

TESI DOCTORAL

Geometria i mecànica en els models de Gaudí

Una proposta de recuperació amb mitjans informàtics dels mètodes gràfics de càlcul d'estructures voltades que van utilitzar Gaudí i els seus col·laboradors fruit de l'anàlisi evolutiva i històrica a través de la geometria

Volum 1

Doctorand:

Jaume Serrallonga i Gasch,
prof. associat del Dept. d'Estructures a l'Arquitectura

Codirector de tesi:

Dr. Ramon Sastre i Sastre,
Dept. de Construccions Arquitectòniques

Director de tesi:

Dr. Josep Gómez Serrano,
Dept. d'Estructures a l'Arquitectura

Sant Cugat del Vallès, febrer de 2003

Índex Volum 1

Pàg.	
1	Presentació
3	Presentació
11	Agraïments
13	Dedicatòria
15	Part I: Geometria i mecànica abans de Gaudí Recorregut històric
17	1 Introducció
19	1.1 Geometria? Quina geometria?
21	1.2 Orígens de la geometria i de la història
25	1.3 Un petit homenatge recordatori als grans savis i geòmetres grecs
33	2 Paràboles i catenàries
35	2.1 El descobriment de les paràboles i les corbes còniques
45	2.2 De les corbes còniques a les principals superfícies quadràtiques
49	2.3 La geometria mètrica i descriptiva. Dels savis grecs a Monge
55	2.4 El descobriment de les catenàries. De Descartes als germans Bernoulli
59	2.5 Anàlisi de les diferències entre la paràbola i la catenària
63	3 Arcs, voltes, cúpules i estàtica gràfica
65	3.1 Perquè, quan i com de les formes arquejades
69	3.2 El paper dels tractats clàssics en la construcció dels arcs
85	3.3 Disseny d'arcs fins al s. XVIII
95	3.4 La recerca d'una nova teoria dels arcs
113	3.5 Càlcul d'arcs al s. XIX
113	3.5.1 Els pares de la resistència de materials i l'estàtica gràfica
121	3.5.2 Polígon funicular i línia de pressions
126	3.5.3 Desenvolupament de mètodes gràfics
132	3.5.4 El final de l'etapa gràfica i l'inici del càlcul analític del s. XX
135	3.6 El retorn del càlcul gràfic aplicat a les obres de fàbrica

Pàg.

139	Part II: Càlculs gràfics i funiculars en temps de Gaudí
141	4 La formació d'Antoni Gaudí
143	4.1 L'ensenyament primari i secundari
147	4.2 Estudis universitaris
163	4.3 Els professors de Gaudí i altres mestres o arquitectes de referència
163	4.3.1 Professors de Gaudí a la Universitat de Barcelona
172	4.3.2 Professors de Gaudí a l'Escola d'Arquitectura
180	4.3.3 Estudis d'arquitectes on va treballar Gaudí
183	4.4 Continguts de geometria dins del currículum docent
183	4.4.1 Geometria en l'ensenyament secundari
184	4.4.2 Geometria analítica a la Universitat de Barcelona
186	4.4.3 Geometria descriptiva a la Universitat de Barcelona
192	4.4.4 Geometria descriptiva a l'Escola d'Arquitectura
203	4.5 Continguts de mecànica de les formes voltades en la construcció
203	4.5.1 Mecànica racional a la Universitat de Barcelona
204	4.5.2 Mecànica i construcció de Joan Torras i Guardiola
214	4.5.3 Altres apunts i tractats de construcció
226	4.5.4 Altres fonts d'estàtica gràfica i càlcul funicular d'arcs i voltes
239	5 Els models funiculars de Gaudí
241	5.1 Funiculars en dues dimensions
241	5.1.1 Càlculs en el paper i càlculs en l'espai
244	5.1.2 El testimoni de Joan Bergós
249	5.1.3 Altres comentaris estructurals de Bergós respecte de l'obra de Gaudí
255	5.2 Models anteriors i altres qüestions preliminars
265	5.3 El model estereostàtic de la Colònia Güell
269	5.4 El projecte previ de l'església de la Colònia Güell
272	5.4.1 La reconstrucció virtual
280	5.4.2 Càlcul del model virtual mitjançant WinTess
297	5.5 Model de cables per a les naus de la Sagrada Família
303	5.6 Altres models penjants
307	6 Càlcul gràfic dels col·laboradors de Gaudí
313	6.1 Francesc Berenguer i Mestres (1866-1944)
323	6.2 Joan Rubió i Bellver (1871-1952)
323	6.2.1 La figura de Joan Rubió i Bellver
334	6.2.2 Conferència de Joan Rubió sobre la catedral de Mallorca
337	6.2.3 Reconstrucció del càlcul de Rubió
347	6.3 Domènec Sugranyes i Gras (1878-1938)
347	6.3.1 Sugranyes, el continuador de Gaudí
351	6.3.2 Coneixements de construcció i de càlcul gràfic de Sugranyes
352	6.3.3 Càlculs gràfics d'estabilitat de les naus del temple de la Sagrada Família
354	6.3.4 Anàlisi detallada de totes les xifres del càlcul de Sugranyes
375	6.4 Arcs parabòlics en els deixebles i seguidors de Gaudí

Pàg.	
381	Part III: Perspectives de futur 75 anys després de Gaudí
383	7 Proposta de recuperació dels mètodes gràfics d'A. Gaudí per mitjà de la informàtica
385	7.1 Del regle de càlcul a l'ordinador personal
387	7.2 Repertori de programari actual per dibuixar i calcular arcs
387	7.2.1 Programes per dibuixar
394	7.2.2 Programes per calcular
397	7.3 Proposta gràfica per reconèixer i identificar arcs
397	7.3.1 Plantejaments previs
401	7.3.2 Anàlisi d'arcs en obres de Gaudí
415	7.4 Un programa de mostra per dissenyar i calcular arcs de fàbrica
417	7.4.1 El disseny de l'arc
428	7.4.2 Amidament de superfícies i centres de gravetat
430	7.4.3 Càlcul de les reaccions en els suports
434	7.4.4 Verificació dels requisits estructurals: estabilitat, resistència i rigidesa
439	7.5 Càlcul de l'arcada de la font cascada del jardí de la casa Vicens
439	7.5.1 Resum històric del monument
440	7.5.2 Criteris de l'elecció
441	7.5.3 Un exemple per mostrar el programa
453	8 Resum d'aportacions, conclusions i noves vies d'investigació
455	8.1 Resum de les principals aportacions
455	8.1.1 Aportacions al coneixement de les còniques
457	8.1.2 Aportacions al coneixement de la història dels arcs
462	8.1.3 Aportacions al coneixement de la formació de Gaudí
465	8.1.4 Aportacions a la comprensió dels mètodes de Gaudí de càlcul gràfic i funicular
467	8.1.5 Aportacions al coneixement dels models penjants de Gaudí
468	8.1.6 Aportació d'un programa per identificar els arcs de Gaudí
468	8.1.7 Aportació d'un programa per a la recuperació dels mètodes gràfics de càlcul d'arcs
471	8.2 Conclusions
473	8.3 Proposta de noves vies d'investigació

475	9	Bibliografia
477	9.1	Bibliografia general
479	9.2	Tractats de geometria, de mecànica i altres textos sobre el càlcul d'arcs
487	9.3	Bibliografia dels professors de Gaudí
491	9.4	Apunts de classe, làmines d'exercicis i altres manuscrits
495	9.5	Anuaris de l'Associació d'Arquitectes de Catalunya
499	9.6	Tesis doctorals
499	9.6.1	Tesis doctorals consultades
500	9.6.2	Recerca de tesis doctorals sobre Gaudí a la base de dades TESEO
503	9.7	Bibliografia sobre Gaudí
503	9.7.1	Bibliografia bàsica consultada
506	9.7.2	Bibliografia complementària. Recull extensiu de publicacions sobre Gaudí
517	10	Índexs
519	10.1	Índex d'autors
531	10.2	Índex d'il·lustracions, d'animacions i d'arxius vinculats

Índex Volum 2 Annexos

1	Annex 1: Paràboles i catenàries
3	1.1 Deducció de l'equació de la catenària
5	1.2 Deducció de la longitud de la catenària
11	1.3 La catenària en taules
15	1.4 Deducció de l'equació de la paràbola
17	1.5 Paràbola i catenària, corbes úniques
19	1.6 Taules comparatives entre paràbola i catenària
21	Annex 2: Tractats de geometria i estereotomia
23	2.1 Tractat de A.F. Frezier, 1754
53	2.2 Tractat de G. Monge, 1803
57	2.3 Apunts i làmines de Josep Casademunt, ≈1850
69	2.4 Atles de Llorenç Presas, 1851
85	2.5 Tractats de T. Olivier, 1845 i 1852
95	2.6 Tractat de C.F.A. Leroy, 1855
125	2.7 Tractat de A.J. Adhemar, 1858
143	2.8 Exercicis de geometria descriptiva de Macari Planella, 1859-1860
149	2.9 Tractat de J. de la Gournerie, 1860
155	2.10 Exercicis de geometria de Leandre Albareda, 1865-1871
171	2.11 Exercicis de geometria descriptiva d'August Font, 1865-1866
181	2.12 Tractat d'Antoni Rovira i Rabassa, 1897
189	2.13 Làmines de Rafael Masó, 1900-1902
201	2.14 Tractat d'Antonio Elizalde, 1912
203	Annex 3: Tractats de mecànica i construcció
205	3.1 Programa de mecànica racional de Llorenç Presas, 1847
213	3.2 Arcs i voltes segons John Millington, 1848
233	3.3 Apunts de construcció de Macari Planella, 1860
239	3.4 Estàtica gràfica de Hermann Scheffler, 1864
269	3.5 Apunts de mecànica de Joaquim Bassegoda, 1873-1874
279	3.6 Apunts de construcció de Leandre Albareda, 1873-1874, 1874-1875
289	3.7 L'estàtica gràfica de Karl Culmann, 1880
293	3.8 Arcs i voltes segons Müller-Breslau, 1886
323	3.9 Arcs i voltes segons Josep Marvà, 1888
353	3.10 Apunts de construcció de Jaume Bayó, 1897-98
367	3.11 Apunts de resistència de materials, COAC, 1910
391	3.12 Apunts de construcció de Luis Moya (ETSAM), 1924-25
425	3.13 Arcs i voltes segons Domènec Sugranyes, ≈1925
463	Annex 4: Col·laboradors de Gaudí
465	4.1 Conferència de Rubió sobre la catedral de Mallorca
489	4.2 Conferència de Sugranyes sobre la Sagrada Família
503	4.3 Comprovacions dimensionals dels càlculs i cubicatges de Sugranyes
513	4.4 Mètodes d'estàtica gràfica

Presentació

Jo sóc geòmetra, que vol dir sintètic. Els del nord no comprenen la síntesi i han fet geometria analítica, que és la geometria del punt i tot ho resol amb punts. Són ultraalpins.

Els mediterranis són els únics que han entès la geometria, i per trobar-la hom ha de recórrer als grecs. Modernament el qui millor ha explicat la geometria ha estat Monge, mediterrani de Lió.

Ésser solament analític és ésser incomplet. La ciència és anàlisi i síntesi. L'anàlisi tota sola no és un error, però és una cosa incompleta.

La geometria, per a l'execució de superfícies, no complica sinó que simplifica la construcció; el més complicat és l'expressió algebraica de les coses geomètriques, que no podent-se expressar completament dóna lloc a malentesos; aquests desapareixen encarant-los amb els cossos en l'espai.

Jo tinc aquesta qualitat de veure l'espai perquè sóc fill, nét i renét de calderers. El calderer és l'home que d'una planxa plana ha de fer un volum. Abans de començar la feina ha d'haver vist l'espai.

Antoni Gaudí

BERGÓS, Joan. *Converses de Gaudí amb Bergós*. Pàg. 103, 123-124.
MARTINELL, Cèsar. *Gaudí i la Sagrada Família comentada per ell mateix*. Pàg. 134.

Presentació

Marc de treball

La present tesi pretén sumar més esforços a l'intens treball que, ja des de fa uns anys, s'està desenvolupant des del Departament d'Estructures a l'Arquitectura de la UPC en el coneixement de l'obra d'Antoni Gaudí. En aquesta línia val la pena destacar la importantíssima col·laboració duta a terme per Joan Margarit, Carles Buxadé i Josep Gómez Serrano a l'obra de la Sagrada Família, així com les diferents publicacions sorgides darrerament que posen de manifest el treball d'investigació històrica i bibliogràfica que es fa i que procuren oferir detalls sobre la vida i l'obra del genial arquitecte.

Sobre Gaudí s'han dut i s'estan duent a terme molts treballs d'investigació i tesis des de diversos punts de mira. Sobretot aquest darrer any del nostre treball, amb motiu de la celebració de l'Any Gaudí, hem vist com han sortit a la llum temes desenvolupats dins del nostre marc d'investigació. Sovint, però, els avenços en les investigacions sobre l'obra d'Antoni Gaudí són fruit de treballs independents des dels diferents camps d'anàlisi històrica, compositiva, geomètrica o estructural, per exemple. Josep Gómez Serrano, cap del nostre Departament d'Estructures a l'Arquitectura fins al juny de 2001, ha estat sempre al capdavant d'impulsar treballs amb una visió més globalitzadora del tema, i s'interessa no tan sols pels aspectes estrictament estructurals i mecànics, sinó també per totes les circumstàncies d'altres camps que influeixen i donen pistes per situar-se en una determinada època i per entendre el procés seguit per engendrar les obres. L'anàlisi simultània des de la geometria i des de la mecànica de l'obra de Gaudí és un exemple més d'aquest punt de vista. El meu perfil, professor de matemàtiques a l'ETSAB, professor d'estructures a l'ETSAV i professor de geometria descriptiva a l'ESARQ, es va considerar molt adient per dur a terme aquest tipus d'anàlisi.

D'altra banda, Ramon Sastre, del Departament de Construcció, autor dels programes Win-EVA i Win-Tess (i actualment director de l'ETSAV), és segurament el millor codirector que podia haver tingut aquesta tesi, que, en darrera instància, pretén oferir un programa d'exemple per a la recuperació dels mètodes de càlcul gràfic d'estructures voltades que s'utilitzaven en temps de Gaudí.

Origen del present estudi

Des de l'òptica del camp del disseny estructural, l'obra de Gaudí, juntament amb tot allò singular que se'n coneix i s'ha exposat, genera els següents interrogants:

Com s'ho feia Gaudí per dissenyar i calcular les estructures voltades de les seves obres? D'on va treure la formació o la informació per atrevir-se a introduir-se en aquests mètodes, en una pràctica singular i gairebé en solitari respecte de l'entorn general?

El mètode de Gaudí de calcular estructures mitjançant models penjants de cables i pesos és una excepció o singularitat de la qual no són aparents els referents o antecedents sobre els quals suposadament havia de sustentar-se. No tenim constància de l'ús d'aquest mètode per altres professionals de l'entorn local de Barcelona, ni en el temps ni en l'espai, fora de l'àmbit

de l'obra de Gaudí i dels seus col·laboradors i deixebles. Aquesta singularitat és la que provoca, en qualsevol admirador de Gaudí, aquests interrogants, i són, al mateix temps, els que han incentivat l'inici d'aquest estudi.

Objectius finals de l'estudi

A partir de les inquietuds o incerteses que plantegen els interrogants anteriors, els objectius que pretenem assolir amb aquest estudi bàsicament són tres:

- 1) Documentar l'origen i la formació de Gaudí per esbrinar el moment que se li obrí la porta a treballar amb aquest mètode.
- 2) Explicar el mètode utilitzat per Gaudí, ja sigui en paper (2D) o en models (3D), a través de la selecció d'uns exemples concrets.
- 3) Presentar la viabilitat de la recuperació dels mètodes gràfics gràcies als dibuixos informatitzats que possibiliten modificacions dinàmiques i interactives.

Punt de partida i limitacions

La present tesi té com a punt de partida altres tesis i experiències que donen sentit i validesa als mètodes gràfics basats en la localització de la línia de pressions per analitzar l'estabilitat d'arcs o voltes. En aquest sentit podem citar, en primer lloc, la tesi de Santiago Huerta, *Diseño estructural de arcos, bóvedas y cúpulas en España: 1500-1800* (ETSAM, Madrid, 1990), que analitza àmpliament tota la documentació trobada per extreure'n les regles geomètriques i dimensionals que utilitzaven els antics constructors d'arcs. Entre els diferents punts, dins les conclusions de Santiago Huerta, ens interessa posar l'accent en alguns sobre els quals es fonamenta de manera especial el nostre aval als mètodes gràfics. Literalment diu:

Valoración: enfoque elástico. Hasta el momento la actitud hacia estas reglas ha estado fundamentalmente condicionada por el marco teórico de referencia elegido: la teoría clásica de la elasticidad. La postura más extendida ha sido: como no están basadas (no podían estarlo) en el cálculo directo a partir de los principios de la teoría de la elasticidad, las reglas empíricas eran falsas e inútiles.

Nuevo marco de referencia: análisis a rotura. De hecho la teoría elástica no es gran ayuda a la hora de analizar las estructuras de fábrica. Un marco teórico más adecuado lo suministra el moderno análisis a rotura aplicado a las fábricas, tal y como ha sido desarrollado, fundamentalmente por Heyman, en los últimos 20 años. Sin embargo, el origen del análisis a rotura de las fábricas se remonta a los inicios del siglo XVIII, y fue utilizado con éxito hasta la segunda mitad del siglo XIX y comienzos del XX. La aparición de nuevos materiales, acero y hormigón armado, favoreció el desarrollo de la teoría de la elasticidad y el análisis a rotura quedó olvidado hasta los años 1940.

Estabilidad: la condición más restrictiva. La aplicación del análisis a rotura a las estructuras de fábrica confirma que la condición más restrictiva para el diseño no es la resistencia, sino la estabilidad. Para que una estructura sea estable sus elementos estructurales deben tener unas ciertas dimensiones que dependen, fundamentalmente, de la forma geométrica de la estructura. Esto conduce a la existencia de "proporciones" válidas para el diseño de arcos, bóvedas y contrafuertes, e, incluso, de edificios, independientemente del tamaño.

Entre els suports de Huerta en la seva valoració, que dóna prioritat al control geomètric, formal o proporcional com a factors determinants de l'estabilitat d'un arc enfront dels paràmetres o valors obtinguts amb anàlisis elàstiques, trobem la menció reiterada a Jacques Heyman. La teoria de Heyman sobre l'obra de fàbrica en general, o sobre els arcs de dovelles en particular, la considerem assumida i vàlida, i esdevé, per tant, el fonament teòric de la

garantia que justifica el nostre esforç dirigit a plantejar la recuperació dels mètodes gràfics que ofereixen visualitzar l'estabilitat d'un arc simultàniament amb el procés de disseny.

Els exemples escollits de l'obra de Gaudí reflecteixen càlculs d'estabilitat d'obres de fàbrica, per la qual cosa ens sembla indiscutiblement vàlid el fet d'assumir els principis de la teoria de ruptura de Heyman, que dóna preferència a l'anàlisi geomètrica i formal.

Aquest és el nostre punt de partida, i aquesta tesi no pretén, per tant, entrar en cap discussió sobre teoria d'estructures, en el sentit de posar en dubte els mètodes d'anàlisi i càlcul utilitzats avui i basats predominantment en el mètode dels elements finits.

De totes maneres, entre altres experiències que avalen el sentit de recuperar els mètodes gràfics de localització de la línia de pressions, podem citar els treballs duts a terme, en obres de restauració del patrimoni arquitectònic, per professionals de reconegut prestigi especialitzats en el tema, com ara Pere Roca (ETSECCP), Albert Casals (ETSAB), José Luis González (ETSAB), Enrique Rabasa (ETSAM), Francisco Jurado (ETSAM), etc.

Per què geometria i mecànica?

Existeix un cert paral·lelisme entre l'evolució de la geometria i el disseny de les estructures. La geometria serveix de base per a qualsevol exercici de projectació on cal dibuixar sobre el paper idees de cossos i volums construïts de tres dimensions. Al llarg de la història, en la mesura que s'avança en el coneixement de la representació de l'espai, des de la geometria euclidiana fins a la geometria descriptiva i la projectiva, es desenvolupa l'exercici de la projectació i amb les projeccions (i d'aquí ve el nom) es projecten estructures més afinades.

Tot i els indicis verificats d'existència de coneixements plenament geomètrics en les cultures assíria, babilònica o xinesa, ja des de 3.500 anys aC, s'accepta comunament el naixement de la geometria en la cultura egípcia, on s'utilitzaven aquests coneixements per poder dividir els terrenys de regadiu que inundava el riu Nil. El terme *geometria*, traduït literalment del grec, vol dir "mesura de la terra". Aquest punt de partida ens resulta favorable perquè permet relacionar els enginyers que van fer els egipcis per resoldre les necessitats tant de mesurar com de calcular, com, finalment, de representar. Un dels propòsits fonamentals de l'arquitectura és aconseguir un sostre, un espai cobert i protegit de les inclemències del temps. Les dimensions de l'espai interior aconseguir dependran molt directament dels materials utilitzats i de la forma donada o aconseguida. La satisfacció d'aquestes tres necessitats, mesurar, calcular i representar, fa possible iniciar l'exercici de projectar abans de construir, i per tant fa possible la millora i l'afinament del resultat.

Els egipcis utilitzaven com a materials de construcció la pedra i el totxo. Com que la pedra és un material no gaire apte per treballar a flexió, per cobrir sales grans necessitaven moltes columnes, llindes de gran cantell i grans lloses de pedra que formaven el sostre.

Durant el temps de la cultura grega es van construir molts temples i s'utilitzava la fusta, justament el material que no ha arribat als nostres dies, com a element a flexió per als sostres. Aquesta cultura està farcida de grans savis que van fer avenços molt importants pel que fa a la geometria i a l'estàtica de les construccions. Més relacionats amb aquest darrer aspecte, cal destacar Aristòtil i Arquimedes, que estableixen els mòduls i les proporcions dels diferents ordres de l'arquitectura l'un, i les lleis d'equilibri de forces en un sòlid l'altre. Però també

molts altres savis grecs van contribuir al coneixement de l'estàtica i la geometria; Tales, Pitàgores i Euclides en són alguns dels millors exemples.

Després de tota l'experiència romana, romànica i gòtica, Gaudí procura trobar la forma ideal dels arcs per cobrir els espais de l'arquitectura. Emparat per la força de l'aleshores naixent estàtica gràfica i de la resistència de materials, presenta la seva aportació com una millora respecte de l'arquitectura anterior.

En algunes ocasions s'ha presentat Gaudí dient que és l'inventor de la paràbola. El mèrit d'aquest descobriment, però, correspon als grans savis i geòmetres grecs que, valent-se quasi únicament de la seva capacitat imaginativa i sense els recursos i les eines que han facilitat tant el desenvolupament científic posterior, foren els veritables descobridors de les corbes còniques i de les superfícies quadràtiques engendrades a partir de les primeres. És per això que, en aquest estudi sobre els arcs parabòlics, catenaris i funiculars de Gaudí, dedico en la introducció un espai per homenatjar els qui eren presents en aquests orígens. La realitat, però, és que costa trobar antecedents pròxims a Gaudí o al seu entorn, en el temps i en l'espai, en la utilització de la paràbola en l'arquitectura, i que Gaudí, després d'esmerçar molt de temps en l'estudi de l'estabilitat dels arcs parabòlics, catenaris i funiculars, els utilitzà magistralment en les seves construccions. Després d'aquest estudi històric valorem que és de justícia atorgar el mèrit de ser el pioner en la utilització d'aquests arcs en el món de la construcció al mestre don Antoni.

Breu glossari del contingut

La present tesi s'estructura en tres grans blocs. La primera part tracta de la geometria i de la mecànica abans de Gaudí. En aquest bloc ens hem dedicat a l'estudi dels orígens de les corbes còniques, d'una banda, i de la catenària, d'una altra banda. En el cas de les corbes còniques hem pogut comprovar que l'origen dels termes *el·lipse*, *paràbola* i *hipèrbola* és anterior al descobriment de les corbes còniques, però tot i això, aquells primers problemes d'aplicació d'àrees que es van batejar amb aquests noms ja amagaven al seu interior la presència de les tres corbes còniques, i ben segur que va ser per això que aquestes van prendre els mateixos noms. Nosaltres podem mostrar aquest fet amb senzilles animacions, utilitzant la nomenclatura matemàtica moderna i el sistema cartesià de graficació; els savis grecs, però, no disposaven encara de cap d'aquestes eines.

El descobriment de la catenària fou, en canvi, molts anys més tard, i amb aquest descobriment notem com la geometria intuïtiva i visual dels grecs va anar deixat lloc progressivament a la geometria analítica, algebraica i cartesiana.

El capítol 3 tanca aquesta primera part amb un recull històric sobre el disseny i el càlcul d'arcs en arquitectura. S'inicia reprenent les investigacions d'Antonio Castro i Santiago Huerta sobre els manuscrits i els tractats clàssics de construcció. Les regles antigues per dissenyar arcs eren geomètriques, procuraven determinar les proporcions relatives entre les diferents parts. No quedava clar el tema dimensional quan es volia fer que depengués d'un estat de càrregues concret. L'arquitecte o dissenyador era el veritable responsable de la teoria o el mètode emprat i segons el seu criteri i la seva experiència dimensionava els elements per garantir-ne l'estabilitat. Poc a poc els assajos científics i els experiments amb models es van multiplicar per provar la validesa d'aquella manera fer. En l'evolució d'aquest estudi es detecta un afany creixent per avalar científicament els dissenys proposats. Aquest acostament

a la ciència, que primer és una certa tendència i després una autèntica necessitat, culmina finalment amb el naixement de la resistència de materials i de l'estàtica gràfica, la qual té una vàlua irrefutable fins que els càlculs analítics i computacionals la desbanquen.

La segona part està dedicada al temps de Gaudí. Aquesta part II, que esdevé el nucli central de la tesi, conté tres capítols dedicats respectivament a la formació de Gaudí en geometria i mecànica, a les experiències de Gaudí amb models penjats i als càlculs gràfics dels projectes de Gaudí on van intervenir els seus col·laboradors.

El capítol 4 és el que versa sobre la formació de Gaudí, sobretot pel que fa referència a la mecànica i a la geometria, i molt especialment a l'estàtica gràfica i al càlcul funicular. Seguint tot el seu expedient des dels primers estudis fins que acaba la carrera, veurem que no és visible de manera clara i precisa la presència d'aquesta manera de fer tan peculiar seva, sobre càlcul gràfic i funicular, que va tenir tan sols continuïtat en els deixebles de la seva pròpia escola. Francesc Berenguer, Joan Rubió, Domènec Sugranyes, Cèsar Martinell i Lluís Bonet en poden ser uns magnífics exemples. Gràcies a la recerca bibliogràfica i documental pels fons històrics hem pogut conèixer la identitat de tots els seus professors i, un per un, hem valorat el grau d'influència que, en les qüestions que tractem, van poder exercir sobre Gaudí.

El capítol 5 analitza els tres models de pesos i cordills en els quals Gaudí treballà segons diferents testimonis: el model de l'església de la Colònia Güell, el model del projecte previ d'aquesta mateixa església i un model de les naus del temple de la Sagrada Família. Pel que fa a aquests models hem de remarcar l'esforç fet per reproduir el model del projecte previ de l'església de la Colònia Güell. Aquest projecte previ el va detectar Jos Tomlow en l'anàlisi de les fotografies durant el treball de reconstrucció del model definitiu del mateix projecte, que va fer juntament amb altres especialistes holandesos i alemanys. La reconstrucció d'aquell model de pesos i cordills, que ara s'ubica definitivament al museu del temple de la Sagrada Família, esdevingué molt positiva no només perquè amb això s'aconseguí una major comprensió del mètode de treball de Gaudí sinó perquè, simultàniament, la reconstrucció va facilitar la visió volumètrica del projecte inacabat. De la mateixa manera, el nostre model, exposat a la mostra "Gaudí: La recerca de la forma", al Saló del Tinell de Barcelona, ha esdevingut un altre graó per comprendre el complex mètode del mestre a l'hora de generar les obres d'arquitectura. Amb aquest model hem pogut veure com Gaudí va partir d'una geometria bàsica molt més simple que la del projecte que va iniciar la construcció. Inicialment l'església de la Colònia Güell va començar amb una planta de doble simetria. Després, en fer-se més complex el projecte, la simetria s'anà perdent. En canvi, la verticalitat de l'espai interior, la utilització de les cúpules catenàries, la utilització d'un perímetre sòlid i opac, que simulava una fortalesa, i gruixut per albergar els pisos de les cantories, ja hi eren des de l'inici.

El capítol 6 versa sobre els càlculs gràfics dels col·laboradors tècnics de Gaudí especialitzats en els temes estructurals. En aquest sentit, per limitar l'extensió del camp d'estudi a una envergadura no desmesurada hem triat un projecte exemplificatiu de cada un dels tres col·laboradors que foren més a prop seu en les qüestions tècniques i estructurals: F. Berenguer, J. Rubió i D. Sugranyes. En l'estudi funicular de la catedral de Mallorca veiem l'enorme esforç invertit per J. Rubió per fer passar la línia de pressions per dins del terç central de la fàbrica. En el cas del càlcul de les voltes de les naus de la Sagrada Família que va fer Sugranyes descobrim el mètode que Gaudí utilitzà per determinar la inclinació i la ramificació dels pilars-arbres que sustenten el conjunt. La importància d'aquest càlcul no fina amb aquesta qüestió sinó que té un aspecte molt positiu des del punt de vista de la didàctica

per explicar el disseny del temple. L'anàlisi de Sugranyes desmembra el conjunt construït en una vintena de peces bàsiques, geomètricament ben definides (paraboloide, hiperboloide, pla...), i amb aquesta simplificació facilita la visió de l'esquelet geomètric bàsic del projecte, que en el resultat definitiu i construït, amb tots aquells elements secundaris, més ornamentals o de transició entre les diferents parts, queda realment amagat.

L'estudi minuciós dels mètodes de càlcul gràfic i funicular que utilitzaren Gaudí i els seus deixebles col·laboradors ens porta a singularitzar-los respecte dels mètodes gràfics que es transmetien amb una certa tradició dins del món de l'ensenyament de l'estàtica gràfica o de la resistència de materials.

Finalment, en la tercera part, observant el tema des d'una perspectiva actual i aprofitant les possibilitats que ofereix avui la informàtica, presentem un petit programa d'exemple per exposar la viabilitat de la recuperació dels mètodes de càlcul gràfic dels arcs que va utilitzar Gaudí i que es fonamentaven en la localització gràfica de la línia de pressions respecte del nucli central de l'arc.

En temps de Gaudí, un càlcul gràfic i funicular requeria molt d'esforç. En primer lloc, calia mesurar les superfícies i localitzar els centres de gravetat d'una infinitat de porcions en què quedava seccionat l'arc. Després, calia establir amb certa arbitrariedad uns punts de pas de la línia de pressions, o ròtules, per avaluar l'empenta horitzontal igualant en aquells punts el sumatori de moments a zero. Naturalment, totes aquestes operacions prèvies (sumes, productes, divisions, arrels...) s'havien de fer manualment, no hi havia calculadores. Després, calia compondre gràficament totes les forces. Aleshores, finalment, si el dibuix de la línia no satisfecia les condicions d'estabilitat, calia tornar a començar amb unes altres hipòtesis de partida. Cada prova implicava refer els càlculs manuals i fer un dibuix nou. Amb raó aquest mètode es va deixar d'utilitzar!

Ara tota aquesta part més feixuga la pot fer l'ordinador. L'arquitecte o dissenyador pot donar forma a l'arc i al mateix temps pot conèixer la garantia d'estabilitat de la forma que proposa; el dibuix nou el té fet amb un simple moviment del ratolí.

Considerem que això és només un petit exemple que obre les portes a moltes futures i possibles investigacions en el camp de la recuperació dels mètodes gràfics, no sols dels que fan referència al càlcul d'arcs, sinó als de tota mena d'estructures.

Amb això volem obrir una reflexió sobre la incidència que pot tenir en la professió de l'arquitecte un nou ressorgiment dels mètodes gràfics i la seva incorporació en el procés de disseny.

Cal tenir en compte que des dels orígens de la història fins als nostres pares, els mètodes de càlcul que s'utilitzaven eren mètodes gràfics. Era molt més fàcil fer un bon dibuix que un munt de sumes, multiplicacions, arrels... D'aquí ve l'interès del tema de l'estàtica gràfica, és a dir, de calcular les forces que estableixen un sòlid gràficament. Aquests mètodes es desenvoluparen amb força i intensitat fins que el càlcul analític i numèric que facilitava una computadora el substituï.

El temps de les calculadores i dels ordinadors s'inicià a mitjan segle XX, cap als anys seixanta, amb màquines cares, grosses, lentes i de poca capacitat, però els vertiginosos progressos de la informàtica han fet possible de manera més o menys assequible a la població en general i al

tècnic en particular la possessió d'un ordinador personal. Cap als anys 80 l'ordinador ja havia esdevingut una eina domèstica.

Després d'una etapa totalment analítica i de càlcul numèric, es constata un allunyament del professional dels extensos llistats de resultats numèrics que facilitaven els primers programes i, en canvi, es percep un clar retorn cap a tot allò visual.

Ara que ja han quedat enrere aquells ordinadors que bàsicament només calculaven, ara que ja dibuixen amb molta més facilitat, ara que se superen progressivament tots els límits de capacitat i de memòria, podem concloure que sí que és possible i viable replantejar aquells mètodes gràfics, els quals, animats i interactius, poden permetre al professional intervenir des del mateix moment del disseny en tot el procés de càlcul. Aquesta mena d'eines farien possible que el càlcul no fos un procés posterior, limitat a recollir uns gràfics de resultats, sinó que fos simultani al mateix disseny, tal com feia Antoni Gaudí, que dissenyava i calculava al mateix temps.

Agraïments

Quan penso a escriure unes ratlles d'agraïments a totes les persones que m'han ajudat d'alguna manera o altra en aquesta feixuga feina de fer una tesi doctoral, em fa por que pugui quedar algú sense citar per culpa de la llargada de la llista que caldria fer. És per això que abans de començar-la vull demanar sinceres disculpes a tots aquells que es puguin trobar en aquesta situació i vull agrair-los de tot cor l'ajuda prestada.

En primer lloc he d'agrair a Josep Gómez Serrano l'empenta que em va transmetre perquè m'iniciés en aquest estudi i també el fet que em va introduir dins d'aquest món o d'aquest grup de persones que, al seu entorn i al voltant de la Sagrada Família, desenvolupen des de fa temps diversos treballs d'investigació sobre Antoni Gaudí.

He d'agrair enormement la immensa dedicació oferta per Ramon Sastre, sobretot en tot allò que fa referència a la programació en Visual Basic; però no només això, sinó que vull dir que la il·lusió transmesa des de la seva incorporació com a co-director ha estat fonamental per mantenir l'esperança que la present tesi arribaria a terme amb un marge de temps raonable.

Vull donar les gràcies també a tots aquells professors dels diferents cursos de doctorat que d'una manera o altra han intervingut o influït en aquest treball o, si més no, m'han donat la formació prèvia que jo necessitava. Estic pensant en Javier López Rei, Francesc López Almansa, Lluís Moya Ferrer, Matilde González... del Departament d'Estructures; en Jaume García Roig, Maria Congost, Piedad Guijarro... de Matemàtiques, i en Joaquín Regot i Andrés de Mesa, de Geometria Descriptiva. A Regot i Mesa els he d'agrair de manera especial la seva col·laboració en el disseny amb Rinoceros i la disponibilitat i obertura permanents.

De manera molt especial vull agrair l'atenció incondicional prestada per Jordi Casabó, de la secció de Matemàtiques, així com la d'Amadeu Monreal, Pere Cruells i Joan Jacas (actual cap del Departament d'Estructures a l'Arquitectura) sempre que es presentava qualsevol dubte o necessitat.

Agraeixo molt especialment a Claudi Alsina la revisió i els suggeriments fets en la part de geometria i l'atenció i els ànims insuflats.

Igualment he d'agrair a Joan Font, del Cairat-Laia de l'ETSAV, l'orientació i la immersió en Microstation com a alternativa a Autocad, i a tots els seus col·laboradors el fet de deixar-me sempre la porta oberta a tota mena de consultes sobre animacions i de facilitar-me la informació gràfica que en diferents ocasions he necessitat. Vull agrair de manera molt especial a Genís Àvila les moltes hores de col·laboració en les diferents animacions, part especialment significativa del nostre treball.

Del Departament de Construcció, vull agrair a Albert Casals els suggeriments i les recomanacions que m'ha fet i les facilitats que m'ha donat per accedir a una còpia de la tesi doctoral de Santiago Huerta i a altres textos de molt d'interès i molta relació amb l'estudi que dúiem a terme, així com el fet de facilitar-me el contacte amb Francisco Jurado, de l'ETSAM.

De l'Escola de Camins, vull agrair a Pere Roca l'atenció, els suggeriments i l'oferta perquè fes servir el seu programa d'elements finits especial per a obres de fàbrica (que discrimina en cada iteració els elements traccionats).

Pel treball documental he d'agrair a David Ferrer, de l'Arxiu Històric del COAC, les facilitats ofertes per consultar diversos documents, sobretot de resultes del treball de classificació de l'Arxiu Rubió. De la mateixa manera agraeixo l'atenció i la multitud de dades facilitades per Joan Bassegoda, de la Càtedra Gaudí, enciclopèdia vivent sobre Gaudí, així com pels seus col·laboradors i col·laboradores; i també penso en totes aquelles persones de les quals ni tan sols sé el nom: més especialment les bibliotecàries de l'ETSAB, les del Fons Antic de l'ETSEIB i les de la Reial Acadèmia de les Ciències (RACAB).

Vull agrair a Jordi Faulí, de la Sagrada Família, l'atenció i la bona predisposició, l'interès, el material facilitat i l'accés al museu sempre que l'he requerit. L'accés a l'exposició de l'Espai Gaudí, de la Pedrera, l'agraeixo a Sílvia Vilaroya, així com les fotografies del model penjat.

Vull agrair el fet d'haver compartit amb Gemma Vidal, en la seva tasca de coordinació de l'exposició del Saló del Tinell, els dubtes, els criteris, les presses i els neguits finals en la materialització del model de cadenes del projecte previ de la Colònia Güell, així com la seva execució als pacients treballadors de l'empresa Pendulum, que van refer-lo diverses vegades, segons les nostres indicacions.

Pel suport en les traduccions dels textos estrangers he d'agrair la col·laboració d'Imma Espunyes, de la meva mare i d'altres familiars, i també d'Ignasi Arbeloa. Als meus germans Oriol i Toni els agraeixo l'ajuda en qüestions d'informàtica i en les integrals difícils respectivament, i a tots dos el suport constant.

Finalment vull agrair a la meva estimadíssima dona, Mariona Boixader, correctora lingüística, no sols les hores de dedicació per revisar el text, sinó els milers d'hores cedides per deslliurar-me de responsabilitats familiars i permetre'm acabar aquest fatídic treball. També he d'agrair a la meva mare, Conxa, a l'avi Xavier, a la tia Agnès i a la resta de la família que hagin fet de cangurs freqüents dels meus fills: Martí, Pau, Miquel i Caterina.

Dedicatòria

Per al meu pare, Lluís Maria, doctor enginyer industrial, que morí sobtadament quan jo cursava 3r i 4t curs d'Arquitectura.

Per a la meva dona, Mariona, a la qual dec qualsevol sentit que puguin tenir tots els esforços d'aquesta vida.

Per als meus fills, Martí, Pau, Miquel i Caterina, que han resistit durant massa temps un mal pare atabalat, enfeinat i que no els dedicava tot el temps que haurien volgut.

Molt especialment, per a la Caterina, engendrada i nascuda en temps de tesi, i que fins i tot podríem dir que gairebé portarà la tesi al damunt per sempre més... catenària? Caterina?

Part I:

Geometria i mecànica abans de Gaudí

Recorregut històric

1 Introducció

La primera geometria és la de les piràmides egípcies; la seva secció és el triangle rectangle de mides 3-4-5 que dóna, sobre la planura del Nil, les verticals. És abstracta perquè només dóna una línia; és esclava dels tres nombres, 3, 4 i 5.

La segona fita és Pitàgores, en què, donat a b , no són ja dos catets, sinó tots els catets els que verifiquen la llei; són tots els nombres que passen pels catets. El lloc geomètric és el cercle. És sintètic, és geomètra.

La tercera fita és Newton amb el seu binomi, que dóna no sols el cercle i l'el·lipse, sinó la hipèrbola i la paràbola. És analític, abstracte.

La quarta fita és l'estudi d'aquestes corbes no com a seccions còniques sinó per a l'estudi de les superfícies enguerrades (probablement Monge).

Això, plàsticament, ha fet avançar més encara la necessitat del seu coneixement, que és bàsica en el temple de la Sagrada Família.

Antoni Gaudí

BERGÓS, Joan. *Converses de Gaudí amb Bergós*. Pàg. 122.

1 Introducció

1.1 Geometria? Quina geometria?

Geometria afí, geometria algebraica, geometria analítica, geometria biracional, geometria combinatòria, geometria de l'espai o geometria sòlida, geometria de Lovacevskij o geometria hiperbòlica, geometria de Riemann, geometria descriptiva, geometria diferencial, geometria espinorial, geometria estocàstica, geometria euclidiana, geometria infinitesimal, geometria integral, geometria moderna, geometria no euclidiana, geometria plana, geometria projectiva...

Geometria és un terme que ha nascut simultàniament amb la mateixa història, i per tant té tanta història com la història escrita. Amb tot aquest temps s'ha pogut desenvolupar i especialitzar en molts diversos vessants. Els noms d'aquests diversos apartats en què hom pot diversificar la geometria, al llarg de la seva evolució històrica, fan referència a la natura dels objectes d'estudi i als diferents mètodes emprats.

És per això que, a l'hora de parlar de geometria, cal precisar més.

En arquitectura ens interessarà parlar de figures tangibles en el pla i de formes construïbles en l'espai tridimensional; en canvi els darrers desenvolupaments de geometria no ens aportaran res pràctic per al treball quotidià de la professió. Aquestes línies, iniciades a final del s. XIX i principi del s. XX, consideraven espais abstractes de més de tres dimensions. Tampoc ens aportaran res pràctic aquelles altres geometries que qüestionen els principis més bàsics i intuïtius (com per exemple el paral·lelisme entre rectes o el fet que per dos punts tan sols hi passa una recta) i que es fonamenten fora dels postulats euclidians. És per això que de totes les geometries possibles destriarem les que desenvolupen l'estudi de la forma i l'estudi de la representació de l'espai tridimensional en el pla. Així, doncs, ens interessaran principalment la geometria descriptiva i la projectiva que, al seu torn, es fonamenten en la geometria plana i euclidiana.

1.2 Orígens de la geometria i de la història

Estudiar geometria implica estudiar història. El naixement de la història i de la geometria són fets relacionats entre si. Des de la invenció de l'escriptura a Mesopotàmia, uns 3.500 anys aC, que originà el final de la prehistòria i l'inici de la història, la geometria ja hi era present. Una hipòtesi versemblant vincula aquest origen de l'escriptura amb pràctiques aritmètiques,¹ ja que moltes d'aquestes primeres escriptures són taules de comptes diversos.

També pressentim geometria en el sistema sumeri² de numeració en base 60, datat de l'any 3000 aC i que ha arribat fins a nosaltres. Encara avui mesurem el temps i els angles amb aquesta base. Tots dos exemples ens parlen de la necessitat d'escriure, de comptar, allò que és perceptible clarament amb els nostres sentits. És a dir, es tracta de facilitar la divisió d'un tot en un elevat nombre natural de parts ($60 = 1 \cdot 60 = 2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 4 \cdot 15 = 5 \cdot 12 = 6 \cdot 10$). La intuïció visual d'aquest repartiment és una determinada imatge geomètrica d'aquest tot, que ben segur que fou simultània al còmput i a l'escriptura.

Els primers estudis de geometria, els *Papyrus Ahmes*, que daten de l'any 1550 aC, són de caràcter intuïtiu, i consisteixen en la compilació de fets relatius a mesures, sense cap procés deductiu. S'hi tracten problemes de triangles i rectangles, i també hi apareix el valor 3,1605 com a valor experimental del nombre π . A la Xina també es coneixien propietats i relacions entre els costats de certs triangles, documentades i datades de l'any 1100 aC.

Homer³ i Hesíode⁴ fan unes síntesis de la mitologia grega transmesa oralment fins aleshores. En aquests fabulosos relats que donen explicació a l'origen dels déus, del món i de totes les coses, els autors utilitzen moltes paraules que després esdevindran termes bàsics del vocabulari elemental de geometria. Per exemple, en grec, el punt, l'element essencial de la geometria, s'anomenava *sêmeion*, és a dir "llavor" o també "àtom de sentit", i la paraula grega *gônia* expressava "racó" o "angle entre dos murs".

En la llengua homèrica *istor* significava "el testimoni ocular", "el jutge"; i en el grec posterior *istoria* significava coneixement empíric, portat directament de la percepció.

¹ REY PASTOR, Julio; BABINI, José. *Historia de la matemática*. Ed. Gedisa, Barcelona, 2000.

² Sumer. Antic país de l'Orient Mitjà, al sud de Mesopotàmia. Va tenir un gran paper cultural que influí decisivament sobre la vida artística, científica, religiosa i escriptural de Babilònia i Assíria. L'escriptura sumèria, estrictament ideogràfica a l'origen, evolucionà més tard cap al fonetisme, bé que continuà fent un gran ús dels ideogrames (signes-mots que poden expressar una idea o més, noms o verbs). A més dels ideogrames utilitzaven signes sil·làbics, signes uniliterals, determinants i complements fonètics.

³ Homer (Quios, s. VIII aC). Escriptor grec. Suposat autor de la *Iliada* i de l'*Odissea* i encara d'una sèrie d'obres, de vegades conegudes per "Homer menor".

⁴ Hesíode (Beòcia, s. VIII aC). Poeta al qual els antics grecs atribuïen una sèrie d'obres "didàctiques", algunes de les quals s'han conservat. Pel que fa als poemes, atès que semblen pressuposar un coneixement dels homèrics, hom els sol datar del s. VIII aC. La *Teogonia* explica l'origen del món i dels déus, dos temes que vénen a ser el mateix en la línia de pensament mític que caracteritza Hesíode: el món és fruit de l'ordenació de Zeus, el sobirà del cel que ha hagut de vèncer els titans. Així el poema és entès com el desenvolupament d'un mite de sobirania: la de Zeus sobre els altres déus. L'obra *Treballs i dies* conté una valoració positiva del treball humà i una crítica no de la institució reial, però sí dels reis dolents, que representen l'aspecte negatiu del poder. Malgrat el seu pregon pessimisme hi ha en Hesíode un afany reformista, però els models del món millor que desitja són descrits com si formessin part d'un passat irrecuperable, mític, del qual deriven totes les utopies posteriors, fins a la platònica.

Heròdot⁵ és qui utilitza el terme *istories apodeixis* per anomenar el resultat de la seva investigació sobre la guerra del Peloponès, investigació que fundà la disciplina de la història. També és Heròdot qui situa l'origen de la geometria en el temps dels egipcis, que necessitaven mesurar les terres de conreu de la vora del Nil freqüentment inundades. Aquesta feina la feia l'agrimensor, que, fonamentant-se en una projecció i un seguit de relacions entre mesures i distàncies, utilitzava instruments que li permetien amidar des de lluny. A partir d'aquí es va iniciar un procés de distanciament entre l'objecte a mesurar i el qui mesurava. L'arquitecte va començar a mesurar les altes piràmides; després el geògraf i el navegant mesuraren distàncies entre illes llunyanes, i finalment amb l'astronomia els grecs es plantejaren resoldre problemes de calendari i de posició de les estrelles fins que crearen autèntics models geomètrics del moviment dels astres visibles.

El gnòmon era un instrument rudimentari, una simple estaca clavada a terra, que va tenir un paper molt important en aquest progrés. Aquesta eina bàsica i fonamental que servia als grecs per determinar l'altura i l'orientació del sol en cada moment, és a dir, per determinar l'hora del dia, també ens parla de l'estreta relació entre l'espai i el temps, és a dir, entre la geometria i la història.

Heròdot ens explica que els grecs van prendre el gnòmon dels babilonis. Les taules babilòniques ja contenien relacions geomètriques d'alguns casos particulars d'aplicació del posterior teorema de Pitàgores.

Aquesta estreta relació entre geometria i història es confirma quan ens assabentem, a través de Jàmblic⁶, que el mateix Pitàgores anomenava *historia* a la geometria. Segons la *Vita pitagòrica*, de Jàmblic, el manual dels membres de la confraria pitagòrica s'anomenava *Historia*. Aquests pitagòrics, gràcies al manual *Historia*, es guanyaven un sou ensenyant geometria.

Arpad Szabo⁷ subratlla que en aquell temps a la geometria se l'anomenava *istoria* en comptes de *mathemata*, ja que era empírica i intuïtiva. La paraula *mathemata* significava “que es pot aprendre” i sembla que s'utilitzà per distingir els deixebles avançats de l'escola pitagòrica, els “matemàtics”, que podien parlar i expressar el que pensaven, en oposició als “acusmàtics”, que només podien escoltar i havien de callar.

La geometria grega es desenvolupa en quatre camps principals: l'arquitectura, la geografia, l'astronomia i la música. En certa manera, veiem que hi ha una gradació d'aquestes experiències des de la més tàctil a la més abstracta. Al distanciament d'allò tàctil prossegueix un distanciament d'allò visible i finalment queda només l'audible. Aquesta tendència contínua

⁵ Heròdot (Halicarnàs 480 aC – Atenes 420 aC). Historiador grec. Es proposà de rectificar les obres dels logògrafs, sobretot les d'Hecateu, massa tolerants amb l'admissió d'elements fabulosos o novel·lescs. D'acord amb els conceptes jònics de l'enquesta i de la contemplació personal, visità tot el món conegut a la seva època i amb les experiències adquirides redactà les *Històries*, nou llibres escrits en dialecte jònic que començaren essent uns tractats de geografia, història i costums dels diferents països i continuaren amb l'estudi de les guerres mèdiques i llurs protagonistes. En aquest punt, aportà a la història el concepte de *tragèdia*, la relació entre culpa i càstig, entre supèrbia i humiliació. Com Èsquil en la seva tragèdia, Heròdot va sostenir que el fracàs dels perses fou la resposta dels olímpics al fet d'haver solcat terres i mars que no els pertanyien. Amb la seva prosa amena, fou el primer cronista d'occident i el veritable pare de la història.

⁶ Jàmblic (250–300 dC). Filòsof neoplatònic grec que fundà la seva escola a Apamea, a Síria. Els seus estudis sobre Pitàgores, Plató i les doctrines dels txadians i dels egipcis el portaren a fer del neoplatonisme una filosofia religiosa.

⁷ Extret del llibre traduït al francès *L'aube des mathématiques grecques*, Ed. Vrin, 2000.

de la geometria cap a l'abstracció ve contrarestada amb una altra tendència contínua cap a la reformulació de nous continguts perceptibles basats en exemples pràctics.

Des del temps dels grecs han passat dos mil·lenis durant els quals la geometria ha sigut la referència del saber organitzat i del progrés de la ciència. Al segle XIX aquesta disciplina va anar deixant lloc progressivament a l'àlgebra fins que es va arribar als intents d'axiomatització i a les teories de conjunts del s. XX. Però des de mitjan segle XX fins ara es nota un fort retorn cap a allò perceptible, cap al que és visual. Els arquitectes necessitem la geometria, i necessitem experimentar-la amb el tacte i amb els ulls, més que no pas amb axiomes o teoremes.

1.3 Un petit homenatge recordatori als grans savis i geòmetres grecs

Les línies que escric a continuació pretenc que siguin un mostra de reconeixement a la saviesa d'aquells que, amb tan pocs mitjans en comparació amb les potentíssimes eines informàtiques de què disposem ara, van fer avançar el pensament i la ciència en general i la geometria en particular com mai després ho ha tornat a fer ningú. Aquest període grec el podem dividir en dos. La figura d'Euclides marca la divisió, ja que és ell qui recollí tot el coneixement previ, sistematitzà l'estudi de la geometria i el començà a tractar generalitzant-lo i fent abstracció a partir dels seus axiomes i postulats fonamentals.

Es considera que el període preeuclidià s'inicia amb l'activitat dels filòsofs presocràtics, és a dir, Tales, Anaximandre, Pitàgores i Zenó, des del segle VI aC, i que continua després fins a Sòcrates, Plató i Aristòtil, que van preparar els fonaments sobre els quals Euclides construí la seva obra *Els elements*, l'exponent màxim de la geometria grega. Són uns 300 anys d'esforç dels quals ens ha arribat molt poca documentació.

Tales⁸ és considerat tradicionalment el primer que es va dedicar a l'estudi dels fenòmens naturals (el cel i la terra, les causes dels terratrèmols i de les crescudes del Nil, etc.). Fou el primer a rebutjar les explicacions mítiques que feien dependre l'origen del món de forces personals. Aportà la consciència que darrere els fenòmens canviants hi ha la presència d'un principi comú i essencialment invariable. Atribuí un origen natural a tot, i establí, en afirmar que l'aigua era el principi de totes les coses, una causa natural i única en la formació de l'univers. Tales i els seus successors van considerar que l'aigua era animada (hilozoisme), i aquest sembla ser el sentit de l'afirmació de Tales que "tot és ple de déus". Endinsat en geometria, va ser el primer a utilitzar demostracions. Plantejà problemes en forma abstracta i se li atribueixen resultats com per exemple que un triangle isòsceles té dos angles iguals, que un angle inscrit en un semicercle és recte, etc. No ens ha arribat cap llibre seu, excepte una *Guia de les estrelles per a la navegació*, i per això no tenim provada l'autoria de la demostració del seu teorema de Tales,⁹ tot i que és significatiu que sempre se li hagi atribuït aquest teorema. Aquesta demostració no està documentada fins a Euclides, en el seu llibre VI. Les relacions de proporcions entre triangles semblants ja eren conegudes abans de Tales, tant pels babilonis com pels egipcis; així, ben segur que va tenir predecessors. Però Teofrast ens diu que Tales els va sobrepasar tant que la resta ja els hem oblidat tots. Heròdot ens diu que va ser Tales qui introduí a Grècia els mètodes de mesura de les piràmides que va trobar a Egipte, i tradicionalment se li atribueix la previsió de l'eclipsi solar del 28 de maig de l'any 585 aC, suposadament amb la utilització del gnòmon, la qual cosa, si fos certa, seria una prova evident a favor de la seva saviesa i intuïció.

⁸ Tales de Milet (Milet, 630 aC – 546 aC). Pensador grec, el primer representant de l'escola naturalista de Milet. Pertanyent a una família distingida, va seguir-ne la tradició i es dedicà al comerç. Els seus contactes, en els freqüents viatges a Egipte, Creta i Àsia Menor, van influir versemblantment en l'orientació del seu pensament. S'orientà primerament cap a l'estudi de la natura i, després, cap a la geometria. Tradicionalment està inclòs entre els set savis grecs.

⁹ Teorema de Tales: un feix de rectes concurrents en un punt, en ser seccionades per un altre feix de rectes paral·leles, produeixen, en les primeres, parts iguals o proporcionals.

Anaximandre¹⁰ va ser amic de Tales i, com ell, participava en la vida pública de la ciutat de Milet i viatjava molt. És autor d'un mapa de tot el món conegut aleshores, la qual cosa és una prova molt important del seu coneixement del món i de la geometria necessària per representar-lo. Hom li atribueix la construcció d'una esfera celest, el descobriment de la inclinació eclíptica i la introducció, des de Babilònia a Grècia, d'un gnòmon amb el qual va estudiar el recorregut del Sol en l'eclíptica i va fixar els solsticis i els equinoccis. Considerà que la Terra era de forma cilíndrica, com el fust d'una columna amb una alçada igual a un terç del diàmetre, i que flotava sense suport al centre de l'univers. És important destacar aquesta intuïció precoç que la Terra no és plana. Imaginà la Terra encerclada per anells de foc envoltats d'aire i els astres com a fragments d'aquest foc vists a través d'orificis en la capa d'aire. Posà com a principi de tot no pas un dels elements sinó quelcom d'indeterminat o il·limitat *apéiron*, del qual sorgeixen els elements per separació dels “contraris” (fred, calent, sec, humit). La descripció d'aquest *apéiron* sense límits, sense definició, sense geometria s'ha conservat gràcies a la retranscripció de Teofrast d'un famós fragment d'un suposat llibre desaparegut.

Anaxímenes,¹¹ deixeble d'Anaximandre, és l'últim representant de l'escola naturalista de Milet. Com els altres pensadors de l'escola cercà un principi originari de totes les coses que n'expliqués la unitat, i el va deduir d'observacions empíriques. Segons Aristòtil, va afirmar que aquest principi era l'aire.

Un altre deixeble de Tales i Anaximandre va ser Pitàgores.¹² Es tracta d'un personatge llegendari entorn del qual giravolta una aurèola de miracles i misticismes, i és per això que en alguna ocasió se l'ha associat amb Jesucrist. Pel que fa al tema objecte d'estudi, és important destacar que va trobar clares relacions entre la música i la geometria i l'arquitectura.

Els pitagòrics descobriren que els principals intervals musicals poden expressar-se mitjançant relacions numèriques entre els quatre primers nombres enters: una octava = $1/2$ (tònica), una quinta = $2/3$ (dominant), una quarta = $3/4$ (subdominant). Estudiosos de la longitud de les cordes de la lira, coneixien les proporcions entre els diferents harmònics musicals, i d'aquí va

¹⁰ Anaximandre (Milet 611 aC – 547 aC). Pensador grec, de l'escola naturalista de Milet. Fou el primer grec que va escriure un tractat sobre la natura. Afirmà l'origen natural de la vida i la formulació de les espècies animals — entre les quals, l'home— mitjançant l'evolució. Explicà tots els fenòmens —astronòmics, meteorològics i vitals— per una acció recíproca dels elements.

¹¹ Anaxímenes (585 aC – 524 aC). Pensador grec. Del moviment infinit i incessant de l'aire havien de néixer totes les coses, humanes o divines, pel doble procés de condensació o rarefacció. La progressiva condensació havia de produir els núvols, l'aigua i la terra, i la rarefacció, el foc.

¹² Pitàgores (Samos 580 aC – Metapont, Magna Grècia 497 aC). Filòsof i matemàtic grec, inventor de la paraula *matemàtica* i fundador de l'escola o secta políticoreligiosa que porta el seu nom. La seva llegenda explica que va fer una sèrie de viatges iniciàtics. Començà per aprendre els misteris de Tir i Biblos, dels fenicis. Després va fer el primer miracle al mont Carmel del profeta Elies. Seguidament anà a Egipte, trobà el faraó Amais i s'inicià en els misteris de Diospolis i d'Osiris. Va ser presoner de Cambises de Pèrsia en la conquesta d'Egipte, el 525 aC, i el van portar a Caldea, on els mags li ensenyaren la doctrina dels nombres i la música. També trobà allí Zoroastre, que el purificà abans d'anar a l'Índia, on trobà Buda. En tornar a Samos es posà a ensenyar, amb poc èxit, i segons Timeu deixà la ciutat el 512 aC, amb destinació a la Magna Grècia a Itàlia. Arribà a Cretona, una de les ciutats més riques d'aquells temps, on va tenir molt èxit i gràcies a alguns miracles va reformar la moral dels ciutadans. Aleshores fundà la seva comunitat religiosa, que seguia una vida austera i aristocràtica. Arribà a tenir més de 600 deixebles que compartien els seus béns i seguien l'ensenyament esotèric del mestre per via oral. L'existència d'aquesta comunitat és segura, i se sap que va tenir una gran influència sobre Sicília i fins i tot a Roma. El 510 aC, però, s'aixecà una revolta popular contra els aristòcrates que va acabar en una massacre. Quan es va restablir la democràcia, els pitagòrics hagueren de fugir. Pitàgores va desaparèixer sense deixar rastre o potser es va suïcidar.

sorgir el nom de progressió harmònica. Aquesta constatació es vincula amb la creença d'una harmonia musical del cosmos i amb la veneració pitagòrica del número 10 (suma dels quatre primers nombres enters: $10 = 1 + 2 + 3 + 4$). Sobre l'harmonia de les esferes, deien que la música celest està originada pel moviment dels astres, però que l'home no la percep perquè la sent des de la seva naixença. Potenciaren la numeració en base 10 i establiren una taula de 10 principis oposats: limitat-il·limitat, senar-parell, u-múltiple, dret-esquerre, masculí-femení, quiet-movent, llum-fosc, bo-dolent, quadrat-oblong.

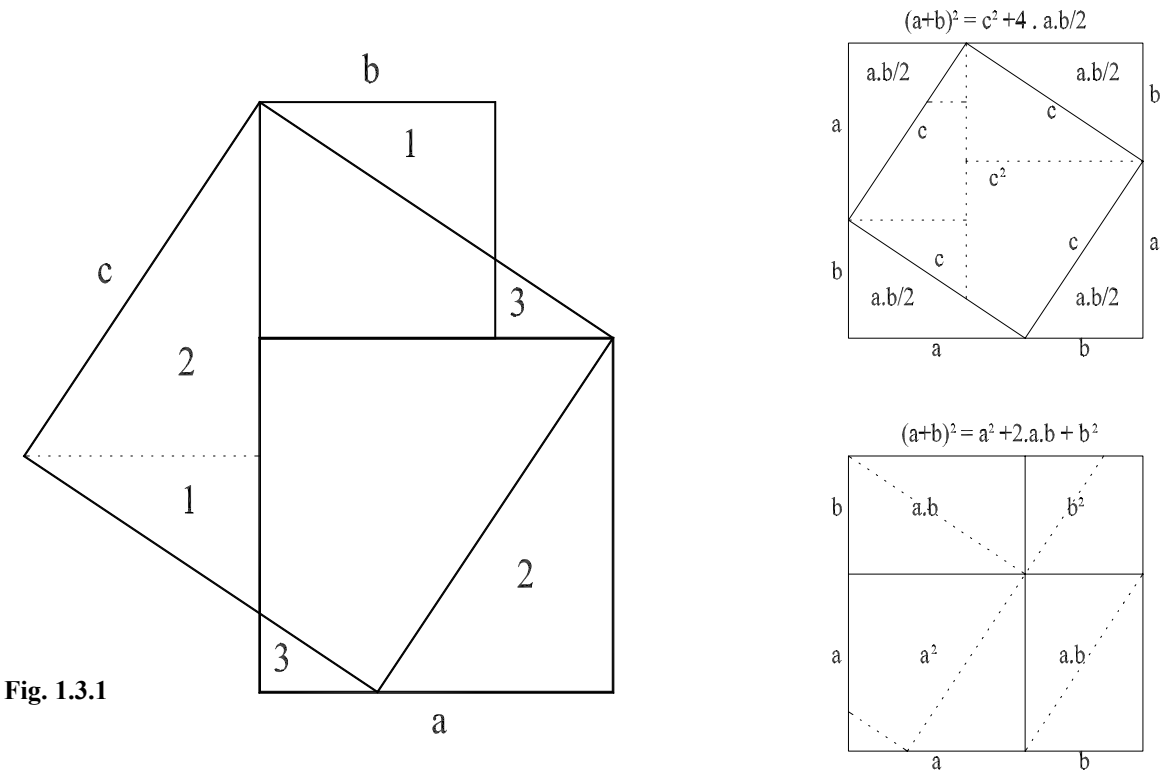


Fig. 1.3.1

El seu èxit més important va ser el teorema que porta el seu nom sobre els quadrats dels costats dels triangles rectangles. A partir del teorema de Pitàgores¹³ els pitagòrics descobriren que no n'hi ha prou amb els nombres enters i fraccionaris per mesurar qualsevol longitud, ja que, per exemple, si considerem el triangle en què els dos catets tenen longitud unitat, la hipotenusa, segons el teorema, té una longitud arrel de dos, que no pot ésser expressada amb cap fracció. D'aquesta manera queda demostrada la necessitat d'utilitzar nombres irracionals. Així, el teorema de Pitàgores conduí els pitagòrics al descobriment dels nombres irracionals, cosa que ells mateixos no van acceptar, ja que basaven la seva filosofia en el nombre unitat com l'essència de totes les coses, i això va provocar el trencament i dispersió de la secta.

Cal fer notar que aleshores, que encara no existia l'axiomàtica, les *demostracions* basaven la seva validesa en el fet de *mostrar* gràficament i visualment el fet constatat. Així, per exemple, podem veure en la demostració gràfica del teorema de Pitàgores¹⁴ com es mostra, com s'ensenya, que els



Pitagora

¹³ Teorema de Pitàgores: en un triangle rectangle, el quadrat de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats dels catets.

¹⁴ Per mostrar el teorema de Pitàgores podem descompondre els quadrats dels catets del triangle rectangle en cinc peces tan sols per reconstruir el quadrat de la hipotenusa (il·lustració anterior, a l'esquerra). Al cantó dret de la il·lustració anterior veiem com el quadrat girat (c^2) inscrit dins d'un quadrat més gros ($(a+b)$), és equivalent a la suma dels dos quadrats ($a^2 + b^2$), ja que els quatre triangles $a \cdot b/2$ són equivalents als dos rectangles $a \cdot b$.

quadrats dels catets partits físicament en els trossos adequats configuren el quadrat de la hipotenusa. Gràcies al programa The Geometer's Sketchpad¹⁵ podem veure aquesta demostració gràfica amb una animació dinàmica.

En aritmètica, els pitagòrics coneixien les progressions aritmètiques, geomètriques i harmòniques i les mitjanes aritmètica, geomètrica i harmònica entre dos valors. En geometria, demostren que els enrajolats del pla amb polígons regulars només són possibles amb el triangle, el quadrat i l'hexàgon. També van demostrar que la suma dels angles d'un triangle és igual a dos angles rectes. Coneixien la construcció dels 5 políedres regulars. Sabien construir el pentàgon (el símbol dels pitagòrics era l'estrella de 5 puntes). Coneixen la mitjana proporcional, proporció d'or entre dos segments o secció àuria d'un segment (la qual, al Renaixement, Luca Pacioli batejà amb el nom de "divina proporció").

El model que defensava Heràclit,¹⁶ originat en el moviment incessant de totes les coses i en la mutació constant, es contraposà amb el model immobilista del seu compatriota i contemporani Parmènides.¹⁷ Segons aquest filòsof, el món sensible resta reduït a pura aparença i il·lusió; res del que veiem que es mou no és cert. Això representava un atac a totes les cosmologies de l'època, i més concretament a la d'Heràclit. En no admetre el moviment ni el canvi, afirmava que mai no hi pot haver hagut un no-res. D'aquí va deduir l'existència d'un ésser únic, u, indivís, ple, continu, conlús, esfèric, etern (mai precedit ni seguit pel no-ésser), immutable, però que mai no va qualificar de diví. És important destacar entre tota aquesta descripció la paraula *esfèric*, ja que representa la imatge mental que es formava Parmènides sobre aquest ésser originari de tot. És una mostra evident del lligam que hi havia entre geometria i pensament.

El segle v aC, anomenat segle de Pèricles,¹⁸ fou afortunat per a Atenes, que va veure potenciades les arts i les ciències. Allà van florir molts noms propis que contribuïren a

¹⁵ The Geometer's Sketchpad és un programa molt útil per a la didàctica de la geometria. Permet a l'usuari definir uns punts originals (pares) i, a partir d'aquests punts, generar diferents elements geomètrics: segments, rectes, circumferències... (fills). A través de l'ús de les transformacions (translacions, girs, simetries, homotècies...) permet dibuixar qualsevol construcció geomètrica de tal manera que en modificar els punts originals es modifica a temps real tota la construcció, que manté les propietats i característiques que la defineixen. Al llarg de la tesi l'hem usat en diferents ocasions i se'n podrà reconèixer l'enllaç per la icona característica.

¹⁶ Heràclit (544 aC – 483 aC). Filòsof grec. Segons ell, el món no el va fer ni cap home ni cap déu; és etern i té per principi el foc vivent, que és també *logos*. Del foc procedeixen totes les coses: primerament la mar, i d'aquesta, la terra (camí cap avall), de la qual torna a sortir l'aigua, que torna al foc (camí cap amunt). Tot flueix en un procés cíclic, però el flux universal té una llei que pocs, només els savis, coneixien. Caracteritzat per l'esforç de comprendre el moviment i per la frase "la guerra és el pare de totes les coses", s'oposa a l'immobilisme de Parmènides.

¹⁷ Parmènides (Elea, Magna Grècia 540 aC – 470 aC). Filòsof grec de l'escola d'Elea. Influït pel monisme religiós de Xenòfanes, el seu poema *Sobre la natura*, de l'any 500 aC i del qual són coneguts 154 fragments, admet un principi constitutiu de la realitat, però en defuig la caracterització (com ara dir que és aire, aigua, etc.) per descriure'n els trets més generals i profunds, descoberts apriorísticament solament per la raó. Influenciat inicialment per la *Teogonia* d'Hesíode, discerneix sobre l'ésser i el no-ésser.

¹⁸ Pèricles (Atenes, 495 aC – 429 aC). General i polític d'Atenes. Fou educat per Anaxàgores, Zenó i Protàgores. Va exercir a Atenes el poder quasi absolut tot i que es basava sempre en la reelecció anual feta pel Consell dels Estratègs. Gràcies als seus dots personals en oratòria i al prestigi aconseguit en unes batalles guanyades als perses, fou permanentment reelegit des del 461 aC fins que morí, a excepció de l'any 430 aC. Mantingué dos fronts oberts contra els perses i contra Esparta, i amb el temps això, juntament amb el govern tirànic que comandava (encara que formalment democràtic), provocaren el descontent popular i les rebel·lions internes que desembocaren en la guerra del Peloponès. Fou aleshores quan va perdre el càrrec en les eleccions. L'any següent va ser reelegit, però va morir víctima de la terrible pesta que va acabar d'arruïnar la ciutat.

l'enriquiment cultural. Durant el mandat de Pèricles es construïren les grans obres públiques d'Atenes i grandiosos monuments com ara el Partenó i la triple muralla que comunicava la ciutat amb el Pireu.

Anaxàgores,¹⁹ mestre de Pèricles, també va fer la seva aportació geomètrica amb el descobriment astronòmic que la Lluna rep la llum del Sol i va explicar els eclipsis de Sol i de Lluna.

Els dots en oratòria de Pèricles cal atribuir-los al seu mestre Zenó.²⁰ Zenó començava concedint una hipòtesi als seus adversaris dialèctics, i després en derivava alhora dues conseqüències contradictòries, amb la qual cosa l'adversari havia d'abandonar la suposició inicial. La més famosa d'aquestes dissertacions és la d'Aquil·les i la tortuga. Si la tortuga, la més lenta, comença abans la cursa, Aquil·les, el més ràpid, no pot atrapar-la mai (necessita un temps per arribar allà on és la tortuga, i amb aquest temps l'animal haurà avançat una mica, i així successivament fins a l'infinit).

Durant aquest segle v aC es plantejaren tres grans problemes geomètrics, emblemàtics, que trigaren molts anys a resoldre's i que propiciaren, com a repte, que savis i pensadors esmercessin esforços per avançar en el coneixement de la geometria. Es tracta del problema de Delos o de la duplicació del cub, el problema de la quadratura del cercle (és a dir, de trobar el quadrat d'àrea equivalent a un cercle donat) i el problema de la trisecció d'un angle determinat. Hipòcrates²¹ de Quios pot considerar-se el primer matemàtic professional. S'ocupà d'aquests problemes i hi trobà alguns resultats interessants. En el cas de la duplicació del cub, que en notació moderna es tractaria de trobar la dimensió d'un segment x tal que el volum $x^3 = 2 \cdot a^3$, essent a la mesura d'un cub donat, la solució la va donar plantejant un problema no més fàcil: el de trobar dues mitjanes proporcionals entre dos segments. Hipòcrates troba que

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{2a} \quad \text{ja que} \quad y^2 = 2a \cdot x \quad \text{i també} \quad y = \frac{x^2}{a}$$

$$\text{aleshores} \quad \left(\frac{x^2}{a} \right)^2 = 2a \cdot x \Rightarrow x^3 = 2 \cdot a^3 \quad \text{i "x" és la solució del problema}$$

¹⁹ Anaxàgores (Clazòmenes, Àsia Menor 500 aC – Làmpsac, Hel·lespont 428 aC). Pensador grec. Va passar una gran part de la seva vida a Atenes, on fou mestre i amic de Pèricles. Va reprendre la temàtica de l'escola de Milet tenint en compte la crítica dels eleàtics. Va admetre que el pas del no-ésser a l'ésser (i viceversa) és inconcebible, i això el portà a afirmar que tot és en tot, que en cada partícula material hi ha les propietats de cada cosa (doctrina de les homeomeries). Aquesta idea només era concebible si s'admetia la divisibilitat infinita, de la qual parla Zenó. Va ser el primer a imaginar un principi motor, infinit, intel·ligent i separat de la matèria, l'esperit, que identificà amb el principi d'animació dels éssers vius. Explicà que els astres eren pedres incandescentes, la qual cosa li va costar l'acusació d'impietat per part dels enemics de Pèricles i la condemna a l'exili. També es va ocupar de temes biològics i va escriure un tractat sobre la natura així com de temes psicològics, com ara la sensibilitat.

²⁰ Zenó (Elea, ~490 aC – 430 aC) Filòsof grec. Deixeble de Parmènides, amb el qual, vers el 450 aC, va visitar Atenes, on van causar un fort impacte. Segons Aristòtil, fou el creador de la dialèctica. La seva aportació fonamental rau en la crítica de les opinions dels adversaris de Parmènides. Els arguments de Zenó, anomenats apories, es dirigien contra la multiplicitat de les coses, per afirmar la unitat de l'ésser, o contra el moviment, per defensar la immobilitat de l'ésser. Basats en la idea de la infinita divisibilitat de l'espai i el temps, aquests arguments palesen una formulació matemàtica en Zenó, i probablement els va dirigir contra els pitagòrics, més que no pas contra els heraclitans, per tal com aquells consideraven la multiplicitat composta per un nombre infinit d'unitats.

²¹ Hipòcrates de Quios, del segle v aC, era un comerciant que després de ser assaltat per pirates va anar a Atenes a demanar justícia. Allí freqüentà filòsofs i es va convertir en un gran geometa.

Sobre el problema de la quadratura del cercle, aconseguí la quadratura exacta d'una part de cercle en forma de lluna, en diferents versions anomenades lúnules d'Hipòcrates. Considera la generalització del teorema de Pitàgores per a qualsevol figura (no només els quadrats). L'àrea d'una figura construïda sobre un catet més l'àrea d'una figura semblant construïda sobre l'altre catet és igual a l'àrea d'una figura semblant construïda sobre la hipotenusa. Amb això, i considerant un triangle rectangle isòsceles, troba que la forma de lluna interior té una àrea igual a l'àrea del triangle original.

La suma de les àrees dels dos segments circulars construïts sobre els catets ($a + a$) és exactament igual a l'àrea del segment circular proporcional construït sobre la hipotenusa ($2 \cdot a$), i per tant l'àrea de la lluna és exactament l'àrea del triangle rectangle isòsceles original.

A finals d'aquest segle v aC, segle de les llums, aparegué la figura de Sòcrates.²² La seva vida la coneixem gràcies als relats del seu deixeble Plató,²³ que el va convertir en protagonista de la majoria dels seus diàlegs filosòfics. Ja al s. IV aC Plató va fundar l'Acadèmia, i és significativa la inscripció que hi féu constar sobre el pòrtic de l'entrada "Que ningú que ignori la geometria penetri sota el meu sostre". Quan van preguntar a Plató quina era l'ocupació de

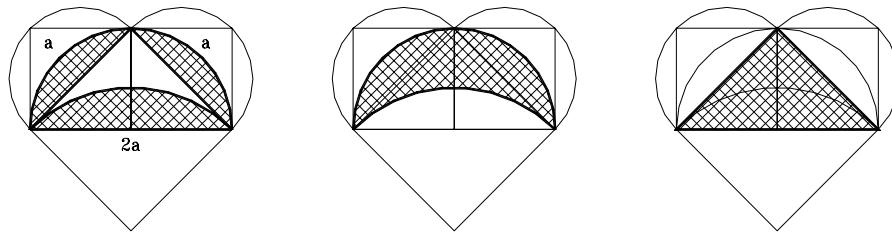


Fig. 1.3.2

Déu, va contestar que "Déu geometritza constantment". Aquestes dues anècdotes conegudes posen de manifest el valor que donava a la ciència de la geometria. A banda de tot l'esforç que va fer per trobar explicació filosòfica a totes les coses, en geometria analitzaren la simbologia dels cossos perfectes i identificaren els políedres regulars amb els 4 elements essencials: terra (cub), foc (tetraèdre), aigua (octaèdre) i aire (icosàedre). El dodecaèdre, format per pentàgons, Plató el considerà la decoració de l'univers.

El deixeble més destacat de Plató fou Aristòtil²⁴ d'Estagira, qui fundà el Liceu. El Liceu d'Aristòtil i l'Acadèmia de Plató foren els dos grans centres de la filosofia grega que influïren decididament en tot el pensament grec i també en la matemàtica. En aquest aspecte l'aportació més significativa d'Aristòtil són les seves investigacions lògiques, amb les quals fixà les bases

²² Sòcrates (Atenes, 470 aC – 399 aC). És un dels més grans filòsofs grecs. Participà en algunes de les primeres batalles de la guerra del Peloponès i després ja no va sortir més de la seva ciutat i es dedicà bàsicament a l'educació dels seus conciutadans, especialment de la joventut. Va exercir càrrecs polítics en dues ocasions i en totes dues va córrer greu perill i se salvà gràcies a les alteracions polítiques que hi va haver. La ruptura de Sòcrates amb la vida política es va anar accentuant fins que el van condemnar definitivament per no creure en els déus de la seva ciutat i per corrompre els joves. Plató va immortalitzar aquest procés final amb tot el seu discurs des de la renúncia a deslliurar-se de la condemna per amor a la justícia fins al moment en què es va beure la cicuta.

²³ Plató (Atenes, 428 aC – 348 aC). És un dels més grans filòsofs grecs. Molt impressionat per la mort del seu mestre, Sòcrates, va quedar desil·lusionat de la política i es va dedicar plenament al pensament i a la filosofia. La seva obra, de gran bellesa literària, ens ha pogut arribar completa i això és un fet excepcional davant la majoria de pensadors grecs, dels quals tan sols ens arriben citacions i referències.

²⁴ Aristòtil d'Estagira, Macedònia (Estagira 384 aC – Calcis d'Eubea 322 aC). És considerat un dels més grans pensadors de l'antiguitat. Entrà a l'Acadèmia de Plató a divuit anys i s'hi va quedar 20 anys. Quan va morir el mestre, marxà d'Atenes però més tard hi tornà, i amb la protecció d'Alexandre el Gran va fundar el Liceu. Quan Alexandre el gran va morir, el moviment antimacedoni el va obligar a sortir d'Atenes i anà a Calcis d'Eubea, on va morir.

per ordenar i constituir una ciència deductiva. Encarregà al seu deixeble Eudem de Rodes la redacció d'una *Història de la matemàtica*, de la qual ens han arribat fragments molt valuosos. En el camp de la geometria, Aristòtil també va parlar dels políedres regulars i els donà un caràcter metafísic identificant l'èter amb la quinta essència.

Arquites de Tàrent era un pitagòric amic de Plató que va treballar amb astronomia, geodèsia, mecànica pràctica i geometria. En aquest darrer camp va donar una extraordinària solució al problema de Delos o de la duplicació del cub quan el va reconduir a una solució en l'espai tridimensional. La mesura desitjada la trobava en el punt d'intersecció de tres superfícies: una superfície cilíndrica, una de tòrica i de una cònica.

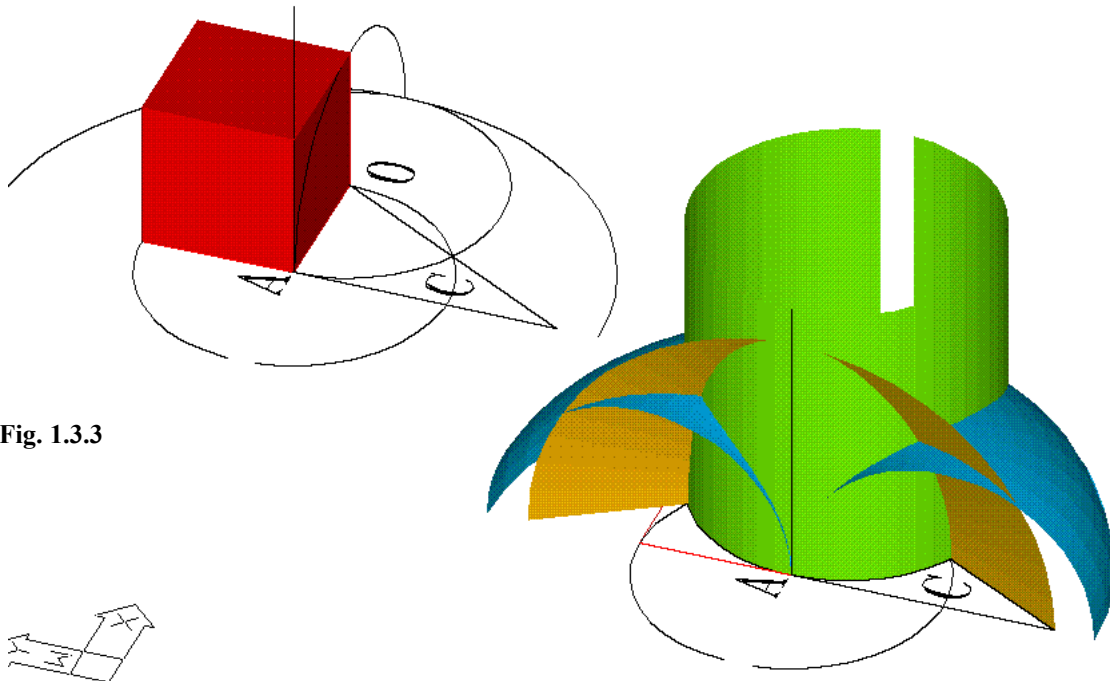


Fig. 1.3.3

Hípies d'Elis, sofista de finals del s. v aC, per resoldre el problema de la trisecció d'un angle va trobar una corba cinemàtica, que després, gràcies a Dinostrat (s. IV aC), va servir també per resoldre la rectificació de la circumferència i el problema equivalent de la quadratura del cercle; per això la corba va rebre el nom de quadratriu d'Hípies.



Hípies

Tres grans savis tancaren el ric període hel·lènic: Euclides, Arquimedes i Apol·loni.

Tot el que s'ha relatat fins aquí ens pot donar una idea de l'abast de la geometria preeuclidiana. El mèrit d'Euclides va ser recollir tota aquesta tradició i convertir-la en un tractat ordenat. Això, juntament amb la sort que va tenir després perquè la seva obra no sols va ser conservada sinó també difosa, i amb escriure, fa que sigui una referència forçosa en aquest relat de l'evolució de la geometria.

La geometria euclidiana o d'Euclides²⁵ és la geometria elemental que va recollir Euclides de la tradició grega en el tractat en tretze volums *Elements de geometria*, on a partir dels seus famosos cinc axiomes o postulats geomètrics i mitjançant la pura lògica dedueix fins a 495 proposicions. No opera amb nombres sinó amb segments, no parla ni de regla ni de

²⁵ Euclides, matemàtic grec. No se sap ni el lloc, ni l'any de naixement ni de traspàs, però visqué als segles IV i III aC i florí a Alexandria sobre l'any 300 aC.

compàs. Molt posteriorment, gràcies a la invenció de la impremta de Gutenberg, aquest fou, juntament amb alguns llibres sagrats, un dels llibres més publicats i més divulgats arreu del món. Avui en dia s'estudia encara la geometria euclidiana com aquella geometria plana en la qual tots els problemes en què dades i incògnites siguin punts tenen solució, i una solució que es pot trobar gràficament.

Si Euclides, tot i tenir una biografia absolutament desconeguda, ha estat reconegut universalment durant molts segles com el paradigma del saber organitzat, Arquimedes és també universalment conegut pel seu geni polifacètic i per les llegendes creades al voltant de la seva persona i de la seva mort. Apol·loni, en canvi, és el gran desconegut. Romangué en l'anonimat durant molts anys malgrat ser el més gran representant de l'especialització en geometria. A Apol·loni devem el coneixement de les corbes còniques que donen origen a aquesta tesi. En el text *Les còniques* veiem una mostra del seu virtuosisme geomètric, ja que l'elevat nivell del contingut, tan difícil, encara és avui, en part, desconegut.

Com a petita mostra del gran geni d'Apol·loni podem posar d'exemple la solució que va donar al problema de Delos quan va proposar una construcció gràfica, per simple templeig, que resolva la qüestió de les dues mitjanes proporcionals. És la següent:

Donades dues mesures a i b , per trobar les dues mitjanes proporcionals x i y , de tal manera

que $\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{b}$, Apol·loni proposa construir

un rectangle $a \cdot b$ i balancejar una recta en el vèrtex O' fins que els punts d'intersecció amb els eixos equidistin del centre del rectangle.

Segons aquesta construcció veiem tres triangles semblants de tal manera que

$\frac{a}{x} = \frac{a+y}{b+x} = \frac{y}{b}$, i per tant, per provar la validesa del plantejament només cal provar que $\frac{x}{y} = \frac{a+y}{b+x}$.

Pel teorema de Pitàgores, i considerant els dos triangles rectangles de la figura, tenim que

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{a}{2} + y\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 &= R^2 \\ \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2} + y\right)^2 &= R^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{a^2}{4} + a \cdot y + y^2 + \frac{b^2}{4} &= R^2 \\ \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + b \cdot x + x^2 &= R^2 \end{aligned} \right\}$$

en restar les dues equacions tenim, $a \cdot y + y^2 = b \cdot x + x^2 \Rightarrow y \cdot (a + y) = x \cdot (b + x)$

i per tant es demostra que $\frac{a + y}{b + x} = \frac{x}{y}$.

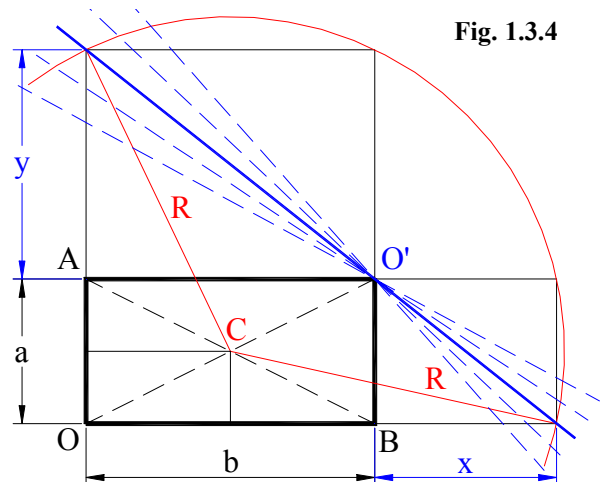


Fig. 1.3.4

Solució d'Apol·loni

2 Paràboles i catenàries

Els paraboloides, hiperboloides i helicoides són superfícies reglades, arreglades, posades en regla, reglamentades; es passa insensiblement de l'una a l'altra.

El paraboloides és el pare de tota la geometria perquè en ell hi ha la projecció paral·lela (ortogonal o obliqua) i la radial (polar). L'hiperboloide neix fent girar les dues generatrius extremes al voltant de l'eix (la generatriu que es projecta en un punt quan es fa la projecció radial) i fent l'angle constant en lloc de variable (generatriu del mateix sistema); si gira l'una al voltant de l'altra del sistema contrari, i aquella es manté en inclinació constant, s'obté l'helicoide.

Antoni Gaudí

BERGÓS, Joan. *Converses de Gaudí amb Bergós*. Pàg. 84-85.

2 Paràboles i catenàries

2.1 El descobriment de les paràboles i les corbes còniques

El·lipse, paràbola i hipèrbola dels pitagòrics

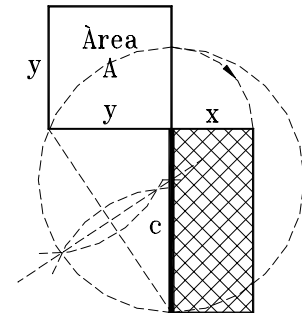
Abans del descobriment de les corbes còniques, trobem en la geometria grega els termes *el·lipse*, *paràbola* i *hipèrbola* amb diferents significats dels que tenen avui. S'atribueix als pitagòrics el problema d'*aplicació d'àrees*, és a dir, de trobar un rectangle amb una àrea determinada i unes relacions de proporció entre els costats també determinada. Diferenciaven, en aquest problema general, tres possibles casos:¹

- 1) Aplicació *simple* (en grec *paràbola*): Construir un rectangle donats l'àrea i un costat.
- 2) Aplicació *per excés* (en grec *hipèrbola*): Construir un rectangle donats l'àrea i un segment, porció d'un costat, al qual falta sumar justament la mesura igual a l'altre costat incògnita.
- 3) Aplicació *per defecte* (en grec *el·lipse*): Construir un rectangle donats l'àrea i un segment, prolongació d'un costat, al qual cal restar justament la mesura igual a l'altre costat incògnita.

Noteu que encara avui perduren aquests termes amb significats en el camp dels recursos de la literatura o l'oratória. Es diu que una paràbola és una comparança o al·legoria de forma narrativa que conté un ensenyament moral; una el·lipsi és una figura gramatical que consisteix en l'omissió d'un mot o alguns mots en una frase i una hipèrbola és una exageració evident, una figura de dicció en què s'exageren les coses intencionadament. Així, doncs, la conservació d'aquests dobles significats, paràbola (comparació, semblança o identitat), el·lipse (defecte, ommissió) i hipèrbola (excés, exageració), és una prova més de l'origen del nom de les tres corbes o seccions còniques.

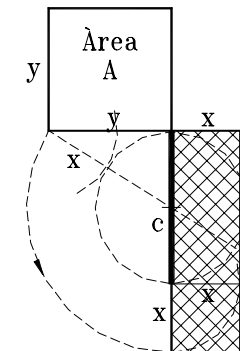
Aplicació simple (per paràbola)

$$A = c \cdot x$$



Aplicació per excés (per hipèrbola)

$$A = (c+x) \cdot x$$



Aplicació per defecte (per el·lipse)

$$A = (c-x) \cdot x$$

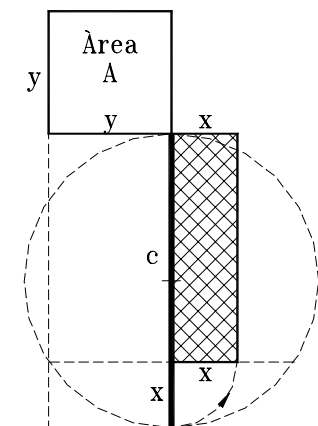
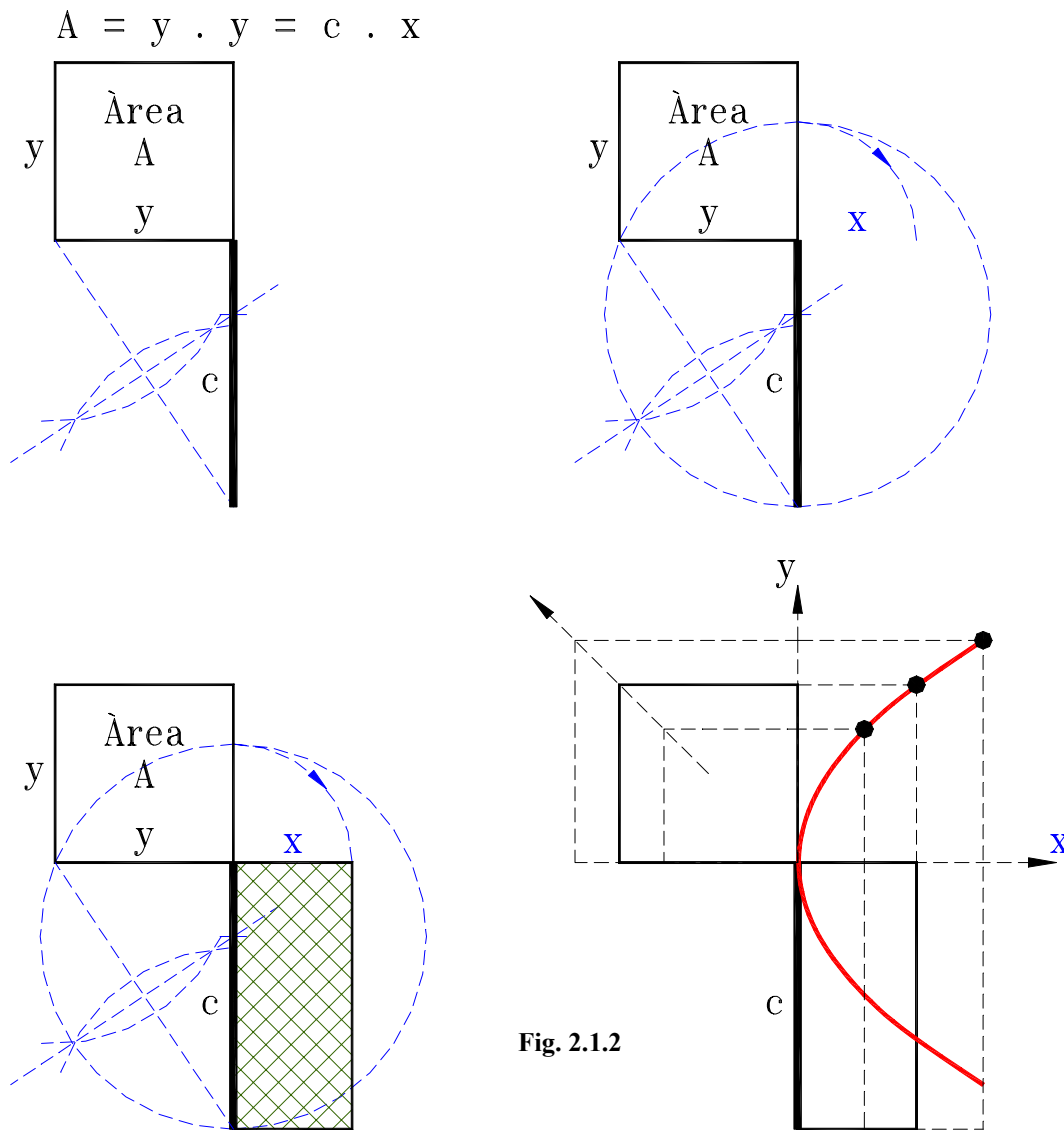


Fig. 2.1.1

¹ A la il·lustració oferim les construccions gràfiques dels tres possibles casos, i podem apreciar com en tots tres casos la clau de la qüestió roman en el concepte de potència d'un punt a una circumferència, constant geomètrica i algebraica que, per tant, ja devien conèixer aquests grans geomètres grecs.

En aquests tres problemes, de fet, no només apareixen per primer cop els noms, és a dir, els termes *el·lipse*, *paràbola* i *hipèrbola*, sinó que també, en l'interior d'aquestes construccions s'amaguen realment les tres corbes còniques. Tot i que els problemes tractin simplement d'àrees equivalents, les equacions que resulten dels tres plantejaments són justament les de les tres corbes còniques. En el cas de la paràbola, per exemple, l'àrea donada és un quadrat, $A = y \cdot y$, i per tant en trobar un rectangle equivalent a partir d'un costat c donat, es tracta de trobar un valor x tal que $y^2 = c \cdot x$, i això no és res més que l'equació d'una paràbola. En la mesura que canviï l'àrea A , les coordenades (x, y) aniran dibuixant la corba paràbola.



En el cas de l'el·lipse l'equació plantejada és $y^2 = (c - x) \cdot x$, que després dels canvis adequats resulta ser l'equació d'una el·lipse amb eixos idèntics, és a dir, d'una circumferència.

$$y^2 = (c - x) \cdot x = c \cdot x - x^2$$

$$\Rightarrow y^2 + x^2 - c \cdot x = y^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{c}{2} + \left(\frac{c}{2}\right)^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2 = y^2 + \left(x - \frac{c}{2}\right)^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow y_1^2 + x_1^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \quad \text{Circumferència de radi } \frac{c}{2} \text{ i centre al punt } \left(\frac{c}{2}, 0\right).$$

Cal observar, però, que quan després dels pitagòrics s'ampliaren els casos d'aquest problema i es considerà el cas que l'àrea a sostreure sobre el segment donat c no fos únicament un quadrat, sinó que pogués ser un rectangle de proporció donada a/b , aleshores sí que es va trobar l'equació més general d'una el·lipse amb eixos diferents, i el dibuix que n'obtenim ho verifica:

$$y^2 = (c - x) \cdot \frac{a}{b} x = c \cdot \frac{a}{b} x - \frac{a}{b} x^2$$

$$\Rightarrow y^2 + \frac{a}{b} \cdot (x^2 - c \cdot x) =$$

$$= y^2 + \frac{a}{b} \cdot \left(x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{c}{2} + \left(\frac{c}{2}\right)^2\right) - \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{2}\right)^2 = y^2 + \frac{a}{b} \cdot \left(x - \frac{c}{2}\right)^2 - \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{2}\right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{y_1^2}{a} + \frac{x_1^2}{b} = \frac{(c/2)^2}{b} \quad \text{El·lipse d'eixos } \frac{c}{2} \cdot \left(1, \sqrt{\frac{a}{b}}\right) \text{ i centre al punt } \left(\frac{c}{2}, 0\right).$$

Per a la construcció gràfica, simplement cal considerar l'àrea de partida modificada convenientment per convertir el problema en el cas més senzill en el qual se sostreia un quadrat:

$$y^2 = (c - x) \cdot \frac{a}{b} x \Rightarrow \frac{b}{a} \cdot y^2 = (c - x) \cdot x \Rightarrow \left(\frac{b}{a} \cdot y\right) \cdot y = (c - x) \cdot x$$

fent la quadratura inicial d'aquest nou rectangle, haurem reduït el problema al cas general:

$$\Rightarrow t^2 = (c - x) \cdot x \quad \text{on } t = y \cdot \sqrt{\frac{b}{a}}$$

El cas general (el cas circumferència) es pot resoldre gràficament aplicant el concepte de potència d'un punt a la circumferència de diàmetre c .

En traslladar la semicorda t perpendicular a $2c$ trobarem el segment x tal que $t^2 = (c - x) \cdot x$.

En aquest cas concret (cas el·lipse), però, després de trobar x hem de trobar $a \cdot x / b$, i ho podem fer per triangles semblants.

La mesura x col·locada com a abscissa juntament amb la y com a ordenada ens aniran dibuixant l'el·lipse detallada a mesura que vagi variant la mesura y del quadrat inicial.

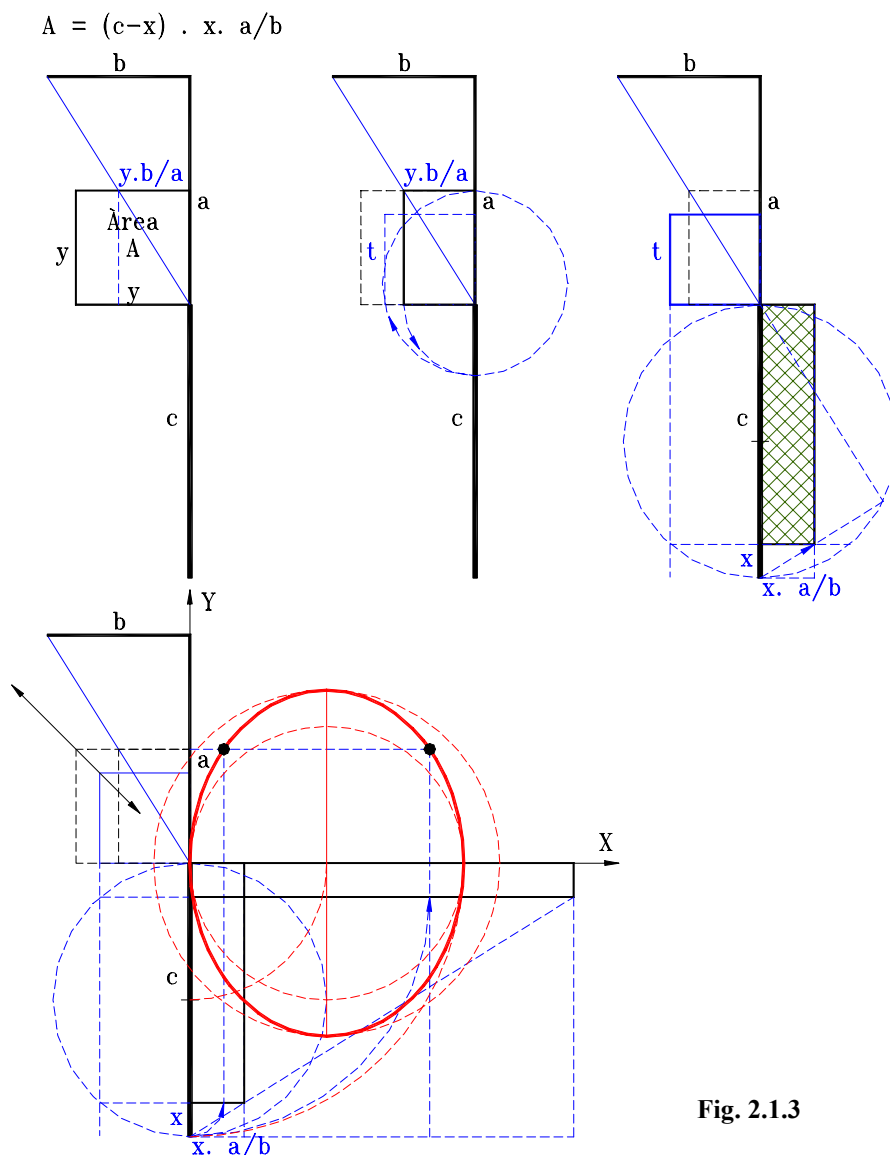


Fig. 2.1.3

Procedint de molt semblant manera podem obtenir la corba hipèrbola.

Els tres arxius adjunts de Sketchpad permeten visualitzar aquesta generació dinàmica de les tres corbes còniques seguint aquest mètode gràfic.



L'aportació de Menecme

El descobriment de les corbes còniques s'atribueix a Menecme.² Aquest matemàtic desenvolupa la geometria relacionada amb el con i troba les diferents seccions del con. Per trobar aquestes seccions considera la superfície cònica completa fruit de la rotació d'una recta generatriu que s'interseca amb l'eix de rotació, i considera un pla de secció perpendicular a la recta generatriu que passa per un punt d'aquesta recta. Així, determina segons l'angle d'obertura del con les tres corbes còniques que Aristeu anomena *secció de con acutangle* (el·lipse), *secció de con rectangle* (paràbola) i *secció de con obtusangle* (hipèrbola).

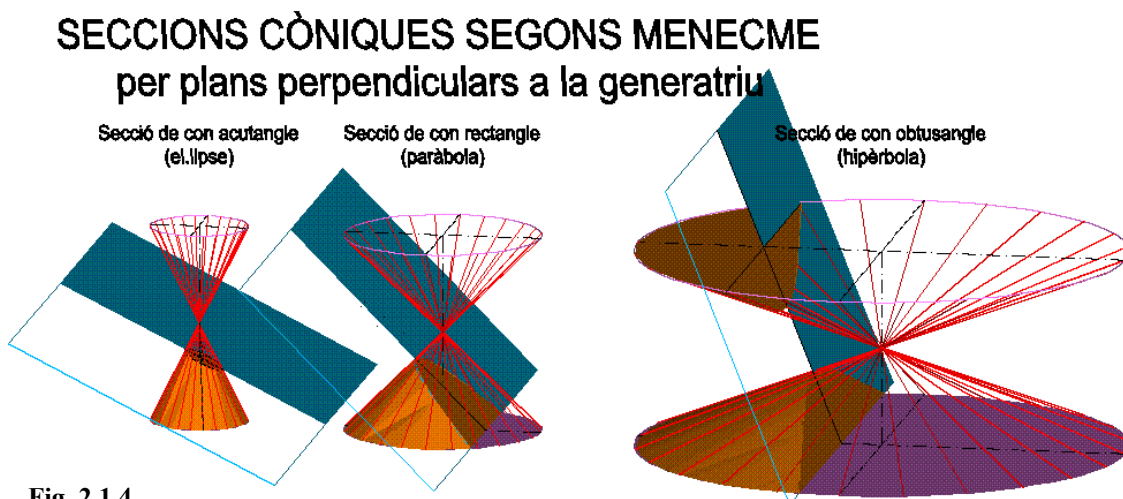


Fig. 2.1.4

Les tres corbes conegudes com a tríade de Menecme les estudiarà més endavant Apol·loni, que va completar i generalitzar aquest estudi i els va donar els noms d'el·lipse, paràbola i hipèrbola. Gràcies a aquestes corbes, Menecme també proposà una solució plana al problema de Delos i va solucionar el problema de les dues mitjanes d'Hipòcrates mitjançant la intersecció de dues paràboles o bé d'una paràbola i una hipèrbola.

Segons Hipòcrates $\Rightarrow a/x = x/y = y/2 \cdot a$
és la intersecció de la paràbola $x^2 = a \cdot y$
amb la paràbola $y^2 = 2 \cdot a \cdot x$,
i també amb la hipèrbola $x \cdot y = 2 \cdot a^2$.

Llàstima, però, que aquestes corbes no són construïbles amb regla i compàs, sinó que tan sols podien construir-se aproximacions basades en la successió de punts pròxims.

El desenvolupament del tema fou ràpid i a final del s. IV ja existien dues obres importants sobre les corbes còniques. La primera era el tractat d'Aristeu titulat *Llibre dels llocs sòlids*, en el qual apareixen les còniques fruit d'interseccions entre cons, cilindres i plans. L'altra obra, també perduda, era la del mateix mestre Euclides, en quatre llibres, i se suposa que el contingut seria fonamentalment l'equivalent als quatre primers llibres d'Apol·loni. És per això que hom considera el tractat d'Euclides sobre aquest tema comprès entre el tractat d'Aristeu i el complet tractat d'Apol·loni.

² Menecme. Germà de Dinostrat. Matemàtic destacat de l'escola de Cízic.

De totes maneres, considerem sorprenent que la més gran obra recopiladora de la geometria grega, *Els elements* d'Euclides, no contingui els avenços significatius que s'havien fet en la geometria de l'espai i concretament en les corbes còniques. Dels 13 llibres d'Euclides només els tres darrers tracten la geometria de l'espai, i entre aquests tan sols podem destacar la definició de *cossos rodons* dins de la geometria sòlida, juntament amb els políedres i angles dièdres.

Entre altres demostracions, hi trobem els teoremes següents:

- Una piràmide és equivalent a la tercera part d'un prisma d'igual base i altura.
- Un con és equivalent a la tercera part d'un cilindre d'igual base i altura.

Defineix com a "cossos rodons" l'esfera, el cilindre i el con, i els genera mitjançant la rotació d'un semicercle entorn del diàmetre, d'un rectangle entorn d'un costat i d'un triangle rectangle entorn d'un catet, respectivament.

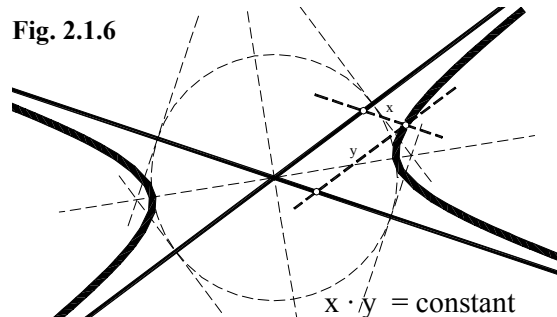
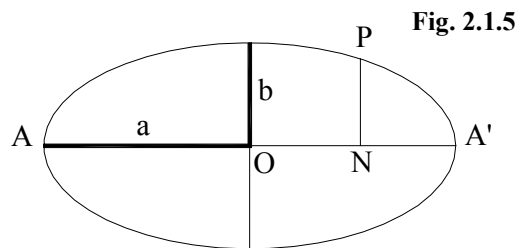
Així, *Els elements* d'Euclides també el trobem incomplet en la geometria de l'espai, bàsicament per la poca generalitat del con i sobretot per la manca de referències a les superfícies quadràtiques i a altres sòlids més complexos que l'esfera, el cilindre i el con.

Per explicar aquesta omissió cal tenir en compte que part de la geometria sòlida formava part d'altres branques de la ciència, com per exemple la geometria esfèrica, que era dins de l'astronomia. Sobre geometria esfèrica, cal suposar que hi havia altres llibres o tractats al nivell dels models astronòmics desenvolupats fins aleshores. Es té notícia d'una *Esfèrica* atribuïda a Èudox que desenvolupava les figures traçades sobre l'esfera. Hi hagué una altra *Esfèrica* d'Autòlic de Pítana, de final del s. IV aC, més astronòmica que geomètrica.

Així doncs, tot i que no ens hagi arribat a través d'*Els elements* d'Euclides, sabem que a final del s. IV aC ja eren ben conegudes algunes propietats de les còniques, com per exemple la de l'ordenada (fig. 2.1.5):

$$\frac{\overline{PN}^2}{\overline{AN} \cdot \overline{NA'}} = \frac{b^2}{a^2} \quad \left(= \frac{y^2}{a^2 - x^2} \right)$$

Igualment, també es coneixien algunes propietats de les asímptotes de la hipèrbola, com per exemple que el producte $x \cdot y$ és constant per a qualsevol punt de la corba, essent x i y les coordenades del punt preses en el sistema d'eixos que formen les mateixes asímptotes (fig. 2.1.6):



La recuperació de les *Còniques* perdudes

Finalment, hem de destacar Apol·loni.³ El seu magistral tractat sobre les *Còniques*, en vuit llibres, no es va recuperar i donar a la llum pública fins al 1710. Com veurem seguidament, va ser gràcies a l'edició d'Edmond Halley⁴ que es completà el coneixement dels tres llibres que més van trigar a arribar a occident, i que ho van fer a través de traduccions àrabs i també d'ell mateix, que va restablir el vuitè i darrer volum de l'obra perduda.

L'obra d'Apol·loni va començar a filtrar-se cap a occident de manera lenta i per via de la matemàtica àrab. Miguel de Guzmán⁵ ha estudiat amb detall com va arribar a occident aquest tractat i en resumim la història a continuació.

Vitel·li, monjo polonès establert a Itàlia, va escriure el 1260 un tractat d'òptica en el qual feia un comentari del tractat d'òptica àrab d'Alhazen, que va viure a la Península Ibèrica al s. XI. Aquest tractat ja contenia diverses proposicions geomètriques d'Apol·loni.

La primera versió en grec de les *Còniques* d'Apol·loni la va portar a occident, de Constantinoble a Venècia, Francesc Filelfo, nascut a Tolentino l'any 1398.

La primera versió en llatí dels quatre primers llibres de les *Còniques* la va fer Joan Baptista Memo, a Venècia. El text revela grans llacunes de l'autor en el coneixement del grec, però malgrat tot, en morir Joan Baptista, el seu nebot Joan Maria Memo va editar l'obra, el 1537.

El 1566, Federic Commandino, a Bolonya, va publicar-ne una segona traducció molt millor que l'anterior. A més de contenir els quatre primers llibres d'Apol·loni, conté també els lemes de Pappos, el comentari d'Eutoqui i els dos llibres sobre còniques de Serenus Antissensis. Aquesta publicació es va repetir a París, en segona edició, el 1626.

A partir de 1629, gràcies a Golius, professor de llengües orientals a Leiden, es van començar a conèixer a occident els primers manuscrits àrabs de l'obra d'Apol·loni que contenien més dels quatre llibres coneguts fins aleshores. El pare Mersenne es fa ressò d'aquest fet en una obra de l'any 1644. Golius, després de viatjar pel Proni, els va portar a Holanda però va morir sense traduir-los ni publicar-los.

Mentrestant, el 1655 apareix un llibre del pare Claude Richard, a Anvers, basat en els textos de Memo i Commandino que conté una reconstrucció dels quatre llibres que faltaven. Aquest afany de reconstruir llibres clàssics perduts era aleshores una autèntica moda que avui dificulta la tria dels veritables originals.

Viviani, el 1658 a Itàlia, també va fer una altra reconstrucció dels quatre llibres perduts.

³ Apol·loni de Perge (Perge de Pamfília, 260 aC – 200 aC). Matemàtic grec, darrer dels grans geòmetres hel·lènics. De jove va anar a Alexandria, on va viure i estudiar al Museu. Va treballar en geometria, astronomia i aritmètica, en la qual va inventar un sistema de numeració més pràctic per als nombres grans.

⁴ Edmond Halley (1656–1742). Gran impulsor del treball de Newton, a qui va convèncer, amb el pagament de l'edició, que escrivís els seus principis. Descobridor del cometa que duu el seu nom.

⁵ GUZMÁN OZAMIZ, Miguel de. "La estela de Apolonio". Dins del llibre i CD-ROM *La experiencia de descubrir en geometría*. Miguel de Guzmán és catedràtic de matemàtiques de la Universitat Complutense de Madrid, i a través de la Reial Acadèmia de Ciències va publicar una sèrie d'articles en homenatge a Edmond Halley, l'admirador d'Apol·loni, el 1986, l'any de l'acostament del cometa que duu el seu nom.

Simultàniament, Borelli, també geòmetra italià, va trobar els llibres V, VI i VII en una biblioteca dels Mèdici, a Florència, probablement provinents de la col·lecció de Golius. Es tractava d'una versió resumida, més o menys retocada pel matemàtic persa Abalpat de Ispahan, de l'any 994. Viviani va aconseguir que Borelli no publicués la seva troballa fins que ell no hagués publicat la seva reconstrucció, i per això es va fer un any més tard, el 1659.

De totes maneres, s'ha demostrat en Viviani un gran encert en la reconstrucció del llibre V, que amplia el camp d'estudi d'Apol·loni considerablement. Borelli, al seu torn, va fer traduir el llibre d'Abalpat al llatí i el va publicar amb nombrosos comentaris, a Florència el 1661. El 1669 l'orientalista alemany Christian Rau va publicar una traducció al llatí d'una altra versió reduïda de *Les còniques* d'Apol·loni. Es tractava de la versió manuscrita i comentada pel geòmetra persa Abdolmelek de Chiraz, de l'any 1250.

El 1675 Isaac Barrow, el mestre de Newton a Cambridge, publicà a Londres un manual de geometria que condensava els quatre primers llibres d'Apol·loni i, a més, altres obres d'Arquimedes i de Teodosi.

La primera versió completa dels llibres V, VI i VII de l'obra d'Apol·loni apareix a principi del s. XVIII a Irlanda. Els hereus de Golius l'havien venuda al bisbe Armach. Es tractava d'una traducció del grec a l'àrab feta al s. IX per Thabit ben Kurra, a Bagdad.

Finalment, l'edició prínceps de les *Còniques* la devem a Edmond Halley. El 1704 Halley va substituir Gregory com a professor de geometria d'Oxford. Gregory havia traduït *Els elements* d'Euclides i el 1703 els havia publicat en grec i llatí. Gregory i Halley es van proposar traduir i publicar els set llibres de les *Còniques* d'Apol·loni, i per això Halley es va decidir a aprendre àrab. Quan Gregory va morir, Halley empenqué en solitari la traducció i la publicació de l'obra, que culminà el 1710 amb una impecable presentació.

El text de Halley es compon de tres parts: la primera part conté, en grec i en llatí, els quatre primers llibres, els lemes de Pappos, i el comentari d'Eutoqui. La segona part conté la traducció llatina dels llibres V, VI i VII, basada en la versió de Thabit ben Kurra, i també una reconstrucció del llibre VIII que va fer el mateix Halley. La tercera part conté una versió, en llatí, dels dos llibres de Serenus Antissenis sobre les seccions del cilindre i el con.

El 1893 Heilberg va publicar a Copenhaguen l'edició crítica dels llibres en grec.

L'única traducció completa de les còniques a una llengua vulgar, el francès, la va publicar Paul Ver Eecke a Bruixes el 1923. El comentari que precedeix aquesta publicació resumeix tot el que se sap sobre Apol·loni i sobre el rastre de les seves famoses còniques.

El tractat d'Apol·loni

Apol·loni féu l'estudi complet de l'el·lipse, la hipèrbola i la paràbola, i les identificà com les corbes que poden ser obtingudes tallant un con qualsevol segons diferents plans. La secció plana del con serà el·lipse si l'angle que forma el pla de secció amb l'eix del con és major que l'angle que forma la generatriu amb l'eix del con; serà paràbola quan aquests dos angles siguin iguals i serà hipèrbola quan l'angle del pla sigui menor que el de la generatriu respecte de l'eix del con.



Apolon-1

Cal notar la generalització que fa Apol·loni respecte dels seus antecessors, ja que parla de qualsevol con (de revolució o el·líptic) i de qualsevol pla (sense la condició de Menecme, que sempre es referia a plans perpendiculars a la generatriu).

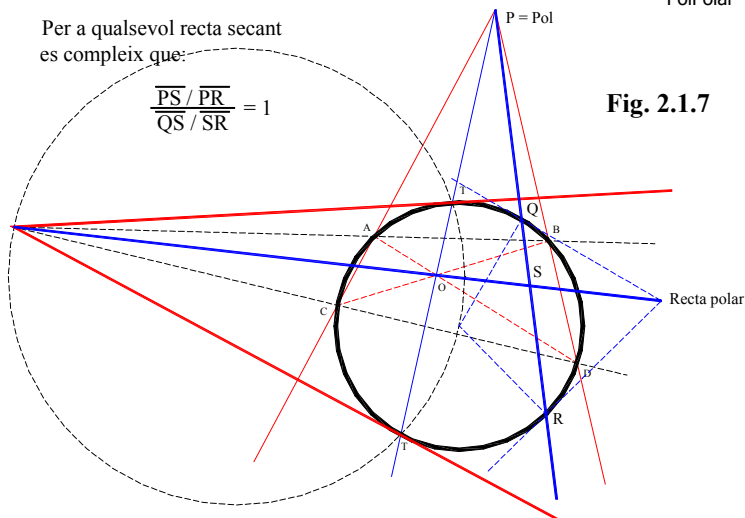
La brillantor del tractat d'Apol·loni ha esborrat el rastre dels tractats anteriors sobre les còniques, que hauríem volgut veure, però que ja no han arribat als nostres dies.

El contingut del tractat d'Apol·loni el resumeix ell mateix en el comentari que precedeix la seva obra. Els quatre primers llibres en constitueixen una introducció elemental. No és fins al llibre V que s'exposen les troballes més importants d'Apol·loni, i és justament aquest el que es considera unànimement el millor i més original de tots. L'índex de l'obra, amb paraules d'avui, seria el següent:

- I. Mètodes d'obtenció i propietats fonamentals de les còniques.
- II. Diàmetres, eixos i asímptotes.
- III. Teoremes notables i nous. Propietats dels focus.
- IV. Nombre de punts d'intersecció de còniques.
- V. Segments de màxima i mínima distància a les còniques. Normal, evoluta, centre de curvatura.
- VI. Igualtat i semblança de les seccions còniques. Problema invers: donada la cònica, trobar el con.
- VII. Relacions mètriques sobre els diàmetres.
- VIII. (Es desconeix el contingut del llibre original, però podria versar sobre els diàmetres conjugats.)

Del llibre III podem destacar com Apol·loni obté la relació harmònica amb quatre punts sobre la secant a una cònica.

Essent Q i R els dos punts de tall entre la secant i la cònica i essent P i S pol i punt d'intersecció amb la recta polar, es compleix la condició per a qualsevol recta secant a la cònica (fig. 2.1.7).



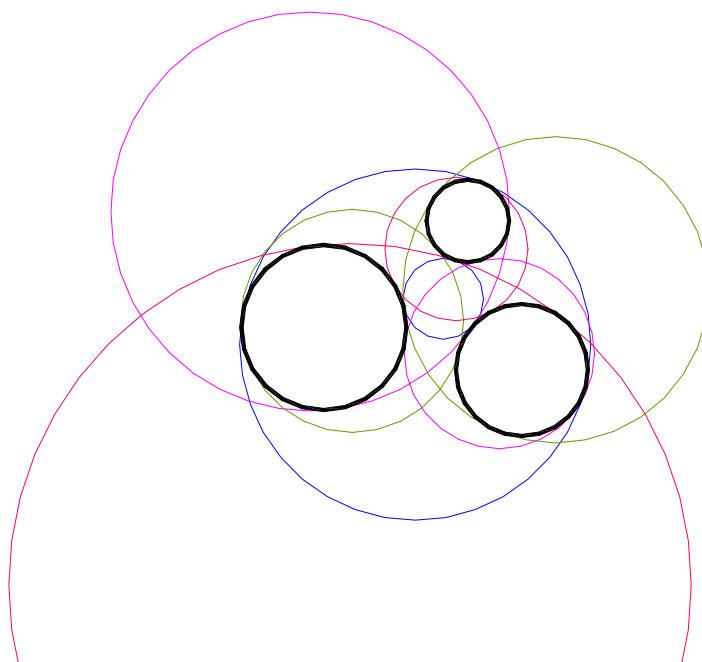
PolPolar

També en aquest llibre III trobem propietats interessants dels focus de les còniques, que Apol·loni descobreix i diu que sorgeixen de l'aplicació d'àrees. Amb aquest comentari, i després d'haver observat amb detall les aplicacions d'àrees dels pitagòrics, podem entendre per què Apol·loni batejà les corbes amb els noms amb què les coneixem avui: el·lipse, paràbola i hipèrbola.

El llibre V és el que sorprèn més tots els matemàtics, perquè sense les eines d'anàlisi matemàtica i únicament amb procediments absolutament sintètics s'avança molts segles i introdueix nocions tals com *recta normal a una corba*, *evoluta*, *centre de curvatura*, etc. Però, no sols introdueix aquests conceptes nous, sinó que, per a tota la família de corbes còniques, aconseguix obtenir-los de la manera més rigorosa.

Les *Còniques* són, sense cap dubte, el seu millor treball. Però Apol·loni també va escriure altres tractats de geometria plana, com ara el de la resolució del cercle que satisfà tres condicions o tangències (on va resoldre el famós problema d'Apol·loni, traçat de les vuit circumferències tangents a tres circumferències donades, fig. 2.1.8) o també alguns sobre els moviments i les transformacions en el pla.

Fig. 2.1.8



Veurem, a partir d'aquí, com les tres corbes còniques portades a l'espai engendran la família de les quàdriques (el·lipsoides, paraboloides i hiperboloides), i entre aquestes formes destaquen les que són reglades pel seu interès i per les aplicacions en l'arquitectura. Es tracta de l'hiperboloide d'un full i del paraboloides hiperbòlic.

2.2 De les corbes còniques a les principals superfícies quadràtiques

Un cop descobertes les tres corbes còniques, tan sols cal un pas més. En posar-les en moviment i combinació les unes amb les altres es poden generar les principals superfícies quadràtiques: cilindres, el·lipsoides, paraboloides i hiperboloides. Aquest pas també el van fer els savis grecs i, per tant, en últim terme cal agrair-los a ells que les deixessin a punt, en safata sobre la taula del mestre. Algunes d'aquestes superfícies ben aviat es va veure que eren superfícies reglades i, juntament amb altres superfícies reglades, com ara els conoides o els helicoides, Gaudí va trobar que podien resultar útils, atractives i senzilles d'aplicar en el món de la construcció. Tot això, certament, s'havia ja descobert o advertit, però fins aleshores encara ningú no ho havia posat mai en pràctica, ni tampoc després de Gaudí ningú ha utilitzat aquests elements de manera tan magistral i reiterada com ell en les seves obres. Com els antics feren amb els políedres, o els cossos platònics, Gaudí va elevar a categoria divina algunes d'aquestes superfícies: equiparà el paraboloide amb la Santíssima Trinitat, l'hiperboloide amb la llum i l'helicoide amb el moviment.

La més gran aportació pel que fa a l'estudi de les superfícies i els volums és d'Arquimedes,⁶ de l'escola d'Alexandria. Cal destacar Arquimedes i ens resulta especialment interessant per les seves grans aportacions justament en els dos camps de la geometria i de la mecànica simultàniament. Fou, doncs, un savi complet, amb importantíssims descobriments en física, mecànica, estàtica... i també en geometria.

En podem destacar, per exemple, el llibre *De l'equilibri dels plans*, on enuncia principis fonamentals de l'estàtica i que és particularment famós per la llei de la palanca, o el llibre *Dels cossos flotants*, on a més del principi d'Arquimedes sobre l'empenta vertical dels cossos submergits, també hi ha els centres de gravetat d'alguns polígons i diverses àrees parabòliques.

Els seus llibres de caràcter estrictament geomètric són quatre:

- 1) *De les espirals*, on descriu l'espiral d'Arquimedes.
- 2) *De la mesura del cercle*, on troba el nombre π com a relació entre l'àrea i el perímetre d'una circumferència.
- 3) *De l'esfera i el cilindre*.
- 4) *Dels conoides i els esferoides*.

Els dos primers són de geometria plana i cal destacar-ne les bones aproximacions al nombre π , i els dos darrers són de geometria de l'espai.

⁶ Arquimedes (Siracusa, 287 aC – 212 aC). Seguidor d'Euclides, també és un dels grans en física i matemàtica. És llegendari el seu crit "Eureka!" en descobrir el principi d'Arquimedes sobre l'empenta dels cossos submergits, que li va permetre demostrar la diferent densitat d'una corona que no era totalment d'or pur sinó que contenia part d'impuresa. La llegenda sobre la seva mort a mans d'un soldat romà en el setge de Siracusa i el desig que manifestà en vida de gravar la seva tomba amb una inscripció que representava la relació entre el volum d'una esfera i un cilindre circumscrit, va permetre que es reconegués molts anys més tard, i així ressuscità l'entusiasme per la recuperació de la seva valuosa obra.

En el llibre *De l'esfera i el cilindre* planteja alguns problemes gens fàcils que condueixen a resolucions semblants a les ja plantejades en els problemes de la duplicació del cub o de la trisecció d'un angle.

En aquest llibre hi ha importants teoremes sobre àrees i volums:

- 1) La superfície lateral d'un cilindre circular recte és equivalent a un cercle el radi del qual és mitjana proporcional entre la generatriu del cilindre i el diàmetre de la base, $2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = \pi \cdot R^2$, ($2r / R = R / h$).
- 2) La superfície lateral d'un con circular recte és equivalent a un cercle, el radi del qual és mitjana proporcional entre la generatriu del con i el radi de la base. L'angle de la superfície desenvolupada del con és $2 \cdot \pi \cdot r / g$. Si per $2 \cdot \pi$ seria $\pi \cdot g^2$, per $2 \cdot \pi \cdot r / g$ tenim la superfície del con: $\pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot R^2$, ($r/R = R/g$).
- 3) La superfície lateral d'un tronc de con circular recte, de bases paral·leles, és equivalent a un cercle el radi del qual és mitjana proporcional entre la generatriu del tronc de con i la suma dels radis de les bases.
- 4) La superfície d'una esfera és equivalent a quatre vegades el seu cercle màxim ($4 \cdot \pi \cdot r^2$).
- 5) Tota esfera és equivalent a quatre vegades el con que té per base el seu cercle màxim i per altura el radi de l'esfera. $4 \cdot \pi \cdot r^3 / 3$.
- 6) Considerant un cilindre de diàmetre i altura igual al diàmetre d'una esfera inscrita en aquest cilindre, les superfícies i els volums entre tots dos cossos guarden la mateixa proporció, que és de $3/2$.
- 7) La superfície d'un casquet esfèric, exceptuada la base, és equivalent al cercle el radi del qual és el segment traçat des del vèrtex del casquet fins a un punt qualsevol de la base.
- 8) El sector esfèric és equivalent a un con la base del qual és equivalent a la superfície del casquet del sector i que té per altura el radi de l'esfera.

Entre els problemes que planteja i resol en aquest llibre podem destacar els següents enunciat:

- 1) Determinar una esfera equivalent a un cilindre o a un con donat. Es resol de manera similar al problema de duplicació del cub, per determinació de les dues mitjanes proporcionals.
- 2) Tallar una esfera per un pla, de tal manera que els dos segments tinguin volums segons una proporció donada. Es resol per trisecció d'un angle. Arquimedes, en aquest cas, no adjunta la resolució.
- 3) Determinar un segment esfèric de volum donat que sigui semblant a un altre segment esfèric també donat. Es resol per duplicació.

En el darrer llibre, *Dels conoides i esferoides*, Arquimedes excusa l'omissió de les demostracions de les propietats de les còniques i remet als elements de les *Còniques*, la qual cosa demostra que en aquella època ja existien tractats sobre aquest tema, tot i que no ens hagin arribat.

En el llibre defineix les figures engendrades per rotació de les tres seccions còniques, que encara tenien els noms donats per Menecme i Aristeu. Així, explica la generació del paraboloides de revolució per rotació de la paràbola (que anomena *conoide rectangle*), l'hiperboloide de dos fulls de revolució per rotació de la hipèrbola (*conoide obtusangle*) i l'el·lipsoide per rotació de l'el·lipse (*esferoide allargat* o *aplanat* segons si gira entorn de l'eix major o menor de l'el·lipse). Cal notar que, tot i que en l'el·lipse distingeix dos eixos de

rotació, no parla de l'hiperboloide de revolució d'un sol full per rotació de la hipèrbola segons l'altre eix.

Dins d'aquest tema, entre les demostracions destaquen:

- 1) Tot segment de paraboloides de revolució (conoide rectangle) és equivalent a una vegada i mitja el con d'igual base, el vèrtex del qual és el punt del paraboloides en el qual el pla tangent és paral·lel a la base.
- 2) La proporció entre un segment d'hiperboloide de revolució de dos fulls (conoide obtusangle) i el con (definit com en el cas anterior) no és ara constant sinó que és igual a la proporció entre els dos segments que s'obtenen sumant a l'eix major el triple i el doble, respectivament, de la porció de recta agregada. En terminologia actual seria la longitud del semidiàmetre conjugat en la direcció determinada per la base del segment.
- 3) Si un pla determina en un el·lipsoide (esferoide) dos segments, la proporció entre un d'aquests segments i el con (definit com abans) és igual a la proporció entre l'eix corresponent a l'altre segment més la semirecta que uneix els vèrtexs (semidiàmetre conjugat en la direcció de la base) i aquest eix.

En la geometria de l'espai també sabem, a través de Pappos, que Arquimedes havia descobert, a més dels 5 políedres regulars, 13 políedres semiregulars inscribibles en una esfera, anomenats *políedres arquimedians*.

Un dels llibres que ens interessa remarcar és el de la *Quadratura de la paràbola*. És el primer exemple de quadratura d'una figura mixtilínia, ja que les lúnules eren figures compreses entre dos arcs de circumferència. Aquí demostra l'equivalència d'un segment de paràbola amb un triangle. La demostració la fa doble: una versió mecànica, que utilitza les propietats de la llei de la palanca i els centres de gravetat, i una segona demostració exclusivament geomètrica. La primera s'aproxima, en essència, a la definició actual de la integral definida. La segona resulta la suma d'una sèrie convergent.

En aquest escrit demostra que l'àrea del segment de paràbola és un terç més gran que la del triangle inscrit, amb la mateixa base i la mateixa altura.



Arquim-1



Arquim-2

Després d'Arquimedes i Apol·loni, la cultura grega entrà en una decadència que Miguel de Guzmán identifica amb la realitat històrica d'aquell moment. La fragmentació de l'imperi d'Alexandre en diferents regnes es reproduïx en filosofia i ciència com la fragmentació del saber unificat al qual aspiraren els pitagòrics, primer, i Plató i Aristòtil, després. El saber havia estat fins aleshores orientat cap a l'home íntegre, amb fondes connexions entre estètica, ètica, religió política, música, geometria... Euclides, Arquimedes i Apol·loni són, en canvi, veritables fills de la seva època i encarnen l'especialització del saber, i molt especialment el gran geòmetra del con, Apol·loni.

Tot i això, encara hi ha alguns noms propis importants, com ara Menelau o, després, Pappos, entre altres, que a més de fer les seves aportacions, recullen i escriuen la tradició anterior. Menelau enuncià el seu teorema sobre les proporcions entre les distàncies que es generen en prolongar els costats d'un triangle fins que s'intersequen amb una recta. A partir d'aquest teorema,



Menelau



Pappus

Pappos trobà que els mateixos costats del triangle, en prolongar-se ara sobre dues rectes, es produïa un alineament d'uns determinats punts d'intersecció. Hagueren de passar molts anys fins que Pascal reprengué aquest estudi i l'aplicà generalitzat a totes les corbes còniques.

Per acabar aquest capítol, podem destacar, entre tots els darrers savis grecs, Heró,⁷ que establí la manera d'obtenir l'àrea d'un triangle a partir de les longituds dels costats, gràcies a la fórmula d'Heró:

Coneguts els costats a , b , c d'un triangle i definit el semiperímetre $s = (a + b + c) / 2$, l'àrea del triangle és l'arrel quadrada del producte $s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)$.

Heró també trobà un mètode aproximatiu per calcular les arrels quadrades i cúbiques, trobà solucions algebraïques de les equacions de primer i segon grau i resolgué per mètodes aritmètics algunes equacions quadràtiques.

Fins aquí hem resumit la gran aportació grega a la ciència en general, i a la geometria en particular. Hem parat atenció especial a tot allò que feia referència a les corbes còniques i a les superfícies i volums que amb aquestes corbes es poden generar. Hem vist, doncs, que la geometria grega, concretada i organitzada en forma de tractat per Euclides, i ampliada per Arquímedes i Apol·loni, esdevé la base de la geometria que perdurarà gairebé immutable per molts segles fins ben a prop dels nostres dies.

Aquesta és la geometria sintètica a la qual es referia Gaudí en les frases que hem reproduït als encapçalaments d'aquest capítol i dels precedents.

⁷ Heró d'Alexandria (s. II aC – s. I aC). Matemàtic i inventor grec. No se sap ni on va néixer ni on va morir.

2.3 La geometria mètrica i descriptiva. Dels savis grecs a Monge

La representació de les coses que ens envolten en una superfície plana és una necessitat ancestral des de l'inici de l'existència humana. Les tres dimensions de l'espai o de l'objecte vist o imaginat excedeixen en una les dues dimensions de la superfície que utilitzem com a suport gràfic. L'home, al llarg de la història, ha enginyat mètodes per aplicar aquesta reducció, però en aquest tema experimenta una evolució lenta i no serà fins al descobriment de la geometria projectiva i descriptiva que es donaran les bases rigoroses per establir els diferents sistemes de representació possibles.

Els savis grecs, que varen assentar les bases teòriques de la geometria, calculaven amb segments, és a dir gràficament. Tot i que dibuixaven per calcular o també per demostrar teoremes, quina mena de dibuixos van fer abans de construir els temples i les grans obres d'arquitectura? Dit d'una altra manera, com podien projectar les obres amb l'exactitud de les mesures dels carreus tallats a la pedra que avui encara ens admira? No tenim cap notícia que coneguessin els sistemes projectius ni les bases d'un mètode rigorós per representar les tres dimensions en el pla. Però, de fet, ja utilitzaven des del s. III aC la projecció ortogonal sobre el pla horitzontal, és a dir, la planta.

El mateix ens podem preguntar dels anteriors egipcis o dels posteriors romans, que van desenvolupar en gran manera la construcció amb arcs i voltes i que amb els aqüeductes van arribar a construir un lleuger pendent constant al llarg de diversos quilòmetres. Per arribar a aconseguir aquests resultats calia que aquests arquitectes anònims sabessin fer un bon projecte previ, és a dir, un bon croquis en planta, alçat i secció, encara que els dibuixos no tinguessin aquests noms i no se'ls imaginessin com a fruit d'un sistema projectiu. El prestigiós romà Vitruvi ja utilitzava simultàniament la projecció horitzontal i la vertical, però sense correspondència dièdrica, sense associar les dues vistes a una sola figura. Vitruvi afirma en el seu tractat d'arquitectura que és necessari conèixer la geometria i l'aritmètica. Aquests coneixements matemàtics als quals es refereix no són altres que els que va recollir Euclides en el seu monumental tractat de geometria.

Des de la construcció dels romans fins al descobriment de l'acer com a material de construcció al s. XIX, per al disseny de les voltes es feia servir principalment la geometria de regla i compàs i la teoria de la proporció. En canvi, la trigonometria i l'àlgebra s'hi van anar incorporant molt lentament. L'esfera, el cilindre circular, els polígons regulars i el cercle són les eines geomètriques euclidianes que van permetre construir les voltes al llarg de molts segles amb simples procediments empírics. Les cúpules termals romanes són en essència una semiesfera assentada sobre un cilindre d'altura igual al radi. En el panteó romà, per exemple, es pot inscriure una esfera completa.

De la mateixa manera, després, a Bizanci les cúpules s'apliquen a grans plantes circulars, com és el cas de la cúpula de Santa Sofia de Constantinoble, de 32,5 m de diàmetre, obra d'Antemi de Tralles. Els constructors bizantins no necessiten noves nocions geomètriques per resoldre els múltiples problemes fruit de l'acumulació de cúpules i voltes. Utilitzen les petxines per fer la transició perfecta del quadrat al cercle i compensen les empentes fent una gradació de cúpules esfèriques sobre plantes quadrades.

Les obres d'autor no van tornar a sorgir fins al final de l'edat mitjana, i durant molts anys les obres van ser anònimes. Necessàriament aquests autors anònims també havien de projectar les seves obres abans de construir-les, i això implica que utilitzaven algun mètode gràfic.

Els àrabs d'Alexandria van recollir tot el que venia dels grecs i a Toledo ho van traduir al llatí. Els àrabs coneixien molta fisiologia de la visió; fins i tot havien arribat a fer operacions de cataractes. Coneixien les lleis fonamentals de l'òptica, la reflexió i la refracció, però el món occidental els va combatre i així es va perdre molta de la seva saviesa.

Els àrabs van saber conservar les matemàtiques gregues i índies i, a més, van contribuir al desenvolupament de la trigonometria plana i esfèrica i de l'àlgebra. De totes maneres, sembla que aquests avanços en matemàtiques no tenen una relació directa amb les aportacions dels àrabs en la construcció de voltes. La geometria aparentment complexa de les cúpules estrellades, cúpules de nervis vistos o ocults, o les cúpules poligonals que van fer els constructors àrabs s'obté a partir de les mateixes nocions de geometria bàsica que ja hem citat.

Durant el període romànic i fins a arribar al gòtic, la manera que tenien per representar els seus projectes segueix les pautes dels aprenentatges gremials que tan sols uns pocs tenien el privilegi de poder comprendre. L'evolució tècnica de l'arquitectura romànica cap a la gòtica, l'afinament de l'estructura i de les seccions resistents, l'augment de dimensions en planta i altura, l'economia de material, són qüestions que evidencien l'ús de la projectació gràfica i l'anàlisi prèvies a la construcció. També és conegut de l'edat mitjana l'ús de plànols, plantes i alçats, sobretot pels constructors de catedrals, però es tracta de dibuixos independents, sense interrelacions, sense que siguin concebuts simultàniament aplicats a un mateix objecte.

Tot i els problemes d'estabilitat que produeixen les fortes empentes laterals, la volta de canó característica de l'arquitectura romànica és una solució fàcil de construir. Es pot traçar amb senzills arcs de circumferència i simples tangències. La volta de creueria gòtica redueix el volum i el pes de la coberta, permet que els murs deixin de ser imprescindibles en l'estabilitat del conjunt i resulta ser una solució que possibilita l'aparició de superfícies guerxes. La dificultat més gran és la talla exacta de la pedra en les seves tres dimensions perquè els nervis apareguin purs, sense sinuositats. La construcció de les catedrals donà lloc a la maçoneria, el gremi dels constructors de catedrals, que desenvoluparen sota la base de l'esoterisme tot el saber constructor medieval, reencarnant amb molta exactitud la tradició de les sectes pitagòriques gregues. Els mestres maçons convertiren la geometria en secret i això féu que aquests coneixements fossin molt valorats.

De totes maneres, a l'hora de resoldre problemes concrets de la construcció, el creixement en altura de les naus o la complexitat de les solucions de cobertes, no s'usen altres eines que no siguin el compàs, la regla, l'escaire (o la norma), la plomada (o el catet), el nivell i el cartabò. La geometria pràctica dels maçons no incorpora els nous coneixements matemàtics de Fibonacci⁸ ni tampoc les primeres traduccions de les obres clàssiques que ja hi ha a partir del s. XIII, com per exemple l'*Estàtica* d'Arquimedes o la *Cinemàtica* d'Aristòtil.

L'evolució de la perspectiva des de l'art romànic i el gòtic fins als pintors del Renaixement ens parla molt de l'intent de superar aquesta mancança. Els artistes anaren descobrint, a poc a poc, com fugaven les línies en la perspectiva, i passaren del desordre de fugues a una seriació

⁸ FIBONACCI, Leonardo de Pisa (1170-1240). *Liber Abaci*. Destaca per l'estudi de les sèries de Fibonacci.

en paral·lel; després es va fer una primera distinció dels objectes que fugaven per sobre de l'horitzó dels que fugaven per dessota, amb una gruixuda i indefinida franja central on s'evitaven les línies fugades; després es distingiren quatre quadrants en el quadre, dalt-baix, dreta-esquerra, i en cada quadrant les fugues s'ordenaven paral·lelament cap al centre del quadre. Segons la preocupació personal de l'artista, aquests avenços intuïtius podien ser més o menys significatius.

Cap al s. XIII els franciscans crearen les primeres universitats amb la intenció de fer arribar el coneixement a tothom, de difondre'l. Van fer seva la idea que una imatge val més que mil paraules, sobretot quan les paraules de les escriptures són en llatí, llengua estrangera al poble. Van veure la necessitat d'escenificar, "científicament", les escriptures, i això exigia un rigor que esdevingué el tret de sortida de la cursa del coneixement científic de la representació cap a la projecció-secció. La inquietud de representar fidelment la realitat i deixar poc a poc la representació iconogràfica i simbòlica es fa palesa ja amb Brunelleschi quan fa servir un enginyós sistema de miralls per fer un quadre del baptisteri de Pisa que intenta fotografiar la realitat. Amb Filippo Brunelleschi (1377-1446) i Leon Battista Alberti (1404-1472), davant del repte de cobrir amb cúpula l'església de Santa Maria de les Flors de Florència, s'inicia també l'estudi estructural de forma científica i es genera força documentació escrita. Alberti escrigué, a més del seu tractat de construcció, un tractat *Della pictura* (1446), considerat el primer que estudia la perspectiva científica, on dóna pautes per simular l'efecte de la profunditat en el quadre, però encara es queda lluny de la precisió que exigien els seus successors quan inventaren la màquina de fer perspectives. Aquesta màquina consistia en un marc de finestra amb el quadre en un porticó mòbil, i amb un sistema de cordills i plomades podien anar obtenint punts des de l'objecte real fins a plasmar-lo sobre el quadre. Entre aquests primers artistes preocupats per la perspectiva cal destacar Lorenzo Ghiberti (1378-1455), Piero della Francesca (1410-1492) i Benvenuto Cellini (1500-1571).

Leonardo da Vinci (1452-1519) és l'exponent més clar d'aquesta inquietud i aquest enginy per trobar solucions al problema de la perspectiva. El seu *Trattado della pittura* l'encapçala amb una frase, rèplica de la inscripció de Plató: "Que ningú que no sàpiga matemàtiques llegeixi les meves obres". També ell estudia una gran quantitat de problemes que avui s'engloben dins de la ciència de la resistència de materials, com ara la resistència i els experiments a tracció, les mesures, la resistència i les deformacions per flexió, l'empenta dels arcs, la compressió i el vinclament, etc. La seva concepció intel·lectual queda manifestada en la frase: "Fes primer l'experiment i després la regla". Entre altres pintors que assoliren un domini notable de la perspectiva, cal destacar Rafael (1483-1520) i Miquel Àngel (1475-1564).

Els primers tractats de perspectiva són, no obstant això, força antics, fet que s'explica perquè es donava prioritat a la transmissió oral i gremial dels coneixements enfront de la transmissió escrita en llengües desconegudes. El 1505 S. Pélérin exposà clarament el procediment del punt de fuga. Dürer té un tractat que data del 1525 i altres que el seguiren foren E. Dant (1582) i Guidobaldo del Monte (1600). Després la iniciativa va passar als Països Baixos, i d'allà destaquen els tractats de Stevin (1605), Salomon de Caus (1612), Fr. d'Aiguillon (1613) i Marolois (1614). Després França prengué el relleu amb J. L. Vaulezard (1631), J. Aleaume (1643), J. Dubreuil, amb 3 volums (1642-1649), i A. Bosse, amb 2 volums (1648-1653).

Durant els s. XVIII i XIX, després dels grans pintors del Renaixement, la perspectiva no avança més pel que fa al coneixement i l'abstracció dels seus fonaments científics, ni tampoc la geometria de la representació va a la velocitat en què aleshores avancen analíticament les

matemàtiques i altres ciències. Algun autor va comentar, per justificar l'apreciació poc rigorosa de l'artista (matemàticament parlant) que "...tot i que l'esfera fora del raig principal matemàticament és una el·lipse, perceptivament és una circumferència..." o també que "...fins i tot Rafael es va permetre de fer una circumferència en comptes d'una el·lipse..." per representar en una obra seva l'esfera del globus terraqüi que porta a la mà un personatge clarament descentrat del raig principal. Per nosaltres és clar que un con visual tangent a una esfera produeix una circumferència de contacte, i aquesta, si no és en un pla paral·lel al pla del quadre, es projectarà en el pla del quadre no com a circumferència sinó com a el·lipse. Tot i els avenços en el camp de la matemàtica analítica, en el camp de la representació encara hi havia molts dubtes, i aquest exemple n'és només una mostra.

No és fins a Gaspard Monge⁹ (1746-1818) que amb la geometria descriptiva es plantegen les bases per resoldre qualsevol problema de representació de l'espai en el pla.

Hauríem de considerar com a primers antecedents de la geometria de Monge els geòmetres grecs i precisament, en especial, aquells que desenvoluparen l'estudi del con i les seves seccions planes, ja que el con és en si mateix el fet projectiu i dues seccions planes ens parlen de la projecció o transformació d'una en l'altra segons les lleis implícites del con, és a dir, de la projecció o el sistema projectiu. Generalitzant, quan el con desplaça el vèrtex a l'infinít esdevé un cilindre, i segons si les seccions són paral·leles o no ho són podem obtenir la variada gamma de sistemes de representació: els sistemes de projecció cilíndrics ortogonals, els cilíndrics i oblics o els sistemes cònics.

Com a reals antecedents de Monge cal destacar Girard Desargues¹⁰ (1593-1661), amb el seu famós teorema de Desargues¹¹ i les idees sobre les seccions del con publicades el 1639.

⁹ Gaspard Monge (Beaune 1746 - París 1818). De família modesta, estudià amb tal aprofitament que als 16 anys ja era professor de física del col·legi Oratori a Lió. Un plànol detallat de la ciutat de Beaune que havia fet cridar l'atenció a un enginyer de l'exèrcit i gràcies a això entrà a l'escola militar de Mézières en comptes d'ingressar a l'ordre de l'Oratori com volia la seva família. Va ser professor de l'escola militar fins al 1773, any en què deixà l'escola militar en ser designat examinador de marina, ja que també havia sigut professor d'hidràulica a l'escola Turgat de París. Va acceptar amb entusiasme els postulats de la Revolució Francesa de 1789 i el van nomenar ministre de Marina, però dimití el 1793. Davant del perill d'invasió que corria França, va col·laborar amb el Comitè de Salvació Pública i va dirigir treballs a les fonderies de canons. El 1774 va publicar el seu tractat *Art de fabricar projectils de guerra* i també *Avis als obrers del ferro sobre la fabricació de l'acer*. Va fundar l'Escola Normal, on ensenyava geometria descriptiva, que havia deixat de ser secret militar, i després va passar a l'Escola Politècnica. Va estar a Itàlia el 1776 amb la intenció d'estudiar els objectes artístics que passaren a França, i va conèixer Napoleó Bonaparte personalment, per qui sentia una gran admiració. Acompanyà Napoleó en l'expedició a Egipte (1798) i fou nomenat president de l'Institut del Caire. Allí va estudiar el fenomen dels miratges. En tornar a París continuà com a catedràtic de l'Escola Politècnica, a la qual dedicà grans esforços, fins i tot econòmicament, amb la creació d'unes beques per als alumnes a partir de 1805. Proclamat Napoleó emperador de França, Monge fou distingit amb els títols de senador i comte de Perusa, fou un gran oficial de la Legió d'Honor i se li va atorgar una rica finca a Westfàlia. Amb la caiguda de Napoleó desaparegué l'Escola Politècnica i Monge fou expulsat de l'Institut. Va caure en una greu depressió i no va fer res més en el camp científic. Morí poc després, a París el 1818.

¹⁰ Girard Desargues (Lió 1593-1661). Matemàtic, enginyer i arquitecte francès. El 1636 va començar a freqüentar el grup parisenc d'intel·lectuals que girava al voltant de Marin Mersenne i escrigué un manual de composició musical de notable interès. També escrigué el 1636 un opuscle de perspectiva en un sol full de mida foli, i els escassos exemplars van desaparèixer de seguida. Afortunadament, el va reimprimir el gravador Bosse en la seva *Manière universelle de M. Desargues pour pratiquer la perspective* (París, 1648), en el qual hi ha l'important teorema de Desargues sobre els triangles homològics (vegeu F. VERA, *Breve historia de la geometria*, pàg. 115). Entre altres obres trobem *Traité de la section perspective* (1636) i també *La coupe des pierres en l'architecture* (1640), que l'enfrontà violentament amb els arquitectes contemporanis.

¹¹ Teorema de Desargues: "Si dos triangles ABC i A'B'C', en el mateix pla o a l'espai, tenen els seus vèrtexs A i A', B i B', i C i C' situats dos a dos en tres rectes que són concurrents en un mateix punt O, la prolongació dels

Desargues va ser l'iniciador de la geometria projectiva, i va introduir la noció de punt de l'infinit d'una recta, en la qual prescindí del concepte de paral·lelisme en identificar un cilindre amb un con de vèrtex situat a l'infinit. Fou el primer a explicitar la importància de la perspectiva en geometria. La seva obra cabdal és *Brouillon projet d'une attente aux événements des rencontres du cône avec un plan*, on exposa els fonaments de la geometria projectiva de les corbes còniques.

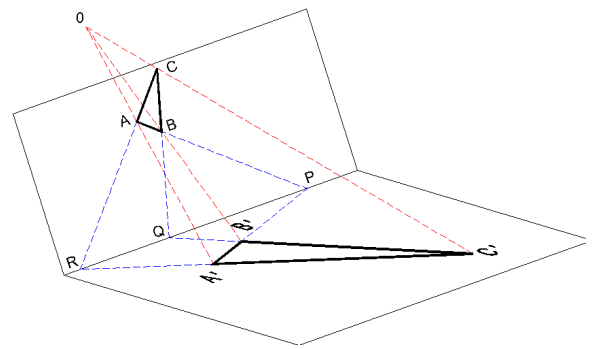


Fig. 2.3.1

Un destacat deixeble de Desargues fou Blaise Pascal,¹² que des de ben jove mostrà una excel·lent predisposició envers les matemàtiques que fructificà ja quan tenia setze anys amb una notable memòria sobre les corbes còniques: *Essai pour les coniques* (1640), i poc temps després amb la construcció d'una màquina de calcular que va ser l'admiració dels seus contemporanis. Pel que fa a les corbes còniques cal dir que és gràcies al seu teorema i a la recta de Pascal que avui tenim el mètode gràfic per construir la cònica que defineixen 5 punts qualssevol del pla.

Els tres punts d'intersecció de les prolongacions dels costats oposats d'un hexàgon inscrit en una corba cònica són alineats i determinen la recta de Pascal.



Pascal-1

Els sis punts de Pascal defineixen un hexàgon inscrit en una cònica, i només una. Després Brianchon enuncià el teorema dual, sobre els hexàgons circumscrits a les còniques.



Pascal-2

Si un hexàgon té els costats tangents a una corba cònica aleshores tres de les seves diagonals són concurrents en el punt de Brianchon.

Totes aquestes idees foren aprofitades per Philippe de La Hire (1640-1718) en el seu tractat sobre còniques. Finalment, Amedeé-François Frézier el 1728 publicà el *Tractat d'estereotomia a l'arquitectura*, on desenvolupà les idees de Desargues i preparà el terreny per al descobriment de Monge.

Monge ingressà a l'escola militar de Mézières el 1768, on fou professor de física amb només 22 anys d'edat, i de matemàtiques als 25 (1771). Aleshores va inventar la geometria descriptiva. Els seus estudis semblaren de vital importància per al traçat de fortificacions, per la qual cosa en prohibiren la divulgació i van qualificar el tema de secret militar. Al mateix temps es dedicà a l'anàlisi aplicada a la geometria, i publicà sobre aquest tema a les acadèmies de Torí i París (1770 i 1773).

Tot i haver descobert i estudiat la geometria descriptiva el 1768, no va veure publicats els seus primers resultats fins al 1799, com a apunts de les lliçons de l'Escola Politècnica. El 1805

seus costats AB i $A'B'$, BC i $B'C'$, i CA i $C'A'$ es tallaran dos a dos en tres punts P , Q i R en línia recta i recíprocament". Aquest teorema el donà a conèixer Servois el 1804, un segle i mig més tard.

¹² Blaise Pascal (Clarmont d'Alvèrnia 1623 – París 1662). Matemàtic, físic, filòsof i escriptor francès. Juntament amb Fermat és un dels fundadors del càlcul de probabilitats. Dins del camp de la física féu nombrosos experiments relatius a la pressió atmosfèrica i també observacions i experiments sobre la transmissió de la pressió en un medi líquid incompressible. En hidrostàtica enuncià el principi de Pascal.

publicà la major part de les seves memòries dins del *Tractat d'aplicació de l'àlgebra a la geometria*. El 1819 aparegué la quarta edició del tractat, amb les últimes correccions que Monge havia fet abans de morir. Aquest últims treballs van ser molt importants, i en destaquen estudis sobre integració d'equacions en derivades parcials de segon ordre i la determinació de les línies de curvatura de l'el·lipsoide, que foren comentades amb elogis per Lagrange.

En el llibre de Gaspard Monge *Géométrie descriptive, leçons donnés aux Ecoles Normales l'an 3 de la République* (1799), on s'agruparen les lliçons que el gran geòmetra va impartir a l'Escola Normal i que ja havien estat recollides en diversos volums, Monge va establir els fonaments conceptuals i operatius del mètode de la doble projecció. L'objecte de la geometria descriptiva estava clarament formulat en el programa de l'obra:

- 1) Representar amb exactitud sobre els dissenys de 2 dimensions els objectes que en tenen 3 i que són susceptibles d'una determinació rigorosa.
- 2) Deduir de la descripció exacta dels cossos tot el que se segueix necessàriament de les seves formes i de les seves posicions respectives.

Així, la geometria descriptiva apareix a la vegada com una branca del coneixement matemàtic i com una disciplina gràfica de caràcter rigorós.

De totes maneres cal precisar que el dibuix de projeccions ortogonals ja es feia servir tradicionalment en el dibuix d'arquitectura en forma de plantes, alçats o perfils. L'aportació de Monge és la sistematització que arma la geometria descriptiva com una disciplina autònoma, amb una metodologia operativa pròpia, que esdevindrà base del dibuix tècnic i serà coneixement imprescindible a les escoles d'arquitectura i enginyeria. Entre les fonts del mètode de la doble projecció de Monge cal mencionar el tractat d'estereotomia de Frazier (1737), el de Simonin, *Traité élémentaire de la coupe des pierres ou Art du Trait*, de 1792, el tractat d'ombres de Dupain i els tractats de perspectiva de Jeurat i de Lambert.

La major part de la seva obra es va imprimir quan ja era mort. Per exemple, la *Geometria descriptiva* i la *Teoria de les ombres* no trobaren la difusió adequada fins a les publicacions del 1847.

Aquesta data de publicació, relativament pròxima a la data de naixement d'Antoni Gaudí, implica que la geometria descriptiva que va arribar a Barcelona fos gairebé l'original de manera força directa a través dels deixebles de Monge, que completaren magníficament l'obra del seu mestre, sense més traductors ni intermediaris. És important tenir en compte que Gaudí estudià i entenia el francès.

Sembla que a Gaudí li agradava aquesta matèria i més endavant veurem que la va cursar ja en els cursos d'ingrés a l'Escola d'Arquitectura. De totes maneres podem avançar l'anècdota que a l'Escola Provincial d'Arquitectura de Barcelona el professor Antoni Rovira Rabassa (1845-1917) explicava la descriptiva, la perspectiva, la teoria de les ombres i la gnomònica. Gaudí, que va suspendre l'assignatura dues vegades, deia del seu professor que explicava molt bé encara que no sabia exactament què.

2.4 El descobriment de les catenàries. De Descartes als germans Bernoulli

No cal una observació gaire atenta de l'obra de Gaudí per descobrir la presència de corbes còniques, parabòliques i catenàries en la major part de les seves obres, des de les primeres, com ara la casa Vicens, les cavallerisses de la finca Güell, la Cooperativa Mataronense, el palau Güell, la casa Batlló... fins a les darreres, com ara la cripta de la Colònia Güell, la casa Milà o el temple de la Sagrada Família. El descobriment de l'arc de catenària i els mètodes funiculars que l'aproximen foren, sense cap dubte, de les coses de més interès i de més decisiva influència en l'arquitectura d'Antoni Gaudí.

Hem vist que l'estudi de les paràboles ja s'inicià en temps dels savis grecs, i que aquest estudi s'associa amb la part més visual i tangible de la geometria. Les corbes catenàries, en canvi, foren descobertes molt més recentment i el seu estudi està associat al desenvolupament de la geometria analítica, del càlcul i de la matemàtica en general. En buscar els orígens d'aquesta corba per veure més clar com va arribar a conèixer-la Gaudí, ens trobarem amb els noms de diversos matemàtics i físics, i entre ells trobem també els pioners en la nova ciència de la resistència de materials.¹³

La corba catenària esdevé una síntesi entre geometria i mecànica des de la seva mateixa gènesi o concepció, ja que és la corba que busca una forma geomètrica concreta, la que adopta una cadena suspesa de manera natural, i té unes característiques mecàniques molt especials: tota la cadena suspesa treballa exclusivament a tracció i, per tant, l'arc en forma de catenària invertida treballarà exclusivament a compressió. És per tot això que aquesta corba és un punt clau en aquest estudi.

Pel que fa al desenvolupament de la matemàtica analítica, és clar que el tret de sortida el va donar René Descartes¹⁴ quan a l'apèndix anomenat *Geometria* (Leiden 1637), dins del seu famós *Discurs del mètode*, posà les bases de la geometria analítica per representar les corbes mitjançant equacions. El seu nou mètode d'investigació geomètrica, basat en les coordenades cartesianes, va permetre la reducció d'un problema geomètric a un problema algebraic, i a l'inrevés. Això va representar una eina imprescindible per a l'estudi de les diferents funcions que aviat es plantejaren, entre les quals hi havia la catenària.

Un any més tard, el 1638, Galileo Galilei¹⁵ (1564-1642), en el seu *Dialogo dei sistemi*, va aproximar la catenària a una paràbola. Es tracta d'una bona aproximació que s'ha tingut en compte durant molts anys per simplificar el disseny i el càlcul d'arcs. Aquesta apreciació ens demostra la intuïció i la saviesa de qui s'avançava al seu temps.

¹³ Part d'aquest estudi la devem al llibre de Joan Bassegoda Nonell *El arco de festón*, que publicà la Reial Acadèmia de les Ciències i les Arts de Barcelona el 1986.

¹⁴ René Descartes (La Haye, Turena 1596 – Estocolm 1650). Filòsof i matemàtic francès. Destinat a l'exèrcit per la seva família, viatjà molt per Holanda, Alemanya, Bohèmia i Hongria. Però abandonà l'exèrcit i s'instal·là a París i després a Holanda, on l'atmosfera més liberal li semblà que afavoriria els seus estudis. Juntament amb Fermat, es considera un dels fundadors de la geometria analítica, però també té tractats de diòptrica, dels meteorits i de la llum. Entre les seves obres destaquen: *Discurs del mètode* (1637), *Meditacions* (1641), *Principis de filosofia* (1644) i *Les passions de l'ànima* (1649).

¹⁵ Galileo Galilei (Pisa 1564 – Florència 1642). Astrònom i físic italià. Els seus descobriments científics en mecànica i astronomia i, sobretot, el mètode matemàtic experimental que feia servir en les seves investigacions el convertiren en el fundador de la ciència moderna i en una de les figures més interessants de la humanitat.

El 1646 Christiaan Huyghens¹⁶ va detectar la imprecisió de Galileu i Joachim Jung (Rostock 1587 - 1657) en va fer controvèrsia, i així es plantejà un repte públic als homes de ciència del seu temps.

El 1687 Isaac Newton¹⁷ va trobar una primera solució al problema de la catenària fruit de les seves investigacions sobre sòlids de mínima resistència. També és el 1687 quan Pierre Varignon¹⁸ i Simon Stevin¹⁹ mencionen el polígon funicular. Quan Stevin demostrà la llei del pla inclinat va fer servir un collaret de 14 boles, de les quals 4 recolzaven sobre un pla i 2 sobre un altre. Les 8 boles restants del collaret penjaven lliurement. La diferència de fregament deguda a la diferència d'inclinació entre els dos plans explicava l'equilibri del collaret, que no es posava a girar ni es movia. De fet, Stevin va dibuixar en aquest esquema una de les primeres catenàries que hem pogut trobar, però queda clar que no la va utilitzar amb la mateixa finalitat que nosaltres (fig. 2.4.1).



Fig. 2.4.1

El 1690, Jakob Bernoulli²⁰ publica a la revista *Actae Eruditorum* la qüestió no resolta de l'equació de la catenària i en fa un repte públic per als savis d'Europa.

¹⁶ Christiaan Huyghens (la Haia, 1629 – 1695). Físic neerlandès. Hom el considera el físic més destacat en la sèrie de científics europeus que enllacen l'obra de Galileu amb la d'Isaac Newton. Juntament amb Pascal i Fermat, fou un dels capdavanters en el càlcul de probabilitats. La seva obra cabdal, *Horologium oscillatorium* (1673), és una síntesi dels seus coneixements de mecànica, que fructificaren en l'invent del rellotge de pèndol. Huyghens ja havia treballat amb el problema de la braquistòcrona, la corba de trajectòria més ràpida, i quan va saber que era la cicloide i va comprovar que dues boletes col·locades a diferent alçada d'una mateixa cicloide arribaven a la base en el mateix temps, estudià la manera de fer que els rellotges tinguessin un pèndol de recorregut cicloidal en comptes de ser un arc de circumferència. D'aquesta manera l'amplada de l'oscil·lació no afectava el període del pèndol. També feu importants aclariments sobre el xoc dels cossos elàstics. És famosa la seva teoria sobre la natura ondulatoria de la llum. Juntament amb el seu germà Constantijn, construí telescopis (gràcies als quals va poder explicar els anells de Saturn) i també microscopis (amb els quals va investigar petits organismes vius).

¹⁷ Isaac Newton (Woolsthorpe, Lincolnshire 1642 – Kensington, Middlesex 1727). Físic anglès. El 1687 publica *Philosophiae naturalis principia mathematica*, on enuncia la llei de la gravitació universal i les tres lleis de Newton, la de la inèrcia de les masses a mantenir el moviment o el repòs, la de la proporcionalitat entre força motriu i quantitat de moviment i la de la igualtat entre acció i reacció. En astronomia representa la culminació del procés revolucionari iniciat amb Copèrnic contra l'astronomia clàssica i medieval. Assumeix les aportacions positives de Galileu i Kepler i acaba donant, a través de raonaments i càlculs inatacables, una explicació coherent i versemblant de tota la mecànica celest.

¹⁸ Pierre Varignon (Caen 1654 – 1722). Geòmetra francès. El seu treball *Project d'une nouvelle mécanique* li va obrir les portes a l'Acadèmia de les Ciències el 1688. Va morir sobtadament i el seu amic Fontenelle va anar publicant la major part de la seva obra. Entre les darreres obres més destacades figuren *Nouvelle mécanique ou statique* (París, 1725), *Traité du mouvement et de la mesure des eaux courantes et jaillissantes, avec un Traité préliminaire du mouvement en général* (París, 1725) i *Eléments de mathématiques* (París, 1732).

¹⁹ Simon Stevin (Bruixes 1548 – la Haia 1620). Matemàtic, mecànic i arquitecte belga. Va enriquir la mecànica i la geometria del seu temps. El 1586 establí la veritable teoria del pla inclinat i el principi del paral·lelogram de forces. Es feu popular per l'invent del cotxe i del trineu a vela. El millor recull de la seva obra el feu Girard (Leiden, 1634) i hi figuren tractats d'aritmètica, geometria, estàtica, hidrostàtica, meteorologia i navegació.

²⁰ Jakob Bernoulli (Basilea, 1654 – 1705). Matemàtic suís. En matemàtiques va resoldre el problema de la braquistòcrona i n'obtingué la solució amb mètodes que contenien càlcul de variacions i les primeres

Gottfried Leibniz²¹ accepta el repte i troba de seguida l'equació de la catenària, però no la publica fins dos anys més tard.

Simultàniament, l'altre germà Bernoulli, Johann,²² va publicar a les *Actae Eruditorum*, juntament amb Huyghens, l'equació de la catenària, també el 1690. La seva construcció pressuposa la quadratura de la hipèrbola i quatre propietats més:

- La catenària és rectificable.
- La catenària és quadrable.
- És, de totes les corbes d'igual longitud i base, la que té el centre de gravetat més baix.
- És tal que, seguint el seu traçat, es poden col·locar infinites dovelles de forma que girant 180° respecte de l'horitzontal es determina un arc que se sosté pel seu propi pes.

$$y = m \cdot \frac{e^{x/m} + e^{-x/m}}{2} = m \cdot \cosh \left(\frac{x}{m} \right)$$

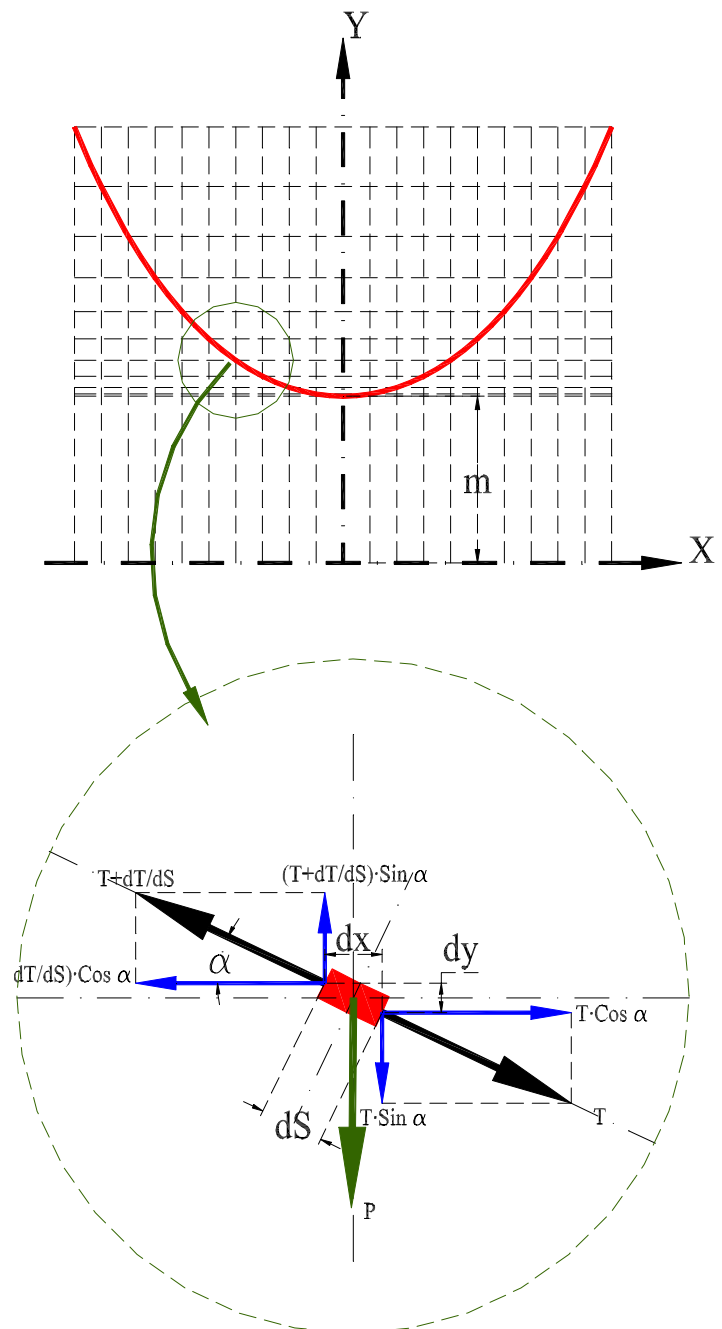


Fig. 2.4.2

integracions d'equacions diferencials. Enuncia el teorema de Bernoulli sobre el càlcul de probabilitats. En resistència de materials, proposà el problema de la catenària i desenvolupà l'expressió de l'equació de l'elàstica, la proporcionalitat entre curvatura i moment flector.

²¹ Gottfried Leibniz (Leipzig 1646 – Hannover 1716). Filòsof i matemàtic alemany. La seva obra és immensa, però pel que fa al tema que ens ocupa resolgué problemes com ara els de la catenària, la isòcrona, la braquistòcrona l'elàstica, les corbes de rodament... entre altres.

²² Johann Bernoulli (Basilea 1667 – 1748). Matemàtic suís. Deixeble del seu germà gran, Jakob. El 1691 determinà les tangents i els, radis de curvatura de moltes corbes planes i donà el primer exemple de coordenades polars. Fou professor a Groningen (1695-1705), on fou mestre d'Euler.

Així, doncs, els descobriments de la corba catenària, l'equació i les propietats que se'n deriven els devem a Huyghens, Leibniz i els germans Bernoulli. La saga dels Bernoulli va continuar amb Daniel Bernoulli,²³ fill de Johann, i amb Euler,²⁴ amic de Daniel i també deixeble de Johann.

A l'annex 1 s'adjunta la deducció matemàtica de la corba de catenària i la deducció de l'equació de la seva longitud. S'adjunten també unes taules d'elaboració pròpia per obtenir punts que permetin dibuixar una catenària qualsevol a partir de la longitud i dels dos punts de suspensió.

Ens interessa resoldre aquest problema pel paral·lelisme analític que té amb la forma de treballar, pràctica i empírica, de Gaudí en els seus models funiculars. Prenent una cadena d'una longitud coneguda i suspesa de dos punts coneguts, Gaudí determinava empíricament la forma de l'arc de catenària, que invertit donaria forma al seu projecte arquitectònic.

²³ Daniel Bernoulli (Groningen 1700 – Basilea 1782). Físic, matemàtic i fisiòleg neerlandès. Després de fer estudis de medicina a Basilea, Heidelberg i Estrasburg, el 1724 publicà la resolució de l'equació diferencial de Riccati, entre altres temes d'interès matemàtic. El van cridar per anar a l'Acadèmia de Sant Petersburg, on va estar-se del 1725 al 1733. Publicà a *Hydrodynamica* (1738) el principi de Bernoulli. Entre moltes altres activitats i descobriments interessants, destaquen els seus treballs sobre els cossos elàstics (cordes vibrants) i les oscil·lacions dels sòlids rígids. Va fer contribucions científiques importants a la mecànica racional, estudià especialment la dinàmica de la rotació i va enunciar els principis de conservació dels moments i de les àrees, simultàniament amb Euler, amb qui mantenia una constant correspondència. Hom el considera el primer de fer avenir les idees de Newton amb els mètodes de càlcul de Leibniz.

²⁴ Leonhard Euler (Basilea 1707 – Sant Petersburg 1783). Matemàtic suís. Deixeble de Johann Bernoulli. Va ser professor de física i matemàtica a l'Acadèmia de Ciències de Rússia a Sant Petersburg, director de l'Acadèmia de Ciències de Berlín i, després, director de l'Acadèmia de Sant Petersburg. Fou membre de la Royal Society i de l'Acadèmia Francesa de Ciències. En matemàtiques destaquen les investigacions sobre sèries algebraïques, les transformacions de coordenades i nombrosos treballs de càlcul integral i diferencial. També va establir les notacions del nombre π , el nombre e base dels logaritmes i la unitat dels nombres imaginaris i . En física definí temes com ara *centre de gravetat*, *centre d'inèrcia*, *moment d'inèrcia*, etc. Donà les equacions diferencials per definir el moviment general d'un cos amb un punt fix en funció de les forces aplicades. Estudià l'elàstica i el vinclament en peces carregades en els seus extrems i va establir el concepte de càrrega crítica que porta el seu nom.

2.5 Anàlisi de les diferències entre la paràbola i la catenària

Ja des de Galileu s'havia considerat la paràbola una bona aproximació de la catenària, però tot i això es tracta només d'una aproximació, ja que la paràbola no s'ajusta perfectament a la corba que descriu una cadena sostinguda des dels seus extrems i sotmesa simplement al seu propi pes, és a dir, a la corba catenària. De totes maneres, encara avui dia es parla sovint sense fer distincions entre arcs parabòlics i catenaris, i sovint, fins i tot, es confonen.

Analitzem aquesta semblança:

1. L'expressió més reduïda de la paràbola, quan està centrada a l'origen de coordenades, és $y = a \cdot x^2$, i només depèn d'un paràmetre: a . A més, veurem que totes les paràboles són homotètiques; totes són semblants. A partir d'una paràbola base podem generar qualsevol paràbola sense fer cap transformació afí que distorsioni la proporció entre la x i la y . És per això que podem dir, d'alguna manera, que la paràbola és una corba única. Cal tenir en compte aquest fet significatiu i distintiu de la paràbola respecte de les altres corbes còniques, l'el·lipse i la hipèrbola, que no són úniques (és a dir, que no totes les el·lipses són homotètiques, ni tampoc ho són totes les hipèrboles). Les el·lipses i les hipèrboles depenen de dos paràmetres. Hem vist ja l'equació de la catenària, la més reduïda i centrada a l'origen, i també depèn d'un sol paràmetre: m . Podem dir que la catenària també és una corba única, igual que la paràbola. Totes les catenàries es poden generar a partir d'una catenària base amb transformacions homotètiques (canvis d'escala proporcionals) i translacions pel pla. A l'annex 1 ampliem l'explicació sobre aquesta qüestió de les homotècies entre funcions per justificar i aclarir el significat del que hem batejat com a *corba única*.
2. En seccionar una paràbola perpendicularment al seu eix, relativament a prop del vèrtex, podem obtenir un arc parabòlic de tipus obert o aplanat, amb una llum més gran que la contrafletxa o l'apuntament de l'arc. Si la seccionem en un punt més allunyat del vèrtex, aleshores podem obtenir una paràbola més tancada o un arc parabòlic amb una llum molt inferior a la fletxa o apuntament. Igualment passa amb els arcs catenaris.
3. Els arcs catenaris i parabòlics del tipus obert o aplanat, amb llum superior a la contrafletxa o apuntament, són gairebé coincidents. Si dibuixem a sobre d'un arc catenari d'aquest tipus una paràbola que tingui el mateix vèrtex i els mateixos extrems, l'error relatiu que obtenim en comparar la desviació de les ordenades per a unes mateixes abscisses és sempre molt petit, menor al 0,5%, inapreciable visualment.

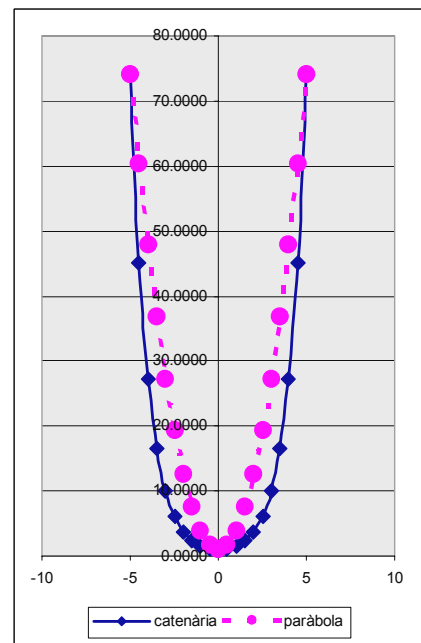
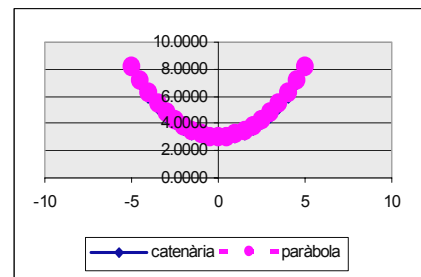


Fig. 2.5.1

4. En canvi, els arcs catenaris i parabòlics del tipus tancat o apuntat, amb llum inferior a la contrafleixa o apuntament, són visiblement diferents. En la mateixa superposició d'un arc catenari d'aquest segon tipus amb una paràbola que tingui el mateix vèrtex i els mateixos extrems, l'error relatiu que obtenim en comparar la desviació de les ordenades per a unes mateixes abscisses és apreciable, i en augmentar l'apuntament de l'arc arriba a esdevenir una desviació molt gran.
5. El darrer punt de relació entre la catenària i la paràbola, i el més significatiu, el trobem en el fet que, de la mateixa manera que hem obtingut la catenària com la corba que es produeix de forma natural quan es considera l'acció gravitatòria que actua al llarg de la mateixa corba, quan es considera la hipòtesi de repartir el pes al llarg de la projecció horitzontal de la corba, la corba resultant ja no és una catenària, sinó, justament, una paràbola.

Veurem que Gaudí projecta amb arcs molt apuntats, més semblants al segon cas, en l'esquema que reproduïem a la fig. 2.5.1, que no pas al primer. Un exemple fàcil per il·lustrar aquesta verticalitat podria ben bé ser el temple de la Sagrada Família, on tenim una nau de 15 m d'amplada i de 45 m d'altura.

En el cas del projecte previ per a la cripta de la Colònia Güell també ens trobem davant d'unes proporcions molt verticalitzades. La forma aconseguida per Gaudí en els arcs i les voltes, quan utilitza aquestes proporcions que extreu dels seus models catenaris de la cripta Güell, és més arrodonida en els vèrtexs i es desvia sensiblement de les corbes parabòliques. Aquest fet prova la fidelitat de Gaudí al mètode empíric emprat, les cadenes suspeses, i no pas a cap abstracció geomètrica o aproximació analítica que se'n pogués haver fet usant voltes i arcs parabòlics.

En molts altres casos, com per exemple en les portes i finestres del col·legi de les teresianes del carrer Ganduxer, l'arc utilitzat és més parabòlic que catenari.

Aquest fet sembla demostrar que Gaudí coneixia la peculiar diferència entre les dues corbes. Utilitza catenàries quan projecta voltes i cúpules que simplement sostenen el seu propi pes i utilitza paràboles quan el pes propi de l'arc és menyspreable en comparació amb el sobrepès que reposa damunt de l'arc: un mur, un sostre o un terrat, per exemple.

A l'annex 1 adjuntem la demostració d'aquest tret distintiu fonamental entre catenària i paràbola fent servir els mateixos esquema, raonament i nomenclatura que hem usat en la demostració de la catenària, però tenint en compte ara que la tensió T creixerà depenent de l'increment de l'abscissa dx i no pas de la longitud del cable dS .

Finalment tanquem l'annex 1 amb una sèrie de taules que mostren, numèricament, la gran semblança o la gran diferència entre les dues corbes depenent de la proporció del tram considerat. Per elaborar-les s'ha considerat, en cada cas, la paràbola i la catenària que tenen tres punts en comú.

Si fins aquí hem parlat de la dicotomia entre arcs parabòlics i arcs catenaris ha estat per la influència dels llibres i els textos que parlen de Gaudí. Els termes *parabòlic* o *catenari* s'usen massa sovint sense l'adequació al significat que hem vist que el rigor matemàtic estableix. I aquesta inèrcia mantinguda pel saber popular sobre Gaudí ens ha fet oblidar, per un moment, que els arcs també podien ser el·líptics o hiperbòlics, per exemple.

En el darrer capítol d'aquesta tesi mostrem el programa creat amb la finalitat de conèixer els arcs i de poder-los classificar com a catenaris, parabòlics, el·líptics o hiperbòlics. Desfarem així aquesta dicotomia i veurem, utilitzant el nostre sistema gràfic de superposició amb la fotografia que pretenem analitzar, com passa que, molt sovint, arcs anomenats parabòlics són en realitat hiperbòlics o que alguns arcs catenaris poden ajustar-se millor a una el·lipse.

3 Arcs, voltes, cúpules i estàtica gràfica

La hipèrbola, la paràbola i la catenària són funicles: a la primera, la càrrega més forta és al centre i va disminuint en allunyar-se; a la segona, la càrrega és igual pertot; i, a la tercera, la càrrega augmenta en allunyar-se del centre (per això es troba entre la paràbola i l'el·lipse). Un funicle és un paraboloid.

La gravetat és una tracció radial (no paral·lela) i, per tant, una catenària comprimida és una corba que es tanca cap al centre de la terra, i, al contrari, una catenària estesa s'obre indefinidament cap enlaire. La catenària és, doncs, una corba de dues branques, una d'elles tancada i l'altra oberta i infinita; això vol dir que és la corba de transició de l'el·lipse (tancada) a la hipèrbola (oberta).

Antoni Gaudí

BERGÓS, Joan. *Converses de Gaudí amb Bergós*. Pàg. 31 i 87.

3 Arcs, voltes, cúpules i estàtica gràfica

3.1 Perquè, quan i com de les formes arquejades

Hi ha tres grans preguntes prèvies la resposta de les quals ens pot ajudar a comprendre el tema i situar-nos en la història de la utilització dels arcs en el món de la construcció: **perquè, quan i com** apareixen les formes arquejades?

Antonio Castro analitza amb detall aquestes qüestions i ens facilita les dades següents:¹

Per què apareixen formes arquejades en les construccions?

Segons els relats d'Estrabó, els egipcis van incorporar els arcs de pedra per falta de fusta, però cal afegir-hi altres motius, com per exemple la major majestuositat i durabilitat, i també la incombustibilitat.

La raó més important però, sembla ser, evidentment, la de cobrir una llum determinada amb elements més petits, i no en cap proporció concreta de la seva mida respecte de la llum a cobrir. Avui sabem, a més a més, que els arcs fan treballar els seus elements a compressió principalment. Els materials que resisteixen la compressió són els més abundants en la natura, i aconseguir que aquests materials desenvolupin aquesta capacitat depèn més de les característiques geomètriques externes, de la col·locació, que no pas de les característiques físicoquímiques internes, desconegudes fins fa relativament poc.

Quan s'inicia aquesta utilització dels arcs?

Segons Viollet-le-Duc, aquesta iniciació cal atribuir-la a l'arquitectura romana i als arquitectes de l'edat mitjana, però les excavacions de Thomas i Place demostren l'existència de voltes al Pròxim Orient. Estrabó ho confirma i afegeix que totes les cases de Babilònia estaven fetes amb sostre voltat.

En opinió de Lluís Domènech i Montaner (1886), "Egipte, Caldea, Assíria i l'antiga Pèrsia es disputen aquesta invenció, que al s. XIX s'atribuïa als constructors romans", comentari encara vàlid actualment. Veurem en el capítol següent com altres professors de Gaudí, com ara Joan Torras i Guardiola o Antoni Rovira i Rabassa també localitzaven l'origen de les formes arquejades en aquestes cultures, molt anteriors a la romana.

De totes maneres, sembla lògic acceptar la possibilitat que, dins d'aquesta zona geogràfica i al llarg d'un període de temps més o menys dilatat, es van poder dissenyar els primers arcs, que evolucionaren i es divulgaren. Després quasi desapareixeren i finalment van renéixer com una tècnica perfectament codificada a Itàlia que els romans van aprofitar de manera sistemàtica. El arcs més antics coneguts actualment són de l'any 4000 aC a Uruk. Tot i que Estrabó també assegura que, abans, els egipcis ja havien utilitzat les formes arquejades, no hi ha hagut cap troballa que confirmi aquest extrem.

¹ CASTRO, Antonio. *Historia de la construcción medieval*. Ed. UPC.

Com es construeix un arc?

Aquesta és la pregunta més interessant per a un arquitecte o constructor. Com s'inicia i es desenvolupa la solució arquejada? Quin és el procés des que es conforma un intradós corb (si és que es comença així) fins a l'apoteosi gòtica?

Les moltes teories que hi pot haver respecte d'això es poden resumir en dues:

- a) L'origen dels arcs, les voltes i les cúpules està en la utilització sistemàtica dels elements sortints, dins les diferents filades successives.
- b) L'origen dels arcs, les voltes i les cúpules està en l'ús de les llandes fetes amb dos elements inclinats per salvar la llum, o en tres o més elements successivament.

Alberti, en el seu tractat, aposta per la segona possibilitat. Amb una citació llarga dedueix també les cobertes a dos vessants i les fa derivar en arcs, i fins i tot fa una sorprenent referència a la lletra grega omega majúscula.

La primera possibilitat és la que sembla més suggerent a Antonio Castro, que cita dos exemples d'Egipte que avalarien més o menys la seva tria: la cúpula sobre planta quadrada annexa a la tomba de Seneb, a Gizeh, i també en els anomenats tresors d'Agamèmnon i de Clitemnestra, sobre planta circular.

També Gaudí va construir arcs utilitzant elements volats en filades successives, per exemple, en les obertures de façana a les cavallerisses de la finca Güell.

Requisits dels arcs

Quines eren les normes bàsiques que servien als constructors per aixecar arcs amb suficients garanties? En tractar el tema de la garantia o la seguretat d'un arc, cal distingir entre la manera com això s'entenia abans i el plantejament actual. L'exigència actual és molt diferent i, per al plantejament del disseny i el càlcul d'un arc, pot forçar la utilització de mètodes sofisticats, com per exemple el càlcul amb elements finits, etc. De totes maneres, avui dia, per a un arc de petites dimensions encara s'utilitza prioritàriament l'estàtica gràfica com a eina per al dimensionament i el càlcul.

L'estàtica gràfica fa dependre l'estabilitat d'un arc de tres premisses bàsiques o fonamentals:

- 1) Cal que la corba de pressions estigui continguda dins del gruix de la volta. Els punts de la corba de pressions són els punts d'aplicació de les forces de les reaccions entre dovelles diferents, i per tant no poden situar-se fora de la zona de contacte entre dovelles.
- 2) L'esforç màxim a cada junt no pot excedir la resistència a compressió del material. És un fet evident per evitar la ruptura o polvorització de la dovella.
- 3) L'angle de reacció en cada junt i la seva normal ha de ser menor que l'angle de fregament entre dovelles contigües.

D'aquests tres requisits, el segon és el més evident i no presenta cap altre inconvenient, en el pitjor dels casos, que el fet d'haver d'augmentar la superfície de contacte entre dovelles.

El primer punt no és tan senzill, però la premissa bàsica perquè la corba de pressions sigui dins del gruix de l'arc és, també, que les dovelles tinguin una altura suficient. Generalment, l'existència de parets en el pla de l'arc que n'envoltin el perímetre permet que la línia de pressions tingui uns marges més grans que l'estricta gruix de l'aparell de l'arc.

El tercer punt, la influència del fregament entre dovelles en l'estabilitat dels arcs, que és un fet prou clar per a nosaltres i susceptible de rebre un tractament científic, és, a la pràctica, irrellevant en la majoria dels casos que puguin presentar-se. Quasi tots els autors situen el coeficient de fregament entre dovelles en valors compresos entre 0,35 i 0,60. Aquest coeficient fa dependre la força contrària al lliscament entre dovelles de la càrrega sobre l'arc. Com que les càrregues sobre els arcs solen ser elevades, la reacció al lliscament ho serà en la proporció d'aquest coeficient i en la majoria dels casos no és imprescindible determinar aquest tipus de valors.

Tenint en compte aquests tres punts és possible obtenir un disseny complet i fiable d'un arc. Cal tenir en compte també que el procés de ruptura d'un arc en general és descriptible, i ben segur que el coneixien els antics constructors: s'enfonsa per la clau, s'aixeca pels ronyons i s'obre pels brancals. Però tots aquests moviments no seran tan clars si està carregat asimètricament. El traçat de la corba de pressions depèn de com actua la càrrega i de la forma de l'intradós. En definitiva, la supervivència d'un arc sense calcular depèn bastant de la seva posada en obra, és a dir, de **com** es fa per construir-lo.

3.2 El paper dels tractats clàssics en la construcció dels arcs

Si fos cert que els constructors aprenien dels tractats de construcció l'art de construir arcs, aleshores, segons tot el que hem comentat, caldria que els tractats establissin alguna relació entre càrrega, forma i dimensions de l'arc a dissenyar, o com a mínim entre forma i dimensions. Aquestes relacions esdevindrien una mostra clara i escrita que permetria afirmar l'existència d'unes normes prèvies que garantissin l'estabilitat dels arcs.

Antonio Castro estudia a fons els tractats clàssics de construcció i pretén descobrir-hi fins a quin punt existia un coneixement cert de la forma i les dimensions que han de tenir els arcs per suportar un determinat estat de càrregues, o si més no, quina és la capacitat de càrrega o les indicacions que s'aconsellen en l'ús de cada arc.

Castro defineix els tractats de Vitruvi i Alberti com els únics textos teòrics per al constructor del temps, però cita els escrits de Leonardo da Vinci, recollits per Corrado Maltese en el seu llibre *Scritti rinascimentali di architettura*, com a textos útils per analitzar la concepció que es tenia dels arcs aleshores.

Els arcs en Vitruvi i la construcció romana

Tot i que els romans construïren pràcticament tot el que es pot fer amb arcs, voltes i cúpules, des de la més gran i més complexa de les conegudes, el Panteó d'Adrià, de 43,3 m de llum, fins a l'aparent contrasentit de la llinda adovellada, passant per les voltes de morter putzolànic, gairebé només tenim el mínim testimoni de Vitruvi per entendre els seus coneixements. Sabem que hi va haver altres textos antics, com per exemple el de Plini o el de Frontí, però cap no va tenir la transcendència del de Vitruvi.

Marc Pol·lió Vitruvi fou un arquitecte del s. I aC i la seva influència no es limità als seus dies sinó que va transcendir gràcies als seus escrits. El text de Vitruvi *Deu llibres d'arquitectura* va ser descobert a St. Gall per Poggio, el 1414. Va ser estudiat i ampliat per Alberti i, el 1486 a Roma, el reedità i es divulgà per a la voracitat cultural renaixentista.

De les diferents versions del text de Vitruvi que corren, Antonio Castro intenta destriar quina és l'autèntica, analitza què hi ha de més de la mà dels traductors i tria quin és o quins són els textos més adequats per a l'estudi que es proposa.

En la traducció del tractat de Vitruvi, segons Miguel de Urrea, només apareix una petita referència al tema dels arcs. La traducció d'Ortiz de 1787 és interessant. Fa referència als estudis que estaven fent "Philippe de La Hire, els Bernoulli, Poleni i altres" però diu que "no queda decidida" encara "la relació entre l'amplada dels peus i els brancals respecte a la llum de tot gènere d'arcs". Queda de manifest que el text no conté cap dada que quantifiqui aquestes relacions dimensionals dels arcs i sembla evident que aquest text no va ser suficient per arribar a construir les equilibrades estructures ni del primer romànic ni molt menys del posterior i complex gòtic. Només se'n treu la necessitat de reforçar les cantonades i les agulles entre obertures poc separades, però ni tan sols diu com ni quant.

Sembla que el text, en general, és poc tècnic i destaca més els aspectes de composició formal i dels ordres de l'arquitectura. Així, la tesi d'Antonio Castro planteja clarament els dubtes sobre la influència que el text de Vitruvi podia haver tingut sobre els constructors d'arcs.

Arcs en la construcció medieval i renaixentista

Entre altres escrits o textos que ens donin pistes sobre la concepció i la construcció d'arcs en l'època medieval, podem destacar els de Vasari, que en el seu llibre sobre la vida de Brunelleschi (1377-1446) explica el pensament d'aquest arquitecte a l'hora de construir la cúpula de Sta. Maria de les Flors de Florència. Brunelleschi diu que "l'arc apuntat fa una empenta cap amunt, però la cúpula amb la llanterna al damunt s'ajudaran mútuament i duraran". Això cal interpretar-ho com que l'empenta no pot ésser mai cap amunt, però Brunelleschi ja devia intuir que, com que els arcs apuntats s'obren per dalt, necessiten un cert pes per desviar la direcció de les empentes i convertir els anells de tracció en anells de compressió. Així, amb aquest pes es pot evitar la ruptura.

En un àmbit territorial molt pròxim, Santiago Huerta ha trobat un manuscrit de l'any 1401 que explica el procés constructiu dels arcs per fer un pont de pedra. Es tracta d'una mena de memòria que recull actes i documents relatius a un suposat projecte i a l'obra d'un pont de pedra a la ciutat de Saragossa.² A la primera pàgina del document apareix el text següent, que reproduïm literalment:

"Libro comenzado de la manera como el puent de piedra de la Ciudad de Zaragoza se debe comenzar i acabar i de las piedras quantas son necesarias i qual piedra es la millor para qualcina i de qual arena era millor para facer largamasa i de qual pedrera se tallaria la piedra para comenzar i acabar lo dito puent"

El document dóna les mides dels arcs i dels suports i dóna dues possibilitats enfront de la necessitat de cobrir l'amplada del riu. En tots dos casos les dimensions que es proposen sempre tenen una regla de proporció implícita, els suports mesuren un terç de la llum de l'arc.

Els arcs en Alberti (1404-1472)

El tractat d'arquitectura de Leon Battista Alberti, *De reaedificatoria*, fou iniciat probablement cap al 1435-1440 i fou presentat al papa Nicolau V el 1452. L'edició prínceps, en llatí, es va fer el 1485; per tant, era fins i tot anterior a la primera edició del text de Vitruvi. El text arribà el 1582 a través d'una traducció de la versió italiana de Bartoli de 1565.

Tot i que sembla que Alberti escrigué altres llibres, el tractat *De reaedificatoria* és el que més es va divulgar. Com en el cas anterior, Antonio Castro inicia la seva anàlisi fent una selecció, entre les diferents versions, de quins són els textos més adequats per a l'estudi que ens ocupa: buscar en els textos pautes clares que relacionin les dimensions necessàries d'un arc en funció de les càrregues que ha de suportar.

² *Manuscrito del puente de piedra de Zaragoza*. Arxiu Municipal de Saragossa. La transcripció completa, d'Alberto Tamayo, es pot consultar a la biblioteca del CEHOPU, a Madrid. Hi ha una transcripció parcial a HERRANZ I LAÍNZ, C. *Fábrica del puente de piedras de Zaragoza*. Saragossa 1887. També se'n fa referència a ALZOLA I MINONDO, P. *Las obras públicas en España: Estudio histórico*. Bilbao, 1899. El text és digne de ser estudiat per filòlegs pels encreuaments lingüístics que conté entre català i castellà, probables llavors de la desapareguda llengua aragonesa.

Amb el temps, el llibre d'Alberti s'ha entès com una bona ampliació del de Vitruvi, i és cert que amplia considerablement el text romà, i esdevingué un llibre de text clàssic en l'ensenyament de l'arquitectura fins fa ben poc. De totes maneres, les opinions que ha generat són diverses i fins i tot contradictòries. Per exemple, segons A. Castro, els diferents autors posteriors no citen mai Alberti sinó Vitruvi. El mateix Leonardo, un segle posterior a Alberti, no el cita explícitament, tot i que se'n poden trobar algunes referències en les seves aportacions en una relectura dels textos. L'estil feixuc d'Alberti podria ser motiu d'aquesta omisió, però el text de Vitruvi no presenta en aquest sentit gaires avantatges. En canvi, segons S. Huerta, les citacions a Alberti són reiterades fins ben entrat el s. XVIII.

Antonio Castro troba molts defectes en Alberti, defectes semàntics i, més greus encara, errors de concepte mecànic. Per exemple, la distinció que fa Alberti de tres tipus de dovelles, Castro la valora com una classificació simplement terminològica, que no distingeix res. Alberti compara en diferents ocasions un arc amb una biga flectida, comparació que Castro troba desafortunada i sobre la qual diu que té ben poc a veure una cosa amb l'altra, ja que aquests elements tan sols tenen en comú que fan la mateixa funció.

És més greu que no hi hagi cap comentari sobre la resistència a compressió del material i que només parli de la forma com a únic criteri per dissenyar un arc. Això és un fet sorprenent, ja que sembla evident que ja se sabia d'abans que existia una relació entre les dimensions de l'arc i la resistència de la pedra.

Hi ha molts altres errors o omissions que manlleven valor tècnic a l'obra, si més no com a manual d'ajuda al constructor de l'època. Tot i que hi ha comentaris encertats, costen d'entendre entremig d'un text feixuc. Per exemple, quan apunta el criteri de decidir quan usar arcs o llindes, recomana bigues quan les columnes siguin "espesses" o arcs quan sigui "rars", en comptes de fer la valoració en funció de la dimensió de la llum i de fer les quantificacions amb més claredat o rigor.

Alberti desenvolupa el tema del projecte dels arcs, en general, en dos capítols diferents, i després torna a parlar d'arcs quan tracta el tema dels ponts. Ens interessa detallar el contingut del text per il·lustrar la mentalitat, encara medieval, pel que fa al disseny dels arcs, que requeria entre els possibles ingredients una dosi de geometria molt superior a la de mecànica.

1) Quan parla sobre la influència de la forma en la capacitat dels arcs, Alberti classifica els arcs en tres grups segons la forma i adjudica a cada grup una sèrie de propietats que, segons Castro, no són singulars d'un tipus concret d'arc, sinó que són propietats o defectes de tots els arcs: arcs de mig punt (semicercle complet), arcs disminuïts (menys d'un semicercle) i arcs angulars (composició de dos arcs disminuïts).

En primer lloc, cal observar que tots tres tipus són fets a partir del cercle; no parla d'altres arcs de traçat més complex. Parla d'una triple superposició d'arcs que van fer els arquitectes antics (se sobreentén que els arquitectes romans) formada per llinda + arc disminuït + arc recte. Antonio Castro assegura no haver vist mai aquesta triple superposició i assenyala que potser és una manera més d'Alberti de complicar les coses.

Pel que fa al concepte mecànic, l'explicació d'Alberti denota molts dubtes. Primer diu que l'arc apuntat (o angular, segons la classificació anterior) és el millor en durabilitat i, per tant, en estabilitat. Parla de manera molt plàstica sobre aquests arcs angulars o compostos dient aquest tipus d'arc "contraresta els pesos com una proa contraposada". Sembla que insinuï que

aquests arcs, carregats, aguantin millor que cap altre. Però no ho creu pas així. Alberti després es contradia i intenta explicar que l'arc de mig punt és l'arc més estable de tots. Aquesta contradicció és una mostra de com encara la mentalitat antiga fa prevaler els aspectes formals enfront de la racionalitat i la mecànica.

Sobre els arcs rectes (de mig punt) hi ha un retrocés quant al concepte de les empentes respecte del que deia Vitruvi, ja que Alberti diu que aquests arcs no generen empentes. En canvi, en arcs disminuïts el concepte d'empenta queda explicat de manera molt més clara que en Vitruvi, i Alberti parla de la necessitat d'una "cadena de ferro" i utilitza l'expressió "o material que tingui força de corda" per indicar la tracció (paraula que encara no utilitzava) que contraresta les empentes.

Totes aquestes explicacions, intuïtives, són molt lluny de la comprovació científica de determinats fenòmens, però la realitat és que aquests textos són l'únic que tenim per interpretar la realitat dels conceptes constructius d'aquella època, tot i que puguem tenir dubtes sobre la seva influència o transcendència.

2) Quan Alberti parla sobre la construcció, la primera recomanació que fa, sorprenentment per a nosaltres, és que les dovelles siguin grans. Diu que "el que està unit per natura, millor que no ho estigui per la mà de l'home". En el gòtic veurem moltes dovelles mitjanes o petites, o molt menys grans del que ho podrien ser, i això vol dir que la mida es decidia segons altres criteris.

Una altra recomanació que fa és que les dovelles siguin iguals i que estiguin disposades simètricament. Tot i que això no és imprescindible, la recomanació és raonable ja que fa molt més senzills el disseny i la construcció. Antonio Castro troba a faltar referències a altres temes, com per exemple el pes sobre l'arc, la qualitat de la pedra o la mesura dels suports, molt més importants a l'hora de considerar l'equilibri de l'arc en la clau que no pas la igualtat o simetria de les dovelles.

Una altra recomanació d'Alberti versa sobre com disposar els carreus dels arcs en els punts on es troben diferents arcs. Els posteriors treballs de Viollet-le-Duc i de Choisy van demostrar, amb nombrosos exemples, que l'aparell dels carreus és independent de l'estabilitat mecànica.

En una altra recomanació diu que els junts han de ser radials. És una recomanació de Vitruvi, més lògica en temps dels romans, que feien arcs molt senzills, radials. Però en l'etapa gòtica n'hi va haver un repertori extraordinàriament variat amb especejaments molt complexos. Això demostra una vegada més la ruptura entre el Renaixement i el saber de l'etapa gòtica.

L'exclusiu interès per les obres romanes fa que es menyspreïn els encara pròxims sistemes gòtics, algunes vegades per una postura cultural conscient enfront d'allò que es considerava un art inferior. Alberti, tot i això, té un paràgraf que vessa admiració (i alhora desconeixement) pels arcs gòtics.

L'última nota significativa és la que fa referència a la clau de l'arc. Diu que s'ha de fer amb una pedra gran, tot i que els romans no ho feien així o només ho feien quan hi havia una clara intenció decorativa.

Malgrat totes les mancances que Castro detecta, Santiago Huerta destaca l'obra d'Alberti per dos motius:

- a) Per ser el primer text que intenta donar una explicació al funcionament estructural d'un arc.
- b) Perquè posa de relleu la importància de la distribució de les masses en considerar l'estabilitat d'un arc.

Totes aquestes observacions d'Alberti van ser recollides per Baldi,³ i després Wotton⁴ va intentar donar-los expressió de teorema.

3) Quan Alberti parla sobre els ponts dóna unes pautes més clares, aquest cop sí, quantificant mesures i proporcions. Limita l'esveltesa del pilars del pont i diu que el gruix del pilar serà la quarta part de la seva altura. Pel que fa a la llum de l'arc, diu que no serà ni major que sis vegades el gruix del pilar ni menor que quatre. Pel que fa a la volta de l'arc, diu que l'arc frontal ha de destacar i que s'ha de fer amb pedres grans, amb un cantell d'1/10 de la llum. Parla del gruix de la volta en un altre llibre i diu que no serà menor que 1/15 de la llum de l'arc. Insisteix a massissar bé els ronyons de l'arc i també a utilitzar pedres grans.

Les pautes donades són prou clares, de manera que permeteren a H. Straub⁵ fer el dibuix del pont ideal segons Alberti, cosa que igualment podrien haver fet els seus contemporanis i successors (fig. 3.2.1). Les regles que va donar Alberti es constituïren en la doctrina oficial que es va perpetuar fins a mitjan s. XVIII. Naturalment, al llarg d'aquests anys també es construïren ponts fora de les recomanacions d'Alberti. Perronet va ser el primer a qüestionar per escrit les regles per dimensionar els suports d'un arc, particularment quan es tractava d'arcs rebaixats.

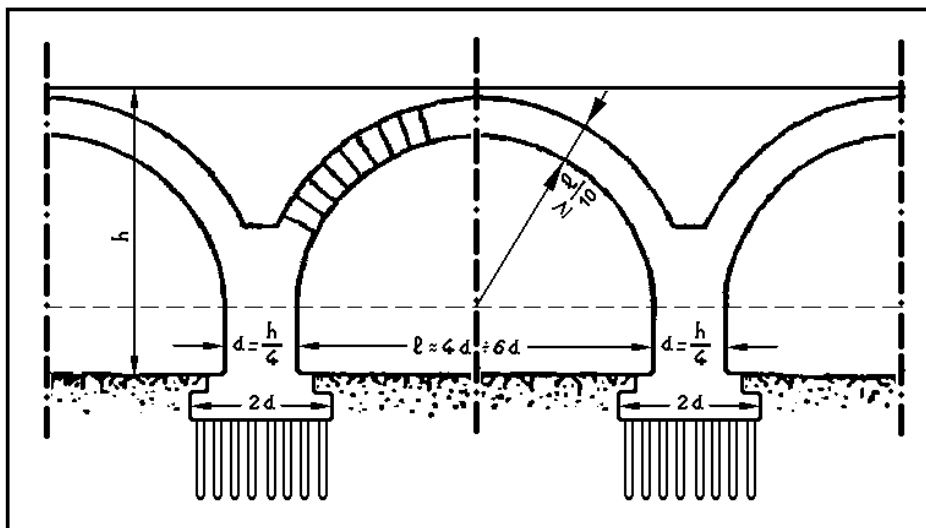


Fig. 3.2.1

³ BALDI, Bernardino. *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes...* Moguntiae, 1621. Citat per H. I., Dorn. *The Art of Building and the Science of Mechanics*. Princeton University, 1970.

⁴ WOTTON, H. *The Elements of Architecture*. Londres, 1624. Hi ha una traducció a l'espanyol del s. XVII.

⁵ STRAUB, H. *Die Geschichte der Bauingenieurkunst*. 4ª ed. Basel, 1992.

Els arcs segons Leonardo da Vinci (1452-1519)

L'anàlisi d'uns manuscrits descoberts fa relativament poc (1967) ha fet que es desenvolupi l'estudi de Heydenreich sobre la hipòtesi que Leonardo estava preparant un tractat d'arquitectura abans de morir. Els escrits de Leonardo es poden interpretar com el cim de la saviesa d'aquell temps, en totes les matèries, i és per això que Castro no dubta a considerar-los una altra font alternativa per a la formació dels constructors d'arcs.

Pel que fa a la construcció d'arcs, els trets més significatius d'aquests escrits són els següents: Leonardo defineix l'arc com la unió de dues meitats, dèbils, que en ser simètriques i contraposades l'una amb l'altra s'equilibren i fan una unió forta. Aquestes dues meitats poden ser un quart de cercle (i formarien l'arc de mig punt) o no ser-ho (i formarien qualsevol altre arc). Considera la simetria imprescindible per equilibrar les empentes. El seu text és molt més clar que el d'Alberti, i més precís i meticulós, ja que per exemple parla també de les càrregues que aguantarà l'arc al seu damunt, de les quals diu que també han de ser simètriques.

No hi ha, tampoc, ni un mot dedicat a les nervadures gòtiques amb clares asimetries de formes i de càrregues. Sembla que hi ha un desinterès generalitzat, per un factor cultural, envers la immediatament anterior etapa gòtica.

En un altre paràgraf parla d'un arc carregat només en un dels costats (és a dir, amb càrrega asimètrica) i diu que es trencarà per la pilastra del cantó que quedi més allunyat de la resultant.

En un altre paràgraf Leonardo diu que els arcs que es mantenen amb l'ajuda d'una cadena no són estables. No confiava en l'acer del seu temps.

També s'intueix que coneixia de la resultant quan parla dels arcs en una planta octogonal. Diu que els dos arcs que convergeixen en una pilastra l'empenyen cap a fora, i que per tant cal contrarestar aquesta força cap al centre de la planta octogonal. Considera que l'arc i la càrrega han de ser coplanaris.

Per altra banda, sembla que coneix la debilitat dels ronyons d'un arc i aconsella omplir-los de bon material de farciment fins a enrasar-los amb la clau de l'arc.

Antonio Castro, però, detecta en Leonardo errors importants, per exemple quan intenta, precisament, quantificar la relació entre la mesura de l'arc i la càrrega, de manera que estableix una falsa llei de proporcionalitat que augmenta si les dovelles són més grans.

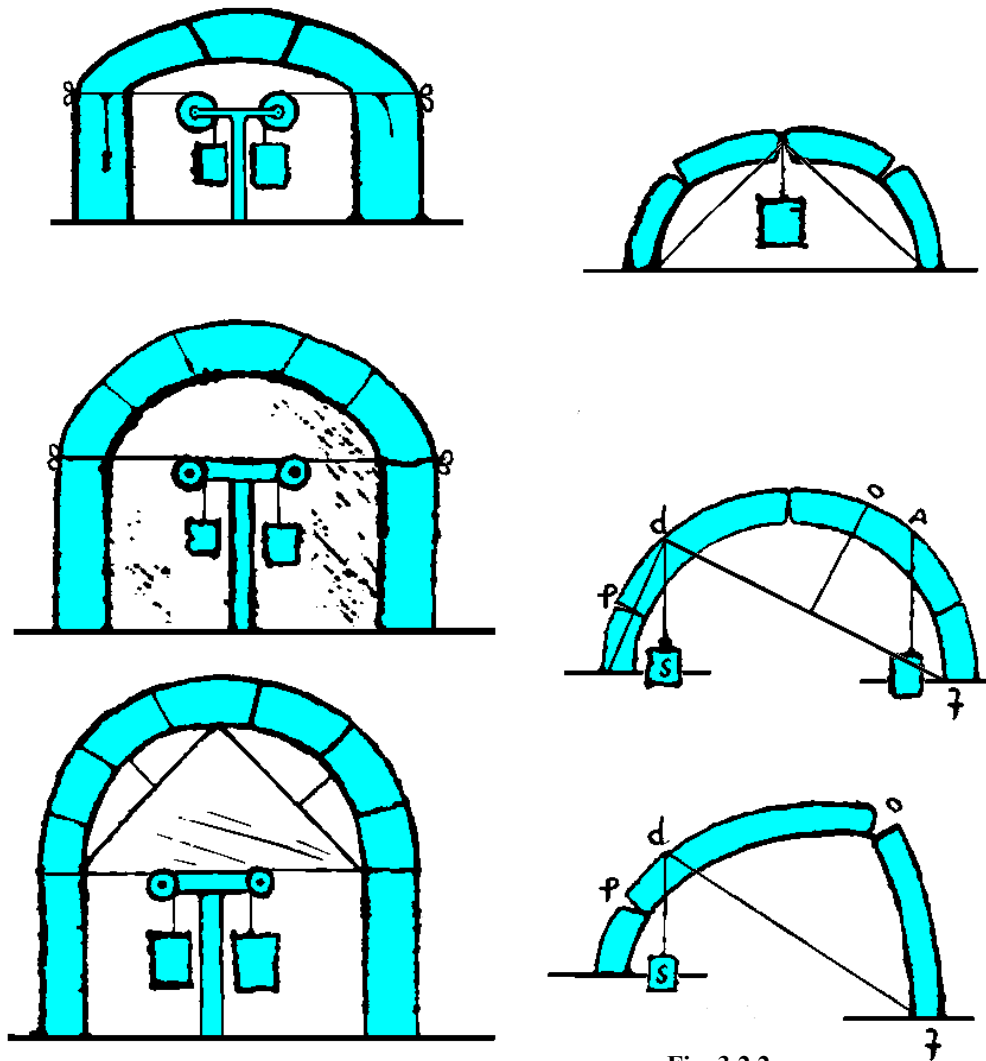


Fig. 3.2.2

Des del punt de vista pràctic, el comentari que podria haver estat més útil als constructors del temps és el que diu que “l’arc no es trencarà si la corda de l’arc exterior no toca l’arc de l’intradós”. Tot que és cert per a la majoria de càrregues i pesos que podem trobar habitualment, aquest fet tampoc es compleix en el gòtic, afortunadament, pel resultat aconseguit en les afinades estructures de les catedrals.

