Cal dir, però, que amb la matriu de sensibilitat normalitzada, la condició de Picard es cumpleix per un marge de valors singulars superior que en el cas de no realitzar la normalització. La figura 7.52 mostra la condició de Picard per la configuració Schlumberger corresponent a les figures 7.51e i 7.51f, així com l'evolució de l'EQMT en funció del factor de truncament, que tot i cumplir la condició de Picard no permet detectar correctament la profundidat de l'anomalia, encara que la seva localització horitzontal és força correcta. Per mitjà de la configuració doble dipol amb extrems, els gràfics corresponents a la condició de Picard són similars.

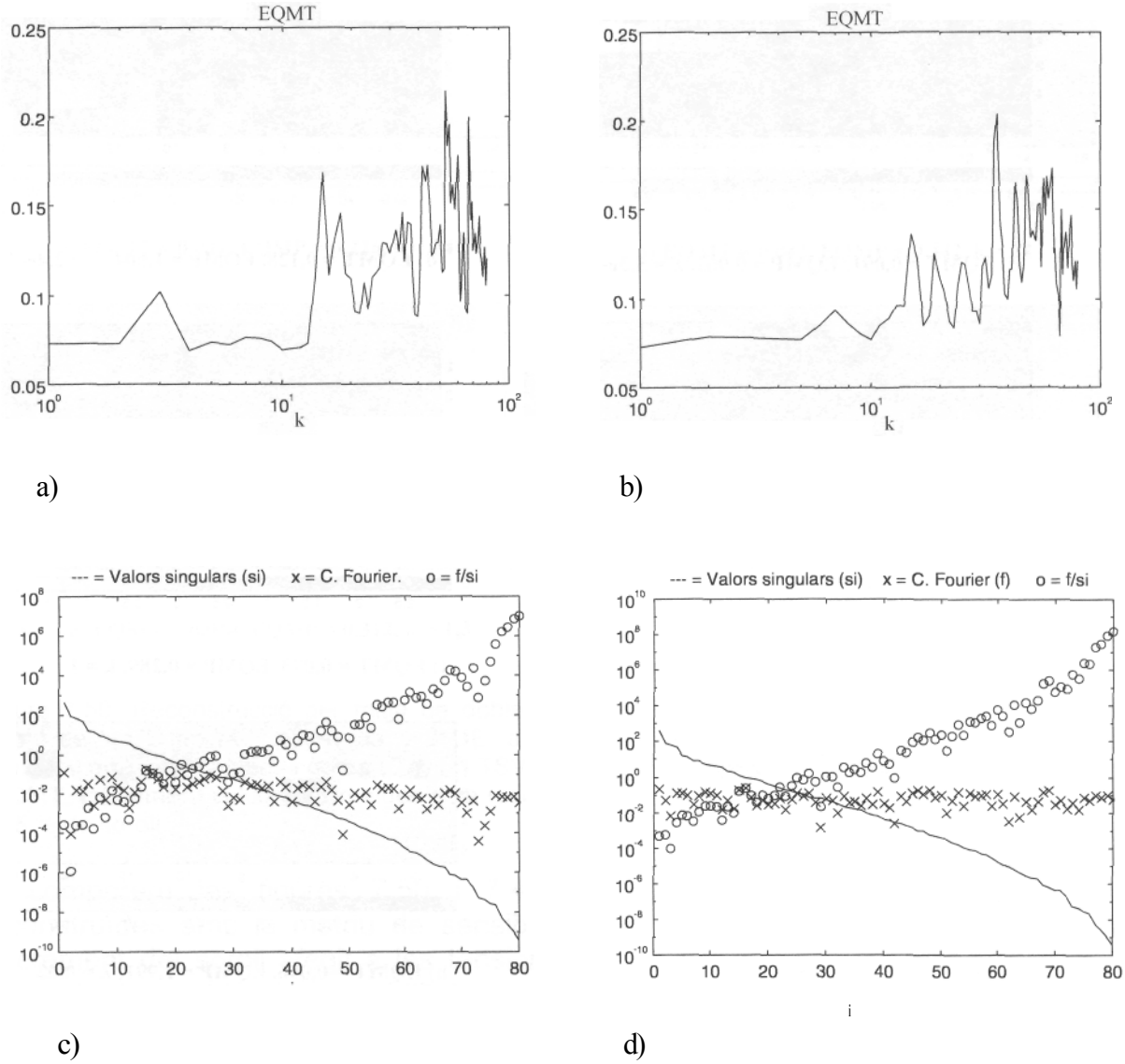


Figura 7.52: a) i b) Evolució de l'EQMT en funció del factor de truncament k. c) i d) Condició discreta de Picard. Les figures de la primera columna corresponen a F = 0,5 % i les de la segona columna a F = 5 %. Es cumpleix la condició de Picard per un marge superior de valors singulars que per mitjà de la matriu de sensibilitat sense normalitzar.

7.6. Efecte de la profunditat de l'anomalia

L'efecte del soroll a les tensions mesurades tindrà major importància com més enfonsada estigui l'anomalia. La figura 7.53 mostra la plantilla corresponent a una esfera perfectament aïllant de 1 UE i situada a una profunditat de 6 UE.

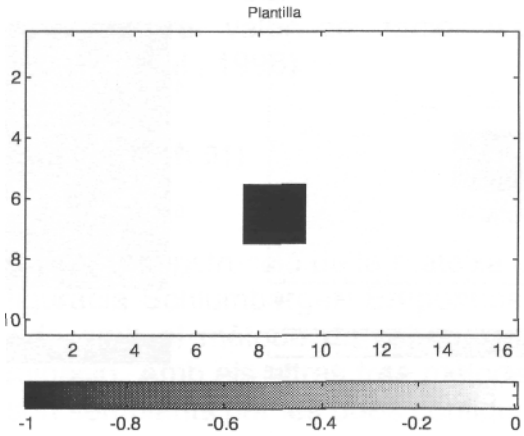
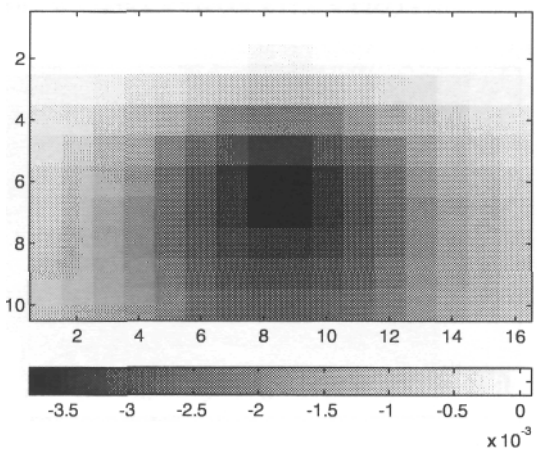


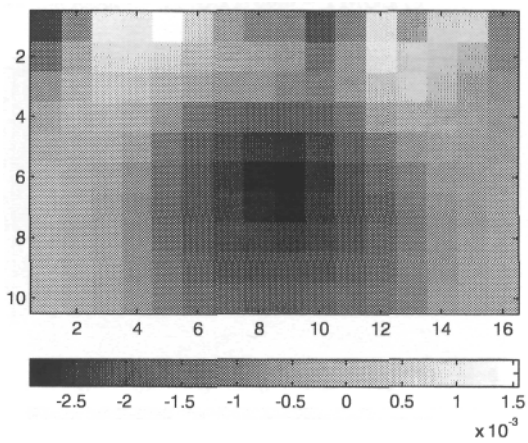
Figura 7.53: Imatge ideal corresponent a una esfera aïllant de 1 UE de radi, situada a una profunditat de 6 UE.

a) Configuració doble dipol amb extrems (dd-104)

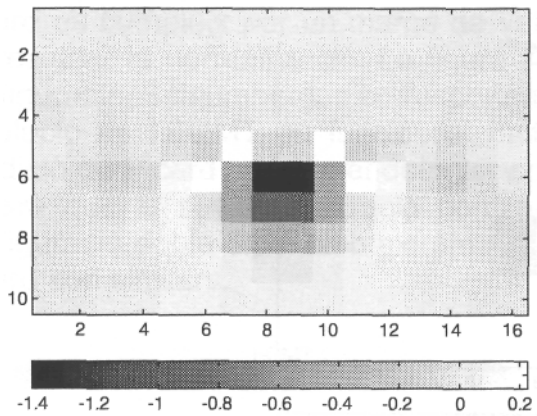
En la figura 7.54 apareixen les reconstruccions corresponents a la configuració doble dipol amb extrems. La primera columna d'imatges s'ha obtingut en absència de soroll en les tensions analítiques, mentre que en la segona columna d'imatges s'ha afegit un 0,1 % de soroll. Es pot observar, que tot i afegir-hi molt poc soroll, únicament el mètode de retroprojecció permet obtenir una imatge semblant a la ideal.



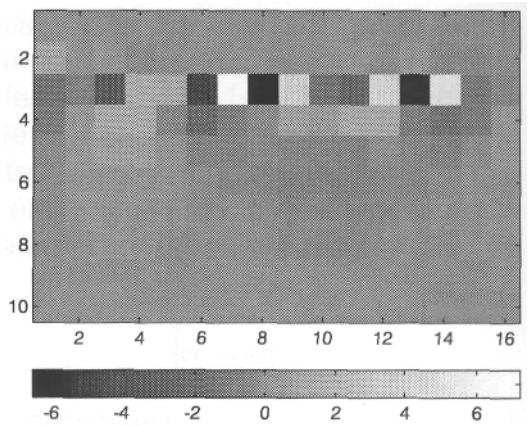
a) EQMT = 0,219, EQMP = 2,35e-6



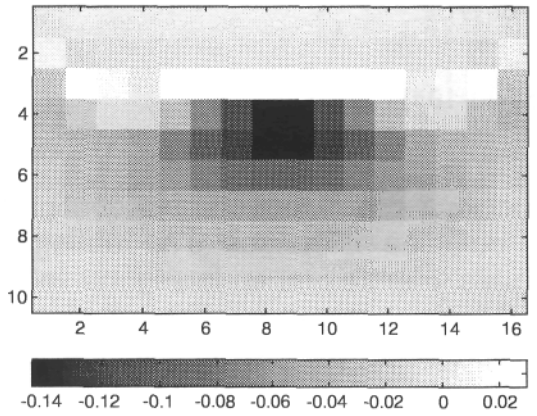
b) EQMT = 0,177, EQMP = 7,68e-4



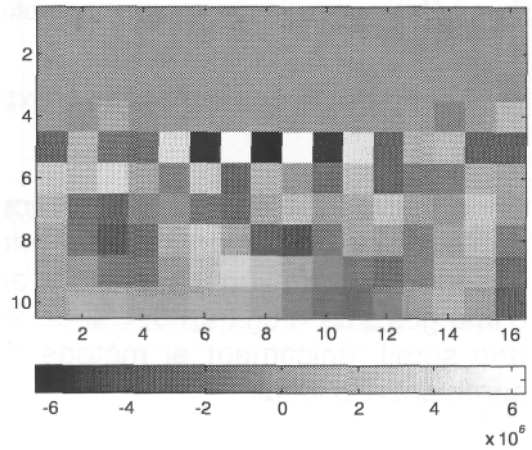
c) EQMT = 0,006, EQMP = 0,050, λ = le-16



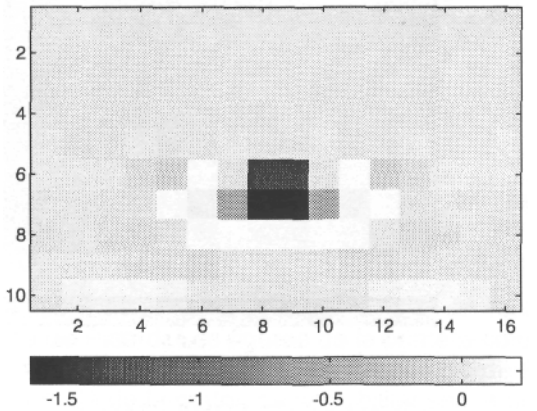
d) EQMT = 0,057, EQMP = 0,186, λ = le-8



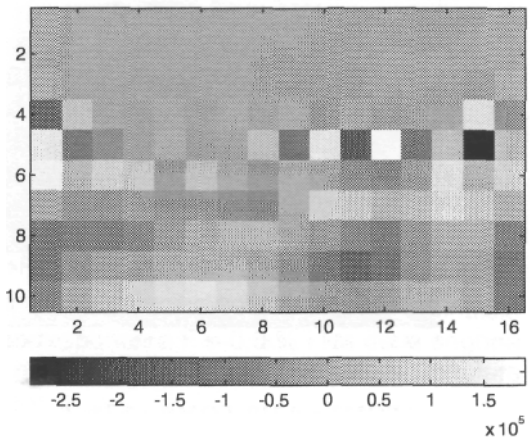
e) EQMT = 0,087, EQMP = 0,088, λ = 2,55e-4



f) EQMT = 0,118, EQMP = 2,460, λ = 7,04e-13



g) EQMT = 0,003, EQMP = 0,006, λ = le-11



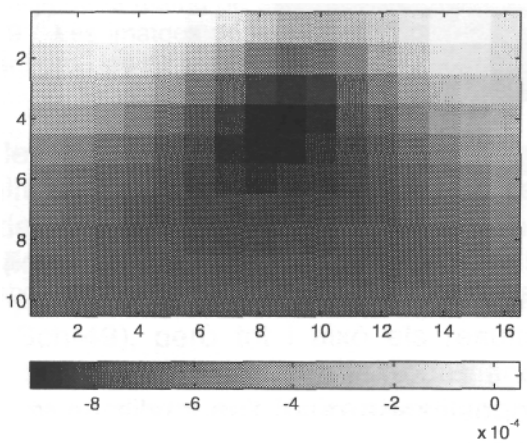
h) EQMT = 0,068, EQMP = 0,909, λ = le-10

Figura 7.54: Reconstrucció per mitjà de doble dipol amb extrems d'una esfera perfectament aïllant de 1 UE de radi, soterrada a 6 UE. a) i b) Retroprojecció. c) i d) Marquardt-Levenberg. e) i f) Mètode de Tikhonov i el criteri de la corba L. g) i h) Mètode de Tikhonov i minimització de l' EQMT. La primera columna d'imatges s'ha reconstruït en absència de soroll a les tensions i en la segona columna s'ha afegit un 0,1% de soroll a les tensions analítiques.

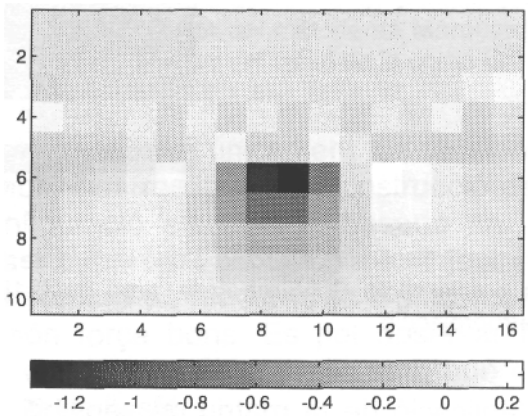
Es pot observar com els factors d'amortiment prenen un valor més petit que quan l'anomalia estava situada a un profunditat de 2 UE, la qual cosa indica que a major profunditat, menor és el valor del factor d'amortiment per poder reconstruir l'anomalia (Gasulla et al., 1998).

b) Configuració Schlumberger (Sch-91)

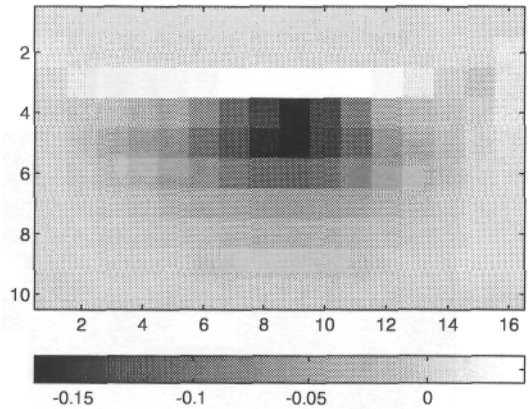
En la figura 7.55 es mostra la reconstrucció de la mateixa esfera de la figura 7.54 però a partir de la configuració Schlumberger. Es pot observar el deteriorament de la imatge reconstruïda amb el mètode de retroprojecció, ja que la imatge presenta una gran difuminació. Amb els altres tres mètodes de reconstrucció les imatges reconstruïdes són semblants per les dues configuracions electròdiques.



