

## 2.3 JOCS DE PROVA I ANALISI DELS RESULTATS

### 2.3.1. JOCS DE PROVA ESCOLLITS.

Per a les proves de l'algorisme, s'ha partit de dos models de ciutats. La primera, petita, és completament imaginària, però s'ha adoptat així per tal de poder-lo seguir pas per pas sense perdre'n la visió de conjunt. La segona, més pròxima a la realitat, vol ser la ciutat de Barcelona i la seva rodalia; s'ha utilitzat per veure la marxa general del procés, en un exemple més consistent.

#### 2.3.1.1. Xarxa - 6

Consta de 6 zones o nusos, i d'un graf elemental que uneix cada zona amb les seves contigües. Tal com es demanava a la hipòtesi H 5), a cada arc d'aquest graf se li assigna un temps de recorregut en bus.

El conjunt de zones i de graf s'esquemmatitza a la figura 2.3.1.

Per tant, la matriu de camins mínims en bus  $[e_{ij}]$ , s'obté per una simple aplicació dels algorismes habituals, a partir del graf.

A més, cal afegir-hi la matriu de temps a peu o, en general, per un mode alternatiu. Ambdues apareixen a la figura 2.3.2., on el cost se suposa mesurat en minuts.

Perquè el model sigui complet cal preveure la matriu de demandes, la qual apareix tant sencera com triangularitzada a la figura 2.3.3. S'ha procurat que els elements de la diagonal principal fossin més aviat alts, i que hi hagués zones deficitàries en població, com ara la 6 i d'altres més centríques, excedentàries, per tal d'aconseguir una tipologia ampla de zones.

#### 2.3.1.2. Xarxa - 44

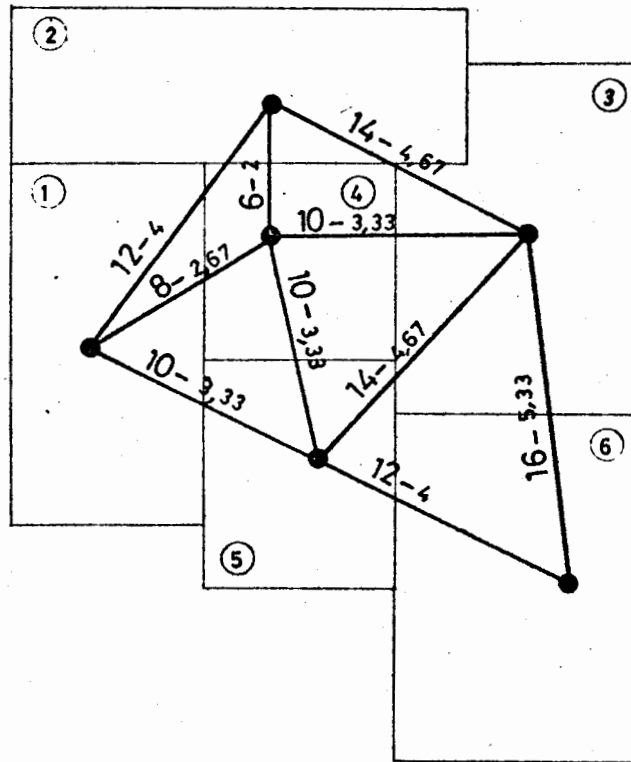
Consta de 44 zones, que comprenen Barcelona i el seu continu urbà: L'Hospitalet, Cornellà, Esplugues, Sant Just Desvern, Sta. Coloma de Gramenet, Sant Adrià del Besòs i Badalona.

A cada zona se li ha assignat una població activa i un empleu, segons el cens de l'any 1.970, els quals es reproduïxen a la figura 2.3.4.

El total d'ambdós valors, ja que coincideixen, és de 727854.

Els criteris que han guiat la zonificació poden resumir-se així:

- les zones no han d'oferir variacions massa manifestes quant a la població activa i empleu continguts.
- malgrat tot, hi ha una cota inferior per a la superfície.
- una zona, ha de ser connexa de forma que el camí entre tot parell de



12 temps a peu  
4 temps en bus

Joc de prova. Xarxa-6

FIG. 2.3.1

PEU

C	1	2	3	4	5	6
1	0	12	17	8	10	21
2	12	0	14	6	15	26
3	17	14	0	10	14	16
4	8	6	10	0	10	20
5	10	15	14	10	0	12
6	21	26	16	20	12	0

BUS

A	1	2	3	4	5	6
1	0	4'00	6'00	2'67	3'33	7'33
2	4'00	0	4'67	2'00	5'33	9'33
3	6'00	4'67	0	3'33	4'67	5'33
4	2'67	2'00	3'33	0	3'33	7'33
5	3'33	5'33	4'67	3'33	0	4'00
6	7'33	9'33	5'33	7'33	4'00	0

FIG. 2.3.2

$$D = [d_{ij}]$$

	1	2	3	4	5	6	Població activa
1	1000	500	100	500	250	250	2600
2	600	900	400	300	150	300	2650
3	250	300	800	150	100	500	2100
4	600	400	300	700	150	800	2950
5	150	100	200	200	600	150	1400
6	50	200	150	100	50	500	1050
Empleu	2650	2400	1950	1950	1300	2500	12750

$$D = [d_{ij} + d_{ji}]$$

	1	2	3	4	5	6
1	1000	1100	350	1100	400	300
2		900	700	700	250	500
3			800	450	300	650
4				700	350	900
5					600	200
6						500

Matrius de demanda  $[d_{ij}]$

FIG. 2.3.3

## XARXA 44

ZONA	POBLACIO ACTIVA	EMPLEU	ZONA	POBLACIO ACTIVA	EMPLEU
1	29379	8400	26	35635	44600
2	15679	7200	27	18451	34100
3	4276	1000	28	21143	26200
4	79	25000	29	12116	4200
5	4593	6000	30	26211	29000
6	18451	4000	31	13304	22800
7	20589	14000	32	28349	5400
8	2613	2400	33	28033	22000
9	7048	5400	34	19322	21400
10	11086	11600	35	11720	9600
11	4118	4800	36	19955	1600
12	22410	14800	37	10849	7200
13	19955	27000	38	8552	5200
14	24390	23000	39	13858	8600
15	2455	2000	40	19797	2600
16	9265	6400	41	7998	6200
17	23202	30800	42	12591	5600
18	28270	24400	43	7206	4400
19	11245	12200	44	9740	8600
20	29616	33400			
21	42841	26400			
22	21222	79200			
23	14412	61000			
24	15363	13000			
25	20510	15200			

FIG. 2.3.4

Joc de prova. Xarxa -44

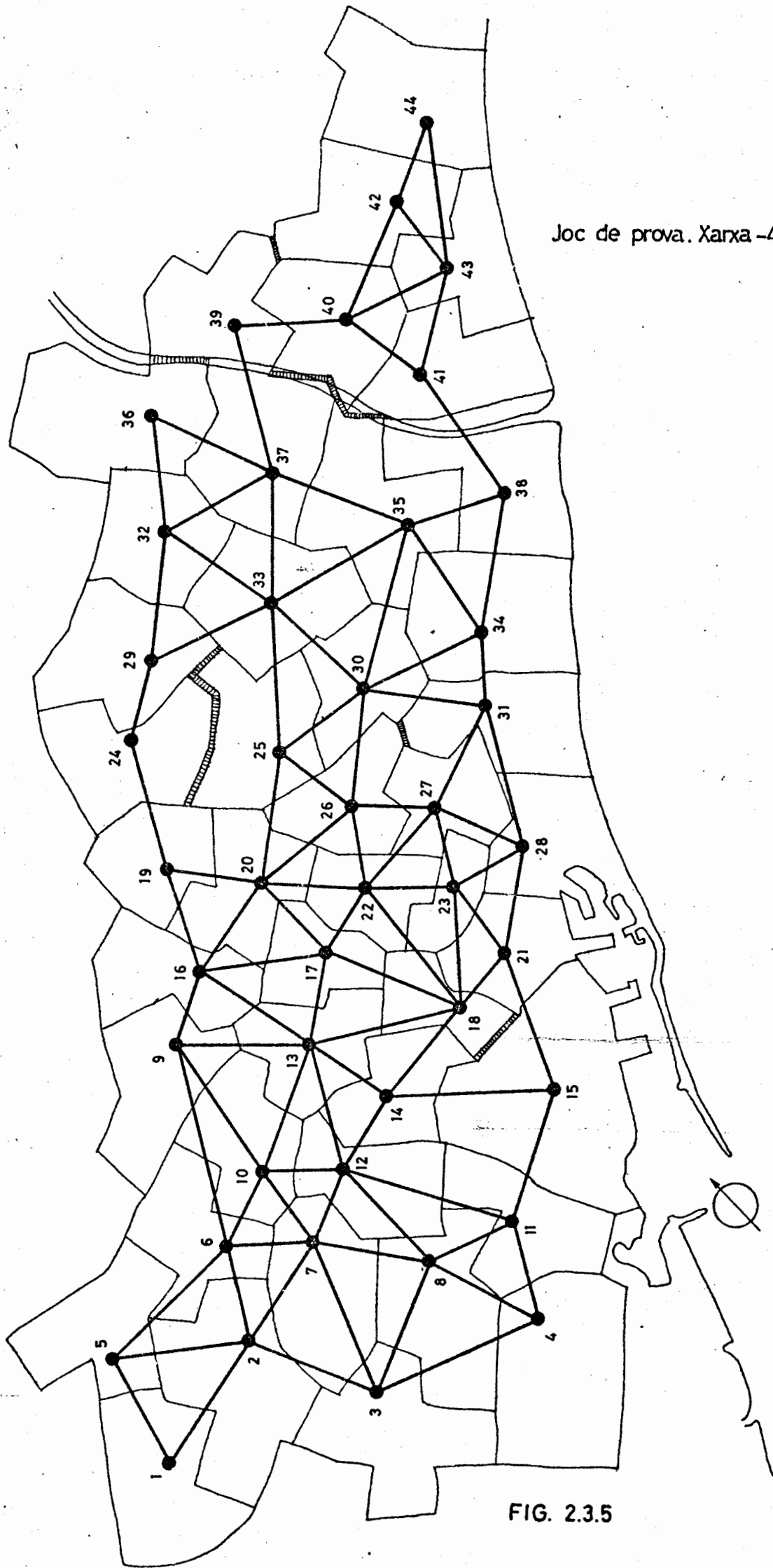


FIG. 2.3.5

punts de l'interior sigui practicable i, de ser possible, més practicable entre dos punts d'una mateixa zona que no pas de zones diferents.

