	98.63	95.13	84.97
1996	84.05	81.97	86.22	82.64	87.80	87.30	93.05	67.56	86.14	97.63	98.80	86.80

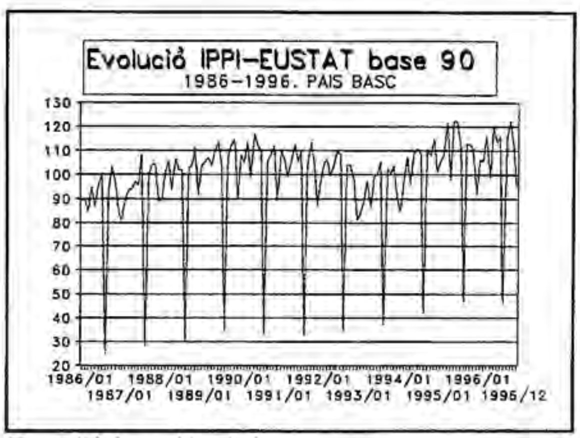


Font: Elaboració pròpia.

ANNEX 4.5. ÍNDEXS DE PRODUCCIÓ DE PRODUCTES INDUSTRIALS DEL PAÍS BASC, ASTÚRIES I ANDALUSIA BASE 1990 PER A UNA DESAGREGACIÓ SECTORIAL D'UN DÍGIT DE LA CNAE-74[2]

PAÍS BASC

	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1986	89.21	89.99	84.30	94.94	86.66	96.05	100.38	24.39	93.48	103.58	95.03	83.21
1987	81.01	89.12	93.62	94.08	96.99	95.60	108.54	28.10	100.53	104.19	104.65	88.67
1988	89.49	100.64	106.18	93.65	106.80	101.93	102.12	30.27	103.09	103.97	111.01	91.46
1989	103.50	105.83	107.17	103.85	109.76	113.47	103.63	34.69	107.18	111.95	114.85	89.57
1990	108.32	105.14	113.70	98.94	117.08	112.05	110.00	33.40	105.79	108.05	111.92	89.31
1991	109.64	106.37	99.16	105.12	112.85	105.95	110.41	32.63	104.11	113.50	103.96	87.18
1992	97.36	104.62	106.51	99.36	104.37	109.16	108.95	34.67	104.25	104.14	98.02	80.86
1993	83.80	88.93	97.55	86.27	99.23	100.48	105.65	36.96	102.53	100.62	103.74	89.59
1994	84.69	97.39	107.48	96.18	109.03	110.91	108.69	41.80	110.88	107.88	114.95	100.87
1995	105.79	108.10	121.80	97.62	122.30	122.27	111.69	46.67	113.13	112.59	110.64	92.13
1996	106.40	105.98	116.41	98.84	120.56	113.42	115.94	45.86	115.00	122.37	112.62	95.28

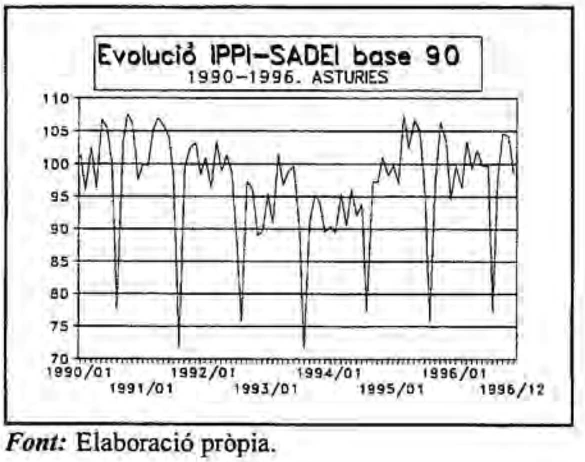


Font: Elaboració pròpia.

[2] Elaborats a partir dels IPIs publicats per l'EUSTAT, el SADEI i l'IEA respectivament.

ASTÚRIES

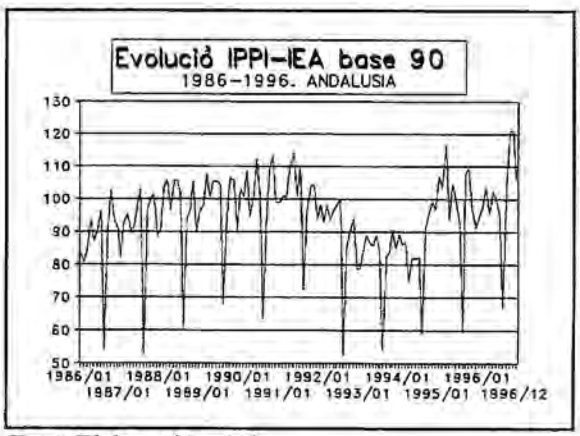
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1990	101.34	95.89	102.39	96.26	106.76	105.46	99.91	77.51	103.29	107.51	106.16	97.52
1991	99.96	99.64	105.16	106.99	105.73	104.01	97.69	71.85	99.49	102.51	103.20	98.44
1992	100.87	96.33	103.40	98.95	101.19	98.98	88.67	75.71	97.20	96.21	88.87	89.65
1993	95.43	90.86	101.46	96.78	98.95	99.73	90.50	71.54	91.13	95.36	93.95	89.41
1994	90.41	89.38	95.47	90.44	96.24	92.05	93.85	77.32	97.24	97.22	101.08	98.24
1995	99.84	97.13	107.56	102.46	106.64	104.96	95.22	75.83	97.26	106.46	103.40	94.51
1996	99.85	96.40	103.46	99.21	102.06	99.86	99.63	77.16	97.87	104.70	104.21	98.60



Font: Elaboració pròpia.

ANDALUSIA

	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1986	83.22	80.57	85.10	93.83	87.21	90.82	96.42	53.86	89.50	102.73	92.91	91.25
1987	82.02	92.64	95.41	90.31	91.62	97.17	103.12	52.77	96.93	100.12	101.63	88.82
1988	90.77	103.32	106.09	96.46	105.63	105.84	101.70	59.96	94.15	96.26	105.38	90.05
1989	96.17	98.24	107.69	100.31	105.51	105.52	104.38	67.79	93.92	106.56	105.78	90.29
1990	103.21	100.61	108.93	94.54	101.44	112.68	100.38	63.64	93.18	109.54	112.97	98.89
1991	99.06	101.00	100.53	109.86	114.00	100.93	110.12	72.21	96.23	103.89	104.42	93.95
1992	98.51	92.82	98.25	93.85	96.81	98.03	100.25	52.32	85.43	89.95	94.04	78.57
1993	78.88	84.13	88.89	86.38	85.92	88.96	83.69	53.62	82.55	84.03	90.85	84.86
1994	89.37	86.01	87.09	74.79	82.02	81.83	82.32	59.03	91.28	96.18	99.26	96.89
1995	107.08	103.57	116.79	93.87	104.97	99.84	92.50	59.39	107.76	109.71	97.12	91.25
1996	94.78	97.52	103.63	95.61	102.06	100.03	95.29	66.66	103.91	120.99	120.95	106.04

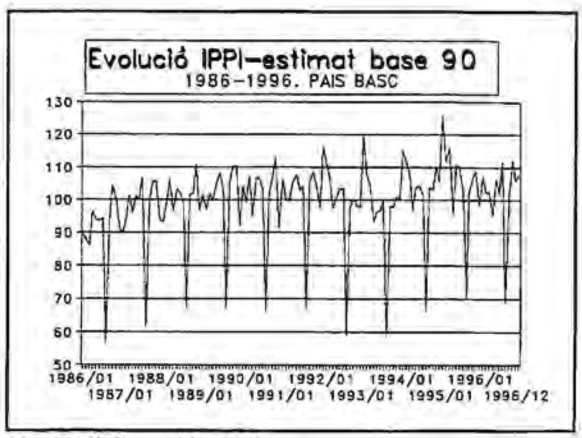


Font: Elaboració pròpia.

ANNEX 4.6. ÍNDEXS DE PRODUCCIÓ DE PRODUCTES INDUSTRIALS DEL PAÍS BASC, ASTÚRIES I ANDALUSIA BASE 1990 ELABORATS SEGUINT LA METODOLOGIA DE L'IEC

PAÍS BASC

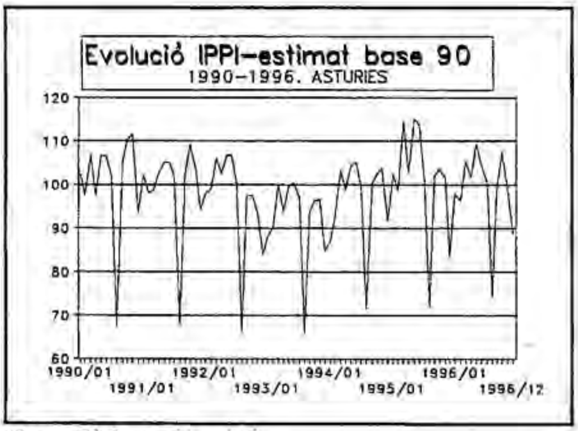
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1986	89.32	87.79	85.85	96.60	94.05	93.59	94.42	56.91	92.55	104.58	100.04	91.10
1987	89.91	93.04	101.54	96.03	101.18	100.16	106.87	61.60	99.45	105.65	105.73	93.95
1988	93.33	99.12	106.27	96.48	103.50	101.89	98.95	67.30	101.62	102.01	111.01	96.95
1989	101.75	96.79	102.00	99.82	104.80	108.19	103.28	67.53	105.24	110.41	110.43	91.99
1990	104.24	99.33	107.32	94.99	107.04	106.47	103.24	66.33	102.49	106.64	113.10	91.26
1991	106.54	100.04	99.56	105.26	107.80	102.95	104.36	66.84	105.54	108.69	103.81	97.49
1992	116.44	111.29	106.74	97.46	101.14	103.42	103.56	59.11	97.47	100.33	98.46	97.58
1993	120.07	107.84	104.79	93.36	96.34	96.62	99.61	58.64	98.14	97.71	100.92	99.98
1994	115.15	111.82	108.34	96.99	103.62	104.30	101.83	66.25	103.83	103.26	110.31	105.39
1995	126.21	111.69	116.09	95.78	110.71	109.90	102.45	70.13	102.45	106.42	108.99	98.50
1996	107.32	102.23	102.57	95.35	106.15	102.09	111.71	68.66	101.42	112.22	105.80	107.61



Font: Elaboració pròpia.

ASTÚRIES

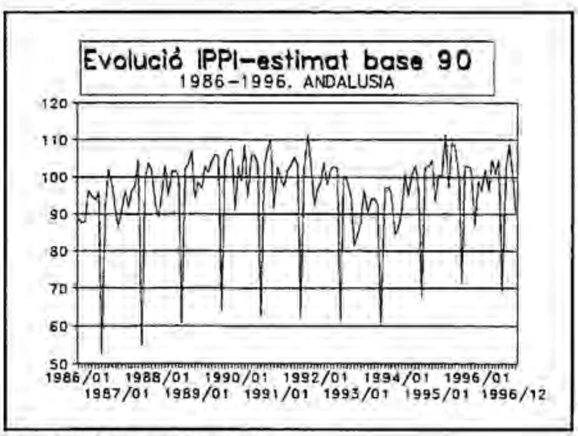
	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1990	102.51	97.51	106.85	97.33	106.86	106.24	102.06	67.54	105.46	110.11	111.73	93.48
1991	102.30	98.12	98.87	102.80	105.33	105.06	101.88	67.96	102.53	109.05	103.31	94.36
1992	98.01	99.10	106.17	102.58	106.59	106.75	100.20	66.13	97.45	97.43	93.30	83.96
1993	88.37	90.12	100.15	93.93	99.57	100.51	96.92	65.86	93.80	96.35	96.61	84.82
1994	86.93	92.75	103.27	98.80	104.21	105.29	99.75	71.46	100.38	102.65	103.94	91.61
1995	102.32	98.74	114.54	102.81	115.09	113.66	101.05	72.12	102.00	103.53	101.63	83.36
1996	97.98	96.31	105.40	101.76	109.19	104.56	100.71	74.24	99.08	107.48	98.81	88.72



Font: Elaboració pròpia.

ANDALUSIA

	gener	febrer	març	abril	maig	juny	juliol	agost	setembre	octubre	novembre	desembre
1986	88.65	87.68	87.93	96.39	95.00	93.78	95.92	52.44	92.21	101.98	97.32	90.44
1987	86.49	90.72	96.11	91.92	96.33	97.41	104.81	54.65	99.37	103.88	101.65	92.62
1988	89.09	95.55	103.19	95.11	101.46	101.59	100.19	60.62	102.37	103.47	107.02	94.29
1989	98.45	96.81	102.85	101.22	104.32	106.13	105.50	63.83	104.34	106.75	107.71	91.11
1990	102.88	98.82	108.83	94.37	106.00	105.80	103.57	62.46	103.05	107.31	110.20	91.57
1991	102.68	99.23	97.54	101.48	103.48	105.25	103.35	62.12	102.18	111.38	102.46	92.38
1992	96.84	98.19	103.87	97.95	101.87	102.82	102.15	61.30	100.21	99.37	94.75	81.45
1993	84.26	87.37	96.56	90.26	93.99	94.30	92.52	59.73	97.17	97.09	95.93	84.28
1994	86.41	90.44	100.89	94.94	100.22	103.10	96.59	67.34	102.76	102.94	104.56	93.48
1995	100.50	100.20	111.35	97.01	109.28	108.30	100.23	71.19	102.93	102.86	102.27	86.70
1996	98.83	96.47	102.03	96.54	104.77	100.81	104.79	69.23	102.46	109.07	100.74	90.23



Font: Elaboració pròpia.

ANNEX 4.7. L'EXTRACCIÓ DE SENYALS

L'objectiu d'aquest annex és presentar, tot i que breument, les idees bàsiques sobre l'extracció de senyals. A més s'analitzen dos dels mètodes proposats a la literatura per a la desestacionalització de sèries temporals fent especial esment a les característiques de cadascun d'ells. En concret, es revisen l'X-11 (i l'X-11 ARIMA) i el filtre de Línies Aèries Modificat (LAM). El fet d'escollir aquests dos mètodes d'entre tota la bateria de mètodes proposats ha estat, en el cas de l'X-11, perquè és el mètode emprat pels diferents Instituts d'Estadística regionals per a desestacionalitzar els IPIs que s'estan considerant. Però, atès que aquest mètode presenta tot un seguit d'(importants) inconvenients s'ha considerat un segon filtre (el LAM), que permet superar bona part dels inconvenients de l'X-11, per a assolir l'objectiu fixat[3].

A.1. Breu revisió dels conceptes claus sobre l'extracció de senyals

L'extracció de senyals té el seu origen en l'àmbit de l'Enginyeria. En concret, és una tècnica ideada per a netejar tot aquell soroll que s'incorpora en trasmetre un senyal i que fa que el receptor el rebi distorsionat respecte al que originalment ha estat emès. Així, per filtrat s'entén l'obtenció d'unes determinades mesures (que són desconegudes) a partir d'un conjunt d'observacions associades a un sistema. En el supòsit que el sistema considerat estigui subjecte a soroll, el senyal observat és una aproximació de l'estat real i, en conseqüència, cal filtrar-lo per tal d'eliminar el soroll que incorpora i, d'aquesta manera, que s'apropi el màxim possible al senyal real. Pensi's en el conegut exemple dels sistemes d'audició de música, (Maravall, 1989): el senyal d'interès és el só i el sistema està format per l'aparell emissor i receptor; el senyal que rep l'aparell receptor pot estar distorsionat com a conseqüència del procés de transmisió per la qual cosa es duu a terme un procés de filtrat per tal de recuperar amb la màxima precisió possible el senyal (só) emès.

Des d'aquest punt de vista, en Economia i en particular en l'àmbit de l'anàlisi conjuntural, les dades observades al llarg del temps corresponents a una determinada macromagnitud poden ésser interpretades com el senyal rebut, senyal que incorpora un soroll. És clar doncs que el camp conjuntural és un camp adobat per a aplicar les tècniques d'extracció de senyals per tal de descompondre una sèrie temporal en les seves components no observables amb l'objectiu d'eliminar aquelles oscil.lacions que no són rellevants per a analitzar l'evolució de l'economia

[3] Volem remarcar el fet que som concients que existeixen altres mètodes per a desestacionalitzar una sèrie temporal però, atès l'objectiu, s'ha considerat que era suficient amb analitzar els dos mètodes assenyalats, més encara si es té en compte la gran popularitat d'ambdós.

a llarg i mig termini[4]. Així doncs, sens perjudici d'altres aplicacions en l'àmbit econòmic[5] aquestes tècniques són aplicades de forma generalitzada pels analistes conjunturals des de fa més de mig segle.

Així, d'acord amb la hipòtesi de components subjacents en el domini del temps, en l'anàlisi conjuntural és habitual diferenciar quatre components (tot i que no són observables per separat) la combinació de les quals dóna lloc a la sèrie temporal observada. Aquestes quatre components, que es suposa que estan causades per factors diferents, són: la tendència, el cicle, la component estacional i la component irregular (també anomenada erràtica) i es combinen additiva o multiplicativament en funció de la hipòtesi que es formuli sobre la interrelació entre elles: additiva si no hi ha cap tipus de relació i multiplicativa si es suposa que les components no són independents unes de les altres. Això és, respectivament:

$$X_t = T_t + C_t + S_t + I_t; \text{ i,}$$

$$X_t = T_t \cdot C_t \cdot S_t \cdot I_t.$$ [6]

Cadascuna d'aquestes quatre components poden associar-se amb una banda en el domini de la freqüència[7]. En concret, es té que[8]:

[4] En qualsevol cas, però, l'aplicació de les tècniques d'extracció de senyals a sèries econòmiques té associat tot un seguit de dificultats derivades de les característiques específiques de les pròpies sèries que no es presenten en les sèries amb les que es treballa en l'Enginyeria. En concret, ens estem referint a qüestions com ara: *a)* la grandària de la mostra: les sèries econòmiques sovint són curtes, almenys més curtes que en altres disciplines científiques; *b)* el fet que la majoria de sèries econòmiques són no estacionàries; *c)* la poca homogeneïtat de les sèries: cada sèrie econòmica presenta un comportament particular; *d)* la (major) presència d'observacions atípiques; *e)* el caràcter discret de les observacions (la qual cosa obliga, com es veurà més endavant, a dissenyar filtres digitals en contraposició als filtres com a transformadors de senyals en temps continu); *f)* en Economia (i en les Ciències Socials en general) no és possible l'experimentació per tal de replicar les dades; ...

[5] Així, per exemple, en el terreny macroeconòmic s'han emprat (i es segueixen emprant) les tècniques d'extracció de senyals per a separar entre les components (no observables) permanent i transitòria d'una determinada variable d'interès. La primera s'associa a la tendència i es modelitza com una variable no estacionària mentre que la component transitòria s'associa al cicle i es modelitza com una variable estacionària. Exemples concrets són la contrastació de la hipòtesi de renda permanent i la detecció i anàlisi del cicle econòmic, entre d'altres.

[6] Noti's que l'especificació multiplicativa pot ésser transformada en additiva simplement prenent logaritmes a ambdós costats de la igualtat. Per aquest motiu, sovint s'opta per emprar directament l'especificació additiva tot i que en l'anàlisi econòmica aplicada la relació multiplicativa és més freqüent que no pas l'additiva.

