

Capítol 3

Mètode de detecció de simetria proposat

Com hem vist en el capítol anterior, la detecció de la simetria en imatges és un problema molt extens, pel fet que existeixen diferents tipus de simetries que requereixen un tractament i processament de imatge específic per cada un d'ells. Per altra banda, la gran diversitat d'aplicacions, ja sigui simplement aquelles que aprofundeixen en la descripció d'una escena o que ajuden a guanyar un grau en la interpretació, comporta l'existència de punts de vista molt diferents a l'hora d'obtenir mètodes de detecció. Implica, a més a més, un grau de complexitat elevat, sobretot si es vol considerar el problema casi sempre present en les imatges, de les oclusions i el soroll.

3.1 El problema que tractem

Per tal de delimitar el problema, ens plantegem treballar inicialment amb la detecció de la simetria més obvia, és a dir, la simetria de reflexió amb l'objectiu d'obtenir un descriptor més de l'escena sense altra pretensió. No ens plantegem doncs el treball de més alt nivell que consisteix en obtenir més coneixement de l'escena a partir de la simetria i que proporciona un ajut al reconeixement o a la segmentació.

Pel que fa els diferents tipus d'anàlisi, hem vist que els mètodes de detecció basats en un anàlisi global, per definició (veure ap. 2.2.2), comporten conèixer a priori, els punts als quals s'aplicarà l'algorisme de detecció i això significa una segmentació prèvia de formes de la imatge. Com és sabut, obtenir aquest coneixement en la majoria de imatges, és una tasca força feixuga.

Cal recordar, per altra banda, que la detecció i localització de la simetria en una imatge és una informació que pot ajudar a la segmentació de formes, per tant, en moltes aplicacions la detecció de la simetria és prèvia a la segmentació.

Segons això, i tenint en compte que l'anàlisi global té a més a més la problemàtica afegida de la sensibilitat a les oclusions, ens proposem treballar a partir d'un anàlisi local. Aquesta aproximació, permet obtenir les diferents zones de la imatge on existeix simetria, directament de l'anàlisi dels punts de contorn, sense cap tipus de segmentació addicional. Això significa, que es poden obtenir el eixos de simetria de la imatge encara que aquesta contingui més d'una forma simètrica, de manera que s'obtidran un conjunt d'eixos de simetria locals. Tot i així això, no treu que si existeix un eix global aquest també pugui ser detectat.

No obstant, cal recordar que haurem d'afrontar les problemàtiques clàssiques d'aquesta metodologia: sensibilitat al soroll, inestabilitat i alt cost de computació amb la repercussió en el temps de processament.

Per altra banda, donada la complexitat que comporta la detecció de simetria, restringirem els tipus d'imatges de treball. Fem notar que en moltes aplicacions de l'àrea del nostre interès, és a dir, la robòtica amb informació visual, es treballa en entorns estructurats o envoltats de construccions artificials que proporcionen imatges on les línies rectes són predominants i donen molta informació. Treballarem doncs amb aquests tipus de imatges i ens basarem amb la informació obtinguda dels segments rectilinis de la imatge, per detectar la simetria. D'aquesta forma, obtenim una forta reducció de la complexitat que comporta la detecció de la simetria entre corbes i es proporciona una metodologia adequada per les aplicacions i els entorns abans esmentats.

En aquests tipus d'aplicacions, es precisa d'un coneixement precís dels eixos de simetria, amb la seva extensió i localització en la imatge, a diferència d'altres aplicacions en les quals, és suficient el coneixement de l'existència de simetria [Gool 95(1)] o del grau de simetria d'una determinada forma. Això comporta tractar la simetria com una característica discreta, és a dir, la forma és simètrica o no ho és, sense cap mena de graduació entremig. En aquest cas, la simetria s'avalua per l'existència d'un eix que compleix amb la definició corresponent i lògicament proporciona uns eixos de simetria ben definits, tal com hem vist en els apartats 2.2.1 i 2.2.2. Contràriament, en altres aproximacions, la simetria es considera una característica contínua [Zabrodsky 95] i s'obté una avaluació numèrica del grau de simetria de les formes de la imatge, a partir de diferents definicions que s'han detallat a l'apartat 2.2.4.

Resumint: treballarem amb el problema de la detecció de la simetria de reflexió en imatges. Així com en la majoria de treballs, es redueixen la complexitat del problema mitjançant l'agrupació de punt de contorn en arcs [Ponce 90] o en B-splines [Saint-Marc 93], aquí treballarem a partir dels segments rectilinis de imatges on les línies rectes són predominants.

Com molts autors, [Rom 93], [Cham 95], [Gool 95(2)], utilitzarem un anàlisi local, que obté la simetria a partir de característiques locals computades sobre punts o agrupacions de punts de contorn, beneficiant-nos dels avantatges, que acabem de comentar per aquesta aproximació

Per altra banda, tractarem la simetria com una característica discreta que avalua la simetria per l'obtenció dels eixos i permet obtenir la localització, com han mostrat diferents autors [Yuen 94], [Lei 99], [Yip 00].

3.2 Objectius del sistema proposat

La majoria de mètodes de detecció que consideren la simetria com una característica discreta, es conformen en obtenir la posició i direcció de l'eix de simetria detectat sense donar importància a l'extensió d'aquesta, és a dir, a la llargada de l'eix de simetria. Aquesta

circumstància no és casual, doncs la detecció d'aquesta característica augmenta considerablement la complexitat del problema. Tot i així, aquesta informació és important en algunes aplicacions, com per exemple, en l'aprensió o localització de peces industrials a partir de la informació visual. El primer objectiu del nostre mètode, serà doncs, obtenir la localització, orientació i llargada del eixos de simetria locals de la imatge.

Per altra banda, la detecció de simetria a partir de l'anàlisi local, genera per definició un gran nombre d'eixos de simetria molt dels quals no són significatius i cal un procés addicional, a vegades complex, que permeti discriminar els eixos més importants tal com hem explicat en el apartat 2.2.2. Així, un segon objectiu serà obtenir un mètode de detecció que generi la informació necessària per tal de seleccionar els eixos locals més significatius.

Finalment, plantegem com a objectiu important obtenir un mètode que redueixi els elevats costos de computació típics que genera la detecció de la simetria, a partir de l'anàlisi local. Per tal d'acomplir-ho, intentarem obtenir algorismes orientats a treballar amb processament paral·lel per aquells processos més costosos i que puguin donar lloc a una implementació hardware, si cal.

Així doncs, un cop delimitat el problema que tractem i tenint en compte els objectius de la tesi, es vol proposar un mètode de detecció d'eixos de simetria locals de reflexió en imatges on les línies rectes són predominants, que compleixi:

- Anàlisi local de la imatge: proporciona una millor robustesa en front de les oclusions i la degradació dels contorns.
- Millora de la sensibilitat al soroll típica en els mètodes locals.
- Detecció de simetria local sense segmentació prèvia de formes.
- Obtenció de la posició, orientació i llargada dels eixos.
- Obtenció de la importància relativa de cada eix local.
- Obtenció d'algorismes paral·lelizables.
- Possibilitat d'implementació de processadors específics per els processos més crítics

3.3 Descripció del mètode proposat

La nostra aproximació, parteix de la consideració que en les imatges en què ens proposem treballar, on les línies rectes són predominants, es troben agrupacions de parelles de segments rectilinis a ambdós costats de l'eix de simetria, les quals confirmen, cada una d'elles per separat, l'existència d'un eix de simetria en una determinada localització. Tal com es pot veure a la Fig.3.1, les tres obertures de l'edifici són localment simètriques, però al marge de les línies de la pròpia obertura, les línies de les columnes laterals i els marcs de les vidrieres, confirmen la simetria. Així diferents parelles de segments rectilinis de la imatge, contribueixen de forma acumulativa, a l'existència d'un determinat eix de simetria local, com si d'una votació es tractés.

És evident, que la simetria global obtindrà el màxim de contribucions, efectivament com es pot confirmar a la Fig.3.1 la simetria de l'obertura central està reforçada no solament per les línies rectes de les seva vidriera i columnes laterals, si no per totes les línies rectes de les vidrieres i columnes laterals de les altres obertures. Aquesta metodologia pot millorar la sensibilitat al soroll, per el fet que l'aparició o desaparició d'un determinat segment, a causa



Figura 3.1. Imatge amb simetria on les línies rectes són predominants

del soroll o de imprecisions de la mateixa imatge, no és determinant alhora de detectar la simetria, donat que l'existència d'aquesta es deduirà de la suma de les aportacions individuals de tots els segments.

El mètode consisteix en calcular la contribució a la simetria de cada parella de segments rectilinis de la imatge i obtenir, per acumulació d'aportacions individuals, els eixos locals.

