

Capítulo 5

Resultados experimentales

En este capítulo se examina el uso de los módulos neuronales y los algoritmos de optimización evolutiva para el modelado de sistemas no lineales y la identificación de los parámetros que caracterizan los modelos resultantes.

En primer lugar se propone una metodología de utilización de las herramientas descritas en este trabajo y, seguidamente, se modelan tres sistemas dinámicos como ejemplos de aplicación. Los dos primeros son sistemas simulados y el último es un sistema real con datos obtenidos a partir de lecturas en los sensores y actuadores del mismo.

Además, los apéndices A y B también están relacionados con este capítulo porque en ellos se detallan la sintonía de los parámetros de la herramienta de modelado y los resúmenes de los resultados de todas las pruebas descritas en las siguientes secciones.

5.1 *Proceso de modelado con la herramienta de optimización evolutiva y redes de módulos neuronales*

El proceso de modelado e identificación puede realizarse de forma casi automática con ayuda de los procedimientos que se describen en esta sección, que están integrados en una aplicación de Matlab cuyo nombre es *miga*. Esta aplicación, que incorpora la herramienta de modelado descrita en el capítulo 4, también se explica, sucintamente, en esta sección.

En total, son necesarios cuatro pasos para completar el proceso de modelado y es importante notar que estos pasos complementan la metodología genérica existente, más que sustituirla.

5.1.1 Obtención y análisis de datos

La obtención de datos útiles para el modelado e identificación de sistemas dinámicos es, en sí, un tema extremadamente complejo (véase, por ejemplo [Codi-96] y [Esco-97]). Los modelos sólo pueden reflejar aquella información que esté contenida en los datos y, como se apuntaba en la introducción de este trabajo, los sistemas no lineales son difíciles de excitar en las diferentes regiones de operación de su dinámica. No entraremos aquí, por consiguiente, en cómo han de ser los datos sino, más bien, en qué hay que hacer con ellos.

Primero es conveniente dividir el conjunto de datos en tres subconjuntos. Cada uno de ellos servirá para las fases de aprendizaje, test (o reconocimiento) y validación, respectivamente. El tamaño de los conjuntos depende mucho de la disponibilidad de datos. Si se puede disponer de un número suficientemente elevado, entonces los tres conjuntos pueden ser del mismo tamaño. Si el número de datos está limitado se suele reservar un 30% para test y un 10% para validación, criterio que varía según los autores.

La parte que marca la diferencia entre éste y otros métodos de modelado, en este punto, es la *recolección de información previa*. Toda aquella información del sistema que pueda ser codificada a través de los módulos neuronales acelerará la obtención de resultados.

Por un lado, es importante considerar los elementos no lineales que el sistema en cuestión pueda incluir, pero es casi más importante descartar aquéllos que con certeza no debería incluir el modelo. Eliminando módulos candidatos se reduce el espacio de búsqueda drásticamente.

Por otro lado, el algoritmo de optimización evolutiva parte de una serie de módulos lineales que nosotros codificamos. Consecuentemente, también será conveniente estudiar la dinámica lineal del sistema a modelar. Esta información se puede obtener a partir de leyes físicas o a partir de métodos clásicos de identificación (modelos ARMAX obtenidos por minimización de errores cuadráticos, por ejemplo).

En caso de no disponer de ninguna información sobre la dinámica del sistema se deberían utilizar los elementos lineales básicos que permiten, componiéndolos en serie, generar sistemas de orden superior. Un conjunto básico podría contener un integrador puro, un sistema de primer orden y uno de segundo orden, con posibles ceros.

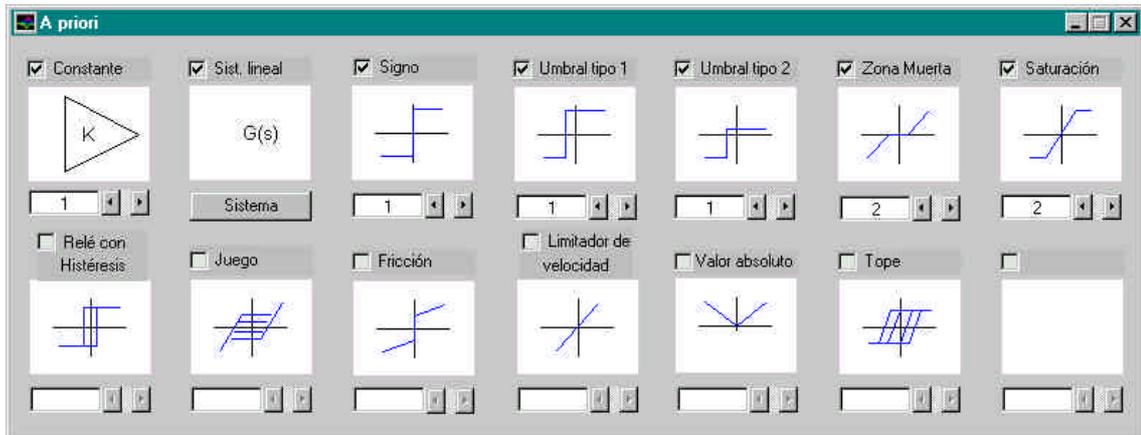


Fig. 5.1: pantalla de introducción de información previa

La información previa recolectada se puede introducir a través de una interficie de usuario (véase la figura 5.1) habilitada para tal efecto en la aplicación *miga*.

5.1.2 Planteamiento y ejecución de las pruebas

Las técnicas de optimización evolutiva, como se explica en el capítulo 4 de esta memoria, tienen un carácter estocástico en el proceso de búsqueda. Ésta y otras razones, como la diversidad de enfoques en la búsqueda (formas de incluir la información previa, tipos de datos de entrada y salida, aprendizaje conservador o no, etc.) hacen que, en combinación con el entorno de simulación neuronal, se tienda a realizar un número elevado de pruebas. Para sistematizar el proceso de modelado y reducir su tiempo conviene jerarquizar el diseño de experimentos. Aquí, se propone una jerarquía que comprende *problemas*, *pruebas*, *experimentos* y *ejecuciones*, conceptos que se detallan a continuación.

- Problema: es un proceso que se desea modelar.
- Prueba: es un conjunto de experimentos con un objetivo de modelado concreto, por ejemplo, contemplar la inclusión de cierta información previa o minimizar medidas del error de diferente índole (ISE, FPE, AIC, etc.). Las pruebas pueden dar soluciones con un interés específico cada una.
- Experimento: define los datos de entrada y salida y los valores iniciales del generador de números aleatorios en una prueba.
- Ejecución: es una instancia concreta de los parámetros del mecanismo de modelado. Una ejecución se materializa a través de parámetros como el error mínimo, el tamaño de la población del algoritmo de programación evolutiva, etc.

Así, el modelado de un proceso se puede plantear como un conjunto de pruebas (diferentes objetivos), para las que se ejecutarán grupos de experimentos (diferentes puntos de partida) y que se podrán repetir con ligeras variaciones en los parámetros del algoritmo de optimización evolutiva o en los del simulador neuronal.

La aplicación miga también dispone de pantallas para la configuración de pruebas, experimentos y ejecuciones.