[7] Com és sabut, a l'hora d'analitzar una sèrie temporal és possible adoptar dos enfocaments diferents: un des del domini del temps (potser el més conegut) i l'altre des del de les freqüències (anàlisi espectral). Sota l'enfocament temporal l'anàlisi es centra en la funció de densitat conjunta tot i que sota el supòsit de normalitat pràcticament es redueix a una anàlisi de les correlacions. D'altra banda, però, qualsevol sèrie de tamany T pot representar-se com el sumatori de T funcions sinusoïdals del tipus $X_t = A\cos(\omega t + B)$, on A representa l'amplada i ω la freqüència

a) la tendència està associada a les freqüències angulars baixes[9], això és, a les oscil.lacions de llarga durada (de període superior a cinc anys) i s'acostuma a relacionar amb allò que determina el creixement econòmic (l'evolució de l'estoc de capital físic, el progrés tècnic acumulat, ...). Per tant, es sol considerar tendència a les oscil.lacions la freqüència de les quals (ω) es trobi entre zero i $\frac{2\pi}{p}$ on p és seixanta mesos, cinc anys (Rhoades, 1980). Aquesta proposta d'en Rhoades, però, no és l'única que se'n pot trobar a la literatura sobre el que es considera tendència. En aquest sentit, per exemple, en Melis (1989) considera tendència a les oscil.lacions superiors a set (o vuit) anys, és a dir, les oscil.lacions que es trobin en l'interval $\left[0, \frac{2\pi}{80}\right]$. Per la seva

---

de les oscil.lacions que ve donada per $\frac{2\pi k}{T}$ k=0,1,...,T/2 (si T és parell, i si és senar fins (T-1)/2). Donat que en augmentar el nombre d'observacions també augmenta el de funcions sinusoïdals, i per tant el nombre de paràmetres a estimar, és impossible obtenir estimadors precisos d'aquests paràmetres. Per a poder inferir amb precisió la contribució de les distintes freqüències (això és, de les distintes funcions sinusoïdals) en la formació de la sèrie cal recórrer a l'espectre. En analitzar l'espectre d'una sèrie temporal ens traslladem al domini de les freqüències. En qualsevol cas, però, no es tracta de dos enfocaments excloents sinó complementaris i, en aquesta complementarietat és on es poden aconseguir els millors resultats. En aquest sentit, per a caracteritzar les components no observables el domini freqüencial disposa d'eines més adients que no pas l'enfocament temporal atès que permet conèixer com es distribueix el total de la variància d'una sèrie temporal entre les diferents freqüències: si es té en compte la relació d'en Parseval, que expressa la partició de la variància d'una sèrie (X) de la forma:

$$T \cdot \sigma_X^2 = 2 \cdot \sum_{k=1}^{q-1} |\omega_k|^2 + |\omega_{T/2}|^2 \text{ amb } T{=}T/2,$$

en utilitzar el periodograma (gràfic que en l'eix d'ordenades recull els mòduls al quadrat, $|\omega_k|^2$, i en el d'abscisses la freqüència corresponent) de fet s'està analitzant la variància o potència de la sèrie en els distints harmònics de la freqüència fonamental, $\frac{2\pi}{T}$.

[8] Sense pèrdua de generalitat, d'ara endavant es treballarà amb la hipòtesi que la sèrie objecte d'anàlisi és mensual.

[9] La *freqüència angular* (ω), mesurada en radians per unitat de temps, determina la velocitat amb la que oscil.la una funció. El *període* (p) d'una funció és el nombre d'unitats de temps que triga en completar-se un cicle. Per tant, $p = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{p}$. Així, per exemple, si ω és zero representa un cicle de període infinit (això és, una tendència); en l'altre extrem, si $\omega=\pi$ aleshores p=2: si es tracta d'una sèrie mensual un cicle de dos mesos es repetirà sis vegades a l'any (aquesta freqüència doncs representa la component estacional associada a la freqüència més alta que és possible detectar amb dades mensuals). L'anterior mostra que un augment de la freqüència angular equival a una disminució del període (i a l'inrevés). Així, un cicle de període curt (que triga poc temps en completar-se) es correspon amb freqüències angulars altes, mentre que períodes llargs (cicles que es repeteixen cada molt temps) es corresponen amb freqüències angulars baixes. D'ara endavant, seguint la pauta habitual en la literatura es farà referència a la freqüència angular simplement com freqüència.

banda, per l'OCDE i la *Central Statistical Office* (CSO) del Regne Unit la tendència són oscil.lacions de períodes molt més llargs;

b) la component cíclica està associada, de la mateixa manera que la tendència, a les baixes freqüències però a diferència d'aquesta té el seu origen en factors més relacionats amb l'ajust cap a les sendes de creixement. Aquest fet fa que de les quatre components, la cíclica sigui la més difícil de definir. En aquest sentit, no hi ha dubte que les oscil.lacions cícliques són de freqüència inferior a l'anual (triguen més d'un any en repetir-se) però no hi ha acord entre els diferents autors respecte al límit inferior que delimita les freqüències d'aquesta component (el nombre màxim de mesos que es poden considerar cicle i no tendència)[10]. Així, per exemple, a Cristóbal i Quilis (1995) es defineix com a cicle a les oscil.lacions de durada entre dos i cinc anys, això és, oscil.lacions la freqüència de les quals es trobi entre $\frac{2\pi}{60}$ i $\frac{2\pi}{24}$, mentre que a Melis (1989) són les oscil.lacions de període comprés entre divuit mesos (que és la llargària mínima d'aquesta component pel *National Bureau of Economic Research*, NBER) i set anys, això és, en termes freqüencials entre $\frac{2\pi}{80}$ i $\frac{2\pi}{20}$[11];

c) la component estacional està associada a les oscil.lacions periòdiques o quasi-periòdiques la durada de les quals és igual a l'any, és a dir, moviments quasi-regulars de la variable que es repeteixen un cop a l'any[12]. Així, per exemple, els IPIs presenten un moviment intra-anual que es caracteritza per un descens en el seu nivell en el mes

---

[10] Per a un detall sobre la definició de cicle econòmic, vegi's per exemple en Burns i Mitchell (1946) o en Baxter i King (1995).

[11] En moltes ocasions, però, resulta difícil diferenciar entre les components tendència i cicle donat que ambdues s'identifiquen amb les freqüències baixes de l'espectre de la sèrie (això és, el comportament a llarg i mig termini o senda de creixement). Tingui's en compte addicionalment que la grandària de la mostra influeix considerablement en aquesta distinció: el que pot semblar tendència en una sèrie de sis/set anys pot ésser un efecte cíclic en un sèrie de trenta anys. A més, des d'un punt de vista teòric molts dels factors que afecten a la tendència són també responsables del cicle, principalment els que afecten a l'estoc de capital i a la productivitat dels factors. Atenent a tot l'anterior, doncs, s'acostuma a parlar, i així es recull a la major part de la literatura, de component a llarg termini o moviment secular de la sèrie o evolució subjacent o tendència local (Kenny i Durbin, 1982) per a fer referència conjuntament a aquestes dues components.

[12] Es diu quasi-regulars perquè si bé són oscil.lacions que es repeteixen cada any no ho fan de manera perfectament regular: les condicions climàtiques no es repeteixen exactament cada any, el nombre de dies festius de cada mes no és exactament el mateix cada any, ...

d'agost i un augment en els mesos de tardor[13]. Per tant, l'estacionalitat són les oscil.lacions la freqüència de les quals és $\frac{2\pi}{12}$ i els seus harmònics $\frac{2k\pi}{12}$ k= 2,...,6. Per tant, com assenyala en Nerlove (1964, pàg. 262), l'estacionalitat és aquella característica d'una sèrie temporal que ocasiona pics en l'espectre en les freqüències estacionals[14]. Per la seva banda, en Thomas i Wallis (1971) defineixen l'estacionalitat com moviments intra-anuals i sistemàtics (tot i que no necessàriament regulars) (...) que venen causats per fenòmens no econòmics[15]; i,

d) la component irregular és aquell moviment erràtic, que no pot predir-se; és, per tant, una font de soroll per a l'anàlisi conjuntural, per la qual cosa cal eliminar-la donat que no trasmet cap tipus d'informació[16]. En concret, la component irregular són les

---

[13] De tota manera, però, cal assenyalar que no només l'IPI presenta aquestes característiques. Ben al contrari, la majoria de sèries econòmiques (d'alta freqüència) presenten comportaments quasi-regulars any darrera any.

[14] Com assenyala en Espasa (1984), l'espectre teòric en les freqüències estacionals és infinit, però l'espectre mostral (estimat a partir de les dades observades), tot i presentar pics en les esmentades freqüències, són finits.

[15] En qualsevol cas, noti's que a diferència de les dues components anteriors, la component estacional no es defineix en una banda de freqüències sinó en un conjunt de freqüències discretes: $\frac{\pi}{6}$, $\frac{2\pi}{6}\left(=\frac{\pi}{3}\right)$, $\frac{3\pi}{6}\left(=\frac{\pi}{2}\right)$, $\frac{4\pi}{6}\left(=\frac{2\pi}{3}\right)$, $\frac{5\pi}{6}$ i π. Això planteja un problema semblant al càlcul de probabilitats de variables aleatòries contínues: quina és la probabilitat que una variable aleatòria contínua, X, prengui un determinat valor X_0? De tots és sabut que és zero. Només les variables aleatòries discretes acumulen probabilitats en determinats valors de la recta real. En el context en què ens trobem la qüestió rellevant és: quina és la potència associada a una freqüència discreta en una sèrie amb densitat espectral contínua? La resposta és clara: zero; només si la sèrie és determinista una freqüència discreta acumula potència. Com es resol doncs aquest problema? De la mateixa manera que en el cas de les probabilitats: cal triar un interval al voltant del valor d'X_0, al voltant de les freqüències estacionals. Atès que no es l'objectiu d'aquest treball aprofundir en els temes relacionats amb l'anàlisi espectral, únicament assenyalarem que els mètodes d'extracció de senyals estan dissenyats per a minimitzar la potència del senyal estimat en aquelles freqüències en què teòricament aquesta potència ha d'ésser zero.

[16] No s'ha de confondre la component irregular amb les innovacions (valors no anticipats) atès que en general una innovació es distribuirà entre totes les components de la sèrie i, només sota condicions molt restrictives i alhora improbables es concentrarà de forma exclusiva en la component irregular. Per a comprobar aquest punt, pensi's que tota sèrie temporal pot ésser considerada com l'agregació d'infinits shocks de la forma:

$$X_t = \sum_{i=0}^{\infty} \xi_i u_{t-i} = \xi(L) u_t,$$

on les innovacions (shocks) u_t, és distribueixen d'acord a $u_t \sim Niid(0,\sigma_u^2 I)$. D'altra banda, com s'ha vist anteriorment una sèrie temporal pot expresar-se en funció de les seves (quatre) components no observables: $X_t=T_t+C_t+S_t+I_t$. En conseqüència pot escriure's que $\xi(L)u_t = T_t+C_t+S_t+I_t$ i, per tant, no hi ha res que faci pensar que s'hagi de complir que $u_t=I_t$.

oscil.lacions la freqüència de les quals és estrictament inferior a $\frac{2\pi}{12}$, excloent-hi els harmònics estacionals, és a dir, oscil.lacions de freqüència major a l'anual (moviments de durada inferior a l'any).

Per què es desestacionalitzen sèries d'alta freqüència?[17]

Entre els analistes econòmics ha estat una pràctica habitual considerar que de les quatre components que integren una sèrie temporal únicamenent té interès (per l'anàlisi conjuntural) la component extra-estacional[18]. Això ha estat així entre d'altres motius pels següents:

a) perquè tradicionalment s'ha considerat que les fluctuacions estacionals són provocades per factors climàtics, socials, culturals, religiosos, costums, institucionals, ..., factors en definitiva exògens al tarannà econòmic. D'acord amb l'anterior, doncs, és útil eliminar la component estacional per tal de tenir un millor coneixement de l'evolució subjacent de la sèrie objecte d'estudi;

b) relacionat amb l'anterior, perquè si bé certament la Teoria Econòmica ofereix models explicatius del comportament a llarg termini (pensi's per exemple en les teories sobre

[17] A Nerlove *et al.* (1979, cap. 1) pot trobar-se una revisió històrica sobre la desestacionalització.

[18] Tal i com pot desprendre's del propi nom, desestacionalitzar una sèrie consisteix en treure-li la component estacional. Per a assolir aquest objectiu cal doncs en primer lloc estimar les components no observables de la sèrie, i a continuació, d'acord amb l'esquema de la sèrie eliminar la component estacional. Així, sota la hipòtesi d'un esquema additiu, donada una sèrie X_t, la sèrie desestacionalitzada, XS_t, ve donada per:

$$XS_t = X_t - S_t = TC_t + I_t.$$

L'anterior mostra que treballar amb sèries desestacionalitzades no és més que treballar amb la component de llarg i mig termini contaminada atès que la component irregular no trasmet informació. Des d'aquest punt de vista, en Espasa i Cancelo (1994) i en Cristóbal i Quilis (1995) entre d'altres, afirmen que treballar amb sèries desestacionalitzades no té gaire sentit atès que donada la definició de la component irregular, no hi ha cap motiu per a no eliminar-la, per la qual cosa recomanen treballar amb el senyal tendència-cicle estimat (això és, amb allò que capta l'essencial d'una sèrie des d'un punt de vista conjuntural) enlloc de fer-ho amb la sèrie desestacionalitzada.
Tot i això, en Espasa i Cancelo es plantejen perquè pels analistes de conjuntura la sèrie ajustada d'estacionalitat segueix sent el senyal preferit. Així assenyalen (tot i que no estan d'acord) els següents motius: *a)* que la component irregular pugui tenir algun interès econòmic; *b)* donat que quant més contaminada estigui una component s'estima amb més precisió, la sèrie desestacionalitzada és preferible al senyal tendència-cicle; i, *c)* treballar amb la sèrie ajustada d'estacionalitat permet no tenir que actualitzar el senyal.
Per a una discussió més extensa sobre els avantatges i inconvenients de treballar amb sèries desestacionalitzades *versus* senyal tendència-cicle, vegi's en Espasa i Cancelo (1994, pp. 304-309) i en Maravall (1989).

el creixement econòmic o en les del cicle real dels negocis), no és menys cert que no s'han desenvolupat models teòrics que contemplin i/o justifiquin les oscil.lacions estacionals. Des d'aquest punt de vista, com assenyalen en Hillmer i Tiao (1982), els mètodes d'ajust estacional són una eina que permet omplir aquest buit i, així, explicar el comportament estacional. Per què això ha estat així? Probablement, un dels motius bàsics se'n derivi del treball d'en Burns i Mitchell, on s'arriba a la conclusió que els agents econòmics únicament estan disposats a modificar el grau d'utilització dels factors productius i el volum de contratació davant de variacions en la demanda de tipus secular però no en el supòsit que les variacions en la demanda siguin merament estacionals[19];

c) si es té en compte que les baixes freqüències (tendència i cicle) recullen un percentatge molt important del total de la variabilitat de les sèries econòmiques i que, tal i com s'ha dit anteriorment, aquestes dues components són les rellevants de d'un punt de vista econòmic, és clar que a l'hora de realitzar prediccions (a curt termini) sobre el comportament d'una determinada variable d'interès és més preferible fer-ho a partir de la sèrie ajustada d'estacionalitat que no pas a partir de la sèrie observada; i,

d) per a comparar de forma adient els valors de les sèries corresponents a diferents estacions (mesos, trimestres, ...). Efectivament, en el supòsit que s'estigués interessat en realitzar una anàlisi descriptiva de l'evolució temporal d'una determinada variable estacional, comparar directament els valors observats pot portar a greus errors, si més no si es desconeix la manera adient de dur a terme aquests tipus d'anàlisi amb les sèries originals. Amb això no volem dir que a l'hora de dur a terme qualsevol tipus d'anàlisi no sigui millor emprar les dades originals, sinó que una anàlisi basada en sèries desestacionalitzades pot evitar treure conclusions errònies als usuaris en general.

[19] De tota manera, però, cal assenyalar que en els darrers anys han aparegut diversos treballs (Ghysels, 1988; Hansen i Sargent 1994; i, Miron, 1994 i 1996, entre d'altres) en els que s'incorpora l'estacionalitat en els models teòrics la qual cosa si més no constitueix un primer pas cap a l'abandó de la consideració de factor extra-econòmic que tradicionalment s'ha tingut d'aquesta component i fan pensar que està relacionada amb l'activitat econòmica. D'altra banda, en Mirron (1994) mostra que la component estacional i la situació cíclica estan relacionades.

A.2. Procediments d'ajust estacional[20]

Qualsevol procediment d'ajust estacional es basa en la hipòtesi que tota sèrie econòmica pot entendre's com l'agregació de distintes (quatre) components que, tot i que de forma aïllada no són observables, els seus efectes sí es posen de manifest en l'evolució de la sèrie en qüestió. A més, aquestes components no observables en estar provocats per diferents factors són independents i poden ésser separades unes de les altres. En qualsevol cas, però, els mètodes d'ajust estacional són univariants, la qual cosa, com a mínim en l'àmbit de l'Economia és paradoxal atès que en ésser els fenòmens econòmics interrelacionats entre sí, l'aproximació multivariant sembla més adient[21].

A la literatura es diferencien bàsicament dos tipus de procediments per a estimar les components no observables d'una una sèrie temporal[22]:

a) els anomenats mètodes *ad-hoc* o empiristes. Breument, la idea que hi ha darrera d'aquests mètodes és que donat que qualsevol senyal que es desitji captar es troba relacionada amb una banda de freqüències, es tracta de deixar passar les freqüències d'interès i eliminar (o reduir) la resta. Són mètodes que han estat desenvolupats a partir de l'anàlisi empírica d'un gran nombre de sèries reals, sense fer referència explícita a cap tipus de model teòric generador de les dades observades. D'entre aquests mètodes en destaquen l'X-11 i els seus variants X-11 ARIMA i el (més novedós) X-12 ARIMA. La característica principal d'aquests mètodes (i d'on prenen el seu nom) és que no cal conèixer (o estimar) el procés generador de les dades (PGD) de la sèrie objecte d'estudi; i,

[20] D'ara endavant es treballarà sota la hipòtesi que les components no observables són variables aleatòries. Pensi's, per exemple, que si l'estacionalitat és determinista (potser) la forma més senzilla de desestacionalització consisteix en emprar models de regressió amb variables fictícies. De tota manera, però, donat que l'estacionalitat evoluciona amb el temps no té sentit emprar aquests tipus de mètodes, sinó que és més adient estimar-la mitjançant altres tècniques: filtres que de l'espectre de la sèrie capturin la variació associada a les freqüències estacionals (filtres *ad-hoc*, per exemple l'X-11), aplicació de les tècniques d'extracció de senyals a models ARIMA o a models estructurals de sèries temporals.

[21] Tot i això, en el que segueix, ens centrarem en l'enfocament univariant. Per a un enfocament multivariant vegi's, per exemple, en Box *et al.* (1978, secció quarta).

[22] La classificació que aquí es presenta no pretén ésser exhaustiva ni excloent. A Butter i Fase (1991) pot trobar-se una recopilació exhaustiva dels procediments d'extracció de senyals orientats a l'ajust estacional. Quant a la qüestió de l'exclusivitat, a la literatura s'han proposat diferents classificacions. Així, per exemple, en Espasa (1984, pàg. 7) classifica els mètodes empiristes d'ajust estacional en dues grans categories: *a)* mètodes de regressió (adients quan l'estacionalitat és determinista), i *b)* mètodes de mitjanes mòbils (estacionalitat estocàstica).

b) els procediments basats en models[23] (*Model Based Signal Extraction*, MBSE). Aquests mètodes es caracteritzen per presentar tres fases clarament diferenciades unes de les altres: estimació d'un model ARIMA per a la sèrie observada X_t; determinació del model ARIMA de les components no observables (d'acord amb el model estimat per a X_t i amb les característiques de la component a estimar); i, per últim aplicació a la sèrie observada dels filtres òptims (Wiener-Kolomgorov o Kalman, segons el mètode MBSE en concret) dissenyats a partir dels models ARIMA obtinguts en les dues etapes anteriors per a obtenir l'estimació de les components no observables.

Depenent de la metodologia emprada per a identificar els models ARIMA de les components en la segona fase es poden diferenciar entre els mètodes anomenats *ARIMA Model Based* (AMB)[24], que es basen en models ARIMA, i els anomenats *Structural Time Series* (STS) que es basen en models estructurals de sèries temporals (Harvey, 1989). Els primers es caracteritzen per no imposar *a priori* cap tipus de restricció sobre els models ARIMA de les components (s'identifiquen a partir del model d'X_t)[25]. Per contra, sota l'enfocament STS estan gairebé predeterminats al cent per cent; de fet únicament resten per a determinar les variàncies de les innovacions que s'estimen a partir de la funció de versemblança del PGD d'X_t (ja sigui en el domini del temps amb el filtre d'en Kalman[26] o en el de les freqüències).