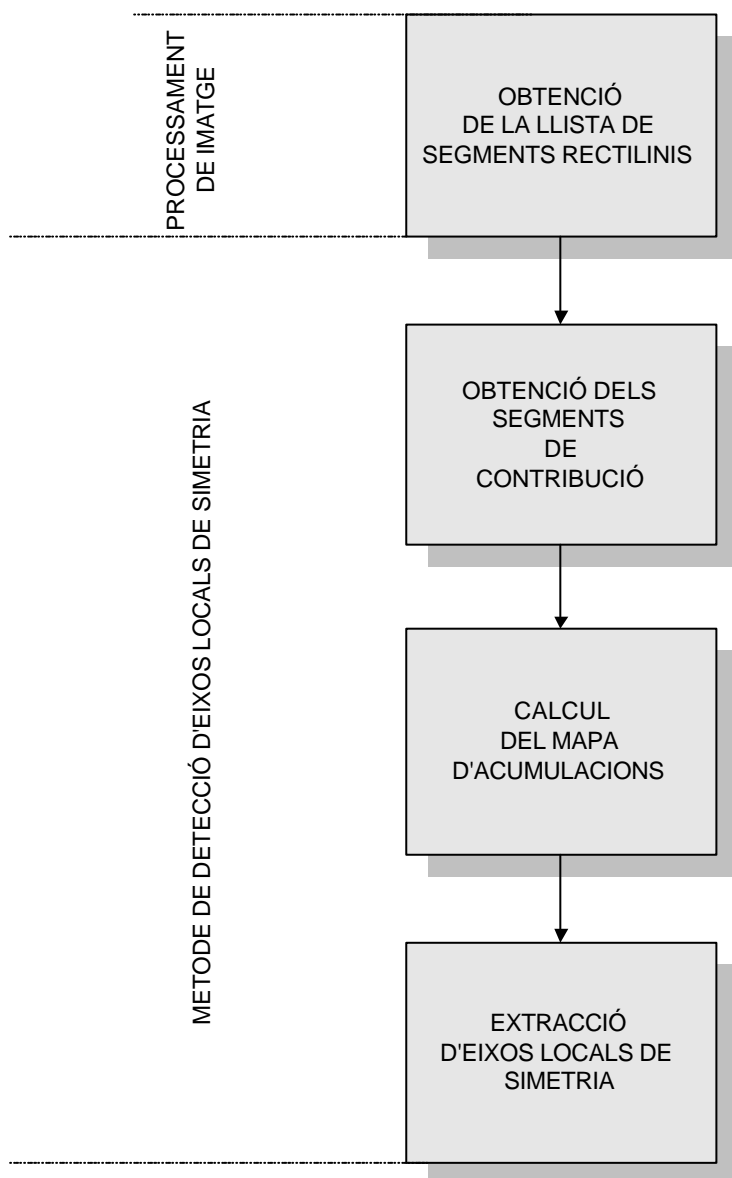


Fig. 3.2. Diferents etapes del mètode de detecció d'eixos de simetria

Per acomplir aquest objectiu, cal clarificar sota quines condicions dos segments rectilinis presenten simetria i quina és la seva contribució individual a l'eix de simetria local. Aplicarem doncs, la definició de simetria de reflexió (veure ap. 2.1.2) a dos segments rectilinis, per tal d'obtenir aquestes condicions i de quina manera es pot comptabilitzar la seva contribució a l'eix de simetria local. Un cop obtingudes les contribucions individuals, calcularem l'acumulació de contribucions i procedirem a l'extracció dels possibles eixos de simetria local, a partir de les zones de major acumulació.

A continuació, mostrem les diferents etapes del mètode proposat (Fig. 3.2). Fem notar que el punt de partida del nostre mètode és la llista de segments rectilinis de la imatge, de forma que l'obtenció d'aquests segments cal considerar-lo com un procés previ. L'hem anomenat "processament de imatge" i utilitza processos de visió per computador coneguts. Tot i així, descriurem breument com s'han obtingut els segments rectilinis de la imatge, alhora de realitzar els experiments, per continuïtat en l'exposició del mètode.

3.4 Simetria entre dos segments rectilinis

Com mostra la Fig 3.3, segons la definició de simetria de reflexió, l'eix de simetria de dues rectes que es tallen en un punt, és sempre la seva bisectriu. El cas de rectes paral·leles queda inclòs, si es considera que es tallen a l'infinit. Si ara tenim dos segments rectilinis \bar{L}_1, \bar{L}_2 continguts en les rectes anteriors, en el cas que presentin simetria, haurien de tenir necessàriament el seu eix de simetria sobre la citada bisectriu. És per aquest fet, que anomenem "*eix virtual de simetria de reflexió*" entre dos segments, a la bisectriu de les dues rectes que contenen els segments i que es tallen en un punt.

A continuació aplicarem la definició de simetria de reflexió als dos segments rectilinis anteriors (Fig3.3) per determinar les condicions que s'han de complir perquè presentin simetria de reflexió, així com per determinar la llargada i posició de l'eix local.

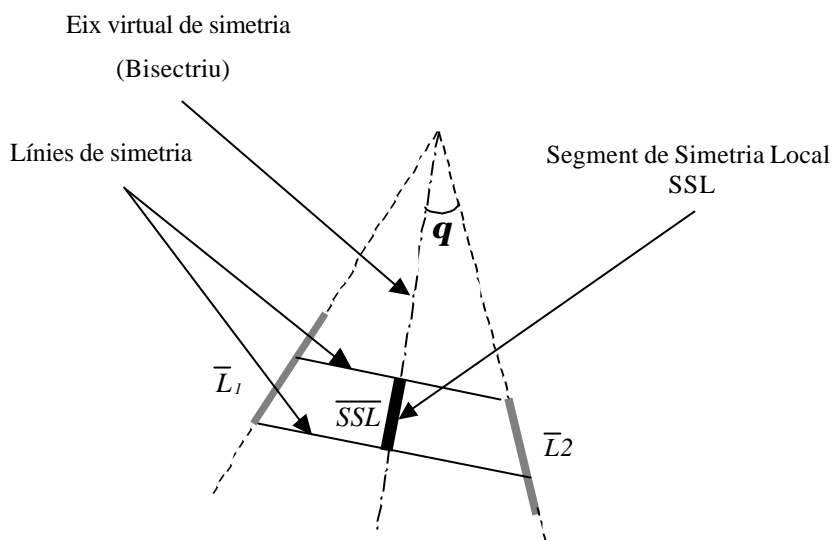


Figura 3.3: Simetria entre dos segments rectilinis

3.4.1. Segment de simetria local

Segons la definició de simetria de reflexió: existeix simetria entre dos segments rectilinis \bar{L}_1, \bar{L}_2 si per cada punt $(x, y) \in \bar{L}_1$ es pot trobar un punt homòleg $(x', y') \in \bar{L}_2$ equidistant a l'eix virtual de simetria i units per una línia orthogonal a ell, tal com s'ha vist a l'apartat 2.1.2. Les parelles de punts homòlegs, defineixen un conjunt de línies orthogonals a l'eix virtual anomenades *Línies de Simetria*. (Fig. 3.3).

Com es pot veure a la Fig. 3.3, és evident que els punts de \bar{L}_1, \bar{L}_2 que compleixen amb la definició, són aquells que projectats orthogonalment sobre l'eix de simetria virtual coincideixen. Per tant, la posició relativa dels dos segments, és la que determina l'existència de simetria. Segons això, podem dir que existeix simetria de reflexió entre dos segments \bar{L}_1, \bar{L}_2 , si les projeccions orthogonals de cada un d'ells sobre l'eix virtual contenen punts comuns. L'eix de simetria entre ells, estarà constituït per aquest subconjunt de punts comuns, de l'eix virtual de simetria.

Formalment:

Si $Proj(\overline{L}_1)$ i $Proj(\overline{L}_2)$ són les projeccions dels segments \overline{L}_1 \overline{L}_2 sobre l'eix de simetria virtual, direm que existeix contribució a l'eix de simetria local si:

$$(Proj(\overline{L}_1) \cap Proj(\overline{L}_2)) \neq \mathbf{f}$$

L'eix de simetria local que es genera l'anomenem segment de simetria local \overline{SSL} i queda definit per:

$$\overline{SSL} = (Proj(\overline{L}_1) \cap Proj(\overline{L}_2))$$

3.4.2. Segment de contribució a la simetria local

El segment de simetria obtingut (\overline{SSL}), es pot considerar una contribució individual a l'existència d'un eix real de simetria local de la imatge, a la seva localització. Com mostra la Fig 3.4 si existeix un eix local real de simetria a la localització del segment de simetria (\overline{SSL}), altres segments rectilinis de la imatge proporcionaran nous segments de simetria sobre el mateix eix local, generant superposicions que contribueixen a reforçar la seva existència.

