

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS**

**ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO EN SERVICIO,
PREROTURA Y ROTURA DE PUENTES DE HORMIGÓN
CON PRETENSADO EXTERIOR**

Tesis Doctoral presentada por:
GONZALO RAMOS SCHNEIDER

Dirigida por:
ANGEL C. APARICIO BENGOCHEA

Barcelona, Febrero de 1994

*A mi esposa Gracia,
por su paciencia y comprensión,
por su continuo apoyo,
y a mi hijo Oscar Gonzalo*

INDICE

AGRADECIMIENTOS

RESUMEN

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN 1

CAPÍTULO 2

PLANTEAMIENTO Y OBJETIVOS 5

CAPÍTULO 3

ESTADO DEL CONOCIMIENTO 9

3.1.- Desarrollo histórico 9

3.2.- Tecnología y realizaciones 11

3.2.1.- Perspectiva americana 11

3.2.2.- Perspectiva europea 13

3.3.- Métodos de análisis 15

3.3.1.- Métodos aproximados 16

3.3.2.- Métodos exactos 16

3.4.- Experimentación 17

3.4.1.- Construction Technology Laboratory (Dallas, USA) 17

3.4.2.- Laboratorio del C.E.B.T.P. en Saint-Rémy-lès-Chevreuse . 18

3.4.3.- Ferguson Structural Engineering Laboratory. The University of Texas at Austin. 19

3.5.- Normativa 20

CAPÍTULO 4

MÉTODO DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL	23
4.1.- Introducción	23
4.2.- El método de los elementos finitos	23
4.2.1.- Modelización geométrica	24
4.2.2.- Principio de los Trabajos Virtuales	25
4.2.3.- Ecuación de equilibrio de un elemento	26
4.2.4.- Ecuación de equilibrio de un sólido	29
4.2.5.- Formulación de la no linealidad geométrica en el Método de los Elementos Finitos	30
4.2.6.- Técnica empleada en la resolución del sistema de ecuaciones no lineales	33
4.3.- Descripción del elemento viga de hormigón armado	35
4.3.1.- Geometría y campo de desplazamientos	36
4.3.2.- Discretización de la sección transversal e integración	38
4.3.3.- Obtención de la matriz de rigidez del elemento	41
4.3.4.- Modelización mecánica de los materiales	41
4.3.4.1.- Hormigón	42
4.3.4.2.- Acero pasivo	44
4.3.4.3.- Comportamiento a torsión del hormigón armado	45
4.3.4.4.- Fisuración del hormigón armado	45

CAPÍTULO 5

TRATAMIENTO DEL PRETENSADO EN LA FORMULACIÓN PROPUESTA	51
5.1.- Introducción	51
5.2.- Discretización del tendón de pretensado en elementos finitos	52
5.3.- Fuerzas equivalentes de pretensado	54
5.3.1.- Valor de la fuerza de pretensado	54
5.3.1.1.- Pérdidas por rozamiento	55
5.3.1.2.- Pérdidas por penetración de cuñas	55
5.3.1.3.- Pérdidas por acortamiento elástico	57
5.3.2.- Obtención del vector de fuerzas equivalentes de pretensado	58
5.4.- Evaluación de las deformaciones y tensiones en los tendones de pretensado	59
5.4.1.- Tendones interiores adherentes	59
5.4.2.- Tendones exteriores no adherentes	61
5.4.3.- Evaluación de las tensiones	64

5.5.- Colaboración del pretensado a la rigidez global de la estructura	65
5.5.1.- Matriz de rigidez de los tendones adherentes	65
5.5.2.- Matriz de rigidez de los tendones no adherentes	67

CAPÍTULO 6

MODELIZACIÓN DE LAS JUNTAS ENTRE DOVELAS PREFABRICADAS	69
6.1.- Introducción	69
6.2.- Modelos de junta existentes	70
6.2.1.- Modelo propuesto por Muller	70
6.2.2.- Modelo propuesto por Kreger	72
6.2.3.- Modelo propuesto por Rezendre	73
6.3.- Modelos de junta estudiados	76
6.3.1.- Muelle rotacional	76
6.3.2.- Muelle rotacional con condensación estática	79
6.3.3.- Método de la rotación impuesta	81
6.3.4.- Método propuesto en este trabajo	84

CAPÍTULO 7

VERIFICACIÓN DE LA FORMULACIÓN PROPUESTA	91
7.1.- Introducción	91
7.2.- Estudio de puentes continuos de hormigón pretensado ...	93
7.3.- Estudio sobre columnas pretensadas	93
7.4.- Ensayos sobre vigas con pretensado exterior	96
7.4.1.- Comparación con la viga monolítica NM9	97
7.4.2.- Comparación con la viga por dovelas NM2	101
7.4.3.- Comparación con la viga por dovelas NM5	107

CAPÍTULO 8

EJEMPLOS DE APLICACIÓN	113
8.1.- Introducción	113
8.2.- Ejemplo puente isostático	113
8.2.1.- Descripción del ejemplo	114
8.2.2.- Dimensionamiento del pretensado necesario	116

8.2.3.- Verificación del Estado Límite Último frente a solicitaciones normales	116
8.2.3.1.- Normativas europeas (BPEL, Model Code, etc.)	116
8.2.3.2.- Normativa A.A.S.H.T.O.	117
8.2.3.3.- Normativa A.C.I.	118
8.2.3.4.- Método aproximado	119
8.2.4.- Análisis no lineal	123
8.3.- Ejemplo puente continuo	134
8.3.1.- Descripción del puente	134
8.3.2.- Resultados obtenidos	139

CAPÍTULO 9

CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN 157

9.1.- Conclusiones	157
9.1.1.- Conclusiones referentes al MODELO DE ANÁLISIS	157
9.1.2.- Conclusiones referentes al COMPORTAMIENTO de tableros de puente con pretensado exterior	160
9.1.3.- Conclusiones globales referentes a la utilización del PRETENSADO EXTERIOR EN PUENTES	165
9.2.- Futuras líneas de investigación	167

ANEJO 1

OBTENCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UN ELEMENTO DE HORMIGÓN ARMADO

171

ANEJO 2

MATRIZ DE RIGIDEZ DE UN SEGMENTO DE PRETENSADO 177

ANEJO 3

SOLUCIONES A LA ECUACIÓN ADHERENCIA - DESLIZAMIENTO ENTRE HORMIGÓN Y ACERO

181

ANEJO 4

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS189

AGRADECIMIENTOS

La realización de una Tesis Doctoral no sólo requiere un importante trabajo personal de formación e investigación, sino que también necesita un ambiente propicio y un Director que guíe, ayude y motive al doctorando. Ambas condiciones, en su máxima expresión, se han dado en mi caso.

Por un lado, el ambiente, tanto profesional como humano, que se vive en la Cátedra de Puentes es inmejorable. Citaré, en primer lugar, a Juan Ramón Casas que dirigió mi Tesina de Especialidad y al cual debo mucho de lo poco que sé de puentes. Mi agradecimiento también a los que han sido mis compañeros estos años, en especial Pedro Díez quien me ha ayudado a superar algún traspies numérico, y que además es un buen amigo.

En cuanto al Director de esta Tesis, Angel C. Aparicio, debo agradecerle su interés, su preocupación y, lo que es muy importante, la confianza depositada en este doctorando. Asimismo, le agradezco las innumerables lecciones magistrales sobre puentes que imparte cotidianamente.

Debo también agradecer al profesor Pere Roca el haberme proporcionado las herramientas numéricas básicas para el desarrollo del trabajo. Igualmente, el tiempo y el interés que me ha dedicado para ayudar a resolver cuantos problemas le he consultado.

Al profesor Javier Oliver debo la sugerencia del modelo de junta, que llegó en un momento crucial tras diversos modelos fallidos por problemas numéricos.

Por último, destacar que este trabajo ha sido posible merced a la beca de formación de investigadores que me fue concedida por parte de la Direcció General d'Universitats de la Generalitat de Catalunya.

Muchas gracias a todos.

RESUMEN

En este trabajo se ha desarrollado una formulación, basada en el Método de los Elementos Finitos, encaminada al estudio en servicio, prerotura y rotura de puentes de hormigón con pretensado exterior, construidos monolíticamente o por dovelas prefabricadas.

Dicha formulación incluye los efectos de no linealidad mecánica, debida al comportamiento real de los materiales, y no linealidad geométrica, estableciendo el equilibrio en la posición deformada de la estructura. En cuanto a los materiales, se introduce para el hormigón una ley tensodeformacional que incluye fisuración, plastificación y aplastamiento; mientras que para el acero, tanto activo como pasivo, se admite su posible plastificación. También se incluye la colaboración del hormigón traccionado entre fisuras.

Se ha modelizado el pretensado exterior no adherente incluyendo dos posibles comportamientos del tendón a su paso por un desviador: deslizamiento impedido o libre deslizamiento. Los efectos de no linealidad geométrica se han introducido para modelizar la variación de excentricidad del pretensado, apreciable en estados avanzados de carga. El pretensado interno adherente se formula como un caso particular del pretensado exterior.

Se ha desarrollado un modelo para el análisis de las juntas entre dovelas prefabricadas que predice muy eficazmente su comportamiento. En este modelo se ha incluido un tratamiento de los tendones adherentes que atraviesan dichas juntas.

Se ha realizado una completa verificación de la formulación desarrollada, comparándola con estudios teóricos y experimentales.

Se han estudiado diversos ejemplos, puentes isostáticos monolíticos y construidos por dovelas y puentes continuos, de los que se han extraído conclusiones referentes al comportamiento de puentes con pretensado exterior.

De todo lo anterior, se han extraído conclusiones referentes al modelo de análisis y al comportamiento global de este tipo de estructuras.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

El pretensado exterior es una técnica que se remonta a los inicios del pretensado. Tras una serie de realizaciones, el escaso desarrollo de los medios de protección del acero provocó la aparición de problemas de corrosión en varios de estos puentes. Estos problemas propiciaron la casi desaparición de esta técnica hasta finales de los años 70, cuando resurgió tanto en los Estados Unidos de América como en Europa.

Desde entonces, aunque se han construido numerosos puentes, muchos de ellos ejecutados por dovelas prefabricadas, aún quedan lagunas importantes en cuanto al comportamiento en rotura, por flexión longitudinal y por cortante, de estas estructuras.

El pretensado exterior se caracteriza por su condición de no-adherente y por estar vinculado al hormigón en puntos discretos de la estructura. Estas características invalidan el cálculo seccional del incremento de deformación del acero activo en rotura, habiéndose de calcular teniendo en cuenta la deformación global del tablero.

La imposibilidad de evaluar a nivel sección la deformación del acero de pretensado ha llevado a las normativas de proyecto europeas a considerar nulo el incremento de tensión del acero activo, entre el estado permanente y el de rotura; mientras que, las normativas norteamericanas dan fórmulas y valores, avalados por un reducido número de ensayos, que en algunos casos están del lado de la inseguridad. Este hecho penaliza la utilización de pretensado exterior frente al interior adherente, pues obliga o a aumentar la cuantía de acero activo o a reforzar las secciones con armadura pasiva (imposible en el caso de estructuras construidas por dovelas prefabricadas), sin conocer la verdadera tensión en rotura del acero de pretensado.

Hasta la fecha se han desarrollado diversas investigaciones, tanto experimentales como numéricas, encaminadas a conocer mejor el comportamiento de estas estructuras.

En el área experimental, se han ensayado en varios laboratorios diversos modelos de vigas desde uno a tres vanos. Los resultados obtenidos confirman el buen comportamiento de este tipo de estructuras pero, evidentemente, no es posible extrapolar dichos resultados a cualquier estructura. La experimentación, en este caso, sirve básicamente para verificar los modelos numéricos y para detectar posibles fenómenos que puedan escapar a la modelización efectuada.

En cuanto a los modelos numéricos desarrollados, presentan diversas limitaciones como: no admitir vigas continuas, no permitir deslizamientos en los elementos de desviación o no admitir construcción por dovelas.

En este marco, parece muy interesante la formulación de un modelo numérico muy general, que permita el estudio del comportamiento de tableros de puentes de hormigón con pretensado exterior y/o interior, construidos de forma monolítica o por dovelas prefabricadas, teniendo en cuenta el verdadero comportamiento de los materiales y los efectos de segundo orden que produce el pretensado exterior por movimientos relativos entre el cable y la estructura.

En relación a los aspectos formales de esta Tesis Doctoral, puede llamar la atención la compacidad de su redacción, sobre todo en comparación con anteriores trabajos sobre análisis no lineal de otros tipos estructurales.

Ello es consecuencia de tres acontecimientos recientes:

- La publicación, casi simultánea con esta Tesis, del primer trabajo en castellano sobre pretensado exterior. Este trabajo, del que el doctorando es coautor, recopila de forma exhaustiva el estado actual de la técnica del pretensado exterior en el mundo (APARICIO y RAMOS, 1993). Allí, como puede ver el lector, se encuentra, profusamente desarrollado, el estado actual de la técnica del pretensado exterior, encontrándose las bases para entender la motivación de esta Tesis Doctoral. En el capítulo 3 se presenta una síntesis conceptual de esta publicación. Las más de 140 referencias bibliográficas que aparecen en la publicación son complementarias a las aquí expuestas, que son las estrictamente referidas al trabajo de la presente Tesis.
- La aparición del Código Modelo del 90 (CEB-FIP, 1991), con su capítulo 2 dedicado a la modelización de los materiales, ha fijado un marco de referencia para cualquier estudio posterior. No ha lugar, pues, a profundizar en los diferentes modelos de comportamiento, tal como ha sido necesario hasta hace poco tiempo por la falta de consenso existente.
- La muy reciente publicación de la traducción al castellano del libro sobre el Método de los Elementos Finitos de O.C. Zienkiewicz y R.L. Taylor, editada por el Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (1993), viene a confirmar la ya muy amplia difusión de este método dentro del campo del

análisis estructural en España. En la actualidad no tiene sentido realizar una exhaustiva descripción del método, por lo que al inicio del capítulo 4 se realiza sólo una muy breve introducción al mismo en aras de fijar la notación empleada en el resto del trabajo.

Se ha considerado conveniente ceñir el texto que se presenta a los trabajos realizados por el autor, huyendo de repetir aspectos comunes a muchos otros trabajos del área del análisis estructural.

CAPÍTULO 2

PLANTEAMIENTO Y OBJETIVOS

Capítulo 2

PLANTEAMIENTO Y OBJETIVOS

El objetivo global del presente trabajo es el desarrollo de un modelo numérico capaz de representar, con la máxima precisión posible, el comportamiento de estructuras lineales de hormigón armado y pretensado (exterior, interior o mixto), construidas de forma monolítica o por dovelas prefabricadas, en situación de servicio, prerotura y rotura.

Conocer el comportamiento de este tipo de estructuras permitirá equipararlas a otras más clásicas y, por tanto, más estudiadas, como son las estructuras monolíticas de hormigón armado y de hormigón pretensado adherente. Ello repercutirá en abrir, al proyectista, un abanico de técnicas a utilizar que permitan realizar proyectos más económicos y duraderos.

Para ello se plantean los siguientes objetivos:

- Realizar una exhaustiva recopilación bibliográfica, a fin de obtener una visión de conjunto del tema, estableciendo el punto de partida y las lagunas a cubrir.
- Disponer de un modelo capaz de representar el comportamiento de estructuras espaciales formadas por elementos lineales de hormigón armado.
- Modelizar el comportamiento mecánico instantáneo de los materiales, teniendo en cuenta relaciones no lineales entre tensión y deformación.
- Incluir en el modelo los efectos del pretensado, tanto interior adherente como exterior no-adherente.
- Contemplar, para el pretensado exterior, la posibilidad de libre deslizamiento o de deslizamiento impedido de los tendones de pretensado

en cada uno de los elementos de desviación. Esta doble hipótesis cubre todo el rango de comportamiento de estas estructuras.

- Formular la interacción tendón-estructura para ambos tipos de pretensado. La formulación de esta interacción en el caso del pretensado exterior es una de las principales aportaciones de este trabajo.

- Incluir los efectos de la no linealidad geométrica, considerando desplazamientos finitos y planteando el equilibrio de la estructura en la posición deformada. Este punto es fundamental para la correcta evaluación de los efectos del pretensado exterior, pues la posición relativa de los tendones respecto a la estructura es variable con la carga.

- Modelizar el comportamiento de las juntas en el caso de estructuras formadas por dovelas prefabricadas. Esta modelización es primordial, al concentrarse en las juntas los giros de la estructura, constituyendo otra importante aportación del presente trabajo.

- Verificar todos y cada uno de los puntos aquí expuestos, mediante comparación con resultados experimentales y con estudios teóricos realizados por otros autores.

- Estudiar diversos ejemplos a fin de conocer el comportamiento de estas estructuras en rotura, obteniendo el incremento de pretensado en estados avanzados de carga, y viendo cómo influyen en estos resultados diversas variables como son: esquema estático, hipótesis de carga, longitud de los tendones, deslizamiento o no de los tendones sobre los desviadores, monolitismo o elementos prefabricados, etc.

- Comparación de los resultados obtenidos con los que se obtendrían si se aplicaran los métodos simplificados que indican algunas normativas, que proporcionan fórmulas sencillas para estimar los incrementos de fuerza de pretensado en rotura.

- Si estos métodos propuestos por las normativas conducen a valores del incremento de tensión en el acero activo alejados de los obtenidos a partir del análisis, o incluso inseguros, desarrollar un nuevo método aproximado que proporcione resultados más ajustados a la realidad.

- Extraer conclusiones tanto del modelo numérico, como del comportamiento de estas estructuras, sobre todo en estados de carga cercanos a la rotura. Es de gran interés conocer si estas estructuras se comportan de forma dúctil, avisando de la proximidad de su rotura mediante flechas importantes, o presentan roturas frágiles, mucho más peligrosas por imprevistas.
- Realizar recomendaciones sobre futuras líneas de investigación que puedan complementar este trabajo y que ayuden al mejor conocimiento de la técnica del pretensado exterior.

CAPÍTULO 3

ESTADO DEL CONOCIMIENTO

Capítulo 3

ESTADO DEL CONOCIMIENTO

3.1.- DESARROLLO HISTÓRICO

Como ya se ha expuesto, la historia del pretensado exterior como técnica de construcción de puentes se remonta al comienzo mismo de la aplicación del hormigón pretensado. En 1934, el ingeniero alemán Franz Dischinger patentó el primer sistema de pretensado exterior. Este sistema fue el utilizado por Dischinger en el primer puente con pretensado exterior, el puente de Adolf Hitler en Aue, construido en 1936, de tres vanos de luces $25.2 + 69.0 + 23.4$ m y de sección transversal formada por vigas en T (SCHÖNBERG y FICHTNER, 1939). La escasa capacidad portante del acero utilizado hizo que las pérdidas por relajación, fluencia y retracción fueran importantes. Por ello, ha requerido dos reparaciones (1962 y 1980), en la primera se retesaron los cables, se limpiaron y repintaron; mientras que en la segunda se volvieron a retesar los tendones originales (PITLOUN, 1963)(HOFMANN, 1986).

En los años 40 y 50 se construyeron diversos puentes con pretensado exterior descritos en (APARICIO Y RAMOS, 1993):

- Puente Klockestrand, Suecia, 1938-1943.
- Puente de Sclayn, Bélgica, 1950.
- Puente de Vaux-sur-Seine, Francia, 1951.
- Puente de Port à Binson, Francia, 1951.
- Puente de Villeneuve-Saint-Georges, Francia, 1953.
- Puente de Can Bia, Francia, 1954.
- Puente sobre el río Canas, Cuba, 1956.

Varios de estos puentes (Villeneuve-Saint-Georges, Vaux-sur-Seine, Can Bia) tuvieron graves problemas de corrosión, al no repintarse los cables protegidos con pintura bituminosa, y por filtraciones importantes de agua.

En España, dos puentes fueron construidos con pretensado exterior. El primero es, a su vez, el primer puente construido en España en hormigón pretensado con armadura postesa, el puente de Almarail (Soria), proyecto de E. Torroja y A. Páez (ATEP, 1970). Se trata de un puente de tres vanos de luces $20 + 30 + 20$, con un tramo isostático en el vano central suspendido de los laterales. Este puente sirvió de banco de pruebas y, por ello, se mantuvieron los alambres sin protección alguna durante dos años con el fin de ensayar los aceros. Posteriormente se protegieron mediante un mortero de cemento. El sistema de pretensado que se utilizó fue el sistema Barredo. Este puente continua en servicio en la carretera de Almarail a Cubo, y no ha sido reparado ni modificado desde su construcción.

El segundo puente fue el de Valdecañas, sobre el río Tajo, proyecto de A. Martínez Santonja (ATEP, 1970). Es un puente de 6 vanos isostáticos de 27 m de luz resuelto con vigas prefabricadas. Al ser una obra provisional, se situaron los alambres exteriores a las almas de las vigas. Al hacerlo definitivo, en 1967, se mejoró la protección del acero, impregnándose con pintura antioxidante y recubriéndose con mortero.

En los años 60 y 70 fueron muy escasas las realizaciones con pretensado exterior, cabe citar (APARICIO y RAMOS, 1993):

- Puente de Bournemouth, Bélgica, 1970.
- Puentes de Exe y Exminster, Inglaterra, 1976.

Los puentes de Exe y Exminster utilizaron pretensado exterior para minimizar el peso propio, de cara a disminuir los problemas de cimentación que existían. He aquí una de las ventajas importantes del pretensado exterior, la disminución de espesores de alma, permitiendo economía de peso y de material.

Fue también en los años 60, concretamente en 1967, cuando se reforzó el primer puente con pretensado exterior, el puente sobre el río Aare en Aarwangen (Suiza). Este puente de dos vanos en celosía metálica, había sido construido en 1889 y fue necesario aumentar su carga última. Se abrió así otro campo de utilización del pretensado exterior, el refuerzo de estructuras, que cobró gran auge con la reparación de diversos puentes construidos por voladizos sucesivos en los inicios de esta técnica.

Además de los citados, otros factores ayudaron a recuperar el pretensado exterior como técnica de construcción de puentes. Así, la utilización de tendones no adherentes, inyectados con grasa, en los edificios de contención de las centrales nucleares estadounidenses, o el desarrollo de cables muy potentes, con diversas barreras de protección contra la corrosión, para los puentes atirantados.

También fue importante la aparición de nuevas técnicas de construcción, como el empuje del dintel. En 1973, F. Leonhardt propuso unir a su método de empuje la técnica del pretensado exterior (LEONHARDT, 1973), aplicándose en los puentes de Aiguilly, Bléré y Kouilou a principio de los años 80 (APARICIO y RAMOS, 1993).

El primer puente moderno, que propició el resurgimiento de esta técnica, es el puente del Long Key (Florida), proyectado por Jean Muller en 1978-79 (MULLER, 1980). Este puente sentó las bases de toda una serie posterior de puentes de luces medias, construidos vano a vano mediante dovelas prefabricadas y pretensado exterior.

3.2.- TECNOLOGÍA Y REALIZACIONES

Se pueden diferenciar dos filosofías de utilización del pretensado exterior totalmente distintas: la americana y la europea (básicamente francesa); lo que ha conllevado al desarrollo de distintas tecnologías, métodos de construcción, etc. En este capítulo se desarrollan estos aspectos diferenciando ambas perspectivas.

3.2.1.- Perspectiva americana

En los Estados Unidos, la función objetivo para la optimización estructural es el coste de construcción. Así pues, la única posibilidad de desarrollo de nuevas técnicas en la construcción de puentes ha sido en función de la ganancia económica que dichas técnicas aportaran.

El pretensado exterior se utilizó, por primera vez en Estados Unidos, en 1978-79 en la construcción del puente del Long Key en Florida. Fue el primer puente de luces medias que pudo competir económicamente con las vigas estándar de la AASHTO.

La filosofía de diseño se puede resumir en los siguientes puntos:

- Puentes de luces medias, construidas vano a vano sobre una celosía (desmontable, flotante o automóvil).
- Sección cajón construida por dovelas prefabricadas.
- Juntas con epoxy, que posteriormente se convirtieron en juntas secas.
- Desviación de los tendones, uno a uno, mediante bloques en la unión almaforjado inferior.
- Pretensado exclusivamente exterior para reducir al mínimo los espesores de hormigón.

La primera evolución que se produjo fue la supresión de la resina epoxy entre juntas de dovelas. La colocación de la resina es un proceso relativamente lento, pero su principal inconveniente es la dependencia atmosférica; sólo puede aplicarse en condiciones no extremas. Además existe el peligro de una mala aplicación; por ejemplo, no mezclando los dos componentes de la resina.

Dada su nula colaboración a la resistencia estructural, se decidió suprimirla para acelerar la construcción y disminuir costes. Esta supresión sólo está permitida en zonas donde no exista probabilidad de heladas.

El pretensado exterior tomó entonces un nuevo sentido: la supresión de la resina sería imposible con un pretensado clásico al no asegurarse la estanqueidad de las juntas.

El comportamiento de algunos de estos puentes con juntas secas ha provocado un replanteamiento del problema. La existencia de vehículos pesados con sobrecarga superior a la del tren de cargas norteamericano (muy habitual en tráfico de corto recorrido) ha hecho que muchas de esas juntas sufrieran descompresión y apertura, iniciándose un proceso de fatiga. Incluso se han llegado a introducir objetos extraños, incluso papeles, en dichas juntas provocando una discontinuidad en el contacto.

También han surgido zonas de hormigón aplastadas. La no presencia de epoxy impide obtener un contacto uniforme de las dos caras de la junta, produciéndose aplastamientos puntuales.

Por todo esto, se está produciendo un cambio en el diseño de estos puentes, proliferando las juntas con epoxy y los esquemas de pretensado mixtos.

También están apareciendo cambios en los esquemas estáticos. Hasta la actualidad los puentes han sido continuos, pero están apareciendo realizaciones y proyectos de tramos isostáticos unidos por losas de continuidad (Proyecto de la I-35 en Austin, Texas).

Esto se debe a:

- La utilización de cajones continuos para luces medias lleva a cantos muy pequeños. En estas condiciones, la colocación del pretensado en el interior del cajón es muy difícil y laboriosa. Por ello, el canto viene fijado más por condiciones de trabajabilidad en el interior del cajón que por condiciones estructurales. Los últimos proyectos realizados están utilizando relaciones canto/luz de $1/15 \div 1/17$, lo que permite perfectamente un esquema estático biapoyado que además acelera mucho la construcción, al evitar el tiempo de fraguado de la junta húmeda entre vanos.
- La eliminación de esfuerzos térmicos, importantes en amplias zonas de Estados Unidos. La importancia de esta eliminación radica en la circunstancia de que, con la normativa de la AASHTO, los Estados Límites de Servicio son los condicionantes para el diseño de los puentes con pretensado exterior.

Los tendones utilizados se caracterizan por su condición de no reemplazables, su economía y su durabilidad. Sus elementos principales son:

- Cordones convencionales de acero de alta resistencia.
- Vaina de polietileno de alta densidad.
- Inyección clásica de mortero de cemento.
- Tubos de acero o corrugados en los desviadores, para mantener una geometría exacta después del hormigonado. El empalme entre el tubo y la vaina se realiza mediante manguitos de caucho.

En cuanto al diseño de los desviadores, persiste la técnica del bloque de desviación en la unión alma-forjado inferior. La realización de estos bloques es muy sencilla de industrializar, y además, las luces de los puentes permiten un reducido número de tendones y, por tanto, fuerzas de desviación no muy importantes.

El número de puentes construidos mediante esta técnica ha crecido espectacularmente durante el decenio de los 80. Una relación exhaustiva se puede consultar en (DUTOIT, 1992). Como resumen, señalar que hasta 1986 se habían construido 796,635 m² de puentes con pretensado exterior. Entre los que se incluyen puentes como el Seven Mile, de 11,2 Km de longitud total, o el Sunshine Skyway, puente atirantado con vano central de 365 m de luz.

3.2.2.- Perspectiva europea

En Europa, el desarrollo del pretensado exterior se ha producido básicamente en Francia. El objetivo buscado ha sido la mejora de la calidad de las estructuras y, por tanto, de su durabilidad. Esta mejora de calidad puede dividirse en tres apartados principales:

- a) Mejora del hormigonado de las almas, al eliminarse las vainas.
- b) Posibilidad de inspección visual directa de los tendones, permitiendo un seguimiento continuado de la situación de la estructura.
- c) Posibilidad de reemplazar los tendones con problemas, y facilidad de refuerzo si fuera necesario.

Este diferente objetivo ha permitido la utilización de esta técnica en puentes construidos por muy diversos métodos: vano a vano, empuje del dintel, voladizos sucesivos, etc.

Esta técnica ha inducido a la mejora de algunos de estos métodos de construcción. Así, por ejemplo, la utilización de tendones exteriores provisionales antagónicos a los definitivos ha evolucionado el método de empuje del dintel, permitiendo reducir cantos, y por tanto pesos.

También han aparecido tipologías transversales imposibles con un pretensado convencional, es el caso de los puentes con almas en celosía (metálica o de hormigón) (puentes de Arbois, Sylans y Glacières) y los puentes con almas de chapa plegada (puente de Vallon de Maupré).

El rango de luces donde se ha utilizado es muy amplio, abarcando puentes de luces medias y puentes de gran luz. En éstos últimos, se hace necesario un gran número de tendones de gran potencia que producen una importante fuerza de desviación. Por ello, se han utilizado dispositivos de desviación del tipo diafragma. Los diafragmas solucionan el problema de la transmisión de elevadas fuerzas de desviación, y reducen la complejidad geométrica que se derivaría del uso de bloques combinado con un elevado número de tendones.

Sin embargo, los diafragmas presentan un doble inconveniente:

- a) Dificil industrialización de su ejecución. Son siempre un elemento singular y, por tanto, introduce distorsiones en el proceso de ejecución del tablero.
- b) Poseen un peso elevado, que disminuye considerablemente la ganancia debida al menor espesor de almas.

Otro punto complejo es el del anclaje de los tendones. Éste siempre se realiza en las traviesas sobre pila o estribo, aunque ha habido excepciones. El elevado número de tendones a anclar a ambos lados de estas traviesas produce una congestión geométrica muy importante. Este problema se ve agravado por la necesidad de espacio para situar los gatos necesarios para tendones tan potentes.

La utilización de pretensado reemplazable conlleva, en alguna de las tecnologías existentes, la necesidad de espacio detrás de los anclajes para las longitudes de cable libre necesarias para posteriores retesados o destesados, lo cual contribuye a dificultar la geometría de las zonas de apoyo.

Otro problema, derivado de la utilización de diafragmas como elemento de desviación, es la pérdida de excentricidad del pretensado, en centro luz, con la deformación. La mayoría de puentes construidos no disponen diafragma en centro luz, para evitar incrementar el peso en una sección tan crítica, pero como contrapartida la efectividad del pretensado disminuye en estados avanzados de carga.

También cabe resaltar las grandes ventajas de esta técnica en cuanto a inspección, refuerzo y reparación. La total accesibilidad de los tendones permite sencillas y fiables inspecciones, así como la sustitución de cables con problemas. A su vez, se facilita mucho el refuerzo, tema que está adquiriendo gran auge a medida que los puentes de hormigón están alcanzando edades avanzadas.

Hay numerosos tipos de tendones reemplazables, condición obligatoria en la normativa francesa, en función, básicamente, del tipo de inyección. Así, se pueden diferenciar:

- Tendones inyectados con mortero de cemento en doble vaina. Se trata de un tendón con doble vaina en anclajes y en desviadores (vaina de polietileno por el interior de un tubo metálico). De esta forma, el desmontaje del tendón es sencillo una vez se haya seccionado. La inyección con mortero de cemento es simple y económica.
- Tendones inyectados con cera o grasa. La inyección con cera petrolera o grasa permite tanto el retesado como el destesado y posterior desmontaje del tendón. Basta con dejar una longitud libre de los cordones, tras los anclajes, suficiente para ser cogidos por el gato. Como inconveniente presenta el alto coste y el complejo procedimiento de inyección (alta presión o temperatura), problemas de estanqueidad en las vainas y dispositivos de protección de esos segmentos de cordones.

- Tendones de acero galvanizado. Este tipo de tendones sólo ha sido utilizado de forma provisional, al no confiarse en la galvanización como barrera de protección a largo plazo. Pueden dejarse desnudos o envainados.
- Tendones constituidos por monotorones autoprotegidos. Como ventaja presentan la simplicidad de tesado (mediante gato unifilar), retesado y destesado al estar cada monotorón inyectado en grasa o cera. Como inconveniente presenta la rotura de la vaina individual de los monotorones en las zonas de desviación por la presión de unos contra otros. Este inconveniente se ha solucionado, o bien separando físicamente cada monotorón en las zonas de desviación mediante grupos de tubos metálicos; o bien incluyendo todos los monotorones en una vaina de polietileno, e inyectándola de mortero de cemento antes del tesado.

Más detalles en cuanto a tendones, anclajes y desviadores se pueden consultar en (RAMOS y APARICIO, 1992).

Por lo que respecta a puentes construidos con esta técnica, puede consultarse una relación exhaustiva en (SETRA, 1990). Como resumen, desde 1982 a 1991, se construyeron en Francia 422,251 m² de puente, destacando los anteriormente citados de Arbois, Sylans, Glacières y Vallon de Maupré, junto a otros como los de Ile de Ré (2280 m, vanos de 110m, voladizos sucesivos con dovelas prefabricadas encoladas), Aiguilly, Bléré y Kouilou (empuje del dintel con pretensado exterior provisional) y OA33 en Marsella y Val de Durance (introdujeron la técnica de pretensado exterior antagónico) recopilados en (APARICIO y RAMOS, 1993).

3.3.- MÉTODOS DE ANÁLISIS

Un resumen exhaustivo de los métodos de análisis que se han desarrollado para estructuras con pretensado exterior, puede consultarse en (APARICIO y RAMOS, 1993). Aquí se resumen, haciendo hincapié en los más directamente relacionados con este trabajo.

Se pueden diferenciar los métodos de análisis en métodos aproximados y métodos "exactos"; entendiendo por aproximados los que, a partir de pocos datos, por un proceso sencillo, proporcionan de forma rápida el incremento de tensión en el acero activo; y por "exactos" los que, mediante un análisis numérico complejo, proporcionan, tanto el valor de la sobretensión en el acero como las tensiones en el hormigón, en un número elevado de secciones y con una muy buena aproximación.

3.3.1.- Métodos aproximados

La mayoría de estos métodos modelizan la estructura como una serie de elementos rígidos conectados por rótulas, despreciando la curvatura elástica, y considerando la curvatura concentrada en las rótulas como única causante del incremento de tensión.

Las diversas variantes se diferencian en la evaluación de la apertura de una rótula plástica: método de Virlogeux (VIRLOGEUX, 1983), método de Tam y Pannell (TAM y PANNELL, 1976).

Otro campo de análisis, es la búsqueda de equivalencias entre el pretensado adherente convencional y el pretensado exterior no-adherente. En este campo destacan los estudios desarrollados por A. Naaman (NAAMAN, 1990). Naaman ha definido como Ω , denominado coeficiente de reducción de la deformación, la relación entre los incrementos de tensión, en la sección crítica, en el caso de pretensado adherente y en el de pretensado exterior.

Naaman proporciona el valor de Ω en tablas, tanto para sección íntegra como para sección fisurada, para trazados y cargas determinadas.

3.3.2.- Métodos exactos

El primer programa de análisis "exacto" fue desarrollado por la empresa Jean Muller International Inc., para el análisis de los puentes construidos a partir del Long Key (MULLER y GAUTHIER, 1990). Este programa realiza un análisis matricial, y tiene en cuenta el cambio de rigidez de las secciones mediante diagramas momento-curvatura. Estos diagramas los obtiene realizando un análisis elástico por elementos finitos de la sección. Asume que las secciones de junta permanecen planas, y que el hormigón entre juntas no se fisura.

Su mayor limitación reside en no considerar el aplastamiento del hormigón, al asumir material elástico lineal, no estableciendo criterios de rotura en las juntas.

Dentro del programa de investigación, llevado a cabo en el C.E.B.T.P. (Francia), sobre pretensado exterior, se desarrolló un método de análisis de estas estructuras (REZENDRE, 1989).

Este modelo tiene en cuenta los siguientes aspectos:

- a) La degradación de la adherencia entre el acero y el hormigón o el mortero de cemento tras la apertura de juntas o de fisuras.
- b) La no-linealidad de los materiales.
- c) La no-linealidad geométrica del comportamiento de la viga.
- d) La variación de deformaciones en los tendones exteriores en función de la evolución de la deformación de las piezas.
- e) Los posibles deslizamientos de los tendones exteriores sobre los desviadores.

f) Modeliza las juntas entre dovelas, considerando como centro de rotación de la junta el punto de desplazamiento nulo, no el eje neutro.

Los resultados de este programa han sido comparados con los ensayos realizados en el propio C.E.B.T.P., dando resultados muy satisfactorios.

Su principal limitación es que sólo puede aplicarse a estructuras isostáticas, no pudiendo ampliarse, de forma sencilla, a estructuras continuas.

En tercer lugar cronológico, se sitúan los dos programas desarrollados en la Universidad de Texas en Austin.

El primer programa (KREGGER et al., 1990), es una formulación por elementos finitos que incluye tanto elemento viga, como elementos de pretensado exterior y elementos junta. Sus principales limitaciones son:

- Los tendones de pretensado exterior no pueden, en ningún caso, deslizar sobre los desviadores.
- El elemento junta utilizado presenta graves problemas numéricos, de forma que su rigidez no se evalúa a partir de la sección y las características mecánicas de los materiales, sino que se fija por criterios de convergencia del método.

El segundo programa desarrollado (HINDI et al., 1991), también consiste en un análisis por elementos finitos, pero cambiando la formulación de los tendones y de las juntas. En las juntas se ha adoptado una formulación similar a la propuesta por (REZENDRE, 1989), para evaluar su apertura y su nivel de deformaciones.

Sin embargo, el análisis se efectúa como si se tratara de una estructura monolítica, evaluándose, a posteriori, la apertura en la junta a partir de las diferencias de giros de los nodos situados a media dovela.

3.4.- EXPERIMENTACIÓN

El número de ensayos realizados en todo el mundo es reducido, concentrándose en tres instituciones. Una extensa exposición de estos ensayos puede consultarse en (APARICIO y RAMOS, 1993).

3.4.1.- Construction Technology Laboratories (Dallas, USA)

En estos laboratorios se realizaron ensayos de comportamiento frente a flexión de 3 vigas construidas por dovelas, con pretensado interior adherente, exterior no adherente y exterior con adherencia en algunos puntos (SOWLAT y RABBAT, 1987).

Como conclusiones principales cabe señalar:

- La viga con pretensado adherente y la de pretensado exterior con adherencia puntual, alcanzaron la resistencia a flexión predicha por la teoría clásica de hormigón pretensado.

- La resistencia alcanzada por la viga con pretensado totalmente no adherente, excedió la calculada mediante el código AASHTO para este tipo de pretensado.

3.4.2.- Laboratorio del C.E.B.T.P. en Saint-Rémy-lès-Chevreuse

En este laboratorio se han realizado tanto ensayos a nivel de elementos tecnológicos (tendones, anclajes), como ensayos a nivel estructural.

Ensayos de anclajes frente a fatiga

Se han realizado ensayos a fatiga de anclajes de tendones inyectados con mortero de cemento, para detectar problemas de bloqueo de cuñas por parte de la inyección en las fases de sobretensión (FOURE, 1992).

Tras diversos ensayos por encima de 550.000 ciclos y entre 0,7 y 0,75 f_{su} (tensión de rotura garantizada por el fabricante), no se observó ningún problema.

Ensayos de tracción de cables apoyados en un desviador

Estos ensayos tuvieron por objetivo estudiar el comportamiento de un tendón, en la zona de apoyo sobre un desviador, durante la puesta en tensión y en rotura (FOURE y HOANG, 1991).

Como conclusión más importante, cabe resaltar que ninguna rotura se produjo en la zona del desviador, sino siempre en las cercanías de los anclajes o en puntos con desviaciones parásitas. Así pues, en los tendones inyectados con cera, se puede deducir que las presiones radiales entre cordones no dañan a los mismos.

También se comprobó el buen comportamiento de las vainas de polietileno de alta densidad que, a pesar de presentar profundas huellas en las zonas de desviación, en ningún caso fueron perforadas.

Estos ensayos se complementaron con otros, sobre tendones de poca potencia, para obtener valores del coeficiente de rozamiento, ajustándose éstos a los datos por los fabricantes (HOANG, 1991).

Ensayos sobre vigas isostáticas con pretensado exterior

Se ensayaron 11 vigas isostáticas de 6,0 m de luz, de sección cajón de 0,60 m de canto y 1,0 m de ancho, en las que se combinaron: construcción monolítica o dovelas prefabricadas, pretensado exterior o exterior e interior, e inyección con mortero de cemento o con cera (FOURE et al., 1991)(FOURE, 1992).

Como conclusiones importantes de estos ensayos cabe citar:

- La ductilidad en rotura crece con la proporción de armadura adherente (activa o pasiva).

- La tensión última del acero del pretensado exterior alcanzó el 0,9 de f_{su} .
- Las vigas monolíticas sin armadura pasiva se comportaron de forma similar a las de dovelas prefabricadas. La presencia de una armadura de piel ya aumenta considerablemente la ductilidad de la viga.
- Se observaron muy pequeñas diferencias en el comportamiento de las vigas en función del tipo de inyección, cera o mortero.

3.4.3.- Ferguson Structural Engineering Laboratory. The University of Texas at Austin

En este laboratorio se han desarrollado ensayos tanto de elementos tecnológicos del pretensado exterior, como de un modelo reducido de tablero de puente.

Los diversos estudios de detalle se describen ampliamente en (APARICIO y RAMOS, 1993), pudiéndose resumir en:

- Ensayos sobre bloques de desviación.
- Ensayos de las juntas entre dovelas.
- Estudio de los diafragmas de anclaje.
- Estudio de la adherencia de los tendones a su paso por un desviador.

El modelo reducido ensayado representa un puente de 3 vanos, de luces $7,62 + 7,62 + 7,62$ m, de sección cajón, construido vano a vano por dovelas prefabricadas. Uno de los vanos extremos se ejecutó con juntas secas, mientras que en los dos vanos restantes se impregnaron las juntas con epoxy (MacGREGOR et al., 1989).

Sobre este modelo se realizaron dos ensayos. En el primero de ellos se alcanzó una carga cercana a la de rotura. Como conclusiones cabe resaltar:

- La carga de fisuración del vano con juntas impregnadas con epoxy fue el doble de la carga de descompresión de la fibra menos comprimida. La fisuración se produjo en el hormigón adyacente a la junta.
- Los tendones sólo deslizaron sobre los desviadores durante las fases de fisuración o apertura de juntas y en los ciclos de carga últimos.
- La sobretensión en el acero activo fue infravalorada por la fórmula de la AASHTO para tendones no adherentes. La fórmula del ACI ajustó bien la sobretensión en vano, pero la supervaloró en zona de apoyos.

Una vez finalizado este ensayo, se inyectaron las fisuras y se unieron los tendones exteriores a la estructura en diversos diafragmas, proporcionando adherencia en esos puntos (HINDI et al., 1991). Una vez modificado el modelo, se llevó hasta rotura resultando:

- Se incrementó el número de juntas abiertas respecto al ensayo anterior.

- Este mayor número de juntas abiertas equivale a mayor flecha y, por tanto, mayor ductilidad.
- Aumenta la carga última, pues los tendones exteriores alcanzaron una tensión última mayor.
- El aplastamiento del hormigón siempre tuvo lugar en las juntas, no en las dovelas, y fue el mecanismo de fallo observado.

3.5.- NORMATIVA

En el apartado de normativas, también aparece la dicotomía entre Europa y Norteamérica.

Las normativas europeas, que tratan el pretensado exterior o el pretensado no adherente, coinciden en utilizar el valor de la fuerza de pretensado después de pérdidas en la evaluación de la capacidad portante, despreciando así cualquier incremento de dicha fuerza, salvo estudio particular justificativo (SIA 162, 1988), (CEB-FIP MODEL CODE, 1990) y (BPEL-83, 1983). En cuanto a aspectos tecnológicos, sólo la normativa francesa ofrece un articulado detallado al respecto.

En cambio, las normativas norteamericanas sí admiten cierto valor del incremento de tensión en el acero de pretensado en rotura (ACI, 1986), (AASHTO, 1989) y (CSA, 1984).

- **A.C.I. (American Concrete Institute)**

siendo

f_{ps} : Tensión en el acero activo en rotura

f_{se} : Tensión en el acero activo a tiempo infinito

para luz/canto ≤ 35

$$f_{ps} = f_{se} + 10.000 + \frac{f'_c}{100\rho_p} \quad (psi)$$

$$f_{ps} \leq f_{py}$$

$$f_{ps} \leq f_{se} + 60.000 \quad (psi)$$

con f_{py} el límite elástico del acero activo, f'_c la resistencia a compresión del hormigón y ρ_p la cuantía mecánica de pretensado definida como el cociente entre el área de acero activo y el ancho de la cabeza de compresión multiplicado por el canto útil.

para luz/canto ≥ 35

$$f_{ps} = f_{se} + 10.000 + \frac{f'_c}{300\rho_p} \quad (psi)$$

$$f_{ps} \leq f_{py}$$

$$f_{ps} \leq f_{se} + 30.000 \quad (psi)$$

- A.A.S.H.T.O. (American Association of State Highway and Transportation Officials)

$$f_{ps} = f_{se} + 15.000 \quad (psi)$$

Además, esta normativa asigna distintos valores de minoración de la respuesta seccional (ϕ) según el tipo de junta y de pretensado.

	ϕ_f Flexión	ϕ_v Cortante
Pretensado adherente		
Juntas con epoxy o juntas húmedas	0.95	0.85
Juntas secas	0.90	0.70
Pretensado no adherente o parcialmente adherente		
Juntas con epoxy o juntas húmedas	0.90	0.80
Juntas secas	0.85	0.65

- C.S.A. (Canadian Standards Association)

$$f_{ps} = f_{se} + 725 \left(\frac{d_p - c_y}{l_e} \right) \quad (psi)$$

con c_y = profundidad de la fibra neutra

l_e = longitud del tendón entre anclajes dividida por el número de rótulas plásticas necesarias para desarrollar un mecanismo de rotura en el vano en estudio.

CAPÍTULO 4

MÉTODO DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Capítulo 4

MÉTODO DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL

4.1.- INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se describe el método de análisis estructural desarrollado en este trabajo, y que se basa en una formulación de Elementos Finitos.

Para ello, se realiza una breve descripción del Método de los Elementos Finitos que servirá, a su vez, para introducir la notación a utilizar en el resto del trabajo. Tratamientos rigurosos y amplios de este método pueden consultarse en (ZIENKIEWICZ y TAYLOR, 1989), (HUGHES, 1987) y en castellano (OÑATE, 1992).

A continuación se aplica el método a los elementos lineales de hormigón armado que se han utilizado, dejando la introducción del pretensado para el capítulo 5.

4.2.- EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

El Método de los Elementos Finitos consiste en modelizar un sólido real mediante un conjunto de elementos, conectados entre sí en puntos discretos (discretización).

La discretización del sólido real en una serie de elementos permite el estudio de un elemento genérico, y la aplicación de la formulación obtenida para el conjunto del sólido.

4.2.1.- Modelización geométrica

El objetivo del cálculo es obtener el campo de desplazamientos, pues a partir de él pueden calcularse tanto el campo de deformaciones como el campo de tensiones.

Para obtener el campo de desplazamientos dentro del elemento, se sustituye la función de desplazamientos reales por una función aproximada, conocida salvo una serie de parámetros. Estos parámetros son los desplazamientos en unos puntos discretos de cada elemento, denominados nodos, que conforman la discretización.

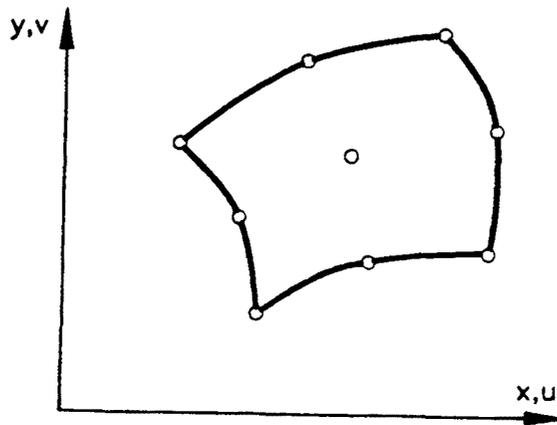


Figura 4.1.- Ejemplo de elemento finito bidimensional

Así, si escogemos un elemento bidimensional de n nodos (figura 4.1), aproximaremos el campo de desplazamientos como

$$\mathbf{u}(x, y) = (u(x, y), v(x, y))^T \quad (4.1)$$

$$u(x, y) \simeq \hat{u}(x, y) = \sum_{i=1}^n N_i(x, y) u_i \quad (4.2)$$

$$v(x, y) \simeq \hat{v}(x, y) = \sum_{i=1}^n N_i(x, y) v_i \quad (4.3)$$

siendo

$$u_i = \hat{u}(x_i, y_i), \quad v_i = \hat{v}(x_i, y_i) \quad (4.4)$$

$$i = 1, \dots, n$$

el valor del desplazamiento en los nodos del elemento, que se convierten en las incógnitas del problema.

Las funciones de interpolación, $N_i(x, y)$, se denominan funciones de forma, habiendo tantas como nodos tiene el elemento y definidas tal que:

$$N_i(x_j, y_j) = \delta_i^j \quad (4.5)$$

$$i = 1, \dots, n \quad j = 1, \dots, n$$

Estas funciones deben también cumplir otras condiciones, como la de conformidad, para asegurar que, conforme se aumenta la discretización, el campo de desplazamientos aproximado se acerque al real.

Estas funciones de forma varían con la forma o geometría del elemento. Ello hace recomendable realizar para cada elemento un cambio de variables a un espacio normalizado, en el cual se definen las funciones de forma. Mediante esta transformación, al cambiar la geometría del elemento no cambian las funciones de interpolación, sino las del cambio de variable.

Además, también puede describirse la geometría del elemento mediante una interpolación de las coordenadas nodales. Cuando se utilizan las mismas funciones de interpolación, para la geometría y para los desplazamientos, definidas en el espacio normalizado, el elemento se denomina isoparamétrico.

4.2.2.- Principio de los Trabajos Virtuales

Una vez definidas las incógnitas, pueden formularse diversos sistemas de ecuaciones mediante la aplicación de principios que aseguren que el sólido deformado está en equilibrio (tensiones internas con cargas exteriores). Los más comunes son los principios integrales, que se extienden a la totalidad del sólido, como son:

- Minimización de la energía potencial.
- Principios variacionales.
- Principio de los Trabajos Virtuales.

El Principio de los Trabajos Virtuales es el más utilizado en mecánica de sólidos por su fácil interpretación física y por su generalidad. Así, es válido para relaciones tensión deformación no lineales, problemas de grandes desplazamientos y grandes deformaciones y régimen estático o dinámico.

De acuerdo con este principio, si un sólido está en equilibrio, para cualquier campo de desplazamientos virtuales que se le aplique (δu), compatible con las condiciones de contorno, el trabajo virtual de las fuerzas exteriores debe ser igual al trabajo virtual de las fuerzas interiores (tensiones).

Dado un sólido deformado, con un campo de deformaciones ϵ y bajo unas tensiones σ , y sometido a unas fuerzas exteriores volumétricas (b), superficiales (t) y puntuales ($R_i, i = 1, \dots, n$), se puede formular el Principio de Trabajos Virtuales como

$$\int_V \delta \epsilon^T \sigma dV = \int_V \delta u^T b dV + \int_S \delta u^T t dS + \sum_{i=1}^n \delta u^T R_i \quad \forall \delta u^T \quad (4.6)$$

4.2.3.- Ecuación de equilibrio de un elemento

A continuación se aplican estos conceptos a un elemento (fig. 4.1) para obtener su ecuación de equilibrio.

Reordenando las ecs. 4.1 a 4.3 obtenemos

$$u^e = (N_1^e \quad N_2^e \quad \dots \quad N_n^e) \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

con

$$N_i^e = \begin{pmatrix} N_i & 0 \\ 0 & N_i \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

y

$$a^e = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \vdots \\ u_n \\ v_n \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

son los desplazamientos nodales, puede escribirse formalmente como:

$$\mathbf{u}^e = \mathbf{N}^e \mathbf{a}^e \quad (4.10)$$

notando

$$\mathbf{N}^e = (\mathbf{N}_1^e \quad \mathbf{N}_2^e \quad \dots \quad \mathbf{N}_n^e) \quad (4.11)$$

Una vez obtenido el campo de desplazamientos, se puede obtener el campo de deformaciones. En general, si se acepta la hipótesis de movimientos infinitesimales, y para un espacio bidimensional, la relación entre deformaciones y movimientos es la siguiente:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Se puede construir un operador diferencial \mathbf{L} tal que:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{L} \mathbf{u}^e \quad (4.13)$$

que junto a la ecuación 4.10, permite relacionar las deformaciones en cualquier punto con los desplazamientos nodales mediante la matriz de deformaciones \mathbf{B}^e .