Santiago Huerta⁶ afirma que Leonardo va ser el primer d’intentar un estudi mecànic dels arcs. Ens mostra una sèrie de dibuixos de Leonardo, recollits en el Còdex de Madrid, on apareixen nombrosos experiments que el geni va idear per comprendre la manera en què els arcs empenyien els estreps i com aquests resistien. Els dibuixos d’aquests enginyosos assajos manifesten amb claredat el talent extraordinari de Leonardo, que va descobrir el mecanisme correcte de col·lapse dels arcs per formació d’articulacions i s’anticipà uns dos-cents anys als primers assajos de Danizy sobre aquesta qüestió (fig. 3.2.2).

⁶ HUERTA FERNÁNDEZ, Santiago. *Diseño estructural de arcos, bóvedas y cúpulas en España, ca. 1500 – ca. 1800*. Tesis doctoral, Universitat Politècnica de Madrid, ETS d’Arquitectura, 1990.

Després de l'anàlisi minuciosa de Vitruvi, Alberti i Leonardo, Antonio Castro conclou la seva tesi, finalment, valorant que aquests tractats clàssics de construcció van tenir poca influència sobre els constructors d'arcs de l'època. I per tant, aquests constructors havien de rebre la formació, les instruccions o l'aprenentatge a través de la tradició oral, que consistia en regles o normes que no es van escriure per falta de rigor, de verificació científica o d'assajos suficients. De fet, sembla raonable suposar que els constructors medievals, més pròxims a la gent del poble que als savis patriarques de la ciència i dels experiments, no es molestaven a adquirir llibres escrits en llengües estrangeres i editats fora del país, o fins i tot pot ser que en desconeguessin l'existència. Si tot el que hem vist fins aquí, el que diuen els tractats i els escrits relacionats amb la teoria i la tècnica dels arcs, ens sembla poc, és perquè sembla evident que en la pràctica aquells constructors en sabien més. Caldria estudiar l'arquitectura construïda per avaluar els coneixements reals de l'època que es van posar en pràctica, però això va més enllà dels propòsits d'Antonio Castro.

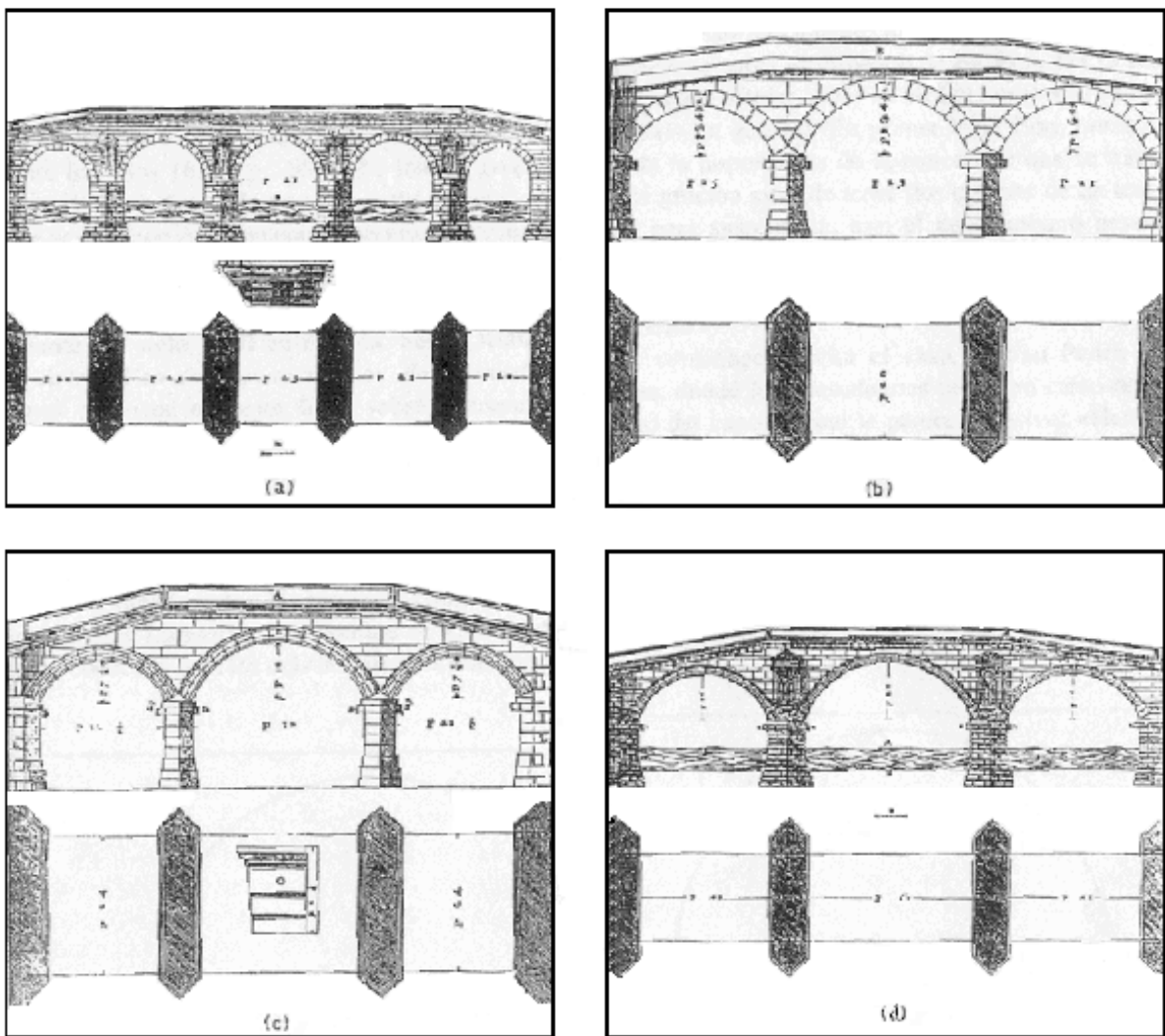


Fig. 3.2.3

Els arcs segons Palladio (1508-1580)

El tractat d'arquitectura d'Andrea di Pietro "Palladio"⁷ *I quattro libri dell'architettura*, publicat a Venècia el 1570, és potser un dels més influents en el disseny d'arcs. Per una banda, dóna regles per dimensionar els suports dels arcs i comenta que:

[...] resulta evident per a qualsevol arquitecte experimentat que una construcció qualsevol sobre suports que tinguin un gruix d'un terç de la llum que salvin els arcs tindrà tota la solidesa convenient i durarà llarg temps [...]

Amb aquest paràgraf Palladio dóna per prou coneguda l'antiga regla del terç, però al mateix temps indueix el lector a qüestionar-la, ja que l'evidència esmentada duu implícita una exageració de la consideració de la seguretat, i per tant, un sobredimensionament excessiu. Per evidenciar aquest fet, Palladio dibuixa una col·lecció de ponts en planta i alçat (fig. 3.2.3), molts reals, amb les dimensions més significatives fitades numèricament: llum de l'arc, gruix del suport, alçada i gruix de l'arc, etc. Aquests ponts dibuixats esdevingueren com un autèntic catàleg per a l'arquitecte o l'enginyer de l'època, el qual en podia acceptar o modificar les dimensions en funció de les circumstàncies particulars de cada projecte.

Amb aquests dibuixos es percep clarament que la regla del terç entre la llum de l'arc i el gruix del suport ja estava clarament superada pels constructors dels darrers ponts.

El tractat de Fontana

Carlo Fontana va ser un arquitecte i enginyer italià. El seu monumental tractat dedicat a la fàbrica de St. Pere de Roma, del 1694, inclou les regles geomètriques i constructives que es van utilitzar per dimensionar-ne la cúpula, entre les quals podem destacar la col·locació de cadenes per congrenyar les cúpules a les zones baixes, pròximes als suports. El seu text es va difondre molt, esdevingué una autoritat en el tema, i se citava com a exemple per validar o desautoritzar altres projectes.

Les comissions d'experts. El cas de la catedral de Girona

Cap a l'any 1416 la catedral de Girona estava incompleta. Tan sols se n'havia construït l'absis semicircular i un primer tram de l'església amb tres naus. El mestre d'obres Guillem Bofill, el 1419, va proposar acabar-la segons el seu ambiciós pla, cobrint-ne tota l'amplada amb una sola nau. L'atreviment va causar por, ja que no hi havia precedents que arribessin a 22 metres d'amplada en una sola nau,⁸ la qual cosa provocà la convocatòria d'una comissió d'experts.

⁷ Andrea di Pietro va néixer a Pàdua. Als 12 anys es va escapar a Pedemuro, una pedrera de Venècia, i hi va treballar de picapedrer. Trissino, que va anar cap a Pedemuro a buscar marbre, amb actitud paternalista va prendre Andrea sota la seva custòdia i es va ocupar de la seva educació. Ell li va posar el nom de Palladio, extret d'una novel·la seva. Trissino, humanista, tenia una acadèmia on ensenyava llatí i grec i va encomanar a Palladio el gust pel món clàssic. Li va pagar un viatge a Florència i Roma perquè aprengués arquitectura, i així Palladio va dibuixar del natural en planta i secció tota l'arquitectura clàssica que va trobar al seu pas. Els seus dibuixos, plens de cotes i mesures, intenten mostrar més com està feta una determinada obra que no pas la càrrega simbòlica que representa com a obra d'arqueologia arquitectònica, la qual cosa denota el seu interès constructor i el seu origen picapedrer.

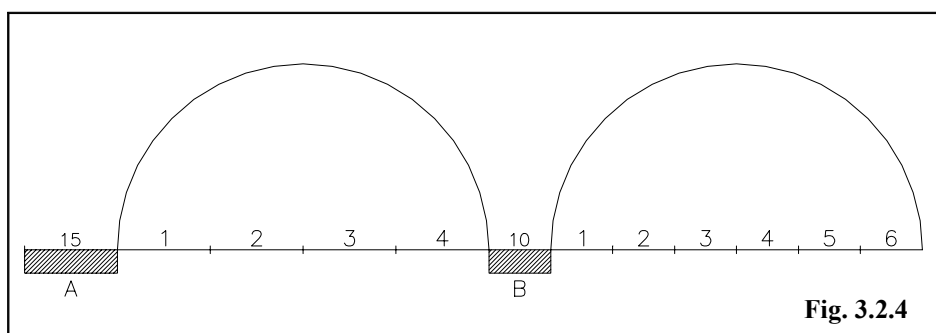
⁸ Per citar-ne algunes, Chartres té 15 m d'amplada, Tolosa en té 18 m i Mallorca, 20 m.

Per fer el veredictes es citaren tots els constructors que aleshores hi havia a l'abast: els de Tortosa, Tarragona, Barcelona, Sta. Maria del Pi, Castelló d'Empúries, Menorca, Perpinyà i Narbona. Cap d'ells no va dubtar de la viabilitat del projecte i els qui el van criticar es referien a la "bondat estètica" del projecte de tres naus. Guillem Bofill va argumentar que fins i tot als contraforts els sobrava un terç del gruix, i finalment la catedral es va aixecar en una sola nau. Es va acabar el 1579 i avui encara perdura després de més de 400 anys.

Del comentari final del mestre d'obres ens interessa destacar, sobretot, perquè resulta molt significatiu, el fet que està suggerint que se suposava que els constructors antics coneixien les dimensions justes en el punt de ruptura i aplicaven el concepte modern de coeficient de seguretat, augmentant les dimensions de l'element en una determinada proporció (1,5).

Manuscrits antics que ens parlen dels arcs

Santiago Huerta presenta el manuscrit *Los veinte y un Libros de los Ingenios y Maquinas de Juanelo, los quales Mando escribir y Demostrar el Chatolico Rei D. Felipe Segundo Rey de las Hespañas y nuevo Mundo...*⁹ com a document molt important dins de la història de la construcció, ja que parla del primer tractat d'allò que fins al s. XIX s'anomenava *arquitectura hidràulica*. Pel que fa al tema que ens ocupa, el document reitera els diferents aspectes que ja havia indicat Alberti i tan sols aporta de nou un dibuix a escala que permet copsar d'un cop d'ull les proporcions entre llum i pilars de suport (entre 1/4 i 1/6), unes proporcions que també havia proposat Alberti (fig. 3.2.4).



Finalment proposa que la pedra clau, que ha de ser grossa, s'introdueixi a cops de massa i que entri fent pressió contra les dovelles veïnes per disminuir els descensos de la clau i que la línia d'empentes s'acomodi millor dins de l'arc. Més endavant Perronet citarà aquest procediment com a habitual en la pràctica de la construcció dels ponts, i fins i tot Freyssinet proposarà utilitzar grans gats hidràulics per precomprimir tot l'arc abans de col·locar-hi les últimes dovelles.¹⁰

⁹ García Diego, autor de la primera edició del manuscrit *Los veinte y un libros de los ingenios y máquinas de Juanelo, los quales mando escribir y demostrar el chatolico Rei D. Felipe Segundo Rey de las Hespañas y nuevo Mundo...*, data el manuscrit en el període 1564-1595 i posa en dubte que l'autoria sigui de Juanelo Turriano, enginyer i relloger italià al servei del rei Felip II. Després García Tapia ha defensat la tesi que l'autor era l'enginyer espanyol Pedro Juan de Lastanosa, però el tema no ha quedat tancat.

¹⁰ FREYSSINET, E. *Perfectionnements dans la construction des grandes voûtes*. Le Génie Civil, 1921.

Un altre manuscrit analitzat per Santiago Huerta és el de Ginés Martínez de Aranda. Es tracta d'un dels més complets i extensos entre uns quants que s'han conservat de final del s. XVI. La regla que dona Martínez de Aranda per dimensionar el gruix dels estreps dels arcs (fig. 3.2.5) va fer fortuna i s'extengué amb escreix. De fet, és una regla equivalent a la regla de Blondel que va recollir el pare Derand en el seu tractat del 1643 (fig. 3.3.1).

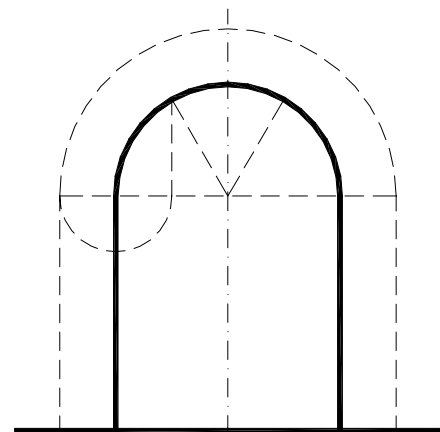


Fig. 3.2.5

La regla que proposa el manuscrit d'Hernán Ruiz (fig. 3.2.6), en canvi, basa el gruix del contrafort en la tangent a l'extradós de l'arc pel punt mitjà del semiarc del mateix cantó. Dona més generalitat perquè aplica aquesta construcció gràfica indistintament a tres tipus diferents d'arcs.

Igual que l'anterior, aquesta regla no considera l'altura de l'arc, la qual cosa és una desatenció evident al fet de donar més gruix als pilars més alts, però totes dues regles tenen l'encert de donar contraforts més gruixuts en arcs rebaixats i més primos en els arcs més peraltats.

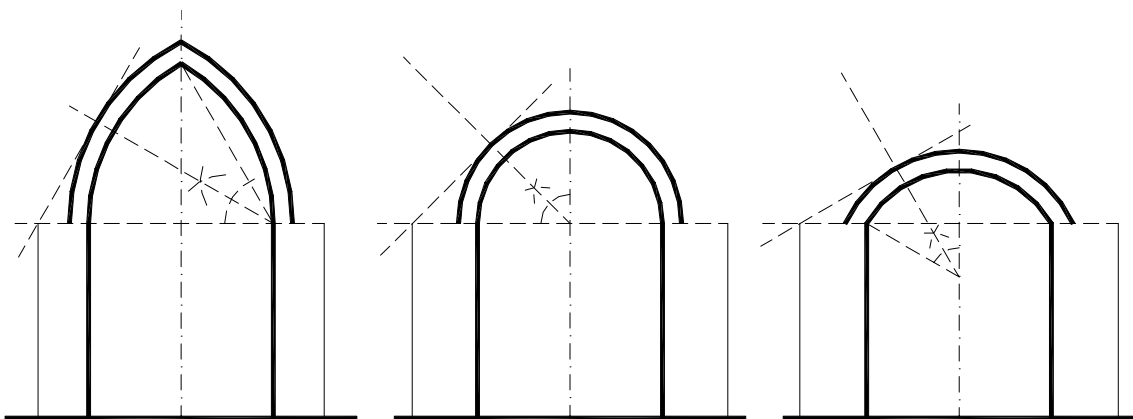


Fig. 3.2.6

Un altre manuscrit que aporta dades sobre la construcció medieval a la Península Ibèrica és el tractat de Simón García titulat *Compendio de arquitectura y simetria de los templos conforme a la medida del cuerpo humano, por Simón García, architecto natural de Salamanca* (1681). Sembla també una obra erudita d'algú que ha consultat moltes fonts. El mateix autor declara que els primers capítols són còpia d'un tractat perdut de Rodrigo Gil de Hontañón i que la resta està inspirada en el text de Fray Lorenzo, a vegades copiada literalment.

Rodrigo Gil de Hontañón fou un gran arquitecte del gòtic tardà i del Renaixement espanyol que a principi del s. XVI escrigué:

Provado he muchas veçes sacar raçon del estribo que abrá menester una qualquiera forma [arco] y nunca hallo regla que me sea suficiente [...].

Això és una prova de la necessitat de trobar un mètode, una recepta, que indiqués pas a pas com dimensionar els estreps d'un arc. Finalment, però, tot i que assumeix la relativitat de la

qüestió, ell mateix en dóna la seva regla geomètrica, una més entre totes les que apareixien amb freqüència als tractats de construcció del s. XVI:

(...) sirbe para saber lo que toca de estribo a qualquier genero de arco.

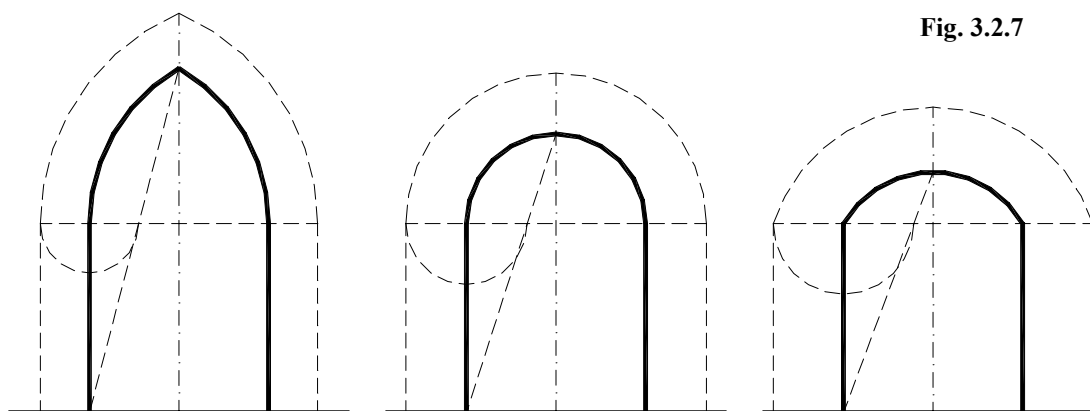


Fig. 3.2.7

Ens interessa moltíssim destacar del text de Simón García que és la primera vegada que el mètode per dimensionar els pilars d'un pont no es basa en proporcions lineals sinó en proporció d'àrees. Aquest fet és molt significatiu des del punt de vista mecànic, ja que d'alguna manera és la primera vegada que, encara que potser inconscientment, es relaciona la superfície del pont, la superfície que rebrà la càrrega, amb l'àrea de pedra necessària per a la secció del pilar i per poder transmetre aquesta càrrega al fonament.

La orden que se a de tener para sacar la traça de un puente, y darle el area que requiere el pilar según el ancho del puente, y el largo de uno de los arcos sera esta [...] Teniendo quenta de dar a los pilares el area que requieren que será de esta manera de exemplo.

Concretament, proposa que l'àrea de la secció del pilar ha de ser la meitat de l'àrea que cobreix la volta (l'amplada del pont per la llum). Com que també dóna la proporció de 3/2 entre la part sortint de la pila pel cantó del tallamar i la part posterior, Santiago Huerta ha pogut dibuixar diferents piles en funció de la llum i l'amplada del pont, i a partir d'aquí ha trobat que les relacions entre el gruix del pilar i la llum tornen a quedar compreses entre 1/3 i 1/6 de la llum. Simón García menciona les regles d'Alberti, però també cita el tractat de Pietro Cataneo *L'architettura di Pietro Cataneo Sienese* (Venècia, 1567), que en essència coincideix amb les recomanacions d'Alberti tant pel que fa a la relació entre gruix del pilar i llum com a la relació entre gruix de la volta i llum.

Ens ha semblat interessant l'estudi de documents antics que han fet Ángel L. Candelas¹¹ i Enrique Nuere,¹² en aquest cas sobre les voltes de fusta. Han trobat que han arribat als nostres dies els textos de tres autors que, tot i ser ja del s. XVII, recullen bona part dels coneixements dels fusters de l'Espanya medieval, els que construïen voltes de fusta. Es tracta de:

¹¹ CANDELAS GUTIÉRREZ, Ángel L. "Bóvedas de madera: ¿Se pueden construir según describen los tratados?". Dins *Actas del 3r Congreso Nacional de Historia de las Construcción*.

¹² NUERE MATAUCO, Enrique. *La carpintería de lo blanco: Lectura dibujada del primer manuscrito de López de Arenas*. Madrid, 1985. I també NUERE MATAUCO, Enrique. *La carpintería de lazo: Lectura dibujada del manuscrito de Fray Andrés de San Miguel*. Màlaga, 1990.

López de Arenas¹³ (1619, 1632, 1633)
 Fray Andrés de San Miguel¹⁴ (1640)
 Rodrigo Álvarez¹⁵ (≈1650)

L'anàlisi d'aquests manuscrits és interessant perquè mostra detalls del procés constructiu, de com donar forma a la fusta per fer els diferents nervis i, en general, detalls sobre les operacions necessàries per al replanteig i l'execució en obra. També és significatiu que classifiquen les cúpules en només dos tipus: cúpules de mitja taronja o semiesfera i cúpules de mitja canya o racó de claustre. De totes maneres tornen a ser uns documents que tan sols expliquen regles, tècniques per al procés constructiu, però no normes per dimensionar en funció de les càrregues.

Les regles dels tractats espanyols

El tractat de Cristóbal de Rojas,¹⁶ del 1598, és potser el més antic que s'ha conservat. En aquest text se cita la regla del terç que ja hem comentat amb relació a Palladio. Ens interessa destacar d'aquest tractat la proposta d'ús de maquetes i models a escala per conèixer l'estabilitat de qualsevol arc que es proposi:

... no pondre por escrito la declaración de los cortes de los arcos, porque seria menester una rezama de papel para poder declarar algo de su mucha dificultad, por ser cosa que consiste todo en experiencia, y que no se puede saber perfectamente el cerramiento de un arco, sino es contrahaciendolos por sus piezas de barro, o de yeso, y esto digo por la esperiencia que tengo dello, que en tiempo de mi mocedad me ocupé de contrahacer, y levantar modelos de muchas diferencias de cerramientos de capillas...

El tractat d'arquitectura *El arte y uso de arquitectura* de Fray Lorenzo de San Nicolás és, segons Kubler,¹⁷ el millor llibre d'instrucció arquitectònica que mai s'ha escrit. Consta de dues parts, publicades el 1639 i el 1664. La primera part és el tractat pròpiament dit i la segona ve a ser un complement de la primera.

Fray Lorenzo, erudit, coneix i cita els més importants tractats d'arquitectura de la seva època, però exposa sempre la seva opinió amb independència i bon criteri. Detecta el problema de les empentes en els temples i exposa la necessitat de dimensionar els suports o contraforts correctament, ni per excés ni per defecte.

Respecte del tema dels arcs, fa primerament una classificació, a l'estil d'Alberti, en cinc diferents tipus d'arcs, i també conclou que l'arc de mig punt és el millor tant estèticament com mecànicament. Pel que fa als ponts, és molt més conservador i aconsella suports de ½ de la llum, amb proa sortint i prolongats verticalment fins a una alçada de dos terços de l'arc.

¹³ LÓPEZ DE ARENAS. *Breve compendio de la carpinteria de lo blanco y tratado de alarifes, ..., y otras cosas tocantes a la iometria y puntas del compas*. El manuscrit de 1632 es conserva a la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando de Madrid. L'edició facsímil és d'ESTUPIÑÁN, Luis (València, 1982).

¹⁴ SEGURA DE LA ALCUÑA, A. de la (Fray Luis de San Miguel). *Manuscrito sin título*. 1640. Conservat a la Universitat de Texas. Facsímil d'E. Nuere de 1990.

¹⁵ ÁLVAREZ, Rodrigo. *Breve compendio de la carpinteria y tratado de lo blanco, con algunas cosas tocantes a la iometria del compás*. Salamanca, 16?? Manuscrit conservat a la fundació Lázaro Galdeano de Madrid. La tesi doctoral d'Ángel L. Candelas va transcriure aquest manuscrit.

¹⁶ Cristóbal de Rojas fou enginyer militar de Felip II. El seu tractat, *Teoria y práctica de fortificación, conforme las medidas y defensas destes tiempos, repartida en tres partes*, es va editar a Madrid per Luis Sánchez el 1598.

¹⁷ KUBLER, G. *Arquitectura de los siglos XVII y XVIII*. Madrid, 1957.

Ens interessa destacar el comentari de Fray Lorenzo respecte a la relació entre la llum i el cantell o gruix de l'arc, que no estava encara decidida perquè el cantell és la mesura que depèn més de l'estat de càrregues:

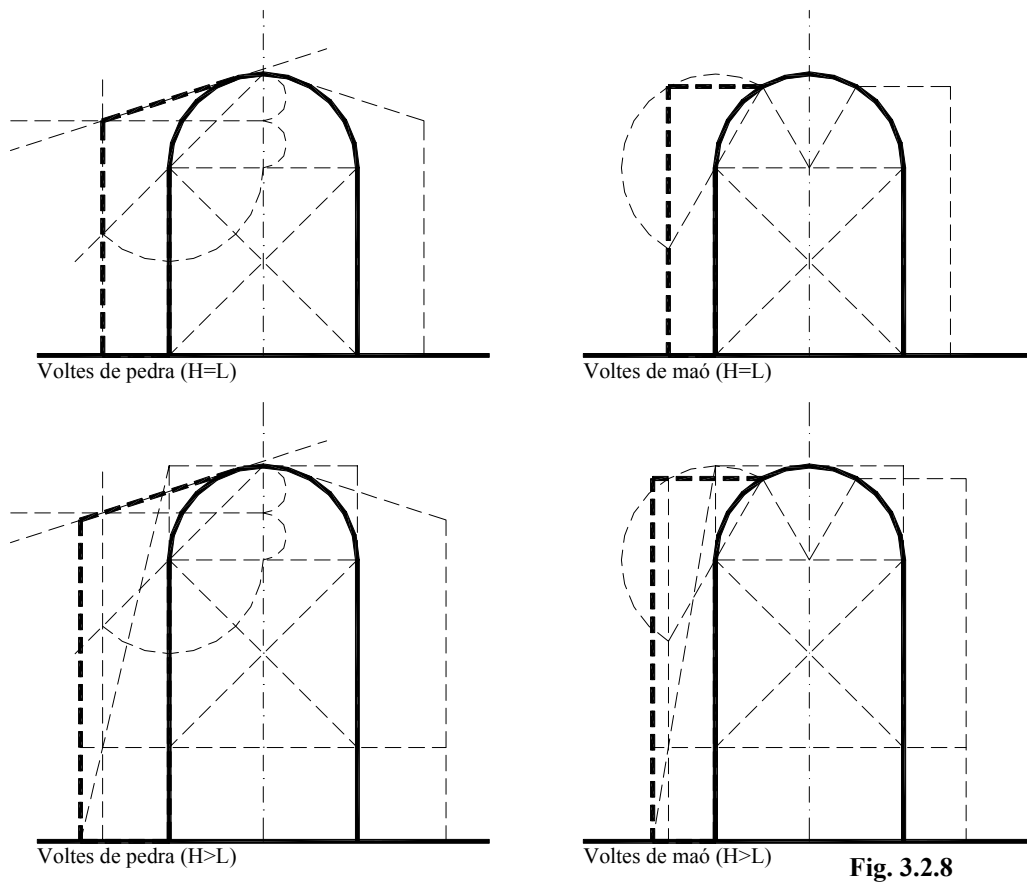
...del grueso que han de tener los arcos, de que no podemos dar regla, como diximos en el cap. 42. y es la razón, que si a un grueso de veinte y cinco pies diesemos dos de rosca, a uno de cinquenta aviamos de dar quatro, y esto podria convenir en puentes, de que adelante trataremos, mas no conviene en Templos; y assi el grueso quede arbitrariamente a juicio del Maestro.

Aquest comentari és molt significatiu i demostra, als nostres ulls, dues coses. D'una banda, que les regles de proporció i els valors formals del tema a tractar eren la pauta a seguir. L'autor dóna per suposat que un arc en un pont o en un temple tindrien cantells diferents, tot i que fossin de la mateixa llum, independentment de les càrregues, tema del qual ni se'n parla. D'altra banda sorprèn la contundència en la manera de fixar el cantell d'un arc, arbitràriament, segons el parer del mestre. Hem de suposar que aquesta arbitrarietat havia de ser guiada segons l'experiència pràctica viscuda o heretada d'altres generacions de constructors.

El Padre Tosca va ser potser un dels homes més cultes de la seva època. Era matemàtic, geòmetra, arquitecte, filòsof, físic, astròleg... i tota la seva saviesa va quedar recollida en un extens tractat de 9 volums, el *Compendio mathemático en que se contienen todas las materias mas principales de las ciencias*. Aquest tractat es va escriure entre 1705 i 1712. Quan parla de la construcció d'arcs, el *Compendio* cita les regles del terç, la de Martínez de Aranda i la de Fray Lorenzo, totes tres ja comentades.

El tractat de García Berruguilla, del 1747, té una orientació fonamentalment pràctica. En el 6è volum, que tracta del gruix dels estreps dels arcs, posa de manifest la poca coherència i la dispersió de resultats que s'obtenen amb les regles fins aleshores conegudes. En primer lloc cita la regla del terç, de Palladio, i introdueix una crítica interessant sobre la necessitat de tenir en compte la influència del material escollit per construir l'arc. És el primer de plantejar l'anàlisi de la ruptura dels arcs i, tot i que no ho resol amb claredat, proposa el camí encertat de formació de ròtules i no pas la divulgada proposta de Philippe de La Hire, que menyspreava el fregament entre dovelles i atribuïa la ruptura de l'arc a l'efecte tascó produït pel descens de la clau. Desafortunadament, però, situava les ròtules en els arrencaments de l'arc.

Ja clarament fora del període que volíem abraçar en aquest capítol, podem citar en últim terme el tractat en tres volums d'Antonio Plo y Camín titulat *El arquitecto práctico, civil, militar y agrimensor*. El text data del 1767 i va ser potser el tractat amb més difusió durant el s. XIX, amb reedicions dels anys 1793, 1819, 1844 i 1856. En el segon volum hi ha la "Práctica de hacer y medir toda clase de bóvedas", en la qual analitza la qüestió dels arcs fent menció a les regles ja conegudes. Finalment proposa una interessant solució diversificada, que té en compte d'una banda l'essència dels traçats antics, però d'altra banda introdueix la necessària correcció del tema de l'alçada i la consideració del material de l'arc: pedra o maó (fig.3.2.7).



Per tancar aquest capítol, després d'haver fet un repàs bastant a fons dels diferents textos de què es podia disposar (els més divulgats, procedents dels italians famosos, i també els textos no tan famosos però més locals, més pròxims geogràficament i lingüísticament), podem concloure que els constructors d'arcs, de voltes o de ponts, arquitectes o enginyers, limitaven el problema del càlcul a un problema estrictament geomètric i construïen els arcs amb independència de la mida total. Simplement buscaven complir unes relacions relatives entre les diferents dimensions, unes relacions de proporció entre les diferents parts: llum, gruix del pilar, gruix de la volta. Els tractats de construcció no contenien regles que possessin en relació les dimensions de l'arc i les càrregues que havia de resistir. Només el comentari de Simón García, en el sentit que ja hem comentat, podria ser-ne l'excepció.

Aquesta conclusió, a la qual arriben amb independència Antonio Castro i Santiago Huerta, implica afirmar amb paraules d'avui que els constructors medievals no calculaven els arcs. Avui entenem per càlcul estructural el mètode per establir les dimensions de les seccions resistents de les diferents parts del projecte, tenint una resistència determinada del material emprat, en funció de les càrregues, accions o sol·licitacions a que queda sotmès.

De totes maneres, la confiança dels constructors en aquest sistema de projectar geomètricament durarà segles, i no serà ben bé fins al s. XVIII, amb el nou despertar de la ciència, juntament amb l'aparició de nous materials (vidre i acer), que esclatarà una autèntica revolució de canvis de mentalitat.

Veurem més endavant que fins que no es treballi amb els sistemes vectorials de descomposició de forces i amb l'estàtica gràfica no es podran dissenyar arcs amb les mínimes garanties de seguretat.

3.3 Disseny d'arcs fins al s. XVIII

Ja hem vist que l'art de construir arcs és molt antic. Els romans van utilitzar arcs de llums molt importants amb cintres semicirculars en ponts i aqüeductes que han arribat fins als nostres dies. El Panteó de Roma o Santa Sofia de Constantinoble en són els més grans exponents. Aparentment els constructors romans no tenien una teoria o formulació que permetés determinar les dimensions dels arcs i hem de suposar que es guiaven exclusivament per regles empíriques.

Durant l'edat mitjana no es construïren grans ponts ni carreteres i els mètodes dels romans s'oblidaren. Després, amb el Renaixement, resuscità la vida econòmica d'Europa i es féu necessari aprendre de nou l'art d'edificar arcs dels romans. Encara sense cap teoria científica o formulació, calia trobar les proporcions de les estructures de manera purament empírica.

Hem vist també que els tractats clàssics de construcció tampoc no ajudaven el constructor, i que les orientacions que donaven per al disseny posaven l'accent molt més en la part formal que no pas en l'estructural. Així, doncs, cal suposar que el conjunt de regles que s'utilitzaven es transmetia per tradició oral dins dels clans familiars o de colles de constructors. Aquestes regles milloraven progressivament, en la mesura que acumulaven l'experiència construïda. El conjunt de regles assimilades constituïa, en cada època, la "teoria d'estructures" aplicable, i la seva bondat quedava demostrada pels edificis construïts que perduraven de manera exemplar; les grans catedrals gòtiques en són bons exemples.¹⁸ La majoria d'aquestes regles eren de tipus geomètric però a vegades també hi havia regles aritmètiques. Per adquirir certs coneixements sobre l'obra de fàbrica l'experiència pràctica era imprescindible, però també s'experimentava amb models a escala.¹⁹

A França, el bressol de les noves teories que farien fer un tomb important al camp del disseny dels arcs, les coses no estaven en una situació gaire diferent. Vegem un exemple recollit per Derand,²⁰ la regla de Blondel, que ens indica el mètode per resoldre el gruix del suport en un arc qualsevol, de mig punt, apuntat o rebaixat (fig. 3.3.1):

- 1) Es divideix la longitud de la corba de l'intradós en tres parts iguals, definides en el gràfic pels punts *B* i *C*.
- 2) Es traça una recta que uneixi un d'aquests punts, *C*, amb el punt d'arrancada més proper, *D*, i a sobre

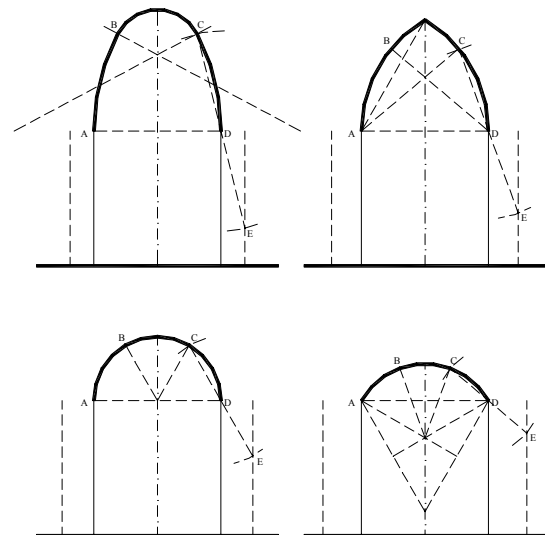


Fig. 3.3.1

¹⁸ Sobre la bondat d'aquestes regles, vegeu la teoria moderna que permet jutjar-les: J. HEYMAN. *The Stone Skeleton, Structural Engineering of Masonry Architecture*. Cambridge University Press, 1995.

¹⁹ Sobre les regles estructurals fins al segle XIX i amb un inventari sobre la seva validesa, vegeu HUERTA FERNÁNDEZ, Santiago. *Diseño estructural de arcos, bóvedas y cúpulas en España, ca. 1500 – ca. 1800*. Tesi doctoral, Universitat Politècnica de Madrid, ETS d'Arquitectura, 1990.

²⁰ DERAND, F. *L'architecture des voûtes ou l'art des traits et coupe des voûtes*. París, 1643.

d'aquesta recta es porta, amb l'ajuda del compàs, la distància CD , a partir de D per trobar el punt E .

- 3) El punt E dona la mesura de l'estrep o contrafort de l'arc, que es considera de secció constant, sense reculades.

Ja hem comentat en l'apartat anterior que aquesta regla antiga dona estreps més amples en arcs rebaixats i més petits en arcs apuntats, la qual cosa sembla lògica si considerem la inclinació de l'empenta de l'arc que arriba al contrafort en el punt d'arrancada. Però, en canvi, l'amplada de l'estrep no depèn de l'altura que té, i això resultava inadmissible.

A final del s. XVII aquesta situació comença a canviar. La ciència de la mecànica havia adquirit un desenvolupament suficient i, sobretot, emergia una nova mentalitat que demanava una justificació científica dels processos tècnics. La formulació general de les lleis de la mecànica d'Isaac Newton, després dels treballs de Galileo Galilei i el descobriment de la llei de descomposició de forces de Simon Stevin, obria per primera vegada la possibilitat d'un estudi científic de l'estabilitat de les construccions. Stevin ja havia iniciat l'estudi dels polígons funiculars el 1586 (fig. 3.3.2). Cent cinquanta anys després, per a l'arquitecte o enginyer "culte" d'aquella època no semblava raonable seguir utilitzant simples regles, segons l'antiga teoria d'estructures; calia elaborar una nova teoria d'estructures.

Robert Hooke²¹ i Philippe de La Hire, de manera independent, intentaren buscar un procediment científic de "càlcul" que permetés determinar l'estabilitat de qualsevol arc i dimensionar els suports corresponents. Els enfocaments que donaren van ser molt diferents, però tots dos van marcar el desenvolupament de la teoria de voltes i la seva aplicació en els respectius països, Anglaterra i França.

La línia d'investigació anglesa la va iniciar Robert Hooke quan proposà la catenària invertida en plantejar-se quina seria la forma ideal d'un arc. Hooke, el 1675, al final d'un dels seus llibres, que tractava de rellotges de sol, escrigué el principi de la catenària invertida com un anagrama, i no es va descobrir fins al 1705. Desxifrat i traduït del llatí, deia:

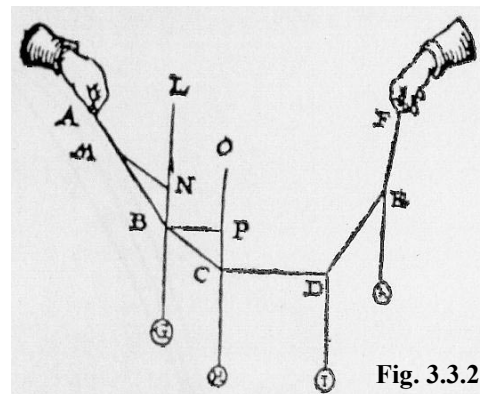


Fig. 3.3.2

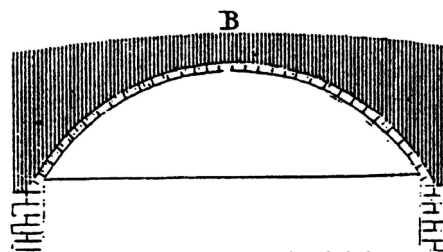
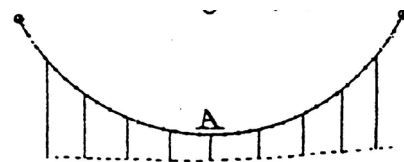


Fig. 3.3.3

²¹ Robert Hooke (Wight 1637 – Londres 1703). Físic astrònom i filòsof anglès. Demostrà que tots els cossos es dilaten per efecte de la calor i va escriure la llei de la deformació elàstica que duu el seu nom. La llei de Hooke (1660) estableix, per dessota dels límits elàstics, la proporcionalitat entre les tensions que apareixen en un sòlid sotmès a un sistema de forces i les deformacions produïdes per aquestes tensions ($\sigma = E \cdot \epsilon$). La seva publicació més representativa és *Lecciones de potencia restitutiva, o el resorte*, editada a Londres el 1783 per l'Institut Tècnic de Materials i Construcció. D'altra banda, exposà els fonaments de la teoria ondulatoria de la llum i també defensà l'ús de les temperatures corresponents a la congelació i l'ebullició de l'aigua per establir els extrems de l'escala termomètrica.

De la mateixa manera que penja el fil flexible, així, però invertit, se sostindrà l'arc rígid.

Hooke no va saber donar una expressió més matemàtica a aquest potent teorema, però tot i això, Poleni el va recollir, en va reproduir el dibuix (fig. 3.3.4) i l'aplicà en el seu estudi de la cúpula de St. Pere de Roma.

David Gregory,²² trenta anys més tard, va fer servir el mateix principi per calcular geomètricament la dimensió necessària per als estreps que suporten els arcs. Gregory determinà que la catenària invertida segueix la línia de pressions d'un arc carregat uniformement i afegí que aquesta condició és necessària per garantir l'equilibri d'un arc:

Un arc que conté la catenària invertida està en equilibri, i si no la conté, no hi estarà.

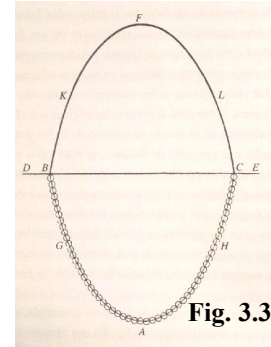


Fig. 3.3.4

Aquesta proposta anglesa de considerar la catenària invertida de les càrregues com la línia de la trajectòria dels esforços, que anomenaven línia d'equilibri, la van seguir Christopher Wren (1632-1723) i James Stirling (1692-1770) juntament amb la majoria dels grans enginyers anglesos, com per exemple Reunie, que va aplicar aquesta teoria en els seus projectes de ponts de fàbrica (fig. 3.3.3).

A França, després dels estudis de P. de La Hire, que es plantejà el problema de dimensionar els suports d'un arc, el disseny dels arcs evolucionà amb Couplet, Danizy, Parent o Pitot, entre d'altres. És important destacar l'experiment que Jean B. Rondelet²³ (1742-1829) va explicar en *L'art de bâtir*, el 1802, sobre com va fer que un arc de catenària format per 15 boles s'aguantés per si mateix.²⁴

Diversos matemàtics han demostrat que aquesta corba és molt avantatjosa per formar voltes i que les dovelles que es formen se sostenen sense necessitat de morter [...]. Per assegurar-me d'aquesta propietat vaig voler fer un experiment amb boles de pedra de Tonnerre d'una polzada de diàmetre.

Sobre una llosa vaig traçar una catenària sobre la qual vaig posar les 15 boles de tal manera que els punts de contacte fossin sobre la corba [...]

El cindri estava format per tres peces que es podien retirar sense bellugar les boles [...].

Vaig preparar les boles sobre del cindri [...] i després de retirar el cindri vaig elevar lentament la llosa fins a posar-la vertical. De trenta vegades que ho vaig intentar només en dues se sostingué el sistema, però amb una sola n'hi hagués hagut prou per demostrar la validesa de la teoria.

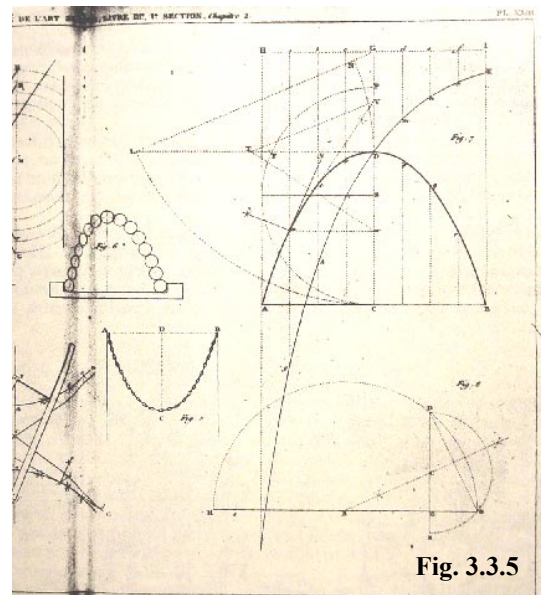


Fig. 3.3.5

²² David Gregory (Aberdeen 1661 – Maidenhead 1710). Matemàtic anglès, germà de Jacob Gregory, a qui va ajudar en la seva investigació sobre els treballs de Newton.

²³ Jean B. Rondelet (Lió 1742 – París 1829). Arquitecte francès. Fou un dels organitzadors de l'Escola Politècnica en l'època de la seva fundació. La seva obra més important i que serví de guia durant molts anys a molts arquitectes fou, precisament, *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir* (París, 1802-1817).

²⁴ RONDELET, J. B. *L'art de bâtir*. 6^a ed., 1830, vol. 2, pàg. 70-74.

Rondelet explica, a continuació, que la dificultat del traçat i els angles que forma amb els pilars són els motius pels quals l'arc catenari no té èxit entre arquitectes i constructors, però que ell l'ha fet servir amb èxit en diverses obres. A la fig. 3.3.5 veiem una làmina del seu llibre on explica l'experiment i dóna mètodes gràfics per obtenir punts d'una catenària.

Aquest canvi de mentalitat juntament amb alguns accidents que hi va haver van portar els enginyers francesos, a final del s. XVII i principi del s. XVIII, a dissenyar una nova teoria dels arcs. França era aleshores la pionera, davant d'altres països, en el desenvolupament del sistema de carreteres i, així, aquestes teories es van fer servir àmpliament en els arcs de ponts i viaductes. Stephen Timoshenko recull una pila de dades històriques que faciliten la reconstrucció dels esdeveniments en l'inici del disseny i el càlcul d'arcs i voltes²⁵ i en l'inici de l'estàtica gràfica.

La contribució de Philippe de La Hire

L'aplicació de l'estàtica per solucionar els problemes dels arcs la dóna Philippe de La Hire (1640-1718),²⁶ membre de l'Acadèmia francesa. La Hire va aprendre les matemàtiques de Desargues i es desenvolupà sota la influència dels grans matemàtics. La seva sòlida formació en mecànica i geometria van fer que fos idoni per abordar la teoria dels arcs i les voltes. Deixant de banda el manuscrit *Tractat d'estereotomia*, que no s'arribà a publicar, la seva aportació es produeix en dues etapes.

La primera es recull en el *Tractat de mecànica*, de 1695, on tracta sobre l'equilibri dels arcs amb independència dels seus suports. De totes maneres adverteix sobre la dificultat d'obtenir les dimensions necessàries d'aquests suports (estreps o contraforts) que sustenten els arcs, però l'autor no tractarà aquest altre tema fins al seu segon treball, del 1712.

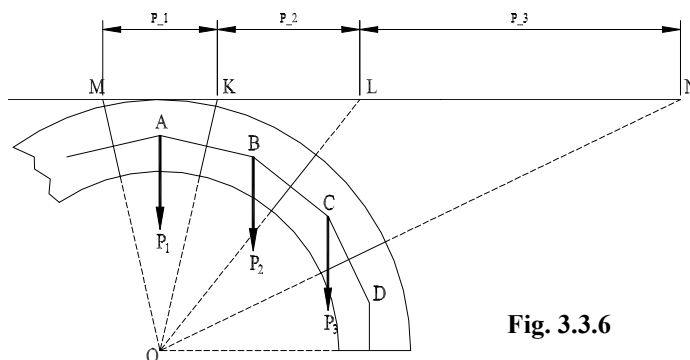


Fig. 3.3.6

²⁵ TIMOSHENKO, Stephen. *History of Strength of Materials*. Ed. McGraw-Hill, Nova York, 1953, Ed. Dover Publications, Inc. Nova York, 1983.

²⁶ Philippe de La Hire (1640-1718). Educat entre artistes, tota la vida va estar interessat en el dibuix, la pintura, la perspectiva i la mecànica aplicada. Completà la seva formació a Venècia, on estudià els grans pintors i la geometria clàssica, especialment *Les còniques* d'Apol·loni. Durant tota la vida mantingué l'interès per l'art, la ciència i la tecnologia. Destaquen els seus estudis en matemàtiques, astronomia i física, i el seu interès per la geometria i els mètodes gràfics. El 1678 va ser nomenat astrònom de l'Acadèmia de les Ciències de París, i realitzà observacions astronòmiques regularment. El 1682 fou elegit catedràtic de matemàtiques del College Royal i hi va donar cursos d'astronomia, mecànica, hidrostàtica, diòptrica i navegació. En el vessant experimental descriu experiments sobre la caiguda dels cossos, el magnetisme, l'electrostàtica, la calor reflectida per la Lluna, els efectes del fred, les propietats físiques de l'aigua, la transmissió del so... També va estudiar el baròmetre, el termòmetre, el clinòmetre, els rellotges, instruments de vent, màquines i imants. Va prendre part en importants projectes geodèsics, determinà les coordenades de diferents punts de la costa francesa amb la idea d'establir un nou mapa de França i participà, el 1683, en els treballs del traçat del meridià de París. El 1687 fou nomenat professor de la Reial Acadèmia d'Arquitectura i des d'aquest càrrec s'ocupà de la teoria d'arquitectura i de tècniques associades, com ara l'estereotomia de la pedra i la fusteria d'armar.

En el seu primer treball, La Hire troba el polígon funicular i l'usa per primer cop en l'anàlisi dels arcs.²⁷ Considera un arc semicircular (fig. 3.3.6) i, en partir de la hipòtesi que les superfícies de contacte entre les dovelles formen una perfecta junta, infinitament polida i per tant sense fregament, determina que entre les dovelles tan sols es podran transmetre tensions normals a la junta. Amb aquesta pressuposició de partida, investiga el següent problema:

Quins pesos $P_1, P_2, P_3...$ cal considerar en les dovelles de l'arc per assegurar l'estabilitat de l'estructura? La Hire soluciona el problema geomètricament tal com es mostra en la fig. 3.3.6. La important troballa que fa és la proporcionalitat entre les mesures $MK, KL, LN...$ i els pesos $P_1, P_2, P_3...$. Fins i tot les pressions entre dovelles són proporcionals a les mesures des del centre O , $OK, OL, ON...$ obtingudes gràficament. Troba el principi segons el qual les tres forces concurrents en un punt, el centre de gravetat de cada dovella, són proporcionals als costats del triangle que té els costats perpendiculars a aquestes tres forces (fig. 3.3.7).

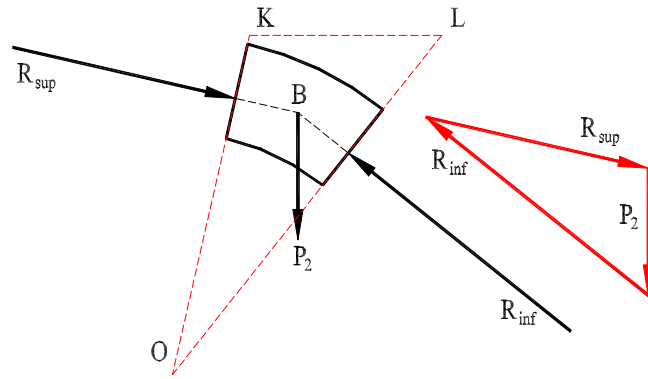
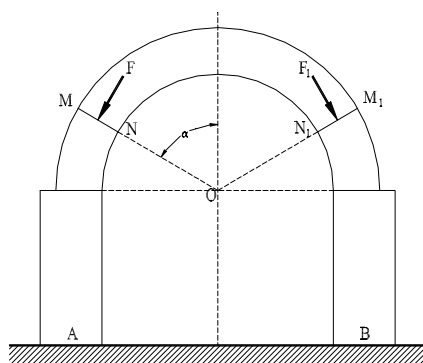


Fig. 3.3.7

De fet, usant un llenguatge posterior, La Hire estava dibuixant un polígon funicular $ABCDE$ del sistema de forces verticals $P_1, P_2, P_3...$, on la figura $MKLNO$ representa el polígon de forces associat, amb el punt O com a pol, però girat 90° .

Així, arriba a deduir la necessitat que el pes en E sigui infinit, ja que les rectes OE i MN esdevenen paral·leles. La Hire atribueix aquesta greu desviació de la realitat a les imperfeccions de l'arc, de les dovelles respecte del model idealitzat, però sobretot l'atribueix a la presència de fregament en les superfícies de contacte entre dovelles, i per tant conclou que no cal que es compleixin de manera rigorosa les proporcions abans establertes entre $P_1, P_2, P_3...$ en el punt on s'arriba al suport, però remarca que cal preveure i considerar sobretot les dovelles dels suports ja que són imprescindibles en la contribució a l'estabilitat.



Aquest treball va tenir una gran influència en els projectes d'arcs i a partir d'aquest moment van aparèixer nombrosos arcs de secció variable, mínima en la clau i màxima en els suports.

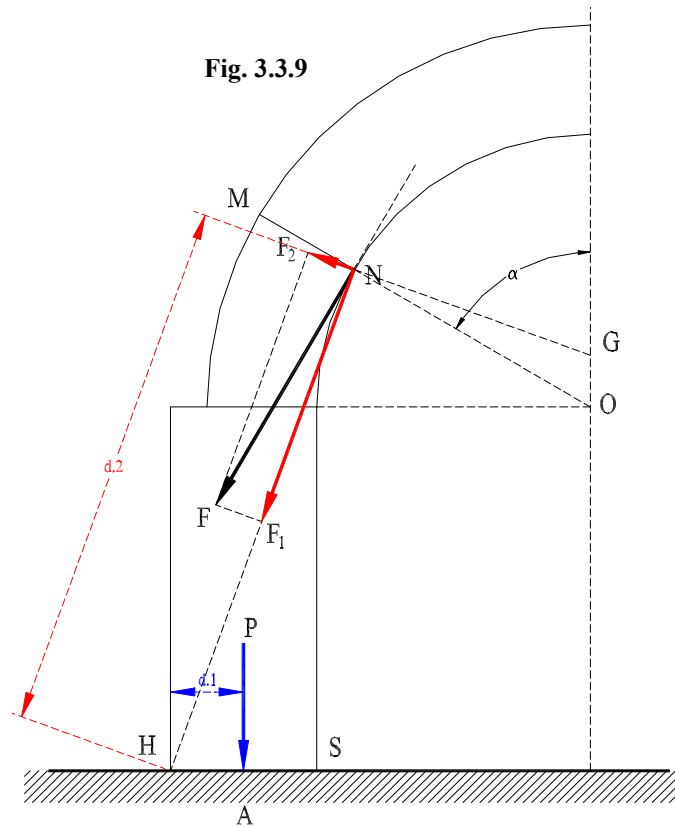
Disset anys més tard, el 1712, amb la *Memòria sobre la construcció de voltes en els edificis*, La Hire retorna al problema de l'arc i aplica la seva teoria per determinar les dimensions dels suports (pilars, estreps o contraforts) que suporten un arc semicircular o volta de canó (fig. 3.3.8). La Hire repeteix l'afirmació que ja havia fet en el seu *Tractat de mecànica*:

Un dels problemes més difícils de l'arquitectura és el de conèixer la mida que han de tenir els estreps de les voltes per resistir-ne l'empenta, i els arquitectes no han trobat fins ara cap regla certa per calcular-la.

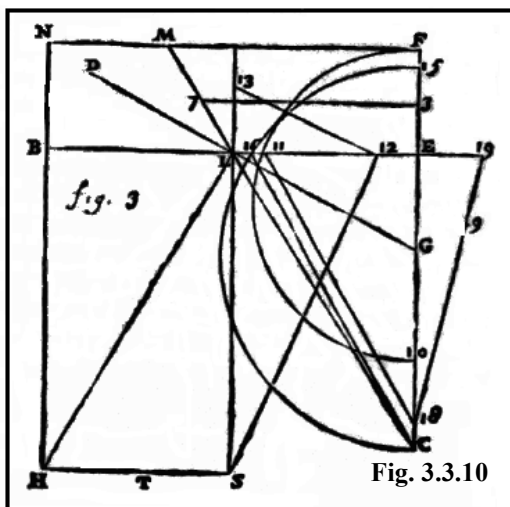
²⁷ PONCELET, J. V. *Comptes rendues de l'Académie des Sciences*. París, 1852, vol. 35, pàg. 493.

Considera que aquest problema pertany al camp de la mecànica i adverteix que calen alguns supòsits de partida. Els que pren per fer aquesta anàlisi són els següents:

- 1) Defineix l'empenta com l'esforç que fan totes les dovelles per intentar separar els brancals o estreps.
- 2) Considera que la fractura es produirà en el lloc més desfavorable de l'arc, i per observació suposa que se situarà en la secció MN (i la simètrica M_1N_1), prop del punt mitjà entre el suport i la clau.
- 3) Considera l'arc dividit per aquestes suposades juntes de ruptura en tres porcions rígides, amb totes les dovelles de cada porció com si estiguessin íntimament lligades o unides i formessin un bloc que es desplaça o gira d'una sola peça.
- 4) Considera que l'empenta del bloc superior sobre l'inferior passa just pel punt N de la junta de ruptura, a l'intradós de l'arc.
- 5) En no considerar el fregament entre dovelles, aquestes forces F seran perpendiculars a la junta, i, per tant, seran tangents a l'intradós de l'arc, encara que La Hire no fa explícita aquesta darrera observació.



Aplicant la teoria del seu *Tractat de mecànica*, sense considerar cap fricció, i considerant la meitat de l'arc fruit de seccionar-lo per l'eix de simetria, proposa el següent procediment (fig. 3.3.9):



- 1) Calcula la força F , que representa l'acció de la porció superior de l'arc sobre la part inferior.
- 2) Després descompon aquesta força F en dues components ortogonals: F_1 , que passa pel punt H del suport (centre de rotació de tot el bloc), i F_2 , perpendicular, que és la força que cal establitzar.
- 3) Aleshores calcula la força gravitatòria P (que correspon al pes del pilar més la porció d'arc amb la qual forma bloc) i busca quin gruix del pilar HS és el que es requereix per contrarestar la força F_2 i evitar la rotació dels pilars respecte del punt H del suport A .

Aquest càlcul significa resoldre l'equació:

$$\Sigma M_H = 0 \Rightarrow F_2 \cdot d_2 = P \cdot d_1$$

i La Hire el resol tres vegades. Primer analíticament, considerant totes les variables. Després simplificant el càlcul en assimilar el sector inferior de l'arc (el que forma bloc amb el pilar) en una prolongació del pilar equivalent en pes. Finalment proposa un mètode gràfic de resolució²⁸ (fig. 3.3.10).

T A B L E

Pour régler l'épaisseur qu'il faut donner aux pieds droits des voûtes des Magazins à poudre.

Lar- geur des Ma- gaz. à pou- dre.	Épaisseur des pieds droits des voûtes en plein centre pour les Ma- gazins à un étage.			Épaisseur des pieds droits des voûtes en liers points pour les Ma- gazins à un étage.			Épaisseur des pieds droits pour les voûtes des Magazins qui ont un éta- ge souterrain.			Épaisseur des pieds droits pour les voûtes des Magazins qui ont un étage au dessus de ce- lui du rez-de- chauffée.		
	pre. pied.	po. pou.	lig.	pre. pied.	po. pou.	lig.	pre. pied.	po. pou.	lig.	pre. pied.	po. pou.	lig.
20	5	10	0	5	2	0	7	0	0	5	5	6
21	5	11	8	5	3	0	7	2	5	5	8	6
22	6	2	2	5	5	6	7	4	10	5	10	6
23	6	4	6	5	7	4	7	7	3	6	0	10
24	6	6	0	5	10	0	7	9	8	6	2	9
25	6	8	3	6	0	4	8	0	1	6	4	6
26	6	10	0	6	2	0	8	2	6	6	5	11
27	6	11	9	6	5	0	8	4	10	6	8	0
28	7	2	6	6	8	0	8	7	3	6	10	3
29	7	4	9	6	10	6	8	9	8	7	0	0
30	7	7	0	7	1	0	9	0	1	7	2	9
31	7	9	4	7	2	4	9	2	6	7	5	6
32	7	11	10	7	4	9	9	5	11	7	8	9
33	8	2	8	7	7	0	9	5	4	7	10	6
34	8	3	11	7	9	4	9	10	9	8	2	10
35	8	5	9	7	11	0	10	1	2	8	4	2
36	8	8	0	8	0	0	10	3	7	8	6	6

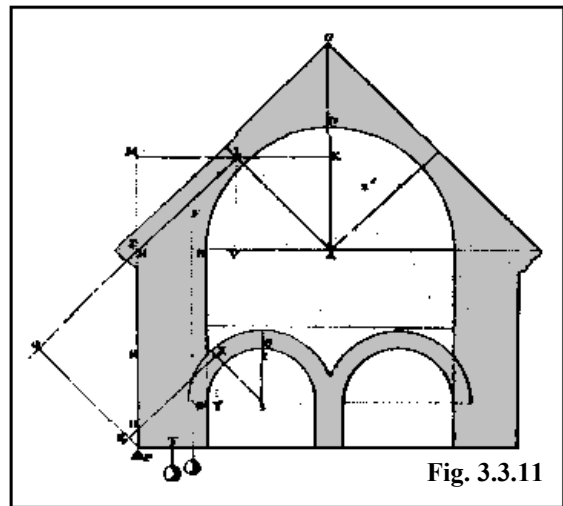
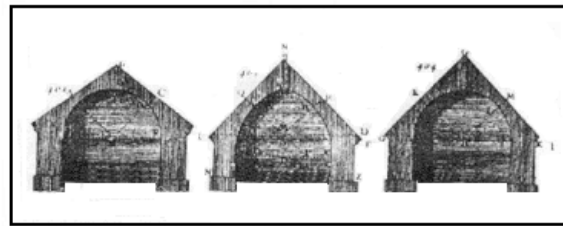


Fig. 3.3.11

La simplificació de Belidor

El primer de posar en pràctica aquest mètode d'anàlisi va ser Belidor,²⁹ que s'adonà de les possibilitats de la teoria de La Hire i de la necessitat de simplificar-ne l'aplicació. En el seu *Nou cours de mathématiques* (1725) dedica un apartat a *L'aplicació de la mecànica a la construcció dels magatzems de pólvora*, en el qual inclou una taula per calcular l'espessor dels estreps de les voltes d'aquests magatzems.³⁰

²⁸ Per a una comparació entre les diferents expressions analítiques i la construcció gràfica vegeu BUTI, A. i CORRADI, M. *I contributi di un matematico del XVII secolo ad un problema di architettura: Philippe de La Hire e la statica degli archi*. Dins les *Atti della Accademia Ligure di Scienze e Lettere*. Vol. 32, pàg. 303-323, Gènova, 1981.

²⁹ Bernat Forest de Belidor (1698-1761)

³⁰ BELIDOR, Bernat Forest de. *Nouveau cours de Mathématique à l'Usage de l'Artillerie et du Génie où l'on applique les parties les plus utiles de cette Science à la Théorie et à la pratique des différens sujets qui peuvent avoir rapport à la Guerre*. Paris, 1725, pàg. 490, lám. 31.

Santiago Huerta ha analitzat aquestes taules i ha detectat d'una banda que Belidor considera sempre l'angle de la secció de ruptura de l'arc justament a 45° , i d'altra banda que en alguns casos es considera la força aplicada en el punt de tangència, a l'intradós, d'aquesta secció de ruptura, però en canvi, en altres casos de la mateixa taula s'ha considerat la força aplicada en el punt mitjà de la secció. Potser Belidor estava ja assajant una teoria més completa, la que culminà quatre anys més tard quan, el 1729, publicà *La ciência dels enginyers*,³¹ el primer manual d'enginyeria. Dins d'aquesta obra, el llibre II està dedicat enterament a la *Mecànica de les voltes*.

Les simplificacions de Belidor són:

- 1) Per acabar amb la incertesa a l'hora de saber quina és la secció de ruptura, suggereix que l'angle α de la fig. 3.3.8 podria ser considerat igual a 45° .
- 2) Situa l'empenta al punt mitjà d'aquesta junta o secció de ruptura.
- 3) Pren els moments directament des del centre de rotació sense necessitat de descompondre la força F en les dues components F_1 i F_2 .

Finalment, Belidor considerava el tema de la seguretat de l'estrep: advertia que el càlcul donava la dimensió justa de l'estrep per al punt d'equilibri i per això recomanava augmentar aquesta dimensió en 5 o 6 polzades, o sinó afegir contraforts.

El llibre incloïa nombrosos exemples d'aplicació a les situacions més usuals en la pràctica de la construcció, i com a conseqüència d'això es va convertir ràpidament en el mètode estàndard de càlcul d'estreps d'arcs, voltes i cúpules.

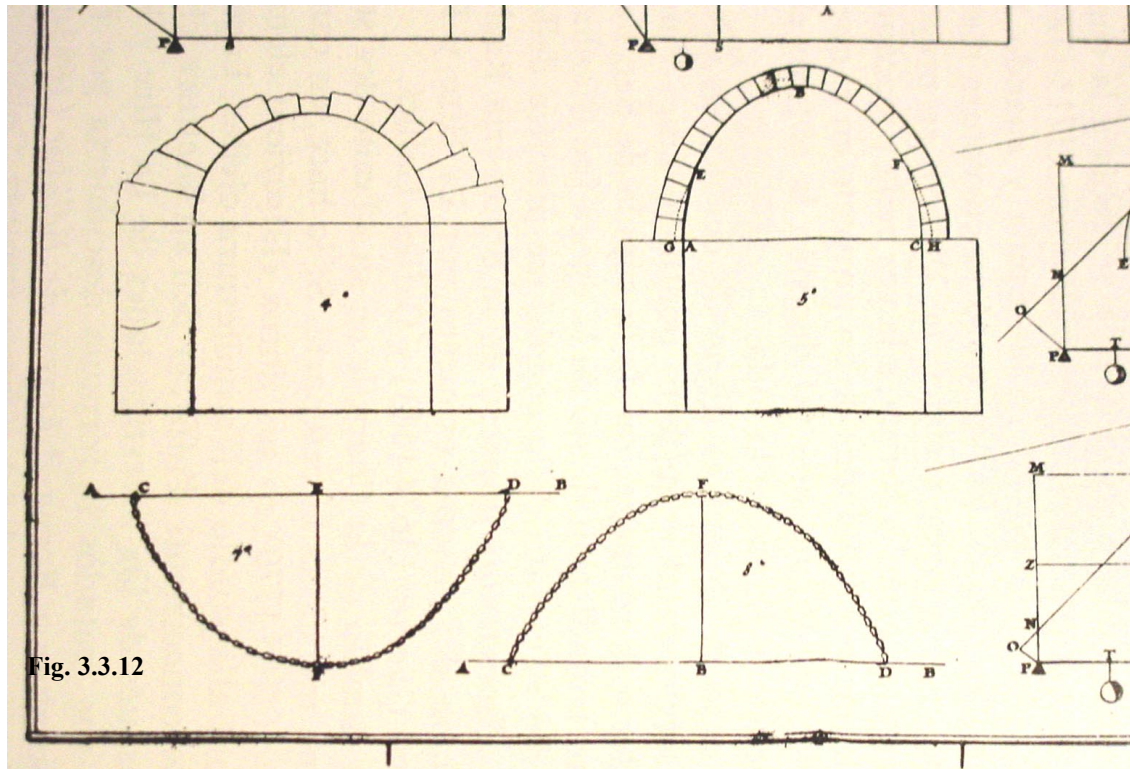


Fig. 3.3.12

³¹ BELIDOR, Bernat Forest de. *La science des ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et architecture civile*. Paris, 1729.

Hem de destacar en aquest mateix llibre de Belidor la menció a la catenària i la utilització de la catenària invertida per construir arcs. En el llibre II de *La ciència dels enginyers*, en la proposició 5a, exposa el problema de trobar el perfil idoni per a una volta que tingui totes les dovelles del mateix pes i que estigui en equilibri. Dóna com a solució l'arc de catenària però torna a advertir la necessitat de corregir formalment l'arrancada de l'arc als suports. Belidor traça una correcció formal en els arrencaments de l'arc per aconseguir la tangència amb la vertical en els suports (fig. 3.3.12). A més, opina que l'arc de catenària és més teòric que pràctic ja que agrada més als matemàtics i enginyers que no pas als constructors. En els seus llibres de 1735, *Tractat de fortificacions*, i de 1737, *Arquitectura hidràulica, o l'art de conduir, elevar i manejar les aigües*, ja no fa cap més menció ni a la catenària ni a l'arc catenari.

A partir d'aquests principis d'estabilitat dels arcs exposats per La Hire i Belidor, nosaltres podem avui, gràcies a programes informàtics com ara l'Sketchpad, oferir-los de manera dinàmica, interactiva i sempre visual, la qual cosa esdevé una enorme aproximació a l'arquitecte o el dissenyador d'arcs, i així es fa possible, per tant, la seva aplicació pràctica real.



Lahire-1



Lahire-2

Les taules de Perronet

El llibre de Belidor tracta, cap al final, del projecte de ponts. En aquest cas dóna les taules de Gautier,³² excessivament conservadores, per dimensionar el gruix de la volta en la clau de l'arc. Dels estreps no en parla, i per dimensionar les piles intermèdies proposa l'antiga regla empírica d' $1/5$ de la llum.

Perronet,³³ el gran enginyer francès del s. XVIII, revolucionà el projecte i la construcció de ponts. Va afavorir l'ús de l'arc carpanell,³⁴ de tres centres, va millorar les tècniques de cintrament i descintrament dels ponts, va reduir el gruix de les piles i ideà una regla per al gruix en la clau de l'arc que reduïa, també, notablement els valors de Gautier.

Per al càlcul dels estreps va acceptar la teoria de La Hire de considerar situada l'empenta a l'intradós, però va distingir altres casos on introduí esmenes: en arcs carpanells rebaixats de tres centres considerarà que la secció de ruptura no és a 45° sinó que és justament la secció de canvi de radi de curvatura.

Cap al 1750, utilitzant aquestes idees, Perronet confeccionà unes taules per al càlcul dels estreps de ponts amb arcs de mig punt i arcs carpanells de tres centres, en les quals, segons el tipus d'arc i la relació entre la llum i l'alçada dels suports, donava els gruixos necessaris per a la clau de l'arc i per als estreps.³⁵ Perronet també escrigué una memòria, teòrica, que justificava aquestes taules, però no s'arribà a publicar mai, tot i que es conserva un manuscrit complet d'una de les primeres versions.

³² GAUTIER, H. *Dissertation sur l'épaisseur des culées des Ponts, sur la Largeur des piles, sur la Portée des voussoirs, sur l'Erfort & la Pesanteur des Arches à differens surbaissemens...* París, 1717.

³³ Jean Rodolphe Perronet (1708-1794).

³⁴ L'arc carpanell busca intencionadament la semblança amb l'arc el·líptic, però amb la simplificació d'utilitzar un traçat que es basa en arcs tangents de circumferència, és a dir, que és un arc en forma de mig oval. Entre tots els arcs possibles, l'arc carpanell de tres centres fou el més utilitzat en arquitectura i enginyeria de ponts.

³⁵ Aquest fet és recollit a les *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*. París, 1712.

Per la seva utilitat, les taules de Perronet, totes soles i sense la memòria, sí que van tenir una gran difusió entre els enginyers de la segona meitat del s. XVIII i Patte les inclou en el tom VI del *Cours d'architecture* de Blondel,³⁶ tot i que diu que ignora el nom del seu autor.

Després de morir Perronet, Chezy publicà les taules,³⁷ basades en essència en el mètode de La Hire, amb un breu text introductori explicatiu del procés de càlcul. Així, després aquestes taules foren recollides en molts dels tractats de construcció de més difusió de la primera meitat del s. XIX, tot i que la teoria de La Hire es considerava àmpliament superada.

³⁶ BLONDEL, J. R. *Cours d'Architecture, ou Traité de la décoration et construction des bâtiments... continué par M. Patte*. París, 1777, tom VI, pàg. 193-205.

³⁷ PERRONET, J. R., i CHEZY. "Formule générale pour déterminer l'épaisseur des piles et culées des arches des ponts, soit qu'elles soient en plein cintre ou surbaissées". Dins de *Recueil de divers mémoires extraits de la bibliothèque impériale des ponts et chaussées a l'usage de MM. les ingénieurs*. Ed. P. Lesage, París, 1810, vol. 2, pàg. 143-273.

3.4 La recerca d'una nova teoria dels arcs

A principi del s. XIX ningú no dubtava que la teoria de La Hire tenia una base teòrica defectuosa, però malgrat això se seguia usant.

Veient l'elevat fregament que realment existeix entre les dovelles, resulta difícil de creure, com va passar a Belidor, que l'empenta horitzontal de la volta sobre els suports és deguda a l'efecte tascó que produeix la part central de la volta que, en descendir, empeny els suports enfora. Els experiments amb models de voltes demostraren, ja el 1732, que les pedres no llisquen,³⁸ i que el col·lapse es produeix per formació d'articulacions entre les pedres. Couplet³⁹ escriu la primera contribució sobre aquesta base el 1729 i Coulomb estableix la teoria correcta per calcular l'empenta de les voltes el 1773. Els assajos a gran escala de Boistard,⁴⁰ el 1800, ratificaren per a arcs i voltes aquesta suposició de com es produïa la fallida.

De totes maneres, quan Audoy,⁴¹ el 1820, aplica la teoria correcta de Coulomb per al càlcul d'estreps, es veu obligat a plantejar-se seriosament el problema de la seguretat. Els estreps obtinguts corresponen a una situació real just en el moment en què s'iniciaria el col·lapse, i a més es veuen molt esvelts. Sembla evident que cal fer créixer els estreps per distanciar-se d'aquest límit, però quant? Audoy recorre als casos sancionats per la pràctica i l'experiència per establir aquest marge de seguretat i acaba determinant que les dimensions obtingudes amb el mètode de La Hire donen espessor als suports verificats al llarg del temps. Aquesta aparent contradicció il·lustra una etapa de transició en la qual d'una banda es necessitava demostrar científicament l'estabilitat, però d'altra banda i simultàniament, a l'hora de donar una dimensió definitiva als elements s'usava l'antiga teoria, provadament conservadora i amb errors en el plantejament teòric del model.

La cúpula de St. Pere de Roma, un exemple de la recerca de suport teòric

Ja des de la seva construcció, que es prolongà durant tot el s. XVI, s'apreciaren danys en els arcs de la basílica de St. Pere de Roma, una de les més grans obres del Renaixement, i al s. XVII van aparèixer lesions a la mateixa cúpula. El problema s'anà agreujant progressivament però, tot i això, s'anaren succeint informes que reiteraven la solidesa de l'edifici. Fou el 1742, quan, a causa de la ruptura de diferents testimonis de marbre que s'hi van col·locar per avaluar el seguiment de les esquerdes, es va reobrir la polèmica sobre l'estabilitat de la cúpula. Benet XIV va decidir acudir a tres prestigiosos matemàtics d'aleshores, Francesco Jacquier, Tommaso Le Seur i Ruggero Giuseppe Boscovich, i els encarregà un informe sobre l'estabilitat de la cúpula. L'informe que presentaren aquests tres seguidors de les teories de

³⁸ DANIZY. *Méthode générale pour déterminer la résistance qu'il faut opposer à la poussée des voûtes*, dins de *Histoire de la Société Royale des Sciences établie à Montpellier*. 1732, vol. 2, pàg. 40.

³⁹ COUPLLET, P. "Seconde partie de l'examen de la poussée des voûtes". Dins de *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*. París, 1730, pàg. 117-141.

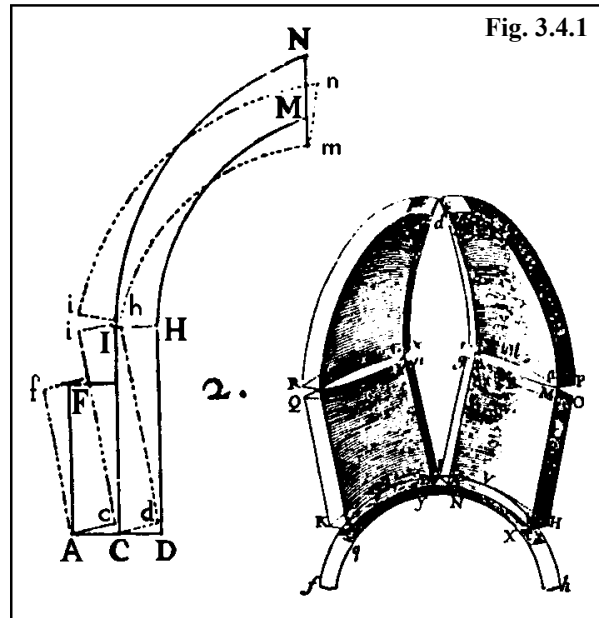
⁴⁰ BOISTARD, L. C. "Expériences sur la stabilité des voûtes". Dins de *Recueil de divers mémoires extraits de la bibliothèque impériale des ponts et chaussées a l'usage de MM. les ingénieurs*. Ed. P. Lesage, París, 1773, vol. 2, pàg. 171-217.

⁴¹ AUDOY. "Mémoire sur la poussée des voûtes en bercea". Dins de *Mémorial de l'Officier de Génie*, núm. 4, 1820.

Newton, *Parere di tre mattematici sopra i danni, che fi fono trovati nella cupola di S. Pietro, sul fine dell'Anno MDCCXLII*, suposa una contribució molt significativa en el camp de la teoria de les estructures ja que és el primer acostament científic a un problema real de la importància, envergadura i singularitat de la cúpula de St. Pere. Precisament per la seva mida no era possible trobar altres exemples que poguessin servir de referència o comparació, o per deduir-ne principis d'intervenció vàlids, i la situació forçava la necessitat d'un plantejament teòric que justificués la possible intervenció. L'organització del contingut de l'informe, que també resultà modèlic per a aquest tipus de documents, fou la següent:

1. descripció de la cúpula i dels danys,
2. recorregut històric de les patologies i de les successives interpretacions sobre les possibles causes,
3. elaboració d'un model i
4. anàlisi del model.

Finalment, fan un comentari sobre les diferents solucions proposades i justifiquen l'elecció de la més convenient al seu parer, que és la d'afegir uns nous congrenys i realitzar diverses obres de reparació, sobretot en els contraforts.



Cal destacar, de la seva anàlisi, no només els esquemes i gràfics utilitzats i la meticulositat des del càlcul dels pesos fins al càlcul dels congrenys, sinó sobretot el fet que va ser la primera vegada que s'utilitzà el principi dels treballs virtuals per trobar l'equilibri entre el treball de les forces estabilitzants i el de les forces desestabilitzants.

El mateix Boscovich, el 1765, va tornar a utilitzar el mètode dels treballs virtuals per analitzar l'estabilitat del Tiburi de Milà, i després, el 1798, Gauthey va descobrir l'informe i el va aplicar a les voltes, en general. De totes maneres, no serà fins a Lamé i Clapeyron que es poleixen els errors anteriors i s'aplica el mètode, ja correcte del tot, per a l'estabilitat de la cúpula de Sant Petersburg.

Com veiem, es tracta només d'un exemple, que devem a Gema López,⁴² que il·lustra prou bé que a final del s. XVIII i principi del XIX hi ha un canvi de mentalitat, una avidesa de ciència, que ràpidament transcendeix, i que il·lustra com s'utilitza aquesta anàlisi teòrica com a aval del procés de disseny i construcció dels arcs.

⁴² LÓPEZ MANZANARES, Gema. "La estabilidad de la cúpula de San Pedro: el informe de los tres matemáticos". Dins les *Actas del 2º Congreso Nacional de Historia de la Construcción*.

La forma ideal de les cúpules

Entre els nombrosos assajos publicats per Bouguer⁴³ a les *Memòries de l'Acadèmia Reial de les Ciències de París*, n'apareix un amb data de 19 de maig de 1734 i amb el títol *Sur les lignes courbes qui sont propres a forer les voutes en dome*. Aquest assaig és una fita important, ja que segons el mateix Bouguer, de les cúpules no se n'havia ocupat encara cap autor, tot i ser molt freqüents en els edificis construïts. Fins aleshores el mètode científic s'havia aplicat als arcs i a l'estabilitat de les voltes generades per translació d'un arc.

En tots aquests casos anteriors es fa una anàlisi en el pla i no espacial. Bouguer es planteja el problema en les tres dimensions i vol trobar l'equació matemàtica de la corba ideal que per revolució entorn d'un eix vertical generi la forma ideal per a una cúpula.

En el seu assaig fa la consideració de fer la hipòtesi sense fregament entre dovelles. Bouguer sap que això no és real però diu que li atribueix un marge de seguretat en els càlculs.

En primer lloc, amb la classificació de les cúpules de revolució en tres tipus (còncaves, còniques i convexes) Bouguer arriba a la interessant observació de relacionar la forma de la cúpula amb el seu equilibri.

1. Cúpules còncaves

Analitza aquesta mena de cúpules i assegura que sempre són estables. Aquestes cúpules tindrien les dovelles en forma de doble tascó, com les voltes planes d'Abeille: per a una secció horitzontal (segons un paral·lel) el centre de curvatura és a l'interior de la cúpula, però en canvi per a una secció vertical (segons un meridià) el tascó seria cap enfora. En considerar la línia mediana de la secció vertical, dins del gruix de la cúpula, a mesura que descendim des del cim de la cúpula, la tangent en cada punt anirà perdent angle de pendent. En canvi, la component de l'empenta de les dovelles superiors sobre les inferiors sempre va guanyant

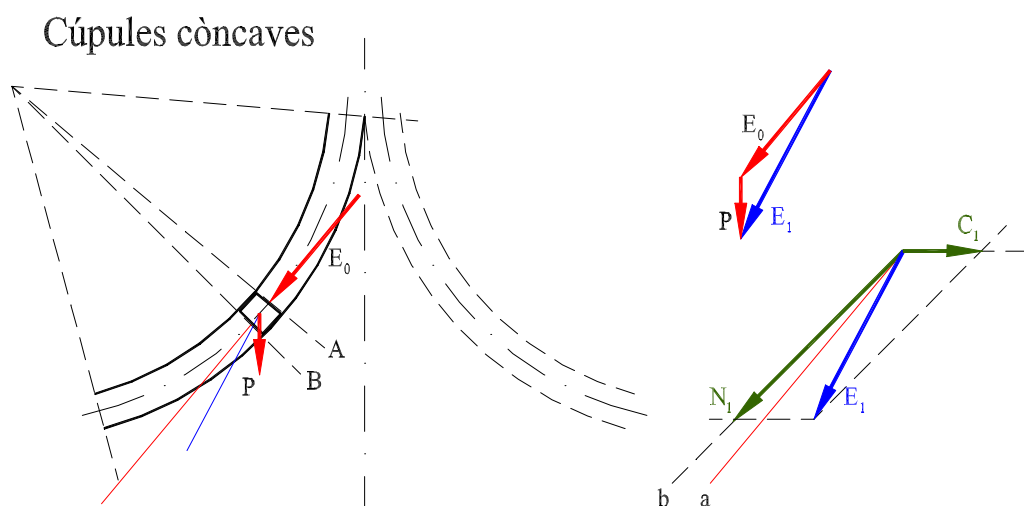


Fig. 3.4.2

pendent quan s'hi suma la component vertical del pes de cada dovella. Per aquest motiu arriba

⁴³ BOUGUER, Pierre (Croisic 1698 – París 1758).

a la conclusió que aquestes cúpules sempre són estables, perquè la component horitzontal de l'esforç en tot el recorregut sempre pren el sentit cap a l'interior de la cúpula. Aleshores les dovelles de cada filada s'aguanten les unes amb les altres i formen un anell de compressió estable.

2. Cúpules còniques

Aquest cas el considera un cas límit de l'anterior. La component vertical de cada dovella tendirà en cada progrés infinitesimal a desviar la força de pressió cap a l'interior de la cúpula, generant compressions. Per tant, independentment de l'angle d'obertura del con, les cúpules còniques les considera, també, sempre estables.

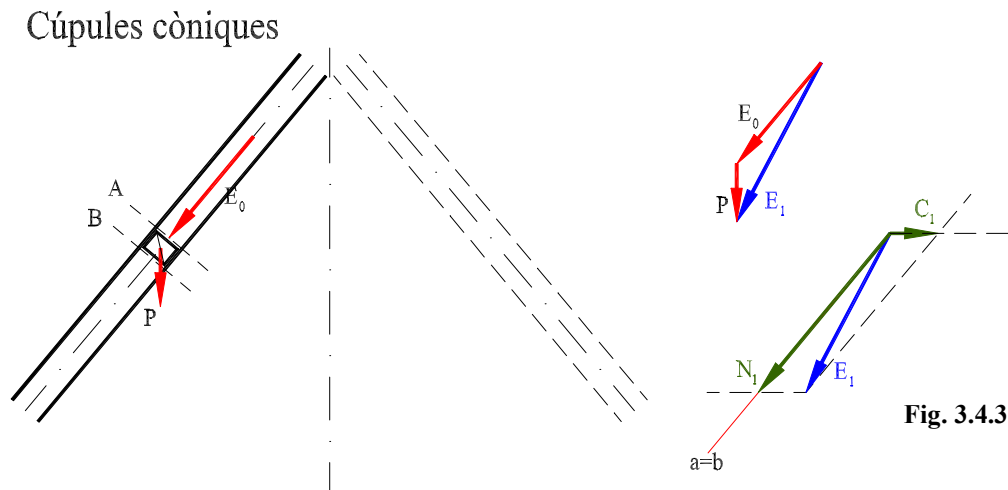


Fig. 3.4.3

3. Cúpules convexes

En aquest tipus de cúpules la força tangent a la línia mediana de la cúpula sempre es dibuixaria pel cantó de fora de la cúpula. La forma i el pes del material de cada dovella podran fer que la resultant es desviï cap a dins, cosa que produirà compressions i estabilitat, o que segueixi desviada cap a fora i produeixi traccions i inestabilitat. La condició geomètrica que estableix Bouguer per garantir l'equilibri la podem interpretar de la manera següent: per a cada increment infinitesimal, cal que el gir de l'empenta sigui superior o igual al gir de la secció, és a dir, que $\beta \geq \alpha$.

L'angle β representa la desviació de l'empenta E_0 en afegir el pes d'una porció diferencial dP . L'angle α és el comprès en la porció considerada, és l'angle que formen les tangents. De fet, Bouguer no compara angles sinó longituds. En el seu dibuix (el polígon de forces en una secció infinitesimal), la condició que estableix és que $dP \geq d^2x$, on dP representa l'increment de la component del pes en una llesca infinitesimal de la cúpula, i d^2x és, geomètricament, el descens vertical d'una secció respecte de l'altra, mesurat des de la tangent a la primera secció.

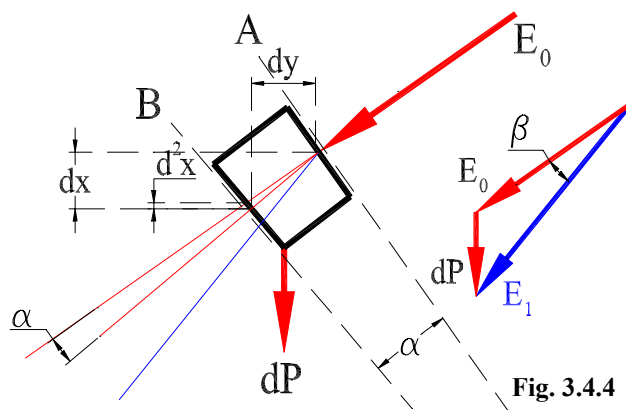


Fig. 3.4.4

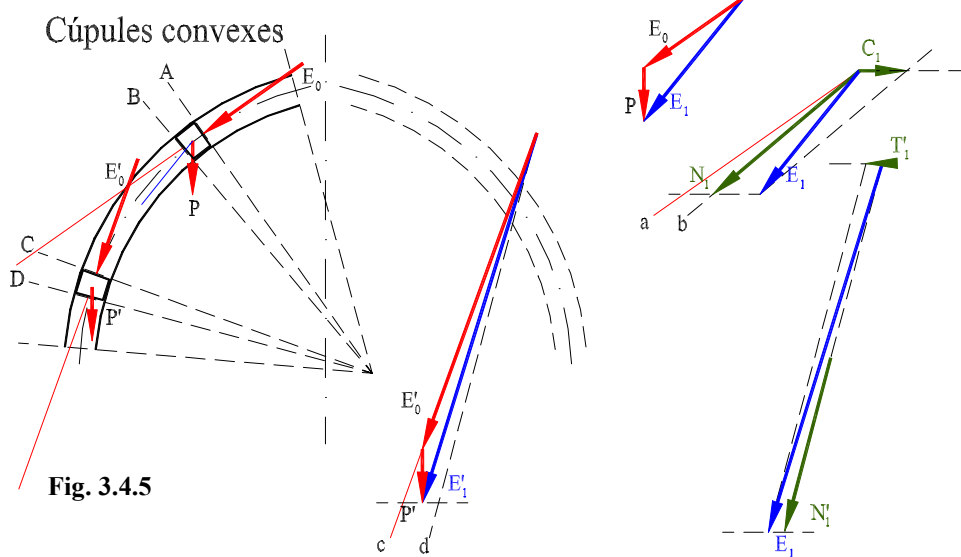


Fig. 3.4.5

En les cúpules convexes, tant la tangent a la corba com la composició successiva de pes de les dovelles aniran donant increment de pendent, però si la secció gira més que l'empenta, aleshores hi haurà una component horitzontal cap enfora, que produirà anells de tracció i inestabilitat.

Després d'aquesta interessant classificació prèvia, Bouguer busca l'equació de les corbes idònies per fer cúpules convexes. Tradueix la condició anterior, $dP \geq d^2x$, en una equació diferencial que relaciona les càrregues de pes propi amb la geometria de la cúpula.

$$dl = \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

Sobre la línia mediana de la cúpula, considera un element diferencial on dx és el desnivell vertical i dy és l'increment de radi horitzontal. La longitud d'aquest segment diferencial de corba serà, per tant,

L'àrea de la llesca infinitesimal, tenint en compte un gruix e de la cúpula, serà

$$dA = e \cdot dl = e \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

Com que es tracta d'una superfície de revolució, el volum de les diferents filades anirà en funció del perímetre de cada anell horitzontal, és a dir, en funció del radi y , i el pes anirà en funció de la densitat γ .

$$dp = \gamma \cdot (2 \cdot \pi \cdot y \cdot e \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2})$$

Així, integrant aquesta expressió des del cim de la cúpula, origen de coordenades, fins al punt x de la secció considerada, obté la component vertical de l'empenta sobre la secció considerada, el pes de tota la porció de cúpula que queda per damunt.

$$P = \int_0^x \gamma \cdot (2 \cdot \pi \cdot y \cdot e \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}) \cdot dx$$

Aleshores, Bouguer estableix la relació de proporcionalitat

$$\frac{\gamma \cdot (2 \cdot \pi \cdot y \cdot e \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2})}{d^2x} = \frac{\int_0^x \gamma \cdot (2 \cdot \pi \cdot y \cdot e \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}) \cdot dx}{dx - d^2x}$$

Tenint en compte la condició $CG \geq CB$ que hem trobat abans, menyspreant el diferencial de segon ordre $dx - d^2x \approx dx$ i simplificant les constants, aleshores troba, finalment, la condició general de l'equilibri:

$$\frac{\gamma \cdot 2 \cdot \pi \cdot y \cdot e \cdot dx \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}}{\int_0^x \gamma \cdot 2 \cdot \pi \cdot (y \cdot e \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}) \cdot dx} = \frac{y \cdot e \cdot dx \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}}{\int_0^x (y \cdot e \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}) \cdot dx} \geq d^2x$$

La corba última, segons Bouguer, serà aquella amb unes coordenades (x, y) tals que compleixin l'equació diferencial:

$$\frac{y \cdot e \cdot dx \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}}{\int_0^x (y \cdot e \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}) \cdot dx} = d^2x$$

Trobem molt interessant aquesta conclusió ja que posa de manifest que l'equilibri és independent del material (de la seva densitat o del seu pes) i depèn exclusivament de paràmetres geomètrics: x, y i el gruix e de la cúpula. En el cas de considerar un gruix e constant, aleshores l'equació de la forma límit depèn només de la geometria, (x, y) , de la cúpula, i aquesta corba és única.

Després d'obtenir l'equació general de l'equilibri que relaciona la geometria amb el descens de les càrregues d'una cúpula qualsevol, Bouguer estudia tres problemes fonamentals:

- 1) Busca la manera de determinar el gruix d'una cúpula qualsevol perquè sigui estable.
- 2) Estudia la validesa de certes formes més habituals en la construcció de cúpules, generades per la rotació d'una el·lipse, d'un semicercle o d'una paràbola, amb el gruix constant.
- 3) Resol l'equació diferencial anterior per sèries de Taylor fins al terme 23 i així arriba a dibuixar amb precisió la forma òptima per a una cúpula de gruix constant, segons la qual desapareixen els esforços anulars, és a dir, una cúpula en la qual no es formaran ni anells de tracció ni de compressió.

L'estudi en detall d'aquest document de Pierre Bouguer l'ha dut a terme Gema López Manzanares en la seva tesi doctoral⁴⁴ i, tot i que adverteix alguns errors en les operacions del procés, verifica la validesa dels resultats obtinguts ja fa més de 250 anys.

La volta plana d'Abeille

Abeille⁴⁵ fou un enginyer francès que inventà, a final del s. XVII, la volta que duu el seu nom. L'autoritzat text francès de Pérouse de Montclos⁴⁶ sobre història d'estereotomia de la pedra afirma que no es tenen notícies de cap realització pràctica que dugui a la realitat l'artifici

⁴⁴ López Manzanares, Gema. *Estabilidad y construcción de cúpulas de fábrica: el nacimiento de la teoría y su relación con la práctica*. Tesi doctoral, Escola Tècnica Superior d'Arquitectura de Madrid, 1998.

⁴⁵ ABEILLE, Joseph (1669-1752). D'origen marsellès. Arribà a ser enginyer del rei el 1703. Es distingí a la batalla de Vélez-Málaga (1704).

⁴⁶ PEROUSE DE MONTCLOS, Jean Marie. *L'Architecture à la française*. París, 1981.

d'Abeille. No obstant això, la tesi d'Enrique Rabasa Díaz⁴⁷ descobreix que a la catedral de Lugo es va assajar aquesta solució i que n'hi ha algun altre petit exemple posterior.

Ens interessa estendre'ns lleugerament amb el detall d'aquesta singular volta per la relació que té amb la investigació simultània en el camp de la geometria i de la mecànica.

Les voltes planes, normalment, es fan amb dovelles en forma de tascó que, en ser col·locades, formen un arc allindat, rebaixat, aplanat, de tal manera que els plans de les juntes convergeixen cap al centre de l'arc. A partir d'aquest arc es podran formar tres menes diferents de voltes planes segons el moviment generador que hi donem:

- . La translació d'aquest arc segons una direcció, formant una mena de volta de canó molt rebaixada. Aquesta volta recolzaria en dos suports longitudinals i paral·lels.
- . La intersecció de dues voltes com les anteriors, que forma una mena de volta de racó de claustre o volta d'aresta. Aquesta volta recolzaria sobre els quatre costats i es dibuixarien les línies d'intersecció que separarien quatre vessants.
- . La rotació de l'arc de 360° donaria com a resultat una mena de volta esfèrica, molt rebaixada, on no hi hauria arestes marcades i on, en tot cas, tan sols es veurien les diferents filades de dovelles concèntriques.

Tot i que les empentes laterals que generen les voltes planes són majors que les de les voltes més altes, tingueren èxit perquè garantint els suports no era difícil garantir l'estabilitat de la volta.

Abeille imaginà una peça polièdrica formada per sis cares. Dues cares eren horitzontals i paral·leles: la inferior, amb forma de quadrat, i la superior amb forma de rectangle allargat, de manera que les altres quatre cares tenien forma de trapezi isòsceles i estaven contingudes en plans no verticals. Així, dues cares feien forma de tascó cap amunt i les altres dues cares, en la direcció perpendicular, feien forma de tascó cap avall.

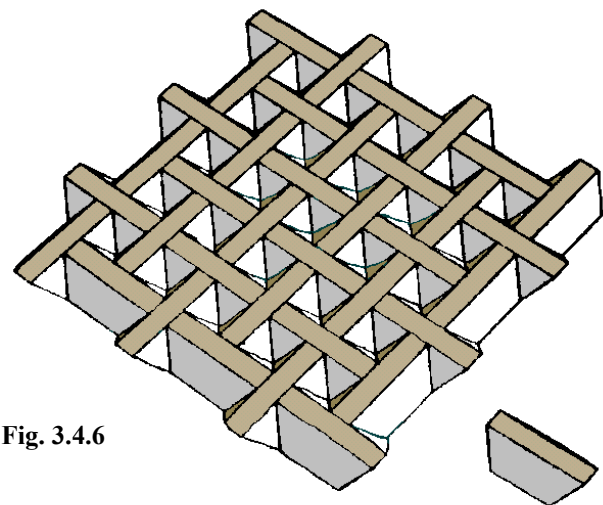


Fig. 3.4.6

Amb la juxtaposició d'aquestes peces es pot formar una volta en què cada peça recolza damunt de dues peces veïnes i, a la vegada, cada peça rep la càrrega de les altres dues peces veïnes, en direcció ortogonal. Abeille considerava que els forats piramidals que quedaven, un cop omplerts amb unes llambordes de reble i morter, com que eren de diferent color podrien oferir un bonic mosaic que ja podria servir de paviment per al pis superior.

⁴⁷ RABASA, Enrique. "La bóveda plana de Abeille en Lugo". Dins *Actas del 2º Congreso Nacional de Historia de la construcción*.

Aquesta explicació la presentà a l'Acadèmia de les Ciències de París el 1699 però no fou publicada fins al 1735,⁴⁸ juntament amb una memòria sobre el tema del dominicà Sébastien Truchet.⁴⁹ A aquest altre matemàtic i acadèmic francès li agradaven aquests jocs de partició del pla i ja havia treballat en el tema de composició d'enrajolats. Va proposar resoldre el problema dels forats buits de tal manera que no calgués una segona peça de farciment. Així, la peça resultant que proposà, de talla més complexa, amb superfícies reglades i guerxes (conoides), omplia tot l'espai entre els dos plans, superior i inferior, sense deixar cap buit.

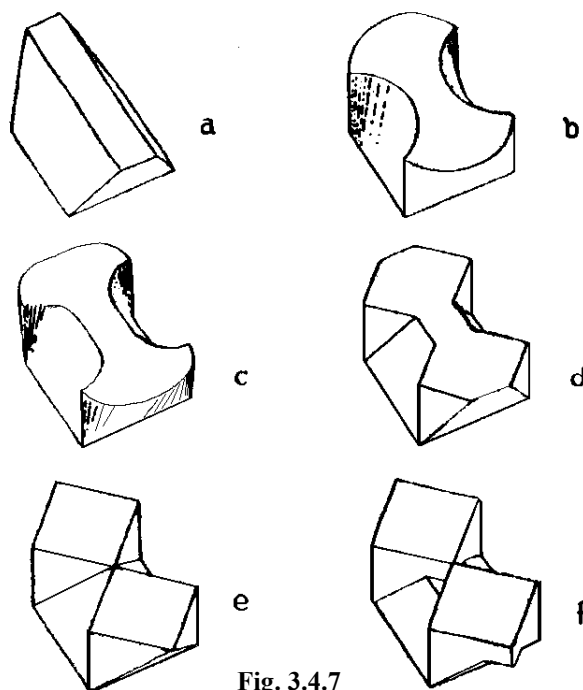


Fig. 3.4.7

L'enginyer Frezier va incloure la descripció d'aquestes voltes en el seu tractat.⁵⁰ Frezier, però, critica les proporcions d'Abeille i assenyala que el gruix dels carreus ha de determinar-se en funció de la llum total i no pas de la mida de la base quadrada de cada peça. Adverteix, també, de la conveniència de no sobrepassar amb els plans laterals de les peces una inclinació que provoqui angles massa aguts, i estima el valor límit en 45°. Després Frezier entra en el joc iniciat per Truchet i proposa tota una sèrie de peces diferents que possibilitarien el mosaic sense deixar buits; primer amb peces de cares guerxes, similars a les de Truchet, i després amb peces de cares planes, per intentar facilitar-ne la talla. De totes maneres, Frezier troba aquesta mena de volta poc recomanable per a la pràctica.

En el cas de la catedral de Lugo l'aplicació de la volta d'Abeille és magistral, ja que inverteix tot el sistema, de manera que segueix essent estable per la forma de doble tascó de les peces, però, a més, aconsegueix un mosaic ortogonal en el pis superior i un relleu decoratiu a manera de teginat en l'intradós, on no cal que ompli els forats.

Frezier inicia amb el seu tractat una voluntat d'entendre l'estereotomia com a ciència, la qual cosa culminarà al final del s. XVIII amb l'organització de la geometria descriptiva sobre els procediments gràfics del vell ofici del treball de la pedra.

A l'escola politècnica fundada per Monge, estereotomia era quasi el mateix que sistema dièdric i representava el fonament de la mateixa activitat de projectar.

Monge no va construir res en la seva vida. Altres havien de posar en pràctica les seves idees teòriques. Per exemple, en el cas de la volta sobre planta el·líptica, Monge s'ocupà

⁴⁸ ABEILLE, Joseph. "Voute plate inventée par M. Abeille". Dins *Machines et inventions approuvés par l'Académie Royale des Sciences*. París, 1735.

⁴⁹ TRUCHET, R. P. Sébastien. *Mémoire concernant les voutes plates*.

⁵⁰ FREZIER. *Traité de Stéréotomie*. 1737-1739. Va ser el primer tractat de la matèria a incloure el neologisme *estereotomia* a la portada, la qual cosa significava una declaració de la voluntat abstracta i científica de l'autor.

d'aconseguir evitar angles aguts en l'especejament, la qual cosa representava un problema real i no s'havia pogut resoldre fins aleshores. La proposta de Monge donava solució a aquest requisit i a altres qüestions i detalls, però les peces resultaven d'una enorme complexitat i eren totes diferents.

Sembla que la volta el·líptica de Monge no es va construir mai, però el mateix es deia de la volta plana d'Abeille fins que es va trobar l'exemple de la catedral de Lugo.

L'estereotomia del s. XIX s'ocupà també de les voltes obliqües dels ponts de ferrocarril, i s'executaren a la pràctica diferents variants de les solucions teòriques que resultaren efectives. Durant el s. XIX la geometria descriptiva es dedicà a oferir solucions definitives als vells problemes de l'ofici, tot i que la majoria de propostes eren fora de l'abast real en la pràctica constructiva. De totes maneres, per la difusió que se'n féu, no ens hauria d'estranyar trobar que excepcionalment en algun lloc s'hagin dut a terme, ni que fos simplement per demostrar la validesa de les propostes.

El desenvolupament del llenguatge gràfic va permetre l'especulació teòrica, i així es va alterar l'evolució natural de la història anterior de l'ofici, que havia progressat sempre a partir de les experiències pràctiques consolidades.

El problema de Poleni

L'informe de Poleni de 1748 s'encarregà per explicar l'estat de les fissures de la cúpula de Sant Pere de Roma, projectada per Miquel Àngel el 1546 i construïda després de la seva mort per Fontana i Della Porta cap al 1570. Les esquerdes eren nombroses en el sentit dels meridians de la cúpula i anaven des de la base fins gairebé a dalt de la coronació. Les preguntes que calia respondre eren, bàsicament, dues:

- . Quin era el significat d'aquestes esquerdes?
- . Eren perilloses?

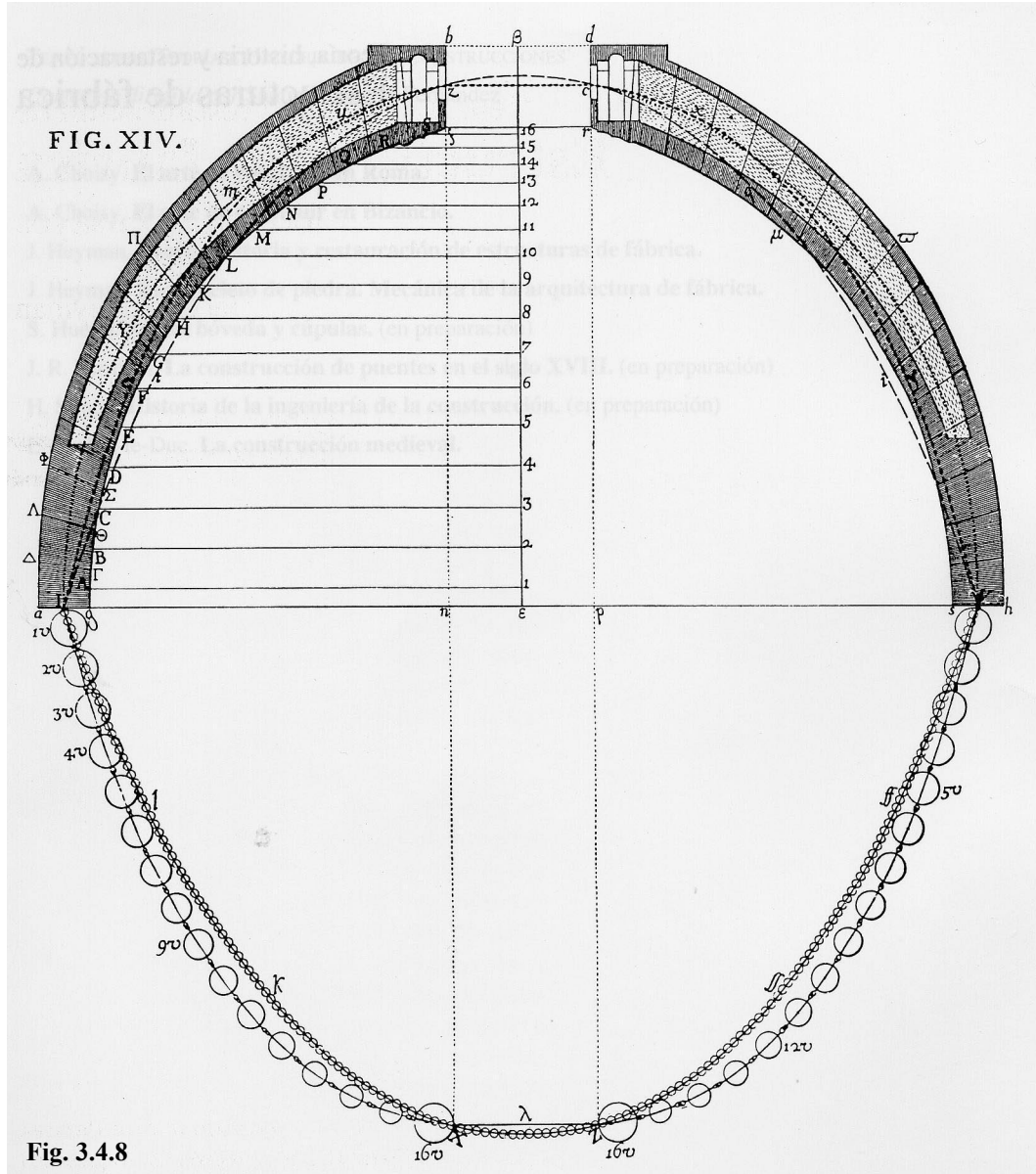
Poleni, en el seu informe, proporciona una ressenya completa dels coneixements sobre la construcció en fàbrica a mitjan s. XVIII. Poleni coneixia la catenària de Hooke i la va usar en el seu informe, i també sorprèn l'afirmació que diu que "l'estabilitat està assegurada si es pot demostrar que l'obra pot contenir la totalitat d'una línia de pressions", amb la qual es va avançar molts anys a l'inici d'aquesta discussió.

Poleni observà que les esquerdes havien dividit la cúpula en unes 50 porcions en forma de sector esfèric o de grill de taronja. Prengué un d'aquests grills i l'analitzà amb independència; només hi va afegir l'efecte contrarestant del grill simètric per completar un arc. El dividí en 16 parts, calculà el pes de cada part i considerà també el pes de la llanterna. Amb tot això féu el seu model amb 32 pesos proporcionats a escala, enfilats per un fil com un collaret, i el deixà penjar lliurement.

Aquesta meticulositat de Poleni ens fa notar que s'adonà que aquestes seccions de cúpula tenien més dimensió a la base que a la coronació i, per tant, amb excepció de la càrrega puntual de la llanterna, les càrregues per unitat de longitud de fil augmentaven en separar-se del centre. La catenària d'aquestes càrregues era més oberta, més rodona, que la catenària de càrregues uniformes al llarg del cable.

La superposició d'aquesta cadena invertida de Poleni amb el dibuix a escala de la secció de la cúpula li va fer veure que, efectivament, la línia de pressions es trobava dins del gruix de la cúpula en tot el seu recorregut.

Això va fer concloure Poleni que la cúpula, amb esquerdes o sense, era estable.



Aquest tipus de càlcul, que recull amb detall Jacques Heyman,⁵¹ tot i que és molt simple i està reduït a un sol arc, és clarament el primer precedent històric de Gaudí en el seu mètode de càlcul amb models funiculars tridimensionals.

⁵¹ HEYMAN, Jacques. *Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica*. 1995.

P. Couplet i la formació d'articulacions

La teoria de La Hire s'utilitzava comunament perquè els resultats, a la pràctica, eren acceptables, però ningú no es creia que el col·lapse dels arcs fos per l'efecte tascó, que, en lliscar la clau cap avall, obrís els arcs i els enrunés. Ja Leonardo da Vinci havia observat que el col·lapse es produïa per formació d'articulacions. El fregament entre dovelles és tan gran que impedeix totalment que les pedres puguin lliscar les unes respecte de les altres.

La primera anàlisi basada en la formació d'articulacions correspon a Couplet. En la seva memòria, Couplet considera impossible el lliscament i adverteix que la ruïna d'un arc es produirà quan es formi un nombre suficient d'articulacions perquè l'estructura es converteixi en un mecanisme. Un arc doblement encastat és una estructura hiperestàtica de grau tres, i això significa que podria admetre fins a tres articulacions i encara seria estable com a estructura isostàtica. En aparèixer la quarta articulació es convertiria en un mecanisme i es produiria el col·lapse de l'arc.

Couplet s'ocupà primer del gruix mínim d'un arc i després de l'empenta dels arcs per calcular els estreps.

Una altra suposició arbitrària de Couplet és que va fixar el junt de ruptura entre la imposta i la clau just a 45° . El supòsit de la cohesió nul·la de les juntes, l'exclusió del lliscament i la localització arbitrària de les articulacions van ser unes simplificacions que, en el seu moment, es van veure com unes limitacions de la teoria que proposava.

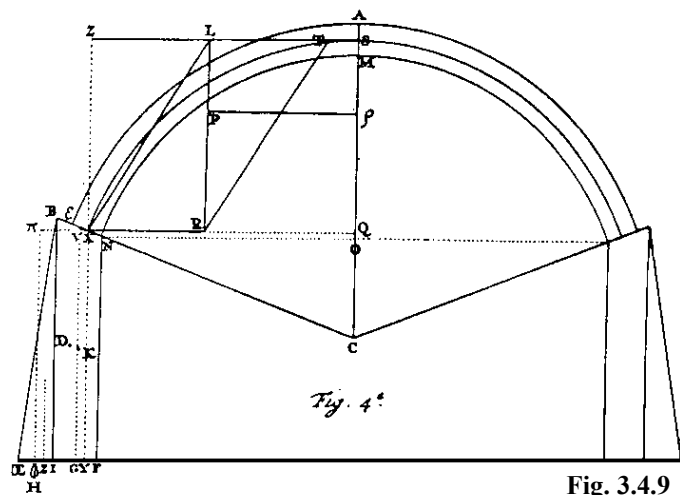
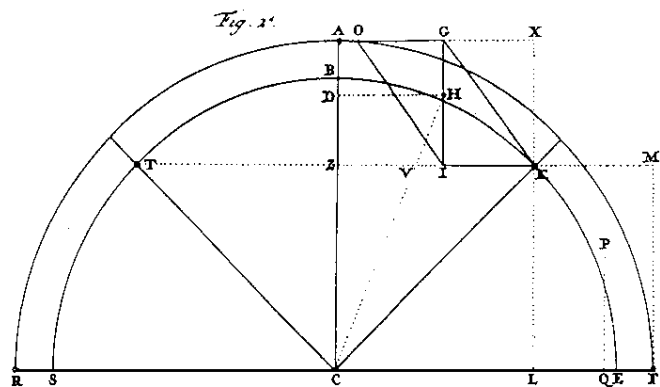


Fig. 3.4.9

Danizy verificà experimentalment l'anàlisi de Couplet. El 1732 va publicar, a les actes de l'Acadèmia de Montpeller, els resultats d'uns assajos de petits models d'arcs d'escaiola que demostraren la veracitat del mecanisme de ruptura suposat per Couplet (fig. 3.4.10).

L'experimentació amb models fets posteriorment per Gauthey, i després per Boistard, amb models de grans dimensions, segellaren aquesta teoria com a definitiva i indiscutible.

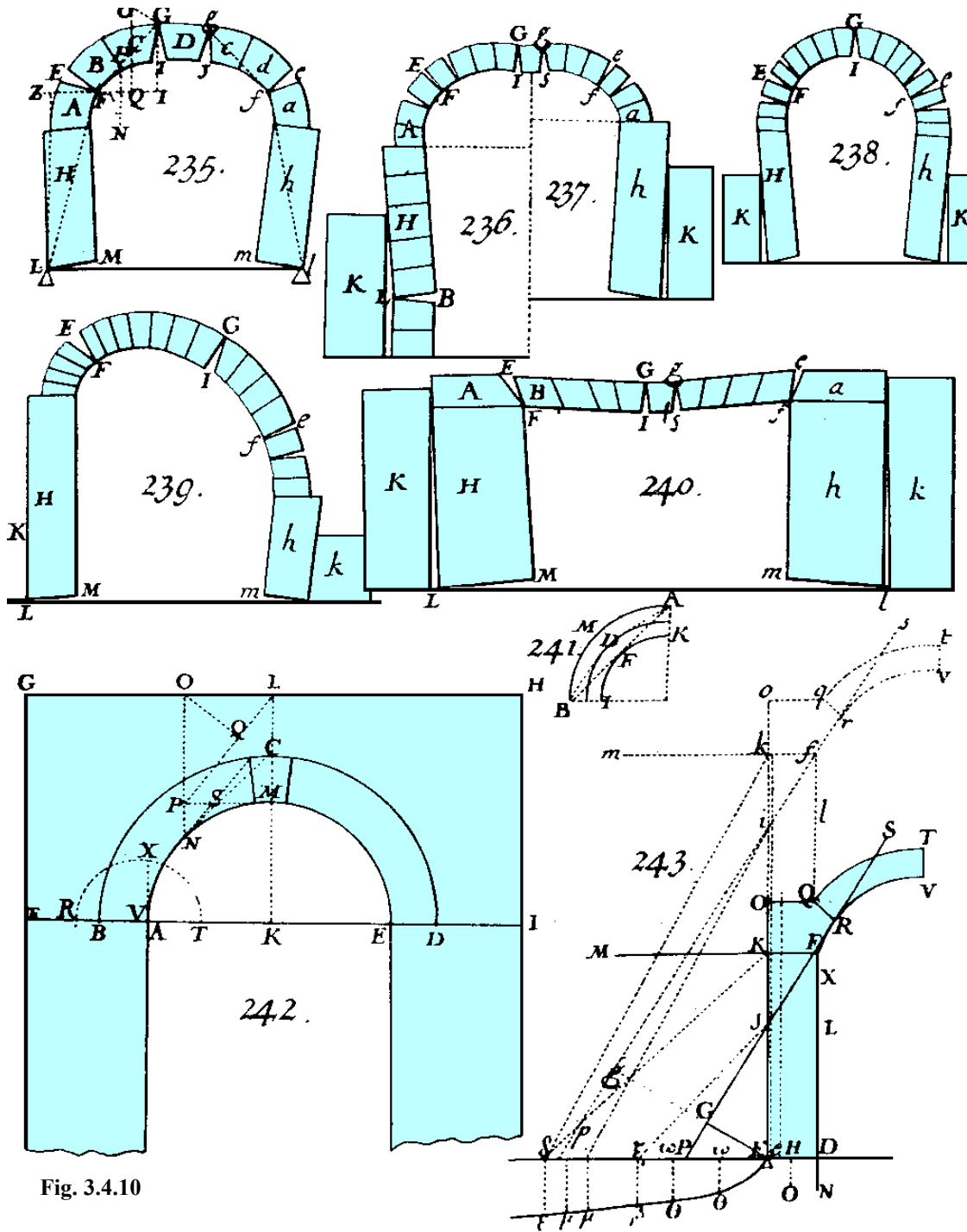


Fig. 3.4.10

La contribució de Coulomb

Coulomb⁵² proporcionà un progrés important en la teoria dels arcs. Al seu temps ja se sabia, pels experiments amb models,⁵³ que la típica caiguda dels arcs era com es mostra en la fig. 3.4.11. De fet, La Hire ja coneixia aquest model de col·lapse, ja que feia passar les resultants de les forces pels punts de contacte entre els diferents blocs. L'aportació de Coulomb a la investigació de l'estabilitat dels arcs fou la de concloure que no n'hi ha prou de considerar només el lliscament relatiu entre les dovelles, sinó que també cal considerar la possibilitat d'una rotació relativa entre aquestes dovelles.

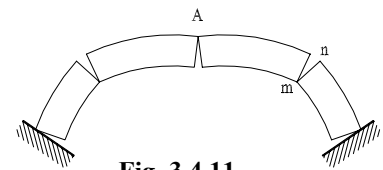


Fig. 3.4.11

En la seva memòria, el 1773, Coulomb contempla simultàniament aquests dos tipus de trencament i en fa l'anàlisi següent:

Considera la meitat d'un arc simètric amb càrregues simètriques (porció *ABFE*, fig. 3.4.12). Anomena *H* l'empenta horitzontal a la secció central *AB* i *Q* el pes de la porció *ABDC* de l'arc, essent *CD* una secció qualsevol de la meitat de l'arc considerada. Descomponent aquestes forces, troba les components normal i tangencial que actuen en el pla *CD*, que són:

$$H \cdot \cos \alpha + Q \cdot \sin \alpha$$

(normal)

i

$$Q \cdot \cos \alpha - H \cdot \sin \alpha$$

(tangencial)

on α és l'angle entre aquest pla *CD* i el vertical *AB*.

La reacció enfront del lliscament de la porció *ABCD* al llarg del pla *CD* ve donada per l'expressió:

$$\mu \cdot (H \cdot \cos \alpha + Q \cdot \sin \alpha) + \tau \cdot A$$

on μ és el coeficient de fregament i $\tau \cdot A$ és la resistència total de l'arc al lliscament al llarg del pla *CD*. Aleshores Coulomb vol trobar els límits de *H*, és a dir, els valors màxim i mínim, per tal que el lliscament no pugui ser possible.

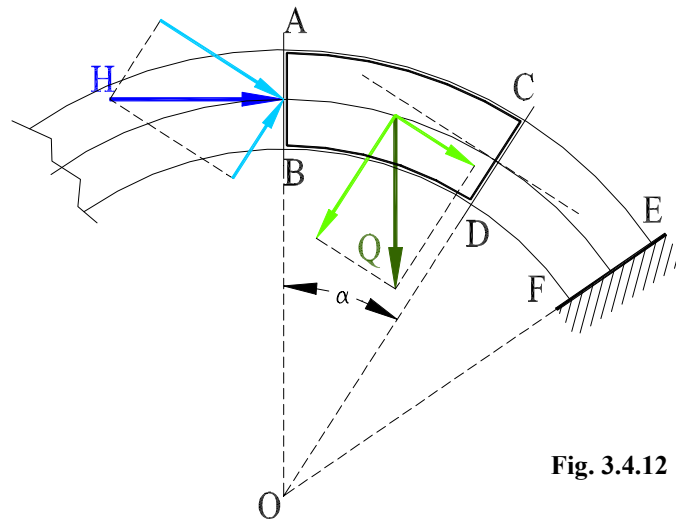


Fig. 3.4.12

⁵² Charles Augustin de Coulomb (Angulema 1735 – París 1806). Físic francès i enginyer militar. La seva obra, agrupada en set memòries, conté els fonaments de la teoria electrostàtica i del magnetisme que més tard desenvoluparia Poisson donant-los llur forma matemàtica. En aquests treballs estudià la polarització i la noció de moment magnètic i formulà la llei de l'electrostàtica (llei de Coulomb). En el camp que ens ocupa cal destacar la seva introducció del tema de la tensió tangencial en flexió i en torsió, i el fet que va establir una teoria sobre l'empenta activa de les terres que encara s'utilitza avui dia. Fou membre de l'Acadèmia de les Ciències el 1784, però quan va esclatar la Revolució Francesa abandonà els càrrecs públics i militars.

⁵³ Experiments fets per Danizy, el 1732 a l'Acadèmia de Montpeller, descrits per Frezier/Frezier en el seu llibre *Traité de la Coupé des Pierres*.

Quan l'empenta H és massa petita, s'inicia un lliscament cap avall de la porció superior, $Q \cdot \cos \alpha > H \cdot \sin \alpha$, i per tant:

$$Q \cdot \cos \alpha - H \cdot \sin \alpha = \mu \cdot (H \cdot \cos \alpha + Q \cdot \sin \alpha) + \tau \cdot A \quad (a)$$

Aïllant H , en funció de l'angle α , troba aquest límit inferior, H_{\min} :

$$H_{\min} = \frac{Q \cdot \cos \alpha - \mu \cdot Q \cdot \sin \alpha - \tau \cdot A}{\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha} \quad (b)$$

De la mateixa manera, troba el límit superior, H_{\max} , que provocaria un lliscament cap amunt de la porció $ABDC$, quan $Q \cdot \cos \alpha < H \cdot \sin \alpha$, aleshores

$$H \cdot \sin \alpha - Q \cdot \cos \alpha = \mu \cdot (H \cdot \cos \alpha + Q \cdot \sin \alpha) + \tau \cdot A \quad (c)$$

I aïllant H , $H_{\max} = \frac{Q \cdot \cos \alpha + \mu \cdot Q \cdot \sin \alpha + \tau \cdot A}{\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha} \quad (d)$

Per tant, per evitar el lliscament de la porció $ABDC$ de l'arc, cal que l'empenta H respecti aquests dos límits: $H_{\min} < H < H_{\max}$.

Quan tracta el problema de la rotació relativa entre les dues porcions, Coulomb ho fa de manera similar, és a dir, buscant uns límits superiors i inferiors que l'empenta H' ha de respectar per evitar aquesta mena de fallida.

En considerar el punt D centre de rotació, l'equilibri de moments imposa que

$$H' \cdot h_1 = Q \cdot a_1, \text{ i per tant,}$$

$$H' = \frac{Q \cdot a_1}{h_1} \quad (e)$$

En canvi, en considerar el centre de rotació situat al punt C , aleshores

$$H' \cdot h_2 = Q \cdot a_2, \text{ i per tant,}$$

$$H' = \frac{Q \cdot a_2}{h_2} \quad (f)$$

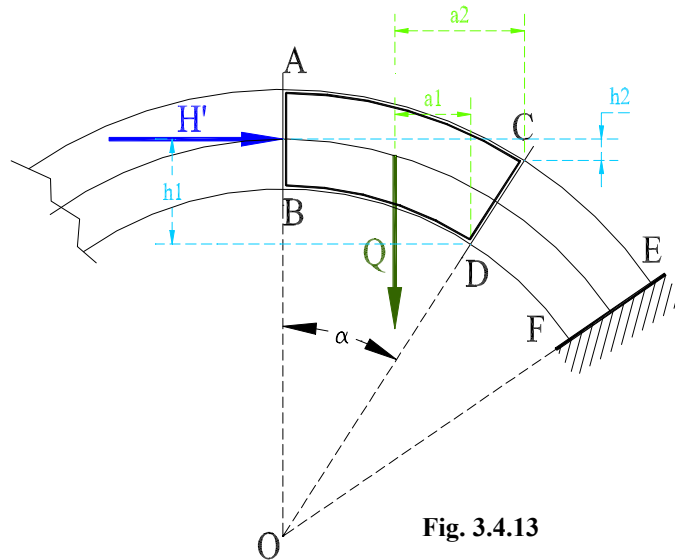


Fig. 3.4.13

Per trobar el valor mínim de H' en l'expressió (e), suggereix que el punt d'aplicació de l'empenta s'hauria de desplaçar cap amunt, fins al punt A , engrandint h_1 .

L'empenta ha de complir que $H'_{\min} < H' < H'_{\max}$.

Després, dels seus estudis de casos pràctics, Coulomb conclou que usualment per al disseny d'un arc es necessita tenir en compte només els límits (e) i (f). Aquest és el mètode d'atac de Coulomb.

Coulomb no dona les regles definitives per dissenyar arcs, però determina els límits per a l'empenta necessaris per a l'estabilitat. Per aquesta raó el valor del treball de Coulomb no va ser apreciat pels enginyers del seu temps, però poc més tard, ja al s. XIX, quan es desenvoluparen els mètodes gràfics per calcular aquests límits (e) i (f), les seves idees van ser usades extensament pels constructors d'arcs.

Aplicació pràctica de la teoria de Coulomb

La teoria de Coulomb, sense exemples pràctics, trigà a ser assimilada. Uns 50 anys més tard Audoy la redescobrí i la desenvolupà per oferir fórmules més pràctiques, tot i que encara eren amb una expressió matemàtica excessivament complicada.

Audoy és el primer de plantejar el tema de la seguretat. Ja hem fet notar abans la seva aparent contradicció, en aquest sentit, quan adopta finalment com a estructura segura no la calculada amb la nova teoria de les articulacions sinó la calculada amb la vella teoria del tascó lliscant de La Hire, la qual ja havia estat àmpliament superada pel desenvolupament científic.

Durant la primera meitat del s. XIX els dissenyadors d'arcs segueixen usualment la teoria de Coulomb i assumeixen que un arc es trenca en quatre peces, tal com es mostra a la fig. 3.4.11. L'aplicació pràctica d'aquesta teoria va representar les següents suposicions:

- 1) Se suposa que l'empenta horitzontal H s'aplica en el punt més alt, A , de la secció transversal AB .
- 2) L'empenta H , juntament amb el pes Q de la porció $ABDC$ de l'arc i la sobrecàrrega en aquesta porció dona una resultant R que passa pel punt D .
- 3) La secció transversal CD es troba quan l'empenta H assoleix el valor màxim.

La dificultat principal d'aquesta anàlisi rau a trobar la localització de la secció transversal de fractura CD . Aquest problema es resolvia usualment amb un mètode de prova i error.

El procés imposava calcular, per a algunes determinades localitzacions presumibles de la secció CD ,

- 1) el pes Q de la porció d'arc segons la secció considerada (en funció de l'àrea del sector de corona circular i de la densitat del material),
- 2) el punt d'aplicació d'aquest pes (el centre de gravetat del sector de corona), i
- 3) finalment, el valor corresponent de l'empenta H , que s'havia de calcular per les equacions de l'estàtica.

Per trobar el valor màxim de H amb suficient precisió aquest càlcul s'havia de repetir força vegades, i des d'aquell moment el treball es tornà analític i demanava invertir molt de temps.

Per simplificar el treball es prepararen unes taules que donaven el pes i la posició del centre de gravetat de la porció $ABDC$ de l'arc per localitzar la secció BC en alguns tipus d'arcs.⁵⁴

Un cop localitzada la secció de fractura i el corresponent valor d'empenta màxima H_{\max} , la dimensió EF a la base inferior del suport s'havia de fixar de manera que el moment del pes de la meitat de l'arc $ADEF$ respecte de l'eix F contrarestés l'acció de H_{\max} aplicada en A amb un factor de seguretat.

Les següents aportacions a la teoria dels arcs tractaren de simplificar les expressions d'Audoy. El 1835 Garidel i Petit, i el 1840 Michon, publicaren taules per calcular els estreps de

⁵⁴ Poncelet, en el seu *Examen crític i història de les principals teories o solucions respecte a l'equilibri de les voltes*, menciona les fórmules d'Audoy, usades a l'escola militar de Metz.

diferents tipus d'arcs, i així evitaven al projectista la feina dels feixucs tempteigs. També el 1835, com veurem més endavant, Poncelet desenvolupà mètodes gràfics que, tot i ser també força complexos, suposaren un considerable estalvi de temps.

Lamé i Clapeyron

M. G. Lamé⁵⁵ i E. Clapeyron⁵⁶ van ser dos professors de l'Institut d'Enginyers de Camins i Comunicacions de Sant Petersburg que, en aquells temps, eren al servei del Govern Rus. Es proposaren investigar l'estabilitat dels arcs cilíndrics que s'estaven construint aleshores per a la volta de la catedral de Sant Isaac i donaren algunes extensions interessants de la teoria de Coulomb. Per a un arc circular amb una secció constant trobaren la posició de la secció transversal de fractura analíticament i donaren la fórmula per a l'empenta H_{\max} . També ho mostraren per a arcs simètrics de qualsevol altra forma. Observaren que el càlcul de la posició de la secció transversal de fractura se simplificava molt si es contemplaven seccions transversals verticals en lloc de radials.

Finalment, provaren que si era conegut el gruix o cantell de l'arc (el necessari per transmetre les tensions a través de les juntes fins als suports) i si era coneguda, també, la posició de la secció de ruptura CD , aleshores la resultant R (composició del pes Q de la porció d'arc $ABDC$ i l'empenta H en la clau) havia de ser tangent a l'intradós de l'arc just en el punt D i havia de passar pel punt d'intersecció de Q i H .



Lame-01

Això permetia generar un mètode gràfic i tabular els resultats. A manera d'exemple, i considerant un arc de mig punt de secció constant b i llum L , nosaltres hem pogut reproduir, gràcies al dibuix animat amb Sketchpad, una taula de relacions que ens dóna l'angle (mesurat des de l'horitzontal) de la secció transversal de ruptura CD respecte de la relació L/b .

És un mètode gràfic molt simple per localitzar la secció transversal CD que es dedueix des d'aquest fet.

⁵⁵ Gabriel Lamé (Tours 1795 – París 1870). Matemàtic i enginyer francès. Va fer notables aportacions al camp de la geometria analítica. Trobà l'equació diferencial que porta el seu nom, així com les constants de Lamé, que serveixen per definir propietats elàstiques d'un cos homogeni i isòtrop:

$$\mu = E / 2 \cdot (1 + \nu) ; \lambda = E \cdot \nu / (1 + \nu) (1 - 2\nu)$$

essent E el mòdul de Young i ν el coeficient de Poisson. Lamé també és conegut per la direcció de la instal·lació dels carrils per als primers trens de París a Versalles i a Saint-Germain.

⁵⁶ Benoît Paul Émile Clapeyron (París 1799 – 1864). Enginyer de mines francès. Catedràtic de matemàtiques pures i aplicades de l'Escola de Treballs Públics a Sant Petersburg. Juntament amb Bartot enuncia el teorema dels tres moments, aplicable al càlcul de bigues contínues. Clapeyron i Bartot sempre prenen els suports de les seves bigues contínues al mateix nivell. Si aquesta condició no es complia, apareixien alguns moments addicionals en els suports. Aquests casos foren investigats pels enginyers alemanys Köpcke, H. Scheffler, i F. Grashoff. L'equació dels tres moments, amb uns termes addicionals per permetre la posició vertical dels suports, apareix per primera vegada en els papers d'Otto Mohr. El següent treball en l'avenç progressiu de la teoria de les bigues contínues el van fer M. Bresse i E. Winkler. Clapeyron va publicar, entre altres obres, *L'équilibre intérieur des corps solides* i també *La stabilité des vouûtes*. Es va dedicar al traçat de línies de ferrocarril i va construir locomotores.

L/b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α	-	3°	8°	12°	16°	18°	20°	22°	24°	26°

L/b	20	40	60	80	100	150	200	500	1000	2000
α	35°	44°	48°	51°	54°	57°	59°	66°	69°	72°

Dels resultats obtinguts podem extreure la següent conclusió:

Tot i que l'angle creix cada vegada més a poc a poc, la sèrie generada no té límit real i sembla que tendeix a 90° quan la relació L/b tendeix a infinit. Analitzant el creixement relatiu de l'angle α respecte del creixement incremental de L/b , notem un creixement sobtat entorn del valor $L/b = 20$, on l'angle α val 35°. Aquest fet podria ser orientatiu sobre la consideració d'adequació de la relació $L/b = 20$. Això permetria dimensionar el gruix b de l'arc a partir de la llum L amb l'expressió $b = L/20$, tot i que això implicaria també la consideració de baixar lleugerament l'angle de la secció de ruptura respecte al que consideraven Coulomb i altres autors.

3.5 Càlcul d'arcs al s. XIX

3.5.1 Els pares de la resistència de materials i l'estàtica gràfica

L'arquitectura comença a assimilar l'estàtica com a conjunt de principis científics necessaris per a l'equilibri de les estructures a principi del s. XIX. Fins aleshores els constructors de voltes i arcs havien anat desenvolupant la seva professió quotidiana relativament al marge de les diferents teories o els avenços científics. Però després de la Revolució Francesa i a partir del s. XIX es constata un canvi d'actitud generalitzat, una nova manera de veure la ciència i de buscar-hi suport. Les teories es perfeccionen, els experiments es multipliquen i es necessiten noves experiències que avalin noves maneres de construir.

Entre tots els savis d'aleshores cal destacar Navier (1785-1836), que amb la seva gran aportació se situa com a fundador de la nova ciència de la resistència de materials. També cal destacar J. V. Poncelet (1788-1867) com a pioner no sols en la resistència de materials sinó també en l'estàtica gràfica.

Gaspar Monge (1746-1818) amb la geometria descriptiva havia posat ja les bases teòriques que serviren a Poncelet per desenvolupar els mètodes de càlcul gràfic. Poncelet es considera el pioner de les aplicacions sistemàtiques dels mètodes gràfics per determinar les dimensions de les diferents parts de les construccions. És el primer a reconèixer que els mètodes gràfics, més expeditius que els analítics, ofereixen una aproximació més que suficient en la pràctica, ja que l'esforç necessari en el càlcul analític no es veu compensat pel petit increment d'exactitud que s'assoleix.

Davant de la necessitat de construir amb seguretat amb un nou i modern material de construcció, l'acer, l'estàtica gràfica desenvoluparà mètodes per calcular amb suficient precisió àrees, centres de gravetat, moments d'inèrcia, resultants de sistemes de forces, equilibri de sòlids, etc. Entre els diferents treballs que van fer avançar aquesta ciència, val la pena citar els de F. J. Gerstner (1756-1832), i al llarg de la segona meitat del s. XIX se'n van succeir molts més, entre els quals destaquen els estudis de Karl Culmann,⁵⁷ J. G. Schwedler,⁵⁸ A. Ritter,⁵⁹ el matemàtic L. Cremona,⁶⁰ el físic J. C. Maxwell,⁶¹ O. Mohr,⁶² E. Winkler,⁶³ Rebhann,⁶⁴ G. Ritter,⁶⁵ A. Castigliano⁶⁶ i E. Müller-Breslau.⁶⁷

⁵⁷ Karl Culmann (1821–1881). Vegeu l'apartat següent, on s'amplia informació en un apartat exclusiu.

⁵⁸ Joan Guillem Schwedler (Berlín 1823–1894). Enginyer alemany. Des del seu lloc de professor de l'Acadèmia de Construcció de Berlín va introduir la tendència físicomatemàtica en la construcció i l'enginyeria. Va analitzar ponts antics i els millorà amb un suport hiperbòlic, que va utilitzar des de 1891. Aquest tipus de ponts es va fer famós amb el nom de *Schwedler-Träger*.

⁵⁹ Agustí Ritter (1826–1908).

⁶⁰ Luigi Cremona (Pavia 1830 – Parma 1903). Matemàtic, enginyer civil i arquitecte italià. Va ser catedràtic de geometria superior a la Universitat de Bolonya (1860) i director de l'Escola d'Enginyers de Roma (1873). Fou senador i ocupà el Ministeri d'Instrucció Pública (1898). Va ser l'impulsor de la geometria pura a Itàlia. Entre les seves obres cal remarcar *Elementi di geometria proiettiva* (1873) i *Elementi di calcolo grafico* (1874). Va idear mètodes gràfics per al càlcul de bigues triangulades; per exemple, el famós diagrama de Cremona.

⁶¹ James Clerk Maxwell (Edimburg 1831 – Cambridge 1879). Físic i matemàtic escocès. Deixant a part les seves grans aportacions en electricitat i magnetisme, en estàtica és especialment considerable la seva aportació de la teoria de sistemes articulats *On reciprocal figures and diagrams of forces* (1864). Va aplicar la llei dels treballs virtuals per determinar amb rapidesa deformacions i tensions en estructures articulades. Amb la memòria

La contemporaneïtat de tots ells i l'escassa diferència entre les dates de les publicacions, de les diferents edicions o de les seves traduccions, fan difícil establir una línia única de transmissió d'aquests coneixements. Sembla més versemblant parlar d'un equip humà de científics i investigadors que, treballant independentment, cadascú des del seu país o des de la seva universitat, però amb diferents contactes entre ells i, per tant, al corrent de les noves aportacions, feien avançar conjuntament la resistència de materials i l'estàtica gràfica.

Sense cap ànim de fer un recull enciclopèdic que excediria amb escreix l'abast d'aquesta tesi, a continuació detallarem algunes d'aquestes aportacions més destacades per il·lustrar, encara que amb una successió de visions parcials, aquesta manera tan enèrgica en què va brotar i créixer el desenvolupament de la mecànica i de la geometria en general, i de l'estàtica gràfica aplicada al càlcul d'arcs i voltes en particular.

Reciprocal figures, frames and diagrams of forces (1870) discuteix els graus de llibertat de sistemes articulats polièdrics, i després en el cas pla introdueix el diagrama que duu el seu nom.

⁶² Christian Otto Mohr (1835–1918). Vegeu l'apartat següent, on s'amplia informació en un apartat exclusiu.

⁶³ Emili Winkler (Falkenberg, 1835 – 1888). Enginyer alemany. Professor d'enginyeria al Politècnic de Praga, catedràtic a l'Escola Superior Tècnica de Viena i també a la de Berlín. És una autoritat reconeguda pel que fa a ponts i construccions ferroviàries.

⁶⁴ Rebhann (1842 – 1892).

⁶⁵ Guillem Ritter (1847 – 1906).

⁶⁶ Albert Castigliano (Piamont, 1847 – 1884). Enginyer italià. Va enunciar el teorema energètic que porta el seu nom sobre el treball mínim d'estructures hiperestàtiques per al càlcul de desplaçaments. Des les seves publicacions cal destacar *Intorno di sistemi elastici* (Torí, 1874) i *Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques et leur applications* (Torí, 1881).

⁶⁷ Enric Müller-Breslau (Breslau, 1851 – 1924). Enginyer alemany. Catedràtic de l'Escola Superior Tècnica de Hannover i a la de Berlín, i després membre de l'Acadèmia d'Arquitectura i de les Ciències de Berlín i de l'Acadèmia de les Ciències i de les Arts de Boston. La seva activitat abraça gairebé totes les branques de la construcció. Ens interessa destacar la seva obra *Die Graphische Statik der Baukonstruktionen* (4^a edició, Stuttgart, 1905).

Navier (1785-1836)

La importància de Navier⁶⁸ ve donada perquè és qui va concebre la primera teoria general de l'elasticitat dels cossos sòlids, exposada en l'obra *Lois de l'équilibre et du mouvement des corps solides élastiques* (1821), la qual ofería una explicació general de la composició molecular de la matèria. També és important perquè va enunciar, juntament amb Cauchy,⁶⁹ les regles fonamentals del càlcul tensorial. Amb els seus treballs sobre la flexió va consolidar la moderna ciència de resistència de materials aportant la hipòtesi que duu el seu nom. A més, va destacar també en hidrodinàmica, i dels seus estudis va sortir l'equació de Navier-Stokes.

Un dels seus primers treballs fou la publicació d'un tractat sobre construcció de ponts i canals, l'obra pòstuma del seu oncle protector, el famós enginyer francès Gauthey. En unes notes editorials que Navier afegí a aquest text, exposà una completa teoria sobre el guerxament de barres prismàtiques que denota que, en aquell moment, Navier no coneixia encara ni els treballs de Parent ni els de Coulomb que ja s'havien desenvolupat sobre el tema. El 1820 Navier presentà a l'Acadèmia de les Ciències la seva memòria sobre la flexió de plaques, i el 1821, el seu famós treball sobre elasticitat tridimensional. Així, el 1824 el van elegir membre de l'Acadèmia. El 1826 es publicà la primera edició del seu també famós llibre sobre resistència de materials, i el 1830 esdevingué professor de càlcul i mecànica a l'Escola Politècnica.

Sobre el tema de la construcció d'arcs, sabem que Navier coneixia bé els treballs de Belidor, ja que va ser ell qui publicà, el 1813, una nova edició de *La ciència dels enginyers* de Belidor i qui reedità, el 1819, el primer volum de l'obra *Architecture hydraulique*, també de Belidor.

Coulomb ja havia mencionat que, en un arc, l'empenta H havia d'actuar a una certa distància del punt A , punt superior de la clau, a l'extradós de l'arc (fig. 3.4.9), ja que havia d'haver-hi àrea suficient per distribuir l'esforç. Igualment en la secció del suport, la reacció R havia d'actuar a una certa distància del punt D , a l'intradós. Navier afegeix una discussió molt important sobre aquesta qüestió. Assumeix que l'esforç normal al llarg de les seccions

⁶⁸ Claude-Louis-Marie-Henri Navier (Dijon 1785 – París 1836). Enginyer francès. Va perdre el seu pare a 14 anys d'edat i el seu oncle, Gauthey, es va ocupar amb atenció de l'educació del noi. El 1802 entrà a l'Escola Politècnica i es graduà el 1804 per entrar a l'Escola d'Enginyers de Ponts i Camins, on el seu oncle havia donat classes de matemàtiques. Gauthey va aprofitar totes les oportunitats que va tenir per portar a la pràctica els coneixements dels estudis teòrics del seu nebot sobre la construcció de ponts i canals. Així va ser com Navier, des que es graduà el 1808, va estar perfectament preparat per traslladar les investigacions teòriques a casos pràctics. Gauthey, que morí el 1807, havia dedicat els seus darrers anys a la preparació d'un tractat sobre ponts i canals. Amb la seva mort, el treball va quedar incomplet i va ser Navier qui l'acabà, l'edità i el publicà en tres volums. El primer volum, del 1809, conté la història de la construcció de ponts i també una descripció dels ponts més importants construïts feia poc. El segon volum es va publicar el 1813, i el darrer volum, sobre la construcció de canals, el 1816. Per posar al dia aquesta publicació, Navier va afegir nombroses notes editorials, de gran importància per a l'estudi de la història de la resistència de materials. Comparant aquestes notes de principi del s. XIX amb els darrers treballs de Navier, quan ja era madur, podem veure el progrés d'aquesta ciència en aquests pocs anys.

⁶⁹ Augustin-Louis Cauchy (París 1789 – Sceaux, París 1857). Matemàtic francès, baró de Cauchy. Va ser professor a l'Escola Politècnica i posteriorment ensenyà matemàtiques a la Sorbona i al Collège de France. Va crear la càtedra de física matemàtica a Torí (Itàlia). Fou un dels més insignes matemàtics del s. XIX i un dels renovadors de l'anàlisi. Són notables les seves contribucions als camps de la mecànica, l'astronomia i l'òptica, especialment les aportacions a la teoria de l'elasticitat (1820-1830) en col·laboració amb Poisson i Navier.

transversals AB i CD es distribueix d'acord amb una llei lineal que s'anul·la en els punts B i C on, d'acord amb la teoria de Coulomb, comença la fissura quan es produeix el trencament.

A partir d'aquest fet dedueix que en els punts A i D la tensió resulta ser el doble que no pas si l'obtenim en el supòsit d'un repartiment uniforme d'un mateix esforç. Naturalment, sobre un mateix cantell e el repartiment uniforme (rectangular) dóna una tensió màxima que té com a valor la meitat de la tensió màxima fruit d'un repartiment triangular:

$$H = e \cdot \sigma_{\text{màx. rectangle}} = (e \cdot \sigma_{\text{màx. triangle}}) / 2,$$

i per tant, $\sigma_{\text{màx. triangle}} = 2 \cdot \sigma_{\text{màx. rectangle}}$

També dedueix d'aquest fet que les forces resultants H (empenta a la clau) i R (reacció en el suport) han de ser aplicades a la distància d'un terç del cantell e de la secció transversal des dels punts A i D , respectivament, ja que la resultant del sistema triangular de tensions ha de passar pel baricentre del triangle, que sempre se situa a un terç.

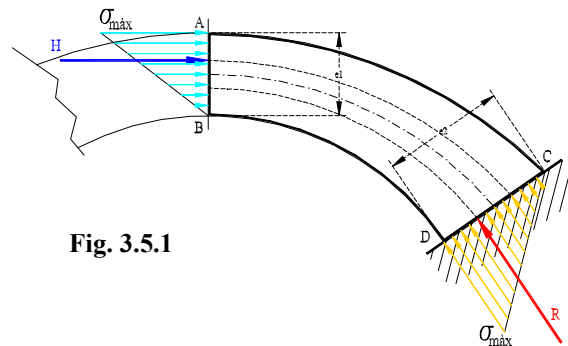


Fig. 3.5.1

Amb aquests nous punts d'aplicació de les forces H i R , Navier va posar les bases per trobar la manera de valorar $H_{\text{màx}}$ que ens ha arribat fins als nostres dies. Efectivament, a partir de la resultant de les càrregues gravitatòries i coneixent el gruix de la clau i el punt d'aplicació de la resultant R en el suport, és possible trobar la dimensió del suport CD (fig. 3.5.1) que garanteixi que no se sobrepassaran les tensions màximes que admet el material.

La nova posició de les forces H i R guanyaren l'acceptació general i es van adoptar en el treball futur en l'anàlisi d'arcs.

Navier va ser el primer de resoldre alguns problemes de deformació de barres corbes, però no se li va acudir que aquestes solucions es podien aplicar en el càlcul de la magnitud de l'empenta H en els arcs de pedra. És interessant de fer notar que Navier no coneixia la solució del problema de la compressió excèntrica de les barres que ja havia obtingut i publicat Thomas Young⁷⁰ en la seva *Filosofia natural* el 1807.

La visió que els arcs podien ser tractats com a barres elàstiques corbes va ser expressada, segurament per primera vegada, per Poncelet en un article sobre la història de la teoria dels arcs. Però, perquè aquesta idea afectés el disseny pràctic dels arcs, va caldre una considerable quantitat de temps.

Als Estats Units d'Amèrica i a Anglaterra es van construir els primers ponts penjats que havien de resistir amb rigor un ús regular i relativament sever. Els seus dissenyadors van fer

⁷⁰ YOUNG, Thomas (Milverton, Somerset 1773 – Londres 1829). Físic, metge i arqueòleg anglès. Va estudiar fisiologia de la visió i descobrí la funció d'acomodació del cristal·lí. Elaborà una teoria sobre la visió dels colors, i també sobre l'estigmatisme. Es va interessar per diverses qüestions d'òptica i acústica. Fou també un notable egiptòleg i publicà estudis sobre jeroglífics, sobre el demòtic i sobre la pedra de Rosetta. En mecànica, en relació amb l'elasticitat, investigà, mesurà i establí el concepte del mòdul de Young (E), relació entre la tracció a la qual es troba sotmès un cos i l'allargament que experimenta a causa d'aquesta tracció: $E = \epsilon \cdot \sigma = (\Delta L / L) \cdot (F / A)$.

servir les teories de catenàries, de tradició anglesa, però els enginyers d'aquell temps consideraven que era més important atacar el problema de resistència dels ponts des de l'experiència prèvia dels assajos. Barlow va fer alguns càlculs en els quals usava l'equació de la catenària per determinar la força de tensió en els cables,⁷¹ però sobretot és conegut pels seus assajos amb models grans i, en aquest sentit, va donar idees a Telford,⁷² que trobà que el cable començava a estirar-se ràpidament quan la força que el sol·licitava era una mica més gran que la meitat de la seva resistència última.

Navier va quedar molt impressionat dels ponts que va veure a Anglaterra i elogià aquest tipus d'estructures. Els nous avenços en la teoria dels ponts penjants els podem trobar en el tractat sobre ponts de Gauthey i Navier. Després d'investigar la fletxa produïda per la càrrega quan estava distribuïda uniformement al llarg del cable o de la llum, Navier examina la fletxa produïda per una força concentrada i mostra que l'efecte de la càrrega esdevé cada vegada més petit en la mesura que l'estructura es fa més llarga i pesada. També arriba a una conclusió similar quan investiga les vibracions produïdes per l'impacte de càrregues concentrades en els ponts penjants.

A les bases de la seva anàlisi, Navier decideix que "l'èxit estarà assegurat en la mesura en què el projecte sigui més gran i més atrevit". Els següents estudis de construcció de ponts penjants han revelat que aquesta opinió era correcta. Els ponts penjants grans i pesats no tenen la indesitjable característica de l'excessiva flexibilitat que es donava en les primeres estructures, massa lleugeres per a llums curtes. Aquests ponts més ambiciosos no sols poden suportar el trànsit rodat sinó també el trànsit pesat del ferrocarril.

Navier va projectar el seu propi disseny d'un pont penjant sobre el riu Sena a París, del qual en va donar tots els detalls a la tercera part del seu llibre, juntament amb detalls sobre el disseny d'un aqüeducte. Però, tot i que van iniciar aquesta construcció, s'aturaren les obres. A la memòria de la segona edició del seu llibre, l'enginyer francès va donar el detall dels factors de discussió que portaren finalment a desmantellar el pont penjant abans que se'n completés la construcció.⁷³

És interessant fer notar que el primer pont penjant construït per enginyers francesos es va aixecar a Sant Petersburg, a Rússia, sobre el riu Fontanka, entre el anys 1824 i 1826.

⁷¹ David Gilbert preparà unes taules per simplificar aquests càlculs. Vegeu el seu article "Taules per calcular totes les circumstàncies de forces, tensions... dels ponts penjants".

⁷² Telford va pensar un assaig de resistència dels seus cables per sotmetre'ls a una situació al més semblant possible a la dels ponts que projectava. Aquesta consideració el va conduir a l'extrem d'assajar cables amb una envergadura de més de 900 peus (uns 270 m). Vegeu BARLOW, *Tractat de resistència de materials*.

⁷³ Es va provar que el pes dels blocs amb els quals s'ancoraven els cables era insuficient i es van notar alguns lliscaments durant el procés de construcció.

J. V. Poncelet (1788-1867)

Poncelet⁷⁴ desenvolupà les idees bàsiques de la seva nova geometria (geometria projectiva) amb el llibre *Tractat de les propietats projectives de les figures*, que es va publicar a París el 1822. En aquell temps els matemàtics francesos estaven molt interessats en les aplicacions de l'anàlisi matemàtica a les solucions de problemes físics, i el treball de Poncelet, de pura geometria, no va guanyar l'apreciació que mereixia. Això desencoratjà el científic, que deixà la seva recerca matemàtica per esmerçar totes les energies a resoldre problemes d'enginyeria mecànica.

Amb Poncelet a l'arsenal de Metz es van resoldre moltes qüestions importants de la mecànica. Així, molt aviat Poncelet va adquirir una reputació en aquests estudis i el 1825 el van fer professor d'enginyeria mecànica de l'escola militar de Metz. El 1826 publicà el *Curs de mecànica aplicada a les màquines* i el 1829 la *Introducció a la mecànica industrial*. El 1829 també el van elegir membre de l'Acadèmia de les Ciències. Les importants contribucions que va fer a la mecànica dels materials es van incorporar al seu llibre *Mecànica industrial*. La porció d'aquest llibre en la qual tracta de la resistència de materials constitueix potser la més completa presentació de tot el coneixement de les propietats mecàniques i estructurals dels materials d'aquell temps.

En el camp de la mecànica, les aportacions de Poncelet se centren, bàsicament, en les següents qüestions:

- 1) Poncelet ofereix els resultats obtinguts en els assajos de mecànica buscant-ne un sentit pràctic per als dissenys de l'enginyer. Així, per mostrar els resultats dels assajos de tracció de diferents materials, introdueix els diagrames de tensió-deformació, molt útils per comparar les propietats mecàniques de diferents tipus d'acer i ferro. Usant aquests diagrames, Poncelet va mostrar com es podia fitar la capacitat resistent dels materials. En aquest sentit, Poncelet es va mostrar molt conservador, i rarament recomanava valors més grans que la meitat del límit elàstic del material. En aquesta recomanació Poncelet es guiava pels seus estudis de resistència dinàmica dels materials.
- 2) Poncelet estudià amb detall les accions dinàmiques que es podien aplicar en els ponts penjants que es dissenyaven en aquell temps. Thomas Young ja havia sigut el primer de mostrar la importància que podia tenir l'efecte dinàmic de la càrrega. Poncelet, usant els diagrames dels assajos, va mostrar que, en el límit elàstic, una barra d'acer

⁷⁴ Jean Victor Poncelet (Metz 1788 – París 1867). Matemàtic, va néixer en una família pobra de Metz. Amb el seu treball excel·lent a l'escola de primària va guanyar una beca per al Liceu de la seva ciutat natal. El 1807 va passar el competitiu examen d'entrada a l'Escola Politècnica i allí fou deixeble de Monge. En graduar-se (el 1810) entrà a l'Escola d'Enginyeria Militar de Metz i després de completar aquest curs s'incorporà a l'exèrcit de Napoleó, el 1812. Durant la retirada de Moscou el van fer presoner i va viure uns dos anys de captivitat a Saratov, a la riba del riu Volga. Fou durant el seu confinament, sense llibres científics ni cap contacte amb la cultura de l'oest d'Europa, però amb molt de temps per a la meditació científica, quan desenvolupà les bases de la nova geometria projectiva. Després, quan es declarà la pau i Poncelet retornà a França, prengué posició a l'arsenal de Metz. Aleshores fou quan va tenir temps suficient per a la seva recerca científica i escrigué el seu tractat de geometria projectiva i també els tractats de mecànica. Amb tots aquests treballs, Poncelet guanyà reconeixement ràpidament i fou elegit membre de l'Acadèmia de les Ciències (1834). Es traslladà a París, on, per algun temps, tocà la mecànica a la Sorbona. Durant els anys 1848-1850 va ser comandant de l'Escola Politècnica. El 1852 es retirà amb la intenció de passar la resta de la vida revisant i reeditant els seus nombrosos treballs de geometria i mecànica.

podia absorbir només una petita part de l'energia cinètica i que les condicions de l'impacte podien produir fàcilment una lesió permanent. Recomanava escollir l'acer per als elements estructurals sotmesos a impactes perquè és un material que permet una gran elongació en els assajos de tracció i que absorbeix una gran part de l'energia cinètica sense ruptura. Poncelet demostrà analíticament que una càrrega aplicada sobtadament produïa el doble d'esforç que la mateixa càrrega aplicada gradualment. Investigà l'efecte de l'impacte longitudinal en una barra i les vibracions longitudinals produïdes per aquest impacte.

- 3) Va estudiar el fenomen de la ressonància considerant una pulsació ritmada de les forces que actuen en una barra, i va veure com calia considerar l'augment d'amplitud de les forces de vibració per construir per sota de les condicions de ressonància. Va explicar per què un destacament de soldats marxant sobre un pont penjat podia ser perillós i és seva la recomanació coneguda de no fer marcar el pas en creuar els ponts. També va demostrar que una petita força de fricció que actuava al llarg de la superfície de l'element podia produir amplituds llargues i grans esforços, en una discussió interessant sorgida arran dels experiments de Savart sobre les vibracions longitudinals de les barres.
- 4) En el llibre *Mecànica industrial* també trobem una referència a l'important fenomen de la fatiga dels metalls causada per repetits cicles de càrrega. Poncelet estableix que, sota les accions alternades de tracció i compressió, el més perfecte element pot fallar per fatiga.
- 5) Poncelet és el primer d'introduir l'efecte de la força del tallant a les fórmules de la fletxa de les bigues. Per a una biga de secció rectangular de longitud l (*length*), ample b (*breadth*) i cantell h (*height*), i carregada amb una càrrega uniforme d'intensitat q , dóna la fórmula $f = (3 \cdot ql^4 / 2 \cdot Ebh^3) \cdot (1 + 9 \cdot h^2 / 8 \cdot l^2)$ per al punt de màxima fletxa, i observa que el segon terme, entre parèntesis, representa l'efecte de l'esforç tallant, la importància del qual, a la pràctica, es redueix només a bigues curtes.⁷⁵
- 6) En el debat de la qüestió sobre la selecció de l'esforç segur, Poncelet afavoreix la teoria del màxim esforç i estableix que la ruptura es produeix quan la màxima tensió arriba a un límit definit.⁷⁶ Estableix que la ruptura per compressió depèn de l'expansió lateral, tant en el cas de materials fràgils com amb pedra i ferro fos.

Des del punt de vista de la geometria, cal destacar les propostes de Poncelet per resoldre gràficament problemes d'estructures. Aquests problemes els podem classificar bàsicament en dos camps:

- 1) En la discussió d'estabilitat dels murs de contenció, durant la primera meitat del s. XIX, els enginyers continuaren utilitzant la teoria de Coulomb. El progrés en aquest camp consistí en el

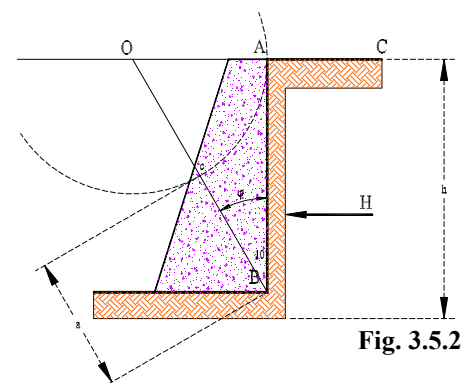


Fig. 3.5.2

⁷⁵ Algunes de les darreres investigacions en mecànica dels materials fetes per Poncelet són fruit de les seves lectures a la Sorbona. Aquestes lectures, que existeixen en forma manuscrita, no es van publicar mai, però algunes porcions van ser usades per Morin en el seu llibre *Resistència dels materials* (paràgrafs 213 a 219, París, 1853). També Saint-Venant, en la tercera edició del llibre de Navier *Resum de les lliçons...*, es refereix a les lectures no publicades de Poncelet (pàg. 374 i 381 a 512), i el Dr. Schnuse, editor de la traducció alemanya del llibre de Poncelet *Mecànica aplicada a les màquines*, va afegir a la traducció els articles 220 a 270, els quals contenen material d'aquest treball no publicat.

⁷⁶ La teoria de l'esforç màxim va ser usada constantment per Saint-Venant i el seu ús es va estendre al continent, on els autors anglesos continuaven basant-s'hi per a llurs dissenys i càlculs dels esforços màxims.

desenvolupament dels mètodes gràfics per determinar la magnitud de la pressió del terreny. Poncelet fou el primer a mostrar que la pressió de la terra en un mur de contenció (calculada segons la teoria de Coulomb) es podia obtenir per mètodes gràfics. En un simple cas d'un mur vertical amb la superfície de terra horitzontal AC (fig. 3.5.2), va trobar la fórmula següent per a la pressió horitzontal de terra per unitat de longitud de mur, que menysprea la fricció entre el mur i la terra:

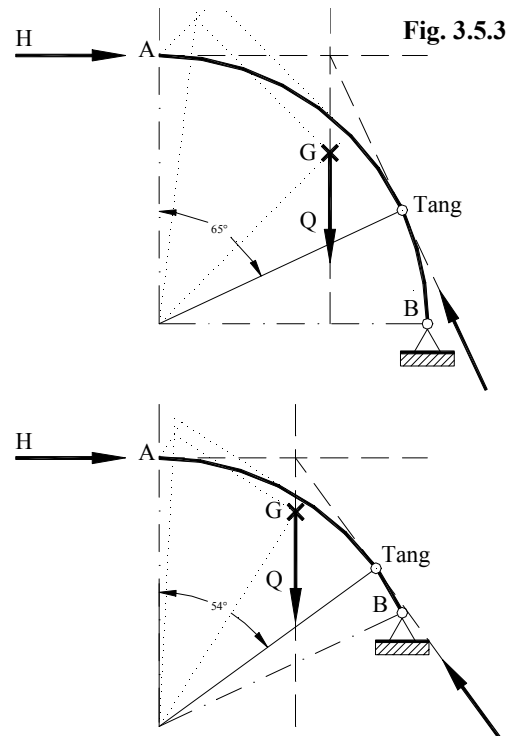
$$H = \frac{\gamma}{2} \cdot a^2 \quad \text{on} \quad a = \overline{OB} - \overline{OA} = \frac{h}{\cos \phi} - h \cdot \tan \phi$$

$$\text{i per tant,} \quad H = \frac{\gamma \cdot h^2}{2} \left(\frac{1}{\cos \phi} - \tan \phi \right)^2$$

Poncelet també va desenvolupar una simple solució gràfica per al cas més general, en el qual el mur és inclinat i el terreny té la forma d'una superfície poligonal i en el qual sí que es prenia en consideració la fricció entre el mur i el terreny. En aquest altre cas, Poncelet també dedueix primer una expressió analítica per a la pressió del terreny (en les bases de la teoria de Coulomb) i després mostra com aquesta expressió es pot avaluar mitjançant una construcció gràfica (fig. 3.5.2).

- 2) En el camp dels esforços en els arcs, fou el primer de fer notar que per desenvolupar una anàlisi racional dels esforços calia la consideració de l'arc com a barra corba i elàstica.

Poncelet, amb la introducció dels mètodes gràfics d'investigació, va ser el responsable dels següents progressos que es van produir en l'anàlisi dels arcs.⁷⁷ Partint de la teoria de Coulomb com a base de les seves anàlisis, mostra com la posició de la secció de ruptura pot determinar-se gràficament. També va provar el teorema que indica que el punt en l'intradós de l'arc, corresponent a la secció de ruptura, és aquell en el qual la tangent a l'intradós passa a través del punt d'intersecció de l'empenta horitzontal H (a la clau de l'arc) i la força de gravetat Q de la porció de l'arc (entre la clau i la secció de ruptura).⁷⁸



No hem pogut reconstruir el mètode gràfic de Poncelet per localitzar gràficament el junt de ruptura; tan sols proposem, a la fig. 3.5.3, un possible mètode gràfic per trobar la posició del junt de ruptura que es basa simultàniament en les dues premisses observades per Poncelet:

- 1) l'empenta en el junt de ruptura és tangent a l'intradós,
- 2) l'empenta a la clau (H), la resultant del pesos (Q) i la reacció o empenta en el junt de ruptura han de ser concurrents en un mateix punt.

⁷⁷ Vegeu *Mémoires Officier génie...*, 1835, vol. 12, pàg. 151-213.

⁷⁸ Aquest teorema va ser provat abans, tal com hem vist, per Lamé i Clapeyron.

El mètode deduït és iteratiu ja que localitza primer el centre de gravetat G de tot l'arc i troba després el punt d'intersecció (de la vertical per G amb l'horitzontal per A) des d'on es traça la tangent a l'arc per trobar el desitjat punt del junt de ruptura. Així, però, s'acumula una imprecisió que cal corregir: el pes Q ha de correspondre a la porció d'arc considerat fins al junt de ruptura, inicialment desconegut, i no pas al pes de tot l'arc. Igualment passa amb la posició del centre de gravetat G , que ho ha de ser només de la porció d'arc entre el junt i la clau. Per tant, en corregir la posició de G i el valor de Q , el punt de tangència es desplaçarà lleugerament, i així successivament, tot i que cada vegada ho farà segons un valor més petit.

En haver reduït el gruix de l'arc a la seva línia central, aquest procés iteratiu no convergirà a cap solució però de totes maneres ens mostra que els valors del angles, que aleshores es prenen amb certa arbitrarietat, corresponen a valors propers a aquestes primeres iteracions.

Malgrat els seus coneixements sobre els sistemes de forces, Poncelet no utilitzava, encara, el polígon funicular. En canvi, el successor de Poncelet a l'Escola d'Arquitectura de Metz, Pierre Félix Michon (? – 1890), va publicar el 1845 la *Théorie des voûtes*, on ja sí que va utilitzar el polígon funicular.

3.5.2 Polígon funicular i línia de pressions

L'interès per la línia de pressions és perquè depèn exclusivament del sistema de càrregues i de la geometria de l'estructura, no és necessari fer cap hipòtesi sobre el comportament del material, i per tant és independent del mètode d'anàlisi que s'utilitzi, ja sigui elàstic o bé plàstic. El dibuix de la línia de pressions, segons la seva localització respecte del gruix de l'arc, mostra per si mateix l'equilibri o la inestabilitat de qualsevol arc.

Quan les accions i les càrregues actuen sobre l'arc distribuïdes al llarg de la longitud, la línia de pressions és una corba; en canvi, quan s'analitza l'arc per trams i es treballa amb les càrregues puntuals, resultants de les distribuïdes en cada tram, aleshores s'obté un conjunt de rectes, el polígon funicular, que circumscriu l'anterior corba de pressions. Si les diferents porcions es limitessin per seccions de l'arc infinitament pròximes, aleshores polígon funicular i corba de pressions esdevindrien la mateixa cosa.

F. J. Gerstner (1756–1832)

En el camp del disseny dels arcs, cap a l'any 1830 es van introduir les nocions de *línia de pressions* i *línia de resistència*. En l'anàlisi dels arcs de pedra, els enginyers continuaren considerant els arcs sistemes absolutament rígids constituïts pels diferents blocs de pedra. F. J. Gerstner⁷⁹ és, aparentment, l'autor de la primera investigació sobre línies de pressions. Gerstner començà amb l'anàlisi dels ponts penjants, tractà la catenària i donà taules per a la construcció d'aquesta corba. Aleshores indicà que aquesta corba, invertida, havia de ser la més adequada per a un arc amb una secció constant. Amb aquesta consideració, i considerant

⁷⁹ Francesc Josep Gerstner (1756–1832). Enginyer de Bohèmia. Fundador de l'Institut Politècnic de Praga el 1806, on fou director i catedràtic de mecànica. A més de destacar pels seus coneixements en aquest camp, destacà pel coneixement de llengües: alemany, txec, francès, anglès, italià, llatí i hebreu. Entre les seves obres podem destacar *Handbuck der Mechanik* (Praga, 1831).

només l'acció del seu propi pes, va veure clar que aquest tipus d'arc treballaria sempre a compressió.

Com que els arcs circulars i el·líptics s'utilitzaven molt freqüentment, Gerstner va investigar la qüestió de com s'hauria de distribuir la intensitat de la càrrega de tal manera que les línies de pressió prenguessin la forma dels cercles o les el·lipses. Així va mostrar que, a la pràctica, la càrrega distribuïda és diferent de l'obtinguda teòricament en un cas ideal. Amb això va veure que, en realitat, no sols calia prendre en consideració la compressió sinó que també hi havia una mica de flexió en la mesura que la línia de pressions se separava de la línia mitjana de l'arc.

Finalment, també va demostrar que el problema és estàtic i indeterminat i que és possible construir un infinit nombre de línies de pressions amb les quals satisfer les condicions d'equilibri i que passin a través de diferents punts de la clau de l'arc i dels encastaments. Cadascuna d'aquestes corbes té un valor diferent de l'empenta horitzontal H . Per convertir el problema en determinat, Gerstner va emprar finalment algunes assumpcions arbitràries pel que fa a la posició veritable de la corba de pressions.

Moseley (1802–1872)

Henry Moseley⁸⁰ investigà sobre la posició veritable de la línia de pressions en un arc. Moseley publicà *Tractat de mecànica aplicada a les arts* el 1839, i també *Els principis de mecànica de l'enginyeria i l'arquitectura*, el 1843. En el prefaci d'aquest segon llibre, descobrim que Moseley estava notablement influenciat pel treball dels científics francesos i sovint fa referències a les publicacions de Navier, Dupain i, especialment, al llibre *Mecànica industrial* de Poncelet. El principal mèrit del treball de Moseley és que introduí els mètodes dels enginyers francesos a Anglaterra, així que els seus escrits representaren un considerable progrés en la literatura de l'enginyeria anglesa d'aquell temps. Moseley esdevingué interessant pels problemes indeterminats d'estàtica i va introduir el principi de la *mínima resistència* en les seves solucions. Moseley desenvolupà un mètode per aplicar aquest principi en l'anàlisi dels arcs en el seu text "En la teoria dels arcs", escrit el 1839 i publicat en el primer volum de *Teoria, pràctica i arquitectura dels ponts*, editat per John Weale el 1843. Aquest text mostra per primera vegada que la línia de pressions i la línia de resistència són dues línies diferents. Per il·lustrar això fa servir un dibuix (fig. 3.5.4). La fletxa A representa la força actuant en la secció 1-2 en el punt a . Afegint a aquesta força el pes del bloc de pedra 1234, obté la força B , en el punt b en la secció 3-4. Continuant així, obté les forces C , D , E ... aplicades als punts c , d , e ... El polígon format per les interseccions de les forces A , B , C , D ,

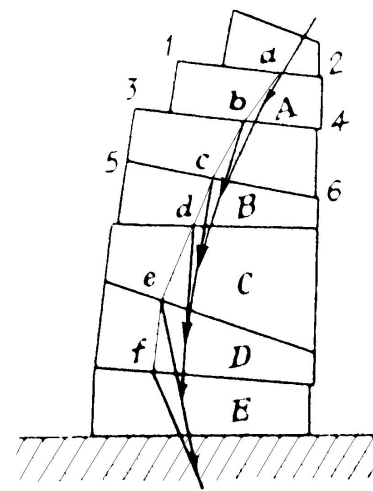


Fig. 3.5.4

⁸⁰ Henry Moseley (1802–1872). Científic anglès. Va néixer en un veïnat de Newcastle. Estudià a la l'Escola Gramma de la ciutat i després a Abbeville. Finalment anà al St. John's College de Cambridge i es graduà el 1826. El 1836 esdevingué professor de filosofia natural i astronomia en el King's College de Londres. Allí donà cursos de mecànica, amb aplicacions a l'enginyeria.

E... ens dóna, en el límit, la línia de pressions i el polígon *a, b, c, d, e...*, similarment, dóna la línia de resistència.⁸¹

Tot i això, amb les condicions usuals en els casos pràctics, on les càrregues són verticals, gravitatòries, i els arcs o les voltes són prims en relació amb la llum, aquestes dues línies s'acosten moltíssim i poden considerar-se coincidents a tots els efectes.

El nostre dibuix (fig. 3.5.5) reproduïx el de Moseley, però amb algunes modificacions:

- . s'ha corregit la direcció de les càrregues perquè siguin gravitatòries,
- . s'han calculat els valors de les càrregues reals (proporcionals a l'àrea del quadrilàter de cada "pedra"),
- . s'ha iniciat l'esquema amb una inclinació del vector *F* més creïble, i amb una lleugera tendència de les diferents pedres a simular l'arrencada d'un arc.

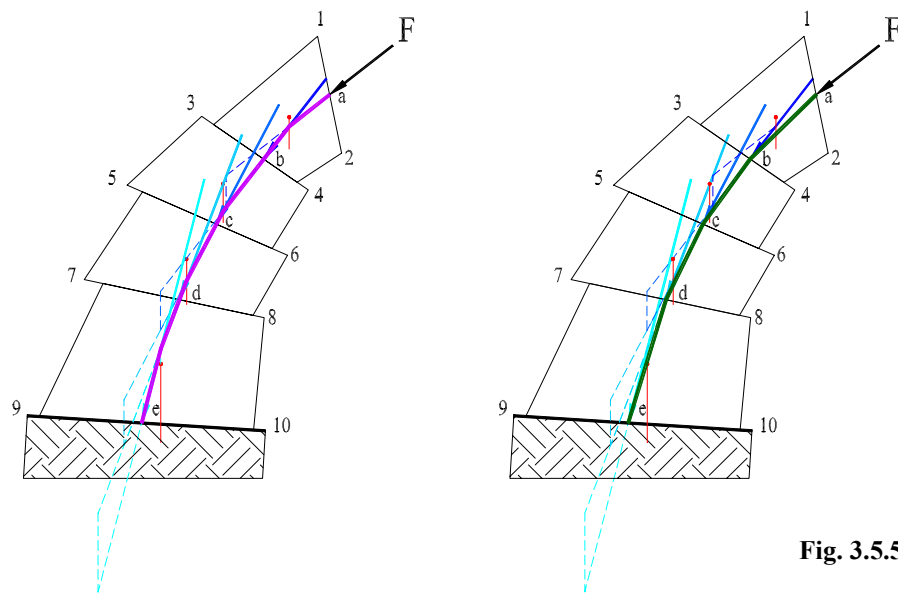


Fig. 3.5.5

Amb aquestes petites variacions introduïdes mostrem que el dibuix original de Moseley, on s'aprecia la diferència entre les dues línies, en realitat era una distorsió del problema real, ja que la diferència en un cas més versemblant és molt subtil i costa d'apreciar.

En l'anàlisi d'un arc simètric, Moseley comença escollint un punt arbitrari *C* (de la clau) on aplica una empenta *H* de tal magnitud que la línia de pressions esdevingui tangent a l'intradós de l'arc en un cert punt *B*. En canviar la posició del punt de partida *C* pot obtenir un infinit nombre de línies de pressions, modificant, però, el valor de *H*. Per seleccionar la veritable corba de pressions entre totes les possibles, Moseley usa el seu principi de la mínima resistència. Així, fixa la condició que la corba que busca és la que requereixi el mínim valor de *H*. Aleshores veu que en moure el punt *C* cap amunt disminueix *H*, i Moseley conclou

⁸¹ Santiago Huerta, a la seva tesi, anomena la línia de resistència *línea de empujes* i la línia de pressions *línea de inclinaciones*, amb la intenció d'evitar el terme *pressions*, que troba confús entre esforç (força) i tensió (força per unitat de superfície). Tot i que reconeixem que fora de l'àmbit de l'anàlisi estructural el terme *pressió* s'interpreta com a "força per unitat de superfície", nosaltres preferim seguir utilitzant-lo ja que és el terme que utilitzaven els nostres protagonistes, amb traduccions literals dels textos francesos.

finalment que la veritable línia de pressions passa a través del punt *A* (superior de la clau) i el punt *B* de tangència a l'intradós.⁸²

El tractament de Moseley és molt rigorós, altament matemàtic, i representa el primer intent amb èxit de formular una teoria general sobre els arcs de fàbrica, considerats un conjunt de blocs rígids en contacte sec i directe.

Amb la corba d'equilibri de Hooke, la resultant en cada punt era tangent a la corba. La corba de resistència de Moseley, en canvi, depèn de la geometria del sistema de plans de junta entre blocs.

Aquesta idea ja l'havia introduïda abans Thomas Young, però la formulació rigorosa es va produir de manera gairebé simultània i independent per Gerstner a Alemanya, Méry a França, i Moseley a Anglaterra.

E. Méry

La memòria de Méry va ser dirigida específicament als enginyers, escrita de forma clara i senzilla, i amb nombrosos exemples pràctics que estan en relació amb els resultats dels assajos de Boistard.

Moseley i Méry formulen explícitament la condició d'estabilitat d'un arc: "Només cal que la línia de pressions estigui continguda en el seu interior". L'empenta mínima correspon a la línia de pressions més peraltada i la màxima a la més rebaixada. El problema és indeterminat ja que amb un gruix suficient l'arc pot contenir infinites línies de pressions.

Joan Torras Guardiola, a les seves classes de resistència de materials, a l'Escola d'Arquitectura de Barcelona, presentava el mètode de Méry com a mètode molt pràctic, i l'explicava amb simplificacions introduïdes per ell mateix de la manera següent (fig. 3.5.6):

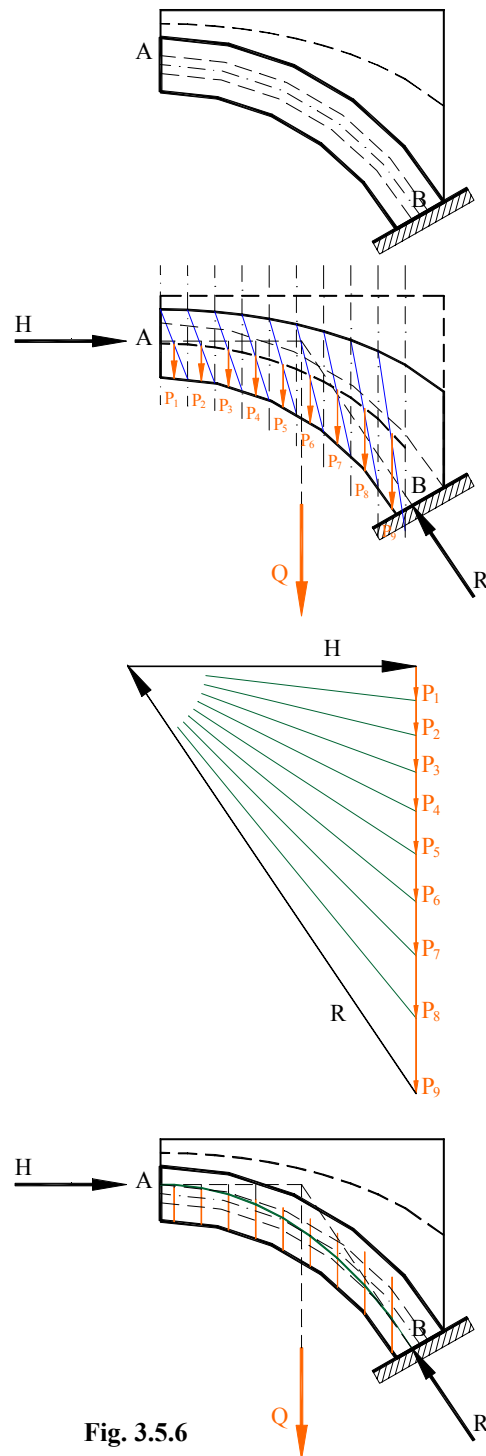


Fig. 3.5.6

⁸² Aquesta conclusió està en concordança amb les assumpcions bàsiques de la teoria de Coulomb, però Moseley, amb els següents paràgrafs, manifesta que la desconeix:

"...[la teoria de Coulomb] era desconeguda per a mi fins que vaig completar la meua llarga recerca, i que després de ser oblidada durant més de seixanta anys en les pàgines de les *Mémoires des Savants Étrangers*, no va ser tinguda en compte en les moltes i ferotges discussions..."

"La qüestió està dominada des d'aleshores en aquest país i a tot arreu i ha estat recentment desenterrada i ha sigut el tema de les valuoses recerques de Navier, Lamé, Clapeyron i Garidel."

- 1) Proposa redibuixar l'extradós de l'arc de tal manera que la sobrecàrrega del material de reble es converteixi en un regruix de pes equivalent. Així ho transforma tot en un sol material amb una sola densitat.
- 2) Considera, a efectes del càlcul de la línia de pressions, aquest nou arc subdividit segons plans verticals, separats sempre per un valor constant δ . Amb aquestes porcions d'arc, en ser δ tan petit com el dibuix permeti, es pot assimilar l'àrea del segment circular a la d'un trapezi, és a dir, que converteix les línies corbes de l'intradós i l'extradós en línies poligonals. Això facilita molt el treball i aquesta imprecisió no té importància si δ és realment petit.
- 3) L'àrea de cada trapezi serà

$$A = (b_1 + b_2) \cdot \delta / 2$$
 però en ser δ constant per a tots els trapezis, aleshores per a cada trapezi $(b_1 + b_2)$ és un segment proporcional a la seva àrea, amb una raó de proporcionalitat coneguda.
- 4) Localitza el junt de ruptura en el pla que formi 60° amb el pla vertical de simetria de la volta.
- 5) Estableix els punt de pas de la línia de pressions pel terç superior a la clau i pel terç interior en el junt de ruptura (igual que en la fig. 3.5.1).
- 6) Troba la resultant de les càrregues gravitatòries sobre la porció de l'arc considerada, Q , i troba gràficament la direcció i la magnitud de la reacció i de l'empenta H , utilitzant les dues premisses bàsiques (han de ser concurrents en un punt i han de passar pels punts suposats inicialment a la clau i al suport).
- 7) A partir del valor de H ja es pot traçar la línia de pressions component aquesta empenta amb les diferents components gravitatòries fruit de subdividir l'arc segons plans verticals separats una dimensió δ constant.

Amb el següent dibuix (fig. 3.5.7) mostrem l'escassa diferència en la corba de pressions obtinguda si es contempen els junts verticals o radials. Aquest fet valida la simplificació de Méry i els seus mètodes gràfics, entre els quals val la pena destacar una senzilla construcció gràfica que facilita l'obtenció del centre de gravetat de cada trapezi i també un segment proporcional a l'àrea continguda.

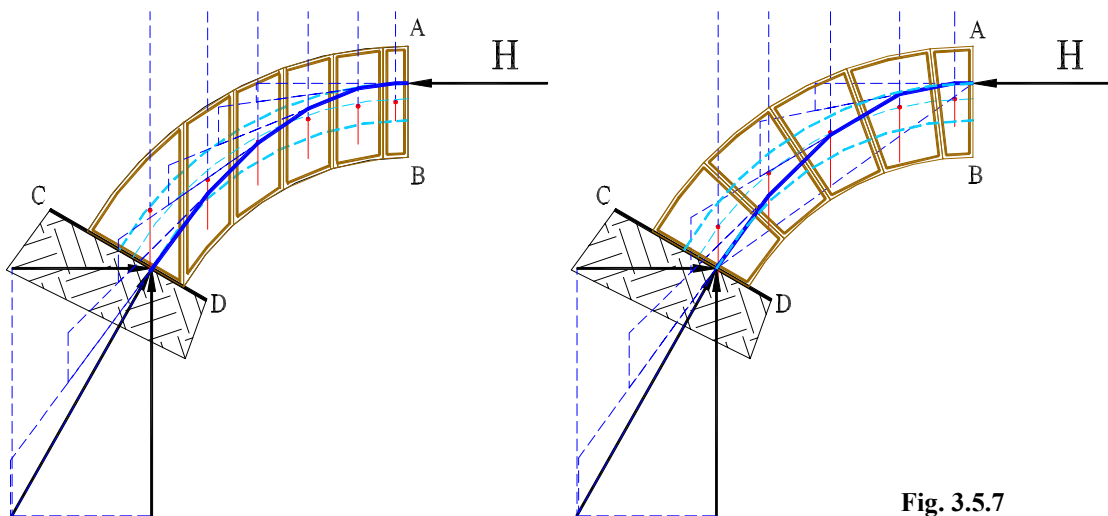


Fig. 3.5.7

La comprovació que proposa, finalment, es farà prenent en consideració el gruix real de l'arc (i no el gruix fictici fruit de l'increment segons les sobrecàrregues) i les dovelles amb junts radials (i no verticals).

Segons Méry, per garantir l'estabilitat n'hi ha prou si es dona a l'arc gruix suficient perquè pugui contenir tota la línia de pressions i si s'assegura també que les tensions no superen la desena part de la tensió límit de ruptura del material a compressió.

3.5.3 Desenvolupament de mètodes gràfics

H. Scheffler (1820-1903)

El treball de Moseley va atraure l'interès dels enginyers alemanys i el seu llibre *Els principis mecànics de l'enginyeria i l'arquitectura* va ser traduït a l'alemany el 1844 per Hermann Scheffler,⁸³ el qual més tard va intentar millorar la teoria de Moseley introduint la consideració de la resistència del material de l'arc.⁸⁴ Scheffler fa notar que si la línia de pressions passa a través dels punts *A* i *B* (punts extrems en la secció per la clau i en la secció de ruptura, respectivament), la tensió esdevé infinitament gran en aquests dos punts. Per eliminar aquesta dificultat, Scheffler proposa que la línia de pressions es mogui dins de l'arc i considera que la veritable línia de pressions serà la línia per la qual la tensió màxima en *A* i *B* arribi al valor de la tensió última del material. D'alguna manera aquesta és la discussió que ja havia introduït Navier (fig. 3.5.1).

A més d'aquesta contribució podem destacar altres aportacions de Scheffler a l'estàtica gràfica i a la resistència de materials. Els mètodes gràfics de Scheffler arribaren a l'Escola d'Arquitectura de Barcelona i se citaven a les classes de mecànica de J. Torras.

En les seves anàlisis d'estabilitat de murs de contenció de terres, mentre els enginyers continuaven usant la teoria de Coulomb, Scheffler⁸⁵ va dur a terme alguns intents per determinar la veritable distribució de les tensions en el terrenys. També en aquesta línia havia treballat Rankine,⁸⁶ però el treball d'aquests dos homes va romandre desconegut pels

⁸³ Agust Cristian Guillem Hermann Scheffler (Brunswick, 1820 – 1903). Físic, matemàtic i filòsof alemany. Estudià al Col·legi Carolinum de la seva ciutat i obtingué el títol d'enginyer. El 1846 ingressà al servei dels ferrocarrils i al mateix temps es donava a conèixer com a físic i matemàtic amb dues grans obres (sobre principis d'hidrostàtica i hidràulica, l'una, i sobre aritmètica i geometria, l'altra). El 1853 el van nomenar assessor financer de la Direcció de Ferrocarrils del ducat de Brunswick i continuà en el càrrec fins al 1871, quan va ocupar un lloc a la direcció de la companyia. Va ser un fecund escriptor. Amb una extraordinària precisió científica, sense arribar a l'abús del tecnicisme va escriure sobre física i matemàtica, en general, i, en particular, sobre enginyeria, arquitectura, òptica i mecànica. També té alguns treballs de destacable interès que constitueixen una aportació científica a problemes estrictament del domini de la filosofia.

⁸⁴ SCHEFFLER. *Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eiern Brücken*. Brunswick, 1857.

⁸⁵ SCHEFFLER. *Crellers's J. Baukunst*. 1851

⁸⁶ William John Macquorn Rankine (Edimburg 1820 – Glasgow 1872). Enginyer i físic escocès. Fou professor a la universitat de Glasgow. És un dels creadors de la termodinàmica, camp en el qual va fer nombroses aportacions. Treballà en diverses màquines i en motors tèrmics (de vapor, d'aire calent, etc.) i ideà el cicle de Rankine. Estudià també l'equilibri dels cossos elàstics, i publicà entre altres: *A Manual of Steam Engine* (1859), *A Mechanical Textbook* (1873) i *Miscellaneous Scientific Papers* (obra pòstuma, 1881). En mecànica de sòl

enginyers durant molt de temps, i això va influir el disseny dels murs de contenció al llarg d'aquest període.

Scheffler també investigà en bigues contínues i procurà avaluar els moments addicionals que apareixien quan els suports no estaven al mateix nivell.⁸⁷ També va proposar un mètode més racional per analitzar suports.⁸⁸ Aparentment Hermann Scheffler va ser el primer d'usar una assumpció d'excentricitat en els càlculs de la càrrega perillosa de compressió. Assumeix que sempre existeix una excentricitat de la càrrega en els extrems ja que les forces de compressió s'apliquen inevitablement de manera imprecisa. Scheffler selecciona excentricitats, per a suports de diferents materials, de moltes magnituds diferents, i els seus valors de càrrega última concorden satisfactòriament amb els resultats experimentals de Hodgkinson. El valor d'aquest mètode no va ser apreciat en aquell temps i els enginyers continuaren usant la fórmula de Rankine fins a final del s. XIX.

Karl Culmann

El càlcul analític de les línies de pressions era encara massa feixuc perquè esdevingués una eina útil als enginyers. Calia trobar un mètode de càlcul de línies de pressions més clar i senzill per aplicar-lo a la pràctica. Els mètodes gràfics proposats per Méry, primer, i després per Barlow, Snell i Scheffler permeteren un càlcul semigràfic que facilitava l'obtenció d'una línia de pressions, però no era gaire fàcil establir relacions entre diferents línies de pressions, és a dir, entre diferents situacions d'equilibri.

La utilització dels polígons funiculars i de forces, que de fet ja havia utilitzat La Hire el 1695, va simplificar enormement el procés i va portar, a partir de 1870, la popularització del càlcul gràfic com a eina de càlcul de línies de pressions més comunament usada entre arquitectes i enginyers.

Després d'un segle durant el qual havia predominat el plantejament analític, no va ser fins a Poncelet que es va despertar de nou l'interès pel càlcul gràfic. També va ser gràcies a l'aportació de Rankine, el 1856, amb el seu *Manual de mecànica aplicada*, on plantejava la identitat entre el càlcul analític i el càlcul gràfic. Malgrat tot, no va ser fins a Karl Culmann,⁸⁹ el 1866, amb el seu llibre *L'estàtica gràfica*, que realment es popularitzaren tots els mètodes gràfics, inclosos els càlculs de línies de pressions. Després d'aquest llibre es publicaren desenes de centenars de llibres sobre estàtica gràfica, que sempre tenien un o diversos capítols dedicats als arcs i les voltes de fàbrica, als estreps i a les línies de pressions.

La importància de Karl Culmann ve donada per la divulgació que va aconseguir fer de la qüestió dels càlculs gràfics en general i per la tasca d'aglutinació i recopilació de

estan vigents, encara avui, les seves propostes de línies de ruptura del terreny en el càlculs de murs de contenció i altres elements.

⁸⁷ Vegeu *Teorie der Gewölbe, Futtermauern und eiernen Brücken* (Brunswick, 1857).

⁸⁸ Vegeu *Theorie der Festigkeit gegen das Zerknicken...* (Brunswick, 1858).

⁸⁹ Karl Culmann (Bergzabern 1821 – Suïssa 1881). Estudià enginyeria al Col·legi Politècnic de Carlsruhe. Va ser deixeble de Poncelet a Metz i entrà el 1841 al servei de Baviera com a enginyer de ferrocarrils. Viatjà per Irlanda, Anglaterra i Amèrica del Nord i després, el 1852 tornà al servei de Baviera. El 1855 fundà l'Acadèmia Politècnica de Zuric. Amb la seva obra *Estàtica gràfica* (Zuric, 1866, 2^a edició), es considera el fundador d'aquesta ciència.

coneixements anteriors que calia posar en concordança. Dins de l'anàlisi gràfica dels arcs que va fer Karl Culmann podem destacar els supòsits següents:

- el material de l'arc no pot resistir esforços de tracció,
- la posició extrema de la línia de pressions és aquella que passa pel terç superior de la secció en la clau de l'arc i pel terç inferior de la secció de ruptura.

Usant aquests dos punts, Culmann construeix el polígon funicular per a les forces gravitatòries del pes propi de l'arc i per a les càrregues externes i determina d'aquesta manera la força que actua (i la tensió corresponent) en cada secció de l'arc.

Amb el treball de Culmann va concloure aquest període de desenvolupament de la teoria dels arcs durant el qual no es consideraven les deformacions elàstiques. Com podem veure, simplement per marcar el límit en l'àmbit d'estudi plantejat, els següents progressos van ser de Bresse, que va tractar l'arc com a barra corba elàstica per aplicació de la teoria desenvolupada per Navier.

Otto Mohr (1835-1918)

Otto Mohr⁹⁰ va estar especialment interessat pels mètodes gràfics i els aplicà per resoldre problemes de teoria d'estructures. En aquest sentit, la seva aportació és tan valuosa que cal considerar-lo, també, un dels pioners de la ciència de l'estàtica gràfica.

A partir de la semblança entre l'equació diferencial de la corba funicular⁹¹ i l'equació diferencial de la línia elàstica,⁹² trobà mètodes gràfics per deduir el diagrama de moments flectors i de deformacions de flexió en una biga. A partir d'aquest fet, estudia les deformacions per flexió i dedueix els dos teoremes de càlcul de deformacions a partir de l'elàstica, els teoremes de Mohr (1r i 2n).

Una altra aportació molt significativa de Mohr fou en el camp de la representació i l'anàlisi de les tensions en un punt dins d'un cos sotmès a diferents accions. A partir d'un estat d'esforços normal i tangencial que actuen sobre un determinat element, i que deriva en cada punt concret en un determinat estat de tensions, amb el cercle de Mohr va fer possible trobar gràficament el valor i la direcció de les tensions principals. De la mateixa manera, per a qualsevol punt de l'element, el seu cercle també fa possible trobar gràficament el valor i la direcció segons la qual actuarà la màxima tensió tallant, tensió crítica per a la majoria de materials petris o terrenys, i per tant, permet trobar quines seran les direccions dels plans de fissuració (fig. 3.5.8).

⁹⁰ Christian Otto Mohr (Wesselburen, Holstein 1835 – Dresden 1918). Enginyer alemany. Amb setze anys entrà a l'Institut Politècnic de Hannover i, després de graduar-se, treballà com a enginyer d'estructures en la construcció de línies de ferrocarril. Durant aquest període s'interessà pels primers ponts metàl·lics alemanys i publicà alguns treballs teòrics molt interessants. Després, usant la corba funicular, trobà la deformació elàstica de les bigues, i a partir d'això, i amb l'equació dels tres moments, resolgué el problema quan els suports no estaven en un mateix nivell i publicà la primera aplicació de les línies d'influència. Després de tot això, ja amb trenta-dos anys, el van convidar a ser professor d'enginyeria mecànica al Politècnic d'Stuttgart, on restà durant cinc anys (1868-1873), i es diu que va ser molt bon professor. El 1873 es traslladà a Dresden, on continuà donant classe al Politècnic de Dresden fins als seixanta-cinc anys d'edat, quan es retirà, tot i que continuà el seu treball científic.

⁹¹ Equació diferencial de la corba funicular: $d^2y / dx^2 = -q / H$; on q és la càrrega distribuïda per unitat de longitud de la biga (constant o variable) i H és la distància polar en el diagrama associat al polígon funicular.

⁹² Equació diferencial de la línia elàstica: $d^2y / dx^2 = -M / E \cdot I$; on M és el moment flector i $E \cdot I$ és el producte del mòdul de Young del material pel moment d'inèrcia de la secció.

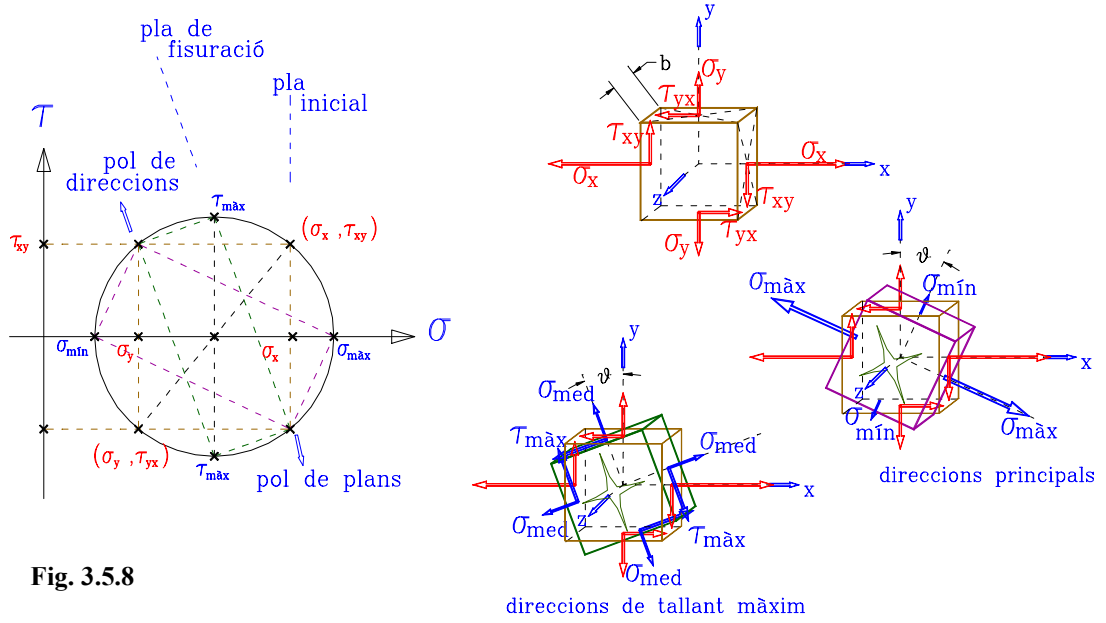


Fig. 3.5.8

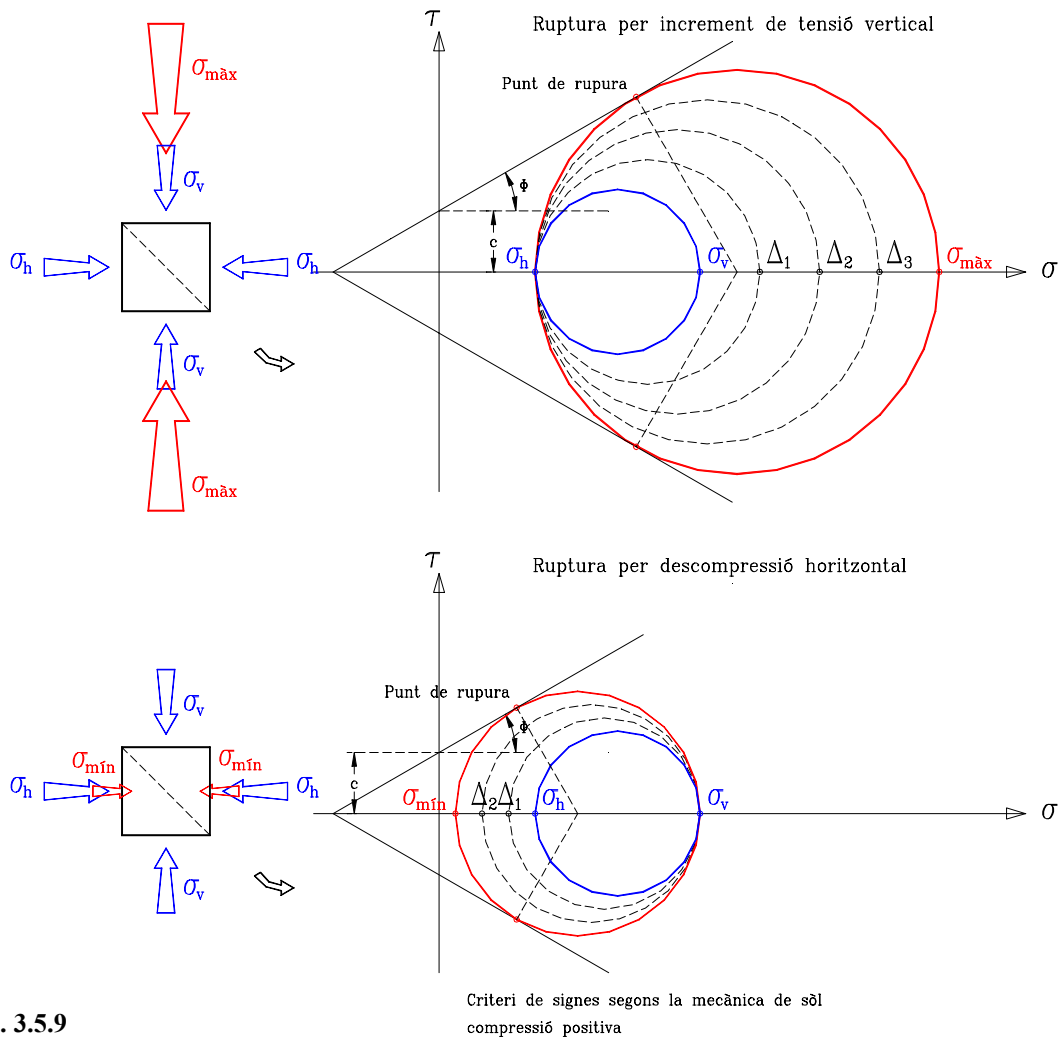


Fig. 3.5.9

Crítèri de signes segons la mecànica de sòl compressió positiva

En l'anàlisi dels terrenys, Mohr dibuixa en el mateix diagrama de tensions la recta límit de resistència del terreny segons la cohesió i l'angle de fregament intern. Aleshores, fixa el punt de ruptura quan el seu cercle esdevé tangent a aquesta recta. Així, s'adverteix de manera molt visible el perill de ruptura per descompressió horitzontal, més alt fins i tot que la ruptura per increment de tensions verticals (fig. 3.5.9).

En el cercle de Mohr cada radi assenyalava una possible relació entre tensió normal (abscissa) i tensió tallant (ordenada), i l'angle que forma assenyalava l'angle doble de l'angle que formarà realment amb els eixos cartesianes que corresponguin a les direccions principals. Amb aquesta relació de l'angle doble, troba que la direcció de la fissuració girarà 45° respecte de les direccions principals.

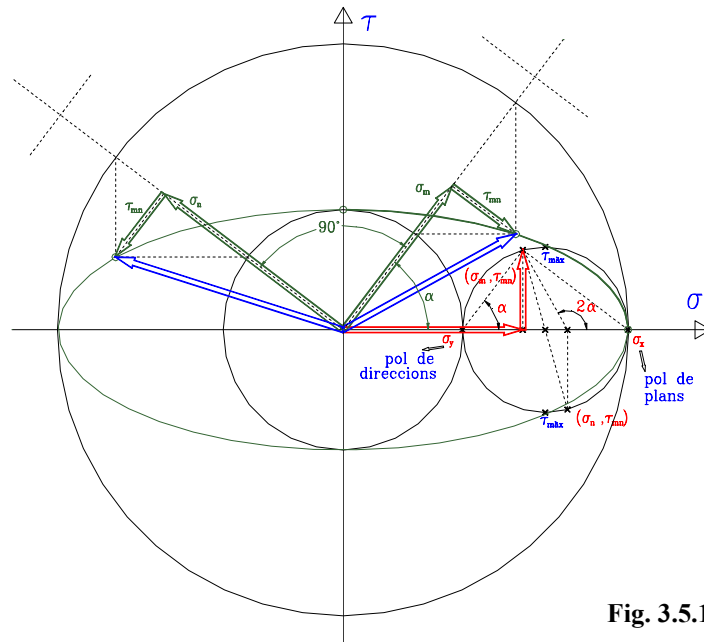


Fig. 3.5.10

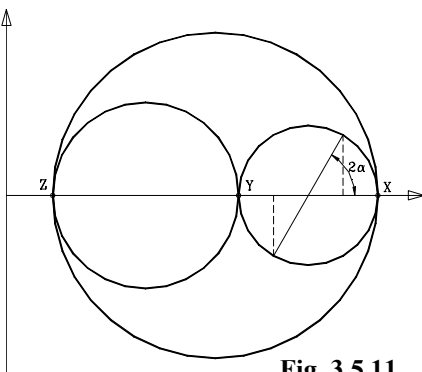
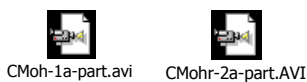


Fig. 3.5.11



Abans de Mohr ja s'havia treballat, des del punt de vista matemàtic, en aquest tema i en l'el·lipse de tensions (fig. 3.5.10) però sempre dins d'una anàlisi bidimensional. L'aportació de Mohr va permetre traspasar aquesta limitació i va estendre la qüestió a l'anàlisi tridimensional.

Amb ell ens arriba la imatge de l'el·lipsoide de tensions i la imatge dels tres cercles tangents (fig. 3.5.11), que representen l'estat de tensions d'un punt sotmès a accions en les tres direccions de l'espai. Això, juntament amb el testimoni que Mohr havia ideat procediments gràfics per resoldre a l'espai el mateix tipus de problemes que havia resolt en el pla, ens parla d'aquesta enorme capacitat de Mohr. El trasllat des del pla a l'espai no és una qüestió gens fàcil, i menys encara quan es pretén trobar una solució gràfica, és a dir, sobre suport paper, de només dues dimensions. En el treball a l'espai, per resoldre un estat de tensions complet, és a dir, per trobar els valors i les direccions de les tensions principals, cal resoldre una equació de tercer grau, la qual cosa equival a resoldre una arrel cúbica. Ja els grecs havien intentat resoldre gràficament arrels cúbiques per solucionar el problema de duplicació del cub o problema de Delos, però més tard es va demostrar matemàticament que era impossible cap construcció gràfica amb regle i compàs que donés de manera exacta aquesta arrel.⁹³ Això ha cridat la nostra atenció i, aprofundint una mica en aquesta qüestió, hem volgut redescobrir un mètode

⁹³ El teorema de Wantzell, sobre les arrels de polinomis irreductibles, permet relacionar els nombres construïbles amb les potències de 2.

gràfic, aproximat i iteratiu, per trobar ràpidament els valors que farien diagonalitzar una matriu simètrica de 3 x 3.

Aquest excel·lent treball va culminar quan el va aplicar a l'estudi dels límits de ruptura dels materials i va formular el seu criteri de ruptura dels materials, basat també en els postulats de Coulomb. Aquest criteri, conegut avui amb el nom de *criteri de Mohr-Coulomb*, defineix la superfície de fluència d'un material com una piràmide hexagonal (fig. 3.5.12 i fig. 3.5.13).

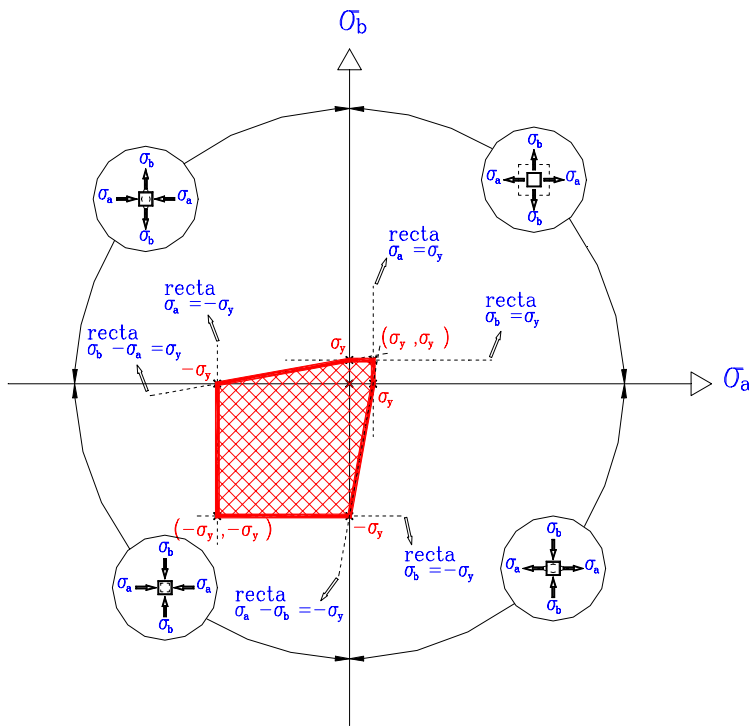


Fig. 3.5.12

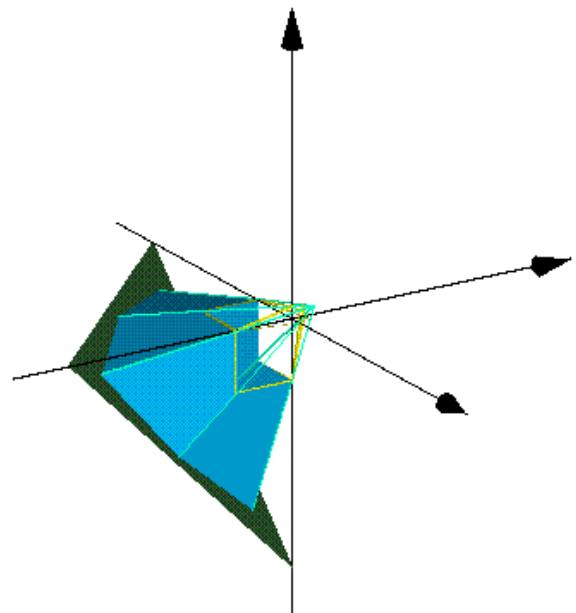


Fig. 3.5.13

3.5.4 El final de l'etapa gràfica i l'inici del càlcul analític del s. XX

Y. Villarceau (1813–1883)

Yvon Villarceau⁹⁴ va aportar un paràmetre significatiu en preguntar-se pel nivell de tensions probables en una obra de fàbrica. Es preguntà quina seria l'altura màxima d'una columna prismàtica, considerada idealment sense cap mena d'instabilitat, abans que es trenqués per la base per la compressió del seu pes propi. El càlcul que aquest plantejament representa és senzill; és una simple relació entre la tensió de ruptura i la densitat o el pes específic del material. Per a una pedra sorrenca de tipus mitjà, trobà que l'altura màxima seria:

$$\frac{45 \text{ N/mm}^2}{24 \text{ kN/m}^3} = 1.875 \text{ m} \approx 2 \text{ km}$$

Villarceau prengué en consideració que les columnes d'una catedral gòtica no sols suportaven el seu propi pes, sinó també part de les voltes i de la coberta. Per això suposà que la càrrega podria concentrar-se i arribar a ser quatre vegades més gran, i, per tant, l'alçada de la hipotètica columna ideal seria com a màxim de 500 m.

A partir d'aquí, Villarceau proposa un coeficient de seguretat de 10, és a dir, que no convé que les tensions a l'obra de fàbrica passin de la desena part del valor de la tensió de ruptura, i per això l'alçada màxima que considera prudent no sobrepassar en una catedral gòtica és de 50 m.

Cal tenir en compte que l'obra de fàbrica de l'abadia de Westminster arriba a 33 m d'alçada, i a la catedral de Notre-Dame de París arriba a 36 m. En canvi, a la catedral de Beauvais va arribar a 52 m. Precisament la catedral de Beauvais és la que tanca, segons Heyman, el curt període de 144 anys d'existència de catedrals gòtiques, que es va iniciar a Saint-Denis el 1140 i va acabar amb l'enfonsament de la catedral de Beauvais, el 1284.

En definitiva, el que Villarceau intentava demostrar amb aquest exemple és que l'obra de fàbrica cal considerar-la sotmesa sempre a molt baixes tensions de compressió del material. Per tant, la ruptura d'un arc és una qüestió de simple equilibri que depèn molt més de la geometria de l'arc que no pas de l'abast d'uns determinats valors límit.