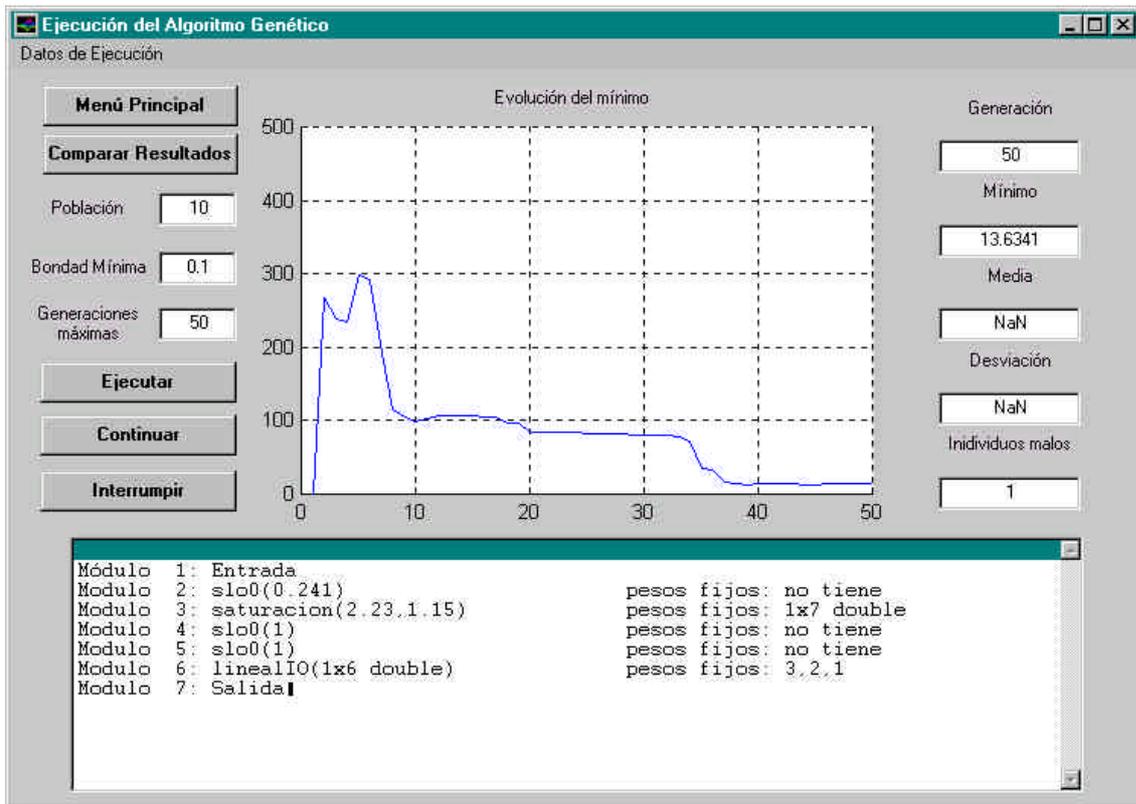


Fig. 5.2: aspecto de la pantalla principal de ejecución de los experimentos

Cuando todas las pruebas han sido programadas ya es posible ejecutarlas (en la figura 5.2 aparece la visualización correspondiente a un experimento en plena ejecución).

Puesto que el tiempo de ejecución puede resultar elevado, se ha dotado a la aplicación con la posibilidad de trabajar en un entorno distribuido. De esta forma, las ejecuciones se distribuyen entre ordenadores que comparten el sistema de ficheros a través de una red de área local.

5.1.3 Recolección de resultados

El mecanismo de modelado maneja conjuntos de soluciones candidatas y, cuando acaba, puede haber evaluado miles de ellas. El análisis exhaustivo de estos resultados es prácticamente inviable, a parte de poco provechoso. Por esto, es recomendable seguir un proceso sistemático de análisis de los resultados, con la finalidad de reunir un conjunto reducido de modelos sobre el que se realizará la validación. Este proceso se resume seguidamente:

- Cada experimento da, como resultado, los modelos con menor error para el problema. El número de modelos que se considera es veinte, valor obtenido heurísticamente en base a pruebas experimentales.
- El conjunto formado por todas las soluciones se ordena según el error sobre los datos de test y se seleccionan los primeros modelos de esta lista. De nuevo, el número de modelos seleccionados se ha obtenido heurísticamente, y en este caso es treinta.
- Se realiza una gráfica del error respecto a la complejidad del modelo y se escogen aquéllos que pueden resultar más interesantes.

El último punto requiere dos aclaraciones: la complejidad se mide en número de parámetros del modelo, es decir, número de pesos modificables de la red neuronal que lo lleva a cabo; se han considerado modelos interesantes aquéllos con menor error y aquéllos con menor cantidad de parámetros, dentro de valores del error pequeños. En la figura 5.3 se da un ejemplo de este tipo de gráficas y de una selección en la que se consideran modelos con error pequeño y modelos con un número de parámetros reducido.

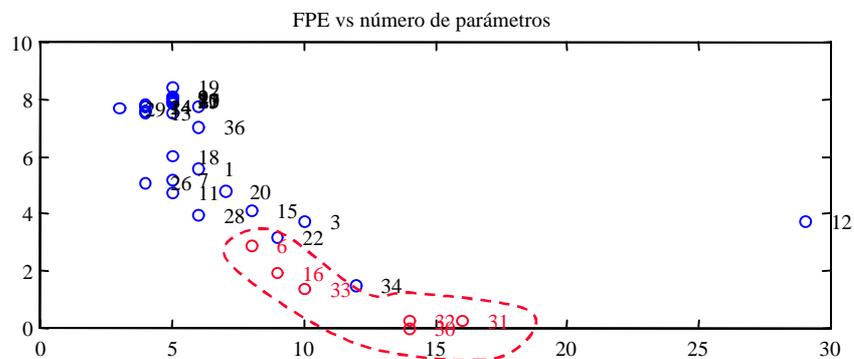


Fig. 5.3: ejemplo de selección (en línea discontinua) de los modelos de validación

5.1.4 Validación, análisis y refinado de modelos

La parte de validación consiste en estudiar la respuesta de los modelos escogidos ante entradas que no se han utilizado en los anteriores pasos de creación de los mismos. El resultado de esta prueba se puede evaluar a través de las medidas de error ya comentadas en la introducción de este trabajo (ISE, FPE, etc.) y utilizando también tests de independencia de los residuos respecto de la entrada, usuales en validación. La figura 5.4 muestra el aspecto de la pantalla que permite realizar este test.

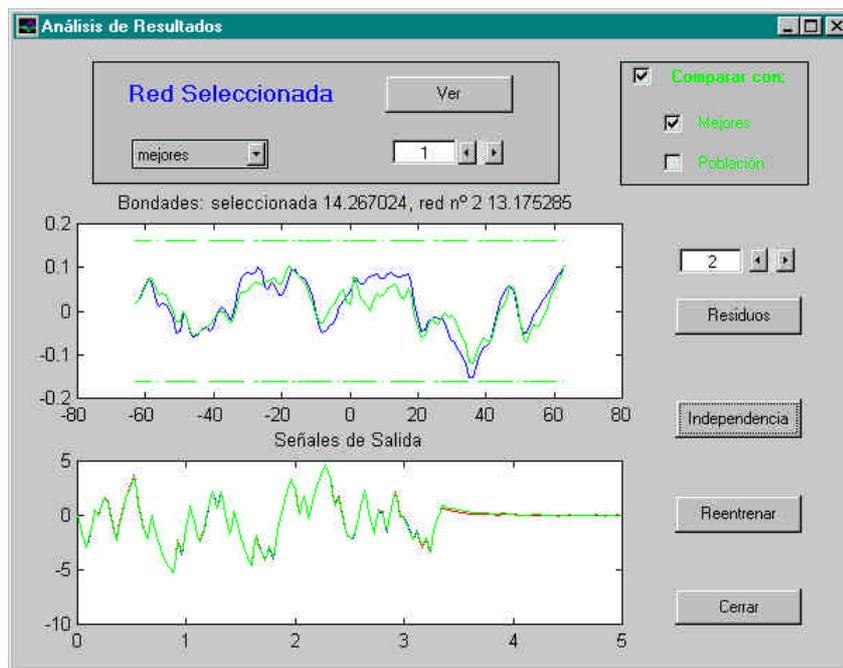


Fig. 5.4: aspecto de la interficie de usuario de validación

El resultado de la validación consiste en uno, o varios, modelos expresados a través de una lista que describe cada módulo neuronal y una matriz que indica las interconexiones entre módulos. En la figura 5.5 se da un ejemplo de una red modular expresada de esta manera.

```

Red n° 5: bondad FPE 0.114804 (mejor valor I&E)

Módulo 1: Entrada
Módulo 2: s1o0(0.765)
Módulo 3: saturacion(1.25,1.45)
Módulo 4: s1o0(1)
Módulo 5: umbral1(-50)
Módulo 6: vabs()
Módulo 7: s1o0(0.914)
Módulo 8: s1o0(0.777)
Módulo 9: lineal10(-0.000651,0.0419,0.866)
Módulo 10: Salida

pesos fijos: no tiene
pesos fijos: 1x7 double
pesos fijos: no tiene
pesos fijos: 50
pesos fijos: 1x8 double
pesos fijos: no tiene
pesos fijos: no tiene
pesos fijos: 2,1,1

Conexiones:
. . . . . X . . .
X . . . . .
. X . . . . .
. . X . . . . .
. . . X . . . .
. . . . X . . . .
X . . X . X X . .
. X . . X . X . .
. . . . . X .

```

Fig. 5.5: ejemplo de descripción de una red modular

El siguiente paso es la simplificación de los modelos. A menudo sucede que el mecanismo de optimización genera modelos con módulos que no participan en la salida o que lo hacen en una proporción ínfima. Si transformamos la red a un formato estándar de simulación (como Simulink, por ejemplo) es posible visualizar gráficamente la salida de cada uno de los módulos y comprobar su contribución a la salida global. De esta manera es posible eliminar algunos módulos o substituir otros por elementos más sencillos. Además, existe un conjunto de reglas, detalladas en [Net-87], que permiten realizar transformaciones entre elementos no lineales y que pueden reducir la complejidad del modelo.

