

Capítol 2

Anàlisi de senyals per a l'abstracció d'informació significativa

En aquest capítol es descriurà la metodologia a seguir per a la detecció d'esdeveniments significatius a partir dels senyals mesurats del procés. L'expert estableix quins esdeveniments interessa detectar. Un cop aquests esdeveniments hagin estat detectats, seran utilitzats per a tasques de supervisió (veure el Capítol 3).

Com a punt de partida, el capítol comença amb la formalització del paradigma de les finestres lliscants. Aquesta teoria permet dissenyar l'analitzador basat en finestres, element clau en l'anàlisi de senyals. Tres exemples d'analitzadors acompanyen aquesta descripció.

Tot seguit, es presenta una metodologia d'anàlisi que permet obtenir informació significativa dels senyals mesurats. Aquesta metodologia es basa en l'encadenament d'analitzadors basats en finestres fins obtenir un senyal significatiu. Un parell d'exemples il·lustren aquesta tècnica.

Finalment, es formalitza el concepte d'esdeveniment i s'estableix la metodologia que ha de permetre localitzar els esdeveniments significatius a partir dels senyals significatius obtinguts anteriorment. La metodologia s'il·lustra amb dos exemples: la detecció de tendències i la detecció de components freqüencials.

Diversos algorismes presentats en aquest capítol han estat implementats com a blocs de SIMULINK[®], el que ha permès generar una llibreria anomenada ABSALON. Aquesta llibreria pot servir com a punt de partida per a implementar interfícies detectores d'esdeveniments per a SIS, així com desenvolupar nous blocs. Tot i que en aquest capítol es fan diverses referències a aquesta llibreria, no serà fins l'apartat 4.1.1 on es descriurà exhaustivament.

2.1 El paradigma de les finestres lliscants

El paradigma de les finestres lliscants té per objectiu proporcionar una base per l'anàlisi de senyals mostrejats amb la finalitat d'extreure'n informació significativa útil per a la supervisió. A continuació es recullen un conjunt de definicions que permetran la descripció formal d'aquesta tècnica d'anàlisi.

L'element d'anàlisi d'aquesta metodologia és el *senyal mostrejat*. No obstant això, abans de donar-ne una definició formal cal introduir els conceptes *temps*, *magnitud* i *dada*.

Atès que la implementació d'aquesta metodologia es farà sobre una plataforma informàtica, el *temps* tindrà un caràcter mostrejat o discret. És a dir, només es disposa d'informació sobre el senyal en determinats instants de temps. A més, aquest mostreig és periòdic, amb *període* T .

El *temps discret* es representa mitjançant la variable t , podent prendre qualsevol valor del conjunt total i estrictament ordenat $(\mathcal{T}; <)$. Normalment s'expressa com $t(i)$, on la variable t ve acompanyada d'un índex i com indicador d'ordre. Al tractar-se d'un mostreig periòdic, \mathcal{T} reuneix els elements d'una seqüència infinita amb terme general

$$t(i) = t_0 + iT \tag{2.1}$$

o bé en notació matricial

$$t(i) = \begin{pmatrix} 1 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_0 \\ T \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

Observi's que es permet l'existència d'un valor inicial no nul t_0 . En el cas particular que $t_0 = 0$:

$$\mathcal{T} = \{0, T, 2T, 3T, \dots\}$$

Formalment,

$$\mathcal{T} = \{t(i) \mid t(i) = t_0 + iT \wedge i \in \mathbb{N} \wedge T \in \mathbb{R}_+^* \wedge t_0 \in \mathbb{R}_+\}$$

on l'ordenament total i estricte està implícit:

$$\forall i, j \in \mathbb{N} \wedge i \neq j, t(i) < t(j) \Leftrightarrow i < j$$

La *magnitud* es representa mitjançant la variable v i pot pendre qualsevol valor d'un conjunt donat de símbols Υ .

Atès que la implementació d'aquesta metodologia s'ha de fer sobre una plataforma informàtica de recursos limitats, el número de símbols representables de forma unívoca ha d'ésser conseqüentment limitat. Això implica que Υ ha d'ésser acotat i finit.

Els elements de Υ poden ser de tipus quantitatiu o bé qualitatiu, en funció que la simbologia sigui numèrica o no, respectivament.

D'altra banda, aquest conjunt pot ésser ordenat o no, depenent de la seva pròpia naturalesa. Els conjunts de caràcter quantitatiu són ordenats. En canvi, els de caràcter qualitatiu poden o no ser-ho.

Exemple 2.1.1: Diferents conjunts de símbols característics:

- *Colors*, $\Upsilon_1 = \{\text{blanc, groc, verd, vermell, blau}\}$.
- *Valors reals representables en architectures de 32 bit*, $\Upsilon_2 = \mathbb{R}_{32}$.
- *Valors sencers representables en architectures de 8 bit*,
 $\Upsilon_3 = \{-128, -127, \dots, 0, \dots, 128\}$.
- *Tendències*, $\Upsilon_4 = \{\text{creixent, estable, decreixent}\}$.

Els conjunts Υ_1 i Υ_4 són de tipus qualitatiu i, Υ_2 i Υ_3 són de tipus quantitatiu. ◇

Pels conjunts de caràcter quantitatiu resulta lògic acceptar una relació d'ordre. En canvi, pels conjunts de caràcter qualitatiu aquesta relació és menys intuïtiva. Seguint amb l'ex. 2.1.1, podria pensar-se en un ordenament segons l'Arc de Sant Martí pels colors, i segons la primera derivada en les tendències.

Un altre aspecte a tenir en compte és la possibilitat o no de realitzar operacions aritmètiques sobre el conjunt de símbols. En el cas d'una magnitud quantitativa no presenta cap problema. És evident, que en aquest cas les operacions poden realitzar-se. Però, en canvi, pel cas d'una magnitud qualitativa depèn de si és possible establir un mapatge biunívoc entre els símbols qualitius i un conjunt donat de símbols numèrics. En cas afirmatiu, les operacions es realitzaran prenent els valors quantitius equivalents. En cas contrari, no serà possible realitzar aquestes operacions.

Exemple 2.1.2: Reprenent l'ex. 2.1.1, és obvi que amb els conjunts Υ_2 i Υ_3 es poden realitzar operacions aritmètiques. En canvi, pel conjunt de colors Υ_1 no té sentit el poder realitzar operacions aritmètiques, com calcular la mitjana o sumar dos colors.

En canvi, pel conjunt Υ_4 sí que pot tenir interès calcular la tendència mitjana. En aquest cas es podria establir una equivalència entre el conjunt Υ_4 i el $\{1, 0, -1\}$. Llavors, la mitjana de la seqüència *creixent, creixent, decreixent* es calcularia de la següent manera: $(1 + 1 - 1)/3 = 0.\bar{3}$. ◇

El caràcter ordenat, qualitatiu o quantitatiu d'una magnitud, o l'acceptació d'operacions aritmètiques són aspectes que convindrà tenir en compte més endavant en el present capítol.

Arribats a aquest punt, s'està en condicions de proporcionar una definició de *dada mostrejada*. Una dada associarà un instant de temps amb el valor d'una magnitud. Formalment:

Definició 2.1.1. Una *dada mostrejada* δ està representada per una tupla,

$$\delta(i) = (t(i), v(i)) \in \mathcal{T} \times \Upsilon$$

on:

$t(i)$ – és l'instant de *temps* associat a δ , $t(i) \in \mathcal{T}$, i
 $v(i)$ – és la *magnitud* associada a δ , $v(i) \in \Upsilon$. \blacklozenge

Tant la variable δ com la v van igualment acompanyades de l'índex d'ordre i , heretat del temps.

Les dades coherents a un context comú s'agrupen sota l'entitat d'un *senyal mostrejat*.

Definició 2.1.2. Un *senyal mostrejat* $(\mathcal{S}; \prec)$ és un conjunt total i estrictament ordenat de dades.

$$\begin{aligned} \mathcal{S} &= \{\delta(i) \mid \delta(i) = (t(i), v(i)) \in \mathcal{T} \times \Upsilon\} \\ \forall i, j \in \mathbb{N} \wedge i \neq j, \delta(i) \prec \delta(j) &\Leftrightarrow t(i) < t(j) \end{aligned} \quad \blacklozenge$$

Com es pot observar la relació d'ordre es deriva de la relació existent entre instants de temps.

A partir d'aquesta definició és important destacar que un senyal mostrejat \mathcal{S} vindrà caracteritzat per un conjunt de símbols Υ , associat a la magnitud a representar, i per un període de mostreig T i un valor inicial t_0 associats a l'instant de temps a considerar.

Un cop s'ha formalitzat el que s'entén per senyal mostrejat podem passar a descriure la metodologia de les finestres lliscants. Primer de tot, i com el seu nom indica, aquesta tècnica es basa en el concepte de *finestra*. Una finestra no és res més que un conjunt de dades consecutives pertanyents a un senyal donat. La finestra es caracteritza per una certa *amplada*, significat l'interval de temps que comprèn, i un cert *desplaçament*, significat la periodicitat en que es constitueix. Ambdós paràmetres s'expressen com a múltiplicitat del període de mostreig. A mida que passa el temps, la finestra va lliscant sobre el senyal amb un cert desplaçament i les dades que conté van variant, renovant-se recursivament. La fig. 2.1 il·lustra aquest fet.

Un *generador de finestres* s'encarrega de processar un senyal d'entrada mostrejat amb un període T_E , reagrupant les dades de forma recursiva mitjançant finestres amb un cert desplaçament. Cada finestra generada està constituïda pel conjunt de dades més recents que tenen cabuda en la seva amplada.

Definició 2.1.3. Un *generador de finestres* \mathfrak{F} és una tupla,

$$\mathfrak{F} = (\mathcal{S}_E, \mathbb{F}, \Omega, \mathcal{F})$$

on:

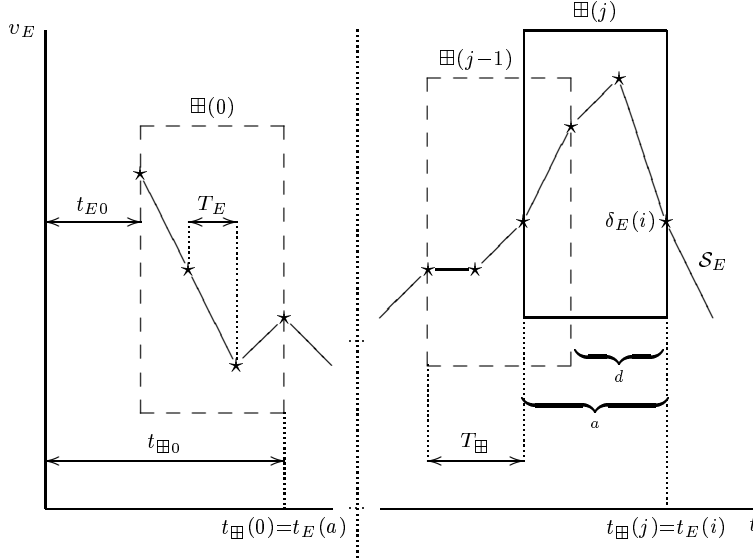


Figura 2.1: Finestra lliscant d'amplada $a = 3$ i desplaçament $d = 2$.

\mathcal{S}_E – és el senyal d'entrada al generador de finestres,

\mathbb{F} – és l'univers de finestres,

Ω – és un conjunt de *paràmetres* que caracteritzen la finestra, i

\mathcal{F} – és la *funció de renovació* de dades de la finestra,

$$\mathcal{F} : \mathcal{S}_E^{a+1} \rightarrow \mathbb{F}$$

$$\begin{aligned} \boxplus(j) &= \mathcal{F}(\delta_E(i), \dots, \delta_E(i-a)) \\ &= \{\delta_E(i-a), \dots, \delta_E(i)\} \end{aligned} \quad (2.3)$$

on:

$\delta_E(i), \dots, \delta_E(i-a)$ – són les $a + 1$ dades del senyal d'entrada més recents, $\delta_E(i), \dots, \delta_E(i-a) \in \mathcal{S}_E$,

a – és el paràmetre *amplada* de la finestra, comptabilitzat com a número de períodes del senyal mostrejat d'entrada, $a \in \Omega \wedge a \in \mathbb{N}^*$, i

$\boxplus(j)$ – és la j -èssima finestra constituïda per les $a + 1$ dades, $\boxplus(j) \in \mathbb{F} \subset 2^{\mathcal{S}_E}$.

El generador de finestres produeix una finestra en l'instant que simbolitzem per $t_{\boxplus(j)}$, corresponent a l'instant de temps de la darrera dada d'entrada de la finestra: $t_{\boxplus(j)} = t_E(i)$.

D'altra banda, el període d'actualització de la finestra és $T_{\boxplus} = dT_E$, essent d el paràmetre *desplaçament* de la finestra, comptabilitzat com número de períodes del senyal mostrejat d'entrada, $d \in \Omega \wedge d \in \mathbb{N}^*$. ♦

La funció de renovació s'encarrega d'agrupar les $a + 1$ dades en el conjunt d'una finestra. Observi's que cada finestra \boxplus s'acompanya de l'índex indicador d'ordre j .

Recordem que el senyal d'entrada S_E està constituït per dades mostrejades en els instants $t_E(i)$ amb un mostreig T_E i un instant inicial t_{E0} (vegeu eq. (2.1) i fig. 2.1). De la mateixa manera, l'instant de temps en que es produiran finestres $t_{\boxplus}(j)$ també tindrà associat un període i un temps inicial:

$$t_{\boxplus}(j) = t_{\boxplus 0} + j T_{\boxplus} = (1 \ j) \begin{pmatrix} t_{\boxplus 0} \\ T_{\boxplus} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

És interessant establir la relació de $t_{\boxplus 0}$ i T_{\boxplus} amb els valors corresponents pel senyal d'entrada, t_{E0} i T_E :

$$t_{\boxplus 0} = t_{E0} + a T_E \quad (2.5)$$

$$T_{\boxplus} = d T_E \quad (2.6)$$

En notació matricial,

$$\begin{pmatrix} t_{\boxplus 0} \\ T_{\boxplus} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{E0} \\ T_E \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Tenint en compte que no es pot generar la primera finestra fins que es disposin de les $a + 1$ primeres dades, resulta fàcil deduir l'eq. (2.5): $t_{\boxplus 0} = t_E(a)$. D'altra banda, l'eq. (2.6) s'ha obtingut de la pròpia def. 2.1.3.

D'aquesta forma, combinant les eq. (2.4) i (2.7) és possible determinar el valor de $t_{\boxplus}(j)$ a partir dels paràmetres de la finestra, a i d , i del període T_E i instant inicial t_{E0} del senyal d'entrada:

$$t_{\boxplus}(j) = (1 \ j) \begin{pmatrix} t_{\boxplus 0} \\ T_{\boxplus} \end{pmatrix} = (1 \ j) \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{E0} \\ T_E \end{pmatrix} = t_{E0} + a T_E + j d T_E \quad (2.8)$$

Un altre aspecte interessant pot ser determinar el conjunt de dades del senyal d'entrada que estan contingudes en la finestra j , en funció d'aquest mateix índex j .

Desenvolupant la igualtat de temps imposada en la def. 2.1.3, i fent ús de les eq. (2.2) i (2.8) es pot deduir una relació entre ambdós índexs, i i j :

$$\begin{aligned} t_E(i) = t_{\boxplus}(j) &\Rightarrow (1 \ i) \begin{pmatrix} t_{E0} \\ T_E \end{pmatrix} = (1 \ j) \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{E0} \\ T_E \end{pmatrix} \\ &\Rightarrow (1 \ i) = (1 \ j) \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & d \end{pmatrix} \Rightarrow i = a + j d \end{aligned} \quad (2.9)$$

Introduint l'eq. (2.9) en l'expressió (2.3), s'obté la relació cercada:

$$\boxplus(j) = \{\delta_E(i - a), \dots, \delta_E(i)\} = \{\delta_E(j d), \dots, \delta_E(a + j d)\} \quad (2.10)$$

Exemple 2.1.3: La tercera finestra amb amplada 5 i desplaçament 1 conté de la tercera a la vuitena dada del senyal d'entrada:

$$\boxplus(2) = \{\delta_E(2), \dots, \delta_E(7)\} \quad \diamond$$

La finestra no només ve caracteritzada per una amplada i un desplaçament. El conjunt Ω permet contemplar altres paràmetres que seran d'utilitat en aquesta metodologia d'anàlisi, com es veurà més endavant (veure def. 2.1.4).

Gràficament un generador de finestres s'esquematitzarà mitjançant un bloc com el mostrat en la fig. 2.2. Aquesta notació gràfica permet fàcilment veure que un generador de finestres processa un senyal d'entrada mostrejat amb un període T_E per produir finestres amb una periodicitat T_{\boxplus} .

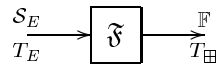


Figura 2.2: Bloc generador de finestres.

Aquest bloc generador de finestres ha estat implementat mitjançant SIMULINK[®] com a *S-Function*, i s'ha incorporat a la llibreria de blocs ABSALON (veure fig. 2.3).

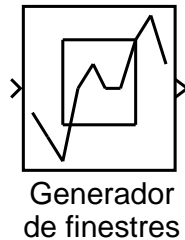


Figura 2.3: Bloc Generador de finestres de la llibreria ABSALON

El següent pas en la metodologia de les finestres lliscants consisteix en aplicar un càlcul determinat sobre les dades contingudes en cada finestra. El fruit de l'*analitzador de finestres* és una nova dada que al llarg del temps constituirà un nou senyal. La magnitud d'aquesta dada és considerada un *atribut* de la finestra.

Definició 2.1.4. Un *analitzador de finestres* \mathfrak{A} és una tupla,

$$\mathfrak{A} = (\mathcal{S}_S, \mathbb{F}, \Omega, \mathcal{A})$$

on:

\mathcal{S}_S – és el senyal de sortida de l'analitzador de finestres,
 \mathbb{F} – és l'univers de finestres,
 Ω – és el conjunt de *paràmetres* que caracteritzen la finestra, i
 \mathcal{A} – és la *funció d'anàlisi* de finestres,

$$\mathcal{A} : \mathbb{F} \times \Omega^m \rightarrow \Upsilon_S$$

$$v_S(j) = \mathcal{A}(\boxplus(j), (\omega_1, \dots, \omega_m))$$

on:

$v_S(j)$ – és la magnitud de la j -èssima *dada de sortida* o *atribut* de la j -èssima finestra, $v_S(j) \in \Upsilon_S$, i

$(\omega_1, \dots, \omega_m)$ – constitueix una tupla de m paràmetres de la finestra $\boxplus(j)$ que són necessaris en l'anàlisi, $\omega_1, \dots, \omega_m \in \Omega$.

L'instant de temps de la dada de sortida $t_S(j)$ es correspon a l'instant de temps de la finestra: $t_S(j) = t_{\boxplus(j)}$. ♦

L'anàlisi de finestres es pot veure gràficament en la fig. 2.4. Com es pot observar amb aquesta operació per cada finestra s'obté una nova dada. Per tant, l'índex i la periodicitat de les noves dades són els mateixos que els de les finestres.

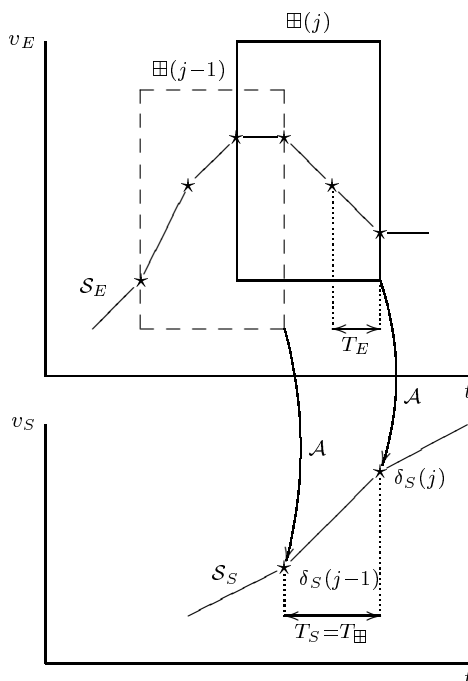


Figura 2.4: Anàlisi de finestres d'amplada $a = 3$ i desplaçament $d = 2$.

La magnitud de la dada de sortida es pot entendre com una caracterització de la finestra analitzada. És en aquest sentit que es pot considerar aquesta magnitud com un atribut de la finestra, amb un contingut informatiu rellevant sobre aquesta.

En l'apartat 2.2 es proposaran diverses funcions d'anàlisi, com ara les derivades d'una anàlisi estadística. Un possible atribut obtingut per mitjà d'aquest tipus d'anàlisi serà la moda de la distribució de magnituds d'un senyal.

D'altra banda, els paràmetres ω dependran directament de la funció d'anàlisi considerada. Així per exemple, per l'anàlisi estadística caldrà definir els intervals de valors necessaris pels càlculs de freqüències de la distribució de magnituds.

Gràficament un analitzador de finestres s'esquematitzarà mitjançant un bloc com el mostrat en la fig. 2.5. Aquesta notació gràfica permet fàcilment veure que un analitzador de finestres processa finestres amb una periodicitat $T_{\mathbb{F}}$ per produir un senyal amb periodicitat T_S .

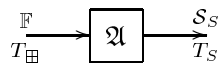


Figura 2.5: Bloc analitzador de finestres.

A fi d'estructurar el paradigma de les finestres lliscants, s'han presentat separatament els blocs de generació i anàlisi de finestres. No obstant això, ambdós blocs no tindran cap interès a menys que s'encadenin un darrere l'altre. Un analitzador basat en finestres implementa aquest encadenament.

Definició 2.1.5. L'analitzador basat en finestres $\mathfrak{F}\mathfrak{A}$ és una tupla,

$$\mathfrak{F}\mathfrak{A} = (\mathfrak{F}, \mathfrak{A}) \quad \blacklozenge$$

Lògicament, l'encadenament s'efectua primer aplicant el generador de finestres, i posteriorment l'analitzador de finestres. En definitiva, l'analitzador basat en finestres processa un senyal d'entrada d'una periodicitat T_E per produir un senyal de sortida amb una periodicitat T_S (veure fig. 2.4). Això es representarà gràficament mitjançant el bloc de la fig. 2.6, que resulta de la integració dels blocs de les figs. 2.2 i 2.5.