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{L} \mathbf{N}^e \mathbf{a}^e = \mathbf{B}^e \mathbf{a}^e \quad (4.14)$$

con

$$\mathbf{B}^e = \mathbf{L} \mathbf{N}^e \quad (4.15)$$

Una vez obtenido el campo de deformaciones, el campo de tensiones se puede obtener mediante las ecuaciones constitutivas de los materiales. En el caso de un material elástico lineal, la relación entre tensiones ($\boldsymbol{\sigma}^e = (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})^T$, en el caso bidimensional) y deformaciones puede expresarse como:

$$\sigma^e = \mathbf{D}\epsilon^e \quad (4.16)$$

donde \mathbf{D} es la matriz de constantes elásticas. En el caso de relaciones tensión deformación no lineales, la matriz \mathbf{D} pasa a depender de las deformaciones:

$$\sigma^e = \mathbf{D}(\epsilon^e)\epsilon^e \quad (4.17)$$

Se puede pues relacionar directamente las tensiones con los movimientos nodales, mediante las ecuaciones (4.14) y (4.16), obteniendo

$$\sigma^e = \mathbf{D}\mathbf{B}^e\mathbf{a}^e \quad (4.18)$$

Si ahora se sustituye en la ecuación (4.6) de los Trabajos Virtuales las ecuaciones (4.10), (4.14) y (4.18) que nos relacionan los campos de desplazamientos, deformaciones y tensiones con los movimientos nodales, resulta:

$$\delta\mathbf{a}^{eT} \int_{V^e} \mathbf{B}^{eT} \mathbf{D}\mathbf{B}^e dV \mathbf{a}^e = \delta\mathbf{a}^{eT} \left[\int_{V^e} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{b} dV + \int_{S^e} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{t} dS + \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_i \right] \quad \forall \delta\mathbf{a}^{eT} \quad (4.19)$$

con $\delta\mathbf{a}^e$ vector de desplazamientos virtuales. El campo de desplazamientos definido en (4.10) es cinemáticamente compatible, luego (4.19) debe cumplirse para cualquier $\delta\mathbf{a}^e$. Por tanto, dicha ecuación queda:

$$\int_{V^e} \mathbf{B}^{eT} \mathbf{D}\mathbf{B}^e dV \mathbf{a}^e = \int_{V^e} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{b}^e dV + \int_{S^e} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{t}^e dS + \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_i^e \quad (4.20)$$

Esta relación puede expresarse formalmente como

$$\mathbf{K}^e \mathbf{a}^e - \mathbf{f}^e = \mathbf{q}^e \quad (4.21)$$

que es la ecuación de equilibrio del elemento, donde

$$\mathbf{K}^e = \int_{V^e} \mathbf{B}^{eT} \mathbf{D}\mathbf{B}^e dV \quad (4.22)$$

es la matriz de rigidez del elemento. El vector de fuerzas exteriores \mathbf{f}^e tiene por expresión

$$\mathbf{f}^e = \int_{V^e} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{b}^e dV + \int_{S^e} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{t}^e dS + \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i^e \quad (4.23)$$

haciendo la descomposición de las cargas puntuales en cargas exteriores \mathbf{F}_i y fuerzas de interacción con los elementos contiguos \mathbf{Q}_i

$$\mathbf{R}_i^e = \mathbf{F}_i^e + \mathbf{Q}_i^e \quad (4.24)$$

Por último, el vector de fuerzas de interacción tiene por expresión

$$\mathbf{q}^e = \sum_{i=1}^n \mathbf{Q}_i^e \quad (4.25)$$

4.2.4.- Ecuación de equilibrio del sólido

Si se realiza un desarrollo semejante para la totalidad del sólido, se obtiene la ecuación

$$\mathbf{K}\mathbf{a} - \mathbf{f} = 0 \quad (4.26)$$

siendo \mathbf{a} el vector de incógnitas nodales de todo el sólido discretizado, \mathbf{K} la matriz de rigidez global y \mathbf{f} el vector de fuerzas exteriores.

La matriz \mathbf{K} se obtiene a partir de las matrices de rigidez de los elementos \mathbf{K}^e , al igual que el vector de fuerzas exteriores \mathbf{f} a partir de los \mathbf{f}^e , merced a la propiedad de aditividad de la integración. Por tanto, se pueden expresar como

$$\mathbf{K} = \sum_{V^e} \mathbf{K}^e \quad (4.27)$$

$$\mathbf{f} = \sum_{V^e} \mathbf{f}^e \quad (4.28)$$

No siendo esta una adición directa, sino teniendo en cuenta las reglas de ensamblaje entre elementos. Una de las condiciones del ensamblaje es que la suma de las fuerzas de interacción entre elementos (\mathbf{q}^e) debe ser nula, no apareciendo por tanto en la ecuación (4.26).

4.2.5.- Formulación de la no linealidad geométrica en el Método de los Elementos Finitos

La no linealidad geométrica permite estudiar casos en los que el sólido sufra grandes desplazamientos, grandes deformaciones o fenómenos de inestabilidad. En estos problemas la relación entre desplazamientos y deformaciones, expresada en (4.12) para el caso de la figura 4.1, deben ampliarse con términos de segundo orden quedando, para dicho caso, como sigue

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \\ \epsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y}\end{aligned}\tag{4.29}$$

Por tanto, para estos problemas, la relación entre las deformaciones y los desplazamientos no puede realizarse mediante un operador diferencial lineal como en (4.13), sino mediante un operador diferencial que será función de los desplazamientos.

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{L}(\mathbf{u})\mathbf{u}\tag{4.30}$$

De forma similar a la ecuación (4.14), también se puede relacionar las deformaciones con los desplazamientos nodales,

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{L}(\mathbf{a})\mathbf{N}\mathbf{a} = \mathbf{B}(\mathbf{a})\mathbf{a}\tag{4.31}$$

pudiéndose, asimismo, descomponer la matriz $\mathbf{B}(\mathbf{a})$ (vector de Green) en una submatriz que agrupe los términos lineales, idéntica a la de la ecuación (4.15), y otra que agrupe los términos no lineales.

$$\mathbf{B}(\mathbf{a}) = \mathbf{B}^L + \mathbf{B}^{NL}(\mathbf{a})\tag{4.32}$$

En cuanto a las tensiones, la relación expresada en (4.17) es válida con la salvedad de que $\boldsymbol{\sigma}$ son las tensiones de Piola-Kirchoff, es decir, según las direcciones convectivas.

Alcanzado este punto es necesario introducir el concepto de matriz de rigidez tangente, necesaria para la resolución del problema no lineal, y que se expone con detalle en el siguiente apartado.

A partir del Principio de los Trabajos Virtuales (4.6), y aplicando la discretización, se obtiene la expresión (4.19), que puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\Psi(\mathbf{a}) = \left[\int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV \right] \mathbf{a} - \left[\int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV + \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS + \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_i \right] = 0 \quad (4.33)$$

que puede resumirse en

$$\Psi(\mathbf{a}) = \left[\int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV \right] \mathbf{a} - \mathbf{f} = 0 \quad (4.34)$$

siendo $\Psi(\mathbf{a})$ el vector de fuerzas residuales.

Se define la matriz tangente, utilizada en la mayoría de las estrategias de solución de problemas no lineales, como

$$\mathbf{K}_T(\mathbf{a}) = \frac{d\Psi(\mathbf{a})}{d\mathbf{a}} \quad (4.35)$$

luego

$$d\Psi(\mathbf{a}) = \mathbf{K}_T(\mathbf{a}) d\mathbf{a} = \int_V d\mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV + \int_V \mathbf{B}^T d\boldsymbol{\sigma} dV \quad (4.36)$$

Se puede desarrollar la segunda integral de forma idéntica al caso lineal, pero incluyendo todos los términos del vector de Green (4.32), obteniéndose

$$\int_V \mathbf{B}^T d\boldsymbol{\sigma} dV = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV = \int_V \mathbf{B}^{LT} \mathbf{D} \mathbf{B}^L dV + \int_V \left(\mathbf{B}^{LT} \mathbf{D} \mathbf{B}^{NL} + \mathbf{B}^{NL^T} \mathbf{D} \mathbf{B}^{NL} + \mathbf{B}^{NL^T} \mathbf{D} \mathbf{B}^L \right) dV \quad (4.37)$$

de donde se deduce la matriz de rigidez lineal \mathbf{K}_0 (4.22), y la matriz de rigidez de desplazamientos $\mathbf{K}_d(\mathbf{a})$, que introduce los términos de grandes deformaciones. En

cuanto a la primera integral de la ecuación (4.36) se puede desarrollar hasta obtener (ZIENKIEWICZ y TAYLOR, 1989) la denominada matriz de rigidez geométrica:

$$\mathbf{K}_\sigma(\mathbf{a}) = \int_V \delta \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_V \mathbf{G}^T \mathbf{S} \mathbf{G} dV \quad (4.38)$$

con

$$\mathbf{G} = [\mathbf{G}_1, \dots, \mathbf{G}_n] \quad (4.39)$$

Y, para un elemento bidimensional como el de la figura 4.1.

$$\mathbf{G}_i = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & \tau_{xy} & 0 \\ 0 & \sigma_x & 0 & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & \tau_{xy} & 0 & \sigma_y \end{pmatrix} \quad (4.41)$$

En definitiva, la matriz de rigidez tangente se puede expresar como suma de tres matrices de rigidez: la lineal, la de desplazamientos y la geométrica.

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_d(\mathbf{a}) + \mathbf{K}_\sigma(\mathbf{a}) \quad (4.42)$$

En el presente trabajo, al enfocarse de cara al análisis de tableros de puentes de hormigón armado y pretensado, se pretende establecer el equilibrio en la posición deformada del sólido, grandes desplazamientos, pero se asumen pequeñas deformaciones, luego se desprecia el término no lineal del vector de Green. Estas hipótesis coinciden con las de la teoría clásica de 2º orden, resultando

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_\sigma(\mathbf{a}) \quad (4.43)$$

4.2.6.- Técnica empleada en la resolución del sistema de ecuaciones no-lineales

No es objeto de este trabajo el estudio de la numerosas técnicas de resolución de sistemas de ecuaciones no-lineales, que pueden consultarse en (ROCA, 1988) (OLIVER, 1992), por lo que en este apartado se describe únicamente el método adoptado en esta formulación: Newton-Raphson con control de un desplazamiento y con escalones de carga.

El método de Newton-Raphson con escalones de carga puede verse esquematizado en la figura 4.2.

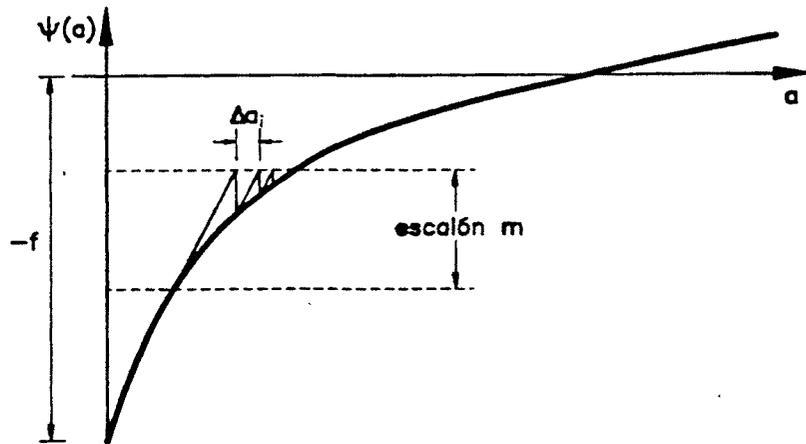


Figura 4.2.- Método de resolución de Newton-Raphson con escalones de carga.

El método es iterativo e incremental, partiendo de la ecuación (4.34), se puede desarrollar

$$\Psi(a) = 0 \quad (4.44)$$

$$\Psi(a + \Delta a) = \Psi(a) + \frac{d\Psi}{da} \Delta a = 0 \quad (4.45)$$

Recordando la definición de matriz de rigidez tangente de (4.35)

$$\Psi(a) + K_T(a) \Delta a = 0 \quad (4.46)$$

se puede desarrollar un algoritmo iterativo tal que

$$1.- \mathbf{K}_T(0)\Delta\mathbf{a}_1 + \Psi(0) = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta\mathbf{a}_1 = -\mathbf{K}_T^{-1}(0)\Psi(0) = \mathbf{K}_T^{-1}(0)\mathbf{f}$$

$$2.- \mathbf{K}_T(\mathbf{a}_1)\Delta\mathbf{a}_2 + \Psi(\mathbf{a}_1) = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta\mathbf{a}_2 = -\mathbf{K}_T^{-1}(\mathbf{a}_1)\Psi(\mathbf{a}_1)$$

$$\vdots$$

$$i.- \mathbf{K}_T(\mathbf{a}_i)\Delta\mathbf{a}_{i+1} + \Psi(\mathbf{a}_i) = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta\mathbf{a}_{i+1} = -\mathbf{K}_T^{-1}(\mathbf{a}_i)\Psi(\mathbf{a}_i)$$

luego

$$\Delta\mathbf{a}_{i+1} = -\mathbf{K}_T^{-1}(\mathbf{a}_i)\Psi(\mathbf{a}_i) \quad (4.47)$$

y

$$\mathbf{a}_{i+1} = \mathbf{a}_i + \Delta\mathbf{a}_{i+1} \quad (4.48)$$

La matriz tangente a utilizar en cada iteración puede ser:

- La matriz calculada en la primera iteración del primer escalón.
- La matriz tangente calculada en la primera iteración de cada escalón.
- La matriz tangente actualizada en cada una de las iteraciones.

Para poder superar puntos donde la matriz de rigidez tangente se hace singular, se utiliza el método de control de desplazamientos acoplado al de Newton-Raphson. En el caso de este trabajo, se controla un único desplazamiento, lo cual es suficiente al haber un movimiento, como es la flecha, que rige claramente el comportamiento de tableros de puente.

Con este método, las cargas exteriores se aplican por incrementos en cada iteración, de forma que el vector de fuerzas residuales tiene como expresión

$$\Psi(\mathbf{a}_i, \lambda_i) = \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV - \lambda_i \mathbf{f} = 0 \quad (4.49)$$

con λ_i incógnita de una cierta función, en general, $c(\mathbf{a}, \lambda_i) = 0$. Se añade, por tanto, una ecuación y una incógnita al sistema de ecuaciones original, quedando el sistema (4.49) más la función previamente definida. Si se aplica el método de Newton-Raphson se puede obtener (OLIVER, 1992)

$$\Delta\lambda_i = \frac{\delta - \Delta(\mathbf{a}_i^I)_k}{\Delta(\mathbf{a}_i^{II})_k} \quad (4.50)$$

siendo $\Delta(a_i^I)_k$ la componente k, desplazamiento de control, del vector Δa_i^I de incremento de desplazamientos residuales, obtenido de la ecuación

$$K_T(a)_i \Delta a_i^I = - \left(\int_V B^T \sigma dV \right)_i + \lambda_i f \quad (4.51)$$

y $\Delta(a_i^{II})_k$, componente k del vector de incremento de desplazamientos debidos a las cargas exteriores, obtenido análogamente a partir de

$$K_T(a)_i \Delta a_i^{II} = f \quad (4.52)$$

El valor de δ es el valor máximo del desplazamiento de control, es un dato a introducir, en el caso de la 1ª iteración o 0 en el resto de iteraciones.

En cuanto al criterio de convergencia, puede imponerse tanto sobre las fuerzas residuales como sobre los incrementos de desplazamientos, pudiendo exigirse diferentes grados de convergencia para cada una de las componentes de estos movimientos y fuerzas.

Igualmente, puede definirse el umbral de tolerancia mediante valores absolutos o mediante valores relativos de las variables.

4.3.- DESCRIPCIÓN DEL ELEMENTO VIGA DE HORMIGÓN ARMADO

En este trabajo, se ha utilizado un elemento viga de hormigón armado unidimensional, de dos nodos, con discretización de la sección transversal.

Dicha discretización nos permite dividir la sección en puntos de integración, teniendo cada uno de ellos un área de hormigón tributaria. Para cada sección transversal, el estado tensional del hormigón, de cada punto de integración, puede variar, modelizándose de esta forma el comportamiento no lineal mecánico. La matriz de rigidez de la viga, como se indica más adelante, se obtiene mediante la integración de las aportaciones de todos estos puntos.

A continuación se detallan sus características más importantes.

4.3.1.- Geometría y Campo de desplazamientos

En la figura 4.3 se muestra la geometría del elemento utilizado en este trabajo, ya empleado por MARI (1984) y ROCA (1988) con probada eficacia.

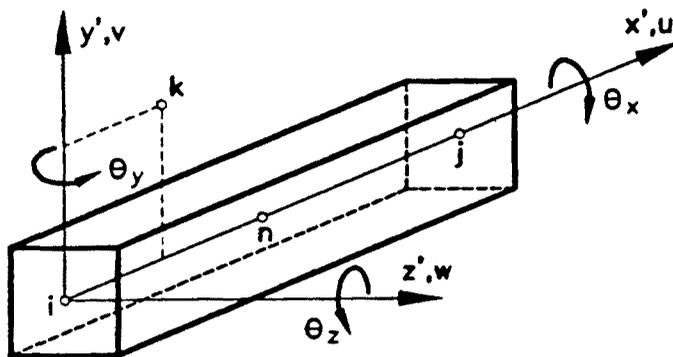


Figura 4.3.- Geometría del elemento viga de hormigón armado

Los nodos i y j definen el eje de referencia del elemento, que coincide con el eje local x' . Existe un nodo auxiliar k que completa la definición de los ejes locales, de forma que el eje y' está contenido en el plano formado por i, j y k y el eje z' es normal al mismo.

Se ha adoptado la formulación de tipo Bernoulli, por lo que los movimientos w_0, v_0 se discretizan mediante funciones de forma cúbicas.

$$v_0 = (N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4) \begin{pmatrix} v_i \\ v_j \\ \theta_{z_i} \\ \theta_{z_j} \end{pmatrix} \quad (4.53)$$

$$w_0 = (N_1 \quad N_2 \quad -N_3 \quad N_4) \begin{pmatrix} w_i \\ w_j \\ \theta_{y_i} \\ \theta_{y_j} \end{pmatrix} \quad (4.54)$$

con

$$\begin{aligned}
 N_1 &= 1 + 2(x/l)^3 - 3(x/l)^2 \\
 N_2 &= 3(x/l)^2 - 2(x/l)^3 \\
 N_3 &= l[x/l - 2(x/l)^2 + (x/l)^3] \\
 N_4 &= -l[(x/l)^2 - (x/l)^3]
 \end{aligned}
 \tag{4.55}$$

Con la formulación de Bernoulli, el desplazamiento axial de cualquier punto de la viga se puede escribir como

$$u = u_0 - z' \frac{dw_0}{dx'} - y' \frac{dv_0}{dx'} \tag{4.56}$$

Si se discretiza el desplazamiento u_0 con sólo los desplazamientos nodales u_i y u_j la interpolación de u_0 será lineal. En ese caso, el desplazamiento u será un polinomio de segundo grado para cualquier punto que no esté en el eje de referencia, y de primer grado para los puntos del eje. Por tanto, el campo de desplazamientos, y con él el de deformaciones y la rigidez del elemento, dependerá de la posición del eje de referencia.

Para soslayar este problema se introduce un nodo n , situado en el centro del elemento, al que se le permite sólo movimiento axial u_n . Con la introducción de este grado de libertad, el desplazamiento axial u_0 se puede discretizar cuadráticamente

$$u_0 = \begin{pmatrix} 1 - x/l & x/l & 4(1 - x/l)x/l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ u_j \\ u_n \end{pmatrix} \tag{4.57}$$

evitándose el problema anteriormente expuesto. El elemento, por tanto, tiene 13 grados de libertad, pero el grado de libertad u_n se elimina por condensación estática al formar la matriz de rigidez, quedando 12 grados de libertad.

A partir de la ecuación (4.56), derivándola respecto a x , se puede obtener la deformación axial ϵ_x

$$\epsilon_x = \frac{du_0}{dx} - z' \frac{d^2w_0}{dx^2} - y' \frac{d^2v_0}{dx^2} \tag{4.58}$$

Recordando las ecuaciones (4.13) y (4.14), y utilizando (4.53), (4.54) y (4.57), se obtiene

$$\varepsilon_x = (\mathbf{B}_u \quad -y\mathbf{B}_v \quad -z\mathbf{B}_w) \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{pmatrix} = \mathbf{B}\mathbf{a} \quad (4.59)$$

con

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_u &= \left(\frac{-1}{l} \quad \frac{1}{l} \quad 4\left(\frac{1}{l} - \frac{2x}{l^2}\right) \right) \\ \mathbf{B}_v &= (N_{1,xx} \quad N_{2,xx} \quad N_{3,xx} \quad N_{4,xx}) \\ \mathbf{B}_w &= (N_{1,xx} \quad N_{2,xx} \quad -N_{3,xx} \quad -N_{4,xx}) \\ \mathbf{u}^T &= (u_i \quad u_j \quad u_n) \\ \mathbf{v}^T &= (v_i \quad v_j \quad \theta_{z_i} \quad \theta_{z_j}) \\ \mathbf{w}^T &= (w_i \quad w_j \quad \theta_{y_i} \quad \theta_{y_j}) \end{aligned} \quad (4.60)$$

donde $_{,xx}$ significa la segunda derivada respecto a x .

Para el giro a torsión se asume una variación lineal, adoptándose

$$\theta_{x_0} = (1 - x/l \quad x/l) \begin{pmatrix} \theta_{x_i} \\ \theta_{x_j} \end{pmatrix} \quad (4.61)$$

y la curvatura ϕ a torsión queda como sigue:

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{d\theta_{x_0}}{dx} = (-1/l \quad 1/l) \begin{pmatrix} \theta_{x_i} \\ \theta_{x_j} \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{B}_\theta \theta_x \end{aligned} \quad (4.62)$$

En la ecuación (4.58) se admite libre alabeo de la sección, por lo que los grados de libertad de torsión están desacoplados del resto.

4.3.2.- Discretización de la sección transversal e integración

Las secciones transversales de puentes son, usualmente, secciones con perímetros poligonales. Una discretización mediante una malla de pequeños cuadrados se ve dificultada por los paramentos inclinados que presentan dichas secciones. Por ello, en este trabajo se ha utilizado un método apropiado para secciones arbitrarias de contorno poligonal.

El método consiste en dividir la sección en una serie de cuadriláteros cualesquiera (c_1, \dots, c_{n_q}) , que se definen por las coordenadas locales de sus vértices $(y'_i, z'_i)_{i=1,2,3,4}$ (figura 4.4).

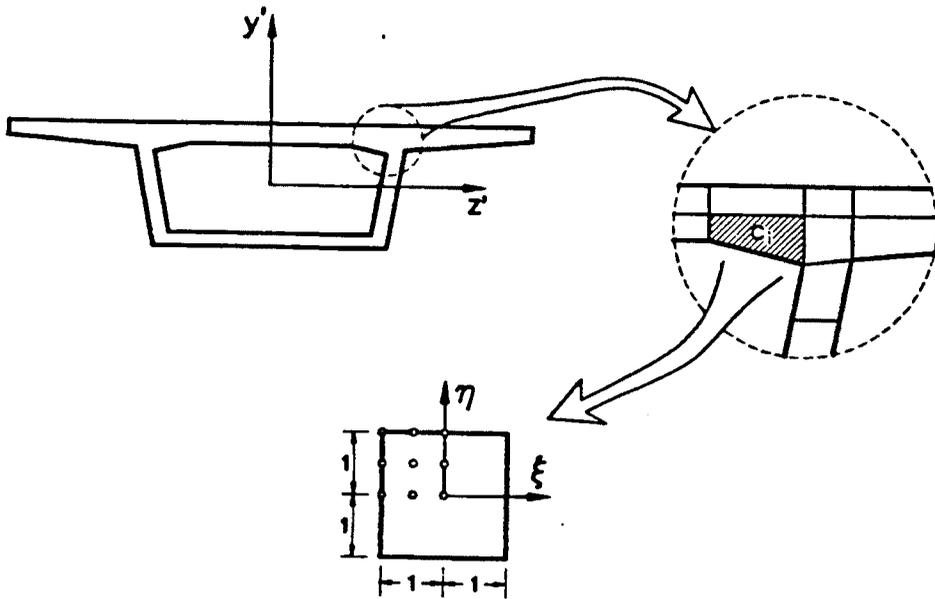


Figura 4.4.- Discretización de una sección transversal

Cada uno de dichos cuadriláteros se relaciona, mediante una transformación geométrica, en un cuadrado normalizado de lado igual a 2.

Esta transformación puede realizarse de una forma análoga a como se discretizan la geometría de los elementos isoparamétricos (véase 4.2.1), quedando

$$\begin{pmatrix} z' \\ y' \end{pmatrix} = \sum_{i=1, \dots, 4} \phi_i(\xi, \eta) \begin{pmatrix} z'_i \\ y'_i \end{pmatrix} \quad (4.63)$$

para cada cuadrilátero. La expresión de las funciones de forma es la siguiente

$$\begin{aligned} \phi_1(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \\ \phi_2(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \\ \phi_3(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \\ \phi_4(\xi, \eta) &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \end{aligned} \quad (4.64)$$

En cuanto a la integración de cualquier función sobre la sección, quedará como la suma de integrales sobre cada cuadrilátero

$$\int \int_A f(z', y') dz' dy' = \sum_{i=1, \dots, n_q} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta) J d\xi d\eta \quad (4.65)$$

donde J es el Jacobiano de la transformación, y tiene por expresión

$$J = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^4 \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi} z'_i & \sum_{i=1}^4 \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi} y'_i \\ \sum_{i=1}^4 \frac{\partial \phi_i}{\partial \eta} z'_i & \sum_{i=1}^4 \frac{\partial \phi_i}{\partial \eta} y'_i \end{vmatrix} \quad (4.66)$$

La integración sobre cada cuadrilátero se hace de forma numérica, empleando una regla cerrada de Simpson generalizada a dos direcciones, obteniéndose:

$$I_c = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p f_{ij} J_{ij} w_i w_j \quad (4.67)$$

para un cuadrilátero de hormigón, donde p es el número de puntos de integración, y w_i y w_j son los pesos de integración en ambas direcciones.

Para incluir la presencia de una barra de armado en la integración, basta añadir

$$I_s = \sum_{i=1, \dots, n_s} f_i A_{si} \quad (4.68)$$

siendo f_i el valor de la función en el punto que ocupa la barra y A_{si} el valor del área de la misma.

El orden de entrada de los nodos de cada cuadrilátero debe ser tal que siga el sentido positivo del triedro x', y', z' , para que el signo del Jacobiano sea el correcto.

4.3.3.- Obtención de la matriz de rigidez del elemento

Recordando la ecuación (4.22) y las ecuaciones (4.59) y (4.62), la matriz de rigidez del elemento viga queda como sigue:

$$\mathbf{K} = \int_V (\mathbf{B}_u \quad -y\mathbf{B}_v \quad -z\mathbf{B}_w)^T E(x, y, z) (\mathbf{B}_u \quad -y\mathbf{B}_v \quad -z\mathbf{B}_w) dx dy dz + \int_L \mathbf{B}_\theta^T GJ(x) \mathbf{B}_\theta dx \quad (4.69)$$

La integral de volumen se descompone en una integral sobre la longitud del elemento por otra integral sobre la sección. La integral sobre la sección se resuelve como se ha detallado en el apartado anterior, mientras que la integral sobre la longitud se resuelve mediante integración numérica con una regla de Gauss de 2 puntos.

Una vez realizada esta integración se llega a una expresión del tipo

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ab} \\ \mathbf{K}_{ba} & \mathbf{K}_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_a \\ \mathbf{f}_b \end{pmatrix} \quad (4.70)$$

donde podemos aplicar condensación estática (HUGHES, 1987), con $\mathbf{f}_b = 0$, obteniendo la definitiva matriz de rigidez del elemento, con 12 grados de libertad, como:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{aa} - \frac{1}{\mathbf{K}_{bb}} \mathbf{K}_{ab} \mathbf{K}_{ba} \quad (4.71)$$

En cuanto a la matriz de rigidez geométrica, se obtiene de acuerdo con (4.38), pudiéndose consultar más extensamente en (CHAN, 1982). La inclusión de la matriz de rigidez geométrica en el análisis no basta para tener en cuenta la no linealidad geométrica, para ello, también es necesario actualizar en cada etapa de cálculo las coordenadas nodales, para plantear equilibrio en la posición deformada.

4.3.4.- Modelización mecánica de los materiales

4.3.4.1.- Hormigón

En el presente trabajo, se consideran desacopladas la respuesta seccional de flexión y la de torsión. Por tanto, el hormigón se considera sometido a un estado uniaxial de tensiones.

Se han adoptado dos curvas tensión deformación para el hormigón: la propuesta por el Código Modelo (CEB-FIP, 1991) y la parábola - rectángulo, aceptada como ley constitutiva simplificada por la instrucción EH-91 (MOPT, 1991) y por el propio Código Modelo.

La curva tensión - deformación propuesta por el Código Modelo puede verse en la figura 4.5.

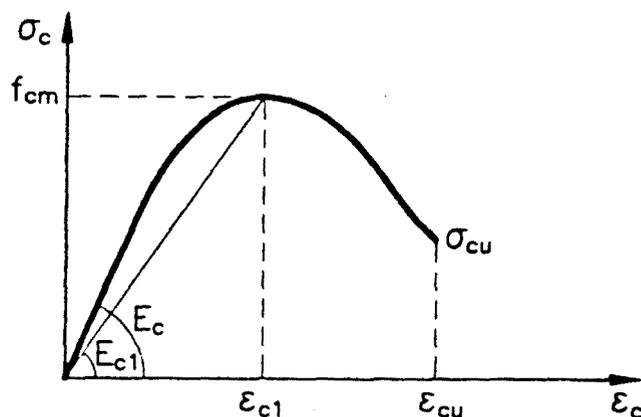


Figura 4.5.- Curva tensión - deformación para el hormigón

La ecuación que relaciona tensión con deformación es

$$\sigma_c = \frac{\frac{E_c}{E_{c1}} \cdot \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}}\right)^2}{1 + \left(\frac{E_c}{E_{c1}} - 2\right) \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}}} \cdot f_{cm} \quad (4.72)$$

con

$$\begin{aligned}\varepsilon_{c1} &= -0.0022 \\ E_{c1} &= f_{cm}/0.0022 \\ f_{cm} &= f_{ck} + \Delta f = f_{ck} + 8 \text{ (MPa)}\end{aligned}$$

donde f_{cm} es el valor medio de la resistencia a compresión. La rama descendente del diagrama llega hasta un valor último de la tensión σ_{cu} igual a la mitad de dicha resistencia a compresión media f_{cm} , alcanzando una deformación última ε_{cu} que viene dada por la ecuación 4.73.

$$\varepsilon_{cu} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{E_c}{E_{c1}} + 1 \right) + \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{E_c}{E_{c1}} + 1 \right)^2 - \frac{1}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \varepsilon_{c1} \quad (4.73)$$

El diagrama en tracción se divide en dos tramos rectos

$$\sigma_{ct} = E_c \cdot \varepsilon_{ct} \quad \sigma_{ct} \leq 0.9 f_{ctm} \quad (4.74)$$

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} - \frac{0.1 f_{ctm}}{0.00015 - \frac{0.9 f_{ctm}}{E_c}} \cdot (0.00015 - \varepsilon_{ct}) \quad 0.9 f_{ctm} < \sigma_{ct} \leq f_{ctm} \quad (4.75)$$

donde f_{ctm} es la resistencia media a tracción del hormigón.

4.3.4.2.- Acero pasivo

En cuanto al acero pasivo, la curva tensión - deformación es un diagrama bilineal clásico, con rama de endurecimiento (figura 4.6).

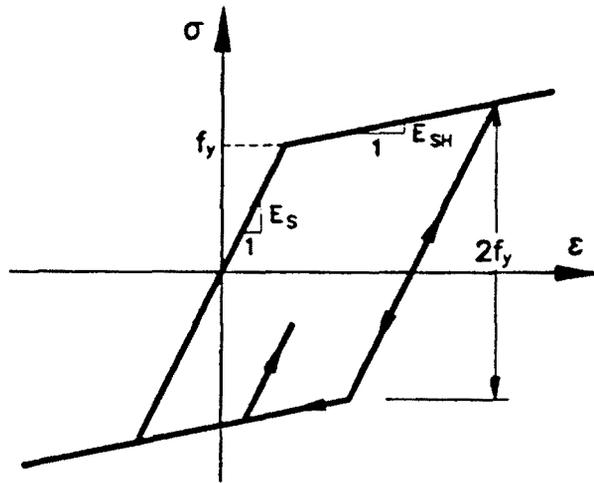


Figura 4.6.- Curva tensión - deformación para el acero de armadura pasiva

Las ramas de plastificación se entienden además como envolventes de los límites elásticos en descarga o en recarga.

4.3.4.3.- Comportamiento a torsión del hormigón armado

Por lo que se refiere al comportamiento torsional, en este trabajo se ha adoptado un modelo trilineal para modelizar la relación entre torsor y curvatura a torsión (figura 4.7), no considerando la interacción de las respuestas momento flector - torsor que pueden ser de importancia sobre todo en paneles comprimidos (LÓPEZ, 1988).

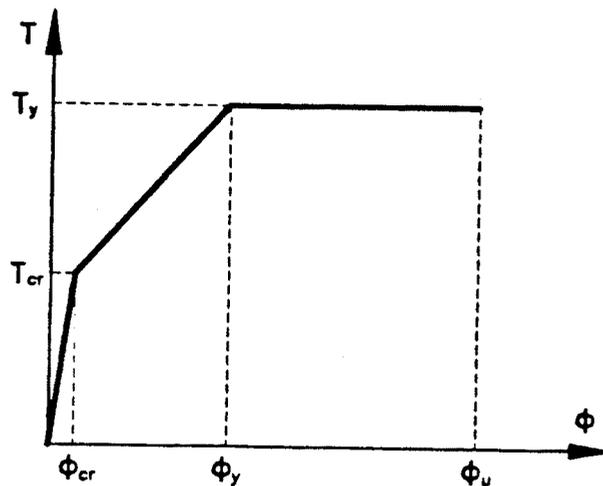


Figura 4.7.- Diagrama trilineal para modelizar el comportamiento en torsión pura de una sección de hormigón armado

Para la descarga se descompone el diagrama trilineal en dos curvas elasto-plásticas, modelo ya utilizado por ROCA (1988).

En definitiva, la respuesta torsional se modeliza conociendo los torsores de fisuración y de plastificación y las curvaturas de fisuración, plastificación y última.

En (ROCA, 1988) pueden hallarse fórmulas para la determinación de estos parámetros para secciones cualesquiera, basadas en la analogía de la celosía, y deducidas por COLLINS (1972).

4.3.4.4.- Fisuración del hormigón armado

En el caso de puentes de hormigón, armado o pretensado, es obvia la importancia de la modelización de la fisuración para conocer el comportamiento real de la estructura en estados avanzados de carga. Además la fisuración provoca un cambio brusco de rigidez en las estructuras, fuente de numerosos problemas numéricos.

Hay dos grandes grupos de modelos de fisuración: los de fisuración discreta y los de fisuración repartida.

Los métodos de fisuración discreta consisten en modelizar cada una de las fisuras como una discontinuidad en la malla de elementos finitos. Este método obliga a una continua variación de la malla con la fisuración, pues conforme avanza la misma, siempre por la unión de dos elementos, debe ir formándose una discontinuidad.

Al no poder progresar las fisuras en el interior de los elementos, es necesario un mallado muy tupido en las zonas fisuradas, para no marcar numéricamente la dirección de las fisuras.

Estos métodos son muy útiles para casos de fisuración muy concentrada.

En el otro extremo están los métodos de fisuración distribuida o difusa. Estos métodos se basan en variar la ecuación constitutiva de los materiales para modelar la fisuración. Por tanto, la malla a utilizar es constante, variándose en ciertas zonas las propiedades del material. Este método, con ciertas condiciones, puede también modelizar fisuras localizadas (ROCA, 1988).

El estudio de puentes con pretensado exterior abarca desde estructuras con fisuración claramente discreta a estructuras con fisuración muy repartida.

En el caso de estructuras constituidas por dovelas prefabricadas, sin armadura pasante, la "fisuración", en este caso apertura de juntas entre dovelas, es claramente discreta.

También lo es en estructuras monolíticas con muy baja cuantía de armadura pasiva. Estas estructuras son posibles con pretensado exterior, al liberarse el hormigón de su función de protección de los tendones de pretensado frente a la corrosión.

En cambio para estructuras monolíticas con cuantías habituales de acero pasivo, la fisuración presenta un carácter bastante continuo.

Ante la imposibilidad de implementar ambos modelos, y por coherencia con la formulación presentada para los elementos de viga de hormigón armado, se ha adoptado un modelo de fisuración distribuida para todas las vigas monolíticas. Para el caso de vigas por dovelas, ha sido necesario el desarrollo de otro modelo para la apertura de junta, que se especifica en un capítulo posterior.

En el modelo de fisuración adoptado, cuando el área de hormigón, correspondiente a un punto de integración de la sección, alcanza su máxima resistencia a la tracción se produce fisuración en dicha área. No se considera que el hormigón pueda continuar resistiendo tracciones según una curva de reblandecimiento (OLIVER y FERNÁNDEZ, 1987) (figura 4.8), sino que se modeliza como un material frágil (figura 4.9).

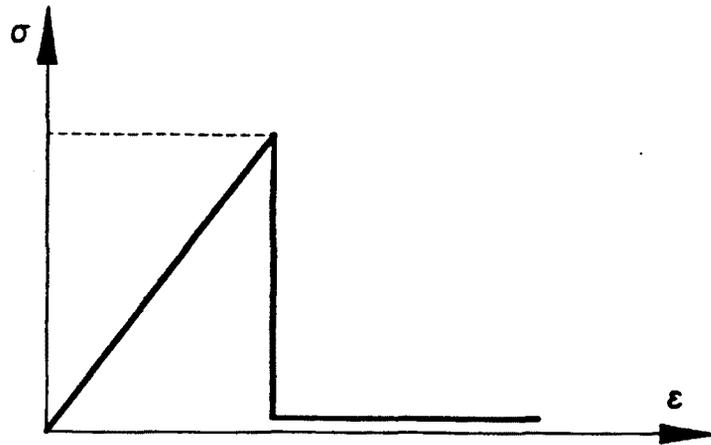


Figura 4.8.- Curva tensión - deformación para el hormigón a tracción con rama de reblandecimiento

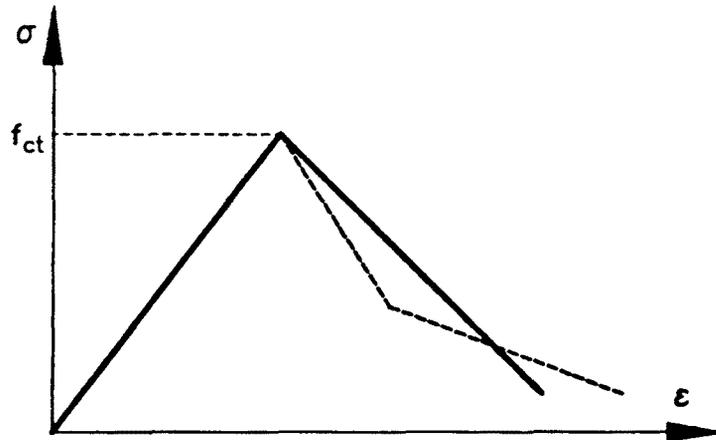


Figura 4.9.- Curva tensión - deformación para el hormigón a tracción como material frágil

Por otro lado sí se considera la contribución del hormigón entre fisuras (*tension stiffening*) tal como han hecho CHAN (1982), MARI (1984) y ROCA (1988) entre otros.

Esta contribución puede modelizarse de dos formas, a través del hormigón o a través del acero pasivo.

La consideración del *tension stiffening* a través del hormigón se realiza mediante la adopción de una rama de reblandecimiento (figura 4.8). Esta aproximación no considera la localización de las armaduras en relación a las fisuras, y conduce a resultados inexactos tanto para las tensiones en el hormigón como en el acero.

Si la modelización se realiza mediante el acero pasivo, el efecto de la contribución del hormigón entre fisuras se introduce variando el diagrama tensión - deformación de dicho acero. Esto hace que la tensión en el acero no sea exacta, pero así se tiene en cuenta la posición de la armadura.

El modelo de GILBERT (1978), adoptado en este trabajo, propone multiplicar el módulo de deformación del acero por una serie de factores que dependen de la relación entre la deformación última a tracción del hormigón (ϵ_t) y la deformación del acero (ϵ_s) (figura 4.10) (tabla 4.1).

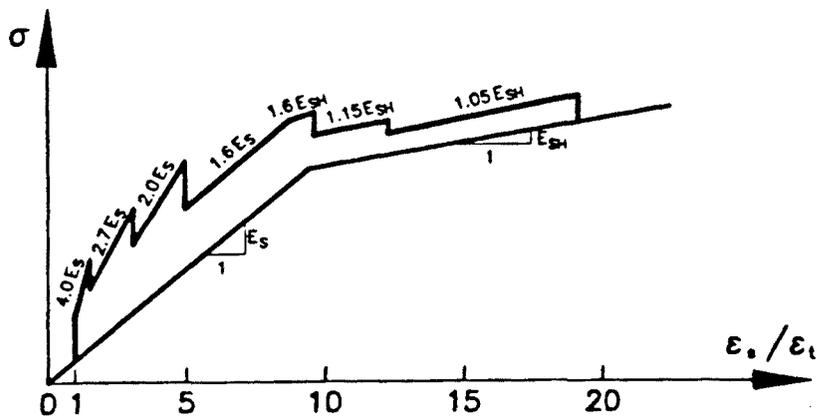


Figura 4.10.- Modelo de Gilbert de tensión - stiffening

Tabla 4.1: Factores de *tension - stiffening*

$\frac{\epsilon_s}{\epsilon_t}$	Factores de tension stiffening según Gilbert
1.0	1.0
1.5	4.0
3.0	2.7
5.0	2.0
8.0	1.6
12.0	1.15
18.0	1.05

Los valores de la tabla 4.1 fueron obtenidos experimentalmente en piezas con baja cuantía de armadura. Deben ser modificados en caso de fuertes cuantías, pues pueden conducir a rigideces fisuradas superiores a las de sección íntegra.

Una modificación introducida CHAN (1982) es el ignorar el fenómeno del *tension stiffening* cuando la armadura pasiva plastifica.

CAPÍTULO 5

**TRATAMIENTO DEL PRETENSADO
EN LA FORMULACIÓN PROPUESTA**

Capítulo 5

TRATAMIENTO DEL PRETENSADO EN LA FORMULACIÓN PROPUESTA

5.1.- INTRODUCCIÓN

En este capítulo se detalla la introducción del pretensado, tanto interior adherente como exterior no adherente, en la formulación.

La modelización del pretensado se realiza mediante elementos de tendón de pretensado, no siendo incluida en la formulación de elementos viga. De esta forma, los elementos viga de hormigón armado pueden utilizarse alternativamente para modelizar estructuras de hormigón armado o de hormigón pretensado, con sólo añadir elementos de tendón a la estructura.

El tratamiento del pretensado exterior no adherente es una de las aportaciones más significativas de este trabajo. Para simplificar, en la medida de lo posible, la formulación, ambos pretensados tienen un tratamiento conjunto, excepto en la evaluación de deformaciones y tensiones. El carácter de no adherente del pretensado exterior, y sus posibles vinculaciones a la estructura en los puntos de desviación, difieren su comportamiento del pretensado considerado convencional, interior y adherente.

5.2.- DISCRETIZACIÓN DEL TENDÓN DE PRETENSADO EN ELEMENTOS FINITOS

Cada tendón de pretensado se modeliza como una serie de segmentos rectos, unidos rígidamente a la estructura en los extremos de dichos segmentos, que deben coincidir con nodos de los elementos de viga.

Es en esos extremos de los segmentos donde se consideran solidarios el tendón y la estructura. Por tanto, esta aproximación puede ser utilizada tanto en el caso de tendones interiores como en el de exteriores.

Para el caso de tendones interiores (figura 5.1), los segmentos deben hacerse coincidir con los elementos de viga, según el método ya utilizado por MARI (1984), siguiendo los trabajos de KANG (1977) y VAN GREUNEN (1979).

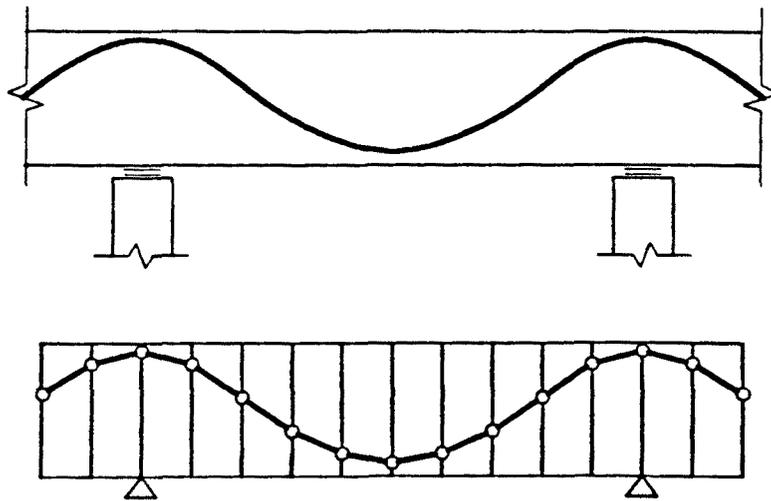


Figura 5.1.- Modelización de un tendón interno

Este modelo aproxima mejor la realidad cuanto más segmentos se utilicen para discretizar el tendón, lo cual es común a cualquier formulación en la que se discretice un continuo.

Para el caso del pretensado exterior (figura 5.2), los segmentos se extienden entre puntos de contacto del tendón con la estructura; es decir, anclajes y desviadores.

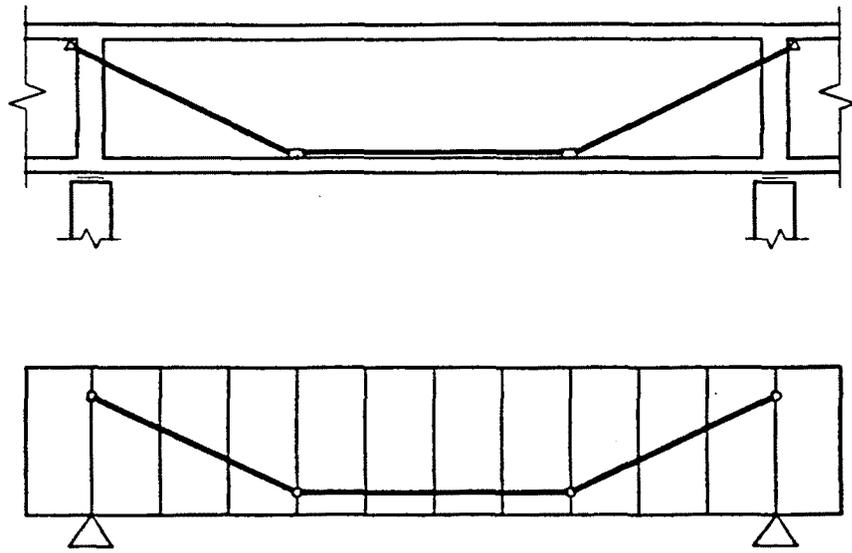


Figura 5.2.- Modelización de un tendón exterior

En este caso, los extremos del segmento también deben coincidir con nodos de la estructura, pero sin que sea necesario que sean consecutivos. Por tanto, no puede sumarse la rigidez de cada segmento a la de cada elemento de viga, sino de forma global, tras el ensamblaje, por un lado, de la rigidez de los elementos de viga, y por el otro, de los segmentos de pretensado.

En cuanto a la vinculación a nivel seccional, en los puntos de contacto segmento - viga, esta se realiza mediante una unión rígida (figura 5.3).

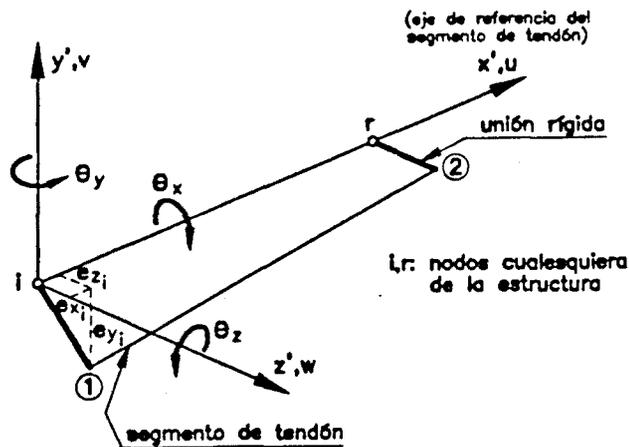


Figura 5.3.- Vinculación del segmento de pretensado con la viga

Esta unión rígida garantiza que las excentricidades e_y y e_z son invariables en el plano de la sección, gracias a que este elemento de unión gira con la sección, la cual se supone que permanece plana con la deformación. No es necesario que el tendón esté contenido dentro de la sección. Esto permite analizar estructuras con tendones exteriores a la sección, hasta el umbral en el que el peso propio del cable deja de ser despreciable.

El tema de la vinculación entre el tendón y la sección se desarrolla con más detalle al hablar del cálculo de deformaciones.

5.3.- FUERZAS EQUIVALENTES DE PRETENSADO

La acción del pretensado en una estructura puede entenderse como un sistema de fuerzas actuante sobre la misma. Este sistema de fuerzas equivalentes de pretensado está constituido por las fuerzas de anclajes y las de interacción. Las fuerzas de interacción pueden ser puntuales, como las fuerzas de desviación en el caso de pretensado exterior, o repartidas, como las debidas a la curvatura del tendón en pretensado interior o las debidas a rozamiento.

La utilización de las fuerzas equivalentes de pretensado simplifica de forma importante el análisis, pues la acción del pretensado puede modelizarse mediante la actuación de estas cargas sobre la estructura de hormigón.

El incremento de tensión en el acero de pretensado con la deformación produce una variación de estas fuerzas equivalentes de pretensado, introduciéndose de esta forma el aumento de rigidez que aporta a la estructura.

También es posible analizar, mediante las fuerzas equivalentes, el efecto estructural del

En este apartado se aborda el tema de la obtención de estas fuerzas equivalentes de pretensado y su aplicación a la estructura. La fuerza de pretensado a utilizar para obtener las fuerzas equivalentes iniciales debe tener en cuenta las pérdidas instantáneas, por lo que a continuación se expone cómo se han tenido en cuenta dichas pérdidas.

5.3.1.- Valor de la fuerza de pretensado

El valor de la fuerza de pretensado en un instante de tiempo depende: de la fuerza de pretensado inicial, de las pérdidas instantáneas de pretensado, de las pérdidas diferidas que se hayan producido hasta ese momento y de la variación de tensión debida a la deformación en ese instante.

Dado que el trabajo aquí presentado se ha circunscrito al análisis instantáneo de estructuras con pretensado exterior, no se aborda el tema de las pérdidas diferidas de pretensado.

Por lo que atañe a las pérdidas instantáneas, éstas engloban las pérdidas por rozamiento, las pérdidas por penetración de cuña y las pérdidas por acortamiento elástico.

5.3.1.1.— Pérdidas por rozamiento

En estructuras pretensadas con armaduras postesas la fuerza de pretensado se aplica de forma gradual sobre el tendón, produciéndose un movimiento relativo entre el tendón y la vaina que lo rodea. Este movimiento genera rozamiento entre el tendón y la vaina, con lo que se obtiene una disminución gradual de la fuerza de pretensado con la distancia al anclaje activo.

La fuerza de pretensado, para un punto cualquiera del tendón $P(x)$, puede expresarse a partir de la fuerza en el anclaje P_0 , como

$$P(x) = P_0 e^{-(\mu\alpha + Kx)} \quad (5.1)$$

donde:

μ = coeficiente de rozamiento en curva.

α = variación angular acumulada, desde el anclaje activo hasta el punto x .

K = coeficiente de rozamiento parásito, por metro lineal.

El coeficiente K es debido a la existencia de desviaciones angulares parásitas en los tendones, al ser imposible asegurar la perfecta geometría del mismo. Este coeficiente es nulo en el caso del pretensado exterior, pues los tendones son perfectamente rectos entre desviadores, redundando en unas menores pérdidas por rozamiento para esta técnica.

Con el modelo de discretización para el pretensado descrito anteriormente, se asume que cada segmento tiene una fuerza de pretensado constante a lo largo de toda su longitud, lo cual es exacto para el pretensado exterior. Por tanto, la fuerza se evalúa en cada uno de los extremos de cada segmento y se promedia.

5.3.1.2.— Pérdidas por penetración de cuñas

En los sistemas de pretensado que utilizan cuñas para el clavado de los cordones en el anclaje, la mayoría de los actualmente existentes, se produce una cierta pérdida de fuerza por penetración de dichas cuñas. Esta pérdida es debida al pequeño acortamiento, que sufre el tendón, necesario para el clavado de las cuñas.

Este efecto, se ve también contrareestado por el rozamiento, de forma que alcanza una cierta longitud de tendón, dependiendo de la importancia del movimiento (figura 5.4).

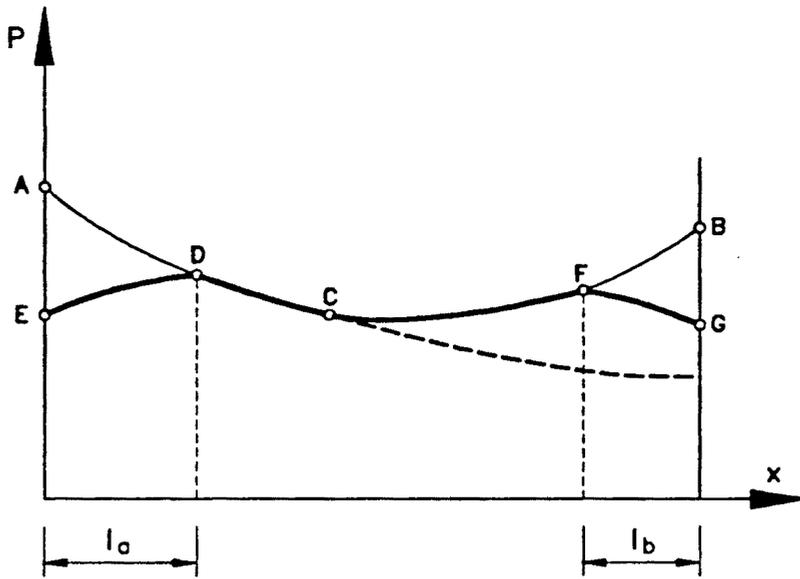


Figura 5.4.- Fuerza de pretensado de un tendón tesado desde ambos extremos incluyendo rozamiento y penetración de cuñas

En este trabajo se asume que, el coeficiente de rozamiento a aplicar para la evaluación de las pérdidas por rozamiento (tesado) y el que se aplica para las pérdidas por penetración de cuñas (destesado) son iguales, aunque existe evidencia experimental de pequeñas diferencias, para los rangos usuales de penetración de cuñas, entre ambos valores (MONTORBIO y AGUADO, 1990).

Esta hipótesis tiene una importante consecuencia, las curvas AD y DE son simétricas respecto a un eje horizontal.

Además, el alargamiento del tendón se calcula como

$$\Delta l = \int_0^{l_1} \frac{P(x)}{E_p A_p} dx \quad (5.2)$$

lo que indica que es proporcional al área bajo la curva $P(x)$ de la figura 5.4. Por tanto, de forma análoga, el área ADE es proporcional a la penetración de cuña.

$$Area(ADE) = E_p A_p \Delta l \quad (5.3)$$

A partir de estas premisas se puede desarrollar un método para la obtención del punto D avanzando segmento a segmento. El área ADE se puede obtener como el doble de la diferencia de las áreas A1 y A2, por la hipótesis de simetría antes

expuesta, que son sencillas de calcular (fig. 5.5). Cuando el valor del área ADE proporciona, mediante la ecuación (5.3) el valor deseado de Δl , se ha alcanzado el punto D.