Segons això, els segments de simetria obtinguts a partir de parelles de segments rectilinis de la imatge \overline{SSL} , poden ser considerats segments de contribució al corresponent eix local

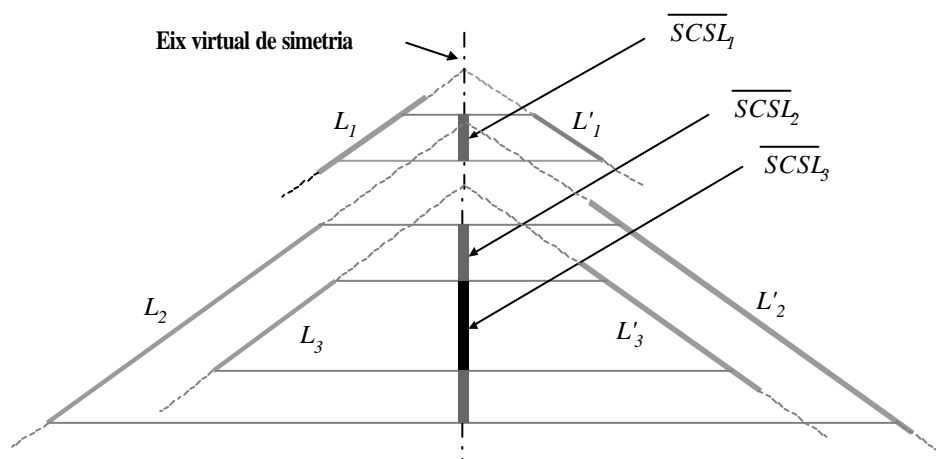


Figura 3.4: Segments de contribució a la simetria local \overline{SCSL}_i

de simetria. El nombre de segments de contribució proporciona informació per determinar la seva existència real. Per això a partir d'ara els segments de simetria (\overline{SSL}) els anomenarem segments de contribució de simetria local (\overline{SCSL}) (Fig 3.4) i per tant :

$$\overline{SCSL} = \overline{SSL} = Proj(\overline{L}_1) \cap Proj(\overline{L}_2) \quad \{3.1\}$$

3.4.3. Ponderació del segment de contribució

A la Fig.3.5 es pot observar que dues parelles de segments de llargada molt diferent poden donar lloc, segons la definició anterior, a segments de contribució de simetria local (\overline{SCSL}) iguals, depenent de l'angle format entre ells. A mesura que l'angle es fa més gran, per unes longituds de \overline{L}_1 \overline{L}_2 donades, el segment de contribució pateix una reducció, per el fet que la projecció dels segments sobre l'eix virtual és fortament depenent del angle. El resultat és una pèrdua d'informació, doncs la longitud del segment de contribució no reflexa la importància dels segments que l'han generat.

Per tal de corregir aquest efecte ponderarem el segment de contribució de simetria local \overline{SCSL} . La raó de reducció del segment, bé donada per el quocient entre la longitud del segment \tilde{L}_i (Fig 3.5) que és el sub-segment de \overline{L}_i que projectat sobre la bisectriu dóna exactament el segment de contribució \overline{SCSL} i la longitud del propi \overline{SCSL}

Formalment:

$$Si \quad \overline{L}_i \supset \tilde{L}_i = \{x \in \overline{L}_i / Proj(x) \in \overline{SCSL}\}$$

La raó de reducció r_i del segment i es pot expressar com:

$$r_i = \frac{|\tilde{L}_i|}{|\overline{SCSL}|} = \frac{|\tilde{L}_i|}{|\tilde{L}_i| \cos \mathbf{J}} = \frac{1}{\cos \mathbf{J}}$$

On \mathbf{J} és l'angle format pel segment rectilini i l'eix virtual. El problema d'aquesta expressió, és que no es pot utilitzar directament per ponderar l'efecte de reducció dels segments de

s'ha doblat el seu pes, mentre que al aproximar-se als 80° la ponderació té un valor 5 vegades més gran que el cas de línies paral·leles. Per altra banda, per angles pròxims a $\frac{\pi}{2}$ el valor de ponderació màxima permès és de 10.

Angle φ	Raó reducció r_i	Ponderació P_i
0	1	1
$\pi/4$	1.41	1.41
$\pi/3$	2	2
$\pi/2.3$	5	5
$(\pi/2)-0.1$	10	10
$(\pi/2)-0.05$	20	10
$(\pi/2)-0.01$	100	10

Taula 3.1: Acotació del valor de ponderació per angles pròxims a $\pi/2$

D'aquesta forma, el segment de contribució \overline{SCSL} no només ve caracteritzat per el seus punts inicial i final $\overline{P_iP_f}$, és a dir, per la seva llargada, sinó que també té associat un paràmetre de ponderació P_i , que és una indicació de la importància del segments rectilinis que l'han generat. Aquesta ponderació corregeix l'efecte de reducció del segment de contribució provocat per les projeccions sobre l'eix virtual. Tal com hem dit, la Fig. 3.5 mostra un cas on el segment de contribució \overline{SCSL} té la mateixa llargada tot i que la parella de segments $\overline{L_1}, \overline{L_2}$ tenen llargades molt diferents respecte $\overline{L_3}, \overline{L_4}$. La ponderació, lògicament, reflecteix aquest fet:

$$P_1 = P_2 < P_3 = P_4$$

3.5 Processament d'imatge

L'objectiu final d'aquest processament és obtenir, a partir de la imatge en nivell de gris, un llistat dels segments rectilinis principals que apareixen en la imatge, per tal de generar posteriorment el conjunt de segments de contribució de simetria local \overline{SCSL} , que serà el punt de partida del mètode de detecció de simetria que presentem en aquesta tesi.

Com mostra la Fig 3.6 per tal d'acomplir aquest objectiu, obtenim inicialment el gradient

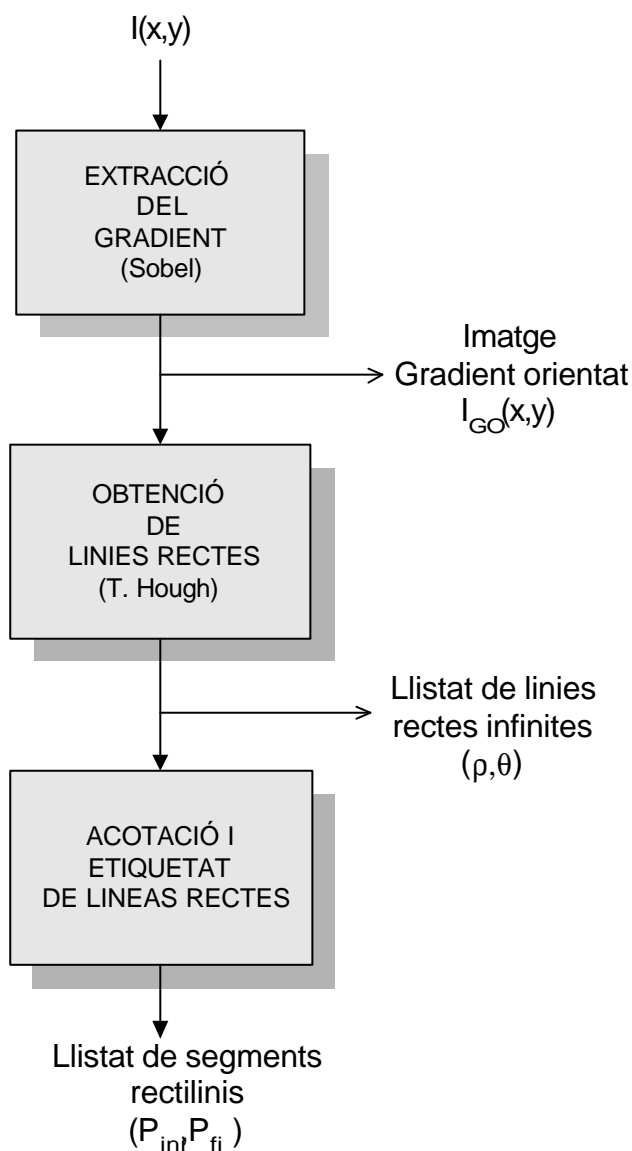


Figura 3.6: Diferents etapes del processament de imatge

amb el seu mòdul i orientació a partir de les màscares de Sobel [Sobel 70], de forma simplificada, és a dir:

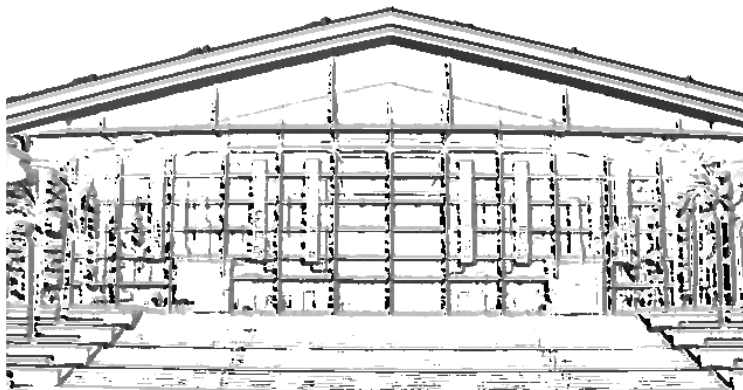
$$Mòdul_{Grad.} = Abs(Grad X) + Abs(Grad Y)$$

$$Angle_{Grad.} = Arctg (Grad Y / Grad X)$$

A continuació obtenim una imatge de la orientació del gradient per aquells píxels que han superat un llindar adaptat a la imatge. A la Fig 3.7 (b) es pot veure la visualització, en nivell de gris, de l'orientació del gradient per els punts que han superat el llindar de gradient, calculat de la forma mostrada anteriorment i extret d'una imatge on les línies rectes són predominants (Fig 3.7 (a)).



(a)



(b)

Figura 3.7: Processament de la imatge (a) Imatge original. (b) Imatge de l'orientació del gradient

3.5.1. Obtenció de les línies rectes de la imatge

Obtindrem les línies rectes de la imatge, a partir de la transformada de Hough [Hough 62], però utilitzant la informació anterior de la orientació del gradient, per tal de reduir el cost de computació, tal com mostrarem més endavant en aquest mateix apartat.