Por último, siempre existe la posibilidad de realizar una fase de aprendizaje para acabar de ajustar los parámetros de los módulos neuronales. Recuérdese que, mientras se desarrolla el proceso de optimización evolutiva, las redes modulares se someten a un corto aprendizaje en cada iteración del algoritmo evolutivo, pero esto no implica necesariamente que sus parámetros estén perfectamente sintonizados. Es, por tanto, razonable probar esta última fase de aprendizaje más intensivo para acabar de refinar los modelos. La figura 5.6 muestra la pantalla que permite llevarlo a cabo.

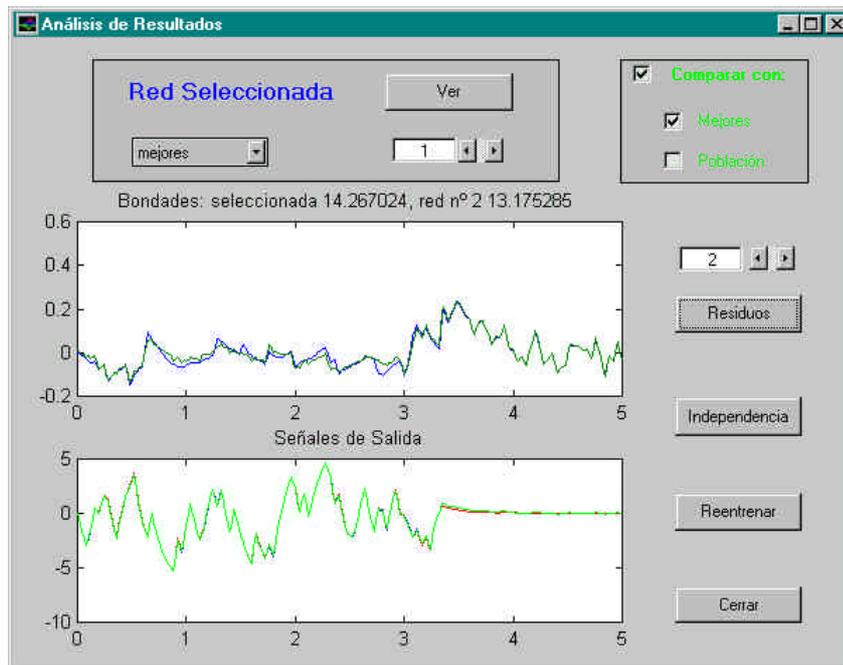


Fig. 5.6: pantalla de ejemplo de ajuste fino de los parámetros de un modelo

5.2 Motor de corriente continua

El motor de corriente continua es un sistema simulado que responde al comportamiento de los bancos de prueba disponibles en el departamento de *Enginyeria de Sistemes, Automàtica i Informàtica Industrial*, de la *Universitat Politècnica de Catalunya* en Terrassa. La entrada de este sistema es la tensión aplicada a la armadura del motor y la salida es la velocidad de rotación del eje.

Se ha utilizado un sistema simulado porque este sistema ha servido para realizar la sintonía de la mayoría de los parámetros del optimizador evolutivo. De esta manera, se obtiene un sistema conocido, realista y en el que cualquier fuente de ruido ha sido eliminada.

Este sistema se comporta, fundamentalmente, como un sistema de primer orden, pero tiene dos no-linealidades estáticas en serie a su entrada (ver figura 5.7). Las características no lineales son, respectivamente, una saturación (con pendiente unitaria y límites a $\pm 8V$) y una zona muerta centrada en $0V$ y de anchura $3V$.

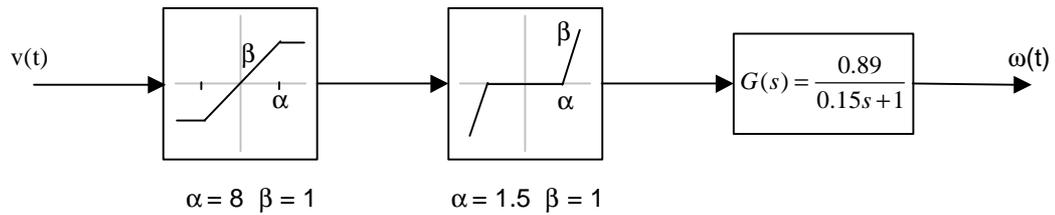


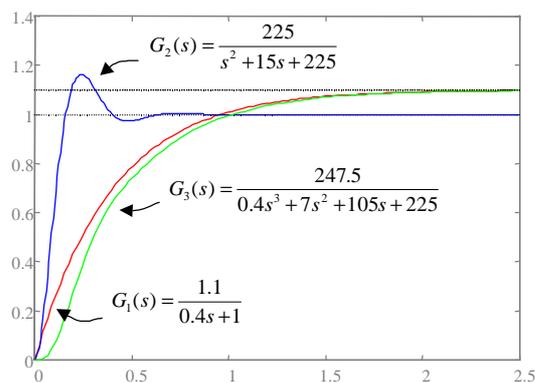
Fig. 5.7: diagrama de bloques del sistema

5.2.1 Datos de entrada y salida e información previa

En este sistema los datos se obtienen mediante simulación, por ello, la disponibilidad de éstos no está limitada. Se han utilizado conjuntos de igual tamaño para las fases de aprendizaje, test y validación. Cada conjunto es de 601 puntos, que corresponde a la simulación de 12 segundos, utilizando un periodo de muestreo de 0.02s.

La información previa disponible es completa. Se dispone del número, tipo y parámetros de los bloques que componen el sistema. Sin embargo, se ha supuesto una situación razonable de conocimiento sobre el sistema. El conocimiento que se ha codificado para realizar la búsqueda evolutiva es el siguiente:

- Módulos no lineales estáticos, únicamente.
- Comportamiento lineal correspondiente a funciones de transferencia de primer, segundo y tercer orden, con características dinámicas similares. La figura 5.8 detalla las funciones de transferencia y su respuesta ante un escalón unitario.

Fig. 5.8: respuesta de G_1 , G_2 , y G_3 ante un escalón unitario

La constante de tiempo del sistema es de 0.15s, pero se ha supuesto que es del orden de 0.4s. Los datos han sido obtenidos con un periodo de muestreo de 0.02s, superior al mínimo teórico necesario de acuerdo con la suposición, para permitir la identificación de sistemas más rápidos.

Las secuencias de datos son las tensiones de alimentación del motor y las salidas son las correspondientes velocidades de giro transformadas a tensión mediante una dinamo tacométrica. En la figura 5.9 se da un ejemplo de secuencias de entrada y salida. Los valores de entrada se obtienen mediante dos generadores de ruido blanco limitado en ancho de banda. Uno de ellos produce valores grandes y el otro pequeños y se seleccionan unos u otros de forma aleatoria (con probabilidad de 0.6 para los valores grandes). De esta forma, aproximadamente el 40% de los puntos de una secuencia quedarán saturados, otro 40% estará dentro de la zona muerta y el 20% restante excitará directamente el comportamiento lineal del sistema.

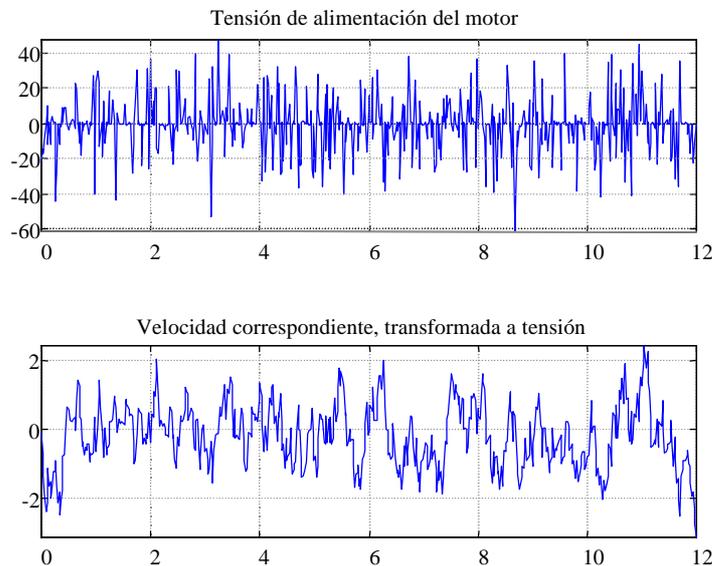


Fig. 5.9: ejemplo de secuencias de entrada y salida para el motor de corriente continua

Finalmente, cabe notar que la salida del sistema está alterada por ruido de lectura, blanco y limitado en ancho de banda, de $\pm 1.5\%$ del valor de salida, aproximadamente.

5.2.2 Pruebas realizadas

Se han planteado 3 pruebas diferentes para obtener una solución de este problema. Las pruebas difieren unas de otras en el criterio de optimización utilizado: la prueba 1 se basa en el AIC, la 2 se basa en el FPE y la 3 se basa en la suma de errores al cuadrado, ISE.

Cada prueba consta de 8 experimentos (excepto la prueba 3, que consta de 4 experimentos por ser mucho más costosos temporalmente), en los que se han variado los datos de entrada y salida y los puntos de partida de la búsqueda. Cada experimento se ejecuta durante 600 generaciones como máximo.