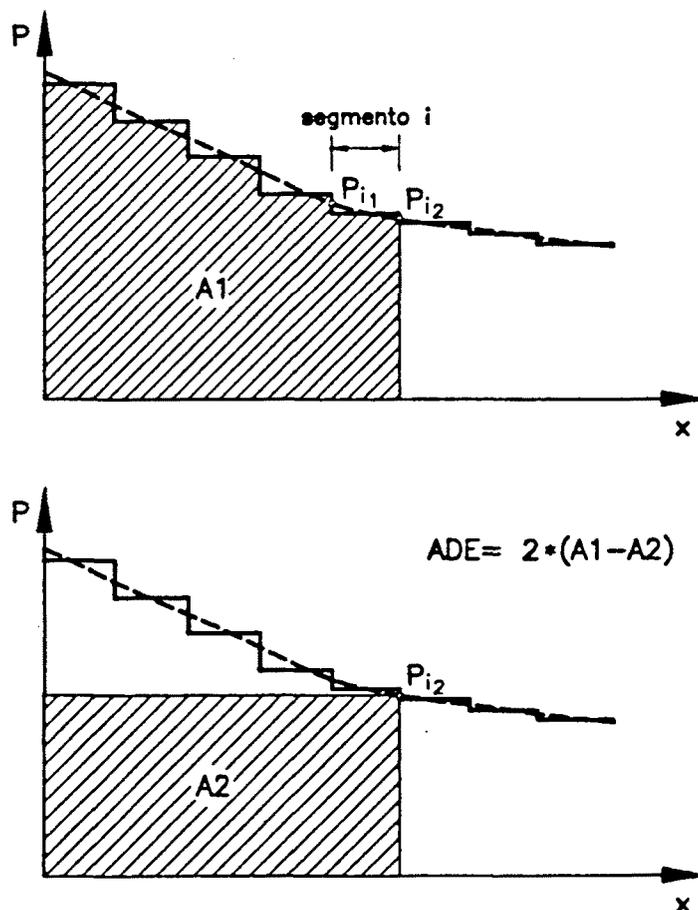


Figura 5.5.- Cálculo del área ADE como diferencia de A1 y A2

Este método aproximado, que no precisa iteraciones, ha sido ya utilizado por MARI (1984) y ROCA (1988).

5.3.1.3.- Pérdidas por acortamiento elástico

Las pérdidas por acortamiento elástico afectan siempre a las armaduras pretensas, son las únicas pérdidas instantáneas de estas armaduras, y a las postesas previamente tesadas.

La diferencia numérica al tesar, entre una armadura pretesa y postesa, radica en su adherencia con el hormigón.

Una armadura pretesa presenta adherencia desde el mismo comienzo del análisis, incluyendo el tesado, de forma que el efecto del acortamiento elástico se ve incorporado de forma automática.

En cambio, una armadura postesa no presenta adherencia durante la fase de tesado. La aplicación de cargas durante este proceso (normalmente el peso propio), no produce variaciones apreciables en la fuerza de pretensado después de pérdidas instantáneas.

Un caso particular de aplicación de cargas será el tesado de otros tendones, uno de cuyos efectos es el acortamiento elástico. Este efecto se obtiene de forma automática con sólo realizar el tesado de cada tendón en etapas de cálculo sucesivas.

Una vez tesada, se materializa la adherencia mediante la inyección, cuya traducción numérica es considerar, a partir de este momento, las variaciones de fuerza de pretensado debidas a la introducción de cargas.

5.3.2.- Obtención del vector de fuerzas equivalentes de pretensado

Dado un segmento de pretensado, que discurre entre dos nodos cualesquiera i y r que no tienen porqué formar un elemento de viga, los ejes locales del segmento de tendón se definen como (figura 5.6):

- El eje x' es un eje que pasa por los nodos i y r .
- El eje y' es un eje normal al x' y contenido en el plano formado por los nodos i , r y el nodo auxiliar k .
- El eje z' se construye normal a los dos anteriores.

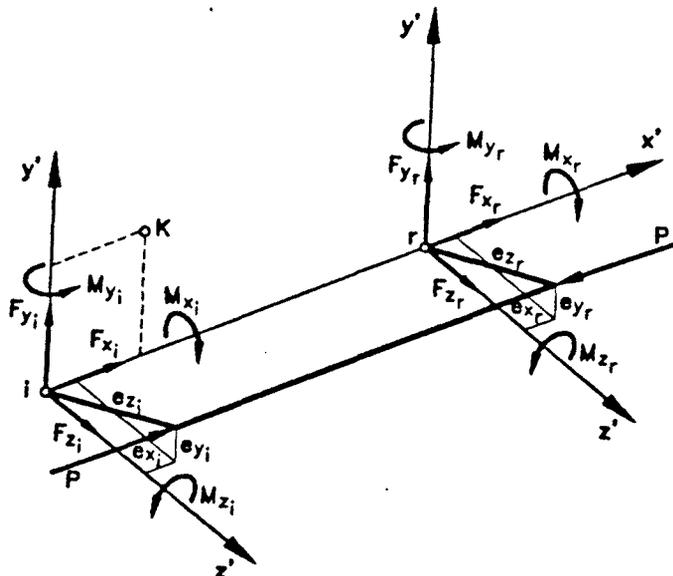


Figura 5.6.- Ejes locales y fuerzas equivalentes de pretensado, en dichos ejes, de un segmento de tendón

Las cargas equivalentes de pretensado que ejercen sobre dichos nodos, en coordenadas locales del elemento de tendón, son (figura 5.6) las proyecciones de la fuerza P sobre los ejes locales y los momentos debidos al producto de dicha fuerza por las respectivas excentricidades.

Estas fuerzas equivalentes de pretensado, una vez realizado el cambio de base a coordenadas globales, deben aplicarse sobre los nodos de la estructura como cualquier otra carga exterior.

La fuerza P de la figura 5.6 es la media de las fuerzas de pretensado en los nodos i y r , pues se admite distribución constante de la fuerza de pretensado a lo largo de cada segmento. Esto es exacto en el caso de pretensado exterior, pues los tendones son rectos y no hay desviaciones parásitas, pero en el caso de pretensado interior será más exacto cuanto mayor sea el número de segmentos utilizados para la discretización.

5.4.- EVALUACIÓN DE LAS DEFORMACIONES Y TENSIONES EN LOS TENDONES DE PRETENSADO

El procedimiento para la evaluación de las deformaciones y tensiones en los tendones de pretensado es común a ambos tipos, pretensado interior y exterior.

El caso de pretensado interior adherente es un caso particular, y se presenta en primer lugar por su simplicidad.

5.4.1.- Tendones interiores adherentes

Siguiendo la notación de la figura 5.3, los movimientos de los extremos de un segmento de tendón se pueden relacionar con los movimientos nodales mediante

$$\begin{aligned}
 u_1 &= u_i + e_{z_i} \cos \theta_{y_i} + e_{x_i} (\cos \theta_{y_i} - 1) - e_{y_i} \operatorname{sen} \theta_{z_i} + e_{x_i} (\cos \theta_{z_i} - 1) \\
 v_1 &= v_i - e_{z_i} \operatorname{sen} \theta_{x_i} + e_{y_i} (\cos \theta_{x_i} - 1) + e_{x_i} \operatorname{sen} \theta_{z_i} + e_{y_i} (\cos \theta_{z_i} - 1) \\
 w_1 &= w_i - e_{x_i} \operatorname{sen} \theta_{y_i} + e_{z_i} (\cos \theta_{y_i} - 1) + e_{y_i} \operatorname{sen} \theta_{x_i} + e_{z_i} (\cos \theta_{x_i} - 1) \\
 u_2 &= u_r + e_{z_r} \cos \theta_{y_r} + e_{x_r} (\cos \theta_{y_r} - 1) - e_{y_r} \operatorname{sen} \theta_{z_r} + e_{x_r} (\cos \theta_{z_r} - 1) \\
 v_2 &= v_r - e_{z_r} \operatorname{sen} \theta_{x_r} + e_{y_r} (\cos \theta_{x_r} - 1) + e_{x_r} \operatorname{sen} \theta_{z_r} + e_{y_r} (\cos \theta_{z_r} - 1) \\
 w_2 &= w_r - e_{x_r} \operatorname{sen} \theta_{y_r} + e_{z_r} (\cos \theta_{y_r} - 1) + e_{y_r} \operatorname{sen} \theta_{x_r} + e_{z_r} (\cos \theta_{x_r} - 1)
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

lo cual puede escribirse en forma abreviada como

$$\mathbf{a}_p = \mathbf{R}_p \mathbf{a} \tag{5.5}$$

donde \mathbf{a}_p son los movimientos de los extremos del tendón, según los ejes x', y', z' , y \mathbf{a} son los movimientos nodales.

Para el análisis sólo es necesario el desplazamiento que sufre el tendón en su propia dirección, eje x'' (figura 5.7). Para obtenerlo, se proyectan los desplazamientos a_p sobre los ejes x'', y'', z'' mediante una matriz de cambio de base. Esta matriz T , se calcula a partir de los cosenos directores, los cuales a su vez se derivan de las coordenadas actualizadas de los extremos del segmento. Estas coordenadas actualizadas serán las coordenadas de la iteración anterior más los movimientos expresados en (5.4).

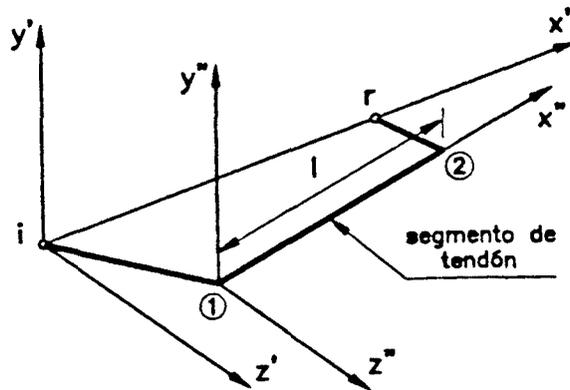


Figura 5.7.- Ejes de referencia x', y', z' y ejes x'', y'', z'' de un segmento de tendón

Al interesar sólo una de las componentes del movimiento, es posible construir una submatriz de T , notada como S , que relacione las incógnitas nodales con el desplazamiento del tendón según su eje u_p . Así, se obtiene

$$\begin{pmatrix} u_{p1} \\ u_{p2} \end{pmatrix} = S R_p \begin{pmatrix} a_i \\ a_r \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

De forma análoga a lo expuesto para vigas, los movimientos de cualquier punto del segmento del tendón pueden interpolarse mediante funciones de forma, en este caso se han usado funciones lineales, entre los movimientos de los extremos de dicho segmento, quedando:

$$\begin{aligned} u_p(x'') &= N_p(x'') \begin{pmatrix} u_{p1} \\ u_{p2} \end{pmatrix} \\ &= N_p(x'') S R_p a \end{aligned} \quad (5.7)$$

siendo

$$N_p(x'') = \left(1 - \frac{x''}{l} \quad \frac{x''}{l} \right) \quad (5.8)$$

Siguiendo la metodología expuesta en el capítulo 4, las deformaciones pueden obtenerse como

$$\epsilon_p = B_p \ a \tag{5.9}$$

donde

$$B_p = \frac{\partial N_p}{\partial x''} \ S \ R_p \tag{5.10}$$

5.4.2.- Tendones exteriores no adherentes

Los tendones exteriores son no adherentes, es decir, los incrementos de deformación que sufren son debidos a los desplazamientos globales de la estructura, no a la compatibilidad de deformaciones a nivel seccional. Los tendones se deforman al estar sujetos a la estructura en anclajes y desviadores. La distribución a lo largo del tendón, y la magnitud, de estas deformaciones dependerá de las hipótesis que se establezcan sobre la vinculación tendón desviador.

En la realidad, el conjunto tendón desviador es muy complejo y muy variable en función de la tecnología que se utilice. Es obvio que el comportamiento es el de un cable con rozamiento y con una fuerte desviación angular, pero el coeficiente de rozamiento es muy aleatorio, dado que es muy difícil prever cuales van a ser los materiales que deslicen y el rozamiento entre ellos.

En la Universidad de Texas en Austin se han realizado ensayos sobre tendones a su paso por un desviador (BEAUPRE et al., 1990). Los tendones utilizados fueron los más simples existentes, habituales en los Estados Unidos, consistentes en un tubo de acero, que actúa de encofrado del desviador, y cordones desnudos inyectados con mortero de cemento. Los resultados muestran dos modos de deslizamiento dependiendo de la desviación angular. Para valores bajos del ángulo de desviación, deslizaba el conjunto cordones + inyección sobre el tubo metálico. En cambio, para desviaciones angulares importantes, deslizaban los cordones respecto a la lechada de mortero de cemento.

Además, para cada uno de estos modos de deslizamiento, la dispersión en los coeficientes de rozamiento medidos fue muy elevada.

En el caso de tendones muy complejos como, por ejemplo, monotorones autoprottegidos en doble vaina inyectada con mortero de cemento, el modo de deslizamiento y el coeficiente de rozamiento son desconocidos.

Además, la consideración de rozamiento en los desviadores implica hacer depender la resistencia de la estructura a la historia de cargas. Esta dependencia no puede ser tenida en cuenta en un puente real.

En este trabajo se ha adoptado la hipótesis de que los tendones exteriores, a su paso por un desviador, pueden tener dos comportamientos extremos:

- Libre deslizamiento sobre el desviador.
- Deslizamiento totalmente impedido.

Estas dos hipótesis permiten obtener todo el rango de comportamiento de la estructura, pues cualquier solución con rozamiento estará comprendida entre las dos extremas.

En este sentido, la comparación entre resultados experimentales y resultados analíticos, para vigas isostáticas, realizada por TRINH (1993), demuestra la escasa influencia de los posibles deslizamientos de los tendones en la carga última de la estructura.

Por tanto, el modelo numérico que aquí se presenta permite, para todo tendón exterior, definir en cada desviador la condición de vinculación deseada: libre deslizamiento o deslizamiento impedido.

Si hay segmentos de tendón cuyos dos extremos tengan una vinculación de deslizamiento impedido, los extremos de los segmentos coinciden con los desviadores (figura 5.2), la evaluación de la deformación será idéntica al caso de pretensado interior.

En caso contrario, se encadenan segmentos de pretensado hasta que ambos extremos estén fijados a la estructura (en el límite, se considera la totalidad del tendón entre anclajes) (figura 5.8).

La hipótesis de libre deslizamiento en los desviadores permite considerar constante la fuerza de pretensado a lo largo de esta sucesión de segmentos.

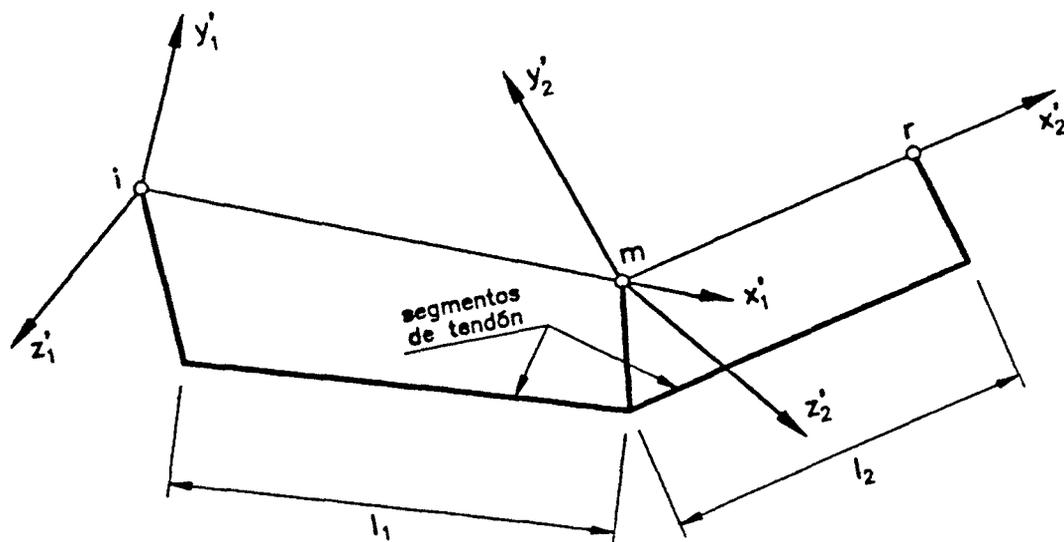


Figura 5.8.- Ejemplo de dos segmentos de pretensado con libre deslizamiento en el nodo central

Para introducir la formulación desarrollada se utiliza el ejemplo mostrado en la figura 5.8, de dos segmentos con libre deslizamiento en el nodo central. De nuevo, cabe resaltar que los nodos de la estructura que definen los segmentos no tienen que ser consecutivos.

Como primera aproximación al problema, pueden utilizarse las ecuaciones (5.4) en ambos segmentos de pretensado, con lo que se obtiene

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} a_{p1} \\ a_{p2} \end{pmatrix} &= R_{p1} \begin{pmatrix} a_i \\ a_m \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} a_{p2} \\ a_{p3} \end{pmatrix} &= R_{p2} \begin{pmatrix} a_m \\ a_r \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.11)$$

donde a_{p1} son los tres desplazamientos que sufre el extremo 1 en coordenadas locales del tendón (x'_1, y'_1, z'_1) , y a_i son los tres desplazamientos y los tres giros del nodo i .

De forma análoga al apartado 5.4.1, se pueden obtener los movimientos según el eje situado sobre cada segmento de tendón como

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_{p1} \\ u_{p2} \end{pmatrix} &= S_1 R_{p1} \begin{pmatrix} a_i \\ a_m \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} u'_{p2} \\ u_{p3} \end{pmatrix} &= S_2 R_{p2} \begin{pmatrix} a_m \\ a_r \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.12)$$

Nótese que u_{p2} y u'_{p2} son distintos al estar referidos a distintos ejes coordenados.

Esta discontinuidad de los ejes de referencia impide obtener una ecuación análoga a la (5.7). No es posible construir una función de forma continua que permita obtener una relación lineal entre deformaciones y movimientos nodales como en (5.9).

Otra forma de obtener la deformación del tendón representado en la figura 5.8 es mediante la expresión

$$\epsilon_p = \frac{(l'_1 + l'_2) - (l_1 + l_2)}{l_1 + l_2} \quad (5.13)$$

siendo l'_1 y l'_2 las longitudes de los segmentos después de la deformación y l_1 y l_2 las longitudes antes de la deformación.

Estas longitudes pueden calcularse fácilmente, por ejemplo

$$l'_1 = \sqrt{(x'_i - x'_m)^2 + (y'_i - y'_m)^2 + (z'_i - z'_m)^2} \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} x'_i &= x_i + u_i & x'_m &= x_m + u_m \\ y'_i &= y_i + v_i & y'_m &= y_m + v_m \\ z'_i &= z_i + w_i & z'_m &= z_m + w_m \end{aligned}$$

con las coordenadas y los movimientos del segmento de tendón en globales.

Puede pues construirse una relación no lineal entre deformaciones y desplazamientos

$$\varepsilon_p = \phi(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_m, \mathbf{a}_r) \quad (5.15)$$

a partir de las relaciones anteriores, fácil de calcular y exacta.

El problema, como se explica en el apartado 5.5, es la obtención de una matriz de rigidez a partir de esta relación.

5.4.3.- Evaluación de las tensiones

La evaluación de las tensiones a partir de las deformaciones se realiza mediante un diagrama tensión - deformación multilíneal. La aproximación mediante un diagrama bilíneal, semejante al del acero pasivo, no es adecuada al ser mucho más gradual la plastificación de los aceros de pretensado.

El diagrama utilizado, como en (ROCA, 1988), está formado por 5 segmentos definidos por cinco parejas $(\varepsilon_i, \sigma_i)$ (figura 5.9), existiendo un módulo de deformación tangente E_{pT} para cada una de dichas ramas. Las ramas de descarga - recarga se admiten con módulo inicial.

$$\sigma_p = E_p(\varepsilon_p) \varepsilon_p = E_{pT} \varepsilon_p \quad (5.16)$$

El valor del módulo de deformación tangente es discontinuo, lo cual no causa problemas al tratarse de un proceso de cálculo iterativo.

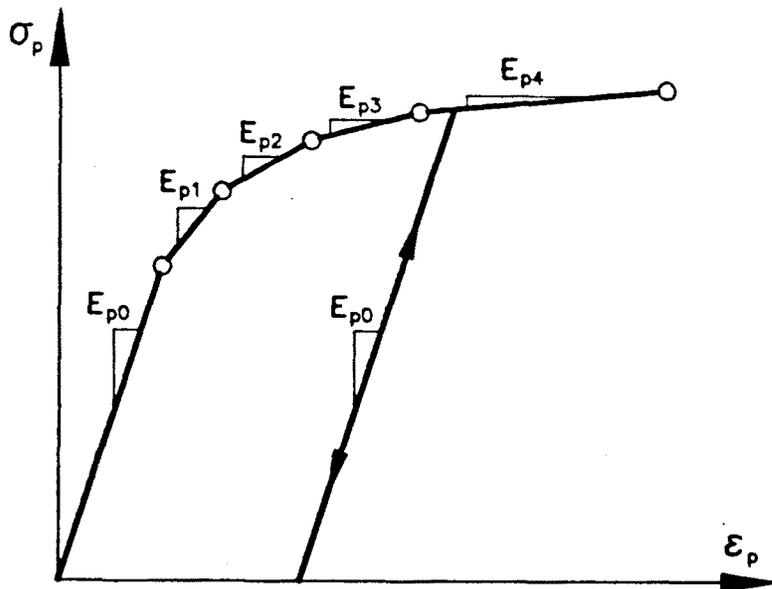


Figura 5.9.- Curva tensión - deformación adoptada para el acero de pretensado

5.5.- COLABORACIÓN DEL PRETENSADO A LA RIGIDEZ GLOBAL DE LA ESTRUCTURA

Esta colaboración se modeliza mediante la adición, a la matriz de rigidez global calculada a partir de los elementos viga, de una matriz de rigidez de pretensado.

A continuación se expone la obtención de dicha matriz de rigidez para ambos casos de pretensado, adherente y no adherente.

5.5.1.- Matriz de rigidez de los tendones adherentes

A partir de la ecuación (4.22), y (5.9), se obtiene

$$K_p = A_p \int_l B_p^T E_p(\epsilon) B_p ds \tag{5.17}$$

Aplicando el diagrama tensión - deformación propuesto, $E_p(\epsilon)$ se puede sustituir por el módulo tangente de cada segmento que forma el diagrama multilíneal E_{pT} , obteniéndose

$$K_p = A_p \int_l E_{pT} B_p^T \otimes B_p ds \tag{5.18}$$

El cálculo detallado de esta matriz de rigidez puede consultarse en el Anejo 2.

Cada segmento de pretensado que conforma el tendón tiene su matriz de rigidez que, una vez transformada a ejes globales, debe ensamblarse con la matriz de rigidez global de la estructura.

El vector de fuerzas resistentes internas debidas al pretensado, a utilizar en la evaluación de las fuerzas residuales, queda

$$\mathbf{R}_p^i = A_p \int_l \mathbf{B}_p^T \sigma_p ds \quad (5.19)$$

Las integraciones sobre la longitud del segmento se realizan mediante una cuadratura de Gauss de dos puntos.

En cuanto a la obtención de la matriz de rigidez geométrica, se puede proceder de forma análoga a la expuesta en 5.4.1 para la obtención de los términos de segundo orden de la deformación. Así

$$\epsilon = \varepsilon + \eta \quad (5.20)$$

y su proyección según el segmento de pretensado será

$$\eta_p = \mathbf{R} \eta \quad (5.21)$$

Por tanto, a partir de la expresión (4.38), se obtiene

$$\mathbf{K}_{\sigma p} \delta \mathbf{a} = A_p \int_l \delta \eta_p \sigma_p ds \quad (5.22)$$

Siguiendo el método expuesto en (ZIENKIEWICZ y TAYLOR, 1989) se puede llegar a obtener

$$\mathbf{K}_{\sigma p} = A_p \int_l \mathbf{G}^T \mathbf{S} \mathbf{G} ds \quad (5.23)$$

con \mathbf{G} y \mathbf{S} descritas en las ecuaciones (4.40) y (4.41), pudiéndose descomponer esta última en

$$\mathbf{S} = \sigma_p \mathbf{H} \quad (5.24)$$

5.5.2.- Matriz de rigidez de los tendones no adherentes

En el caso de tendones no adherentes, no se puede realizar un desarrollo semejante al no poderse obtener una relación lineal entre deformaciones y desplazamientos nodales (5.15).

Sería posible la construcción de una matriz de rigidez dependiente de los desplazamientos

$$\mathbf{K}_p(\mathbf{a}) \mathbf{a} = \mathbf{f} \quad (5.25)$$

puesto que las fuerzas equivalentes de pretensado se pueden relacionar, como se explica en el apartado 5.3.2, con la fuerza de pretensado $\mathbf{f} = \mathbf{Q}P$ y ésta con la tensión y, por tanto, con la deformación

$$\mathbf{f} = \mathbf{Q} A_p \sigma = \mathbf{Q} A_p E_p \varepsilon_p \quad (5.26)$$

Como la deformación es una función cuadrática de los desplazamientos (5.15), se puede escribir

$$\mathbf{f} = A_p E_p \mathbf{Q} \phi(\mathbf{a}) = \Phi(\mathbf{a}) \quad (5.27)$$

Por tanto, una posible construcción sería

$$\mathbf{K}_p(\mathbf{a}) = \begin{pmatrix} \frac{\Phi(\mathbf{a})}{a_1} & & \\ & \ddots & \\ & & \frac{\Phi(\mathbf{a})}{a_n} \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

Esta matriz de rigidez es exacta, y puede ser calculada en un proceso no lineal actualizándola en cada iteración. No obstante, este proceso es lento y costoso, habiéndose adoptado un método aproximado más sencillo y que proporciona igualmente buenos resultados.

En todo procedimiento de análisis no lineal como el descrito, no es necesaria la obtención de una matriz de rigidez tangente exacta. Es posible utilizar una rigidez aproximada siempre que las fuerzas resistentes internas sí se calculen de forma correcta. Con ello, se consigue que las fuerzas residuales que se introducen en cada iteración (4.49) vayan aproximando la solución a la exacta.

Por tanto, en este trabajo se ha adoptado como matriz de rigidez de los tendones no adherentes la misma matriz de rigidez que para los adherentes, expuesta en el apartado anterior.

Por otro lado, el cálculo de las fuerzas resistentes internas sí se realiza de forma exacta, obteniéndose las deformaciones a partir de los movimientos por la relación cuadrática expuesta en (5.15).

En cuanto a la matriz de rigidez geométrica, ésta se calcula también de forma idéntica al caso de tendones adherentes.

CAPÍTULO 6

**MODELIZACIÓN DE LAS JUNTAS
ENTRE DOVELAS PREFABRICADAS**

Capítulo 6

MODELIZACIÓN DE LAS JUNTAS ENTRE DOVELAS PREFABRICADAS

6.1.- INTRODUCCIÓN

La utilización de pretensado exterior tiene la importante ventaja de eliminar la función de protección frente a la corrosión que, en el pretensado convencional, ejerce el hormigón.

Ello facilita la utilización de dovelas prefabricadas en la construcción de puentes, pues se elimina la necesidad de asegurar la estanqueidad en las juntas. Llevando esta afirmación al extremo, ha surgido, gracias al pretensado exterior, la técnica de dovelas prefabricadas con juntas secas, con amplia difusión en los Estados Unidos (como primer puente, y modelo, cabe citar el Long Key Bridge).

La existencia de juntas entre dovelas equivale a tener unas fisuras, establecidas en proyecto y discretas, que condicionan totalmente el comportamiento estructural. Esto es verdad tanto en el caso de juntas secas como juntas impregnadas con epoxy. En este último caso, si la resina ha sido bien aplicada, las fisuras se forman en el hormigón adyacente a la junta, al verse éste privado de armadura pasiva, según demuestran los ensayos realizados a nivel mundial. Por otro lado, es difícil conseguir en obra las condiciones óptimas de aplicación de las resinas, superficies secas y sin polvo, por lo que la resistencia de las mismas suele ser bastante inferior a la esperada.

La existencia de juntas entre dovelas condiciona el comportamiento estructural al concentrarse en ellas las deformaciones de la estructura. Así, por ejemplo, en los ensayos que se han realizado, tanto en la Universidad de Texas como en el C.E.B.T.P. en Francia (MacGREGOR et al., 1989) (FOURE et al., 1991) (APARICIO y RAMOS, 1993), no ha aparecido fisuración en el hormigón de las dovelas en ninguna etapa hasta rotura, concentrándose las rotaciones en las juntas.

Es, por tanto, fundamental obtener un buen modelo para las juntas, pues de ello depende el buen funcionamiento del modelo global.

En este trabajo se han estudiado los modelos propuestos por otros investigadores, se han estudiado también diversos modelos propios, y finalmente se ha llegado al modelo propuesto que proporciona buenas aproximaciones a los ensayos experimentales. Este proceso se reproduce en el esquema de este capítulo.

6.2.- MODELOS DE JUNTA EXISTENTES

En este apartado se realiza un repaso a los modelos de junta propuestos por otros autores y que han sido estudiados para el presente trabajo.

6.2.1.- Modelo propuesto por Muller

Como ya se ha comentado en el capítulo 3, MULLER y GAUTHIER, (1990) han desarrollado un método de análisis para estructuras construidas por dovelas prefabricadas con pretensado exterior.

Su modelo supone concentradas todas las deformaciones en las juntas, mediante apertura de las mismas, y considera que el hormigón entre juntas no alcanza nunca fisuración.

Para el análisis estructural utiliza los diagramas momento - apertura de las juntas. Estos diagramas momento - apertura los obtiene mediante un análisis de las dovelas por elementos finitos tridimensionales en los que considera los materiales como elásticos (figuras 6.1 y 6.2).

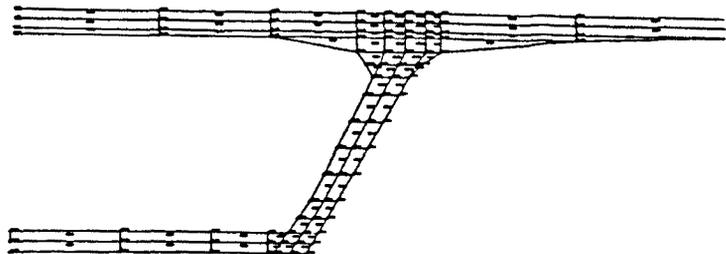


Figura 6.1.- Modelización por elementos finitos de una sección según el método de Muller

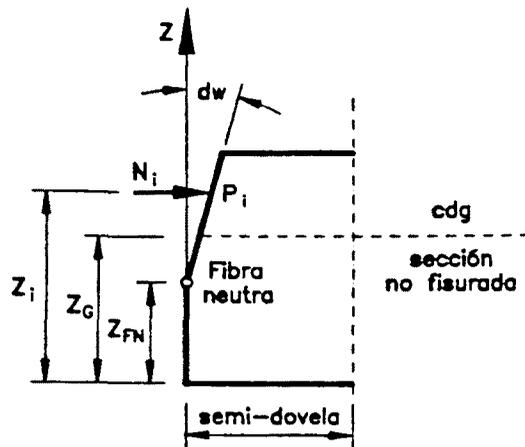


Figura 6.2.- Cálculo del diagrama momento - apertura

Estos elementos finitos discretizan la totalidad de cada dovela, con la restricción, ya comentada, de no tener en cuenta la posible fisuración del hormigón.

El esquema de cálculo adoptado es:

- 1- Dada una posición de la fibra neutra, se aplica una traslación y una rotación a los nodos situados por encima de dicha fibra neutra. Con ello se consigue simular una rotación dw alrededor de la fibra neutra.
- 2- Se evalúa, mediante elementos finitos tridimensionales, el axil en cada uno de los nodos sometidos al desplazamiento anterior.
- 3- A partir de los axiles es inmediato obtener el valor del axil total y del momento en la junta.
- 4- Mediante la variación del valor de la apertura de junta dw , se puede obtener una curva momento - apertura.
- 5- Una vez obtenida esta curva para todas las juntas, se procede al análisis de la estructura. Para ello, se inicia un proceso iterativo en el que, a partir de una apertura supuesta de las juntas, se obtiene una sobretensión en el acero de pretensado y se busca obtener equilibrio con las cargas exteriores.

El principal inconveniente de este método, por lo que al tratamiento de la junta se refiere, es que no establece criterios de rotura por aplastamiento del hormigón, al considerar los materiales perfectamente elásticos. Esto es necesario para no hacer inabordable el análisis por elementos finitos tridimensionales.

6.2.2.- Modelo propuesto por Kreger

KREGER et al. (1990), desarrollaron una formulación, mediante elementos finitos unidimensionales, que incluye un tratamiento para las juntas entre dovelas.

El elemento de junta que desarrollaron (figura 6.3), es un elemento con cuatro grados de libertad, dos giros y dos desplazamientos (u_1, u_2, u_3, u_4), conectado a las dovelas adyacentes mediante muelles con resistencia únicamente a compresión (figuras 6.4a y 6.4b).

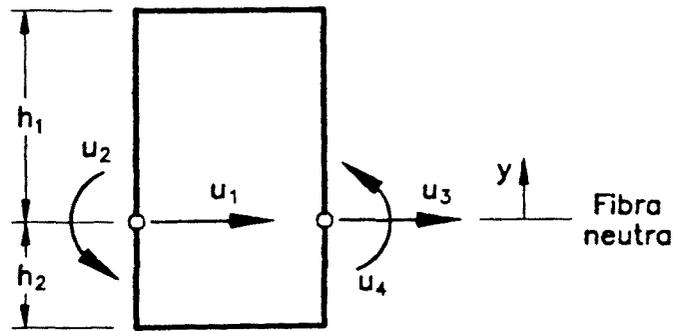


Figura 6.3.- Elemento de junta

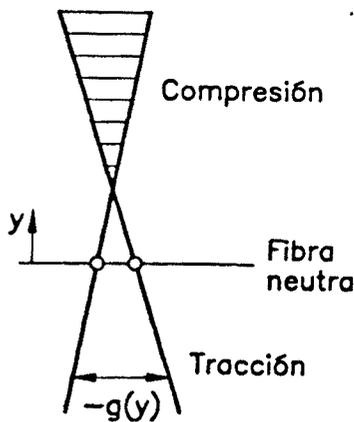


Figura 6.4a.- Apertura de junta

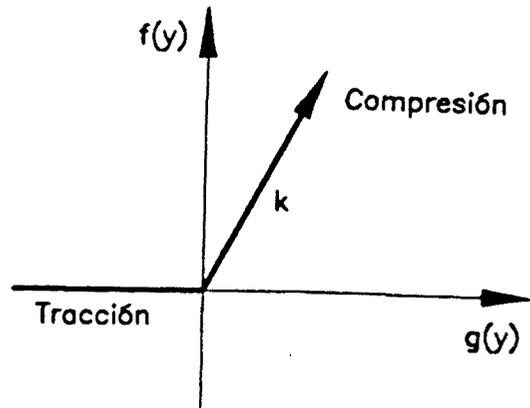


Figura 6.4b.- Relación fuerza - apertura

Es sencillo obtener la apertura de junta en función de los desplazamientos nodales

$$g = (1 \quad -y \quad -1 \quad y) \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

donde g negativa indica la parte abierta de la junta. A partir de esta apertura de junta supone que la fuerza en los muelles es $f = k g$, distribuida en la zona de contacto y $f = 0$ en la parte abierta de la junta. Planteando estas ecuaciones en forma incremental y aplicando el principio de los trabajos virtuales se obtiene la matriz de rigidez del elemento de junta

$$K_t = \int_s^r e^T k e dy \quad (6.2)$$

con $e = (1 \quad -y \quad -1 \quad y)$, y s y r los límites de la zona de contacto. Depende pues totalmente del valor de la rigidez k que se adopte.

En el ejemplo desarrollado en (EL-HABR, 1988) con este modelo, se utilizó una rigidez de la junta, k , de 100.000 *ksi*, equivalentes a 7.030.814 *Kg/cm²*, muy superior a la rigidez axial de la viga. Esta rigidez utilizada surge de un estudio paramétrico (FENVES, 1986) y su valor responde a la necesidad de evitar problemas de mal condicionamiento de la matriz de rigidez global de la estructura.

Al modelizar la junta mediante un elemento de rigidez real muy distinta al resto de elementos, la matriz de rigidez presenta autovalores muy dispares, que provocan problemas en la resolución del sistema.

Éste es el gran inconveniente de este modelo, pues la rigidez de la junta no viene determinada por parámetros mecánicos y estructurales sino por criterios numéricos. Por tanto, esta rigidez no puede obtenerse de forma directa a partir de la estructura, sino mediante un estudio paramétrico, de forma que la rigidez que se introduce resuelve el problema numérico, pero no modeliza fielmente el problema mecánico.

6.2.3.- Modelo propuesto por Rezendre

Un sofisticado modelo para la junta ha sido propuesto por REZENDRE (1989), dentro de un programa de análisis de vigas isostáticas con pretensado exterior.

Este modelo parte de la hipótesis de que la sección de junta gira, en relación a la sección media entre dos juntas, alrededor del punto de desplazamiento nulo ($u_c = 0$). Este punto no coincide, para las juntas abiertas, con el punto de deformación nula ($\epsilon_c = 0$) (figura 6.5).

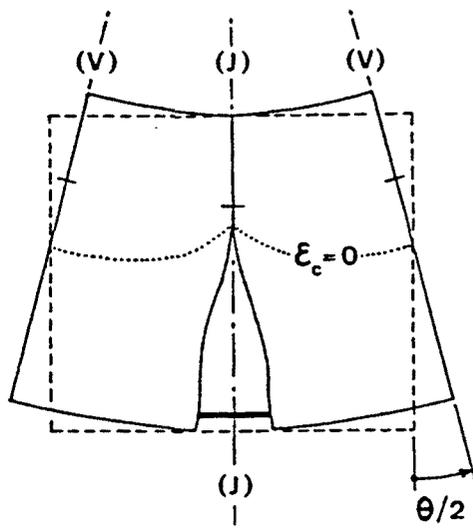


Figura 6.5.- Dos semidovelas con junta intermedia

El desplazamiento se obtiene, obviamente, mediante la integral, sobre una fibra longitudinal cualquiera, de las deformaciones de acortamiento y de alargamiento.

El punto de desplazamiento nulo será aquel en el que estas deformaciones se compensen, y no coincidirá con el de deformación nula dado que la apertura de una junta o fisura produce una variación local de la posición de la fibra neutra, dejando de tener ordenada constante.

En el caso de estar la junta cerrada, sí tiene ordenada constante (suponiendo momento constante a lo largo de la dovela) y ambos puntos coinciden.

Esta hipótesis fue formulada por GIURIANI (1982) para las fisuras en piezas de hormigón armado.

El modelo de junta utilizado se muestra en las figuras 6.6 y 6.7.

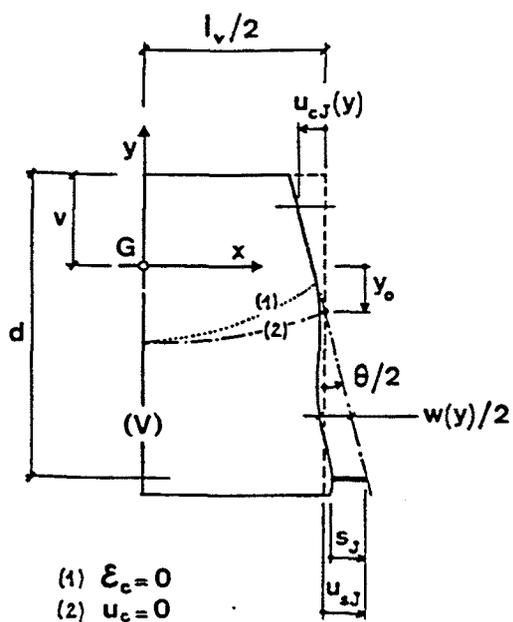


Figura 6.6.- Desplazamientos en una semidovela + junta

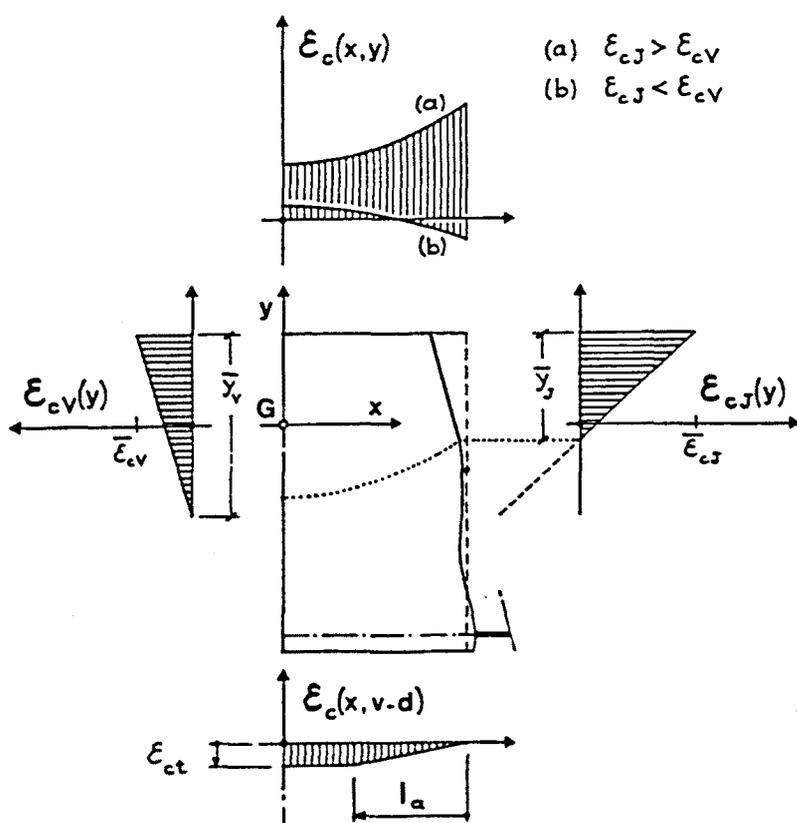


Figura 6.7.- Deformaciones del hormigón en la semidovela

Otras hipótesis adicionales son:

- Se desprecia la deformación por cortante.
- Las secciones permanecen planas tras la deformación. En el caso de sección fisurada, esto es aplicable a la zona en compresión.
- Se tiene en cuenta la adherencia entre acero y hormigón mediante una ley pentalinear.
- El momento flector permanece constante a lo largo de cada dovela.
- Las tensiones de compresión evolucionan a lo largo de la dovela, desde la junta hasta el centro, con una ley parabólica.

Con este modelo de junta, se plantea un análisis por el método de flexibilidad, en forma matricial, únicamente para vigas isostáticas.

6.3.- MODELOS DE JUNTA ESTUDIADOS

En este trabajo se han estudiado diversas formas de modelizar las juntas entre dovelas. A continuación se presenta una somera descripción de los modelos estudiados y de los motivos de su rechazo, y una exhaustiva exposición del modelo adoptado.

6.3.1.- Muelle rotacional

La idea más intuitiva de modelo para junta entre dovelas es un muelle rotacional. Como ya se ha expuesto, en un puente por dovelas todas las deformaciones se concentran en las juntas en forma de apertura, por tanto, un muelle que simule esas rotaciones concentradas es una sencilla solución al problema.

Con la formulación presentada hasta el momento es muy sencillo incorporar un muelle rotacional (figura 6.8).

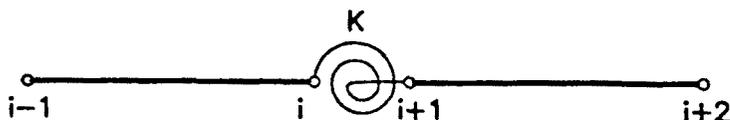


Figura 6.8.- Dos elementos de viga unidos mediante un muelle rotacional

Este muelle debe tener, claramente, una rigidez variable

$$M = k(N, M) \theta \quad (6.3)$$

que depende de los esfuerzos actuantes sobre la junta. Una forma de obtener el valor de la rigidez es usando el diagrama momento - curvatura de la sección de junta. La obtención de este diagrama es sencilla gracias al método desarrollado por APARICIO (1980).

Este método obtiene la curvatura y el momento último buscando de forma iterativa la posición en rotura del plano de deformaciones y, posteriormente, obtiene el momento para posiciones intermedias de dicho plano. Para ello utiliza una discretización en trapecios de la sección transversal, teniendo en cuenta tanto las armaduras pasivas como las activas.

Es posible relacionar la curvatura con el giro mediante una aproximación del tipo:

$$\theta = c h \chi \quad (6.4)$$

con χ la curvatura, h el canto y c un coeficiente.

Se puede obtener el coeficiente c mediante la comparación de los resultados de los estudios de APARICIO (1980) y los resultados experimentales recopilados en el Código Modelo del año 1978 (CEB, 1978).

En (APARICIO, 1980) se presenta una curva que relaciona el momento específico ($\mu = \frac{M_u}{f_{cd} b h^2}$), con la curvatura última específica (h/r).

Por otra parte, el Código Modelo del 78 proporciona una curva que relaciona el giro plástico con la posición de la fibra neutra respecto al canto útil (x/d).

Es muy sencillo llegar a relacionar el momento específico con x/d , así

$$\mu = 0.612 \frac{x}{d} \left(1 - 0.36 \frac{x}{d} \right) \quad (6.5)$$

considerando un diagrama rectangular para el hormigón.

Los resultados de combinar ambas curvas y la fórmula anterior se pueden consultar en la tabla 6.1.

Como puede verse, para valores de $\frac{x}{d} = 0.2 \div 0.5$, la relación entre giro plástico y curvatura plástica puede escribirse como

$$\theta_p = 1.2 h \chi_p \quad (6.6)$$

Tabla 6.1: Relación de curvatura con giro plástico

$\frac{x}{d}$	μ	$\frac{h}{r}$	θ_p	$\frac{\theta_p}{h/r}$
0.1	0.059	0.0216*	0.04	1.8518*
0.2	0.113	0.0162*	0.02166	1.337*
0.3	0.163	0.0115	0.01444	1.2556
0.4	0.21	0.008366	0.01	1.195
0.5	0.251	0.00646	0.00777	1.20155

* indica valores obtenidos por extrapolación.

La expresión (6.3) queda, por tanto, como sigue:

$$M = k(N, M) \theta = \frac{k'(N, M)}{1.2 h} \theta \quad (6.7)$$

obteniendo $k'(N, M)$ del diagrama momento curvatura.

La programación de este modelo es muy sencilla, pues basta con modificar las matrices de rigidez de las barras adyacentes a la junta, para tener en cuenta la existencia del muelle, y ensamblarlas convenientemente. Además, al ser el método de resolución iterativo, es sencillo introducir en cada iteración el ajuste de la rigidez de los muelles, siendo éste un nuevo control sobre la convergencia del sistema.

La práctica de este sencillo método presenta un insalvable problema, la formación de matrices de rigidez mal condicionadas. Ello imposibilita alcanzar convergencia en cuanto las juntas se abren y, por consiguiente, la rigidez de las mismas es mucho menor que la rigidez de las dovelas de hormigón, las cuales permanecen sin fisurar.

Este problema sólo puede salvarse introduciendo rigideces mucho más altas que las reales, al igual que el modelo de Kreger anteriormente comentado.

6.3.2.- Muelle rotacional con condensación estática

La sencillez del modelo de muelle rotacional hace atractivo el intentar encontrar una solución al problema de mal condicionamiento de la matriz de rigidez, sin por ello abandonar el modelo.

La posible solución que se ha estudiado en este trabajo es condensar estáticamente el grado de libertad correspondientes al giro en el muelle. En la figura 6.9 se puede observar el proceso de paso de la realidad al modelo.

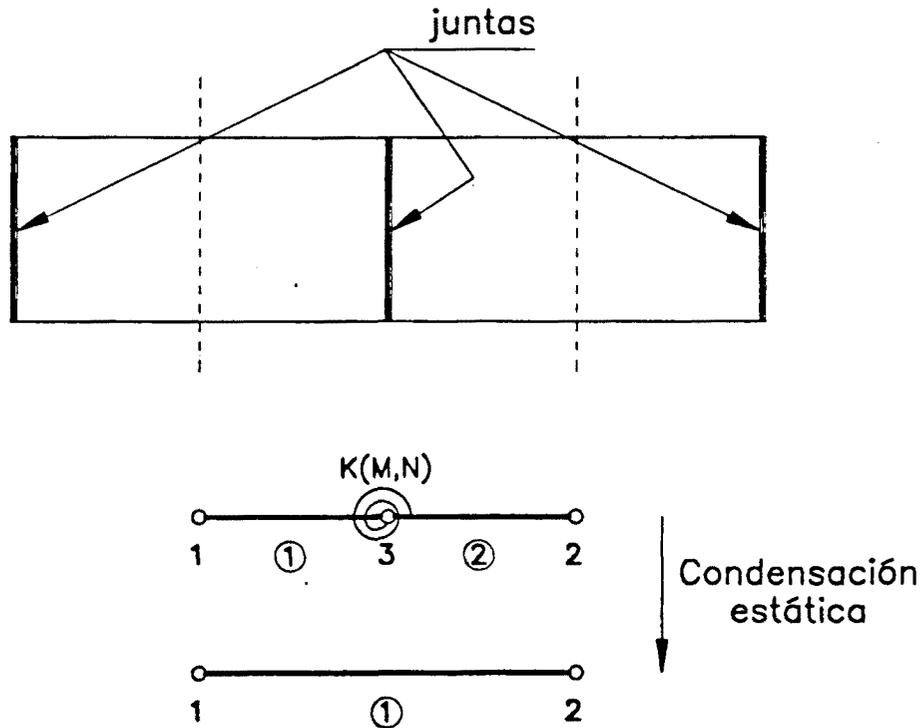


Figura 6.9.- Modelización mediante muelle rotacional y posterior condensación estática

El método de la condensación estática consiste en eliminar un grado de libertad de la matriz de rigidez. Para ello, una vez formada la matriz de rigidez ensamblada de los dos elementos

$$\begin{pmatrix} K_{11}^1 & K_{12}^1 & 0 \\ K_{21}^1 & K_{22}^1 + K_{11}^2 & K_{12}^2 \\ 0 & K_{21}^2 & K_{22}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_3 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_3 \\ f_2 \end{pmatrix} \quad (6.8)$$

se puede reordenar, quedando

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^1 & 0 & \mathbf{K}_{12}^1 \\ 0 & \mathbf{K}_{22}^2 & \mathbf{K}_{21}^2 \\ \mathbf{K}_{21}^1 & \mathbf{K}_{12}^2 & \mathbf{K}_{22}^1 + \mathbf{K}_{11}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{f}_3 \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

que notando

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

y

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{pmatrix} \quad (6.11)$$

puede escribirse de forma abreviada como

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{11}^* & \mathbf{K}_{12}^* \\ \mathbf{K}_{21}^* & \mathbf{K}_{22}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{a}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{f}_3 \end{pmatrix} \quad (6.12)$$

Es sencillo eliminar los grados de libertad del nodo 3 resolviendo el inmediato sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{K}_{11}^* \mathbf{A} + \mathbf{K}_{12}^* \mathbf{a}_3 \\ \mathbf{f}_3 &= \mathbf{K}_{21}^* \mathbf{A} + \mathbf{K}_{22}^* \mathbf{a}_3 \end{aligned} \quad (6.13)$$

Sustituyendo el valor de \mathbf{a}_3 en la primera ecuación se llega a

$$(\mathbf{K}_{11}^* - \mathbf{K}_{12}^* \mathbf{K}_{22}^{*-1} \mathbf{K}_{21}^*) \mathbf{A} = \mathbf{F} - \mathbf{K}_{12}^* \mathbf{K}_{22}^{*-1} \mathbf{f}_3 \quad (6.14)$$

que puede escribirse formalmente como

$$\mathbf{K}^* \mathbf{A} = \mathbf{F}^* \quad (6.15)$$

que es un sistema de ecuaciones en el que sólo intervienen los grados de libertad de los nodos situados a mitad de dovela.

Este proceso, muy sencillo de introducir en la formulación, tiene la ventaja de que iguala el orden de magnitud de los coeficientes de la matriz. Con ello se logra evitar los errores numéricos de redondeo que se generan al utilizar números de varios órdenes diferentes.

El problema que surge es que lo que no se soluciona es el mal condicionamiento de la matriz de rigidez, pues lo que se hace es resolver una ecuación de forma previa a la resolución global, pero el sistema sigue siendo el mismo.

El número de condición, que se define como la relación entre el valor absoluto del autovalor máximo y el valor absoluto del autovalor mínimo, no varía al realizar una condensación estática, pues los autovalores no cambian.

Por consiguiente, la condensación estática no elimina los problemas numéricos debidos a la utilización de un muelle rotacional como elemento de junta.

6.3.3.- Método de la rotación impuesta

Este método pretende imponer una rotación entre los dos extremos de barra que concurren en un nodo.

En la figura 6.10 se esquematiza este procedimiento.

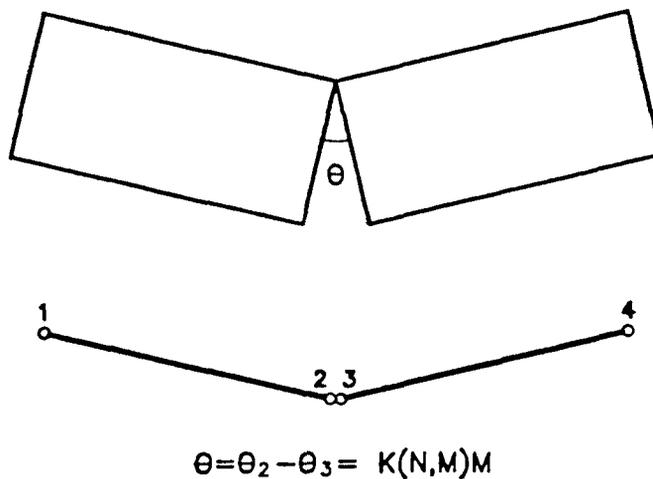


Figura 6.10.- Método de la rotación impuesta

Como ya se ha expuesto en el capítulo 4, en la ecuación de equilibrio de un elemento aparecen, además de las fuerzas exteriores, unas fuerzas de interacción entre elementos. Durante el ensamblaje de los diversos elementos dichas fuerzas de interacción se anulan elemento a elemento. En este método, se introducen unas fuerzas de interacción entre ambos elementos que proporcionan la rotación concentrada deseada.