⁹⁴ Yvon Villarceau (1813–1883). Va ser fill d'un marxant de Vendôme. Es diu que no mostrà gaire interès en l'estudi durant la seva joventut i que gastà molt de temps jugant amb diferents aparells mecànics i així va adquirir gran habilitat com a mecànic. Després l'interessà la música i participà en les activitats de l'orquestra local, i el 1830 es traslladà a París, on va estudiar al Conservatori de Música. En aquell temps s'interessà per les teories socialistes de Saint-Simon. S'ajuntà amb la missió d'infanteria i va viure uns severos anys a Egipte. El 1837 va retornar a París, on decidí estudiar enginyeria a l'Escola Central de les Arts i Manufactures. Mentre estudiava en aquesta escola mostrà les seves habilitats excepcionals i va fer alguns treballs originals en geometria. Va tenir un especial interès per l'anàlisi dels arcs, i després de la seva graduació (1840) publicà diversos articles en nom seu a la *Revue de l'Architecture et des Travaux Publics*. Finalment, el 1845 presentà a l'Acadèmia Francesa de les Ciències la seva famosa memòria sobre els arcs "Sur l'établissement des arches de pont", publicada el 1854 a les *Mémoires présentés par divers savants* (vol. 12, pàg. 503-822). Després Villarceau s'interessà per l'astronomia i començà a treballar a l'Observatori de París. Allí escrigué els seus famosos tractats d'astronomia. Fou elegit membre de l'Acadèmia de les Ciències el 1867.

En el treball sobre els ponts en arc, Villarceau va veure clar que el problema és estàtic i indeterminat i que la solució completa requereix la consideració de les deformacions elàstiques. Però de totes maneres, després, en la seva llarga memòria, estableix que la teoria de les estructures hiperestàtiques no és l'eina adequada per al càlcul dels arcs.

El mètode de Villarceau és invers al plantejat fins aleshores. A partir d'un sistema de càrregues conegut (pes propi més sobrecàrregues), busca la línia de pressions, i prenent aquesta com a línia mediana de l'arc i amb el gruix necessari per garantir el marge de seguretat enfront de la ruptura per compressió del material que ell mateix havia proposat abans, troba el disseny òptim de l'arc per resistir les càrregues considerades.

L'equació diferencial que totes aquestes premisses imposen per trobar la línia de pressions esdevé complicada i la seva integració requereix usar funcions el·líptiques. Per això, per visualitzar la solució amb un profit pràctic, Villarceau no va dubtar a calcular nombroses taules que permetien als enginyers obtenir de manera pràctica la requerida línia central i el gruix de l'arc en cada cas particular. Les taules ja no s'han superat mai i encara són útils avui en dia. Amb aquestes taules, Villarceau va aplicar la seva teoria a alguns ponts existents i va mostrar, sovint, que el gruix de l'arc podia haver-se reduït, sense incrementar les tensions, si s'hagués usat la forma de la seva línia central.

En conclusió, Villarceau enceta el debat de considerar l'arc una barra corba i elàstica per resoldre l'hiperestaticisme amb les equacions de compatibilitat de deformacions, però en aquesta discussió finalment menysprea l'efecte de l'elasticitat dels materials i inverteix el problema. No calcula un arc donat sinó que busca donar-hi la millor forma, la que identifiqui la línia central de l'arc amb la línia de pressions, per garantir l'estabilitat fins i tot després de la deformació.

J. A. C. Bresse (1822–1883)

Una de les grans aportacions de Bresse⁹⁵ va ser introduir el concepte de *nucli central d'una secció qualsevol*. Bresse tracta el problema per a una forma general i mostra que, usant l'el·lipse central d'inèrcia de la secció de la barra, la direcció de l'eix neutre pot fixar-se fàcilment per a qualsevol posició de la càrrega.

El 1854 Bresse publicà el llibre *Recherques analytiques sobre la flexió i la resistència de les peces corbades*, on tracta les barres corbades i la seva aplicació en la teoria d'estructures. En el primer capítol del llibre discuteix la compressió excèntrica en una barra prismàtica. El cas particular d'una barra rectangular carregada en un pla de simetria ja l'havia tractat abans Thomas Young. L'any 1859 van aparèixer els dos primers volums del seu curs de resistència de materials i hidràulica. El tercer volum del curs va ser un estudi molt complet sobre les bigues contínues i es va publicar el 1865. Bresse fou guardonat per l'Acadèmia Francesa amb el premi Poncelet pel seu treball en mecànica aplicada el 1874 i el van elegir membre de l'Acadèmia Francesa de les Ciències el 1880.

⁹⁵ Jacques Antoine Charles Bresse (1822–1883). Va néixer a Viena (província d'Isère). Després de graduar-se a l'Escola Politècnica (1843), entrà a l'Escola de Ponts i Camins, on rebé la seva formació en enginyeria. Poc després de deixar la segona escola, hi va retornar d'acord amb la seva elecció d'un instructor en mecànica aplicada (1848). Assistí el professor Bélanger des de 1853 i després el succeí. Es féu càrrec de la mecànica aplicada de l'Escola de Ponts i Camins fins al final de la seva vida i aconseguí una bona reputació en resistència de materials i teoria d'estructures.

L'aportació més gran de Bresse a la ciència de l'enginyeria va ser la teoria de les barres corbes amb la seva aplicació al disseny dels arcs, amb la qual va donar una solució completa per als arcs elàstics d'extrems encastats. En els seus estudis de deformació de barres corbes en el pla de la curvatura, Bresse no sols considera el canvi de curvatura, que ja havia investigat abans Navier, sinó també l'allargament axial de la barra.

El treball de Bresse és altament analític. Quan treballa amb l'eix neutre i el nucli central, per exemple, ho fa amb les equacions que corresponen al cas més general; quan planteja la solució definitiva a la indeterminació de la línia de pressions d'un arc, ho fa també amb aquesta mentalitat analítica.

El plantejament de Bresse és nou i modern. Amb ell s'inicia una altra etapa en el càlcul dels arcs, que culminarà al s. XX i s'accentuarà amb el desenvolupament de la informàtica, en la qual el càlcul analític substitueix plenament el càlcul gràfic. Aquesta nova etapa, en la qual ens hem format els arquitectes de les darreres generacions, ha perdut, però, la visió intuïtiva de la mecànica, que és justament aquella visió clara i directa que tenia Gaudí i que li permetia copsar ràpidament solucions als problemes estructurals dels dissenys que proposava.

3.6 El retorn del càlcul gràfic aplicat a les obres de fàbrica

Jacques Heyman

Jacques Heyman va participar activament en el desenvolupament de la teoria plàstica d'estructures porticades mentre formava part de l'equip de Cambridge, dirigit per Lord Baker. Els treballs que realitzaren varen suposar un gran avenç en la comprensió del funcionament estructural dels pòrtics d'acer. Potser una de les aportacions més importants de la teoria plàstica va ser la de donar validesa a les velles teories que prioritzaven la recerca d'una situació d'equilibri, encara que fos una sola. Així, des de l'òptica de la teoria plàstica, torna a ser vigent el corol·lari enunciat:

Si, en una estructura, és possible una distribució dels esforços interns, en equilibri amb les càrregues, que no sobrepassi un cert valor de resistència del material, l'estructura serà segura i no s'enfonsarà.

L'interès d'aquest enunciat rau, justament, en el fet que la situació d'equilibri trobada pel projectista és només una entre totes les possibles, no té perquè ser la "real", aquella tan cercada des de la teoria elàstica o modernament amb el mètode dels elements finits.

Va ser Prager qui donà la idea d'aplicar el marc de l'anàlisi límit a un material rígid-unilateral, i fou Kooharian qui l'aplicà a arcs de dovelles. Però fou Heyman qui s'adonà, ja a la dècada dels seixanta, que els teoremes fonamentals podien aplicar-se també a qualsevol estructura de fàbrica, per complexa que fos. Heyman ha estudiat des de les formes constructives bàsiques (arcs, cúpules, voltes, contraforts, arcs boterells, estreps, pinacles...) fins a tota mena d'esquerdes i danys inventariats de les obres de fàbrica, als quals ha donat una interpretació racional dins del marc de la teoria plàstica.

Amb Heyman retorna la lògica de la línia de pressions. Tan sols que es pugui traçar una corba de pressions que compleixi les condicions d'equilibri, l'estructura, l'arc, estarà en equilibri, independentment de quina sigui la corba "real".

Les tres equacions de l'estàtica són útils per resoldre problemes isostàtics, però són insuficients per trobar una solució única en problemes hiperestàtics. En aquests casos la filosofia ja iniciada des de Navier, és la de cercar les equacions que manquen per aconseguir un sistema compatible i determinat en les lleis de deformació del material estructural en qüestió. A partir d'aquestes lleis de deformació del material (sovint considerat elàstic-lineal) i de les condicions de contorn (sovint es consideren suports perfectament rígids, encastats i indeformables), l'anàlisi elàstica dóna una solució única al problema estructural.

Heyman troba molts punts febles quan aquesta teoria s'aplica a obres de fàbrica. Discuteix, en primer lloc, la suposada elasticitat del material i la llei de deformació que se li atorga. Discuteix també les condicions de contorn, que poden deixar de banda, per exemple, els moviments del terreny, sovint la principal causa de les esquerdes visibles en el patrimoni que ha perdurat fins avui. Finalment analitza amb molt més detall la qüestió i ens explica la seva conclusió utilitzant com a exemple l'arc de mig punt, que té una llum deu vegades més gran que el gruix o cantell de l'arc. Amb el mètode elàstic detecta que, si es considera un petitíssim desplaçament d'un suport, inapreciable, la línia de pressions sofreix grans variacions, la qual cosa surt de la lògica i del sentit comú.

Una sèrie d'assajos fets a la Gran Bretanya, a la dècada dels trenta, pel Comitè Investigador de les Estructures d'Acer va demostrar que les deformacions mesurades a la pràctica en diversos edificis d'oficines i hotels no mantenien cap relació amb les suposades en els càlculs respectius. En les conclusions que es donaren, i que probablement també es donarien avui, s'atribuïen les desviacions als inevitables defectes d'elaboració dels materials i d'execució de l'obra.

En contraposició, Heyman posa l'exemple domèstic de la taula de quatre potes. Amb la teoria elàstica podríem resoldre la indeterminació implícita en aquest problema i conèixer la càrrega o reacció "real" sobre cada pota. A l'hora de la veritat, però, la càrrega se la repartiran alternativament tres potes, diferents en cada cas, segons el lloc on se situï la taula; perquè sempre hi ha una pota que no toca a terra.

Heyman trasllada les desviacions entre el càlcul suposadament exacte i la realitat a un error en la teoria aplicada. Considera desencaminada la cerca de la corba "real" i dirigeix l'esforç cap a la cerca d'un estat d'equilibri; un entre tots els possibles.

En la teoria dels estats límit, que d'uns anys ençà es va imposant en l'anàlisi estructural, cal distingir els estats límit principals del secundaris, per bé que finalment cal garantir-los tots. En una estructura de formigó, per exemple, l'estat límit de fissuració es comprovarà després d'haver garantit uns valors de tensions i/o de deformacions. En el cas de les obres de fàbrica, dels tres requeriments bàsics que es demana a una estructura (resistència, rigidesa i estabilitat), Heyman considera que el requisit d'estabilitat és primordial respecte a qualsevol dels altres.

Pel que fa a la resistència, apunta la simplificació, possible en molts casos, de considerar la fàbrica infinitament resistent. De fet, el càlcul de Villarceau ja va il·lustrar que un pilar d'una catedral gòtica havia de tenir dos quilòmetres d'altura perquè col·lapsés per compressió pura. Les fàbriques, normalment, treballen a una desena part del seu valor de ruptura.

Pel que fa a la rigidesa, la fàbrica no té la rigidesa d'un vidre que es trencaria sense deformació d'avís previ, ni tampoc la deformabilitat de l'acer, on les fletxes i els guerxaments sí que poden ser importants i cal controlar bé el tema.

El problema és, doncs, primordialment, d'estabilitat. Centrant el tema en els arcs de dovelles, fins i tot considera que, generalment, es pot arribar a menystenir el possible lliscament entre dovelles, i centra la qüestió en la possible rotació entre dovelles, és a dir, en l'estudi de la fallida de l'arc per formació de més de tres ròtules o punts de fractura que es comporten com articulacions.

Així, segons Heyman, reconèixer la idoneïtat estructural d'un arc de fàbrica passa per reconèixer-li unes dimensions, o relacions proporcionals entre les seves parts, que facin possible almenys el traçat d'una corba de pressions, tot sencer per dins del massís de l'obra.

Intervencions de restauració

Els criteris de Heyman que acabem d'exposar no són opinions aïllades dins del sector professional que intervé en obres de restauració del nostre patrimoni, tot i que ben segur que no seran al cent per cent compartits per tothom. A vegades veiem algunes intervencions que poden semblar excessives o desmesurades, sobretot si tenim en compte la llarga existència i perdurabilitat de l'edificació que s'està restaurant. En aquests casos, l'anàlisi proposada per Heyman, que indirectament promou els mètodes gràfics, geomètrics i les regles de proporcions, sembla donar resultats més comprensius amb les patologies existents i les actuacions, aleshores, no són tan intervencionistes.

En aquesta línia més comprensiva amb el monument en qüestió podem citar, com a exemple, els treballs de Pere Roca a la catedral de Girona. En aquest cas, abans de proposar cap intervenció es fa una intensa campanya de recollida de dades durant un temps prolongat que abraça, almenys, un cicle anual. S'utilitza l'actual tecnologia avançada per captar mitjançant sensors qualsevol petit moviment de l'obra, ja sigui causat per una ventada, un moviment del terreny, un canvi higròtermic o climàtic, etc. De l'anàlisi de les dades recollides ha de sortir la proposta d'intervenció, i es contempla la possibilitat que finalment es conclogui que, tot i les esquerdes o patologies, l'obra es consideri estable i no requereixi cap gran intervenció.

Pere Roca ha elaborat un programa en elements finits especialment concebut per a obres de fàbrica que busca l'equilibri després d'un procés iteratiu en el qual es discriminen, en cada iteració, les traccions que apareixen per simular l'aparició d'una fissura, la qual cosa obliga a fer un recàlcul per trobar una nova redistribució de les tensions.

Seguint aquesta línia s'obre un possible debat sobre el sentit de determinades intervencions que donen com a resultat un fals monument que ja no explica l'enginy dels seus constructors. Les operacions de cirurgia modifiquen, a vegades, molt substancialment el comportament estructural del monument i hi deixen incrustat un esquelet intern que ja no permet que es comporti com havia estat pensat originàriament. Des d'aquest punt de vista creiem que seria bo comprendre millor el comportament estructural del monument i plantejar les intervencions en el patrimoni arquitectònic no solament per salvar una textura, un color i unes motllures d'unes façanes, sinó per recuperar un sistema arquitectònic complet, que expliqui a l'espectador l'art de construir d'una època concreta. Això implica que, entre les diferents anàlisis que es puguin fer de l'edificació considerada, caldria fer sempre una anàlisi d'estàtica gràfica, que de ben segur és la que van fer els seus constructors. De totes maneres, aquesta qüestió se surt massa dels propòsits i àmbits del nostre estudi i no volem entrar més en aquesta discussió.

Entre altres professionals partidaris d'utilitzar els mètodes gràfics de la línia de pressions per analitzar el comportament de les obres antigues de fàbrica, podem citar Albert Casals (ETSAB), José Luis González (ETSAB), Francisco Jurado (ETSAM)...

Pel que fa a Francisco Jurado i al seu entorn de l'ETSAM, podem destacar-ne les intervencions en monuments com ara l'aqüeducte de Segòvia, l'església de los Jerónimos de Madrid o la sinagoga de Sta. Maria la Blanca de Toledo. Per dur a terme aquesta mena d'intervencions en el patrimoni arquitectònic han desenvolupat un programari que anomenen Análisis Vectorial Automático especialment dissenyat per treballar en la restauració de monuments. Aquest programari ja el van exposar en el 1r Congrés Nacional de Tecnologia de

l'Arquitectura, a Madrid, el 1994. El programa facilita una subdivisió del model en diferents porcions, una avaluació dels pesos propis i de les sobrecàrregues (incloses les de vent i de sisme en equivalència estàtica) i una composició successiva de totes aquestes forces representades per vectors. A partir de les excentricitats obtingudes en cada secció, el programa ofereix la distribució de tensions, sempre menystenint la tracció, i per tant, finalment, la relació entre el màxim valor obtingut i la màxima tensió que resisteix el material dóna una idea sobre la seguretat de la construcció que s'està analitzant.

Entre els suports teòrics que cita Francisco Jurado figuren diversos textos d'Antonino Giuffrè, publicats a *Monumenti e terremoti* (Roma, 1988), sobre la conveniència de subdividir en parts l'estructura i buscar l'equilibri del conjunt per mitjà de l'equilibri de cada una de les parts. També cita Heyman i els seus teoremes sobre la multiplicitat de línies de pressions i sobre la conveniència de l'anàlisi plàstica en comptes de l'anàlisi elàstica en aquesta mena de construccions. Entre altres citacions podem destacar encara que fan de José Luis de Miguel Rodríguez quan plantegen els temes dels diferents tipus de càrregues i de quina seguretat cal adjudicar a l'obra existent o quina seguretat cal intentar assolir amb la intervenció que es proposa.

Nosaltres considerem suficient aquest suport teòric i pràctic per avalar el sentit del treball de recuperació dels mètodes gràfics que tractaven de localitzar diferents corbes de pressions en els arcs i, tal com indicàvem al començament, és a partir d'aquesta hipòtesi de partida que cal interpretar aquesta nostra proposta. De totes maneres la nostra proposta, encara un xic més ambiciosa, pretén posar sobre la taula la reconsideració dels mètodes gràfics no solament com a mètode d'anàlisi d'una obra ja construïda sinó com a eina per dissenyar obra nova, i per dissenyar i calcular al mateix temps, tal com feia Gaudí.

Part II:

Càlculs gràfics en temps de Gaudí

4 La formació d'Antoni Gaudí

Ensenyament de la geometria per la visió,
a l'obrador de Gaudí a la Sagrada Família:

Damunt d'una taula té un paraboloides hiperbòlic fet amb quatre llistons i fils vermells. Per demostrar pràcticament les seves propietats, fa entrar el sol a l'habitació on som, aixecant part de la coberta, que funciona amb contrapesos. Ens ensenya les projeccions del paraboloides hiperbòlic per mitjà de l'ombra que fa damunt d'una taula que, segons la posició, dóna línies radials o paral·leles. Gaudí creu que aquesta superfície és la síntesi de tota la geometria, puix diu que tot surt del paraboloides hiperbòlic.

Gaudí pregunta: “No fóra bonica la geometria explicada així?”
Pondera aquest procediment de fer les coses veient-les, i diu que, d'aquesta manera, no s'obliden mai i hom les sap del cert.

És la millor demostració; quan un ha vist una cosa, diu: –Sí, és cert, jo ho he vist–. Quan en matemàtiques queda demostrat quelcom, es diu que *és evident*. L'*evidència* és als ulls de l'esperit el que la *visió* és als ulls del cos.

Antoni Gaudí

MARTINELL, Cèsar. *Gaudí i la Sagrada Família explicada per ell mateix*. Pàg. 63-64.

4 La formació d'Antoni Gaudí

Després de fer un repàs en l'evolució històrica des de l'inici de la geometria fins a l'estàtica gràfica i el naixement de la ciència de la resistència dels materials i de veure quin era l'estat de la situació en temps de Gaudí, es tracta ara d'esbrinar fins a quin punt tots aquests progressos havien arribat a Catalunya, i fins a quin punt van poder ser assumits i transmesos pels diferents professors que Gaudí va tenir, des de l'Institut de Reus fins a l'Escola d'Arquitectura de Barcelona.

4.1 L'ensenyament primari i secundari

Segons explica Ràfols, Gaudí estudià l'ensenyament primari a Reus, en un col·legi que dirigia Rafael Palau, dins l'hospital de la ciutat. Per altra banda, Eduard Toda i Güell, condeixeble i amic d'infantesa de Gaudí, explica en un article publicat el 1936 que tots dos havien coincidit a l'escola del mestre Francesc Berenguer, en una mansarda del carrer Monterols, a Reus. Francesc Berenguer era el pare del qui va ser "la mà dreta" de Gaudí, segons paraules d'ell mateix, Francesc Berenguer i Mestres (1866-1914).

Per a l'ensenyament secundari Gaudí va matricular-se al col·legi dels escolapis de Reus, antic convent de Sant Francesc, on va estudiar des de 1863 fins a 1868. Fins al 1845 l'ensenyament mitjà era dins de convents i seminaris. El 1854 es creà a Barcelona el primer institut, agregat a la universitat, que al cap de tres anys s'anomenà Institut Provincial d'Ensenyament Secundari. A Reus, l'Escola Pia va adquirir la categoria d'institut d'ensenyament mitjà, vinculat a l'Institut de Tarragona, el 1860, poc abans que Gaudí s'hi matriculés.

Cèsar Martinell va recollir les dades de l'expedient acadèmic de Gaudí de l'arxiu de l'Institut de Tarragona, del qual depenia l'Institut de Reus. Així, tenim informació sobre la formació de Gaudí en tota la seva etapa de l'ensenyament secundari, el batxillerat. En primer lloc veiem com descriu la sol·licitud d'ingrés a l'Institut, on es fa present entre altres requisits la necessària i prèvia presentació del certificat de baptisme. Vegem en detall en què consistí l'examen d'ingrés el 14 de setembre de 1862, quan Gaudí tenia 10 anys.

Reproducció literal de l'examen d'ingrés a l'Institut de Reus:

Preguntas de Doctrina cristiana:

- . ¿Qué es Bautismo?
- . ¿Aquel que no es bautizado puede recibir otros sacramentos? ¿Por qué?
- . ¿Qué significa el agua?
- . De cuántas especies de Bautismos hay, ¿Cuál es el de agua? ¿Cuál el de sangre, cuál el de fuego, etc.?

Preguntas de Gramática:

- . ¿Qué es preposición? ¿Para qué sirve en la lengua castellana?
- . ¿Porqué los nombres propios no admiten el artículo?
- . Conjuguar el verbo *dispersarse*
- . Sentencia, máxima o período. Cuando entres en la iglesia te quitarás el sombrero.

Operación de Aritmética:

- . $6789356 \times 38 =$
- . Una suma de cuatro sumandos

Al final, l'examen està signat i rubricat per l'alumne, Antoni Gaudí, i també pels senyors professors.

El resultat de l'examen, segons es fa constar al mateix full, és APROVAT.

Amb aquesta prova es fa evident la forta pressió exercida des dels centres educatius i dirigida des de les mateixes institucions per transmetre als infants i adolescents la doctrina catòlica. De deu preguntes, la meitat són de doctrina cristiana, n'hi ha tres de gramàtica i dues d'aritmètica. Aquesta proporció demostra les prioritats d'aquell moment i és un reflex cultural d'aquell temps. Antoni Gaudí va néixer i va viure en un estat que no era laic. La seva posterior devoció religiosa, que l'ha portat al llindar de la santificació, de ben segur que hauria sigut diferent en un entorn més neutral i no tan dirigit. En contraposició, potser també podríem dir que aquesta pressió, convertida sovint en repressió, és la clau de l'explicació de la violència antireligiosa que es va encendre en determinats moments, com en la Setmana Tràgica de 1909, i que esdevenia la vàlvula d'escapament d'una classe treballadora massa castigada. Gaudí, però, no es va situar mai en aquest altre cantó.

En la resta de l'expedient acadèmic de Gaudí podem trobar les dades i qualificacions de l'Institut que resumim a continuació:

1r curs. 1863-1864 (11 anys)		
Llatí i castellà, 1r curs		mitjà
Doctrina cristiana i història sagrada		mitjà
Principis i exercicis d'aritmètica		suspens
Ídem. Examen extraordinari		reprovat
2n curs. 1864-1865 (12 anys)		
Geografia descriptiva		suspens
Ídem. Examen extraordinari		mitjà
3r curs. 1865-1866 (13 anys)		
Llengua grega, 1r curs		notablement aprofitat
Geometria i aritmètica		notable – excel·lent
Principis d'aritmètica		notablement aprofitat
4t curs. 1866-1867 (14 anys)		
Psicologia		notablement aprofitat
Geografia descriptiva i història general		notablement aprofitat
Religió i moral		bo
Retòrica i poètica		notablement aprofitat
5è curs. 1867-1868 (15 anys)		
Matemàtiques		notablement aprofitat
Doctrina cristiana i historia sagrada		aprovat

Tot i haver suspès l'Aritmètica a primer curs, a tercer curs obté la millor qualificació del seu currículum en Geometria i aritmètica, i a cinquè torna a destacar en Matemàtiques. Per altra banda, en l'altra assignatura suspesa a segon curs, Geografia descriptiva, també experimenta una millora a quart curs, i destaca en l'assignatura Geografia descriptiva i història general. Altres matèries en què destaca són Llengua grega, Psicologia i Retòrica i poètica. Fent una mitjana de totes aquestes qualificacions podem considerar que era un bon estudiant.¹

Gaudí no acabà el batxillerat a Reus. Ja amb 16 anys, sembla que Gaudí es preparà durant tot el curs següent, 1868-1869, per als exàmens lliures a l'Institut Balmes de Barcelona. Així, acabà els estudis de batxillerat a Barcelona, el juny de 1869, un any després de les darreres qualificacions a l'institut de Reus.

També Cèsar Martinell recull les proves i les qualificacions de l'arxiu d'aquest institut:

Exàmens com a alumne lliure		
3 de juny de 1869		
Elements de física		aprovat
25 de juny de 1869		
Història natural		aprovat

¹ Per fer aquesta mitjana s'ha considerat que aprovat=5, mitjà=6, bo=7, notablement aprofitat=8 i notable-excel·lent=9.

És curiós de fer notar que justament són aquestes matèries aquelles de les quals es va examinar a Barcelona. D'una banda, la Física, que inclou la mecànica i l'estabilitat de les estructures, temes destacables en les obres de Gaudí i que originen aquesta tesi; i d'altra banda la Història natural, on ell trobà sempre una font d'inspiració i imaginació. Aquestes dues notes consten en l'expedient de l'Escola d'Arquitectura com a certificacions presentades de l'ensenyament secundari; en canvi no hi consta cap de les qualificacions obtingudes a l'institut de Reus.

Aquests primers anys de la vida de Gaudí van ser de forta inestabilitat política. La Revolució de Setembre de 1868 va ésser un cop d'estat militar del general Prim,² de Reus, que acabà amb el regnat d'Isabel II.

La hipòtesi que aquesta és la causa que Gaudí passés un any sense estar matriculat a cap centre, o que fos el motiu per marxar de Reus cap a Barcelona, és la més versemblant. Altrament, potser el trasllat podria haver estat motivat perquè començava a preparar el seu ingrés a l'Escola d'Arquitectura, o simplement per acompanyar el seu germà Francesc, que estudiava medicina. Tot i les circumstàncies polítiques adverses, encara podem fer notar un detall: al juny de 1869 es va poder traslladar a Barcelona per examinar-se a l'Institut Balmes, però en canvi al setembre les circumstàncies polítiques li causaren problemes a l'hora de viatjar cap a Barcelona per la matrícula a la universitat.

² Joan Prim (Reus 1814 – Madrid 1870). Militar i polític espanyol. Es distingí en la primera guerra carlista, que acabà amb el grau de coronel. Maçó i lliberal, s'uní al Partit Progressista, però molt aviat s'apartà d'Espartero. Va ser capità general de Puerto Rico (1847-1848) i de Granada (1855-1856). Després d'unir-se a la Unió Lliberal, adquirí gran popularitat a la guerra d'Àfrica (1859-1860). Comandant de les forces espanyoles enviades a Mèxic, ocupà Veracruz i San Juan de Ulúa i firmà la Convenció de La Soledad (1862), però, oposat al projecte francès d'establir un imperi, se'n tornà a la península amb les seves tropes. Després de diferents pronunciaments fracassats, el 1868 participà en la Revolució de Setembre. Ministre de la Guerra en el primer govern provisional, el 17 de juny de 1868 ocupà el lloc de cap d'estat. Defensor d'una monarquia constitucional, s'esforçà per aconseguir un candidat al tron espanyol, que trobà en Amadeu I de Savoia, fill del rei italià. L'assassinat de Prim va deixar el nou rei sense el seu principal home de confiança, tot i això, poc després fou elegit rei pels diputats progressistes al novembre de 1870. Amadeu I, durant el seu breu regnat, va haver de patir l'escissió dels progressistes en constitucionals i radicals, l'oposició dels alfonsins i els aixecaments carlistes i republicans de 1872. La falta de suport necessari el portà a l'abdicació l'11 de febrer de 1873, data en què fou proclamada la primera República.

4.2 Estudis universitaris

Universitat de Barcelona

A final del segle XIX, per estudiar arquitectura primer calia fer tres cursos a la Universitat de Barcelona, “la Universidad Literaria”, tal com se l’anomenava aleshores. L’actual edifici de la plaça Universitat projectat per Elies Rogent encara no existia, així que aquesta universitat, juntament amb l’Institut d’Ensenyament Secundari, s’ubicava en el convent del Carme Calçat, prop del convent dels Àngels i de la casa de la Caritat al barri del Raval, de Barcelona. El convent del Carme és un edifici desaparegut després dels enderrocaments de 1874, en els temps de la desamortització, que van facilitar l’obertura del carrer Pintor Fortuny.

Es conserva un document que relaciona Gaudí amb el temps d’instabilitat política, de revoltes i de canvis que li tocà viure. És una prova de la influència de les circumstàncies sobre Gaudí, en el sentit que justifica el fet que no comencés abans la carrera universitària. Quan Antoni Gaudí va voler traslladar-se a Barcelona per matricular-se a la universitat, coincidí que a Reus hi havia hagut l’aixecament del general Prim. La gent va haver de romandre tancada a casa, la qual cosa li va fer perdre el termini de matrícula i inscripció a la Universitat de Barcelona. Antoni Gaudí va escriure una carta al rector en què li sol·licitava que admetessin la seva matrícula fora del termini i on es justificava amb les circumstàncies polítiques.

El document és una carta manuscrita d’Antoni Gaudí que es conserva juntament amb el seu expedient universitari a l’Arxiu General i Històric de la Universitat de Barcelona. Hem pogut veure que el text té esmenes per convertir el nombre d’assignatures del plural al singular, com si el corrector volgués fer notar que només es tractava d’una sola assignatura. Això és fals, ja que aquests títols consten sempre com a dues assignatures diferents i fins aleshores eren impartides per dos professors diferents:

Dr. Joaquín Riquelme, professor de *Geometría analítica de 2 y de 3 dimensiones*
Dr. Llorenç Presas, professor de *Complemento de álgebra y geometría*

Per altra banda, veurem després que justament aquell curs que s’iniciava, el Dr. Llorenç Presas va passar a impartir-les totes dues. Aquest fet podria haver sigut el motiu de l’esmena. Cal tenir en compte, però, que a l’expedient acadèmic de Gaudí finalment consten dues assignatures, i totes dues les va aprovar el curs 1869-1870.

A continuació reproduïm literalment aquesta carta.

Carta al rector

Antonio Gaudí Cornet, de 17 años de edad, natural de Reus, provincia de Tarragona, a Ud. con el debido respeto expone que:

Deseando estudiar en esta universidad las asignaturas al margen notadas, las que es imprescindible para ingresar a la carrera de Arquitectura, y no pudiendo presentarse al tiempo señalado para su matrícula a causa de que las circunstancias políticas no han permitido el ponerse antes en camino.

A Ud. respetuosamente acude a fin de alcanzar de su recto proceder que mediante el pago de los derechos de matrícula correspondientes se le admite inscribirse en la matrícula del curso 1869-1870 en las asignaturas expresadas.

Gracia que el esponente espera de la rectitud de Ud.

11 de octubre de 1869

*Complemento de álgebra, geometría y trigonometría rectilínea y esférica
Geometría analítica de dos y tres dimensiones*

El mateix dia que escriu aquesta carta al rector omple l'imprès de matrícula. Això fa pensar per una banda que la carta al rector, més que una sol·licitud, va ser un pur tràmit, i per altra banda que la universitat era aleshores molt petita, en nombre de professors i d'alumnes, i que per un assumpte relativament senzill com aquest s'escrivia directament una carta al rector i no al cap d'estudis de la facultat en qüestió, com es faria ara.

A continuació reproduïm literalment l'imprès de matrícula:

Universidad de Barcelona	
Facultad de ... <i>Ciencias</i> ...	Curso de 1869 a 1870
<p>D. ...<i>Antonio Gaudí Cornet</i>... natural de ...<i>Reus</i>... provincia de ...<i>Tarragona</i>... de ...<i>17</i>... años de edad, solicita matricularse en las asignaturas expresadas al margen mediante pago de los derechos marcados en el Reglamento de Universidades del Reino.</p> <p>Vive en ...<i>Barcelona</i>... calle ... <i>Moncada</i>... núm. ...<i>12</i>... cuarto ...<i>tienda</i>... y su fiador D. ...<i>Pancracio Barnusell</i>... en esta ciudad, calle ...<i>Moncada</i>... núm. ...<i>12</i>... cuarto ...<i>tienda</i>...</p> <p>Barcelona, ...<i>11</i>... de ...<i>octubre</i>... de ...<i>1869</i>...</p> <p><i>Complemento de álgebra</i> <i>Geometría y trigonometría rectilínea y esférica</i> <i>Geometría analítica de dos y de tres dimensiones</i></p>	

És un full imprès amb el segell de la universitat i preparat amb els espais buits perquè l'omplin els aspirants per formalitzar la sol·licitud de matrícula. Antoni Gaudí va omplir a mà el seu imprès, i tot i que ara pot arribar a semblar que parla de tres assignatures, ja hem vist que només eren dues. *Complemento de álgebra, geometría y trigonometría rectilínea y esférica* és un títol massa llarg i que trobem abreujat sovint amb el nom *Complemento de álgebra y geometría*.

D'altra banda, veiem que, de moment, ve a Barcelona tot sol, sense la família, i l'acull el Sr. D. Pancracio Barnusell, d'una botiga del carrer Montcada, núm. 12, que li fa de fiador. De ben segur que devia ser un amic o conegut de la família. Podem destacar també que el carrer Montcada, on va viure Gaudí, té nombrosos exemples d'arquitectura civil i de palaus gòtics de famílies benestants. Actualment és encara un dels carrers més bonics del barri de la Ribera, i prova d'això és que s'hi ha instal·lat, entre altres museus, el Museu Picasso.

En el full d'inscripció de l'any següent, ja és el seu pare, Francesc Gaudí, qui li fa de fiador, i pel que sembla es traslladen a un pis proper i també molt cèntric, al carrer de l'Espaseria, núm. 10, al costat de la basílica de Santa Maria del Mar.

A continuació reproduïm literalment el segon imprès de matrícula, copiat de l'original, que es mostra en el fragment de la fig. 4.2.1:

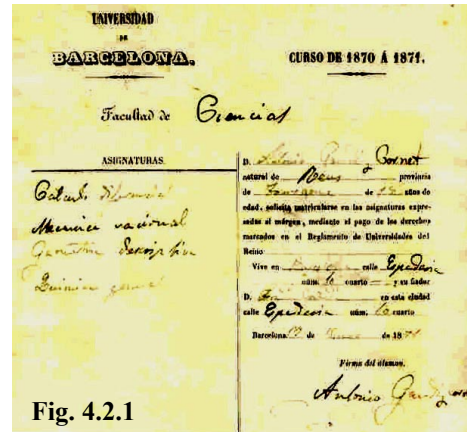


Fig. 4.2.1

<p>Universidad de Barcelona</p> <p>Facultad de <i>...Ciencias...</i></p>	<p>Curso de 1870 a 1871</p>
<p>D. <i>...Antonio Gaudí Cornet...</i> natural de <i>...Reus...</i> provincia de <i>...Tarragona...</i> de <i>...18...</i> años de edad, solicita matricularse en las asignaturas expresadas al margen mediante pago de los derechos marcados en el Reglamento de Universidades del Reino.</p>	
<p>Vive en <i>...Barcelona...</i> calle <i>...Espaderia...</i> núm. <i>...10...</i> cuarto <i>...—...</i> y su fiador D. <i>...Fco. Gaudí...</i> en esta ciudad, calle <i>...Espaderia...</i> núm. <i>...10...</i> cuarto <i>...—...</i></p>	
<p>Barcelona, <i>...17...</i> de <i>...enero...</i> de <i>...1871...</i></p>	
<p><i>Cálculo diferencial</i></p> <p><i>Mecánica racional</i></p> <p><i>Geometría descriptiva</i></p> <p><i>Química general</i></p>	

Una altra cosa que sorprèn és la data de matrícula, al mes de gener. Això fa pensar que la durada de les diferents assignatures i dels cursos acadèmics potser era semestral o quadrimestral i no pas anual. D'altra banda, els períodes de matrícula potser no eren tan rígids com el que podia pensar-se després de veure l'anterior carta al rector.

El tercer any que Gaudí és a Barcelona torna a canviar de pis. Aquesta vegada la família es trasllada al carrer Montjuïc de Sant Pere, a l'altre cantó de la rambla, potser a la cerca d'un lloguer més econòmic en un pis no tan cèntric.

A continuació reproduïm literalment el darrer imprès de matrícula d'aquesta universitat:

<p>Universidad de Barcelona</p>	
<p>Facultad de ...<i>Ciencias</i>...</p>	<p>Curso de 1871 a 1872</p>
<p>D. ...<i>Antonio Gaudí Cornet</i>... natural de ...<i>Reus</i>... provincia de ...<i>Tarragona</i>... de ...<i>19</i>... años de edad, solicita matricularse en las asignaturas expresadas al margen mediante pago de los derechos marcados en el Reglamento de Universidades del Reino.</p>	
<p>Vive en ...<i>Barcelona</i>... calle ...<i>Montjuich de S. Pedro</i>... núm. ...<i>16</i>... cuarto ...<i>4</i>... y su fiador D. ...<i>Francisco Gaudí Serra</i>... en esta ciudad, calle ...<i>Montjuich de S. Pedro</i>... núm. ...<i>16</i>... cuarto ...<i>4</i>...</p>	
<p>Barcelona, ...<i>28</i>... de ...<i>septiembre</i>... de ...<i>1871</i>...</p>	
<p><i>Geografía</i></p>	
<p><i>Geodesia</i></p>	
<p><i>Física</i></p>	
<p><i>Historia natural</i></p>	

És important advertir que li queda suspesa del curs anterior justament l'assignatura de Mecànica racional, però en canvi no s'hi torna a matricular per aprovar-la. Per altra banda és curiós que cap de les quatre assignatures a què es matricula aquest tercer curs li seran necessàries a l'hora de presentar certificacions per a l'ingrés a l'Escola d'Arquitectura. Veurem que després no s'examinarà de cap de les assignatures, a excepció de la Història natural. Així, sembla que ja es confirma un cert interès cap al coneixement de la natura, sobre la qual, més tard, el mateix Gaudí va dir que era el llibre obert per a la seva inspiració.

Joan Bassegoda relaciona els primers domicilis de Gaudí, al carrer Montcada i Espaseria, amb la proximitat a l'Escola de la Llotja, i en canvi es fixa que els posteriors domicilis, als carrers Montjuïc de Sant Pere i Cadena, són més pròxims a la nova situació de l'Escola d'Arquitectura dins la Universitat de Barcelona, al convent del Carme.

Durant el curs 1872-1873 Gaudí no es va matricular de cap assignatura més. Li quedava suspesa, encara, la Mecànica racional, a més d'altres assignatures de les quals no s'havia presentat a exàmens. Potser durant aquest quart curs, anà d'oient a alguna classe que li pogués

interessar, però Gaudí ja sabia on volia anar i començà a preparar el curs d'ingrés a l'Escola d'Arquitectura, on s'examinà per lliure.

Gaudí ja havia complert els tres cursos reglamentaris a la Universitat de Barcelona (1869-1870, 1870-1871, 1871-1872) i va escriure la següent carta al rector, en la qual sol·licitava les certificacions que necessitava presentar per a l'ingrés a l'Escola d'Arquitectura:

M. J. S. (Muy ilustre señor)

Debiendo ingresar el abajo firmante en la escuela de Arquitectura y necesitando para ello certificación de las asignaturas siguientes:

Complemento de álgebra
Trigonometría rectilínea y esférica
Geometría analítica de dos y de tres dimensiones
Geometría descriptiva
Cálculo integral y diferencial

Con el debido respeto le suplica mande hacerlas, de lo que le quedaré sumamente agradecido por su benevolencia.

D. G. a S. S. muchos años
 (Dios Guarde a Su Señoría?)

Antonio Gaudí Cornet

Per les dues notes manuscrites i signades al marge del full, deduïm que la carta arribà al rector Bergara immediatament i que les certificacions li van ser atorgades el mateix dia que les sol·licità, el 25 de setembre de 1873. Segurament aquesta va ser la data oficial del seu ingrés a l'Escola d'Arquitectura de Barcelona.

Quan ja fa un any que Gaudí és alumne a l'Escola d'Arquitectura de Barcelona sembla que li reclamen la certificació de l'assignatura que li quedava suspesa, Mecànica racional, i que arrossegava des de feia quatre anys (fins i tot després d'haver començat els estudis d'Arquitectura). És per això que, arribat en aquest punt, hagué d'escriure una altra carta al rector en la qual sol·licitava que se li expedís papereta d'examen per poder aprovar l'assignatura i presentar les certificacions que li requerien a l'Escola d'Arquitectura. Per aquesta carta Gaudí va haver de pagar els segells i impostos que veiem en el timbre de la part superior. La reproduïm literalment:

E^o, J^{or}

Habiendo el infrascrito sido suspendido en la asignatura de Mecánica Racional en el mes de setiembre del año anterior y deseando examinarme, suplica atentamente a Ud. se sirva mandar expedir papeleta de exámenes.

Gracia que espero de Ud.

Barcelona, 14 de octubre de 1874

Antonio Gaudí Cornet

Observeu la data en què demana al rector que li permetin tornar a examinar-se d'aquesta assignatura suspesa: el 14 d'octubre de 1874. És sorprenent que la data en què presenta la certificació a l'Escola d'Arquitectura és justament l'endemà, 15 d'octubre de 1874. Pot ser que s'examinés el mateix dia que ho va sol·licitar? O potser l'endemà? En qualsevol dels dos casos, ¿va haver-hi prou temps, vint-i-quatre hores, perquè el rector rebés la sol·licitud, comunicés el fet al professor que l'havia d'examinar, citessin Gaudí per examinar-lo i, a més, el mateix dia Gaudí tingués la prova corregida, qualificada i certificada, i que encara tingués temps de presentar la certificació a l'Escola d'Arquitectura? Sembla que aquest examen de recuperació, si és que es va fer, va ser molt "especial".

La realitat, però, és que la carta va arribar al rector el mateix dia, i prova d'això és que va escriure al mateix full, al marge superior esquerre, la nota signada i rubricada:

Barc-14 oct/74. Admitase de al exam_. El Rector Bergara

A l'altra cantonada, la superior dreta, hi una altra nota manuscrita curta, però que costa de llegir, signada per E. Pujol:

71-72. Mecánica susp. ¿.....? E. Pujol (Signatura rubricada)

Podria ser que la paraula que no llegim bé digués alguna cosa així com “a prueba” o “por ver” o “prueba ver”, que podria reflectir el retorn de la carta amb l’aprobat de Gaudí. Però de totes maneres ens segueix quedant una dèbil garantia d’aquesta recuperació, ja que E. Pujol no era el professor de mecànica sinó que simplement devia ser el secretari.

També és curiós d’observar que necessitava aquesta assignatura per ingressar a l’Escola, però tot i això ja hi havia ingressat l’any anterior.

Tots dos detalls ens parlen d’una universitat no massificada, amb unes relacions personals més directes dels alumnes, no sols amb els professors, sinó fins i tot amb el rector.

Finalment l’expedient complet de la carrera literària de l’alumne Antoni Gaudí i Cornet, que es conserva a l’Arxiu Històric de la Universitat de Barcelona, diu el següent:

Expediente de la carrera literaria del alumno			
D. ...Antonio Gaudí Cornet...			
Cursos académicos		Notas obtenidas en el examen	
		Ordinario	Extraordinario
	<i>Ciencias</i>	Ordinario	Extraordinario
1869-70	<i>Complemento de álgebra</i>	<i>Apr.</i>	
	<i>Geometría analítica</i>	<i>Apr.</i>	
1870-71	<i>Cálculo diferencial e integral</i>	<i>Apr.</i>	
	<i>Geometría descriptiva</i>	<i>Apr.</i>	
	<i>Mecánica racional</i>	<i>Susp.</i>	<i>Apr. 73-74</i>
	<i>Química general</i>	—	
1871-72	<i>Geodesia</i>	—	
	<i>Ampliación de física</i>	—	
	<i>Historia natural</i>	<i>Apr.</i>	
	<i>Geografía</i>	—	

Suposem que les assignatures assenyalades amb un guionet són les assignatures de les quals es va matricular però a les quals després no es va presentar. Les assignatures finalment aprovades són sis en total, cinc de les quals les presenta certificades per a l’ingrés a l’Escola d’Arquitectura; és a dir, totes excepte Història natural.

Tot i que no constin al seu expedient oficial, hi ha relats que parlen d'un Gaudí interessat per altres matèries que s'impartien a la universitat a les quals va assistir d'oient. El text d'Isidre Puig i Boada³ concreta que Gaudí s'interessà per les classes d'estètica de Milà i Fontanals⁴ i per les classes de filosofia de Llorens i Barba.⁵ Vegem el paràgraf que, a més a més de testimoniar aquest fet, parla del singular perfil del Gaudí "mal estudiant":

En la vida d'estudiant de Gaudí fermentaven ja els llevats que havien de fer la seva obra forta i assaonada. Havíem sentit dels seus llavis explicar com, mentre el catedràtic recitava les lliçons, ell, en inicial inconformisme, es plantejava els problemes de plàstica i d'estàtica que anys després havia de resoldre; la seva imaginació i el seu pensament caminaven tot seguit per camins estranys al professor: no escoltava el que aquest deia. Quan el catedràtic, però, encetava un tema per a ell interessant, s'hi abocava amb tanta força, regirant tots els llibres al seu abast, que aviat en sabia més que el mestre. Naturalment, Gaudí era un mal alumne, i els *suspensos* foren abundosos en la seva fulla d'exàmens.

Freqüentava, en canvi, altres càtedres, com la de Filosofia de Llorens i Barba i la d'Estètica de Milà i Fontanals, guiadors d'una generació il·lustre que cercava en l'excursionisme i el folklore, amb l'amorós descobriment de la nostra Edat Mitjana, el ressonador del moviment cultural d'aquell temps que era el romanticisme.

Segons el mateix relat de Puig Boada, és justament aquest interès que Gaudí mostrà per la filosofia i l'estètica impartida pels cèlebres catedràtics el que el dugueren a escriure en el seu dietari personal, conservat a Reus, l'anotació:

10 d'agost de 1870. Em proposo de fer estudis seriosos d'ornamentació. El meu objecte és de fer-la interessant i intel·ligible.

Aquest fet confirma que l'etapa del Gaudí estudiant no fina amb el seu expedient acadèmic sinó que cal complementar-la amb aquells focus d'interès que inflüiren la seva formació. De totes maneres, des del nostre punt de vista concret i centrat en la geometria de les voltes i en la mecànica funicular, veiem els camps d'estudi de Milà i Fontanals i de Llorens i Barba excessivament allunyats del nostre treball.

³ PUIG i BOADA, Isidre. *El temple de la Sagrada Família*. Ed. Barcino, Col·lecció "Sant Jordi", Barcelona, 1929, pàg. 190-191.

⁴ Milà i Fontanals, Pau (Vilafranca del Penedès 1810 – Barcelona 1883). Pintor i teòric de l'art. Va estudiar a Roma, orientat pels natzarens. Les seves ensenyances, en tornar a Barcelona el 1841, contribuïren al renaixement dels estudis artístics a la Península Ibèrica. Esdevingué professor de teoria i història de l'art a la nova Acadèmia de Belles Arts de Barcelona (1850). Es conserven algunes obres seves en col·leccions particulars. Col·laborà en diverses revistes, com ara *El Arte*. Com a diputat i vocal de la comissió provincial de monuments històrics, dugué a terme una important tasca en defensa dels edificis amenaçats del picot "progressista".

⁵ Llorens i Barba, Francesc Xavier (Vilafranca del Penedès 1820 – Barcelona 1872). Filòsof. Fou, amb Martí d'Eixalà, el representant més important de l'anomenada Escola de Barcelona. Estudià filosofia i dret a la Universitat de Barcelona, on fou catedràtic de metafísica des del 1847 fins a la seva mort. La seva filosofia es proposà la superació de l'empirisme i el racionalisme amb l'elaboració d'una síntesi dels elements de veritat que les dues filosofies tenen.

L'Escola d'Arquitectura de Barcelona

L'Escola d'Arquitectura de Barcelona va néixer el 1875 amb Elies Rogent com a director. Fins aleshores els arquitectes catalans havien hagut d'anar a estudiar a Madrid, i si es quedaven a Barcelona tan sols podien estudiar per ser mestres d'obres. Gaudí inicià els estudis d'arquitecte el curs 1872-1873, és a dir, dos anys abans de la fundació de l'Escola. Per entendre millor aquest fet cal analitzar, en la història precedent, els antecedents en l'ensenyament d'arquitectura a Barcelona.

L'Escola de Nobles Arts de Llotja es fundà el 1775, cent anys abans, patrocinada per la Junta Particular de Comerç de Barcelona. Aquesta escola va anar evolucionant, a través de l'ensenyament dels diferents oficis, inclòs el de la construcció. Al llarg del s. XIX, Barcelona ha de lluitar per la creació de la seva Escola d'Arquitectura contra la centralització borbònica, gelosa de concedir el dret d'ensenyar. L'Acadèmia de San Fernando de Madrid concedeix el tracte de sucursal a l'escola de Valladolid i a la de València, però no pas a la de Barcelona. No és fins a l'any 1850 que l'Escola de Nobles Arts de Llotja es transforma en Reial Acadèmia de Belles Arts Sant Jordi. Aquesta és una de les últimes llicències que es concedeix, fins i tot ja fora d'època, i l'escola obté una categoria similar a la de la mateixa Acadèmia de San Fernando de Madrid. Amb aquesta concessió s'oficialitza també l'ensenyament dels mestres d'obres.

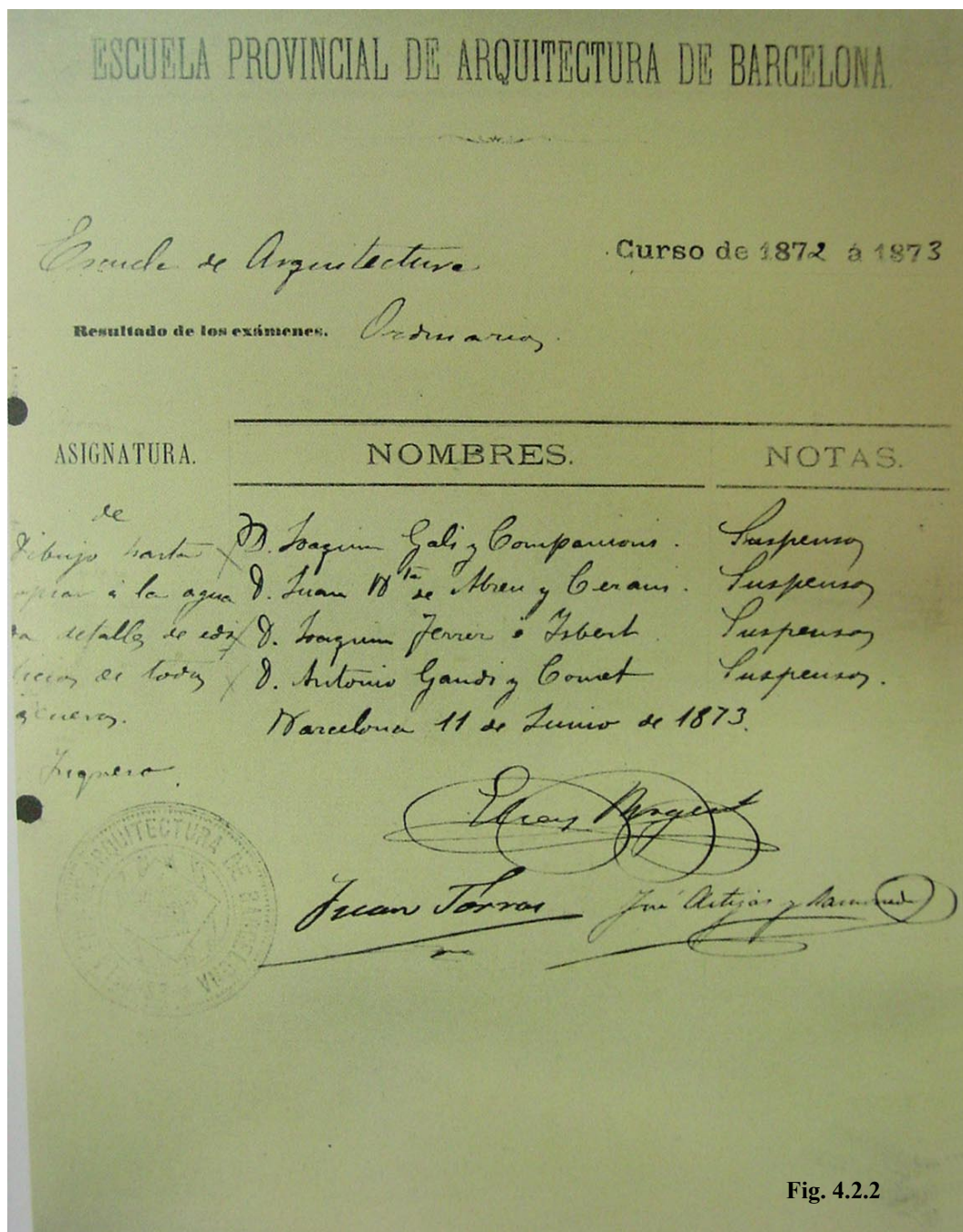
L'Escola de Mestres d'Obres funcionà des del 1850 fins al 1870. És el precedent immediat de l'Escola d'Arquitectura de Barcelona. El seu professorat passarà d'una a l'altra en la dècada de 1870, fins que es produeix la supressió definitiva de la primera per instaurar definitivament l'Escola d'Arquitectura de Barcelona. La seqüència de diferents noms que rebé l'Escola al llarg d'aquells anys delata que aquest traspàs no va ser senzill. Durant el curs 1869-1870 va funcionar l'Escola Politécnica Provincial, encara no era oficial. El curs 1871 començaren les classes a l'Escola Lliure Provincial d'Arquitectura, que a partir del 1875 s'oficialitzà i va poder emetre títols oficials. En canviar el nom es fundà la definitiva Escola Tècnica Superior d'Arquitectura de Barcelona.

Tots aquests canvis coincideixen de ple amb el temps en què Gaudí feia els cursos d'ingrés a la Universitat i a l'Escola d'Arquitectura. Encara hi ha alguns arquitectes catalans, contemporanis de Gaudí, que no estudiaren a Barcelona, potser per desconfiança en el futur de la naixent escola, potser cercant major prestigi personal; però ben probablement es tractava de fills de famílies benestants, i no va ser el cas de Gaudí.

La carrera d'arquitectura s'estructurava en un curs d'ingrés, un curs preparatori i quatre cursos, i finalitzava amb uns exercicis de revàlida que equivalien a l'actual projecte de final de carrera. Sembla, per tant, que eren sis cursos més el projecte final, però veurem que això no es correspon amb la realitat, ja que Gaudí es matricula simultàniament d'assignatures de cursos diferents i acaba la carrera en quatre anys i escaig.

Gaudí inicia els primers estudis a l'Escola Provincial d'Arquitectura amb 20 anys, el curs 1872-1873, però no obté cap qualificació aprovada fins al final del curs següent, pocs dies després d'haver aconseguit la certificació de l'assignatura de mecànica racional que li quedava pendent de la Universitat de Barcelona.

Una prova que durant aquest curs Gaudí s'estava preparant per ingressar a l'Escola és l'exercici de gnomònica, dins de l'assignatura d'Ombres i perspectiva del curs preparatori, que es conserva en el Museu de Reus. Es tracta d'un rellotge inclinat i declinant, datat del 3 de maig de 1873. És també durant aquest curs quan va preparar l'assignatura de Detalls arquitectònics del curs preparatori, que incloïa una còpia a l'aiguada de detalls d'edificis de tota mena, i fou suspès l'11 de juny de 1873. En el full de notes podem veure que el tribunal, format per Rogent, Torras i Artigas, suspengué els quatre alumnes que es presentaren a aquesta convocatòria d'exàmens ordinaris (fig. 4.2.2).⁶



⁶ Curiosament, cap dels noms dels altres tres alumnes figura a les llistes dels nous titulats en els anys posteriors. Potser aquell primer any Gaudí va tenir la mala sort de tenir uns companys de promoció que es desanimaren i abandonaren els estudis. No va ser, però, el seu cas.

L'assignatura Còpia de guix, del curs preparatori, la suspengué el 17 de novembre de 1873. Es diu que per fer models de guix calia pagar un modelista, la qual cosa Gaudí no va voler fer i per això el seu treball defectuós fou suspès.

El curs 1873-1874 obtingué les primeres qualificacions d'aprobat, en les assignatures:

- . Còpia de guix (curs preparatori), el 5 de setembre de 1874.
- . Traducció del francès (curs d'ingrés, però no consta a l'expedient),
- . Dibuix lineal (curs d'ingrés) i
- . Dibuix de figura (curs d'ingrés), totes tres el 24 d'octubre de 1874.
- . Detalls arquitectònics (curs preparatori), i
- . Dibuix de conjunts (1r curs), el 5 de novembre de 1874, amb un tribunal format per J. Torras, A. Font i J. Vilaseca.

Les assignatures del curs d'ingrés eren lliures i Gaudí les cursa simultàniament amb les del curs preparatori. Fins i tot aprova abans Còpia de guix, del preparatori, que les altres d'ingrés. Aquesta data, el 5 de setembre, també és anterior a la certificació de Mecànica racional, i per tant és una prova per desvincular la possible relació que hi pogué haver.

El 24 d'octubre de 1874 s'examinà d'Ombres i perspectiva, que incloïa la gnomònica, però fou suspès i no l'aprova fins al juny de 1875.

El curs 1874-1875 va aprovar les assignatures següents:

- . Resistència de materials (1r curs), el 20 de juny, i
- . Estereotomia (1r curs), el 30 de juny de 1875.
- . Hidràulica (2n curs) i
- . Màquines i motors (3r curs), totes dues aprovades al mes de juny, i també
- . Primer curs de projectes (2n curs), amb un excel·lent a la convocatòria extraordinària.

Sembla que, en realitat, l'assignatura de Resistència de materials, la d'Hidràulica i la de Màquines i motors formaven un sol bloc temàtic que anomenaven *Mecànica*. Gaudí l'aprova el 20 de juny de 1875 davant d'un tribunal format per J. Torras, A. Rovira i A. Font. El mateix tribunal l'aprova l'Estereotomia deu dies després. El 13 de setembre suspengué la Topografia teòrica i pràctica de 4t curs. El 21 de setembre aconseguí l'excel·lent en Projectes amb el projecte d'una porta de cementiri, del qual al juny tan sols havia dibuixat un cotxe funerari.

El curs 1875-1876 li va anar molt millor i va aprovar les assignatures següents:

- . Topografia (4t curs), el 8 de juny, i
- . Coneixement de materials, nocions de mineralogia i química aplicades als materials de construcció (1r curs), el 8 de juny, davant d'un tribunal format per J. Torras, A. Rovira i Ll. Domènech.
- . Aplicació dels materials a la construcció (2n curs), que tracta sobre manipulació i ús de materials, el 13 de juny, amb un notable,
- . Teoria general de l'art (2n curs), el 28 de juny,

- . Història de l'arquitectura (1r curs), i
- . Estudi dels edificis sota el punt de vista del seu fi social (3r curs), al mes de juny, i
- . Segon curs de projectes (3r curs), el 16 de setembre, amb un notable, amb un projecte de pati per a la Diputació.

Les qualificacions obtingudes en els projectes li permeteren presentar-se a un premi extraordinari, per al qual dissenyà un magnífic embarcador reial, però el tribunal format per E. Rogent, F. del Villar, L. Serrallach, J. Vilaseca, Ll. Domènech i A. Font va denegar l'adjudicació del premi.

El curs 1876-1877 fou el darrer de Gaudí a l'Escola d'Arquitectura, i llavors aprovà les assignatures que li faltaven:

- . Tecnologia (3r curs), el 14 de juny,
- . Arquitectura legal (4t curs), pràctica de pressupostos i mesuraments, el 14 de juny,
- . Aplicació de les ciències físiconaturals a l'Arquitectura (4t curs), al mes de juny, i
- . Tercer curs de projectes (4t curs), el dia 12 de juny aprova el croquis, i el 30 de juny l'assignatura, amb un notable. El tribunal estava compost per E. Rogent, A. Font i J. Vilaseca, i el tema era una font monumental per a la plaça de Catalunya.

Hem de suposar que les matèries de Policia i viabilitat urbana i Higiene pública dels edificis, citades per J. Bassegoda, formaven part d'altres assignatures, com ara Tecnologia o Arquitectura legal.

Es diu que Gaudí no era un bon alumne ja que faltava molt a classe. Domènec Sugranyes, deixeble i admirador de Gaudí, va justificar-lo davant d'aquest comentari amb dos arguments: el primer, que Gaudí no era fill de família benestant i havia de treballar. El segon, que ens interessa destacar aquí, era el fet que Gaudí tenia un do especial per captar l'essència de les coses amb una sola mirada. Així, un cop entesa i feta seva la matèria, no volia perdre més temps amb demostracions inútils i se n'anava a la biblioteca a apaivagar la set de coneixements que tenien els seus ulls. La nota necrològica dels anuaris de l'Associació d'Arquitectes que va fer Sugranyes per la mort de Gaudí explica aquest fet amb el següent fragment:

Amb la contemplació de les reproduccions que dels monuments antics hi havia en els massissos volums del Canina i altres obres clàssiques que constituïren el primer fons d'aquella biblioteca, adquiria aquell coneixement tan precís que tingué de l'art i l'admiració que pel mateix sentí per sempre més.

El sentit de la plasticitat el tenia innat i en grau superlatiu, formant-se la seva educació artística, no amb lectures, sinó amb la contemplació directa de les reproduccions dels monuments i obres d'art que ens han llegat les generacions passades. I aquest mateix coneixement que tenia per la visió, era no tan sols en les coses d'art, sinó també en les qüestions de ciència, així els problemes de geometria o de mecànica, els veia per intuïció, de manera que en fixava la seva solució abans de fer cap raciocini, aqueix era fet sempre *a posteriori* per confirmar i assegurar la solució.

El projecte de revàlida va ser d'un paranimf universitari, tema força difícil ja que Elies Rogent, president del tribunal avaluador i director de l'escola, havia dissenyat feia poc temps el paranimf de la Universitat de Barcelona. Aprovà el croquis el 22 d'octubre i va obtenir la qualificació mínima, aprovat per majoria, el 4 de gener de 1878. Es diu que Rogent féu el comentari que no sabia si havien donat el títol a un geni o a un boig.

El títol d'arquitecte li fou expedit el 15 de març de 1878.

Quan el director de l'Escola d'Arquitectura, Elies Rogent, rebé de Madrid els títols oficials d'arquitecte de Gaudí i d'altres companys seus, ho féu saber al rector de la universitat literària, i aquest escrit es conserva actualment també a la Universitat de Barcelona. Reproduïm literalment l'escrit de Rogent:

Exmo., Sr.

Tengo el honor de poner en conocimiento de V.E. que he recibido los títulos de Arquitecto expedidos por la Superioridad a favor de D. José Grases, D. Cristóbal Cascante, D. Antonio Gaudí y D. Juan Feu; los cuales después de registrados en esta Secretaria se han puesto a disposición de los respectivos interesados.

Dios guarde a V.E. muchos años

Barcelona a 9 de Abril de 1878

El Director
Elias Rogent

Reproduïm a continuació l'expedient complet d'Antoni Gaudí a l'Escola d'Arquitectura de Barcelona:

Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Barcelona

EXPEDIENTE del alumno D. *Antonio Gaudí y Cornet...* natural de *Reus...*
provincia de *Tarragona...*

GRUPOS	ASIGNATURAS	APROBACIÓN		CURSOS
		EXÁMENES		
		ordinarios	extraordinarios	
Ingreso	Dibujo lineal		<i>Aprobado</i>	73-74
	Figura		<i>Aprobado</i>	73-74
Curso preparatorio	Copia del yeso		<i>Aprobado</i>	73-74
	Detalles arquitectónicos		<i>Aprobado</i>	73-74
	Sombras y perspectiva	<i>Aprobado</i>		74-75
Primer grupo	Estereotomía	<i>Aprobado</i>		74-75
	Resistencia de materiales	<i>Aprobado</i>		74-75
	Conocimiento de materiales	<i>Aprobado</i>		75-76
	Historia de la arquitectura	<i>Aprobado</i>		75-76
	Dibujo de conjuntos		<i>Aprobado</i>	73-74
Segundo grupo	Aplicación de los materiales a la construcción	<i>Notable</i>		75-76
	Teoría del arte	<i>Aprobado</i>		75-76
	Hidráulica	<i>Aprobado</i>		74-75
	Primer curso de proyectos		<i>Sobresaliente</i>	74-75
Tercer grupo	Máquinas y motores	<i>Aprobado</i>		74-75
	Estudio de los edificios bajo el punto de vista de su fin social	<i>Aprobado</i>		75-76
	Tecnología	<i>Aprobado</i>		76-77
	Segundo curso de proyectos		<i>Notable</i>	75-76
Cuarto grupo	Aplicación de las ciencias físico-naturales a la arquitectura	<i>Aprobado</i>		76-77
	Arquitectura legal	<i>Aprobado</i>		76-77
	Topografía	<i>Aprobado</i>		75-76
	Tercer curso de proyectos	<i>Notable</i>		76-77

Ejercicios de reválida		
Primero	Segundo	Aprobación
<i>22 octubre 1877</i>	<i>4 enero 1878</i>	<i>Mayoría</i>

Certificaciones que ha presentado			
Establecimientos	Fechas	Asignaturas	Cursos
<i>Universidad Lit. de Barna.⁷</i>	<i>15 octubre 1874</i>	<i>Mecánica racional</i>	<i>73-74</i>
	<i>25 septiembre 1873</i>	<i>Complemento álgebra</i>	<i>69-70</i>
		<i>Geometría analítica</i>	<i>69-70</i>
		<i>Cálculo dif. e integral</i>	<i>70-71</i>
		<i>Geometría descriptiva</i>	<i>70-71</i>
<i>Instituto de 2º enseñanza de Barcelona</i>	<i>10 octubre 1873</i>	<i>Historia natural</i>	<i>68-69</i>
	<i>10 octubre 1873</i>	<i>Física y química</i>	<i>68-69</i>

Título de Arquitecto

Le fue expedido en ...*Madrid a 15 de Marzo 1878...*

⁷ Universidad Literaria de Barcelona

4.3 Els professors de Gaudí i altres mestres o arquitectes de referència

Vistos els expedients de Gaudí des de l'institut d'ensenyament secundari, passant per la Universitat Central i fins a l'Escola d'Arquitectura, es tracta ara de veure quins van ser els professors i quins eren els temaris per valorar fins a quin punt Gaudí va adquirir els coneixements relatius a la geometria de les superfícies reglades i a la mecànica de les voltes funiculars a través dels seus professors o a través del seu treball i la seva investigació personal.

4.3.1 Professors de Gaudí a la Universitat de Barcelona

En els documents classificats com a discursos inaugurals que hi ha a la biblioteca de la Universitat de Barcelona consten també dades estadístiques referents als cursos acadèmics, els professors, els alumnes, etc. Així és com hem pogut saber quins varen ser els professors de Gaudí durant la seva estada a la Universitat de Barcelona.

Universidad de Barcelona
Facultad de Ciencias

Datos estadísticos del personal académico del curso: 1868-1869

Geometría descriptiva	Dr. José Castelar y Saco
Química general	Dr. José Ramón de Luanco
Mecánica racional	Dr. Federico Pérez de los Nuevos
Geometría analítica de 2 y de 3 dimensiones	Dr. Joaquín Riquelme
Complementos de álgebra y geometría	Dr. Lorenzo Presas
Ampliación de física	Dr. Antonio Rave
Geodesia	Dr. Miguel Maisterra
Cálculo diferencial e integral	Dr. Demetrio Duro

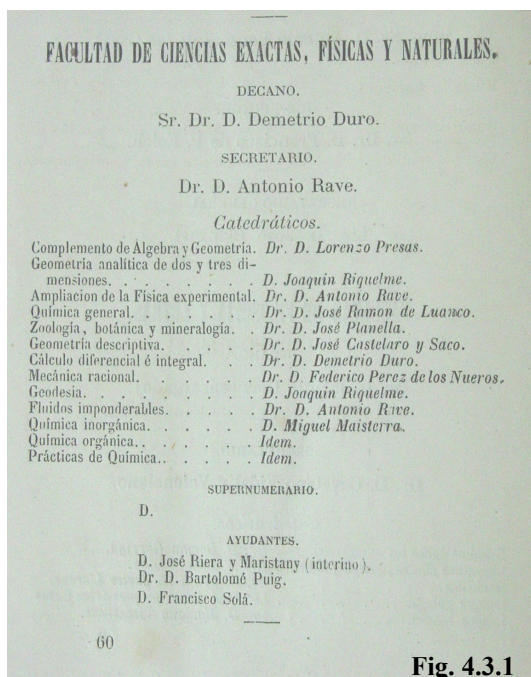


Fig. 4.3.1

Com ja hem vist abans, Gaudí hi va entrar el curs 1869-1870. Veurem que just aquest any va haver-hi alguns petits canvis respecte de l'anterior, però després el conjunt del professorat s'estabilitzà durant una colla d'anys:

Aquestes mateixes dades es mantenen, com a mínim, durant els cursos 1870-1871, 1871-1872, 1873-1874 i 1874-1875, durant els quals Gaudí fou estudiant d'aquesta universitat.

Universidad de Barcelona
Facultad de Ciencias

Datos estadísticos del personal académico del curso: 1869-1870

Complementos de álgebra y geometría	Dr. Lorenzo Presas
Geometría analítica de 2 y de 3 dimensiones	Dr. Lorenzo Presas
Ampliación de física experimental	Dr. Antonio Rave
Química general	Dr. José Ramón de Luanco
Geometría descriptiva	Dr. José Castelar y Saco
Cálculo diferencial e integral	Dr. Demetrio Duro
Mecánica racional	Dr. Federico Pérez de los Nuevos
Geodesia	Dr. Joaquín Riquelme

Dr. Llorenç Presas i Puig

El primer any a la universitat, el curs 1869-1870, Gaudí va tenir un sol professor per a les dues assignatures que cursà:

Complement d'àlgebra i geometria

Geometria analítica de 2 i de 3 dimensions

El professor de totes dues va ser el Dr. Llorenç Presas i Puig, tot i que l'any anterior la geometria analítica la impartia el Dr. Joaquín Riquelme.

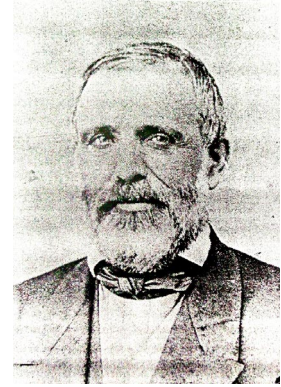


Fig. 4.3.2

Sobre Llorenç Presas i Puig, hem pogut consultar a la biblioteca de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona l'interessant treball de recerca biogràfica de Carles Puig i Pla: *Activitats i perfil intel·lectual d'un científic a la Barcelona isabelina*. Gràcies a aquest document ens podem fer una molt bona idea no sols de les dades biogràfiques i les anècdotes que confirmen la seva excepcional agilitat per al càlcul mental, sinó també el seu perfil pluridisciplinari.

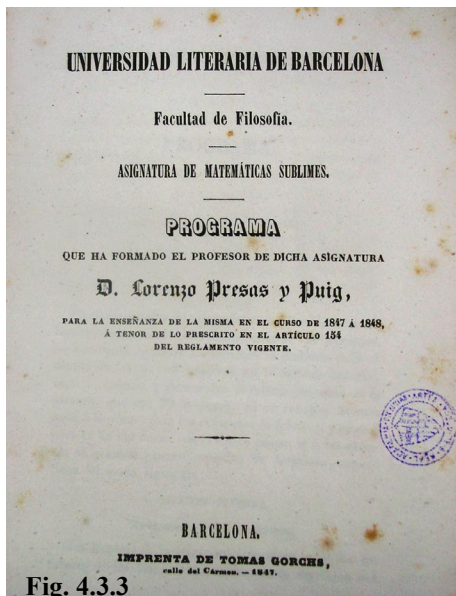


Fig. 4.3.3

Presas va viure de 1811 a 1875, és a dir, que morí poc després d'haver estat professor de Gaudí. De la seva activitat podem destacar les tasques de peritatge tècnic, la investigació diversificada però amb voluntat unificadora, la vinculació a societats científiques i la divulgació de l'obra amb assaigs diversos i exposicions dels seus invents i enginys, entre els quals cal destacar l'hidròmetre. Respecte a l'activitat docent hem de destacar que obtingué dues places a la universitat, com a professor de matemàtiques i com a professor de mecànica, però una de les assignatures la impartia sense cobrar-la. Més tard, en el moment de promocionar-se, hagué d'escriure una carta accentuant aquest fet i obtingué la càtedra. També fou professor de la naixent Escola Industrial, origen de l'actual Escola d'Enginyers Industrials, i alternà docència en la Universitat Literària i l'Escola Industrial fins que finalment acabà fent classe només en aquesta darrera.

La seva obra escrita és extensa. Veiem que va publicar sobre remeis per a les plagues a l'agricultura,⁸ sobre malalties infeccioses,⁹ sobre astronomia,¹⁰ sobre ciències naturals¹¹ i fins i tot sobre física atòmica.¹²

De totes les seves publicacions catalogades a la xarxa de biblioteques de Catalunya, ens interessa destacar els programes resum que es van imprimir el curs de 1847 per a les assignatures de Matemàtiques sublimes (fig. 4.3.3) i Mecànica racional (fig. 4.3.5), així com els seus apunts manuscrits de les assignatures de Trigonometria i àlgebra (curs 1863-1864) i Geometria analítica

⁸ PRESAS I PUIG, Lorenzo. *Remey que mata la malura de las viñas*. Barcelona, 1854.

⁹ PRESAS I PUIG, Lorenzo. *Guerra á muerte al cólera morbo asiático y al Oidium tuckery*. Barcelona, 1855.

¹⁰ PRESAS I PUIG, Lorenzo. *Eclipse de sol del 18 de julio de 1860 observado en Oropesa por una reunión de catalanes*. Barcelona, 1861.

¹¹ PRESAS I PUIG, Lorenzo. *Sistema natural de cristalización...* Manuscrit, Barcelona, 1872-1873.

¹² PRESAS I PUIG, Lorenzo. *Atracción atómica: ó sea atracción considerada en los átomos simples y compuestos de los cuerpos*. Barcelona, 1862.

(curs 1864-1865). A part d'això trobem un interessant document cartogràfic, *Plano del término municipal de San Martín de Provençals*, de 1853. Naturalment, dibuixat tot a mà, és una mostra del seu domini, també, d'aquesta ciència gràfica.

Finalment volem destacar la publicació:

Atlas. Escuela Industrial Barcelonesa. 1r curso, de 1851-1852. Establecido en octubre de 1851. Fue encargado de plantearla, por orden de S.M. en 28 de septiembre de 1850, el catedrático D. Lorenzo Presas y Puig.

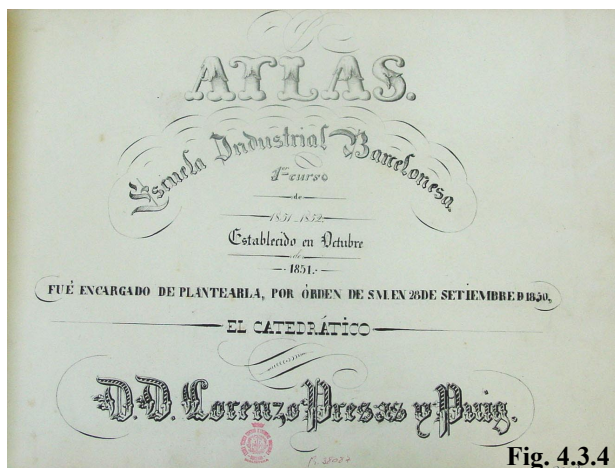


Fig. 4.3.4

Es tracta d'un llibre manuscrit, de gran format, guardat al fons antic de la biblioteca de l'ETS d'Enginyers Industrials de Barcelona, que aglutina en forma de quadres-resum els diferents continguts, amb les equacions, les gràfiques i els esquemes de les assignatures de geometria i càlcul que Llorenç Presas impartia. D'aquest text en parlarem amb més extensió a l'apartat següent, quan analitzem amb detall els continguts de les matèries de geometria i de mecànica.

Veurem, també, més endavant que aquest gran savi, Llorenç Presas i Puig, és segurament un dels professors que més va poder influir sobre Gaudí en la seva tendència a la recerca d'una nova arquitectura basada en la geometria reglada.

Dr. Demetrio Duro

El segon curs a la Universitat de Barcelona (1870-1871), Gaudí va cursar amb Demetrio Duro l'assignatura de Càlcul diferencial.

No hem pogut ampliar informació sobre Demetrio Duro ja que no n'hem trobat cap obra publicada al CCUC, el catàleg col·lectiu de totes les universitats catalanes.

Dr. Federico Pérez de los Nueros y Lewerfeld

També el segon curs a la Universitat de Barcelona, Gaudí va cursar Mecànica racional.

El professor era Federico Pérez de los Nueros, del qual hem trobat tres obres al CCUC que ens poden donar pistes sobre el seu perfil i sobre les assignatures que impartia. Es tracta de les obres següents:

- *Discurso inaugural que en la solemne apertura del curso académico de 1869 a 1870 leyó ante el claustro de la Universidad de Barcelona.*
- *Comparaciones del estado actual de las ciencias fisico-matemáticas, con el que tenía a principios de este siglo, 1869.*
- *Cría y multiplicación del gusano de seda: tema desarrollado por Federico Pérez de los Nueros.*

Deixant de banda aquesta darrera obra, la qual és una petita conferència agrícola de nou pàgines, però que dóna idea de la pluridisciplinarietat dels intel·lectuals d'aquell temps, ens

interessarà centrar l'atenció en les dues primeres, ja que podrien donar idea dels continguts de l'assignatura de mecànica que impartia. De fet, però, hem vist que les dues són la transcripció de la mateixa conferència o discurs inaugural, registrada amb diferents títols en el fons antic de la biblioteca de l'ETSEIB i a la biblioteca de la RACAB.

El discurs inaugural de Pérez de los Nueros és justament del curs d'ingrés de Gaudí a la Universitat de Barcelona, però no ens dóna dades noves en la nostra recerca sobre la mecànica d'arcs i voltes. Aquesta exposició s'estén, tal com la presenta ell mateix, en la comparació de l'estat actual (1869) de les ciències físicomatemàtiques amb l'estat que tenia a principi de segle XIX i n'enumera els principals avenços. Analitzant el document d'aquest professor de Gaudí, podem extreure'n el següent resum:

En primer lloc destaca Fermat, Descartes, Leibniz, Newton, Euler i Fresnel com a alguns dels que més han aportat a l'avenç de la ciència en general. En el camp de la geometria destaca Amyot i Cauchy. En una ciència que segons ell semblava esgotada, aquests aportaren noves investigacions sobre la teoria dels políedres, amb mètodes nous per a la discussió de les línies i superfícies, i crearen les teories de funcions doblement periòdiques, de les funcions inverses i de la interpretació geomètrica de les quantitats imaginàries.

Presenta la teoria de l'elasticitat com a fonamental i amb incidència en la resta de camps de la ciència. Parla de Navier i el reconeix com el pare de la teoria, i també de Lagrange, Poisson i Cauchy, i els distingeix com els qui més aportaren en el seu desenvolupament.

També s'estén força quan parla de les teories ondulatòries de la llum i de l'òptica.

Finalment ens sorprèn veure-hi uns paràgrafs de caràcter moral o religiós. Referint-se als dilemes creats entre les ciències sagrades i les ciències profanes diu textualment:

(...) antagonismo que ha desaparecido desde el momento en que la incredulidad fue derrotada en sus últimas trincheras (...)

i també:

(...) El cáncer del ateísmo ha sido extirpado de raíz como una planta dañosa, (...)

Això torna a ser una mostra del caràcter marcadament religiós que es podia viure dins de l'entorn universitari que envoltava Gaudí. En aquest sentit, torna a ser una altra prova de la influència de l'època en el seu pensament.

Federico Pérez de los Nueros va suspendre Gaudí i, com hem vist abans en analitzar el seu expedient, l'assignatura de Mecànica racional li va quedar pendent durant quatre anys, fins i tot quan ja s'havia examinat d'alguna cosa a l'Escola d'Arquitectura. Gaudí necessitava l'acreditació d'aquesta assignatura com a condició per a l'ingrés a l'Escola d'Arquitectura i això fa pensar que, després d'aquests quatre anys, el pòsit que aquesta assignatura deixà en la seva formació arribà a ser superior que no pas

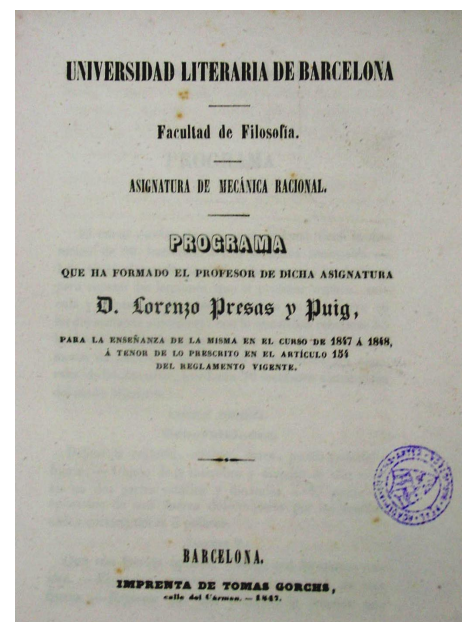


Fig. 4.3.5

si l'hagués aprovada a la primera. Així, potser, va adquirir més bona formació en mecànica que altres estudiants més aplicats.

Per altra banda el contacte entre Federico Pérez i Llorenç Presas sembla evident perquè hem trobat una nota necrològica,¹³ amb motiu de la mort del darrer, que inclou un treball inèdit de Federico Pérez que fa referència a interessants aspectes de l'obra científica de Llorenç Presas.

Això ens ha dut a pensar que el programa de l'assignatura que tants maldecaps devia originar a Gaudí devia ser, molt probablement, el que amb anterioritat ja havia elaborat Llorenç Presas i que es conserva imprès a la biblioteca de la Reial Acadèmia de les Ciències i les Arts de Barcelona (fig. 4.3.5).

En l'apartat següent ampliarem informació sobre el contingut d'aquest programa i a l'annex 3 n'adjuntem la transcripció literal íntegra.

Dr. José Ramón de Luanco

José Ramón de Luanco va ser professor de Gaudí el curs 1870-1871 de l'assignatura de Química general.

Buscant obres seves hem trobat tres llibres sobre l'alquímia a Espanya i sobre els cursos de química general. Veiem també que, posteriorment, altres autors de llibres de química més actuals el citen com a referent històric de l'alquímia del s. XIX a Espanya.

Dr. José Castelar i Saco

Finalment, la quarta assignatura que va cursar Gaudí el seu segon curs a la Universitat de Barcelona va ser Geometria descriptiva.

El professor era José Castelar i Saco, del qual hem trobat dos llibres publicats:

- *Oración inaugural leída ante el Claustro de la Universidad de Barcelona en la solemne apertura del curso 1884 a 85,*

localitzat a la biblioteca de la Reial Acadèmia de les Ciències i de les Arts de Barcelona; i l'altre llibre:

- *Primera parte del curso de geometría descriptiva [sic] explicado en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona.*

D'aquest segon text en parlarem amb més extensió a l'apartat següent, quan analitzem amb detall els continguts de les matèries de geometria i de mecànica.

¹³ Treball del Dr. Pérez de los Nueros dins la secció necrològica de la nòmina del personal acadèmic de la Reial Acadèmia de les Ciències i les Arts de Barcelona, de l'any 1891-1912.

Dr. Joaquín Riquelme y Lain-Calvo

El tercer curs (1871-1872) Gaudí va cursar dues assignatures. El professor de Geodèsia va ser Joaquín Riquelme, del qual hem trobat una publicació al CCUC:

- *Orígenes de la astronomía: discurso inaugural que en la solemne apertura del curso académico de 1874 a 75 leyó ante el Claustro de la Universidad de Barcelona...*

Amb aquest home es repeteix el tema de la pluridisciplinarietat que ja ha anat sortint amb altres professors, ja que, com hem vist, ell mateix havia sigut també professor de Geometria analítica de 2 i 3 dimensions el curs anterior a l'entrada de Gaudí a la Universitat.

Dr. Antonio Rave

Antonio Rave va ser l'altre professor de Gaudí del curs 1871-1872. Impartia la Física experimental, i n'hem trobat dues publicacions al CCUC:

- *Breve descripción de un termoscopio balanza y de un aparato para medir la velocidad de los proyectiles.*
- *Consideraciones sobre el estudio de algunos fenómenos dependientes de las acciones moleculares, particularmente de las que se manifiestan en el contacto entre sólidos y gases o vapores; nota leída en la Real Academia de Ciencias Naturales y Artes de Barcelona en sesión de 20 de diciembre de 1882 por el socio de número Antonio Rave.*

Per l'expedient de matrícula sabem que Gaudí es va matricular també de dues assignatures més, de les quals després no va tenir nota. O bé perquè no se'n va examinar, o bé perquè no li calien per al futur ingrés a l'Escola d'Arquitectura. Es tracta de Geografia i d'Història natural. No sabem, per tant, si Gaudí va assistir a classe o no, i com que són matèries força allunyades del nostre camp d'estudi no hem insistit més en la cerca dels professors que podria haver tingut en ambdues. De totes maneres, obrim una porta a aquells qui vulguin relacionar aquests possibles estudis d'història natural amb els múltiples elements naturals presents en la seva arquitectura.

Finalment adjuntem les estadístiques que hem trobat per fer una valoració comparativa del nombre d'aprovat i suspensos de les diferents assignatures, indicador de la dificultat de cada una.

Universidad de Barcelona Facultad de Ciencias									
Inauguración del curso 1870-1871 Datos estadísticos sobre los estudiantes del curso 1869-1870									
Asignaturas	Matri- cula- dos	Oficial				Libre			
		Ord.		Extraord.		Ord.		Extraord.	
		Apr.	Sus.	Apr.	Sus.	Apr.	Sus.	Apr.	Sus.
Complementos de álgebra y geometría	47	23	2	2	0	7	1	8	0
Química general	117	80	17	5	5	8	2	4	1
Geometría analítica de 2 y 3 dimensiones	33	16	4	12	0	6	0	3	0
Ampl. de física	75	76	24	16	15	12	1	4	0
Mecánica racional	39	17	4	11	1	5	0	1	0
Geodesia	17	14	0	6	0	6	0	5	0

Tot i que costa una mica interpretar el significat de les xifres, ja que en alguns casos hi ha més aprovats que matriculats, igualment, a la vista d'aquestes estadístiques es pot treure la conclusió que la Mecànica racional, que Gaudí va suspendre, és l'assignatura amb un percentatge d'aprovat clarament més baix i la segona amb un major percentatge d'alumnes no presentats, després de Complementos d'àlgebra i geometria.

Una altra dada que dóna pistes sobre les intencions dels estudiants a l'hora d'escollir carrera són les estadístiques següents:

El curs 1869-1870 la Facultat de Ciències té 199 alumnes sobre un total de 2.182 que té la Universitat (25 dels quals són en més d'una carrera).

Dels 199 alumnes de la Facultat de Ciències hi ha:

38	que volen ingressar	a Enginyers Industrials
2	"	a Enginyers de Mines
1	"	a Enginyers de Camins
7	"	a Arquitectura

Per altra banda, les estadístiques de l'ensenyament de mestres d'obres també figuren al mateix arxiu i ens permeten fer-nos també una idea del tipus d'assignatures i del grau de dificultat de cada una. En aquest cas veiem que justament la Geometria descriptiva i la Topografia són les que tenen el percentatge d'aprovat més baix; en canvi en aquest cas la Mecànica és entre el grup d'assignatures més assequibles, juntament amb Composició i Part legal.

Ensenyament de Mestres d'Obres (179 alumnes)

Assignatures	Matri- culats	Oficial				Lliure			
		Ord.		Extraord.		Ord.		Extraord.	
		Apr.	Sus.	Apr.	Sus.	Apr.	Sus.	Apr.	Sus.
Topografia	67	29	21	6	6	0	0	0	0
Geometria descriptiva	70	29	20	10	4	0	0	0	0
Mecànica	47	30	4	1	0	0	0	0	0
Construcció	51	24	10	4	0	0	0	0	0
Composició	68	41	17	9	3	0	0	0	0
Part legal	68	50	5	7	0	0	0	0	0

4.3.2 Professors de Gaudí a l'Escola d'Arquitectura

L'Escola d'Arquitectura de Barcelona, creada el 1875, tenia aleshores una plantilla de professors especialment reduïda. Tres catedràtics provinents de l'escola de Mestres d'Obres, tres catedràtics més joves provinents directament de l'Escola de Madrid i dos professors interins. Així, la cerca dels professors que Gaudí va tenir, durant els cinc cursos 1873-1878, és relativament més senzilla. Dins del grup de professors o tribunals que el varen examinar en diferents ocasions trobem la presència de Rogent, Villar, Torras, Rovira i Rabassa, Font, Serrallach, Artigas, Vilaseca i Domènech i Montaner.

A continuació oferim les dades de la nostra recerca de tots aquells detalls biogràfics, arquitectònics i bibliogràfics que creiem que ajudaran a conèixer millor el perfil personal de cada un d'aquests professors de Gaudí.

Elies Rogent i Amat (1821–1848–1897)¹⁴

Elies Rogent va néixer al barri de l'Hospital de Barcelona l'any 1821. Començà a estudiar arquitectura a l'Escola de la Llotja l'any 1841. El 1845 ingressà a l'Escola d'Arquitectura de Madrid i obtingué el títol d'arquitecte el 1848.



Fig. 4.3.6

El 12 de gener de 1852 fou nomenat catedràtic numerari de Topografia i Composició a l'Escola de Mestres d'Obres. Per manca de professors de Mecànica i Construcció, el 1855 s'encarrega d'aquestes assignatures. El 30 d'abril de 1859 fou nomenat professor de Delineació i Topografia en l'ensenyança d'Agrimensors, Aparelladors i Mestres d'Obres. El 3 de desembre de 1869 fou nomenat degà de la Secció de Belles Arts del Politècnic. El 17 de desembre de 1870 fou nomenat degà interí a la secció d'Arquitectura. El 24 d'abril de 1873 s'encarregà de l'assignatura de Teoria general de l'art com a catedràtic.

Va ser el primer director de l'Escola d'Arquitectura quan es fundà, el 1875, i va deixar el càrrec el 1889. Dins l'Escola d'Arquitectura va ser catedràtic de:

Teoria de l'art arquitectònic (2n curs)	(1875-1889)
Tercer curs de projectes (4t curs)	(1877-1888)

Gaudí va ser examinat per Elies Rogent en totes dues assignatures.

Entre les seves obres escrites destaquen les tres obres descriptives dels monestirs de St. Llorenç del Munt, St. Cugat del Vallès i Ripoll. A més, trobem uns apunts d'un alumne seu de l'antiga escola d'agrimensors:

¹⁴ De les tres dates, la primera és la de naixement, la segona és l'any d'obtenció del títol d'arquitecte i la tercera és la de defunció. Les dades biogràfiques dels primers directors de l'Escola d'Arquitectura les podem trobar recollides al dossier-memòria de l'exposició commemorativa del centenari de l'Escola d'Arquitectura de Barcelona, 1875-1975. Altres dades les podem trobar als anuaris de l'Associació d'Arquitectes de Catalunya, la qual va ser presidida, en algun moment o altre, per gairebé tots els nostres protagonistes: Villar, Torras, Serrallach, Artigas, Vilaseca i Casademunt.

Libro segundo de agrimensores que contiene la trigonometría rectilínea , topografía, agrimensura y aforos; parte legal que corresponde a los mismo para uso de José Martí y Solà siendo su profesor el Sr. D. Elías Rogent.

Com a obres construïdes que il·lustrin la seva activitat professional podem destacar un seguit d'obres més pròpies de l'enginyeria que de l'arquitectura que ens parlen de la seva gran formació tècnica, com per exemple el pantà de Vallvidrera, la carretera de Sarrià a St. Cugat i Rubí, obres al port de Barcelona o diferents ponts i viaductes. De l'obra civil cal destacar la Universitat de Barcelona i el Seminari Conciliar.

Francisco de Paula del Villar y Lozano (1828–1852–1901)

Francisco del Villar va néixer a Múrcia el 1828. Estudià Arquitectura a l'Escola de Madrid i es titulà el 5 de juny de 1852.

El 1853 va guanyar per oposició la càtedra d'Arquitectura legal a l'Escola de Mestres d'obres, acabada de crear dins l'Acadèmia Provincial de Belles Arts de Barcelona, i per això es traslladà a Barcelona. A partir del 18 de març de 1853 fou catedràtic del tercer curs de Mestres d'Obres. A partir del 29 d'octubre de 1855 fou catedràtic de Composició i Arquitectura legal. Des de 1869 fins a 1871, a més de la càtedra, es va fer càrrec de Teoria de l'art, Policia i viabilitat urbana, Higiene pública i de l'edificació, Arquitectura legal i Tecnologia.

Dins de l'Escola d'Arquitectura, va ser catedràtic de:

Tecnologia (3r curs)	(1875-1877)
Arquitectura legal (4t curs)	(1875-1900)

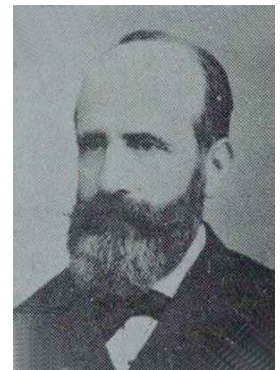


Fig. 4.3.7

Gaudí va ser examinat per Francisco del Villar en totes dues assignatures. També sabem que Gaudí, durant els seus anys d'estudiant, treballà ocasionalment per a Villar per obtenir l'ajuda econòmica necessària per a les seves despeses, lluny de la seva família i la seva ciutat natal. Gràcies a la informació que faciliten els anuaris de l'Associació d'Arquitectes, sabem que Villar Lozano tenia el despatx al c. Balmes, 21, 1r 1a.

Villar també va ser director de l'Escola d'Arquitectura, el segon director de l'escola, durant poc més d'un curs, des de l'1 d'abril de 1889 fins a la seva jubilació reglamentària, el 25 d'octubre de 1900.

Va ser arquitecte diocesà, i en aquest lloc el succeí el seu fill Francesc del Villar i Carmona.

Entre les seves obres més emblemàtiques podem citar la cripta del temple de la Sagrada Família, que després continuà Gaudí, i l'absis i cambril de la basílica de Montserrat. Tal com consta en el dietari de Gaudí conservat dins del manuscrit de Reus, en temps d'estudiant dedicà moltes hores a la delineació d'aquests plànols, que es conserven al COAC amb la signatura de Villar.

Joan Torras i Guardiola (1827–1854–1910)

Va néixer a Sant Andreu de Palomar el 1827. Inicià els estudis d'Arquitectura a l'Escola de la Llotja. El 1845 continuà els estudis a Madrid i obtingué el títol el 19 d'abril de 1854.

El 1855 va guanyar per oposició la plaça de catedràtic de Geometria descriptiva a l'Escola d'Agrimensors de Barcelona, i el 1859 va ser designat per a la càtedra de Mecànica i construcció a l'Escola de Mestres d'Obres.

Després, dins l'Escola d'Arquitectura va ser catedràtic de:

Resistència de materials (1r curs) (1875-1909)

Hidràulica i les seves aplicacions (2n curs) (1877-1910)



Fig. 4.3.8

Gaudí va ser examinat per Joan Torras en totes dues assignatures.

Va exercir el càrrec de director de l'Escola d'Arquitectura des de 1901 fins a 1905, essent el quart director de l'escola, després d'un curt any de mandat de Lluís Domènech i Montaner.

Com a dades més rellevants de la seva vida i obra cal citar que a partir d'un petit taller domèstic de serralleria per a l'obra de la seva propietat que es construïa ell mateix inicià l'empresa "Torras Herrería y Construcción" que culminà amb la fabricació del ferro per a la construcció en forns metal·lúrgics de disseny propi. Des d'aquesta empresa particular dissenyà i construir les seves obres, entre les quals cal destacar la bastida per al monument a Colom de Gaietà Buigas, el pont sobre el riu Onyar a Girona i les cobertes dels mercats de Tortosa i Lleida, o de sales de grans llums per a l'exposició de 1888 o al parc del Tibidabo. El llibre de Francesc Cabana¹⁵ dona informació sobre aquesta empresa particular de Torras. A les biblioteques de la UPC es conserven, també, catàlegs i promptuaris de perfil·leria d'acer que l'empresa havia publicat i, fins i tot, els estatuts de "Torras Herrería y Construcción".

Com a professor de mecànica aplicada a la construcció sempre va ser molt valorat, i esdevingué un consultor permanent d'estructures de tots els seus alumnes, que l'admiraven amb respecte fins i tot quan ja exercien la professió.

Per ampliar informació biogràfica de Joan Torras i Guardiola podem consultar el llibre d'Assumpció Feliu Torras,¹⁶ o també en trobarem detalls biogràfics en els dos discursos d'elogis pronunciats per Josep Domènech i Estapà i Bonaventura Bassegoda durant la vetllada celebrada amb motiu de la seva mort, recollits a les notes necrològiques de l'anuari de l'Associació d'Arquitectes de l'any 1911 sobre els companys de professió morts els dos anys anteriors. També gràcies als anuals podem veure el contingut de les dues conferències que va pronunciar a l'Associació, una de les quals versava sobre la fabricació del ferro i va culminar amb una visita comentada als tallers de la seva empresa. En les llistes dels anuals, Torras hi figura amb despatx a la ronda de St. Pere, 74, 1r.

¹⁵ CABANA i VANCELLS, Francesc; FELIU i TORRAS, Assumpció. *Can Torras dels ferros 1876-1985. Siderúrgia i construccions metàl·liques a Catalunya*. Barcelona, 1987.

¹⁶ FELIU TORRAS, Asunción. *Un siglo de conquistadores: Juan Torras Guardiola (1827-1910) arquitecto catalán*.

Antoni Rovira i Rabassa (1844-1867-1918)

Rovira i Rabassa era el fill d'Antoni Rovira i Trias, l'arquitecte que el 1859 guanyà el concurs d'eixample de Barcelona. Estudià a Madrid i Juan Bautista Peyronnet, catedràtic de Geometria descriptiva, va ser un dels professors que més l'influïren. Es titulà arquitecte el 20 de desembre de 1866 i li van expedir el títol el 1867.

A Barcelona, entrà de professor a l'Escola de Mestres d'Obres quan morí el catedràtic Josep Casademunt i Torrents, i després va passar a formar part de la plantilla de professors de la naixent Escola d'Arquitectura.

Dins de l'Escola d'Arquitectura va ser un professor que representava la part tècnica de la docència, com Torras Guardiola, però en aquest cas ell es va ocupar de la confluència entre la geometria descriptiva i la construcció. Es preocupà per posar aquesta part del currículum docent a l'altura del que arreu d'Europa es feia en aquest camp.¹⁷

Va ser catedràtic d'Estereotomia de la pedra, de la fusta i del ferro, a 1r curs, des de 1875 fins a 1895, i catedràtic d'Ombres, perspectiva i gnomònica, al curs preparatori, des de 1876 fins a 1917.

Gaudí va ser examinat per ell en totes dues assignatures.

Es va establir al c. Banys Nous, 5, 1r. Com a obres exemplars seves destaquen dos edificis d'habitatges al passeig de Gràcia catalogades per l'Ajuntament de Barcelona.¹⁸ Es tracta de la Casa Codina, al passeig de Gràcia núm. 94, de l'any 1898 i, al costat mateix, la Casa Casas, al passeig de Gràcia, 96.¹⁹

August Font i Carreras (1846–1869–1924)

Font Carreras, durant la seva formació a l'escola de Madrid, única alternativa aleshores, va coincidir amb la generació més eclèctica madrilenya. Es titulà el 21 de novembre de 1869.

Els seus grans dots per al dibuix i per a l'assimilació de qualsevol corrent van fer que fos un exemplar representant de la personalitat més acadèmica, en el sentit del desig evident de la màxima brillantor formal



Fig. 4.3.9

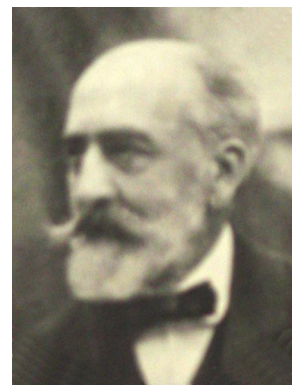


Fig. 4.3.10

¹⁷ Podem ampliar informació sobre Antoni Rovira i Rabassa amb la tesi doctoral de Josep Bertran Ilari, *Antoni Rovira i Rabassa, arquitecte i professor de Geometria descriptiva als inicis de l'Escola d'Arquitectura de Barcelona*, ETSAB, 1990.

¹⁸ El *Catàleg del patrimoni arquitectònic historicoartístic de la ciutat de Barcelona*, en l'edició publicada després del franquisme sota l'alcaldia de Pascual Maragall, recull aquestes dues cases amb els números de catàleg 363 i 364.

¹⁹ Potser resultarà més significatiu destacar l'obra del seu pare: el campanar de Gràcia (1864), els mercats del Born (1876), St. Antoni (1884), la Barceloneta (1885), la Concepció (1888) i Hostafrancs (1888), l'escorxador municipal (1880) i el museu Martorell del Parc de la Ciutadella (1882).

per davant d'altres opcions com podrien ser la cerca de rigor o visió completa o la tria d'una opció lingüística determinada.

Dins l'escola, Font Carreras fou la figura del brillant dissenyador. Fou encarregat de la càtedra de Dibuix de conjunts, a 1r curs, de 1877 a 1899, i també de 1r curs de Projectes, a 2n curs, de 1875 a 1917. Va ser catedràtic de 2n curs de Projectes, a 3r curs, de 1875 a 1913, i també d'Aplicacions gràfiques de la teoria de l'art, de 1875 a 1917.

Gaudí fou examinat per ell en els cursos de Projectes.

El despatx el tenia al c. Duc de la Victòria, 15, 3r. Dins les seves obres exemplars podem citar l'edifici per a la Caixa de Pensions a la pl. St. Jaume i l'edifici també per a la Caixa de Pensions al c. Gran de Gràcia.

Leandre Serrallach i Mas (1837–¿–1890)

Ens ha resultat molt difícil obtenir dades de Leandre Serrallach. En el primer anuari de l'Associació d'Arquitectes, de l'any 1899, consta una llista dels anteriors presidents de l'Associació, en la qual podem veure, per ordre: Oriol Mestre (difunt), F. del Villar Lozano, Joan Torras, Modest Fossas, Leandre Serrallach (difunt)... Tot fa pensar que va ser un professor jove i que morí molt abans del que s'hauria pogut esperar.

Serrallach és també un dels catedràtics presents a l'Escola des de la seva fundació. Va ser catedràtic d'Aplicació dels materials a la construcció, a 2n curs, de 1875 a 1885, i també catedràtic del Primer curs de projectes, a 2n curs, de 1875 a 1877.

Gaudí cursà amb ell les dues assignatures, i sabem també que treballà ocasionalment per a ell, com va fer amb F. Villar.

Hem trobat dues obres seves a la xarxa de biblioteques de la UPC:

- *Discurso sobre el tema observaciones acerca de las causas que influyen en el estado actual de la arquitectura: leído por el académico de número D. Leandro Serrallach y Mas en la sesión pública celebrada por la Academia en el día 9 de Diciembre de 1884.*
- *Monumentos romanos de Tarragona: apuntes histórico-críticos de algunos de dichos monumentos / por D. Leandro Serrallach y Mas; leídos en la excursión hecha a aquella ciudad por la Asociación en 24 de Mayo de 1885; Asociación de Arquitectos de Cataluña.*

Cap dels dos textos sembla tenir relació amb el nostre camp d'estudi.

Entre les seves obres exemplars trobem l'església de la Concepció, al c. Aragó, amb el claustre gòtic que fou traslladat des de l'antic convent del c. Jonqueres.

Josep Artigas i Ramoneda (¿–1863–¿)

Artigas es titulà el 24 de setembre de 1863. Entrà a l'Escola dos anys després de la fundació i només coincidí amb Gaudí els darrers anys en què Gaudí hi estudià. Tot i que Gaudí no va

cursar cap assignatura amb ell directament, Artigas va formar part d'algun tribunal de projectes que l'avaluà.

Va ser catedràtic d'Història de l'arquitectura, a 1r curs, des de 1877 fins a 1910, catedràtic de Tecnologia, a 3r curs, de 1878 a 1910, i també catedràtic d'una assignatura que era fora del pla d'estudis, Còpia i formació de conjunts d'edificis i monuments de totes les èpoques i estils, des de 1877 fins a 1898.

Hem trobat un sol llibre seu:

- *El Monasterio de Santa Maria de Ripoll / presentado por el arquitecto D. José Artigas y Ramoneda a sus compañeros de profesión.*

També és fora del nostre camp d'estudi.

Sabem que primer tenia el despatx al c. Portaferriça, 17, 3r, i que després es traslladà al c. Canuda, 19-21, 2n 2a. Podem citar, com a obra exemplar seva, l'església dedicada a St. Felip Neri situada al barri de Gràcia de Barcelona, entre els carrers de Montseny i de Ros de Olano.

Josep Vilaseca i Casanovas (1848–1873–1910)

Vilaseca era del grup dels professors més joves. Inicià la carrera d'arquitecte a Barcelona i l'acabà a Madrid, perquè en aquell temps el govern central encara no donava validesa als estudis impartits a Catalunya. Es titulà el 17 de desembre de 1872.

S'incorporà com a professor a l'Escola d'Arquitectura des de la mateixa fundació. L'arribada de Madrid, amb el seu company d'estudis Lluís Domènech i Montaner, i els esplèndids dibuixos en aquarel·la dels seus projectes d'estudiant cridaren enormement l'atenció. Sempre es va distingir per la seva mà artística i per la brillantor i els acabats de les seves obres. Va completar la seva formació viatjant extensament per tot Europa, copiant i dibuixant l'arquitectura monumental que es construïa aleshores, i el va impressionar especialment el grec modern de Viena.²⁰



Fig. 4.3.11

A l'Escola d'Arquitectura fou catedràtic de Dibuix de conjunts, a 1r curs, de 1875 a 1910, i també de Dibuix lineal, fora del pla d'estudis, des de 1875 fins a 1910. Va ser professor encarregat de càtedra de Còpia d'ornament i fragments arquitectònics de guix, fora del pla d'estudis, de 1875 a 1910, i encarregat de càtedra, també, de Segon curs de projectes, a 3r curs, des de 1877 fins a 1910.

Gaudí va cursar amb ell aquestes assignatures i, a més, Vilaseca també va formar part de tribunals de projectes que avaluaren el nostre mestre.

El seu despatx era a la pl. d'Urquinaona, 2, 3r 2a. Entre les obres exemplars de Josep Vilaseca cal destacar en primer lloc l'arc de triomf de Barcelona, construït amb motiu de l'Exposició Universal de 1888. Però també té un reguitzell d'obres catalogades a l'arxiu de la ciutat

²⁰ Per ampliar informació biogràfica de Josep Vilaseca i Casanovas podem llegir els detalls dels dos discursos d'elogis pronunciats per Joaquim Bassegoda i Vicent Artigas durant la vetllada celebrada amb motiu de la seva mort, recollits a les notes necrològiques de l'anuari de l'Associació d'Arquitectes de l'any 1911 sobre els companys de professió morts els dos anys anteriors.

comtal,²¹ entre les quals podem citar la casa de Pia Batlló, situada a la Gran Via, cantonada amb rambla de Catalunya, construïda entre el 1891 i 1896, la casa d'Enric Batlló, al passeig de Gràcia, o el xalet de Comas d'Argemir, al c. Diputació.

Lluís Domènech i Montaner (1850–1873–1923)

Domènech i Montaner estudià la carrera d'arquitecte a Madrid i es titulà el 13 de desembre de 1873. Amb Josep Vilaseca entrà de professor a l'Escola d'Arquitectura de Barcelona des de la mateixa fundació, el 1875, i amb ell va establir unes fortes relacions que s'arribaren a materialitzar en alguns projectes fets conjuntament.

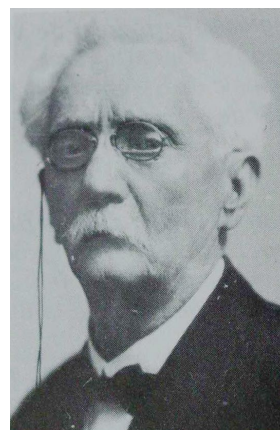


Fig. 4.3.12

Les assignatures que va impartir els primers anys com a professor interí van ser Topografia i Mineralogia. Podem deduir amb força seguretat, per les dates, que Gaudí va cursar amb ell la primera, però no podem dir el mateix de la segona, que és fora del pla d'estudis. Gaudí va ser avaluat per Domènech i Montaner en diferents ocasions, entre les quals podem destacar aquella en què li van denegar un premi extraordinari per un projecte seleccionat prèviament per la seva excel·lència.

El 1877 Domènech i Montaner va obtenir la càtedra de Coneixement de materials i aplicació de les ciències fisicoquímiques a l'arquitectura. A partir del 1899 és catedràtic de Composició d'edificis i professor numerari de segon i tercer curs de projectes, de 3r i 4t curs. Va ser director de l'Escola d'Arquitectura el 1900, però va haver de deixar el càrrec abans d'acabar l'any per ser diputat a les Corts per la ciutat de Barcelona. El substituï, en el càrrec, Joan Torras i Guardiola. Després tornà a ser director de l'Escola des de 1905 fins a 1919.

La seva activitat política i professional va ser molt intensa i és lògic, per tant, que ens hagi arribat una dosi important tant de la seva producció escrita com de la construïda. El seu despatx era al c. Diputació, 285, principal.

Des del punt de vista polític el veiem relacionat amb les revistes *La Renaixença*, primer, i *El Poble Català*, després. Va estar amb els partits polítics que s'anaven aglutinant entorn dels interessos catalanistes, primer amb la Lliga de Catalunya, després la Unió Catalanista, i finalment la Lliga Regionalista, i també es va vincular amb l'Ateneu Barcelonès. Va intervenir en l'elaboració de les famoses Bases de Manresa i va arribar a ser reelegit diputat el 1903.

Des del punt de vista de les obres construïdes, en podríem citar moltíssimes, i moltes estan catalogades. Algunes són tan significatives que són prou conegudes fins i tot popularment, com per exemple l'Editorial Montaner i Simon, al c. d'Aragó (avui Fundació Tàpies), el Cafè Restaurant per a l'Exposició Universal de 1888, al parc de la Ciutadella (avui Museu de Zoologia), la casa Lleó i Morera, al passeig de Gràcia, cantonada amb c. Consell de Cent (avui casa Loewe), o finalment l'esplèndid Palau de la Música Catalana.

²¹ Les obres de Vilaseca que el Catàleg de la ciutat de Barcelona incorpora al seu patrimoni són registrades amb els números 60, 185, 192, 212, 361, 433, 445, 648, 649, 657, 676, 681 i 743.

Adrià Casademunt i Vidal (?–1872–?)

Adrià Casademunt estudià la carrera a Barcelona, tot i que des de Madrid encara no es reconeixien oficialment els nostres estudis d'arquitectura. El títol de Casademunt, el de Joan Martorell i un tercer, van ser els tres primers que es van expedir a l'Escola de Barcelona, datats de l'any 1872. La data, anterior a la fundació de l'Escola d'Arquitectura (1875), és segurament un indicador d'un procés de convalidació, ja que no és fins a l'any 1877 que l'escola expedirà títols amb regularitat anual. És per això que el seu títol, finalment validat a Madrid, data del 27 de novembre de 1876.

Casademunt també és un dels primers professors de l'escola, però oficialment s'incorpora a la plantilla dos anys després de la fundació, el 1877. Va ser catedràtic de Màquines i motors, a 3r curs, i de Topografia, a 4t curs, fins l'any 1918.

Casademunt va coincidir amb Gaudí a l'Escola d'Arquitectura, però Gaudí ja havia aprovat abans de 1877 les assignatures que ell impartia.

Hem trobat obres signades per Adrià i per Josep Casademunt:

- *Santa Catalina: recopilación y ampliación de los borradores de la monografía de la iglesia y claustro del derruido convento de Padres Dominicos de Barcelona, que por encargo... practicó en 1837 D. José Casademunt / por Adriano Casademunt; precedido de un prólogo de Elías Rogent.*
- *Lecciones de Geometría Descriptiva: Tratado de Sombras. Corte de Piedras. Carpintería o Corte de maderas / José Casademunt.*
- *Láminas correspondientes a las lecciones de Geometría Descriptiva, Sombras, Corte de Piedras, Corte de Madera / José Casademunt.*
- *Geometría descriptiva; compuesto por José Casademunt (1804-1868) antiguo director de la Clase de Arquitectura.*

D'aquests textos es pot deduir que Josep Casademunt i Torrents va ser el pare d'Adrià, sobretot per la nota manuscrita del darrer llibre: "Donativo de Adriano Casademunt". Ens interessarà explorar més tard el contingut dels llibres de Josep Casademunt per veure si poden donar pistes sobre la formació en Geometria descriptiva d'una generació anterior.

Sabem que primer tenia el despatx al c. Ausiàs Marc, 17, 4t, i que després es traslladà al c. Consell de Cent, 377, 1r 1a. Buscant obres exemplars seves hem trobat, en el Catàleg del patrimoni de la ciutat de Barcelona, una església al c. Tapioles, al barri del Poble Sec.

4.3.3 Estudis d'arquitectes on va treballar Gaudí

Ja hem vist abans que dels 2.200 alumnes de la Universitat de Barcelona, tan sols uns 200 eren de ciències, i d'aquests només 7 pretenien estudiar arquitectura. En aquells temps, l'accés a la universitat no era possible als fills de famílies treballadores, que necessitaven que els fills treballessin per col·laborar i aportar ingressos des de ben joves. En el cas de les carreres tècniques, com ara arquitectura, on calia invertir encara més anys de joventut en formació, la conseqüència era que la majoria d'alumnes provenien de famílies realment benestants i adinerades.

En aquest sentit, Gaudí era un alumne diferent a la resta. Necessitava treballar per mantenir-se i pagar-se els estudis. Quan es traslladà a Barcelona des de Reus vingué sol i deixà la seva família al mas de Riudoms. Poc després que la seva família es va traslladar a Barcelona, i quan Gaudí encara era estudiant d'arquitectura, va perdre inesperadament el seu germà gran i la seva mare. El germà, per una malaltia molt ràpida, i la mare, segurament, pel disgust.

És per això que Gaudí buscà feina i s'oferí d'ajudant a arquitectes ja reconeguts, i aquesta situació es prolongà fins al 1883. Al Museu de Reus es conserven els dietaris de Gaudí, on apuntava meticulosament totes les hores que treballava en els diferents despatxos on anava. Cap a la part del final d'aquests manuscrits és on trobem els còmputos d'hores treballades, que denoten una concentració important d'activitat en el període recollit, que abraça des de final de novembre de 1876 fins a l'inici de gener de 1877.

Així, aquests dietaris no sols confirmen que durant la carrera Gaudí treballà en diferents despatxos, sinó que podem saber també que, en aquests dos mesos escassos, dedicà més de seixanta hores de treball a projectes del catedràtic i professor Francisco de Paula Villar y Lozano. Concretament en el projecte del monestir de Montserrat, Gaudí es va dedicar bàsicament als dibuixos del cambril de la Mare de Déu i de la secció de l'absis, però també dedicà hores a l'altar i al cimbori. El seu company de curs Cristòbal Cascante també va dedicar algunes hores a aquests projectes. Podem veure també que, per a Villar, dedicà tres hores a dibuixar la cadira de braços de l'Ateneu, situada aleshores dins del Teatre Principal.

Gaudí també computa hores treballades per a Leandre Serrallach. En aquest cas, sembla que va treballar en un altar per al Masnou i en una casa d'esbarjo.

A més d'aquests dos professors de l'Escola d'Arquitectura, que ja hem ressenyat abans, sabem que va treballar també per a l'arquitecte Emili Sala i Cortés²² i per a l'enginyer Josep Serramalera,²³ de la societat Padrós i Borràs, amb qui va aprendre dibuix industrial de màquines i motors. Joan Bassegoda ha analitzat amb detall aquests manuscrits i relaciona les feines de Gaudí per a Padrós i Borràs, en un tramvia que havia de circular per la zona de Montjuïc, amb la casa d'esbarjo Vila Arcàdia que Serrallach estava projectant en aquella mateixa zona.

²² Buscant obres exemplars d'Emili Sala i Cortés hem trobat que va fer una de les darreres reformes del Gran Teatre del Liceu i també la casa Elizalde, al c. València, seu cultural del districte II.

²³ De Josep Serramalera i Aleu tan sols sabem que va iniciar els estudis d'arquitectura, però que al final va ser enginyer.

Ens interessa sobretot destacar en aquest apartat dos importants estudis que també van influir en Gaudí durant aquells primers anys d'aprenentatge dins la professió, el de Josep Fontserè i el de Joan Martorell.

Josep Fontserè i Mestre (1829–1853–1897)

Josep Fontserè i Mestre va ser un mestre d'obres, fill de l'arquitecte Josep Fontserè i Domènech. Va tenir el reconeixement i la influència suficients per aconseguir l'encàrrec del parc de la Ciutadella, tot i que no era arquitecte. Aquesta qüestió va motivar alguna reclamació entre el col·lectiu d'arquitectes i l'ens municipal, per la qual cosa Fontserè va acabar l'obra del parc però se li va impedir d'acabar altres obres. Una altra de les obres més importants que va construir són els anomenats porxos d'en Fontserè, inacabats, al davant mateix del parc a les illes que envolten el mercat del Born.²⁴

Com ja se sap, Gaudí va col·laborar en el projecte del parc de la Ciutadella, amb el disseny de la font monumental i amb la tanca exterior. Un dels detalls més representatius de la implicació de Gaudí en aquest projecte és l'esforç que va dedicar al càlcul del dipòsit d'aigües annex al parc (al c. Wellington). Aquest esforç li valgué l'aprovat de Mecànica, de la qual no s'hi havia presentat en les últimes convocatòries. Quan Fontserè va portar el càlcul de Gaudí al professor Joan Torras, per verificar-lo, aquest, sorprès i admirat, li va preguntar qui l'havia fet. A partir de llavors, Torras sempre va mirar Gaudí amb bons ulls i li va posar facilitats quan un examen se li complicava.

A l'anuari de 1899 de l'Associació d'Arquitectes hem trobat un mestre d'obres, Eduard Fontserè i Mestre, establert al c. Rosselló, 168, 3r. Es tracta d'un germà de Josep que també era mestre d'obres i que, segons explica Joan Bassegoda, es va especialitzar en temes d'hidràulica. El fet que Josep Fontserè no figuri a la llista de l'anuari i sí, en canvi, el seu germà Eduard, ens fa pensar en la possibilitat que tots dos germans compartissin el mateix espai com a despatx.

El llibre *Miscel·lània Fontserè*²⁵ ens podrà ajudar a ampliar informació sobre Josep Fontserè i Mestre. La publicació de Ramon Grau i Marina López ens pot permetre ampliar informació sobre Josep Fontserè i el parc de la Ciutadella.²⁶ Sobre el parc de la Ciutadella i Fontserè també podem consultar les obres de Jesús Gandullo²⁷ o de F. Xavier Pablo Salvat.²⁸

²⁴ Fontserè va tenir molta activitat i ens ha deixat una bona col·lecció d'obres que s'han incorporat al patrimoni de la ciutat comtal. La llarga llista de la numeració del catàleg pot servir per fer-se una idea de la quantitat d'obra de qualitat que va produir: 115, 199, 204, 205, 206, 207, 209, 211, 239, 380, 515, 739, 773, 791.

²⁵ *Miscel·lània Fontserè*. Ed. Gustavo Gili, Barcelona, 1961.

²⁶ GRAU FERNÁNDEZ, Ramon. *La gènesi del parc de la Ciutadella: Projectes, concurs municipal i obra de Josep Fontserè i Mestre: 1868-85 / Ramon Grau; Marina López*. Ed. Magrana, Institut Municipal d'Història, Barcelona, 1982.

²⁷ GANDULLO GUERRERO, Jesús; IRANZO GARCÍA, Alexandre; MECA ACOSTA, Benet Alfons; Dep. d'Expressió Gràfica Arquitectònica I. *Projecte de restauració del conjunt monumental de la font-cascada del parc de la Ciutadella de Barcelona*. Ed. UPC.

²⁸ PABLO SALVAT, Francesc Xavier. *Estudi de l'obra de Fontserè: parcs i jardins (prof. ponent: Enric Batlle Durany)*. Barcelona, 1987.

Joan Martorell i Montells (1833–1872–1906)

Joan Martorell estudià la carrera a Barcelona i obtingué el títol, amb data de 1872, després d'un procés de convalidació, de la mateixa manera que el professor Adrià Casademunt. El seu títol, finalment validat a Madrid, data del 27 de novembre de 1876, exactament igual que el d'Adrià Casademunt, la qual cosa denota que es tramitaren junts.

Joan Martorell va ser un arquitecte reconegut i representatiu d'un ambient molt especial, el Cercle Artístic de Sant Lluc, que va arribar a tenir un important poder d'influència. El Cercle Artístic era un grup d'artistes catòlics que giravoltava entorn de les idees de renovació del bisbe de Vic, Mn. Torras i Bages, i havia nascut per contraposició a altres grups laics. Pel Cercle Artístic van passar personatges tan diversos com ara Antoni Gaudí, Joan Maragall, Eugeni d'Ors, Ricard Opisso, els germans Llimona, Mir, Junceda, etc., i entre els arquitectes trobem, a més, Jeroni Martorell i Cèsar Martinell, la qual cosa confirma una certa tendència comuna, ideològica i formal, com a segell de l'entitat.

L'estudi de Martorell era al passatge Bernardí, 1, 3r. Dins del projectes fets a l'estudi de Martorell, on resulta més provada la presència de la mà de Gaudí és al de l'església i el convent de les Saleses, al pg. de St. Joan, núm. 88-92, que es va construir entre 1882 i 1885. Entre altres obres exemplars de Martorell podem destacar els Jesuïtes de Sarrià, l'obra de reforma del Palau Robert, la reforma del convent de Sta. Mònica i el polèmic projecte d'acabament de la façana de la catedral de Barcelona.²⁹

La tesi doctoral de Jaume Aymar ens pot ajudar a ampliar informació sobre Joan Martorell.³⁰

No hi ha un ordre cronològic entre totes aquestes diferents col·laboracions en despatxos on va treballar Gaudí, sinó que les va alternar segons es desenvolupaven i es desencadenaven els encàrrecs. Si en el despatx d'Emili Sala sembla que Gaudí no s'hi va trobar bé i de Villar va comentar que li calien autèntics discursos perquè l'home l'entengués, pel que fa a Martorell podem dir que va haver-hi una relació positiva i diferent. Prova d'això és el fet que, després d'haver obtingut el títol d'arquitecte, el de Martorell va ser l'únic despatx amb el qual la col·laboració de Gaudí va perdurar un temps més.

Cal recordar que va ser Martorell qui proposà Gaudí com a arquitecte successor de Villar al capdavant de les obres de la Sagrada Família quan el primer va dimitir, i més endavant veurem que, segons Joan Bassegoda, Gaudí va aprendre mètodes gràfics i funiculars gràcies al contacte amb Martorell.

²⁹ Martorell també té una bona llista d'obres catalogades a Barcelona: 11, 177, 195, 365, 481, 634, 740, 796, 805.

³⁰ AYMAR I RAGOLTA, Jaume. *L'arquitecte Joan Martorell i Montells (Barcelona 1833-1906) mestre d'Antoni Gaudí*; Jaume Aymar i Ragolta; dirigida per Mireia Freixa i Serra. Tesi doctoral, Universitat de Barcelona, Dep. d'Història de l'Art, 1993.

4.4 Continguts de geometria dins del currículum docent

El propòsit d'aquesta recerca ha estat el d'esbrinar el nivell dels continguts impartits pels diferents professors ressenyats ja en l'apartat anterior dins de les diferents assignatures que Gaudí va cursar al llarg del seu currículum acadèmic. Ens interessen especialment les relacionades amb la geometria, que tractarem en aquest apartat, i les relacionades amb la mecànica de les formes voltades de la construcció, que tractarem en l'apartat següent.

4.4.1 Geometria en l'ensenyament secundari

Per fer-nos una molt bona idea dels continguts de geometria que va poder cursar Gaudí en l'ensenyament secundari durant els seus cursos de batxillerat, hem pogut consultar apunts de classe d'alguns companys de la seva promoció que s'han conservat fins avui.

Leandre Albareda va néixer, igual que Gaudí, el 1852. Estudià arquitectura i es titulà el 1877, un any abans que Gaudí. Per interpretar aquesta diferència d'un any cal considerar la infantesa malaltissa de Gaudí, per una banda, i per altra banda les circumstàncies polítiques esdevingudes a Reus que van endarrerir el trasllat de Gaudí cap a Barcelona en el moment d'ingressar a la universitat.

De Leandre Albareda s'han conservat diversos apunts de les classes dels seus estudis. Els més antics que podem veure a la biblioteca de l'ETSAB daten de l'any 1865-1866, quan Gaudí i Albareda tenien tan sols 13 anys. És clar, per tant, que es tracta d'un apunts de les classes de batxillerat, i en aquest cas de les classes de geometria. Tot i que Gaudí va cursar el batxillerat a Reus, l'existència dels exàmens d'estat o de revàlida, que es realitzaven en centres molt vinculats a la mateixa universitat, fa pensar que no hi podia haver gaire dispersió de continguts entre els diferents centres de les diferents ciutats del país. Al cap i a la fi, tots els centres tenien la mateixa fita: tots els alumnes havien de superar un mateix examen.

El llibre d'Albareda del curs 1865-1866 és un recull manuscrit de 102 problemes de geometria, curosament retolats i enquadernats, en format foli. La majoria d'aquests problemes versen sobre construccions gràfiques elementals: paral·leles, perpendiculars, polígons, tangències... Al final del volum s'afegeixen unes pàgines amb dibuixos geomètrics sense cap títol però que ens parlen d'exercicis per domesticar el traç i per iniciar-se en la representació de cossos geomètrics i volums diversos. Podem distingir feixos de plans, radiacions i projeccions de rectes i plans, interseccions de plans i també piràmides, truncaments, políedres, cons, cilindres i esferes.

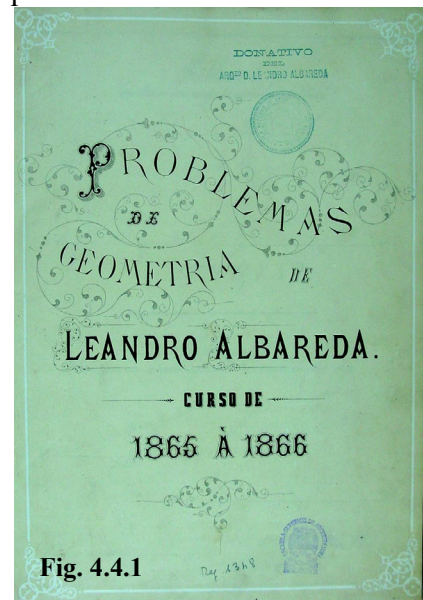


Fig. 4.4.1

En un segon llibre, datat de l'any següent (1867) i de format mig foli, tornem a trobar 99 problemes de geometria. En aquest cas, els 53 primers problemes tracten sobre construccions gràfiques. Després hi ha un apartat de càlcul d'àrees amb 31 problemes diversos que van des

del càlcul d'àrees de formes poligonals irregulars fins al càlcul d'àrees de cilindres, cons i esferes. Finalment, hi ha un apartat de càlcul de volums amb 14 problemes diversos que també arriben al càlcul del volum de l'esfera. A l'annex 2 adjuntem alguns d'aquests problemes per il·lustrar el nivell dels continguts de geometria en aquesta etapa de la formació de Gaudí.

4.4.2 Geometria analítica a la Universitat de Barcelona

Llorenç Presas

Tot fa pensar que Gaudí va rebre una formació bàsica molt important de geometria en el seu primer curs a la Universitat de Barcelona, quan va cursar les assignatures de Matemàtiques, Geometria analítica, Complementes d'àlgebra i geometria i Càlcul integral i diferencial en 2 o 3 dimensions, amb Llorenç Presas.

Per acostar-nos al contingut de geometria que impartia Llorenç Presas és útil la consulta a la publicació que ja hem citat abans:

Atlas Escuela Industrial Barcelonesa. 1r curso, de 1851-1852. Establecido en octubre de 1851. Fue encargado de plantearla, por orden de S.M. en 28 de septiembre de 1850, el catedrático D. Lorenzo Presas y Puig.

Es tracta d'un llibre manuscrit, de gran format, guardat al Fons Antic de la Biblioteca de l'ETS d'Enginyers Industrials de Barcelona, que aglutina en forma de quadres-resum els diferents continguts, amb les equacions, les gràfiques i els esquemes de les assignatures de geometria i càlcul que Llorenç Presas impartia.

En el segon foli (fig.4.4.2), el llibre té una altra portada amb el títol:



Fig. 4.4.2

Resumen de Geometría analítica y cálculo infinitesimal dividido en 12 cuadros. Copiado por los alumnos de la Escuela Industrial Barcelonesa en el curso primero, de 1851-52, a cargo del catedrático D. L. Presas y Puig.

Als primers folis trobem tota mena d'exercicis resolts d'interseccions de rectes, de mitjana, tercera i quarta proporcional, de tangències i de polígons inscrits i circumscrits, i hem de destacar que en tots el plantejament i la resolució són gràfics, tot i

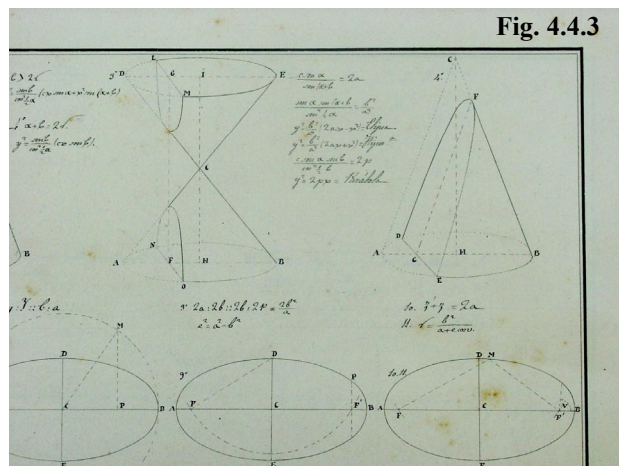


Fig. 4.4.3

que són dins del camp de la geometria analítica. En cada cas hi ha un dibuix il·lustratiu, molt més significatiu que no pas les expressions analítiques que l'acompanyen.

Volem destacar, molt especialment, els quadres 4.1 i 4.2, on podem veure gràfiques de les tres corbes còniques (el·lipse, paràbola i hipèrbola), amb les equacions i la visualització com a les diferents seccions planes.

A les fig. 4.4.3 i 4.4.4 mostrem uns detalls del quadre 4.a i 4.b respectivament.

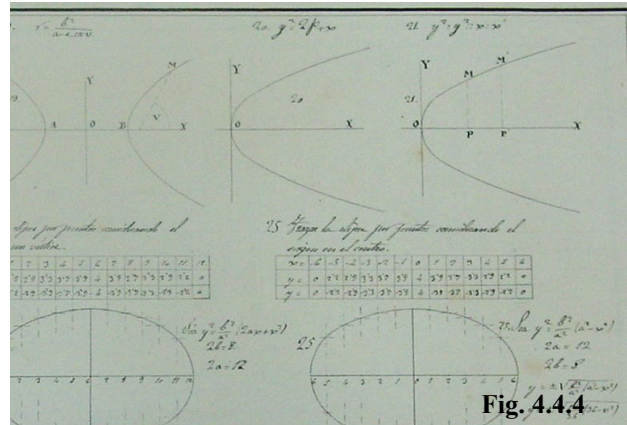


Fig. 4.4.4

Els folis següents contenen mètodes numèrics de càlcul: mètode de Newton, mètode de Vallejo i mètode de Lagrange. També trobem una ressenya amb solucions gràfiques dels problemes clàssics: la duplicació del cub i la quadratura del cercle.

Després, en el quadre 7è trobem totes les fórmules necessàries per al càlcul diferencial, i en el 8è, el desenvolupament de Taylor i el teorema de Stirling.

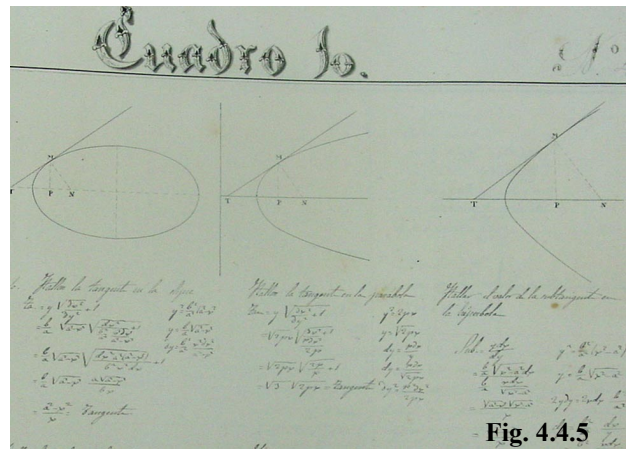


Fig. 4.4.5

Finalment, en el quadre 10è (fig. 4.4.5) trobem les tangents a les tres corbes còniques, amb el gràfic i les expressions analítiques. En el quadre 12è podem veure expressions per calcular àrees, i en destaca l'apartat titulat "Cuadratura de curvas" (fig. 4.4.6), on hi ha una expressió per mesurar àrees de segments de paràbola.

A l'annex 2 adjuntem una selecció de totes les pàgines d'aquest llibre que hem escanejat perquè ens han semblat més relacionades amb el nostre estudi.

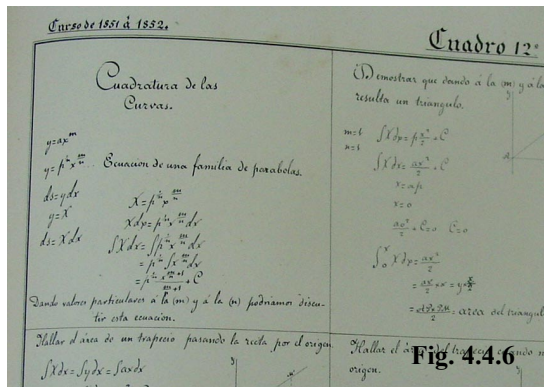


Fig. 4.4.6

De les converses de Gaudí amb Cèsar Martinell, quan parlaven sobre els paraboloides i els hiperboloides, observem un comentari indicador d'una influència reconeguda pel mateix Gaudí:³¹

[...] als divuit anys, quan estudiava Anàlisi Matemàtica, començà a sentir l'atracció d'aquesta mena de superfícies. El seu professor, que era molt bo i amic de Monge, no n'explicava totes les propietats, perquè no les sabia, però en tenia un cert sentiment que, juntament amb l'entusiasme amb què explicava, li encomanà a ell.

³¹ MARTINELL, César. *Gaudí i la Sagrada Família comentada per ell mateix*. Ed. Aymà, Barcelona, 1951, amb pròleg de Francesc de Paula Quintana, pàg. 126.

Deduïm que aquest comentari es referia a Llorenç Presas i Puig, professor de Gaudí de Geometria analítica i de Complementos d'àlgebra i geometria. Ja hem destacat abans el perfil intel·lectual i pluridisciplinari del Dr. Presas i la seva gran agilitat i els dots naturals per al càlcul i la geometria.

Així, doncs, aquest comentari, que podia passar desapercbut, resulta ser de transcendental importància en la recerca dels orígens de la formació de Gaudí i dels factors influents que el menaren cap a la seva nova arquitectura. Amb aquestes paraules, Gaudí reconeix que aquest professor, que era molt bo i que explicava amb sentiment i entusiasme, li va encomanar l'atracció per les superfícies quadràtiques, justament aquelles que caracteritzen moltes de les seves obres d'arquitectura.

4.4.3 Geometria descriptiva a la Universitat de Barcelona

José Castelaró

Durant el segon curs a la Universitat de Barcelona, Gaudí també va rebre un nivell molt bo d'ensenyament de Geometria descriptiva, amb el professor José Castelaró i Saco.

En la nostra recerca dels continguts de Geometria descriptiva rebuts per Gaudí durant el seu segon curs a la Universitat de Barcelona, hem trobat dues publicacions del professor José Castelaró i Saco:

- 1) *Oración inaugural leída ante el claustro de la Universidad de Barcelona en la solemne apertura del curso 1884 a 85*, localitzat a la Biblioteca de la Reial Acadèmia de les Ciències i de les Arts de Barcelona;
- 2) *Primera parte del curso de geometría descriptiva explicado en la facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona por José Castelaró*, localitzat al Fons Antic de la Biblioteca de l'ETSEIB.

Una visió de l'índex d'aquest segon llibre ens dóna a entendre que es tracta d'una introducció a la geometria descriptiva, i més concretament al sistema de projeccions dièdriques:

Pròleg	
Introducció	
Capítol I	Alfabet
Capítol II	Determinació del pla: punts i rectes situats en el pla
Capítol III	Paral·lelisme
Capítol IV	Perpendicularitat
Capítol V	Intersecció de plans
Capítol VI	Intersecció d'una recta amb un pla
Capítol VII	Canvi de plans de projecció
Capítol VIII	Girs de punts i rectes
Capítol IX	Girs de plans
Capítol X	Rebatiments
Capítol XI	Menors distàncies
Capítol XII	Angles
Capítol XIII	Polígons
Capítol XIV	Poliedres

Conclusió

En el pròleg l'autor exposa que es tracta d'una obra econòmica, que li genera pèrdues econòmiques però que l'edita pel bé dels estudiants, com un mèrit més en el seu full personal de mèrits i serveis. Adverteix als alumnes que no és obligatori adquirir el llibre i que els apunts presos amb una atenta actitud a classe són suficients, com ho han demostrat les vuit generacions d'alumnes anteriors a aquesta edició.

Explica que ha vist necessària la publicació del llibre perquè l'obra de l'autor francès **C.F.A. Leroy**, que és la universalment acceptada com a llibre de text a tot arreu, és molt bona en la segona part, on desenvolupa el tractat de superfícies (generació, representació interseccions, etc.), però, en canvi, té una primera part desordenada i amb moltes coses superflues i prescindibles.

Cita també com a bones obres les de **C.F.A. de La Gournerie** i la de **T. Olivier**.

Comenta també que no hi ha una majoria d'estudiants notablement destacats i que les circumstàncies fan que calgui una obra que comenci pel més senzill i que vagi, progressivament, cap al més complex.

Una ullada general a l'interior del llibre (breu, d'unes 67 pàgines) ens diu que és una introducció al sistema dièdric, amb unes làmines desplegable al final on hi ha els gràfics i les figures que il·lustren el text, i que segons els comentaris de l'autor són el que encareix l'obra.

A les conclusions l'autor torna a fer referència a C.F.A. Leroy i remet a ell per continuar la segona part del curs.

Buscant a la xarxa de biblioteques hem pogut localitzar 13 autors anomenats Leroy, però analitzant les obres de cada un, hem vist que només un publica obres sobre geometria descriptiva. Així, no pot quedar cap dubte que José Castelar i Saco, per a la segona part del curs, estava citant M. Leroy, Charles Françoise Antoine, que té 2 títols publicats. Un és el *Traité de stéréotomie comprenant...*, del qual es conserven diferents edicions, des de la primera edició de l'any 1844, en dos volums (text i atlas de làmines), fins a la 12a edició, de l'any 1890, també amb el text separat de les làmines. L'altre llibre és *Traité de géométrie descriptive...*, en dos volums (text i atlas), del qual també es conserven diferents edicions, des de la 3a edició, de 1850, fins a la 15a edició, de 1910. Aquest ha de ser sens dubte el tractat que el professor José Castelar i Saco, de la Facultat de Ciències de la Universitat de Barcelona, indicava als alumnes per als temes de la segona part del curs: superfícies, ombres...

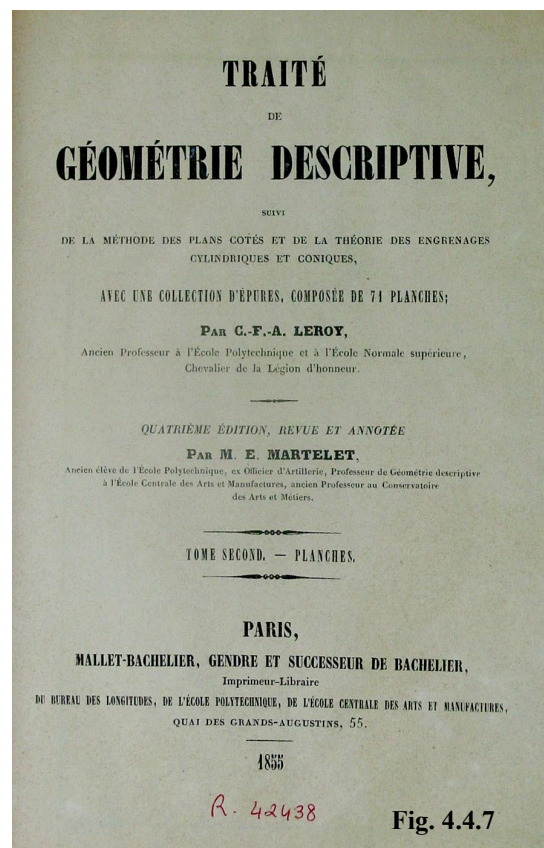


Fig. 4.4.7

C. F. A. Leroy

El llibre de Leroy es conserva al Fons Antic de la Biblioteca d'Enginyers Industrials de Barcelona i la seva consulta ens ha permès de situar-nos en el nivell d'ensenyament que Gaudí va rebre del seu professor. El llibre és en francès i s'estructura en uns grans capítols anomenats "llibres" dins dels quals hi ha diferents parts anomenades "capítols". Les referències a l'atlas, on hi ha les figures que il·lustren les explicacions del text, són constants.

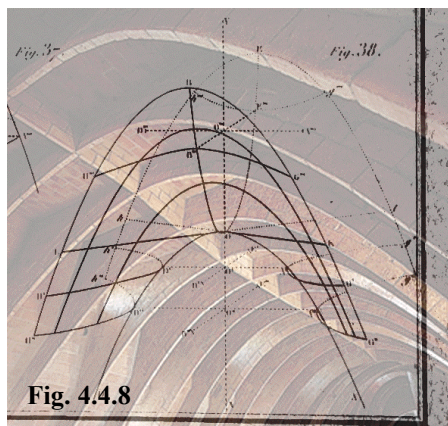


Fig. 4.4.8

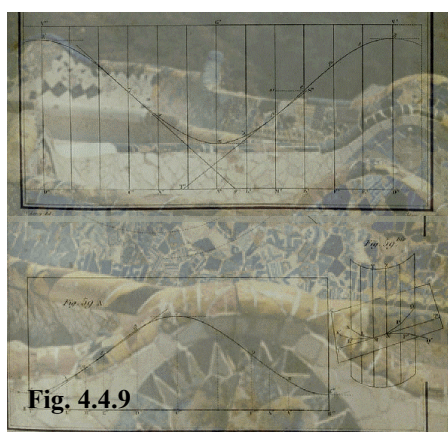


Fig. 4.4.9

El desenvolupament de la part de superfícies és impressionant. Dins del text hi ha petites referències i equacions matemàtiques, teoremes i petites demostracions. Dins la part de l'atlas hi ha unes làmines molt vistoses de poliedres i de generació de superfícies. S'il·lustra la classificació de les superfícies en reglades, guerxes, de revolució, etc., i veiem la successió de paràboles d'un paraboloid que recorda les golfes de la Pedrera. Notem la presència constant dels desenvolupaments planimètrics dels cilindres i cons seccionats, la qual cosa és una mostra, no sols de l'alt nivell del text, sinó també de la preocupació per la didàctica de la matèria tractada, ja que així es fa possible la construcció de maquetes de paper o cartró i es facilita la comprensió del tema. Els diversos desenvolupaments del cilindre seccionat per un pla inclinat donen una forma ondulada que recorda l'ondulació del banc del Parc Güell. També hi trobem nombrosos exemples d'interseccions de superfícies diverses: dos cilindres, dos cons, cilindre i con, con amb el·lipsoide, esfera amb paraboloid... Entre tots els casos volem destacar la intersecció de dos el·lipsoïdes que recorden el capitell o nus de ramificació en les columnes de la nau de la

Sagrada Família. Finalment, podem destacar la presència de diverses formes helicoidals que generen volums que recorden rampes de cargol o columnes salomòniques. Aquestes imatges també les podem considerar el punt de partida de Gaudí, que les va perfeccionar amb les columnes de doble gir a la Sagrada Família.

J. de la Gournerie, T. Olivier i M. d'Ocagne

També hem volgut consultar els altres textos citats per José Castelar: el de Joules de la Gournerie i el de Théodore Olivier. Tots dos textos són igualment admirables, com ho era el de Leroy. Potser, fins i tot, trobem encara més sofisticació en les interseccions (podem veure, per exemple, la intersecció de dos hiperboloides) o més desenvolupament en temes com ara la topografia.

La cita reiterada a Maurice d'Ocagne ens ha dut a consultar, també, el seu tractat. N'hem trobat un exemplar al Fons Antic de la Biblioteca de l'ETSEIB que ens confirma el nivell i l'interès profund per la matèria durant aquells anys, en els quals la geometria descriptiva va rebre un fort impuls. En pocs anys es va notar un creixement en l'aprofundiment en diferents problemes i qüestions i es multiplicaren ràpidament els tractats i els textos docents.

El tractat d'Ocagne està en sintonia amb els primers tractats consultats, de Leroy o d'Olivier, i en el mateix títol, *Curs de geometria descriptiva i de geometria infinitesimal*, deixa entendre aquella concepció inicial de la geometria descriptiva com a matèria molt més pertanyent a la matemàtica que no pas a les ciències de la representació i l'expressió gràfica.

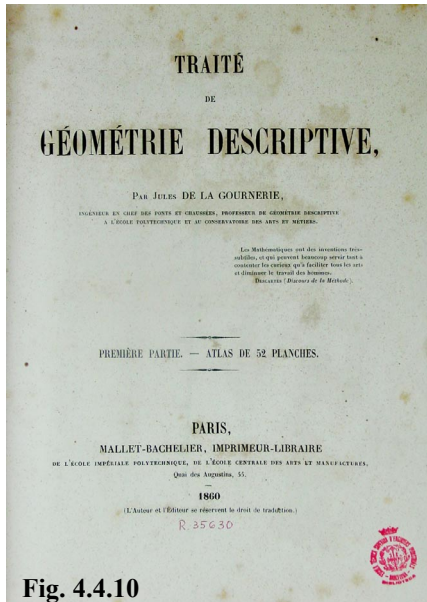


Fig. 4.4.10

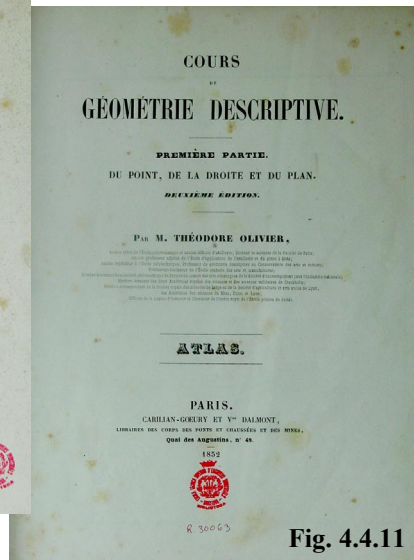


Fig. 4.4.11

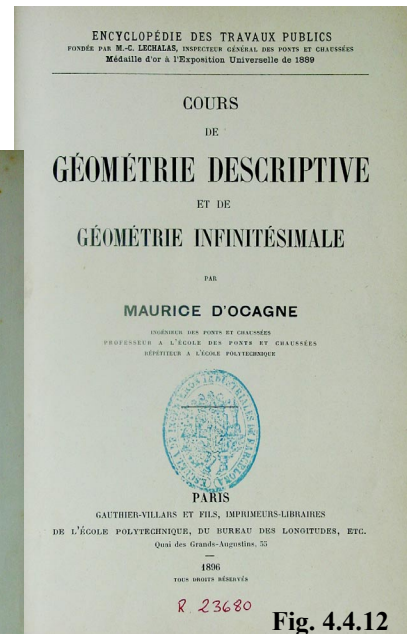


Fig. 4.4.12

Frezier, Monge i Adhemar

Finalment, per completar aquesta recerca hem volgut consultar i comprovar la presència en els fons antics de les nostres biblioteques dels textos dels autors més cèlebres de la geometria descriptiva. Hem trobat textos antics de M. Frezier, G. Monge i A. J. Adhemar, i tots són també una prova que l'ambient universitari a l'entorn del qual va estudiar Gaudí no era aliè a aquesta nova ciència i estava al corrent de tots els seus avenços.

Gaspard Monge sempre ha estat reconegut com el pare de la geometria descriptiva. És reconegut i citat en la majoria dels textos consultats i aquest reconeixement universal es materialitza en el fet que el text de Monge el podem trobar a diferents universitats i escoles. A l'Escola d'Arquitectura de Barcelona també hi és, en dues edicions.

- *Geometría descriptiva. Lecciones dadas en las Escuelas Normales por Gaspar Monge*. Madrid, 1803. Traducció a l'espanyol de la versió original en francès.
- *Geometría descriptiva*. Ed. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid. Versió moderna per facilitar el servei de consulta i préstec.

Hem consultat el llibre original, del 1803, i veiem que és

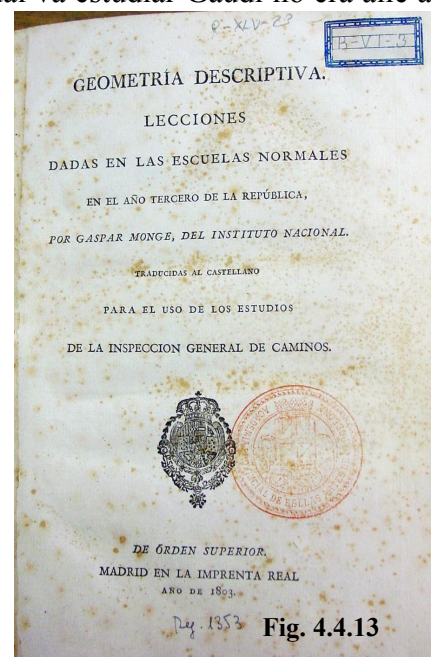


Fig. 4.4.13

realment molt complet, però es nota que va ser el primer d'aquesta matèria, ja que les làmines no són, ni de bon tros, tan riques i elaborades com ho eren les dels següents tractats que el van succeir.

A l'annex 2 adjuntem una selecció d'algunes pàgines de cada un d'aquests textos. Hem escanejat totes aquelles pàgines que ens han semblat més interessants i vistoses, així com les relacionades amb el nostre estudi d'arcs i voltes, amb la intenció d'il·lustrar el nivell dels coneixements de geometria descriptiva d'aquelles dates.

Apunts de Leandre Albareda

Dins la col·lecció d'apunts manuscrits de Leandre Albareda que es conserva a la biblioteca de l'ETSAB, trobem un recull que correspon al curs 1870-1871, quan Gaudí i Albareda tenien tan sols 18 anys, i, per tant, quan tots dos cursaven Geometria descriptiva a la Universitat Literària, abans de l'ingrés a l'Escola d'Arquitectura.

Aquests apunts ens han servit per veure que, malgrat que el professor Castelaro cités les esplèndides obres que hem estat comentant fins aquí, a l'hora de la veritat, els apunts de classe reflecteixen un nivell de coneixements molt més versemblant i assumible pels seus joves alumnes. De fet, ja hem comentat que el mateix Castelaro va considerar necessària l'edició d'un llibre més adequat al nivell de la majoria d'estudiants que comencés pel més senzill i anés progressant poc a poc cap al més complex. Hem dit ja que en el pròleg del seu llibre José Castelaro recomanava el tractat de C.F.A. Leroy per a la segona part de l'assignatura, ja que desenvolupava excel·lentment els temes de les superfícies. Hem comprovat aquesta qüestió en tots aquests gran textos citats i hem verificat que abraçaven el tractament de les superfícies reglades i les quadràtiques (inclosos els conoides, el·lipsoides, paraboloides, hiperboloides i les interseccions entre si).

Malgrat tot, aquesta segona part del temari de José Castelaro no va quedar recollida en els apunts i les làmines de Leandre Albareda. Els apunts d'Albareda són una bona introducció al sistema dièdric, amb 53 làmines que van des de l'alfabet bàsic del punt, la recta i el pla fins a les interseccions de políedres. Els principals temes que inclou són els següents:

- Punt, recta i pla; diferents posicions segons els quadrants
- Traces i interseccions amb els plans de projecció
- Paral·lelisme i perpendicularitat
- Canvis de plans de projecció
- Girs i abatiments
- Mínimes distàncies
- Políedres regulars
- Interseccions de políedres
- L'angle trièdre

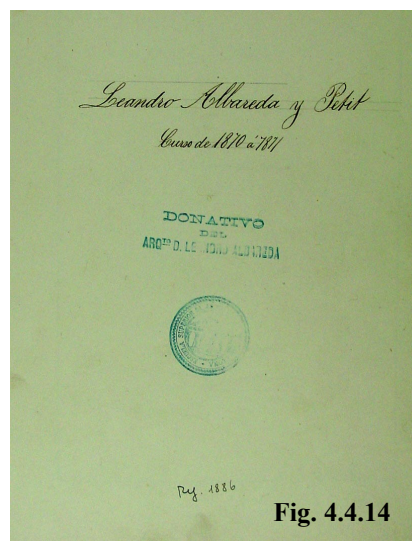


Fig. 4.4.14

Després de tot el que hem vist, sembla evident, per tant, que Antoni Gaudí, alumne del Dr. José Castelaro i Saco en l'assignatura de Geometria descriptiva a la Facultat de Ciències de la Universitat de Barcelona, havia de conèixer aquests llibres, als quals el professor Castelaro

remetia els seus alumnes per a l'estudi de la segona part de la seva assignatura. Si més no, el de C.F.A. Leroy, considerat el millor de tots i recomanat com a llibre del curs.

Així, malgrat que no podem confirmar la materialització de la segona part del temari en exercicis de classe reflectits en els reculls d'apunts, aquest primer contacte amb la geometria descriptiva i amb els textos mencionats ja va ser prou profund per a Gaudí per arribar a familiaritzar-se amb la representació de corbes còniques planes, i més especialment, a l'espai, amb les superfícies quàdriques, superfícies guerxes i interseccions i ombres de les unes amb les altres. Són, justament, totes aquelles formes que després caracteritzaran la seva obra arquitectònica. La influència d'aquesta formació profunda en geometria descriptiva és una de les idees de fons que es volien transmetre en la visual exposició del Saló del Tinell de Barcelona, celebrada en commemoració de l'Any Gaudí 2002, quan feia 150 anys del seu naixement.

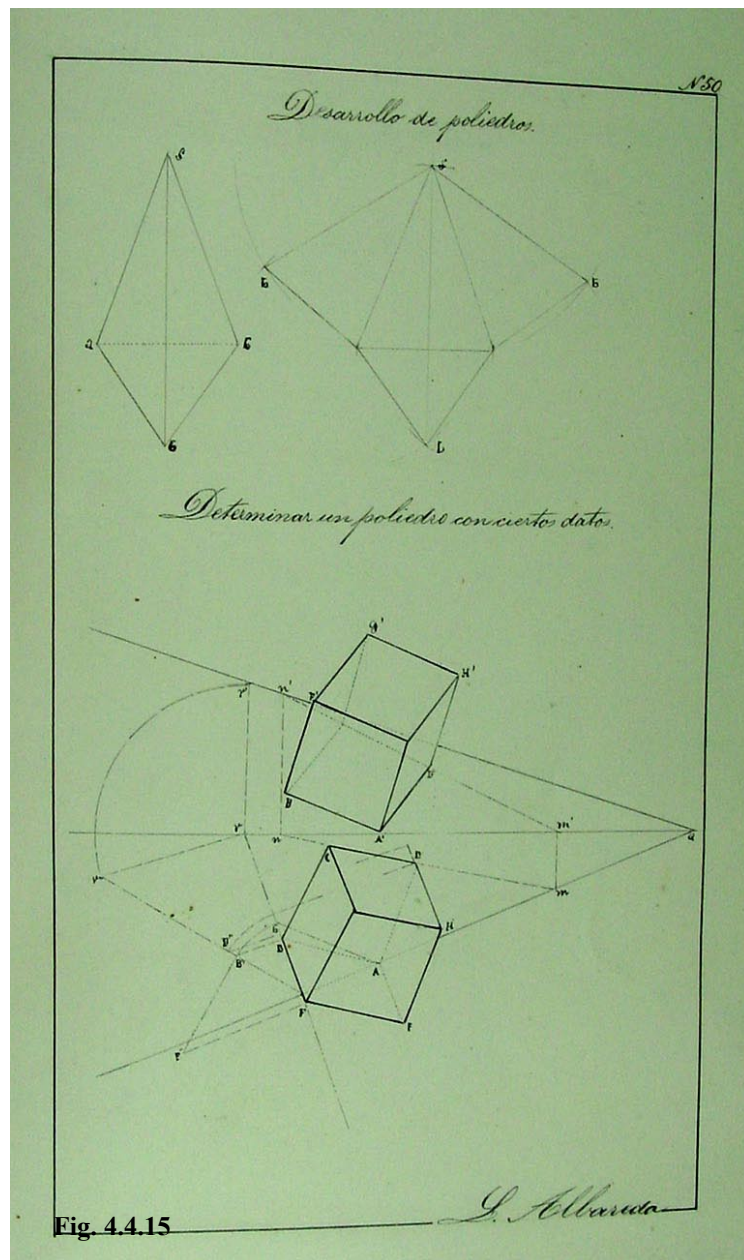


Fig. 4.4.15

4.4.4 Geometria descriptiva a l'Escola d'Arquitectura

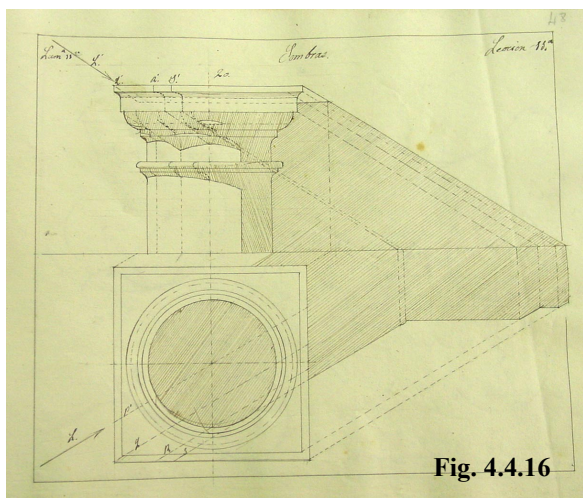
Ja hem vist a l'expedient acadèmic de Gaudí, que a l'Escola d'Arquitectura no va cursar cap assignatura titulada Geometria descriptiva. Aquesta, anomenada exactament amb aquest mateix nom, l'havia cursada ja a la Universitat de Barcelona. De totes maneres, el cert és que a l'Escola d'Arquitectura va cursar, com a mínim, dues assignatures estretament relacionades amb la geometria descriptiva, que la desenvolupaven en matèries pràctiques i específiques de manera considerable. Així, doncs, quan parlem de geometria descriptiva a l'ETSAB ens referim a les assignatures d'Ombres i perspectiva (del curs preparatori que inclou la gnomònica) i d'Estereotomia (del primer grup).

Josep Casademunt

Com a antecedent a l'ensenyament de la geometria descriptiva a l'Escola d'Arquitectura hem trobat els apunts manuscrits de Josep Casademunt i Torrents (1804-1868), professor de geometria descriptiva i director de les classes d'arquitectura dins de l'escola d'arts i oficis de la Llotja, on s'impartien classes per a mestres d'obres. Josep Casademunt era el pare d'Adrià Casademunt, arquitecte i professor de Gaudí, i aquest detall ens obre més l'interès pel text.

De Josep Casademunt hem trobat els títols següents:

- *(Geometría descriptiva) compuesto por José Casademunt (1804-1868) antiguo director de la Clase de Arquitectura.*
- *Lecciones de Geometría Descriptiva tratado de Sombras. Corte de Piedras. Carpintería o Corte de maderas.*
- *Láminas correspondientes a las lecciones de Geometría Descriptiva Sombras Corte de Piedras, Corte de Madera.*
- *Santa Catalina recopilación y ampliación de los borradores de la monografía de la iglesia y claustro del derruido convento de Padres dominicos de Barcelona que practicó en 1837 D. José Casademunt por D. Adriano Casademunt. Barcelona, 1886.*



Hem consultat els tres primers títols, i el quart ens ha servit per verificar la relació familiar entre Josep i Adrià Casademunt. El primer i el segon són llibres manuscrits amb el text, sense il·lustracions, escrits en les pàgines d'unes llibretes en blanc, i de fet un és posterior que l'altre i l'inclou. El tercer és l'atlas o recull de làmines de format 20 cm x 29 cm delineades a tinta i enquadernades en sol volum.

Malgrat que, com a manuscrit, la presentació no arriba a la categoria de les publicacions fetes a través de les editorials, hi trobem alguns treballs amb un nivell de consideració.

El text comença pel més senzill, explicant els fonaments del sistema dièdric, però va avançant ràpidament i arriba un traçat d'ombres i interseccions de considerable complexitat (fig. 4.4.13). A l'annex 2 n'adjuntem algunes de les pàgines seleccionades.

El text de Casademunt no està datat, però, sabent que l'autor va viure de 1804 a 1868, podem suposar-hi una data aproximada: 1850. Aquesta obra esdevé una mostra de la geometria descriptiva que s'explicava a Barcelona fins i tot abans del temps del Gaudí estudiant. El resum de l'índex ens donarà molt bona idea del seu contingut:

Làm.	1 a 36	Geometria descriptiva
Làm.	37 a 49	Ombres
Làm.	50 a 51	Perspectiva
Làm.	52 a 76	Tall de la pedra
Làm.	77 a 86	Tall de la fusta

Aquestes làmines van ser recollides també en els annexos de la tesi doctoral de Josep Bertran, *Antoni Rovira i Rabassa, arquitecte i professor de Geometria descriptiva als inicis de l'Escola d'Arquitectura de Barcelona*. En aquests annexos, a més, es recull una sèrie de làmines corresponents als exercicis d'aquesta assignatura de l'Escola de Mestres d'Obres fetes per l'alumne Macari Planella, de qui parlarem més endavant quan tractem les qüestions de la mecànica i la construcció de voltes. La col·lecció és de format gran, de 30 cm x 41 cm, i consta de 95 làmines delineades a tinta i enquadernades en un volum que es conserva a la biblioteca de la Càtedra Gaudí. El contingut d'aquest conjunt de treballs, que el veiem ampliat i amb més qualitat expressiva, el podem resumir així:

Exerc.	1 a 49	Geometria descriptiva
Exerc.	50 a 61	Ombres
Exerc.	62 a 92	Tall de la pedra
Exerc.	93 a 95	Tall de la fusta

En el cas d'aquests exercicis de geometria descriptiva podem destacar que entre els treballs de Planella n'hi ha que fan referència a les superfícies reglades que interessaven a Gaudí, concretament a l'hiperboloide d'un full, al conoide recte i a l'helicoide. Hi trobem també exercicis d'interseccions de volums de considerable complexitat, la qual cosa fa pensar que la llibreta de làmines del professor Casademunt és un text incomplet en comparació amb el temari cursat per Planella.

Antoni Rovira i Rabassa

Com ja hem vist, Rovira i Rabassa es formà com a arquitecte a Madrid i en la matèria de geometria descriptiva va tenir per professor el catedràtic Peyronnet.

Per fer-nos una idea de la formació que va rebre aquest professor de Gaudí, podem contemplar un altre recull interessant d'exercicis de geometria descriptiva. Es tracta, en aquesta ocasió, dels exercicis de geometria descriptiva fets per August Font durant el curs 1865-1866, quan era estudiant a l'Escola d'Arquitectura de Madrid.³² En aquest cas també trobem en el programa la presència de paraboloides, hiperboloides i interseccions de tota mena entre cilindres, cons i esferes. Això dóna idea de l'equiparació de l'Escola

³² Es tracta d'una col·lecció de vuitanta-tres làmines grans (de 44,5 cm x 31 cm), delineades a tinta i amb la capçalera impresa on es llegeix "Geometria Descriptiva". Es conserven a l'arxiu documental d'August Font a la biblioteca de l'ETSAB. Es poden consultar també en l'annex de la tesi de Josep Bertran.

d'Arquitectura de Madrid amb la simultània Escola de Mestres d'Obres de Barcelona, i també dóna idea del que van estudiar els professors de Gaudí, i, per tant, del que podien transmetre.

De retorn a Barcelona, Rovira i Rabassa va ser catedràtic d'Ombres i perspectiva, i també d'Estereotomia. En totes dues assignatures va ser professor de Gaudí. Totes les obres que hem trobat que va escriure tenen relació, directa o indirecta, amb el que impartia. Són les següents:

1. *Estereotomia de la piedra*
Escrita en dos volums: el text i l'atlas d'il·lustracions.
2. *Tratado de gnomónica considerada bajo el punto de vista de aplicación directa de la geometría descriptiva por Antonio Rovira y Rabassa*
Escrit en dos volums: el text i l'atlas d'il·lustracions.
3. *Teoría de las sombras, puntos y líneas...*
4. *Perspectiva cónica lineal*
5. *La madera y su estereotomia*
6. *El hierro, sus cortes y enlaces*
7. *Consideraciones sobre los elementos que influyen en la decoración arquitectónica*
8. *Discurso leído por Antonio Rovira y Rabassa en la sesión pública celebrada el día 29 de diciembre de 1898*

De tots aquests llibres creiem que val la pena destacar el que encapçala llista, *Estereotomia de la piedra*, per la seva excel·lència. El contingut de l'obra queda reflectit en el seu índex, on podem veure la gran diferència en extensió dels diferents capítols que componen l'obra:

Capítol 1: Ojeada histórica:	
Celtas. India. Egipto. Grecia. Roma. Bizancio. Románico. Ojival. Renacimiento. Barroco churrigueresco. Segunda restauración. Época contemporánea.	(176 pàg: de 15 a 190)
Capítol 2: Ideas generales de la piedra. Explotación de canteras. Herramientas y técnicas del picapedrero.	(35 pàg: de 191 a 225)
Capítol 3: Muros	(18 pàg: de 226 a 243)
Capítol 4: Muros en talud	(7 pàg: de 244 a 250)
Capítol 5: Esquinas	(16 pàg: de 251 a 266)
Capítol 6: Acuerdos	(21 pàg: de 267 a 287)
Capítol 7: Colocación retoque y rectificación	(9 pàg: de 288 a 296)
Capítol 8: Arcos (inclou la classificació)	(32 pàg: de 297 a 328)
Capítol 9: Arcada ojival	(6 pàg: de 329 a 334)
Capítol 10: Dinteles	(23 pàg: de 335 a 357)
Capítol 11: Bóvedas	(34 pàg: de 358 a 391)
Capítol 12: Puentes oblicuos	(127 pàg: de 392 a 518)
Capítol 13: Bajadas	(32 pàg: de 519 a 550)
Capítol 14: Bóvedas cónicas de eje horizontal	(15 pàg: de 551 a 565)
Capítol 15: Capialzados	(27 pàg: de 566 a 592)
Capítol 16: Bóvedas de revolución	(47 pàg: de 593 a 639)
Capítol 17: Bóvedas elípticas	(37 pàg: de 640 a 676)
Capítol 18: Trompas	(46 pàg: de 677 a 722)

Aprofitem el capítol 1, "Ojeada histórica", el més extens, per obtenir exemples històrics en la utilització de voltes o de formes arquejades en la construcció i, amb aquests exemples, poder complementar el capítol anterior d'aquesta tesi, que tractava també d'aquesta qüestió.

Respecte d'Egipte, Antoni Rovira parla de l'existència de diferents voltes, en piràmides o altres obres, però amb un ús sense intenció monumental. Els exemples que cita són:



Fig. 4.4.17

- Volta d'una cambra subterrània de la gran piràmide de Keops, amb dues lloses de pedra inclinades que formen com dos vessants.
- Volta en l'hipogeu de Beni-Hassan
- Porta d'Arpino (fig. 4.4.17)
- Ruïnes de voltes pròximes a les tombes de Tebes (fig. 4.4.18)
- Voltes en el pòrtic d'una piràmide del mont Bakal



Fig. 4.4.18

- Arc de maó de la porta del recinte de Tebes (fig. 4.4.19)



Fig. 4.4.19

Respecte de Grècia podem destacar la cita a la tomba d'Atreu o tresor d'Atreu, on segons Pausànies es guardaren els tresors conquerits per Agamèmnon després de la batalla de Troia. Rovira i Rabassa n'ofereix uns magnífics dibuixos de l'entrada (fig. 4.4.20) i de la secció (fig. 4.4.21).



Fig. 4.4.20

Respecte de Roma, destaca la Cloaca Maxima, volta de maó, de canó seguit, i el fet que es van designar funcionaris permanents per al seu manteniment. Entre els aqüeductes, cita i il·lustra el de Segòvia; entre els ponts, cita i il·lustra el d'Adrià; entre els arcs de triomf, cita i il·lustra els de Septimi Sever i el de Barà. Parla també d'amfiteatres i cita i il·lustra la volta de les galeries subterrànies del coliseu romà (fig. 4.4.22).

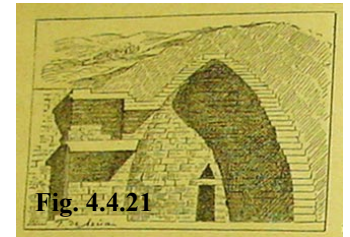


Fig. 4.4.21

Alguns d'aquests exemples, i d'altres, els trobarem també mencionats en els diferents reculls d'apunts de les classes de construcció de Joan Torras que han arribat als nostres dies.

El capítol continua estenent-se fins que arriba a l'època contemporània.

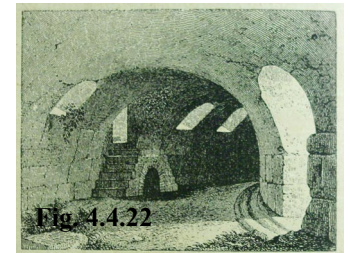


Fig. 4.4.22

Ens interessa destacar el recull històric que fa dels diferents tractats i textos d'estereotomia de la pedra des dels seus inicis. Sembla que l'home amb més experiència i obra construïda (la qual va provocar el despertar d'aquesta ciència) va ser Sébastien Le Preste de Vauban (1633-1707), que va construir moltes fortificacions i va arribar al càrrec de Mariscal de França. A partir d'aquí, el recorregut que estableix és el següent:

- Martín Jousse va publicar *Secretos de Arquitectura* el 1642.
- **Derand**, *La arquitectura de las bóvedas*, el 1643.
- **Desargues** té publicacions del mateix any sobre qüestions que van iniciar la geometria projectiva.
- Dechalles va publicar el text en llatí *Lapidam Sectione* el 1672.
- De La Rue, *Tratado del corte de piedras*, el 1728
- **Frezier**, *Teoría y práctica del corte de piedras*, el 1737.
- Simonin, *Tratado elemental de corte de piedras*, el 1792.

Després parla dels avenços fets en geometria projectiva i descriptiva i cita **G. Monge**, J. P. Douliot, **J. Adhemar** i **C. F. A. Leroy** com els qui més han col·laborat en el desenvolupament d'aquesta ciència.

Dins d'aquest període, ja més proper a l'autor, cita i il·lustra com a exemplar l'obra de l'edifici de la Llotja de Barcelona, de l'arquitecte Joan Soler, de la qual destaca les voltes, els arcs, les escales...

Creiem que val la pena recollir les sis referències que fa d'obres recents al final d'aquest capítol I, a l'apartat de l'època contemporània. Resulta molt significatiu el fet que en primer lloc parla, justament, del Palau Güell d'Antoni Gaudí, i l'il·lustra amb una fotografia on es veu la part baixa de la façana amb les dues grans arcades. El text que l'acompanya ens fa pensar que aquest professor devia estar orgullós del seu alumne:

118. Es uno de tantos y originalísimo en su clase la fachada del opulento capitalista y amante de las bellas artes D. Eusebio Güell. No puede por cierto achacarse a su autor de que haya recurrido a plagio, pues su trabajo es único en su género e inspirado en su modo especial de ser y sentir el arte. Presenta en su conjunto un carácter severo y al mismo tiempo rico sin pecar en la exageración pues debe su buen aspecto a la acertada distribución de las simples líneas que forman la fachada. Exenta de adornos inútiles y garambainas que sobrecargan los paños, éstos se presentan libres de toda envoltura que aprisionarles pudiera, teniendo así con su franca desnudez a que luzcan los verdaderos miembros arquitectónicos, fiando solamente el efecto en la pureza del dibujo, distribución de las bien trazadas líneas, buenas proporciones entre los vanos y macizos así como en las originales y acertadas formas de las aberturas, en especial todo el basamento con sus especiales y bellas arcadas al parecer parabólicas aunque algo alteradas en el extremo de sus ramas, producen gran sensación e imprimen un carácter de suma solidez y severidad a toda esta fachada, cual obra es debida al aventajado arquitecto D. Antonio Gaudí.

De fet, al mateix temps que Rovira i Rabassa reconeix aquesta obra de Gaudí i canta totes les excel·lències que hi troba (de línies, de proporcions, de solidesa i sobrietat...), també està reconeixent Gaudí com un arquitecte avantatjat al seu temps i diferenciat clarament de tots els seus col·legues, ja que s'inspira en el seu mode tan especial de ser i de sentir l'art.

Després, a continuació, les altres cinc cites contemporànies que fa són:

- 119. Edifici de la Universitat de Barcelona, d'Elies Rogent, director de l'Escola d'Arquitectura.
- 120. Monestir (convent) de les Saleses, al pg. de St. Joan, de Joan Martorell. Se sap que Gaudí també va col·laborar en aquest projecte.
- 121. Museu Martorell, al parc de la Ciutadella, d'Antoni Rovira i Trias, arquitecte reconegut per l'autor com a familiar molt proper.
- 122. Palau de Justícia, de J. Domènech i E. Sagnier.
- 123. Catedral de Barcelona, iniciada per Oriol Mestres, ja difunt, i continuada per August Font.

En el capítol 8 Rovira i Rabassa fa un diagrama amb la classificació terminològica de tota mena d'arcs. Distingeix dues classificacions, una segons la forma de l'arc i una altra segons la funció. És una de les primeres i més clares classificacions terminològiques en aquest sentit i per això trobem que és interessant recollir-la. La reproduïm literalment a continuació:

Clasificación de los arcos en relación a la forma:

- 1. Arcos simples
 - 1.1 adintelados o a regla
 - 1.2 rectilíneo agudo
 - 1.3 circulares

- 1.3.1 cumplido o de medio punto
- 1.3.2 rebajados
 - 1.3.2.1 simplemente rebajados
 - 1.3.2.2 escarzanos
- 1.3.3 peraltados
 - 1.3.3.1 simplemente peraltados
 - 1.3.3.2 árabe o herradura
- 1.4 de segundo grado
 - 1.4.1 elíptico
 - 1.4.1.1 rebajado
 - 1.4.1.2 peraltado
 - 1.4.2 parabólico
 - 1.4.3 hiperbólico
- 2. Arcos compuestos
 - 2.1 carpaneles
 - 2.1.1 de tres centros
 - 2.1.2 de cinco centros
 - 2.1.3 de siete centros
 - 2.1.4 de número impar de centros
 - 2.2 apuntado ojival
 - 2.2.1 cumplido
 - 2.2.2 rebajado
 - 2.2.3 peraltado
 - 2.3 especiales
 - 2.3.1 ojival túmido
 - 2.3.2 deprimido
 - 2.3.3 apainelado apuntado
 - 2.3.4 florenzado
 - 2.3.5 conopial
 - 2.3.6 angrelado
 - 2.3.6.1 trebolado
 - 2.3.6.2 multilobado
 - 2.3.6.3 festoneado
 - 2.3.6.3.1 cóncavo
 - 2.3.6.3.2 convexo
 - 2.3.6.4 por tranquil o de arranques desiguales

Rovira i Rabassa encara inclou un altre recull terminològic segons la funció dels diferents arcs:

Clasificación de los arcos en relación a su función:

toral, formero, de crucería, braguetón o tercelete, cadena, botarel, de descarga, ataluzado de contrarresto, arco botante, trasdosado, reverso

Aquestes classificacions són semblants a les que després trobarem en el text de Domènec Sugranyes de quan va ser professor de construcció d'obra del ram de paleta a l'Escola Industrial.

En el volum de les làmines trobem diverses pàgines que il·lustren aquesta extensa classificació i expliquen els processos per al seus traçats gràfics.

Segons Josep Bertran, l'estereotomia de la pedra a Espanya ja havia quedat il·lustrada amb diversos textos antics que cal considerar com a antecedents, i en la seva tesi en cita els següents:

. Alonso Vandelvira, *Libro de traças de corte de piedras*, del 1590,

- . Juan de Torija, de Madrid, *Breve tratado de todo género de bóvedas*, del 1661,
- . Juan García Berruguilla, de Madrid, *Verdadera práctica de las resoluciones de la Geometría sobre las tres dimensiones*, del 1747,
- . i el mallorquí Josep Gelabert, *Vertaderes traces de l'art de picapedrer*, del 1653.

No obstant això, aquesta obra d'Antoni Rovira i Rabassa és altament reconeguda i Enrique Rabasa Díaz en la seva tesi la remarca com una obra excel·lent i excepcional. Destaca el fet que es tracta d'un dels primers llibres sobre estereotomia de la pedra que no és traducció de textos estrangers, sinó que és propi d'un autor d'aquí. Tot i la prosa pesada, reconeix que és un dels tractats més complets entre tota la bibliografia sobre el tema i ressaltava que incloguï temes medievalistes, que aleshores seguien interessant. Observa que la ciència de l'estereotomia es va extingir aviat perquè en la pràctica constructiva la fàbrica de pedra es va substituir pel formigó armat i els programes docents es van ajustar a la realitat. Per altra banda, a l'Escola d'Arquitectura de Madrid, durant el s. XIX van ocupar la Càtedra d'Estereotomia Juan Bautista Peyronnet, academicista i neoclàssic, i Adolfo Fernández Casanova, eclèctic. Cap dels dos no va publicar res sobre estereotomia. Enrique Rabasa ens detalla que Peyronnet va projectar la façana de la catedral de Palma de Mallorca amb molt d'esforç, segons va reconèixer el mateix autor. Sobre Fernández Casanova ens diu que coneixia millor l'estil gòtic que no pas Peyronnet, però que, per molt mala sort, va perdre el crèdit quan es va esfondrar el pilar del creuer de la catedral de Sevilla on ell estava treballant. Amb aquestes anècdotes podem comprendre que el text de Rovira i Rabassa romanguí ara gairebé en solitari com a representant d'aquella matèria, tot i que és únic i de prestigi irrefutable.

Apunts de Rafael Masó

Es conserven dues magnífiques col·leccions de làmines i exercicis de Rafael Masó de quan cursava les dues assignatures que impartia Antoni Rovira i Rabassa.³³ Es tracta de les làmines de l'assignatura d'Ombres, perspectiva i gnomònica del curs 1900-1901 i les del curs següent (1901-1902) de l'assignatura d'Estereotomia de la pedra, la fusta i el ferro.³⁴

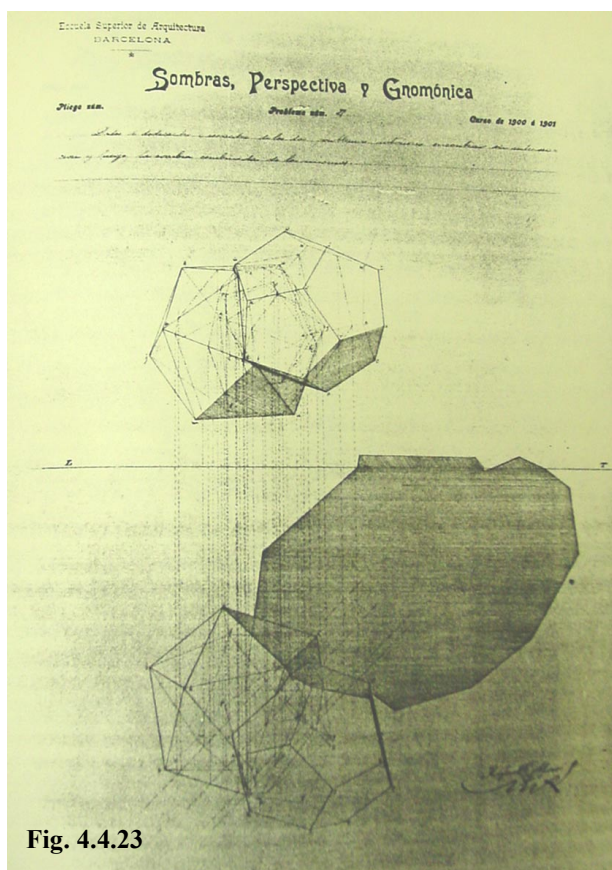


Fig. 4.4.23

³³ Aquestes dues col·leccions de gran format (63,5 cm x 44 cm la d'Ombres i perspectiva, i 49 cm x 31,5 cm la d'Estereotomia), a tinta i amb aquarel·la en la part de les ombres, es conserven a la biblioteca del COAC. També han estat recollides en els annexos de la tesi doctoral de Josep Bertran, que ja hem citat abans.

³⁴ En el quadre cronològic del professors de l'ETSAB que es va publicar amb motiu del centenari de l'escola queda clar que Rovira i Rabassa era el catedràtic titular d'Ombres i perspectiva. En el cas de l'Estereotomia, però, hi consten dos professors auxiliars, en períodes diferents, que fan pensar que Rovira i Rabassa no estava tot sol impartint aquesta matèria, o fins i tot que els cedí el relleu. Es tracta de Francesc Rogent i Pedrosa (titulat el

Les làmines són fulls que tenen la capçalera de l'assignatura impresa, com ja hem vist que es feia a l'escola de Madrid, i l'alumne la completa amb el número d'exercici i la còpia a mà de l'enunciat.

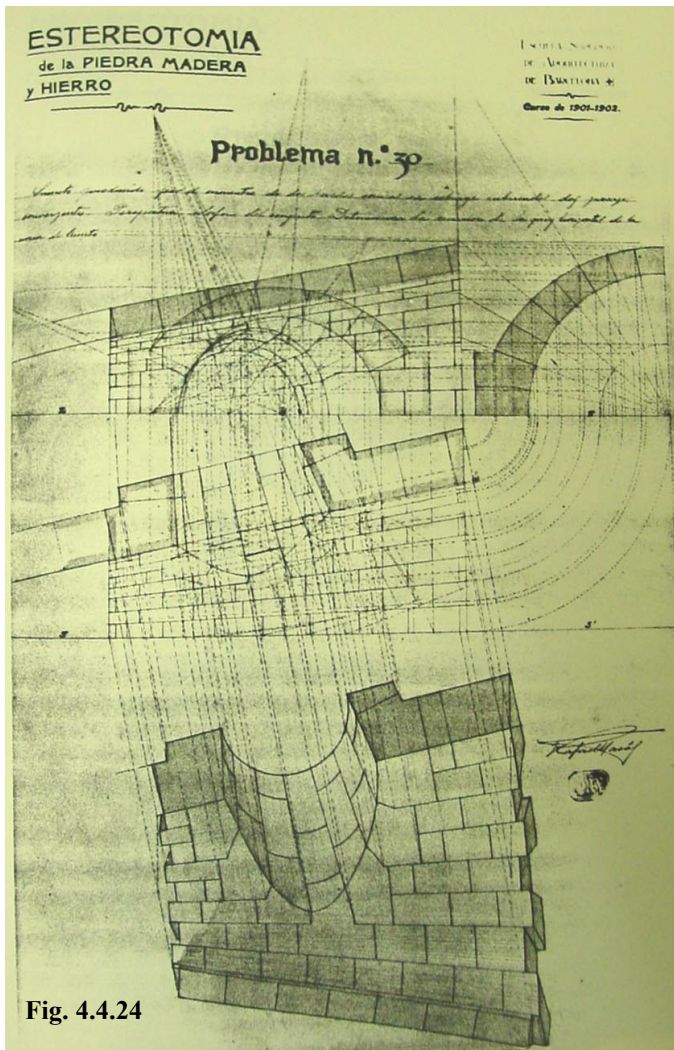


Fig. 4.4.24

Castelaro, a la Universitat Central.

Així, el primer contacte de Gaudí amb el text de Leroy va ser en els seus primers anys a la Universitat de Barcelona, durant els cursos previs a l'ingrés a l'Escola d'Arquitectura, i veiem que va ser un contacte visual, a través de les seves vistoses làmines. Però malgrat això no va ser fins que va cursar aquestes assignatures d'aplicació de la descriptiva, i molt especialment l'estereotomia, que va haver d'intensificar aquest contacte amb les superfícies guerxes, els paraboloides, els hiperboloides i les interseccions de superfícies i volums de tota mena, ja que aleshores la teoria s'havia de materialitzar en exercicis pràctics concrets.

Les il·lustracions adjuntades, que corresponen a aquestes làmines de Rafael Masó, parlen amb claredat d'aquest increment del nivell de dificultat d'aquests exercicis que aplicaven la geometria descriptiva per resoldre casos pràctics. La primera làmina seleccionada correspon a l'assignatura d'Ombres, perspectiva i gnomònica i resol la intersecció d'un icosaèdre amb un

El contingut del conjunt és el següent:

- Gnomònica (d'1 a 8)
- Ombres (de 9 a 44)
- Perspectiva axonomètrica i cavallera (de 45 a 54)
- Perspectiva cònica (de 55 a 72)
- Perspectiva estereogràfica (73)
- Estereotomia de la pedra (de 74 a 106)
- Estereotomia de la fusta (de 107 a 109)
- Ampliació d'estereotomia de la pedra (de 110 a 112)

Tot i que sigui uns quants anys més tard, valorem aquest recull i el considerem molt útil per ajudar a formar una idea del contingut d'aquestes matèries. En totes dues assignatures, les làmines demostren que el nivell i la dificultat dels coneixements que s'impartien i dels exercicis plantejats arribaven força més enllà del que fins ara havíem vist amb les làmines de Josep Casademunt o amb la primera part de les de José

1888), en el període que va des de 1889 fins al canvi de pla d'estudis, el 1896, i Emili Llatas i Agustí (titulat el 1900) en el període que va des de 1906 fins a 1910.

dodecàedre i les ombres pròpies i projectades de tot el conjunt sobre els dos plans de projecció (fig. 4.4.23). La segona que hem triat correspon a l'assignatura d'Estereotomia de la pedra i presenta la resolució gràfica de les projeccions necessàries per definir una lluneta produïda per la intersecció de dues voltes còniques al biaix (fig. 4.4.24).

M. Frezier

El tractat de Frezier no només ha estat citat pel professor Rovira i Rabassa sinó que ja l'hem citat en el capítol 3 d'aquesta tesi, quan parlàvem de l'inici de l'estereotomia com a ciència d'aplicació de la geometria descriptiva. Els tractats de més prestigi no podien passar desapercebuts ni a professors ni a alumnes, i és per això que hem cercat obres de Frezier a les nostres biblioteques. N'hem trobat tres títols diferents, tots localitzats a l'Escola d'Arquitectura de Barcelona:

- *Coupe des Pierres et des Bois, pour la Construction des Voutes ou Traité de Stéréotomie à l'usage de l'Architecture.* Estrasburg-París, 1737-1739, en tres volums. És el text més antic, localitzat a la biblioteca del despatx del director de l'ETSAB.
- *Eléments de stéréotomie, a l'usage de l'architecture, pour la coupe des pierres.* París, 1760, en dos volums. També es guarda com un exemplar de prestigi al despatx del director de l'ETSAB.
- *La Théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois pour la construction des voûtes ou traité de stéréotomie à l'usage de l'architecture.* 9a ed. París, 1754-1769, en tres volums. Llibre d'accés restringit a la Biblioteca de l'ETSAB.

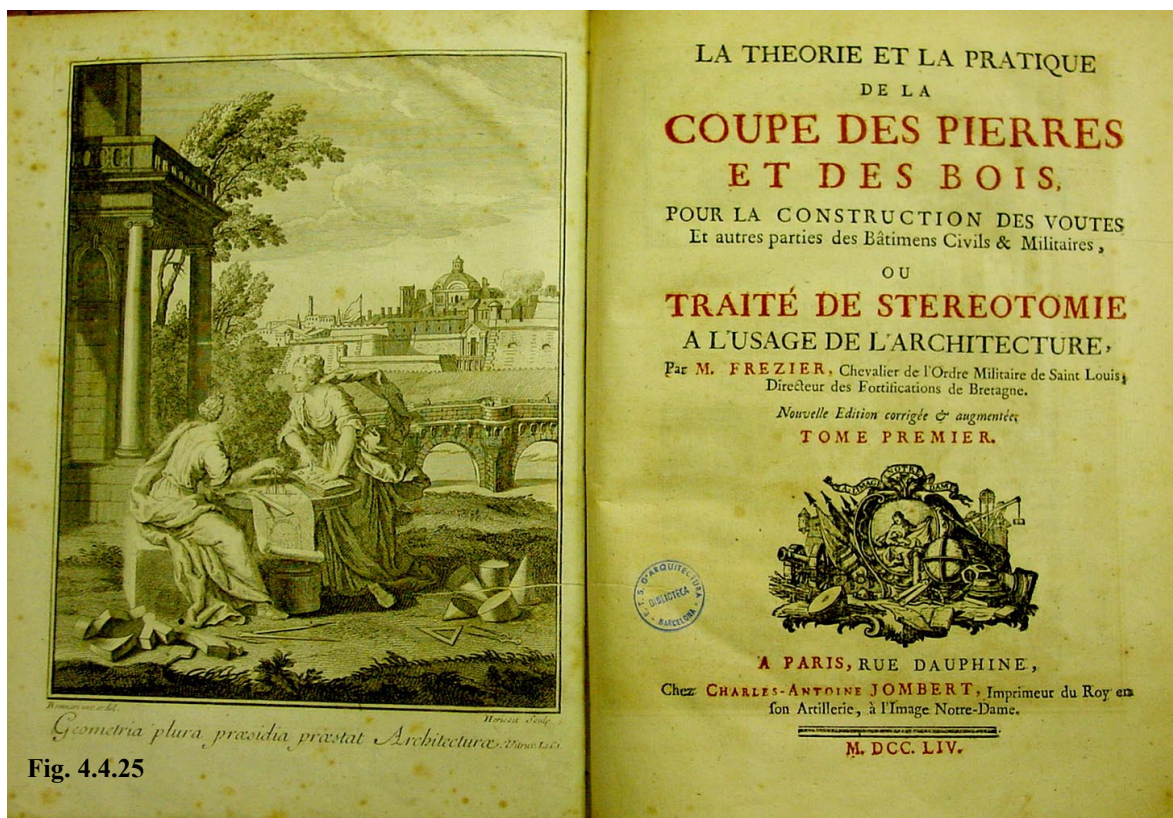


Fig. 4.4.25

Hem pogut consultar àmpliament aquest tercer llibre. És un tractat molt complet d'estereotomia de la pedra i de la fusta. Cada un dels tres volums té les làmines desplegable al final. Aquestes làmines deixen un espai en blanc, de manera que es poden deixar obertes i no queden tapades per la resta del llibre. Aquest senzill detall és només una mostra de la cura de l'autor per facilitar la consulta i la comprensió del text. Cada un dels temes o les qüestions tractades s'il·lustren amb el màxim detall i amb les més diverses casuístiques possibles. Com que l'estereotomia és una branca de la geometria descriptiva amb una finalitat pràctica molt clarament definida cap al món de la construcció, les làmines, aplicades a casos pràctics, resulten vistoses i entenedores. En el cas d'aquest tractat de Frazier, la vistositat és excepcional, sobretot tenint en compte la seva data de publicació.

Antonio Elizalde

El text d'Antonio Elizalde *Curso de geometría descriptiva* es va editar per primer cop a Madrid l'any 1873. El fet que sigui un dels primers textos en espanyol i la coincidència de la primera edició amb l'any d'ingrés de Gaudí a l'ETSAB ens fa pensar que podia haver estat present en el procés d'aprenentatge de Gaudí, o, si més no, que és un reflex de l'estat del coneixement en aquells primers anys. Aquest supòsit inicial serà validat després quan trobem que el text posterior de Domènech i Estapà, professor de l'Escola d'Arquitectura, el cita com a obra de referència.

A la mateixa ETSAB l'hem trobat, a la biblioteca Pi Calleja del Departament de Matemàtiques, i la presència dins la mateixa escola reforça encara més aquest supòsit, però el text trobat és una 5a edició, feta a Donostia l'any 1912.

Una simple visió de l'índex ja serveix per fer-se una idea que hi ha un tractament exhaustiu de les corbes i les superfícies, a les quals es dedica més de la meitat del llibre. A l'annex 2 reproduïm la traducció íntegra d'aquest índex.

En el pròleg del text, José Antonio Elizalde cita Monge, Adhemar, Olivier i Le Roy com a pioners de la ciència de la geometria descriptiva. Però no troba en cap de les seves obres, indiscutiblement exemplars, l'adequació a les necessitats reals de l'alumne ni el desenvolupament equilibrat de les diferents parts. Aquest és el motiu que el mou a redactar l'edició que presenta. El text d'Elizalde deixa de ser tan matemàtic, amb tantes equacions i demostracions, com havien estat els precedents, per convertir-se en un text molt més gràfic, molt més pròxim a la descriptiva tal i com l'entendem nosaltres avui.

Domènech i Estapà

Josep Domènech i Estapà es titulà arquitecte a l'ETSAB l'any 1881, és a dir, tan sols tres anys després de Gaudí. Aquest és el motiu que ens ha portat a consultar el text que va escriure el 1903, *Tratado de geometría descriptiva*, ja que pot ser representatiu dels coneixements d'aleshores.

Hem trobat l'exemplar a la Biblioteca del Fons Antic de l'ETSEIB. És un llibre de 291 pàgines, de petit format i amb les il·lustracions inserides en el mateix text. En una lectura del pròleg ens trobem amb el reconeixement de Monge com el pare d'aquesta nova ciència de la

geometria descriptiva, i després trobem altres citacions interessants que ens resulten útils per confirmar el que s'ha comentat fins aquí sobre la matèria. En primer lloc cita l'obra de Leroy com a tractat clàssic en l'ensenyament de la matèria d'obligada referència i consulta. Cita també els tractats de Joules de la Gourniere, Antonio Elizalde (de 1873) i Eduard Torroja. Entre els diferents noms que considera que han fet avançar més aquesta nova ciència cita Fiedler, Adhemar, Bresse, Lebon, Pillet, Breithof, Antomari, Rollat i d'Ocagne.

El contingut del llibre, traduït literalment de l'índex, és aquest:

- Cap. I: Determinació i representació de formes geomètriques
- Cap. II: Sistema acotat
- Cap. III: Sistema dièdric
- Cap. IV: Sistema axonomètric
- Cap. V: Projecció cònica o perspectiva lineal

Les il·lustracions ens mostren que en el text es tracten sempre elements geomètrics elementals (punts, rectes i plans) i no hi ha imatges espectaculars de volums o superfícies seccionades, abatudes, girades, etc. com havíem vist que sí que hi havia en el llibre de Leroy. Potser és per això que l'autor presenta el contingut de tres volums posteriors per completar l'obra:

- Vol. 2: Representació i relacions que poden establir-se entre formes de primera i segona categoria, situades a l'espai de qualsevol possible manera
- Vol. 3: Formes de tercera categoria
- Vol. 4: Problemes de curvatura, geometria cinemàtica i infinitesimal, aportacions de Mannheim i d'Ocagne

Aquest altres volums, però, no s'han conservat a les biblioteques públiques de les universitats catalanes.

De Domènech i Estapà ens interessa destacar la conferència "La fàbrica de ladrillo en la construcció catalana", que va pronunciar al Col·legi d'Arquitectes i que es conserva a l'anuari de l'Associació d'Arquitectes de Catalunya de l'any 1900. Aquesta conferència versa, bàsicament, sobre el càlcul de voltes de maó considerant la localització de la línia de pressions respecte de la línia mediana de l'arc, o directriu de l'arc, i indica que aquesta corba molt freqüentment s'acosta a la corba parabòlica.

Al següent apartat d'aquest capítol comentarem aquests aspectes més relacionats amb la mecànica que amb la geometria, però ja podem avançar aquí que l'autor va reservar un espai al final del llibre per recordar diferents traçats d'arcs parabòlics segons les dades de partida (fig. 4.4.26 i 4.4.27).

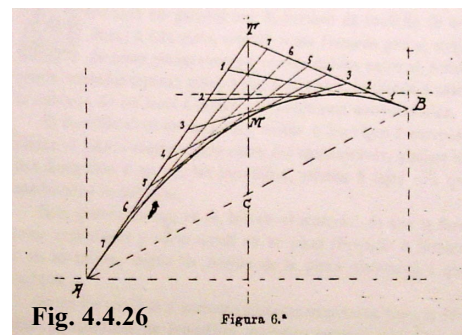


Fig. 4.4.26

Figura 6.*

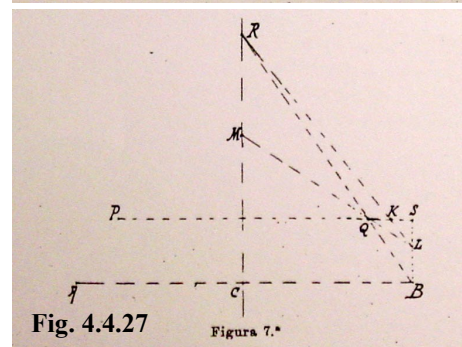


Fig. 4.4.27

Figura 7.*

4.5 Continguts de mecànica de les formes voltades en la construcció

4.5.1 Mecànica racional a la Universitat de Barcelona

Ja hem vist que la Mecànica racional va portar alguns problemes a Gaudí. La va suspendre en diferents ocasions i va haver de demanar una convocatòria extraordinària d'examen per poder-la acreditar quan, des de l'Escola d'Arquitectura, on ja havia iniciat els estudis, la hi van reclamar. Durant aquests quatre anys el professor de Mecànica racional a la Universitat de Barcelona era Frederico Pérez de los Nueros i Lewerfeld. Hem comentat ja les seves publicacions i hem vist que no n'hem obtingut dades noves per a la nostra recerca sobre la mecànica d'arcs i voltes.

De totes maneres, el que millor ens pot donar una idea del contingut de l'assignatura que cursà Gaudí és el programa de Mecànica racional que elaborà Llorenç Presas uns anys abans, perquè ell també en fou catedràtic i professor. A l'annex 3 adjuntem la transcripció literal íntegra d'aquest programa de l'assignatura.

El primer comentari que podem fer és que ens sorprèn la seva extensió, ja que abraça totes les principals branques de la física, i ens sorprèn també el rigorós nivell de desenvolupament: es parla d'equacions diferencials en molts dels temes i, fins i tot, es dedica una sessió a l'estudi de la corba braquistòcrona. Cal recordar que aquesta assignatura la cursaven estudiants de 17 anys d'edat just després del batxillerat. De 70 lliçons que té el temari, 34 són de dinàmica (la meitat aproximadament) i 21 d'estàtica. N'hi ha 8 de generalitats que precedeixen el curs i 7 d'hidrostàtica i hidrodinàmica que el tanquen. La lectura atenta d'aquest índex deixa veure el segell personal de Llorenç Presas, no sols pel contingut implícit de matemàtiques sinó també i sobretot perquè accentua i inclou, dins la part de dinàmica, tot allò que fa referència a l'astronomia i al cosmos. Sabem que Presas estava interessat en aquestes qüestions i ja hem comentat abans que hem trobat alguna publicació seva en aquest camp.

Dins del temari d'estàtica ens sorprèn que en dediqui la meitat als centres de gravetat de línies, àrees i volums. Tot i que sembla que tracta prou l'equilibri de forces, la llei del paral·lelogram, la llei de la palanca i l'equilibri de moments, no menciona ni el polígon funicular ni, menys encara, les línies de pressions o res que s'hi assembli. Pel que fa a les paràboles, hem trobat la menció de la trajectòria parabòlica d'un projectil i també l'òrbita parabòlica d'un cometa. Finalment, observem que cita com a llibre de text de l'assignatura la *Mecànica de Poisson*.

Molt possiblement Pérez de los Nueros devia impartir el seu propi programa de Mecànica racional, accentuant aquelles parts més afins als seus interessos personals, però creiem que, de totes maneres, no devia ser gaire diferent del de Llorenç Presas que acabem de comentar. Fins i tot creiem que podria ser exactament el mateix si aquest programa ja havia estat aprovat pels òrgans competents, i podria haver passat d'un professor a l'altre. D'altra banda, no ha de resultar estranya aquesta suposada relació. Sembla necessari que tots dos professors compartissin alguna cosa més que l'espai de treball comú, la mateixa universitat, petita encara, on no hi havia tants professors com ara.

A més a més, sabem que a la secció necrològica de la nòmina del personal acadèmic de la RACAB de l'any 1911-1912, es va incloure un treball inèdit de Pérez de los Nuevos, de 1887, que feia referència a interessants aspectes de l'obra científica de Llorenç Presas. Aquest detall és una prova que entre els dos professors va existir alguna mena de relació personal o, si més no, una relació científica entre investigadors.

4.5.2 Mecànica i construcció de Joan Torras i Guardiola

Tot fa pensar que Joan Torras i Guardiola va ser un gran professor, que impartia les classes imposant un respecte que perdurava indefinidament i que imprimia la seva aportació personal en els diferents mètodes que explicava, posant l'accent en una visió intuïtiva i pràctica de l'essència de la matèria, el càlcul d'estructures i la resistència de materials. Els apunts de les seves classes eren molt valorats i prova d'això és la crida que va fer Josep Domènech i Estapà en el discurs de la vetllada amb motiu de la mort de Torras³⁵ en el qual llançà la iniciativa de fer una selecció dels apunts dels diferents exalumnes per fer-ne una publicació en honor al gran mestre. Fruit o no d'aquesta crida, la realitat és que trobem diversitat de col·leccions d'apunts de les assignatures de resistència de materials i construcció que impartia Joan Torras.

En primer lloc podem citar uns apunts manuscrits del mateix Joan Torras i Guardiola, de les seves classes, que es conserven en quatre gruixuts volums a la biblioteca de la Càtedra Gaudí. El desordre, la cal·ligrafia manuscrita i l'extensió fan molt difícil la seva consulta. Escrit pel mateix Torras, podem veure l'article "Cuchillos parabólicos", de l'any 1900, publicat a l'anuari de l'Associació d'Arquitectes, en el qual presenta una encavallada inventada per ell mateix amb la intenció d'optimitzar els dissenys tradicionals més freqüents. És una petita prova o mostra del seu enginy.

Macari Planella

Un dels reculls d'apunts més antics és el de Macari Planella i Roura, datat de l'octubre de 1860. Macari Planella va ser alumne de Joan Torras i Guardiola a l'Escola de Mestres d'Obres que va precedir l'Escola d'Arquitectura. Aquests apunts de classe, manuscrits, excepcionalment passats a net, amb títols rubricats i lletres capitals a l'inici de pàgina o paràgraf, es conserven a la biblioteca de la Càtedra Gaudí, i en una fenomenal portada en llegim el títol: *Lecciones de construcción explicadas por el catedrático D. Juan Torras, arquitecto por la R. Academia de S. Fernando* (fig. 4.5.1). A la portada interior podem llegir: *Cuarta asignatura de la carrera de Maestros de Obras, aparejadores y agrimensores. Cuaderno del alumno* (amb la signatura rubricada).

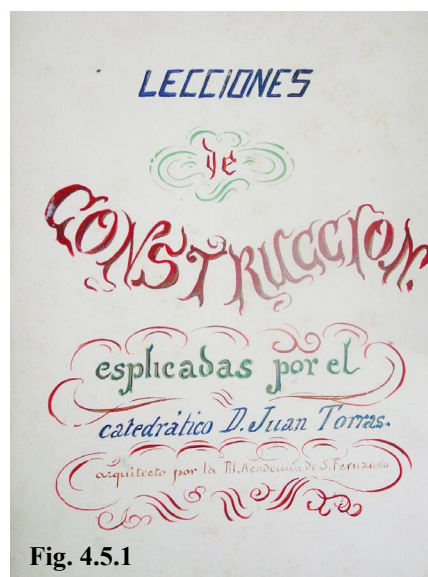


Fig. 4.5.1



Fig. 4.5.2

³⁵ Publicat a les notes necrològiques de l'Anuari de l'Associació d'Arquitectes de Catalunya pels companys morts els anys 1909-1910.

Macari Planella i Roura fou mestre d'obres i arribà a ser president de l'Associació de Mestres d'Obres. Era qui treballava per a l'arquitecte Villar a la Sagrada Família. Quan, a proposta de Joan Martorell, Gaudí va entrar en el projecte en substitució de Villar, el mestre d'obres que va triar Gaudí va passar a ser Claudi Alsina i Bonafont.

El text de Planella és propi de la construcció i no pas del càlcul d'estructures o de voltes, i naturalment no conté expressions ni mètodes, en aquest sentit. És interessant, però, per la descripció dels diferents mètodes constructius d'aquell temps i pels criteris que estableix per seleccionar-ne un o un altre.

Pel que fa a les voltes, les trobem explicades cap al final del text, en una de les darreres lliçons. Llàstima que justament aquestes últimes pàgines hagin quedat amb les il·lustracions inacabades; tan sols s'hi endevinen, amb un tènue traç de llapis, les línies bàsiques del croquis que les encaixava primer. És en aquesta part on hem trobat l'interessat paràgraf sobre les voltes d'escala que traduïm literalment:

A les voltes d'escala ni tan sols es posa plantilla, tal és la pràctica i facilitat amb la qual es fan. Malgrat tot, a la part de la caixa seria convenient col·locar una plantilla.

Adjunt al volum del text hi ha un segon volum, un atlas de construcció de gran format, que conté un conjunt de làmines molt vistoses dels diferents temes.

A l'annex 3 s'adjunten les pàgines que hem seleccionat, sobre el tema de les voltes, i que transcrivim literalment per documentar millor el tema.

Rafael Farga

Un altre exemplar d'aquell temps a l'Escola de Mestres d'Obres és el recull d'apunts que va fer Rafael Farga i Pellicer, *Lecciones de construcción curso 1867 a 1868*, i que es conserva a l'ETSAB. Es tracta d'un manuscrit amb molt bona cal·ligrafia però sense cap il·lustració. Sembla un text inacabat ja que té algunes pàgines en blanc al final, com si faltés justament un tema final sobre les voltes per tancar l'obra. I és que, justament, no parla de voltes.

No té índex, però fullejant-lo podem resumir-ne el contingut amb els següents titulars:

- Nocions preliminars de construcció
- 1a part. Anàlisi de materials de construcció
Nocions de física, nomenclatura química, nocions de geologia, pedres naturals, pedres artificials, maons, rajoles, teules, calços, sorres, putzolanes, morters, formigó, fusta, ferro.
- 2a part. Ús dels materials de construcció
Operacions que precedeixen la construcció d'un edifici:
Fonaments, ram de paleta, carreus i obra de pedrera, maçoneria, formigó, tàpia, entramats, fàbriques mixtes.
- 3a part. Parts que constitueixen un edifici
Murs, terres, carcassa

Joaquim Bassegoda

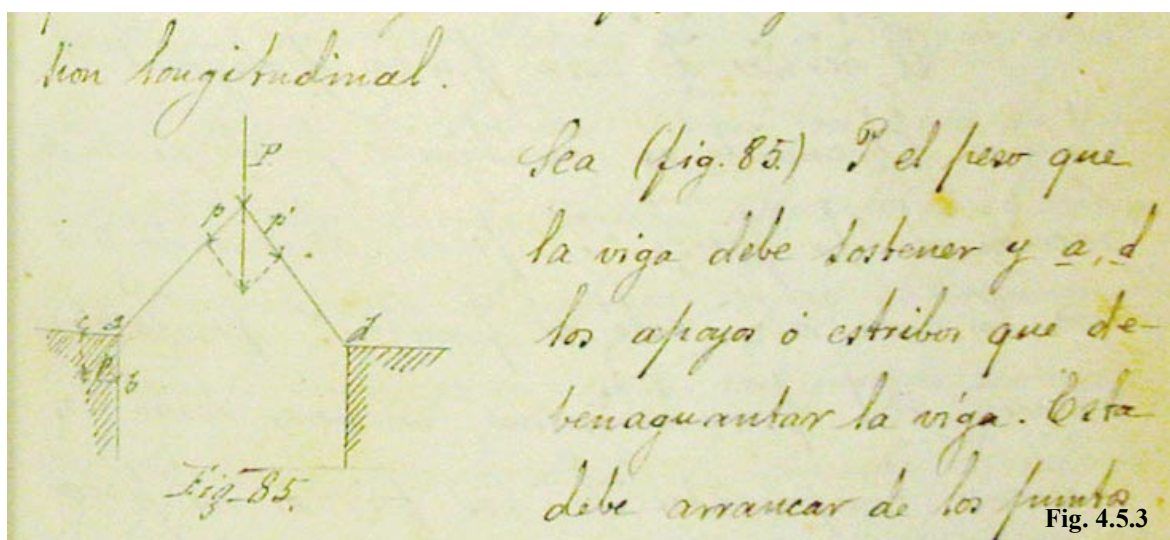
Un dels reculls d'apunts més valuosos és el Joaquim Bassegoda i Amigó, *Resumen de las lecciones de Mecánica aplicada a la construcción dadas en el curso 1873-74 en la Escuela*

Provincial de Arquitectura de Barcelona. Es conserva a la biblioteca de l'ETSAB, exclòs de préstec i amb la possibilitat de consulta restringida (com la majoria dels textos antics consultats).