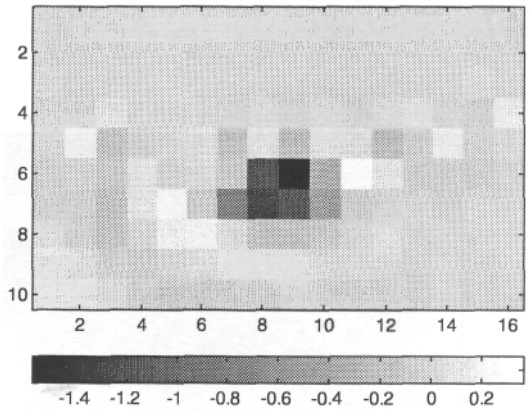
a) EQMT = 0,429, EQMP = 0,001



b) EQMT = 0,009, EQMP = 0,075, λ = 1e-16



c) EQMT = 0,072, EQMP = 0,099, λ = 2,61e-4



d) EQMT = 0,005, EQMP = 0,035, λ = le-11

Figura 7.55: Reconstrucció per mitjà de la configuració Schlumberger d'una esfera perfectament aïllant de 1 UE de radi, soterrada a 6 UE. a) Retroprojecció. b) Mètode de Marquardt-Levenberg. c) Mètode de Tikhonov i el criteri de la corba L. d) Mètode de Tikhonov i minimització de l'EQMT. Les tensions analítiques estan lliures de soroll.

Si s'afegeix un 0,1% de soroll a les tensions analítiques, les imatges reconstruïdes es deterioren molt, tal i com passava amb la configuració doble dipol amb extrems. El mètode més robust al soroll segueix sent el de retroprojecció. La imatge reconstruïda es pot veure a la figura 7.56, on es veu una imatge molt degradada, però encara es pot localitzar horitzontalment l'anomalia. No s'han inclòs les imatges corresponents als altres mètodes de regularització perquè estan molt més degradades i no aporten cap informació interessant.

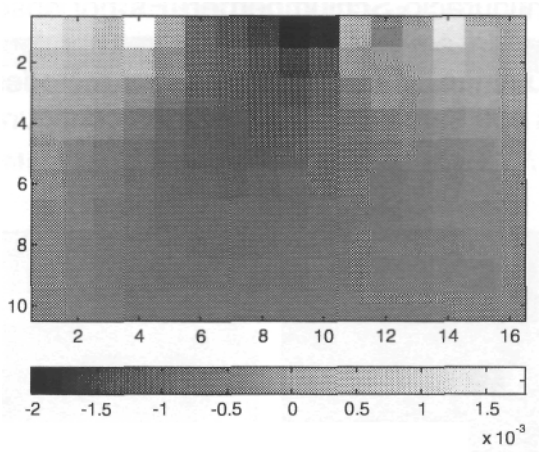
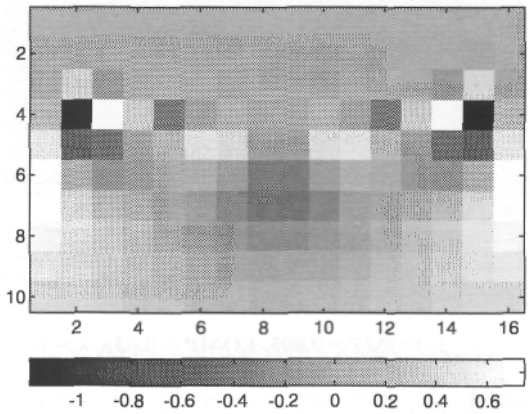
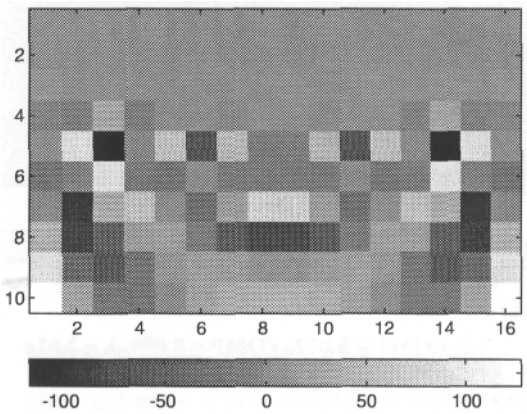


Figura 7.56: Reconstrucció d'una esfera de 1 UE situada a una profunditat de 6 UE per mitjà de la configuració Schlumberger, amb un 0,1% de soroll a les tensions analítiques. Mètode de retroprojecció.

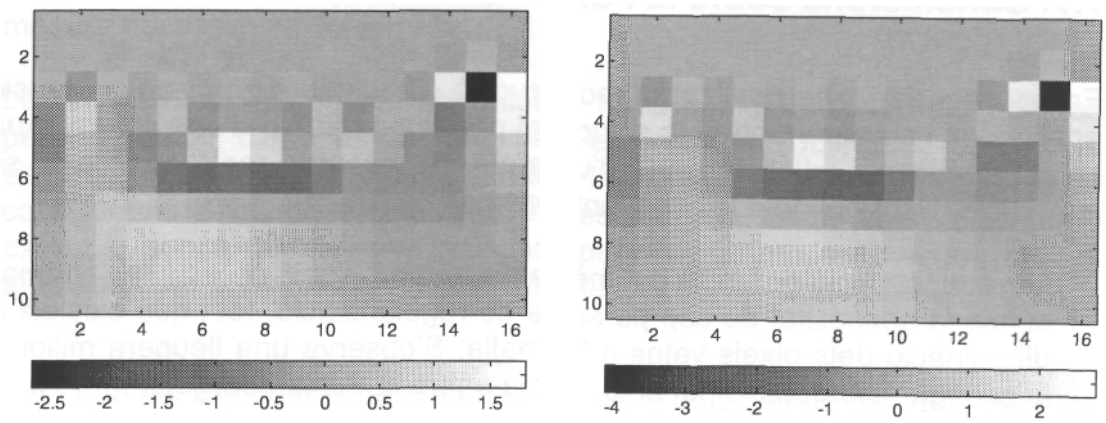
L'aplicació de la matriu de sensibilitat normalitzada quan l'anomalia es troba a una profunditat considerable (6 UE) dóna uns resultats pitjors que l'ús de la matriu sense normalitzar, tant per la configuració doble dipol amb extrems com per la consiguració Schlumberger. Es poden observar els resultats a la figura 7.57.



a) EQMT = 0,075, EQMP = 0,016, λ = le-8



b) EQMT = 0,133, EQMP = 2,330, λ = l,4e-8



c) EQMT = 0,050, EQMP = 0,395, λ = le-8 **d) EQMT = 0,046, EQMP = 0,474, λ = 1,28e-6**

Figura 7.57: Reconstrucció d'una esfera aïllant de 1 UE de radi situada a una profunditat de 6 UE per mitjà de la matriu de sensibilitat normalitzada, a) i b) Configuració dd-104. c) d) Configuració Sch-91. Les imatges de la primera columna s'han reconstruït a partir del mètode de Marquardt-Levenberg i les de la segona columna a partir del mètode de Tikhonov i el criteri de la corba L.

En les reconstruccions realitzades fins ara hem utilitzat únicament les tensions analítiques del model de l'esfera. En l'apèndix I es realitza la reconstrucció del model del cilindre a partir d'una nova configuració electròdica, basada en la configuració Schlumberger que hem vist fins ara, però on els elèctrodes injectors sempre estan equidistants de l'anomalia. El número de mesures és d'únicament 49 (Sch-49), però tot i això els resultats són força bons. Es pot observar la similitud en la detecció de les dues anomalies, tot i que els nivells amb què es detecta el cilindre són lògicament superiors als de l'esfera.

7.7. Conclusions sobre la Part I

En aquesta part s'ha realitzat la reconstrucció d'imatges a partir de les tensions analítiques corresponents a la solució del problema directe d'una esfera situada en un semiespai infinit, a partir d'una sèrie de mesures realitzades a la seva superfície. Hem obtingut les següents conclusions:

- La reconstrucció per mitjà del mètode de retroprojecció detecta les anomalies sense la necessitat de cap paràmetre de regularització, tot i que existeix una difuminació dels pixels veïns a l'anomalia. S'observa una lleugera millora de la configuració doble dipol amb extrems sobre la Schlumberger.

- El mètode de retroprojecció pot servir per seleccionar la imatge ideal que actuï de plantilla pels algorismes que la necessitin per obtenir el paràmetre de regularització òptim.

- L'ús de la matriu de sensibilitat normalitzada no millora les imatges reconstruïdes respecte les obtingudes amb la matriu de sensibilitat sense normalitzar, sobretot en la configuració Schlumberger.

- La utilització de la matriu de sensibilitat normalitzada permet el compliment de la condició discreta de Picard per un nombre superior de valors singulars que la matriu de sensibilitat sense normalitzar.

- El criteri de la corba L no permet obtenir en tots els casos una imatge reconstruïda correcta tot i que, quan l'obté, dóna lloc a una imatge menys difuminada que el mètode de retroprojecció. La seva fiabilitat, però, és menor.

- Les imatges reconstruïdes pels diferents mètodes que es basen en l'ús d'un paràmetre de regularització obtenen resultats similars, destacant els mètodes de Marquardt-Levenberg i Tikhonov, per sobre del de TSVD, ja que aquest darrer realitza un filtratge més abrupte dels valors singulars de la matriu de sensibilitat. L'avantatge del mètode TSVD és que els possibles valors del factor de truncament estan afitats, a diferència del factor d'amortiment, que pot prendre qualsevol valor real positiu.

- L'aplicació del paràmetre de regularització òptim en la reconstrucció del tub conductor, també permet detectar amb força exactitud la fuita concèntrica aïllant, sempre i quan les mesures s'hagin realitzat sota les mateixes condicions. Aquesta afirmació es desprèn del fet que si comparem els paràmetres de regularització utilitzats en la detecció del tub, resulta que són semblants als que s'obtenen en la detecció de la fuita. Aquest fet és molt important ja que un coneixement a priori del tub facilitarà la detecció de la fuita, fent el procés independent del factor de regularització.

- En la detecció d'una fuita aïllant concèntrica amb un cilindre conductor és factible utilitzar com a tensions de referència les mesurades en presència del tub, per tots els algorismes de reconstrucció estudiats. Aquest resultat és de

rellevant importància ja que significa que no és necessari realitzar una mesura homogència del terreny.

- La reconstrucció d'imatges per mitjà de dues configuracions electròdiques permet validar d'una forma més fiable els resultats obtinguts, donada la similitud en les imatges reconstruïdes. En les mesures experimentals, però, la configuració Schlumberger es mostra més robusta que la doble dipol amb extrems, doncs dóna lloc a tensions superiors, les quals es veuen menys afectades per possibles pertorbacions en les mesures (Gasulla et al., 1998).

- Tot i que els algorismes permeten la detecció d'objectes no centrats respecte l'agrupació electròdica, quan es coneix a priori la situació de l'objecte que es vol monitoritzar, és convenient realitzar les mesures amb l'anomalia centrada respecte l'agrupació electròdica.

- A mesura que l'anomalia es troba a major profunditat les imatges reconstruïdes empitjoren considerablement (Sànchez,1998). Per profunditats superiors a 4 UE els algorismes que requereixen d'un paràmetre de regularització donen lloc a imatges sorolloses. L'algorisme de retroprojecció augmenta la seva difuminació però no presenta aquest caire oscil·lant per la qual cosa considerem que dels algorismes estudiats és el que mostra una major robustesa i fiabilitat, fins i tot quan la resolució de l'agrupació electròdica és pobre.

- Les imatges reconstruïdes d'una esfera aïllant i d'un cilindre conductor envoltat per una fuita aïllant d'aproximadament el mateix diàmetre, són molt semblants, tot i que els nivells dels pixels reconstruïts són superiors en el cas del cilindre amb fuita. La reconstrucció en plans paral·lels a la superfície del terreny ajudaria a la seva diferenciació.

Part II: *Exploració d'una determinada superfície del terreny*

A la pràctica és molt difícil que l'agrupació electròdica es situï exactament sobre l'objecte que volem detectar. Per aquesta raó veurem com una forma eficient d'explorar una determinada superfície sota la qual creiem que es troba l'objecte és per mitjà del desplaçament de l'agrupació electròdica, de forma paral·lela a ella mateixa. Aquesta nova estratègia l'estudiarem en aquesta segona part del capítol.

El desplaçament de l'agrupació electròdica permet la visualització de les imatges reconstruïdes en plans paral·lels a la superfície i a diferents profunditats, que es podran comparar amb els talls verticals associats. En aquest cas el temps de computació pot créixer considerablement en funció del nombre d'elèctrodes utilitzat, per la qual cosa compararem diferents mètodes per realitzar la reconstrucció tridimensional.

7.8. Reconstrucció d'imatges 3D

Fins ara hem reconstruït seccions verticals del subsòl per mitjà d'una única agrupació electròdica. En aquest cas la imatge reconstruïda correspon a la secció del terreny situada just a sota de l'agrupació electròdica. Podem realitzar el desplaçament d'aquesta agrupació al llarg d'un espai determinat i obtindrem d'aquesta manera un conjunt d'imatges verticals que defineixen un volum (figura 7.58). En una exploració elèctrica tridimensional els elèctrodes es solen disposar en una àrea quadrada (Loke and Barker, 1996).

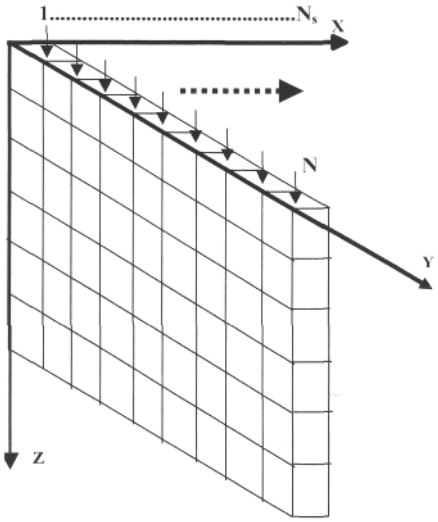


Figura 7.58: Reconstrucció de N_s seccions verticals del subsòl per mitjà del desplaçament segons l'eix x d'una agrupació lineal. La matriu de sensibilitat és comuna per cada disposició de l'agrupació.

El principal avantatge d'aquest mètode és la possibilitat de visualitzar plans horitzontals de ia distribució de la resistivitat del terreny, la qual cosa permet identificar d'una manera més fidedigna el tipus d'anomalia present en el subsòl. A més a més, la matriu de sensibilitat és la mateixa per cada disposició de l'agrupació, ja que es fa l'aproximació que no hi ha interacció entre els plans verticals. El problema es limita a la realització de N_s reconstruccions, essent N_s el número de desplaçaments de l'agrupació electròdica i per tant la matriu de sensibilitat és la mateixa que en les reconstruccions bidimensionals de talls verticals del subsòl vistes fins ara. Aquesta reconstrucció ens permet, doncs, visualitzar diferents seccions del terreny a partir d'una juxtaposició de plans verticals, la qual cosa dóna més informació que la reconstrucció d'un sol pla vertical.

En realitat les tensions mesurades pels elèctrodes detectors de l'agrupació lineal no depenen únicament de la secció del terrreny situada a sota l'agrupació, doncs el corrent injectat es distribueix en tot el subsòl. Per tenir en compte aquest efecte s'han de calcular els coeficients de sensibilitat en tot el volum que es desitja estudiar.