L'analitzador basat en finestres és a la vegada l'element clau del paradigma de les finestres lliscants, i l'element de partida de la metodologia que es presentarà en l'apartat 2.3. Per aplicar aquesta metodologia, serà imprescindible que es disposi d'un conjunt d'analitzadors basats en finestres $\mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(i)}$ convenientment dissenyats, parametritzats i implementats. Per cada $\mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(i)}$ serà necessari concretar:

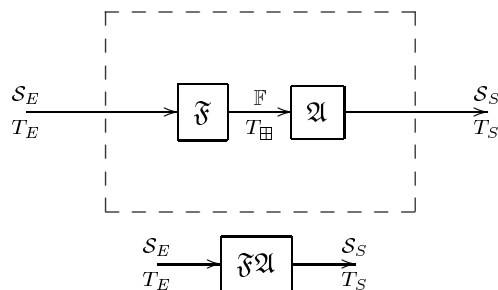


Figura 2.6: Bloc analitzador basat en finestres.

- una amplada $a^{(i)}$ i un desplaçament $d^{(i)}$ de la finestra $\boxplus^{(i)}$,
- una funció d'anàlisi de finestres $\mathcal{A}^{(i)}$ que produeixi l'atribut de finestra $v_S^{(i)}$ desitjat, i
- els paràmetres $(\omega_1^{(i)}, \omega_2^{(i)}, \dots, \omega_{m^{(i)}}^{(i)})$ que resultin necessaris per aplicar $\mathcal{A}^{(i)}$.

La caracterització d'un analitzador basat en finestres ve condicionada per l'atribut que es desitja obtenir, així com pel senyal d'entrada a analitzar S_E . No obstant això, arribats a aquest punt, convé fer diverses aclaracions sobre l'amplada i el desplaçament de la finestra.

La tasca de l'analitzador basat en finestres és l'abstracció d'informació útil a partir del senyal d'entrada. Originalment, el senyal d'entrada aporta un cert volum d'informació de la qual només n'interessa destacar la significativa. Per tant, l'analitzador basat en finestres implementa un cert procés de filtratge en el que certa informació s'ha de perdre intencionadament. En part, el grau de pèrdua d'informació es pot regular mitjançant l'adequada selecció de l'amplada i el desplaçament de finestra¹.

Com més ampla és la finestra més dades del senyal d'entrada són considerades en el càlcul de l'atribut de finestra, i, per tant, més genèric o global n'és aquest càlcul. En canvi, una finestra estreta serveix per cercar resultats més localitzats. En definitiva, l'amplada permet establir la granularitat desitjada en el procés d'abstracció.

El desplaçament està relacionat amb el període de mostreig del senyal de sortida. Com més gran és el desplaçament més gran és aquest període de mostreig. Es poden distingir dues situacions ben diferenciades (veure fig. 2.7). El cas (a) inclou totes aquelles situacions en que hi ha un solapament

¹Evidentment, la pèrdua d'informació estarà també relacionada amb la funció d'anàlisi i els paràmetres addicionals.

entre finestres successives i , a més, el cas singular en que les finestres successives són contigües. En qualsevol d'aquestes situacions, totes les dades del senyal d'entrada intervenen en el càlcul del senyal de sortida. Per contra, en el cas (b), a l'hora de generar el senyal de sortida només es té en compte un subconjunt del senyal d'entrada. La segona situació implica clarament una pèrdua d'informació major que la primera. En definitiva, un cop fixada la granularitat desitjada per mitjà de l'amplada, es pot afinar el grau de pèrdua d'informació mitjançant el desplaçament.

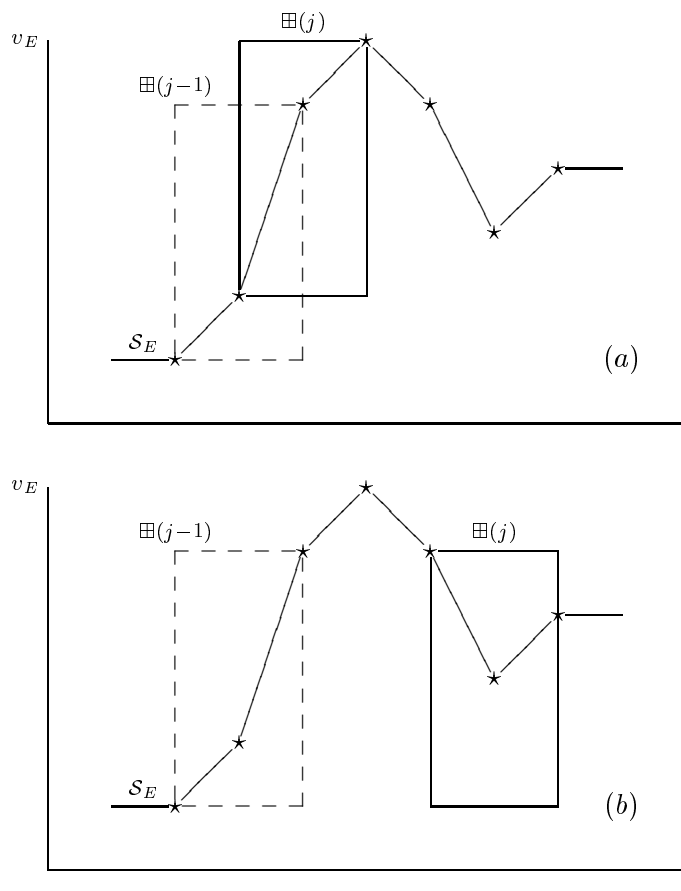


Figura 2.7: Grau de pèrdua d'informació en funció de l'amplada i el desplaçament de finestra. (a) $d \leq a + 1$, (b) $d > a + 1$

Tots aquests algorismes s'hauran d'implementar en un sistema digital de prestacions limitades. Conseqüentment, el volum de càlculs que serà capaç d'acceptar treballant en línia estarà acotat. Aquest volum de càlcul dependrà, entre altres factors, de l'amplada i el desplaçament de finestra escollits. Aquest serà un aspecte a tenir en compte en aquells casos en que

les prestacions del sistema digital siguin relativament baixes. Per exemple, si el sistema és incapaç de processar la informació en temps real treballant amb un cert desplaçament, es podrà contemplar augmentar-lo.

D'altra banda, s'ha de tenir en compte que el procés d'abstracció d'informació és causal. És a dir, l'atribut de finestra es calcula a partir de les dades passades, mai futures. Per tant, aquest procés sempre comporta un retard implícit. Com més gran sigui l'amplada o el desplaçament de finestra, més gran serà el retard.

El procés d'abstracció i de pèrdua d'informació no solament depèn de l'amplada i el desplaçament de finestra escollits. Els altres elements que caracteritzen l'analitzador basat en finestres també intervenen en aquest procés. A continuació s'estudiaran diverses funcions d'anàlisi \mathcal{A} a mode il·lustratiu. Aquest estudi inclourà una descripció de l'atribut que genera, es mostrarà l'efecte particular de l'amplada de finestra, i, si s'escau, es proporcionarà una descripció dels paràmetres addicionals de finestra necessaris, així com unes indicacions sobre com seleccionar-los.

2.2 Exemples d'analitzadors basats en finestres

L'objectiu d'aquest apartat és proposar diverses estratègies d'anàlisi amb les que il·lustrar el disseny de blocs analitzadors basats en el paradigma de les finestres lliscants. Cadascun d'aquests blocs tindrà per finalitat obtenir certa informació significativa del senyal d'entrada; una informació significativa que dependrà en gran mesura del tipus d'aplicació que se'n vulgui fer.

És lògic pensar que el conjunt d'estratègies d'anàlisi que hom pugui arribar a imaginar sigui infinitament gran. És per això que aquest apartat no pretén proveir una llibreria complerta de blocs, sinó simplement il·lustrar la filosofia de disseny d'alguns blocs. En funció del coneixement del procés i dels senyals disponibles, hom podrà aplicar el paradigma de les finestres lliscants al desenvolupament d'una llibreria de blocs analitzadors, adaptada a les necessitats de supervisió particulars.

Més concretament, el que pretén aquest apartat és presentar certs algorismes amb els que basar diverses funcions d'anàlisi de finestres, \mathcal{A} (veure la def. 2.1.4). Els exemples s'han agrupat en funció de 3 estratègies d'anàlisi per a l'obtenció d'informació significativa :

- l'ajust d'una línia a un conjunt de dades,
- l'estudi estadístic descriptiu d'un conjunt de dades, i
- l'anàlisi espectral d'un conjunt de dades.

Per a cadascuna de les estratègies d'anàlisi presentades, es descriuran diversos algorismes d'obtenció d'informació significativa o atributs. En cada

cas es donaran directrius sobre com parametritzar els blocs corresponents, incloent un estudi de l'efecte de l'amplada.

Els blocs que es presentaran a continuació han estat implementats mitjançant SIMULINK[®] com a *S-Function* i s'han incorporat a una llibreria de blocs anomenada ABSALON. Indicacions sobre com implementar nous blocs mitjançant *S-Functions* es donen en l'apartat 4.1.1.

2.2.1 Anàlisi per ajust lineal

Ajustar una línia recta a un conjunt de dades es pot considerar una tècnica d'abstracció d'informació. Per exemple, podem estar interessats en determinar la primera derivada del senyal d'entrada. Amb tal finalitat, el pendent de la recta ajustada es pot interpretar com una aproximació a aquesta derivada. Vegem a continuació com, de l'ajust lineal de les dades contingudes en una finestra, se'n pot extreure un conjunt significatiu d'atributs.

Considerem la problemàtica il·lustrada en la fig. 2.8. Consisteix en aproximar el millor possible un conjunt de n parells de valors (x_i, y_i) per una recta descrita mitjançant l'equació,

$$\hat{y} = \alpha + \beta x \quad (2.11)$$

on:

\hat{y} – és l'estimació que proporciona aquesta equació de y_i quan fem $x = x_i$, $i \in [1, n] \subseteq \mathbb{N}^*$, i

α i β – són els paràmetres a determinar a partir dels n parells de valors disponibles. α és el valor de l'ordenada a l'origen i β és el pendent.

Com aquesta estratègia d'anàlisi implica operacions aritmètiques, només serà aplicable sobre conjunts de dades quantitatives i qualitatives quan ho acceptin (veure la discussió sobre conjunts de símbols de la pàg. 29).

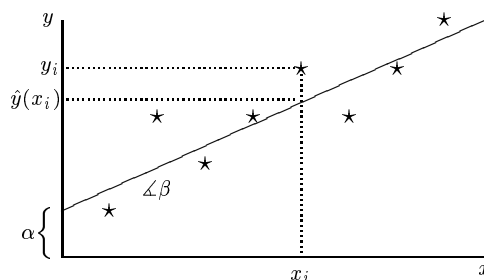


Figura 2.8: Ajust d'una recta a un conjunt de punts.

Els paràmetres α i β es poden determinar aplicant el mètode dels mínims quadrats. La recta així obtinguda sovint s'anomena *recta de regressió*. A

[87] se'ns proporcionen les expressions per α i β que millor aproximen, segons aquest criteri, $\hat{y}(x_i)$ a y_i per a totes les dades disponibles:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left[\sum_{i=1}^n x_i \right]^2} \quad (2.12)$$

$$\beta = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left[\sum_{i=1}^n x_i \right]^2} \quad (2.13)$$

Una manera de mesurar la dispersió d'un conjunt de punts en relació a una distribució lineal és mitjançant el càlcul de la *desviació* σ . La desviació és la mitjana d'error quadràtic d'ajust (veure eq. (2.14)). Observi's que el seu càlcul es recolza en les eq. (2.12) i (2.13).

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}(x_i))^2}}{n} \\ &= \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2 + \beta^2 \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2\alpha\beta \sum_{i=1}^n x_i - 2\alpha \sum_{i=1}^n y_i - 2\beta \sum_{i=1}^n x_i y_i + n\alpha^2}}{n} \end{aligned} \quad (2.14)$$

La desviació sempre és positiva o nul·la. Com més bo és l'ajust lineal, menor és la desviació, podent arribar a anular-se. En canvi, la desviació augmenta quan la dispersió de les dades és major.

Les equacions (2.11), (2.12), (2.13) i (2.14) precedents poden aplicar-se al paradigma de les finestres lliscants per definir diverses funcions d'anàlisi de finestres, \mathcal{A} . En qualsevol cas, és indispensable que la magnitud del senyal a analitzar pertanyi a un conjunt de símbols que accepti operacions aritmètiques.

Si considerem el conjunt de dades que en un instant donat $t_E(i)$ constitueixen la finestra $\boxplus(j)$ (veure l'eq. (2.3)), es poden aplicar les equacions

precedents tenint en compte únicament que $n = a + 1$, i fent,

$$\begin{aligned} x_1 &= t_E(i - a) \\ y_1 &= v_E(i - a) \\ &\dots \\ x_n &= t_E(i) \\ y_n &= v_E(i) \end{aligned}$$

Aquestes funcions d'anàlisi de finestres no necessitaran cap paràmetre de finestra específic. En altres paraules, cap paràmetre $\omega_1, \dots, \omega_m \in \Omega$ de la def. 2.1.4 serà necessari. Per tant, $\Omega = \{a, d\}$.

A continuació es mostraran diverses funcions d'anàlisi de finestres que es deriven d'aquesta estratègia d'anàlisi. Totes elles han estat implementades mitjançant un bloc de la llibreria ABSALON anomenat Analitzador per ajust lineal basat en finestres (veure fig. 2.9).



Figura 2.9: Bloc Analitzador per ajust lineal basat en finestres de la llibreria ABSALON

Atribut 1: El pendent

Es proposa considerar com atribut de la finestra el pendent de la recta ajustada (veure eq. (2.13)). La funció d'anàlisi de finestres estaria descrita per la següent expressió²:

$$v_S(j) = \beta|_{\boxplus(j)}$$

Aquest atribut podria interpretar-se com una aproximació de la primera derivada del senyal d'entrada. La fig. 2.10 il·lustra aquest fet.

En aquest exemple, un senyal mostrejat amb període $T = 0.2$ s és analitzat per obtenir l'atribut *pendent* amb tres amplades de finestra diferents:

²Amb la següent notació es pretén simbolitzar el càlcul de β sobre el conjunt de dades de la finestra. En els apartats successius se'n farà un ús reiterat.

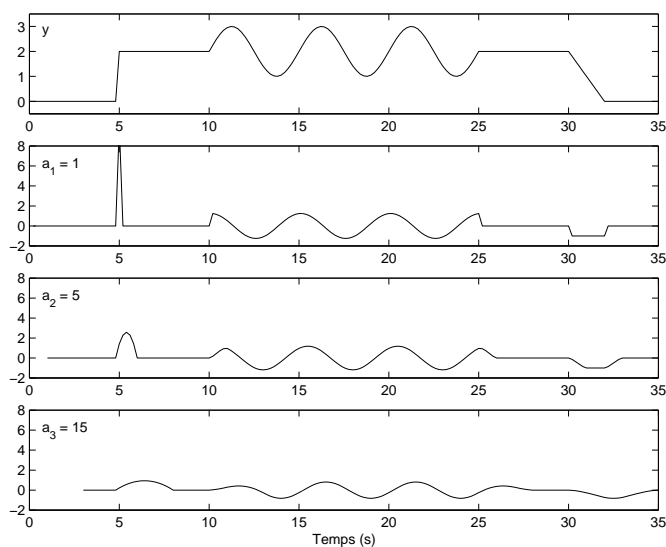


Figura 2.10: Exemple de càlcul de l'atribut *pendent* d'un senyal y per tres amplades de finestra, a_1 , a_2 i a_3 .

1, 5 i 15. En tots els casos els senyals obtinguts reproduïen la derivada del senyal d'entrada amb un cert grau d'amplificació o esmorteïment. El senyal de sortida és positiu allí on el senyal d'entrada creix, i és negatiu quan decreix.

Observi's el pols que apareix en el senyal de sortida al voltant dels 5 s. Serveix com a indicador del canvi bruscat del senyal d'entrada en forma de graó. A mida que l'amplada augmenta, l'amplitud del pols disminueix. No obstant, a la vegada, el punt màxim es retarda. Sembla, doncs, que un augment de l'amplada de finestra suavitza el senyal de sortida, a la vegada que el retarda.

D'altra banda, ens podem preguntar com afecta el càlcul de l'atribut *pendent* a les diferents components freqüencials d'un senyal d'entrada qual-sevol. La fig. 2.11 descriu el seu comportament freqüencial. En concret, mostra la relació G d'amplituds entre la sortida i l'entrada per a diverses freqüències d'un senyal sinusoidal pur d'entrada i diverses amplades de finestra (en aquest cas expressada directament en segons).

Es confirma el fet que s'apuntava abans: augmentant l'amplada de finestra la relació d'amplituds va disminuint. No obstant, el grau d'amplificació/esmorteïment sofert per cada component freqüencial és diferent. Si bé per amplades petites l'amplificació a altes freqüències és major, a mida que va augmentant l'amplada de finestra, la relació d'amplituds esdevé més significativa per a baixes freqüències. D'aquesta manera, ajustant l'amplada de finestra es pot aconseguir derivar el senyal d'entrada, filtrant més o menys

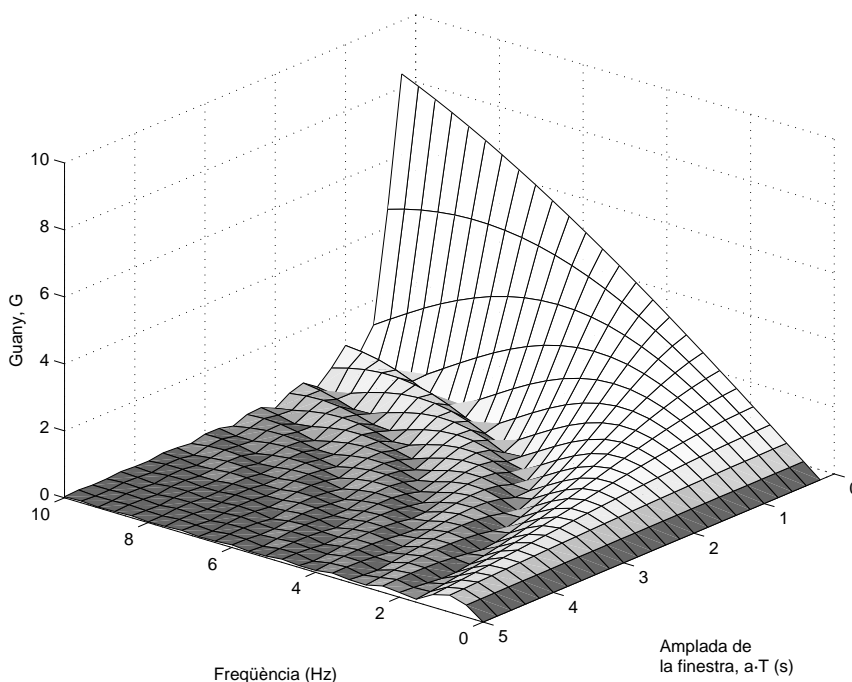


Figura 2.11: Característica freqüencial de l'atribut *pendent*

les components d'alta freqüència segons convingui.

Així per exemple, es pot reduir la sensibilitat al soroll del senyal d'entrada augmentant l'amplada de la finestra convenientment.

Atribut 2: La dispersió lineal

Es proposa considerar un atribut basat en la desviació (veure eq. (2.14)). La funció d'anàlisi de finestres estaria descrita per la següent expressió:

$$v_S(j) = \sigma|_{\boxplus(j)}$$

Aquest atribut permet detectar la presència de tendències lineals en el senyal d'entrada, així com canvis de tendència lineal. Un valor de la dispersió proper a 0 indica que el senyal segueix una tendència lineal. D'altra banda un valor significativament gran indica una manca de tendència lineal.

Fixant convenientment l'amplada de finestra, es pot ajustar la sensibilitat d'aquest atribut per a detectar canvis de tendència lineal. Així, amb una amplada de finestra petita accentuem la sensibilitat a canvis bruscos de tendència. En canvi, incrementant l'amplada s'augmenta la sensibilitat a canvis més suaus de tendència.

La fig. 2.12 il·lustra aquest fet. En aquest exemple, un senyal mostrejat amb període $T = 0.2$ s és analitzat per obtenir l'atribut dispersió amb tres

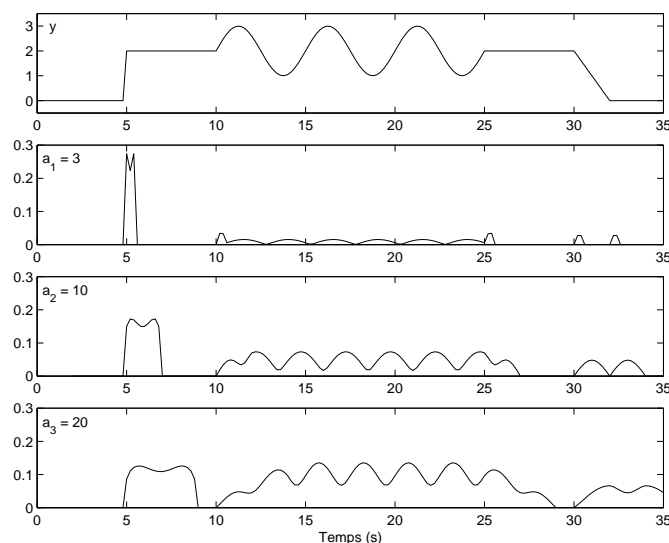


Figura 2.12: Exemple de càlcul de l'atribut *dispersió lineal* d'un senyal y per tres amplades de finestra, a_1 , a_2 i a_3 .

amplades de finestra diferents: 3, 10 i 20. Observi's com als segments amb tendència lineal els hi correspon una dispersió baixa o nul·la.

Amb una amplada petita $a_1 = 3$ és possible identificar els punts on hi ha discontinuïtats en la derivada del senyal d'entrada (i.e., els pics al voltant de 5, 10, 25, 30 i 32 s). L'anàlisi es realitza en aquest cas de forma bastant local.

En canvi, amb una amplada major $a_3 = 20$, guanyen importància els pics de dispersió a 13, 16, 18, 21, 24 i 26 s aproximadament, assenyalant els canvis de tendència de dinàmica més lenta (e.g., corresponents al segment sinusoidal del senyal d'entrada). Això es deu a que en aquest cas l'anàlisi es realitza de forma més global.

Un altre aspecte a destacar en general és el retard que experimenta el senyal de sortida. I que s'accentua a mida que l'amplada va en augment.

D'altra banda, ens podem preguntar com afecta el càlcul de la dispersió a les diferents components freqüencials d'un senyal d'entrada qualsevol. La fig. 2.13 descriu el seu comportament freqüencial. En concret, mostra la relació G d'amplituds entre la sortida i l'entrada per a diverses freqüències d'un senyal sinusoidal pur d'entrada i diverses amplades de finestra (en aquest cas expressada directament en segons).

