ANEXO 3.1

PRUEBAS CON MARTILLO

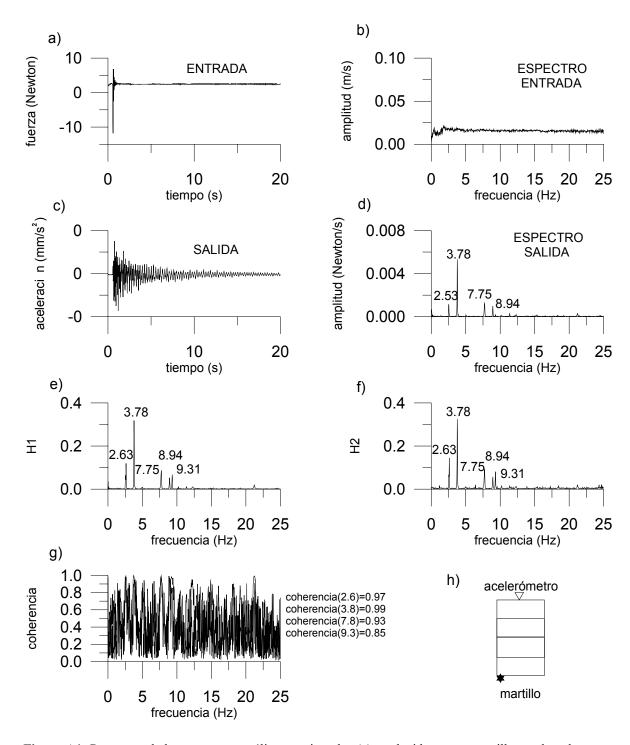


Figura A1 Respuesta de la estructura metálica a un impulso (a) producido por un martillo que la golpea (h) en la parte lateral de su base. La respuesta en aceleración se muestra en (c) y los espectros de Fourier de la entrada y la salida en (b) y (d) mientras que (e) y (f) representan las funciones de transferencia H1 y H2, respectivamente. La función de coherencia (g) se evalúa en las frecuencias identificadas.

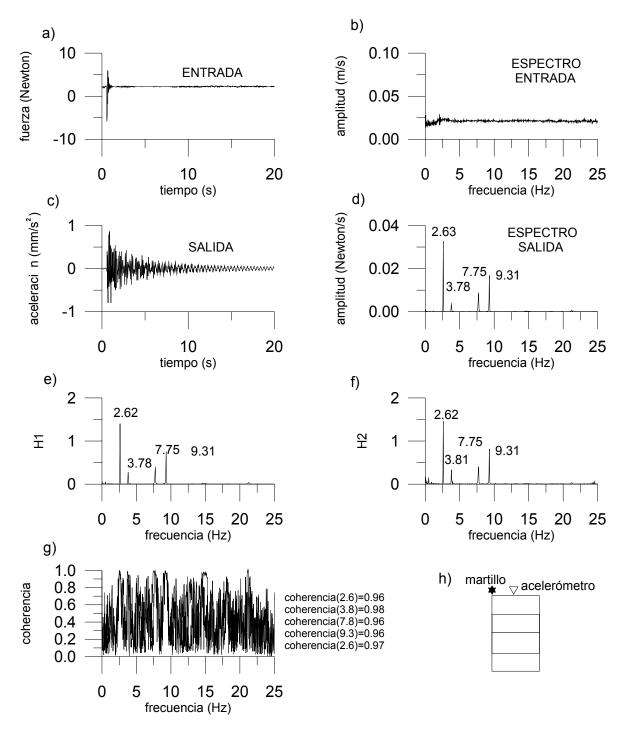


Figura A2 Respuesta de la estructura metálica a un impulso (a) producido por un martillo que la golpea (h) en la parte lateral y superior de su base. La respuesta en aceleración se muestra en (c) y los espectros de Fourier de la entrada y la salida en (b) y (d) mientras que (e) y (f) representan las funciones de transferencia H1 y H2, respectivamente. La función de coherencia (g) se evalúa en las frecuencias identificadas.

| | Determinación | de Características | Dinámicas | do Estructuras |
|--|---------------|--------------------|-----------|----------------|
|--|---------------|--------------------|-----------|----------------|

ANEXO 3.2

EDIFICIOS DE ADRA

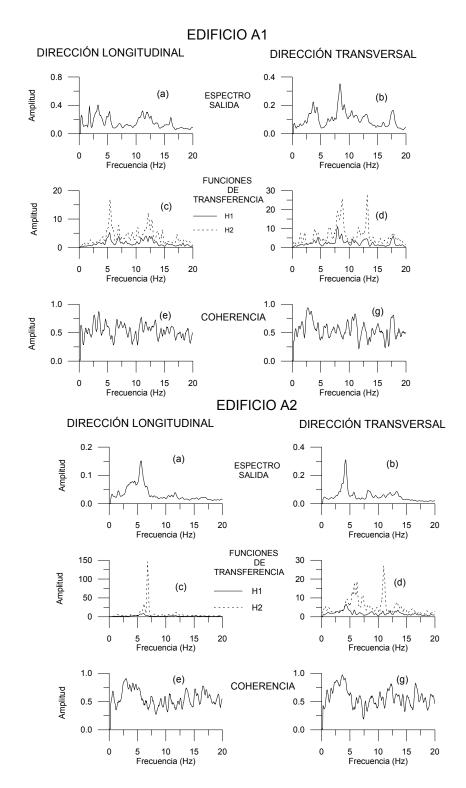


Figura A3 Espectros de Fourier de la aceleración medida en la parte superior de los edificios A1 y A2, las funciones de transferencia H1 y H2 y las funciones de coherencia.