En aquest cas, l'increment computacional augmenta considerablement respecte la reconstrucció d'una única secció bidimensional del subsòl. Per aquesta raó ens limitarem a utilitzar configuracions linials de 8 elèctrodes, que com hem vist en el capítol 4 és la possibilitat que ens ofereix el sistema de mesura portàtil.

Si el número de desplaçaments de l'agrupació electròdica coincideix amb el número d'elèctrodes, les imatges de les seccions horitzontals del subsòl seran quadrades (Kotre, 1996a) sempre i quan es mantingui la mateixa distància interelectròdica. Kotre proposa augmentar el número de mesures per mitjà del desplaçament d'una segona agrupació electròdica, ortogonal a la vista en la figura 7.58. D'aquesta manera es duplica el número de mesures, les quals caracteritzaran d'una forma més fidedigna el volum en qüestió. En aquest cas parlem de reconstruccions tridimensionals per mitjà de mesures ortogonals (figura 7.59).

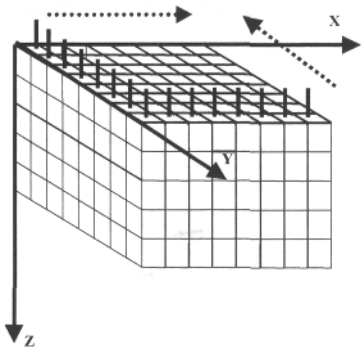
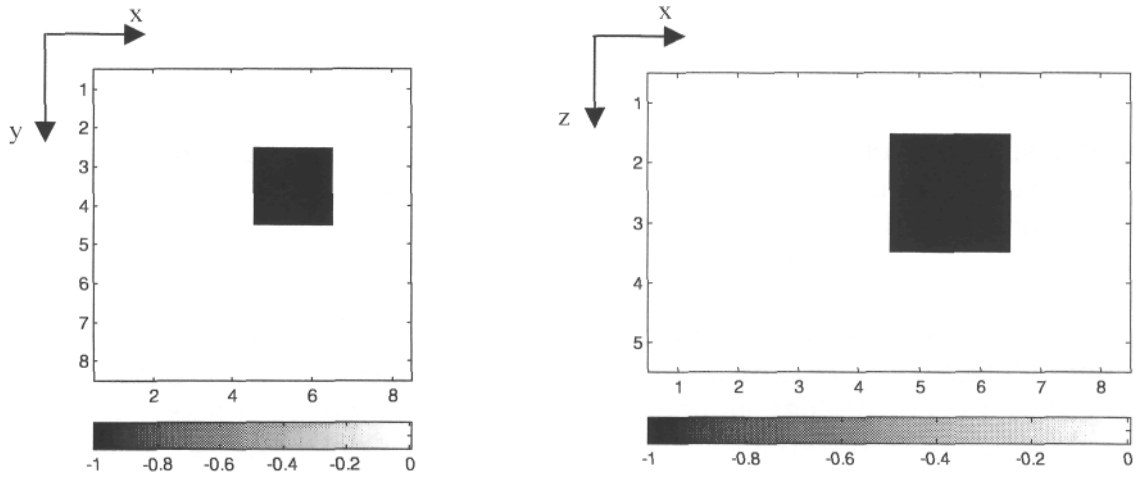


Figura 7.59: Desplaçament de dues agrupacions electròdiques ortogonals de 8 elèctrodes per a l'obtenció d'imatges tridimensionals en un volum de 8 x 8 x 5 pixels. El costat de cada pixel equival a una unitat electròdica (1 UE).

Per comparar aquests tres tipus de reconstruccions tridimensionals reconstruirem una esfera aïllant situada en el volum de la figura 7.59. L'esfera té un radi de 1 UE i es troba a una profunditat de 2 UE, el seu centre es troba en el punt de coordenades (*x,y,z*) = (5, 3, 2) UE. Les imatges ideals corresponents als plans horitzontal i vertical que contenen l'esfera apareixen a la figura 7.60, on no s'ha utilitzat la mateixa escala per facilitar l'edició. S'estudia un cas en el que l'esfera es troba desplaçada respecte el centre de l'agrupació electròdica per tal que els resultats siguin més generals. En el capítol 8 descriurem el cas d'una esfera centrada i compararem els resultats experimentals i els analítics.

Els mètodes de reconstrucció que utilitzarem són: retroprojecció i el mètode de Marquardt-Levenberg. El mètode de Tikhonov juntament amb el criteri de la corba L, no dóna sempre bons resultats i per aquesta raó no l'hem inclòs en aquesta anàlisi.



a) b)

Figura 7.60: Imatges ideals d'una esfera de 1 UE de radi situada a una profunditat de 2 UE. a) Pla horitzontal (z = 2). b) Pla vertical (y = 3). Les dues imatges tenen diferent escala.

7.8.1. Reconstrucció tridimensional per mitjà de la juxtaposició de plans verticals

a) Configuració doble dipol amb extrems

La figura 7.61 mostra la reconstrucció dels 5 plans horitzontals que defineixen el volum per mitjà del mètode de retroprojecció. Es pot observar com l'algorisme localitza amb força exactitud l'esfera aïllant, i que a mesura que augmenta la seva profunditat es produeix un increment de la difuminació de les imatges reconstruïdes. En els plans z = 2 i z = 3, el valor absolut dels pixels

corresponents a l'esfera prenen el seu valor màxim, ja que aquests plans la contenen.

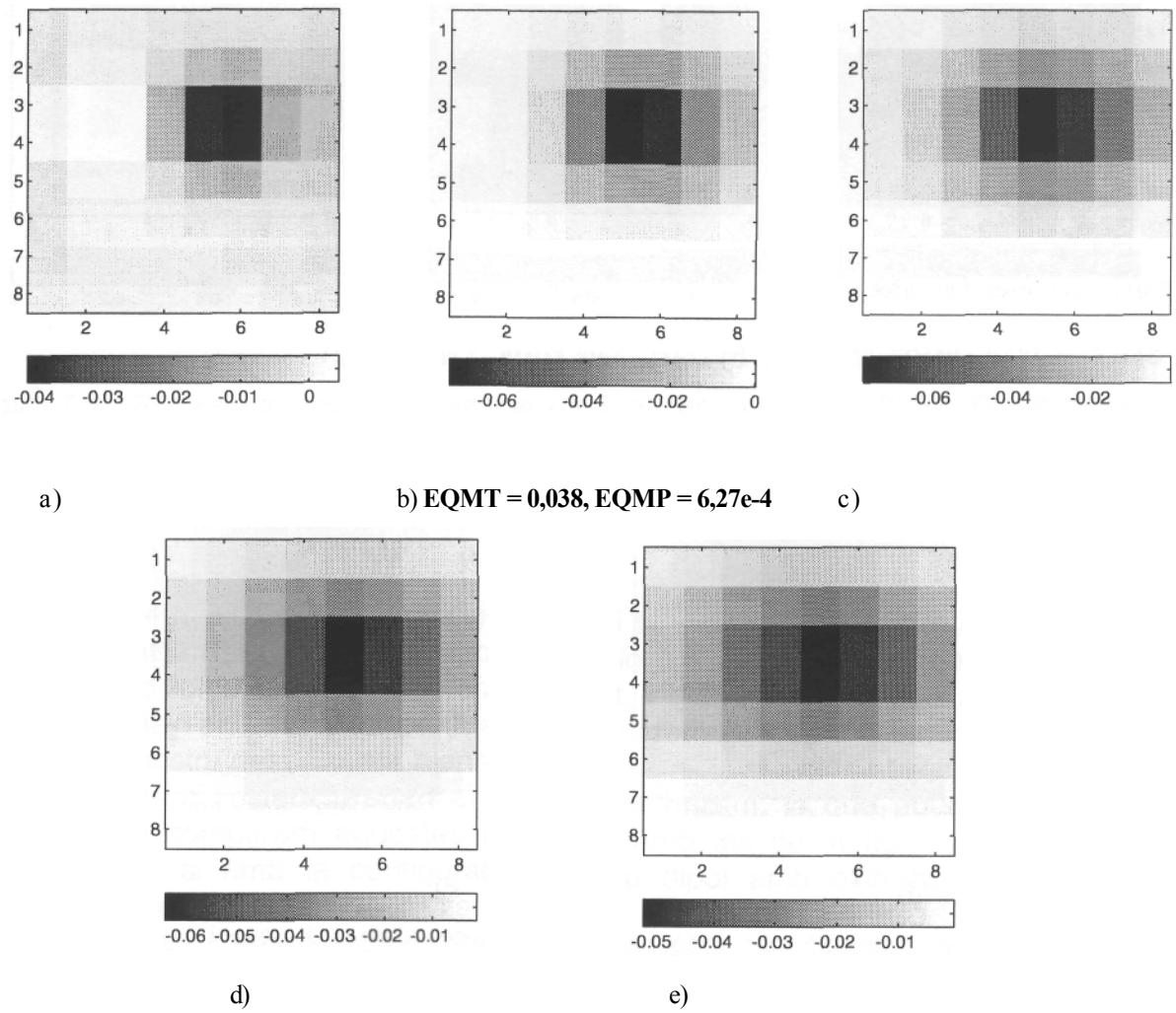
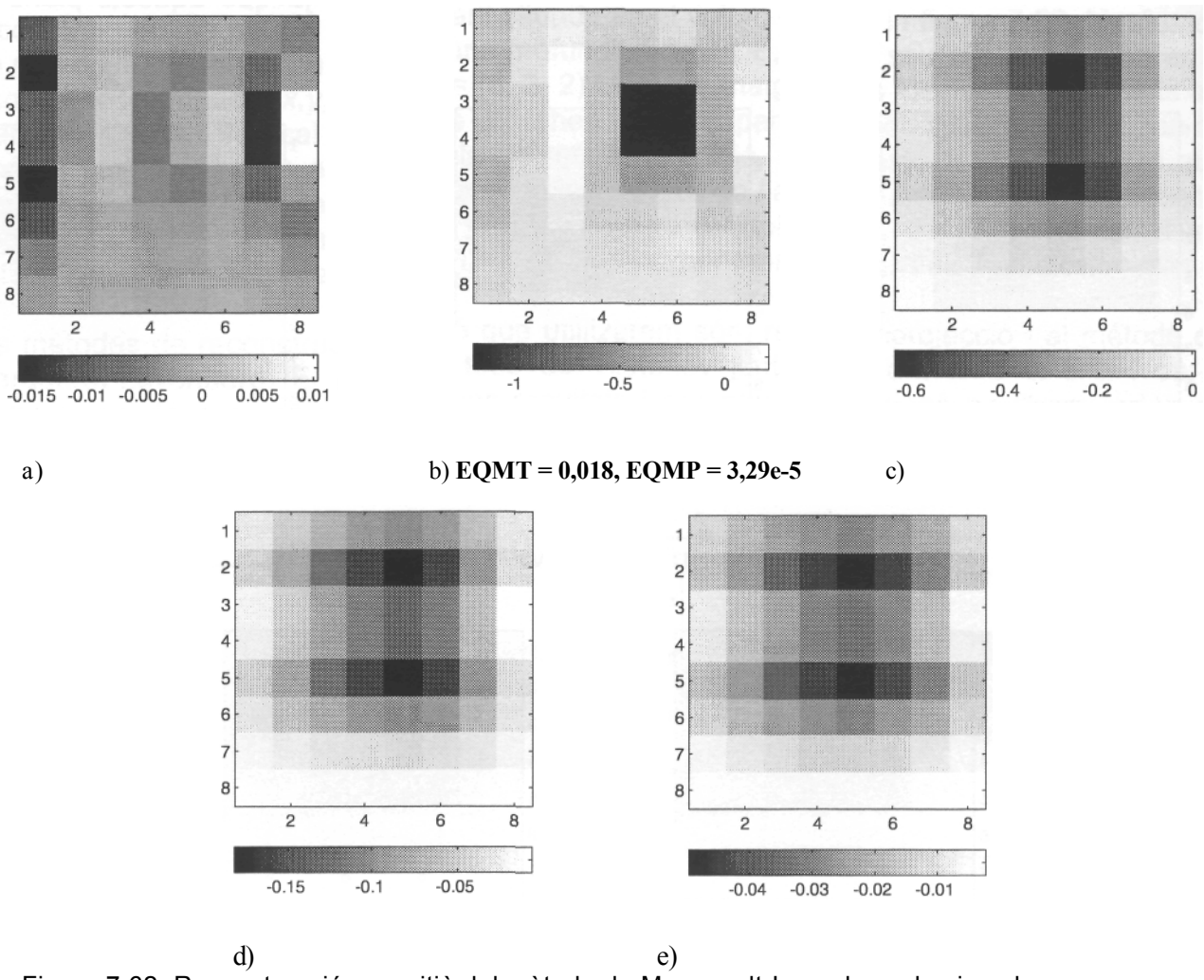


Figura 7.61: Reconstrucció per mitjà de retroprojecció de cinc plans horitzontals quan l'anomalia és una esfera aïllant de 1 UE de radi situada a una profunditat de 2 UE. a) h = 1 UE. b) h = 2 UE. c) h = 3 UE. d) h = 4 UE. e) h = 5 UE.

La figura 7.62 mostra la reconstrucció per mitjà del mètode de Marquardt-Levenberg dels 5 plans horitzontals. El factor d'amortiment s'ha calculat per mitjà de la minimització de l'EQMT dels pixels reconstruïts del pla z = 2, respecte la plantilla de la figura 7.60a. Es pot observar com l'esfera es detecta amb força exactitud únicament en el segon pla. Per altres valors del factor d'amortiment (per exemple λ = 1e-3) es pot detectar l'esfera en tots els plans, com succeïa amb l'algorisme de retroprojecció, però el valor de l'EQMT del segon pla serà superior.

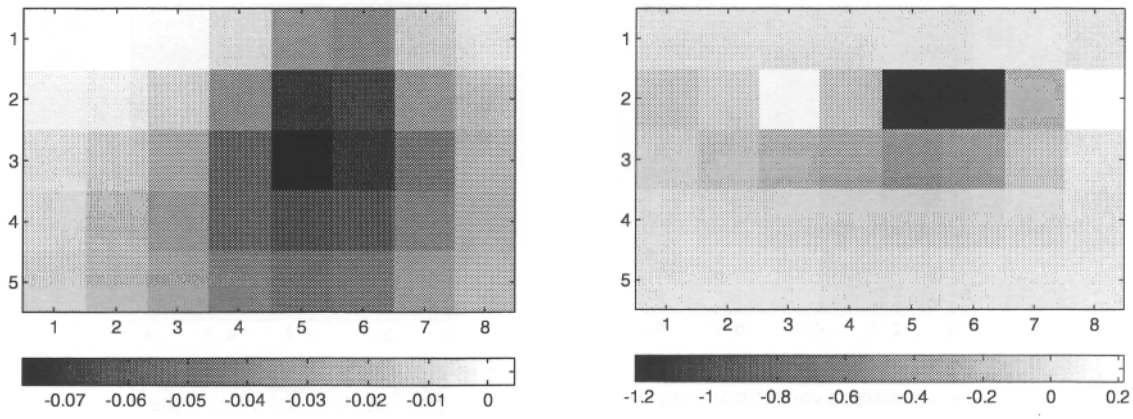


a) b) **EQMT = 0,018, EQMP = 3,29e-5** c)

d) e)

Figura 7.62: Reconstrucció per mitjà del mètode de Marquardt-Levenberg de cinc plans horitzontals quan l'anomalia és una esfera aïllant de 1 UE de radi situada a una profunditat de 2 UE. a) *h* = 1 UE. b) *h* = 2 UE. c) *h* = 3 UE. d) *h* = *4* UE. e) *h* = 5 UE.(λ = 3,16e-5).