Tal com apuntàvem abans, amplades de finestra petita permeten accentuar les components d'alta freqüència (i.e., dinàmiques ràpides). Però a mida que l'amplada augmenta aquestes components es van esmoreint. D'altra banda, les components de baixa freqüència (i.e., dinàmiques lentes)

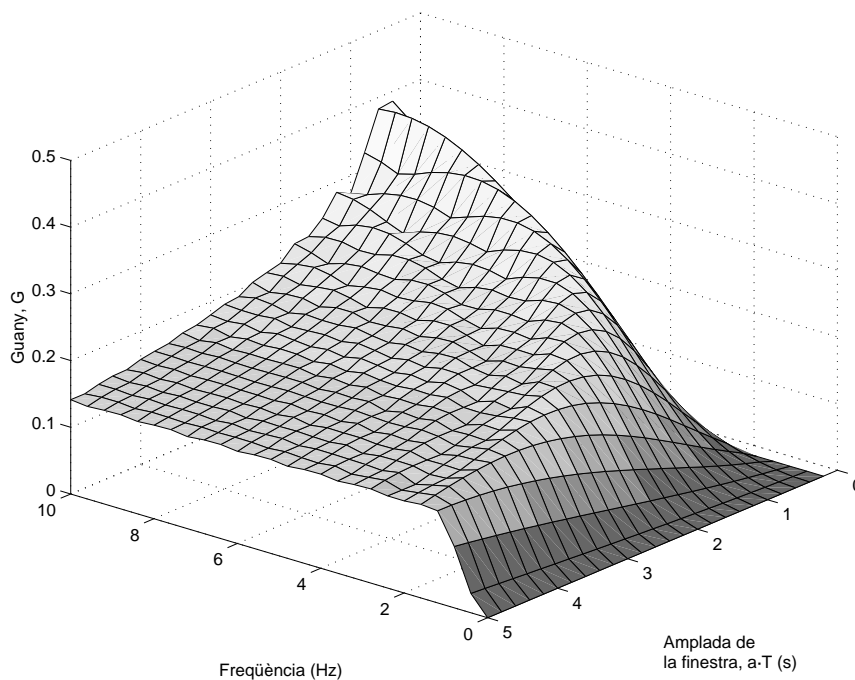


Figura 2.13: Característica freqüencial de l'atribut *dispersió lineal*

requereixen un tamany de finestra suficientment gran per destacar.

Observi's com, a mida que augmenta l'amplada de finestra, la dispersió tendeix a unificar-se per a totes les components freqüencials a partir d'una determinada freqüència. És en aquest punt quan les components de baixa freqüència aconseguen destacar per sobre de les demés.

Així per exemple, es pot reduir la sensibilitat al soroll del senyal d'entrada augmentant l'amplada de la finestra convenientment.

Altres atributs

La llista d'atributs derivats de l'anàlisi per ajust lineal podria completar-se amb uns altres. Per a tots ells es podria realitzar un estudi similar al il·lustrat amb els atributs *pendent* i *dispersió lineal*. Així se'n podrien derivar aplicacions útils per a l'obtenció d'informació significativa. A continuació s'apunten diversos atributs que podrien arribar a tenir algun interès per a l'obtenció d'informació significativa.

Una possibilitat seria considerar el coeficient de correlació lineal, com a mesura del grau d'ajust lineal. Aquest atribut permetria saber com de bé o malament segueixen una trajectòria lineal les dades contingudes en una finestra.

Una altra possibilitat seria utilitzar la recta d'ajust per a predir la mag-

nitud del senyal en el punt mig de la finestra. D'aquesta forma es podria disposar d'un mecanisme de filtrat del senyal d'entrada analitzat.

D'altra banda, l'ajust lineal només és una de les estratègies d'anàlisi que obre les portes a altres tècniques d'ajust. Per exemple, l'ajust d'un polinomi de segon ordre ens podria donar com atribut de finestra una aproximació de la segona derivada del senyal d'entrada (escollint, per exemple, el coeficient que acompanya la segona potència de l'equació d'ajust).

2.2.2 Anàlisi estadística

L'estadística descriptiva proporciona les bases per l'anàlisi de poblacions d'individus a partir d'una mostra o conjunt d'observacions. Aquests estudis van encaminats a analitzar la distribució de certes variables de la població. Per exemple ens pot interessar analitzar la distribució d'un conjunt de persones segons el sexe, l'edat o bé el color dels ulls. Població no necessàriament vol dir persones, es pot referir a cotxes, països, rellotges, fàbriques, màquines, productes, etc. Fins i tot es pot considerar l'estudi dels valors d'un senyal.

Si la variable a estudiar pot assolir un valor qualsevol d'entre un conjunt relativament gran, pot interessar aplicar algun criteri que permeti simplificar-ne l'anàlisi estadística. Normalment, es realitza una discretització de l'univers de valors de forma que s'estudia la distribució de les observacions en relació a un conjunt, més reduït, d'interval de valors. Per exemple, es podria estudiar la distribució d'individus segons diversos trams d'edat: de 0 a 10 anys, de 11 a 20 anys, de 21 a 30 anys, etc. En base a aquest plantejament s'estableix una classificació de les observacions segons els diversos intervals de valors.

Classificar les dades d'un senyal que, en un moment donat, constitueixen una finestra es pot considerar un mètode d'abstracció d'informació. Un estudi estadístic de la distribució de magnituds pot proporcionar-nos un conjunt d'atributs interessants, com veurem a continuació.

Consideri's un conjunt ordenat \mathbb{T} , representant l'univers de possibles observacions. Sigui $X \subset \mathbb{T}$ un conjunt de $N \in \mathbb{N}^*$ observacions, $x \in X$, i Π una partició de l'univers \mathbb{T} , en $q \in \mathbb{N}^*$ intervals $I \in \Pi$. Normalment s'acostumen a definir intervals d'igual amplada, encara que no és obligatori. La limitació de treballar amb conjunts ordenats prové del fet d'imposar la necessitat de definir aquesta partició en intervals. Existeixen altres plantejaments no considerats en aquest apartat que permeten relaxar aquesta limitació (veure un comentari fet a l'apartat d'altres atributs de la pàg. 54).

L'estudi estadístic de X es fonamenta en el càlcul d'un conjunt de mesures estadístiques sobre la distribució de les observacions en els intervals que constitueixen Π . Tot anàlisi estadístic parteix del recompte de les freqüències descrites a continuació.

La *freqüència absoluta* n_i de l'interval $I_i \in \Pi$, comptabilitza el número d'observacions d' X que pertanyen al interval I_i . Atès que Π és una partició

de l'univers \mathbb{T} , qualsevol observació d' X estarà continguda en algun interval de Π i, per tant, es compleix que:

$$\sum_{i=1}^q n_i = N \quad (2.15)$$

La *frequència relativa* f_i de l'interval $I_i \in \Pi$, és el quocient entre la freqüència absoluta de l'interval I_i i el número total d'observacions d' X :

$$f_i = \frac{n_i}{N} \quad (2.16)$$

Tenint en compte l'eq. (2.15), i dividint ambdós membres per N es compleix que:

$$\sum_{i=1}^q f_i = 1 \quad (2.17)$$

Generalment s'estableixen tres tipus de mesures estadístiques:

mesures de centralització: Serveixen per determinar el valor central o mig de la distribució. Com exemples tenim la mitjana, la mediana o la moda.

mesures de dispersió: Serveixen per determinar la representativitat de les mesures de centralització. Com exemples tenim la desviació mitja, la desviació típica, la variança o el coeficient de variació.

mesures de forma: Serveixen per caracteritzar la forma de la distribució. Com exemples tenim el coeficient d'asimetria, la curtosi o l'entropia.

Tot seguit es descriuen algunes mesures estadístiques a títol il·lustratiu. Si es desitja una descripció més exhaustiva de totes les mesures possibles es pot consultar la bibliografia especialitzada[1][23].

La *moda* M és el valor més freqüent de l'univers de possibles observacions \mathbb{T} . Normalment, M és un valor a calcular que no coincideix amb cap observació, però sí que pertany al interval $I_j \in \Pi$ amb més observacions d' X :

$$M \in I_j \Leftrightarrow n_j = \max_{\forall i} n_i \quad (2.18)$$

El valor concret de M s'obté a partir d'una pseudo-interpolació que té en compte les freqüències absolutes del propi interval I_j així com dels veïns (i.e., n_{j-1} , n_j i n_{j+1}), i l'amplada de l'interval I_j . Com es veurà més endavant, d'aquesta pseudo-interpolació no se'n farà cap ús.

L'entropia H és una mesura del grau de repartiment de les observacions X en els intervals Π :

$$H = - \sum_{i=1}^q f_i \log_2 f_i \quad (2.19)$$

L'entropia és una mesura estàndar heretada de la teoria de la informació i de les comunicacions, que va ser primer introduïda per Shannon a [97]. En la teoria de les comunicacions, es parla de probabilitats associades a esdeveniments, per comptes de freqüències. Per exemple, un esdeveniment pot ser l'arribada d'un missatge amb un cert contingut d'informació. Coneixent a priori les probabilitats associades a l'arribada de diversos missatges possibles, l'entropia serveix com una mesura de la dificultat a establir una predicció sobre quin serà el proper missatge que es rebrà.

Si es desitja informació extensa sobre l'aplicació de l'entropia en diversos dominis es pot consultar a [6]. Aplicat a l'anàlisi estadística d'una distribució de freqüències, l'entropia pot servir com una mesura de la dificultat de predir a quin interval pertanyerà una nova observació tenint en compte l'actual distribució de freqüències. Intuïtivament es veu que, quant més equitatives siguin les freqüències, més dificultosa serà la predicció. D'altra banda, si hi ha una freqüència que destaca per sobre les altres, més predisposició es tindrà a escollir-ne l'interval associat com el més indicat.

L'entropia està acotada per un màxim i un mínim. La màxima entropia H_{max} es produeix quan hi ha màxim repartiment, és a dir, tots els intervals de Π contenen igual número d'observacions d' X . Tenint en compte l'eq. (2.17):

$$\forall i, j \in [1, q] \in \mathbb{N}^*, f_i = f_j \quad \Leftrightarrow \quad \forall i \in [1, q] \in \mathbb{N}^*, f_i = \frac{1}{q}$$

Així doncs, el valor màxim resulta ser:

$$H_{max} = - \sum_{i=1}^q f_i \log_2 f_i = - \sum_{i=1}^q \frac{1}{q} \log_2 \frac{1}{q} = -q \frac{1}{q} \log_2 \frac{1}{q} = - \log_2 \frac{1}{q} = \log_2 q \quad (2.20)$$

D'altra banda, la mínima entropia H_{min} es produeix quan totes les observacions d' X estan contingudes en un sol interval de Π . En aquestes condicions la freqüència relativa d'aquest interval $I_i \in \Pi$ és $f_i = 1$ i pels demés intervals $I_j \in \Pi \wedge j \neq i$, $f_j = 0$. Tenint en compte aquest fet el valor mínim resulta ser:

$$H_{min} = - \sum_{i=1}^q f_i \log_2 f_i = -1 \log_2 1 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^q 0 \log_2 0 = 0$$

L'entropia normalitzada \tilde{H} és l'entropia reescalada en l'interval $[0, 1] \subset \mathbb{R}$. Tenint en compte les eq. (2.19) i (2.20),

$$\tilde{H} = \begin{cases} -\frac{1}{\log_2 q} \sum_{i=1}^q f_i \log_2 f_i & \text{si } q \geq 2, \\ 0 & \text{si } q = 1. \end{cases}$$

Tradicionalment el càlcul de l'entropia H s'ha servit del logaritme en base 2. Això deriva del fet que en la teoria de la informació, un *bit* d'informació permet emmagatzemar 2 estats (e.g., 0 i 1). No obstant, es pot demostrar aritmèticament que, sigui quina sigui la base que prengui el logaritme, el càlcul de l'entropia normalitzada \tilde{H} es veu inalterat. És a dir,

$$\forall b \in \mathbb{R}_+^*, \tilde{H} = \begin{cases} -\frac{1}{\log_b q} \sum_{i=1}^q f_i \log_b f_i & \text{si } q \geq 2, \\ 0 & \text{si } q = 1. \end{cases} \quad (2.21)$$

Les equacions (2.16), (2.18), (2.19) i (2.21) precedents poden aplicar-se al paradigma de les finestres lliscants per definir diverses funcions d'anàlisi de finestres, \mathcal{A} . Caldrà, però, tenir en compte els següents comentaris:

- L'univers d'observacions es correspon amb el conjunt de símbols del senyal d'entrada: $\mathbb{T} \equiv \Upsilon_E$. Només es poden analitzar aquells senyals per als que les magnituds pertanyen a un conjunt ordenat de símbols.
- Les observacions es corresponen amb les magnituds de les dades del senyal d'entrada contingudes en una finestra. Tenint en compte que en l'instant $t_E(i)$ es constitueix la finestra $\boxplus(j)$ (veure l'eq. (2.3)) s'estableix la següent equivalència:

$$X \equiv \{v_E | (t_E, v_E) \in \boxplus(j) \subset \mathcal{T}_E \times \Upsilon_E\} = \{v_E(i-a), \dots, v_E(i)\}$$

Per tant, $N = a + 1$.

- La partició Π de Υ_E esdevé un conjunt de q intervals que s'anomenen *zones*, $Z \equiv I : \Pi = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_q\}$.
- Es defineix un conjunt ordenat de $q-1$ llindars $\mathcal{L} = \{l_1, l_2, \dots, l_{q-1}\} \subset \Upsilon_E$ que permeten constituir la partició Π de la següent manera:

$$\begin{aligned} Z_1 &= [v_E^{min}, l_1) \\ Z_2 &= [l_1, l_2) \\ &\dots \\ Z_{q-1} &= [l_{q-2}, l_{q-1}) \\ Z_q &= [l_{q-1}, v_E^{max}] \end{aligned}$$

on:

$$v_E^{min} = \min_{\forall v_E \in \Upsilon_E} v_E$$

$$v_E^{max} = \max_{\forall v_E \in \Upsilon_E} v_E$$

Observi's que d'aquesta forma es proporciona flexibilitat, permetent definir intervals de diferent amplada.

- Les freqüències absolutes i relatives passen a denominar-se *permanències*. Donat el caràcter temporal de les observacions a analitzar, n_i i f_i mesuren d'alguna manera el temps que el senyal d'entrada està en cada zona.

Observi's que el conjunt de lindars esdevé un paràmetre de finestra (i.e, $\mathcal{L} \in \Omega$) necessari per les funcions d'anàlisi que se'n derivin (veure def. 2.1.4).

La forma en que es faci la partició en zones està relacionada amb el grau d'abstracció o pèrdua d'informació que s'assolirà. En aquest sentit, un número reduït de zones comportarà un grau d'abstracció superior, i, per tant, una pèrdua d'informació major.

A continuació es mostraran diverses funcions d'anàlisi de finestres que es deriven d'aquesta estratègia d'anàlisi. Totes elles han estat implementades mitjançant un bloc de la llibreria ABSALON anomenat Analitzador estadístic basat en finestres (veure fig. 2.14).



Figura 2.14: Bloc Analitzador estadístic basat en finestres de la llibreria ABSALON

Atribut 1: La moda

Es proposa considerar un atribut basat en la moda (veure eq. (2.18)). La funció d'anàlisi de finestres estaria descrita per la següent expressió:

$$v_S(j) = E_k \in \mathcal{E} \quad \Leftrightarrow \quad M|_{\boxplus(j)} \in I_k$$

Aquesta funció d'anàlisi requereix com a paràmetre de finestra addicional (veure def. 2.1.4) el *conjunt d'etiquetes* \mathcal{E} (i.e, $\mathcal{E} \in \Omega$). \mathcal{E} és un conjunt

ordenat de q etiquetes que permeten identificar les q zones segons un mapatge bijectiu: $\Pi \mapsto \mathcal{E}$. Per conveni es prendrà $\mathcal{E} \subset \mathbb{Z}$.

El càlcul d'aquest atribut genera un senyal de magnitud qualitativa. S'entén que aquest atribut de finestra pretén identificar la zona amb la màxima permanència del senyal d'entrada en la seva evolució temporal. És a dir, indica quina és la zona predominant per una amplada de finestra donada. La utilitat d'aquest atribut és que permet qualificar el senyal d'entrada (i.e., discretitzar la magnitud del senyal i etiquetar-la) d'una forma robusta enfront del soroll o altres dinàmiques no desitjades pròpies del senyal.

La qualificació depèn de com s'ajustin els llindars. Qualsevol dada del senyal d'entrada que cau dins d'una mateixa zona és qualificada per igual. Per tant, per totes aquelles magnituds que tenen una mateixa significació s'ha de definir una zona que les contingui.

Tot procés de qualificació implica una pèrdua d'informació. Com menys zones es defineixen més pèrdua es produeix. D'altra banda, tota la informació continguda en les dades d'una zona es veu unificada i resumida en una sola etiqueta. En aquest sentit, com més extensa és una zona més grau d'abstracció hi ha.

Tanmateix, ajustant convenientment l'amplada de finestra es proporciona el grau de robustesa desitjat en el procés de qualificació. Per exemple, augmentant l'amplada es pot evitar que oscil·lacions del senyal d'entrada al voltant d'un llindar comportin canvis reiterats entre etiquetes.

No obstant això, com a efecte colateral, l'augment de l'amplada de finestra comporta l'increment en el retard que incorpora aquest tipus d'anàlisi en el senyal.

La fig. 2.15 il·lustra aquest fet. En aquest exemple, un senyal mostrejat amb període $T = 0.2$ s és analitzat per obtenir l'atribut *moda* amb tres amplades de finestra diferents: 5, 15 i 25. Per aquest exemple s'ha establert una quantificació del senyal d'entrada en quatre zones definides a partir del següent conjunt de llindars $\mathcal{L} = \{0.5, 1.2, 2.2\}$. Cada zona s'ha qualificat amb una de les següents etiquetes $\mathcal{E} = \{0, 1, 2, 3\}$.

Observi's com, a mida que l'amplada de finestra va augmentant, només aquelles zones amb major permanència predominen. Per exemple la zona identificada amb l'etiqueta 1 apareix amb una amplada de 5, però desapareix quan l'amplada és 15 o 25. També la zona 2 desapareix parcialment quan l'amplada és 25. Per tant, augmentar l'amplada de finestra és una manera d'actuar com a filtre passa-baix i eliminar certes dinàmiques ràpides.

Es pot observar també com el graó inicial es veu retardat de forma creixent a mida que l'amplada va augmentant. Per una amplada de 5 el retard és de menys d'1 s. En canvi per una amplada de 25 el retard augmenta fins a 2.5 s.

Analitzant en detall aquest exemple es pot observar com el retard és variable en funció de la dinàmica del senyal i de la seva amplitud.

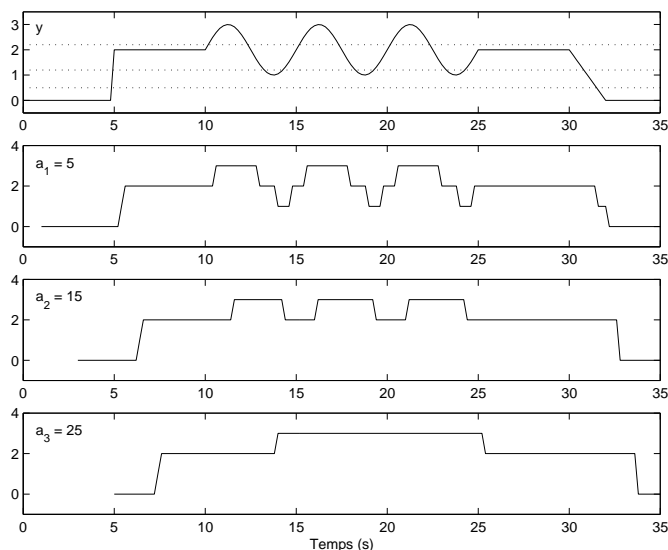


Figura 2.15: Exemple de càlcul de l'atribut *moda* d'un senyal y per tres amplades de finestra, a_1 , a_2 i a_3 .

Atribut 2: L'entropia

Es proposa considerar un atribut basat en l'entropia normalitzada (veure eq. (2.21)). La funció d'anàlisi de finestres estaria descrita per la següent expressió:

$$v_S(j) = \tilde{H}|_{\boxplus(j)}$$

Un cop definides les zones, aquest atribut proporciona una mesura del grau de repartiment de les dades de la finestra. Per tant, permet mesurar la variabilitat del senyal d'entrada.

Ajustant convenientment el conjunt de llindars es pot aconseguir afinar la sensibilitat a la mesura de variabilitat. Suposem que es desitja ser altament sensible dins un cert interval de magnituds. Llavors, el que cal fer és definir múltiples zones d'amplada reduïda dins aquell interval. En cas de reduir el número de zones o de fer-les més àmplies s'estarà reduint-ne la sensibilitat.

D'altra banda, per un conjunt de zones definit, l'amplada de finestra permet establir el nivell de granularitat desitjat en la mesura de variabilitat. Una amplada de finestra petita focalitza l'anàlisi de forma local, mentre que una amplada gran generalitza aquesta anàlisi. En aquest sentit, augmentant l'amplada es pot aconseguir, per exemple, filtrar els efectes indesitjables del soroll en la mesura de variabilitat del senyal.

La fig. 2.16 il·lustra aquestes afirmacions. En aquest exemple, un senyal mostrejat amb període $T = 0.2$ s és analitzat per obtenir l'atribut *entropia*

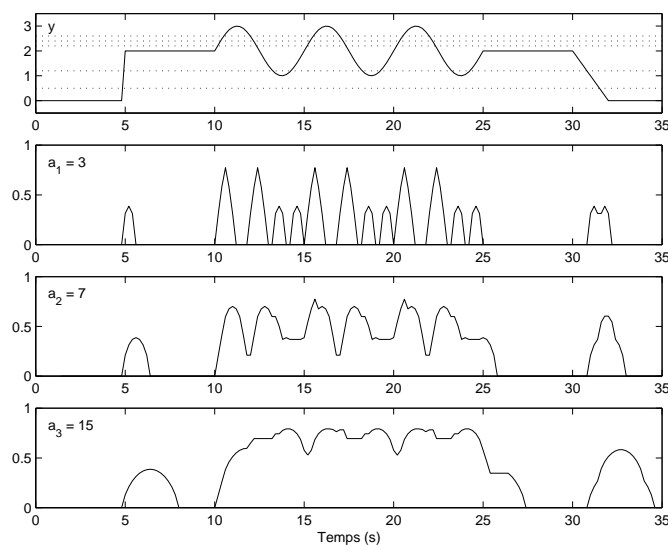


Figura 2.16: Exemple de càlcul de l'atribut *entropia* d'un senyal y per tres amplitudes de finestra, a_1 , a_2 i a_3 .

amb tres amplitudes de finestra diferents: 3, 7 i 15. Per aquest exemple s'ha establert una quantificació del senyal d'entrada en sis zones definides a partir del següent conjunt de llindars $\mathcal{L} = \{0.5, 1.2, 2.2, 2.4, 2.6\}$.

