

## 5. MODELO DE COMPORTAMIENTO PARA SUELOS NO SATURADOS

### 5.1. INTRODUCCION

En los capítulos anteriores se ha incluido la descripción de diversos comportamientos de suelos no saturados obtenidos de la bibliografía y de los ensayos realizados en la presente tesis. En ellos se ha podido comprobar la respuesta deformacional y de variación de la humedad del suelo, al verse éste sometido a distintas trayectorias tensionales, proporcionando en su conjunto una visión global cualitativa de todas estas respuestas.

Esta información, sin embargo, aún pudiendo ser amplia y generalizable, no permite avanzar en el sentido de poder predecir con cierta fiabilidad el comportamiento de un suelo en trayectorias tensionales arbitrarias, debido a que, de hecho, con ella es únicamente posible cuantificar los casos en los que ha sido obtenida. Para poder llevar a cabo dicha predicción sin necesidad de reproducir experimentalmente cada uno de los casos de interés, es preciso llegar a elaborar un modelo, dependiente de un número limitado de parámetros característicos de cada suelo, que sea capaz de recoger dicho comportamiento. Estos parámetros deben poderse obtener en laboratorio, permitiendo de esta forma aplicar el modelo en

cualquier caso y con carácter general. La mayor o menor fiabilidad en las predicciones realizadas dependerá de lo adecuado que sea el modelo en cada caso, contraponiéndose en este sentido su sencillez y el interés en que reproduzca el mayor número posible de comportamientos observados. Se debe llegar, en consecuencia, y dependiendo de las circunstancias (tipos de suelo considerados, trayectorias tensionales de interés, etc.) a un compromiso entre ambos.

Alonso et al (1987) exponen las siguientes ventajas derivadas de llegar a elaborar un modelo de comportamiento:

a) un modelo permite integrar y entender globalmente las respuestas de un suelo, compatibilizando comportamientos que aparentemente puedan no estar relacionados y permitiendo comparar e interpretar estos comportamientos siguiendo trayectorias diversas (por ejemplo en distintos tipos de ensayos). Asimismo es posible racionalizar la información experimental, existente o futura, de forma que todos los resultados se puedan presentar de forma homogénea.

b) un modelo de comportamiento permite conocer de forma más sistemática cuales son las respuestas del suelo con las que se obtienen mejores y peores predicciones, guiando y acotando consecuentemente los aspectos a investigar en el futuro. De esta forma se orientan estas investigaciones profundizando en determinados puntos específicos. Ello puede llevar a la modificación del modelo mejorando la fiabilidad de sus predicciones.

c) un modelo de comportamiento facilita la determinación, interpretación e identificación de los parámetros que pueden caracterizar a cada suelo ayudando a la clasificación de éstos últimos.

d) un modelo puede ser utilizado para resolver problemas de contorno que representen situaciones reales, obteniendo de esta forma el estado tenso-deformacional y de humedad del suelo en cada punto. La fiabilidad de los resultados dependerá de lo correctas que sean las predicciones realizadas por el modelo en cada tipo de terreno.

Todas estas razones han llevado a intentar elaborar uno de estos modelos, para el caso de suelos no saturados, de acuerdo con los comportamientos descritos en los capítulos anteriores. Se ha hecho uso para ello, paralelamente a los desarrollos realizados en suelos saturados, de la teoría de la plasticidad y del estado crítico de los suelos, cuyos conceptos básicos, suficientemente conocidos, son expuestos, por ejemplo, en Schofield y Wroth (1968).

## 5.2. MODELOS ELASTOPLASTICOS. GENERALIDADES

### 5.2.1. INTRODUCCION

La utilización en Mecánica de Suelos de modelos de comportamiento elastoplásticos, fundamentalmente desarrollados para el caso saturado, ha resultado muy apropiada para reproducir las respuestas fundamentales de los suelos en procesos esencialmente independientes del tiempo. La existencia en los materiales considerados de fenómenos de fluencia, deformaciones irreversibles y dilatación inducida por tensiones de corte sugieren claramente que la aplicación de la teoría de la plasticidad puede ser muy adecuada para la descripción de su comportamiento.

Hashiguchi (1985) o Gens y Potts (1987) resumen el desarrollo histórico de los modelos elastoplásticos aplicados en Mecánica de Suelos. Siguiendo a estos autores, la teoría de la plasticidad se inicia con Coulomb (1776) cuando obtiene su conocido criterio de rotura. Este criterio fué ya aplicado por el propio Coulomb (1776) o por Rankine (1857), entre otros, para analizar las presiones de tierras sobre muros, siendo después ampliamente utilizado en diversos problemas juntamente con los teoremas de análisis límite y la teoría de las líneas de deslizamiento desarrollados por varios autores (por ejemplo Kötter (1903) o Sokolovski (1965)). Todos estos métodos permiten predecir, fundamentalmente en problemas bidimensionales, el estado tensional en rotura del suelo y las eventuales presiones generadas, por ejemplo, sobre estructuras de contención de tierras. Sin embargo, no es posible con ellos obtener el estado tenso-deformacional completo del suelo, por cuanto estos métodos se limitan a determinar el estado tensional en rotura.

Drucker y Prager (1952) y Drucker (1953), aprovechando los estudios ya realizados sobre el comportamiento de los metales (Tresca (1868), Von Mises (1913), etc.), ya por entonces muy avanzados, y extendiéndolos y adaptándolos al caso de suelos, obtuvieron la primera ecuación constitutiva para estos últimos materiales teniendo en cuenta su comportamiento plástico. Este modelo, sin embargo, no resultó adecuado al intentar reproducir algunos comportamientos característicos del suelo como por ejemplo los fenómenos de consolidación o la dilatación inducida por tensiones de corte.

La aparición de los modelos de estado crítico, inicialmente desarrollados en la Universidad de Cambridge (Drucker et al (1957), Roscoe et al (1958) o Calladine (1963) entre otros) significó un notable avance en la predicción del comportamiento de los suelos, al menos desde un punto de vista cualitativo, por cuanto con ellos fué posible reproducir sus respuestas fundamentales. El primero de los modelos desarrollados fué el Cam-Clay, al que siguieron otros muchos

intentando en cada uno de ellos mejorar algún aspecto de las predicciones realizadas o adaptarse a casos específicos. Estas mejoras, sin embargo, se obtuvieron a costa de sofisticar y hacer más complejos los modelos, por lo que el Cam-Clay, dada su sencillez, sigue siendo hoy en día un punto de referencia obligado. Descripciones del Cam-Clay se pueden encontrar, por ejemplo, en Roscoe y Schofield (1963) o en Schofield y Wroth (1968) y de otros modelos posteriores en Hashiguchi (1985).

En los apartados siguientes se resumen las características fundamentales de los modelos elastoplásticos de estado crítico y se describe sucintamente el Cam-Clay, todo ello desarrollado para el caso de suelos saturados y que es utilizado en el modelo específico para suelos no saturados expuesto posteriormente.

#### 5.2.2. PLANTEAMIENTO GENERAL

Tanto en este apartado como en el siguiente se exponen planteamientos conocidos y descritos en la bibliografía, por lo que únicamente se incluye un resumen sintético de ellos.

Tres son los postulados fundamentales que caracterizan la teoría de la plasticidad utilizada en esta tesis:

a) existencia de una función escalar  $f$  del tensor de tensiones  $\sigma_{ij}$  y, en su caso, de una serie de parámetros  $\delta_k$ , tal que se define un único dominio conexo en el espacio  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  al imponer  $f=0$  (figura 109a).  $\sigma_{ij}$ , y en su caso  $\delta_k$ , deben ser tales que siempre se cumpla  $f \leq 0$ . En cualquier trayectoria tensional con  $f < 0$  no se producen más que deformaciones recuperables. Si en algún momento se cumple que  $f=0$  y la trayectoria tiende a incrementar  $f$ , se producen deformaciones irreversibles, llegándose a rotura o modificándose, en su caso,  $\delta_k$  de forma que  $f=0$ . Esto último cambia el dominio elástico, ampliándolo (rigidización del suelo) o reduciéndolo (reblandecimiento

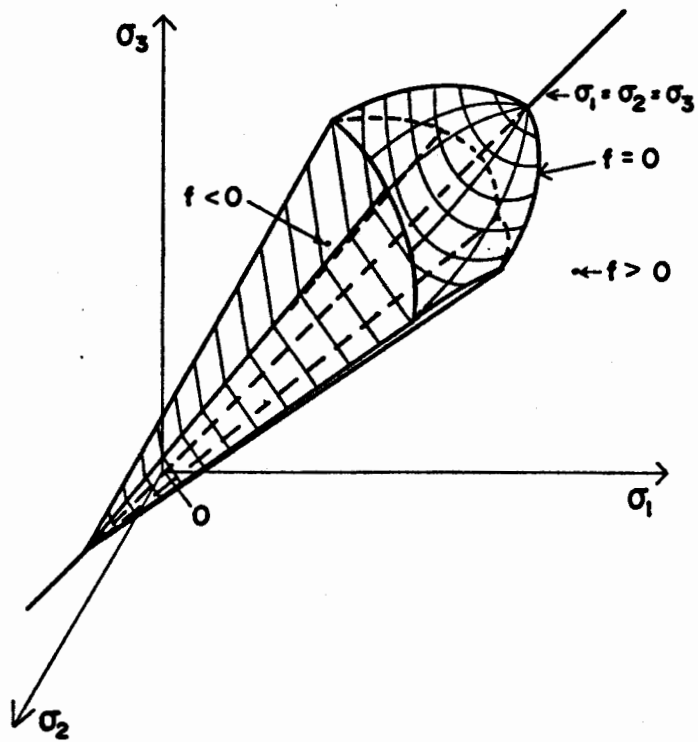


Figura 109a. Superficie  $f=0$  en el espacio  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ .

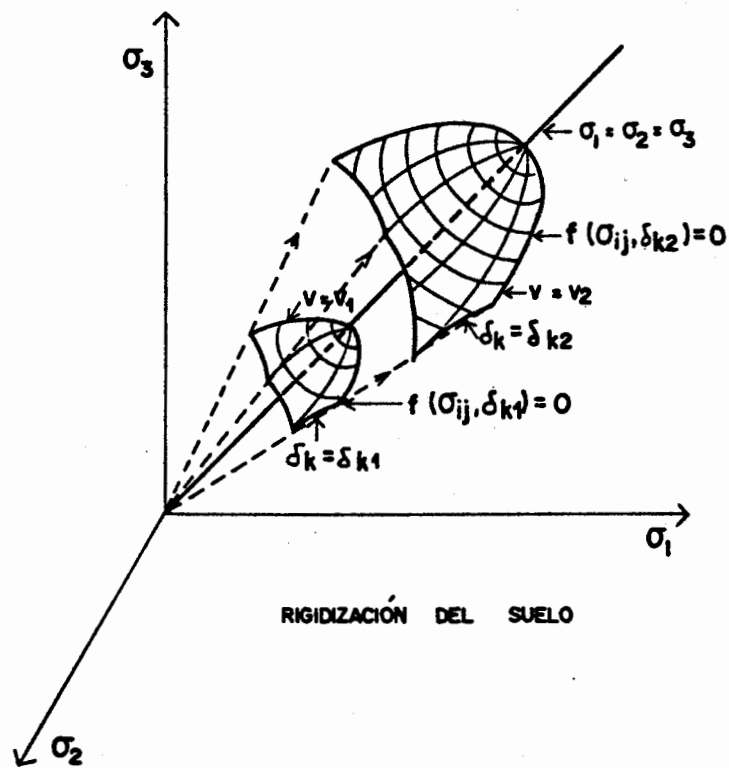


Figura 109ba. Rigidización del suelo.

del suelo). Si  $f$  depende tan sólo de  $\sigma_{ij}$ , la plasticidad es perfecta (figuras 109b) y el dominio elástico es invariable. Nunca puede ocurrir que  $f > 0$ , por lo que en el espacio  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ , y en su caso para cada  $\delta_k$ , queda determinado un dominio de estados tensionales posibles definido por  $f \leq 0$ .

b) existencia de una serie de funciones  $r_{ij}$  dependientes del tensor de tensiones  $\sigma_{ij}$ , tal que se cumple:

$$d\epsilon_{ij}^p = \mu \cdot r_{ij}$$

donde  $\epsilon_{ij}^p$  es el tensor de deformaciones plásticas y  $\mu$  un escalar. Estas funciones  $r_{ij}$  pueden derivar de un potencial plástico  $g$ , asimismo dependiente de  $\sigma_{ij}$ , tal que se cumple:

$$r_{ij} = \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}$$

En este caso el vector  $d\epsilon_{ij}^p$  es perpendicular en cada punto a  $g=0$ . Mediante estas expresiones se define, en consecuencia, la relación entre los diferentes componentes de dicho tensor.  $\mu$  no es un parámetro propio del suelo sino que puede ser obtenido a partir de estos tres postulados a, b y c, tal y como más adelante se indica, de forma que está en relación con la deformación plástica producida. Si se puede definir el potencial plástico  $g$  y se cumple que  $g=f$  se dice que la plasticidad es asociada, y en caso contrario se dice que la plasticidad es no asociada.

c) existencia, en el caso de plasticidad no perfecta, de una ley de rigidización que relacione  $\delta_k$  con las deformaciones plásticas. Como los valores de  $\delta_k$  determinan la situación del dominio elástico, esta ley asocia dichas deformaciones plásticas con la trayectoria tensional seguida.

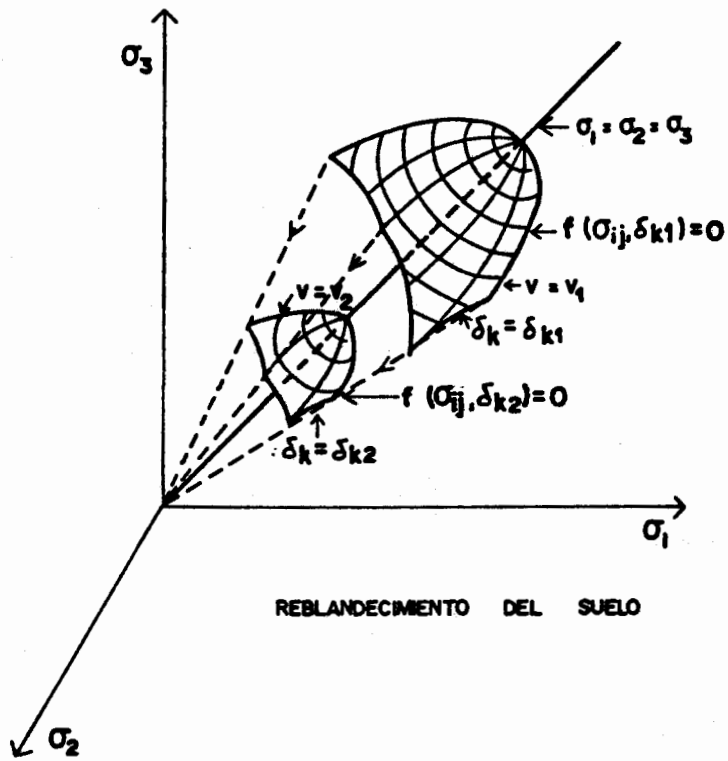


Figura 109bb. Reblandecimiento del suelo.

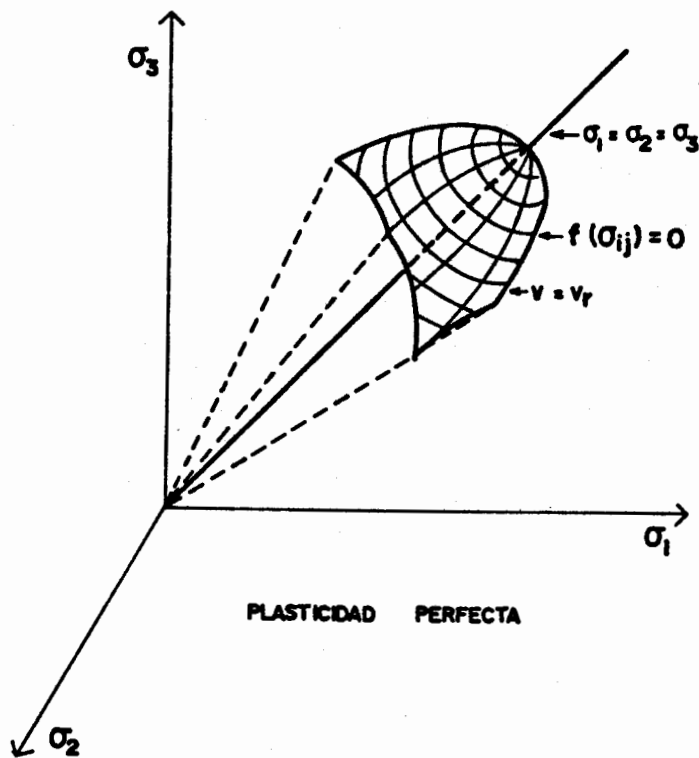


Figura 109bc. Plasticidad perfecta

Figuras 109b. Rigidización y reblandecimiento del suelo, y caso de plasticidad perfecta.

Figuras 109. Función  $f=0$ .



Matemáticamente estos tres postulados se pueden expresar de la siguiente forma:

a)  $f(\sigma_{ij}, \delta_k) = 0$  (superficie de fluencia)

b)  $d\epsilon_{ij}^P = \mu \cdot r_{ij}$  (ley de fluencia)

c)  $\delta_k = \delta_k(\epsilon_{ij}^P)$  (ley de rigidización)

Cuando el suelo se ve sometido a una determinada trayectoria tensional  $d\sigma_{ij}$ , las deformaciones totales producidas serán:

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^P$$

donde  $d\epsilon_{ij}^e$  y  $d\epsilon_{ij}^P$  son, respectivamente, las deformaciones elásticas y las deformaciones plásticas del suelo. Se tendrá en general:

$$d\epsilon_{ij}^e = d\epsilon_{ij}^e(\sigma_{ij})$$

Por otro lado para conocer  $d\epsilon_{ij}^P$  se debe previamente determinar  $\mu$ . Como se producen deformaciones irreversibles tan sólo cuando se cumple  $f=0$ , la imposición de esta condición proporcionará dicho parámetro:

$$f(\sigma_{ij}, \delta_k) = 0 \text{ (superficie de fluencia)}$$

diferenciando:

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \cdot d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \delta_k} \cdot d\delta_k = 0 \quad (1)$$

donde la repetición de índices indica sumatorio salvo que estén entre paréntesis (este criterio se seguirá en todas las expresiones de este capítulo). Además:

$$\delta_k = \delta_k(\epsilon_{ij}^p)$$

diferenciando:

$$d\delta_k = \frac{\partial \delta_k}{\partial \epsilon_{ij}^p} \cdot d\epsilon_{ij}^p \quad (\text{ley de rigidización}) \quad (2)$$

Como:

$$d\epsilon_{ij}^p = \mu \cdot r_{ij} \quad (\text{ley de fluencia}) \quad (3)$$

se tiene entre (1), (2) y (3):

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \cdot d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \delta_k} \cdot \frac{\partial \delta_k}{\partial \epsilon_{ij}^p} \cdot \mu \cdot r_{ij} = 0$$

y despejando  $\mu$ :

$$\mu = \frac{-\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \cdot d\sigma_{ij}}{\frac{\partial f}{\partial \delta_k} \cdot \frac{\partial \delta_k}{\partial \epsilon_{ij}^p} \cdot r_{ij}}$$

De esta forma  $\mu$  es conocida y se pueden obtener las deformaciones irrecuperables y las totales. Estos modelos, en consecuencia, permiten obtener el estado tenso-deformacional completo del suelo una vez definidos los  $f$ ,  $r_{ij}$  y  $\delta_k$  correspondientes a este último.

El criterio de rotura quedará definido mediante una expresión del tipo:

$$h(\sigma_{ij}) = 0$$

que representa asimismo un dominio conexo en el espacio  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  que incluye todos los estados tensionales admisibles por el suelo. Cuando se cumple  $h=0$  el suelo ha llegado a su estado límite último en el que todas las deformaciones son de corte y no se producen deformaciones

volumétricas. En el caso de plasticidad perfecta se tiene que  $h=f$ , y en el caso de plasticidad no perfecta puede ocurrir que  $h$  coincida con  $f$  para algún  $\delta_k$  o que sea diferente.  $h$  representa en cualquier caso un dominio exterior a las  $f$  (o coincide con la mayor de ellas) que no puede ser sobrepasado, de forma que todos los estados tensionales que hacen  $h>0$  son inalcanzables por el suelo.

Un determinado modelo con plasticidad no perfecta puede estar compuesto por varias superficies de fluencia  $f_m$  ( $m=1,2,\dots,n$ ). En este caso se producen únicamente deformaciones recuperables cuando se cumple simultáneamente  $f_m < 0$  con  $m=1,2,3,\dots,n$ , y existen, en consecuencia, deformaciones irre recuperables si  $f_m = 0$  al menos para algún  $m$ . Los tres postulados anteriormente establecidos pueden ser expresados en este caso como a continuación se indica:

$$a) f_m(\sigma_{ij}, \delta_{k_m}) = 0 \quad m=1,2,\dots,n \quad (\text{superficies de fluencia})$$

$$b) d\epsilon_{ij}^p = \mu_m \cdot r_{m,ij} \quad m=1,2,\dots,n \quad (\text{leyes de fluencia})$$

$$c) \delta_{k_m} = \delta_{k_m}(\epsilon_{ij}^p) \quad (\text{leyes de rigidización})$$

Cuando se producen deformaciones irre recuperables con  $f_m = 0$  en un sólo caso, el cálculo de  $\mu_m$  en el  $d\sigma_{ij}$  correspondiente es idéntico al indicado con anterioridad, obteniéndose de esta forma  $\epsilon_{ij}$  a partir de  $\epsilon_{ij}^e$  y  $\epsilon_{ij}^p$ . Si son varias las superficies de fluencia con  $f_m = 0$  (y tendiendo en todas ellas  $f_m$  a crecer), deben determinarse los  $\mu_m$  correspondientes imponiendo, análogamente al caso anterior,  $f_m = 0$  con  $m=n_1 \dots n_q$ , tal y como a continuación se indica:

$$f_m(\sigma_{ij}, \delta_{k_m}) = 0 \quad m=n_1, \dots, n_q$$

diferenciando:

$$\frac{\partial f_m}{\partial \sigma_{ij}} \cdot d\sigma_{ij} + \frac{\partial f_{(m)}}{\partial \delta_{k(m)}} \cdot d\delta_{k(m)} = 0 \quad m = n_1, n_2, \dots, n_q \quad (4)$$

Además:

$$d\epsilon_{ij}^p = \mu_m \cdot r_{mij} \quad m = n_1, n_2, \dots, n_q \quad (\text{leyes de fluencia}) \quad (5)$$

Como:

$$d\delta_{km} = \frac{\partial \delta_{km}}{\partial \epsilon_{ij}^p} \cdot d\epsilon_{ij}^p \quad m = n_1, n_2, \dots, n_q \quad (\text{leyes de rigidización}) \quad (6)$$

se tiene entre (4), (5) y (6):

$$\frac{\partial f_m}{\partial \sigma_{ij}} \cdot d\sigma_{ij} + \frac{\partial f_{(m)}}{\partial \delta_{k(m)}} \cdot \frac{\partial \delta_{k(m)}}{\partial \epsilon_{po}^p} \cdot \mu_t \cdot r_{tpo} = 0 \quad m = n_1, n_2, \dots, n_q$$

que es un sistema lineal con q ecuaciones y q incógnitas del que se obtienen  $\mu_m$  ( $m=n_1 \dots n_q$ ), y a partir de ellas  $\epsilon_{ij}^p$  y  $\epsilon_{ij}$ . Análogamente al caso anterior el criterio de rotura quedará definido mediante una expresión del tipo  $h(\sigma_{ij})=0$ .

La elaboración de un modelo de comportamiento utilizando estos postulados implicará, en consecuencia, la obtención de las superficies de fluencia, de las funciones  $r_{ij}$  y de las leyes de rigidización adecuadas en cada caso, de forma que, juntamente con la definición de las deformaciones elásticas y de los estados límite últimos, las predicciones tenso-deformacionales y de rotura correspondientes sean suficientemente próximas a los comportamientos obtenidos experimentalmente.

### 5.2.3. MODELOS DE ESTADO CRITICO. CAM-CLAY MODIFICADO

La hipótesis fundamental supuesta por este tipo de modelos es la existencia en el suelo de un estado crítico definido, en términos de  $q$  ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) y  $p'$  ( $(\sigma_1 + 2\sigma_3)/3 - p_v$ ), como:

$$q = M.p'$$

$$v = \Gamma - \lambda . \ln p'$$

(donde  $M$ ,  $\Gamma$  y  $\lambda$  son parámetros del terreno), en el que el suelo fluye, sin deformación volumétrica, produciéndose la rotura. Estas ecuaciones determinan, para cada  $p'$ , el mínimo valor de  $q$  capaz de mantener el flujo del suelo, suponiendo a éste como un material friccionante en el que se alcanza la tensión de corte máxima admisible, y el volumen específico mínimo al que ello es posible. Tensiones de corte menores no son capaces de producir este flujo, y volúmenes específicos menores hacen al suelo más resistente, de forma que se precisa para su rotura valores superiores de  $q$ .

El modelo Cam-Clay inicialmente desarrollado, que como se ha indicado en el apartado anterior fué el primero en considerar esta hipótesis, resultó poco adecuado para reproducir algunos de los comportamientos del suelo. Así, por ejemplo, la discontinuidad en la primera derivada que existe en este modelo en la superficie de fluencia cuando  $q=0$  implicó dificultades tanto teóricas como prácticas, prediciéndose en ese punto, al ser la ley de fluencia asociada, deformaciones de corte no nulas ante cambios isotrópicos de las tensiones. Por otro lado, con este modelo pueden producirse cambios de tensiones poco razonables para algunos tipos de incrementos de la deformación. Por todo ello se desarrolló el modelo Cam-Clay modificado, superando estas dificultades, que es el más ampliamente utilizado hoy en día y el que se va a considerar en esta tesis.

Este modelo fué originalmente formulado bidimensionalmente en términos de  $p'$  y  $q$ . Las hipótesis fundamentales en él consideradas son las siguientes:

a) superficie de fluencia:

$$f(p', q, p_0) = q - M^2 \cdot p' \cdot (p_0 - p') = 0$$

donde  $p_0$  es el parámetro de rigidización y  $p'$ ,  $q$  y  $M$  han sido ya previamente definidos. La representación de esta función en el plano  $(p', q)$  al variar  $p_0$  da lugar a un conjunto de elipses homotéticas respecto al origen (figura 110), que pasan todas ellas por los puntos  $p'=0$ ,  $q=0$  y  $p'=p_0$ ,  $q=0$ . Los estados de rotura vienen determinados por los puntos con  $q$  máximo de dichas elipses ( $p'=p_0/2$ ), que son los únicos en ellas que cumplen que  $q=M \cdot p'$ .

b) la plasticidad es asociada, es decir:

$$g(p', q, p_0) = f(p', q, p_0) = q - M^2 \cdot p' \cdot (p_0 - p') = 0$$

c) la ley de rigidización es isotrópica, de forma que depende de la deformación volumétrica irrecuperable según la expresión:

$$\frac{dp_0}{p_0} = \frac{\nu}{\lambda - k} \cdot d\epsilon_v^p$$

d) las deformaciones volumétricas recuperables quedan determinadas por:

$$d\epsilon_v^e = \frac{k}{\nu} \cdot \frac{dp'}{p'}$$

e) las deformaciones de corte elásticas son nulas.

Las deformaciones recuperables e irrecuperables definidas por el modelo responden, en  $q=0$ , a relaciones del tipo:

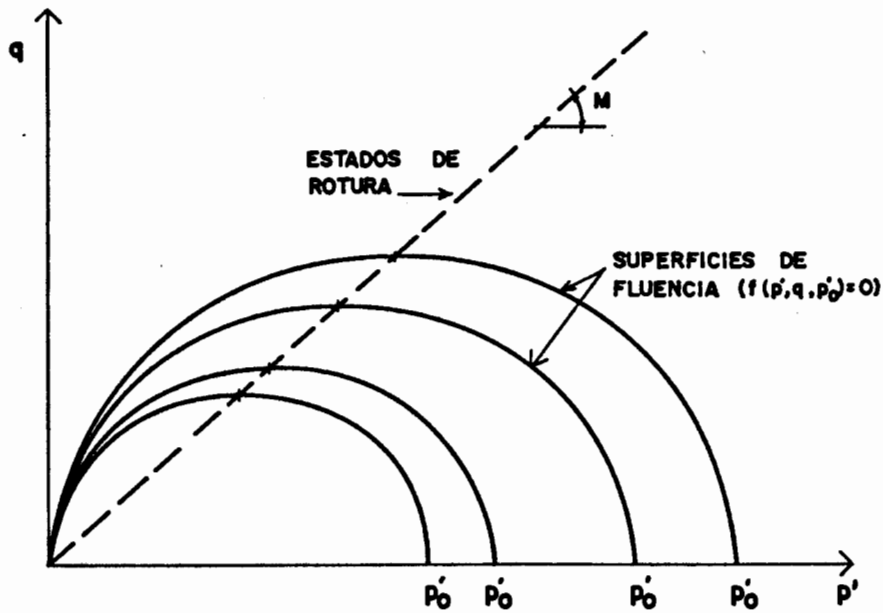


Figura 110. Modelo Cam-Clay modificado: superficies de fluencia (elipses) en el plano  $(p', q)$  para diferentes valores del parámetro de rigidización  $p'_0$ , y recta de estado crítico.

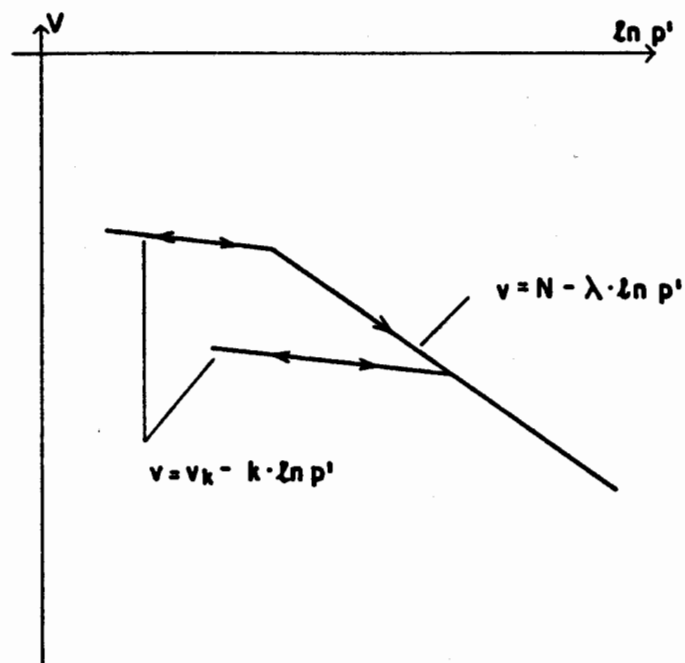


Figura 111. Comportamiento del suelo en el plano  $(p', v)$  (caso saturado).

$$v = N - \lambda \cdot \ln p' \text{ (ramas novales)}$$

$$v = v_k - k \cdot \ln p' \text{ (ramas de descarga y recarga)}$$

tal y como se muestra en la figura 111. En cuanto a las deformaciones de corte recuperables, se considera en ocasiones que no son nulas, utilizando un módulo G de relación:

$$d\epsilon_s^e = \frac{dq}{G}$$

Esto último permite acercarse más al comportamiento real del suelo, por cuanto siempre se producen deformaciones de corte recuperables en alguna medida, y por otro lado se evitan posibles problemas numéricos al incluir el modelo en un programa de ordenador.

Con este planteamiento se puede predecir el comportamiento deformacional del suelo al someterlo a diferentes trayectorias tensionales, conociendo sus parámetros (N,  $\lambda$ , k, M y G) y su estado inicial ( $p'$ , q y  $p'_0$ ), tal y como se ha expuesto en apartados anteriores.