La figura 7.63 mostra el pla vertical *y* = 3 reconstruït per mitjà dels algorismes de retroprojecció i de Marquardt-Levenberg. Es pot observar com els dos algorismes detecten l'esfera tot i que el mètode de Marquardt-Levenberg ho fa amb una menor difuminació dels pixels que l'envolten, la qual cosa ve caracteritzada per un menor EQMT.

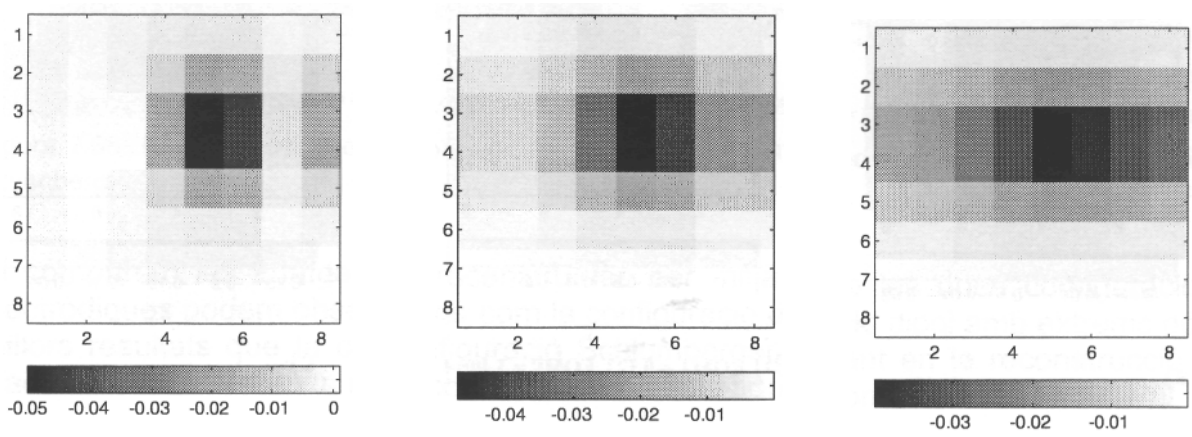


a) **EQMT = 0,170, EQMP = 6,27e-4** b) **EQMT = 0,028, EQMP = 0,173, λ = 3,16e-5**

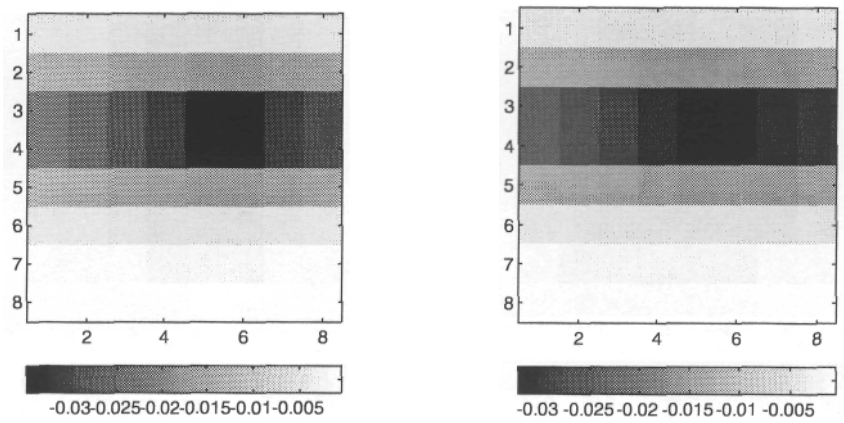
Figura 7.63: Reconstrucció del pla vertical *y* = 3. a) Retroprojecció. b) Mètode de Marquardt-Levenberg.

b) Configuració Schlumberger

La figura 7.64 mostra la reconstrucció dels 5 plans horitzontals que defineixen el volum per mitjà del mètode de retroprojecció. Es pot observar com l'algorisme localitza amb força exactitud l'esfera aïllant, i que a mesura que augmenta la profunditat de l'anomalia es produeix un increment de la difuminació de les imatges reconstruïdes. En els plans z = 2 i z = 3, el valor absolut dels pixels corresponents a l'esfera prenen el seu valor màxim, ja que aquests plans la contenen. Si comparem aquestes imatges amb les de la figura 7.61 podem observar que si amb la configuració doble dipol amb extrems els 5 plans horitzontals ens permetien localitzar l'esfera, amb la configuració Schlumberger això únicament és possible en els tres primers plans.



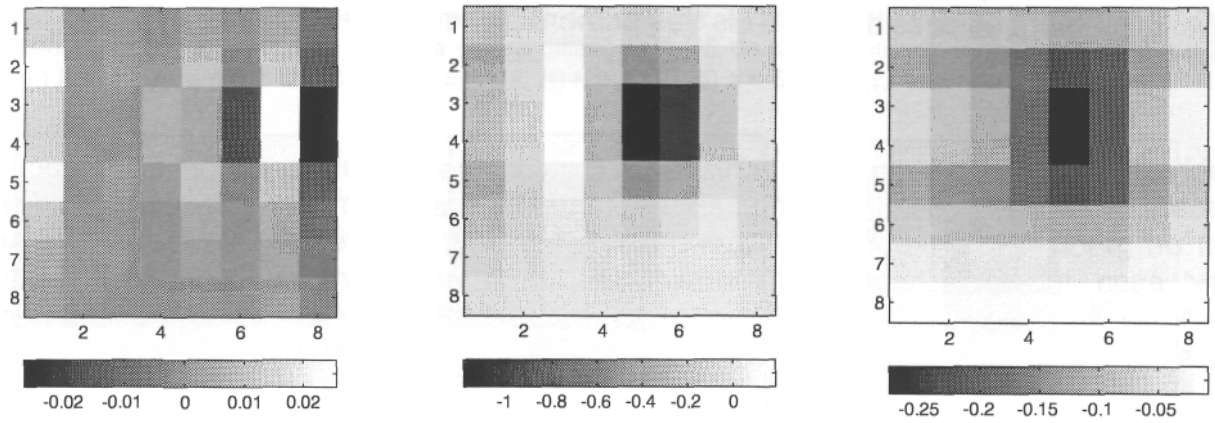
a) b) **EQMT = 0,058, EQMP = 0,004** c)



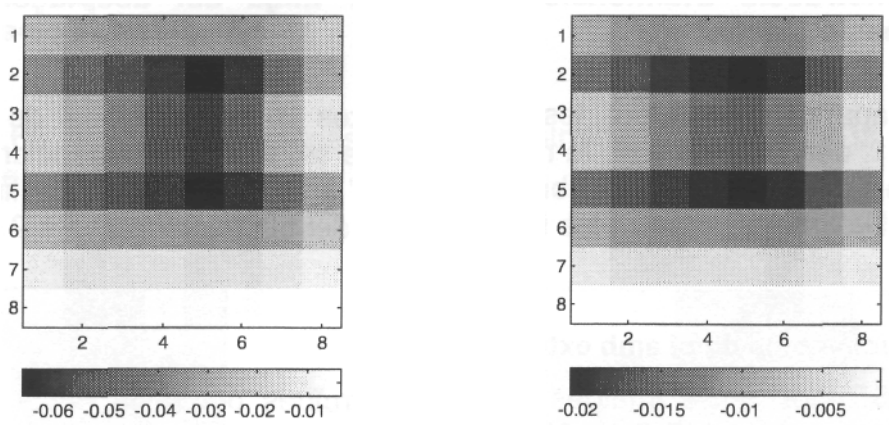
d) e)

Figura 7.64: Reconstrucció per mitjà del mètode de retroprojecció de cinc plans horitzontals quan l'anomalia és una esfera aïllant de 1 UE de radi situada a una profunditat de 2 UE. a) *h* = 1 UE. b) *h* = 2 UE. c) *h* = 3 UE. d) *h* = 4 UE. e) *h* = 5 UE.

La figura 7.65 mostra la reconstrucció per mitjà del mètode de Marquardt-Levenberg dels 5 plans horitzontals. El factor d'amortiment s'ha calculat per mitjà de la minimització de l'EQMT dels pixels reconstruïts del pla z = 2, respecte la plantilla de la figura 7.60a. Es pot observar com l'esfera es detecta amb força exactitud únicament en el segon pla. Per altres valors del factor d'amortiment (per exemple λ = 1e-3) es pot detectar l'esfera en tots els plans, com succeïa amb l'algorisme de retroprojecció, però el valor de l'EQMT del segon pla serà superior.



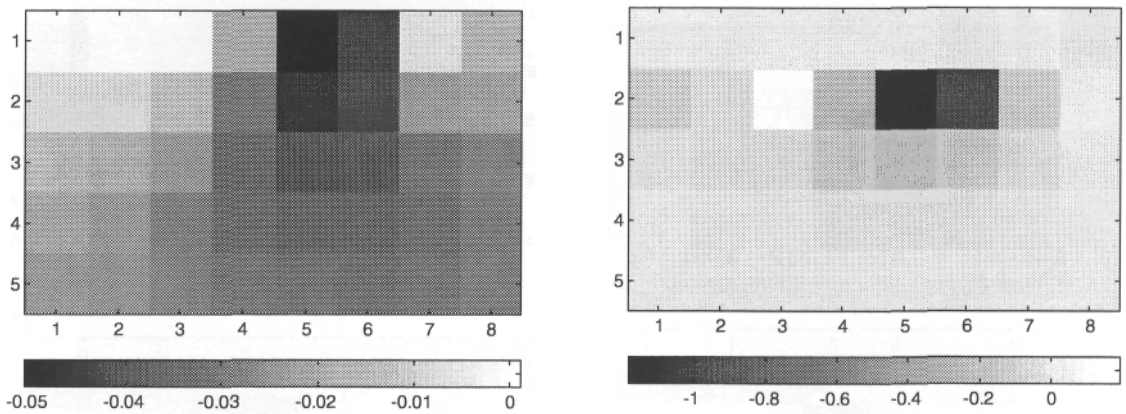
a) b) **EQMT = 0,123, EQMP = 3,40e-4** c)



d) e)

Figura 7.65: Reconstrucció per mitjà del mètode de Marquardt-Levenberg de cinc plans horitzontals quan l'anomalia és una esfera aïllant de 1 UE de radi situada a una profunditat de 2 UE. a) h = 1 UE. b) h = 2 UE. c) h = 3 UE. d) h = 4 UE. e) h = 5 UE. (λ = 1e-4).

La figura 7.66 mostra la reconstrucció del pla vertical y = 3 per mitjà dels mètodes de retroprojecció i Marquardt-Levenberg.



a) **EQMT = 0,262, EQMP = 0,017** b) **EQMT = 0,037, EQMP = 0,318, λ = le-4**

Figura 7.66: Reconstrucció del pla vertical y = 3. a) Retroprojecció. b) Mètode de Marquardt-Levenberg.

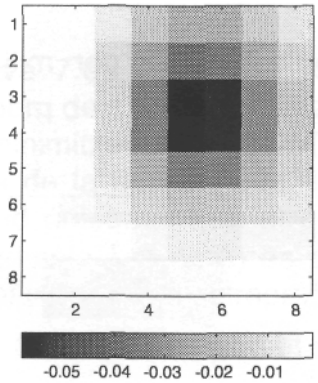
Si comparem les imatges reconstruïdes per mitjà de les dues configuracions electròdiques podem observar com la configuració doble dipol amb extrems dóna millors resultats que la configuració Schlumberger, tant en la reconstrucció de plans verticals com en la reconstrucció de plans horitzontals.

7.8.2. Reconstrucció tridimensional per mitjà del desplaçament d'una agrupació electròdica

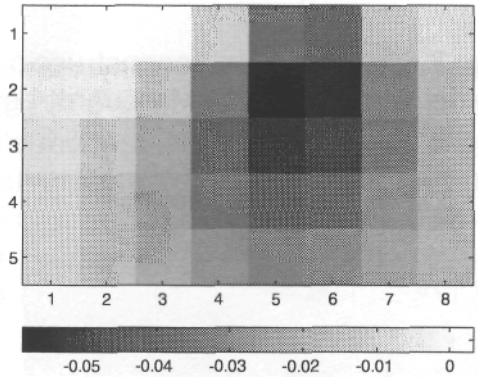
En aquest apartat realitzarem les mateixes reconstruccions de l'esfera de l'apartat 7.7.1, però per mitjà de la matriu de sensibilitat tridimensional. És a dir, calcularem els coeficients de sensibilitat de l' agrupació electròdica lineal per tots els pixels del volum. Mostrarem les imatges del pla horitzontal z = 2 i vertical y = 3.

a) Configuració doble dipol amb extrems

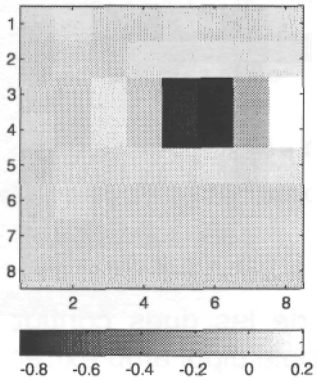
La figura 7.67 mostra les imatges reconstruïdes per mitjà de la configuració doble dipol amb extrems. En el mètode de Marquardt-Levenberg s'ha utilitzat el mateix factor d'amortiment que l'obtingut en l'apartat 7.7.1, doncs en aquest cas la minimització de l'EQMT incrementa molt el temps de càlcul, ja que l'ordre de la matriu de sensibilitat és força gran (160 x 320).



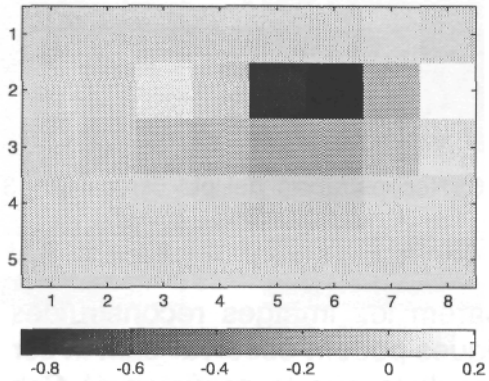
a) **EQMT = 0,076, EQMP = 0,001**



b) **EQMT = 0,163, EQMP = 0,006**



c) **EQMT = 0,004, EQMP = 0,002**

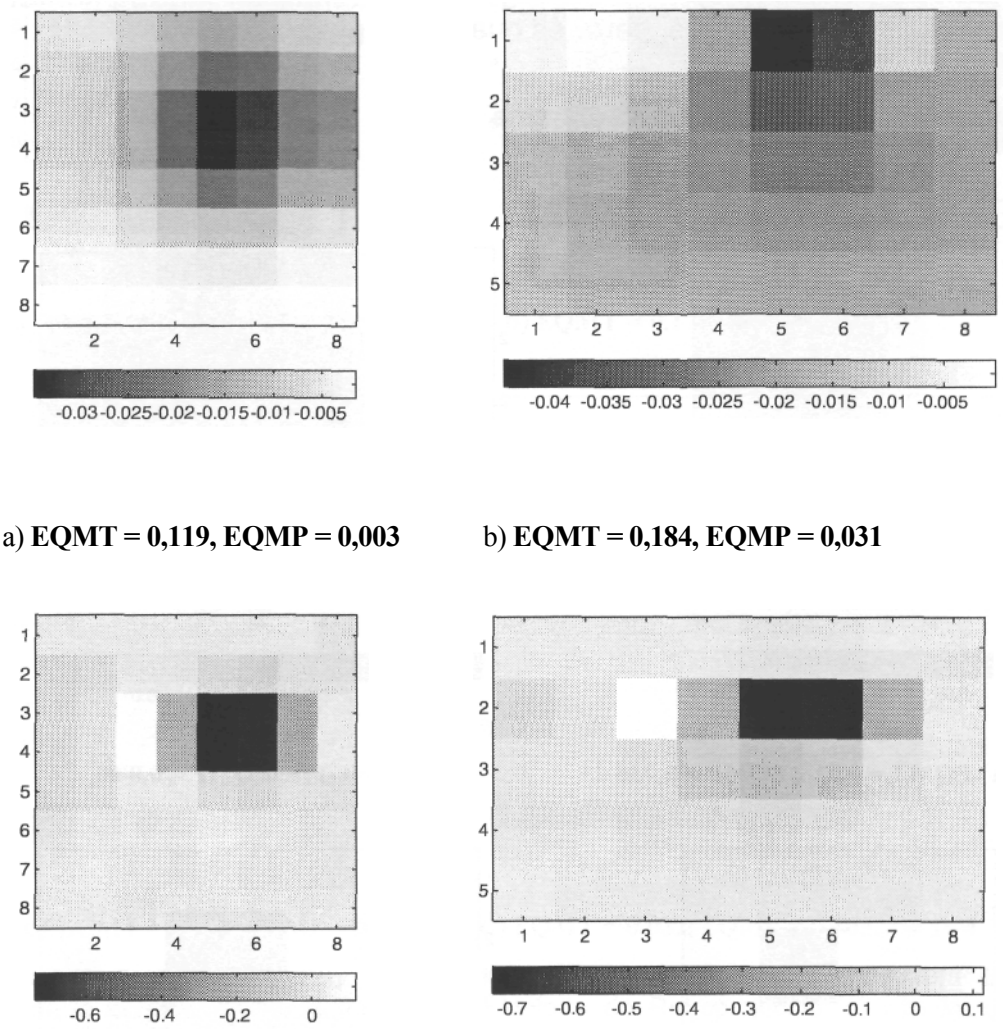


d) **EQMT = 0,032, EQMP = 0,280, λ = 3,16e-5**

Figura 7.67: Reconstrucció d'una esfera aïllant de 1 UE de radi situada a 2 UE de profunditat per mitjà de la configuració doble dipol amb extrems, a) i b) Mètode de Retroprojecció. c) i d) Mètode de Marquardt-Levenberg.