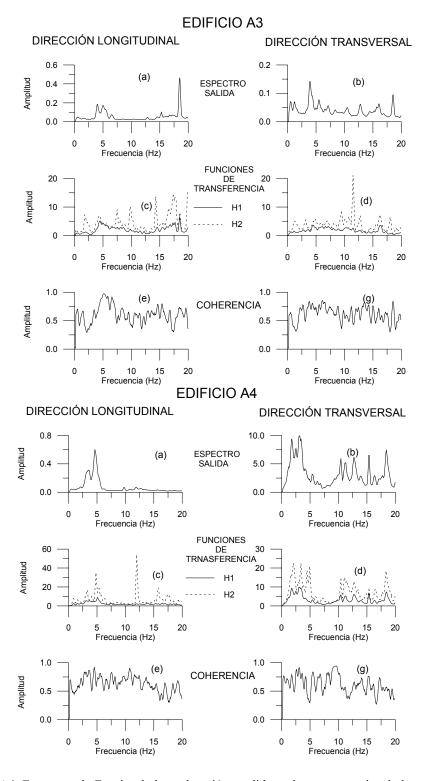


Figura A4 Espectros de Fourier de la aceleración medida en la parte superior de los edificios A3 y A4, las funciones de transferencia H1 y H2 y las funciones de coherencia.

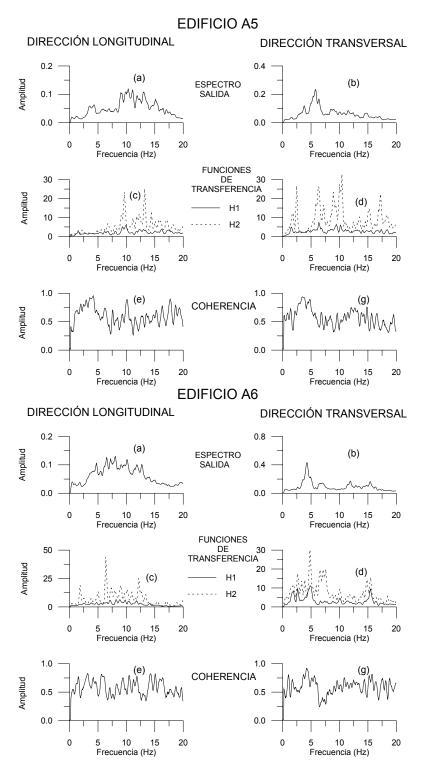


Figura A5 Espectros de Fourier de la aceleración medida en la parte superior de los edificios A5 y A6, las funciones de transferencia H1 y H2 y las funciones de coherencia.

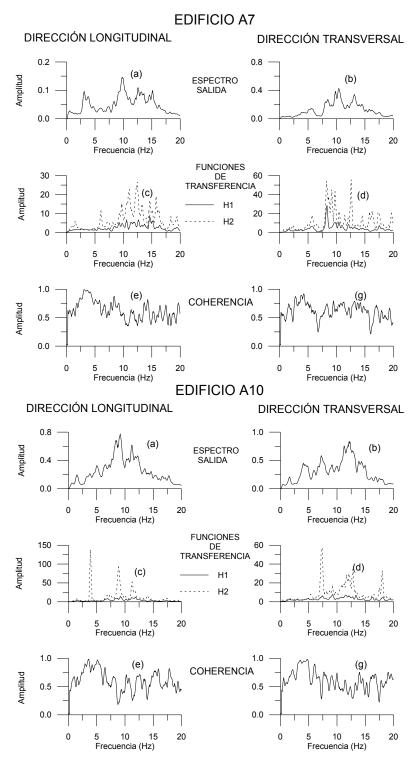


Figura A6 Espectros de Fourier de la aceleración medida en la parte superior de los edificios A7 y A10, las funciones de transferencia H1 y H2 y las funciones de coherencia.

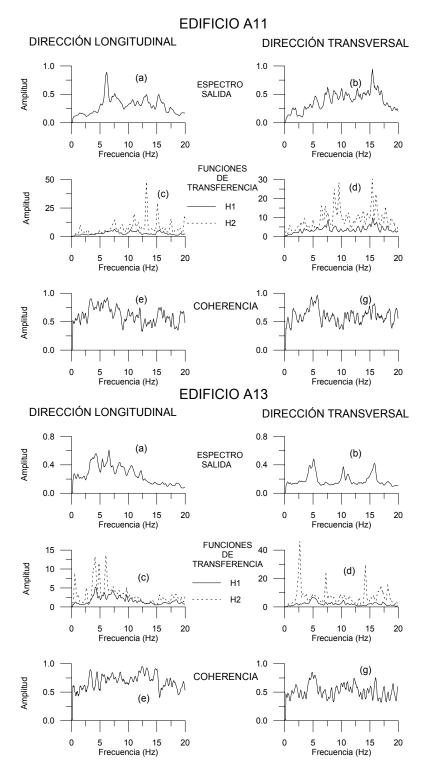


Figura A7 Espectros de Fourier de la aceleración medida en la parte superior de los edificios A11 y A13, las funciones de transferencia H1 y H2 y las funciones de coherencia.