Per tant, noti's que de fet l'única diferència que hi ha entre els mètodes AMB i STS és el paper que juga la informació mostral (això és, les dades observades corresponents a la sèrie a descompondre) i la extra-mostral a l'hora de formular els models per a les components no observables: en els AMB la informació mostral juga un paper central mentre que la informació extra-mostral no en juga pràcticament cap paper; en els STS és a l'inrevés. En ambdós casos, però, la hipòtesi de partida és la mateixa: totes i cadascuna de les quatre components no observables de la sèrie han estat generades per un PGD diferent que cal estimar[27].

---

[23] Batejats d'aquesta manera per en Box *et al.* (1978).

[24] També anomenats mètodes de la forma reduïda (Maravall, 1987b).

[25] Com es veurà més endavant, seguir aquest camí porta a un problema de no identificació: hi ha infinites combinacions de models ARIMA de les components que compleixen tots els requisits i que poden donar lloc al model de la sèrie observada.

[26] Kalman (1960) i Kalman i Bucy (1961).

[27] Són referències bàsiques *a)* pel cas dels AMB: Cleveland i Tiao (1976); Box, Hillmer i Tiao (1978); Burman (1980); Hillmer i Tiao (1982); Bell, Hillmer i Tiao (1983); Bell i Hillmer (1984); Maravall (1987a); Maravall

Hi ha, però, altres procediments com ara el mètode que empra l'INE per a l'obtenció de la component tendència-cicle dels indicadors parcials a partir dels quals distribueix temporalment (en trimestres) les sèries (anuals) corresponents a les principals macromagnituds de la Comptabilitat Nacional d'Espanya a l'hora d'elaborar la Comptabilitat Nacional Trimestral (CNTR). Com es veurà més endavant, es tracta d'un procediment que combina les tècniques dels mètodes basats en models (en concret dels AMB) amb el disseny de filtre a mida proposats per en Melis (1989, 1991 i 1992)[28].

A.2.1. Els procediments *ad-hoc* o empiristes. L'X-11 i l'X-11 ARIMA

L'X-11 (*U.S. Bureau of the Census*, Shiskin *et al.*, 1967 i Shiskin, 1978)[29] i l'X-11 ARIMA (*Statistics Canada*, Dagum, 1975, 1979, 1980 i 1988) són dos procediments per a desestacionalitzar sèries d'alta freqüència basats en l'aplicació iterativa de diferents filtres de mitjanes mòbils[30] simètrics[31]. En el quadre A.1 es presenta de forma sintètica una descripció

---

i Pierce (1986 i 1987); i, Pierce (1978); *b)* pels STS: Harvey i Todd (1983); Harvey (1985); Maravall (1985); i, Fernández (1988).

[28] Altres mètodes per a eliminar la component estacional d'una sèrie són: *a)* el del Banc d'Anglaterra dissenyat per en Burman (1965); *b)* el mètode conegut amb el nom de *SEABIRD* dissenyat per en Bongard (1960) i en Mesnage (1968) que va ésser emprat per l'Oficina d'Estadístiques de les Comunitats Europees durant molt temps; i, *c)* el mètode de Berlin analitzat a en Nullau *et al.* (1969).

[29] L'X-11 és el resultat dels treballs de més d'una dècada que tenen el seu inici en un programa per a descompondre sèries temporals anomenat *Method I* desenvolupat en el marc del *U.S. Bureau of the Census*. A ell el seguir un altre programa, el *Method II*, del que varen aparèixer onze versions (X-0, X-1, ...) fins que al 1965 va aparèixer la dotzena versió, l'X-11.

[30] En el context de l'extracció de senyals una mitjana mòbil de tamany $2m+1$ és una sèrie definida de la forma següent:

$$MM(2m+1)_t=\sum_{j=-m}^{m} a_j L^j X_t=\sum_{j=-m}^{m} a_j X_{t-j}=a_{-m}X_{t+m}+...+a_{-1}X_{t+1}+a_0X_t+a_1X_{t-1}+...+a_mX_{t-m}=$$
$$=(a_{-m}L^{-m}+...+a_{-1}L^{-1}+a_0L^0+a_1L^1+...+a_mL^m)X_t=(a_{-m}F^m+...+a_{-1}F^1+a_0L^0+a_1L^1+...+a_mL^m)X_t=a(L,F)X_t,$$

on $a_j\neq 0\ \forall j\in[-m,m]$, $\sum_{j=-m}^{m} a_j=1$ i, si és simètrica, $a_j=a_{-j}$. Com pot veure's, doncs, l'aplicació d'una mitjana mòbil no és més que una transformació lineal consistent en promitjar successius valors (presents, passats i futurs) d'una sèrie *input*. El resultat d'aquesta transformació és una nova sèrie en la que s'han atenuat determinades característiques de la sèrie original i s'han reforçat altres (a en Espasa i Cancelo, 1994, pp. 265-267, es poden trobar uns exemples aclaridors d'aquest punt). Per a un detall sobre l'aplicació de diferents tipus de mitjanes mòbils per a l'estimació de les components no observables d'una sèrie temporal pot consultar-se en Pons (1996, pp. 99-124).

[31] De fet, però, l'X-11 ARIMA bàsicament coincideix amb l'X-11. L'única diferència que hi ha entre ambdós mètodes és que el primer incorpora un procediment que obté automàticament per a la sèrie analitzada un model ARIMA, amb el qual s'afegeixen les dades corresponents a un any en cadascun dels extrems mostrals, utilitzant

del mètode X-11[32].

A.2.1.1. Avantatges dels mètodes X-11 i X-11 ARIMA

a) Sens dubte, el principal avantatge d'aquests mètodes no és altre que la facilitat per a aplicar-ho, atès que es tracta d'uns procediments completament automatitzats (tant pel que fa a sèries mensuals com trimestrals), la qual cosa permet aplicar-ho a una gran quantitat de sèries amb un cost molt baix.

b) Tot i que com s'ha dit anteriorment l'X-11 i l'X-11 ARIMA són mètodes empiristes, com assenyalen en Espasa i Cancelo (1994) no s'ha d'entendre que la forma de procedir del mètode no tingui una interpretació relacionada amb els processos generadors de dades econòmiques atès que en el supòsit que el PGD de la sèrie que es vol desestacionalitzar sigui l'anomenat línies aèries, això és un ARIMA (0,1,1) $(0,1,1)_{12}$,[33] l'experiència empírica mostra que el mètode X-11 (i l'X-11 ARIMA) funciona de forma suficientment satisfactòria.

En paraules d'en Pierce (1978, pàg. 243), els procediments de tipus X-11 són òptims en el sentit que minimitzen la suma dels quadrats dels errors en l'estimació de la component estacional per a un determinat tipus de model ARIMA. En concret, estudis realitzats per diferents autors (Cleveland, 1972; Cleveland i Tiao, 1976; i Burridge i Wallis, 1984)[34] coincideixen en què el filtre del mètode X-11 és molt proper a l'òptim (en el sentit que minimitza l'EQM) si la sèrie segueix un model del tipus:

---

aquestes prediccions com si de dades reals es tractés a l'hora d'obtenir les components no observables de la sèrie objecte d'estudi evitant-se així l'ús de mitjanes mòbils asimètriques en els extrems de la sèrie. D'aquesta manera es minimitzen els problemes de l'aplicació de mitjanes mòbils en les observacions als extrems de la sèrie, amb la qual cosa es milloren els resultats que s'obtenen amb l'X-11. En concret, es redueix l'error de revisió (diferència entre el valor definitiu i el valor que substitueix el vertader valor desconegut). A més, en trucar el filtre (substituir els valors desconeguts per prediccions) emprant com a prediccions les prediccions òptimes (obtingudes a partir del model ARIMA d'X_t) suposa substituir el vertader filtre pel filtre truncat més adequat. Tot i l'anterior, d'ara endavant, s'emprarà el terme X-11 per a fer referència indistintament a tots dos mètodes.

[32] Vegi's en Wallis (1974), en Espasa (1977, 1984), en Kallek (1978), en Shiskin (1978), en Dagum (1979, 1980 i 1988), en Mauleón (1988), en Espasa i Cancelo (1994) o en Cristóbal i Quilis (1995) entre d'altres per a un detall sobre el desenvolupament d'aquests mètodes.

[33] És a dir, $(1\text{-}L)(1\text{-}L^{12})X_t=(1-\theta_1 L)(1-\Theta_1^{12}L^{12})\varepsilon_t$, on $|\theta_1|<1$ i $0<\Theta_1^{12}<1$. La condició $\Theta_1^{12}>0$ s'imposa per tal que l'espectre de la sèrie estacionaria aporti informació en les freqüències estacionals, cosa que no succeeix si $0\leq\Theta_1^{12}$ (Burman, 1980).

[34] Sobre aquest punt també pot consultar-se en Espasa (1984) i en Espasa i Galián (1985).

Quadre A.1. Descripció del mètode X-11

HIPÒTESI: Sèrie observada $X_t=TC_t+S_t+I_t$ (suma de tres components no observables estocàstiques)

ESTIMACIÓ PRELIMINAR

	Fórmula / Filtre	Característiques dels filtre
Tendència-cicle	$TC_t^{(1)}=MM_1(L)X_t$, sent $MM_1(L)$ una mitjana mòbil ponderada i centrada de dotze termes (una mitjana mòbil 2*12, és a dir, un promig de dos termes que a la seva vegada són promitjos de dotze termes): $MM_1(L)=\frac{1}{2}\cdot(L^{1/2}+L^{-1/2})\cdot\frac{1}{12}\cdot\left[\sum_{j=1}^{6}(L^{j-1/2}+L^{1/2-j})\right]$ ①	✔És un filtre simètric, sent per tant les seves funcions de guany i fase ② respectivament les següents: $G_{MM_1(L)}(w)=\frac{1}{24}\cdot[2+4\cos(w)+4\cos(2w)+4\cos(4w)+24\cos(6w)]$ $\phi_{MM_1(L)}(w)=0$ ✔Anul.la la informació de les freqüències estacionals ✔Respecta la tendència pura ③ ✔Atenua gairebé un 70% del senyal cíclic ✔Redueix sensiblement l'aportació de la component irregular
Estacional-irregular	$SI_t^{(1)}=MM_2(L)X_t$, sent $MM_2(L)=1-MM_1(L) \Rightarrow SI_t=[1-MM_1(L)]X_t=X_t-TC_t^{(1)}$	✔El filtre $MM_2(L)$ és el complementari del $MM_1(L)$ ✔És un filtre simètric
Estacional	$S_t^{(1)}=MM_5(L)SI_t^{(1)}=MM_5(L)MM_2(L)X_t$, sent $MM_5(L)$ una mitjana mòbil estacional (és a dir, mitjanes d'observacions corresponents al mateix mes de diferents anys) ponderada d'ordre 3*5: $MM_5(L)=\left[\frac{1}{5}\sum_{j=-2}^{2}L^{12j}\right]\cdot\left[\frac{1}{3}\sum_{j=-1}^{1}L^{12j}\right]$ ④ i ⑤	✔L'eliminació de la component irregular de la sèrie $SI_t^{(1)}$ es realitza mitjançant l'aplicació de filtres de mitjanes mòbils estacionals a cada mes independentment ✔El filtre MM_5(L) elimina la component irregular retenint la tendència pura i l'estacionalitat ✔És un filtre simètric
Estacional centrada	Als components estacionals se'ls hi sustrau una mitjana mòbil ponderada i centrada de dotze termes: $S_t^{(2)}=MM_6(L)X_t$, on $MM_6(L)=MM_2(L)MM_5(L)MM_2(L) \Rightarrow S_t^{(2)}=MM_2(L)S_t^{(1)}=$ $=[1-MM_1(L)]S_t^{(1)}=S_t^{(1)}-MM_1(L)S_t^{(1)}$	✔S'imposa la restricció que la suma dels termes intra-anuals sigui zero (s'ajusten els components estacionals perquè sumin zero en qualsevol període dotze mesos) ✔És un filtre simètric
Irregular	$I_t^{(1)}=[MM_2(L)-MM_6(L)]X_t$, on $MM_2(L)-MM_6(L)=1-MM_1(L)-MM_6(L) \Rightarrow I_t^{(1)}=X_t-TC_t^{(1)}-S_t^{(2)}$	
Desestacionalitzada (1ª sèrie ajustada d'estacionalitat)	$XS_t^{(1)}=MM_7(L)X_t$, on $MM_7(L)=1-MM_6(L) \Rightarrow XS_t^{(1)}=X_t-S_t^{(2)}$ Per tant, $XS_t^{(1)}=TC_t^{(1)}+I_t^{(1)}$	✔El filtre manté intacta la informació continguda en la tendència i en les oscil.lacions cícliques de durada superior a vint mesos, període en el que el guany és la unitat ✔La component irregular és respectada en promig ✔Les freqüències estacionals són anul.lades ✔És un filtre simètric

ESTIMACIÓ DEFINITIVA

	Fórmula / Filtre	Característiques dels filtre
Tendència-cicle	$TC_t^{(2)}=MM_8(L)X_t$, on $MM_8(L)=MM_4(L)MM_7(L) \rightarrow TC_t^{(2)}=MM_4(L)XS_t^{(1)}$, sent $MM_4(L)=\sum_{j=-m}^{m} c_j L^j$ ⑥	✔El filtre MM_4(L): *a)* no s'aplica sobre la sèrie original sinó sobre la sèrie desestacionalitzada $XS_t^{(1)}$; *b)* és un filtre de pas baix anomenat *MM* d'en Henderson; i, *c)* és simètric ✔El filtre MM_8(L): *a)* elimina l'estacionalitat; *b)* atenua sensiblement la component irregular; *c)* manté íntegra la informació tendencial; i, *d)* respecta bastant la informació cíclica
Estacional-irregular	$SI_t^{(2)}=[1-MM_8(L)]X_t=X_t-[MM_4(L)MM_7(L)]X_t=X_t-MM_4(L)[1-MM_6(L)]X_t=$ $=X_t-MM_4(L)XS_t^{(1)}=X_t-TC_t^{(2)}$	
Estacional	$S_t^{(3)}=MM_5(L)[1-MM_8(L)]X_t=MM_5(L)[X_t-TC_t^{(2)}]=MM_5(L)SI_t^{(2)}$	
Estacional centrada	$S_t^{(4)}=MM_9(L)X_t$, on $MM_9(L)=MM_2(L)MM_5(L)[1-MM_8(L)] \rightarrow$ $\Rightarrow S_t^{(4)}=MM_2(L)MM_5(L)SI_t^{(2)}=MM_2(L)S_t^{(3)}=[1-MM_1(L)]S_t^{(3)}=S_t^{(3)}-MM_1(L)S_t^{(3)}$	S'ajusten els nous components estacionals perquè sumin zero en qualsevol període de dotze mesos. Per això, se'ls hi sustrau una mitjana mòbil ponderada i centrada de dotze termes
Irregular	$I_t^{(2)}=X_t-TC_t^{(2)}-S_t^{(4)}=[1-MM_8(L)-MM_9(L)]X_t$	
Desestacionalitzada (Sèrie final ajustada d'estacionalitat)	$XS_t^{(2)}=MM_{11}(L)X_t$, on $MM_{11}(L)=1-MM_9(L) \Rightarrow XS_t^{(2)}=X_t-S_t^{(4)}$ Per tant, $XS_t^{(2)}=TC_t^{(2)}+I_t^{(2)}$	✔El filtre desestacionalitzador MM_{11}(L) té una funció de guany molt semblant a la del filtre desestacionalitzador inicial, MM_7(L). Les principals diferències respecte a aquest són: *a)* té una banda de rebuig més estreta i, per tant, ofereix una banda de pas més ampla en la banda cíclica, *b)* els lòbuls de la banda irregular són més petits, i *c)* té menys distorsions al voltant de les freqüències estacionals que no pas el MM_7(L)

Tractament de dades atípiques. Els valors obtinguts per a I_t es comparen amb la desviació estàndard calculada sobre un període mòbil de cinc anys. Aleshores, si $1.5DS_{PM5} \leq I_t \leq 2.5DS_{PM5}$, I_t es pondera de manera decreixent. Els coeficients de ponderació són: 1 per $1.5DS_{PM5}$ i 0 per $2.5DS_{PM5}$. D'acord amb l'anterior es modifica X_t i es torna a realitzar l'estimació preliminar. Es repeteix una segona vegada aquesta anàlisi i a partir de les dades d'X_t corresponents a la segona modificació s'obtenen les estimacions definitives de les components *TC* i *S*. El procediment, doncs, s'aplica un total de tres vegades fins que no s'obtenen les estimacions definitives.

De tota manera, cal assenyalar que segons en Espasa i Cancelo (1994), qualsevol anàlisi d'*outliers* que fa l'X-11 pot realitzar-se més eficientment mitjançant l'anàlisi d'intervenció. Per tant, segons aquests autors sempre és preferible prèviament estimar el model ARIMA amb anàlisi d'intervenció de la sèrie i començar el programa X-11 prenent com a sèrie *input* la sèrie així corregida (vegi's en Espasa i Cancelo, 1994 -pàg. 273- per a un detall sobre com introduir la sèrie corregida com sèrie *input* en l'X-11).

Correcció dels totals anuals. L'X-11 imposa la condició que els totals anuals d'X_t han de coincidir amb els de la sèrie ajustada d'estacionalitat. Per a assolir-ho es reparteix proporcionalment la desviació total entre els dotze mesos o bé s'empren polinomis cúbics evitant-se d'aquesta manera l'existència de discontinuïtats d'un any a l'altre.

① Operant és té que: $MM_1(L) = \frac{1}{2}\cdot(L^{1/2}+L^{-1/2})\cdot\frac{1}{12}\cdot(L^{1/2}+L^{-1/2}+L^{3/2}+L^{-3/2}+L^{5/2}+L^{-5/2}+L^{7/2}+L^{-7/2}+L^{9/2}+L^{-9/2}+L^{11/2}+L^{11/2})=$

$$=\frac{1}{24}(L^{1}+L^{0}+L^{2}+L^{-1}+L^{3}+L^{-2}+L^{4}+L^{3}+L^{5}+L^{-4}+L^{6}+L^{-5}+L^{0}+L^{-1}+L^{1}+L^{-2}+L^{2}+L^{-3}+L^{3}+L^{-4}+L^{4}+L^{-5}+L^{5}+L^{-6})=\frac{1}{24}(2L^{0}+2L^{1}+2L^{2}+2L^{3}+2L^{4}+2L^{5}+L^{6}+2L^{-1}+2L^{-2}+2L^{-3}+2L^{-4}+2L^{-4}+2L^{-5}+L^{-6})$$

$= \frac{1}{24} \cdot [2+2(L^{1}+L^{-1})+2(L^{2}+L^{-2})+2(L^{3}+L^{-3})+2(L^{4}+L^{-4})+2(L^{5}+L^{-5})+(L^{6}+L^{-6})] = \frac{1}{24} \cdot [(1-L)\cdot(1+L+L^{2}+...+L^{11})\cdot L^{-6}]$.

