INTRODUCCIÓ

Els pavellons, tubs axisimètrics de conicitat variable, són elements constitutïus habituals en instruments musicals de vent (instruments de metall –trompeta, corn de caça, ...–, tenora, …) però es troben també en d’altres aplicacions (megàfons, trompetes per als sords, ...). L’estudi del seu comportament acústic es va iniciar de forma experimental per passar posteriorment a l’estudi analític.

Els treballs realitzats per Kircher al segle XVII sobre acústica arquitectònica són dels primers treballs experimentals dels quals es té constància relacionats amb l’acústica dels megàfons [Hunt, 1978]. Kircher va construir un megàfon que incloïa un pavelló metàl·lic d’uns 5 m de longitud i que s’estenia des d’una obertura d’uns 5 cm de diàmetre, situada en una de les parets del seu estudi, fins a una obertura d’uns 60 cm de diàmetre, situada a la paret de sortida al jardí del seu allotjament. Podia emprar, per tant, aquest aparell com a amplificador de la veu i també com a un potent auricular (Fig.I-1). Posteriorment, Kircher va construir i provar un aparell similar però “portàtil” d’uns 3 m de llarg i 1 m de diàmetre el poder sonor del qual va ser demostrat en convocar prop de dues mil persones a un servei eclesiàstic especial des d’uns 8 km de distància. Kircher va intentar estudiar l’efecte que podia tenir el diferent perfil del pavelló en el seu comportament acústic però la seva teoria no va reeixir.

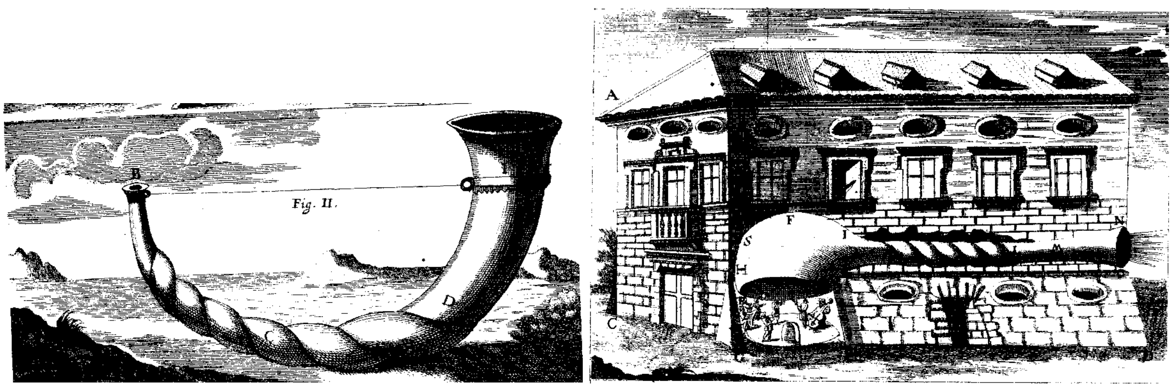

Fig.I-1 Pavellons dissenyats per Kircher. [Hunt, 1978]

Paral·lelament a Kircher, Morland, que havia construit des d'un pavelló de vidre d'uns 80 cm de llargada i un diàmetre al seu acabament d'uns 25 cm fins a un pavelló de coure d'uns 6,5 m de llargada i d'uns 60 cm de diàmetre al final, sembla que va ser un dels primers a investigar experimentalment l'efecte de la directivitat d'una font sonora. L'única mesura disponible per a ell de la intensitat sonora era, però, el seu propi discerniment de la sonoritat. Tot i així, a partir dels seus estudis sobre la distribució del so al llarg de l'eix del seu pavelló va concloure, bastant correctament, que el punt on la veu era més amplificada és en el centre de la boca del pavelló [Hunt, 1978].

El pavelló exponencial té el seu origen en la demostració de Helsham que "la millor forma per a aquest tipus de tub és la generada per revolució d'una corba logarítmica entorn del seu eix". Helsham va suggerir que l'aire dins del pavelló podia ser subdividit en làmines perpendiculars a l'eix i després considerar la transmissió d'una làmina a l'altra. A partir d'aquest estudi, va concloure que el perfil exponencial era més adequat per a un megàfon que qualsevol altre [Hunt, 1978].

Actualment és de tots conegut que el paper del pavelló és doble: per una banda incrementa la potència acústica de sortida de la font i per l'altra estableix una preferència direccional a l'energia radiada. Mentre Newton treballava amb la primera idea Morland ho feia en la segona, però la comprensió real no va arribar fins a finals del segle XIX i principis del XX quan lord Rayleigh va estudiar de forma general el problema de la càrrega de la font i Webster va considerar explicítament la teoria dels pavellons.