5.2.3 Resultados

Los resúmenes correspondientes a los resultados de este problema se encuentran en la sección B.1 del apéndice B. La tabla 5.1 muestra el error AIC, FPE e ISE de test del mejor modelo en cada experimento. Los mejores modelos corresponden a las pruebas 1 y 2, experimentos 3 y 7, respectivamente.

	<i>Exp. 1</i>	<i>Exp. 2</i>	<i>Exp. 3</i>	<i>Exp. 4</i>	<i>Exp. 5</i>	<i>Exp. 6</i>	<i>Exp. 7</i>	<i>Exp. 8</i>
<i>Prueba 1: AIC</i>	0.1	0.08	0.0028	0.13	0.05	0.19	0.02	0.27
<i>Prueba 2: FPE</i>	0.0045	0.11	0.11	0.12	0.05	0.28	0.0043	0.26
<i>Prueba 3: ISE</i>	0.17	0.13	0.114	0.126	-	-	-	-

Tabla 5.1: resumen de resultados (resaltados los mejores de cada prueba)

Antes de comentarlos es necesario aclarar que los experimentos de la prueba 3, a pesar de dar, en algunos casos, errores aceptables tanto en la fase de aprendizaje como en la de validación, no se han considerado para el análisis. Esto es debido a que el criterio ISE de minimización, aún cuando es muy habitual en otros métodos de optimización, aquí resulta poco adecuado. Este criterio no tiene en cuenta el número de parámetros del modelo y, por ello, es útil cuando el modelo se fija de antemano. Sin embargo, en el caso que nos ocupa, el modelo también es objeto de optimización y, entonces, el algoritmo tiende a mejorar las soluciones a base de añadir parámetros (módulos) más que explotando las combinaciones adecuadas entre ellos.

Los resultados de los experimentos correspondientes a la prueba 3 tienen entre 50 y 100 parámetros, o lo que es lo mismo, entre 40 y 80 módulos. Estos resultados no son desechables en sí, porque aproximan la función objetivo adecuadamente, pero su mayor inconveniente es que son poco interpretables, a parte de que existen otros modelos, como se verá a continuación, que con menor cantidad de parámetros consiguen igual o menor error.

Los resultados más destacables de las pruebas 1 y 2 se encuentran resumidos en el apéndice B. Es interesante notar, en las gráficas de error de test, que los errores más bajos se dan en aquellos modelos con menor cantidad de parámetros. También se aprecia con claridad el carácter

estocástico de la búsqueda pues, ante condiciones similares de partida, se dan resultados que difieren en dos órdenes de magnitud.

La red seleccionada como solución al problema de modelado del motor de corriente continua es la red nº 1 del experimento 3 de la prueba 1 (AIC). Esta red está compuesta por 17 módulos, como se muestra en la figura 5.10. Entre éstos figura un sistema lineal (módulo etiquetado con el número 11) un módulo de saturación (el número 7) y otros. El error de test es menor de $2.9 \cdot 10^{-3}$, criterios FPE y AIC, y $2.7 \cdot 10^{-3}$, con el criterio ISE. En la figura 5.11 se representa una parte de la secuencia de test y el error porcentual que comete el modelo neuronal, que se mantiene dentro de la franja del 5%.

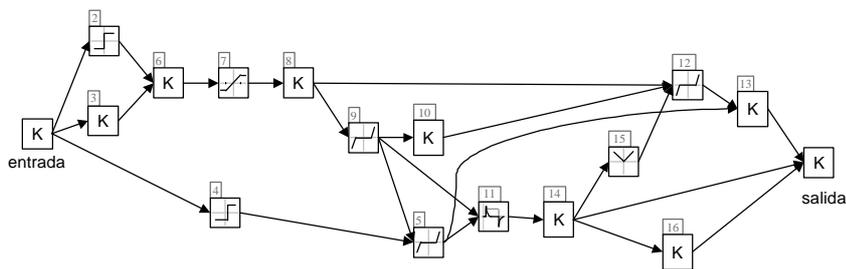


Fig. 5.10: diagrama de la red modular adoptada como solución del problema

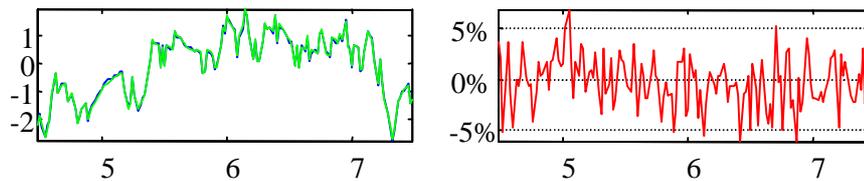


Fig. 5.11: respuesta del modelo escogido y su error de test

Una particularidad de este modelo, que se ha observado también en muchos de los otros analizados, es su gran capacidad generalizadora. En general, no hay diferencias apreciables entre los errores que comete con la secuencia de test y con secuencias de validación. En la figura 5.12 se representan las salidas y los errores del modelo ante secuencias que jamás han intervenido en la creación del mismo. Se puede ver claramente que, en algunos casos, el error es menor y en los restantes se mantiene similar al de test.

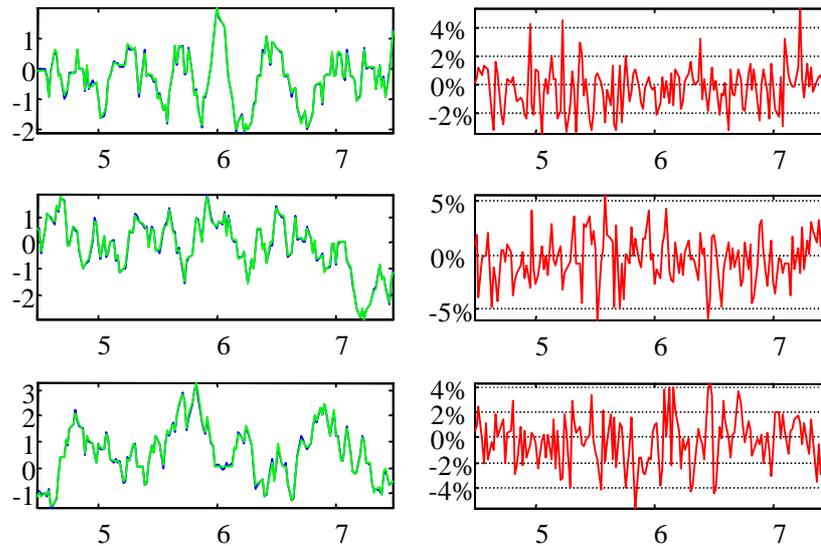


Fig. 5.12: respuesta del modelo ante secuencias de validación

Este modelo se ha evaluado comparándolo con otros modelos neuronales típicos. Para ello se ha utilizado una red *feedforward* clásica con retardos en las entradas y salidas y una red de tipo RBF (redes con función de activación gaussiana, en inglés *Radial Basis Function neural networks*).

En el primer caso se ha obtenido una red optimizada en cuanto al número de retardos y neuronas de la capa intermedia. Esta red neuronal, con 11 neuronas en la capa intermedia y 2 retardos para las entradas y las salidas, se ha entrenado durante 1000 ciclos con los mismos datos que el modelo modular seleccionado y ha sido sometida a pruebas similares. El resultado se puede ver en la figura 5.13. En ella hay una gráfica del error de test para entradas ideales, es decir, para un conjunto de valores creado a partir de las entradas y salidas deseadas. El error es cualitativamente comparable al del modelo modular, aunque cuantitativamente mayor si comparamos los índices ISE, puesto que el modelo clásico tiene un error de $5.56 \cdot 10^{-3}$ y del modular es de $2.89 \cdot 10^{-3}$; también hay una gráfica en la que las entradas de la red se obtienen a partir de sus propias salidas. Aquí se aprecia que el error crece. Lo más destacable de esta comparación es que el número de parámetros del modelo clásico es de 78, mientras que el número de parámetros del modelo propuesto es de 19.