② L'efecte d'un filtre lineal, $f(L)$, sobre una sèrie temporal està determinat per la funció de transferència del filtre: $\theta_{f(L)}(\omega) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \theta_j e^{-i\omega j}$, que es descompósa en la funció de guany, $G_{f(L)}(\omega)$, i la funció de fase, $\phi_{f(L)}(\omega)$. La primera resumeix l'efecte del filtre sobre l'amplitud del procés, això és, diu si el filtre amplia o redueix la importància relativa de cada freqüència; per la seva banda, la funció de fase permet analitzar l'efecte del filtre sobre l'angle de fase, això és, els efectes de desplaçament temporal del filtre:

$$G_{f(L)}(\omega) = |\theta_{f(L)}(\omega)| = \left|\sum_{j=-\infty}^{\infty} \theta_j e^{-i\omega j}\right| = \left|\sum_{j=-\infty}^{\infty} \theta_j \cos(\omega j) + i \cdot \sum_{j=-\infty}^{\infty} \theta_j \sin(\omega j)\right| = \left[\left(\sum_{j=-\infty}^{\infty} \theta_j \cos(\omega j)\right)^2 + \left(\sum_{j=-\infty}^{\infty} \theta_j \sin(\omega j)\right)^2\right]^{1/2} \quad \text{i} \quad \phi_{f(L)}(\omega) = \tan^{-1}\left[\frac{Im\,\theta_{f(L)}(\omega)}{Re\,\theta_{f(L)}(\omega)}\right] = \tan^{-1}\left[\frac{\sum_{j=-\infty}^{\infty} \theta_j \sin(\omega j)}{\sum_{j=-\infty}^{\infty} \theta_j \cos(\omega j)}\right].$$

La situació ideal ve donada per *a)* que el filtre seleccioni només les freqüències d'interès i elimini completament la resta. Això és, en el supòsit que el senyal a estimar d'una sèrie vingui definit per l'interval de freqüències $[\omega_1,\omega_2]$, la funció de guany ha d'ésser com segueix: $G_{f(L)}(\omega) = \begin{cases} 1 \ si \ \omega \in [\omega_1,\omega_2] \\ 0 \ altrament \end{cases}$ i, *b)* que el filtre no presenti efectes de desplaçament temporal. En aquest cas $\phi_{f(L)}(\omega) = 0 \ \forall\omega$ i per a assolir-ho és suficient amb dissenyar una mitjana mòbil bidireccional amb coeficients simètrics.

Per últim, assenyalar que si un filtre és simètric, les funcions de guany i de fase venen donades per $G_{f(L)}(\omega) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \theta_j \cos(\omega j)$ i $\phi_{f(L)}(\omega) = 0 \ \forall\omega$ atès que desapareixen els termes de sinus.

③ La tendència pura (també anomenada absoluta) són les oscil.lacions de període infinit (en el cas de mostres finites, les de durada superior al nombre de dades disponibles). Es correspon amb la freqüència (expressada en radians) ω=0.

④ Operant és te que: $MM_5(L) = \left[\frac{1}{5} \cdot (L^{-24}+L^{-12}+L^{0}+L^{12}+L^{24}) \cdot \frac{1}{3} \cdot (L^{-12}+L^{0}+L^{12})\right] = \frac{1}{15} \cdot [L^{-36}+2L^{-24}+3L^{-12}+3L^{0}+3L^{12}+2L^{24}+L^{36}] = \frac{1}{15} \cdot [3+3(L^{12}+L^{-12})+2(L^{24}+L^{-24})+(L^{36}+L^{-36})] =$
$= \frac{1}{15} \cdot (L^{12}+L^{0}+L^{-12}) \cdot (L^{24}+L^{12}+L^{0}+L^{-12}+L^{-24})$.

⑤ Per tal d'eliminar la component irregular de la sèrie SI_t, l'X-11 disposa d'una funció interna de decisió que permet triar entre el filtre de mitjanes mòbils estacionales MM_5(L) o, alternativament, el filtre mitjana mòbil estacional ponderat 3*3: $MM_3(L) = \left[\frac{1}{3}\sum_{j=-1}^{1} L^{12j}\right]^2 = \frac{1}{9} \cdot [L^{-24}+2L^{-12}+3L^{0}+2L^{12}+L^{24}] = \frac{1}{9} \cdot [3+2(L^{12}+L^{-12})+(L^{24}+L^{-24})] = \frac{1}{9} \cdot (L^{12}+L^{0}+L^{-12}) \cdot (L^{12}+L^{0}+L^{-12}) =$
$= \frac{1}{9} \cdot (L^{12}+L^{0}+L^{-12})^2$. El fet de triar un o l'altre dependrà de la potència que presenti la sèrie en les freqüències més altes; així, si en presenta poca se'n triarà MM_3(L). De tota manera, sense pèrdua de generalitat, en el desenvolupament del mètode s'ha emprat MM_5(L).

⑥ L'X-11 considera tres possibilitats per m (4, 6 i 11) en funció de la relació senyal/soroll (això és, el quocient entre la potència del senyal i la del soroll). Per tant, MM_4(L) és una mitjana mòbil (d'en Henderson) de 9, 13 o 23. Quant més (menys) irregular és la sèrie major (menor) ha d'ésser el tamany triat per a m; així, si la sèrie presenta molt soroll s'empra la mitjana mòbil d'en Henderson de 23 termes i la de 9 en el supòsit que la sèrie sigui molt suau. Per defecte, però, a la majoria de casos s'utilitza m=6. Els coeficients del filtre d'en Henderson (c_j) pels diferents tamanys d'm són:

	j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m	4	0.32144	0.26297	0.12540	-0.00296	-0.04612							
	6	0.23381	0.21038	0.14854	0.07059	0.00422	-0.02869	-0.02195					
	11	0.13994	0.13472	0.11977	0.09716	0.07003	0.04206	0.01697	-0.00217	-0.01346	-0.01661	-0.01302	-0.00542

Font: Cristòbal i Quilis (1995, pàg. 78).

$$(1-L)(1-L^{12})X_t=\theta_q(L)\varepsilon_t,$$

on l'ordre del procés de mitjanes mòbils varia segons els autors i segons el nombre de coeficients del filtre d'en Wallis[35] podent arribar a ésser vint-i-sis. Per exemple, pel cas de vuitant-nou termes en el filtre d'en Wallis, en Cleveland (1972) fixa q=14; en Cleveland i Tiao (1976) ho fan en 25, però per q=14, 15, ..., 19, θ_q=0; i en Burridge i Wallis (1984) fixen q en 26, però per q=15, 16, ..., 22, θ_q=0. De tota manera, els únics coeficients dels processos mitjanes mòbils clarament distints de zero són, en tots tres estudis, θ_1, θ_{12} i θ_{13}[36]. A més, donats els valors concrets d'aquests paràmetres, el model anterior pot aproximar-se prou bé per:

$$(1-L)(1-L^{12})X_t=(1-\theta_1L-\Theta_1^{12}L^{12}+\theta_1\Theta_1^{12}L^{13})\varepsilon_t=(1-\theta_1L)(1-\Theta_1^{12}L^{12})\varepsilon_t.$$

En particular, en Burridge i Wallis suggereixen el següent model ARIMA(0,1,1)(0,1,1)$_{12}$ per a X_t:

$$(1-L)(1-L^{12})X_t=(1-0.67L)(1-0.33L^{12})\varepsilon_t,$$

com a model relativament senzill que permet aproximar prou bé el model ARIMA pel que és òptima l'aplicació del filtre de vuitanta-nou coeficients del mètode X-11 (que és el filtre resultant d'aplicar les opcions estàndards de l'X-11: mitjana mòbil estacional ponderada 3*5 i mitjana mòbil d'en Henderson de tretze termes).

El model proposat per en Burridge i Wallis és un cas particular del conegut model de línies aèries. L'importància d'aquest fet és gran en tant que el PGD de moltes sèries econòmiques mensuals (encara que siguin models ARIMA més complexes) pot èsser aproximat prou bé per un model d'aquest tipus. Aquest resultat ha estat molt emprat per a defensar l'X-11 com a mètode adequat per a extreure senyals en sèries econòmiques.

c) El filtre que proporciona l'X-11 és fàcil d'interpretar des del domini del temps. Sens

[35] Al respecte vegi's l'apartat *c)* dels inconvenients de l'X-11.

[36] A Espasa (1984, pàg. 17 i 20) poden trobar-se tots els coeficients dels estudis d'en Cleveland i Cleveland i Tiao. A Espasa i Galián (1985, pàg. 7) a més dels anteriors també es presenten els de l'estudi d'en Burridge i Wallis.

dubte aquest fet juntament amb que va ésser el primer mètode computeritzat (en concret des de la versió X-3 del *Method II* està disponible pel públic) i les poques alternatives existents en un principi (probablement l'única destacable era la d'en Stephenson i Farr -1972- que proposaven emprar regressions amb coeficients variables) són els principals motius que expliquen la gran difusió de l'X-11.

A.2.1.2. Inconvenients dels mètodes X-11 i X-11 ARIMA

a) Per a ésser aplicat no és necessari cap tipus de coneixement sobre sèries temporals i la seva modelització. De fet, però, si bé certament aquesta circumstància pot ésser considerada com un avantatge no compartim aquesta opinió. Com ha quedat dit en nombroses ocasions a la literatura[37], l'X-11 (i l'X-11 ARIMA) és una caixa negra on l'usuari desconeix ben bé què és el que passa des del moment que entra la sèrie fins que surt desestacionalitzada. En paraules d'en Cristóbal i Quilis (1995) són (l'X-11 i l'X-11 ARIMA) uns mètodes *de mecánica interna ininteligible.*

b) Relacionat amb l'anterior, es tracta d'un procediment basat en l'aplicació d'un seguit de filtres (relativament) fixes, per tant, és un procediment que no té en compte les característiques de la sèrie. Així doncs, no considera tota la informació disponible, la qual cosa suposa una pèrdua d'eficiència. Aquest fet té dues implicacions importants:

b1) tot i que el PGD de moltes sèries econòmiques estacionals pot aproximar-se per un model de línies aèries (Box *et al.*, 1978, i Espasa, 1984 -pàg 11-), en el supòsit que per a la sèrie analitzada això no sigui així, en estimar les components no observables poden introduir-se comportaments espuris (generats pel procés de filtrat) en la sèrie *output*, podent-se obtenir per tant sèries ajustades d'estacionalitat completament distorsionades. En paraules d'en Maravall (1996a i 1996b) un dels principals perills i limitacions d'aquests mètodes és precisament la possibilitat d'obtenir un ajust espuri; i,

b2) tot i que l'X-11 s'aproxima al filtre òptim en el supòsit que X_t segueixi un model de línies aèries, pot donar-se el cas en què tot i això l'X-11 no funcioni del tot bé. Per a comprovar aquest punt noti's que els paràmetres θ_1 i Θ_1^{12} del model de línies aèries són uns indicadors del caràcter determinista o estocàstic

[37] Vegi's, per exemple, en Cristobal i Quilis (1995, pàg. 73) o en Maravall (1984b, pàg. 25).

de les components tendència-cicle i estacional respectivament:

$$(1-L)(1-L^{12})X_t=(1-\theta_1)(1-\Theta_1^{12})\varepsilon_t+\delta \rightarrow$$

$$\rightarrow\begin{cases} si\ \theta_1\rightarrow 1 \Rightarrow (1-L^{12})X_t=(1-\Theta_1^{12}L^{12})\varepsilon_t+\delta_0+\delta_1 t \\ si\ \Theta_1^{12}\rightarrow 1 \Rightarrow (1-L)X_t=(1-\theta_1 L)\varepsilon_t+\sum_{j=1}^{12}D_{jt}\ \ on\ \ D_{jt}=\begin{cases}1\ si\ t\equiv j\ (\mathrm{mod}\,12)\\ 0\ altrament.\end{cases}\end{cases}$$ [38]

En el primer cas ($\theta_1\rightarrow 1$) el model resultant implica una tendència determinista, mentre que en el supòsit que $\Theta_1^{12}\rightarrow 1$, X_t presenta estacionalitat determinista, és a dir, un perfil estacional fixe, la qual cosa vol dir que podria predir-se sense error. Aleshores, si Θ_1^{12} és major (en valor absolut) que el seu homònim del model òptim (és a dir, si està més proper a la unitat, dit d'una altra manera, si l'aspecte estacional no estacionari de la sèrie és més determinista que no pas estocàstic), com assenyala en Pierce (1978) la sèrie desestacionalitzada amb l'X-11 encara presentarà estacionalitat: l'espectre de la sèrie filtrada presentarà màxims locals en les freqüències estacionals, produint-se per tant un infra-ajust en les freqüències estacionals (un sobre-ajust en la sèrie desestacionalitzada). Això és així perquè en el supòsit considerat X_t presenta més estacionalitat que no pas el model pel qual l'X-11 és òptim. En aquest cas (i en general sempre que la sèrie a desestacionalitzar presenti una pronunciada estacionalitat), caldria emprar un filtre la funció de guany del qual fos molt propera a zero en les freqüències estacionals. Pel contrari, si X_t presenta menys estacionalitat que no pas el model pel qual és òptim l'X-11 (això és, si Θ_1^{12} és menor en valor absolut que el seu homònim del model òptim, és a dir, si està més proper a zero) el filtre associat a l'X-11 elimina massa informació, massa potència en les freqüències estacionals, i es produeix per tant un sobre-ajust en aquestes freqüències (un infra-ajust en la sèrie desestacionalitzada)[39]; i.

[38] $t\equiv j\ (\mathrm{mod}\,12)$ vol dir que en dividir t i j entre 12 s'obté el mateix reste, això és, que t i j són congruents de mòdul 12.

[39] El mateix passa amb la informació continguda a la freqüència zero i el paràmetre θ_1.

b3) com es mostra a Espasa (1977) i a Maravall (1981) els filtres que s'apliquen són més adequats per a unes sèries que no pas per a altres.

Tot l'anterior posa de manifest que els filtres per ésser òptims han de tenir en compte les característiques de la sèrie. A més, això és d'especial rellevància ateses les característiques (assenyalades anteriorment) de les sèries econòmiques que fan que cada sèrie presenti un comportament diferenciat de la resta.

c) Tal i com varen mostrar en Ghysels i Perron (1993) el procediment pot ésser aproximat, per a qualsevol sèrie, pel mateix filtre lineal[40]. Això és, un filtre els coeficients del qual són fixes, és a dir, que no varien en funció de la sèrie analitzada la qual cosa no fa sinó posar de manifest que el mètode no té en compte el PGD de la sèrie objecte d'estudi[41]. En concret, el resultat de la combinació del filtres de mitjanes mòbils fins a obtenir la sèrie desestacionalitzada final ($XS_t^{(2)}$ en el quadre A.1) no és més que un filtre de mitjanes mòbils simètriques de vuitanta-dos, vuitanta-quatre o vuitanta-nou coeficients depenent de la mitjana mòbil d'en Henderson[42] triada aplicat a la sèrie original; això és (Wallis, 1974 i Espasa 1984):

$$XS_t^{(2)} = \sum_{j=-m}^{m} a_j X_{t-j},$$

on $a_j=a_{-j}$ i m=82, 84 o 89[43].

d) Com pot veure's en el quadre A.1, per a l'estimació definitiva de la component tendència-cicle s'empra el filtre MM_4(L). Aquest filtre tot i presentar un decreixement en les freqüències baixes menys acusat que no pas el filtre MM_1(L) que s'empra en l'estimació preliminar de l'esmentada component i, ésser per tant preferible a aquest,

---

40 A Ghysels i Perron (1993) pot trobar-se l'expressió final del filtre lineal resultant d'aplicar l'X-11 (a una sèrie mensual).

41 De tota manera, però, el filtre és no lineal com a conseqüència del tractament que l'X-11 fa de les dades atípiques, de l'estacionalitat determinista (efecte calendari), de la correcció dels totals anuals i del tractament dels extrems de la sèrie.

42 De tota manera, en funció de la combinació triada de la mitjana mòbil d'en Henderson i mitjana mòbil estacional el nombre de coeficients varia. Així, per exemple, si en l'etapa de l'estimació preliminar s'empra MM_3(L) enlloc de MM_5(L) en combinació amb una mitjana mòbil d'en Henderson de tretze termes, el filtre lineal final és de setanta-dos coeficients.

43 A Pons (1996, taules 4.11 a 4.16, pp. 130-135) poden trobar-se aquests coeficients i a Wallis (1974, pàg. 19) i a Espasa (1984, pàg. 15) pot trobar-se a més la representació gràfica dels esmentats coeficients quan m=84.

té diversos inconvenients:

d1) abans d'aplicar-ho cal haver aplicat un filtre desestacionalitzador (en el cas de l'X-11 aquest filtre és l'MM_7(L)) atès que la seva funció de guany no té arrels en les freqüències estacionals. És a dir, en el supòsit de filtrar directament la sèrie observada pel filtre MM_4(L) la sèrie *output* encara presentarà variacions estacionals clarament identificables, si bé menys que en la sèrie original;

d2) la banda de pas del filtre és molt ampla: inclou les oscil.lacions compreses entre sis i dotze mesos. La solució a aquest problema és difícil donat que s'enfronta a un *trade-off*: fixant m=11 es corregeix en bona part el problema però el cost informatiu que s'ha d'assumir és molt elevat; i,

d3) l'especificació del model per a la component tendència-cicle a partir del qual s'obtenen els coeficients de les mitjanes mòbils d'en Henderson (c_j) és, com a mínim, particular. En concret, el model en qüestió és:

$$TC_t=a+bt+ct^2+dt^3.$$

L'elecció d'aquest model (tendència cúbica determinista) és completament arbitrària i, el que és pitjor, és poc consistent amb l'evidència empírica mostrada per l'anàlisi modern de sèries temporals on predominen els models ARIMA que impliquen tendències estocàstiques o mixtes però en cap cas deterministes.

e) Té associat un cost informatiu molt elevat[44]. Aquest fet en sí mateix ja constitueix un greu problema, però, encara ho és més si es té en compte que la bateria de models que disposa el mètode amb els que fer prediccions per a suplir aquest cost informatiu és reduït. Aquesta circumstància és d'especial rellevància quan l'objectiu és dur a terme una anàlisi de tipus conjuntural.

f) En ésser un procediment on no hi ha un model subjacent darrera no és possible obtenir cap tipus de mesura que permeti valorar la precisió de les estimacions obtingudes per

[44] Així, per exemple, emprant una mitjana mòbil d'en Henderson amb m=6, per a estimar la component tendència-cicle es requereixen cinquanta-quatre prediccions (de les quals quaranta-vuit són conseqüència de la necessària desestacionalització prèvia) i, per a l'estimació de la sèrie desestacionalitzada final, noranta-sis.

a les components. Així mateix, tampoc no és possible conèixer les propietats estadístiques dels estimadors obtinguts ni es disposa d'intruments per a detectar possibles errors d'especificació o problemes d'estimació. A més tampoc no és possible fer inferència sobre les components en no conèixer les seves característiques estocàstiques (Maravall, 1989).

g) Tal i com es mostra a Ghysels i Perron (1993) en filtrar una sèrie pels mètodes tipus X-11 es genera una arrel unitària addicional a les que hi ha a la sèrie original.

Atès tot l'anterior pot concloure's que els inconvenients dels mètodes *ad-hoc* d'ajust estacional (i en particular de l'X-11 i l'X-11 ARIMA) són més importants que no pas els avantatges. En paraules d'en Cristóbal i Quilis (1995), l'X-11 no és una eina adient per a extreure el senyal tendència-cicle degut a: les deficiències dels filtres (en particular, el d'en Henderson), l'elevat cost informatiu, la minsa flexibilitat dels seus procediments (filtres) i l'opacitat estadística del mètode.

En conseqüència, en aquest treball s'ha decidit no emprar aquests procediments per a desestacionalitzar els IP(P)Is elaborats. De tota manera, com assenyala Maravall (1984b), cal reconèixer l'important paper que fins els nostres dies han jugat aquests mètodes (de fet, tradicionalment potser han estat els mètodes d'ajust estacional més emprats)[45] però, d'acord amb Cristóbal i Quilis cal anar substituïnt-los per tècniques més eficaces i depurades[46] fins que arribi el dia en que *otro tipo de procedimientos más específicos tomarán su lugar* (Espasa i Cancelo, 1994).

A.2.2. Els AMB i el filtre de Línies Aèries Modificat (LAM) de l'INE

El filtre aplicat per l'INE en l'elaboració de la CNTR, que va ésser proposat per en Melis (1989 i 1990), si bé inicialment es podia considerar plenament com un procediment d'ajust estacional del grup dels mètodes basats en models (en concret del tipus AMB), actualment ja

[45] Com assenyalen en Espasa i Cancelo (1994) sense aquest mètode l'anàlisi conjuntural probablement no s'hagués desenvolupat amb la rapidesa que ho ha fet i molts dels resultats de la teoria estadística d'extracció de senyals potser encara no serien coneguts.

[46] En aquest sentit, cal destacar el desenvolupament de l'X-12 ARIMA per part del *U.S. Bureau of the Census*. Per a un detall sobre l'X-12 ARIMA i les novetats que incorpora respecte l'X-11 vegi's en Findley *et al.* (1992), en Findley i Monsell (1995) i en Findley *et al.* (1997).

no és així[47]. Tot i això, encara pot considerar-se dintre d'aquesta categoria atès que, com es veurà més endavant, la primera de les dues parts que el formen és molt semblant al filtre Wiener-Kolmogorov[48] aplicat en els procediments AMB.