L'estudi analític dels pavellons iniciat al segle XIX parteix de la resolució de l'equació de propagació d'ones que s'escriu

$$\Delta\mathbf{\Phi} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{\Phi}}{\partial t^2},$$

on $\mathbf{\Phi}$ és el potencial de velocitat i es relaciona amb les variables acústiques $\bar{v}$ (velocitat) i p (pressió) mitjançant les derivades:

$$p \propto \frac{\partial\Phi}{\partial t} \ \text{ i } \ \bar{v} \propto \overline{\mathrm{grad}}\,\Phi.$$

La descripció més simple de la propagació d'ones és aquella en la qual es suposa que les ones són uniparamètriques, és a dir, que el moviment tridimensional es pot descriure a partir d'una única coordenada u i així es pot escriure:

$$\Phi(u,t) = A(u) \cdot f(u - ct),$$

on $A(u)$ és l'amplitud de l'ona que pot dependre de la coordenada u. La funció $f(u - c\,t)$ descriu la propagació d'una pertorbació al llarg de la coordenada espacial u amb una velocitat de propagació c. Com que aquesta ona només depèn d'una coordenada és per definició una ona uniparamètrica.

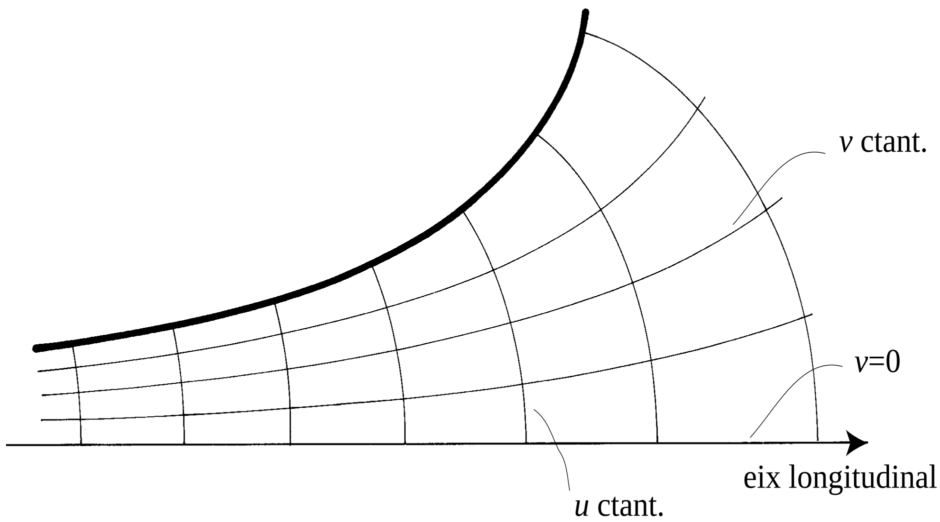

Fig.I-2 Definició de coordenades per a un pavelló.

L'adaptació de l'equació d'ona al cas particular de propagació dins de pavellons implica la utilització de sistemes de coordenades que s'adaptin bé al perfil del pavelló. En aquest sentit es construeixen uns sistemes de coordenades (u, v, w) que siguin perpendiculars entre elles (Fig.I-2) de manera que la superfície interna del pavelló es correspongui a v constant i l'eix del pavelló a v nul·la.

La utilització de les coordenades adoptades no implica, però, l'existència de solucions uniparamètriques. Una manera d'explorar-ne l'existència a l'interior del pavelló és provar una solució separable de l'equació d'ona, és a dir:

$$\Phi(u, v, w, t) = U(u)\cdot V(v)\cdot W(w)\cdot T(t).$$

El camp acústic, doncs, s'escriu com el producte de tres ones uniparamètriques (excloent-hi la dependència temporal). L'ortogonalitat de les coordenades no implica la separabilitat de l'equació d'ona. Per altra banda, la separabilitat tampoc no implica l'existència de solucions uniparamètriques (tal i com es veurà més endavant).

Existeixen onze sistemes de coordenades que compleixen aquesta condició de separabilitat [Geddes, 1989]. Si el perfil del pavelló no es correspon amb un d'aquests sistemes la solució de l'equació d'ona no es podrà representar de manera separable.