La definició d'aquestes zones pretén donar rellevància a la variabilitat del senyal en la franja superior del tram sinusoidal. S'observa que allí on hi ha més densitat de zones, la mesura de l'entropia permet detectar la seva variabilitat de forma significativa. Així per exemple, per una amplitada de 3, els pics més importants indiquen variabilitat del senyal allí on la densitat de zones és major. En canvi, els pics menors identifiquen la variabilitat del senyal en altres zones més àmplies.

D'altra banda, una amplitada de finestra petita permet detectar, d'una forma més precisa, on hi ha variabilitat en el senyal d'entrada. Per exemple, per una amplitada de 3, cada pic indica que el senyal passa per més d'una zona, sigui o no consecutiva. En canvi, a mida que es va augmentant l'amplitada es perd definició local, a canvi d'incrementar la capacitat per analitzar la variabilitat del senyal des d'un punt de vista més genèric. Així per exemple, per una amplitada de 15 els pics estant molt menys diferenciats. Només aquells nivells de variabilitat a gran escala són destacats.

Observi's també que l'augment de l'amplitada porta associat un increment del retard en la detecció de la variabilitat del senyal.

Altres atributs

De fet, l'anàlisi estadística permet concebre molts més atributs. A continuació s'apunten alguns que podrien arribar a ésser interessants. Per tots ells es podria realitzar un estudi similar al de la *moda* i l'*entropia* que permetés mostrar-ne la utilitat.

La mitjana i la mediana podrien servir com a càlcul d'un valor representatiu de la magnitud del senyal en la durada de la finestra. El senyal de sortida així obtingut podria interpretar-se com el senyal d'entrada filtrat.

D'altra banda, el càlcul de la desviació típica o del coeficient de variació podria servir com a mesura alternativa de dispersió o variabilitat.

Els càlculs de la mitjana, la mediana, la desviació típica i el coeficient de variació requereixen establir un valor significatiu o marca per cada una de les zones. Això deriva del fet d'estar treballant amb una partició en intervals de l'univers d'observacions. Alternativament, es podrien realitzar mesures de la mitjana, la mediana o bé la desviació típica sense definir intervals. Per exemple, la mitjana calculada com la suma de les magnituds de les dades de la finestra dividida pel número de dades que conté. En aquest cas, caldria considerar senyals amb magnituds que acceptessin operacions aritmètiques.

També és possible estendre l'aplicació d'una estratègia d'anàlisi estadística a senyals d'entrada de magnitud no ordenada (i.e., senyals qualitius de magnitud no ordenada). En aquest cas no cal definir una partició de l'univers d'observacions, perquè no té sentit. De fet el càlcul de freqüències correspon a efectuar un recompte de les observacions de cada valor qualitatiu. Per exemple, si tractem amb un senyal associat a una mesura de color, cal comptar les observacions de vermell, verd, negre, blanc, etc. A partir d'aquí, es poden calcular atributs com la *moda* o l'*entropia*. Per exemple, la *moda* permetria identificar el valor qualitatiu predominant. Tanmateix, en aquest cas perdria tot sentit calcular altres mesures estadístiques com la mitjana, la mediana o la desviació típica³.

2.2.3 Anàlisi espectral

L'anàlisi del contingut freqüencial d'un conjunt de dades es pot considerar una tècnica d'abstracció d'informació. Per exemple, ens pot interessar realitzar una anàlisi de vibracions d'un motor amb l'objectiu de detectar la presència d'una certa component freqüencial que ens reveli l'existència d'un coixinet en mal estat. L'eina computacional que permet estudiar el contingut freqüencial d'un senyal és la *Transformada de Fourier*.

Un senyal físic admet dos tipus de representacions matemàtiques: una descripció en el *domini temporal* i una descripció en el *domini freqüencial*.

³Aquesta limitació deriva del fet que per obtenir aquestes mesures caldria fer intervenir el valor numèric de la variable en els càlculs, aspecte irrellevant per a una magnitud qualitativa no ordenada.

La primera fa referència a conèixer el valor d'una certa funció complexa contínua⁴ $h(t)$ definida en l'interval temporal $-\infty < t < \infty$. La segona fa referència a conèixer el valor d'una certa funció complexa contínua $H(f)$ definida en l'interval de freqüències $-\infty < f < \infty$. La transformada de Fourier ens permet passar d'una representació a l'altra de la següent manera⁵:

$$\begin{aligned} H(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{2\pi i f t} dt \\ h(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{-2\pi i f t} df \end{aligned} \quad (2.22)$$

L'equació que ens interessa és l'eq. (2.22) ja que proporciona un indicador del contingut freqüencial d'una funció a una determinada freqüència f .

Si la funció $h(t)$ està mostrejada, això significa que només es disposa d'una seqüència de valors $\bar{h} = h(nT)$, $n \in \mathbb{Z}$, essent T el període de mostreig. Determinant el contingut freqüencial de \bar{h} es podrà obtenir una estimació del contingut freqüencial de la funció contínua original $H(f)$. De fet l'espectre $\bar{H}(f)$ és periòdic amb període $1/T$, i només caldrà determinar-ne el contingut freqüencial en l'interval $[-1/2T, 1/2T]$. Precisament, aquest contingut freqüencial s'aproximarà al de la funció $h(t)$, sempre i quan el fenomen de l'*aliasing* sigui despreciable. Això es complirà si l'amplada de banda de la funció $h(t)$ a mostrejar està per sota de la *Freqüència de Nyquist*, $f_c = 1/2T$. Els mecanismes que es poden aplicar per reduir l'*aliasing* són: treballar amb un període T prou reduït, o bé filtrar la funció contínua per sota de la freqüència de Nyquist abans d'efectuar el mostreig.

La *Transformada de Fourier Discreta* $\hat{H}(f_m)$ [83] permet obtenir una estimació de l'espectre $\bar{H}(f)$ en l'interval $[-1/2T, 1/2T]$. Suposem que disposem de N mostres consecutives de $h(t)$:

$$h_k = h(t_k), \quad t_k = kT, \quad k \in [0, N-1] \subset \mathbb{N}$$

Aquestes N mostres han d'ésser il·lustratives del comportament dinàmic de la seqüència \bar{h} . La transformada de Fourier discreta es calcula de la següent manera:

$$\hat{H}(f_m) = \sum_{k=0}^{N-1} h_k e^{2\pi i k m / N} \quad (2.23)$$

Llavors, es pot obtenir la següent aproximació de $\bar{H}(f)$:

⁴Tot i que físicament només té sentit considerar un senyal de magnitud real, la transformada de Fourier també s'aplica de forma genèrica a funcions matemàtiques complexes.

⁵El símbol i representa $\sqrt{-1}$.

$$\bar{H}(f_m) \approx T\hat{H}(f_m) \quad (2.24)$$

En general, l'espectre $\bar{H}(f_m)$ consistirà en un conjunt de $N + 1$ mostres complexes corresponents a les següents freqüències:

$$f_m = \frac{m}{NT}, \quad m \in \left[-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}\right] \subset \mathbb{Z} \quad (2.25)$$

S'ha de tenir en compte que, de fet, la transformada de Fourier discreta en els límits de l'interval de definició de f_m és idèntica: $\hat{H}(-1/2T) = \hat{H}(1/2T)$.

L'aproximació serà tant més bona quant més gran sigui N , ja que més punts de l'espectre $\bar{H}(f_m)$ es podran obtenir.

En el cas que $h(t)$ sigui una funció real, $\hat{H}(f_m)$ tindrà les següents propietats⁶:

$$\begin{aligned} \hat{H}(-f_m) &= [\hat{H}(f_m)]^* \\ \hat{H}(0) &\text{ és real} \\ \hat{H}(-1/2T) &= \hat{H}(1/2T) \text{ són reals} \end{aligned}$$

La transformada de Fourier discreta es pot calcular de forma eficient fent ús de l'algorisme anomenat *Transformada Ràpida de Fourier* [85] (FFT, *Fast Fourier Transform*). N'existeixen diverses variants com la Cooley-Tukey FFT, la Sande-Tukey FFT, etc.

Les equacions (2.23) i (2.24) precedents poden aplicar-se al paradigma de les finestres lliscants per definir diverses funcions d'anàlisi de finestres, \mathcal{A} .

Si considerem el conjunt de dades que en un instant donat $t_E(i)$ constitueixen la finestra $\boxplus(j)$ (veure l'eq. (2.3)), es poden aplicar les equacions precedents simplement tenint en compte que $N = a + 1$, i fent,

$$\begin{aligned} h_0 &= v_E(i - a) \\ &\dots \\ h_{N-1} &= v_E(i) \end{aligned}$$

Atès que les magnituds del senyal han d'intervenir en operacions aritmètiques serà indispensable que corresponguin a un conjunt que admeti tals operacions, sigui quantitatiu o qualitatiu.

A continuació, es mostraran diverses funcions d'anàlisi de finestres que es deriven d'aquesta estratègia d'anàlisi. Totes elles han estat implementades



Figura 2.17: Bloc Analitzador espectral basat en finestres de la llibreria ABSALON

mitjançant un bloc de la llibreria ABSALON anomenat Analitzador espectral basat en finestres (veure fig. 2.17).

En principi, les funcions d'anàlisi de finestres que es considerin no requeriran paràmetres de finestra addicionals (veure def. 2.1.4) a menys que de forma particular s'especifiqui.

Atribut 1: La màxima component

Es proposa considerar un atribut basat en la transformada de Fourier d'una seqüència mostrejada (veure eq. (2.24)). Es tracta de cercar la freqüència corresponent a la màxima component freqüencial de $\bar{H}(f_m)$ (i.e., aquella amb major mòdul). És a dir, la funció d'anàlisi de finestres estaria descrita per la següent expressió:

$$v_S(j) = f_{max} \Leftrightarrow \bar{H}(f_{max}) = \max_{\forall f_m} \left| \bar{H}(f_m) \right|_{\mathbb{B}(j)}$$

En aquesta expressió, f_{max} correspondria a una de les freqüències definides a l'eq. (2.25).

L'objectiu d'aquest atribut és identificar quina component freqüencial predomina segons la informació aportada per les dades contingudes en la finestra. La selecció d'una determinada amplada de finestra influirà definitivament sobre el càlcul de l'atribut. En concret, convé tenir en compte els següents efectes:

- Una amplada de finestra petita permet estudiar i detectar dinàmiques transitòries. En canvi, una amplada de finestra gran cerca dinàmiques de caràcter més permanent.
- Augmentar l'amplada de finestra retarda el senyal de sortida. Disminuir-la el redueix.

⁶La notació $[c]^*$ simbolitza el conjugat de número complex c .

- Augmentar l'amplada de finestra millora l'estimació de la transformada de Fourier del senyal mostrejat que proporciona la FFT. Disminuir-la l'empitjora.
- Augmentar l'amplada de finestra permet determinar més punts de l'espectre i, per tant, permet discriminar millor entre components freqüencials properes entre sí. Disminuir-la afavoreix la confusió entre components freqüencials properes.

En definitiva, s'haurà d'arribar a un compromís en funció de l'aplicació que se'n vulgui fer. La fig. 2.18 il·lustra aquestes afirmacions.

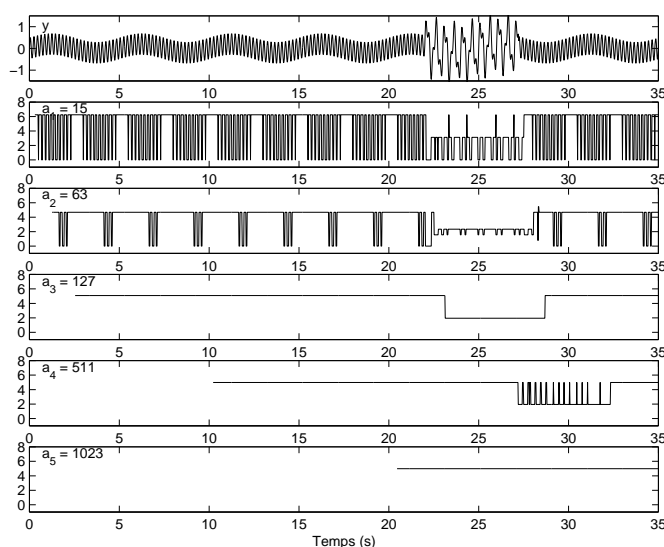


Figura 2.18: Exemple de càlcul de l'atribut *màxima component* d'un senyal y per a cinc amplades de finestra, a_1 , a_2 , a_3 , a_4 i a_5 .

En aquest exemple, un senyal y mostrejat amb període $T = 0.02$ s és analitzat per obtenir l'atribut *màxima component* amb cinc amplades de finestra diferents: 15, 63, 127, 511 i 1023⁷. El senyal y ha estat generat com a composició de dues sinusoidals principals: una d'amplitud 0.2 i freqüència 0.2 Hz, i una altra d'amplitud 0.5 i freqüència 5 Hz. D'altra banda, s'hi superposa transitòriament durant 5.2 s una tercera sinusoidal d'amplitud 1 i freqüència 2 Hz, a partir de l'instant 22 s.

Primer de tot, cal verificar si s'està en condicions d'*aliasing* o no. L'amplada de banda d'aquest senyal és 5 Hz i està per sota de la freqüència de Nyquist que en aquest cas és 25 Hz. Això indica que no s'està produint *aliasing*, i, per tant, l'espectre calculat amb la FFT permetrà obtenir una

⁷Convé precisar que l'algorisme FFT amb que s'ha implementat el bloc analitzador espectral basat en finestres requereix un número de punts potència de 2.

estimació de la transformada de Fourier no distorsionada del senyal continu original.

De totes les amplades de finestra, únicament la $a_3 = 127$ permet detectar satisfactòriament la component freqüencial predominant del senyal y : 5 Hz, menys en un interval transitori en que passa a ser 2 Hz. L'únic inconvenient és que aquesta detecció presenta un retard respecte el senyal original. Observi's com aquest retard és menor per amplades menors i major per amplades majors.

Amb una amplada 1023, l'única component que es detecta és la de 5 Hz. Això es deu al fet que amb una amplada tan gran, la dinàmica transitòria és ignorada (i.e., es veu filtrada), i preval la dinàmica de caràcter més permanent. De fet, amb una amplada de 511 ja es comença a percebre aquest procés de filtratge.

Les oscil·lacions que apareixen quan l'amplada és 63 o 15 es deuen principalment a la defectuosa estimació que proporciona la FFT quan el número de punts és insuficient.

Atribut 2: La component seleccionada

Es proposa considerar un atribut basat en la transformada de Fourier d'una seqüència mostrejada (veure eq. (2.24)). Es tracta de cercar el màxim mòdul de la transformada de Fourier corresponent a l'entorn d'una determinada freqüència f_{sel} prefixada. És a dir, la funció d'anàlisi de finestres estaria descrita per la següent expressió:

$$v_S(j) = \max_{\forall f_m \in I_{\Delta f}} \left| \bar{H}(f_m) |_{\boxplus(j)} \right|$$

En aquesta expressió $I_{\Delta f}$ és el subconjunt de les freqüències especificades a l'eq. (2.25) que pertanyen a l'interval:

$$I_{\Delta f} = [f_{sel} - \frac{\Delta f}{100} f_c, f_{sel} + \frac{\Delta f}{100} f_c]$$

on:

f_{sel} – és la *freqüència seleccionada* de la que es desitja calcular el mòdul de la transformada de Fourier, i

Δf – és el *marge de tolerància*, que permet establir l'entorn de f_{sel} en el que cercar el màxim mòdul. Està definit com a tant per cent de la freqüència de Nyquist.

Precisament la freqüència seleccionada i el marge de tolerància esdevenen paràmetres de finestra addicionals per aquesta funció d'anàlisi (veure eq. 2.1.4): $f_{sel}, \Delta f \in \Omega$.

L'objectiu d'aquest atribut és localitzar la presència d'una determinada component freqüencial en l'evolució temporal del senyal. Com més gran és el

valor obtingut, més importància pren la component en el segment de senyal analitzat en una finestra. La selecció d'una determinada amplada de finestra influirà definitivament sobre el càlcul de l'atribut. En concret, convé tenir en compte els següents efectes:

- Augmentar l'amplada de finestra afavoreix la detecció de transitoris de major durada.
- Disminuir l'amplada de finestra permet discriminar la presència de transitoris de curta durada.
- Augmentar l'amplada de finestra accentua la importància de les components freqüencials presents.

En definitiva, s'haurà d'arribar a un compromís en funció de l'aplicació que se'n vulgui fer. La fig. 2.19 il·lustra aquestes afirmacions.

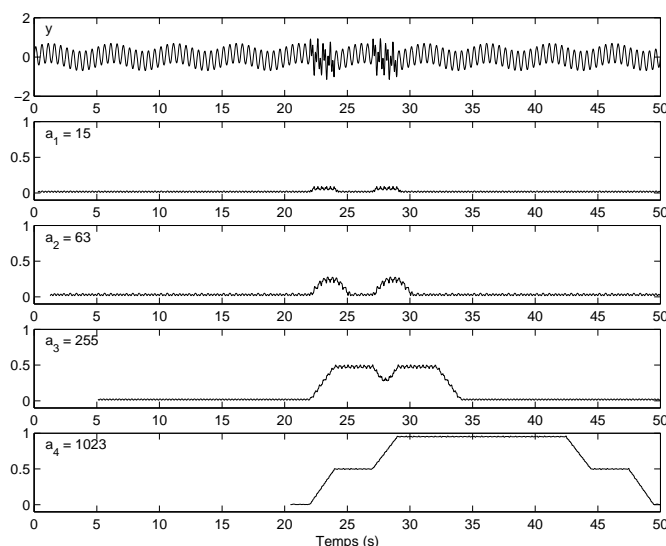


Figura 2.19: Exemple de càlcul de l'atribut *component seleccionada* d'un senyal y per a quatre amplades de finestra, a_1 , a_2 , a_3 i a_4 .

En aquest exemple, un senyal y mostrejat amb període $T = 0.02$ s és analitzat per obtenir l'atribut *component seleccionada* per a quatre amplades de finestra diferents: 15, 63, 255 i 1023⁸. El senyal y ha estat generat com a composició de dues sinusoidals principals: una d'amplitud 0.2 i freqüència 0.2 Hz, i una altra d'amplitud 0.5 i freqüència 2 Hz. D'altra banda, s'hi superposen dos trams sinusoidals transitoris d'amplitud 0.5 i freqüència 5

⁸Convé precisar que l'algorisme FFT amb que s'ha implementat el bloc analitzador espectral basat en finestres requereix un número de punts potència de 2.

Hz. Ambdós trams tenen una durada de 2 s i es produeixen a partir dels instants 22 i 27 s. Per aquest exemple, s'ha establert com a freqüència seleccionada 5 Hz i com a marge de tolerància 0 %.

Observi's com qualsevol amplada de finestra permet detectar la presència dels transitoris. No obstant això, una amplada de finestra petita permet discriminar millor la presència dels dos transitoris. A mida que augmenta l'amplada, la detecció dels dos transitoris es superposa (i.e., per amplades de finestra 255 i 1023). Tanmateix, amb l'amplada 1023 es pot endevinar la presència dels dos transitoris observant el nivell de l'atribut calculat.

D'altra banda, si ens fixem amb la detecció d'un sol transitori, amb amplades de finestra majors, el nivell de detecció s'accentua. Si bé, per l'amplada 15, l'atribut de finestra es situa per sota de 0.1, amb l'amplada 63 arriba a 0.27, i amb l'amplada 255 assoleix un valor de 0.7. Per a amplades majors, l'atribut tendeix a estabilitzar-se, atès que, cada vegada, el transitori té una durada menor en relació a l'amplada de finestra.

Tanmateix, l'augment de l'amplada de finestra suposa un augment del temps de detecció: 2, 2.5, 7 i 22 s corresponents a cada amplada de finestra, respectivament. En el cas de superposició en la detecció de transitoris, s'ha estimat la durada de la detecció d'un transitori individual.

Convé assenyalar que aquest atribut no presenta pràcticament cap retard en la detecció.

En l'exemple anterior no s'ha considerat cap marge de tolerància i s'ha cercat la presència d'una certa component corresponent a una determinada freqüència f_{sel} . No obstant això, sovint no es coneix amb exactitud la freqüència a la que es desitja detectar la presència d'una certa component significativa. Més aviat, es desitja saber si existeix una component significativa al voltant d'una determinada freqüència. Aquest fet motiva la possibilitat d'establir un marge de tolerància Δf . La fig. 2.20 il·lustra la utilitat d'aquest paràmetre de finestra.

En aquest exemple, s'ha analitzat el mateix senyal y de la fig. 2.19 a fi d'obtenir l'atribut *component seleccionada* amb una amplada de finestra de 127 i dues freqüències seleccionades diferents: 5 i 4 Hz. Per la primera únicament s'ha considerat un marge de tolerància nul, mentre que per la segona s'han considerat 3 marges de tolerància: 0, 2 i 5%.

Com era d'esperar, en el cas de cercar una component freqüencial a 5 Hz se'n detecta la seva presència en els dos trams transitoris de y . Imagini's no obstant, que no es coneix amb exactitud la component a cercar, sinó que es sap que està al voltant de 4 Hz. En aquestes condicions, un marge de tolerància nul no destaca cap component significativa a 4 Hz. En canvi, augmentant-ne el marge de tolerància s'aconsegueix detectar la component propera de 5 Hz. D'alguna manera, aquest marge de tolerància permet establir el grau d'incertesa que s'està disposat a acceptar en el càlcul d'aquest atribut. Escollir un valor més gran o més petit dependrà de l'aplicació que se'n vulgui fer. Si es té un coneixement molt precís de la component a

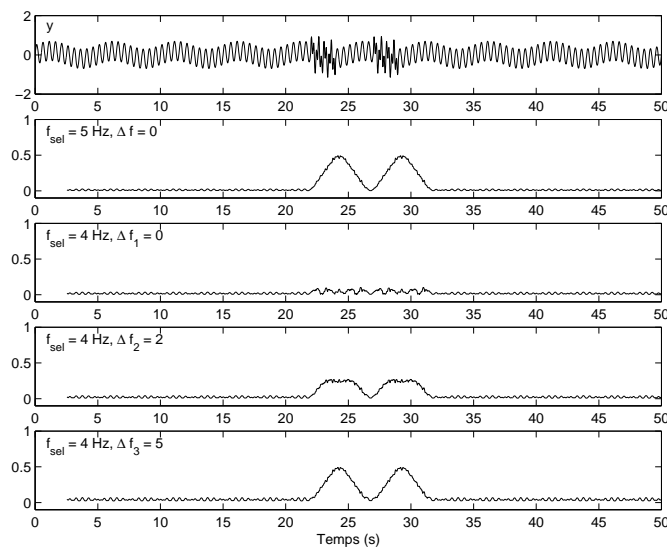


Figura 2.20: Efecte del marge de tolerància en el càlcul de l'atribut *component seleccionada* d'un senyal y .

cercar, es podrà calcular l'atribut amb $\Delta f = 0\%$. Això sí, com més gran sigui aquest marge de tolerància, més components properes a la freqüència seleccionada s'estarà disposat a confondre.