Este modelo fué inicialmente desarrollado para arcillas normalmente consolidadas o ligeramente sobreconsolidadas, que son el tipo de suelos en los que sus predicciones son más fiables.

### **5.3. DESARROLLO DE UN MODELO ELASTOPLASTICO PARA SUELOS NO SATURADOS**

#### **5.3.1. INTRODUCCION**

Con el fin de elaborar y exponer el modelo elastoplástico propuesto en esta tesis se va a hacer uso en este apartado de los diferentes comportamientos y conclusiones que sobre suelos no saturados han sido descritos en capítulos anteriores. A medida que sean necesarios se irán indicando sintéticamente



estos comportamientos así como el apartado o apartados anteriores en que han sido expuestos. El planteamiento a realizar, de acuerdo con los ensayos y resultados obtenidos, se expresará en términos de  $(p-p_u)$ ,  $s$  y  $q$ . La notación empleada, cuando no se defina expresamente, será la ya utilizada con anterioridad.

Será de interés, en determinados casos, distinguir algunas de las componentes de las deformaciones producidas, con el fin de interpretar de forma más directa el comportamiento del suelo. De esta forma, por ejemplo, se considerarán en ocasiones separadamente las deformaciones irreversibles asociadas a variaciones de  $p-p_u$  y  $q$  (subíndice  $p$ ), a variaciones de  $s$  con  $ds > 0$  (subíndice  $s$ ) y a variaciones de  $s$  con  $ds < 0$  (subíndice  $h$ ). Tal y como a continuación se indica:

$$d\epsilon_v^p = d\epsilon_{vp}^p + d\epsilon_{vs}^p + d\epsilon_{vh}^p$$

En cuanto al volumen específico, se diferenciarán, asimismo, en algunos casos, los valores de este parámetro asociado a variaciones de  $p-p_u$  (subíndice  $p$ ) y a variaciones de  $s$  (subíndice  $s$ ) en  $q = \text{cte}$ :

$$v = v_p + v_s$$

### 5.3.2. COMPORTAMIENTO EN $q=0$

#### 5.3.2.1. Trayectorias $d(p-p_u) \neq 0$ , $ds=0$

De acuerdo con lo indicado en los apartados anteriores 2.5 y 4.5.2.2, el comportamiento deformacional del suelo ante cambios de la tensión esférica a succión constante puede ser descrito según las expresiones siguientes:

$$d\epsilon_v = \frac{\lambda(s)}{v} \cdot \frac{d(p-p_a)}{p-p_a} \quad (\text{ramas noales})$$

$$d\epsilon_v = \frac{k(s)}{v} \cdot \frac{d(p-p_a)}{p-p_a} \quad (\text{ramas de descarga y recarga})$$

$$d\epsilon_a = 0$$

tal y como se muestra en la figura 112.  $\lambda(s)$  y  $k(s)$  son las pendientes de las rectas que relacionan  $v_p$  y  $\ln(p-p_a)$ , correspondientes, respectivamente, a las ramas noales y de descarga y recarga ( $k(s) < \lambda(s)$ ). La dependencia de la rigidez del suelo con la succión viene representada por la variación de estos dos parámetros con ella. Para los intervalos de tensiones considerados en los ensayos del capítulo anterior, el suelo se rigidiza ( $\lambda(s)$  y  $k(s)$  disminuyen) al incrementarse la succión, y viceversa.

La integración de estas expresiones da lugar, en términos de  $v_p$ ,  $(p-p_a)$  y  $s$ , a las siguientes:

$$v_p = N(s) - \lambda(s) \cdot \ln(p-p_a) \quad (\text{ramas noales})$$

$$v_p = v_k(s) - k(s) \cdot \ln(p-p_a) \quad (\text{ramas de descarga y recarga})$$

Así como está clara la dependencia de la rigidez del suelo con la succión, es difícil, de acuerdo con los diferentes resultados expuestos en los capítulos anteriores, determinar si  $N$  depende también de ella o es constante. La diferencia entre ambas hipótesis se muestra en la figura 113. A falta de mayores datos se ha indicado en la expresión anterior  $N(s)$  como caso más general. En posteriores apartados se volverá a considerar este tema.

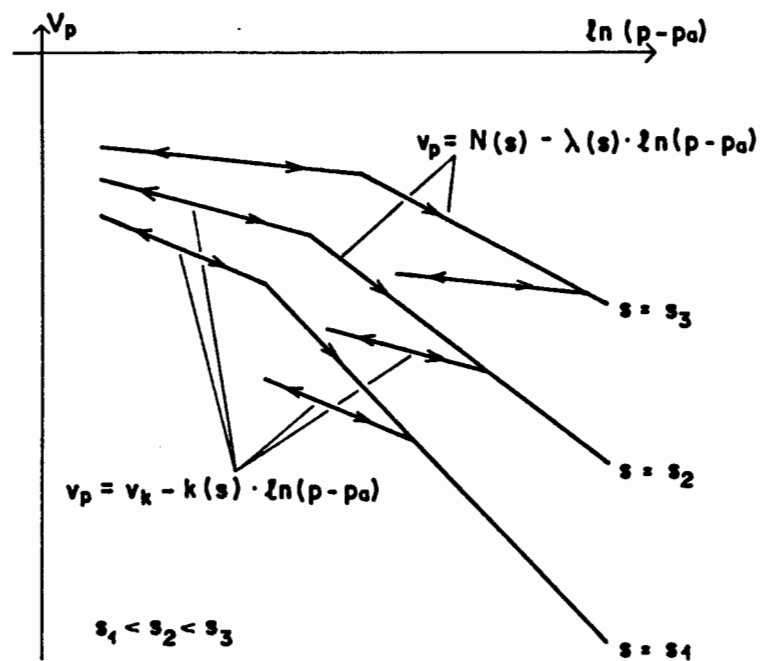


Figura 112. Comportamiento del suelo en el plano  $(p-p_a, v_p)$ .

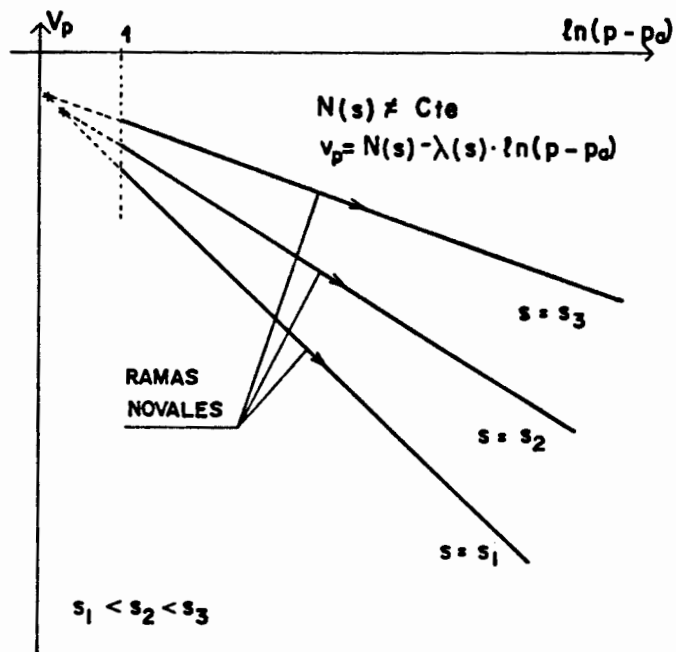
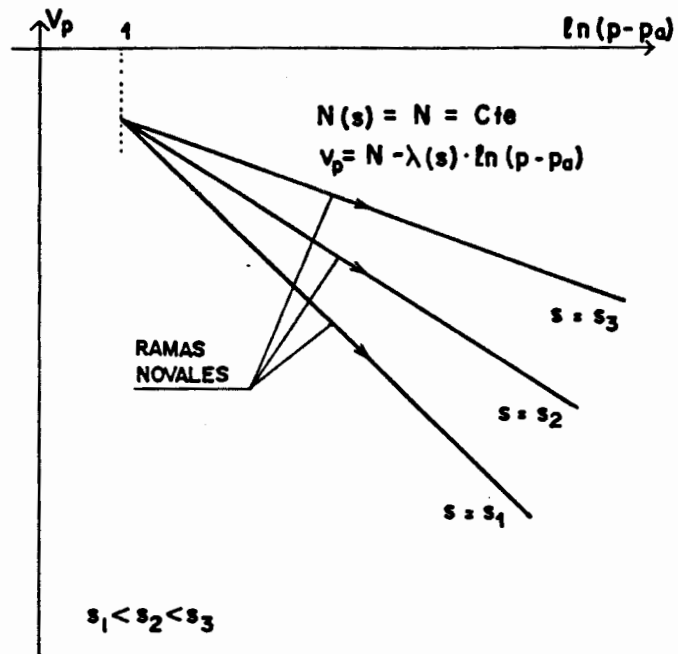


Figura 113. Consecuencias de las hipótesis  $N(s)=N=cte$  o  $N(s)\neq cte$  en el plano  $(p-p_0, v_p)$ .

Lógicamente estas expresiones no pueden ser válidas en rangos de variación suficientemente amplios de  $p-p_u$  (tal como ocurre también en la situación saturada) por cuanto en este caso  $v$  podría reducirse indefinidamente al incrementarse  $p-p_u$  a succión constante, lo cual no es posible. Este aspecto es importante, como más adelante se expondrá, para poder reproducir algunos de los comportamientos observados en suelos no saturados (específicamente la existencia de un máximo de colapso para diferentes valores de  $p-p_u$  al llevar a saturación al suelo desde una succión dada).

La elección adecuada de las expresiones de  $\lambda(s)$  y  $k(s)$  permite también reproducir las disminuciones de rigidez del suelo al aumentar la succión cerca de su estado totalmente seco.

#### 5.3.2.2. Trayectorias $d(p-p_u)=0, ds \neq 0$ . Comportamiento en el plano $(v_u, s)$

En este apartado se van a considerar tan sólo los comportamientos de deformacionales del suelo producidos directamente por efecto de la succión. Se excluyen por ello los fenómenos de colapso que si bien se presentan en trayectorias con disminución de la succión, son de hecho provocados por la tensión esférica cuando se reducen las acciones internas que mantienen estable la estructura del suelo.

De acuerdo con los comportamientos descritos en los apartados anteriores 2.5 y 4.5.2.3, las deformaciones del suelo en trayectorias con la tensión esférica constante y la succión variable pueden expresarse, en ausencia de hinchamientos irre recuperables, de la siguiente manera:

$$d\epsilon_v = \frac{\lambda_s}{v} \cdot \frac{ds}{s+p_{atm}} \quad (\text{ramas noales})$$

$$d\epsilon_v = \frac{k_s}{v} \cdot \frac{ds}{s+p_{atm}} \quad (\text{ramas de descarga y recarga})$$

$$d\epsilon_s = 0$$

tal y como se muestra en la figura 114.  $\lambda_s$  y  $k_s$  son las pendientes de las rectas que relacionan  $v_s$  y  $\ln(s+p_{atm})$ , correspondientes, respectivamente, a la rama noval y a las de descarga y recarga ( $k_s < \lambda_s$ ). Como se observa,  $\lambda_s$  y  $k_s$  han sido inicialmente consideradas constantes, sin depender en consecuencia de  $p-p_a$  tal y como se ha obtenido en el capítulo anterior para los rangos tensionales allí considerados. La rigidez del suelo ante cambios de la succión se impone por lo tanto independiente del nivel de la tensión esférica aplicada.

La integración de estas expresiones da lugar, en términos de  $v_s$  y  $s$ , a las siguientes:

$$v_s = N_s - \lambda_s \cdot \ln(s+p_{atm}) \quad (\text{ramas noales})$$

$$v_s = v_{ks} - k_s \cdot \ln(s+p_{atm}) \quad (\text{ramas de descarga y recarga})$$

Si el suelo puede presentar fenómenos de hinchamiento es necesario ampliar el planteamiento anterior. De los apartados anteriores 2.5 y 4.5.2.7 se deducen las principales características de este fenómeno. Aunque de los ensayos realizados en esta tesis no es posible deducir ninguna ley de relación entre el volumen específico del suelo y la succión durante el proceso de hinchamiento, sí se puede estimar esta ley a partir de los resultados procedentes de distintas referencias (apartado 2.5). De acuerdo con ellos es apropiado suponer una relación lineal entre el hinchamiento y el logaritmo de la succión. Por analogía con los resultados obtenidos en el capítulo

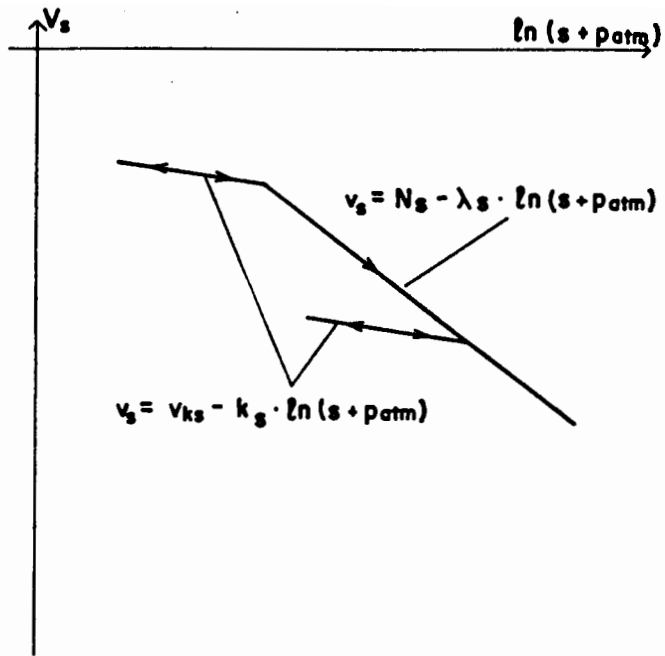


Figura 114. Comportamiento del suelo en el plano  $(s, v_s)$  en ausencia de hinchamientos irreversibles.

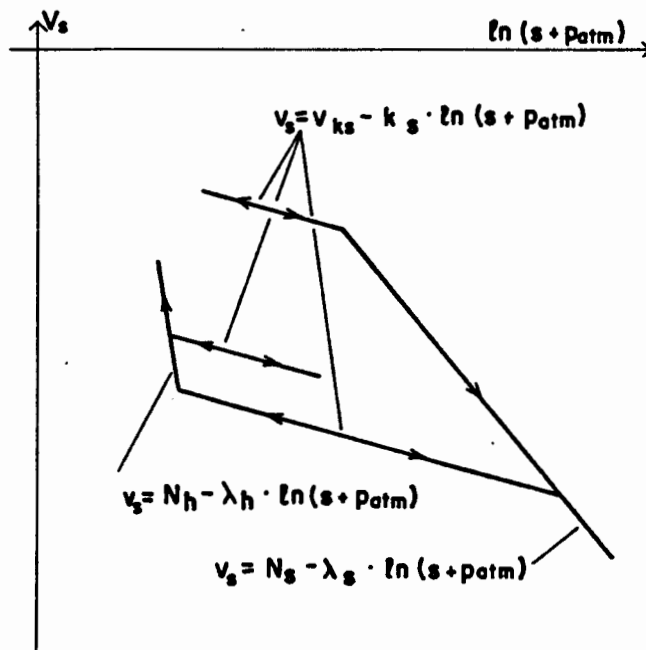


Figura 115. Comportamiento del suelo en el plano  $(s, v_s)$ .

anterior se ha considerado una relación lineal entre el volumen específico y el logaritmo de  $s+p_{atm}$ , de forma que las deformaciones del suelo se pueden obtener a partir de las expresiones siguientes:

$$d\epsilon_v = \frac{\lambda_h}{v} \cdot \frac{ds}{s+p_{atm}}$$

$$d\epsilon_s = 0$$

tal como se muestra en la figura 115.  $\lambda_h$  es un parámetro que se puede considerar en primera aproximación constante, y que está en directa relación con el nivel de expansividad del suelo.  $v_s$  se obtendrá a partir de  $s$  de acuerdo con la siguiente expresión:

$$v_s = N_h - \lambda_h \cdot \ln(s+p_{atm})$$

Según este planteamiento, el hinchamiento producido por efecto directo de la succión es independiente del nivel de la tensión esférica aplicada. Sin embargo, como ha sido indicado en el apartado 2.5, diversos autores comprueban que el hinchamiento total del suelo depende de dicha tensión, de forma que disminuye al aumentar ésta. Esto puede ser en parte debido a la combinación entre este hinchamiento y posibles colapsos provocados por efecto de la tensión esférica al disminuir la rigidez del suelo. Este acoplamiento entre ambos fenómenos es comentado más adelante.

Otra posibilidad en este sentido es que  $N_h$ ,  $\lambda_h$  o ambos dependan de  $(p-p_s)$ . La figura 116 muestra el efecto de cada una de estas dependencias. En el caso de  $N_h$  se produce una modificación del valor de la succión en que comienza el hinchamiento, y en el caso de  $\lambda_h$  varía además el nivel de expansividad del suelo. Con ambas opciones la magnitud final del hinchamiento se corrige de acuerdo con el valor de  $p-p_s$ .



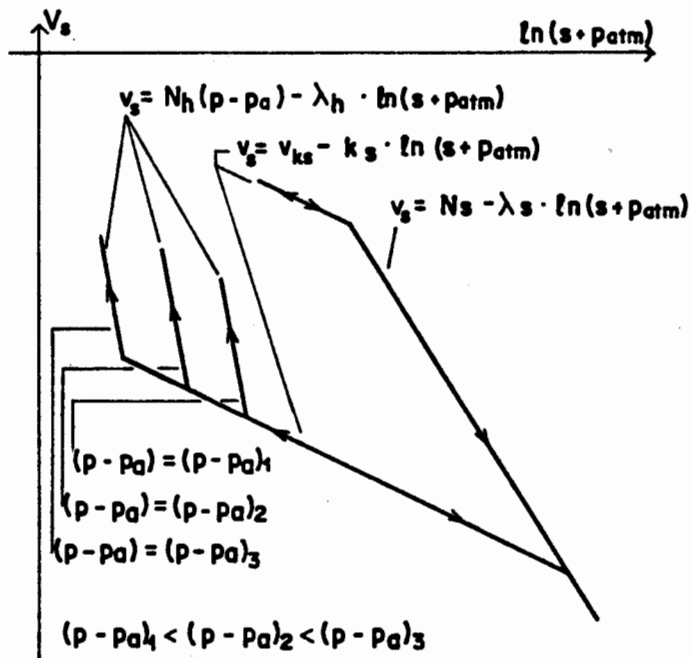
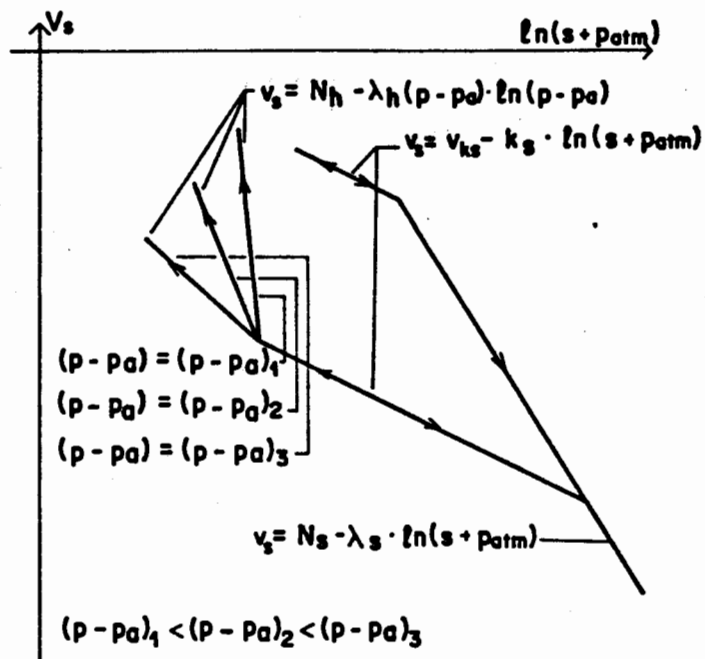


Figura 116. Consecuencias de las hipótesis  $\lambda_h(p-p_a) \uparrow cte$  y  $N_h(p-p_a) = cte$ , o  $\lambda_h(p-p_a) = cte$  y  $N_h(p-p_a) \uparrow cte$ , en el plano  $(s, v_s)$ .

El hecho de que la expansividad del suelo sea provocada por los mecanismos microestructurales físico-químicos descritos en el apartado 2.3.2.2 induce a pensar que la succión en que comienza a producirse el hinchamiento irrecuperable es una variable propia del fenómeno, sin depender, en consecuencia, de la tensión esférica aplicada. La figura 15, por otro lado, parece mostrar asimismo esta independencia, al no observarse puntos variables de inicio del hinchamiento al modificar la carga exterior. Consecuentemente, la existencia paralela de un colapso, la variación de  $N_h$  y  $\lambda_h$  con  $p-p_a$  de forma que la expansión comience en el mismo valor de la succión, o ambos son posibles causas de la dependencia del hinchamiento con la tensión esférica.

Una primera aproximación para esta posible dependencia de  $\lambda_h$  con  $p-p_a$  se puede obtener suponiendo que el hinchamiento irrecuperable producido al reducir la succión hasta anularla a tensión esférica constante ( $\Delta v_h$ ), depende logarítmicamente de  $p-p_a$  de forma que se anula para la presión de hinchamiento ( $p_h$ ):

$$\Delta v_h = a \cdot \ln\left(\frac{p_h}{p-p_a}\right)$$

donde  $a$  es una constante. Si se considera:

$$v_s = N_h (p-p_a) - \lambda_h (p-p_a) \cdot \ln(s+p_{atm})$$

el hinchamiento irrecuperable producido al reducir la succión hasta anularla a tensión esférica constante será, suponiendo que dicho hinchamiento comienza en  $s=s_i$ :

$$\Delta v_h = \lambda_h (p-p_a) \cdot \ln\left(\frac{s_i+p_{atm}}{p_{atm}}\right)$$

Igualando las dos expresiones de  $\Delta v_h$  se obtiene:

$$\lambda_h(p-p_a) = A \cdot \ln\left(\frac{p_h}{p-p_a}\right)$$

donde A es una constante.

### 5.3.2.3. Trayectorias $d(p-p_a)=0, ds \neq 0$ en ramas elásticas del plano $(v_p, s)$ . Comportamiento en el plano $(v_p, p-p_a)$

En los apartados 2.3.1.3, 2.5, 4.5.2.2 y 4.5.2.3 se han expuesto los comportamientos fundamentales del suelo que van a ser ahora considerados. Las figuras 117 muestran estos comportamientos en el plano  $(v_p, p-p_a)$  correspondientes a trayectorias de tipo  $d(p-p_a)=0, ds \neq 0$  en ramas elásticas del plano  $(v_p, s)$ .

Como se observa en estas figuras un incremento de la succión ( $\Delta s$ ) produce un aumento de la rigidez del suelo para los niveles de tensión utilizados en el capítulo anterior. El suelo queda entonces en una rama de descarga de la nueva recta noval correspondiente a la succión final aplicada, incrementándose, en consecuencia, su grado de sobreconsolidación. De acuerdo con lo indicado en el apartado 5.3.2.1, las variaciones de la tensión esférica que se produzcan en cada momento seguirán las ramas noval y de descarga y recarga establecidas para cada succión.

En el caso de que la succión se reduzca ( $-\Delta s$ ), el proceso es el contrario, pudiendo aparecer fenómenos de colapso. Si el suelo estaba sobreconsolidado, la reducción de la succión disminuye su grado de sobreconsolidación. Si la reducción de la succión es suficientemente grande y la sobreconsolidación del suelo suficientemente pequeña, se puede llegar a anular esta sobreconsolidación de forma que el suelo queda entonces en la rama noval correspondiente a

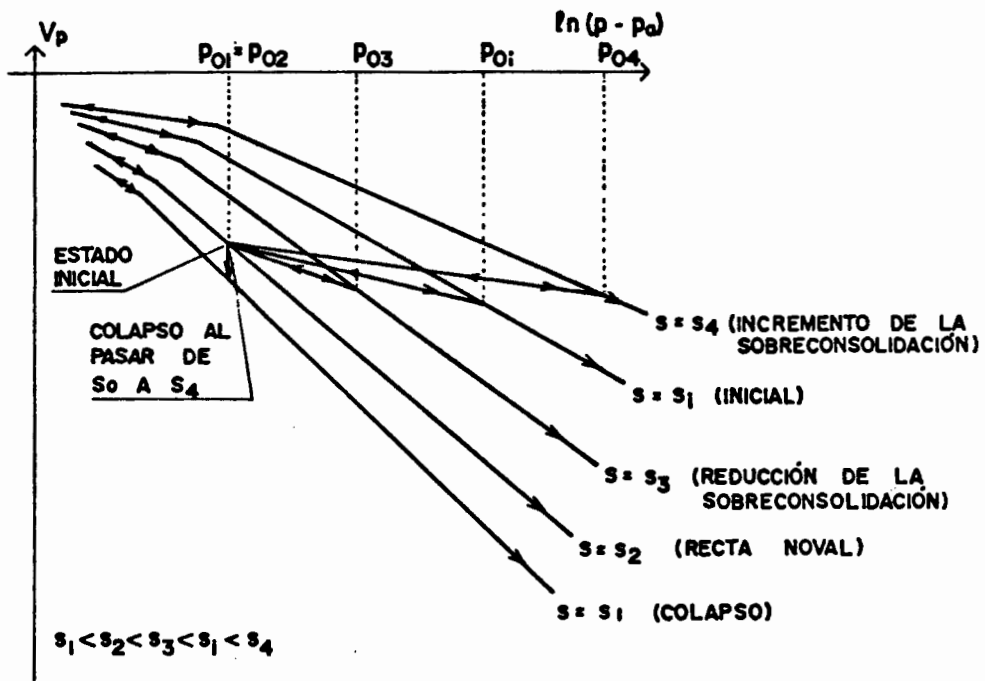


Figura 117. Comportamiento del suelo en el plano  $(p-p_a, v_p)$ , en trayectorias tensionales de tipo  $d(p-p_a)=0$  y  $ds \neq 0$ .

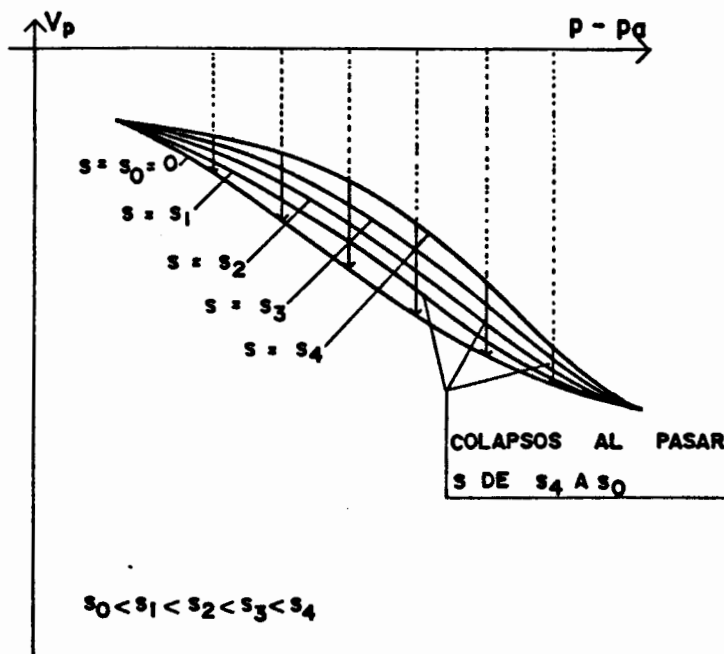


Figura 118. Convergencia de las distintas curvas  $(p-p_a, v_p)$  a succión constante para tensiones esféricas elevadas, y existencia en este caso de un máximo de colapso.

la succión final. Reducciones adicionales de la succión producen fenómenos de colapso al ir siguiendo el suelo las posiciones de las ramas novalas sucesivas correspondientes a cada succión y tensión esférica, tal y como se muestra en la figura 117.

Mediante este planteamiento se reproducen varios de los comportamientos observados en suelos no saturados: variación de la rigidez y del grado de sobreconsolidación con la succión, colapso y su dependencia del estado tensional, y tendencia del suelo a su estado noval saturado al colapsar (recta  $(v_p, \ln(p-p_s))$  para  $s=0$ ). Sin embargo, se predice que el colapso crece indefinidamente al aumentar la tensión esférica, sin reproducirse, en consecuencia, el máximo observado y descrito por diversos autores (apartados 2.3.1.3 y 2.5). Este problema está asociado a la propia adopción de leyes de relación logarítmicas entre  $v_p$  y  $p-p_s$ , que hacen que las diferentes rectas para cada succión se separen progresivamente más al aumentar  $p-p_s$ . Una modificación apropiada en este sentido, haciendo que las diferentes curvas correspondientes a cada succión tiendan a converger para tensiones esféricas suficientemente altas (figura 118) solventa este problema. Para los rangos de tensión y el tipo de suelo utilizados en el capítulo anterior, sin embargo, esta corrección no es necesaria por no llegarse en ellos a dicho máximo.

#### 5.3.2.4. Superficie de fluencia para incrementos de la tensión esférica

De acuerdo con lo indicado en los apartados anteriores, en el suelo se podrán producir únicamente deformaciones recuperables o deformaciones recuperables e irre recuperables dependiendo de las trayectorias tensionales seguidas en los planos  $(v_p, p-p_s)$  y  $(v_s, s)$ . Las deformaciones irre recuperables se producirán cuando el estado tenso-deformacional del suelo se mueva a lo largo de

alguna rama noval (tanto de  $p-p_a$ , como de  $s$ ), mientras que en las ramas de descarga se producirán tan sólo deformaciones recuperables. Con el fin de estudiar separadamente los distintos fenómenos, se considerará en todo este apartado que las trayectorias tensionales siguen siempre ramas elásticas en el plano  $(v_a, s)$ .

La figura 119 muestra varias ramas noval y de descarga en el plano  $(v_p, p-p_a)$  correspondientes a diferentes succiones y a un valor inicial de  $v_p$  y  $p-p_a$  dado. Como se observa, se puede definir para cada succión un valor de  $p-p_a$  ( $p-p_a=p_0$ ) a partir del cual se producen deformaciones irre recuperables.

Mientras las trayectorias tensionales seguidas tan sólo incluyan ramas de descarga en dicho plano, estos  $p_0$  permanecen constantes para cada succión. Cuando se llega a ramas noval, sin embargo, todos ellos se modifican aumentando.

Se puede considerar, en el plano  $(p-p_a, s)$ , el lugar geométrico de estos  $p_0$  para un estado tensional dado, que vendrá representado por una curva  $p_0=p_0(s)$  (figura 120). Esta curva define, en dicho plano, un dominio de estados tensionales posibles ( $p-p_a \leq p_0$  para cada succión). Cuando una trayectoria tensional es interior a dicho dominio tan sólo se producen deformaciones recuperables, de forma que el suelo está continuamente en ramas de descarga del plano  $(v_p, p-p_a)$ . Sin embargo, cuando la trayectoria tensional llega a  $p_0(s)$  y tiende a ir hacia el exterior del dominio, el suelo llega a alguna rama noval, produciéndose deformaciones irre recuperables. En este último caso la trayectoria tensional arrastra a la curva  $p_0(s)$ , ampliando el dominio elástico. Esta curva  $p_0(s)$  representa, en consecuencia, una superficie de fluencia del suelo, de forma que los diferentes  $p_0$  son las presiones de preconsolidación correspondientes a cada succión.