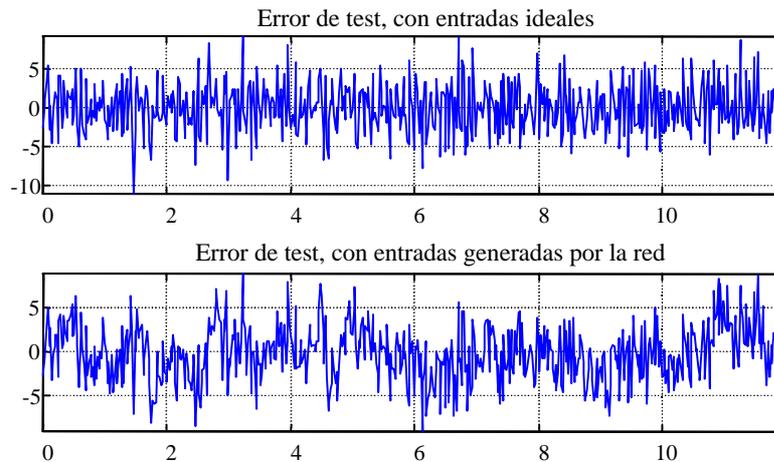


Fig. 5.13: errores de test (porcentuales) de la mejor red de tres capas

Las redes de tipo RBF son muy indicadas en problemas de clasificación, pero también se emplean con éxito en aproximación de funciones y, de hecho, disponen de pruebas formales de capacidad de aproximar funciones, igual que las redes de tres capas. El modelado del motor de corriente continua con este tipo de redes se puede resumir notando que para llegar a cotas de error similares a las de la red modular son necesarias más de 150 neuronas. Teniendo en cuenta que cada neurona tiene asociados 6 pesos, se ve claramente que el número de parámetros de este modelo es muy superior al del modelo modular.

5.2.4 Análisis de los resultados

Se ha podido comprobar que el modelo de la figura 5.10, tomado como solución al problema de modelado del motor de corriente continua, cumple con la mayoría de las características deseables de un buen modelo: aproxima la función objetivo con poco error, tiene pocos parámetros y generaliza correctamente. Sin embargo, por el momento es un modelo que, a pesar de estar compuesto por módulos interpretables, es relativamente opaco, en el sentido de que, a simple vista, no es explicativo respecto al sistema que representa.

Una de las mayores ventajas que tiene el modelado con redes de módulos neuronales es que permite la realización de análisis a posteriori que, en algunos casos, pueden dar lugar a conclusiones mucho más ricas que las que darían las redes neuronales convencionales. Para ello, se ha convertido el modelo neuronal a un formato más manipulable (Simulink) y se han analizado las señales en puntos intermedios del mismo.

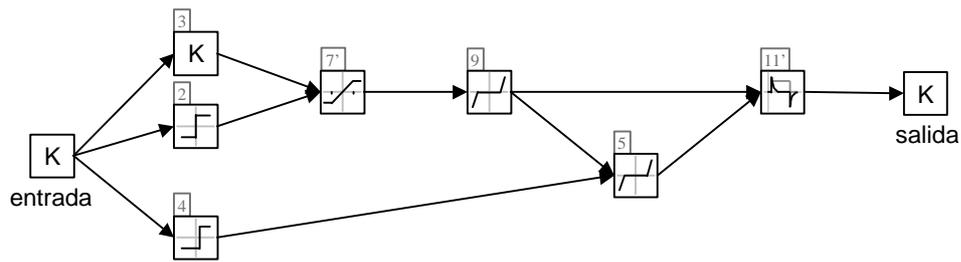


Fig. 5.14: versión simplificada del modelo de la figura 5.10

Se ha podido observar que la señal que genera el módulo 13 (ganancia estática de valor pequeño) apenas influye en la salida. En consecuencia, si lo consideramos superfluo y lo eliminamos, junto a aquéllos que lo alimentan, se puede reducir la complejidad del modelo en cuatro módulos (los etiquetados con los números 10, 12, 13 y 15). Además es posible realizar unas transformaciones sencillas, incluyendo las ganancias estáticas correspondientes a los módulos 14 y 16 en el módulo 11 y las correspondientes a los módulos 6 y 8 en el 7, de manera que el modelo resultante es el de la figura 5.14. Este último modelo consta de 7 módulos funcionales y en él se pueden identificar dos características del sistema original. Por un lado, la constante de tiempo del sistema lineal (módulo 11') es de 0.1539 y, por otro, se aprecia que el sistema contiene una saturación en su entrada.

Toda esta información puede resultar extremadamente útil a la hora de construir un modelo a partir de ecuaciones físicas del sistema o, sencillamente, para comprender el funcionamiento del mismo.

5.3 Sistema no lineal simulado, con histéresis

5.3.1 Descripción

Este sistema se describe el apartado 3.7.2 de [Suy-96]. Se reproduce aquí su descripción para facilitar la comprensión. Se trata de un sistema interconectado (ver figura 5.15), que consta de dos sistemas lineales y dos no-linealidades: una curva de histéresis, f_1 , y la función tangente hiperbólica, f_2 . Los sistemas lineales, L y M , son ambos de una entrada y una salida y de órdenes 2 y 1, respectivamente. La conexión de estos cuatro subsistemas, con entrada $u(k)$, salida $y(k)$, y vector de estados $[x(k), z(k)]$ responde a las siguientes ecuaciones de estado:

$$x(k+1) = A_L x(k) + b_L u(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} v(k)$$

$$z(k+1) = a_M z(k) + b_M f_1(c_L^T x(k))$$

$$y(k) = f_2(c_M z(k) + d_M f_1(c_L^T x(k))) + w(k)$$

donde $v(k)$ y $w(k)$ son ruido de proceso y medida, respectivamente, gaussianos de media cero y desviación estándar 0.01.

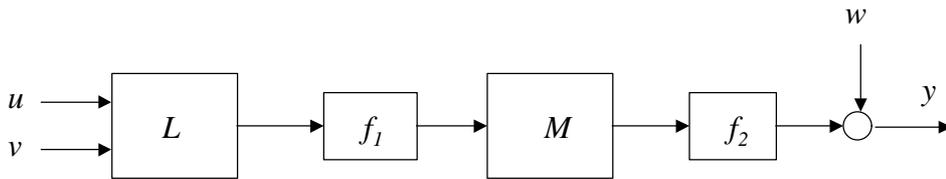


Fig. 5.15: esquema de bloques del sistema no lineal simulado

Las matrices de estado de L y M son:

$$a_M = 0.7 \quad b_M = 1 \quad c_M = 1 \quad d_M = 1$$

$$A_L = \begin{bmatrix} 0.1 & -0.2 \\ 1 & 0.3 \end{bmatrix} \quad b_L = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad c_L = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad d_L = 0$$

La no-linealidad f_1 se muestra en la figura 5.16 y está definida de manera que la característica izquierda o derecha se sigue en función del signo de x_2 .

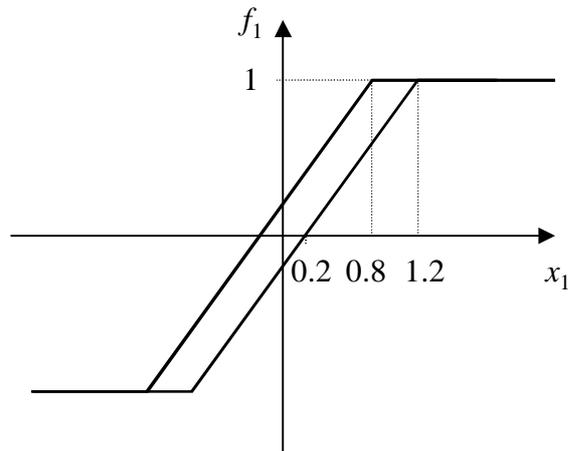


Fig. 5.16: característica no lineal con histéresis

5.3.2 Descripción de los datos

El conjunto de datos está formado por 1000 puntos para aprendizaje y 1000 puntos más para reconocimiento. Los datos de entrada se generan a partir de una señal aleatoria distribuida uniformemente en el intervalo $[-1, 1]$. Es de notar que en el problema original los datos de test no se utilizan en la creación del modelo (y aquí sí), por tanto los conjuntos de aprendizaje, test y validación se han dimensionado de la siguiente manera: 500 puntos para el aprendizaje, 500 puntos para el test y 1000 puntos para la validación. Así se conserva la relación original de 1000 puntos para la creación del modelo y 1000 para su validación.

5.3.3 Pruebas realizadas

Este problema tiene una particularidad que lo diferencia de otros, como el motor de corriente continua. Se trata de la introducción de ruido de proceso. El autor del problema utiliza un modelo capaz de estimarlo a través de un filtro de Kalman, propio del modelo. Para ello es imprescindible alimentar al modelo con las señales de entrada y salida deseada del sistema, cosa que no se contempla en este trabajo. Antes de plantear las pruebas definitivas se realizaron algunas con ruido de proceso, pero los errores alcanzados eran, generalmente, mayores que los reportados en [Suy-96]. El mejor resultado se dio con un modelo de 22 módulos que tenía un error de test de $3.12 \cdot 10^{-3}$, el doble del error declarado en el citado libro. Por todo esto, las pruebas finales se han realizado sin ruido de proceso.

