

**UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA  
DEPARTAMENT D'ENGINYERIA HIDRÀULICA, MARÍTIMA I AMBIENTAL  
ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERS DE CAMINS CANALS I  
PORTS**

**PROGRAMA DE DOCTORADO EN INGENIERÍA CIVIL**

Tesis Doctoral

**MODELACIÓN DEL FLUJO EN LÁMINA LIBRE SOBRE CAUCES  
NATURALES. ANÁLISIS INTEGRADO CON ESQUEMAS EN  
VOLÚMENES FINITOS EN UNA Y DOS DIMENSIONES**

Barcelona, julio de 2005

AUTOR:  
**Ernest Bladé i Castellet**

BAJO LA DIRECCIÓN DE:  
**Dr. Manuel Gómez Valentín**



# Agradecimientos

Esta tesis es el resultado de muchos años de trabajo y estudio, durante los cuales la vida ha dado muchos rodeos, no sólo en el ámbito académico o profesional, sino también en el personal. Es por ello que han sido muchas las personas que de alguna manera y en algún momento se han visto involucradas en el desarrollo de este trabajo, a las cuales tengo mucho que agradecer, desde ayuda en los aspectos estrictamente más técnicos hasta apoyo moral, comprensión y mucha paciencia.

Quiero agradecer en primer lugar a los compañeros de trabajo de la Secció d'Enginyeria Hidràulica i Hidrològica, de los que casi ninguno se salva de haber contribuido a mi tesis de alguna manera. En especial agradezco a los compañeros del grupo Flumen de reciente creación, en el cual se respira un ambiente de trabajo y amistad que ha contribuido a crear nuevas expectativas e ilusiones, en el campo docente y de investigación, algunas de las cuales se están concretando dibujando un nuevo futuro muy esperanzador. Sin el soporte y la ayuda de todo el grupo, bastante más allá de los aspectos estrictamente técnicos o científicos, esta tesis no hubiera sido nunca lo que es. Entre ellos quiero mencionar especialmente a Martí Sánchez (ya son diez años compartiendo antesala) y Josep Dolz. Ambos con el mérito de haber confiado en mi trabajo, casi más que yo mismo, y tener la osadía de comprometerse a aplicar los esquemas numéricos desarrollados para la resolución de problemas ingenieriles de dinámica fluvial. Quiero agradecer también a Cesca, Juan, y Daniel, que no han escatimado nunca ningún esfuerzo para ayudarme en lo que precisara, así como Jaume y Jordi Bayona, autores de algunos artilugios imprescindibles para las experiencias de laboratorio. También un recuerdo para Allen Bateman, quien en su momento fue responsable de la primera aplicación práctica de la metodología desarrollada.

Agradezco sobretodo la orientación y dedicación de mi director de tesis Manuel Gómez Valentín, el verdadero autor de las ideas a partir de las cuales se ha desarrollado todo el trabajo de esta tesis. Manolo, muchísimas gracias por la eterna buena disposición, la dedicación, paciencia y esfuerzo realizado durante todos estos años. También por la lucha contra viento y marea durante estos últimos tiempos para que finalmente la tesis llegara a buen puerto.

No puedo olvidar a los amigos del CIMNE, Javier y Georgina, que han pasado por el calvario de tener que utilizar el modelo CARPA, siempre comprensivos cuando las cosas no funcionaban, y cuyo trabajo y dedicación dentro del proyecto Ramflood ha sido clave para ponerle una cara bonita al modelo, así como a Eugenio Oñate, responsable del proyecto a quien agradezco el interés que ha mostrado en todo momento por los contenidos de esta tesis.

He de donar les gràcies també a la meva família, que ha anat creixent en aquest temps. A vosaltres, pares i Glòria, la paciència i comprensió durant tant anys.

Per en Pau, un record.

I sobretot a tu Laura, que des del principi m'has hagut de compartir amb aquesta tesi. Per tot el que hem fet junts, primer tu i jo, i ara amb la Maria i la Vinyet, per tot el que farem. A totes tres us dedico aquest treball.