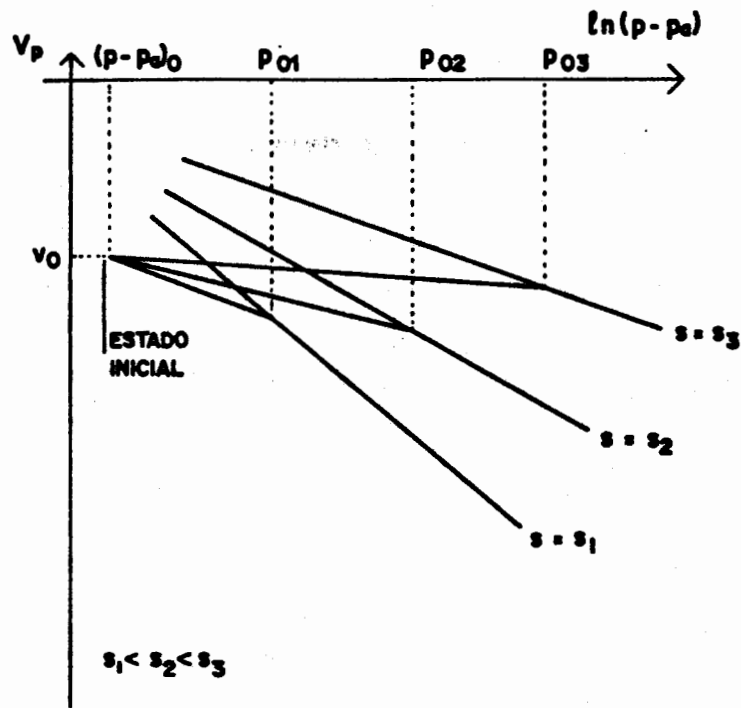


Figura 119. Comportamiento del suelo en el plano  $(p-p_e, v_p)$ . Valores de  $p_0$  para cada succión en que comienzan a producirse deformaciones irrecuperables.

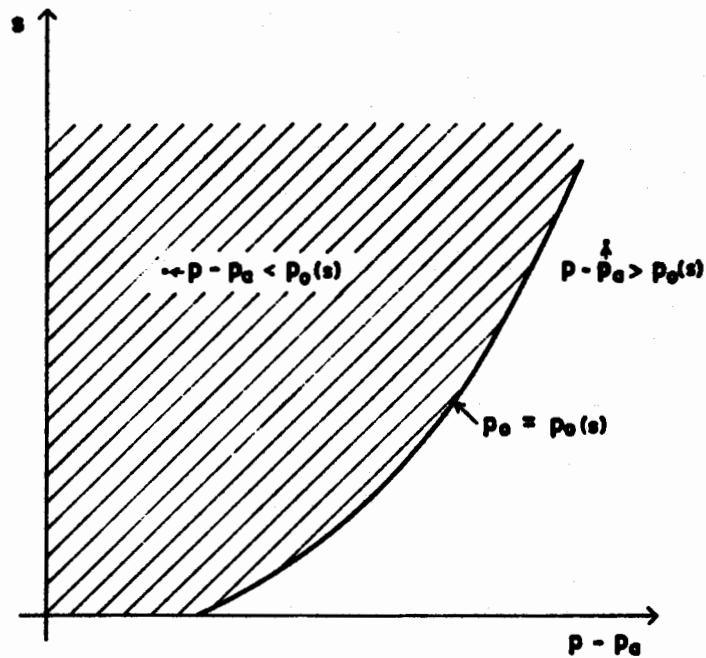


Figura 120. Curva  $p_0 = p_0(s)$  en el plano  $(p-p_e, s)$ .

Debido a que esta superficie de fluencia es móvil en el plano  $(p-p_a, s)$ , existen de hecho en él infinitas curvas  $p_0(s)$ . Para determinar una sola de ellas será necesario fijar algún parámetro adicional significativo, como por ejemplo el  $p_0$  correspondiente a una determinada succión. Se ha tomado como parámetro más representativo, en este caso, el  $p_0$  en estado saturado ( $s=0$ ), al que se ha denominado  $p_0^*$  (figura 121).

De acuerdo con el planteamiento realizado en los apartados anteriores es posible deducir la expresión de  $p_0(s, p_0^*)$ . Para ello se deben relacionar las ramas noales de cada succión con la de succión nula a través de las ramas de descarga elástica correspondientes. De esta forma, y de acuerdo con la notación de la figura 122, el volumen específico en el punto A como perteneciente a su rama noal ( $v_{p_1}(0, p_0^*)$ ) deberá ser igual al volumen específico en el punto B como perteneciente a su rama noal ( $v_{p_1}(s, p_0)$ ) más la diferencia de volúmenes específicos entre los puntos A y B como pertenecientes a la rama de descarga que los une ( $v_{p_2}(s, p_0^*)$  y  $v_{p_2}(s, p_0)$  respectivamente), es decir:

$$v_{p_1}(s, p_0) = v_{p_1}(0, p_0^*) - v_{p_2}(s, p_0^*) + v_{p_2}(s, p_0)$$

Esta ecuación define, de hecho, la expresión de  $p_0(s, p_0^*)$ . Si se considera:

$$v_{p_1} = N(s) - \lambda(s) \cdot \ln(p - p_a)$$

$$v_{p_2} = v_k - k(s) \cdot \ln(p - p_a)$$

se deduce:

$$p_0 = \exp\left(\frac{N(s) - N(0) + (\lambda(0) - k(s)) \cdot \ln(p_0^*)}{\lambda(s) - k(s)}\right) \quad (7)$$



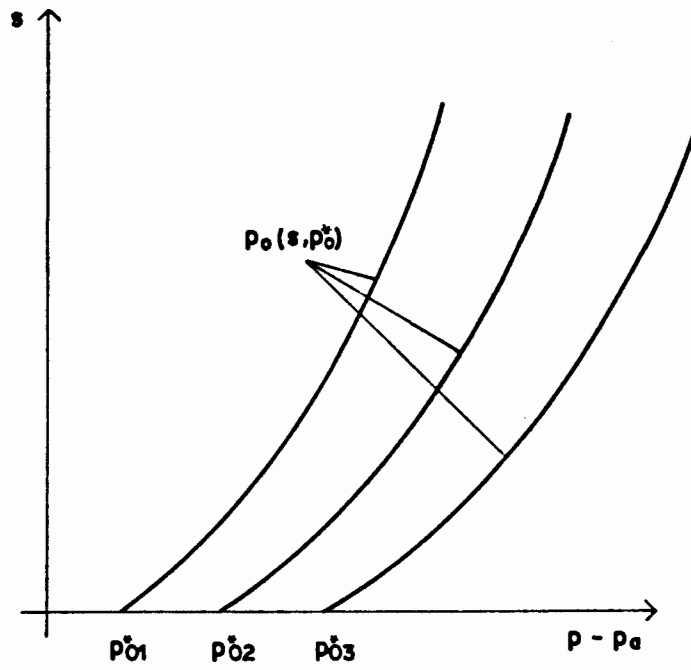


Figura 121. Definición de  $p_0^*$ .

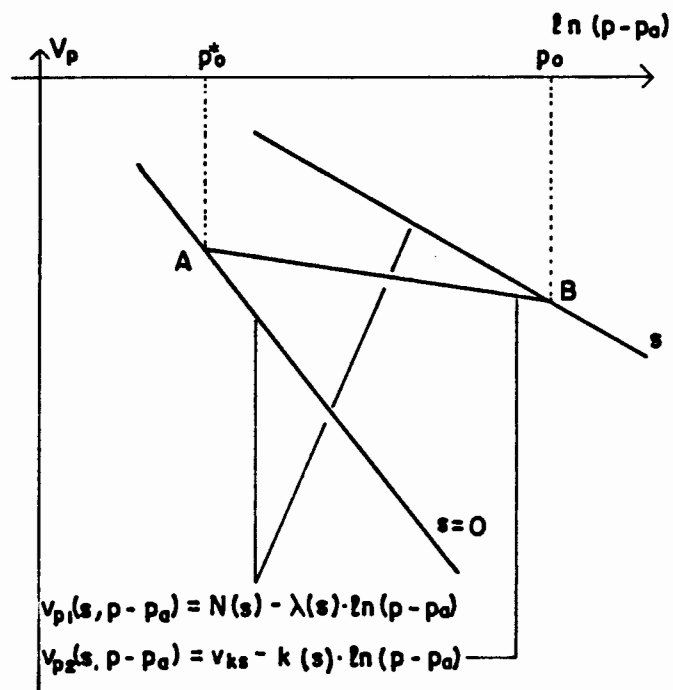


Figura 122. Notación utilizada para deducir la expresión de  $P_0(s, p_0^*)$ .

que es  $p_0(s, p_0^*)$  de acuerdo con las hipótesis realizadas en apartados anteriores. Tanto las expresiones de  $N(s)$ ,  $\lambda(s)$  y  $k(s)$  como la forma de esta función en el plano  $(p-p_*, s)$  son estudiadas más adelante.

#### 5.3.2.5. Superficie de fluencia para incrementos de la succión

El comportamiento deformacional del suelo ante cambios de la succión y en ausencia de hinchamientos irreversibles, ha sido ya descrito, análogamente al caso de la tensión esférica, a partir de la rama noval en la que se producen deformaciones irreversibles y de las ramas de descarga en las que sólo se producen deformaciones recuperables (figura 114). Tal como se ha expuesto, en este caso no se ha considerado una dependencia directa entre este comportamiento y el nivel de tensión esférica aplicada. En todo este apartado, y de nuevo con el fin de estudiar separadamente los diferentes fenómenos, se considerará que sólo se producen deformaciones irreversibles por incrementos de la succión.

De acuerdo con este planteamiento, y partiendo de un estado inicial dado (figura 123), se producirán deformaciones irreversibles cuando la succión supere un determinado valor  $s_0$  condicionado por la historia tensional previa del suelo. En el plano  $(p-p_*, s)$  esto implica de nuevo la existencia de una curva  $s_0 = s_0(p-p_*)$  definida como el lugar geométrico de los puntos a partir de los cuales los incrementos de succión producen deformaciones irreversibles. En este caso esta curva se puede expresar como  $s = s_0(p-p_*)$ , representando una nueva superficie de fluencia.

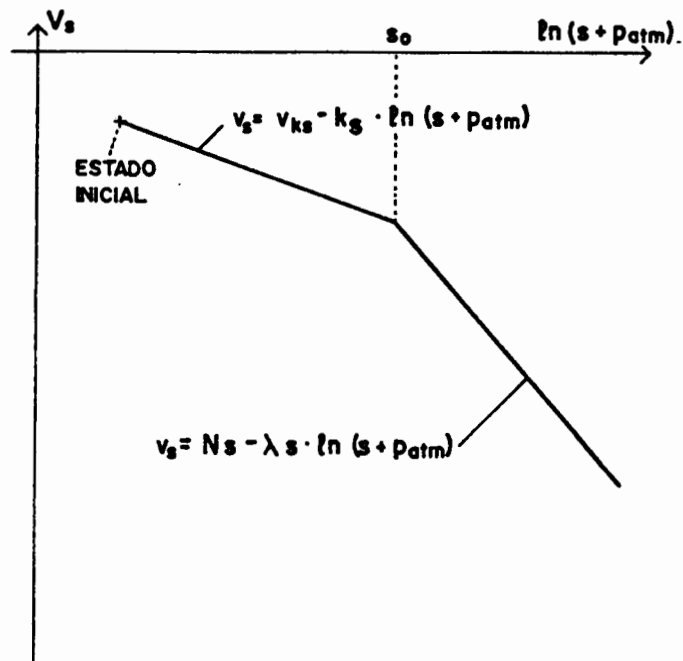


Figura 123. Comportamiento del suelo en el plano  $(s, v_s)$ . Definición de  $s_0$ .

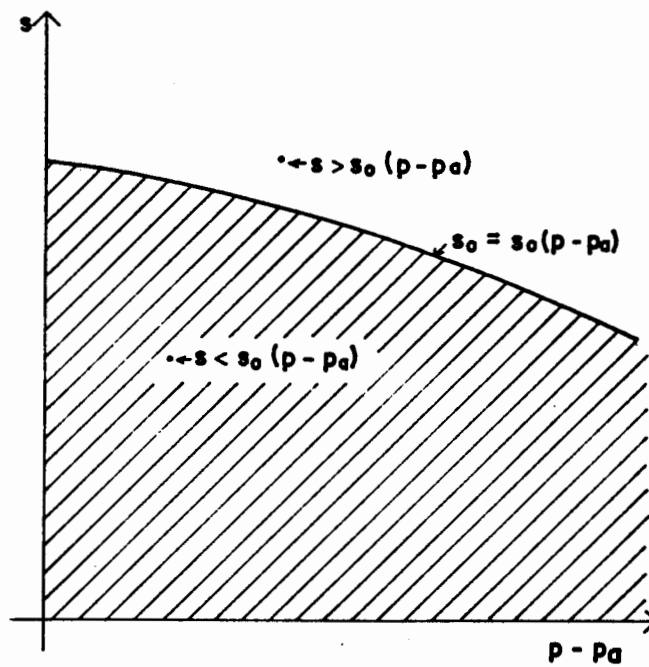


Figura 124. Superficie de fluencia  $s_0(p - p_a)$  en el plano  $(p - p_a, s)$ .

Tal y como ocurría en el apartado anterior, esta superficie de fluencia define un dominio de estados tensionales posibles ( $s \leq s_0(p-p_a)$ ) dentro del cual no se producen deformaciones irreversibles (ramas de descarga) (figura 124). Cuando la trayectoria tensional llega a  $s=s_0$  y tiende a ir hacia el exterior del dominio, éste se amplía al arrastrar dicha trayectoria a la superficie de fluencia, produciéndose deformaciones irreversibles (rama noval).

De acuerdo con los resultados obtenidos en el capítulo anterior, la elección de  $s=s_0=cte$  como ecuación de la superficie de fluencia es correcta en primera aproximación y a falta de más información. No se puede en absoluto descartar, sin embargo, que para intervalos suficientemente grandes de la tensión esférica o para otro tipo de suelos, el suponer  $s=s_0=cte$  no sea correcto, debiéndose entonces, a partir de la experimentación a realizar, estimar otro  $s_0(p-p_a)$  más adecuado.

#### 5.3.2.6. Superficie de fluencia para reducciones de la succión

En el caso de que se produzcan hinchamientos irreversibles al reducir la succión, se podrá definir una tercera superficie de fluencia de forma paralela y con las mismas condiciones que lo realizado en el apartado anterior. El lugar geométrico de los puntos, en el plano  $(p-p_a, s)$ , a partir de los cuales se producen este tipo de deformaciones irreversibles podrá expresarse, en general, como  $s_h(p-p_a)$ . Esta superficie de fluencia determinará de nuevo un dominio de estados tensionales posibles ( $s \geq s_h(p-p_a)$ ) para cada  $p-p_a$  dentro del cual no se producen hinchamientos irreversibles. Cuando la trayectoria tensional llega a  $s=s_h(p-p_a)$  y tiende a ir hacia el exterior del dominio, se comienzan a producir estos

hinchamientos, arrastrando la trayectoria tensional a la superficie de fluencia.

Se ha supuesto, en primera aproximación y a falta de más datos significativos, que  $s = s_h(p - p_a)$  tiene la expresión  $s = s_h = \text{cte}$  (figura 125).

### 5.3.2.7. Deformaciones recuperables e irre recuperables. Relación entre las superficies de fluencia

El conjunto de las tres superficies de fluencia establecidas en los apartados anteriores definen un dominio de estados tensionales posibles en el plano  $(p - p_a, s)$  limitado por las condiciones generales  $p - p_a \leq p_0(s)$  y  $s_0(p - p_a) \geq s \geq s_h(p - p_a)$  en el que se producen únicamente deformaciones recuperables (figura 126). Cuando una trayectoria tensional se dirige hacia fuera de este dominio se produce un arrastre de las superficies de fluencia correspondientes, de forma que entonces se producen deformaciones irre recuperables.

De acuerdo con los planteamientos realizados, las deformaciones volumétricas recuperables del suelo podrán obtenerse de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$d\epsilon_{vp}^e = \frac{k(s) d(p - p_a)}{v (p - p_a)}$$

$$d\epsilon_{vs}^e = \frac{k_s ds}{v (s + p_{ata})}$$

$$d\epsilon_v^e = \frac{k(s) \frac{d(p - p_a)}{p - p_a} + k_s \frac{ds}{s + p_{ata}}}{v} \quad (8)$$

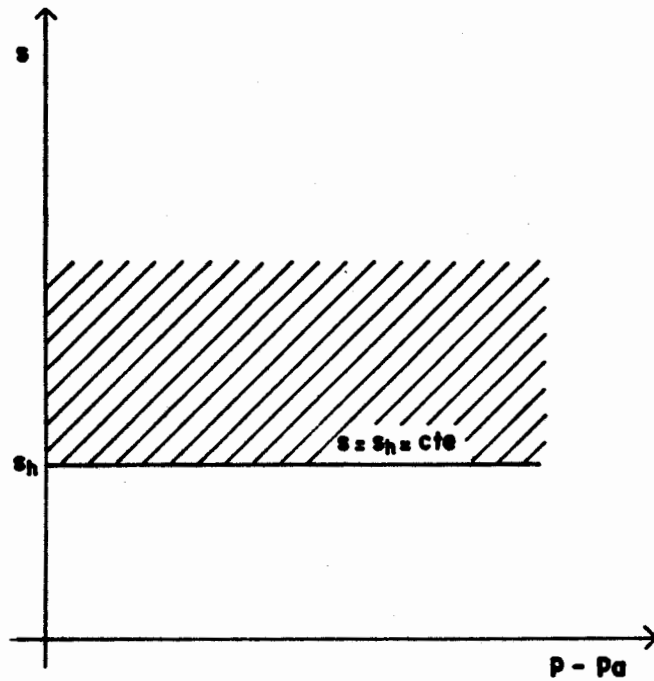


Figura 125. Superficie de fluencia  $s_h(p-p_a)$  en el plano  $(p-p_a, s)$  bajo la hipótesis  $s_h(p-p_a) = s_h = cte$ .

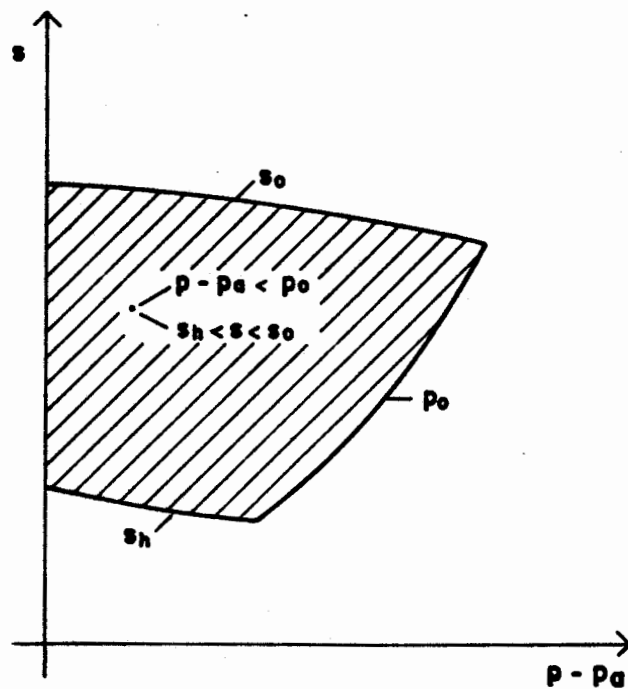


Figura 126. Superficies de fluencia en el plano  $(p-p_a, s)$ . Dominio de estados tensionales en el que no se producen deformaciones irreversibles.

En cuanto a las deformaciones totales correspondientes a trayectorias en las distintas ramas noales ( $d(p-p_a) > 0$ ,  $ds > 0$  y  $ds < 0$ ), serán:

$$d\epsilon_{vp} = \frac{\lambda(s) d(p-p_a)}{v \cdot p-p_a} \quad (9)$$

$$d\epsilon_{vs} = \frac{\lambda_s \cdot ds}{v \cdot s+p_{ata}} \quad (10)$$

$$d\epsilon_{vh} = \frac{\lambda_h \cdot ds}{v \cdot s+p_{ata}} \quad (11)$$

Hasta el momento se han considerado trayectorias tensionales en las que únicamente variaba uno de los tres parámetros  $p_0^*$ ,  $s_0$  y  $s_h$ , es decir, tan sólo se producían deformaciones irrecuperables debidas a incrementos de la tensión esférica, a incrementos de la succión o a disminuciones de la succión. En estas condiciones, o en un caso más general, como más adelante se expone, si la variación de cada uno de estos tres parámetros es independiente de la variación de los otro dos, se cumple en las ramas noales que  $d(p-p_a) = dp_0$ ,  $ds = ds_0$  ( $ds > 0$ ) y  $ds = ds_h$  ( $ds > 0$ ). Esto implica que  $p_0^*$ ,  $s_0$  y  $s_h$  están directamente relacionados con las variaciones respectivas de  $p-p_a$ ,  $s$  ( $ds > 0$ ) y  $s$  ( $ds < 0$ ), de forma que se puede escribir:

$$d\epsilon_{vp} = \frac{\lambda(s) dp_0}{v \cdot p_0} \quad (12)$$

$$d\epsilon_{vs} = \frac{\lambda_s}{v} \cdot \frac{ds_0}{s_0} \quad (13)$$

$$d\epsilon_{vh} = \frac{\lambda_h}{v} \cdot \frac{ds_h}{s_h} \quad (14)$$

Las deformaciones volumétricas irrecuperables serán, consecuentemente, bajo estas hipótesis:

$$d\epsilon_{vp}^p = \frac{(\lambda(s)-k(s)) dp_0}{v p_0} \quad (15)$$

$$d\epsilon_{vs}^p = \frac{(\lambda_s - k_s)}{v} \cdot \frac{ds_0}{s_0 + p_{atm}} \quad (16)$$

$$d\epsilon_{vh}^p = \frac{(\lambda_h - k_h)}{v} \cdot \frac{ds_h}{s_h + p_{atm}} \quad (17)$$

La ecuación (15) anterior puede ser modificada, de acuerdo con la expresión de  $p_0(s)$  (7), para poder definir  $d\epsilon_{vp}^p$  a partir directamente de  $p_0^*$ , y no de  $p_0$ , que es el parámetro que determina cada una de las superficies de fluencia de incremento de la tensión esférica. Transformando  $p_0(s)$  se obtiene:

$$N(s) - (\lambda(s) - k(s)) \ln(p_0) = N(0) - (\lambda(0) - k(s)) \cdot \ln(p_0^*)$$

y diferenciando con  $s$  constante:

$$(\lambda(s) - k(s)) \cdot \frac{dp_0}{p_0} = (\lambda(0) - k(s)) \cdot \frac{dp_0^*}{p_0^*}$$

es decir:



$$\frac{dp_0}{p_0} = \frac{(\lambda(0)-k(s))}{(\lambda(s)-k(s))} \cdot \frac{dp_0^*}{p_0^*} \quad (18)$$

Las deformaciones volumétricas irre recuperables en incrementos de  $(p-p_a)$  serán, en consecuencia:

$$d\epsilon_{vp}^p = (\lambda(0)-k(s)) \cdot \frac{dp_0^*}{p_0^*} \quad (19)$$

Como ha sido ya indicado, en los planteamientos anteriores se ha considerado siempre que cuando se producían deformaciones volumétricas irre recuperables eran tan sólo debidas a uno de los tres procesos que las provocan ( $dp_0$ ,  $ds_0$  o  $ds_h$ ). No se ha indicado nada, sin embargo, del posible efecto o interdependencia entre ellas ( $d\epsilon_{vp}^p$ ,  $d\epsilon_{vs}^p$  y  $d\epsilon_{vh}^p$ ) o, más específicamente, de los procesos en que se pueden producir simultáneamente dos ( $d\epsilon_{vp}^p$  y  $d\epsilon_{vs}^p$  o  $d\epsilon_{vp}^p$  y  $d\epsilon_{vh}^p$ ). Podría considerarse, como primera hipótesis, que estas deformaciones irre recuperables debidas a cada uno de dichos procesos son independientes entre sí. En este caso se podría establecer una correspondencia biunívoca entre la posición de las superficies de fluencia, definidas por  $p_0^*$ ,  $s_0$  y  $s_h$ , y las deformaciones volumétricas irre recuperables correspondientes a ellas, a partir de las ecuaciones (19), (16) y (17). De esta forma cada  $p_0^*$ ,  $s_0$  y  $s_h$  determinaría, respectivamente,  $\epsilon_{vp}^p$ ,  $\epsilon_{vs}^p$  y  $\epsilon_{vh}^p$  y viceversa, obteniéndose las deformaciones recuperables a partir de la ecuación (8), las deformaciones irre recuperables sumando las ecuaciones (19), (16) y (17) y las deformaciones totales sumando todas ellas (8), (19), (16) y (17). Suponiendo esta hipótesis las superficies de fluencia serían también independientes entre sí en movimiento y posición, quedando directamente determinadas a partir de la trayectoria tensional seguida.

Sin embargo, en los apartados 4.5.2.2 y 4.5.2.3 anteriores se ha comprobado que al incrementar la tensión esférica o la succión, produciéndose en ambos casos deformaciones volumétricas irreversibles, se provocaban aumentos del grado de sobreconsolidación para incrementos posteriores, respectivamente, de la succión o de la tensión esférica. Esto implica una cierta relación entre las dos deformaciones irreversibles correspondientes ( $d\epsilon_{vp}^p$  y  $d\epsilon_{vs}^p$ ) de forma que, de acuerdo con los resultados obtenidos, un  $d\epsilon_{vp}^p$  produce un  $dp_0^*$  y un  $ds_0$ , y un  $d\epsilon_{vs}^p$  produce un  $ds_0$  y un  $dp_0^*$ . Este comportamiento es lógico por cuanto las deformaciones volumétricas del suelo son de hecho únicas, y la diferenciación realizada en distintos tipos puede tener sentido, en principio, tan sólo desde un punto de vista conceptual. En realidad, y aunque no se dispone de datos específicos al respecto, puede inducirse que existe una interdependencia entre cada pareja de deformaciones irreversibles ( $d\epsilon_{vp}^p$ ,  $d\epsilon_{vs}^p$ ,  $d\epsilon_{vh}^p$ ).

En este caso, en consecuencia, no podrá establecerse la correspondencia biunívoca anteriormente definida entre las deformaciones volumétricas irreversibles y la posición de cada superficie de fluencia, dado que  $p_0^*$ ,  $s_0$  y  $s_h$  pueden variar con cualquiera de dichas deformaciones. Las expresiones (12) a (17) y (19) serán únicamente correctas en el caso de que sólo se produzcan deformaciones irreversibles correspondientes a cada una de ellas. Si se producen simultáneamente dos, deberá compatibilizarse el proceso de acuerdo con las hipótesis que se establezcan para la variación de  $p_0^*$ ,  $s_0$  y  $s_h$  con las distintas deformaciones irreversibles.

Se puede suponer, como primera aproximación, que los tres parámetros  $p_0^*$ ,  $s_0$  y  $s_h$  se ajustan a las siguientes expresiones, obtenidas al modificar las ecuaciones (19), (16) y (17):

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = \frac{v}{\lambda(0)-k(s)} \cdot d\epsilon_v^P \quad (20)$$

$$\frac{ds_0}{s_0+p_{atm}} = \frac{v}{\lambda_s-k_s} \cdot d\epsilon_v^P \quad (21)$$

$$\frac{ds_h}{s_h+p_{atm}} = \frac{v}{\lambda_h-k_s} \cdot d\epsilon_v^P \quad (22)$$

con  $d\epsilon_v^P = d\epsilon_{vp}^P + d\epsilon_{vs}^P + d\epsilon_{vh}^P$ , es decir, existe una dependencia directa con la deformación volumétrica irre recuperable total producida. En este caso es posible establecer una correspondencia biunívoca a partir de (20), (21) y (22) entre la posición de las superficies de fluencia, definidas por  $p_0^*$ ,  $s_0$  y  $s_h$ , y la deformación volumétrica irre recuperable total.

Otra posibilidad sería considerar que las deformaciones irre recuperables debidas a cada uno de los tres procesos que las provocan afectan de forma diferente a la estructura del suelo. En este caso  $p_0^*$ ,  $s_0$  y  $s_h$  no se podrían obtener directamente a partir de  $d\epsilon_v^P$ , debiéndose separar cada uno de sus sumandos. Una posible expresión sería:

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = \frac{v}{\lambda(0)-k(s)} \cdot (d\epsilon_{vp}^P + k_{ps} \cdot d\epsilon_{vs}^P + k_{ph} \cdot d\epsilon_{vh}^P) \quad (23)$$

$$\frac{ds_0}{s_0+p_{atm}} = \frac{v}{\lambda_s-k_s} \cdot (k_{sp} \cdot d\epsilon_{vp}^P + d\epsilon_{vs}^P + k_{sh} \cdot d\epsilon_{vh}^P) \quad (24)$$

$$\frac{ds_h}{s_h+p_{atm}} = \frac{v}{\lambda_h-k_s} \cdot (k_{hp} \cdot d\epsilon_{vp}^P + k_{hs} \cdot d\epsilon_{vs}^P + d\epsilon_{vh}^P) \quad (25)$$

donde  $k_{ij}$  son constantes. Con estas expresiones dejaría de existir una relación biunívoca general entre los parámetros  $p_0^*$ ,  $s_0$  y  $s_h$  y las deformaciones volumétricas irrecuperables. Por otro lado estas expresiones representan un caso más general que las anteriores, por cuanto haciendo  $k_{ij}=0$  se obtienen las ecuaciones (19), (16) y (17) y haciendo  $k_{ij}=1$  se obtienen las ecuaciones (20), (21) y (22).

Se ha considerado, sin embargo, más adecuado, en primera aproximación y a falta de más información, utilizar en el planteamiento final (apartado 5.4) las expresiones (20), (21) y (22), que representan un caso más simple e introducen menos parámetros en el modelo. El cálculo de las deformaciones volumétricas irrecuperables en el caso de producirse de dos tipos simultáneamente, es expuesto más adelante.

Estas variaciones de  $p_0^*$ ,  $s_0$  y  $s_h$  en procesos con  $d\epsilon_{vp}^p=0$ ,  $d\epsilon_{vs}^p=0$  y  $d\epsilon_{vh}^p=0$  respectivamente pueden interpretarse en el modelo propuesto como traslaciones de las rectas novalas correspondientes a cada uno de dichos parámetros, y en consecuencia como movimientos de las superficies de fluencia a ellos asociadas (figura 127). Las ecuaciones de estas rectas novalas quedarán entonces modificadas de la siguiente forma:

a) recta noval correspondiente a  $p-p_*$ . La figura 128 muestra la traslación de esta recta noval en procesos en los que se producen deformaciones irrecuperables debidas únicamente a incrementos de la succión, de forma que la succión inicial y la final sean iguales. De acuerdo con esta figura, la ecuación de la nueva recta noval cumplirá:

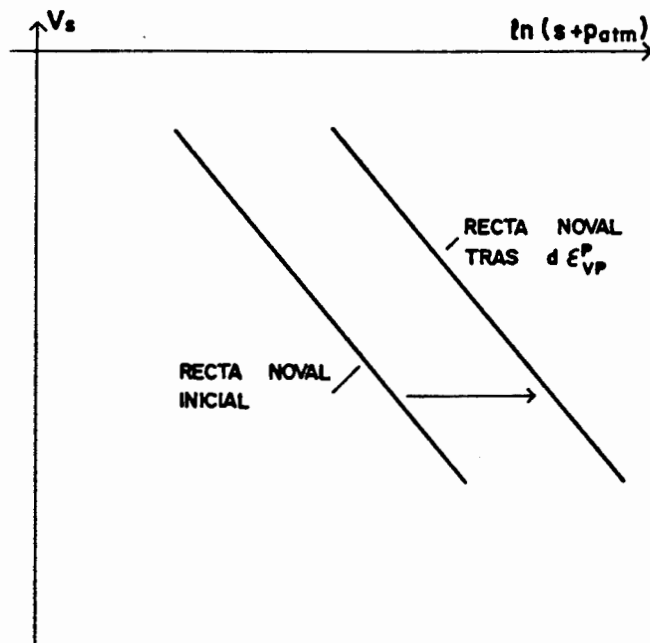
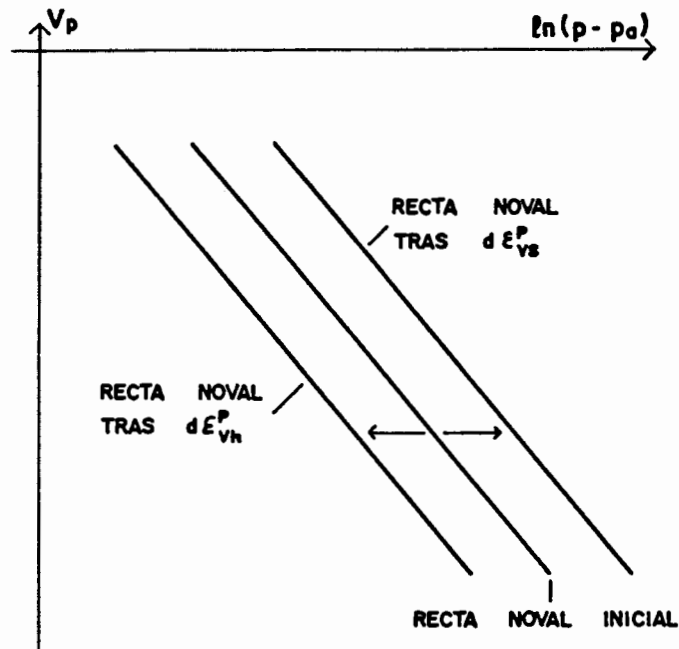


Figura 127. Traslación de las ramas noval en los planos  $(p-p_a, v_p)$  y  $(s, v_s)$ .