El procediment per a estimar el senyal tendència-cicle emprat per l'INE parteix del supòsit que la sèrie observada X_t és el resultat de l'agregació de tres components (tendència-cicle, TC_t, estacional, S_t i irregular, I_t) ortogonals i no observables:

$$X_t = TC_t + S_t + I_t, \qquad [A.1]$$

on cadascuna d'aquestes tres components poden ésser adequadament representades per un model ARIMA:

$$\begin{cases} \Phi^*_{TC}(L)TC_t = \theta_{TC}(L)a_t \Rightarrow TC_t = \dfrac{\theta_{TC}(L)}{\Phi^*_{TC}(L)}\cdot a_t = \psi_{TC}(L)\cdot a_t; \\ \Phi^*_s(L)S_t = \theta_s(L)b_t \Rightarrow S_t = \dfrac{\theta_s(L)}{\Phi^*_s(L)}\cdot b_t = \psi_s(L)\cdot b_t; \\ \Phi^*_I(L)I_t = \theta_I(L)c_t \Rightarrow I_t = \dfrac{\theta_I(L)}{\Phi^*_I(L)}\cdot c_t = \psi_I(L)\cdot c_t; \end{cases} \qquad [A.2]$$

on $\Phi^*_j(L)$ $j=TC,S,I$ representa els polinomis finits en l'operador de retards que recullen els processos autoregressius de les components tendència-cicle ($j=TC$), estacional ($j=S$) i irregular ($j=I$) que, pot descompondre's en dues parts: $\gamma_j(L)$ $j=TC,S,I$ que determina l'ordre d'integrabilitat de la corresponent component no observable i, $\phi_j(L)$ $j=TC,S,I$ que representa la part autoregressiva estacionària de les components tendència-cicle, estacional i irregular respectivament; $\theta_j(L)$ $j=TC,S,I$ representa els polinomis finits en l'operador de retards que recullen els processos mitjanes mòbils de les components tendència-cicle, estacional i irregular; i, a_t, b_t i c_t són variables aleatòries independents entre sí de tipus

[47] Com es veurà més endavant, els canvis introduïts en la primera part del filtre han fet d'ell un filtre fix. Per a un detall sobre la versió inicial del filtre, vegi's INE (1993).

[48] Kolmogorov (1939 i 1941) i Wiener (1949).

soroll blanc: $a_t \sim Niid(0,\sigma_a^2)$, $b_t \sim Niid(0,\sigma_b^2)$ i $c_t \sim Niid(0,\sigma_c^2)$, la qual cosa implica independència entre les components.

Addicionalment també es fa el supòsit que cap dels polinomis autoregressius de les tres representacions recollides a [A.2] no té arrels comunes[49] i que les arrels de tots els polinomis en l'operador de retards cauen fora o sobre el cercle unitat.

A partir de [A.1] i [A.2] s'obté el model ARIMA de la sèrie X_t:

$$\Phi^*(L)X_t = \Theta^*(L)\varepsilon_t \Rightarrow X_t = \frac{\Theta^*(L)}{\Phi^*(L)}\cdot\varepsilon_t = \psi(L)\cdot\varepsilon_t, \qquad \text{[A.3]}$$

on $\Phi^*(L)$ és un polinomi finit en l'operador de retards que recull els processos autoregressius regulars i estacionals de la sèrie observada i admet una descomposició de la forma $\Phi^*(L) = \gamma(L)\gamma_s(L)\Phi(L)\Phi_s(L)$ on, $\gamma(L)$ i $\gamma_s(L)$, recullen les arrels regulars i estacionals d'X_t que cauen en el cercle unitat (això és, els polinomis $(1-L)^d$ i $(1-L^s)^D$ respectivament) i, $\Phi(L)$ i $\Phi_s(L)$ representen els processos autoregressius estacionaris regulars i estacionals de la sèrie original (és a dir, els polinomis $(1-\phi_1 L-\phi_2 L^2-...-\phi_p L^p)$ i $(1-\phi_1^s L^s-\phi_2^{2s} L^{2s}-...-\phi_P^{Ps} L^{Ps})$ respectivament); de la mateixa manera, $\Theta(L)$ és un altre polinomi finit en l'operador de retards que recull els processos mitjanes mòbils regulars i estacionals d'X_t i pot descompondre's de la forma $\Theta^*(L) = \Theta(L)\Theta_s(L)$ on, $\Theta(L)$ i $\Theta_s(L)$ representen els processos mitjanes mòbils regulars i estacionals de la sèrie original (és a dir, els polinomis $(1-\theta_1 L-\theta_2 L^2-...-\theta_q L^q)$ i $(1-\theta_1^s L^s-\theta_2^{2s} L^{2s}-...-\theta_Q^{Qs} L^{Qs})$ respectivament); i, ε_t és una variable aleatòria de tipus soroll blanc, $\varepsilon_t \sim Niid(0,\sigma_\varepsilon^2)$.

A partir de [A.1], tenint en compte [A.2] i [A.3] pot escriure's que:

[49] Aquest supòsit es fa per tal de garantir que el polinomi autoregressiu d'X_t es pugui factoritzar de tal forma que totes i cadascuna de les arrels queden assignades únicament a una component.

$$\frac{\Theta^*(L)}{\Phi^*(L)}\cdot\varepsilon_t = \frac{\theta_{TC}(L)}{\Phi^*_{TC}(L)}\cdot a_t + \frac{\theta_s(L)}{\Phi^*_s(L)}\cdot b_t + \frac{\theta_I(L)}{\Phi^*_I(L)}\cdot c_t,$$

i operant es té que:

$$\frac{\Theta^*(L)}{\Phi^*(L)}\cdot\varepsilon_t = \frac{\theta_{TC}(L)\cdot a_t\cdot\Phi^*_s(L)\cdot\Phi^*_I(L)+\theta_s(L)\cdot b_t\cdot\Phi^*_{TC}(L)\cdot\Phi^*_I(L)+\theta_I(L)\cdot c_t\cdot\Phi^*_{TC}\cdot\Phi^*_s}{\Phi^*_{TC}(L)\cdot\Phi^*_s(L)\cdot\Phi^*_I(L)}.$$

Atenent a l'anterior, la relació entre els operadors de [A.2] i [A.3] ve donada per les següents expressions[50]:

$$\Phi^*(L) = \Phi^*_{TC}(L)\cdot\Phi^*_s(L)\cdot\Phi^*_I(L);\ \text{i} \qquad [A.4]$$

$$\Theta^*(L)\cdot\varepsilon_t = \left[\Phi^*_s(L)\cdot\Phi^*_I(L)\right]\cdot\theta_{TC}(L)\cdot a_t+\left[\Phi^*_{TC}(L)\cdot\Phi^*_I(L)\right]\cdot\theta_s(L)\cdot b_t+\left[\Phi^*_{TC}(L)\cdot\Phi^*_s(L)\right]\cdot\theta_I\cdot(L)\cdot c_t;\ [A.5]$$

o el que és el mateix:

$$\frac{\Theta^*(L)\cdot\Theta^*(F)}{\Phi^*(L)\cdot\Phi^*(F)}\cdot\sigma^2_\varepsilon = \frac{\theta_{TC}(L)\cdot\theta_{TC}(F)}{\Phi^*_{TC}(L)\cdot\Phi^*_{TC}(L)}\cdot\sigma^2_a+\frac{\theta_s(L)\cdot\theta_s(F)}{\Phi^*_s(L)\cdot\Phi^*_s(F)}\cdot\sigma^2_b+\frac{\theta_I(L)\cdot\theta_I(F)}{\Phi^*_I(L)\cdot\Phi^*_I(F)}\cdot\sigma^2_c,$$

on σ^2_ε, σ^2_a, σ^2_b i σ^2_c són, respectivament, les variàncies d'ε_t, a_t, b_t i c_t.

Doncs bé, el procediment consisteix en estimar, a partir de la sèrie observada i el seu PGD, les components no observables d'acord amb els esquemes evolutius de tipus estocàstic (models ARIMA) que es suposa que segueixen (determinats aquests de tal manera que respectin les característiques habituals atribuïdes a les components tendència-cicle i estacional en l'anàlisi empirista d'extracció de senyals). En concret, des d'un punt

[50] L'agregació de (qualsevol nombre de) sèries amb una representació en termes de models ARIMA és una altra sèrie que també admet una representació en termes d'un model ARIMA. Així, per exemple, donades dues sèries temporals Z_t i U_t la representació ARIMA de les quals és respectivament $\phi_Z(L)Z_t = \theta_Z(L)\varepsilon_{Zt}$ i $\phi_U(L)U_t = \theta_U(L)\varepsilon_{Ut}$, pot demostrar-se que la sèrie $X_t=Z_t+U_t$ segueix un model ARIMA del tipus: $\phi_X(L)X_t = \theta_X(L)\varepsilon_{Xt}$, on $\phi_X(L)X = \phi_Z(L)\cdot\phi_U(L)$ i $\theta_X(L)\varepsilon_{Xt} = \phi_Z(L)\cdot\theta_U(L)\cdot\varepsilon_{Ut}+\phi_U(L)\cdot\theta_Z(L)\cdot\varepsilon_{Zt}$. Per a una demostració formal pot consultar-se, per exemple, en Anderson (1971), en Fuller (1976) o en Brockwell i Davis (1991).

de vista espectral, com s'ha dit anteriorment, la component tendència-cicle s'associa a les baixes freqüències i la component estacional als pics associats a les freqüències estacionals $\frac{2k\pi}{12}$ k=1,2,...,6, oscil.lacions de període com a màxim igual a dotze mesos. En el quadre A.2 es recullen els models ARIMA de les diferents components.

Per tant, a partir de [A.4] i dels models per a les components presentats en el quadre A.2 pot escriure's que:

$$\Phi^*(L) = (1-L)^d \cdot \phi_s(L) \cdot \Phi_I^*(L)^{51},$$

i si es suposa que la component irregular es comporta segons un soroll blanc es té que:

$$\Phi^*(L) = (1-L)^d \cdot \phi_s(L). \qquad \text{[A.4bis]}$$

Doncs bé, és possible demostrar que sota aquestes condicions (considerant únicament les hipòtesis [A.2], [A.4], $r \leq d$ i $h \leq s-1=12-1=11$, aquestes dues darreres en el quadre A.2), la descomposició [A.1] no està identificada atès que existeixen infinites combinacions entre les components no observables del tipus [A.2] que les compleixen i que generen el mateix model ARIMA per X_t ([A.3]). Dit d'una altra manera, l'algorisme permet descompondre l'espectre del model ARIMA d'X_t d'infinites maneres possibles: simplement cal rebaixar l'ordenada de l'espectre de la component irregular i afegir-la a les altres components com es desitji, portant en conseqüència a altres descomposicions compatibles amb l'espectre d'X_t i per tant perfectament admissible.

Noti's a més que qualsevol descomposició d'X_t en les seves components no observables coherent amb el PGD de la sèrie observada és tant bona com qualsevol altre[52]. En conseqüència, en absència d'informació *a priori* addicional sobre els valors dels paràmetres, cal introduir hipòtesis (restriccions d'identificació) addicionals.

---

[51] Aquesta descomposició va ésser proposada per en Hillmer i Tiao (1982).

[52] En aquest sentit, en Maravall (1987) assimila el model ARIMA d'X_t ([A.3] en el text) a la forma reduïda d'un model d'equacions simultànies i els models ARIMA de les components no observables ([A.2]) a la forma estructural, amb la qual cosa existeix un nombre infinit d'estructures (de combinacions de models ARIMA per a les components no observables) a partir de les quals és possible generar la forma reduïda, això és, compatibles amb el model ARIMA de la sèrie observada.

Quadre A.2. Models ARIMA per a les components d'una sèrie temporal

Component	Procés Generador de Dades (PGD)
Tendència-cicle	Estocàstic del tipus: $$(1-L)^d TC_t = \theta_{TC}(L)a_t,$$ ① on $\theta_{TC}(L) \sim MA(r)$, sent $r \le d$ ②, això és, $\theta_{TC}(L) = (1-\theta_{1TC}L-\theta_{2TC}L^2-...-\theta_{rTC}L^r)$ i $a_t \sim Niid(0,\sigma_a^2)$. Un PGD d'aquest tipus (ARIMA(0,*d*,*r*)) respecta les característiques freqüencials que l'anàlisi empirista de l'extracció de senyals atribueix a la component tendència-cicle atès que l'espectre (la funció de densitat espectral, $f(\omega)$) ③ dels models IMA en l'interval $[0,\pi]$ és sempre una funció convexa cap a l'origen i monòtonament decreixent, per tant, són típics de tendències: ✔ tendeix a infinit en la freqüència zero; i, ✔ decreix monòtonament a mida que augmenta la freqüència de les oscil.lacions, sent mínim en les que es repeteixen un cop cada *s* períodes (en el supòsit d'un sèrie mensual, les oscil.lacions associades a la freqüència $\frac{2\pi}{12}$).
Estacional	Estocàstic del tipus: $$\phi_s(L)S_t = \theta_s(L)b_t,$$ ④ on $\phi_s(L)=(1+L+L^2+...+L^{11})$, $\theta_s(L) \sim MA(h)$, sent $h \le 11$②, això és, $\theta_s(L)=(1-\theta_{1s}L-\theta_{2s}L^2-...-\theta_{hs}L^h)$ i, $b_t \sim Niid(0,\sigma_b^2)$. Aquest model ARIMA(11,0,*h*) reflexa adequadament les propietats freqüencials associades a l'estacionalitat atès que: ✔ no conté informació en la freqüència zero; ✔ tendeix a infinit en les freqüències estacionals (l'espectre presenta pics en les freqüències estacionals); i, ✔ la seva esperança matemàtica és zero.
Irregular	Normalment no es sol especificar cap model, donat que s'obté a partir de: $\hat{I}_t = X_t - \hat{TC}_t - \hat{S}_t$. En tot cas, en el supòsit d'especificar-ne algun, el més habitual és considerar que $I_t \sim SB$ (espectre pla, constant) per tal de recollir la idea que no hi ha raons per a suposar que unes freqüències tenen més importància que altres, o bé que $I_t \sim ARMA$ d'ordre reduït.

Com ja s'ha dit anteriorment la descomposició $\Phi^*(L)=(1-L)^d\phi_s(L)\Phi_I^*(L)$ va ésser proposada per en Hillmer i Tiao (1982). Però, a més aquests mateixos autors són els que varen proposar assignar $(1-L)^d$ a la component tendència-cicle i $\phi_s(L)$ a la component estacional. Per tant, els models per a la component tendència-cicle i estacional pot dir-se que varen ésser proposats per en Hillmer i Tiao.

① Noti's que aquest PGD és prou general com per a englobar un nombre elevat de possibles models sobre el comportament de la component tendència-cicle. Així, per exemple, si r=0 (i d=1) es té que el PGD especificat per a la component tendència-cicle és un passeig aleatori: $(1-L)TC_t = a_t \rightarrow TC_t = TC_{t-1}+a_t$ i, si r=1 (i d=2) tendeix a un passeig aleatori amb deriva (que és el model que en Gersch i Kitagawa (1983) entre d'altres autors proprosen) en tant en quant θ_{1TC} prengui valors propers a u: $(1-L)^2TC_t=(1-\theta_{1TC}L)a_t \rightarrow (1-L)TC_t = \delta+a_t \Rightarrow TC_t = \delta+TC_{t-1}+a_t$. Altres autors com ara en Harvey i Todd (1983), en Harrison i Stevens (1976) i en Harvey (1989) entre d'altres, han proposat per a la component TC un passeig aleatori amb deriva estocàstica, on la deriva també està generada per un passeig aleatori: $(1-L)TC_t = \delta_t+a_t$ on, $(1-L)\delta_t = v_t$, sent a_t i v_t sorolls blancs independents entre sí. A aquest tipus de model se'l coneix com passeig aleatori de segon ordre. Observi's que en aquest supòsit, substituint δ_t per la seva expressió en el model de la component tendència-cicle es té que

$(1-L)TC_t=\frac{\nu_t}{1-L}+a_t \Rightarrow (1-L)^2TC_t=\nu_t+(1-L)a_t$. Aquest resultat mostra que darrera de la proposta dels esmentats autors, hi ha un model ARIMA(0,2,1) per a la component TC: $(1-L)^2TC_t=(1-\theta_{1TC}L)\eta_t$, on el paràmetre θ_{1TC} està relacionat amb la variància dels dos termes de pertorbació a_t i ν_t. Noti's a més que si $\theta_{1Tc}\to 1$ aleshores el model ARIMA (0,2,1) tendeix a un passeig aleatori amb deriva com en el cas del model proposat per en Gersch i Kitagawa (1983) per a la component tendencial. Per tant, de fet, com assenyala en Maravall (1996) triar entre d=1 o d=2 no és més que triar entre una tendència determinista o estocàstica respectivament.

② La imposició d'aquestes dues condicions respon al principi de parquetat de la parametrització: amb elles es pretén que els models associats a les components TC i S siguin els més senzills possible. D'altra banda, però, com assenyalen en Espasa i Cancelo (1994), donat que l'ordre del polinomi MA és menor que el de l'AR en els models d'ambdues components, les seves funcions de predicció vindran donades per: $\left.\begin{matrix}\hat{TC}_t\\ \hat{S}_t\end{matrix}\right\}=b_1^{(t)}g_1(k)+\ldots+b_{p+d}^{(t)}g_{p+d}(k)$ des de l'horitzó u, és a dir, que les solucions generals de les corresponents equacions en diferències finites seran vàlides des del principi. Així, per exemple, en el cas de la component estacional, les prediccions realitzades amb informació fins el període t seguiran un patró estacional fix (que s'anirà actualitzant a mida que canviï l'origen de la predicció).

③ De fet, però, per a les components tendència-cicle i estacional no es tracta d'espectres sinó de pseudo-espectres atès que tant per a les freqüències zero com les estacionals, la funció de densitat espectral tendeix a infinit (Hillmer i Tiao, 1982).

④ Aquest tipus de model, que és no estacionari atès que presenta arrels unitàries en totes les freqüències estacionals com pot veure's en descompondre el polinomi $\phi_s(L)$: $(1+L+\ldots+L^{s-1})=(1-e^{-\frac{\pi}{s}}L)\cdot(1-e^{\frac{2\pi}{s}}L)\cdot\ldots\cdot(1-e^{-\frac{(s-1)\pi}{s}}L)$, va ésser proposat per en Kohn i Ansley (1987) i en Aoki (1990) entre d'altres. De tota manera, a la literatura se'n poden trobar altres aproximacions (encara que no tant adequades) com ara:
a) en Harvey i Todd (1983) i en Gersch i Kitagawa (1983), proposen la mateixa especificació que en Kohn i Ansley i en Aoki però on la pertobació es suposa no autocorrelacionada: $\phi_s(L)S_t=b_t$;
b) un comportament estacional determinista: $\phi_s(L)S_t=0$. Però atès que a un comportament estacional d'aquest tipus li correspon (en el domini de les freqüències) una densitat discreta que presenta salts en les freqüències estacionals i, donat que la majoria de sèries econòmiques presenten un espectre continu, no sembla una aproximació adequada;
c) emprar un model $AR(1)_{12}$: $(1-\phi_1^{12}L^{12})S_t=b_t$, la funció de densitat espectral del qual és $f_S(\omega)=\frac{\sigma_b^2}{2\pi\cdot[1+(\phi_1^{12})^2-2\phi_1^{12}\cos(s\omega)]}$, o un $MA(1)_{12}$: $S_t=(1-\Theta_1^{12}L^{12})b_t$, la funció de densitat espectral del qual és $f_S(\omega)=\frac{\sigma_b^2\cdot[1+(\Theta_1^{12})^2-2\Theta_1^{12}\cos(s\omega)]}{2\pi}$, atès que ambdues funcions de densitat espectral en les freqüències estacionals assoleixen màxims locals. Noti's, però, que tots aquests màxims són iguals la qual cosa no reflexa adequadament l'espectre de la majoria de sèries econòmiques que, com és sabut, es caracteritza per presentar potències diferents a cada freqüència estacional. Això fa que no siguin especificacions adients per a la component estacional. A més, en el cas de l'$AR(1)_{12}$ hi ha un motiu addicional: l'espectre d'aquest model mostra que a més de presentar potència en les freqüències estacionals també en presenta en la freqüència zero la qual cosa és contrària al concepte de component estacional;
d) models del tipus ARIMA(0,0,0)(0,1,0)$_{12}$ o ARIMA(0,0,0)(0,1,Q)$_{12}$ (Cleveland i Tiao, 1976). Clarament models d'aquests tipus no són gens correctes donat que el polinomi $(1-L^s)$ sempre pot descompondre's de la forma (vegi's en Box *et al.*, 1978): $(1-L)\phi_s(L)=(1-L)\cdot(1+L+\ldots+L^{s-1})=1+L+\ldots+L^{s-1}-L-L^2-\ldots-L^s=(1-L^s)$, la qual cosa posa de manifest que $(1-L^s)$ conté l'operador diferència $(1-L)$ i això és incompatible amb el concepte de component estacional;
e) en Box *et al.* (1978) proposen el model $\phi_s(L)S_t=(1-\theta_1L-\theta_2L^2-\ldots-\theta_{11}L^{11})b_t$; i,
f) en Hillmer i Tiao (1982) proposen $\phi_s(L)S_t=\eta_{11}(L)b_t$, on $\eta_{11}(L)$ i $\phi_s(L)$ són polinomis els graus dels quals no són superiors a onze. Aquest model té l'avantatge que si $\eta_{11}(L)b_t=0$, aleshores $\phi_s(L)=0$ i determinista (en cas contrari $\phi_s(L)$ serà estocàstica i per tant la suma de dotze components estacionals no serà necessàriament zero, però la seva esperança matemàtica sí).