Per tant, tots els obstacles naturals, com ara carenes, rius o boscos han de prendre's com a fronteres entre zones.

D'aquesta manera al centre s'obtenen zones més petites però més denses, i a la perifèria, les zones són més extenses per bé que menys poblades. Cal, però, que la relació entre la superfície efectiva de la zona més gran i la més petita sigui de l'ordre de 2. Altrament, l'algorisme perd eficiència.

La zonificació adoptada i els arcs del graf són a la figura 2.3.5.

### 2.3.2. ANALISI DEL FUNCIONAMENT DEL MODULS

Per tal de seguir la lògica interna de l'algorisme, s'han elaborat com 2 fragments de pel·lícula, on se segueixen pas per pas els càlculs i les decisions que va prenent. En tots els casos, la ciutat sobre la qual s'opera és la xarxa - 6.

S'han escollit dos exemples que volen cobrir el vano de possibilitats: el primer, corresponent a l'inici del procés, és la generació de la 1ª línia. El segon es refereix a la mateixa xarxa, però més evolucionada, i ja pròxima al final. En els casos on la taula de possibilitats era excessiva, només s'hi detalla la prova òptima, que realment es duu a terme, i les dues que la segueixen en guany.

#### 2.3.2.1. Generació de la 1ª línia: COMEN i INSER

L'inici de l'algorisme corre a càrrec de la subrutina COMEN, que fa un examen exhaustiu dels parells de nusos. En qualsevol cas  $\varphi_x$ , és 0, ja que la resta de la xarxa no pot perdre-hi res, puix que encara no existeix.

Per a tot l'apartat cal recordar els símbols que apareixen a les taules:  $B \pm \Delta B$  és augment (disminució) del temps de recorregut degut a la variació.  $\varphi_z$  és el guany obtingut pel nus o nusos damunt dels quals s'actua,  $\varphi_x$  és el guany per a la resta de la línia i  $\varphi_l$  per a la resta de la xarxa.  $R$  n'és la suma i, per tant, el guany total.

#### Mòdul COMEN

i — j	B (min)	$\varphi_z$ (viatges min)	$\varphi_x$ (viat. min)	R (viat. min)
4 — 6	7,33	8163,84	0	8163,84
2 — 6	9,33	6508,97	0	6508,97
1 — 2	4,00	4954,91	0	4954,91

FIG. 2.3.6

El parell (4,6) que dona el màxim guany combina un flux alt (900 viatges) amb el guany unitari també alt (9,07 minuts), sense ser, però, màxim

cap d'ambdós valors sinó llur producte. La figura 2.3.6. recull la taula dels 3 parells amb el guany més gran, juntament amb algunes dades significatives, i la figura 2.3.7. els dibuixa en el plànol de la ciutat. L'opció escollida és en traç gruixut i les següents (2<sup>a</sup> i 3<sup>a</sup>) en puntejat.

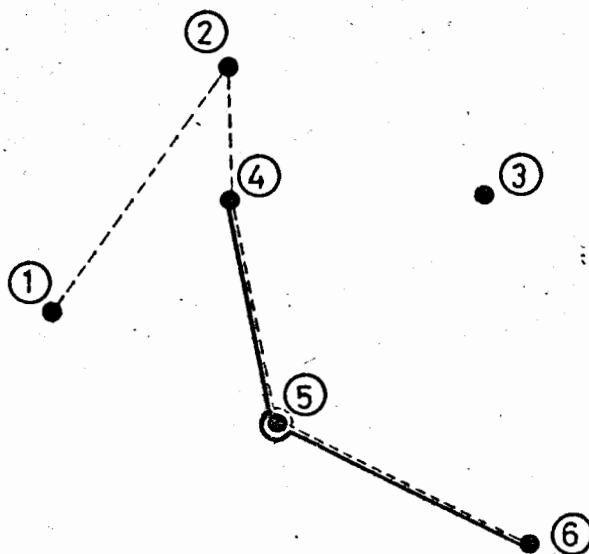


FIG. 2.3.7

Tot seguit entra en joc el mòdul INSER que actua damunt de la línia 1 constituïda, fins ara, pels nusos 4 i 6. Cal notar que, encara que passi per 5, no conté el nus, sinó que el nus 5 forma part del camí mínim entre 4 i 6.

El gràfic 2.3.8 conté la llista amb totes les possibilitats examinades. Les no examinades, ja no hi consten, com ara ( $n=1$ ,  $j=5$ ), i  $n=3$  per a qualsevol  $j$ ; això significa, simplement, que els filtres geomètrics previs les han desestimades.

Es lògic que, per exemple, no consideri cap  $n=3$ , ja que això equivaldria a continuar la línia a partir de 6, que és en un racó.

Pel que fa als estudiats, és fàcil de veure que els d' $n=2$ , o sigui, els d'un allargament pel mig, són els que presenten un  $\varphi_L$  més negatiu i sensiblement més gran que els altres; és un resultat lògic, car el temps de recorregut augmenta; en canvi, per a  $n=1$  i  $n=3$ , només augmenta l'interval, però el temps de recorregut roman igual. És una excepció el cas ( $n=2$ ,  $j=5$ ), on  $\varphi_L = 0$ ; la línia no hi perd res, perquè, com que el camí mínim entre 4 i 6 passa per 5, el temps de recorregut il'interval es mantenen. Cal remarcar la proporcionalitat entre  $\Delta B$  i  $\varphi_L$ . La figura 2.3.9 explica les tres millors opcions.

Finalment s'insereix, doncs, el nus 2 en el primer buit, i la línia esdevé

2      4      6.



Mòdul INSER 1<sup>a</sup> crida.

n	j	$\Delta B$ (min)	$\varphi_Z$	$\varphi_L$	$\varphi_x$	R
1	2	2,00	6921,36	-35,84	0	6885,52
2	3	1,33	5984,77	-1214,62	0	4770,16
1	1	2,67	4175,77	-47,85	0	4127,92
2	2	4,00	6877,75	-3644,93	0	3232,82
2	1	2,67	4972,80	-2436,13	0	2536,66
1	3	3,33	2542,41	-59,67	0	2482,74
2	5	0	1984,64	0	0	1984,64

FIG. 2.3.8

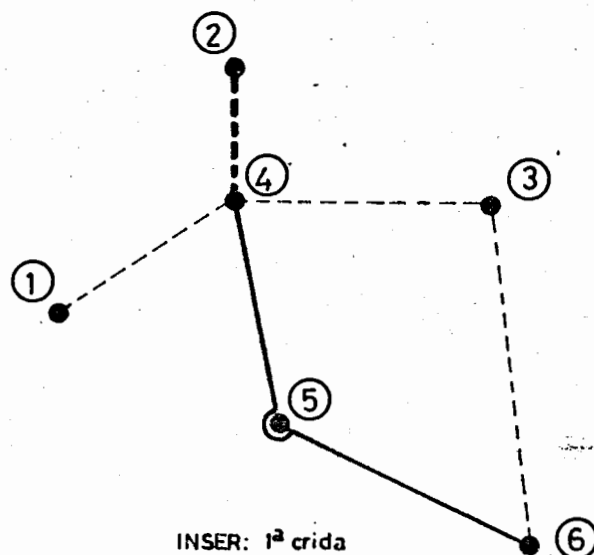


FIG. 2.3.9

Es torna a cridar el mòdul INSER, ja que LINUS, és a dir el nombre màxim permès de nusos, és 4; la 2<sup>a</sup> crida dona els resultats de la taula de la figura 2.3.10.

D'entrada, es veu la desaparició dels valors  $n=1$  i  $n=4$ ; no s'ha allargat la línia per cap extrem, ja que els nusos extrems actuals són a sengles racons del graf. A més, es veu que l'ordre de magnitud dels guanys, tant de  $\varphi_z$  i  $\varphi_L$  com d'R segueix essent el mateix que a l'anterior crida a INSER; aquesta vegada, però, hi ha guanys negatius. La proporcionalitat entre  $\Delta B$  i  $\varphi_L$  ha desaparegut del tot, donada la complicació de què ha estat objecte la línia.

Mòdul INSER 2<sup>a</sup> crida

n	j	$\Delta B$	$\varphi_z$	$\varphi_L$	$\varphi_x$	R
3	3	1,33	9465,36	-1906,82	0	7558,54
2	1	4,67	8806,69	-3148,60	0	5658,09
3	1	2,67	8976,18	-3825,23	0	5150,95
3	5	0	3475,66	0	0	3475,66
2	3	6,00	6360,17	-3861,77	0	2498,40
CLAUSURA		9,33	-	-368,72	0	-368,72
2	5	6,66	2450,92	-4212,93	0	-1762,01

FIG. 2.3.10

Apareix com a novetat la clausura, però amb un guany total R negatiu

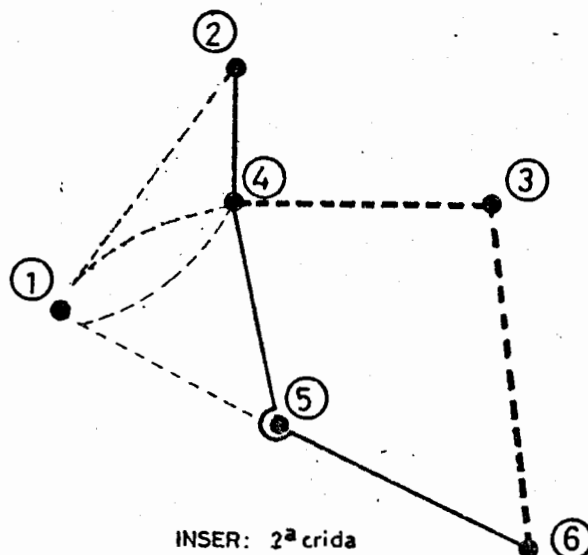
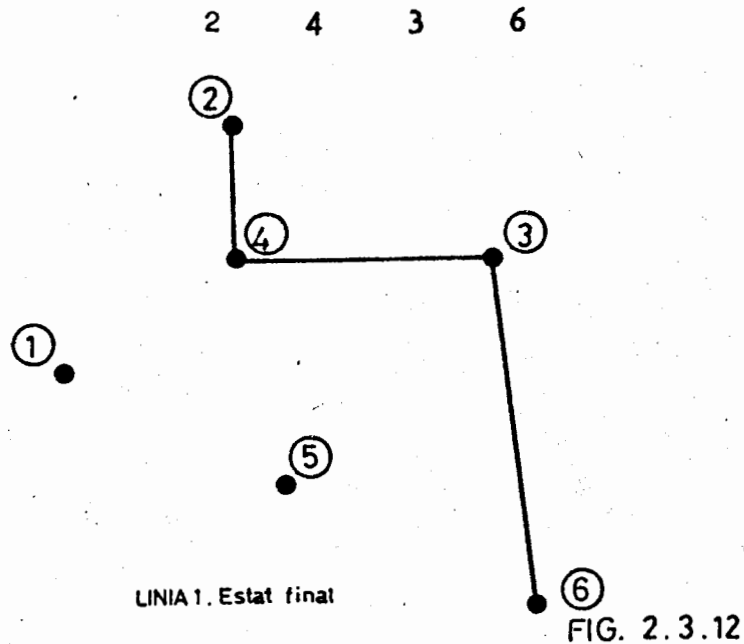


FIG. 2.3.11

$\varphi_L$ , guany de la línia, és negatiu, ja que el tancament de la línia equivaldria a doblar la que ja existeix car, de fet, el camí mínim entre 2 i 6 passa per 4. Per tant, la pèrdua que s'aprecia és deguda íntegrament a l'augment d'interval.