# Resumen

El conocimiento del funcionamiento hidráulico de un río durante el transcurso de una avenida es fundamental para la resolución de gran variedad de problemas de ingeniería hidráulica y dinámica fluvial, como delimitación de zonas inundables, diseño de encauzamientos y estructuras hidráulicas, estabilización de márgenes, estudios de rotura de presa, proyectos de rehabilitación de ríos, o determinación del riesgo asociado a episodios extraordinarios de lluvia. Para ello es necesario el estudio del flujo de agua en lámina libre en régimen variable y con geometrías irregulares. En este trabajo se aborda este estudio mediante la puesta a punto de herramientas de modelación numérica.

El objetivo principal es la puesta a punto de una herramienta para la modelación matemática del flujo de agua en lámina libre, en régimen variable, con geometrías irregulares como son los cauces naturales. Se pretende que los esquemas que se desarrollan permitan modelar con precisión flujos de agua discontinuos o con singularidades (cambios de régimen, frentes de onda, resaltos hidráulicos), como ocurre en la realidad durante el transcurso de una avenida en gran parte de los ríos, sobretodo en los cauces torrenciales que son predominantes en nuestro entorno. Se desarrollan esquemas numéricos para la resolución de las ecuaciones de Saint Venant en forma conservativa, explícitos y basados en la técnica de los volúmenes finitos. Este tipo de esquemas *shock capturing* son los más adecuados para la simulación de flujos con singularidades. Los esquemas desarrollados son de alta resolución, en el sentido de tener segundo orden de precisión fuera de las discontinuidades mientras que en éstas no se producen oscilaciones espurias (no reales) ni más disipación de la debida (como ocurriría con esquemas de primer orden de precisión).

La geometría de los ríos condiciona las características del flujo hidráulico que se produce. Cuando existe una dirección del flujo predominante se puede utilizar una aproximación unidimensional, pero en ocasiones (confluencias de ríos, flujos alrededor de estructuras, cauces compuestos, curvas, desbordamiento de cauces) esto no es así debiéndose recurrir a una aproximación bidimensional. Esta última mucho más costosa en términos de información necesaria, complejidad de desarrollo del modelo y tiempo de cálculo. En este trabajo se desarrollan nuevas metodologías para la modelación en una y en dos dimensiones, a la vez que se realiza la integración de ambas para disponer de modelos que permitan simular grandes áreas considerando una aproximación unidimensional donde ésta sea suficiente, y en dos dimensiones donde las características geométricas o del flujo así lo aconsejen. De esta manera se mejora la eficiencia de las metodologías existentes actualmente.

Las características particulares de las ecuaciones de Saint Venant determinan que las metodologías válidas para otros sistemas de ecuaciones hiperbólicos presenten problemas que conducen a errores importantes en la solución. En una dimensión, y para geometrías irregulares, las ecuaciones presentan una variación espacial del vector de flujo debido a los cambios geométricos. En esta tesis se desarrolla una metodología para considerar dicha variación en cauces irregulares. Esto, junto con un correcto tratamiento del término independiente de las ecuaciones, que consigue un correcto balance con la discretización del resto de la ecuación, permite desarrollar un esquema de alta resolución en una dimensión de aplicación a ríos. Esquemas parecidos en trabajos anteriores conocidos o bien eran incapaces de converger a una solución estacionaria o, si lo hacían, no convergían a la solución correcta.

Para la aproximación bidimensional también se consigue un correcto balance del término independiente discretizado, así como el mojado y secado del dominio, y se permite la incorporación de agua de lluvia al modelo. De esta manera se dispone también de un modelo hidrológico distribuido de transformación lluvia escorrentía totalmente integrado en un modelo hidráulico. Para la discretización del dominio se pueden utilizar tanto elementos triangulares como cuadriláteros, y todo el sistema se ha implementado en una interfaz amigable de preproceso y postproceso.

Gran parte de la teoría matemática en la que se basan los esquemas de alta resolución es válida tan sólo para ecuaciones diferenciales más simples que las ecuaciones de Saint Venant, por lo que se realiza una exhaustiva verificación de la metodología desarrollada. La verificación se realiza mediante la comparación con problemas con solución analítica, otros modelos numéricos, y experiencias de laboratorio. Finalmente se presentan en este trabajo algunas aplicaciones de la herramienta desarrollada, para la resolución de problemas reales de ingeniería y dinámica fluvial.