En total se han realizado 4 pruebas. Dos de ellas con todos los módulos descritos en el capítulo 2 y las dos restantes sólo con los módulos estáticos. En ambas se han utilizado sistemas lineales

de primer y segundo orden, cuya respuesta se representa en la figura 5.17. Además, se ha tenido en consideración que el rango de las entradas y salidas es pequeño y que para alcanzar las cotas de error deseadas sería necesaria una fase de aprendizaje bastante intensiva. Para evitar esto, se han utilizado unos parámetros de aprendizaje algo mayores que los descritos en el apéndice A, a riesgo de inestabilizar algunos modelos.

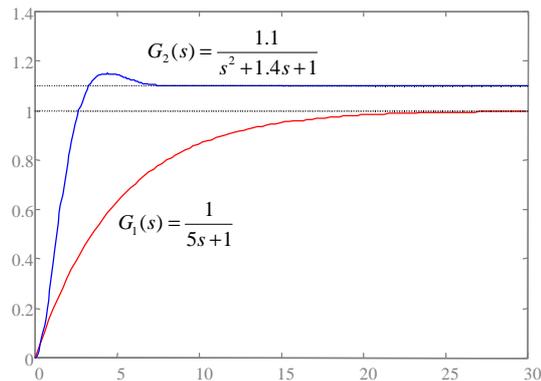


Fig. 5.17: respuesta de G_1 y G_2 ante un escalón unitario

En definitiva, se han realizado 4 pruebas que difieren en el criterio de optimización (AIC y FPE) y en el tipo de módulos que participan en la optimización. Cada una está compuesta por 8 experimentos de 400 generaciones, no se ha incluido ninguna información previa particular y se ha acelerado un poco el aprendizaje neuronal. Finalmente, se han extendido hasta 1200 generaciones aquellos experimentos con menores errores.

5.3.4 Resultados

Los resúmenes correspondientes a los resultados de este problema se encuentran en la sección B.2 del apéndice B. La tabla 5.2 contiene los errores de test alcanzados por los mejores modelos de cada experimento.

	<i>todos los módulos</i>		<i>módulos estáticos</i>	
	<i>Prueba 1</i> <i>FPE</i>	<i>Prueba 2</i> <i>AIC</i>	<i>Prueba 3</i> <i>FPE</i>	<i>Prueba 4</i> <i>AIC</i>
<i>Exp. 1</i>	0.0208 - 400 -	0.0062 - 1200 -	0.0344 - 400 -	0.0188 - 1200 -
<i>Exp. 2</i>	0.0183 - 400 -	0.0149 - 400 -	0.0112 - 1200 -	0.0154 - 1200 -
<i>Exp. 3</i>	0.0206 - 400 -	0.0286 - 400 -	0.0229 - 400 -	0.0253 - 400 -
<i>Exp. 4</i>	0.0165 - 1200 -	0.0233 - 400 -	0.0255 - 400 -	0.0192 - 400 -
<i>Exp. 5</i>	0.0111 - 1200 -	0.0130 - 400 -	0.0146 - 1200 -	0.0142 - 400 -
<i>Exp. 6</i>	0.0169 - 400 -	0.0139 - 400 -	0.0025 - 1200 -	0.0195 - 1200 -
<i>Exp. 7</i>	0.0206 - 400 -	0.0233 - 400 -	0.0202 - 400 -	0.0225 - 400 -
<i>Exp. 8</i>	0.0149 - 400 -	0.0077 - 1200 -	0.0237 - 400 -	0.0257 - 400 -

Tabla 5.2: resumen de resultados de las pruebas 1 a 4 (resaltados los mejores) con el número de generaciones de optimización realizadas

El experimento 6 de la prueba 3, prueba realizada con medida del error FPE y módulos estáticos únicamente, tiene dos redes modulares de comportamiento destacable. La mejor de ellas, red n° 1, está formada por 28 módulos (44 parámetros modificables) y reconoce las entradas de test (ver figura 5.18) con un error de $2.466 \cdot 10^{-3}$. La red n° 3 está formada por 26 módulos (41 parámetros modificables) y reconoce las entradas de test con un error de $2.479 \cdot 10^{-3}$.

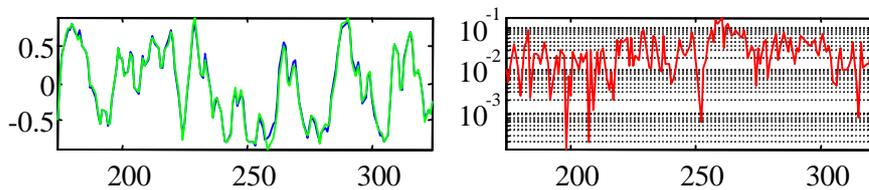


Fig. 5.18: gráficas de las salidas del modelo y salidas deseadas y errores en escala logarítmica

Los errores de validación tienen una media de $7.12 \cdot 10^{-3}$, criterio FPE, para la red modular nº 1 y de $7.30 \cdot 10^{-3}$ para la red nº 3. La figura 5.19 muestra las gráficas correspondientes a dos pruebas de validación de la red nº 1 y la figura 5.20 muestra las de dos pruebas de validación de la red nº 3.

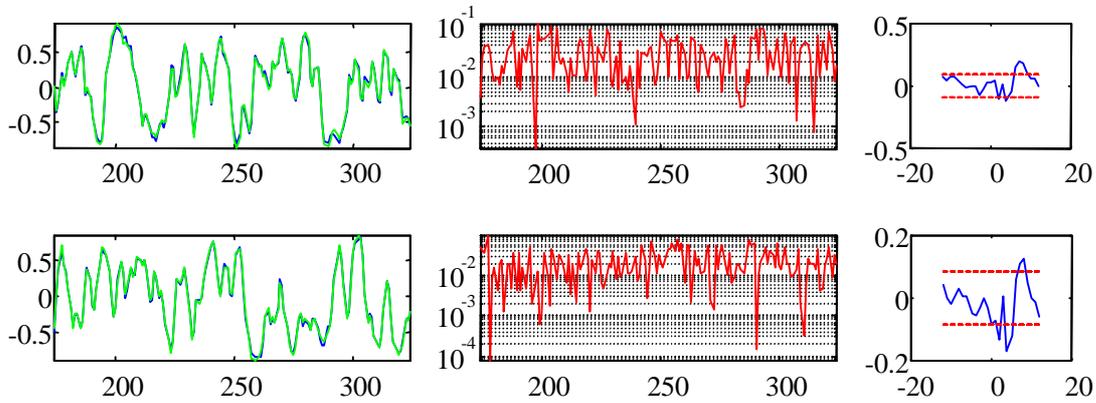


Fig. 5.19: gráficas de las salidas y salidas deseadas, errores en escala logarítmica y correlación entre errores y entradas para secuencias de validación de la red nº 1

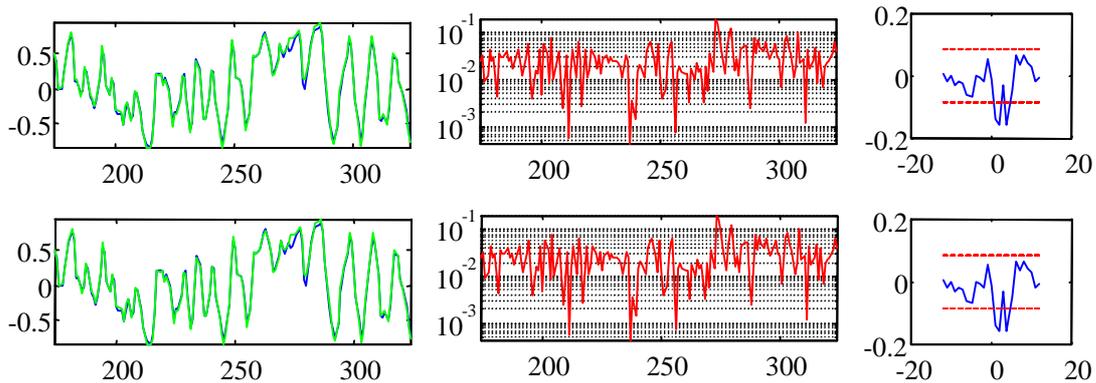


Fig. 5.20: gráficas de las salidas y salidas deseadas, errores en escala logarítmica y correlación entre errores y entradas para secuencias de validación de la red nº 3

5.4 Elemento piezoeléctrico

5.4.1 Descripción

En este experimento se estudia un elemento piezoeléctrico a partir de medidas realizadas en el laboratorio del *Departament d'Electrònica* de la *Universitat de Barcelona*. Se trata de

caracterizar el desplazamiento que sufre el piezoeléctrico bimórfico P-803.10 de Physik Instrumente, que nominalmente es de $50\text{V} - 100\mu \pm 20\mu$.

Una característica destacable de este sistema es que, aunque no se tiene un modelo preciso del mismo, se conocen sus rasgos principales de comportamiento. Se trata de un elemento que sigue una curva de histéresis aproximadamente lineal. El modelo que se busca, por tanto, tendría que reflejar esta característica.