Així doncs, la línia queda generada tal com apareix a la figura 2.3.12



#### 2.3.2.2. Revisió de la 1ª línia: SUPRE i INSER

En aquest apartat s'estudia la mateixa línia 1 d'abans, corresponent a la mateixa xarxa, només que en un estudi més avançat. La línia consta dels mateixos nusos que al final de la fase de generació:

2      4      3      6

#### SUPRE 1ª crida

n	(j)	$\Delta B$	$\varphi_z$	$\varphi_L$	$\varphi_x$	R
2	(4)	-0,66	28,40	749,44	54,65	832,49
4	(6)	-5,33	-3069,85	148,73	441,39	-2479,73
1	(2)	-2,00	-3514,83	70,31	165,63	-3278,89
3	(3)	-1,33	-6312,39	1005,16	110,14	-5197,09

FIG. 2.3.13

Ja s'ha dit en descriure l'algorisme, que el primer mòdul a actuar és SUPRE el qual com ja és sabut, gaudeix d'un sol grau de llibertat. Si a la taula de la figura 2.3.13 hi consta l'indicatiu del nus, és només a tall d'aclariment.

Pot veure's que el guany obtingut per la sola supressió positiva, és a dir,  $n=2$ , ( $j=4$ ), és molt més modest que en les insercions anteriors. A més, és curiós d'observar que només en aquest cas s'obté  $\varphi_2 > 0$ , és a dir, que el nus 4 hi surt guanyant quan una línia 1<sup>a</sup> deixa de passar-hi. L'explicació surt sola en contemplar la resta de la xarxa, a la taula Fig. 2.3.15

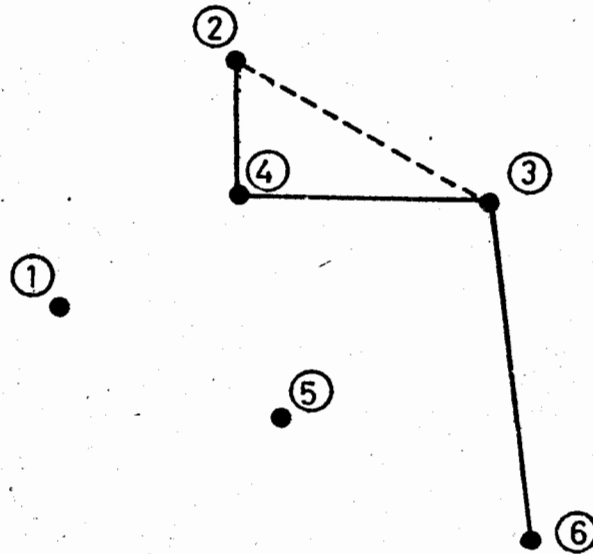


FIG. 2.3.14

Línia 1 :	2	4	3	6
Línia 2 :	6	5	1	2
Línia 3 :	1	<u>4</u>	<u>3</u>	
Línia 4 :	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>

FIG. 2.3.15

Efectivament, els enllaços 4 - 3 i 4 - 6 estan assegurats per les línies 3 i 4, i 4 respectivament.

Pel que fa al parell 4 - 2, el temps a peu és tan reduït, 6 min., que l'autobús por aportar-hi una millora ben poc substancial. De fet, en aquests tres fluxos només n'hi ha un de positiu, el 4 - 6, ja que el

canal més curt és 4 - 5 - 6 i no 4 - 3 - 6 com en la línia 1ª, aleshores, és preferible de suprimir aquesta darrera, i amb l'escurçament de la xarxa consegüent s'obté una millora global.

En tots els altres casos,  $\varphi_2$  és clarament el valor més alt i, com era d'esperar, negatiu.

Pel que fa a  $\varphi_L$  i  $\varphi_X$ , sempre resulten positius ja que tant per a la resta de la línia com per a la resta de la xarxa és avantatjós que s'escurci quelcom que a ells no afecta. Es de remarcar el valor relativament alt que té  $\varphi_L$  quan  $n=3$  ( $j=3$ ); ja que els fluxos 2 - 6 i 4 - 6 sofririen una considerable disminució del temps de recorregut si el nus 3er. se suprimeix.

Finalment, doncs, se suprimeix el nus  $n=2$  ( $j=4$ ), i la línia esdevé:

2      3      6

Com que la crida a SUPRE ha estat reeixida, s'hi torna. Aquest segon cop, els resultats es reflecteixen a la taula de la figura 2.3.16.

Mòdul SUPRE: 2ª crida

n	(j)	$\Delta B$	$\varphi_2$	$\varphi_L$	$\varphi_X$	R
3	(6)	-5,33	-3598,25	73,77	568,06	-2956,43
1	(2)	-4,67	-4128,45	60,09	497,72	-3570,64
2	(3)	-0,67	-6737,45	306,96	71,41	-6539,09

FIG. 2.3.16

Els guanys resultants són més negatius ara que abans, degut a què, com que tant els temps de recorregut com l'interval han disminuït, els costos mitjans són millors; per tant la pèrdua que en resultaria també és més gran. De fet la línia s'ha estabilitzat.

Com que de tota manera, no hi ha cap guany en cap possible supressió, la línia segueix com fins ara, i passa a cridar-se, doncs, INSER, que pretén d'inserir algun nus.

La figura 2.3.17 en mostra els resultats. Tot són negatius i, per tant, no surt a compte de fer cap inserció. Particularitzant més, pot veure's que evidentment, tots els  $\varphi_L$  i  $\varphi_X$  són negatius, com ja era de preveure, però que fins la majoria dels  $\varphi_2$  també ho són.

Aquest fenomen té en essència la mateixa explicació que quan s'ha fet la supressió. Una inserció per als nusos amb  $\varphi_2 < 0$  els significa que, en conjunt, el nus potencialment inserible ja està més ben comunicat amb els que componen la línia 1ª per d'altres línies que no pas si l'esmentada línia el compregués. D'altra banda, els valors més negatius i amb un ordre de magnitud més gran corresponen sempre a  $\varphi_L$ . Això pot interpretar-se com a la negativa dels nusos a admetre'n un de nou a la línia; és una altra prova de l'estabilitat de la línia, tal com ja s'ha vist abans.

## Mòdul INSER: 1ª crida

n	j	$\Delta B$	$\varphi_z$	$\varphi_L$	$\varphi_x$	R
1	1	4,00	-52,64	-146,70	-281,44	-480,78
1	4	2,00	-425,56	-73,36	-162,29	-661,21
2	4	0,66	-28,40	-749,43	-53,56	-831,39
CLAUSURA		9,33	-	-41,84	-978,49	-1020,33
3	5	3,34	434,63	-2880,85	-305,62	-2751,84
2	5	5,33	799,06	-4414,72	-487,73	-4103,39
3	4	5,33	-103,79	-3902,73	-432,50	-4439,02
2	1	5,33	126,42	-4414,72	-375,04	-4663,34
3	1	8,00	-596,51	-4257,29	-562,94	-5416,74

FIG. 2.3.17

Cal notar que el valor obtingut per a  $n=2$ ,  $j=4$ , o sigui  $R=-831,39$  és el mateix, però canviat de signe, que el guany de la 1ª crida a SUPRE, quan s'ha suprimit el nus  $n=2$  ( $j=4$ ).

L'operació seria exactament l'oposada d'aleshores i, per tant, el guany també és idèntic en valor absolut. Pot comprovar-se que, a més, els valors de  $\varphi_z$ ,  $\varphi_L$  i  $\varphi_x$  també coincideixen en valor numèric.

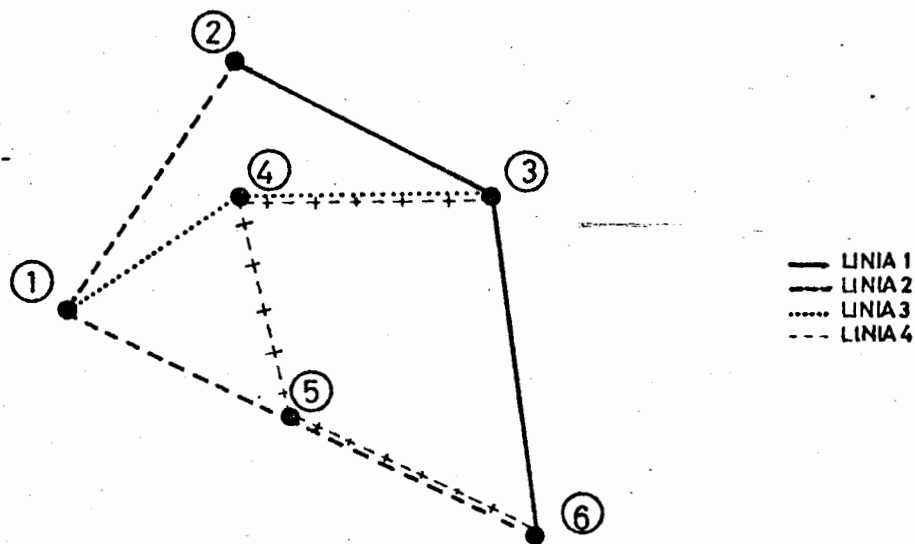


FIG. 2.3.18

Per tant, no torna a cridar-se INSER, sinó que es passa a la línia següent. La línia 1ª queda, doncs:

2      3      6

tal com es veu a la figura 2.3.18, on s'acompanya a més amb la resta

de la xarxa.