# Abstract

Understanding the hydraulic behaviour of rivers during floods is crucial for the resolution of a variety of problems of hydraulic engineering and river dynamics as flood areas mapping, embankments and hydraulic structures design, streambank stabilization, dam break studies, river rehabilitation, or risk assessment in extraordinary precipitation events. That is the reason for studying unsteady open channel flow in irregular geometries through the development of numerical simulation tools.

The main objective of this work is generating mathematical modelling tools for unsteady open channel flow in irregular geometries, as natural rivers are. The developed numerical schemes are aimed to be able to properly simulate discontinuous flows (front waves, hydraulic jumps, transcritical flows) as occurs during a real flood in most rivers, especially those in Mediterranean areas. Explicit numerical schemes, based on the finite volumes technique, for the resolution of the Saint Venant equations in conservative form, are developed. This shock capturing schemes are most suitable for the simulation of flows with discontinuities. The developed schemes are high resolution schemes: second order precision away from flow discontinuities, no spurious oscillations and no extra dissipation (as with first order schemes) around them.

Flow patterns in rivers depend on their geometry. When there exists a predominant flow direction a one dimensional approach can be used, but other times (river confluences, flow around structures, compound channels, river channel overflow) a two dimensional approach is needed. This last one is more expensive as needs more topographic information, model development is complex, and computational time is greater. New methodologies for one and two dimensional modelling are developed, but also both approaches have been integrated in order to be able to model big areas using a one dimensional approach when it is enough, and a two dimensional one when it is required by flow or geometry characteristics. In that way the efficiency of existing modelling methodologies is improved.

Due to the special characteristics of Saint Venant equations, modelling methods that work for other hyperbolic equations can lead to important errors. In one dimension and irregular geometries, the flux vector of the equations has a spatial dependency on the geometry variations. A methodology that takes into account that dependency is developed. That, together with a correct treatment of the equations source term, allows a correct balance with the discretised term of the rest of the equations, leading to one dimensional high resolution schemes for irregular geometries. Similar schemes in known previous works were not able to converge to steady state solutions or, if they did, they did not converge to the correct one.

A correct balance of the discretised source term is also achieved in two dimensions. Also, wetting and drying of the domain and precipitation inputs are implemented. In such way, the developed model can also be seen as a hydrological distributed rainfall-runoff transformation model fully integrated in a hydraulic model. The domain discretisation can be done using triangles or quadrilaterals, and the whole system has been integrated in a user friendly pre-process and post-process interface.

High resolution schemes are based in a mathematical theory which is only valid for hyperbolic equations much simpler than Saint Venant equations. For that reason an exhaustive verification of the methodology is carried out. Verification is done with comparison against problems with analytical solution, other numerical models and laboratory experiments. Finally, some real applications of the methodology to engineering and river dynamics problems are presented.

# Notación

$a$ :	velocidad del sonido
$a_{ij}$ :	elementos de la matriz $\mathbf{A}$
$A$ :	Área de la sección mojada
$\tilde{A}$ :	sección mojada en el contorno de un volumen finito unidimensional
$\mathbf{A}$ :	Jacobiano del vector de flujo
$\mathbf{A}_i$ :	$i$ -ésima matriz de un sistema hiperbólico general
$\mathbf{A}$	Jacobiano del tensor de flujo en la dirección perpendicular a un contorno
$b$ :	ancho superficial
$\mathbf{b}$ :	fuerza por unidad de masa
$\mathbf{b}_c$ :	fuerza de Coriolis
$c$ :	celeridad
$\tilde{c}$ :	celeridad en el contorno de un volumen finito
$C$ :	número de Courant
$C$ :	Coefficiente de Chezy
$C^+, C^-$ :	líneas características
$C_\mu$ :	Coefficiente empírica en el modelo $k - \varepsilon$
$e_{ij}$ :	componentes de $\mathbf{E}$
$\mathbf{e}$ :	vectores propios por la derecha de $\mathbf{A}$
$(\tilde{\mathbf{e}}_k)_{i,j}$ :	$k$ -ésimo vector propio de $\mathbf{A}$ en el contorno común a los elementos $i$ y $j$
$E$ :	energía
$\mathbf{E}$ :	parte simétrica del tensor velocidad de deformación
$f$ :	coeficiente de Coriolis
$\mathbf{F}^*$ :	flujo numérico de $\mathbf{F}$
$\mathbf{F}$	vector o tensor de flujo
$\mathbf{F}_0$	flujo en $x=0$
$\mathbf{F}_i$	flujo evaluado en el elemento $i$
$\mathbf{F}_L$	flujo evaluado en el estado estacionario de la izquierda en un problema de Riemann
$\mathbf{F}_R$	flujo evaluado en el estado estacionario de la derecha en un problema de Riemann
$\mathbf{F}_{i,w_l}^*$	flujo numérico en el lado $w_l$ del elemento $i$
$Fr$	número de Froude
$Fr_R, Fr_L$ :	número de Froude a derecha e izquierda de una discontinuidad
$g$ :	aceleración de la gravedad
$h$ :	calado
$\tilde{h}$ :	calado en el contorno de un volumen finito
$\mathbf{H}$ :	término independiente o término fuente de las ecuaciones de Saint Venant
$\mathbf{H}^1$	parte del independiente de las ecuaciones de Saint Venant correspondiente a la pendiente del fondo
$\mathbf{H}^2$	parte del independiente de las ecuaciones de Saint Venant correspondiente a la pendiente motriz
$\mathbf{H}_i^*$ :	expresión numérica de la integral del término independiente $\mathbf{H}$ en el elemento $i$
$h_R, h_L$ :	calado a derecha e izquierda de una discontinuidad
$I$ :	intensidad de precipitación
$\mathbf{I}$ :	matriz identidad