Altres atributs

La llista d'atributs derivats de l'anàlisi espectral podria completar-se amb uns altres. Per a tots ells es podria realitzar un estudi similar al il·lustrat amb els atributs *màxima componenti component seleccionada*. Així se'n podrien derivar aplicacions útils per a l'obtenció d'informació significativa. A continuació, s'apunten diversos atributs que podrien arribar a tenir algun interès per a l'obtenció d'informació significativa.

En determinades circumstàncies, pot interessar detectar la presència significativa de certes components freqüencials no esperades. Al ser desconegudes no és útil utilitzar el càlcul de l'atribut *component seleccionada*. D'altra banda, no necessàriament una component ha de tenir un mòdul màxim per a considerar-se significativa. Per això es podria estudiar la possibilitat de dissenyar un nou atribut que determinés un número prefixat de components freqüencials significatives.

Una altra possibilitat seria calcular la diferència entre els dos mòduls predominants de l'espectre corresponent a una finestra de dades. Això podria servir com a mesura de la dominància de la component de màxim mòdul. D'alguna manera complementaria la informació aportada per l'atribut *màxima component*.

Una tercera possibilitat seria considerar el càlcul de la densitat de potència espectral per unitat de temps com a mesura del nivell o intensitat del senyal.

2.2.4 Altres anàlisis

Fins aquí, s'han presentat tres dominis aptes per a generar funcions d'anàlisi, amb les que s'han definit atributs útils per a l'extracció d'informació significativa. Evidentment, altres estratègies d'anàlisi podrien ésser considerades igualment. Tot seguit, es proposen alternatives d'anàlisi que, en cas d'ésser considerades interessants, podrien ésser estudiades amb el mateix detall que les anteriors.

Un dels aspectes que hom pot cercar en un senyal és la presència o no de certes dinàmiques temporals predefinides. Per exemple, podria ser significatiu detectar un impuls en la mesura del voltatge d'alimentació d'un equip industrial. Detectar aquest pic de tensió a temps podria servir per aturar l'equip, i evitar així un possible malfuncionament. La implementació d'un algorisme que fes possible detectar-ho podria ésser considerat una mena de fusible programat.

De la mateixa manera, podria ser interessant detectar un canvi sobtat en la magnitud del senyal en forma de graó. O bé un canvi menys sobtat en rampa. Fins i tot, podria ésser significativa una dinàmica oscil·latòria.

Tot plegat aniria encaminat a estudiar la manera de detectar certes formes en l'evolució temporal del senyal. Tècnicament, es coneix amb el nom de *reconeixement de patrons en sèries temporals*, encara que ho podríem anomenar, en el marc del paradigma de les finestres lliscants, com a *anàlisi de formes*. El reconeixement de patrons comprèn camps d'aplicació tan diversos com:

- La detecció d'anomalies en un sistema de monitorització en línia.
- La diagnòsi d'arrítmies a partir d'electrocardiogrames.
- La identificació de patrons en bases de dades d'indicadors financers (e.g., la cotització de valors borsaris).
- El reconeixement de veu.

Una de les tècniques utilitzades per al reconeixement de patrons en sèries temporals és el *Dynamic Time Warping*[26][3]. Aquest algorisme, que va tenir els seus orígens d'aplicació en el reconeixement de veu, permet certa relaxació en l'eix temporal. A l'hora de comparar dues seqüències, l'eix temporal es pot estirar o comprimir localment amb la finalitat de minimitzar una funció de cost basada en una mesura de distància.

El desavantatge d'aquesta metodologia és l'elevat cost computacional que pot comportar. Per això, s'han estudiat tècniques alternatives. Per exemple, Eamonn J. Keogh[5] proposa a [58] segmentar la seqüència abans

de cercar la presència o no d'un patró temporal, d'aquesta forma s'aconsegueix reduir significativament el temps de còmput. El mateix autor estudia diversos criteris de localització de patrons en sèries temporals, inclús aplica el *dynamic time warping*[59].

Una altra estratègia d'anàlisi es podria basar en les *wavelets* [7]. És un mètode alternatiu a l'anàlisi espectral de Fourier que permet estudiar les components freqüencials d'un senyal a diverses resolucions adaptades a cada component. D'aquesta manera el senyal és analitzat a diverses escales de resolució. Una de les aplicacions és el disseny de filtres que permeten eliminar el soroll tot i conservar els detalls significatius (e.g., un impuls, un graó, etc.).

Les *wavelets* són famílies de funcions utilitzades per representar senyals. La superposició ponderada d'aquestes funcions permet reproduir amb més o menys aproximació el senyal original, conservant la dinàmica significativa. Un altre camp d'aplicació de les *wavelets* ha estat en la compressió d'imatges. La tècnica consisteix en realitzar una descomposició en *wavelets*, descartant a continuació les menys significatives. El resultat final és que la nova representació del senyal requereix menys recursos que el senyal original. Per exemple, aquesta tècnica s'ha utilitzat per comprimir les imatges de la base de dades d'emprentes digitals del FBI [30].

Com a funció d'anàlisi de finestres podria servir per detectar la presència de certes components corresponents a comportaments o dinàmiques significatives.

2.3 Metodologia d'anàlisi per a l'abstracció d'informació significativa

El paradigma de les finestres lliscants, descrit en els apartats precedents, proporciona l'element bàsic d'abstracció d'informació: l'analitzador basat en finestres. Aquest element és capaç de processar un senyal d'entrada \mathcal{S}_E i generar un senyal de sortida \mathcal{S}_S , carregat d'informació significativa. De fet, el nou senyal \mathcal{S}_S pot esdevenir a la vegada un senyal d'entrada per a un nou analitzador basat en finestres. D'aquesta manera, si es considera que en cada etapa es produeix un pas en el procés d'abstracció d'informació del senyal, l'encadenament d'anàlisis ha de permetre un refinament successiu d'aquesta informació de cara a arribar al nivell d'abstracció esperat.

La metodologia d'anàlisi que es presenta en aquest apartat es basa en permetre l'encadenament de blocs analitzadors basats en finestres mitjançant l'operador *composició*.

Definició 2.3.1. La *composició* de dos analitzadors basats en finestres $\mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(1)}$ i $\mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(2)}$ es simbolitza per

$$\mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(1)} \circ \mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(2)}$$

i consisteix en fer

$$\mathcal{S}_E^{(2)} = \mathcal{S}_S^{(1)} \quad \blacklozenge$$

Convé remarcar un parell de propietats sobre l'operador *composició*:

Propietat 2.3.1. L'operador *composició* és clarament no commutatiu:

$$\mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(1)} \circ \mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(2)} \neq \mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(2)} \circ \mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(1)} \quad \blacktriangleleft$$

Propietat 2.3.2. El resultat de l'operació *composició* no és un analitzador basat en finestres:

$$\mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(1)} \circ \mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(2)} \neq \mathfrak{F}\mathfrak{A} \quad \blacktriangleleft$$

L'encadenament de n analitzadors basats en finestres es simbolitzarà per $\mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(1)} \circ \mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(2)} \circ \dots \circ \mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(n)}$.

Observació: En un encadenament de múltiples analitzadors basats en finestres, s'utilitzarà el superíndex per referenciar les variables (*e.g.*, senyal, magnitud, temps, etc.) associades a la sortida de cada etapa. Per les variables associades a l'entrada de la primera etapa no s'utilitzarà cap superíndex. Pel que fa als paràmetres (*e.g.*, amplada, desplaçament, etc.) s'utilitzarà com a superíndex el de l'etapa corresponent. \blacktriangleleft

L'aplicació recursiva de l'eq. (2.7) permet obtenir una relació entre el temps inicial i període del darrer senyal $\mathcal{S}^{(n)}$ i el temps inicial i període del senyal original:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} t_{\boxplus 0}^{(n)} \\ T_{\boxplus}^{(n)} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & a^{(n)} \\ 0 & d^{(n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a^{(n-1)} \\ 0 & d^{(n-1)} \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} 1 & a^{(1)} \\ 0 & d^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_0 \\ T \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & a^{(1)} + \sum_{l=2}^n \left[a^{(l)} \prod_{m=1}^{l-1} d^{(m)} \right] \\ 0 & \prod_{l=1}^n d^{(l)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_0 \\ T \end{pmatrix} \quad (2.26) \end{aligned}$$

D'altra banda, pot resultar interessant determinar el que definirem com a *horitzó d'influència* del senyal $\mathcal{S}^{(n)}$.

Definició 2.3.2. Sigui $\mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(1)} \circ \mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(2)} \circ \dots \circ \mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(n)}$ un encadenament de n analitzadors basats en finestra aplicats sobre un senyal d'entrada \mathcal{S} per produir un senyal de sortida $\mathcal{S}^{(n)}$. S'anomenarà *horitzó d'influència* del senyal de sortida, $\mathcal{H}[\mathcal{S}^{(n)}]$, al número de dades $\delta(i)$ de \mathcal{S} que són necessàries pel càlcul de qualsevol de les dades $\delta^{(n)}(k)$ de $\mathcal{S}^{(n)}$. \blacklozenge

D'acord amb aquesta definició, la dada $\delta^{(n)}(k)$ s'obté a partir d'un o més càlculs en que intervé un conjunt de tantes dades consecutives de \mathcal{S} com indica l'horitzó d'influència. Això fa pensar que una manera de calcular l'horitzó és a partir de la determinació dels índexs de la primera i de la darrera dada del senyal \mathcal{S} que constitueixen aquest conjunt: i_a i i_b , respectivament. Un cop determinats aquests índexs, l'horitzó d'influència es calcularà de la següent manera:

$$\mathcal{H}[\mathcal{S}^{(n)}] = i_b - i_a + 1 \quad (2.27)$$

A continuació, determinarem i_a i i_b fent ús de les eq. (2.9) i (2.10). Per obtenir i_b s'ha d'aplicar recursivament l'eq. (2.9):

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1 & i_b \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a^{(n)} \\ 0 & d^{(n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a^{(n-1)} \\ 0 & d^{(n-1)} \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} 1 & a^{(1)} \\ 0 & d^{(1)} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a^{(1)} + \sum_{l=2}^n \left[a^{(l)} \prod_{m=1}^{l-1} d^{(m)} \right] \\ 0 & \prod_{l=1}^n d^{(l)} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Així doncs,

$$i_b = a^{(1)} + \sum_{l=2}^n \left[a^{(l)} \prod_{m=1}^{l-1} d^{(m)} \right] + k \prod_{l=1}^n d^{(l)}$$

Pel que fa i_a cal fixar-se que en l'eq. (2.10) $j d$ és l'índex de la primera dada de la finestra j . Aplicant aquesta relació recursivament tenim:

$$i_a = k \prod_{l=1}^n d^{(l)}$$

En definitiva, fent ús de l'eq. (2.27), l'horitzó d'influència es pot calcular de la següent manera:

$$\mathcal{H}[\mathcal{S}^{(n)}] = a^{(1)} + \sum_{l=2}^n \left[a^{(l)} \prod_{m=1}^{l-1} d^{(m)} \right] + 1 \quad (2.28)$$

Com es pot observar aquest número no depèn de k .

A fi d'il·lustrar tots els conceptes i les relacions deduïdes fins ara, vegem el següent exemple.

Exemple 2.3.1: Es vol aplicar la metodologia de la finestres lliscants encadenant dues anàlisis basades de finestres de la següent manera: $\mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(1)} \circ \mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(2)}$

(veure fig. 2.21). El primer bloc es caracteritza per treballar amb finestres de 3 períodes d'amplada i un desplaçament de 2 períodes. Pel segon bloc les finestres són de 2 períodes d'amplada i el seu desplaçament és de 3 períodes. En la fig. 2.21 també s'il·lustra la notació utilitzada pels tres senyals implicats i les seves periodicitats respectives. Així mateix associem els índexs i , j i k als tres senyals, respectivament. Suposarem que el senyal d'entrada té un temps inicial no nul $t_0 = 3 s$ i un període $T = 2 s$.

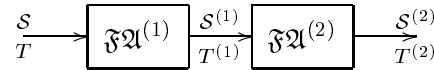


Figura 2.21: Esquema per l'ex. 2.3.1.

Llavors, tenint en compte les def. 2.1.3 i 2.1.4, les següents equacions són vàlides:

$$\begin{aligned}\boxplus^{(1)}(j) &= \mathcal{F}^{(1)}(\delta(i), \dots, \delta(i-3)) \\ &= \{\delta(i-3), \dots, \delta(i)\} \\ v^{(1)}(j) &= \mathcal{A}^{(1)}(\boxplus^{(1)}(j), (\omega_1^{(1)}, \dots, \omega_{m^{(1)}}^{(1)})) \\ \boxplus^{(2)}(k) &= \mathcal{F}^{(2)}(\delta^{(1)}(j), \dots, \delta^{(1)}(j-2)) \\ &= \{\delta^{(1)}(j-2), \dots, \delta^{(1)}(j)\} \\ v^{(2)}(k) &= \mathcal{A}^{(2)}(\boxplus^{(2)}(k), (\omega_1^{(2)}, \dots, \omega_{m^{(2)}}^{(2)}))\end{aligned}$$

Es pot aplicar l'eq. (2.26),

$$\begin{pmatrix} t_0^{(2)} \\ T^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_0 \\ T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_0 \\ T \end{pmatrix}$$

d'on, substituint els valors de t_0 i T , es dedueix que la primera dada del senyal de sortida apareixerà en l'instant $t_0^{(2)} = 17 s$, i que, a partir d'aquí, les següents dades apareixeran amb una periodicitat de $T^{(2)} = 12 s$. És a dir, $t^{(2)}(k) = 17 + 12k$.

També pot ser interessant determinar l'horitzó d'influència del senyal resultant, $\mathcal{H}[\mathcal{S}^{(2)}]$. Aplicant l'eq. (2.28), resulta ser:

$$\mathcal{H}[\mathcal{S}^{(2)}] = 3 + 2 \cdot 2 + 1 = 8$$

Aquesta expressió ens indica que qualsevol dada del senyal $\mathcal{S}^{(2)}$ s'obté aplicant $\mathfrak{FQ}^{(1)} \circ \mathfrak{FQ}^{(2)}$ sobre un conjunt de 8 dades de \mathcal{S} . \diamond

Fins aquí, s'han presentat els elements necessaris que constitueixen la base de la metodologia de les finestres lliscants. El paradigma descrit permet analitzar un senyal per obtenir una determinada informació significativa. Aquesta anàlisi estarà caracteritzada per l'adequat encadenament de blocs $\mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(i)}$; blocs que hauran de parametritzar-se adequadament. Aquesta tasca s'haurà de realitzar fent ús del coneixement de l'expert sobre el senyal a analitzar \mathcal{S} , i tenint en ment el tipus d'informació que es busca obtenir.

Un senyal, per si sol, de poc ens servirà. Convé complementar-lo amb el coneixement heurístic que l'expert ha adquirit al llarg dels anys. Parlem bàsicament de dos tipus de coneixement:

- Un coneixement qualitatiu amb el que interpretar el significat físic o conceptual del senyal. Aquest ha de permetre determinar el profit que se'n pot extreure del seu anàlisi.
- Un coneixement quantitatiu amb el que caracteritzar el senyal amb un conjunt de paràmetres o descriptors. Exemples d'aquests atributs poden ser els valors màxim, mínim o més usual, el contingut freqüencial característic, etc.

Tenint en compte la def. 0.0.1, s'expressarà formalment per $\Xi[\mathcal{S}]$ tot el coneixement heurístic que l'expert té sobre el senyal \mathcal{S} .

En definitiva, aplicar la metodologia de les finestres lliscants sobre un senyal \mathcal{S} consistirà en especificar un *camí d'anàlisi* fent ús de $\Xi[\mathcal{S}]$.

Definició 2.3.3. El *camí d'anàlisi* \mathfrak{CA} d'un senyal \mathcal{S} consisteix en una seqüència finita d'analitzadors basats en finestres,

$$\mathfrak{CA} = (\mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(1)}, \mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(2)}, \dots, \mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(n)})$$

de forma que, aplicant l'operació composició $\mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(1)} \circ \mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(2)} \circ \dots \circ \mathfrak{F}\mathfrak{A}^{(n)}$ sobre el senyal \mathcal{S} , s'obté el senyal $\mathcal{S}^{(n)}$ desitjat. \blacklozenge

L'especificació del camí d'anàlisi consisteix tant en definir la seqüència d'analitzadors basats en finestres com en caracteritzar-los amb una amplada i un desplaçament de finestra, una funció d'anàlisi i, si s'escau, els paràmetres addicionals de finestra.

El procés de disseny d'un camí d'anàlisi depèn del senyal a analitzar i de la informació significativa a obtenir. El primer que cal definir són les funcions d'anàlisi i l'ordre d'encadenament dels analitzadors basats en finestra corresponents. Normalment, en aquesta fase es seguirà un procés de disseny que s'iniciarà en el senyal origen i que finalitzarà en el senyal destí. Es començarà per decidir quin tipus d'anàlisi convé aplicar al senyal d'origen per avançar un pas en el procés d'abstracció. A continuació, i de formar iterativa, es procedirà a escollir el tipus d'anàlisi a aplicar al senyal

resultant a fi de depurar la informació generada. Aquest procés finalitzarà quan el senyal final obtingut representi la informació rellevant cercada.

El segon que cal fer és parametritzar els diferents analitzadors basats en finestres. Es busca definir un camí d'anàlisi que, un cop configurat, sigui vàlid per obtenir certa informació significativa d'un determinat senyal d'entrada. És evident que el comportament d'aquest senyal podrà tenir certa variabilitat, donada la naturalesa del procés real del que provindrà. Per això, aquesta configuració s'haurà de fer basant-se en un comportament típic previst. Es requerirà disposar d'unes *corbes de disseny*: un conjunt d'enregistraments d'un mateix senyal sota diverses situacions rellevants. Cada enregistrament haurà d'anar acompanyat d'una indicació sobre la informació significativa que es desitja poder abstrure amb el camí d'anàlisi. S'haurà d'arribar a una configuració de compromís en base a aquest conjunt de corbes de disseny, de forma que aproximadament s'assoleixin les expectatives d'abstracció d'informació desitjades. El procés de configuració s'iniciarà normalment en el senyal d'origen, i avançarà pas a pas segons la seqüència d'analitzadors prèviament fixada. Segurament, es complementarà amb processos en sentit invers i altres iteracions, a fi de refinar el senyal significatiu generat.

En l'apartat 2.4 s'il·lustrarà aquesta metodologia. S'especificarà un camí d'anàlisi d'un senyal \mathcal{S} , partint del coneixement expert $\Xi[\mathcal{S}]$.

L'interès principal de la metodologia de les finestres lliscants és proporcionar un mecanisme mitjançant el que es pugui abstrure informació significativa d'un procés real a partir d'un conjunt de senyals mesurats. Assolir aquest objectiu comportarà l'aplicació de diversos camins d'anàlisi a un conjunt de senyals mesurats, obtenint així un conjunt de senyals carregats d'informació significativa.

Definició 2.3.4. El *pla d'anàlisi* \mathfrak{PA} d'un procés és un conjunt finit de camins d'anàlisi de senyals mesurats del procés,

$$\mathfrak{PA} = \{\mathcal{CA}_1, \mathcal{CA}_2, \dots, \mathcal{CA}_p\} \quad \blacklozenge$$

Cal assenyalar que no tots els senyals mesurats disponibles seran adequats per obtenir informació significativa mitjançant un camí d'anàlisi. És per aquest motiu que un pla d'anàlisi no necessàriament contemplarà tots els senyals mesurats disponibles, sinó només aquells que siguin útils. La resta quedaran descartats.

D'altra banda, cadascun dels senyals considerats en el pla d'anàlisi es veurà involucrat en un camí d'anàlisi com a mínim. Això vol dir que es contempla la possibilitat que s'apliquin diversos camins d'anàlisi a un mateix senyal mesurat.

2.4 Exemples de camins d'anàlisi

Aquest apartat ha de servir per il·lustrar l'especificació d'un camí d'anàlisi. Donat un senyal provinent d'una mesura realitzada en un procés, es desitja dissenyar un camí d'anàlisi que permeti generar una determinada informació significativa. Per això necessitem caracteritzar aquell conjunt d'analitzadors basats en finestres que es creguin necessaris i decidir en quin ordre s'han d'encadenar.

La informació significativa que hom desitja obtenir vindrà imposada per les necessitats de supervisió que s'hagin plantejat en funció de l'aplicació considerada. És per això que no es pretén generar una biblioteca de camins d'anàlisi, sinó que serveixi com a exemple d'aplicació de la metodologia d'anàlisi presentada en l'apartat precedent.

Concretament, es dissenyaran dos camins d'anàlisi \mathcal{CA} :

- l'abstracció de tendències, i
- l'abstracció de components freqüencials.

En cada exemple, s'exposarà com s'ha arribat al seu disseny i es donaran nocions sobre com parametritzar els analitzadors basats en finestres implicats. Abans s'ha suggerit que per realitzar aquesta parametrització convindria disposar d'un conjunt de corbes de disseny corresponents a un mateix senyal, cobrint diversos comportaments esperats (veure pàg. 68, després de la def. 2.3.3). No obstant això, en els següents exemples s'il·lustrarà el procés de configuració del camí d'anàlisi disposant d'un sol enregistrament d'un senyal. De fet, si disposéssim de diversos enregistraments, el procés de configuració seria similar, però més llarg, ja que comportaria més iteracions a fi d'arribar a la configuració final de compromís, que tingués en compte els múltiples enregistraments.

Els blocs que es presentaran a continuació han estat implementats mitjançant SIMULINK[®] com a *S-Function*, i s'han incorporat a la llibreria de blocs ABSALON.

2.4.1 Abstracció de tendències

Un dels aspectes que més pot interessar a l'hora de supervisar un procés real és determinar les tendències que, en tot moment, tenen els senyals mesurats.

Per exemple, imagini's un dipòsit sense pèrdues, que es pot omplir d'aigua gràcies a una bomba hidràulica. Està clar que, si disposem d'un sensor de nivell pel dipòsit, en el moment en que s'arrenqui la bomba, el nivell haurà de seguir una tendència creixent. D'altra banda, en el moment en que s'aturi la bomba, el nivell s'haurà d'estabilitzar. En aquesta situació, com a expert en el procés, hom ha estat capaç de identificar una certa informació significativa, que té interès conèixer: la tendència del senyal que

correspon a la mesura de nivell. Identificades les necessitats és el moment d'estudiar la possibilitat de definir un camí d'anàlisi que determini aquestes tendències.