### 2.3.3. ANALISI DEL FUNCIONAMENT DE L'ALGORISME

Un cop vista la marxa de cada mòdul en particular, aquest capítol pretén de donar una imatge del funcionament global, consistent a presentar l'evolució d'algunes variables rellevants al llarg del procés.

S'han escollit exemples corresponents a ambdós jocs de prova (xarxa-6 i xarxa-44) i en cada cas s'han provat les dues opcions: generació i revisió.

#### 2.3.3.1. Sobre la xarxa-6

Una ciutat de 6 zones no pot permetre, com és obvi, gaires línies. Per un motiu anàleg, el nombre d'iteracions en què l'algorisme ha convergit també és curt.

##### 2.3.3.1.1. Xarxa -6 Generació

Aquest procés ja s'ha explicat parcialment a l'apartat anterior, en descriure el funcionament dels mòduls. Ara es tracta de veure'l en conjunt, a través dels paràmetres essencials.

Pràcticament tot el guany s'obté a la fase de generació; posteriorment, només la 1ª iteració retoca lleugerament la xarxa, en llevar-li un nus. La 2ª iteració i darrera, no toca res i, per tant, acaba l'algorisme. La supressió que té lloc a la 1ª iteració és la causa que la demanda absorbida i l'índex de redundància disminueixin, fenomen certament rar, com podrà comprovar-se en les altres proves.

ITERACIO	Cost mitjà	Guany percentual	Guany acumulat	Demanda absorbida	Long xarxa (Km.)	no. línies	Total nusos xarxa	Índex redundància
Inici	8,78431							
0	5,89883	81,11613	81,11613	7236	7,730	4	15	1,000
1	5,83354	1,83541	82,95154	6818	7,598	4	14	0,857
2	5,83354		82,95154	6818	7,598	4	14	0,857
	5,22709		100	7459				

FIG. 2.3.19

En canvi, es immediat que el nombre total de nusos i la longitud de la xarxa disminueixen.

La xarxa generada s'ha dibuixat a la figura 2.3.18.

El temps de CPU en un FACOM 230/25 fou de 61 seg.

### 2.3.3.1.2. Xarxa-6. Revisió.

En aquest cas s'ha pres una xarxa de partida, composta de 2 línies circulars, ja que, de passada, volia observar-se com funcionava l'algorisme en el tractament d'aquesta mena de línies.

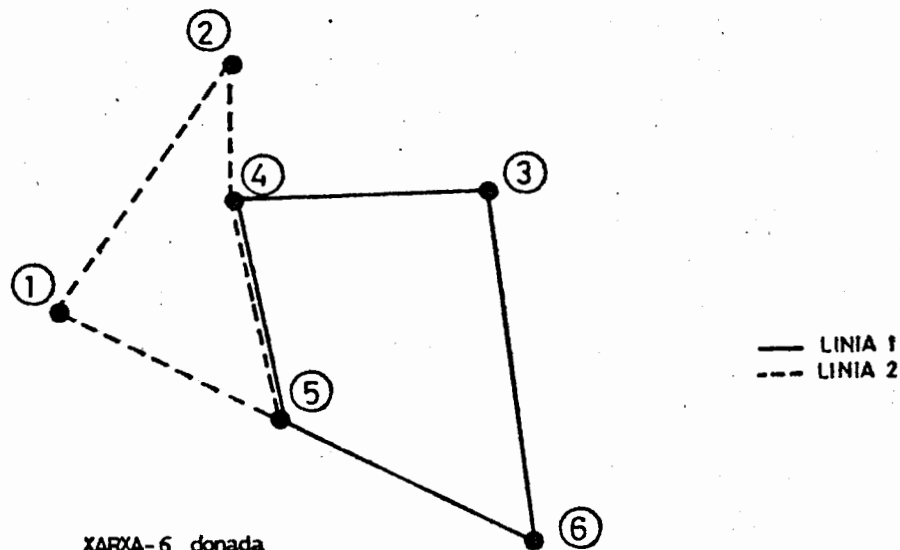


FIG. 2.3.20

Les línies de partida són a la figura 2.3.20, i el quadre de la figura 2.3.21 explica numèricament quina ha estat l'evolució de la xarxa.

ITERACIO	Cost mitjà	Guany percentual	Guany acumulat	Demanda absorbida	Long. xarxa	n.º línies	Nusos insents	Nusos suprim.	Index redundància
Inici	8,78431								
Donada	7,46572	0	0	4870	5,730	2	10	-	0,571
1	5,80979	73,97068	73,97068	7198	9,200	4	7	1	0,952
2	5,79548	0,63923	74,60991	7237	8,266	4	0	1	0,952
3	5,79548	0	74,60991	7237	8,266	4	0	0	0,952
	5,22709		100	7459					

FIG. 2.3.21

En línies generals, és molt similar a la vista al paràgraf precedent; és a dir, la quasi totalitat del guany s'obté a la iteració 1, mentre que la 2 es limita a fer retocs molt lleugers, i la darrera ja no fa res. La iteració 0 es reemplaça per la lectura de la xarxa donada. Per tant, els guanys relatius estan referits no al cost inicial, sinó al que percep la ciutat amb la xarxa donada.



Contràriament a abans, però, la supressió d'un nus a la iteració 2 comporta un augment en la demanda. Aquest fet pot explicar-se per la riquesa més gran de la xarxa; en efecte, una xarxa més redundat és menys sensible a l'eliminació d'un tram.

Tot i que el cost mitjà és més baix ara que abans, el guany relatiu és inferior perquè el cost inicial ara era molt inferior.

La xarxa resultant s'exposa a les figures 2.3.22 i 2.3.23.

Línia 1:	2	4	5	6	3
Línia 2:	1	2	3	4	1
Línia 3:	1	5	6		
Línia 4:	3	5			

XARXA-6 final

FIG. 2.3.22

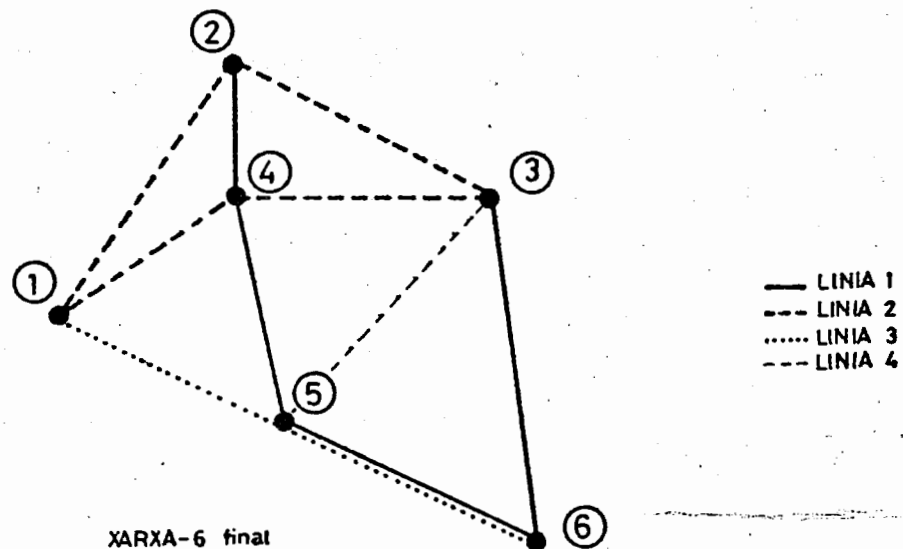


FIG. 2.3.23

Pot veure-s'hi que la línia 1<sup>a</sup> s'ha trencat, però variant poc l'itinerari. La 2<sup>a</sup> segueix essent circular, però amb un traçat diferent del d'ambdues línies inicials; de fet, ha substituït el nus 5 pel nus 3. Finalment, l'algorisme ha generat dues línies noves, la 3 i la 4 que són línies llançadora amb un recorregut curt: 1,466 Km i 0,934 Km. enfront dels 2,932 i 2,934 de les altres dues; llur missió és, doncs, de complementar les primeres.

2.3.3.2. Sobre la xarxa

Per a presentar-lo com a mostra, s'ha escollit una passada estàndard. Els valors assignats als diversos paràmetres eren:

nombre de busos	AUT= 500
sensibilitat	BETA= 2
nombre màxim nusos/línia	LINUS= 8
equivalent de la tarifa(min)	E= 10
penalització de l'espera	P= 1.

En aquest cas, donada la magnitud de la xarxa no pot pensar-se en una exposició tan minuciosa com ho ha estat la dels cas d'abans. Hom es limita a incloure en una taula (figura 2.3.24) l'evolució de les variables rellevants, i a dibuixar-ne la gràfica corresponent (figures 2.3.25 a 2.3.29).

Pel que fa al cost mitjà, disminueix a cada iteració com no podia ser altrament. El guany percentual de cada iteració ho fa, llevat de la 5-ena; això impedeix que pugui parlar-se d'una funció estrictament còncava, on el guany és sistemàticament menor a mesura que el progrés avança; sí que pot admetre's, però, com a línia general, que el guany tendeix a reduir-se, com s'esdevé a quasi tots els algorismes d'optimització.

Les altres variables segueixen, més o menys fidelment l'evolució del cost, és a dir, presenten els increments màxims en les primeres iteracions.