Com és sabut la transformada de Hough proporciona línies rectes infinites caracteritzades per la forma normal de l'equació de la recta, és a dir, per la distància ortogonal de la recta al l'origen de coordenades ρ i l'angle θ , que formen la línia perpendicular que passa per l'origen de coordenades amb l'eix d'abscisses, tal com mostra la (Fig 3.8)

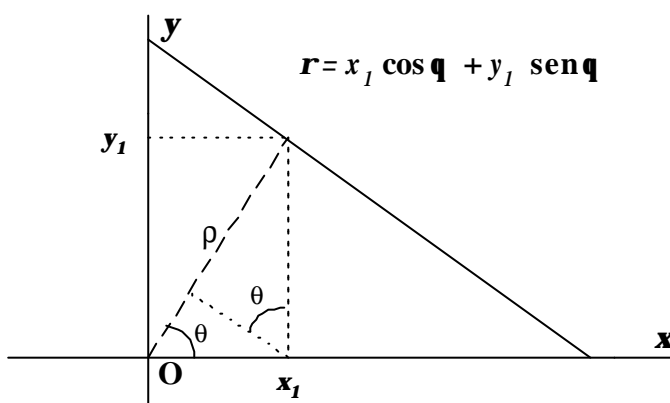


Figura 3.8: Forma normal de l'equació de la recta

Com que la nostra metodologia precisa obtenir segments amb llargada definida, haurem d'aplicar posteriorment un procés d'acotació de les rectes obtingudes. Com és sabut, la transformada de Hough clàssica té un elevat cost de computació pel fet que per cada píxel dels contorns s'han de calcular totes les possibles parelles (ρ, θ) per un nombre discretitzat d'angles θ , en funció de la resolució en que es treballa. Així per una resolució d'un grau tindríem que calcular 360 parelles (ρ, θ) per cada píxel dels contorns que donaria lloc a $360(N \cdot M)$ càlculs on $(N \cdot M)$ és la resolució de la imatge.

Per tal de reduir el nombre d'angles a explorar utilitzarem la informació de l'orientació del gradient. Es pot veure a la Fig.3.7(b) que els píxels que formen línies rectes, tenen lògicament la mateixa orientació de gradient. Es pot utilitzar doncs aquest fet per reduir les

orientacions explorades a l'hora de construir el mapa de Hough. Per causa de les imprecisió en els càlculs i a les imperfeccions a les imatges, explorem els angles pròxims al calculat. S'ha mostrat suficient explorar els angles compresos entre:

$$Angle_{Grad.} - 2 \text{ } \mathbf{f} \text{ } \mathbf{q} \text{ } \mathbf{f} \text{ } Angle_{Grad.} + 2$$

Que representa una reducció de $(360 - 5) (N \sim M)$ càlculs per cada punt i per una resolució d'angle d'un grau.

La dimensió del mapa de Hough es fa dependre de les dimensió de la imatge. Es calcula per una discretització d'angle d'un grau i per la distància màxima r_{max} a l'origen de coordenades (Fig 3.9). Per una imatge de resolució $(N \sim M)$ aquesta distancia ve donada per l'equació:

$$r_{max} = \frac{c}{c} \cos\left(\frac{p}{4}\right) * (N + M) \frac{u}{u}$$

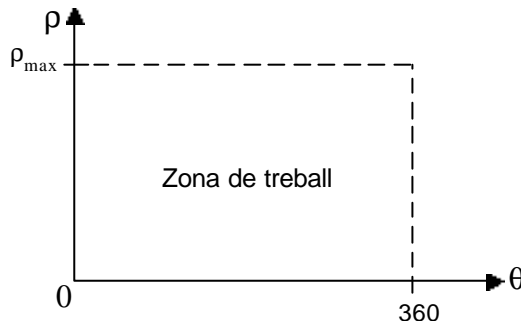
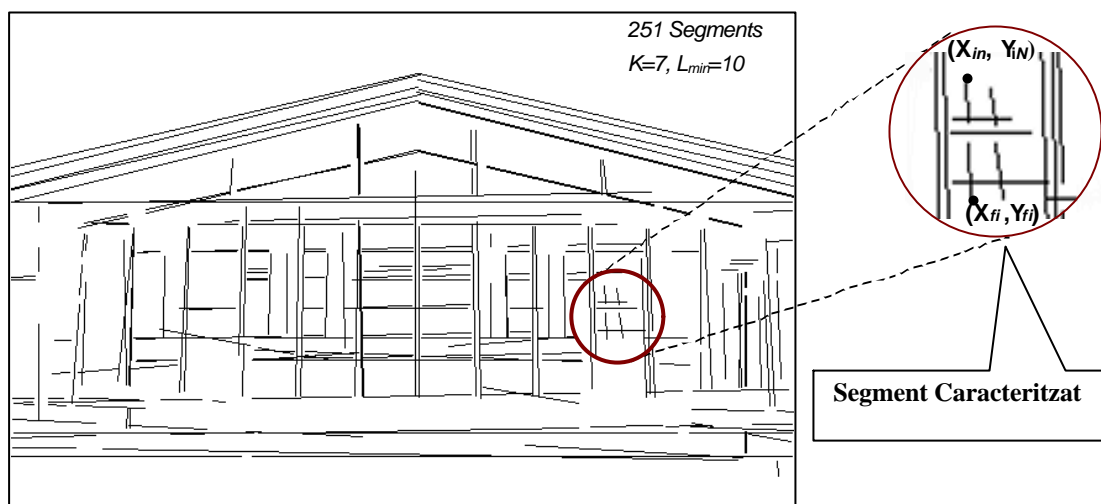


Figura 3.9: Dimensió del mapa de Hough

3.5.2. Obtenció de segments acotades

Un cop obtingudes les rectes de Hough caracteritzades pels paràmetres (r, q) procedim a la seva acotació. El procediment consisteix en resseguir les rectes obtingudes sobre la imatge gradient orientat, detectant-ne les discontinuïtats. És evident, que s'ha d'establir un criteri sobre el que es considera una discontinuïtat. Així, donada una recta (r, q) considerem que existeix una discontinuïtat, si trobem un grup k de píxels consecutius, sobre la recta

considerada, amb orientacions del gradient diferents, amb un valor prefixat $\pm a$. Cada cop que es compleixen aquestes condicions, segmentarem la recta considerada, generant un punt inicial o final segons pertoqui. Al final d'aquest procés, obtenim una llista de segments caracteritzats pel seu punt inicial i final $\overline{P_i P_f}$.



(a)

SEGMENT	PUNT INICIAL	PUNT FINAL
SEG ₁	(X _{1in} , Y _{1in})	(X _{1fi} , Y _{1fi})
SEG ₂	(X _{2in} , Y _{2in})	(X _{1fi} , Y _{1fi})

(b)

Figura 3.10: Acotació dels segments rectilinis. (a) Visualització dels segments obtinguts (b) Llista de segments

A la Fig 3.10 es poden veure el segments obtinguts i la seva caracterització. Si considerem 10 píxels com la llargada del segment mínim a considerar i fixem les discontinuïtats amb $k=7$ s'obtenen un total de 251 segments rectilinis. Es pot veure que hem obtingut els segments rectilinis més representatius de la imatge, si comparem amb la imatge original i la del gradient orientat (Fig. 3.8 (a),(b))

3.6 Obtenció dels segments de contribució a la simetria

Per tal d'obtenir els segments de contribució a la simetria local \overline{SCSL} hem d'aplicar l'equació {3.1}, obtinguda en el apartat 3.4.2, a totes les parelles de segments rectilinis extrets en el procés anterior,;

$$\overline{SCSL}_{ij} = (Proj(L_i) \cap Proj(L_j))$$

On $Proj(L_i)$ i $Proj(L_j)$ són les projeccions ortogonals de les parelles de segments sobre la bisectriu de les rectes que els contenen i que es creuen en un punt (Fig 3.3). Com que els segments \overline{L}_i i \overline{L}_j els tenim caracteritzats per els seus punts inicials i finals, obtinguts en els processos anteriors, hem de projectar aquest punts sobre la bisectriu. Per tal de complir