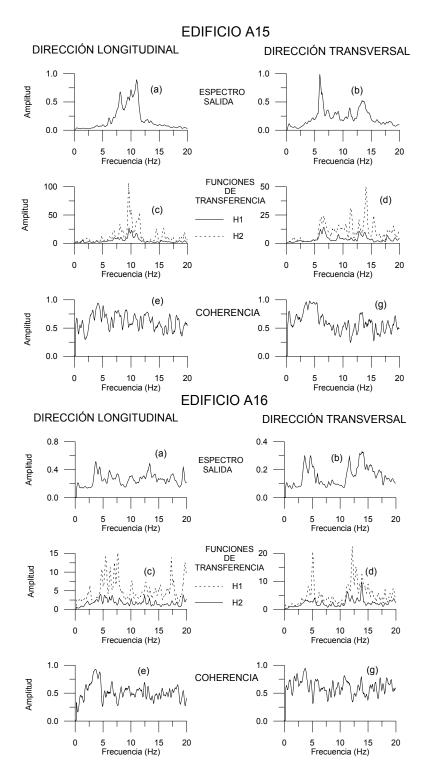


Figura A8 Espectros de Fourier de la aceleración medida en la parte superior de los edificios A15 y A16, las funciones de transferencia H1 y H2 y las funciones de coherencia.

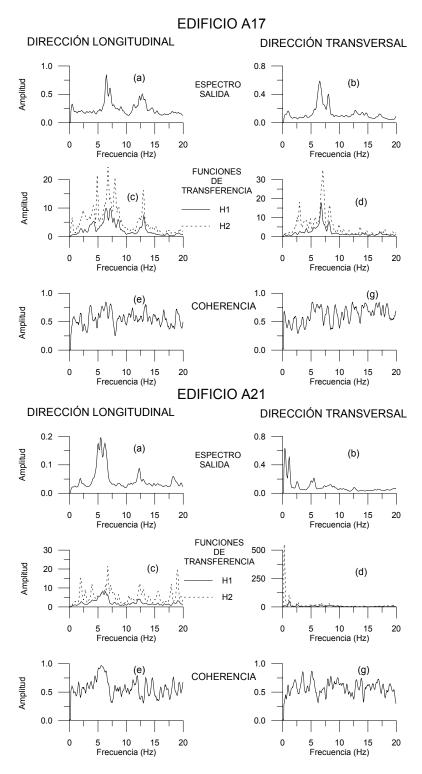


Figura A9 Espectros de Fourier de la aceleración medida en la parte superior de los edificios A17 y A21, las funciones de transferencia H1 y H2 y las funciones de coherencia.

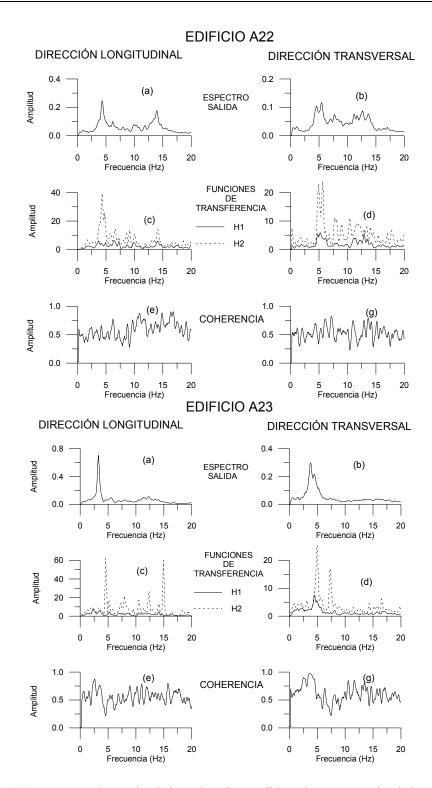


Figura A10 Espectros de Fourier de la aceleración medida en la parte superior de los edificios A22 y A23, las funciones de transferencia H1 y H2 y las funciones de coherencia.

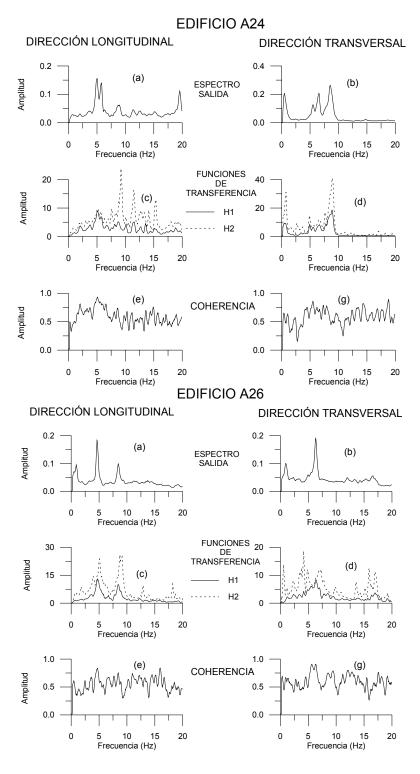


Figura A11 Espectros de Fourier de la aceleración medida en la parte superior de los edificios A24 y A26, las funciones de transferencia H1 y H2 y las funciones de coherencia.