Por ejemplo, a partir de la figura 6.10 y considerando tres grados de libertad por nodo, las ecuaciones de equilibrio de cada elemento son

$$\mathbf{K}^1 \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 \\ V_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ V_2 \\ M_2 \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

$$\mathbf{K}^2 \begin{pmatrix} u_3 \\ v_3 \\ \theta_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ \theta_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_3 \\ V_3 \\ M_3 \\ N_4 \\ V_4 \\ M_4 \end{pmatrix}$$

siendo las condiciones de ensamblaje

$$\begin{aligned} u_2 &= u_3 \\ v_2 &= v_3 \\ \theta_2 &= \theta_3 + K(N, M) M \end{aligned} \quad (6.17)$$

La relación entre el momento en la junta M , y la rotación de la misma $\theta = \theta_2 - \theta_3$, es sencillo obtenerla tal como se ha descrito en el apartado 6.3.1 para el método de muelle rotacional.

Al imponer estas condiciones de ensamblaje en el sistema de (6.16), se obtiene como sistema global

$$(\mathbf{K}^1 + \mathbf{K}^2) \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ u_4 \\ v_4 \\ \theta_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 \\ V_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ V_2 \\ M_2 \\ N_4 \\ V_4 \\ M_4 \end{pmatrix} + \mathbf{F}_f(K, M) \quad (6.18)$$

donde $\mathbf{F}_f(K, M)$ es un sistema de fuerzas ficticias que provienen del ensamblaje.

La gran ventaja de este método es que la matriz de rigidez global, en este sencillo ejemplo $(\mathbf{K}^1 + \mathbf{K}^2)$, es la misma matriz que si no hubiera existido la junta, con lo que no tiene problemas de mal condicionamiento.

La programación de este método es relativamente sencilla en un esquema de resolución iterativa. Todas las pruebas con él realizadas, comparando con ensayos experimentales, han dado magníficos resultados mientras que la apertura de junta ha sido pequeña. Así, el método prevee con gran exactitud el punto en que se produce la apertura de la junta y su posterior evolución, pero diverge en cuanto la apertura de junta es importante.

Como ya se ha señalado, la metodología de resolución empleada en este trabajo no exige que la matriz de rigidez tangente sea exacta para alcanzar una solución correcta. Es posible utilizar una matriz de rigidez aproximada si el cálculo de las fuerzas desequilibradas es exacto, alcanzándose la solución con un mayor número de iteraciones.

Obviamente, el método aquí expuesto para la junta responde a este principio, utilizar una matriz de rigidez aproximada que coincide con la de la estructura sin juntas, e ir aproximando por iteración la solución real mediante la introducción de un sistema de fuerzas ficticias.

El problema surge dada la necesidad de que la matriz de rigidez a usar sea realmente aproximada. En el método descrito, la matriz de rigidez se aproxima a la real en el caso de juntas cerradas (en este caso coincide) y cuando la apertura de juntas es pequeña. En cuanto la apertura de juntas es importante, la estructura es mucho más flexible de lo que indica su matriz de rigidez, que corresponde al caso de estructura no fisurada (el hormigón entre juntas no suele alcanzar fisuración) (figura 6.11).

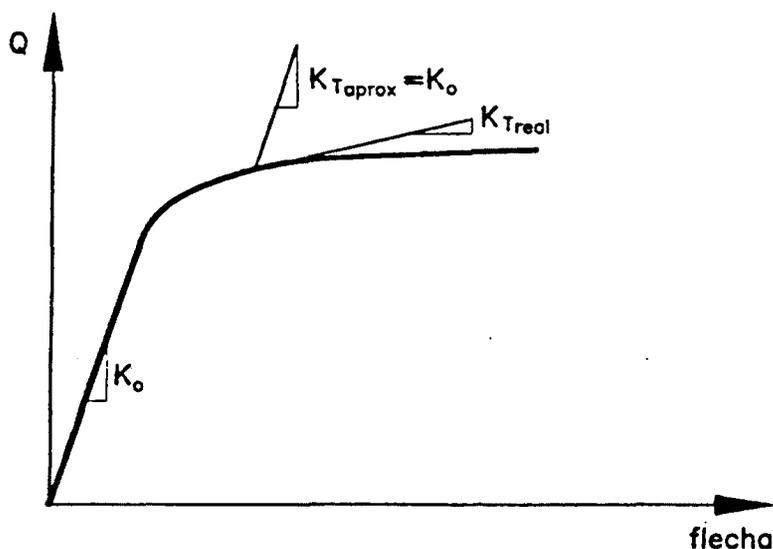


Figura 6.11.- Rigidez real y rigidez aproximada

Por tanto, la disparidad entre la matriz de rigidez real y la usada en el cálculo hacen inviable avanzar en la solución cuando las juntas presentan apertura importante, siendo imposible alcanzar convergencia.

6.3.4.- Método propuesto en este trabajo

Una vez descartados los métodos anteriores, y gracias a las sugerencias del profesor Javier Oliver, se estudió el siguiente modelo para la junta, que es el que se propone para la formulación.

La idea que lo inspira es asimilar la rotación concentrada, que genera graves problemas numéricos, a una fisuración distribuida sobre una cierta longitud a determinar (figura 6.12).

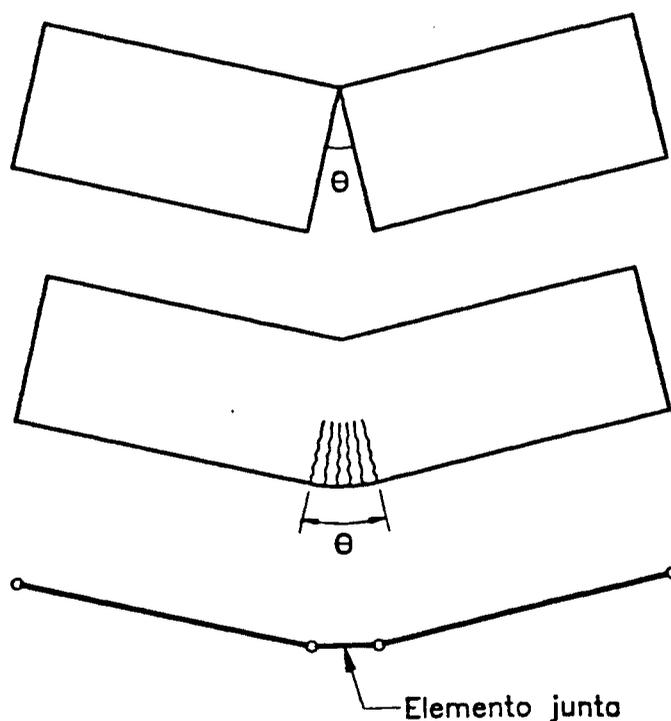


Figura 6.12.- Modelo de junta de fisuración repartida.

Al asimilarse a un elemento normal de hormigón armado, aunque fisurado, son menores los problemas numéricos pues la diferencia de rigidez es menor al tener estos elementos una longitud apreciable.

Evidentemente, el elemento que modelice la zona de junta tiene que cumplir unas características propias de la misma, como son:

- Ausencia de armadura pasiva.

- No resistencia a la tracción, las cuales son fácilmente modelizables con la discretización de la sección transversal utilizada y obligan a que la fisuración aparezca, en primer lugar, en estos elementos especiales de junta.

En cuanto a la apertura de junta, ésta coincide con la diferencia de giros entre ambos extremos del elemento que la modeliza.

Un modelo como el descrito depende, evidentemente, de la longitud del elemento junta que se considere. Para obtener la longitud adecuada se ha realizado un estudio paramétrico comparando los resultados con los ensayos experimentales del CEBTP. En el próximo capítulo se describe con detalle la verificación de la formulación propuesta, que incluye este apartado de verificación del modelo de juntas.

El estudio paramétrico revela que la longitud idónea de un elemento de estas características, para que modelice correctamente una junta, es igual al canto de la pieza. Podemos correlacionar este resultado con la longitud de una rótula plástica en hormigón armado, que está ampliamente aceptada como igual también al canto (MAHBOUB et al., 1986).

Esta formulación permite establecer una deformación última a compresión del hormigón de las juntas, lo que proporciona un criterio de rotura de las mismas. Este punto es fundamental, al producirse la rotura, en este tipo de estructuras, por compresión en las juntas abiertas, sin llegarse a alcanzar ni siquiera el límite elástico en el acero de pretensado.

Asimismo, modeliza bien el incremento de compresiones en el hormigón que aparece en las juntas, en relación a la compresión a media dovela, y que ha sido detectado en ensayos experimentales. También modeliza, por tanto, el cambio de posición de la fibra neutra.

Una vez desarrollado este modelo, le fue presentado al profesor Michel Virlogeux, uno de los principales impulsores del pretensado exterior, el cual alabó la simplicidad del mismo, pero hizo notar la dependencia entre la longitud del elemento junta y el incremento de tensión que sufriría un tendón interior adherente que atravesara la misma.

Cuando una junta, atravesada por un tendón adherente, se abre el tendón sufre un incremento importante de tensión en la zona que atraviesa la junta. Ese incremento de tensión se extenderá a la parte de tendón entre ambos labios de la junta más una cierta longitud por el interior de la dovelas. Esta longitud será la necesaria para poder transmitir por adherencia el incremento de tensión al hormigón circundante (figura 6.13).

Para obtener el incremento de deformación del acero activo, es necesario conocer la apertura de junta a nivel del tendón y la longitud de adherencia necesaria para transmitir el incremento de fuerza de pretensado.

La apertura de la junta a nivel del tendón es sencillo calcularla como la

diferencia de giros a ambos extremos del elemento junta, multiplicada por la ordenada del tendón.

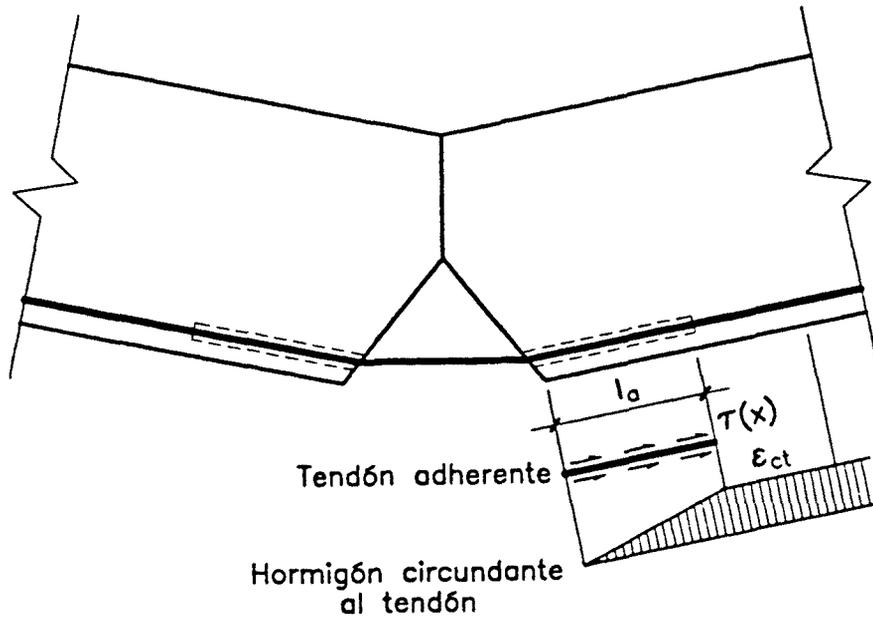


Figura 6.13.- Tendón interior adherente atravesando una junta abierta. Longitud de adherencia y evolución de deformación en el hormigón.

En cuanto al cálculo de la longitud de adherencia, GIURIANI (1982) estableció la ecuación diferencial que relaciona la tensión tangencial de adherencia con el deslizamiento entre armadura y hormigón (fig. 6.13):

$$\frac{d^2 S(x)}{dx^2} - \frac{4}{E_s \phi_s} \tau(x) = \frac{\epsilon_{ct}}{l_a} \quad (6.19)$$

donde l_a es la longitud de adherencia y ϕ_s es el diámetro de la armadura.

Para obtener el valor de l_a es necesario establecer una relación entre tensión tangencial ($\tau(x)$) y deslizamiento ($S(x)$) y resolver la ecuación diferencial.

Hay diversas propuestas para el diagrama adherencia - deslizamiento. Por ejemplo, (REZENDRE, 1989) propone una ley pentalinear (figura 6.14), mientras que (HINDI et al., 1991) propone una ley trilineal (figura 6.15). La ley pentalinear se asemeja más a los ensayos de (TROST et al., 1980) de tracción directa sobre cables de pretensado inyectados y a la curva proporcionada por el Código Modelo (CEB-FIP, 1990) para armadura pasiva.

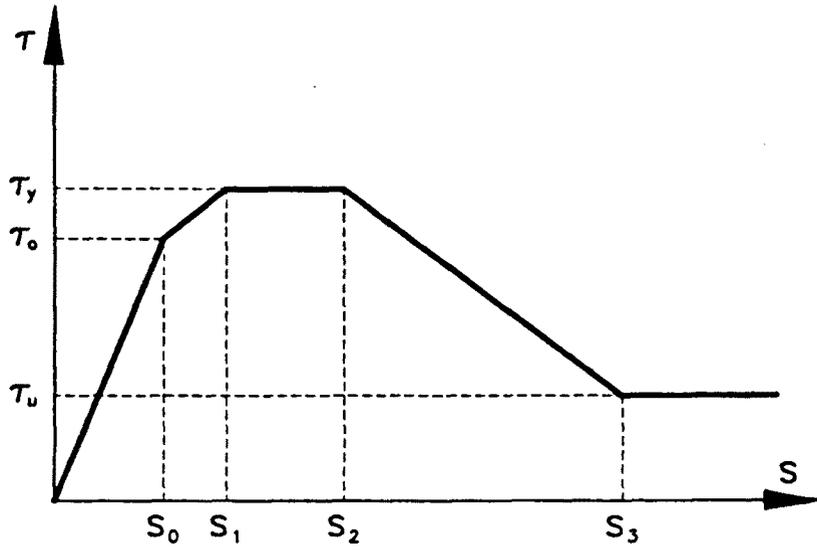


Figura 6.14.- Ley adherencia - deslizamiento propuesta por Rezendre

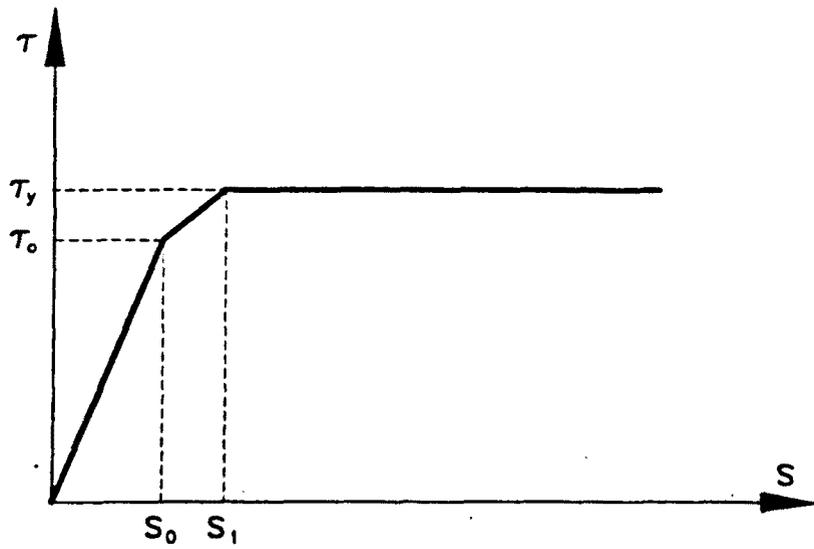


Figura 6.15.- Ley adherencia - deslizamiento propuesta por Hindi

Los parámetros de estas curvas se pueden obtener de los ensayos de Trost, aunque el número de ensayos fue reducido. Estos ensayos se realizaron con tendones formados por 4 cordones de 15 mm de diámetro y los resultados se resumen en la tabla 6.2, para un diagrama simplificado como el de la figura 6.14.

Tabla 6.2: Resultados de los ensayos de Trost

	Buenas condiciones de inyección (cordones centrados en vaina)	Malas condiciones de inyección (cordones excéntricos)
S_0	$\simeq 5 / \simeq 30(\mu m)$	$\simeq 20 / \simeq 35(\mu m)$
τ_0	$\simeq 0.8 / \simeq 1.7(MPa)$	$\simeq 0.6 / 1.5(MPa)$
S_1	$\simeq 90 / \simeq 100(\mu m)$	$\simeq 70 / \simeq 100(\mu m)$
τ_y	$\simeq 3.5 / \simeq 3.8(MPa)$	$\simeq 2.7 / \simeq 2.8(MPa)$
S_2	$\simeq 140 / \simeq 180(\mu m)$	$\simeq 90 / \simeq 150(\mu m)$
τ_1	$\simeq 5.3 / \simeq 7.8(MPa)$	$\simeq 3.9 / \simeq 4.6(MPa)$
S_3	$\simeq 280 / \simeq 400(\mu m)$	$\simeq 215 / \simeq 300(\mu m)$
τ_u	$\simeq 1.1(MPa)$	$\simeq 1.0(MPa)$

Para este trabajo se ha escogido la ley pentalinear de la figura 6.14, utilizándose la solución de la ecuación 6.19 desarrollada por REZENDRE (1989) para cada una de las 5 ramas de la curva.

Para calcular el incremento de tensión que sufre el segmento de cable que atraviesa la junta para cada incremento de desplazamiento (incremento de apertura de junta), se procede según el siguiente esquema:

- 1- A partir de la apertura de junta θ calculada como diferencia de los incrementos de los giros a ambos lados de la misma ($\theta_i - \theta_{i+1}$), se calcula la apertura a nivel del tendón ($u_{s,j}$).

$$u_{s,j} = \theta \cdot y_p \tag{6.20}$$

- 2- El incremento de apertura a nivel del tendón ($\Delta u_s = u_{s,j} - u_{s,j-1}$) es el desplazamiento de la armadura a introducir en las ecuaciones del anejo 3. A partir de ellas se obtiene la longitud de adherencia.
- 3- Una vez obtenida la longitud de adherencia, y dado que el modelo de pretensado propuesto supone deformación constante a lo largo de cada segmento, se obtiene esta deformación como relación entre el desplazamiento del tendón y la suma de las longitudes de adherencia a cada lado de la junta más la parte de tendón que cruza la junta abierta. Esta deformación se extiende a todo el segmento de tendón que modeliza al mismo al atravesar la junta.

$$\Delta \epsilon_p = \frac{\Delta u_s}{u_{s,j} + 2 l_a} \tag{6.21}$$

Es necesario resaltar que la longitud de adherencia depende del incremento de apertura que sufre la junta en cada etapa de cálculo. Esto podría llevar a que incrementos de apertura de junta decrecientes generasen longitudes de adherencia igualmente decrecientes. Es decir, que no se asegura que la pérdida de adherencia sea un proceso irreversible. A fin de evitar este efecto, en este trabajo se ha introducido la variación de adoptar como longitud de adherencia el máximo entre la calculada para una etapa de cálculo y las anteriormente calculadas.

CAPÍTULO 7

VERIFICACIÓN DE LA FORMULACIÓN PROPUESTA

Capítulo 7

VERIFICACIÓN DE LA FORMULACIÓN PROPUESTA

7.1.- INTRODUCCIÓN

La formulación expuesta en los capítulos anteriores ha sido verificada, en todos sus aspectos, mediante comparación de sus resultados con otros estudios teóricos y experimentales.

En este capítulo se presentan los resultados de estas verificaciones, las cuales se resumen en la tabla 7.1.

Los estudios utilizados como referencia han sido:

- El estudio del comportamiento hasta rotura de puentes continuos de hormigón pretensado, realizado por Angel C. Aparicio (APARICIO, 1980).
- Los ensayos sobre columnas pretensadas realizados por Aroni (ARONI, 1968).
- Los ensayos de vigas con pretensado exterior, monolíticas y por dovelas, desarrollados en el C.E.B.T.P. (REZENDRE, 1989).

A continuación, en cada apartado, se describe el ejemplo o ensayo objeto de comparación, el análisis realizado con la formulación propuesta y un resumen de resultados comparados.

Tabla 7.1: Verificación del modelo propuesto

	P. continuos (Aparicio)	Columna (Aroni)	Ensayos C.E.B.T.P.	
NLM	•	•	•	•
NLG		•	•	•
HPI	•	•		
HPEM			•	
HPED				•

NLM : análisis considerando no linealidad mecánica

NLG : análisis considerando no linealidad geométrica

HPI : hormigón pretensado con tendones interiores

HPEM : hormigón pretensado con tendones exteriores y estructura monolítica

HPED : hormigón pretensado con tendones exteriores y estructura construida por dovelas

7.2.- ESTUDIO DE PUENTES CONTINUOS DE HORMIGÓN PRETENSADO

Para comprobar el buen funcionamiento del modelo desarrollado, en sus aspectos de no linealidad mecánica y pretensado convencional, se han realizado diversas comparaciones con los resultados de la Tesis Doctoral de Angel C. Aparicio (1980).

Dicha Tesis desarrolla un método de análisis de la evolución hasta la rotura, por solicitaciones normales, de tableros continuos de puente de hormigón armado y pretensado, que ha sido contrastado con la rotura de un viaducto real (APARICIO, 1985).

Para realizar la comprobación se ha elegido uno de los ejemplos de dicha Tesis que consiste en un puente de tres vanos (22.50 + 30.00 + 22.50), con tablero de sección losa maciza de 10.40 m de ancho y 1.50 m de canto.

El pretensado de dicho puente está constituido por 20 tendones de 12 cordones cada uno de ellos, de media pulgada de diámetro. Dichos tendones discurren, según un trazado parabólico clásico, por el interior de la sección de hormigón.

En la figura 7.1 se muestra una comparación de uno de los resultados obtenidos, cual es la evolución del momento exterior en centro luz del vano central y sobre apoyo, hasta rotura.

La concordancia entre ambas gráficas es notoria, confirmando los resultados que se obtienen a partir de la formulación propuesta, tanto en lo que se refiere a carga última como en la redistribución de esfuerzos entre secciones de vano y de apoyo.

Las diferencias que se observan en la zona donde se produce fisuración son debidas a la no consideración, en el modelo de la Tesis de Angel C. Aparicio, del tension stiffening, lo que provoca una pérdida más brusca de rigidez, pero alcanzando igual carga y redistribución últimas.

7.3.- ENSAYOS SOBRE COLUMNAS PRETENSADAS

En la década de los 60, ARONI (1968) realizó una serie de ensayos sobre columnas de hormigón pretensado sometidas a cargas excéntricas en sus extremos. La utilización de estos ensayos para la comprobación de formulaciones que incluyen análisis no lineal geométrico y pretensado, es ya clásica, habiéndolos utilizado KANG y SCORDELIS (1980), CHOW (1986) y otros autores.

La columna analizada, de entre las 36 totales, es una columna de 1.52 m de altura, articulada en ambos extremos, de sección rectangular (7.63 x 5.13 cm), pretesa, y sometida a sendos axiles con una excentricidad de 1.026 m.

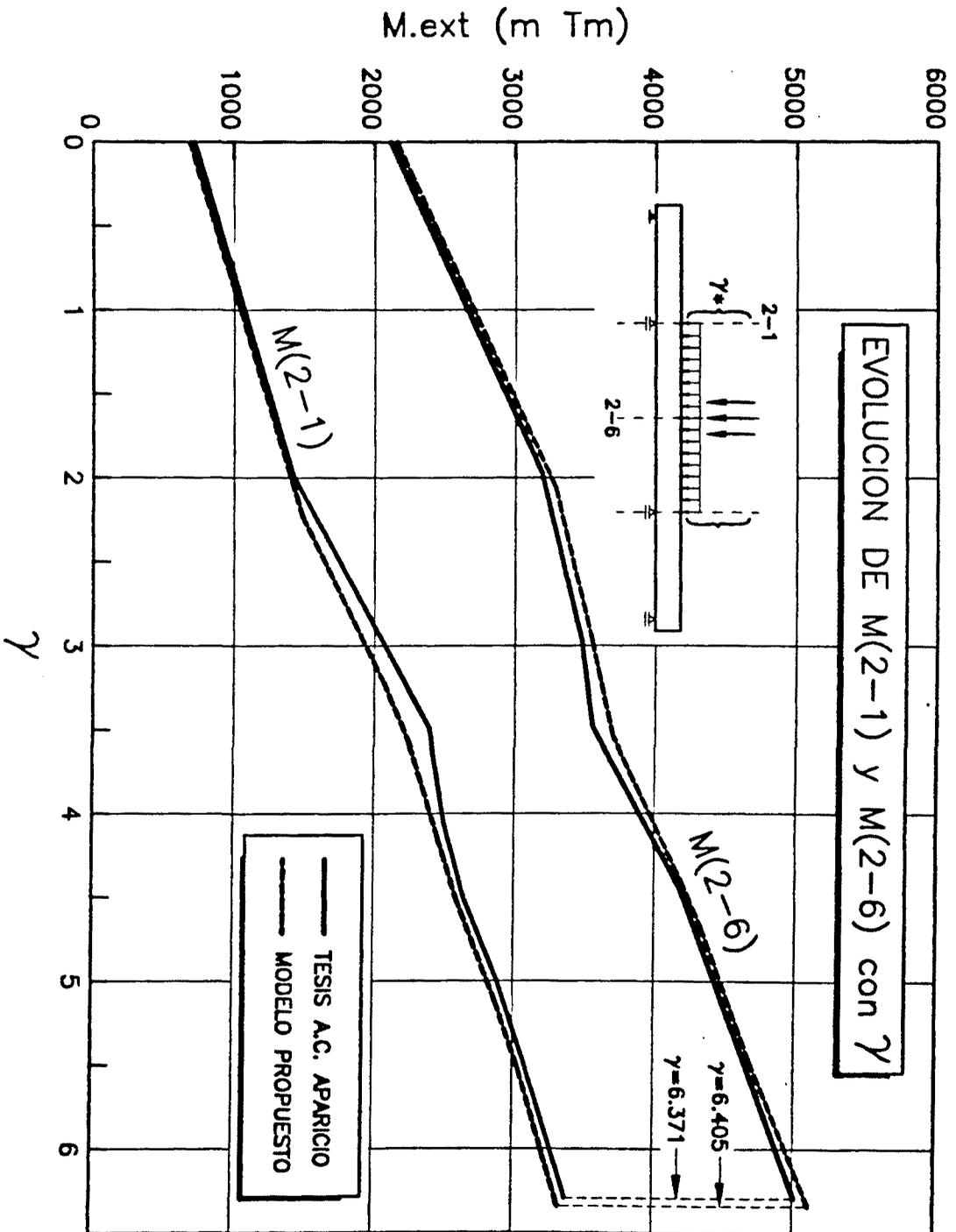
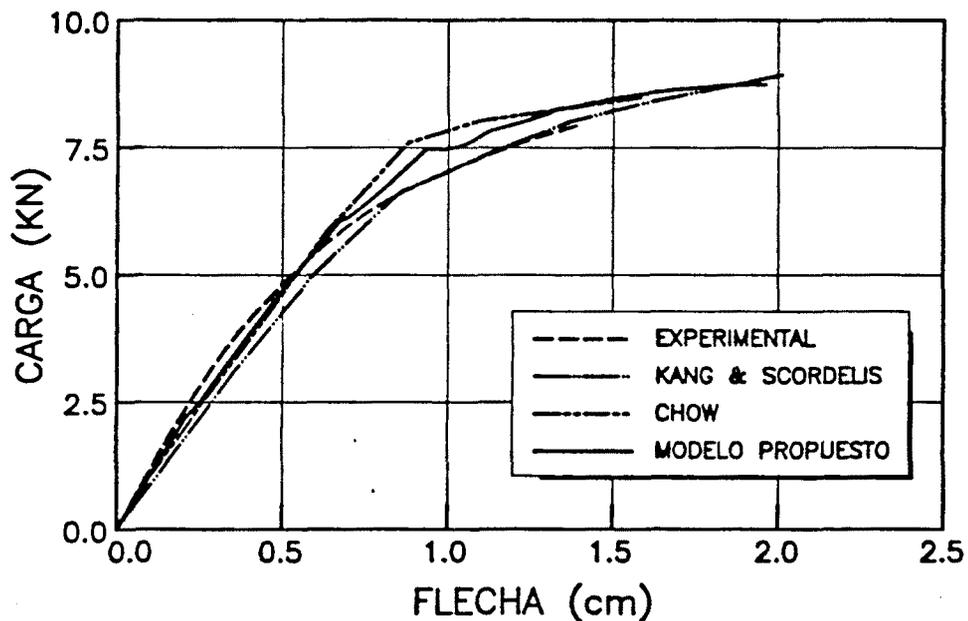


Figura 7.1.- Comparación de resultados entre la Tesis de Angel C. Aparicio y el modelo propuesto

La armadura activa consta de cuatro alambres de 5 mm de diámetro, y no existe armadura pasiva.

El comportamiento de esta columna es muy no lineal, y permite detectar formulaciones en las que no se haya incluido correctamente la contribución del acero de pretensado a la rigidez del elemento estructural.

En la figura 7.2 se comparan los resultados experimentales, en forma de curva carga- flecha a media columna, con los obtenidos numéricamente por Kang - Scordelis, Chow y mediante la formulación que aquí se presenta.



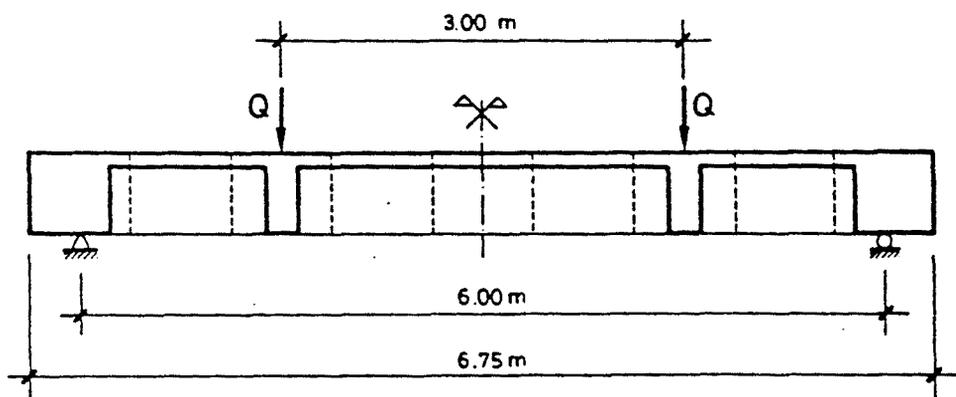
7.2.- Comparación de curvas carga - flecha para la columna de Aroni, obtenidas de forma analítica y experimental

La carga de rotura obtenida numéricamente, $Q_u = 8.86 \text{ KN}$, supera ligeramente la obtenida de forma experimental, $Q_u = 8.7 \text{ KN}$.

7.4.- ENSAYOS SOBRE VIGAS CON PRETENSADO EXTERIOR

En el laboratorio del C.E.B.T.P., en Francia, se ha realizado una serie de ensayos sobre 11 vigas isostáticas con pretensado exterior. Dichas vigas se dividen en monolíticas y vigas formadas por dovelas prefabricadas, con juntas en las que no se dispuso ningún tipo de resina.

La geometría de las mismas está reflejada en la figuras 7.3 y 7.4.



monolítica o 9 dovelas de 0.75 m

Figura 7.3.- Alzado longitudinal de las vigas ensayadas

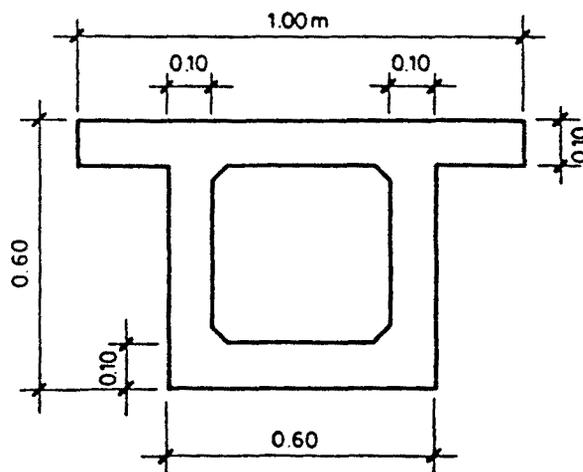


Figura 7.4.- Sección transversal de las vigas ensayadas

En este apartado se exponen tres comparaciones, una con una viga monolítica (NM9), y dos con vigas por dovelas (NM2 y NM5).

7.4.1.- Comparación con la viga monolítica NM9

La viga NM9 tiene las siguientes características:

- 1- Es monolítica.
- 2- Pretensado totalmente exterior, compuesto por 2 tendones de 6 cordones de 13 mm de diámetro. El trazado es horizontal entre desviadores centrales discurrendo, el eje del tendón, a 13 cm del paramento inferior, y ascendiendo en sus tramos laterales con una pendiente de 6° . La inyección se realizó con cera petrolera.
- 3- La armadura pasiva que presenta tiene una cuantía mecánica del 0.02%, siendo despreciable a efectos de cálculo.
- 4- EL hormigón de dicha viga tiene una resistencia media a la compresión de 46.9 MPa y a la tracción de 4.3 MPa, siendo su módulo de elasticidad instantáneo de 36000 MPa.
- 5- La fuerza de tesado de los tendones fue de 1642 KN.
- 6- Se introdujo una carga simultánea al tesado de la estructura, para evitar la fisuración de la misma en vacío. Esta carga inicial fue de 34.1 KN, procediéndose a la toma de medidas a partir de esta carga inicial.

En las figuras 7.5 y 7.6 se presenta la comparación entre resultados teóricos y resultados experimentales, en términos de carga - flecha y carga - fuerza en el tramo lateral de los tendones.

En ambas figuras se muestra la solución numérica tanto para rozamiento nulo (libre deslizamiento de los tendones en los desviadores) como para rozamiento infinito (deslizamiento impedido).

Como se puede observar, el comportamiento real de la estructura se encuentra entre ambos comportamientos extremos, acercándose al de libre deslizamiento en la zona próxima a rotura.

En la figura 7.7 se representa la curva carga - deslizamiento de los tendones sobre desviadores. Esta curva, obtenida de los ensayos realizados, confirma este comportamiento previsto, con nulo deslizamiento hasta fisuración ($\simeq 475 \text{ KN}$), creciente entre 500 y 550 KN y brusco deslizamiento previo a rotura.

Cabe destacar que la práctica ausencia de armadura pasiva provoca un comportamiento altamente no lineal, con un muy brusco cambio de rigidez al fisurar (fig. 7.5.), que el método que aquí se presenta modeliza muy satisfactoriamente.

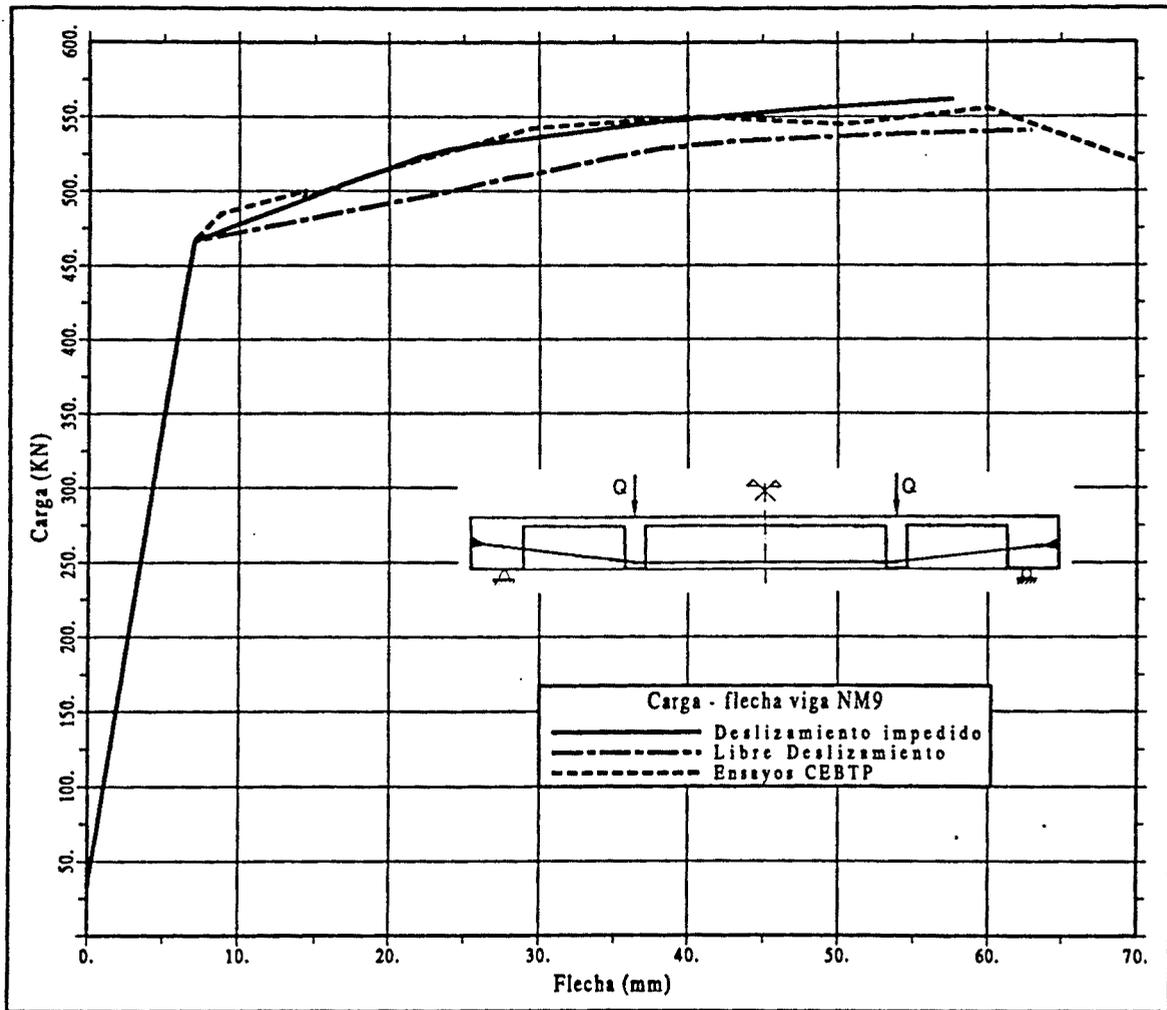


Figura 7.5.- Evolución de la flecha en centro luz frente a la carga para la viga NM9 (monolítica, pretensado exterior)

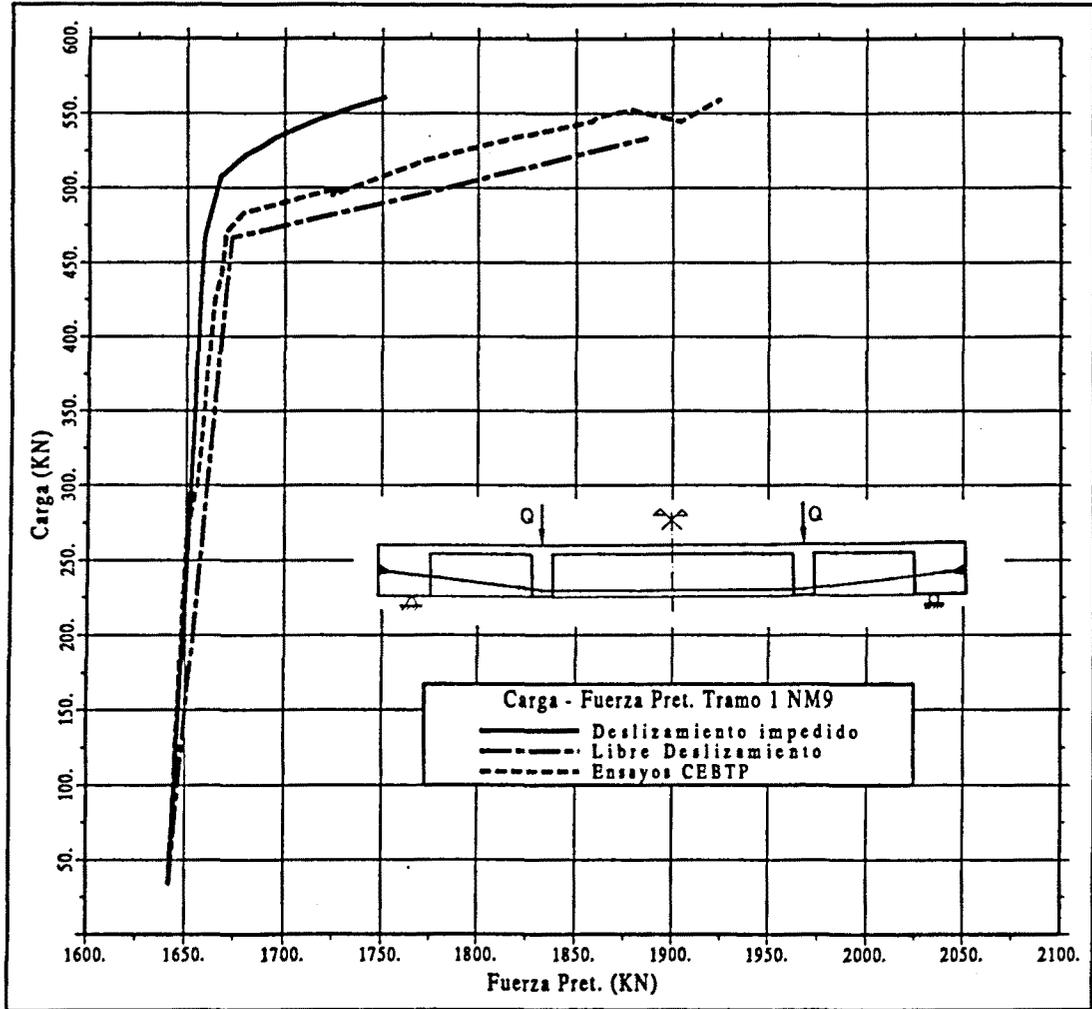


Figura 7.6.- Evolución de la fuerza de pretensado en el tramo lateral frente a la carga para la viga NM9 (monolítica, pretensado exterior)

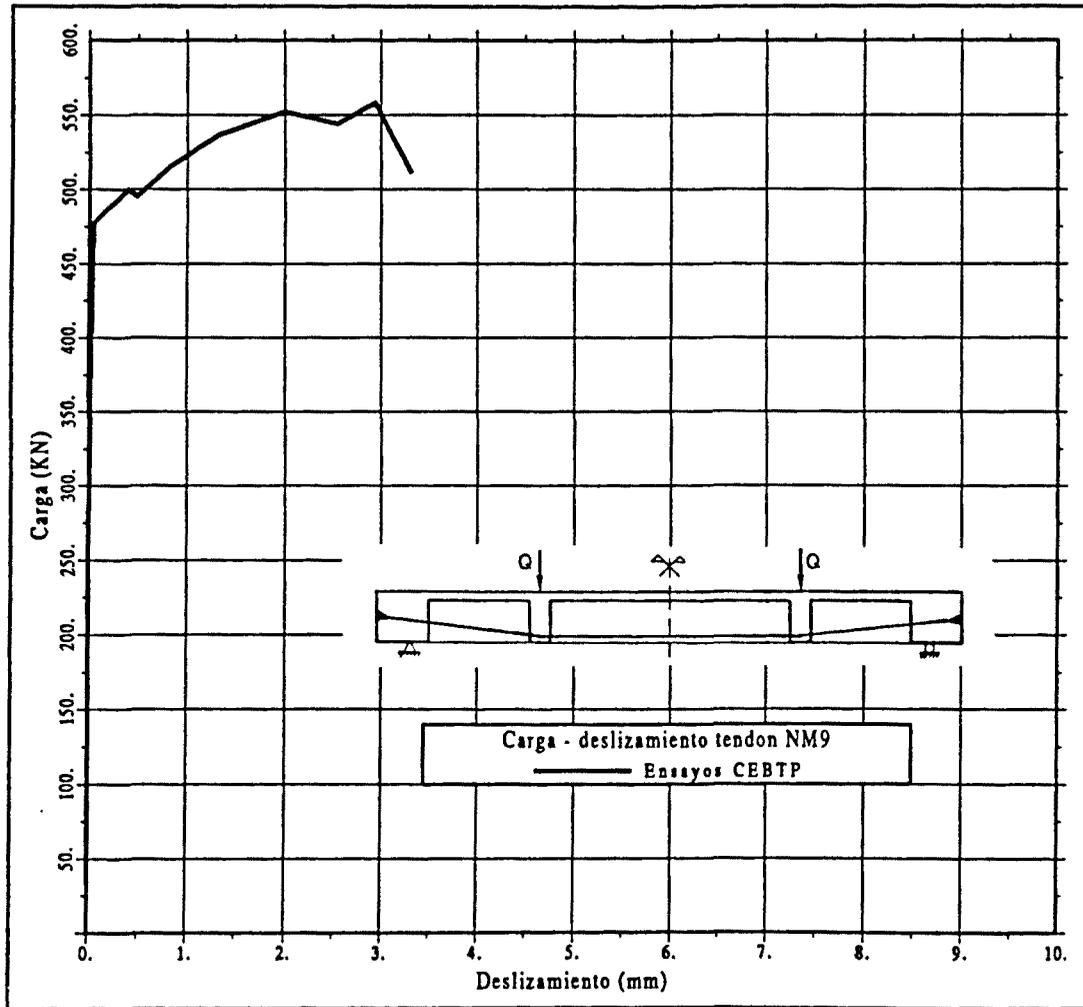


Figura 7.7.- Evolución del deslizamiento de los tendones sobre los desviadores frente a la carga para la viga NM9 (monolítica, pretensado exterior)

7.4.2.- Comparación con la viga por dovelas NM2

La viga NM2 tiene las siguientes características:

- 1- Está constituida por 9 dovelas de longitud 0.75 m.
- 2- Pretensado totalmente exterior, compuesto por 2 tendones de 6 cordones de 13 mm de diámetro. El trazado es horizontal entre desviadores centrales discurriendo, el eje del tendón, a 13 cm del paramento inferior, y ascendiendo en sus tramos laterales con una pendiente de 6°. La inyección se realizó con lechada de cemento.
- 3- Cada dovela presenta una armadura pasiva con una cuantía mecánica del 1.05% (figura 7.8), que no atravisa las juntas.

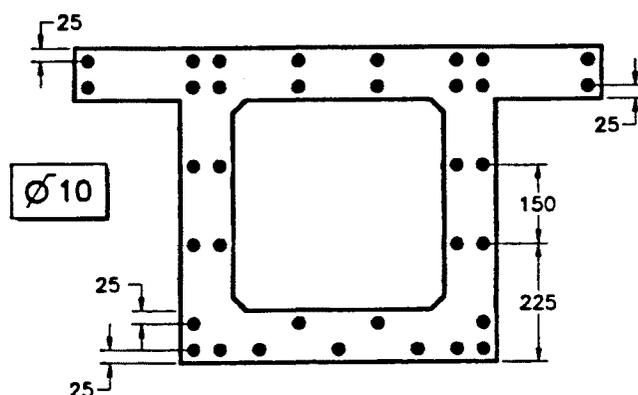


Figura 7.8.- Armadura pasiva de la viga NM2

- 4- EL hormigón de dicha viga tiene una resistencia media a la compresión de 45.7 MPa y a la tracción de 3.8 MPa, siendo su módulo de elasticidad instantáneo de 36200 MPa.
- 5- La fuerza de tesado de los tendones fue de 1617 KN.
- 6- Se introdujo una carga inicial de 34.4 KN, procediéndose a la toma de medidas a partir de esta carga inicial.

Si se realiza el análisis de esta viga con el valor reseñado del módulo de elasticidad, se observa que su rigidez en régimen elástico es mayor (10%) a la rigidez observada experimentalmente (figura 7.9).

Este hecho, común a todas las vigas por dovelas ensayadas en el CEBTP, es debido a los defectos de conjugación entre las dovelas. Experimentalmente se puede obtener la rigidez (EI) real de las juntas y de las dovelas y, utilizando la inercia teórica, un módulo de elasticidad ficticio que reproduzca el comportamiento de la pieza.

Este artificio matemático ya ha sido utilizado por REZENDRE (1989) para analizar estas vigas y nos permitirá comparar mejor el modelo que aquí se presenta con la experimentación.