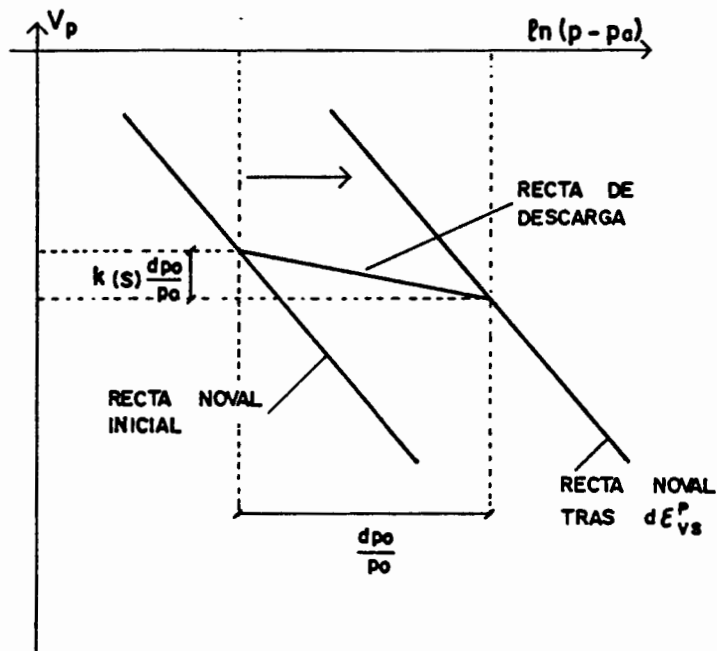


Figura 128. Traslación de la rama noval correspondiente a incrementos de la tensión esférica al producirse deformaciones irrecuperables debidas a variaciones de la succión.

$$v - k(s) \cdot \frac{dp_0}{p_0} = N(s) - \lambda(s) \cdot \left( \ln(p_0) + \frac{dp_0}{p_0} \right)$$

es decir:

$$v = N(s) - \lambda(s) \cdot \ln(p_0) - (\lambda(s) - k(s)) \cdot \frac{dp_0}{p_0} \quad (26)$$

Utilizando la ecuación (23) se puede relacionar  $dp_0^*$  con el  $d\epsilon_{vs}^p$  correspondiente:

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = \frac{v}{\lambda(0) - k(s)} \cdot k_{ps} \cdot d\epsilon_{vs}^p$$

que juntamente con las ecuaciones (18) y (13) relacionan  $dp_0$  y  $ds_0$ :

$$\frac{dp_0}{p_0} = \frac{\lambda_s \cdot k_{ps}}{\lambda(s) - k(s)} \cdot \frac{ds_0}{s_0 + p_{atm}}$$

Introduciendo esta última igualdad en la ecuación (26):

$$v = N(s) - \lambda(s) \cdot \ln(p_0) - \lambda_s \cdot k_{ps} \cdot \frac{ds_0}{s_0 + p_{atm}}$$

Si  $s_0$  varía entre un valor inicial  $s_{0i}$  y un valor  $s_0$  se obtendrá:

$$v = N(s) - \lambda(s) \cdot \ln(p_0) - \int_{s_{0i}}^{s_0} \lambda_s \cdot k_{ps} \cdot \frac{ds_0}{s_0 + p_{atm}}$$

e integrando:

$$v = N(s) - \lambda(s) \cdot \ln(p_0) - \lambda_s \cdot k_{ps} \cdot \ln\left(\frac{s_0 + p_{atm}}{s_{0i} + p_{atm}}\right)$$

Si existen varios intervalos de succión en que se produce esta traslación, se obtendrá:

$$v = N(s) - \lambda(s) \cdot \ln(p_0) - \lambda_s \cdot k_{ps} \cdot \sum_{j=1}^n \ln\left(\frac{s_{0j} + p_{atm}}{s_{0ij} + p_{atm}}\right)$$

que es la ecuación de la recta noval trasladada.

Esta última expresión no será válida si se producen simultáneamente  $d\epsilon_{vp}^p$  y  $d\epsilon_{vs}^p$ , en cuyo caso hay que compatibilizar los movimientos de las superficies de fluencia de acuerdo con la trayectoria tensional seguida, como en apartados posteriores se expone.

Operando análogamente en el caso de procesos en los que se producen deformaciones irreversibles al reducirse la succión, y utilizando la misma notación, se obtiene en total:

$$v = N(s) - \lambda(s) \cdot \ln(p_0) - \lambda_s \cdot k_{ps} \cdot \sum_{j=1}^n \ln\left(\frac{s_{0j} + p_{atm}}{s_{0ij} + p_{atm}}\right) - \lambda_h \cdot k_{ph} \cdot \sum_{l=1}^m \ln\left(\frac{s_{hl} + p_{atm}}{s_{hll} + p_{atm}}\right)$$

Análogamente a la ecuación anterior esta última expresión no es válida si se producen simultáneamente  $d\epsilon_{vp}^p$  y  $d\epsilon_{vs}^p$  o  $d\epsilon_{vp}^p$  y  $d\epsilon_{vh}^p$ .

b) recta noval correspondiente a  $ds > 0$ . Siguiendo un planteamiento idéntico al anterior, y con las mismas limitaciones en él expuestas, se obtiene:

$$v = N_s - \lambda_s \cdot \ln(s_0 + p_{atm}) - \lambda(0) \cdot k_{sp} \cdot \sum_{j=1}^n \ln\left(\frac{p_{0j}}{p_{0ij}}\right) - \lambda_h \cdot k_{sh} \cdot \sum_{l=1}^m \ln\left(\frac{s_{hl} + p_{atm}}{s_{hll} + p_{atm}}\right)$$

donde se ha utilizado el mismo tipo de notación que en el primer caso.

c) recta noval correspondiente a  $ds < 0$ . Análogamente



$$v = N_h - \lambda_h \cdot \ln(s_h + p_{atm}) - \lambda(0) \cdot k_{hp} \cdot \sum_{j=1}^n \ln\left(\frac{p_{0j}}{p_{01j}}\right) - \lambda_s \cdot k_{sh} \cdot \sum_{l=1}^m \ln\left(\frac{s_{0l} + p_{atm}}{s_{01l} + p_{atm}}\right)$$

Los planteamientos anteriores se han realizado todos ellos en términos de  $p_0$ ,  $s_0$  y  $s_h$  en vez de en términos de  $p-p_a$  y  $s$ . Dado que se está trabajando en cada caso en una sola rama noval es indistinto realizarlo de una forma o de la otra.

#### 5.3.2.8. Obtención de v

Definida una trayectoria arbitraria en el plano  $(p-p_a, s)$ ,  $v$  se deberá obtener integrando las deformaciones correspondientes anteriormente establecidas:

$$d\epsilon_v = d\epsilon_{vp} + d\epsilon_{vs} + d\epsilon_{vh}$$

$$dv = dv_p + dv_s$$

En este sentido cabe indicar que los distintos parámetros utilizados en el modelo estarán relacionados de forma que, si  $v_0$  es el volumen específico inicial, se cumple:

$$v_0 = v_{0p} + v_{0s}$$

#### 5.3.2.9. Superficies de estado. Expresiones de $N(s)$ y $\lambda(s)$

En el apartado 2.5 anterior se expuso la posibilidad de definir superficies de estado para suelos no saturados en determinadas trayectorias tensionales, de acuerdo con los obtenido por varios autores. Por otro lado, en el apartado 4.5.2.1 se estudió el tipo de trayectorias en las que el estado final del suelo era independiente del camino seguido, permitiendo la definición de dichas superficies de estado. De acuerdo con todo ello estas superficies pueden ser sólo definidas en trayectorias que cumplan continuamente que  $d(p-p_a) \geq 0$  y  $ds \leq 0$  y en las que no se

produzcan hinchamientos irrecuperables. La figura 129 muestra gráficamente estas trayectorias.

De acuerdo con el modelo propuesto es posible determinar la expresión correspondiente a estas superficies de estado. Suponiendo una situación inicial con  $p-p_a=p_{oi}$ , el suelo estará siempre sobre una rama noval de la tensión esférica, de forma que su volumen específico varía con respecto a la succión según una rama de descarga, es decir:

$$v = N(s) - \lambda(s) \cdot \ln(p-p_a) + N_s - k_s \cdot \ln(p-p_{ata}) \quad (27)$$

que es la expresión para la superficie de estado del volumen específico.

Si  $p-p_a < p_{oi}$  no es posible definir estas superficies de estado hasta que se llega a  $p-p_a=p_{oi}$ , por cuanto, tal y como se muestra en la figura 130, no existe unicidad en los estados finales de  $v$  siguiendo trayectorias tensionales diferentes, hasta que se llega a la recta noval. De acuerdo con dicha figura, si se parte de un mismo estado inicial y primero se incrementa la tensión esférica y después se disminuye la succión (punto A), el volumen específico final es mayor que si primero se disminuye la succión y después se incrementa la tensión esférica (punto B), siempre y cuando no se llegue a las ramas noval. La diferencia, sin embargo, no es en general grande al estar el suelo en ramas de descarga en las que la deformación volumétrica producida es menor. Por otro lado, en los ensayos descritos en el apartado 4.5.2.1 anterior, los puntos en los que se comprobó la unicidad de  $v$  venían siempre precedidos por incrementos de la tensión esférica, por lo que puede suponerse que el estado del suelo había llegado ya en todos los casos a la recta noval.

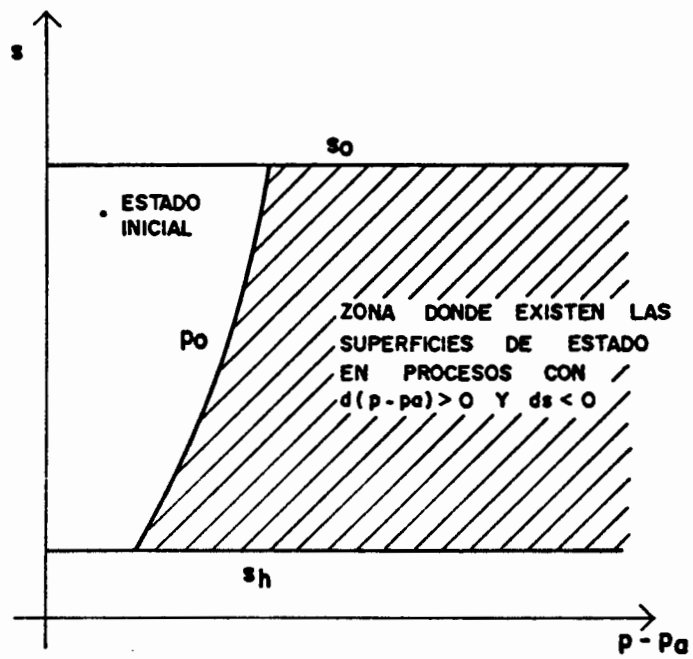


Figura 129. Trayectorias tensionales en las que es posible la definición de las superficies de estado.

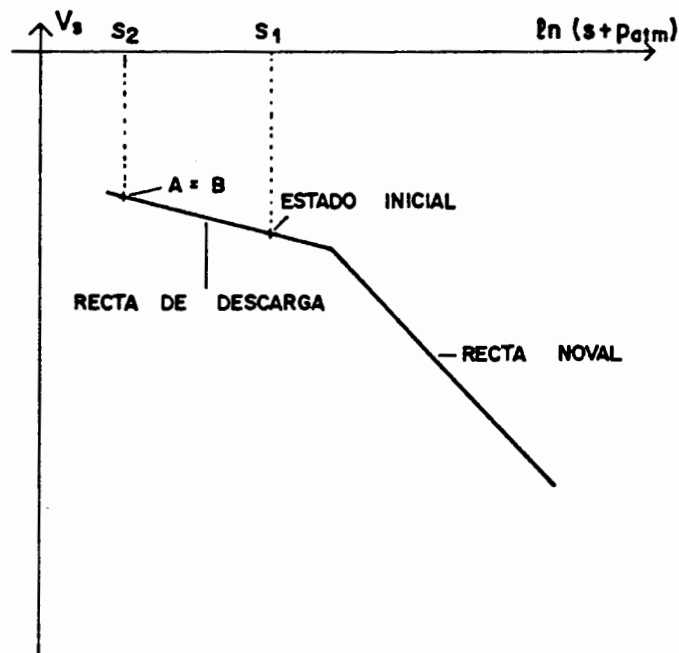
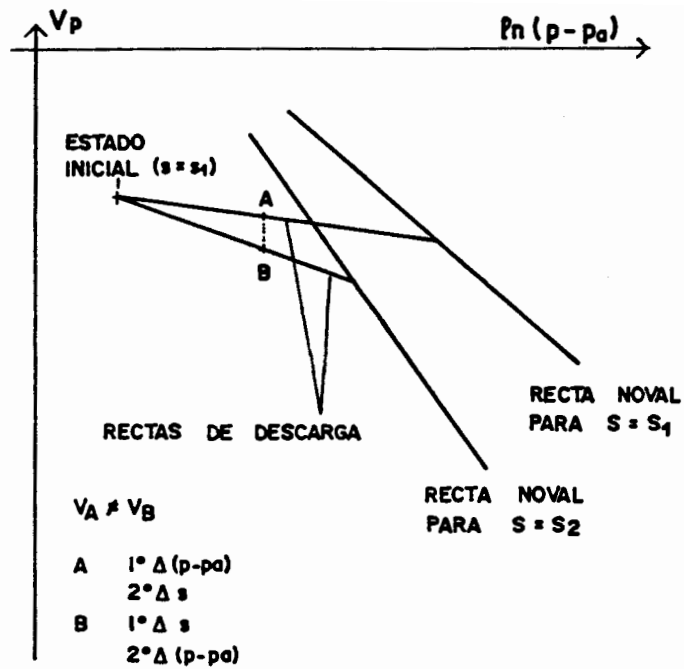


Figura 130. Dependencia del estado final del suelo con la trayectoria tensional seguida, en procesos con  $d(p-p_a) > 0$ ,  $ds < 0$  y  $p-p_a < p_0$ .

El estudio de la expresión (27) en comparación con las propuestas analíticas para las superficies de estado realizadas en distintas referencias y expuestas en el capítulo 2 anterior, permite obtener información sobre las funciones  $N(s)$  y  $\lambda(s)$ . Como en dicho capítulo se indicó, se puede suponer

$$v = a + b \cdot \ln(p - p_a) + c \cdot \ln(s) + d \cdot \ln(p - p_a) \cdot \ln(s)$$

donde  $a, b, c$  y  $d$  son constantes. Esta expresión proporciona cualitativamente el tipo de dependencia de  $v$  con  $p - p_a$  y  $s$ . Modificándola adecuadamente según las variables utilizadas en esta tesis se obtiene:

$$v = a + b \cdot \ln(p - p_a) + c \cdot \ln(s + p_{atn}) + d \cdot \ln(p - p_a) \cdot \ln(s + p_{atn})$$

Comparando con la expresión (27) se deducen, en primera aproximación, las funciones  $N(s)$  y  $\lambda(s)$ :

$$N(s) + N_a - k_a \cdot \ln(s + p_{atn}) = a + c \cdot \ln(s + p_{atn})$$

$$\lambda(s) = b + d \cdot \ln(s + p_{atn})$$

Esto implica que  $N(s)$  puede ser:

$$N(s) + N_a = a \text{ (constante) y } -k_a = c$$

o

$$N(s) + N_a = a + e \cdot \ln(s + p_{atn})$$

con  $e$  constante y  $e - k_a = c$

Por simplicidad, se ha supuesto en primera aproximación que se cumple  $N(s) = N = \text{constante}$ .

En cuanto a la expresión obtenida para  $\lambda(s)$ , en ella se reproduce adecuadamente el incremento de rigidez del suelo al aumentar la succión si  $d < 0$ .  $b$  es la rigidez en estado saturado ( $\lambda(0)$ ) y  $d$  es un parámetro que controla la mayor o menor variación de esta rigidez con la succión. No se reproduce adecuadamente, sin embargo, el máximo de  $\lambda(s)$  y el consecuente descenso de rigidez al aumentar la succión en estados cercanos al grado de saturación cero. De hecho las expresiones descritas en la bibliografía para las superficies de estado han sido deducidas a partir de datos experimentales en los que el suelo no estaba cerca de esta situación, por lo que la rigidez aumenta en ellas monótonamente con la succión.

Con el fin de limitar este incremento indefinido de rigidez predicho en la expresión obtenida para  $\lambda(s)$ , se ha supuesto:

$$\lambda(s) = \lambda(0) \cdot ((1-r) \cdot \exp(-\beta \cdot s) + r) \quad (28)$$

con  $r$  y  $\beta$  dos parámetros constantes. De acuerdo con esta expresión,  $\lambda(s)$  se reduce continuamente, llegando sin embargo a una asíntota que limita su disminución. No se reproduce, sin embargo, con esta expresión, un posible aumento de  $\lambda(s)$  para succiones suficientemente altas.

$r$  está directamente relacionado con la máxima rigidez del suelo con la succión:

$$r = \frac{\lambda(s \rightarrow \infty)}{\lambda(0)}$$

y  $\beta$  controla la mayor o menor velocidad de variación de  $\lambda(s)$ .

En cuanto a  $k(s)$  se ha supuesto simplemente que depende de la succión de la misma forma que  $\lambda(s)$ :

$$k(s) = \frac{k(0)}{\lambda(0)} \cdot \lambda(s)$$

#### 5.3.2.10. Estudio de $p_0(s)$

De acuerdo con las hipótesis realizadas en el apartado anterior, la expresión (7) que define  $p_0(s)$  se convierte en la siguiente:

$$p_0 = \exp\left(\frac{(\lambda(0)-k(s)) \cdot \ln(p_0^*)}{\lambda(s)-k(s)}\right)$$

con  $\lambda(s)$  y  $k(s)$  obtenidos según las expresiones (28) y (29).

En trayectorias que incluyan incrementos monótonos de  $p-p_*$  y de  $s$  el modelo predice que el estado final del suelo depende del camino seguido, tal como se muestra en las figuras 131. Como se observa en ellas, si se parte de un mismo estado inicial y primero se incrementa la succión y después se incrementa la tensión esférica (punto A), el volumen específico final es mayor que si primero se incrementa la tensión esférica y después se incrementa la succión (punto B). Por otro lado la posición final de las superficies de fluencia en cada uno de estos casos es también diferente. Ello es debido a la propia forma de  $p_0(s)$  y es acentuado por el eventual movimiento relativo de una superficie de fluencia con respecto a otra si se producen deformaciones irreversibles al incrementar la succión. Este resultado es completamente coincidente con lo expuesto en los apartados 2.5 y 4.5.2.1 anteriores.

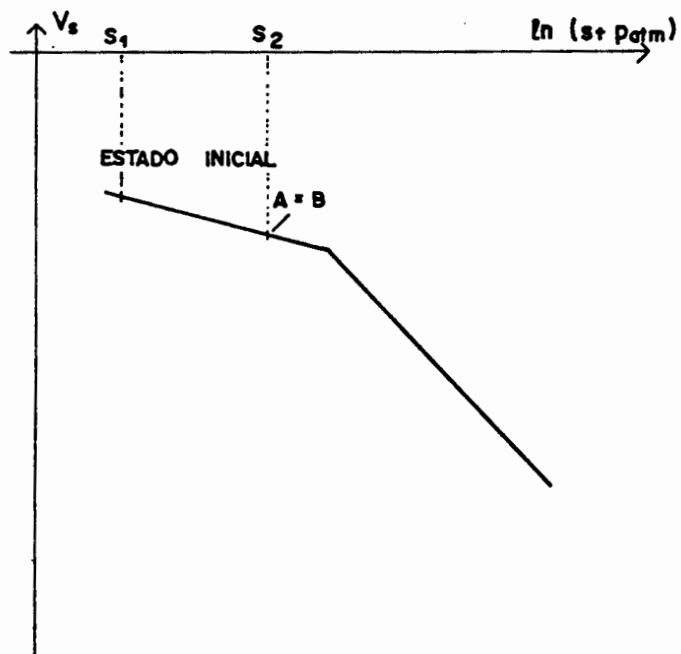
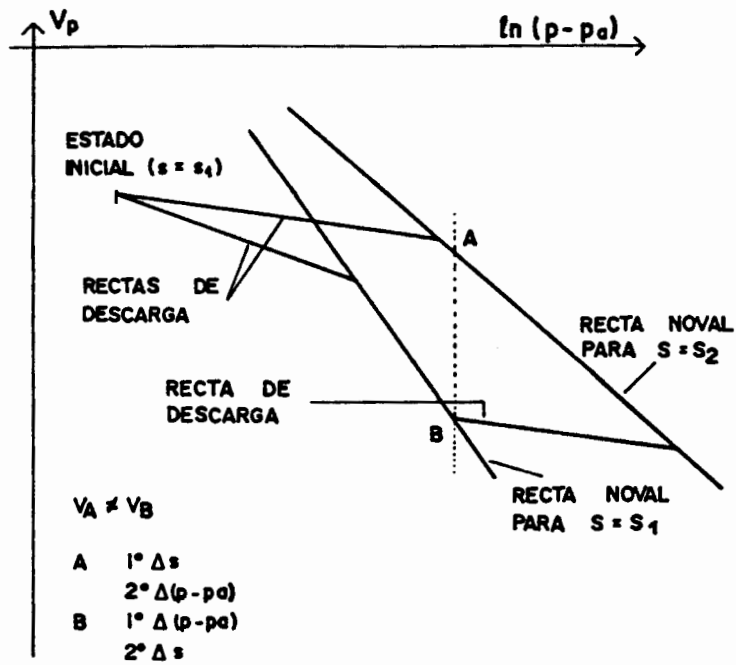


Figura 131. Dependencia del estado final del suelo con la trayectoria tensional seguida, en procesos con  $d(p-p_a) > 0$  y  $ds > 0$ .



Si las trayectorias tensionales incluyen incrementos monótonos de la tensión esférica y disminuciones, asimismo monótonas, de la succión, de forma que se producen hinchamientos irrecuperables, el modelo predice la dependencia o no del estado final del suelo respecto del camino seguido según cuales sean las hipótesis que se realicen sobre  $\lambda_h$ . De esta forma si se supone  $\lambda_h = \text{cte}$ , no existe dicha dependencia, y si se supone, en general,  $\lambda_h = \lambda_h(p-p_a)$ , sí existe.

Las figuras 132 muestran estas curvas  $p_0(s)$  en planos  $(p-p_a, s)$  para determinados valores de los parámetros  $r$ ,  $\beta$  y  $p_0^*$ . Como se observa,  $r$  afecta al valor de  $p_0$  en  $s \rightarrow \infty$  pero no a la velocidad con que éste se alcanza,  $\beta$  modifica esta velocidad sin variar este valor y  $p_0^*$  mueve la superficie de fluencia. Este último movimiento no es una simple traslación, sino que las curvas van abriéndose progresivamente al aumentar  $p_0^*$ . Esto es debido a la propia rigidización del suelo que hace que sea cada vez mayor la variación tensional necesaria para producir la misma deformación irrecuperable que un intervalo tensional dado en el caso saturado.

### 5.3.3. COMPORTAMIENTO EN $q \neq 0$

#### 5.3.3.1. Trayectorias $d(p-p_a) \neq 0$ , $ds=0$ . Superficie de fluencia

Tal y como se ha expuesto en el apartado 5.2.3 anterior, el empleo de modelos elastoplásticos de estado crítico y específicamente el Cam-Clay modificado, ha resultado muy adecuado para reproducir las características fundamentales del comportamiento de suelos saturados.

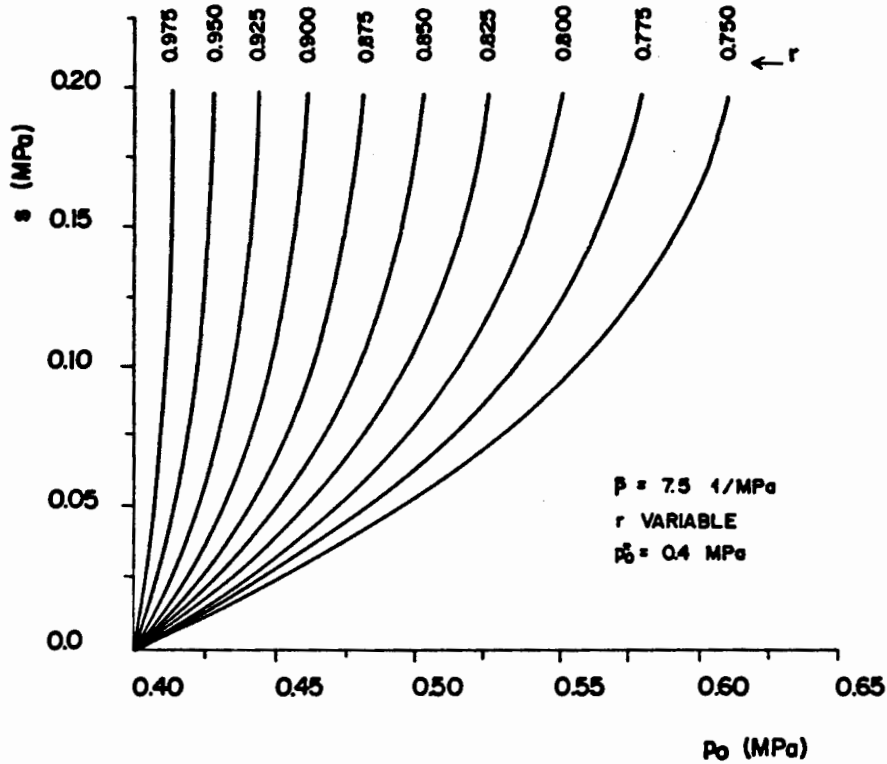


Figura 132a. Curvas  $p_0(s, p_0^*)$  para varios valores de  $r$  y con  $\beta$  y  $p_0^*$  constantes.

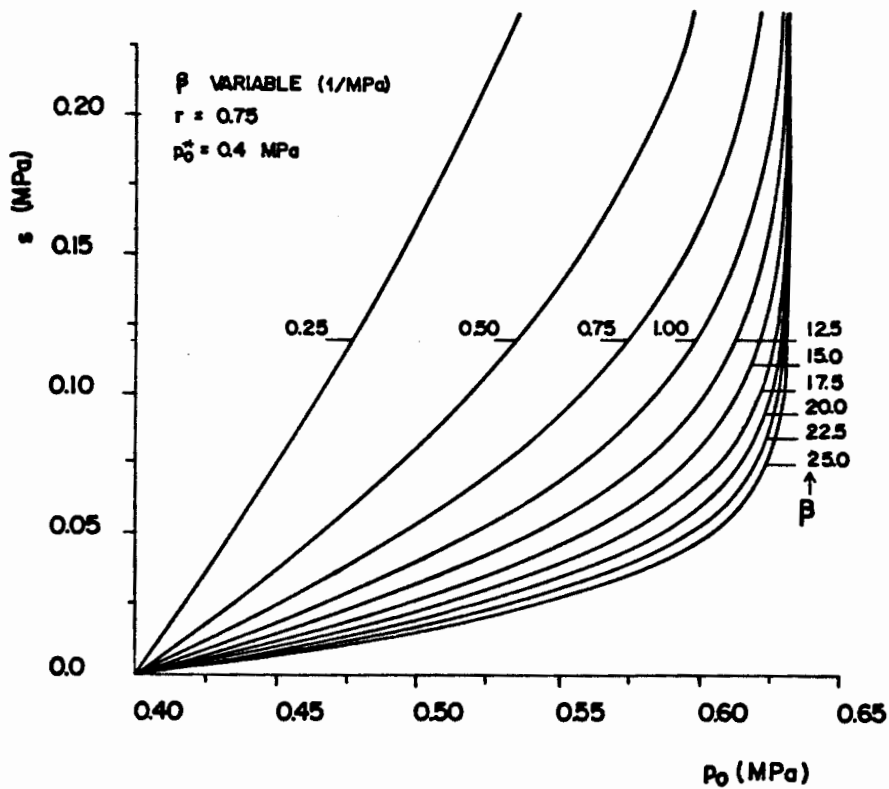


Figura 132b. Curvas  $p_0(s, p_0^*)$  para varios valores de  $\beta$  y con  $r$  y  $p_0^*$  constantes.

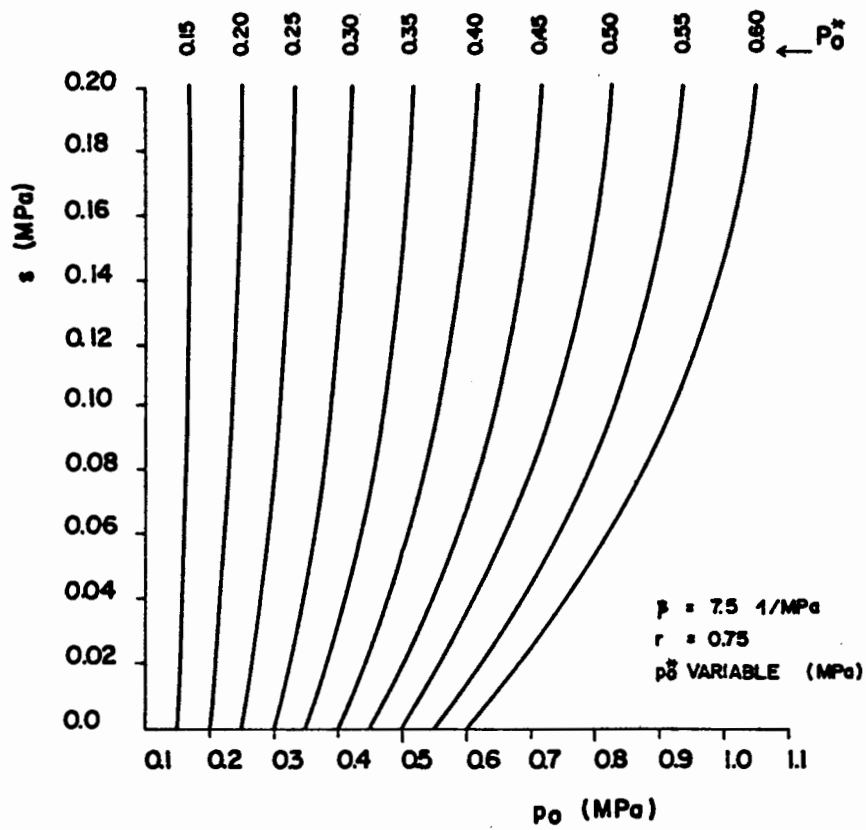


Figura 132c. Curvas  $p_0(s, p_0^*)$  para varios valores de  $p_0^*$  y con  $r$  y  $\beta$  constantes.