Breument, la ***funció de densitat espectral*** (o espectre) d'un PGD és una funció (sinusoïdal) contínua definida en tot l'interval $[-\pi,\pi]$ (atès que en ésser sinusoïdal després es repeteix) que, matemàticament, es defineix com la transformada d'en Fourier de la funció d'autocovariàncies:

$$f_x(w)=\frac{1}{\pi X_0}\cdot\left[X_0+2\sum_{j=1}^{\infty}X_j\cos(\omega j)\right]=\frac{1}{\pi}\cdot\left[1+2\sum_{j=1}^{\infty}\rho_j\cos(\omega j)\right].$$

En ésser una funció periòdica i simètrica tota la informació rellevant es troba en l'interval $0\le w\le\pi$.

Així, si $X_t\sim MA(q)$, es té que $X_t=\sum_{j=0}^{q}\theta_j\varepsilon_{t-j}=\int_{-\pi}^{\pi}\sum_{j=0}^{q}\theta_j e^{i(t-j)\omega}dZ(\omega)\rightarrow f_X(\omega)=\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\pi}\cdot|\theta(\omega)|^2$; si $X_t\sim AR(p)$, es té que $X_t=\sum_{j=1}^{p}\phi_j X_{t-j}+\varepsilon_t\rightarrow f_X(\omega)=\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\pi}\cdot\frac{1}{|\phi(\omega)|^2}$. Per tant, en el cas que X_t sigui una combinació dels dos tipus de processos, això és $X_t\sim ARMA(p,q)$, $\sum_{j=0}^{p}\phi_j X_{t-j}=\sum_{j=0}^{q}\theta_j\varepsilon_{t-j}$, es té que la seva funció de densitat espectral ve donada per:

$$f_X(\omega)=\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\pi}\cdot\frac{|\theta(\omega)|^2}{|\phi(\omega)|^2}=\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\pi}\cdot\frac{\left|1+\sum_{j=1}^{q}\theta_j e^{-i\omega j}\right|^2}{\left|1+\sum_{j=1}^{p}\phi_j e^{-i\omega j}\right|^2}=\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\pi}\cdot\frac{1+\sum_{j=1}^{q}\theta_j^2+\sum_{\forall j\neq k}\theta_j\theta_k\cos(\omega j)\cos(\omega k)+2\sum_{j=1}^{q}\theta_j\cos(\omega j)}{1+\sum_{j=1}^{p}\phi_j^2+\sum_{\forall j\neq k}\phi_j\phi_k\cos(\omega j)\cos(\omega k)+2\sum_{j=1}^{p}\phi_j\cos(\omega j)}.$$

És a dir, donada una sèrie temporal X_t resultat del següent procés lineal:

$$X_t=V_X(L)\varepsilon_t,$$

on $V_x(L)$ és el quocient de dos polinomis finits en L que poden contenir arrels unitàries i ε_t és una variable aleatòria soroll blanc, el seu espectre (o pseudo-espectre si hi ha arrels unitàries) ve donat per:

$$f_t(\omega)=\sigma_\varepsilon^2 V_X(e^{-i\omega})V_X(e^{i\omega}),$$

on per a simplificar l'espectre s'ha especificat en unitats de 2π.

Així s'imposa l'anomenat requisit canònic (Pierce, 1978; Box, *et al.*, 1978; Burman, 1980; Hillmer i Tiao, 1982; i, Maravall 1987) que s'introdueix per tal de garantir que hi hagi una única descomposició possible d'X_t en els seus components no observables per tal de poder identificar els models de cada component[53].

En concret, el requisit canònic consisteix en descompondre la sèrie observada sota la restricció que sigui màxima la variància del terme de pertorbació del model ARIMA de la component irregular (responent per tant a la definició d'aquesta component: oscil.lacions de molt curt termini d'X_t) o, el que és el mateix, que siguin mínimes les de les components tendència-cicle i estacional (σ_a^2 i σ_b^2 respectivament)[54]. En conseqüència, la descomposició canònica ofereix la tendència-cicle i la sèrie desestacionalitzada més estables (més suaus) compatibles amb l'estructura estocàstica de la sèrie observada (Maravall, 1989). Des d'un altre punt de vista, es tracta que les components tendència-cicle i estacional presentin un comportament el més determinista possible atès que són les components sistemàtiques.

Com assenyala en Espasa (1984, pàg. 29) la descomposició canònica compleix, entre d'altres, les següents propietats: *a)* és única; *b)* minimitza les variàncies de les innovacions de les components tendència-cicle i estacional; *c)* ofereix la tendència-cicle i l'estacionalitat més properes a una estructura determinista possible; i, *d)* els polinomis mitjana mòbil de les components tendència-cicle i estacional tenen com a mínim una arrel unitària en el cercle unitari, la qual cosa vol dir que són models no invertibles.

En el cas del LAM, es suposa que el PGD de la sèrie X_t de la que es pretén obtenir el senyal tendència-cicle és un línies aèries, és a dir, un ARIMA(0,1,1)(0,1,1)$_{12}$ on $\Theta_1^{12} \geq 0$ per tal de garantir que la sèrie observada es pugui descompondre en llurs components no observables (Hillmer i Tiao, 1982)[55]. Per tant el polinomi $\Phi^*(L)$ ve donat per:

---

[53] Com pot desprendre's del comentat, el requisit canònic no és més que un supòsit per a identificar un model que no ho està. Des d'aquest punt de vista doncs, no hi ha cap motiu per a no considerar altres supòsits. En aquest sentit, en Nerlove *et al.* (1979), en Harrison i Stevens (1976), en Gersch i Kitagawa (1983), en Maravall (1987) i en Machak *et al.* (1983) entre d'altres, proposen expressar X_t com un model ARIMA(p,d,q) amb $p+d>q$. En qualsevol cas, però, per en Maravall (1984a, 1984b, 1988a i 1988b) la descomposició canònica és la millor solució. En aquesta línea també es troben en Espasa i Cancelo (1994).

[54] Sempre és possible (Hillmer i Tiao, 1982) passar de la descomposició canònica a qualsevol altre descomposició coherent amb el PGD de la sèrie simplement treient soroll a la component irregular i afegint-lo a les altres components no observables.

[55] De tota manera, però, el supòsit $\Theta_1^{12} \leq 0$ és molt poc freqüent en sèries econòmiques.

$$\Phi^*(L) = (1-L)\cdot(1-L^{12}),$$

atès que sota el supòsit considerat d, D, $\Phi(L)$ i $\Phi_s(L)$ valen 1. A més, donat que el polinomi $(1-L^{12})$ pot descompondre's de la forma (vegi's quadre A.3):

$$\begin{aligned}(1-L^{12}) &= (1-L)\cdot\phi_s(L) = (1-L)\cdot(1+L+L^2+...+L^{11}) = \\ &= (1-L)\cdot(1+L)\cdot(1-L+L^2)\cdot(1-\sqrt{3}L+L^2)\cdot(1+L^2)\cdot(1+L+L^2)\cdot(1+\sqrt{3}L+L^2),\end{aligned}$$

$\Phi^*(L)$ queda com segueix:

$$\begin{aligned}\Phi^*(L) &= (1-L)\cdot(1-L)\cdot\phi_s(L) = (1-L)\cdot(1-L)\cdot(1+L+L^2+...+L^{11}) = \\ &= (1-L)^2\cdot(1+L)\cdot(1-L+L^2)\cdot(1-\sqrt{3}L+L^2)\cdot(1+L^2)\cdot(1+L+L^2)\cdot(1+\sqrt{3}L+L^2).\end{aligned} \quad [A.6]$$

D'altra banda, a partir de [A.4] i, sota el supòsit que la component irregular ha estat generada per un PGD tipus soroll blanc, la qual cosa vol dir entre d'altres que és estacionària ($\gamma_I(L) = 1$) i que $\phi_I(L)=1$, el polinomi $\Phi^*(L)$ queda de la forma següent:

$$\Phi^*(L) = \Phi^*_{TC}(L)\cdot\Phi^*_s(L). \quad [A.7]$$

Aleshores, per tal determinar els processos $\Phi^*_{TC}(L)$ i $\Phi^*_s(L)$, únicament cal tenir en compte el tipus de cicle que les arrels de [A.6] representen, assignant-se cada arrel a la component que teòricament li correspon l'esmentat cicle. Així, quan la part autoregressiva únicament conté arrels unitàries (com és el cas en que ens trobem), les reals positives s'assignen a la component tendència-cicle (atès que generen cicles de periodicitat infinita) i les negatives i complexes a la component estacional (atès que generen cicles estacionals). Vegi's quadre A.3.

Per tant, a partir de [A.4bis], [A.6] i [A.7] i tenint en compte l'anterior és clar que:

$$\Phi^*_{TC}(L) = \gamma_{TC}(L)\cdot\phi_{TC}(L) = (1-L)^2\cdot 1, \quad [A.8]$$

i que:

$$\Phi_s^*(L) = \gamma_s(L) \cdot \phi_s(L) = 1 \cdot (1+L+L^2+...+L^{11}). \qquad [A.9]$$

Quadre A.3. Cicles induïts per les arrels unitàries (reals i complexes) de $(1\text{-}L^{12})=(1\text{-}L)\phi_s(L)$

Factor	Arrel ①	Coordenades Polars ②	Freqüència③	Freqüència④	Període⑤	Cicles ⑥
$1-\sqrt{3}L+L^2$	$\frac{\sqrt{3}+i}{2}, \frac{\sqrt{3}-i}{2}$	$\cos(\pi/6)+i\cdot\sin(\pi/6)$ $\cos(\pi/6)-i\cdot\sin(\pi/6)$	$\pi/6$	1/12	12	1
$1-L+L^2$	$\frac{1+\sqrt{3}i}{2}, \frac{1-\sqrt{3}i}{2}$	$\cos(\pi/3)+i\cdot\sin(\pi/3)$ $\cos(\pi/3)-i\cdot\sin(\pi/3)$	$\pi/3$	1/6	6	2
$1+L^2$	+i, -i	$\cos(2\pi/4)+i\cdot\sin(2\pi/4)=i\cdot\sin(\pi/2)$ $\cos(2\pi/4)-i\cdot\sin(2\pi/4)=-i\cdot\sin(\pi/2)$	$\pi/2$	1/4	4	3
$1+L+L^2$	$\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}, \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$	$\cos(2\pi/3)+i\cdot\sin(2\pi/3)$ $\cos(2\pi/3)-i\cdot\sin(2\pi/3)$	$2\pi/3$	1/3	3	4
$1+\sqrt{3}L+L^2$	$\frac{-\sqrt{3}+i}{2}, \frac{-\sqrt{3}-i}{2}$	$\cos(5\pi/6)+i\cdot\sin(5\pi/6)$ $\cos(5\pi/6)-i\cdot\sin(5\pi/6)$	$5\pi/6$	5/12=1/2.4	2.4=12/5	5
1+L	-1	$\cos\pi=-1$	π	1/2	2	6
1-L	1	cos 0=1	0	0	∞	0

Font: Harvey (1989, pàg. 22), Espasa i Cancelo (1994, pàg. 131) i Sansó (1996, pàg. 156).

① $a+bi$, $a-bi$.

② $\cos(\omega)+i\cdot\sin(\omega)$, $\cos(\omega)-i\cdot\sin(\omega)$.

③ Freqüència angular: ω=arctg(b/a).

④ f=$(\omega/2\pi)$.

⑤ En mesos: p=$2\pi/\omega$=1/f.

⑥ Cicles per any=12·f.

Com pot veure's, el polinomi $(1\text{-}L^{12})$ té dotze arrels: dues reals (+1 i -1) i cinc parells de complexes conjugades distribuïdes simètricament sobre el cercle unitat. En tots els casos el mòdul és la unitat. Pot demostrar-se que cada parell de conjugades indueix un moviment sinusoïdal d'amplitud constant i amb distints períodes relacionats amb el cicle estacional. Per tant, ϕ(L) recull els factors harmònics amb la freqüència 1/12 i per tant pot assignar-se a la component estacional. Pel contrari, (1-L) és un operador tendencial.

El resultat recollit a [A.8] determina el PGD de la component tendència-cicle: donat que d=2 i atès que l'ordre del procés mitjana mòbil (r) d'aquesta component ha d'ésser com a màxim el seu ordre d'integrabilitat, el model ARIMA que segueix l'esmentada component no observable és (sota tots els supòsits considerats):

$$(1\text{-}L)^2 TC_t = \theta_{TC}(L)a_t, \qquad [A.10]$$

sent $\theta_{TC}(L) = (1-\theta_{1TC}L-\theta_{2TC}L^2)$. Això és, un ARIMA (0,2,2).

De la mateixa manera el resultat presentat a [A.9] determina el PGD de la component estacional: l'ordre d'integrabilitat és zero, l'ordre del procés autoregressiu és $11(=s\text{-}1)$ i l'ordre de la part mitjana mòbil (h) ha d'ésser com a màxim l'ordre de la part autoregressiva. Per tant:

$$\phi_s(L)S_t = \theta_s(L)b_t, \qquad [A.11]$$

sent $\phi_s(L)=(1+L+L^2+...+L^{11})$ i $\theta_s(L)=(1-\theta_{1s}L-\theta_{2s}L^2-...-\theta_{hs}L^h)$.

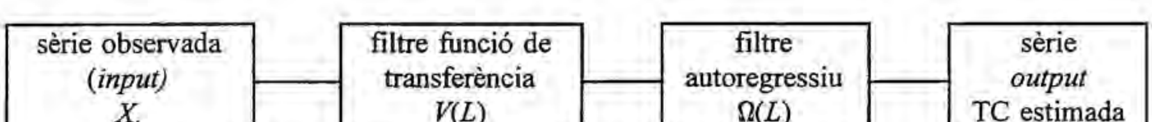
La interpretació dels models [A.10] i [A.11] obtinguts per a les components tendència-cicle i estacional és relativament intuïtiva. Així, seguint a Maravall (1989), en el cas de la component tendència-cicle, si és quadràtica i determinista ($TC_t = a_0+a_1t+a_2t^2$) es compleix que $(1\text{-}L)^2TC_t = a$ (on $a=2a_2$). Suposi's però que és mòbil, que evoluciona en el temps. Sota aquest supòsit $(1\text{-}L)^2TC_t$ ja no és exactament igual a a sinó que és una variable aleatòria amb mitjana a i variància finita. Això és el que ve a recollir [A.10].

De la mateixa manera, si l'estacionalitat és fixa, es compleix que la suma de dotze valors consecutius d'S_t és zero, és a dir, $\phi_s(L)S_t=S_t+S_{t-1}+...+S_{t-11}=0$. Però si és mòbil ja no es compleix exactament l'anterior sinó que, en general, l'esmentat sumatori és una variable aleatòria amb mitjana zero i variància finita (tant més petita quant més estable sigui l'estacionalitat). Per tal de modelitzar aquesta variable aleatòria hi ha diferents possibilitats: la més senzilla és suposar que és un soroll blanc (això és, $\phi_s(L)S_t=b_t$), però una altra possibilitat és suposar que està correlacionada tal i com succeeix a [A.11].

Per tant, tenint en compte els resultats [A.10] i [A.11], [A.5] queda com segueix:

$$\Theta^*(L)\cdot\varepsilon_t = \Phi_s^*(L)\cdot 1\cdot\theta_{TC}(L)\cdot a_t+(1\text{-}L)^2\cdot 1\cdot\theta_s(L)\cdot b_t+(1\text{-}L)^2\cdot\Phi_s^*(L)\cdot 1\cdot c_t.$$

Com s'ha dit anteriorment l'LAM, es composa de dos filtres (un filtre de funció de transferència i un filtre autoregressiu) que s'apliquen consecutivament d'acord amb el següent esquema (INE, 1993):



El primer, el filtre de funció de transferència, ve donat per la següent expressió:

$$V(L) = k \cdot \frac{\theta_{TC}(L)\phi_s(L)}{\theta(L)\Theta^s(L)} = k \cdot \frac{(1-\theta_{1TC}L-\theta_{2TC}L^2)(1+L+...+L^{11})}{(1-\theta_1 L)(1-\Theta_1^{12}L^{12})}, \qquad [A.12]$$

on k és una constant que està definida de forma que el filtre valorat en L=1 valgui u (condició de normalització de la funció de guany, això és, que el guany sigui u en la freqüència zero):

$$V(1) = k \cdot \frac{\theta_{TC}(1)\phi_s(1)}{\theta(1)\Theta^s(1)} = k\frac{(1-\theta_{1TC}-\theta_{2TC})\cdot\sum_{i=1}^{12} 1_i}{(1-\theta_1)(1-\Theta_1^{12})} = 1 \Rightarrow k = \frac{(1-\theta_1)(1-\Theta_1^{12})}{(1-\theta_{1TC}-\theta_{2TC})\cdot 12},$$

els paràmetres del procés mitjana mòbil d'ordre dos de la component tendència-cicle són funció dels coeficients de la forma reduïda de la sèrie observada, això és, els coeficients dels processos MA regular i estacional d'X_t (θ_1 i Θ_1^{12}):

$$\theta_{iTC} = \theta_{iTC}(\theta_1, \Theta_1^{12}) \rightarrow \begin{cases} \theta_{1TC} = 2\cdot\dfrac{\sqrt{2-4C}}{4C-1} \\ \theta_{2TC} = 1+\theta_{1TC}, \end{cases} \qquad [A.13]$$

sent $C = -\left[\frac{\theta_1}{(1-\theta_1)^2}+\frac{12^2\cdot\Theta_1^{12}}{(1-\Theta_1^{12})^2}\right]$[56] i, els paràmetres dels processos mitjanes mòbils d'ordre u de la part regular i estacional de la sèrie original valen -0.8 i 0.85 respectivament[57].

[56] En Melis (1992), per a evitar les dificultats inherents a la descomposició en fraccions parcials proposa a més del requisit canònic (que la funció de guany del filtre valgui zero per $\omega=\pi$) una segona condició: que la segona derivada de la funció de guany del filtre sigui zero en ω=0, això és, que la funció de guany sigui gairebé horitzontal al voltant de la freqüència zero (condició d'elevada tangència en l'origen). Amb el compliment d'aquesta condició el filtre s'aproxima a un filtre ideal de pas baix.

[57] Aquests valors són els que l'INE empra actualment. Malgrat això, a INE (1993) s'especificava que els esmentats paràmetres s'havien de determinar per a cada sèrie en concret a partir de l'estimació màxim versemblant d'un model de línies aèries.