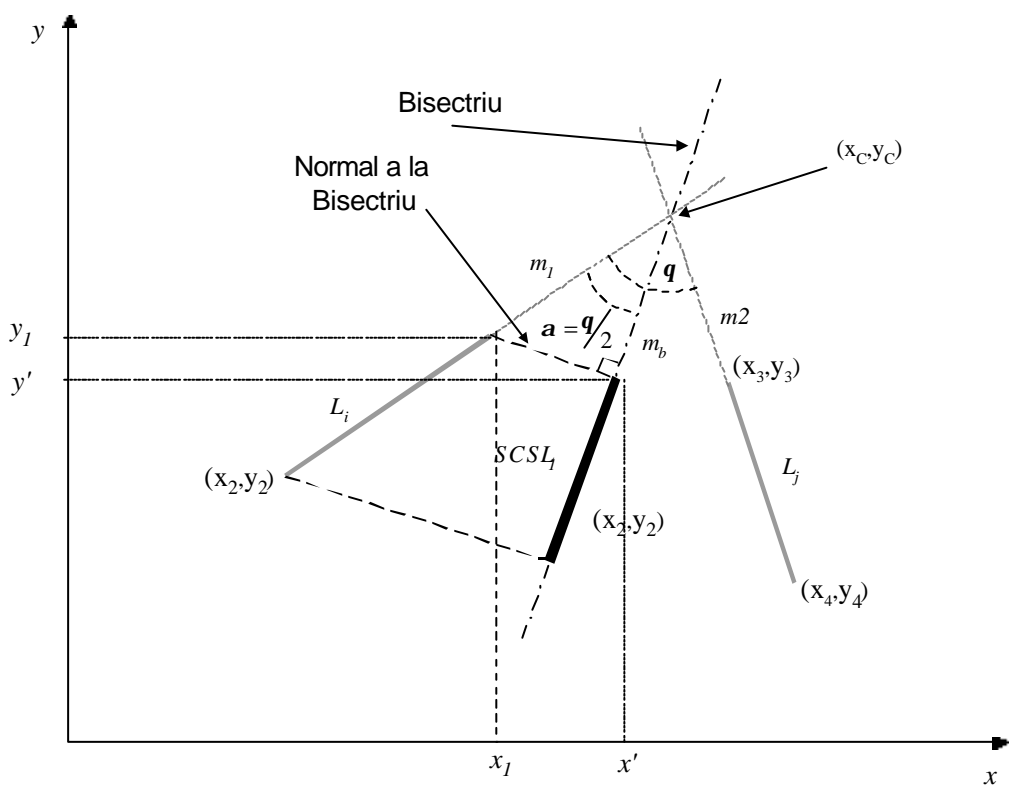


Figura 3.11: Projecció ortogonal del punt inicial (x_1, y_1) d'un segment L_1 sobre la bisectriu de les dues rectes que contenen els segments $L_1 L_2$

aquest objectiu procedim de la següent forma:

Partim dels punts inicials i finals dels segments $\overline{L_i}$ i $\overline{L_j}$, (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) , (x_4, y_4) respectivament (Fig 3.11) que permeten calcular les equacions de les rectes que els contenen amb pendent m_1, m_2 :

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m_1 \quad \frac{y - y_3}{x - x_3} = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} = m_2$$

$$y = m_1 * (x - x_1) + y_1 \quad \text{o} \quad y = m_2 * (x - x_3) + y_3$$

de les que es pot obtenir el punt d'encreuament (x_c, y_c) igualant les dues equacions avaluades en aquest punt:

$$x_c = \frac{m_1 x_1 - m_2 x_3 + y_3 - y_1}{m_1 - m_2} \quad \text{i} \quad y_c = m_1 * (x_c - x_1) + y_1 \quad \text{o} \quad y_c = m_2 * (x_c - x_3) + y_3$$

Per altra banda, de les pendent (m_1, m_2) podem obtenir l'angle q (Fig 3.11) entre les dues rectes a partir de l'equació de l'angle de dues rectes de pendent coneguda:

$$\text{tg } q = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$$

en conseqüència l'angle a (Fig 3.11) entre la bisectriu i qualsevol de les dues rectes és conegut i de valor $a = q/2$ per definició de la bisectriu entre dues rectes. Això ens permet escriure :

$$\text{tg } a = \frac{m_1 - m_b}{1 + m_1 m_b} \quad \text{on} \quad m_b \text{ és la pendent de la bisectriu}$$

i obtenir la pendent m_b de la bisectriu en funció de a :

$$m_b = \frac{m_1 - \operatorname{tg}(\mathbf{a})}{m_1 \operatorname{tg}(\mathbf{a}) + 1}$$

Tenint en compte que la bisectriu passa per el punt d'encreuament, (x_c, y_c) podem obtenir l'equació de la bisectriu en funció d'aquest punt:

$$y_c = m_b x_c + b \Rightarrow b = y_c - m_b x_c$$

$$y = m_b x + y_c - m_b x_c$$

Per altra banda, la recta que uneix el punt que hem de projectar (x_1, y_1) amb el punt projectat sobre la bisectriu (x', y') (Fig 3.11), és perpendicular a ella per definició. La pendent d'una recta ortogonal a un altra de pendent coneguda, està relacionada per l'equació

$$m_2 = -\frac{1}{m_1}$$

això permet obtenir l'equació de la recta ortogonal a la bisectriu que passa pel punt projectat (x', y') , en funció de (x_1, y_1) i de la pendent de la bisectriu m_b :

$$y_1 = -\frac{x_1}{m_b} + b \Rightarrow b = y_1 + \frac{x_1}{m_b}$$

$$y = \frac{x}{m_b} + y_1 + \frac{x_1}{m_b}$$

Finalment el punt d'encreuament de la recta amb la bisectriu, és el punt projectat (x', y') buscat. De formar que, igualant les dues equacions avaluades en aquest punt obtenim:

$$x' = \frac{\frac{x_1}{m_b} - m_b x_c + y_1 - y_c}{m_b - \frac{1}{m_b}} \quad \text{i} \quad y' = m_b x' + y_c - m_b x_c \quad \text{o} \quad y' = \frac{x'}{m_b} + y_1 + \frac{x_1}{m_b}$$

que permet calcular el punt projectat (x', y') , a partir, del punt d'encreuament de les dues rectes, (x_c, y_c) de la pendent de la bisectriu m_b i del punt que volem projectar (x_1, y_1)

De la mateixa forma, es poden obtenir les projeccions de la resta de punts dels segments $\overline{L_i}$ i $\overline{L_j}$, $(x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)$ que constitueixen dos nous segments sobre la bisectriu:

$$\overline{Segment}_i = (Proj(L_i)) \quad i \quad \overline{Segment}_j = Proj(L_j)$$

caracteritzats per els seus punts inicials i finals.

Finalment per tal d'obtenir el segment de contribució de la parella de segments trobem la intersecció :

$$\overline{SCSL}_{ij} = \overline{Segment}_i \cap \overline{Segment}_j$$

a partir de la ordenació dels punts inicials i finals d'aquests dos segments.

Amb aquest procés, obtenim una nova llista de segments de la imatge. En el pitjor dels casos, en que totes les parelles de segments aportessin contribució, tindriem el nombre màxim de segments de contribució possibles, expressat en la següent forma:

$$MAX(\overline{SCSL}) = \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \quad \{3.3\}$$

$n = \text{nombre de segments rectilinis}$

L'ordre de computació d'aquesta etapa és quadràtica, però cal tenir en compte que els segments formats per un nombre molt petit de píxels no són considerats, ja que generen segments de contribució insignificants que no reforcen la simetria. Això representa un reducció molt considerable en el nombre de segments rectilinis (n) a tenir en compte en els càlculs i permet poder considerar el cost de computació com tolerable. A la taula 3.2, mostrem una comparació del nombre de segments rectilinis i segments de contribució obtinguts, per la imatge original de la Fig 3.7 (a), per diferents llargades del segment mínim considerat i amb el paràmetre de discontinuïtat $k=7$

Es pot veure que el nombre de segments rectilinis és baix, tot i considerant segments molt petits (5 píxels) i que el nombre de segments de contribució \overline{SCSL} obtinguts amb aquesta condició, és molt inferior al màxim possible avaluat per l'equació {3.3}. Així, per una llargada mínima de 15 píxels s'han de fer 19.900 operacions per tal d'obtenir 4.976 segments significatius, de forma que es confirma que els cost de computació és tolerable.

Cas	Segment Mínim (nº píxels)	Nº Segments	Nº \overline{SCSL}	$MAX(\overline{SCSL})$
1	5	343	9.394	58.481
2	10	251	6.391	31.375
3	15	200	4.976	19.900
4	20	162	3.907	13.041
5	25	151	3.644	11.325

Taula 3.2: Influència de la llargada mínima de segment considerat, en el nombre de segments de contribució a la simetria que s'obtenen

A la Fig.3.12 mostrem una visualització de la llista de segments de contribució \overline{SCSL} obtinguts pel cas 2 de la taula anterior. Es pot observar que obtenim una gran dispersió de segments de contribució que generen gairebé una imatge opaca. Això es pot explicar per dos motius:

- Als errors de posició i inclinació en l'extracció dels segments rectilinis, fa que els segments de contribució \overline{SCSL} resultants, que haurien d'estar perfectament superposats, presenten un certa dispersió.
- A que totes les parelles de segments rectilinis obtinguts en posició relativa adequada (Fig 3.3), generaren segments de contribució \overline{SCSL} en posicions que tot i que no són rellevants per determinar l'existència de simetria, acaben apareixen en diferents zones de la imatge.

La informació que permetrà distingir entre els segments de contribució rellevants per detectar les zones on hi ha simetria i els que no, és precisament la superposició de segments de contribució, ja que aquesta indica que diferents parelles de segments rectilinis de la imatge tenen el seu eix de simetria en la mateixa posició (Fig 3.4.). Aquí només disposem del llistat de segments de contribució, per tant, la informació de les superposicions s'haurà d'obtenir en un nou procés addicional. En l'apartat. 3.7 mostrarem que la millor forma d'obtenir la superposició de segments de contribució \overline{SCSL} , és generar un mapa d'acumulació d'aquest segments.

Per altra banda, fem notar que en la visualització dels segments de contribució anterior (Fig.3.12), les superposicions queden ocultes. Per la qual cosa, s'haurà de buscar una nova forma de representació per tal de visualitzar al mapa d'acumulació que s'obtingui.