ITERACIO	Cost mitja (mn.)	Guany percentual %	Guany acumulat %	Demanda absorbida	Long xarxa (Km.)	n° línies	Nusos inser.	Nusos supri.	Index redund
Inici	40,68018			0	0				
0	28,22035	70,50092	70,50092	467369	374,455	27	212	0	0,734
1	27,38280	4,73910	75,24001	485972	386,264	27	30	6	0,928
2	26,97881	2,28589	77,52589	504405	402,361	27	27	4	1,139
3	26,77310	1,16392	78,68982	511099	412,687	27	21	6	1,294
4	26,64240	0,73957	79,42940	518316	427,211	27	15	4	1,425
5	26,50407	0,78266	80,21205	522026	433,581	28	19	8	1,541
6	26,36917	0,76332	80,97537	523004	428,397	28	13	13	1,527
7	26,31943	0,28146	81,25684	523986	432,592	28	7	3	1,606
8	26,30925	0,05759	81,31442	523856	430,236	28	1	3	1,581
9	26,30925	0	81,31442	523856	430,236	28	0	0	1,581
Cota mínima	23,00690		100	566009					

FIG . 2.3.24

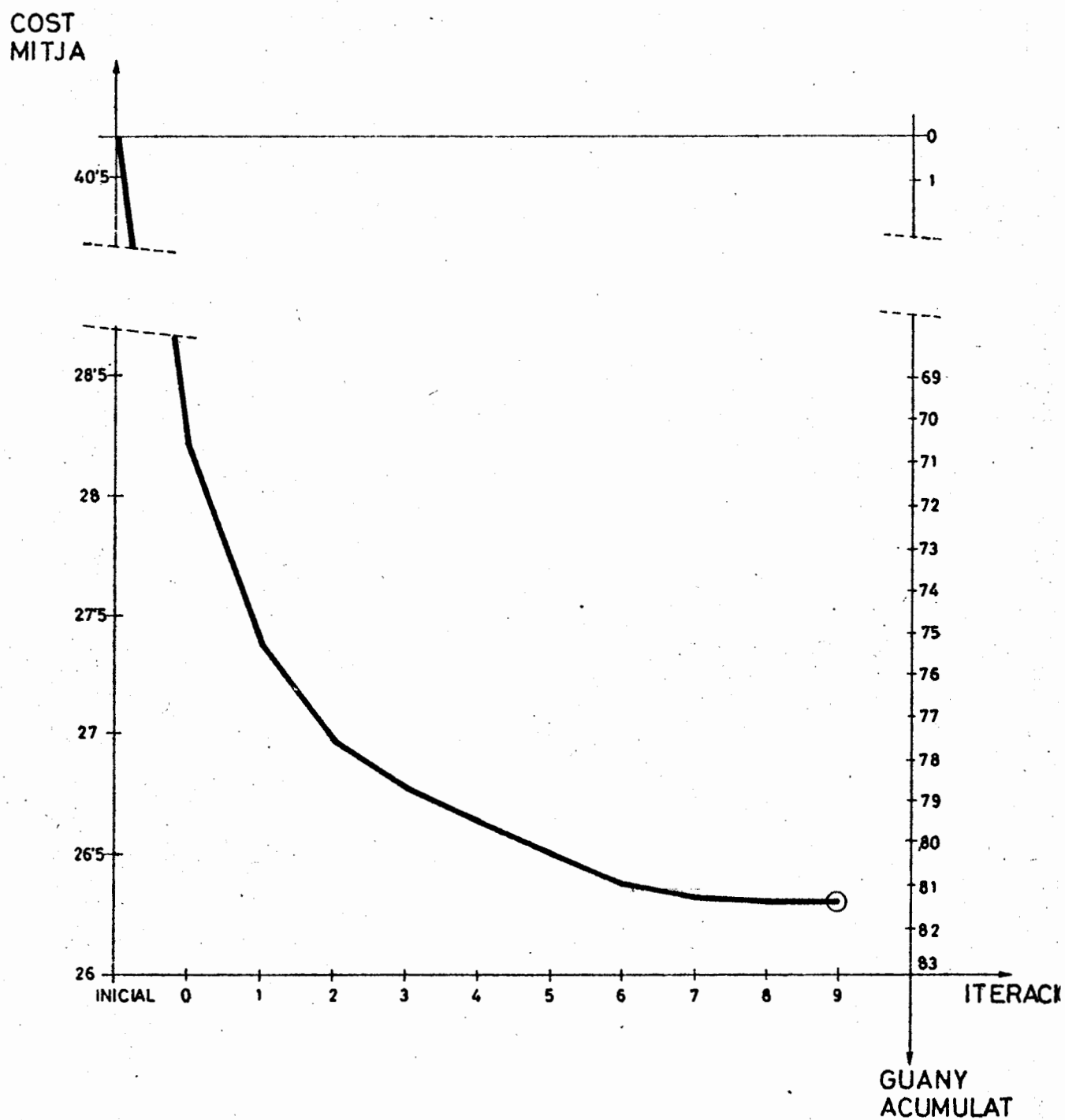


FIG. 2.3.25

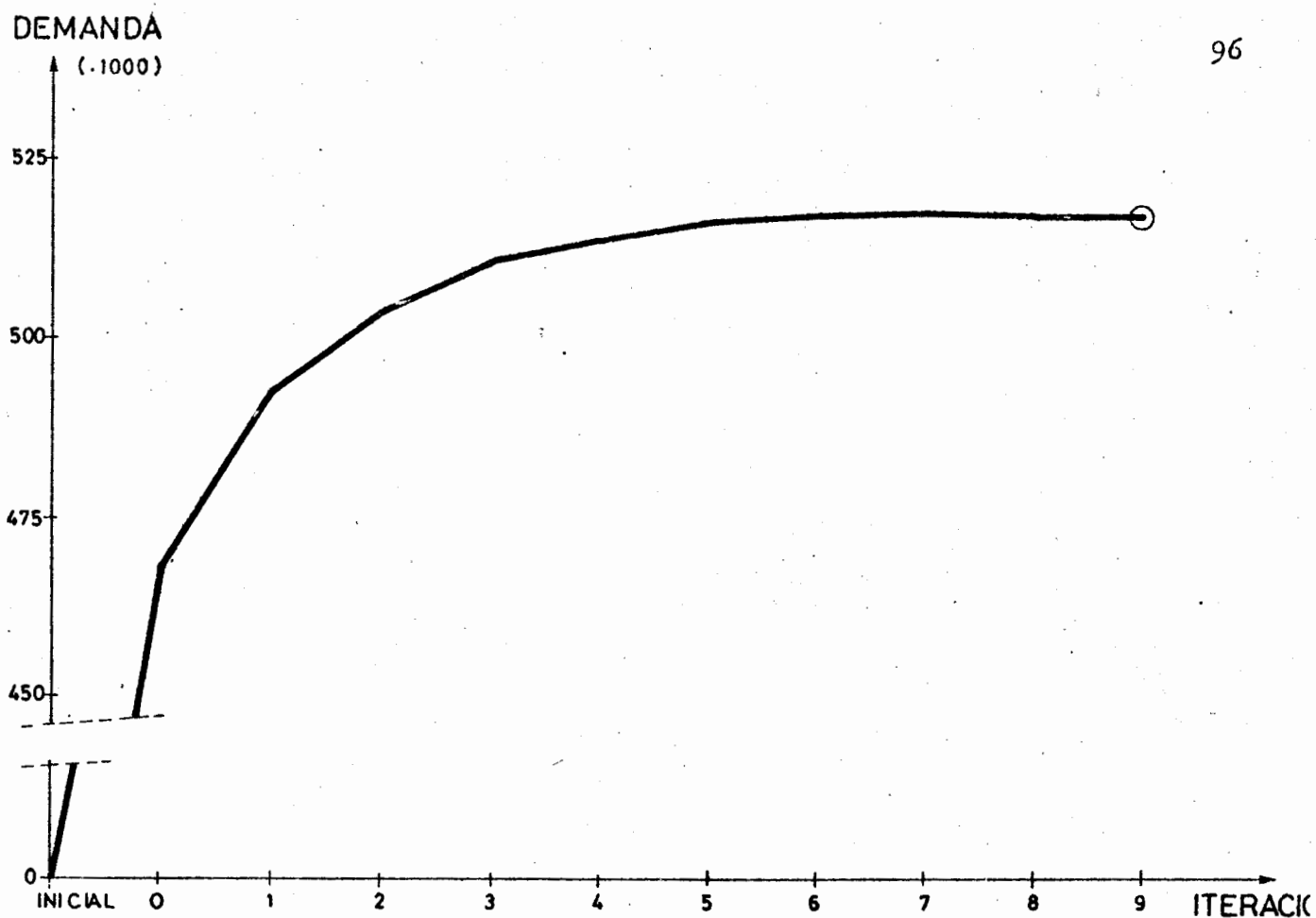


FIG. 2.3.26

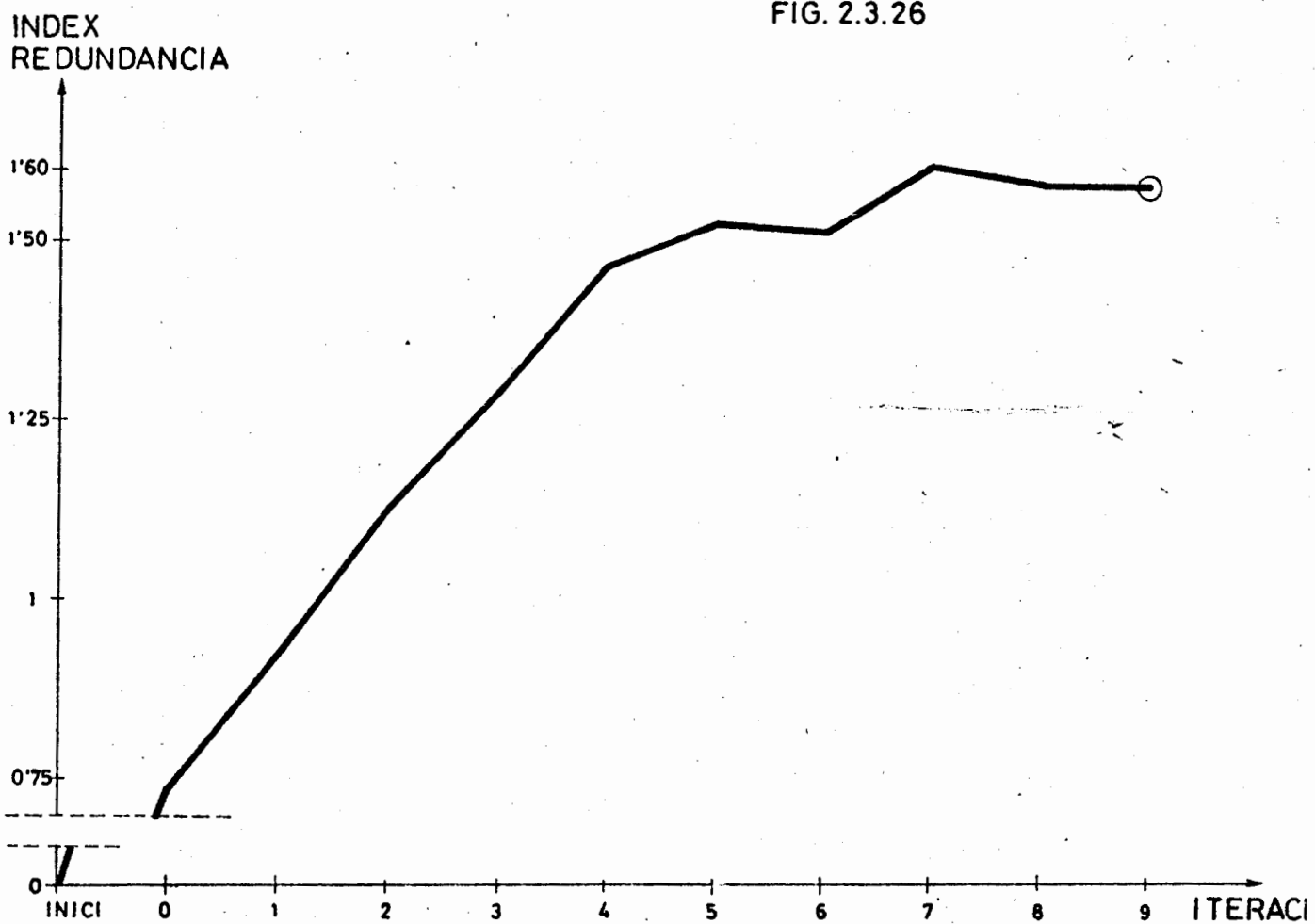


FIG. 2.3.27

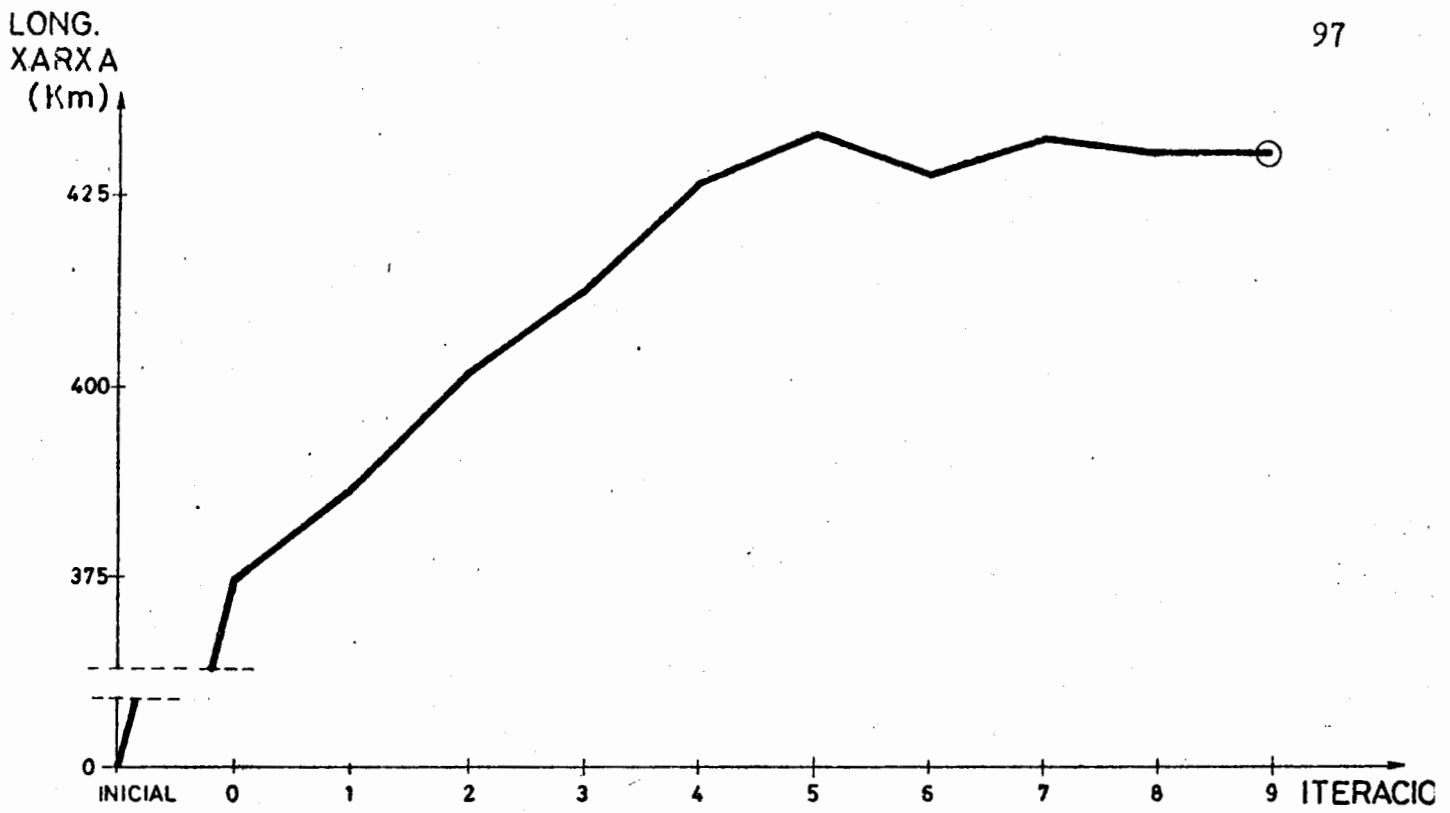


FIG. 2.3.28

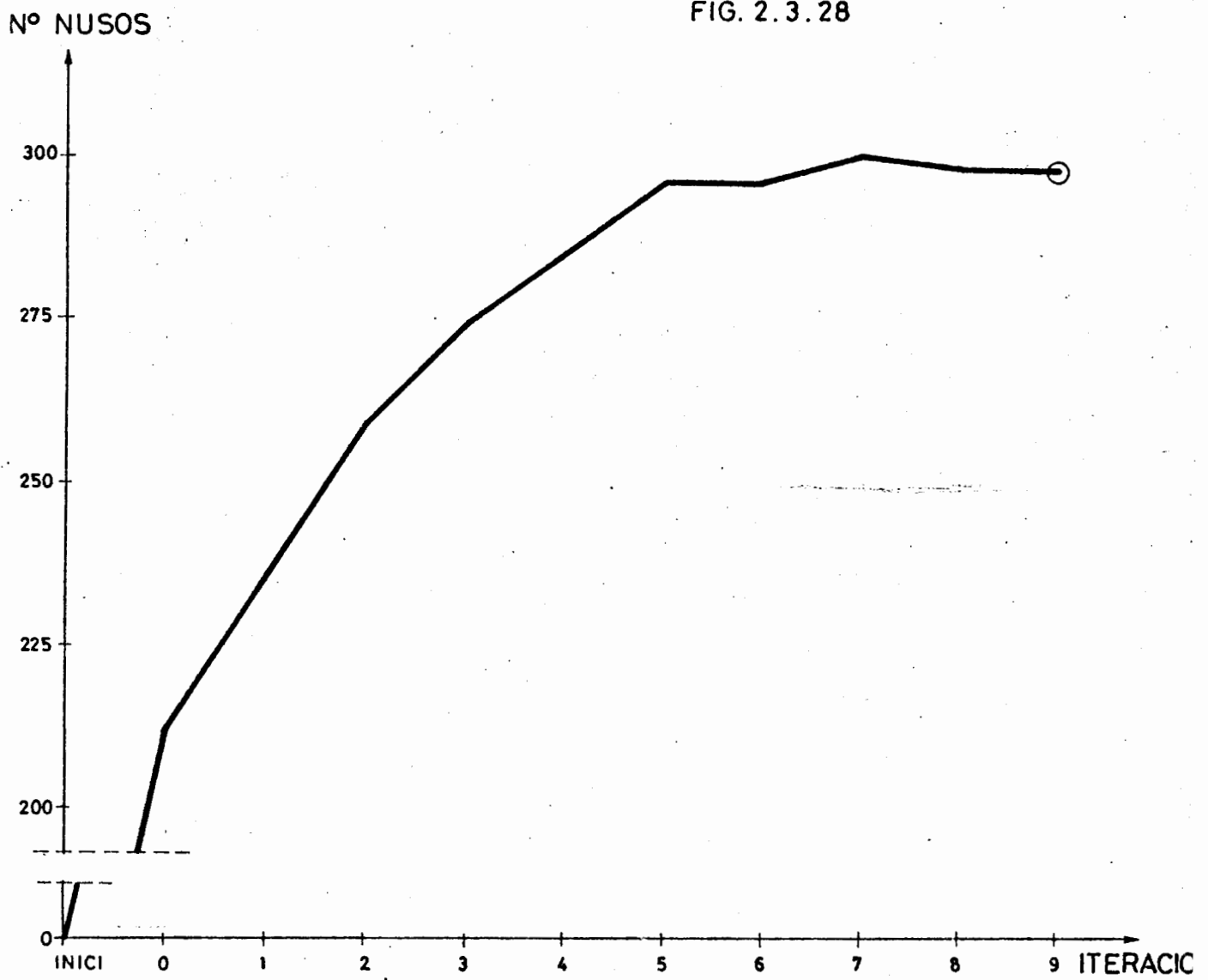


FIG. 2.3.29

Més en detall la demanda absorbida creix d'antuvi, més que les altres; així, a la iteració 2 ja val 504405, que representa un 96% dels 523856 finals. En canvi, aquesta mateixa proporció només és d'un 72% per a l'índex de redundància. La longitud de xarxa, al seu torn, creix quasi tan ràpidament com la demanda.