La manera més intuïtiva d'afrontar el disseny d'aquest camí d'anàlisi és pensant que la tendència d'un senyal està relacionada amb la seva primera derivada. Precisament a l'apartat 2.2.1 s'ha definit un analitzador per ajust lineal basat en finestres que calcula l'atribut *pendent* del senyal d'entrada. Per tant, és lògic concloure que el primer analitzador basat en finestres del camí d'anàlisi ha d'ésser precisament aquest.

No obstant això, el senyal que genera aquest analitzador tindrà normalment una magnitud definida sobre un conjunt elevat de possibles valors. En canvi, interessa poder determinar la tendència del senyal per mitjà d'un conjunt reduït de símbols. Des del punt de vista del raonament humà és més interessant determinar si la tendència és *molt decreixent* que no pas -10.3 o bé -9.6 , per exemple. Per tant, no n'hi ha prou en derivar el senyal d'entrada sinó que cal també qualificar el pendent.

Precisament, aquesta qualificació es pot portar a terme utilitzant un analitzador estadístic basat en finestres. Aquest analitzador permet establir una quantificació del senyal en base a un conjunt de zones. Si el que interessa és determinar de forma robusta la tendència predominant, seria apropiat utilitzar l'atribut *moda* (veure l'apartat 2.2.2).

En definitiva, es proposa un camí d'anàlisi de tendències \mathcal{CA}_T constituït per un analitzador per ajust lineal \mathfrak{FA}_P , seguit d'un analitzador estadístic \mathfrak{FA}_M :

$$\mathcal{CA}_T = (\mathfrak{FA}_P, \mathfrak{FA}_M)$$

El primer calcula l'atribut *pendent*, mentre que el segon calcula l'atribut *moda*. Aquesta proposta s'esquematitza a la fig. 2.22.

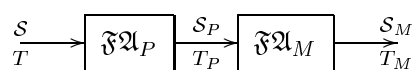


Figura 2.22: Esquema del camí d'anàlisi per determinar les tendències d'un senyal.

Aquest camí d'anàlisi ha estat implementat mitjançant un bloc de la llibreria ABSALON anomenat Detector de tendències (veure fig. 2.23).

De fet, aquest bloc implementa més funcionalitat a part de l'abstracció de tendències, tal com es comentarà més endavant dins l'apartat 2.6.1.

Per completar l'especificació del camí d'anàlisi \mathcal{CA}_T , cal parametritzar els diversos analitzadors de finestra que el constitueixen. Convé, doncs, concretar:

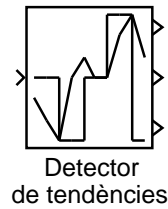


Figura 2.23: Bloc Detector de tendències de la llibreria ABSALON

- L'amplada a_P i desplaçament d_P de l'analitzador per ajust lineal basat en finestres.
- L'amplada a_M i desplaçament d_M de l'analitzador estadístic basat en finestres.
- El conjunt de llindars \mathcal{L}_M de l'analitzador estadístic basat en finestres.
- El conjunt d'etiquetes \mathcal{E}_M de l'analitzador estadístic basat en finestres pel càlcul de l'atribut *moda*.

La fig. 2.24 mostra un exemple de senyal d'entrada y mostrejat amb període $T = 0.02$ s, que es desitja analitzar a fi de detectar certes tendències significatives. En aquest cas el senyal y es correspon amb \mathcal{S} , a la fig. 2.22.

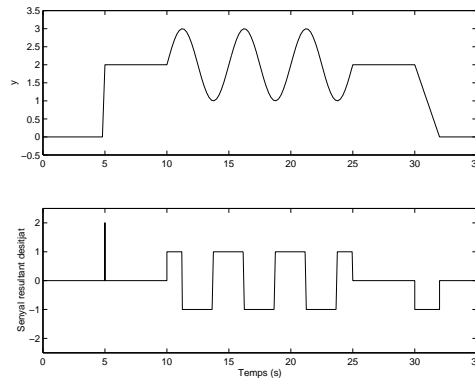


Figura 2.24: Un enregistrament del senyal $\mathcal{S} \equiv y$ i les tendències significatives que es desitgen detectar: 0 – estable, -1 – decreixent, 1 – creixent i 2 – molt creixent.

S'utilitzarà aquest senyal com a corba de disseny. Un requisit de la metodologia és que els objectius de disseny corresponents a aquest enregistrament siguin coneguts per endavant. En aquest cas, es desitja dissenyar

un camí d'anàlisi que determini les tendències d'aquest senyal podent discriminar entre el fort pendent del graó inicial i el pendent més suau que segueix en el tram sinusoidal. També es desitja poder identificar tendències positives i negatives. La mateixa fig. 2.24 indica les tendències significatives que es desitja poder discriminar. Observi's que, en la rampa final, la tendència està catalogada dins el mateix tipus que en el tram sinusoidal. D'altra banda, també apareixen indicades les tendències estables (*i.e.*, ni positives ni negatives) que es desitgen identificar.

El procés de configuració dels analitzadors basats en finestres s'inicia amb l'analitzador per ajust lineal. Precisament aquest mateix senyal va ésser considerat en la fig. 2.10 a l'hora d'il·lustrar l'atribut *pendent*. Atès que interessa poder discriminar entre la tendència associada al graó i les del tram sinusoidal, no convé escollir una amplada de finestra gran. Per exemple, si s'agafa una amplada de 15, l'atribut *pendent* es confon. En canvi, amb una amplada més petita és possible discriminar-ho. D'altra banda no convé escollir un desplaçament massa gran ja que pot comportar una pèrdua d'informació significativa. Per exemple, es podria donar el cas que no es detectés el graó inicial. Escollim una amplada $a_P = 4$ i un desplaçament $d_P = 1$. La fig. 2.25 mostra el senyal S_P que s'obté per aquesta configuració de finestra.

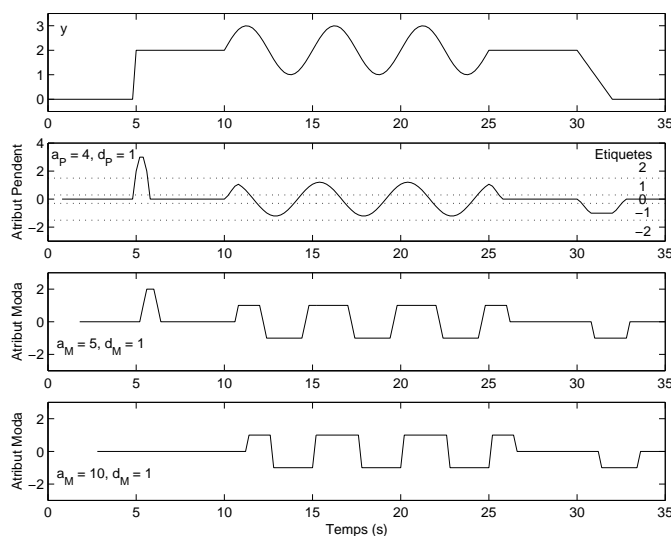


Figura 2.25: Configuració de l'analitzador estadístic.

El següent pas és configurar l'analitzador estadístic basat en finestres. Ara és el moment d'especificar unes zones de manera que sigui possible discriminar els diversos graus de tendència. Tenint en compte que es vol qualificar un pendent, sembla lògic que les tendències positives i negatives estiguin re-

partides simètricament. Es proposa considerar el conjunt de llindars $\mathcal{L}_M = \{-1.5, -0.3, 0.3, 1.5\}$ i el conjunt d'etiquetes $\mathcal{E}_M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, necessàries per l'atribut *moda*. La mateixa fig. 2.25 mostra la distribució de les 5 zones resultants etiquetades.

D'altra banda, cal escollir una amplada i un desplaçament per aquest mateix analitzador estadístic basat en finestres. Donada la dinàmica del senyal \mathcal{S}_P , associat a l'atribut *pendent*, convé triar una amplada que garanteixi la detecció de les tendències significatives. La fig. 2.25 mostra l'atribut *moda* calculat per dos amplades de finestra diferents: 5 i 15. Observi's que amb una amplada gran es pot arribar a perdre la informació sobre la tendència del graó inicial. Per tant, convé escollir una amplada suficientment petita com per no perdre aquesta informació. D'altra banda, cal evitar detectar dinàmiques ràpides pròpies del soroll que puguin acompanyar el senyal, i que no és el cas. Això implica no escollir una amplada massa petita. Una solució de compromís és escollir $a_M = 5$. Respecte al desplaçament, una bona opció és escollir $d_M = 1$. Això serà així sempre que no hi hagin condicionants relacionats amb els recursos que facin inviable l'anàlisi en línia.

Per tant, el resultat final \mathcal{S}_M és el senyal associat a l'atribut *moda* per una amplada de 5. Es pot comprovar com aquest senyal reuneix aproximadament tota la informació que s'havia prefixat inicialment com a objectiu, això sí, amb un cert retard de detecció inevitable.

Finalment, per aquest exemple, l'horitzó d'influència de les dades del senyal resultant és $\mathcal{H}[\mathcal{S}_M] = 5 + 4 \cdot 1 + 1 = 10$. Per tant, globalment el senyal final resulta de l'abstracció de la informació continguda en 10 dades del senyal original. Una altra manera d'expressar l'horitzó és en termes d'un interval temporal. És a dir, tenint en compte que el mostreig del senyal original és $T = 0.2$ s, l'horitzó d'influència cobreix un interval de $(10 - 1) 0.2 = 1.8$ s.

2.4.2 Abstracció de components freqüencials

Sovint, interessa poder identificar el contingut freqüencial d'un senyal. La presència o absència de determinades components pot posar de manifest un determinat fenomen significatiu.

Per exemple, imagini's que es disposa de la mesura de l'esforç que es produeix en una fresa. Normalment, les freses es construeixen amb un número determinat de dents. Atès que la fresa és una eina de tall rotatòria, és normal que el senyal presenti una certa component múltiple de la freqüència de rotació segons el número de dents. L'alteració d'aquesta situació podria indicar el trencament d'una dent, per exemple. Segons aquest plantejament seria interessant poder observar el grau de presència d'aquella component, múltiple de la freqüència de rotació, corresponent a l'eina en perfecte estat. Identificades les necessitats és el moment d'estudiar la possibilitat de definir un camí d'anàlisi que determini el grau de presència d'una component

freqüencial prefixada.

Atès que s'ha de manipular informació espectral, és lògic pensar en utilitzar l'analitzador espectral basat en finestres que s'ha descrit en l'apartat 2.2.3. De fet, si el que interessa és localitzar una determinada component, es pot aprofitar l'atribut *component seleccionada*. Per tant, aquest serà precisament el primer analitzador basat en finestres que constitueixi el camí d'anàlisi.

El senyal que genera aquest analitzador tindrà normalment una magnitud definida sobre un conjunt elevat de possibles valors. En canvi, el que interessa és poder graduar la presència d'una component freqüencial segons un conjunt reduït de símbols. Des del punt de vista del raonament humà, és més pràctic poder determinar si la presència és *despreciable* o *important*, que no pas 1.6 o 100.4, per exemple. Per tant, no n'hi ha prou en determinar l'atribut *component seleccionada* sinó que cal també qualificar-lo.

Precisament, aquesta qualificació es pot portar a terme utilitzant un analitzador estadístic basat en finestres. Aquest analitzador permet establir una quantificació del senyal en base a un conjunt de zones. Si el que interessa és determinar de forma robusta la presència de la component freqüencial, seria apropiat utilitzar l'atribut *moda* (veure l'apartat 2.2.2).

En definitiva, es proposa un camí d'anàlisi de components freqüencials \mathcal{CA}_{CF} constituït per un analitzador espectral \mathfrak{A}_{CS} , seguit d'un analitzador estadístic \mathfrak{A}_M :

$$\mathcal{CA}_{CF} = (\mathfrak{A}_{CS}, \mathfrak{A}_M)$$

El primer calcula l'atribut *component seleccionada*, mentre que el segon l'atribut *moda*. Aquesta proposta s'esquematitza a la fig. 2.26.

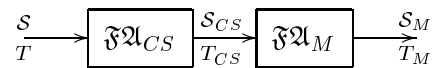


Figura 2.26: Esquema del camí d'anàlisi per determinar el grau de presència d'una component freqüencial d'un senyal.

Aquest camí d'anàlisi ha estat implementat mitjançant un bloc de la llibreria ABSALON anomenat Detector de components freqüencials (veure fig. 2.27).

De fet, aquest bloc implementa més funcionalitat a part de l'abstracció de components freqüencials, tal com es comentarà més endavant dins l'apartat 2.6.2.

Per completar l'especificació del camí d'anàlisi \mathcal{CA}_{CF} , cal parametritzar els diversos analitzadors de finestra que el constitueixen. Convé, doncs, concretar:

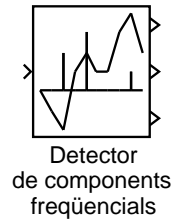


Figura 2.27: Bloc Detector de components freqüencials de la llibreria ABSALON

- L'amplada a_{CS} i desplaçament d_{CS} de l'analitzador espectral basat en finestres.
- La freqüència seleccionada f_{CS} de l'analitzador espectral basat en finestres pel càlcul de l'atribut *component seleccionada*.
- El marge de tolerància Δf_{CS} de l'analitzador espectral basat en finestres pel càlcul de l'atribut *component seleccionada*.
- L'amplada a_M i desplaçament d_M de l'analitzador estadístic basat en finestres.
- El conjunt de llindars \mathcal{L}_M de l'analitzador estadístic basat en finestres.
- El conjunt d'etiquetes \mathcal{E}_M de l'analitzador estadístic basat en finestres pel càlcul de l'atribut *moda*.

La fig. 2.28 mostra un exemple de senyal d'entrada y mostrejat amb període $T = 0.25$ s, que es desitja analitzar a fi de detectar una component freqüencial significativa. En aquest cas el senyal y es correspon amb \mathcal{S} , a la fig. 2.26.

S'utilitzarà aquest senyal com a corba de disseny. Un requisit de la metodologia és que els objectius de disseny corresponents a aquest enregistrament siguin coneguts d'avantmà. En aquest cas, es desitja dissenyar un camí d'anàlisi que identifiqui, en el senyal y , la presència d'una component a 0.055 Hz. Es vol establir una gradació en 3 nivells de presència: *despreciable*, *notable* i *important*. La mateixa fig. 2.28 indica aquests nivells ideals que es desitgen poder identificar. El criteri per establir l'interval associat al nivell *notable* ha estat fixar una tolerància del $\pm 15\%$ de 0.055 Hz.

El procés de configuració dels analitzadors basats en finestres s'inicia amb l'analitzador espectral. La fig. 2.29 mostra diverses versions del senyal \mathcal{S}_{CS} per a quatre amplades de finestra diferents: 63, 127, 255 i 1023. La freqüència seleccionada s'ha fixat precisament a $f_{CS} = 0.055$ Hz. El marge de freqüència només té interès en el cas que hi hagi certa indefinició respecte

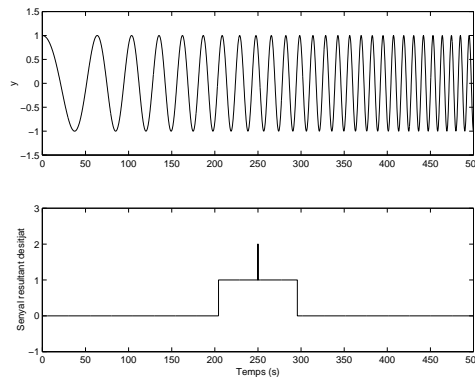


Figura 2.28: Un enregistrament del senyal $\mathcal{S} \equiv y$ i els nivells de presència de la component freqüencial significativa que es desitgen detectar: 0 – *despreciable*, 1 – *notable* i 2 – *important*.

a la freqüència que es vol detectar. Per aquest exemple, es considera que aquesta indefinició no es produeix, i, per tant, s'ha escollit un marge de tolerància nul, $\Delta f_{CS} = 0\%$. Respecte al desplaçament de finestra, s'ha escollit $d_{CS} = 1$, ja que comporta un retard i una pèrdua d'informació mínims.

Observi's que, amb una amplada petita de 63, la component a 0.05 Hz està molt poc definida. En l'altre extrem, amb una amplada gran de 1023 el retard en la detecció s'accentua. Un bon compromís entre definició i retard es correspon amb una amplada $a_{CS} = 255$.

El següent pas és configurar l'analitzador estadístic basat en finestres. Ara és el moment d'especificar unes zones de manera que sigui possible discriminar els diversos graus de presència desitjats de la component freqüencial. Tenint en compte que es vol qualificar un senyal \mathcal{S}_{CS} de magnitud positiva, es proposa considerar el conjunt de llindars $\mathcal{L}_M = \{18, 29\}$ i el conjunt d'etiquetes $\mathcal{E}_M = \{0, 1, 2\}$, necessàries per l'atribut *moda*. La fig. 2.30 mostra la distribució de les 3 zones resultants etiquetades sobre el senyal \mathcal{S}_{CS} , resultant de l'etapa anterior.

D'altra banda, cal escollir una amplada i un desplaçament per aquest mateix analitzador estadístic basat en finestres. Donada la dinàmica del senyal \mathcal{S}_{CS} , associat a l'atribut *component seleccionada*, convé triar una amplada que garanteixi l'òptima detecció dels nivells de presència de la component freqüencial significativa. La fig. 2.30 mostra l'atribut *moda* calculat per dos amplades de finestra diferents: 10 i 30. Observi's que amb una amplada petita es manifesta una important sensibilitat a les oscil·lacions a l'entorn dels llindars. Aquesta sensibilitat es tradueix en unes oscil·lacions no desitjades en el senyal resultant. En canvi, augmentant l'amplada, es guanya la robustesa en front a aquestes dinàmiques més ràpides del senyal

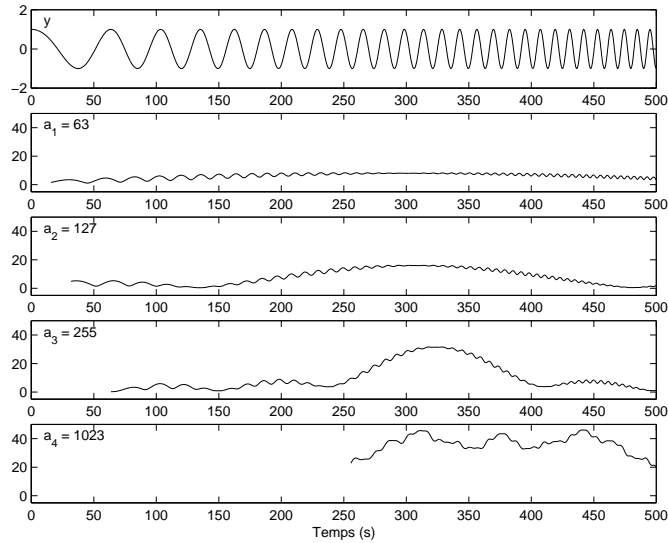


Figura 2.29: Senyal \mathcal{S}_{CS} corresponent a l'atribut *component seleccionada* del senyal $\mathcal{S} \equiv y$ per quatre amplituds de finestra, a_1 , a_2 , a_3 , i a_4 .

\mathcal{S}_{CS} . Això sí, a costa d'augmentar lleugerament el retard en la detecció. En resum, l'amplada $a_M = 30$ resulta satisfactòria. Respecte al desplaçament, una bona opció és escollir $d_M = 1$. Això serà així sempre que no hi hagin condicionants relacionats amb els recursos, que facin inviable l'anàlisi en línia.

Per tant, el senyal resultant final \mathcal{S}_M és l'associat a l'atribut *moda* per una amplitada de 30. Es pot comprovar com aquest senyal reuneix aproximadament tota la informació que s'havia prefixat inicialment com a objectiu, això sí, amb un cert retard de detecció inevitable. D'altra banda, la detecció del nivell *important* no és puntual, sinó que cobreix un interval d'uns 40 s ja que s'ha preferit poder garantir un cert grau de robustesa en front a dinàmiques indesitjades.

Finalment, per aquest exemple, l'horitzó d'influència de les dades del senyal resultant és $\mathcal{H}[\mathcal{S}_M] = 30 + 255 \cdot 1 + 1 = 286$. Per tant, globalment el senyal final resulta de l'abstracció de la informació continguda en 286 dades del senyal original. Una altra manera d'expressar l'horitzó és en termes d'un interval temporal. És a dir, tenint en compte que el mostreig del senyal original és $T = 0.25$ s, l'horitzó d'influència cobreix un interval de $(286 - 1)0.25 = 71.25$ s. Aquest gran horitzó es deu a que el càlcul de la FFT requereix molts punts per tenir garanties de precisió.

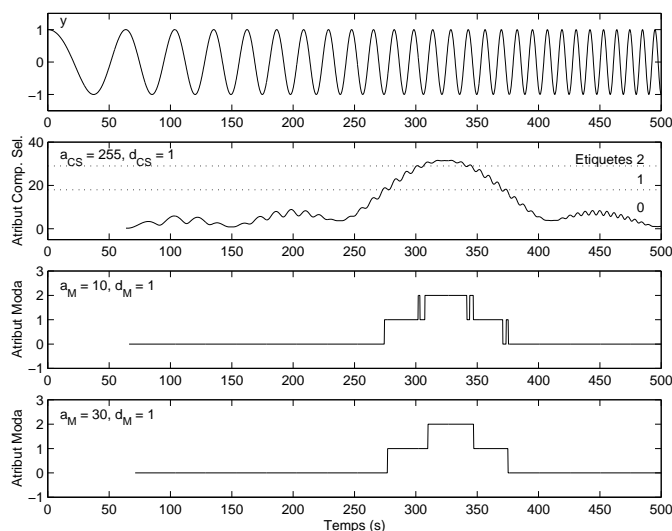


Figura 2.30: Configuració de l'analitzador estadístic.

2.4.3 Altres camins d'anàlisi

Fins aquí s'han estudiat amb gran detall dos exemples de camins d'anàlisi. A continuació, se'n proposen breument uns altres que, en cas d'ésser considerats interessants, podrien ésser analitzats amb la mateixa profunditat que els anteriors. Tots ells han estat pensats combinant els analitzadors basats en finestres exposats en l'apartat 2.2.