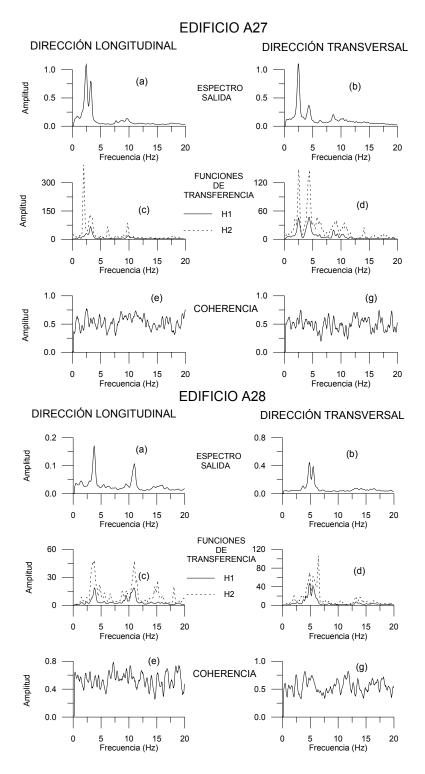


Figura A12 Espectros de Fourier de la aceleración medida en la parte superior de los edificios A27 y A28, las funciones de transferencia H1 y H2 y las funciones de coherencia.

RELACIÓN DE FÓRMULAS EMPÍRICAS TOMADAS DE LAS NORMATIVAS MUNDIALES

| PAÍS | FÓRMULA | APLICACIÓN | |
|-------------------|--|---------------------------------------|--|
| Albania | P = 0.045 N | -mampostería, componente longitudinal | |
| (IAEE,1996) | P = 0.040 N | -mampostería, componente transversal | |
| Algeria | P = 0.08 N | -pórticos sin muros de cortante | |
| (Paz, 1994) | 0.09h | • | |
| | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ | -otro tipo de estructura | |
| Argentina | 0.06h 30 2 | | |
| (Paz, 1994) | $P = \frac{0.06h}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{30}{L} + \frac{2}{1 + 30d}}$ | -cualquier estructura | |
| Australia | P = 0.022 N | -componente longitudinal | |
| (Paz, 1994; | P = 0.017 N | -componente transversal | |
| IAEE, 1996) | | | |
| Canadá | P = 0.1 N | -pórticos de momento resistente | |
| (Paz, 1994) | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ $P = 0.01N; P = \frac{0.05h}{\sqrt{L}} y P = 0.24h^{0.21}d^{*-0.14}$ | -otros pórticos | |
| CL.T. | \sqrt{L} | and a firm out out on | |
| Chile | $P = 0.01N; P = \frac{0.05h}{\sqrt{z}} y P = 0.24h^{0.21}d^{*-0.14}$ | -cuaiquier estructura | |
| (Paz, 1994) | \sqrt{L} | | |
| Colombia | $P = 0.08h^{0.75}$ | -pórticos no arriostrados de momento | |
| (Paz, 1994; | F = 0.00H | resistente | |
| IAEE, 1996) | $P = \frac{0.09\pi}{\sqrt{I}}$ | -otras estructuras | |
| Costa Rica | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ $P = 0.1 \text{ N}$ | -pórticos de momento resistente | |
| (Paz, 1994) | r – 0.1 IN | -porticos de momento resistente | |
| (1 az, 1994) | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ | -otras estructuras | |
| | $P = 0.085h^{0.75}$ | -pórticos de acero u hormigón con | |
| | $P=0.085h^{s.r.s}$ | pórtico dúctil | |
| | 0.75 | -pórticos de hormigón o acero | |
| Cuba | $P = 0.073h^{0.75}$ | excéntricamente arriostrados | |
| (IAEE, 1996) | | -hormigón con muros o pórticos de | |
| (======, =>==) | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ | cortante | |
| | | | |
| | $P = \frac{0.05h}{\sqrt{L}}$ $P = 0.1 \text{ N}$ | -mampostería | |
| Egipto | P = 0.1 N | -pórticos | |
| (IAEE, 1996) | | r · · · · · · | |
| (====, ==, ==, =) | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ | -otras estructuras | |
| | $P = 0.085 h^{0.75}$ | -pórticos de acero | |
| El Salvador | $P = 0.063h$ $P = 0.073h^{0.75}$ | -pórticos de hormigón | |
| (Paz, 1994; | 0.096 | | |
| IAEE, 1996) | $P = \frac{0.07h}{\sqrt{L}}$ | -otras estructuras | |
| | P = 0.11 N | -pórticos de acero | |
| España | P = 0.09 N | -pórticos de hormigón sin pantallas | |
| (Paz, 1994; | | rigidizadoras | |
| IAEE, 1996) | P = 0.07 N | | |
| | $\sqrt{L+h}$ | -pórticos de hormigón armado con | |
| | p = 0.06h h | pantallas rigidizadoras | |
| | $P = 0.07N\sqrt{\frac{h}{L+h}}$ $P = \frac{0.06h}{\sqrt{L}}\sqrt{\frac{h}{2L+h}}$ | mamma ataría | |
| | | -mampostería | |