De la comparació de les corbes es desprèn que tot s'esdevé com si l'algorisme pretengués, abans que res, de servir un màxim de població, sense preocupar-se gaire de quin és aquest nivell de servei. Efectivament, el cost baixa de pressa, la demanda augmenta molt i la longitud de xarxa també; en canvi, el nombre de nusos i sobretot l'índex de redundància es mantenen relativament baixos. És lògic que sigui així, donat que el punt de partida era l'absència de tota xarxa i, per tant, les millores a fer immenses.

Més endavant, però, i un cop servits quasi tots els fluxos rellevants, l'algorisme es dedica a enriquir la xarxa. El cost ja disminueix poc i el guany percentual es fa petit, però l'índex de redundància segueix creixent a un ritme quasi igual que a les primeres iteracions. A més, donat que la xarxa es va fent complexa, l'interval augmenta car el nombre de busos de què es disposa segueix essent el mateix; el temps d'espera, doncs, passa a ser quantitativament més important. Aquest factor pot explicar la disminució de la longitud de la xarxa que s'opera a les iteracions 6-ena i 8-ena.

Cap al final del procés, les quatre variables descrites presenten un comportament més aviat erràtic, on s'alternen augments i disminucions, a causa dels darrers endegaments de l'algorisme en acabar l'optimització. Recordi's però, que la sola variable a minimitzar és el cost mitjà, la qual baixa sistemàticament.