b) Configuració Schlumberger

La figura 7.68 mostra les imatges reconstruïdes a partir de la configuració Schlumberger.



a) **EQMT = 0,119, EQMP = 0,003** b) **EQMT = 0,184, EQMP = 0,031**

c) **EQMT = 0,184, EQMP = 0,031** d) **EQMT = 0,038, EQMP = 0,333, λ = le-4**

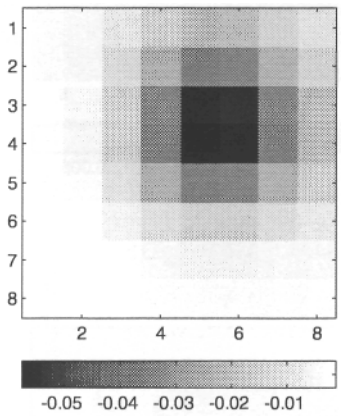
Figura 7.68: Reconstrucció d'una esfera aïllant de 1 UE de radi situada a 2 UE de profunditat per mitjà de la configuració Schlumberger. a) i b) Mètode de Retroprojecció. c) i d) Mètode de Marquardt-Levenberg.

Podem observar que les imatges reconstruïdes a partir de la matriu de sensibilitat tridimensional no milloren gaire respecte les obtingudes per mitjà de la juxtaposició de plans, les quals requereixen molt menys temps de càlcul, sobretot en el mètode de Marquardt-Levenberg quan es tracta d'obtenir el factor d'amortiment òptim. La configuració doble dipol amb extrems dóna millors resultats que la configuració Schlumberger.

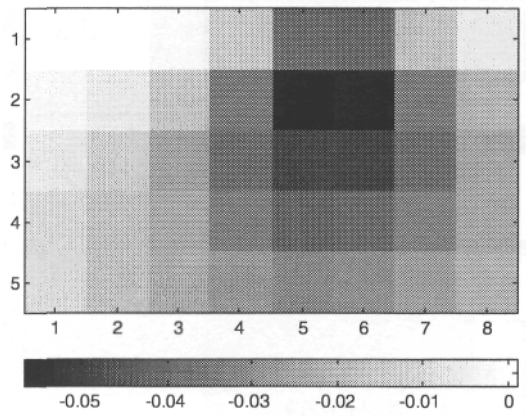
7.8.3. Reconstrucció tridimensional per mitjà del desplaçament ortogonal de dues agrupacions electròdiques

En aquest apartat realitzem les reconstruccions de l'apartat 7.7.2 però afegint les mesures obtingudes per mitjà del desplaçament d'una segona agrupació electròdica en sentit perpendicular al de la primera. Es pot observar una lleugera millora de l'EQMP en les dues configuracions i de l'EQMT, tret de la reconstrucció per retroprojecció del segon pla horitzontal, on ha augmentat. La qualitat visual de les imatges, però, és quasibé la mateixa.

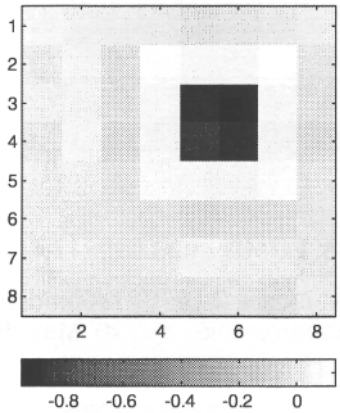
a) Configuració doble dipol amb extrems

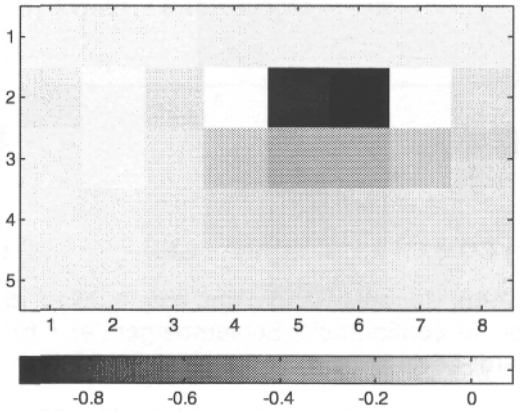


a) **EQMT = 0,078, EQMP = 2,73e-4**



b) **EQMT = 0,175, EQMP = 0,005**

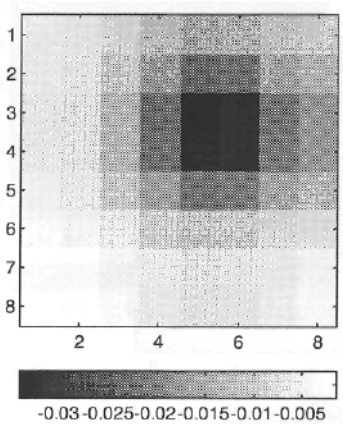




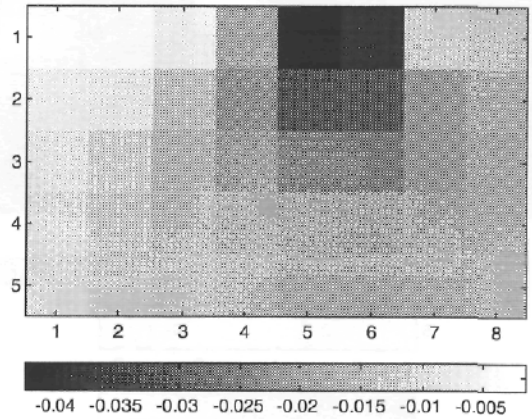
c) **EQMT = 0,078, EQMP = 2,73e-4** d) **EQMT = 0,027, EQMP = 0,240, λ = 3,16e-5**

Figura 7.69: Reconstrucció d'una esfera aïllant de 1 UE de radi situada a 2 UE de profunditat per mitjà de la configuració doble dipol amb extrems, a) i b) Mètode de Retroprojecció. c) i d) Mètode de Marquardt-Levenberg.

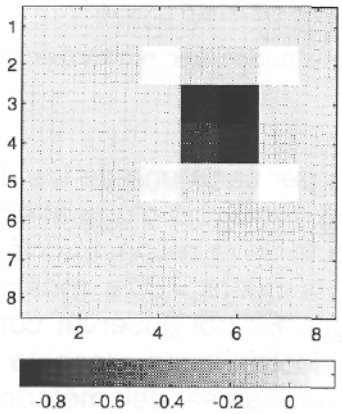
b) Configuració Schlumberger



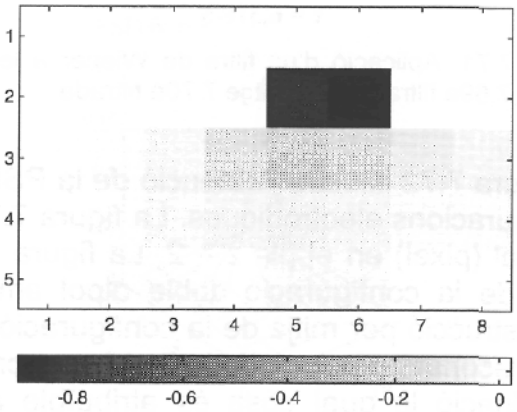
a) **EQMT = 0,124, EQMP - 7,72e-4**



b) **EQMT = 0,177, EQMP = 0,0270**



c) **EQMT - 0,002, EQMP - 0,004**



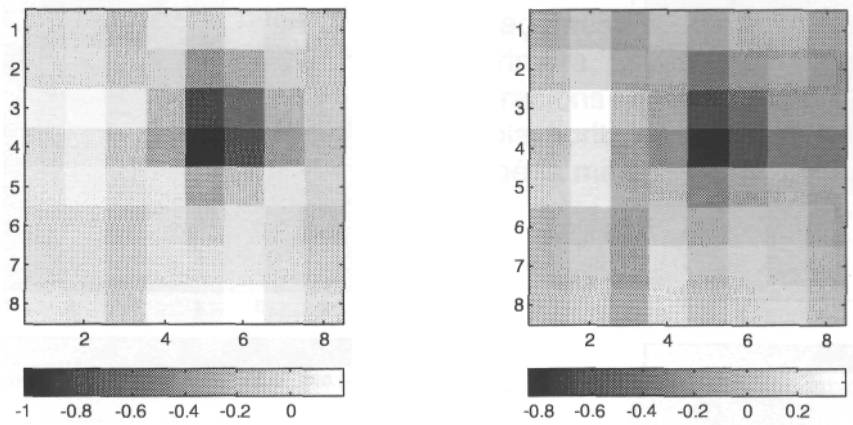
d) **EQMT = 0,032, EQMP - 0,305, λ = le-4**

Figura 7.70: Reconstrucció d'una esfera aïllant de 1 UE de radi situada a 2 UE de profunditat per mitjà de la configuració Schlumberger. a) i b) Mètode de Retroprojecció. c) i d) Mètode de Marquardt-Levenberg.

Koíre (1996a) proposa el filtrat de les imatges reconstruïdes en plans horitzontals per retroprojecció amb la configuració doble dipol amb extrems, per millorar-ne la seva resolució. Fa servir un filtre de Wiener que depèn de la *Point Spread Function* (PSF) del sistema i d'un paràmetre τ que controla la freqüència de tall del filtre (capítol 5).

La figura 7.71 mostra les imatges 7.69a i 7.70a filtrades a partir de la PSF corresponent al segon pla horitzontal (z = 2). Es pot observar la millora en la resolució de les imatges, que es correspon amb una disminució de l'EQMT. La configuració doble dipol amb extrems segueix donant uns millors resultats. El

paràmetre τ s'ha obtingut a partir de la minimització de l'EQMT corresponent al valor dels pixels de la imatge reconstruïda filtrada i els de la plantilla 7.60a.



a) **EQMT = 0,014, EQMP = 0,052** b) **EQMT = 0,035, EQMP = 0,083**

τ = **6,31e-5** τ = **2,51e-5**

Figura 7.71: Aplicació d'un filtre de Wiener a les imatges reconstruïdes per retroprojecció. a) Imatge 7.69a filtrada, b) Imatge 7.70a filtrada.

La figura 7.72 il·lustra l'obtenció de la PSF del sistema per cada una de les dues configuracions electròdiques. La figura 7.72a mostra la disposició d'una alteració puntual (pixel) en el pla z = 2. La figura 7.72b mostra la seva reconstrucció per mitjà de la configuració doble dipol amb extrems i la figura 7.72c mostra la reconstrucció per mitjà de la configuració Schlumberger. Es pot observar com el pixel reconstruït per mitjà de les dues configuracions electròdiques presenta una difuminació la qual cosa és atribuïble a la pròpia naturalesa del mètode de reconstrucció, el qual en lloc d'invertir la matriu de sensibilitat, realitza la seva transposada.

El quocient entre les transformades de Fourier bidimensionals de les figures 7.72b i 7.72c amb la transformada de Fourier bidimensional de la figura 7.72a dóna lloc a les PSF de les figures 7.72d i 7.72e, respectivament. Podem observar com el sistema presenta un caràcter freqüencial pas baix.

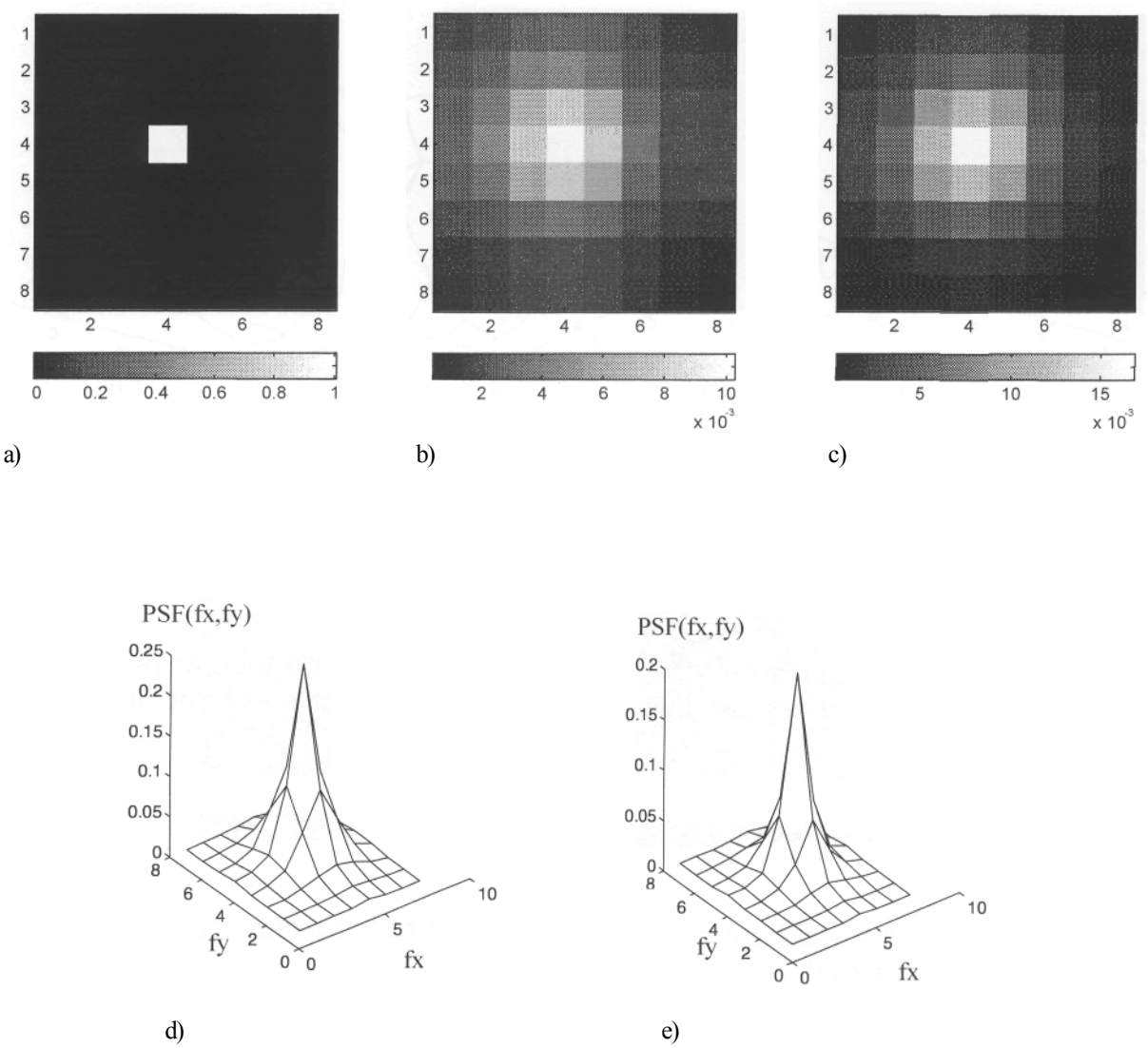
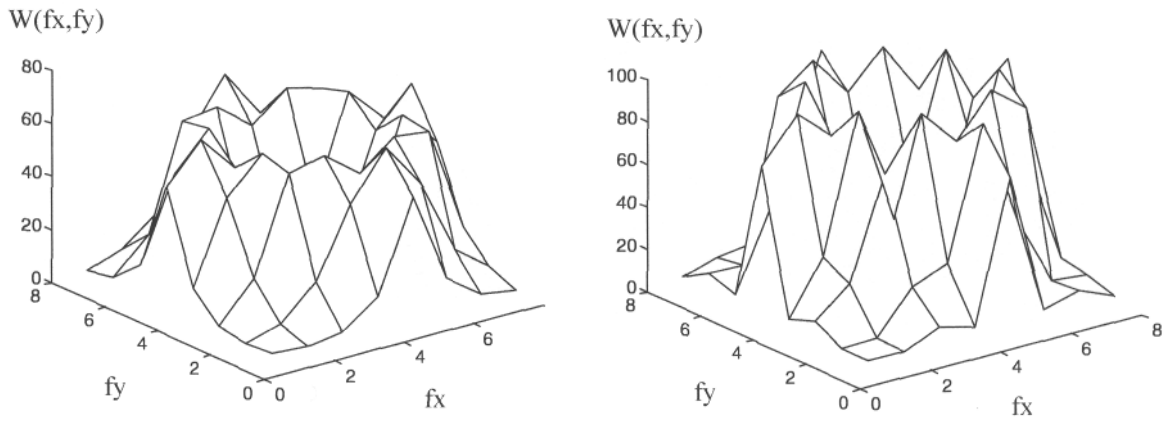