A l'apartat 2.2.1 s'ha estudiat un analitzador per ajust lineal basat en finestres que permet calcular l'atribut *pendent*. Amb aquesta idea podria ser interessant dissenyar un camí d'anàlisi que estimés aproximadament la segona derivada del senyal original. Podria constituir-se aquest camí d'anàlisi mitjançant l'encadenament de dos analitzadors per ajust lineal basats en finestres; ambdós calculant l'atribut *pendent*. Opcionalment s'hi podria afegir un analitzador estadístic per qualificar el senyal resultant (veure apartat 2.2.2).

Altres possibilitats inclourien la qualificació del senyal resultant de calcular atributs com la *dispersió lineal* (veure apartat 2.2.1), l'*entropia* (veure apartat 2.2.2) o, la *màxima component* o la *densitat de potència espectral per unitat de temps* (veure apartat 2.2.3), per exemple.

2.5 Detecció d'esdeveniments

La metodologia de les finestres lliscants està orientada a l'obtenció de senyals significatius en general. No obstant, tal com es veurà a continuació, es pot estendre fàcilment per a l'obtenció d'esdeveniments.

El concepte d'esdeveniment és bastant intuïtiu. Tothom té una idea prou clara del que és un esdeveniment. Un esdeveniment serveix per indicar l'aparició o acompliment d'un fet puntual. Exemples d'esdeveniments són: la polsació d'un botó d'emergència, l'assoliment d'un cert nivell d'aigua en un dipòsit, l'arribada d'una nova peça per mitjà d'un transfer, l'aturada imprevista d'una màquina, etc.

Un esdeveniment es produeix de forma instantània i imprevista. Instantània, ja que la seva durada és infinitament petita. Imprevista, perquè l'instant en que es produeix és desconegut d'avançat.

En aquesta Tesi, estem interessats en detectar esdeveniments en base a la informació significativa obtinguda mitjançant la metodologia de les finestres lliscants. S'associa un esdeveniment a l'aparició d'un fet significatiu en el senyal: una tendència creixent, un graó, l'aparició d'una certa component freqüencial, etc.

En general, convé distingir dues fases en el procés de reconeixement d'un esdeveniment:

Generació És quan es produeix l'esdeveniment. Per exemple, l'avanç d'un *transfer* provoca l'accionament d'un final de carrera.

Detecció És quan s'observa l'esdeveniment. Per exemple, l'accionament del final de carrera és transmès a un panell d'operador i assenyalat amb un indicador lluminós. L'operador se n'adona quan veu l'indicador.

És normal que entre les dues fases de generació i detecció de l'esdeveniment hi pugui haver un cert retard temporal. Tot dependrà del mecanisme d'observació que s'utilitzi. En un sistema digital existeixen dos mecanismes bàsics: la interrupció i l'enquesta. En el primer, en el moment de produir-se l'esdeveniment, el programa s'atura momentàniament i aquest és notificat immediatament, de forma que el retard és mínim. En el segon, el programa s'encarrega de vigilar regularment l'aparició de l'esdeveniment. En aquest cas, el retard depèn de la freqüència amb que es faci.

En el cas particular d'aquesta tesi, l'esdeveniment es produeix en un senyal. Aquest senyal és enregistrat periòdicament per un sistema digital mitjançant una targeta d'adquisició. A continuació un programa processa aquest senyal mesurat i, aplicant la metodologia de les finestres lliscants, obté la informació significativa desitjada. En aquest moment es considera que l'esdeveniment ha estat detectat. L'observació de l'esdeveniment es produeix en base a una sèrie de càlculs realitzats periòdicament sobre el senyal mesurat. Per tant, es tracta d'una observació per enquesta.

Observi's que, si bé la generació és asíncrona respecte a qualsevol base temporal, els esdeveniments es detecten de forma sincronitzada amb un certa periodicitat derivada de la freqüència de mostreig del senyal. Aquest fet té una implicació clara. Es pot suposar que dos esdeveniments mai seran generats simultàniament. No obstant, donat el caràcter mostrejat del mecanisme

d'observació, s'haurà de contemplar la possibilitat de que dos o més esdeveniments puguin ésser detectats simultàniament. El Capítol 3 està dedicat a proposar una metodologia d'identificació d'un model a esdeveniments discrets capaç de representar el procés. Serà llavors quan s'hauran de tenir en compte les implicacions que derivin del fet que diversos esdeveniments puguin ésser detectats simultàniament.

La metodologia de les finestres lliscants permet obtenir informació significativa d'un senyal. El resultat és un senyal mostrejat periòdic de magnitud simbòlica, sigui quantitativa o bé qualitativa. Es pot entendre que el fet puntual més interessant a destacar es produeix quan la magnitud del senyal resultant varia, en relació a dues mesures consecutives. Per exemple, tenim un canvi de tendència *creixent* a *estable*, o un canvi del pendent 3.456 a 3.457. En el primer cas es produeix un canvi de magnitud qualitativa mentre que en el segon és quantitativa. De fet, un canvi de magnitud qualitativa té molta més rellevància que no pas un canvi de magnitud quantitativa: la variabilitat d'un senyal de magnitud quantitativa és molt més elevada que no pas la d'un senyal de magnitud qualitativa. Per aquest motiu, només es consideraran els esdeveniments derivats de senyals de magnitud qualitativa. En general, tant pot ser rellevant que un senyal canviï la seva magnitud com que la mantingui. Per això, es consideren esdeveniments, els produïts per un canvi o el manteniment de la magnitud d'un senyal qualitatiu, en instants de mostreig consecutius. Formalment:

Definició 2.5.1. Siguin $v_1, v_2 \in \Upsilon$ dues possibles magnituds del senyal qualitatiu \mathcal{S} . L'*esdeveniment* $[e_{\mathcal{S}}]_{v_1}^{v_2}$ detectat en l'instant $t(i)$ indica que s'ha observat com el senyal \mathcal{S} assolida la magnitud v_2 en l'instant $t(i)$ després d'haver observat com assolida la magnitud v_1 en l'instant $t(i-1)$. És a dir:

$$v(i-1) = v_1 \wedge v(i) = v_2 \wedge v_1, v_2 \in \Upsilon \Rightarrow [e_{\mathcal{S}}]_{v_1}^{v_2} \quad \blacklozenge$$

Observi's que no s'imposa cap relació entre les magnituds v_1 i v_2 . D'aquesta manera, es permet treballar amb esdeveniments associats tant al canvi de magnituds significatives com al manteniment d'una mateixa magnitud significativa, en dues mostres consecutives.

D'acord amb aquesta definició, si l'univers Υ està constituït per n magnituds qualitatives, llavors és possible arribar a derivar un total de n^2 tipus d'esdeveniments diferents del senyal \mathcal{S} . Usualment, només un subconjunt dels possibles esdeveniments són significatius per a l'expert. Es tracta d'aquells que tenen especial rellevància per a participar en tasques de supervisió. És interessant poder referir-se al conjunt format per tots els esdeveniments significatius associats a un mateix senyal. En aquest sentit, es fa la següent definició:

Definició 2.5.2. El *catàleg d'esdeveniments* associats al senyal \mathcal{S} es simbolitza per $C_{\mathcal{S}}$ i està constituït per aquells esdeveniments derivats de \mathcal{S} que

són significatius:

$$C_S \subseteq \{[e_S]_{v_i}^{v_j} \mid \forall v_i, v_j \in \Upsilon\} \quad \blacklozenge$$

El catàleg d'esdeveniments es constituirà a partir del coneixement expert sobre el senyal, $\Xi[S]$ (veure la def. 0.0.1). Seran significatius aquells esdeveniments que interressi detectar.

Convé dissenyar un algorisme de detecció d'esdeveniments a fi de poder incorporar la capacitat de detecció d'esdeveniments a la metodologia d'anàlisi basada en el paradigma de les finestres lliscants. L'algorisme bàsic consisteix en assenyalar en cada instant de mostreig aquell esdeveniment significatiu que sigui observat, en base a la magnitud qualitativa del senyal en dos instants de mostreig successius. No obstant, aquest algorisme presenta una problemàtica. En l'interval de temps que existeix entre dos instants de mostreig és perfectament possible que es generi més d'un esdeveniment. En canvi, només en serà observat un: el derivat de la magnitud del senyal en dos instants de mostreig consecutius.

Exemple 2.5.1: Es vol determinar les tendències d'un senyal sinusoidal. *A priori*, és d'esperar que el senyal resultant assoleixi cíclicament les magnituds qualitatives *creixent*, *estable*, *decreixent*, *estable*. En canvi, depenent de com s'hagi configurat el camí d'anàlisi per a l'abstracció de tendències (*e.g.*, segons com s'hagin definit els llindars de l'analitzador estadístic basat en finestres), pot ser que s'assoleixin alternativament les magnituds *creixent* i *decreixent*. ◊

En l'ex. 2.5.1 s'il·lustra aquesta problemàtica. Observi's que un símptoma d'aquesta situació és que el senyal significatiu assoleixi magnituds no adjacents en instants de mostreig consecutius. En un conjunt ordenat, dues magnituds són adjacents si entre elles no hi ha cap altre element del mateix conjunt. Per exemple, *creixent* i *decreixent* no són adjacents, ja que entre elles hi ha *estable*. En aquest cas, diem que aquest senyal no és *continu*.

Definició 2.5.3. Un senyal de magnitud ordenada \mathcal{S} és *continu* si totes les magnituds assolides en instants de temps successius són adjacents. ◊

Un senyal que no és continu es diu *discontinu*, o que presenta *discontinuitats* o *salts*. Atès que la metodologia de les finestres lliscants treballa amb senyals mostrejats, és d'esperar que es presentin salts. Si la dinàmica del senyal és prou ràpida, segons com es configuri el camí d'anàlisi, és probable que apareixin discontinuïtats.

Aquestes discontinuïtats poden provocar la no observació d'esdeveniments significatius, cosa que pot ser problemàtica a l'hora de dissenyar un supervisor. Podria donar-se el cas que certs encadenaments esperats d'esdeveniments no s'arribessin a produir, bloquejant el procés de supervisió. Per

això, convé preveure la possibilitat que, en determinades circumstàncies, es vulgui resoldre aquesta problemàtica. Es proposa solucionar-ho fent ús del conjunt d'esdeveniments interpolats.

Definició 2.5.4. Siguin $v(i-1) = v_k$ i $v(i) = v_l$ les magnituds corresponents als instants $t(i-1)$ i $t(i)$ d'un senyal de magnitud qualitativa ordenada \mathcal{S} . Suposarem que $v_k \leq v_l$ ⁹. Sigui també el subconjunt $\{v_k, v_{k+1}, \dots, v_{l-1}, v_l\} \subseteq \Upsilon$ constituït per les magnituds adjacents ordenades entre v_k i v_l . Llavors, el *conjunt d'esdeveniments interpolats* $[\mathcal{I}_{\mathcal{S}}]_{v_k}^{v_l}$ és:

$$[\mathcal{I}_{\mathcal{S}}]_{v_k}^{v_l} = \{[e_{\mathcal{S}}]_{v_k}^{v_{k+1}}, [e_{\mathcal{S}}]_{v_{k+1}}^{v_{k+2}}, \dots, [e_{\mathcal{S}}]_{v_{l-2}}^{v_{l-1}}, [e_{\mathcal{S}}]_{v_{l-1}}^{v_l}\} \quad \blacklozenge$$

A partir d'aquí el problema es resoldrà fent que el detector d'esdeveniments implementi el següent mecanisme: si en un determinat instant $t(i)$ es produeix una discontinuïtat (*i.e.*, $v(i-1)$ i $v(i)$ no són adjacents), tots els esdeveniments del conjunt $[\mathcal{I}_{\mathcal{S}}]_{v(i-1)}^{v(i)}$ s'han de detectar en aquell instant.

Observi's que aquesta problemàtica associada a la continuïtat o no de senyals, només té sentit si la magnitud és ordenada. En el cas de senyals de magnitud no ordenada aquesta problemàtica desapareix, i, per tant, és innecessari resoldre-ho per interpolació. Per exemple, és perfectament coherent passar de blanc a negre sense necessitat de passar prèviament pel gris.

L'algorisme de detecció d'esdeveniments es pot formalitzar de la següent manera,

Definició 2.5.5. Un *detector d'esdeveniments* \mathfrak{D} és la tupla,

$$\mathfrak{D} = (\mathcal{S}_S, \Omega_D, \mathcal{D})$$

on:

\mathcal{S}_S – és el senyal de sortida d'un analitzador de finestres constituït per dades de magnitud qualitativa,

Ω_D – és el conjunt de paràmetres del detector d'esdeveniments, i

\mathcal{D} – és la *funció detectora* d'esdeveniments,

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &: \Upsilon_S^2 \times \Omega_D^3 \rightarrow 2^{C_{\mathcal{S}_S}} \\ \mathbb{E}_S &= \mathcal{D}(v_S(i-1), v_S(i), C_{\mathcal{S}_S}, \bar{v}_S, \text{interpol}) \end{aligned}$$

on:

$v_S(i-1)$ i $v_S(i)$ – són les magnituds de les dades de \mathcal{S}_S corresponents als instants $t(i-1)$ i $t(i)$, respectivament, $v_S(i-1), v_S(i) \in \Upsilon_S$,

$C_{\mathcal{S}_S}$ – és el catàleg d'esdeveniments corresponent al senyal \mathcal{S}_S , $C_{\mathcal{S}_S} \in \Omega_D$,

⁹De ser a la inversa seguiria essent vàlid però intercanviant l'índex.

\bar{v}_S – és la magnitud que permet inicialitzar l'algorisme de detecció d'esdeveniments, $\bar{v}_S \in \Upsilon_S$ i $\bar{v}_S \in \Omega_D$,

$interpol$ – és un paràmetre booleà que indica si es desitja o no interpolar esdeveniments, $interpol \in \{cert, fals\}$ i $interpol \in \Omega_D$, i

\mathbb{E}_S – és el conjunt d'esdeveniments detectats en l'instant $t(i)$, $\mathbb{E}_S \subseteq C_{\mathcal{S}_S}$, següent:

$$\mathbb{E}_S = \begin{cases} C_{\mathcal{S}_S} \cap \{[e_{\mathcal{S}_S}]_{v_S(i-1)}^{v_S(i)}\} & interpol = fals, \\ C_{\mathcal{S}_S} \cap \left(\{[e_{\mathcal{S}_S}]_{v_S(i-1)}^{v_S(i)}\} \cup [\mathcal{I}_{\mathcal{S}_S}]_{v_S(i-1)}^{v_S(i)} \right) & interpol = cert. \end{cases} \quad \blacklozenge$$

En definitiva, el detector d'esdeveniments detecta l'esdeveniment observat, sempre que sigui significatiu. Si es desitja interpolar, també detecta aquells esdeveniments interpolats que són significatius. D'aquesta manera, el generador és prou versàtil com per permetre detectar discontinuïtats, assenyalar-les i resoldre-les.

El conjunt de paràmetres del detector d'esdeveniments està format pels següents elements: $\Omega_D = \{C_{\mathcal{S}_S}, \bar{v}_S, interpol\}$. L'especificació d'aquests paràmetres vindrà condicionada per les característiques del senyal \mathcal{S}_S i per l'ús que es vulguin fer dels esdeveniments detectats.

Existeix una notació matricial que permet expressar el catàleg d'esdeveniments de forma compacta. Segons com, enumerar els esdeveniments significatius pot fer-se feixuc. En canvi, utilitzar la *matriu de canvis* simplificarà aquesta feina.

Definició 2.5.6. Sigui un senyal \mathcal{S} de magnitud qualitativa definida sobre el conjunt $\Upsilon = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. La *matriu de canvis* $\mathcal{M} = [m_{ij}]$ de dimensions $n \times n$ expressa de forma compacta el catàleg d'esdeveniments $C_{\mathcal{S}}$ de la següent manera:

$$\forall i, j \in [1, n] \subset \mathbb{N}^*, m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } [e_{\mathcal{S}}]_{v_i}^{v_j} \in C_{\mathcal{S}}, \\ 0 & \text{en cas contrari.} \end{cases} \quad \blacklozenge$$

Tenint en compte que un esdeveniment assenyala el pas d'una magnitud origen a una destí, les fileres d'aquesta matriu estan associades a la magnitud origen i les columnes a la destí. Per comoditat, a partir d'ara, s'utilitzarà la matriu de canvis per especificar els esdeveniments significatius.

La detecció d'esdeveniments s'illustra mitjançant el següent exemple.

Exemple 2.5.2: Sigui el senyal \mathcal{S}_S de magnitud qualitativa ordenada, mostrat a la fig. 2.31. Es volen detectar els següents esdeveniments significatius d'un senyal \mathcal{S}_S :

$$C_{\mathcal{S}_S} = \{[e_{\mathcal{S}_S}]_{v_1}^{v_1}, [e_{\mathcal{S}_S}]_{v_3}^{v_1}, [e_{\mathcal{S}_S}]_{v_1}^{v_2}, [e_{\mathcal{S}_S}]_{v_3}^{v_2}, [e_{\mathcal{S}_S}]_{v_2}^{v_3}\}$$

Expressat de forma més compacta mitjançant la matriu de canvis \mathcal{M}_S equivalent a:

$$\mathcal{M}_S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

S'ha especificat $\bar{v}_S = v_2$ com a magnitud inicial. D'altra banda, el senyal és de magnitud qualitativa ordenada i, per motius de disseny del supervisor, es desitja que s'interpolin esdeveniments allí on apareixin discontinuïtats (*i.e.*, *interpol = cert*).

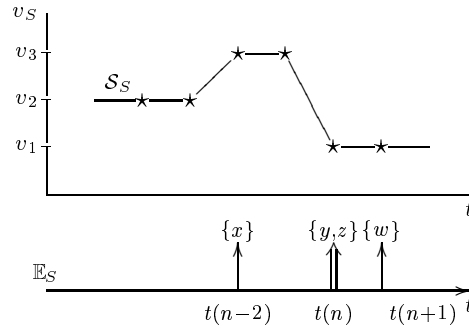


Figura 2.31: Detecció d'esdeveniments en el senyal \mathcal{S}_S : $x \equiv [e_{\mathcal{S}_S}]_{v_2}^{v_3}$, $y \equiv [e_{\mathcal{S}_S}]_{v_3}^{v_2}$, $z \equiv [e_{\mathcal{S}_S}]_{v_3}^{v_1}$ i $w \equiv [e_{\mathcal{S}_S}]_{v_1}^{v_2}$.

Observi's que tots els esdeveniments detectats són significatius. En canvi, l'esdeveniment significatiu $[e_{\mathcal{S}_S}]_{v_1}^{v_2}$ no ha estat detectat perquè no s'ha observat. D'altra banda, el senyal \mathcal{S}_S és discontinu, i a l'instant $t(n)$ s'ha detectat un salt, provocant la detecció de dos esdeveniments y i z . L'esdeveniment y s'ha obtingut per interpolació. D'haver estat significatiu, també s'hauria detectat simultàniament l'esdeveniment $[e_{\mathcal{S}_S}]_{v_2}^{v_1}$ per interpolació. Finalment, convé destacar que a l'instant $t(n-2)$ s'ha detectat l'esdeveniment x per canvi de magnitud qualitativa, mentre que a l'instant $t(n+1)$ ho ha estat l'esdeveniment w per manteniment de la magnitud qualitativa. \diamond

Gràficament un detector d'esdeveniments s'esquematitzarà mitjançant un bloc com el mostrat en la fig. 2.32. Aquesta notació gràfica permet fàcilment veure que un detector d'esdeveniments processa un senyal mostrejat (sortida d'un analitzador de finestres) amb una periodicitat T_S per assenyalar un conjunt d'esdeveniments.

Aquest bloc detector d'esdeveniments ha estat implementat mitjançant SIMULINK[®] com a *S-Function*, i s'han incorporat a la llibreria de blocs ABSALON (veure fig. 2.33).

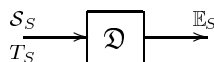


Figura 2.32: Bloc detector d'esdeveniments.

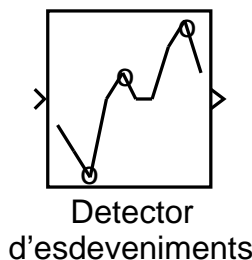


Figura 2.33: Bloc Detector d'esdeveniments de la llibreria ABSALON

De la seva implementació, convé destacar dos aspectes. D'una banda, es permet escollir entre tres actituds enfront de les discontinuïtats:

Ignorar: Les discontinuïtats no es tenen en consideració. No hi ha interpolació d'esdeveniments.

Detectar: S'assenyalen totes les discontinuïtats mitjançant missatges de text. Però no hi ha interpolació d'esdeveniments.

Interpolar: S'assenyalen totes les discontinuïtats mitjançant missatges de text i hi ha interpolació d'esdeveniments.

Aquestes possibilitats permeten donar flexibilitat als blocs.

D'altra banda, els esdeveniments significatius que són observats, són assenyalats mitjançant flancs alternatius de pujada i baixada en senyals independents. En els apartats 2.6.1 i 2.6.2 s'il·lustrarà. La raó de fer-ho d'aquesta manera és que resulta còmoda i és compatible amb STATEFLOWTM.

La metodologia d'anàlisi per a l'abstracció d'informació significativa es pot complementar amb l'ús d'un detector d'esdeveniments. L'objectiu final és ser capaç de dissenyar un sistema que permeti detectar esdeveniments significatius a partir dels senyals mesurats d'un procés. En aquest sentit, es defineix el concepte de *camí de detecció d'esdeveniments significatius*, per extensió del camí d'anàlisi (veure def. 2.3.3).

Definició 2.5.7. El *camí de detecció d'esdeveniments significatius* \mathcal{CD} d'un senyal \mathcal{S} és una tupla,

$$\mathcal{CD} = (\mathcal{CA}, \mathcal{D})$$

on:

\mathcal{CA} – és un camí d'anàlisi amb un senyal resultant de magnitud qualitativa,

\mathcal{D} – és un detector d'esdeveniments.

El senyal d'entrada al detector d'esdeveniments correspon al senyal resultant del camí d'anàlisi. \blacklozenge

El disseny i la configuració del camí de detecció es farà fent ús del coneixement que l'expert té sobre el senyal \mathcal{S} , $\Xi[\mathcal{S}]$ (veure la def. 0.0.1). Per exemple, s'hauran d'escollir els esdeveniments significatius que interessa detectar. En l'apartat 2.6 es mostraran exemples de camins de detecció.

Per comoditat en la notació, a l'hora de referir-se a un esdeveniment $[e_{\mathcal{S}}]_{v_1}^{v_2}$ es permetrà que \mathcal{S} representi el senyal d'entrada al camí de detecció \mathcal{CD} . En aquest cas, s'ha d'entendre que els esdeveniments estan definits sobre el senyal de sortida que resulta d'aplicar el camí d'anàlisi \mathcal{CA} sobre aquest senyal d'entrada.