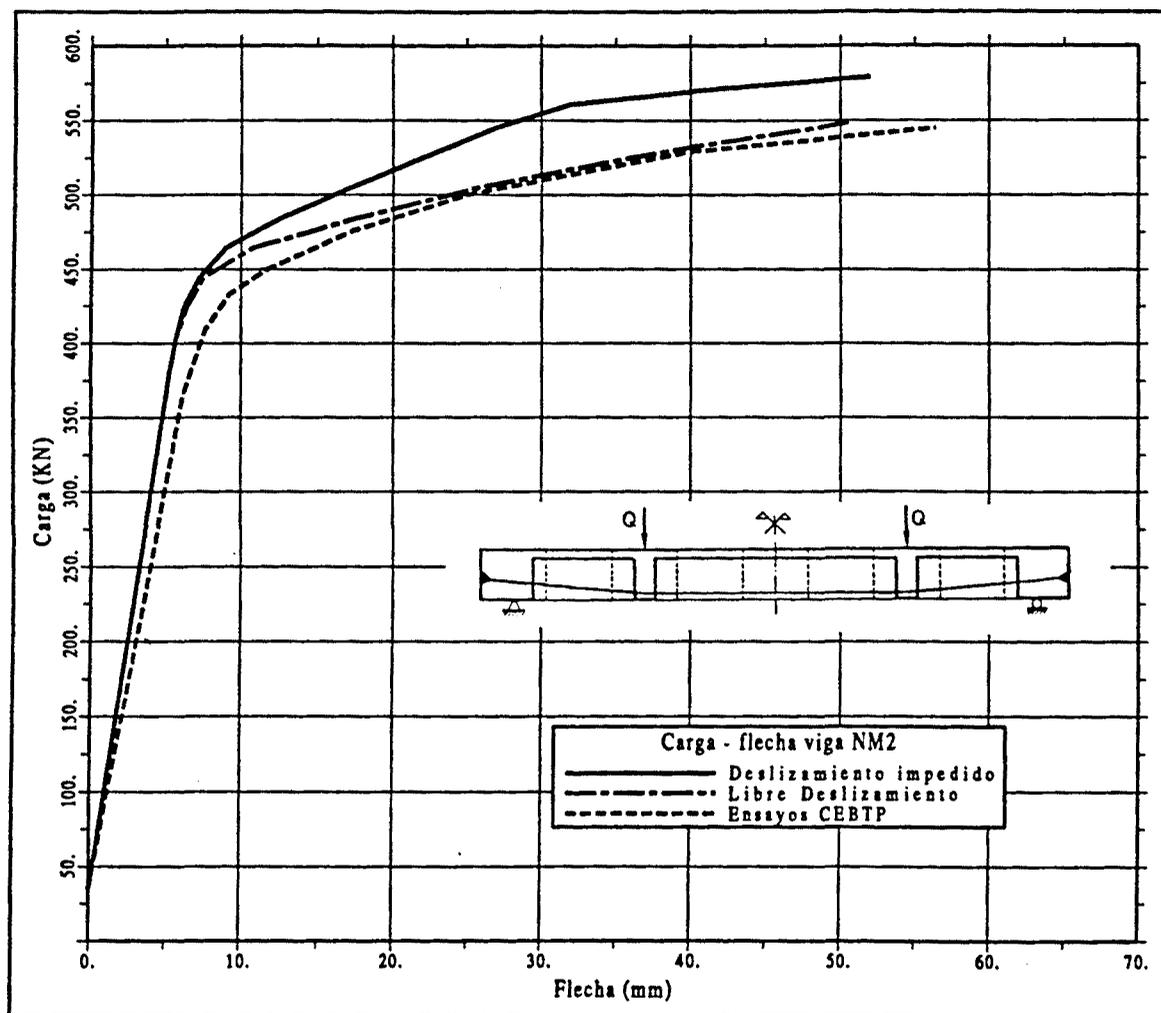


Figura 7.9.- Evolución de la flecha en centro luz frente a la carga para la viga NM2 (dovelas, pretensado exterior), utilizando módulo de elasticidad probeta cilíndrica

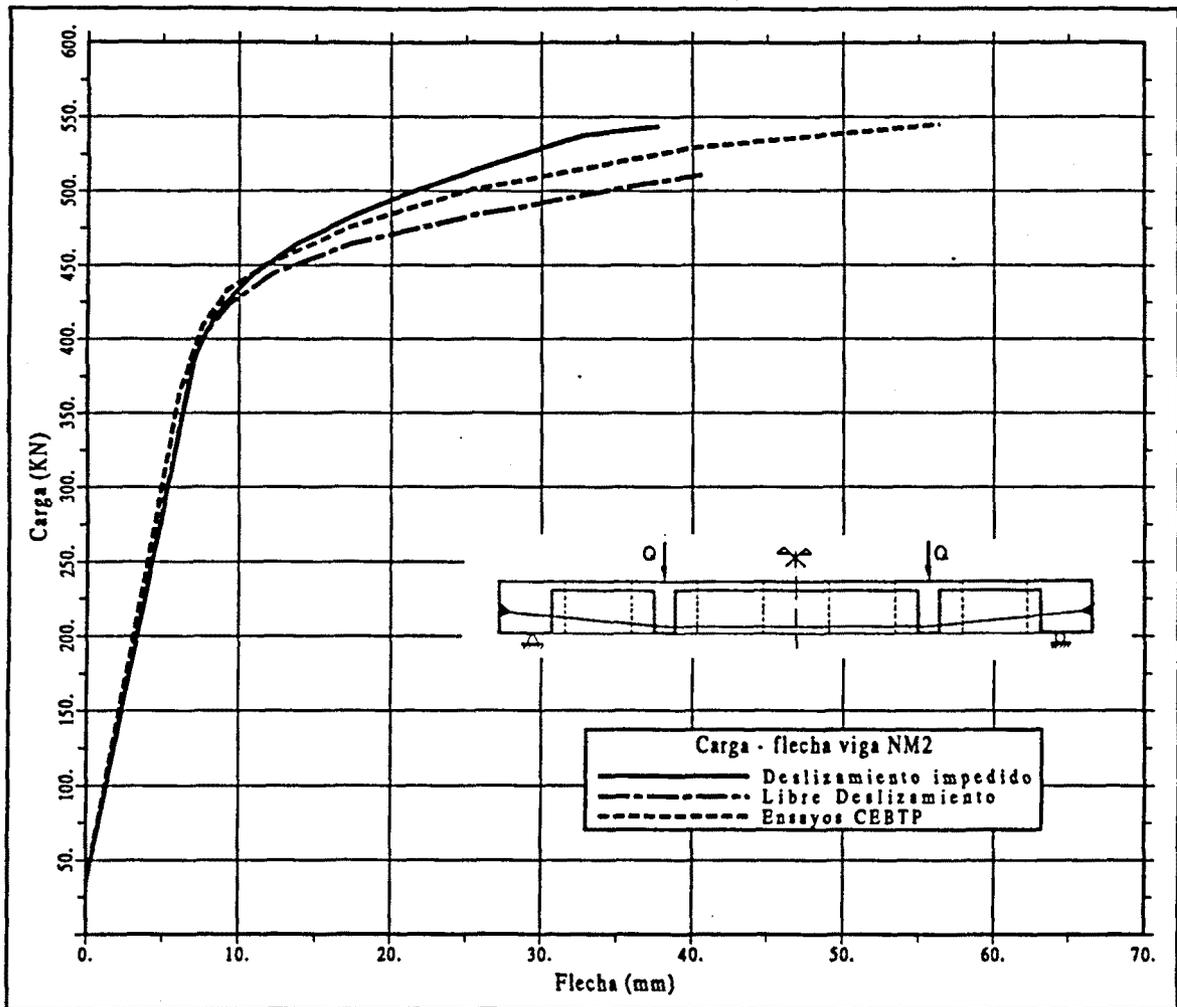


Figura 7.10.- Evolución de la flecha en centro luz frente a la carga para la viga NM2 (dovelas, pretensado exterior), utilizando módulo de elasticidad ficticio

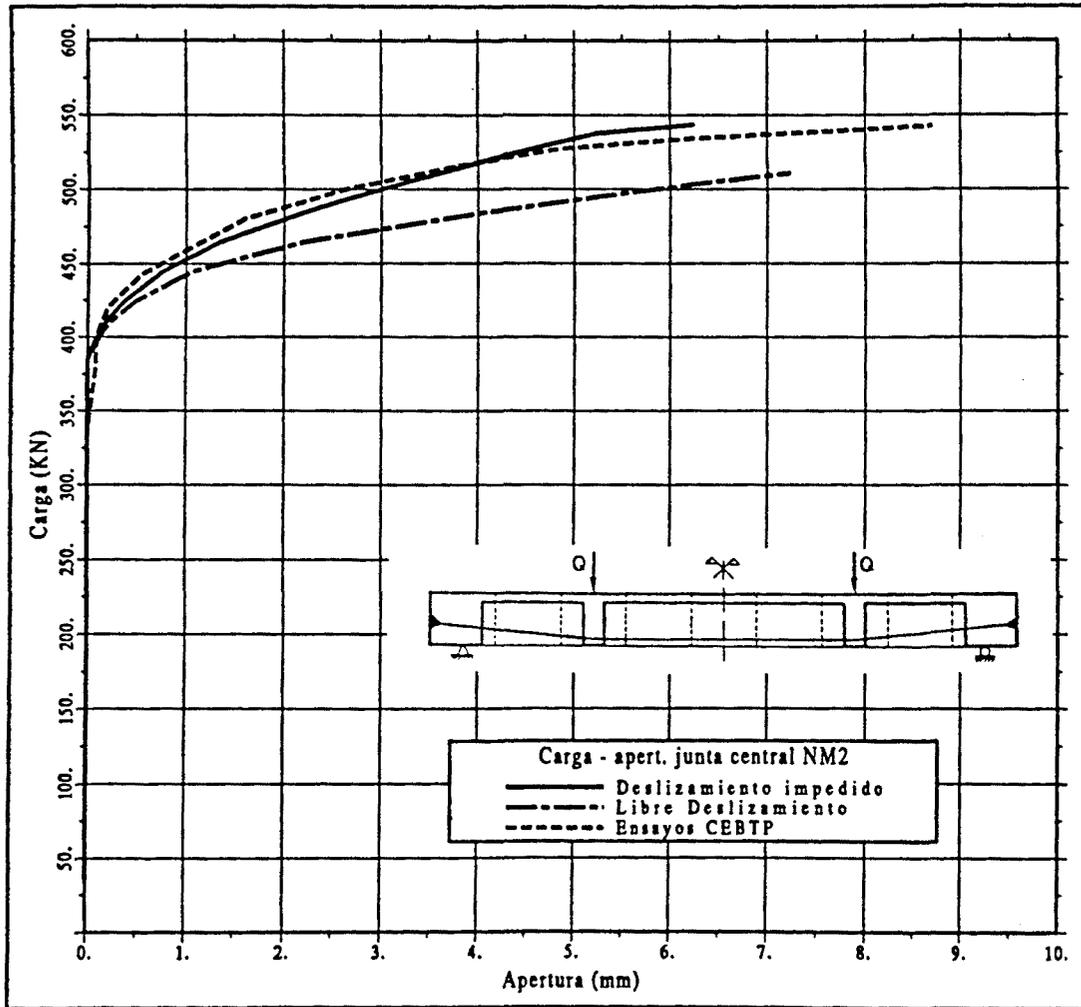


Figura 7.11.- Evolución de la apertura de junta frente a la carga para la viga NM2 (dovelas, pretensado exterior)

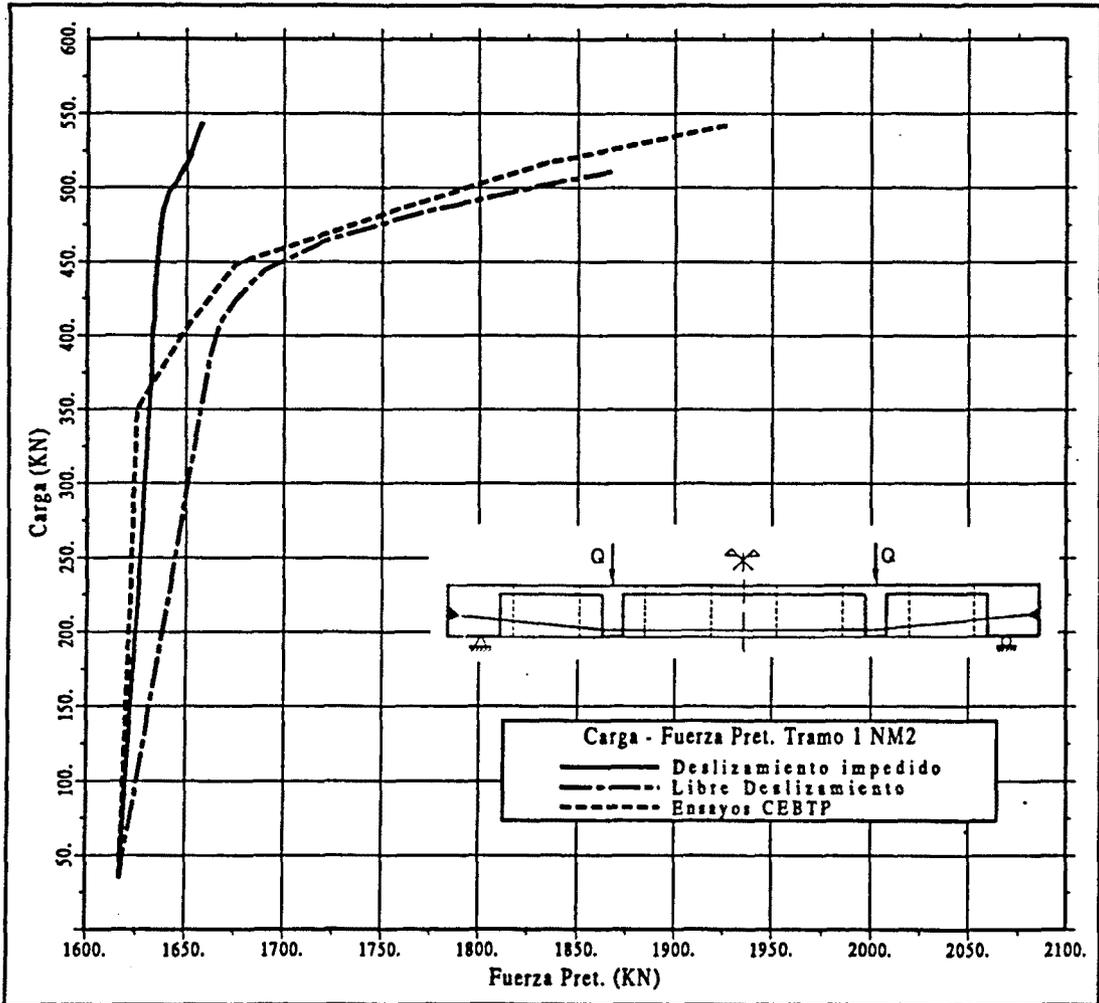


Figura 7.12.- Evolución de la fuerza de pretensado en el tramo lateral frente a la carga para la viga NM2 (dovelas, pretensado exterior)

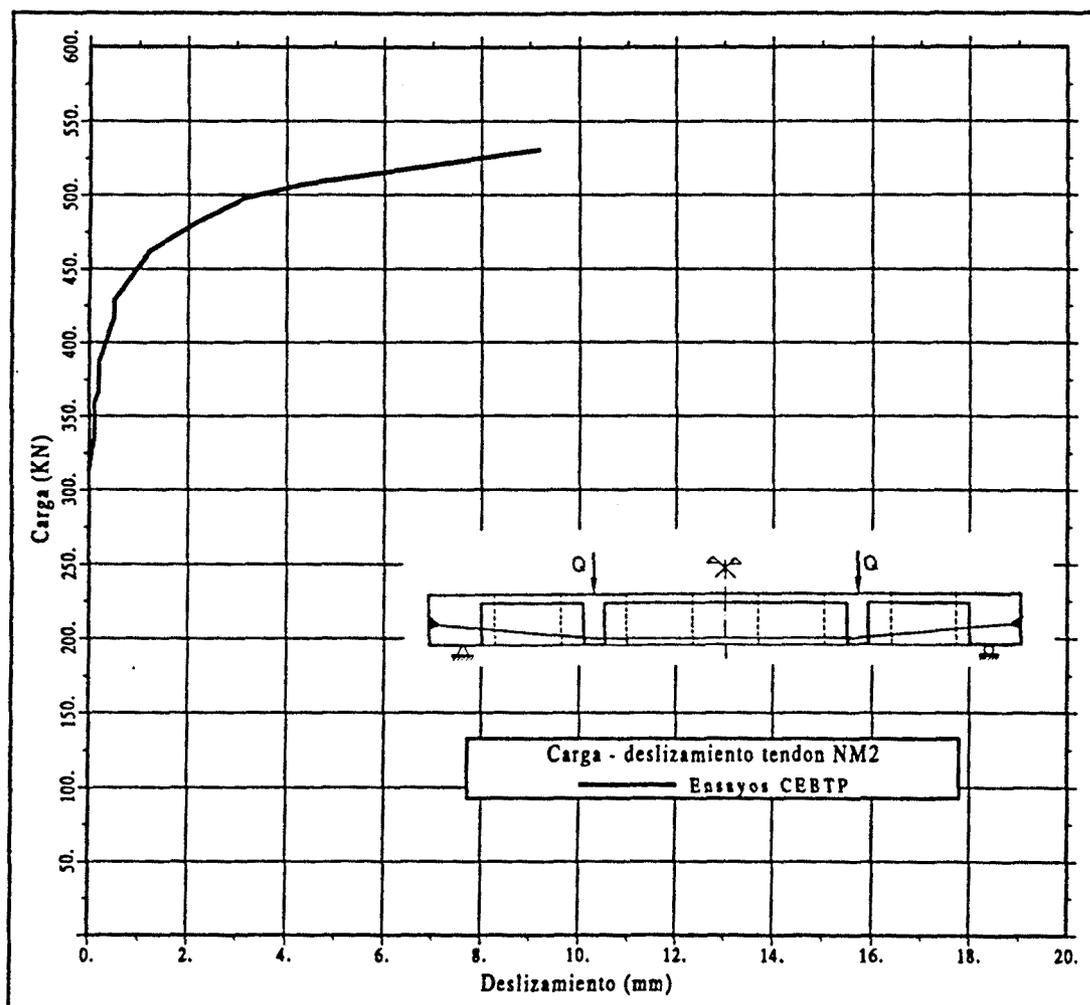


Figura 7.19.- Evolución del deslizamiento de los tendones sobre los desviadores frente a la carga para la viga NM2 (dovelas, pretensado exterior)

Es evidente que en el caso de realizar el análisis de un puente real, el valor de dicho módulo de elasticidad ficticio es desconocido y depende de la calidad de ejecución de las dovelas.

En el caso de esta viga NM2, la relación entre el módulo de deformación del hormigón, obtenido a partir de probeta cilíndrica, y el módulo de deformación ficticio, obtenido a partir de la rigidez EI real de la viga ($EI = Mv/\sigma_{csup}$), es de 0.88.

En las figuras 7.9 y 7.10 se presentan las curvas carga - flecha experimentales y las obtenidas por análisis considerando, en el primer caso, el módulo de deformación de probeta cilíndrica, y en el segundo, el módulo de deformación ficticio.

De nuevo, como en el caso anterior, la curva experimental se encuadra entre las hipótesis extremas de deslizamiento libre o deslizamiento impedido de los tendones en los desviadores.

En la figura 7.11 se muestra la evolución de la apertura de la junta cercana a centro luz. También se observa una buena concordancia entre el análisis y el ensayos.

En cuanto a la evolución de la fuerza en los tendones, en la figura 7.12 se representa dicha evolución para el tramo lateral de un tendón. No se tienen datos del tramo central pues la fuerza en los tendones se midió mediante células de carga en los anclajes.

Esta figura muestra un comportamiento semejante al análisis con deslizamiento impedido hasta valores de la carga cercanos a 400 KN (punto en que se empiezan a abrir las juntas). En ese momento comienza a producirse deslizamiento (figura 7.13), acercándose entonces, conforme avanza el estado de carga, hasta el comportamiento con libre deslizamiento.

7.4.3.- Comparación con la viga por dovelas NM5

La viga NM5 tiene las siguientes características:

- 1- Está constituida por 9 dovelas de longitud 0.75 m.
- 2- Pretensado totalmente interior, compuesto por 6 monotorones de 15 mm de diámetro. El trazado es horizontal discurrendo, el eje del tendón, a 5 cm del paramento inferior. La inyección se realizó con lechada de cemento.
- 3- La armadura pasiva que presenta tiene una cuantía mecánica del 1.05%, coincidiendo con la de la viga NM2 (figura 7.8), sin atravesar las juntas entre dovelas.
- 4- EL hormigón de dicha viga tiene una resistencia media a la compresión de 43.7 MPa y a la tracción de 3.8 MPa, siendo su módulo de elasticidad instantáneo de 36400 MPa.

- 5- La fuerza de tesado de los tendones fue de 1055 KN.
- 6- Se introdujo una carga inicial de 79.0 KN, procediéndose a la toma de medidas a partir de esta carga inicial.

Para la viga NM5, el módulo de elasticidad ficticio, calculado como ya se ha expuesto para la viga NM2, coincide con el módulo de elasticidad obtenido a partir de las probetas cilíndricas, lo que demuestra una mejor conjugación de las dovelas.

En las figuras 7.14, 7.15 y 7.16 se muestran las curvas carga - flecha, carga - fuerza de pretensado en la junta central y carga - apertura de dicha junta central. En el análisis se ha adoptado el modelo expuesto en el capítulo 6 para tendones internos adherentes que atraviesan una junta, tomando como parámetros los valores medios de los expuestos en la tabla 6.2.

Se observa una buena concordancia entre los resultados analíticos y los experimentales, alcanzándose una carga última muy semejante. Es de destacar la buena aproximación del valor de la fuerza de pretensado en la junta central, lo que ratifica la bondad de la formulación, adoptada en el modelo de análisis, para calcular la longitud de adherencia del tendón respecto al hormigón.

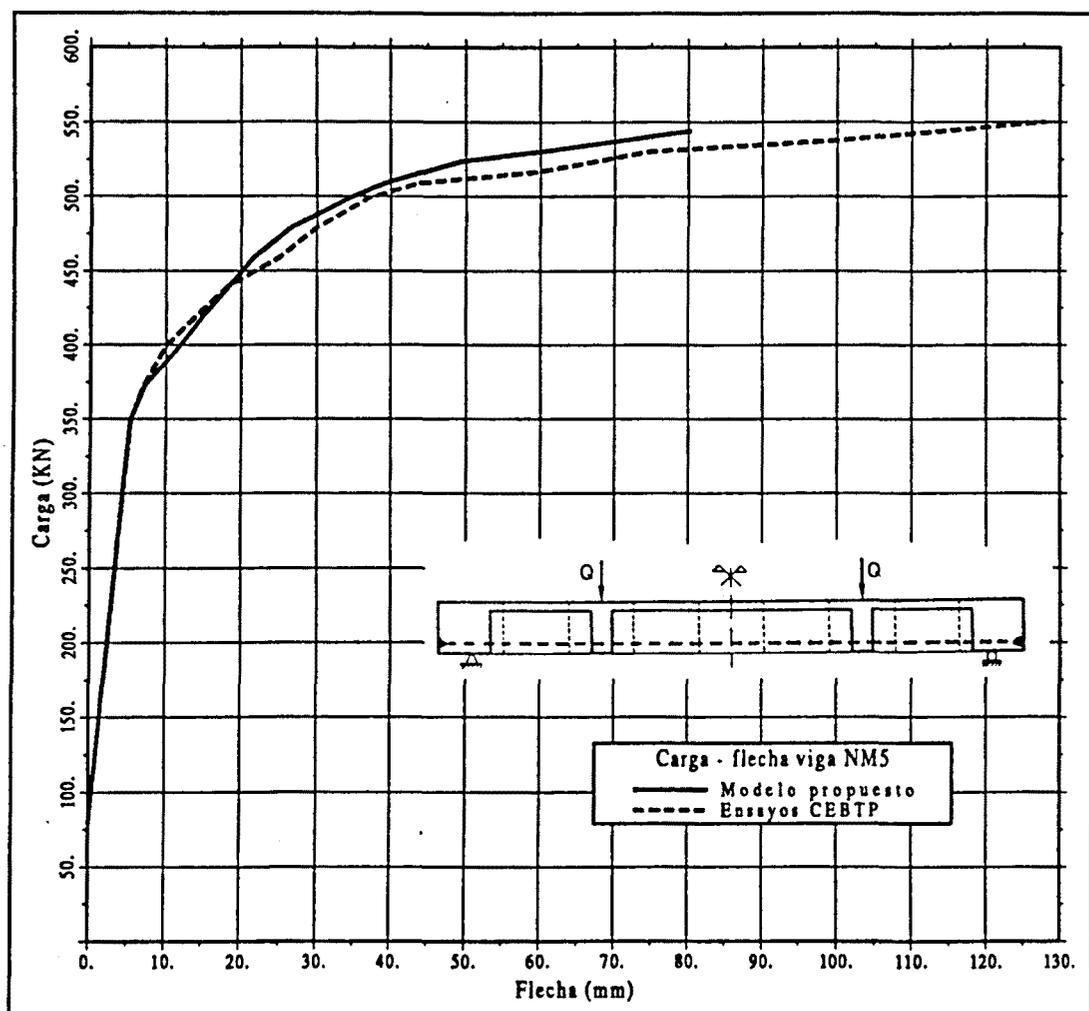


Figura 7.14.- Evolución de la flecha en centro luz frente a la carga para la viga NM5 (dovelas, pretensado interior)

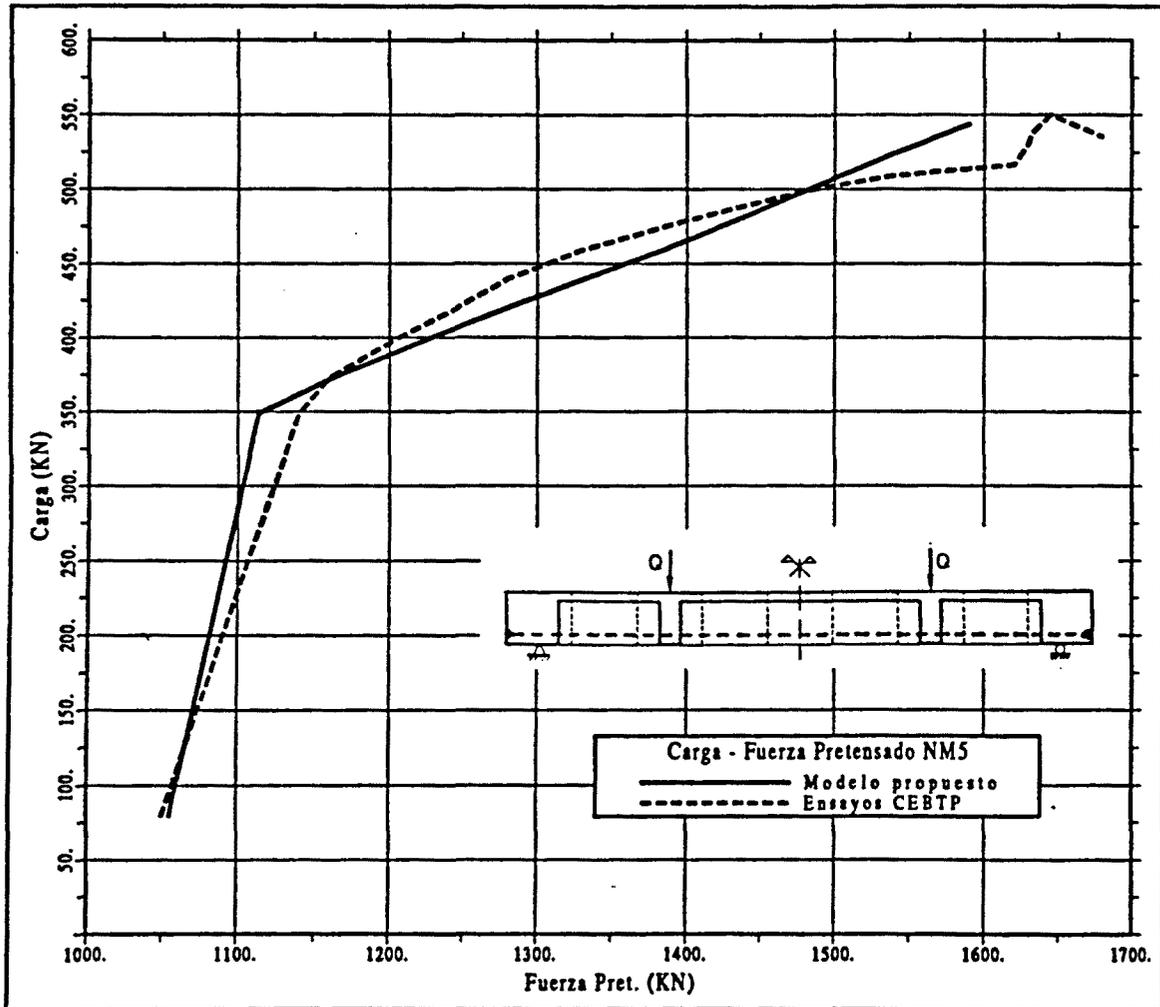


Figura 7.15.- Evolución de la fuerza de pretensado en la junta central frente a la carga para la viga NM5 (dovelas, pretensado interior)

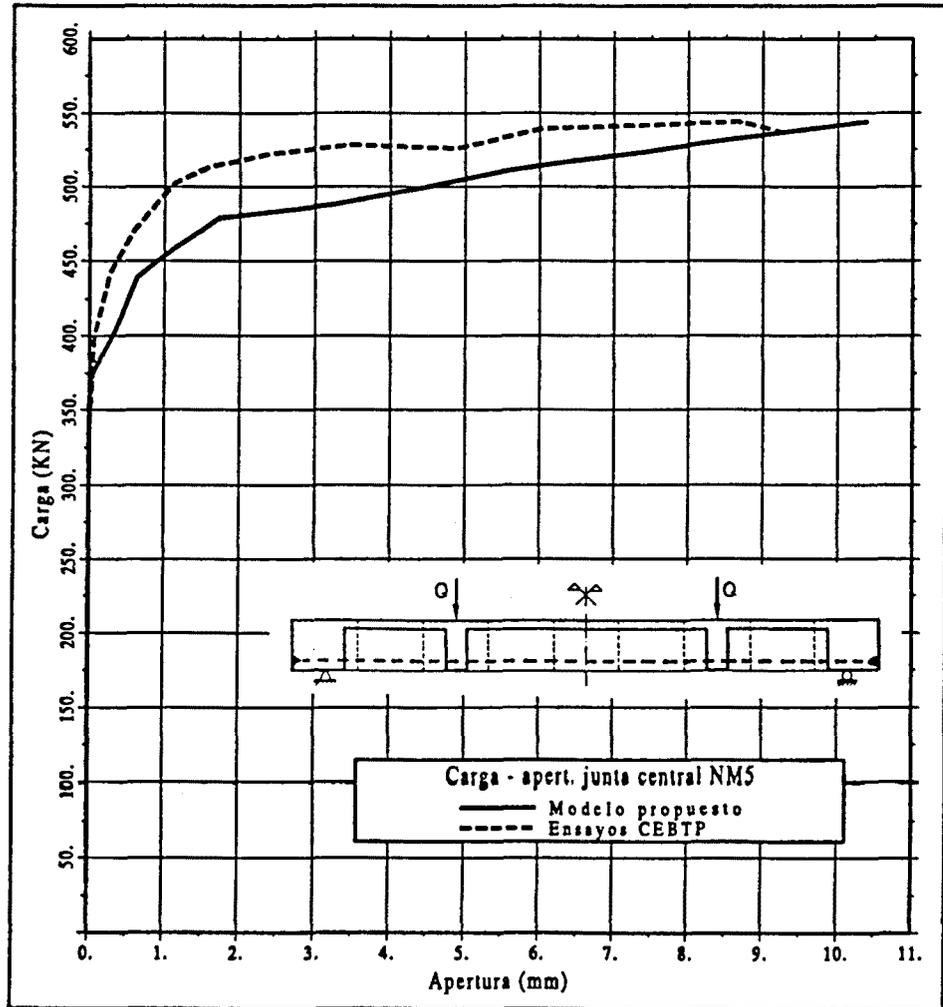


Figura 7.16.- Evolución de la apertura de junta frente a la carga para la viga NM5 (dovelas, pretensado interior)

CAPÍTULO 8

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Capítulo 8

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

8.1.- INTRODUCCIÓN

En este capítulo se exponen dos ejemplos de aplicación de la formulación que se presenta en este trabajo.

El primero de dichos ejemplos consiste en el análisis de un puente isostático, de sección transversal en pi, con pretensado totalmente exterior. Se exponen los resultados, se compara el comportamiento monolítico con el de dovelas y se comprueba la utilidad de un método de cálculo aproximado para evaluar el incremento de tensión del acero activo en rotura.

En el segundo ejemplo, se analiza exhaustivamente un puente continuo de 3 vanos, de sección transversal en pi, con un hormigón de alta resistencia (60 MPa), que corresponde a un proyecto real en el que el autor de este trabajo ha participado muy activamente.

8.2.- EJEMPLO PUENTE ISOSTÁTICO

Este ejemplo consiste en el dimensionamiento y posterior verificación de un puente isostático de 30 m de luz, de sección en pi, con pretensado totalmente exterior.

Se trata de un ejemplo totalmente académico, con el que se ilustra, a los alumnos de grado de la Escuela de Ingenieros de Caminos de Barcelona, el diferente comportamiento de los puentes con pretensado exterior frente a los puentes con pretensado clásico.

8.2.1.- Descripción del ejemplo

La sección longitudinal y transversal del puente, así como el trazado de pretensado, se puede consultar en la figura 8.1. Los cables se anclan en el centro de gravedad de las secciones de apoyo y son desviados, a cuartos y en centro luz, discurrendo su eje a 8 cm del paramento inferior de la viga.

Las acciones que se han considerado son:

- a) El peso propio del tablero.
- b) Una carga permanente de 3.6 Tm/m .
- c) Las acciones del tren de cargas español ($q = 400 \text{ Kp/m}^2$; $Q = 60 \text{ Tm}$), suponiendo la hipótesis de situación centrada del carro.

Características del hormigón:

- a) Resistencia característica a la compresión, $f_{ck} = 350 \text{ Kp/cm}^2$
- b) Coeficiente de minoración de resistencia, $\gamma_c = 1.5$
- c) Coeficiente de cansancio, $k = 0.85$
- d) Deformación máxima del hormigón en compresión centrada, $\epsilon_{c1} = 0.002$
- e) Deformación máxima del hormigón en flexocompresión, $\epsilon_{cu} = 0.0035$
- f) Resistencia a flexotracción, $f_{ct} = 22.3 \text{ Kp/cm}^2$
- g) Módulo de elasticidad, $E_c = 350000 \text{ Kp/cm}^2$
- h) Diagrama tensión - deformación: parábola - rectángulo.

Características del acero:

- a) Acero pasivo AEH-500N , $f_{yk} = 5100 \text{ Kp/cm}^2$
- b) Coeficiente de seguridad, $\gamma_s = 1.15$
- c) Módulo de elasticidad, $E_s = 2.1 \cdot 10^6 \text{ Kp/cm}^2$
- d) Acero de pretensado, $f_{pmax} = 190 \text{ Kp/mm}^2$, $f_{p0.2\%} = 170 \text{ Kp/mm}^2$
- e) Módulo de elasticidad, $E_p = 1.9 \cdot 10^6 \text{ Kp/cm}^2$
- f) Coeficiente de seguridad, $\gamma_p = 1.15$
- g) Coeficiente de rozamiento en curva, $\mu = 0.12$
- h) Coeficiente de rozamiento parásito, $K = 0$
- i) Penetración de cuñas, $a = 6 \text{ mm}$
- j) Tensión inicial al tesar, $\sigma_{p,i} = 145 \text{ Kp/mm}^2$

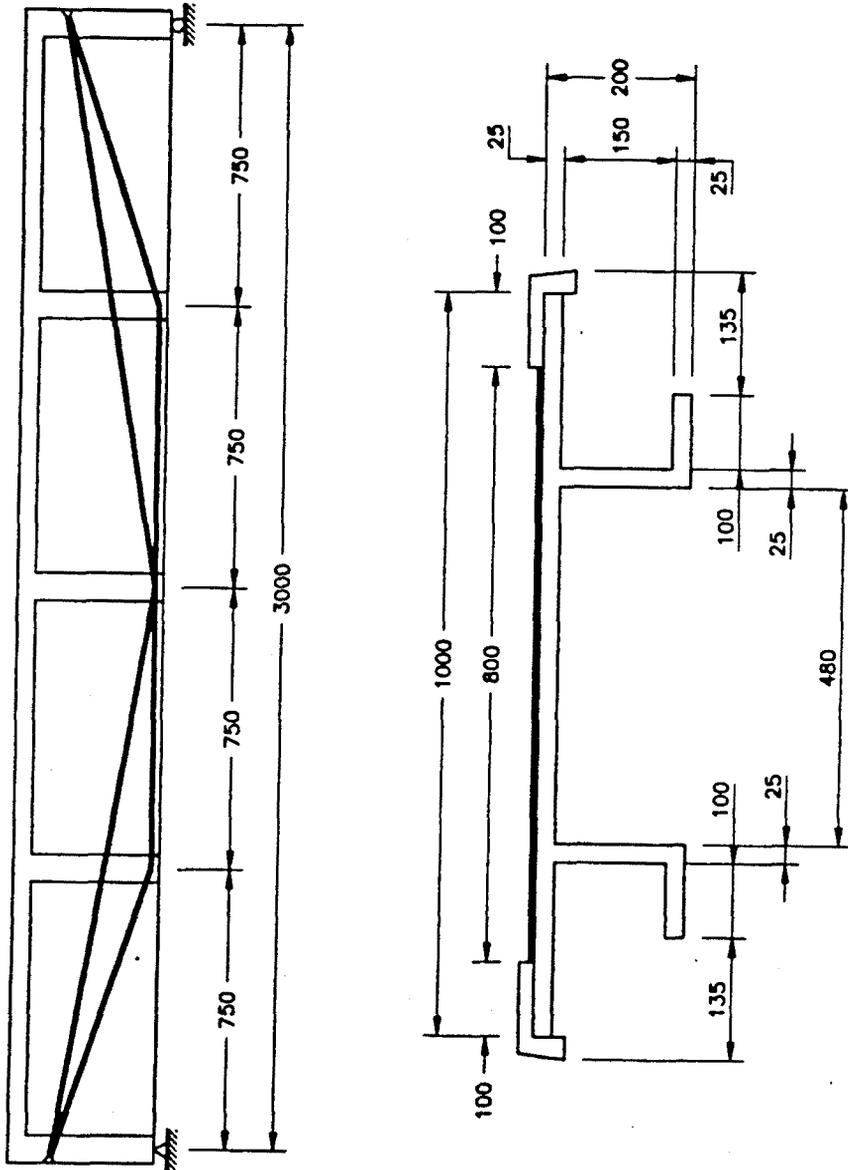


Figura 8.1.- Sección longitudinal y transversal del puente ejemplo

8.2.2.- Dimensionamiento del pretensado necesario

Para dimensionar el pretensado necesario se impone el Estado Límite de descompresión para cargas de servicio.

Tras evaluar las pérdidas instantáneas de pretensado y las pérdidas diferidas, se obtiene como tensión en el acero de pretensado a tiempo 0 y a tiempo infinito:

- Familia 1: $\sigma_{pi} = 139.3 \text{ Kp/mm}^2$, $\sigma_{p\infty} = 120.8 \text{ Kp/mm}^2$
- Familia 2: $\sigma_{pi} = 137.9 \text{ Kp/mm}^2$, $\sigma_{p\infty} = 119.4 \text{ Kp/mm}^2$

En adelante, se denomina familia 1 al grupo de tendones desviado en un sólo punto en centro luz, y familia 2 al desviado en 2 puntos.

A partir de estas tensiones del acero activo, se determina un pretensado necesario de 4 tendones compuestos, cada uno de ellos, por 21 cordones de diámetro 0.6 pulgadas. Estos tendones se reparten por igual entre ambas familias de pretensado.

Con este pretensado, la estructura cumple el estado límite de descompresión considerando el valor característico de la fuerza de pretensado, y el estado de aparición de fisuras si se considera dicha fuerza ponderada por 0.9.

8.2.3.- Verificación del Estado Límite Último frente a sollicitaciones normales

A continuación se realiza la verificación del Estado Límite Último frente a sollicitaciones normales según diversas normativas, que pueden encontrarse resumidas en (APARICIO y RAMOS, 1993), así como un método aproximado desarrollado por el autor.

Previamente, cabe citar, que la estructura cumple el Estado Límite Último frente a sollicitaciones tangentes.

8.2.3.1.- Normativas europeas (BPEL, Model Code, etc.)

Las normativas europeas que tratan el pretensado exterior indican como tensión en el acero activo en rotura, a falta de análisis numéricos donde se considere específicamente el pretensado exterior, igual a la tensión después de pérdidas diferidas. Es decir, consideran un incremento de tensión en el acero de pretensado nulo.

Para el ejemplo,

$$\sigma_{pu} = \sigma_{p\infty} \quad (8.1)$$

$$P_u = A_p \sigma_{pu} = 1412 \text{ Tm} \quad (8.2)$$

Por equilibrio

$$0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x = P_u \rightarrow x = 0.07 \quad (8.3)$$

$$x = 0.07, r = 0.08 \rightarrow z \simeq 0.9h = 1.80 \quad (8.4)$$

$$M_{u,resp} = P_u \cdot z = 2542 \text{ mTm} \quad (8.5)$$

$$M_d = 1.5 \cdot (M_{g1} + M_{g2} + M_{q+Q}) = 3547 \text{ mTm} \quad (8.6)$$

Por tanto $M_d > M_{u,resp}$, con lo que se hace necesario o incrementar el valor del pretensado o introducir armadura pasiva para cumplir este Estado Límite. Si se introduce armadura pasiva, el área necesaria será:

$$A_s \simeq \frac{M_d - M_{u,resp}}{z} \cdot \frac{1}{f_{yd}} = 126 \text{ cm}^2 \quad (8.7)$$

lo que equivale a 26 ϕ 25. El nuevo valor del momento último respuesta es 3558.6 mTm, que supera al momento de cálculo.

8.2.3.2.- Normativa A.A.S.H.T.O.

La normativa de la American Association of State Highway and Transportation Officials admite, como valor de la tensión del acero de pretensado en rotura, el valor de la tensión después de pérdidas diferidas con un incremento de 15000 psi, que equivale a 10.54 Kp/mm².

Por tanto, de forma análoga al punto anterior, se obtiene

$$P_u = A_p \sigma_u = A_p (\sigma_\infty + 10.54) = 1536 \text{ Tm} \quad (8.8)$$

$$A_s = 98 \text{ cm}^2 \rightarrow 20 \phi 25 \quad (8.9)$$

8.2.3.3.- Normativa A.C.I.

La normativa del American Concrete Institute también admite incremento de tensión en el pretensado.

Para una relación canto/luz superior a 1/35, el incremento de tensión vale:

$$\sigma_{pu} = \sigma_{\infty} + 10000 + \frac{f_c}{100\rho_p} \quad (8.10)$$

$$\sigma_{pu} \leq f_{py,d} \quad (8.11)$$

$$\sigma_{pu} \leq \sigma_{\infty} + 60000 \quad (8.12)$$

en psi, donde ρ_p es la cuantía mecánica de pretensado definida como el área de acero activo partido por el ancho de la cabeza de compresión multiplicado por el canto útil.

Para el ejemplo, la expresión (8.10) proporciona una tensión del acero activo de $\sigma_{pu} = \sigma_{\infty} + 92593$, con lo que rige la limitación (8.12). Dadas las bajas pérdidas de pretensado que presenta la estructura, la expresión (8.12) proporciona un valor de $\sigma_{pu} = 162.23 \text{ Kp/mm}^2$, con lo que es de aplicación la restricción (8.11).

En resumen, con la normativa de la A.C.I. se admite que el pretensado alcanza plastificación. Por tanto:

$$P_u = A_p \sigma_u = 1738 \text{ Tm} \quad (8.13)$$

$$A_s = 52.4 \text{ cm}^2 \rightarrow 11 \phi 25 \quad (8.14)$$

8.2.3.4.- Método aproximado

Por último se procede a evaluar la armadura pasiva necesaria para verificar el E.L.U. de rotura por flexión mediante un método aproximado desarrollado durante los estadios iniciales de este estudio.

Este método se incluye dentro de los métodos basados en la hipótesis de formación de rótulas plásticas y concentración en ellas de todas las deformaciones, despreciando las deformaciones elásticas. Estos métodos fueron introducidos por VIRLOGEUX (1983); diferenciándose entre ellos por cómo evalúan el giro existente en las rótulas.

Los pasos a seguir son:

- Obtención de la curvatura plástica mediante un diagrama momento curvatura para secciones de hormigón armado sometidas a un axil exterior. Cálculo del giro plástico a partir de la curvatura.
- Evaluación de la flecha en centro luz mediante el giro plástico (figura 8.2).

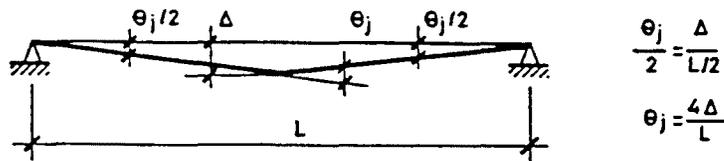


Figura 8.2.- Cálculo de la flecha en centro luz a partir del giro plástico

- Cálculo del incremento aproximado de tensión en los tendones de pretensado.
- Evaluación de la armadura pasiva necesaria en caso de no superar el momento de respuesta al de sollicitación.

Para la evaluación del diagrama momento curvatura de la sección del ejemplo, se ha empleado el método desarrollado por A. APARICIO (1980) en su Tesis Doctoral.

Dicho método consiste en la discretización de la sección en sucesivas capas de hormigón y de acero pasivo y, teniendo en cuenta el verdadero comportamiento de los materiales, buscar, pivotando según los dominios de deformación, la recta de deformación correspondiente al axil exterior. A partir de la recta de deformación se obtiene el momento último y la curvatura última, pudiéndose calcular los momentos correspondientes a curvatura inferiores a ésta.

Realizándose este proceso para la sección del ejemplo, con una armadura pasiva de tracción de 0.1 cm^2 , necesaria para poder pivotar pero irrelevante en cuanto a

momento último, y con un axil exterior que coincide con la fuerza de pretensado a tiempo infinito ($N_{ext} = P_{\infty}$), se obtiene el diagrama que se muestra en la figura 8.3.

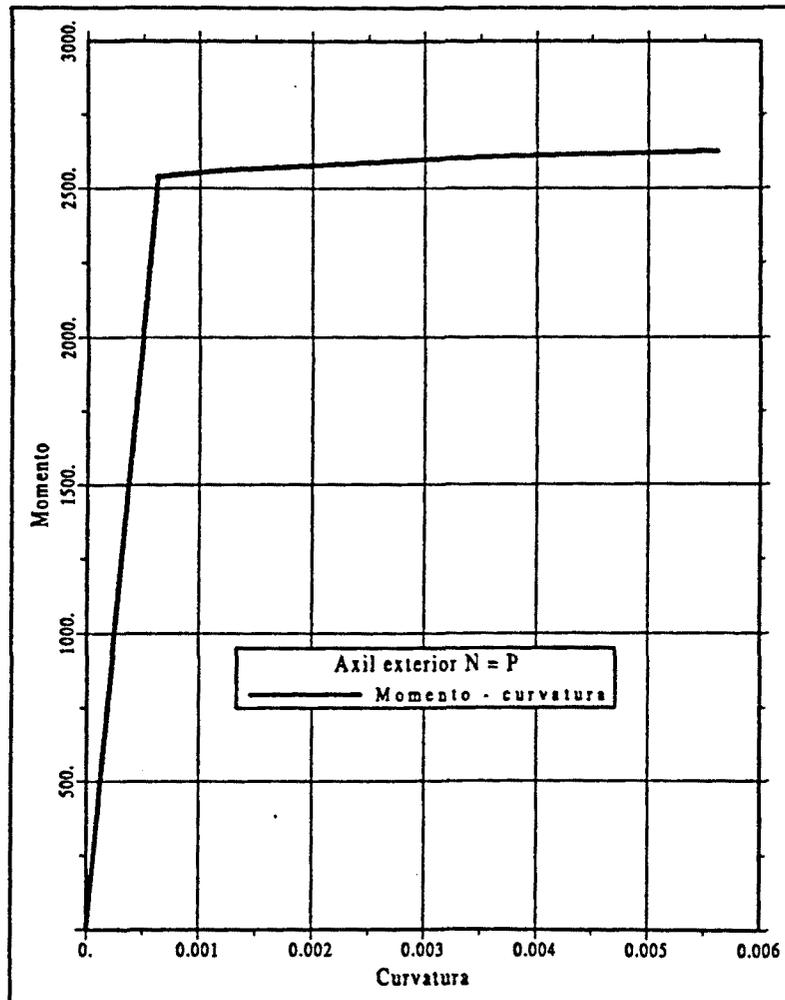


Figura 8.3.- Diagrama momento curvatura para un axil exterior igual a la fuerza de pretensado

Cabe reseñar que la ausencia de armadura pasiva provoca un acusado comportamiento no lineal como se puede apreciar en la figura anterior.

La curvatura última obtenida en el análisis es 0.005634 y el momento último es 2625.6 mTm, valor muy cercano al aproximado calculado según (8.5).

Para evaluar el giro plástico, éste puede aproximarse como el producto de la curvatura plástica por el canto de la pieza, por tanto:

$$\theta_{pl} = \chi_{pl} \cdot h = 0.01127 \quad (8.15)$$

Con este giro plástico, y según el esquema mostrado en la figura 8.2, se puede

obtener la flecha en centro luz,

$$\delta = \frac{\theta_{pl} l}{2} = 0.0845 \text{ m} \quad (8.16)$$

y con ella la nueva longitud de ambas familias de tendones, su deformación y su incremento de tensión

Familia 1

$$\begin{aligned} l_0 &= 30.12 \text{ m}, \quad l_1 = 30.136 \text{ m} \\ \varepsilon_p &= \frac{l_1 - l_0}{l_0} = 5.3 \cdot 10^{-4}, \quad \Delta\sigma_p = 10.1 \text{ Kp/mm}^2 \end{aligned} \quad (8.17)$$

Familia 2

$$\begin{aligned} l_0 &= 30.24 \text{ m}, \quad l_1 = 30.254 \text{ m} \\ \varepsilon_p &= \frac{l_1 - l_0}{l_0} = 4.63 \cdot 10^{-4}, \quad \Delta\sigma_p = 8.8 \text{ Kp/mm}^2 \end{aligned} \quad (8.18)$$

en la hipótesis de libre deslizamiento en desviadores.

Estos incrementos de tensión se traducen en un incremento de la fuerza de pretensado en rotura de 111.1 Tm.

Una viga de hormigón con pretensado totalmente exterior es, en definitiva, una viga de hormigón armado sometida a un axil exterior. Por tanto, el momento de cálculo será:

$$M_d = 1.5 \cdot (M_{g1} + M_{g2} + M_{q+Q}) - N_{ext} \cdot e_p = 1649.7 \text{ mTm} \quad (8.19)$$

y el axil de cálculo

$$N_d = N_{ext} = P_{\infty} = 1412 \text{ Tm} \quad (8.20)$$

Trasladando los esfuerzos al nivel de la armadura pasiva que estamos dimensionando (figura 8.4)

$$M_{d2} = M_d + N_{ext} \cdot e_s = 3590 \text{ mTm} \quad (8.21)$$

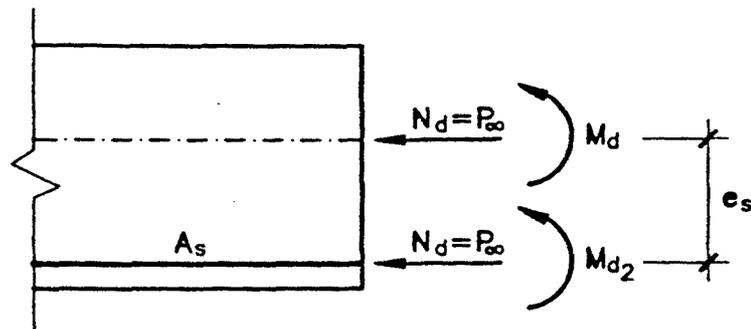


Figura 8.4.- Esfuerzos de cálculo en sección de hormigón armado sometida a un axil exterior excéntrico

por lo que la armadura pasiva necesaria será

$$U_s \simeq \frac{M_{d2}}{z} - N_d = 528.4 \text{ Tm} \quad (8.22)$$

A esta capacidad mecánica de la armadura pasiva hay que restarle el incremento de fuerza de pretensado (efecto pasivo de la armadura activa), obteniéndose

$$U_s = 528.4 - \Delta P = 528.4 - 111.1 = 417.3 \text{ Tm} \quad (8.23)$$

$$A_s = 94.1 \text{ cm}^2 \rightarrow 20 \phi 25 \quad (8.24)$$

Puede plantearse un esquema de cálculo iterativo, donde el axil exterior a utilizar en la obtención del diagrama momento - curvatura sea el pretensado a tiempo infinito más los sucesivos incrementos de pretensado que se vayan obteniendo. Se comprueba que, en dos o tres iteraciones, la variación de la fuerza de pretensado es despreciable y, para un cálculo aproximado, una primera iteración como la descrita es totalmente aceptable.

Como resumen de resultados y para observar la disparidad de los mismos se presenta la tabla 8.1., en la que se indica el método de cálculo utilizado, el incremento de fuerza de pretensado en rotura y la armadura pasiva necesaria para cubrir el Estado Límite Último de rotura por flexocompresión.

La dispersión de los resultados indica que existen o métodos claramente del lado de la seguridad o métodos inseguros, por lo que se ha utilizado el método de análisis no lineal expuesto en este trabajo para obtener el comportamiento "real" hasta rotura de la pieza.

Tabla 8.1: Armadura pasiva necesaria frente a rotura por flexión

Método	ΔP	Armadura
Norm. Europeas	0.0	26 ϕ 25
A.A.S.H.T.O.	124 Tm	20 ϕ 25
A.C.I.	326 Tm	11 ϕ 25
Método aprox.	111.1 Tm	20 ϕ 25

8.2.4.- ANÁLISIS NO LINEAL

Para proceder a su análisis la estructura se ha discretizado longitudinalmente en 20 elementos idénticos, de longitud 1.50 m, y transversalmente en 6 cuadriláteros con 25 puntos de integración cada uno de ellos.

Las características de los materiales son idénticas a las descritas en el apartado 8.2.1., habiéndose analizado tanto la hipótesis de libre deslizamiento en los desviadores como de deslizamiento impedido en los mismos.

En un análisis no lineal la armadura pasiva no es un resultado del mismo, sino un dato a introducir. De todos los resultados obtenidos por métodos aproximados descritos anteriormente, se ha escogido el obtenido por el método de la rótula plástica por parecer más fiable y estar más próximo a la media. Por tanto, se ha introducido una armadura de flexión correspondiente a 20 ϕ 25.

En las figuras (8.5), (8.6), (8.7) y (8.8) se muestran las curvas que relacionan la carga en el nodo central con la flecha, la tensión en la familia 1 de tendones, en la familia 2 y en el acero pasivo respectivamente. En todas las gráficas se compara el comportamiento con libre deslizamiento y con deslizamiento impedido.