| | D 0.0251 0.75 | -pórticos de acero |
|-------------------------|--|---|
| Estados Unidos | $P = 0.035h^{0.75}$ | |
| | $P = 0.030 h^{0.75}$ | -pórticos de hormigón y acero |
| (Paz, 1994; IAEE, 1996) | | excéntricamente arriostrados |
| | $P = 0.020 h^{0.75}$ | -otras estructuras |
| Etiopía | P = 0.1 N | -pórticos |
| (IAEE, 1996) | p=0.09h | |
| | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ | -otras estructuras |
| | $P = 0.085 h^{0.75}$ | -pórticos de acero |
| Filipinas | $P = 0.075 h^{0.75}$ | -pórticos de hormigón o acero |
| (IAEE, 1996) | I = 0.073 n | excéntricamente arriostrados |
| | $D = 0.050 k^{0.75}$ | -otras estructuras |
| | $P = 0.050h^{0.75}$ $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ | -pórticos de hormigón |
| | $P = \frac{0.09n}{\sqrt{s}}$ | -porticos de normigon |
| | v = | |
| Francia | $P = \frac{0.10h}{\sqrt{L}}$ | -pórticos de acero |
| | | |
| (Paz, 1994) | $P = \frac{0.08h}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{h}{L+h}}$ | -muros de cortante de hormigón |
| | $\sqrt{L} \sqrt{L + h}$ | mampastaría |
| | -0.06h h | -mampostería |
| | $P = \frac{0.06h}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{h}{2L+h}}$ | |
| Grecia | | -pórticos de hormigón con muros |
| (Paz, 1994) | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{h}{h + \rho L}}$ | de cortante |
| | $\sqrt{L} \sqrt{h + \rho L}$ | |
| India | P = 0.1 N | -pórticos |
| (Paz, 1994; IAEE, 1996) | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ | |
| | | -otras estructuras |
| | $P = 0.085 h^{0.75}$ | -pórticos de acero |
| Indonesia | $P = 0.060 h^{0.75}$ | -pórticos de hormigón |
| (Paz, 1994; IAEE, 1996) | | |
| | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ | -otras estructuras |
| | $P = 0.08h^{0.75}$ | -pórticos de acero |
| Irán | $P = 0.07 h^{0.75}$ | -pórticos de hormigón |
| (Paz, 1994) | 0.07h | -otras estructuras, con la restricción |
| | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ | $T \le 0.060 H^{0.75}$ |
| Israel | $P = 0.119h^{0.75}$ | -pórticos de acero |
| (Paz, 1994) | $P = 0.119h$ $P = 0.102 h^{0.75}$ | -pórticos de acero -pórticos de hormigón |
| (1 az, 1994) | P = 0.102 h | -otras estructuras |
| T. 1: | $P = 0.068h^{0.75}$ $P = \frac{0.01h}{\sqrt{B}}$ | |
| Italia | $P = \frac{0.01h}{\sqrt{-}}$ | -pórticos |
| (Paz, 1994) | √ <i>B</i> | |
| Japón | P = h(0.02 + 0.01v) | |
| (Paz, 1994) | | |
| | P = 0.08 N | -pórticos |
| | $P = \frac{0.05h}{\sqrt{L}}$ | -pórticos con muros de cortante |
| | | |
| Perú | $P = rac{0.07h}{\sqrt{L}}$ | -muros de cortante |
| (Paz, 1994) | | |
| | $p=\frac{0.09h}{1.00}$ | -pórticos con muros de cortante |
| | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ | sólo alrededor de elevadores |
| | $P = 0.025h^{0.75}$ | -pórticos de hormigón |
| Puerto Rico | $P = 0.035 h^{0.75}$ | -pórticos de acero |
| (Paz, 1994) | _ h | r |
| | $P = \frac{h}{20\sqrt{L}}$ | -otras estructuras |
| | ∠U√ L | × 11 110 |

| | | Τ |
|------------------------|---|----------------------------------|
| | P = 0.08 N | -pórticos |
| Portugal | P = 0.04 N | -estructuras mixtas |
| (IAEE, 1996) | $P = \frac{h}{h}$ | -estructuras con muros de |
| | $P = \frac{h}{6L}$ $P = \frac{0.13h}{L}$ | cortante |
| | $p = \frac{0.13h}{1.000}$ | -pórticos |
| | | |
| | $P = \frac{0.09h}{L}$ | -pórticos con muros de |
| República | I - L | hormigón |
| Dominicana | $P = \frac{0.09h}{L}$ | |
| (IAEE, 1996) | | -muros de hormigón |
| | $p=\frac{0.07h}{1}$ | |
| | $P = \frac{0.07h}{L}$ $P = 0.045 \text{ N}$ | -muros de mampostería |
| | P = 0.045 N | -muros estructurales y poca |
| | | altura (transversal) |
| | P = 0.040 N | -muros estructurales y poca |
| | | altura (longitudinal) |
| | -0.065h | -muros estructurales y esbeltos |
| | $P = \frac{0.065h}{\sqrt{L}}$ | ĺ |
| Rumania | P = 0.3 + 0.05 N | -pórticos, N < 6 |
| (Paz, 1994) | P = 0.3 + 0.03 N P = 0.1 N | -pórticos, 5 < N < 11 |
| | r – 0.1 N | -pórticos, muros estructurales y |
| | D = 0.055 N | poca altura (transversal) |
| | P = 0.055 N | -pórticos, muros estructurales y |
| | D 0.045 N | poca altura (longitudinal |
| | P = 0.045 N | -pórticos, muros estructurales y |
| | $P = \frac{0.075h}{\sqrt{L}}$ | esbeltos |
| | | |
| Rusia | $P = \frac{0.0905h}{\sqrt{L}}$ | -pórticos de acero sin muros de |
| (Paz, 1994) | \sqrt{L} | cortante |
| | $P = \frac{h}{13C_s\sqrt{L}}$ | -mampostería con núcleos o |
| Suiza | $1 - \frac{1}{13C_s\sqrt{L}}$ | arriostramiento |
| (IAEE, 1996) | | |
| | $P = \frac{1}{12C}$ | -pórticos |
| | $P = \frac{N}{12C_s}$ $P = 0.1 \text{ N}$ | |
| | P = 0.1 N | -pórticos |
| Tailandia | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ | |
| (Paz, 1994) | $I = \frac{1}{\sqrt{L}}$ | -otras estructuras |
| | | |
| | $P = 0.060 h^{0.75}$ | -pórticos de hormigón |
| Taiwan | $P = 0.085 h^{0.75}$ | -pórticos de acero |
| (Paz, 1994) | | <u> </u> |
| | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ | -otras estructuras |
| Turquía (Paz, 1994) | $P = \lambda N$ | -se escoge el valor menos |
| | 1 - 761 | favorable de T dado por una de |
| | 0.096 | las dos fórmulas que además |
| | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ | tienen como requisito |
| | √ <i>L</i> | que H > 34m |
| | D 0.041.075 | |
| V1- | $P = 0.061h^{0.75}$ | -pórticos |
| Venezuela | 0.001 | -pórticos y muros estructurales |
| (IAEE, 1996) | $P = \frac{0.09h}{\sqrt{L}}$ | de hormigón o arriostrados |
| | \sqrt{L} | |