$I_1$	fuerza debida a la presión del agua en una sección
$I_2$	fuerza de presión del contorno en un tramo de río
$J$	calor
$J^+, J^-$	variables características o cuasi-invariantes de Riemann
$k$	energía cinética media por unidad de masa
$L$	pérdidas de precipitación
$l_i$	componentes de los vectores propios por la izquierda de $\mathbf{A}$
$l_{i,w_l}$	longitud del lado $w_l$ del elemento $i$
$m$	masa
$n$	coeficiente de rugosidad de Manning
$n_{eq}$	coeficiente de rugosidad de Manning equivalente
$n_x$	componente $x$ de la normal exterior a un contorno
$n_y$	componente $y$ de la normal exterior a un contorno
$\mathbf{n}_{i,w_l}$	normal exterior al elemento $i$ por el lado $w_l$
$\mathbf{N}_1$	vector normal a una superficie característica
$n_{1x}, n_{1y}, n_{1t}$	componentes de $\mathbf{N}_1$
$\mathbf{N}'_1$	vector normal a una superficie característica cuya componente según el eje de tiempos es 1
$n'_{1x}, n'_{1y}, n'_{1t}$	componentes de $\mathbf{N}'_1$
$p$	presión
$Q$	caudal
$\tilde{Q}$	caudal en el contorno de un volumen finito
$R^+, R^-$	invariantes de Riemann generalizados
$R_h$	radio hidráulico
$s(t)$	posición de una discontinuidad en el tiempo $t$
$S$	entropía
$S$	velocidad de propagación de una discontinuidad
$S_0$	pendiente
$S_{0x_1}, S_{0x_2}, S_{0x_3}$	pendiente en las direcciones $x_1, x_2, x_3$
$S_f$	pendiente motriz
$S_{fx_1}, S_{fx_2}, S_{fx_3}$	pendiente motriz en las direcciones $x_1, x_2, x_3$
$S_{ij}$	superficie definida por el centro del elemento $i$ y su lado común con el elemento $j$
$t$	tiempo
$t^n$	tiempo en el instante $n$
$T$	temperatura absoluta
$TV$	Variación total
$T_{x,x_j}$	tensiones efectivas
$u_x, u_y, u_z$	componentes de la velocidad en la dirección de los ejes coordenados
$u_1, u_2, u_3$	componentes de la velocidad en la dirección de los ejes coordenados
$u$	componente de la velocidad en la dirección $x$
$\tilde{u}$	valor de $u$ en el contorno de un elemento de volumen
$\bar{u}$	promedio temporal de $u$
$u'$	fluctuaciones turbulentas de $u$