Joaquim Bassegoda i Amigó obtingué el títol d'arquitecte el 1879, tan sols un any després de Gaudí, i aquesta proximitat és molt significativa a l'hora d'estudiar els continguts de mecànica que rebé Gaudí. Fins i tot, segons Joan Bassegoda i Nonell, Antoni Gaudí i Joaquim Bassegoda foren companys d'estudi al llarg de la carrera i el fet que es tramitessin els títols amb dates diferents és per raons de la burocràcia administrativa.

El seu recull és un llibre manuscrit, molt ben ordenat i il·lustrat, i es nota que és d'apunts de classe passats a net. Ocupa unes 500 pàgines de mida mig foli.

Al davant del llibre hi ha una nota curiosa sobre la història del llibre, en la qual explica que l'exemplar anà corrent de mà en mà per facilitar l'estudi per als exàmens a diferents estudiants fins que retornà al seu autor al cap de quatre anys, quan ja n'havia perdut el rastre i havia arribat fins a Saragossa. Ens resulta molt significatiu fer notar que, segons aquest relat, un dels primers que el va tenir va ser Cristòfor Cascante i Colom, company de promoció de Gaudí. Posteriorment, Cascante fins i tot va arribar a col·laborar amb Gaudí en algunes obres. Si més no, aquesta relació està provada en el xalet El Capricho, dels marquesos de Comillas, a Santander. Els altres companys citats són tots molt pròxims a Gaudí: Eduard Mercader i Sacanella, Francesc Cañellas Agulló i Ramon Portusach Barrato, que es titularen arquitectes un any abans que Gaudí (1877), i Josep Grases Riera, titulat, com Cascante i Gaudí, el 1878. Es dona per entès que va passar per altres mans no citades, ja que el propietari del llibre en va perdre el rastre durant força temps abans de poder-lo recuperar. El relat explica que les diferents persones que el tingueren a les mans el van fer servir per estudiar els exàmens i el copiaren, la qual cosa significa que el nombre de còpies que se'n van fer podria haver estat elevat. Nosaltres hem trobat una còpia de Leandre Albareda, que, tot i no apareix a la llista anterior, també és de la promoció de 1877.

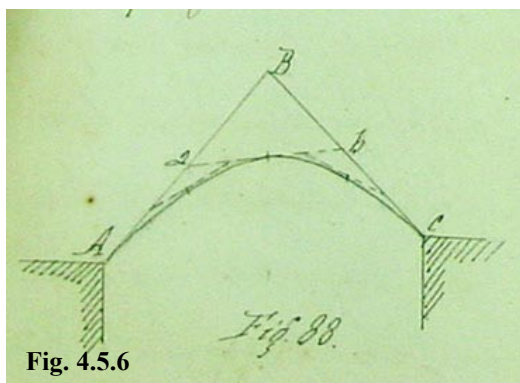
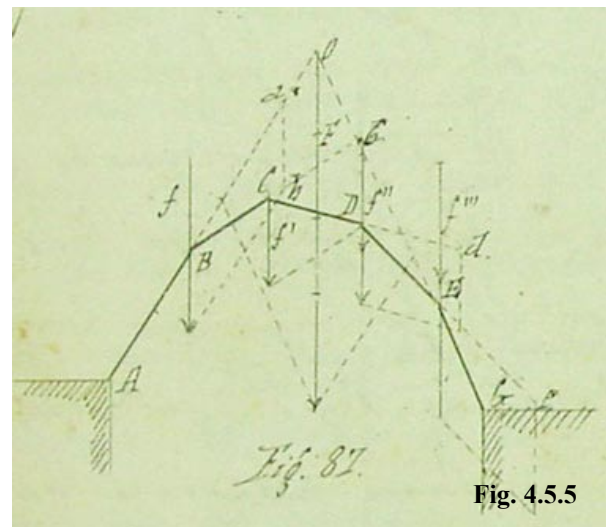
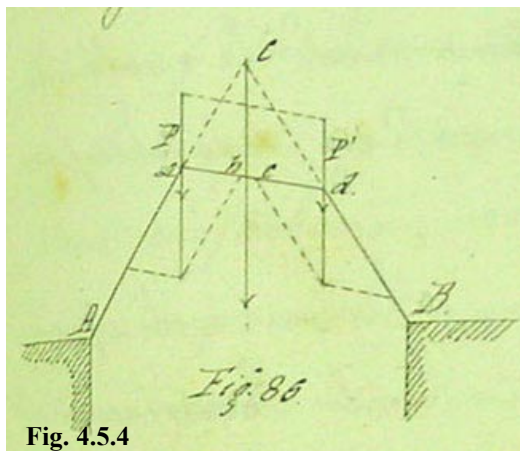


El text d'Albareda és idèntic al de Bassegoda, amb les mateixes figures i fins i tot amb la mateixa numeració de les figures. El títol, abreuïat, *Mecánica aplicada a la construcción*, no conté la referència a les classes del catedràtic Joan Torras Guardiola. La hipòtesi que els diferents exemplars conservats provenen del llibre de Bassegoda, que es va copiar en cadena, és més versemblant que no pas la que suposaria que el professor Torras va dictar els apunts a

classe i que els alumnes van copiar tots el mateix text. Com ja hem comentat abans, Torras va ser un professor de prestigi molt reconegut i que atreïa els alumnes fins i tot després que s'haguessin titulat, la qual cosa sembla contrària a la rutina del dictat a classe.

Aquests detalls justifiquen que considerem aquest llibre molt útil per esbrinar amb detall el contingut de la matèria de Mecànica (càlcul d'estructures) que s'impartia a l'Escola d'Arquitectura en el temps de Gaudí. Analitzant-ne l'índex podem veure que el gruix de l'assignatura és justament tota la part central, la resistència de materials, ja que els preliminars del davant són, de fet, un repàs dels continguts de la mecànica racional cursada a la Universitat de Barcelona, i la part d'hidràulica del final també s'havia introduït ja, amb la hidrostàtica i la hidrodinàmica. A l'annex 3 adjuntem la transcripció literal de l'índex íntegre de l'obra, així com els capítols o apartats que fan referència a les barres corbes, als arcs i a les voltes.

Respecte del càlcul d'arcs ens interessa destacar, sobretot, la manera tan visual i directa en què Torras, dins del capítol de barres corbes no subjectes a flexió (pàg. 239-256), explica els arcs. Així, quan Torras parla de bigues poligonals parteix del cas elemental de dues barres amb una sola càrrega (fig. 4.5.3). A mesura que incorpora un nou pes i un nou segment dins la directriu poligonal de l'arc (fig. 4.5.4 i fig. 4.5.5), dedueix gràficament la posició idònia de cada segment, per descomposició vectorial de les forces, és a dir, troba la forma òptima de l'arc, que poc a poc tendirà a l'arc parabòlic. Quan el nombre de segments és elevat, aquesta poligonal es confon amb una corba, i si el pes és uniforme al llarg de la corda (la secant), aquesta corba és una paràbola.



Basseg-1



Basseg-2



Basseg-4

En reproduir aquests dibuixos amb l'Sketchpad, gràcies al sistema de modificació interactiva en temps real, generem, en el fons, petits programes útils per a la infinitat de casos que es poden plantejar en cada una d'aquestes configuracions.

Després d'aquesta explicació en la qual arriba a deduir l'arc parabòlic comenta, encara, les aplicacions de la paràbola per als ponts penjants:

Una altra aplicació molt important d'aquesta corba és en els ponts penjants. La maroma que els sosté aguanta per mitjà de cordes verticals el tauler el pes del qual és igual per unitat de longitud, i per consegüent ha d'afectar la forma parabòlica.

I al final d'aquest apartat comenta la corba catenària i la dificultat de la seva aplicació estricta. Adverteix que cal tenir en compte en cada cas particular la posició i la magnitud de cada un dels pesos, i que segons això s'ha de modificar la corba. Aquestes modificacions, finalment, poden convertir en alguns casos la catenària en un arc de cercle.

Quan els pesos, en comptes d'estar repartits per igual en sentit horitzontal, ho estan al llarg de la corba, la resultant és l'anomenada catenària, i és la que afecta un fil, o una corda, subjecte pels seus extrems i deixant-lo lliurement al seu pes. Aquest cas se'n presenta quan tenim una volta de coberta del mateix gruix, que no té més pes que el seu.

La dificultat de l'aplicació d'aquestes corbes equilibrades consisteix en el fet que rara vegada passa que els pesos estan repartits segons la llei manifestada, de manera que aquestes corbes poden modificar-se més o menys segons la manera en què s'apliquen els pesos. Així és que a vegades la corba equilibrada, que correspon a una volta els ronyons de la qual s'han omplert de terra o maçoneria, és aproximadament un arc de cercle.

Sobre el càlcul d'arcs i voltes explica de manera molt simple i sense pompositats com es transmet l'empenta de la clau als suports, és a dir, com s'obté la línia de pressions, amb el paràgraf següent:

Vegem de quina manera l'empenta horitzontal de la clau es transmet fins als estreps. Considerem (fig. 116) un arc dividit en dovelles, cada una de les quals, a més del seu propi pes, aguanta una sobrecàrrega que pot ser del mateix material que les dovelles o diferent: en el primer cas, pels extrems de l'extradós de cada dovella s'aixequen verticals i els trapezoides que resulten són les sobrecàrregues de cada dovella, però en el cas contrari es redueix la superfície de la sobrecàrrega baixant l'altura fins la que tindria amb el mateix pes si fos del material de l'arc i es divideix com hem dit. La construcció gràfica consisteix a compondre l'empenta amb el pes de la meitat de la clau i la resultant és l'empenta que rep la segona dovella. Aquesta es compon amb el pes de la segona dovella (més la sobrecàrrega) i la resultant dona la combinació per a la tercera i així seguint, o bé podem també seguir el procediment de Scheffler.

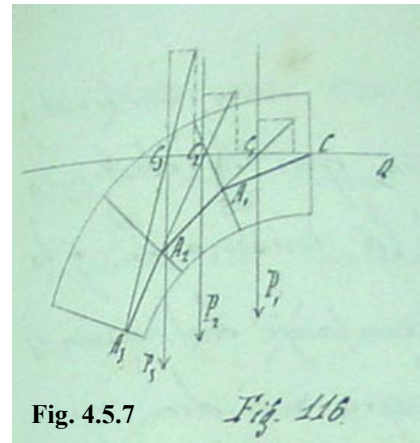


Fig. 4.5.7

Fig. 116

D'altra banda, volem ressaltar que al final d'aquest paràgraf, a la pàg. 312, cita el procediment de Scheffler sobre funiculars. Joaquim Bassegoda recull just a continuació l'explicació que feia Torras del mètode de Scheffler. Segons la seva exposició, la característica més significativa d'aquest altre mètode és que, en comptes de treballar amb el pes de cada dovella i compondre'l amb la resultant anterior, treballa amb la suma dels pesos de totes les dovelles des de la clau fins a la dovella considerada i cada un d'aquests pesos totals els compon amb l'empenta sobre una mateixa horitzontal. Les interseccions de les prolongacions donen igualment la corba de pressions.

Reproduint el procediment que descriu, inicialment no trobem avantatges en aquest altre mètode, i fins i tot trobem que pot resultar més laboriós que l'anterior mètode de Torras, ja que a mesura que sumem dovelles i la porció considerada és més gran, més important és afinar la posició del centre de gravetat. En canvi, Torras, en considerar sempre porcions petites, no requerirà gaire precisió en aquest sentit i veurem com assimilarà els trapezis a uns rectangles, localitzant el centre de gravetat en el punt mig. Potser simplement podem reconèixer aquesta diferent complexitat entre tots dos mètodes veient que, en el recull de Bassegoda, l'explicació del mètode de Scheffler ocupa tres vegades més extensió i necessita una il·lustració (fig. 4.5.7).

És important destacar que el mètode que van escollir Gaudí i els seus col·laboradors és el de Torras, l'aparentment més pràctic, i no pas el de Scheffler.



Torras



Scheffler



Torras-Scheffler

Utilitzant l'Sketchpad hem pogut comprovar que tots dos mètodes donen idèntics resultats, quan es consideren les mateixes simplificacions d'aproximació (amidament de superfícies, centres de gravetat...).

Al final del capítol de voltes (pàg. 324), Torras torna a citar Scheffler en el moment de donar mètodes per dimensionar el gruix de la volta. En aquest altre cas remet a les taules d'un llibre de Scheffler traduït al francès:

Ens falta per concloure parlar del gruix de la volta. Scheffler, per mitjà d'unes fórmules, ha buscat una relació entre la llum, la fletxa, els gruixos en la clau i en els estreps, i les pressions en aquests punts, per mitjà de les quals, coneguts diversos d'aquests valors, determina els restants i, així, ha calculat unes taules on dona aquests valors per a les formes i dimensions de voltes més usades. En el paràgraf 24 de la traducció francesa del mateix autor es troba un procediment pràctic per traçar la corba de pressions, calculant molt senzillament l'empenta en la clau i fent aplicació dels ponts principals ja construïts.

Aquesta remissió tan directa a un paràgraf d'un llibre concret, el de Scheffler traduït al francès, no ens ha passat desapercebuda i hem cercat aquest llibre, que en temps del Gaudí estudiant havia de ser a l'abast dels alumnes. Hem trobat un exemplar del llibre a la biblioteca de la RACAB i comprovem que en el citat paràgraf 24 (pàg. 84) hi ha aquella explicació del mètode comentat abans amb la mateixa il·lustració que oferia Torras. Després de l'exposició del mètode, molt més extensa perquè inclou tota una dissertació sobre la localització dels junts radials que reben una càrrega concreta, il·lustra el mètode exposat amb deu exemples pràctics per tenir en compte totes les possibilitats. Trobem molt interessant aquest text no sols perquè considera nombroses casuístiques diferents sinó també perquè argumenta i raona diferents aspectes, com per exemple el tema dels centres de gravetat. A l'annex 3 podem consultar fragments del llibre, que hem traduït per facilitar-ne la comprensió.

En l'apartat següent d'aquest mateix capítol, on tractem els diferents manuals d'estàtica gràfica que podia haver conegut Gaudí, ampliarem la informació obtinguda d'aquest text.

De Joaquim Bassegoda i Amigó s'han conservat, també, uns altres apunts de quan era alumne de Joan Torras i Guardiola a l'Escola Provincial d'Arquitectura. Es tracta ara d'uns apunts que no són de mecànica, sinó de construcció. Actualment es conserven, en dos volums manuscrits, a la biblioteca de la Càtedra Gaudí.

Aquestes lliçons de construcció van ser mecanografiades posteriorment per encàrrec de Bonaventura Bassegoda i Musté, que va ser catedràtic de construcció a l'ETSAB. Aquest text, localitzat també a la biblioteca de la Càtedra Gaudí, està enquadernat en 3 volums, i hi trobem correccions amb color vermell al damunt fetes pel mateix Bonaventura Bassegoda i Musté.

No hi trobem fórmules de càlcul de voltes ni procediments descrits amb claredat, però hi ha un paràgraf interessant, a la pàg. 319, que traduïm literalment:

Influència de la forma en l'estabilitat d'aquestes voltes [de maó de pla].

Les voltes de maó de pla no poden comparar-se a les voltes especejades, no se'ls pot aplicar la teoria de la corba de pressions: aquesta teoria suposa que cap junt pot treballar a tracció, sinó que tots ho fan a compressió; la volta de maó de pla, en virtut de la travada entre maons i la resistència dels morters, pot treballar de les dues maneres. Així s'explica que puguin ser tan primes (0,13 de gruix per 5 o 6 metres de llum) i essent així, que cap corba de pressions pugui ser continguda en el seu gruix.

Les voltes de maó de pla poden assimilar-se a una membrana sotmesa a flexió i aquesta hipòtesi pot explicar les deformacions que sofreix.

Sigui en primer lloc una volta semicircular sense cap sobrecàrrega, la forma equilibrada quan no hi ha sobrecàrrega és la catenària: forma més aixafada en els terços que el semicercle, per això aquest últim tendeix a deformar-se aixecant-se pels terços i baixant pel cim, i si per manca de precaució es posen pesos morts al mig, pot ensorrar-se.

Això no passa quan el perfil de l'arc és rebaixat, en aquest cas, mentre els estreps siguin invencibles, la volta té la màxima rigidesa; però si la volta és massa rebaixada, pot, per flexió, posar-se plana i esfondrar-se també.

Jaume Bayó

També a la biblioteca de la Càtedra Gaudí podem consultar els quatre volums d'apunts de Jaume Bayó (1874-1961), germà de Josep Bayó, que fou estret col·laborador de Gaudí com a mestre d'obres a la Pedrera i a la casa Batlló. Segons s'indica a la portada, aquests apunts de construcció són presos de les classes de Joan Torras i Guardiola per Jaume Bayó durant el curs 1897-1898 a l'ETSAB.

És interessant la introducció històrica de les voltes, on cita diferents exemples de voltes a Egipte, Caldea i Assíria, Grècia, Etrúria, Roma, Bizanci i també al Renaixement italià. En el cas de les voltes en les cultures d'Assíria i Caldea destaca la presència d'arcs apuntats o parabòlics en voltes de clavegueres de desguàs, fetes a cop de tova o de maó cuit, o fins i tot en alguns casos amb maons aplantillats en forma parabòlica per fer arcs amb aquesta forma.

Veiem que el tema de la mecànica de les voltes queda repartit entre els volums II i III.

Podem destacar també la menció de l'esquadra de talussos com a eina per mesurar la inclinació dels diferents plans dels junts (fig. 4.5.8). Pel que fa als arcs parabòlics, hi dedica un paràgraf que traduïm a continuació:

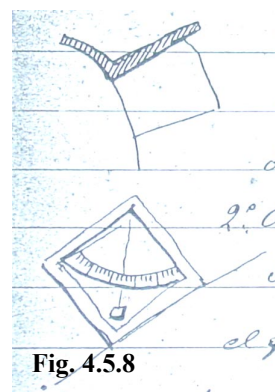


Fig. 4.5.8

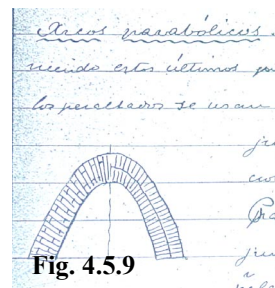


Fig. 4.5.9

Arcs parabòlics. Poden ser peraltats o rebaixats, i aquests últims tenen poc ús, per acostar-se a l'arc de cercle; els peraltats s'usen alguna vegada, essent l'especejament dels junts normals, usant les dues disposicions de maons combinats o rosques. Per comprovar les normals dels junts és més difícil que l'el·lipse, senyalant-la per llinyoles, ja que no pot fer-se per mètode geomètric. Es presenta l'inconvenient que per ser de gruix igual l'arc la corba exterior no és paràbola, que és el que es fa; però si volguéssim paràbola resultarien arcs desiguals. S'usen en la resistència quan hi ha pesos partits per igual a llarg de la projecció horitzontal.

És molt interessant l'observació que dues corbes paral·leles, equidistants, no poden ser totes dues paràboles. Però ens sorprèn l'afirmació que no sap cap mètode geomètric per determinar les normals a la paràbola. Sabem que antigament s'havia fet servir una mena de compàs, relativament senzill, que es disposava amb un braç apuntant sempre cap al focus de la paràbola i l'altre braç penjant en el sentit de la gravetat. La bisectriu d'aquests dos braços dona la recta normal a la corba, és a dir, la inclinació dels plans dels junts, de la mateixa manera que l'altra bisectriu dona la recta tangent.

Al final del volum IV trobem dos curts annexos interessants:

- Càlcul d'una volta de maó de pla. Sistema comú. Sistema Guastavino
- Conseqüències deduïdes de les conferències donades per l'arquitecte Joan Torras i Guardiola, al Saló de Graus de la Universitat, els dies 5 i 19 de març de 1899

Anys després Jaume Bayó va ser catedràtic de Construcció i va transmetre als seus alumnes la formació rebuda de Torras. D'aquest fet ha quedat constància amb el llibre que trobem també a la Càtedra Gaudí anomenat *Apuntes de Mecànica aplicada a las construcciones entresacados de las explicaciones de D. Jaime Bayó, catedrático de la asignatura, por el alumno Ramon Térmens Mauri*. Es tracta dels apunts del curs 1917-1918, que va editar l'editorial de Julio Torrellas.

De Jaume Bayó es conserva també el contingut d'una conferència sobre "La volta de maó de pla" pronunciada al Col·legi d'Arquitectes, recollida per Amadeu Llopart, alumne de l'ETSAB, i publicada als anuaris de l'Associació d'Arquitectes de Catalunya. Veiem que s'hi elaboren i s'argumenten amb tot el suport gràfic les idees extretes de les conferències de Torras i que foren recollides en aquells annexos dels seus primers apunts.

En aquesta línia podem citar també una altra conferència, aquesta de l'arquitecte Jeroni Martorell: "Estructures de maó i ferro atirantat en l'arquitectura catalana moderna". Bayó es refereix a aquesta conferència en la seva introducció, ja que s'havia pronunciat en el mateix fòrum, poc abans, el mateix any (1910). En la conferència s'exposen tota mena d'exemples d'arcs atirantats, tant de tirants vistos com d'ocults. Entre tots destaquen els exemples del final, d'obres de Rubió (fàbrica Canals a la Sagrera i tanatori del Tibidabo) i de Gaudí (Parc Güell i casa Batlló).

Apunts anònims del COAC

Finalment, hem de citar un recull d'apunts, anònim, localitzat a l'arxiu històric del COAC. Té el títol *Lema <Memoria> Curso de Resistencia de Materiales. Apuntes*. Està mecanografiat i enquadernat en dos volums: text i làmines. Deduïm que aquest sí que podria ser l'exemplar refet en memòria Joan Torras i Guardiola perquè inclou procediments posteriors, de Jaume

Bayó, i perquè a la darrera pàgina del text hi ha la data de desembre de 1910, és a dir, després de les conferències que hem esmentat i després de la mort de l'estimat professor.

En aquest cas el text es limita a la part de resistència de materials i no conté la part d'hidràulica. Veiem aquests apunts com si es tractessin d'una ampliació dels apunts ja comentats de Joaquim Bassegoda. A l'apartat de nocions preliminars trobem afegit un apartat dedicat als sistemes de forces on es tracten conceptes com el de polígon funicular o el de resultant d'un sistema de forces pla. També en aquesta nota preliminar es parla de les aplicacions del polígon funicular per determinar els moments flectors d'un element. Entre altres coses noves, dins de les notes preliminars, trobem també referències als gràfics de Mohr.

Dins ja del tema de resistència de materials, a l'apartat dels mètodes gràfics per determinar les línies de pressions, trobem citats en el mateix índex el procediment de D. Joan Torras, d'una banda, i el procediment de D. Jaume Bayó, d'altra. Aquí es fa referència a la fórmula de Bresse per determinar l'empenta horitzontal d'un arc.

Al final d'aquest apartat trobem un paràgraf que posa clarament de manifest que Torras veia amb bons ulls la utilització de models penjats per determinar la forma òptima dels arcs; vegem-ne la traducció literal:

170. Arcs de formes equilibrades. Si suposem que la línia de pressions de l'arc coincideix amb la línia mediana de l'arc, és evident que en qualsevol secció el moment de flexió serà nul i només existirà esforç de compressió p representat pel radi polar corresponent. Si en aquest cas calculem cada una de les seccions de l'arc per la fórmula $\omega = p / R'$ essent R' el coeficient de resistència pràctica a la compressió, és evident que el material treballarà en tots els punts de la peça al mateix coeficient R' i per tant estarem en les condicions de màxim aprofitament. Per altra part, si imaginem que es canvia el sentit de les forces sense alterar cap de les altres condicions és fàcil veure que la línia de pressions i, per tant, la forma de la peça en aquest cas, no és altra cosa que la posició d'equilibri d'un sistema flexible suspès pels punts d'articulació i subjecte a les forces donades dirigides en sentit oposat. Segons això la determinació pràctica de la forma d'una

peça corba equilibrada i subjecta a les càrregues P (fig. 280, làm. 30) consisteix a suspendre un sistema flexible pels punts M i N i determinar la forma $MA'B'C'N$ que adopta aquest sistema sota l'acció de les càrregues P_1, P_2, \dots . Fent girar el polígon $MA'B'C'N$ al voltant de la recta MN fins que adopta la posició simètrica obtindrem la forma buscada $MABCDN$. L'empenta serà com sempre la distància polar $Oa = Q$. Després del que hem dit no ha de sorprendre'ns l'ús d'arcs parabòlics i en forma de catenària, ja que tenen per objecte un màxim aprofitament de les condicions de resistència dels materials.

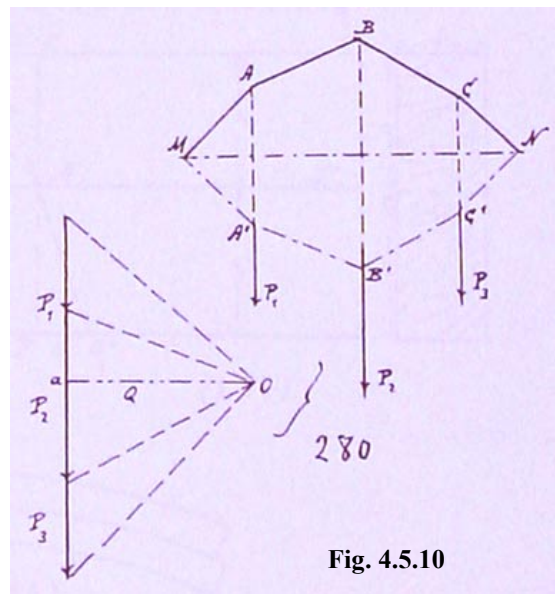


Fig. 4.5.10

En l'apartat de l'equilibri de sistemes de barres articulades es fa referència al mètode de Culmann, al de Cremona, al de Ritter, i també al mètode de Torras. En aquest apartat, quan parla de la línia de pressions, torna a dir:

Per últim, indicarem que el perfil que reuneix millors condicions de resistència i estabilitat donat un sistema de càrregues P (figura 461, làmina 62) és el que admet una línia de pressions que passa pels punts mitjans de cada una de les seccions i és tangent, per tant, a la línia mitjana o eix de l'arc. En aquest cas els esforços resultants que actuen en cada secció seran normals a aquesta i s'aplicaran al seu centre de gravetat venint, per tant, repartits uniformement en tota la seva extensió. Per determinar aquestes formes equilibrades corresponents a un sistema de càrregues P n'hi ha prou procedint de la manera indicada en el punt núm. 170, en tractar de formes rígides, fent servir un sistema flexible suspès pels punts M i N i subjecte a càrregues iguals o proporcionals a les càrregues P .

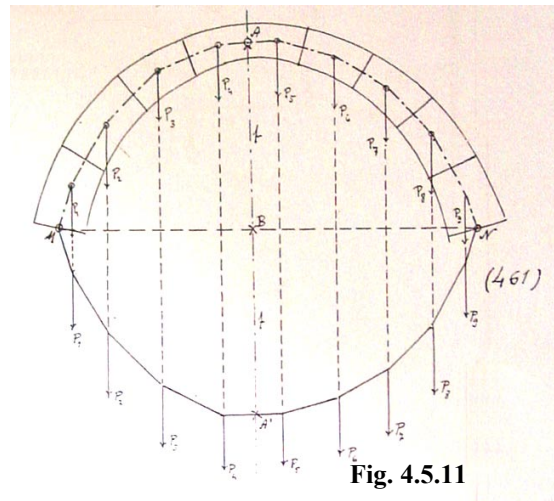


Fig. 4.5.11

Finalment, volem destacar que en l'apartat de voltes es parla del mètode de Méry que ja hem comentat en el capítol 3 d'aquest tesi, quan justament parlàvem d'aquest autor.

A l'annex 3 adjuntem els fragments i les pàgines de gràfics que hem seleccionat per il·lustrar el contingut de totes aquestes qüestions. En aquests fulls podem veure que el mètode que es descriu i es dibuixa per analitzar voltes i arcs, per localitzar la corba de pressions i per avaluar l'empenta és exactament el que utilitzà Rubió a la catedral de Mallorca o al Parc Güell, per exemple. Rubió, que fou el primer col·laborador de Gaudí amb títol d'arquitecte i que assumí tasques de responsabilitat sempre dins del vessant tècnic, havia rebut de l'Escola d'Arquitectura aquesta mateixa formació en matèria de càlcul gràfic i funicular.

A través dels diferents apunts conservats del professor Joan Torras que hem anat comentant notem una evolució. Des dels primers apunts Torras presentava l'arc parabòlic com a òptim entre els diferents arcs, però no amagava les dificultats o reticències que hi trobava. En canvi, en els darrers apunts comentats es posiciona de manera molt clara a favor dels arcs parabòlics i dels mètodes de disseny d'arcs i voltes mitjançant els models de cordes penjants que tan caracteritzen Gaudí.

En el supòsit que Torras hagués anat ampliant la seva assignatura a mesura que transcorrien els cursos, es podria plantejar el supòsit que Gaudí hagués pogut accedir a totes aquestes novetats o incorporacions del temari a través, justament, dels seus propis deixebles i dels col·laboradors en els quals més va confiar aquestes qüestions estructurals. Sigui cert o no aquest supòsit, sembla evident que és necessari plantejar l'estudi dels càlculs estructurals de Gaudí de manera inseparable dels càlculs estructurals dels seus col·laboradors, i aquest és el motiu pel qual en el capítol següent incorporarem l'anàlisi de totes aquestes diferents col·laboracions.

4.5.3 Altres apunts i tractats de construcció

A més dels apunts de Joan Torras de les assignatures de mecànica i de construcció es conserven encara altres col·leccions d'apunts que ajudaran a completar la visió sobre la formació de Gaudí en la qüestió de la mecànica i la construcció d'arcs, voltes i cúpules. Volem prestar ara especial atenció als apunts presos del catedràtic Leandre Serrallach de l'escola de Barcelona i també als apunts de Luis Moya, de l'escola de Madrid. A més, aprofitem aquest mateix apartat per parlar de tres complets tractats de construcció que tracten de manera especial el tema dels arcs i les voltes i que diferents testimonis asseguruen que van ser consultats per Gaudí. Són les obres de Philibert De l'Orme, Viollet-le-Duc i John Millington.

Leandre Serrallach

A la biblioteca de l'ETSAB podem consultar encara un altre llibre antic que pot donar pistes sobre la formació de Gaudí en la qüestió dels arcs i les voltes: *Apuntes de la asignatura Construcción y manipulación de materiales. 1ª parte*. Es tracta d'uns apunts de l'assignatura de construcció que va prendre l'alumne Leandre Albareda de les classes del catedràtic Leandre Serrallach. És molt important tenir en compte que Leandre Serrallach també fou professor de Gaudí i que Leandre Albareda tenia la mateixa edat que Gaudí i obtingué el títol d'arquitecte el 1877, un any abans que Gaudí (1878). És aquest el motiu que fa el text interessant.

Aquest llibre no té la pulcritud que, per exemple, tenien el text de Joaquim Bassegoda o el de Macari Planella. Hi trobem rectificacions i ratllades, i costa força més entendre'n la cal·ligrafia. Sembla que Albareda va cursar l'assignatura durant dos anys consecutius i durant el segon curs va omplir d'esmenes el text que havia escrit durant el primer curs. La nota de la portada que hi ha a sota del títol verifica aquest fet.

sacados de la explicación del catedrático de dicha asignatura D. Leandre Serrallach tomados de las clases del curso académico 1873-74 y reformados en el curso de 1874-75,

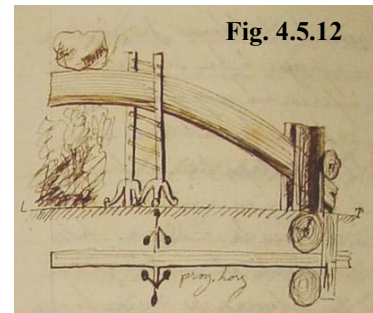
No obstant això, és interessant pels nombrosos petits gràfics que van il·lustrant el text. A l'annex 3 en transcrivim literalment les pàgines seleccionades sobre el tema de voltes.

El llibre, manuscrit i de mida mig foli, conté 701 pàgines dedicades a la descripció dels diferents mètodes constructius d'aquell temps. Després dels capítols que donen explicacions sobre els diferents materials de construcció, on podem destacar les instruccions que es donaven aleshores per a l'elaboració i la dosificació del formigó, trobem interessant, a les pàgines 254-255, la descripció del procés a seguir per encorbar la fusta, un procés necessari per fer cintres d'arcs i voltes.

Medios de encorvar las maderas

Después que por culaquiera de los sistemas anteriormente explicados reblandecemos la madera debemos darle la curvatura antes de que se seque; valiendonos ya por medio de pilotage o de estacado o ya sea por medio de moldes. Si nos valemos del sistema de pilotage, sobre una area plana bien resistente se traza la curvatura que se quiere que tenga la biga esta se sujeta por un extremo al suelo por medio de pilotes o estacas, en el otro extremo se coloca un aparejo o ternal que comunique por medio de cuerdas de cañamo con otro aparejo atado a una estaca y tirando la cuerda se irá encorvando adquiriendo varias

posiciones que se iran sujetando con estacas para no retroceder hasta llegar a la curva dibujada en el suelo. Estos pilotes o estacas como se ponen de trecho en trecho forman un polígono presentando la curva garrofas cosa que afea puesto que no presenta una curva continuada. Así pues que este sistema se sustituya por el de disponer un molde de madera de la curva que nos proponemos que tenga la pieza. Se coloca de modo que esté bien sujeto este molde en tierra, se dispone que la viga que se ha de encorvar de modo que une por un extremo con el molde por medio de una braga de hierro poniendo en el otro extremo un aparejo o ternal que con cuerdas esté relacionado con otro sujeto a una estaca. Se tira de la cuerda y la viga se va sobreponiendo sobre el molde sujetandola de trecho en trecho con el por medio de bragas de hierro hasta que adquiere la forma...



El capítol de voltes és cap al final del llibre. S'inicia, a la pàg. 551, amb un repàs dels exemples d'ús de formes voltades des de l'antiguitat. Després, al llarg del capítol, es donen criteris d'elecció del tipus de volta i instruccions pràctiques per construir voltes de carreus de pedra, de totxos, de formigó i de maó de pla. Es posa èmfasi en les operacions de tancament de la volta i de descintratge, així com en els criteris de decoració de la volta.

Respecte a les voltes de maó de pla volem destacar el paràgraf en el qual el professor Serrallach acaba l'explicació amb una referència al professor Torras i elogia el seu enginy:

Bóvedas tabicadas

Son formadas por ladrillos puestos de plano, son económicas pues no necesitan sosten momentáneo pues se sostienen por la facilidad de fraguar el yeso o cemento romana.

Para su construcción se necesitan cerchas o plantillas que guien la dirección de la bóveda de modo que la cuerda del arco que forme la cercha sea horizontal y pase por los arranques, algunas veces se sostienen momentáneamente sobre la cercha.

Construcción

Se hace una ranura en el muro capaz de sostener uno, dos o más gruesos, esta ranura se hace en los arranques, en el testero no se hace ranura porque por motivos de los asientos desiguales del muro rompería la bóveda. Cuando se hace de varios gruesos se emplean ladrillos de varios tamaños de racilla y ladrillo grueso, de racilla y dos gruesos etc. En cuanto los doblados primero se hace el 1er anillo, otro al lado y así sucesivamente hasta tener 3 o 4 que se dobla teniendo cuidado que las juntas en todos sentidos vengán encontradas con las de la 1ª hilada, algunos la 2ª hilada la hacen diagonal.

Estas bóvedas cuando son muy peraltadas se suelen romperse porque teniendo poco peso tiende a romperse por los 2/3 y entonces se maciza el espacio o bien de trecho en trecho se hacen unos tabiques y unas bovedillas que vayan de uno a otro.

Estas bóvedas se han usado para suplir con ventajas a los techos, los cuales siendo de madera se pudren, se alabean por los pesos, así es que se emplean estas bóvedas, pero como dan empuje necesitarían muchos de mucho espesor y no pudiéndose utilizar grandes alturas se hacen bóvedas tabicadas atirantadas con tirantes de trecho en trecho y entonces solo da empuje vertical. El Sr. Torres ha hecho en su casa bóvedas de 30 metros empleando muros de $\frac{3}{4}$, unas piezas de madera de 3 en

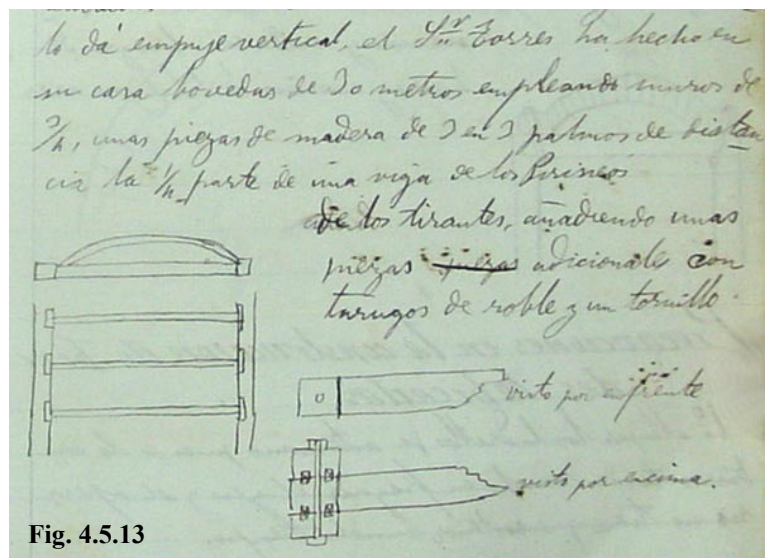


Fig. 4.5.13

3 palmos de distancia la $\frac{1}{4}$ parte de una biga de los Pirineos de los tirantes, añadiendo unas piezas adicionales con tarugos de roble y un tornillo.

Podem destacar també les lliçons que fan referència als paviments i als sostres compartimentats. Els dibuixos de successió de quadrats inscrits i girats 45° recorden la solució de cúpules que adoptà sovint Joan Rubió i Bellver, col·laborador de Gaudí.

Finalment, volem comentar que en aquest apartat trobem l'explicació del mètode per fer cúpules de Philibert De l'Orme (pàg. 697-698), la qual cosa és una prova definitiva que Gaudí coneixia aquesta solució quan va projectar la nau de la Cooperativa Mataronense.

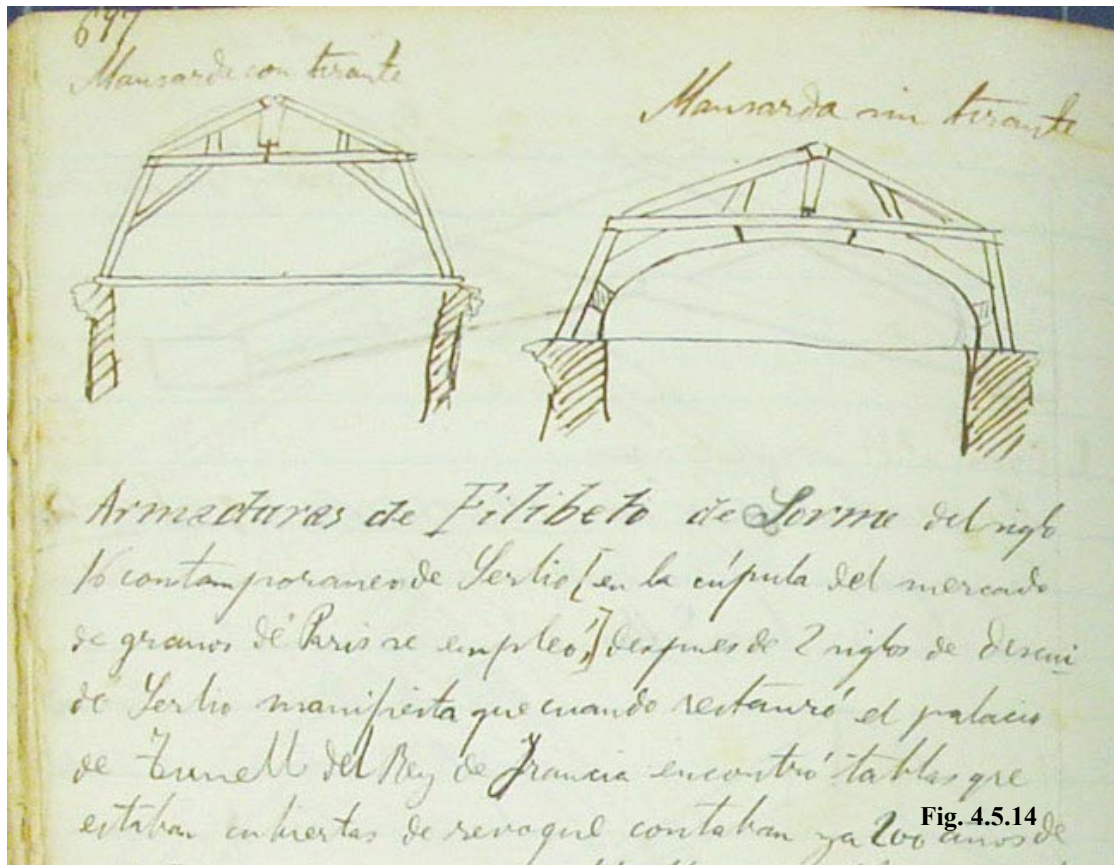


Fig. 4.5.14

Armaduras de Filiberto de Lorme del siglo 16 constan por amén de Serlio (en la cúpula del mercado de granos de París se empleó) después de 2 siglos de descuido Serlio manifiesta que cuando restauró el palacio de Tunell del Rey de Francia encontró tablas que estaban cubiertas de arena que contaban ya 200 años de existencia, la cúpula de S. Marcos de Venecia estaba formada con tablas y la iglesia de la Salud y esto comprueba que Lorme no fue el inventor pero fue quien lo reapareció y formó el un sistema armonioso de construcción.

El sistema consiste en tablas puestas de canto empalmadas las unas con las otras así es que con piezas de poca escuadria se pueden hacer grandes armaduras pero es costosa la mano de obra a pesar de la ventaja de utilizarse pequeñas piezas. Este sistema consiste en componer grandes semicírculos con tablas puestas del largo y unidos los gruesos con pasadores que afianzan el sistema. Empezaba por una tabla a cara y las tablas tenían la longitud de $aabb$ y estaban puestas a juntas encontradas, estas tablas estaban unidas por clavos en cada medio espacio y en cada punto había una especie de caja que pasaba un pasador. En cuanto la disposición de los pasadores es notable el modo como pasaba el pasador, cada pasador abrazaba 3 formas.

Debemos manifestar que la longitud de las tablas era de 1,50 m, ancho 0,22 m, el grueso 0,027 m, la distancia de forma a forma de 0,66 m.

La direcció de les juntes van a parar al centre. En el arranque le daban la disposició de la peça Z y para quitar el agua le ponian el ristel H. Para evitar el inconveniente de que el agua se quedaba en la parte superior de la cubierta este autor estudió otra disposició (fig. 2a)³⁶ que forma una ojiva en la parte superior y pone las piezas a para que haya más trabazón.

También se hubiera podido cubrir con piezas inclinadas (fig. 3a).

Rondelet modifica los pasadores poniéndolos al extremo (fig. 4a) y van clavados a las tablas así es que hay economía pues no hay que hacer clavijas ni capas y luego queda el sistema anterior por las variantes se modifican las clavijas. Los pasadores estando en la parte extrema tenemos que en la inferior sirve para clavar las cañas de los cielos rayos.

Mr. Jacass lo ha modificado de otro modo (fig. 5a). Este en vez de tablas usaba trozos de viga y los unía por un corte de rayo de Júpiter.

Lección 72

Modificación de la armadura anterior por el coronel Smith.

Que consiste en poner varios tablones de plano en forma curva unos al lado de otros y unido todo por brazos y pernos de hierro para hacer más solidario el conjunto. Por la parte exterior vienen los pares que se apoyan en la armadura y que se unen a ella por medio de unas manguetas de madera.

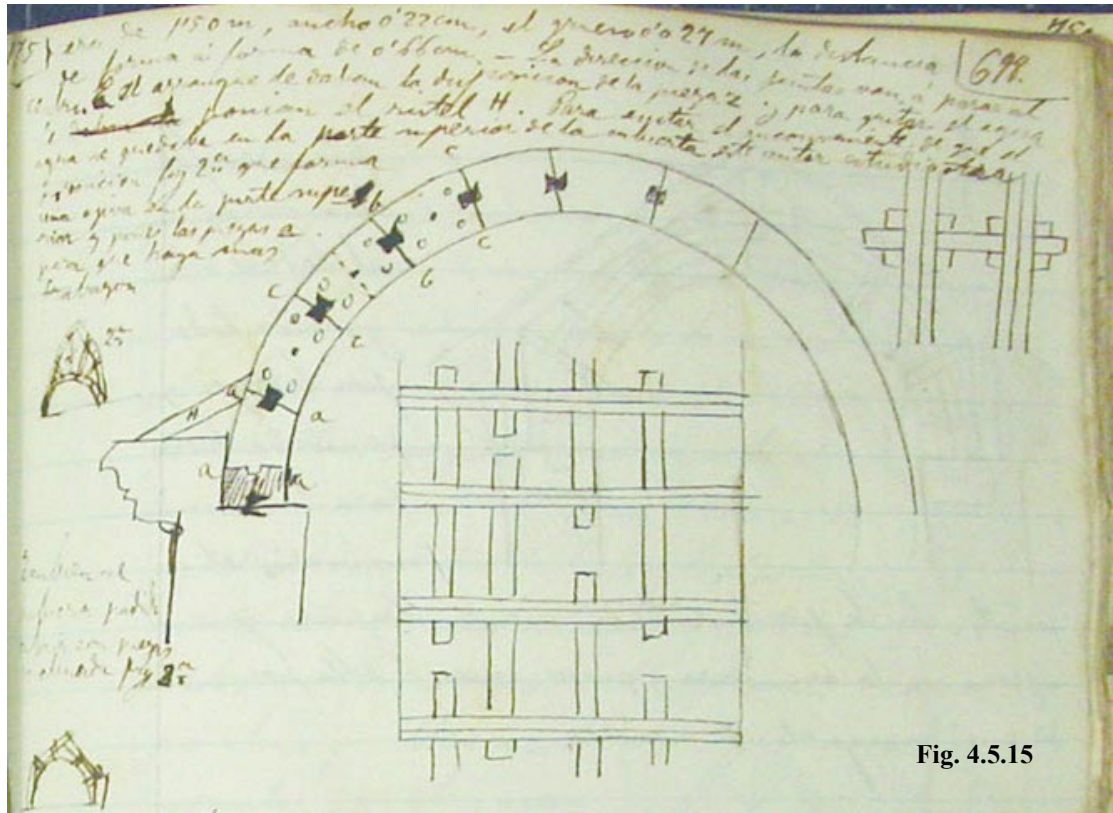


Fig. 4.5.15

Tal com s'expressava a la portada, el text es va escriure durant un curs (1873-1874) i es va esmenar i ampliar durant el curs següent (1874-1875). Les esmenes del segon curs es poden identificar fàcilment per la superposició o per la forma en què s'insereixen en el text original, i fins i tot pel to de la tinta, que és lleugerament diferent. En aquest sentit, notem que el paràgraf que acabem de transcriure sobre Philibert De l'Orme és un dels que més esmenes va rebre durant el segon any. En aquest cas, l'ampliació del text és tan considerable que Albareda

³⁶ Les figures 2a, 3a, 4a i 5a són afegides durant el segon curs, dibuixades al marge de la pàgina i tan petites que no deixen de ser uns reduïts esquemes de les il·lustracions del tractat de Philibert Delorme que més endavant comentarem.

necessita omplir tots els marges i l'espai disponible de la vora de la pàgina per completar la lliçó, que queda molt més extensa i amb molts més detalls que l'any anterior.

Com a contrapartida, a l'inici de la lliçó següent, "Cubiertas cónicas", podem llegir una petita nota al marge: "No lo ha explicado", la qual cosa indica que el professor Serrallach va donar molta importància al sistema de P. De l'Orme i el segon any arribà a sacrificar altres qüestions per poder-lo detallar més.

Luis Moya, a l'ETSAM

Entre els diferents reculls d'apunts de construcció manuscrits, podríem parlar, finalment, del text de Luis Moya, professor de l'Escola d'Arquitectura de Madrid. Ja hem vist que molts catalans o barcelonins anaven encara a Madrid a estudiar la carrera d'arquitecte perquè potser la recentment creada escola de Barcelona encara no guanyava la confiança de tothom o perquè semblava que qui anava a Madrid en tornava amb més prestigi i respecte, i no només amb un títol. Tot això fa pensar que hi havia relacions entre totes dues escoles i que el material d'uns estudiants podia passar als altres, ja sigui directament o a través dels professors. El cert és que el text de Luis Moya *Cuaderno de apuntes de Construcción* és avui a l'ETSAB i pot servir com una referència més a tenir en compte a l'hora de plantejar-se l'estudi dels continguts de construcció en aquella

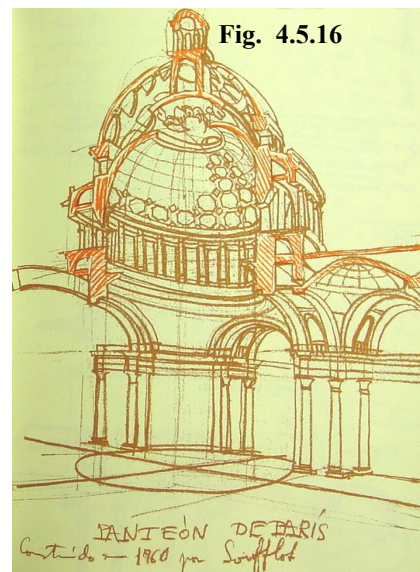


Fig. 4.5.16

època pel que fa a arcs, voltes i cúpules.

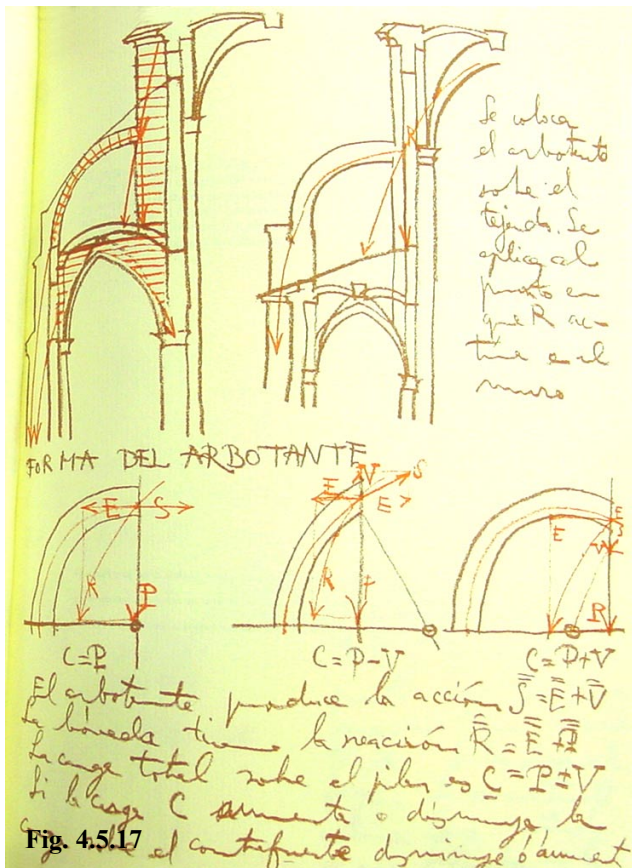


Fig. 4.5.17

Se ubica el arbotante sobre el tejado. Se aplica el punto en que R actúa en el muro

El arbotante produce la acción $\vec{S} = \vec{E} + \vec{V}$
 la base de la tiene la reacción $\vec{R} = \vec{E} + \vec{V}$
 La carga total sobre el pilar es $C = P + V$
 Si la carga C aumenta o disminuye la el contrapunto disminuye o aumenta

El text és un recull d'apunts de les classes de construcció del curs 1924-1925, força posterior al nostre àmbit d'estudi, però encara un any anterior a la mort de Gaudí. El trobem molt interessant pel farciment de vistosos dibuixos, a vegades a pàgina completa, de tota mena de voltes i cúpules, i algunes de les més famoses són croquisades, fins i tot, en planta, alçat i secció constructiva o perspectiva (fig. 4.5.16). També hi trobem algunes expressions i diagrames de forces per explicar la baixada de càrregues i les empentes en els arcs i les voltes. En aquest sentit, trobem relativament sorprenent que, a Madrid, el 1925, encara s'expliqués la forma correcta de dissenyar un arcbotant gòtic (fig. 4.5.17).

L'obra de Viollet-le-Duc

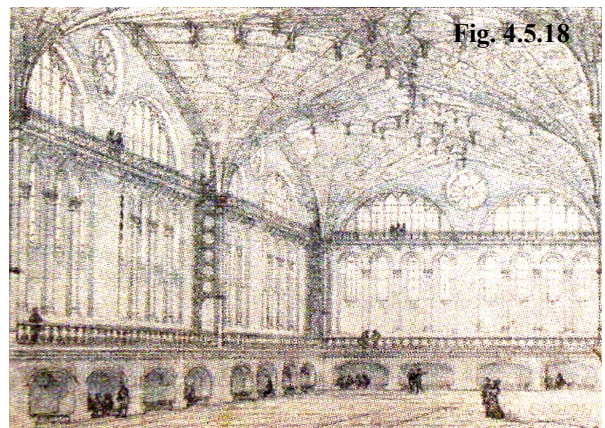
Sens dubte, l'obra de Viollet-le-Duc³⁷ va ser una de les més influents durant molts anys a l'hora de comprendre la mecànica de les voltes gòtiques. Gaudí no s'escapa d'aquesta influència i per a ell també va ser una obra de consulta habitual.

El relat de Puig Boada³⁸ il·lustra prou bé aquesta influència:

En arquitectura Viollet-le-Duc, amb el seu diccionari, era astre de primera magnitud; la voracitat amb què Gaudí llegí el famós Diccionari va deixar per anys influència en la seva obra (1).

(1) Li deixava el seu company Emili Cabanyes en volums enquadernats i ell els tornava desenquadernats, per tal de llegir-los pel carrer, i amb dibuixos marginals.

L'actitud de Gaudí, però, va ser crítica i, assumint l'esquema de plantejament de l'esquelet estructural gòtic que feia Viollet-le-Duc, va buscar la manera de millorar l'estil gòtic amb un nou arc que no necessités crosses, l'arc parabòlic.



La tesi de Viollet-le-Duc no va ser superada fins després de la mort de Gaudí, i és que amb el seu enciclopèdic *Diccionari* l'autor va ser el primer de formular una doctrina coherent sobre el disseny i el càlcul d'arcs, voltes i cúpules. El seu és un dels treballs més ambiciosos sobre el tema, i tot i que avui es posa en dubte gairebé la totalitat dels conceptes que exposa, encara resulta una obra de gran interès. Amb aquesta obra es va iniciar una escola que va culminar amb Auguste Choisy i que pretenia descobrir en els constructors gòtics i medievals uns sabers confusos i misteriosos, des d'una òptica o un ordre científic similar a l'actual: la descomposició del tot en diferents parts i l'anàlisi detallada de cada una de les parts.

Antonio Castro sintetitza l'esquema estructural de Viollet-le-Duc en vuit punts bàsics:

1. Les voltes medievals, aparellades, produeixen empentes, la qual cosa no passa amb les voltes romanes, concrecionades.
2. Les empentes es condueixen a punt concrets. Els nervis gòtics formen un esquelet que sosté els diferents segments de voltes. Els arcs faixons romànics són l'antecedent o l'inici d'aquestes estructures nervades.
3. L'arc ametllat és el que s'utilitza amb preferència perquè empeny menys en els suports que l'arc de mig punt.
4. Un cop en els suports, les empentes es contraresten amb arcbotants.
5. Les resultants verticals les suporten les columnes o les motlures inserides en els pilars.

³⁷ Viollet-le-Duc, Eugène Emmanuel (París 1814 – Lausana 1879). Arquitecte i arqueòleg francès. Amb la seva infatigable labor de restauració va aconseguir fer despertar l'interès per la recuperació del patrimoni arquitectònic i monumental. La seva obra més important, en deu volums, va ser sens dubte el *Dictionnaire raisonné de l'architecture française du XI au XVI siècle* (1854-1869). A la fig. 4.5.16 veiem un gravat seu ("Voltes de ferro", lám. XXVI) del llibre *Entretiens sur l'architecture*, de 1868.

³⁸ PUIG BOADA, Isidre. *El temple de la Sagrada Família*. Ed. Barcino, Barcelona, 1929, pàg. 191.

6. Tot això permet un alleugeriment progressiu de l'estructura.
7. L'estructura resultant és suficientment elàstica i pot absorbir possibles moviments (és a dir, deformacions permanents).
8. Tot el procés s'executa amb la intenció de deixar explícita l'estructura.

De manera gairebé immediata es va iniciar una rèplica a la versió oficial de Viollet-le-Duc. Aquesta resposta, no gens divulgada, sembla que no va interessar políticament i que es podria haver perseguit i ocultat intencionadament després dels bombardejos de la Guerra Mundial. El 1920 Roger Gilman ja evidencia fortíssimes divergències d'opinions entre els autors del gòtic. L'enginyer Victor Sabouret va publicar un article el 1928 on descobria les esquerdes de Sabouret dels nervis gòtics, que evidencien que és impossible que els nervis facin de suport a les voltes (fig. 4.5.19). Finalment, va ser la contestació de Pol Abraham, el 1934, la que va desmuntar punt per punt tota l'anàlisi de Viollet-le-Duc. Els punts que destaca Castro de l'anàlisi de Pol Abraham són:

1. Les voltes generen empentes sigui quin sigui el seu aparell.
2. La magnitud de l'empenta que genera una volta i el seu punt d'aplicació no depenen del material ni de l'aparell, sinó de la densitat i del gruix. Com que la densitat pot variar d'1 a 3 i el gruix, d'1 a 4, la diferència màxima de la combinació pot ser d'1 a 12; per tant, no es pot garantir un alleugeriment del conjunt.
3. La forma de l'intradós té una importància relativament negligible, respecte dels dos factors anteriors, pel que fa a les empentes que generen les voltes. Per a una llum de 10 m, un gruix de 30 cm i una densitat de 2.000 kp/m^3 , l'empenta en una volta de mig punt és de 2.400 kp i en una gòtica seria de 1.750 kp. Aquesta diferència és absorbida per només 7 cm més de gruix de la volta. Aquesta petita variació haurà anul·lat el benefici d'una volta apuntada, i per tant no sembla que pugui incidir en el gruix dels murs, que no podien calcular-se amb tanta precisió.
4. Les empentes no es canalitzen pels nervis sinó que actuen de manera difosa cap a totes les peces pròximes.
5. Les petites columnes i motlures són elements decoratius.
6. No existeix un alleugeriment progressiu de les voltes sinó que es troben gruixos molt diversos en totes les èpoques. Sobre aquest punt hi ha molt debat entre autors però no hi ha dades que confirmen una o altra posició.
7. Els arcbotants no són necessaris. En alguns casos els bombardejos han destruït els arcbotants i no han caigut les catedrals afectades.

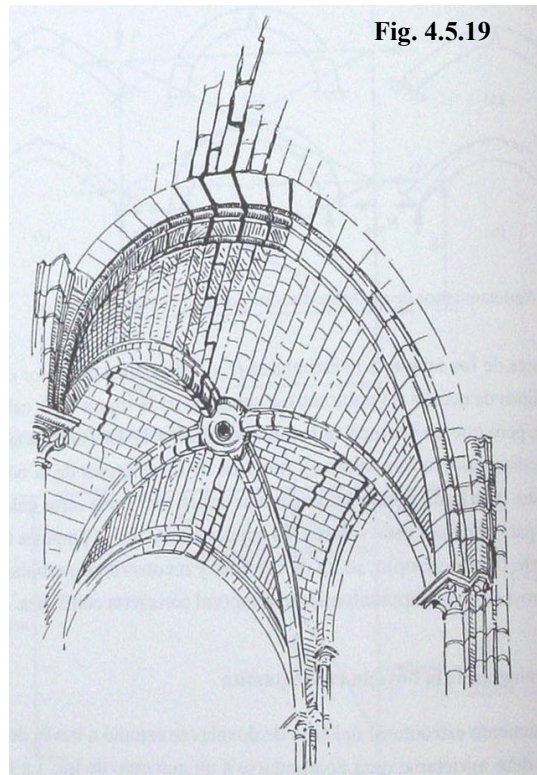


Fig. 4.5.19

En resum, la decantació cap a una o altra tesi implica l'acceptació o negació dels tres punts elementals següents, que contraposen les dues tesis. La resta de qüestions són conseqüència d'aquests tres punts bàsics d'oposició de les dues escoles:

1. Les dovelles es recolzen sobre els nervis i aquests condueixen les càrregues als pilars.
2. Els arcs ogivals contribueixen a alleugerir les empentes.
3. Quan les empentes no s'anul·len entre si per contraposició exacta d'arcs d'igual magnitud i càrrega, es contraresten per mitjà dels arcs boterells, i el seu efecte es reforça pels pinacles.

Finalment, Antonio Castro analitza la bibliografia més recent sobre tots aquests aspectes, i de l'anàlisi detallada d'alguns elements extreu les següents conclusions:

1. Els arcbotants són innecessaris, o no empenyen sinó que apuntalen.
2. Els arcs torals o faixons també són decoratius.
3. L'arc ametllat ogival, que s'acosta més a l'arc parabòlic, permet alleugerir pesos i fer treballar les dovelles sense tracció. Aquest és l'únic punt sobre el qual considera que hi ha un cert acord.
4. Pel que fa als murs i pilars aparellats, és discutible el paper dels pilars fets de pedra tallada i rígida per l'exterior que serveix d'encofrat d'un farcit interior de totxo, pedra i morter.

Relacionats amb el tema de restauració conduït per Viollet-le-Duc, existeixen documents en el nostre entorn geogràfic més proper que relaten com es realitzaven les cintres i els encofrats de fusta de grans dimensions per dur a terme aquelles reparacions. Els projectes d'aquestes grans estructures de fusta que van permetre refer les voltes d'algunes catedrals i la seva anàlisi poden donar una idea del fet que a final del s. XIX ja es coneixia la funció estructural de cada element i, per tant, es coneixia perfectament com empenyia o es deformava una volta. José Calama i Amparo Graciani³⁹ han estudiat les estructures de Juan de Madrazo per a la restauració de la catedral de Lleó (1869-1874), d'Adolfo Fernández Casanova per a la catedral de Sevilla (1882-1888), d'Enrique Repullés y Vargas per a San Vicente de Ávila (1885) i de Vicente Lampérez y Romea per a la catedral de Cuenca (1888-1889). Totes aquestes obres, de rellevant importància, coincideixen en el temps amb els primers anys del recorregut professional de Gaudí, quan ja tenia el títol d'arquitecte (1878).

Philibert De l'Orme

Segons relata Ràfols, un altre llibre de construcció que va consultar Gaudí va ser el tractat antic de Philibert de l'Orme. Nosaltres hem volgut consultar-lo per comprovar aquesta possible influència. La primera observació a constatar fa referència a les dates de les diferents edicions. Les primeres publicacions d'aquest autor daten de 1514, i el recull integral de la seva obra en un gruixut volum que inclou onze llibres data de 1561. Els dos darrers llibres són un suplement afegit a partir de l'edició de 1648 sota el títol "Nouvelles inventions pour bien bastir". Les diferents edicions han permès la supervivència del text al llarg d'aquests gairebé 500 anys. Gaudí potser va consultar les que hem trobat datades dels darrers anys del s. XIX o del principi del s. XX (1887, 1894 i 1910); nosaltres, però, hem consultat només les noves edicions, en versió facsímil, editades molt més recentment a París i Brussel·les. L'antiguitat d'aquest text, la seva supervivència i el fet que el trobem en moltes i diferents universitats d'Espanya (Barcelona, Madrid, Sevilla, Múrcia, Navarra...), encara que només s'hagi traduït del francès a l'italià i a l'alemany, confirma que és un llibre remarcable i ens fa pensar que

³⁹ CALAMA RODRÍGUEZ, Juan; GRACIANI GARCÍA, Amparo. "Sistemas de encimbrado y apeos en la restauración monumental española durante el siglo XIX". Dins de les *Actas del 3r Congreso Nacional de Historia de la Construcción*.

realment podria haver estat a les mans de Gaudí en les seves llargues hores de consulta i formació a la biblioteca.

Ràfols comenta que Gaudí s'inspirà en les propostes de Philibert de l'Orme quan projectà la nau de blanqueig de la Cooperativa Obrera Mataronense (fig. 4.5.20). Respecte d'aquest comentari hem de dir que, com ja hem vist, el text de Philibert de l'Orme es comentava extensament a les classes de construcció de Leandre Serrallach, i les il·lustracions dels apunts de Leandre Albareda són calcades del text de P. de l'Orme. Així, doncs, tot i que el francès antic és un fort obstacle per captar la integritat del contingut del text, els nombrosos gràfics que trobem en els llibres X i XI, "Obres i noves invencions per al bon bastir", són prou explícits per il·lustrar la relació evident amb aquesta obra de Gaudí (fig. 4.5.21 a 4.5.23). Cal advertir una vegada més el geni de Gaudí, que no aplicà la solució trobada de manera directa, sinó que la interpretà i la millorà.

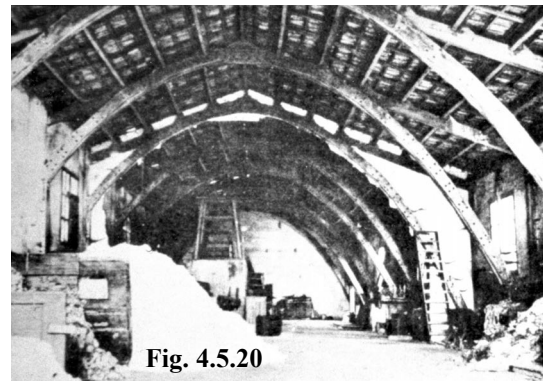
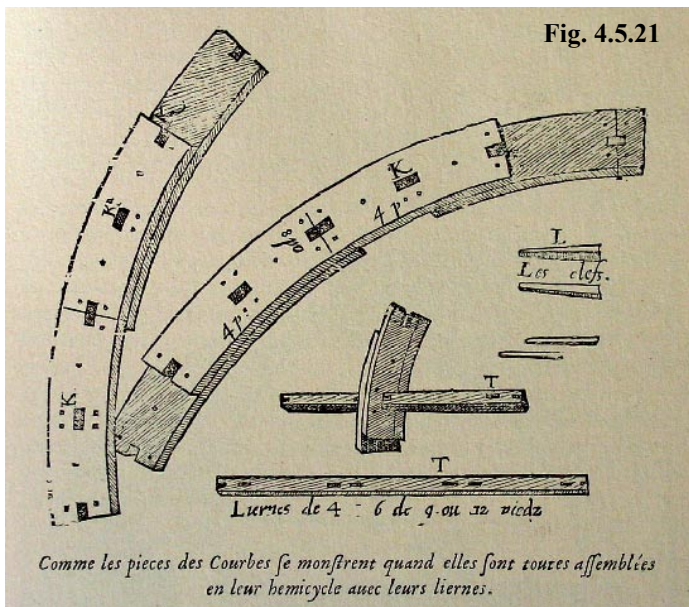


Fig. 4.5.20



D'una banda veiem clar que va prendre la idea de construir un arc amb peces de fusta relativament curtes de longitud però que, encavalcades de manera que formessin capes, podien arribar a conformar tot el traçat de l'arc.

Però, entre les diferències, veiem en primer lloc que Gaudí pren la idea per aplicar-la al seu arc predilecte, l'arc parabòlic o de catenària, i així la seva interpretació deixa de ser un plagi.

D'altra banda, si Philibert de l'Orme proposava tan sols dues capes, Gaudí construeix un arc de tres fulls. Amb això obté una secció simètrica i evita el recorregut sinuós que hauria de fer l'empenta, que hauria de passar alternativament d'un full a l'altre, la qual cosa donaria inestabilitat a l'arc i podria provocar un guerxament o una ondulació lateral. El paper important de tot el sistema de travada transversal en la proposta de Philibert de l'Orme no és tan important en l'obra de Gaudí, ja que cada arc és molt més estable per si mateix. De totes maneres, la disposició en planta

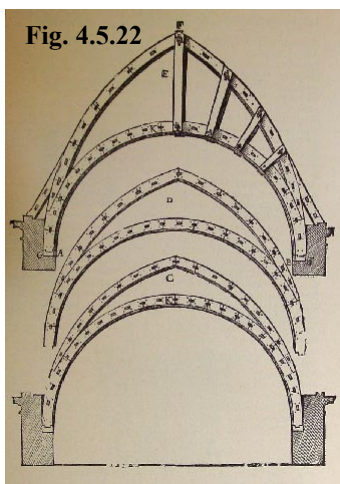


Fig. 4.5.22

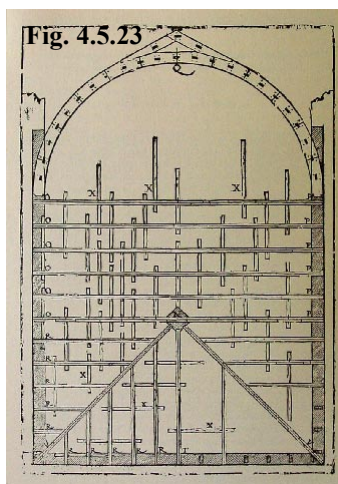


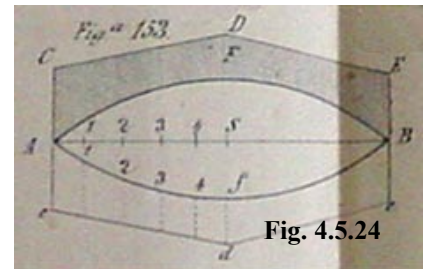
Fig. 4.5.23

de les corretges que sostenen la teulada segueix l'esquema d'alternança que dibuixava P. de l'Orme, en el sentit que aquestes corretges tenen una llargària que busca abraçar tres o més arcs per evitar que dues corretges consecutives tinguin els extrems sobre els mateixos arcs.

John Millington

El tractat de John Millington es va editar a Filadèlfia el 1839. El 1848, Mariano Carrillo, enginyer militar, va fer-ne la traducció de l'anglès i així va sorgir la versió espanyola del text: *Elementos de arquitectura*. Aquest llibre, que es conserva a la Càtedra Gaudí, ha merescut una atenció especial perquè Joan Bassegoda l'ha considerat un pilar important en aquesta recerca dels orígens de la formació de Gaudí en la mecànica funicular i en els arcs de catenària.

En el capítol IV del volum II, pàg. 472, veiem com s'explica l'opinió de Hooke sobre la catenària, i seguidament l'autor passa a explicar els arcs equilibrats, dels quals comenta que poden ser catenàries o polifunícules segons si tenen càrregues uniformement repartides o sèries de càrregues puntuals. Trobem interessant destacar alguns fragments en què exposa el tema de l'arc catenari, i on posa de manifest el motiu pel qual no s'usen, en la pràctica, ni arcs catenaris ni arcs parabòlics o hiperbòlics. Sorprenentment, el motiu argumentat és bàsicament formal. Transcrits literalment, diuen:



706. Demostrados ya los medios de obtener las diferentes formas de arcos a que generalmente se recurre en la práctica, se pasará a examinar otra curva de que hablan con más frecuencia los escritores, pero que rara vez se pone en práctica.

Hacia fines de siglo pasado, la construcción de arcos era materia que ocupaba toda la atención de algunos de los matemáticos de más nombradía de Europa; y el Dr. Hooke aseguraba que el festón o figura que formaba una cadena perfectamente flexible, o una cuerda de igual peso en todas sus partes, cuando se suspendían al aire por sus dos extremos, daba, si se invertía, la verdadera forma de los arcos cuyas partes quedaban en contacto por los mismos puntos, porque en este último caso, las fuerzas con que se comprimían mutuamente eran exactamente iguales y opuestas a las que ejercían tirando una de otra, cuando aquellas se suspendían al aire.

(...)

709. Estos son los principios generales sobre los que está fundada la forma del arco de festón; ahora se pasará a explicar el medio de obtener esta curva, llamada *catenaria*, y cómo se mantiene en equilibrio cuando carga sobre ella el peso de un camino.

(...)

710. El profesor Robinson puso en práctica este método, que verificó en escala mayor: el arco tenía 23 pies de cuerda; las piedras que lo componían solo eran de 3 pies, y se cargó con rajones y cascajo. (...) Este resultado fue muy satisfactorio, pues por él se vió que la primera curva que se formó en dos horas de trabajo (...). Así, pues, cualquier artesano inteligente, aunque ignore las matemáticas, puede ejecutar esta operación de poco trabajo, y dar la debida forma a los referidos arcos, cualesquiera que sean las condiciones a que estén sujetos.

(...)

711. El defecto principal que se nota en una curva formada del modo ya descrito, es su poca elegancia, porque hacia su nacimiento no se eleva formando ángulos rectos con la línea horizontal;

(...)

712. El arco de festón o catenario ha tenido muy poco uso, lo mismo que las cuvas parabólica, hiperbólica y cicloide, porque al parecer no brindan mayores ventajas de las que se obtienen por medio del círculo o de la elipse.

(...)

720. Resulta pues, que el perfecto equilibrio del arco mismo, circunstancia que tan recomendada ha sido, y sobre la que han hablado detenidamente los matemáticos de más nombre, es de poca importancia práctica.

Malgrat que il·lustra les excel·lències de l'arc catenari, fins i tot amb un exemple pràctic, veiem que l'autor busca, desafortunadament, motius per no sortir del rutinari ús dels arcs circulars o el·líptics.

De totes maneres, el text resulta molt interessant i descriu amb molt de detall nombrosos exemples de ponts construïts a Anglaterra i Gal·les. La història de la construcció del pont de Mr. William Edwards sobre el riu Taff, que no va aconseguir ser definitiu fins la tercera vegada que es va alçar, és un exemple de la necessitat d'equilibrar els pesos dels rebliments en els ronyons de l'arc amb el sobrepès a la clau.

Millington reproduïx les experiències i les opinions de dos reconeguts professors de gran crèdit: Robinson d'Edimburg i Hutton de Woolwich. D'ells obté tres mètodes per aconseguir la formació dels arcs. En llenguatge d'avui, el primer mètode consistiria a buscar l'equilibri de moments, considerant que les dovelles no poden lliscar les unes sobre les altres. El segon mètode citat, és, contràriament, considerar que les dovelles poden lliscar perfectament, i a partir d'aquí dimensionar els gruixos de l'arc perquè sigui equilibrat.

El tercer mètode és el que fa referència a l'ús de la catenària invertida. Sobre això, hem vist que Robinson ja va fer experiments i va trobar la manera d'aconseguir arcs realment estables simplement donant a cada porció de cadena el pes proporcional que hi corresponia, segons la càrrega que havia de rebre. Tot i això, conclou que l'equilibri aconseguit és vacil·lant i que qualsevol canvi de la càrrega el pot afectar. La conclusió que en treu és que les pedres han de ser grans, i així l'arc tindrà marge de seguretat suficient. Des del nostre punt de vista, aquesta condició de considerar la seguretat, necessària igualment en qualsevol mena d'arc, li serveix d'excusa per oblidar-se dels arcs parabòlics i així, finalment, retorna a la recomanació dels arcs de cercle.

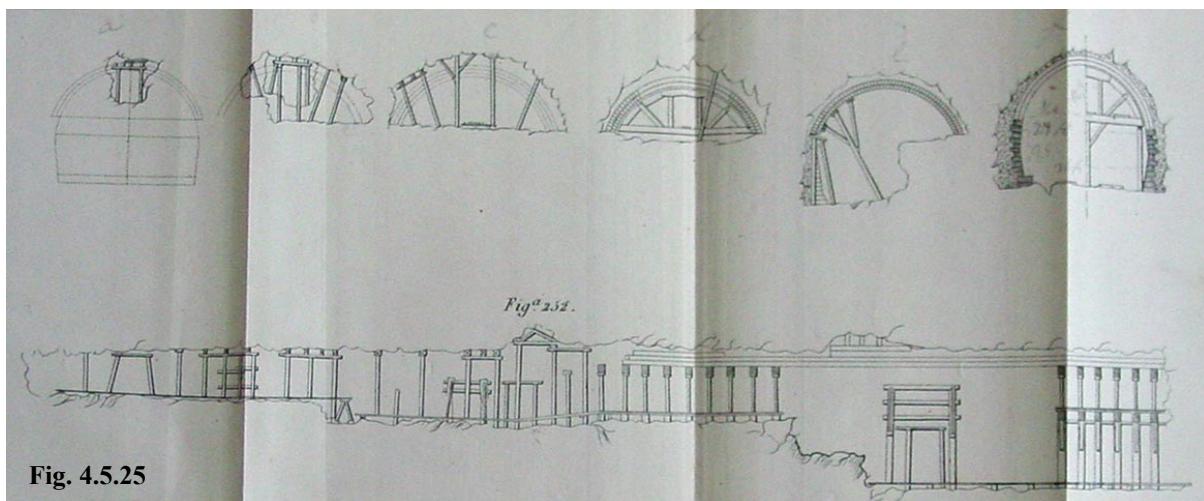


Fig. 4.5.25

Tot i que Millington pren finalment una posició no gaire favorable a l'ús dels arcs catenaris, parabòlics o hiperbòlics, J. Bassegoda troba que els procediments i experiments que descriu

sobre aquesta mena d'arcs tenen una relació directa amb els que després va practicar Gaudí, i això el fa apostar per la suposició que Antoni Gaudí coneixia i havia estudiat aquest llibre.⁴⁰ Dóna força a aquesta suposició, d'una banda, el fet que segons J. Bassegoda aquest llibre estava a l'escola d'Arquitectura de Barcelona i també a la biblioteca de Joan Martorell, així com a les biblioteques de molts altres arquitectes de principi de segle. D'altra banda, tenim el testimoni de Ràfols, deixeble i admirador d'Antoni Gaudí. En un article de l'any 1921, Ràfols va afirmar que el primer arquitecte a introduir l'estàtica gràfica a l'Estat Espanyol va ser Joan Martorell Montells. Aquesta afirmació és important i avala la tesi de J. Bassegoda, que resol que Gaudí aprengué l'estàtica gràfica directament de Martorell, neogoticista, per a qui va treballar de jove els primers anys després d'acabar la carrera, i ja és sabut que fou Martorell qui proposà a l'aleshores jove Antoni Gaudí de rellevar F. del Villar al capdavant de les obres del temple de la Sagrada Família. Així, doncs, seria possible plantejar que la intenció de Gaudí de superar els "errors" del gòtic, dels arcs apuntats, dels arcs boterells... i de substituir-los per les formes dels arcs catenaris o parabòlics i pels pilars inclinats que segueixen la línia de pressions, hagués nascut gràcies al contacte amb Martorell i amb el llibre de Millington, tal i com va resoldre aquella recerca.

De totes maneres, J. Bassegoda, va argumentar aquest aprenentatge amb Martorell apuntant que Gaudí no estudià estàtica gràfica a l'Escola Provincial d'Arquitectura de Barcelona, on encara no s'impartia aquesta matèria. En aquest cas, nosaltres ens hem anat formant una opinió diferent.

D'una banda, podem comentar que el llibre de Millington no és pròpiament un llibre d'estàtica gràfica sinó un tractat general d'arquitectura i construcció. S'esforça més a descriure processos constructius o conceptes que no pas mètodes gràfics de càlcul. En aquest sentit podem dir que el llibre de Millington no és idoni per aprendre estàtica gràfica sinó que el veiem com un tractat de construcció, un més entre els diferents tractats que existien, que estaven presents a l'escola i que Gaudí hauria pogut consultar. És cert que parla del tema de l'arc catenari, però, com hem comentat, no precisament per donar-hi cap valor especial. D'altra banda, és cert que Gaudí no va estudiar cap assignatura que es digués "Estàtica gràfica", però hem estudiat amb meticulositat el contingut docent de l'assignatura que impartia Joan Torras i Guardiola i, tot i que no era pròpiament classe d'estàtica gràfica, contenia prou mètodes gràfics, i prou semblants als mètodes gràfics de càlcul de línies de pressions que utilitzaven Gaudí i els seus col·laboradors, que finalment creiem més adient cercar l'origen d'aquesta formació de Gaudí en un conjunt de textos, de persones i de circumstàncies influents més diversificat i no pas tan concentrat en una sola obra.

⁴⁰ BASSEGODA NONELL, Joan. *Aproximación a Gaudí*. Ed. Doce Calles, Madrid, 1992, pàg.50.

4.5.4 Altres fonts d'estàtica gràfica i càlcul funicular d'arcs i voltes

Hem vist fins aquí qui van ser els professors de Gaudí, quins programes impartien i quins llibres publicaren o utilitzaven. Hem vist també alguns tractats de construcció que és molt probable que Gaudí consultés. Hem vist que, a través de la mecànica de Joan Torras, Gaudí va poder aprendre qüestions relacionades amb el càlcul gràfic d'un arc, el traçat de la línia de pressions i el disseny per inversió de models de pesos. En les seves explicacions Joan Torras remetia els alumnes a altres textos perquè ampliessin coneixements, i així els estudiants podien aprendre moltes qüestions relacionades amb l'estàtica gràfica directament a través de la consulta de textos que hi havia a les biblioteques. És per això que ara ens proposem buscar altres fonts de formació en estàtica gràfica i càlcul funicular que poguessin haver influenciat en Gaudí. Ens proposem esbrinar aquí quins textos podien haver estat a l'abast d'un estudiant d'arquitectura de Barcelona al tombant del segle XIX, ja sigui en les biblioteques públiques de les mateixes escoles o en les biblioteques privades dels professionals del ram.

En el camí iniciat amb el descobriment de les catenàries pels germans Bernoulli i Leibniz i destinat a aplicar aquestes corbes com a arcs en el món de la construcció, tal com va fer Gaudí, Joan Bassegoda i Nonell ressalta algunes aportacions més, entre les quals destaquen alguns ponts penjants projectats per enginyers que confiaren en les propietats descobertes de la innovadora catenària.⁴¹ De fet, però, va ser gràcies a Karl Culmann (1821-1881), professor de l'Institut Politècnic de Zuric, que es van generalitzar els mètodes gràfics de càlcul ja que va fer obligatori l'ensenyament de les aplicacions gràfiques de l'estàtica a la construcció des de 1860. Culmann publicà el 1864 *Graphische Statik* i hi citava com a referents Poncelet i Monge. A partir d'aquí foren molts els il·lustres autors de tractats sobre el tema.

Lògicament, a partir d'aquell moment l'estàtica gràfica s'incorporà ràpidament als tractats generals d'estructures, resistència de materials i construcció, i aquesta branca de la ciència va figurar en els llibres de Morley, Cross, Kersten, Schindler, Mohr, Esselborn, etc.

El llibre d'Otto Henkel⁴² és un complet llibre de consulta sobre estàtica gràfica, en el qual veiem citats, a la bibliografia que tanca el llibre, tractats que l'autor recomana com a llibres de consulta. Tot i que sigui un exemple puntual, aquest fet és una prova de la difusió i la importància que assolí l'estàtica gràfica i serveix també per veure que grans noms relacionats amb la història del càlcul d'estructures parlaren d'aquest tema i el van incloure aviat en les seves obres. Entre altres citacions, trobem els següents títols i autors emblemàtics:

- RANKINE. *On the stability of loose earth*. Londres, 1857.
- CULMANN, K. *Die graphische statik*, Zuric, 1875.
- STEINER, F. *Die graphische Zusammensetzung der Kraeete*. Viena, 1876.
- CREMONA, L. *Le figure reciproche nella statica grafica*. Milà, 1879.
- RITTER, W. *Anwendungen der graphischen statik*. Zuric, 1888.
- VIERENDEEL, A. *Cour de stabilité des constructions*. Lovaina i París, 1901-1907.

⁴¹ BASSEGODA NONELL, Joan. "El arco de festón". Dins de les *Memòries de la Reial Acadèmia de les Ciències i Arts de Barcelona*, núm. 847, 1986; i també a *Aproximación a Gaudí*, ed. Doce Calles, Madrid, 1992, pàg. 47-50

⁴² HENKEL, Otto. *Estática gráfica*. Ed. Labor, 1931. Pel que fa a les construccions gràfiques, el mateix llibre remet a "Manuales Técnicos Labor. Dibujo geométrico. 2ª parte". Localitzat a la biblioteca de l'ETSAB, signatura: R-88/16.

- MÜLLER, H. *Erddruck auf stuetzmannern*. Stuttgart, 1906.
- MOHR, O. *Abhandlungen aus dem Gebiete der technischen Mechanik*. Berlín, 1914.

Seguint aquesta mateixa estratègia de provar la densitat de publicacions sobre el tema en tan pocs anys, és a dir, analitzant la bibliografia recomanada al final de diferents manuals d'estàtica gràfica, trobem molts altres autors que podrien quedar a l'ombra injustament. Per il·lustrar aquest fet, vegem algunes de les recomanacions, ordenades cronològicament, del respectuós tractat de Rudolf Saliger.⁴³

- NAVIER. *Application de la mécanique à l'établissement des constructions et des machines*. París, 1826.
- EYTELWEIN. *Handbubuch der statik fester Körper*. Berlín, 1826.
- WEISSBACH. *Lehrbuch der Ingenieur und Maschinenmechanik*. Brunsvic, 1847.
- REBHANN. *Höhere Ingenieurwissenschaften*. Viena, 1856-1876.
- RANKINE. *Manual of civil engineering*. Londres, 1862.
- RITTER. *Theorie und Berechnung eiserner Dach- und Brückenkonstruktionen*. Berlín, 1863.
- REBHANN. *Theorie des Erddrucks und der Futtermauern*. Viena, 1871.
- BAUSCHINGER. *Elemente der graphischen Statik*. Munic, 1871.
- WINKLER, E. *Neue Theorie des Erddrucks*. Viena, 1872.
- CREMONA, L. *Elementi di calcolo grafico*. Torí, 1874.
- CREMONA, L. Traduït a l'alemany per Curtze. Leipzig, 1875.
- CULMANN, K. *Graphische Statik*, 2 Aufl. Zuric, 1875.
- RITTER. *Lehrbuch der höhern Mechanik*. Hannover, 1875.
- GRASHOF. *Theorie der elastizität und Festigkeit*, 2 Aufl. Berlín, 1878.
- SCHWEDLER. *Die Konstruktion der Kuppeldächer*, 2 Aufl. Berlín, 1878.
- RANKINE. Traduït a l'alemany per Krauler. Viena, 1879.
- CASTIGLIANO. *Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques et ses applications*. Torí, 1879.
- NAVIER. Traduït a l'alemany per Westphal i Föppl. Hannover, 1881.
- CASTIGLIANO. Traduït a l'alemany per Hauff. Viena, 1886.

De totes les obres d'estàtica gràfica ens interessaven aquelles que podrien haver estat en mans de Gaudí i dels seus col·laboradors durant aquells darrers anys del segle XIX, quan Gaudí era estudiant o durant els seus primers anys d'activitat professional. Per tant, de la interminable llista que es podria fer d'obres sobre la qüestió cal fer-ne una selecció, i aquesta no sols ha de ser en funció de la data d'edició. És important tenir en compte la proximitat geogràfica, que fa que sigui més versemblant que alguns tractats poguessin estar a les biblioteques o als despatxos de Barcelona que no pas que hi fossin altres procedents de països més llunyans. En aquest sentit, hem considerat que un text que actualment no sigui a cap de les biblioteques de tota la xarxa de biblioteques de Catalunya difícilment podria haver estat al país ara fa més de 100 anys. Aquest és un filtre que escurça i limita la llista. I cal tenir en compte, també, el filtre lingüístic. Sembla lògic pensar que Gaudí, que era català i entenia el francès, podia entendre molt millor un text en italià que un altre en alemany o en anglès.

⁴³ SALIGER, Rudolf. *Estática aplicada*. Traducció a l'espanyol per Joaquín Gay i Kurt Fizia, ed. Labor, Madrid-Barcelona-Buenos Aires, 1932. De la biblioteca personal del meu pare, Dr. enginyer industrial.

Considerant totes aquestes premisses i gràcies a les consultes telemàtiques a través de la xarxa podem filtrar la selecció, però trobem encara més d'una dotzena de textos sobre estàtica gràfica a les biblioteques catalanes. Tot i això, aquesta llista encara es pot ampliar més amb els exemplars localitzats en arxius històrics amb el contingut pendent de ser adequadament catalogat i inclòs a la xarxa de les biblioteques. En aquesta situació hem trobat interessants obres a l'immens arxiu bibliogràfic i documental de la Càtedra Gaudí i també a l'arxiu històric del COAC, que ha rebut donacions de néts o familiars d'il·lustres arquitectes des de fa més de 100 anys (Rubió, Domènech, Gallissà...) i té el material bibliogràfic en fase de catalogació, classificació i informatització.

Així, finalment, la llista (ja més reduïda) de textos seleccionats, ordenats segons la data d'edició de cada exemplar, és la següent:

- A. D. VERGNAUD. *Statique et hydrostatique la Partie*. París, 1838. És un volum petit amb les làmines al final, localitzat a l'arxiu històric del COAC.
- SCHEFFLER, Hermann. *Traité de la stabilité des constructions*. Traduït de l'alemany per Víctor Journié, París, 1864. Localitzat a la biblioteca de la RACAB.
- POINSOT, L. *Eléments de statique*. París, 1877. Localitzat a l'arxiu històric del COAC.
- FAVARO, Antonio. *Lezioni di statica grafica*. Pàdua, 1877. Exemplar en italià present a la xarxa de biblioteques de la UPC.
- FAVARO, Antonio. *Leçons de statique graphique*. Traduït de l'italià al francès per Paul Terrier, París, 1879-1885. El podem trobar a la UPC, a la UB i a la RACAB.
- CULMANN, Karl. *Traité de statistique graphique / par K[arl] Culmann ; traduit sur la deuxième édition allemande par G. Glasser et J. Jacquier et A. Valat*. París, 1880. Ja n'hem parlat al capítol 3 d'aquesta tesi. Es va traduir al francès i l'edició de 1880 es conserva a la UPC i a la RACAB.
- OTT, Karl. *Das Graphische rechnen und die Graphische Statik*. Praga, 1884-85. És un text en alemany que es conserva a la UPC.
- MÜLLER-BRESLAU. *Eléments de Statique graphique appliquée aux constructions*. Traduït al francès per T. Seyrig el 1886, localitzat a la UPC.
- MAURER, Maurice. *Statique graphique appliquée aux constructions: toitures, planchers, poutres, ponts, etc.* 2a edició, París, 1886, localitzat a la UPC.
- LÉVY, Maurice. *La statique graphique et ses applications*. París, 1886-1888. Localitzat a la UPC.
- MOÿ, Carlos M.^a de. *Estática gráfica*. Barcelona, 1888. Es conserva a la UPC, la UAB i la RACAB.
- ROUCHÉ, Eugène. *Éléments de statistique graphique*. París, 1889. Localitzat a la UPC.
- GUALLART ELIAS, Eugenio. *Principios elementales de estática gráfica*. Madrid, 1891. Text en espanyol conservat a la UPC.
- FLAMANT, A. *Stabilité des constructions: résistance des matériaux*. 2a edició, París, 1897. Text en francès localitzat a la UPC.
- KOECKLIN, Maurice. *Applications de la statique graphique*. Politècnic de Zuric. Traduït al francès per M. C. Lechales, París, 1889. 2 volums: text i làmines. Localitzat a l'arxiu històric del COAC.
- KOECKLIN, Maurice. *Applications de la statique graphique*. 2a edició, París, 1898, localitzat a la UPC.
- ARAGON, Ernest. *Résistance des matériaux appliquée aux constructions: methodes pratiques par le calcul et la statique graphique*. París, 1904-1908. El podem trobar a la UPC i a la UB.

- DARRAS, M. *Statique graphique élémentaire et notions préliminaires de résistance des matériaux à l'usage des élèves architectes, ingénieurs, etc.: suivies des tables des poutres et poutrelles en bois et en fer classées par ordre numérique de module de section Iv*, París, 1912. Text en francès localitzat a la UPC.

Podríem encara citar excel·lents tractats més moderns d'estàtica gràfica, com per exemple el d'Otto Henkel o el de Rudolf Saliger, però ja queden clarament fora del camp d'estudi perquè es van editar molt després de la mort de Gaudí.

Tot seguit passem a comentar alguns d'aquests tractats:

Hermann Scheffler

Ja hem comentat en l'apartat anterior que el llibre de Scheffler se citava a les classes de Joan Torras. El professor remetia els seus alumnes a la traducció francesa d'aquest autor perquè poguessin completar l'explicació del mètode pràctic d'obtenció de la corba de pressions.

El mètode de Scheffler es distingeix clarament del mètode propi de Torras, com hem mostrat amb els dibuixos de Sketchpad, però volem comentar encara algunes qüestions sobre aquest procediment que proposa i sobre el seu llibre. El llibre, ja ho vol reflectir el mateix títol, pretén ser eminentment pràctic. En altres obres trobàvem el tema de les voltes a la part del final, després de moltes elucubracions teòriques diverses. En aquesta, en canvi, ja des del primer capítol, "Arcs de dues meitats simètriques", es parla del tema. Scheffler proposa el seu procediment pràctic després d'haver considerat la qüestió de manera més rigorosa, i és per això que adverteix que les simplificacions que incorpora el seu mètode poden generar errors de precisió, que en general, però, són petits i negligibles. Aquestes simplificacions són justament el que fan que el mètode sigui pràctic.

En primer lloc podem citar l'equiparació que Scheffler fa de l'àrea del segment d'arc o volta amb l'àrea d'un rectangle que té l'amplada de la partició i l'altura mitjana del trapezi definit per la mateixa partició. Això simplifica molt el càlcul de les àrees i l'error serà petit en la mesura que la partició de l'arc es faci, també, amb parts estretes. Un altre tema, que fet amb estricte rigor donaria molta feina, és la localització dels centres de gravetat de cada una d'aquestes porcions d'arc. En equiparar els trapezis a rectangles, l'autor considera que el centre de gravetat de cada porció és en el centre del rectangle equivalent, és a dir sobre la vertical mitjana de la porció. El procediment de Scheffler treballa amb l'acumulació de pesos, àrees i moments que es va produint, en cada secció, des de la clau de l'arc fins al suport. Per no provocar errors desmesurats, Scheffler considera sempre aquesta acumulació a partir de les dades individuals de cada part i no pas directament del conjunt de diverses parts. Així, per obtenir l'àrea i el centre de gravetat de les parts $1 + 2 + 3$, per exemple, suma les àrees dels tres elements simples i localitza el centre de gravetat també numèricament, considerant els moments de cada una de les parts respecte del total. Això implica força operacions algebraïques prèvies que Scheffler organitzava en forma de taula. Avui totes aquestes operacions no representen cap problema i, fins i tot, tenen l'estructura d'un típic i senzill full de càlcul d'Excel, però en l'era anterior a les calculadores sí que podia esdevenir una feina feixuga.

Scheffler comenta que els avantatges d'aquesta manera pràctica de procedir rau en el fet que resulta molt fàcil introduir divisions d'alguna partició, inicialment massa gruixuda, per

obtenir-ne dues de més estretes, sense alterar la resta de la taula, o també poder introduir-hi càrregues puntuals just en els punts de les divisòries. De fet, en els exemples que il·lustren el mètode, quan Scheffler analitza diferents arcs de ponts, fa inicialment unes particions molt amples: un arc d'uns 20 metres de llum el divideix en poques franges de més de 3 m d'ample cada una. Després, veient on la línia obtinguda se surt del gruix de l'arc o se separa més de la seva línia mediana, considera subdivisions en aquella zona problemàtica per provar d'ajustar la línia de pressions modificant els punts de pas considerats.

Torras, en canvi, proposava una partició estreta de bon principi, amb parts que solien tenir menys d'un metre d'amplada. Però aquesta partició després ja no es modificava. Nosaltres trobem avantatges en el mètode de Scheffler avui, amb els mitjans actuals que faciliten la part numèrica, pel seu ordre i la seva iterativitat en el fet d'anar del més general al més precís, però aquests avantatges de què gaudim ara gràcies a les modernes eines informàtiques no es podien tenir pas en temps de Gaudí. Potser és per això que Gaudí i els seus col·laboradors, en els càlculs com a professionals, no van triar aquest mètode de Scheffler, que coneixien gràcies al professor Joan Torras, sinó el mètode propi de Torras.

Veient, però, l'interès del text, adjuntem a l'annex 3 la traducció al català del primer capítol del text de Scheffler, que inclou l'esmentat paràgraf 24.

Antonio Favaro

Sobre Antonio Favaro (Pàdua, 1847-1922) sabem que publicà *Statica grafica* primer a Pàdua i Venècia, el 1877, i que després el llibre es va traduir al francès i es publicà a París dos anys més tard. Nou anys després de la versió francesa i onze després de l'italiana, Carlos M.^a de Moÿ inicià la versió en espanyol. Així, el d'A. Favaro és un dels primers textos que es van traduir a l'espanyol, i, a més, ens ha cridat l'atenció el text de C. M.^a de Moÿ ja que és justament Antonio Favaro qui en fa el pròleg, que comentarem a l'apartat següent.

El text d'A. Favaro el cita J. Bassegoda en la seva cerca dels orígens de la formació de Gaudí en càlcul gràfic i funicular. Hi ha molts motius per pensar que és més que probable la presència d'aquest text en l'entorn i en el temps de Gaudí. El fet que la versió en espanyol de Moÿ s'edités a Barcelona l'any 1888 és essencial. Això es reforça amb el fet que s'han conservat fins avui, a les biblioteques de Barcelona, a més de la versió espanyola, diversos exemplars en francès i fins i tot l'original en italià. És encertada, doncs, la suposició d'aquesta possible influència.

Podem comentar aquí que, per la via italiana, C. Saviotti va donar a conèixer a Milà la *Statica grafica* el 1888, a la qual seguiren molts altres tractats per a diferents escoles d'arquitectura i enginyeria de tot el món.

Carlos M.^a de Moÿ

Hem trobat aquest text, *Estática gráfica. Parte primera. Geometría proyectiva*, al fons antic de l'ETSEIB, amb una nota manuscrita a la portada on es llegeix que l'exemplar és un donatiu a la universitat fet pel mateix autor. Ja hem comentat el fet significatiu que aquest llibre es va editar a Barcelona l'any 1888.

En el pròleg, en italià fet i pel mateix Antonio Favaro, se cita K. Culmann i se'l reconeix com el pare de l'estàtica gràfica. Analitzant les dates de publicació de les edicions de l'*Estàtica gràfica* de Culmann, Favaro argumenta que hi ha un període de temps que demostra un retard des que el curs de Culmann era obligatori a l'Institut Politècnic de Zuric. Atribueix aquest retard a la poca preparació dels alumnes en una matèria bàsica, fonamental i prèvia a l'estàtica gràfica, que és la geometria, en general, o la geometria projectiva, en particular. Amb aquest comentari dóna valor al treball de Carlos M.^a de Moÿ, que dedica el primer volum de la seva obra a l'estudi de la geometria projectiva, amb detall suficient, fins i tot, per iniciar-se també en l'estudi de la geometria pura.

En la introducció que fa l'autor, ja en espanyol, es parla una mica de la història de l'estàtica gràfica. Torna a atribuir a Culmann el mèrit de reunir en una sola doctrina tots els mètodes i d'impartir-los amb regularitat en un corpus docent propi. De totes maneres, cita també Poncelet i Michon, de l'escola d'artilleria de Metz, com els primers antecedents de Culmann. Atorga a Culmann el mèrit de la difusió del tema, que ràpidament es va estendre i gràcies a això aviat se'n van crear càtedres a diferents universitats, com ara les de Bau i Gewerbe (Berlín), Aquisgrà, Karlsruhe, Darmstadt, Munic, Dresden, Hannover, Stuttgart, etc. Des d'Alemanya, l'estàtica gràfica es va estendre a Itàlia, Rússia, Àustria, Dinamarca, els Estats Units... Pel que fa a Itàlia, l'estàtica gràfica de Culmann s'incorporà ràpidament a les escoles d'enginyeria de Milà, Pàdua, Roma, Nàpols, Torí, Bolonya, Palerm, Pisa, Pavia, etc.

Moÿ justifica la seva organització en tres parts. Al final diu que publicarà la 2a i la 3a part de l'obra, dedicades, respectivament, al càlcul gràfic i a l'estàtica gràfica pròpiament dita, és a dir, el que seria la traducció de Favaro, però no hem trobat enlloc aquests altres dos volums.

Una visió de l'índex i del text en general ens diu que és una obra molt completa sobre geometria projectiva, plena d'enunciats de teoremes i de demostracions i amb gràfics inclosos dins del text. Inclou en cada capítol una llarga sèrie de problemes que proposa per desenvolupar els temes amb més profunditat. Hi trobem exposats amb detall els teoremes de Pascal i de Brianchon, els de Desargues, Pappos i Carnot i tots els seus teoremes derivats, recíprocs. Tot i que el considerem un molt bon llibre de geometria projectiva, no versa sobre el càlcul funicular i, per tant, s'allunya del nostre objectiu i interès.

Maurice Lévy

Maurice Lévy edità a París *La statique graphique et ses applications aux constructions* el 1874. Els exemplars que podem trobar a la biblioteca de l'ETSAB són la 2a i la 3a edició, dels anys 1886 i 1888, respectivament. La 2a edició és en quatre volums:

Volum 1: *Ière Partie. Principes et applications de statique.*

Volum 2: *IIème Partie. Flexion plane. Lignes d'influence. Poutres.*

Volum 3: *IIIème Partie. Arcs. Ponts suspendus. Corps de révolution.*

Volum 4: *IVème Partie. Ouvrages en maçonnerie. Systèmes réticulaires à lignes surabondantes.*

La 3a edició, en canvi, és en dos volums, un de text i un de làmines (atlas). L'atlas conté 25 làmines a una sola tinta. La menció d'aquest llibre resulta interessant perquè podem assegurar que és present a Barcelona en el temps dels estudiants deixebles de Gaudí. La prova

d'aquest fet és que, en una nota manuscrita a la mateixa portada, es fa constar que els volums d'aquesta 3a edició són donatiu d'Adolf Florensa a la biblioteca de l'ETSAB.

L'arquitecte Adolf Florensa i Ferrer es va titular el 1914, tan sols dos anys després que Sugranyes (1912). Per accentuar la proximitat o coincidència amb els deixebles més pròxims a Gaudí podem citar les dates de titulació d'alguns d'ells: el 1915, un any després que Florensa, es titulà Isidre Puig Boada; el 1916, Cèsar Martinell, i el 1917, Ràfols, Folguera i Sayrach.

Després, Adolf Florensa fou professor auxiliar de Perspectiva i ombres a l'ETSAB, on va arribar a ser catedràtic de Mecànica racional i també de Conjunts arquitectònics. Avui, Adolf Florensa ha quedat immortalitzat, ja que el carrer que limita l'Escola d'Arquitectura duu el seu nom: c. Adolf Florensa.

Müller–Breslau

H. Müller–Breslau publicà *Éléments de Statique graphique* el 1881. El llibre el va traduir al francès T. Seyrig el 1886, a París. A la biblioteca de l'ETSAB hi ha dos exemplars d'aquest text. Igualment, com en el cas del llibre anterior, és important fer notar l'origen d'aquests exemplars. El primer porta un segell timbrat on es llegeix que és un donatiu de l'arquitecte Àureo Bis. Hem trobat que Àureo Bis Mas de Xaxars es va titular arquitecte a l'ETSAB l'any 1889, tan sols 11 anys després que Gaudí. L'altre exemplar duu una nota manuscrita on llegim "Donativo del Prof. D. A. Florensa". També podem llegir a la portada una altra nota manuscrita, "A. Florensa 1909", que sembla indicar la data en què Florensa el va adquirir. Però Florensa es titulà l'any 1914 i, per tant, l'any 1909 encara era estudiant. Això significa que l'adquirí per fer-lo servir durant els estudis universitaris i molt possiblement per suggeriment o influència d'algun professor. En aquest detall veiem que altres estudiants, deixebles de Gaudí i presents al seu obrador, podien haver rebut també aquesta influència i podrien haver conegut aquest text. Això ens sembla especialment significatiu i obre el nostre interès vers aquest text.

El llibre de Müller–Breslau arriba a les mans d'Adolf Florensa gairebé al mateix temps que el d'M. Lévy. Tot i això, Müller–Breslau supera amb claredat M. Lévy perquè adjunta a l'atlas 29 làmines de gràfics amb tintes de 3 colors. Es tracta d'un llibre molt complet i especialment bonic per les seves làmines amb tres tintes.

La bibliografia d'aquest llibre ocupa 4 pàgines i està dividida en apartats temàtics. Dins l'apartat d'obres generals d'estàtica gràfica, Müller–Breslau cita les obres de Culmann (1866-1875), Lévy (1874), Dubois (1875), Favaro (1877), Ott (1879) i Maurer (1882), entre d'altres. Als apartats sobre ponts cita, entre altres, les obres de L. Cremona, E. Winkler, W. Ritter, O. Mohr i F. Steiner. A l'apartat de contenció de terres cita les obres de J. V. Poncelet, J. M. Rankine, E. Winkler i O. Mohr, entre altres. I, finalment, a l'apartat de voltes trobem cinc textos en alemany, un en francès i un en anglès de Nova York, dels quals reconeixem el noms d'E. Winkler i la referència a un text d'ell mateix (Müller-Breslau).

Resulta molt significativa la manera, moderna, en què aquest text exposa el tema de la línia de pressions, ja que distingeix la teoria antiga i la teoria nova. Planteja el problema de la resolució d'un arc en termes de respondre a dues incògnites, les dues reaccions als extrems o suports. Cada una d'aquestes reaccions duu implícites tres incògnites més: el valor o la

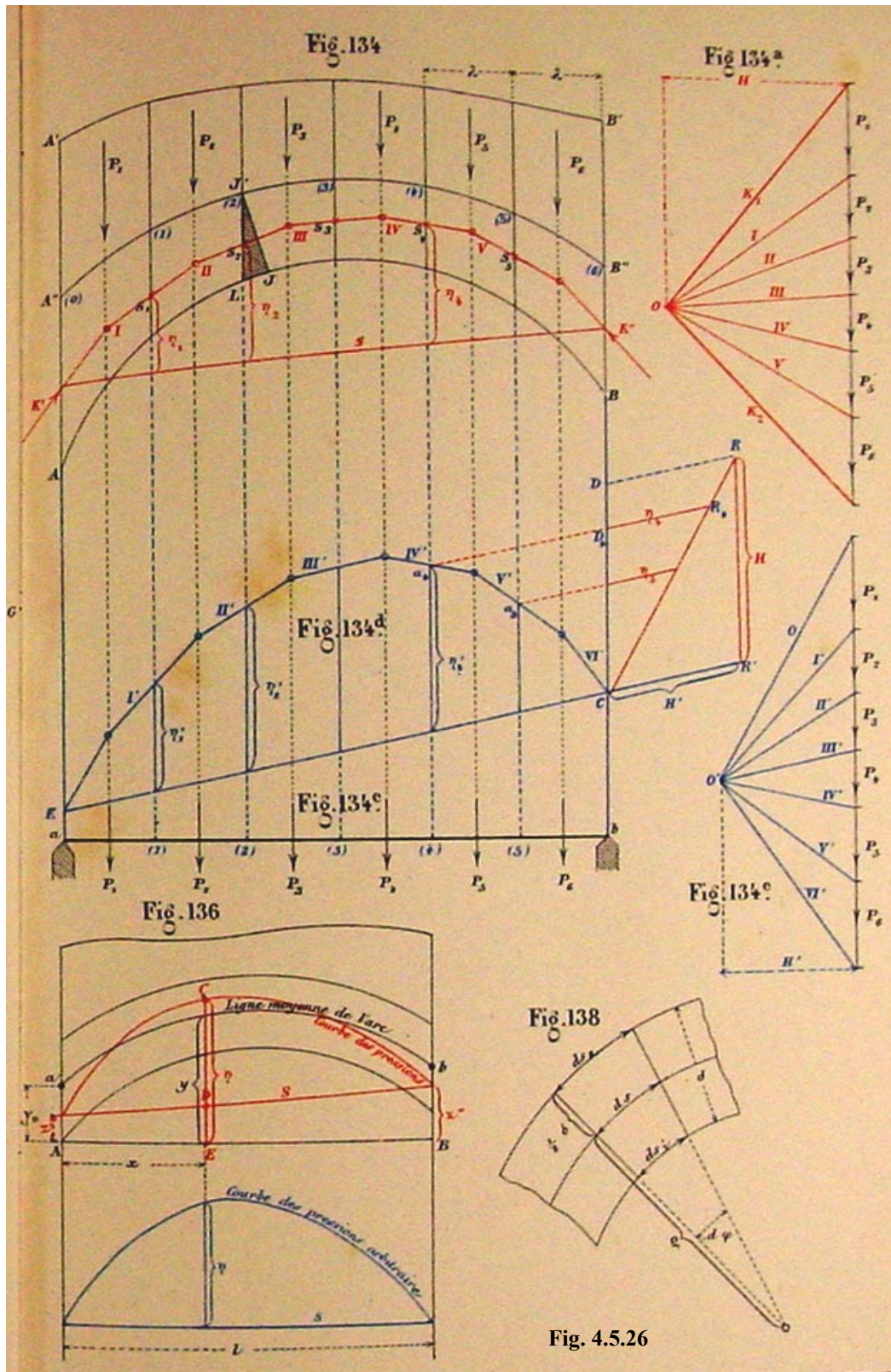


Fig. 4.5.26

magnitud de la reacció, la seva direcció i el punt d'aplicació; per tant, en total són sis incògnites a considerar. L'estàtica tan sols ens proporciona tres equacions (equilibri de forces horitzontals, equilibri de forces verticals i equilibri de moments) i el problema és indeterminat, per la qual cosa cal prendre punts de pas arbitràriament, a base de tempteig. Per resoldre aquesta indeterminació amb tota la precisió i sense arbitrarietats cal considerar, en aquesta qüestió, tres equacions més que han de provenir de l'aleshores nova teoria de

l'elasticitat, és a dir, que cal considerar les deformacions de l'arc per efecte de la càrrega. Això, com hem vist al final del capítol anterior, ja ho havien avançat alguns teòrics, com per exemple Bresse, i Müller ho té en compte i detalla pas a pas el procés de resolució de les integrals que resulten d'aquestes noves equacions. Malgrat tot, no menysprea en absolut la teoria antiga de la corba de pressions i fins i tot la recomana i la troba molt útil en la majoria de casos dins del món de la construcció o l'edificació civil. Reserva l'aplicació de la nova teoria per a arcs molt singulars en ponts o viaductes de grans llums.

Vegem, amb el fragment següent, com exposa que el problema de la teoria nova és la determinació exacta de les càrregues que afecten la volta i, en llenguatge d'avui, de les condicions de contorn (suports suposadament encastats) i la seva verificació real a la pràctica:

90. Antiga teoria de les voltes

Segons l'antiga teoria, que encara avui és de bon tros la més habitual, es considera que una volta dona resposta a les condicions de l'estabilitat si es pot traçar una corba de pressions totalment compresa dins del terç central de la volta, i que les pressions unitàries R_1 i R_2 , determinades segons la posició d'aquesta corba no sobrepassin en cap part el màxim imposit.

Per tal d'aplicar-la cal escollir arbitràriament una línia de tancament i un tercer punt de la corba de les pressions, per exemple el punt s_4 ; d'aquesta manera es podrà fer la construcció de tota la corba de les pressions pel mètode que s'acaba d'exposar, i a continuació el càlcul de les pressions mitjançant les fórmules (4). Si la corba de les pressions surt del nucli central, cal examinar si és possible una altra corba de pressions més favorable. (...)

Malgrat això, sovint podem utilitzar sense inconvenient la teoria antiga. Podrem fer-ho especialment quan no es compleixen algunes condicions preliminars a l'aplicació de les noves teories. Així, per exemple, quan una volta porta una superposició de maçoneria molt elevada, no podem dir amb precisió amb quina llei la càrrega d'aquesta part superior es transmet a la volta pròpiament dita, ni quina és la influència d'aquesta sobrelevació sobre la deformació de la volta. Però com que són precisament les consideracions sobre la deformació les que porten a les equacions que falten, el valor de la teoria quedarà considerablement reduït si aquestes equacions no es poden establir amb exactitud. En molts casos de construcció d'edificis, la teoria antiga serà perfectament suficient; en canvi, estimem que per a voltes més importants, als ponts, per exemple, és molt millor la teoria nova, malgrat que aquesta fa servir un nombre d'hipòtesis que no han estat verificades experimentalment.

A l'annex 3 reproduïm aquest i altres fragments seleccionats que hem traduït del francès per facilitar-ne la comprensió.

Josep Marvà

També el 1888 surt la primera edició de *Mecánica aplicada a las construcciones*,⁴⁴ de Josep Marvà i Màyer. El text està escrit en espanyol per aquest autor alacantí i podem assegurar que era conegut en l'entorn de Gaudí, ja que la segona edició del llibre, de 1894, s'ha trobat dins l'arxiu personal de Domènec Sugranyes i tenim l'exemplar amb la signatura rubricada del seu propietari a la portada.

⁴⁴ MARVÀ I MÀYER, Josep. *Mecánica aplicada a las construcciones*. Ed. Palacios, Madrid, 1902. L'obra té dos volums i un atlas. La 1a edició és de 1888 i la 2a edició és de 1894.

Notem que aquest llibre tingué èxit per les moltes edicions que se'n van fer i que encara es conserven a les biblioteques de la UPC. La 3a edició, ampliada, data de 1902. La 4a edició és de 1909 i la 5a edició és de 1916. Un exemplar d'aquesta darrera edició el trobem a la biblioteca de l'ETSAB amb la indicació "Donativo del prof. Manuel Casas Lamolla (1900-1974)". Aquest arquitecte es va titular a l'ETSAB el 1924, dos anys abans de morir Gaudí. En considerar la data d'edició del llibre respecte de la data d'obtenció del títol d'arquitecte de l'amo del llibre, constatem, un cop més, una proximitat que fa pensar que aquesta mena de llibres els adquirien els futurs arquitectes quan eren estudiants.

El llibre de Marvà és extens; té 2 volums de text i un de làmines. En el capítol XII inicia el tema del càlcul dels arcs quan parla de les peces corbes.

Marvà expressa amb claredat el tema de la indeterminació dels arcs i tria el camí pràctic. La teoria ha de servir per confirmar uns resultats pràctics i experimentals i no pot implicar càlculs complexos sinó que ha de comportar càlculs assequibles. El següent fragment, que és traducció literal, expressa prou bé aquesta idea:

962. Resolució general del problema en el càlcul dels arcs

Importància de la teoria. Ha de manifestar-se a priori que en la resolució dels problemes de resistència relatius a peces corbes no presideix tot el rigor matemàtic que voldríem. Les forces que actuen sobre les peces corbes produeixen en aquestes deformacions més o menys sensibles, que són capaces d'alterar la intensitat, la direcció i el punt d'aplicació d'aquelles; de manera que la resolució exacta del problema exigeix el coneixement de la figura d'equilibri afectada per la peça en el seu estat definitiu, i després de la deformació, en canvi, el que es coneix és la figura de l'estat primitiu.

El problema així plantejat és tan difícil i condueix a càlculs tan complicadíssims que ni tan sols s'ha intentat trobar-hi solució.

A més, com que el que es busca tan sols és una teoria que doni aproximacions suficients a la pràctica, i, per altra banda, generalment són poc diferents la figura d'equilibri i la primitiva, abans de carregar la peça, suposarem aquesta última invariable en fer els càlculs de resistència.

Sense entrar en valoracions, el llibre dedica un petit apartat als arcs parabòlics i els defineix com aquells que no experimenten moments, sinó només axials i tallants.

El capítol XIV, després del capítol de murs de contenció, tracta de les voltes i dels diferents criteris existents per al seu dimensionament i càlcul.

Marvà és metòdic i ho demostra també quan es disposa a comprovar l'estabilitat i la resistència d'una volta. A continuació adjuntem el fragment traduït:

Comprovació de l'estabilitat i la resistència d'una volta quan es prescindeix de la influència dels morters.

1093. Ordre de les operacions:

1a) Traçat del perfil transversal de la volta, intradós, extradós i estreps, usant les fórmules empíriques corresponents (núm. 1082 i següents) per determinar els gruixos.

2a) Càlcul de les càrregues (pes propi de la volta i sobrecàrregues permanents o accidentals). Es considera, com en els murs, una longitud de volta d'1 m.

3a) Traçat del polígon de pressions i comprovació de les condicions d'estabilitat i resistència que, segons vam veure en el núm. 998, són:

- (a) (Estabilitat). La pressió ad en un junt (fig. 30, lám. 51) ha de formar amb la normal a aquesta un angle dac menor que l'angle ϕ de fregament de pedra sobre pedra.

- (b) (Estabilitat i resistència). El polígon dels centres de pressió ha de situar-se dins l'espessor de la volta i , en la mesura que sigui possible, dins del terç central del gruix del massís.
- (c) (Resistència). La pressió màxima per unitat de superfície en un junt qualsevol AB no ha de ser més gran que el coeficient R' de treball per compressió que correspongui al material emprat.

De tot aquest procés, Marvà dedica, en primer lloc, un espai important al tema de la localització dels junts de fractura. Exposa el mètode atribuït a M. M. Lamé i Clapeyron per determinar el junt de fractura. En el capítol 3 d'aquesta tesi ja havíem comentat aquest mètode, que es basa en la concurrència en un mateix punt de les tres resultants (empenta a la clau, reacció en el junt de fractura i pes de tota la porció) i en el fet que en aquell punt la reacció ha de ser tangent a l'intradós. Exposa també un altre mètode pràctic i algunes taules de valors segons els casos.

Distingeix dos possibles plantejaments a l'hora de comprovar l'estabilitat i la resistència d'una volta, segons si es prescindeix de l'adherència dels morters o no. El primer cas, quan l'arc no pot suportar traccions, inclou totes les voltes de fàbrica de carreus o de maó amb morter de calç ordinari. En el segon cas, quan considera que l'arc sí que pot resistir traccions moderades i es comporta com un arc elàstic, metàl·lic, inclou les voltes de formigó i també les de fàbrica quan s'utilitza el morter de ciment.

A continuació Marvà dóna moltes fórmules empíriques per poder predimensionar un arc o una volta en funció de la llum, la fletxa de la clau, etc. Això permet al lector dimensionar els gruixos bàsics a la clau o als suports a través de nombroses taules que recullen valors i fórmules de molts autors així com d'exemples reals construïts. A l'annex 3 adjuntem part d'aquest extens recull de relacions útils per predimensionar arcs i voltes.

Hem de destacar les observacions que al final fa Marvà sobre les fórmules empíriques exposades. Critica les expressions de Perronet, Gauthey, Léveillé i Lesguillier perquè fan dependre el gruix e de la clau exclusivament de la llum L de l'arc i no tenen en compte la fletxa. En canvi, troba més racionals les fórmules que consideren la forma de l'arc establint un coeficient de relació entre la fletxa i la llum. En aquest sentit, recomana l'ús de les fórmules de Croizette-Desnoyers. Finalment deixa clar que, en tots els casos, després del dimensionament inicial cal comprovar qualsevol volta segons les condicions d'estabilitat i resistència que exposa més endavant.

Josep Domènech i Estapà

Tal com avançàvem a l'apartat anterior, Domènech i Estapà va pronunciar una conferència sobre el càlcul de voltes que està recollida en els anuaris de l'Associació d'Arquitectes de l'any 1900. El plantejament queda clarament definit en el paràgraf següent:

Si sempre es pogués donar a la directriu de la volta de maó de pla en canó seguit, o a l'intradós d'un arc, una forma exactament igual a la de la línia de pressions o d'equilibri de les forces que sobre aquells elements actuen, i els suports poguessin resistir pel seu pes propi o per mitjà de tirants la component horitzontal de la força que actua sobre d'aquells, és clar que els materials amb els quals la volta és composta patiran només un esforç de compressió i es concep que aleshores amb una secció relativament petita podria aconseguir-se l'estabilitat. Però és astut, ja que les càrregues no són sempre iguals i permanents, que amb freqüència apareixen altres d'accidentals no completament previstes i també és notori que la forma *parabòlica* i la de *catenària*, que són respectivament les línies d'equilibri d'un

sistema de càrregues distribuïdes uniformement segons la projecció horitzontal la primera o segons la longitud de l'arc la segona, no són sempre les més pròpies i adequades a l'altura que podem disposar per damunt dels arrencaments ni a l'efecte estètic que volem produir.

A partir d'aquí, és a dir, de la pressuposició que el disseny no s'adequa a la línia de pressions o a la forma òptima, planteja un procediment gràfic molt senzill per avaluar en cada punt l'esforç normal, el tangencial i el moment flector. Partint d'una línia de pressions òptima ja dibuixada, determina el moment flector en cada punt de l'arc traslladant verticalment el vector obtingut en la línia de pressions fins a la línia de l'arc. El parell creat amb aquest moviment (força per distància) és el moment flector. La descomposició d'aquesta força en la component normal i la tangencial al punt considerat de l'arc ens facilitarà l'obtenció, en cada secció, de l'esforç tallant i el de compressió, respectivament.



D-Estapa

Domènec i Estapà encara adverteix del fet que si la línia de pressions òptima queda per sota de la directriu de l'arc, el moment flector que es genera és favorable perquè resulta contrari i compensa les càrregues gravitatòries. En canvi, si la corba de pressions se situa per sobre de l'arc, el moment és desfavorable perquè provoca la flexió en el sentit de la gravetat. Després de presentar els casos en què les dues corbes poden interseccar-se, aquesta observació li serveix per proposar el criteri de prioritzar l'atenció sobre els punts en què el moment resulta pel cantó desfavorable.

Domènec Sugranyes

Domènec Sugranyes fou un dels més fidels col·laboradors de Gaudí, i més endavant parlarem més extensament d'ell i de les seves col·laboracions pel que fa al tema del càlcul gràfic. Ara volem ocupar-nos del fet que va escriure un ampli tractat d'arquitectura i construcció, *Arquitectura y construcción modernas*, que inclou també el predimensionament i el càlcul gràfic d'arcs, voltes i cúpules. Aquest text escrit pel mateix Sugranyes constitueix un molt bon reflex dels coneixements, els instruments i els mètodes que s'utilitzaven en l'entorn de l'estudi de Gaudí. Cal tenir en compte que Sugranyes dedicà molt més temps a l'estudi de Gaudí que a la seva pròpia carrera, la qual cosa li provocà un notable endarreriment en l'obtenció del títol d'arquitecte. Cursà força assignatures per lliure i Gaudí el va animar perquè finalment acabés de treure's el títol. Aquest detall és significatiu a l'hora de valorar el seu text, ja que ens obre la sospita que hi puguin transcendir més coses apreses directament de Gaudí que no pas de l'Escola d'Arquitectura.

Cap al final del capítol de voltes, quan exposa les condicions necessàries per assolir l'estabilitat d'una volta, Sugranyes cita Gaudí i el seu mètode per dissenyar arcs i voltes mitjançant la inversió del funicular en suspensió.

Perquè hi hagi estabilitat en una volta és necessari que la línia de pressions estigui constantment continguda entre els perfils que limiten l'intradós i l'extradós de la volta, i perquè no manifesti cap esquerda cal que estigui continguda dins del terç central del gruix de la volta. Però a més de complir aquesta condició hem d'assegurar-nos que cap dovella llisqui pels seus plans de junta, i a més, que en cap punt la pressió que s'exerceixi sigui superior al límit d'elasticitat del material. Per evitar els lliscaments de les dovelles és necessari que la resultant faci amb la normal al pla del junt un angle menor que l'angle de fregament del material.

L'arc de mig punt no pot coincidir mai amb la corba de pressions, però aquesta s'acostarà a aquell tant més com major sigui la càrrega sobre els suports. L'arc de cercle rebaixat correspon a una corba de

repartiment de les càrregues que es confon sensiblement amb una línia recta, i l'arc d'el·lipse, també rebaixat, resulta intermedi entre els dos precedents.

A un repartiment horitzontal i uniforme dels pesos correspon un arc parabòlic, i si les càrregues són repartides uniformement al llarg de la corba, l'arc és una catenària.

L'arc agut dona lloc, per a una mateixa càrrega, a una empenta menor, però com que actua amb major braç de palanca respecte dels suports, resulta per això minorat l'avantatge de ser menor la intensitat de l'empenta.

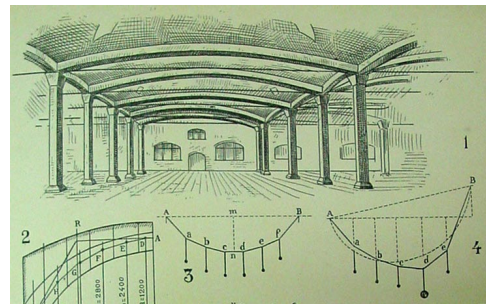


Fig. 4.5.27

El polígon funicular de les compressions que s'exerceixen en una volta és exactament el mateix, encara que en posició invertida, que el que s'obtidria si les pressions fossin tensions. Aquesta propietat ens proporciona un mitjà pràctic i molt senzill per determinar el polígon funicular per a un repartiment de càrregues donat. Així, a la fig. 3, lám. 84, es vol determinar la forma que correspondria a l'arc que (...)

El genial arquitecte català don Antoni Gaudí ha pogut, emprant aquest sistema, construir un edifici totalment equilibrat, la qual cosa hauria estat molt difícil, o quasi impossible, emprant qualsevol altre procediment de càlcul.

Malgrat tot això comentat, la influència de Torras queda reflectida també en aquest text, tot i que transcendeix una generació després de la mort de l'apreciat professor. Segurament Torras marcà una pauta i una selecció concreta del temari que fou heretada pels professors que el succeïren, i aquest deu ser el motiu pel qual trobem encara la seva influència en aquest text tan posterior.

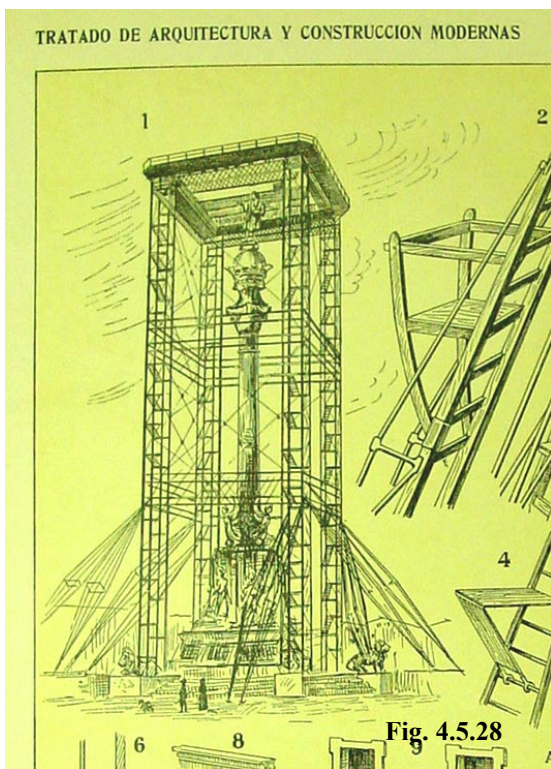


Fig. 4.5.28

El tema de la inversió del funicular que Sugranyes comenta fent al·lusió al seu mestre Gaudí, ja el comentava Torras a les seves classes. La il·lustració que veiem al costat dels funiculars suspesos té una forta similitud amb els tallers de l'empresa de Torras, fets amb voltes atirantades i comentades sovint a les classes de l'Escola d'Arquitectura.

Una altra referència més directa al difunt professor és la il·lustració de la bastida que va dissenyar i calcular Torras per a la construcció del monument a Colom, admirada i elogiada pels arquitectes del seu temps fins al punt que van esdevenir llegenda totes les històries sobre la contractació de l'obra entre Torras i l'alcalde de la ciutat.

Finalment, podem comentar que quan Sugranyes fa la presentació del tema de les voltes utilitza els mateixos exemples que es dictaven a les classes de l'Escola d'Arquitectura: les piràmides, les ruïnes de Tebes i la tomba del primer rei de la XVIII dinastia. Si els primers són exemples més genèrics o imprecisos, la coincidència en el detall del darrer exemple és justament indicativa que Sugranyes obtingué aquest coneixement amb els apunts de l'escola.

5 Els models funiculars de Gaudí

Ho calculo tot; primer uns pesos per buscar el funicle; i després vesteixo el funicle trobat amb formes i materials, els pesos dels quals torno a revisar, i a vegades vario lleugerament els funicles. D'aquesta manera surt la forma lògica nascuda de les necessitats.

Els funicles de la Sagrada Família els he trobat gràficament, i els de la Colònia Güell els vaig trobar experimentalment; però els dos procediments són el mateix, i un és fill de l'altre.

Antoni Gaudí

MARTINELL, Cèsar. *Gaudí i la Sagrada Família explicada per ell mateix*. Pàg. 61.

5 Els models funiculars de Gaudí

5.1 Funiculars en dues dimensions

5.1.1 Càlculs en paper i càlculs en l'espai

Tal i com explicava Gaudí, el càlcul gràfic, funicular, i el càlcul mitjançant models invertits de cables i pesos en suspensió són, en essència, el mateix.

Gaudí utilitzà tots dos procediments en les seves obres. Notem que triava una o altra opció segons si es donava o no la possibilitat de reduir el problema de l'espai al pla i, així, simplificar el procés. Molt segurament cadascuna de les seves obres devia generar diversos càlculs gràfics i funiculars per garantir-ne la construcció i l'estabilitat final, però, sigui pels incendis durant la guerra espanyola o simplement perquè no es van conservar aquests esborranys, el cas és que avui ens ha arribat molt poca documentació respecte d'aquest vessant de tècnic i de calculista de Gaudí.

Pel que fa als càlculs gràfics, funiculars, sobre paper, s'han conservat fins avui poquíssims documents. Gràcies a les fotografies fetes per Ràfols i Puig Boada per a l'edició dels seus llibres, pocs anys abans del desastrós incendi, s'han conservat tres fotografies d'uns dibuixos originals de Gaudí que són testimoni d'aquest vessant calculista seu.

En primer lloc podem citar el càlcul funicular de la façana de la passió de la Sagrada Família, que va servir de base per a la determinació de la configuració del pòrtic i dels seus pilars inclinats (fig. 5.1.1 i 5.1.2).¹

Un altre càlcul gràfic original de Gaudí és el que correspon a la sagristia de la Sagrada Família, fotografiat per Puig Boada juntament amb la maqueta i la planta (fig. 5.1.3). El descobriment més recent d'aquesta planta, gravada en una pedra perquè servís de patró de totes les mesures, dóna validesa a les suposicions de relacions dimensionals d'aquest conjunt.



Fig. 5.1.1

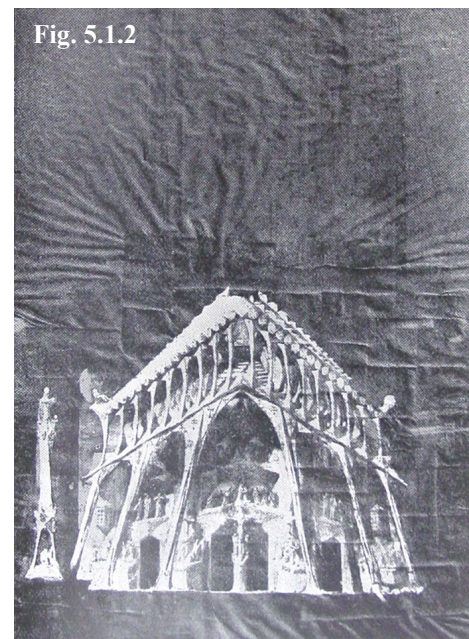


Fig. 5.1.2

¹ Ràfols recull el dibuix del càlcul funicular (fig. 5.1.1, extreta del museu de la Sagrada Família) i Puig Boada recull el dibuix de projecte (fig. 5.1.2, extreta directament del seu llibre, *El temple de la Sagrada Família*, làm. XXIII).

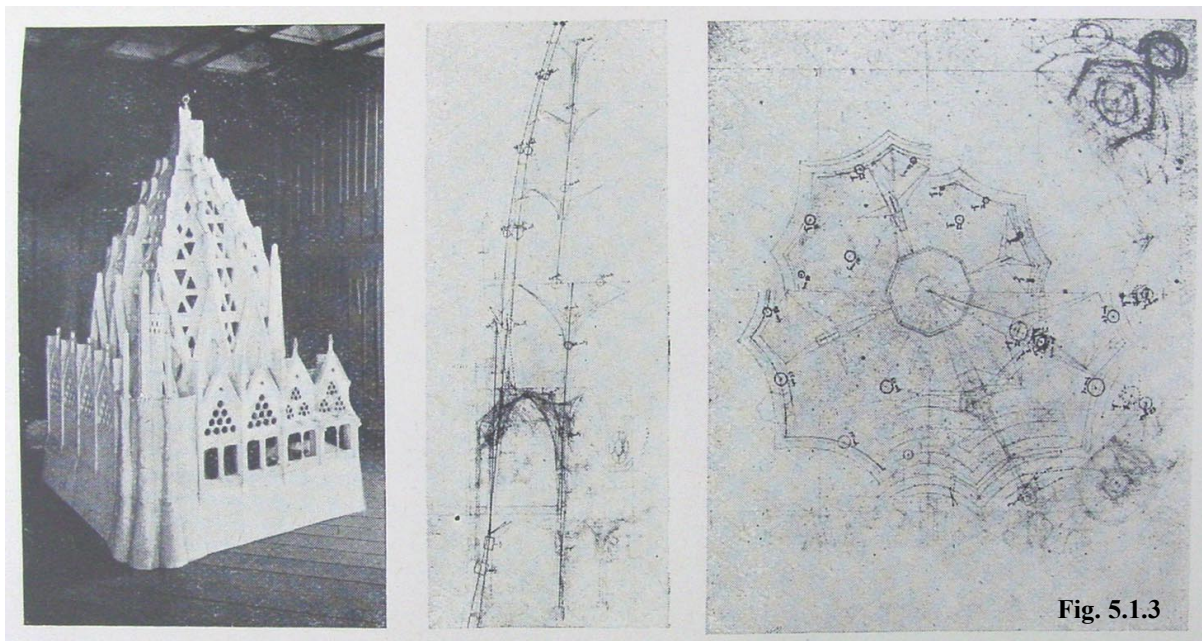


Fig. 5.1.3

El tercer càlcul gràfic que tenim és el que correspon a la capella de l'Assumpció, que, segons el projecte de Gaudí, se situa just al centre de l'absis del temple de la Sagrada Família. Com passa amb l'anterior, Puig Boada el va fotografiar i ens l'ofereix en el seu llibre (la sagristia en la làmina XXIX i la capella en la XXX).

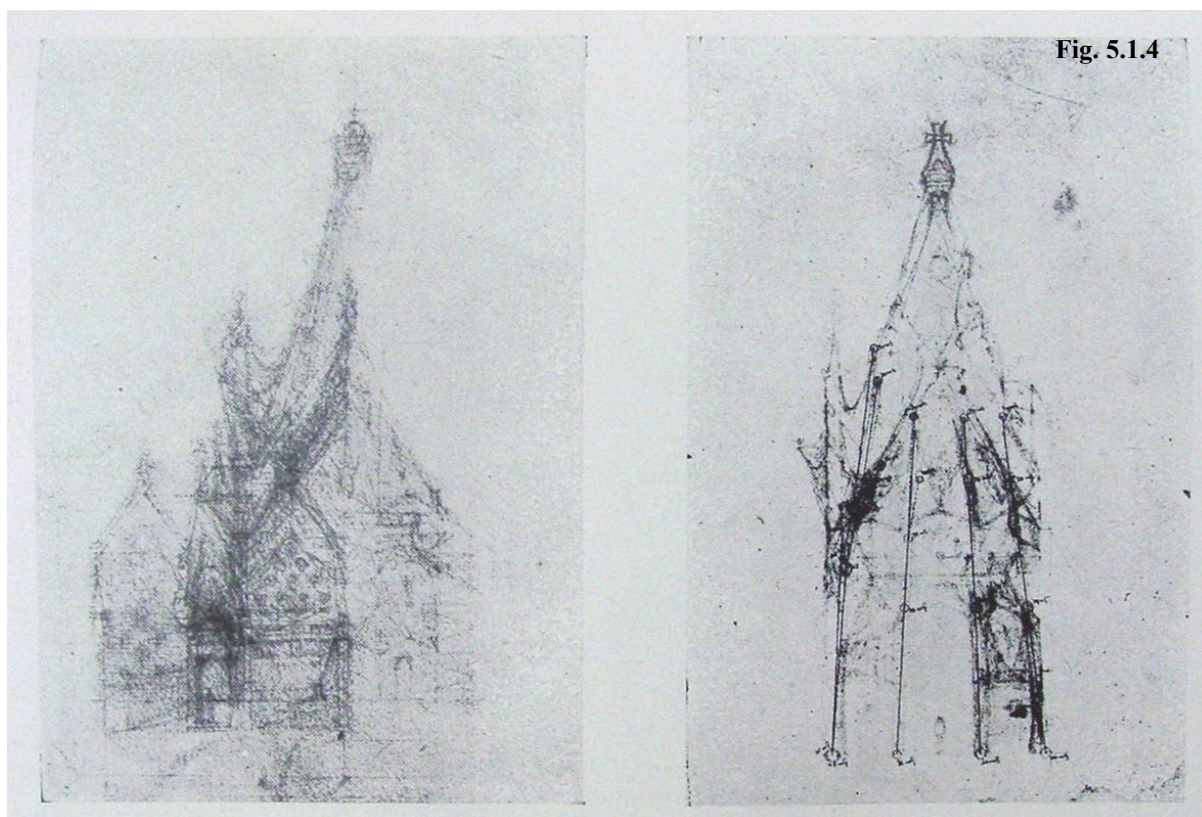


Fig. 5.1.4

Com podem veure, els tres càlculs gràfics, sobre paper, que s'han conservat fan referència a l'obra de la Sagrada Família i, per tant, seria raonable suposar-hi una possible col·laboració de

Domènec Sugranyes o, fins i tot, de Francesc Quintana, els successors de Gaudí després de la seva mort, l'any 1926.

D'altra banda hem d'esmentar, també, tots aquells dibuixos i càlculs funiculars conservats pels col·laboradors que, en cada cas, estaven implicats en cadascuna de les diferents obres: alguns arcs parabòlics de Berenguer, atractius i complexos càlculs gràfics de Rubió per al parc Güell i la catedral de Mallorca i càlculs de Sugranyes per a les naus de la Sagrada Família. D'aquests tres col·laboradors i dels seus càlculs gràfics en parlarem amb més detall en el capítol 6, i en aquest capítol ens centrarem en els càlculs funiculars de Gaudí, en el pla o tridimensionals.

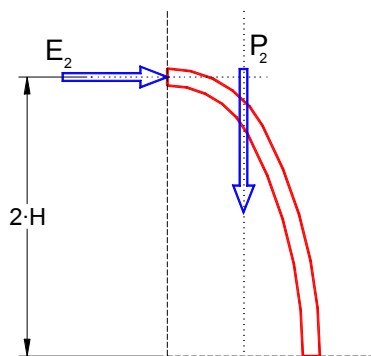
Pel que fa als models tridimensionals, tan sols podem assegurar l'existència de tres models, i obrirem tres apartats dins d'aquest capítol 5 per tractar amb detall el tema.

Pel que fa als càlculs en el pla, tan sols s'han conservat els exemples que acabem de donar. La poca documentació complementària dels tres càlculs en el pla que hem citat i la baixa definició de les fotografies no permeten entrar-hi més a fons, i per això simplement romanen com a testimonis d'uns coneixements i d'una manera de projectar.

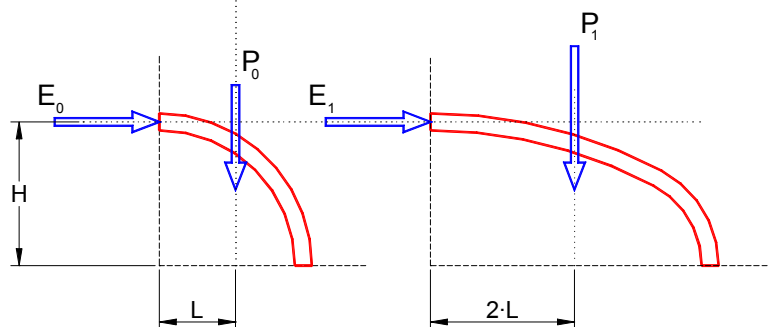
A part dels documents gràfics, hi ha nombroses frases de Gaudí que van recollir els seus deixebles i que ens poden servir de suport a l'hora d'estudiar els seus mètodes. A manera d'exemple podem citar la que escriu Isidre Puig Boada:²

Cal observar que, aproximadament, les empentes de les voltes creixen en raó directa del quart de la llum de la nau i estan en raó inversa del seu punt o altura. Això vol dir que una volta que té doble llum que una altra, a igualtat de punt dona quatre vegades més d'empenta; i que de dues voltes d'igual llum, si l'una té doble alçada de punt que l'altra, aquella dona una empenta igual a la meitat d'aquesta.

Aquests comentaris espontanis de Gaudí denoten la seva gran intuïció en els àmbits de l'estructura i la mecànica. Tot i que ell deia "aproximadament", nosaltres, quan ens ho prenem al peu de la lletra, veiem l'encert de l'orientació i a més podem matisar la valoració quantitativa; vegem-m'ho amb el següent gràfic (fig. 5.1.5):



Si $L \cdot P_0 = H \cdot E_0$ i $P_1 = 2 \cdot P_0$, aleshores quan $2 \cdot L \cdot P_1 = H \cdot E_1 \Rightarrow 4 \cdot L \cdot P_0 = H \cdot E_1$, i certament $E_1 = 4 \cdot E_0$. Però quan $L \cdot P_2 = 2 \cdot H \cdot E_2$, com que per simetria $P_2 = P_1$, aleshores $L \cdot 2 \cdot P_0 = 2 \cdot H \cdot E_2 \Rightarrow E_2 = E_0$.



Cal suposar que si augmenten les dimensions augmentarà el pes, i si no es considerés així, la segona condició seria certa però aleshores fallaria la primera.

² PUIG BOADA, Isidre. *El temple de la Sagrada Família*. Ed. Barcino, Barcelona, 1929, pàg. 144.

5.1.2 El testimoni de Joan Bergós

Malgrat la manca d'informació que hem comentat, per analitzar el mètode de càlcul funicular de Gaudí existeix un testimoni interessant que volem comentar. Es tracta de les explicacions que va donar Joan Bergós i Massó en el seu llibre *Materiales y elementos de construcción: Estudio experimental*, publicat l'any 1953.³

Aquesta obra de Bergós, tot i que té una estructura clara que la identifica com a text docent per seguir les diferents assignatures que impartia,⁴ està plenament dedicada a Gaudí. Al primer foli, on destaca una fotografia de Gaudí a l'obra de la Sagrada Família, es pot llegir aquest titular:

A la memòria de l'inoblidable mestre Antoni Gaudí i Cornet, que inicià l'autor en els estudis experimentals.

Primer centenari del naixement del gran arquitecte (Riudoms, 25 juny 1852 – Barcelona, 10 juny 1926).

Les citacions a Gaudí són constants. A més del text de dedicatòria inicial i d'un altre al final del llibre, trobem frases de Gaudí encapçalant cada un dels capítols, tal com passa en la nostra tesi, i trobem dibuixos de parts d'obres de Gaudí o d'elements singulars que l'autor adjunta per il·lustrar el text.

El singular mètode de càlcul de Gaudí, Joan Bergós ens l'explica molt breument a la pàg. 258, amb una d'aquestes il·lustracions i la nota explicativa annexa:

Fig. 208. Gaudí dibuixava experimentalment les catenàries, valent-se de cadenes de baules el·líptiques, soldades, d'uns 4 mm de longitud i de 0,4 mm de diàmetre. També ideà el procediment gràfic que reproduïm: es divideix la llum en un nombre imparell de parts iguals d i es tracen verticals pels punts de divisió, partint d'una empenta en la clau que es compon amb el primer pes I proporcional a E ; la seva resultant A amb un altre pes al segon costat del funicle i així successivament.

Per facilitar la comprensió d'aquest text hem refet un gràfic on es mostren tres pesos iguals, I, II i III, separats un valor constant d . El procés s'inicia amb el càlcul de l'empenta E , que es pot obtenir per equilibri de moments, seguint les expressions de Coulomb. A partir d'aquí es compon E amb el primer pes I per obtenir el valor i la direcció de la resultant A . Aquesta es trasllada paral·lelament fins al punt d'intersecció amb la vertical del pes I . Ara és la nova A' la que es compon amb el segon pes, II , per trobar la nova resultant B , que al seu torn es traslladarà fins a B' , i així successivament (fig. 5.1.7).

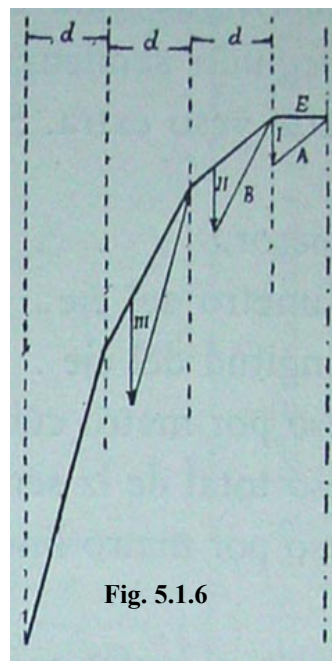
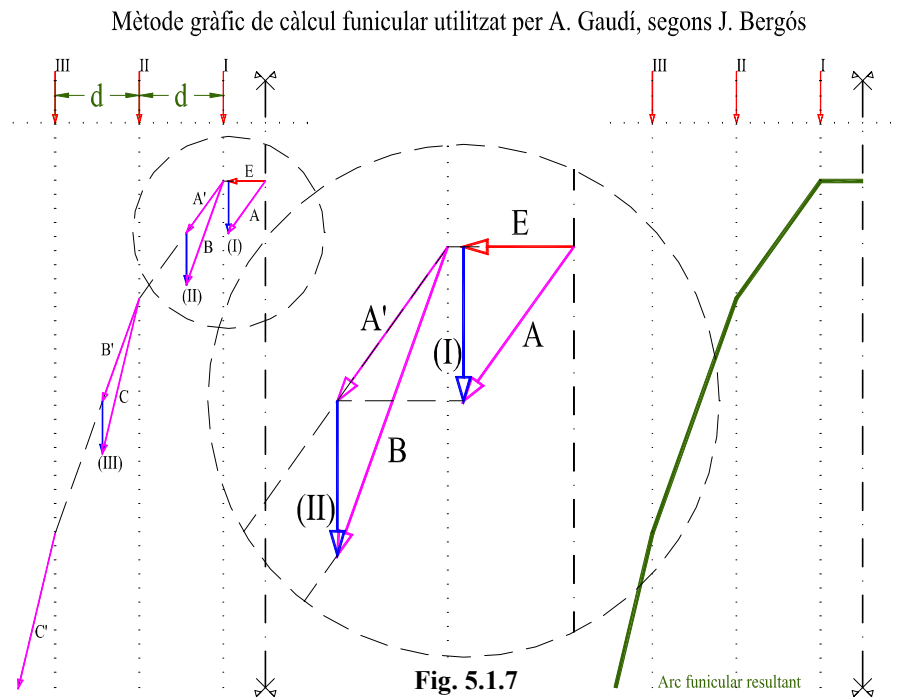


Fig. 5.1.6

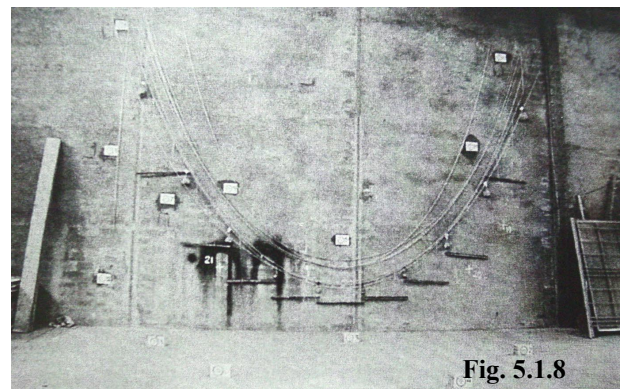
³ BERGÓS I MASSÓ, Joan. *Materiales y elementos de construcción: Estudio experimental*. Ed. Bosch, Barcelona, 1953.

⁴ Joan Bergós i Massó era professor de Construcció a l'Escola Industrial i Superior d'Agricultura, professor de Tècniques de les arts de la fusta a l'Escola Superior de Bells Oficis, i professor de Ram de paleta i de Formigó armat a l'Escola del Treball de Barcelona.



El text i la il·lustració de Joan Bergós fan referència a un arc simètric, i el fet de dividir l'arc en un nombre imparell de parts tan sols es justifica si és perquè cap pes caigui just a l'eix de l'arc, de manera que es pugui obtenir que el primer tram del funicle tingui la direcció horitzontal de l'empenta. Podem destacar també que Bergós dibuixa la composició de forces en el punt anterior a l'aplicació de cada pes. Suposem que això està motivat per l'intent d'expressar el mètode amb més simplicitat visual, però, de fet, veurem que en els diferents exemples de càlculs funiculars que hem pogut consultar, tant del mateix Gaudí com dels seus col·laboradors, la composició de forces es feia just sobre la vertical de cada pes. El resultat és equivalent, però d'aquesta altra manera s'estalviaven el traçat de les paral·leles, que en el dibuix de Bergós són necessàries per traslladar les resultants.

D'altra banda Bergós exposa un exemple d'aplicació pràctica del mètode de Gaudí. Es tracta d'un càlcul funicular que Bergós atribueix a Gaudí sobre l'estabilitat de la volta de maó de pla de l'església parroquial de Sant Agustí, a Barcelona. És una volta semicircular, de canó seguit, datada de l'any 1728, i Bergós n'analitza el tram que no està afectat per les llunetes.

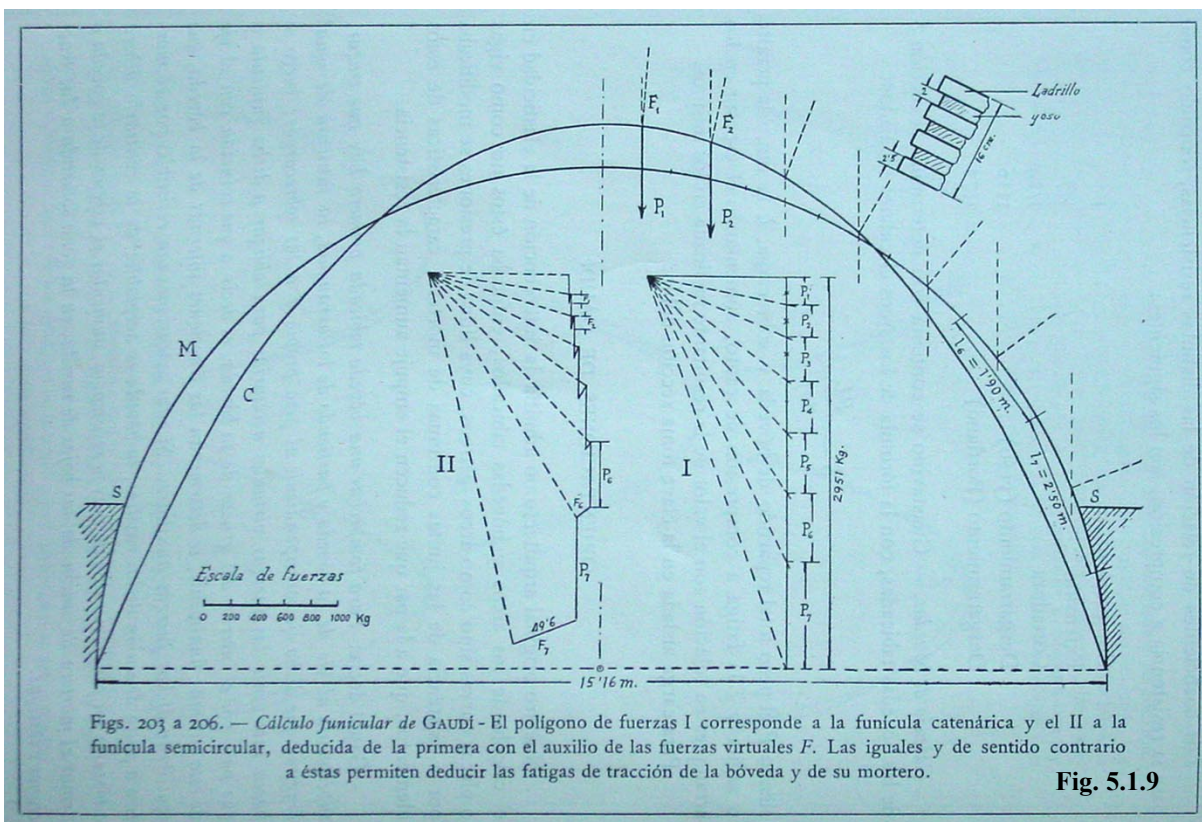


Explica que la coberta de fusta no reposa sobre la volta sinó que carrega directament als murs, per la qual cosa la volta tan sols ha de sostenir el seu propi pes i, per tant, la forma funicular que hi correspon és la de la corba catenària.



El primer que fa Gaudí és dibuixar sobre el dibuix de la volta aquesta corba catenària, amb la mateixa llum que el semicercle. Nosaltres avui veiem clar que, essent Gaudí defensor extrem de l'experimentació pràctica, va trobar experimentalment les dades necessàries per dibuixar el perfil de la catenària a partir de la longitud i dels dos extrems. No ens sembla raonable que manegés les complicades equacions de la catenària (funció del cosinus hiperbòlic) i de la seva longitud (funció del sinus hiperbòlic) que ja hem comentat i tabulat a la primera part d'aquesta tesi. La fotografia de la fig. 5.1.8 mostra unes catenàries que Gaudí penjava en una paret per experimentar el traçat dels arcs de les golfes de la Pedrera.

Per evitar una feixuga resolució analítica, proposem utilitzar les taules adjuntades a l'annex 1 o animacions de Sketchpad semblants a les que proposem, que intenten reproduir el gest físic i material de la suspensió d'una cadena de longitud, amb uns pesos de valor i posició coneguts, des de dos suports també coneguts.



Figs. 203 a 206. — Cálculo funicular de GAUDÍ - El polígono de fuerzas I corresponde a la funícula catenària y el II a la funícula semicircular, deducida de la primera con el auxilio de las fuerzas virtuales F . Las iguales y de sentido contrario a éstas permiten deducir las fatigas de tracción de la bóveda y de su mortero.

La desviació entre la catenària i el semicercle és el que provoca traccions internes dins la volta. Les zones on la catenària se separa més del perfil de la volta són les zones que pariran més traccions, tant en els quatre fulls de maó com en les tres capes de guix que les uneixen.



Bergós-1

Bergós ens explica que, un cop traçada la catenària de la mateixa longitud que la volta i el seu polígon funicular auxiliar (diagrama polar), Gaudí traça un nou diagrama polar a partir de l'anterior, amb els radis polars que ressegueixen la direcció del semicercle, i així determina gràficament les forces virtuals, radials, necessàries per fer passar la línia de pressions per l'eix de la volta.

La força virtual obtinguda de valor més gran és la que correspon a la part núm. 7, la més pròxima al suport, amb un valor mesurat sobre el mateix diagrama polar d' $F_7 = 496$ kp.

A partir d'aquí es dedica a analitzar les traccions en aquest punt. La descomposició d'aquesta força radial F_7 segons les direccions de les tangents als extrems del tram $L_7 = 2,50$ m dona la tracció T_7 que la volta ha de resistir.

Per determinar aquesta descomposició, Gaudí utilitzava la fórmula $T = \frac{F \cdot R}{L}$, on R representa el radi de la volta, L és la longitud del tram considerat, F és la força virtual mesurada en el diagrama polar i T és la tracció, per descomposició d' F , que patirà la volta.

De fet, aquesta fórmula prové de la relació $\frac{R}{L} = \frac{T}{F}$, que es verifica quan les porcions són petites i els angles compresos també.

$$\text{Així, obté que } T_7 = \frac{496 \text{ kp} \cdot 7,58 \text{ m}}{2,50 \text{ m}} = 1.344 \text{ kp}$$

Després, considera l'actuació simultània d'aquesta tracció T_7 amb la resultant de compressió, R_7 (mesurada en el diagrama polar $R_7 = 2.852$ kp), la part que treballarà a tracció i la part que treballarà a compressió, pressuposant inicialment un repartiment entre tracció i compressió d' $1/8$. Per fer-ho busca primer uns coeficients de relació on se suposa la tracció igual a $1/8$ de la compressió i després aplica aquests valors al gruix de la volta de 16 cm.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{R_7}{8} = 365,5 \\ \frac{T_7}{1} = 1.344 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{365,5}{1.700,5} = 20,96\% \Rightarrow d_t = 16 \text{ cm} \cdot \frac{20,96}{100} = 3,3 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{365,5}{1.700,5} = 20,96\% \\ \frac{1.344,0}{1.700,5} = 79,04\% \end{array} \right\} \Rightarrow d_r = 16 \text{ cm} \cdot \frac{79,04}{100} = 12,7 \text{ cm}$$

En suposar una distribució triangular, lineal, de tensions, obté la tensió màxima:

$$2.852 \text{ kp} = \frac{\sigma_r \cdot 3,3 \text{ cm}}{2} \cdot 100 \text{ cm} \Rightarrow \sigma_r = 17,2 \text{ Kp/cm}^2$$

$$1.344 \text{ kp} = \frac{\sigma_t \cdot 12,7 \text{ cm}}{2} \cdot 100 \text{ cm} \Rightarrow \sigma_t = 2,1 \text{ Kp/cm}^2$$

Finalment, Bergós parla del coeficient de seguretat de la volta relacionant la tensió de compressió màxima obtinguda amb la tensió de ruptura.

La realitat és que amb ulls d'avui veiem algunes suposicions arbitràries i imprecisions en aquest mètode que Bergós atribueix a Gaudí. El procés el trobem enginyós però sofisticat. El procés que utilitza alternadament càlcul experimental, càlcul gràfic i càlcul analític potser és propi d'un Gaudí que buscava la solució sempre pel camí més curt. Però ens planteja dubtes, justament en la part analítica final, justament perquè Gaudí tendia a preferir els experiments pràctics o gràfics enfront dels analítics, i també perquè les operacions detallades per Bergós no són pas el camí més curt.

Domènech i Estapà va plantejar una qüestió molt semblant, en la qual també hi havia una desviació entre l'eix de la volta i la corba de pressions obtinguda. La proposta de Domènech i Estapà la veiem molt més clara i efectiva. Segons la resultant obtinguda i el punt d'aplicació troba, en cada punt, l'esforç axial, el tangencial i el moment en funció de l'excentricitat mesurada entre les dues corbes. Amb l'axial i el moment és relativament més senzill trobar les

tensions màximes en la secció en qualsevol hipòtesi que es vulgui plantejar (resistir o no les traccions).

El fet que Domènech va pronunciar la conferència explicant aquest mètode l'any 1900, en plena activitat de Gaudí, i el fet que el llibre de Bergós sigui de l'any 1953 i no esmenti aquesta altra solució ens fan pensar que aquesta part final del càlcul per obtenir les tensions podria ser obra de Bergós i no pas de Gaudí.

5.1.3 Altres comentaris estructurals de Bergós respecte de l'obra de Gaudí

La Cooperativa Mataronense

En vida de Gaudí, Bergós va analitzar el càlcul funicular dels arcs parabòlics de fusta d'aquest projecte i detectà una desviació important de la línia de pressions respecte de la directriu de l'arc. Bergós va plantejar els seus dubtes al mestre i aquest li va fer unes esmenes i li aclarí les qüestions. El plànol de Bergós, amb aquells càlculs de comprovació (gràfics i analítics) esmenats per Gaudí, s'ha conservat fins avui (fig. 5.1.10). En aquests documents es pot veure clarament que la forma de la paràbola no s'ajusta a les càrregues reals que pesen sobre l'arc. En col·locar una biga carregadora o cavall que descarrega el pes de diverses biguetes sobre l'arc per un extrem i sobre el puntal del tancament per l'altre es produeix una concentració de càrrega en aquell punt de l'arc que desvia el funicular de la forma parabòlica que requereix un repartiment uniforme.

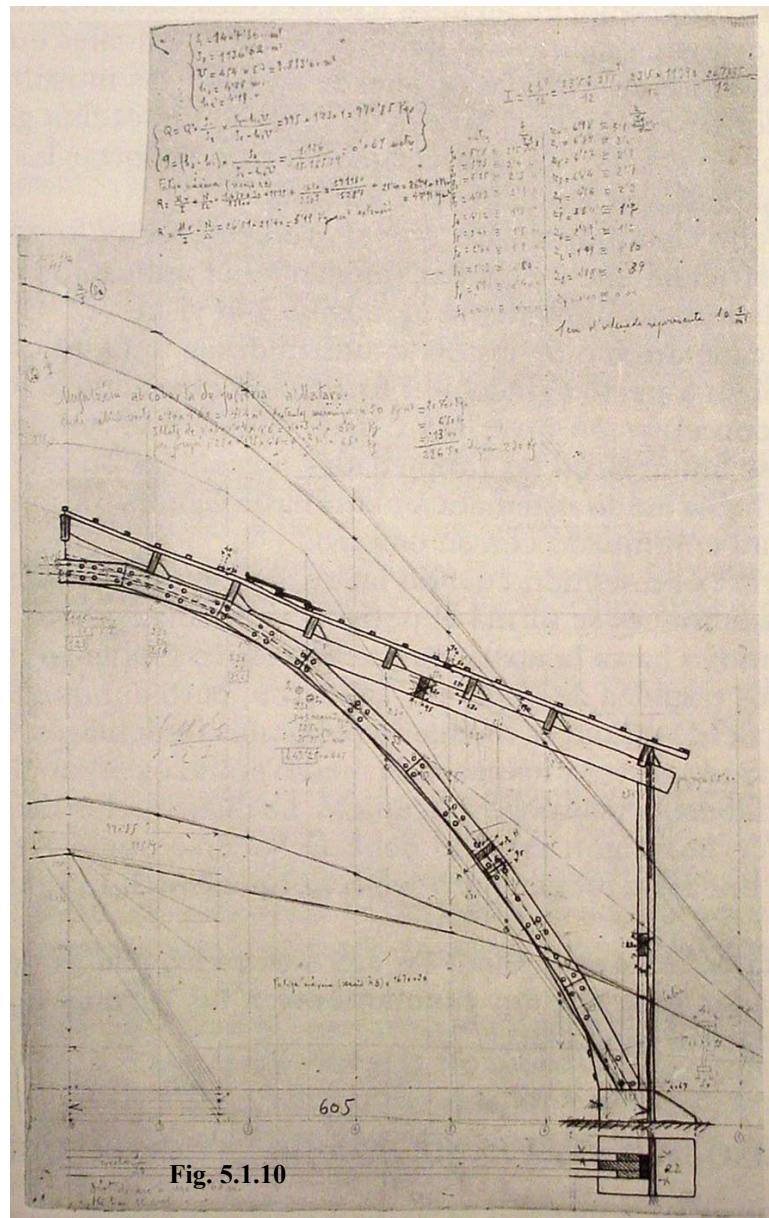
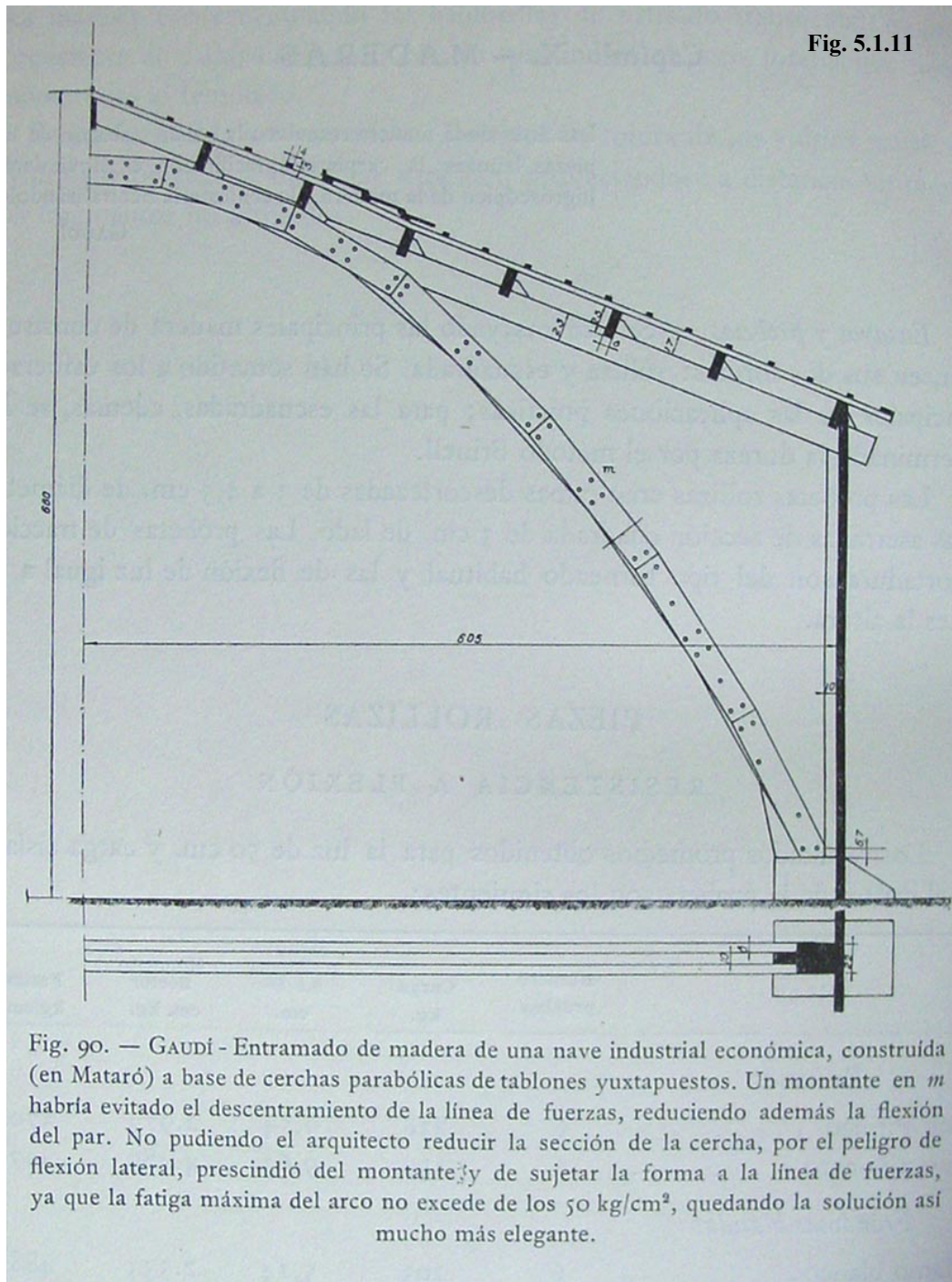


Fig. 5.1.10



En el seu llibre de 1953, Bergós explica que la manca d'un muntant vertical que repartiria millor el pes de la teulada sobre l'arc és per raons d'estètica. L'arcada, sense muntats, és molt més elegant, i la necessitat d'una secció ampla per evitar el guerxament lateral fa que l'arc de fusta pugui assumir perfectament la tensió que aquesta desviació provoca (fig. 5.1.11).

Col·legi de les Teresianes

Per il·lustrar el capítol III, “Parets de maó”, Bergós dibuixa la finestra de les Teresianes i fa el comentari següent (pàg. 196):

Fig. 130. GAUDÍ. Finestral del Col·legi de MM. Teresianes (Barcelona).

Gruix desglossat: terç central per a la funció mecànica, amb acartel·laments de perfil parabòlic; terços de paraments rectangulars per rebre les fulles de persiana i vidriera.

Els junts de morter tenen un gruix igual al 57% del gruix del maó.

Font de la casa Vicens

Pel il·lustrar el capítol que versa sobre les voltes de maó de pla (pàg. 253), Bergós dibuixa i amida les proporcions de l'arcada de la font monumental de la casa Vicens (desapareguda), amb un comentari que indica que Gaudí preferia aquestes voltes enfront de les voltes fetes de diversos fulls o “de rosca”.

Fig. 5.1.12

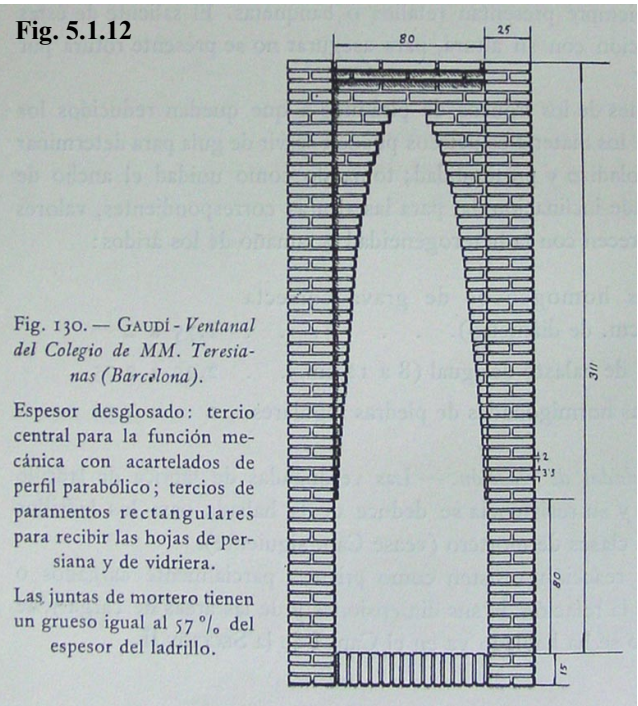


Fig. 130. — GAUDÍ - Ventanal del Colegio de MM. Teresianas (Barcelona).

Espesor desglosado: tercio central para la función mecánica con acartelados de perfil parabólico; tercios de paramentos rectangulares para recibir las hojas de persiana y de vidriera.

Las juntas de mortero tienen un grueso igual al 57% del espesor del ladrillo.

Fig. 5.1.13

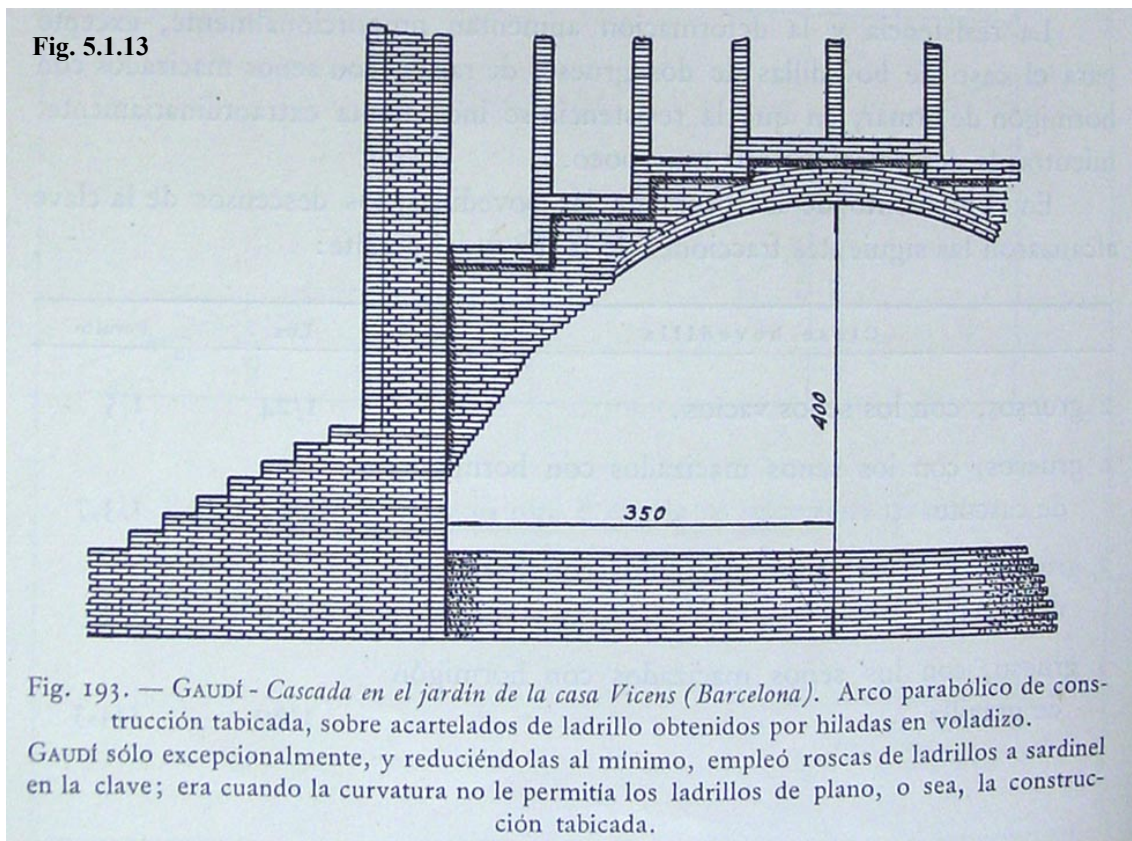
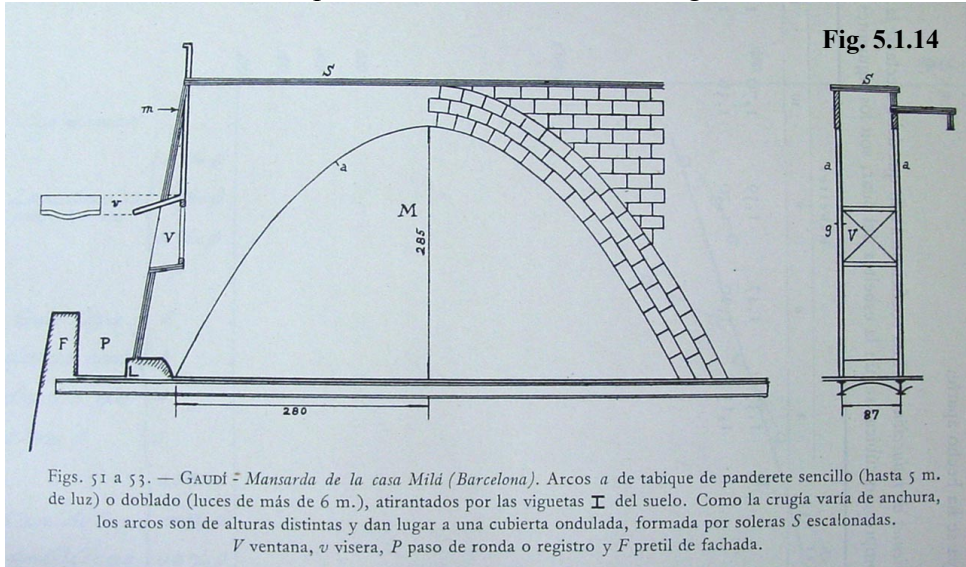


Fig. 193. — GAUDÍ - Cascada en el jardín de la casa Vicens (Barcelona). Arco parabólico de construcción tabicada, sobre acartelados de ladrillo obtenidos por hiladas en voladizo.

GAUDÍ sólo excepcionalmente, y reduciéndolas al mínimo, empleó rosca de ladrillos a sardinel en la clave; era cuando la curvatura no le permitía los ladrillos de plano, o sea, la construcción tabicada.

Golfes de la Pedrera

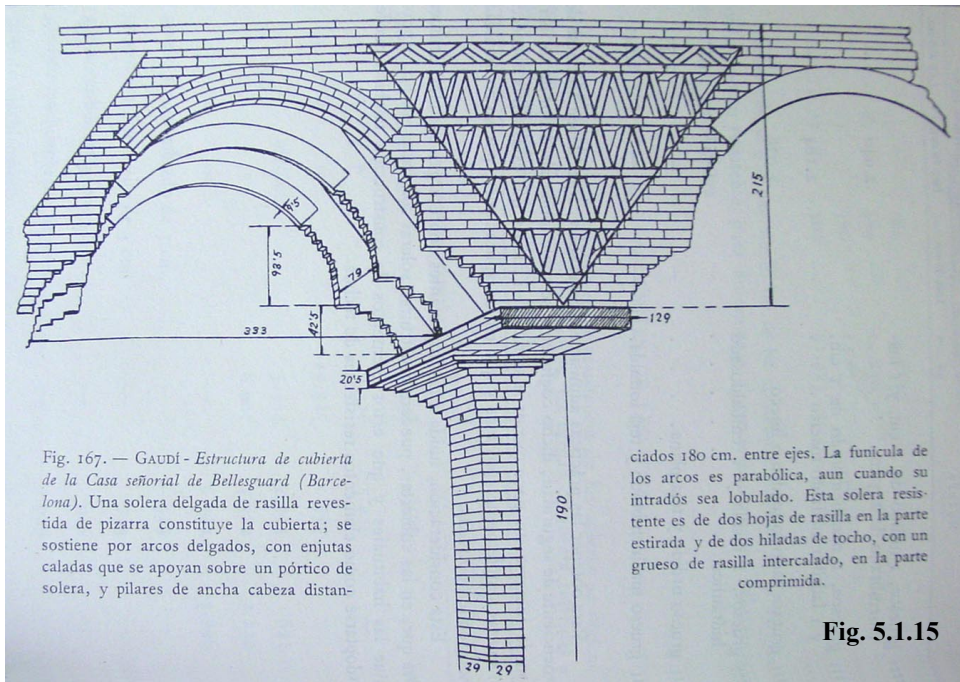
Quan Bergós introdueix el capítol dels envans (pàg. 219), ho fa amb aquesta il·lustració i amb una interessant frase de Gaudí que té relació directa amb les golfes de la Pedrera:



L'experiència de sostres ruïnosa sostinguts pels primers envans de distribució demostra que la resistència d'aquests és considerable. Per això els adoptarem en els arcs de suport de les soleres de coberta, en altes golfes practicables; així s'allunyen aquelles dels embigats i s'evita que s'esquerdin per les seves flexions i dilatacions i que les bigues es perjudiquin per les humitats de les soleres.

Gaudí

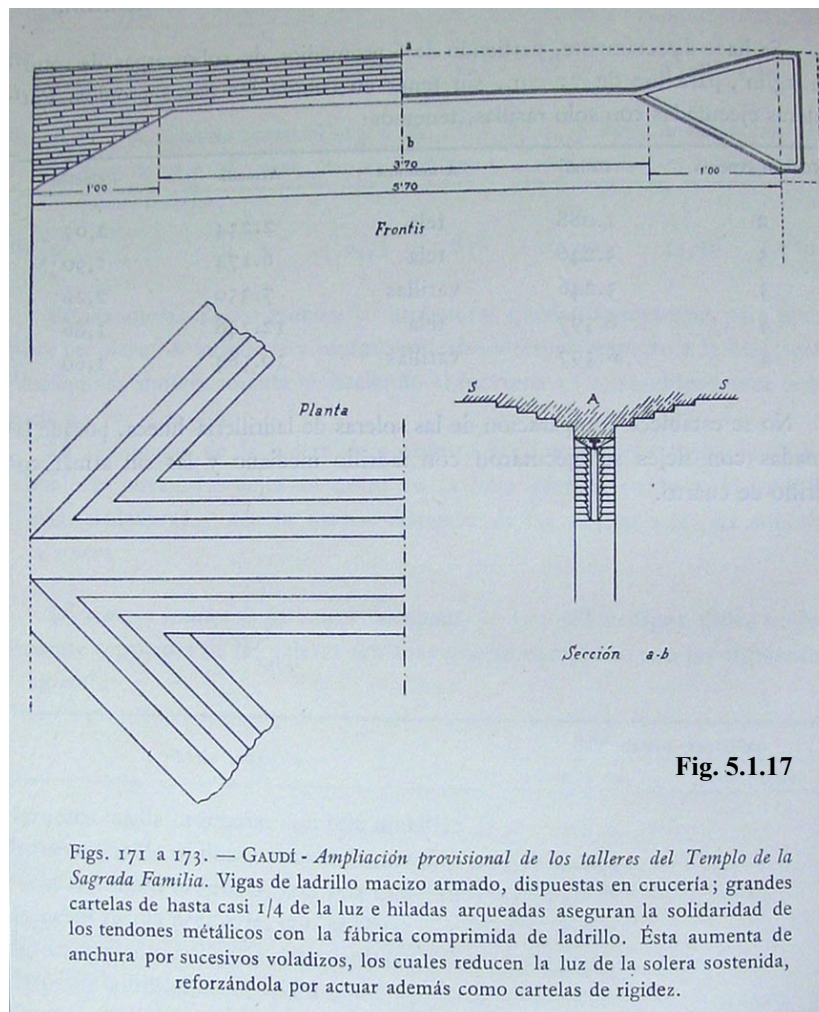
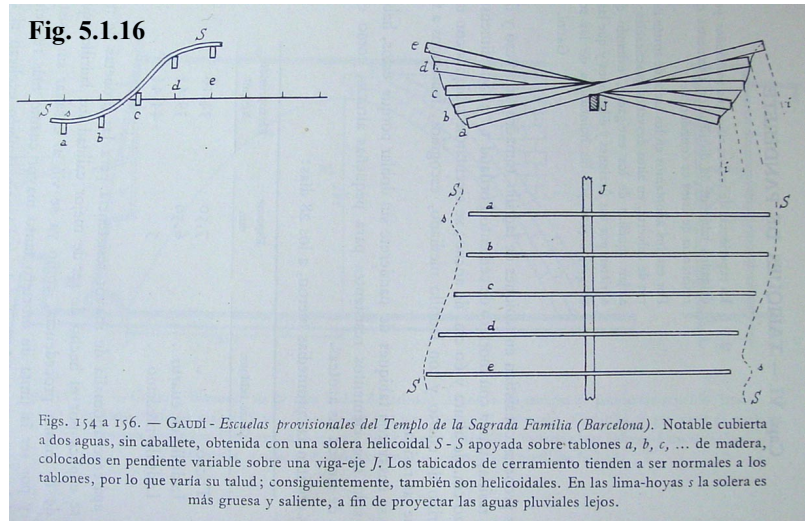
Bellesguard



Ens interessa destacar l'observació que, tot i que són arcs lobulats, el funicle d'aquests arcs és parabòlic (pàg. 232). Un cop més, es tracta d'un Gaudí que, coneixedor de les característiques mecàniques, modela finalment la forma segons el seu criteri personal. La mecànica és una eina i no un lligam.

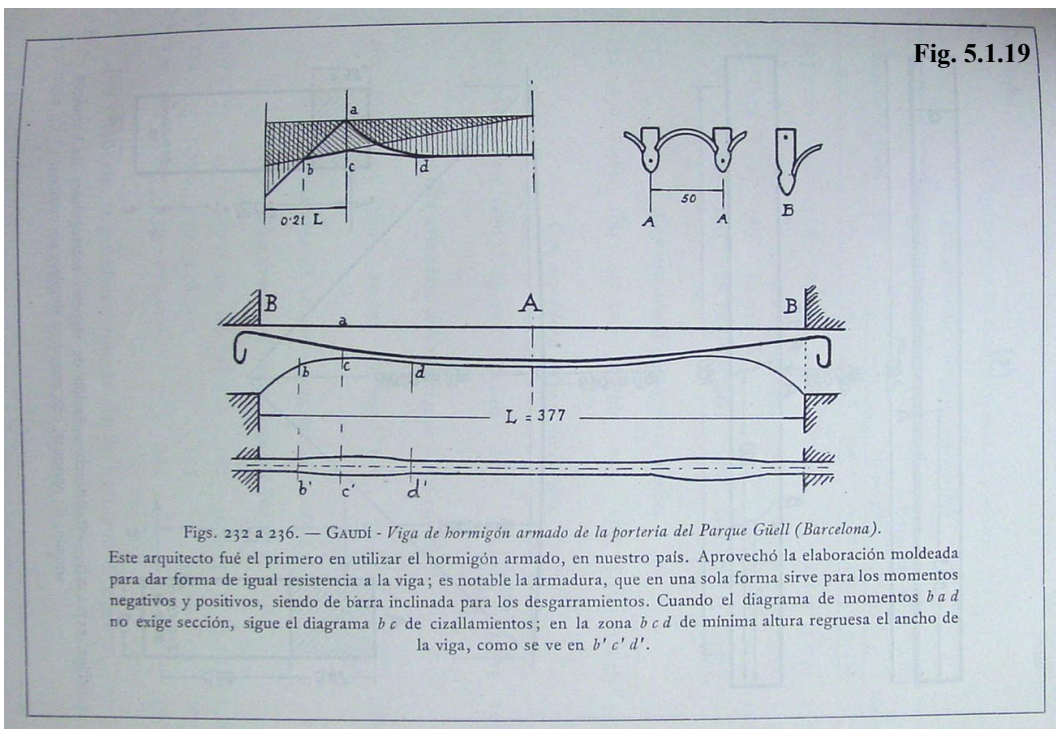
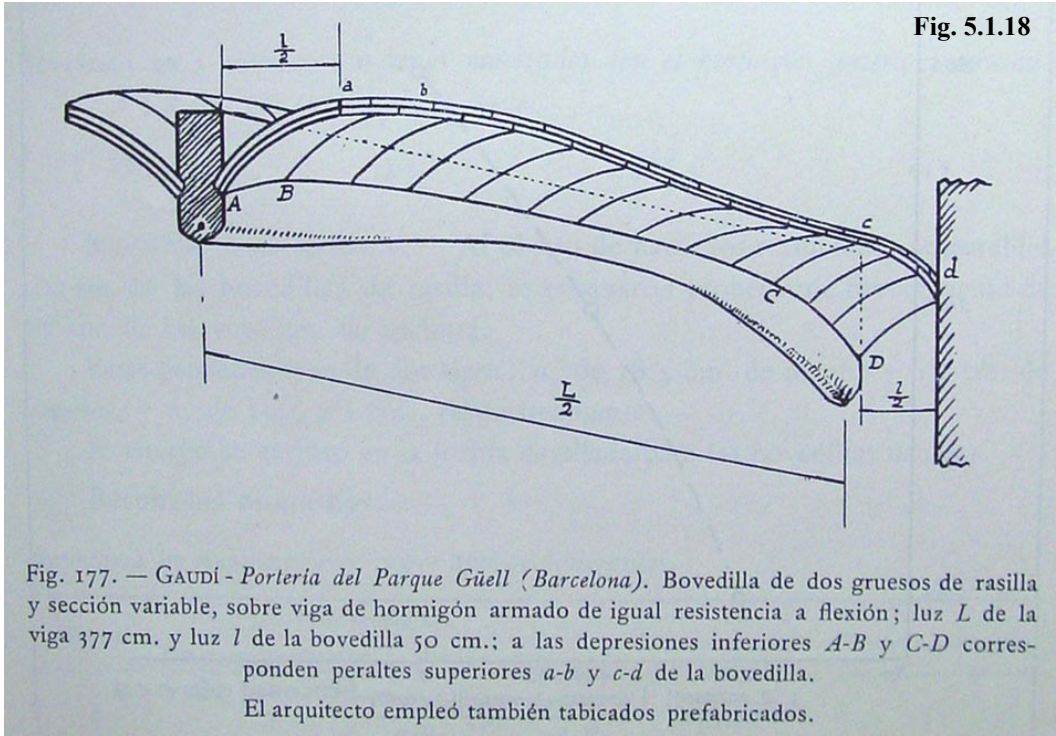
Sagrada Família

Bergós destaca la singularitat de la petita construcció de les escoles annexes al temple (pàg. 220) i també el fet que hi hagi elements singulars i atrevits per l'ús de nous materials, com ara les bigues ceràmiques armades (pàg. 238).



Parc Güell

En aquesta mateixa línia, Bergós destaca en l'obra del parc Güell la presència de bigues armades i prefabricades (pàg. 243 i 283).



5.2 Models antecedents i altres qüestions preliminars

Els antecedents històrics dels models penjats

Segons Santiago Huerta, utilitzar models a escala o maquetes catenàries o funiculars està plenament justificat en el procés de disseny de les dimensions estructurals d'una volta o una cúpula, ja que les accions que hi actuen són, fonamentalment, gravitatòries. Com ja hem vist en capítols anteriors, va ser R. Hooke, al s. XVII, qui per primera vegada enuncià el principi d'inversió de la catenària per obtenir una corba d'equilibri de l'arc. Molt possiblement una de les primeres aplicacions pràctiques d'aquest principi va ser feta per Wren a la cúpula de Sant Pau. Després Gregory l'expressà amb gran claredat.

Tot això no passà desapercebut a Giovanni Poleni. Com ja hem vist, ho aplicà a la comprovació d'estabilitat de la cúpula de Sant Pere de Roma, i publicà el 1748 el seu informe sobre la qüestió.⁵ En aquest cas és la primera aplicació clarament documentada del principi de la inversió de la catenària per obtenir el disseny correcte d'un arc, una volta o una cúpula.

El mateix principi l'utilitzà després Perronet per trobar la forma de l'arc del pont de Neuilly i probablement Rondelet també l'usà per definir la forma de la cúpula de Santa Genoveva.

Ja al s. XIX, l'arquitecte alemany Heinrich Hübsch (1795-1863) va desenvolupar el mètode i l'aplicà al disseny de les voltes i els contraforts de l'església catòlica de Bulach i al de la catedral del bisbat de Rottenburg a Württemberg. Hübsch va incloure aquest mètode en el seu tractat i va tenir una certa repercussió a Alemanya, fins al punt que va ser recollit en el tractat de Breymann,⁶ un dels tractats d'arquitectura més populars del s. XIX.

Finalment, Heinzerling fou qui donà caràcter científic i rigorós al mètode experimental a la seva memòria de 1869.⁷ Aquest autor cita dos exemples d'aplicació del principi: un, anònim, a Jahrgang, del 1854, i l'altre fet per Simons el 1861 a Berlín i Frankfurt.

Jos Tomlow, que també ha estudiat els models penjats, només cita com a referències o antecedents sobre experiments amb models catenaris o funiculars en suspensió els experiments de H. Hübsch i el de Poleni per determinar la transmissió de càrregues de la cúpula de Sant Pere i comprovar-ne l'estabilitat.

Rainer Graefe, que treballà conjuntament amb Jos Tomlow en la reconstrucció del model de la Colònia Güell de Gaudí, també ha estudiat la història dels models penjats, i és per això que Jos Tomlow ens remet al seu llibre⁸ per ampliar informació sobre aquests aspectes històrics.

⁵ L'estudi de Poleni sobre la cúpula de St. Pere ja l'hem comentat en el capítol tercer d'aquesta tesi, i és un exemple que recull Jacques Heyman en les seves publicacions.

⁶ BREYMAN, G. A. *Allgemeine Baukonstruktionslehre mit besonderer Beziehung auf das Hochbauwesen. I Theil. Konstruktionen in Stein.* 2 vol. 4a ed., Leipzig, 1868.

⁷ HEINZERLING, F. *Die Bauwaage und deren Ergebnisse für den Gewölbebau.* 1869.

⁸ GRAEFE, Rainer. "Heinrich Hübsch als Konstrukteur". Dins de *Heinrich Hübsch (1795-1863)*.

Jos Tomlow assenyala que, en comparació amb els antecedents històrics i amb la moderna tècnica de construcció de models, la superació de Gaudí respecte d'aquests antecedents és clara i es resumeix en els següents aspectes:

- 1) Cap dels models anteriors no va ser tan gros com el de Gaudí, de 6 m de llarg per 4 m d'alt, la qual cosa encara actualment és un rècord imbatut. L'escala utilitzada 1/10 proporciona gran exactitud en els resultats.
- 2) La complexitat del projecte, sense simetria, amb diferents nivells de superposició d'arcs i voltes i amb una tridimensionalitat difícil de plasmar en el pla, també supera amb escreix els models anteriors.
- 3) És la primera vegada que s'usa aquest mètode com a única alternativa per afrontar el càlcul estructural, ja que els seus antecessors podien haver simplificat la feina fent un càlcul estàtic analític o un càlcul gràfic funicular en el pla. La complexitat del model de Gaudí feia impossible cap altre plantejament de càlcul en aquell temps i per a aquell tipus de formes arquitectòniques.
- 4) L'esforç constant en aquesta experimentació amb models i la voluntat real d'arribar a construir el projecte que el model representava portaren Gaudí a introduir, per primera vegada en la història de l'arquitectura, la forma del paraboloides hiperbòlic.

Santiago Huerta cita, a més a més de Gaudí, l'obra del qual considera l'expressió més desenvolupada de l'ús de les catenàries invertides, altres arquitectes, com ara Wilhem von Tappe, que basà el seu vocabulari formal en les formes catenàries i també, ja dins del s. XX, a Rudolf Steiner. Finalment, Huerta considera que aquest mètode es pot emprar profitosament encara avui dia com a eina de disseny estructural o també en estudis de restauració d'obres del patrimoni construït. Tot i això, reconeix que, potser pel seu aparent caràcter no científic, no ha tingut el seguiment i la difusió que inicialment es podia esperar, malgrat la seva extraordinària senzillesa i economia de mitjans necessaris.

Tres models de pesos i cordills

Les inquietuds de Gaudí per experimentar i portar a la pràctica els nous coneixements que arribaven a l'ensenyament de l'arquitectura des dels vessants més teòrics el conduïren a la realització de models o maquetes tridimensionals de pesos i cadenes o cordills.

Atret per aquesta premissa teòrica i aprofitant l'encàrrec de la Colònia Güell començà aquesta experiència amb l'ajut de diferents col·laboradors. Aquest afany es materialitzà bàsicament en tres models catenaris o funiculars, però cap dels tres no va poder sobreviure l'onada incendiària i destructiva d'esglésies i temples de l'any 1936, de la qual tampoc no se'n salvaren els estudis o obradors de Gaudí a la Sagrada Família i a la Colònia Güell. De totes maneres els seus deixebles i col·laboradors i algunes fotografies que conservaven donen testimoni de la seva existència.



Fig. 5.2.1

D'aquests tres models, el més conegut és, sens dubte, el model del projecte definitiu per a l'església de la Colònia Güell (fig. 5.2.1), projecte que quedà inacabat després de finalitzar-se la singular cripta, semisoterrada, i l'escalinata d'accés al que havia de ser la futura església.

Gaudí va aprofitar l'encàrrec de l'església de la Colònia Güell per assajar, mitjançant el càlcul estructural amb models de pesos i cordills, el que després esdevindrien elements estructurals clau en el temple de la Sagrada Família. Ho va manifestar en diverses ocasions i ho argumentava dient que el tipus de càlcul era el mateix encara que en un cas fos estereostàtic i en l'altre cas fos un gràfic pla. És per aquest motiu que l'aturada de les obres de la Colònia Güell i la conseqüència de no poder veure acabat el projecte van doldre tant a Gaudí.

Abandonades les obres, el model s'anà deteriorant, i a partir de 1916 se'n començaren a trencar els primer fils. Després, els saquejos i incendis de temples i esglésies durant la Guerra Civil Espanyola, l'any 1936, donaren el final definitiu a aquell model original. Fins i tot es desmantellà totalment l'estudi annex a l'obra de l'església on es duia a terme la

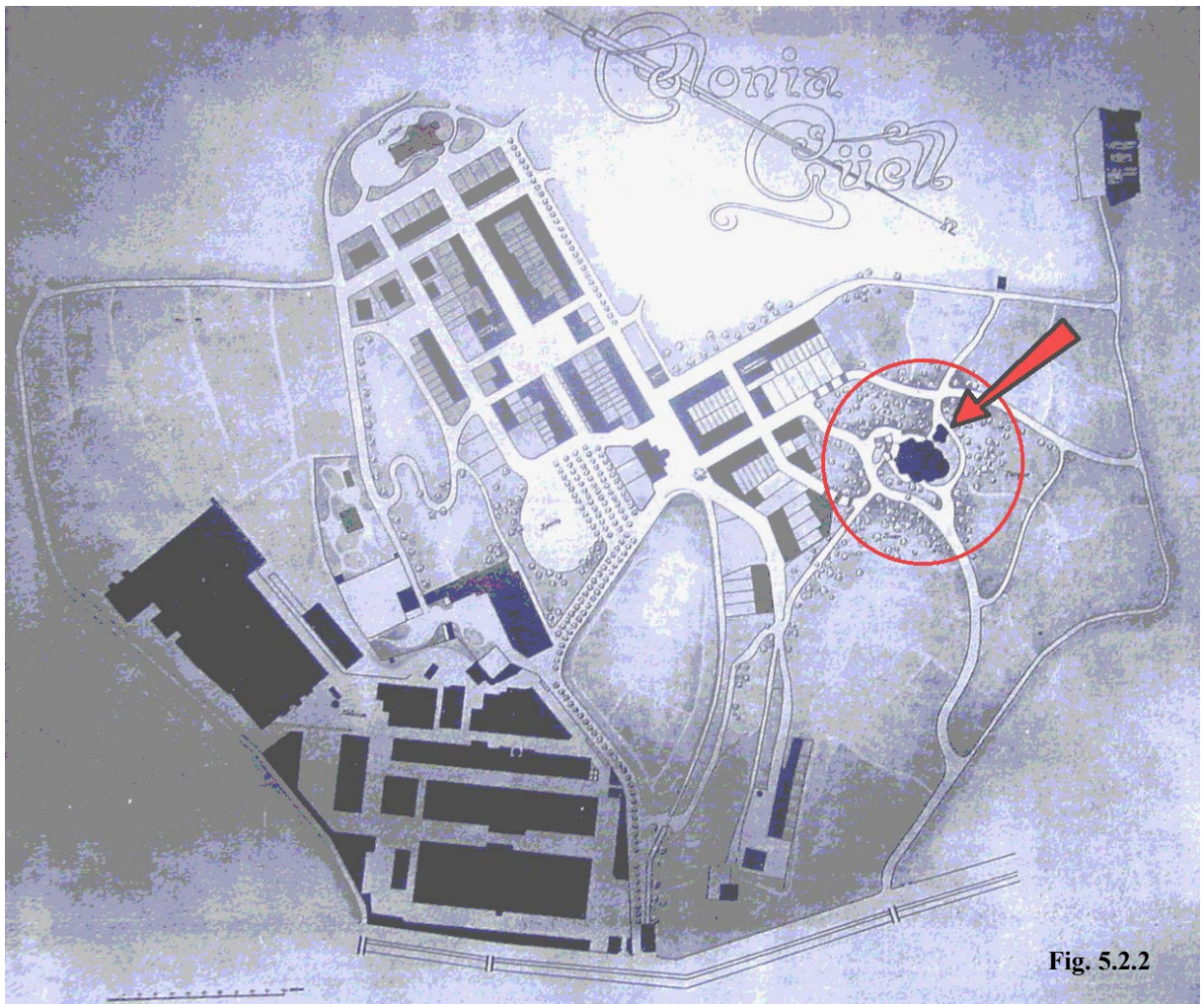


Fig. 5.2.2

materialització física del model. Actualment pels voltants de la cripta tan sols trobem escampats alguns pilars de pedra, que ajaguts esperen encara l'hora de ser alçats al seu lloc, però no es reconeix cap rastre d'aquest obrador. Simplement per les fotografies conservades podem veure que tenia unes dimensions considerables en altura per poder albergar el grandios model, i per un plànol (fig. 5.2.2) de tot el sector sabem que estava construït al costat mateix de l'església, a la banda de ponent.

Aquest model fou estudiat amb detall en la tesi doctoral de Jos Tomlow i reproduït amb la col·laboració conjunta de l'Institut für leichte Flächentragwerke de la Universitat de Stuttgart (Alemanya) i del grup Gaudí de la Universitat Tècnica de Delft (Holanda). La publicació de Frei Otto "*IL 34, El Modelo*", Universitat de Stuttgart, 1989, detalla amb escreix aquest laboriós procés de reconstrucció. El model reconstruït va permetre, molts anys després del seu deteriorament i de la pèrdua definitiva, visualitzar i entendre el projecte de la Colònia Güell, tot sencer. Això representà una important novetat, ja que no va sobreviure cap plànol després dels desastres de la guerra espanyola. Després de viatjar per exposicions de tot el món, actualment aquest model es conserva de forma permanent al Museu del Temple de la Sagrada Família.

La mateixa publicació explica l'existència d'un model que correspon a un projecte previ d'aquest mateix encàrrec a la Colònia Güell. Jos Tomlow troba només una fotografia d'aquest altre model, però amb l'estudi minuciós d'aquest únic testimoni extreu l'existència d'un projecte previ, amb una geometria molt més senzilla que el posterior projecte definitiu, però amb un projecte ja madur que l'avalua. Partint de l'estudi de Jos Tomlow nosaltres hem volgut reconstruir aquest model previ, que trobem interessant perquè la seva simplicitat el fa més assequible a la comprensió i a l'anàlisi.

Sobre l'existència d'un tercer model, només tenim el testimoni d'un plànol de l'obrador de Gaudí a la Sagrada Família, fet segurament per Isidre Puig Boada, Francesc Quintana o algun altre deixeble de Gaudí en aquells temps, i que es conserva al Museu del Temple de la Sagrada Família. En aquest plànol hi ha dibuixat un armari i amb un número ressenyat a la llegenda s'indica que hi havia a dins un model funicular. Jordi Bonet ha pronunciat la hipòtesi que aquest model funicular podria ser un estudi parcial de la Sagrada Família. Però la falta de dades no ha permès fins ara confirmar o desmentir si era un model parcial de les naus del temple. De totes maneres a l'Espai Gaudí, les golfes de la Pedrera rehabilitades com a museu per visitar, s'han afanyat a reconstruir a petita escala aquest model per exposar-lo en una de les moltes vitrines de l'exposició.

Per altra banda es conserva també una gravació d'una de les monges que van cuidar Gaudí i que l'ajudava en les tasques domèstiques de neteja. Aquest testimoni relata que a les golfes de la casa on va residir Gaudí, al parc Güell, hi havia uns "fils d'emplomar que penjaven". La falta de dades respecte a aquesta qüestió impedeix assegurar que es tractés d'un altre model o simplement d'estudis de petits elements. En qualsevol cas, això confirma i reforça el fet que la tècnica dels models era una eina bàsica i fonamental en la manera de projectar de Gaudí per calcular l'estabilitat de les formes que proposava.

Comentarem aquests tres models (projecte definitiu de la Colònia Güell, projecte previ de la Colònia Güell i naus de la Sagrada Família) amb més detall en cada un dels tres apartats que segueixen (5.2, 5.3 i 5.4), però abans volem remarcar tres qüestions bàsiques que afecten en general tots els models penjats i que sempre cal considerar prèviament a l'execució d'un model.

a) Són realment catenàries?

Quan es fan els models amb cadenes amb la intenció que el pes de la cadena representi, a escala, el pes de la volta o de l'element construït, cal tenir en compte que la cadena suspesa

sempre serà continguda en un pla si no rep al damunt seu altres cadenes que la deformin. En aquest sentit, la cadena representa un fragment de la volta, una llesca, i el seu pes constant al llarg de la seva longitud tindrà raó de ser quan la llesca considerada tingui, pertot arreu, el mateix gruix. Això és així quan es consideren voltes cilíndriques, en les quals els plans de secció d'aquesta porció són paral·lels entre si i perpendiculars a la directriu de la volta. Però quan es tracta de cúpules, el fragment considerat no serà delimitat per dos plans paral·lels sinó per dos plans radials, i el segment de cúpula considerat tindrà la forma de sector circular i anirà augmentant el gruix a mesura que s'allunyi del centre.

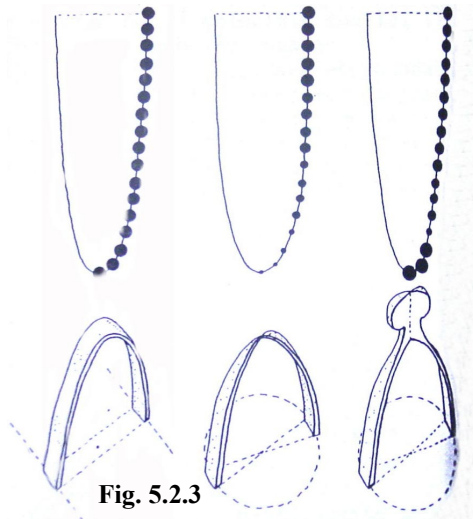


Fig. 5.2.3

En aquest darrer cas, el pes de la cadena no pot ser igual en tota la seva longitud, sinó que ha d'anar augmentant a mesura que s'allunya del vèrtex de la cúpula, i per tant la corba resultant ja no és una catenària. De fet, la corba que en resulta és la que trobà Bouguer en la seva anàlisi de la cúpula òptima. Aquest tema ja el va considerar Poleni i també el va tenir en compte Jos Tomlow quan s'enfrontà al projecte de reconstruir el model perdut de Gaudí.⁹ El seu dibuix resulta molt gràfic per il·lustrar aquesta qüestió (fig. 5.2.3).

b) Gir o inversió dels models?

En la tècnica dels models cal plantejar-se aquesta qüestió. No és el mateix girar el projecte 180° que fer-ne una inversió o reflectir-lo en un mirall. Si es vol fotografiar el mirall, el projecte ha de fer-se invertit (dreta-esquerra) perquè la imatge en el mirall sigui real. Si es vol fotografiar el model de cordills cal tenir present que la imatge en el mirall serà invertida. Els projectes amb planta simètrica no tenen necessitat de plantejar-se aquesta qüestió, però en el cas de la cripta de la Colònia Güell, en el qual la planta és clarament dissimètrica, sí que calia plantejar-la. No és el mateix que l'escalinata d'accés faci la volta per la dreta que per l'esquerra.

Tomlow detecta testimonis contradictoris en aquesta qüestió en el model de la Colònia Güell. D'una banda Isidre Puig Boada cita la descripció que va fer del model Joan Berga Pascual:

La maqueta funicular era penjada d'una plataforma de fusta; els saquets eren de perdigons fins. A sota hi havia una taula gran dividida en plafons separables folrats de zinc. En aquests plafons es dibuixà la projecció dels funicles amb un burí, per al replantejament posterior de l'obra.

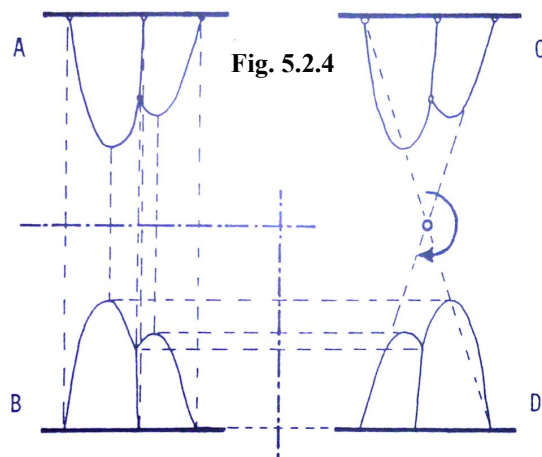


Fig. 5.2.4

⁹ Els estudis de Bouguer i Poleni ja els hem comentat amb detall suficient en el capítol 3 d'aquesta tesi.

Aquest testimoni explica que Gaudí havia pensat, inicialment, aprofitar les capacitats reflectores d'aquest metall gravable per copiar i construir el reflex del model com seria en un mirall. Tot i això, Jos Tomlow apunta la possibilitat que Gaudí va canviar la manera de procedir. L'altre testimoni són les fotografies que extreia del model. Gaudí les girava 180° i les pintava per aconseguir visualitzar millor el projecte. En aquest segon cas hi havia, a més, l'avantatge que el model i l'obra eren coincidents, no pas una reflex de l'altre, i s'evitava la confusió que causava la reflexió-inversió. De fet, aquest canvi nosaltres l'entem com un argument més a favor del caràcter autodidacta de Gaudí, pioner en solitari d'una tècnica nova, sense referències ni antecedents.

c) Quines escales cal utilitzar en la tècnica dels models?

Quan en una maqueta reduïm les dimensions lineals d'una obra, per exemple, deu vegades, les mesures de superfície es reduiran cent vegades (10·10) i els volums es reduiran mil vegades (10·10·10). El volum, segons el pes específic del material emprat, ens donarà els pesos o les forces que actuen en l'obra que s'analitza, i aquestes forces aplicades a les superfícies de les diferents seccions que vulguem considerar ens donaran les tensions, les quals podrem comparar amb les tensions de ruptura del material segons resultats d'assajos previs.

És per això que determinar les escales de longituds i pesos que cal utilitzar en un model funicular o catenari és una qüestió prou important i crec que mereix una atenció especial.

En el seu model de la Colònia Güell, Gaudí utilitzà l'escala 1/10 per a les longituds i 1/10.000 per als pesos. En canvi l'equip de Jos Tomlow usà les escales 1/15 per a les longituds i 1/100.000 per als pesos. La pregunta que resta és: quina és la millor proporció entre l'escala de longituds i l'escala de pesos en el treball amb models funiculars?

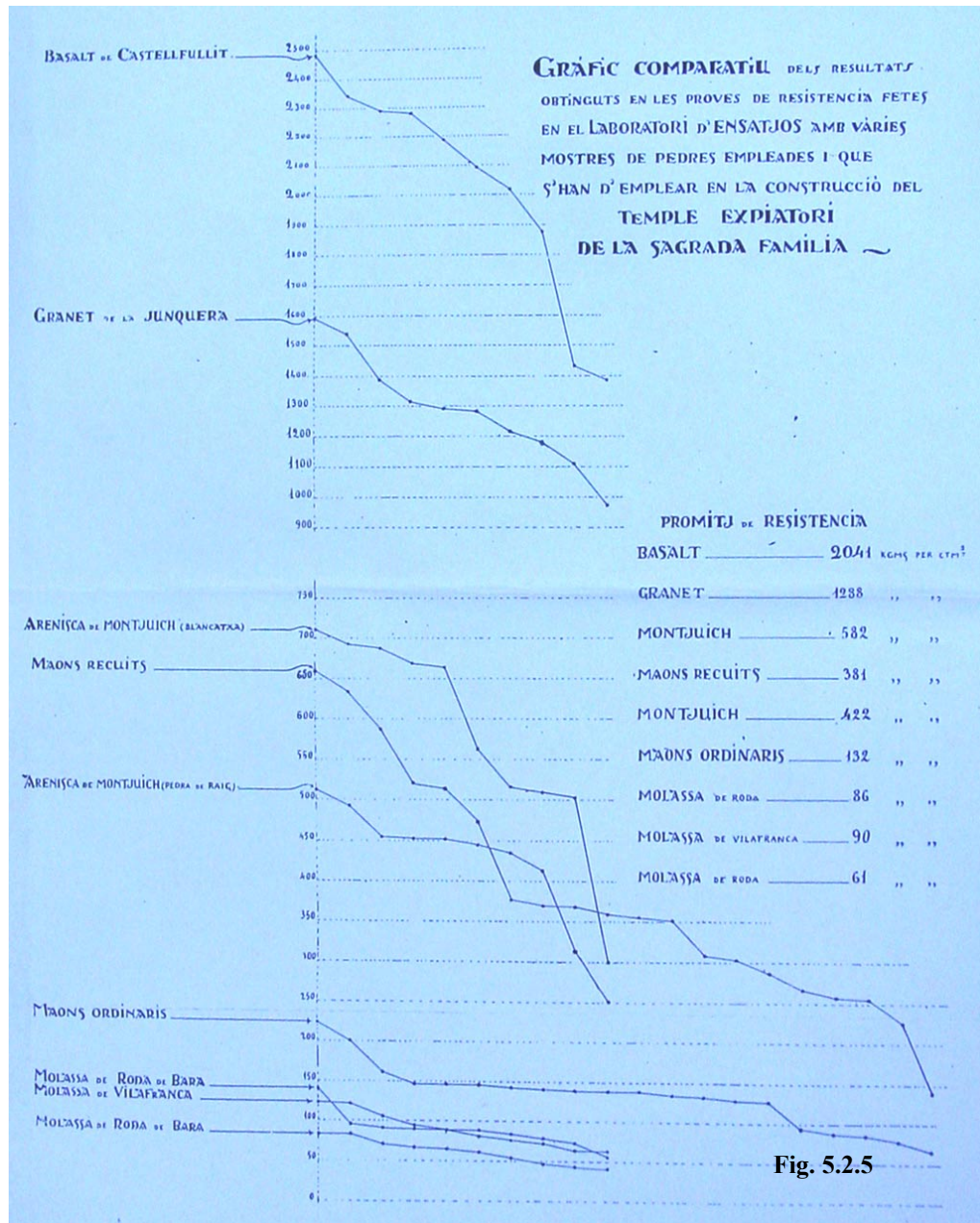
Quan es considera que les cadenes o els fils són inextensibles, és a dir, que no es poden allargar independentment del valor de la tracció a què estiguin sotmesos (són indeformables), aleshores l'escala de pesos pot estar en qualsevol relació respecte de l'escala de longituds utilitzada. En canvi, sí que és important la relació entre els diferents pesos i la posició de cada un d'aquests pesos.