D'altra banda, també es defineix el concepte de *pla de detecció d'esdeveniments significatius*, per extensió del pla d'anàlisi (veure def. 2.3.4).

Definició 2.5.8. El *pla de detecció d'esdeveniments significatius* \mathfrak{PD} d'un procés és un conjunt finit de camins de detecció d'esdeveniments significatius del procés,

$$\mathfrak{PD} = \{\mathcal{CD}_1, \mathcal{CD}_2, \dots, \mathcal{CD}_q\} \quad \blacklozenge$$

El pla de detecció constituirà precisament el sistema detector d'esdeveniments significatius, que era l'objectiu d'aquest capítol. Donada la seva implementació en un entorn informàtic mostrejat convindrà tenir present la possibilitat que els esdeveniments proporcionats per un pla de detecció puguin ser detectats simultàniament.

2.6 Exemples de camins de detecció d'esdeveniments significatius

Aquest apartat ha de servir per il·lustrar l'especificació d'un camí de detecció. Donat un senyal provinent d'una mesura realitzada en un procés, es desitja dissenyar un camí de detecció que permeti identificar esdeveniments significatius. Per això, és necessari caracteritzar i encadenar un camí d'anàlisi i un detector d'esdeveniments.

Els esdeveniments significatius que hom desitja obtenir vindran imposats per les necessitats de supervisió que s'hagin plantejat en funció de l'aplicació considerada. És per això que no es pretén generar una biblioteca de camins de detecció, sinó que serveixi com a exemple d'aplicació de la metodologia de detecció d'esdeveniments significatius presentada en l'apartat precedent.

Concretament, es dissenyaran dos camins de detecció \mathcal{CD} :

- la detecció de tendències, i
- la detecció de components freqüencials.

De fet, ambdós camins de detecció han estat basats en els camins d'anàlisi proposats en l'apartat 2.4. En cada exemple, s'exposarà com s'ha arribat al seu disseny, i es donaran nocions sobre com parametritzar el detector d'esdeveniments implicat.

Convé destacar que, segons es desprèn de la def. 2.5.7, l'últim analitzador basat en finestres del camí d'anàlisi ha de proporcionar un senyal de magnitud qualitativa. Precisament, els dos camins d'anàlisi de l'apartat 2.4 compleixen aquest requisit: l'atribut *moda* de l'analitzador estadístic basat en finestres és un senyal de magnitud qualitativa i, a més, ordenada.

De fet, dels diversos analitzadors que s'han estudiat en l'apartat 2.2, només el càlcul de l'atribut *moda* proporciona un senyal qualitatiu, tots els altres són quantitius. En cas d'implementar-se l'anàlisi de formes proposat en l'apartat 2.2.4, es podria disposar d'un analitzador que assignés en tot moment la forma més escaient d'un conjunt de patrons donat. Llavors, disposaríem d'un altre exemple d'analitzador amb senyal de sortida de magnitud qualitativa, no ordenada en aquest cas.

Els blocs que es presentaran a continuació han estat implementats mitjançant SIMULINK[®] com a *S-Function*, i s'han incorporat a la llibreria de blocs ABSALON.

2.6.1 Detecció de tendències

En l'apartat 2.4.1 s'ha dissenyat un camí d'anàlisi per tal d'obtenir les tendències significatives d'un senyal. Es pot aprofitar aquest camí d'anàlisi per a dissenyar un camí de detecció de tendències. Hauria de ser capaç d'assenyalar les tendències significatives desitjades, en el moment d'iniciar-se. És a dir, si, per exemple, un senyal és estable i en un determinat moment comença a créixer, ens interessaria saber en quin moment ha començat a fer-ho.

El camí d'anàlisi de tendències proporciona un senyal de magnitud qualitativa ordenada associat a l'atribut *moda* \mathcal{S}_M . Només cal afegir un bloc que detecti els esdeveniments significatius \mathbb{E}_M . En definitiva es proposa un camí de detecció de tendències \mathcal{CD}_T constituït per un camí d'anàlisi de tendències \mathcal{CA}_T seguit d'un detector d'esdeveniments \mathcal{D} :

$$\mathcal{CD}_T = (\mathcal{CA}_T, \mathcal{D})$$

Aquesta proposta s'esquematitza en la fig. 2.34. S'ha tingut en compte el diagrama del camí d'anàlisi de tendències (veure fig. 2.22).

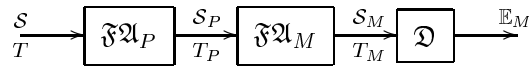


Figura 2.34: Esquema del camí de detecció per assenyalar les tendències d'un senyal.

Recordem que a l'apartat 2.4.1 s'ha fet referència a un bloc de la llibreria ABSALON anomenat Detector de tendències (veure fig. 2.23). S'ha mencionat que aquest bloc implementava un camí d'anàlisi per a determinar les tendències significatives del senyal. Resulta que aquest mateix bloc també implementa de forma addicional un camí de detecció de tendències.

No es farà, en aquest apartat, cap referència a la configuració del camí d'anàlisi \mathcal{CA}_T : serveixen igualment els comentaris fets a l'apartat 2.4.1. Convé, doncs, únicament concretar els paràmetres del detector d'esdeveniments següents:

- Els esdeveniments significatius que interessa detectar, \mathcal{M}_M .
- L'etiqueta associada a la zona inicial, \bar{v}_M .
- Si interessa o no interpolar, *interpol*.

Es prendrà el mateix exemple utilitzat en el camí d'anàlisi de tendències. La fig. 2.35 recorda el senyal d'entrada y del que es volen detectar les tendències, $y \equiv \mathcal{S}$. Així mateix, també es mostra el senyal obtingut amb el camí d'anàlisi de tendències, \mathcal{S}_M .

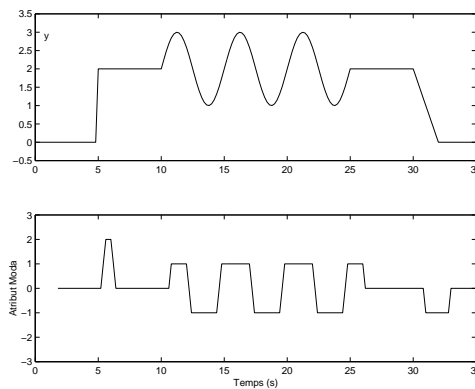


Figura 2.35: Un enregistrament del senyal $\mathcal{S} \equiv y$ i la sortida del camí d'anàlisi de tendències: 0 – estable, -1 – decreixent, 1 – creixent i 2 – molt creixent.

Tenint en compte que el senyal \mathcal{S}_M és de magnitud qualitativa ordenada, i de cara a facilitar el disseny del supervisor, es configurarà el detector perquè interpoli esdeveniments: *interpol = cert*.

D'altra banda, com a tendència inicial s'especifica la *estable*, que es correspon amb l'etiqueta $0 \in \mathcal{E}_M$. S'escull $\bar{v}_M = 0$ ja que sembla l'estat inicial més lògic.

Finalment, l'especificació dels esdeveniments significatius dependrà del processament que se'n vulgui fer en l'etapa de supervisió. Ara per ara, com és desconegut es fixa simplement la següent matriu de canvis, a mode il·lustratiu:

$$\mathcal{M}_M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

En ella apareixen com a significatius tots els esdeveniments que suposen un canvi entre magnituds adjacents.

La fig. 2.36 mostra els esdeveniments significatius detectats, \mathbb{E}_M . S'utilitza una notació simplificada d'esdeveniment amb una fletxa que neix a la magnitud origen i mor a la magnitud destí. D'altra banda, observi's que els esdeveniments són assenyalats mitjançant flancs alternatius de pujada i baixada.

Dels 8 esdeveniments significatius especificats amb la matriu de canvis, només 6 han estat observats: $[e_{\mathcal{S}_M}]_0^{-1}$, $[e_{\mathcal{S}_M}]_{-1}^0$, $[e_{\mathcal{S}_M}]_1^0$, $[e_{\mathcal{S}_M}]_0^1$, $[e_{\mathcal{S}_M}]_2^1$ i $[e_{\mathcal{S}_M}]_1^2$.

El senyal \mathcal{S}_M presenta diverses discontinuïtats, per això, com s'ha optat per interpolar esdeveniments, apareixen diversos esdeveniments simultanis. Per exemple a l'instant 5 s, l'atribut *moda* passa de 0 a 2. En conseqüència, hi apareixen 2 esdeveniments simultanis: un que indica el pas de 0 a 1 i l'altre de 1 a 2.

En definitiva, tenint en compte el senyal \mathcal{S} , tots els esdeveniments esperats són detectats correctament.

2.6.2 Detecció de components freqüencials

En l'apartat 2.4.2 s'ha dissenyat un camí d'anàlisi per tal de determinar la presència d'una component freqüencial significativa en un senyal. Es pot aprofitar aquest camí d'anàlisi per a dissenyar un camí de detecció de components freqüencials. Hauria de ser capaç d'assenyalar la presència o l'absència d'una determinada component freqüencial significativa desitjada, en el moment d'iniciar-se. És a dir, indicar quan es comença a detectar significativament la component freqüencial i quan es deixa de fer.

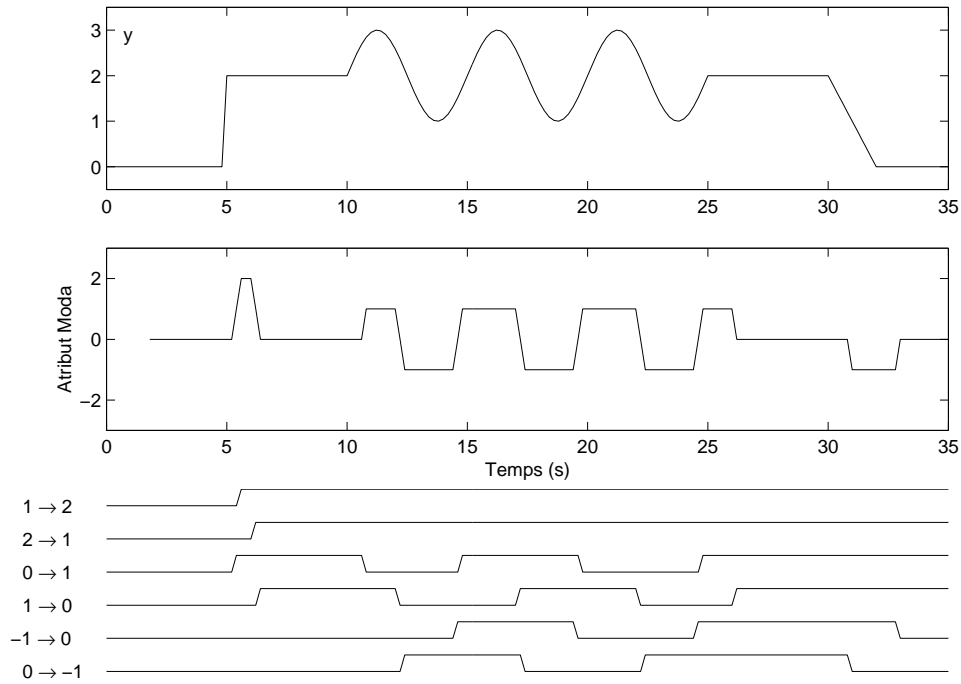


Figura 2.36: Tendències significatives detectades.

El camí d’anàlisi de components freqüencials proporciona un senyal de magnitud qualitativa ordenada associat a l’atribut *moda* S_M . Només cal afegir un bloc que detecti els esdeveniments significatius \mathbb{E}_M . En definitiva, es proposa un camí de detecció de components freqüencials $\mathcal{C}\mathcal{D}_{CF}$, constituït per un camí d’anàlisi de components freqüencials $\mathcal{C}\mathcal{A}_{CF}$, i seguit d’un detector d’esdeveniments \mathcal{D} :

$$\mathcal{C}\mathcal{D}_{CF} = (\mathcal{C}\mathcal{A}_{CF}, \mathcal{D})$$

Aquesta proposta s’esquematitza en la fig. 2.37. S’ha tingut en compte el diagrama del camí d’anàlisi de components freqüencials (veure fig. 2.26).

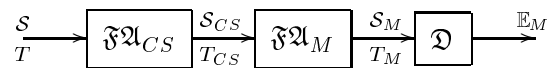


Figura 2.37: Esquema del camí de detecció per assenyalar la presència/absència d’una component freqüencial en un senyal.

Recordem que a l’apartat 2.4.2 s’ha fet referència a un bloc de la llibreria ABSALON anomenat Detector de components freqüencials (veure fig. 2.27).

S'ha mencionat que aquest bloc implementava un camí d'anàlisi per a determinar la presència d'una determinada component freqüencial significativa en el senyal. Resulta que aquest mateix bloc també implementa de forma addicional un camí de detecció de components freqüencials.

No es farà, en aquest apartat, cap referència a la configuració del camí d'anàlisi \mathcal{CA}_{CF} : serveixen igualment els comentaris fets a l'apartat 2.4.2. Convé, doncs, únicament concretar els paràmetres del detector d'esdeveniments següents:

- Els esdeveniments significatius que interessa detectar, \mathcal{M}_M .
- L'etiqueta associada a la zona inicial, \bar{v}_M .
- Si interessa o no interpolar, *interpol*.

Es prendrà el mateix exemple utilitzat en el camí d'anàlisi de components freqüencials. La fig. 2.38 recorda el senyal d'entrada y del que es volen detectar una component freqüencial a 0.055 Hz, $y \equiv \mathcal{S}$. Així mateix, també es mostra el senyal obtingut amb el camí d'anàlisi de components freqüencials, \mathcal{S}_M .

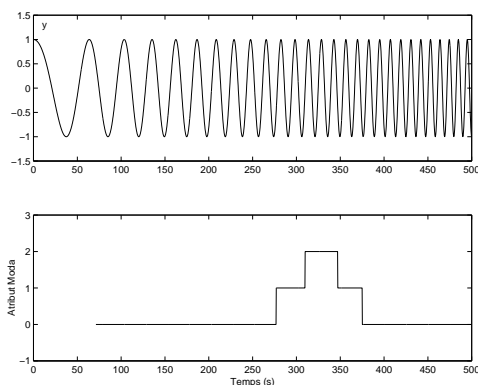


Figura 2.38: Un enregistrament del senyal $\mathcal{S} \equiv y$ i la sortida del camí d'anàlisi de components freqüencials: 0 – *despreçiable*, 1 – *notable* i 2 – *important*.

Tenint en compte que el senyal \mathcal{S}_M és de magnitud qualitativa ordenada, i de cara a facilitar el disseny del supervisor, es configurarà el detector perquè interpoli esdeveniments, *interpol = cert*.

D'altra banda, es suposa que la component freqüencial cercada no està present inicialment. Per això, s'escull el grau de presència inicial de la component freqüencial *despreçiable*, que es correspon amb l'etiqueta $0 \in \mathcal{E}_M$.

Finalment, l'especificació dels esdeveniments significatius dependrà del processament que se'n vulgui fer en l'etapa de supervisió. Ara per ara,

com és desconegut es fixa simplement la següent matriu de canvis, a mode d'exemple:

$$\mathcal{M}_M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

En ella apareixen com a significatius tots els esdeveniments que suposen un canvi entre magnituds adjacents. També, es té interès en detectar la persistència al llarg del temps de la component freqüencial cercada.

La fig. 2.39 mostra els esdeveniments significatius detectats, \mathbb{E}_M . S'utilitza una notació simplificada d'esdeveniment amb una fletxa que neix a la magnitud origen i mor a la magnitud destí. Observi's altre cop que els esdeveniments són assenyalats mitjançant flancs alternatius de pujada i baixada.

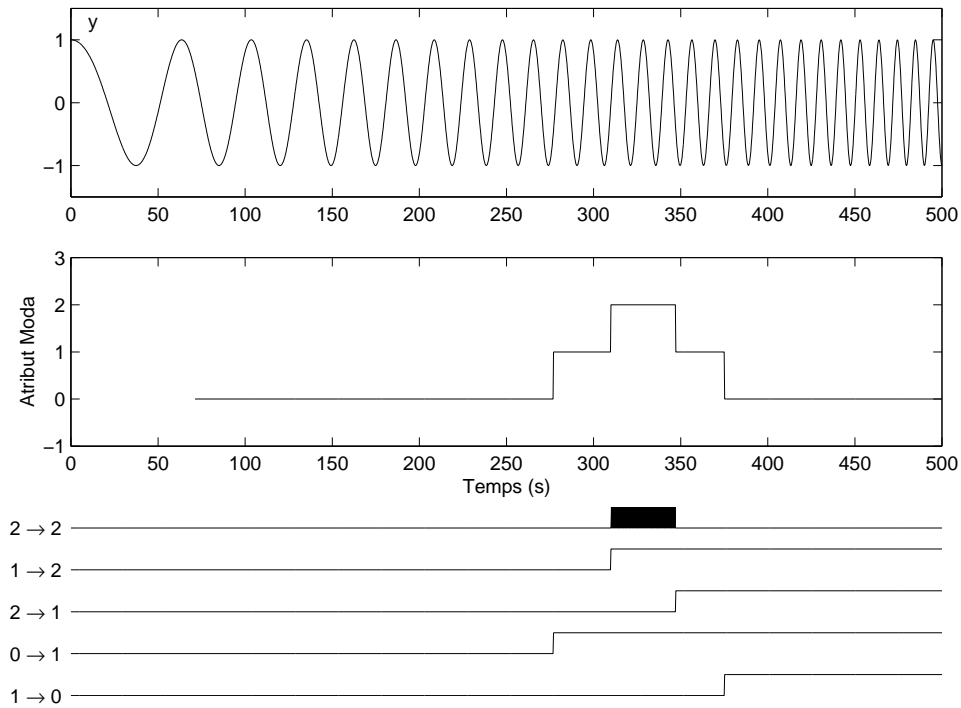


Figura 2.39: Detecció de la component freqüencial significativa.

En aquest cas, totes els esdeveniments significatius especificats amb la matriu de canvis han estat observats: $[e_{\mathcal{S}_M}]_1^0$, $[e_{\mathcal{S}_M}]_0^1$, $[e_{\mathcal{S}_M}]_2^1$, $[e_{\mathcal{S}_M}]_1^2$ i $[e_{\mathcal{S}_M}]_2^2$.

El senyal \mathcal{S}_M no presenta discontinuïtats. Per això, tot i havere optat per interpolar esdeveniments, no apareixen deteccions simultànies d'esdeveniments.

Observi's que en l'interval de temps de 310 a 350 s es detecta la persistència de la component freqüencial en el senyal. Apareix com una franja negra ja que el període de mostreig T_M és molt petit. Es pot determinar fent ús de l'eq. (2.26): $T_M = \prod_{l=1}^n d^{(l)} T$. En aquest cas $T_M = T = 0.25$ s. La raó de que sigui tan petit és que el camí d'anàlisi de components freqüencials s'ha configurat amb uns desplaçaments de finestra mínims, $d_{CS} = d_M = 1$. Un dels motius d'haver escollit aquests desplaçaments ha estat introduir un mínim retard en la detecció de la component freqüencial. No obstant, això deriva del fet que la persistència de la component freqüencial es detecti amb una periodicitat molt petita. Si interessés detectar la persistència amb una periodicitat major, només caldria reconfigurar els desplaçaments de finestra del camí d'anàlisi \mathcal{CA}_{CF} . La fig. 2.40 mostra què passaria si s'escollissin uns desplaçaments: $d_{CS} = d_M = 3$.

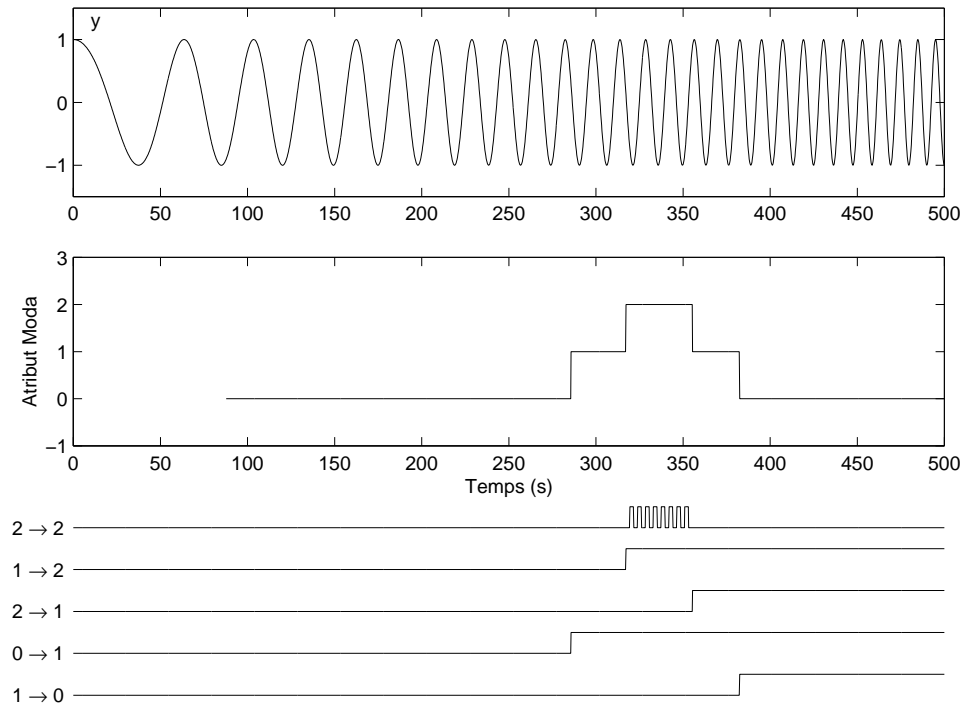


Figura 2.40: Detecció de la component freqüencial significativa amb una periodicitat d'esdeveniments menor.

S'observa que no es perjudica significativament el retard en la detecció dels esdeveniments, i que, en canvi, es redueix la cadència de l'esdeveniment $[e_{S_M}]_2^2$.

En definitiva, tenint en compte el senyal \mathcal{S} , tots els esdeveniments esperats són detectats correctament.

2.6.3 Altres camins de detecció

Fins aquí s'han estudiat amb gran detall dos exemples de camins de detecció. Es podrien dissenyar altres camins de detecció en funció dels esdeveniments que l'esquema de supervisió consideri com a significatius.

Per exemple, podrien basar-se en els camins d'anàlisi proposats a l'apartat 2.4.3 i detectar canvis en la segona derivada, en la dispersió del senyal, etc.

Una altra possibilitat seria aprofitar la proposta de l'apartat 2.2.4 i encadenar un analitzador de formes amb un detector d'esdeveniments. El camí de detecció resultant podria servir per assenyalar la presència de patrons temporals significatius en el senyal.

En cas de considerar-se interessants, es podrien analitzar tots ells amb la mateixa profunditat que els anteriors.