Figura 7.72: Descripció de l'obtenció de la PSF dels sistema, corresponent a una alteració puntual, a) Alteració puntual corresponent al pla horitzontal z = 2. b) Reconstrucció del pixel per mitjà de la configuració doble dipol amb extrems, c) Reconstrucció del pixel per mitjà de la configuració Schlumberger. d) PSF corresponent a la configuració doble dipol amb extrems, e) PSF corresponent a la configuració Schlumberger.

La figura 7.73 mostra el mòdul de les transformades de Fourier dels filtres de Wiener utilitzats en l'obtenció de les imatges filtrades de la figura 7.71. Es pot observar el seu caràcter freqüencial pas alt, que compensa el comportament pas baix de les PSFs associades.



a) b)

Figura 7.73: Mòdul de la resposta freqüencial dels filtres de Wiener utilitzats en l'obtenció de les imatges filtrades de la figura 7.71. a) Configuració doble dipol amb extrems, b) Configuració Schlumberger.

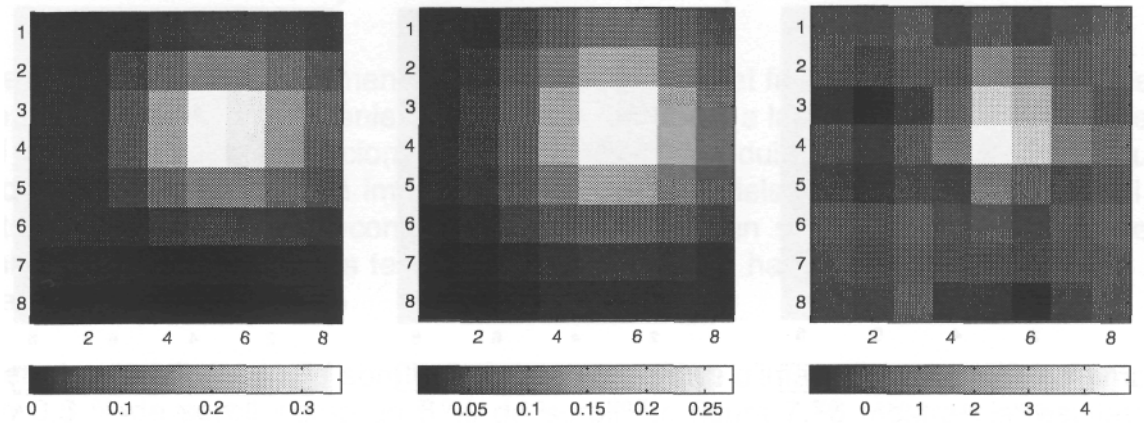
Un estudi més detallat sobre diferents filtres que es poden utilitzar per millorar les imatges reconstruïdes per retroprojecció es pot trobar en el treball d'Ochoa (1999).

7.8.4. Detecció de fuites

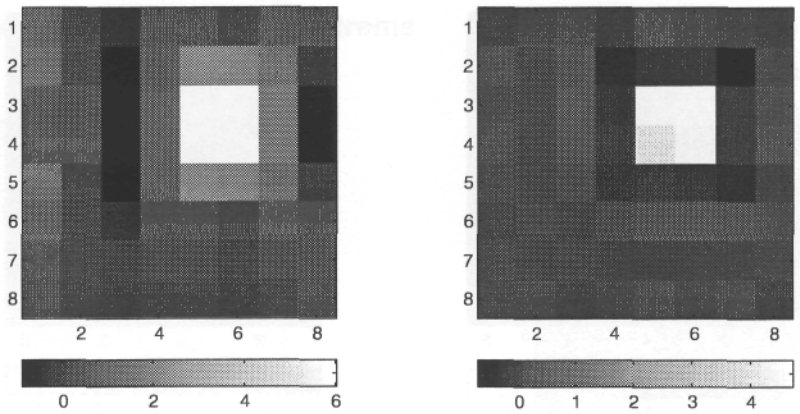
Simularem una fuita conductora de 1.25 UE de radi concèntrica amb l'esfera aïllant de la figura 7.60.

Com ja hem vist en l'apartat 7.4, per detectar les fuites provinents d'una determinada canalització o tanc soterrats, podem realitzar la normalització de les tensions corresponents a la fuita respecte les mesurades en presència de la canalització o del dipòsit enterrat.

La figura 7.74 mostra diferents estratègies per detectar la fuita per mitjà de la configuració doble dipol amb extrems.



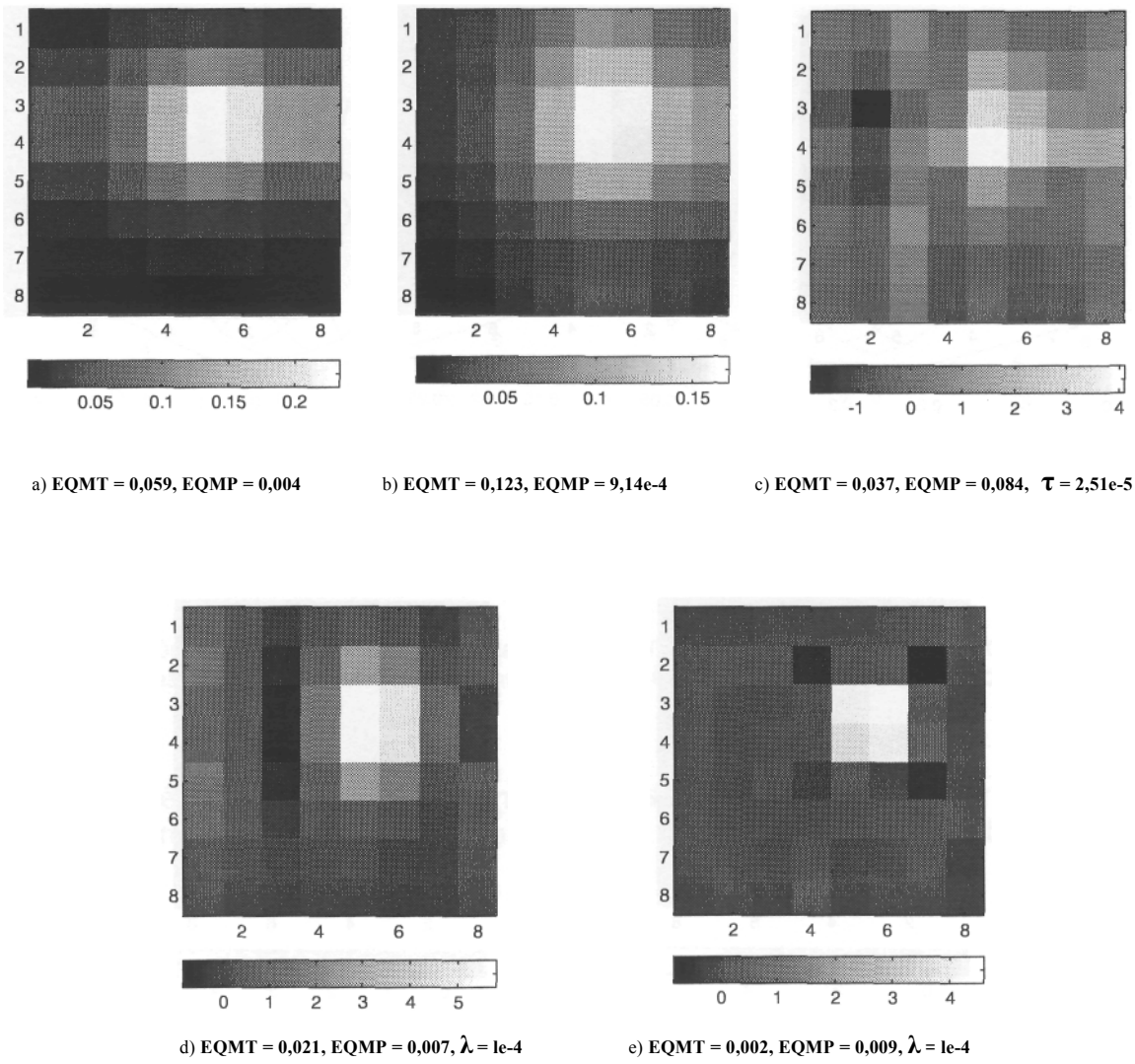
a) **EQMT = 0,038, EQMP » 8,66e-4** b) **EQMT = 0,077, EQMP = 3,77e-4** c) **EQMT = 0,014, EQMP = 0,056, τ = 6,31e-5**



d) **EQMT = 0,018, EQMP = 1,45e-5, λ = 3,16e-5** e) **EQMT = 0,002, EQMP = 0,005, λ = 3,16e-5**

Figura 7.74: Reconstrucció d'una fuita conductora de 1,25 UE de radi, concèntrica amb una esfera aïllant de 1 UE de radi i situada a una profunditat de 2 UE mitjançant la configuració doble dipol amb extrems, a) Retroprojecció i juxtaposició de plans verticals, b) Retroprojecció i reconstrucció tridimensional per mitjà de l'ús de dues configuracions electròdiques ortogonals, c) Aplicació d'un filtre de Wiener a la imatge b. d) Mètode de Marquardt-Levenberg i juxtaposició de plans verticals, e) Mètode de Marquardt-Levenberg i inversió tridimensional per mitjà de l'ús de configuracions electròdiques ortogonals.

La figura 7.75 mostra la detecció de la fuita per mitjà de la configuració Schlumberger.



a) **EQMT = 0,059, EQMP = 0,004** b) **EQMT = 0,123, EQMP = 9,14e-4** c) **EQMT = 0,037, EQMP = 0,084, τ = 2,51e-5**

d) **EQMT = 0,021, EQMP = 0,007, λ = le-4** e) **EQMT = 0,002, EQMP = 0,009, λ = le-4**

Figura 7.75: Reconstrucció d'una fuita conductora de 1,25 UE de radi, concèntrica amb una esfera aïllant de 1 UE de radi i situada a una profunditat de 2 UE mitjançant la configuració Schlumberger. a) Retroprojecció i juxtaposició de plans verticals, b) Retroprojecció i reconstrucció tridimensional per mitjà de l'ús de dues configuracions electròdiques ortogonals, c) Aplicació d'un filtre de Wiener a la imatge b. d) Mètode de Marquardt-Levenberg i juxtaposició de plans verticals, e) Mètode de Marquardt-Levenberg i inversió tridimensional per mitjà de l'ús de configuracions electròdiques ortogonals.

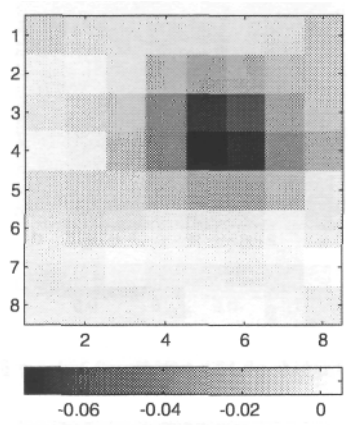
Els factors d'amortiment del mètode de Marquardt-Levenberg utilitzats en la detecció de la fuita han estat els mateixos que els utlitzats en la detecció d'únicament l'esfera aïllant i es pot observar la bona detecció de l'anomalia. Per tant si disposem del factor d'amortiment que ens permet detectar la canalització o dipòsit, també ens permetrà detectar la fuita. Es pot observar com la millor detecció s'obté per mitjà del mètode de Marquardt-Levenberg i l'ús de les dues configuracions electròdiques ortogonals. La configuració doble dipol amb extrems presenta unes imatges lleugerament millors que la Schlumberger des del punt de vista dels valors dels paràmetres EQMT i EQMP, tot i que visualment hi ha poca diferència.

7.8.5. Reconstrucció a partir de tensions analítiques amb soroll

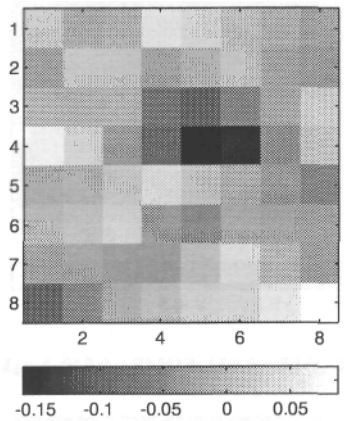
Les reconstruccions tridimensionals que hem realitzat fins ara suposaven que les tensions analítiques no tenien cap pertorbació. Això a la realitat no és cert ja que al desplaçar les agrupacions electròdiques es produirà algun error en el seu posicionament, variarà la impedància de contacte dels elèctrodes amb el medi, etc. Per simular aquest conjunt d'efectes afegim un soroll gaussià additiu (de mitja 0 i variança 1) a les tensions mesurades com havíem fet en l'apartat 7.5 i segons l'equació (7.2).

Per observar l'efecte del soroll mostrarem una sèrie d'imatges reconstruïdes amb un 0,5 % de soroll i amb un 5 % de soroll. La figura 7.76 mostra els resultats corresponents a la configuració doble dipol amb extrems i la figura 7.77 mostra els resultats corresponents a la configuració Schlumberger.