Aquest plantejament és adequat quan es desitja trobar la geometria, la forma que adopta el cable en una certa posició d'equilibri. Així, en aquestes condicions veurem que quan un cable és sotmès a un sistema de càrregues verticals, paral·leles, la posició que adopten els nodes d'on pengen les càrregues és la mateixa independentment de l'escala adoptada per afectar el valor d'aquestes càrregues.

Però aquest sistema quedaria limitat a la simple obtenció de l'esquelet geomètric bàsic, format per les línies dels eixos de les diferents barres, si un cop superada aquesta fase prèvia no ens preocupéssim de les tensions que ens permetran donar diferents gruixos a les barres, que donaran forma i massa al projecte.

Aquest procés de dimensionar cada una de les seccions de totes les barres del model requereix dues dades bàsiques: d'una banda, la resistència dels materials utilitzats, i d'altra banda, l'esforç de tracció en cada punt que es pretengui dimensionar. Com que la tensió és la relació entre l'esforç i la superfície o àrea que afecta ($\sigma = N/A$), considerant els marges de seguretat pertinents, es podrà obtenir l'àrea necessària en cada punt en què es mesuri l'esforç de tracció.

Sabem que Gaudí experimentà assajos de ruptura per compressió amb diferents materials petris per conèixer els valors de les tensions límit. Aquests assajos es realitzaren al laboratori de materials de l'Escola Industrial i els resultats van ser publicats a l'anuari de l'Associació d'Arquitectes (fig. 5.2.5).



Un dels problemes més significatius d'aquest mètode de treball és l'obtenció de les forces de tracció directament del model. Gaudí i els seus col·laboradors, per aconseguir-ho, intentaren mesurar en el model aquests esforços i per fer-ho utilitzaren dinamòmetres. Els valors obtinguts calia transformar-los segons les escales utilitzades, l'escala de longituds i la de pesos, i així era possible comprovar que les suposades seccions inicials, que serviren per fer una primera avaluació dels pesos, eren correctes i respectaven les tensions últimes en cada punt de cada cadena. El procés de dimensionar les seccions passa per trobar les tensions en

cada punt i per comprovar en cada cas que treballin per sota de la tensió límit de ruptura a compressió del material.

A partir d'aquest punt, i sabent per la llei de Hooke que tota tensió implica una deformació, segons el mòdul elàstic del material ($\sigma = E \cdot \varepsilon = (N/A) \cdot (\Delta L/L)$), es complica el tema de les escales a utilitzar en el model.

Quan es desitja que el model estereostàtic serveixi també per fer un estudi de les deformacions, dels diferents escurçaments de les barres comprimides, aleshores cal considerar també una escala adequada per al mòdul elàstic (E) i buscar un material per a la maqueta que l'acompleixi.

Per il·lustrar aquesta qüestió, oferim un simple exemple que podria correspondre a un determinat volum construït, d'un material petri, que descarrega el seu pes en dos pilars d'una secció determinada:

	<u>Model real</u>		<u>Model segons escala Gaudí</u>		<u>Model segons escala Tomlow</u>	
	<u>Escala natural</u>		<u>1 /</u>	10.000	<u>1 /</u>	100.000
Escala pesos:	1 /	1	1 /	10.000	1 /	100.000
Pes total	10.000	kp	1,0000	kp	0,1000	kp
Núm. parts	5		5		5	
Pes parcial	2.000	kp	0,2000	kp	0,0200	kp
Reacció	5.000	kp	0,5000	kp	0,0500	kp
Escala dimensions:	1 /	1	1 /	10	1 /	15
Dimensions del pes:						
Ample	8,00	M	0,80	M	0,53	m
Alt	1,00	M	0,10	M	0,07	m
Gruix	0,50	M	0,05	M	0,03	m
Densitat del pes	2.500	kp/m ³	250,00	kp/m ³	84,38	kp/m ³
Dimensions dels pilars:						
	0,50	M	0,05	M	0,03	m
	0,50	M	0,05	M	0,03	m
Escala de tensions:	1 /	1	1 /	100	1 /	444,44
Tensió	20.000,00	kp/m ²	200,00	kp/m ²	45,00	kp/m ²
=	2,00	kp/cm ²	0,02	kp/cm ²	0,0045	kp/cm ²

Ni el model de Gaudí ni el de Jos Tomlow es varen fer pensant en aquesta mena d'anàlisi de les deformacions. El mateix Gaudí deia que es quedava prou lluny de la tensió límit de ruptura i per tant és de suposar que les petites deformacions, que poguessin produir unes tensions més aviat baixes, eren menystingudes.

Si comparem, en aquest exemple, els models de Gaudí i de Jos Tomlow amb el model a escala natural veiem que els materials que caldria utilitzar en els models no tenen la mateixa densitat, haurien de ser materials molt més lleugers, i si ens fixem en els pilars (reacció per

unitat de superfície) podem veure que l'escala de les tensions tampoc és coincident amb l'original.

	<u>Model teòric 1</u>		<u>Model teòric 2</u>		<u>Model teòric 3</u>	
Escala pesos:	1 /	1.000	1 /	3.375	1 /	2.500
Pes total	10,0000	kp	2,9630	kp	4,0000	kp
Núm. parts	5		5		5	
Pes parcial	2,0000	kp	0,5926	kp	0,8000	kp
Reacció	5,0000	kp	1,4815	kp	2,0000	kp
Escala dimensions:	1 /	10	1 /	15	1 /	50
Dimensions del pes:						
Ample	0,80	M	0,53	M	0,16	m
Alt	0,10	M	0,07	M	0,02	m
Gruix	0,05	M	0,03	M	0,01	m
Densitat del pes	2.500,00	kp/m ³	2.500,00	kp/m ³	125.000,00	kp/m ³
Dimensions dels pilars:						
	0,05	M	0,03	M	0,01	M
	0,05	M	0,03	M	0,01	M
Escala de tensions:	1 /	10	1 /	15	1 /	1
Tensió	2.000,00	kp/m ²	1.333,33	kp/m ²	20.000,00	kp/m ²
=	0,20	kp/cm ²	0,13	kp/cm ²	2,00	kp/cm ²

En aquest segon quadre exposem les relacions més avantatjoses, des del punt de vista de l'anàlisi, entre les diferents escales.

En les dues primeres columnes (models teòrics 1 i 2), l'escala de pesos és el cub de l'escala de longituds ($10^3 = 1.000$ i $15^3 = 3.375$). En tots dos casos es conserva la densitat del material (2.500 kp/m^3), la qual cosa significa que la maqueta es podria fer amb el mateix material que en la realitat, pedra en aquest cas. Però les tensions en el material serien reduïdes en la mateixa escala que les longituds.

En la darrera columna veiem que quan l'escala de pesos és el quadrat de l'escala de longituds ($50^2 = 2.500$) sí que s'obtenen les tensions reals, però el material utilitzat en la maqueta hauria de ser molt més dens que el real (125.000 kp/m^3), la qual cosa no sembla viable.

En definitiva, en el cas que es vulgui fer una anàlisi que tingui en compte les deformacions axials degudes a les tensions de tracció (en el model) o de compressió (en la realitat), cal tenir molt en compte quin material s'utilitza (densitat, mòdul elàstic...), i sobre les escales de pesos i de longituds podem concloure després de tot l'exposat que la relació del cub es presenta com la més favorable.

Fig. 5.3.1



5.3 El model estereostàtic de la Colònia Güell

Els artífexs del model original

Segons narra Joan Bergós,¹⁰ l'equip investigador que treballà en els models de la Colònia Güell el formaren, a més a més de Gaudí, el seu col·laborador incondicional, Francesc Berenguer, l'arquitecte català Josep Canaleta i l'enginyer alsacià Eduard Goetz, que, segons Bergós, havia treballat a la companyia d'Aigües de Barcelona.

Francesc Berenguer i Mestres era, segons el mateix Gaudí, la seva mà dreta. Josep Lluís Ros Pérez ha estudiat Berenguer amb detall i ha pogut identificar la seva retolació en alguns esbossos sobre el model en procés d'elaboració. És significatiu que la mort de Berenguer, l'any 1914, coincideix amb l'aturada de les obres de construcció de l'església, que s'havia iniciat el 1908, després de deu anys de treball amb el model penjat (1898-1908). Altres causes, juntament amb això, provocaren l'aturada de l'obra: la crisi econòmica que arribà a la indústria tèxtil després de la Primera Guerra Mundial, la malaltia i la desaparició del mecenes Eusebi Güell i Bacigalupi i el fet que els seus successors no mostraren el mateix entusiasme pel projecte que havia mostrat el pare.

Josep Canaleta i Cuadras acabà la carrera d'arquitecte l'any 1902 i va col·laborar amb Gaudí fins al 1911 aproximadament. Va ser present a l'obra de la Pedrera, a la Sagrada Família com a dibuixant i calculista, i a la Colònia Güell amb la maqueta estereostàtica. Així, doncs, el seu perfil se'ns mostra com el d'un col·laborador de caràcter tècnic.

Eduard Goetz Maurer va néixer a Mülhausen (departament de l'Alt Rin), a França, el 20 de juliol de 1858. La família de Goetz emigrà a Barcelona i s'hi estigué de 1879 a 1884. Eduard estudià la carrera d'enginyer a l'ETS d'Enginyers Industrials de Barcelona i es titulà l'any 1887 en les especialitats de Mecànica i Química. Com a enginyer mecànic era especialista en el tema dels models i que fou ell qui va realitzar els càlculs per a la construcció del model de la Colònia. Treballà el 1892 a l'empresa Altos Hornos de Bilbao, i sabem gràcies a unes nòmines conservades a la Càtedra Gaudí que després, des de 1892 fins a 1910, dissenyà motors elèctrics, motors a gas, forns, generadors a vapor i altres màquines per a tallers i petites fàbriques. En canvi, no s'ha pogut documentar la referència de J. Bergós a la companyia d'Aigües de Barcelona (o Societat General d'Aigües de Barcelona).¹¹ És important fer notar d'aquesta història biogràfica que Goetz arribà a Barcelona amb 11 anys d'edat i que no estudià mecànica a l'Alsàcia o al sud d'Alemanya, sinó a Barcelona, on després s'establí definitivament. Així, no sembla versemblant la hipòtesi que Goetz fos qui va portar de l'estranger el mètode de treball amb models, sinó que veiem que simplement era un enginyer al servei de Gaudí, que era realment l'autèntic cervell de l'innovador mètode.

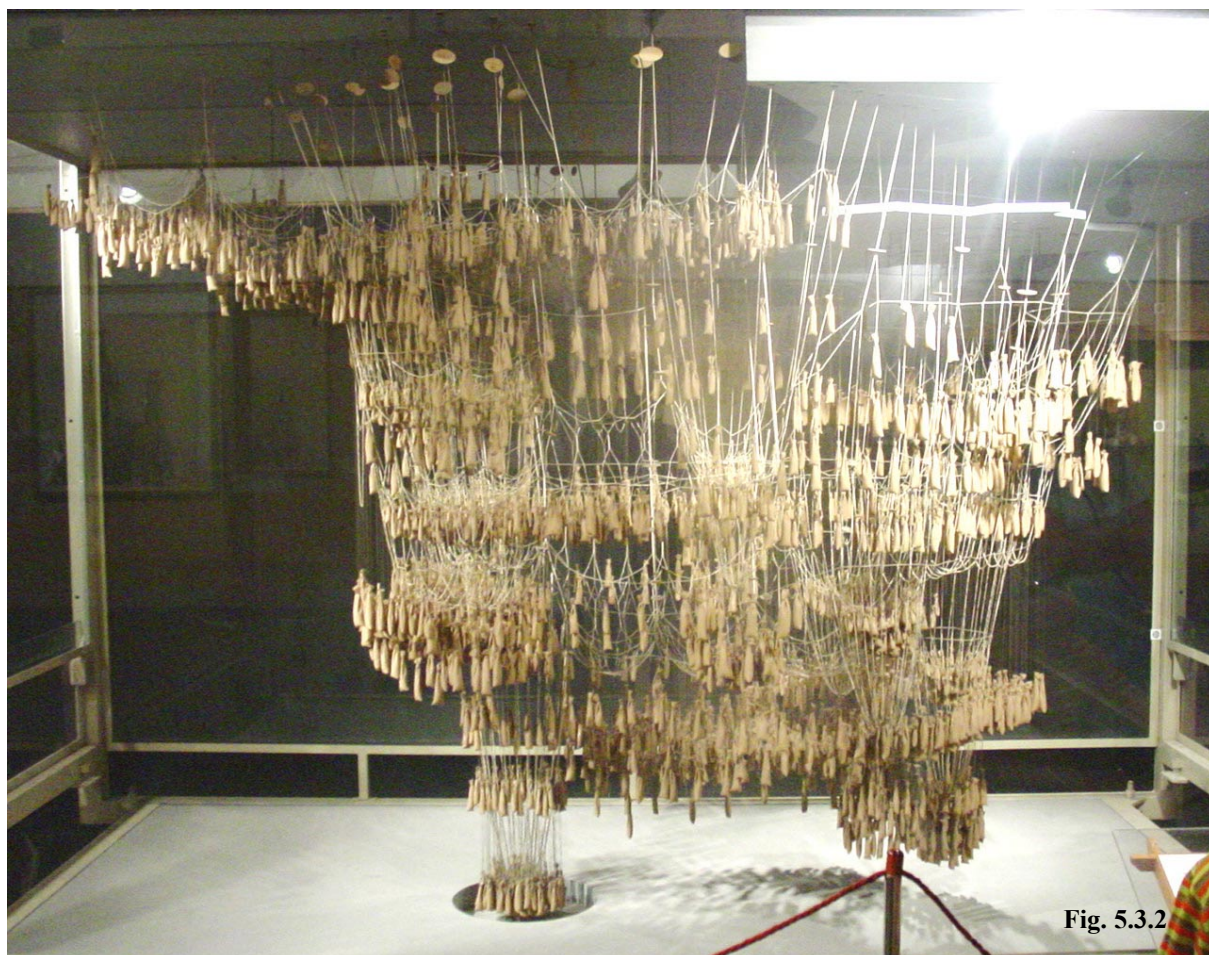
Una altra persona amb un paper molt important fou Vicens Villarrubias, de professió escultor però empleat de Güell com a fotògraf, que ja havia treballat amb l'equip de Gaudí en la restauració de la catedral de Palma de Mallorca. La cura amb què s'efectuà la tria de les posicions de la càmera i del model és una mostra de la importància de la seva tasca. Aquestes

¹⁰ BERGÓS, Joan. *Antoni Gaudí: L'home i l'obra*. Barcelona, 1954, pàg. 87.

¹¹ Dades facilitades per Guillem Font Boix per a la tesi de Jos Tomlow.

fotografies varen ser utilitzades per Gaudí com una ajuda essencial en el procés de disseny del projecte i en l'elaboració del model. Les fotografies no van ser un simple record de les diferents fases del procés, sinó que servien per comparar les variants que s'anaven incorporant al projecte. Gaudí va aprofitar aquestes fotografies per aconseguir imatges en perspectiva del projecte. Les teles blanques que vestien el model permetien fàcilment donar color i ombres a les fotografies, i aquestes fotografies, invertides, van permetre mostrar al públic imatges de l'obra acabada, amb els colors dels materials previstos, des de l'interior o des de l'exterior. Van ser justament les fotografies la documentació de més vital importància a l'hora de plantejar la reconstrucció del model.

També podem citar dins d'aquest equip humà Joan Rubió i Bellver, que aleshores participava encara activament en els projectes que desenvolupava Gaudí. Rubió, dins l'entorn de Gaudí destacà com a col·laborador en el vessant tècnic i en els càlculs estructurals, i és per això que sembla evident la seva participació en la maqueta funicular. Una prova de la proximitat de Rubió amb el projecte de Santa Coloma de Cervelló és el fet que fins i tot arribà a construir alguns projectes, cedits per Gaudí, de diverses edificacions dins del recinte de la mateixa Colònia, juntament amb Berenguer.



Resum històric de la reconstrucció del model

El primer d'intentar la reconstrucció del model de la Colònia Güell va ser Isidre Puig Boada, deixeble directe de Gaudí. Després, Yasuo Matsukura, prenent com a base els estudis de Puig Boada, profunditzà àmpliament en el tema.

Finalment la reconstrucció del model culminà gràcies a l'esforç conjunt de Reiner Graefe, Arnold Walz i Jos Tomlow. Els dos primers, representants de l'Institut per a Estructures Superficials Lleugeres (IL) de la Universitat de Stuttgart, lloc on es materialitzà la reconstrucció, sota la direcció de Frei Otto. El darrer, Jos Tomlow, del Grup Gaudí de l'Escola Superior Tècnica de Delft (TH Delft), sota la direcció de Jan Molema.

Les fonts que van permetre la reconstrucció són, a més a més dels estudis previs mencionats:

- a) Una sèrie de 19 fotografies que mostren el model en diferents fases de la seva execució i una sèrie de 6 fotografies repintades per Gaudí, totes fetes pel fotògraf Vicens Villarrubias.
- b) Part d'un quadern de dibuix on hi ha esbossos d'arcs, plànols de càrregues, un plànol de coordenades dels punts de suspensió, indicacions dels materials...
- c) Un saquet de lli del model original, de color gris fosc i ple de perdigons de plom.
- d) Una sola fotografia que correspon a un model previ, anterior, o un avantprojecte de la cripta de la Colònia Güell.
- e) Dues estereofotografies, desenfocades, amb llurs negatius, on és visible l'interior de l'espai on penjava el model amb les fotografies repintades penjades a les parets.

Cal mencionar també, com a dades que es tingueren en compte en la reconstrucció, la part ja construïda del projecte, és a dir, la cripta, i les abundants restes de columnes, capitells i pedres de construcció escampades pel solar.

Finalment, l'encàrrec de la reconstrucció, que es va fer al gener de 1982, s'acomplí amb un excel·lent resultat al cap d'un any, al gener de 1983. Calgueren gairebé 5.000 hores de treball per dur-lo a terme que es concentraren, sobretot, en els darrers sis mesos. Pel que fa a la cronologia del seu treball, Jos Tomlow no menciona cap tasca significativa durant el primer mig any; només el repartiment de feines als diferents participants i algunes decisions bàsiques i fonamentals per poder iniciar la tasca de reconstrucció encomanada.

Un dels aspectes més rellevants de la feina realitzada per Jos Tomlow fou la de reconvertir les fotografies de la maqueta en perspectives, tal com feia Gaudí, i així va fer possible visualitzar amb molta més claredat la forma arquitectònica que Gaudí proposava (fig. 5.3.3 i 5.3.4).

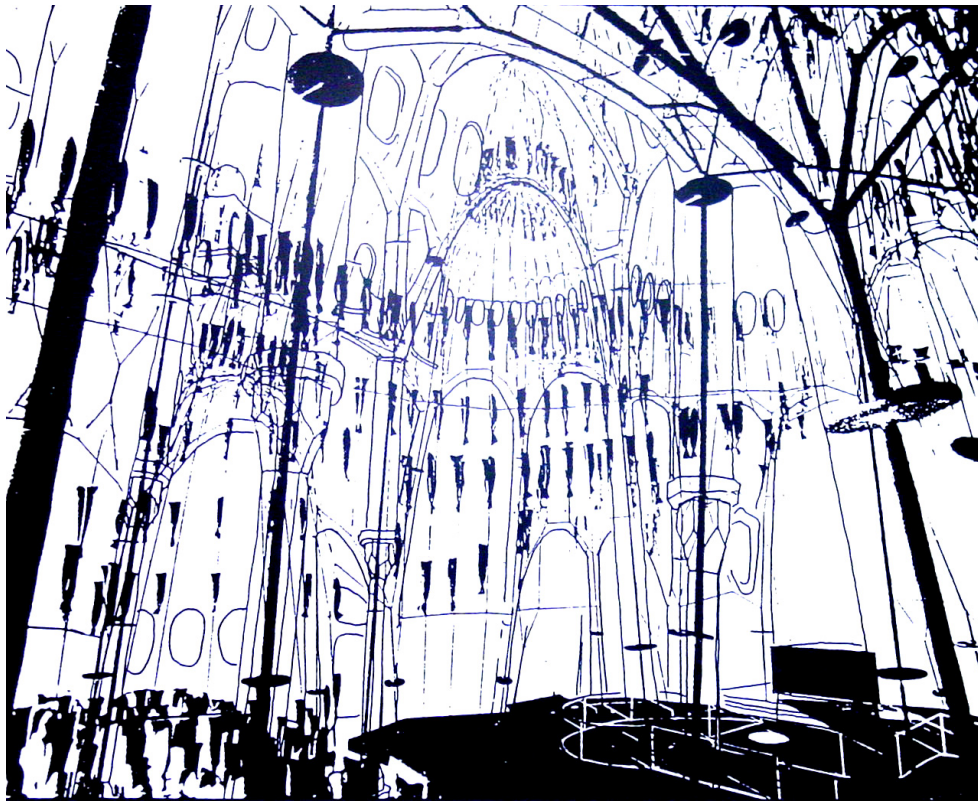


Fig. 5.3.3

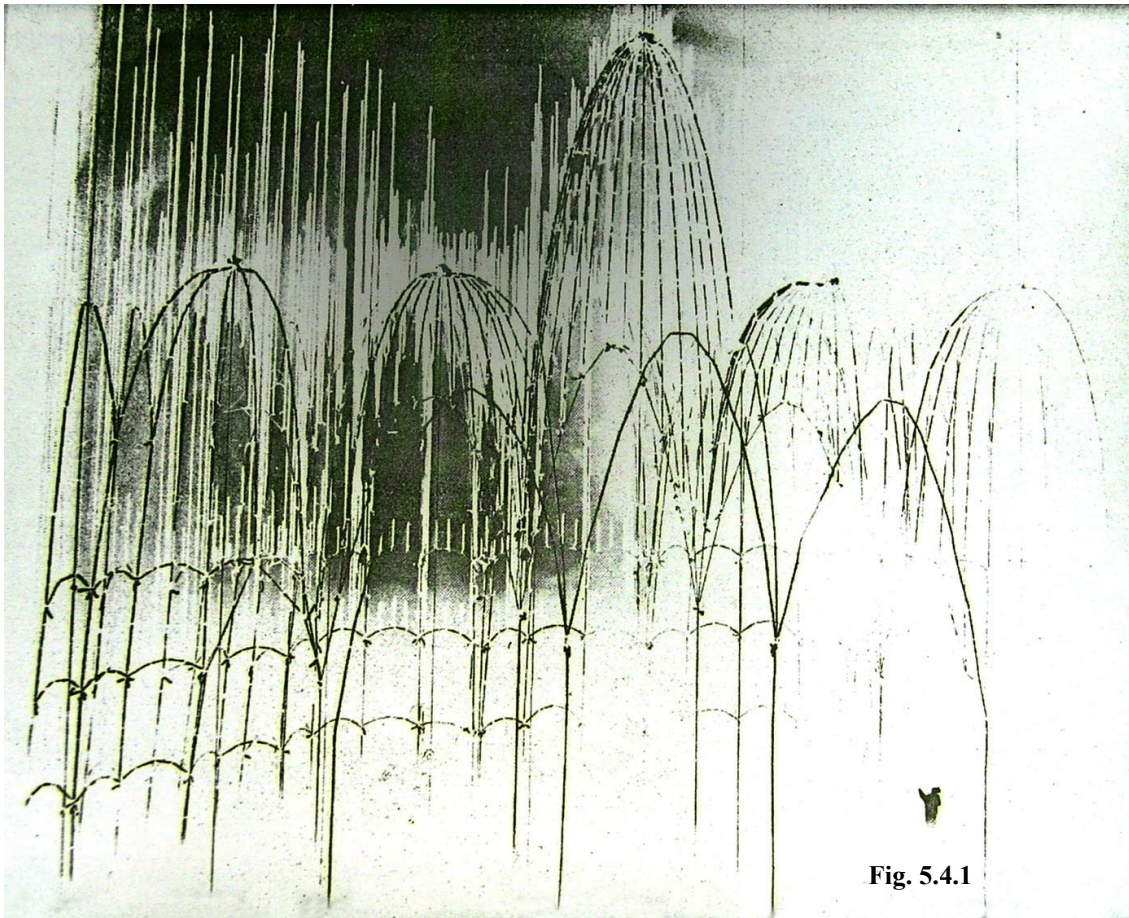


Fig. 5.3.4

5.4 El projecte previ de l'església de la Colònia Güell

Antecedents en l'estudi del projecte

Com a base de partida s'ha considerat l'estudi minuciós que va fer Jos Tomlow a partir de l'única fotografia testimoni d'aquest projecte previ, publicat a la revista *IL-34, El Modelo*, l'any 1989 (fig.5.4.1).



Jos Tomlow analitzà la fotografia i deduí el recorregut dels fils, i veié que la maqueta només contenia el conjunt dels fils d'una meitat i que, en canvi, l'altra meitat tan sols contenia els fils principals necessaris per configurar la volumetria bàsica. La simetria del projecte previ va permetre aquesta solució, que ja no va ser possible en la maqueta del projecte definitiu, el qual trencà la simetria amb l'escalinata d'accés al pis superior.

Se suposa que aquesta manera de fer una maqueta oberta només pot ser per facilitar una òptima visió de l'interior i la presa de fotografies d'aquest interior, la qual cosa interessava a Gaudí. Perquè no es desequilibrés, Gaudí havia col·locat uns cables verticals de dalt a baix just a l'eix on es produïa la secció i com que estaven fortament tensats podien assumir les empentes d'una meitat, encara que manqués l'altra, amb mínimes deformacions. Jos Tomlow esbossà la planta i una secció d'aquest mig model.

Gràcies al fet que Gaudí inclogué en el model una petita silueta humana, que apareix a la fotografia, Jos Tomlow arribà a deduir, fins i tot, les dimensions bàsiques d'aquest projecte previ, i arribà a esbossar la planta del projecte complet, en diferents cotes d'alçada, la secció i algunes vistes interiors (fig.5.4.2).

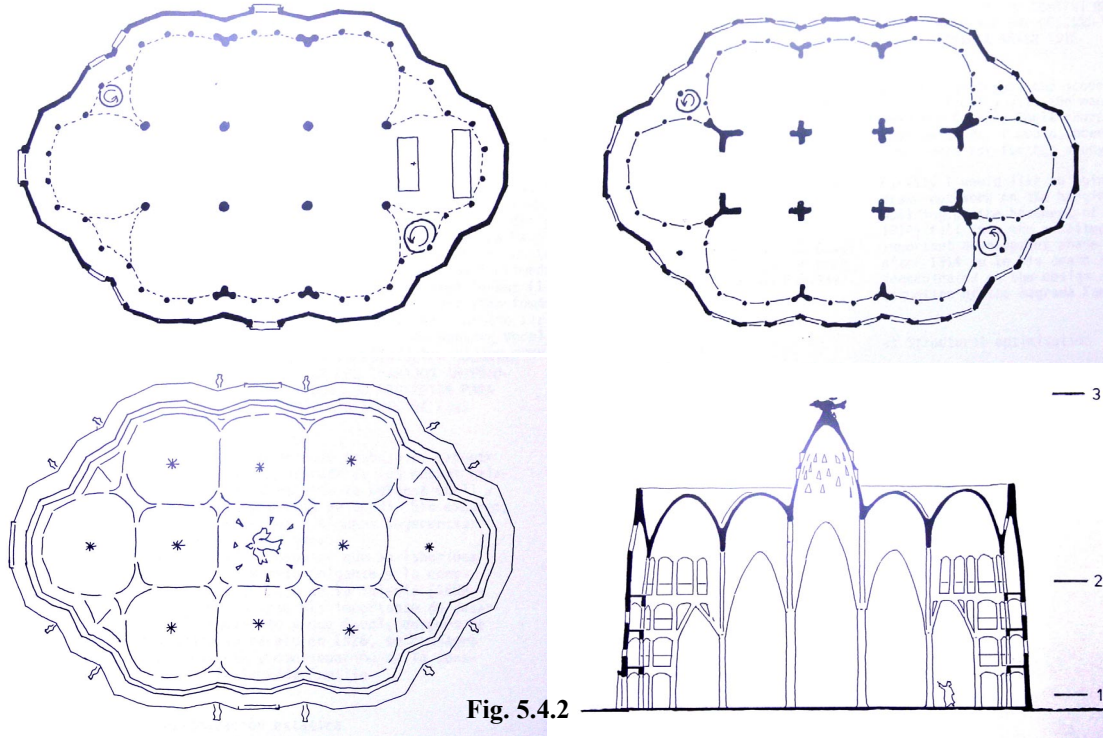


Fig. 5.4.2

Aquestes dades són les que hem considerat nosaltres com a punt de partida però, tot i que semblen força completes, aviat ens sorgiren infinitat de dubtes i imprecisions al respecte.

Tal com hem comentat, la planta, la secció i les vistes de Jos Tomlow eren esbossos dibuixats a mà alçada, no eren plànols fets a mida. Aviat descobrírem irregularitats importants en la distribució radial dels nervis, falta de simetria en punts clarament simètrics i imprecisions de localització dels vèrtex de les cúpules principals... que ens feren replantejar-nos seriosament tot el tema dimensional.

Objectius de la reconstrucció del model

La reconstrucció de la maqueta estereostàtica del projecte previ de l'església de la Colònia Güell el considerem un treball positiu no sols pel fet que recupera la visió espacial d'un projecte en el qual Gaudí va estar treballant, sinó també perquè és útil per recuperar i entendre millor el seu singular mètode de treball simultani de disseny de la geometria i de càlcul mecànic, és a dir, el seu mètode de generar la forma a partir de models penjants de cables i pesos.

Des de l'òptica dels mitjans actuals, aquesta reconstrucció cal plantejar-la amb el pas previ d'una reconstrucció virtual abans de la reconstrucció física i material. Aquesta reconstrucció virtual prèvia, és a dir, el dibuix d'un model 3D fet amb CAD, permet, a més, si s'utilitza el

programari adient, processar l'estructura de cables i, segons l'estat de càrregues establert, obtenir les tensions a cada cable de tota l'estructura.

Gaudí, amb el seu mètode, tenia present la importància d'obtenir les tensions en cada punt per dimensionar, segons la capacitat del material de construcció, cada secció de cada element. Per això Gaudí intentà fer-ho utilitzant dinamòmetres, però els relats que es conserven testimonien que això va ser una feina molt feixuga.

Gràcies a aquest programari desenvolupat per Ramon Sastre a la UPC podem obtenir allò que Gaudí perseguia però que li costava tant: les tensions en cada punt, en cada cable. A més, el programa de càlcul dóna també les deformacions i els desplaçaments de cada punt. Això significa que a partir d'una geometria base inicial s'obté la geometria més pròxima que, segons les càrregues, està en estat d'equilibri mecànic, és a dir, la geometria realment buscada en el projecte.



Fig. 5.4.4

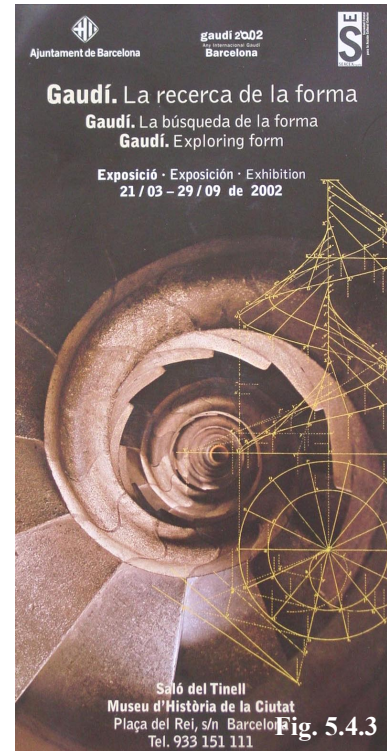


Fig. 5.4.3

Aquesta visió més global del significat de recuperar el model és el que dóna sentit a l'esforç invertit i que finalment ha culminat amb la maqueta esterostàtica exposada al Saló del Tinell de Barcelona dins l'exposició "Gaudí. La recerca de la forma" del 21 de març de 2002 al 29 de setembre de 2002.



Fig. 5.4.5

A la fig. 5.4.3 mostrem el cartell de l'exposició, i a les dues següents, unes fotografies del model durant la fase de muntatge, abans d'acabar la col·locació de tots els pesos.

5.4.1 La reconstrucció virtual

Plantejament de partida

Cal considerar la diferència entre la geometria inicial, o geometria base, de la maqueta de cables, i la geometria final, o geometria resultant, fruit de la deformació deguda a les càrregues i a les interrelacions entre els diferents cables que representen arcs i voltes que sovint es recolzen els uns sobre els altres i no pas sobre suports immòbils.

En intentar reproduir el mètode de Gaudí per generar la forma del projecte, és lògic suposar que la forma inicial concebuda era constituïda per formes, superfícies o volums que partien dels elements geomètrics més senzills (rectes, plans...) i que anaven fins a altres de relativament coneguts i formulables (cilindres, cons, esferes, paraboloides, hiperboloides, helicoides, conoides...). El conjunt de tots aquests elements, presents en la imatge mental de l'arquitecte, dóna una forma prèvia inicial. Aquesta és, doncs, desmembrable en diferents elements simples i geomètricament perfectes. Així és com s'explicaria el projecte i així és com es pot comprendre. Però, en muntar i carregar aquesta forma inicial, els diferents elements s'han d'adaptar entre ells, el model es deforma i la perfecció dels diferents elements simples es perd. La complexitat del projecte que s'està modelant fa difícil preveure com es deformarà aquest model. Molts arcs es connecten entre si. Hi ha moltes interrelacions i molts nivells de superposició, i buscar el nou equilibri, considerant el problema espacial, amb els pesos propis i les càrregues de l'estructura, és molt difícil de fer analíticament. L'experiència pràctica amb el model és la manera més directa de resoldre el problema de trobar la geometria de l'estructura després de la deformació. La geometria resultant serà la que el projecte realment busca per optimitzar l'estructura, i és el que buscava Gaudí.

Amb aquest mètode veuríem, per exemple, que una cúpula inicialment esfèrica, al final ja no seria exactament esfèrica, o també que un paraboloides de revolució d'eix vertical es pot transformar en una forma semblant a un paraboloides, però no de revolució sinó el·líptic i d'eix desconegut.

Aquest plantejament és el que ens condueix a generar una geometria base de partida relativament regular i senzilla d'interpretar. Després, quan es processa l'estructura, cal esperar que experimenti una deformació de manera que s'acosti a l'aparença del model de Gaudí. És la geometria final, quan tot el model trobarà una posició d'equilibri, la que esperem que sí coincideixi amb les línies bàsiques del projecte original segons ens ha arribat a nosaltres.

Anàlisi dimensional prèvia

El disseny de tot el conjunt, el projecte complet, s'organitza sobre una planta central, aparentment amb doble simetria. En imaginar la planta completa, visualitzem un total d'onze mòduls quadrats. Nou dels mòduls formen un nucli quadrat més compacte i els altres dos, afegits en extrems oposats, estiren i donen sentit longitudinal al projecte, més pròxim a la planta basilical del temple cristià. Cada un d'aquests mòduls és cobert amb una cúpula, i entre totes aquestes cúpules destaca en alçada la del mòdul central; les altres cúpules tenen totes la mateixa alçada.

La corba envoltant de totes les circumferències circumscrites als diferents mòduls quadrats constitueix el perímetre de planta. Aquest perímetre creix en gruix expandint-se concèntricament cap a l'exterior, de manera que forma un mur que allotja en l'interior tres pisos de galeries arquejades per a les cantories. Amb tot, la imatge final de la volumetria bàsica d'aquest projecte se'ns mostrarà com una fortalesa que abraça una juxtaposició de cúpules de diferents formes i alçades, entre les quals la central creixerà i sobresortirà per damunt de les altres que la van voltant.

Jos Tomlow va esbossar la planta i una secció del model de la fotografia que analitzà. En aquesta planta seva, que busca fidelitat a la fotografia de partida, veiem que el model representava la meitat del projecte; tan sols es completaven els arcs de la nau central. A l'altre cantó de l'eix longitudinal de la planta només resten els punts que completen els mòduls quadrats centrals (fig. 5.4.6).

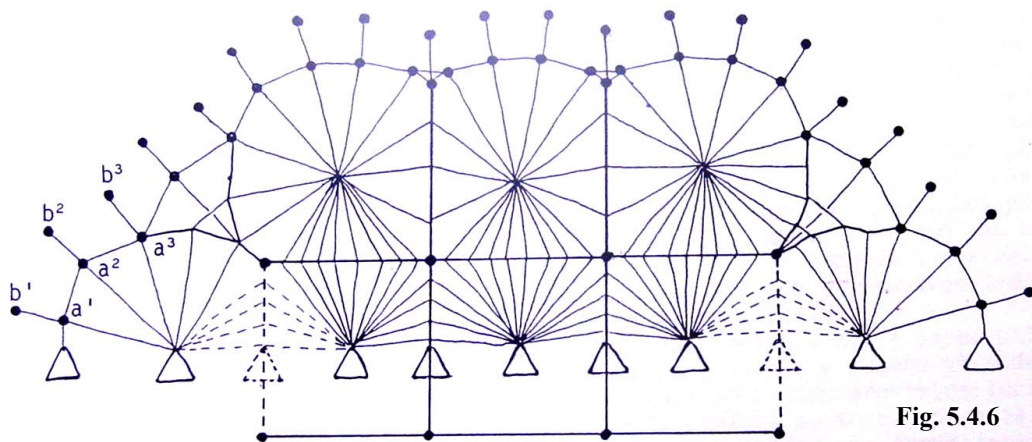


Fig. 5.4.6

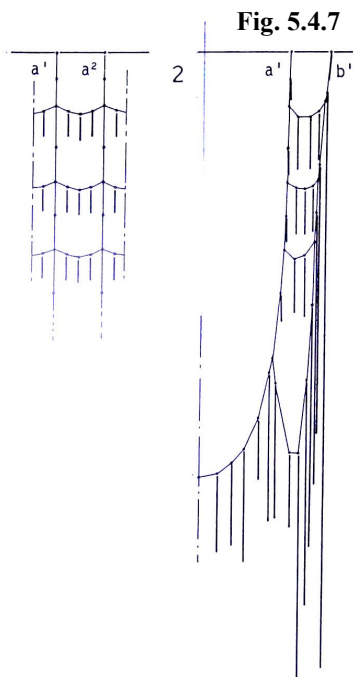


Fig. 5.4.7

El fet que Gaudí només treballés amb la meitat del projecte accentua la funció de la maqueta com a eina de disseny, ja que això permetia treure fotografies des de l'interior o des de l'exterior amb la màxima claredat i aquestes fotografies, acolorides, esdevenien perspectives del projecte naixent. Ja hem comentat que per evitar la distorsió que la manca de mig model podia provocar, Gaudí va col·locar uns cables verticals fortament tensats en els punts de l'eix de simetria on el model quedava interromput. Així salvava el desequilibri i permetia l'òptima visió de l'interior de l'espai que proposava. Tomlow, en la seva planta, representa aquests cables verticals amb uns triangles (símbol de suport en els esquemes estructurals), i representa els punts de suport en la base d'on penja tot el conjunt amb uns punts negres.

Els alçats parcials del model que ens ofereix Tomlow (fig. 5.4.7) resulten útils per fer-se la idea de com es formen els tres pisos d'arcades per a les cantories perimetrals i hi podem veure que els pesos no són saquets de perdigons (com en el

model definitiu) sinó segments del mateix tipus de cadena. Podem observar, com recull la fotografia, que la part perimetral, exterior, és a dir, el mur opac de tancament, és la que resulta més carregada, i és on veiem els segments penjants de cadena més llargs.

En analitzar detalladament la planta del model que fa Tomlow ens trobem amb les imprecisions pròpies dels dibuixos a mà alçada i que ens han dut a reconsiderar la geometria inicial. El projecte té una aparença clarament geomètrica i no queda recollida sinó fortament desvirtuada en la planta croquisada que havia de servir de base per a la nostra reconstrucció.

La primera irregularitat que ens ha cridat l'atenció és el nombre i la distribució dels nervis de les diferents cúpules.

La cúpula principal, la més alta (que nosaltres anomenarem *cúpula central* o *tipus 1*), se situa sobre el mòdul quadrat central. La semicúpula central dibuixada a la planta té 16 nervis radials uniformement repartits. En completar la simetria aquesta cúpula central tindria en total 32 nervis. Tot i que potser amb una densitat de nervis massa alta, aquesta cúpula és la més regular de totes.

La cúpula central s'interseca amb 4 cúpules més baixes (cúpules *tipus 2*), una a cada costat. Aquestes cinc primeres cúpules formen, de fet, una creu grega de quatre braços iguals. Les interseccions entre aquestes cúpules són arcs parabòlics o catenaris força apuntats.

Tomlow no dibuixa iguals les quatre cúpules tipus 2. Veiem, en la seva planta, que les dues que hi ha en sentit longitudinal tindrien, com la principal, 32 nervis uniformement repartits, però d'aquests nervis, una quarta part són dibuixats amb línia discontinua, cosa que indica que Tomlow no els veu a la fotografia, però que en suposa l'existència. En canvi, les altres dues, en sentit transversal, tenen una distribució molt irregular dels nervis. Hi ha doble densitat de nervis en el cantó de contacte amb la cúpula central i molt pocs nervis als altres tres costats. Tomlow dibuixa les cúpules amb un total de 18 nervis. Sorprenentment, queden costats amb tan sols tres nervis. Nosaltres creiem que 3 és un valor massa petit per poder donar després a l'arc d'intersecció una forma arquejada i ens sembla que en resultaria un arc de forma excessivament poligonal.

Per completar les quatre cantonades hi ha 4 cúpules més (cúpules *tipus 3*), que toquen la cúpula central per un vèrtex del quadrat de la planta i s'interseca amb dues de les anteriors cúpules tipus 2.

Les cúpules tipus 3 tampoc no són iguals entre si. Tot i que les petites irregularitats poden sorprendre, de fet cal no perdre de vista que es tracta del projecte d'una església, i en el sentit longitudinal hauria d'haver en un extrem l'altar i a l'altre extrem l'entrada, motiu suficient d'asimetria. La cúpula tipus 3 d'un cantó té 18 nervis, i la de l'altre cantó en té 20. En cap de les dues veiem els nervis uniformement repartits.

Finalment, el projecte té dues cúpules més, als extrems, per donar un sentit no tan central a la planta sinó més longitudinal (cúpules *tipus 4*). Gaudí va afegir aquestes dues cúpules més en dos costats oposats de tot el conjunt anterior. Aquestes cúpules s'intersequen amb les de tipus 2, a les quals són adjacents. En la semiplanta croquisada tampoc veiem iguals aquestes dues darreres cúpules. Tomlow les dibuixa de 18 i 22 nervis respectivament, alguns de traç discontinu, que tampoc estan repartits uniformement.

Creiem que és important fer notar que en tota la part central cap de tots aquests nervis que hem estat comentant coincideix amb les direccions principals de la planta; cap dels nervis se situa ni en plans verticals longitudinals, ni transversals, ni tampoc als plans verticals diagonals, a 45° . Això significa que cap dels arcs superiors parteix directament de la base sinó que tots arrenquen dels arcs inferiors. És important aquest fet perquè pauta un ordre i una jerarquia en el procés de construcció del model i, de retruc, en el procés de concepció i generació del projecte, segons el qual el conjunt comença amb unes cadenes principals per formar l'esquelet bàsic sobre el qual es penjen després les cadenes de les cúpules.

Generació de la geometria base

Després de tot el que hem vist sobre la irregularitat en el nombre i la distribució dels nervis hem cregut convenient fer una proposta de planta nova, basada en les mateixes lleis geomètriques però interpretada i regularitzada.

D'una banda creiem convenient que els arcs d'intersecció entre cúpules tinguin un nombre suficient de punts perquè la poligonal prengui l'aparença arquejada. Això implica augmentar el nombre de nervis en algunes zones. D'altra banda, i per evitar un contrast excessiu de densitat de nervis entre les diferents zones, hem cregut convenient disminuir el nombre de nervis en la zona central.

En definitiva, tot això ens ha dut a considerar per a la geometria inicial que totes les cúpules haurien de tenir, inicialment, 24 nervis, un cada 15° , i que cap dels nervis no ha de coincidir amb les direccions longitudinal ni transversal de la planta. Aquesta proposta de partida sobre el repartiment dels nervis, uniforme, perfectament regular i que respecta el fet que cap dels nervis neixi als vèrtexs o als punt mitjans dels quadrats dels mòduls base, en acostar-se al perímetre, i per seguir amb més fidelitat el model de Gaudí, s'ajusta a l'anterior proposta amb un cert esclarissament de nervis, però no tan accentuat com en aquell cas.

Com que creiem convenient concebre les cúpules inicialment com a formes de revolució, la nostra solució s'acosta més a aquesta idea perquè permet simetries no tan sols en el sentit longitudinal i transversal de la planta sinó també en sentit diagonal. Això també és important perquè en la trobada entre dues cúpules hi ha sempre un aparellament dels nervis d'una cúpula amb els de l'altra, i la regularització proposada permet aquest fet minimitzant els contrastos entre els diferents sectors.

Pel que fa al perímetre de tota la planta, deduïm un gruix a la base d'una quarta part del diàmetre de la circumferència que circumscriu el mòdul quadrat base. El perímetre exterior de la planta es podria definir com una prolongació constant de les

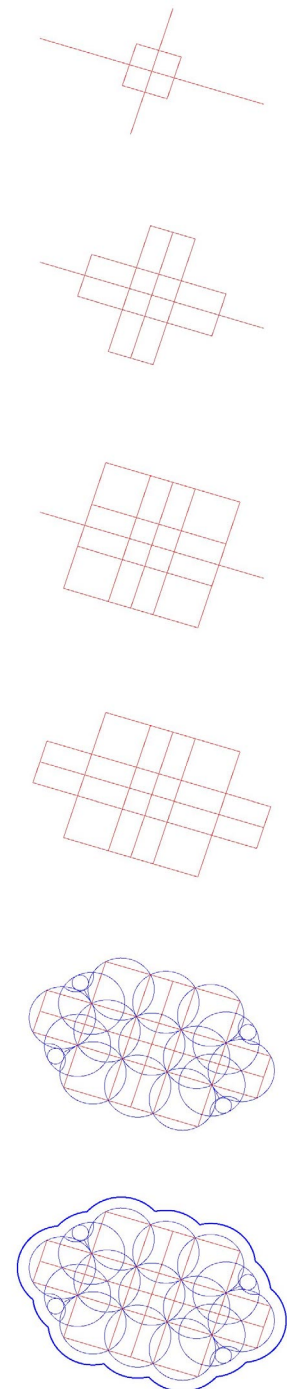


Fig. 5.4.8

diferents radials. Però notem que en molts casos tampoc es confirma aquesta alineació entre els nervis i els punts de suport més externs.

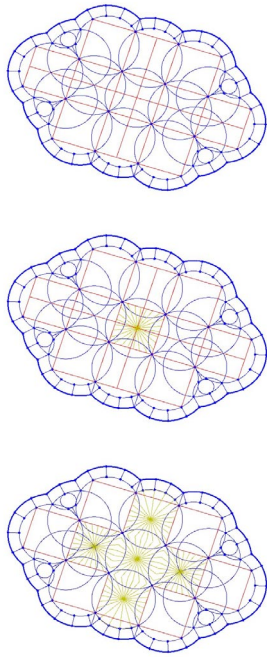


Fig. 5.4.9

Del conjunt de dades ofertes pel minuciós estudi de Jos Tomlow, i gràcies a la referència a l'escala humana, hem pogut deduir que les dimensions del mòdul bàsic serien les d'un quadrat de 6 m per 6 m en planta, que juxtaposat conforma el total dels onze mòduls. Tenint en compte que la Colònia Güell era declarada per Gaudí el banc de proves o laboratori d'assajos d'un projecte més ambiciós, la Sagrada Família, el mòdul de 6 x 6 podria interpretar-se com una mesura prèvia al mòdul de 12 m i a tots els seus submúltiples que va utilitzar després.

Així, la planta proposada després del replantejament detallat de la qüestió és finalment:

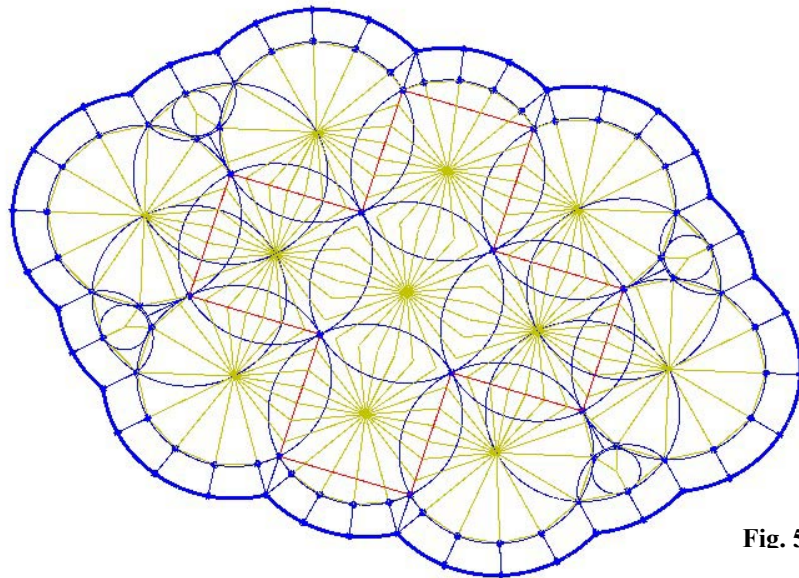


Fig. 5.4.10

Generació del model virtual

Pel que fa a les altures dels diferents punts hem de comentar que ens ha resultat imprescindible deduir una secció transversal (fig. 5.4.11) a partir de la secció longitudinal. Tot i això, en aquella secció longitudinal (l'única de què disposàvem) ja podíem veure que, tret de la cúpula principal, la resta tenen la mateixa alçada. Els arcs d'intersecció entre les cúpules tipus 2 i la principal tenen la clau més alta, i els altres arcs d'intersecció tenen la clau més baixa.

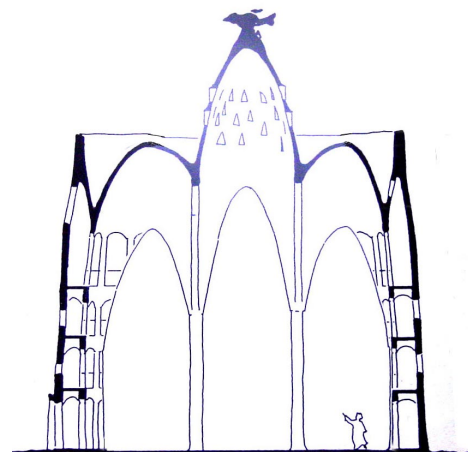


Fig. 5.4.11

Així, proporcionalment a les dimensions establertes en planta hem pogut deduir per a la secció les següents cotes d'altura:

Altura de les cúpules	
. cúpula central:	27,00 m
. 10 cúpules més baixes:	20,40 m
Altura de les claus dels arcs interiors	
. arcs d'intersecció de cúpules tipus 2 amb la central:	16,80 m
. arcs d'intersecció entre cúpules 2 i 3 (cúpules baixes):	14,40 m
. arcs d'intersecció a les cantonades:	9,90 m
Altura dels pilars	
. 4 pilars centrals:	8,40 m
. 4 pilars secundaris:	6,00 m
Altura dels pisos de les galeries	
. 1r pis:	3,30 m
. 2n pis:	6,60 m
. 3r pis:	9,90 m

A partir d'aquestes dades dimensionals hem generat el nostre disseny previ de la geometria, segons els objectius i plantejaments exposats, basat en un esquelet geomètric bàsic amb els trets característics següents:

- Els pilars, fins a les altures indicades, són verticals.
- Els arcs d'intersecció entre voltes són parabòlics.
- Els arcs d'intersecció entre voltes estan en plans verticals.
- Les cúpules tendeixen a ser de revolució segons un eix vertical.
- Cada cúpula té el seu vèrtex en la vertical del centre del quadrat base.

Arribats en aquest punt, volem reiterar una vegada més que aquesta geometria base és només el primer pas en la creació de la forma del model, però no és la forma definitiva que prendrà, ja que aquest model, quan entri en càrrega, es deformarà i s'allunyarà considerablement d'aquestes hipòtesis inicials, sobretot si tenim en compte la interacció d'unes cadenes penjades d'unes altres segons diferents nivells de superposició.

Cal tenir en compte, però, que les diferents altures de les interseccions i dels pilars són factors que distorsionen la regularitat des de l'inici. Les cúpules tipus 2, per exemple, estan des de l'inici descentrades, precisament per aquesta diferència de cotes entre el contacte amb la cúpula central, per una banda, i el contacte amb la resta de cúpules, per una altra. La millor manera d'avaluar aquest descentrament segueix essent l'experimentació pràctica i directa sobre el model, que és el que feia Gaudí.

Per altra banda, en pertànyer els pilars a la secció longitudinal i transversal simultàniament, cal pensar que és lògica la suposició inicial que siguin perfectament verticals.

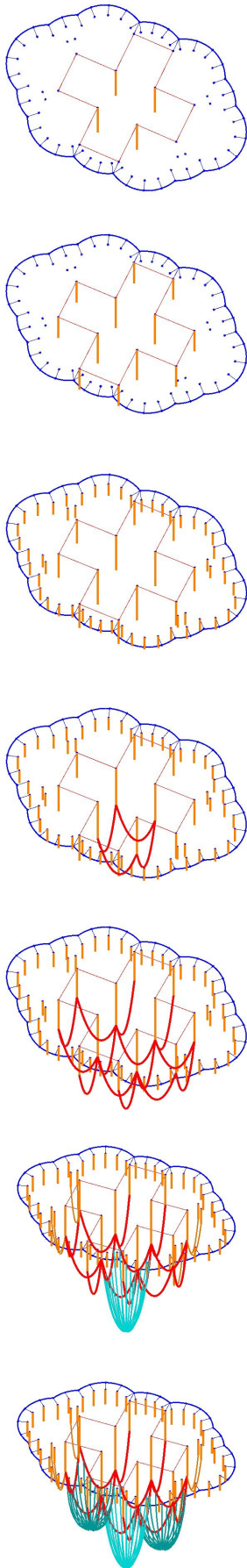


Fig. 5.4.12

Si, segons les condicions imposades, totes les cúpules fossin paraboloides de revolució amb els eixos paral·lels (verticals), aleshores les interseccions entre les cúpules serien corbes planes (paràboles) contingudes en plans verticals.

De tot això es pot deduir ja d'entrada que cal esperar que el model deformat s'allunyarà de la geometria regularitzada del model inicial. Per exemple, en inclinar-se els pilars segons si l'estructura estira més cap a un cantó o cap a un altre, després de la deformació pot ser que les corbes d'intersecció entre cúpules ja no siguin contingudes en plans verticals, o que ni tan sols siguin planes. Molt possiblement ja no seran paràboles sinó corbes de 4t grau.

De la mateixa manera, podem preveure tal com ja hem insinuat que les cúpules laterals quedaran descentrades i deixaran de ser de revolució.

Naturalment, també cal esperar que la forma final de les cúpules sigui més propera a una catenària que a una paràbola.

Tot i això, el mètode experimental de Gaudí pressuposa l'existència d'una geometria inicial que es va deformat a mesura que s'hi afegeixen nous elements que pengen del model i que distorsionen els elements precedents. La nostra proposta pretén recuperar aquest pas inicial, aquesta forma prèvia concebuda per Gaudí, per així poder explicar com amb el treball empíric amb el model penjat es va convertint la rigidesa geomètrica en un conjunt orgànic que estructuralment té totes les parts en perfecte equilibri.

De la mateixa manera que hem seqüenciat la generació de la planta basant-nos en l'ordre d'un mòdul i una geometria clara, en generar el model virtual de cadenes penjants ens recolzarem, en la mesura que sigui possible, en el suport que la geometria ens pot donar.

El procés de construcció del model cal iniciar-lo amb la suspensió de les cadenes principals que formen l'esquelet bàsic del projecte.

En aquest esquelet bàsic distingim en primer lloc els pilars verticals; en segon lloc, els arcs torals més alts que tanquen el mòdul quadrat central, i finalment, la resta d'arcs torals, més baixos, que tanquen els mòduls de les cúpules tipus 2.

Al damunt d'aquest esquelet bàsic podem construir, una a una, les diferents cúpules. La seqüència d'il·lustracions pretén donar una idea visual molt més directa de tot aquest procés.

Així com les cúpules interiors arrenquen dels arcs de l'esquelet base (en vermell), les cúpules més externes prenen com a suport els petits pilars del perímetre de la planta.

Finalment, les cadenes del perímetre arrenquen de la mateixa base i es recolzen sobre les cúpules externes. Aquestes cadenes fan el paper de contraforts i de mur de façana i tancament a la vegada i ens mostraran tot aquest conjunt de tres pisos de galeries que constitueix un autèntic mur de fortalesa que tanca, i al mateix temps estabilitza, tot el conjunt.

Amb la següent animació volem fer molt més entenedor tot aquest procés que ha significat la reconstrucció virtual del model.



Colònia
Güell-previ.exe

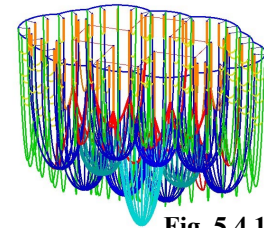
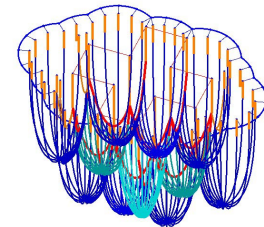
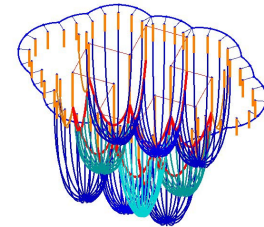
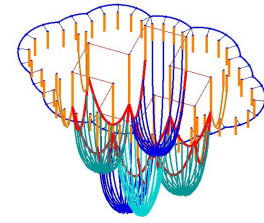


Fig. 5.4.13

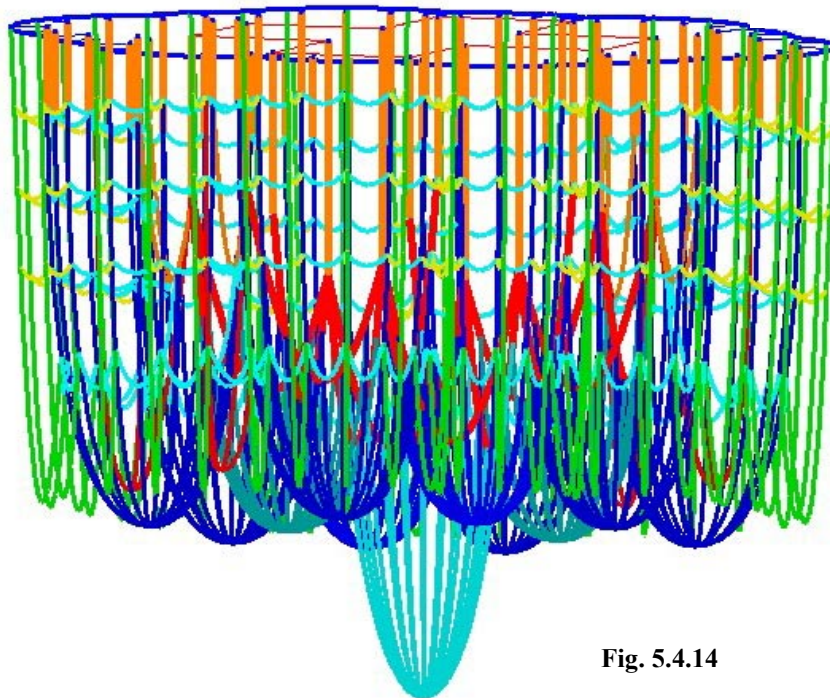


Fig. 5.4.14

5.4.2 Càlcul del model virtual mitjançant WinTess

Un cop realitzat el model virtual en 3D hem procedit a processar-lo a través del programa WinTess, de Ramon Sastre, especialment dissenyat per analitzar estructures tèxtils, tensades, o, per inversió, estructures penjades, i així poder conèixer les reaccions en els suports, les deformacions generals del model i fins i tot les tensions en els diferents cables.

Tot i que en els primers models virtuals que vàrem modelar amb Autocad i Microstation donàvem als diferents arcs superposats un perfil catenari primer i parabòlic després, quan ens hem proposat processar el model per obtenir-ne resultats mecànics, hem hagut de generar de nou el model donant als arcs la forma poligonal, funicular, a base de trams rectes i no pas corbs. El nombre de punts potser sovint ha resultat reduït per aconseguir l'aparença arquejada, i en alguns casos es mostren arcs excessivament poligonals, però calia fer-ho així per no desviar-se excessivament del model de Jos Tomlow i permetre la comparació entre els models. Es va definir cada arc amb tants vèrtexs com el nombre previsible de pesos que havia de suportar prenent el model de Tomlow com a punt de partida. D'altra banda, la limitació controlada del nombre de vèrtexs també es considera positiva per no generar un model massa feixuc de processar. Per atendre aquesta última qüestió s'ha considerat la planta del projecte amb doble simetria i s'han menystingut les petites diferències existents, i així només s'ha dibuixat per processar una quarta part del projecte.

En el model també s'han definit les teles que havien de vestir l'esquelet de cordes: s'han dibuixat, a partir del nodes dels cables funiculars, unes cares (3D-Faces) triangulars que hauran de poligonalitzar totes les superfícies existents. Finalment, el model processat consta de 834 nodes, 1.003 barres i 1.418 elements de superfície, i, per aconseguir l'equilibri, el programa ha necessitat més de 120 iteracions i ha trigat més d'una hora i mitja amb un ordinador personal Pentium IV, a 1,7 GHz.

Visualització del model amb WinTess

WinTess pot importar l'arxiu dxf del model i, en obrir-lo, ens ofereix de veure'l renderitzat i el podem bellugar fent-lo girar i escollir l'òptica que desitgem per analitzar que no hi hagi cap error gràfic (barres sense lligar, nusos doblats, etc.).

El primer que podem advertir és que, tot i que el model dibuixat expressament per a WinTess era un model simplificat on els arcs catenaris eren substituïts per línies rectes poligonals sobre les quals es definien les superfícies de cobertura, aquestes superfícies es perceben en aquesta renderització amb continuïtat, sense cap d'aquelles falses arestes generadores de la triangulació.

Els arcs, però, els seguim veient poligonals. En els arcs principals i els nervis de les cúpules hi ha un nombre de punts suficient i la poligonalització passa desapercibuda, però en la resta de petits arcs de tot el cos perimetral de cantories tan sols es consideren dos pesos per arc, i per tant l'arc es conforma amb tan sols tres barres, la qual cosa hi resta expressivitat formal. Tot i això, segueix essent més que suficient per a l'anàlisi estructural.

En preguntar el perquè de la inesperada continuïtat de les superfícies ens trobem que el programa calcula per a cada vèrtex la resultant de totes les normals de totes les cares que hi concorren. Després, interpolant entre els tres vèrtexs de cada triangle, dóna per a cada punt interior del triangle una normal diferent. Per això la superfície del conjunt de triangles és contínua i la renderització és suau malgrat que el dibuix base era una superfície polièdrica que marcava arestes.

Interessants qüestions de geometria en l'interior de WinTess

Si en el nostre model vàrem dibuixar les superfícies de pell, no només era per poder ensenyar el model vestit, expressant millor la volumetria interior i exterior amb la qual Gaudí estava treballant, sinó que va ser per estalviar-nos la feixuga feina d'avaluar quin era el pes que exactament corresponia a cada node. De ben segur que Gaudí i els seus col·laboradors havien de fer càlculs previs per avaluar el nombre de perdigons que posaven a dins de cada saquet de lli si aquell pes havia de representar proporcionalment el pes construït que gravitava en aquell punt.

El programa WinTess analitza les superfícies triangulades i reparteix la càrrega donant a cada node la part de superfície que hi correspon. Així podrem comparar aquells valors de càrregues trobats manualment i els valors obtinguts amb tota la precisió.

El sistema de repartir la càrrega d'aquesta pell entre els tres vèrtexs de cada triangle ha estat fruit d'un interessant estudi geomètric dut a terme pel mateix Ramon Sastre i que volem ressaltar breument.

El programa admet qualsevol superfície sempre que sigui formada per triangles. Cada un d'aquests triangles és definit pels seus tres vèrtexs, és a dir, que és una cara plana, per petita que sigui. Com que totes les superfícies poden ser definides amb un gruix i una densitat, aleshores, el pes propi de cada triangle és directament proporcional a la seva àrea.

L'àrea d'un triangle és elemental de calcular, i el seu baricentre també, però no interessa pas conèixer el pes de l'àrea aplicat al baricentre, sinó el pes repartit en els tres vèrtexs, que són els vèrtexs dels polígons funiculars.

Analitzant els triangles un a un, la qüestió és: com es reparteix el pes de l'àrea per saber la part que correspon a cada vèrtex? Potser sembla trivial, però no ho és.

Vist gràficament, en principi podria semblar que partint el triangle des del baricentre i seguint les línies de les medianes podem fer una partició en sis petits triangles equivalents en àrea, dels quals a cada vèrtex en tocarien dos. Així, els tres vèrtexs carregarien igual, i això semblaria raonable.

Vist analíticament, en considerar la resultant gravitatòria de tota

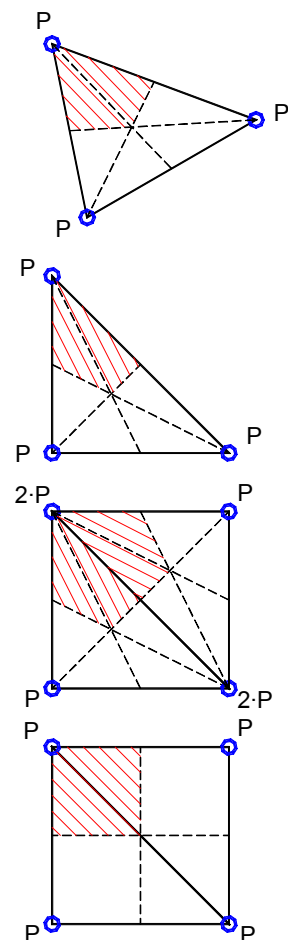
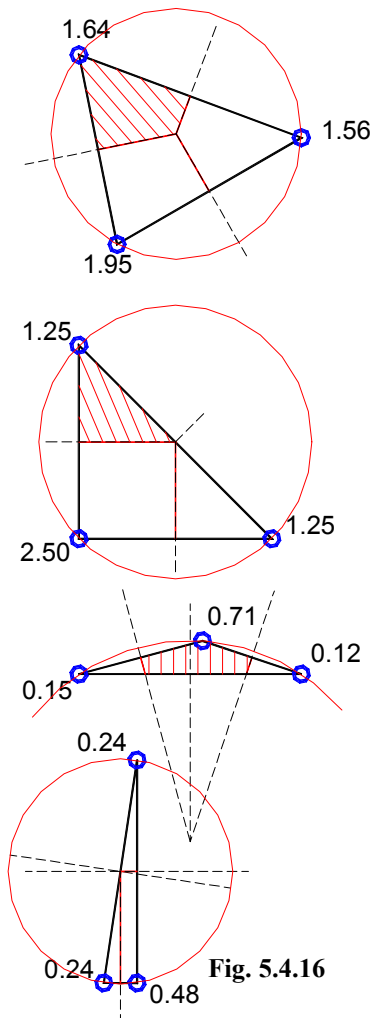


Fig. 5.4.15

la càrrega superficial aplicada en el centre de gravetat del triangle (el baricentre), resulta un sistema compatible i determinat de tres equacions i tres incògnites. Les incògnites són les reaccions verticals a cada vèrtex, i les equacions són les de l'equilibri de forces verticals i l'equilibri de moments en dues direccions perpendiculars. Sigui com sigui el triangle, el resultat torna a ser sempre el mateix: tres reaccions iguals als tres vèrtexs.

Aquest repartiment és comprensible sota la hipòtesi de considerar el triangle un sòlid rígid, i segons aquest principi, l'àrea diferencial de cada punt interior del triangle troba reacció repartida en els tres vèrtexs, en cada vèrtex amb un valor segons la relació proporcional de la distància al punt considerat. Per això, del sumatori de tota l'àrea del triangle surten les tres reaccions iguals; el baricentre sempre és a $2/3$ d'un vèrtex i $1/3$ del costat oposat, es miri per on es miri.

Malgrat tot això, aquest plantejament no resulta vàlid per a aquest programa, que no tracta amb sòlids rígids sinó amb membranes, tèxtils, de molt poca rigidesa. Vegem-ho amb un exemple clar que invalida la hipòtesi.



Quan es considera un triangle isòsceles rectangle, si és cert el repartiment equitatiu, en ajuntar dos triangles per formar un quadrat ens trobaríem que dues puntes oposades, en rebre dos triangles (dos angles de 45°), tindrien el doble de càrrega que els altres dos vèrtexs de 90° . A més, en dividir el quadrat en l'altra diagonal, el repartiment quedaria invertit. És clar, doncs, que una lona quadrada, per simetria, ha de repartir l'àrea equitativament als quatre suports i, a més, és clar també que la manera de dividir-la virtualment en triangles no pot influir en la manera com es reparteix el pes (fig. 5.4.15).

Amb aquest exemple podem veure que cal plantejar una altra manera de repartir l'àrea i, per tant, el pes entre els tres vèrtexs de cada triangle.

El criteri seleccionat finalment és el de proximitat al vèrtex. És a dir, es considera que tota l'àrea diferencial de cada punt interior del triangle carregarà sobre el vèrtex que tingui més a prop. Existeixen en un triangle qualsevol unes línies frontera que separen el triangle en tres zones i agrupen els punts que són més a prop de cada vèrtex.

Així, tenint en compte que les mediatris són les rectes que equidisten dels extrems d'un segment, el circumcentre es presenta com el punt que resol aquesta qüestió i les rectes buscades són les mediatris (fig. 5.4.16).

Les mediatris dels costats són justament les rectes que equidisten de dos vèrtexs, és a dir, les rectes que separen el triangle en zones segons la proximitat als vèrtexs.

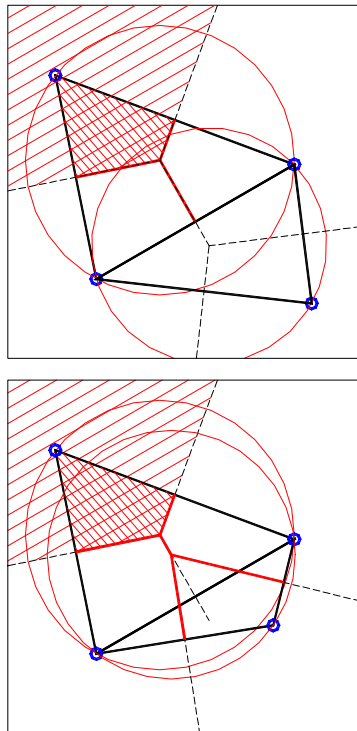
A més, si retornem a l'exemple del triangle rectangle isòsceles, veurem que el circumcentre situat just al punt mitjà de la hipotenusa dóna el 50% de l'àrea al vèrtex de 90° i el 25% als

altres dos vèrtexs de 45°. Així, en ajuntar-se dos triangles i formar un quadrat, obtindríem el repartiment simètric esperat.

Des del punt de vista de la programació, els passos a seguir serien: primer, trobar el circumcentre del triangle per intersecció de mediatris. Després de traçar les perpendiculars als costats, triar, segons el cas, les que no valen (en els triangles obtusangles, la mediatriu del costat més llarg no és útil a aquesta partició), i finalment, trobar els punts de tall amb els costats, punts que limiten les àrees que carreguen sobre cada vèrtex. Tenint en compte que tot aquest procés el programa l'ha de resoldre milers de vegades en poc temps, aquesta opció va ser, finalment, desestimada perquè es considerava massa feixuga i poc àgil.

Ramon Sastre ha invertit força temps en aquesta qüestió i finalment, cercant informació sobre la triangulació de Delaunay¹² i els diagrames de Voronoi,¹³ ha trobat interessants algorismes que, en el cas del circumcentre, posen en relació les seves coordenades d'àrea, les trilineals i les baricèntriques¹⁴ per obtenir tres factors que ponderen l'àrea dels tres sectors, com mostrem a la fig. 5.4.17.

Fig. 5.4.18



$$F1 = a^2 \cdot (b^2 + c^2 - a^2)$$

$$F2 = b^2 \cdot (a^2 + c^2 - b^2)$$

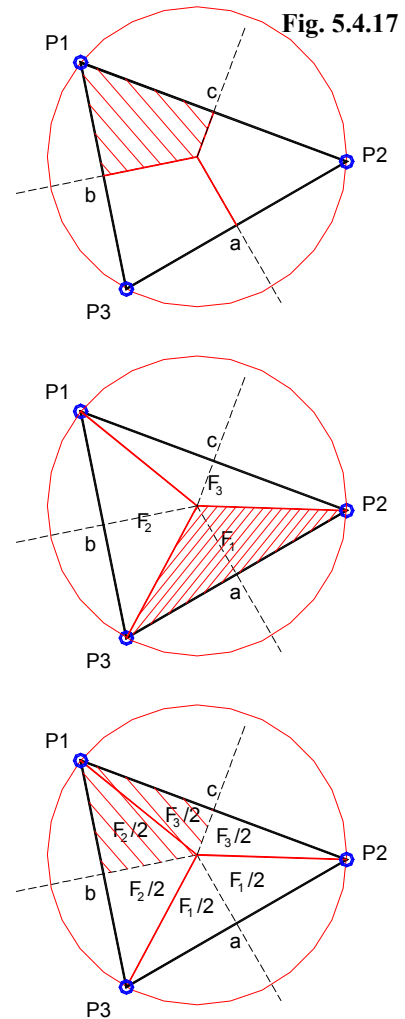
$$F3 = c^2 \cdot (a^2 + b^2 - c^2)$$

Sabent que són factors ponderats, $F1 + F2 + F3 = 1$, i coneixent l'àrea A del triangle, podem trobar l'àrea de càrrega que pertoca a cada vèrtex simplement fent:

$$A1 = \frac{(F2 + F3)}{2} \cdot A$$

$$A2 = \frac{(F1 + F3)}{2} \cdot A$$

$$A3 = \frac{(F1 + F2)}{2} \cdot A$$



¹² La triangulació de Delaunay és aquella que, a partir d'un núvol de punts en el pla, forma una malla de triangles de tal manera que les circumferències circumscrites a cada triangle no contenen cap punt de la malla.

¹³ El diagrama de Voronoi és la geometria dual de la triangulació de Delaunay. Consisteix a crear unes zones polygonals a l'entorn de cada node d'una triangulació de Delaunay, per intersecció de les mediatris dels segments concurrents en aquell vèrtex. Aquests polígons delimitaran la zona del pla que té aquell vèrtex com a vèrtex més pròxim.

Per obtenir més informació es pot consultar <http://www.cs.cornell.edu/info/people/chew/Delaunay.html> o escriure a l'adreça electrònica del seu autor, Paul Chew: chew@cs.cornell.edu.

¹⁴ Per obtenir més informació es pot consultar <http://mathworld.wolfram.com>.

El cas del triangle obtusangle necessita un tractament especial. El triangle obtusangle, amb aquest algoritme, genera àrees negatives, ja que el circumcentre és fora del triangle. Aleshores cal distingir dos casos. Quan el triangle obtusangle se situï dins de la malla de triangles, és a dir, envoltat d'altres triangles, el vèrtex obtusangle s'endurà part de l'àrea d'un triangle veí. En canvi, quan el triangle obtusangle sigui a la zona de la vora de la malla, i si no hi ha cap triangle veí, aleshores cal corregir les àrees negatives (fig. 5.4.18). Amb aquesta solució s'han trobat resultats coherents, fins i tot en els diferents casos extrems considerats.

Comparació del perfil de la volta

Hem comentat ja que els croquis que Jos Tomlow va deduir de la fotografia del model de Gaudí contien unes irregularitats geomètriques que ens ha semblat convenient arranjar. De la mateixa manera que hem plantejat una reforma o geometrització de la planta croquisada, pel que fa a la secció també hi hem intervingut amb la mateixa intenció.

Les diferències, però, no només resulten en el perfil de la volta, sinó que en detectem altres de més subtils:

- a) Els nodes de bifurcació no tenen pesos i en el nostre model sí.
- b) El nombre de nodes és diferent al model de Tomlow i al nostre.

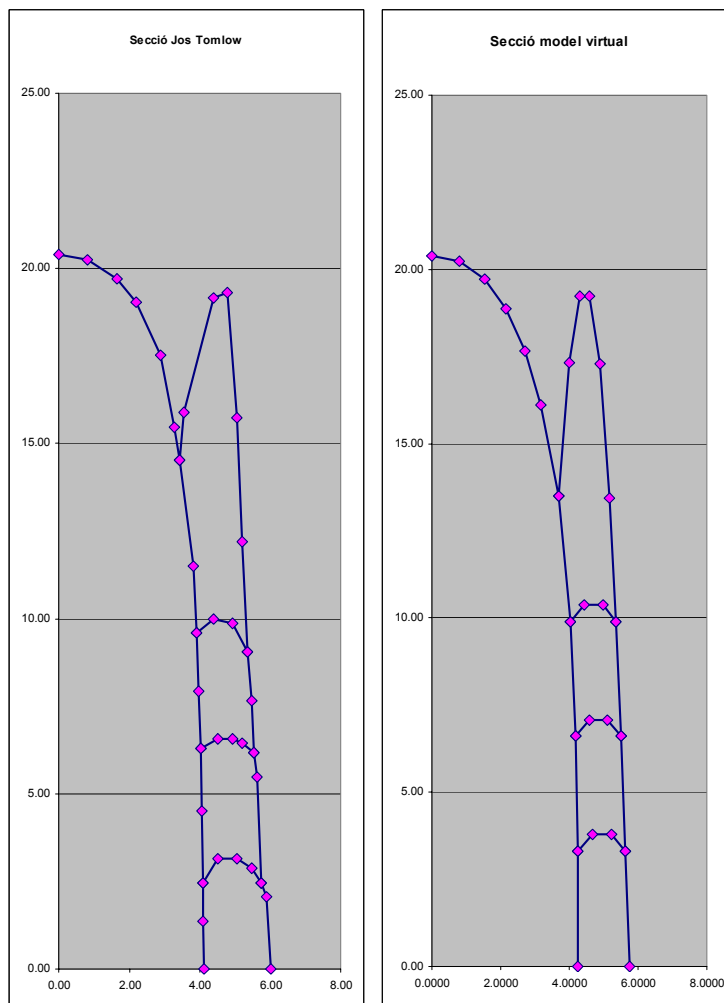


Fig. 5.4.19

Comentem aquests dos punts:

- a) De la interpretació de Jos Tomlow es desprèn que Gaudí no va posar pesos en els punts on hi havia bifurcació de cordills. En el nostre model, inevitablement, tots els nodes reben la part de càrrega que els pertoca segons les superfícies que hi concorren i, per tant, els nodes de bifurcació també tenen càrrega.
- b) El nostre model no té el mateix nombre de nodes justament perquè sí que posem càrrega als nodes de bifurcació. El nervi interior té 4 nodes menys i l'exterior en té 3 menys. Partint de la premissa que tots els nostres nodes han de tenir càrrega, el que hem igualat al model que dedueix Tomlow és el nombre de nodes amb càrrega. Així, els dos models tenen el mateix nombre de nodes carregats i la comparació és més fàcil. L'única petita diferència és en les arcades de les cantories. En aquest cas, veiem dues solucions diferents en el model de Gaudí (amb 2 o 3 nodes intermedis). Nosaltres hem escollit l'opció simplificadora de fer els tres pisos iguals amb 2 nodes intermedis.

Comparació dels pesos

La secció de Jos Tomlow mostra els pesos com a segments de cadena que penjaven. Així, simplement mesurant les longituds d'aquests segments hem pogut trobar unes relacions de repartiment de la càrrega total.

En aquell cas, la cadena que representa el mur exterior que tanca el volum construït és la que té més segments de cadena penjants i és on són més llargs. En aquesta zona hem calculat que, segons Tomlow, Gaudí concentrava un 67% de la càrrega total.

Respecte d'aquesta qüestió, una de les coses que buscàvem amb aquesta anàlisi era comprovar si les fortes càrregues representades en l'esquema de Tomlow amb els segments més llargs i situades en el mur exterior de tancament es corresponien amb el pes propi de la superfície o bé si Gaudí estava pensant a afegir altres elements per donar un pes supletori afegit que convingués des del punt de vista de l'equilibri.

Gràcies al sistema amb què el programa WinTess reparteix les càrregues superficials entre els nodes en una superfície triangulada, que acabem de comentar, podem conèixer què podien representar els pesos del model de Gaudí en considerar diferents hipòtesis de gruixos o densitats de les diferents superfícies que hi entren en joc.

El mètode és que, en ser tota la superfície composta per triangles i els triangles definits per nodes, per saber el pes que carrega cada node cal considerar tots els triangles que tenen aquell node com un dels seus vèrtexs. El sumatori de totes les porcions de pesos de tots els triangles que concorren en un mateix vèrtex ens dóna la part del pes propi de la superfície que correspon a aquell vèrtex. Quan els gruixos de les superfícies són constants, considerem que aquest repartiment que fa el WinTess és el més pròxim a la realitat.

El WinTess ens ofereix visualitzar els pesos en cada node com a segments sobre el node en qüestió, i això ens permet comparar les càrregues amb les de la secció que fa Jos Tomlow.

En considerar que totes les superfícies tenen el mateix gruix i la mateixa densitat trobem que certament la càrrega es concentra a la pell exterior de la volumetria, fins a un valor del 78%

del total. Aquest valor encara podria ser més alt si els gruixos de les superfícies més verticals (murs) es consideressin més grans que els de les superfícies més horitzontals (de les cúpules). Amb aquesta visió més general podem deduir que els llargs segments que representen els pesos majors i que Gaudí col·locava a la cara exterior corresponien al mateix pes propi del mur i no pas a elements ornamentals afegits.

Gràfics per a la comparació visual dels sistemes de càrregues

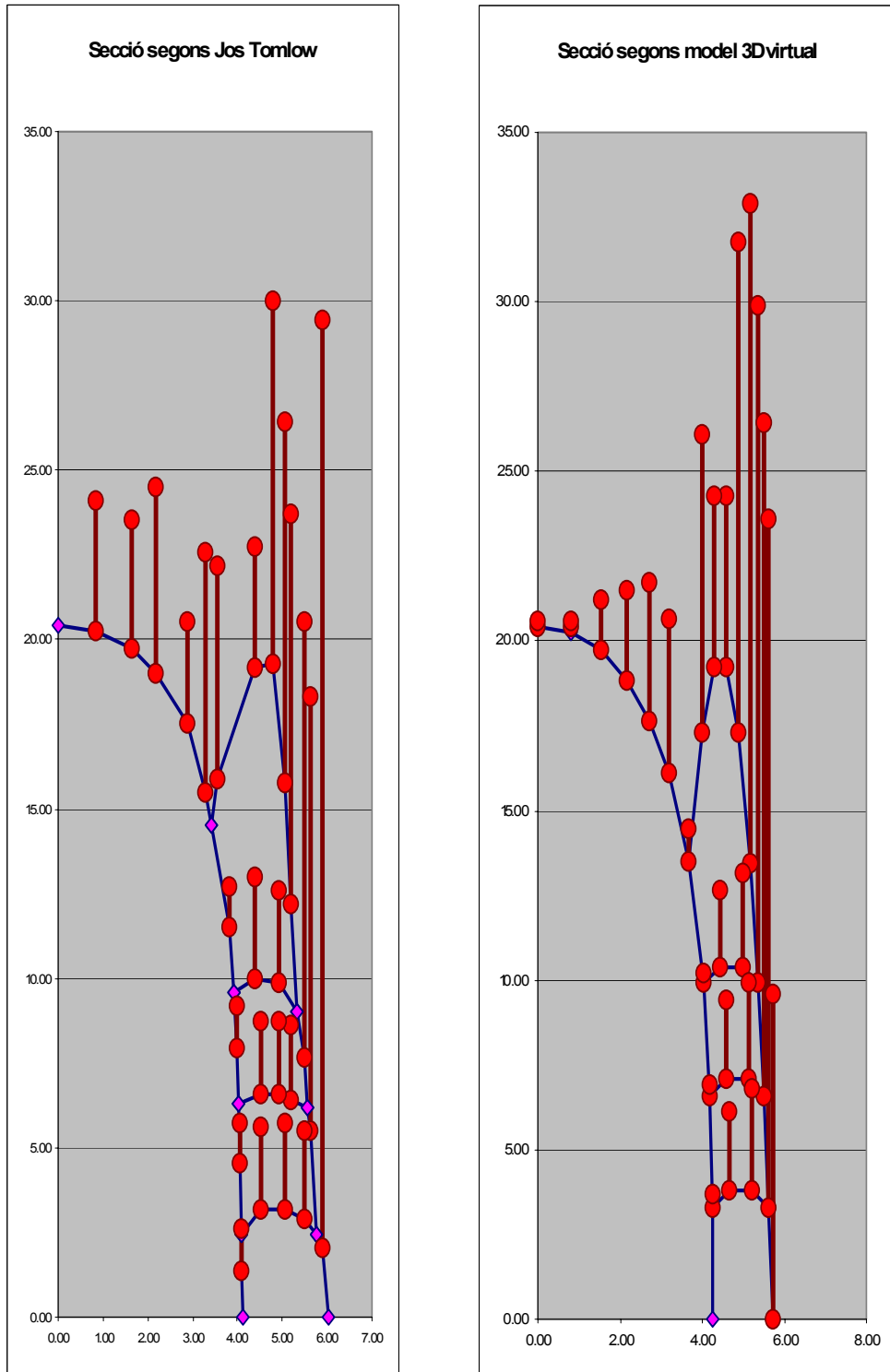


Fig. 5.4.20

Funicular de la Colònia Güell. Projecte previ segons Tomlow (IL-34)

Valors i ponderació de les càrregues mesurades en el croquis de Jos Tomlow

	Node	x	y	Càrrega mesurada	% parcial	% total
Nervi cúpula						
Nivell (0) terra	a0	4,11	0,00			
	a1	4,09	1,37	1,23	4,4%	0,9%
Nivell 1a cantoria	a2	4,08	2,46			
	a3	4,05	4,52	1,23	4,4%	0,9%
Nivell 2a cantoria	a4	4,03	6,30			
	a5	3,97	7,94	1,23	4,4%	0,9%
Nivell 3a cantoria	a6	3,92	9,58			
	a7	3,83	11,50	1,23	4,4%	0,9%
Bifurc. arcada exterior	a8	3,42	14,51			
	a9	3,29	15,47	7,12	25,2%	4,9%
	a10	2,88	17,52	3,01	10,7%	2,1%
	a11	2,19	19,03	5,48	19,4%	3,8%
	a12	1,64	19,72	3,83	13,6%	2,7%
	a13	0,82	20,26	3,83	13,6%	2,7%
Vèrtex de la cúpula	a14	0,00	20,40			
				28,20	19,6%	
Arcada exterior						
Nivell (0) terra	b0	6,02	0,00			
	b1	5,89	2,05	27,38	28,6%	19,0%
Nivell 1a cantoria	b2	5,75	2,46			
	b3	5,61	5,48	12,87	13,4%	8,9%
Nivell 2a cantoria	b4	5,54	6,16			
	b5	5,48	7,67	12,87	13,4%	8,9%
Nivell 3a cantoria	b6	5,34	9,04			
	b7	5,20	12,19	11,50	11,1%	7,4%
	b9	4,79	19,30	10,68	11,1%	7,4%
	b10	4,38	19,17	3,56	3,7%	2,5%
	b11	3,56	15,88	6,30	6,6%	4,4%
Bifurc. arcada interior	a8		3,42	14,51		
				95,84	66,5%	
Arcades cantories						
1r pis						
Bifurc. arcada exterior	b2	5,75	2,46			
	e1	5,48	2,88	2,60	33,93%	1,81%
	e2	5,07	3,15	2,60	33,93%	1,81%
	e3	4,52	3,15	2,46	32,14%	1,71%
Bifurc. arcada interior	a2		4,08	2,46		
				7,67	5,32%	
2n pis						
Bifurc. arcada exterior	b4	5,54	6,16			
	d1	5,20	6,43	2,19	33,33%	1,52%
	d2	4,93	6,57	2,19	33,33%	1,52%
	d3	4,52	6,57	2,19	33,33%	1,52%
Bifurc. arcada interior	a4		4,03	6,30		
				6,57	4,56%	
3r pis						
Bifurc. arcada exterior	b6	5,34	9,04			
	c1	4,93	9,86	2,74	47,62%	1,90%
	c2	4,38	9,99	3,01	52,38%	2,09%
Bifurc. arcada interior	a6		3,92	9,58		
				5,75	3,99%	
TOTAL				144,03		

Funicular de la Colònia Güell. Reconstrucció virtual

Valors de les càrregues segons el WinTess (proporcionals amb la mateixa càrrega total)

	Node	x	y	Càrrega obtinguda	% parcial	% total
Nervi cúpula						
Nivell (0) terra	a0	4,24	0,00	0,00	0,0%	0,0%
Nivell 1a cantoria	a1	4,24	3,30	0,36	2,3%	0,3%
Nivell 2a cantoria	a2	4,20	6,60	0,34	2,2%	0,2%
Nivell 3a cantoria	a3	4,04	9,90	0,34	2,2%	0,2%
Bifurc. arcada exterior	a4	3,68	13,50	0,96	6,1%	0,7%
	a5	3,18	16,13	4,50	28,9%	3,1%
	a6	2,72	17,66	4,04	25,9%	2,8%
	a7	2,16	18,86	2,63	16,9%	1,8%
	a8	1,53	19,72	1,52	9,8%	1,1%
	a9	0,81	20,23	0,71	4,5%	0,5%
Vèrtex de la cúpula	a10	0,00	20,40	0,17	1,1%	0,1%
				15,56	10,8%	
Arcada exterior						
Nivell (0) terra	b0	5,74	0,00	9,57	8,5%	6,6%
Nivell 1a cantoria	b1	5,63	3,30	20,29	18,0%	14,1%
Nivell 2a cantoria	b2	5,51	6,60	19,82	17,6%	13,8%
Nivell 3a cantoria	b3	5,37	9,90	19,99	17,7%	13,9%
	b4	5,18	13,45	19,46	17,2%	13,5%
	b5	4,89	17,30	14,48	12,8%	10,1%
	b6	4,59	19,22	5,06	4,5%	3,5%
	b7	4,29	19,23	5,05	4,5%	3,5%
	b8	3,99	17,33	8,77	7,8%	6,1%
Bifurc. arcada interior	a4	3,68	13,50			
				112,92	78,4%	
Arcades cantories						
1r pis						
Bifurc. arcada exterior	b1	5,63	3,30			
	e1	5,22	3,78	3,02	56,2%	2,1%
	e2	4,66	3,78	2,35	43,8%	1,6%
Bifurc. arcada interior	a1	4,24	3,30			
				5,37	3,7%	
2n pis						
Bifurc. arcada exterior	b2	5,51	6,60			
	d1	5,12	7,08	2,83	55,0%	2,0%
	d2	4,60	7,08	2,32	45,0%	1,6%
Bifurc. arcada interior	a2	4,20	6,60			
				5,15	3,6%	
3r pis						
Bifurc. arcada exterior	b3	5,37	9,90			
	c1	4,97	10,38	2,77	55,0%	1,9%
	c2	4,45	10,38	2,26	45,0%	1,6%
Bifurc. arcada interior	a3	4,04	9,90			
				5,03	3,5%	
TOTAL		144,03				

De totes maneres, amb una visió més concentrada en el detall, ens sobta de veure com la càrrega més llarga representada per Tomlow és, en el mur exterior, sorprenentment aplicada prop de l'alçada del primer pis de cantories. L'estudi proporcional ens diu que aquell segment tan llarg representa un 19,0% respecte del total de la càrrega de tota la secció. En canvi, segons els resultats obtinguts amb el WinTess, la càrrega en aquell punt correspondria a un 14,1%.

Volem destacar que Gaudí, en no posar pesos en els punts de bifurcació, posava els pesos corresponents a una planta concreta a mitja altura del pilar. D'aquesta manera en el seu model tots els pilars patien una certa inflexió, un gir o un canvi de direcció. En el cas que comentàvem de la forta càrrega exterior a la planta baixa, fins i tot s'arriba a provocar una accentuada inflexió cap enfora, una estranya forma poc creïble. És estranya la presència d'aquesta concentració de càrrega a la part baixa o al sòcol de l'edificació.

Una altra diferència visible és la càrrega als vèrtexs de les cúpules. Amb el plantejament del WinTess, amb què buscàvem només els pesos propis de la pell del model, hem obtingut càrregues a les cúpules notablement menors que les que extreu Tomlow de la fotografia. En aquest sentit, cal pressuposar que Gaudí va tenir en compte l'acció d'afegir sobrecàrregues corresponents a la superposició d'elements ornamentals, com ara estàtues, pinacles, medallons... els pesos dels quals presumiblement utilitzava per "jugar" amb el model i dissenyar la forma més convenient al seu criteri plàstic o arquitectònic. Val a dir que resultarà difícil de trobar dins del conjunt d'obra pròpia de Gaudí una cúpula sense acabament ni ornament. Tomlow també representava algun element que podia donar sobrepès a les parts altes, als cims de les cúpules, com ara pinacles o coronaments, i destaca sobretot una important estàtua en forma de colom sobre la cúpula principal.

La desviació en l'avaluació de càrregues entre els dos models (d'un 10%) és motivada, fonamentalment, per això.

De totes maneres, tot i que s'haguessin afegit càrregues supletòries als cims de les cúpules, encara quedaria una lleugera desviació motivada per les diferències bàsiques plantejades ja des de l'inici: la regularització de la planta i de la secció i el fet de no posar pesos en els punts de bifurcació. En un pla de detall, aquesta darrera qüestió genera una concentració del pes de cada pis ens els nodes centrals de cada arc, i en canvi, en el nostre cas, el pes queda més repartit fins als nodes extrems, la qual cosa carrega una mica més la cara exterior i descarrega els arcs.

Tot i les diferències entre models ja comentades, els resultats obtinguts confirmen que Gaudí utilitzava mètodes prou precisos per avaluar els pesos de les superfícies ja que les diferències obtingudes no són pas grans.

Finalment, en la reconstrucció material del model, a l'exposició del Saló del Tinell, vàrem voler accentuar la presència d'aquestes sobrecàrregues a les cúpules, les quals, dins del context didàctic de tota l'exposició, pretenien mostrar aquest vessant de Gaudí, que utilitzava les lleis de la mecànica com a eina instrumental per dissenyar la forma en l'arquitectura al seu gust.

Anàlisi de deformacions

Pel que fa a les deformacions, hem de comentar que el model resultant no ha patit grans deformacions i conserva perfectament la seva configuració bàsica original.

Tenint en compte que el model té, a escala real, més de 20 m d'altura, 17 m de llargada i 11 m d'amplada, les deformacions obtingudes representen una alteració de tan sols el 2%, cosa que per a un model de cables amb tanta llibertat de moviment representa una rigidesa considerable.

A la fig. 5.4.18 podem veure en perspectiva la superposició: en color vermell, el model 3D original modelat virtualment a semblança de l'anàlisi de Jos Tomlow, i en color negre, el model deformat, resultat del WinTess, segons les càrregues que corresponen a cada node segons el pes de les membranes previstes.

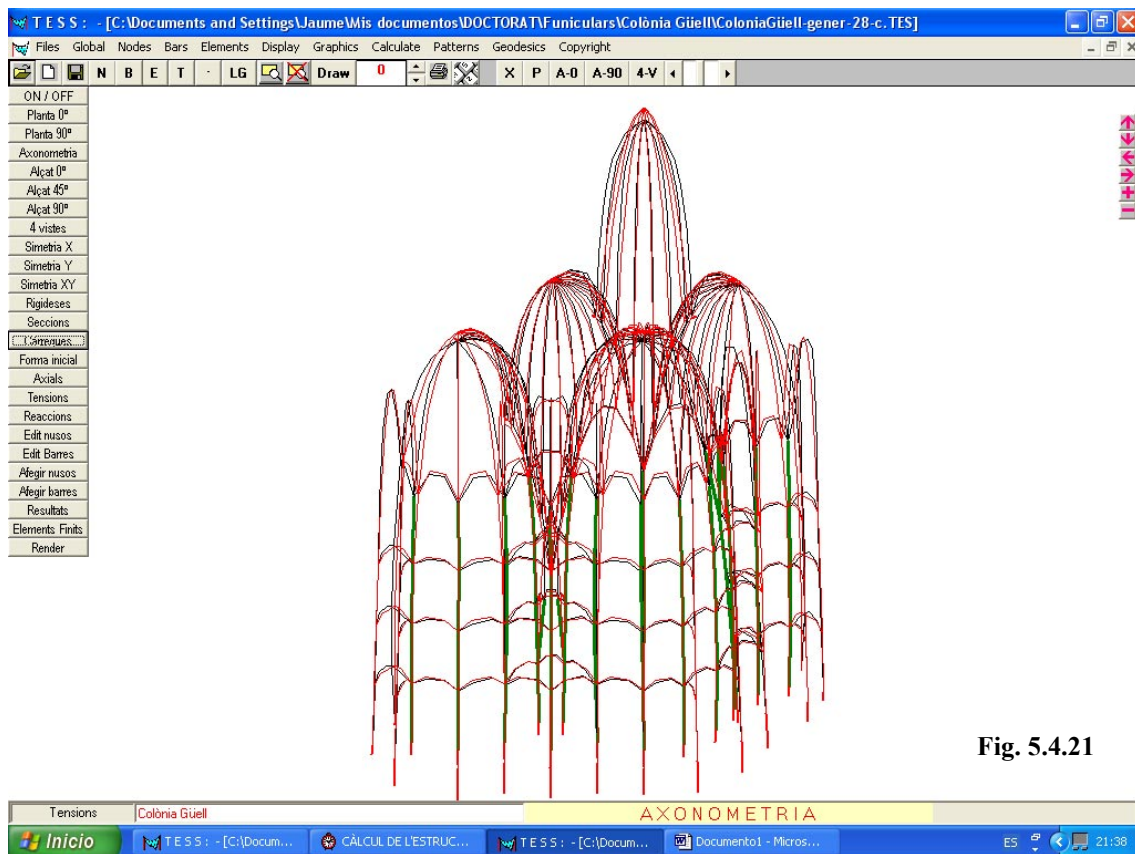


Fig. 5.4.21

Aquests pocs moviments o deformacions impliquen que el model s'assembla a la forma que Jos Tomlow va deduir de la fotografia. És clar que la fotografia era un model en equilibri, però aquest ajustament entre el model virtual i la fotografia es pot interpretar de diverses maneres.

D'una banda, cal plantejar que Gaudí i els seus col·laboradors afinaren prou bé el càlcul dels diferents pesos, mesurant l'àrea dels casquets de cada cúpula, de cada element (mur o sostre), cubicant els volums, etc. Nosaltres hem necessitat algorismes matemàtics, però ells ho feien manualment.

D'altra banda, cal plantejar que la forma proposada per Gaudí era ben travada, estructuralment lògica, i aquesta coherència fa que les deformacions siguin menors. De fet, en ser un projecte tan vertical, els diferents pesos i cables tenen recorregut suficient per retrobar la posició d'equilibri sense gaire moviments. Per fer notar aquesta verticalitat destaquem simplement la dada que ofereix el WinTess en el resum de resultats:

Superfície total de membrana: 1.135,08 m²
 Superfície total coberta en planta: 40,83 m²

Aquesta relació de gairebé 30 m² de sostre per m² de sòl només es pot explicar pel fet que la membrana, la roba que posava Gaudí, no distingeix entre el que és sostre i el que és façana. La gran verticalitat dels murs que, sense perdre continuïtat, s'encorben i formen el sostre, és el que dona aquest valor, que sembla desmesurat si es té en compte que només al perímetre de la planta existeix una superposició de tres pisos de cantories.

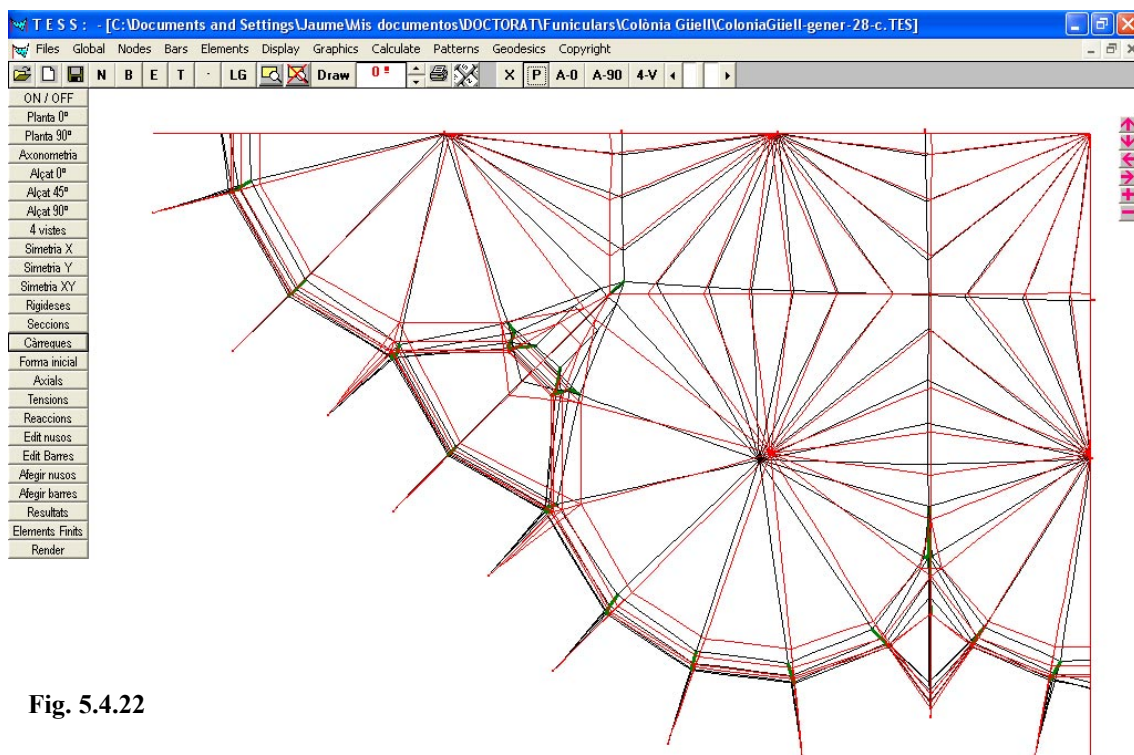
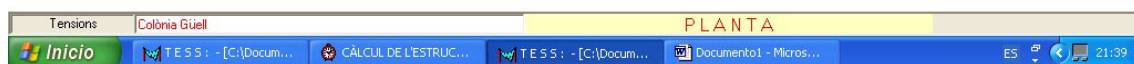


Fig. 5.4.22



Per tal de resumir l'anàlisi d'aquests moviments resulta especialment significatiu comentar el desplaçament dels vèrtexs de les cúpules. En la fig. 5.4.19 podem veure la planta, seccionada a un quart, amb la cúpula central a la cantonada dreta superior. En aquesta posició es pot veure perfectament que el vèrtex de la cúpula 3 (de la cantonada) s'ha desplaçat cap enfora de la planta, igual que el vèrtex de la cúpula 4 (de l'absis). Naturalment, el vèrtex de la cúpula principal no es desplaça en la planta, ja que és contingut en els plans de simetria, i només experimenta un descens visible als alçats.

Pel que fa a les cúpules secundàries, la de la secció transversal també es desplaça lleugerament cap enfora, en canvi, la cúpula 2, en la secció longitudinal, es desplaça lleugerament cap endins. Interpretem que la presència de la cúpula de l'absis limita el

moviment cap enfora, i, a més, l'arc toral principal, situat en una cota més alta, també ha influït per decantar-la cap endins. Pel que fa als arcs torals principals, podem veure a la planta que han experimentat llurs moviments cap enfora i han perdut verticalitat, i els altres arcs torals, juntament amb el tot el perímetre del conjunt, s'han desplaçat lleugerament cap endins.

En les vistes en alçat (fig. 5.4.20 i 5.4.21) es pot veure molt bé que, respecte del model original (en vermell), totes les cúpules perden alçada i queden més arrodonides, i en la taula adjunta se n'especifica el resum dels resultats.

Molt segurament, si s'haguessin considerat pesos puntuals suplementaris en aquests punts, on Gaudí solia col·locar pinacles, estàtues o altres elements d'acabament, les cúpules no haurien acusat aquest descens. Però l'arbitrarietat en la determinació d'aquesta mena de pesos ens ha dut a modelar exclusivament les superfícies. Així, la deformació que visualitzem és la que correspon només als pesos propis.

Fig. 5.4.23

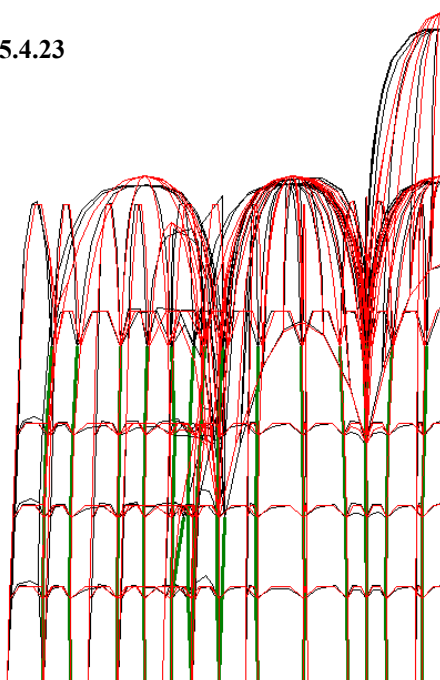
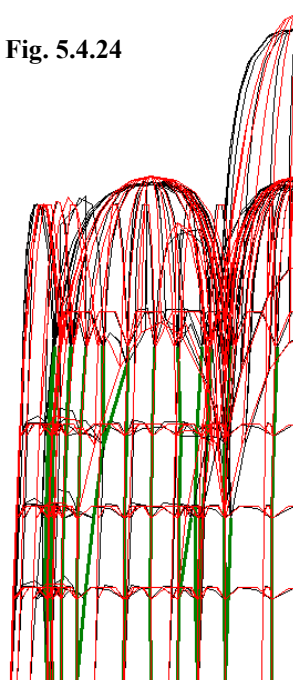


Fig. 5.4.24



Deformacions als vèrtexs de les cúpules						
	Nus	Rx (mm)	Ry (mm)	Rz (mm)	Rtot (cm)	
Vèrtex cúpula central (1)	834	0,00	0,00	-691,90	69,20	Baixa
Vèrtex cúpula 2 ong	427	15280	000	-12820	1990	Baixa i es desplaça cap endins
Vèrtex cúpula 2 transv.	819	0,00	-97,70	-253,80	27,20	Baixa i es desplaça cap enfora
Vèrtex cúpula 3 (diag.)	426	-202,70	-124,10	-331,10	40,80	Baixa i es desplaça cap enfora
Vèrtex cúpula 4 (absis)	149	-98,80	0,00	-398,60	41,00	Baixa i es desplaça cap enfora

Finalment, podem comentar que aquella geometria pura de juxtaposició de cúpules en forma de paraboloides de revolució d'eix vertical era només, tal com s'intuïa, una idea generadora de la volumetria bàsica. Ni la geometria virtual modelada en 3D ni la geometria final obtinguda de les deformacions corresponen a aquesta puresa. Altres idees generadores bàsiques, com ara la presència d'una cúpula central més alta i d'uns arcs torals principals, també més alts, són els elements que més impossibiliten aquella puresa.

Veient com evolucionà després el projecte de la Colònia Güell, podem dir que Gaudí s'allibera dels lligams de la geometria per generar la forma plàsticament, a la vegada que equilibrada mecànicament, però sempre utilitzant la geometria i la mecànica com a eines disponibles i no com a rígids condicionants.

Anàlisi de les reaccions en els suports

A continuació oferim un quadre resum de les reaccions a tots els suports, que són resultats del processament del model:

Reaccions als suports					
	Nus	Rx (T)	Ry (T)	Rz (T)	Rtot (T)
Pilar central	602	0,3300	0,1100	-74,2500	74,2500
Pilar 2 long.	589	0,1100	-2,2000	-23,8700	23,9800
Pilar 2 transv.	303	-2,6400	-2,2000	-64,3500	64,4600
Pilars cant.	234	-0,2200	-0,1100	-11,2200	11,2200
Pilars cant.	187	0,0000	-0,2200	-10,8900	10,8900
Pilars perimetrals	29	0,1100	0,0000	-11,5500	11,5500
Pilars perimetrals	68	0,1100	-1,1000	-28,9300	28,9300
Pilars perimetrals	107	0,0000	0,4400	-15,1800	15,1800
Pilars perimetrals	230	0,5500	0,0000	-15,0700	15,0700
Pilars perimetrals	301	0,3300	0,0000	-15,6200	15,6200
Pilars perimetrals	367	0,2200	0,2200	-11,7700	11,7700
Pilars perimetrals	451	-0,1100	0,2200	-11,6600	11,6600
Pilars perimetrals	657	0,0000	0,0000	-9,2400	9,2400
Pilars perimetrals	747	0,0000	0,2200	-8,8000	8,8000
Mur perimetral	1	-1,2100	-0,3300	-24,5300	24,6400
Mur perimetral	34	-1,1000	-1,1000	-28,9300	28,9300
Mur perimetral	80	-0,9900	-0,8800	-26,6200	26,6200
Mur perimetral	111	-0,9900	-0,9900	-26,2900	26,4000
Mur perimetral	170	-0,8800	-0,9900	-26,6200	26,7300
Mur perimetral	236	-0,8800	-0,9900	-23,5400	23,5400
Mur perimetral	337	-0,4400	-1,2100	-27,9400	27,9400
Mur perimetral	468	0,1100	-1,3200	-28,4900	28,4900
Mur perimetral	576	0,1100	-2,2000	-31,4600	31,4600

Les reaccions són totes molt verticals, coincideixen amb molta precisió amb la component Z, i les altres components (X i Y) són, comparativament, negligibles.

Podem comentar que així com el mur perimetral exterior rep la càrrega força uniformement, els pilars perimetrals interiors sí que acusen les diferències. Hi ha una acumulació de càrrega a la zona de la cúpula de cantonada.

Pel que fa als pilars de l'esquelet principal, també hi ha una gradació visible, segons el mateix ordre jeràrquic formal. No obstant això, veiem que el pilar secundari de la secció transversal, que està tocant al perímetre, carrega molt més que el pilar secundari de la secció longitudinal, que queda més a l'interior.

Tensions i predimensionament de seccions

Si considerem la resistència a ruptura per compressió de la pedra que s'havia d'utilitzar i considerem un coeficient de seguretat, podem donar al model els gruixos necessaris en tots els pilars i nervis.

Pel que fa al material, hem escollit pedra i maó dels utilitzats per Gaudí en el projecte definitiu de la Colònia Güell. Els valors de la tensió de ruptura els hem extret dels resultats dels seus propis assajos. En el cas de la pedra de Montjuïc, oferim també el valor de ruptura que utilitzà Sugranyes en els càlculs de la Sagrada Família.

Pel que fa al coeficient de seguretat, hem pres el valor clàssicament establert de 10 que es feia servir des de l'anàlisi de Villarceau, i que fins i tot Bergós apunta com a idoni quan es tracta de pedra.¹⁵

Així, els principals pilars de l'obra podrien quedar de la manera següent:

	MONTJUÏC		MONTJUÏC (Sugranyes)		MAONS RECUITS		MAONS ORDINARIS	
Resis- tència última	582	kp/cm ²	400	kp/cm ²	381	kp/cm ²	132	kp/cm ²
Rtot (T)	Secció (cm ²)	Diàmetre (cm)	Secció (cm ²)	Diàmetre (cm)	Secció (cm ²)	Diàmetre (cm)	Secció (cm ²)	Diàmetre (cm)
74,25	1275,77	40,30	1856,25	48,62	1948,82	49,81	5625,00	84,63
23,98	412,03	22,90	599,50	27,63	629,40	28,31	1816,67	48,09
64,46	1107,56	37,55	1611,50	45,30	1691,86	46,41	4883,33	78,85
11,22	192,78	15,67	280,50	18,90	294,49	19,36	850,00	32,90
10,89	187,11	15,44	272,25	18,62	285,83	19,08	825,00	32,41
11,55	198,45	15,90	288,75	19,17	303,15	19,65	875,00	33,38
28,93	497,08	25,16	723,25	30,35	759,32	31,09	2191,67	52,83
15,18	260,82	18,22	379,50	21,98	398,43	22,52	1150,00	38,27
15,07	258,93	18,16	376,75	21,90	395,54	22,44	1141,67	38,13
15,62	268,38	18,49	390,50	22,30	409,97	22,85	1183,33	38,82
11,77	202,23	16,05	294,25	19,36	308,92	19,83	891,67	33,69
11,66	200,34	15,97	291,50	19,27	306,04	19,74	883,33	33,54
9,24	158,76	14,22	231,00	17,15	242,52	17,57	700,00	29,85
8,80	151,20	13,88	220,00	16,74	230,97	17,15	666,67	29,13

En general, podem veure que els valors obtinguts donarien una extraordinària esveltesa, fins i tot exagerada, si es considera fet en pedra. Els valors, per tant, no en justifiquen l'ús, i sembla més idoni escollir la construcció en maó, que, tret del cas dels carregats pilars centrals, donaria un rosari de pilars perimetrals de 30 a 40 cm de diàmetre.

Tot i que aquests valors ja són més raonables, els pilars segueixen essent elements esvelts, característics de l'obra de Gaudí. De fet, haver arribat a aquesta esveltesa és raonable des del

¹⁵ BERGÓS I MASSÓ, Joan. *Materiales y elementos de construcción: Estudio experimental*. Ed. Bosch, Barcelona, 1953, pàg. 19.

punt de vista del mètode emprat, que optimitza l'estructura. En treballar totes les barres amb compressió centrada, sense moment flector, s'aprofita al màxim la secció de cada barra i no cal ni sacrificar part de les seccions ni engruixir-les, atès que no hi ha excentricitats.

Oferim també un quadre resum dels resultats de les tensions en els arcs torals principals, en l'esquelet bàsic del model i també en els nervis de les cúpules.

En aquest cas, en cada arc facilitem la tensió a la clau i a l'arrencada de l'arc, a la base. Aquesta darrera seria la que caldria considerar si els nervis fossin de secció constant, però si es volgués filar més prim, els nervis podrien aprimar-se quan s'acosten cap a la clau, on les tensions són menors.

En el cas del nervis de les cúpules, hem observat valors de tensió diferents als nervis de l'interior del model i als de l'exterior. Cap endins hi ha més nervis, i aquesta major densitat de nervis fa que cada un rebi menys càrrega. Cap enfora els nervis queden més separats i, per tant, carreguen més. Fent aquesta única distinció, els valors de tensió en els nervis són molt similars en totes les cúpules; nosaltres oferim tan sols els dos valors, a la clau i a la base, que serveixen per a qualsevol de les cúpules del model.

Axials als arcs i nervis						
	A la clau (T)	cm ²	En pedra b · h	A la base (T)	cm ²	En pedra b · h
Arcs torals del mòdul central	4,18	104,50	8 x 16	21,34	533,50	17 x 34
Arc toral transversal	4,29	107,25	8 x 16	16,72	418,00	15 x 30
Arc toral longitudinal	4,29	107,25	8 x 16	23,65	591,25	18 x 36
	Nervis de cap endins, zona densa			Nervis de cap enfora, zona aclarida		
	A la clau (T)	cm ²	En maó b · h	A la clau (T)	cm ²	En maó b · h
Nervis de les cúpules	0,22	16,50	3 x 6	0,77	57,75	6 x 12

Les seccions que oferim són rectangulars en proporció $\frac{1}{2}$, que ens han semblat més adequades que les circulars o les quadrades.

En el cas dels arcs torals principals, trobem resultats més raonables amb l'ús de la pedra que amb el maó. Amb la pedra obtenim dimensions que en cap cas no arriben a 20 cm x 40 cm (b · h); en canvi, amb maó caldria una secció d'àrea unes tres vegades més gran.

En el cas dels nervis de les diferents cúpules, els valors obtinguts fan molt viable l'ús de petits nervis de maó a l'estil del que es va fer en altres obres del mestre.

Gaudí estava interessat a conèixer les tensions en els cables del seu model i per això utilitzava extensòmetres, però li resultà una feina feixuga. Aquests resultats nostres són, justament, allò que perseguia Gaudí per facilitar el dimensionament dels diferents elements (pilars, nervis...), tal com hem fet nosaltres, segons la capacitat resistent de la pedra o del maó i amb un marge de seguretat adequat.

5.5 Models de cables per a les naus de la Sagrada Família

El testimoni de l'existència d'un model de cables per a les naus del temple de la Sagrada Família és molt menys consistent. Es comenta que en un plànol de les dependències de l'obra de Gaudí es feia constar que a dins d'un armari hi havia desada una maqueta funicular de les naus del temple. Aquest plànol, atribuïble a Sugranyes o Quintana, sembla motivat per l'intent de recuperació de dades després dels desastres de la guerra. No obstant aquest fràgil testimoni i la nul·la informació sobre com hauria estat el suposat model, hi ha hagut interès suficient per plantejar una possible reconstrucció i podem citar aquí dos assajos en aquest sentit.

El model de l'Espai Gaudí

La primera maqueta de cordes i pesos que hem conegut de les naus del temple està exposada en una de les vitrines del museu exposició Espai Gaudí, ubicat permanentment a les golfes de la casa Milà, la Pedrera.

En aquest cas es tracta d'una reconstrucció amb criteris bàsicament didàctics, ja que amb aquest model es pretén explicar al visitant el mètode de càlcul de Gaudí amb models de pesos i cordills aplicat a un projecte prou conegut, la Sagrada Família. Com que no abraça el temple complet, sinó només una secció de les naus que comprèn dos mòduls, l'observador es pot fer una idea del conjunt si imagina la juxtaposició.

Una de les coses que ajuden més a comprendre el mètode de Gaudí és la presència, a la vitrina del costat, de la mateixa maqueta posada del dret. En aquest cas, les boles que representen els pesos són aguantades per unes primes barretes metàl·liques que substitueixen els cordills invertits. Fins i tot, en una meitat d'aquesta maqueta, ja s'ha començat a vestir part de l'esquelet estructural amb la pell externa i això encara fa més reconeixible el projecte.

Tot i que trobem que és un encert aquesta reproducció, que aconseguix el propòsit d'explicar aquesta manera tan peculiar de dissenyar i calcular de Gaudí, no podem deixar de comentar algunes qüestions des de la nostra posició d'anàlisi científica.

En primer lloc, volem advertir que destaca el fet que tots els pesos estan representats per unes petites boles d'acer del mateix diàmetre. Potser així millora l'efecte estètic del model, però resulta poc versemblant a l'ull més analític el fet que totes les diferents parts de la construcció tinguin el mateix pes.

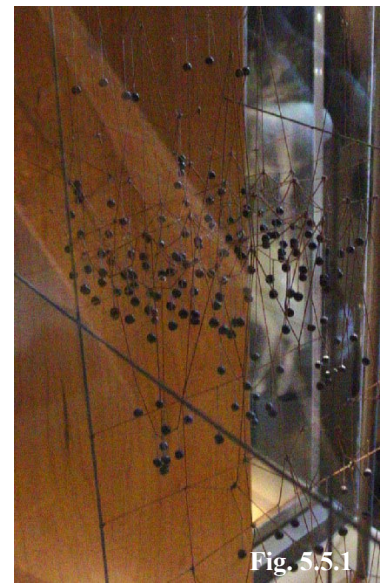


Fig. 5.5.1

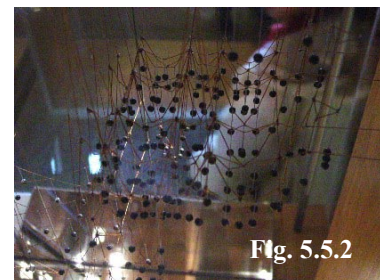


Fig. 5.5.2



Fig. 5.5.3

Per altra banda, ens resulta interessant veure que, en aquest cas, s'ha sabut reduir el complex conjunt format pels paraboloides i hiperboloides a una sèrie de cordes i de pesos que prenen la forma gravitant simplement segons la llei universal de Newton.

A la nau central es veu amb claredat com són els pilars i la sèrie de sostres i coberta que constitueixen les formes arquejades del conjunt. A les naus laterals s'aconsegueix bé l'efecte dels buits i plens de les voltes d'hiperboloides.

Sorpren, però, l'arrencada inclinada dels cables a la façana, que en realitat és vertical. Aquesta corda que en el model arriba fins al terra inclinadament, es fa passar, com dissimuladament, per dins d'un conjunt de tres cordes disposades sobre una planta triangular i que representen els contraforts que modulen les obertures d'aquesta façana. Al meu entendre els contraforts representats així prenen una consistència excessiva, sobretot tenint en compte que Gaudí pretenia superar el gòtic i prescindir d'aquests elements, que veia com unes crosses.

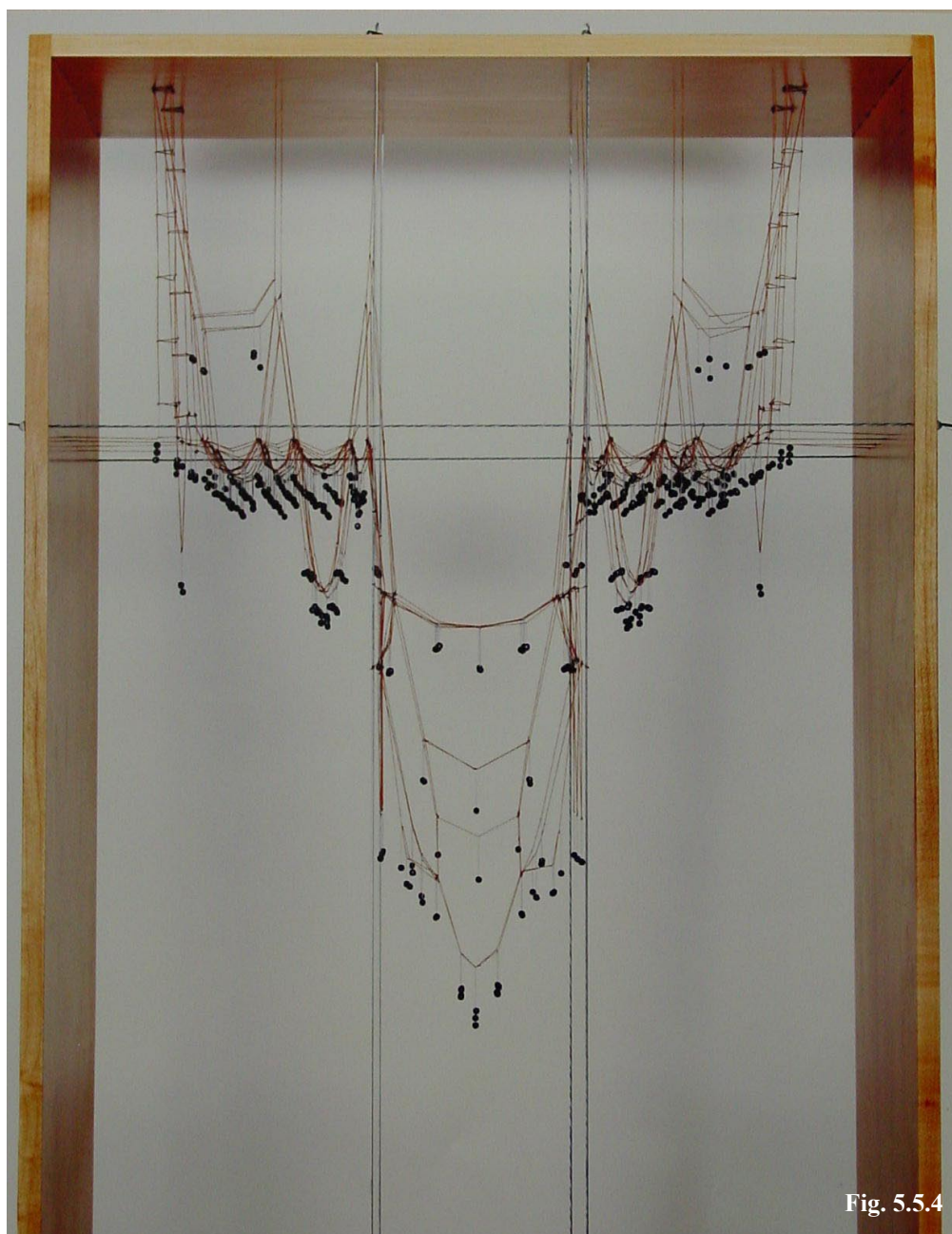


Fig. 5.5.4

Des del nostre punt de vista, més analític que el del públic en general, i sense cap afany de restar mèrit a aquest model exposat, que aconsegueix bé els objectius pedagògics que han motivat dur-lo a terme, advertim la presència d'uns tirants horitzontals que no representen cap element real del projecte i que semblen disposats per estirar lateralment cap enfora tot el conjunt de cordes i pesos. Amb aquests tirants, el model exposat sembla insinuar un desequilibri transversal del projecte que en realitat no existeix. La realitat és que aquests tirants laterals, que es col·len als plafons de fusta laterals de la vitrina, arruïnen tota credibilitat de l'assaig, i hom podria pensar que si els tallessin tot el model es deformaria plegant-se cap al centre.



Fig. 5.5.5

En resum, són aquests tirants i els dels vistosos contraforts amb el cable inclinat fins al terra els elements que poden desvirtuar la lectura d'una observació atenta del model.

En una catedral gòtica les línies de força descarreguen les empentes per fora de la nau, formant una mena de triangle que circumscriu la secció transversal. En el temple de Gaudí

cada element és capaç d'equilibrar-se per si mateix sense tanta necessitat dels elements veïns. Els pesos de la nau es descarreguen molt més directament a través de les columnes inclinades i el triangle de forces, en aquest cas, seria inscrit dins la nau central.

Els cables inclinats a les façanes i els tirants horitzontals no aconsegueixen explicar aquest tret distintiu de Gaudí sinó que, contràriament, parlen de la dificultat d'aconseguir amb cadenes penjants un organisme que demana un creixement més gradual i formes globals més arquejades. Aquest model posa en qüestió la forma i les dimensions de la secció del projecte, que tanca la secció transversal amb unes façanes verticals de fins a 30 m, sense arcs boterells ni contraforts. És en aquest sentit que pot donar peu a falses interpretacions.

El model de les escoles

Després d'haver-se finalitzat el trasllat i la reconstrucció del petit edifici de les escoles de la Sagrada Família, la petita joia arquitectònica de Gaudí valorada per Le Corbusier, s'ha instal·lat molt recentment al seu interior un espai expositiu dedicat a explicar amb finalitat didàctica diferents aspectes de l'obra de Gaudí. Com en l'Espai Gaudí, s'ha abordat aquest vessant tècnic sobre la mecànica i s'ha intentat una altra reproducció del suposat model de les naus de la Sagrada Família.

En aquesta ocasió, la reproducció ha estat fruit d'un treball de doctorat dut a terme per una estudianta austríaca i tutoritzat per l'expert Reiner Graefe, qui fa vint anys aconseguí, amb Jos Tomlow i Arnold Walz, la reconstrucció del complex model de la Colònia Güell.

Des del nostre punt de vista aquest model millora en diferents aspectes el seu precedent de l'Espai Gaudí. El més important és que és equilibrat per si mateix i no necessita tirants laterals. També valorem que no destaquen els contraforts, que es representen com uns pilars més, i que els arrencaments dels pilars en façana són verticals. La forma aconseguida es correspon bé amb la secció del projecte i ajuda a fer més evident aquesta correspondència el plànol en negatiu de la secció transversal de la nau que s'ha instal·lat en el plafó de fons de la vitrina.

En no haver tirants horitzontals laterals i no tenir cap element collat als laterals de la vitrina, aquests laterals han pogut ser transparents i no opacs, com passava en el model anterior, i així permeten veure millor el model des de més punts de vista.

Les cordes utilitzades, més gruixudes i de color blanc, destaquen com a línies de força del disseny de l'esquelet estructural.



Fig. 5.5.6



Fig. 5.5.7

Finalment podem comentar que una de les diferències més vistoses és el tractament dels pesos. En aquest cas s'han volgut reproduir els autèntics pesos fets de saquets de lli que contenien perdigons, els mateixos que es van utilitzar en la reconstrucció de la maqueta del projecte de la Colònia Güell. En això veiem la mà professional de Graefe, igual que en la utilització de petits elements (argolles, gafets, etc.) que van ser estudiats meticulosament per a l'importantíssim treball que aleshores es realitzà.



Potser els pesos representats així prenen més protagonisme que les petites boletes d'acer de l'assaig anterior i poden obstruir la visibilitat, però des d'una explicació amb finalitat

didàctica es pot argumentar que cada saquet conté el nombre de perdigons necessari segons el pes proporcional, a escala, que realment gravita sobre el punt concret.

En resum, tot i que els dos models comparteixen l'objectiu didàctic o pedagògic, si en l'altre model vèiem una interpretació moderna del tema, en aquest es percep una clara intenció més historicista o de recuperació d'un model que s'acosta més al que hauria pogut ser l'autèntic model de Gaudí.

5.6 Altres models penjants

Després del que hem vist i comentat sembla raonable considerar molt probable que Gaudí hagués pogut generar altres models penjants per modelar la forma de les seves obres o projectes d'acord amb la lògica estructural. De tots els seus projectes, a més a més dels ja comentats, potser el misteriós projecte d'un hotel a Nova York és, per la seva forma composta de juxtaposició de cúpules extremadament verticalitzades, un dels projectes on la presumpta utilització del seu mètode singular resulta una hipòtesi versemblant.

L'hotel Attraction a Nova York

Segons un relat de l'escultor Joan Matamala i Flotats, deixeble de Gaudí i fill del també escultor i fidel col·laborador del mestre, Llorenç Matamala i Pinyol, el 1808 Gaudí rebé el misteriós encàrrec de dos empresaris nord-americans de projectar un gran hotel per a la ciutat de Nova York.

Aquest projecte de Gaudí s'ha desconegut durant molt de temps i això ha estat motiu de controvèrsia sobre la seva autenticitat. Matamala guardà curiosament uns dibuixos de petit format, suposadament originals de Gaudí (fig. 5.6.1), i després en féu la seva interpretació amb una sèrie de plànols de més gran format que reproduïen, concretaven i detallaven una mica més el projecte (fig. 5.6.2 a 5.6.4). El projecte no havia estat mencionat per cap dels primers cronistes de Gaudí (ni Ràfols, ni Puig i Boada, ni les primeres converses de Martinell), i no aparegué a la llum fins al 1956, quan Matamala publicà la memòria *Cuando el nuevo continente llamaba a Gaudí (1908-1911)*. L'arquitecte mexicà Marcos Mejía López cursà a la Càtedra Gaudí els seus estudis de doctorat durant cinc anys (1990-1995) i arribà a la conclusió que els petits dibuixos i els plànols signats per Matamala eren fets per mans



Fig. 5.6.1

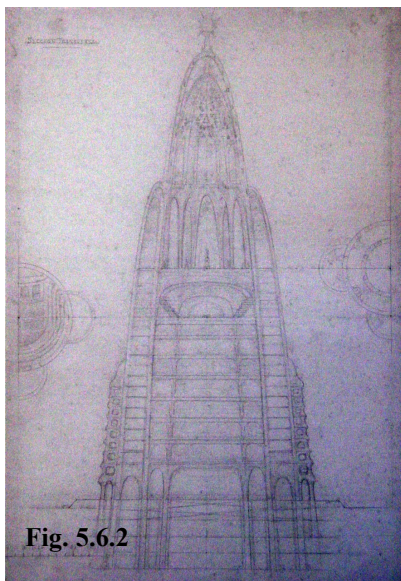


Fig. 5.6.2

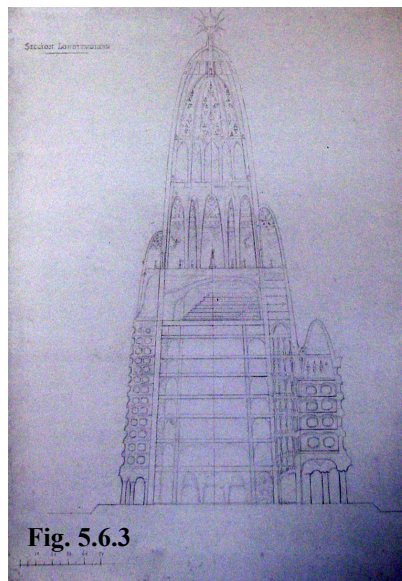


Fig. 5.6.3

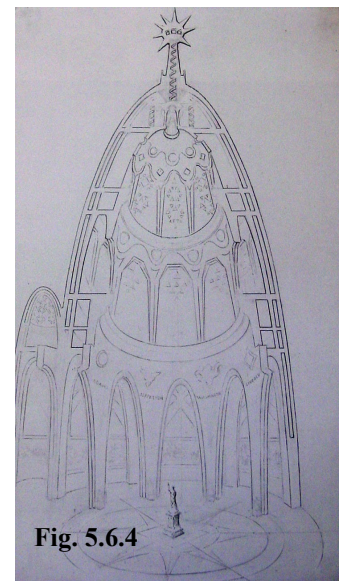


Fig. 5.6.4

diferents. Aleshores, si els petits dibuixos no eren de Matamala, de qui havien de ser, sinó de Gaudí? Qui era el falsificador si els dibuixos havien estat registrats notarialment durant tot aquell temps?

D'altra banda, quan el 1952 se celebrà a Reus el centenari del naixement de Gaudí, l'arquitecte Ignasi Bruguera i Llobet lliurà un dibuix seu, acolorit amb aquarel·la, datat de l'any 1917. Es tractava d'un projecte de gratacel, l'Office Building, que Bruguera projectà inspirant-se, suposadament, amb l'hotel de Gaudí i amb la Sagrada Família. La semblança del projecte de Bruguera amb l'hotel de Gaudí es fa palesa. Tan sols és un detall que fa més creïble la hipòtesi d'autenticitat del projecte de Gaudí per a Nova York.

L'enigmàtic tema ha estat estudiat amb meticulositat dins del context acadèmic i docent de l'ETSAB, ja que fou escollit per protagonitzar, dins del repertori d'exposicions amb motiu de l'any Gaudí que s'han fet per tot el país, una que fos diferent i innovadora i que pogués destacar.

Es dissenyà una assignatura optativa especialment per fer front al tema, i l'experiència, coordinada per Josep M. Montaner, Pedro Azara, Carles Hurí i Montse Domínguez, culminà primer amb l'exposició titulada "La catedral laica" i després amb el llibre, catàleg de l'exposició i recull de totes les investigacions i els debats generats, *Hotel Attraction: Una catedral laica. El gratacel de Gaudí a Nova York*.

Des d'un principi es pretenia aconseguir representar el projecte de manera tridimensional, amb una maqueta, i els diferents grups d'alumnes treballaren per generar la que millor expressés les idees bàsiques que giravoltaven entorn del tema. La qüestió va ser plantejada com a projecte fantasiós, irrealitzable amb els mitjans, les tècniques i els materials que aleshores tenien. Altrament hauria estat el gratacel més alt del món durant molts anys, ja que el 1911 era molt abans que fossin erigides la majoria d'aquestes obres gegantines que conformen el perfil actual de la ciutat dels gratacels.



Fig. 5.6.5

El treball realitzat de recuperació, d'animació virtual i de divulgació d'aquesta documentació és molt important i el valorem molt positivament, i la maqueta finalment escollida representa molt bé els conceptes plantejats per l'equip de treball. Es tracta d'un model que, penjat del sostre de la cúpula de la Càtedra Gaudí, flota ingràvidament sense tocar a terra.

Tot el model penja d'un sol punt al sostre. Des d'aquest punt se sosté una anella metàl·lica d'on pegen els diferents cables que aguanten els vèrtexs de les diferents cúpules. En cada cúpula els cables parteixen del vèrtex i, obrint-se en forma de ventall, cauen cap avall i són tensats per uns pesos col·locats en els extrems inferiors. Unes plataformes de metacrilat transparent, col·locades de manera intercalada i que simulen els diferents nivells

horitzontals, van separant els cables, que altrament tendrien a plegar-se en una recta. El volum aparent del projecte s'ha generat del dret, sense inversió.

Tal com va ser descrita en la sessió de presentació, és una maqueta immaterial, indefinida, sense contorns aparents, una maqueta feta d'aire i de llum, una maqueta que costa de veure, que obliga a mirar molt enlaire, talment com el projecte que representa.

Des del meu particular punt de vista, especialitzat en els models catenaris i funiculars de Gaudí com a eines per dissenyar formes voltades, crec que s'ha desaprofitat una bona ocasió d'experimentar amb el mètode de Gaudí dels models invertits, ja que, com insinuava en començar el tema, aquest projecte té l'aparença d'un conjunt d'apuntades cúpules que formen un organisme que hom pot assimilar força bé a altres organismes de Gaudí, com ara el projecte de la Colònia Güell o les torres centrals de la Sagrada Família, que foren dissenyats i concebuts així, i crec que es prestava a l'experimentació per aquest camí.

A més, no puc deixar d'expressar que m'ha sorprès el model exposat i que considero que no és encertada la manera escollida per expressar el tema. En tractar-se d'un model penjant a base de cordes i pesos, l'espectador pot reconèixer clarament el fet i pot associar-lo erròniament al particular mètode de Gaudí.

Potser en evitar la necessitat de posar un mirall es redueix la confusió que això comporta i l'espectador ho pot agrair, però el model així no té res a veure amb el que feia Gaudí. La qüestió és que el model no és invertit, sinó que està del dret.

Naturalment, el punt de vista de la didàctica estructural no ha estat prioritari a l'hora de plantejar aquest model i això excusa els qui pretenien, sobretot, expressar unes idees que anaven pels terrenys de visualitzar una fantasia. El problema és que aquest model, dirigit al públic en general, no solament no ajuda a comprendre el mètode de Gaudí, sinó que pot crear confusió en una qüestió de tan vital importància (si més no per a mi, perquè m'ha motivat a fer aquesta tesi).

Aquí els pesos no serveixen per altra cosa que per estirar uns cables, no necessiten tenir cap relació amb les masses i les densitats que representen. La forma no ve donada pel principi de la catenària i la seva inversió sinó per les plataformes rígides que van separant els cables. Així com a la Colònia Güell eren els cables sotmesos a la llei de la gravetat els que donaven forma al projecte, aquí són unes plataformes les que hi donen forma. L'espectador pot no captar aquesta diferència, i segurament no encetarà raonaments que adverteixin que el sistema escollit en aquest model podria admetre perfectament unes plataformes per als pisos superiors més amples que als pisos inferiors i arribar a generar una volumetria de tipus "bolet", en contra de la lògica cúpula catenària. Molt probablement, l'espectador comú s'endurà la idea que és un model penjant més, com els



Fig. 5.6.6

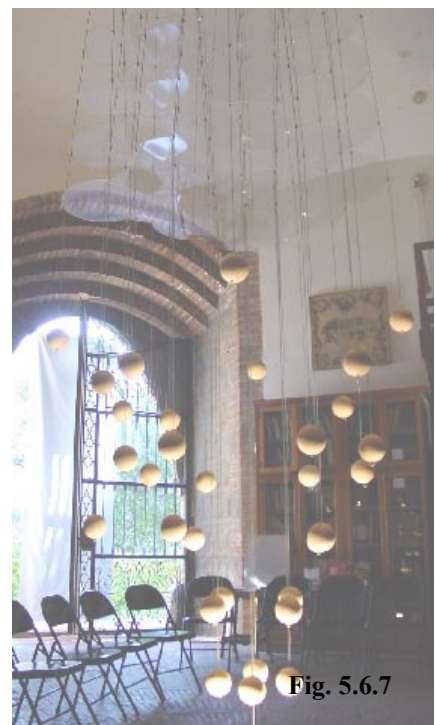


Fig. 5.6.7

altres. Aleshores, crec que amb aquest model s'haurà enganyant l'espectador.

De tot el que hem comentat es desprèn que el nostre estudi ha d'ignorar aquest model, que no té cap propòsit de disseny estructural. Però, aleshores l'interrogant resta obert: segueix aquest projecte una forma que respon a la que resultaria d'un experiment previ de juxtaposició de diferents cúpules catenàries invertides? El model exposat no serveix per obtenir resposta a aquesta pregunta, però si la resposta fos afirmativa seria una prova més que confirmaria la fidelitat de Gaudí a aquest mètode que desenvolupava empíricament i de manera autodidacta.

Un model inventat a l'Espai Gaudí

L'exposició de l'Espai Gaudí, a les golfes de la Pedrera, té el propòsit d'explicar Gaudí des dels seus diferents vessants, entre els quals, i amb una atenció especial, es considera el vessant tècnic i de calculista. En el pis de sota d'aquestes golfes, el Gabinet Gaudí desenvolupa uns tallers didàctics, dissenyats preferentment per a grups d'alumnes d'ensenyament secundari, en els quals els nois i les noies poden manipular maquetes i experimentar directament amb la geometria i la mecànica que utilitzà Gaudí. Entenent l'exposició de les golfes com una prolongació de les intencions exposades en aquests tallers, és clar que aquí els objectius didàctics i pedagògics són absolutament prioritaris. Hem vist ja com s'ha tractat el tema del model penjant de les naus de la Sagrada Família, que, tot i els defectes tècnics que ja hem advertit, fent parella amb la maqueta de guix que té al costat aconsegueix explicar prou bé a l'espectador l'essència del mètode dels models invertits.

Però veient que aquest model era massa complex, ja que correspon a un projecte complex, els autors s'han afanyat a inventar un model molt més senzill, amb aquesta mateixa intenció didàctica, per assolir un objectiu estrictament pedagògic: aconseguir fer comprendre el mètode dels models invertits.

Crec que l'esforç està ben dirigit, i per tant és digne de ser recollit en aquest intent nostre de fer una recopilació exhaustiva de models relacionats amb Gaudí.

En aquest cas, el model representa una cúpula sobre planta central, sense gaires complicacions. Una certa relació formal d'aquesta planta central, així com l'accentuada verticalitat del model, em conviden a suggerir que potser aquest sí que seria el lloc adequat per assajar un model penjat de l'hotel de Nova York que hem comentat abans.

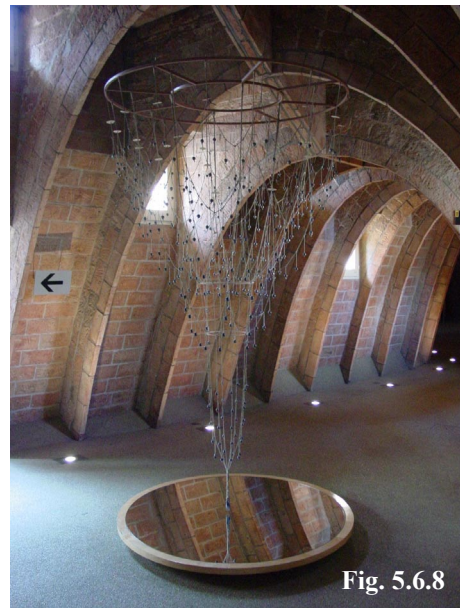


Fig. 5.6.8



Fig. 5.6.9

6 Càlcul gràfic dels col·laboradors de Gaudí

L'arquitecte s'ha de saber aprofitar del que "saben fer" i del que "poden fer" els operaris. S'ha d'aprofitar la qualitat preeminent de cadascú. Això és: integrar, sumar tots els esforços i donar-los la mà quan s'encallin; així treballen de gust i amb la seguretat que dóna la plena confiança en l'organitzador.

A més, cal recordar que no hi ha ningú inútil, tothom serveix (si bé no tothom amb la mateixa capacitat); la qüestió és trobar per què serveix cadascú.

El treball és fruit de la col·laboració,
i aquesta només pot basar-se en l'amor;
per això és indispensable separar els qui són un llevat d'odi.

Antoni Gaudí

BERGÓS, Joan, *Converses de Gaudí amb Bergós*, pàg. 172 i 97

6 El càlcul gràfic i funicular dels col·laboradors de Gaudí

Els col·laboradors de Gaudí

Gaudí era sempre el cervell creador i el cap absolut de les seves obres; no obstant això, va aprofitar el que podia obtenir d'altres arquitectes, artistes o artesans. Així, va incorporar al seu equip diversitat de col·laboradors i va assignar a cada un d'ells una tasca específica i exclusiva per realitzar. Tenia clar què havia o podia demanar a cada un d'ells i deia:

Cada persona té una determinada habilitat o capacitat i és a la qual cal recórrer, sense demanar mai a ningú alguna cosa que no tingui possibilitat de realitzar.

Dins del grup de col·laboradors amb més responsabilitats assumides hem d'esmentar Berenguer, Rubió, Sugranyes, Canaleta i Quintana. La proximitat d'ells amb Gaudí i l'estreta relació establerta els dugueren sovint a interpretar i materialitzar ells mateixos el que Gaudí concebia en la seva rica imaginació.

Cal destacar també l'important paper que van dur a terme els contractistes Alsina, Bayó o Pardo, que van dur a la realitat bona part de les obres i del pensament arquitectònic de Gaudí.

Finalment, Gaudí, bon coneixedor dels oficis, també va buscar col·laboració en diferents branques d'artesans que requerien les seves obres per brodar els seus projectes. Així, va establir una estreta relació amb els Matamala, escultors, i també amb Mani i Laborda, amb els germans Badia, forjadors, amb Cases i Bardés, ebenistes, amb Rigal i Amigó, vidriers, o amb Opisso, dibuixant. Tots ells contribuïren a culminar fins al més petit detall totes les obres d'art integral que va concebre el genial arquitecte.

Dins del context artesanal del modernisme, el paper docent que desenvolupaven els estudis d'Arquitectura era imprescindible en la formació d'un arquitecte, i permetia una transmissió de coneixements essencial. En aquells moments els estudis de Domènech i Montaner, Joan Martorell o Antoni Gallissà eren els més significatius, però cap no era tan vigorós, tan definit en les seves intencions i tan marcat per la personalitat del seu mestre com el d'Antoni Gaudí. Per l'obrador de Gaudí van passar-hi Josep Canaleta i Cuadras, Bernadí Martorell i Puig, Jeroni Martorell i Terrats i Domènec Sugranyes i Gras, o anys més tard Joan Bergós i Massó, Lluís Bonet i Garí, Francesc Folguera i Grassi, Cèsar Martinell i Brunet, Isidre Puig i Boada i Josep F. Ràfols i Fontanals.

Aquesta llista es podria allargar, segons la tesi d'Ignasi de Solà-Morales i Rubió, amb altres arquitectes visitants, com Lluís Moncunill i Parellada, Salvador Valeri i Pupurull, Manel Raspall i Mayol, Rafael Masó i Valentí i Josep M. Pericas i Morros, entre altres.

De tots aquests arquitectes hem de destacar Martinell, Folguera, Bonet i Garí, Ràfols o Puig i Boada, que visitaven sovint Gaudí i es dedicaren a escoltar les paraules del mestre, a recollir-les, i les van publicar, i això va influir decisivament en la valoració i la recuperació de l'obra de Gaudí. Després, la seva fe en la paraula i l'obra del mestre els dugué a la decisió d'emprendre la difícil tasca de reconstrucció de maquetes i plànols de la Sagrada Família, la qual va culminar primer amb la construcció completa de la façana de la Passió i finalment

amb la perspectiva d'un final de la totalitat de les obres en una breu perspectiva d'uns 25 anys, ara que en fa més de cent que es van iniciar.

En aquest sentit, en el llibre d'Isidre Puig Boada *El pensament de Gaudí* trobem aviat (pàg. 12) una nota significativa:

Vers l'any 1914, en què el temple passà serioses angoixes econòmiques, és quan un grup d'estudiants d'arquitectura el visità i s'oferí a treballar per tal d'evitar que les obres es deturessin. Aquells estudiants eren:

Joan Bergós Massó
Lluís Bonet Garí
Francesc Folguera Grassi
Cèsar Martinell Brunet
Isidre Puig Boada
Josep F. Ràfols Fontanals

als quals s'afegí el jove professor de l'escola de Comerç,
Joan Martí Matlleu.

Escoltàvem, i molts la recollírem per escrit, la paraula viva del mestre, intuïnt la seva futura valoració.

Les primeres publicacions biogràfiques i divulgatives de Gaudí i la seva obra apareixen l'any 1929 de la mà de Puig Boada, d'una banda, i de Ràfols i Folguera, de l'altra. Més tard, motivat pel centenari del naixement de Gaudí, cap a l'any 1952 ressorgiren altres textos d'aquests testimonis directes de Gaudí. El fet anima Puig Boada i Ràfols a fer noves publicacions, a les quals s'afegeixen, a més, les de Martinell, Bergós i també la de Joan Matamala i Flotats, amb el controvertit projecte de l'hotel Attraction de Nova York.

Alguns d'aquests textos van ser traduïts a altres idiomes; els de Martinell, per exemple, els podem trobar en anglès, francès i italià, i això va afavorir la divulgació de la figura i obra de Gaudí internacionalment. Però, sobretot, la divulgació internacional cal agrair-la a Collins, als Estats Units, i a Kenji Imai, al Japó.

En els apartats que segueixen desenvolupem en detall els càlculs gràfics i funiculars d'alguns col·laboradors de Gaudí: Berenguer, Sugranyes i Rubió. Però hi ha altres col·laboradors de Gaudí que destaquen considerablement i que pensem que és convenient ressenyar breument. És el cas de Josep Maria Jujol, de vessant més artístic que no pas tècnic, o de Josep Canaleta, del qual, tot i ser un col·laborador clarament tècnic, no hem trobat cap document de càlcul gràfic o funicular que poguéssim comentar.

Aprofitem, doncs, aquest espai que hem obert aquí sobre els col·laboradors de Gaudí per donar algun detall biogràfic més d'aquests personatges i de les seves obres, per tal de facilitar una comprensió global més completa d'aquell equip humà que giravoltava a l'entorn de Gaudí i que amb el seu treball ajudaren a materialitzar el geni de la seva obra.

Josep Canaleta i Cuadras

Titulat arquitecte el 6 d'agost de 1902, tenia un cert parentiu amb els Güell-Comillas i això el dugué a relacionar-se amb Gaudí. Joan Matamala va descriure Canaleta com “un home menut, bru, de pèl arrissat, bigoti caigut, silenciós, i molt respectuós”.

És molt important la seva participació com a ajudant de Gaudí en la maqueta estereostàtica de la Colònia Güell, com ja hem comentat, i també en la Pedrera, on, juntament amb Domènec Sugranyes i per mitjà del contractista Josep Bayó i Font, va materialitzar les formes de xemeneies, badalots d'escala i cels rasos que Gaudí preparava amb maquetes de guix al soterrani de la mateixa casa Milà, encara en obres, amb l'ajut del modelista Joan Bertran.

Després de treballar a la Pedrera i amb la maqueta estereostàtica de la Colònia Güell, el 1910 va treballar en el projecte dels fanals de Vic, amb motiu del centenari de Balma. Aquests fantàstics fanals que es van fer amb columnes de basalt de Castellfollit, amb ferro treballat pels mateixos forjadors de Vic i amb policromia de Jujol, van ser destruïts el 1924.

Des d'aleshores va treballar de manera independent, primer com a arquitecte a l'entorn de Vic, Cornellà, Castelldefels i Barcelona, i finalment com a arquitecte municipal de Gavà, on va projectar l'església parroquial i el monument dels morts de la Guerra Civil.

Les seves obres més destacables van ser:

- . Projecte de la casa Camil Rafart, a Sarrià (1909)
- . Teatre de la Cooperativa, a Roda de Ter (1915)
- . Restauració de la masia de can Raspall, al pg. Manuel Girona, aleshores encara carretera particular dins la finca Güell (1920)
- . Garatge per a Ferran Bertran Güell, al pg. dels Til·lers (1921)
- . Obertura del porxo del Palau Moja-Comillas, a la Rambla-Portaferrissa (1930)
- . Escorxador municipal i mercat, a Viladecans (1933)

El seu estil arquitectònic va ser fortament modernista fins als anys vint i després, com altres col·legues seus, es va fer noucentista i ben clàssic. Va morir a Barcelona el 15 d'abril de 1950.

Josep Maria Jujol i Gibert (1879-1949)

L'art de Jujol, arquitecte des del 1906 però dibuixant extraordinari des de la infantesa, és prou característic per haver d'estudiar-lo des de diferents punts de vista. Al costat de Domènech i Montaner, Font i Gumà i Gallissà, va mostrar el seu tarannà artístic abans d'acabar la carrera, als fanals del c. Ferran (1902) i a l'altar de la Trinitat a Santa Maria del Mar.

El 1906 entrà en contacte amb Gaudí recomanat pel Dr. Pere Santaló, admirat pel treball de Jujol a les obres de l'Ateneu Barcelonès. Des d'aquell moment va fer, a la Pedrera encara en obres, els models de fang dels canelobres de l'oratori Batlló i de diverses pintures al pis de la casa Milà. Entre el 1906 i el 1914 va col·laborar amb Gaudí en el projecte de monument a Jaume I, al c. de la Tapineria (1908), en la policromia de la maqueta de la façana del Naixement de la Sagrada Família per a l'exposició "Gaudí a París" (1910) i en els escuts dels bisbes visitants de la cripta al temple, en la policromia dels fanals de Vic en el centenari de Balma (1910) i en diverses obres de ceràmica i pintura en la restauració de la seu de Mallorca (1910-1914). Entre el 1911 i el 1913 va participar en la decoració de les cúpules de la sala hipòstila i el banc ondulat al parc Güell, el 1919 va dibuixar el segell de la Tinença Parroquial de la Sagrada Família per a la festa de Sant Pere.

A més de les obres en relació amb Gaudí, Jujol presenta una excepcional obra pròpia, ben diferent de la que va fer amb el mestre:

- . Teatre del Patronat Obrer de Tarragona (1909)
- . Torre Sansalvador, a l'av. Nostra Senyora del Coll (1909)
- . Reforma dels tallers Mañach (1911)
- . Botiga al c. Ferran (1911)
- . Torre de la Creu, a St. Joan Despí (1913)
- . Reformes al mas Bofarull, als Pallaresos (1914)
- . Reforma a la masia Negre, a Sant Joan Despí (1915)
- . Campanar de Creixell (1917)
- . Església de Vistabella (1918)
- . Casa Xaus, a Sant Joan Despí (1921)
- . Casa Planells, a l'av. Diagonal (1922)
- . Santuari de Montserrat, a Montferri (1925)
- . Font central a la plaça d'Espanya de Barcelona (1929)

Cal destacar la seva tasca docent a l'Escola d'Arquitectura, on va deixar un record inesborrable com a dibuixant, pintor i projectista. També és molt apreciat a Sant Joan Despí, on va construir diverses cases, a més de la seva pròpia, cap als anys vint. Jujol va continuar treballant fins que va morir, l'any 1949.

6.1 Francesc Berenguer i Mestres (1866-1944)

Dades biogràfiques

Va néixer a Reus el 21 de juliol de 1866. El 1881 es traslladà a Barcelona per iniciar els estudis de Belles Arts i Arquitectura.

Va aprovar a Belles Arts dues assignatures, una a la Universitat de Barcelona i set a l'Escola d'Arquitectura, cap d'aquestes d'estructures ni de construcció o projectes.

El 1887 es casà amb Adelina Bellvehí i van ser pares de set fills. D'ençà del casament, Berenguer deixà els estudis i es dedicà a fer de delineant als obradors de Gaudí a la Sagrada Família, i també treballà per a Miquel Pascual i Tintorer,¹ arquitecte municipal de Gràcia.

Per a Pascual i Tintorer va treballar en diverses cases al c. Gran, al mercat de la Llibertat i al santuari de Sant Josep de la Muntanya.²

Amb Gaudí va ser col·laborador fidel i amatent, seguint les idees del mestre, al qual va assistir en obres com la Colònia Güell, els cellers del Garraf, la torre Mateu de Llinars i el temple de la Sagrada Família, però no intervingué ni a la casa Batlló ni a la casa Milà, del passeig de Gràcia. A la fig. 6.1.1 i 6.1.2 podem veure els arcs parabòlics que conformen l'esquelet estructural del teatre del Centre Moral i Instructiu de Gràcia quan estava en construcció, l'any 1913.

Tot i no tenir el títol d'arquitecte, va fer projectes ell tot sol, com la capella del Santíssim de Sant Joan de Gràcia, l'església de Ca n'Aguilera de Piera i la casa mostra del parc Güell, actualment Casa Museu Gaudí. El seu estil va ser plenament modernista i avui és conegut gràcies a l'arxiu de plànols i dibuixos que va conservar la família i gràcies al Col·legi d'Arquitectes.

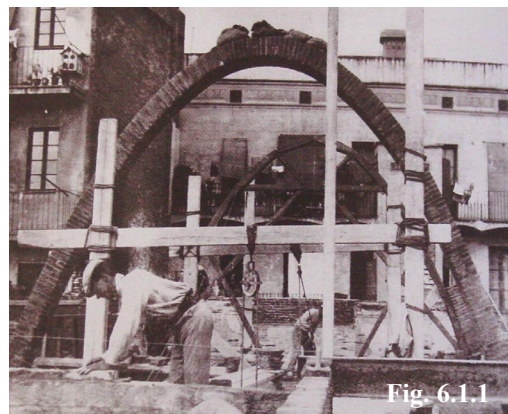


Fig. 6.1.1

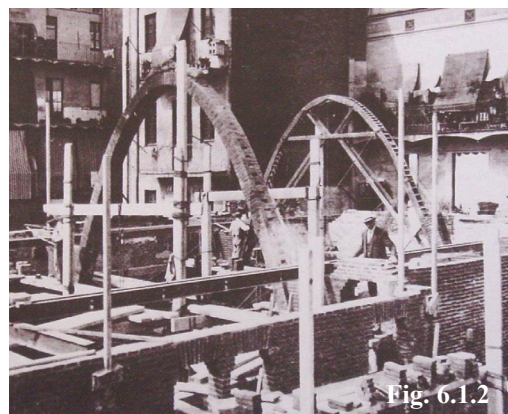


Fig. 6.1.2

¹ Miquel Pascual i Tintorer va ser arquitecte municipal de Gràcia i, després de l'annexió de Gràcia a Barcelona, va ser cap de la Secció d'Urbanització i Obres a l'Ajuntament de Barcelona fins que va morir. Entre les seves obres, com a arquitecte, podem destacar, en una primera etapa, a Sabadell: dues esglésies (Puríssima Concepció i Santuari de la Salut) i el Col·legi dels Pares Escolapis. En una segona època, molt modernista, trobem el mercat de la Llibertat, la Casa Consistorial, el santuari de Sant Josep de la Muntanya i la fàbrica Lebón i Cia, a Gràcia. I finalment té diverses cases particulars a l'Eixample i l'església de Santa Coloma de Gramanet. El contacte de Berenguer amb Pascual es produeix, doncs, en l'època més rica i més modernista d'aquest arquitecte de l'Administració.

² Per ampliar informació sobre la vida i l'obra de Francesc Berenguer es recomana consultar la tesi doctoral, no publicada, de José Luis Ros Pérez, *Los dibujos de un modernista. Claroscuro de Francisco de Asís Berenguer i Mestres*, ETSAB, Barcelona, 1983.

Va ser membre de les associacions carlistes de Gràcia i, com Gaudí, també va ser molt devot.

Gaudí va sentir un gran afecte per aquest home humil i treballador i, quan va morir, el febrer del 1914, manifestà que “havia perdut la seva mà dreta” i, segons Ràfols, besà el cadàver del col·laborador i amic. L'afecte de Gaudí vers Berenguer va ser correspost per l'admiració de Berenguer per l'arquitecte, el qual sempre va interpretar correctament les obres gaudinianes on intervingué, però que no va intentar mai trasplantar a les construccions d'autoria exclusiva seva. L'actual coneixement de l'obra construïda de tots dos permet aclarir la relació complementària entre la força creadora de Gaudí i la capacitat de dibuixant i expressió gràfica de Berenguer, que sempre va restar unit a Gaudí per una fraternal amistat que va durar fins a la seva mort.

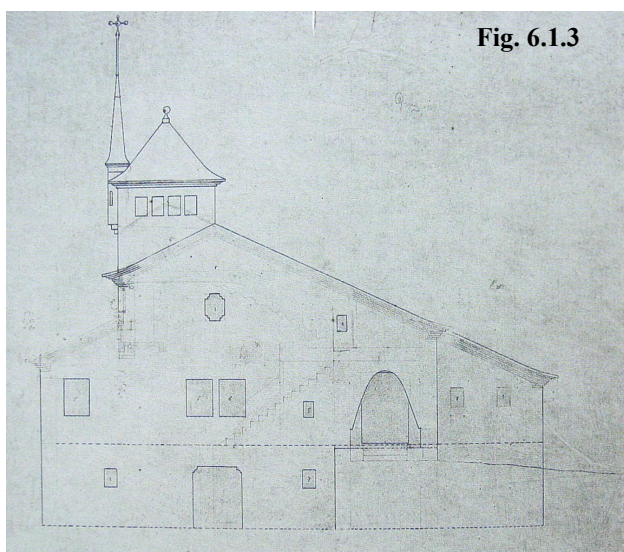


Fig. 6.1.3

Arcs parabòlics en Berenguer

És fàcil trobar arcs parabòlics en l'obra de Berenguer, i no només usats aprofitant les seves característiques mecàniques o estructurals, com hem vist en el teatre del Centre Moral de Gràcia, sinó que també són usats com a element formal per donar caràcter a façanes, entrades o espais singulars. En el capítol següent veurem un extens recull d'arcs parabòlics pertanyents al celler Güell al Garraf (1895-1904). En aquella obra feta en col·laboració amb Gaudí notarem la presència no només d'arcs parabòlics, sinó també d'arcs hiperbòlics i arcs catenaris.

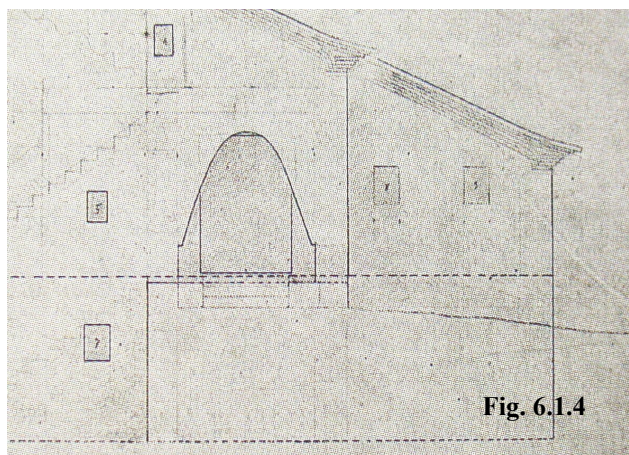


Fig. 6.1.4

En l'obra considerada pròpia seva (no signada perquè no obtingué el títol d'arquitecte), notem sovint la seva presència en aquesta disposició preferent, com per exemple en la seva obra a la Colònia Güell (escoles, cooperativa i casa del mestre, 1911), la casa al parc Güell (1904) o la casa familiar a Rubió (1908).

En aquesta darrera obra (fig. 6.1.3 i 6.1.4), ens ha semblat reconèixer l'arc del qual

s'ha conservat el càlcul funicular a l'arxiu del Col·legi d'Arquitectes i que nosaltres hem seleccionat com a exemple per explicar el particular mètode de càlcul d'arcs de Gaudí i dels seus col·laboradors.

Càlculs gràfics funiculars de Francesc Berenguer

Buscant càlculs gràfics de Francesc Berenguer i Mestres, hem trobat a l'arxiu històric del Col·legi d'Arquitectes dos petits documents sobre l'estudi d'arcs parabòlics:

- Detall de dos arcs parabòlics. Alçat. Llapis sobre paper vegetal (codi: H 101A /36/1721)
- Detall d'un arc parabòlic. Llapis sobre paper vegetal (codi: H 101E /5/1724)

El primer sembla un esborrany del càlcul gràfic de les voltes d'una escala de diversos trams i diverses plantes. Gràcies al fet d'haver reconegut el tema representat, podem deduir que el plànol és dibuixat a escala 1/20, una mida que ofereix força detall. El full és allargat en el sentit vertical, té 25 cm d'ample per 77 cm de llarg. Sembla, però, que es tracta de dos dibuixos superposats, ja que la part alta, on sembla que es representin unes arcades, no té relació amb la caixa d'escala que veiem a la meitat inferior del plànol. Tot és ple d'anotacions de valors de càrregues i empentes, expressades en quiloponds, i també hi podem veure un conjunt de petites operacions a la part superior del plànol. Suposem que s'usa paper vegetal per poder calcar d'un altre plànol més net, i així el dens traçat del càlcul gràfic no embruta el plànol mare. Tot plegat –el tipus de paper, les operacions als marges, la superposició de dibuixos diferents...– ens indica que es tracta d'un dibuix de treball més que no pas de plànol d'acabat. Els documents de càlcul gràfic no eren per ensenyar a ningú, sinó que eren generats per l'arquitecte per buscar un aval sobre l'estabilitat que el deixés convençut de la forma que proposava. Amb tot, aquest dibuix és un document mostra del mètode de treball de Gaudí i dels seus col·laboradors.

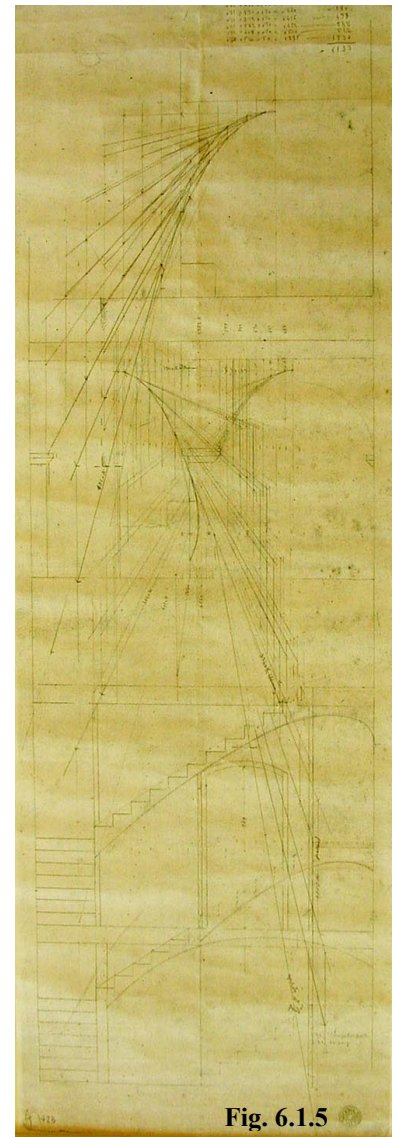


Fig. 6.1.5

El segon document és un full més gros, també en sentit vertical, de 60 cm d'ample per 120 cm de llarg. Tot i això, és molt més senzill, sense superposicions, és més net i més clar. És l'estudi de mig arc parabòlic i això ens fa suposar que l'arc complet seria simètric. El grafisme utilitzat, que distingeix uns rectangles a les vores i unes formes irregulars dins del tram, explica que es tracta d'un arc en un parament de maçoneria ordinària, situat a prop del final del mur o de la cantonada. Es distingeix perfectament el material de rebliment, irregular, del que conforma l'arc pròpiament o també del que veiem que reforça típicament l'extrem o cantonada. Aquest, representat per blocs regulars, podria ser o bé carreus de pedra o bé agrupaments de maons ceràmics. Per les dimensions de l'especejament que es representa, deduïm que l'escala del dibuix és 1/10, sorprenentment, doble detall que el plànol anterior, tot i que bona part del paper és en blanc. És una escala molt pràctica per fer càlculs, ja que no necessita factors de conversió. Així, les dimensions de l'arc serien en la realitat 2,08 m de llum per 2,85 m d'alt. Pel que fa a l'escala de forces, podem deduir que s'ha usat la relació 1 cm / 40 kp gràcies a tres petites anotacions que podem llegir. A l'empenta horitzontal a la clau llegim 588 (14,7 cm), en el pes de la primera porció 409 (10,2 cm) i en la resultant final en el

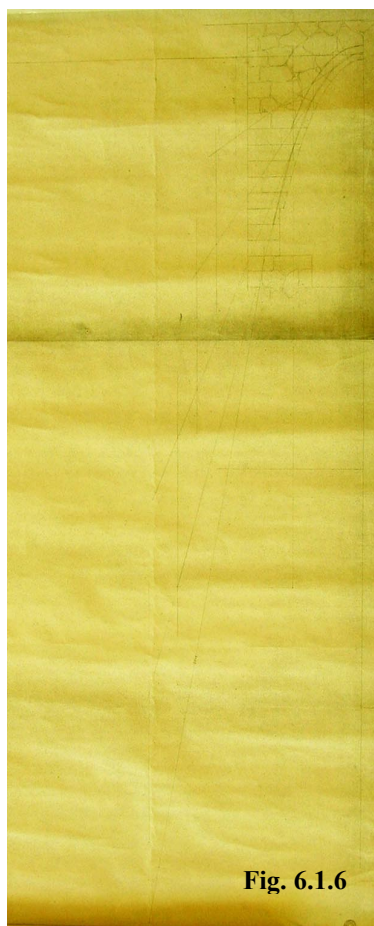


Fig. 6.1.6

suport 3.508 (87,7 cm). Les tres anotacions, respecte al segment que mesuren, compleixen la relació trobada.

Aquest segon document, per la seva claredat, és el que hem escollit per il·lustrar els càlculs gràfics de Francesc Berenguer, tot i que ens queda l'interrogant de saber a quina obra o a quin projecte correspon. Ens interessa aquest document perquè la simplicitat del seu traçat permet reconèixer, sens dubte, el mètode de Joan Torras, el qual ja hem comentat que es basava en part en el mètode de Mèry i en part en la seva pròpia aportació. També ens interessa perquè l'escala de forces no ha estat gaire reduïda i permet amidar amb precisió els vectors traçats, tot i que queda un plànol desproporcionadament gran per al petit arc que es representa. La nostra reproducció d'aquest càlcul inclou no només la part gràfica, sinó també els amidaments de les àrees i la correspondència amb els vectors de forces, la localització del punt d'equilibri de moments i el càlcul de l'empenta en la clau, tots necessaris per il·lustrar de manera completa tot el procés amb el màxim detall possible.

Els passos que s'han de seguir en la reproducció del càlcul gràfic de Berenguer són els següents:

1r) Dibuix base

Gràcies a la utilització de paper vegetal, pot calcar la forma de l'arc d'un altre plànol que no es vol embrutar. Dibuixa l'arc, diferenciant el que és pròpiament el gruix de l'arc, o de les dovelles, de la resta de mur o sobrecàrrega (fig. 6.1.7). Aquesta distinció podria afavorir la consideració de diferents densitats segons el material diferent de cada tros. Però veurem que s'aposta per la simplificació, i sempre es considerarà un sol material i una sola densitat.



Fig. 6.1.7

2n) Partició de l'arc

La partició que s'utilitza és de plans verticals paral·lels i equidistants. Es pren una mesura còmoda per treballar, 2,5 cm en el plànol, la qual cosa representa cada 25 cm en la realitat. De fet, aquestes divisòries Berenguer ja no les dibuixa (en la nostra reproducció les marquem amb una fina línia de punts), i en canvi dibuixa directament les línies dels vectors centrats en cada una d'aquestes porcions (línia discontinua al nostre dibuix). Així, la distància de la primera línia, des de l'eix, és de valor meitat (1,25 cm), i després totes les línies són equidistants cada 2,5 cm. En total hi ha cinc vectors que indiquen la posició de les resultants de les cinc porcions en què queda seccionat l'arc. S'endevinen uns petits traços que marquen, en més extensió de la necessària, el ritme dels 2,5 cm.

Podem accentuar, d'una banda, que la dimensió escollida per a les particions no és fruit d'una divisió gràfica de la llum de l'arc, sinó que es tria per facilitar les operacions numèriques, ja que 25 cm no és un divisor enter de la llum de l'arc, i prova d'això és que la cinquena porció no encaixa amb el final o suport.

D'altra banda, en suposar equidistants les resultants de les diferents porcions trapezoïdals, s'està suposant que cada una està centrada dins de la porció que representa, i això és una

simplificació, ja que el centre de gravetat d'un trapezi sempre queda més a prop de la base més llarga. Torras i Scheffler menystenien aquest error i argumentaven com a vàlida aquesta simplificació, que estalvia la feixuga tasca de buscar els centres de gravetat de cada porció, sempre que l'amplada triada per a les particions fos realment petita.

3r) Avaluació de les càrregues

Les càrregues i sobrecàrregues de l'arc s'avaluen proporcionalment a l'àrea dels trapezoides de cada partició. Cada una de les àrees mesurades caldrà multiplicar-la per un factor que depèn de la densitat del material i del gruix de l'arc, totes dues constants per a tot l'arc. Tot i això, nosaltres hem trobat que la relació proporcional entre l'àrea de les diferents porcions no era la mateixa que la relació proporcional entre els vectors que les representen.

Hem analitzat amb detall aquesta qüestió fins a arribar al convenciment que, com que es tracta d'un dibuix parcial, fragment d'un tot no dibuixat, el mur per damunt de l'arc pot continuar i ser més alt. Això faria incrementar tots els vectors en una quantitat fixa proporcional a l'àrea afegida, és a dir, proporcional a l'alçada afegida, ja que l'amplada ja és coneguda.

És equivalent pensar en un sobrepès originat per una prolongació en alçada del mur que originat per un sostre recolzat sobre el mur. En qualsevol cas, es produeix aquest increment de la càrrega lineal.

Hem utilitzat un full de càlcul d'Excel per buscar, temptejant, quina seria l'alçada que caldria afegir perquè els vectors de força guardin la mateixa proporció que les àrees de càrrega i sobrecàrrega. Així, hem trobat una possible solució que donaria explicació sense a penes desviació a totes les magnituds de forces d'aquest càlcul gràfic.

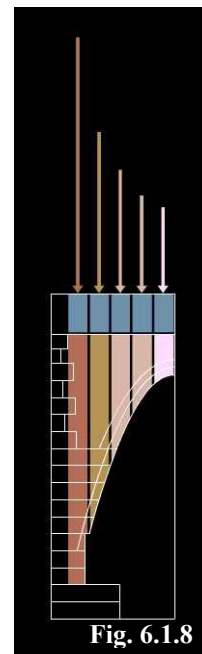


Fig. 6.1.8

ANÀLISI DE L'AMIDAMENT DE LES ÀREES						
	porció 1	porció 2	porció 3	porció 4	porció 5	total
Vectors de força mesurats						
en cm	10,2	11,6	14,7	19,1	30,5	86,1
Repartiment proporcional	11,85%	13,47%	17,07%	22,18%	35,42%	100,00%
Àrea mesurada de cada porció						
en cm ²	13,80	20,20	31,56	48,76	83,48	197,8
Repartiment proporcional	6,98%	10,21%	15,96%	24,65%	42,20%	100,00%
Possible sobrecàrrega afegida						
alt 6,9 cm						
ample 2,50 cm						
en cm ²	17,25	17,25	17,25	17,25	17,25	86,25
Àrea total de les porcions incrementades						
en cm ²	31,05	37,45	48,81	66,01	100,73	284,05
Coef. de relació (vector / àrea)						
	0,33	0,31	0,30	0,29	0,30	0,30
Diferències relatives en el repartiment proporcional						
Repartiment segons vectors	11,85%	13,47%	17,07%	22,18%	35,42%	100,00%
Repartiment segons noves àrees	10,93%	13,18%	17,18%	23,24%	35,46%	100,00%
	-0,92%	-0,29%	0,11%	1,06%	0,04%	2,41%

En aquesta taula podem veure l'estratègia utilitzada. Modificant l'altura de sobrecàrrega afegida fins a 6,9 cm (0,69 m a la realitat és versemblant), veiem que totes les porcions incrementen la seva àrea un mateix valor (17,25 cm²). Amb això s'aconsegueix unes noves àrees de les porcions que tenen una relació proporcional entre si que, en el pitjor dels cinc casos, difereix tan sols d'un 1% respecte al repartiment proporcional que tenen els vectors traçats.

D'altra banda, la relació entre cada una d'aquestes noves àrees i les magnituds dels vectors de força que les representen és aproximadament d'un terç. És una relació, relativament simple, que depèn bàsicament del gruix de mur, de la densitat considerada i de l'escala de forces. A la taula següent analitzem aquest factor de relació i per tal de donar els valors dels diferents paràmetres que han entrat en joc i que molt probablement s'han utilitzat.

ANÀLISI DEL FACTOR D'ESCALA						
	porció 1	porció 2	porció 3	porció 4	porció 5	total
Àrea total de les porcions incrementades, en el plànol en cm ²	31,05	37,45	48,81	66,01	100,73	284,05
Escala del plànol (suposada) 1 Paper 10 Real						
A la realitat, representa en cm ² en m ²	3.105 0,31	3.745 0,37	4.881 0,49	6.601 0,66	10.073 1,01	28.405 2,84
Gruix de l'arc (suposat) 0,55 m Volum en m ³	0,17	0,21	0,27	0,36	0,55	1,56
Densitat del material (suposada) 2.200 kp/m ³ Pes en Kp	375,71	453,15	590,60	798,72	1218,83	3437,01
Escala de forces paper 1 cm vector 40 kp força						
Vector teòric segons suposició en cm	9,4	11,3	14,8	20,0	30,5	85,9
Coef. de relació (vector/àrea)	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
Vector de força mesurat en cm	10,2	11,6	14,7	19,1	30,5	86,1
Error absolut en cm	-0,8	-0,3	0,1	0,9	0,0	-0,2
Error relatiu en %	-7,9%	-2,3%	0,4%	4,5%	-0,1%	-0,2%

Tenint en compte els paràmetres ja definits (escala gràfica 1/10 i escala de forces 1 cm/40 kp) i considerant una densitat 2.200 kp/m³ i gruix del mur 0,55 m, trobem que l'error relatiu del total és inapreciable (0,2%). Tan sols són visibles les desviacions parcials de la porció 1, la magnitud del vector de la qual hauria de ser 8 mm més llarga, i la de la porció 4, que hauria de ser 9 mm més curta que la traçada al plànol. Aquesta desviació representa un màxim error relatiu del 4,5% a la porció 4. L'ajustament del càlcul amb el plànol és més que acceptable, sobretot considerant que el plànol té una dimensió total d'1,20 m (1.200 mm).

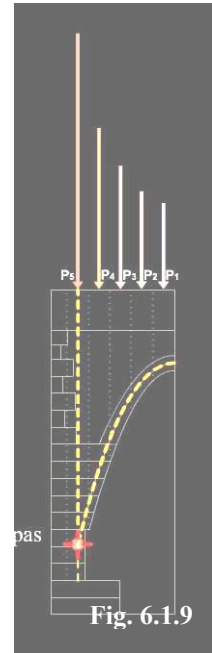
La nostra hipòtesi vol demostrar que hi ha una clara intenció de simplificar els valors numèrics que es consideren en tot el procés. Per tant, molt probablement es podrien haver considerat uns valors numèrics més arrodonits (densitat 2.500 kp/m^3 i gruix del mur $0,50 \text{ m}$). Amb aquesta consideració la desviació total respecte a les dimensions mesurades en el plànol és lleugerament superior, i l'error relatiu total arriba al $3,1\%$. Tot i això, amb aquestes condicions l'error es concentra en la porció 4, que acumula un 8% de desviació, que arriba a ser d' $1,5 \text{ cm}$. En canvi, fins i tot les altres porcions tendeixen a millorar respecte als valors de la taula anterior, els de la solució que globalment s'ajustava millor.

4t) Punts de pas de la línia de pressions

A la clau de l'arc pressuposa el punt de pas aproximadament a la meitat del gruix de la dovella o gruix principal de l'arc.

Pel que fa al suport, pressuposa un punt de pas de la línia de pressions just a sobre del vector resultant de la porció cinquena. La superposició sobre la vertical d'una de les forces pensem que és intencionada i no pas casual, ja que d'aquesta manera anul·la el moment d'aquella força en qüestió i així se simplifica encara més el càlcul.

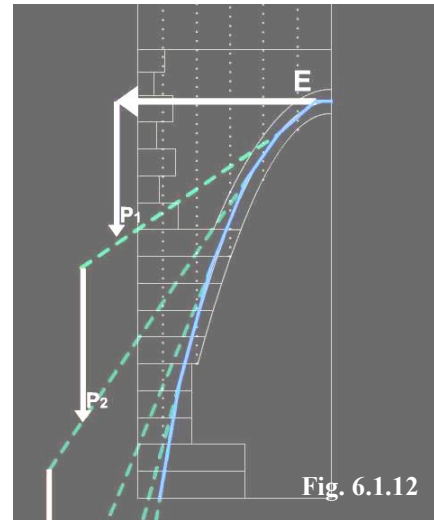
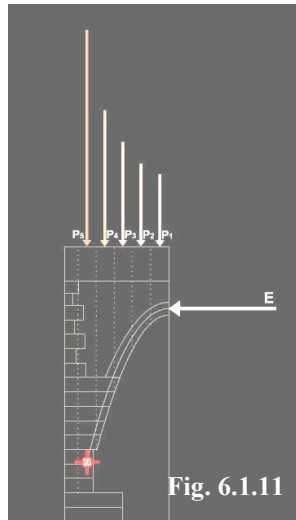
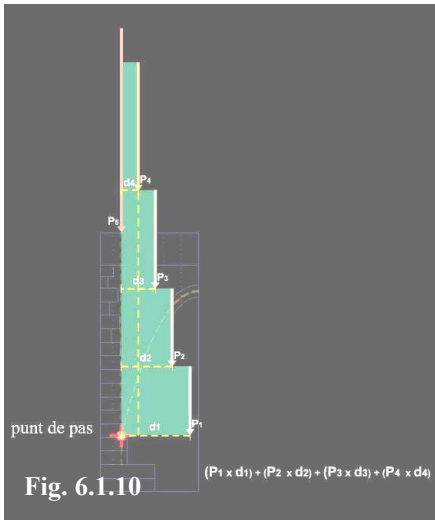
Pel que fa a l'altura, suposa aquest punt situat en el primer junt horitzontal després del contacte de la corba de l'arc amb el brancal vertical. Amb aquesta localització, aconseguim una posició relativa força centrada respecte al gruix de l'arc i, al mateix temps, com ja hem dit, és una tria que simplifica el càlcul.



5è) Càlcul de l'empenta

Fixats ja els punts de pas, el càlcul de l'empenta a la clau es fa per simple equilibri de moments. Per comprovar que érem en el bon camí en la nostra reconstrucció, hem reproduït aquest càlcul. Així podem veure que, prenent aquests punts, certament, el moment total cap endins que generen la càrrega i sobrecàrrega és gairebé igual al moment cap enfora que genera l'empenta.

CERCA DEL PUNT DE PAS, AL SUPORT						
	porció 1	porció 2	porció 3	porció 4	porció 5	total
Vector mesurat en cm	10,2	11,6	14,7	19,1	30,5	86,1
Distància al suport en cm	10,0	7,5	5,0	2,5	0,0	3,60
Moment	102	87	73,5	47,75	0	310,25
Empenta mesurada en cm						14,7
Alçada des del suport en cm						21,1
Moment						310,17



6è) Línia de pressions

A partir de l'empenta a la clau i les resultants de les diferents porcions, troba la línia de pressions per composició successiva de l'empenta amb cada una de les forces gravitatòries considerades.

7è) Comprovació respecte al nucli central

No veiem dibuixades les dues línies que marcarien el terç central de l'arc, tan sols veiem la línia mitjana de l'arc. La pràctica coincidència entre el polígon de pressions trobat i aquesta línia mitjana ens fa pensar que es perseguia intencionadament l'optimització absoluta del material de l'arc i no només l'estalvi de traccions.

8è) Control de les tensions admissibles

Finalment, el valor anotat a la resultant última que carrega sobre el suport (3.508 kp) dóna una tensió, segons les dimensions considerades ($0,20 \cdot 0,55 \text{ cm}^2$), de $3,2 \text{ kp/cm}^2$, la qual cosa s'estima com a admissible ja que se situa aproximadament sobre la desena part del valor de la tensió última de ruptura del material.

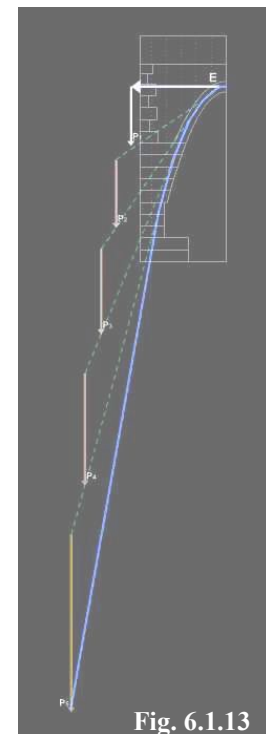


Fig. 6.1.13



Berenguer.exe

Amb la intenció de mostrar tot aquest procés de manera clara i entenedora s'ha generat l'animació que s'adjunta (Berenguer.exe), d'on han sortit les diferents il·lustracions que acompanyen aquest text (fig. 6.1.7-6.1.13). La major senzillesa d'aquest arc permet arribar a detallar tot el procés, i aquest detall bàsic serà obviat en posteriors animacions més complexes, com serà el cas del càlcul de Rubió per a la catedral de Mallorca.

Aquesta prova ens resulta suficientment clara per veure que Gaudí ja utilitzava el mètode funicular simplificat, semblant al que ja explicava J. Torras en les classes de resistència de materials a l'Escola d'Arquitectura des dels seus inicis. Si més no, des de Berenguer, el primer col·laborador de Gaudí dels tres principals que arribaran a assumir el paper de director delegat sota les ordres directes del mestre.

Possible identificació de la localització d'aquest arc

Sense dedicar-hi més atenció de la que potser valdria la pena, hem buscat de respondre l'interrogant d'on o a quina obra pot correspondre aquest arc. En aquest sentit, en una visita als cellers Güell al Garraf, hem pogut veure diversos arcs parabòlics que tenen en les seves arrencades uns sortints cap a l'interior a manera de banc o de seient. Aquest tret distintiu els fan molt semblants a l'arc del plànol estudiat, que també els té.

El celler del Garraf és una obra en la qual està assegurada la presència de Berenguer fins al punt que diverses vegades s'ha dubtat si l'autoria del projecte era de Gaudí o de Berenguer. Sigui de l'un o de l'altre, aquesta obra ha estat dissenyada per un professional en matèria d'arcs. Aquesta obra, dissenyada i construïda amb els mètodes gràfics que plantegem recuperar, trobem que il·lustra molt bé la nostra tesi i esdevé un autèntic mostrari d'arcs. N'hi ha pertot arreu, parabòlics, hiperbòlics o catenaris, fins i tot la magnífica porta d'entrada al recinte basa el seu disseny en una cadena suspesa des de dos punts a diferent alçada.

En el capítol següent d'aquesta tesi, ja dins de la darrera part, en el qual analitzem la forma dels arcs per identificar-los com a parabòlics, hiperbòlics, el·líptics o catenaris, il·lustrem amb escreix la presència en aquesta obra de tota la gamma d'arcs, tots visiblement dissenyats segons l'equilibri funicular que proporciona el càlcul gràfic.

Finalment, però, gràcies a la divulgació que darrerament s'ha fet de l'obra dels col·laboradors de Gaudí des del Col·legi d'Arquitectes, ens ha semblat reconèixer aquest arc en el seu projecte de la casa familiar a Rubió, del 1908.

6.2 Joan Rubió i Bellver (1871-1952)

6.2.1 La figura de Joan Rubió i Bellver

Dades biogràfiques

Joan de la Creu Rubió i Bellver va néixer a Reus el 24 d'abril de 1871 i va ser el quart fill de Jaume i Bonaventura. Amb només quinze anys obtingué el títol de batxiller i es va traslladar a la Ciutat Comtal per ingressar a l'Escola d'Arquitectura de Barcelona. La primera instància de matrícula data de l'octubre del 1886.



Fig. 6.2.1

És important fer notar la coincidència amb Antoni Gaudí en l'origen i els primers passos des de Reus cap a l'Escola d'Arquitectura de Barcelona, tot i que va ser vint anys més tard. Molts arquitectes de l'entorn de Gaudí també tenen aquestes mateixes arrels i característiques. A més de Joan Rubió, que era de Reus, Josep M. Jujol, de Tarragona; Francesc Berenguer, de Reus; Domènec Sugranyes, de Reus; Josep Canaleta, Francesc de Paula Quintana, Joan Bergós, de Lleida; Cèsar Martinell, de Valls; Ricard Opisso, de Tarragona, i Josep Fontserè, de Vinyoles, en són alguns exemples.

Rubió, com molts altres col·legues seus, es va dirigir a l'estudi de Gaudí. Aquesta decisió i l'acollida del mestre marcaren profundament la seva vida professional. Rubió és una prova viva més del vessant instructiu i formador de l'estudi de Gaudí. Va viure l'etapa de gestació d'una metodologia d'anàlisi dels problemes arquitectònics amb un llenguatge propi que, com hem vist, va atreure nombrosos arquitectes joves.

Segons Cèsar Martinell, entre el 1893 i el 1900 Rubió va ser un treballador a sou a l'obrador, on Francesc Berenguer era l'ajudant mà dreta de Gaudí. Les moltes activitats en què Rubió va participar li van permetre aprendre l'ofici d'arquitecte en tots els seus vessants i es va anar especialitzant en els aspectes constructius i estructurals.

El convent de les Teresianes del carrer Ganduixer (1888-1890) va influir Rubió, sobretot pels arcs parabòlics de maó i pels murs de pedra amb lligades de maó intercalades. A la casa Calvet del carrer Casp (1898-1900) Rubió hi va haver d'intervenir, segons Cèsar Martinell, per resoldre alguns problemes burocràtics que es plantejaren.

A partir de l'any 1900 Rubió passa de ser un simple ajudant a ser un col·laborador important per al mestre i participa durant uns quants anys en la majoria d'obres de Gaudí. En Rubió destaca el vessant tècnic i un coneixement extens dels mètodes d'estàtica gràfica, i per tant, va poder aportar als diferents projectes d'obres el càlcul gràfic estructural necessari. Les col·laboracions més destacades són les següents:

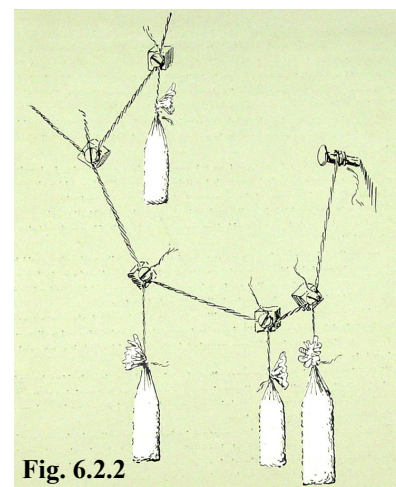


Fig. 6.2.2

. Cripta de la Colònia Güell (1898-1916): Rubió intervingué en la maqueta funicular com a calculista, i col·laborà amb Berenguer i l'enginyer Eduard Goetz. En una conferència per a l'Associació d'Arquitectes mostrà dibuixos seus per il·lustrar el mètode de disseny utilitzat en aquest projecte (fig. 6.2.2).



Fig. 6.2.3

. Torre Bellesguard (1900-1909): Rubió es s'encarregà del viaducte de la finca. Les fotos trobades en el fons Rubió i cedides a l'arxiu històric del COAC provenen de la seva participació (fig. 6.2.3 i 6.2.4). L'experiència va ser aprofitada després en les seves intervencions tècniques al parc Güell.



Fig. 6.2.4

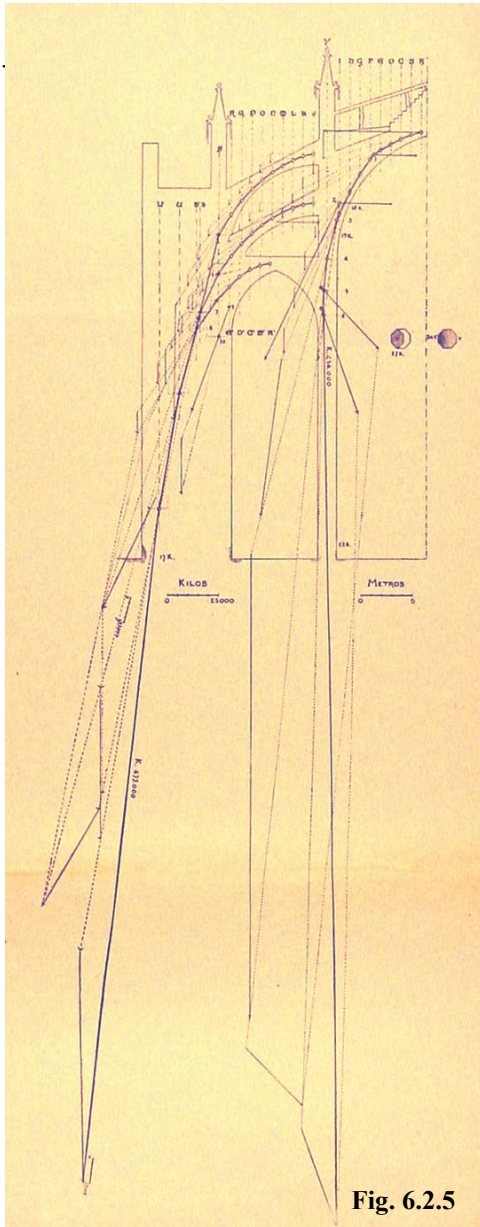


Fig. 6.2.5

. Parc Güell (1900-1914): Rubió admirà i elogià, en el seu inici, el projecte gaudinià del parc Güell. Gaudí li confià l'estudi de contenció de terres, operació clau en la creació dels camins, viaductes i pòrtics de la nova reordenació del terreny del parc. Els diagrames funiculars que confeccionà Rubió es van publicar el 1913.

. Catedral de Palma de Mallorca (1902-1914): per Gaudí la catedral de Palma tenia gentils proporcions i una harmònica correlació de dimensions, però calia una completa reordenació litúrgica del temple. El bisbe Campins va confiar a Gaudí la intervenció per impulsar una notable transformació en l'obra illenca més singular. Gaudí va confiar en Rubió per a la supervisió de les obres i la determinació dels temes estructurals i en Jujol per a la decoració final d'alguns elements. La decoració interior era aleshores una col·lecció heterogènia d'elements d'estils diferents. Les fotografies de Rubió dipositades a l'arxiu històric del COAC mostren les enormes transformacions que va experimentar l'interior de la catedral: desfer i traslladar el cor central al presbiteri, treure el retaule barroc, resituar i reordenar l'espai de l'altar, crear nous púlpits, cor, tribuna, baldaquí, confessionaris... i així, la nau va passar de ser un espai atapeït a ser un gran espai buit, majestuós i essencial.

Finalment, algunes desavinences que sorgiren entre el bisbe de Mallorca i Gaudí en una obra que es va allargar durant dotze anys amb nombrosos viatges i estades van provocar la marxa de Gaudí, que va deixar l'obra totalment a les mans de Rubió, el qual havia fet de mediador entre tots dos. Rubió es va encarregar de fer un estudi mecànic (gràfic funicular de la fig. 6.2.5) de la catedral que es va publicar després a l'anuari de l'Associació d'Arquitectes.

. Santuari de Misericòrdia a Reus (1903): Rubió intervingué en el fallit projecte de la façana.

. Temple de la Sagrada Família (1883-1926): Gaudí va deixar fer a Rubió el dibuix a ploma de la futura obra acabada que va servir de portada per a un número extraordinari de la revista *Il·lustració Catalana*³ i el mateix dibuix va viatjar a l'Exposició Universal de París, el 1910, juntament amb la maqueta policromada per Jujol. També els dibuixos de Rubió van formar part de l'àlbum dedicat al temple de l'any 1929, juntament amb els croquis de Gaudí.

. Casa Batlló (1904-1906): Rubió també hi va participar.

. Rosari monumental de Montserrat (1916): per a l'encàrrec de l'escena de la resurrecció Gaudí escollí una cavitat natural per simular el sant sepulcre i dissenyà la disposició de les figures de tal manera que, aprofitant l'orientació a llevant, els primers raigs de sol del dia de l'equinocci il·luminessin la tomba de Jesucrist ressuscitat. Gaudí, però, abandonà l'obra i Rubió el substituí.

El desacord de Rubió amb alguns plantejaments de l'obra de la casa Milà va afavorir el desvinculament de Rubió de l'estudi de Gaudí. En buscar les possibles causes d'aquest trencament amb Gaudí, trobem la coincidència que el 1906 entra a treballar a l'estudi de Gaudí el jove Josep M. Jujol i Gibert, que representa l'última generació d'arquitectes a la frontera del modernisme, amb una refinada sensibilitat pel detall i l'acabat, però més preocupats pels problemes plàstics i cromàtics que per la construcció dels monuments. Dins d'aquest grup d'arquitectes acabats de titular podem destacar, entre altres, Josep M. Pericas i Morros (1906), Rafael Massó i Valentí (1906) i Manel-Joaquim Raspall i Mayol (1904), tots ells amb relació amb Gaudí. Sembla que fortes discrepàncies en el projecte de la casa Milà, en la qual Jujol participa intensament, motiven discussions violentes i la marxa de Rubió d'aquest entorn.

Projecció social i política de Rubió

El germà gran dels Rubió, Marià Rubió i Bellver, té un paper important en el progrés del seu germà Joan. Marià estudià la carrera d'enginyer militar però es dedicà a l'enginyeria civil. Marià Rubió va ser contractat pel famós farmacèutic barcelonès Dr. Andreu, que el va posar al capdavant del projecte d'urbanització de la muntanya del Tibidabo. Aquest va ser el contacte que va permetre a Joan Rubió les seves primeres obres a la part alta de Barcelona, que li van servir, juntament amb el mestratge de Gaudí, per relacionar-se amb la burgesia adinerada i aconseguir nous clients.

³ *Il·lustració Catalana*, núm. 146. Fou publicat també a *La Veu de Catalunya*, de 18 de març de 1906.

Prat de la Riba va demanar a Gaudí, i també a Joan Maragall, d'incorporar-se a la política de recuperació catalanista que duia a terme. Gaudí declinà la invitació i proposà Rubió en el seu lloc, fet que mostra la confiança de Gaudí envers ell. Rubió militava al sector conservador de la Lliga Regionalista. Tot això, juntament amb el prestigi personal i professional aconseguit amb les darreres obres, el portaren a formar part de les llistes electorals per a les eleccions municipals del 1905, juntament amb l'arquitecte Fèlix Cardellach.

Amb anterioritat altres arquitectes s'havien compromès políticament amb el catalanisme, com per exemple Lluís Domènech i Montaner, Joan Martorell i Montells, Antoni M. Gallissà i Suqué i Josep Puig i Cadafalch. Des de la mateixa campanya electoral Rubió proclamava necessària la continuació de l'obra i de les grans iniciatives de Puig i Cadafalch.

Amb la victòria electoral vingué el càrrec de regidor, i des d'aquest càrrec assumí la representació dels nous ideals i objectius de política urbana formulats ja per Puig i Cadafalch: la defensa del pla Jausseley per a la nova capital de Catalunya, per trencar la rigidesa de l'Eixample i fer un nou París del migdia. Però sobretot, el paper més important que desenvolupà va ser el de transmetre i aconseguir la identificació de l'obra de Gaudí amb un símbol d'identitat nacional, i molt especialment en el cas del temple de la Sagrada Família.

Poc després, gràcies al prestigi aconseguit amb algunes obres pròpies i a l'amistat fruit de la col·laboració política amb Prat de la Riba, amb Solidaritat Catalana, Rubió va ser cridat el 1906 per formar part com a arquitecte dels Serveis Tècnics de la Diputació Provincial.

Cap al 1908 també va arribar a ser president en dos períodes del Cercle Artístic de Sant Lluç, el grup d'artistes catòlics que giraven a l'entorn les idees de renovació del bisbe de Vic Mn. Torras i Bages.

L'obra de Rubió a Catalunya

Rubió realitza una quantiosa obra al Principat de tipologies molt diferents: cases, esglésies, asils, centres d'ensenyament, fàbriques, etc. En moltes de les seves obres, des de les primeres fins a les darreres, trobem arcs de traçat aparentment parabòlic que manifesten de manera constant el seu vessant tècnic i la permanent influència gaudiniana. A la taula cronològica s'enumeren les seves principals contribucions:

- . Casa dels Matons (1899-1900), Barcelona.
- . Casa Macari Golferichs (1900-1901), Gran Via, 491, Barcelona. Menció especial en els premis de l'Ajuntament de Barcelona l'any 1901.
- . Casa Alemany (1900-1901), c. General Vives, 29, Barcelona.
- . Casa del director i Cooperativa de la Colònia Güell (1900-1914), Santa Coloma de Cervelló.
- . Casa Sánchez (1901-1902), c. Escoles Pies, Barcelona.
- . Casa Joan Valls (1901-1902), ronda de Sant Pere / pg. St. Joan, Barcelona.
- . Casa Salvador Llovet (1903), ctra. de Sagrera a Horta, s/n, Barcelona.
- . Casa Roviralta, "El Frare Blanc" (1903-1913), av. Tibidabo, Barcelona. Premi de l'Ajuntament de Barcelona l'any 1914.
- . Casa Cayetano Fornells (1903-?), av. Tibidabo, 37, Barcelona.
- . Edifici Sanatori Tibidabo (1903-?), Tibidabo, Barcelona.
- . Cases Genova i Parellada (1904-1905), c. Girona, 86, Barcelona.

- . Casa Isabel Pomar (1904-1906), c. Girona, Barcelona.
- . Reforma casa Joan Alandi (1905), Aiguamúrcia.
- . Casa Clarasó (1905-1906), c. Enric Granados, Barcelona.
- . Cotonera Canals (1906-1907), c. Pacífic, Barcelona.
- . Casa Manuel Dolcet (1906-1907), Vallvidrera.
- . Sanatori del Tibidabo (1906-1912), Tibidabo, Barcelona.
- . Casa Hermenegildo Casacuberta (1907-?), av. Tibidabo, Barcelona.
- . Casa Rialp (1908-1910), c. Dominics, Barcelona.
- . Casa Ripol-Noble (1909-1910), pg. Bonanova, Barcelona.
- . Reforma Mas d'en Perdiu (1910), Alforja.
- . Laboratoris Serra (1911-1912), Reus.
- . Baldaquí monestir Ripoll (1912), Ripoll.
- . Església Sant Miquel Roqueta (1912), Ripoll (fig. 6.2.6).
- . Casa del Dr. Bonada (1912-1914), Ripoll.
- . Fàbrica Miquel and Vinke (1914-1915).
- . Casa Roig, "Torre dels Pardals" (1915-1918), av. Mare de Déu de Montserrat, Barcelona.
- . Complex Raïmat (1916-1918), Raïmat (fig. 6.2.7).
- . Foment de la Pietat i biblioteca Balmes (1916-1934), c. Duran i Bas, Barcelona.
- . Hospital de Campdevàrol (1917), Girona.
- . Casa Manuel Mariné (1917), c. Catalunya, Barcelona.
- . Casa Fontana (1919-1922), Rupit.
- . Projecte d'hospital Santa Susanna (1920), Caldes de Montbui.
- . Restauració del monestir de Vallbona de les Monges (1922), Vallbona de les Monges.
- . Casa Trinxet - Casa Fi Vallés (1923-1925), Sant Feliu de Codines.
- . Caves Raventós (1924-1926), Raïmat.
- . Casa Quadrada (1924-1926), Reus.
- . Reforma Casa Figueras (1925), Orrius.
- . Projecte manicomi de Salt (1925), Girona.
- . Casa Rubió (1926?), Bailèn, Barcelona.
- . Visions del *Taber Mons Barcinonensis* (1927), Barcelona.
- . Restauració del Palau de la Generalitat (1923-1929), pl. St. Jaume, Barcelona.
- . Projecte de parc del Montseny (1927-1929), Montseny.
- . Casa Joan Roig Mallofré (1929), c. Àngel Guimerà, Barcelona.
- . Universitat Industrial (1927-1931), c. Urgell, Barcelona (fig. 6.2.8).
- . Casa de la Caritat (asil i temple) (1929), Llars Mundet, Barcelona.
- . Asil d'avis (1931-1946), Igualada (fig. 6.2.9, 6.2.10 i 6.2.11).
- . Església del Carme (1940-1952), Manresa.
- . Projecte a Santa Eulàlia de Provençals, l'Hospitalet de Llobregat.

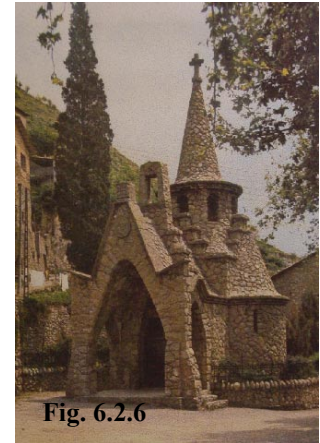


Fig. 6.2.6

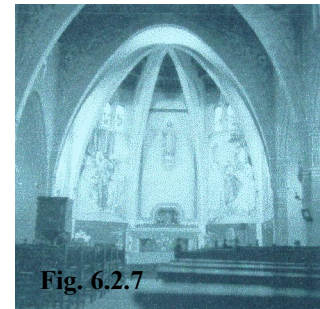


Fig. 6.2.7

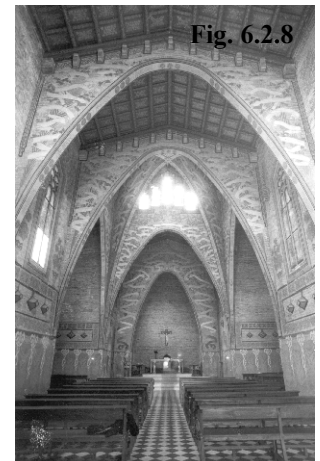


Fig. 6.2.8

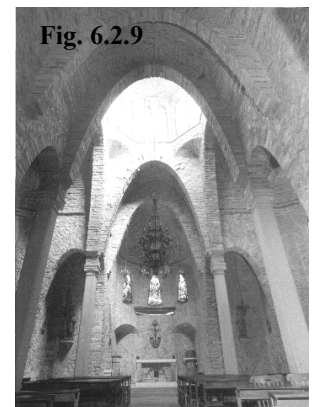


Fig. 6.2.9

Fig. 6.2.10



De tota aquesta quantiosa obra volem destacar especialment la casa Golferichs, que va rebre la menció especial del 1901 dels premis de l'Ajuntament de Barcelona, el merescut premi del 1914 a la casa Roviralta, "El Frare Blanch", i el premi del 1918 a la casa Roig, "Torre dels Pardals".

Per l'especial envergadura o per la rellevància i l'impacte popular podem destacar també el baldaquí del monestir de Ripoll, la restauració del monestir de Vallbona de les Monges, la del Palau de la Generalitat i el projecte de l'Escola Industrial.

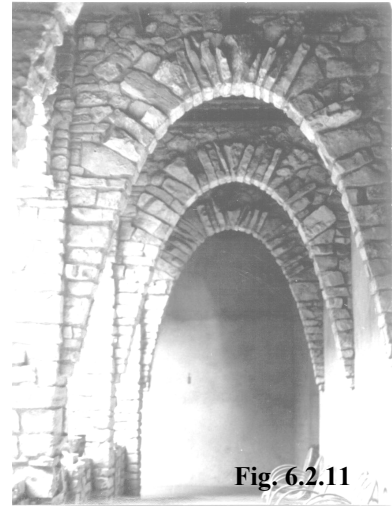


Fig. 6.2.11

L'obra de Rubió a les Illes Balears

Arribat a Mallorca com a col·laborador de Gaudí i culminant ell mateix la reforma de la catedral, a Rubió se li ofereixen a partir d'aleshores nombroses oportunitats de fer arquitectura, ja sigui per a la burgesia illenca o per a l'església. Les obres a les Illes Balears que Rubió porta a terme són:

- . Façana del temple parroquial de Sóller (1904-1912), Sóller.
- . Monestir de la Sagrada Família (1906-1908), Manacor.
- . Reforma de la casa Corbella (1906-1910), Palma.
- . Col·laboració amb Reynés al rosari monumental del santuari de Lluc (1909-1913), Lluc.
- . Casa Casasayas (1910-1911), Palma.
- . Banc de Sóller (1910-1912), Sóller.
- . Església de Son Cervera (1910-?), Son Cervera.
- . Casa Miquel Benimelis (1912-1913), Palma.
- . Monument a Jaume III (1923), Lluçmajor.
- . Restauració de la catedral de Ciutadella (1939-1941), Ciutadella.

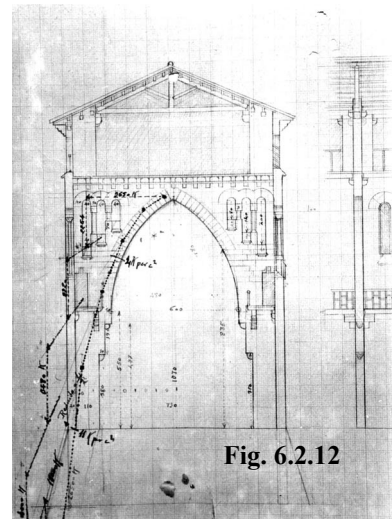


Fig. 6.2.12

D'aquestes obres voldríem destacar l'estudi estructural fet en relació amb el monestir de Manacor (fig. 6.2.12), l'església i el del Banc de Sóller, i la reforma interior de la catedral de Ciutadella, seguint, en certa manera, les idees realitzades a la catedral de Palma.