Característiques del filtre V(L)

El filtre de funció de transferència presenta les següents característiques:

a) no és simètric atès que únicament apareixen els polinomis en el operador de retards[58]. Això fa que el cost informatiu al final de la sèrie sigui nul[59];

b) els paràmetres del procés de mitjanes mòbils d'ordre dos que segueix la component tendència-cicle es determinen directament a partir de [A.13]. Pel que fa als paràmetres dels processos mitjanes mòbils regular i estacional d'ordre u de la sèrie original són invariants per a totes les sèries. En conseqüència, es tracta d'un filtre fix on tots els paràmetres estan determinats *a priori*[60]; i,

c) d'acord amb l'anterior sempre es compleix que $\theta_{2TC} - \theta_{1TC} = 1$ (requisit canònic). La imposició del requisit canònic suposa que l'espectre de la component tendència-cicle toqui a l'eix d'abscisses en la màxima freqüència ($w=\pi$). És a dir, que la funció de guany del filtre decreix (monòtonament) cap a zero a mida que s'apropa a les freqüències associades al curt termini fins que s'anul.la en la freqüència π (absència

[58] Com s'ha dit anteriorment, un filtre $a(L) = \sum_{j=-m}^{m} a_j L^j$ és simètric si $a_j = a_{-j}$. Aleshores, es compleix que $a(1)=1$ i $a'(1) = \sum_{j=-m}^{m} i \cdot a_i' = 0$ on, $a(1)$ i $a'(1)$ representen la valoració del filtre i de la seva primera derivada en $L=1$ respectivament. El filtre $V(L)$, com s'ha vist anteriorment, compleix que $V(1)=1$ (recordi's que k es defineix precisament perquè es compleixi aquesta igualtat). Pel que fa a la segona condició, derivant [A.12]:

$$V'(L) = k \cdot \frac{\left[(-\theta_{1TC} - 2\theta_{2TC}L)(1+2L+\ldots+11L^{10})(1-\theta_1 L)(1-\Theta_1^{12}L^{12})\right] - \left[(1-\theta_{1TC}L-\theta_{2TC}L^2)(1+L+\ldots+L^{11})(-\theta_1)(-12\Theta_1^{12}L^{11})\right]}{\left[(1-\theta_1 L)(1-\Theta_1^{12}L^{12})\right]^2},$$

i valorant $V'(L)$ en $L=1$ es té que:

$$V'(1) = \frac{(1-\theta_1)(1-\Theta_1^{12})}{(1-\theta_1-\theta_2)\cdot 12} \cdot \frac{\left[(-\theta_{1TC} - 2\theta_{2TC})(1+2+\ldots+11)(1-\theta_1)(1-\Theta_1^{12})\right] - \left[(1-\theta_{1TC}-\theta_{2TC})12(-\theta_1)(-12\Theta_1^{12})\right]}{\left[(1-\theta_1)(1-\Theta_1^{12})\right]^2} \neq 0.$$

[59] De tota manera, però, sí té un cost informatiu al principi de la mostra, la qual cosa fa que sigui necessari emprar algun procediment per a generar valors al principi de la sèrie per tal d'inicialitzar el filtre.

[60] Des d'aquest punt de vista doncs, pot afirmar-se que el filtre $V(L)$ és un filtre de tipus empirista atès que no té en compte la informació recollida en el PGD de la sèrie analitzada.

de soroll). Això fa que el procés de mitjanes mòbils de la component tendència-cicle tingui l'arrel unitària L=-1[61], per la qual cosa no és invertible, amb el efectes negatius que això comporta per la inferència.

El filtre $WK_{TC}(L,F)$ d'en Wiener-Kolmogorov emprat en els procediments AMB per a obtenir l'estimació de la component tendència-cicle en ésser aplicat a la sèrie X_t ve donat per la següent expressió[62]:

$$WK_{TC}(L,F) = \frac{\sigma_a^2}{\sigma_\varepsilon^2}\cdot\frac{\psi_{TC}(L)\cdot\psi_{TC}(F)}{\psi(L)\cdot\psi(F)} = \frac{\sigma_a^2}{\sigma_\varepsilon^2}\cdot\frac{\dfrac{\theta_{TC}(L)\cdot\theta_{TC}(F)}{\Phi^*_{TC}(L)\cdot\Phi^*_{TC}(F)}}{\dfrac{\Theta^*(L)\cdot\Theta^*(F)}{\Phi^*(L)\cdot\Phi^*(F)}} =$$

---

[61] Si es representen per h_1 i h_2 les arrels del polinomi de mitjanes mòbils d'ordre dos que segueix la component tendència-cicle, es té que: $(1-\theta_{1TC}L-\theta_{2TC}L^2)=(1-h_1L)(1-h_2L)$. Per tant, la funció de guany del filtre a partir del qual s'obté aquesta component ve donada per:

$$G_{V(L)}(\omega) = k\cdot\frac{(1-h_1\cos\omega)(1-h_2\cos\omega)}{(1-\cos\omega)^2}.$$

Com a conseqüència de la imposició del requisit canònic ha de complir-se que $G_{V(L)}(\omega=\pi)=0 \Rightarrow h_1=-1$. Per tant, el polinomi $\theta_{TC}(L)$ queda com segueix: $1-\theta_{1TC}(-1)-\theta_{2TC}(-1)^2=0 \Rightarrow 1+\theta_{1TC}-\theta_{2TC}=0 \Rightarrow \theta_{2TC}-\theta_{1TC}=1$. D'altra banda, tenint en compte l'anterior es té que el model canònic de la component tendència-cicle és: $(1-L)^2TC_t = (1+L)(1-\theta L)a_t$.

[62] Per a obtenir una estimació de la component no observable i $(=\hat{TC}_t,\hat{S}_t)$ a partir de les observacions (passades i futures) d'X_t cal determinar una funció ξ_i, $\hat{i}=\xi_i(...,X_{t-2},X_{t-1},X_t,X_{t+1},X_{t+2},...)$, tal que minimitzi l'error quadràtic d'aquest estimador, això és:

$$min_{\xi_i(\cdot)}E\left[i_t-\hat{i}_t\right]^2 = min_{\xi_i(\cdot)}E\left[i_t-\xi_i(...,X_{t-2},X_{t-1},X_t,X_{t+1},X_{t+2},...)\right]^2.$$

D'altra banda és sabut que la funció ξ_i òptima és l'esperança d'i condicionada al conjunt d'informació emprat:

$$\hat{i}_t = E\left[i_t\,/\,...,X_{t-2},X_{t-1},X_t,X_{t+1},X_{t+2},...\right],$$

i sota el supòsit de normalitat, l'anterior esperança és una funció lineal del conjunt d'informació. Això és:

$$\hat{i}_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_jL^jX_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_jX_{t-j} = WK_i(L,F)\cdot X_t.$$

Per tant, els filtres Wiener-Kolmogorov són òptims en termes d'EQM.

$$=\frac{\sigma_a^2}{\sigma_\varepsilon^2}\cdot\frac{\Phi^*(L)\cdot\Phi^*(F)\cdot\theta_{TC}\cdot(L)\cdot\theta_{TC}(F)}{\Theta^*(L)\cdot\Theta^*(F)\cdot\Phi^*_{TC}\cdot(L)\cdot\Phi^*_{TC}(F)}= \qquad [A.14]$$

$$=\frac{\sigma_a^2}{\sigma_\varepsilon^2}\cdot\frac{\Phi^*_{TC}(L)\cdot\Phi^*_{TC}(F)\cdot\Phi^*_s(L)\cdot\Phi^*_s(F)\cdot\Phi^*_I(L)\cdot\Phi^*_I(F)\cdot\theta_{TC}(L)\cdot\theta_{TC}(F)}{\Theta^*(L)\cdot\Theta^*(F)\cdot\Phi^*_{TC}(L)\cdot\Phi^*_{TC}(F)},$$

on F és l'operador d'adelants: $F^j=L^{-j} \rightarrow F^jX_t=X_{t+j}\, j=1,2,...$ Per tant, $\hat{TC}_t=WK_{TC}(L,F)\cdot X_t$.[63]

En el supòsit que la sèrie original hagi estat generada per un model de línies aèries (i suposant a més que la component irregular es comporta segons un soroll blanc), [A.14] queda com segueix:

$$WK_{TC}(L,F)=\frac{\sigma_a^2}{\sigma_\varepsilon^2}\cdot\frac{(1-L)^2\cdot(1-F)^2\cdot(1+L+...+L^{11})\cdot(1+F+...+F^{11})\cdot(1-\theta_{1TC}L-\theta_{2TC}L^2)\cdot(1-\theta_{1TC}F-\theta_{2TC}F^2)}{(1-\theta_1L)\cdot(1-\theta_1F)\cdot(1-\Theta_1^{12}L)\cdot(1-\Theta_1^{12}F)\cdot(1-L)^2\cdot(1-F)^2}=$$

$$=\frac{\sigma_a^2}{\sigma_\varepsilon^2}\cdot\frac{(1-\theta_{1TC}L-\theta_{2TC}L^2)\cdot(1-\theta_{1TC}F-\theta_{2TC}F^2)\cdot\phi_s(L)\cdot\phi_s(F)}{(1-\theta_1L)\cdot(1-\theta_1F)\cdot(1-\Theta_1^{12}L^{12})\cdot(1-\Theta_1^{12}F^{12})}, \qquad [A.15]$$

on $\phi_s(L)=(1+L+...+L^{11})$ i $\phi_s(F)=(1+F+...+F^{11})$. Per tant, [A.15] és l'estimador que minimitza l'error quadràtic mig de la component tendència-cicle sota el supòsit que el

[63] Per la seva banda, el filtre Wiener-Kolmogorov que aplicat a la sèrie original permet obtenir la component estacional ve donat per:

$$WK_s(L,F)=\frac{\sigma_b^2}{\sigma_\varepsilon^2}\cdot\frac{\psi_s(L)\cdot\psi_s(F)}{\psi(L)\cdot\psi(F)}=\frac{\sigma_b^2}{\sigma_\varepsilon^2}\cdot\frac{\dfrac{\theta_s(L)\cdot\theta_s(F)}{\Phi^*_s(L)\cdot\Phi^*_s(F)}}{\dfrac{\Theta^*(L)\cdot\Theta^*(F)}{\Phi^*(L)\cdot\Phi^*(F)}}=\frac{\sigma_b^2}{\sigma_\varepsilon^2}\cdot\frac{\Phi^*(L)\cdot\Phi^*(F)\cdot\theta_s(L)\cdot\theta_s(F)}{\Theta^*(L)\cdot\Theta^*(F)\cdot\Phi^*_s(L)\cdot\Phi^*_s(F)}=$$

$$=\frac{\sigma_b^2}{\sigma_\varepsilon^2}\cdot\frac{\Phi^*_{TC}(L)\cdot\Phi^*_{TC}(F)\cdot\Phi^*_s(L)\cdot\Phi^*_s(F)\cdot\Phi^*_I(L)\cdot\Phi^*_I(F)\cdot\theta_s(L)\cdot\theta_s(F)}{\Theta^*(L)\cdot\Theta^*(F)\cdot\Phi^*_s(L)\cdot\Phi^*_s(F)}.$$

Per tant, $\hat{S}_t=WK_s(L,F)\cdot X_t$. D'altra banda, noti's que tant $WK_{TC}(L,F)$ com $WK_s(L,F)$ no són més que dues mitjanes mòbils simètriques que s'apliquen sobre la sèrie original semblants a les de l'X-11. La diferència entre els filtres emprats per l'X-11 i els filtres Wiener-Kolmogorov és que aquests estan dissenyats per a tenir en compte les característiques de la sèrie observada mentre que els de l'X-11 no.

PGD de la sèrie és un línies aèries (Maravall, 1987a)[64].

Tot i les evidents semblances entre [A.12] i [A.15], existeixen diferències entre ambdós filtres. En aquest sentit cal destacar que:

a) mentre que en $WK_{TC}(L,F)$ apareix el quocient entre les variàncies de les pertorbacions aleatòries dels PGD de la component tendència-cicle i de la sèrie observada ($\frac{\sigma_a^2}{\sigma_\varepsilon^2}$), en $V(L)$ apareix la constant k;

b) mentre que els paràmetres del procés de mitjanes mòbils d'ordre dos que segueix la component tendència-cicle en el cas del filtre $V(L)$ es determinen directament a partir de [A.13], en el procediment AMB es fa partir de la descomposició de la sèrie original basada en fraccions comuns, tenint en compte a més les hipòtesis pròpies del mètode;

c) com ja s'ha dit anteriorment, el filtre $V(L)$ no és simètric mentre que el $WK_{TC}(L,F)$ sí ho és, la qual cosa fa que mentre que el primer no té cap cost informatiu al final de la sèrie, el segon té un cost informatiu tant al principi com al final de la sèrie; i,

d) la potència del filtre $V(L)$ és major que la del $WK_{TC}(L,F)$ en totes les freqüències[65], excepte en la freqüència zero i en les freqüències estacionals associades a oscil.lacions de període 12, 6, 4, 3, 2.4 i 2 mesos. Això vol dir que elimina en major mesura la informació de la sèrie associada a les altes freqüències i, per tant, que en la component tendència-cicle estimada s'incorpora informació no desitjada (associada a la component irregular). Aquesta circumstància fa que sigui necessari emprar un segon filtre.

---

[64] Sota els mateixos supòsits, el filtre a aplicar a la sèrie observada per a obtenir l'estimació de la component estacional és:

$$WK_s(L,F) = \frac{\sigma_b^2}{\sigma_\varepsilon^2}\cdot\frac{(1-L)^2\cdot(1-F)^2\cdot(1+L+...+L^{11})\cdot(1+F+...+F^{11})\cdot\theta_s(L)\cdot\theta_s(F)}{(1-\theta_1 L)\cdot(1-\theta_1 F)\cdot(1-\Theta_1^{12}L)\cdot(1-\Theta_1^{12}F)\cdot(1+L+...+L^{11})\cdot(1+F+...+F^{11})} =$$

$$= \frac{\sigma_b^2}{\sigma_\varepsilon^2}\cdot\frac{(1-L)^2\cdot(1-F)^2\cdot\theta_s(L)\cdot\theta_s(F)}{(1-\theta_1 L)\cdot(1-\theta_1 F)\cdot(1-\Theta_1^{12}L^{12})\cdot(1-\Theta_1^{12}F^{12})}.$$

[65] Recordi's que en Cleveland i Tiao (1976) varen demostrar que els filtres $WK_i(L,F)$ i=TC,S són òptims en termes d'EQM.

Aquest segon filtre és un filtre de pas baix, que elimina l'amplificació de la irregularitat introduïda per *V(L)* garantint així que el senyal obtingut estigui completament net d'oscil.lacions estacionals i irregulars, atès que captura les oscil.lacions corresponents a les freqüències zero i cícliques, per tant, filtra la sèrie d'oscil.lacions irregulars i de qualsevol altre oscil.lació que no es correspongui amb les associades a la tendència-cicle. Aquests filtres són autoregressius i poden dissenyar-se a mida. En concret, actualment l'INE empra un filtre autoregressiu d'ordre quatre i potència meitat en setze mesos, $AR(4)16$[66], que ve donat per la següent expressió:

$$Y_t = \Omega_0 X_{t+d} - \Omega_1 Y_{t-1} - \Omega_2 Y_{t-2} - \Omega_3 Y_{t-3} - \Omega_4 Y_{t-4} \Rightarrow (1+\Omega_1 L+\Omega_2 L^2+\Omega_3 L^3+\Omega_4 L^4)Y_t = \Omega_0 F^d X_t \Rightarrow$$
$$\Rightarrow Y_t = \Omega(L)X_t,$$

sent

$$\Omega(L) = \frac{\Omega_0 F^d}{1+\Omega_1 L+\Omega_2 L^2+\Omega_3 L^3+\Omega_4 L^4}, \qquad [A.16]$$

on $F=L^{-1}$, $\Omega_0=0.0139$, $\Omega_1=-2.9885$, $\Omega_2=3.4456$, $\Omega_3=-1.8029$, $\Omega_4=0.3598$ i $d=3$ o 4.

Característiques del filtre AR(4)16

Els principals trets característics del filtre $AR(4)16$ poden resumir-se en els cinc següents:

[66] Cal fer esment que si bé és cert que actualment la segona part del LAM efectivament és un filtre $AR(4)16$, a INE (1993) es proposava un filtre autoregressiu d'ordre dos i potència meitat en vint mesos, $AR(2)20$, que venia donat per:

$$Y_t = \Omega_0 X_{t-d} - \Omega_1 Y_{t-1} - \Omega_2 Y_{t-2} \Rightarrow (1+\Omega_1 L+\Omega_2 L^2)Y_t = \Omega_0 F^d X_t \Rightarrow Y_t = \frac{\Omega_0 F^d}{1+\Omega_1 L+\Omega_2 L^2} X_t \Rightarrow Y_t = \Omega(L)X_t,$$

sent $\Omega(L) = \dfrac{\Omega_0 F^d}{1+\Omega_1 L+\Omega_2 L^2}$. Els paràmetres es determinaven de fomar que es garantís que: *a)* la potència del filtre en la freqüència zero fos u; *b)* la potència del filtre en la freqüència π (associada a les oscil.lacions de període dos mesos) fos mínima; i, *c)* el filtre tingués potència meitat en la freqüència associada a les oscil.lacions de període vint mesos. Així, aquests paràmetres venien donats per $\Omega_0=0.07839$, $\Omega_1=-1.56291$, $\Omega_2=0.64131$ i d el desfasament de la banda de pas que és de tres o quatre mesos. D'aquesta manera, el filtre deixa passar en (bona part) la informació associada a les oscil.lacions de llarg i mig termini i, a mida que augmenta la freqüència, la potència del filtre va disminuint a major velocitat fins assolir el valor zero pràcticament per a la freqüencia $\pi/4$. Aquest filtre, però, no és simètric, atès que si bé compleix que $\Omega(1)=1$, no compleix la segona condició, sent $\Omega'(1)\neq 0$.

a) es un filtre no simètric[67];

b) com qualsevol filtre autoregressiu, l'$AR(4)16$ presenta problemes de convergència, en el sentit que els valors de la sèrie filtrada triguen bastants observacions a convergir (la convergència és molt lenta);

c) els paràmetres són tals que garanteixen d'una banda, que la potència del filtre en les freqüències zero (és a dir, les oscil.lacions de període infinit, tendència pura) i π siguin, respectivament, u i mínima i, d'altra, que el filtre tingui potència meitat en la freqüència associada a les oscil.lacions de període setze mesos (per tant s'assoleix per a una freqüència major a la que s'assolia amb l'$AR(2)20$: setze mesos enlloc de vint);

d) tot i que l'$AR(4)16$ i l'$AR(2)20$ tenen una funció de potència molt semblant, el primer respecta en major mesura la informació de la sèrie associada a les baixes freqüències, això és, al comportament a llarg i mig termini de la sèrie. A més a més, la potència del filtre $AR(4)16$ decreix més ràpidament que la de l'$AR(2)20$ a mida que s'apropa a la freqüència associada a dotze mesos (oscil.lacions que es repeteixen cada any); i,

e) el cost informatiu del filtre és molt minso: únicament és d'entre cinc i sis observacions al final de la mostra (en l'$AR(2)20$ era d'entre tres i quatre).