5.4.2 Descripción de los datos

El principal inconveniente que plantea este problema es la escasez de datos. El proceso de medida, por tratarse de desplazamientos tan pequeños, es muy complejo y el conjunto de datos disponible (representado gráficamente en las figuras 5.21 y 5.22) está formado por, solamente, 59 pares de entrada-salida.

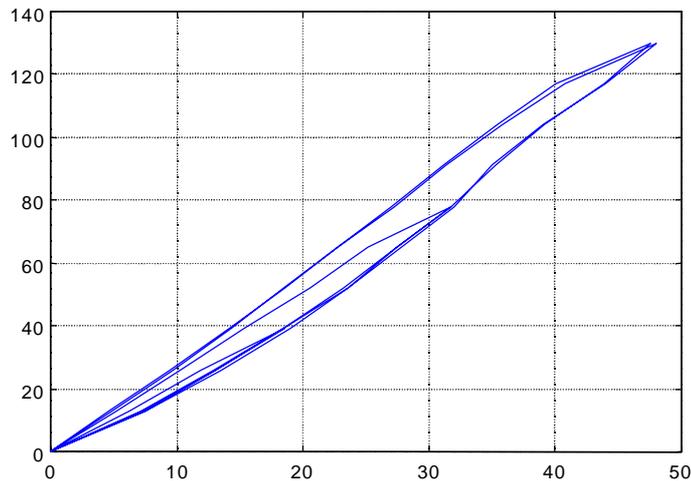


Fig. 5.21: gráfica de la característica de entrada (tensión) y salida (desplazamiento en **mm**)

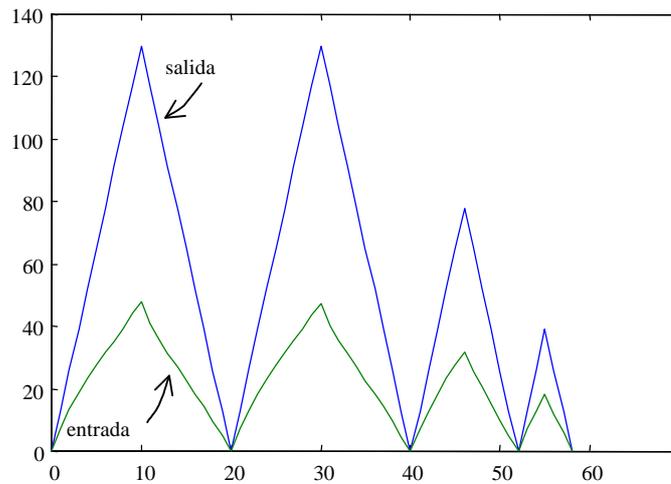


Fig. 5.22: gráfica conjunta de los datos de entrada y salida frente al tiempo

Estos datos están divididos en cuatro lazos de excitación del elemento piezoeléctrico. La selección de los conjuntos de aprendizaje y de test se ha realizado tomando lazos completos, de tal forma que la cantidad de datos para ambos procesos sea parecida y que se dé similar peso a los lazos de excursiones largas y a los de excursiones cortas. La figura 5.23 muestra los dos conjuntos.

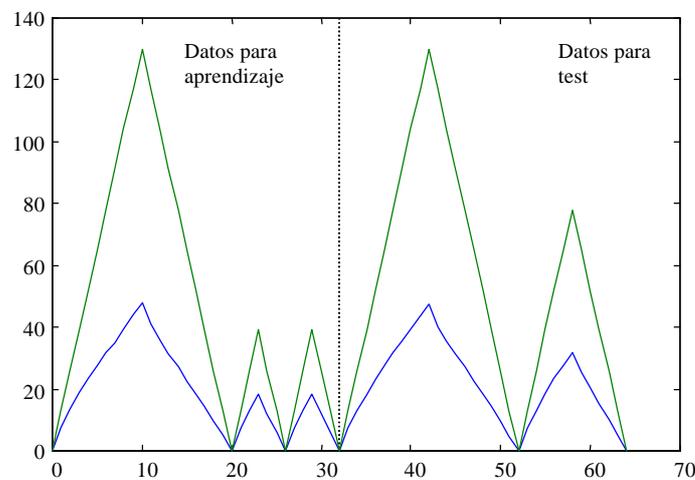


Fig. 5.23: gráfica de los conjuntos de aprendizaje y test

Hay que tener en cuenta, también, que estos datos pertenecen al régimen permanente del sistema. No se dispone, por el momento, de datos para otras frecuencias de funcionamiento que, según el fabricante del piezoeléctrico, resultarían diferentes.

5.4.3 Pruebas realizadas

Este problema dispone de poca información previa para guiar la búsqueda. Se sabe, por un lado, que el modelo resultante corresponde a la característica estática del sistema y, por otro, que tiene que contener alguna forma de histéresis. La primera pauta nos sugiere la posibilidad de no utilizar los módulos neuronales de los sistemas lineales, mientras que la segunda permite plantear pruebas con módulos de tipo RELE, JUEGO o TOPE.

Teniendo todo esto en cuenta, se plantearon cinco pruebas iniciales y tres definitivas. Las pruebas iniciales tenían la finalidad de comprobar la necesidad de incluir los módulos neuronales correspondientes a las funciones ZONA MUERTA, SATURACION, FRICCION, TOPE, JUEGO y LIMITADOR DE VELOCIDAD. En las pruebas definitivas se utilizaron aquellos módulos que dieron resultados positivos en las anteriores y se realizaron más experimentos con ejecuciones más largas. El resumen de cada una de las pruebas se da en la tabla 5.3.

<i>Prueba</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>Def. 1</i>	<i>Def. 2</i>	<i>Def. 3</i>
<i>Módulos que pueden formar parte de las soluciones</i>	ganancia umbral1 umbral2 relé hist. saturación z. muerta	ganancia umbral1 umbral2 relé hist. tope	ganancia umbral1 umbral2 relé hist. juego	ganancia umbral1 umbral2 relé hist. fricción	ganancia umbral1 umbral2 relé hist. limitador	ganancia umbral1 umbral2 relé hist. saturación z. muerta tope juego	ganancia umbral1 umbral2 relé hist. saturación z. muerta tope juego fricción	ganancia umbral1 umbral2 relé hist. saturación z. muerta tope juego limitador
<i>Medida del error</i>	FPE AIC ISE	FPE AIC ISE	FPE AIC ISE	FPE AIC ISE	FPE AIC ISE	FPE AIC	FPE AIC	FPE AIC
<i>Nº gen.</i>	200	200	200	200	200	500	500	500
<i>Nº exp.</i>	3	3	3	3	3	8	8	8

Tabla 5.3: resumen de las pruebas con el problema piezoeléctrico

5.4.4 Resultados

Los resúmenes de los resultados de las pruebas iniciales se encuentran en la tabla 5.4. En ellos se puede observar lo siguiente: las pruebas 1 y 4 (SATURACION+ZONAMUERTA y FRICCION) tienen errores muy grandes y estos módulos, por sí solos, parecen insuficientes para modelar el comportamiento deseado; las pruebas 2 y 3 (TOPE y JUEGO) tienen errores similares y se pueden

dar por válidos en algún caso; la prueba 5 (LIMITADOR DE VELOCIDAD) obtiene algunos resultados excelentes y otros mediocres.

		<i>Prueba 1</i>	<i>Prueba 2</i>	<i>Prueba 3</i>	<i>Prueba 4</i>	<i>Prueba 5</i>
<i>Experimento 1</i>	<i>AIC</i>	33.1	8.6	8.9	34.8	0.002
	<i>FPE</i>	31.2	12.8	9.4	41.6	1.28
	<i>ISE</i>	25.7	3.5	2.5	26	3.1
<i>Experimento 2</i>	<i>AIC</i>	33.1	7.7	4.15	34	34.5
	<i>FPE</i>	33.4	12	9.9	34.2	35.4
	<i>ISE</i>	25.3	1.36	4.9	18.2	5.8
<i>Experimento 3</i>	<i>AIC</i>	33	7.66	8.28	33	0.0096
	<i>FPE</i>	33.2	10.6	9.37	36.9	36.58
	<i>ISE</i>	25.11	3.1	2.46	28.7	8

Tabla 5.4: resumen de resultados de las pruebas previas (resaltados los mejores de cada prueba)

A la vista de estos resultados, se pensó que un buen modelo tenía que incluir las características del JUEGO y/o del TOPE, aunque para dar más flexibilidad a la prueba se incluyeron también, en la prueba definitiva 1, los módulos de SATURACION y ZONAMUERTA. La prueba definitiva 2 se diseñó por precaución. En la prueba definitiva 3 se consideró oportuno utilizar todos los módulos menos el de FRICCION, a pesar que parezca razonable darle más trascendencia al módulo LIMITADOR DE VELOCIDAD. La justificación del diseño de esta prueba se hará patente en el apartado de validación.