Figuras 132. Ejemplos de curvas  $p_0(s, p_0^*)$ .

En el capítulo anterior se ha comprobado, por otro lado, que en el caso de suelos no saturados la respuesta deformacional en  $q=0$  y para cada succión se puede considerar cualitativamente análoga a la del caso saturado, de forma que es posible representarla mediante rectas en el plano  $(v, p-p_a)$ , que relacionan  $v$  y  $\ln(p-p_a)$ . En trayectorias con la tensión de corte variable se estudiaron en el apartado 4.5.2.4 anterior las curvas  $((p-p_a)/p_a, q/p_a)$ , observándose que eran constantes para cada succión y con una forma parecida a la correspondiente a la del Cam-Clay modificado.

Todo ello induce a pensar que es adecuado reproducir el comportamiento de suelos no saturados a succión constante ante cambios de la tensión de corte mediante un modelo derivado del Cam-Clay modificado, adaptado apropiadamente. En esta línea se puede suponer que la superficie de fluencia representada en el plano  $(p-p_a, s)$  mediante la curva  $p_0(s)$  se extiende en  $q \neq 0$  con una elipse para cada succión.

Tal y como ocurre en el Cam-Clay, los máximos de estas elipses serán los puntos de rotura del suelo. Una vez determinados estos estados de rotura y las curvas  $p_0(s)$ , quedarán determinadas las elipses por cuanto se conocerán en cada una de ellas el punto  $(p-p_a=p_0(s), s, q=0)$  y su máximo. En cada plano a succión constante se dispondrá, como en el Cam-Clay, de una recta de estado crítico de pendiente  $M$ . Esta pendiente puede suponerse, en primera aproximación y de acuerdo con lo expuesto en los apartados 2.7 y 4.5.2.5 anteriores, independiente de la tensión esférica y de la succión y por lo tanto constante al menos para intervalos tensionales suficientemente pequeños. En estas condiciones la variación de la resistencia al corte con la succión implicará una traslación de dicha recta de estado crítico al ir modificando la succión, de forma que su intersección con el plano  $q=0$  irá asimismo variando.

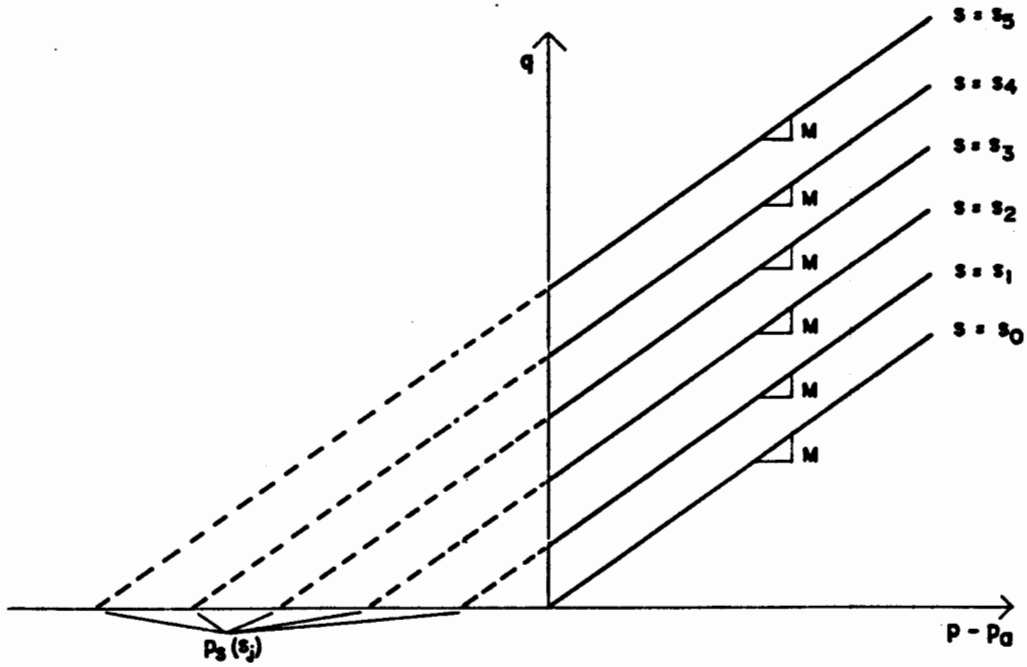


Figura 133. Rectas de estado crítico en el plano  $(p-p_a, q)$  para varios valores de la succión.

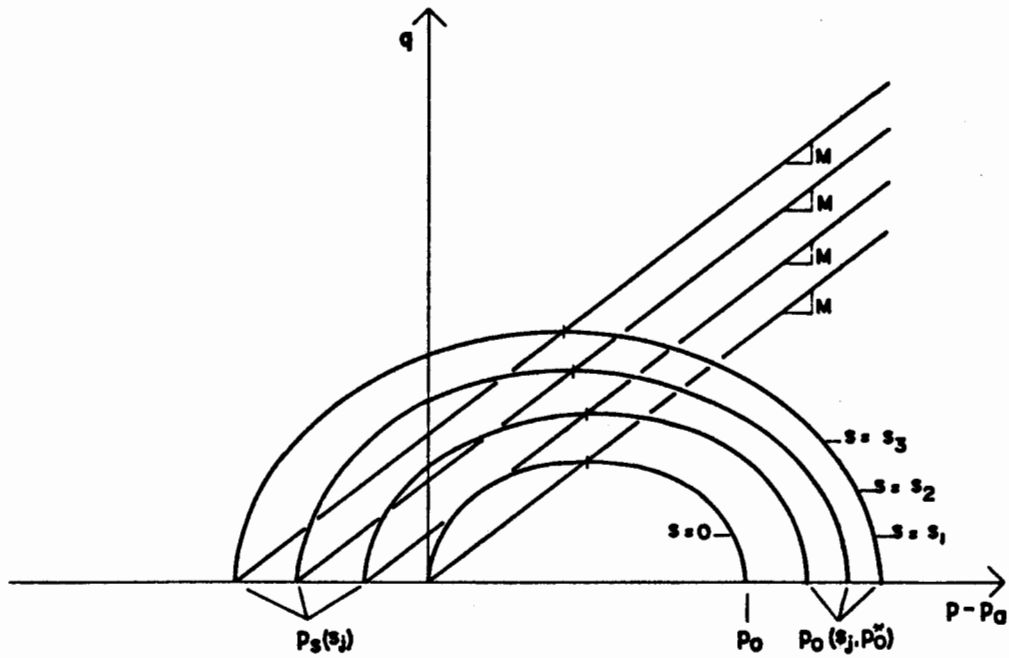


Figura 134. Superficies de fluencia y rectas de estado crítico en el plano  $(p-p_a, q)$  para varios valores de la succión.

Esta intersección podrá expresarse, en general, como  $p-p_a = -p_a(s)$ . La figura 133 muestra varias de estas rectas de estado crítico en el plano  $(p-p_a, q)$ .

En apartados posteriores se estudia esta función  $p_a(s)$  relacionándola con los estados de rotura del suelo. La primera aproximación que se puede hacer sobre ella, sin embargo, es considerar que varía linealmente con la succión:

$$p_a(s) = k \cdot s$$

De acuerdo con todo ello la intersección de las elipses con el plano  $q=0$  se producirá en los puntos de las curvas  $p_0(s)$  y  $p_a(s)$  tal como se indica en la figura 134. La figura 135 representa esta superficie de fluencia en el espacio  $(p-p_a, s, q)$ . Su expresión analítica será, como consecuencia de lo anterior:

$$f_1(p-p_a, s, q, p_0) = q^2 - M^2(p-p_a + p_a(s)) \cdot (p_0(s) - (p-p_a)) = 0$$

donde  $p_0$  y  $p_a$  han sido ya previamente definidas.

### 5.3.3.2. Superficies de fluencia para aumento y disminución de la succión

Las superficies de fluencia para aumento y disminución de la succión se representaron en  $q=0$  según las rectas:

$$s = s_0 \quad (ds > 0)$$

$$s = s_h \quad (ds < 0)$$

A falta de mayor información puede suponerse que estas superficies de fluencia se extienden en  $q \neq 0$  de acuerdo con planos con esas mismas ecuaciones. La figura 136 muestra estos planos conjuntamente con la superficie de fluencia definida en el apartado anterior. Las expresiones de estas

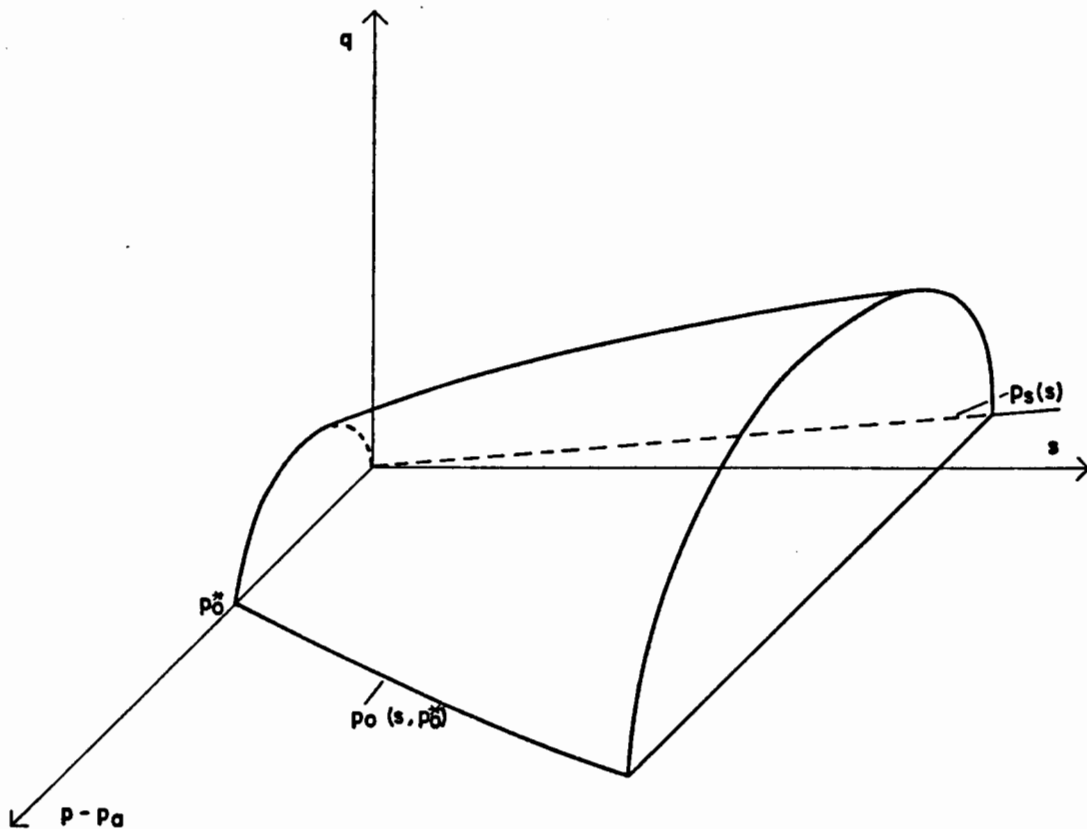


Figura 135. Superficie de fluencia de incremento, de la tensión esférica en el espacio  $(p-p_a, s, q)$ .

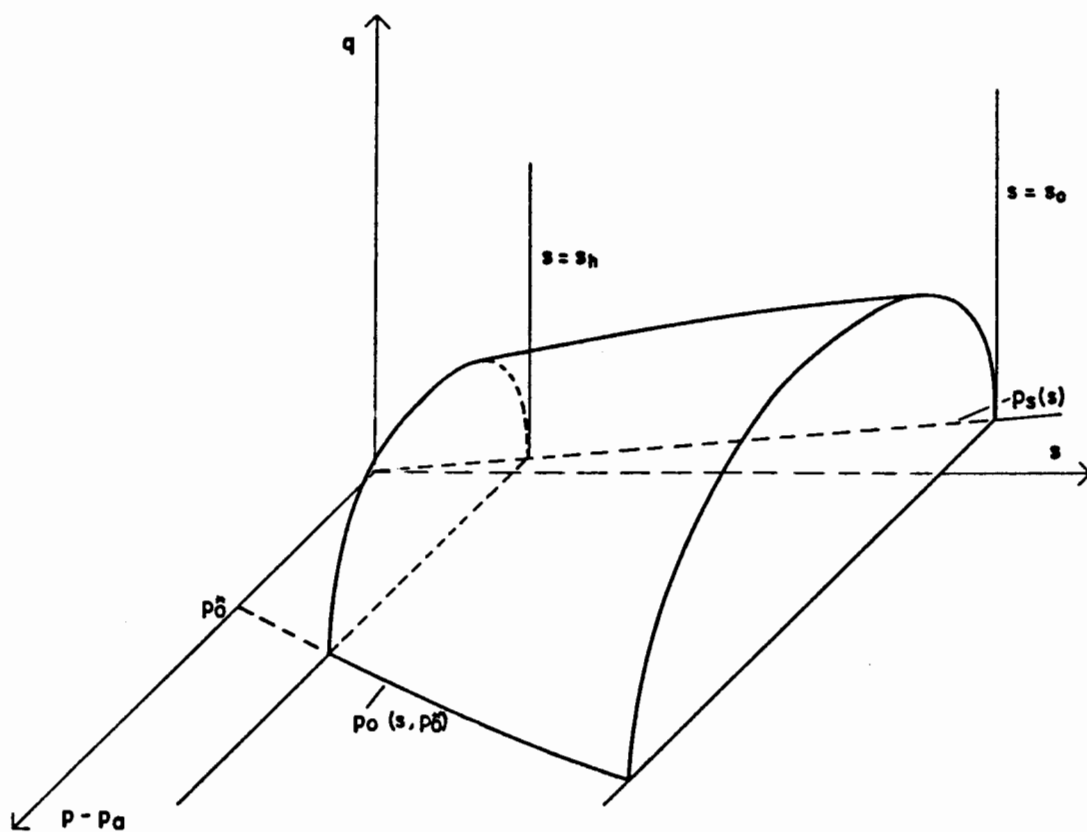


Figura 136. Superficies de fluencia en el espacio  $(p-p_a, s, q)$ .

dos nuevas superficies serán:

$$f_2(s, s_0) = s - s_0 = 0$$

$$f_3(s, s_h) = s - s_h = 0$$

### 5.3.3.3. Leyes de fluencia y de rigidización

Las leyes de fluencia correspondientes a cada una de las superficies definidas se han considerado de la siguiente forma:

a)  $f_1 = q^2 - M^2 \cdot (p - p_a + p_a(s))(p_0(s) - (p - p_a)) = 0$ . Como se ha indicado en el apartado 5.3.3.1 el comportamiento de suelos no saturados a succión constante se ha considerado cualitativamente análogo al de suelos saturados. Por esta razón se ha tomado, de forma paralela al Cam-Clay modificado, una ley de fluencia asociada en cada plano  $ds=0$ , es decir, el vector de deformaciones irreversibles tiene en el espacio  $(p - p_a, s, q)$  las componentes:

$$(d\epsilon_{vp}^p, 0, d\epsilon_{sp}^p)$$

de forma que es ortogonal a las elipses correspondientes en los planos  $ds=0$ . La figura 137 muestra gráficamente este vector. Esto implica que la ley de fluencia será no asociada por cuanto este vector no es ortogonal a la superficie de fluencia.

De acuerdo con todo ello las funciones  $r_{1j}$  que determinan las componentes relativas de este vector serán:

$$r_p = \frac{\partial f_1}{\partial (p - p_a)} = M^2 \cdot (2 \cdot (p - p_a) + p_a(s) - p_0(s))$$



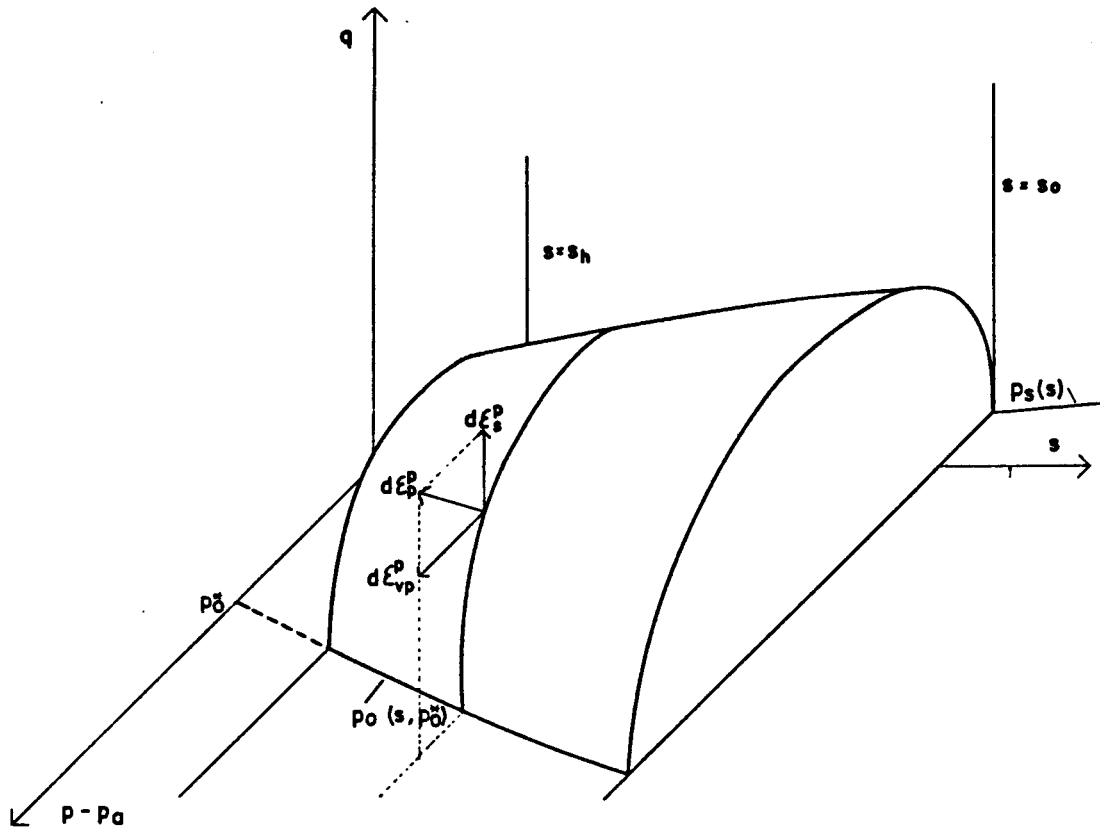


Figura 137. Definición de la ley de fluencia correspondiente a la superficie de fluencia de incremento de la tensión esférica.

$$r_s = 0$$

$$r_q = \frac{\partial f_1}{\partial q} = 2 \cdot q$$

Dado que  $r_p$ ,  $r_s$  y  $r_q$  proporcionan tan sólo las componentes relativas del vector de deformaciones irreversibles, se pueden transformar en

$$r_p = 1$$

$$r_s = 0$$

$$r_q = \frac{2 \cdot q}{M^2 \cdot (2 \cdot (p - p_s) + p_s(s) - p_0(s))}$$

que son las expresiones utilizadas en el planteamiento general expuesto más adelante. En este caso no es posible definir un potencial plástico  $g_1$ .

b)  $f_2 = s - s_0$  y  $f_3 = s - s_h$ . En estos dos casos se han tomado leyes de fluencia asociadas imponiendo, en consecuencia, vectores de deformaciones irreversibles en el espacio  $(p - p_s, s, q)$  con componentes:

$$(0, d\epsilon_{vs}^p, 0) \quad (s = s_0)$$

$$(0, d\epsilon_{vh}^p, 0) \quad (s = s_h)$$

Al ser las leyes asociadas existirán los potenciales plásticos que serán coincidentes con las superficies de fluencia correspondientes:

$$g_1(s, s_0) = f_1(s, s_0) = s - s_0$$

$$g_2(s, s_h) = f_2(s, s_h) = s - s_h$$

Como se observa, de acuerdo con estas tres leyes de fluencia, cuando una trayectoria tensional arrastra a algunas de las superficies de fluencia ( $p-p_a=p_0$  y  $d(p-p_a)>0$ ,  $s=s_0$  y  $ds>0$  o  $s=s_h$  y  $ds<0$ ) se producen únicamente deformaciones volumétricas irreversibles correspondientes a dicha superficie ( $d\epsilon_{vp}^p$ ,  $d\epsilon_{vs}^p$  o  $d\epsilon_{vh}^p$ ).

En cuanto a las leyes de rigidización se han utilizado las definidas en el apartado 5.3.2.7 anterior (expresiones (20), (21) y (22)):

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = \frac{v}{\lambda(0)-k(s)} \cdot d\epsilon_v^p$$

$$\frac{ds_0}{s_0+p_{atm}} = \frac{v}{\lambda_s-k_s} \cdot d\epsilon_v^p$$

$$\frac{ds_h}{s_h+p_{atm}} = \frac{v}{\lambda_h-k_s} \cdot d\epsilon_v^p$$

#### 5.3.4. HUMEDAD Y GRADO DE SATURACION

En esta tesis no se han estudiado específicamente las variaciones de la humedad y del grado de saturación producidas en el suelo al someterlo a trayectorias tensionales generales. En los apartados anteriores 2.2.2, 2.5, 2.6 y 4.5.2.6 se han expuesto, sin embargo, varios aspectos relacionados con este punto: curvas succión-humedad, superficie de estado del grado de saturación, ciclos de histéresis y como modelarlos, etc.

Las curvas succión-humedad o las superficies de estado representan un primer paso en la predicción de la humedad o del grado de saturación del suelo en determinadas trayectorias tensionales. Su utilización, sin embargo, para cualquier tipo de trayectoria, queda limitada por las propias condiciones de

su obtención. Por otro lado los modelos para los ciclos de histéresis expuestos en el apartado 2.6 anterior, no proporcionan prácticamente ningún tipo de información sobre la forma o variación de las curvas de histéresis con el estado tensional o deformacional completo de las muestras. Es necesario, en consecuencia, en este sentido, llegar a elaborar algún modelo que permita integrar los comportamientos que se deducen de la experimentación, al someter al suelo a distintas trayectorias tensionales.

Una posible opción para predecir la humedad y el grado de saturación del suelo sería utilizar uno de los modelos de histéresis citados, aproximando las curvas principales de secado y humedecimiento mediante alguna de las expresiones propuestas para la superficie de estado de  $S_r$  (apartado 2.5). Suponiendo, por ejemplo:

$$S_r = a - \text{th}(b \cdot s) \cdot (c + d \cdot (p - p_a)) \quad (\text{curva principal de secado}) \quad (30)$$

$$S_r = e - \text{th}(f \cdot s) \cdot (c + d \cdot (p - p_a)) \quad (\text{curva principal de humedecimiento})$$

donde  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$  y  $f$  son constantes, se puede aplicar uno de dichos modelos permitiendo obtener directamente el grado de saturación. La humedad puede calcularse a partir de la relación básica:

$$\gamma_s \cdot w = \gamma_w \cdot e \cdot S_r \quad (31)$$

donde  $\gamma_w$  y  $\gamma_s$  son los pesos específicos respectivos del agua y de las partículas sólidas. Mediante este procedimiento se tiene en cuenta el efecto de la succión y de la tensión esférica sobre  $S_r$  (ecuación (30)) pero no el posible efecto de la tensión de corte.

Si se considera que las relaciones entre el grado de saturación y la succión cumplen las dos condiciones de contorno:

- $s=0 \rightarrow S_r = 1$
- $s \rightarrow \infty \rightarrow S_r = 0$

no pueden utilizarse, al menos para succiones suficientemente altas, las expresiones propuestas para las curvas principales de secado y humedecimiento, por cuanto no se cumple en ellas, en general, la segunda de dichas condiciones. Definiendo un rango adecuado de variación de  $s$ , sin embargo, sí puede ser suficientemente correcto emplearlas. Por lo que respecta a la primera de estas condiciones, su imposición implica que  $a$  y  $e$  son 1.

En el modelo propuesto en esta tesis se ha supuesto, por simplicidad y en primera aproximación, que existe una relación biunívoca entre  $S_r$ ,  $p-p_a$  y  $s$ , definida por la superficie de estado del grado de saturación. Se ha utilizado para ello la expresión (30). Para determinar la humedad se ha utilizado, adicionalmente, la ecuación (31). Esta última ecuación permite relacionar  $w$  con la trayectoria tensional seguida por el suelo. Para ello, diferenciando dicha ecuación, se obtiene:

$$\gamma_s \cdot dw = \gamma_v \cdot S_r \cdot de + \gamma_v \cdot e \cdot \left( \frac{\partial s_r}{\partial (p-p_a)} \cdot d(p-p_a) + \frac{\partial s_r}{\partial s} \cdot ds \right)$$

Como  $de = -v \cdot d\epsilon_v$  y  $e = v - 1$ :

$$dw = \frac{\gamma_v}{\gamma_s} \cdot (-v \cdot S_r \cdot d\epsilon_v + (v-1) \cdot \left( \frac{\partial s_r}{\partial (p-p_a)} \cdot d(p-p_a) + \frac{\partial s_r}{\partial s} \cdot ds \right))$$

que es la expresión buscada, dado que en el modelo propuesto se puede obtener  $d\epsilon_v$  en función de  $d(p-p_a)$ ,  $ds$  y  $dq$ .

### 5.3.5. RESISTENCIA AL CORTE

En el apartado 2.7 anterior se ha tratado la resistencia al corte de suelos no saturados de acuerdo con lo descrito en diversas referencias. Como entonces se indicó aunque puede considerarse en primera aproximación que esta resistencia al corte depende linealmente de la tensión esférica y de la succión, distintos autores comprueban que esta hipótesis es incorrecta para intervalos tensionales suficientemente grandes. En el capítulo anterior se obtuvo, por otra parte, que esta linealidad era razonable para los resultados de los ensayos realizados con el caolín y para las variaciones tensionales en ellos aplicadas.

En el modelo propuesto los estados de rotura se sitúan en los puntos de máxima tensión de corte correspondientes a las secciones por planos a succión constante de la superficie de fluencia  $f_1$ . Consecuentemente el lugar geométrico de estos estados de rotura vendrá definido por la superficie en el espacio  $(p-p_*, s, q)$  de expresión:

$$q = M \cdot (p - p_* + p_*(s))$$

Como se observa, la función  $p_*(s)$  determinará el tipo de superficie resultante. En todos los casos, sin embargo, y teniendo en cuenta que  $M$  se ha considerado constante, se tratará de superficies regladas cuya intersección con planos  $ds=0$  serán rectas del tipo  $q = M \cdot (p - p_*) + \text{cte}$ .

La adopción de una expresión adecuada para  $p_*(s)$  permite obtener una superficie de rotura en la que la resistencia al corte varíe con la succión de acuerdo con una ley arbitraria. De esta forma, por ejemplo, es posible obtener que dicha superficie sea simplemente un plano o que presente un máximo de resistencia con la succión.

A efectos de plantear el modelo en los siguientes apartados se ha considerado, en primera aproximación y de acuerdo con los resultados obtenidos en el capítulo anterior al ensayar el caolín, que la superficie de rotura es plana. Para ello se ha supuesto:

$$p_s(s) = k \cdot s$$

con lo que se obtiene la siguiente expresión:

$$q = M \cdot (p - p_s) + M \cdot k \cdot s.$$

La forma de esta superficie de rotura permite, por otro lado, predecir la posibilidad de llegar a ella en procesos de reducción de la succión a tensión esférica y tensión de corte constantes, tal y como se observó en el apartado 4.5.2.4 anterior que podía ocurrir. En la figura 138 se muestra gráficamente un ejemplo de este tipo de trayectorias.

#### **5.4. PLANTEAMIENTO GENERAL DEL MODELO ELASTOPLASTICO**

##### **5.4.1. INTRODUCCION**

En este apartado se desarrolla el planteamiento completo del modelo elastoplástico propuesto en esta tesis. Para ello se hará uso de las consideraciones realizadas en apartados anteriores.

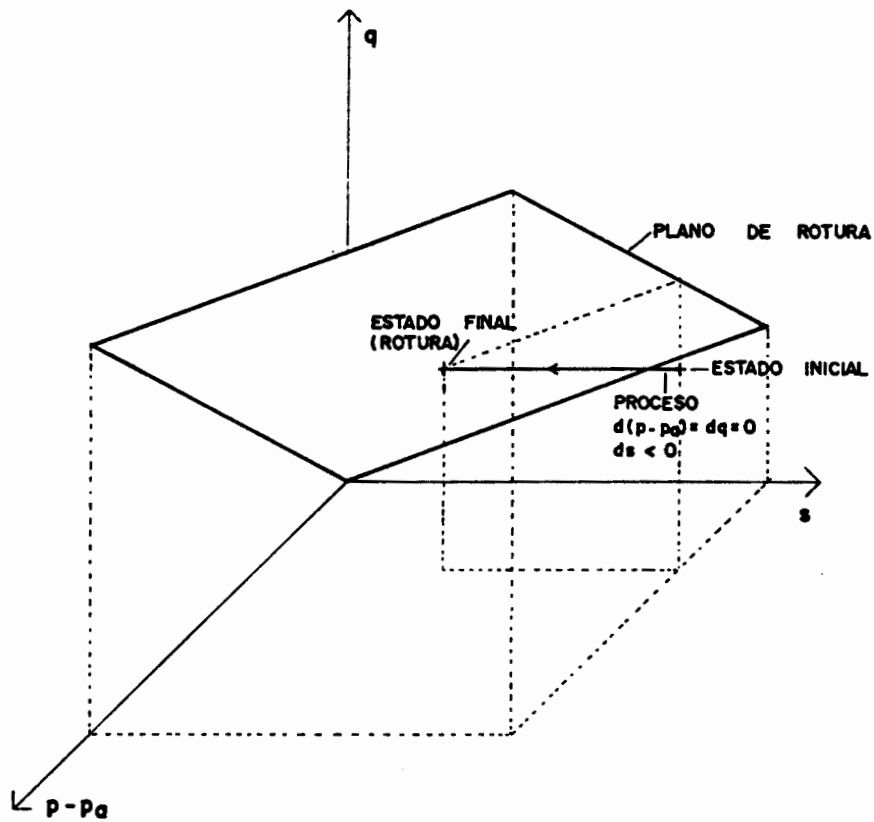


Figura 138. Ejemplo de trayectoria tensional en la que se llega a rotura en un proceso de disminución de la succión con las tensiones esférica y de corte constantes.