La solució general per a la part espacial de l'equació d'ona serà una funció general del tipus $\Phi(u, v, w)$. La consideració d'axisimetria per als pavellons permetrà separar la solució general en una part que depèn de les coordenades longitudinal i transversal, $\Phi_{uv}(u, v)$, i una altra que depèn de la coordenada azimutal (angle de revolució), $\Phi_w(w) \equiv \Phi_\theta(\theta)$. Aquesta última funció ha de complir la condició de periodicitat $\Phi_\theta(\theta{=}0){=}\Phi_\theta(\theta{=}2\pi)$, per tant podrà ser del tipus $\sin(n\theta)$ o $\cos(n\theta)$ amb n enter. Existeix doncs, la possibilitat de triar-la de manera que $\Phi_\theta(\theta){=}1$ per a algun valor de n i aleshores la solució de l'equació d'ones passarà a ser biparamètrica $\Phi(u, v, w) = \Phi_{uv}(u, v) \cdot 1$.

El problema subsisteix en la funció $\Phi_{uv}(u, v)$ a la qual se li demana, en primer lloc, que també sigui separable. És a dir cal que $\Phi_{uv}(u, v)$ es pugui escriure com un producte de dues funcions cadascuna de les quals només depengui d'una variable, $\Phi_u(u) \cdot \Phi_v(v)$. En segon lloc, si es troba una solució unitària per a $\Phi_v(v)$ aleshores existirà una solució de l'equació d'ona uniparamètrica: $\Phi(u, v, w) = \Phi_u(u) \cdot 1 \cdot 1$. Evidentment, aquesta solució no exclou solucions biparamètriques o triparamètriques en les quals $\Phi_v(v) \neq 1$ i $\Phi_v(v) \neq 1$, $\Phi_\theta(\theta)$ respectivament.

Dels onze sistemes de coordenades que separen l'equació d'ona només és possible la solució unitària que condueix a la solució totalment uniparamètrica en el cas de les coordenades esfèriques, cilíndriques i cartesianes. Els pavellons queden, en general, exclosos del tractament uniparamètric. Aquest fet ha comportat que tradicionalment l'estudi analític dels pavellons s'hagi realitzat a base de discretitzacions en trams de geometria cilíndrica i cònica. Els inconvenients més importants que es presenten en un pavelló la conicitat del qual augmenta ràpidament són per una banda l'elevat nombre de trams a considerar per representar-lo correctament, la qual cosa implica un temps llarg de càlcul, i per l'altra l'aparició de nombroses reflexions, en el càlcul de la resposta impulsional, associades als canvis de conicitat. Sembla doncs convenient poder establir la utilització d'un altre tipus d'element la geometria del qual permeti estudiar el pavelló com un tram únic, o com a successió d'un nombre inferior de trams, a l'interior dels quals es puguin considerar solucions uniparamètriques.

Una altra idea que avala el tractament uniparamètric és el fet de pensar que si el pavelló no s'allunya gaire del perfil cònic o cilíndric, és a dir si s'obre a poc a poc, deu existir una solució aproximada uniparamètrica per a l'estudi de la propagació d'ones pel seu interior. Aquesta solució uniparamètrica pot ser:

–Una solució aproximada de l'equació d'ona exacta, o bé

–Una solució exacta d'una equació d'ona aproximada.

Dins de la segona possibilitat el model proposat per Webster va ser el primer. En ell es considera que els fronts d'ona dins d'un pavelló són plans i en conseqüència no són perpendiculars al perfil. Posteriorment Benade i Jansson [Benade, 1974] van proposar un nou model en el que establien l'existència de superfícies equipotencials esfèriques perpendiculars al perfil i a l'eix del pavelló. L'any 1993 Keefe, Agulló i Barjau [Keefe, 1993] van proposar un nou model basat en l'existència de superfícies equipotencials perpendiculars al perfil però de geometria arbitrària. El resultat d'aquests últims autors porta a una equació que tot i ser analítica necessita forçosament una resolució numèrica. Els estudis uniparamètrics realitzats, doncs, sobre el comportament acústic dels pavellons passen des d'una formulació totalment analítica a una formulació numèrica.

Per resoldre el problema de la propagació d'ones biparamètriques i/o triparamètriques dins d'un pavelló de geometria qualsevol a partir de l'equació d'ona exacta, existeixen eines numèriques potents però no hi ha formulacions analítiques que condueixin a una solució exacta. Els mètodes numèrics més coneguts són el mètode dels elements finits i el mètode dels elements de contorn en els quals les condicions de contorn que ha de verificar el camp acústic només es compleixen en un nombre finit de punts del pavelló.