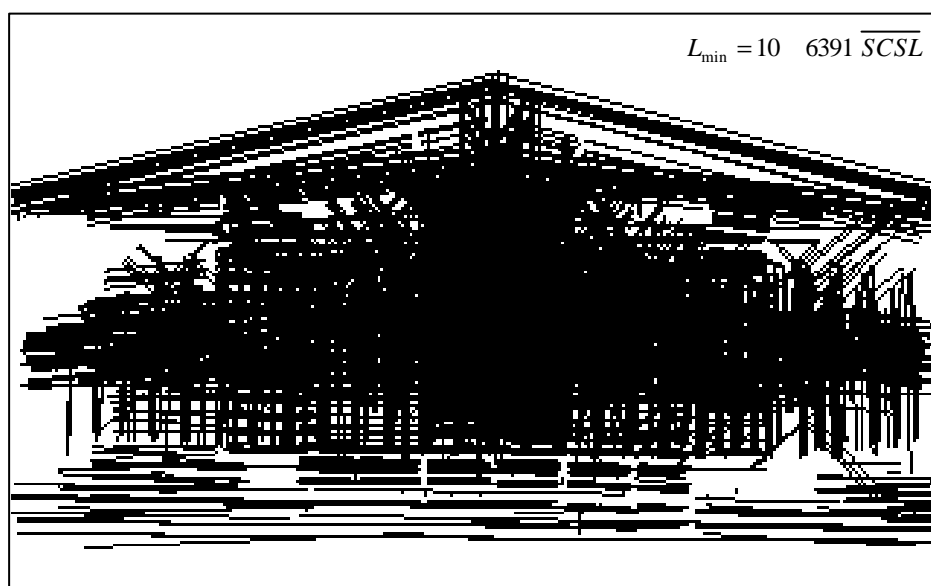


Fig 3.12. Visualització de la llista de segments de contribució \overline{SCSL}

3.6.1. Caracterització i ponderació dels segments de contribució

A mesura que es calculen els segments de contribucions, obtenim les ponderacions associades P_i a partir de l'equació {3.2}. D'aquesta forma, al final del procés s'obté una

l·lista dels segments de contribuci3 a la simetria local (\overline{SCSL}), caracteritzats per una triada formada pel seus punts inicial i final i les ponderacions P_i associades.

$$\overline{SCSL}_i \Rightarrow [(x_{in}, y_{in})_i, (x_{fin}, y_{fin})_i, P_i]$$

3.7 Mapa d'acumulaci3 dels segments de contribuci3 ponderats

Tal com s'ha dit anteriorment, a les imatges que es pretenen tractar, hi predominen les l·nies rectes. Si en aquestes imatges realment existeix simetria de reflexi3 local, hi haur3 un predomini de l·nies rectes simètriques, a ambd3s costats dels eixos locals reals (Fig 3.1) i aix3 donar3 lloc a una superposici3 de segments de contribuci3 \overline{SCSL} sobre aquests eixos (Fig 3.4.). Podem aprofitar aquest fet, per filtrar els segments de contribuci3 que no pertanyen a un eix local real (que no tenen superposicions). La import3ncia de cada eix vindr3 donada per l'acumulaci3 d'aquesta superposici3 de segments de contribuci3 sobre ell.

Per tal de detectar l'acumulaci3 de superposicions, es podria optar per un an3lisi matem3tic, on s'hauria de comparar cada segments amb tots els altres per tal de determinar si est3 incl3s en altres segments o inclou altres segments. Aquestes comparacions, ens porten a un cost de computaci3 quadr3tic en el nombre de segments d'acumulaci3, que com sabem es considerablement elevat. A t3tol d'exemple pel cas 2 de la taula 3.2 aix3 representaria fer m3s de 20 milions de comparacions m3s o menys complexes. Una alternativa amb cost lineal 3s generar un mapa d'acumulaci3 de superposicions dels segments \overline{SCSL} en el pla discret.

3.7.1. Pertinença dels p3xels al segments de contribuci3

El mapa d'acumulaci3 consisteix en una matriu $N \times M$, on cada posici3 representa un p3xel amb un valor d'acumulaci3 associat. El punt de partida de la generaci3 del mapa d'acumulaci3, 3s una l·lista de segments de contribuci3, caracteritzats pel seus punts inicials

i final amb una ponderació associada P_i , tal com hem vist a l'apartat 3.4.1. El que s'ha d'obtenir és un mapa d'acumulació basat en la superposició dels píxels que formen els segments de contribució, per tant, és necessari conèixer aquest píxels.

El problema d'obtenir els píxels d'una recta caracteritzada pel seus punts inicial i final, coincideix amb el problema gràfic del traçat de línies en el pla discret. Els algorismes de traçat de línies rectes, proporcionen els píxels més pròxims als punts de la recta del pla real a partir del punt inicial P_i i el punt final P_f de la recta a dibuixar. Existeixen algorismes que resolen el problema amb objectius diferents, depenent de l'aplicació. En alguns casos, la prioritat és que la línia tingui una màxima aparença rectilínia, mentre que, si s'han de dibuixar polígons, els més importants són els punts finals. En les aplicacions interactives el temps de traçat és bàsic.

Un algorisme clàssic, considerat un bon compromís entre l'aparença de les línies i el temps és el suggerit per Bresenham [Bresenham 1965], que tot i que és seqüencial, té l'avantatge que en els càlculs només intervenen sumes i restes. Aquest algorisme a cada iteració incrementa en una unitat la coordenada de més variació de la recta a dibuixar i decideix en funció de l'error acumulat, respecte la distància als punts reals de la recta, si incrementa la coordenada de menor variació.

3.7.2. Procés d'acumulació

El procés d'acumulació consisteix en obtenir els píxels que pertanyen a cada un dels segments de contribució \overline{SCSL} i incrementar les posicions associades a la matriu d'acumulació $N \times M$, amb el valor de ponderació P_i del segment. Al final del procés, s'obté un mapa d'acumulació (una matriu d'acumulació) on cada posició conté un valor

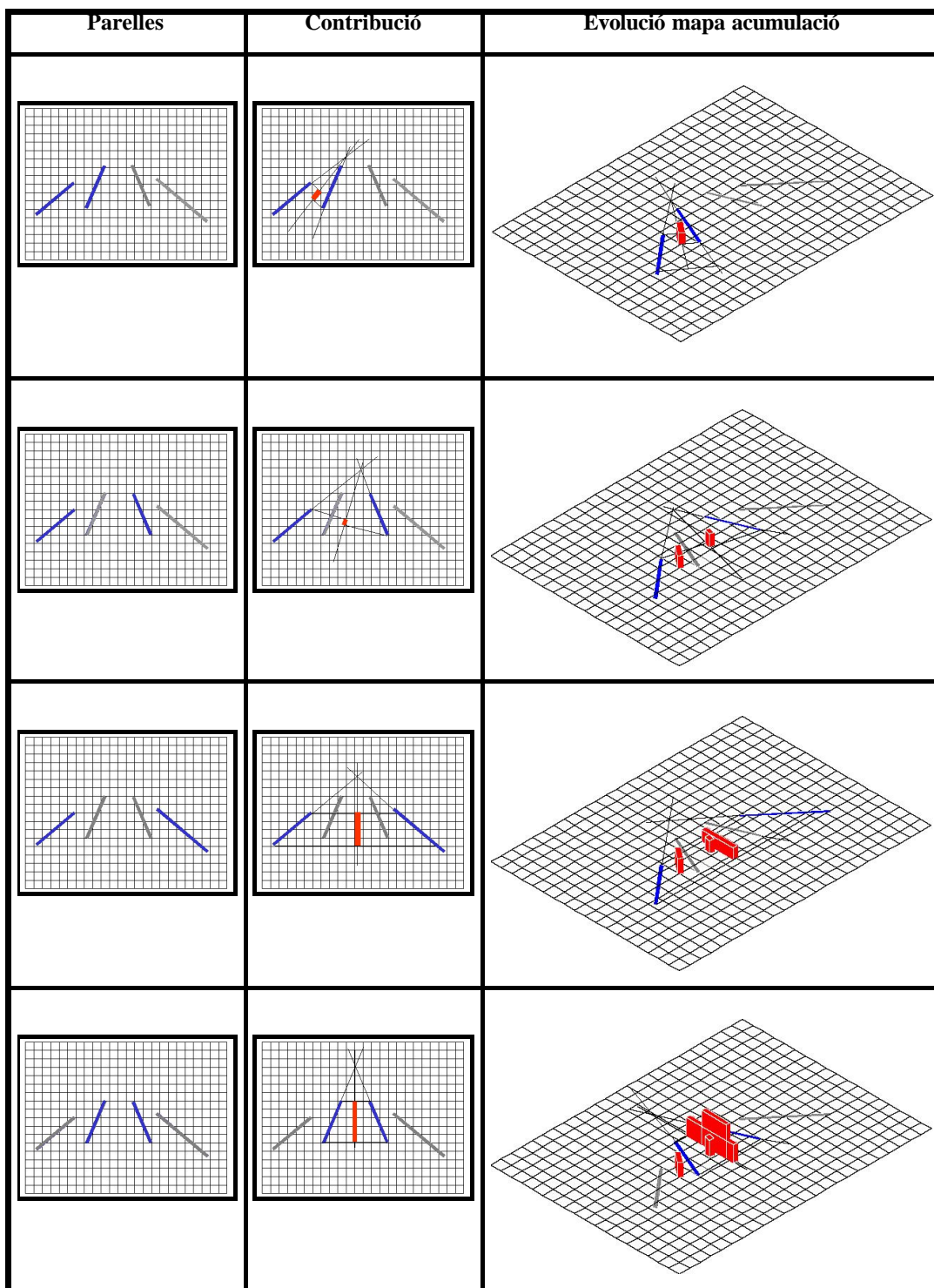


Figura 3.13: Representació del procés d'acumulació

d'acumulació, que és funció del nombre de cops que el píxel ha format part d'un segment de contribució i de la seva ponderació associada

Com hem dit anteriorment, el problema d'obtenir els píxels que formen els segments de contribució \overline{SCSL} caracteritzats pel seus punts inicial i final, es resol a partir de l'algorisme de Bresenham [Bresenham 1965] de traçat de línia, citat en l'apartat anterior. A la Fig.3.13 es mostra com s'incrementa el valor d'acumulació dels píxels que pertanyent a segments de contribució superposats on s'ha considerat una ponderació associada unitària $P_i = 1$.