#### 5.4.2. SUPERFICIES DE FLUENCIA

$$a) f_1(p-p_a, s, q, p_0^*) = q^2 - M^2 \cdot (p-p_a+p_a) \cdot (p_0 - (p-p_a)) = 0$$

con

$$p_a = k \cdot s$$

$$p_0 = \exp\left(\frac{(\lambda(0) - k(s)) \cdot \ln(p_0^*)}{\lambda(s) - k(s)}\right)$$

$$\lambda(s) = \lambda(0) \cdot ((1-r) \cdot \exp(-\beta \cdot s) + r)$$

$$k(s) = \frac{k(0)}{\lambda(0)} \cdot \lambda(s)$$

(correspondiente a incrementos de  $p-p_a$ ).

$$b) f_2(s, s_0) = s - s_0 = 0$$

(correspondiente a incrementos de  $s$ )

$$c) f_3(s, s_h) = s_h - s = 0$$

(correspondiente a reducciones de  $s$ )

#### 5.4.3 LEYES DE FLUENCIA

$$a) d\epsilon_{vp}^p = \mu_1 \cdot r_p$$

$$d\epsilon_{sq}^p = \mu_1 \cdot r_q$$

con

$$r_p = 1$$

$$r_q = \frac{2 \cdot q}{M^2 \cdot (2 \cdot (p-p_a) + p_a - p_0)}$$

$$b) d\epsilon_{vs}^p = \mu_2 \cdot \frac{\partial g_2}{\partial s}$$

$$d\epsilon_{ss}^p = 0$$

$$\text{con } g_2(s, s_0) = s - s_0 = 0$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial s} = 1$$

$$c) d\epsilon_{vh}^p = \mu_3 \cdot \frac{\partial g_3}{\partial s}$$

$$d\epsilon_{sh}^p = 0$$

$$\text{con } g_3(s, s_h) = s - s_h = 0$$

$$\frac{\partial g_3}{\partial s} = 1$$

#### 5.4.4. LEYES DE RIGIDIZACION

$$a) \frac{dp_0^*}{p_0^*} = \frac{v}{\lambda(0) - k(s)} \cdot d\epsilon_v^p$$

$$b) \frac{ds_0}{s_0 + p_{ats}} = \frac{v}{\lambda_s - k_s} \cdot d\epsilon_v^p$$

$$c) \frac{ds_h}{s_h + p_{ats}} = \frac{v}{\lambda_h - k_s} \cdot d\epsilon_v^p$$

#### 5.4.5. DEFORMACIONES RECUPERABLES

$$d\epsilon_v^e = \frac{k(s) \cdot \frac{d(p-p_a)}{p-p_a} + k_s \cdot \frac{ds}{s+p_{atm}}}{v}$$

$$d\epsilon_s^e = \frac{dq}{G}$$

#### 5.4.6. DEFORMACIONES IRRECUPERABLES

$$d\epsilon_v^p = d\epsilon_{vp}^p + d\epsilon_{vs}^p + d\epsilon_{vh}^p$$

$$d\epsilon_s^p = d\epsilon_{sp}^p$$

Cada uno de estos sumandos se define a continuación de acuerdo con la trayectoria tensional seguida. Los términos que se dejan indicados son calculados en apartados posteriores o han sido previamente definidos.

a)  $f_1 < 0$ ,  $f_2 < 0$  y  $f_3 < 0$

$$d\epsilon_{vp}^p = d\epsilon_{vs}^p = d\epsilon_{vh}^p = d\epsilon_{sp}^p = 0$$

b)  $f_1 = 0$ ,  $f_2 < 0$  y  $f_3 < 0$

$$\begin{aligned} d\epsilon_{vp}^p &= \mu_1 \cdot r_p \\ d\epsilon_{vs}^p &= d\epsilon_{vh}^p = 0 \\ d\epsilon_{sp}^p &= \mu_1 \cdot r_q \end{aligned}$$

donde  $\mu_1$  se obtiene de imponer  $f_1 = 0$  tal y como se ha indicado en el apartado 5.2.2 anterior:

$$\mu_1 = - \frac{\frac{\partial f_1}{\partial(p-p_a)} \cdot d(p-p_a) + \frac{\partial f_1}{\partial s} \cdot ds + \frac{\partial f_1}{\partial q} \cdot dq}{\frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \cdot \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vp}^P}}$$

c)  $f_1 < 0$ ,  $f_2 = 0$  y  $f_3 < 0$

$$d\epsilon_{vp}^P = d\epsilon_{vh}^P = d\epsilon_{sp}^P = 0$$

$$d\epsilon_{vs}^P = \mu_2 \cdot \frac{\partial g_2}{\partial s}$$

donde  $\mu_2$  se obtiene de imponer  $f_2 = 0$ :

$$\mu_2 = \frac{-\frac{\partial f_2}{\partial s} \cdot ds}{\frac{\partial f_2}{\partial s_0} \cdot \frac{\partial s_0}{\partial \epsilon_{vs}^P}}$$

d)  $f_1 < 0$ ,  $f_2 < 0$  y  $f_3 = 0$

$$d\epsilon_{vp}^P = d\epsilon_{vs}^P = d\epsilon_{sp}^P = 0$$

$$d\epsilon_{vh}^P = \mu_3 \cdot \frac{\partial g_3}{\partial s}$$

donde  $\mu_3$  se obtiene de imponer  $f_3 = 0$ :

$$\mu_3 = \frac{-\frac{\partial f_3}{\partial s} \cdot ds}{\frac{\partial f_3}{\partial s_h} \cdot \frac{\partial s_h}{\partial \epsilon_{vh}^P}}$$

e)  $f_1 = 0$ ,  $f_2 = 0$  y  $f_3 < 0$ :

$$d\epsilon_{vp}^p = \mu_1 \cdot r_p$$

$$d\epsilon_{vs}^p = \mu_2 \cdot \frac{\partial g_2}{\partial s}$$

$$d\epsilon_{vh}^p = 0$$

$$d\epsilon_{sp}^p = \mu_1 \cdot r_q$$

donde  $\mu_1$  y  $\mu_2$  se obtienen de imponer simultáneamente  $f_1=0$  y  $f_2=0$ :

$$f_1=0 \rightarrow \frac{\partial f_1}{\partial(p-p_a)} \cdot d(p-p_a) + \frac{\partial f_1}{\partial s} \cdot ds + \frac{\partial f_1}{\partial q} \cdot dq + \frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \cdot \left( \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vp}^p} \cdot \mu_1 + \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vs}^p} \cdot \mu_2 \right) = 0$$

$$f_2=0 \rightarrow \frac{\partial f_2}{\partial s} \cdot ds + \frac{\partial f_2}{\partial s_0} \cdot \left( \frac{\partial s_0}{\partial \epsilon_{vp}^p} \cdot \mu_1 + \frac{\partial s_0}{\partial \epsilon_{vs}^p} \cdot \mu_2 \right) = 0$$

Resolviendo para  $\mu_1$  y  $\mu_2$ :

$$\mu_1 = \frac{\left( \frac{\partial f_1}{\partial(p-p_a)} d(p-p_a) + \frac{\partial f_1}{\partial s} \cdot ds + \frac{\partial f_1}{\partial q} \cdot dq \right) \cdot \frac{\partial f_2}{\partial s_0} \cdot \frac{\partial s_0}{\partial \epsilon_{vs}^p} - \frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \cdot \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vs}^p} \cdot \frac{\partial f_2}{\partial s} \cdot ds}{\frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \cdot \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vp}^p} \cdot \frac{\partial f_2}{\partial s_0} \cdot \frac{\partial s_0}{\partial \epsilon_{vs}^p} - \frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \cdot \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vs}^p} \cdot \frac{\partial f_2}{\partial s_0} \cdot \frac{\partial s_0}{\partial \epsilon_{vp}^p}}$$

$$\mu_2 = \frac{-\left( \frac{\partial f_1}{\partial(p-p_a)} d(p-p_a) + \frac{\partial f_1}{\partial s} \cdot ds + \frac{\partial f_1}{\partial q} \cdot dq \right) \cdot \frac{\partial f_2}{\partial s_0} \cdot \frac{\partial s_0}{\partial \epsilon_{vp}^p} + \frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \cdot \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vp}^p} \cdot \frac{\partial f_2}{\partial s} \cdot ds}{\frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \cdot \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vp}^p} \cdot \frac{\partial f_2}{\partial s_0} \cdot \frac{\partial s_0}{\partial \epsilon_{vs}^p} - \frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \cdot \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vs}^p} \cdot \frac{\partial f_2}{\partial s_0} \cdot \frac{\partial s_0}{\partial \epsilon_{vp}^p}}$$

f)  $f_1=0$ ,  $f_2 < 0$  y  $f_3=0$

$$d\epsilon_{vp}^p = \mu_1 \cdot r_p$$

$$d\epsilon_{vh}^p = 0$$

$$d\epsilon_{vh}^p = \mu_3 \cdot \frac{\partial g_3}{\partial s}$$

$$d\epsilon_{sp}^p = \mu_1 \cdot r_q$$

donde  $\mu_1$  y  $\mu_3$  se obtienen de imponer simultáneamente  $f_1=0$  y  $f_3=0$ :

$$f_1=0 \rightarrow \frac{\partial f_1}{\partial(p-p_a)} \cdot d(p-p_a) + \frac{\partial f_1}{\partial s} \cdot ds + \frac{\partial f_1}{\partial q} \cdot dq + \frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \cdot \left( \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vp}^p} \mu_1 + \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vh}^p} \mu_3 \right) = 0$$

$$f_3=0 \rightarrow \frac{\partial f_3}{\partial s} \cdot ds + \frac{\partial f_3}{\partial s_h} \cdot \left( \frac{\partial s_h}{\partial \epsilon_{vp}^p} \mu_1 + \frac{\partial s_h}{\partial \epsilon_{vh}^p} \mu_3 \right) = 0$$

Resolviendo para  $\mu_1$  y  $\mu_3$ :

$$\mu_1 = \frac{\left( \frac{\partial f_1}{\partial(p-p_a)} d(p-p_a) + \frac{\partial f_1}{\partial s} \cdot ds + \frac{\partial f_1}{\partial q} \cdot dq \right) \cdot \frac{\partial f_3}{\partial s_h} \frac{\partial s_h}{\partial \epsilon_{vh}^p} - \frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vh}^p} \frac{\partial f_3}{\partial s} \cdot ds}{\frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vp}^p} \frac{\partial f_3}{\partial s_h} \frac{\partial s_h}{\partial \epsilon_{vh}^p} - \frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vh}^p} \frac{\partial f_3}{\partial s_h} \frac{\partial s_h}{\partial \epsilon_{vp}^p}}$$

$$\mu_3 = \frac{-\left( \frac{\partial f_1}{\partial(p-p_a)} d(p-p_a) + \frac{\partial f_1}{\partial s} \cdot ds + \frac{\partial f_1}{\partial q} \cdot dq \right) \cdot \frac{\partial f_3}{\partial s_h} \frac{\partial s_h}{\partial \epsilon_{vp}^p} + \frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vp}^p} \frac{\partial f_3}{\partial s} \cdot ds}{\frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vp}^p} \frac{\partial f_3}{\partial s_h} \frac{\partial s_h}{\partial \epsilon_{vh}^p} - \frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vh}^p} \frac{\partial f_3}{\partial s_h} \frac{\partial s_h}{\partial \epsilon_{vp}^p}}$$

#### 5.4.7. HUMEDAD Y GRADO DE SATURACION

$$S_r = 100 - th(b.s).(c+d.(p-p_s)) \quad (\#)$$

$$w = \frac{\gamma_w}{\gamma_s} \cdot (v-1) \cdot S_r$$

$$dw = \frac{\gamma_w}{\gamma_s} \cdot (-v \cdot S_r \cdot d\epsilon_v + (v-1) \cdot \left( \frac{\partial S_r}{\partial (p-p_s)} \cdot d(p-p_s) + \frac{\partial S_r}{\partial s} \cdot ds \right))$$

#### 5.4.8. CALCULOS ADICIONALES

Se incluyen a continuación las expresiones de los términos utilizados en apartados anteriores, y que no han sido previamente definidos:

$$\frac{\partial f_1}{\partial (p-p_s)} = M^2 \cdot (2 \cdot (p-p_s) + p_s - p_0)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial s} = \frac{\partial f_1}{\partial p_0} \cdot \frac{\partial p_0}{\partial s} + \frac{\partial f_1}{\partial p_s} \cdot \frac{\partial p_s}{\partial s}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial q} = 2 \cdot q$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial p_0} = -M^2 \cdot (p - p_s + p_s)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial p_a} = -M^2 \cdot (p_0 - (p - p_a))$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} = \frac{\partial f_1}{\partial p_0} \cdot \frac{\partial p_0}{\partial p_0^*}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial s} = \frac{\partial f_2}{\partial s_0} = \frac{\partial f_3}{\partial s} = \frac{\partial f_3}{\partial s_h} = 1$$

$$\frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vp}^p} = \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vs}^p} = \frac{\partial p_0^*}{\partial \epsilon_{vh}^p} = \frac{v \cdot p_0^*}{\lambda(0) - k(s)}$$

$$\frac{\partial s_0}{\partial \epsilon_{vp}^p} = \frac{\partial s_0}{\partial \epsilon_{vs}^p} = \frac{\partial s_0}{\partial \epsilon_{vh}^p} = \frac{v \cdot (s_0 + p_{atm})}{\lambda_s - k_s}$$

$$\frac{\partial s_h}{\partial \epsilon_{vp}^p} = \frac{\partial s_h}{\partial \epsilon_{vs}^p} = \frac{\partial s_h}{\partial \epsilon_{vh}^p} = \frac{v \cdot (s_h + p_{atm})}{\lambda_h - k_s}$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial p_0^*} = \frac{\lambda(0) - k(s)}{\lambda(s) - k(s)} \cdot \frac{1}{p_0^*} \cdot p_0$$



$$\frac{\partial p_0}{\partial s} = - \left( \frac{\frac{dk(s)}{ds} \cdot (\lambda(s) - k(s)) \cdot \ln(p_0^*) + \left( \frac{d\lambda(s)}{ds} \frac{dk(s)}{ds} \right) \cdot (\lambda(0) - k(s)) \cdot \ln(p_0^*)}{(\lambda(s) - k(s))^2} \right) \cdot p_0$$

$$\frac{dp_s}{ds} = k$$

$$\frac{d\lambda(s)}{ds} = -\lambda(0) \cdot \beta \cdot (1-r) \cdot \exp(-\beta \cdot s)$$

$$\frac{dk(s)}{ds} = \frac{k(0)}{\lambda(0)} \cdot \frac{d\lambda(s)}{ds}$$

### 5.5. ESTADO INICIAL, PARAMETROS Y SU DETERMINACION

El estado inicial del suelo quedará definido, a efectos del modelo propuesto, a partir de la siguiente información:

- estado tensional inicial:  $(p-p_s)_i$ ,  $s_i$  y  $q_i$
- estado deformacional inicial:  $v_i$  o  $\epsilon_{v_i}$  y  $\epsilon_{s_i}$
- otras variables iniciales:  $p_{oi}^*$ ,  $s_{oi}$  y  $s_{hi}$

En cuanto a los parámetros a determinar, se relacionan a continuación los utilizados en el planteamiento realizado en el apartado anterior:

- comportamiento deformacional:  $\lambda(0)$ ,  $k(0)$ ,  $r$ ,  $\beta$ ,  $\lambda_s$ ,  $\lambda_h$ ,  $k_s$  y  $G$
- estados de rotura:  $M$  y  $K$
- grado de saturación:  $c$  y  $d$

El sentido físico asociado a las variables iniciales y a la mayor parte de estos parámetros permite su determinación en un caso concreto a partir de un número reducido de ensayos. De esta forma, y como ha sido ya expuesto en apartados anteriores,  $p_{0i}^*$ ,  $s_{0i}$  y  $s_{hi}$  son los valores de las tensiones  $p-p_s$  en estado saturado ( $p_{0i}^*$ ) y  $s$  ( $s_{0i}$  y  $s_{hi}$ ) en que comienzan a producirse deformaciones irreversibles para procesos, respectivamente,  $d(p-p_s) > 0$ ,  $ds > 0$  y  $ds < 0$ ;  $\lambda(0)$  y  $K(0)$  son las rigideces del suelo en estado saturado ante incrementos y disminuciones de la tensión esférica;  $r$  y  $\beta$  controlan la variación de estas rigideces con la succión;  $\lambda_s$ ,  $k_s$  y  $\lambda_h$  son las rigideces del suelo ante incrementos y disminuciones (produciéndose en este último caso tan sólo deformaciones recuperables o también irreversibles) de la succión;  $G$  es la rigidez del suelo ante disminuciones de la tensión de corte;  $M$  y  $k$  determinan los estados de rotura; y  $b$ ,  $c$  y  $d$  definen las superficies de estado del grado de saturación. La figura 139 muestra una posible combinación de ensayos sencillos que permitirían la determinación de estos parámetros, tal como a continuación se indica:

- estado tensional inicial: impuesto
- estado deformacional inicial: impuesto ( $v_i$ ) u obtenido de un ensayo previo ( $\epsilon_{vi}$ ,  $\epsilon_i$ )
- $p_{0i}^*$ ,  $\lambda(0)$ ,  $r$  y  $\beta$ : a partir de las ramas a1, b2 y c2, obteniendo los puntos en que comienzan las deformaciones plásticas ( $p_{0i}^*$ ) y las diferentes rigideces novalas del suelo ( $\lambda(0)$ ,  $r$  y  $\beta$ ).

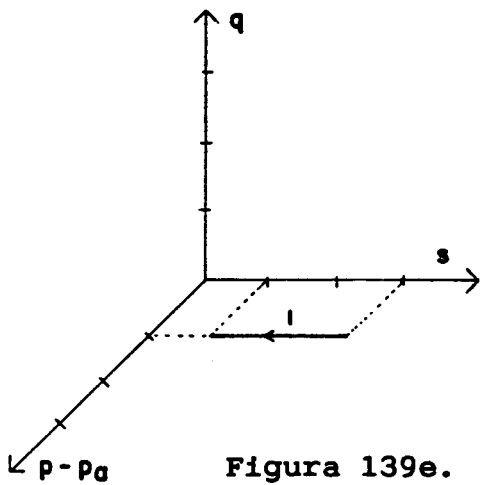
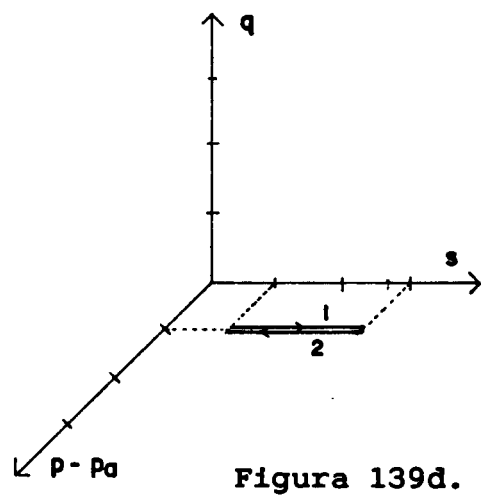
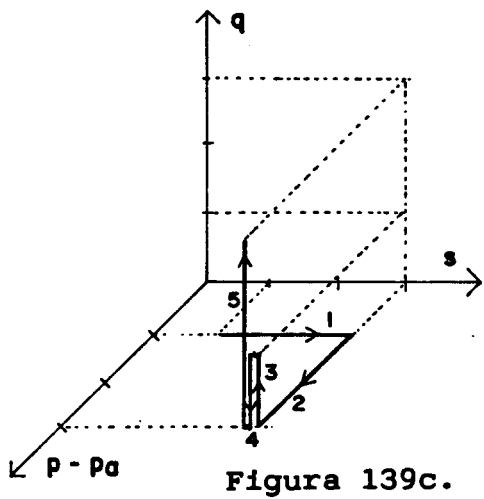
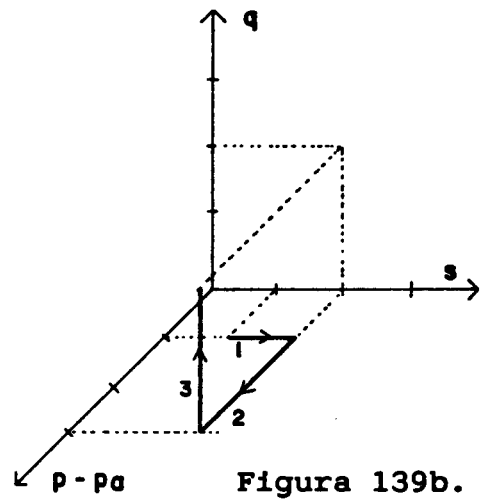
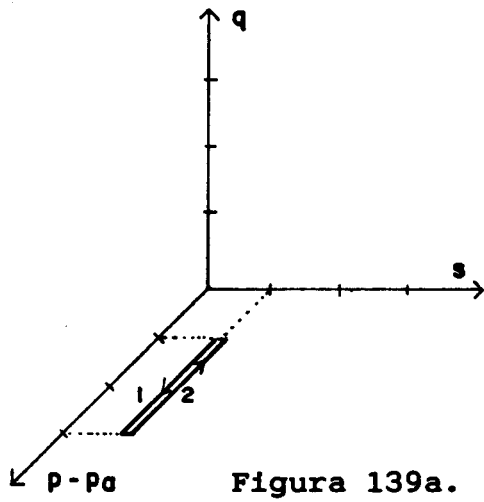


Figura 139. Ejemplo de combinación de ensayos para determinar los parámetros del modelo.

- $k(0)$ : a partir de la rama a2
- $s_{0,1}$  y  $\lambda_s$ : a partir de la rama d1, obteniendo el punto en que comienzan las deformaciones plásticas ( $s_{0,1}$ ) y la rigidez del suelo ( $\lambda_s$ )
- $s_{h,1}$  y  $\lambda_h$ : a partir de la rama e1, obteniendo el punto en que comienzan las deformaciones plásticas ( $s_{h,1}$ ) y la rigidez del suelo ( $\lambda_h$ )
- $k_s$ : a partir de la rama d2
- $G$ : a partir de la rama c4
- $M$  y  $k$ : a partir de los estados de rotura obtenidos en las ramas b3 y c5
- $b$ ,  $c$  y  $d$ : aproximándolos a partir, por ejemplo, de las ramas b2, c2 y d1

## 5.6. APLICACION SIMPLIFICADA DEL MODELO

En los planteamientos realizados en apartados anteriores se han considerado con generalidad los comportamientos característicos de suelos no saturados. Como consecuencia de ello, con el modelo propuesto es posible predecir respuestas diversas como son el colapso y el hinchamiento, la resistencia al corte o las variaciones de humedad.

En un caso específico, sin embargo, y dependiendo del tipo de suelo y de las trayectorias tensionales que se consideren, podrá simplificarse el planteamiento expuesto. De esta forma, por ejemplo, en suelos no expansivos y no muy deformables ante variaciones de la succión, podrá ser suficiente con utilizar la superficie de fluencia  $f_1$ , prescindiendo, consecuentemente, de las  $f_2$  y  $f_3$  y por lo tanto de los parámetros  $\lambda_s$ ,  $k_s$  y  $\lambda_h$ .

En general, para suelos no expansivos, la superficie de fluencia  $f_3$  no será necesaria, reduciendo asimismo el planteamiento a la consideración de  $f_1$  y  $f_2$ . Estas simplificaciones facilitan la utilización del modelo y, consecuentemente, si son posibles será siempre útil aplicarlas.

Las trayectorias tensionales o los parámetros que interese estudiar pueden permitir asimismo simplificar el planteamiento correspondiente. Así, por ejemplo, con trayectorias en  $q=0$  se puede trabajar directamente en los planos  $(p-p_a, v_p)$  y  $(s, v_s)$  y si no es necesario conocer la humedad y el grado de saturación se puede prescindir de la superficie de estado de esta última variable y, en consecuencia, de los parámetros  $b$ ,  $c$  y  $d$ .

## 5.7. ALGUNOS COMPORTAMIENTOS CARACTERISTICOS PREDICHOS POR EL MODELO

### 5.7.1. PROGRAMA DE CALCULO

Con el fin de estudiar los comportamientos obtenidos con el modelo propuesto se ha elaborado un programa de ordenador en lenguaje FORTRAN en el que, partiendo de una situación inicial y de unos parámetros específicos, se calcula el estado deformacional del suelo al seguirse trayectorias tensionales arbitrarias del espacio  $(p-p_a, s, q)$ . Este programa se ha realizado en dos versiones, correspondientes, respectivamente, a condiciones triaxiales (SNSMEPT.FOR con trayectorias tensionales en términos de  $p-p_a$ ,  $s$  y  $q$ ) y a condiciones edométricas (SNSMEPKO.FOR con trayectorias tensionales en términos de  $\sigma_1$  y  $s$ ). En ambos casos el modelo ha sido aplicado a partir de las trayectorias seguidas por  $p-p_a$ ,  $s$  y  $q$ . Las características fundamentales de estos programas se señalan a continuación:

a) Entrada de datos. En la entrada de datos se incluyen el estado inicial del suelo, los parámetros del modelo y la trayectoria tensional a seguir, definida ésta última a partir de una secuencia ordenada de valores  $((p-p_a)_j, s_j, q_j)$  o  $(\sigma_{1j}, s_j)$ . Cada par consecutivo de estos valores determina, en consecuencia, un tramo de la trayectoria. En el programa SNSMEPT.FOR se distinguen dos tipos de tramos dependiendo del signo de la succión que se le proporcione como estado final:

1.  $s_j \geq 0$ . En este caso la trayectoria transcurre linealmente desde el estado final del tramo anterior hasta el estado final definido por  $(p-p_a)_j$ ,  $s_j$  y  $q_j$ .

2.  $s_j < 0$ . En este caso la trayectoria transcurre desde el estado final del tramo anterior hasta el estado final definido por  $(p-p_a)_j$  y  $q_j$ , en un proceso a humedad constante.

En el programa SNSMEPKO.FOR se distinguen, por su parte, tres tipos de tramos dependiendo del signo de los valores finales de  $\sigma_1$  y  $s$  tal y como a continuación se indica:

1.  $\sigma_{1j} > 0$  y  $s_j \geq 0$ . En este caso la trayectoria transcurre linealmente desde el estado final del tramo anterior hasta el estado final definido por  $\sigma_{1j}$  y  $s_j$ .

2.  $\sigma_{1j} < 0$  y  $s_j \geq 0$ . En este caso la trayectoria transcurre desde el estado final del tramo anterior hasta el estado final definido por  $s_j$ , en un proceso a deformación volumétrica constante (presión de hinchamiento).

3.  $\sigma_{1j} > 0$  y  $s_j < 0$ . En este caso la trayectoria transcurre desde el estado final del tramo anterior hasta el estado final definido por  $\sigma_{1j}$ , en un proceso a humedad constante.

En estos programas es posible combinar sucesivamente en las trayectorias tensionales estos tipos de tramos.

b) Puntos de cálculo. En cada tramo se definen una serie de puntos en los que se calcula el estado tenso-deformacional del suelo. La determinación de estos puntos se realiza de la siguiente forma dependiendo del tipo de tramo del que se trate:

1. Programa SNSMEPT.FOR:

1.1. Tramo tipo 1. Se considera la recta que pasa por  $((p-p_a)_{j-1}, s_{j-1}, q_{j-1})$  y  $((p-p_a)_j, s_j, q_j)$  y se divide en intervalos de magnitud constante. Esta magnitud es proporcionada en la entrada de datos (en general se ha utilizado 0,0001 MPa).

1.2. Tramo tipo 2. Se considera la recta que pasa por  $((p-p_a)_{j-1}, s_{j-1}, q_{j-1})$  y  $((p-p_a)_j, s_{j-1}, q_j)$  y se divide asimismo en intervalos de magnitud constante.

2. Programa SNSMEPKO.FOR:

2.1. Tramo tipo 1. Se considera la recta que pasa por  $(\sigma_{1j-1}, s_{j-1})$  y  $(\sigma_{1j}, s_j)$  y se divide en intervalos de magnitud constante.

2.2. Tramo tipo 2. Se considera la recta que pasa por  $(\sigma_{1j-1}, s_{j-1})$  y  $(\sigma_{1j-1}, s_j)$  y se divide en intervalos de magnitud constante.

2.3. Tramo tipo 3. Se considera la recta que pasa por  $(\sigma_{1j-1}, s_{j-1})$  y  $(\sigma_{1j}, s_{j-1})$  y se divide en intervalos de magnitud constante.

c) Proceso de cálculo. El proceso de cálculo se realiza incrementalmente entre cada par de puntos de cálculo. En cada caso se determina el tipo de proceso del que se trata según sea  $f_1 < 0$  o  $f_1 = 0$ ,  $f_2 < 0$  o  $f_2 = 0$  y  $f_3 < 0$  o  $f_3 = 0$ , para aplicar las fórmulas correspondientes. Cuando entre dos puntos de cálculo se pasa de  $f_j < 0$  a  $f_j \geq 0$ , se define un nuevo punto de cálculo intermedio que es el de contacto con la superficie de fluencia. El cálculo es únicamente explícito en el programa SNSMEPT.FOR y para tramos de tipo 1.

En los demás casos es necesario seguir procesos iterativos, tal y como a continuación se indica:

1. Programa SNSMEPT.FOR, tramo tipo 2. Se itera la succión hasta obtener que la humedad sea la correspondiente al tramo, con un error inferior a  $10^{-4}$  %.

2. Programa SNSMEPKO.FOR:

2.1. Tramo tipo 1. Se itera  $\sigma_r$ , hasta obtener que la deformación radial sea nula, con un error inferior a  $10^{-6}$ .

2.2. Tramo tipo 2. Se itera  $\sigma_1$ , hasta obtener que la deformación volumétrica sea la correspondiente al tramo, con un error inferior a  $10^{-6}$ . En cada una de estas iteraciones se debe previamente obtener que la deformación radial sea nula, para lo que se procede como en el tramo 1.

2.3. Tramo tipo 3. Se itera la succión hasta obtener que la humedad sea la correspondiente al tramo, con un error inferior a  $10^{-4}$  %. Como en el caso anterior, en cada una de estas iteraciones se debe previamente obtener que la deformación radial sea nula, para lo que se procede como en el tramo 1.



Cuando se realiza uno de estos procesos iterativos y se produce la convergencia se obtiene el valor de  $s$ ,  $\sigma_3$  o  $\sigma_1$  en el punto de cálculo. En las iteraciones se parte de valores de  $s$ ,  $\sigma_3$  o  $\sigma_1$  cercanos a los correspondientes al punto de cálculo anterior, incrementándolos o reduciéndolos después sucesivamente de acuerdo con los resultados obtenidos.

En el caso del programa SNSMEPT.FOR y si se alcanza e intenta sobrepasar la superficie de Hvorslev, se pasa automáticamente a reducir  $q$  arrastrando a la superficie de fluencia  $f_1$  y llevando al suelo hasta rotura a  $p-p_*$  y  $s$  constantes.

d) Resultados obtenidos. Los resultados obtenidos definen totalmente el estado tenso-deformacional del suelo en cada punto de cálculo ( $p-p_*$ ,  $s$  y  $q$  o  $\sigma_1$  y  $s$  y  $p_0^*$ ,  $s_0$ ,  $s_h$ ,  $v$ ,  $\epsilon_v$ ,  $\epsilon_s$ ,  $w$  y  $S_r$ ). De estos resultados son guardados en un archivo los correspondientes al inicio y al final de cada tramo, cada 100 puntos de cálculo, todos aquellos en los que se produzca algún cambio cualitativo en la trayectoria (por ejemplo alcance de una superficie de fluencia) y el eventual punto de rotura.

Los comportamientos predichos en el apartado y capítulo siguientes han sido obtenidos utilizando estos programas. Para su representación gráfica se han empleado los mismos medios descritos en el apartado 3.2.2.6 anterior, adaptados adecuadamente en cada caso.

## 5.7.2. REPRODUCCION DE ALGUNOS COMPORTAMIENTOS CARACTERISTICOS

### 5.7.2.1. Introducción

En este apartado se presentan algunos resultados obtenidos aplicando el modelo anteriormente planteado. Se han escogido para ello unas trayectorias tensionales y unos valores de los parámetros con los que se comprueban varios de los comportamientos característicos que se pueden reproducir. No se ha pretendido ser exhaustivo con los casos presentados, por cuanto al elaborar el modelo se han ido ya exponiendo sus principales características. Por otro lado en el capítulo siguiente se incluyen otros ejemplos en los que se comparan algunos de los resultados experimentales obtenidos en esta tesis y otros procedentes de distintas referencias con las predicciones realizadas al aplicar el modelo propuesto.