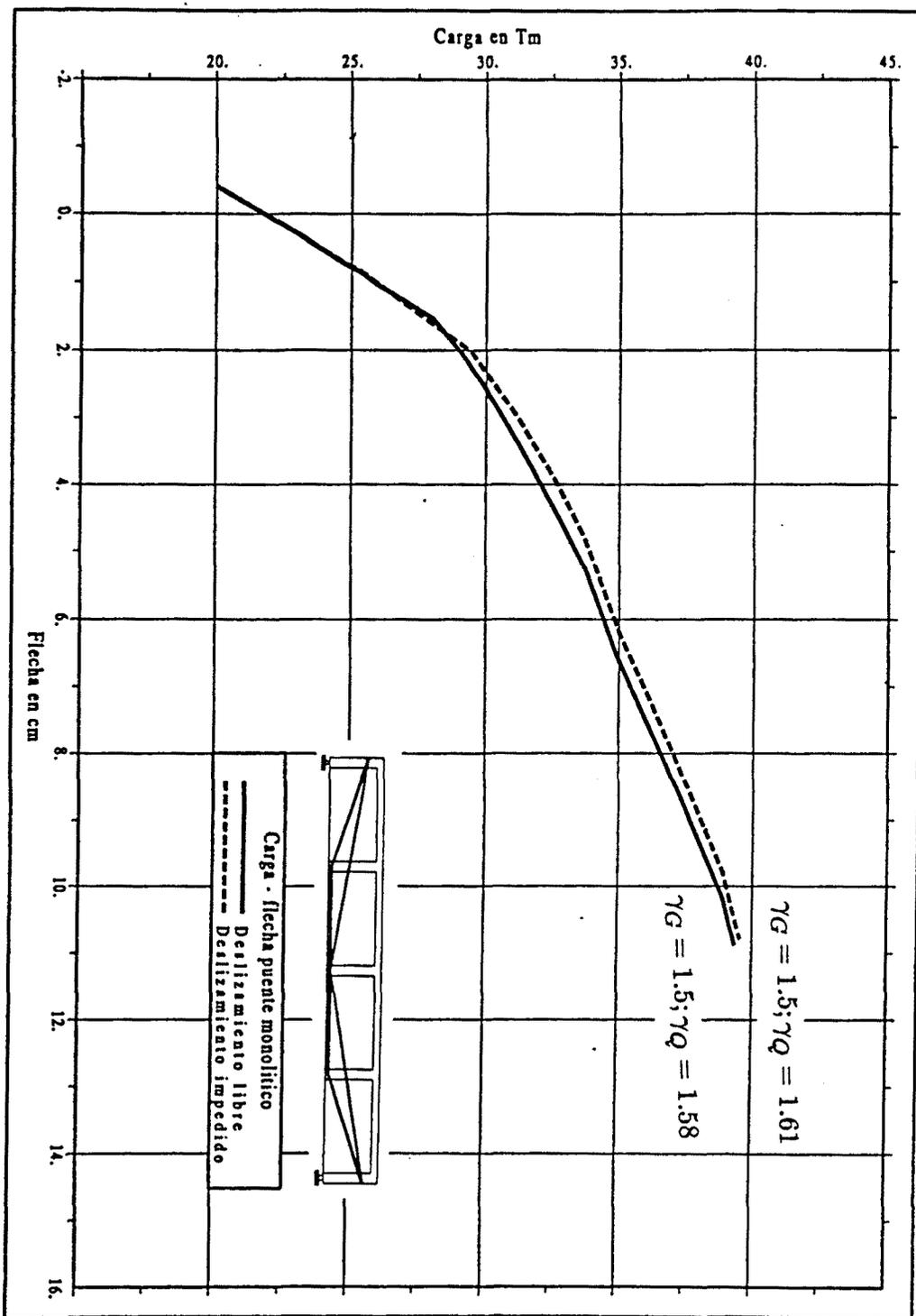


Figura 8.5.- Evolución de la flecha frente a la carga, puente isostático monolítico

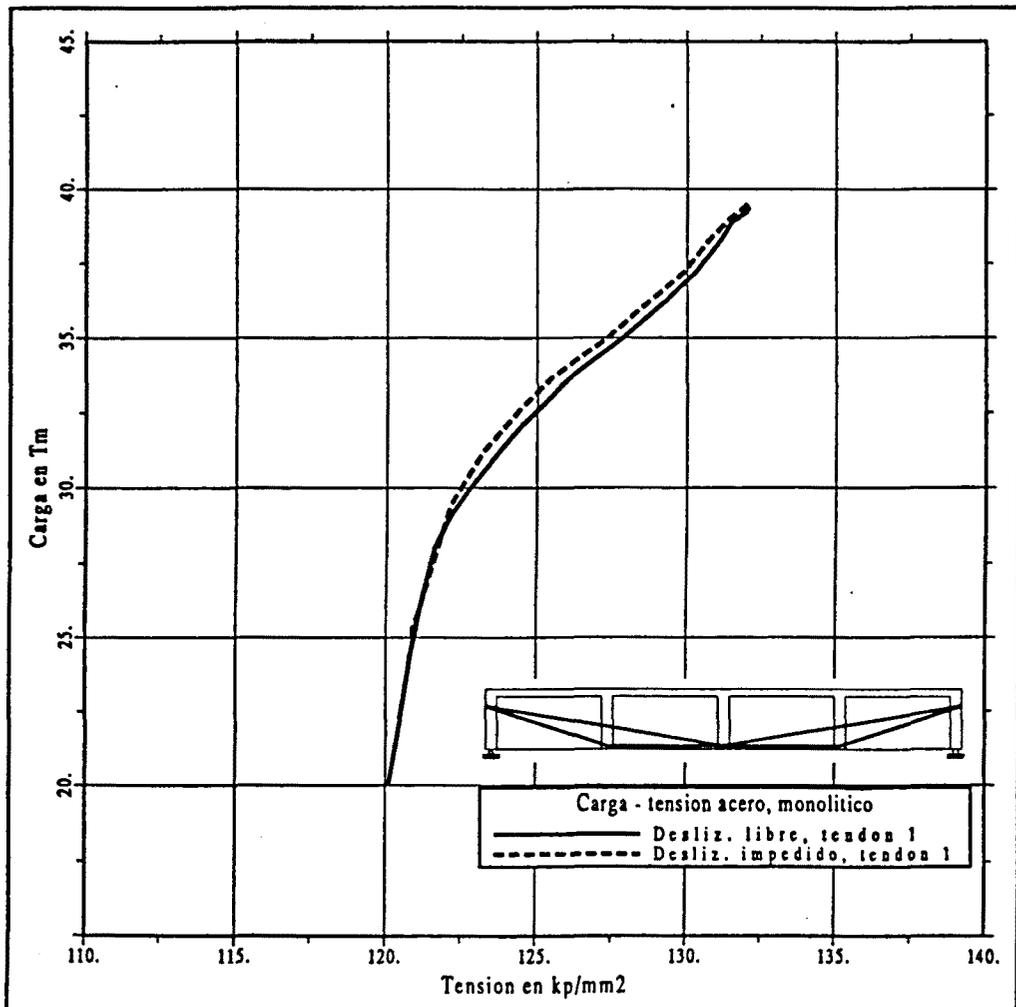


Figura 8.6.- Evolución de la tensión en la familia 1 de pretensado frente a la carga, puente isostático monolítico

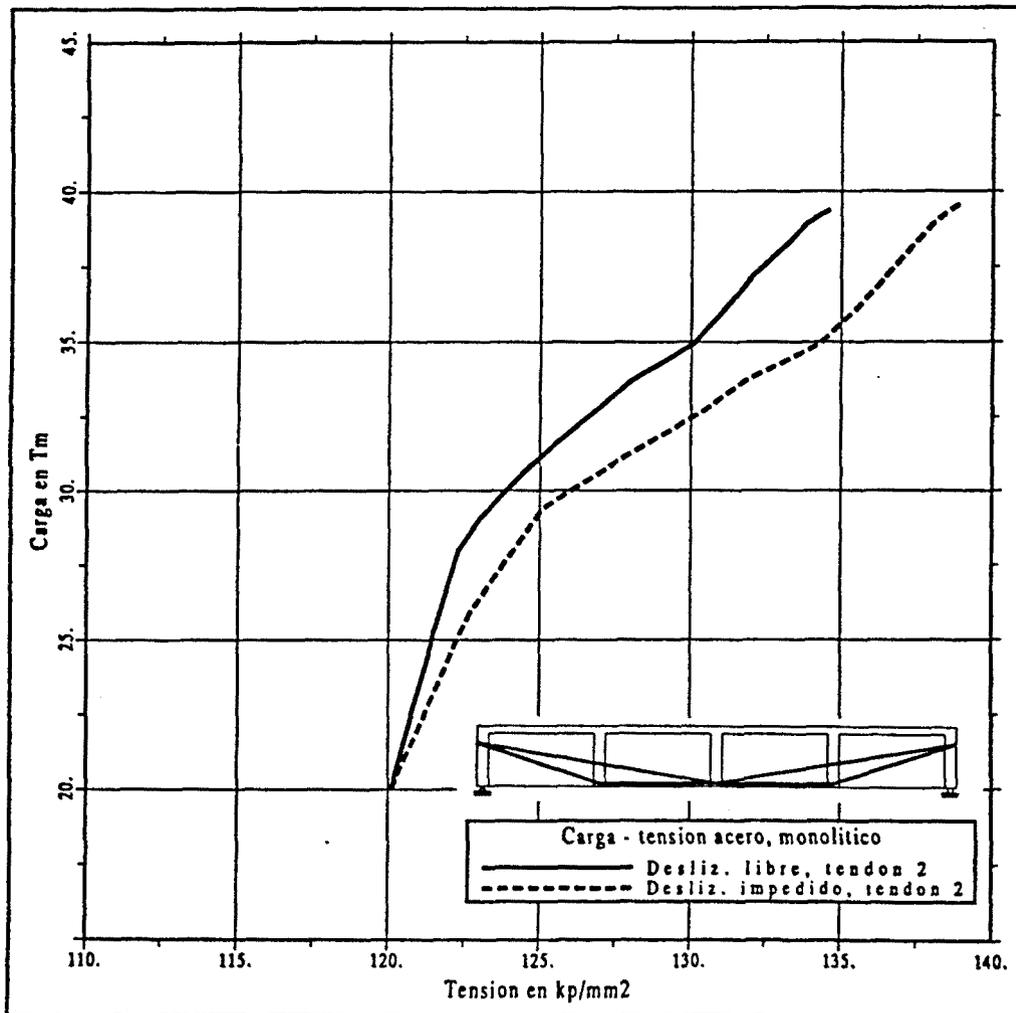


Figura 8.7.- Evolución de la tensión en la familia 2 de pretensado frente a la carga, puente isostático monolítico

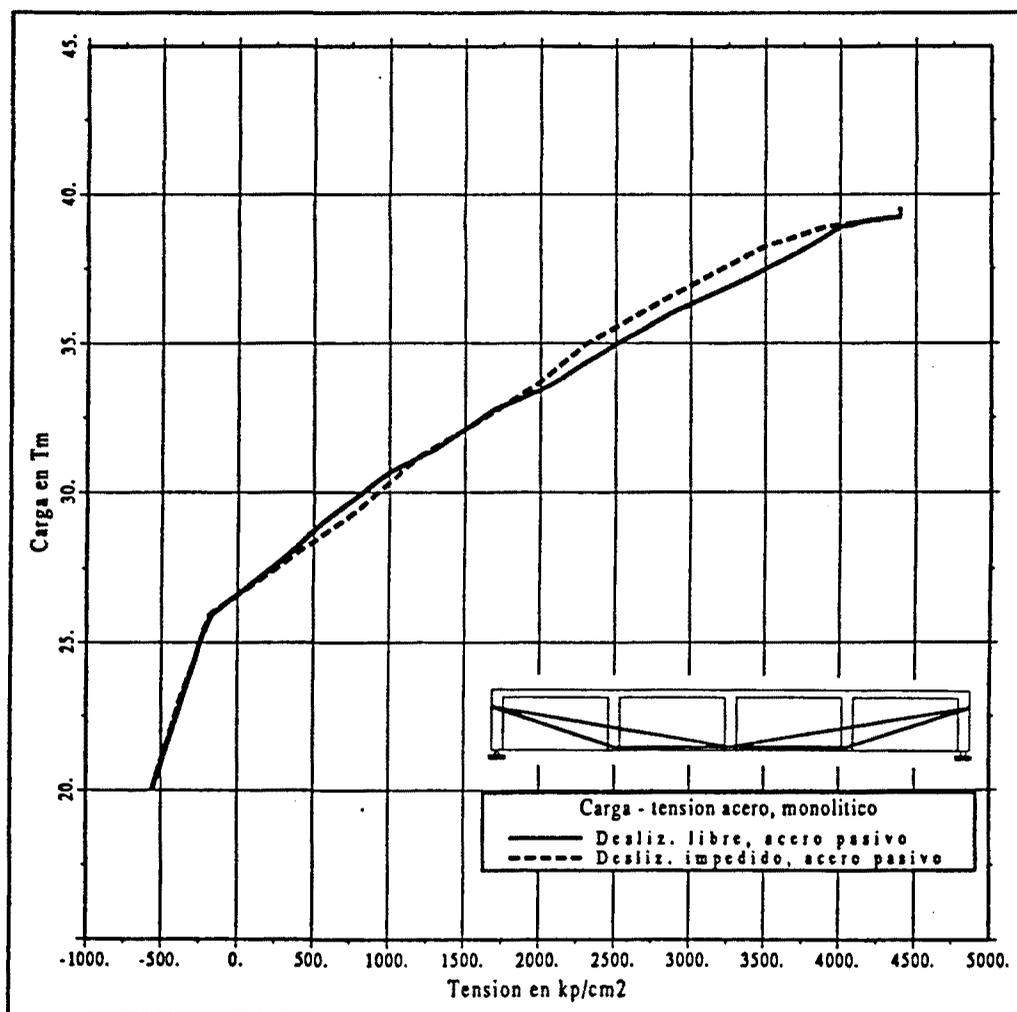


Figura 8.8.- Evolución de la tensión en la armadura pasiva frente a la carga, puente isostático monolítico

Es de destacar la similitud de la curva carga - flecha para ambas hipótesis de deslizamiento. La fisuración se ha producido, en ambos casos, para la totalidad de las cargas permanentes más 0.96 veces la sobrecarga y la carga última que alcanzan es:

- Libre deslizamiento, $\gamma_g = 1.5$, $\gamma_q = 1.58$
- Deslizamiento impedido, $\gamma_g = 1.5$, $\gamma_q = 1.61$

La poca diferencia entre resultados es debida a la escasa longitud de los tendones, que hace que el incremento de tensión sea muy semejante, sobretudo en la familia con un único desviador en centro luz (fig. 8.6).

En la familia con doble desviación la diferencia es más notoria pues, con deslizamiento impedido, la longitud del tendón se reduce y concentra en la zona de máxima deformación.

Si se comparan los incrementos de pretensado obtenidos con los previstos por el método aproximado (sin rozamiento en desviadores), resumidos en la tabla 8.2, se observa buena concordancia para la familia 1 de tendones, diferenciando ligeramente para la familia 2.

Tabla 8.2: Comparación del incremento de tensión en rotura

Método	Familia 1	Familia 2
Aproximado	10.1 Kp/mm^2	8.8 Kp/mm^2
Anal. no lineal	11.5 Kp/mm^2	13.8 Kp/mm^2

Esta diferencia obedece a haber considerado, en el método aproximado, concentrada toda la deformación en centro luz. Por tanto, la flecha en los desviadores de la familia 2, situados a cuartos de luz, es la mitad de la flecha en centro luz. Sin embargo, en el análisis no lineal, la flecha en los desviadores es 0.67 veces la de centro luz.

La flecha en rotura entre el método aproximado y el análisis no lineal difiere en 2.3 cm.

En cuanto al acero pasivo, su tensión evoluciona de forma muy similar para las dos hipótesis de deslizamiento. En el momento de la fisuración el acero pasivo se encuentra aún comprimido a causa de haber dispuesto un recubrimiento de 5 cm.

Cuando la pieza se encuentra cerca de rotura se aprecia el incremento de tensión a carga constante hasta alcanzar plastificación y rotura.

Puente isostático con dovelas prefabricadas

Se ha creído conveniente comparar estos resultados con los que se obtendrían si el mismo puente hubiera sido construido mediante dovelas prefabricadas.

Para ello, se ha dividido el tablero en 7 dovelas, de 4.30 m las 5 centrales y 4.25 m las 2 extremas. Los materiales poseen las mismas características que en el caso monolítico y se conserva la misma armadura pasiva, aunque interrumpida en las juntas, que se supone carecen resistencia a tracción.

En las figuras (8.9), (8.10), (8.11) y (8.12) se comparan los resultados obtenidos para ambos tipos de tablero, monolítico y por dovelas, en cuanto a flechas, incremento de tensión en los tendones y evolución de la tensión en el acero pasivo.

El tablero construido por dovelas presenta una carga última sensiblemente inferior al monolítico, con un comportamiento muy no lineal a partir de la apertura de juntas. De nuevo se aprecia una similitud importante entre considerar libre deslizamiento o deslizamiento impedido entre los tendones y los desviadores.

Se observa una flecha última importante, a pesar de no alcanzar ni la armadura activa ni la pasiva su límite elástico. Es una estructura que presenta un comportamiento dúctil y, a su vez, reversible, pues el hormigón no plastifica hasta que se alcanza la carga última.

La mayor deformabilidad de la viga conduce a incrementos mayores de la fuerza de pretensado respecto al caso monolítico. Sin embargo, en ningún caso se aproxima el acero activo a su límite de proporcionalidad.

El diferente comportamiento entre ambos tipos de tablero queda resaltado en la figura (8.12). En ella se observa cómo en el caso de dovelas también se produce fisuración, concomitante a la apertura de juntas, en la sección centro luz. Es debido a la relativa lejanía de las juntas (2.15 m) de dicha sección lo que provoca que se alcancen los momentos de fisuración y de apertura de juntas para cargas muy cercanas.

Sin embargo, una vez iniciada la fisuración, ésta no se propaga, quedando claramente reflejado en la evolución de la tensión en el acero pasivo, sino que toda la deformación se traduce en apertura de juntas.

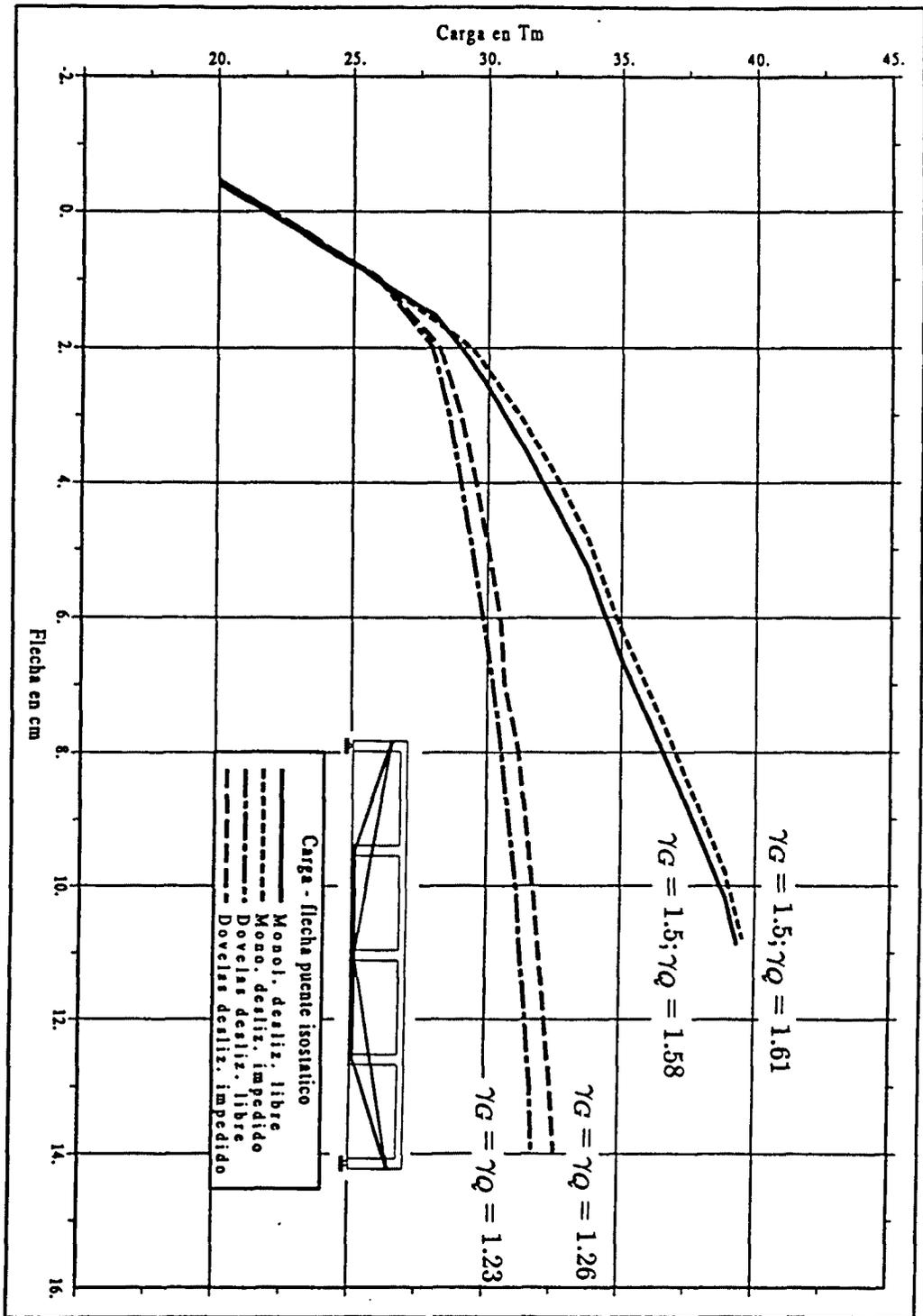


Figura 8.9.- Comparación de la evolución de la flecha frente a la carga, puente monolítico y por dovelas

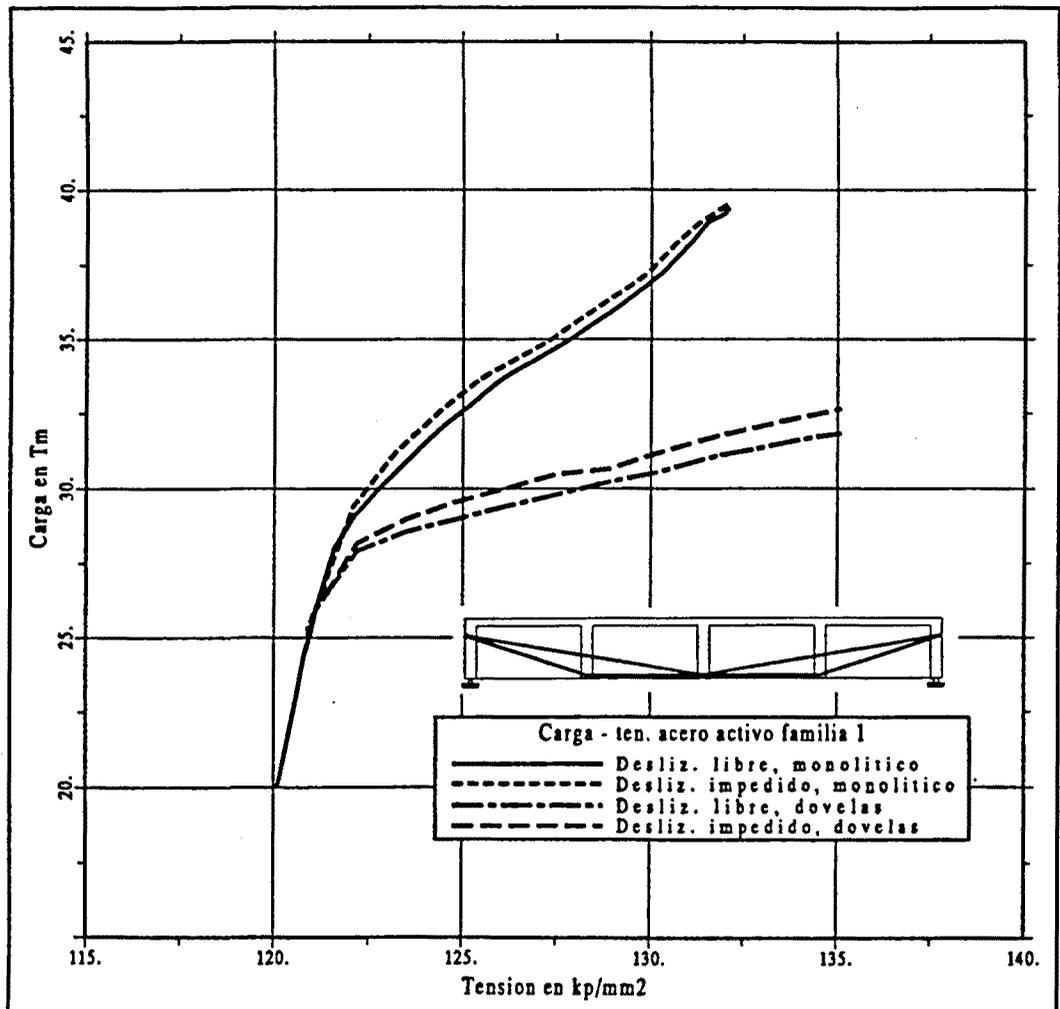


Figura 8.10.- Comparación entre la evolución de la tensión, en los tendones de la familia 1 de pretensado, frente a la carga, para puente monolítico y para puente por dovelas

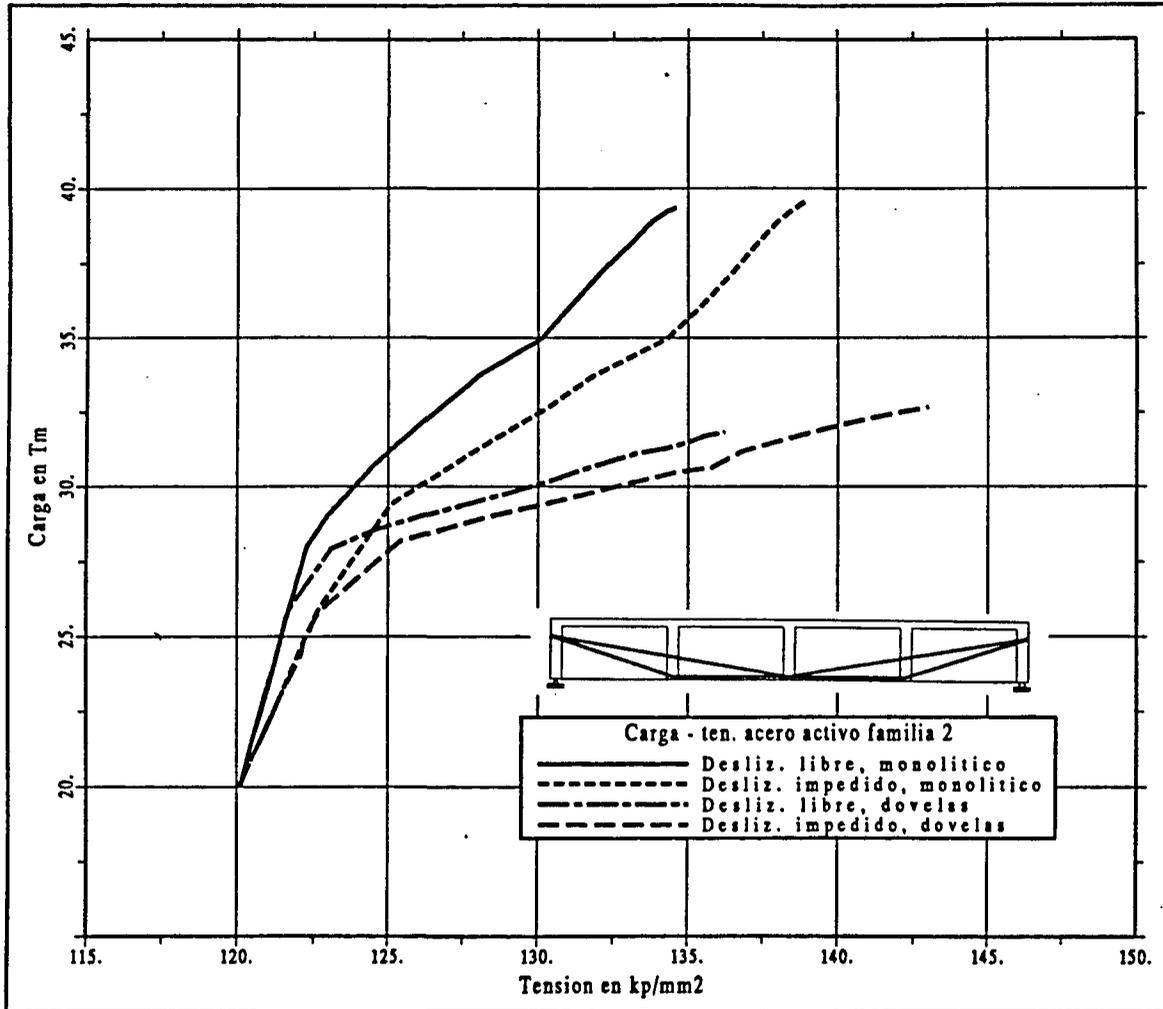


Figura 8.11.- Comparación entre la evolución de la tensión, en los tendones de la familia 2 de pretensado, frente a la carga, para puente monolítico y para puente por dovelas

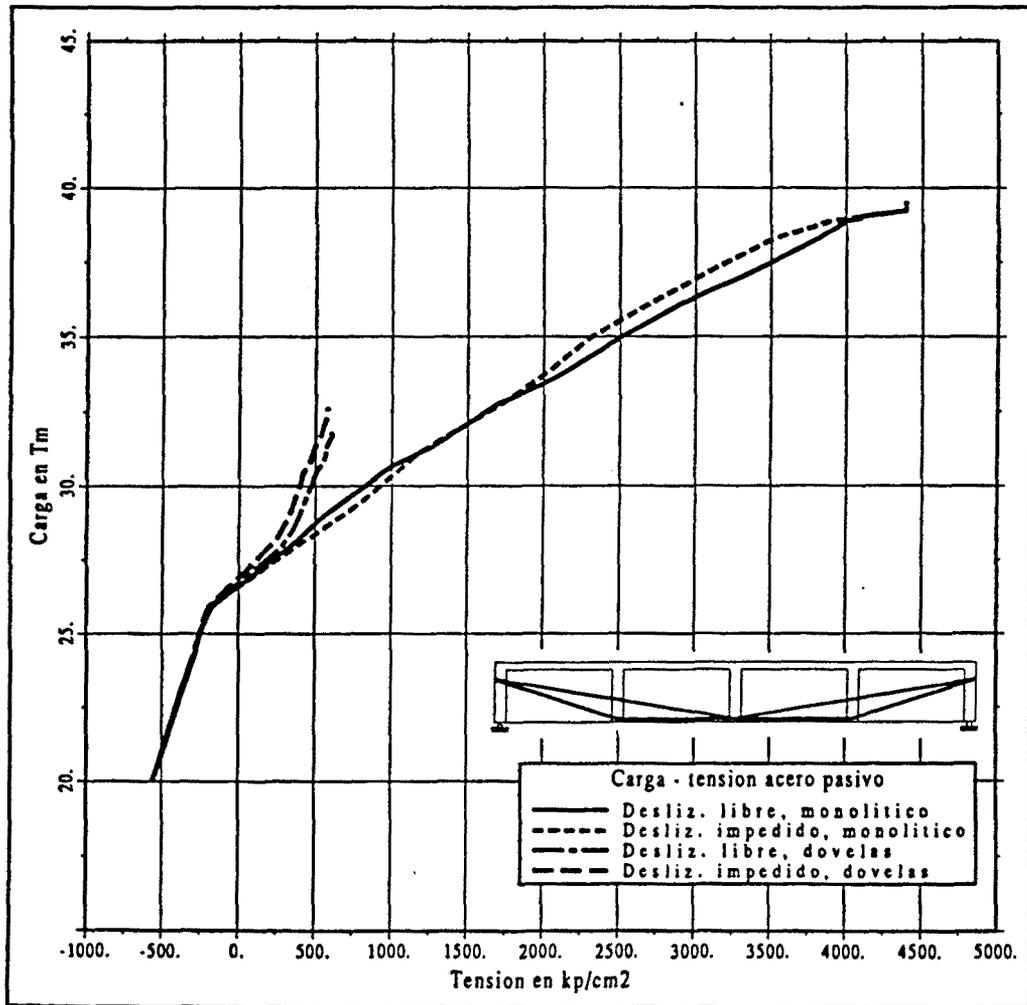


Figura 8.12- Comparación entre la evolución de la tensión en el acero pasivo frente a la carga para puente monolítico y para puente por dovelas

8.3.- EJEMPLO PUENTE CONTINUO

La Cátedra de Puentes de la Escuela de Ingenieros de Caminos de Barcelona ha dirigido y asesorado el proyecto de un puente de 3 vanos (40 + 51 + 40 m), que presenta la peculiaridad de haber sido diseñado con pretensado totalmente exterior y con hormigón de alta resistencia (H - 600).

A partir de la idea de utilización exclusiva de pretensado exterior, se hizo evidente la necesidad de aprovechar al máximo las ventajas de esta técnica. Entre ellas, las siguientes:

- Reducción del peso propio del tablero. La inexistencia de vainas que discurran por las almas del tablero permite reducir el espesor de éstas al mínimo resistente. Si además se adopta una sección en π , el ahorro de peso se incrementa al prescindir del forjado inferior.

Tanto la reducción del espesor de las almas como la adopción de la sección en π conllevan la utilización de hormigón de alta resistencia. Por una lado, es necesario asegurar la resistencia de las almas frente al aplastamiento por solicitaciones tangentes y, por otro, deben poderse alojar las compresiones que aparecen en zonas de momento negativo, así como cumplir la limitación de compresión máxima para zonas de momento positivo en vacío.

Esta limitación de compresión máxima para evitar microfisuración longitudinal ($f_{ck}/1.6$), fue la que obligó a introducir sendos talones en las almas del ejemplo isostático anterior, para poder utilizar un hormigón de resistencia habitual.

- Posibilidad de sustitución de los tendones. Para que esta posibilidad sea real, deben adoptarse medidas que faciliten la operación de sustitución. En este caso se adoptó que los únicos anclajes estuvieran situados en las traviesas de estribo, discurriendo los tendones sobre la totalidad del tablero, gracias a la moderada longitud total del mismo. En ambos estribos se han dispuesto sendas cámaras visitables donde se pueden realizar todas las operaciones de sustitución incluso con tráfico abierto.

Como se verá más adelante, esta disposición de anclajes tiene importantes repercusiones en el comportamiento estructural.

8.3.1.- Descripción del puente

En las figuras (8.13), (8.14) y (8.15) se muestra una sección longitudinal, la sección transversal y el trazado de pretensado respectivamente.

Las acciones que se han considerado son:

- a) El peso propio del tablero.
- b) Una carga permanente de 3.58 Tm/m .

- c) Las acciones del tren de cargas español ($q = 400 \text{ Kp/m}^2$; $Q = 60 \text{ Tm}$),
asumiendo la hipótesis de situación centrada del carro.

Características del hormigón:

- a) Resistencia característica a la compresión, $f_{ck} = 600 \text{ Kp/cm}^2$
- b) Coeficiente de minoración de resistencia, $\gamma_c = 1.5$
- c) Coeficiente de cansancio, $k = 0.85$
- d) Deformación máxima del hormigón en compresión centrada, $\epsilon_{c1} = 0.002$
- e) Deformación máxima del hormigón en flexocompresión, $\epsilon_{cu} = 0.0028$
- f) Resistencia a flexotracción, $f_{ct} = 31 \text{ Kp/cm}^2$
- g) Módulo de elasticidad, $E_c = 410000 \text{ Kp/cm}^2$
- h) Diagrama tensión - deformación: parábola - rectángulo.

Características del acero pasivo:

- a) Acero pasivo AEH-500N , $f_{yk} = 5100 \text{ Kp/cm}^2$
- b) Coeficiente de seguridad, $\gamma_s = 1.15$
- c) Módulo de elasticidad, $E_s = 2.1 \cdot 10^6 \text{ Kp/cm}^2$

Características del acero de pretensado:

- a) Acero de pretensado, $f_{pmax} = 190 \text{ Kp/mm}^2$, $f_{p0.2\%} = 170 \text{ Kp/mm}^2$
- b) Módulo de elasticidad, $E_p = 1.9 \cdot 10^6 \text{ Kp/cm}^2$
- c) Coeficiente de seguridad, $\gamma_p = 1.15$
- d) Coeficiente de rozamiento en curva, $\mu = 0.12$
- e) Coeficiente de rozamiento parásito, $K = 0$
- f) Penetración de cuñas, $a = 6 \text{ mm}$
- g) Tensión inicial al tesar, $\sigma_{p,i} = 145 \text{ Kp/mm}^2$
- h) Pretensado constituido por 14 tendones formados por 27 cordones de 0.6 pulgadas de diámetro.

En el proyecto se consideró un incremento de fuerza de pretensado en rotura nulo, haciéndose necesario disponer, en las secciones de vano, armadura pasiva para cubrir la diferencia entre el momento de sollicitación y el de respuesta.

Así, en el vano lateral se dispusieron 2 ϕ 25 a 4 cm del paramento inferior más 3 niveles de 2 ϕ 16 separados 10 cm, por alma.

En el vano central se dispusieron 3 niveles de 3 ϕ 25 a 4, 9 y 14 cm, respectivamente, del paramento inferior, más otros 3 niveles de 2 ϕ 25 separados 5 cm, todo ello por alma.

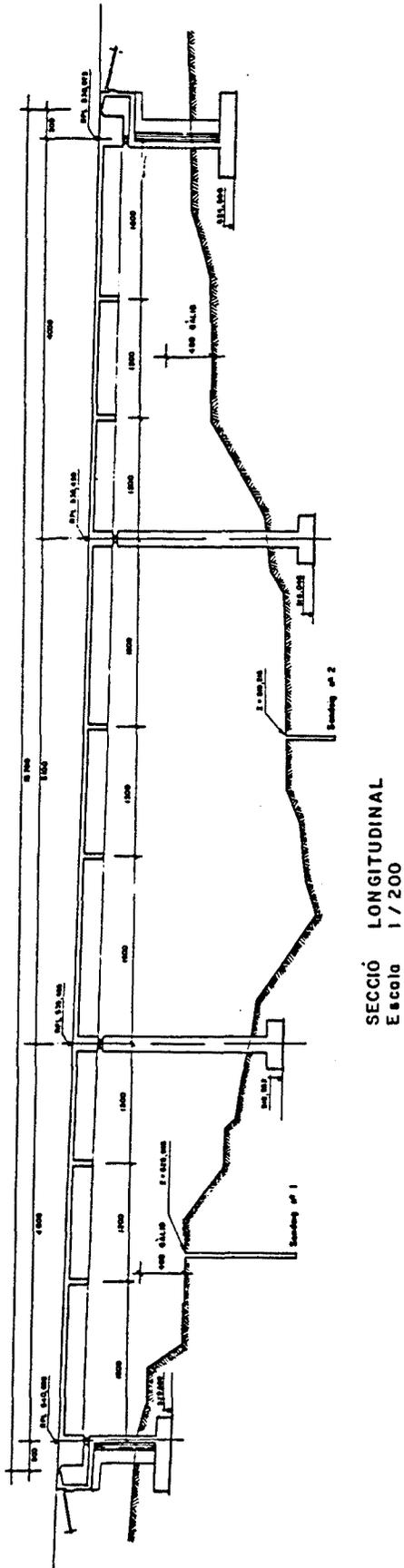
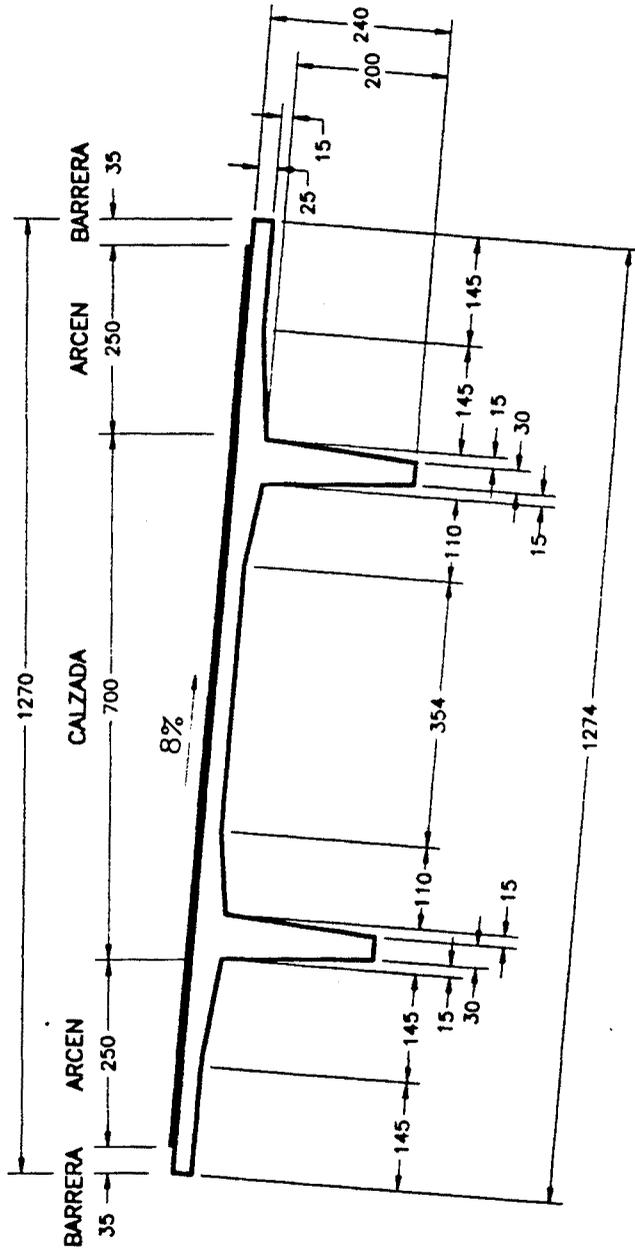


Figura 8.13.- Sección longitudinal del puente ejemplo



SECCION TIPO

ESCALA 1:100

Figura 8.14.- Sección transversal del puente ejemplo

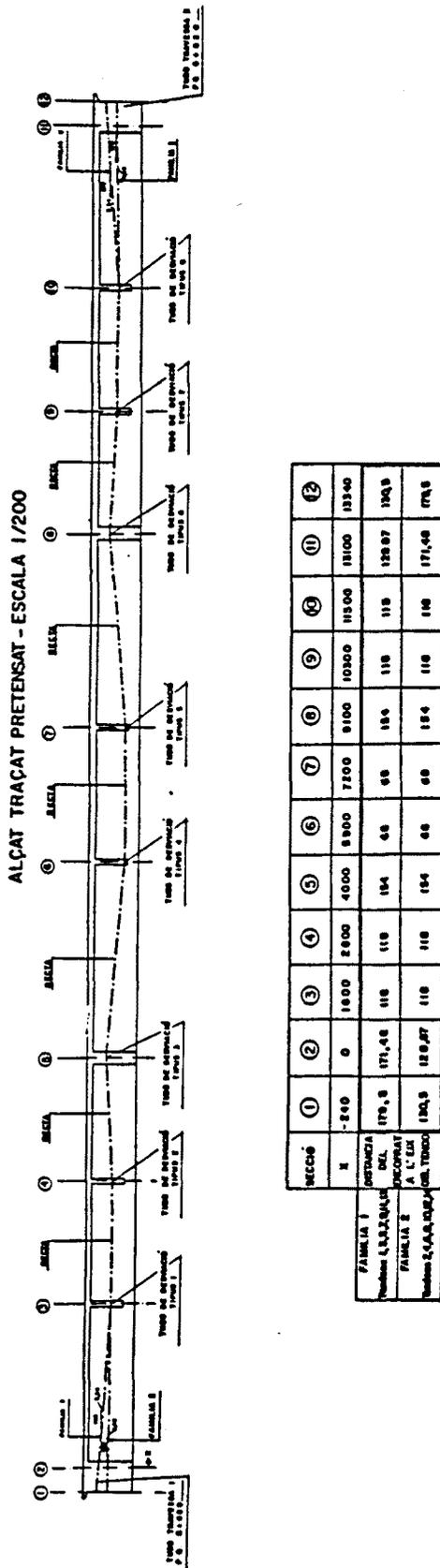


Figura 8.15.- Trazado de pretensado del puente ejemplo

8.3.2.- Resultados obtenidos

Para realizar el análisis del ejemplo hasta rotura se procedió a su discretización en 68 elementos longitudinales, de longitud variable entre 1.5 y 2 m, y discretización transversal en 25 cuadriláteros con 25 puntos de integración cada uno de ellos. Se definieron 3 tipos de secciones transversales correspondientes a sección de vano, sección de apoyo y sección intermedia.

Se han evaluado 5 hipótesis de carga:

- 1- Sobrecarga sobre todo el tablero.
- 2- Sobrecarga sólo en vano central.
- 3- Sobrecarga en vano lateral y vano central.
- 4- Sobrecarga en ambos vanos laterales.
- 5- Sobrecarga en un solo vano lateral.

Para cada una de estas hipótesis el proceso de carga de la estructura se ha dividido en tres etapas principales:

- **Etapla I:** Esta etapa parte de la estructura en vacío, es decir peso propio más carga permanente más pretensado ($G + P$), y llega a la situación de servicio ($G + P + Q$) añadiendo una sobrecarga $[(G + P) + \gamma_Q Q, \quad 0 \leq \gamma_Q \leq 1]$.
- **Etapla II:** Esta etapa parte de la situación de servicio ($G + P + Q$) y llega a la situación de estado límite último que marca la Instrucción ($1.5 G + P + 1.5 Q$) aumentando simultáneamente la sobrecarga y las cargas muertas $[(G + P + Q) + \gamma^* (G + Q), \quad 0 \leq \gamma^* \leq 0.5]$.
- **Etapla III:** Una vez alcanzado el nivel de estado límite último marcado por la Instrucción se continua aumentando la sobrecarga hasta alcanzar rotura $[1.5 G + P + \gamma_Q Q, \quad \gamma_Q \geq 1.5]$.

P es el valor inicial después de pérdidas instantáneas. Su incremento con la deformación se tiene en cuenta de forma automática en el cálculo.

En las figuras (8.16) a (8.30) se presentan los resultados de este análisis. Para cada hipótesis de carga se han obtenido 3 curvas:

- 1- Carga - flecha.
- 2- Carga - momento exterior (cargas exteriores más hiperestático de pretensado) para las secciones de máximo momento positivo y negativo.
- 3- Carga - tensión en el acero activo.

En todos los casos se han representado conjuntamente la hipótesis de libre deslizamiento y la de deslizamiento impedido en desviadores. En el eje de abscisas se representa siempre la variable a cuantificar, mientras que en ordenadas se representa la carga, diferenciándose las tres etapas descritas anteriormente.

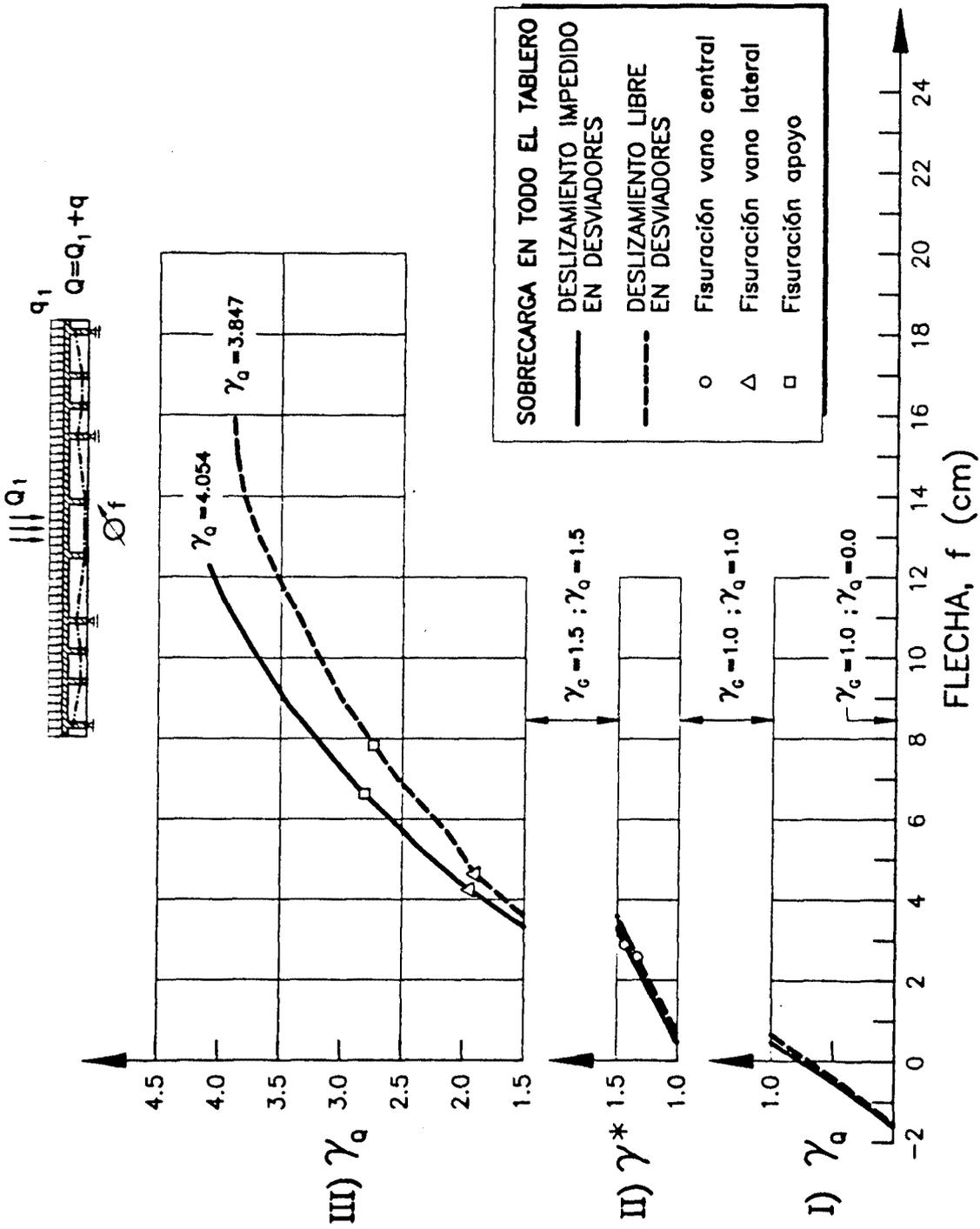


Figura 8.16.- Evolución de la flecha frente a la carga, sobrecarga en todo el tablero

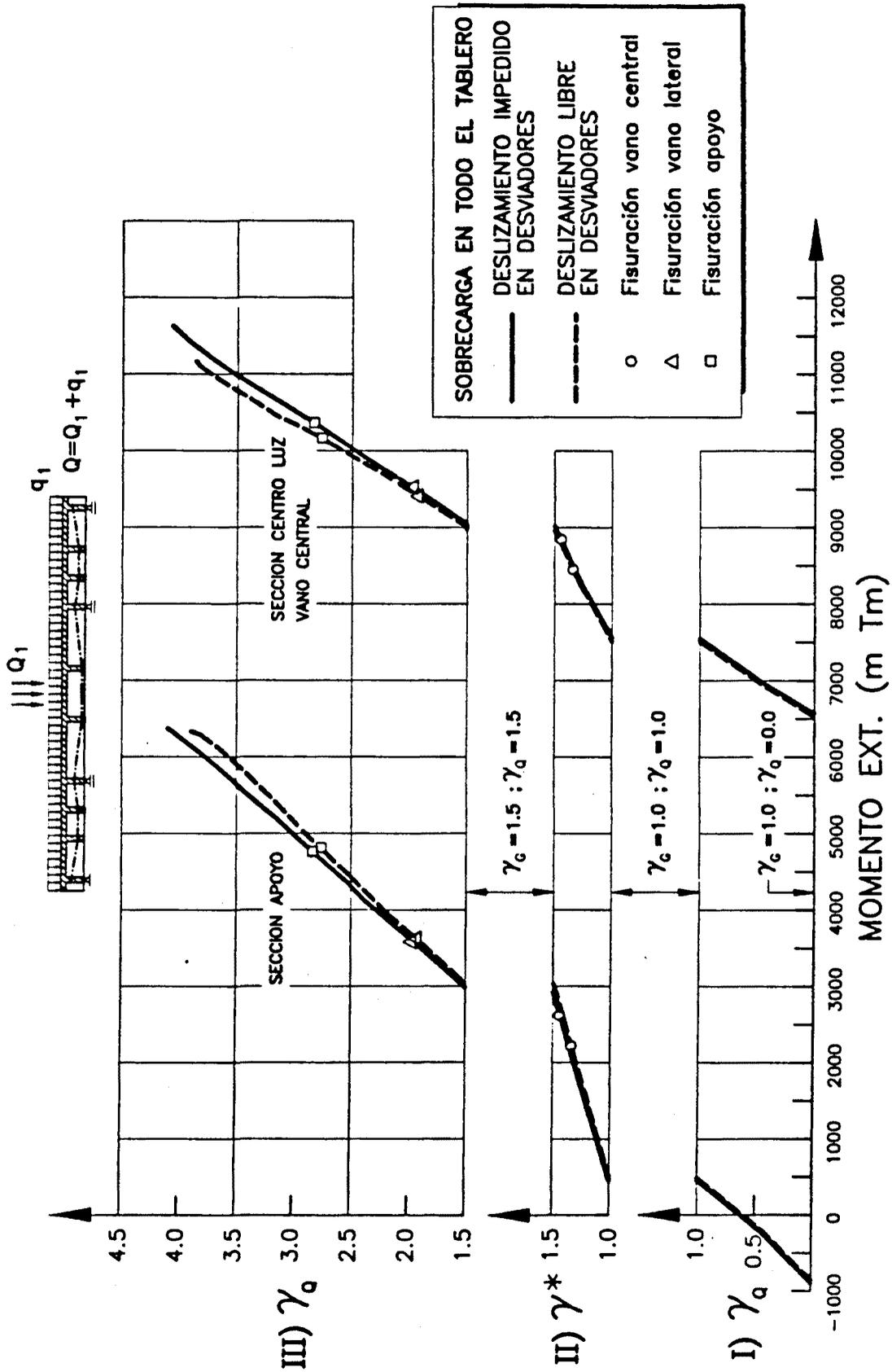


Figura 8.17.- Evolución del momento exterior frente a la carga, sobrecarga en todo el tablero

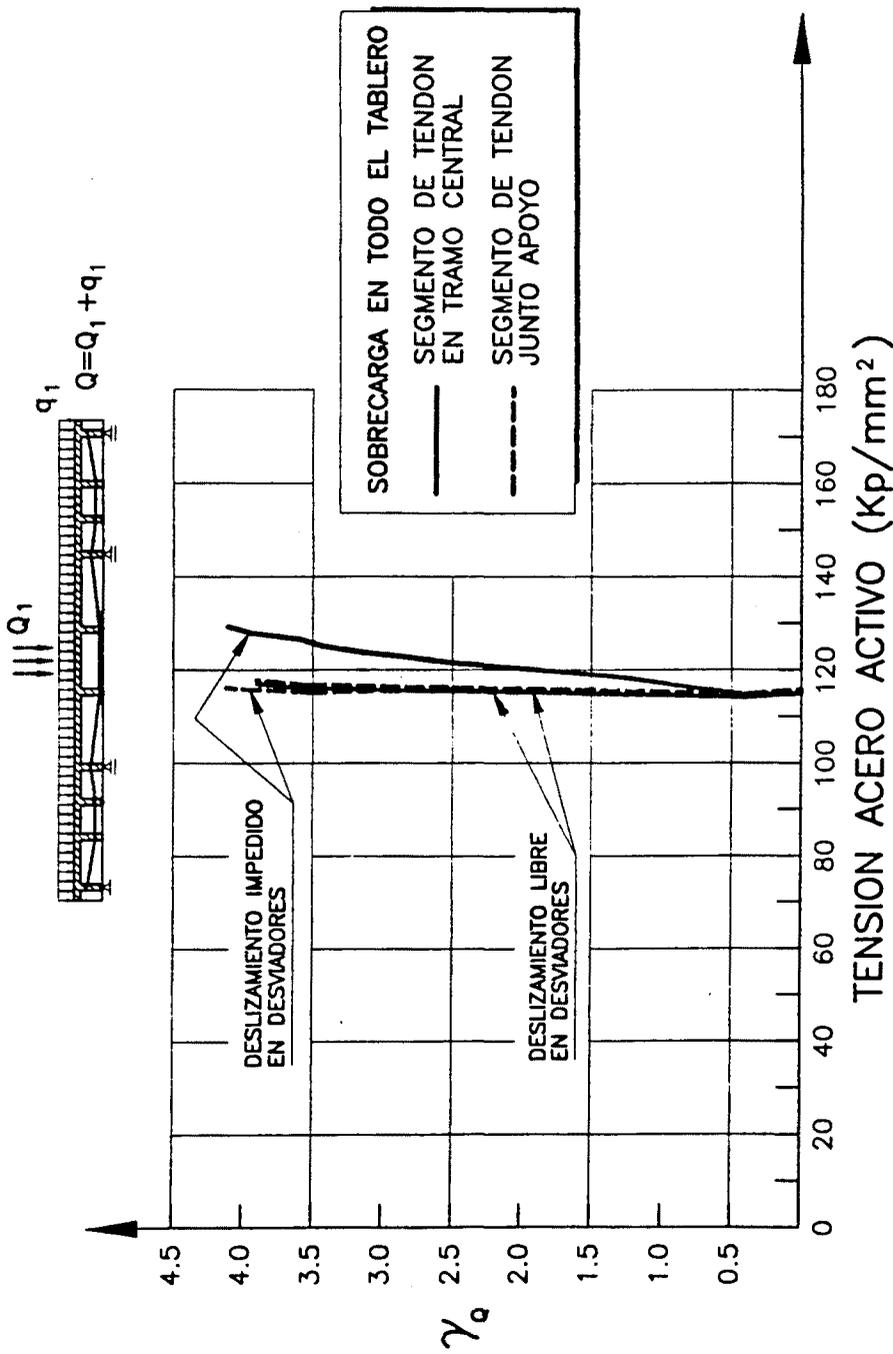


Figura 8.18.- Evolución de la tensión en el acero activo frente a la carga, sobrecarga en todo el tablero