$u_L, u_R$ :	valor de la variable $u$ a izquierda y derecha de una discontinuidad
$\mathbf{U}$ :	vector de variables dependientes de las ecuaciones de Saint Venant
$\mathbf{U}_i^n$	valor del vector de variables dependientes en el elemento $i$ y el instante $n$
$\mathbf{U}_i^C$	valor del vector de variables dependientes en el elemento $i$ y el corrector del esquema de MacCormack
$\mathbf{U}_i^P$	valor del vector de variables dependientes en el elemento $i$ y el predictor del esquema de MacCormack
$v$ :	componente de la velocidad en la dirección $y$
$\tilde{v}$ :	valor de $u$ en el contorno de un elemento de volumen
$V$ :	volumen finito
$\mathbf{V}$ :	velocidad
$W$ :	trabajo
$x, y, z$ :	ejes coordenados
$x_1, x_2, x_3$ :	ejes coordenados
$z_0$ :	cota de fondo
$(\tilde{\alpha}_k)_{i,j}$ :	fuerza de la onda $k$ evaluada en el contorno común a los elementos $i$ y $j$
$(\tilde{\beta}_k)$	$k$ -ésimo coeficiente de discretización del término independiente $\mathbf{H}^1$ en el contorno común a los elementos $i$ y $j$
$\delta_{ij}$ :	delta de Kronecker
$\varepsilon$ :	tasa de disipación de la energía cinética media por unidad de masa
$\varphi$ :	valores propios por la derecha de $\mathbf{A}$ con la corrección de Harten y Hymann
$\varphi_k$	$K$ -ésimo valor propio de $\mathbf{A}$ con la corrección de entropía de Harten y Hymann
$\varphi_1, \varphi_2$	coordenadas espaciales normal y tangente a una superficie característica
$\Phi$	superficie característica
$\lambda$ :	valores propios por la derecha de $\mathbf{A}$
$\tilde{\lambda}$ :	valor de $\lambda$ en el contorno de un volumen finito
$(\tilde{\lambda}_k)_{i,j}$ :	$k$ -ésimo valor propio de $\mathbf{A}$ en el contorno común a los elementos $i$ y $j$
$\mu$ :	viscosidad dinámica
$\psi$ :	función de limitación
$\Psi$ :	escalar pasivo
$\rho$ :	densidad
$\boldsymbol{\sigma}$ :	tensor de tensiones
$\boldsymbol{\tau}_0$ :	tensiones contra el fondo
$\tau_{0x_1}, \tau_{0x_2}, \tau_{0x_3}$ :	componentes de las tensiones contra el fondo en las direcciones $x_1, x_2, x_3$
$\boldsymbol{\tau}_s$ :	tensiones contra la superficie libre
$\tau_{sx_1}, \tau_{sx_2}, \tau_{sx_3}$ :	componentes de las tensiones contra el fondo en las direcciones $x_1, x_2, x_3$
$\boldsymbol{\tau}$ :	tensor de tensiones viscosas
$\nu$ :	viscosidad dinámica
$\nu$ :	$\lambda \Delta t / \Delta x$
$\nu_t$ :	viscosidad turbulenta
$\omega$ :	velocidad angular de rotación de la tierra
$\omega$ :	variable de Escoffier