L'obra de Rubió a Saragossa, Gijón i Lloïola

Fora de Catalunya, Mallorca i Menorca només trobem tres obres de Rubió:

- . Farmàcia Puig (1908), Azoque, Saragossa, amb una virtuosa construcció de maó i ferro forjat a la façana.
- . Residència per a jesuïtes i temple del Sagrat Cor (1910-1925), a Gijón.
- . Restauració de la casa de Sant Ignasi de Lloïola (1920-1921), Guipúscoa. Encàrrec sorgit com a conseqüència de l'anterior.

L'estudi de Barcelona va ser el lloc on Rubió desenvolupà aquests projectes i tots els seus detalls d'acabats, regatejant sempre la seva presència a les visites d'obres, que en el cas de Gijón van durar 15 anys. Per entendre millor l'obra de Gijón cal fixar-se en l'estreta relació entre Rubió i el mestre d'obres Claudi Alsina i Bonafont.

Claudi Alsina i Bonafont (Barcelona, 1859-1934) va ser un emprenedor mestre d'obres lligat durant anys a Gaudí. Va actuar com a mestre d'obres a la Sagrada Família i intervingué en la construcció de la casa Vicens (davant la casa pairal dels Alsina), al palau Güell i al convent de les Teresianes. Guanyada, amb escreix, la confiança de Gaudí, aquest el va enviar a construir la Casa de los Botines a Lleó i, un cop acabada, Claudi Alsina i Bonafont es va instal·lar a Gijón, des d'on va fer nombroses obres pel nord d'Espanya i en particular l'obra, amb Rubió, per als jesuïtes de Gijón.

Durant força anys, les trobades físiques de Rubió i Alsina es produïen durant les festes de Nadal, quan Alsina tornava a Barcelona, i a també a l'estiu, quan Rubió estiuejava a Gijón. Ambdós mantindran una constant correspondència i intercanvi de plànols, croquis, dibuixos de detall, etc. Molt bona part d'aquesta correspondència tramesa per Alsina es conserva avui al fons històric de Rubió, al Col·legi d'Arquitectes de Barcelona.

La darrera etapa de Rubió

En els anuaris de l'Associació d'Arquitectes es conserven tres conferències de Rubió en tres anys consecutius, el 1912, 1913 i 1914, l'època en què Rubió assoleix el cim de la seva trajectòria personal. És justament el 1914 que la casa Roviralta, "El Frare Blanc", de Rubió és premiada per l'Ajuntament de Barcelona. La primera conferència tracta de la catedral de Mallorca, tema que desenvoluparem seguidament. La segona, que es titula "Dificultats per arribar a la síntesi arquitectònica", versa sobre la relació entre la

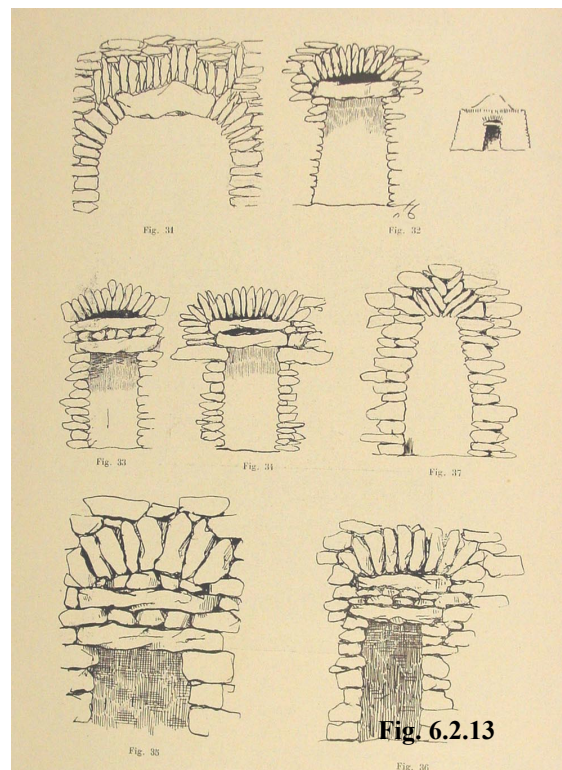


Fig. 6.2.13

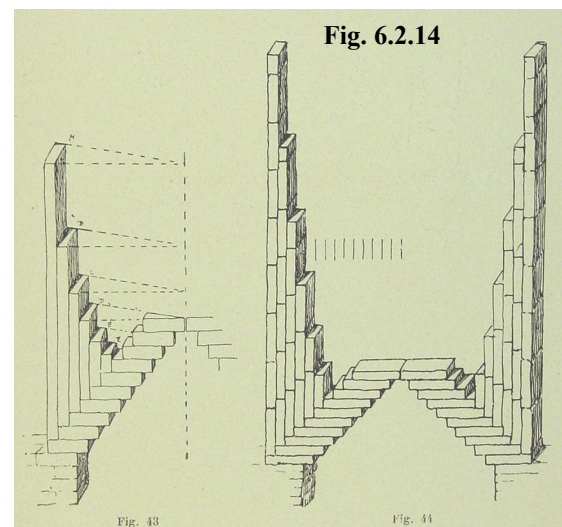


Fig. 6.2.14

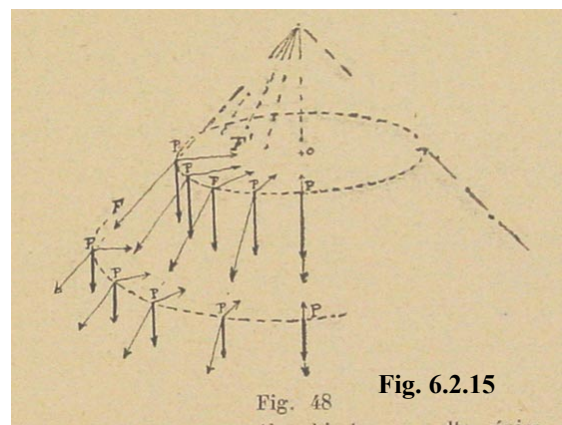


Fig. 48

Fig. 6.2.15

construcció i l'arquitectura. Considera indispensables els temes mecànics i il·lustra els mètodes gràfics i funiculars amb els càlculs del parc Güell (fig. 6.2.16 i 6.2.17) i amb un dibuix de cordes i pesos que recorda la maqueta estereostàtica de la Colònia Güell (fig. 6.2.2).

La tercera, “Construccions de pedra en sec”, és especialment interessant i mostra un Rubió analític, tècnic i calculista (fig. 6.2.14 i 6.2.15), al mateix temps que un Rubió interessat per la saviesa de la construcció popular. Val la pena destacar aquest material pel recull gràfic de construcció tradicional d'arcs i voltes amb pedra en sec i per l'anàlisi d'estabilitat que fa (fig. 6.2.13).

Després d'aquesta etapa gloriosa, durant molts anys l'arquitecte ja consolidat es dedicà, des del seu lloc d'arquitecte de l'Administració, a dirigir projectes per a equipaments públics, escoles, asils, esglésies, sanatoris, restauracions monumentals... Durant aquest temps Rubió realitza un important treball de reflexió teòrica en molt diversos àmbits, que comprèn des de reflexions sobre el temple cristià, qüestions constructives de recuperació de tècniques rurals, fins a publicacions sobre càlculs funiculars o d'estabilitat.

Rubió, però, quedà progressivament aïllat en la meditació teòrica i entrà en una decadència que culmina amb la fortíssima crítica general rebuda després de la presentació de les Visions del *Taber Mons Barcinonensis*.

En l'època de postguerra, Rubió fa tres grans projectes: la restauració de la catedral de Ciutadella, l'asil d'avis d'Igualada i l'església del Carme de Manresa, obra que culmina l'any 1952, any en què mor a Barcelona.

Els càlculs gràfics i d'estabilitat de Rubió

Existeix un testimoni interessant del vessant calculista de Rubió. Es tracta de Santiago Rubió i Tudurí,⁴ fill del germà gran de Joan Rubió, Marià, l'enginyer militar. Mentre Santiago Rubió era estudiant d'Enginyeria anava al despatx del seu oncle, Joan Rubió, on col·laborava com a ajudant de delineació. Aquests fets, que relata ell mateix en el pròleg del seu llibre,⁵ són simplement un detall per il·lustrar com va arribar a captar l'admiració per Gaudí encara que fos a través del seu oncle Joan Rubió. El llibre vessa admiració vers Gaudí, la seva obra i la seva manera de projectar les estructures, i Santiago Rubió li dedica tota la primera part de la seva obra. D'aquest text ens interessen alguns fragments estretament relacionats amb els temes que tractem. D'una banda, el reconeixement en l'obra de Gaudí, des dels seus inicis, d'un ús singular de les formes parabòliques aplicades a la construcció:

La seva tendència cap a les formes parabòliques es revela des dels primers passos professionals de l'arquitecte. Ja en la casa Vicens emplea els arcs parabòlics resolts amb filades de maó que van avançant progressivament, a l'estil de la Grècia arcaica, segons diu l'arquitecte Folguera. Més tard, a la fàbrica “La obrera mataronina” utilitza ganivets d'armadura de forma parabòlica i, naturalment, sense tirant.

⁴ Es tracta del germà de Nicolau M. Rubió i Tudurí, l'arquitecte reconegut, sobretot, pel disseny de jardins. Entre els descendents de Joan Rubió i Bellver també podem trobar altres noms d'arquitectes prou coneguts, com per exemple els germans Manuel i Ignasi de Solà-Morales i Rubió. Hem de reconèixer que el treball documental d'Ignasi de Solà-Morales (EPD) ens ha sigut d'immens valor a l'hora d'aprofundir en la vida i obra del seu avi patern, Joan Rubió i Bellver, col·laborador de Gaudí.

⁵ RUBIÓ i TUDURÍ, Santiago, *Cálculo funicular del hormigón armado. Generalización de los métodos de cálculo y proyecto del arquitecto Gaudí a las estructuras de hormigón armado*, ed. G.G., Buenos Aires, 1952.

D'altra banda, existeix un clar reconeixement dels seus mètodes pràctics per resoldre les qüestions de la mecànica:

L'estil de Gaudí queda com a altament representatiu d'una època que ja passà.

(...)

Però si l'estil quedava així arxivat com un document històric d'alt valor, no pot i no ha de succeir el mateix amb la seva mecànica, que és molt superior a qualsevol dels sistemes de càlcul que utilitzem. I és superior perquè es recolza en una realitat autèntica, la corba de pressions, que existeix sempre i que l'únic problema consisteix en saber-la veure, com la veia Gaudí.

Buscant la manera de "veure" la línia de pressions de les estructures tractarem d'obtenir l'aventatge de poder resoldre amb "visió" de conjunt el problema del càlcul d'estabilitat i resistència. I a més, tractarem de suprimir conceptes desviats de la realitat experimental que es mouen al voltant de les nocions de reacció i encastament. Volem creure que el lector, en acabar de llegir aquestes pàgines, es preguntarà, com ho hem fet nosaltres, quines raons han pogut intervenir en aquest abandó momentani de mètodes tan simples així com precisos.

La nostra opinió, sempre rectificable, és que si la mecànica funicular de Gaudí no ha continuat la via ampla que se li obria al davant és per dues raons:

- a) Perquè, entre els matemàtics que podien continuar-la, el mètode de Gaudí era considerat com un mitjà experimental aproximat que s'apartava del credo clàssic al qual ells eren sotmesos.
- b) Perquè l'art de construir a Catalunya, amb les aplicacions innombrables de l'arc de maó, era tan avançat que, en oposar una barrera al formigó armat, que no ha assolit encara el grau de perfecció dels mètodes clàssics catalans, no donà accés a les noves estructures heterogènies de formigó i acer fins que s'havia format al seu voltant tot un cos de doctrina que tots els països admetien.

Aquest text de Santiago Rubió esdevé un autèntic puntal a la nostra tesi, que en darrer terme proposa recuperar els mètodes gràfics de Gaudí, igual que ho proposà ell, ara ja fa uns quants anys. Quan Santiago Rubió ho proposà no existien els ordinadors personals i els mètodes gràfics, manuals, havien de competir amb els mètodes numèrics i analítics, també manuals.

Avui la situació és força semblant; els mètodes gràfics, informatitzats, poden competir perfectament amb els mètodes numèrics i analítics, també computeritzats.

Hem vist ja que Rubió va col·laborar amb Gaudí en càlculs d'obres molt primerenques, en la seva relació amb el mestre, com per exemple en el viaducte del Bellesguard, a la Colònia Güell o després al parc Güell. En aquest darrer cas s'han conservat algunes imatges de dibuixos seus que il·lustren l'estabilitat d'alguns murs de contenció del parc, proveïts de pilars inclinats de contrafort, en els quals es consideren no tan sols les càrregues gravitatòries sinó també les empentes del terreny que cal considerar i compondre amb les anteriors (fig. 6.2.16 i 6.2.17). Hem vist també que aquesta capacitat va quedar reflectida en un marc teòric més general on Rubió, analític, dissertava sobre els mètodes de disseny, sobre la construcció i sobre l'arquitectura.

Com hem pogut veure, de Rubió s'han conservat diferents plànols que contenen càlculs gràfics funiculars, entre els quals destaquen els del parc Güell, els de la catedral de Mallorca i els del monestir de la Sagrada Família a Manacor (fig. 6.2.12). Així doncs, el ventall que se'ns obre ara és molt més ampli que no pas quan buscàvem exemples de càlculs documentats de Berenguer.

De totes maneres, tal com plantejàvem el treball des de bon principi, ens cenyirem a respectar els límits d'extensió establerts i estudiarem amb detall tan sols un d'aquests càlculs que pugui servir d'exemple de la seva manera de fer, i d'entre les diferents possibilitats hem escollit el càlcul d'estabilitat de la catedral de Mallorca.

Diferents motius ens han dut a triar aquest càlcul per exemplificar el mètode gràfic que utilitzava aquest gran col·laborador de Gaudí. És cert és que el càlcul gràfic del parc Güell presenta una complexitat atractiva d'estudiar, per la consideració simultània de les forces gravitatòries i de les empentes i per la formació del conjunt mur-pilar, però no es conserva cap text de Rubió que el comentí de manera tan clara com fa amb el de Mallorca. Sens dubte és també un bon exemple que mostra amb claredat el domini i la capacitat de Rubió davant aquestes qüestions.

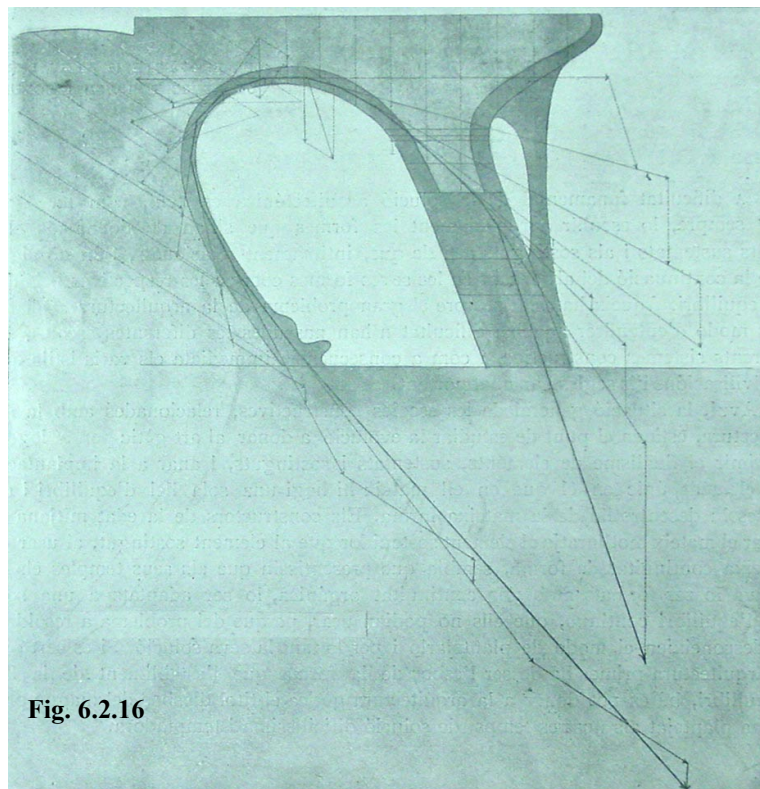


Fig. 6.2.16

El càlcul de la catedral de Mallorca és representatiu d'una etapa molt més madura de Rubió, just a punt d'independitzar-se del mestre. Aquest és un dels motius observats.

A més, aquest càlcul està molt ben documentat gràcies a l'Associació d'Arquitectes, que recollí el text íntegre de la conferència amb els plànols i les fotografies incloses i es publicà a l'anuari de l'any 1912. Tot i que la prosa i l'estil del text són més propis d'una conferència que no pas d'una classe de resistència de materials, hi trobem les pistes suficients sobre el detall del procés gràfic seguit per Rubió. Aquesta major documentació ha estat també un factor decisiu.

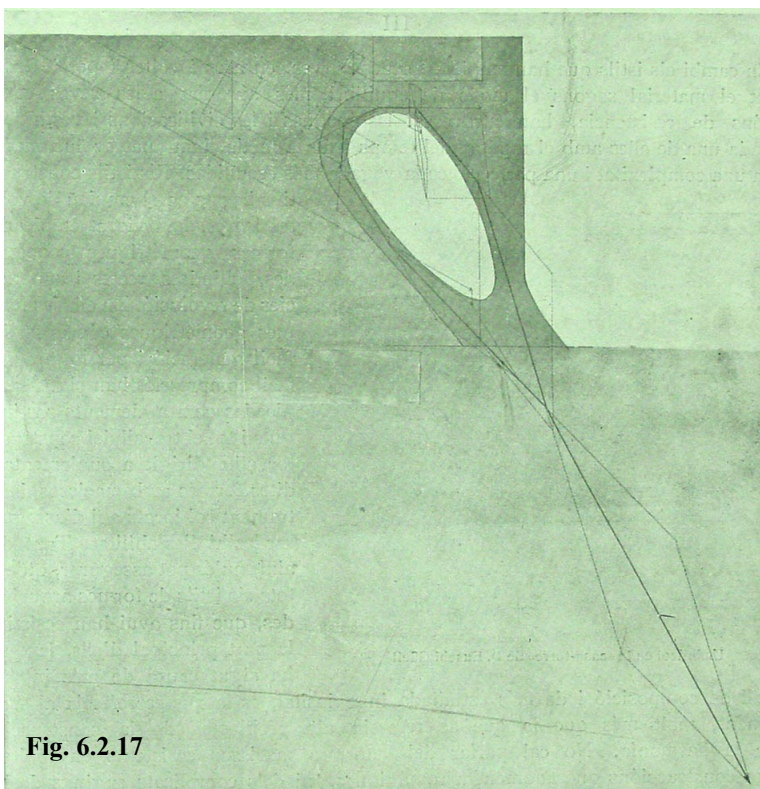
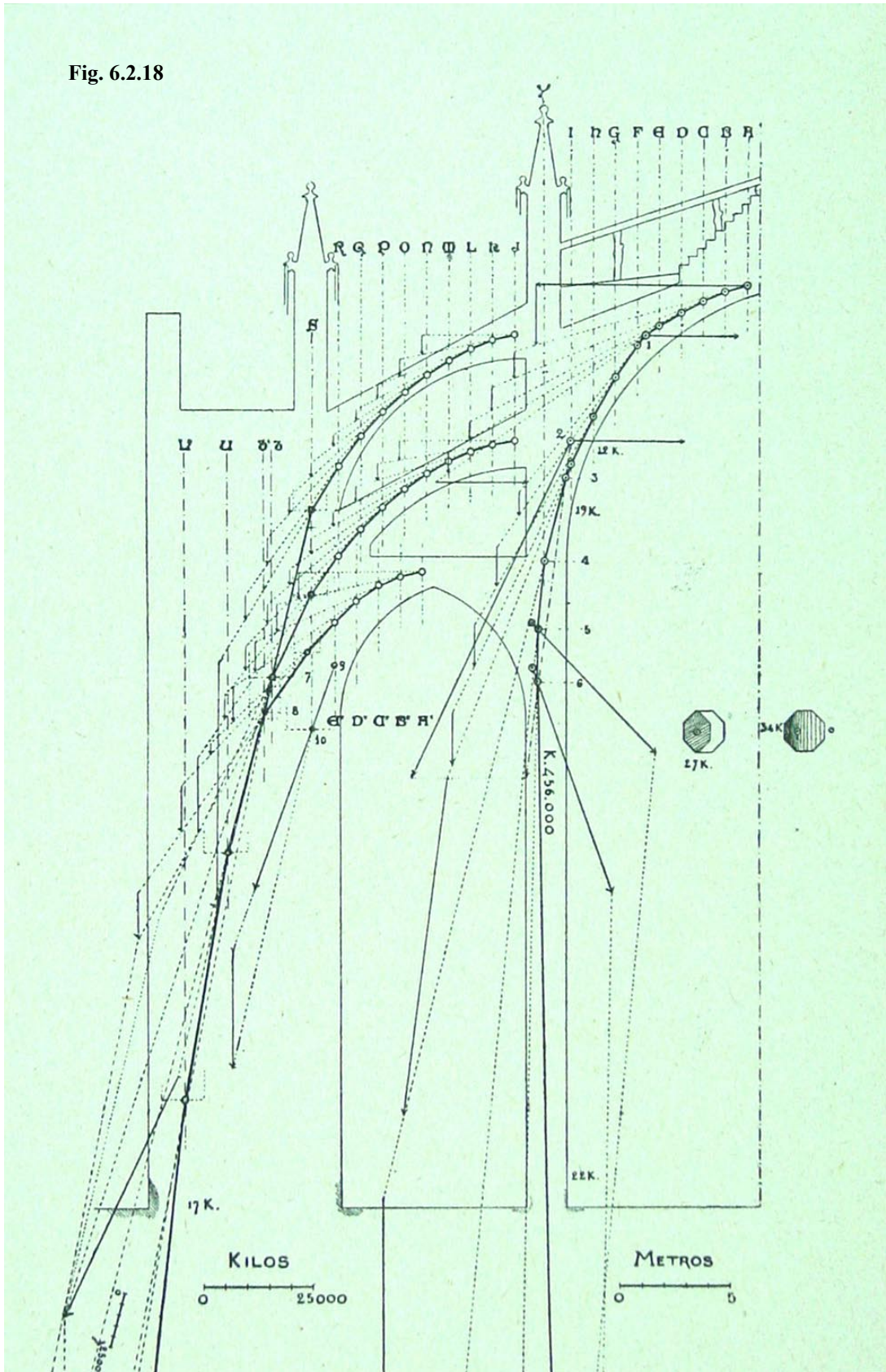


Fig. 6.2.17

D'altra banda, la complexitat d'analitzar un projecte de l'envergadura d'una catedral ens ha resultat atractiva i també ens ha influït perquè finalment fos aquest càlcul l'escollit per exemplificar la seva manera d'afrontar el càlcul gràfic de les construccions.

Fig. 6.2.18



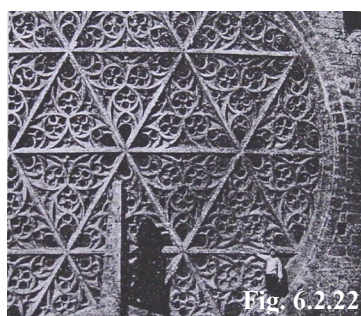
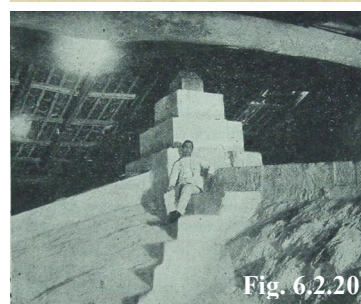
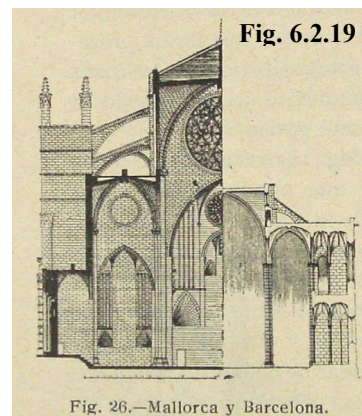
6.2.2 Conferència de Joan Rubió sobre la catedral de Mallorca

Exaltació de la seu de Mallorca per les seves dimensions

En primer lloc, Rubió situa l'època de construcció de la catedral de Mallorca observant que, quan el rei català Jaume I va decidir construir la seu de Mallorca, les més famoses catedrals de França (Amiens, Reims, Chartes, Rouen, París...) ja feia un segle que havien estat iniciades i estaven prou avançades les obres perquè els problemes mecànics ja estiguessin resolts i fins i tot també els detalls més ornamentals. La catedral de Mallorca té, però, unes dimensions sense precedents, i no es poden trobar, en aquest sentit, referències a la catedral de Barcelona, Santa Maria del Mar, Girona, València, Saragossa... ni en cap del sud de França, sinó que Rubió la veu fruit de la màxima evolució de l'arquitectura llombarda. Per fer aquesta comparació, Rubió exposa nombrosos dibuixos en els quals mostra de costat la secció de la catedral de Mallorca amb moltes altres catedrals, i així es fa evident que Mallorca supera dimensionalment amb escreix les catedrals de Barcelona (fig. 6.2.19), Santa Maria del Mar, Salamanca, Toledo, París, Chartes, i en canvi és més a prop de les de Colònia, Milà, Amiens, Bolonya, Beauvais... Per il·lustrar aquest aspecte dimensional, adjunta unes fotografies que ajuden a prendre consciència de l'escala humana (fig. 6.2.20, 6.2.21 i 6.2.22). En aquesta comparació amb altres catedrals, es fixa no només en el tema dimensional, sinó també en les diferents característiques constructives i de l'espai interior aconseguit. Dedicava, per exemple, un espai important per valorar la immensa rosassa, l'òcul, de dimensions sense precedents.

L'anàlisi d'estabilitat

Quan Rubió analitza l'equilibri de la catedral de Mallorca, confessa el seu intens esforç esmerçat, amb diferents temptejos i dibuixos de la línia de pressions, a la recerca d'un estat que doni explicació de l'equilibri del monument. En el fons, l'objectiu de Rubió és trobar una disposició, una sola entre les possibles en aquests problemes indeterminats, que el satisfaci mínimament. Això explica el seu esforç i els seus múltiples intents, ja que declara absurd plantejar que un monument que fa diversos segles que està aixecat pugui ser considerat en males condicions d'equilibri simplement perquè els temptejos de càlcul gràfic ho insinuïn.



Mallorca
Comparativa.exe

Pel que fa a la corba de pressions, troba que la dificultat principal és donar explicació de com se centra la càrrega que arriba a la columna, perquè el seu descens sigui, atesa la seva alçada, gairebé a plomada vertical. La qüestió del contrafort la considera de més fàcil estudi. Rubió destaca que, a diferència d'altres organismes gòtics en els quals, per garantir l'equilibri de l'empenta de la nau central, es disposa simplement de la reacció dels arcs boterells i la nau lateral, a la catedral de Mallorca, en canvi, és necessari considerar tot el pes que gravita directament sobre les columnes, que afecta el traçat de la corba de pressions com un pes viu i no pas com un pes mort.

Rubió manifesta que aquesta consideració és absolutament necessària per aconseguir, no que el traçat de la corba de pressions passi pel terç central de la fàbrica, sinó, simplement, per aconseguir que passi per l'interior de la massa de la columna.

El plantejament que fa per donar explicació de l'estabilitat de la columna es basa en la consideració de sis esforços que s'han de contrapesar i equilibrar:

- 1) La resultant de tots els esforços provinents de l'arc toral principal, de la nau central.
- 2) La resultant de l'arc boterell alt, a l'exterior.
- 3) La resultant de l'arc boterell baix, també exterior.
- 4) Les dues resultants dels dos arcs creuers, arcs diagonals de la nau central.
- 5) Les dues resultants dels dos arcs creuers, arcs diagonals de la nau lateral.
- 6) La resultant de l'arc toral de la nau lateral.

Rubió exposa amb detall tot el procés del seu treball per al traçat de la corba de pressions que verifica l'equilibri d'aquests elements.

En primer lloc mesura, cubica i estableix el pes de totes les diferents parts considerades en diferents porcions. Podem veure les seves taules de pesos annexades al final del text que recull la conferència íntegra.

Seguidament explica que en cada un dels sis elements ressenyats cal dibuixar dues corbes de pressions de tempteig inicial, la corresponent a la mínima i a la màxima empenta. Aquestes dues corbes, màxima i mínima, emmarquen l'espai per on ha de discórrer la corba definitiva que cal temptejar amb valors intermedis.

De totes maneres, segons es desprèn del seu relat, la corba que finalment satisfà millor les condicions d'equilibri és la que resulta de considerar els màxims esforços a la nau central i els mínims a la nau lateral. Altrament, les corbes obtingudes en les diferents proves envaïen la nau lateral i no tenien prou verticalitat per estabilitzar la columna. Rubió qualifica l'equilibri de la catedral de Mallorca de temerari, en el sentit que els seus constructors no podien ser del tot conscients que estaven cobrint un espai de 20 metres de llum fent passar la corba de pressions tan sols a 40 cm de l'aresta inferior de l'arc, amb una pressió al límit de ruptura del material. Sense fer menció directa a Gaudí, Rubió critica la complexitat gòtica que necessiten les columnes, els arcs torals, els arcs creuers, els dobles arcs boterells, els contraforts, les càrregues suplementàries sobre les voltes, etc., amb el comentari:

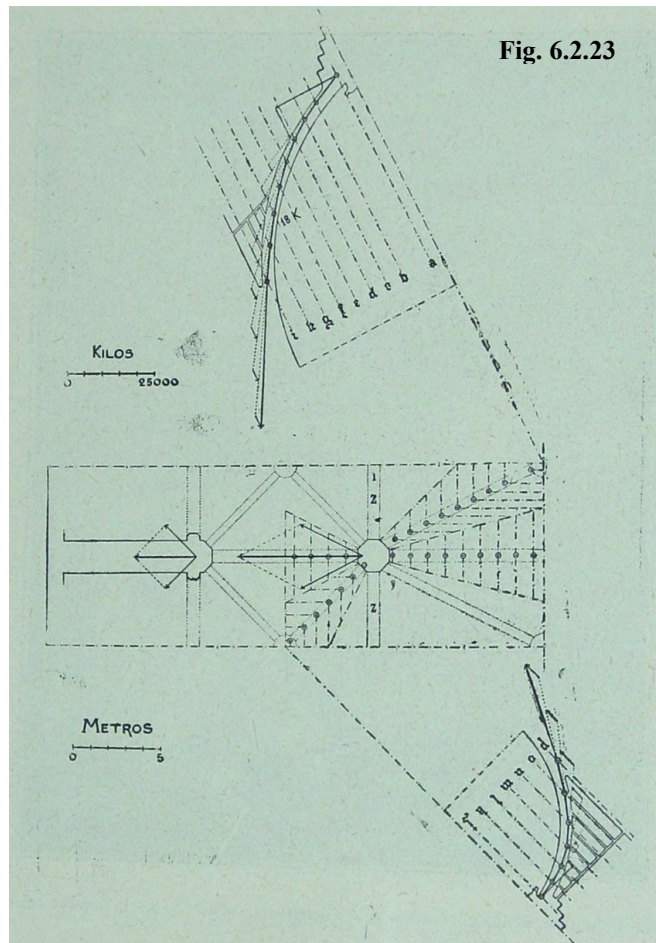
...arte de detalle rebuscada, no de grandísima concepción; arte del norte brumoso, no del mediodía esplendente.

Aquest comentari és per nosaltres absolutament gaudinià, ja que coincideix amb el contingut i gairebé fins i tot amb els termes en què Gaudí s'expressava sovint, quan feia crítica del gòtic i quan contraposava la manera mediterrània de veure l'art amb la nòrdica. Així, és una mostra més de la influència directa de Gaudí sobre Rubió.

Les conclusions de Rubió

Finalment, Rubió exposa sis conclusions resultants del seu estudi mecànic i que volen explicar, entre altres coses, el desplom de la columna que s'inclina cap a l'interior:

- 1) Existeix una gran desproporció entre les reaccions de la nau principal i la lateral. Potser els arcs boterells superiors són innecessaris o excessius i donen una empenta massa forta cap a l'interior de la nau. Aquest és el motiu que ha obligat a col·locar sobre els vèrtexs de les voltes unes sobrecàrregues considerables.
- 2) Les accions i reaccions dels diferents arcs que arriben a la columna no són en equilibri i és necessari considerar la columna lleugerament desplomada, perquè tot el pes mort existent sobre seu entri en acció com un pes viu i influeixi en la corba de pressions.
- 3) La columna està mal col·locada. Desplaçada uns 45 cm més a l'exterior s'aconseguiria que la corba de pressions coincidís amb el seu eix. Això ha fet que es corbés.
- 4) La bateria d'arcs boterells inferiors està perfectament col·locada i té el pes i la curvatura que li són necessaris i suficients.
- 5) L'arc toral de la nau lateral, que aguanta una paret fins a les terrasses, ajuda molt bé a donar verticalitat a les forces que provenen de la nau principal.
- 6) En els punts de pressió màxima la pedra treballa a 19 kp/cm^2 i 34 kp/cm^2 , quantitats que s'han de considerar un límit màxim dels dos tipus de pedra calcària utilitzada.



6.2.3 Reconstrucció del càlcul de Rubió

Descomposició en parts i càlcul de volums

Per tal d'explicar millor aquest càlcul gràfic de Rubió hem volgut modelar en tres dimensions el conjunt arquitectònic considerat per poder visualitzar directament i en perspectiva la composició dels funiculars dels diferents arcs, tant si estan continguts en plans transversals com en plans diagonals (fig. 6.2.24).

Aquest plantejament obre les portes a una comprovació del càlcul molt més exhaustiva en el sentit que el model 3D generat permet amidaments amb precisió de superfícies, volums o localització de centres de gravetat.

Hem d'advertir que el model generat no pretén comprovar la correspondència amb l'obra arquitectònica real, sinó el procés de càlcul utilitzat per Rubió, per la qual cosa les dades dimensionals necessàries per a la modelització les hem extret dels seus propis plànols i no les hem cercat en l'obra construïda.

Pel que fa a la descomposició en parts del conjunt considerat, Rubió planteja sobre la planta del mòdul les bisectrius entre els nervis principals i els nervis diagonals per tal de determinar l'àrea que carrega sobre cada un d'aquests nervis (fig. 6.2.23). Situa amb claredat el punt on aplica la resultant gravitatòria que correspon a cada part i trasllada aquesta posició a l'alçat corresponent, per fer la composició amb l'empenta i obtenir el traçat de la corba de pressions.

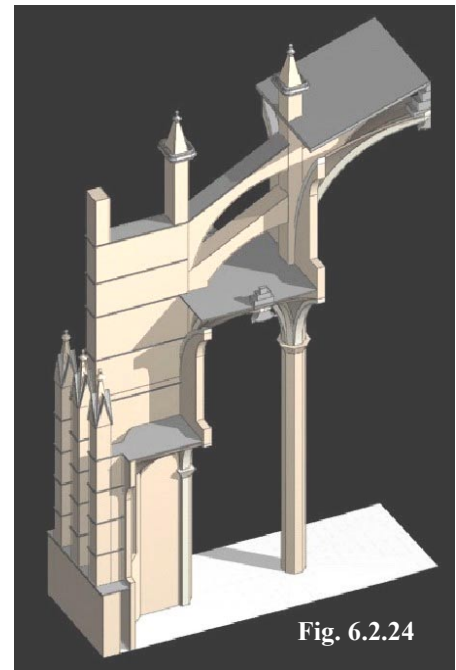


Fig. 6.2.24

En els nervis principals veiem que les seccions estan produïdes per plans perpendiculars al pla del nervi separats sempre per una distància constant, i així queden configurades (en planta) les porcions en forma trapezoïdal des de la més ampla a la clau de l'arc fins a la més estreta a prop del suport.

En el cas dels nervis diagonals, és sorprenent la manera com Rubió traça les particions. Les diferents porcions de volta a un costat i l'altre del nervi estan delimitades configurant una forma en L que segueix els eixos cartesianes de la planta. No trobem cap altra explicació a aquest fet si no que Rubió considera la doble curvatura de la volta. En considerar com les diferents àrees carreguen sobre el nervi diagonal, Rubió estableix una ruta de la càrrega que segueix una certa inclinació respecte al nervi, la dels eixos cartesianes de la planta, i no pas la perpendicular al nervi o la mateixa direcció que ja havia establert en la porció de volta que carregava sobre el nervi principal, la qual cosa provocaria l'estranya situació que una àrea podria carregar sobre un punt del nervi situat a una cota més alta.

Pel que fa als amidaments i càlcul dels volums, cal advertir que els gruixos i les diferents dimensions parcials que no estaven representats en el plànol els hem extret dels quadres de

dimensions i càlculs que Rubió annexa al final del seu text, per la qual cosa les desviacions de valors en els volums han sigut mínimes.

Càlcul previ de les sis empentes bàsiques

Rubió retula en la capçalera de cada quadre el valor de l'empenta en cada un dels sis funiculars bàsics que planteja, però no arriba a donar més detall de com ha obtingut aquests valors. Nosaltres hem volgut comprovar, en cada cas, aquests valors i podem donar explicació de quin punt de pas va considerar Rubió per obtenir l'empenta fent l'equilibri de moments corresponent.

1) Arc toral principal, de la nau central

Arc toral nau central								
	valor del pes		posició des de la clau central		posició des del punt 1		moment en P1	
	en kp	en cm	x	y	x	y		
Empenta (0)								
segons Rubió	48.000	4,80	0,00	0,00		1,15		5,52
secció A	13.841	1,38	0,25		2,33			3,22
secció B	6.153	0,62	0,75		1,83			1,13
secció C	5.145	0,51	1,25		1,33			0,68
secció D	3.885	0,39	1,75		0,83			0,32
secció E	4.683	0,47	2,25		0,33			0,15
Punt de pas (P1)			2,58	1,15				5,51
Empenta obtinguda		4,79			error absolut		error relatiu	
					-0,01		-0,14%	

El punt de pas (P1) se situa sobre l'horitzontal de l'empenta de l'arc boterell alt i sobre la suposada línia mitjana del nervi. Podem veure que les forces que queden a l'esquerra del punt escollit no intervenen en el càlcul per obtenir l'empenta, que és un valor que s'ha de mantenir constant en tot el traçat de cada arc (fig. 6.2.25).

Fent l'equilibri de moments, Rubió avalua l'empenta 1 a la clau de l'arc toral de la nau central, amb impecable precisió, en 48.000 kp.

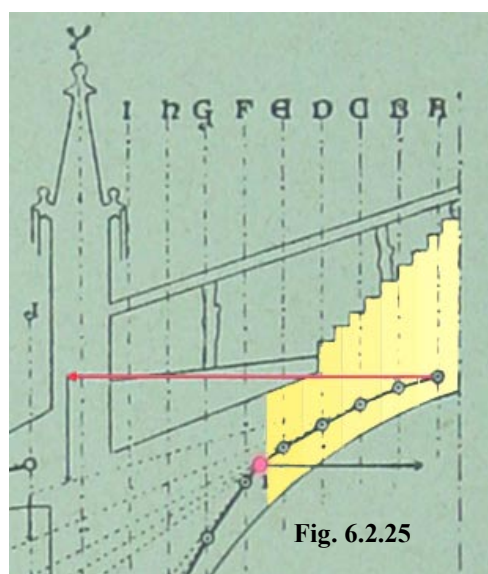


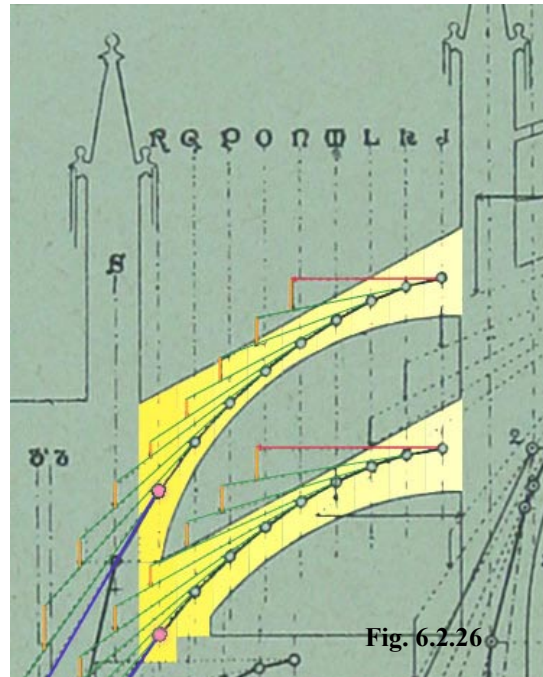
Fig. 6.2.25

2) Arc boterell alt

En el cas dels arcs boterells superior i inferior, el punt de pas, en cada cas, està pres sobre la vertical del darrer pes, R , i també sobre una suposada línia mitjana del nervi.

La nomenclatura utilitzada en tots dos arcs boterells és la mateixa, ja que les verticals de les particions coincideixen. Són les lletres majúscules J, K, L, \dots, R .

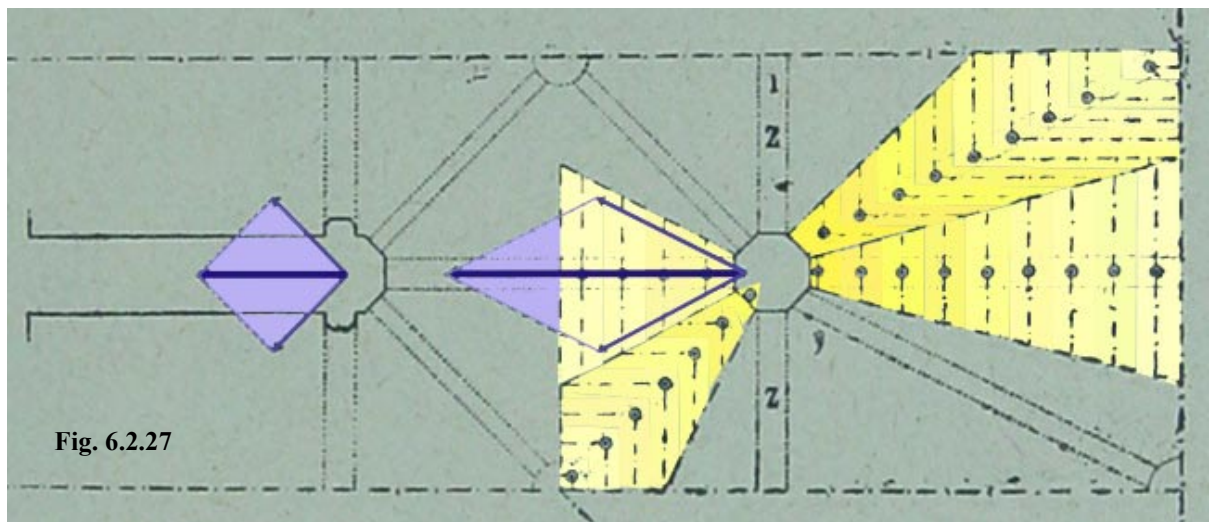
En l'arc boterell superior l'empenta trobada és de 21.000 kp. Amb aquesta empenta, pot traçar ja el funicular fins al pes S , inclòs (fig. 6.2.26).



3) Arc boterell baix

En l'arc boterell inferior, l'empenta trobada és de 26.000 kp (en el nostre plànol de treball resulta 1 mm més llarga del que podem comprovar refent els càlculs). Igual que en l'altre boterell, amb aquesta empenta Rubió traça el funicular des de J fins al pes S .

Cal tenir present que el pes S sobre el funicular superior és molt més fort que el pes S sobre l'inferior, ja que aquest darrer només s'endú la diferència d'altures, i en canvi l'altre tot el pinacle sencer. Així, en descendir fortament el funicular superior amb el pes S , trobarem que el funicular superior s'interseca amb l'inferior, i a partir d'aquell punt els dos funiculars es fondran en un de sol.



Arc boterell superior								
	valor del pes		posició des de la clau central		posició des del punt de pas		moment en P	
	en kp	en cm	x	y	x	y		
Empenta 1								
segons Rubió	21.000	2,10	0,00	1,15		3,85		8,09
secció J	4.410	0,44	5,50		4,50		1,98	
secció K	3.750	0,38	6,00		4,00		1,50	
secció L	2.949	0,29	6,50		3,50		1,03	
secció M	2.520	0,25	7,00		3,00		0,76	
secció N	2.520	0,25	7,50		2,50		0,63	
secció O	2.940	0,29	8,00		2,00		0,59	
secció P	3.780	0,38	8,50		1,50		0,57	
secció Q	5.880	0,59	9,00		1,00		0,59	
secció R	5.250	0,53	9,50		0,50		0,26	
secció S	56.000	5,60	10,00		0,00		0,00	
Punt de pas (P2)			10,00	5,00				7,91
Empenta obtinguda		2,05			error absolut		error relatiu	
					-0,05		-2,19%	

Arc boterell inferior								
	valor del pes		posició des de la clau central		posició des del punt de pas		moment en P	
	en kp	en cm	x	y	x	y		
Empenta 2								
segons Rubió	26.000	2,60	0,00	3,50		3,45		8,97
secció J	4.410	0,44	5,50		4,50		1,98	
secció K	3.780	0,38	6,00		4,00		1,51	
secció L	3.360	0,34	6,50		3,50		1,18	
secció M	3.150	0,32	7,00		3,00		0,95	
secció N	3.360	0,34	7,50		2,50		0,84	
secció O	3.570	0,36	8,00		2,00		0,71	
secció P	4.410	0,44	8,50		1,50		0,66	
secció Q	5.250	0,53	9,00		1,00		0,53	
secció R	5.250	0,53	9,50		0,50		0,26	
secció S	17.010	1,70	10,00		0,00		0,00	
Punt de pas (P3)			10,00	6,95				8,62
Empenta obtinguda		2,50			error absolut		error relatiu	
					-0,10		-3,90%	

4) Arcs diagonals, de la nau central

Els funiculars corresponents als arcs diagonals els trobem en un plànol a part, juntament amb la planta on queda clara la referència obliqua (fig. 6.2.23 i 6.2.27).

El criteri per escollir el punt de pas es manté constant també en aquests casos, tant en l'aristó de la nau central com en l'aristó de la nau lateral.

Els arcs diagonals de la nau central estan subdividits en el mateix nombre de pesos que l'arc toral principal, i per distingir els pesos d'aquest aristó diagonal s'han usat les mateixes lletres però en minúscules (*a, b, c... i*).

Podem veure en el detall ampliat que el punt de pas que s'ha considerat se situa sobre la vertical de l'últim pes i dins del gruix de la volta prop de la suposada línia mitjana (fig. 6.2.28).

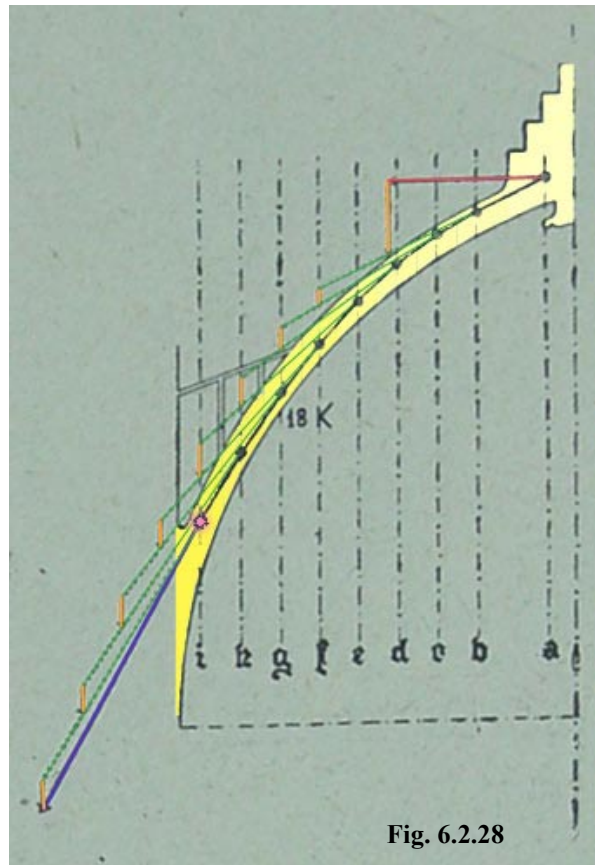
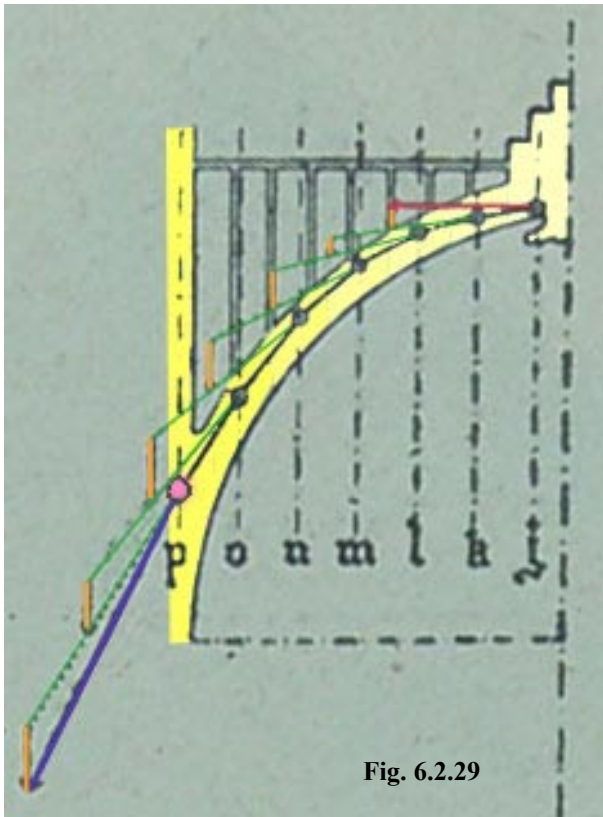


Fig. 6.2.28

En el detall s'observa bé que les particions constants les inicia a partir del volum construït per fer de sobrepès a la clau. El pes *a* d'aquesta massa afegida l'aplica en el baricentre del triangle que forma, i per això queda més separat del següent, el *b*.

Arc diagonal nau central								
	valor del pes		posició des de la clau central		posició des del punt de pas		moment en P	
Empenta D1 segons Rubió	20.000	2,00	0,00	0,00		4,20		8,40
secció a	9.492	0,95	0,35		4,40		4,18	
secció b	2.394	0,24	1,25		3,50		0,84	
secció c	2.835	0,28	1,75		3,00		0,85	
secció d	3.801	0,38	2,25		2,50		0,95	
secció e	4.368	0,44	2,75		2,00		0,87	
secció f	3.822	0,38	3,25		1,50		0,57	
secció g	4.003	0,40	3,75		1,00		0,40	
secció h	3.854	0,39	4,25		0,50		0,19	
secció i	3.606	0,36	4,75		0,00		0,00	
Punt de pas (P)			4,75	4,20				8,86
Empenta obtinguda		2,11			error absolut		error relatiu	
					0,11		5,42%	

5) Arcs diagonals, de la nau lateral



Per a la nomenclatura dels pesos que corresponen a les subdivisions d'aquests arcs creuers també s'han utilitzat lletres homònimes però en minúscules, respecte a les utilitzades en l'arc toral de la nau lateral (*j, k, l... p*). En aquest cas, però, hi ha menys particions en l'arc diagonal que en l'arc toral.

Igual que en el cas anterior, podem veure en el detall ampliat que el punt de pas també s'ha situat sobre la vertical de l'últim pes i dins del gruix de la volta prop de la suposada línia mitjana (fig. 6.2.27).

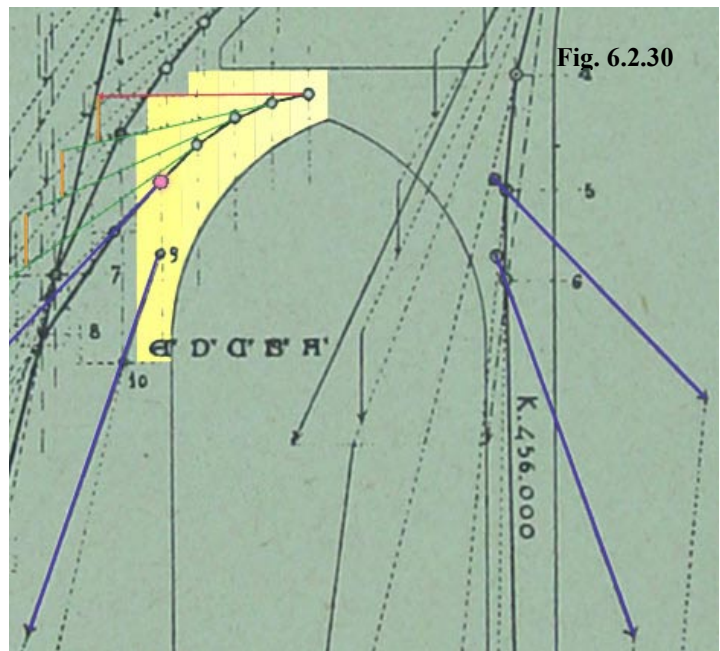
En canvi, en aquest cas no es nota el sobrepès de la clau. De fet, l'existència d'una solera plana per crear les terrasses altes de la seu dóna sobrepès repartit uniformement sobre tota la volta a través dels envanets que meticulosament també dibuixa Rubió.

Arc diagonal nau lateral							
	valor del pes		posició des de la clau central		posició des del punt de pas		moment en P
	en kp	en cm	x	y	x	y	
Empenta D1 segons Rubió	12.000	1,20	0,00	0,00		9,60	11,52
secció j	1.970	0,20	7,50	6,40	3,60	3,20	0,71
secció k	1.564	0,16	8,00		3,10		0,48
secció l	3.108	0,31	8,50		2,60		0,81
secció m	4.032	0,40	9,00		2,10		0,85
secció n	5.334	0,53	9,50		1,60		0,85
secció o	4.305	0,43	10,00		1,10		0,47
secció p	4.817	0,48	11,10		0,00		0,00
Punt de pas (P)			11,10	9,60			4,18
Empenta obtinguda		1,30				error absolut 0,10	error relatiu 8,75%

6) Arc toral de la nau lateral

En aquest cas les cinc particions de l'arc toral de la nau lateral no coincideixen exactament sobre les mateixes verticals que ja teníem traçades dels arcs boterells superiors. Podem veure en el detall ampliat que el punt de pas que s'ha considerat se situa sobre la vertical de l'últim pes i dins del gruix de la volta prop de la suposada línia mitjana (fig. 6.2.28). La nomenclatura que identifica aquestes parts són les majúscules amb prima (A' , B' , C' ... E').

El funicular d'aquest arc el prolongarà fins que es fongui amb el funicular provinent dels dos arcs boterells.



És interessant fer notar que la resultant dels dos arcs creuers de la nau lateral aplicada per sota del funicular de l'arc toral de la nau lateral crea una línia de força que no troba intersecció amb l'altre funicular ramificat anterior, i per tant, descarrega directament sobre la base del contrafort. En canvi, pel cantó de la columna sí que tindrà un paper important.

Arc toral nau lateral								
	valor del pes		posició des de la clau central		posició des del punt de pas		moment en P	
	en kp	en cm	x	y	x	y		
Empenta D1 segons Rubió	28.000	2,80	0,00	0,00		9,60		26,88
secció A'	6.111	0,61	7,50	6,40	3,60	3,20		2,20
secció B'	6.121	0,61	8,00		3,10			1,90
secció C'	6.871	0,69	8,50		2,60			1,79
secció D'	8.038	0,80	9,00		2,10			1,69
secció E'	2.567	0,26	9,50		1,60			0,41
secció S'	11.398	1,14	10,00		1,10			1,25
secció T'	11.340	1,13	11,10		0,00			0,00
Punt de pas (P)			11,10	9,60				9,24
Empenta					error absolut		error relatiu	
obtinguda		2,89			0,09		3,08%	

Composició del funicular de la columna

Per al traçat del funicular de la columna cal tenir traçades prèviament les sis resultants parcials anteriors i situades en els punts d'aplicació respectius. A mesura que els diferents vectors verticals, horitzontals o inclinats vagin creuant el camí de l'empenta, s'hi anirà component i modificant la seva direcció i així veurem que arribarà a fer baixar la càrrega, gairebé a plomada exacta, per l'eix de la columna.

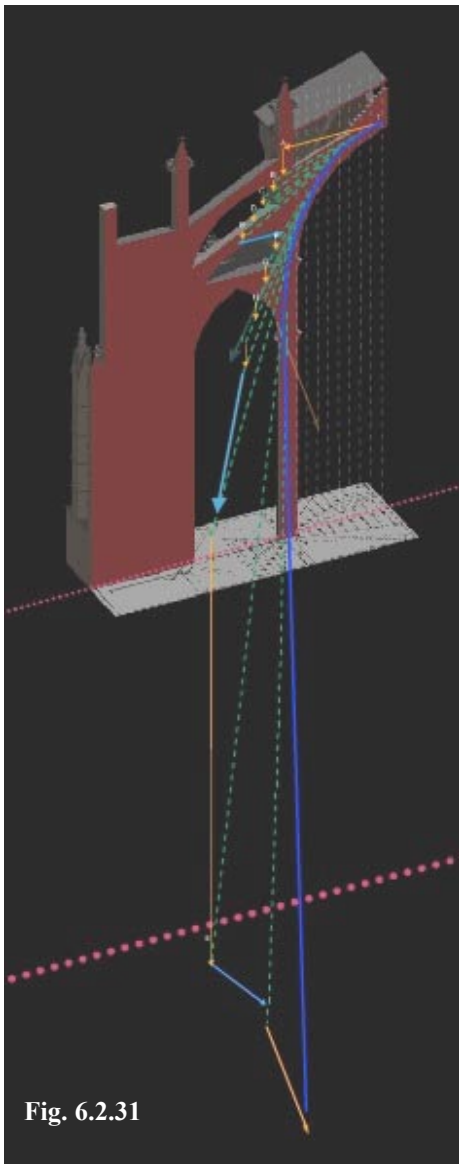


Fig. 6.2.31

Rubió comença el traçat component els pesos $A, B, C...$ de la nau central fins que arriba al punt 1. En aquest punt, i segons la mateixa llei de composició de forces utilitzada per a les càrregues verticals, compon l'empenta horitzontal de l'arc boterell superior, E_1 , de la qual ja havia trobat prèviament el valor de la reacció (21.000 kp).

Després continua amb les forces gravitatòries F, G, H, I fins a arribar al punt 2, on actuen simultàniament les empentes dels dos arcs creuers diagonals de la nau central, D_1 , i l'empenta de l'arc boterell inferior, E_2 . Rubió compon els dos arcs creuers en la planta (fig. 6.2.28) i aquest resultat el compon amb l'empenta de l'arc boterell inferior. La resultant de les tres empentes és la que intervé en aquell punt 2. Així, el punt 2 aglutina en una sola força la parcial 2 (arcs diagonals) i la parcial 3 (boterell inferior).

A continuació fa intervenir tot el pes del pinacle, marcat amb la lletra Y . És la càrrega que ell mateix anomena *pes mort*. L'altura de pinacle que considera per avaluar aquest pes és just fins al punt 4, on aplica aquesta força i just on en aquell instant se situa la corba de pressions.

La força 5 és l'empenta de l'arc toral de la nau lateral, que aprofita la simetria per estalviar-se part d'aquell traçat. I, finalment, el punt 6 és on aplica la composició de les dues empentes dels arcs diagonals de la nau lateral, els quals també ha compost prèviament en planta.

Com a resultant després de totes aquestes composicions, obté una força gairebé vertical, de 456 tones, que transcorre per l'interior de la columna. Tot i això, a la part alta de la columna arriba a detallar un cert descentrament d'aquesta resultant respecte de la base, el qual és coherent amb les conclusions que extreu sobre l'estabilitat del monument.

Composició del funicular del contrafort

Pel que fa al contrafort, simplement podem comentar com a singularitat en el traçat de Rubió el fet que busca la intersecció entre els funiculars dels boterells superior i inferior per determinar el punt on aplicar el pes de la porció de contrafort que correspongui. Així, veiem que al contrafort no es manté la mesura constant adoptada abans. Aquest punt també li serveix per determinar el pes de contrafort que hi gravita al damunt. Ho fa de la mateixa manera quan compon els funiculars provinents de l'arc toral de la nau lateral i dels arcs creuers.

Aquesta és la raó per què no trobem en aquest sector un mòdul constant que determini la separació entre els plans verticals que van seccionant l'obra, sinó que la posició d'aquests plans aquí està determinada pels punts d'intersecció dels diferents funiculars a mesura que es van agrupant en un de sol.

La resultant final té una magnitud tal que necessita fer un canvi en l'escala de forces quan ha d'aplicar els darrers vectors de càrrega del contrafort, U i V , i ho fa aplicant la llei del paral·lelogram i reduint a la meitat la longitud dels segments.

Com hem pogut veure, l'enginy dels calculistes els va permetre fer en el paper un càlcul funicular espacial amb vectors continguts en plans verticals diferents. Ha estat un procés complex que ha necessitat diferents vistes dièdriques (alçat-secció principal, alçats abatuts i planta), però la meticulositat i l'ordre en la nomenclatura l'ha fet intel·ligible.

Preocupats per la didàctica de com fer entenedor tot aquest procés complex i per poder explicar-lo millor, reproduïm amb una animació el traçat complet d'aquest funicular situant els vectors sobre la perspectiva d'un model 3D virtual creat específicament per reconvertir aquest càlcul gràfic pla en un càlcul funicular a l'espai.

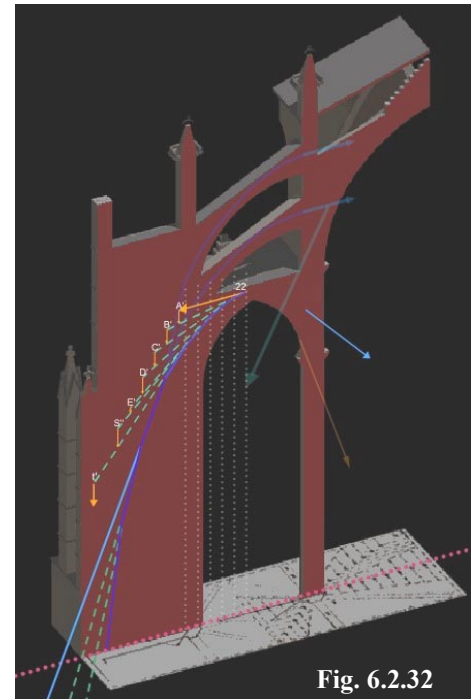


Fig. 6.2.32



Rubió-Mallorca.exe

6.3 Domènec Sugranyes i Gras (1878-1938)

6.3.1 Sugranyes, el continuador de Gaudí

Dades biogràfiques

Domènec Sugranyes i Gras va néixer a Reus l'11 de desembre de 1878, en una família que tenia com a negoci familiar una pastisseria al carrer Galanes, al costat mateix de la Casa de la Vila. Va viure i estudiar amb un currículum excel·lent a Reus fins als quinze anys, i després va marxar sol cap a Barcelona, per iniciar els estudis d'Arquitectura. A Barcelona visqué en una pensió i es mantenia gràcies a una petita quantitat que la seva mare, Maria Gras, li enviava puntualment i també gràcies a les col·laboracions que feia en despatxos de diferents arquitectes. El 1895 inicià treballs amb el Sr. Pons⁶ i el 1896, amb 17 anys, va tenir el primer contacte amb Gaudí. Gaudí era propens a treballar amb gent del camp de Tarragona i, en comprendre perfectament la situació de Sugranyes, similar a la que havia viscut ell mateix, el va integrar temporalment al seu estudi i va iniciar un autèntic padrinatge sobre ell. Aquest mateix any va començar els estudis d'Arquitectura, al mateix temps que completava els estudis a la Facultat de Ciències. Bona part de les assignatures de l'Escola d'Arquitectura les va fer de forma lliure, ja que treballava i estudiava al mateix temps. Sugranyes, a diferència d'altres col·laboradors de Gaudí, es va formar íntegrament a l'estudi del mestre i prioritzava el treball i la formació que obtenia a l'obrador de Gaudí abans que l'obtenció ràpida del seu propi títol d'arquitecte.



Fig. 6.3.1

El 1900 va morir el seu pare, però Sugranyes va continuar els estudis d'Arquitectura i la feina amb Gaudí, no sense dificultats econòmiques. El 1902 acabà els estudis de la Facultat de Ciències, necessaris per certificar en el seu expedient a l'Escola d'Arquitectura, on continuava examinant-se de forma lliure. El 1905 va morir la seva mare, l'últim lligam amb el seu Reus natal. Aleshores, Gaudí li va donar tot el suport perquè finalitzés la carrera. El 1906 ja era a l'últim curs i el 1907 la va acabar. Tot i això, no va sol·licitar el títol fins al 1912.

Durant aquest període de formació Sugranyes va poder viure amb plenitud tota l'activitat que es duia a terme a l'obrador de Gaudí: les cases Calvet, Bellesguard, Miralles, Batlló, el parc Güell, la Colònia Güell, la catedral de Mallorca, la casa Milà... i naturalment també la Sagrada Família.

Sugranyes va ser company d'estudi de Josep Maria Jujol, que amb una carrera menys accidentada obtingué el títol el 1906, i tots dos entraren a l'estudi de Gaudí. En una ocasió, però, el 1912, per justificar l'actuació de Jujol a Mallorca que no va ser compresa, Gaudí digué:

A casa tinc dos gats: l'un, en Sugranyes, que fa les feines allà on les ha de fer; l'altre, en Jujol, que les fa allà on precisament no pot fer-les.

⁶ Segurament el text obtingut de l'arxiu Sugranyes, quan esmenta el Sr. Pons, es refereix a l'arquitecte Joan Pons i Traval, titulat l'any 1880.

Gaudí certifica Sugranyes com un eficient col·laborador ja des del 1908. El 1910 ja el considera el principal ajudant de Berenguer, i amb la mort d'aquest, el 1914, Sugranyes passa a ocupar el seu lloc, la mà dreta de Gaudí.

El 1907 Domènec Sugranyes va conèixer, a Mataró, Xaviera de Franch, filla d'una família de terratinents de Cardona i de Capellades. Es van casar el 1909 i visqueren a la ronda de Sant Pere, 25, a Barcelona. Tingueren tres fills: Ramon (1911), Montserrat (1915) i Conxita (1919), tres testimonis vius de la relació del seu pare amb Gaudí.

El 1923 va ser nomenat professor de l'Escola del Treball. Hi va impartir classes de Construcció, Mecànica Elemental i Geometria amb gran entusiasme, la qual cosa el va conduir a redactar apunts específics per a les seves assignatures. Alguns d'aquests han estat posteriorment publicats en una enciclopèdia de construcció, en tres volums. En aquests apunts va poder expressar part dels seus coneixements que amb la seva llarga estada a l'obrador de Gaudí havia anat adquirint. El 1924 va ser destituït per la dictadura de Primo de Rivera, per les seves inclinacions catalanistes, però després d'aquest règim continuà la docència fins a la seva mort.

Quan el juny del 1926 va succeir el tràgic accident del tramvia a l'encreuament del c. Bailèn amb la Gran Via, van ser justament Sugranyes i Gil Parès que es van preocupar per la tardança de Gaudí; l'esperaven a la Sagrada Família de retorn de la seva oració quotidiana a l'església de Sant Felip Neri. Foren ells qui anaren a la seva cerca pels diferents hospitals i cases de socors de la ciutat i el trobaren encara amb vida a l'hospital de la Santa Creu. El reconegueren, donaren la notícia i estigueren amb ell aquelles darreres hores fins que morí, tres dies després. A partir d'aleshores, la junta del temple de la Sagrada Família va designar Domènec Sugranyes director i continuador de les obres en els termes que havia manifestat Gaudí, amb Francesc Quintana com a ajudant. La resta dels seus anteriors col·laboradors i els joves arquitectes que l'apreciaven iniciaren la tasca de divulgació de la vida i l'obra del mestre amb articles a la premsa, llibres i conferències.

Quan el juliol del 1936 es va cremar la cripta, la part baixa de les torres, les escoles, l'obrador i tots els arxius de Gaudí, no només els de la Sagrada Família, sinó també tots els de la resta d'obres que allí s'havien reunit, Sugranyes quedà molt afectat i es deia: "Tot s'ha acabat!". El 1938 va morir d'un atac de cor a l'abaixador del pg. de Gràcia-Aragó quan tornava de Capellades.

Estret col·laborador de Gaudí

L'aprenentatge de Domènec Sugranyes a l'obrador de Gaudí va ser molt intens i, malgrat les dificultats econòmiques, li va permetre finalitzar la carrera i obtenir el títol d'arquitecte, simultàniament amb una formació tècnica i constructiva obtinguda molt directament de la pràctica en l'execució de les exemplars obres del mestre.

El 1911 Gaudí li tenia confiança més que suficient i li deixà que finalitzés les obres de la torre Bellesguard, aturades el 1902. Així, Sugranyes acabà els elements de l'entrada: la reixa, la llàntia i els bancs de mosaic exteriors. Després, el 1916, ja va ser Sugranyes qui va fer la casa dels porters i l'edifici de la bomba d'aigua, que simula un drac. Donen constància de l'autoria

d'aquestes obres els dibuixos i els croquis de tots aquests elements que s'han conservat en el seu arxiu.

El 1914 Sugranyes i Rubió acompanyaren Gaudí a Reus, per exposar el projecte del santuari de la Verge de la Misericòrdia, que havien treballat conjuntament durant força temps. Tot i que el projecte havia estat escollit per ser construït, finalment, a causa d'algunes desavinences amb els regidors de Reus, el projecte no es realitzà, i vengarregaren un altre projecte a l'arquitecte Pere Casella Tarrats, la qual cosa indignà considerablement Gaudí.

Una altra obra iniciada per Gaudí i que va acabar Sugranyes va ser la de la finca del valencià Hermenegild Miralles, que no finalitzaria fins al 1920. Actualment, però, tan sols es conserva la portalada, que és autènticament de Gaudí.

Durant tot aquest temps el treball intens amb l'obra del temple de la Sagrada Família va continuar. Realitzaren amb Gaudí les proves amb guix per arribar al disseny definitiu de tot el projecte: les naus, els finestrals, les cobertes, els pinacles, les sagristies que havien de servir de mostra per a les torres centrals, la façana de la Glòria... i de tot això tan sols van veure finalitzat de manera completa el pinacle torre de Sant Bernabé, el 1925. Acabat amb vidre de Murano i fent servir formigó armat en el seu interior, va ser l'únic que Gaudí va poder veure en vida.

Gaudí volia explicar el projecte de la Sagrada Família i va acollir les visites de tots aquells que estaven disposats a escoltar-lo. Quan es tractava de fer articles, però, ho va fer a través dels seus col·laboradors. Hi ha escrits dels anys 1917, 1921 i 1923 que demostren aquest fet. Sugranyes, amb l'escrit del 1923, va voler explicar l'estabilitat del sistema de voltes de les naus i la inclinació de les columnes. L'escrit de Sugranyes és un resum d'una conferència al Col·legi d'Arquitectes on detalla, operació per operació, tot el càlcul dels volums del projecte, i component les diferents forces va demostrar la localització del centre de masses de tot el conjunt de coberta i voltes, la qual cosa donava la inclinació necessària per a la columna. L'escrit, però, és complex i molt probablement no va ser comprès pels seus contemporanis, la qual cosa va provocar, segurament, que algú pensés que això era una extravagància més de Gaudí. Nosaltres ens hem proposat endinsar-nos en la comprensió d'aquest càlcul fet per Sugranyes i n'ampliem els resultats obtinguts en els apartats que seguiran a continuació.

Després de la mort de Gaudí, amb Sugranyes al capdavant de les obres es va poder veure el final de les altres tres torres de la façana del Naixement: la de Sant Simó (1927), la de Sant Judes (1929) i la de Sant Maties (1930) i també el xiprer central.

Sugranyes va fer alguna llàntia per a la cripta i el coronament del Crist Crucificat seguint l'estil iniciat per Gaudí. De la mateixa manera, a la façana del Naixement va continuar l'obra escultòrica amb Joan Matamala al capdavant, que ja s'havia format des de jove en l'equip humà de la Sagrada Família.

L'obra pròpia de Sugranyes

A l'estudi de Gaudí ja era habitual simultaniejar feines externes a l'empresa. Francesc Berenguer, el seu principal ajudant, dedicava mitja jornada als assumptes bàsics de l'estudi i l'altra mitja la dedicava a altres treballs personals seus, de fora de l'estudi. Això permetia a l'ajudant millorar la seva situació econòmica i al mateix temps l'estudi no havia de suportar

tot el salari complet. Quan Sugranyes va succeir Berenguer, el 1914, va fer també treballs pel seu compte. Això va ser cada vegada més imprescindible, sobretot des que Gaudí va decidir dedicar-se exclusivament a l'obra del temple i les possibilitats econòmiques de l'estudi van quedar notòriament reduïdes.

Arribats a aquest punt, altres estrets col·laboradors de Gaudí seguiren camins diferents. Rubió, per exemple, es dedicà a la política, i Jujol, a la docència. Sugranyes, però, malgrat la situació monàstica de Gaudí, s'habitua a aquesta situació i restà amb ell, fidelment, fins i tot continuant la seva obra després de la seva mort.

Com a mostra de l'activitat que duia a terme al marge de l'obrador de Gaudí podem esmentar les obres següents:

- Reforç i complement del projecte de la pl. de braus Monumental (1915-1916). L'encàrrec el realitzà juntament amb Ignasi Mas Morell, arquitecte company d'estudi, titulat el 1907. De l'arxiu Sugranyes es dedueix la seva autoria en les decoracions ceràmiques dels ovoides exteriors, entre altres decoracions. A més, documents manuscrits testifiquen com a seu el càlcul i reforç de les grades i dels fonaments.
- Casa Miralles (1919-1920). Sugranyes continuà les obres que havia iniciat amb Gaudí, a principi de segle, construint el portal de l'entrada. Les fotografies conservades mostren que l'edificació es va construir a prop del portal, amb dues vessants molt pronunciades i un pati interior amb un llac.
- Xalet Voramar, per a Ciprià Bonet, a Salou (1921). Construcció a prop de la línia de mar que té annexat un templet cupular, amb referències formals a la casa Vicens o a la torre Miranda de Llinars del Vallès. La casa es conserva encara, amb les pintures murals i la decoració del sostre lleugerament deteriorades, a la cèntrica cruïlla del pg. de Mar i la ctra. de Reus.
- Font pública a Mollet del Vallès (1921). Feta amb forja i ceràmica, va ser enderrocada posteriorment, però reconstruïda el 1983.
- Xalet Miarmau (1924), de dimensions reduïdes, a segona línia de mar, actualment desaparegut.
- Xalet Banús (1924), més complex que l'anterior, a primera línia de mar, que encara es conserva actualment.
- Casa a Reus (1925), amb esgrafiats noucentistes.
- Xalet a la plana de Salou (1925).
- Club d'esports Sol i Mar (1925). Edifici amb tres torres i esgrafiats noucentistes. L'edifici encara existeix, amb diverses modificacions, a segona línia de mar.
- Xalet Vertiblaui, a Cambrils (1926). De composició senzilla, seguint la línia de les construccions estiuenques ja realitzades.

Durant tots aquests anys en què Sugranyes era al capdavant de les obres de la Sagrada Família va realitzar per compte propi diversos edificis principalment a l'Eixample barcelonès:

- Hotel Diagonal-Tuset (1925- 1927). L'edifici es va construir totalment amb formigó amb una tècnica força avançada al seu temps. Actualment ja no és hotel i el pati interior cobert amb vidriera ha estat modificat. L'exterior el va dissenyar seguint la moda noucentista tan introduïda en l'arquitectura metropolitana d'aquell temps.
- Escola dels Escolapis de Balmes (fins al 1929).
- Edifici al c. Muntaner, 147, xamfrà amb c. Rosselló (1929).
- Dos edificis bessons al c. Balmes, 107-109 (1929).
- Edifici al c. València, 315 (1929).

. Edifici al c. València, 90, xamfrà amb c. Muntaner (1931).

Cal afegir-hi també altres edificis, dels quals no disposem de la data exacta, com són els del c. Còrsega, 228, xamfrà Aribau; el de la ronda de Sant Antoni, 70; i el del c. Sicília, 330-334. Fora de Barcelona va construir, el 1931, l'escola pública de Capellades.

6.3.2 Coneixements de construcció i de càlcul gràfic de Sugranyes

Com hem pogut veure, Domènec Sugranyes va esdevenir el deixeble més fidel a Gaudí i fou qui es convertí en el seu continuador tant a la Sagrada Família com en altres obres que Gaudí li cedí, com per exemple la reforma de la casa del Bellesguard.

Sugranyes, essent professor de Construcció a l'Escola Industrial, va publicar un complet tractat que recull els seus coneixements i la seva visió sobre l'arquitectura en general.

En aquest tractat, en tres volums, que hem comentat en el capítol 4 d'aquesta tesi, ja hem pogut veure que Sugranyes dominava el càlcul gràfic dels arcs per mitjà de les línies de pressions i dels polígons funiculars, però, a més, estenia el camp d'aplicació d'aquests a altres vessants del càlcul estructural, com per exemple el càlcul del formigó armat. A l'annex 3 adjuntem una selecció de làmines d'aquest tractat.

Pel que fa al càlcul dels arcs, el mateix mètode de Gaudí, de Berenguer i de Rubió, Sugranyes també el coneix i l'aplica a les seves obres. N'és un testimoni el plànol que s'ha conservat amb el càlcul funicular de la secció projectada per a una capella a Sant Andreu (fig. 6.3.2).

De fet, aquest càlcul segueix l'esquema bàsic descrit amb el senzill exemple de Berenguer i s'intueix aviat que la seva anàlisi repetiria tot el que ja s'ha comentat sobre el càlcul de la seu de Mallorca que va fer Rubió, essent aquell molt més complex i de més envergadura. En aquest dibuix de Sugranyes es percep clarament el punt de pas que s'ha considerat en el suport i l'empenta a la clau necessària per iniciar tot el descens del polígon funicular. No hi ha gaire enigma per desxifrar.

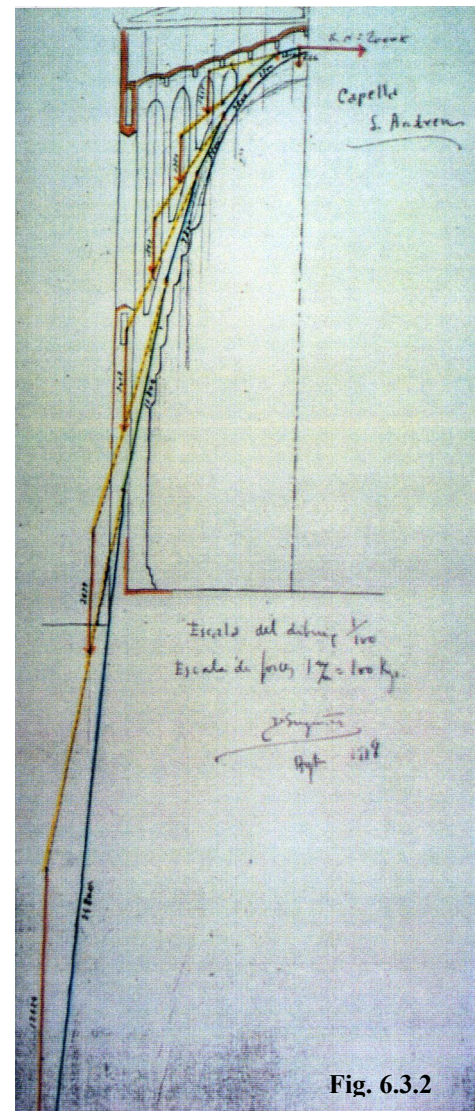


Fig. 6.3.2

No es pot dir el mateix del càlcul gràfic que féu Sugranyes per a les naus del temple de la Sagrada Família. Aquest altre càlcul és, segurament, el més singular i el de més repercussió i renom que va fer aquest fidel col·laborador de Gaudí. Sugranyes l'exposà amb detall en una conferència per a l'Associació d'Arquitectes i, com que va ser recollit en els anuaris de

l'Associació, resta ara perfectament documentat, tot i que no s'hagi comprès mai al cent per cent la totalitat de les operacions i consideracions que té implícites.

Tots aquests motius són els que ens han dut, sense gaires dubtes, a triar aquest exemple per il·lustrar la manera de fer de Sugranyes.

6.3.3 Càlculs gràfics d'estabilitat de les naus del temple de la Sagrada Família

Tal com hem comentat, Domènec Sugranyes dictà una conferència per a l'Associació d'Arquitectes de Catalunya que fou recollida en els anuaris de l'Associació l'any 1923.

En aquesta conferència Sugranyes va explicar molt detalladament el càlcul d'estabilitat de les naus del temple i mostrà una sèrie de fotografies, aleshores inèdites, de com s'anaven desenvolupant els treballs en l'obrador de Gaudí. Així, la conferència no només serví per difondre l'obra de la Sagrada Família, que sempre necessitava captar admiració i recaptar fons, sinó que ens serveix encara avui per intentar comprendre el singular mètode de disseny i càlcul que utilitzava Gaudí per a les seves obres.

Gaudí havia entrat ja en una fase de profund aïllament de l'entorn social i delegava als seus col·laboradors tots aquells actes socials de divulgació com va ser aquesta conferència. No obstant això, el detall de l'exposició de Sugranyes no és propi d'un portaveu, sinó d'un autor implicat i coneixedor a fons de la matèria. L'explicació de Sugranyes conté tots els diagrames i totes les operacions numèriques de càlcul de volums, una a una, de totes les parts principals en què es podia desmembrar el conjunt que aleshores s'estava projectant.

De fet, el càlcul que exposa Sugranyes és una justificació mecànica i estructural de la inclinació de les columnes principals de la nau central del temple. Amb aquesta explicació es presenta l'obra de Gaudí com la que és dissenyada segons l'optimització lògica de l'estructura, i així, aquests arguments de pes

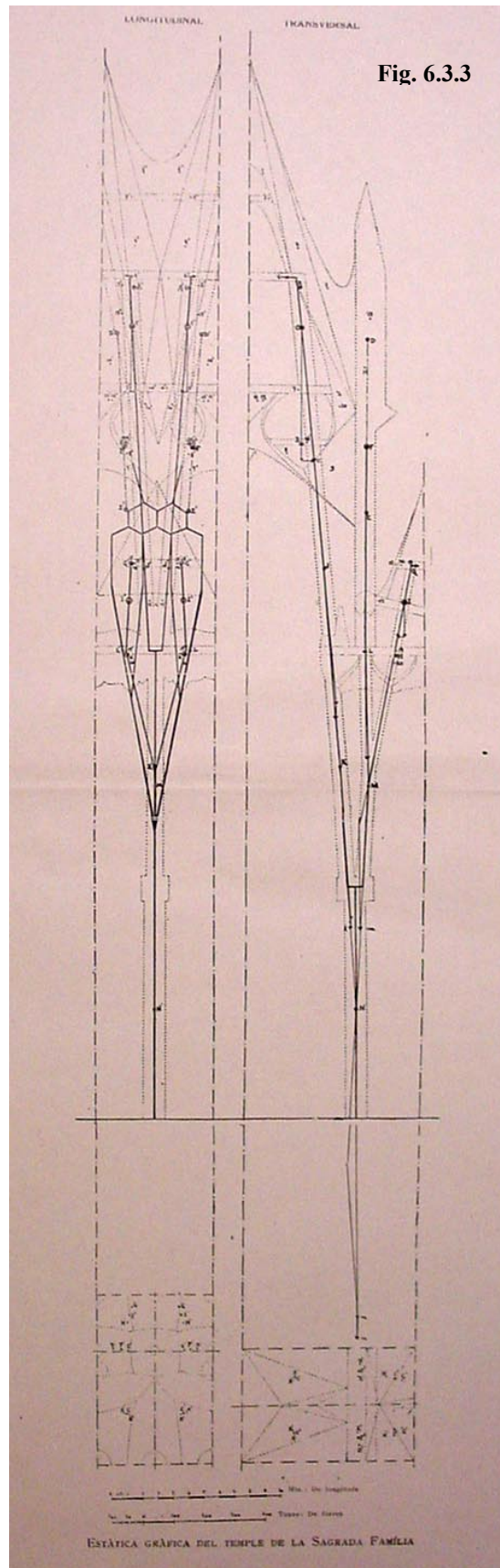


Fig. 6.3.3

arraconen qualsevol gratuïtat de la forma.

Per analitzar l'estabilitat d'aquestes columnes, s'aprofita la simetria longitudinal i transversal i es considera només un mòdul bàsic que comprèn totes les masses que graviten sobre cada columna. Gaudí volia construir l'estructura de manera que cada part fos independent i no necessités les parts veïnes per assegurar l'estabilitat. Deia que "el temple és com un bosc, si cau un arbre, no ha de caure tot el temple". Sembla que Gaudí es va proposar aquest objectiu després de veure que els bombardejos de la primera gran guerra europea havien enrunat algunes catedrals gòtiques que confiaven l'estabilitat a la complexa interacció de totes les seves parts.

Aquest mòdul bàsic de tot el que gravita sobre cada columna arbre es pot limitar per uns plans verticals que limitarien la secció transversal entre l'eix longitudinal de la nau central i l'eix del pinacle piramidal de sobre de la nau lateral, i en la secció longitudinal entre l'eix d'un finestral i l'eix del següent.

Tota l'explicació de Sugranyes es basa, doncs, en aquest dibuix (fig. 6.3.3) en secció longitudinal, transversal i plantes d'aquest mòdul bàsic. La presència de les escales gràfiques de forces i de longituds ens ha permès ampliar el plànol a una escala exacta (1/250) i això en facilita ara una reinterpretació.

Sugranyes explica que es pot descompondre la complexa forma en unes peces més senzilles, que estructurin un esquelet geomètric bàsic i fan entenedor el conjunt. Les operacions que presenta són les necessàries per cubicar les masses projectades i, a partir del volum calculat, deduir el pes de l'element segons la densitat del material. Malgrat el detall mostrat per obtenir el valor dels pesos, no hi ha cap explicació sobre el procediment per obtenir la localització de cada un dels centres de gravetat d'aquestes diferents parts.

Malgrat la simplicitat aparent, el tema és complex i aquest document ha romàs fins avui sense ser explorat a fons. Nosaltres ens hem volgut endinsar en el mar de xifres i operacions que presenta Sugranyes per procurar comprendre amb tot el detall la manera de procedir, de dissenyar i calcular alhora que feia servir Gaudí.

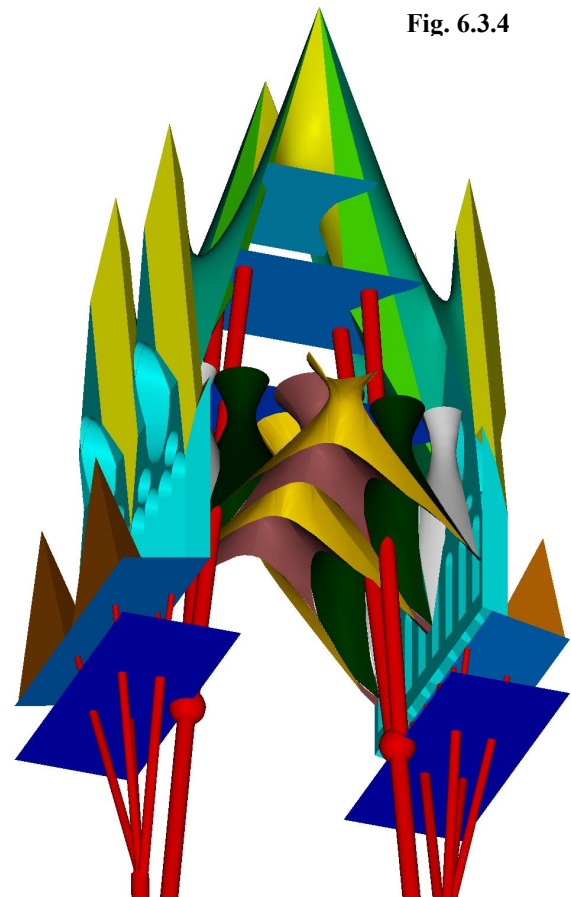


Fig. 6.3.4

6.3.4 Anàlisi detallada de totes les xifres del càlcul de Sugranyes

Punt A. Coberta i sostres alts

En primer lloc, Sugranyes busca el centre de gravetat de tots els pesos alts i l'anomena *punt A*. En aquest punt és on s'aplica la resultant dels set pesos que corresponen a les set parts bàsiques d'aquest sector més elevat. D'aquestes set peces, les quatre primeres corresponen a la coberta i les altres tres als diferents sostres que lliguen aquest conjunt i que serviran per absorbir les petites empentes horitzontals que es poden generar amb la lleu inclinació dels suports.

Peça 1: paraboloide central superior

Sugranyes anomena aquesta peça 1 *paraboloide superior*. És ben bé la peça que forma l'espina o esquena d'ase sobre l'eix de la nau central i forma unes puntes que coincideixen en projecció amb l'eix dels vèrtexs superiors dels finestrals.

- Geometria mesurada en el plànol:
 coordenades dels dos vèrtexs superiors situats sobre l'eix longitudinal:
 $(0,00, +3,75, 69,00)$ i $(0,00, -3,75, 69,00)$
 coordenades dels dos vèrtexs inferiors situats sobre l'eix transversal:
 $(+2,80, 0,00, 55,00)$ i $(-2,80, 0,00, 55,00)$
- Centres de masses:
 $(0,90, +1,10, 61,70)$ i $(0,90, -1,10, 61,70)$
- Amidaments segons Sugranyes:

$$\frac{1}{2}(8,5 \cdot 8,5 \cdot 0,45 \cdot 2000) = 32512 \text{ kg}$$
- Significat de les xifres:
 $\frac{1}{2}$ perquè es tracta de la meitat del paraboloides, en la secció transversal ($\frac{1}{4}$ en l'altra secció, la longitudinal),
 $8,5 \cdot 8,5$ és l'àrea superficial del paraboloides sencer, en m, $72,25 \text{ m}^2$,
 $0,45$ és el gruix, en m,
 2.000 és la densitat del material, en kp/m^3 .

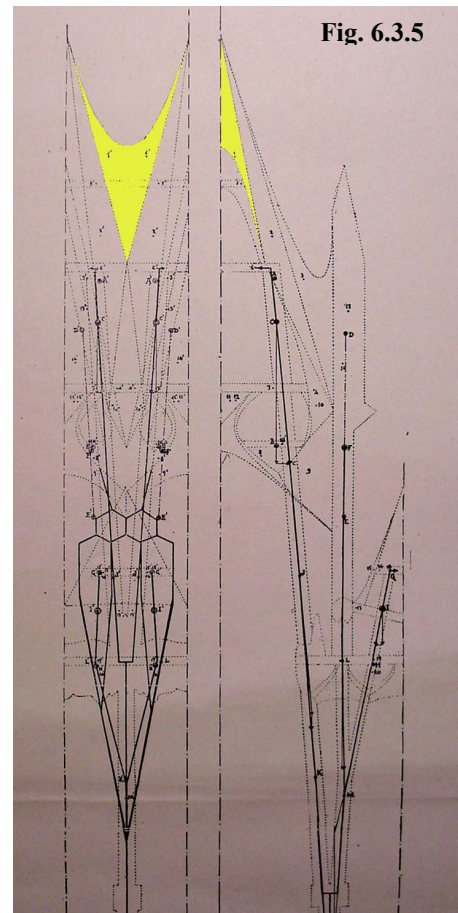




Fig. 6.3.6

- Observacions

La operació de Sugranyes menystenien els decimals, ja que donaria 32512,5 Kp

L'àrea del paraboloides és realment de 69,8 m². El valor de 8,50 · 8,50 = 72,25 m² és una bona aproximació, que té un error per excés del 3,5%. No trobem una explicació convincent de l'origen d'aquest valor quadrat de 8,50.

El valor de 8,5 s'acosta a la longitud dels semiperfils parabòlics, des dels vèrtexs fins al punt de sella. Però és clar que no poden ser iguals, ja que si no el paraboloides projectat en planta seria un quadrat i no un rombe, i això contrariaria el 8,5 x 8,5 (dues mesures iguals). Els semiperfils parabòlics fan realment 8,67 i 8,21 m, força a prop del 8,5 x 8,5 sobretot si tenim en compte que a l'escala del plànol 1 mm representa 25 cm, però de totes maneres no acaba de deixar-nos satisfets.

A l'annex 4 adjuntem algunes recerques més referents a aquesta qüestió.

Pel que fa al centre de gravetat, observem una petita desviació cap a l'origen de 10 cm en l'eix de les x i de 20 cm en l'eix de les y.

Peça 2: plans triangulars

Les peces núm. 2 són uns plans triangulars que fan de transició entre els paraboloides de tipus 1 i els de tipus 3.

- Geometria mesurada en el plànol:
 - coordenades dels tres vèrtexs (secció transversal): (0,00, +3,75, 69,00), (2,80, 0,00, 55,00) i (7,00, +1,10, 46,00)
 - coordenades del triangle pla simètric en la secció longitudinal: (0,00, -3,75, 69,00), (2,80, 0,00, 55,00) i (7,00, -1,30, 46,00)
- Centres de masses: (3,20, +1,65, 56,00) i (3,20, -1,65, 56,00)
- Amidaments segons Sugranyes:

$$2 \cdot \frac{24,20 \cdot 2,60}{2} \cdot 0,45 \cdot 2000 = 56628 \text{ kg}$$
- Significat de les xifres:
 - 2 perquè hi ha dos triangles dins del mòdul, simètrics en la secció longitudinal,
 - 24,20 · 2,60 / 2 és l'àrea superficial del triangle (b·h/2), 31,46 m²,
 - 0,45 és el gruix, en m,

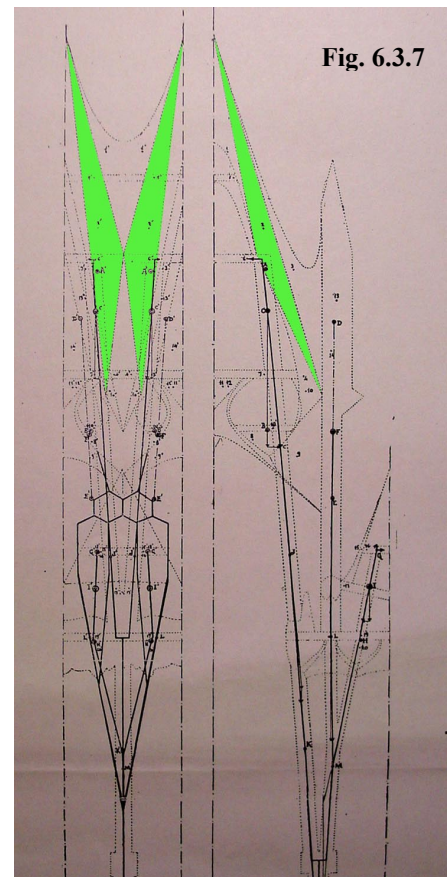


Fig. 6.3.7

0,45 és el gruix, en m,
 2.000 és la densitat del material de coberta, en kp/m³.



Fig. 6.3.8

• Observacions:

Tant pel que fa al càlcul de l'àrea del triangle com a la posició del seu baricentre, notem molta precisió en el resultat. Cal dir que 24,20 és el costat més llarg del triangle, però l'altura 2,60 no és cap costat i està trobada amb força precisió, tot i que en els plànols no es projecta, en cap vista, en veritable magnitud. Si aquest valor de 2,60 s'ha obtingut mesurant sobre el paper, cal haver utilitzat eines pròpies de la descriptiva, com girs, abatiments o canvis de plans de projecció. Altrament, és possible plantejar que la mida s'hagi obtingut sobre una maqueta o model de guix.

Peça 3: dos mitjos paraboloides junt al frontó

El núm. 3 correspon als paraboloides que enllacen els triangles anteriors amb els finestrals. El mòdul considerat parteix aquests paraboloides pel mig i, per tant, en la secció transversal tindrem dues meitats sobreposades, i en la secció longitudinal veurem separadament els dos mitjos paraboloides que corresponen a finestrals diferents. En l'axonomètrica els dibuixem sencers, simplement per facilitar la comprensió global de la forma.

- Geometria mesurada en el plànol:
 coordenades dels vèrtexs superiors (secció transversal):
 (0,00, +3,75, 69,00) i (7,00, +3,75, 58,00)
 coordenades dels vèrtexs inferiors sobre l'eix transversal
 (7,00, 1,10, 46,00) i el seu simètric fora del mòdul (7,00, 6,40, 46,00)
- Centres de masses:
 (5,20, +2,50, 53,20) i (5,20, -2,50, 53,20)
- Amidaments segons Sugranyes:

$$2 \cdot \frac{15,40 \cdot 4,70 \cdot 0,45 \cdot 2000}{2} = 65142 \text{ Kgs.}$$
- Significat de les xifres
 2 perquè n'hi ha dues, de meitats,
 15,40 · 4,70 és l'àrea superficial del paraboloides, 72,38 m²,

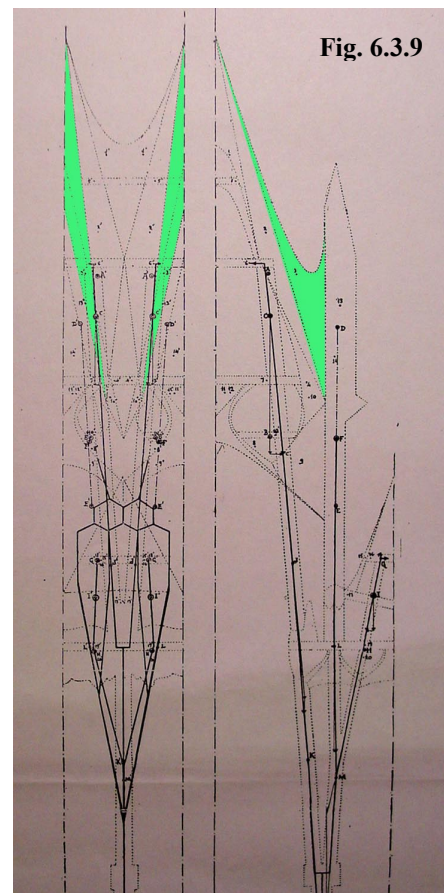


Fig. 6.3.9

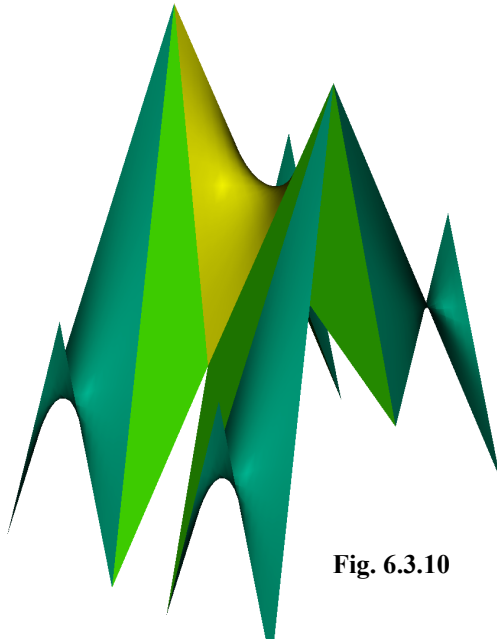


Fig. 6.3.10

0,45 és el gruix, en m,
 2.000 és la densitat del material de coberta,
 en kp/m^3 ,
 $\frac{1}{2}$ perquè es tracta de la meitat del
 paraboloides.

- Observacions:
 Igualment com en el cas del paraboloides central, la peça 1, no sabem d'on surten les xifres. En aquest cas és un paraboloides dissimètric, són dues mesures diferents (15,40 x 4,70), i per tant no és cap quadratura. Tampoc no s'hi acosten els perfils parabòlics, 20,86 el dissimètric i 19,03 el simètric, que la meitat són 9,5. L'àrea, però, és força ben aproximada. Té un error per excés del 8,5%. Nosaltres mesurem en mig paraboloides 33,33 m^2 en comptes de 36,19 m^2 que cubica ell.

Per a la localització del centre de gravetat detectem més distorsió, 32 cm en les x, 29 cm en les y, i gairebé 2 m en la z.

Peça 4: paraboloides interior

Els paraboloides que tanquen el buit de coberta que resta entre les peces anteriors són les peces núm. 4. Aquests paraboloides no coincideixen amb el projecte definitiu, ja que fan un plec cap endins que després va ser suprimit. En l'axonomètrica mostrem la diferència.

- Geometria:
 coordenades del vèrtex superior: (2,75, 0,00, 55,00)
 coordenades dels vèrtexs intermedis (secció transversal): (7,00, +1,10, 46,00) i (7,00, -1,10, 46,00)
 coordenades del vèrtex inferior: (5,00, 0,00, 43,60).

Aquest darrer vèrtex és el que distorsiona i provoca una punxa cap a l'interior; per això en el dibuix s'ha desplaçat al punt (7,00, 0,00, 40,00).

- Centre de masses:
 (5,80, +0,55, 47,20) i (5,80, -0,55, 47,20)
- Amidaments segons Sugranyes:
 $7,90 \cdot 4,20 \cdot 0,45 \cdot 2000 = 29862 \text{ Kgs.}$
- Significat de les xifres:
 $7,90 \cdot 4,20$ és l'àrea superficial del paraboloides, en m, 33,18 m^2
 0,45 és el gruix, en m,

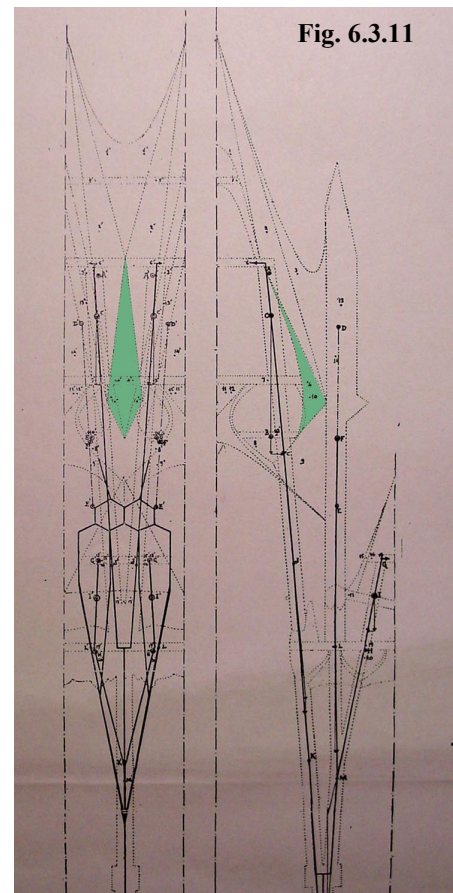


Fig. 6.3.11

2.000 és la densitat del material de coberta, en kp/m^3 ,

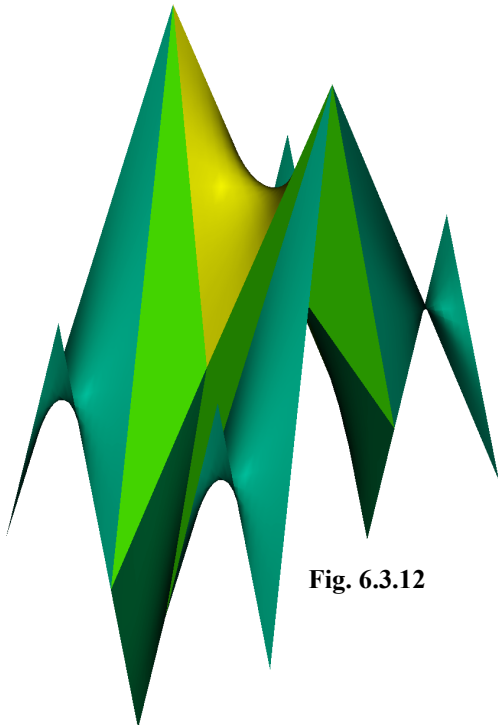


Fig. 6.3.12

- Observacions:
La superfície del paraboloides la torna a calcular amb el producte de dos valors, però es repeteix la incògnita i no mesurem en el nostre model virtual cap parell de magnituds que s’hi puguin relacionar.

Pel que fa al vèrtex inferior d’aquest paraboloides, hem de remarcar que s’ha estudiat amb deteniment la possibilitat que els dos costats inferiors del paraboloides enllacessin amb possibles generatrius d’hiperboloïdes veïns. Però, com que els hiperboloïdes dels finestrals es veuen clarament més separats, això no ha estat possible. I com que no tenim prou informació d’aquest projecte previ al definitiu que estem descobrint, per generar la peça en la nostra axonometria didàctica de visualització, s’ha forçat la correcció de la posició d’aquest vèrtex per tenir una forma finalment coherent.

Peces 5, 6 i 7: sostres interiors

Es tracta de tres sostres interiors que lliguen i rigiditzen la coberta.

- Geometria:
Sostre 5:
a 60 m d’altura, rectangle de 2,80 m d’amplada màxima, lleugerament mossegat pel paraboloides central i els plans triangulars de coberta.
Sostre 6:
a 54,8 m d’altura, rectangle de 5,30 m d’amplada màxima, mossegat pels plans de coberta i el paraboloides inferior entre frontons.
Sostre 7:
a 47,3 m d’altura, rectangle de 7,00 m d’amplada màxima, mossegat lleugerament pels plans de coberta i el paraboloides inferior entre frontons.
- Centre de masses:
Sostre 5: (1,40, +1,95, 60,00) i (1,40, -1,95, 60,00)
Sostre 6: (2,10, +1,90, 54,80) i (2,10, -1,90, 54,80)
Sostre 7: (3,20, +1,80, 47,30) i (3,20, -1,80, 47,30)

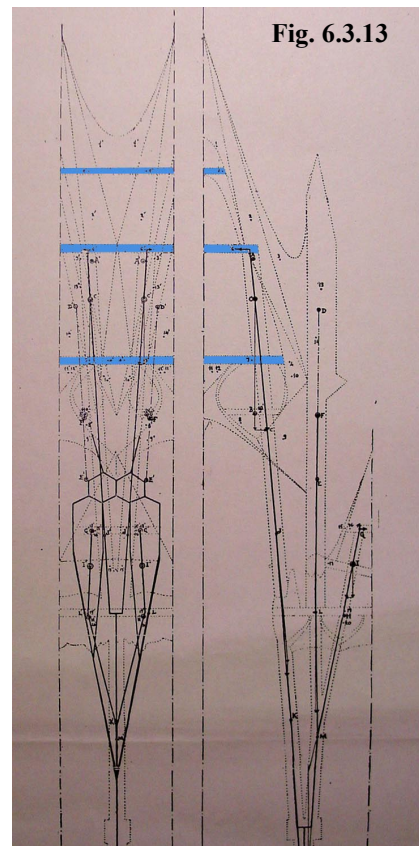


Fig. 6.3.13

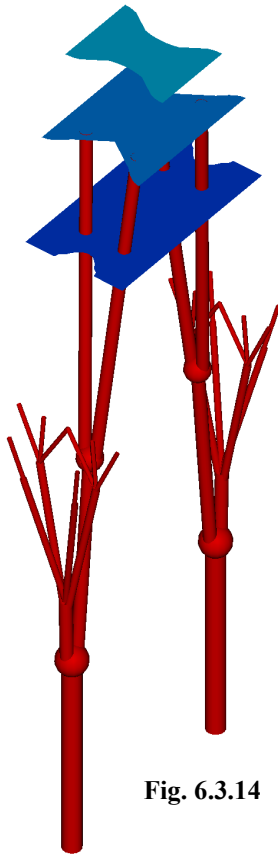


Fig. 6.3.14

- Amidaments segons Sugranyes:
 Sostre 5: $2.70 \cdot 7.50 \cdot 0.45 \cdot 2100 = 19131 \text{ Kgs.}$
 (hi ha un petit error de càlcul; en realitat dona 19.136,25 kp)
 Sostre 6: $4.20 \cdot 7.50 \cdot 0.50 \cdot 2100 = 33075 \text{ Kgs.}$
 Sostre 7: $6.20 \cdot 7.50 \cdot 0.50 \cdot 2100 = 48825 \text{ Kgs.}$

- Significat de les xifres
 Les dues primeres xifres representen l'àrea de cada rectangle, el de dalt és més estret i el de baix és el més ample. Per no haver de descomptar les àrees de les diferents mossegades, pren valors d'amplada mitjans, 2,70, 4,20 i 6,20 en cada cas. El valor de 7,50 correspon a la mesura longitudinal del mòdul. És per això que les àrees dels rectangles les compta senceres, sense descomptar res, i fan $20,25 \text{ m}^2$, $31,50 \text{ m}^2$ i $46,50 \text{ m}^2$, respectivament. Les aproximacions són irregulars, ja que en el nostre model mesurem $17,36 \text{ m}^2$, $31,99 \text{ m}^2$ i $50,20 \text{ m}^2$, respectivament, és a dir, s'alterna un error per excés del 16,6%, la precisió admirable i l'error per defecte del 7,4%.

El sostre de dalt, núm. 5, és més prim, 0,45 m. Els dos sostres inferiors, 6 i 7, en canvi, són de 0,50 m de gruix.

2.100 és la densitat del material, en kp/m^3 . Cal observar que es considera un material diferent del de la coberta, una mica

més dens, ja que ara es tracta de sostres armats.

Resultant A de totes les peces de cobertes:

Un cop té cubacades les set primeres peces que corresponen al conjunt de les masses més altes (cobertes i sostre interiors), Sugranyes busca la resultant total d'aquest conjunt, que anomena A, i per equilibri de moments és senzill ara de trobar el centre de gravetat de tot aquest conjunt, el punt A.

<i>Peça 1</i>	: 32512	<i>Kgs.</i>
<i>Peça 2</i>	: 56628	<i>Kgs.</i>
<i>Peça 3</i>	: 65142	<i>Kgs.</i>
<i>Peça 4</i>	: 29862	<i>Kgs.</i>
<i>Peça 5</i>	: 19131	<i>Kgs.</i>
<i>Peça 6</i>	: 33075	<i>Kgs.</i>
<i>Peça 7</i>	: 48825	<i>Kgs.</i>
<i>Total A</i>	: 285172	<i>Kgs.</i>

Detectem un petit error de càlcul, ja que en realitat suma 285.175 kp. Tenint en compte l'error anterior, la suma hauria donat 285.180,75 kp; per tant, l'error creixeria una mica.

Aquest pes es distribueix a meitats iguals a banda i banda de l'eix del mòdul en la secció longitudinal, en els dos punts A':

$$A = 285.172 \text{ kg}$$

$$A' = A / 2 = 142.586 \text{ kg}$$

Punt B. Voltes de la nau central

En segon lloc, Sugranyes fa els càlcul dels volums de les voltes baixes.

L'estudi en detall d'aquesta part ha estat molt útil per detectar l'existència d'un projecte intermedi entre el definitiu i el de paraboloides anterior.

En el projecte que presenta Sugranyes veiem que cada mòdul té, en part, tres hiperboloides diferents. Sabem que les voltes, en la versió del projecte prèvia a la definitiva, estaven fetes amb paraboloides. En aquest cas estan fetes amb hiperboloides; per tant, el càlcul correspon a una etapa més avançada, però no és encara la definitiva, ja que només té tres hiperboloides per mòdul en comptes de quatre que tindrà el projecte final.

Reforçant aquesta hipòtesi, veiem que els hiperboloides es representen tots amb l'eix vertical, fins i tot el del costat del finestral. Això confirma que el projecte encara no havia fet l'evolució definitiva segons la qual els hiperboloides dels finestrals tindrien l'eix inclinat i per tant no serien de revolució sinó el·líptics, perquè les generatrius mantinguessin l'enllaç amb el finestral.

D'altra banda, entre els pesos comptats dins d'aquest grup figuren els corresponents als cons asimptòtics dels hiperboloides, deixant un buit inaccessible al seu interior. En el projecte definitiu això canviarà radicalment i els lampadaris col·locats dins dels hiperboloides per difondre la llum seran elements metàl·lics molt més lleugers. Segurament Gaudí s'adonà que el pes mort d'aquests cons li anaven més en contra que no pas a favor. Reenfocà l'estructura cap a la seva lògica i buscà altres elements per solucionar el tractament d'aquests difusors de la llum.

Peces 8, 9 i 10: hiperboloides de les voltes

- Geometria mesurada en el plànol:
 $\frac{1}{2}$ Hiperboloide central (peça 8)
 coll a 45 m, de 0,80 m de radi, 1,60 m de diàmetre
 $2 \cdot \frac{1}{4}$ Hiperboloides (centrals) davant del finestral (9)
 coll a 45 m, de 0,90 m de radi, 1,80 de diàmetre
 $2 \cdot \frac{1}{4}$ Hiperboloides junt al frontó (peça 10)
 coll a 45 m, de 0,75 m de radi, 1,50 de diàmetre
 Aquest hiperboloide se situa amb el collarí tangent a la cara interior del gruixut mur de façana; per tant, la intersecció en aquest pla seran dues rectes generatrius.

Els radis d'aquests hiperboloides en la secció horitzontal a la cara inferior del sostre 7, és a dir, 2 m per sobre dels collarins, són: 1,80 m, 2,50 m i 1,30 m, respectivament.

- Centres de masses:
 $\frac{1}{2}$ Hiperboloide núm. 8
 (2,50, 2,00, 42,30) i (2,50, -2,00, 42,30)
 $\frac{1}{4}$ Hiperboloide núm. 9
 (5,40, 2,10, 41,30) i (5,40, -2,10, 41,30)
 $\frac{1}{4}$ Hiperboloide núm. 10
 (5,90, 0,80, 45,30) i (5,90, -0,80, 45,30)

La localització d'aquests centres de gravetat no ens sembla gens versemblant. El 8 se situa fora de peça, dins del buit que forma la seva concavitat. El 9, en la secció transversal, se situa més a prop de la façana que de l'eix de la nau, i el 10, en canvi, en la secció longitudinal se situa molt més a prop de l'eix de la columna que no pas de l'eix dels finestrals. Semblen capgirats.

- Amidaments:
 $\frac{1}{2}$ Hiperboloide núm. 8

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot 2,78 \cdot 10 \cdot 0,20 \cdot 2000}{6} = 11639 \text{ Kgs.}$$
 $\frac{1}{4}$ Hiperboloide núm. 9

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 7,50 \cdot 0,20 \cdot 2000}{2} = 18840 \text{ Kgs.}$$
 $\frac{1}{4}$ Hiperboloide núm. 10

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot 2,2 \cdot 6 \cdot 0,20 \cdot 2000}{2} = 16572 \text{ Kgs.}$$

- Observacions:
 Detectem un petit error en el càlcul pel fet de limitar a dos els decimals del nombre π (3,14). Fent les operacions amb més precisió obtindríem:

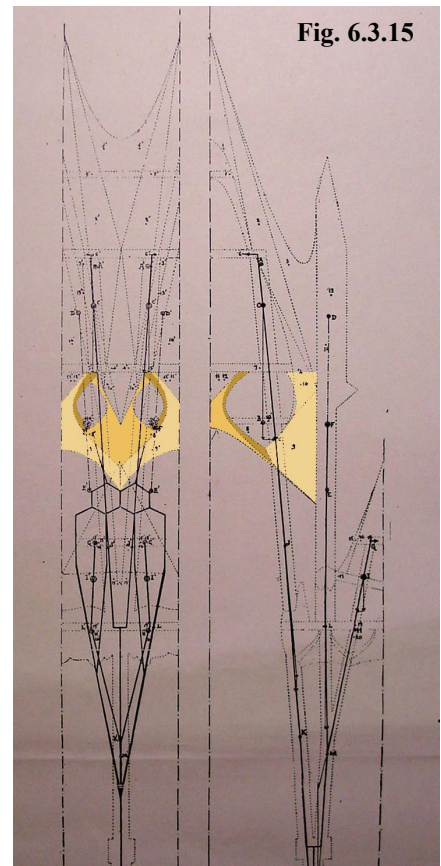


Fig. 6.3.15

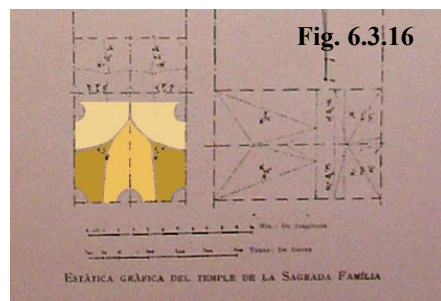


Fig. 6.3.16

- (8) 11.644,84 kp
- (9) 18.849,55 kp
- (10) 16.587,6 kp

- Significat de les xifres:

0,20 és el gruix, en m; són les peces més primes de totes, ja que són diferents fulls de peces de ceràmica.

2.000 és la densitat del material de les voltes, en kp/m^3 ; torna a ser el mateix valor que el de les peces de la coberta.

La resta de xifres representen l'àrea de l'hiperboloide. Les expressions que es mostren, però, no són coherents. Quan Sugranyes busca la superfície de $1/2$ hiperboloide utilitza

l'expressió simplificada $2 \cdot \pi \cdot \frac{a \cdot b}{6}$ i, en canvi, quan es tracta d' $1/4$ escriu $2 \cdot \pi \cdot \frac{a \cdot b}{2}$ en

comptes de $2 \cdot \pi \cdot \frac{a \cdot b}{12}$, que seria més lògic esperar.

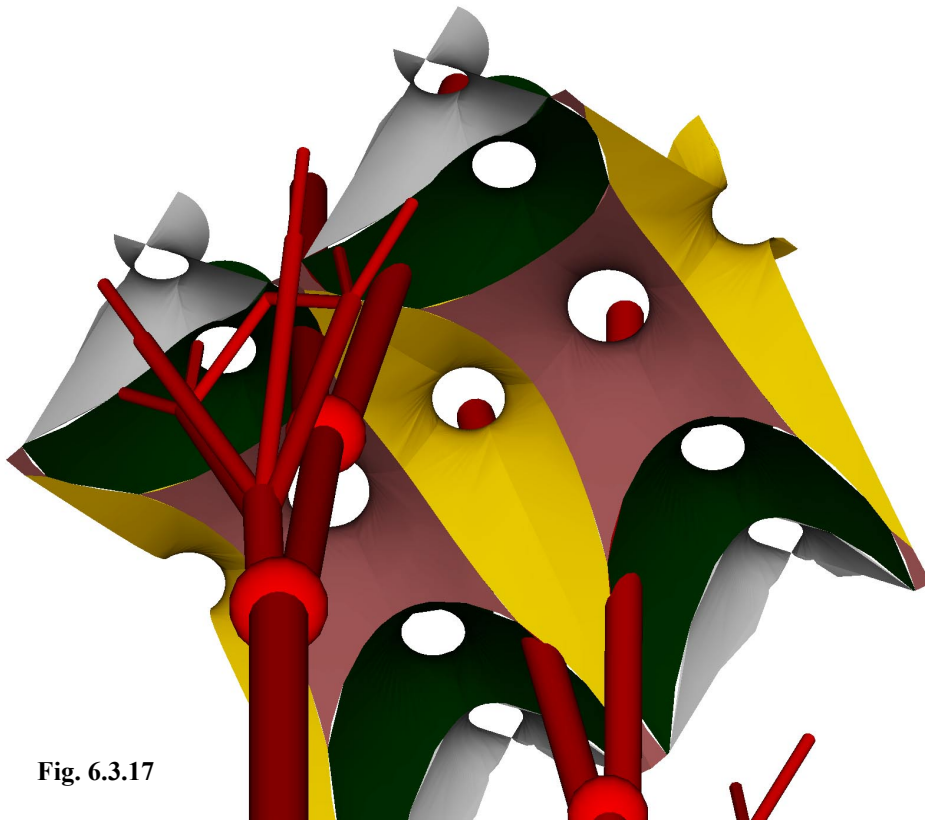


Fig. 6.3.17

Es podria pensar que els valors indicats són mesures modificades que duguessin implícita la correcció necessària d'aquesta relació incoherent, però aleshores es perdria la relació proporcional entre cada parell de valors a i b, que ara tenen ordres de magnituds molt semblants en els tres casos: $2,78 \times 10$ (peça 8), $2,0 \times 7,50$ (peça 9) i $2,2 \times 6,0$ (peça 10).

La presència del nombre $2 \cdot \pi$ fa pensar en la possible aproximació de l'àrea superficial de l'hiperboloide a l'àrea lateral del con asimptòtic. Cercant per aquest camí, sabem que la superfície lateral del con és exactament $\pi \cdot r \cdot g$, on r és el radi de la base del con i g la generatriu. En aquest cas, les mesures petites haurien de ser els radis i les

grans les generatrius, però les darreres són potser massa llargues per entendre-ho d'aquesta manera.

Una altra possible aproximació, més grollera, seria considerar la superfície cilíndrica. En aquest cas, l'àrea lateral del cilindre és $2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$. El radi podria ser de valor intermedi entre el radi del coll i el de la base superior (respectivament 2,78, 2,2 i 2,0 potser?), però aleshores l'altura h seria representada per valors excessius (respectivament $10/3=3,33$, $7,5 \cdot 2=15$ i $6 \cdot 12=24$ m).

En definitiva, no hem trobat tampoc una explicació clara de les xifres que mostra Sugranyes.

- Observacions:

Sugranyes adjunta dues plantes diferents, una per a la secció transversal, on representa les peces bàsiques de coberta (1, 2, 3 i 4), i l'altra per a la secció longitudinal, on representa les voltes. En aquest cas queden sobreposades les voltes de la nau central amb les de la nau lateral. En el cas de les voltes de la nau central, es veu clarament que són tres hiperboloides per mòdul i no pas cinc. Les voltes de la nau lateral, que sobresurten volant cap a la nau central, tenen també uns hiperboloides en la línia de l'eix de façana, amb un que coincideix amb l'eix de la columna, que ja passa pel davant bifurcada. Per tant, cal no confondre aquests dos nivells de voltes per adonar-se que es tracta d'un projecte previ al definitiu, amb tan sols tres hiperboloides per mòdul, i aquests són, aparentment, de revolució i d'eix vertical. En la nostra axonomètrica didàctica de visualització hem volgut fer una interpretació d'aquest fet mostrant el mòdul amb un hiperboloide més, com el projecte definitiu, però amb els eixos verticals, com aquest projecte previ insinua que eren en la gènesi inicial.

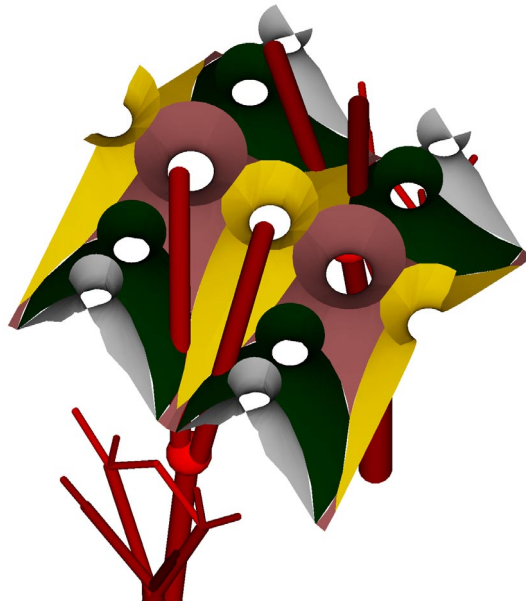


Fig. 6.3.18

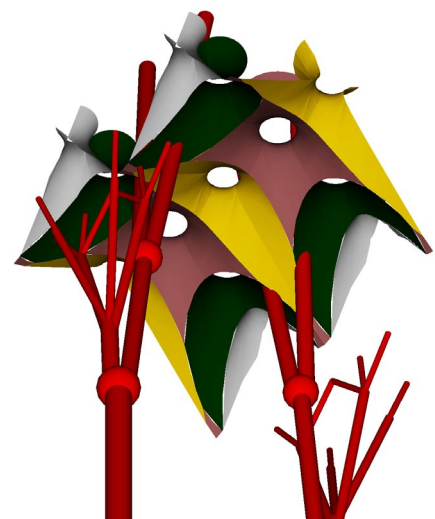


Fig. 6.3.19

Peça 10': sostre dins les voltes

Sorpren la notació 10'. Sembla com si hagués estat afegida després d'una primera numeració correlativa.

- Geometria mesurada en el plànol:
rectangle de 7,50 x 7,50 a 43,80 m d'altura. Abraça el total del mòdul, a l'interior dels hiperboloides i lleugerament per sota del coll (a 45,0 m). Després es descompten els forats circulars dels hiperboloides.
- Centre de masses:
(3,80, 1,90, 43,00) i (3,80, -1,90, 43,00)

- Amidaments:

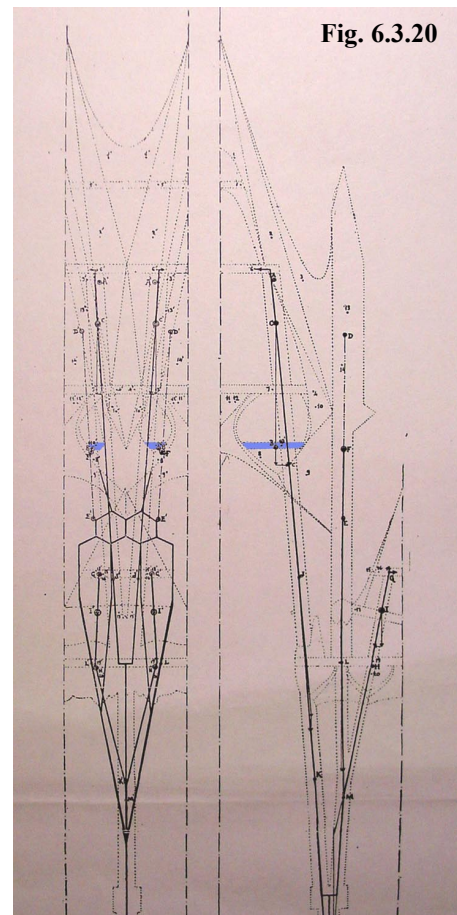
$$\left[(7,50 \cdot 7,50) - \left(\frac{2\pi}{4} \cdot 0,90^2 + \frac{\pi \cdot 0,80^2}{2} + \frac{2\pi}{4} \cdot 0,80^2 \right) \right] \cdot 0,30 \cdot 2100 = 33390 \text{ Kgs.}$$

Com abans, detectem un petit error: en limitar el nombre π a 3,14 donaria 33.370,28 kp; sense limitació en realitat dóna 33.369,23 kp.

- Significat de les xifres
àrea del mòdul en planta $7,50 \cdot 7,50 = 56,25 \text{ m}^2$
àrea del coll del $\frac{1}{2}$ hiperboloide central
 $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 0,80^2 = 1,0053 \text{ m}^2$
àrea del coll dels $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ hiperboloides centrals a l'eix del finestral
 $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 0,90^2 = 1,2723 \text{ m}^2$
àrea del coll dels $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ hiperboloides junt al frontó, davant del finestral
 $\frac{1}{2} \pi \cdot r^2 = \frac{1}{2} \pi \cdot 0,80^2 = 1,0053 \text{ m}^2$.
De fet, l'hiperboloide és tangent al mur, per tant hauria de descomptar-se mig coll, i no pas un quart. A la planta també es grafia $\frac{1}{2}$ i no pas $\frac{1}{4}$ coll d'hiperboloide.

2.100 és la densitat del material de les voltes, en kp/m^3 ,
0,30 és el gruix, en m.

- Observacions
En el projecte definitiu aquest sostre se situa just al nivell dels collarins dels hiperboloides; per tant, pujarà una mica més amunt, fins als 45,0 m d'alçada.



Peça 11 i 12: cons asimptòtics

La presència d'aquests cons asimptòtics també és un tema que parla d'un projecte diferent. Ja hem comentat que els difusors de la llum que Gaudí va pensar col·locar a l'interior dels hiperboloides eren finalment uns elements metàl·lics lleugers.

En aquest cas, són encara uns cons, penjats de punta cap per avall, des del sostre 7, a dins de cada un dels hiperboloides. Els cons núm. 11 són en renglera sobre l'eix de la nau, és a dir, a dins dels hiperboloides 8 i 9. Els cons núm. 12 se suposen a dins de l'hiperboloide de façana, el 10. Sugrañes cubica aquest darrer con però no el traça al plànol. Sí que hi situa un centre de gravetat amb el núm. 12, però sobre l'eix de la nau i no pas a prop del finestral.

- Geometria mesurada en el plànol:

Els vèrtexs dels cons són just a la cota dels collarins dels hiperboloides, a 45 m d'altura. L'altura dels cons és de 2 m fins a la cara inferior del sostre 7.

Els radis són també de 2 m, i les generatrius, de 2,90.

- Centre de masses:

11: (0,60, 3,20, 45,60) i (0,60, -3,20, 45,60)

12: (0,90, 3,00, 45,60) i (0,90, -3,00, 45,60)

- Amidaments de Sugranyes:

$$11: \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{4} \right) \cdot (\pi \cdot 2 \cdot 2,90) \right] \cdot 0,20 \cdot 2000 = 7120 \text{ Kgs.}$$

$$12: \left[\left(2 \cdot \frac{1}{2} \right) \cdot (\pi \cdot 2 \cdot 2,90) \right] \cdot 0,20 \cdot 2000 = 7120 \text{ Kgs.}$$

Es repeteix l'error del nombre π . Donaria 7.284,8 kp, limitat a 3,14, i sense limitació en realitat dona 7.288,49 kp.

- Significat de les xifres:

L'àrea de la superfície cònica és $\pi \cdot r \cdot \text{generatriu}$.

Con 11, sobre l'eix de la nau:

$\frac{1}{2}$ con central + $2 \cdot \frac{1}{4}$ cons centrals davant del finestral

$$\left(\frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{4} \right) \cdot \pi \cdot 2 \cdot 2,90 = 18,2212 \text{ m}^2.$$

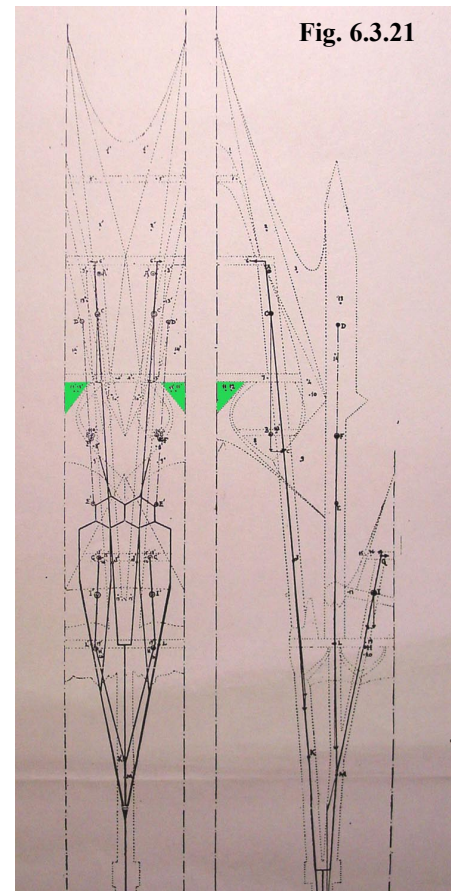
Con 12, prop del finestral?:

$$2 \cdot \frac{1}{2} \text{ cons centrals davant del finestral } 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2 \cdot 2,90 = 18,2212 \text{ m}^2$$

Sorprenentment, en aquest cas sí que considera $\frac{1}{2}$ hiperboloide i no pas $\frac{1}{4}$.

0,20 és el gruix, en m,

2.000 és la densitat del material de les voltes, en kp/m^3 .



Aquest tema dels cons ens ha servit com a prova definitiva per entendre que el càlcul de Sugrañes exposa només una part d'uns càlculs que de ben segur havien de ser molt més extensos. Les operacions que mostra són les més senzilles, i tot i això són sempre aproximacions ràpides per trobar superfícies i volums de manera aproximada. Les imprecisions en la localització dels centres de gravetat és força més considerable.

De fet, les dades exposades podrien ser una selecció de diferents etapes d'un procés més complex, però que es va presentar simplificat per tal que fos més entenedor a l'auditori d'aquella conferència.

Vist ja el nivell d'aproximació, no veiem necessari, per tant, seguir la recerca desesperada de mesures d'arestes, de radis, de diàmetres, de generatrius... per tal de trobar la coincidència amb els valors de les xifres de Sugrañes.

No obstant això, seguirem el desenvolupament de la conferència fins a trobar el centre de gravetat de tota la coberta per justificar la inclinació de la columna, i així poder arribar a explicar la idea bàsica de l'exposició de Sugrañes.

Resultant B de totes les peces de voltes:

<i>Peça 8</i>	:	11639	Kgs.
<i>Peça 9</i>	:	18840	Kgs.
<i>Peça 10</i>	:	16572	Kgs.
<i>Peça 10'</i>	:	33390	Kgs.
<i>Peça 11</i>	:	7120	Kgs.
<i>Peça 12</i>	:	7120	Kgs.
<i>Total B</i>	:	94680	Kgs.

Detectem un petit error de càlcul, en la suma que hauria de donar 94.681 kp. Tenint en compte les desviacions anteriors, la suma hauria donat 95.028,2 kp; per tant, l'error va creixent una mica més.

Aquest pes B es distribueix a meitats iguals a banda i banda de l'eix del mòdul en la secció longitudinal, en els dos punts B':

$$B = 94.680 \text{ kg}$$

$$B' = B / 2 = 47.340 \text{ kg}$$

La composició dels dos pesos, A i B, ens dóna el punt C en la secció transversal i els dos punts C' en la secció longitudinal, i aquests punts C' són els centres de gravetat del conjunt de la coberta i les voltes altes. Per tant, és justament per aquest punt per on ha de passar el pilar que ha de sostenir aquests pesos i així aconseguir una perfecta estabilitat:

$$C = 379.852 \text{ kg}$$

$$C' = 189.926 \text{ kg}$$

Sugranyes encara afegeix el pes propi dels pilars a aquest pes total C. Per trobar-lo fa la singular operació de dimensionar la secció del pilar en forma circular, segons la tensió de ruptura, i després cubicar el pilar, per calcular el seu pes propi, deliberadament amb secció quadrada, la qual cosa li dóna un marge adicional de seguretat.

Pes propi dels pilars de sosteniment de la coberta nau central

Sabem ja el valor del pes de la coberta $A' = 142.586$ kp, i com que aquests pilars haviem de ser de maó, de 15 kp/cm^2 de resistència, aleshores la secció necessària és de

$$\frac{142586}{15} = 9506 \text{ cm}^2 \Rightarrow 111 \text{ cm de diàmetre}$$

$$\text{Àrea} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow \phi = 2 \cdot r = 2 \cdot \sqrt{\frac{\text{Àrea}}{\pi}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{9506}{\pi}} = 110 \text{ cm}$$

Veiem un altre petit error: l'arrel indicada és 110 i no 111, però que torna a ser del cantó de la seguretat. L'àrea del pilar amb secció quadrada és, doncs, $111 \text{ cm} \times 111 \text{ cm} = 1,23 \text{ m}^2$ i el pes del pilar és de $1,23 \cdot 7,50 \cdot 1800 = 16596 \text{ Kgs}$ (hi ha un altre petit error de càlcul; aquesta operació en realitat dóna 16.605 kp).

1,23 és la secció quadrada d'1,11 x 1,11, en m^2

7,50 és l'alçada del pilar, en m

1.800 és el pes específic o densitat del maó, en kp/m^2

Pes propi dels pilars de sosteniment de les voltes de la nau central

Sabem ja el valor del pes de la coberta $A' = 142.586$ kp i el pes del pilar del damunt:

pes coberta 142586 Kgs

pes pilar 16596 Kgs

159182 Kgs

Cal afegir ara el pes de les voltes, $B' = 47.340$ kg. Per tant, el pes total que hauran de suportar els pilars de sota les voltes serà de:

pes superior 159182 Kgs

pes voltes 47340 Kgs

206522 Kgs

Aquests pilars també haviem de ser de maó, de 15 kp/cm^2 de resistència; aleshores la secció necessària és de:

$$\frac{206522}{15} = 13768 \text{ cm}^2 \Rightarrow 133 \text{ cm de diàmetre}$$

$$\text{Àrea} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow \phi = 2 \cdot r = 2 \cdot \sqrt{\frac{\text{Àrea}}{\pi}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{13768}{\pi}} = 132,4 \text{ cm}$$

L'àrea cubicada com a secció quadrada del pilar és, doncs, de $133 \text{ cm} \times 133 \text{ cm} = 1,76 \text{ m}^2$.

El pes del pilar és de $1,76 \cdot 3,50 \cdot 1800 = 11088 \text{ Kgs}$.

1,76 és la secció quadrada d'1,33 x 1,33, en m^2

3,50 és l'alçada del pilar, en m

1.800 és el pes específic o densitat del maó, en kp/m^2

Per tant, la càrrega total que caldrà considerar en el punt C' serà:

$$\begin{array}{r} \text{pes superior} \quad 206522 \text{ Kgs} \\ \text{pes pilar} \quad 11088 \text{ Kgs} \\ \hline 217610 \text{ Kgs} \end{array}$$

I per tant, en la secció transversal la càrrega final en el punt C serà el doble, és a dir, $C = 435.220 \text{ kp}$.

L'exposició de Sugranyes s'estén, seguint en la mateixa línia, cubicant el frontó i el finestral (pesos 13 i 14), el pes del pinacle (pesos 15 i 16) i el sostre de coberta (pes 17) de les voltes baixes de la nau lateral (pesos 18, 19 i 20).

Finalment, amb la composició de tots aquests altres pesos, aconseguix contrarestar la inclinació obtinguda en la nau central, en tot el procés anterior, i així la càrrega acaba baixant a plomada vertical per l'interior del primer tram de la columna fins als fonaments.

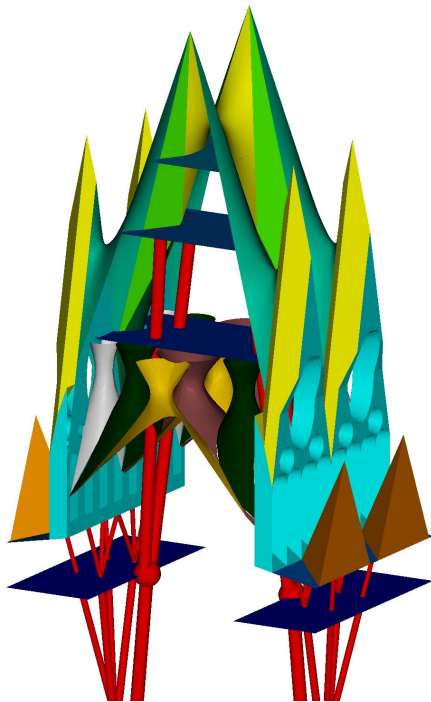


Fig. 6.3.22

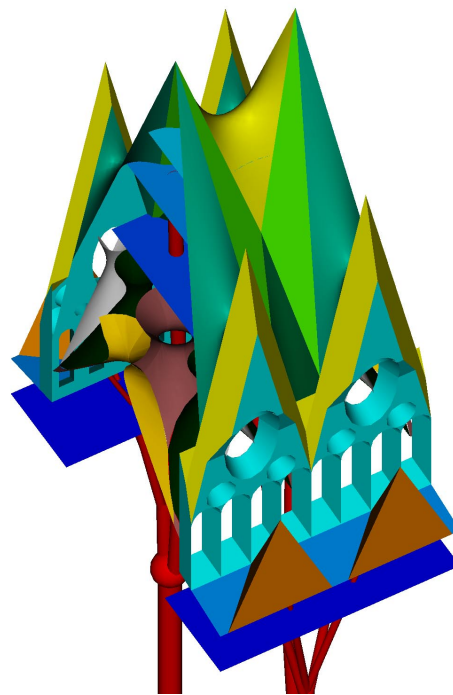


Fig. 6.3.23



Sugranyes
Sag-Fam.exe

6.3.5 Conclusions de l'estudi d'aquest document

Després d'analitzar detalladament tot el document, hem arribat a les conclusions que podem agrupar en els tres blocs de comentaris següents:

1) Comentaris sobre el projecte calculat.

Com ja s'ha anat comentant, s'han detectat importants diferències entre el projecte que calcula i presenta D. Sugranyes i el que es considera el darrer, el que s'ha intentat reproduir en la construcció actual i el que és fidel als darrers models i maquetes. Això significa que el que exposa Sugranyes a l'anuari de l'Associació d'Arquitectes de l'any 1923 (tan sols tres anys abans de morir Gaudí) no és el projecte definitiu. Aleshores, o bé Gaudí va canviar el disseny en tres anys o bé Sugranyes exposa uns càlculs fets amb anterioritat.

Les diferències detectades les podem resumir en els punts següents:

a) Sobre les voltes d'hiperboloïdes podem veure que:

- Tot i que les voltes estan formades per hiperboloïdes (no es tracta, per tant, dels projectes previs en què estaven formades per paraboloides), hi ha tres hiperboloïdes per mòdul en comptes dels quatre que hi intervenen en el disseny final.
- Els eixos dels hiperboloïdes semblen verticals i paral·lels en comptes de ser oblics, com és el cas de la solució definitiva.
- Els hiperboloïdes estan farcits d'uns cons asimptòtics, semicons superiors, que havien de servir per penjar del vèrtex un medalló, estel o motiu floral ornamental. La llum havia de passar per entremig de l'hiperboloïde i el con. En el projecte actual ja s'han construït els hiperboloïdes i s'han folrat amb un bonic mosaic de rajola que n'accentua les generatrius i tan sols es preveu que tindrà en suspensió en el seu interior un element metàl·lic lleuger per reflectir i difondre la llum cap a la nau.

b) Sobre els sostres:

- El projecte de Sugranyes calcula quatre sostres com a elements horitzontals que, armats, després absorbiran les petites empentes horitzontals: el sostre 5 (a 60,0 m d'altura), el sostre 6 (a 54,8 m) i el sostre 7 són just a la cota superior dels hiperboloïdes (a 47,3 m) i també un sostre dins les voltes, el 10' (a 43,8 m), per sota del coll dels hiperboloïdes (a 45 m).
- En el projecte final, en canvi, se situa un sostre just al coll dels hiperboloïdes (a 45 m), no hi cap sostre a la cota superior dels hiperboloïdes, i després hi ha tres sostres successius a 55, 60 i 63 m. És, per tant, tot ell una mica més amunt.

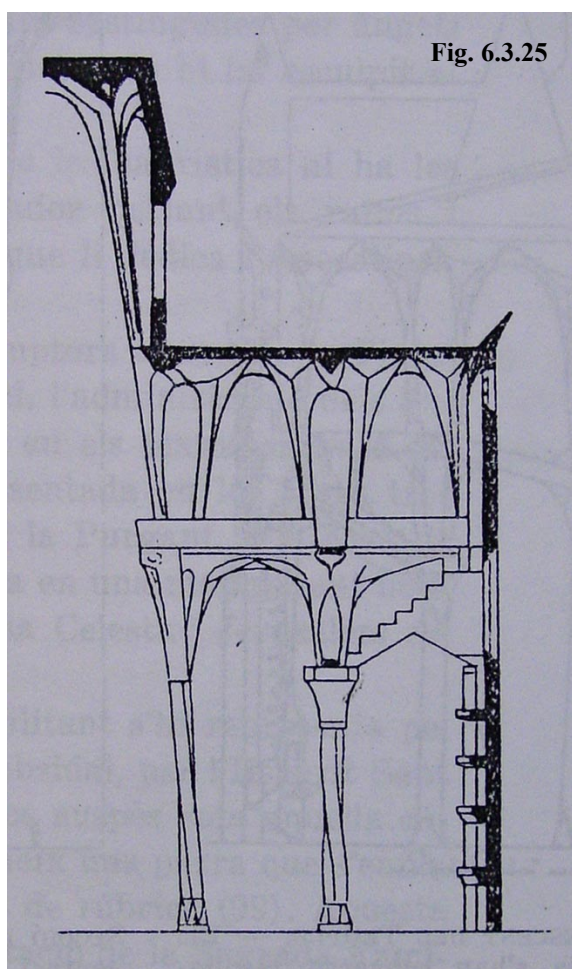
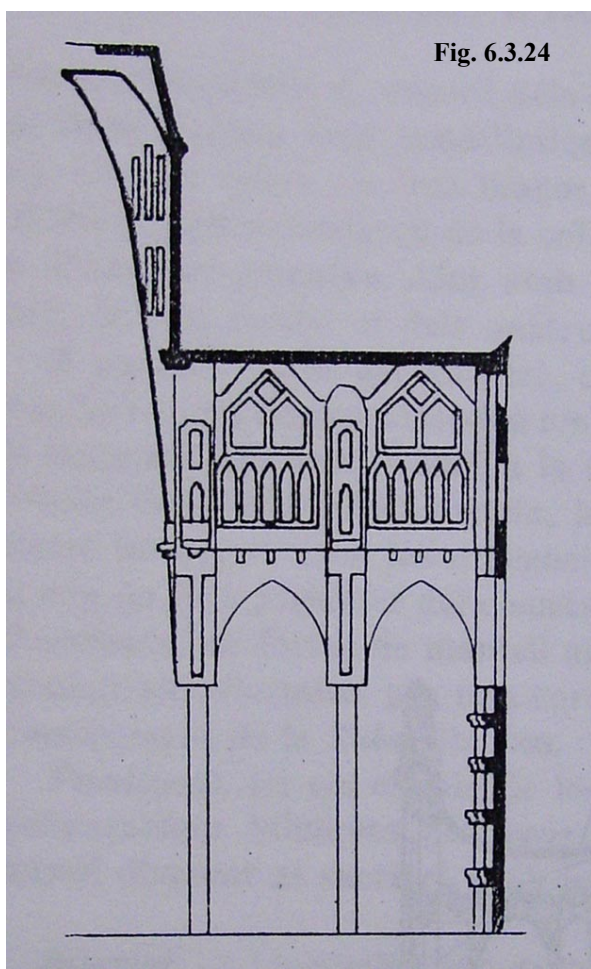
c) Sobre els pilars

- Sugranyes acaba els pilars en el punt A, centre de gravetat de tots els pesos que conformen la coberta, i coincideix en altura amb el sostre 6, la sala del damunt la cobreix la mateixa coberta de paraboloides. En canvi, en el projecte final, la sala que hi ha a 55 m sí que té pilars, ja que travessen un sostre més i no finalitzen fins al sostre següent i formen altre cop uns grossos volums de capitells.

d) Sobre la coberta

- El paraboloides interior, núm. 4, es fica endins d'una manera una mica incomprensible i crea alguna incertesa sobre l'evacuació de l'aigua. L'evolució d'aquest paraboloides trasllada el contacte tangent al pla de la pell interior de la façana i per la part de fora és seccionat per un pla horitzontal que evita l'entrada de l'aigua.
- El paraboloides exterior junt al frontó, núm. 3, quedava inicialment massa arremangat i l'aparició d'unes escales de sortida a l'exterior van fer que en el projecte definitiu es desviessin virtualment les generatrius cap enfora per facilitar un millor encontre amb el frontó.

Vegem a continuació l'evolució de la secció del temple al llarg del temps en què Gaudí hi treballà, amb quatre imatges corresponents als diferents projectes identificats per Joan Bergós. Així, podrem veure clarament que el projecte que presenta Sugranyes se situa justament entremig de la tercera etapa i el projecte definitiu:



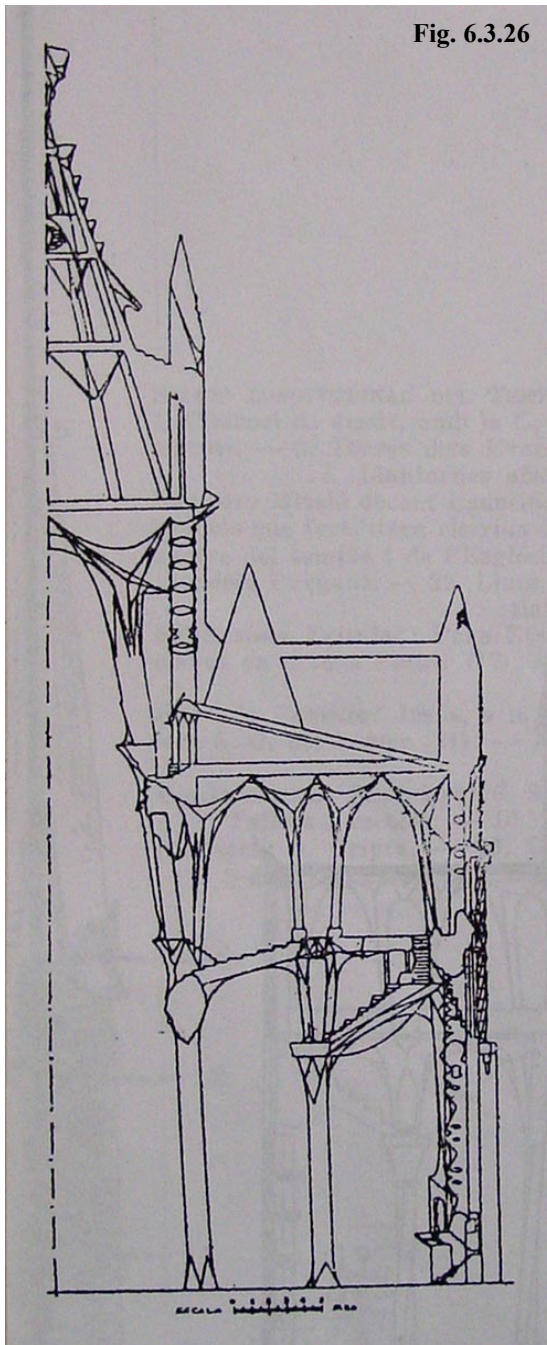


Fig. 6.3.26

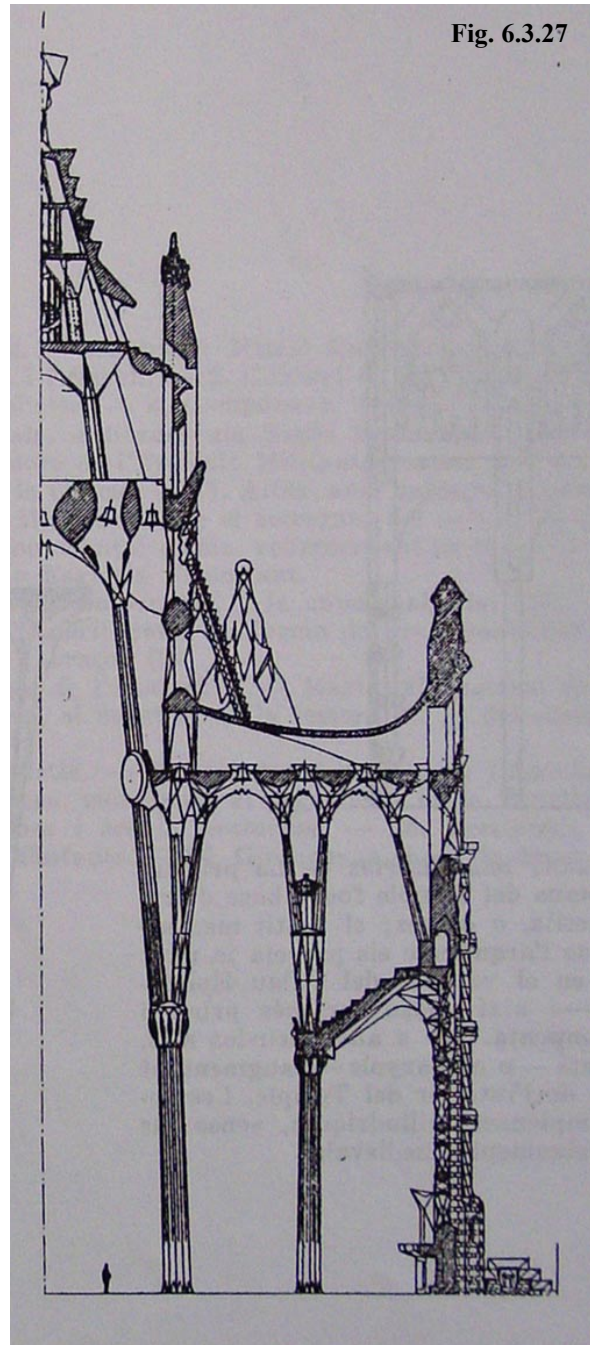


Fig. 6.3.27

2) Comentaris sobre l'amidament de corbes, superfícies i volums

Per tal de construir el seu polígon de forces i fer la baixada de càrregues, Sugranyes descompon la nau en peces geomètriques simples (plans i superfícies reglades) que numera de l'1 al 20. Cubica cada una de les peces i, preveient el material emprat i la densitat, calcula el pes de cada una i els situa com unes forces vector gravitant en els centres de gravetat de cada peça. Aquesta aparent simplicitat conceptual amaga una enorme complexitat quan un busca el rigor en tot aquest procés. Davant d'això sorgeixen importants interrogants:

- Quin és el mètode que segueix Sugranyes per aconseguir mesurar la superfície d'unes superfícies que, tot i ser reglades, no estan desenvolupables en el pla?

- Com troba la situació a l'espai (x, y, z) dels centres de gravetat dels volums de paraboloides i hiperboloides? Si fossin de revolució i simètrics seria senzill, però són seccionats a $1/2$ o $1/4$ segons la posició dins del mòdul. A més, com que són volums formats per superfícies poc gruixudes, el centre de gravetat sol caure fora del sòlid, flotant a l'espai dins les concavitats que es formen.

Com que el document de Sugranyes detalla les operacions efectuades per fer l'amidament del volum i el càlcul del pes de cada una de les peces, s'ha esmerçat un gran esforç per analitzar amb detall i buscar la justificació de totes i cada una de les xifres que intervenen en el càlcul. En aquest punt és quan s'ha obert el primer dels dos interrogants.

El càlcul dels volums, gairebé en totes les peces, el fa multiplicant la superfície per un gruix que se suposa constant. El càlcul d'una superfície reglada, paraboloides, hiperboloides, es plantejava de manera simplificada com el producte de dues magnituds, l'origen de les quals ha sigut per a nosaltres un autèntic enigma. Si alguna de les magnituds requerida era un perfil parabòlic, el·líptic, etc., calia aleshores un amidament longitudinal d'aquella corba en qüestió.

Per intentar aclarir el significat dels valors utilitzats en cada cas s'han dibuixat les peces en 3D i a manera de prova reiterada s'hi ha mesurat tot allò sospitós de poder ser una dada: generatrius, costats, diagonals, distàncies entre vèrtexs oposats, entre punts mitjans, etc., i també les projeccions d'aquestes mesures sobre els tres eixos de l'espai, o les projeccions sobre els tres plans coordenats, i a voltes ni així s'ha trobat una solució enterament satisfactòria. Que serveixi d'exemple el cas del paraboloides central superior, la peça núm. 1, amb aquest procés detallat gràficament i desenvolupat a l'annex adjunt on donem diverses possibles aproximacions a aquest càlcul juntament amb la formulació matemàtica exacta.

En conjunt, les aproximacions realitzades són força bones, sobretot si tenim en compte la simplicitat de les operacions que Sugranyes presenta per obtenir els valors. No obstant això, s'han arribat a detectar desviacions de l'ordre del 16% en l'avaluació de superfícies i molt més importants en la localització de centres de gravetat.

Finalment, no trobem cap altra explicació que la de la via pràctica més que l'analítica. Gaudí ja ho deia: més valia ser sintètic que analític. Sabem que Gaudí projectava directament en tres dimensions, treballava molt amb models de guix i això pot fer pensar que potser es van valdre dels models per extreure dades que analíticament requeririen càlculs integrals excessivament complexos.

Sobre el model de guix es poden mesurar molt fàcilment la longitud dels perfils, les corbes parabòles, el·lipses o el que sigui sense fer integrals. Submergint el model se'n pot conèixer el volum aplicant el principi d'Arquímedes. I suspenent el model d'un fil es pot buscar el centre de gravetat. En les peces asimètriques o seccionades a $1/4$, si se suspenen seqüenciadament des de més d'un punt, en cada cas es pot marcar sobre la superfície plana de la secció la vertical a plomada des del punt de suspensió. La intersecció de dues rectes així marcades ens donarà la posició del centre de gravetat en aquell pla. Procedint de la mateixa manera en l'altre pla ortogonal podem obtenir les coordenades (x, y, z) del centre de gravetat que es vulgui.

3) Comentaris sobre la utilitat del mètode

Finalment cal fer algun comentari sobre el perquè d'aquest càlcul, ja que ens pot donar pistes sobre com treballava Gaudí. Buscar el centre de gravetat de la coberta no és un càlcul funicular.

Si comparem aquest càlcul amb el que va fer Rubió i Bellver, en col·laboració amb Gaudí, per verificar l'estabilitat de la catedral de Mallorca, veiem que en aquell altre cas sí que es tractava d'un càlcul funicular. Tenia una discretització de petits elements que donaven petites desviacions de la resultant, la qual anava prenent i resseguint la forma de l'obra. Es va tractar d'un treball minuciós, on l'autor no podia estar-se de plànyer-se de l'important esforç necessari i dels molts intents previs abans d'assolir un resultat satisfactori.

El càlcul de Sugranyes és ben diferent. Aquí s'aposta per la simplicitat, amb aquest terme es presenta el tema i així es vol vendre.

Les forces que es consideren en el càlcul són les resultants del pes de peces grans. No hi ha petita discretització ni polígon funicular, només hi ha un nombre reduït de forces que sumades donen una resultant en un punt. El càlcul és una mitjana de forces per distàncies que donen un punt, centre de gravetat de tot el conjunt, on actua la resultant de totes plegades.

L'interès de conèixer aquest punt és projectual. Gaudí està utilitzant el càlcul per projectar i no només per comprovar. Així és com modela la forma i optimitza l'estructura. Gaudí veu clar que el pilar que ha de sustentar tot el conjunt de cobertes haurà d'arribar a aquest punt on s'aplica la resultant. El pilar podrà tenir qualsevol inclinació però haurà d'arribar allí.

Per acabar de fixar la inclinació del pilar cal un altre punt, el punt C, que és el baricentre entre l'A (resultant de la coberta) i el B (resultant de les voltes). Un cop definida la direcció AC del pilar, la resta de cubicacions serveixen per demostrar que la composició de la força que arriba a través d'aquest pilar es contraresta amb la que arriba de la nau lateral i de la façana, i que finalment, fent el descens i la composició de les forces, la resultant final passa pel punt prefixat de la planta, al nivell 0,00. Vegeu, doncs, com el modulatge en planta és fixat molt abans que el disseny en secció (inclinació dels pilars), però, en canvi com depèn la inclinació dels pilars d'uns pesos, d'unes formes de coberta i de voltes que a la vegada que es calculen encara es projecten i es transformen.

El document que explica Sugranyes és un tros, una etapa, del mètode de Gaudí de disseny de la forma arquitectònica. En Gaudí disseny i càlcul són difícils de separar i això n'ha estat la prova. Gaudí havia concebut els trets fonamentals de la forma, de les cobertes, de les voltes i dels pilars amb branques; el treball que suposa aquest estudi gràfic d'estabilitat és un repte i una comprovació d'una sèrie d'intuïcions que busquen el rigor, la perfecció i que volen deixar fora de joc a la improvisació.

6.4 Arcs parabòlics en els deixebles i seguidors de Gaudí

En aquest intens treball sobre els arcs parabòlics i catenaris de Gaudí ens ha semblat necessari obrir aquí, ni que sigui de manera breu, un petit espai o comentari de referència dedicat a aquells que millor poden exemplificar la continuïtat de Gaudí en l'ús d'aquests singulars arcs en el món dels projectes d'arquitectura i en el ram de la construcció.

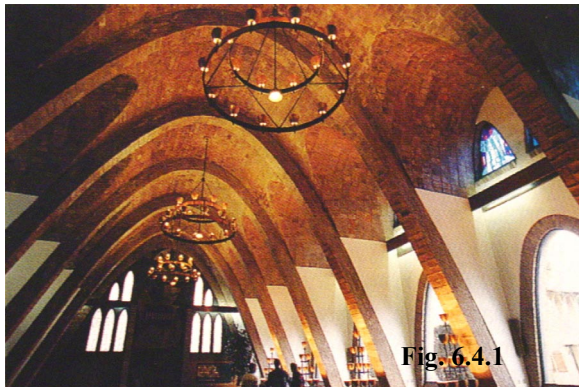


Fig. 6.4.1

projectes. Malgrat tot, aquesta influència rebuda de Gaudí no trascendí gaire més enllà d'aquella segona generació.

Entre els deixebles i admiradors de Gaudí es poden distingir dos grups d'arquitectes que corresponen a etapes diferents. En primer lloc, podem esmentar aquell grup d'arquitectes que es va titular entre el 1890 i el 1910, entre els quals els més destacables per la seva obra modernista o per la relació amb Gaudí són:

Jeroni F. Granell i Manresa (1891),
 Josep Puig i Cadafalch (1891),
 Lluís Moncunill i Parellada (1892),
 Joan Rubió i Bellver (1893),
 Adolf Ruiz i Casamitjana (1893),
 Josep Majó i Ribas (1893),
 Pau Salvat i Espasa (1894),
 Joan Alsina i Arús (1895),
 Salvador Valeri i Pupurull (1899),
 Bernadí Martorell i Puig (1902),
 Josep Canaleta i Cuadras (1902),
 Jeroni Martorell i Terrats (1903),
 M. Joaquim Raspall i Mayol (1905),
 Josep M. Jujol i Gibert (1906),
 Rafael Masó i Valentí (1906),
 Josep M. Pericas i Morros (1906),
 Ignasi Mas i Morell (1907).

Ja hem comentat l'obra dels principals col·laboradors de Gaudí (Berenguer, Rubió i Sugranyes) i hem notat la presència d'aquests arcs en les seves obres projectades i construïdes, però la influència de Gaudí arribà força més enllà del seu cercle més pròxim, i ara estem pensant en un conjunt d'arquitectes catalans deixebles i admiradors de Gaudí, els quals utilitzaren els vistosos arcs parabòlics, catenaris o funiculars en les seves obres i

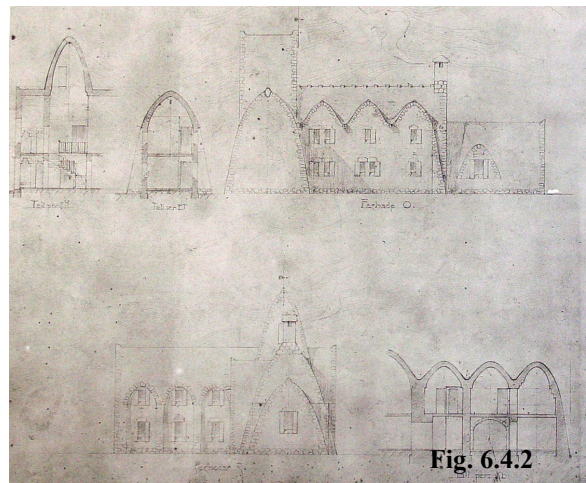


Fig. 6.4.2

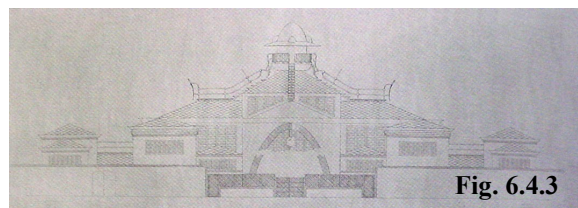


Fig. 6.4.3

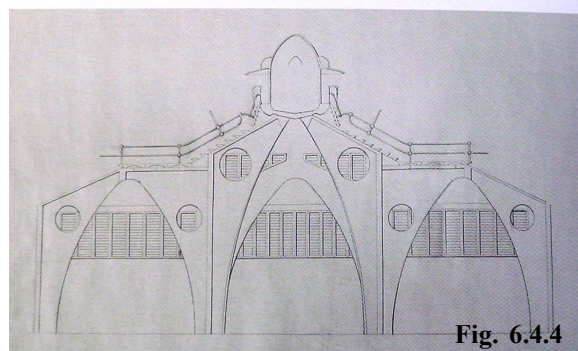


Fig. 6.4.4

Pel que fa al nostre tema d'estudi, els arcs parabòlics i catenaris, a tall d'exemple podem esmentar les Caves Codorniu, de Puig i Cadafalch (fig. 6.4.1), o el refugi del Centre Excursionista de Catalunya a Ulldeter, projectat per Jeroni Martorell (fig. 6.4.2).

De Jujol, el singular col·laborador de Gaudí, podem destacar la presència d'arcs en el projecte de l'escorxador municipal de Sant Feliu de Llobregat (fig. 6.4.3 i 6.4.4). Però, d'entre tots ells, el que més exemplarment va fer ús dels arcs parabòlics va ser Lluís Moncunill i Parellada.

Lluís Moncunill i Parellada

Lluís Moncunill i Parellada va néixer a Manresa el 1868, obtingué el títol d'arquitecte el 1892 i morí el 1931.

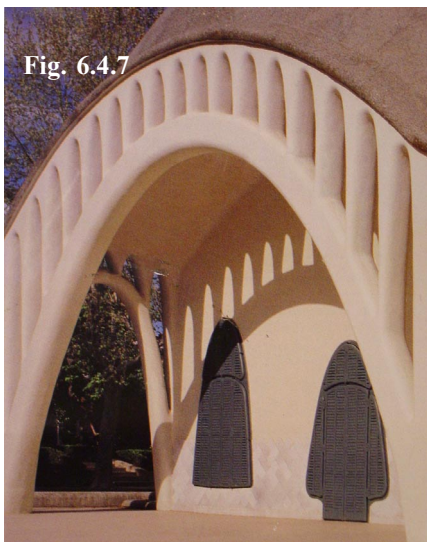


Fig. 6.4.7

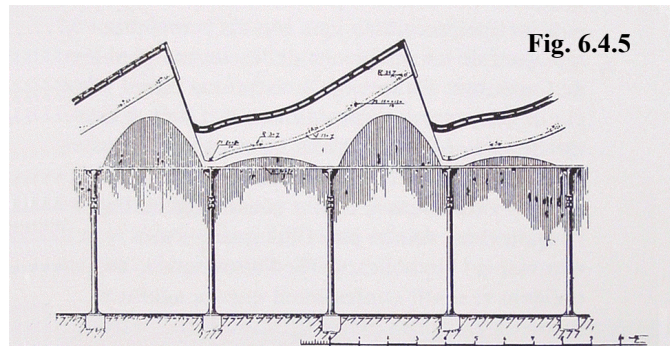


Fig. 6.4.5



Fig. 6.4.6

Bona part de les seves obres s'agrupen a l'entorn de la ciutat de Terrassa, en les quals trobem vistosos arcs parabòlics en vapors, teatres i naus industrials. Entre els exemples més destacables podem esmentar el Vapor Aymerich, Amat i Jover, seu actual del Museu de la Ciència i de la Tècnica de Catalunya (fig. 6.4.5 i 6.4.6), o la reforma de la masia Freixa, que reconvertí un antic edifici industrial (fig. 6.4.7 i 6.4.8).

La recuperació virtual d'un teatre seu, duta a terme per un equip de la UPC, de l'Escola d'Enginyers de Terrassa, ens acosta a reviure l'interior i l'exterior d'una obra ja enderrocada que basava la seva estructura, organització i percepció i configuració de l'espai en la successió d'arcs parabòlics, que arriba fins i tot a perfilar el mateix gàlib de l'obertura de l'escenari.

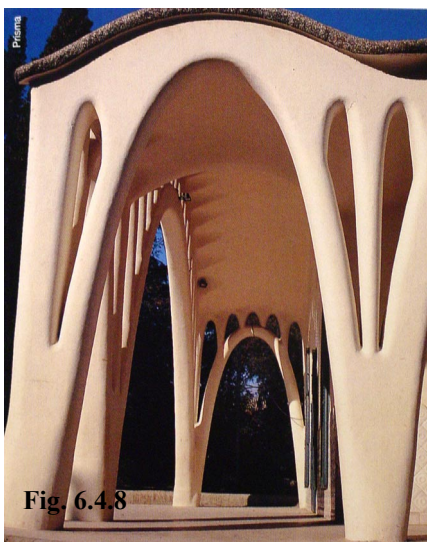


Fig. 6.4.8



Fig. 6.4.9

Uns anys més tard, entre el 1915 i el 1918, es titularen un grup d'arquitectes molt singularment vinculats a Gaudí, entre els quals podem esmentar:

Isidre Puig i Boada (1915),
 Cèsar Martinell i Brunet (1916),
 Francesc Ràfols i Fontanals (1917),
 Francesc Folguera i Grassi (1917),
 Francesc de Paula Quintana (1918),
 Joan Bergós i Massó (1918),
 Lluís Bonet i Garí (1918).

A més, encara hi podríem afegir Manel Sayrach i Carreras (1917), que, tot i no mantenir relació amb Gaudí, és autor d'una obra singularment gaudiniana, més que no pas la d'altres seguidors molt més pròxims.

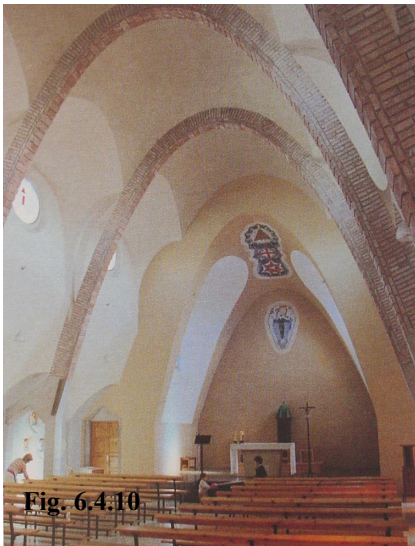


Fig. 6.4.10

Puig Boada, una sèrie d'esglésies a la Catalunya interior, en les quals l'arc parabòlic és usat com a estructura vista que seqüència i caracteritza l'espai.

Estem pensant en el projecte de la Guàrdia de Tornabous (fig. 6.4.9 i 6.4.10), la d'Artesa de Segre (fig. 6.4.11) o la de Balaguer (fig. 6.4.12).

De totes maneres, qui potser més destacà en l'ús dels arcs parabòlics va ser Cèsar Martinell i Brunet.



Fig. 6.4.11



Fig. 6.4.12

Cèsar Martinell i Brunet

Cèsar Martinell va néixer a Valls el 1888, obtingué el títol el 1916 i morí el 1973.

Molt poc després d'acabar la carrera, Cèsar Martinell va tenir una consulta que marcaria profundament el seu destí. Un client per al qual havia projectat una casa unifamiliar li demanà que estudiés una solució alternativa a unes encavallades de fusta, massa cares, per cobrir una nau agrària. Fou així com s'animà a aplicar l'arc parabòlic, aplicant el mètode de càlcul que aprengué directament de les consultes amb el mateix Gaudí.

Tot i que les naus requerien unes dimensions molt superiors que les clàssiques golfes de Gaudí, Martinell s'atreví a fer el canvi d'escala i aconseguí una construcció més econòmica, més diàfana i més atractiva.

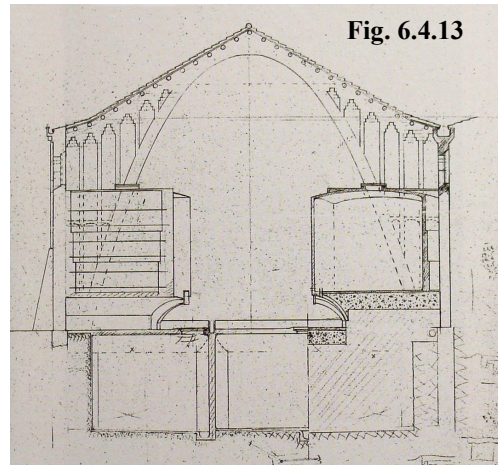


Fig. 6.4.13



Fig. 6.4.14

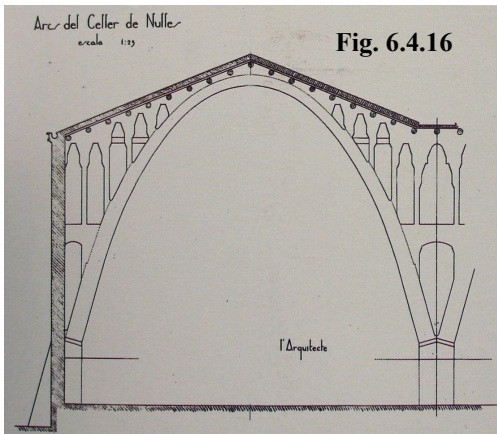


Fig. 6.4.16



Fig. 6.4.15

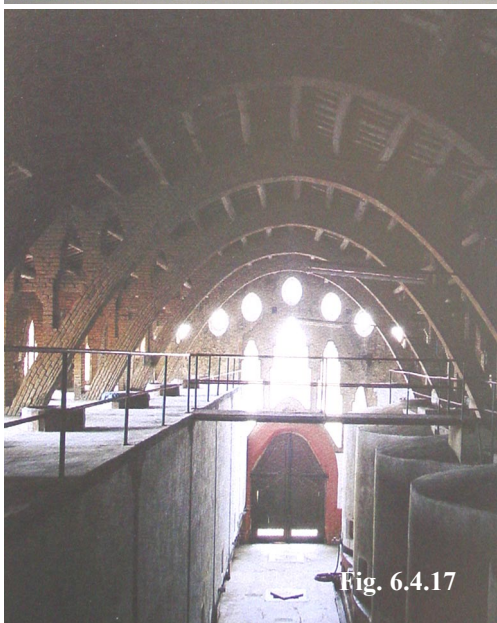


Fig. 6.4.17

Les primeres obres que va construir amb aquest sistema, que no tenia precedents, van ser els edificis de Rocafort de Queralt (fig. 6.4.13 a 6.4.15), el de Nulles (fig. 6.4.16 i 6.4.17) i el de Gandesa.

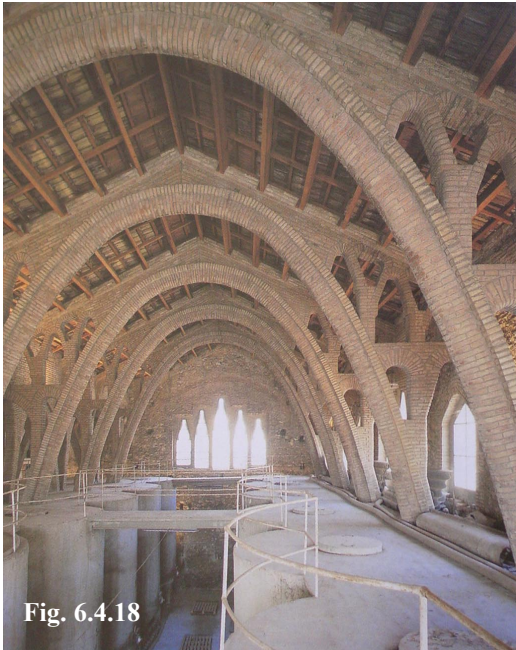


Fig. 6.4.18

Poc després, ja van ser els mateixos clients que li van fer canviar els projectes per reconvertir-los en estructures d'arcs parabòlics fets amb filades d'arcs d'obra vista de maó. Va ser el cas del celler del Pinell de Brai (fig. 6.4.18).

Els primers anys d'exercir com arquitecte, Cèsar Martinell rep molts encàrrecs al camp de Tarragona, cooperatives agrícoles, cellers i tota mena de naus, els quals resoldrà majoritàriament amb l'ús d'arcs equilibrats segons els mètodes de càlcul gràfic funicular. A més dels que ja hem esmentat, podem allargar la llista amb obres a Artesa de Lleida, Falset, Palau d'Anglesola, Cornudella, Montblanc, Santes Creus, Arbeca, Almacelles, Tàrraga...

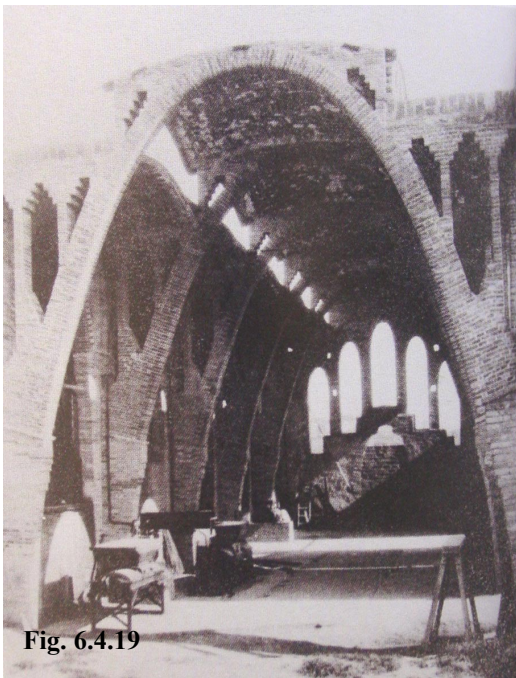


Fig. 6.4.19

I ràpidament el seu camp d'actuació s'extengué per tot el territori agrícola del país: Uldecona, Cervera, Igualada, Sant Cugat (fig. 6.4.19), Rubí, Ripollet...⁷

L'obra per al sindicat agrícola del Vendrell (fig. 6.4.20), força posterior, demostra ja una absoluta experiència en el maneig d'arcs.

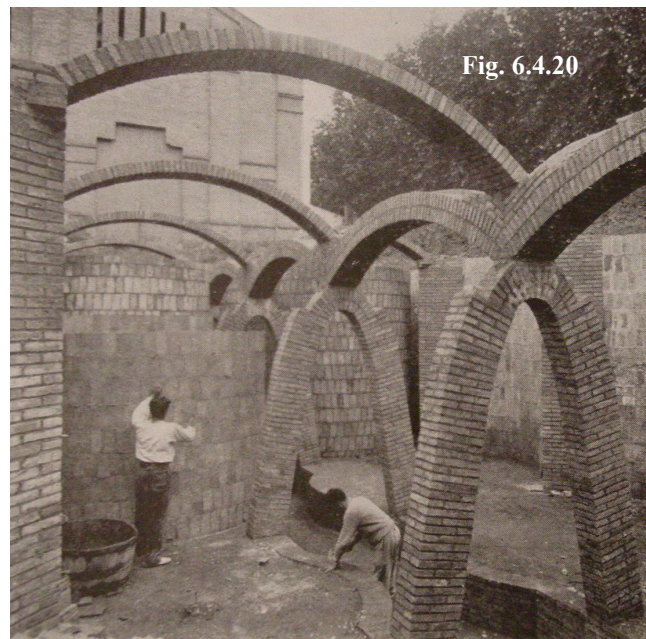


Fig. 6.4.20

Martinell aplicà l'ús dels arcs i les voltes de maó extensivament i els arribà a utilitzar en alçat, planta i secció, en murs de contenció, en formació de dipòsits, etc.

⁷ Un dels millors textos que descriuen la persona i l'obra de Cèsar Martinell és el d'Ignasi de Solà-Morales i Rubió, *Cèsar Martinell. Construcciones agrarias en Catalunya*, publicacions del COAC, Barcelona, 1975.

Esperem que aquest petit recorregut visual a través de les imatges de les obres d'aquells admiradors de Gaudí que no vulguerem deixar morir aquells aprenentatges i que els aplicarem amb saviesa, serveixi per il·lustrar les possibilitats plàstiques i expressives que es deriven de l'ús dels arcs equilibrats segons el càlcul gràfic funicular.

Es tracta d'un terreny poc explorat que hem volgut recollir breument però amb il·lusió, ja que aquest plantejament que relaciona fins a unir íntimament l'expressió formal amb l'economia estructural dóna molt de sentit a la proposta de recuperació dels mètodes de càlcul que van fer possible aquesta arquitectura.

Potser l'arc, avui dia, no forma part del repertori formal de l'arquitectura quotidiana. Però potser el dia que s'imposi la necessitat de fer una explotació sostenible dels recursos naturals s'apujaran els preus dels productes de la siderúrgia, i quan les fàbriques de ciment hagin de gravar impostos proporcionals als impactes ecològics que ocasionen, aleshores potser caldrà recuperar els arcs com la forma més lògica, més sostenible, més ecològica i més econòmica de cobrir els espais de l'arquitectura.

Part III:

Perspectives de futur 75 anys després de Gaudí

7 Proposta de recuperació dels mètodes gràfics d'A. Gaudí per mitjà de la informàtica

Miri aquest final...! ¿No és veritat que sembla que uneixi la terra amb el Cel? Aquest esclat dels mosaics és la primera cosa que veuran els navegants en apropar-se a Barcelona: serà una radiant benvinguda! Estic satisfet de la darrera maqueta de les naus del Temple, però em contraria no poder-ne realitzar un tram complet i em lamento com da Vinci: Quines coses tan belles faria si hi hagués mitjans!

Antoni Gaudí

BERGÓS, Joan, *L'home i l'obra*, pàg. 57

7 Proposta de recuperació dels mètodes gràfics d'A. Gaudí per mitjà de la informàtica

7.1 Del regle de càlcul a l'ordinador personal

Des de temps immemorials la calculadora de l'arquitecte ha estat el compàs, i al mateix temps, l'eina de dibuix bàsica i imprescindible. El compàs aglutinava en l'arquitecte funcionalitats de cara al disseny i al càlcul simultàniament. El compàs servia per dibuixar els arcs, les voltes i les cúpules d'un projecte, però també servia per resoldre gràficament productes, divisions, arrels quadrades que, analíticament i sense calculadores, eren molt feixugues de resoldre a mà.

En el camp de la pràctica, a peu d'obra, el compàs es reduïa a una simple corda tibada, lligada per un extrem a una estaca i l'altre extrem lliure podia marcar sobre el terreny l'equidistància al centre. Si aquesta corda tenia dotze nusos equidistants, aquest compàs podia servir també per traçar perpendiculars gràcies a les propietats del triangle pitagòric ($3+4+5=12$).

En els temps del despertar de la ciència, del naixement de la resistència de materials i de l'estàtica gràfica, que ja hem descrit en la primera part d'aquesta tesi, es van dissenyar també maneres per donar una empenta als càlculs analítics. El descobriment de certes propietats i relacions entre sèries de nombres es va materialitzar en el regle de càlcul, amb la finalitat d'aconseguir una eina que facilités els càlculs analítics.

El regle de càlcul potenciava l'enginy i el càlcul mental, ja que requeria coneixements matemàtics i intuïcions diverses que arrelaven aquells que el sabien fer servir en el context de la ciència i el coneixement. Culmann, en el seu llibre d'estàtica gràfica, dedica un capítol sencer a explicar-ne l'ús (fig. 7.1.1).

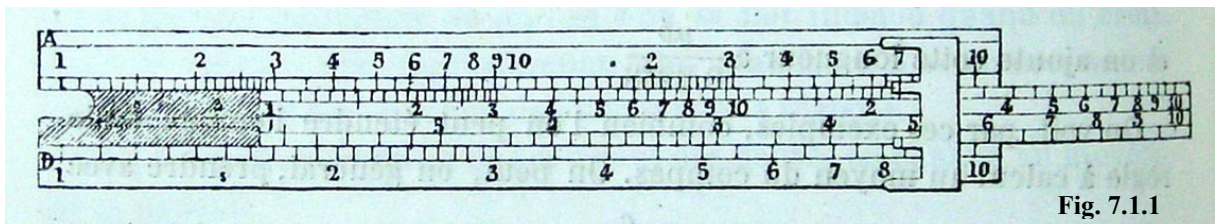


Fig. 7.1.1

Però la vida del regle de càlcul va ser curta en comparació amb la vida del compàs. Passaren cent anys i quedà totalment substituït per les calculadores i els ordinadors personals. Així, en generalitzar-se'n l'ús, un ventall molt més ampli de població es va poder plantejar la resolució de diferents problemes de càlcul.

Com a contrapartida a la invitació que les calculadores feien a les ments perquè esdevinguessin més gandules respecte al càlcul mental, la ciència es va poder universalitzar i plantejar cada cop qüestions més difícils que les computadores podien resoldre cada vegada amb menys temps.

Avui dia, els professionals del món de la construcció que s'encarreguen del càlcul de les estructures dels edificis depenen absolutament de la informàtica. L'ordinador personal és la seva eina, imprescindible, i necessiten sofisticats programes informàtics per fer la feina que se'ls encomana.

Cal tenir present, però, que el primer ordinador, l'ENIAC (*electrical numeric integrator and calculator*), es va posar en marxa per primera vegada l'any 1946. Estava construït amb 18.000 vàlvules i 1.500 relés, mentre funcionava emetia una calor equivalent de 200 kW i consumia el mateix que una ciutat de 80.000 habitants, ocupava una gran sala de 9 x 30 metres i per canviar el *programa* calia recablar tots els circuits. Només podia emmagatzemar 20 nombres de 10 xifres i tan sols podia treballar durant 2 o 3 minuts, ja que, passat aquest temps, es fonien les vàlvules. Els habitants de Chicago sabien perfectament quan es posava en marxa.

Tot això va anar progressant de manera vertiginosa. El primer disc magnètic per emmagatzemar dades data del 1962, i el popular llenguatge de programació BASIC va aparèixer el 1964. Les empreses rivals Microsoft i Apple van néixer el 1976 i, amb elles, la tendència a portar l'ordinador a l'entorn domèstic i particular. El primer IBM-PC data de l'any 1978. L'ordinador Spectrum és de l'any 1982, el mateix que el famós full de càlcul Lotus 1-2-3. Però no va ser fins als anys vuitanta i noranta que es va generalitzar l'ús de l'ordinador personal (PC) tant en l'àmbit professional com domèstic.

És evident, per tant, que A. Gaudí, nascut el 1853, que va acabar la carrera d'arquitecte el 1878 i que va morir el 1926, no va tenir aquesta eina a l'abast en cap moment de la seva vida. Però, en canvi, va atrevir-se a innovar amb la forma arquitectònica i amb l'estructura que la sustenta, sortint de la línia continuïsta de la tradició i de l'experiència.

Avui la informàtica esdevé una eina absolutament necessària, i sovint fins i tot imprescindible, per als arquitectes, i ens permet fer moltes operacions amb poc temps. Des d'Antoni Gaudí fins avui, però, no només han evolucionat les eines per calcular una estructura, sinó que també han evolucionat les bases del càlcul, és a dir, els mètodes o els principis que fonamenten les teories sobre la resistència dels materials. El mètode de Cross (Hardy Cross) per calcular estructures hiperestàtiques de múltiples barres formant un pòrtic es va donar a conèixer el 1930. A partir del mètode de Cross va venir l'organització matricial del càlcul i això va facilitar la informatització posterior del procés. Avui ja és freqüent calcular les estructures arquitectòniques de manera tridimensional i no pas descomponent-la en plans independents o amb pòrtics virtuals. El mètode dels elements finits, que des d'aquests darrers anys pren progressivament un protagonisme imparabile, permet analitzar una estructura fins al més petit detall i amb la precisió que es vulgui.

7.2 Repertori de programes per dibuixar i calcular estructures

Malgrat l'enorme desenvolupament de la informàtica i la llarga llista de programari existent per dibuixar i calcular estructures en general o arcs i formes voltades en particular, la tendència més comunament generalitzada és la de separar i distingir, en el disseny d'una estructura, dues fases, dos processos: el disseny i el càlcul. Fins i tot el més habitual és que aquestes dues feines siguin materialitzades a la pràctica per professionals diferents.

La creixent allau d'informació, d'experiències, de nous materials i productes i de noves tecnologies ha dut a la diversificació superlativa en totes les diferents branques de la ciència i de la tecnologia. Aquest fenomen que afecta la vida de qualsevol ciutadà occidental, en general, afecta també el ram de la construcció. Així, un professional pot esdevenir un superexpert en una matèria però un autèntic ignorant en una altra de relativament afí, pròxima o interrelacionada. El perill que això comporta ha fet que en altres disciplines es busquessin fórmules per conservar una especialització en la visió globalitzadora o polifacètica, és a dir, tot el contrari del que significa especialització. El metge especialitzat en medicina general podria servir d'exemple. Entre els arquitectes, però, no trobem ningú que desenvolupi aquest paper, ja que l'autor d'un projecte té massa coses fora del seu abast, control i coneixement. Altres professionals, fins i tot amb una titulació menys qualificada, sovint arriben a suplir, en part, aquesta mancança (arquitectes tècnics o fins i tot els mateixos encarregats d'obra).

Deixant de banda aquesta discussió i tornant a un dels objectius d'aquesta tesi, volem aprofitar justament el desenvolupament de la informàtica perquè creiem que avui, amb aquestes noves eines, sí que és possible plantejar el fet de recuperar la manera de fer de Gaudí, que calculava i dissenyava al mateix temps. En els seus treballs, el càlcul no era un procés posterior, de comprovació d'unes dimensions i formes establertes *a priori*, sinó que a través dels seus mètodes de càlcul gràfic i funicular o dels models a escala de pesos i cordills, determinava, ell mateix, primer la forma general i després les dimensions de les parts de tota l'estructura que així anava projectant.

Fent una ullada general al programari existent, no trobem una eina que permeti aquesta simultaneïtat amb la interactivitat i el dinamisme que proposem.

El programari existent segueix, acompanya i, d'alguna manera, potencia la metodologia establerta, omnipresent, i es diversifica seguint aquests mateixos dos grans blocs: programes per dibuixar, d'una banda, i programes per calcular, d'una altra.

7.2.1 Programes per dibuixar

Entre els programes de dibuix més utilitzats pel col·lectiu d'arquitectes podem esmentar Autocad (d'Autodesk), Microstation (de Bentley) o Archicad, entre altres. Cada un té diferents mòduls complementaris i específics per augmentar les prestacions en diferents vessants del disseny (arquitectònic, industrial, topogràfic...). Adquirir una certa habilitat en qualsevol d'aquests programes exigeix hores de dedicació. Els programes xuclen l'usuari cap al seu territori i és en aquest sentit que diem que promouen l'especialització. De totes maneres, els experts en cada un d'aquests programes, en la seva tasca de representació de

l'arquitectura amb models tridimensionals, topen sovint amb problemes que li dificulten la feina. Aquestes pegues o limitacions no passen desapercebudes i es generen amb periodicitat noves versions de millora. Però la reiterada i freqüent actualització de les versions no deixa mai un segon de repòs a l'usuari convencional, que roman en constant procés d'aprenentatge i li costa d'assolir una relació més o menys fluida amb la seva computadora.

Per tal d'il·lustrar aquest ventall o repertori de programes existents, exposo a continuació alguns detalls il·lustratius de l'humil recorregut personal seguit a través d'alguns d'aquests programes.

Autocad

Com a exemple del fet quotidià de la successió de versions de millora podem esmentar el cas de les corbes còniques, tema amb el qual havíem iniciat aquesta tesi. L'el·lipse va tardar a entrar com a opció en els menús d'Autocad, i les primeres el·lipses d'Autocad no eren el·lipses reals, sinó un nombre finit d'arcs tangents, agrupats en forma de polilínia, que s'aproximaven aparentment a la cònica exacta. En les darreres versions ha sigut identificada com a el·lipse real, però la seva identificació és tan específica, diferenciada i exclusiva que esdevé un element *estrany* en el conjunt del dibuix i no és possible combinar-la amb altres segments o arcs ni treballar amb els gruixos o altres possibilitats que sí que es preveuen per a la resta de polilínies.

Encara que projectivament circumferència, el·lipse, paràbola i hipèrbola són una mateixa cosa, en el mòdul bàsic d'Autocad no es consideren ni la paràbola ni la hipèrbola, i no s'ofereix l'opció ni tan sols amb el tractament singular que s'ha fet amb l'el·lipse.

Pel que fa al modelat de sòlids i superfícies en 3D, Autocad havia tingut el mòdul AME, que conservava l'arbre estructural de generació d'un sòlid, des dels sòlids elementals originals (primitives) fins a tots i cada un dels passos (operadors) efectuats. Aquest plantejament dels processos de generació dels sòlids es coneix com a models CSG (geometria constructiva de sòlids) i va ser formulat ja des dels anys vuitanta. Les primitives podien ser l'esfera, el cilindre o con, l'ortoeidre, el prisma triangular (tascó), etc., i entre els operadors podem destacar els booleans (unió, diferència i intersecció de sòlids) o altres com seccions, arrodoniments d'arestes o vèrtexs, etc.

Les darreres versions d'Autocad, però, no han optat per aquesta via. Autocad ja no genera models CSG. No guarda l'arbre de construcció sinó només el seu estat final.

Malgrat les mancances, la inèrcia acumulada en l'ús d'aquest programa fa que encara ens hagi resultat útil per generar nombrosos gràfics i, fins i tot, models tridimensionals al llarg de tot aquest treball.

Microstation

Respecte al tema específic de les corbes còniques, Microstation supera amb escreix el seu gran adversari comercial. Entre els plantejaments nous trobem la identificació, amb un mateix tractament, entre circumferència i el·lipse, i l'oferta de diversitat d'opcions per generar paràboles a partir de diferents dades. Són simplement exemples il·lustratius d'aquesta millora.

En el cas dels sòlids, el mòdul Modeler de Microstation facilita el treball amb sòlids i permet visualitzar l'arbre estructural de generació dels sòlids. Això significa que permet intervenir directament sobre l'arbre i canviar les primitives, els diferents operadors booleans o altres operadors, per transformar completament el sòlid. Microstation Modeler sempre ha funcionat així. Les darreres versions del programa s'han esmerçat a oferir aquesta interactivitat amb una visualització entenedora i dinàmica, de manera que, arrossegant les icones corresponents amb el ratolí, es pot modificar l'arbre fàcilment per modificar el sòlid. Des del moment que optem per la màxima interactivitat entre l'usuari i el programa, el màxim dinamisme, la visualització de les transformacions a temps real, per tal que l'eina de disseny esdevingui útil i atractiva al dissenyador, ens interessa destacar aquesta possibilitat d'interactuar no només des del sòlid en si mateix sinó des del seu arbre estructural com a model CSG.

La immersió en Microstation, que ja he agraït a Joan Font, ens ha permès modelar volums complexos, però sobretot ens ha permès fer les animacions que hem ofert i que han estat creades amb tot el rigor, parametritzant els moviments quadre a quadre, introduint les expressions matemàtiques necessàries del calibre que convingués.

Cadds-5

A la Sagrada Família, Jordi Coll havia utilitzat el programa Cadds-5 per dibuixar els pilars, els finestrals i les voltes de les naus del temple,¹ però en aquell cas, en el qual l'objectiu o la finalitat del treball era la mateixa obra en construcció, el seu model va resultar excessivament complex per al nostre propòsit. El cost elevat d'aquest programa, la necessitat d'un equip o maquinari potent per fer-lo funcionar i l'elevadíssim cost en temps per assolir la mínima desimboltura han fet que l'haguéssim deixat de banda com a eina pràctica per als diferents treballs de modelatge que en aquesta tesi ens hem anat proposant.

Quan ens vam proposar redibuixar el càlcul de Sugranyes d'estabilitat de les naus del temple de la Sagrada Família, tampoc no vam aprofitar els models ja fets amb Cadds-5 perquè eren excessius en detalls que distorsionaven el nostre propòsit. En aquest cas, ens ha interessat sobretot mostrar l'atractiva reducció didàctica a l'esquelet geomètric bàsic que va fer, per explicar-lo visualment i per fer entenedor aquest càlcul d'estabilitat, aparentment complex, però que simplement busca el centre d'equilibri d'un conjunt de pesos dels diferents elements considerats.

Així, ens vam poder permetre iniciar el treball amb eines molt més domèstiques i assequibles, com l'Autocad, començant la feina del modelatge des de l'inici.

De totes maneres, quan el nostre model tridimensional de la Sagrada Família va arribar al nivell de les voltes, va topar amb fortes dificultats per generar les interseccions entre els diferents hiperboloides que hi entren en joc. Aquesta vegada va caldre recórrer al programa Rhinoceros, amb la col·laboració dels professors de l'ETSAB Joaquín Regot i Andrés de Mesa.

¹ Part d'aquests dibuixos van ser publicats al llibre *La Sagrada Família. De Gaudí al CAD*, de Josep Gómez, Jordi Coll, Juan C. Melero i Mark Burry, editat per Edicions UPC l'any 1996.

Rhinoceros

Les possibilitats que ofereix Rhinoceros són molt superiors a les vistes fins ara. L'estratègia de Rhinoceros és buscar sempre la màxima universalitat en la definició i identificació dels diferents elements. Per començar, treballa amb indiferència en el pla o en l'espai. En essència, per al programa, una superfície, una corba o una recta són el mateix. Alterant el paràmetre corresponent podem flexibilitzar la rigidesa d'un segment recte, definit primer només pels seus dos punts extrems, i convertir-lo en una corba plana o una corba en l'espai. Caldrà només densificar la definició de l'element i incorporar-li diverses alteracions o transformacions. De la mateixa manera, la corba plana o en l'espai és, de fet, una superfície de gruix zero. El polígon de control permet treballar sobre la corba i modificar-la de manera dinàmica. Aquesta fàcilment es converteix en una superfície o en un sòlid, i aleshores el polígon de control traslladat a l'espai és un poliedre de control.

Rhinoceros se'ns presenta com un programa excel·lent per treballar amb sòlids i superfícies. Treballa ràpidament i còmodament amb qualsevol tipus, no té problemes per identificar-los o interseccionar-los ja que els considera tots iguals, fruit d'una malla estructural de punts tan densa i deformada com es vulgui.

La utilització de l'algoritme de Casteljou pot servir d'exemple per explicar com Rhinoceros troba tan fàcilment les tangents i la normal, a partir del polígon de control d'una superfície, la qual cosa esdevé clau per garantir el dinamisme perseguit. L'alteració de la posició d'un punt pot fer-se implicant un entorn local, pròxim al punt, o un entorn global, que afecti tot el conjunt, simplement escollint el paràmetre que incideix en els termes de polinomi de Taylor que intervenen en la qüestió.

Entre altres qüestions considerades per garantir el dinamisme, podem esmentar el fet que totes les ordres de visualització són transparents, és a dir que, després d'iniciar una ordre, podem fer els zooms, les rotacions d'eixos i els canvis de punts de mira necessaris, i finalment concloure l'ordre. Un altre factor necessari per garantir el dinamisme és la targeta gràfica que requereix i que treballa amb Open Graphic Language (Open GL), la qual cosa permet, per exemple, identificar la tercera dimensió o profunditat dels punts que assenyalen el ratolí en la pantalla simplement per considerar activat un sistema especial d'ocultacions. Així, aquesta targeta gràfica allibera la CPU i el coprocessador matemàtic i permet assolir una velocitat de processos molt superior.

Totes aquestes qüestions, molt específiques del camp de l'enginyeria informàtica i molt allunyades ja del nostre abast, esdevenen d'importància vital per garantir una alta velocitat en els processos i càlculs, necessària per garantir els moviments i les transformacions en pantalla a "temps real".

L'afany de Rhinoceros per oferir en qualsevol situació un diàleg de control sempre en termes gràfics i visuals, el podem exemplificar en les opcions previstes en l'anàlisi de continuïtat entre superfícies en contacte (plànol de normals i plànol "zebra").

El dinamisme de la seva interactivitat el podem exemplificar amb el fet que, un cop definida una superfície, el programa ens permet visualitzar en cada punt les tangents i la normal. Però aquests segments que ens mostra no són només el resultat d'un càlcul concret que correspon a la superfície donada de partida, sinó que esdevenen punts actius que en modificar-los alteren i modifiquen la superfície inicial. Aquesta reversibilitat, segons la qual els resultats es

transformen en dades o a l'inrevés, plantejarà com a viables nous horitzons en la proposta que presentarem.

Tot això, segons l'opinió d'Andrés de Mesa, obre les portes a un nou plantejament de la representació i del modelatge tridimensionals en els diferents àmbits del disseny, segons el qual ja no és necessari diferenciar entre un cilindre, una esfera o un paraboloides, la qual cosa implica plantejar una reorientació, fins i tot, en el camp de la didàctica, és a dir, en la manera de transmetre i de seleccionar els coneixements destinats als alumnes, ja que aquests nous programes ja no distingeixen molts d'aquests coneixements.

Cabri, Sketchpad i TopSolid

Hem vist que tant Microstation com Rhinoceros busquen cada vegada més dinamisme i controls més visuals. Hem vist que permetien actuar sobre una forma concreta i al mateix temps aquesta alteració afectava altres formes o elements relacionats. Però, tot i l'enorme capacitat d'interactuar que ofereixen a l'usuari, no hem vist que li permetin la construcció d'una forma en què els paràmetres definidors siguin el resultat d'uns càlculs on les dades són longituds, àrees o volums del mateix dibuix.

Cabri, Sketchpad i TopSolid són programes gràfics molt diferents de tots els que hem vist fins ara perquè tenen l'estructura d'un full de càlcul, però gràfic. L'usuari pot definir uns punts que serveixen de base per dibuixar uns segments, rectes, arcs, circumferències..., a partir dels quals pot definir punts mitjans, interseccions, perpendiculars, paral·leles..., pot obtenir el valor de longituds, d'àrees... i fins i tot pot operar amb els valors numèrics obtinguts (qualsevol operació d'una calculadora científica bàsica) i obtenir noves dades dimensionals amb les quals pot generar una nova geometria vinculada a les construccions que la precedeixen.

Ja hem vist que alguns programes treballen amb els models CSG, que cada construcció conservava el seu arbre de generació, constituït per les relacions entre les primitives i els operadors que generaven el sòlid en qüestió.

Cabri i Sketchpad són programes en 2D incomparablement més senzills que no pas els que acabem de comentar, però ens atrauen perquè preveuen la possibilitat d'operar amb les dades gràfiques i amb els resultats poden crear una forma vinculada de manera que, en modificar les dades, es modifiqui la forma resultant.

En lloc del model CSG, en Sketchpad tenim el guió, que més o menys és el mateix: la seqüència ordenada de passos, relacions geomètriques, que van conformant una forma, de manera que la posició dels elements nous queda vinculada i determinada pels elements anteriors sobre els quals es defineix.

Quan diem *vinculada* ens referim al lligam que es crea, de manera que, en modificar la posició d'algun element, es modificarà tot allò que s'hagi construït dependent del mateix element, o en esborrar-lo s'eliminarà també tota la seva *descendència*.

A l'hora de dibuixar un arc, ho podem fer amb Autocad, amb Microstation o amb Rhinoceros amb més o menys possibilitats d'interactuar per anar temptejant la forma. També tots aquests programes ens permetrien calcular el volum, el pes segons una densitat definida i la posició del centre de gravetat de cada dovella que plantegéssim. Però, de moment, no veiem que cap s'hagi plantejat la possibilitat que l'usuari pugui operar amb aquestes dades físiques per

obtenir les dimensions d'unes noves formes que vulgui crear vinculades i dependents de les primeres. La realitat és que no ho tindrien difícil. Si no ho han incorporat és perquè fins ara no s'ha plantejat aquesta necessitat o les portes que això obriria. Rhinoceros, per exemple, oferia interaccions i reversibilitat segurament molt més complexes del que aquí estem insinuant.

En el nostre intent de recuperació dels càlculs gràfics simultanis al procés de disseny, ens atrau i ens interessa molt aquesta estructura que arriba a l'extrem de permetre operar com si es tractés d'un full de càlcul. És justament el que necessitem quan ens proposem dissenyar i calcular al mateix temps.

L'estructura de guió, anomenada en Sketchpad de *pares* i de *fills*, permet definir la seqüència o procés de càlcul que s'ha de seguir a partir d'unes dades gràfiques concretes per assolir el resultat gràfic corresponent. Igual com un full de càlcul treballa amb cel·les, aquí sempre treballem amb gràfics: punts, segments, longituds, àrees...

Així, en un càlcul gràfic iteratiu, que abans suposava una sèrie de temptejos i redibuixar cada vegada bona part del dibuix base, ara podem obtenir el resultat gràfic de manera directa, immediata, a mesura que l'anem temptejant, amb un simple moviment del ratolí. La modificació dels punts base ens dona la modificació de tot el dibuix a temps real.

Des d'aquest punt de vista, cada dibuix és un guió, un dibuix genèric; cada dibuix és un petit programa o aplicació concreta de càlcul gràfic.

Després de tot el que hem comentat volem presentar, en primer lloc, el programa Cabri-Geómetre, traduït al català pel Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya i distribuït als centres de secundària a través del PIE,² per a l'aprenentatge de la geometria de manera visual, dinàmica i interactiva. Una versió posterior, el Cabri-II, va augmentar la capacitat pel fet de permetre operar amb valors i equacions sobre el mateix dibuix.

En la mateixa línia se situa el programa The Geometer's Sketchpad, que ja hem comentat des de l'inici d'aquesta tesi i n'hem pogut veure les possibilitats amb nombrosos exemples i animacions que hem inserit vinculats per il·lustrar el text.

El programa TopSolid és com el germà gran, en 3D, del Cabri o Sketchpad. S'havia imposat en la docència durant alguns dels primers anys d'existència de l'ESARQ,³ amb Bernard Cache, promotor del programa, al capdavant de la iniciativa. El programa es presentava com a molt atractiu, perquè traslladava la qüestió de les construccions seqüenciades segons l'arbre de generació del pla a tot l'espai tridimensional. En qualsevol moment el programa permet *basificar* la geometria, és a dir, perdre o desfer els lligams o vincles entre els seus elements, perdre l'ordre successiu generador. Aleshores TopSolid esdevé un programa de CAD en 3D convencional.

TopSolid, però, és d'una patent francesa i no va aconseguir fer-se lloc en el disputat mercat local, sempre reticent a gaires canvis. Així, un cop allunyat de l'ESARQ, resta ara com un programa de difícil accés, i com tots, d'elevat cost d'aprenentatge.

² Programa d'Informàtica Educativa.

³ Escola d'Arquitectura de la Universitat Internacional de Catalunya. Va iniciar la docència el curs 1996-1997 i el curs 2001-2002 es va llicenciar la 1a promoció.

Finalment, podem comentar que els grans programes de CAD que hem comentat prèviament podrien incorporar, sense gaire esforç, aplicacions gràfiques concretes com per exemple la mateixa que hem exemplificat nosaltres consistent a vincular la línia de pressions d'un arc de dovelles a la forma de l'arc. En modificar la forma de l'arc es modifica i es visualitza a temps real la nova línia de pressions. De ben segur que no costaria traslladar el problema del pla a l'espai i que pogués adquirir més generalitat de la que li hem donat inicialment nosaltres. Amb aquesta eina, i amb altres que es poguessin anar generant per recuperar els diferents mètodes gràfics de càlcul estructural, podria corregir-se la tendència disgregadora actual i facilitar al dissenyador el control estructural simultàniament al procés de disseny. Esperem que el petit i modest exemple que presentem en aquesta nostra tesi serveixi per iniciar el debat sobre la conveniència de facilitar als dissenyadors una eina per tal que puguin recuperar aquells mètodes gràfics, visuals, que fomentaven una intuïció de la lògica de l'estructura i que incidien des del moment de la gestió del disseny.

7.2.2 Programes per calcular

Actualment, dins dels programes de càlcul d'estructures, podem distingir dos grans blocs: els programes de càlcul matricial de barres i els programes de càlcul amb elements finits. En cada un d'aquests dos blocs de programes d'estructures podem trobar programes que treballen en el pla, en l'espai o indistintament en tots dos entorns.

En molts casos, per calcular arcs ens seran suficients programes d'anàlisi en el pla. Si l'arc és metàl·lic, tindrà una relació dimensional entre la llum i la secció recta que pot fer possible tractar-lo com a barra o conjunt de barres, discretitzant-lo en un nombre finit de porcions i considerant finalment l'arc com la poligonal formada per totes i cada una de les barres així obtingudes. Si l'arc és d'obra, de carreus, de totxo, de formigó..., tindrà una secció recta molt superior a l'anterior i podrà no admetre flexions pel fet de no admetre traccions en els junts. En aquests casos pot obtenir-se més versemblança utilitzant programes de càlcul que es basen en el mètode dels elements finits.

Els programes d'anàlisi tridimensional ens seran útils quan el gruix de l'arc no sigui constant o quan hi hagi accions perpendiculars al pla de l'arc, per exemple.

Entre els programes plans de càlcul matricial de barres podem esmentar el Win-Eva de Ramon Sastre (ETSAV-UPC), creat com a suport per a la docència en el tema d'anàlisi estructural. A més d'aquest exemple, hi ha molts altres programes creats per a la docència o investigació en altres escoles de la mateixa universitat o fins i tot programes personals, particulars, creats individualment per a estudis o despatxos professionals concrets.

Entre els programes comercials de càlcul d'estructures en 3D podem esmentar bàsicament el Cype-Ingenieros, el Sap-2000 o el Tricalc.

El Sap-2000 va trobar el seu mercat en un entorn molt local i pròxim a les escoles d'arquitectura de la Politècnica, però a poc a poc va sent substituït pel Cype, amb un ús que s'estén, de manera predominant, per tot el cantó de llevant de l'Estat espanyol. El Tricalc, en canvi, ha trobat més bona acollida a les províncies del nord de l'Estat, més a prop d'on va ser creat.

Les darreres versions d'aquests programes permeten visualitzacions espectaculars dels resultats, la qual cosa confirma la necessitat de potenciar, en el procés de càlcul, tot allò més gràfic i visual. El professional, cada cop més exigent, demana programes que li permetin, amb un simple cop d'ull, fer-se una idea del comportament de l'estructura que té entre mans.

El Cype, per exemple, després d'un càlcul dóna opcions per millorar punts problemàtics. El programa pot proposar, per exemple, modificar l'escairada d'algunes seccions, o els perfils, i dóna els armats necessaris en el cas del formigó. Després de les esmenes cal tornar a processar l'estructura fins a aconseguir uns resultats sense problemes.

Podríem interpretar aquest procés interactiu de prova i error com un procés d'assaig d'una estructura concreta, és a dir, com un procés en què es dissenya i es calcula simultàniament. La realitat, però, no és així. Tot i que l'estratègia comercial de les signatures dels programes és augmentar el mercat de vendes més enllà dels estrictes especialistes en estructures i estendre's per un àmbit professional més ampli, el dissenyador, davant d'una solució de compromís,

segueix confiant l'estructura a un especialista, i aquest no utilitza el programa per dissenyar sinó per comprovar un disseny del seu client.

D'altra banda, en els temes estructurals la tendència és considerar estructures cada cop més grans i en tres dimensions. Quan en analitzar una estructura es desglossava en parts més simples, per elements o per pòrtics plans, virtuals, sempre es treballava buscant uns resultats que donessin marge suficient de seguretat per afrontar les imprecisions comeses. Avui, en considerar en el càlcul l'edifici sencer, desapareixen moltes d'aquestes imprecisions, implícites en el mateix plantejament del càlcul, i es pot aconseguir fer treballar els materials estructurals fins molt més a prop del seu límit de ruptura. Això cada cop és més possible gràcies a l'increment de memòria i de potència dels ordinadors, i un càlcul que fa pocs anys podia trigar uns quants dies, avui pot trigar només alguns minuts.