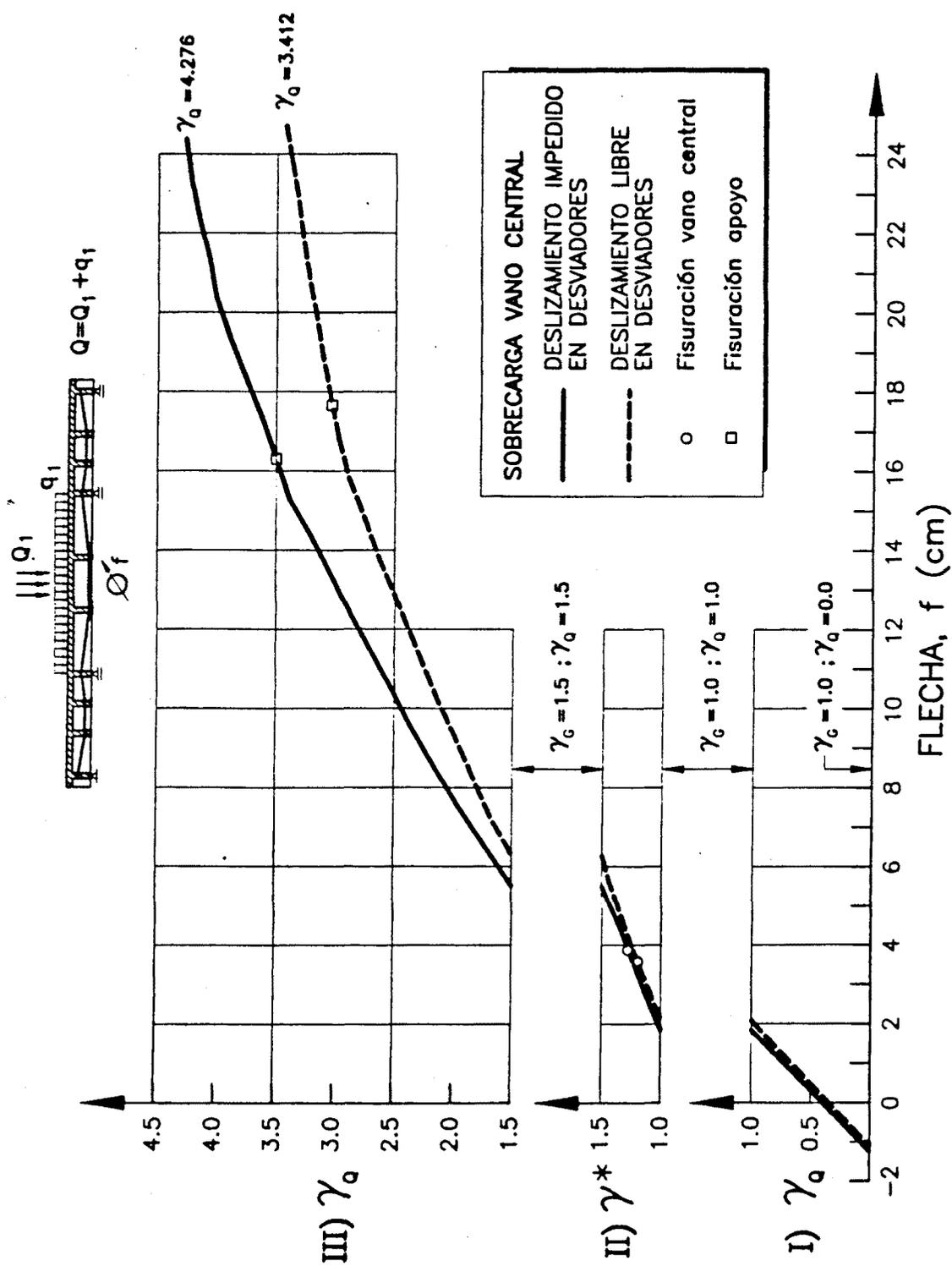


Figura 8.19.- Evolución de la flecha frente a la carga, sobrecarga en vano central

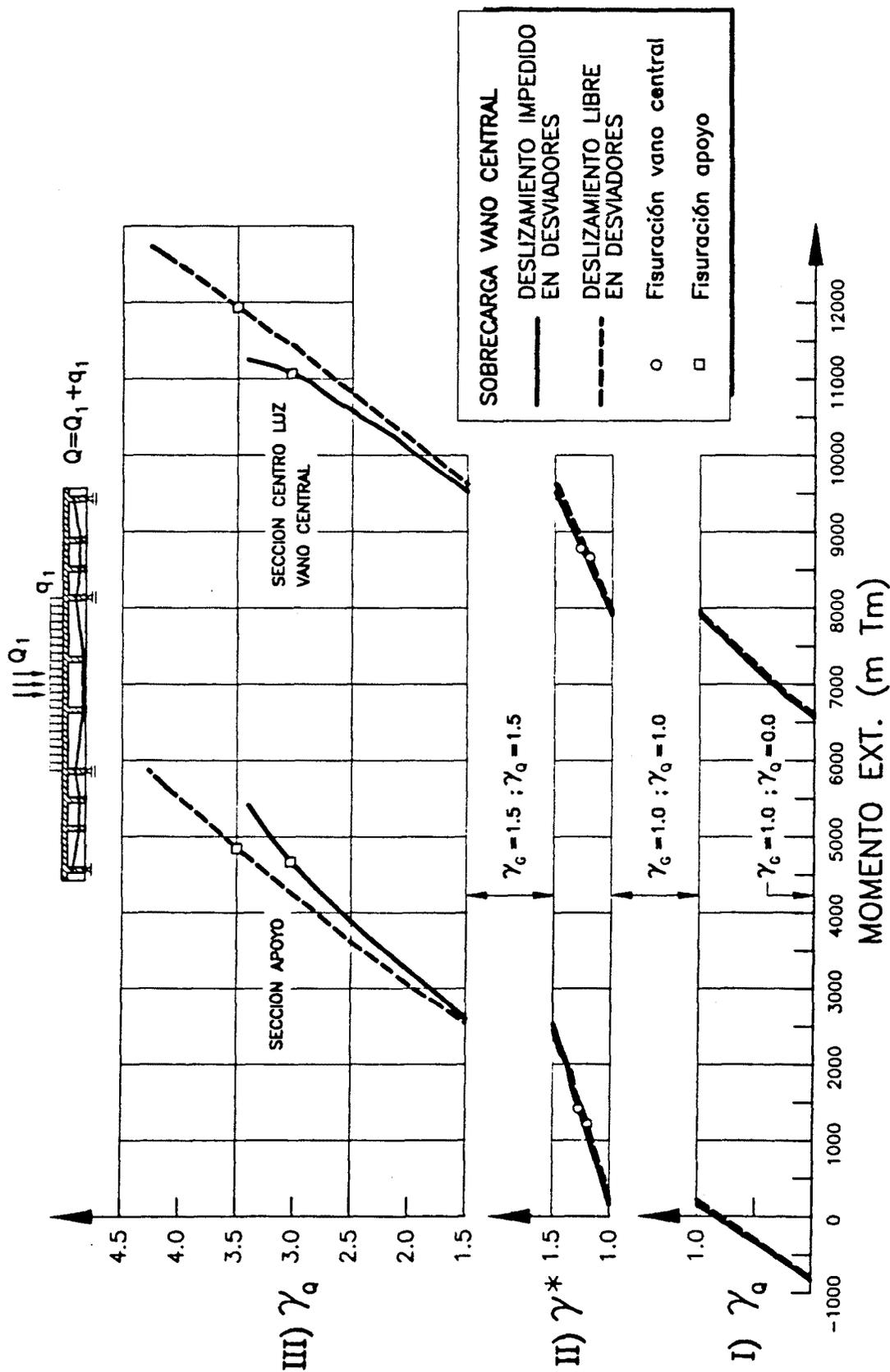


Figura 8.20.- Evolución del momento exterior frente a la carga, sobrecarga en vano central

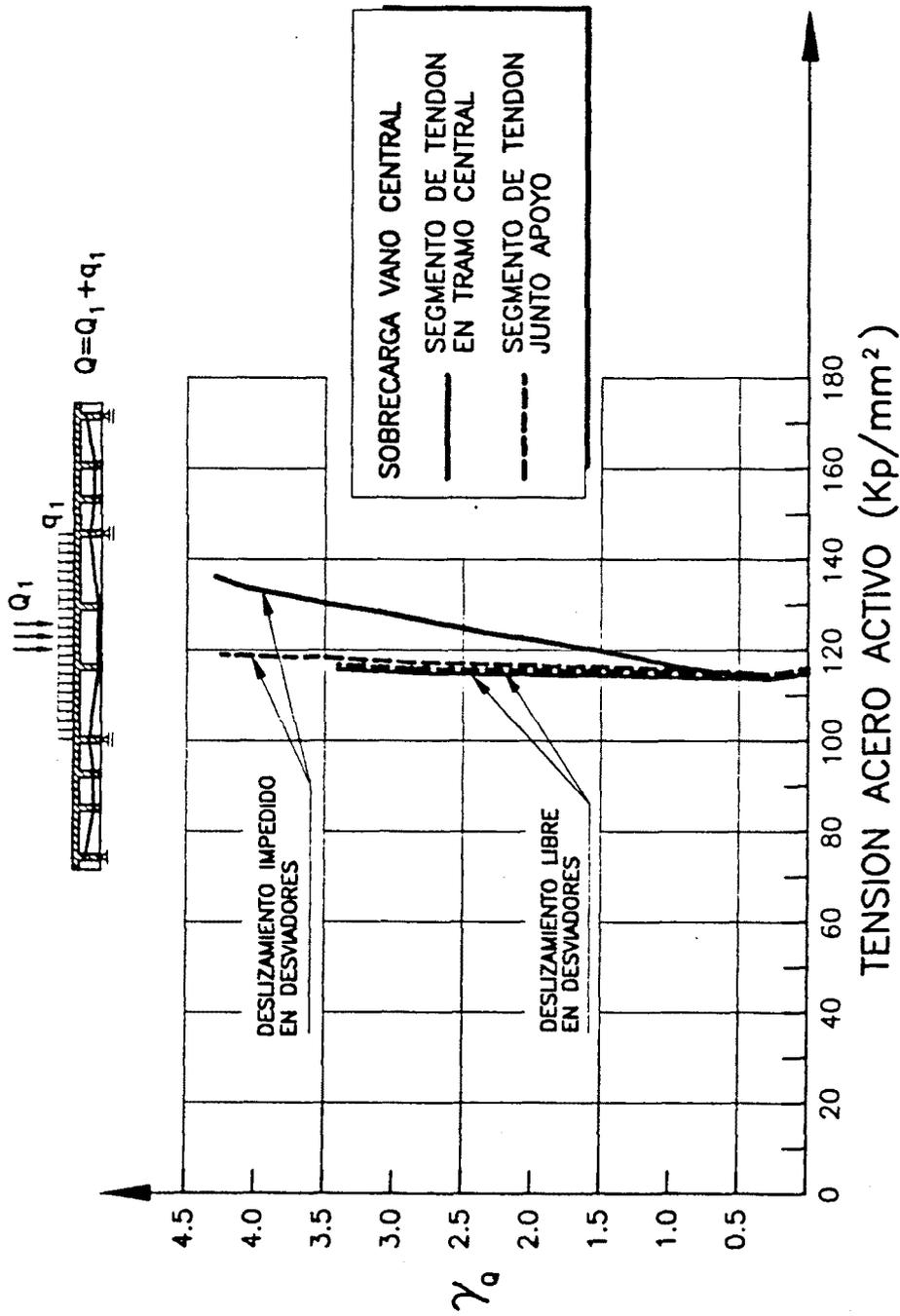


Figura 8.21.- Evolución de la tensión en el acero activo frente a la carga, sobrecarga en vano central

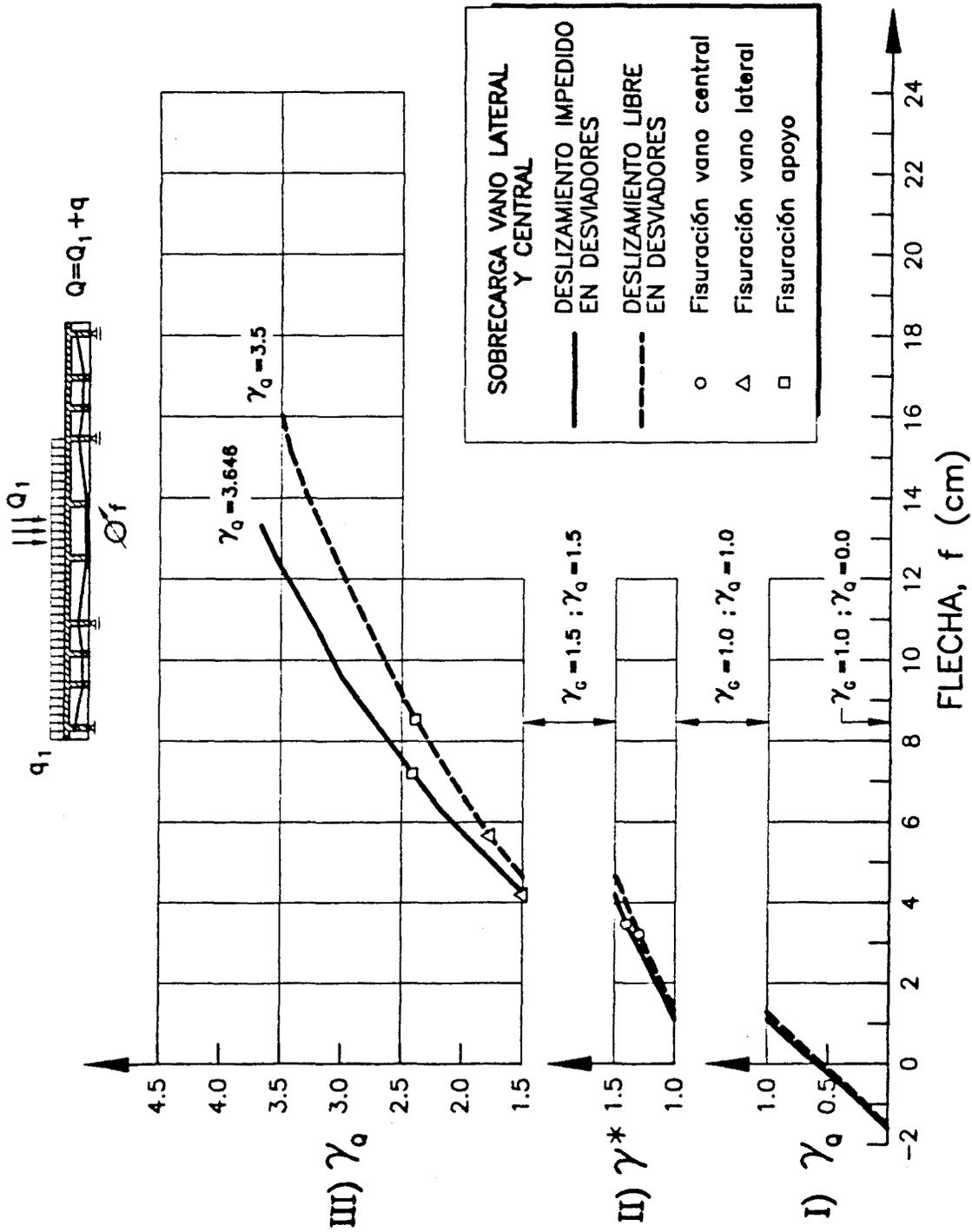


Figura 8.22.- Evolución de la flecha frente a la carga, sobrecarga en vano central + vano lateral

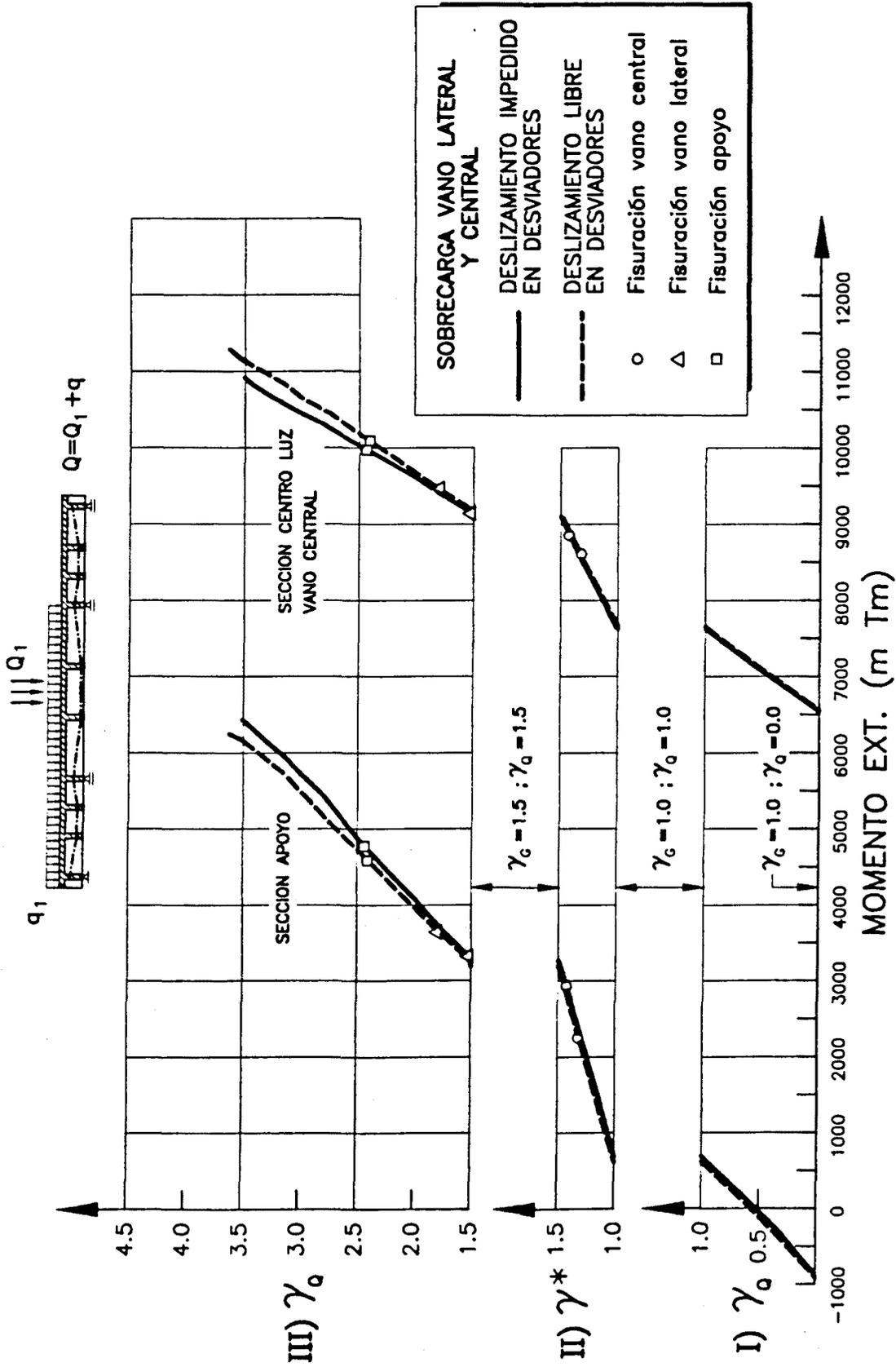


Figura 8.23.- Evolución del momento exterior frente a la carga, sobrecarga en vano central + vano lateral

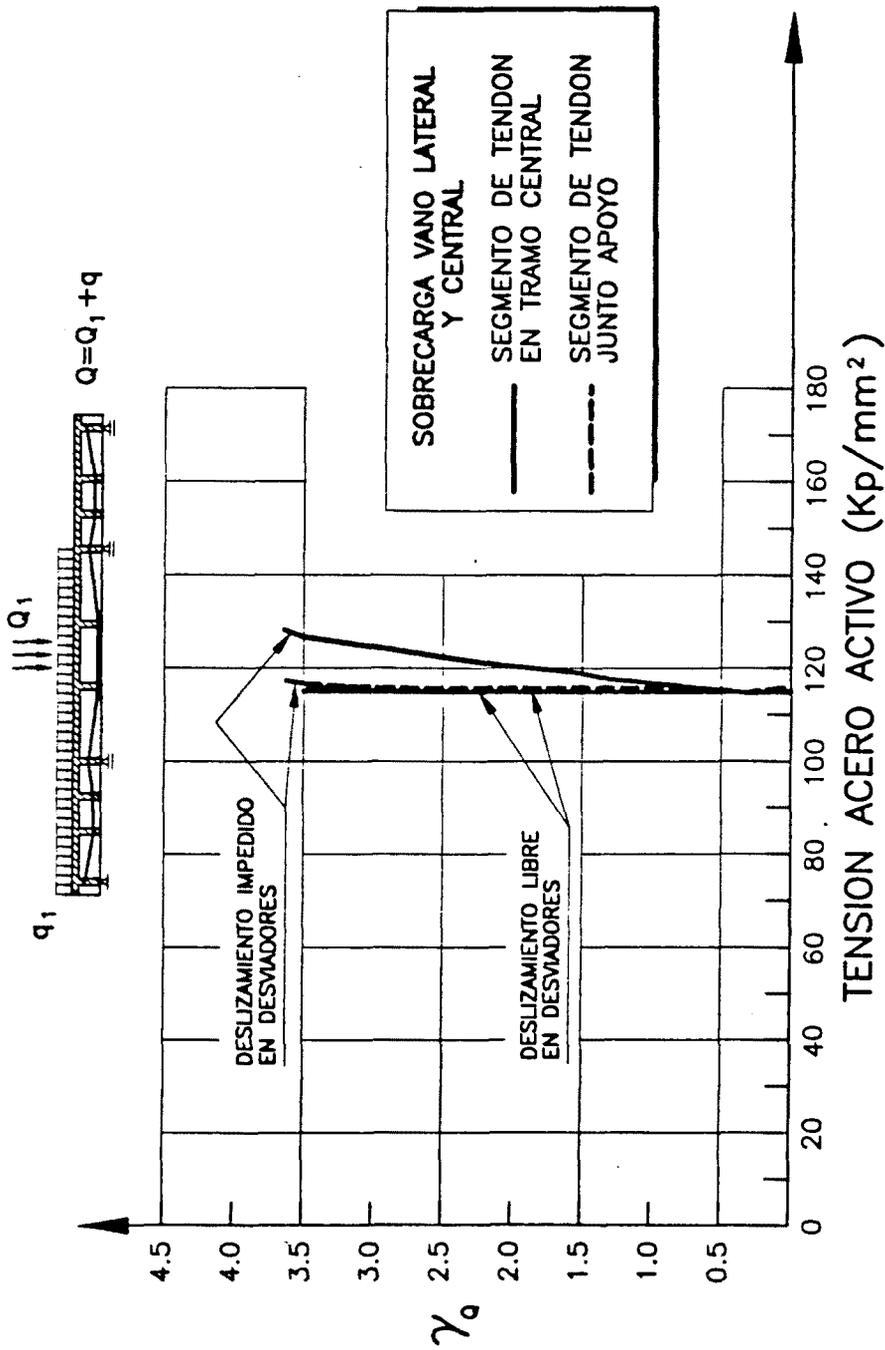


Figura 8.24.- Evolución de la tensión en el acero activo frente a la carga, sobrecarga en vano central + vano lateral

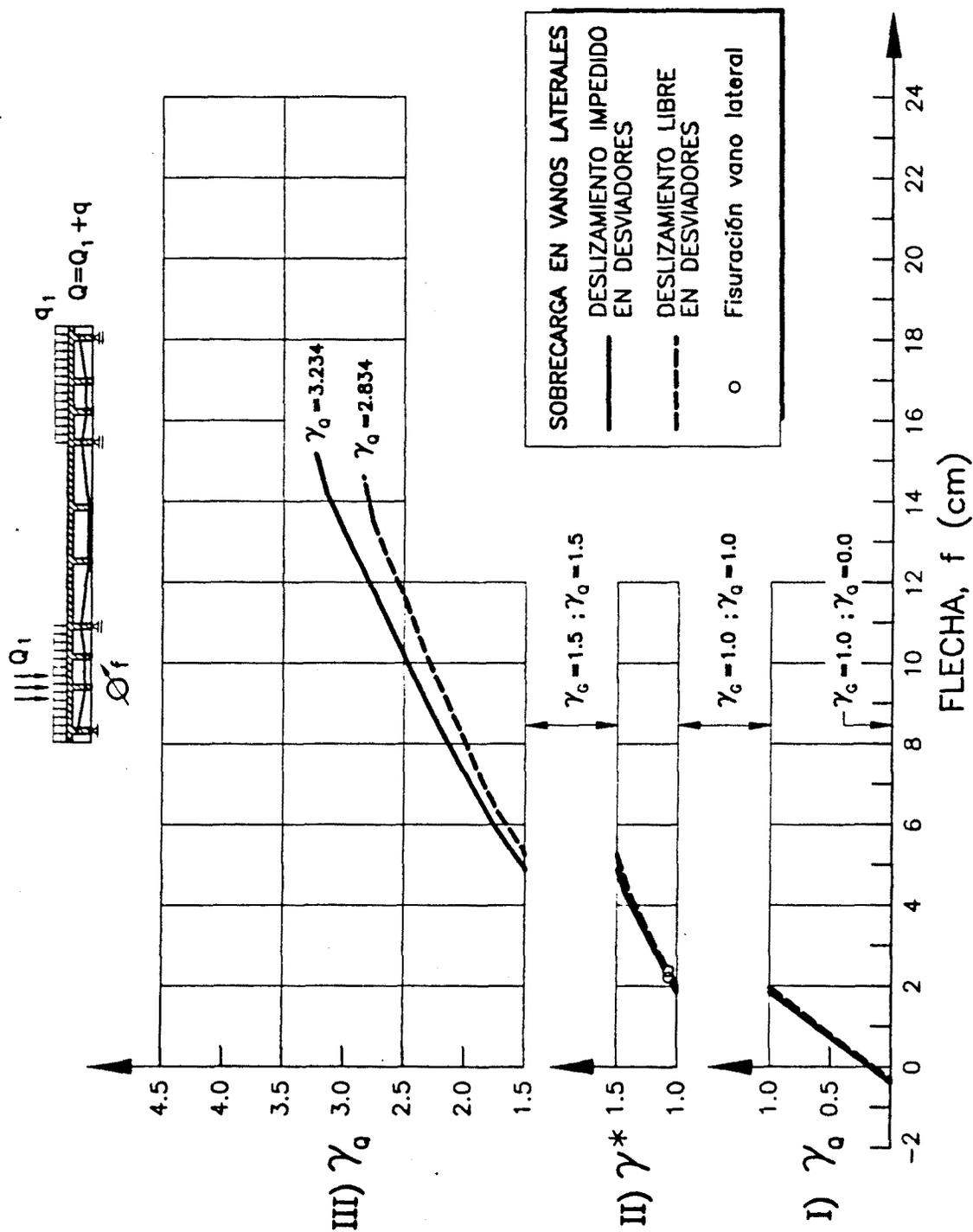


Figura 8.25.- Evolución de la flecha frente a la carga, sobrecarga en vanos laterales

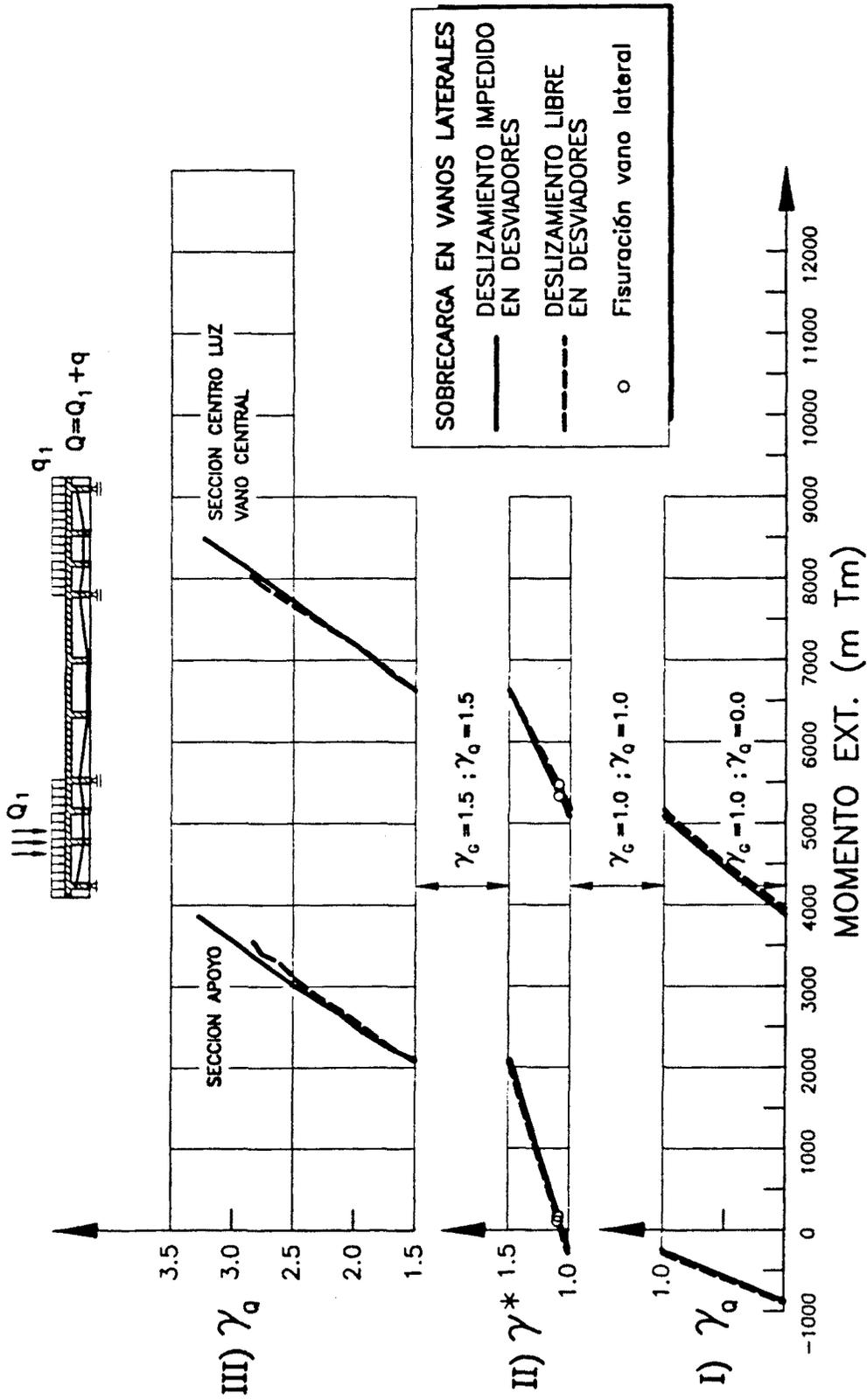


Figura 8.26.- Evolución del momento exterior frente a la carga, sobrecarga en vanos laterales

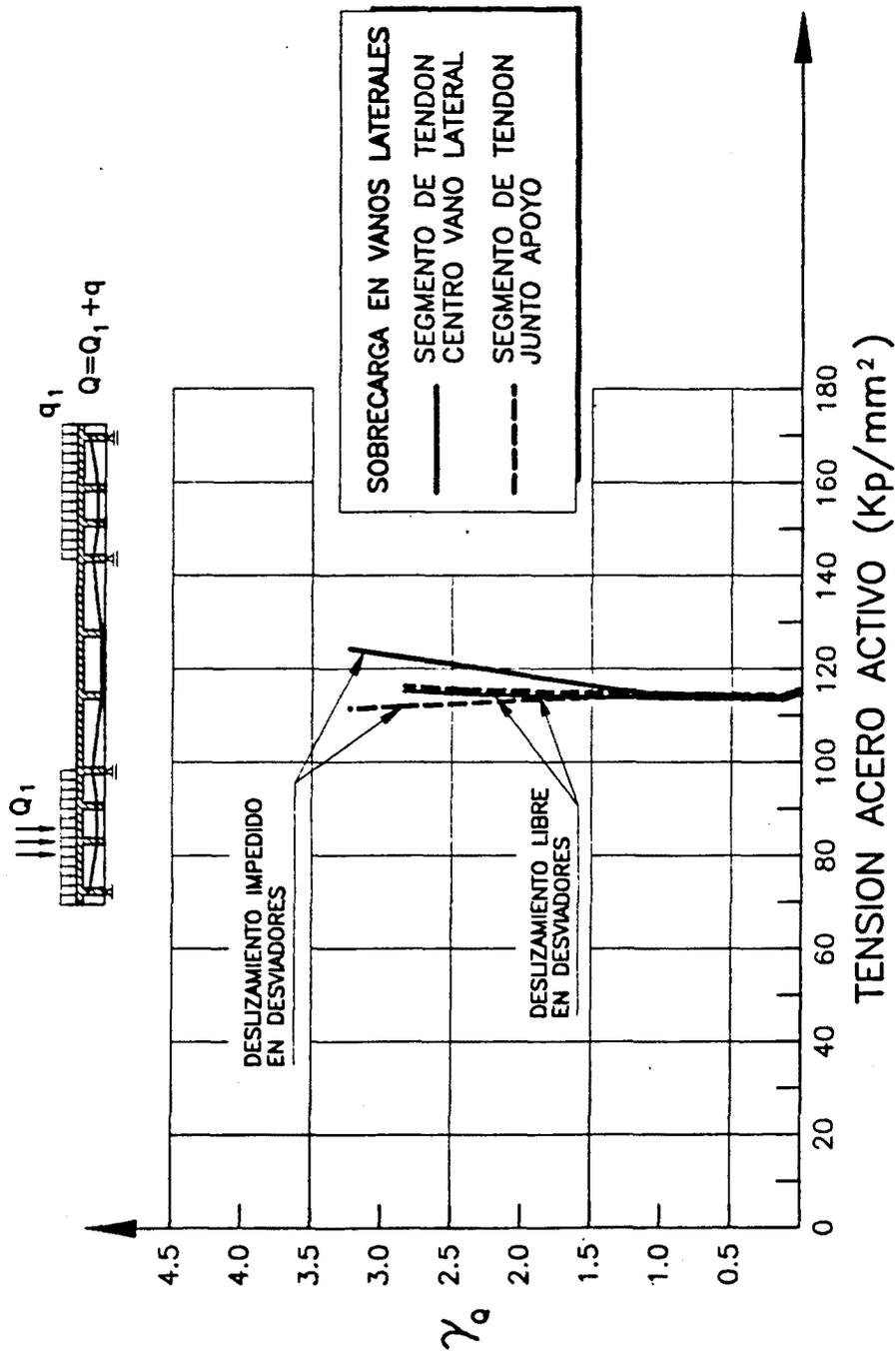


Figura 8.27.- Evolución de la tensión en el acero activo frente a la carga, sobrecarga en vanos laterales

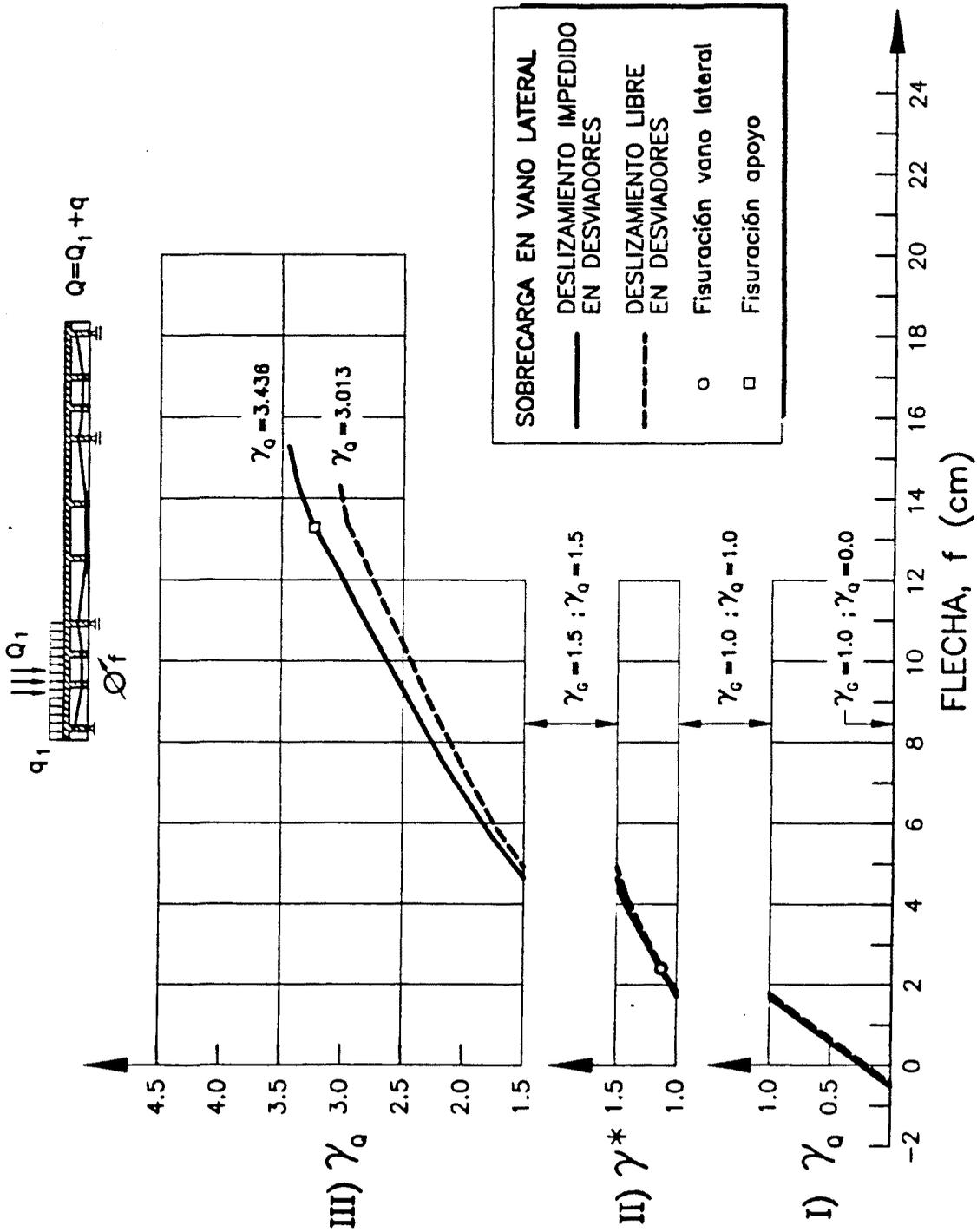


Figura 8.28.- Evolución de la flecha frente a la carga, sobrecarga en vano lateral

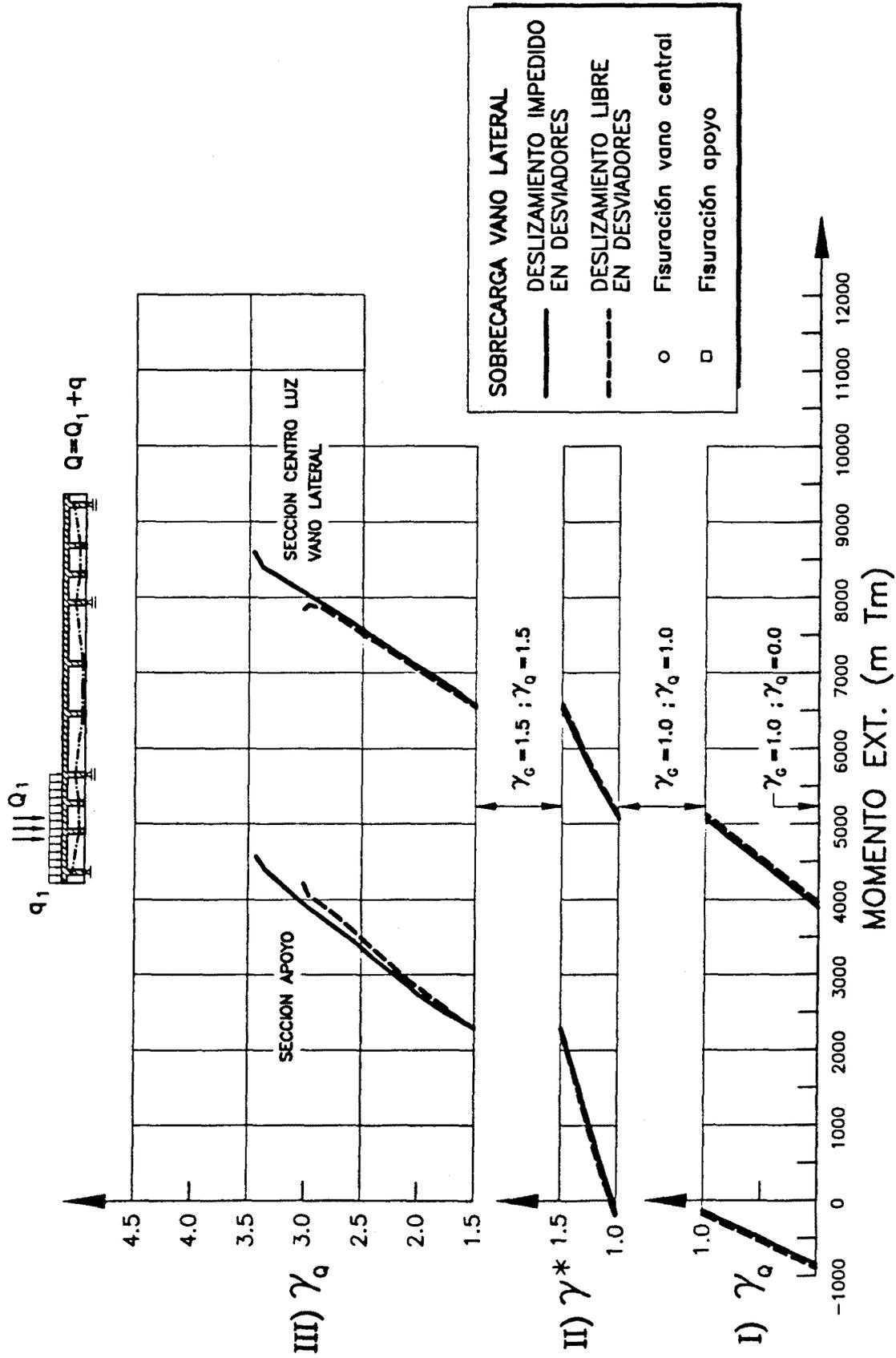


Figura 8.29.- Evolución del momento exterior frente a la carga, sobrecarga en vano lateral

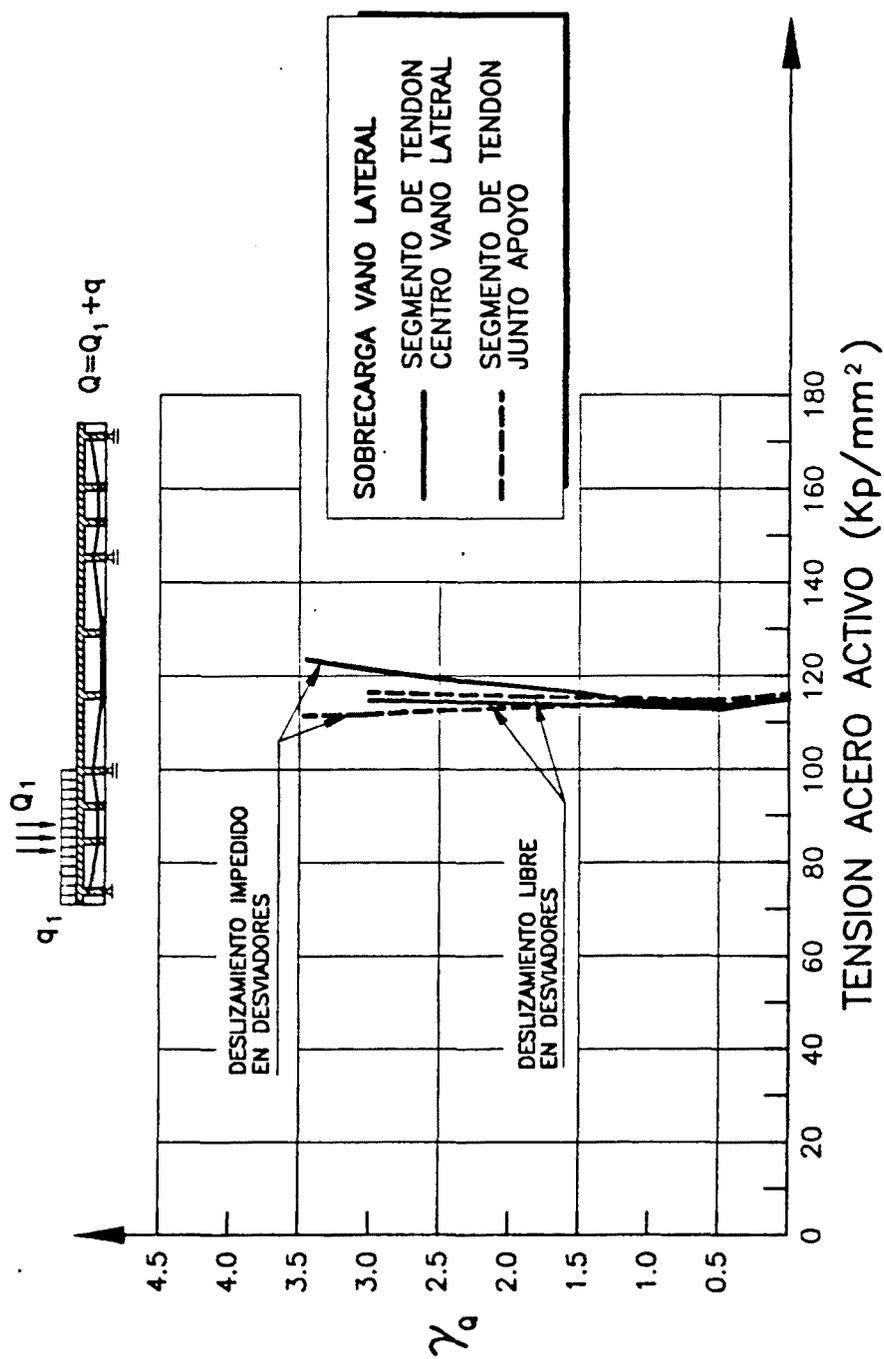


Figura 8.30.- Evolución de la tensión en el acero activo frente a la carga, sobrecarga en vano lateral

Se pueden extraer del análisis efectuado las siguientes conclusiones:

- 1- La sobrecarga mínima que admite el tablero es 2.8 veces el tren de cargas español, obteniéndose para la hipótesis de sobrecarga en vanos laterales con libre deslizamiento del tendón en desviadores.

La sobrecarga máxima que soporta el tablero es 4.28 veces el tren de cargas español, para la hipótesis de sobrecarga en vano central y deslizamiento impedido.

- 2- La flecha mínima en rotura es de 12.25 cm, para la hipótesis de sobrecarga en todo el tablero y deslizamiento impedido en desviadores. Esta flecha representa el 1/415 de la luz, por lo que la estructura se comporta de forma globalmente dúctil, a pesar de que la rotura sea por aplastamiento del hormigón en la sección de apoyo y no se haya alcanzado el límite elástico en la armadura de la sección de centro luz.

La flecha máxima en rotura es de 24.8 cm para la hipótesis de sobrecarga en vano central y libre deslizamiento en desviadores. Esta flecha representa 1/205 de la luz.

- 3- Existe redistribución de esfuerzos entre las secciones de vano y de apoyo. Esta redistribución es importante en los casos que se alcanza el límite elástico en la armadura pasiva. Así, en el caso de sobrecarga en vano central y libre deslizamiento, la redistribución alcanza un 32%; mientras que la misma hipótesis pero con deslizamiento impedido (no se alcanza límite elástico) redistribuye un 15%.

En la mayoría de las hipótesis se alcanza una redistribución entre un 20 y un 25%, a excepción de la hipótesis de sobrecarga en vanos central y lateral. En este caso, la rotura es por aplastamiento del hormigón en sección de apoyo, sin alcanzar plastificación el acero pasivo en ninguna sección. Como resultado, la redistribución de esfuerzos es de 1.5% solamente.

Esta capacidad de redistribución es la de la estructura de hormigón armado de base.

No se produce una brusca pérdida de rigidez al fisurar las secciones de vano al tratarse de una sección en π .

- 4- Aparecen, en algunos casos, diferencias de redistribución de esfuerzos entre las hipótesis de libre deslizamiento y deslizamiento impedido. Estas diferencias sólo son importantes en el caso de que para una hipótesis se alcance plastificación en la armadura pasiva y en la otra no. Este sería el caso de sobrecarga en todo el tablero.

En caso contrario las diferencias son pequeñas (sobrecarga en vanos laterales, en un vano lateral o en vano central). Al estar impedido el deslizamiento el incremento de tensión es superior a la hipótesis de deslizamiento libre. Por tanto, la rigidez de las secciones de centro luz es superior, y su relación

con la rigidez de las secciones de apoyo también, que en el caso de libre deslizamiento. Siendo más rígidas las secciones de centro luz, se produce una menor redistribución de esfuerzos.

- 5- El comportamiento es mucho más no lineal en flechas que en esfuerzos. Es debido a que las flechas dependen de los valores absolutos de las rigideces, mientras que la redistribución de esfuerzos depende de la relación de rigideces entre vano y apoyo.
- 6- El incremento de tensión de la armadura activa varía sustancialmente entre las hipótesis de deslizamiento impedido o de libre deslizamiento.

En el caso de libre deslizamiento, dicho incremento de tensión es prácticamente nulo. Este resultado es debido a la gran longitud de los tendones al anclarlos sólo en las traviesas de estribo. Para el ejemplo de puente isostático, presentado en el apartado anterior, la escasa longitud del cable (30 m frente a 131 m) proporcionaba incrementos de pretensado mucho más cercanos a la hipótesis de deslizamiento impedido.

Para la hipótesis de deslizamiento impedido, el incremento de tensión en el acero de pretensado varía entre 20.8 y 9.1 Kp/mm^2 , en función de las hipótesis de carga; ya que para cada una de ellas el incremento de longitud del tendón es distinto, al ser distintas la configuración en rotura y la flecha máxima alcanzada por la estructura.

CAPÍTULO 9

CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Capítulo 9

CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

9.1.- CONCLUSIONES

Las conclusiones extraídas del trabajo desarrollado se han estructurado en tres bloques: referentes al modelo de análisis, referentes a los ejemplos y referentes al pretensado exterior en general.

9.1.1.- Conclusiones referentes al MODELO DE ANÁLISIS

- 1- El modelo de análisis desarrollado cumple con los objetivos señalados en el capítulo 2. Modeliza, fielmente, el comportamiento de estructuras de hormigón armado y pretensado (convencional, exterior o mixto), construidas de forma monolítica o por dovelas prefabricadas, frente a estados avanzados de carga. En particular modeliza los siguientes fenómenos:
 - Comportamiento no lineal del hormigón en estado uniaxial de tensiones.
 - Fisuración del hormigón mediante un modelo de fisuración distribuida de tipo ortogonal.
 - Introducción de la colaboración del hormigón traccionado entre fisuras mediante el incremento del módulo de deformación del acero.
 - Pretensado convencional adherente, mediante una discretización en segmentos rectilíneos unidos a los nodos de la estructura.
 - Pretensado exterior no adherente, mediante segmentos rectilíneos referenciados a nodos discretos de la estructura.

- Permite o impide el deslizamiento del tendón en cualquiera de los desviadores.
- Modeliza las juntas entre dovelas asimilando la apertura de las mismas a una fisuración repartida sobre un elemento de longitud igual al canto de la pieza.
- Obtiene el incremento de tensión, en un tendón adherente que atraviese una junta entre dovelas que esté abierta. Para calcularlo es necesario evaluar la longitud de adherencia del tendón respecto al hormigón, pues el incremento de longitud que sufre el tendón al abrirse la junta debe repartirse entre la suma de la apertura más las longitudes de adherencia a ambos lados de la junta.
- Considera la no linealidad geométrica, necesaria para tener en cuenta cambios de excentricidad del pretensado exterior.
- El análisis es instantáneo. Para analizar estructuras a largo plazo debe, simplemente, introducirse una fuerza de pretensado ficticia que tenga en cuenta las pérdidas diferidas.

2- Las principales innovaciones que aporta este trabajo son:

- Permite el análisis de estructuras continuas con pretensado exterior. REZENDRE (1989) desarrolló un modelo muy completo, pero aplicable únicamente a estructuras isostáticas.
- Admite dos hipótesis de comportamiento del tendón a su paso por los desviadores, libre deslizamiento o deslizamiento impedido. La formulación propuesta por HINDI et al. (1991) permite el análisis de estructuras continuas pero incluye un modelo aproximado para las juntas entre dovelas y no admite deslizamiento de los tendones sobre los desviadores.
- Modeliza las juntas entre dovelas, incluyendo criterios de rotura. El modelo de MULLER y GAUTHIER (1990) supone comportamiento elástico lineal del hormigón de las juntas, no aportando criterios de rotura de las mismas, y no acepta posible fisuración de las dovelas.

- Realiza un tratamiento específico para tendones adherentes de pretensado que atraviesan juntas abiertas. El autor sólo conoce un modelo, actualmente en desarrollo por GARCIA-VARGAS en el CEBTP de París, que modelice los mismos aspectos que el que aquí se presenta.

- 3- La formulación desarrollada para el pretensado exterior ha demostrado gran eficacia. Las hipótesis de libre deslizamiento o de deslizamiento impedido del tendón sobre el desviador abarcan todo el rango de comportamiento de las estructuras con pretensado exterior.

- 4- El modelo de pretensado convencional, que aproxima el trazado habitualmente parabólico mediante segmentos rectos, permite realizar un tratamiento conjunto a ambos tipos de pretensado, quedando el pretensado convencional como caso particular del pretensado exterior.

- 5- El modelo de junta entre dovelas desarrollado conduce a predicciones de comportamiento muy cercanas a los resultados experimentales. No aparecen problemas numéricos de mal condicionamiento del sistema y es de gran simplicidad. Permite, a diferencia de otros modelos, establecer criterios de rotura de las juntas (aplastamiento del hormigón), pudiéndose incorporar efectos como el incremento de la deformación última del hormigón que proporciona la resina epoxy, en caso de aplicarse, según se ha observado en algún ensayo (MacGREGOR et al., 1989).

- 6- El incremento de tensión que sufre un tendón adherente al atravesar una junta abierta entre dovelas se calcula, de forma muy satisfactoria, teniendo en cuenta la longitud de adherencia entre dicho tendón y el hormigón que le circunda. Para ello se tiene en cuenta la ley que relaciona el deslizamiento del tendón con la tensión tangencial de adherencia.

- 7- Se ha realizado una verificación, de todos los aspectos anteriormente expuestos, mediante comparación con ejemplos, estudiados analítica o experimentalmente, de otros autores. Lo anterior ha permitido observar una muy buena concordancia de resultados, no sólo en lo que respecta a la carga última de la estructura, sino en su evolución hasta rotura en los aspectos de flecha, variación de la fuerza de pretensado, apertura de juntas, etc.

- 8- La formulación que se presenta permite, en definitiva, conocer el valor de la tensión en la armadura activa bajo cualquier nivel de carga, incógnita fundamental para conocer la carga última de las mismas, y objeto de discrepancia entre las diversas normativas internacionales.

9.1.2.- Conclusiones referentes al COMPORTAMIENTO de tableros de puente con pretensado exterior

En el capítulo 8 se detallan los ejemplos estudiados con la formulación desarrollada, que comprenden un puente isostático monolítico, un puente isostático por dovelas y un puente continuo monolítico. De su comportamiento pueden extraerse ciertas pautas aplicables a los tableros de puentes con pretensado exterior.