#### 2.3.4. INFLUENCIA DE LA SENSIBILITAT

L'estudi de la sensibilitat s'ha hagut de fer amb una certa economia de dades, donat que cada prova comportava un temps d'ordenador de l'ordre de una hora; en base a aquesta limitació, prou important, s'ha preferit d'esmerçar el temps en el següent capítol, on s'estudia la influència del paràmetre LINUS, que és més rellevant.

Per a l'anàlisi de la  $\beta$ , doncs, només es compte amb 2 proves. L'una és l'anterior, és a dir, amb  $\beta = 2$ . L'altra, amb totes les altres variables iguals, fa  $\beta = 1$ .

A la figura 2.3.30 es comparen els resultats finals d'ambdues passades, i a la 2.3.31 es dibuixa l'evolució del cost mitjà a cada iteració.

Cal fer dues observacions que es desprenen de la comparació dels resultats. Com més petita és la  $\beta$ , o sigui, com menys sensible és el públic usuari a la percepció de les diferències de costos entre alternatives, aleshores:

- a) els resultats finals són més pobres.
- b) l'evolució de l'algorisme és molt més suau, entenent com a tal la major convexitat que assoleixen totes les variables en les iteracions.

La primera característica pot explicar-se pel fet que els usuaris no treuen un partit tan gran de les noves possibilitats que se'ls ofereixen; una millora

doncs, no proporciona un guany tan gros si la sensibilitat és baixa. Recordi's, a més, que per un mateix conjunt de costos, el cost mitjà resultant és més petit com més gran és la sensibilitat. Vegi's el punt 6.4 Aquesta segona raó, explica a bastament ella sola la diferència de costos mitjans:

$$26,87099 \text{ min} - 26,30925 \text{ min} = 0,56174 \text{ min},$$

ja que la diferència màxima possible és de:

$$n \left( \frac{1}{\beta_1} - \frac{1}{\beta_2} \right) = n \left( 1 - \frac{1}{2} \right) = \frac{n}{2} = 0,56174 \text{ min.},$$

on n és el nombre mitjà d'itineraris per flux, tal com també es desprèn de 5.4 segons l'anterior igualtat,

$$n = 1,12348$$

i el nombre mitjà d'itineraris per flux obtingut a cada passada és de:

$$\beta = 1 \quad : \quad n = 1,17076$$

$$\beta = 2 \quad : \quad n = 1,22220$$

Per una raó anàloga, també l'evolució és més suau, en aprofitar-se més lentament dels guanys

	$\beta = 1$	$\beta = 2$
Nombre iteracions	7	9
Cost mitjà	26,87099 min.	26,30925 min.
Guany acumulat	79,32629 %	81,31442 %
Demanda absorbida	502917	523856
Longitud xarxa (Km)	404,539 Km.	430,236 Km.
Nº línies	26	28
Total nusos xarxa	279	298
Index redundància	1,575	1,581

FIG. 2.3.30

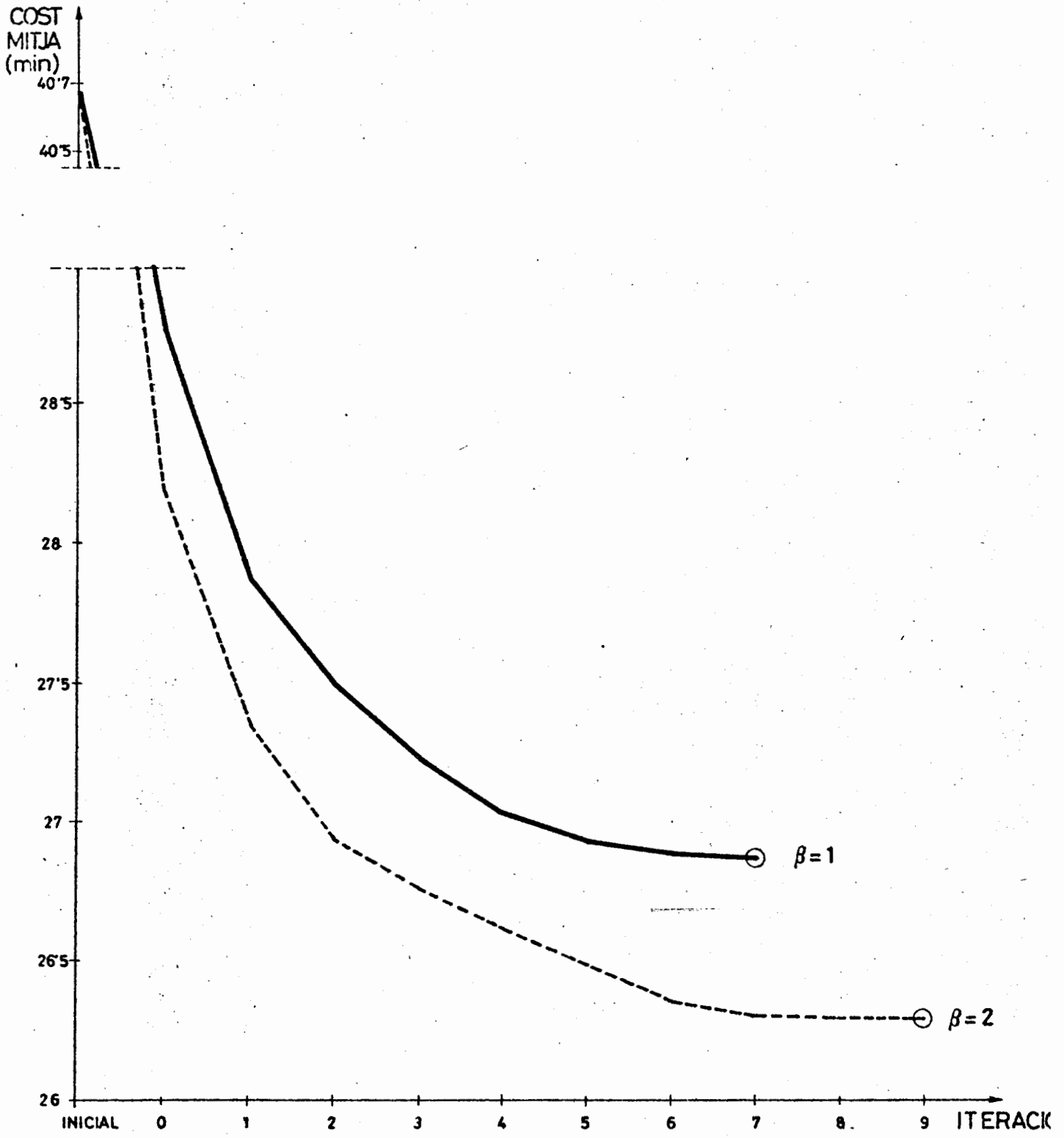


FIG. 2.3.31



### 2.3.5. INFLUENCIA DE LINUS (COTA INICIAL DE NUSOS/LINIA).

La variable LINUS, indica el nombre màxim de nusos que, en la fase de generació, es permet d'assolir a una línia. Si no s'imposés aquesta condició, la primera línia que es generés, en no tenir competència, per manca de resta de la xarxa, sempre trobaria avantatjós de créixer fins a contenir tots els nusos. Per aquest camí, doncs, s'arribaria a una primera línia monstruosa, i a una resta de la xarxa inicial que probablement també ho seria. Es clar que les següents iteracions s'encarregarien d'anar retocant aquest primer esbós de xarxa, però en qualsevol cas, el procés s'allargaria innecessàriament i gratuïta.

S'arriba a la conclusió, doncs, que el paràmetre LINUS és necessari, malgrat l'arbitrarietat que suposa el fet d'assignar-li un valor concret, sense cap base teòrica on recolzar-se. El nus del problema rau en què valors diferents de LINUS donen lloc a xarxes també diferents, i no equivalents entre si. Per tant, s'ha introduït al sistema una arbitrarietat, que comporta un biaix en els resultats.

Es per aquesta raó que es dedica més espai a l'estudi de la influència d'aquesta variable.

S'han fet 6 passades a partir de la xarxa-44, mantenint totes les variables amb idèntic valor llevat de LINUS. El capítol sencer es dedica a l'anàlisi dels resultats i a la darrera part es pretén d'extreure'n conclusions.

#### 2.2.5.1. Estudi de les variables rellevants .

La figura 2.3.32 recull les variables rellevants corresponents a les 6 passades.

LINUS	Cost mitjà	% increm. respecte mínim	Guany acumulat %	nº iteracions	Demanda àbsorbida	Long xarxa (Km.)	nº linies	nº nusos	nusos/ línia	Índex redundància
7	26,41132	0,39%	80,73691	7	525991	462,701	32	327	10,21	1,653
8	26,30925	0	81,31442	9	523856	430,236	28	298	10,64	1,581
9	26,39061	0,31	80,85406	7	523575	420,083	25	291	11,64	1,693
10	26,56769	0,98	79,85211	6	520707	374,283	22	256	11,63	1,540
12	26,61288	1,15	79,59637	5	520811	356,468	19	242	12,73	1,629
14	26,80714	1,89	78,49721	4	520950	336,248	16	225	14,06	1,612

FIG. 2.3.32

Pel que fa al cost mínim, funció objectiu a minimitzar, pot veure's que LINUS = 8 és el paràmetre que forneix la millor xarxa; això no obstant, les diferències de cost amb les altres són francament nímies.

Així, la que ha donat el cost més alt, LINUS = 14, només es diferencia de la millor en:

$$26,80714 \text{ min} - 26,30925 \text{ min} = 0,49789 \text{ min.},$$

que en termes relatius és amb prou feines un 2 % de variació respecte del mínim cost obtingut. Val a dir, a més, que LINUS = 14 és un valor exageradament desproporcionat, que en cap cas podria haver-se adoptat si hom es deixava dur pel sentit comú. D'altra banda, la funció cost mínim-LINUS és cóncava (vegi's la figura 2.3.33), i presenta un sol mínim local per a LINUS = 8, tal com ja s'ha vist. La durada del procés, mesurada en nombre d'iteracions, en canvi, és una funció convexa amb un màxim al mateix punt. Sembla, doncs, com si la imposició del paràmetre LINUS condicionés la perfecció del resultat, a través del nombre d'iteracions necessari fins a assolir un punt estable: com més iteracions calen, millor és el resultat.

Les variables que mesuren d'alguna manera la grandària de la xarxa, és a dir:

- longitud de la xarxa
- nombre de línies
- nombre total de nusos

decreixen indefectiblement a mida que augmenta LINUS tal com pot apreciar-se a la figura 2.3.33, on s'ha grafiat la primera de les tres.