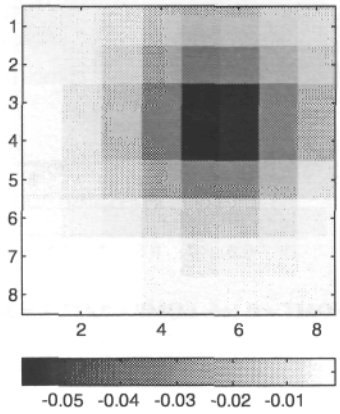
a) Configuració doble dipol amb extrems



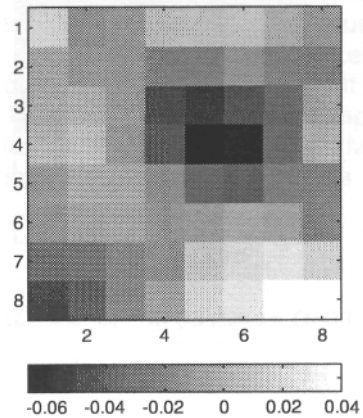
a) **EQMT = 0,037, EQMP = 0,011**



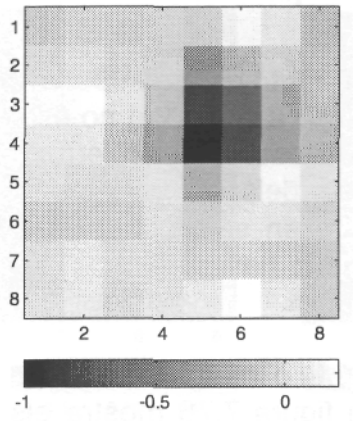
b) **EQMT = 0,056, EQMP = 0,155**



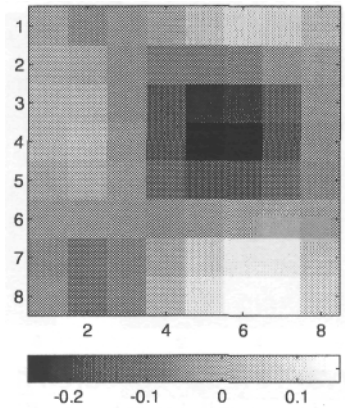
c) **EQMT = 0,077, EQMP = 9,71e-4**



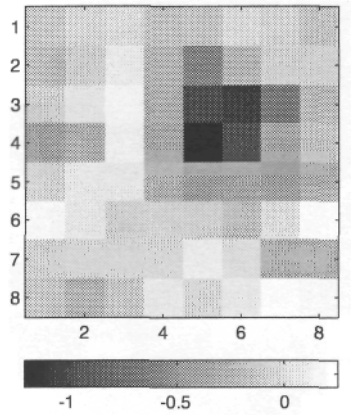
d) **EQMT = 0,104, EQMP = 0,026**



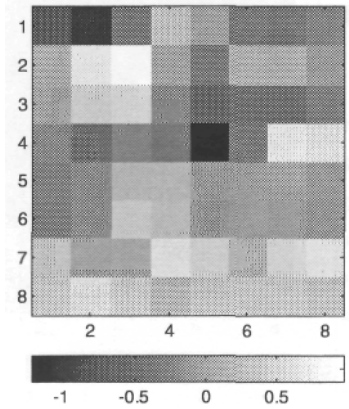
e) **EQMT = 0,016, EQMP = 0,056, τ = 6,31e-5**



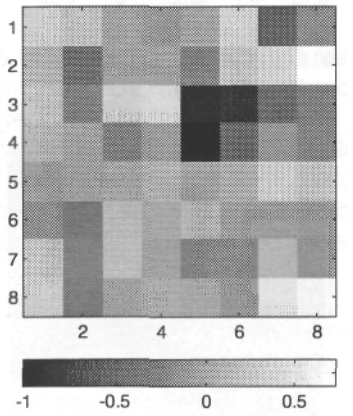
f) **EQMT = 0,100, EQMP = 0,009, τ = le-2**



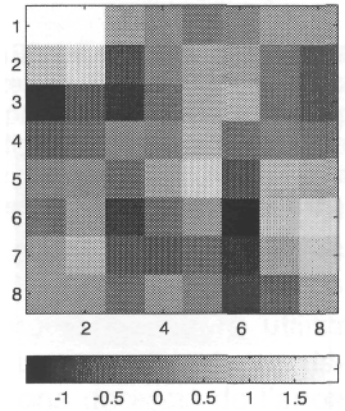
g) **EQMT = 0,033, EQMP = 0,019, λ = 3,98e-4**



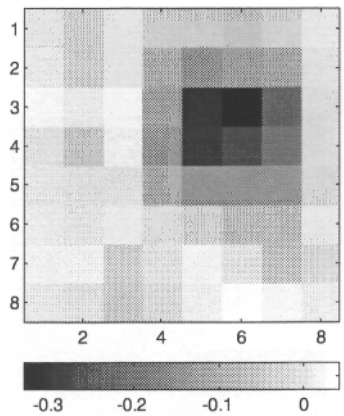
h) **EQMT = 0,123, EQMP = 0,273, λ = 3,2e-3**



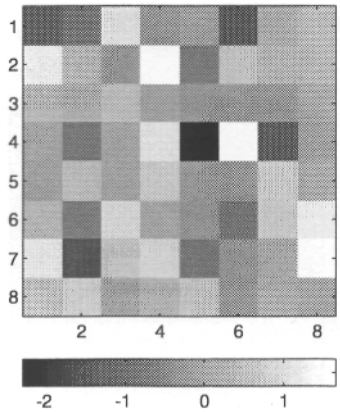
i) **EQMT = 0,065, EQMP = 0,073, λ = 3,98e-4**



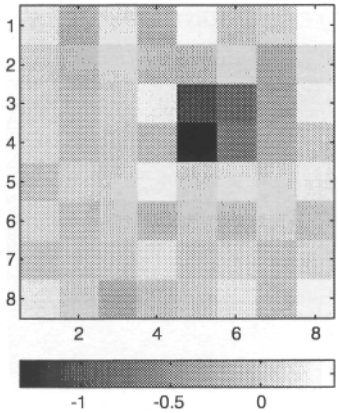
j) **EQMT = 0,166, EQMP = 0,427, λ = 3,2e-3**



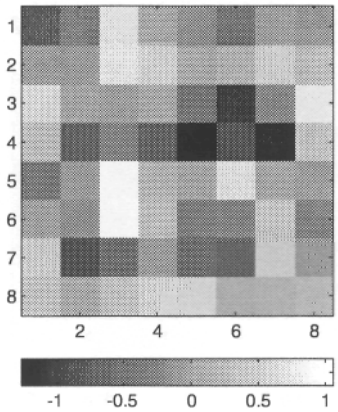
k) **EQMT = 0,042, EQMP = 0,010, λ = 3,98e-4**



l) **EQMT = 0,160, EQMP = 1,106, λ = 3,2e-3**



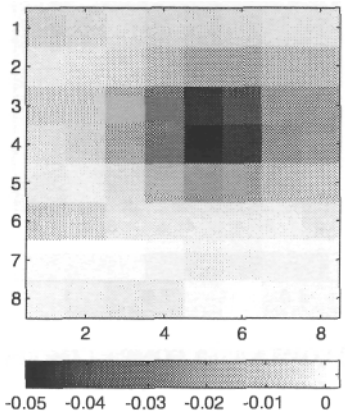
m) **EQMT = 0,019, EQMP = 0,1058, λ = 3,98e-4**



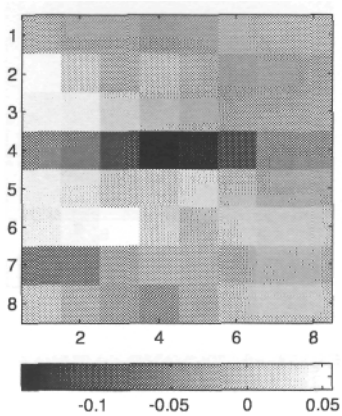
n) **EQMT = 0,139, EQMP = 0,145, λ = 3,2e-3**

Figura 7.76: Diferents tècniques aplicades a la reconstrucció d'una esfera aïllant de 1 UE de radi, situada a 2 UE de profunditat a les tensions analítiques de la qual s'hi ha afegit soroll gasussià de mitja 0 i variança 1. Les imatges de la primera columna corresponen a *F* = 0,5 % i les de la segona columna corresponen a *F* = 5 %. a) i b) retroprojecció i juxtaposició de plans segons l'eix y. c) i d) Retroprojecció i desplaçament ortogonal de les configuracions electròdiques. e) i f) Imatges (c) i (d) filtrades amb un filtre de Wiener, g) i h) Mètode de Marquardt-Levenberg i juxtaposició de plans verticals, i) i j) Mètode de Marquardt-Levenberg i desplaçament ortogonal de dues configuracions electròdiques.k) i l) Mètode de Marquardt-Levenberg i juxtaposició de plans verticals i ús de la matriu de sensibilitat normalitzada, m) i n) Mètode de Marquardt-Levenberg i desplaçament ortogonal de dues configuracions electròdiques i ús de la matriu de sensibilitat normalitzada.

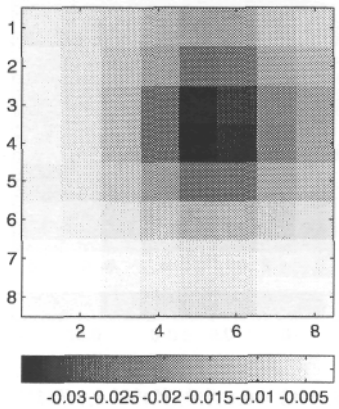
b) Configuració Schlumberger



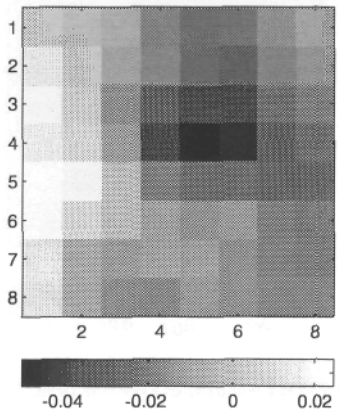
a) **EQMT = 0,051, EQMP = 0,012**



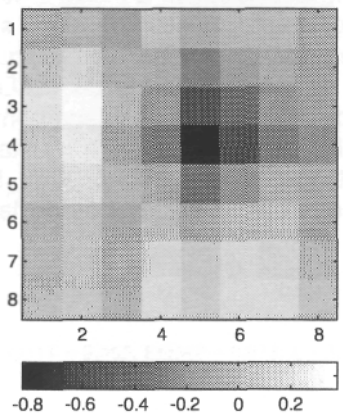
b) **EQMT = 0,087, EQMP = 0,328**



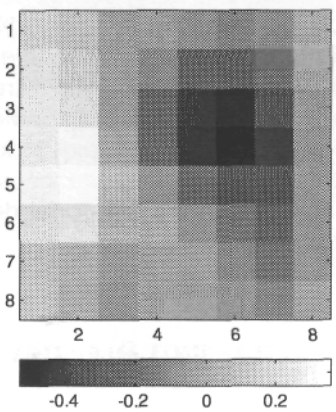
c) **EQMT = 0,117, EQMP = 0,002**



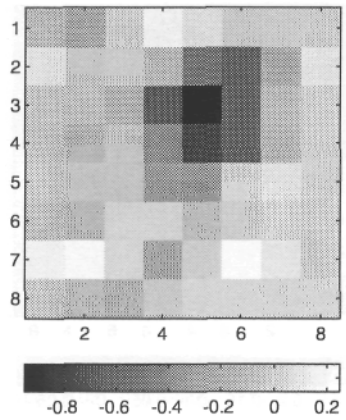
d) **EQMT = 0,140, EQMP = 0,017**



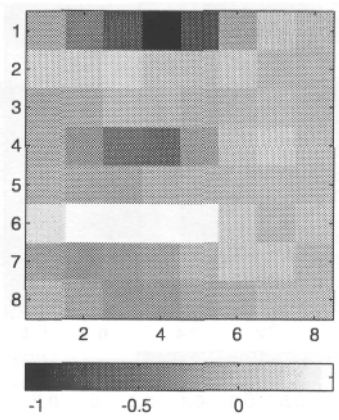
e) **EQMT = 0,035, EQMP = 0,095, τ = 3,98e-5**



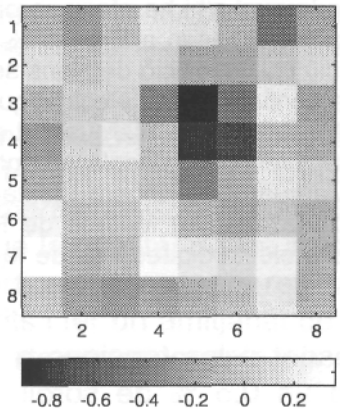
f) **EQMT = 0,118, EQMP = 0,009, τ = le-3**



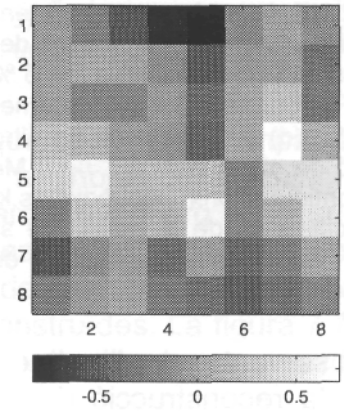
g) **EQMT = 0,042, EQMP = 0,072, λ = l,6e-3**



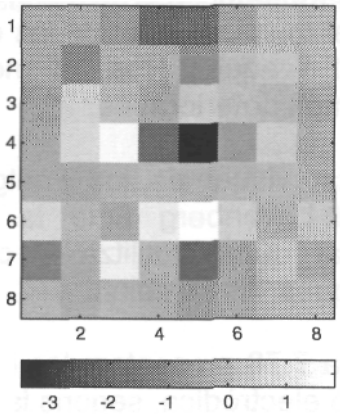
h) **EQMT = 0,122, EQMP = 0,629, λ= 2,51e-2**



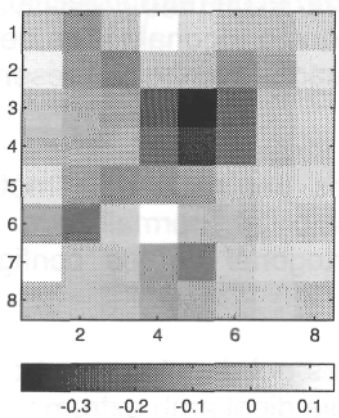
i) **EQMT = 0,038, EQMP = 0,077, λ = l,6e-3**



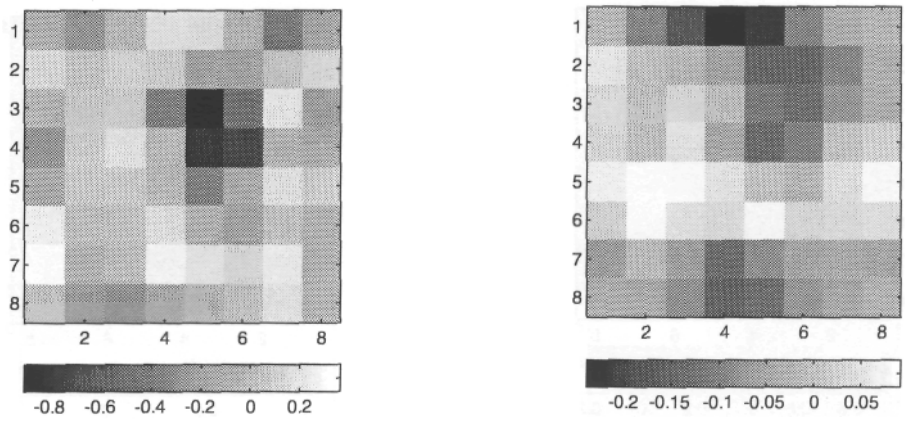
j) **EQMT = 0,178., EQMP = 0,598, λ = 2,51e-2**



k) **EQMT = 0,052, EQMP = 0,118, λ = 5e—4**



l) **EQMT = 0,083, EQMP = 0.712, λ = 2,51e-2**



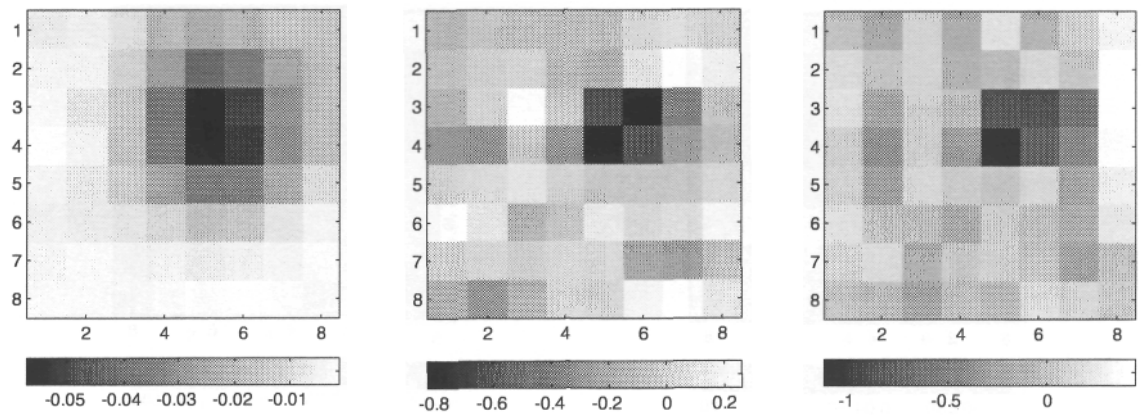
m) **EQMT = 0,033, EQMP = 0,044, λ = 5e-4** n) **EQMT = 0,118, EQMP = 0,027, λ = 2,51e-2**