Amb la generació del mapa d'acumulació, hem aconseguit reduir els càlculs de les superposicions de segments de contribució des d'un cost de computació d'ordre quadràtic, respecte el nombre de segments de contribució, a un d'ordre lineal, respecte el nombre de píxels que componen el segments. Tot i que el nombre de segments de contribució és molt més reduït que el nombre de píxels que els componen, la reducció de cost és molt considerable.

A títol d'exemple, si com hem dit anteriorment pel cas 2 de la taula 3.2 es necessitaven més de 20 milions de comparacions més o menys complexes en el càlculs de les superposicions, alhora de generar el mapa d'acumulació, pel mateix cas, considerant una llargada mitjana de segment de 100 píxels, necessitaríem $6391 \times 100 = 639.100$ càlculs.

El mapa d'acumulació així construït, consisteix en una matriu $N \times M$ on cada posició representa el valor d'acumulació relacionat amb les superposicions dels píxels que constitueixen el segments de contribució \overline{SCSL} i la seva ponderació. Si assignem colors als valors d'acumulació, podem visualitzar el mapa d'acumulació. La Fig. 3.14 mostra el resultat per la imatge original de Fig 3.7(a) i per la llista de segments rectilinis que s'obtenen en el cas 2 de la taula 3.2. Hem associat el colors més càlids a un valor d'acumulació major i amb l'ordre que mostra la paleta de colors de la part inferior, de forma que les zones més "calentes", segons el que s'ha dit fins ara, representen les zones de simetria local més importants.

Podem observar que la zona central de la imatge tant a la part superior (teulada) com a la resta, és la zona de major acumulació i coincideix en les proximitats de la localització del principals eixos de simetria de reflexió tal com havíem previst.

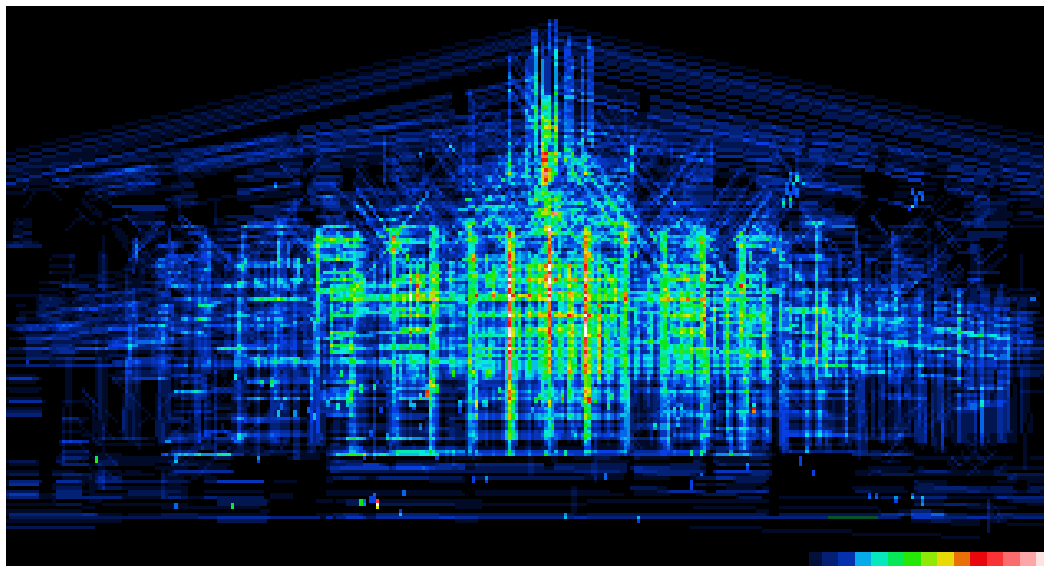


Figura 3.14: Visualització del mapa d'acumulació

Tot i que el mapa d'acumulació que hem obtingut respon a les expectatives, no és evident que a partir d'aquesta informació es puguin obtenir els eixos de simetria local amb precisió, respecte la seva localització, orientació i llargada. En l'apartat següent discutim aquesta problemàtica i aportem un mètode d'extracció dels eixos amb els resultats que presentem en el capítol 4.

3.8 Extracció d'eixos de simetria locals ponderats

La tasca d'obtenir els eixos de simetria locals principals de la imatge a partir de la matriu d'acumulació anterior, no és una tasca trivial, tot i que, com hem dit anteriorment, la informació obtinguda és bàsica per aquest fi, tal com suggereix, la visualització del mapa d'acumulació de la Fig. 3.14.

La solució consistent en passar un filtre de llindar per tal d'eliminar els píxels amb baixa acumulació, tal com es pot suposar, no dona bons resultats ja que, en la mateixa mesura que obtenim les zones principals de simetria, perdem informació vital per causa de la gran dispersió espacial dels valors d'acumulació. Dit d'una altra manera, els errors dels diferents processos anteriors i de les imprecisions de la imatge original, generen petits errors en la posició i la inclinació dels segments de contribució, que fa que les superposicions no siguin perfectes, de manera que s'obté un mapa d'acumulació amb una certa dispersió a les posicions pròximes on es localitzen els eixos de simetria i amb uns valors d'acumulació inferiors als que obtindríem si la superposició de segments fos perfecta.

Per altra banda, si utilitzem el fet que sabem que els eixos de simetria han de ser línies rectes i intentem obtenir les alineacions de valors de major acumulació, ens trobem amb tres tipus de problemàtiques:

- L'alineació casual de valors d'acumulació elevats obtinguts d'encreuaments de segments de contribució \overline{SCSL} , dona lloc a un cert nombre d'eixos falsos.
- La dispersió dels valors d'acumulació, a l'entorn dels eixos de simetria, fa molt difícil determinar les alineacions correctes d'aquests.
- Es perd la informació de la importància relativa dels eixos locals.

Davant d'aquestes problemàtiques s'han buscat noves estratègies.

3.8.1. Eixos locals virtuals principals

Hem vist que la problemàtica principal és saber on es troben les alineacions de valors d'acumulació elevats, que provenen de la superposició de segments de contribució \overline{SCSL} . No obstant, hem tingut aquesta informació al nostre abast quan hem construït el mapa d'acumulació. Així, si a mesura que construïm el mapa anterior, incrementant el valor associat als píxels que componen els segments de contribució, acumulem també les rectes que inclouen aquest segment, podrem detectar les alineacions amb major acumulació, que

és la informació que estàvem buscant. Aquest procés consisteix en construir, paral·lelament al mapa esmentat, un mapa d'acumulació addicional de rectes de Hough (ρ, θ) , a partir de les línies rectes que inclouen els segments de contribució anteriors. Val a dir que aquest nou procés no significa un augment important en el cost de computació per el fet que es calcula dins al mateix bucle de programa.

Fem notar, que les rectes anteriors, les quals inclouen els segments de contribució coincideixen amb els eixos de *simetria virtuals* locals (bisectrius de les rectes que inclouen els segments de contribució i que es tallen en un punt) que s'han definit en l'apartat. 3.4. Segons això, les línies rectes amb major acumulació coincidiran amb les localitzacions i l'orientació dels eixos de simetria local principals o en termes del que hem exposat anteriorment, seran els eixos virtuals locals més importants de la imatge. Només caldrà acotar aquestes rectes, per tal d'obtenir el eixos de simetria locals principals caracteritzats per la localització i l'orientació anteriors i la llargada.

Segons això, per tal d'obtenir una caracterització total dels eixos de simetria local que compleixen els objectius que hem proposat, queden dos processos :

- Acotació dels eixos de simetria virtuals.
- Obtenció de la importància relativa de cada eix (ponderació).

3.8.2. Acotació dels eixos de simetria virtuals

L'acotació s'obté de la mateixa manera que es van acotar els segments rectilinis de la imatge, és a dir, resseguint les direccions i posicions que marquen els eixos virtuals obtinguts anteriorment sobre el mapa d'acumulació de segments de contribució (Fig. 3.14) i detectant-ne les discontinuïtats en els valors d'acumulació. En aquest cas, les discontinuïtats consistiran en un nombre petit de píxels consecutius, sobre del eix que estem resseguint, amb un valor d'acumulació sensiblement inferior al valor esperat. Recordem que els eixos virtuals s'han obtingut per l'acumulació de les rectes definides per

els segments de contribució, per tan tenim una idea dels valors d'acumulació que han de tenir els eixos locals.