Així, el nombre de línies es redueix a la meitat quan LINUS passa de 7 a 14, i la longitud de la xarxa minva a un 72 % del valor inicial d'un extrem a l'altre de l'interval. Això fa que, les xarxes amb un LINUS baix tinguin un interval més alt, com es desprèn de la seva longitud de xarxa; però donat llur nombre més gran de nusos, poden "anar a buscar" més la demanda, ensems que augmenten el nombre de línies allà on hi ha fluxos importants a servir.

De la contraposició d'aquests dos factors en resulta que l'índex de redundància, també dibuixat a la figura 2.3.33, observi un comportament indefinit, sense cap relació amb LINUS, per bé que amb oscil·lacions més aviat irrelevantes.

Finalment, la demanda total absorbida sembla ser inferior a mesura que LINUS creix, tot i que tampoc aquí pot parlar-se d'una tendència conclouent.

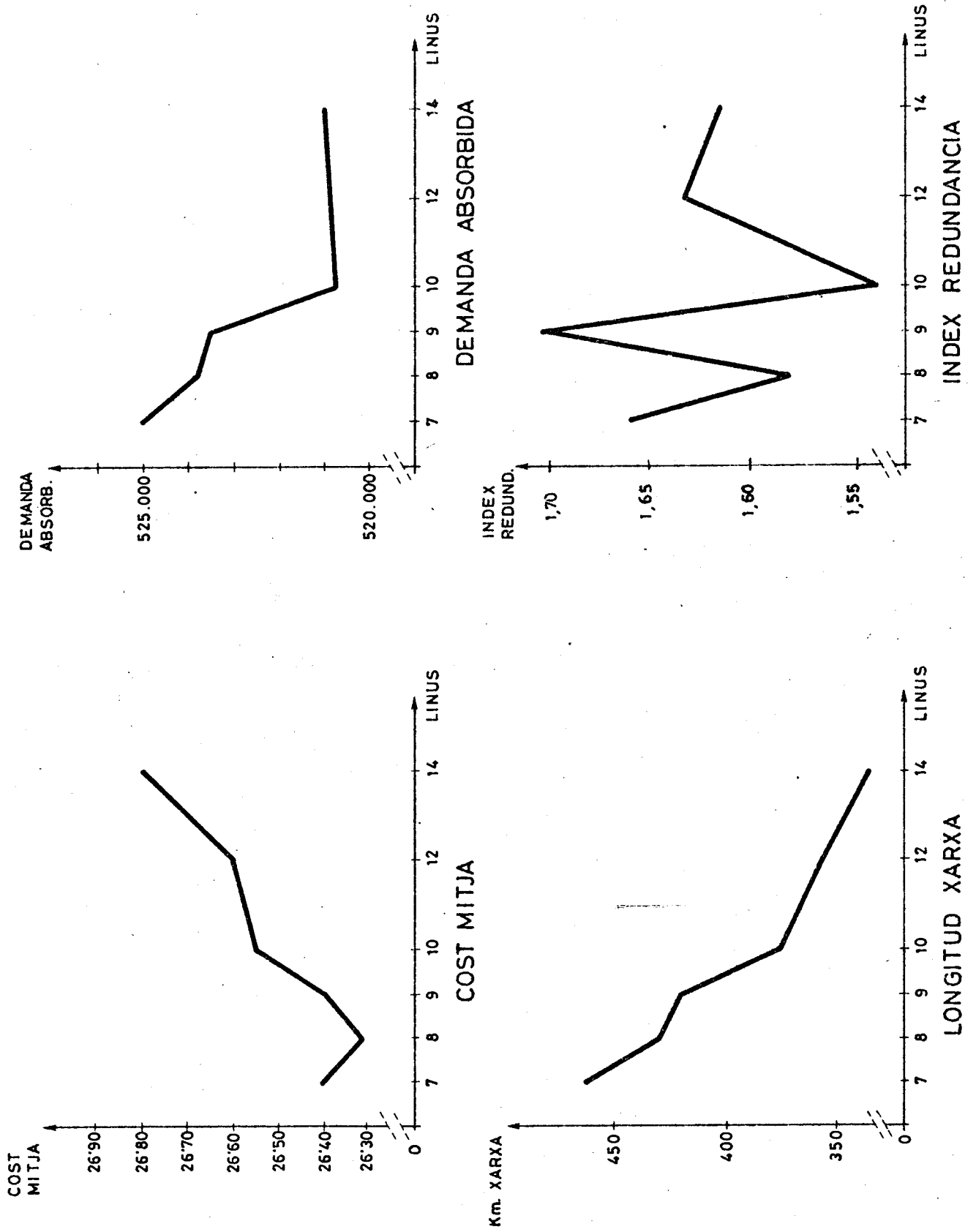


FIG. 2. 3. 33

### 2.3.5.2. Index de proximitat

El punt precedent s'ha ocupat d'estudiar la influència de la variable LINUS en les variables que caracteritzen el procés. El paràgraf actual vol ser un complement de l'anterior, car tracta d'analitzar aquesta influència no respecte de variables globals, sinó respecte dels costos mitjans de viatge individualitzats a cada flux; és a dir, fins a quin punt la matriu de costos mitjans inherent a una xarxa, varia en prendre un altre valor de LINUS.

La formalització matemàtica n'és com segueix. Sigui:

$[d_{ij}]$  la matriu de demanda

$[a_{ij}^m]$  el cost mitjà de viatge segons la xarxa m-ena.

Aleshores, s'anomena index de proximitat entre les xarxes m-ena i n-ena a:

$$I_{mn} = \frac{\sum_i \sum_j d_{ij} (a_{ij}^m - a_{ij}^n)^2}{\sum_i \sum_j d_{ij}} \quad (2.3.1)$$

que tal com pot apreciar-se, no és altra cosa que un sumatori de les diferències quadràtiques dels costos, poderades pel flux d'usuaris. Si es considera  $a_{ij}^m$  i  $a_{ij}^n$  con a distribucions estadístiques, aleshores és obvi que cada una té una mitjana ( $\bar{x}_m$  i  $\bar{x}_n$ ), una variància ( $\sigma_m^2$  i  $\sigma_n^2$ ) i una covariància lligada a ambdues ( $\mu_{mn}$ ). Aleshores, al punt 6.6 es prova que:

$$\begin{aligned} I_{mn} &= (\sigma_m^2 + \sigma_n^2 - 2\mu_{mn}) - (\bar{x}_m - \bar{x}_n)^2 \\ I_{mn}^1 &= \sigma_m^2 + \sigma_n^2 - 2\mu_{mn} \\ I_{mn}^2 &= (\bar{x}_m - \bar{x}_n)^2 \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

El desglossament en dos sumands, permet d'entendre l'index de proximitat  $I_{mn}$  com a una suma d'uns altres dos  $I_{mn}^1$  i  $I_{mn}^2$ , susceptibles d'admetre interpretacions diferents:

- a)  $I_{mn}^1$  és més gran com més grans siguin les diferències de costos per a un flux donat, però considerant aquests fluxs d'un en un. En canvi,

b)  $I_{mn}^2$  creix en augmentar la diferència entre costos mitjans, i per tant, entre els nivells de servei global.

Aplicant a les 6 xarxes esmentades, s'han obtingut els valors de les taules 2.3.34, 2.3.35 i 2.3.36

$I^1$	7	8	9	10	12	14
7		18,493	21,225	25,389	25,894	26,204
8	18,493		17,182	19,837	22,925	26,306
9	21,225	17,182		26,450	26,868	28,194
10	25,389	19,837	26,450		26,519	29,746
12	25,894	22,925	26,868	26,519		26,792
14	26,204	26,306	28,194	26,746	26,792	

FIG. 2.3.34

$I^2$	7	8	9	10	12	14
7		0,010	0,000	0,027	0,041	0,157
8	0,010		0,008	0,072	0,092	0,248
9	0,000	0,008		0,031	0,045	0,166
10	0,027	0,072	0,031		0,001	0,053
12	0,041	0,092	0,045	0,001		0,038
14	0,157	0,248	0,166	0,053	0,038	

FIG 2.3.35

I	7	8	9	10	12	14
7		18,504	21,225	25,416	25,935	26,361
8	18,504		17,190	19,908	23,017	26,554
9	21,225	17,190		26,481	26,914	28,360
10	25,416	19,908	26,481		26,520	26,799
12	25,935	23,017	26,914	26,520		26,830
14	26,361	26,554	28,360	26,799	26,830	

FIG. 2.3.36

Evidentment, les taules són simètriques, i n'hi hauria prou amb reproduir-ne la meitat. Si s'han fet senceres és per tal de poder veure millor l'evolució al llarg d'una fila o d'una columna.

D'antuvi, pot avençar-se que l'índex  $I^2$  no aporta cap informació nova en si, ja que coneguts els costos mitjans de cada xarxa, l'índex es calculava immediatament. Sí, però, que és il·lustratiu de compararlo amb  $I^1$ ; aleshores pot afirmar-se que pràcticament el sol responsable de la variació entre xarxes és  $I^1$ . O sigui, que mentre el nivell de servei global ofert és quasi idèntic per a totes les xarxes, el servei ofert a una zona concreta ja és més variable.

La proximitat entre les xarxes mesurada per les variacions d' $I$  tendeix a disminuir a mesura que augmenta la diferència entre els valors de LINUS. No hi ha cap relació evident, però, entre les variables, si no és que  $I$  està compresa en qualsevol cas entre 17 i 29, sense que aquest valor pugui ultrapassar-se.

No pot arribar-se a cap conclusió, ni pot indicar-se quin és el valor òptim de LINUS, ja que tota la informació aportada no permet de decantar-se sobre aquest aspecte sembla intuir-ne, però, que el valor de LINUS a adoptar ha d'estar relacionat amb les següents característiques de la ciutat.

- nombre total de zones
- " forma de la ciutat "
- distribució espacial de la població i de l'empleu.

ja que la longitud mitjana de les línies, mesurada en termes de nusos continguts, ha de ser-ne funció.

Aleshores, si la forma de la ciutat és més o menys regular, sense un predomini accentuat d'una dimensió damunt de l'altra, és aconsellable d'assajar un valor de LINUS

$$\text{LINUS} = \sqrt{n},$$

on  $n$  és el nombre de nusos.

En el cas present, s'hauria d'haver pres  $LINUS = \sqrt{44} = 6,63 \approx 7$ ; donat, però, que la ciutat no és quadrada ni circular, sinó netament rectangular, s'ha obtingut el millor resultat amb  $LINUS = 8$ .