También es destacable que algunos de los mejores resultados se dieron con la medida del error ISE (integral, o suma, de los errores al cuadrado). Sin embargo, el número de parámetros de estos modelos es, en general mayor que el número de datos, con lo cual se desecharon las soluciones obtenidas y, como consecuencia, en las pruebas definitivas solamente se utilizaron las medidas del error FPE y AIC.

		<i>Definitiva 1</i>	<i>Definitiva 2</i>	<i>Definitiva 3</i>
<i>Exp. 1</i>	<i>AIC</i>	3.9	6.2	4.37
	<i>FPE</i>	9.38	9.9	4.57
<i>Exp. 2</i>	<i>AIC</i>	9.5	4.58	3.05
	<i>FPE</i>	8.88	7.4	5.16
<i>Exp. 3</i>	<i>AIC</i>	8.9	8.06	4.36
	<i>FPE</i>	9.3	9.28	5.14
<i>Exp. 4</i>	<i>AIC</i>	8.9	8.97	4.76
	<i>FPE</i>	8.9	9.46	7.11
<i>Exp. 5</i>	<i>AIC</i>	5.5	8.68	8.5
	<i>FPE</i>	5.99	7.54	7.1
<i>Exp. 6</i>	<i>AIC</i>	9.7	8.71	0.001
	<i>FPE</i>	5.6	9.42	0.007
<i>Exp. 7</i>	<i>AIC</i>	8.7	2.82	7.76
	<i>FPE</i>	9.4	9.5	8.9
<i>Exp. 8</i>	<i>AIC</i>	5.2	9.14	6.98
	<i>FPE</i>	9	9.32	0.003

Tabla 5.5: resumen de resultados de las pruebas previas (resaltados los mejores de cada prueba)

Los resúmenes de los resultados de las pruebas definitivas se encuentran la tabla 5.5 y los resúmenes de los mejores experimentos están en la sección B.3 del apéndice B.

5.4.5 Validación y análisis de los modelos

En este problema, se ha seguido un proceso de validación diferente del habitual, debido a la escasez de datos previamente comentada. Aquí, se ha utilizado como secuencia de validación la secuencia original de datos (figura 5.21).

Esta secuencia difiere de las de aprendizaje y test (figura 5.23), a pesar de que los datos sean los mismos. La diferencia radica en el orden y número de los lazos de excitación del piezoeléctrico. De esta forma, se puede comprobar si el modelo neuronal ha memorizado la secuencia o las relaciones dinámicas entre los datos.

Un comentario general referente a los modelos resultantes de las pruebas previas y definitivas es que se dieron varios casos de modelos ‘casi perfectos’, que siempre involucraban al LIMITADOR DE VELOCIDAD. Sus comportamientos con las secuencias de aprendizaje y test tienen errores prácticamente nulos (del orden de 1% o menos). Sin embargo, la mayoría de estos modelos resultó bastante peor ante la secuencia de validación (errores del 1% o más). Ésta es la razón por la que la prueba definitiva 3 incluye, además del LIMITADOR DE VELOCIDAD, los módulos de la prueba definitiva 1.

Tras analizar los resúmenes de todos los experimentos y los mejores modelos de cada uno, se han seleccionado 6 modelos, cuyas características principales están relacionadas en la tabla 5.2. Los resúmenes de los experimentos que los generaron se encuentran en el apéndice B, sección B.3. El criterio de selección que se ha utilizado para llegar a estos últimos modelos se basa en los errores (FPE) de validación que, como se ha apuntado ya, distan notablemente de los errores de test en algunos casos concretos. Los modelos seleccionados mantienen su buen comportamiento del aprendizaje también con la secuencia de validación.

<i>Modelo</i>	<i>Error FPE</i>	<i>Error AIC</i>	<i>Error ISE</i>	<i>Error IAE</i>	<i>Módulos</i>	<i>Params.</i>
1	3.0348	2.9123	131.6573	65.3385	8	9
2	3.1582	3.1427	168.3011	78.7064	5	3
3	3.2632	2.9269	114.4772	69.9126	11	15
4	3.2811	2.7180	95.5686	55.6587	15	20
5	2.3646	2.2691	102.5832	56.0701	8	9
6	3.1704	3.1285	157.8286	70.5970	7	5

Tabla 5.2: resumen de características de los 6 mejores modelos

El modelo con menor error (FPE) de la tabla 5.2 es el n° 5, correspondiente al séptimo experimento de la prueba definitiva 3. El modelo n° 4 reconoce la secuencia de validación con menores errores ISE e IAE, pero está compuesto por casi el doble de módulos.

Vamos a analizar más detenidamente el modelo 5, que a partir de ahora será considerado como la solución al problema aportada por el mecanismo de modelado.

Este modelo, cuyo diagrama de bloques se da en la figura 5.24, está compuesto por 6 módulos funcionales, además de la entrada y la salida. El módulo 4 corresponde a una característica de JUEGO, cosa que confirma nuestra sospecha inicial de la existencia de alguna forma de histéresis. También hay dos ZONAS MUERTAS y dos ganancias proporcionales.

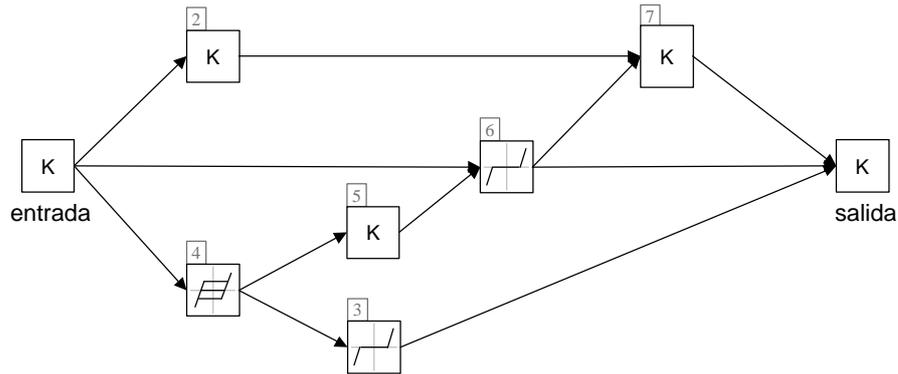


Fig. 5.24: diagrama de bloques del modelo 5

El esquema de conexiones permite realizar una simplificación que lo reduce en un módulo. Se trata de incorporar la ganancia del módulo 7 a los módulos que lo alimentan. Para ello, el módulo 2 pasa a tener su ganancia multiplicada por la del 7 y el módulo 6 pasa a ver multiplicada la pendiente de la zona muerta por la ganancia del 7 más una unidad.

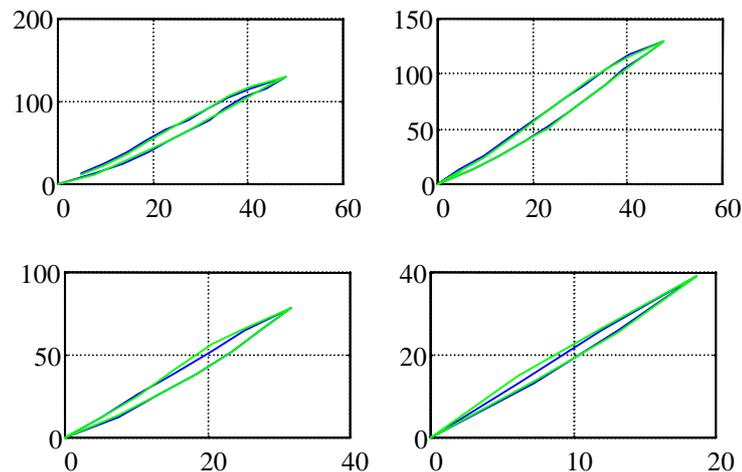


Fig. 5.25: respuesta original (azul) y respuesta del modelo 5 (verde)

El modelo 5 responde según las gráficas de la figura 5.25 y el error correspondiente a los 59 datos disponibles está representado en la figura 5.26. Se aprecia en esta gráfica que el error que comete está comprendido en una franja de $\pm 2\%$, excepto para la entrada n° 48 en que llega a -4% . Esta característica se aprecia en otros modelos, por lo que se puede concluir que se debe a ruido en los datos reales o a un modo del sistema que no está suficientemente bien representado en éstos.

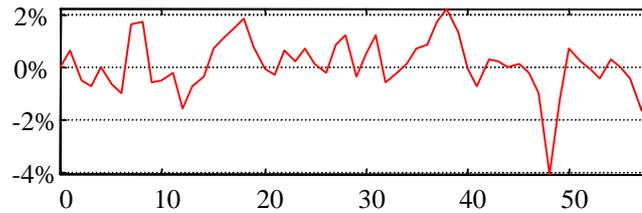


Fig. 5.26: diferencia entre la respuesta real y la del modelo 5