EDIFICIOS DE BARCELONA MEDIDOS

HORMIGÓN ARMADO

| ID | Т | PL | P _T | N |
|-----|---|------|----------------|----|
| 88 | Е | 0.27 | 0.31 | 8 |
| 96 | Е | 0.42 | 0.40 | 9 |
| 97 | Е | 0.60 | 0.57 | 13 |
| 98 | Е | 0.30 | 0.28 | 6 |
| 99 | E | 0.28 | 0.26 | 6 |
| 2 | Н | 0.63 | 0.63 | 15 |
| 8 | Н | 0.36 | 0.32 | 9 |
| 14 | Н | 0.28 | 0.28 | 6 |
| 30 | Н | 0.52 | 0.52 | 11 |
| 39 | Н | 0.40 | 0.40 | 10 |
| 41 | Н | 0.36 | 0.28 | 10 |
| 42 | Н | 0.38 | 0.42 | 10 |
| 43 | Н | 0.57 | 0.60 | 12 |
| 49 | Н | 0.30 | 0.42 | 9 |
| 50 | Н | 0.31 | 0.23 | 7 |
| 53 | Н | 0.40 | 0.30 | 8 |
| 59 | Н | 0.35 | 0.43 | 10 |
| 68 | Н | 0.29 | 0.39 | 10 |
| 89 | Н | 0.37 | 0.29 | 9 |
| 95 | Н | 0.31 | 0.36 | 8 |
| 101 | Н | 0.40 | 0.34 | 8 |
| 103 | Н | 0.27 | 0.25 | 4 |
| 104 | Н | 0.54 | 0.54 | 4 |
| 105 | Н | 0.45 | 0.45 | 7 |
| 106 | Н | 0.23 | 0.39 | 4 |
| 110 | Н | 0.46 | 0.42 | 9 |
| 111 | Н | 0.29 | 0.17 | 5 |
| 112 | Н | 0.26 | 0.26 | 4 |
| 113 | Н | 0.17 | 0.22 | 4 |
| 114 | Н | 0.32 | 0.20 | 6 |
| 115 | Н | 0.38 | 0.37 | 6 |
| 116 | Н | 0.35 | 0.25 | 5 |
| 119 | Н | 0.20 | 0.19 | 2 |
| 120 | Н | 0.13 | 0.11 | 2 |
| 121 | Н | 0.24 | 0.22 | 3 |
| 123 | Н | 0.11 | 0.09 | 2 |
| 124 | Н | 0.40 | 0.40 | 9 |

MAMPOSTERÍA

| ID | Т | P_{L} | P _T | N |
|-----|---|---------|----------------|----|
| 15 | М | 0.26 | 0.31 | 4 |
| 16 | М | 0.27 | 0.27 | 4 |
| 17 | М | 0.21 | 0.32 | 5 |
| 18 | М | 0.21 | 0.23 | 6 |
| 20 | М | 0.19 | 0.22 | 6 |
| 21 | М | 0.28 | 0.29 | 6 |
| 26 | М | 0.30 | 0.39 | 8 |
| 27 | М | 0.29 | 0.33 | 8 |
| 28 | М | 0.48 | 0.48 | 8 |
| 29 | М | 0.36 | 0.30 | 9 |
| 51 | М | 0.28 | 0.27 | 5 |
| 52 | М | 0.38 | 0.50 | 8 |
| 72 | М | 0.27 | 0.27 | 7 |
| 83 | М | 0.11 | 0.12 | 2 |
| 87 | М | 0.36 | 0.34 | 9 |
| 102 | М | 0.28 | 0.34 | 4 |
| 107 | М | 0.39 | 0.43 | 6 |
| 108 | М | 0.21 | 0.18 | 3 |
| 109 | М | 0.60 | 0.40 | 5 |
| 117 | М | 0.28 | 0.37 | 4 |
| 118 | М | 0.24 | 0.25 | 4 |
| 122 | М | 0.10 | 0.10 | 2 |
| 125 | М | 0.16 | 0.23 | 3 |
| 126 | М | 0.16 | 0.12 | 2 |
| 127 | М | 0.10 | 0.12 | 1 |
| 128 | М | 4.17 | 4.17 | * |
| 129 | М | 0.38 | 0.38 | 10 |