El formato **negrita** indica vector, matriz o tensor



# Índice

ÍNDICE .....	11
CAPÍTULO 0. OBJETIVOS, DESCRIPCIÓN DE LA TESIS Y CONCLUSIONES .....	15
0.1. <i>Objetivos</i> .....	15
0.2. <i>Descripción de la tesis</i> .....	17
0.3. <i>Conclusiones</i> .....	19
0.4. <i>Futuros desarrollos</i> .....	23
CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES Y REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA .....	25
1.1. <i>Introducción</i> .....	25
1.2. <i>Esquemas unidimensionales</i> .....	28
1.2.1. Régimen permanente .....	28
1.2.2. Régimen variable .....	28
1.2.2.1. Esquemas unidimensionales clásicos .....	28
1.2.2.2. Esquemas unidimensionales de alta resolución .....	30
1.3. <i>Esquemas bidimensionales</i> .....	33
1.3.1. Esquemas bidimensionales clásicos .....	33
1.3.2. Esquemas bidimensionales de alta resolución .....	36
1.4. <i>Modelos comerciales</i> .....	38
CAPÍTULO 2. FLUJO VARIABLE EN LÁMINA LIBRE .....	41
2.1. <i>Introducción</i> .....	41
2.2. <i>Ecuaciones de Saint Venant bidimensionales</i> .....	43
2.2.1. Leyes físicas para el flujo de un fluido en general .....	43
2.2.2. Ecuaciones de Navier-Stokes .....	44
2.2.3. Flujo turbulento. Ecuaciones de Reynolds .....	47
2.2.4. Integración vertical de las ecuaciones de Reynolds. Ecuaciones del flujo bidimensional en lámina libre o ecuaciones de Saint Venant .....	48
2.2.5. Discusión sobre los distintos términos de las ecuaciones de Saint Venant .....	49
2.2.5.1. Aceleración local .....	49
2.2.5.2. Aceleración convectiva .....	49
2.2.5.3. Pendiente de la superficie libre .....	49
2.2.5.4. Tensiones en el fondo .....	50
2.2.5.5. Tensiones tangenciales en la superficie libre .....	50
2.2.5.6. Fuerzas por unidad de masa .....	50
2.2.5.7. Tensiones efectivas .....	51
2.2.6. Consideraciones sobre turbulencia .....	51
2.2.6.1. Descripción física de la turbulencia .....	51
2.2.6.2. Viscosidad turbulenta y modelos de turbulencia .....	52
2.2.6.3. Turbulencia en el flujo en lámina libre .....	53
2.2.7. Simplificación de las ecuaciones de Saint Venant en dos dimensiones .....	55
2.3. <i>Ecuaciones de Saint Venant unidimensionales</i> .....	57
2.4. <i>Análisis de las ecuaciones de Saint Venant</i> .....	59
2.4.1. Sistemas de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales hiperbólicos .....	59
2.4.1.1. Caso unidimensional .....	60
2.4.1.2. Caso bidimensional .....	61
2.4.2. Teoría de las características .....	62
2.4.2.1. Ecuaciones características para las ecuaciones de Saint Venant unidimensionales para cauces prismáticos rectangulares .....	66
2.4.2.2. Ecuaciones características para las ecuaciones de Saint Venant unidimensionales para cauces cualesquiera .....	68
2.4.2.3. Características para las ecuaciones de Saint Venant bidimensionales .....	69
2.4.2.3.1. Dominio de dependencia y zona de influencia .....	75
2.4.2.3.2. Condiciones de compatibilidad en las superficies características .....	76
2.4.2.3.3. Condición de compatibilidad para la primera familia de superficies características .....	77
2.4.2.3.4. Condición de compatibilidad para la segunda familia de superficies características .....	78
2.5. <i>Soluciones discontinuas y propagación de ondas</i> .....	80
2.5.1. Campos característicos .....	81