En los ejemplos presentados en este apartado se han adoptado los siguientes valores para los parámetros utilizados en el modelo:

a) rigidez ante cambios de la tensión esférica:

$$\lambda(0)=0,2$$

$$k(0)=0,02$$

$$\beta=10,0 \text{ 1/MPa}$$

$$r=0,75$$

b) rigidez ante cambios de la succión:

$$\lambda_s=0,1$$

$$\lambda_b=0,2$$

$$k_s = 0,01$$

c) rigidez ante cambios de la tensión de corte:

$$G = 10 \text{ MPa}$$

d) estados de rotura:

$$M = 1$$

$$k = 0,6$$

e) superficie de estado del grado de saturación:

$$b = 34,91 \text{ 1/MPa}$$

$$c = 58,16 \%$$

$$d = -20,7434 \text{ 1/MPa}$$

Se ha supuesto adicionalmente un peso específico de las partículas sólidas de 2,65 g/cc y un volumen específico inicial de 1,9. Tanto el estado tensional como la posición de las superficies de fluencia al comienzo de las diferentes trayectorias han sido fijadas en cada una de ellas de acuerdo con los fenómenos a estudiar, por lo que son indicadas en cada uno de los casos.

Como se deduce de los parámetros anteriores, el suelo correspondiente se comporta con un  $\lambda(0) = 0,2$  y con un  $\lambda(s) = 0,15$  para succiones suficientemente elevadas. Por otro lado esta variación de la rigidez del suelo con la succión viene controlada por un  $\beta = 10,0 \text{ 1/MPa}$ . La deformabilidad al variar la tensión esférica es superior a la correspondiente a la succión ( $\lambda(s) > \lambda_s$  y  $k(s) > k_s$ ), y existe un cierto comportamiento expansivo ( $\lambda_s > k_s$ ).

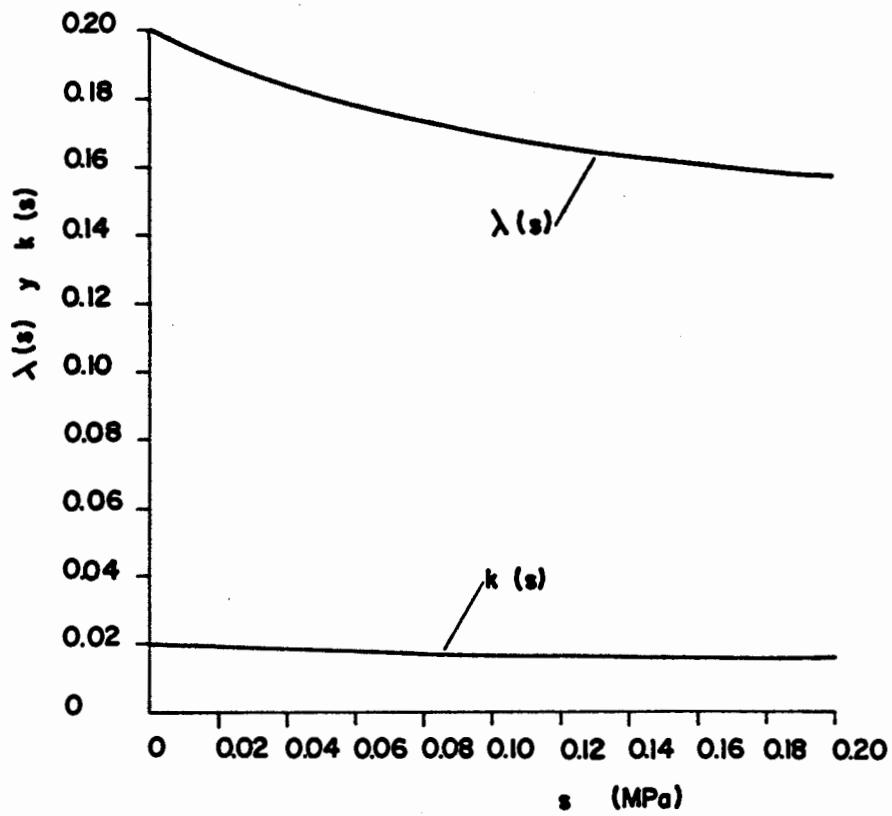


Figura 140a. Funciones  $\lambda(s)$  y  $k(s)$ .

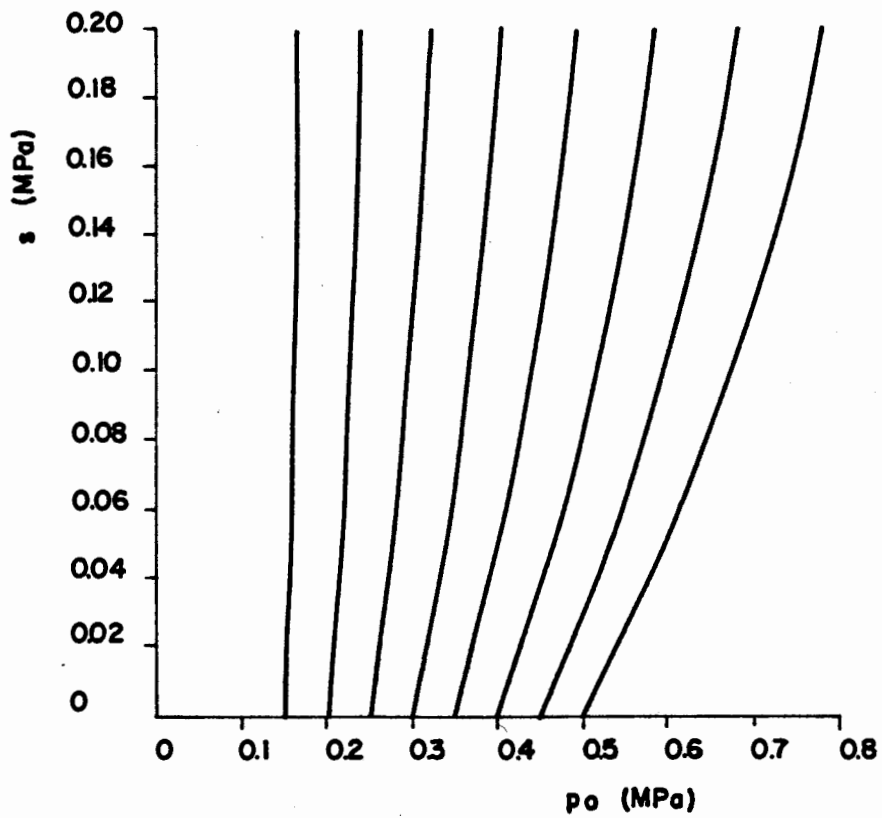


Figura 140b. Función  $p_0(s, p_0^*)$  en el plano  $(p-p_*, s)$ .

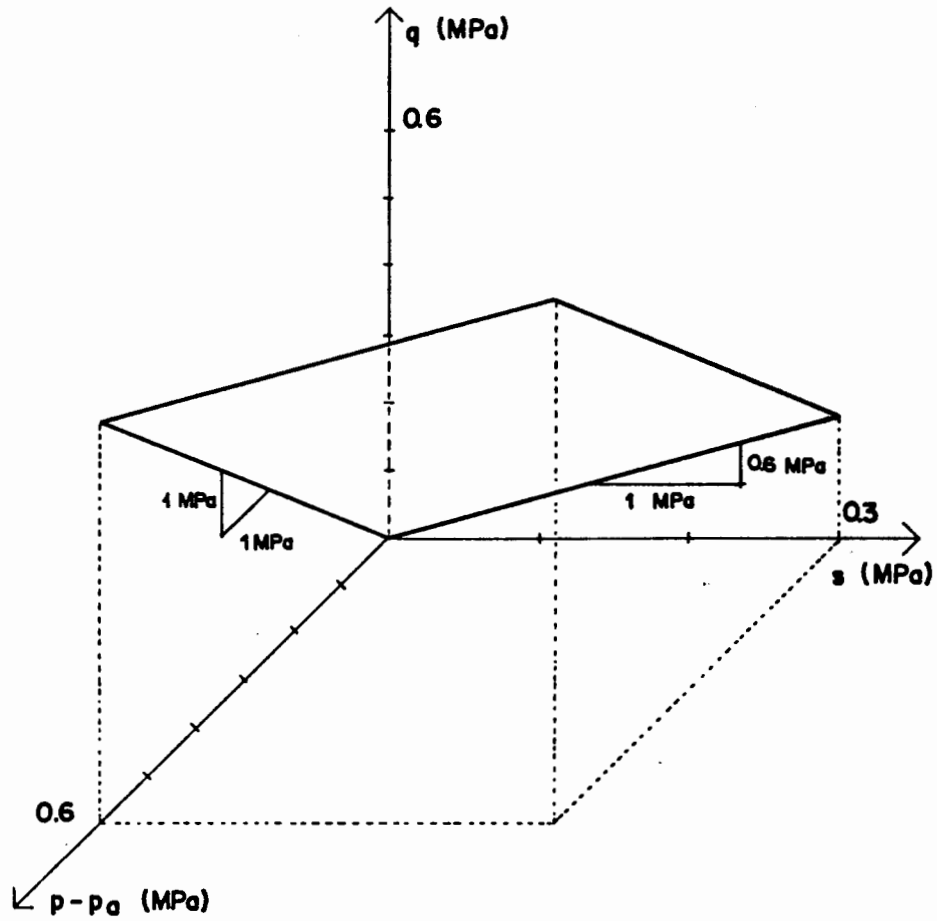


Figura 140c. Superficie de rotura.

Figuras 140. Funciones  $\lambda(s)$ ,  $k(s)$  y  $p_0(s, p_0^*)$  y superficie de rotura, con  $r=0,75$ ,  $\beta=10,0$  1/MPa,  $M=1,0$  y  $k=0,6$ .

De acuerdo con los parámetros escogidos es posible determinar o estimar algunas de las características básicas del suelo correspondiente. De esta forma, si se considera la relación empírica:

$$\lambda = \gamma_s(\text{g/cc}) \cdot \frac{I_p(\%)}{460}$$

se obtiene en este caso que se trata de un suelo con un índice de plasticidad del orden del 35%. Los estados de rotura, determinados por M y k, implican unos valores de  $\phi'$  y de  $\phi^b$ , respectivamente, de 26° y 31°. Finalmente, y por lo que respecta a los parámetros b, c y d que definen la superficie de estado del grado de saturación, coinciden básicamente con los obtenidos y utilizados por Lloret (1982) para un caolín de baja plasticidad, análogo al ensayado en esta tesis.

Las figuras 140 muestran gráficamente las funciones  $\lambda(s)$ ,  $k(s)$ ,  $p_0(s, p_0^*)$  y la superficie de rotura correspondientes a los valores de los parámetros indicados.

#### 5.7.2.2. Dependencia del estado del suelo con la trayectoria tensional en procesos con la succión creciente

Con el fin de comprobar la dependencia del estado del suelo con la trayectoria tensional en procesos que incluyan incrementos monótonos de la tensión esférica y de la succión, se han seguido las trayectorias indicadas en la figura 141a. Como se observa, en todos los casos se parte del mismo estado tensional ( $p-p_a=0,05$  MPa y  $s=0,0$  MPa) y se llega también al mismo estado tensional ( $p-p_a=0,5$  MPa y  $s=0,2$  MPa). En cada trayectoria, sin embargo, el incremento de la tensión esférica se realiza con un valor de la succión diferente (0,0 MPa, 0,1 MPa y 0,2 MPa).

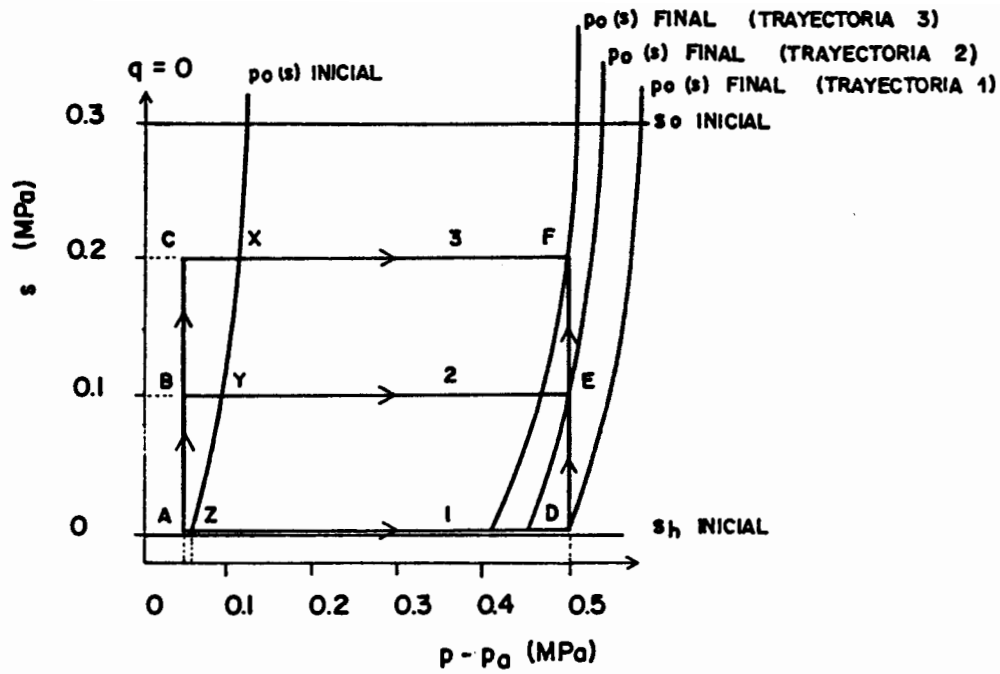


Figura 141a. Trayectorias tensionales.

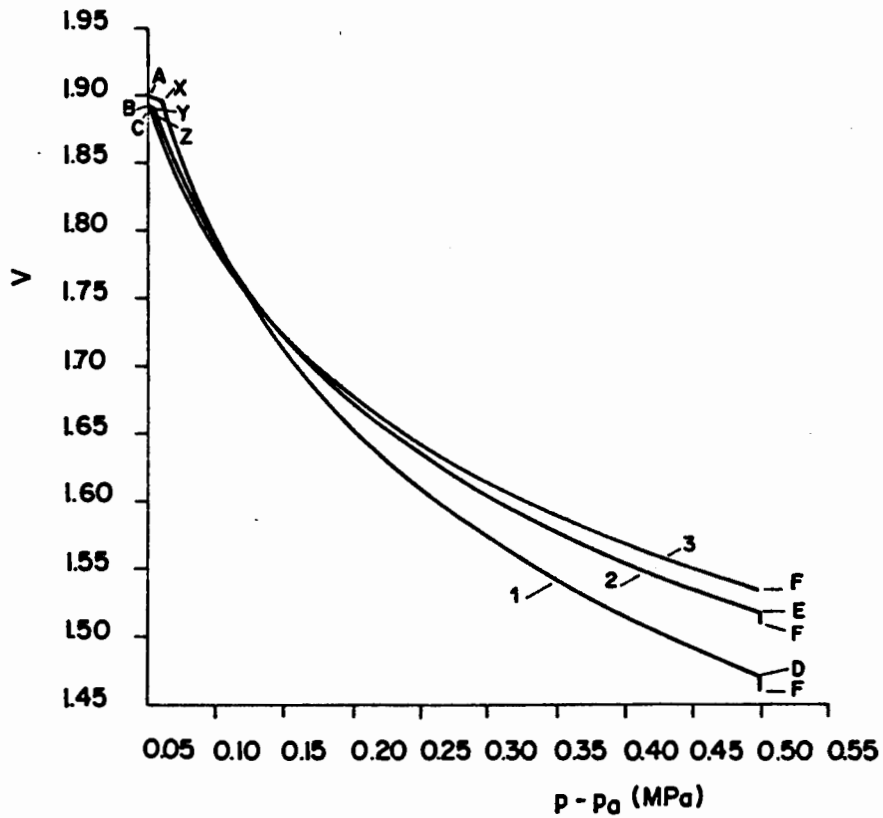


Figura 141b. Tensión esférica - volumen específico.

Figuras 141. Dependencia del estado del suelo con la trayectoria tensional seguida, en procesos con incrementos monótonos de la tensión esférica y de la succión.

Para estudiar únicamente el efecto de la superficie de fluencia correspondiente a incrementos de la tensión esférica, se ha fijado un valor de  $s_0$  (0,3 MPa) de tal forma que no se produzcan en ninguna trayectoria deformaciones irreversibles por succión.

La figura 141b muestra los resultados obtenidos, en términos de  $p-p_a$  y  $v$ . En esta figura se pueden comprobar varios de los comportamientos característicos anteriormente descritos:

- al aumentar la succión el suelo se comporta con mayor rigidez
- los estados finales del suelo dependen de la trayectoria tensional seguida, de forma que el volumen específico final es tanto menor cuanto menor es la succión a la que se incrementa la tensión esférica

Las figuras 142 muestran otro ejemplo significativo en este sentido. En este caso se comienza y se finaliza en los mismos estados tensionales que en el anterior, siguiéndose, sin embargo, trayectorias tensionales diferentes al incrementarse la succión a distintas tensiones esféricas (0,05 MPa, 0,25 MPa y 0,50 MPa). Las conclusiones son análogas a las indicadas previamente, observándose además en este caso en la trayectoria ACDF el efecto de sobreconsolidación que produce el aumento de la succión sobre incrementos posteriores de la tensión esférica.



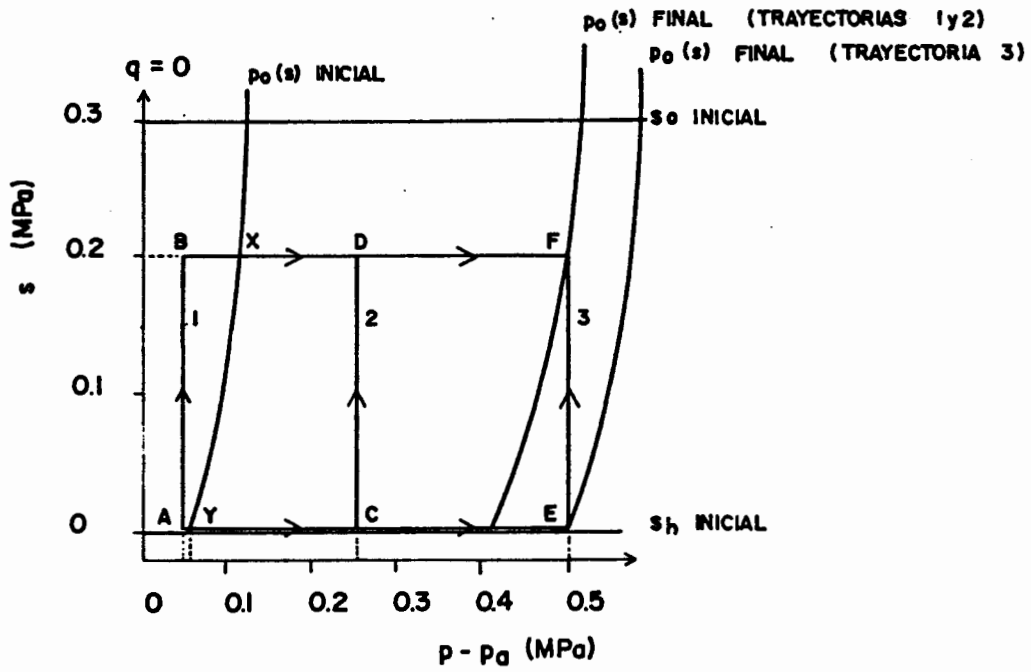


Figura 142a. Trayectorias tensionales.

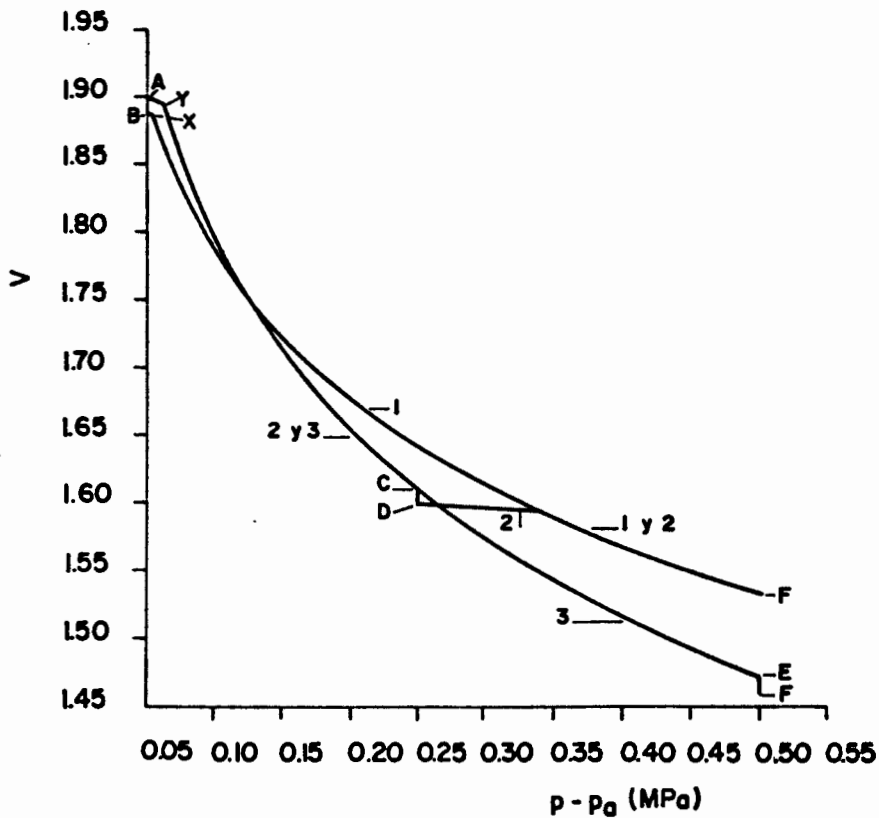


Figura 142b. Tensión esférica - volumen específico.

Figuras 142. Dependencia del estado del suelo con la trayectoria tensional seguida, en procesos con incrementos monótonos de la tensión esférica y de la succión.

### 5.7.2.3. Dependencia del estado del suelo con la trayectoria tensional en procesos con la succión decreciente

La figura 143a muestra las trayectorias seguidas para comprobar la dependencia del estado del suelo con la trayectoria tensional en procesos monótonos de incremento de la tensión esférica y disminución de la succión. Como se observa en dicha figura todas las trayectorias comienzan en el mismo estado tensional ( $p-p_a=0,05$  MPa,  $s=0,2$  MPa y  $q=0,0$  MPa) y finalizan también en el mismo estado tensional ( $p-p_a=0,5$  MPa,  $s=0,0$  MPa y  $q=0,0$  MPa) de forma que en cada caso se incrementa la tensión esférica a diferentes valores de la succión (0,2 MPa, 0,1 MPa y 0,0 MPa). La posición inicial de las superficies de fluencia se ha definido a partir de los valores  $p_0^*=0,06$  MPa,  $s_0=0,3$  MPa y  $s_h=0,0$  MPa.

En los resultados obtenidos (figura 143b) se comprueba que el estado final del suelo (en este caso su volumen específico) es independiente de la trayectoria tensional seguida. Se observa también en esta figura la dependencia de la magnitud del colapso con el nivel de la tensión esférica aplicada, aunque este fenómeno es comprobado en mayor detalle en el siguiente apartado.

### 5.7.2.4. Dependencia de las deformaciones volumétricas con la tensión esférica al disminuir la succión

Se ha estudiado en primer lugar la dependencia de las deformaciones volumétricas con el nivel de la tensión esférica aplicada al disminuir la succión, en ausencia de hinchamientos irreversibles. La figura 144a muestra las trayectorias tensionales seguidas para ello, así como la posición inicial de las superficies de fluencia ( $p_0^*=0,06$  MPa,  $s_0=0,3$  MPa y  $s_h=0,0$  MPa). Como se observa, la succión ha sido disminuida en cada caso desde 0,2 MPa a 0,0 MPa a

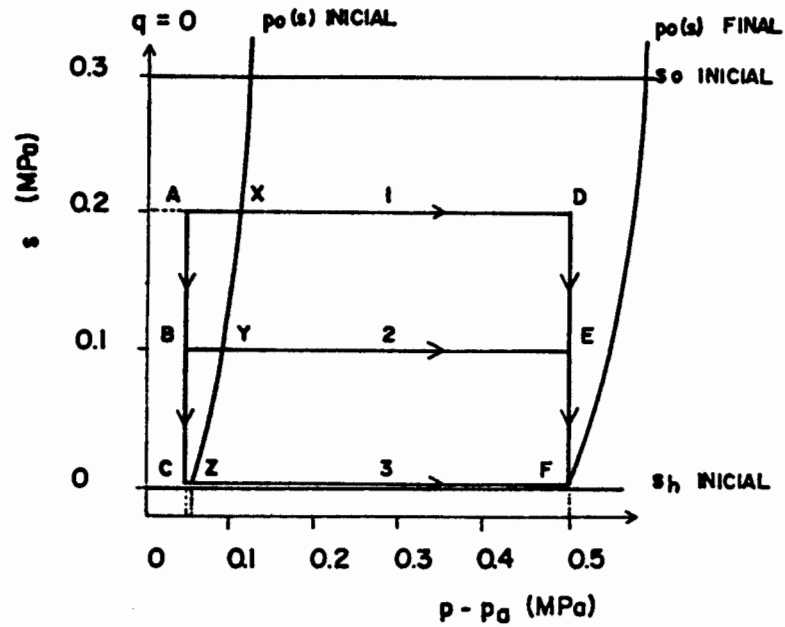


Figura 143a. Trayectorias tensionales.

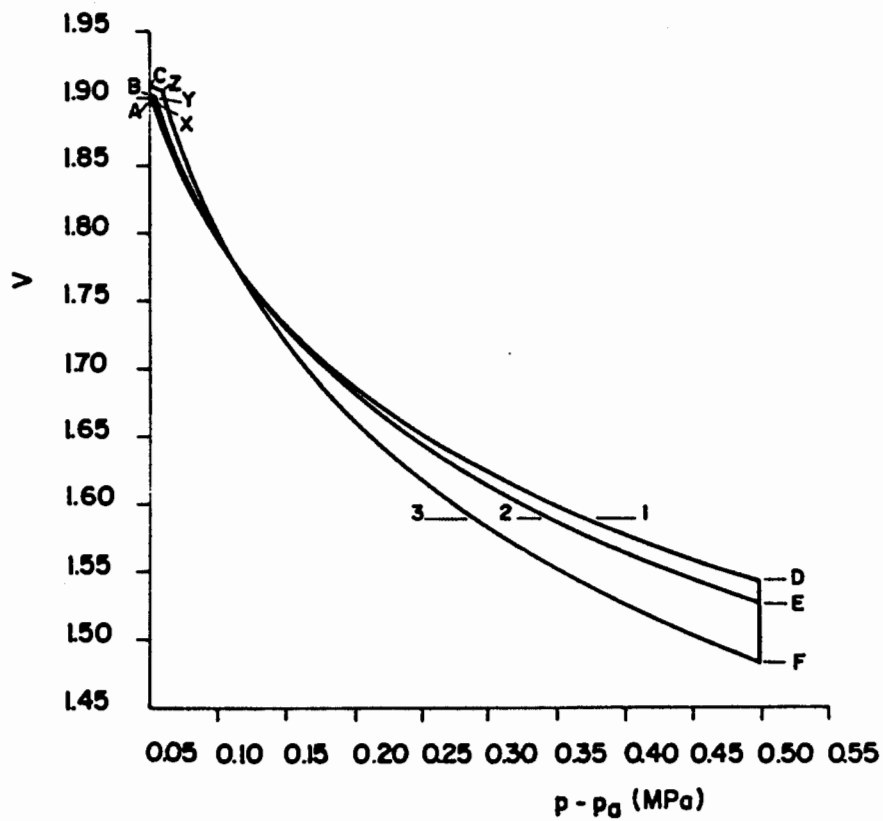


Figura 143b. Tensión esférica - volumen específico.

Figuras 143. Dependencia del estado del suelo con la trayectoria tensional seguida, en procesos con incrementos monótonos de la tensión esférica y disminuciones monótonas de la succión.

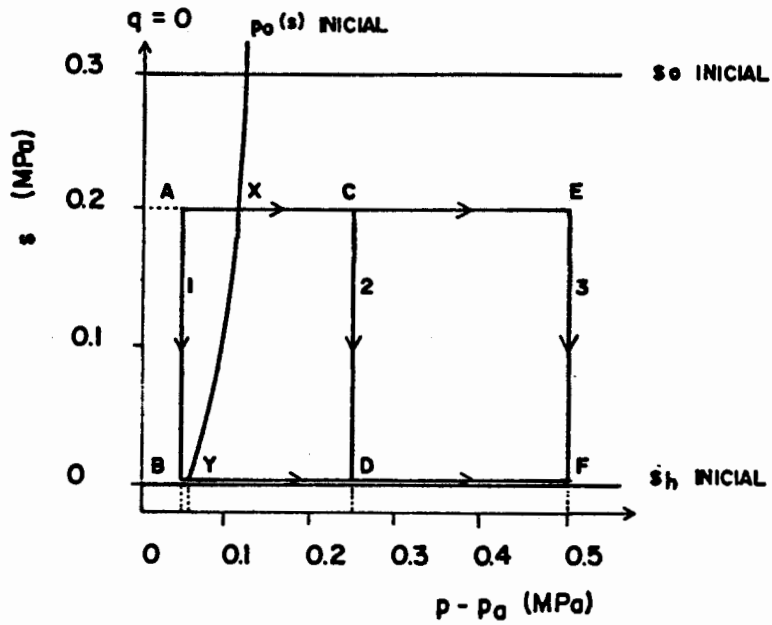


Figura 144a. Trayectorias tensionales.

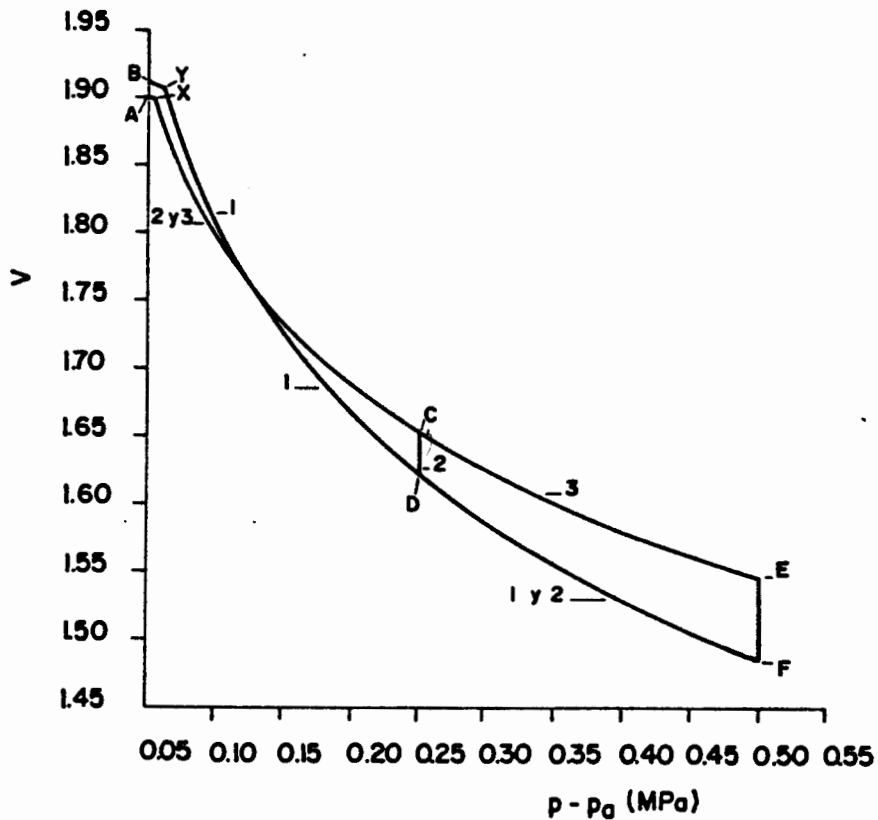


Figura 144b. Tensión esférica - volumen específico.

Figuras 144. Dependencia con la trayectoria tensional seguida de las deformaciones volumétricas producidas al disminuir la succión a diferentes valores de la tensión esférica.

diferentes valores de la tensión esférica (0,05 MPa, 0,25 MPa y 0,5 MPa).