De totes maneres, encara no és possible, ara com ara, que de manera dinàmica i a temps real s'ofereixin els resultats gràfics de tot un edifici en la mesura que, amb el ratolí, anem modificant les dimensions bàsiques geomètriques del disseny (llums, altures, gruixos...).

Molt segurament, quan això sigui possible, el disseny i el càlcul d'una estructura seran dos fases més properes i no tan allunyades. Però, mentrestant, nosaltres hem proposat un petit primer pas en aquesta direcció en considerar aquesta qüestió limitada al disseny dels arcs i limitada al cas 2D, en el qual avui ja és possible.

7.3 Proposta gràfica per reconèixer i identificar arcs

7.3.1 Plantejaments previs

Ja hem comentat que moltes vegades hem sentit explicar l'obra de Gaudí, segons el guia o locutor que estigui argumentant una determinada explicació, com l'obra que es basa en els arcs parabòlics o catenaris, talment com si fossin dos termes sinònims. Aquesta confusió arriba fins i tot als textos escrits, i hem pogut detectar imprecisions, en aquest sentit, en alguns autors de prestigi reconegut pel que fa a l'obra de Gaudí. Nosaltres hem volgut crear un mètode pràctic, gràficoinformàtic, per posar fi a aquests dubtes i poder identificar qualsevol arc. Així, podrem parlar amb el convenciment, en cada cas, que els adjectius parabòlic, hiperbòlic, el·líptic o catenari s'ajusten al rigor matemàtic que porten implícits.

Presentem, doncs, aquest primer programa. El mètode ideat es basa en la superposició, a sobre d'una fotografia de l'arc que es vol analitzar, d'un dibuix que provi determinades propietats.

És molt important que la fotografia sigui feta des d'un punt de vista tan frontal com sigui possible al pla de l'arc. Aquesta fotografia, digitalitzada, es posa de fons de pantalla i, amb aquest programa que hem dissenyat per identificar determinades corbes, podrem dibuixar sobre la fotografia els punts necessaris per dibuixar la corba de l'intradós de l'arc.

La primera opció que planteja el programa és la de dibuixar una corba cònica. Hem vist ja que, segons les recerques de Pascal, calen cinc punts qualssevol per identificar inequívocament una corba cònica, però nosaltres hem volgut oferir un mètode més senzill, utilitzant tan sols tres punts. Tenint sempre present l'esquema de dinamisme interactiu de Sketchpad, aquests tres punts són mòbils sobre la fotografia, l'usuari els podrà desplaçar per la pantalla i, segons la posició relativa en què es trobin, es dibuixarà la cònica que satisfaci les condicions següents:

- 1) El primer punt és la clau de l'arc, per tant, és un punt en el qual la cònica té una tangent horitzontal. La limitada precisió que requereix aquest simple plantejament de reconèixer els diferents tipus d'arcs ens permet identificar el punt de clau a simple vista i, si cal, la interacció dinàmica posterior permetrà un tempteig de reajustament o de correcció.
- 2) El segon punt és un punt de pas qualsevol de l'arc. També és un punt que a simple vista podem situar fàcilment sobre el perfil de l'arc que estiguem analitzant.
- 3) El tercer punt no és un punt de la cònica, sinó que és un punt que serveix per indicar la inclinació de la recta tangent a la cònica pel punt anterior. Aquest tercer punt és potser més difícil de situar a simple vista sobre la fotografia, però amb un ràpid procés de tempteig el fixarem per tal que la cònica resultant s'ajusti millor a la fotografia.

De fet, es tracta de dibuixar una cònica quan són coneguts dos punts de la cònica i les rectes tangents en aquests dos punts, de manera que la informació de totes aquestes dades queda definida localitzant en pla tan sols tres punts. Tots tres punts són fàcils d'identificar sobre la fotografia i, si no ens satisfà el resultat, podrem ajustar-los dinàmicament i de manera interactiva tant com vulguem.

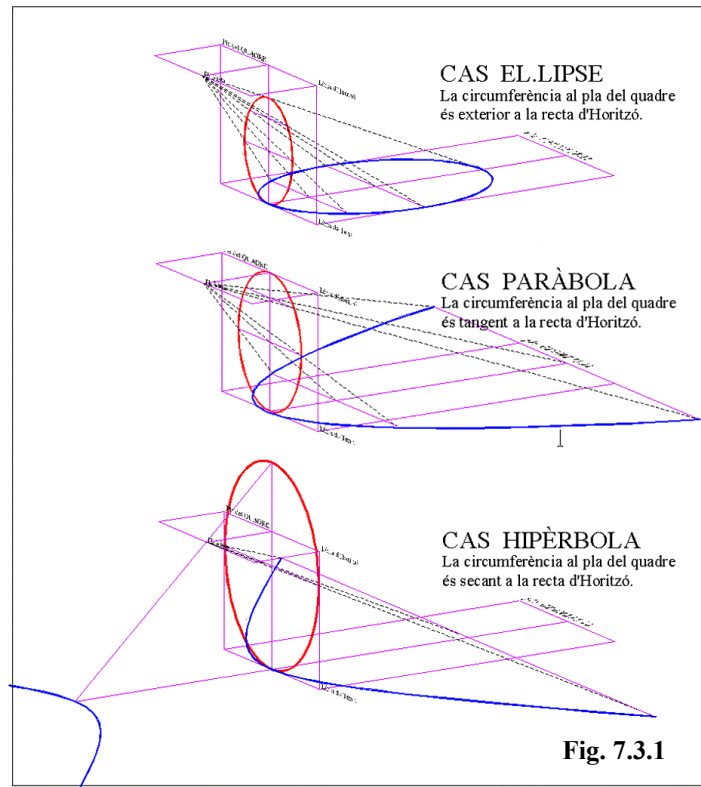
El codi de Visual Basic creat per generar aquest gràfic l'hem ideat reproduint un mètode gràfic basat en la transformació afí que la geometria descriptiva ofereix amb la perspectiva cònica.

La transformació d'una circumferència situada en el pla del quadre ens pot donar una el·lipse, una paràbola o una hipèrbola segons que la recta de l'horitzó, que representa l'infinit, sigui exterior, tangent o secant, respectivament, a la circumferència inicial (fig. 7.3.1).

El raig tangent a la cònica buscada també ha de ser tangent a la circumferència, i considerem que el punt de la clau de l'arc és un punt comú de la circumferència i de la cònica transformada. Amb aquestes poques premisses, els tres punts inicials (C punt clau, P punt de pas i T punt de la tangent) són suficients per trobar tots els elements necessaris de la perspectiva i dibuixar la cònica.

Els passos que s'han de seguir són els següents:

- 1) Traçar la línia de terra, LT , la recta horitzontal tangent a la cònica en el punt de la clau de l'arc C i que també serà tangent a la circumferència del pla del quadre.
- 2) Traçar l'eix de simetria de l'arc, e , la recta vertical per la clau de l'arc que contindrà el centre de la circumferència, el centre de la cònica, el punt principal i el punt de vista de la perspectiva.
- 3) Traçar la recta tangent t a la cònica en el punt de pas, segons les dades donades, P i T . Aquesta recta també serà tangent a la circumferència en el pla del quadre.
- 4) Trobar el punt de vista, V , el punt d'intersecció entre la tangent, t , i l'eix de simetria de l'arc, e (fig. 7.3.2).
- 5) Traçar la circumferència en el pla del quadre, tangent a les dues rectes, LT i t , tindrà el centre, O' , en la intersecció de la bisectriu amb l'eix. El punt de tangència en t serà P' , el transformat de P (fig. 7.3.3).



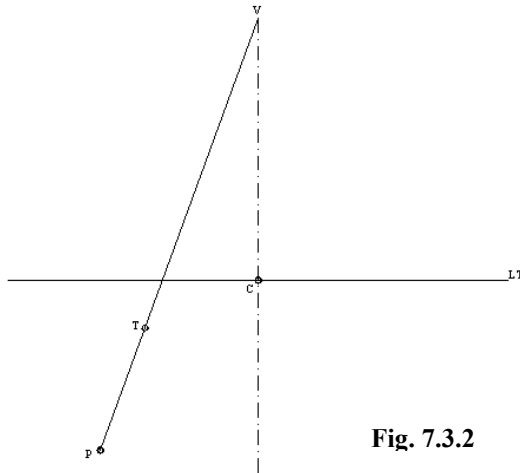


Fig. 7.3.2

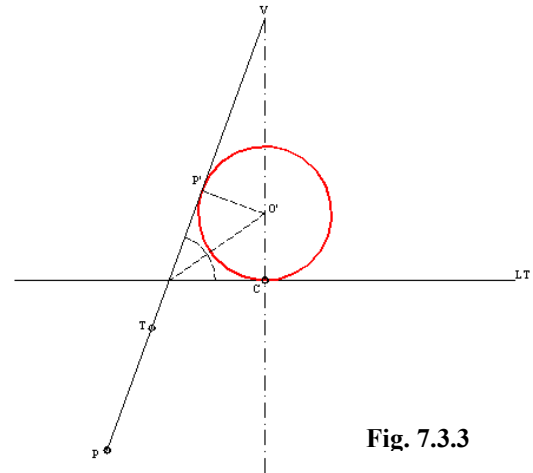


Fig. 7.3.3

- 6) Traçar una recta radial, $r_{P'}$, per P' i O' , i trobar la intersecció, R , en LT .
- 7) Traçar la radial transformada, r_P , en la cònica, per P i pel punt R de LT . Trobar el centre de la cònica, O , intersecció de r_P amb l'eix e (fig. 7.3.4).
- 8) Traçar el raig límit de $r_{P''}$, que ha de passar per V i ha de ser paral·lel a r_P . Trobar el punt de fuga, F , intersecció del raig límit anterior $r_{P''}$ i $r_{P'}$ (fig. 7.3.5).
- 9) Traçar la línia de l'horitzó, LH , paral·lela a LT pel punt de fuga F . Si aquesta recta d'horitzó és secant a la circumferència del pla del quadre, la cònica serà una hipèrbola. Si és justament tangent, serà una paràbola, i si és exterior, serà una el·lipse.

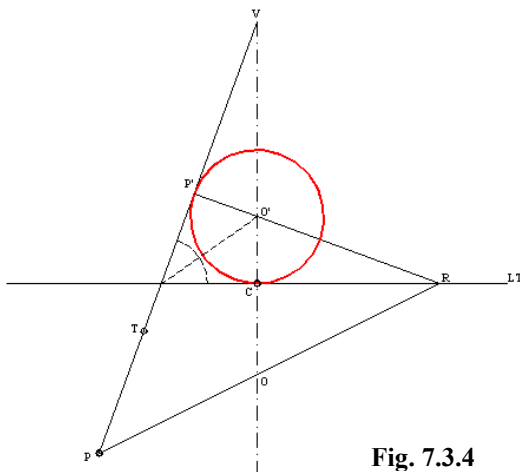


Fig. 7.3.4

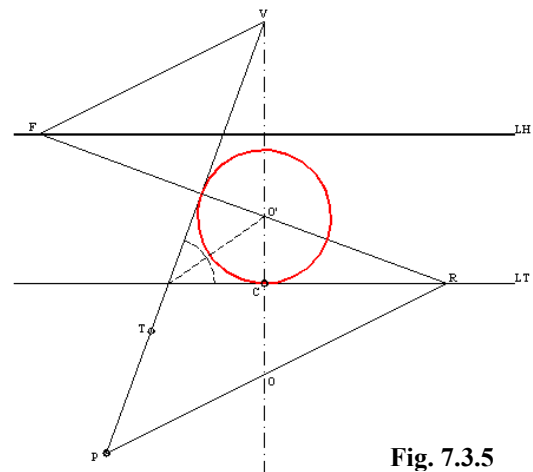


Fig. 7.3.5

- 10) Per dibuixar la cònica, ho fem marcant diferents radis en la circumferència i, seguint el mateix procés, cal trobar la transformació de cada un dels punts de la circumferència en la cònica. La divisió de la circumferència en 36 punts dóna una precisió més que suficient i no es percep la poligonalització de la corba cònica trobada. En el cas de la hipèrbola, com que la circumferència és secant amb l'horitzó i com que en la circumferència queden units un punt de sobre amb un punt de sota de la recta d'horitzó, es dibuixaran, en la cònica transformada, les rectes asímptotes que caracteritzen les hipèrboles (fig. 7.3.6 i 7.3.7).

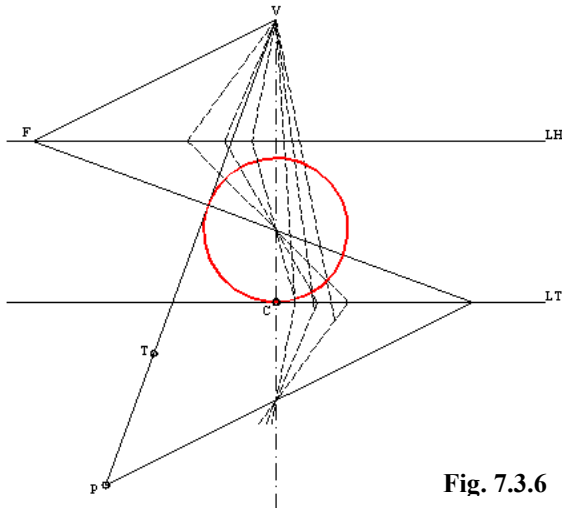


Fig. 7.3.6

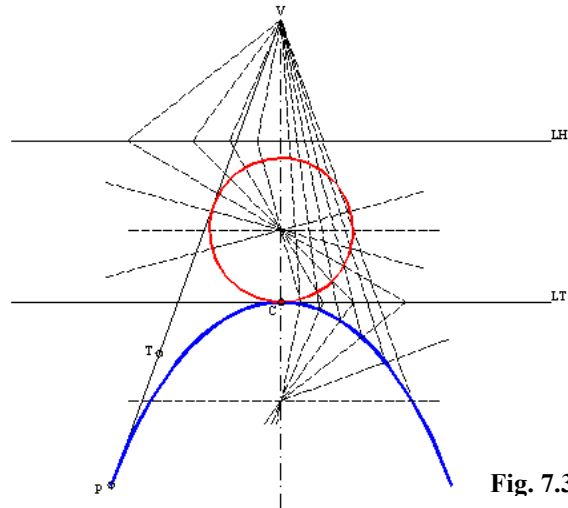


Fig. 7.3.7

Utilitzant només aquesta opció inicial, ens trobaríem que cap arc no seria parabòlic. Només hi hauria arcs hiperbòlics o el·líptics. De fet, no ens ha d'estranyar aquest fet, ja que la paràbola cal considerar-la un cas excepcional entre l'el·lipse i la hipèrbola. No és possible que l'atzar del moviment del ratolí produeixi la tangència exacta amb la recta d'horitzó i per això resulta o bé secant o bé exterior.

Però el cert és que en alguns casos una petita variació en la subjectiva direcció de la recta tangent en el punt de pas produïa el canvi d'arc el·líptic a arc hiperbòlic.

Aquesta sospitosa sensibilitat al canvi d'el·lipse a hipèrbola és un bon símptoma que insinua que en aquest cas sí que l'arc podria ser parabòlic. Això ens ha motivat a crear altres opcions en el programa que permeten dibuixar sobre la fotografia de fons una paràbola i també una catenària.

En aquestes segona i tercera opcions del programa tan sols calen dos punts: el punt clau i un punt de pas. Amb aquests dos punts n'hi ha prou per dibuixar la paràbola o la catenària. No cal definir el tercer punt ni cap recta tangent.

El dibuix d'una paràbola a partir del vèrtex i un punt de pas no presenta cap problema. En el cas de la catenària, tampoc no hi ha problema si es considera el fet, ja demostrat en el capítol 2 d'aquesta tesi, que totes les catenàries son homotètiques.

A continuació oferim alguns dels resultats obtinguts de l'anàlisi que aquest programa ens ha permès fer sobre els arcs en l'obra de Gaudí. Cronològicament, veiem que Gaudí va utilitzar arcs apuntats (parabòlics, catenaris, hiperbòlics...) des de les primeres obres fins a les darreres.

7.3.2 Anàlisi d'arcs en obres de Gaudí

La presència dels arcs en l'obra de Gaudí és constant des dels seus inicis. D'alguna manera, aquesta presència es podria relacionar amb la manera de fer arquitectura d'aquell temps, en la qual els arcs i les formes voltades trobaven sempre un bon lloc per donar esplendor i expressivitat formal als projectes. Una mostra d'aquest fet són els seus primers projectes, a l'Escola d'Arquitectura, en els quals Gaudí utilitza i rendibilitza aquesta expressivitat dels arcs, des de la seva primera porta per a un cementiri (1875, fig. 7.3.8), el pati per a la Diputació (1876, fig. 7.3.9), l'embarcador reial (1876, fig. 7.3.10), fins al seu projecte de final de carrera, un paranimf universitari cobert amb cúpula (1877, fig. 7.3.11).

Però això no és un tret distintiu de Gaudí, sinó que, tal com dèiem, és més aviat un reflex d'una determinada època i d'una determinada manera de fer. El tret distintiu de l'obra de Gaudí és la presència d'uns arcs singulars, característics en la seva obra, uns arcs apuntats que a voltes s'han anomenat *parabòlics*, a voltes *catenaris* o *hiperbòlics*. Es tracta d'uns arcs molt poc usats en el món de la construcció, fins i tot després de conèixer-ne els avantatges des del punt de vista mecànic, ja que no agradaven a l'arquitecte que no tolerava la manca de tangència o continuïtat amb els suports verticals. Els arcs parabòlics i catenaris es van menysprear simplement perquè, des del punt de vista estètic, arrencaven malament. Gaudí, pioner en l'ús d'aquests arcs i en els mètodes de disseny i càlcul que comportaven, va saber capgirar aquests termes i la seva obra roman ara com un clar exemple de la força expressiva d'aquests arcs.

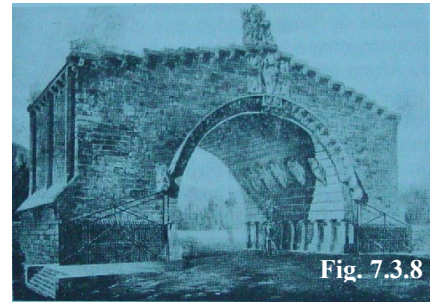


Fig. 7.3.8

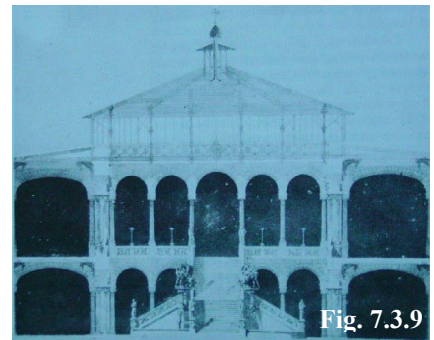


Fig. 7.3.9

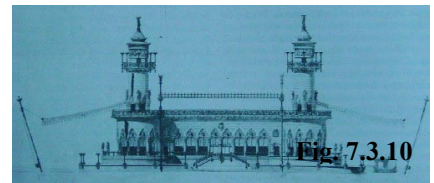


Fig. 7.3.10

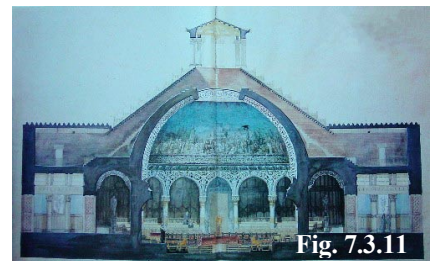


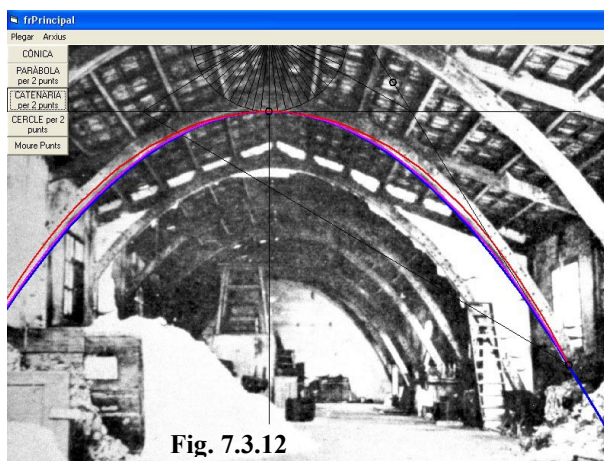
Fig. 7.3.11

Ens proposem ara recórrer algunes de les obres de Gaudí analitzant, mitjançant el nostre programa, fotografies dels seus arcs per tal de poder-los classificar com a parabòlics, hiperbòlics, el·líptics o catenaris.

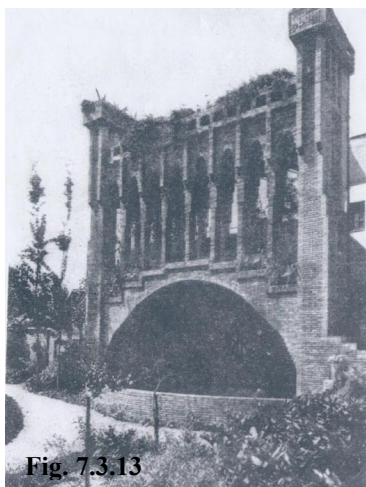
Cooperativa Obrera Mataronense (1878)

En aquesta primera obra de Gaudí després d'haver obtingut el títol hi notem la influència, tal com hem comentat abans, dels tractats antics de construcció presents a la biblioteca de l'Escola d'Arquitectura i comentats des d'algunes assignatures de construcció. Ens referim, en aquest cas concret, al tractat de Philibert de l'Orme que detallava la construcció d'arcades de fusta mitjançant el solapament encadenat de diversos fulls.

Gaudí, però, no copia, sinó que tan sols s'inspira en el tractat per donar una solució innovadora i clarament diferenciada, en proposar un conjunt d'arcs de fusta de perfil perfectament parabòlic. A la imatge de pantalla del nostre programa (fig. 7.3.12) podem veure que la corba cònica (en color blau), detectada com a el·lipse, coincideix perfectament amb la corba parabòlica (en color magenta). La corba catenària (en color vermell) també s'acosta molt a les dues anteriors, tot i que s'obre una mica més per la zona dels ronyons.



Casa Vicens (1883-1888) i El Capricho de Santander (1883-1885)

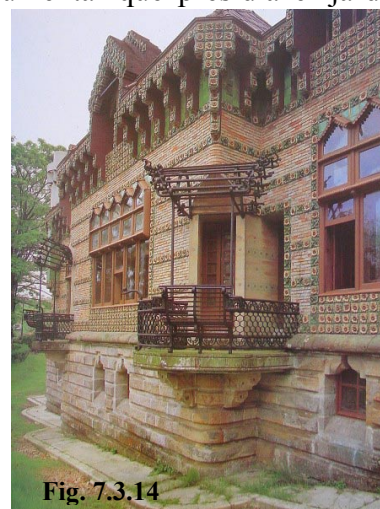


En aquestes dues obres del Gaudí jove, acurat amb els detalls, l'ornamentació i els acabats, ens costa de veure els singulars arcs que busquem en els elements estructurals o en les obertures principals de les façanes, però, de totes maneres, la seva presència no escapa d'aquestes obres i els podem veure en altres elements més secundaris.

En el cas de la casa Vicens podem esmentar com a exemple l'arcada de la font cascada monumental que presidia el jardí (fig. 7.3.13).

En el cas de la casa dels marquesos de Comillas a Santander, detectem formes arquejades pròximes als arcs parabòlics en els elements metàl·lics que formen pèrgola i emmarquen algunes obertures balconeres (fig. 7.3.14).

No hem trobat fotografies prou frontals a aquests arcs per poder-los analitzar.



Cavallerisses de la finca Güell (1884-1887)

Des del punt de vista dels arcs i de les formes voltades, les cavallerisses de la finca Güell resulten molt interessants per la superposició, en dues direccions perpendiculars, de dos ritmes d'arcades diferents. Cobrint l'ample de la nau, les arcades principals es mostren amb un perfil aparentment parabòlic. Per cobrir els intereixos de l'espai diafragmat que deixen les arcades anteriors, Gaudí va utilitzar una altra volta arquejada, que té perfil aparentment parabòlic a la façana (on s'obren obertures d'il·luminació) i perfil gairebé horitzontal sobre la clau de les arcades principals (fig. 7.3.15). Resulta ser, per tant, una superfície pròxima als conoides, ja que es recolza sobre una directriu recta d'un extrem i sobre una corba parabòlica a l'altre.

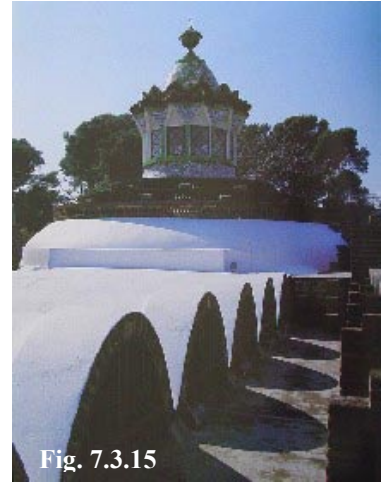


Fig. 7.3.15

En analitzar les arcades principals ens trobem que no són gaire apuntades. A diferència d'altres projectes de Gaudí, on les arcades arriben a tenir una fletxa que pot superar el doble del valor de la llum, a la finca Güell la fletxa té un ordre de magnitud semblant a la llum, i fins i tot aquesta resulta ser més gran. Tal com indicàvem a la primera art d'aquesta tesi, com més aplanats són els arcs, més es poden confondre les corbes paràbola o catenària, o fins i tot l'arc de cercle. Les diferències s'accentuen a mesura que els arcs són més apuntats. Així, en aquest cas, ens trobarem que gairebé totes tres corbes coincideixen i s'ajusten prou bé a l'arc fotografiat, tot i que la corba catenària és la que queda just entremig de la corba cònica (el·lipse en aquest cas) i la paràbola (fig. 7.3.16).

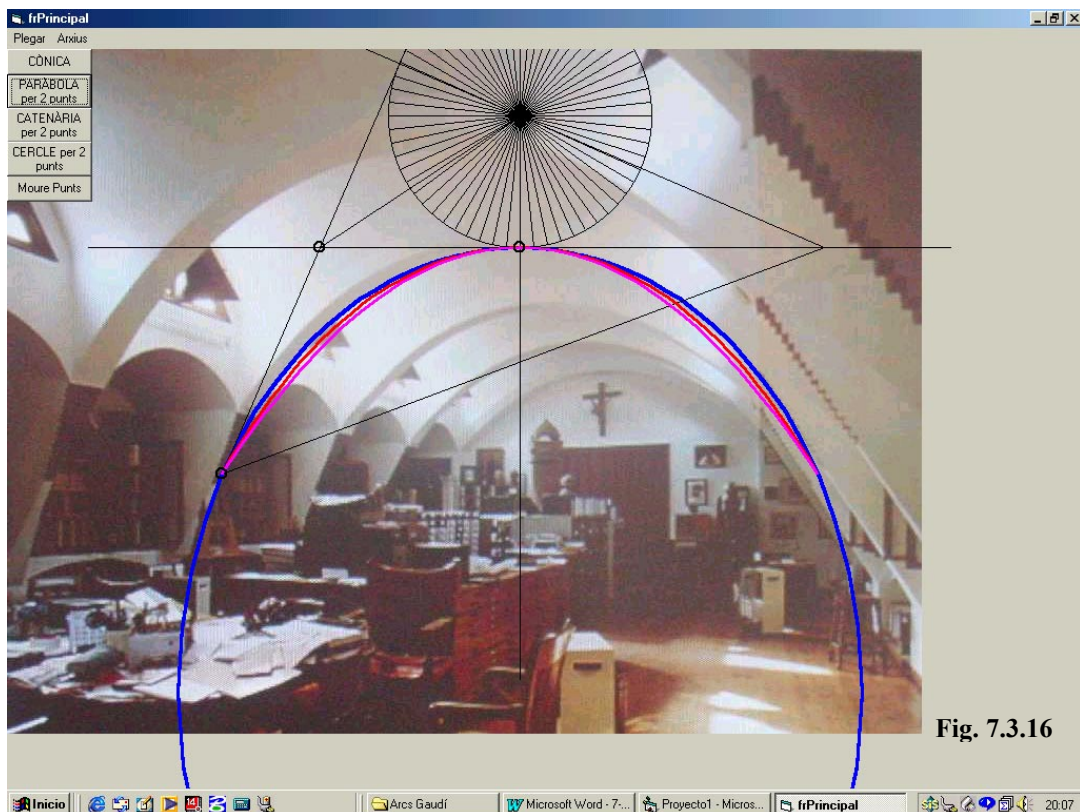


Fig. 7.3.16

Encara podem trobar aquesta mena d'arcs en obertures de portes i finestres. En aquest cas, en què la forma arquejada s'aconsegueix per superposició de voladissos de les filades successives de maons, tot i ser una arcada força apuntada, trobem encara molta semblança entre les tres corbes que provem (el·lipse, paràbola i catenària). De totes maneres, en aquest cas potser la catenària, més arrodonida prop del vèrtex, és la que millor s'ajusta (fig. 7.3.17 i 7.3.18).

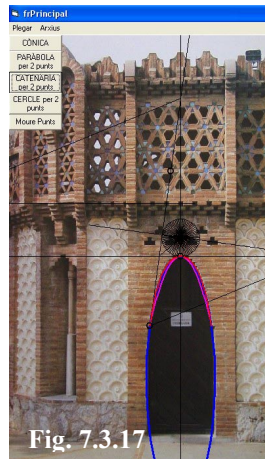


Fig. 7.3.17



Fig. 7.3.18

En el recinte de l'antiga finca Güell⁴ hi havia altres petites construccions, algunes avui desaparegudes, atribuïdes a Gaudí. Concretament, pensem en una glorieta mirador, un picador, un umbracle i una vistosa porta. Gràcies a les fotografies històriques conservades per Joan Bassegoda a l'arxiu de la Càtedra Gaudí, podem veure que aquestes petites construccions també utilitzaven aquests mateixos arcs.

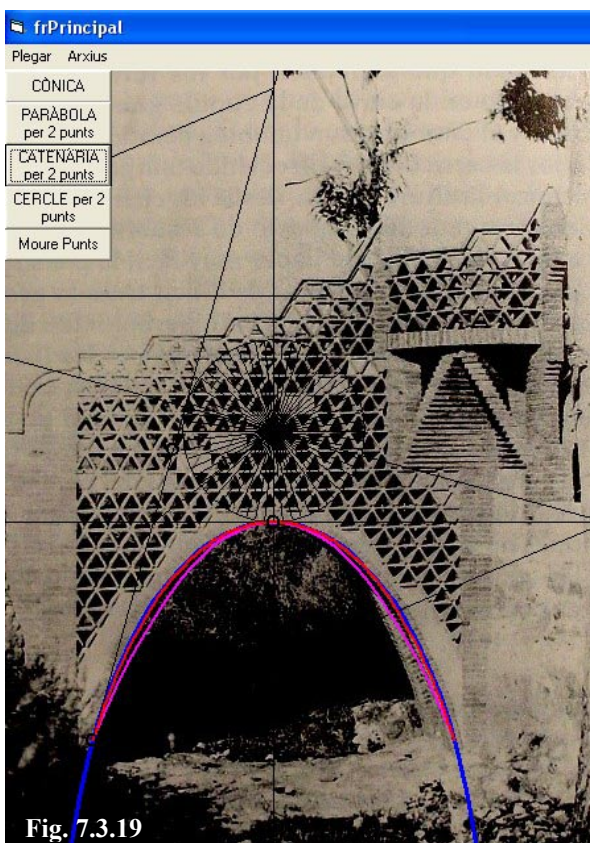


Fig. 7.3.19

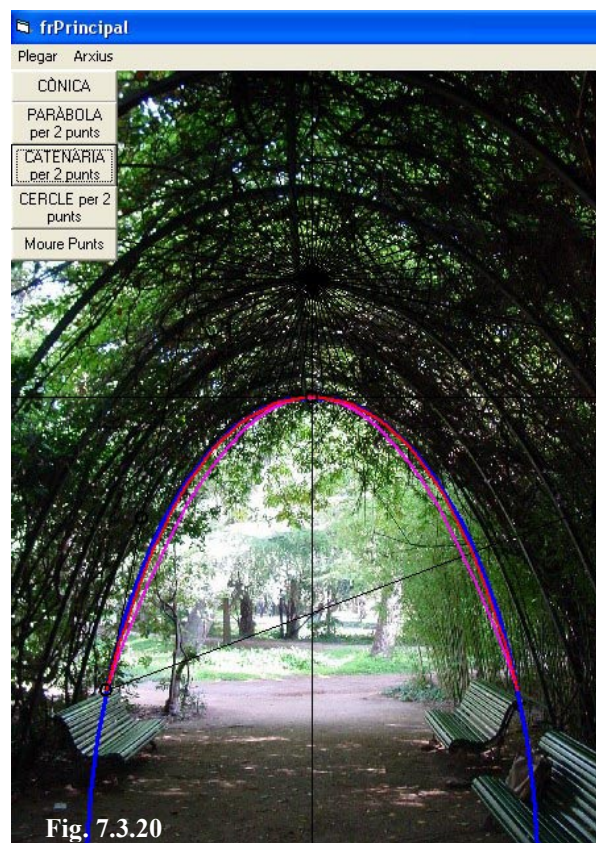


Fig. 7.3.20

En els dos casos analitzats torna a haver-hi molta proximitat entre les tres corbes, tot i que una altra vegada és la corba catenària la que millor s'ajusta, en els dos casos, als perfils corresponents dels arcs (fig. 7.3.19 i 7.3.20).

⁴ La finca Güell tenia una extensió de terreny molt àmplia. Abraçava tot l'actual palau Reial de Pedralbes, al qual va cedir els terrenys i l'edifici principal, i arribava fins a la Facultat de Farmàcia, a l'altre cantó de l'avinguda Diagonal.

Palau Güell (1886-88)

Potser les arcades de la façana del palau Güell són de les que més s'ha parlat. Ja hem comentat al capítol 5 que fins i tot s'hi feia referència en un llibre d'un professor de Gaudí. En aquella ocasió es deien que eren arcs parabòlics, en altres textos arcs catenaris.



Fig. 7.3.21

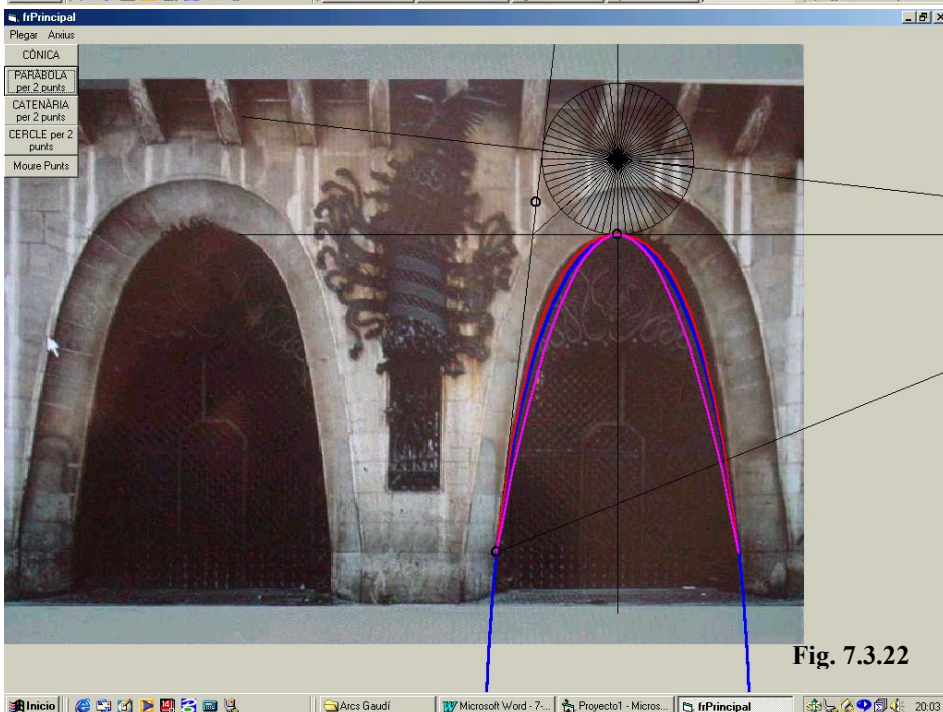


Fig. 7.3.22

Nosaltres trobem, en aquest cas, que aquestes arcades de l'entrada no s'acaben d'ajustar prou bé ni a l'arc catenari ni menys encara a cap corba cònica (el·lipse o paràbola). L'obertura de les arcades encara sembla més arrodonida que la corba catenària o que l'arc el·líptic (fig. 7.3.21 i 7.3.22).

A l'interior del Palau trobem moltes altres arcades susceptibles de ser analitzades, però costa trobar-ne fotografies prou frontals. Per aquest motiu, interessats a analitzar les grans arcades sobre les quals es recolza la cúpula central, aquest cop hem utilitzat un alçat secció en comptes d'una fotografia, tot i que l'alçat ja representa una interpretació d'aquella persona que l'hagi dibuixat. En el cas de la triple arcada davant la façana al saló principal, veiem clarament que són arcs parabòlics, clarament més apuntats que la corba catenària.

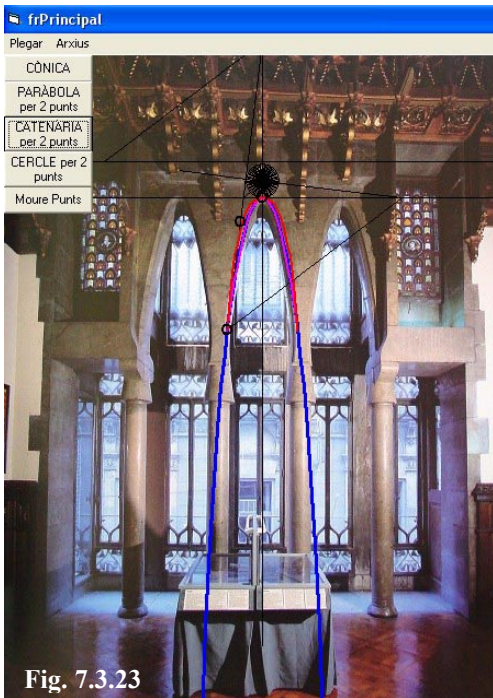


Fig. 7.3.23

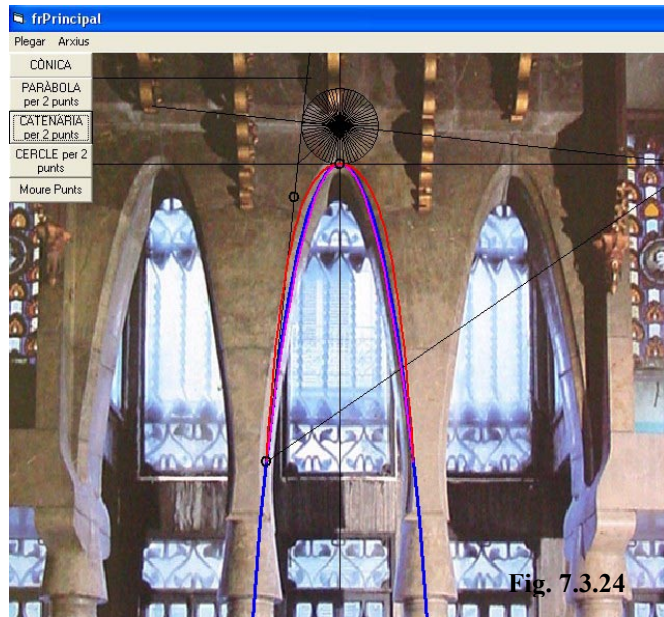


Fig. 7.3.24

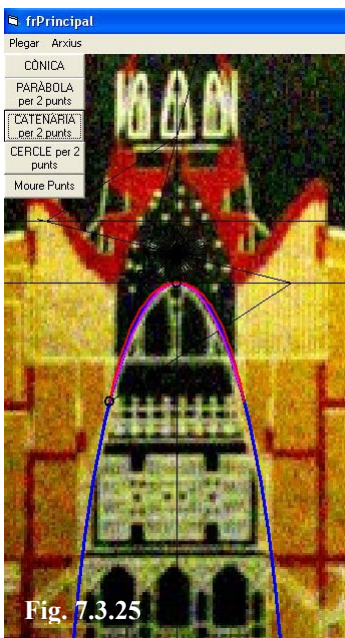


Fig. 7.3.25

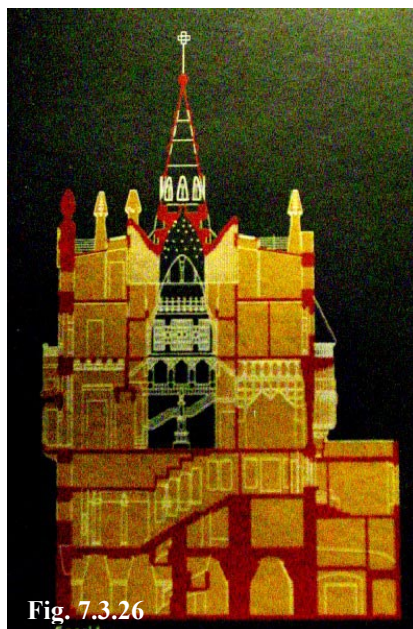


Fig. 7.3.26

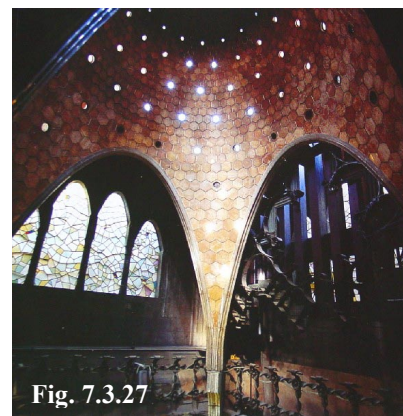


Fig. 7.3.27

En aquest darrer cas, els grans arcs sota la cúpula estan dibuixats, clarament, com a arcs parabòlics.

Teresianes del c. Ganduixer (1888-89)

En aquesta obra torna a haver-hi obertures formades a base de voladissos de filades successives de maons. En aquest cas, els arcs són molt més apuntats que en les portes i finestres de la finca Güell. El resultat obtingut de la nostra anàlisi és que es detecten en aquesta obra arcs parabòlics, arcs catenaris, arcs hiperbòlics i altres arcs compostos que no encaixen en la classificació proposada.

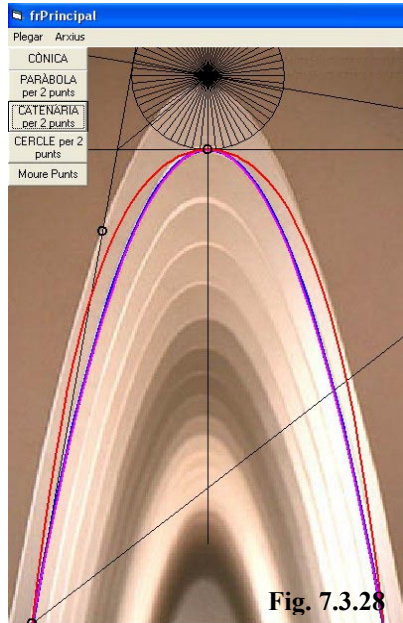


Fig. 7.3.28

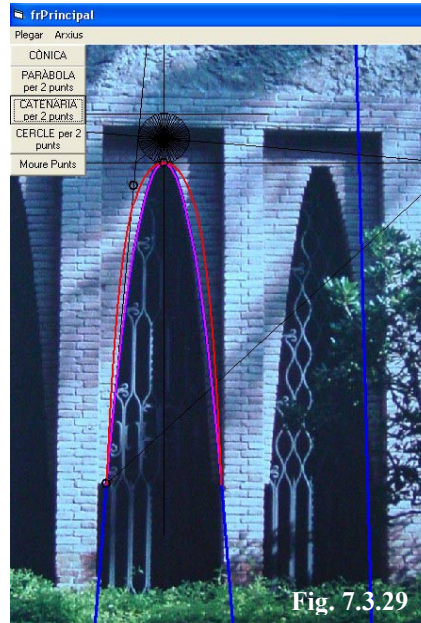


Fig. 7.3.29

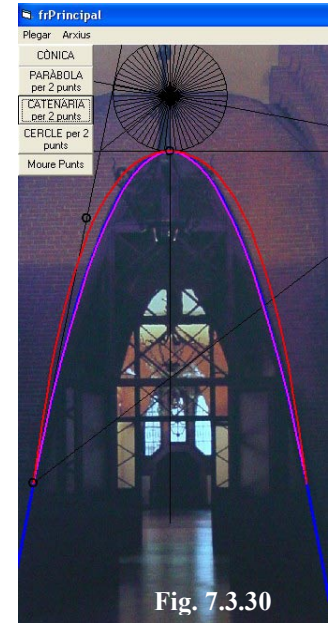


Fig. 7.3.30

En aquestes tres fotografies veiem sempre arcs perfectament parabòlics, al passadís, a les finestres i a les obertures dels murs interiors de la planta (fig. 7.3.28, 7.3.29 i 7.3.30).

En canvi, en els fidels i recents aixecaments trobem que l'arc de l'entrada principal, vist des de l'exterior, és clarament un arc catenari, més arrodonit. Un altre arc interior, més apuntat, s'ajusta una mica millor a la hipèrbola que a la paràbola. El darrer arc analitzat té una estranya forma apuntada que no s'ajusta a cap dels tipus que considerem (fig. 7.3.31, 7.3.32 i 7.3.33).

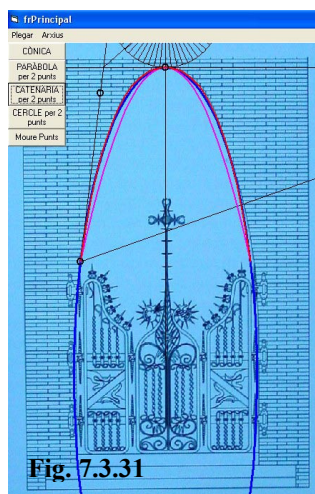


Fig. 7.3.31

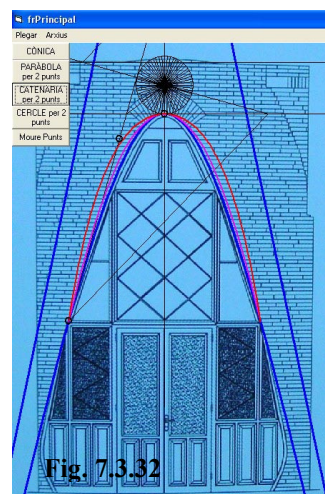


Fig. 7.3.32

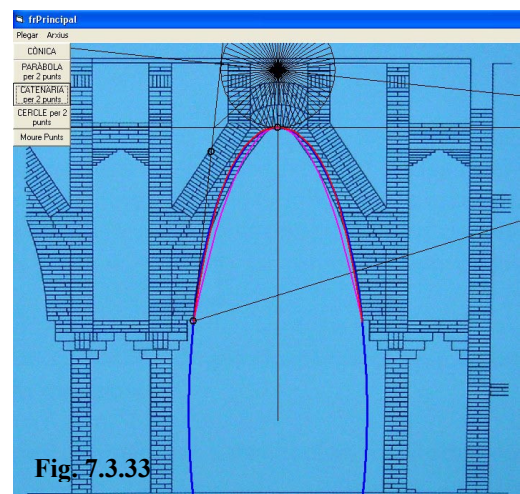


Fig. 7.3.33

Tot i que sembla que predomina l'arc parabòlic respecte dels altres tipus, hem de dir que ens ha resultat sorprenent la barreja de tipologies d'arcs en una sola obra, i sobretot la presència

d'aquest darrer arc de la planta baixa, amb un perfil aparentment compost, que sembla fruit d'una combinació de corbes diferents per a la zona de la clau que per a la resta.

Això podria donar lloc a interpretacions diverses que es poden intuir i insinuar, però nosaltres no volem entrar a discutir-les. Segurament, la participació de diferents col·laboradors (entre ells Joan Rubió i Bellver) i el fet que Gaudí s'hi va incorporar més tard i va haver de reprendre una obra ja començada per un altre arquitecte, Joan Baptista Pons i Trabal,⁵ ens semblen els motius més lògics d'aquesta varietat, més que no pas l'arbitrarietat en l'ús d'un tipus d'arc o un altre.

Casa de Los Botines, a Lleó (1892-93)

Ens interessava analitzar en aquesta obra la sèrie d'arcades interiors que tan sols podem veure frontalment en un alçat secció. Així, hem pogut veure que en aquest cas no es tracta d'arcs parabòlics, sinó que s'assemblen més a la corba catenària. La corba cònica que millor s'ajustaria al perfil de l'arc dibuixat seria una el·lipse.



Fig. 7.3.34

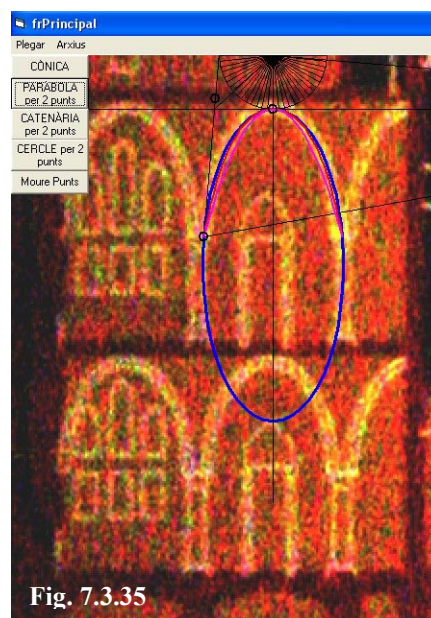
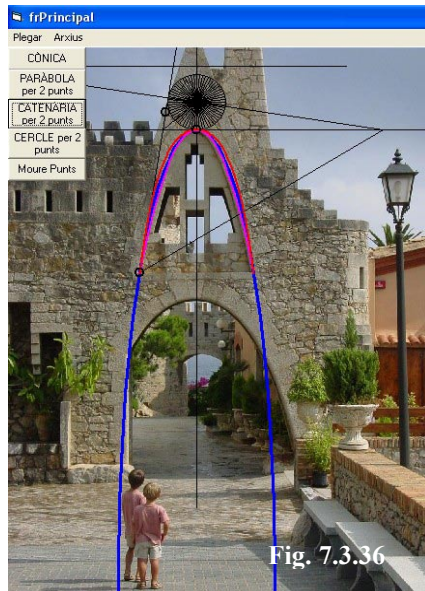


Fig. 7.3.35

⁵ Per completar aquesta qüestió es recomana veure el treball de final de carrera de Carmen Barranco i Laura Ortiz, tutelat per Benet Meca i Luis Gueilburt, *Colegio de las Teresianas. Historia y arquitectura*, Ed. STJ, Barcelona, abril 2002.

Celler Güell del Garraf (1895)

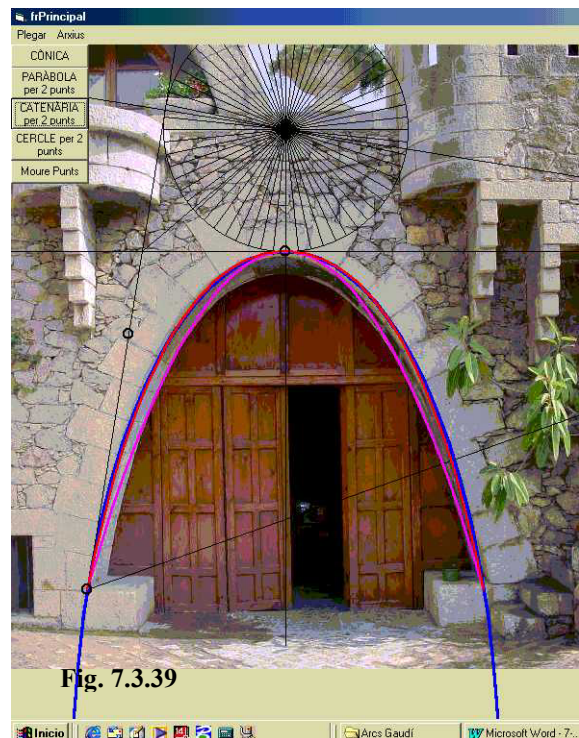
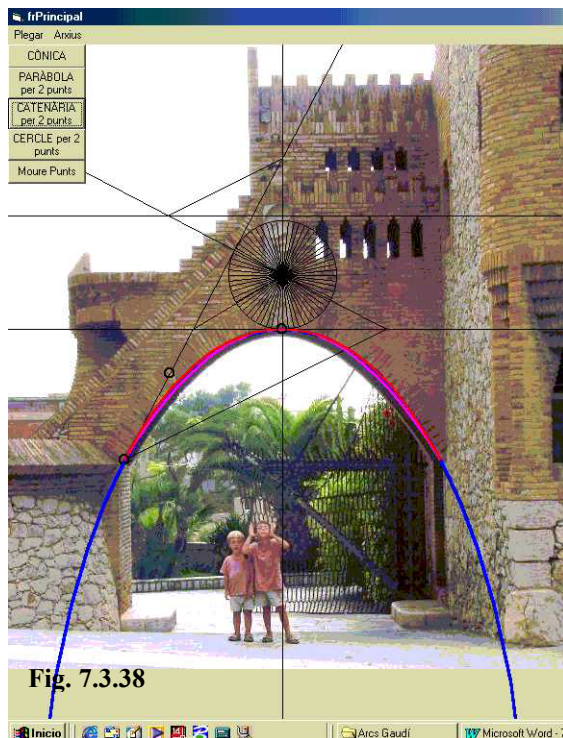
En aquesta obra l'element arc és present pertot arreu. Tots els seus espais i recintes, interiors o exteriors, estan presidits per un element arquejat. Veurem que torna a florir el tema de la diversitat de tipologies d'arcs. El cas de la porta principal d'accés al recinte interior, on ens trobem amb una curiosa superposició d'un arc parabòlic a sobre d'un arc catenari, és segurament el millor exemple per il·lustrar aquest fet (fig. 7.3.36 i fig. 7.3.37).



Potser hi predomina l'arc catenari, però, com veurem, caldrà fer algunes matisacions. Per exemple, l'arcada de l'entrada principal (fig. 7.3.38), vista des de la carretera, sembla una catenària perfecta. Però la realitat és que s'ajusta molt bé a l'arc parabòlic, perquè és un arc amb poca fletxa i així paràbola i catenària s'assemblen. Amb el nostre programa veiem

que la recta límit s'acosta a la tangència amb la circumferència transformada.

L'arc de l'entrada del garatge també és una catenària (fig. 7.3.39). En aquest cas, la paràbola, més apuntada, es distingeix i se separa més de l'arc fotografiat.



Troblem més arcs catenaris a la porta d'accés des de l'aparcament i dins del recinte en una obertura amb escales que menen cap al porxo superior (fig. 7.3.40 i fig. 7.3.41).



Fig. 7.3.40



Fig. 7.3.41

De fet, trobem arcs catenaris fins i tot en detalls que poden passar desapercebuts, com per exemple un escut en blanc situat sobre l'arcada del petit pont que lliga l'edificació amb la torre de defensa medieval (fig. 7.3.42).

En el conjunt edificat que conforma l'entrada es poden veure obertures per a les finestres, fetes també seguint un perfecte perfil catenari (fig. 7.3.45). I no cal dir que el disseny de la fantàstica porta de ferro i forja basa el seu disseny en una cadena suspesa des d'on pengen la resta de cadenes que conformen la tanca (fig. 7.3.44). Entre tant arc catenari, destaca a dalt de tot de l'edificació l'arcada de corba hiperbòlica que conforma l'obertura del porxo i mirador sobre el mar (fig. 7.3.43).



Fig. 7.3.42

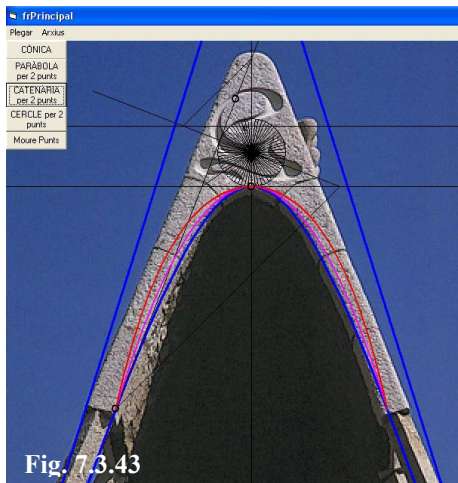


Fig. 7.3.43

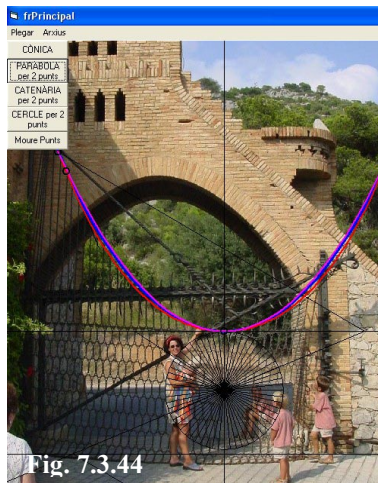


Fig. 7.3.44

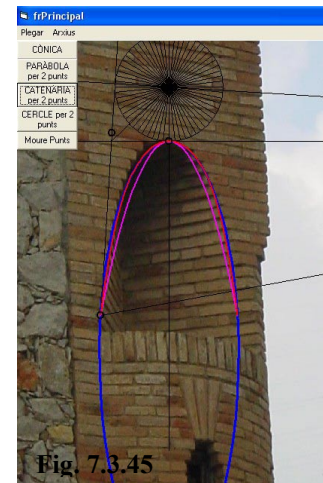


Fig. 7.3.45

Casa Bellesguard (1900-1909)

La casa Bellesguard té una estructura en què els arcs tenen un paper important, sobretot a la part alta de l'edificació. No obstant això, com que hi ha la limitació d'alçada entre plantes que qualsevol habitatge genera, els tipus d'arcs que veiem no són gaire susceptibles de ser inclosos dins del nostre catàleg. Les sales principals estan cobertes amb sèries d'arcs que ritmen l'espai. Però no són arcs apuntats, sinó que, contràriament, són rebaixats i fins i tot atirantats (fig. 7.3.46 i 7.3.47).

A la part de les golfes es pot veure una atrevida estructura d'obra de maó, formada per tot un ventall d'arcs compostos, trilobulats, que combinen un perfil semicircular amb dos quarts de cercle més petits prop dels suports. Tots estan formats per vols esglaonats de les diferents filades de maó (fig. 7.3.48). Bergós comentava que les característiques formals d'aquests arcs amagaven arcs realment parabòlics amb un clar sentit mecànic.

La coberta és a quatre vessants i forma com un volum piramidal que corona l'edificació. Entre la coberta i les golfes encara hi ha un altre espai, que servia per eixugar la roba, ja que originàriament quedava permanentment ventilat. En la visita *in situ* aquest espai es percep com una interessant volta apuntada, però resulta molt difícil de fotografiar per satisfer la nostra finalitat. En un alçat secció es pot observar molt millor la presència d'aquesta corba i com s'allarga cap a la planta de sota (fig. 7.3.49).

De la nostra anàlisi gràfica resulta que aquesta corba té un perfil clarament hiperbòlic. Segons aquest dibuix, tant la corba parabòlica com la catenària es desvien força del traçat de l'arc (fig. 7.3.50).



Fig. 7.3.46



Fig. 7.3.47

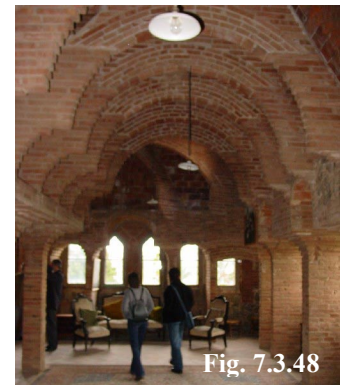


Fig. 7.3.48

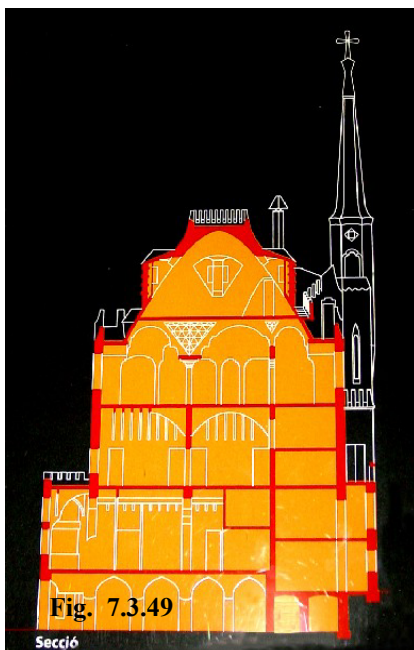


Fig. 7.3.49

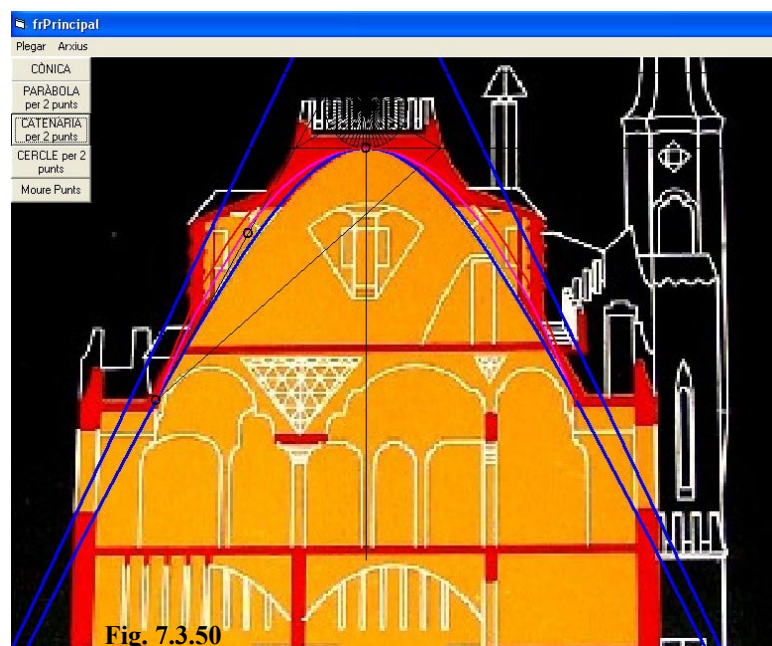


Fig. 7.3.50

Casa Batlló (1904-1906)

A la casa Batlló també trobem la presència d'una sèrie d'arcs apuntats que sostenen la coberta i que formen un espai de golfes característic pel ritme que generen amb la seva successió.

Analitzant les fotografies podem dir que tots aquests arcs de la golfa són clarament hiperbòlics. S'allunyen de la paràbola (color magenta) i encara més de la catenària (color vermell). Tan sols l'arc que es veu al fons de la fotografia, on es redueix l'amplada per la presència del nucli d'escales, es perfila com a catenari i no pas com a hiperbòlic. Ampliant possibilitats, aquest darrer arc podria considerar-se en el marge entre l'el·lipse força pròxima a la paràbola o la catenària.

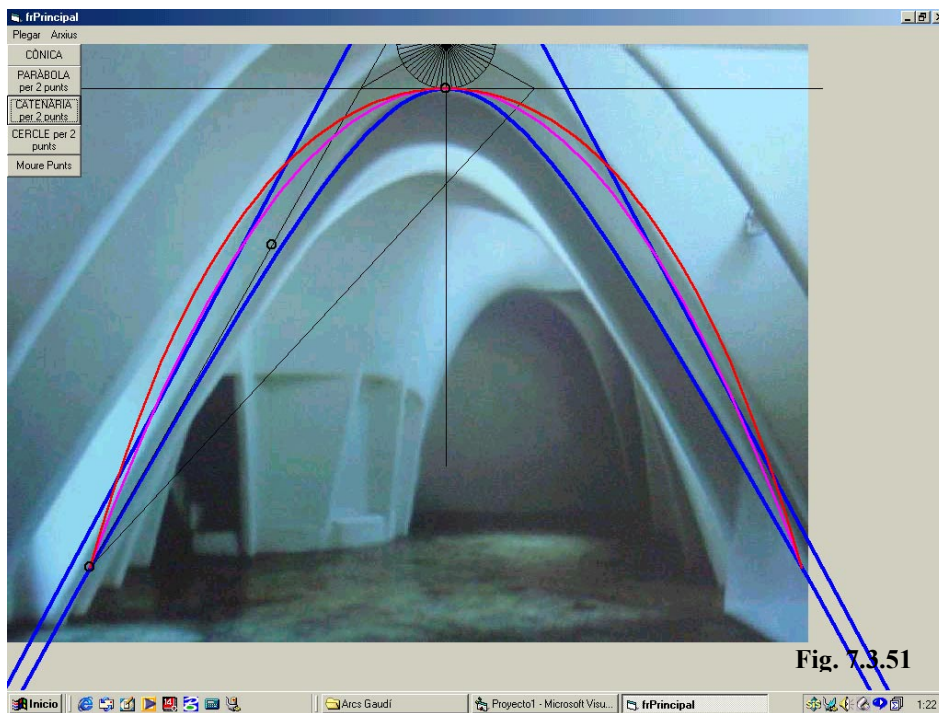


Fig. 7.3.51

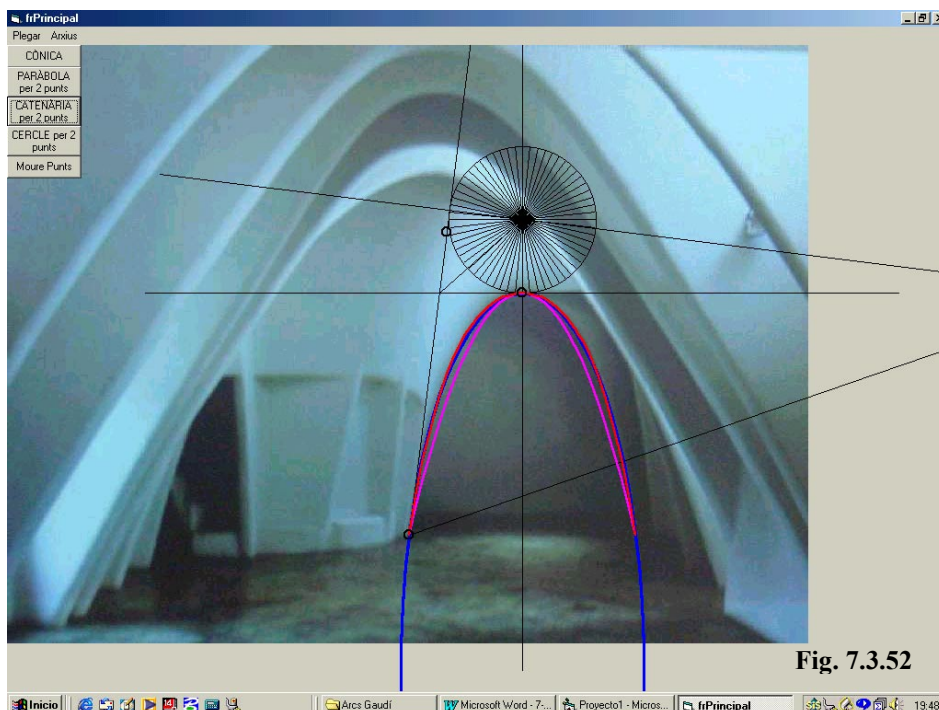
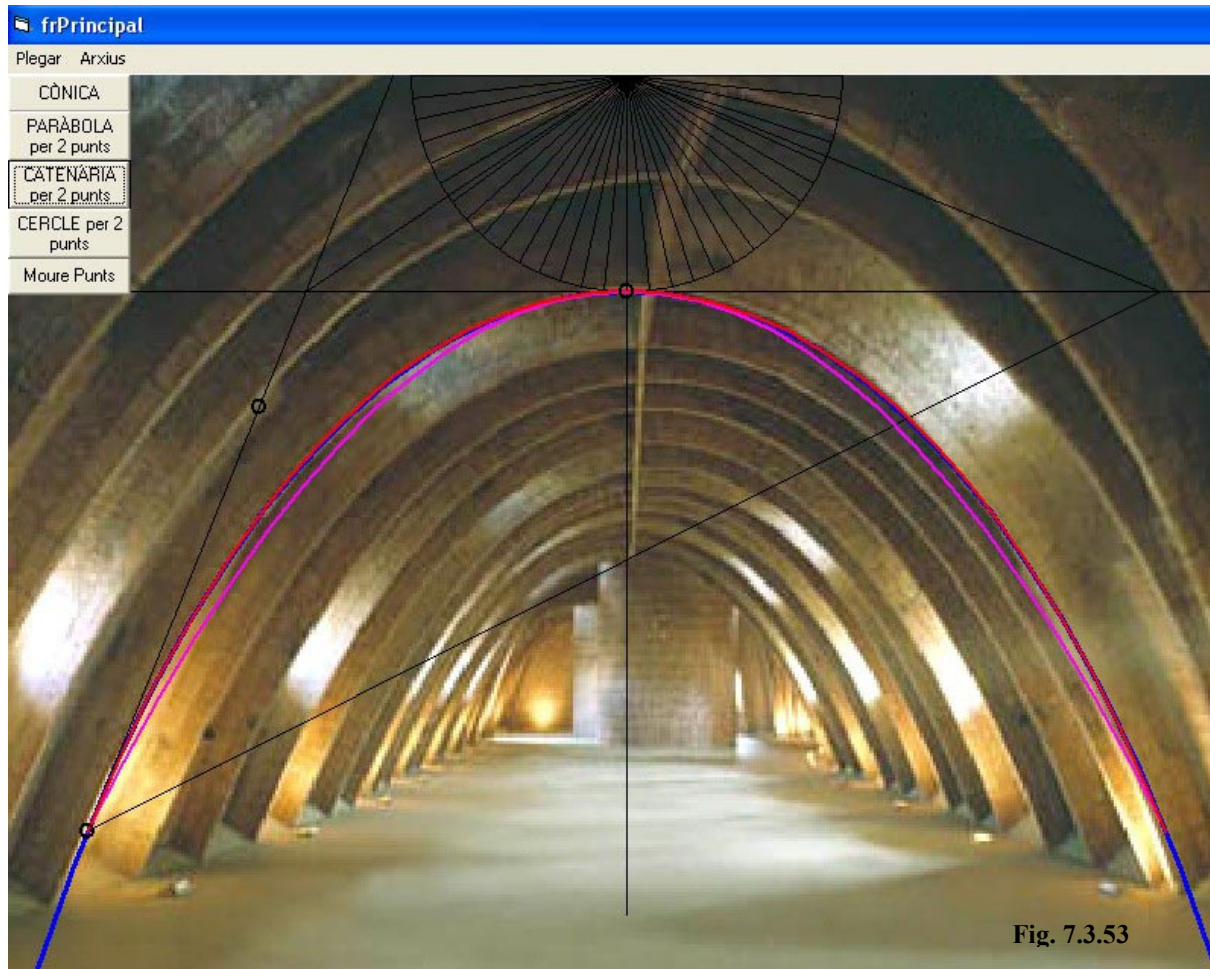


Fig. 7.3.52

Casa Milà, la Pedrera (1906-1910)

De totes les golfes que hem comentat fins aquí, sens dubte les de la Pedrera són les que millor poden expressar aquests espais que queden conformats per la successió d'aquests singulars arcs apuntats que caracteritzen l'obra de Gaudí i que ens hem proposat anar classificant.

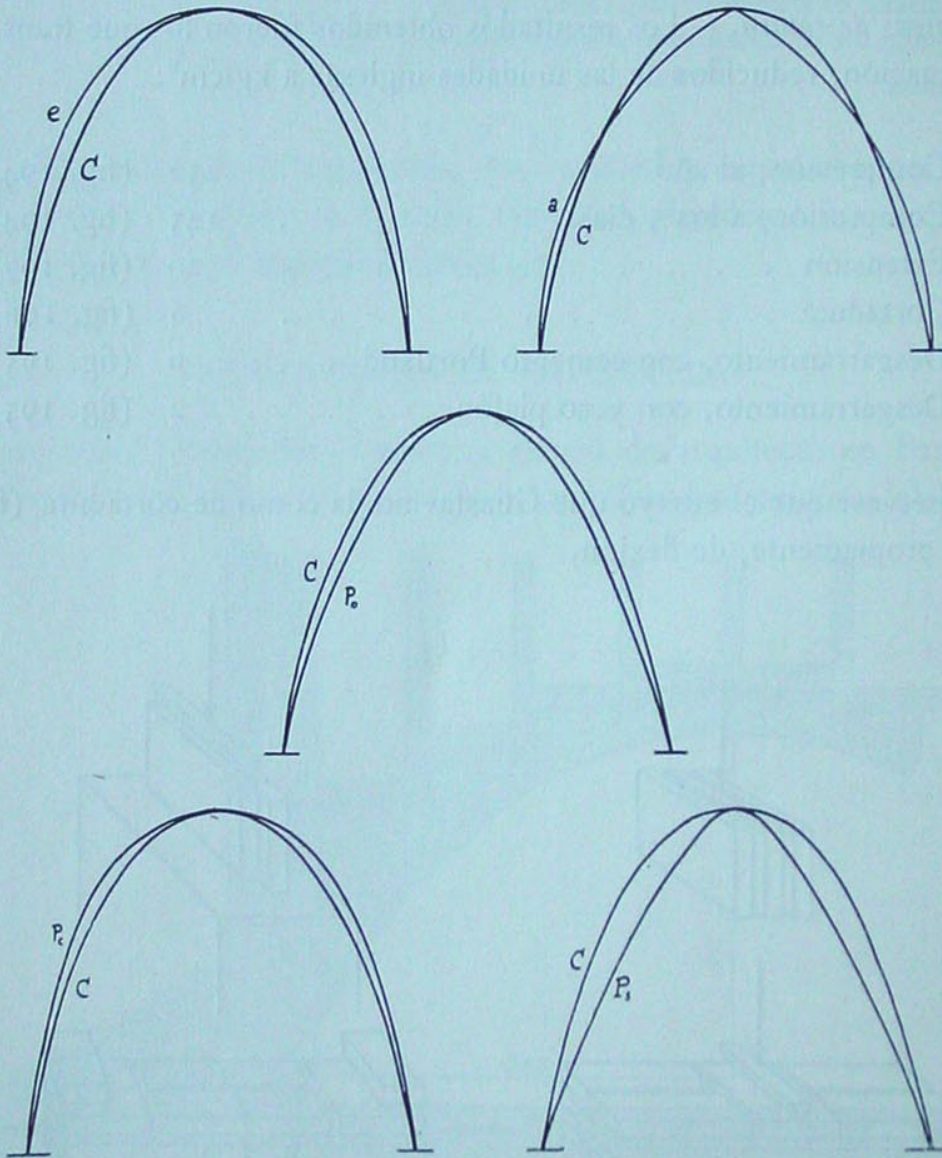
En aquest cas, detectem que aquests arcs que avui cobreixen la sala d'exposició de l'Espai Gaudí tenen un perfil que s'acosta lleugerament més a l'arc catenari que al parabòlic. Però veiem que la proximitat entre tots dos dona marge per obrir polèmica per als que en vulguin.



Finalment, podem dir que Gaudí va utilitzar tota mena d'arcs, de perfil catenari, parabòlic i hiperbòlic. La majoria de vegades els catenaris s'adapten prou bé al perfil parabòlic. En canvi, hem trobat arcs parabòlics a l'interior del palau Güell o a les Teresianes que es distingeixen més clarament dels catenaris. Els arcs hiperbòlics són menys freqüents i gairebé només els trobem a les golfes de la casa Batlló o al porxo mirador del celler Güell del Garraf.

El testimoni de Joan Bergós ens diu que Gaudí coneixia bé les diferències entre tots aquests perfils i ho il·lustra d'aquesta manera en el seu llibre *Materiales y elementos de construcción* (fig. 7.3.54).

Figs. 198 a 202. — *Curvas funiculares gaudinianas* - Para los elementos de construcción, GAUDÍ aborrecía las formas curvas arbitrarias, las «curvas de sentimiento», tan en boga durante el Modernismo entonces imperante. Hallaba superiores a las híbridas las formas geométricas puras: las elipses más bellas que los carpaneles, las parábolas que las ojivas; prefería empero las curvas que, además de obedecer a una ley geométrica, seguían una ley mecánica, las que, a la par que plásticas, resolvían con elegancia las exigencias de la gravedad.



Cuando un arco o bóveda no soporta más que el peso propio, la catenaria da el mínimo empuje y exige la mínima sección resistente. Reproducimos un estudio comparativo que GAUDÍ hizo de la catenaria *c* con la elipse *e*, la ojiva equilátera *a* y las curvas mecánicas: la parábola *P₀* de segundo grado, la parábola cúbica *P_c* y la hipérbola *P_s*. La proporción de luz y peralte es la de los carpaneles sasánidas y la de las ojivas equiláteras, que son los ejemplos de la arquitectura histórica más aproximados a las curvas equilibradas.

Fig. 7.3.54

7.4 Un programa de mostra per dissenyar i calcular arcs de fàbrica

Com hem anat insinuant al llarg d'aquesta tesi, aquest programa que presentem com a rematada final neix amb la intenció de generar un petit exemple de mostra, restringit al camp dels arcs de fàbrica, per il·lustrar com les eines informàtiques actuals permeten generar programari que faciliti la unió, en un sol procés, de la fase de disseny i la fase de càlcul. Per tant, és amb aquest petit programa de mostra que volem demostrar la viabilitat de recuperar els mètodes de càlcul gràfic basats en la localització de la línia de pressions que van utilitzar Gaudí i els seus col·laboradors.

Aquesta viabilitat la fonamentem des de dos marcs diferents.

En el marc teòric, es fonamenta en la recuperació de l'anàlisi dels arcs de fàbrica segons els mètodes dels estats límits de ruptura plàstica propugnats per Jacques Heyman, en contraposició als mètodes matricials o per elements finits basats en anàlisis elàstiques i amb condicions de contorn de molt difícil control, avaluació i consideració.

Tota estructura ha de complir tres requeriments fonamentals: estabilitat, resistència i rigidesa. En els arcs de carreus de pedra, si tenim en compte que la rigidesa davant les deformacions o desplaçaments és alta, atès l'alt coeficient de fregament entre dovelles (fins i tot negligint el paper del morter), i si considerem també l'estudi de Villarceau (la pedra pot arribar a resistir, a compressió pura, un pes equivalent a una columna de la mateixa pedra, per cm^2 , de fins a 2 km d'alçada), podem concloure que el punt feble, la principal qüestió que s'ha de considerar, i la principal causa de patologies, no serà ni la rigidesa ni la resistència, sinó l'estabilitat. Tot això és el que dóna sentit a la recuperació dels mètodes d'anàlisi dels arcs basats en la localització de la corba de pressions, que propugnen Heyman, des de la teoria, o altres professionals més contemporanis, des de la pràctica en múltiples obres de restauració de l'extens patrimoni arquitectònic susceptible de rebre aquest tractament. De fet, totes aquestes consideracions, fonamentals per argumentar la idoneïtat dels mètodes gràfics per a l'anàlisi dels arcs de pedra, en aquesta tesi han estat preses com a punt de partida, tot i que al llarg del treball s'hagi esmerçat un important esforç per fer notar la importància dels mètodes gràfics, especialment els aplicats al disseny de les estructures voltades, al llarg de la història de la construcció. L'aval que es dóna a aquest plantejament des de diferents sectors teòrics o professionals, i d'una manera especial des de l'Escola d'Arquitectura de Madrid, de la UPM, o des del seu col·legi oficial, COAM, amb experts en la matèria al capdavant, com Santiago Huerta, Francisco Jurado, José Miguel Ávila, Juan Antonio González Cárceles o Antonio José Mas-Guindal Lafarga, ens resultarà suficient per enfocar el treball a partir d'aquí per buscar aquell pas més enllà que podem fer avui gràcies a la informàtica.

Des de l'enquadrament en el marc de la pràctica, la viabilitat de la recuperació dels mètodes gràfics pensem que ha de dependre de la incorporació d'una interfície o metodologia de diàleg dinàmica i interactiva amb l'usuari, el dissenyador d'arcs, que faci que el mètode sigui atractiu, amb l'opció de fer les entrades de dades de manera gràfica, amb simples moviments del ratolí, i a més, que sigui ràpid, instantani, amb resultats immediats a mesura que es va tempejant el disseny bàsic de l'arc.

L'adaptació de les eines actuals existents per satisfer aquestes necessitats o la creació de programari nou com el que proposem, pensat ja des de l'inici amb aquesta finalitat, serà, en definitiva, el que possibilitarà i farà viable aquesta recuperació.

Entenem que aquest exemple pot servir de mostra perquè en un futur es pugui fer extensiva aquesta recuperació dels mètodes gràfics a totes les altres qüestions de mecànica que arriba a abraçar l'estàtica gràfica, molt més enllà dels arcs de fàbrica.

En el nostre cas concret dels arcs de fàbrica, quan diem dissenyar i calcular simultàniament, ens referim a conèixer la localització de la corba de pressions i la distribució interna de tensions en qualsevol punt del massís de l'arc des del mateix moment que estem projectant l'arc, és a dir, des del moment que definim les dimensions bàsiques de l'intradós, de l'extradós, dels suports, dels junts, de les càrregues..., de manera que, modificant dinàmicament el disseny, amb fàcils moviments del ratolí, sigui possible escollir aquell arc del qual visualitzem en pantalla la millor resposta estructural.

Per fer possible aquesta interactivitat entre el disseny i el càlcul, hem plantejat el tema limitant el disseny de l'arc a la localització d'un mínim nombre de punts que permetessin definir un bon ventall de possibles arcs. Aquests punts són bàsicament sis i són els següents:

- tres punts per definir l'intradós, ja sigui arc de cercle o arc de paràbola,
- dos punts per definir l'extradós, cercle, paràbola o recta (o un de sol quan l'extradós és horitzontal), i
- un punt per definir el suport esquerre per al cas del suport en L.

Inspirats en la manera de funcionar del programa Skechpad, que tant ens ha ajudat per il·lustrar dinàmicament diferents aspectes d'aquesta tesi, hem volgut reproduir aquesta idea de dinamisme i d'interactivitat que ofereix l'estructura d'arbre de generació de geometria. Així, aquests sis punts bàsics del disseny d'un arc els entenem com a *punts actius*, ja que, en ser desplaçats, arrossegats amb el ratolí, impliquen no només el redisseny de l'arc, sinó també el recàlcul i el redibuix de la corba de pressions o el mapa de tensions.

Tot seguit exposarem els trets característics i els diferents aspectes considerats per arribar a aquesta primera versió d'un programa que, com tots els programes, podrà créixer i millorar amb successives versions posteriors. Per aconseguir una presentació al màxim de compatible amb l'entorn Windows de Microsoft, l'entorn informàtic de més difusió, hem escrit el programa en llenguatge codificat segons Visual Basic, i en aquest treball vull tornar a agrair la imprescindible ajuda i tutoria constant de Ramon Sastre, autèntic expert en programació gràfica de programes estructurals.

7.4.1 El disseny de l'arc

Disseny de l'intradós

Per dibuixar l'intradós ho fem a partir de tres punts:

- punt inici (dreta), Intradós(1), $I_1 = (x_{i1}, y_{i1})$
- punt central, Intradós(2), $I_2 = (x_{i2}, y_{i2})$
- i punt final (esquerra), Intradós(3), $I_3 = (x_{i3}, y_{i3})$

Aquests tres punts seran actius i en moure'ls es mourà, amb el disseny de l'arc, el càlcul de la línia de pressions simultàniament.

Opció arc de cercle:

Cal trobar el centre $I_c = (x_{ic}, y_{ic})$ i el radi R_i per definir l'arc que passa pels tres punts donats de l'intradós. L'equació general de la circumferència és:

$$(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 = R^2$$

En aplicar-la als tres punts donats obtenim un sistema de tres equacions i tres incògnites, que es podrà resoldre sempre que els tres punts no siguin alineats:

$$\left. \begin{aligned} (x_{i1} - x_{ci})^2 + (y_{i1} - y_{ci})^2 &= R_i^2 \\ (x_{i2} - x_{ci})^2 + (y_{i2} - y_{ci})^2 &= R_i^2 \\ (x_{i3} - x_{ci})^2 + (y_{i3} - y_{ci})^2 &= R_i^2 \end{aligned} \right\}$$

Un cop coneguts el centre i el radi, els valors bàsics que defineixen aquest intradós, podem trobar altres valors que ens seran útils per generar més coses, com per exemple l'angle inicial, l'angle final i el punt de la clau de l'arc de l'intradós, $I_v = (x_{iv}, y_{iv})$.

Opció arc de paràbola:

Cal trobar els paràmetres A_i , B_i , C_i de l'equació de la paràbola, d'eix vertical, que passa pels tres punts, d'equació general:

$$y_i = A_i \cdot x_i^2 + B_i \cdot x_i + C_i$$

En aplicar-la als tres punts donats obtenim un sistema de tres equacions i tres incògnites:

$$\left. \begin{aligned} y_{i1} &= A_i \cdot x_{i1}^2 + B_i \cdot x_{i1} + C_i \\ y_{i2} &= A_i \cdot x_{i2}^2 + B_i \cdot x_{i2} + C_i \\ y_{i3} &= A_i \cdot x_{i3}^2 + B_i \cdot x_{i3} + C_i \end{aligned} \right\}$$

Un cop coneguda la paràbola podem trobar la clau de l'arc de l'intradós, que serà el vèrtex de la paràbola, $I_v = (x_{iv}, y_{iv})$.

L'abscissa del vèrtex la podem trobar fàcilment, $x_{iv} = \frac{-B_i}{2 \cdot A_i}$, i substituint a l'equació general de la paràbola trobarem l'ordenada, y_{iv} , del vèrtex de l'intradós.

Disseny de l'extradós

Per dibuixar l'extradós ho fem amb tan sols dos punts més: el gruix de la clau i el gruix d'un suport.

- punt suport (dret), Extradós(1), $E_1 = (x_{e1}, y_{e1})$,
- punt clau, Extradós(2), $E_2 = (x_{e2}, y_{e2}) = (x_{ev}, y_{ev})$

De fet, més que dos punts, el que realment es necessita són només dos valors (G_v i G_s). El punt de la clau de l'extradós té la mateixa abscissa que el de la clau de l'intradós ($x_{iv} = x_{ev}$). Per tant, el gruix definidor és només la diferència d'ordenades entre la clau de l'extradós i la de l'intradós ($G_v = y_{ev} - y_{iv}$).

$$\text{Clau extradós:} \quad I_v = (x_{iv}, y_{iv}) \Rightarrow E_2 = E_v = (x_{iv}, y_{iv} + G_v) = (x_{ev}, y_{ev})$$

Igualment, pel que fa al suport, el gruix és només un paràmetre, G_s , un valor de desplaçament, que caldrà afegir a les coordenades del punt extrem de l'intradós en una direcció o una altra segons que el suport sigui definit en un tipus o un altre entre els diferents possibles.

Just en el següent apartat ampliarem amb més detalls la tipologia dels suports, però hem d'advertir que el suport dret serveix per definir l'extradós, és anterior, i en canvi el suport esquerre en dependrà i la seva generació serà posterior al càlcul de l'equació de l'extradós. Per això ens convé avançar ara alguna qüestió sobre els tipus de suport considerats i veure que el valor G_s en el fons serveix per definir una translació del punt I_1 per trobar E_1 segons la direcció escollida amb el tipus de suport dret. Cal tenir en compte, encara, que per al tipus de suport en L calen dos valors, el gruix del suport i l'altura del suport (G_s i A_s), valors que correspondrien als valors cartesianes de les components de la translació:

$$\begin{aligned} \text{Suport dret horitzontal:} & \quad I_1 = (x_{i1}, y_{i1}) \Rightarrow E_1 = (x_{i1} + G_s, y_{i1}) = (x_{e1}, y_{e1}) \\ \text{Suport dret vertical:} & \quad I_1 = (x_{i1}, y_{i1}) \Rightarrow E_1 = (x_{i1}, y_{i1} + A_s) = (x_{e1}, y_{e1}) \\ \text{Suport dret radial:} & \quad I_1 = (x_{i1}, y_{i1}), \text{ recta normal: } y = M \cdot x + N \\ & \quad \Rightarrow E_1 = (x_{i1} + X_s, y_{i1} + Y_s) = (x_{e1}, y_{e1}) \\ & \quad \text{on } X_s = \sqrt{\frac{G_s^2}{1 + M^2}}, \text{ i } Y_s = M \cdot X_s. \end{aligned} \quad ^6$$

$$\text{Suport dret en L:} \quad I_1 = (x_{i1}, y_{i1}) \Rightarrow E_1 = (x_{i1} + G_s, y_{i1} + A_s) = (x_{e1}, y_{e1})$$

Aquests dos valors de desplaçament, el gruix de la clau G_v i el gruix del suport G_s , ens dibuixen dos punts actius més, E_1 i E_2 , que ens permetran modificar l'extradós de l'arc i també simultàniament les línies de força que visualitzen la seva estabilitat. En el cas de triar l'opció del suport dret en L, hi haurà, a més, un tercer punt actiu, E_0 , que permetrà interactuar amb el paràmetre addicional, A_s , necessari en aquesta opció. De la mateixa manera, l'opció del suport esquerre en L implicarà un quart punt E_4 .

Les opcions que donem a l'extradós són, a més de l'arc de cercle o de paràbola, l'extradós recte, ja sigui una recta horitzontal o inclinada cap a una banda o una altra.

⁶ Les components cartesianes del gruix G_s (X_s , Y_s) les trobem utilitzant Pitàgores ($G_s^2 = X_s^2 + Y_s^2$), d'una banda, i el pendent conegut de la recta ($M = Y_s / X_s$), de l'altra. D'aquí es dedueixen els valors expressats.

Opció arc de cercle:

Tenint en compte que l'abscissa del centre de l'extradós és una dada ja coneguda, perquè es fa coincidir sobre la mateixa recta vertical la clau de l'intradós i la clau de l'extradós ($x_{ic} = x_{iv} = x_{ev}$), aleshores els dos punts definidors de l'extradós, E_1 i E_2 , són suficients per resoldre el sistema de dues equacions i dues incògnites (el radi, R_e , i l'ordenada del centre, y_{ec}).

$$\left. \begin{aligned} (x_{e1} - x_{ic})^2 + (y_{e1} - y_{ec})^2 &= R_e^2 \\ (x_{e2} - x_{ic})^2 + (y_{e2} - y_{ec})^2 &= R_e^2 \end{aligned} \right\}$$

Opció arc de paràbola:

De la mateixa manera que en el cas anterior, també són suficients els dos punts, E_1 i E_2 , per definir l'extradós parabòlic perquè l'abscissa del vèrtex és ja coneguda, $x_{ev} = x_{iv}$. Per tant, podem trobar els tres paràmetres de l'equació de la paràbola de l'extradós utilitzant la posició coneguda del vèrtex:

$$\left. \begin{aligned} y_{e1} &= A_e \cdot x_{e1}^2 + B_e \cdot x_{e1} + C_e \\ y_{e2} &= A_e \cdot x_{e2}^2 + B_e \cdot x_{e2} + C_e \\ x_{i2} = x_{iv} = x_{e2} = x_{ev} &= \frac{-B_e}{2 \cdot A_e} \end{aligned} \right\}$$

Opció recta horitzontal:

En aquest cas, tan sols amb el gruix de la clau, G_v , n'hi ha prou per generar l'extradós horitzontal.

L'equació de l'extradós quedaria reduïda a la mínima expressió $y = y_{ev}$ (valor constant per a qualsevol x). Cal tenir en compte que aquesta opció és incompatible amb l'opció de suports horitzontals.

Opció recta inclinada:

En aquest cas també els dos punts E_1 i E_2 , generats amb el gruix a la clau G_v i el gruix del suport dret G_s , són necessaris i suficients per definir una recta d'inclinació qualsevol segons la posició dels punts esmentats. Naturalment, cal vigilar que aquesta recta no s'intersequi amb l'intradós.

Més endavant parlarem de les opcions per als tipus de particions, però podem avançar ara que, en aquest cas de l'extradós segons recta inclinada, caldrà tenir compte que no tots els possibles pendents de la recta de l'extradós faran possible un arc amb particions radials. Sobretot quan el pendent de l'extradós comenci a ser accentuat, pot succeir que, a partir d'aquell junt que quedi paral·lel a l'extradós, les interseccions amb l'extradós es produeixin pel cantó oposat al desitjat.

Per la mateixa raó, caldrà vigilar que el suport esquerre pugui ser definit o no ser-ho com a suport radial. Igualment, sempre que el pendent de l'extradós sigui negatiu, el suport esquerre tampoc no podrà ser horitzontal.

Disseny dels suports

Hem volgut permetre que es puguin considerar quatre tipus de suports diferents per oferir una gamma àmplia de possibles arcs. Es preveuen tipus de suports radials, horitzontals, verticals i suports en L. Si tenim en compte que el suport de la dreta i el suport de l'esquerra poden ser de tipus diferent, el ventall de possibilitats és encara més ample.

Tal com ja hem comentat en l'apartat anterior, el punt del suport dret, E_1 , és el que servirà per definir l'extradós, juntament amb el punt de la clau, $E_2 = E_V$. En canvi, el punt extrem de l'extradós, E_3 , en el suport esquerre, no és un punt definidor, sinó un punt definit per

		Tipus d'extradós		
		cercle o paràbola	recta inclinada	recta horitzontal
Tipus de suport dret	Radial			
	Horitzontal			
	Vertical			
	en L			

l'equació de l'extradós, i per tant, aquest punt es generarà després, per intersecció de la recta del suport esquerre amb l'extradós ja definit, i no serà un punt actiu.

Al cantó dret, l'usuari situarà lliurement el punt inici de l'extradós (E_1) mesurant el gruix del suport en una direcció o una altra (horitzontal, vertical, radial...) segons el tipus de suport dret escollit, i aquest punt definirà l'equació de l'extradós, ja sigui cercle, paràbola o recta.

En el cas del suport esquerre, el punt final de l'extradós (E_3) el trobarà el programa, per intersecció de la recta (horitzontal, vertical, radial..., segons el tipus de suport esquerre escollit) amb l'equació de l'extradós ja definida amb l'altre extrem.

Vegem alguns detalls més dels diferents casos:

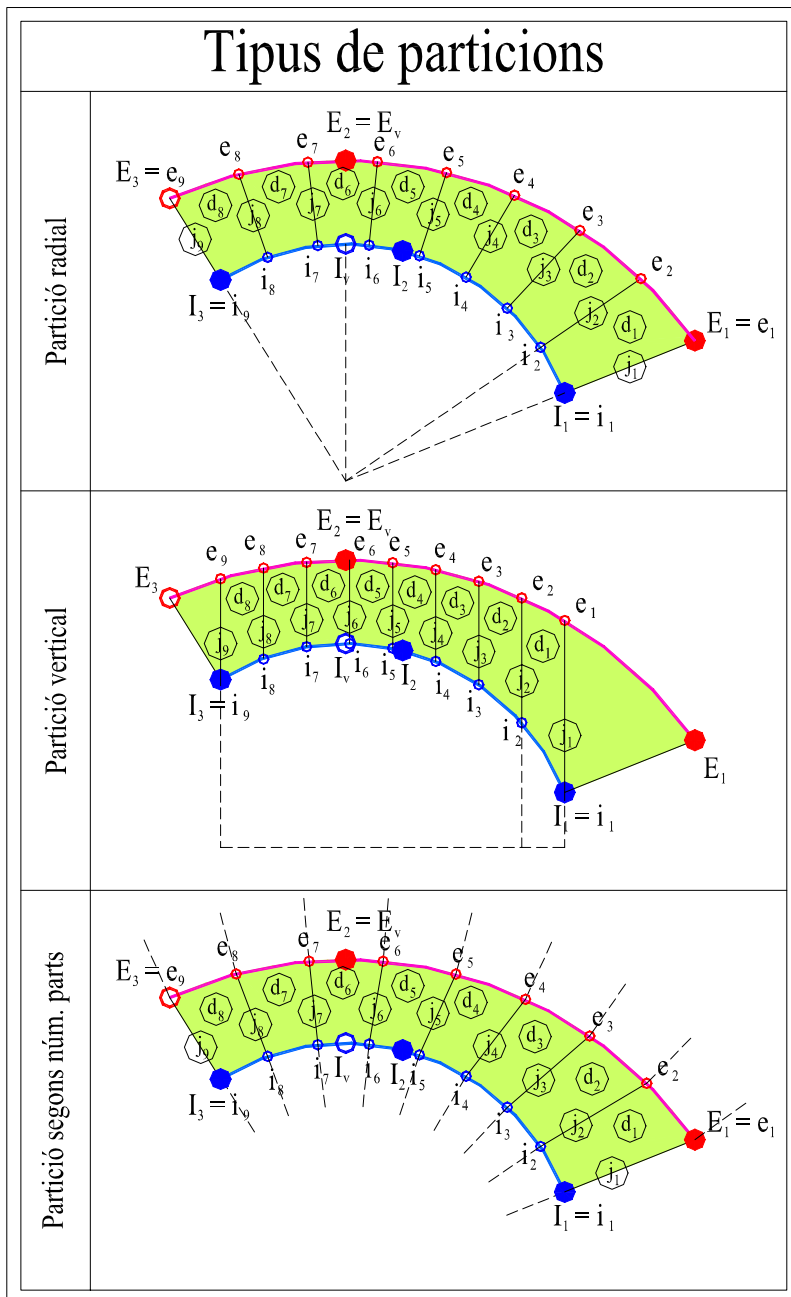
- Suport horitzontal. En el cas del suport dret, el punt E_1 el dibuixarem definint un gruix del suport dret mesurat horitzontalment cap a l'exterior de l'arc des de l'extrem dret de l'intradós I_1 , és a dir, cap a la dreta, sumant el valor a la coordenada de l'intradós. En el cas del suport esquerre, el punt d'intersecció E_3 es buscarà a l'esquerra de l'intradós I_3 . Naturalment, aquests suports horitzontals són incompatibles amb l'opció d'extradós horitzontal.
- Suport vertical. En aquest cas, el valor requerit és més pròpiament un valor d'altura del suport i no de gruix, ja que la mesura és vertical. Tant en el cas del suport dret com en el cas del suport esquerre, els punts de l'extradós (E_1 i E_3) es donaran o es buscaran per sobre dels respectius punts de l'intradós (I_1 i I_3) i no pas per sota.
- Suport radial, normal a la corba de l'intradós. En aquest cas, per trobar el punt E_1 es mesura o es dibuixa sobre la recta normal (radial en arcs de cercle) el gruix del suport dret que es desitgi. A l'altre cantó, si s'opta també pel suport radial, el punt extrem de l'extradós E_3 serà determinat per la intersecció entre la recta normal i l'equació de l'extradós, i s'escull sempre, si hi ha més d'una intersecció, el punt que quedi a l'esquerra del l'intradós I_3 .
- Suport en L. En aquest darrer cas, ja hem vist que necessitem dos paràmetres per definir aquest suport, una mesura en amplada, el gruix, i una altra en altura. Així, el suport dret en L fa aparèixer un nou punt E_0 , i el suport esquerre en L fa aparèixer el punt E_4 . Cal tenir en compte que aquest darrer punt, E_4 , és un punt actiu que permet donar una amplada a la L del suport esquerre lliurement. Per tant, cal vigilar de no donar una amplada més enllà de la màxima que tindria aquell suport si fos definit com a horitzontal.

La interrelació entre la definició del tipus d'extradós i el tipus de suports és tan forta que, en el programa, hem preferit oferir-los junts en un mateix menú. Segons la combinació d'opcions escollides, s'activaran o desactivaran altres opcions o caselles de dades. En el quadre que hem adjuntat mostrem les diferents combinatòries entre el tipus d'extradós i el tipus de suport dret.

La partició de l'arc, els junts entre dovelles

És evident que la millor disposició dels junts entre dovelles en un arc de fàbrica és la que segueix les direccions normals a la corba de pressions, i aquesta és bo que s'aproximi a la corba mitjana de l'arc. De totes maneres, en aquesta primera versió del programa hem considerat tres possibilitats per poder triar el tipus de partició de l'arc: la partició radial, la partició vertical i la partició segons el nombre de parts.

En qualsevol dels tres casos, primer es parteix l'intradós i els punts trobats en l'intradós ($i_1, i_2, i_3... i_n, i_{n+1}$) dibuixaran l'intradós com una línia poligonal que els recorrerà tots, sent n el nombre de dovelles i $n+1$ el nombre de junts. En el cas de l'intradós, hem de saber que sempre tindrem que $i_1 = I_1$ (punt actiu) i que $i_{n+1} = I_3$ (punt actiu).



De la mateixa manera, la partició de l'extradós ens donarà un seguit de punts ($e_1, e_2, e_3 \dots e_n, e_{n+1}$) que serviran per dibuixar l'extradós. Sovint la partició de l'extradós depèn de la partició de l'intradós, i per això és un procés posterior.

Finalment podrem dibuixar la partició de l'arc en dovelles, és a dir, dibuixar els junts ($i_1-e_1, i_2-e_2, i_3-e_3 \dots$) unint els punts corresponents de l'intradós i de l'extradós.

Vegem en detall aquestes tres opcions que s'ofereixen:

- Partició radial, és a dir, junts radials a l'intradós. Aquesta és l'opció que sembla més lògica, tal com presentàvem, però hem d'advertir que, per facilitar la programació, hem considerat aquestes direccions radials com a normals a l'intradós i no pas a la corba mitjana de l'arc.

Quan l'intradós és un arc de cercle, la partició radial de l'intradós és fàcil, ja que consisteix a dividir l'angle total comprès entre el punt inici (I_1) i el punt final (I_3) de l'intradós, segons el nombre de parts (nombre de dovelles) escollit en el menú de preferències. Amb l'angle parcial resultant podem trobar tota la família de rectes radials, les quals, en interseccionar-se amb el cercle de l'intradós, d'equació coneguda segons els tres punts inicials (I_1, I_2, I_3), donarà la partició de l'intradós ($i_1, i_2, i_3 \dots i_n, i_{n+1}$); i en interseccionar-se l'equació de l'extradós (sigui cercle, paràbola o recta) donarà la partició de l'extradós ($e_1, e_2, e_3 \dots e_n, e_{n+1}$).

Quan l'intradós és un arc de paràbola, la partició radial és una mica més complexa. En aquest cas, com que és necessari conèixer abans la longitud de l'arc parabòlic, cal fer prèviament una fina partició vertical (de 10 vegades el nombre de parts) per resoldre numèricament la integral de la longitud de la corba paràbola compresa entre el punt inicial (I_1) i el punt final (I_3).

Dividint la longitud de la corba segons el nombre de parts, podem acabar situant la sèrie de punts ($i_1, i_2, i_3 \dots i_n, i_{n+1}$) sobre la paràbola, de manera que quedin homogèniament repartits sobre la corba original, és a dir, equidistants.⁷

Per a cada un dels punts obtinguts cal trobar la recta normal a la paràbola en aquell punt. Per fer-ho cal tenir present que una paràbola definida com a $y = f(x) = A \cdot x^2 + B \cdot x + C$, té per funció derivada $y' = f'(x) = 2 \cdot A \cdot x + B$, i per tant la recta normal $y = M \cdot x + N$ serà

$$y = \left(\frac{-1}{2 \cdot A \cdot x_0 + B} \right) \cdot x + \left(\frac{x_0}{2 \cdot A \cdot x_0 + B} + y_0 \right)$$

és a dir que $M = \frac{-1}{y'_0}$ i $N = -x_0 \cdot M + y_0$.⁸

- Partició vertical, és a dir, junts verticals equidistants. Tot i que aquesta disposició dels junts va contra natura i contra tota lògica estructural, hem volgut incloure aquesta segona mena de partició per facilitar l'estudi comparatiu entre la construcció real, amb els junts normals (radials en el cas de l'arc de cercle) i el mètode simplificat de Méry que explicava Joan Torras, i que es basava en les dovelles fictícies, de forma trapezoïdal, fruit d'aquesta partició vertical amb plans equidistants.

⁷ Tot i que es tracta d'un procés resolt amb càlcul numèric i, per tant, aproximat, la precisió obtinguda és més que suficient per als objectius plantejats.

⁸ De fet, la tangent en un punt (x_0, y_0) a una corba qualsevol s'expressa $(y - y_0) = y'_0 \cdot (x - x_0)$, i la perpendicular, és a dir, la normal a la corba en el mateix punt és $(y - y_0) = (-1/y'_0) \cdot (x - x_0)$.

Sigui l'intradós un arc de cercle o un arc de paràbola, la partició segons rectes verticals consisteix a dividir la diferència d'abscisses entre el punt inici (I_1) i el punt final (I_3) de l'intradós de manera que totes les parts de l'arc quedin amb un mateix gruix, és a dir, que es manté constant la projecció horitzontal, δ , de cada part i , per tant, l'arc és partit per plans verticals paral·lels i equidistants. Per a cada una d'aquestes divisions es traça una recta vertical i es busca la intersecció amb l'equació de l'intradós i de l'extradós. L'única diferència entre els dos casos, o observació que cal considerar, és que, en el cas de l'arc de cercle, les rectes verticals tallen la circumferència completa en dos punts, entre els quals cal seleccionar sempre els punts de cota superior.

Amb aquesta família de rectes verticals podem trobar les particions de l'intradós ($i_1, i_2, i_3 \dots i_n, i_{n+1}$) o de l'extradós ($e_1, e_2, e_3 \dots e_n, e_{n+1}$) i completar el dibuix de la partició de l'arc en dovelles així disposades.

- Partició segons el nombre de parts. En alguns casos la longitud i forma de l'extradós i l'intradós fan que les dovelles, en algunes zones, no quedin ben disposades segons el mètode de les normals a l'intradós. Concretament, en el cas dels arcs parabòlics, a la zona del vèrtex de la paràbola es produeix un fort canvi de curvatura i les dovelles que s'acosten a la clau de l'arc han de cobrir uns recorreguts angulars massa diferenciats de la resta de l'arc. En aquest sentit, la tercera partició que proposem, la partició segons el nombre de parts, esmorteix parcialment aquest fenomen. També hem comentat que l'extradós recte genera casos de junts radials impossibles. La partició segons el nombre de parts també dóna solució a aquest cas, ja que sempre dóna repartiments homogenis, tot i que no sigui amb junts radials. Consisteix a dividir la longitud de l'intradós i de l'extradós, independentment, segons el nombre de parts, del nombre de dovelles, i disposar els junts segons que resulti d'unir ordenadament els punts obtinguts amb aquestes divisions.

La partició de l'intradós segons el nombre de parts és absolutament coincident amb la partició radial de l'intradós. La sèrie de punts ($i_1, i_2, i_3 \dots i_n, i_{n+1}$) és la mateixa que la que hauríem triat amb l'altra opció.

En canvi la partició de l'extradós, com que és independent de l'intradós, dóna com a resultat una sèrie de punts ($e_1, e_2, e_3 \dots e_n, e_{n+1}$) diferent que en el cas anterior, ja que procedeix a partir l'extradós començant de nou com si l'extradós fos un intradós.

En aquest cas podem veure que els junts ni resulten paral·lels ni convergeixen tots en el punt centre, sinó que depenen directament de les longituds de les corbes de l'intradós i de l'extradós.

Línia mitjana i nucli central

Des del moment que ja disposem de les dues sèries de punts de l'intradós ($i_1, i_2, i_3 \dots i_n, i_{n+1}$) i de l'extradós ($e_1, e_2, e_3 \dots e_n, e_{n+1}$), no només ja podem dibuixar els junts, sinó que també podem dibuixar la línia mitjana i el nucli central.

Per dibuixar la línia mitjana cal trobar una nova sèrie de punts ($lm_1, lm_2, lm_3 \dots lm_n, lm_{n+1}$), punts mitjans de cada junt, que podem obtenir amb una simple mitjana aritmètica entre els extrems de cada junt, $lm_i = (i_i + e_i)/2$.

Per trobar el nucli central calen dues noves sèries de punts. La línia que limita el nucli central per l'interior, més pròxima a l'intradós, estarà formada pels punts $(ni_1, ni_2, ni_3... ni_n, ni_{n+1})$, punts situats a un terç de cada junt des de l'intradós. Els podem trobar amb la senzilla relació proporcional $ni_i = (2 \cdot i_i + e_i)/3$. La línia que limita el nucli central per l'exterior, més pròxima a l'extradós, estarà formada pels punts $(ne_1, ne_2, ne_3... ne_n, ne_{n+1})$, punts situats a dos terços de cada junt des de l'intradós. Els podem trobar amb la senzilla relació proporcional $ne_i = (i_i + 2 \cdot e_i)/3$.

Dovelles extremes: dovella 0 i dovella n+1

Amb els dibuixos i esquemes anteriors hem pogut notar que, segons que els suports siguin d'una mena o una altra i segons que la partició sigui radial o vertical, poden aparèixer unes zones que quedin fora de l'àmbit definit per les sèries de punts anteriors que definien l'intradós i l'extradós. Així, en aquells casos especials en què això es produeixi, caldrà definir, a més a més, unes dovelles especials, les dovelles extremes. La dovella 0 serà tota l'àrea de l'arc que pugui quedar anterior al primer junt i la dovella n+1 serà la definida per tota l'àrea que pugui quedar posterior al darrer junt.

Vegem amb uns quadres quan es poden produir aquests casos segons les diferents opcions escollides:

		Existència de dovella 0		
		Tipus de partició		
		Parts radials	Parts verticals	Parts segons n.º parts
Tipus de suport DRET	Suport radial			
	Suport horitzontal			
	Suport vertical			
	Suport radial			

		Existència de dovella N+1		
		Tipus de partició		
		Parts radials	Parts verticals	Parts segons núm. parts
Tipus de suport ESQUERRE	Support radial			
	Support horitzontal			
	Support vertical			
	Support radial			

Dibuix de les sobrecàrregues

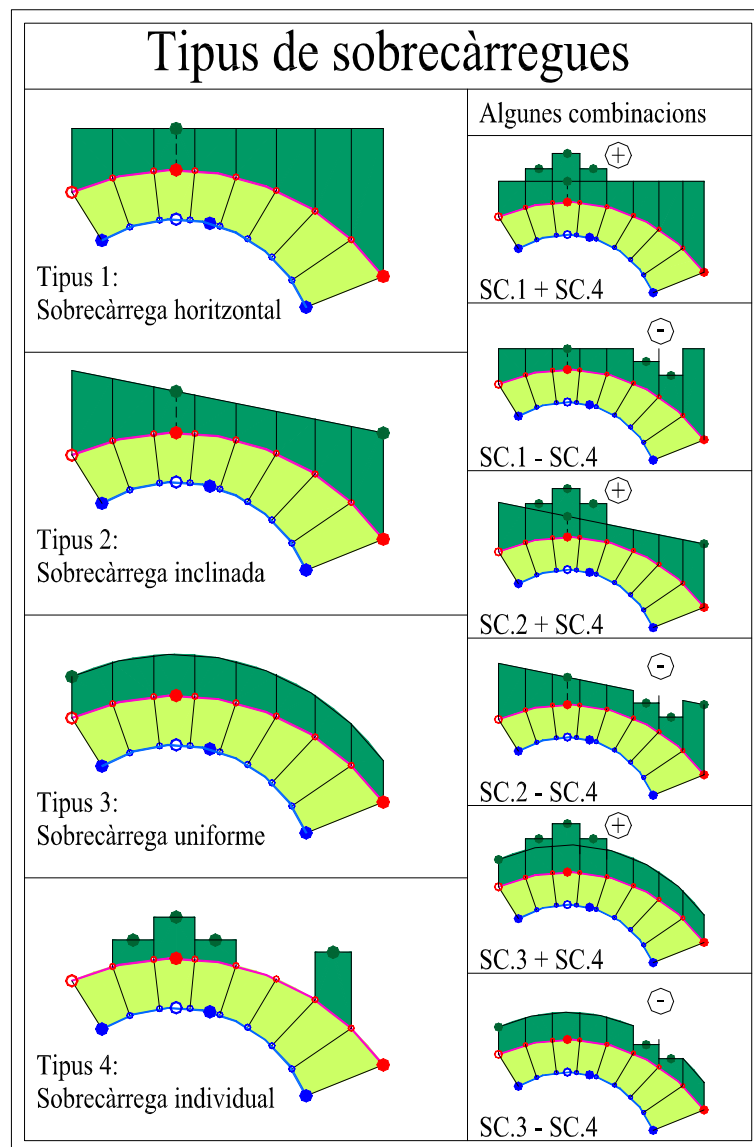
Cal distingir en qualsevol arc el gruix de l'arc, és a dir, les dovelles, ja siguin de carreus de pedra, de totxo o del material que sigui, de la resta del material que conformi l'element construït (un pont, una obertura en un mur, etc.). Se suposa que el material que s'escull per formar les dovelles serà més dur i més resistent que la resta de material, que serà com un reble. Des del punt de vista de l'estabilitat de l'arc, ens interessarà visualitzar aquesta diferència i situar la línia de pressions respecte del nucli central de la part resistent. El material afegit al damunt de les dovelles per assolir un extradós horitzontal o inclinat segons els requeriments del projecte, no ha de considerar-se més que com una sobrecàrrega afegida sobre les dovelles. Els mètodes gràfics de Scheffler i de Méry que explicava Joan Torras modificaven el perfil de la sobrecàrrega de manera que finalment es pogués treballar amb un nou perfil equivalent en pes i amb la mateixa densitat que la del material de les mateixes dovelles. Aquesta simplificació, realment pràctica aleshores, avui no ens cal fer-la. El càlcul intern del programa ja pot ponderar les diferents superfícies segons les diferents densitats que es considerin, i així, l'usuari dissenyador d'arcs podrà visualitzar en pantalla l'arc real, amb el perfil real de la sobrecàrrega que consideri, i no pas un perfil fictici equivalent en pes que pretén unificar materials.

Una de les aplicacions més usuals dels arcs de pedra és en ponts i viaductes, i en aquests casos es fa necessari sempre un límit o perfil superior de l'arc que sigui recte, ja sigui una recta

horitzontal o lleugerament inclinada segons el pendent del camí superior. Comentem aquest exemple perquè és important notar la diferència entre definir l'arc amb l'extradós recte o definir l'extradós seguint la forma arquejada i aconseguir el perfil superior recte mitjançant una àrea de rebliment, una sobrecàrrega. Fet de la primera manera, la línia mitjana i el nucli central quedaran definits amb una deformació que pot ser important i aleshores quedaria desvirtuada la interpretació de la posició de la línia de pressions.

De tot això es dedueix la importància de considerar adequadament la qüestió de les sobrecàrregues i per això hem previst un ventall de quatre possibilitats, juxtaposables, que poden conformar diferents configuracions, tal com mostrem en el quadre següent.

En el quadre es pot observar que s'ha considerat la possibilitat de crear forats en la zona dels ronyons d'un arc (fet habitual en molts ponts existents) utilitzant sobrecàrregues individuals de valor negatiu sobre les dovelles d'aquelles zones.



7.4.2 Amidament de superfícies i centres de gravetat

Un cop definit l'arc, es fan aquests amidaments, que d'alguna manera fan de pont entre la fase de disseny i la fase de càlcul. D'una banda, l'estat de càrregues de l'arc serà resultat directe de l'arc definit, i d'altra banda aquests amidaments resulten ser el primer càlcul, i sempre un càlcul previ al càlcul de les resultants, de les pressions i de les tensions.

Cal avaluar les superfícies de cada dovella i de cada àrea de sobrecàrrega que puguin existir sobre seu. El valor de les càrregues (pes propi i sobrecàrrega) serà proporcional a aquestes superfícies, o fins i tot seran equivalents si es considera un gruix (perpendicular al pla de l'arc) de valor unitari, la qual cosa se solia fer en tots aquells antics mètodes simplificats.

Cal tenir en compte que el que resulta més important, la localització de la línia de pressions, és independent del valor o escala de les càrregues. El valor absolut de les càrregues serà útil per diagnosticar l'estat de tensions d'un junt i poder-lo comparar amb les tensions màximes de ruptura. Però ja hem comentat abans que el principal aspecte en l'anàlisi d'estabilitat dels arcs és qüestió molt més d'estabilitat que no pas de resistència, és a dir, més de situació que no pas de magnitud. La línia de pressions quedarà posicionada igual respecte del nucli central i la línia mitjana de l'arc, tant si multipliquem totes les càrregues per 2, per 5 o per 0,5. Per això, donem la possibilitat a l'usuari, en el menú de preferències, que pugui modificar el factor d'escala gràfica de les forces. És també en el menú de preferències que l'usuari pot donar densitat diferent a les dovelles i a cada una de les quatre possibles sobrecàrregues, i aquests valors serviran per ponderar les àrees mesurades.

Pel que fa als centres de gravetat, hem de comentar que els diferents mètodes gràfics simplificaven el procés de recerca d'aquests punts, i així evitaven una part feixuga que s'havia de fer moltes vegades. El mètode de Torras, per exemple, discretitzava l'arc seccionant-lo amb un feix de plans verticals paral·lels, equidistants i molt pròxims entre si. Això li permetia, sense gaire error, considerar que el centre de gravetat de cada trapezi se situava sobre l'abscissa del punt mitjà de cada una de les particions. L'error era més petit com més estreta era la partició, però, en el fons, era del cantó de la seguretat, ja que considerava les càrregues lleugerament més allunyades del suport, i per tant, forçava que es resistís un moment lleugerament superior.

Avui, gràcies a la informàtica, també podem afinar aquesta imprecisió, ja que ara ja no resulta feixuc trobar amb exactitud el centre de gravetat de cada trapezi.

Des del punt de vista de la programació, podem dir que per avaluar l'àrea d'un quadrilàter cal dividir-lo en dos triangles, cada un dels quals tindrà una àrea igual a la meitat del mòdul del producte vectorial dels dos vectors que, des d'un vèrtex qualsevol, configuren el triangle.

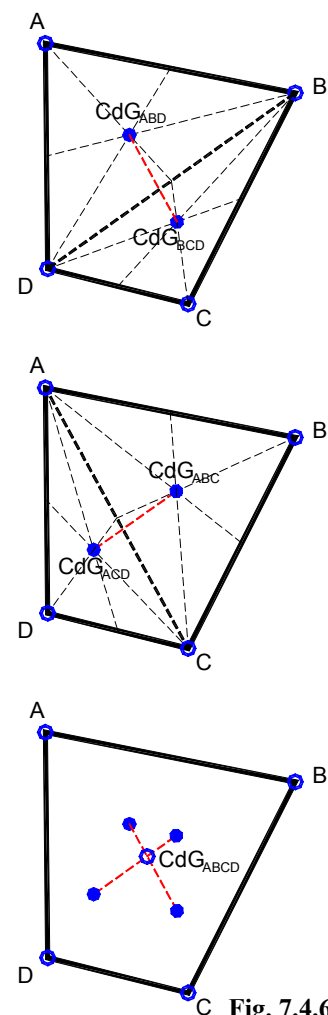


Fig. 7.4.6

La localització del centre de gravetat (CdG) d'un triangle és immediata –la suma dels tres vèrtexs dividida per tres–, però en un quadrilàter ja no és tan directa. En aquest cas, amb el llenguatge de programació, hem optat per reproduir el mètode gràfic (fig. 7.4.6):

En dividir el quadrilàter, segons una diagonal, en dos triangles, podem trobar fàcilment el CdG de cada triangle, i el CdG del quadrilàter serà sobre el segment recte que uneix els dos centres trobats. En dividir el quadrilàter segons l'altra diagonal, obtenim de la mateixa manera un altre segment, el qual, en tallar el primer, ens donarà el CdG de tot el quadrilàter, el punt que buscàvem.

Un cop conegudes, una a una, les àrees de totes les dovelles i de totes les sobrecàrregues, així com la posició dels CdG de cada una, cal trobar, per a cada dovella, la resultant i el CdG del conjunt format per la dovella (pes propi) més la sobrecàrrega.

La resultant de la dovella n serà la suma del pes propi (àrea de la dovella base) més la suma de les sobrecàrregues (àrees dels quadrilàters de sobrecàrrega). Es pot expressar així:

$$\begin{aligned} P_{n,tot} &= S_{bas\ n} \cdot \gamma_{bas} + Sc1\ n \cdot \gamma_{Sc1} + Sc2\ n \cdot \gamma_{Sc2} + Sc3\ n \cdot \gamma_{Sc3} + Sc4\ n \cdot \gamma_{Sc4} = \\ &= P_{n,bas} + P_{n,Sc1} + P_{n,Sc2} + P_{n,Sc3} + P_{n,Sc4} \end{aligned}$$

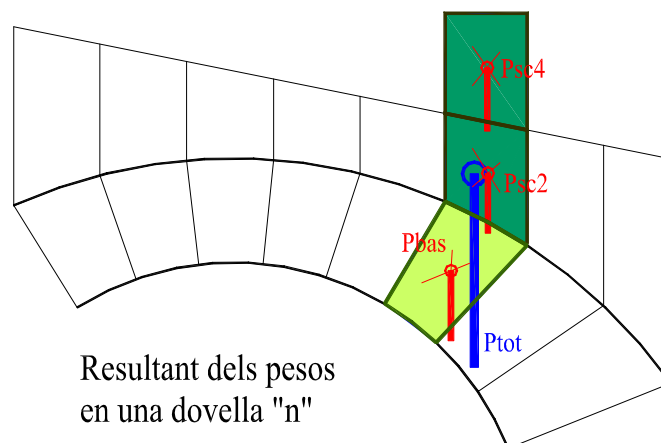
sent n el núm. de dovella en qüestió i γ la densitat del material base de l'arc o del material de les diferents sobrecàrregues.

La posició del centre de gravetat d'aquest conjunt també es pot trobar fàcilment per equilibri de moments:

$$\begin{aligned} P_{n,tot} \cdot Gx_{n,tot} &= P_{n,bas} \cdot Gx_{n,bas} + P_{n,Sc1} \cdot Gx_{n,Sc1} + P_{n,Sc2} \cdot Gx_{n,Sc2} + P_{n,Sc3} \cdot Gx_{n,Sc3} + P_{n,Sc4} \cdot Gx_{n,Sc4} \\ \Rightarrow Gx_{n,tot} &= \frac{P_{n,bas} \cdot Gx_{n,bas} + P_{n,Sc1} \cdot Gx_{n,Sc1} + P_{n,Sc2} \cdot Gx_{n,Sc2} + P_{n,Sc3} \cdot Gx_{n,Sc3} + P_{n,Sc4} \cdot Gx_{n,Sc4}}{P_{n,tot}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{n,tot} \cdot Gy_{n,tot} &= P_{n,bas} \cdot Gy_{n,bas} + P_{n,Sc1} \cdot Gy_{n,Sc1} + P_{n,Sc2} \cdot Gy_{n,Sc2} + P_{n,Sc3} \cdot Gy_{n,Sc3} + P_{n,Sc4} \cdot Gy_{n,Sc4} \\ \Rightarrow Gy_{n,tot} &= \frac{P_{n,bas} \cdot Gy_{n,bas} + P_{n,Sc1} \cdot Gy_{n,Sc1} + P_{n,Sc2} \cdot Gy_{n,Sc2} + P_{n,Sc3} \cdot Gy_{n,Sc3} + P_{n,Sc4} \cdot Gy_{n,Sc4}}{P_{n,tot}} \end{aligned}$$

sent per a cada dovella n el CdG del conjunt (pes propi + sobrecàrrega) el punt de coordenades $G = (Gx, Gy)$.



7.4.3 Càlcul de les reaccions en els suports

Establiment de les ròtules o punts de pas

Ja hem comentat que, donat un arc i el seu sistema de càrregues, el càlcul de les reaccions i de la línia de pressions és un problema indeterminat. Hi pot haver moltes solucions. Segons els principis i teoremes de Heyman, de totes les solucions, tan sols que n'hi hagi una que verifiqui que l'arc pot ser en equilibri implica que l'arc realment serà en equilibri i no caurà per rotació de les dovelles o per formació de ròtules plàstiques. Si hi ha més d'una solució que garanteix l'equilibri, pel principi de la mínima resistència de Moseley, la solució que tingui valors més baixos en pressions i tensions serà la que realment adoptarà l'estructura davant d'aquell sistema de càrregues concret.

Les incògnites són 6: valor, direcció i punt d'aplicació en cada un dels dos suports extrems de l'arc considerat. Les equacions de l'estàtica són 3: equilibri del sumatori de moments, del sumatori de forces horitzontals i del sumatori de forces verticals.

Així doncs, per resoldre aquesta indeterminació, cal pressuposar tres dades i així reduir les incògnites a un sistema compatible i determinat.

Entre els plantejaments possibles en podem destacar tres:

- a) 3 ròtules.
- b) 2 ròtules i tangent al suport dret.
- c) 2 ròtules i tangent al suport esquerre.

La segona i la tercera opcions són conceptualment iguals, tot i que, des del punt de vista de la programació, són opcions que cal distingir clarament. En totes dues es demana introduir com a dades conegudes els punts d'aplicació de les dues resultants en els suports i a més suposar també coneguda la direcció d'una de les dues reaccions, és a dir, la tangent a la corba de pressions, ja sigui en el suport dret o en el suport esquerre.

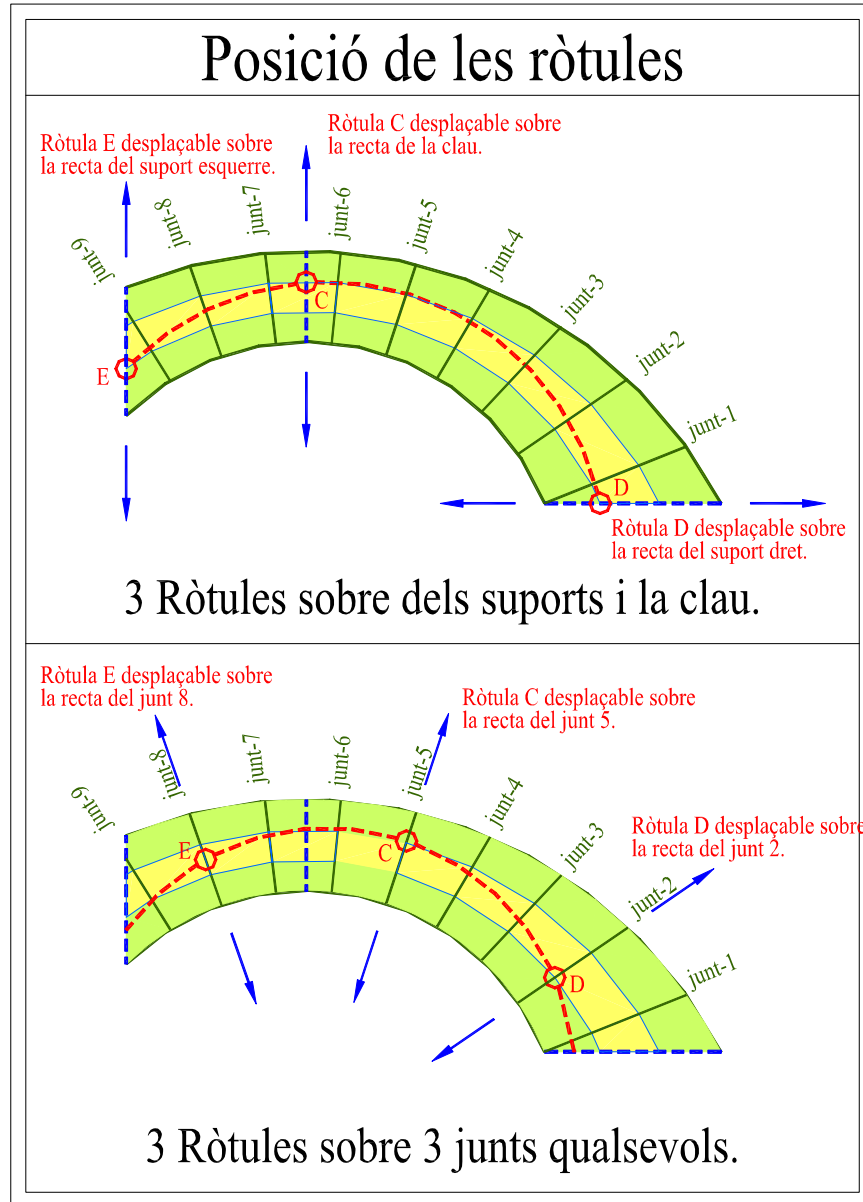
La primera opció és la que hem triat per desenvolupar en aquesta primera versió del programa que presentem. En aquest cas, cal introduir com a dades conegudes els punts d'aplicació de les dues resultants en els suports i a més suposar també conegut un punt de pas, dins del traçat de l'arc, de la corba de pressions, talment com si en aquell punt establíssim una tercera ròtula.

Dins d'aquesta opció encara podem distingir dues possibilitats:

- a) Ròtules sobre cada un dels suports i sobre el segment de la clau de l'arc.
- b) Ròtules sobre tres junts qualssevol de l'arc.

Cal tenir en compte que els suports no han de coincidir necessàriament amb el primer o el darrer junts, tal com hem vist, ja que, segons el tipus de partició i el tipus de suport, poden resultar segments diferents. De la mateixa manera, el segment vertical que uneix el punt clau de l'intradós i el punt clau de l'extradós no ha de coincidir necessàriament amb cap dels junts de la partició de l'arc.

La segona possibilitat resulta interessant quan l'arc té una obertura, des de la vertical de la clau, de més de 60° . Cal recordar que el mètode de Torras pressuposava un punt de fractura sobre el junt que formava amb aquesta vertical un angle pròxim als 60° , i que aquest valor experimental es fonamentava des dels assajos de Lamé fins als mètodes de Méry.



Establiment dels intervals de pesos

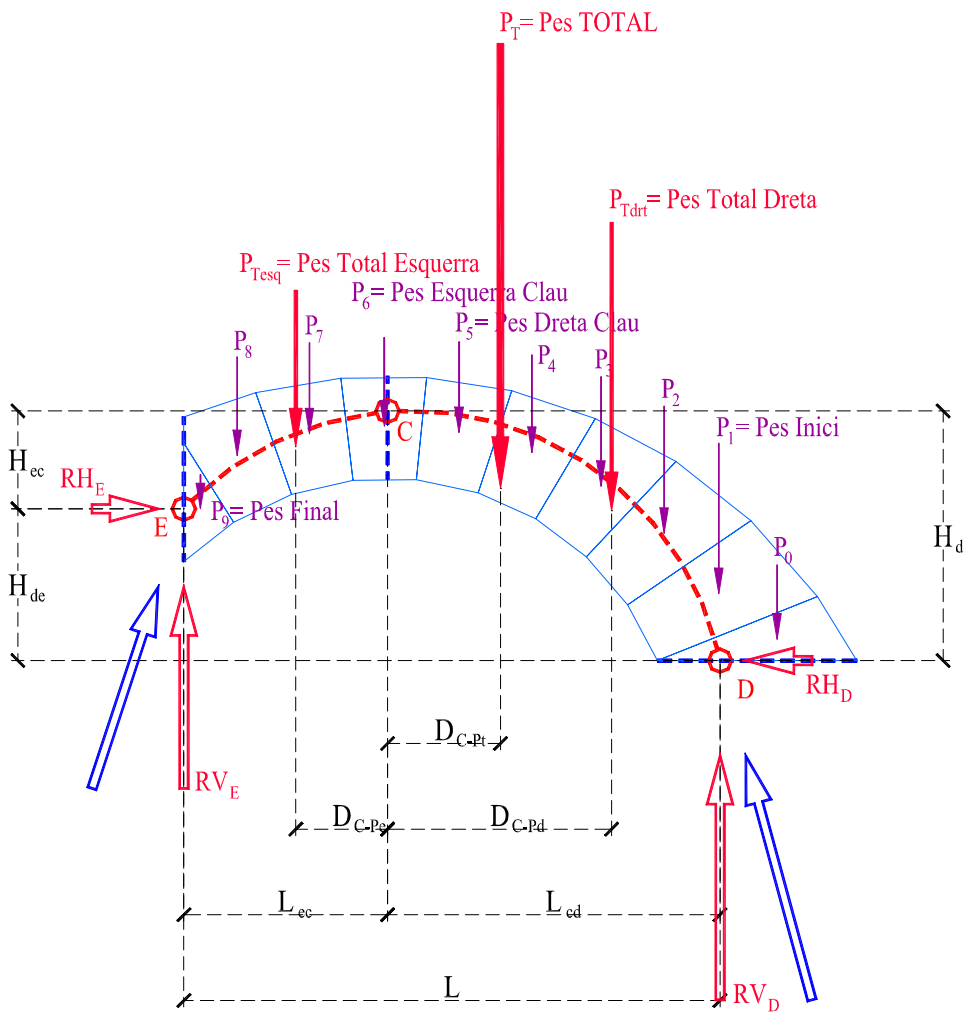
Per al càlcul de les reaccions en els suports resulta necessari conèixer la resultant (valor i punt d'aplicació de tots els pesos amb abscissa compresa entre la ròtula central i la ròtula dreta, és a dir, el pes total dreta). La resultant de tots els pesos amb abscisses compreses entre la ròtula esquerra i la ròtula dreta serà el pes total. Així, el pes total esquerra serà la resultant de tots els pesos situats entre la ròtula central i l'esquerra, és a dir, la diferència entre les dues anteriors. És per això que cal situar tots els pesos respecte de les ròtules per poder trobar aquesta resultant total i les dues parcials a dreta i esquerra de la clau. El primer pes que quedi a

l'esquerra de la ròtula dreta serà el pes inici. Cal tenir en compte que poden quedar força pesos fora d'aquest interval, és a dir, abans del pes inici, sobretot quan la ròtula dreta se situa molt a prop de l'intradós i l'arc pren força inclinació en la zona d'aquesta ròtula.

De la mateixa manera, caldrà trobar quin és el pes que se situa just abans de la ròtula central i quin és el que se situa just després. Seran el pes dreta clau i el pes esquerra clau. Normalment, aquests dos pesos, que marquen la fi del sumatori de la part dreta i l'inici de l'esquerra, seran correlatius, però caldrà estudiar a part el cas que la ròtula central coincideixi justament amb l'abscissa d'un dels pesos.

Finalment, el darrer pes que quedi a la dreta de la ròtula esquerra serà el pes final. Cal tenir en compte una altra vegada que, segons la verticalitat de l'arc, prop d'aquesta zona extrema i segons la situació de la ròtula poden quedar pesos fora de l'interval, és a dir, a l'esquerra de la ròtula esquerra.

El sumatori de pesos des del pes inici fins al pes dreta clau donarà el pes total dreta. El sumatori de pesos des del pes esquerra clau fins al pes final donarà el pes total esquerra. La suma dels dos anteriors o el sumatori de pesos des del pes inici fins al pes final donarà el pes total.



Equacions del sistema

En considerar tan sols càrregues gravitatòries,⁹ el sistema necessari per resoldre les quatre incògnites (components horitzontal i vertical de les reaccions en els dos suports) es pot reduir fàcilment a dos. Quan coneguem les components de la reacció en el suport dret, per exemple (RH_D i RV_D), les components de la reacció a l'altre suport les trobarem fàcilment, ja que $RH_E = RH_D$ i $RV_E = P_T - RV_D$.

Per trobar les components de la reacció en el suport dret, RH_D i RV_D , podem plantejar un sistema de dues equacions.

- 1) Equilibri de moments en la ròtula esquerra, considerant tot el conjunt (des de la ròtula dreta fins a la ròtula esquerra).

$$RV_D \cdot L = P_T \cdot (L_{ec} + D_{c-Pt}) + RH_D \cdot H_{de}$$
- 2) Equilibri de moments en la ròtula central, considerant només la part dreta de l'arc (des de la ròtula dreta fins a la ròtula central).

$$RV_D \cdot L_{cd} = P_{Tdr} \cdot D_{c-Pd} + RH_D \cdot H_{dc}$$

Resolent el sistema trobarem que:

$$\begin{aligned}
 & 2) \quad L \cdot RV_D \cdot L_{cd} = L \cdot P_{Tdr} \cdot D_{c-Pd} + L \cdot RH_D \cdot H_{dc} \\
 & -1) \quad L_{cd} \cdot RV_D \cdot L = L_{cd} \cdot P_T \cdot (L_{ec} + D_{c-Pt}) + L_{cd} \cdot RH_D \cdot H_{de} \\
 & 0 = (L \cdot P_{Tdr} \cdot D_{c-Pd} - L_{cd} \cdot P_T \cdot (L_{ec} + D_{c-Pt})) + RH_D \cdot (H_{dc} \cdot L - H_{de} \cdot L_{cd}) \\
 & \Rightarrow \quad RH_D = -\frac{L \cdot P_{Tdr} \cdot D_{c-Pd} - L_{cd} \cdot P_T \cdot (L_{ec} + D_{c-Pt})}{H_{dc} \cdot L - H_{de} \cdot L_{cd}}
 \end{aligned}$$

i amb RH_D , substituint a l'equació (2):

$$\Rightarrow \quad RV_D = \frac{P_{Tdr} \cdot D_{c-Pd} + RH_D \cdot H_{dc}}{L_{cd}}$$

⁹ Aquesta és una limitació d'aquesta primera versió del programa que intuïm que es podrà ampliar amb moltes altres menes de càrregues. De moment, però, atenent l'objectiu del treball, mostrar la viabilitat del càlcul gràfic per a la visualització dinàmica i immediata dels resultats, hem trobat oportuna aquesta simplificació per garantir l'èxit i evitar que un procés excessivament feixuc pogués col·lapsar el maquinari i impedir assolir el nostre propòsit.

7.4.4 Verificació dels requisits estructurals: estabilitat, resistència i rigidesa

Estabilitat. Traçat del polígon funicular

Un cop es coneixen les reaccions a les dues ròtules extremes es pot procedir al traçat del polígon funicular. En el programa es reproduïx el mètode gràfic consistent a traçar, una a una, les paral·leles als radis polars del polígon auxiliar i trobar consecutivament les interseccions d'aquestes sobre les prolongacions verticals de tot el sistema de càrregues.

Les abscisses d'aquest polígon funicular són conegudes, ja que coincideixen amb les abscisses de tots els pesos i dels CdG on són aplicats. Les incògnites són les altures, les ordenades. Aquestes es poden trobar fàcilment segons la relació proporcional que correspongui, a cada junt, en el diagrama auxiliar.

La línia poligonal que recorri tots aquests punts passarà també per les tres ròtules i serà la que ens informarà, segons com es posicioni respecte del nucli central, sobre la idoneïtat del disseny del l'arc. És imprescindible que la línia de pressions així trobada se situï dins del gruix de l'arc per garantir l'estabilitat del conjunt. Podem dir també que és molt convenient que se situï dins del nucli central per evitar fissures i per garantir un òptim aprofitament del material; l'ideal fóra que aquesta línia coincidís amb la línia mitjana de l'arc.

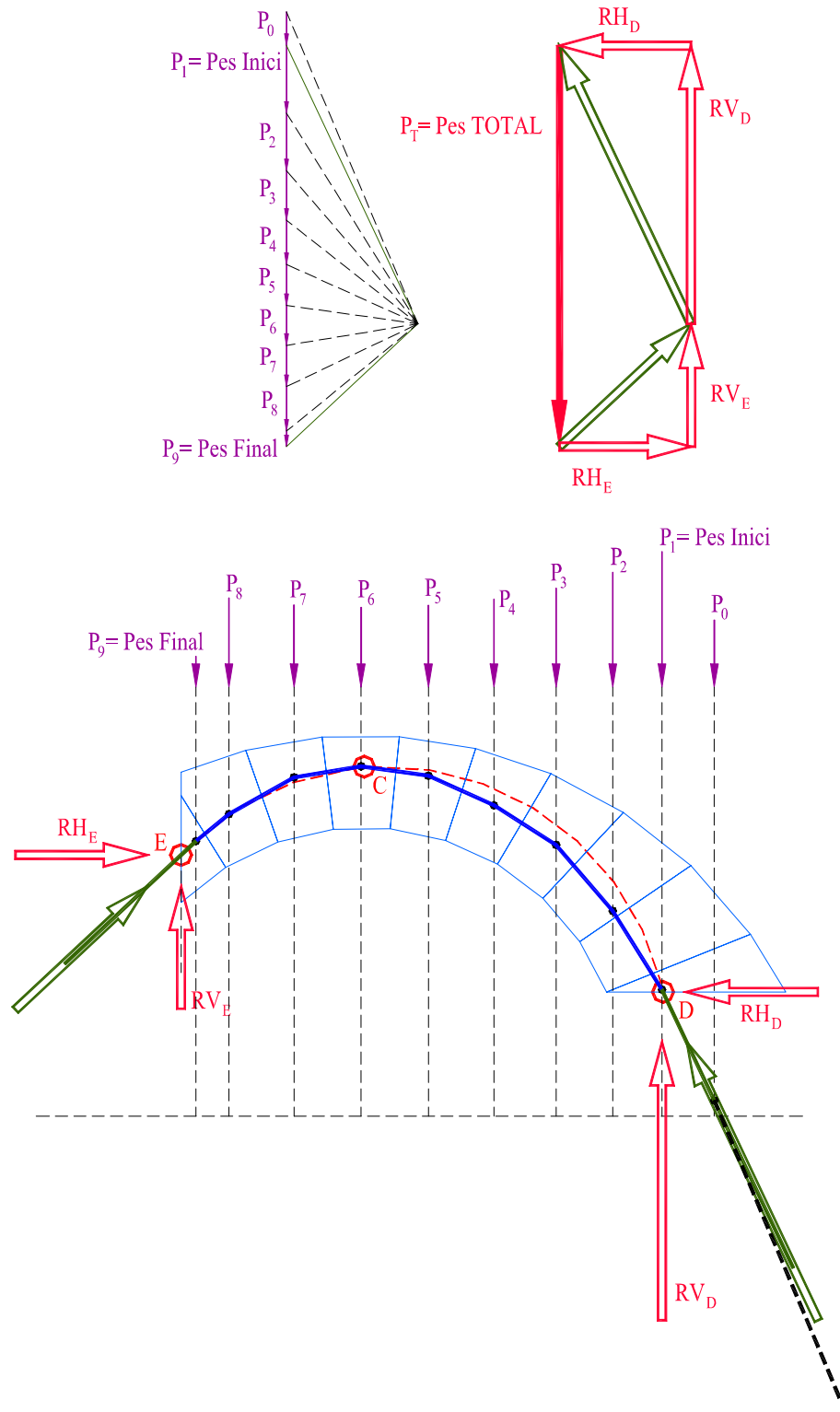
Amb el programa podrem temptejar fàcilment per aconseguir optimitzar el disseny d'un arc. Si augmentem progressivament el nombre de dovelles podrem veure que la poligonalització es va suavitzant i s'acosta a una corba, la corba de pressions. Per obtenir la veritable corba de pressions caldrà temptejar la posició de les tres ròtules, movent-les sobre les rectes dels junts respectius, fins a trobar la corba de pressions que quedi més pròxima a la línia mitjana de l'arc, que serà la que produirà, en cada junt, tensions més centrades, més equilibrades, i per tant, amb els valors de tensions més baixos.

Rigidesa al lliscament

En cada junt caldrà analitzar la direcció de la força resultant aplicada i veure que l'angle que forma amb la normal al junt és menor que l'angle de fregament entre dovelles. Si tenim en compte que l'angle de fregament entre dos blocs de pedra, fins i tot menystenint l'efecte adhesiu del morter, pot arribar a ser de l'ordre dels 35° , ens adonarem que aquest requeriment no és difícil d'acomplir i la immensa majoria de vegades no serà un requisit determinant sinó, contràriament, una comprovació gairebé supèrflua.

Resistència a la ruptura per compressió

La descomposició de la resultant, sobre cada junt, ens donarà la component tangencial i la normal. Aquesta darrera és la que podrem repartir segons una distribució lineal de tensions al llarg de la porció de junt que es pugui arribar a afectar, i aquestes tensions són les que cal comprovar que sempre siguin inferiors a la tensió màxima de ruptura del material, considerant també el marge de seguretat pertinent.



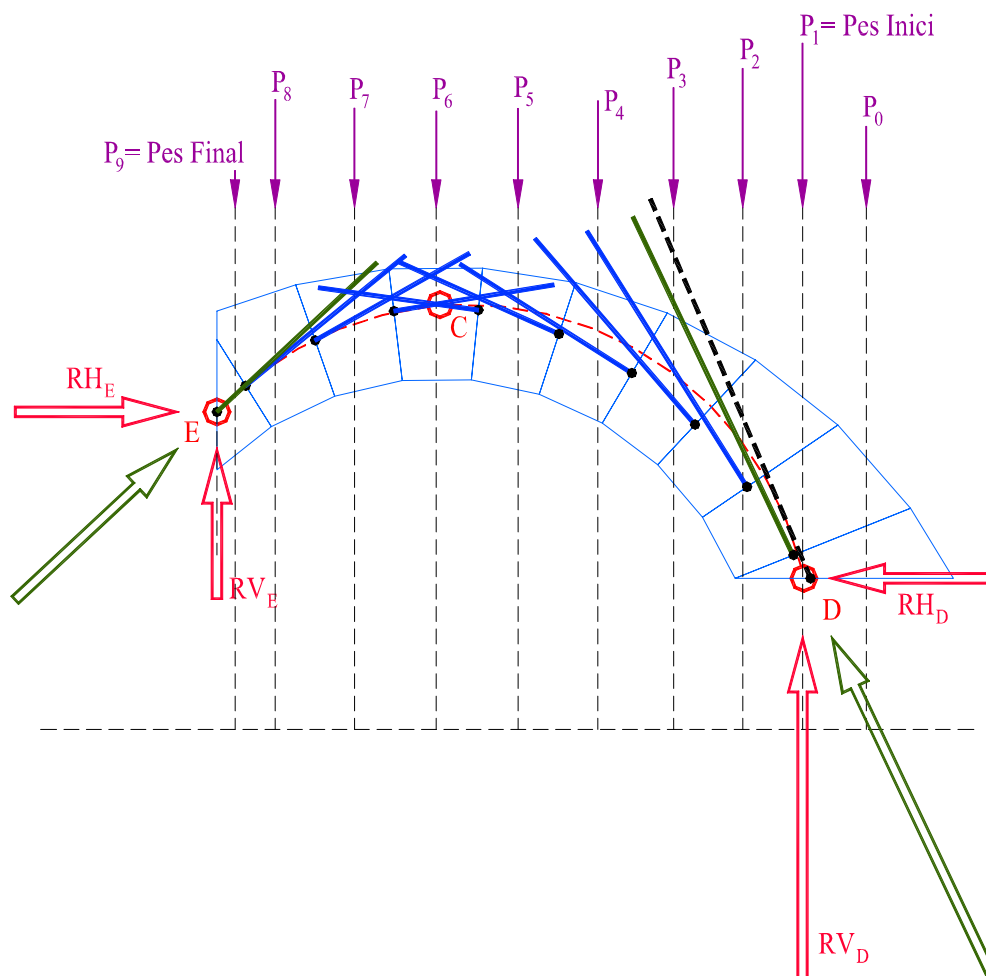
Resultants sobre cada junt

Del diagrama auxiliar podem obtenir no només les direccions dels segments del funicular que hem vist abans, sinó també els valors de les resultants a mesura que afegim els pesos de les dovelles, un a un. Així, si ha servit per prendre les direccions per traçar les paral·leles, ara servirà per prendre la mesura i obtenir la força resultant a cada junt. Caldrà trobar, però, el punt d'aplicació, en cada junt, d'aquestes resultants. Aquests punts d'aplicació els trobarem prolongant els segments del funicular, que indiquen les direccions segons les quals actuen les forces, fins que s'intersequin amb el junt corresponent.

En l'exemple que estem fent servir per il·lustrar tot aquest procés, podem veure que hi ha un pes fora de l'interval pes inici – pes final. És, concretament, el pes de la dovella 0 que queda a la dreta de la ròtula dreta. Així, quan hi hagi pesos fora de l'interval, cal completar el diagrama auxiliar amb aquests pesos, seguint l'ordre corresponent, i obtenir les direccions i les mesures de totes les resultants que falten.

En aquests casos, cal tenir molt present que la reacció en una ròtula pot no correspondre a la reacció final en el junt on se situa la ròtula, ja que pot faltar comptar les forces que actuen fora de l'interval i que modifiquen la inclinació i la magnitud de la resultant sobre aquell junt.

En la il·lustració ho hem volgut distingir traçant aquesta força amb línia discontinúua.



Tensions en cada punt de cada junt

Si fins ara ens hem centrat en l'estabilitat, ara finalment podrem avaluar els altres requisits estructurals: la resistència i la rigidesa.

Un cop coneguda la resultant sobre cada junt, es pot descompondre en dues components, normal i tangencial, respecte del junt.

L'angle que forma la resultant sobre un junt amb la normal al junt ens informarà sobre la rigidesa de l'arc davant els desplaçaments, és a dir, davant el lliscament de les dovelles sobre els plans dels junts. Cal comprovar que aquest angle no superi l'angle de fregament entre dovelles, que en materials petris sol ser elevat (de l'ordre dels 40°).

La informació sobre la resistència ens la donaran les tensions en els junts. Cal comprovar que en cap punt no se superi la tensió màxima de ruptura del material. En el cas dels materials petris que utilitzava Gaudí, la tensió normal màxima de ruptura, que obtenia dels assajos al laboratori, oscil·laven entre els 500 kp/cm^2 (pedra de Montjuïc) i els 2.000 kp/cm^2 (basalt). Si considerem la baixada de resistència en considerar el conjunt de la fàbrica (pedra+morter) i un marge de seguretat d' $1/10$, com era usual, tindrem valors de tensió màxima admissibles entre 20 i 80 kp/cm^2 .

El diagrama de tensions en el junt podrà ser trapezoidal o triangular, segons que la resultant sigui aplicada dins o fora del nucli central. Cal tenir present que l'arc de pedra no pot resistir traccions i, per tant, si la resultant actua fora del nucli central, no tot el gruix del junt estarà treballant i, naturalment, si la resultant cau per fora de l'extensió del junt, significarà la ruptura total d'aquell junt i, per tant, de l'arc.

Quan la normal actuï dins del terç central del junt, la distribució de les tensions sobre el junt tindrà forma de trapezi amb valors en els extrems, intradós i extradós, màxims o mínims segons que el punt d'aplicació sigui més pròxim a un cantó o l'altre.

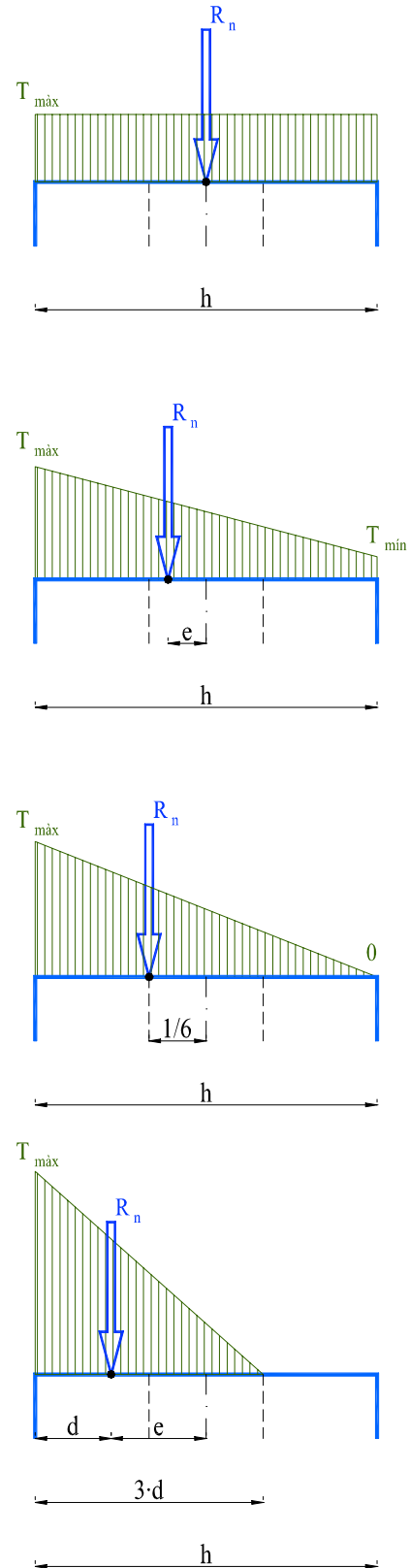


Fig. 7.4.12

$$T_{\max} = \frac{R}{h} + \frac{6 \cdot R \cdot e}{h^2}$$

$$T_{\min} = \frac{R}{h} - \frac{6 \cdot R \cdot e}{h^2}$$

En el cas que el punt d'aplicació sigui justament el punt mitjà del junt, els valors de tensió a l'intradós i a l'extradós seran iguals i la distribució de tensions prendrà forma rectangular.

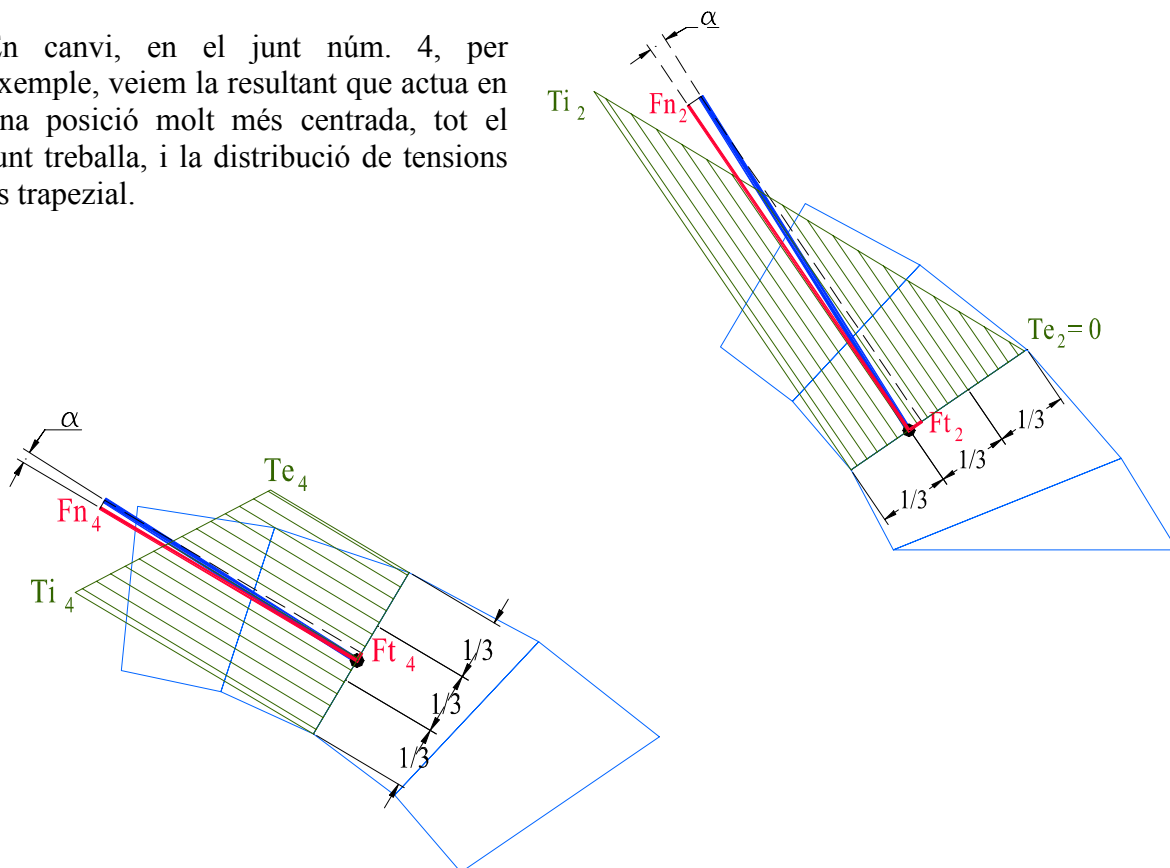
$$T = \frac{R}{h}$$

Quan la normal actui fora del terç central del junt, la distribució de les tensions sobre el junt tindrà forma triangular amb un valor màxim en el punt extrem, intradós o extradós, segons que el punt d'aplicació sigui més pròxim a un cantó o l'altre. Veiem, en aquest cas, que una part del junt no actua, no treballa, no ofereix reacció a la sol·licitació actuant; per tant, és una zona que es pot considerar fissurada per les traccions no resistides.

$$T_{\max} = \frac{2 \cdot R}{3 \cdot d}$$

En l'exemple que hem ofert per il·lustrar aquesta explicació podem veure que en el junt núm. 2 la resultant és aplicada gairebé just a sobre del punt que limita el terç central, i la distribució de tensions és triangular.

En canvi, en el junt núm. 4, per exemple, veiem la resultant que actua en una posició molt més centrada, tot el junt treballa, i la distribució de tensions és trapezoidal.



7.5 Càlcul de l'arcada de la font cascada del jardí de la casa Vicens

7.5.1 Resum històric del monument

En aquesta obra del 1883-1888 el jove arquitecte Gaudí tingué cura de tots els detalls; tractà la casa amb exuberància i va voler que tingués continuïtat en el seu jardí, al qual obrien vistes les cambres nobles de l'habitatge. Tot i que aquest jardí era de dimensions relativament reduïdes, Gaudí hi projectà una font monumental que, al mateix temps que servia de teló de fons escenogràfic d'aquelles vistes des de la casa, com que es podia recórrer per dins, brindava a l'espectador noves perspectives de la casa i del jardí des de la mateixa cascada. Joan Font explicava així les dificultats experimentades en els treballs de recuperació virtual d'aquesta obra desapareguda que es va fer per a l'exposició "Gaudí: la recerca de la forma", ja que aquelles sensacions intensament romàntiques que es podien viure en aquell trajecte interior, entremig de la frescor de la vegetació i el so de l'aigua saltant, ara són irreproduïbles.

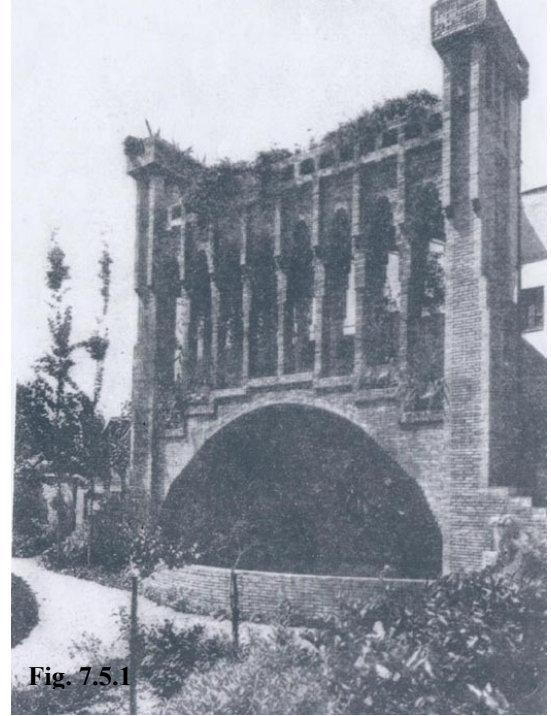


Fig. 7.5.1

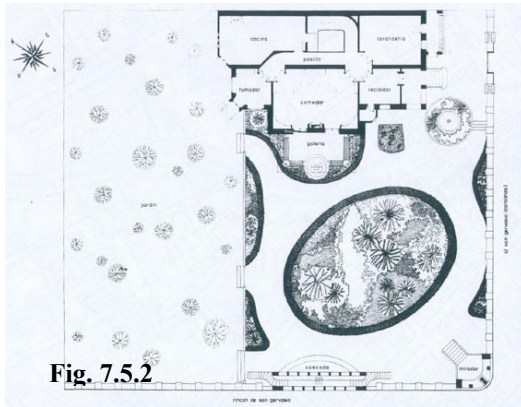


Fig. 7.5.2

La casa Vicens és una construcció mitgera pel cantó nord-est. Les altres tres façanes donaven al jardí. La font cascada monumental es va projectar enfront de la façana central, a l'altre extrem del jardí, sobre la mateixa línia de la tanca. El disseny de l'obra, feta amb ceràmica, es basava en el traçat d'un arc catenari sobre el qual es recolzaven una sèrie d'arcs més esvelts, per darrere dels quals hi havia el pas interior. Unes estretes escales permetien accedir-hi per un cantó o un altre. A la part superior, als extrems, destacaven

els volums dels dos dipòsits d'aigua que alimentaven el doll.

El carrer de Sant Gervasi (avui c. Carolines) es va ampliar i això va provocar una retallada del jardí i de l'accés al cantó sud-est. Va haver-hi modificacions importants a la reixa, a la tanca i a l'entrada. Més tard, uns nous amos de la casa la van voler ampliar, amb més jardí, i van comprar els terrenys fins al límit de la riera de Sant Gervasi (avui av. Príncep d'Astúries). L'encàrrec va ser rebutjat per Gaudí, que es dedicava exclusivament a la Sagrada Família, i l'obra va recaure en Juan

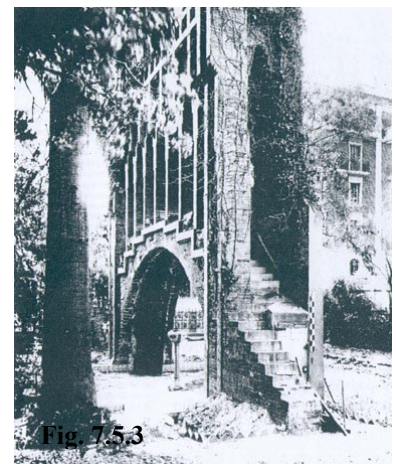


Fig. 7.5.3

Bautista Serra de Martínez (1890-1963), el qual va demanar consentiment a Gaudí i va intentar seguir l'estil gaudinià. L'edificació es va ampliar i això va motivar que aparegués una nova façana pel cantó nord. El nou jardí, gairebé doblat en dimensions, va deixar la cascada en una situació central, privilegiada dins del jardí, i el monument de la cascada que feia de pont en arc sobre l'estany de la part inferior es podia observar des dels dos costats.



Fig. 7.5.4

Desafortunadament, després de la Guerra Civil, el 1946, la cascada monumental va ser enderrocada i en el seu lloc es va construir un edifici d'habitatges. Tan sols es va salvar la font central de Santa Rita, que va ser traslladada al jardí de la finca Güell, a Pedralbes, avui Catedral Gaudí.

7.5.2 Criteris de l'elecció

Que aquesta obra estigui constituïda, en essència, per un arc aïllat, relativament senzill de modelar o discretitzar per a la seva anàlisi, ha fet que ens hagi semblat idònia per utilitzar-la d'exemple per mostrar el nostre programa i oferir resultats comparatius amb altres mètodes d'anàlisi. D'altra banda, la història precedent i el fet de poder difondre una obra de Gaudí desconeguda per haver desaparegut també ens han atret per a aquesta elecció.

L'equip d'especialistes del Cairat de l'ETSAV que va modelar virtualment el monument ens ha facilitat tota la documentació que en el seu moment van fer servir ells i això facilita la feina i influeix en la nostra elecció. Hem d'advertir que el material fotogràfic que s'ha conservat i que hem pogut consultar denota diferències importants entre l'arc davant i el posterior. La

més visible és potser l'alineació de l'ampit de les finestres, que en la cara original seguia la forma esglaonada i s'adaptava al perfil de la corba. A més, és aparent la introducció de línies i motllures que destaquen la forma i el color, en la nova cara posterior.

Pel que fa al tema que ens ocupa, volem destacar que l'arc davanter, l'original, segueix un perfil parabòlic (com diu Bergós) o catenari, i en canvi el posterior és un arc de cercle. El carregament de l'arc parabòlic amb els suports quedava resolt amb el recurs de l'escaleta d'accés al pas interior, que donava un final esglaonat a l'arc i, abans del desplaçament de la tanca, aparentment semblava un contrafort per cobrir una prolongació de la línia d'empentes.

De totes maneres, amb l'enderroc del mur de la tanca l'efecte de travada que podia produir el mateix mur va quedar estroncat. L'arc de mig punt, el posterior, visualment no necessitava aquesta prolongació, i no va ser construïda. Així, en la fotografia (fig. 7.5.3), queda fortament debilitat el paper estructural d'aquestes escaletes, i es visualitzen com una dèbil construcció, ja que l'arc posterior se sosté sense les escaletes.

De fet, aquesta és potser una de les qüestions més interessants que podem resoldre amb l'ajuda del nostre programa.

Podem avançar ja que el pes dels dos dipòsits d'aigua col·locats just sobre les verticals dels punts finals de l'arc desvien fortament la línia de pressions i la fan passar, finalment, per dins de la base del pilar matxó, i per tant es podria pensar que l'escala és prescindible en l'aspecte estructural. Però cal considerar que no sempre el dipòsit estarà ple. A més, veurem que la corba de pressions trobada passaria excessivament a prop del límit de l'inici de l'escala, si fos suprimida. És a dir, en tot cas, es fa necessari un marge de seguretat, i tot això fa pensar que Gaudí realment havia fet un disseny en perfecta correspondència amb els requeriments estructurals.

Per tots aquests motius, ens hem decantat per estudiar l'arc davanter, el que va projectar Gaudí, el que conté les escales en el seu pla.

7.5.3 Un exemple per mostrar el programa

Aprofitem aquest exemple de l'arcada de la desapareguda font monumental de la casa Vicens per fer un *tour* per mostrar el programa.

En primer lloc, en entrar al programa, cal definir els tres punts definidors de l'intradós i el tipus d'arc de l'intradós, i seguidament el tipus d'extradós, els suports i les mesures bàsiques o gruixos de l'arc.

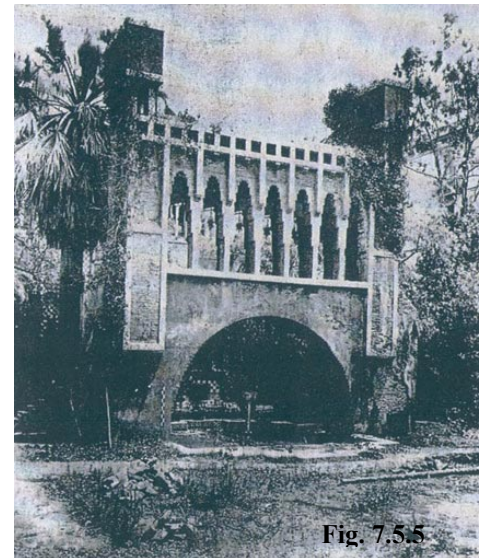
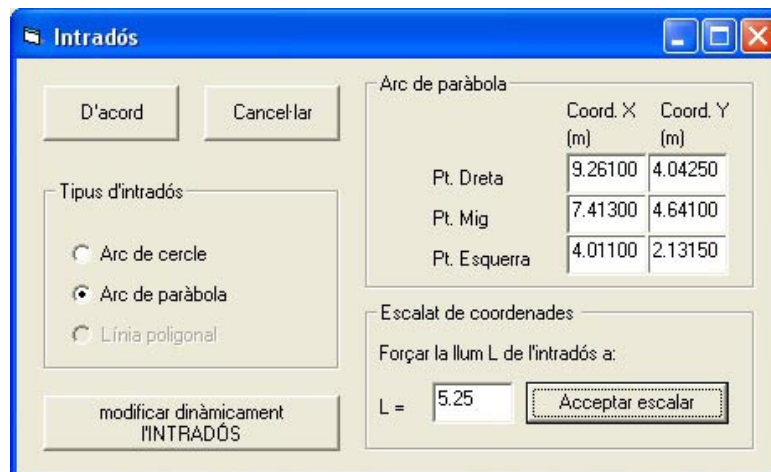


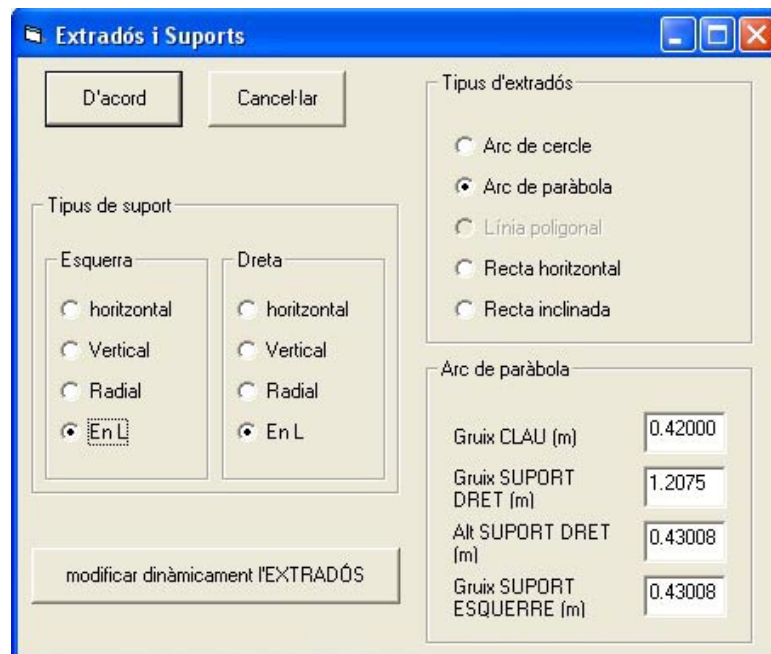
Fig. 7.5.5



Fig. 7.5.6

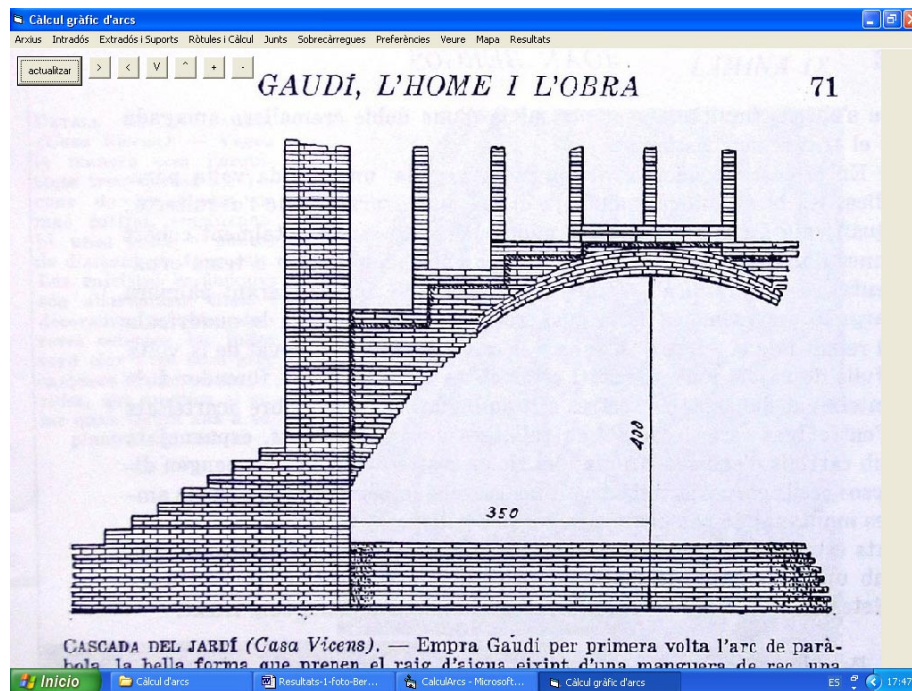
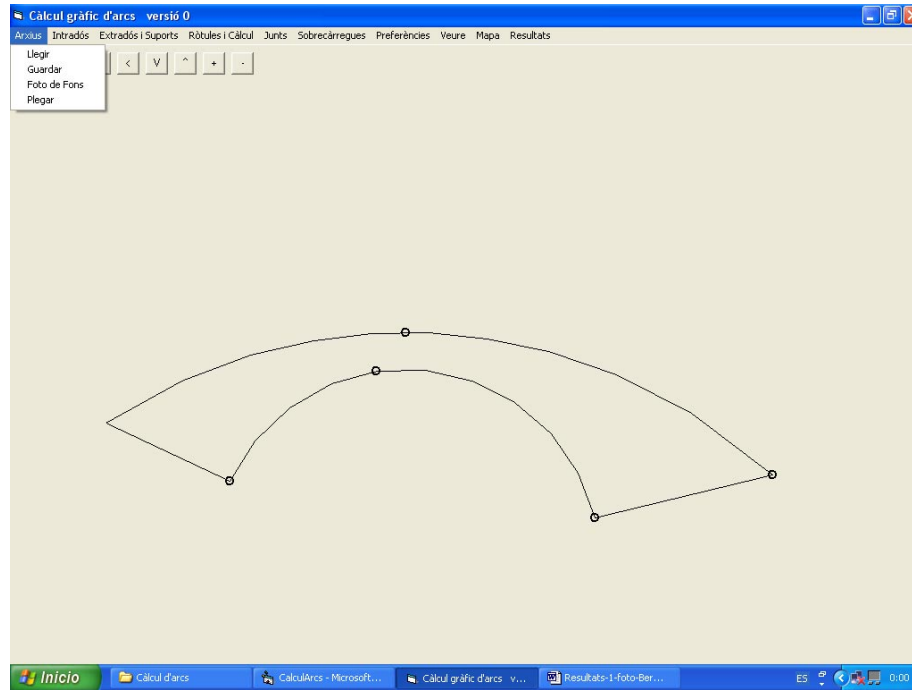


Tots aquests valors essencials els podem introduir numèricament a les caselles corresponents, però també podem prendre els valors per defecte i després activar l'opció de moure dinàmicament els punts per dibuixar l'arc de manera molt més lliure, amb simples moviments del ratolí, i s'evita així la feixuga tasca d'anar introduint les coordenades numèriques.

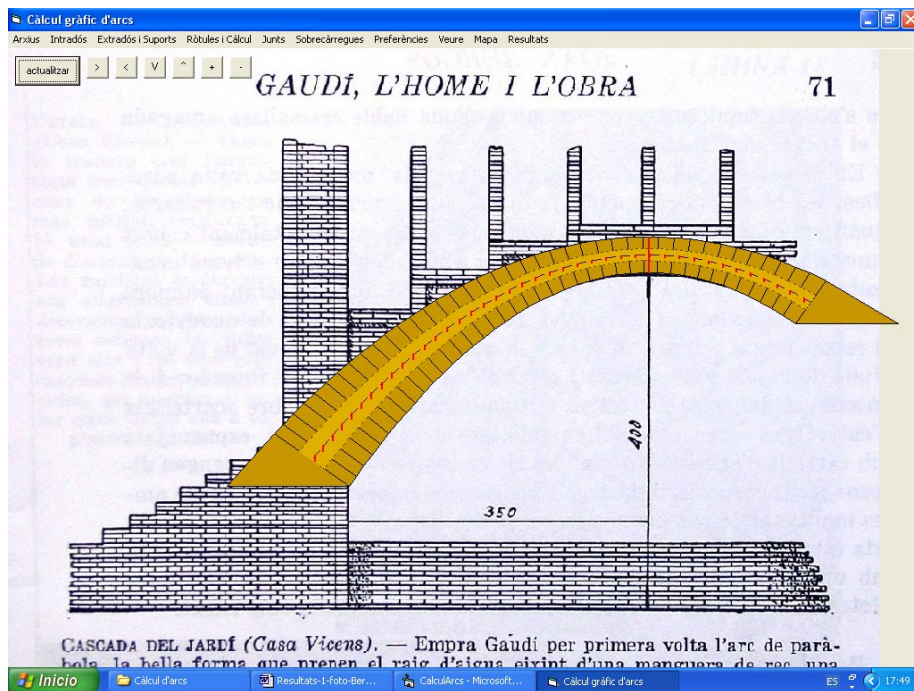


Els suports en L són els que necessiten més dades per quedar totalment definits. Per a la resta de tipus de suports, amb el gruix de la clau i el gruix del suport dret n'hi ha prou per fixar totalment la geometria de l'arc.

Si volem analitzar un arc del qual disposem d'un dibuix o una fotografia frontal, podem cridar-la pel menú *Arxius – Foto de Fons*, i col·locar aquesta fotografia o dibuix com a fons de pantalla. Així, a sobre de la fotografia podrem situar molt fàcilment, amb el ratolí, aquells punts bàsics que defineixen l'arc. També en aquest menú d'arxius podem veure l'opció de *Guardar* l'arxiu o la de *Llegir* un arxiu ja definit amb antelació.



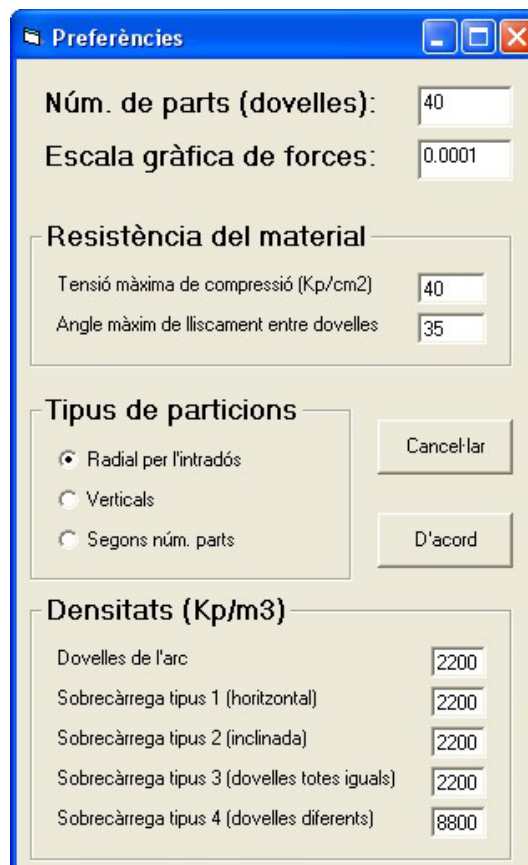
Aleshores cal ajustar les mesures de la pantalla a les mesures que es coneixen de la fotografia. La llum de l'intradós de l'arc és el paràmetre que establirà el factor per escalar totes les coordenades. En aquest dibuix de Bergós queda clarament fixada la semillum de l'arc a 3,50 m. Tenint en compte que aquest dibuix de l'arc es prolonga encara des de la clau cap a la dreta amb una longitud igual a una quarta part més de la llum, en el menú de l'intradós podem forçar aquest canvi de coordenades per tal que la llum (distància entre els dos punts actius extrems de l'intradós) passi a valer 5,25 m.



Tot seguit, caldrà definir en el menú *Preferències* un nombre de dovelles prou elevat perquè les diferents sobrecàrregues que es vulguin aplicar puguin fer-se coincidir amb les particions de l'arc. En el nostre cas hem triat 40.

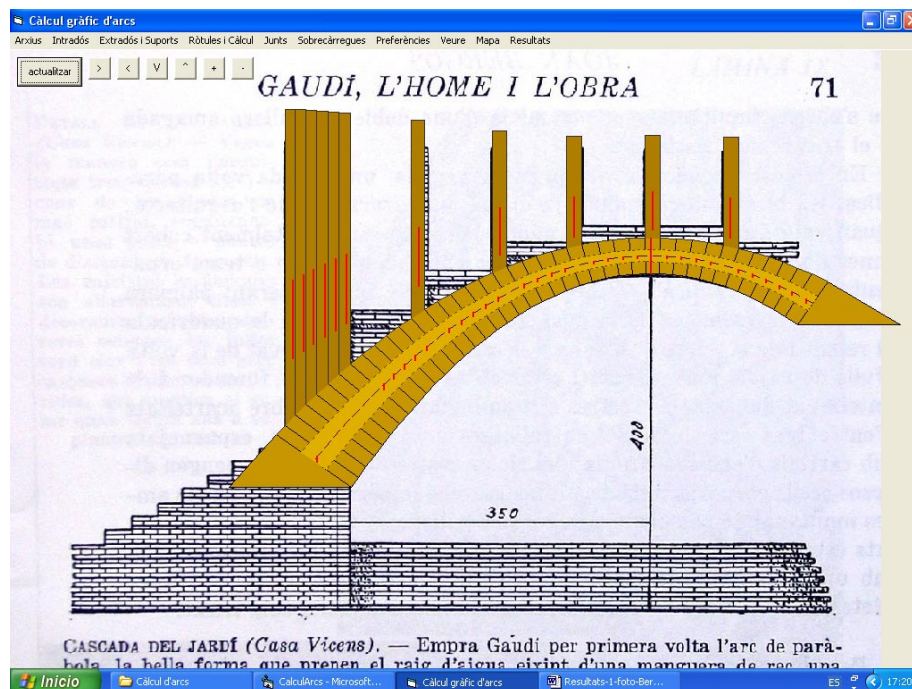
En aquest mateix menú de preferències podem variar l'escala gràfica de forces, el tipus de partició i també podem definir els paràmetres relacionats amb la resistència del material, tensió màxima de compressió i angle màxim de fregament entre dovelles. També podem definir les densitats dels materials de l'arc i de les àrees de sobrecàrrega.

En el nostre cas, considerant que el dibuix és escapçat i que hi havia una important sobrecàrrega pels dipòsits d'aigua superiors, hem entrat per a la sobrecàrrega una densitat quatre vegades més alta (8.800) que la del material de l'arc (2.200).





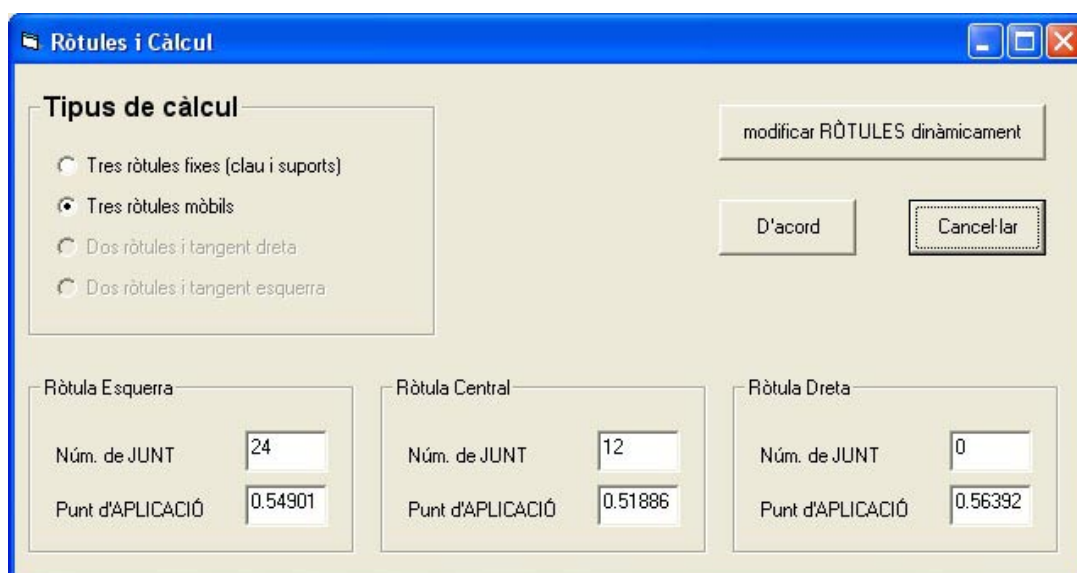
En el menú de *Sobrecàrregues* podem entrar les altures sobre de l'arc que definiran les diferents àrees de sobrecàrrega. Normalment, l'opció més habitual serà la sobrecàrrega corresponent a un anivellament de l'extradós (horitzontal o inclinat), o també la sobrecàrrega constant sobre totes les dovelles de l'arc, però en aquest cas es presenta la singular necessitat d'aplicar càrregues concentrades en zones concretes. És per això que hem fet una partició en dovelles estretes per possibilitar ara les càrregues de tipus 4, individuals sobre aquelles dovelles que es vulgui, i cada una del valor en altura que calgui fins que se sobreposi correctament sobre el dibuix.



En aquest menú de sobrecàrregues insinuem idees per a futures versions, que podran completar i augmentar les prestacions al programa i obrir possibilitats per considerar càrregues com a vectors, gravitatoris o no, i fins i tot càrregues de vectors mòbils.

En altres menús del programa, veurem que també hi hem anat incorporant idees, de moment com a opcions inactives, sempre amb aquesta perspectiva de futur. De moment, però, limitats al propòsit de demostrar la viabilitat de la recuperació dels mètodes gràfics de càlcul d'arcs amb mitjans informàtics, totes aquestes altres opcions, complementàries, no resulten imprescindibles.

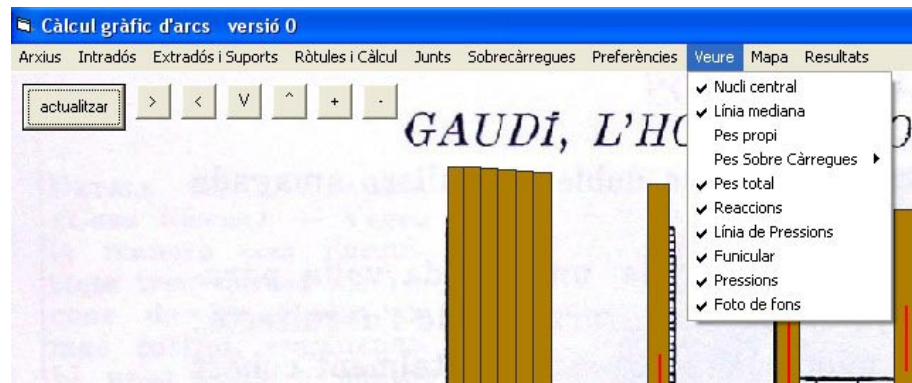
Una vegada tenim definit l'arc i les sobrecàrregues, podem iniciar el procés de tempteig per trobar la corba de pressions que menys s'allunyi de la línia mitjana de l'arc. Això implica situar les tres ròtules en els junts que convingui, i en cada cas, desplaçar-les pel pla del junt fins a la posició relativa que convingui. L'avantatge que s'ofereix és el resultat immediat a cada modificació i la possibilitat de bellugar les ròtules amb simples desplaçaments del ratolí. El botó *Modificar ròtules dinàmicament* és el que ens permetrà aquesta interactivitat.



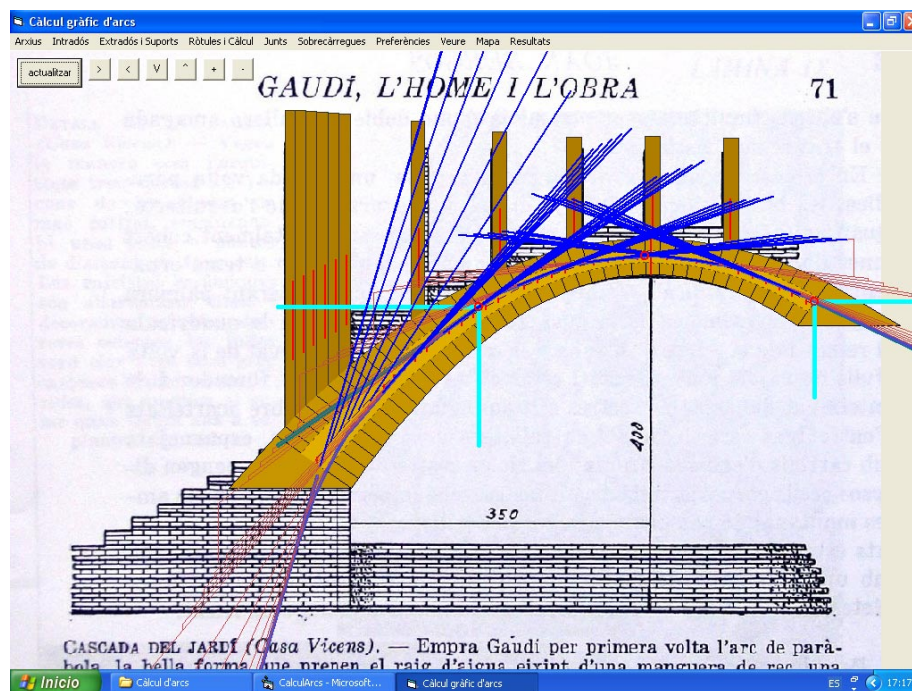
D'altra banda, en aquest mateix menú de *Ròtules i càlcul*, plantegem poder triar el tipus de càlcul, ja sigui amb tres ròtules (en junts qualssevol o en junts suports i clau), o bé amb dues ròtules i la direcció d'una tangent. L'opció primera és la que ens sembla més pràctica i és la que de moment hem assajat per a aquesta primera versió de mostra.

Cal tenir en compte que, perquè la línia de pressions passi pel nucli central de l'arc, cal que els punts on s'han de situar les ròtules siguin a distàncies relatives al gruix del junt, mesurades des de l'intradós, de valors compresos entre 0,33 i 0,66.

En clicar el botó *D'acord*, el programa resoldrà instantàniament les reaccions a les ròtules, calcularà totes les composicions de pesos i dibuixarà el funicular, la corba de pressions i les forces aplicades sobre cada junt, segons el que estigui seleccionat en el menú *Veure*.



En el nostre cas, podem veure perfectament que és possible trobar una línia de pressions tota dins del nucli central de l'arc, i per tant, l'arc es pot mantenir en equilibri sense fer aparents fissures de tracció en cap zona.



Per completar la visualització dels resultats, incorporem tres possibilitats diferents. La primera és la visualització de la taula de resultats numèrics, amb diferents possibilitats desplegable pel menú *Resultats*.



La llista *Reaccions* ens dona els valors de les reaccions a les ròtules. Cal tenir present que les ròtules poden situar-se a qualsevol junt, segons que convingui; no han de ser necessàriament els suports extrems i la clau. En aquest cas s'han situat les ròtules en els junts núm. 0, 12 i 24.

Resultats

Sortir Arxivar Imprimir

Exemple sense nom

QUADRE DE RESULTATS DE LES REACCIONS A LES RÒTULES

Ròtula	Junt	DistRel. (%)	Reacció (Kp)	Horitz. (Kp)	Vertical (Kp)
D	0	0.56	12390.83	11188.87	5323.71
C	12	0.52	11227.18	11188.87	926.69
E	24	0.55	13583.74	11188.87	7702.41

Resultats

Sortir Arxivar Imprimir

Exemple sense nom

QUADRE DE RESULTATS DE LES PRESSIONS I LES TENSIONS ALS JUNTS

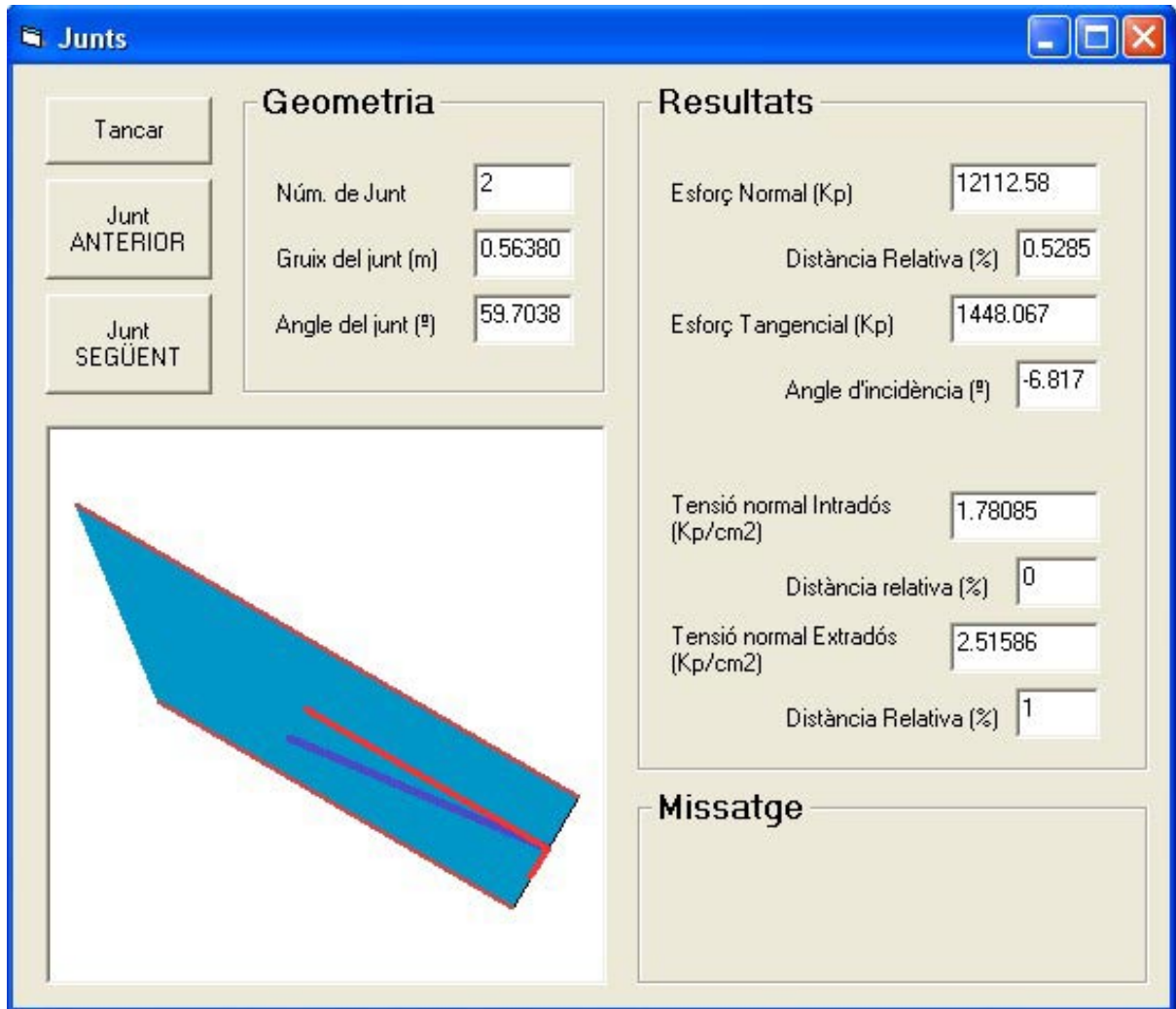
Junt	Gruix (m)	Angle (°)	Result (Kp)	DistRel. (%)	Norm. (Kp)	Tang. (Kp)	AnglFrec (°)	T.int (Kp/cm2)	DistRel. (%)	T.ext (Kp/cm2)	DistRel. (%)
0	0.62	55.1	39997.4	0.56	12222.6	2034.7	-9.45	1.2	0.00	2.7	1.00
1	0.59	57.4	12390.8	0.54	12161.4	1746.9	-8.17	1.5	0.00	2.6	1.00
2	0.56	59.7	12286.3	0.53	12112.6	1448.1	-6.82	1.8	0.00	2.5	1.00
3	0.54	62.2	12198.8	0.52	12067.0	1111.7	-5.26	2.0	0.00	2.5	1.00
4	0.52	64.8	12118.1	0.52	12021.0	736.3	-3.50	2.1	0.00	2.6	1.00
5	0.49	67.6	12043.5	0.50	11970.3	321.5	-1.54	2.1	0.00	2.8	1.00
6	0.47	70.6	11974.6	0.54	11910.2	131.7	0.63	1.9	0.00	3.2	1.00
7	0.46	73.7	11910.9	0.52	11261.8	1347.6	-6.82	2.2	0.00	2.7	1.00
8	0.44	77.1	11342.1	0.50	11283.0	857.4	-4.35	2.6	0.00	2.5	1.00
9	0.43	80.5	11315.5	0.49	11287.0	336.7	-1.71	2.8	0.00	2.4	1.00
10	0.42	84.1	11292.0	0.49	11269.4	206.7	1.05	2.7	0.00	2.6	1.00
11	0.42	87.8	11271.3	0.52	11227.2	763.4	3.89	2.4	0.00	2.9	1.00
12	0.42	91.4	11253.1	0.52	11208.6	644.8	-3.29	2.4	0.00	3.0	1.00
13	0.42	95.1	11227.2	0.50	11241.2	87.2	-0.44	2.6	0.00	2.7	1.00
14	0.43	98.7	11241.5	0.50	11248.9	458.8	2.34	2.6	0.00	2.6	1.00
15	0.44	102.2	11258.3	0.51	11234.8	983.4	5.00	2.3	0.00	2.8	1.00
16	0.45	105.6	11277.8	0.54	11203.1	1478.5	7.52	1.9	0.00	3.1	1.00
17	0.47	108.8	11300.2	0.57	11822.6	13.3	-0.06	1.5	0.00	3.5	1.00
18	0.49	111.8	11822.6	0.55	11874.1	444.9	2.15	1.7	0.00	3.2	1.00
19	0.51	114.7	11882.4	0.55	11916.0	864.6	4.15	1.7	0.00	3.0	1.00
20	0.53	117.3	11947.3	0.55	11953.1	1244.7	5.94	1.5	0.00	2.9	1.00
21	0.56	119.8	12017.8	0.56	11990.0	1585.3	7.53	1.3	0.00	3.0	1.00
22	0.58	122.2	12094.3	0.60	13328.1	176.1	-0.76	1.0	0.00	3.6	1.00

La llista *Junts* desglossa detalladament totes les dades que fan referència a cada un dels junts, des de les dades de posició (gruix, angle...) fins als valors de pressions i tensions, angle d'incidència i distàncies relatives dels punts d'aplicació.

Veurem també que aquestes llistes es poden exportar com a arxius *.txt o es poden enviar directament cap a la impressora.

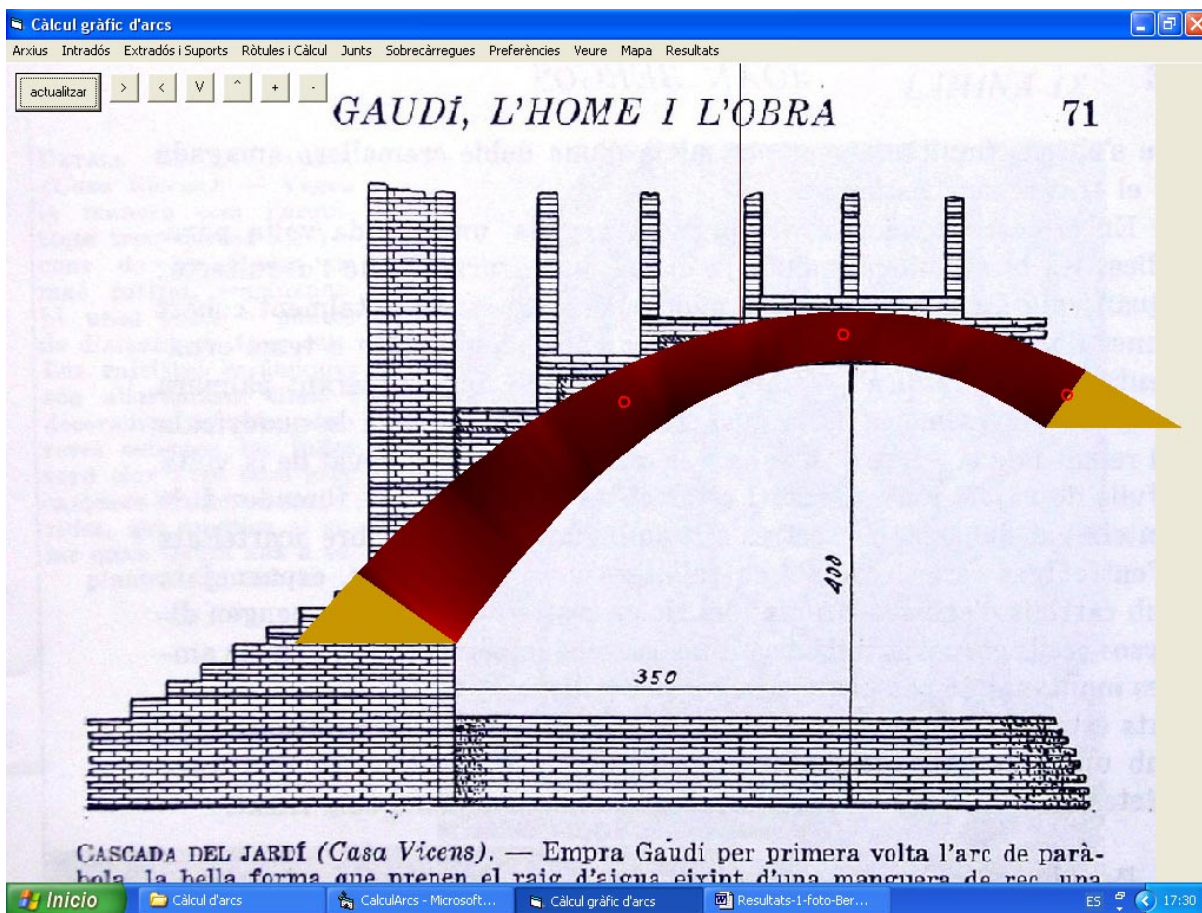
La segona manera d'oferir els resultats, més atractiva, és la visualització en detall, junt a junt, el valor de la força, punt d'aplicació i angle d'incidència, a través del menú *Junts*.

A més de disposar dels valors numèrics, la finestra permetrà visualitzar la posició, el valor i la direcció de la pressió sobre cada junt descomposta en components normals i tangencials, i deduint un repartiment lineal de tensions segons el punt d'aplicació de la força respecte del gruix del junt.

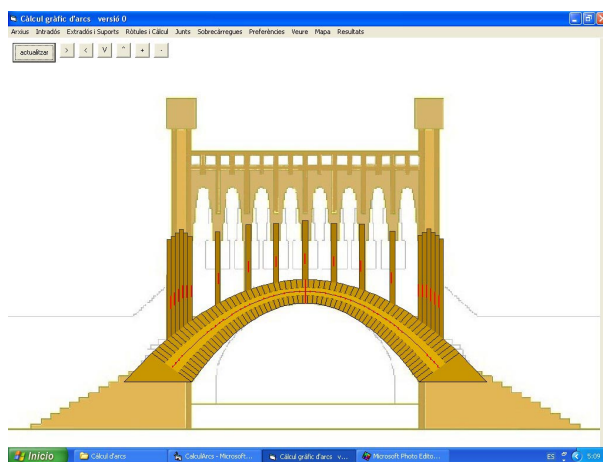
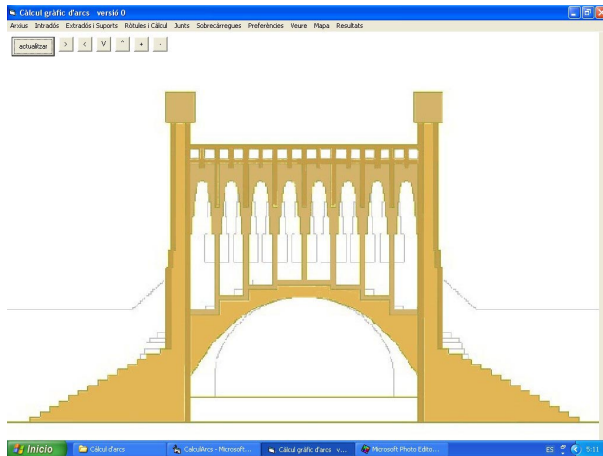


En aquest cas, podem explorar tots els junts clicant els botons *Junt anterior* o *Junt següent*, i en els casos excepcionals en els quals se sobrepassessin els valors màxims de resistència a compressió o de l'angle de lliscament entre dovelles, un missatge d'avís ens advertiria del fet.

Finalment, buscant el paral·lelisme amb els resultats que ofereixen els programes convencionals d'elements finits, la darrera opció que oferim per visualitzar la bonança del disseny és el mapa acolorit de tensions de tot el massís de l'arc, variant des de les tensions més baixes (color negre) fins als punts de més tensió (color vermell).



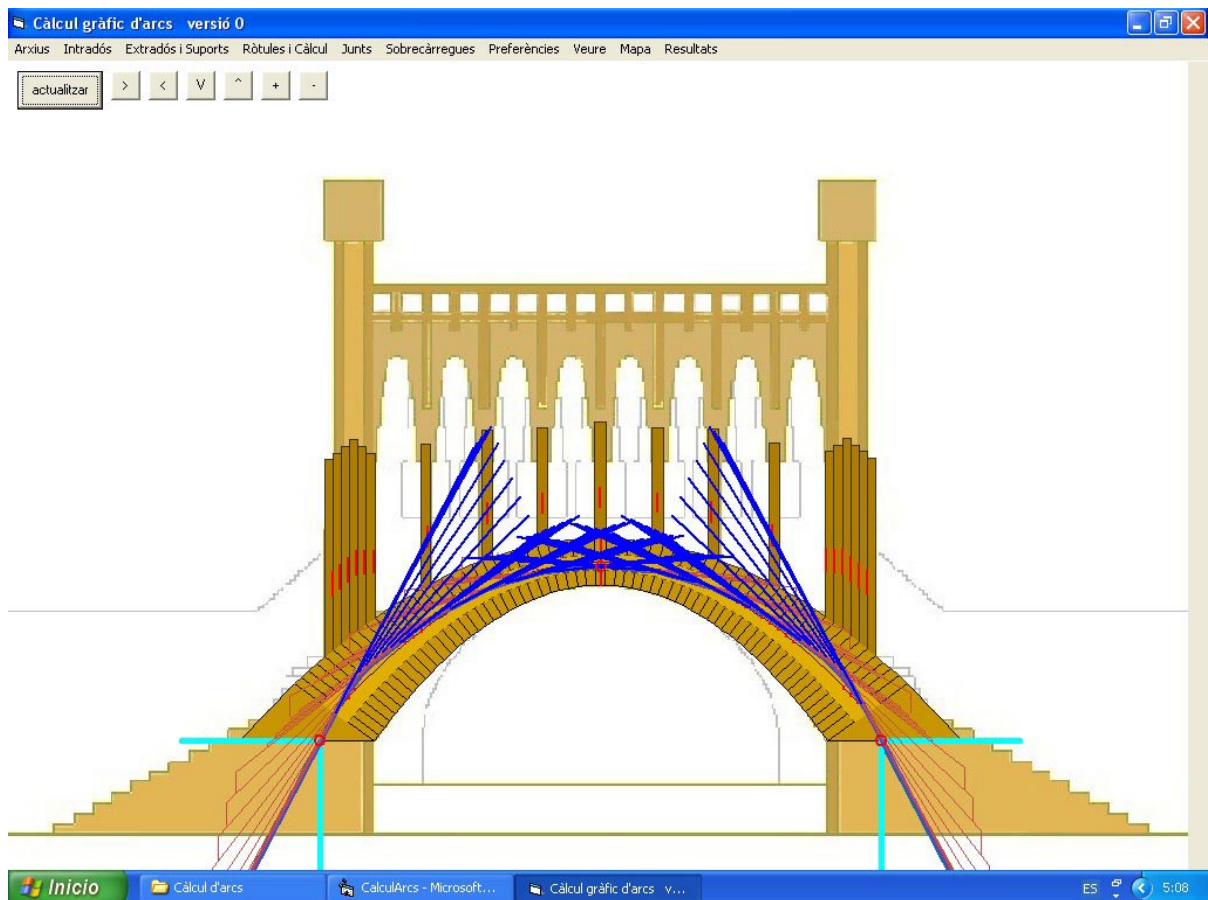
En aquest exemple veiem un repartiment de tensions molt uniforme, i lògicament es percep el color més vermellós a la zona del suport, on es concentra més càrrega, i pel cantó de l'intradós, justament cap on s'està desviant la corba de pressions.



A més de fer la comprovació sobre el dibuix original, parcial, que va fer Bergós d'aquesta arcada, aprofitant les vistes frontals, en alçat, generades per a la reconstrucció virtual del monument, hem volgut fer també la comprovació sobre l'arcada completa.

El procediment i els criteris establerts han estat els mateixos, però en aquest cas es pot veure millor la qüestió insinuada de com la línia de pressions necessita, si més no en una petita porció, la presència de les escales laterals per no sortir del massís de la fàbrica.

El dibuix insinua també amb unes fines línies l'alçat posterior que es visualitza per transparència, i així, podem veure clarament que l'arc de semicercle del darrere redueix considerablement la llum, i aquesta menor amplitud de l'obertura és el que dona més gruix als matxons de contrafort i és el motiu per què ja no necessitin els massissos de les escales.