Figura 7.77: Diferents tècniques aplicades a la reconstrucció d'una esfera aïllant de 1 UE de radi, situada a 2 UE de profunditat a les tensions analítiques de la qual s'hi ha afegit soroll gasussià de mitja 0 i variança 1. Les imatges de la primera columna corresponen a *F* = 0,5 % i les de la segona columna corresponen a *F* = 5 %. a) i b) retroprojecció i juxtaposició de plans segons l'eix y. c) i d) Retroprojecció i desplaçament ortogonal de les configuracions electròdiques. e) i f) Imatges (c) i (d) filtrades amb un filtre de Wiener, g) i h) Mètode de Marquardt-Levenberg i juxtaposició de plans verticals, i) i j) Mètode de Marquardt-Levenberg i desplaçament ortogonal de dues configuracions electròdiques.k) i l) Mètode de Marquardt-Levenberg i juxtaposició de plans verticals i ús de la matriu de sensibilitat normatlitzada. m) i n) Mètode de Marquardt-Levenberg i desplaçament ortogonal de dues configuracions electròdiques i ús de la matriu de sensibilitat normalitzada.

Es pot observar que a l'augmentar el soroll present a les tensions analítiques empitjora la reconstrucció de les imatges. Amb un 0,5 % de soroll totes les reconstruccions localitzen amb força exactitud l'anomalia, tret del mètode de Marquardt-Levenberg amb la matriu de sensibilitat normalitzada, que com ja havíem comentat anteiorment, desplaça lateralment l'anomalia. A l'augmentar el soroll, els mètodes que es mostren més robusts són el de retroprojecció per mitjà de l'ús del desplaçament de les dues configuracions ortogonals i l'ús del filtre de Wiener. En aquest cas, el mètode de Marquardt-levenberg presenta unes imatges molt deteriorades.

La qualitat visual de les imatges reconstruïdes per mitjà dels mètodes de Marquardt-Levenberg amb la matriu de sensibilitat normalitzada i sense normalitzar quan s'utilitza el desplaçament ortogonal de les configuracions electròdiques, és semblant.

A la figura 7.78 presentem les imatges obtingudes pel desplaçament d'una sola agrupació electròdica, segons la configuració doble dipol amb extrems, on es pot observar que la reconstrucció a partir de mesures ortogonals no sempre produeix millores respecte el desplaçament unidireccional de l'agrupació electròdica, tot depèn de la qualitat de les mesures obtingudes en cada sentit.



a) **EQMT = 0,078, EQMP = 0,004**

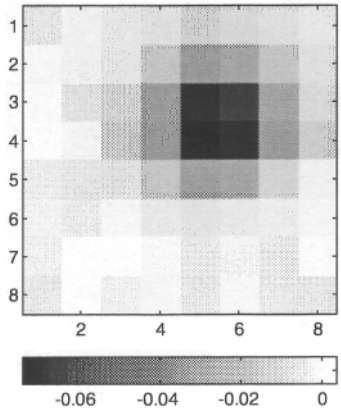
b) **EQMT = 0,028, EQMP = 0,027, λ = 3,98e-4**

c) **EQMT = 0,031, EQMP = 0,049, λ = 3,98e-4**

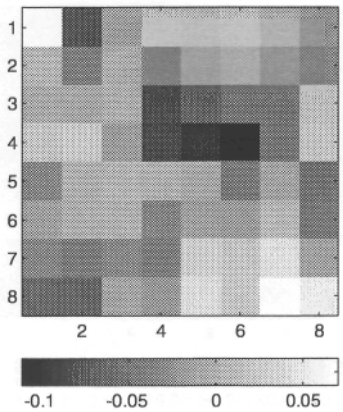
Figura 7.78: Reconstrucció per mitjà del desplaçament de l'agrupació electròdica segons l'eix y. a) Retroprojecció. b) Mètode de Marquardt-Levenberg. c) Mètode de Marquardt-Levenberg i matriu de sensibilitat normalitzada. Les mesures contenen un 0,5 % de soroll.

Estem interessats en algorismes que no requereixin molt temps de càlcul. Aquest temps de càlcul creix molt sobretot a l'hora de calcular el factor d'amortiment corresponent al mètode de Marquardt-Levenberg. Per aquesta raó i veient que la qualitat de les imatges reconstruïdes per mitjà de la juxtaposició de plans verticals, proposem realitzar l'escombrat de l'agrupació electròdica en els dos sentits i fer un amitjanat de les imatges reconstruïdes. La figura 7.79 mostra els resultats corresponents a la configuració doble dipol amb extrems.

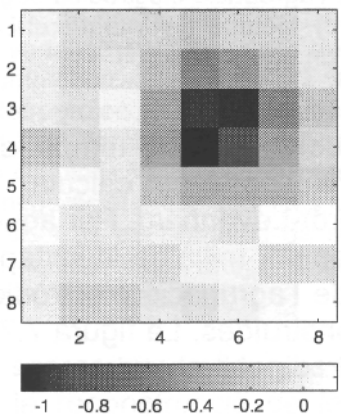
En el mètode de Marquardt-Levenberg hem calculat dos factors d'amortiment (λ_x i λ_y), corresponents a la reconstrucció en cada un dels sentits del desplaçament de l'agrupació electròdica. Amb aquesta tècnica s'assoleixen resultats similars als que s'obtenen per mitjà d'un processat més complex de les mesures.



a) **EQMT = 0,036, EQMP = 0,004**

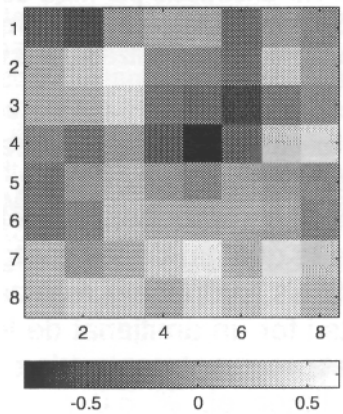


b) **EQMT = 0,101, EQMP = 0,134**



c) **EQMT = 0,029, EQMP = 0,009,**

λx = 1 e-3, λy = 3,98e-4

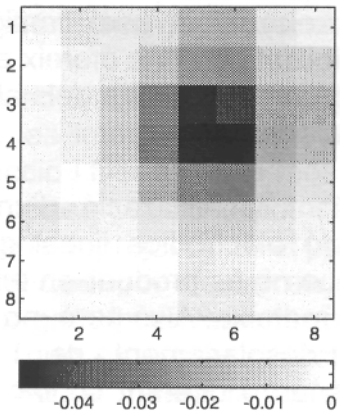


d) **EQMT = 0,100, EQMP = 0,150**

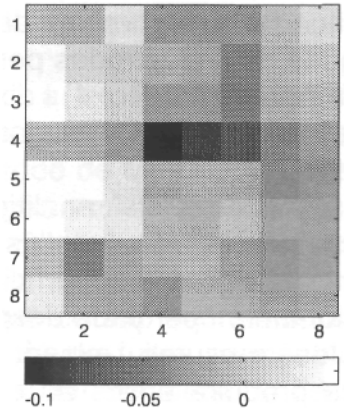
λx = le-2, λy = 3,2e-3

Figura 7.79: Juxtaposició de plans verticals i amitjanat de les images. a) i b) Retroprojecció. c) i d) Mètode de Marquardt-Levenberg. Configuració doble dipol amb extrems. Les imatges de la primera columna tenen un soroll del 0,5 % i les de la segona columna tenen un soroll del 5 %.

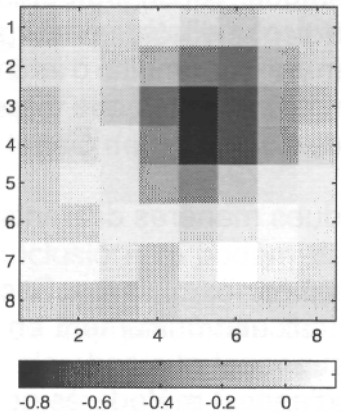
S'observa una certa millora en la reconstrucció. A continuació farem el mateix a partir de la configuració Schlumberger.



a) **EQMT = 0,056, EQMP = 0,003**

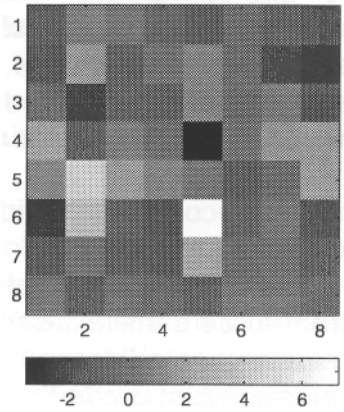


b) **EQMT = 0,076, EQMP = 0,180**



c) **EQMT = 0,037, EQMP = 0,023**

λx = 3,2e-3, λy = l,6e-3



d) **EQMT = 0,105, EQMP = 0,921**

λx = 3,16e-4, λy = 2,51e-2

Figura 7.80: Juxtaposició de plans verticals i amitjanat de les images. a) i b) Retroprojecció. c) i d) Mètode de Marquardt-Levenberg. Configuració Schlumberger. Les imatges de la primera columna tenen un soroll del 0,5 % i les de la segona columna tenen un soroll del 5 %.

7.9. Conclusions de la Part II

Per poder explorar una determinada superfície del terreny és aconsellable el poder disposar d'una matriu electròdica bidimensional que ocupi tota l'àrea d'interès. Això suposa que el sistema de mesura ha de poder direccionar un gran nombre d'elèctrodes, però té el gran avantatge que no cal moure'ls, evitant d'aquesta manera possibles errors causats pel seu diferent posicionament. És un mètode ideal per poder monitoritzar canonades i dipòsits soterrats per saber si s'ha produït alguna fuita. Com que els elèctrodes no s'han de moure, les successives mesures temporals que ens permeten detectar la fuita s'hauran realitzat en les mateixes condicions, de forma que un determinat canvi en les mateixes ens indicarà la presència d'una possible fuita.

Les reconstruccions analítiques que hem realitzat corresponen al model de l'esfera situada en un volum de (8 x 8 x 5 pixels). Hem usat configuracions electròdiques de 8 elèctrodes perquè és la possibilitat que ens ofereix el sistema de mesura portàtil (capítol 4) i així podrem comparar la resposta dels algorismes a les dades analítiques i a les dades experimentals.

Des del punt de vista analític és independent la utilització d'una matriu electròdica bidimensional o l'ús d'una agrupació electròdica lineal que anem desplaçant al llarg de la superfície d'interès, ja que no es produeixen errors en el seu posicionament per cada desplaçament de la mateixa. Això però, no és cert al realitzar les mesures experimentals on el desplaçament de l'agrupació electròdica produirà errors en el seu posicionament i diferent contacte amb el terreny.

El gran avantatge de realitzar l'escombrat d'una determinada superfície del terreny és que es poden visualitzar les imatges reconstruïdes en plans horitzontals paral·lels a la mateixa i a diferents profunditats, a més a més de poder visualitzar plans verticals. D'aquesta manera l'anomalia d'interès queda més ben definida, ja que s'eviten ambigüitats entre anomalies que disposin de la mateixa secció, com pot ser una esfera i un cilindre.

Hem realitzat la reconstrucció tridimensional de dues maneres diferents:

1- Juxtaposició de plans verticals: En aquest cas els coeficients de la matriu de sensibilitat únicament s'han calculat únicament en els pixels situats a sota l'agrupació electròdica, suposant que cada pla vertical és independent un de l altre. L'avantatge d'aquest mètode és que és força ràpid, ja que l'ordre de la matriu de sensibilitat és el mateix que en les reconstruccions bidimensionals vistes anteriorment. De fet en aquest cas és realitza una reconstrucció bidimensional per cada nova posició d el'agrupació electròdica.

2- Càlcul dels coeficients de sensibliitat per cada injecció-detecció per tots els pixels situats a sota la superfíe d'exploració. En aquest cas l'ordre de la matriu de senisibilitat augmenta considerablement, però es té en compte la interrelació entre els diferents plans verticals a les mesures obtingudes.

Per augmentar el número de mesures disponibles també hem desplaçat l'agrupació electròdica en dos sentits ortogonals, de forma que es duplica el seu número. Els mètodes de reconstrucció utilitzats han estat el de retroprojecció i el de Marquardt-Levenberg.

El desplaçament de la configuració electròdica en dos sentits ortogonals permet filtrar de la imatge reconstruïda per retroprojecció en plans horitzontals, que millora la resolució de l'anomalia. L'elecció del paràmetre *x* del filtre de Wiener no altera tant la imatge com pot ser en el cas del factor d'amortiment corresponent al mètode de Marquardt-Levenberg ja que partim d'una imatge de

referència que ja ens indica aproximadament on es situa l'anomalia encara que de forma més o menys difuminada en funció de la profunditat.

Si afegim soroll gaussià de mitja 0 i variança 1 a les tensions analítiques, es degraden les imatges reconstruïdes. S'observa però, que la reconstrucció per retroprojecció i filtrada és la més robusta. El mètode de Marquardt-Levenberg tot i que en certes ocasions pot donar unes imatges amb major resolució que el mètode de retroprojecció té el problema d'haver d'obtenir un factor d'amortiment, el valor del qual pot afectar en gran mesura a la reconstrucció de les imatges; això és un gran inconvenient quan no es disposa de cap informació a priori de l'anomalia que es pretén detectar. En la detecció de fuites concèntriques que hem realitzat, el mateix factor d'amortiment calcultat per detectar l'esfera (que simula la canonada o dipòsit), ha permès detectar la fuita.

La configuració doble dipol amb extrems presenta millors resultats que la configuració Schlumberger, però tret d'utilitzar el mètode de Marquardt-Levenberg i la matriu de sensibilitat normalitzada, les imatges reconstruïdes són similars. Des d'un punt de vista pràctic, l'avantage de la configuració Schlumberger respecte la doble dipol amb extrems resideix en el fet que els nivells de tensió detectats són superiors i el nombre de mesures és inferior.

Com a conclusió final podem dir que la metodologia més pràctica per explorar una determinada superfície és aplicar el mètode de retroprojecció, que no requereix de cap paràmetre de regularització i realitzar-ne un filtrat per millorar-ne la seva resolució. La comparació dels diferents mètodes exposats ens indica que un cop es coneix el factor d'amortiment del mètode de Marquardt-Levenberg tos els mètodes donen unes imatges que visualment són força semblants. Per tant la comparació dels resultats dels diferents algorismes és la millor manera per assegurar una detecció fidedigna.