2.5.2.	Propagación y tipos de onda para la ecuación escalar hiperbólica unidimensional .....	82
2.5.3.	Onda simple e invariantes de Riemann generalizados .....	86
2.5.4.	Las condiciones de Rankine-Hugoniot en una dimensión.....	90
2.5.5.	Propagación de ondas y soluciones discontinuas para las ecuaciones de Saint Venant bidimensionales .....	91
2.5.6.	Condiciones de Rankine-Hugoniot en dos dimensiones .....	92
2.5.7.	El problema de Riemann.....	92
2.5.7.1	El problema de Riemann para sistemas hiperbólicos unidimensionales a coeficientes constantes	93
2.5.7.2	Relaciones integrales en el problema de Riemann.....	95
2.5.7.3	El problema de Riemann para las ecuaciones de Saint Venant unidimensionales.....	96
2.5.7.4	El problema de Riemann para las ecuaciones de Saint Venant en una dimensión aumentadas .....	98
2.5.7.5	El problema de la rotura de presa en una dimensión. ....	101
2.5.7.6	El problema de la rotura de presa sobre lecho seco. ....	102
CAPÍTULO 3.	CONSIDERACIONES SOBRE MÉTODOS NUMÉRICOS.....	105
3.1.	<i>Introducción</i> .....	105
3.2.	<i>Formulación integral de las leyes de conservación y discretización en volúmenes finitos</i> .....	106
3.3.	<i>Solución débil</i> .....	110
3.4.	<i>Esquemas explícitos y esquemas implícitos</i> .....	111
3.5.	<i>Esquemas centrales y esquemas upwind</i> .....	113
3.6.	<i>Algunas propiedades de los esquemas numéricos</i> .....	115
3.6.1.	Orden de diferenciación .....	115
3.6.2.	Convergencia, consistencia y estabilidad.....	116
3.6.3.	Esquemas conservativos.....	116
3.6.4.	Unicidad y condición de entropía.....	117
3.6.5.	Monotonicidad .....	118
3.6.6.	Oscilaciones espurias, dispersión y disipación.....	120
3.6.7.	Variación Total Decreciente y compatibilidad de datos.....	121
CAPÍTULO 4.	ESQUEMAS NUMÉRICOS PARA LAS ECUACIONES DE SAINT VENANT UNIDIMENSIONALES .....	123
4.1.	<i>Introducción</i> .....	123
4.2.	<i>Esquema conservativo de primer orden: Método de Godunov en una dimensión</i> .....	125
4.2.1.	Approximate Riemann Solver de Roe en una dimensión.....	126
4.2.1.1	Término independiente en el esquema Godunov+Roe 1D .....	130
4.2.2.	Dependencia espacial del vector de flujo en geometrías irregulares.....	132
4.3.	<i>Esquemas de segundo orden en una dimensión</i> .....	135
4.3.1.	Esquema WAF en una dimensión .....	135
4.3.2.	Esquema de McCormack en una dimensión .....	137
4.3.3.	Esquemas MUSCL en una dimensión.....	138
4.4.	<i>Esquemas de alta resolución en una dimensión (Métodos de segundo orden y variación total decreciente)</i> .....	140
4.4.1.	Esquema WAF TVD en una dimensión .....	140
4.4.1.1	Término independiente en el esquema WAF TVD 1D .....	145
4.4.2.	McCormack TVD en una dimensión.....	145
4.4.2.1	Término independiente en el esquema McCormack TVD 1D .....	146
4.4.3.	MUSCL TVD en una dimensión.....	148
4.4.3.1	Término independiente en el esquema MUSCL TVD 1D .....	148
4.5.	<i>Condiciones de contorno en una dimensión</i> .....	150
4.6.	<i>Preservación del régimen permanente</i> .....	153
CAPÍTULO 5.	ESQUEMAS NUMÉRICOS PARA LAS ECUACIONES DE SAINT VENANT EN DOS DIMENSIONES ....	155
5.1.	<i>Introducción</i> .....	155
5.2.	<i>Esquema conservativo de primer orden: Método de Godunov en dos dimensiones</i> .....	156
5.2.1.	Approximate Riemann Solver de Roe.....	156
5.2.2.	Término independiente en el esquema Godunov +Roe 2D .....	158
5.3.	<i>Esquemas de segundo orden en dos dimensiones</i> .....	161
5.3.1.	McCormack en dos dimensiones.....	161
5.4.	<i>Esquemas de alta resolución en dos dimensiones</i> .....	163
5.4.1.	WAF TVD en dos dimensiones.....	163
5.4.1.1	Término independiente en el esquema WAF TVD 2D .....	163
5.4.2.	McCormack TVD en dos dimensiones .....	164