A continuació, i per finalitzar aquest exemple, adjuntem la llista de detall de resultats dels junts que el programa permet exportar:

QUADRE DE RESULTATS DE LES PRESSIONS I LES TENSIONS ALS JUNTS											
Junt	Gruix (m)	Angle (°)	Result (Kp)	DistRel. (%)	Norm. (Kp)	Tang. (Kp)	AnglFrec (°)	T.int (Kp/cm2)	DistRel. (%)	T.ext (Kp/cm2)	DistRel. (%)
0	1.51	35.9	46302.1	0.49	45619.9	6693.6	8.35	3.1	0.00	2.9	1.00
1	1.48	36.7	46108.4	0.52	45084.8	6954.2	8.77	2.7	0.00	3.4	1.00
2	1.45	37.4	45618.0	0.55	44617.6	7205.3	9.17	2.2	0.00	4.0	1.00
3	1.42	38.1	45195.7	0.58	44153.4	7477.8	9.61	1.7	0.00	4.5	1.00
4	1.39	38.9	44782.1	0.61	43691.4	7773.4	10.09	1.1	0.00	5.2	1.00
5	1.36	39.7	44377.6	0.62	40715.1	6007.9	8.39	0.9	0.00	5.1	1.00
6	1.33	40.5	41156.0	0.62	37760.4	4160.8	6.29	0.7	0.00	4.9	1.00
7	1.30	41.4	37989.0	0.62	34833.4	2226.3	3.66	0.7	0.00	4.6	1.00
8	1.27	42.3	34904.4	0.61	31941.4	198.9	0.36	0.8	0.00	4.2	1.00
9	1.24	43.3	31942.0	0.59	29260.4	1769.3	-3.46	1.0	0.00	3.7	1.00
10	1.21	44.4	29313.9	0.56	26797.9	3669.3	-7.80	1.4	0.00	3.1	1.00
11	1.18	45.5	27048.0	0.56	26585.7	3432.4	-7.36	1.4	0.00	3.1	1.00
12	1.15	46.7	26806.4	0.56	26384.6	3167.2	-6.85	1.5	0.00	3.1	1.00
13	1.12	47.9	26574.0	0.56	26193.8	2871.5	-6.26	1.5	0.00	3.2	1.00
14	1.08	49.2	26350.8	0.56	26012.4	2542.8	-5.58	1.5	0.00	3.3	1.00
15	1.05	50.6	26136.4	0.57	25839.1	2178.6	-4.82	1.5	0.00	3.4	1.00
16	1.02	52.1	25930.8	0.53	25937.9	4059.5	-9.64	1.9	0.00	2.8	1.00
17	0.99	53.8	24240.2	0.52	23800.2	3664.8	-8.75	2.1	0.00	2.7	1.00
18	0.96	55.5	24080.7	0.51	23710.4	3227.6	-7.75	2.2	0.00	2.7	1.00
19	0.94	57.3	23929.1	0.51	23626.1	2745.2	-6.63	2.4	0.00	2.7	1.00
20	0.91	59.2	23785.0	0.51	23544.2	2214.9	-5.37	2.5	0.00	2.7	1.00
21	0.88	61.3	23648.2	0.51	23461.3	1634.6	-3.99	2.5	0.00	2.8	1.00
22	0.86	63.5	23518.2	0.47	22075.7	3602.6	-9.27	3.0	0.00	2.1	1.00
23	0.83	65.8	22367.7	0.46	22084.4	2968.7	-7.66	3.3	0.00	2.0	1.00
24	0.81	68.3	22283.1	0.45	22086.4	2281.2	-5.90	3.6	0.00	1.8	1.00
25	0.79	70.9	22203.9	0.44	22076.0	1540.8	-3.99	3.8	0.00	1.8	1.00
26	0.77	73.6	22129.8	0.44	22047.6	750.4	-1.95	3.9	0.00	1.8	1.00
27	0.76	76.4	22060.3	0.41	21342.2	2619.3	-7.00	4.3	0.00	1.3	1.00
28	0.74	79.4	21502.3	0.40	21400.4	1774.9	-4.74	4.6	0.00	1.1	1.00
29	0.73	82.4	21473.8	0.39	21430.2	894.3	-2.39	4.9	0.00	1.0	1.00
30	0.73	85.5	21448.9	0.39	21427.2	12.5	0.03	4.9	0.00	1.0	1.00
31	0.72	88.7	21427.2	0.39	21388.3	933.2	2.50	4.8	0.00	1.1	1.00
32	0.72	91.8	21408.7	0.39	21403.5	991.7	-2.65	4.8	0.00	1.1	1.00
33	0.73	95.0	21426.4	0.39	21447.8	70.6	-0.19	4.9	0.00	1.0	1.00
34	0.73	98.1	21447.9	0.39	21456.3	834.7	2.23	4.9	0.00	1.0	1.00
35	0.74	101.1	21472.5	0.40	21432.2	1713.2	4.57	4.7	0.00	1.1	1.00
36	0.76	104.0	21500.6	0.41	21380.0	2554.7	6.81	4.4	0.00	1.3	1.00
37	0.77	106.9	21532.1	0.44	22113.8	686.9	1.78	4.0	0.00	1.8	1.00
38	0.79	109.6	22124.5	0.44	22148.2	1474.3	3.81	3.9	0.00	1.7	1.00
39	0.81	112.2	22197.2	0.44	22164.8	2211.3	5.70	3.7	0.00	1.8	1.00
40	0.84	114.6	22274.8	0.45	22169.4	2895.3	7.44	3.4	0.00	1.9	1.00
41	0.86	116.9	22357.6	0.46	22167.5	3525.3	9.04	3.1	0.00	2.0	1.00
42	0.89	119.1	22446.0	0.50	23578.5	1560.9	3.79	2.6	0.00	2.7	1.00
43	0.91	121.2	23630.1	0.50	23667.7	2137.8	5.16	2.6	0.00	2.6	1.00
44	0.94	123.1	23764.0	0.50	23756.0	2664.7	6.40	2.5	0.00	2.6	1.00
45	0.97	124.9	23905.0	0.51	23847.0	3143.9	7.51	2.4	0.00	2.6	1.00
46	1.00	126.6	24053.4	0.51	23943.6	3578.0	8.50	2.2	0.00	2.6	1.00
47	1.03	128.2	24209.5	0.52	24048.1	3969.7	9.37	2.0	0.00	2.6	1.00
48	1.06	129.7	24373.6	0.56	26009.3	2093.9	4.60	1.6	0.00	3.3	1.00
49	1.09	131.1	26093.5	0.55	26188.8	2455.4	5.36	1.6	0.00	3.2	1.00
50	1.12	132.4	26303.7	0.55	26376.6	2781.5	6.02	1.6	0.00	3.1	1.00
51	1.15	133.6	26522.8	0.55	26573.7	3074.7	6.60	1.6	0.00	3.0	1.00
52	1.18	134.8	26751.0	0.55	26781.2	3337.6	7.10	1.6	0.00	3.0	1.00
53	1.22	135.9	26988.4	0.55	26999.8	3572.3	7.54	1.5	0.00	2.9	1.00
54	1.25	136.9	27235.1	0.58	29478.6	1678.2	3.26	1.2	0.00	3.6	1.00
55	1.28	137.9	29526.4	0.60	32174.5	282.8	-0.50	1.0	0.00	4.1	1.00
56	1.31	138.8	32175.7	0.61	35082.3	2304.0	-3.76	0.9	0.00	4.5	1.00
57	1.34	139.7	35157.9	0.61	38023.1	4231.8	-6.35	0.9	0.00	4.8	1.00
58	1.37	140.5	38257.9	0.61	40990.7	6072.8	-8.43	1.0	0.00	5.0	1.00
59	1.40	141.3	41438.0	0.60	43979.3	7832.6	-10.10	1.2	0.00	5.1	1.00
60	1.43	142.1	44671.3	0.57	44445.5	7539.5	-9.63	1.8	0.00	4.4	1.00
61	1.46	142.8	45080.4	0.54	44914.0	7269.3	-9.19	2.3	0.00	3.8	1.00
62	1.49	143.5	45498.4	0.51	45385.7	7020.7	-8.79	2.8	0.00	3.3	1.00
63	1.51	144.1	45925.5	0.49	45796.8	6821.9	-8.47	3.1	0.00	2.9	1.00

8 Resum d'aportacions, conclusions i noves vies d'investigació

Aquest procediment de temteig és necessari a la limitada intel·ligència humana. La base de tot raciocini és la regla de tres, la proporció matemàtica, el sil·logisme.

L'home s'ha d'auxiliar d'aquests mitjans: primer suposa que coneix una cosa per a trobar-ne una altra que li serveix de base ferma; primer avança un peu i després l'altre.

Un problema de moltes incògnites ha d'ésser resolt per parts.

Antoni Gaudí

MARTINELL, Cèsar. *Gaudí i la Sagrada Família explicada per ell mateix*. Pàg. 61.

8 Resum d'aportacions, conclusions i noves vies d'investigació

8.1 Resum de les principals aportacions

A més de l'estudi de Gaudí, de la seva formació i del seu peculiar mètode de dissenyar i calcular les seves obres, al llarg d'aquesta tesi s'ha dut a terme una important tasca de recerca d'informació en la diferent bibliografia existent per aglutinar dades suficients per explicar, de la manera més clara, didàctica i il·lustrada possible, la història dels arcs vistos des del punt de vista de la relació que hi tenen la geometria i la mecànica, és a dir, la relació entre la forma d'un arc i el seu comportament estructural. És en aquest sentit que cal valorar aquesta nostra aportació, com un document didàctic, amb clara vocació pedagògica, que pretén il·lustrar un bon resum d'aquesta faceta de la història dels arcs.

En aquest recorregut per la història hem fet algunes parades per burxar una mica més endins en algunes qüestions que ens han semblat singularment atractives o relacionades amb el nostre propòsit, i molt especialment en totes aquelles relacionades amb les paràboles i les catenàries, les corbes que millor representen la relació existent entre geometria i mecànica.

A continuació oferim un resum de totes les principals aportacions que aquesta tesi posa al servei de futures investigacions.

8.1.1 Aportacions al coneixement de les còniques

Sobre l'origen de les paràboles i les corbes còniques

Per les seves frases sabem que Gaudí coneixia i admirava la geometria grega. Nosaltres, tot cercant paràboles per la matemàtica grega, hem quedat igualment impressionats d'aquella saviesa i hem volgut dedicar-li les primeres pàgines. Hem passat pels problemes clàssics de la geometria grega (la duplicació del cub, la quadratura del cercle, la trisecció d'un angle...) i a cada pas més ens ha sorprès l'enginy mental i la intuïció que demostaren.

Per exemple, en el problema de trobar l'aresta del cub que doblés en volum un cub donat ($x^3 = 2 \cdot a^3$), que requeria una arrel cúbica irresoluble amb regla i compàs, destaca la proposta d'Hipòcrates de convertir-lo en un altre problema, no més senzill: trobar dues mitjanes proporcionals entre dos valors (a i $2 \cdot a$), és a dir, que $a/x = x/y = y/2 \cdot a$. Després, Menecme, a qui s'atribueix el descobriment de les tres corbes còniques, va utilitzar la seva paràbola per resoldre la proposta d'Hipòcrates, ja que la intersecció de les dues paràboles $x^2 = a \cdot y$ i $y^2 = 2 \cdot a \cdot x$ donen el punt d'intersecció (x, y) solució del problema. La solució d'Hípies demostra un coneixement admirable de la geometria de l'espai i de les superfícies, ja que busca la intersecció entre tres superfícies (una de cilíndrica, una de cònica i una de toroidal) generades, totes tres, a partir de l'aresta del cub base, i la intersecció de les tres dona el punt solució del problema. Finalment, Apol·loni, magistral, dona una solució gràfica, plana, de fàcil tempteig iteratiu, molt més accessible a les nostres ments més modestes.

La recerca dels orígens de les corbes còniques no l'hem aturat en Menecme, que les va descobrir i les va batejar amb els rebuscats noms de *secció de con acutangle*, *secció de con rectangle* i *secció de con obtusangle*, sinó que hem cercat l'origen dels termes *el·lipse*, *paràbola* i *hipèrbola*, i l'hem trobat en els problemes de quadratures d'àrees que plantejaven els pitagòrics. Es tractava de trobar les dimensions d'un rectangle de manera que tingués una àrea equivalent a un quadrat donat, i al mateix temps complís unes condicions concretes que deixaven la qüestió determinada amb una o dues solucions, segons el cas.

Aquests problemes, amb un plantejament inicial sense relació aparent amb les seccions d'un con, amaguen en el seu interior el traçat de les tres corbes còniques. El cas més senzill, l'originari del tema, és el de trobar un rectangle equivalent a un quadrat donat, a^2 , i conegut també un dels costats del rectangle, c . Aquest problema, que, escrit segons la nostra matemàtica moderna, s'expressaria com a $a^2 = c \cdot x$, es pot resoldre gràficament per aplicació directa del teorema de Tales o per potència d'un punt respecte d'una circumferència. Però la qüestió és que, quan l'àrea quadrada donada es converteix en una variable, y^2 , l'equació dibuixada en el pla, en (x,y) , és justament una paràbola.

A aquest cas elemental d'equivalència simple, o *per paràbola*, com deien els grecs, s'hi van afegir casos més complexos com l'equivalència per excés, *per hipèrbola*, o l'equivalència per defecte, *per el·lipse*. En aquests dos nous plantejaments del problema s'introdueixen una dada i una incògnita més. En el segment donat c calia afegir-li o sostreure-li una porció desconeguda, i l'àrea afegida o manllevada sobre el segment c havia de tenir una proporció donada, a/b . Amb escriptura moderna, el que s'estava plantejant era: $y^2 = (c \pm x) \cdot \left(\frac{a}{b}x\right)$

L'estudi de les construccions gràfiques necessàries per resoldre aquests nous problemes ha fet aflorar, de la mateixa manera que el cas simple de la paràbola, les corbes hipèrbola o el·lipse. De ben segur que aquest fet no va passar desapercebut a Apol·loni, i per això va ser ell qui va batejar les fins aleshores anomenades secció de con acutangle, secció de con rectangle i secció de con obtusangle amb els noms el·lipse, paràbola i hipèrbola, tal com les coneixem avui.

Mitjançant les animacions fetes amb el programa Sketchpad, hem ofert de veure dinàmicament com es poden generar realment les tres corbes còniques a partir del plantejament de les tres variants dels problemes pitagòrics d'equivalència d'àrees. Aquestes petites animacions ens retornen als orígens de quan van ser descobertes les còniques, deixen clar on és la *semblança* de la paràbola, l'*excés* de la hipèrbola o el *defecte* de les el·lipses, i així podem entendre el perquè d'aquests noms.

Sobre l'evolució del coneixement de les còniques

Apol·loni i Arquímedes desenvoluparen molt admirablement l'estudi de les corbes còniques, les quals, dutes a l'espai, generaren les diferents superfícies quadràtiques i també les reglades que van interessar Gaudí. Les seves aportacions a la geometria i la ciència van ser impressionants, i més encara si tenim en compte els escassos mitjans de què disposaven per verificar les seves intuïcions. Hem volgut recollir en el text aquests primers teoremes i enunciats, amb una validesa que ha perdurat fins avui, i que esdevenen la base d'aquesta nova arquitectura que va proposar Gaudí.

Després d'aquest període que es prolongà fins a Menelau, Pappos i Heró, l'evolució del coneixement de la geometria entrà en una mena de letargia que va durar molts anys. Pel que fa a les qüestions relacionades amb les corbes còniques, el fet que al llarg del s. XVII es trobessin els perduts tractats d'Apol·loni ajudà a despertar l'interès per aquestes qüestions i hi va haver noves aportacions, entre les quals hem destacat les de Girard Desargues i les de Blaise Pascal.

Utilitzant aquest mateix programa que permet visualitzar la geometria de manera dinàmica i interactiva, al llarg de la descripció d'aquests diferents avenços més significatius i de les aportacions a la ciència hem ofert unes altres animacions complementàries sobre tot allò que va ajudar a avançar en aquest camp de la geometria. Entre altres, oferim visualitzar qüestions sobre les còniques d'Apol·loni, la paràbola d'Arquímedes, els teoremes de Menelau i de Pappos, fins a la recta de Pascal i la construcció de la cònica per cinc punts.

8.1.2 Aportacions al coneixement de la història dels arcs

Sobre l'ús del arcs des de l'antiguitat, les regles, els mètodes i els tractats de construcció que ho van recollir

Es pot veure en les construccions romanes una utilització exhaustiva dels elements arquejats, arcs, voltes i cúpules, i això va motivar que durant força temps es fixés en el període romà l'origen dels arcs aplicats a la construcció. Ja en el temps de Gaudí, però, es van trobar exemples d'arcs en altres cultures molt anteriors a la romana, com les d'Egipte, Caldea, Assíria, Grècia i Etrúria, i això va deixar la determinació d'aquests orígens en una situació remota i llunyana. Hem pogut veure que Gaudí va estudiar alguns d'aquests exemples que es donaven a les classes de l'ETSAB. Prova d'això és que van ser recollits i els hem vist mencionats en els diferents apunts d'alumnes del temps de Gaudí que s'han conservat fins avui. També hem trobat alguns d'aquests exemples en llibres publicats per professors de Gaudí. De tots aquests, ens interessa destacar, sobretot, aquells arcs que esmentava Joan Torras i Guardiola a les seves classes de construcció, i molt especialment quan es referia a uns arcs parabòlics d'Assíria i de Caldea. Sembla que es tractava d'uns arcs per fer les voltes d'unes clavegueres de desguàs, fets de tova o de maó cuit. Volem destacar també que, segons els apunts recollits de la mà de Jaume Bayó, l'il·lustre professor de mecànica de Gaudí, en aquelles cultures s'havien arribat a usar maons aplantillats per fer arcs amb aquest singular perfil parabòlic.

Malgrat aquests exemples trobats d'arcs parabòlics, en una situació tan marginal i tan llunyana, o altres de condicions semblants que es poguessin trobar, podem concloure que l'ús dels arcs parabòlics al llarg de la història de la construcció és un fet absolutament rar i excepcional. La realitat és que l'arc parabòlic no havia estat mai usat amb la potència expressiva per organitzar els espais ni amb la confiança en les seves propietats mecàniques tal com va fer Gaudí. És per això que els arcs parabòlics de Gaudí esdevenen un tret característic i distintiu de la seva obra. Gaudí generà una limitada escola de seguidors i admiradors que seguiren utilitzant l'arc parabòlic amb aquestes intencions, mecàniques i formals, però que, fora d'aquest reduït cercle que reberen la seva influència, ja no trobem més aquest arc en cap recull d'obres exemplars d'arquitectura.

Així, cercant regles i mètodes que s'haguessin utilitzat per dissenyar els arcs, que poguessin relacionar la seva geometria amb la seva mecànica (o capacitat de mantenir-se en equilibri i perdurar) i que fossin recollits i divulgats gràcies als diferents textos antics i tractats de construcció, trobarem gairebé sempre referències als arcs de cercle i, sobretot, als arcs de mig punt. Trobarem també alguns arcs gòtics o ametllats, molts menys arcs carpanells, de diversos centres o el·líptics, però cap arc parabòlic.

Per veure com es consideraven en els diferents tractats i altres manuscrits de construcció les qüestions mecàniques a l'hora de dissenyar els arcs, l'estudi dut a terme ofereix un resum de les tesis d'Antonio Castro i Santiago Huerta quan tracten aquesta qüestió, i s'hi contrasten les opinions i els punts de vista.

Hem pogut veure que, des dels primers tractats romans (Vitruvi) fins als medievals o renaixentistes (Brunelleschi, Alberti, Palladio...), per a l'estabilitat dels arcs calia donar al disseny una forma i proporció determinades. Per als arcs d'ús més freqüent, sobretot els arcs de mig punt, les regles proporcionals determinaven, segons les dimensions bàsiques (llum, fletxa...), les dimensions que havien de tenir les diferents parts (gruix dels suports, gruix de la clau...) de manera independent al possible estat de càrregues.

En Alberti veiem una mentalitat molt antiga pel que fa a la concepció mecànica de l'arc, sobretot quan destaca l'arc de mig punt com el més sòlid de tots (el que no dona empentes perquè carrega perfectament en els suports). En Leonardo, en canvi, veiem una visió més versemblant sobre aquestes empentes i una moderna inquietud a experimentar per avaluar-les.

De les diferents regles gràfiques, de proporcions, que va estudiar Santiago Huerta dels antics manuscrits, hem volgut destacar la regla de Blondel, recollida per Derand, equivalent a la que va donar Martínez de Aranda en el seu manuscrit de finals del s. XVI. Aquesta regla va ser una de les més difoses i conegudes tot i que no considerava la influència de l'altura de l'arc per dimensionar els suports. També hem destacat que després va evolucionar amb algunes regles posteriors que van sorgir per considerar aquesta i altres qüestions que cal tenir en compte, com per exemple les regles de Rodrigo Gil o les de García Berruguilla. En general, però, la comprovació de l'estabilitat de l'arc era una comprovació gràfica, de verificació d'unes determinades proporcions, i en el fons cada professional es basava en els coneixements de la seva pròpia experiència pràctica. Així s'entén que en ocasions especials es convoquessin unes comissions d'experts per resoldre algun problema difícil, com el cas de la catedral de Girona o la cúpula de St. Pere de Roma.

En general, les proporcions utilitzades eren lineals, no es tenien en compte ni el material emprat, ni la càrrega, ni la secció de l'element. Les regles s'encaminaven, sobretot, a procurar les dimensions necessàries per dibuixar l'alçat de l'arc, i per tant, podem dir que els constructors antics no calculaven els arcs, sinó que simplement els dissenyaven segons un patró de semblança més o menys compartit i més o menys acceptat. No obstant això, hem citat algunes excepcions que es van avançar al seu temps. Quan Simón García procurava dimensionar els suports centrals d'un pont, proposava fer-ho relacionant l'àrea de la secció del pilar amb l'àrea del camí de sobre el pont, amplada i llargada. Aquesta relació, que indirectament mostra una preocupació per la sobrecàrrega d'ús i per la resistència del material, és realment moderna i sorprenent. En aquest sentit, també hem destacat que, més tard, el tractat d'Antonio Plo exposa un receptari de regles per dimensionar els suports de l'arc que sí que tenen en compte el tipus de material i el tipus d'ús.

Tret d'aquestes excepcions, casos singulars i aïllats, hem vist que les regles antigues eren totalment empíriques i es validaven amb l'experiència pràctica, però, tot i això, algunes poden trobar, encara avui, un aval en els sòlids monuments conservats.

Sobre el naixement de les teories per dimensionar *científicament* els arcs

La ciència progressava amb molta més celeritat que l'ofici diari de la construcció, que, fins al s. XVIII, es desenvolupava relativament al marge de les teories. Amb el temps, però, els constructors d'arcs es van trobar amb la necessitat de justificar els seus dissenys i es van anar acostant a les teories cercant suport i explicació racional i científica. De fet, l'exigència augmentava, els projectes es feien més grossos, es va voler doblar, quadruplicar o multiplicar per deu la llum d'un arc, el cost s'havia d'anar ajustant, i per tant, calia assegurar-se que s'encertava a la primera. Els processos empírics de prova i error havien portat alguns accidents i ruïnes. La història del pont de Mr. Edwards sobre el riu Taff, descrit detalladament per Millington, és un bon exemple d'aquest fet. Per tot això va caldre iniciar una anàlisi mecànica dels arcs i de les possibles fallades.

Al s. XVII es van obrir paral·lelament dues línies d'investigació sobre la qüestió, una a França i l'altra al Regne Unit. França, en aquell temps, tenia una posició dominant pel que fa als avenços en aquesta matèria, la qual cosa d'alguna manera està justificada pel seu afany expansionista que va potenciar l'enginyeria politècnica de ponts, camins i fortificacions. Això explica que la teoria iniciada per Philippe de La Hire fos la que va tenir més difusió, i per tant, també la que va tenir més influència al nostre país. No obstant això, hem vist que la teoria de Hooke no va trigar a fer-se un lloc entre les consideracions dominants.

Phillippe de La Hire proposà un mecanisme de ruptura de l'arc un xic difícil de creure, però els seus mètodes tingueren gran acceptació perquè donaven resultats coincidents amb la pràctica habitual. Considerava nul el fregament entre dovelles i així, en descendir la pedra de la clau de l'arc, per efecte tascó, obria l'arc i li provocava la fallada. La contribució més important de De La Hire fou el descobriment de la proporcionalitat entre la geometria de la dovella de l'arc i l'equilibri de forces que hi intervenen: el triangle format per dos junts consecutius i l'horitzontal és semblant al triangle format per la resultant del pes de la dovella (vertical) i les dues reaccions de la dovella superior i la inferior (normals als junts). Belidor va ser l'encarregat de fer accessible el mètode de De La Hire amb unes simplificacions i unes taules pràctiques. Tot i això, des del temps de Leonardo que s'intuïa que la ruptura dels arcs es produïa per formació d'articulacions i el primer que ho va formular va ser Couplet. Danizy verificà experimentalment l'anàlisi de Couplet i després els assajos de Gauthey i Boistard segellaren aquesta teoria com a definitiva i indiscutible. Coulomb procurà les eines analítiques necessàries per plantejar el problema i finalment Navier arribà a un plantejament del tema en un àmbit tensional. Va plantejar per a cada secció la distribució lineal de tensions i, en veure que amb la distribució uniforme de tensions s'obtenia un valor màxim de la meitat que amb la distribució triangular, va intuir el concepte de nucli central, en localitzar la resultant en el terç central del cantell de l'arc si es volien evitar fissures.

Sobre l'origen de la catenària i la seva aplicació al ram de la construcció

Pel que fa a la catenària, hem il·lustrat amb Galileu i Stevin les primeres aparicions d'aquesta peculiar corba que en el seu moment descobriren simultàniament Huyghens, Leibniz i els

germans Bernoulli. Hem detallat didàcticament el procés de deducció de la seva equació analítica a partir del plantejament mecànic de repartir uniformement el pes i l'expressió per avaluar la seva longitud. Per facilitar el traçat d'una catenària qualsevol oferim unes taules d'elaboració pròpia a final del primer annex.

La relació entre la catenària i la construcció d'arcs la devem a Robert Hooke, que el 1675 va donar el principi de la inversió del cable penjat per dissenyar arcs equilibrats. Aquest principi va ser utilitzat per alguns enginyers de ponts al Regne Unit pels volts de l'any 1700, com per exemple Christopher Wren, i després va ser incorporat a les recerques dels enginyers francesos. Belidor considerava les propietats de la catenària, però manifestava una certa reticència a l'ús d'aquesta corba per dissenyar arcs, tot i que els seus prejudicis es basaven tan sols en qüestions formals. Es considerava que el carregament de l'arc catenari en els suports no era estèticament admissible i calia corregir el traçat de la corba en la proximitat dels suports per aconseguir la continuïtat perseguida. El 1729 Belidor proposa una correcció gràfica per a les arrencades, però opina que és un arc que agrada més als matemàtics que no pas als constructors. Aquesta visió escèptica del tema es conserva al llarg dels anys i coincideix plenament amb l'opinió exposada per Millington en el seu tractat, cent anys més tard. De totes maneres, trobem exemples significatius que van portar a la utilitat pràctica la teoria de la catenària. D'una manera especial, hem esmentat l'experiment de Poleni per determinar l'estabilitat de la cúpula de Sant Pere de Roma (1748) i després el de Rondelet per fer aguantar 15 boles que formaven un arc catenari (1802).

Sobre l'evolució de la ciència de la representació

Des del moment que ens hem interessat pels càlculs gràfics i funiculars, hem tingut interès per la ciència de la representació, per l'evolució dels mètodes de doble projecció i per la sistematització de Monge que va generar el naixement de la geometria descriptiva. En aquest punt hem tornat a trobar lligades la geometria i la mecànica. La geometria descriptiva de Monge i la resistència de materials de Navier són fets força simultanis que s'interrelacionen i cal considerar-los conjuntament dins d'un ambient de plena predisposició científica i politècnica.

En aquesta part, els textos de Josep Bertran i de S. Timoshenko han estat bàsics per assolir el resum i la selecció de continguts que s'han ofert.

La geometria descriptiva no va sorgir del no-res, sinó que va recollir continguts dels tractats d'estereotomia, com el de Frezier, i conceptes de geometria projectiva ja advertits abans, com el teorema de Desargues. Monge, en organitzar-los amb una metodologia i processos propis, va fer que esdevingués l'eina adequada per projectar, és a dir, representar per construir. La geometria descriptiva aplicada a l'estereotomia de la pedra va permetre resoldre dissenys de voltes, cúpules, trompes... i tota mena d'interseccions entre si. Es podia determinar, una a una, la complexa forma de cada dovella. Això va permetre conèixer amb profunditat les superfícies quadràtiques i les reglades, que fins aleshores eren absolutament desconegudes a la pràctica i, excepcionalment, es van arribar a rescatar de la geometria més abstracta per materialitzar-les en obres reals (cúpules el·líptiques, escales de cargol...).

A partir de Monge s'inicia una ràpida cursa evolutiva de la nova geometria descriptiva que arriba a un clímax a mitjan s. XIX, amb tractats insuperables i extraordinàriament vistosos com els de Leroy, Olivier, Adhemar, De la Gournerie o D'Ocagne. El text de M. Leroy, per

exemple, era considerat pel professor de Gaudí José Castelaró com a text universalment acceptat en tot el món occidental i com el millor representant d'aquesta ciència. Va ser editat el 1844 i es va anar reeditant, fins a la 15a edició, fins al 1910.

És visible, per tant, que aquestes dates ens han fet arribar als temps de Gaudí, i per tant és comprensible que aquell ardent fervor de creixement i desenvolupament de la descriptiva que arribava al que semblava inabastable fos captat pels professors d'aquell temps i transmès, durant les classes, als seus alumnes.

Sobre el càlcul gràfic i funicular i les línies de pressions

En aquesta qüestió hem vist que la teoria de composició de forces i la llei del paral·lelogram de Stevin van ser essencials per crear la base sobre la qual es desenvoluparà el càlcul gràfic, en el qual les forces són representades per una sèrie de vectors lliures que s'han d'anar component per trobar la resultant que es busca. A més d'aquesta i algunes altres contribucions prèvies, podríem dir que fou Poncelet qui va donar el tret de sortida al càlcul gràfic amb aportacions molt destacables en el camp dels arcs i dels murs de contenció de terres. Malgrat tot, no fou fins a Karl Culmann que es van divulgar extensivament els mètodes gràfics com a solució alternativa als feixucs mètodes analítics. Culmann va aglutinar els mètodes gràfics i els va organitzar per donar-los forma com a disciplina pròpia, que va esdevenir una assignatura obligatòria per als enginyers de l'institut politècnic de Zuric on ell era professor. El text de Culmann va ser traduït i va trobar en l'italià Cremona un excel·lent continuador de l'esperit del seu treball.

En el desenvolupament vertiginós d'aquests mètodes que va generar l'estàtica gràfica hi van contribuir molts altres noms propis. N'hem assenyalat alguns, però hem fet una menció especial a Otto Mohr. En aquest cas, el comentari de Timoshenko que Mohr podia haver resolt gràficament la diagonalització de la matriu de tensions d'un punt en l'espai tridimensional ens ha despertat la curiositat de com es podia resoldre gràficament un polinomi característic de grau tres, la solució del qual és una arrel cúbica, no construïble de manera exacta amb regla i compàs. Endinsats en aquesta qüestió, hem arribat a deduir un mètode gràfic de poques iteracions que dona amb precisió admirable les tres arrels buscades. La nostra aportació ha estat una animació per intentar fer més comprensible aquest procés.

Pel que fa al polígon funicular i les corbes de pressions, hem destacat les aportacions simultànies de Gerstner a Alemanya, Méry a França i Moseley a Anglaterra.

Moseley fou important perquè va introduir al seu país els mètodes francesos. Fou ell qui va introduir el principi de la mínima resistència i el va aplicar per determinar la veritable corba de pressions. També va distingir entre corba de pressions i corba de resistència, una dependent dels plans dels junts entre dovelles i l'altra del sistema discretitzat de càrregues. No obstant això, nosaltres hem transportat aquesta apreciació a casos pràctics reals i hem pogut constatar que la diferència és mínima, inapreciable, quan l'arc es parteix en dovelles normals, no gaire grosses.

L'aportació de Méry va ser la de prescindir de la geometria dels junts a l'hora de calcular la corba de pressions dels arcs. En els càlculs la corba de pressions era invariable, independentment que els junts seguissin una disposició radial o que fossin paral·lels, equidistants i verticals. Amb aquesta equivalència se simplificaven molt els càlculs, i aquest

mètode era el que el professor Joan Torras explicava a les seves classes de l'ETSAB introduint encara una simplificació més: considerar una partició força estreta de manera que el centre de gravetat de cada trapezi vertical es pogués considerar, sense gaire error, en el punt mitjà de la partició.

El nostre treball ha explorat totes aquestes qüestions, ha mostrat il·lustracions per comprendre-les i ofereix dibuixos dinàmics i interactius per comprovar-les.

8.1.3 Aportacions al coneixement de la formació de Gaudí

Al llarg de tot el capítol 4 d'aquesta tesi hem exposat una intensa recerca documental que partia dels expedients acadèmics de Gaudí i es proposava conèixer els professors, els textos, els temaris i fins i tot els apunts de classe de les diferents assignatures que va cursar des de l'institut de Reus fins que va obtenir el títol d'arquitecte a Barcelona.

La recerca ha fet èmfasi sobretot en aquelles matèries que podien tenir alguna relació amb el càlcul gràfic i funicular dels arcs o amb els models de pesos i cordills que va utilitzar per comprovar l'estabilitat estructural d'algunes obres seves. Així, s'ha intensificat amb les matèries de geometria (bàsicament geometria descriptiva, però també geometria analítica) i també les de mecànica i resistència de materials.

Sobre l'aprenentatge de les superfícies reglades

Pel que fa a la geometria, hem vist que en els cursos de la Universitat central va tenir dos professors que el podrien haver influït de manera decisiva per encomanar-li l'entusiasme per les superfícies quadràtiques i més especialment les reglades (hiperboloide d'un full, paraboloid hiperbòlic, helicoide). Gaudí va manifestar que l'entusiasme per aquestes superfícies l'havia rebut a la Universitat de Barcelona durant el període docent previ a l'entrada a l'Escola d'Arquitectura, de la mà del professor d'anàlisi matemàtica. Nosaltres hem vist que el professor de matemàtiques de Gaudí va ser Llorenç Presas i Puig, un científic català amb un perfil intel·lectual i d'experimentació pluridisciplinària que realment podria haver atret Gaudí. De totes maneres, les superfícies reglades eren dins del temari de l'assignatura de Geometria Descriptiva i les impartia José Castelar Saco. D'altra banda, cal tenir en compte que Gaudí deia d'aquell professor que era amic de Monge, i això també parla més de descriptiva que de matemàtiques, tot i que cal advertir que, quan va morir Monge, Presas tenia tan sols set anys. És ben possible que Llorenç Presas mantingués alguna relació amb els successors de Monge a l'Escola Politècnica de París, però igualment podria ser que José Castelar hi hagués tingut també alguna vinculació.

Tot i això, l'assignatura que més desenvolupava aquesta qüestió i que l'aplicava a problemes reals de la pràctica de la construcció era, sens dubte, l'Estereotomia de la Pedra que Gaudí va cursar a l'ETSAB amb el catedràtic Antoni Rovira i Rabassa. Els exercicis conservats d'aquesta assignatura demostren un nivell de continguts i de desenvolupament d'aquest tema clarament superiors al que podien rebre els alumnes en els cursos preparatoris a l'ingrés a l'Escola. Si tenim en compte el caràcter expeditiu de Gaudí, que fugia de les explicacions excessivament abstractes o teòriques i cercava l'experimentació pràctica, la influència d'aquesta assignatura de Rovira i Rabassa en la seva formació, en matèria de la familiarització

amb les superfícies reglades i la seva transposició al món de la construcció, es presenta com a evident.

De tot això es pot desprendre que l'entusiasme per les superfícies reglades que va reconèixer Gaudí el va rebre simultàniament dels dos professors, Presas i Castelaró, cada un en la part corresponent, i després va ser gràcies a Rovira i Rabassa que les va exercitar en profunditat amb exemples pràctics.

Aprofitant l'intens treball de recerca i consulta de textos i apunts, oferim, en els annexos del nostre treball, una visió panoràmica del que Gaudí tenia al seu abast en aquest camp. La recopilació que s'adjunta reuneix una extensa selecció de làmines dels diversos tractats als quals remetien els professors de Gaudí, així com algunes col·leccions d'apunts que s'han conservat, i cal entendre-la com una aportació feta en favor de facilitar possibles investigacions futures.

Sobre l'aprenentatge de la mecànica funicular

Pel que fa a la mecànica, hem pogut veure que el programa de l'assignatura de Mecànica Racional, de la Universitat de Barcelona, no feia menció al polígon funicular de forces, i per tant, menys probable és encara trobar-hi continguts sobre línies de pressions d'arcs, voltes i cúpules. Les lliçons d'estàtica contenien les lleis de composició de forces, la llei del paral·lelogram, la llei de la palanca, l'equilibri de moments i estudiaven com es pot trobar la resultant de qualsevol sistema de forces. En aquest capítol es feia referència també als sistemes de forces paral·leles, com seria el cas de les càrregues gravitatòries. És l'únic punt que hem trobat en relació amb el tema. Quan Gaudí apliqui el mètode de Torras per trobar la línia de pressions d'un arc, necessitarà resoldre aquesta mena de sistemes de forces.

A l'ETSAB no hi havia cap assignatura específica d'estàtica gràfica, però hem vist que des de la Resistència de Materials de Joan Torras Guardiola s'explicaven mètodes gràfics per a la construcció del polígon funicular d'un arc.

Hem analitzat diferents reculls d'apunts de les assignatures que impartia Joan Torras i així hem pogut saber amb molta fidelitat què va aprendre Gaudí d'aquest professor.

Pel que fa al tema dels arcs i del càlcul funicular, Torras, a les seves classes, explicava un mètode propi seu que es basava en el mètode de Méry. De cara al càlcul de la corba de pressions, recomanava una partició de l'arc per plans verticals i equidistants, fent una partició fina, de manera que en cada part podia aproximar-se la localització del seu centre de gravetat sobre la vertical del punt mitjà de la partició. També explica amb detall el mètode de Scheffler i remetia els seus alumnes a una traducció francesa del text: els indicava el paràgraf i capítol concret que contenia l'explicació.

La traducció i estudi d'aquest text ens ha permès valorar molt positivament el mètode, per la seva organització clara i tabulada del procés que permet partir del general progressivament cap al detall, afegint càrregues puntuals o fent noves subdivisions en la partició per tal d'anar afinant la posició de la veritable corba de pressions. El mètode de Scheffler és clarament diferent del que explicava Torras. El de Scheffler requeria més càlculs a banda ja que treballava per acumulació de parts. Calia trobar el valor i punt d'aplicació de cada resultant a mesura que s'acumulaven les parts (1, 1+2, 1+2+3...). El mètode de Torras no requeria tants

càlculs a banda però no estava pensat per incloure pesos aïllats o subdivisions noves. Partia d'entrada d'una partició prou estreta.

Hem pogut comprovar que tots dos mètodes són equivalents i donen exactament la mateixa corba de pressions, però el procés gràfic i els càlculs a banda que es requereixen en cada cas són diferents.

Observant els pocs càlculs funiculars que s'han conservat del mateix Gaudí i els càlculs funiculars dels seus col·laboradors i deixebles, hem pogut veure clarament que el mètode de Gaudí és molt més pròxim al mètode de Torras que no pas al mètode de Scheffler.

El mètode de Scheffler semblava més ordenat i el percebem avui com a molt útil, ja que la seva tabulació facilita la informatització del procés. Concentra els esforços en la zona crítica de l'arc i deixa la corba de pressions amb pocs punts a les altres zones. Proposa un procés iteratiu cap a la solució cenyint pas a pas allà on cal afegir més punts i subdivisions. Tot i això, Gaudí i els arquitectes més joves del seu entorn van triar el mètode de Torras.

Pensem que aquesta elecció del mètode de Torras ha d'estar motivada perquè d'entrada es presenta mantenint una sèrie de valors constants (l'amplada de la partició), que segurament facilitaven, simplificaven o reduïen el nombre d'operacions numèriques prèvies, que calia fer sempre a mà, i perquè finalment s'obté una poligonal amb més vèrtexs, i repartits més homogèniament, que permet visualitzar molt bé la corba de pressions que es desitja al llarg de tot l'arc.

Tots dos mètodes han sigut explicats utilitzant animacions dinàmiques i hem comparat les diferències entre tots dos.

Sobre l'aprenentatge del mètode dels models invertits

Hem vist també, en els apunts de les lliçons de Joan Torras, que en les seves classes de Resistència de Materials comentava la qüestió d'equilibrar arcs donant-los la forma de la corba funicular invertida, i insinuava com a útil, senzill i pràctic el mètode dels models invertits amb pesos i cordills.

De ben segur que van ser un conjunt de factors que influïren a Gaudí perquè prengués, gairebé en solitari, el camí de l'experimentació amb els models penjants. Entre els possibles hem destacat la influència de Joan Martorell, arquitecte per a qui Gaudí va treballar, que admirava l'estàtica gràfica de Culmann. El text de John Millington present a la biblioteca de Martorell també podia haver influenciat Gaudí, ja que conté exemples pràctics que descriuen experiències amb models estereostàtics per a alguns ponts diversos. Tot i això, les conclusions d'aquell autor són contràries a la promoció del mètode i avalen la seva posició buscant suport en reconeguts enginyers, anglesos. Per tant, si bé Gaudí podia haver pres idees pràctiques d'aquest llibre, va necessitar alguna empenta des d'alguna altra banda, persona o institució que el decidís a prendre l'atrevida posició oposada al reconegut tractat, i aquesta la va trobar simultàniament en el professor Joan Torras i en Joan Martorell.

Des d'aquests dos punts de vista valorem, per tant, que Joan Torras esdevingué una persona més que va deixar una petja important en Gaudí, pel que fa a la manera de concebre la forma idònia dels arcs, així com a la manera d'abordar el seu càlcul funicular.

8.1.4 Aportacions a la comprensió dels mètodes de Gaudí de càlcul gràfic i funicular

Sobre els càlculs funiculars plans de Gaudí

Pel que fa als càlculs gràfics en 2D, en el paper, hem comentat que Joan Bergós ja va iniciar una breu explicació del mètode funicular que usava Gaudí en una nota al peu d'una il·lustració en un dels seus primers llibres (1953). L'explicació de Bergós va ser, en essència, encertada i correspon al mètode de Gaudí. Però descobrim, en la manera de traçar la composició de forces, un desplaçament constant de les resultants que no veiem en cap dels funiculars de Gaudí ni dels seus col·laboradors. Atribuïm aquest desplaçament al mateix Bergós com un intent de millorar la visualització del procés en el gràfic que adjunta.

En el mateix llibre, al llarg del qual Bergós introdueix diversos comentaris breus sobre obres de Gaudí des del punt de vista de l'estructura, comenta també un càlcul, suposadament de Gaudí, fet per comprovar l'estabilitat d'una volta de canó. En aquest altre cas hem vist que al llarg de la resolució de la qüestió se simultaniejaven els càlculs gràfics i funiculars, els analítics fets a banda i els experimentals per obtenir la catenària d'una longitud coneguda, la qual cosa és coherent amb la fermesa de Gaudí a buscar en cada cas la via més directa i clara cap a la solució. En aquest cas, aquest exemple roman com un cas aïllat, i no hem trobat cap altre exemple semblant de Gaudí que serveixi per contrastar l'autenticitat de Gaudí en el singular mètode que s'exposa.

Ja hem vist que Gaudí va aprendre de Joan Torras els mètodes per traçar les línies de pressions o les corbes funiculars dels arcs. De l'observació atenta dels funiculars que s'han conservat de Gaudí, podem concloure que aquells aprenentatges van ser significatius ja que la metodologia gràfica usada per Gaudí coincideix amb les explicacions de Torras. De fet, s'han conservat molt pocs dibuixos i no són originals, sinó petites fotografies preses per deixebles de Gaudí per il·lustrar un parell de llibres editats molt poc temps abans que fos incendiat l'estudi de la Sagrada Família. La poca definició d'aquestes fotografies ampliades no permet extreure dades amb la precisió necessària per reproduir aquells càlculs, però la configuració dels diferents traços permet identificar el mètode que després trobarem també en altres projectes de deixebles i col·laboradors.

Sobre els càlculs funiculars dels tres principals col·laboradors

Per il·lustrar el mètode funicular de Gaudí hem recorregut als càlculs en els quals intervingueren els seus col·laboradors més directes i que ens han arribat a nosaltres amb més documentació que no pas una sola fotografia d'un dibuix.

Hem detallat i explicat mitjançant animacions tres exemples prou significatius, un de cada un dels tres principals col·laboradors tècnics de Gaudí: un senzill arc de Francesc Berenguer, el càlcul d'estabilitat de la catedral de Palma de Mallorca de Joan Rubió i el càlcul d'estabilitat de les naus del temple de la Sagrada Família de Domènec Sugranyes.

1) El càlcul de Francesc Berenguer

A l'arxiu històric del COAC es conserven dos plànols en paper vegetal, atribuïts a Berenguer i que representen uns càlculs gràfics d'uns arcs i voltes d'escala, sense ser definit el projecte o l'obra a què corresponen. De tots dos, hem analitzat el plànol més clar i net i ens ha servit per introduir el tema a poc a poc i així poder explicar el mètode amb el màxim detall: des de la subdivisió en parts, l'organització de les càrregues, l'establiment del punt de pas, el càlcul de l'empenta fins a la composició final del funicular.

L'animació oferta sobre aquest càlcul funicular ha sigut pensada tenint sempre present el vessant didàctic de la qüestió.

Finalment, ens hem plantejat d'intentar trobar a quina obra podria correspondre aquest arc i, després d'haver examinat amb detall la diversitat d'arcs en formes i dimensions dels cellers Güell al Garraf sense obtenir èxit, hem trobat també al mateix arxiu un projecte de Berenguer per a una casa unifamiliar al poble de Rubió, que té una arcada a l'entrada principal amb una forta semblança que resol satisfactòriament aquella incertesa.

2) El càlcul de Rubió per a la catedral de Mallorca

En l'encàrrec de Gaudí per reformar la seu de Mallorca, Rubió hi va tenir un paper important.

Rubió ja s'havia encarregat de temes estructurals en altres projectes de Gaudí, com el viaducte del Bellesguard o els del parc Güell, i en aquest cas va ser el responsable de l'estudi d'estabilitat de la nau. El treball de Rubió va motivar de fer una conferència i gràcies a això s'ha conservat íntegre el text, les taules de valors i els plànols de càlcul gràfic que en aquella ocasió es van explicar.

Es tracta d'un càlcul gràfic pla d'una part d'edificació que necessita les tres dimensions per explicar-se bé. En aquest càlcul cal compondre forces contingudes en plans diferents, que no són coplanàries amb el pla del dibuix. S'analitza una secció de la nau que correspon a la secció per les columnes i els arcs torals principals, però les arestes diagonals, que queden fora d'aquest pla principal del dibuix, Rubió les ha de resoldre a part, amb la utilització de diferents vistes dièdriques referenciades a la planta segons convingui.

Sobre el paper aquest càlcul resulta un xic incompreensible i complex, però hem vist que hi ha la informació suficient i ens ha permès reproduir el càlcul en un model virtual en tres dimensions, i així oferir una explicació visual de tot el procés molt més clara.

En essència, el mètode utilitzat per Rubió, en aquest càlcul i en altres càlculs seus, és el mateix que el de Berenguer que s'ha detallat abans. En aquest cas, però, la complexitat del tema ha requerit considerables matisacions i l'aparença final podria semblar un mètode diferent.

3) El càlcul de Sugranyes a la Sagrada Família

El càlcul de Sugranyes sobre l'estabilitat de les naus del temple de la Sagrada Família és un càlcul ben diferent. En aquest cas no és un càlcul funicular tal com els que hem vist fins ara

segons el mètode de Torras. El problema torna a ser tridimensional, com en el cas de Mallorca, però en aquest cas no existeixen uns nervis que es puguin identificar com a continguts en uns plans concrets. No es possible analitzar arcs separatament, ni discretitzar-los en petites porcions per poder compondre els pesos amb l'empenta per obtenir la forma arquejada del funicular. No hi ha arcs. L'estructura és absolutament tridimensional, formada per elements superficials com paraboloides i hiperboloides que no poden reduir-se a un pla.

Davant d'aquesta aparent complexitat del problema estructural que es planteja, la manera com Gaudí i Sugranyes l'aborden és sorprenentment senzilla.

En primer lloc, calculen els pesos, no de petites porcions sinó de les grans peces geomètriques bàsiques en què es pot desmembrar el conjunt de l'obra. Després calculen la posició exacta del centre de gravetat de cada una, i finalment componen aquests pesos obtenint una resultant i un punt d'aplicació. La importància d'aquest centre de gravetat total del conjunt de coberta i voltes serveix a Gaudí per determinar la inclinació necessària que ha de tenir la columna. La columna parteix d'un punt prefixat en planta segons la modulació de la nau i arriba ramificada fins a aquests punts. L'accentuada verticalitat de la nau fa que la forta component vertical es pugui descompondre en una compressió centrada en la columna i una petita empenya horitzontal que assumeixen repartint-se-la els diferents sostres de què es disposa.

La utilitat del càlcul és per definir el projecte encara *obert* i no pas per comprovar un projecte ja *tancat*. És per això que hem dit diverses vegades que Gaudí projectava i calculava al mateix temps, se servia dels càlculs de l'estructura per definir la forma.

8.1.5 Aportacions al coneixement dels models penjants de Gaudí

Sobre els càlculs amb models tridimensionals de pesos i cordills

Pel que fa als models estereostàtics, càlculs en 3D, hem cercat informació dels diferents models de cordills que tinguin testimonis que Gaudí hi hagués treballat. Bàsicament només en són tres: el model del projecte per a la Colònia Güell, el model del projecte previ del mateix encàrrec i un model de les naus del temple de la Sagrada Família.

El primer de tots tres és el més documentat i la seva reconstrucció va ser la tesi doctoral de Jos Tomlow. Es conserva actualment al museu de la Sagrada Família.

Del segon model, tan sols ha sobreviscut una fotografia que Tomlow va detectar que no tenia correspondència amb la resta de la col·lecció de la Colònia Güell. Tomlow va analitzar també aquella fotografia i va arribar a donar la seva versió de com podia ser el projecte que representava, en planta i secció.

Prenent en consideració els suggeriments de Tomlow i sense voler competir amb el seu minuciós estudi del recorregut i disposició dels diferents fils i pesos, nosaltres hem arribat a fer una reconstrucció virtual del model i una reconstrucció física, real.

La reconstrucció virtual ens ha permès processar el model amb el programari que Ramon Sastre ha dissenyat per a l'anàlisi d'estructures tèxtils, tesades, o per inversió, estructures de cables i pesos en suspensió.

La reconstrucció física i material ha estat exposada al Saló del Tinell donant cos al lema “Gaudí: la recerca de la forma”, i ha servit per oferir a l’espectador la visualització no només d’una forma o esquelet estructural concret d’una fase projectual de Gaudí, sinó que també ha permès explicar com Gaudí experimentava amb el mètode, començant per geometries més senzilles i a poc a poc, dissenyant i calculant al mateix temps, anava donant forma arquitectònica a la seva obra. Quan manipulava el valor i la posició dels pesos utilitzava les lleis de la mecànica i la geometria com una eina, les posava al servei de la plàstica que ell desitjava aconseguir.

La difusió i el ressò culturals que aquesta exposició ha tingut no s’ha limitat a Barcelona ciutat o el seu entorn català més proper, sinó que ha iniciat a Lleó un recorregut itinerant que divulgarà molt més enllà tots aquests aspectes tècnics i geomètrics de Gaudí, fins ara més desconeguts, i que una vegada més projecten la seva obra com a obra d’art integral, des de l’esquelet geomètric, mecànic, estructural, més intern, fins a la rica ornamentació epidèrmica més externa.

8.1.6 Aportació d’un programa per identificar els arcs de Gaudí

Parlant dels singulars arcs de Gaudí, s’ha comentat diverses vegades amb certa indiferència si es tractava d’arcs parabòlics, catenaris, hiperbòlics... La falta de rigor detectada en molts textos en la manera d’usar aquests adjectius és el que ha motivat la necessitat d’una eina de fàcil maneig que permetés sortir de dubtes en cada cas.

El programa que s’ha presentat permet identificar molt fàcilment un arc i poder classificar la corba de l’intradós com a el·lipse, paràbola, hipèrbola o catenària. Permet visualitzar els casos en els quals aquestes corbes són extremadament pròximes i es confonen, així com els altres casos en els quals és més propi un dels adjectius i no cap altre. La manera de plantejar la qüestió, que permet a l’usuari escollir la fotografia del fons de pantalla i situar tres punts bàsics amb simples moviments del ratolí, facilita la interacció dinàmica i fa senzilla i atractiva l’experimentació per analitzar la diversitat d’arcs.

Amb el programa enllestit i experimentant sobre l’obra de Gaudí, hem descobert que existeix un ventall ample de possibilitats i que fins i tot en una mateixa obra conviuen els tres tipus més freqüents: arcs parabòlics, arcs catenaris i arcs hiperbòlics.

S’han trobat arcs, més rebaixats, que realment són susceptibles de dir-se indistintament parabòlics o catenaris per la clara superposició de les dues corbes, però en canvi s’han trobat altres arcs identificables més clarament quan en pantalla es fa palesa la distinció.

8.1.7 Aportació d’un programa per a la recuperació dels mètodes gràfics de càlcul d’arcs

Després de dedicar tant de temps a l’estudi dels mètodes gràfics que va utilitzar Gaudí, volíem plantejar-ne la recuperació com una proposta de recuperar una manera de fer de Gaudí, que calculava i dissenyava al mateix temps.

Des de temps molt remots el disseny i el càlcul dels espais de l'arquitectura eren inseparables i s'expressaven gràficament. Hem vist que els tractats clàssics de construcció, amb l'establiment de mòduls o amb les lleis proporcionals entre la llum, la fletxa i el gruix dels pilars d'un pont, parlen d'aquesta interrelació entre la geometria i l'estabilitat i s'expressa sempre gràficament.

Des dels savis grecs fins a mitjan s. XX, abans de l'aparició de les calculadores i dels ordinadors, qualsevol càlcul calia plantejar-lo amb un suport gràfic i geomètric.

En arquitectura, el càlcul gràfic sempre ha resultat valuós a l'arquitecte, ja que permet percebre els resultats amb una simple mirada i així confirmar unes intuïcions de proporcions concretes fetes *a priori*.

Avui dia, però, el procés de disseny i el procés de càlcul massa sovint estan excessivament separats, distanciat, fins al punt que són encàrrecs diferents per a professionals diferents. La forma arquitectònica en mans del projectista que desvincula la funció de l'estructura podrà esdevenir capritxosa i fins i tot irracional. L'estructurista la calcularà: dimensionarà les seccions, els perfils, els armats... fins que assoleixi els requeriments establerts segons l'ús i la normativa. Però de ben segur que, si de bon principi s'haguessin pres en consideració els requeriments estructurals, aquesta obra més escultòrica que arquitectònica no seria tant antieconòmica, antiecològica ni representant d'una arquitectura poc sostenible i contrària als interessos generals del planeta.

En el camp concret del disseny dels arcs de fàbrica, en els quals els requeriments d'estabilitat són primordials (respecte als requeriments de resistència o deformabilitat, que normalment estan sobradament garantits), trobem que el desenvolupament actual de la informàtica, tant des del punt de vista del maquinari com del programari, permet recuperar els mètodes gràfics i fer-los interactius, tal com hem ofert en el nostre programa de mostra.

El disseny de la forma de l'arc implica unes dovelles, unes àrees, uns pesos, i per tant, un seguit de línies de pressions possibles. Si el dissenyador d'aquest arc pot conèixer durant tota la fase de disseny la posició relativa de la línia de pressions respecte del nucli central de la massa de l'arc que està proposant, de ben segur que acabarà proposant un arc de la màxima racionalitat i economia possibles. Haurà dissenyat i calculat al mateix temps, tal com feia Gaudí.

Tot i que fins ara hem volgut accentuar aquesta lliçó apresada de Gaudí, la que ens ajuda a relacionar geometria i mecànica, disseny i càlcul, com a parelles inseparables, als ulls dels més pragmàtics aquesta nostra aportació té una evident utilitat d'aplicació pràctica en el camp de la restauració de monuments, ja que tot el nostre patrimoni arquitectònic ha estat concebut i construït fonamentant-se sobre aquests mètodes gràfics. La comprensió de les seves lleis generadores és una molt bona manera d'acostar-se a les obres d'art.

De totes maneres, nosaltres no pretenem oferir un producte d'aplicació pràctica, sinó simplement iniciar un debat que obri l'interès per tal des que des dels àmbits empresarials adequats es puguin generar programes molt millors.

8.2 Conclusions

L'extensió dels diferents temes que s'han anat tractant al llarg d'aquest treball ha deixat molt lluny les primeres pàgines que puntualitzaven les intencions de partida. Quan ha arribat el moment de tancar aquesta tesi s'ha fet necessari recopilar breument totes les qüestions assolides que la tesi aporta al coneixement i és també necessari donar resposta a aquells interrogants que havien despertat l'interès per iniciar-la, així com als objectius plantejats que recordem a continuació:

- 1) Documentar l'origen i la formació de Gaudí per esbrinar el moment en què se li va obrir la porta per treballar amb aquest mètode.
- 2) Explicar el mètode utilitzat per Gaudí, ja sigui en paper (2D) o en models (3D), a través de la selecció d'uns exemples concrets.
- 3) Presentar la viabilitat de la recuperació dels mètodes gràfics gràcies als dibuixos computeritzats, que possibiliten modificacions dinàmiques i interactives.

Tot i que al llarg del treball aquests interrogants ja han anat trobant resposta, donem aquí unes respostes molt concises que cal entendre com a conclusió de tota la investigació precedent:

Punt 1)

S'ha documentat extensament la formació de Gaudí, s'han examinat els seus expedients acadèmics, s'han buscat els textos i apunts dels seus professors, i podem concloure que Gaudí va conèixer els mètodes de càlcul gràfic funicular a les classes de Joan Torras i Guardiola, professor de Construcció i Resistència de materials a l'ETSAB. Ja sigui per interès propi posterior o per assolir els coneixements necessaris per superar aquesta assignatura, Gaudí va poder consultar textos que detallaven més les explicacions del professor, la majoria dels quals eren traduccions en francès (Culmann, Scheffler, Lévy, Müller-Breslau...).

Aquest mateix professor també és qui explicava a les seves classes les virtuts de dissenyar un arc qualsevol amb la forma invertida del seu model penjat. Aquests comentaris, juntament amb el mestratge de l'arquitecte Joan Martorell, admirador de l'estàtica gràfica de Culmann i posseïdor del llibre de Millington traduït a l'espanyol, són els principals factors que li podien donar el coneixement de l'existència d'aquest mètode i els ànims necessaris per abocar-s'hi.

Punt 2)

Les fotografies d'uns càlculs funiculars de Gaudí ens han permès identificar que Gaudí feia servir el mètode de Torras que s'explicava a l'ETSAB. Les breus explicacions sobre el mètode que Bergós va donar el 1953 s'han trobat en essència encertades, però s'hi han detectat alguns detalls dels quals no trobem aval d'autenticitat en cap altre projecte que tingui unes peculiaritats semblants.

S'ha explicat el mètode detalladament a través d'unes animacions, amb aquesta intenció bàsicament didàctica, i s'han reproduït tres càlculs exemplificadors dels tres principals col·laboradors de Gaudí.

Des del primer exemple senzill, en el pla, que ha servit per explicar el detall, fins als altres dos exemples d'anàlisi a l'espai, es dona una visió prou completa de l'abast del mètode.

Punt 3)

La viabilitat cal tenir-la en compte, simultàniament, des del marc teòric i des del pràctic.

La viabilitat teòrica es basa en les teories de Jacques Heyman, defensor dels criteris de ruptura dels arcs de fàbrica per formació de més de tres ròtules plàstiques i defensor dels mètodes de localització de la línia de pressions com la millor manera de plantejar el càlcul d'estabilitat d'aquests arcs. Heyman contraposa la bona adequació d'aquest mètode a les fràgils suposicions de condicions de contorn necessàries per resoldre els sistemes d'equacions resultants d'aplicar la teoria d'elasticitat, i prioritza la recerca de l'equilibri de l'arc respecte a l'anàlisi tensorial de resistència del material.

De totes maneres, com s'ha advertit des del començament, aquesta tesi no s'ha plantejat per defensar aquesta teoria, que a poc a poc va guanyant terreny en el camp de la restauració de monuments, sinó que l'ha pres com a punt de partida; per tant, l'assumeix i no la qüestiona.

Per a la viabilitat pràctica s'entén que cal oferir un programa de fàcil maneig, interactiu i dinàmic, de manera que l'usuari pugui realment obtenir resultats dels seus dissenys de manera simultània al procés de donar les dimensions principals que pròpiament configuren la geometria bàsica de l'arc. El programa que s'ha ofert finalment posa en evidència aquesta viabilitat pràctica per al cas bidimensional, i es presenta com una eina molt útil sobretot per al camp de les intervencions en el patrimoni arquitectònic, obres on abunden els arcs de pedra susceptibles de ser analitzats amb aquest instrument.

8.3 Proposta de noves vies d'investigació

Pel que fa al càlcul gràfic funicular de Gaudí i els seus models penjats, tenim la impressió d'haver esgotat el tema. Hem invertit un gran esforç per explicar ben clarament aquesta qüestió, per a la qual cosa hem utilitzat tots els mitjans a l'abast: les animacions, els models virtuals i la reconstrucció física i real d'un model.

De Gaudí hem après una important lliçó: la de dissenyar i calcular al mateix temps.

Això significa que, a l'hora de donar forma a l'arquitectura, cal tenir molt present el sentit constructiu i mecànic del que es proposa. El càlcul estructural no pot ser una simple comprovació posterior, sinó que ha d'estar totalment present en tot el procés de generació de la geometria bàsica de la forma.

El programa de càlcul d'arcs l'hem presentat com un primer pas en la direcció de recuperar els mètodes gràfics de Gaudí, en la línia de donar una eina al dissenyador d'arcs per tal que pugui considerar el tema d'estabilitat estructural al mateix temps que està temptejant el disseny formal.

El cas plantejat és bidimensional, comprèn només el tema dels arcs i, en principi, està restringit als arcs de fàbrica, ja que discrimina la part de secció on apareixen traccions.

Pensem que totes aquestes limitacions es poden anar superant, una a una, en treballs posteriors.

Sortint del camp dels arcs i obrint la visió, per exemple, cap a les encavallades i bigues, s'obre també una interessant possibilitat de recuperar informàticament els antics càlculs gràfics mitjançant diagrames de tipus Cremona o Williot que resolien les estructures de barres planes donant l'esforç a cada barra. De la mateixa manera dinàmica i interactiva que hem presentat en el nostre cas dels arcs, es podria aconseguir donar per a aquestes altres estructures aquestes forces resultants a cada barra, a temps real, a mesura que es dissenya l'estructura, les seves dimensions bàsiques, a mesura que s'afegeixen o es treuen barres, etc.

Els càlculs gràfics van comprendre molts camps abans de l'era de la informàtica, i totes aquelles enginyoses aplicacions se'ns presenten ara com a susceptibles de ser replantejades de nou amb aquesta nova eina.

La informàtica s'està superant vertiginosament, en capacitat d'emmagatzematge, en velocitat de procés, etc. i no ens estranyarà que d'aquí a poc temps es pugui traslladar aquest senzill problema d'un arc bidimensional a una complexa estructura, tridimensional, tota sencera.

Hi ha, per tant, noves vies d'investigació encaminades a facilitar eines per poder visualitzar el camí de les resultants de les forces, per veure com discorre per l'interior de l'estructura, en qualsevol instant durant la fase de projecte, de disseny geomètric bàsic de la mateixa estructura. Això es presenta com a molt atractiu i alhora útil, ja que ajudarà el dissenyador a tenir un major control estructural del que proposa.

En aquest sentit, considerem que a partir d'aquí s'obre un interessantíssim camp d'estudi pel que fa a la recuperació dels antics càlculs gràfics estructurals, d'aquella pregnàcia dels resultats gràfics, visuals, que requerien un gran esforç per a cada una de les proves prèvies en processos iteratius, però que avui, amb la tecnologia actual, es poden aconseguir a temps real a mesura que es modifiquen les dades inicials de partida.

9 Bibliografia

L'ordre dels sumands no altera la suma, en matemàtiques, perquè només es tracta dels nombres; però plàsticament sí, ja que cada un ha de tenir el seu lloc, és a dir, que la suma plàstica és la suma jeràrquica. El cap i els peus se sumen a través del cos, però cadascun en el seu lloc.

No hem de canviar les coses de lloc en sumar-les.

L'abstracció complica les coses.

La projecció perspectiva dóna més camí que la geomètrica i cal, en imaginar la cosa, imaginar-la ja amb un o més punts de vista, això és, situar-la.

Antoni Gaudí

BERGÓS, Joan. *Converses de Gaudí amb Bergós*. Pàg. 98 i 220.

9 Bibliografia

9.1 Bibliografia general

Deixant de banda les grans enciclopèdies consultades per obtenir les dades biogràfiques de diferents personatges il·lustres, com la Gran Enciclopèdia Catalana, l'Enciclopèdia Espasa Calpe en més de 50 volums, o l'Enciclopedia Larouse, la bibliografia que exposem a continuació és la que ens ha estat més útil per a la redacció del recorregut històric de la primera part.

BERTRAN i ILARI, Josep

Historia de la representación arquitectónica II desde el neoclasicismo hasta la actualidad.

UPC. ETSAB, Barcelona, 2001

Són uns guions per a les classes de l'assignatura de doctorat que versa sobre aquesta qüestió.

Veure també la seva Tesi Doctoral a l'apartat corresponent (9.6).

CASTRO VILLALBA, Antonio

Historia de la construcción arquitectónica.

Edicions UPC, Barcelona, 1995, 1996 i 1999

Classificació ordenada de cada una de les etapes de la història de l'arquitectura i en cada una d'elles a més de la situació general parla dels tancaments, murs, cobertes, arcs i voltes... El tema arcs, voltes i cúpules queda disseminat per tot el llibre.

Fotos interessants.

Historia de la construcción medieval

Edicions UPC, Barcelona, 1996

CONGRESO NACIONAL DE HISTORIA DE LA CONSTRUCCIÓN

Actas del 1r Congreso Nacional de Historia de la Construcción, Madrid, 19-21 de septiembre de 1996.

Prólogo de Ricardo Aroca Hernández-Ros y Antonio de las Casas Gómez.

Edición a cargo de Antonio de las Casas Gómez, Santiago Huerta Fernández y Enrique Rabassa Díaz. Ed. Instituto Juan de Herrera, Madrid, 1996

Actas del 2o Congreso Nacional de Historia de la Construcción, A Coruña, 22-24 de octubre de 1998.

Prólogo de José fernández Gómez. Organizado por el Instituto Juan de Herrera, la Universidad de A Coruña, la Sociedad Española de Historia de la Construcción y el Centro de Estudios Históricos de Obras Públicas y Urbanismo (CEHOPU).

Edición a cargo de Fernando Bores Gamundi (et altri). A Coruña, 1998.

Actas del 3r Congreso Nacional de Historia de la Construcción, Sevilla, 26-28 de octubre de 2000.

Prólogo de Amparo Graciani García. Organizado por el Instituto Juan de Herrera, la Universidad de Sevilla, la Junta de Andalucía. Consejería de Cultura. Instituto Andaluz de Patrimonio, el Colegio Oficial de Aparejadores y Arquitectos técnicos de Granada, el Centro de Estudios Históricos de Obras Públicas y Urbanismo (CEHOPU), y el Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX). Edición a cargo de Amparo Graciani García (et altri). Sevilla, 2000.

ECO, Umberto

Cómo se hace una tesis

Reedició Ed. Gedisa, Barcelona, 2002

GEIST, Johan Friedrich

Arcades. The history of a building type.^{*1}

The Mit Press, Cambridge, 1983

GUZMÁN OZAMIZ, Miguel de

La experiencia de descubrir en geometria

Tres Cantos, Nivola, Universidad Complutense de Madrid, Madrid, 2002.

REY PASTOR, Julio i BABINI, José

Història de la matemàtica

Ed. Espasa Calpe Argentina, 1951

RIERA i TUÈBOLS, Santiago

Síntesi d'història de la ciència catalana.^{*}

Ed. La Magrana, Barcelona, 1983.

TATON, René

Historia General de las Ciencias

Ed. Orbis, Barcelona, 1988.

TIMOSHENKO, Stephen P.

History of Strength of Materials

Ed. McGraw-Hill, New York, 1953

Ed. Dover Publications, Inc. New York, 1983, 1983

VILLANUEVA i BARTRINA, Lluís

Historia de la representación arquitectónica I desde los orígenes hasta el barroco.

Material docente para el curso de doctorado impartido por Lluís Villanueva.

UPC-ETSAB, Barcelona, 1999

Són uns guions per a les classes de l'assignatura de doctorat que versa sobre aquesta qüestió.

Veure també la seva Tesi Doctoral a l'apartat corresponent.

¹ Els llibres assenyalats amb un asterisc (*) realment no els hem pogut consultar fins a la data d'avui. Malgrat tot els volem incloure a la llista bibliogràfica, per la relació amb els temes tractats.

9.2 Tractats de geometria, de mecànica i altres textos sobre el càlcul d'arcs

En aquest apartat hem volgut incloure tots aquells llibres i tractats de geometria, mecànica o estàtica gràfica, molts dels quals ja hem comentat extensament al llarg del treball.

ADHEMAR, Alphonse Joseph

Applications de géométrie descriptive charpente par [Alphonse J.[oseph] Adhémar.

2a. ed. revisada i augmentada. Carilian-Goëury et V. Dalmon, E. Thunot, París, 1854.

Estereotomia

Localitzat al fons antic de la biblioteca de l'ETSEIB.

Applications de géométrie descriptive coupe des pierres par [Alphonse] J.[oseph]

Adhémar.

5a. ed. revisada i augmentada. Victor Dalmont, E. Thunot [etc.], París, 1856.

Estereotomia

Localitzat al fons antic de la biblioteca de l'ETSEIB.

ARAGON, Ernest

Résistance des matériaux appliquée aux constructions : methodes pratiques par le

calcul et la statique graphique / par Ernest Aragon

Vve. Ch. Dunod, Éditeur, 3 volums, París, 1904-1908.

Estàtica gràfica i Resistència de materials

BEER, Ferdinand P. i RUSSELL JOHNSTON, E.

Mecánica vectorial para ingenieros

1a ed. Ed. Del Castillo, Madrid, 1967, (6a ed. 1998).

Útil per iniciar-se en els problemes de cables i pesos i la seva resolució des de l'òptica analítica actual.

CAMACHO MARTÍNEZ, Rosario

El manuscrito sobre la gravitación de los arcos conta sus estribos del arquitecto

*Antonio Ramos.**

Real Academia de S. Fernando, Madrid, 1992.

CASSINELLO PÉREZ, Fernando

*Arcos de ladrillo.**

ITCC, Madrid, 1958.

CULMANN, Carl

Traité de statitique graphique / par C[arl] Culmann traduit sur la deuxième édition

allemande par G. Glasser et J. Jaquier et A. Valat

Traducció de la segona edició alemanya per G.Glasser i J. Jaquier i A. Valat.

Dunod, Arnous de Rivière, París, 1880. 2 volums (text i làmines).

Estàtica gràfica.

DARRAS, M.

Statique graphique élémentaire et notions préliminaires de résistance des matériaux à l'usage des élèves architectes, ingénieurs, etc. : suivies des tables des poutres et poutrelles en bois et en fer classées par ordre numérique de module de section Iv / par M. Darras.

H. Dunod et E. Pinat, París, 1912.

Estàtica gràfica i Resistència de materials

DAS, Braja M., KASSIMALI, Aslam i SAMI, Sedat

Mecánica para ingenieros

Linusa, Mèxic, 1999.

Útil per iniciar-se en els problemes de cables i pesos i la seva resolució des de l'òptica analítica actual.

DE LA GOURNERIE, Joules

Traité de Géométrie Descriptive.

Imprimeur-libraire Mallet Bachelier, París, 1860

D'OCAGNE, Maurice

Cours de Géométrie descriptive et de Géométrie infinitésimale.

Imprimeurs-libraires Gauthier-Villars, París, 1896

DOMÈNECH i ESTAPÀ, Josep

Tratado de Geometria descriptiva para el uso de la facultad de Ciencias y de preparación para Carreras Especiales. I.- Puntos, rectas y planos.

Imprenta de la Casa Provincial de Caridad, Barcelona, 1903

El mateix llibre fou imprès en diferents edicions per l'editorial Ortega, fins més enllà de l'any 1934, amb el títol:

Tratado de Geometria descriptiva: puntos, rectas y planos. Representación y problemas en los sistemas de proyección acotado, diédrico, axonométrico y cónico.

Veure també, en els anuaris de l'Associació d'Arquitectes de Catalunya, la conferència "La fábrica de ladrillo en la construcción catalana" de l'any 1900.

ELIZALDE, Antonio

Curso de Geometria descriptiva

1a ed. Madrid, 1873. 5a. ed., imprenta, librería i encuadernación de F. Jornet, Donostia-San Sebastián, 1912.

FAVARO, Antonio

Lezioni di statica grafica / per Antonio Favaro

Premiata Tipografica Edit. F. Sacchetto, Padova, 1877.

Leçons de statique graphique / par Antonio Favaro ; traduites de l'italien par Paul Terrier.

1. pt. *Géométrie de position.*

2. pt. *Calcul graphique avec appendices et notes du traducteur*

Traducció de l'italià al francès per Paul Terrier.
Gauthier-Villars, París, 1879-1885.
Localització: UPC + biblioteca de la RACAB.
Estàtica gràfica

FLAMANT, A.

Stabilité des constructions : résistance des matériaux / par A. Flamant.
2a ed. Revisada i augmentada. Baudry, París, 1897.

FREZIER, M.

Coupe des Pierres et des Bois, pour la Construction des Voutes ou Traité de Stéréotomie à l'usage de l'Architecture / par M. Frezier
Ed. J. D. Doulsseker, L. H. Guerin, Strasbourg – París, 1737-1739, 3 volums.
Estereotomia
Localitzat a l'ETSAB

Elemens de stéréotomie, a l'usage de l'architecture, pour la coupe des pierres / M. Frezier.
Paris Ch. Ant. Jombert 1760. 2 volums.
Estereotomia
Localitzat a l'ETSAB

La Théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois pour la construction des voutes ou traité de stereotomie à l'usage de l'architecture / par M. Frezier.
Nova edició correguda i augmentada. París Chez Charles-Antoine Jombert 1754-1769.
3 volums.
Estereotomia
Localitzat a l'ETSAB.

GUALLART ELIAS, Eugenio

Principios elementales de Estática Gráfica / por Eugenio Guallart Elias
Est. Tip. de R. Fe, Madrid, 1891.
Estàtica gràfica

HENKEL, Otto

Estática gràfica ; por Otto Henkel, Joaquín Gay y Kurt Fizia.
Traduït de l'alemany a l'espanyol per Joaquín Gay y Kurt Fizia.
4a. Ed. Labor, Barcelona, 1943.
És un dels tractats més complets que hem consultat d'estàtica gràfica.

HEYMAN, Jacques

Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica.
2a ed. a càrreg de Santiago Huerta Fernández. Etsam. Madrid, 1995.
Sembla un recull d'articles diferents més que un llibre. Tot i el desordre aparent i les repeticions de temes i il·lustracions, és molt interessant, imprescindible.

El esqueleto de piedra. Mecánica de la arquitectura de fábrica.
Traducció del text original anglès de 1995. Etsam. Madrid, 1999.
Millor ordenat que l'anterior, per temàtiques o elements constructius diferents. Es repeteixen continguts del llibre anterior.

KIDDER, Frank E. i PARKER, Harry

Manual del arquitecto y el constructor

Traducció de la 18a edició en anglès y adaptació de les fórmules i taules al sistema mètric decimal per Santiago Alonso. Revisat per un cos d'especialistes sota la direcció de Harry Parker.

UTEHA, Mèxic, 1957.

És interessant alguna regla pràctica per dimensionar arcs, i la descripció de com traçar la línia de pressions d'un arc.

KOECHLIN, Maurice

Applications de la statique graphique / par Maurice Koechlin

2a. Ed. Revisada i augmentada. Librairie Polytechnique Baudry et Cie. París, 1898.

2 volums (text i làmines), 626 pàgines.

Estàtica gràfica

LEROY, Charles Françoise Antoine

Traité de geometrie descriptive, suivi de la méthode des plans cotés et de la théorie des engranages cylindriques et coniques, avec une collection d'épures, composée de 69 planches.

2 volums (text i làmines).

Bachelier, Carilian-Goenry et Dalmont, París 1842.

Geometria descriptiva. Localitzat al fons antic de la biblioteca de l'ETSEIB.

Traité de stereotomie, comprenant les applications de la géométrie descriptive à la théorie des ombres, la perspective lineaire, la gnomotique, la coupe des pierres et la charpente.

Bachelier, Carilian-Goenry et Dalmont, París 1842.

Estereotomia

LÉVY, Maurice

La statique graphique et ses applications / par Maurice Lévy.

Ier. Partie. Principes et applications de statique graphique pure.

Ile. Partie. Flexion plane. Lignes d'influence. Poutres droites.

III Partie. Arcs. Ponts suspendus. Corps de révolution.

IV Partie. Ouvrages en maçonnerie. Systèmes réticulaires à lignes surabondantes.

Gauthier-Villars, París, 1886-1888.

4 volums relligats junts (text i làmines).

Estàtica gràfica

L'ORME, Philibert de

L'ouvre de Philibert de L'Orme: comprenant le premier tome de l'architecture et les nouvelles inventions pour bien bastir et à petitz frais / Philibert de L'Orme.

Reproducció facsímil de l'ed. de 1567. Mengès, París, 2000.

MARVÁ i MAYER, José

Mecánica aplicada a las construcciones.

4a ed. Julian Palacios, Madrid, 1909 (1a ed. 1888, 5a ed. 1916).

MAS-GUINDAL LAFARGA, Antonio-José

La reparación de la estructura.

Col·lecció: *Manuales técnicos, núm. 2, Estructuras.*

Ed. COAM, Madrid, 1998.

Reforça la necessitat de recuperar els mètodes gràfics de localització de la línia de pressions a l'hora d'analitzar arcs de pedra en intervencions en el patrimoni arquitectònic.

MAURER, Maurice

Statique graphique appliquée aux constructions : toitures, planchers, poutres, ponts, etc. / par Maurice Maurer.

2a. ed. revisada i augmentada. Librairie Polytechnique Baudry et Cie., París, 1886.

2 volums (text i làmines).

Estàtica gràfica

MILLINGTON, John

Elementos de arquitectura,

Traduït per Mariano Carrillo de Albornoz.

Ed. original Filadelfia, 18 ??.

Imprenta nacional, Madrid, 1848.

MONGE, Gaspard

Géométrie descriptive / par G. Monge ; suivie d'une théorie des ombres et de la perspective, extraite des papiers de l'auteur/par M. Brisson

7^a ed. Bachelier, 1847

184 pàgines, 28 làmines.

Geometria descriptiva

MOY, Carlos M^a de

Estática gráfica / por Carlos M^a de Moy ; prólogo de Antonio Favaro

1. *Geometría gráfica.*

2. *Geometría proyectiva.*

Ed. Pedro Ortega, Barcelona, 1888.

Geometria projectiva

MÜLLER-BRESLAU, Heinrich F.B.

Eléments de Statique Graphique appliquée aux constructions

Volum 1: *Poutres droites : poussée des terres voutes / par H. Müller-Breslau / traduction par T. Seyrig.*

Volum 2: *Poutres continues : applications numériques / par T. Seyrig.*

Traducció de l'alemany al francès per T. Seyrig, Baudry et Cie, París, 1886.

Estàtica gràfica

OLIVIER, M. Théodore

Cours de Geometrie descriptive. Premiere partie. Du point, de la droite et du plan.

2a ed. Carilian, Goeury et Vde. Dalmont, París, 1852.

Compléments de Géométrie Descriptive.

ed. Carilian, Goeury et Vde. Dalmont, París, 1845.

OTT, Kar

Das Graphische rechnen und die Graphische Statik / von Karl Ott.

Volum 1: *Die Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte.*

Volum 2: *Grundzüge der Graphischen Statik.**

Ed. Wierte gänzlich Umgearbeitete Aufl. Praga, 1884-1885.

2 volums relligats junts.

Estàtica gràfica.

RABASSA DÍAZ, Enrique

La forma y construcción en piedra. De la cantería medieval a la estereotomía del s.XIX.

Ed. Akal, Madrid, 2000.

RODÓN, Enrique

*Cálculo gráfico de estructuras. Tratado práctico para el cálculo de estructuras metálicas y de hormigón armado.**

Ed. GG, Barcelona, 1946.

ROUCHÉ, Eugène

Éléments de statistique graphique / par Eugène Rouché

Librairie Polytechnique Baudry et Cie., Laval, E.Jamin. París, 1889.

Estàtica gràfica.

ROVIRA Y RABASSA, Antoni

Estereotomía de la piedra / Antonio Rovira y Rabassa

Librería y Estampería artística, Barcelona, 1897-1899.

2 volums, un de text i un de làmines.

L'hem consultat a la biblioteca de l'ETSAB.

Tratado de gnomónica considerada bajo el punto de vista de aplicación directa de la geometría descriptiva por Antonio Rovira y Rabassa.

Librería y Estampería artística, Barcelona, 1896.

2 volums, un de text i un de làmines.

Teoría de las sombras, puntos y líneas brillantes y degradación de tintas.

Casa Provincial de Caridad, Barcelona, 18--.

2 volums, text i làmines.

Perspectiva cónica-lineal.

Ed. Verdaguer, Barcelona, 1910.

La madera y su estereotomía.

Librería de Álvaro Verdaguer, Imprenta de la Casa Provincial de Caridad, Barcelona,

1900. 2 volums, text i làmines.

El hierro sus cortes y enlaces

Ed. Ribó y Marín, Barcelona, 19--.

SALIGER, Rudolf

Estática aplicada. Cálculo de estructuras aplicado a las construcciones elevadas y al hormigón armado.

Traducció de la 2a ed. alemanya a l'espanyol per Joaquin Gay i Kurt Fizia.
Ed Labor, Madrid-Barcelona-Buenos Aires, 1932.

SCHEFFLER, Hermann

Die Hydraulik auf neuen Grundlagen / von Hermann Scheffler

Friedrich Foerster, Leipzig, 1891.

Estàtica gràfica

Localitzat al fons antic de la biblioteca de l'ETSEIB.

SUGRANYES, Domènec

Tratado completo teórico y práctico de Arquitectura y Construcción modernas.

M. Burdoy, Barcelona, 19--.

3 volums (un de text, un de làmines i un catàleg d'imatges d'estil arquitectònic)

Enseñanza técnica práctica de albañilería

Ed. El constructor, Barcelona, 19--.

TERRADAS i ILLA, Esteban

Estudios sobre los hilos. Equilibrio y movimiento de hilos inelásticos.

Dins les memòries de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona, 1892- 1911.

Discurs essencialment matemàtic. S'exposen les equacions, els processos d'integració i tot el que fa referència a un fil, projectat sobre d'una superfície o suspès a l'espai. La primera part analitza l'equilibri d'un fil i la segona part l'analitza quan és sotmès a un sistema en moviment de rotació, d'acceleració, etc.

TIMOSHENKO, Stephen

Resistencia de materiales.

Traducció de l'anglès per Tomás Delgado Pérez de Alba

2a ed. Espasa Calpe, Madrid, 1949.

Aquí hem trobat el comentari sobre Otto Mohr i els seus cercles per analitzar l'estat tensional d'un punt en les tres direccions de l'espai.

TOUS i BIAGGI, José

Estudio de la catenaria y de sus aplicaciones, por el académico D. José Tous i Biaggi.

Dins les memòries de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona, 1892- 1908.

Discurs excessivament matemàtic. S'exposa raonadament la deducció de totes les expressions relacionades amb la catenària i les seves propietats físiques i mecàniques, centre de gravetat, evolució... L'exposició inclou alguns gràfics il·lustratius i una taula auxiliar per estendre els valors a qualsevol catenària.

VELASCO DE PANDO, Manuel

*Arcos circulares y elípticos cargados.**

Dosat, Madrid, 1970.

9.3 Bibliografia dels professors de Gaudí

En aquest apartat recollim la bibliografia que hem trobat en la nostra recerca dels textos que van escriure els diferents professors de Gaudí que també hem anat comentant al llarg del capítol 4 d'aquesta tesi.

ARTIGAS Y RAMONEDA, José

El Monasterio de Santa María de Ripoll / presentado por el arquitecto D. José Artigas y Ramoneda a su compañeros de profesión
Tipografía de Fidel Giró, Barcelona, 1886. 31 pàgines.

CASADEMUNT, Adrià

Santa Catalina : recopilación y ampliación de los borradores de la monografía de la iglesia y claustro del derruido convento de Padres Dominicos de Barcelona, que por encargo... practicó en 1837 D. José Casademunt / por Adriano Casademunt ; precedido de un prólogo de Elías Rogent
Establecimiento Tip. de F. Giró, Barcelona, 1886.

CASTELARO SACO, José

Geometria descriptiva, primera parte del curso explicado en la facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona.

Luís Niubó, Barcelona, 1875.

Localitzat al fons antic de la biblioteca de l'ETSEIB i també a la biblioteca de la Reial Acadèmia.

Oración inaugural leida ante el claustro de la Universidad de Barcelona en la solemne apertura del curso 1884 a 85, importancia y explicaciones de la geometria descriptiva, sus relaciones con las bellas artes, por José Castelaro.

Ed, Jaime Jepús, Barcelona, 1884.

24 pàgines. Localitzat a la biblioteca de la Reial Acadèmia.

LUANCO, José Ramón de

La alquímia en España escritos inéditos, noticias y apuntamientos
Impr. De Fidel Giró, Barcelona, 1889-1897.

La alquímia en España / José Ramón de Luanco
Alta Fulla, Barcelona, 1998.

Compendio de las lecciones de química general explicadas en la Universidad de Barcelona.

Impr. Jaime Jeprús, Barcelona, 1878.

Compendio de las lecciones de química general explicadas en la Universidad de Barcelona.

Establecim. Tip. Redondo y Xumetra, Barcelona, 1893.

PRESAS i PUIG, Llorenç

Asignatura de Matemáticas sublimes. Programa.
Imprenta de Tomás Gorchs, Barcelona, 1847.

Asignatura de Mecánica racional. Programa.
Imprenta de Tomás Gorchs, Barcelona, 1847.

Remey que mata la malura de las viñas[sic]
Barcelona, 1854.

Guerra á muerte al cólera morbo asiático y al Oidium turkery.
Barcelona, 1855.

Eclipse de sol del 18 de julio de 1860 observado en Oropesa por una reunión de catalanes.
Barcelona, 1861.

Atracción atómica: ó sea atracción considerada en los átomos simples y compuestos de los cuerpos.
Barcelona, 1862.

Sistema natural de cristalización
Manuscrit, Barcelona, 1872-1873
2 volums, un de text i un de làmines.

Vegeu també en l'apartat de manuscrits els seus apunts de trigonometria i àlgebra (curs 1863-64) i geometria analítica (1864-65), així com el Plànol del terme municipal de St. Martí de Provençals (1853).

PEREZ DE LOS NUEROS, Federico

Discurso inaugural que en la solemne apertura del curso académico de 1869 à 1870 leyó ante el claustro de la Universidad de Barcelona / Federico Pérez de los Nueros.
Tomás Gorchs, Barcelona, 1869
Mecànica racional

Comparaciones del estado actual de las ciencias físico-matemáticas, con el que tenía a principios de este siglo, 1869 ; F. Pérez de los Nueros y Lewerfeld.
Presentació Josep Pla i Carrera (text en castellà, pròleg en català).
Discursos inaugurals Univ. de Barcelona.

Cría y multiplicación del gusano de seda : tema desarrollado por Federico Pérez de Nueros.
Fomento de la Producción Nacional, Tip. de Narciso Ramírez, Barcelona, 1877.
Conferències agrícoles.

RAVE, Antonio

Breve descripción de un termoscopio balanza y de un aparato para medir la velocidad de los proyectiles / por el académico de número Antonio Rave.

Dins les memòries de l'Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona, Barcelona, 1835-1885.

Consideraciones sobre el estudio de algunos fenómenos dependientes de las acciones moleculares, particularmente de las que se manifiestan en el contacto entre sólidos y gases o vapores ; nota leída en la Real Academia de Ciencias Naturales y Artes de Barcelona en sesión de 20 de diciembre de 1882 por el socio de número Antonio Rave.

Dins les memòries de l'Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona, Barcelona, 1835-1885.

RIQUELME Y LAIN-CALVO, Joaquín

Orígenes de la astronomía : discurso inaugural que en la solemne apertura del curso académico de 1874 a 75 leyó ante el claustro de la Universidad de Barcelona... / Joaquín Riquelme y Lain-Calvo.

Impr. Medina y Navarro, Madrid, 1874.

ROVIRA i RABASSA, Antoni

Consideraciones sobre los elementos que influyen en la decoración arquitectónica.

Discurso leído por Antonio Rovira y Rabassa en la sesión pública celebrada el día 29 de diciembre de 1898.

Imprenta barcelonesa, Barcelona, 1898.

Vegeu també altres publicacions de Rovira i Rabassa dins l'apartat de Tractats de geometria descriptiva i d'estereotomia.

SERRALLACH Y MAS, Leandre

Discurso sobre el tema observaciones acerca de las causas que influyen en el estado actual de la arquitectura : leído por el académico de número D. Leandro Serrallach y Mas en la sesión pública celebrada por la Academia en el día 9 de Diciembre de 1884 Tipo-Litografía de Celestino Verdaguer, Barcelona, 1884. 28 pàgines.

Monumentos romanos de Tarragona : apuntes histórico-críticos de algunos de dichos monumentos / por D. Leandro Serrallach y Mas ; leídos en la excursión hecha a aquella ciudad por la Asociación en 24 de Mayo de 1885 ; Asociación de Arquitectos de Cataluña.

Casa Provincial de Caridad, Barcelona, 1886. 47 pàgines.

TORRAS i GUARDIOLA, Joan

Vegeu els annuaris de l'associació d'arquitectes:

1900 Conferència "*El cuchillo parabólico*"

1901 "*El andamiaje del monumento dedicado a Colón en Barcelona*"

1911 Notes necrològiques

Vegeu els apunts dels seus alumnes:

Anònims

Bassegoda i Amigó, Joaquim

Bayó, Jaume

Farga i Pellicer, Rafael

Planella i Roura, Macari

9.4 Apunts de classe, làmines d'exercicis i altres manuscrits

En aquest apartat recollim els apunts manuscrits presos per diferents alumnes en les classes dels mateixos professors que va tenir Gaudí, així com reculls de làmines i exercicis de descriptiva que també s'hagin conservat fins avui.

ALBAREDA i PETIT, Leandre:

Problemas de Geometria de Leandro Albareda. Curso de 1865 a 1866.

Localització: Biblioteca de l'ETSAB

Recull de 102 problemes curiosament rotulats i enquadrats, de format foli.

El curs 1865-66 Albareda i Gaudí tenien només 13 anys. Es tracta, per tant, dels exercicis de geometria que feien en l'ensenyament secundari.

Problemas de Geometria. 1867.

Localització: Biblioteca de l'ETSAB.

Recull de 99 problemes de geometria, de quan Gaudí i Albareda tenien 14 o 15 anys.

Problemas de descriptiva. 1870-1871.

Localització: Biblioteca de l'ETSAB.

Recull de de làmines de descriptiva de quan Gaudí i Albareda cursaven aquesta assignatura a la Universitat de Barcelona, amb el professor José Castelar.

Apuntes de la asignatura Construcción y Manipulación de Materiales sacados de la explicación del catedrático D. Leandre Serrallach en el curso académico 1873-1874 y reformados en el curso de 1874-1875 Ia Parte

Localització: ETSAB

Hem transcrit tot el capítol de voltes a l'annex 3.

Mecánica aplicada a la construcción.

Localització: ETSAB

Sembla una còpia idèntica dels apunts manuscrits de Joaquim Bassegoda de la mateixa assignatura.

ANÒNIM

Lema <Memoria> Curso de Resistencia de Materiales. Apuntes basados en las explicaciones que daba el profesor Don Jaun Torras Guardiola en la Escuela Superior de Arquitectura de Barcelona.

2 volums, un de text (macanografiat) i un de làmines.

Barcelona, 1910.

Localitzat a l'arxiu històric del Col·legi d'arquitectes de Catalunya

A l'annex 3 hem transcrit una part del tema dels arcs i de les voltes.

BASSEGODA i AMIGÓ, Joaquim

Apunts de construcció de quan era alumne de Joan Torras i Guardiola a la Escuela Provincial de Arquitectura.

Són 2 volums manuscrits.

Localitzat a la biblioteca de la Càtedra Gaudí

Resumen de las lecciones de Mecánica aplicada a la construcción dadas en el curso 1873-74 en la escuela Provincial de Arquitectura de Barcelona.

Localització: ETSAB

Hem transcrit una part important sobre arcs i voltes a l'annex 3.

BAYÓ, Jaume (1874-1961)

Apunts de construcció presos de les classes de Joan Torres i Guardiola, per Jaume Bayó. Curs 1897-98. 4 volums

Localitzat a la biblioteca de la Càtedra Gaudí

El tema de voltes queda repartit entre el volum II i III. (a l'annex 3 hem adjuntat algunes pàgines escanejades)

Al final del volum IV trobem:

- . càlcul d'una volta tabicada
- . sistema Guastavino

.Conseqüències deduïdes de les conferències donades per l'arqte. Joan Torras i Guardiola, al saló de graus de la Universitat els dies 5 i 19 de març de 1899.

Després Jaume Bayó fou catedràtic de construcció a l'ETSAB, i trobem també a la càtedra Gaudí el llibre:

Apuntes de Mecánica Aplicada a las construcciones. Entresacados de las explicaciones de D. Jaime Bayó. Catedrático de la asignatura. Por el alumno Ramon Termens Mauri. Curs 1917-1918.

Ed. Julio Torrellas.

CASADEMUNT i TORRENTS, Josep

(Geometria Descriptiva) compuesto por José Casademunt (1804-1868) antiguo director de la Clase de arquitectura.

Localització: Biblioteca de l'ETSAB.

Lecciones de Geometria Descriptiva tratado de Sombras. Corte de piedras. Carpinteria o corte de maderas.

Localització: Biblioteca de l'ETSAB.

Láminas correspondientes a las lecciones de Geometria Descriptiva, Sombras, Corte de piedras, Corte de Madera.

Localització: Biblioteca de l'ETSAB.

FARGA i PELLICER, Rafael

Apunts de construcció del curs 1867-1868

Localització: l'ETSAB.

Manuscrit, amb molt bona cal·ligrafia. No té cap il·lustració. No parla de voltes, sembla però inacabat, amb algunes pàgines en blanc al final, com si faltés justament aquest tema final per tancar l'obra.

FONT i CARRERAS, August

Exercicis de Geometria Descriptiva del curs 1865-66 a l'ETSAM.

Col·lecció de 83 làmines de gran format (44.5 x 31 cm) delineades a tinta amb els fulls amb la capçalera impresa amb el nom de l'assignatura.

Es conserven amb l'arxiu documental d'August Font a la biblioteca de l'ETSAB.

També es poden consultar unes reproduccions als annexos de la tesi doctoral de Josep Bertran.

MASSÓ, Rafel

Làmines d'*Estereotomia de la piedra, madera i hierro. Curs 1901-1902.*

Làmines de gran format (49 x 31.5 cm) a tinta.

Localització: arxiu del Col·legi d'arquitectes de Catalunya

També es poden consultar unes reproduccions als annexos de la tesi doctoral de Josep Bertran, a la biblioteca de l'ETSAB.

Làmines i exercicis de *Sombras, perspectiva i gonomòtica. Curs 1900-1901.*

Làmines de gran format (63.5 x 44 cm) a tinta i amb aquarel·la la part d'ombres.

Localització: arxiu del Col·legi d'arquitectes de Catalunya

També es poden consultar unes reproduccions als annexos de la tesi doctoral de Josep Bertran, a la biblioteca de l'ETSAB.

MOYA, Luís

Cuaderno de apuntes de construcción de Luís Moya. Curso 1924-1925.

Edició de Javier García-Gutiérrez Mosteiro, Madrid 1993.

Localització: Biblioteca ETSAB

Molt interessant. Ple de dibuixos de tota mena de voltes.

Exemple de mostra sobre l'ensenyament de Construcció a l'escola d'arquitectura de Madrid durant el primer quart de s.XX.

PLANELLA i ROURA, Macari

Cuarta asignatura de la carrera de Maestros de Obras, aparejadores y agrimensores. Cuaderno del alumno (amb la signatura rubricada).

Data: Octubre 1860

Localitzat a la biblioteca de la càtedra Gaudí

Hi ha un conjunt de làmines molt vistoses dels diferents temes en un *Atlas de construcción* de gran format.

Planella és un alumne de Joan Torras i Guardiola a l'escola de Mestres d'obres. Els apunts de classe són manuscrits, excepcionalment passats a net, amb títols rubricats i lletres capital a l'inici de pàgina o paràgraf.

Macari Planella i Roura fou mestre d'obres i arribà a ser president de l'associació de mestres d'obres. Era el qui treballava per Villar a la Sagrada Família. Quan entrà Gaudí en substitució de Villar, a proposta de Joan Martorell, el mestre d'obres, triat per Gaudí, passà a ser Claudi Alsina i Bonafont.

A l'annex 3 hem adjuntat part del tema de voltes.

Làmines de l'assignatura de Geometria descriptiva, ombres, tall de la fusta i tall de la pedra, a l'escola de mestres d'obres.

Localitzat a la biblioteca de la càtedra Gaudí

És un conjunt de 95 làmines molt vistoses dels diferents temes, delineades a tinta en format gran (30 x 41 cm) i enquadernades en un volum.
També podem consultar unes reproduccions als annexos de la tesi doctoral de Josep Bertran.

PRESAS i PUIG, Llorenç

Atlas de la Escuela Industrial Barcelonesa. 1r curso, de 1851-1852. Establecido en octubre de 1851. Fué encargado de plantearla, por orden de S.M. en 28 de septiembre de 1850, el catedrático D. Lorenzo Presas y Puig.

Atles de gran format on es recullen resumidament i en forma de làmines compartimentades en una graella de requadres els punts de Geometria analítica i càlcul diferencial que mparia aquest professor de Gaudí.

Localització: fons antic de la biblioteca de l'ETSEIB.

Apunts de trigonometria i àlgebra (curs 1863-64). Manuscrits de Llorenç Presas conservats a la biblioteca de la RACAB.

Apunts de geometria analítica (1864-65). Manuscrits de Llorenç Presas conservats a la biblioteca de la RACAB.

Plànol del terme municipal de St. Martí de Provençals (1853).

9.5 Anuaris de l'Associació d'Arquitectes de Catalunya

L'associació d'arquitectes de Catalunya va ser el precedent del col·legi d'arquitectes durant els anys del canvi de segle, característics pels grans canvis que quedaren reflectits en l'arquitectura, des de l'eclecticisme, el modernisme fins al nouscentisme. Aglutinà els arquitectes amb clar interès pel coneixement de Catalunya, els seus monuments, la seva geografia... i per això fomentà l'excursionisme i les conferències de temàtiques diverses, d'elevat interès pels professionals del ram de l'arquitectura.

Els anuaris de l'associació, a vegades anuals i a vegades bianuals, recullien l'activitat duta a terme durant el període en qüestió, i contenien també llistats d'interès pràctic de col·legues o de marques i productes comercials. Nosaltres els hem consultat extensivament i per això els oferim en aquest apartat de la bibliografia.

En general, els diferents anuaris segueixen un esquema amb les següents seccions:

- Discurs-presentació del president
- Concurs d'edificis urbans de l'Ajuntament de Barcelona i concursos de decoració de locals
- Conferències
- Viatges i trobades dels socis
- Llista d'arquitectes associats o no associats (de Catalunya i/o d'Espanya), amb adreces.
- Notes necrològiques, arquitectes difunts en el període
- Secció d'anuncis i actualització de preus de la construcció

A continuació oferim un llistat de tots aquells temes o articles que han atret la nostra consulta, ja sigui per la relació amb Gaudí, amb la geometria o amb la mecànica:

Any Contingut de remarcable interès

- 1899 A la llista d'arquitectes podem trobar a A. Gaudí com a **no associat**, al c. Diputació, 399, 4t.²
 Conferència de Joan Torras Guardiola sobre l'elaboració del ferro prèvia a una visita de l'associació a la seva fàbrica.
- 1900 Conferència de Josep Domènech i Estapà: "La fábrica de ladrillo en la construcción catalana".
 Conferència de Joan Torras Guardiola: "Cuchillo parabólico".
- 1901 Conferència d'August Font: "La catedral de Barcelona"
 Text (de l'editor o president?) "El andamiaje del monumento dedicado a Colón en Barcelona" que elogia aquesta estructura de Joan Torras Guardiola.
 Concurs d'edificis urbans premi a A.Gaudí per la Casa Calvet (c.Casp)

² Trobem també a Ramon M^a Riudor Capella (germà del meu besavi), al c. Ausiàs March, 39, 1r 2^a. Es titulà l'any 1890, 12 anys després de Gaudí i un any abans de Puig i Cadafлах i de Lluís Moncunill. Fou arquitecte de l'administració, com també ho fou el seu fill Lluís Gonzaga Riudor Carol (titulat el 1929).

- 1903 Escrit de Salvador Sellés sobre el Park Güell. Visita de l'associació al parc.
- (1904 i 1905)
Cap observació especial pel que fa al nostre interès
- (1906 i 1907)
Cap observació especial pel que fa al nostre interès
- (1908 i 1909)
Concurs d'edificis urbans. Premi a Domènech i Montaner per la casa Lleó i Morera
Resum del Congrés Internacional celebrat a Berna el 1904 sobre l'ensenyament de Dibuix, des de la primària i secundària fins als nivells superiors i universitaris.
- 1910 Conferència de Jeroni Martorell: "Estructuras de ladrillo i hierro atirantado"
Conferència de Jaume Bayó: "La bóveda tabicada".
- 1911 Resum de Gaudí a París de Jeroni Martorell. Retalls de premsa francesa i catalana sobre l'esdeveniment.
Conferència de Joaquim Bassegoda: "El cemento armado en la arquitectura".
Notes necrològiques: mort de Joan Torras i Guardiola, i de Josep Vilaseca.
- 1912 Concurs d'edificis. Explicació del perquè "la Pedrera" queda exclosa del premi.
Conferència de Joan Rubió i Bellver: "*La catedral de Mallorca*".
- 1913 Conferència de Joan Rubió i Bellver: "Dificultats per arribar a la síntesi arquitectònica".
(Aquesta mateixa conferència també és inclosa als apèndixs del llibre de Rubió)
Escrit sobre les casetes i sobre les escoles on surten les escoles de la Sagrada Família d' A. Gaudí.
- 1914 Conferència de Joan Rubió i Bellver: "Construccions de pedra en sec". (Aquesta mateixa conferència també és inclosa als apèndixs del llibre de Rubió)
Hospital de Sant Pau.
- 1915 Conferència d'Antoni Darder y Marsà: "Los momentos de Inercia planos y sus variaciones". Parla de pol i polar, de centre d'inèrcia, el·lipse d'inèrcia, nucli central...
- 1916 Crida des de l'associació per a la col·lecta de la Sagrada Família i evitar que s'aturin les obres. Surten dues fotografies abans d'acabar el primer campanar-torre i també els gràfics de resistència de materials.
- 1917 Informe sobre la conveniència de permetre enterraments al temple de la Sagrada Família.
Nota Necrològica: Miquel Pascual Tintorer, Josep Maria Coll, Pere Falqués i Urpí.
- 1918 Nota necrològica: J. Domènech i Estapà
- 1919 Cap observació especial pel que fa al nostre interès

- 1920 Tarragona i els seus antics monuments, per Jeroni Martorell.
- 1921 Cap observació especial pel que fa al nostre interès
- 1922 Cap observació especial pel que fa al nostre interès
- 1923 Conferència de Domènec Sugranyes: “Disposició estàtica del Temple de la Sagrada Família”. En la qual es mostren els càlculs gràfics d’estabilitat de les naus i les columnes inclinades.
- 1924 L’art a la seu nova de Lleida, per César Martinell
Nota necrològica: August Font Carreras i Lluís Domènech i Montaner
- 1925 Cap observació especial pel que fa al nostre interès
- 1926 Conferència de Ricardo García Guereta: “Las torres de Teruel”.
(Càlcul gràfic d’arcs i voltes i d’estabilitat vertical de les torres)
- 1927 Nota necrològica: Antoni GAUDÍ, per D. Sugranyes.
- 1928 Cap observació especial pel que fa al nostre interès
- 1929 Cap observació especial pel que fa al nostre interès
(últim any de la col·lecció d’anuaris de l’associació).

9.6 Tesis doctorals

9.6.1 Tesis doctorals consultades

AYMAR i RAGOLTA, Jaume

L'arquitecte Joan Martorell i Montells (Barcelona 1833-1906) mestre d'Antoni Gaudí.

Direcció de Mireia Freixa i Serra
UB-Dep. d'Història de l'Art, 1993.

Estudi de la vida i l'obra de l'arquitecte barceloní, Joan Martorell i Montells (1833-1906). Demostra com Antoni Gaudí encara que el sobrepasà per la seva originalitat formal, conceptualment participava de criteris arquitectònics, iconogràfics i religiosos molt semblants als del seu mestre.

BERTRAN i ILARI, Josep

Antoni Rovira i Rabassa, arquitecte i professor de Geometria Descriptiva als inicis de l'Escola d'Arquitectura de Barcelona.

Direcció de Miguel García Lisón
UPC-ETSAB, 1990.

Estudi de la vida i l'obra de l'arquitecte Antoni Rovira i Rabassa, professor de geometria descriptiva, estereotomia, ombres, gnomònica... El situa dins del context històric, com un professor especialment interessat i involucrat en el seu context i àrea de coneixement específica. No conté cap referència directa de Gaudí però sí moltes dades sobre la història de la descriptiva des de Gaspard Monge fins al temps de Gaudí. En el gruixut volum d'annexos s'adjunten quatre col·leccions senceres de làmines d'exercicis de descriptiva d'aquell temps.

HUERTA FERNÁNDEZ, Santiago

Diseño estructural de arcos, bóvedas y cúpulas en España 1500-1800.

Direcció de Ricardo Aroca Hernández-Ros
ETS Arquitectura de Madrid, Octubre 1990.

Estudi de les antigues regles pràctiques de disseny d'arcs, voltes i cúpules que es poden trobar en els tractats clàssics de construcció i en diversos manuscrits conservats. Molt interessant. Verificació de la idoneïtat de cada una d'aquestes regles.

NOCITO GUSTAVO, José

Los cuerpos geometricos en la arquitectura de Gaudí. Las chimeneas del Palau Güell. Construcción y geometria practica en un ejemplo.

UPC-ETSAB, 1997.

La tesis és una investigació geomètrica sobre les lleis de generació de la forma de determinats fragments de l'arquitectura de Gaudí. Destaca per l'estudi de totes i cada una de les xemeneies del terrat del Palau Güell, donant explicació de la generació geomètrica de la forma fins i tot amb les equacions matemàtiques necessàries. La metodologia de treball emprada es basa en el rigor científic que suposa l'aixecament fotogramètric dels exemples triats i en l'estudi sistemàtic de les seves propietats per validar les diferents hipòtesis de generació geomètrica.

TANAKA HIROYA

Metodología gráfica, dibujos y proporciones de la obra de Gaudí.

Direcció: Joan Bassegoda i Nonell

UPC-ETSAB, 1992.

És una interessant visió oriental de l'obra de Gaudí. Fonamentalment, el realment original de la tesi són els dibuixos arquitectònics del doctorand, treball de quinze anys, unit a l'estudi de les proporcions, i això fa que aquesta tesi sigui excepcional i inèdita.

TOMLOW, Jos

Reconstrucción del modelo colgante de Gaudí.

Dirigida per Frei Otto i Jürgen Joedicke

Universitat de Stuttgart, desembre 1986.

VILLANUEVA i BARTRINA, Lluís

Historia de los sistemas de representación en la antigüedad.

Tesi docotoral, dirigida per Joan Bassegoda Nonell.

UPC-ETSAB, Barcelona, 1973.

9.6.2 Recerca de tesis doctorals sobre Gaudí a la base de dades de TESEO

La base de dades TESEO conté informació sobre totes les tesis doctorals llegides a les diferents universitats espanyoles des de l'any 1976.

Cercant en aquesta base de dades hem trobat tan sols 12 tesis doctorals que continguessin la paraula Gaudí en el seu títol o resum, de les quals 11 són realment relacionaes amb Antoni Gaudí, arquitecte, i en canvi, la darrera, fa referència a unes qüestions de la química que casualment també s'anomenen gaudi.

- 1 Los dibujos de un modernista. Claroscuro de Francisco de Asís Berenguer i Mestres.
- 2 Aproximación al modernismo desde la metodología histórica: el Parque Güell.
- 3 Reflexiones a propósito del Palacio Güell de Antoni Gaudí.
- 4 Gaudí, china y occidente, una comparación del alma y la forma
- 5 Metodología gráfica, dibujos y proporciones de la obra de Gaudí.
- 6 L'arquitecte Joan Martorell i Montells (Barcelona 1833-1906) mestre d'Antoni Gaudí.
- 7 Leyes de la naturaleza y composición arquitectonica. El ejemplo de Antonio Gaudí.
- 8 Juan Eduardo Cirlot "complexio oppositorum".
- 9 Los cuerpos geométricos en la arquitectura de Gaudí. Las chimeneas del Palau Güell. Construcción y geometría práctica en un ejemplo.
- 10 Pedro Juan Campins Barceló y su época (1859-1915).
- 11 Las voces de Gaudí.
- 12 Metodes de relaxació i de difusió per a l'estudi de pèptids i proteïnes. Per rnmn.

Personalment, no he pogut consultar, de moment, cap de les tesis que descrivim a continuació. No obstant això, crec que pot resultar interessant recullir-les aquí, per completar aquest extensiu inventari del que s'ha dit sobre Gaudí.

CAMPOS RODRIGUEZ, José Arturo

Las voces de Gaudí.

Dirigida per Francesc de Paula Daumal Domènech

UPC-ETSAB, 1999.

L'estudi es centra en el so dels edificis de Gaudí i es verifica que va ser conscient del disseny acústic dels espais des de l'inici dels projectes. Gaudí coneixia el comportament acústic dels seus habitatges, espais religiosos o públics. S'ha tractat l'acústica des del punt de vista poètic i físic simultàniament. L'obra de Gaudí genera situacions sonores subjectives, com a art, i al mateix temps, hi ha unes realitats acústiques, físiques, objectives, que s'aprecien per mitjà d'amidaments sonors.

CODINACHS RIERA, Marcia

Reflexiones a propósito del Palacio Güell de Antoni Gaudí.

UPC-ETSAB, 1986

Es tracta de fer coincidir en un mateix treball una anàlisi arquitectònica basada en uns conceptes arquitectònics proposats com a hipòtesis de treball que s'han de demostrar mitjançant la seva aplicació concreta en un edifici, el Palau Güell. D'altra banda, permet la superposició d'un altre tipus d'anàlisi, que parteix de la pròpia observació de l'edifici tant des d'un reportatge fotogràfic, com des d'una recopilació de material documental gràfic o escrit i també des de l'aportació de material crític.

GARCIA GABARRO, Gustavo

Leyes de la naturaleza y composición arquitectónica. El ejemplo de Antonio Gaudí.

Direcció de Joan Bassegoda Nonell

UPC-ETSAB, 1993.

La tesi pretén afirmar que la natura utilitza, en la seva evolució creadora, una sèrie de principis i processos que es poden aplicar al camp de la composició arquitectònica. El discurs que acompanya aquesta idea ve il·lustrat per l'obra i el pensament d'Antoni Gaudí, qui prengué la natura com a mestra de ciències i arts. Aquesta anàlisi de l'arquitectura gaudiniana es realitza amb atenció a les idees originals que la forjaren, entenent la inspiració en la natura, no com un somni romàntic, sinó com la recerca d'una bellesa objectiva, basada en un intens sentit pràctic i amb gran projecció de futur.

LADARIA BAÑARES, M. Juana

Pedro Juan Campins Barcelo y su epoca (1859-1915).

Dirigida per Jaime Sastre Moll i Carlos Pomar Castellano

UB-Geografia i història, 1998.

L'objectiu de la tesis és analitzar la vida del bisbe de Mallorca, D. Pedro Juan Campins Barceló i la història d'aquesta diòcesis durant el seu episcopat (1898-1915). A la part del final, quan es tracten algunes qüestions culturals i artístiques, es destaca la reforma de la Seu de Palma que fou encarregada a Gaudí.

ROJO ALBARRAN, Eduardo

Aproximacion al modernismo desde la metodologia historica: el Parque Güell.

UB-Geografia i història, 1984

S'analitza primer els problemes biogràfics de les fonts històriques i d'interpretació respecte d'Antoni Gaudí i Cornet. Sobre l'exemple del Parc Güell, contra el que generalment es creu, no fou concebut segons el prototipus de les ciutats jardí angleses sinó que, contràriament, les seves fonts inspiratives es troben a Nimes (Parc de la Fontaine), a París (St. Eustaqui i adjacent a borsa del comerç) i a diversos llocs dels països catalans. Finalment, es fa una iniciació a la simbologia de Gaudí des de la metodologia històrica i s'exposen descobriments de l'autor a partir d'aquesta metodologia.

ROS PEREZ, José Luís

Los dibujos de un modernista. Claroscuro de Francisco de Asís Berenguer i Mestres.

Director: Joan Bassegoda i Nonell

UPC-ETSAB, 1982

De la catalogació comentada, l'estudi i l'anàlisi de 317 dibujos i la totalitat de la producció arquitectònica i decorativista de Francesc d'Asís Berenguer i Mestres s'estableixen les relacions professionals d'aquest col·laborador de Gaudí i es determina en el context del modernisme català el valor global de la seva obra.

TEH CHIEN HOU

Gaudí, China y occidente, una comparación del alma y la forma

UPC-ETSAB, 1988

Es trata d'un estudi sobre la contradicció i semblança entre el pensament gaudinià, el pensament xinès i occident. Tots ells contemplats sota la perspectiva de considerar a Gaudí com un filòsof a més a més d'un gran mestre de l'arquitectura. El seu genuí pensament produeix curiosos i interessants fenòmens en ser comparat amb el pensament xinès: la semblança en el concepte sobre naturalisme i la semblança en el concepte sobre els dragons.

9.7 Bibliografia sobre Gaudí

Finalment tanquem aquest capítol de la bibliografia amb un llistat extensiu de la tota la bibliografia sobre Gaudí que hem detectat per mitjà de la xarxa telemàtica de recerca bibliogràfica i a través d'internet. Creiem que pot ser útil aglutinar aquí tota aquesta informació bibliogràfica, però atesa la llargària excessiva d'aquesta llista, que la fa inabarcable per a una sola persona, he d'advertir que, personalment, només he pogut consultar la bibliografia que separo com a “bàsica consultada”. La resta, no consultada, és la que llistem com a “complementària”.

9.7.1 Bibliografia bàsica consultada

- . AUTORS DIVERSOS, *Antoni Gaudí. La seva vida. Les seves obres. La seva mort*, Políglota, Barcelona, 1926 [miscel·lània d'escrits]. Text en català.
- . AUTORS DIVERSOS, Els arquitectes de Gaudí, Publicacions del Col·legi d'arquitectes de Catalunya, Barcelona, 2002. Llibre catàleg de l'exposició en motiu de l'any Gaudí. Text en català, també editat en castellà.
- . BARRANCO, Carmen, GUEILBURT, Luis, MECA, Benet, ORTIZ, Laura, *Colegio de las Teresianas, de Gaudí. Historia y arquitectura*, Ediciones STJ, Barcelona, 2002.
- . BASSEGODA i NONELL, Joan. *El arco de festón*, Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona, tercera època, núm. 847, vol. XLVI, núm. 20, Barcelona, març 1986. Text en espanyol.
- . BASSEGODA i NONELL, Juan. *Geometría reglada y arquitectura*, Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona, tercera època, núm. 868, vol. XLVIII, núm. 10, Barcelona, març 1989. Text en espanyol.
- . BASSEGODA i NONELL, Joan. *El gran Gaudí*, AUSA, Sabadell, 1989. Text en espanyol.
- . BASSEGODA i NONELL, Joan. *Antoni Gaudí*, col·lecció Pere Vergés, Biografies, núm. 38, Edicions 62, Barcelona, 1992. Text en català.
- . BASSEGODA i NONELL, Joan, *Aproximación a Gaudí*, Càtedra Gaudí – Ediciones Doce Calles, Madrid, 1992. Text en espanyol.
- . BASSEGOSA i NONELL, Joan, *Josep Bayó Font, contractista de Gaudí*, Edicions UPC, Barcelona, 2002. Text en català.
- . BERGÓS, Joan. *Gaudí: l'home i l'obra*, Ariel, Barcelona, 1954. Text en català.

- . BERGÓS, Joan. *Materiales y elementos de construcción. Estudio experimental*, Bosch Casa Editorial, Barcelona, 1953. Text en espanyol.
- . BOHIGAS, Oriol. *Arquitectura modernista*, Lumen, col·lecció Palabra en el tiempo, núm. 149, vol. I-II, Barcelona, 1968. Text en espanyol.
- . BONET ARMENGOL, Jordi. *Gaudí, dibuixos originals*, Junta Constructora del Temple Expiatori de la Sagrada Família, Barcelona, 1996. Text en català i anglès.
- . BONET, Jordi. *L'últim Gaudí*, Pòrtic, 1a ed., Barcelona, 2000. Text en català.
- . GIRALT-MIRACLE, Daniel. *Espai Gaudí. Guia*, Fundació Caixa Catalunya, Barcelona, 1997. Text en català.
- . GIRALT-MIRACLE, Daniel. *Gaudí. La recreca de la forma*, llibre catàleg de l'exposició al Saló del Tinell, Editors Lunwerg, Barcelona, 2002. Text en català. També en espanyol i altres idiomes estrangers.
- . GÓMEZ i SERRANO, Josep. *L'obrador de Gaudí* [presentació: Enric Miralles], col·lecció Textos i documents d'arquitectura, núm. 4, Escola Tècnica Superior d'Arquitectura del Vallès ETSAV, Edicions UPC, Barcelona, 1996. Text en català, espanyol i anglès.
- . GÓMEZ i SERRANO, Josep. *La Sagrada Família: de Gaudí al CAD*, col·lecció Art, disseny, arquitectura i urbanisme, núm. 3, Edicions UPC, Barcelona, 1996. Text en català.
- . GÜELL I GUIX, Xavier. *Antoni Gaudí*, col·lecció Estudio paperback, Gustavo Gili, Barcelona 1986. Text bilingüe espanyol-portuguès.
- . LAHUERTA, Juan José, *Antoni Gaudí*, Electa, Madrid, 1999. Text en espanyol.
- . LLARCH, Joan. *Gaudí*. Biografia màgica, Plaza & Janés SA, Barcelona, 1982. Text en espanyol.
- . MARTINELL i BRUNET, Cèsar. *Gaudí i la Sagrada Família comentada per ell mateix*, Aymà Editors, Barcelona, 1951. Text en català.
- . MARTINELL i BRUNET, Cèsar. *Gaudí: su vida, su teoría, su obra*, col·lecció Biografías, núm. 1, Colegio de Arquitectos de Cataluña y Baleares, Comisión de Cultura, Barcelona, 1967. Text en espanyol.
- . MARTINELL i BRUNET, Cèsar. *Construcciones agrarias en Catalunya*, pròleg d'Ignasi de Solà-Morales i Rubió, Publicacions del Col·legi Oficial d'arquitectes de Catalunya i Balears, Barcelona, 1975.
- . MOLEMA, Jan. *Antonio Gaudí: un camino hacia la originalidad*, Colegio Oficial de Aparejadores y Arquitectos Técnicos de Cantabria, Santander, 1992. Text en espanyol.

- . MONTANER, Josep M, AZARA, Pedro, *Hotel Attraction: Una catedral laica. El gratacels de Gaudí a New York*, Edicions UPC, Barcelona, 2002. Text mixte català i espanyol.
- . PUIG BOADA, Isidre. *El temple de la Sagrada Família*, Barcino, col·lecció Sant Jordi, vol. 23-24, núm. IX-X d'Art Cristià, Barcelona, 1929. Text en català.
- . PUIG BOADA, Isidre. *L'església de la Colònia Güell* [fotografies: Armand Aribau], Lumen, Barcelona, 1976. Text en català, espanyol i anglès.
- . PUIG BOADA, Isidre. *El pensament de Gaudí*, Col·legi Oficial d'Arquitectes de Catalunya-La Gaya Ciència, Barcelona, 1981. Text en català.
- . RÀFOLS, Josep Francesc; FOLGUERA i GRASSI, Francesc. *Gaudí*, Editorial Canosa, Barcelona, 1929. Text en espanyol.
- . RÀFOLS, Josep Francesc. *Gaudí: 1852-1926*, 3a ed., col·lecció Biblioteca biogràfica catalana, núm. 3, Aedos, Barcelona 1952. Text en català.
- . RUBIÓ i TUDURÍ, Santiago. *Cálculo funicular del hormigón armado: generalización de los métodos de cálculo y proyecto del arquitecto Gaudí, a las estructuras de hormigón armado*, Gustavo Gili, Buenos Aires, 1952. Text en espanyol.
- . SOLÀ-MORALES i RUBIÓ, Ignasi de. *Joan Rubió i Bellver y la fortuna del gaudinismo*, La Gaya Ciencia, Barcelona, 1975. Text en espanyol.
- . TOMLOW, Jos; GRAEFE, Rainer; OTTO, Frei; SZEEMANN, Harald. *Das Modell... = The Model... = El Modelo: el modelo colgante de Antoni Gaudí y su reconstrucción, nuevos conocimientos para el diseño de la iglesia de la colonia Güell* [prefaci: Rainer Graefe i Frei Otto; contribució: Harald Szeemann Stuttgart], Institut für leichte Flächentragwerke, 1989. Text en alemany, anglès i espanyol.
- .

9.7.2 Bibliografia complementària, recull extensiu de publicacions sobre Gaudí

- . AUTORS DIVERSOS, *Antoni Gaudí. L'home – L'obra – L'anècdota*, Editorial Franciscana, col·lecció Criterion, núm. 23, Barcelona, 1964. Text en català.
- . AUTORS DIVERSOS, *Antoni Gaudí: 1852-1926* [guió, cronologia i bibliografia catàleg: Joan Bassegoda i Nonell], Fundació Caixa de Pensions, Barcelona, 1984. Catàleg d'exposició, Centre Cultural Caixa de Pensions, Barcelona, desembre 1984-gener 1985. Text en català. En espanyol, Madrid, maig-juny 1985. En alemany, abril-juny 1986. En hebreu, Tel Aviv, 1991.
- . AUTORS DIVERSOS, *Antoni Gaudí: 1852-1926* [guió, cronologia i bibliografia catàleg: Joan Bassegoda i Nonell], Fundación Caja de Pensiones, Tel Aviv, 1991. Catàleg d'exposició,
- . AUTORS DIVERSOS, *Antonio Gaudí*, A+U Publishing, Tòquio, 1977. Número extra de la revista A+U, desembre 1977. Textos en anglès, japonès i espanyol.
- . AUTORS DIVERSOS, *Antonio Gaudí and the catalan movement, 1870-1930* [Papers-American Association of Architectural Bibliographers edited by William O'Neal: 10], American Association for Architectural Bibliographers, University Press of Virginia, Virginia, 1973. Text en anglès.
- . AUTORS DIVERSOS, *El edificio Gaudí de León. Casa Botines*, Caja España, Lleó, 1997. Text en espanyol.
- . AUTORS DIVERSOS, *Gaudí, Cuadernos de Arquitectura*, Col·legi Oficial d'Arquitectes de Catalunya i Balears, núm. 26, monogràfic dedicat a Gaudí, Barcelona, segon trimestre, 1956. Text en espanyol.
- . AUTORS DIVERSOS, *Gaudí* [prefaci: Le Corbusier; fotografies: Joaquín Gomis; selecció i seqüència: J. Prats Vallés], Fotoscop Gomis Prats, RM, Barcelona, 1958. Text en espanyol, francès i anglès.
- . AUTORS DIVERSOS, *Gaudí*, Musée des Arts Décoratifs, col·lecció Pionniers du XXe siècle, núm. 2, París, 1971 [catàleg d'exposició]. Text en francès.
- . AUTORS DIVERSOS, *Gaudí and modernisme català: human love and design*, "Exposition Gaudí" organizing committee, Nagoya, 1989. Catàleg d'exposició, World Design Exposition '89, Nagoya Castle, juliol-novembre 1989. Text bilingüe anglès-japonès.
- . AUTORS DIVERSOS, *Gaudí: arte y arquitectura*, Rikuyo-sha, Tòquio, 1985. Text en japonès.

- . AUTORS DIVERSOS, *Gaudí diseñador: Gaudí designer* [fotografies: Francesc Català-Roca], col·lecció *Función y forma = Function and form*, series, Blume, Barcelona, 1978. Publicat amb motiu de l'exposició celebrada a Barcelona el juliol del 1977. Text bilingüe espanyol-anglès.
- . AUTORS DIVERSOS, *Gaudí: obras completas de Gaudí = Gaudí zen sakuhin*, 2 vol., Rikuyo-sha, Tòquio, 1979. Text en japonès i espanyol.
- . AUTORS DIVERSOS, *Gaudí, rationalist met perfecte materiaalbeheersing* [Gaudí-groep Delft, Peter Bak, Roel van der Heide, Jan Molema, Jos Tomlow], Delftse Universitaire Press, Delft, 1979. Text en holandès - traducció a l'espanyol.
- . AUTORS DIVERSOS, *Homenatge a Gaudí*, "El Matí", Barcelona, 21-06-1936 [periòdic]. Text en català.
- . AUTORS DIVERSOS, *Iglesia de la Colonia Güell*. Gaudí, Ediciones Beascoa, Barcelona, 1972. Text en espanyol.
- . AUTORS DIVERSOS, *La Pedrera: arquitectura i història* [edició i pròleg: Daniel Giralt-Miracle; textos: Carlos Flores, Josep M. Huertas; direcció artística: Salvador Saura i Ramon Torrente], Caixa Catalunya, Barcelona, 1999. Text en català.
- . AUTORS DIVERSOS, *La Pedrera: Gaudí i la seva obra* [coordinació: J. Corredor-Matheos], Fundació Caixa Catalunya, Barcelona, 1998. Text en català.
- . AUTORS DIVERSOS, *Templo expiatorio de la Sagrada Familia*, Boletín de la Sociedad de Atracción de Forasteros, núm. XXVI, any VII, monogràfic dedicat a la Sagrada Família, Barcelona, segon trimestre, 1916. Text en espanyol.
- . AUTORS DIVERSOS, *The Design and Space of Gaudí*, Asahi Shinbun, Tòquio, 1990. Publicat amb motiu d'una exposició a Daimaru. Text en japonès i anglès.
- . ALONSO GAVELA, María Jesús. *Gaudí en Astorga*, Institución Fray Bernardino de Sahagún, Lleó, 1972. Text en espanyol.
- . ÁLVAREZ IZQUIERDO, Rafael. *Gaudí*, Ediciones Palabra, col·lecció Biografias, núm. 6, Madrid, 1992. Text en espanyol.
- . ARNÚS, María del Mar. *Comillas. Preludio de la modernidad*, Electa, Madrid, 1999. Text en espanyol.
- . AWAZU, Kiyoshi. *Canto a Gaudí*, Gendaikikakusha, Tòquio, 1980. Text en japonès.
- . BASSEGODA i NONELL, Joan. *Gaudí*, col·lecció Gent Nostra, núm. 1, Nou Art Thor, Barcelona, 1978. Text en català.
- . BASSEGODA i NONELL, Joan. *50 Years of Gaudí 1926-1977*, Servicio de Publicaciones, Ministerio de Asuntos Exteriores, Madrid [1979?]. Catàleg d'exposició, Florència, agost-setembre 1979. Text en espanyol i anglès.

- BASSEGODA i NONELL, Joan. PASQUALE, Salvatore di. FAGIOLO, Marcello. PORTOGHESI, Paolo. *Antoni Gaudí*, Vallecchi, Florència, 1979 [catàleg de l'exposició "Omaggio alla Catalogna", Palazzo Vecchio, Florència, juliol - setembre 1979]. Text en italià.
- BASSEGODA i NONELL, Joan. *La architettura di Gaudí*, col·lecció Documenti d'arte italiano, Inst. Geo. Agostini, Novara, 1980. Text en italià.
- BASSEGODA i NONELL, Joan; COLLINS, George R. *The designs and drawings of Antonio Gaudí*, Princeton University Press, Princeton, 1983. Text en anglès.
- BASSEGODA i NONELL, Joan. *Antoni Gaudí*, Salvat Editores SA, Barcelona, 1985. Text en espanyol. Editat també en rus, Moscou, 1986, i en anglès, 2000.
- BASSEGODA i NONELL, Joan. *La Pedrera de Gaudí*, Fundació Caixa Catalunya, Barcelona, 1987. Text en català. En espanyol, 1987. En anglès i francès, 1989.
- BASSEGODA i NONELL, Joan. *Guia de Gaudí*, [fotografies: Joaquim Castells i Matias Briansó], col·lecció Terra Nostra, núm. 15, Nou Art Thor, Barcelona, 1988. Text en català.
- BASSEGODA i NONELL, Joan. *El Palacio Episcopal de Astorga: 1887-1993*, Cuaderno núm. 7, Centro de Estudios Astorganos, Astorga, 1989. Text en espanyol.
- BASSEGODA i NONELL, Joan. *Jardí de les Hespèrides: la Càtedra Gaudí*, Escola Tècnica Superior d'Arquitectura de Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona [198-?]. Text en català. Editat també en espanyol i en anglès.
- BASSEGODA i NONELL, Joan. *L'estudi de Gaudí* [selecció d'articles publicats a la revista Temple 1971-1994], Junta Constructora del Temple Expiatori de la Sagrada Família, Barcelona, 1996. Text en català.
- BASSEGODA i NONELL, Joan; GARCÍA GABARRÓ, Gustavo. *La cátedra de Antoni Gaudí: estudio analítico de su obra*, col·lecció Aula d'arquitectura, núm. 23, Edicions UPC, Barcelona, 1999. Text en espanyol.
- BASSEGODA i NONELL, Joan. *Antoni Gaudí. Master architect* [fotografies: Melba Levick], Abbeville Press Publishers, Nova York-London-París, 2000. Text en anglès.
- BERGÓS, Joan. *Tabicados huecos: bases para las dimensiones de las bóvedas y cubiertas del Templo Expiatorio de la Sagrada Familia*, Colegio Oficial de Arquitectos de Cataluña y Baleares, Barcelona, 1965. Text en espanyol.
- BERGÓS, Joan. *Antoni Gaudí. Arquitecte genial*, Millà, Llibreria-Editorial AT, Barcelona, 1972. Text en català.
- BOHIGAS, Oriol. *Reseña y catálogo de la arquitectura modernista*, col·lecció Palabra en el tiempo, Lumen, Barcelona, 1973. Text en espanyol.

- . BONET, Antonio. *Antonio Gaudí 1852-1926*, Museo Nacional de Arte Decorativo-Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires, 1960 [catàleg d'exposició]. Text en espanyol.
- . BONET ARMENGOL, Jordi. *Temple de la Sagrada Família*, Escudo de Oro, Barcelona, 1992. Text en català.
- . BORRÀS, Maria Lluïsa. *Antoni Gaudí: casa Batlló*, Barcelona, Spain, 1906-07; casa Milà, Barcelona, Spain, 1905-10 [editor i fotògraf: Yukio Futagawa; text: Maria Lluïsa Borràs], Global Architecture: 17, ADA Edita, Tòquio, 1973. Text bilingüe japonès-anglès.
- . BURRY, Mark. *Expiatory church of the Sagrada Família: Antoni Gaudí*, Phaidon, Londres, 1993. Text en anglès.
- . CARANDELL, Josep M. *La Pedrera, cosmos de Gaudí* [fotografies: Jordi Belver], Fundació Caixa Catalunya, Barcelona, 1992. Text en espanyol.
- . CARANDELL, Josep M. *El temple de la Sagrada Família* [fotografies: Pere Vivas], Sant Lluís, Triangle Postals, Menorca, 1997. Text en català.
- . CARANDELL, Josep M. *Park Güell: utopía de Gaudí* [fotografies: Pere Vivas], Sant Lluís, Triangle Postals, Menorca, 1998. Text en espanyol.
- . CARMEL-ARTHUR, Judith. *Antoni Gaudí: arquitecto visionario de lo sagrado y lo profano*, Kliczkowski, ASPPAN, Barcelona- Buenos Aires, 1999. Text en espanyol.
- . CASANELLES, Enric. *Antoni Gaudí. A Reappraisal*, La Polígrafa-Studio Vista, Barcelona-Londres, 1965. Text en anglès. Reeditat el 1968.
- . CASANELLES, Enric. *Nueva visión de Gaudí*, La Polígrafa, Barcelona, 1965. Text en espanyol. Editat també en japonès, Barcelona-Tòquio, 1965.
- . CASANELLES, Enric. *Antoni Gaudí* [selecció i introducció: Salvador Tarragó], col·lecció Estudios críticos, núm. 5, Ediciones del Serbal, Barcelona, 1991. Text en espanyol.
- . CASTELLANOS, Jordi; LAHUERTA, Juan José. *Gaudí: imágenes y mitos* [fotografies: Alain Willaume], Lunweg, Barcelona, 1991. Text bilingüe espanyol-anglès.
- . CIRICI, Alexandre. *El arte modernista catalán*, Aymà Editors, Barcelona, 1951. Text en espanyol.
- . CIRICI, Alexandre. *La Sagrada Familia de Antoni Gaudí*, Omega SA, Barcelona, 1952. Text en espanyol.
- . CIRLOT, Juan Eduardo. *El arte de Gaudí*, Omega, Barcelona, 1950. Text en espanyol.
- . CIRLOT, Juan Eduardo. *Introducción a la arquitectura de Gaudí*, RM, Barcelona, 1966. Text en espanyol.

- . CIRLOT, Victòria; GIMFERRER, Pere; SUBIRACHS, Josep M. *El jardí dels guerrers* [fotografies: Manuel Armengol], Lunwerg, Barcelona, 1987. Text en català. Editat també en espanyol i francès.
- . CODINACHS, Macià. *Antoni Gaudí. Manuscritos, artículos, conversaciones y dibujos*, Galería-Librería Yerba, Múrcia, 1982. Text en espanyol.
- . COLLINS, George R. *Antonio Gaudí*, col·lecció Masters of world architecture, George Braziller, Nova York, 1960. Text en anglès.
- . COLLINS, George R. *Antonio Gaudí*, col·lecció Maestros de la arquitectura mundial, Bruguera, Barcelona, 1961. Text en espanyol.
- . COLLINS, George R. *Bibliography of Antonio Gaudí and the Catalan Movement 1870-1930*, Charlottersville, 1973. Text en anglès.
- . COLLINS, George R. *The Drawings of Antonio Gaudí*, Drawing Center, Nova York, 1977. Catàleg d'exposició, Drawing Center, Nova York, març-maig 1977. Text en anglès.
- . COSTANTINO, María. *Gaudí* [pròleg: Joan Bassegoda i Nonell], Bison Books, Londres, 1993. Text en anglès.
- . DALISI, Riccardo. *Gaudí, furniture & objects*, Academy, Londres, 1979. Text en anglès. Editat també en italià, Milà, 1979, i en alemany, Stuttgart, 1981.
- . DESCHARNES, Robert; PRÉVOST, Clovis; DALÍ, Salvador; PUJOLS, Francesc. *La visió artística i religiosa de Gaudí* [pròleg: Salvador Dalí; l'assaig "La visió artística i religiosa d'en Gaudí": Francesc Pujols; presentació: Joan Alavedra], Aymà, Barcelona, 1969. Text en català. Editat també en francès i anglès.
- . *El pensament de Gaudí*, [compilació de textos i comentaris: Isidre Puig-Boada], La Gaya Ciència, Publicacions del Col·legi d'Arquitectes de Catalunya, Barcelona, 1981. Text en espanyol.
- . *El Temple expiatori de la Sagrada Família que erigeix a Barcelona l'Associació espiritual de devots de Sant Josep*, Seix Barral, Barcelona, 1947. Text en català.
- . FANTONE, Claudio Renato. *Il mondo organico di Gaudí*, Editrice Alinea, Florència, 1999. Text en italià.
- . FLORES, Carlos. *Gaudí, Jujol y el modernismo catalán* [pròleg: George R. Collins], col·lecció Imagen de España, Aguilar, Madrid, 1982. Text en espanyol.
- . FORT, Eufemià. *Gaudí i la restauració de Poblet*, Rafael Dalmau Editor, Barcelona, 1976. Text en català.
- . FUTAGAWA, Yukio A. *Gaudí*, Kajima Institute Publishing Co., Tòquio, 1966. Text en japonès.

- . GABANCHO, Patrícia. *El Parc Güell: guia*, Ajuntament de Barcelona, Direcció de Serveis Editorials, Barcelona, 1998. Text en català. Editat també en espanyol.
- . GAUDÍ, Antoni. *Manuscritos, artículos, conversaciones y dibujos* [edició: Marcia Codinachs], col·lecció Arquitectura, núm. 6, Comisión de Cultura del Colegio Oficial de Aparejadores y Arquitectos Técnicos, Murcia, 1982. Text en espanyol.
- . *Gaudí e il sacro* [a cura de M. Antonietta Crippa], ICARO associazione culturale, Comune di Cagliari, Assessorato alla cultura, Bèrgam, 1987. Text en italià.
- . GIEDION-WELCKER, Carola. *Park Güell de A. Gaudí* [text: C. Giedion-Welcker; fotocop: Gomis-Prats], col·lecció Fotocop lenguaje fotográfico, Polígrafa, Barcelona, 1966. Text en espanyol, alemany, anglès i francès.
- . GOMIS, Joaquim. *La Sagrada Familia de Antoni Gaudí* [80 fotografies inèdites: J. Gomis; selecció i ordre: J. Prats-Vallés; text: A. Cirici-Pellicer], Omega, Barcelona, 1952. Text en espanyol.
- . GOMIS, Joaquim. *Atmosfera Gaudí: fotografies de Joaquim Gomis* [comissari exposició: Daniel Giralt-Miracle], Fundació Caixa Catalunya, Barcelona [1996]. Catàleg d'exposició, Col·legi d'Arquitectes de Catalunya, Barcelona, febrer-març 1997. Text en català.
- . GONZÁLEZ MORENO-NAVARRO, Antoni; GRÀCIA SALVÀ, M.; PUIG, Jaume de; LACUESTA, Raquel. *El Palau Güell* [fotografies: Ramon Manent], Diputació de Barcelona, Barcelona, 1990. Text en català.
- . GOYTISOLO, Juan. *Aproximaciones a Gaudí en Capadocia*, Mondadori España, Madrid, 1990. Text en espanyol.
- . GÜELL I GUIX, Xavier. *Antoni Gaudí*, col·lecció Obras y proyectos = Works and projects, Gustavo Gili, Barcelona, 1990. Text bilingüe espanyol-anglès.
- . GÜELL I GUIX, Xavier. *Gaudí*, col·lecció Guías de arquitectura, Gustavo Gili, Barcelona, 1991. Text en espanyol. També en anglès.
- . GUIX SUGRAÑES, Josep M. *Defensa de Gaudí*, Edicions Monterols, Reus, 1960. Text en català.
- . GUIX SUGRAÑES, Josep M. *Gaudí. L'arquitecte de l'empremta divina*, Edicions Torrell de Reus, Reus, 1962. Text en català.
- . HITCHCOCK, Henry-Russell. *Gaudí*, Museum of Modern Art, Nova York, 1957. Text en anglès.
- . *Homenaje a Gaudí, Papeles de Son Armadans*, vol. XV, núm. XLV bis, Ciutat de Mallorca, 1959. Text en espanyol.

- . *Hotel Atraction: el proyecto de Gaudí para Nueva York*, Catedra Gaudí, Barcelona, 1993. Text en espanyol.
- . HUERTA, Francisco. *La arquitectura de Antoni Gaudí*, UPC-ICE, Barcelona, 1986. Text en espanyol.
- . *Idee per l'architettura: scritti e pensieri raccolti dagli allievi* [a cura d'Isidre Puig-Boada; prefaci: I. Puig-Boada i J. Bassegoda; edició italiana, assaig crític i capítols a cura de Maria Antonietta Crippa], col·lecció Di fronte e attraverso 376, Saggi di architettura, Jaca Book, Milà, 1995. Text en italià.
- . JIMENO, Oswaldo. *Gaudí*, col·lecció Cuadernos de arquitectura y urbanismo, Letras Peruanas, Lima, 1961. Text en espanyol.
- . KENT, Conrad; PRINDLE, Dennis. *Hacia la arquitectura de un paraíso: Park Güell*, Hermann Blume, Madrid, 1992. Text en espanyol. També en anglès, Nova York, 1993.
- . KITAWAGA, Keiko. *La vida de Gaudí*, Asahi Shibusha, Tòquio, 1993. Text en japonès.
- . KURITA, Isamu. *Iho no kamigami. Espacio de Gaudí*, Bijyutsushuppan, Tòquio, 1967. Text en japonès.
- . KURITA, Isamu. *Antonio Gaudí, Parco*, Tòquio, 1978. Text en anglès i japonès.
- . KURITA, Isamu. *Mi Gaudí. Espectacular en espacio*, Asahi Shibusha, Tòquio, 1981. Text en japonès.
- . LAHUERTA, Juan José. *Gaudí i el seu temps*, col·lecció Els Llibres de l'Institut d'humanitats, sèrie Estudis, núm. 2, Barcanova, Barcelona, 1990. Text en català.
- . LAHUERTA, Juan José. *Antoni Gaudí, 1852-1926: arquitectura, ideología y política*, Electa España, Madrid, 1993. Text en espanyol. També en italià, Milà, 1992.
- . LE CORBUSIER, *Gaudí*, Editorial R M, Barcelona, 1958. Text en espanyol.
- . LE CORBUSIER. *Gaudí* [fotoscop: Gomis-Prats], Polígrafa, Barcelona, 1967. Text en espanyol, francès, anglès i alemany.
- . *Los muebles de Gaudí = The furniture of Gaudí*, Amigos de Gaudí-BD Ediciones de Diseño, Barcelona, 1975. Text bilingüe espanyol-anglès.
- . LLIMARGAS i CASAS, Marc. *Gaudí: l'home i l'obra* [fotografies: Marc Llimargas; presentació: Daniel Giralte-Miracle; textos: Joan Bergós, Joan Bassegoda i Nonell, Maria Antonietta Crippa], Lunwerg, Barcelona - Madrid, 1999. Text bilingüe català-anglès. També s'edità el text bilingüe espanyol-anglès.
- . MARTINELL i BRUNET, Cèsar. *La Sagrada Familia*, Aymà, Barcelona, 1952. Text en espanyol i inclou text explicatiu en anglès i francès.

- . MARTINELL i BRUNET, Cèsar. *Gaudinismo*, Amigos de Gaudí, Barcelona, 1954. Text en espanyol.
- . MARTINELL i BRUNET, Cèsar. *Antoni Gaudí*, col·lecció Collana di monografia, núm. 39, Electa Editrice, Milà, 1955. Text en italià. Editat també en francès, París, 1955 i en anglès, Nova York, 1960.
- . MARTINELL i BRUNET, Cèsar. *Conversaciones con Gaudí: Gaudí y la Sagrada Familia*, Ediciones Punto Fijo, Barcelona, 1969. Text en espanyol.
- . MARTINELL i BRUNET, Cèsar. *Conversaciones con Gaudí*, Ediciones Punto Fijo, Barcelona, 1969. Text en espanyol.
- . MARTINELL i BRUNET, Cèsar. *L'arquitecte Gaudí*, Ajuntament de Barcelona, col·lecció A. Duran i Sanpere, núm. 1, Barcelona, 1976. Text en català.
- . MARTINELL i BRUNET, Cèsar. *Gaudí i la Sagrada Família comentada per ell mateix*, 2a ed., Cossetània, Valls, 1999. Text en català.
- . MATAMALA FLOTATS, Joan. *Antonio Gaudí. Mi itinerario con el arquitecto*, Ed. Claret, Barcelona, 1999. Text en espanyol.
- . MILÁ, Ernesto. *El misterio Gaudí*, col·lecció Enigmas de la historia, Martínez Roca, Barcelona, 1994. Text en espanyol.
- . MOLEMA, Jan. *Antoni Gaudí: Een weg tot oorspronkelijkheid*, 2 vol. [tesi doctoral], Technische Universiteit, Delft, 1987. Text en holandès.
- . MORAVÁNSZKY, Ákos. *Antoni Gaudí, col·lecció Architektura i architekci swiata wspólczesnego*, Akadémiai Kiadó, Warszawa, Wydawnictwo Arkady, Budapest, 1983. Text en hongarès.
- . MORAVÁNSZKY, Ákos. *Antoni Gaudí*, Akadémiai, Budapest, 1985. Text en hongarès.
- . MORRIONE, Gabriele. *Gaudí: immagine e architettura* [assaig monogràfic: Ludovico Quaroni], Kappa, Roma, 1979. Text en italià.
- . MOWER, David. *Gaudí*, Oresko, Londres, 1977. Text en anglès.
- . PABÓN-CHARNECO, Arleen. *The architectural collaborators of Antoni Gaudí. A dissertation*, [tesi doctoral: Northwestern University, 1982], University Microfilms International, Ann Arbor, 1983. Text en anglès.
- . PANE, Roberto. *Antoni Gaudí*, col·lecció Studi e documenti di storia dell'arte, núm. 5, Edizioni di Comunità, Milà, 1964. Text en italià.
- . PERMANYER, Lluís. *El Gaudí de Barcelona* [fotografies: Melba Levick], Polígrafa, Barcelona, 1996. Text en català.

- . PERUCHO, Joan. *Gaudí: una arquitectura de anticipación* [fotografies: Leopoldo Pomés], col·lecció Biblioteca de arte hispánico, Polígrafa, Barcelona, 1967. Text en espanyol, anglès, francès i alemany.
- . PI i SUÑER, José M. *Gaudí y la familia Güell*, Amigos de Gaudí, Círculo Artístico Sant Lluc, Barcelona, 1958. Conferència en l'acte d'obertura del curs d'Amics de Gaudí [Palau Güell, Barcelona, 19-XI-1957]. Text en espanyol.
- . PLA, Josep. *Dalí, Gaudí, Nonell: tres artistas catalanes* [introducció: J. M. Castellet], col·lecció Biblioteca de cultura catalana, Alianza-Enciclopèdia Catalana, Madrid-Barcelona, 1980. Text en espanyol.
- . PLA, Josep. *Homenots 2: Antoni Gaudí, Isidre Nonell, Eugeni d'Ors, Bofill i Mates*, col·lecció Llibres a mà, núm. 61, Destino, Edicions 62, Barcelona, 1987. Text en català.
- . POBLET, Josep M. *Gaudí: l'home i el geni*, col·lecció Quaderns de cultura, núm. 71, Bruguera, Barcelona, 1973. Text en català.
- . PUIG BOADA, Isidre. *El templo de la Sagrada Familia. Síntesis del arte de Gaudí*, Omega, Barcelona, 1952. Text en espanyol.
- . PUIG BOADA, Isidre. *El templo de la Sagrada Familia*, 4a. ed., Ediciones de Nuevo Arte Thor, Barcelona, 1982. Text en espanyol.
- . PUJOLS, Francesc. *La visió artística i religiosa d'en Gaudí*, Llibreria Catalonia, fullet núm. 1, Barcelona, 1927. Text en català.
- . PUJOLS, Francesc. *La visió artística i religiosa d'en Gaudí*, col·lecció Assaig minor, núm. 12, Quaderns Crema, Barcelona, 1996. Text en català.
- . QUINTANA PRIETO, Augusto. *Antoni Gaudí 1852-1926. Astorga, Palacio de Gaudí: Museo de los Caminos*, Palacio Episcopal, Astorga, 1973. Text en espanyol.
- . RAMÍREZ, Juan Antonio. *Gaudí: la arquitectura como obra de arte total*, col·lecció Biblioteca Básica de Arte, Monografías, Anaya, Madrid, 1992. Text en espanyol.
- . RAMÍREZ, Juan Antonio. *La metáfora de la colmena: de Gaudí a Le Corbusier*, col·lecció La biblioteca azul, núm. 13, Siruela, Madrid, 1998. Text en espanyol.
- . RICALDONI, Julio. *La obra de Gaudí vista por un ingeniero*, Instituto de Ingenieria, Buenos Aires, 1971. Text en espanyol.
- . RIVERA, Javier. *El Palacio Episcopal de Gaudí y el Museo de los Caminos de Astorga*, [pròleg: José Fernández Pérez], Museo de los Caminos, Astorga, 1985. Text en espanyol.
- . ROJO ALBARRÁN, Eduardo. *Antoni Gaudí, aquest desconegut: el Park Güell*, col·lecció Coneguem Catalunya, núm. 15, La llar del llibre-Els llibres de la frontera, Barcelona, 1986. Text en català. Editat també en espanyol, Sant Cugat del Vallès, 1987.

- . ROJO ALBARRÁN, Eduardo. *Antonio Gaudí, ese incomprendido: la Cripta Güell*, col·lecció Papeles de ensayo, núm. 2, Los libros de la frontera, Sant Cugat del Vallès, 1988. Text en espanyol.
- . ROJO ALBARRÁN, Eduardo. *Gaudí: Parque Güell*, EDILESA, Lleó, 1990. Text en espanyol.
- . ROJO ALBARRÁN, Eduardo. *Gaudí: Sagrada Família*, EDILESA, Lleó, 1990. Text en espanyol.
- . ROJO ALBARRÁN, Eduardo. *El Park Güell: historia y simbología = El Park Güell: history and simbolis*, col·lecció Papeles de estudio, núm. 3, Los libros de la frontera, Barcelona, 1997. Text bilingüe espanyol-anglès.
- . ROJO ALBARRÁN, Eduardo. *El otro Gaudí, la otra Casa Milà, l'Avenç*, Barcelona, 1998. Text en espanyol.
- . SAGRISTÁ, Emilio. *Gaudí en la catedral de Mallorca: anécdotas y recuerdos*, col·lecció Arte e historia, núm. 14, Sociedad Castellonense de Cultura, Castelló de la Plana, 1962. Text en espanyol.
- . SAMA, Antonio. *Nuevas noticias sobre el joven Gaudí: los kioscos de Comillas*. Asociación Libre de Enseñanza, II època, núm. 11, Madrid, abril 1991 [butlletí]. Text en espanyol.
- . SELLÉS I BARÓ, Salvador. *El Parque Güell: memoria descriptiva*, Asociación de Arquitectos de Cataluña, Barcelona [1903 ?]. Text en espanyol.
- . SERT, Josep Lluís; SWEENEY, James Johnson. *Antoni Gaudí*, Praeger Publishers, Nova York, 1960 [edició revisada, 1970]. Text en anglès.
- . SERT, Josep Lluís; SWEENEY, James Johnson. *Antoni Gaudí*, Architectural Press, Londres, 1960. Text en anglès.
- . SERT, Josep Lluís; SWEENEY, James Johnson. *Antoni Gaudí*, Infinito, Buenos Aires, 1961. Text en espanyol.
- . SERT, Josep Lluís; PRATS-VALLÈS, Joan; GOMIS, Joaquim. *Cripta de la Colonia Güell de A. Gaudí* [text: J. L. Sert; fotografies: J. Gomis; selecció i seqüència: J. Prats-Vallès], Polígrafa, Barcelona, 1968. Text en espanyol, anglès, francès i alemany.
- . SOLÀ-MORALES i RUBIÓ, Ignasi de. *Gaudí* [fotografies: Francesc Català Roca] Polígrafa, Barcelona, 1983. Text en català. També en anglès, Barcelona, 1984.
- . SOSTRES, Josep M. *Opiniones sobre arquitectura*, Galería-Librería Yerba, Comisión de Cultura del Colegio Oficial de Aparejadores y Arquitectos Técnicos, Consejería de Cultura y Educación de la Comunidad Autónoma, Murcia, 1983. Text en espanyol.

- . STERNER, Gabriele. *Antoni Gaudí i Cornet, Architektur als Ereignis*, Dumont Taschenbücher, Colònia, 1979. Text en alemany i anglès.
- . STERNER, Gabriele. *Antoni Gaudí: Architecture in Barcelona*, Woodbury, Barron's, Nova York, 1985. Text en anglès.
- . TANAKA, Hiroya. *La arquitectura de Gaudí. Colección de dibujos de levantamiento*, [pròlegs: Joan Bassegoda i Shozo Uchii], Shokokusha, Tòquio, 1986. Text en japonès.
- . TANAKA, Hiroya. *Gaudí: architectural works: drawing of actual measurement*, Shokokusha, Tòquio, 1987. Text en japonès.
- . TANAKA, Hiroya. LLOVERAS i MONTSERRAT, Kim. *Gaudí y la medida*, Gaudí Club, Barcelona, 1991. Text en espanyol.
- . TANAKA, Hiroya. *Metodología gráfica, dibujos y proporciones de la obra de Gaudí*, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, 1993. Text en espanyol.
- . TANGE, Toshiaki. *Gaudí no shogai (La vida de Gaudí)*, Shokokusha, Tòquio, 1987. Text en japonès.
- . TAPIÉ, Michel. *Gaudí, la Pedrera* [text: M. Tapié; fotografies: J. Gomis; selecció seqüència: J. Prats-Vallès], col·lecció Fotoscop, Polígrafa, Barcelona, 1971. Text en espanyol, anglès, francès i alemany.
- . TARRAGO i CID, Salvador. *Gaudí*, col·lecció Arte en España, núm. 2, Escudo de Oro, Barcelona, 1974. Text en espanyol. Editat també en anglès.
- . TARRAGONA, Josep M. *Gaudí: biografía de l'artista*, Proa, Barcelona, 1999. Text en català.
- . TORII, Tokutoshi. *El mundo enigmático de Gaudí: cómo creó su arquitectura*, 2 vol., Instituto de España, Madrid, 1983. Text en espanyol.
- . TORII, Tokutoshi. *El temple expiatori de la Sagrada Familia*, Tomen, Japó [199-?]. Text bilingüe japonès-anglès.
- . TOSHIAKI, Tangué. *La vida de Gaudí*, Shokokusha, Tòquio, 1977. Text en japonès.
- . VINCA MASINI, Lara. *Antoni Gaudí*, col·lecció Grandes maestros del siglo XX, Ediciones Nauta, Barcelona, 1970. Text en espanyol. Editat també en italià, Florència, 1969.
- . ZERBST, Rainer. *Gaudí: 1852-1926. Antoni Gaudí i Cornet, una vida dedicada a la arquitectura*, Taschen, Colònia, 1997. Text en espanyol. Original en alemany, Colònia, 1987. També editat en anglès, Colònia, 1988.

10 Índex d'autors i índex d'il·lustracions i arxius vinculats

No voldria acabar-la jo, perquè no convindria.
Una obra així ha de ser filla d'una llarga època,
com més llarga millor.
L'obra d'un sol home ha d'ésser forçosament
raqúitica i morta al moment de néixer.
Els grans temples mai no han estat obra d'un sol home.

Antoni Gaudí

PUIG BOADA, Isidre. *El pensament de Gaudí*. Pàg. 193.

10 Índexs

10.1 Índex d'autors

Assenyalem amb negreta les pàgines on podem trobar la ressenya biogràfica o les d'especial rellevància.

Abalpat de Ispahan	41, 42
Abdolmelek de Chiraz	42
Abeille, Joseph	97, 101, 102, 103
Abraham, Pol	221
Adhemar, A. J.	189, 195, 201, 460
Aiguillon, Fr. d'	51
Albareda, Leandre	183, 190 , 206, 214, 217, 222
Alberti, Leon Battista	51, 66, 69, 70, 71, 72, 73, 75, 78, 80, 82, 458
Aleaume, J.	51
Alexandre el Gran	30
Alsina i Arús, Joan	375
Alsina i Bonafont, Claudi	205, 309, 329
Alsina i Català, Claudi	11
Álvarez, Rodrigo	81
Amais, faraó	26
Amyot	167
Anaxàgores	28, 29
Anaximandre	25, 26
Anaxímenes	26
Antemi de Tral·les	49
Antomari	201
Apol·loni de Perge	31, 32, 39, 41 , 42, 43, 44, 47, 48, 455, 456, 457
Aquil·les	29
Aragon, Ernest	228
Aristeu	39, 46
Aristòtil d'Estagira	5, 25, 26, 29, 30 , 47, 50
Arquímedes	5, 31, 32, 42, 45 , 46, 47, 48, 50, 372, 456, 457
Arquites de Tàrent	31
Artigas i Ramoneda, Josep	157, 172, 176 , 177
Artigas, Vicent	177
Audoy	95, 109
Autòlic de Pítana	40
Aymar i Ragolta, Jaume	182
Azara, Pedro	304
Babini, José	21
Badia, (germans)	309
Baldi, Bernardino	72

Barlow	117, 127
Barranco, Carmen	408
Barrow, Isaac	42
Bassegoda i Amigó, Joaquim	177, 205 , 206, 208, 209, 211, 214
Bassegoda i Musté, Bonaventura	174, 209
Bassegoda i Nonell, Joan	12, 55, 151, 159, 180, 181, 182, 205, 223, 224, 225, 226, 230, 404
Bauschinger	227
Bayó i Font, Jaume	210 , 211, 212, 457
Bayó i Font, Josep	210, 309, 311
Belidor, Bernard Forest de	91, 92, 93, 95, 115, 459
Berenguer i Mestres, Francesc	7, 143, 243, 265, 266, 309, 310, 313 , 314, 315, 316, 320, 323, 331, 347, 349, 351, 375, 466, 467
Berga Pascual, Joan	259
Bergara (rector)	152, 153
Bergós i Massó, Joan	1, 15, 31, 63, 244 , 245, 246, 247, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 265, 294, 273, 309, 310, 323, 370, 377, 383, 411, 413, 441, 443, 451, 465, 471
Bernoulli, Daniel	58
Bernoulli, Jakob	55, 56 , 226, 459
Bernoulli, Johann	55, 57 , 58, 226, 459
Bertran Ilari, Josep	175, 193, 197, 198, 311, 460
Bis Mas de Xaxars, Àureo	232
Blondel, J. R.	79, 93, 460
Boffill, Guillem	78
Boistard, L. C.	95, 106, 124, 459
Bonaparte, Napoleó	52, 118
Bonet i Armengol, Jordi	258
Bonet i Garí, Lluís	7, 309, 310, 377
Bonet, Ciprià	350
Borelli	41, 42
Bosse, A.	51, 52
Bouguer, Pierre	97, 98, 99, 100, 258
Breithof	201
Bresse, Jacques Antoine Charles	110, 127, 133 , 134, 202, 212, 232
Breymann, G. A.	255
Brianchon	53, 231
Bruguera i Llobet, Ignasi	304
Buda	26
Burry, Mark	389
Buti, A.	90
Buxadé, Carles	3
Cabana i Vancells, Francesc	174
Cabanyes, Emili	219
Cache, Bernard	392
Calama Rodríguez, Juan José	221
Canaleta i Cuadras, Josep	265, 309, 310, 311 , 323, 375
Candelas Gutiérrez, Ángel L.	81
Cañellas Agulló, Francesc	206

Cardellach, Fèlix	326
Carnot	231
Carrillo de Albornoz, Mariano	223
Casademunt i Torrents, Josep	179, 192 , 193, 199
Casademunt i Vidal, Adrià	172, 179 , 182, 193
Casals, Albert	5, 11, 137
Casas Lamolla, Manuel	175, 234
Cascante i Colom, Cristòfor	180, 206
Casella Tarrats, Pere	348
Cases i Bardés	309
Castelaro i Saco, José	168 , 186 , 187, 188, 190, 191, 199, 460, 462
Castigliano, A.	114 , 227
Castro, Antonio	6, 65, 66, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 83, 219, 220, 221, 458
Cataneo Sienese, Pietro	80
Cauchy, Augustin Louis	115 , 167
Cellini, Benvenuto	51
Chezy	93, 94
Choisy, Auguste	72, 219
Clapeyron, Benoît Paul Émile	96, 110 , 120, 123, 235
Claude Richard	41
Coll, Jordi	312, 389
Collins	310
Commandino, Federic	41
Corradi, Maltese	69, 90
Coulomb, Charles Augustin de	95, 107 , 108, 109, 110, 111, 112, 119, 120, 123, 126, 131, 244, 459
Couplet, P.	87, 95, 105, 106, 459
Cremona, L.	114 , 212, 226, 227, 232, 461, 472
Cross, Hardy	226, 386
Culmann, Karl	113, 127 , 212, 226, 227, 228, 230, 231, 232, 385, 461, 465, 471
Danizy	75, 87, 95, 106, 107, 459
Dant, E.	51
Darras, M.	228
De la Gournerie, Joules	187, 188
De la Rue	195
De Mesa, Andrés	11, 389, 390
De Moÿ, Carlos M..	228, 230 , 231
De Torija, Juan	197
Dechalles	195
Delaunay	283
Derand, F.	79, 85, 195, 460
Desargues, Girard	52 , 53, 88, 195, 231, 456, 460
Descartes, René	55
Dinostrat	31, 39
D'Ocagne, Maurice	188, 189, 201, 202, 460
Domènech i Estapà, Josep	174, 201 , 202, 204, 236
Domènech i Montaner, Lluís	65, 174, 177, 178 , 309, 312, 326

Domínguez, Montse	304
D'Ors, Eugeni	182
Douliot, J. P.	195
Dr. Schnuse	119
Dubois	232
Dubreuil, J.	51
Dupain	54, 122
Duro, Demetrio	166
Edwards, William	224, 459
Elies, profeta	26
Elizalde, José Antonio	180, 201
Èsquil	22
Esselborn	226
Estrabó	65
Euclides	5, 25, 31 , 32, 39, 40, 42, 45, 47, 48, 49
Eudem de Rodas	31
Èudox	40
Euler, Leonhard	57, 58 , 167
Eutoqui	41, 42
Eytelwein	227
Farga i Pellicer, Rafael	205
Favaro, Antonio	228, 230 , 231, 232
Feliu i Torras, Assumpció	174, 327, 375
Fermat	53, 55, 56, 167
Fernández Casanova, Adolfo	75, 85, 181, 197, 221
Fibonacci	50
Fiedler	201
Filelfo, Francesc	41
Flamant, A.	228
Florensa i Ferrer, Adolf	231, 232
Folguera i Grassi, Francesc	231, 309, 310, 330, 377
Font Boix, Guillem	265
Font i Carreras, August	158, 159, 172, 175, 193, 196
Font i Gumà	312
Font, Joan	11, 389, 439
Fontana, Carlo	76, 103, 327
Fontserè i Mestre, Eduard	181
Fontserè i Mestre, Josep	180, 181 , 323
Fossas, Modest	176
Fray Lorenzo de San Nicolás	81
Franch, Xaviera de	347
Fresnel	167
Freyssinet, E.	79
Frezier, Amédée-François	53, 107, 200
Galilei, Galileo	55 , 56, 59, 86, 459
Gallissà i Suqué, Antoni M.	228, 309, 312, 326
Gandullo Guerrero, Jesús	181

García Diego	78
García Tapia	78
García, Simón	79, 80, 83
Garidel	109, 123
Gauthey	96, 106, 115, 117, 236, 459
Gautier, H.	93
Gelabert, Josep	197
Gerstner, Francesc Josep	113, 122
Ghiberti, Lorenzo	51
Gilbert, David	117
Gilman, Roger	220
Glasser, G.	228
Goetz Maurer, Eduard	265, 323
Gómez Serrano, Josep Vicenç	3, 11, 389
González Cárceles, Juan Antonio	415
González Moreno-Navarro, José Luis	5, 137
Graciani García, Amparo	221
Granell i Manresa, Jeroni F.	375
Grases Riera, Josep	206
Grashof	227
Grau Fernández, Ramon	181
Gregory, David	42, 85 , 255
Guallart Elias, Eugenio	228
Gueilburt, Luis	408
Güell i Bacigalupi, Eusebi	265
Gutenberg	32
Guzmán Ozámiz, Miguel de	41, 47
Halley, Edmond	41 , 42
Heilberg	42
Heinzerling, F.	255
Henkel, Otto	226, 229
Heràclit	28
Heró	48 , 456
Heròdot	22 , 25
Hesíode	21 , 28
Heyman, Jacques	4, 5, 85, 104, 132, 135, 136, 137, 255, 415
Hípies d'Elis	31, 455
Hipòcrates de Quios	29 , 30, 39, 455
Hodkinson	127
Homer	21
Hooke, Robert	86 , 87, 103, 123, 224, 255, 261, 459
Hübsch, Heinrich	255
Huerta Fernández, Santiago	4, 6, 11, 70, 71, 72, 75, 78, 79, 80, 83, 85, 91, 122, 255, 256, 415, 458
Hurí, Carles	304
Hutton de Woolwich	224
Huyghens, Christiaan	56 , 57, 58, 459
Iranzo García, Alexandre	181

Jacass	217
Jacquier, Francesco	95, 228
Jahrgang	255
Jamblic	22
Jausseley	326
Jesucrist	26, 325
Jeurat	54
Jousse, Martín	195
Jujol i Gibert, Josep M.	310, 311, 312 , 323, 324, 325, 347, 349, 375
Junceda	182
Jung, Joachim	56
Jurado, Francisco	5, 11, 137, 138, 415
Kenji Imai	310
Kepler	56
Kersten	226
Koecklin, Maurice	228
Kooharian	135
Kubler, G.	81
La Hire, Philippe de	53, 69, 86, 87, 88 , 89, 90, 91, 92, 93, 95, 105, 107, 109, 127
Laborda	309
Lagrange	54, 167, 185
Lambert	54
Lamé, Gabriel	96, 110 , 120, 123, 235, 430
Lampérez Romea, Vicente	221
Lastanosa, Pedro Juan	78
Le Corbusier	300
Lebon	201
Leibniz, Gottfried	57 , 58, 226, 459
Leonardo da Vinci	50, 51, 69, 70, 73, 74, 75, 105, 458, 459
Leroy, Charles François Antoine	187, 188 , 189, 190, 191, 195, 199, 201, 202, 460
Lesguillier	236
Léveillé	236
Lévy, Maurice	228, 231 , 232, 469
Llatas i Agustí, Emili	198
Llimona, (germans)	181
Llopart, Amadeo	211
Llorenç i Barba, Francesc Xavier	155
López de Arenas	81
López Manzanares, Gema	96, 100
López, Marina	181
L'Orme, Philibert de	214, 216, 217, 218, 221 , 222, 402
Luanco, José Ramón de	168
Madrazo, Juan de	221
Majó i Ribas, Josep	375
Mani, Carles	309

Maragall, Joan	175, 182, 326
Margarit, Joan	3
Marolois	51
Martí Matlleu, Joan	12, 13, 155, 173, 310
Martinell i Brunet, Cèsar	1, 7, 139, 143, 145, 182, 185, 231, 235, 303, 309, 310, 323, 377, 378 , 379, 453
Martínez de Aranda, Ginés	79, 82, 458
Martorell i Montells, Joan	179, 180, 182 , 196, 205, 224, 225, 309, 326, 465, 471
Martorell i Puig, Bernadí	309, 375
Martorell i Terrats, Jeroni	182, 211, 309, 375
Marvà i Màyer, Josep	234 , 235, 236
Mas Morell, Ignasi	176, 232, 327, 349, 375, 415
Mas-Guindal Lafarga, Antonio José	415
Massó i Valentí, Rafael	198 , 309, 325, 375
Matamala i Flotats, Joan	303, 309, 310, 311, 349
Matamala i Pinyol, Llorenç	303, 309
Matsukura, Yasuo	267
Maurer, Maurice	228, 232, 265
Maxwell, Jacob Clerk	114
Meca Acosta, Benet Alfons	181, 408
Mejía López, Marcos	303
Melero, Juan C.	389
Memo, Joan Baptista	41
Menecme	39 , 43, 46, 455, 456
Menelau	47
Mercader i Lacanella, Eduard	206
Mersenne, Marin	41, 52
Méry, E.	123, 124, 125, 127, 213, 423, 426, 430, 461, 463
Mesa, Andrés de	11, 389, 390
Mestre, Oriol	176, 181
Metz	109, 118, 121, 127, 231
Michon, Pierre Félix	109, 121, 231
Miguel de Urrea	69
Milà i Fontanals, Pau	155
Millington, John	214, 223 , 224, 225, 460, 465, 471
Miquel Àngel	51, 103
Mir	182
Miralles, Hermenegild	347, 348, 349
Mohr, Christian Otto	110, 114, 128 , 129, 130, 131, 211, 226, 227, 232, 461
Molema, Jan	267
Moncunill i Parellada, Lluís	309, 375, 376
Monge, Gaspar	1, 15, 49, 52 , 53, 54, 102, 103, 113, 118, 185, 189, 195, 201, 226, 460, 462
Montaner, Josep M.	304
Monte, Guibaldo del	51
Morin	119
Morley	226
Moseley, Henry	122 , 123, 124, 126, 430, 461
Moya, Luis	214, 218
Moya i Ferrer, Lluís	11

Müller-Breslau, Henry	114 , 226, 228, 232 , 471
Navier, Claude-Louis-Marie-Henri	113, 115 , 116, 117, 119, 122, 123, 126, 127, 134, 135, 167, 227, 459, 460
Newton, Isaac	15, 41, 42, 56 , 58, 86, 87, 95, 167, 185, 298
Nuere Matauco, Enrique	80
Olivier, Théodore	187, 188, 189, 201, 460
Opisso, Ricard	181, 309, 323
Ortiz, Laura	69, 408
Ott, Karl	228, 232
Otto, Frei	257, 267
Pablo Salvat, Francesc Xavier	181
Pacioli, Luca	28
Padre Tosca	82
Palau, Rafael	143, 178, 182, 195, 196, 327, 328, 329, 379, 404, 405
Palladio, Andrea di Pietro	75 , 76, 81, 82, 458
Pappos	41, 42, 47, 231, 456, 457
Pardo	309
Parent	87, 115
Parès, Gil	348
Parmènides	28 , 29
Pascal, Blaise	47, 53 , 56, 231, 397, 456, 457
Paul Ver Eecke	42
Pausànies	195
Pélerin, S.	51
Pérez de los Nueros y Lewerfeld, Federico	166 , 167, 168, 203
Pericas i Morros, Josep M.	309, 325, 375
Pèricles	28 , 29
Perouse de Montclos, Jean-Marie	101
Perronet, Jean-Rodolphe	73, 78, 93, 94, 236, 255
Petit	109
Peyronnet, Juan Bautista	175, 193, 197
Pietro della Francesca	51
Pillet	201
Pitàgores	5, 15, 22, 25, 26 , 27, 30, 32, 418
Pitot	87
Place	65
Planella i Roure, Macari	193, 204 , 205, 214
Plató	22, 25, 30 , 31, 47, 51
Plo y Camín, Antonio	84, 458
Poinsot, L.	228
Poisson	107, 110, 115, 167, 203
Poleni, Giovanni	69, 87, 103, 104, 255, 258, 460
Poncelet, Jean Victor	88, 109, 110, 113, 116, 118 , 119, 120, 121, 122, 127, 133, 226, 231, 232, 461
Pons i Trabal, Joan Baptista	347
Portusach Barrato, Ramon	206
Prager	135

Presas i Puig, Llorenç	147, 165 , 166, 168, 184 , 186, 203, 462
Prim, Joan (general)	146
Protàgores	28
Puig i Boada, Isidre	155, 231, 243, 258, 259, 267, 309, 310, 377
Puig i Cadafalch, Josep	326, 375
Puig i Pla, Carles	165
Pujol, E.	153
Quintana, Francesc de Paula	185, 242, 258, 297, 309, 323, 348, 377
Rabasa Díaz, Enrique	5, 101, 198
Rafael (pintor)	51, 52
Ràfols i Fontanals, Josep M.	143, 221, 222, 225, 231, 241, 303, 309, 310, 314, 377
Rainer Graefe	255
Rankine, William John Macquorn	126 , 127, 226, 227, 232
Raspall i Mayol, Manel Joaquim	309, 311, 325, 375
Rau Chistian	42
Rave, Antonio	169
Rebhann	114, 227
Regot, Joaquín	11, 389
Repullés y Vargas, Enrique	221
Reunie	87
Rey Pastor, Julio	21
Riemann	19
Rigal i Amigó	309
Riquelme y Lain-Calvo, Joaquín	147, 165, 168
Ritter, Agustí	114
Ritter, Guillem	114, 212, 226, 227, 232
Robinson d'Edimburg	223, 224
Roca, Pere	5, 11, 137
Rogent i Amat, Elies	147, 156, 159, 160, 172 , 196
Rogent i Pedrosa, Francesc	198
Rojas, Cristóbal de	81
Rollat	201
Rondelet, Jean B.	87 , 217, 255, 460
Ros Pérez, Josep Lluís	265, 313
Rouché, Eugène	228
Rovira i Rabassa, Antoni	54, 65, 158, 172, 175 , 193 , 194, 195, 196, 197, 198, 200, 462
Rovira i Trias, Antoni	175
Rubió i Bellver, Joan	7, 12, 211, 213, 216, 228, 243, 266, 309, 310, 314, 320, 321, 323 , 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 348, 349, 351, 373, 375, 379, 408, 466, 467
Rubió i Bellver, Marià	326
Rubió i Tudurí, Nicolau M.	330
Rubió i Tudurí, Santiago	330, 331
Ruggero Giuseppe Boscovich	95
Ruiz i Casamitjana, Adolf	375
Ruiz, Hernán	79

Sabouret, Victor	220
Sagnier i Villavecchia, Enric	196
Sala i Cortés, Emili	180, 182
Saliger, Rudolf	227, 229
Salomon de Caus	51
Salvat i Espasa, Pau	375
Santaló, Pere	312
Sastre i Sastre, Ramon	3, 11, 271, 280, 281, 283, 394, 416, 468
Saviotti, C.	230
Sayrach i Carreras, Manel	231, 377
Scheffler, August Cristian Guillem Hermann	110, 126 , 127, 208, 209, 228, 229 , 230, 316, 426, 463, 471
Schindler	226
Schwedler, J.G.	114 , 227
Serenus Antissensis	41
Serra de Martínez, Juan Bautista	439
Serrallach i Mas, Leandre	159, 172, 176 , 180, 214 , 215, 218, 222
Serramalera, Josep	180
Seyrig, T.	228, 232
Simonin	54, 195
Simons	255
Snell	127
Sòcrates	25, 30
Soler, Joan	195
Steiner, F.	226, 232, 256
Steiner, Rudolf	226, 232, 256
Stevin, Simon	51, 56 , 86, 459, 460
Stirling, James	87, 185
Straub, H.	73
Sugranyes i Gras, Domènec	7, 159, 197, 231, 234, 237 , 238, 242, 243, 294, 297, 309, 310, 311, 323, 347 , 348, 349, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 362, 363, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 375, 389, 466, 467
Szabo, Arpad	22
Tales de Milet	5, 25 , 26, 456
Taylor	100, 185, 389
Telford	117
Teodosi	42
Teofrast	25, 26
Térmens Mauri, Ramon	211
Thabit ben Kurra	42
Thomas	65, 116, 118, 123, 133
Timeu	26
Timoshenko, Stephen P.	88, 460, 461
Toda i Güell, Eduard	143
Tomlow, Jos	7, 255, 257, 258, 259, 262, 265, 267, 269, 270, 273, 274, 276, 280, 283, 284, 285, 286, 289, 290, 300, 468
Tommaso Le Seur	95

Torras i Bages (mossèn)	326
Torras i Guardiola, Joan	65, 124, 126, 157, 158, 172, 174 , 175, 176, 178, 181, 182, 195, 204, 206, 207, 208, 209, 211, 212, 213, 214, 225, 226, 229, 230, 238, 316, 320, 423, 430, 461, 463, 464, 466, 469
Torroja, Eduardo	201
Truchet, Sébastien	102
Valeri i Pupurull, Salvador	309, 375
Vallejo	185
Vandelvira, Alonso	197
Varignon, Pierre	56
Vasari	70
Vaulezard, J. L.	51
Vera, F.	52
Vergnaud, A. D.	228
Vierendeel, A.	226
Vilaseca i Casanovas, Josep	158, 159, 172, 177 , 178
Villar i Carmona, Francesc del	173
Villar y Lozano, Francisco de Paula del	159, 172, 173 , 176, 180, 182, 225
Villardeau, Yvon	132 , 133, 136, 294, 415
Villarrubias, Vicens	265, 267
Viollet le Duc, Eugène-Emmanuel	65, 72, 214, 219
Vitel·li	41
Vitruvi, Marc Luci Pol·lió	49, 69, 70, 71, 72, 75, 458
Viviani	41, 42
Voronoi	283
Walz, Arnold	267, 300
Wantzell	130
Weale, John	122
Weissbach	227
Wilhem Von Tappe	256
Williot	473
Winkler, Emili	110, 114 , 227, 232
Wotton, H.	72
Wren, Cristopher	87, 255, 459
Young, Thomas	110, 116 , 118, 123, 128, 133
Zenó	25, 28, 29
Zoroastre	26

10.2 Índex d'il·lustracions, d'animacions i d'arxius vinculats

Pàg.	Fig.	
		Part I: Geometria i mecànica abans de Gaudí. Recorregut històric
		1. Introducció
27	1.3.1	Pitàgores. Representació gràfica del teorema.
27	Pitàgora.gsp	Pitàgores. Representació en moviment del teorema.
30	1.3.2	Hipòcrates. Quadratura de les llunes.
31	1.3.3	Arquites de Tàrent. Solució al problema de Delos.
31	Hípies.gsp	Hípies. Quadratriu per a la trisecció d'un angle.
32	1.3.4	Apol·loni. Solució de les dues mitjanes.
		2. Paràboles i catenàries
35	2.1.1	Pitagòrics. Problemes d'aplicació d'àrees.
36	2.1.2	Pitagòrics. Aplicació d'àrea per "paràbola".
38	2.1.3	Pitagòrics. Aplicació d'àrea per "el·lipse".
38	Paràbola.gsp	Pitagòrics. Generació dinàmica de la paràbola.
38	El·lipse.gsp	Pitagòrics. Generació dinàmica de l'el·lipse.
38	Hiperbol.gsp	Pitagòrics. Generació dinàmica de la hipèrbola.
39	2.1.4	Menecme. Seccions còniques.
40	2.1.5	Propietat de l'ordenada de l'el·lipse.
40	2.1.6	Propietat de les asímptotes de la hipèrbola.
43	Apolon-1.gsp	Apol·loni. Generació dinàmica de les còniques.
43	2.1.7	Apol·loni. Pol i recta polar.
43	PolPolar.gsp	Apol·loni. Comprovació dinàmica de les relacions entre pol i polar.
44	2.1.8	Apol·loni. El cercle de les tres tangències.
47	Arquim-1.gsp	Arquímedes. Propietats de la paràbola.
47	Arquim-2.gsp	Arquímedes. Àrea del sector parabòlic.
47	Menelau.gsp	Menelau. Teorema.
47	Pappos.gsp	Pappos. Teorema.
53	2.3.1	Desargues. Teorema.
53	Pascal-1.gsp	Pascal. Recta.
53	Pascal-2.gsp	Pascal. Cònica per 5 punts.
56	2.4.1	Stevin. Portada del llibre.
57	2.4.2	Plantejament infinitesimal per deduir l'equació de la catenària.
59	2.5.1	Anàlisi comparativa paràbola-catenària.
		3. Arcs, voltes, cúpules i estàtica gràfica
73	3.2.1	Straub. Pont ideal segons Alberti.
75	3.2.2	Leonardo da Vinci. Assaigs de ruptura d'arcs.
76	3.2.3	Palladio. Catàleg de ponts.
78	3.2.4	Juanelo. Proporcions de llum i pilars per als arcs.
79	3.2.5	Martínez de Aranda. Regla gràfica de dimensionament de suports.
79	3.2.6	Hernán Ruiz. Regla gràfica de dimensionament de suports.
80	3.2.7	Rodrigo Gil. Regla gràfica de dimensionament de suports.
83	3.2.8	Plo y Camín. Regla gràfica de dimensionament de suports.
85	3.3.1	Derand. Regla gràfica de dimensionament de suports.
86	3.3.2	Stevin. Anàlisi del polígon funicular i la descomposició de forces.
86	3.3.3	Reunie. Disseny d'un pont per inversió de la catenària.
87	3.3.4	Poleni. Anagrama de Hooke.
87	3.3.5	Rondelet. L'experiment de les 15 boles.

88	3.3.6	Philippe de La Hire. Descobriment del polígon funicular.
89	3.3.7	Philippe de La Hire. Anàlisi de forces en una dovella.
89	3.3.8	Philippe de La Hire. Anàlisi de pilars i estreps.
90	3.3.9	Philippe de La Hire. Detall de l'equilibri de moments.
90	3.3.10	Philippe de La Hire. Mètode gràfic de dimensionar els estreps.
91	3.3.11	Belidor. Dimensionament de les voltes dels polvorins.
92	3.3.12	Belidor. Correcció de l'arrencada de l'arc catenari.
93	Lahire-1.gsp	Philippe de La Hire. Equilibri en el cas particular de l'arc de mig punt.
93	Lahire-2.gsp	Philippe de La Hire. Equilibri en el cas general.
96	3.4.1	Cúpula de Sant Pere de Roma. Anàlisi dels tres matemàtics.
97	3.4.2	Bouguer. Cúpules cònques.
98	3.4.3	Bouguer. Cúpules còniques.
98	3.4.4	Bouguer. Detall per a l'anàlisi infinitesimal.
99	3.4.5	Bouguer. Cúpules convexes.
101	3.4.6	Abeille. Volta plana.
102	3.4.7	Sébastien Truchet. Dovelles per fer voltes planes sense deixar buits.
104	3.4.8	Jacques Heyman. L'informe de Poleni de Sant Pere de Roma.
105	3.4.9	Couplet. Anàlisi d'arcs.
106	3.4.10	Danizy. Formació de ròtules.
107	3.4.11	Esquema de la típica fallada d'un arc.
107	3.4.12	Coulomb. Anàlisi de forces.
108	3.4.13	Coulomb. Anàlisi de moments.
110	Lame-01.gsp	Lamé. Model de dimensionament d'arcs.
116	3.5.1	Navier. Anàlisi de tensions.
119	3.5.2	Poncelet. Construccions gràfiques per a contenció de terres.
120	3.5.3	Poncelet. Mètode gràfic i iteratiu per dimensionar arcs.
122	3.5.4	Moseley. Línia de pressions i línia de resistència.
123	3.5.5	Moseley. Mínima diferència en un cas més real.
124	3.5.6	Méry. Mètode segons Joan Torras Guardiola.
125	3.5.7	Méry. Les dovelles verticals simplifiquen les dovelles radials.
129	3.5.8	Otto Mohr. Cercles.
129	3.5.9	Otto Mohr. Anàlisi de ruptura del sòl.
130	3.5.10	Otto Mohr. El·lipse de tensions.
130	3.5.11	Otto Mohr. Tres cercles per al cas tridimensional.
130	Cmohr-1a-part.avi	Otto Mohr. Els cercles de Mohr. Anàlisi tridimensional. Part 1.
130	Cmohr-2a-part.avi	Otto Mohr. Els cercles de Mohr. Anàlisi tridimensional. Part 2.
131	3.5.12	Mohr-Coulomb. Criteri de ruptura.
131	3.5.13	Mohr-Coulomb. Representació tridimensional com a piràmide hexagonal.

Part II: Càlculs gràfics en temps de Gaudí

4. La formació d'Antoni Gaudí

150	4.2.1	Imprès matrícula curs 1870-1871.
157	4.2.2	Full de notes de l'assignatura Detalls Arquitectònics.
164	4.3.1	Llista de professorat de la universitat.
165	4.3.2	Dr. Llorenç Presas i Puig.
165	4.3.3	Portada del programa de l'assignatura Matemàtiques Sublimes.
166	4.3.4	Portada de l' <i>Atles de geometria</i> de Llorenç Presas.
167	4.3.5	Portada del programa de l'assignatura Mecànica Racional.
172	4.3.6	Elies Rogent i Amat.
173	4.3.7	Francisco de Paula del Villar y Lozano.
174	4.3.8	Joan Torras i Guardiola.
175	4.3.9	Antoni Rovira i Rabassa.
175	4.3.10	August Font i Carreras.
177	4.3.11	Josep Vilaseca i Casanovas.
178	4.3.12	Lluís Domènech i Montaner.
183	4.4.1	Portada del manuscrit d'Albareda <i>Problemas de geometria</i> .
184	4.4.2	Portada interior de l' <i>Atles de geometria</i> de Llorenç Presas.

184	4.4.3	Detall del quadre núm. 4.a
185	4.4.4	Detall del quadre núm. 4.b
185	4.4.5	Detall del quadre núm. 10.
185	4.4.6	Detall del quadre núm. 12.
187	4.4.7	Portada del tractat de M. Leroy.
188	4.4.8	Relació entre les figures del tractat de M. Leroy i la Pedrera.
188	4.4.9	Relació entre les figures del tractat de M. Leroy i el parc Güell.
189	4.4.10	Portada del tractat de De La Gournerie.
189	4.4.11	Portada del tractat d'Olivier.
189	4.4.12	Portada del tractat de D'Ocagne.
189	4.4.13	Portada del tractat de Monge.
190	4.4.14	Portada de l'àlbum de làmines de Leandre Albareda.
191	4.4.15	Làmina de Leandre Albareda. Geometria descriptiva a la Universitat de Barcelona.
192	4.4.16	Làmina de Josep Casademunt. Geometria descriptiva a l'Escola de Mestres d'Obres.
195	4.4.17	Il·lustració del tractat de Rovira Rabassa. Porta d'Arpino.
195	4.4.18	Il·lustració del tractat de Rovira Rabassa. Runes de voltes pròximes a les tombes de Tebes.
195	4.4.19	Il·lustració del tractat de Rovira Rabassa. Arc de maó de la porta al recinte de Tebes.
195	4.4.20	Il·lustració del tractat de Rovira Rabassa. Entrada de la tomba d'Atreu.
195	4.4.21	Il·lustració del tractat de Rovira Rabassa. Secció de la tomba d'Atreu.
195	4.4.22	Il·lustració del tractat de Rovira Rabassa. Volta de les galeries subterrànies del Colosseu.
198	4.4.23	Làmina de Rafael Masó. Ombres, perspectiva i gnomònica a l'ETSAB.
199	4.4.24	Làmina de Rafael Masó. Estereotomia a l'ETSAB.
200	4.4.25	Portada del tractat de M. Frezier.
202	4.4.26	Traçat d'arcs parabòlics segons Domènech i Estapà.
202	4.4.27	Traçat d'arcs parabòlics segons Domènech i Estapà.
204	4.5.1	Portada dels apunts manuscrits de construcció de Macari Planella.
204	4.5.2	Capçalera de la lliçó de voltes.
206	4.5.3	Fragment dels apunts manuscrits de mecànica de Joaquim Bassegoda.
207	4.5.4	Il·lustració dels apunts manuscrits de mecànica de Joaquim Bassegoda.
207	4.5.5	Il·lustració dels apunts manuscrits de mecànica de Joaquim Bassegoda.
207	4.5.6	Il·lustració dels apunts manuscrits de mecànica de Joaquim Bassegoda.
207	Basseg-1	Càlcul gràfic de bigues poligonals amb una sola càrrega (2 trams).
207	Basseg-2	Càlcul gràfic de bigues poligonals amb dues càrregues (3 trams).
207	Basseg-4	Càlcul gràfic de bigues poligonals amb quatre càrregues (5 trams).
208	4.5.7	Il·lustració del tractat de Scheffler.
209	Torras	Mètode de Torras.
209	Scheffler	Mètode de Scheffler.
209	Torras-Scheffler	Comparació dels dos mètodes.
210	4.5.8	Il·lustració dels apunts manuscrits de Jaume Bayó. Regle i compàs de talussos.
210	4.5.9	Il·lustració dels apunts manuscrits de Jaume Bayó. Arcs parabòlics.
212	4.5.10	Il·lustració dels apunts mecanografiats del COAC. Arcs de formes equilibrades.
213	4.5.11	Il·lustració dels apunts mecanografiats del COAC. Disseny d'arcs per inversió del model de pesos en suspensió.
215	4.5.12	Il·lustració dels apunts manuscrits de Leandre Albareda. Mètodes d'encorbar la fusta.
215	4.5.13	Il·lustració dels apunts manuscrits de Leandre Albareda. Citació de Serrallach a l'obra de Joan Torras.
216	4.5.14	Il·lustració dels apunts manuscrits de Leandre Albareda. Citació de Serrallach del sistema d'encavallades de Philibert de l'Orme.
217	4.5.15	Il·lustració dels apunts manuscrits de Leandre Albareda. Detall del sistema de Philibert de l'Orme.
218	4.5.16	Il·lustració dels apunts manuscrits de Luis Moya, a l'ETSAM. Panteó de París.
218	4.5.17	Il·lustració dels apunts manuscrits de Luis Moya, a l'ETSAM. Empentes en voltes.
219	4.5.18	Il·lustració del <i>Diccionari</i> de Viollet le Duc.

220	4.5.19	Les esquerdes de Sabouret en voltes gòtiques.
222	4.5.20	Arcades de la nau de blanqueig de la Cooperativa Obrera Mataronense de Gaudí.
222	4.5.21	Il·lustració del tractat de Philibert de l'Orme.
222	4.5.22	Il·lustració del tractat de Philibert de l'Orme.
222	4.5.23	Il·lustració del tractat de Philibert de l'Orme.
223	4.5.24	Il·lustració del tractat de John Millington. Disseny d'arcs per inversió de la catenària.
224	4.5.25	Il·lustració del tractat de John Millington. Seqüència de construcció de la volta d'un túnel.
233	4.5.26	Làmina en tres tintes del tractat de Müller-Breslau.
237	D-Estapa	Diagrames d'esforços en un arc. Mètode gràfic segons Domènech i Estapà.
238	4.5.27	Il·lustració del tractat de Sugranyes. Arcs atirantats i càlculs funiculars.
238	4.5.28	Il·lustració del tractat de Sugranyes. Bastida del monument a Colom.

5. Els models funiculars de Gaudí

		Fotografia del càlcul gràfic de Gaudí per a la façana de la Passió de la Sagrada Família.
241	5.1.1	Fotografia del dibuix original de Gaudí per a la façana de la Passió de la Sagrada Família.
241	5.1.2	Fotografies de la maqueta i el càlcul gràfic que va fer Gaudí per a les sagristies de la Sagrada Família.
242	5.1.3	Fotografies de l'esbós i el càlcul gràfic que va fer Gaudí per a la capella de l'Assumpció de la Sagrada Família.
242	5.1.4	Anàlisi esquemàtica d'un comentari de Puig Boada sobre les empentes en les voltes.
243	5.1.5	Dibuix original de Joan Bergós, explicatiu del mètode funicular de Gaudí.
244	5.1.6	Reproducció més detallada del dibuix original de Joan Bergós.
245	5.1.7	Fotografia d'unes catenàries per assajar les directrius dels arcs de les golfes de la Pedrera.
245	5.1.8	
245	Fun-4Car	Funicular de 4 càrregues
245	Fun-4Lon	Funicular amb longitud fixada
246	5.1.9	Dibuix original de Joan Bergós sobre un càlcul gràfic de Gaudí per a una volta de canó.
246	Bergos-1	Reconstrucció del càlcul de Bergós
249	5.1.10	Càlcul gràfic de Joan Bergós per comprovar les arcades de la Cooperativa Obrera Mataronense. Conté algunes esmenes fetes pel mateix Gaudí.
250	5.1.11	Dibuix de Bergós de l'arcada de la Cooperativa Obrera Mataronense.
251	5.1.12	Dibuix de Bergós d'una finestra del col·legi de les Teresianes.
251	5.1.13	Dibuix de Bergós de l'arcada de la font monumental de la casa Vicens.
252	5.1.14	Dibuix de Bergós de la secció de la golfa de la casa Milà.
252	5.1.15	Dibuix de Bergós de les arcades de les golfes de la casa Bellesguard.
253	5.1.16	Dibuix de Bergós de la coberta de les escoles de la Sagrada Família.
253	5.1.17	Dibuix de Bergós d'elements de fàbrica armada a la Sagrada Família.
254	5.1.18	Dibuix de Bergós de bigues prefabricades i armades als pavellons del parc Güell.
254	5.1.19	Dibuix de Bergós de bigues prefabricades i armades als pavellons del parc Güell.
256	5.2.1	Fotografia de la maqueta estereostàtica per al projecte definitiu de la Colònia Güell.
257	5.2.2	Planta general de tot el sector de la Colònia Güell. Indicació de l'obrador de Gaudí.
259	5.2.3	Tomlow, Jos. Dibuix il·lustratiu del repartiment de pesos en les catenàries.
259	5.2.4	Tomlow, Jos. Dibuix il·lustratiu del gir o la inversió dels models.
261	5.2.5	Tensions de ruptura dels materials. Gràfic de resultats que va obtenir Gaudí.
264	5.3.1	Dibuix original de Gaudí del projecte de la Colònia Güell.
266	5.3.2	Model de cordes i pesos reconstruït per l'equip de Jos Tomlow.
268	5.3.3	Tomlow, Jos. Dibuix del model.
268	5.3.4	Tomlow, Jos. Interpretació arquitectònica del dibuix anterior.

269	5.4.1	Fotografia del model del projecte previ de la Colònia Güell. Únic testimoni.
270	5.4.2	Tomlow, Jos. Deducció de plantes i secció del projecte previ.
271	5.4.3	Tríptic de l'exposició "Gaudí. La recerca de la forma".
271	5.4.4	Fotografia del model exposat al Saló del Tinell de Barcelona.
271	5.4.5	Fotografia del model exposat al Saló del Tinell de Barcelona.
273	5.4.6	Tomlow, Jos. Planta del model de la fotografia.
273	5.4.7	Tomlow, Jos. Seccions del model de la fotografia.
275	5.4.8	Projecte previ de la Colònia Güell. Seqüència de generació de la nova planta geometritzada.
276	5.4.9	Seqüència de generació de la nova planta geometritzada.
276	5.4.10	Projecte previ de la Colònia Güell. Planta final considerada.
276	5.4.11	Suposició de la secció transversal a partir de la longitudinal.
278	5.4.12	Projecte previ de la Colònia Güell. Seqüència de generació del model virtual en 3D.
279	5.4.13	Seqüència de generació del model virtual en 3D.
279	5.4.14	Projecte previ de la Colònia Güell. Model virtual finalitzat.
279	Colònia Güell- previ.exe	Projecte previ de la Colònia Güell. Animació il·lustrativa de la reconstrucció del model.
281	5.4.15	Esquemes de repartiment de l'àrea d'un triangle entre els tres vèrtexs.
282	5.4.16	Esquemes de repartiment de l'àrea d'un triangle entre els tres vèrtexs.
283	5.4.17	Esquemes de repartiment de l'àrea d'un triangle entre els tres vèrtexs.
283	5.4.18	Triangularització de Delaunay i diagrames de Voronoi.
284	5.4.19	Gràfics comparatius del perfil de la secció tipus.
286	5.4.20	Gràfics comparatius del valor de les càrregues.
290	5.4.21	Processament del model amb WinTess. Axonometria.
291	5.4.22	Processament del model amb WinTess. Planta.
292	5.4.23	Processament del model amb WinTess. Alçat longitudinal.
292	5.4.24	Processament del model amb WinTess. Alçat transversal.
297	5.5.1	Model de les naus de la Sagrada Família a l'Espai Gaudí.
297	5.5.2	Model de les naus de la Sagrada Família a l'Espai Gaudí.
297	5.5.3	Model de les naus de la Sagrada Família a l'Espai Gaudí.
298	5.5.4	Model de les naus de la Sagrada Família a l'Espai Gaudí.
299	5.5.5	Maqueta didàctica de l'Espai Gaudí que acompanya el model.
300	5.5.6	Model de les naus de la Sagrada Família a les escoles.
300	5.5.7	Model de les naus de la Sagrada Família a les escoles.
301	5.5.8	Model de les naus de la Sagrada Família a les escoles.
303	5.6.1	Hotel Attraction, Nova York. Croquis atribuït a Gaudí.
303	5.6.2	Hotel Attraction, Nova York. Dibuixos de Joan Matamala.
303	5.6.3	Hotel Attraction, Nova York. Dibuixos de Joan Matamala.
303	5.6.4	Hotel Attraction, Nova York. Dibuixos de Joan Matamala.
304	5.6.5	Hotel Attraction, Nova York. Model de l'exposició "La catedral laica".
305	5.6.6	Hotel Attraction, Nova York. Model de l'exposició "La catedral laica".
305	5.6.7	Hotel Attraction, Nova York. Model de l'exposició "La catedral laica".
306	5.6.8	Model inventat a l'Espai Gaudí.
306	5.6.9	Model inventat a l'Espai Gaudí.
6. El càlcul gràfic i funicular dels col·laboradors de Gaudí		
313	6.1.1	Berenguer. Arcs parabòlic en construcció al Centre Moral de Gràcia.
313	6.1.2	Berenguer. Arcs parabòlic en construcció al Centre Moral de Gràcia.
314	6.1.3	Berenguer. Alçat de la casa familiar a Rubió.
314	6.1.4	Berenguer. Detall de l'arc de l'entrada de la casa familiar a Rubió.
315	6.1.5	Berenguer. Càlcul gràfic i funicular d'unes voltes d'escala.
316	6.1.6	Berenguer. Càlcul gràfic i funicular d'un arc senzill.
316	6.1.7	Berenguer. Redibuix previ de l'arc.
317	6.1.8	Berenguer. Imatge de l'animació. Obtenció de les càrregues.
319	6.1.9	Berenguer. Imatge de l'animació. Determinació del centre de moments o punt de pas.
320	6.1.10	Berenguer. Imatge de l'animació. Càlcul de la resultant dels moments.
320	6.1.11	Berenguer. Imatge de l'animació. Càlcul de l'empenta a la clau.
320	6.1.12	Berenguer. Imatge de l'animació. Composició del funicular.

320	6.1.13	Berenguer. Imatge de l'animació. Reconstrucció completada del càlcul gràfic.
320	Berenguer.exe	Animació didàctica del mètode de càlcul gràfic d'un arc.
323	6.2.1	Rubió. Retrat.
323	6.2.2	Rubió. Dibuix del mètode dels pesos i cordills.
324	6.2.3	Fotografia de l'arxiu Rubió al COAC. Obres al viaducte del Bellesguard.
324	6.2.4	Fotografia de l'arxiu Rubió al COAC. Obres al viaducte del Bellesguard.
324	6.2.5	Rubió. Càlcul gràfic d'estabilitat de la catedral de Mallorca.
327	6.2.6	Rubió. Església de Sant Miquel de Roqueta.
327	6.2.7	Rubió. Església del complex Raïmat.
327	6.2.8	Rubió. Sala capella a la Universitat Industrial de Barcelona.
327	6.2.9	Rubió. Casal d'avis a Igualada.
328	6.2.10	Rubió. Casal d'avis a Igualada.
328	6.2.11	Rubió. Casal d'avis a Igualada.
328	6.2.12	Rubió. Càlcul gràfic del monestir de Manacor.
329	6.2.13	Rubió. Construcció d'arcs en la seva publicació <i>Construccions de pedra en sec</i> .
329	6.2.14	Rubió. Equilibri d'arcs en la seva publicació <i>Construccions de pedra en sec</i> .
329	6.2.15	Rubió. Estudi de forces en cúpules dins de <i>Construccions de pedra en sec</i> .
332	6.2.16	Rubió. Estudi gràfic de contenció de terres en els viaductes del parc Güell.
332	6.2.17	Rubió. Estudi gràfic de contenció de terres en els viaductes del parc Güell.
333	6.2.18	Rubió. Detall ampliat del càlcul gràfic d'estabilitat de la catedral de Mallorca.
334	6.2.19	Rubió. Comparació de seccions. Catedral de Mallorca i catedral de Barcelona
334	6.2.20	Rubió. Fotografia de la catedral de Mallorca. Pes sobre la clau de les voltes.
334	6.2.21	Rubió. Fotografia de la catedral de Mallorca. Pes sobre els arcs torals principals.
334	6.2.22	Rubió. Fotografia de la catedral de Mallorca. La rosassa i l'escala humana.
334	Mallorca	Animació dels dibuixos de dobles seccions de Rubió. Mostra comparativa entre
	Comparativa.exe	diferents catedrals i la de Mallorca.
336	6.2.23	Rubió. Plànol auxiliar del càlcul de Mallorca (planta i nervis diagonals).
337	6.2.24	Rubió. Imatge de l'animació. Reconstrucció virtual en 3D del fragment que analitza Rubió.
338	6.2.25	Rubió. Detall del càlcul de l'arc toral principal.
339	6.2.26	Rubió. Detall del càlcul dels arcs boterells superior i inferior.
339	6.2.27	Rubió. Detall del càlcul en la planta.
341	6.2.28	Rubió. Detall del càlcul dels arcs creuers de la nau central.
342	6.2.29	Rubió. Detall del càlcul dels arcs creuers de la nau lateral.
343	6.2.30	Rubió. Detall del càlcul de l'arc toral de la nau lateral.
344	6.2.31	Rubió. Imatge de l'animació. Estabilitat de la columna.
345	6.2.32	Rubió. Imatge de l'animació. Estabilitat del contrafort.
345	Rubió-	Animació del càlcul gràfic de Rubió sobre la reconstrucció virtual en 3D.
	Mallorca.exe	
347	6.3.1	Sugranyes. Retrat.
351	6.3.2	Sugranyes. Càlcul gràfic funicular de la capella de Sant Andreu.
352	6.3.3	Sugranyes. Càlcul gràfic d'estabilitat de les naus de la Sagrada Família.
353	6.3.4	Sugranyes. Imatge de la reconstrucció virtual.
354	6.3.5	Sugranyes. Situació de la peça 1 sobre el plànol.
355	6.3.6	Sugranyes. Imatge de la peça 1 en la reconstrucció virtual.
355	6.3.7	Sugranyes. Situació de la peça 2 sobre el plànol.
356	6.3.8	Sugranyes. Imatge de la peça 2 en la reconstrucció virtual.
356	6.3.9	Sugranyes. Situació de la peça 3 sobre el plànol.
357	6.3.10	Sugranyes. Imatge de la peça 3 en la reconstrucció virtual.
357	6.3.11	Sugranyes. Situació de la peça 4 sobre el plànol.
358	6.3.12	Sugranyes. Imatge de la peça 4 en la reconstrucció virtual.
358	6.3.13	Sugranyes. Situació dels sostres 5, 6 i 7 sobre el plànol.
359	6.3.14	Sugranyes. Imatge dels sostres 5, 6 i 7 en la reconstrucció virtual.
361	6.3.15	Sugranyes. Situació de les peces 8, 9 i 10 sobre el plànol.
361	6.3.16	Sugranyes. Situació de les peces 8, 9 i 10 sobre la planta.
362	6.3.17	Sugranyes. Imatge de la reconstrucció virtual de les voltes.
363	6.3.18	Sugranyes. Imatge de la reconstrucció virtual de les voltes.
363	6.3.19	Sugranyes. Imatge de la reconstrucció virtual de les voltes.
364	6.3.20	Sugranyes. Situació de la peça 10' sobre el plànol.

365	6.3.21	Sugranyes. Situació dels cons asimptòtics 11 i 12 sobre el plànol.
368	6.3.22	Sugranyes. Imatge de la reconstrucció virtual.
368	6.3.23	Sugranyes. Imatge de la reconstrucció virtual.
370	6.3.24	Bergós. Primer projecte de les naus de la Sagrada Família.
370	6.3.25	Bergós. Segon projecte de les naus de la Sagrada Família.
371	6.3.26	Bergós. Tercer projecte de les naus de la Sagrada Família.
371	6.3.27	Bergós. Quart projecte de les naus de la Sagrada Família.
375	6.4.1	Puig i Cadafalch. Arcs a les caves Codorniu.
375	6.4.2	Martorell, Jeroni. Refugi excursionista a Ulldeter.
375	6.4.3	Jujol. Escorxador municipal a Sant Feliu de Llobregat.
375	6.4.4	Jujol. Escorxador municipal a St. Feliu de Llobregat.
376	6.4.5	Moncunill, Lluís. Vapor Aymerich, Amat i Jover a Terrassa.
376	6.4.6	Moncunill, Lluís. Vapor Aymerich, Amat i Jover a Terrassa.
376	6.4.7	Moncunill, Lluís. Reforma de la masia Freixa a Terrassa.
376	6.4.8	Moncunill, Lluís. Reforma de la masia Freixa a Terrassa.
377	6.4.9	Puig Boada, Isidre. Arcs en construcció a la Guàrdia de Tornabous.
377	6.4.10	Puig Boada, Isidre. Església de la Guàrdia de Tornabous.
377	6.4.11	Puig Boada, Isidre. Església d'Artesa de Segre.
377	6.4.12	Puig Boada, Isidre. Església de Balaguer.
378	6.4.13	Martinell, Cèsar. Plànol de l'edifici agrícola a Rocafort de Queralt.
378	6.4.14	Martinell, Cèsar. Arcs en construcció a l'edifici agrícola a Rocafort de Queralt.
378	6.4.15	Martinell, Cèsar. Nau de l'edifici agrícola a Rocafort de Queralt.
378	6.4.16	Martinell, Cèsar. Plànol de l'edifici agrícola a Nulles.
378	6.4.17	Martinell, Cèsar. Nau de l'edifici agrícola a Nulles.
379	6.4.18	Martinell, Cèsar. Nau del celler del Pinell de Brai.
379	6.4.19	Martinell, Cèsar. Arcs en construcció a l'edifici agrícola de Sant Cugat del Vallès.
379	6.4.20	Martinell, Cèsar. Arcs en construcció del sindicat agrícola del Vendrell.

Part III: Perspectives de futur 75 anys després de Gaudí

7. Proposta de recuperació dels mètodes gràfics d'A. Gaudí per mitjà de la informàtica

385	7.1.1	Culmann, Carl. Regle de càlcul
398	7.3.1	Transformació de la circumferència en qualsevol corba cònica.
399	7.3.2	Procediment gràfic per a la determinació d'una cònica.
399	7.3.3	Procediment gràfic per a la determinació d'una cònica.
399	7.3.4	Procediment gràfic per a la determinació d'una cònica.
399	7.3.5	Procediment gràfic per a la determinació d'una cònica.
400	7.3.6	Procediment gràfic per a la determinació d'una cònica.
400	7.3.7	Procediment gràfic per a la determinació d'una cònica.
401	7.3.8	Gaudí. Projecte d'escola. Porta d'un cementiri.
401	7.3.9	Gaudí. Projecte d'escola. Pati per a la Diputació.
401	7.3.10	Gaudí. Projecte d'escola. Embarcador reial.
401	7.3.11	Gaudí. Projecte d'escola. Paranimf universitari.
402	7.3.12	Gaudí. Cooperativa Obrera Mataronense.
402	7.3.13	Gaudí. Font monumental a la casa Vicens.
402	7.3.14	Gaudí. Casa El Capricho, a Santander.
403	7.3.15	Gaudí. Cavallerisses finca Güell.
403	7.3.16	Gaudí. Cavallerisses finca Güell.
404	7.3.17	Gaudí. Cavallerisses finca Güell.
404	7.3.18	Gaudí. Cavallerisses finca Güell.
404	7.3.19	Gaudí. Mirador desaparegut a la finca Güell.
404	7.3.20	Gaudí. Umbracle de la finca Güell (Palau Reial de Pedralbes).
405	7.3.21	Gaudí. Palau Güell.
405	7.3.22	Gaudí. Palau Güell.

406	7.3.23	Gaudí. Palau Güell.
406	7.3.24	Gaudí. Palau Güell.
406	7.3.25	Gaudí. Palau Güell.
406	7.3.26	Gaudí. Palau Güell.
406	7.3.27	Gaudí. Palau Güell.
407	7.3.28	Gaudí. Col·legi de les Teresianes.
407	7.3.29	Gaudí. Col·legi de les Teresianes.
407	7.3.30	Gaudí. Col·legi de les Teresianes.
407	7.3.31	Gaudí. Col·legi de les Teresianes.
407	7.3.32	Gaudí. Col·legi de les Teresianes.
407	7.3.33	Gaudí. Col·legi de les Teresianes.
408	7.3.34	Gaudí. Casa Botines, a Lleó.
408	7.3.35	Gaudí. Casa Botines, a Lleó.
409	7.3.36	Gaudí. Celler Güell, al Garraf.
409	7.3.37	Gaudí. Celler Güell, al Garraf.
409	7.3.38	Gaudí. Celler Güell, al Garraf.
409	7.3.39	Gaudí. Celler Güell, al Garraf.
410	7.3.40	Gaudí. Celler Güell, al Garraf.
410	7.3.41	Gaudí. Celler Güell, al Garraf.
410	7.3.42	Gaudí. Celler Güell, al Garraf.
410	7.3.43	Gaudí. Celler Güell, al Garraf.
410	7.3.44	Gaudí. Celler Güell, al Garraf.
410	7.3.45	Gaudí. Celler Güell, al Garraf.
411	7.3.46	Gaudí. Casa Bellesguard.
411	7.3.47	Gaudí. Casa Bellesguard.
411	7.3.48	Gaudí. Casa Bellesguard.
411	7.3.49	Gaudí. Casa Bellesguard.
411	7.3.50	Gaudí. Casa Bellesguard.
412	7.3.51	Gaudí. Casa Batlló.
412	7.3.52	Gaudí. Casa Batlló.
413	7.3.53	Gaudí. Casa Milà.
414	7.3.54	Gaudí. Anàlisi comparativa de corbes, segons Bergós.
420	7.4.1	Programa de càlcul d'arcs. Taula de possibilitats segons tipus d'extradós i tipus de suport dret.
422	7.4.2	Programa de càlcul d'arcs. Taula de possibilitats segons tipus de particions.
425	7.4.3	Programa de càlcul d'arcs. Taula de possibilitats d'existir la dovella 0, segons tipus de suport dret.
426	7.4.4	Programa de càlcul d'arcs. Taula de possibilitats d'existir la dovella N+1, segons tipus de suport esquerre.
427	7.4.5	Programa de càlcul d'arcs. Taula de possibilitats de combinacions de sobrecàrregues.
428	7.4.6	Programa de càlcul d'arcs. Centre de gravetat d'un quadrilàter.
429	7.4.7	Programa de càlcul d'arcs. Composició de pesos en cada dovella.
431	7.4.8	Programa de càlcul d'arcs. Taula de possibles posicions de les ròtules.
432	7.4.9	Programa de càlcul d'arcs. Plantejament per al càlcul de les resultants.
435	7.4.10	Programa de càlcul d'arcs. Traçat del polígon funicular per paral·leles al polígon auxiliar.
436	7.4.11	Programa de càlcul d'arcs. Traçat de les resultants aplicades sobre cada junt.
437	7.4.12	Programa de càlcul d'arcs. Estudi de les possibles distribucions lineals de tensions sobre els junts, discretitzant les traccions.
438	7.4.13	Programa de càlcul d'arcs. Distribució triangular i distribució trapezial.
439	7.5.1	Casa Vicens. Foto original de l'arcada de la font monumental.
439	7.5.2	Casa Vicens. Planta de la casa i el jardí original.
439	7.5.3	Casa Vicens. Foto després de l'enderroc de la tanca per ampliar el jardí.
440	7.5.4	Casa Vicens. Foto aèria del jardí ampliat.
441	7.5.5	Casa Vicens. Foto de l'arcada posterior.
441	7.5.6	Casa Vicens. Foto detall de l'arcada posterior.
442	7.5.7	Programa de càlcul d'arcs. Finestra definidora de l'intradós.
442	7.5.8	Programa de càlcul d'arcs. Finestra definidora de l'extradós i els suports.
443	7.5.9	Programa de càlcul d'arcs. Punts bàsics per definir l'arc en pantalla i menú

		<i>Arxiu.</i>
443	7.5.10	Programa de càlcul d'arcs. Col·locació de la foto de fons de pantalla.
444	7.5.11	Programa de càlcul d'arcs. Dibuix de l'arc sobre la foto.
444	7.5.12	Programa de càlcul d'arcs. Finestra de <i>Preferències</i> per definir diversos paràmetres del càlcul.
445	7.5.13	Programa de càlcul d'arcs. Finestra definidora de les sobrecàrregues.
445	7.5.14	Programa de càlcul d'arcs. Dibuix de les sobrecàrregues sobre la foto.
446	7.5.15	Programa de càlcul d'arcs. Finestra definidora de les ròtules i el tipus de càlcul.
447	7.5.16	Programa de càlcul d'arcs. Menú <i>Veure</i> , desplegat.
447	7.5.17	Programa de càlcul d'arcs. Resultats gràfics: reaccions, corba de pressions i resultants sobre els junts.
447	7.5.18	Programa de càlcul d'arcs. Menú <i>Resultats</i> , desplegat.
448	7.5.19	Programa de càlcul d'arcs. Finestra de resultats <i>Reaccions a les ròtules</i> .
448	7.5.20	Programa de càlcul d'arcs. Finestra de resultats <i>Pressions i tensions als junts</i> .
449	7.5.21	Programa de càlcul d'arcs. Finestra de visualització dels resultats junt a junt.
450	7.5.22	Programa de càlcul d'arcs. Resultats de tensions segons el mapa de colors.
451	7.5.23	Programa de càlcul d'arcs. Dibuix de l'arcada sencera al fons de pantalla.
451	7.5.23	Programa de càlcul d'arcs. Dibuix de l'arc sobre la foto.
451	7.5.23	Programa de càlcul d'arcs. Resultats de l'arcada sencera.