En la figura 144b se presentan los resultados obtenidos en términos de  $v$  y  $p-p_a$  en los que se comprueba que la deformación volumétrica producida varía desde un valor negativo (hinchamiento) para  $p-p_a=0,05$  MPa, hasta un valor positivo (colapso) para  $p-p_a=0,5$  MPa, de forma que crece continuamente. En todos los casos el suelo pasa desde la curva correspondiente a  $s=0,2$  MPa a la curva correspondiente a  $s=0,0$  MPa. Consecuentemente las deformaciones volumétricas producidas en estas trayectorias dependen del nivel de la tensión esférica aplicada, de forma que aumentan con ella. Este fenómeno se debe a la combinación de los hinchamientos producidos al reducir la succión con posibles colapsos simultáneos.

Análoga dependencia se puede comprobar en caso de que se produzcan también hinchamientos irrecuperables, tal y como se observa en las figuras 145. En este caso la posición inicial de las superficies de fluencia se ha definido a partir de  $p_0^*=0,30$  MPa,  $s_0=0,3$  MPa y  $s_h=0,15$  MPa, reduciéndose la succión para valores de la tensión esférica de 0,05 MPa, 0,35 MPa y 0,5 MPa. La figura 145b muestra los comportamientos obtenidos en el plano  $(v, s)$ , comprobándose las mismas relaciones indicadas en el caso anterior. Se observa además en dicha figura que, dependiendo de la trayectoria seguida, se puede producir un hinchamiento o un colapso continuo ( $p-p_a=0,05$  MPa y  $p-p_a=0,5$  MPa respectivamente) o puede producirse inicialmente un hinchamiento y después un colapso ( $p-p_a=0,35$  MPa), según cual sea la posición de las superficies de fluencia.

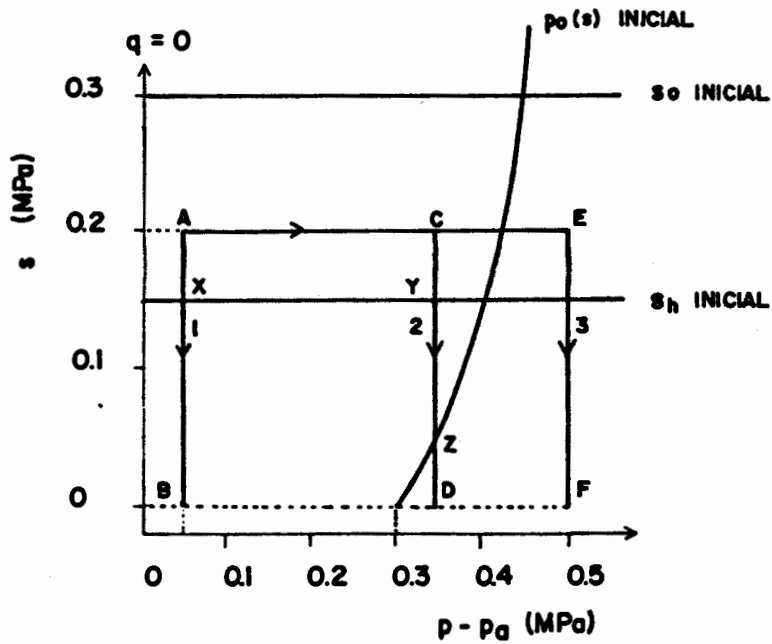


Figura 145a. Trayectorias tensionales.

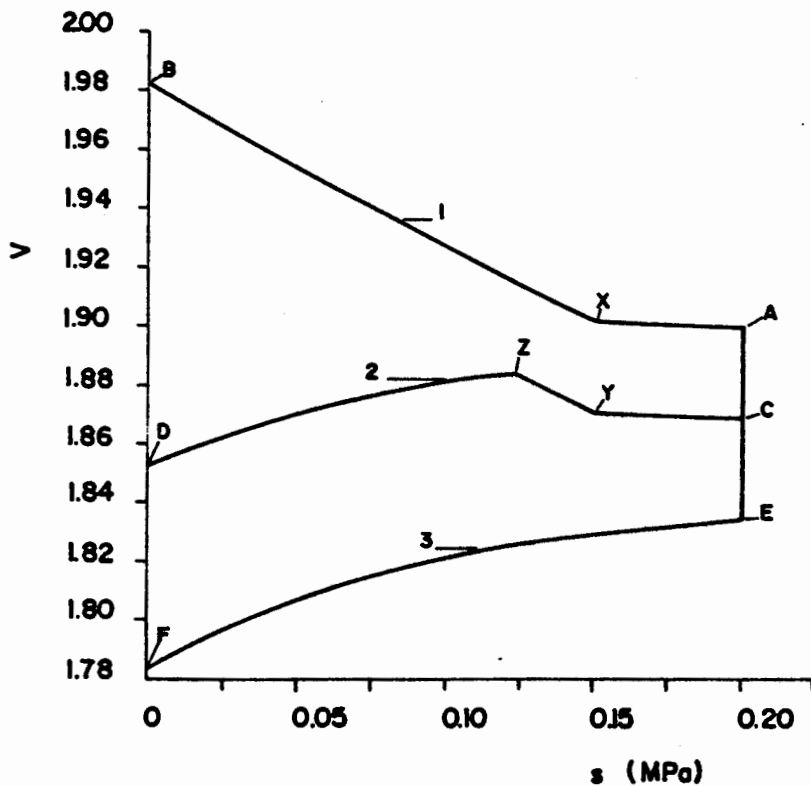


Figura 145b. Succión - volumen específico.

Figuras 145. Dependencia con la trayectoria tensional seguida de las deformaciones volumétricas producidas al disminuir la succión a diferentes valores de la tensión esférica.

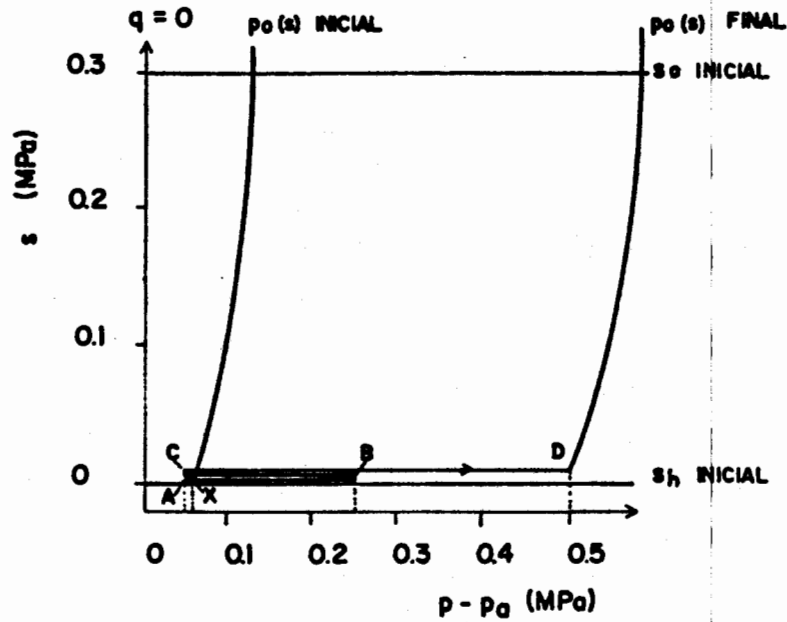


Figura 146a. Trayectoria tensional.

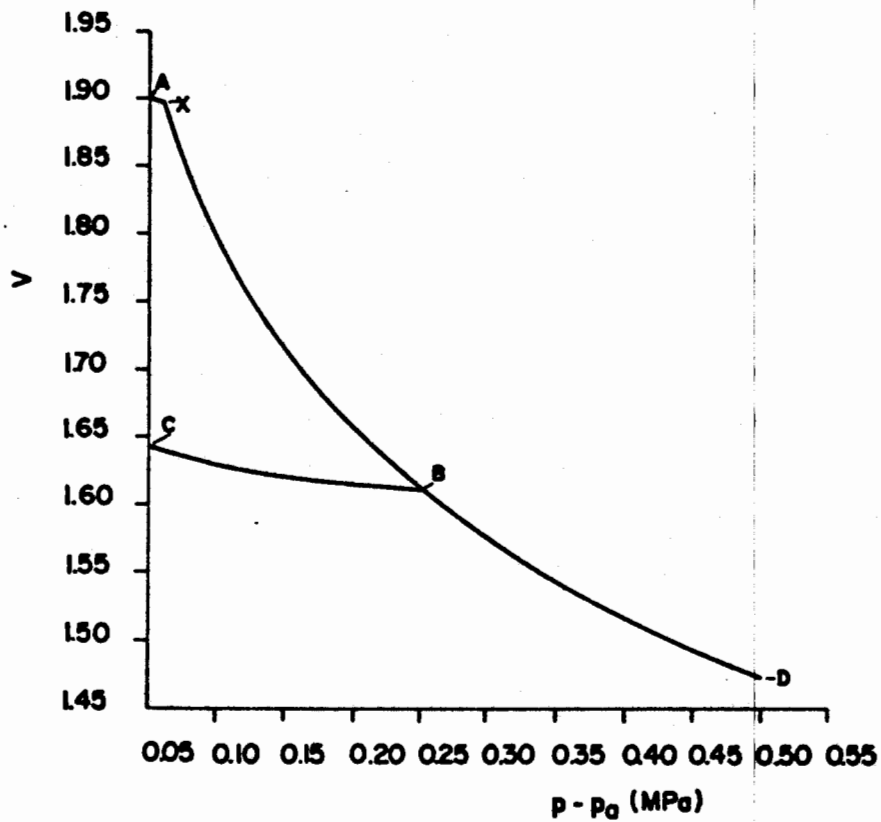


Figura 146b. Tensión esférica - volumen específico.

Figuras 146. Deformaciones recuperables e irrecuperables en procesos de incremento de la tensión esférica.

#### 5.7.2.5. Deformaciones recuperables e irre recuperables

En las figuras 146, 147 y 148 se muestran tres casos en los que quedan en evidencia las deformaciones irre recuperables producidas, respectivamente, al incrementar la tensión esférica, al incrementar la succión y al disminuir la succión. Como se observa, en cada uno de dichos casos se alcanza y arrastra la superficie de fluencia correspondiente, procediéndose después a invertir el sentido de variación de cada tensión de forma que sólo se produzcan en este último proceso deformaciones recuperables. La diferencia entre ambas ramas proporciona las deformaciones irre recuperables provocadas.

Las figuras 149 presentan, por otro lado, otro caso en el que queda en evidencia el efecto de sobreconsolidación ante incrementos de la tensión esférica producido al incrementar y disminuir previamente la succión de forma que en este proceso previo se provoquen deformaciones irre recuperables. Como se ha expuesto al desarrollar el modelo, esta variación del valor de las tensiones en que comienzan a producirse deformaciones irre recuperables, ya sea en procesos de incremento de la tensión esférica como en procesos de incremento o disminución de la succión, depende de la deformación volumétrica irre recuperable producida, que modifica la posición de las tres superficies de fluencia.

#### 5.7.2.6. Procesos de incremento de la tensión de corte hasta rotura

En las figuras 150 se muestran varios ejemplos en los que se ha llevado al suelo hasta rotura en procesos de incremento de la tensión de corte con la tensión esférica y la succión constantes. Con el fin de comprobar específicamente el efecto de la succión, se ha aplicado en



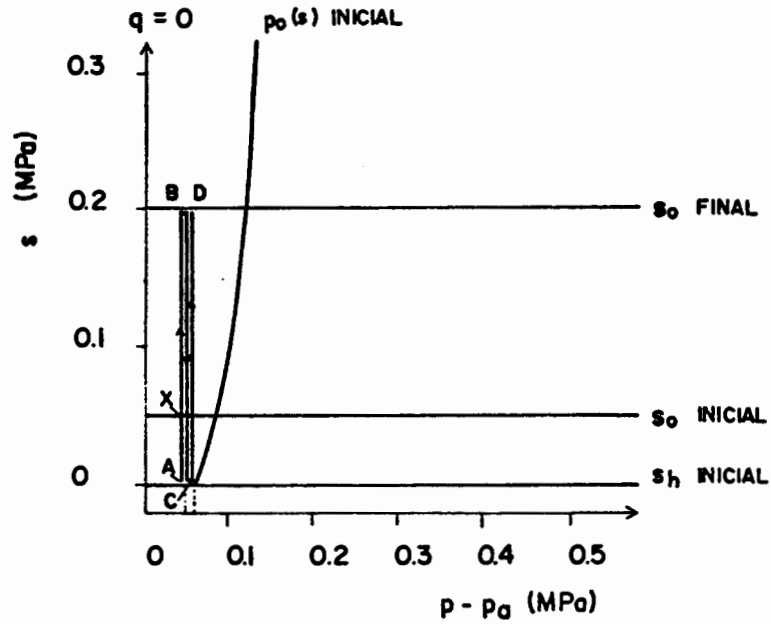


Figura 147a. Trayectoria tensional.

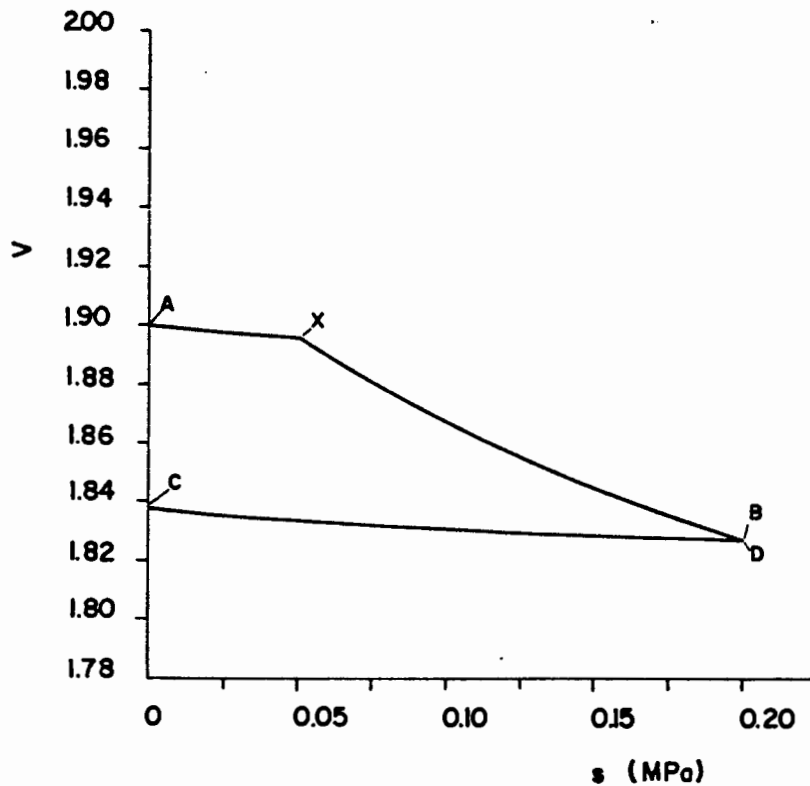


Figura 147b. Succión - volumen específico.

Figuras 147. Deformaciones recuperables e irrecuperables en procesos de incremento de la succión.

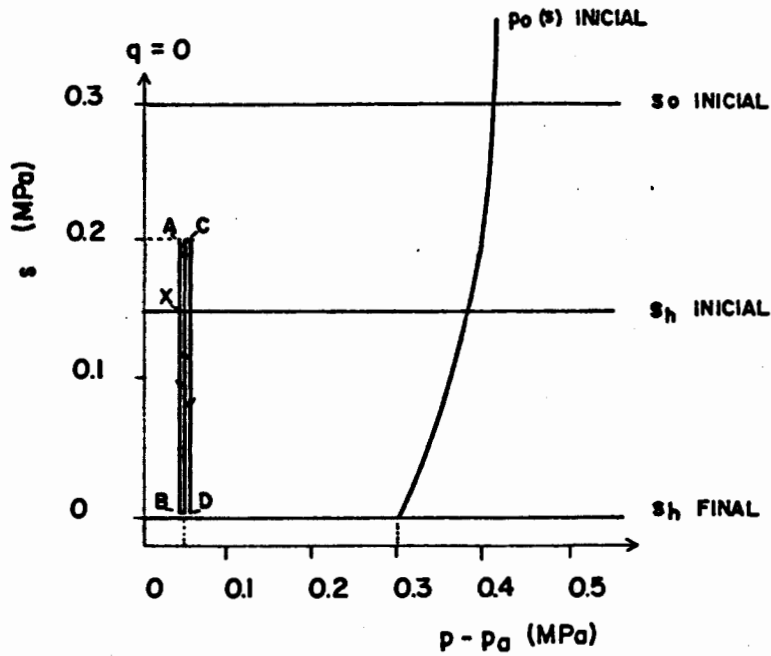


Figura 148a. Trayectorias tensionales.

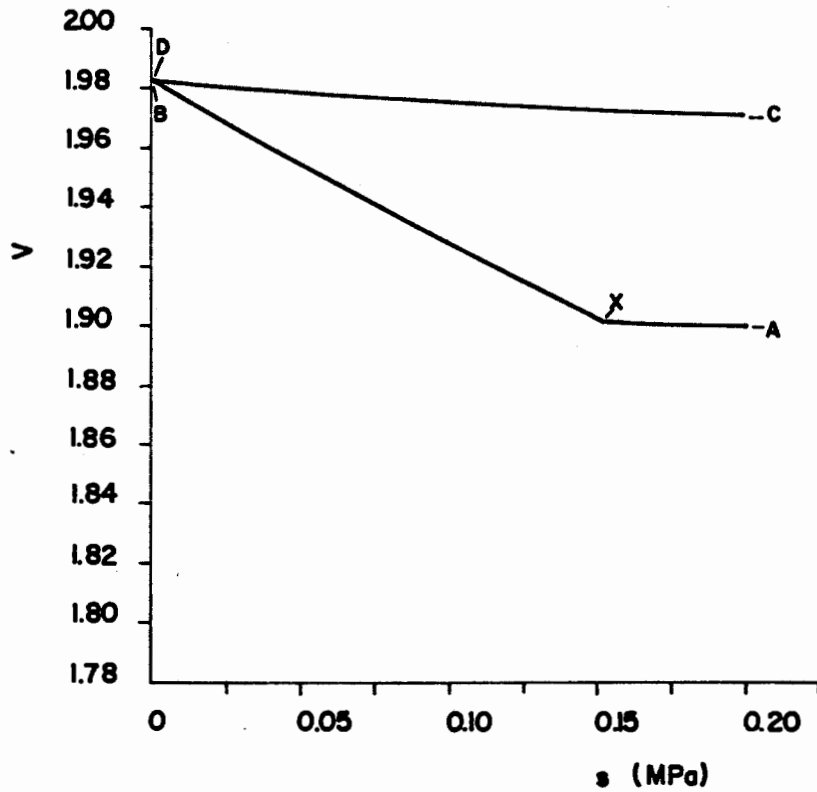


Figura 148b. Succión - volumen específico.

Figuras 148. Deformaciones recuperables e irrecuperables en procesos de disminución de la succión.

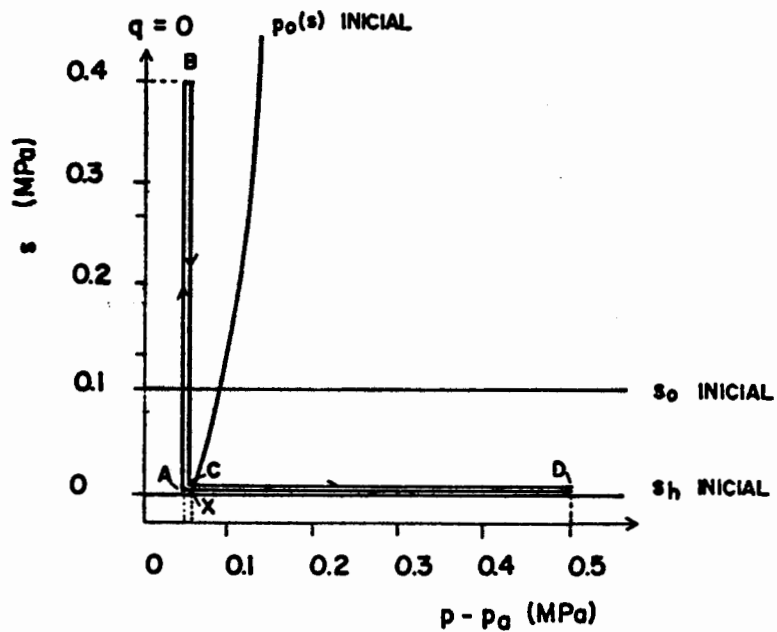


Figura 149a. Trayectorias tensionales.

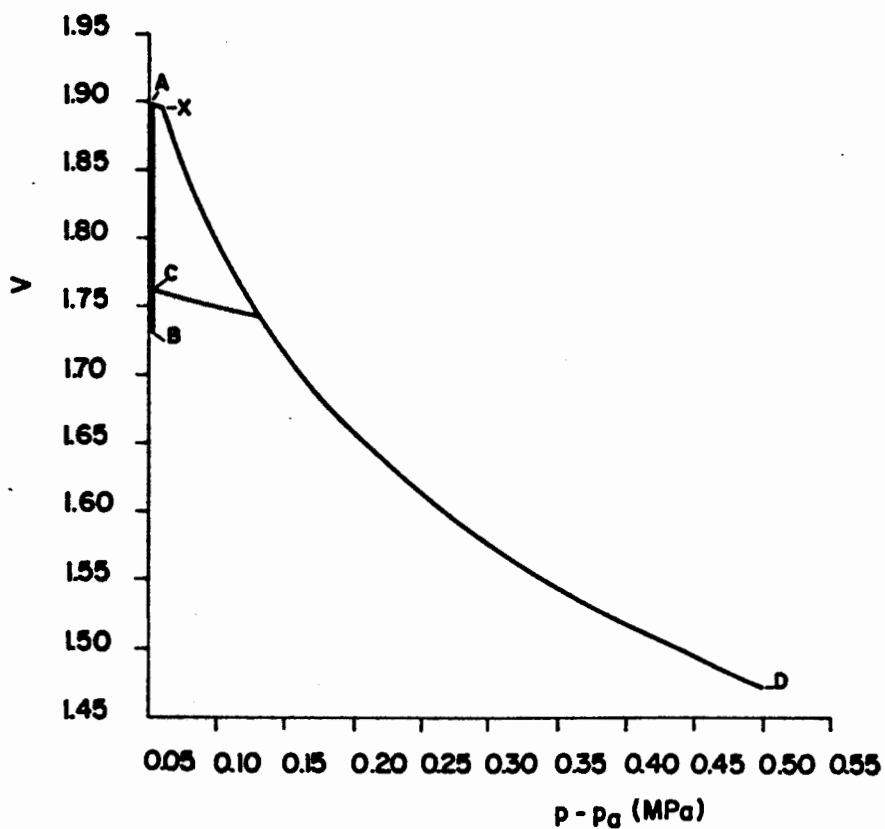


Figura 149b. Tensión esférica - volumen específico.

Figuras 149. Efecto de sobreconsolidación ante incrementos de la tensión esférica producido por incrementos previos de la succión.

todos los casos la misma tensión esférica en los procesos de incremento de la tensión de corte. La succión, sin embargo, ha sido diferente en cada uno de ellos.

En la figura 150a se muestran las trayectorias tensionales seguidas. Como se observa en ella, el suelo es llevado a rotura con una tensión esférica de 0,05 MPa y con succiones de 0,0 MPa, 0,05 MPa, 0,10 MPa, 0,15 MPa, 0,20 MPa y 0,25 MPa. En los resultados obtenidos, presentados en la figura 150b, se pueden comprobar los aumentos de la resistencia al corte producidos al incrementar la succión.

En las figuras 151 se muestra, por otro lado, un caso en el que se ha llevado al suelo hasta rotura en un proceso de disminución de la succión con las tensiones esféricas y de corte constantes. Previamente a este proceso, y como se observa en la figura 151a, se somete al suelo sucesivamente, desde su estado inicial, a un incremento de la succión hasta 0,2 MPa, a un incremento de la tensión esférica hasta 0,19 MPa y a un incremento de la tensión de corte hasta 0,2 MPa.

En los resultados obtenidos, que se presentan en la figura 151b, se comprueba que al disminuir a continuación la succión, el suelo llega a rotura.

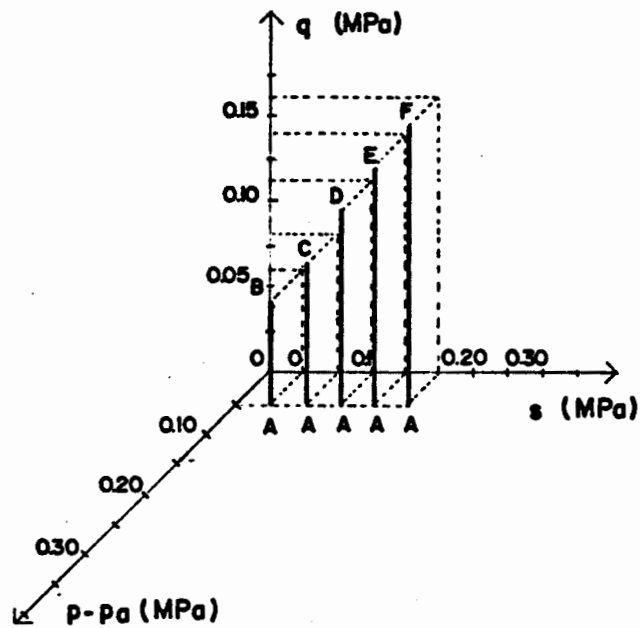


Figura 150a. Trayectorias tensionales.

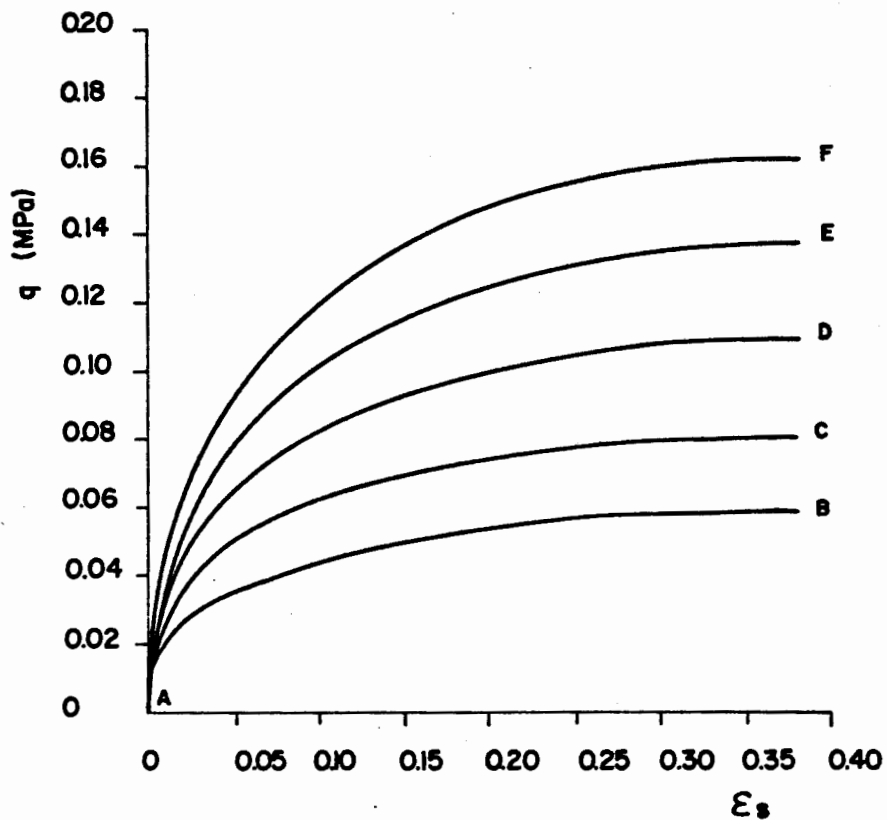


Figura 150b. Tensión de corte - deformación de corte.

Figura 150. Incrementos de la resistencia al corte producidos al incrementar la succión.

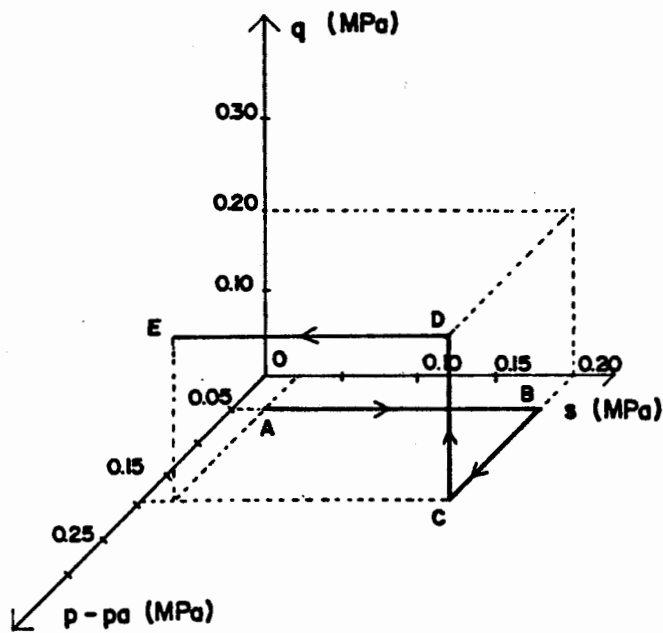


Figura 151a. Trayectoria tensional.

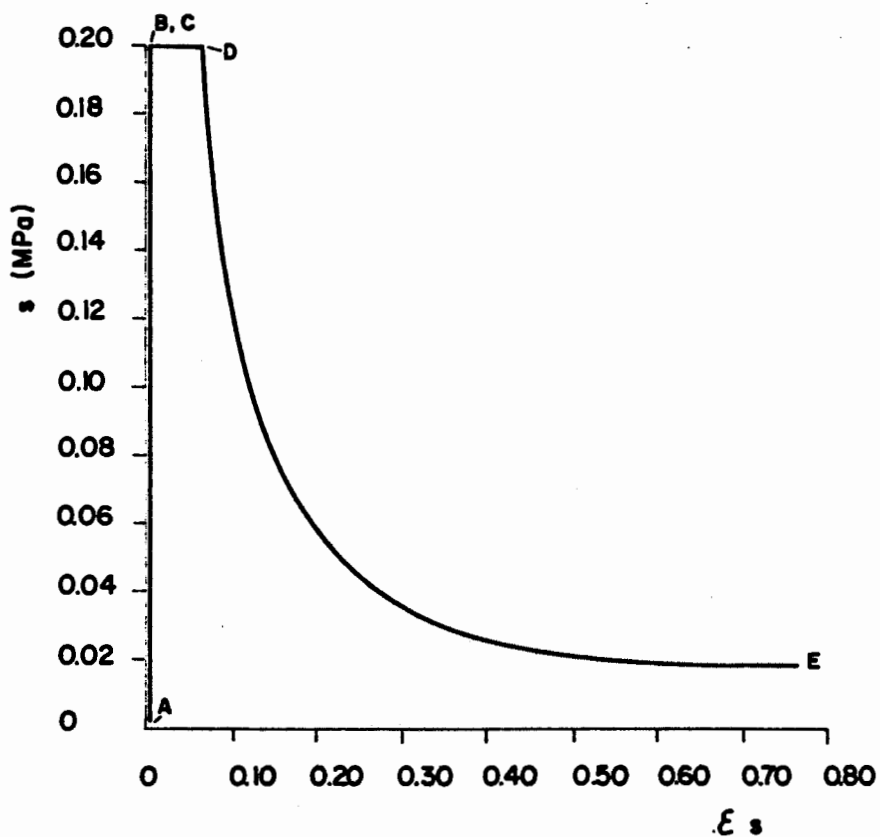


Figura 151b. Succión - deformación de corte/deformación volumétrica.

Figuras 151. Rotura del suelo en un proceso de disminución de la succión con las tensiones esférica y de corte constantes.