Un cop analitzat l'estat de la qüestió, els objectius principals que es desenvolupen en aquest treball aborden els temes comentats anteriorment de la següent forma:

Per al cas del tractament uniparamètric analític es fa una revisió i explotació dels models existents. L'equació de Webster és estudiada en profunditat, capítol 1, i s'aplica a un nou tipus d'element que permetrà l'estudi del pavelló tractant-lo com un únic element. També se'n troben els límits d'aplicació en fer l'estudi de l'equació en el domini temporal. L'estudi de l'acústica dels instruments musicals en el domini temporal permet fer-ne simulacions completes que inclouen el sistema d'autoexcitació i a més permet estudiar el règim transitori, que queda fora de l'abast de l'estudi en el domini freqüencial. Un exemple de l'estudi en el domini temporal és el presentat al capítol 5.

El grau d'aproximació de la solució exacta de l'equació aproximada de Webster cal avaluar-lo d'acord amb les discrepàncies entre les prediccions teòriques i els resultats experimentals. Les mesures acústiques es referiran a les freqüències i alçàries dels pics de ressonància de la impedància acústica. Una altra comparació que es realitza és la dels resultats teòrics de l'equació de Webster en la qual es tracta el pavelló com un únic tram amb els resultats que s'obtenen a través de la discretització del pavelló. Aquesta comparació permet decidir sobre quin mètode és el més adequat per a l'estudi del pavelló.

Per altra banda i seguint amb el tractament uniparamètric es fa un estudi numèric de l'equació proposada per Keefe et al. [Keefe, 1993] i els resultats obtinguts es presenten en el capítol 2.

En el capítol 3 es proposa un model "bidimensional" aproximat que condueix a una solució analítica per als pavellons de geometria més general.

La hipòtesi bàsica s'inspira en el tractament usual dels pavellons: la discretització en elements cilíndrics i cònics. Com que dins d'aquest model, els elements discrets són de longitud finita, els petits volums, llenties, tancats entre les superfícies perpendiculars al perfil a les discontinuïtats entre els elements són negligibles, la qual cosa permet tractar el problema com uniparamètric i no complicar el càlcul. La idea bàsica de la hipòtesi presentada és utilitzar el mateix tipus de càlcul que s'empra amb elements discrets de longitud finita, però a nivell diferencial. En aquest cas els elements cònics són de longitud infinitesimal, és a dir del mateix ordre que les llenties a les discontinuïtats. És necessari, doncs, formular una hipòtesi de propagació dins d'aquests petits volums, i és precisament la inclusió d'aquestes llenties en el càlcul el què porta al model bidimensional.

Un altre model bidimensional que s'estudia, en aquest cas numèric, és el presentat en el capítol 4 que està basat en els raigs impulsionals.

El mètode dels raigs impulsionals simula la propagació d'una pertorbació (impuls) produïda en un cert punt (font emissora) que es troba dins d'un volum qualsevol. Aquesta simulació en el domini temporal es fa mitjançant la discretització de la pertorbació en un conjunt discret de raigs que parteixen en totes direccions des de la font emissora. Els raigs, en què s'ha discretitzat l'impuls, es reflecteixen a la superfície que envolta el volum, seguint les lleis de l'òptica, fins a arribar al punt on es pretén conèixer el camp acústic.

Es comprova la validesa del mètode reproduint la resposta d'un tub cilíndric i se n'estudien les limitacions pel que fa a d'altres tipus de perfils.

El treball proposat dóna continuïtat a les recerques en acústica musical que s'han dut a terme en el Laboratori de Mecànica i Vibracions del Departament d'Enginyeria Mecànica de la UPC. Fins a l'actualitat aquesta recerca ha inclòs aspectes teòrics, informàtics i experimentals del comportament acústic del tub i del dispositiu d'autoexcitació dels instruments musicals de vent de llengüetes [Cardona, 1980; Barjau, 1987; Martínez, 1987]. Tots aquests estudis han proporcionat un coneixement suficient del funcionament dels instruments per tal d'abordar amb criteris científics un aspecte més pràctic: el redisseny dels instruments. En aquest sentit s'han desenvolupat diversos programes que permeten el càlcul de les ressonàncies del tub i que permeten calcular de manera automàtica les correccions en posició i diàmetre del forats laterals de l'instrument. Els resultats obtinguts han estat sempre força satisfactoris però les notes que han donat més problemes han estat les que es produeixen amb tots els forats tancats (cas de les notes més greus de la tenora, l'oboè, el clarinet, ...) per a les quals el pavelló té un paper decissiu. És per aquesta raó que amb aquest treball s'ha volgut millorar el tractament que fins ara s'ha donat als pavellons.