5.4.2.1	Término independiente en el esquema McCormack TVD 2D.....	165
5.4.3	MUSCL TVD en dos dimensiones.....	167
5.5	Condiciones de contorno en dos dimensiones.....	168
CAPÍTULO 6	DESCRIPCIÓN DEL MODELO CARPA.....	173
6.1	Introducción y estructura del modelo.....	173
6.2	Módulo bidimensional.....	174
6.2.1	Esquemas numéricos.....	174
6.2.2	Funciones de limitación.....	175
6.2.3	Discretización del dominio.....	175
6.2.4	Condiciones iniciales.....	175
6.2.5	Condiciones de contorno.....	175
6.2.6	Mojado y secado.....	176
6.2.7	Modelo hidrológico.....	177
6.3	Módulo unidimensional.....	179
6.3.1	Esquemas numéricos.....	179
6.3.2	Funciones de limitación.....	179
6.3.3	Condiciones iniciales.....	179
6.3.4	Condiciones de contorno.....	180
6.3.5	Mojado y secado.....	180
6.3.6	Cauces compuestos.....	181
6.4	Ensamblaje módulos 1D y 2D.....	182
6.4.1	Cambio de dominio en el sentido del flujo.....	182
6.4.2	Desbordamiento lateral del río.....	184
6.4.2.1	Desbordamiento lateral del río en el dominio unidimensional.....	185
6.4.2.2	Desbordamiento lateral del río en el dominio bidimensional.....	186
6.5	Preproceso y postproceso.....	187
6.5.1	Importación de geometría a partir de modelos digitales del terreno.....	187
6.5.2	Elaboración de mallas de cálculo y asignación de propiedades y condiciones de contorno.....	189
6.5.3	Visualización de resultados.....	190
CAPÍTULO 7	VERIFICACIÓN.....	193
7.1	Introducción.....	193
7.2	Régimen permanente. Una dimensión.....	194
7.2.1	Canal rectangular con ancho y cota de solera variable.....	194
7.2.2	Sobreelevación de solera suave.....	196
7.2.2.1	Régimen lento.....	196
7.2.2.2	Régimen rápido.....	197
7.2.2.3	Régimen transcrito (lento a rápido).....	198
7.2.2.4	Resalto hidráulico.....	198
7.2.3	Canal no prismático con solución analítica.....	199
7.2.3.1	Régimen lento.....	199
7.2.3.2	Régimen rápido.....	200
7.2.3.3	Régimen transcrito (lento a rápido).....	201
7.2.3.4	Resalto hidráulico.....	202
7.2.4	Canal trapezoidal no prismático.....	203
7.2.5	Resalto hidráulico en un canal de pendiente fuerte.....	205
7.2.6	Niveles de agua en el río Llobregat.....	207
7.3	Régimen permanente. Dos dimensiones.....	210
7.3.1	Sobreelevación de solera suave.....	210
7.3.1.1	Régimen lento.....	211
7.3.1.2	Régimen rápido.....	212
7.3.1.3	Régimen transcrito (lento a rápido).....	212
7.3.1.4	Resalto hidráulico.....	213
7.3.2	Ondas cruzadas.....	214
7.4	Conservación del volumen en avance sobre fondo seco.....	218
7.4.1	Canal con dos niveles.....	218
7.4.2	Concentración de agua en una cubeta.....	219
7.4.3	Canal con sobreelevación de solera.....	220
7.4.4	Área con pendientes convergentes.....	220
7.5	Conexión entre dominios 1D y 2D.....	223
7.5.1	Conexión en el sentido del flujo.....	223

7.5.2.	Conexión por desbordamiento lateral.....	227
7.6.	<i>Rotura de presa</i> .....	231
7.6.1.	Rotura de presa ideal con el esquema 1D.....	231
7.6.2.	Rotura ideal con el esquema 2D.....	233
7.6.3.	Rotura de presa asimétrica .....	234
7.7.	<i>Régimen variable en el río Ebro</i> .....	237
7.8.	<i>Resalto móvil en un canal de pendiente fuerte</i> .....	240
7.9.	<i>Verificación experimental</i> .....	243
7.9.1.	Distribución del flujo en un cruce de calles .....	243
7.9.1.1	Distribución de caudales .....	243
7.9.1.2	Campos de calados y velocidades.....	244
7.9.2.	Modelo reducido del río Besòs.....	248
7.9.3.	Modelo reducido del río Francolí.....	258
CAPÍTULO 8.	APLICACIONES .....	265
8.1.	<i>Introducción</i> .....	265
8.2.	<i>Definición de las obras de desvío del río Cardener</i> .....	265
8.3.	<i>Canal de slalom de Ponts en el río Segre</i> .....	270
8.3.1.	Introducción .....	270
8.3.2.	Resultados .....	272
8.4.	<i>Rotura de balsa de riego en Montoliu</i> .....	277
8.5.	<i>Confluencia de los ríos Fluvià y Llierca</i> .....	279
8.5.1.	Introducción .....	279
8.5.2.	Resultados en todo el tramo de estudio .....	280
8.5.3.	Resultados en el entorno de los puentes.....	283
8.5.4.	Modificación geométrica de la pila derecha del puente antiguo. ....	285
8.6.	<i>Attica. Propagación de avenida en zona urbana</i> .....	287
8.7.	<i>Tramo final del río Llobregat entre Martorell y el mar</i> .....	294
<b>REFERENCIAS</b> .....		<b>307</b>

**Anejo 1 Balance entre flujo y término independiente en régimen permanente**

**Anejo 2 Verificación numérico-experimental. Cruce de calles**

**Anejo 3 Verificación numérico-experimental. Modelo reducido del río Besòs**