Tabla A1 Relación de edificios de Barcelona a los que se les midieron sus periodos fundamentales en las direcciones longitudinal y transversal. En la tabla de la izquierda aparecen 37 edificios de hormigón armado, 32 son de pórticos con losa reticular y 5 (E) de muros de carga. En la tabla de la derecha se muestran datos de 27 edificios de mampostería El edificio 128 es un edificio singular que no está dividido en niveles.

ESTIMADORES DE LA BONDAD DE AJUSTE DE LAS CURVAS

COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN Y VARIANZA RESIDUAL

El valor R² o coeficiente de determinación es el cuadrado del índice de correlación de Pearson y representa qué proporción de la variabilidad total de la variable dependiente, en este caso el periodo fundamental, queda explicada por la variable independiente utilizada (Calvo, 1994). La Tabla A2 sirve para la interpretación de R².

| | Correlación | Relación |
|---------------------|-------------|-------------------------|
| $0.00 < R^2 < 0.04$ | Pequeña | Muy poco intensa |
| $0.04 < R^2 < 0.16$ | Baja | Pequeña pero apreciable |
| $0.16 < R^2 < 0.36$ | Regular | Considerable |
| $0.36 < R^2 < 0.64$ | Alta | Intensa |
| $0.64 < R^2 < 1.00$ | Muy alta | Muy intensa |

Tabla A2 Interpretación del coeficiente de determinación R² (Calvo, 1994).

La representación matemática del coeficiente de determinación R² utilizada por el paquete de graficado GRAPHER para calcular los valores de la **tabla del apéndice** 5.3 es (con la aclaración de que en las líneas de tendencia logarítmica, potencial y exponencial se usa un modelo de regresión transformado):

$$R^{2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} (P_{i} - P_{ci})^{2}}{\sum_{i=1}^{n} P_{i}^{2} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} P_{i}\right)^{2}}{n}}$$

(donde P es el periodo medido y Pc el periodo calculado con la fórmula de regresión) y tiene otra interpretación, ésta deducida de Box et al (1989) y es la siguiente:

$$R^2 = 1 - \frac{suma\ de\ residuos\ al\ cuadrado}{suma\ corregida\ de\ residuos\ al\ cuadrado}$$

Debe tenerse en cuenta que no siempre es posible hacer deducciones del coeficiente de Person; por ejemplo cuando la relación entre las dos variables no sea lineal o el número de medidas sea demasiado pequeño (Downie y Heath, 1983). Además, es importante conocer la naturaleza de las variables para deducir la importancia de la correlación así, R=0.3 entre peso y capacidad intelectual es alta y R=0.7 entre presión arterial a las 10 a.m. y a las 11 a.m. es baja (Calvo, 1994). Esto nos lleva a que dicho coeficiente puede ser subjetivo por lo que para evaluar las curvas de

regresión se toma en cuenta la varianza residual. Esta última está determinada por la media aritmética de los cuadrados de las diferencias entre los valores observados y los teóricos en cada uno de los puntos,

$$\sigma_{RP}^{2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (P_{i} - P_{ci})^{2}$$

La relación entre la varianza residual y R² es (Alcaide, 1975)

$$R^2 = 1 - \frac{\sigma_{RP}^2}{\sigma_P^2}$$

donde

$$\sigma_P^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - \overline{P})^2$$

es la varianza de la variable dependiente (periodo fundamental) y P es el valor medio de P.

Por lo tanto, R^2 indica el tanto por uno de la varianza total de P que queda explicada por el influjo de la variable dependiente según la línea de regresión, la varianza residual es la varianza que queda sin explicar y su raíz cuadrada (desviación estándar σ_{RP}) es el tanto por uno de la varianza de P que no queda explicada por la influencia de la variable dependiente sino que se debe a otras causas o al azar (Calvo, 1994).

Tomando en cuenta lo anterior, el mejor ajuste se tendrá cuando la varianza residual sea mínima.

También es posible utilizar un estimador insesgado de esta varianza, que además es proporcionada por el paquete GRAPHER, llamado varianza residual media y se calcula como

$$\overline{\sigma}^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{n} (P_i - P_{ci})^2$$

Este estimador es más conveniente que R² para comparar el ajuste de rectas que pasen o no por el origen (Montgomery y Peck, 1992).