Atenent a tot l'anterior, pot concloure's que els trets característics més importants de l'LAM són els següents:

a) en estimar la component tendència-cicle d'una sèrie amb l'LAM només pot garantir-se que els resultats són fiables si el PGD de l'esmentada sèrie és (o pot ésser aproximat per) un model de línies aèries i, en particular, si els paràmetres dels processos de mitjanes mòbils d'ordre u de la part regular i estacional (θ_1 i Θ_1^{12}) s'apropen a -0.8

[67] Demostració:

$$\Omega(1) = \frac{\Omega_0}{1+\Omega_1+\Omega_2+\Omega_3+\Omega_4} = \frac{0.0139}{1-2.9885+3.4456-1.8029+0.3598} = 1;$$

$$\Omega'(L) = \frac{\left[(-d\Omega_0 L^{-(d-1)})(1+\Omega_1 L+\Omega_2 L^2+\Omega_3 L^3+\Omega_4 L^4)\right]-\left[(\Omega_0 L^{-d})(\Omega_1+2\Omega_2 L+3\Omega_3 L^2+4\Omega_4 L^3)\right]}{\left[1+\Omega_1 L+\Omega_2 L^2+\Omega_3 L^3+\Omega_4 L^4\right]^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Omega'(1) = \frac{\left[(-d\Omega_0)(1+\Omega_1+\Omega_2+\Omega_3+\Omega_4)\right]-\left[(\Omega_0)(\Omega_1+2\Omega_2+3\Omega_3+4\Omega_4)\right]}{\left[1+\Omega_1+\Omega_2+\Omega_3+\Omega_4\right]^2} \neq 0.$$

i 0.85 respectivament;

b) tal i com s'ha assenyalat anteriorment, si bé en l'esperit del disseny inicial del filtre els paràmetres θ_1 i Θ_1^{12} s'havien d'estimar per a cada sèrie en particular (INE, 1993), incorporant per tant informació de la sèrie en el procés de desestacionalització, el fet que actualment siguin invariants independentment de la sèrie objecte d'anàlisi, no ha fet sinó convertir-ho, en un procediment d'ajust estacional del grup dels mètodes *ad-hoc*. Aquesta circumstància ha fet de l'LAM un procediment que presenta els mateixos inconvenients que l'X-11 i l'X-11 ARIMA. De tota manera, però, té una avantatge que el fa preferible respecte a aquests: el seu reduït cost informatiu. En aquest sentit, atès que és un filtre asimètric, el cost informatiu no és el mateix al principi i al final de la sèrie: al principi es perden disset observacions (tretze del filtre ARMA(13,13) que és $V(L)$ i quatre de l'AR(4)16) mentre que al final el cost informatiu vé donat exclusivament per l'acumulació de retards d'ambdós filtres en la banda cíclica;

c) en estar composat per dos filtres que són quocients entre polinomis en l'operador de retards, és un filtre d'ordre infinit;

d) donat que tant el filtre $V(L)$ com l'AR(4)16 compleixen el requisit canònic, les sèries corresponents a les components no observables presenten processos mitjanes mòbils no invertibles (en concret, la component estacional té l'arrel L=+1 i la tendència-cicle L=-1)[68] i són molt suaus[69]; i,

e) és un filtre no simètric, atès que si bé les dues parts del filtre compleixen la primera condició (a(1)=1), incompleixen la segona donat que la primera derivada valorada en L=1 no és zero en cap dels dos casos.

[68] Per a un detall sobre les conseqüències d'aquest fet sobre la inferència economètrica en general i els contrastos d'integrabilitat i cointegració en particular, vegi's en Barrio (1998). També pot consultar-se en Barrio *et al.* (1996). Per a una anàlisi més general sobre les conseqüències per a la inferència de la utilització de senyals no observables enlloc de sèries observades vegi's en Wallis (1974, 1978), en Ghysels i Perron (1993) i en Ghysels (1994).

[69] Recordi's que la consideració del requisit canònic suposa que la descomposició escollida sempre és aquella que d'entre totes les possibles (les coherents amb el PGD) té menys variabilitat en els termes de pertorbació dels models ARIMA corresponents a les components tendència-cicle i estacional.

Quadre A.4. Comparació entre diferents filtres desestacionalitzadors

	X11 amb MM d'en Henderson de 13 termes (m=6)	X11 amb MM d'en Henderson de 23 termes (m=11)	LAM
Elimina completament la component estacional?	sí	sí	sí
Elimina la irregularitat produïda per les oscil.lacions de periodicitat inferior a sis mesos?	sí	sí	sí
Tractament de les oscil.lacions de periodicitat superior a sis mesos	És el millor estimador del cicle. Inconvenient: no atenua el suficient les oscil.lacions de període comprés entre sis i dotze mesos, especialment les de vuit mesos ↓ El senyal *TC* estimat té un comportament més irregular del que és desitjable	Pràcticament les anul.la	Pràcticament les anul.la, però és preferible a l'X11 amb vint-i-tres termes perquè: *a)* té un guany uniformement superior en la banda cíclica; i, *b)* té un cost informatiu molt més petit

Font: Elaboració pròpia.

ANNEX 4.8. RESULTATS DE L'ANÀLISI DE LA CONCENTRACIÓ TERRITORIAL DE LA PRODUCCIÓ BRUTA PELS DIFERENTS NIVELLS DE DESAGREGACIÓ SECTORIAL EMPRATS[70]

Desagregació sectorial de dos dígits de la CNAE-74

Sector	Índex d'en Gini	Sector	Índex d'en Gini	Sector	Índex d'en Gini
21	0.88	33	0.88	41/42	0.52
22	0.67	34	0.75	43	0.87
23	0.49	35	0.86	44	0.77
24	0.55	36	0.68	45	0.67
25	0.74	37	0.78	46	0.56
31	0.61	38	0.79	47	0.70
32	0.71	39	0.88	48	0.68

Desagregació sectorial de vuitant-nou sectors de l'EI

Sector	Índex d'en Gini	Sector	Índex d'en Gini	Sector	Índex d'en Gini
9	0.88	35	0.66	62	0.73
10	0.74	36	0.67	63	0.64
11	0.60	37	0.73	64	0.71
12	0.49	38	0.88	65	0.89
13	0.62	39	0.75	66	0.87
14	0.57	40	0.86	67	0.94
15	0.41	41	0.68	68	0.87
16	0.57	42	0.78	69	0.82
17	0.64	43	0.73	70	0.74
18	0.84	44	0.95	71	0.87
19	0.86	45	0.88	72	0.68
20	0.76	46	0.88	74	0.81
21	0.86	47	0.85	75	0.56
22	0.84	48	0.60	76	0.58
23	0.63	49	0.49	77	0.93
24	0.78	50	0.73	78	0.83
25	0.91	51	0.80	79	0.60
26	0.80	52	0.61	80	0.69
27	0.90	53	0.52	81	0.68
28	0.85	54	0.92	82	0.76
29	0.88	55	0.71	83	0.75
30	0.80	56	0.62	84	0.71
31	0.78	57	0.68	85	0.72
32	0.68	58	0.91	86	0.90
33	0.52	59	0.85	87	0.78
34	0.65	61	0.93	88	0.83

[70] Elaborats a partir de la informació recollida en l'EI de 1990 sobre la producció bruta de cada comunitat.

BIBLIOGRAFIA

Barrio, T., M. Clar i E. Pons (1996): "El Filtro de Líneas Aéreas Modificado, Integrabilidad y Cointegración", *Document de Treball E96/11*, Divisió de Ciències Jurídiques, Econòmiques i Socials, Universitat de Barcelona.

Barrio, T. (1998): *Ajuste Estacional, Integrabilidad y Cointegración*, Tesi Doctoral, Universitat de Barcelona.

Baxter, M. i R.G. King (1995): "Measuring Business Cycles Aproximate Band-Pass Filters for Economic Time Series", *NBER Working Paper 5022*, National Bureau of Economic Research, Nova York.

Bell, W.R. i S.C. Hillmer (1984): "Issues Involved with the Seasonal Adjustment of Economic Time Series", *Journal of Business and Economic Statistics*, 2, 4, pp. 291-320.

Bongard, J. (1960): "Some Remarks on Moving Averages", a *Seasonal Adjustment on Electronic Computers*, Prentice-Hall, Nova Jersey.

Box, G.E.P., S.C. Hillmer i G.C. Tiao (1978): "Analysis and Modeling of Seasonal Time Series (amb discussió)", a Zellner, A. (ed.), *Seasonal Analysis of Economic Time Series*, pp. 309-344, Bureau of the Census, U.S. Department of Commerce, Washington.

Burman, J.P. (1965): "Moving Seasonal Adjustment of Economic Time Series", *Journal of the Royal Statistical Society*, sèrie A, 128, pp. 534-538.

Burman, J.P. (1980): "Seasonal Adjustment by Signal Extraction", *Journal of the Royal Statistical Society*, sèrie A, 143, pp. 321-337.

Burridge, A.D. i K.F. Wallis (1984): "Unobserved-Components Models for Seasonal Adjustment Filters", *Journal of Business and Economic Statistics*, 2, pp. 350-359.

Butter, F.A.G. den i M.M.G. Fase (1991): *Seasonal Adjustment as a Practical Problem*, North-Holland, Amsterdam.

Cleveland, W.P. (1972): *Analysis and Forecasting of Seasonal Time Series*, Tesi doctoral, Universitat de Wisconsin.

Cleveland, W.P. i G.C. Tiao (1976): "Descomposition of Seasonal Time Series: A Model for the X-11 Program", *Journal of the American Statistical Association*, 71, 355, pp. 581-587.

Dagum, E.B. (1975): "Seasonal Factor Forecasts from ARIMA Models", *Bulletin of the International Statistical Institute, Proceedings of 4th Session*, 3, Warsaw Central Statistical Office, pp. 203-216.

Dagum, E.B. (1978): "Modelling, Forecasting and Seasonal Adjusting Economic Time Series with the X-11 ARIMA Method", *The Statistician*, 27, pp. 203-213.

Dagum, E.B. (1979): "The X-11 ARIMA Seasonal Adjustment Method - Outline of the Methodology", *Working Paper 12-564E*, Statistics Canada, Otawa.

Dagum, E.B. (1980): *The X-11 ARIMA Seasonal Adjustment Method*, Statistics Canada, Otawa.

Espasa, A. (1977): "El Problema de la Desestacionalización de Series Económicas: Métodos Usados y su Interpretación", *Boletín de Estudios Económicos*, XXXII, pp. 461-478.

Espasa, A. (1984): "El Ajuste Estacional en Series Económicas", *Documento de Trabajo 8410*, Banc de Espanya, Servei d'Estudis.

[1] Tot seguit es relacionen únicament aquelles referències que no hagin estat en l'altre volum de la Tesi Doctoral.

Espasa, A. i J.R. Cancelo (eds.) (1994): *Métodos Cuantitativos para el Análisis de la Coyuntura Económica*, Alianza Economía Editorial, Madrid.

Espasa, A. i R. Galián (1985): "Parsimony and Omitted Factors: the Airline Model and the Census X-11 Assumptions", *Documento de Trabajo 8516*, Banc d'Espanya, Servei d'Estudis. També a Mentz, R.P., E. de Alba, A. Espasa, i P.A. Morettin (eds.) (1989), *Statistical Methods for Cyclical and Seasonal Analysis*, pp. 200-219, Interamerican Statistical Institute, Panamà.

Findley, D.F., B.C. Monsell, M.C. Otto, W.R. Bell i M. Rugh (1992): *Towards X-12-ARIMA*, Bureau of the Census, U.S. Department of Commerce, Washington.

Findley, D.F. i B.C. Monsell (1995): *New Features of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Package*, Bureau of the Census, U.S. Department of Commerce, Washington.

Findley, D.F., B.C. Monsell, W.R. Bell, M.C. Otto i B.C. Chen (1997): "New Capabilities and Methods of the X-12 ARIMA Seasonal Adjustment Program", NBER.

Fuller, W.A. (1976): *Introduction to Statistical Time Series*, John Willey & Sons, Nova York.

Gersch, W. i G. Kitagawa (1983): "The Prediction of Time Series with Trends and Seasonalities", *Journal of Business and Economic Statistics*, 1, 3, pp. 253-264.

Ghysels, E. (1988): "Unit Roots Tests and Statistical Pitfalls of the Seasonal Adjustment: The Case of the U.S. Postwar Real Gross National Product", *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, pp. 145-152.

Ghysels, E. (1994): "On the Economics and Econometrics of Seasonality", a Sims, C. (ed.), *Advances in Econometrics, Six World Congress, Econometric Society Monographs*, vol 1, Cambridge University Press, Cambridge.

Ghysels, E. i P. Perron (1993): "The Effect of Seasonal Adjustment Filters on Tests for a Unit Root", *Journal of Econometrics*, 55, pp. 57-98.

Hansen, L.P. i T.J. Sargent (1994): "Recursive Linear Models of Dynamic Economies", a Sims, C. (ed.), *Advances in Econometrics, Six World Congress, Econometric Society Monographs*, vol. 1, Cambridge University Press, Cambridge.

Harrison, P.J. i C.F. Stevens (1976): "Bayesian Forecasting", *Journal of the Royal Statistical Society*, sèrie B, 38, pp. 205-247.

Hillmer, S.C. i G.C. Tiao (1982): "An ARIMA-Model-Based Approach to Seasonal Adjustment", *Journal of the American Statistical Association*, 77, 377, pp. 63-70.

Kallek, S. (1978): "An Overview of the Objectives and Framework of Seasonal Adjustment (amb discussió)", a Zellner, A. (ed.), *Seasonal Analysis of Economic Time Series*, Bureau of the Census, U.S. Department of Commerce, Washington.

Kenny, P.B. i J. Durbin (1982): "Local Trend Estimation and Seasonal Adjustment of Economic and Social Time Series", *Journal of the Royal Statistical Society*, sèrie A, 145, pp. 1-45.

Kohn, R. i C.F. Ansley (1987): "Signal Extraction for Finite Nonstationary Time Series", *Biometrika*, 74, pp. 411-421.

Kolmogorov, A.N. (1939): "Sur l'Interpolation et Extrapolation des Suites Stationaires", *C. R. Acad. Sci. Paris*, 208, pp. 2043-2045. (Referència presa de Bell i Hillmer, 1984).

Kolmogorov, A.N. (1941): "Interpolation und Extrapolation von Stationarem Zufalligen Folgen", *Bulletin of the Academy of Sciences of the USSR*, sèrie matemàtiques, 5, pp. 3-14. (Referència presa de Bell i Hillmer, 1984).

Machak, J.A., W.A. Spivey i W.J. Wrobleski (1983):"Analysing Permanent and Transient Influences in Multiple Time Series Models", *Journal of Business and Economic Statistics*, 1,1, pp. 57-65.

Maravall, A. (1981): "Desestacionalización y Política Monetaria", *Estudios Económicos*, 19, Banc d'Espanya.

Maravall, A. (1984a): "On Issues Involved with the Seasonal Adjustment of Time Series", *Documento de Trabajo 8408*, Banc d'Espanya, Servei d'Estudis.

Maravall, A. (1984b): "Nota sobre la Extracción de una Señal en un Modelo ARIMA", *Revista de Exonomia Española*, 2ona època, 1, pp. 25-54.

Maravall, A. (1985): "On Structural Time Series Models and the Characterization of Components", *Journal of Business and Economic Statistics*, 3, pp. 350-355.

Maravall, A. (1987a): "Descomposición de Series Temporales: Especificación, Estimación e Inferencia (amb discussió)", *Estadística Española*, 29, 114, pp. 11-106. També a Barnett, W., E. Berndt i H. White (eds.), *Dynamic Econometric Modelling*, Cambridge University Press, Cambridge.

Maravall, A. (1987b): "On Minimun Squared Error Estimation of the Noise in Unobserved Components Models", *Journal of Business and Economic Statistics*, 5, pp. 115-120.

Maravall, A. (1988a): "Two Papers on ARIMA Signal Extraction", *Documento de Trebajo 8801*, Banc d'Espanya, Servei d'Estudis.

Maravall, A. (1988b): "A Note on Minimum Mean Squared Error Estimation of Signals with Unit Roots", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, pp. 589-593.

Maravall, A. (1989): "La Extracción de Señales y el Análisis de Coyuntura", *Revista Española de Economía*, 2ona època, 6, pp. 109-130. També *Documento de Trabajo 8903*, Banc d'Espanya, Servei d'Estudis.

Maravall, A. (1996a): "Short-Term Analysis of Macroeconomic Time Series", *Documento de Trabajo 9607*, Banc d'Espanya, Servei d'Estudis.

Maravall, A. (1996b): "Unobserved Components in Economic Time Series", *Documento de Trabajo 9609*, Banc d'Espanya, Servei d'Estudis.

Maravall, A. i D.A. Pierce (1986): "The Transmission of Data Noise into Policy in U.S. Monetary Control", *Econometrica*, 54, pp. 961-979.

Maravall, A. i D.A. Pierce (1987): "A Prototypical Seasonal Adjustment Model", *Journal of Time Series Analysis*, 8, pp. 177-193.

Mauleón, I. (1988): "Métodos de Desagregación y Desestacionalización de Series Temporales", *Ekonomiaz*, 11, pp. 81-94.

Melis, F. (1989): "Sobre la Hipótesis de Componentes y la Extracción de la Señal de Coyuntura sin Previa Desestacionalización", *Revista Española de Economía*, 2ona època, 6, pp. 133-166.

Melis, F. (1990): "La Estimación del Ritmo de Variación en Series Económicas", mimeo, INE.

Melis, F. (1991): "La Estimación del Ritmo de Variación en Series Económicas", *Estadística Española*, 33, 126, pp. 7-58.

Melis, F. (1992): "Agregación Temporal y Solapamiento o 'Aliasing'", *Estadística Española*, 130, pp. 309-346.

Mesnage, M. (1968): "Elimination des Variations Saisonnières: La Nouvelle Méthode de l'OSCE", *Études et Enquêtes Statistiques*, 1, pp. 7-78.

Mirron, J.A. (1994): "The Economics of Seasonal Cycles", a Sims, C. (ed.), *Advances in Econometrics, Six World Congress, Econometric Society Monographs*, vol. 1, Cambridge University Press, Cambridge.

Mirron, J.A. (1996): *The Economics of Seasonal Cycles*, MIT Press, Cambridge.

Nerlove, M. (1964): "Spectral Analysis of Seasonal Adjustment Procedures", *Econometrica*, 32, 3, pp. 241-285.

Nerlove, M., D.M. Grether i J.L. Carvalho (1979): *Analysis of Economic Time Series: A Synthesis*, Academic Press, Nova York.

Nullau, G., S. Heiler, P. Wash, B. Meisner, i D. Filip (1969): "The Berlin Method: A Contribution to Time Series Analysis", *Contributions to Structural Research*, 7, German Institute for Economic Research, Berlin.

Pierce, D.A. (1978): "Seasonal Adjustment when Both Deterministic and Stochastic Seasonality are Present", a Zellner, A. (ed.), *Seasonal Analysis of Economic Time Series*, pp. 242-269, Bureau of the Census, U.S. Department of Commerce, Washington.

Pons, E. (1996): "Anàlisi dels Diferents Mètodes d'Estimació de Components no Observables en Sèries Temporals Econòmiques", *Document de Treball 96R50*, Grup d'Anàlisi Quantitativa Regional, Departament d'Econometria, Estadística i Economia Espanyola, Universitat de Barcelona.

Rhoades, D. (1980): "Converting Timeliness into Reliability in Economic Time Series", *Canadian Statistical Review*, 39.

Sansó, A. (1996): *Anàlisi de l'Estacionalitat no Estacionària*, Tesi Doctoral, Universitat de Barcelona.

Shiskin, J., A.M. Young, i J.C. Musgrave (1967): "The X-11 Variant of the Census Method II Seasonal Adjustment Program", *Technical Paper*, 15, Bureau of the Census, U.S. Department of Commerce, Washington.

Shiskin, J. (1978) : "Seasonal Adjustment of Sensitive Indicators (amb discussió)", a Zellner, A. (ed.), *Seasonal Analysis of Economic Time Series*, pp. 97-103, Bureau of the Census, U.S. Department of Commerce, Washington.

Stephenson, J.A. i H.T. Farr (1972): "Seasonal Adjustment of Economic Data by Application of the General Linear Statistical Model", *Journal of the American Statistical Association*, 67, pp. 37-45.

Thomas, J.I. i K.F. Wallis (1971): "Seasonal Variation in Regression Analysis", *Journal of the Royal Statistical Association*, sèrie A, 134, pp. 52-57.

Wallis, K.F. (1974): "Seasonal Adjustment and Relations Between Variables", *Journal of the American Statistical Association*, 69, 345, pp. 18-31.

Wallis, K.F. (1978): "Seasonal Adjustment and Multiple Time Series Analysis (amb discussió)", a Zellner, A. (ed.), *Seasonal Analysis of Economic Time Series*, Bureau of the Census, U.S. Department of Commerce, Washington.

Wiener, N. (1949): *The Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Applications*, John Willey, Nova York.