Formalment:

Un píxel $P(x,y)$ forma part d'una discontinuïtat en el mapa d'acumulació sobre la recta definida per un eix virtual, si existeix una agrupació mínima de k píxels consecutius que compleixen:

$$\text{valor_acumulació}(x, y) \geq \text{llindar} = f(\text{valor d'acumulació de l'eix virtual})$$

D'aquesta forma cada cop que detectem una discontinuïtat així definida, obtenim un eix caracteritzat per el seus punts inicial i final. Al final del procés tenim una llista d'eixos locals caracteritzats de la forma:

$$\overline{EIX}_i = \overline{P_{in_i} P_{fi_i}}$$

3.8.3. Ponderació dels eixos locals

Els eixos acotats, caracteritzats per un punt inicial i final, obtinguts en el procés anterior, no són altra cosa que les alineacions rectilínies on s'han acumulat major superposició de segments de contribució a la simetria \overline{SCLS} i constitueixen, per tant, els eixos locals principals de simetria de la imatge.

El que no hem obtingut encara és la importància relativa entre ells. Aquesta informació la podem obtenir, dels valors d'acumulació associat al píxels que constitueixen els eixos anteriors en el mapa d'acumulació. Així els eixos constituïts per píxels amb valors d'acumulació associats més elevats, són lògicament els més importants. Cal no obstant, tenir en compte, que els píxels que formen els eixos de simetria, tenen una certa dispersió en el valor d'acumulació, provocat per els errors de posició i d'orientació dels segments de contribució \overline{SCLS} . Segons això, la ponderació del eixos s'haurà de calcular com una mitjana estadística d'aquests valors d'acumulació.

Formalment:

$$P_K = \text{Ponderació}(\overline{\text{EIX}}_K) = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \text{valor_acumulació}(x_{K_i}, y_{K_i})}{N} \quad \{3.4\}$$

on N és nombre de pixels de l'eix K

Així doncs, els processos de localització, acotació i ponderació dels eixos locals virtuals més importants, a partir de les aproximacions que acabem de presentar, donen lloc al conjunt d'eixos locals de simetria més importants de la imatge. A la Fig.3.15 visualitzem el resultat d'aplicar aquests processos al mapa d'acumulació de la Fig.3.14, obtingut de la imatge original de la Fig.3.7 (a). Hem assignat un codi de colors com mostra la paleta de la part inferior de la imatge, per tal de visualitzar les ponderacions dels eixos, ordenades per importància d'esquerra a dreta. Podem observar que la localització, orientació i llargada dels eixos més importants és correcta amb molt petites desviacions. Observem també, que els eixos tenen major ponderació a mesura que s'acosten al centre de la imatge on es troba la simetria global.

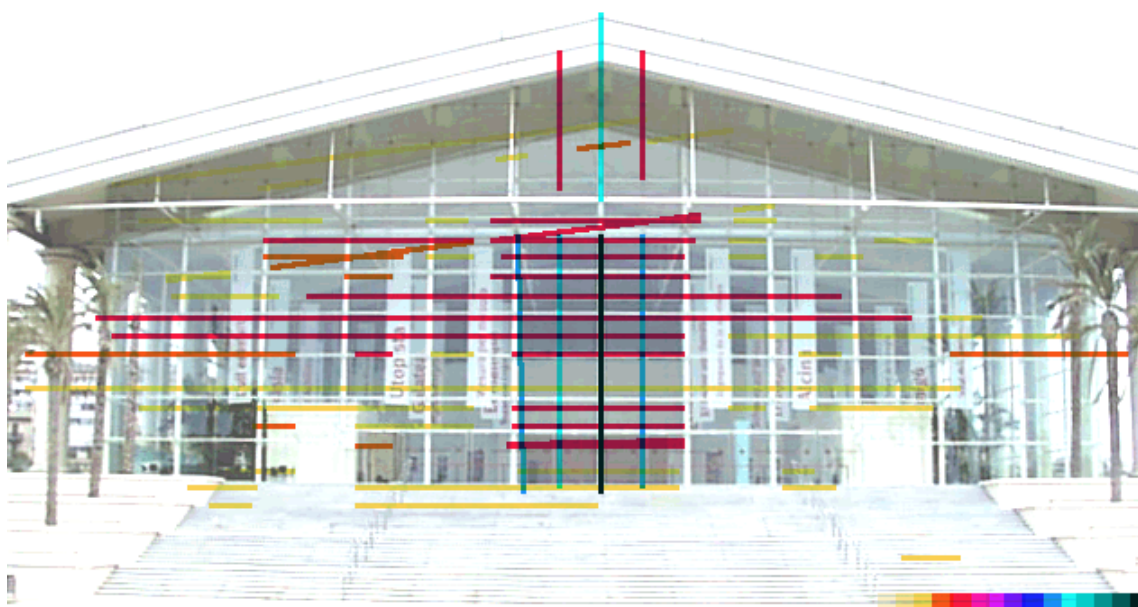


Figura 3.15: Eixos de simetria local principals ponderats segons la importància

L'eix global de simetria ha estat detectat en dos trams d'eix, amb ponderació diferents. Per un costat la part inferior de l'edifici, amb un tram de ponderació màxima (color negre), que respon a la simetria del conjunt de línies rectes a que donen lloc els marcs de les vidrieres. Per l'altra costat la teulada de l'edifici, que per el fet d'estar formada per un nombre inferior de línies rectes, dóna lloc a un eix local de menor ponderació (color verd clar). El valor mig de ponderació d'aquest dos trams, dóna lloc al valor de ponderació màxima relativa. Finalment, cal dir que apareixen un nombre reduït d'eixos falsos, tal com havíem predit, generats per alienacions casuals de valors d'acumulació més o menys elevats, però la seva ponderació global és baixa o molt baixa (colors vermells i grocs). En el capítol 5 aplicarem el mètode a un conjunt de imatges amb problemàtiques diferents, mostrarem els resultats i analitzarem la precisió en la localització, orientació, llargada i ponderació relativa dels eixos locals de simetria obtinguts.

3.8.4. Eixos globals

El coneixement de l'existència d'un eix global en una imatge del tipus que ens hem proposat, és a dir, amb preponderància de línies rectes, requereix d'un procés addicional de més alt nivell que no ens proposem aquí. Tot i així, volem apuntar que el mètode que hem presentat, obté a partir dels segments rectilinis extrets de la imatge original, eixos de simetria locals ponderats segons la seva importància en termes del nombre de parelles que han contribuït a generar-lo. La màxima ponderació representa, doncs la màxima probabilitat de que el eix en qüestió sigui global.

En conseqüència, el procés d'alt nivell s'haurà de centrar només en comprovar si l'eix de simetria local amb ponderació més elevada $Max(P_k); k = 1, 2..n$ és un eix de simetria global de la imatge. D'aquesta forma, el mètode que hem presentat, basat en un anàlisi local que proporciona eixos locals de simetria ponderats, també facilita la determinació de l'existència de l'eix global de simetria.

3.9 Comparació amb altres mètodes existents

A continuació, detallem les particularitats que diferencien aquest mètode d'altres existents;

- Els eixos de simetria s'obtenen per contribució local dels segments rectilinis de la imatge, la qual cosa el fa estable i robust al soroll

La majoria de mètodes de detecció de simetria basats en un anàlisi local, parteixen d'una propietat geomètrico-matemàtica que han de complir les parelles de punts candidats a ser simètrics. Aquesta metodologia acostuma a donar algorismes amb alt cost de computació $O(n^2)$, sensibilitat al soroll i resultats inestables segons hem vist en l'apartat. 2.2.2.

- Acotació dels eixos de simetria:

En el mètode presentat s'ha plantejat com fonamental obtenir l'abast de la simetria. En termes de detecció, això significa obtenir la longitud dels eixos de simetria o el que és el mateix els seus punts inicial i final. Contràriament als resultat de molts mètodes de detecció, que proporcionen eixos consistents en línies rectes infinites que indiquen la posició i direcció de la simetria però no l'abast.

- Obtenció d'eixos de simetria ponderats:

És coneguda la problemàtica dels mètodes de detecció de simetria basats en un anàlisi local, consistent en l'aparició d'un nombre considerable d'eixos locals de poca consideració [Rom 93]. Aquests mètodes precisen d'un procés addicional, a vegades molt feixuc, per tal de determinar quins són els eixos que cal considerar.

El mètode que hem presentat, per el fet de generar en el procés d'extracció, eixos de simetria ponderats segons la seva importància, resol aquesta problemàtica.

- Possibilitat d'obtenció de l'eix global:

Ja hem dit anteriorment que el fet d'obtenir eixos ponderats simplifica la tasca de detecció de l'existència d'un eix global, doncs només cal comprovar si l'eix local amb ponderació associada més elevada és també un eix global de simetria.

Els mètodes de detecció de simetria existents, basats en un anàlisi local, proporcionen exclusivament eixos locals sense altre informació addicional. Ja hem dit en el paràgraf anterior, que aquest és un dels problemes clàssics d'aquesta metodologia i que precisa d'un procés addicional, per discriminar els eixos més rellevants dels menys significatius. Caldrà per tant, un altra procés que determini si entre tots aquests eixos locals més significatius existeix un eix global i això sense cap altra informació addicional a diferència de la nostra metodologia.