ANÁLISIS DE RESIDUOS

REGRESIÓN LINEAL

En los análisis de datos utilizando regresión lineal se ajusta una recta $\mathbf{y} = \mathbf{m}\mathbf{x} + \mathbf{b}$ a los n datos experimentales \mathbf{x} e \mathbf{y} de que se disponga, siendo \mathbf{m} la pendiente de la recta y \mathbf{b} el punto de intercepción con el eje \mathbf{y} . A este caso se le llama modelo de regresión lineal simple ya que está involucrada una sola variable predictora. En general, la respuesta puede estar relacionada por k predictores, $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, ..., \mathbf{x}_k$, tal que

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + ... + a_k x_k$$

llamado modelo de regresión lineal múltiple. En el caso del modelo simple se tiene que:

$$m = \frac{n \sum_{i=1}^{n} x_{i} y_{i} - \left(\sum_{i=1}^{n} x_{i}\right) \left(\sum_{i=1}^{n} y_{i}\right)}{n \sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - \left(\sum_{i=1}^{n} x_{i}\right)^{2}}$$

$$b = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_{i}\right)\left(\sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2}\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_{i}\right)\left(\sum_{i=1}^{n} x_{i} y_{i}\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} - \left(\sum_{i=1}^{n} x_{i}\right)^{2}}$$

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Los errores estándar estimados, con estimadores insesgados, para **m** y **b** son dados en las siguientes ecuaciones donde ŷ representa al valor ajustado (Myers, 1990):

$$\sigma_{m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_{i} - \hat{y}_{i})^{2}}{(n-2)\sum_{i=1}^{n} (x_{i} - \bar{x})^{2}}$$

$$\sigma_b = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - 2} \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=n}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \right)$$

Las suposiciones que se hacen en un análisis de regresión son las siguientes (Montgomery y Peck, 1992):

- La relación entre las variables es lineal o al menos se aproxima a una línea recta
- El error tiene media cero
- El error tiene varianza constante
- Los errores no están correlacionados
- Los errores están normalmente distribuidos

El estudio de los errores o diferencias entre el valor medido y el valor ajustado puede proporcionar información útil sobre el ajuste realizado.

Una forma sencilla de revisar la suposición de normalidad consiste en dibujar los datos en papel de probabilidad normal (o simplemente papel de probabilidad). La cualidad de este papel consiste en aplicar una transformación no lineal a la escala vertical de la curva normal para transformarla en una línea recta (Seber, 1977). En la Figura A13 se observa el efecto de la transformación. Para n suficientemente grande (tal que las observaciones sean cercanas a sus valores esperados), la gráfica debe ser aproximadamente lineal si los datos son normales. Tal gráfica debe ser útil para detectar observaciones dudosas que se manifiestan como puntos lejanos de la tendencia lineal general aunque esto debe ser tratado con precaución y algunas veces un punto peculiar es mas importante que el resto de la gráfica por ejemplo si se encuentra en un extremo de las abscisas puede indicar un cambio en el modelo cuando uno se mueve lejos del intervalo experimental usual. Cuando n es pequeño es casi imposible decir algo acerca de una observación (Seber, 1977).

En la Figura A14 se presenta una gráfica ideal de residuales o errores con media cero y en las Figuras A15 y A16 gráficas que se alejan de la suposición de linealidad entre las variables involucradas. El efecto de *embudo* de la Figura A15 muestra que conforme la variable de respuesta es mayor, las desviaciones de los residuales de cero es mayor o sea que la varianza del error no es constante y este se incrementa conforme la variable de respuesta aumenta. La tendencia que aparece en la Figura A16 indica que la relación puede ser cuadrática.

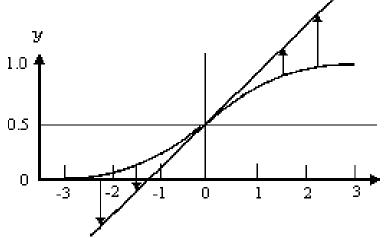


Figura A13 Transformación de una curva normal a una línea recta (Seber, 1977).

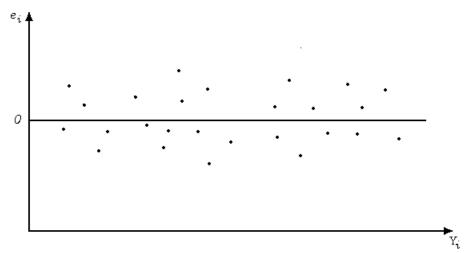


Figura A14 Patrón de residuos distribuidos aleatoriamente alrededor del cero (Seber, 1977).

Un procedimiento a seguir cuando se tiene un residuo alejado de la tendencia puede ser reajustar los datos sin ese valor y examinar los cambios que ocurren en los estimadores de los parámetros, valores ajustados, varianza residual, etcétera (Weisberg, 1985).

El análisis de residuales efectuado a un modelo de regresión simple puede efectuarse en uno múltiple considerando por separado cada una de las variables regresoras.

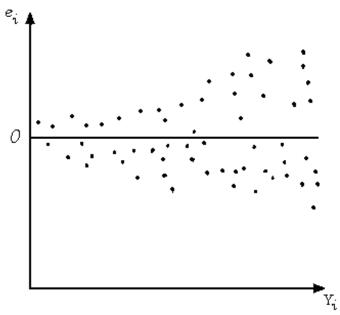


Figura A15 Patrón de varianza heterogénea con la forma llamada efecto embudo (Seber, 1977).

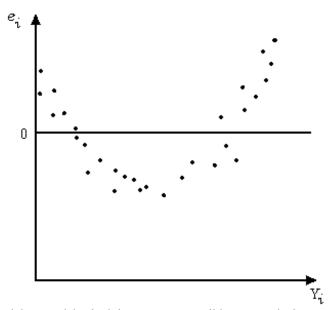


Figura A16 Modelo que debe incluir curvatura, posiblemente relación cuadrática entre las variables (Seber, 1977).