Puentes isostáticos

- 1- El estado límite que condiciona el dimensionamiento del pretensado exterior es el último. Si se dimensiona para el estado límite de descompresión, como en los ejemplos estudiados, debe o aumentarse el pretensado o añadirse armadura pasiva para cubrir el estado límite último.
- 2- Las diversas fórmulas aproximadas que presentan las normativas, para evaluar el incremento de tensión en el acero activo en rotura, proporcionan valores muy dispares (tabla 8.1). Algunos valores están del lado seguro (normativas europeas) y otros del lado inseguro (AASHTO en algunos casos) o muy inseguro (ACI).
- 3- Se propone un método aproximado, desarrollado por el autor, que proporciona el valor del incremento de la fuerza de pretensado en rotura, dando valores situados aproximadamente en la media de los obtenidos a partir de las normativas, y que posee un claro sentido estructural. Este método se ve corroborado por el análisis, con el modelo aquí presentado, del ejemplo estudiado quedando del lado de la seguridad al desprestigiar las flechas elásticas y anelásticas a excepción de centro luz.
- 4- El incremento de fuerza de pretensado obtenido del análisis no lineal, no es despreciable, situándose, para el ejemplo del capítulo 8, entre un 10% y un 12% del valor de la fuerza de pretensado después de pérdidas.

- 5- **El comportamiento de la estructura es dúctil**, alcanzando, para el ejemplo, una flecha en rotura de 10.8 cm, lo que supone el 1/278 de la luz.

- 6- La diferencia entre la hipótesis de **libre deslizamiento** del tendón sobre los desviadores y la de **deslizamiento impedido** es muy pequeña. Esto es debido a la escasa longitud de los tendones, en este caso 30 m, que hace que el incremento de tensión sea muy semejante, en especial para la familia con un único desviador. En la familia con doble desviación la diferencia es más notable pues, con deslizamiento impedido, la longitud de tendón se reduce y concentra en la zona de mayor deformación. Así y todo, la influencia sobre el comportamiento global no es decisiva.

Comparando el comportamiento de la estructura monolítica con el de la misma estructura pero construida por dovelas se observa que:

- 7- **La estructura por dovelas** presenta un comportamiento mucho más no lineal que la monolítica. Tras la apertura de juntas la estructura se deforma mucho ante un pequeño incremento de la carga.

- 8- **La ductilidad** de la estructura por dovelas es superior a la monolítica; entendiéndose por ductilidad la capacidad de alcanzar flechas importantes en rotura, no la capacidad de absorción de energía de deformación. En el ejemplo de puente isostático construido por dovelas no alcanzan el límite elástico ni el acero pasivo ni el activo, presentando una flecha última de 14 cm, 1/215 de la luz.

- 9- Esta superior flecha en rotura hace que el **incremento de fuerza de pretensado** sea mayor que en el caso monolítico, pero bajo una carga última inferior.

- 10- La evolución de la **tensión de la armadura pasiva** muestra la aparición de fisuras en la dovela central, simultánea a la apertura de juntas, debido a los cercanos momentos de fisuración y apertura de junta y a la longitud de la dovela. Pero también se observa perfectamente que dicha fisuración en la dovela central no progresa, concentrándose toda la deformación en las juntas.

- 11- Se refuerza, pues, la conclusión, obtenida por otros autores (FOURE et al., 1991) y (MacGREGOR et al., 1989) a partir de experimentación, de que el **comportamiento** de este tipo de estructuras (pretensado exterior y construcción por dovelas) depende **única y exclusivamente** de las juntas entre dovelas.

Puentes continuos

El ejemplo de puente continuo corresponde a un proyecto real en el que el autor de este trabajo ha tenido una fuerte implicación.

Se trata de un tablero de 3 vanos (40 + 51 + 40 m), de sección en π , con **pretensado totalmente exterior** anclado únicamente en potentes traviesas sobre los estribos, con un hormigón de alta resistencia (H-600) y que presenta espesores de forjado y almas muy reducidos.

Todos estos factores influyen en el comportamiento del puente como, por ejemplo, la menor deformación última en flexocompresión de un hormigón de alta resistencia frente a uno convencional. Por tanto, en las conclusiones extraídas también juegan un papel importante otros aspectos distintos al pretensado exterior.

El pretensado de este puente se dimensionó para que se cumpliera el estado límite de aparición de fisuras, consistiendo en 14 tendones de 27 cordones de 0.6 pulgadas cada uno.

Para verificar el estado límite último de rotura por flexión se consideró un incremento de fuerza de pretensado nulo, lo que provocó la necesidad de disponer armadura pasiva en las secciones de vano. Dicha armadura aumentó el momento último respuesta de las secciones en un 10%.

Como conclusiones extraídas del análisis no lineal de este puente, cabe citar:

- 1- **La carga última** del puente supera con creces, en todas las hipótesis, la prescrita por la normativa española (γ_Q varía entre 4.3 y 2.8 en función de la hipótesis de carga, frente al 1.5 de la normativa española).
- 2- **La flecha mínima en rotura** es de 12.25 cm, para la hipótesis de sobrecarga en todo el tablero y deslizamiento impedido en desviadores, que equivale al 1/415 de la luz. Por tanto, la estructura se comporta de forma dúctil, a pesar, de nuevo, de no alcanzarse para esta hipótesis el límite elástico ni en el acero pasivo ni en el activo.

- 3- Existe redistribución de esfuerzos entre las secciones de vano y de apoyo. Esta redistribución de esfuerzos se fundamenta en la capacidad de redistribución que presenta la estructura base considerando sólo el hormigón y la armadura pasiva. Por tanto, en las hipótesis en las que el acero pasivo no alcanza plastificación, la redistribución es prácticamente nula. Bien al contrario, con secciones en las que ha plastificado el acero pasivo, se alcanzan redistribuciones del 32% del momento en vano hacia las secciones de apoyo.

- 4- Aparecen pequeñas diferencias entre la redistribución que se origina, en la misma hipótesis de carga, entre el caso con deslizamiento libre y con deslizamiento impedido en desviadores. La menor redistribución con deslizamiento impedido puede achacarse a la mayor rigidez relativa de las secciones de vano, respecto de las de apoyo, generada por un mayor incremento de la fuerza de pretensado.

- 5- El comportamiento de la estructura es mucho más no lineal en flechas que en esfuerzos. La no linealidad en flechas depende de las rigideces absolutas de las secciones, mientras que la no linealidad en esfuerzos depende de las relaciones entre rigideces.

- 6- El incremento de tensión en la armadura activa varía sustancialmente entre las hipótesis de deslizamiento impedido o libre deslizamiento. En la hipótesis de vano central cargado, el segmento de tendón comprendido entre los dos desviadores del vano central alcanza una tensión en rotura de 116.1 Kp/mm^2 suponiendo libre deslizamiento y de 135.8 Kp/mm^2 suponiendo deslizamiento impedido.

- 7- En el caso de deslizamiento libre, el incremento de tensión es prácticamente nulo, a causa de la gran longitud de los tendones al anclarlos en las traviesas de estribo.

- 8- Si se aplicara la normativa americana (AASHTO, ACI), se obtendrían valores de dicho incremento de tensión claramente del lado inseguro.
 - 8.1- En el caso de la AASHTO - con un incremento de tensión constante, de valor 10.54 Kp/mm^2 , para cualquier esquema estático, hipótesis de

carga, disposición de desviadores y anclajes, etc. - hay que tener en cuenta que está dirigido exclusivamente a puentes con luces en el rango de 30 m, sección cajón, tendones que sólo discurren sobre un vano, y pretensado no sustituible. Estos puentes son los que se construyen habitualmente en E.E.U.U. con pretensado exterior y por dovelas prefabricadas. No obstante, la normativa no indica ninguna restricción y la utilización de dicho valor para condiciones distintas puede conducir a resultados inseguros.

- 8.2- En cuanto a la normativa de la ACI, dirigida básicamente a la edificación, proporciona en la mayoría de casos valores claramente superiores a los reales (tanto para el ejemplo isostático como para el continuo), pues no puede equipararse, ni tecnológicamente ni en efectos de escala, el pretensado no adherente e interno de una losa de edificación con el pretensado exterior de un puente.

- 9- Según el modelo de cálculo, en la hipótesis de deslizamiento impedido se obtienen incrementos de tensión que varían entre 20.8 y 9.1 Kp/mm^2 , en función de la posición de la sobrecarga, lo que representa entre el 18% y el 8% de la tensión después de pérdidas.

- 10- La aplicación de un método aproximado para la evaluación de los incrementos de tensión en el acero activo, tal como el expuesto para el ejemplo isostático, requiere que la estructura presente ductilidad seccional. En una estructura como la objeto de estudio, que es dúctil globalmente pero no seccionalmente, suponer que en rotura las secciones de vano y de apoyo han alcanzado su curvatura plástica es inseguro. En cualquier caso, si fuera aplicable, dada la especial configuración del pretensado con anclajes sólo sobre estribos, habría que analizar el puente completo, teniendo en cuenta flechas ascendentes elásticas en las hipótesis en que las hubiera.

- 11- A la vista del ejemplo presentado parece razonable recomendar, en los puentes continuos y para esta disposición de anclajes de tendones sólo en traviesas de estribos, lo que da lugar a tendones muy largos, suponer nulo el incremento de fuerza de pretensado en rotura, siendo poco operativo acudir a métodos aproximados cuya complejidad crece de forma importante con el número de vanos.

9.1.3.- Conclusiones globales referentes a la utilización del PRETENSADO EXTERIOR EN PUENTES

- 1- Los puentes de hormigón con pretensado exterior no presentan un comportamiento frágil en rotura. Aunque no haya ninguna armadura activa o pasiva que alcance su límite elástico, la estructura alcanza flechas importantes, avisando por tanto de la proximidad de su rotura.
- 2- El incremento de tensión en el acero activo varía mucho en función de la configuración de la estructura, la longitud del tendón, número de desviadores, existencia o no de deslizamiento en estos desviadores, disposición de anclajes e hipótesis de carga.
- 3- Este incremento de tensión que experimenta el acero activo en estados avanzados de carga puede calcularse de forma aproximada, siempre que la estructura sea seccionalmente dúctil, mediante el método propuesto en el capítulo 7.
- 4- La disposición, en puentes continuos, de anclajes en todas las secciones sobre apoyo, aumenta la carga última de la estructura, pero económicamente resulta desfavorable.
- 5- Existe redistribución de esfuerzos siempre que la estructura, considerando tan sólo el hormigón y la armadura pasiva, presente la ductilidad suficiente. Una estructura de hormigón con pretensado exterior no es más que una estructura de hormigón armado con un axil exterior variable ligeramente, con la carga, en valor y excentricidad.
- 6- Nuestra experiencia nos indica que, con el actual tren de cargas de la Instrucción de acciones a considerar en puentes de carretera, y con la relación habitual entre luces de vanos laterales y centrales, es imprescindible disponer dos desviadores en los vanos laterales. Considerando un pretensado totalmente exterior, no es posible cubrir los esfuerzos de sollicitación con un único desviador.

7- Las ventajas del pretensado exterior se pueden resumir en:

- Bajas pérdidas por rozamiento y nulas por desviaciones parásitas.
- Pequeñas desviaciones entre trazado real y teórico.
- Facilidad de hormigonado de almas y forjados, con la consiguiente mejora de compacidad.
- Reducción de espesores de alma al mínimo resistente. Conveniente para minimizar el peso en caso de malas condiciones de cimentación.
- Posibilidad de inspección en toda la longitud del tendón. Detección sencilla de problemas de inyección.
- Posibilidad de sustitución del tendón en función de la tecnología adoptada.
- Fácil refuerzo de la estructura en caso de haber previsto reservas en desviadores y anclajes.
- La fisuración del hormigón no afecta a la durabilidad del tendón.
- Posibilidad de utilización de juntas entre dovelas sin resina epoxy al no ser necesaria la estanqueidad.
- Facilita procedimientos constructivos que requieren distinto pretensado para construcción y servicio, como el sistema de empuje del dintel.

8- Las desventajas del pretensado exterior son:

- La armadura activa no alcanza plastificación en rotura, por lo que, o es superior a la necesaria si el pretensado fuera convencional, o debe completarse con armadura pasiva. Una posible solución es la adopción de pretensados mixtos, que combinen las ventajas de una y otra técnica.
- Es menos efectivo que el pretensado convencional al poderse alcanzar excentricidades menores.
- Los elementos de desviación, sean bloques, traviesas o diafragmas, dificultan la industrialización del proceso constructivo.
- Es más costoso que el pretensado convencional, sobre todo si es sustituible y retesable.
- La transmisión de las fuerzas de anclaje a la sección exige disponer importantes diafragmas, fuertemente armados, cuyo peso condiciona su posición restringiéndola a las secciones sobre apoyos.
- Si es sustituible, deben disponerse medidas adicionales que permitan realmente dicha sustitución, como son: espacio detrás de los anclajes para

situar gatos, acceso al puente para personas y material, posible disposición de rieles u otros mecanismos para el traslado del material por el interior de la sección, etc.

- La necesidad de disponer de un mínimo espacio para la instalación de los tendones puede llegar a condicionar el canto en secciones cajón.
- Son más vulnerables frente a actos vandálicos, fuego, etc.

9- La motivación para el uso del pretensado exterior no puede ser económica, por el momento, pues encarece las obras del orden de un 2 - 3% (VIRLOGEUX, 1991), sino que debe ser el incremento de calidad que aporta: menor aleatoriedad en la fuerza de pretensado, conocimiento exacto de la geometría del tendón, eliminación de coqueras y posibilidad de inspección y sustitución.

10- El autor considera que el pretensado exterior tiene un amplio futuro en nuestro país. Su campo de aplicación lo fijará la experiencia que se vaya acumulando conforme se aplique. Como cualquier nueva técnica, al principio se ha utilizado como sustituto de una técnica anterior en elementos diseñados con conceptos derivados de esa técnica. Con el tiempo, ya se observa como la nueva técnica está generando nuevos conceptos adaptados a sus particulares características.

9.2.- FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Como futuras líneas de investigación se señalan:

1- Necesidad de un campaña de ensayos experimentales, con vigas isostáticas y continuas, que permitan reafirmar las conclusiones de este estudio, detectar posibles problemas de comportamiento que no hayan sido tenidos suficientemente en cuenta y estudiar otros como la transmisión del cortante en juntas abiertas cerca del apoyo. Un estudio de este tipo ya está en desarrollo en el Laboratorio de Tecnología de las Estructuras de la Escuela de Ingenieros de Caminos de Barcelona, impulsado por la Cátedra de Puentes de dicha institución.

Una vez se disponga de un modelo para la interacción cortante - flexor en juntas abiertas de dovelas, sería interesante su inclusión en la formulación propuesta.

2- Realización de un estudio paramétrico con el modelo propuesto en este trabajo. Dicho estudio, enfocado a evaluar la influencia de distintos parámetros en el incremento de tensión en el acero activo, permitiría obtener fórmulas aproximadas para valorar estos incrementos. Estas fórmulas deben depender, como se ha expuesto en este trabajo, del número de vanos, ductilidad de las secciones, longitud de los tendones, etc. También se ha iniciado en este sentido un estudio en la Cátedra de Puentes de la Escuela de Ingenieros de Caminos de Barcelona.

3- Estudios, tanto experimentales como numéricos, de los dispositivos especiales que necesita el pretensado exterior, como son: bloques de desviación y anclaje, traviesas y diafragmas. Sería de interés una optimización estructural de estos elementos en busca de reducir su peso y evitar fisuraciones que han aparecido en algunos puentes.

Deben incluirse aquí estos mismos dispositivos pero diseñados de cara al refuerzo de puentes. Este es un campo donde el pretensado exterior tiene evidentes ventajas, y en el que la tecnología a utilizar es muy distinta a la de un puente nuevo.

4- Sería de interés desarrollar la formulación presentada de forma que permita analizar estructuras evolutivas tanto longitudinal como transversalmente, así como incorporar la evolución en el tiempo del comportamiento de los materiales.

5- Dado que, como ya se ha expuesto, el estado límite que condiciona el dimensionamiento del pretensado es el último, cualquier modificación del modelo de sobrecarga, a utilizar en el análisis, encaminada a acercarlo a las solicitaciones reales del tráfico, manteniendo la necesaria seguridad, haría más competitivas las estructuras con pretensado exterior.

6- Como queda de relieve en el capítulo 8, en la comparación entre el puente isostático monolítico y el mismo puente construido por dovelas, hay importantes diferencias de comportamiento entre ambas estructuras. Para mejorar las estructuras construidas por dovelas prefabricadas sería interesante realizar una unión entre las dovelas, aumentando la carga última y mejorando la respuesta frente al esfuerzo cortante de estas estructuras. Sin embargo, debe diseñarse de forma que se puedan aprovechar las ventajas de la prefabricación

de dovelas, en especial su rapidez, por lo que no puede ser una armadura pasante a través de juntas húmedas.

Una solución, en estudio en la Cátedra de Puentes de Barcelona, es la de disponer chapas o láminas de fibras de alta resistencia encoladas a ambos lados de la junta. Esta solución, en caso de funcionar satisfactoriamente, mejoraría sensiblemente el comportamiento estructural sin afectar la velocidad de ejecución.

- 7- Un aspecto tecnológico muy interesante sería diseñar un dispositivo que bloqueara los tendones en los desviadores y que a su vez, en caso necesario, permitiera la sustitución de los mismos. Un artilugio de estas características permitiría aprovechar más eficazmente el pretensado.

Al tratarse de una técnica en continua evolución, gracias a lo cual en muchos casos las realizaciones han superado la investigación, es indudable que surgirán, de forma continua, nuevos y apasionantes temas de estudio.

ANEJOS

Anejo 1

OBTENCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ DE UN ELEMENTO DE HORMIGÓN ARMADO

En este anejo se expone, de forma esquemática, la obtención de la matriz de rigidez para un sencillo elemento de hormigón armado (figura A1.1).

La discretización de la sección transversal se ha realizado mediante 2 cuadriláteros, con 25 puntos de integración cada uno de ellos (5 en cada sentido), tal como se explica en el capítulo 4.

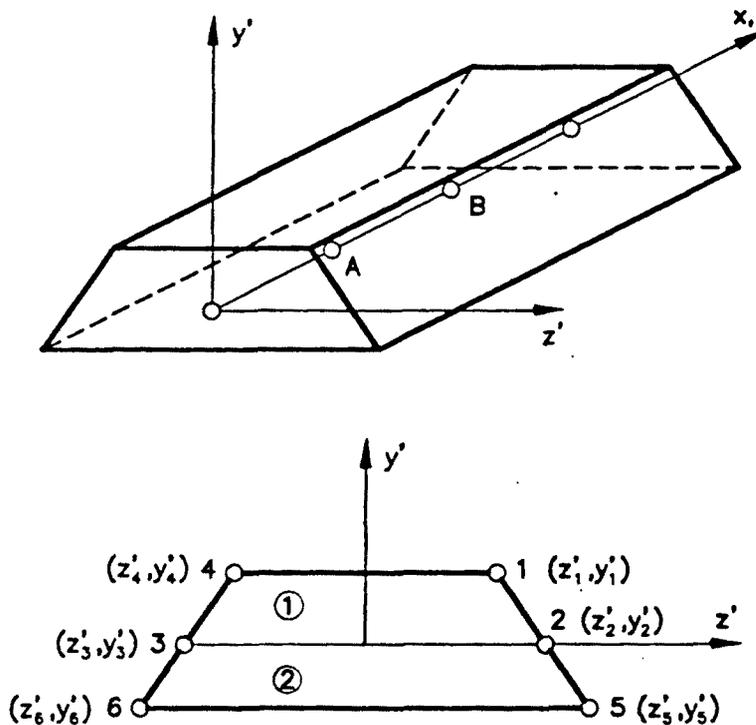


Figura A1.1.- Elemento de hormigón armado con ejes locales, y discretización de la sección transversal

La matriz de rigidez se obtiene como suma de las matrices de rigidez calculadas en los puntos A y B, que están situados según la regla de integración de Gauss de 2 puntos, por sus pesos de integración.

$$A \rightarrow x'_A = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \frac{L}{2}$$

$$B \rightarrow x'_B = \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \frac{L}{2}$$

$$K = \frac{L}{2}(K_A + K_B) \quad (A1.1)$$

La matriz de rigidez en A vale (CHAN, 1982):

$$K_A = \begin{pmatrix} K_{uu} & K_{uv} & K_{uw} & 0 \\ SIM. & K_{vv} & K_{vw} & 0 \\ & & K_{ww} & 0 \\ & & & K_{\theta\theta} \end{pmatrix} \quad (A1.2)$$

con

$$K_{uu} = \begin{pmatrix} \frac{1}{L^2} & -\frac{1}{L^2} & 0 \\ SIM. & \frac{1}{L^2} & 0 \\ & & \frac{16}{3L^2} \end{pmatrix} D_{uu} \quad (A1.3)$$

$$K_{uv} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{L^2} & -\frac{1}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L^2} & \frac{1}{L^2} \\ -\frac{8}{L^3} & \frac{8}{L^3} & -\frac{4}{L^2} & -\frac{4}{L^2} \end{pmatrix} D_{uv} \quad (A1.4)$$

$$K_{uw} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L^2} & \frac{1}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{L^2} & -\frac{1}{L^2} \\ -\frac{8}{L^3} & \frac{8}{L^3} & \frac{4}{L^2} & \frac{4}{L^2} \end{pmatrix} D_{uw} \quad (A1.5)$$

$$K_{vv} = \begin{pmatrix} \frac{12}{L^4} & -\frac{12}{L^4} & \frac{6}{L^3} & \frac{6}{L^3} \\ SIM. & \frac{12}{L^4} & -\frac{6}{L^3} & \frac{6}{L^3} \\ & & \frac{4}{L^2} & \frac{2}{L^2} \\ & & & \frac{4}{L^2} \end{pmatrix} D_{vv} \quad (A1.6)$$

$$K_{vw} = \begin{pmatrix} \frac{12}{L^4} & -\frac{12}{L^4} & -\frac{6}{L^3} & -\frac{6}{L^3} \\ -\frac{12}{L^4} & \frac{12}{L^4} & \frac{6}{L^3} & \frac{6}{L^3} \\ \frac{6}{L^3} & -\frac{6}{L^3} & -\frac{4}{L^2} & -\frac{2}{L^2} \\ \frac{6}{L^3} & -\frac{6}{L^3} & -\frac{2}{L^2} & -\frac{4}{L^2} \end{pmatrix} D_{vw} \quad (A1.7)$$

$$K_{ww} = \begin{pmatrix} \frac{12}{L^4} & -\frac{12}{L^4} & -\frac{6}{L^3} & -\frac{6}{L^3} \\ SIM. & \frac{12}{L^4} & \frac{6}{L^3} & \frac{6}{L^3} \\ & & \frac{4}{L^2} & \frac{2}{L^2} \\ & & & \frac{4}{L^2} \end{pmatrix} D_{ww} \quad (A1.8)$$

$$K_{\theta\theta} = \begin{pmatrix} \frac{1}{L^2} & -\frac{1}{L^2} \\ -\frac{1}{L^2} & \frac{1}{L^2} \end{pmatrix} GJ \quad (A1.9)$$

donde

$$D_{uu} = \sum_{q=1}^2 \left(\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 E_{c_{ij_A}} J_{ij} w_i w_j + \sum_{l=1}^n E_{s_{l_A}} A_{s_l} \right) \quad (A1.10)$$

el subíndice q indica el cuadrilátero de la sección transversal, i, j indican los puntos de integración de cada cuadrilátero, y l es el que indica las barras de armado.

$$D_{uv} = \sum_{q=1}^2 \left(- \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 E_{c_{ij_A}} y'_{ij} J_{ij} w_i w_j - \sum_{l=1}^n E_{s_{l_A}} A_{s_l} y'_s \right) \quad (A1.11)$$

$$D_{uw} = \sum_{q=1}^2 \left(- \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 E_{c_{ij_A}} z'_{ij} J_{ij} w_i w_j - \sum_{l=1}^n E_{s_{l_A}} A_{s_l} z'_s \right) \quad (A1.12)$$

$$D_{vv} = \sum_{q=1}^2 \left(\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 E_{c_{ij_A}} y_{ij}^{\prime 2} J_{ij} w_i w_j + \sum_{l=1}^n E_{s_{l_A}} A_{s_l} y_s^{\prime 2} \right) \quad (A1.13)$$

$$D_{vw} = \sum_{q=1}^2 \left(\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 E_{c_{ij_A}} y_{ij}^{\prime 2} z_{ij}^{\prime 2} J_{ij} w_i w_j + \sum_{l=1}^n E_{s_{l_A}} A_{s_l} y_s^{\prime 2} z_s^{\prime 2} \right) \quad (A1.14)$$

$$D_{ww} = \sum_{q=1}^2 \left(\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 E_{c_{ij_A}} y'_{ij} z'_{ij}{}^2 J_{ij} w_i w_j + \sum_{l=1}^n E_{s_{l_A}} A_{s_l} y'_s z'_s{}^2 \right) \quad (A1.15)$$

siendo $E_{c_{ij_A}}$ el módulo de deformación uniaxial del hormigón, en el punto de integración de la sección transversal ij , y en el punto A de integración del elemento. $E_{s_{l_A}}$ es el módulo de deformación del acero pasivo, para la barra l , en el punto A de integración del elemento. Estos módulos de deformación se obtienen a partir de las curvas tensión - deformación, mediante el valor de la deformación proveniente de la iteración anterior (calculado a partir de la matriz B en el punto A).

Los valores de las coordenadas locales de los puntos de integración de la sección transversal, y'_{ij}, z'_{ij} , se obtienen a partir de los cuatro nodos que forman cada cuadrilátero, pudiéndose generar una discretización muy fina de una sección transversal mediante la introducción de muy pocos datos.

$$y'_{ij} = 0.25((1 + \xi)(1 + \eta)y'_1 + (1 + \xi)(1 - \eta)y'_2 + (1 - \xi)(1 - \eta)y'_3 + (1 - \xi)(1 + \eta)y'_4) \quad (A1.16)$$

los y'_1, \dots, y'_4 son las coordenadas de los nodos de cada cuadrilátero, mientras que ξ, η son las coordenadas de los puntos de integración en el cuadrado normalizado, siendo muy sencillas de calcular (ver figura 4.4).

Por otro lado, J_{ij} es el valor del determinante Jacobiano de la transformación, y w_i, w_j son los pesos de integración (capítulo 4).

Para la integración de la sección transversal se ha utilizado una regla cerrada de Simpson, bidimensional generalizada. Su ventaja es que se pueden calcular, mediante la ecuación A1.17, sus pesos para cualquier número de puntos de integración, lo que permite al usuario una gran libertad en cuanto a la definición de la discretización transversal.

$$W = \frac{2}{3(n-1)} \quad (A1.17)$$

3 puntos de integración: $w_i = W \cdot (1, 4, 1)$

4 puntos de integración: $w_i = W \cdot (1, 4, 2, 1)$

5 puntos de integración: $w_i = W \cdot (1, 4, 2, 4, 1)$

n puntos de integración: $w_i = W \cdot (1, 4, 2, 4, 2, \dots, 1)$

En estos pesos está incluida el área tributaria a cada punto de integración para el cuadrado normalizado.

Una vez obtenida la matriz K_A , se procede a la condensación estática del grado de libertad de desplazamiento axial del nodo central del elemento (Capítulo 4). Este grado de libertad (u_n) corresponde a la fila y la columna 3 de la matriz de rigidez que se acaba de construir. Dicha matriz se puede reorganizar desplazando dichas filas y columnas a las últimas, obteniéndose:

$$K_A = \begin{pmatrix} K_{aa} & K_{ab} \\ K_{ba} & K_{bb} \end{pmatrix} \quad (A1.18)$$

donde

$$K_{bb} = \frac{16}{3L} D_{uu} \quad (A1.19)$$

$$K_{ba} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{8}{L^2} D_{uv} & \frac{8}{L^2} D_{uv} & -\frac{4}{L} D_{uv} & -\frac{4}{L} D_{uv} \\ -\frac{8}{L^2} D_{uw} & \frac{8}{L^2} D_{uw} & \frac{4}{L} D_{uw} & \frac{4}{L} D_{uw} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (A1.20)$$

$$K_{ab} = K_{ba}^T \quad (A1.21)$$

Realizando la condensación estática (capítulo 5), la matriz de rigidez del elemento en el punto A vale:

$$K_A = K_{aa} - \frac{1}{K_{bb}} K_{ab} K_{ba} \quad (A1.22)$$

Realizando el mismo proceso se obtiene la matriz de rigidez para el punto B, y la matriz de rigidez global mediante una integración por Gauss con 2 puntos, según (A1.1).

Anejo 2

MATRIZ DE RIGIDEZ DE UN SEGMENTO DE PRETENSADO

A continuación se presenta el cálculo de la matriz de rigidez de un segmento de pretensado (figura A2.1). En el caso del pretensado exterior no es aplicable la hipótesis, utilizada por MARI (1984) y ROCA (1988) para tendones internos, de que el segmento de pretensado discurre paralelo al eje local x' que une los nodos a los que está referido el segmento. En el caso de un pretensado interno esta hipótesis es válida pues los nodos son consecutivos y las excentricidades respecto a los mismos semejantes. No así en el caso de pretensado exterior, pues las excentricidades serán siempre muy dispares.

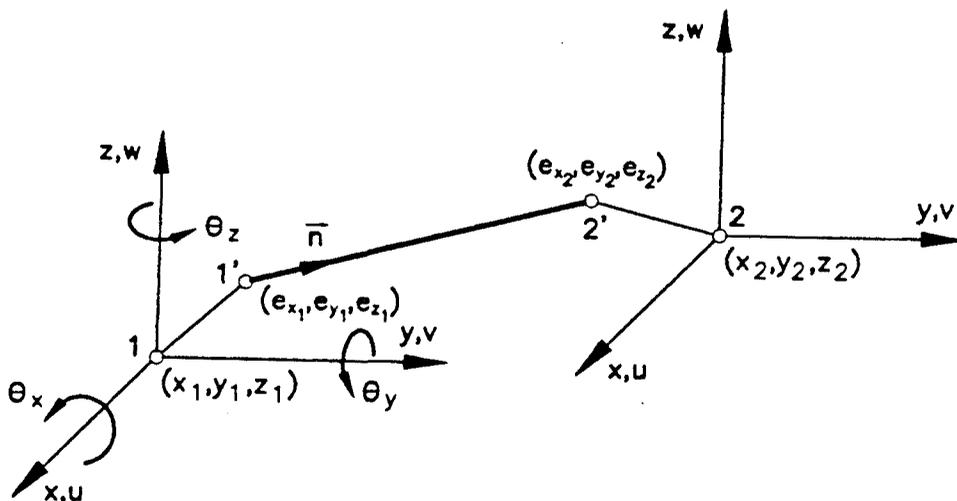


Figura A2.1.- Segmento de tendón de pretensado

El movimiento del segmento del tendón, en su propia dirección, $u_p(x)$, se puede discretizar mediante una función de forma aplicada a los movimientos de sus extremos $u_{p1'}$, $u_{p2'}$.

$$u_p(x) = N_p \begin{pmatrix} u_{p1'} \\ u_{p2'} \end{pmatrix} \quad (A2.1)$$

con

$$\mathbf{N}_p = \left(1 - \frac{x''}{L_p} \quad \frac{x''}{L_p} \right) \quad (\text{A2.2})$$

siendo x'' la coordenada en la dirección del segmento.

A su vez, es posible relacionar los movimientos de los extremos del segmento u_{pi} con los movimientos nodales $u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}$. Particularizando para el extremo 1' del segmento (figura A2.1), y para los posibles movimientos del nodo 1, se obtiene:

- Traslación u_1, v_1, w_1

$$u_{p1'} = (u_1 \quad v_1 \quad w_1) \mathbf{n}_p \quad (\text{A2.3})$$

siendo \mathbf{n}_p el vector unitario en la dirección del segmento

$$\mathbf{n}_p = \frac{1}{L_p} \begin{pmatrix} (x_2 + e_{x2}) - (x_1 + e_{x1}) \\ (y_2 + e_{y2}) - (y_1 + e_{y1}) \\ (z_2 + e_{z2}) - (z_1 + e_{z1}) \end{pmatrix} \quad (\text{A2.4})$$

donde L_p es la longitud de dicho segmento

$$L_p = \sqrt{\frac{\left((x_2 + e_{x2}) - (x_1 + e_{x1}) \right)^2 + \left((y_2 + e_{y2}) - (y_1 + e_{y1}) \right)^2 + \left((z_2 + e_{z2}) - (z_1 + e_{z1}) \right)^2}{}} \quad (\text{A2.5})$$

- Rotación θ_{x1}

Notando las nuevas coordenadas del extremo 1' del segmento, tras sufrir un giro θ_{x1} el nodo al que está unido, como $e'_{x1}, e'_{y1}, e'_{z1}$, éstas se pueden obtener a partir de

$$\begin{pmatrix} e'_{x1} \\ e'_{y1} \\ e'_{z1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\theta_{x1} \\ 0 & -\theta_{x1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{x1} \\ e_{y1} \\ e_{z1} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.6})$$

$$\begin{pmatrix} \Delta e_x \\ \Delta e_y \\ \Delta e_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e'_{x1} \\ e'_{y1} \\ e'_{z1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} e_{x1} \\ e_{y1} \\ e_{z1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\theta_{x1} e_{z1} \\ \theta_{x1} e_{y1} \end{pmatrix} \quad (\text{A2.7})$$

proyectando el movimiento sobre la dirección del segmento, queda

$$u_{p1'} = (0 \quad -\theta_{x1}e_{z1} \quad \theta_{x1}e_{y1}) \mathbf{n}_p \quad (A2.8)$$

Desarrollando la ecuación (A2.8) se puede llegar a una expresión muy sencilla:

$$u_{p1'} = a_{x1}\theta_{x1} \quad (A2.9)$$

- Rotación θ_{y1}

Se puede proceder de forma análoga, llegando a

$$u_{p1'} = (\theta_{y1}e_{z1} \quad 0 \quad -\theta_{y1}e_{x1}) \mathbf{n}_p = a_{y1}\theta_{y1} \quad (A2.10)$$

- Rotación θ_{z1}

$$u_{p1'} = (-\theta_{z1}e_{y1} \quad \theta_{z1}e_{x1} \quad 0) \mathbf{n}_p = a_{z1}\theta_{z1} \quad (A2.11)$$

Luego

$$u_{p1'} = (n_1 \quad n_2 \quad n_3 \quad a_{x1} \quad a_{y1} \quad a_{z1}) \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \theta_{x1} \\ \theta_{y1} \\ \theta_{z1} \end{pmatrix} \quad (A2.11)$$

Notando como $\mathbf{A}_1 = (n_1 \quad n_2 \quad n_3 \quad a_{x1} \quad a_{y1} \quad a_{z1})$, y realizando idéntico desarrollo para el nodo 2, se llega a

$$u_p(x) = \mathbf{N}_p \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_2 \end{pmatrix} \mathbf{a} = \mathbf{N}_p \mathbf{A} \mathbf{a} \quad (A2.12)$$

donde las componentes de la matriz \mathbf{A} son perfectamente conocidas.

El cálculo de las deformación debe hacerse de forma exacta, tal como se indica en el capítulo 5, pero para obtener la matriz de rigidez se puede aproximar de la forma habitual en elementos finitos, derivando la función de forma.

$$\varepsilon_p = \mathbf{B}_p \mathbf{a} = \left(\frac{-1}{L_p} \quad \frac{1}{L_p} \right) \mathbf{A} \mathbf{a} \quad (A2.13)$$

La matriz \mathbf{B}_p es, por tanto, conocida y se puede obtener de forma inmediata la matriz de rigidez

$$\mathbf{K}_p = A_p \int_{L_p} \mathbf{B}_p^T E_p(\varepsilon) \mathbf{B}_p ds \quad (A2.14)$$

Anejo 3

Tratamiento de un tendón adherente que atraviesa una junta entre dovelas abierta

SOLUCIONES DE LA ECUACIÓN ADHERENCIA - DESLIZAMIENTO ENTRE HORMIGÓN Y ACERO

La ecuación diferencial que rige la relación entre tensión tangencial de adherencia y deslizamiento entre hormigón y acero es, ver capítulo 6:

$$\frac{d^2 S(x)}{dx^2} - \frac{4}{E_s \phi_s} \tau(x) = \frac{\epsilon_{ct}}{l_a} \quad (A3.1)$$

La solución de esta ecuación para las cinco zonas del diagrama pentalinear (fig. 6.13) es la siguiente (REZENDRE, 1989):

Zona 1: $0 \leq S(x) \leq S_0$

$$\tau(x) = \frac{\tau_0}{S_0} S(x) \quad (A3.2.a)$$

$$S(x) = \frac{\epsilon_{ct}}{\alpha_0^2 l_a} (\cosh(\alpha_0 x) - 1) \quad (A3.2.b)$$

$$\epsilon_s(x) = \frac{\epsilon_{ct}}{l_a} \left(\frac{\sinh(\alpha_0 x)}{\alpha_0} + l_a - x \right) \quad (A3.2.c)$$

con

$$\alpha_0^2 = \frac{4\tau_0}{S_0 E_s \phi_s} \quad (A3.3)$$

Y la longitud de adherencia l_a se puede obtener a partir de

$$\cosh(\alpha_0 l_a) = 1 + \left(\alpha_0^2 \frac{l_a}{\varepsilon_{ct}} \right) u_s - \varepsilon_{ct} \left(\frac{l}{2} - \frac{l_a}{2} \right) \quad (A3.4)$$

donde l es la longitud de la dovela y u_s es el desplazamiento que ha sufrido el tendón en la junta. Desarrollando en serie el coseno hiperbólico se llega a

$$l_a = l \sqrt[3]{\frac{3}{\alpha_0^2} \left(\frac{u_s}{\varepsilon_{ct} \frac{l}{2}} - 1 \right)} \quad (A3.5)$$

La longitud l_0 correspondiente al deslizamiento S_0 vale:

$$S_0 = \frac{\varepsilon_{ct}}{\alpha_0^2 l_0} (\cosh(\alpha_0 l_0) - 1) \quad (A3.6)$$

Zona 2: $S_0 \leq S(x) \leq S_1$

$$\tau(x) = K_0 + \frac{\tau_y - \tau_o}{S_1 - S_0} S(x) \quad (A3.7)$$

donde

$$K_0 = \frac{\tau_o S_1 - \tau_y S_0}{S_1 - S_0} \quad (A3.8)$$

El deslizamiento y la deformación en el acero son:

$$S(x) = \left(S_0 + \frac{K_0}{K_1} + \frac{\varepsilon_{ct}}{\alpha_1^2 l_a} \right) \cosh(\alpha_1 x) + \frac{\varepsilon_{ct} \operatorname{senh}(\alpha_0 l_0)}{\alpha_1 \alpha_0 l_0} \operatorname{sinh}(\alpha_1 x) - \frac{K_0}{K_1} - \frac{\varepsilon_{ct}}{\alpha_1^2 l_a} \quad (A3.9)$$

$$\varepsilon_s(x) = \alpha_1 \left(S_0 + \frac{K_0}{K_1} + \frac{\varepsilon_{ct}}{\alpha_1^2 l_a} \right) \operatorname{sinh}(\alpha_1 x) + \frac{\varepsilon_{ct} \operatorname{senh}(\alpha_0 l_0)}{\alpha_0 l_0} \cosh(\alpha_1 x) + \frac{\varepsilon_{ct}}{l_a} (l_a - x) \quad (A3.10)$$

con

$$K_1 = \frac{\tau_y - \tau_0}{S_1 - S_0} \quad (A3.11)$$

$$\alpha_1^2 = \frac{4K_1}{E_s \phi_s} \quad (A3.12)$$

En cuanto a la longitud de adherencia l_a , es posible llegar a la siguiente expresión, una vez simplificada mediante desarrollo en serie

$$\frac{\alpha_1^2 \gamma}{2} l_a^2 - \gamma \alpha_1^2 l_0 l_a + \gamma \left(1 + \frac{\alpha_1^2 l_0^2}{2}\right) - \frac{K_0}{K_1} - u_s = 0 \quad (A3.13)$$

con $\gamma = S_0 + K_0/K_1$ que nuevamente da dicha longitud a partir tan sólo del desplazamiento del tendón u_s . En cuanto a la longitud l_1 correspondiente a S_1 , puede hallarse mediante

$$S_1 = \left(\gamma + \frac{\epsilon ct}{\alpha_1^2 (l_1 + l_0)}\right) \cosh(\alpha_1 l_1) + \epsilon ct \beta \sinh(\alpha_1 l_1) - \frac{K_0}{K_1} - \frac{\epsilon ct}{\alpha_1^2 (l_1 + l_0)} \quad (A3.14)$$

con $\beta = \frac{\sinh(\alpha_0 l_0)}{\alpha_1 \alpha_0 l_0}$.

Zona 3: $S_1 \leq S(x) \leq S_u$

$$\tau(x) = \tau_y \quad (A3.15)$$

El deslizamiento en cualquier punto vale

$$S(x) = \left(\frac{4 \tau_y}{E_s \phi_s} + \frac{\epsilon ct}{l_a}\right) \frac{x^2}{2} + \left(\alpha_1 \left(S_0 + \frac{K_0}{K_1}\right) \sinh(\alpha_1 l_1) + \left(\frac{\sinh(\alpha_1 l_1)}{\alpha_1^2 l_{01}} + \frac{\sinh(\alpha_0 l_0) \cosh(\alpha_1 l_1)}{\alpha_0 l_0}\right) \epsilon ct\right) x + S_1 \quad (A3.16)$$

con $l_{01} = l_0 + l_1$. Y la deformación del acero activo queda

$$\epsilon_s = \left(\frac{4 \tau_y}{E_s \phi_s} + \frac{\epsilon ct}{l_a}\right) x + \alpha_1 \left(S_0 + \frac{K_0}{K_1}\right) \sinh(\alpha_1 l_1) + \left(\frac{\sinh(\alpha_1 l_1)}{\alpha_1^2 l_{01}} + \frac{\sinh(\alpha_0 l_0) \cosh(\alpha_1 l_1)}{\alpha_0 l_0}\right) \epsilon ct + \epsilon ct (l_a - x) \quad (A3.17)$$

La longitud de anclaje l_a se obtiene a partir de

$$\left(\frac{2 \tau_y}{E_s \phi_s}\right) l_a^2 + (\alpha'_2 - \frac{4 \tau_y}{E_s \phi_s} l_{01}) l_a + \left(\frac{2 \tau_y}{E_s \phi_s} l_{01} - \alpha'_2\right) l_{01} - u_s + S_1 = 0 \quad (A3.18)$$

con

$$\alpha'_2 = \alpha_1 \left(S_0 + \frac{K_0}{S_1}\right) \operatorname{senh}(\alpha_1 l_1) \quad (A3.19)$$

Por último, la longitud l_2 correspondiente al deslizamiento S_2 se puede calcular como

$$\alpha_y^2 l_2^3 + (\alpha_y^2 l_{01} + \frac{\epsilon ct}{2} + \alpha'_2) l_2^2 + (-S_2 + \alpha'_2 l_{01} + S_1) l_2 + (S_1 - S_2) l_{01} = 0 \quad (A3.20)$$

donde

$$\alpha_y = \frac{2 \tau_y}{E_s \phi_s} \quad (A3.21)$$

Zona 4: $S_2 \leq S(x) \leq S_3$

$$\tau(x) = \tau_1 - \frac{\tau_y - \tau_u}{S_3 - S_2} S(x) \quad (A3.22)$$

El deslizamiento, con $l_{02} = l_0 + l_1 + l_2$, vale

$$S(x) = \left(\frac{1}{\alpha_3} \left(\frac{4 \tau_y}{E_s \phi_s} + \frac{\epsilon ct}{l_{02}}\right) l_2 + \frac{\alpha_2}{\alpha_3}\right) \sin(\alpha_3 x) + \left(S_2 - \frac{\tau_1}{K_3} - \frac{\epsilon ct}{\alpha_3^2 l_a}\right) \cos(\alpha_3 x) + \frac{\tau_1}{K_3} + \frac{\epsilon ct}{\alpha_3^2 l_a} \quad (A3.23)$$

La deformación en el acero es

$$\epsilon_s(x) = \left(\left(\frac{4 \tau_y}{E_s \phi_s} + \frac{\epsilon ct}{l_{02}}\right) l_2 + \alpha_2\right) \cos(\alpha_3 x) - \left(\alpha_3 \left(S_2 - \frac{\tau_1}{K_3}\right) - \frac{\epsilon ct}{\alpha_3 l_a}\right) \operatorname{sen}(\alpha_3 x) + \frac{\epsilon ct}{l_a} (l_a - x) \quad (A3.24)$$

con $\alpha_3^2 = \frac{4 K_3}{E_s \phi_s}$ y $K_3 = \frac{\tau_y - \tau_u}{S_3 - S_2}$

La longitud de anclaje l_a se obtiene a partir de

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\alpha_4' \alpha_3^2}{6}\right) l_a^3 + \left(\frac{\alpha_3^2}{2}(\alpha_4' l_{02} - S_2 + \frac{\tau_1}{K_3}) l_a^2 - \right. \\ & \left. - \left(\alpha_3^2 l_{02} \left(S_2 - \frac{\tau_1}{K_3} - \frac{\alpha_4' l_{02}}{2}\right) + \alpha_4'\right) l_a - \right. \\ & \left. - \frac{\alpha_3^2 l_{02}^2}{2} \left(\frac{\alpha_4' l_{02}}{3} - S_2 + \frac{\tau_1}{K_3}\right) + \alpha_4' l_{02} + S_2 - u_s = 0 \right. \end{aligned} \quad (A3.25)$$

donde

$$\alpha_4' = \frac{4 \tau_y}{E_s \phi_s} l_2 + \alpha_2' \quad (A3.26)$$

Para obtener la longitud de adherencia correspondiente al deslizamiento S_3 , se resuelve

$$\begin{aligned} S_3 = & \frac{\alpha_4}{\alpha_3} \operatorname{sen}(\alpha_3 l_3) + \left(S_2 - \frac{\tau_1}{K_3} - \frac{\epsilon ct}{l_3^2 (l_{02} + l_3)}\right) \operatorname{cosh}(\alpha_3 l_3) + \\ & + \frac{\tau_1}{K_3} + \frac{\epsilon ct}{\alpha_3^2 (l_{02} + l_3)} \end{aligned} \quad (A3.27)$$

Zona 5: $S(x) \geq S_3$

$$\tau(x) = \tau_u \quad (A3.28)$$

El deslizamiento y la deformación del acero son

$$S(x) = \left(\frac{4 \tau_u}{E_s \phi_s} + \frac{\epsilon ct}{l_a}\right) \frac{x^2}{2} + \alpha_5 x + S_3 \quad (A3.29)$$

$$\epsilon_s(x) = \left(\frac{4 \tau_u}{E_s \phi_s} + \frac{\epsilon ct}{l_a}\right) x + \alpha_5 + \frac{\epsilon ct}{l_a} (l_a - x) \quad (A3.30)$$

con

$$\alpha_5 = \alpha_4 \cos(\alpha_3 l_3) - \left(\alpha_3 \left(S_2 - \frac{\tau_1}{K_3} \right) - \frac{\epsilon ct}{\alpha_3 l_{03}} \right) \operatorname{sen}(\alpha_3 l_3) \quad (\text{A3.31})$$

donde $l_{03} = \sum_{i=0}^3 l_i$

Quedando la longitud de adherencia l_a como

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2 \tau_u}{E_s \phi_s} \right) l_a^2 + \left(\alpha'_5 - \frac{4 \tau_u l_{03}}{E_s \phi_s} \right) l_a + \\ & + \left(\frac{2 \tau_u}{E_s \phi_s} l_{03} - \alpha'_5 \right) l_{03} + S_3 - u_s = 0 \end{aligned} \quad (\text{A3.32})$$

con $\alpha'_5 = \alpha'_4 \cos(\alpha_3 l_3) - \alpha_3 \left(S_2 - \frac{\tau_1}{K_3} \right) \operatorname{sen}(\alpha_3 l_3)$

Para calcular el incremento de tensión que sufre el segmento de cable que atraviesa la junta para cada incremento de desplazamiento (incremento de apertura de junta), se procede según el diagrama de flujo de la figura A3.1.

A partir de la apertura de junta θ calculada como diferencia de los giros a ambos lados de la misma ($\theta_i - \theta_{i+1}$), se calcula el desplazamiento en el extremo del tendón.

Este valor permite obtener la zona de deslizamiento y la longitud de adherencia.

Una vez obtenida la longitud de adherencia, y dado que el modelo de pretensado propuesto supone deformación constante a lo largo de cada segmento, se obtiene esta deformación como relación entre el desplazamiento del tendón y la suma de las longitudes de adherencia a cada lado de la junta más la parte de tendón que cruza la junta abierta. Esta deformación se extiende a todo el segmento de tendón que modeliza al mismo al atravesar la junta.

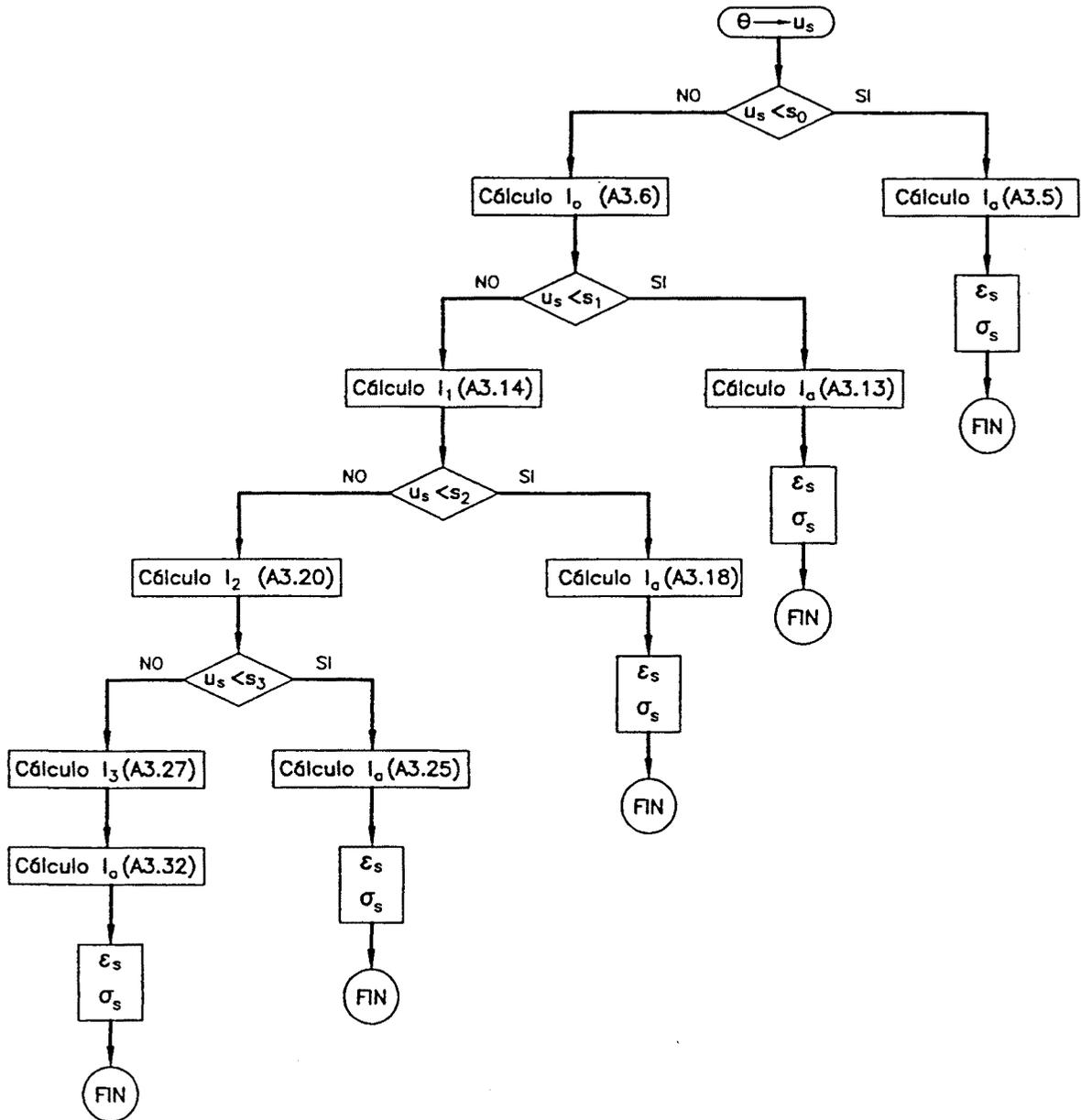


Figura A3.1.- Diagrama de flujo para el cálculo del deslizamiento de un tendón interior al atravesar una junta

Anejo 4

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 A.A.S.H.T.O.
Standard Specifications for Highway Bridges.
Washington, 1989.
- 2 A.A.S.H.T.O.
Guide Specifications for Design and Construction of Segmental Concrete
Bridges.
Washington, 1989.
- 3 AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI)
ACI 318-83 (revised 1987)
Detroit, Michigan, 1986.
- 4 APARICIO A.C.
Estudio de la evolución hasta la rotura por solicitaciones normales de tableros
continuos de puente de hormigón armado o pretensado
Tesis Doctoral. Universidad de Santander, 1980.
- 5 APARICIO A.C.
Estudio de la respuesta estructural del tramo paso superior del Cinturón de
Ronda de Barcelona, ensayado hasta rotura, y comparación con los modelos
teóricos de análisis no lineal
Trabajo de investigación presentado al concurso del Cuerpo de Catedráticos
de Universidad, UPC, Barcelona, 1985.
- 6 APARICIO A.C., RAMOS G.
Estado actual de la técnica del pretensado exterior aplicada a puentes de
carretera
MOPTMA, Madrid 1993.

- 7 ARONI S.
Slender prestressed concrete columns
ASCE Journal of the Structural Division, 94 (4), New York 1968.
- 8 A.T.E.P.
Puente sobre el río Almarail, Soria.
Realizaciones españolas. Madrid 1970, pp. 4-5.
- 9 A.T.E.P.
Puente de Valdecañas, Cáceres.
Realizaciones españolas. Madrid 1970, pp. 9-12.
- 10 BEAUPRE R.J., POWELL L.O., BREEN J.E., KREGER M.E.
Deviator behavior and design for externally post-tensioned bridges.
ACI SP-120. Detroit, 1990. pp. 257-288.
- 11 (BPEL - 83)
Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en
béton précontraint suivant la méthode des états-limites
Groupe de Coordination des Textes Techniques. Paris, octobre 1983.
- 12 CEB-FIP
Model Code 1990.
Comité euro-international du béton. Julio 1991.
- 13 COLLINS M.P.
Torque-twist characteristics of reinforced concrete beams
University of Toronto, Ontario, 1972
- 14 C.S.A.
Design of Concrete Structures for Buildings CAN3-A23.3-M84
Canadian Standards Association, Ottawa, Ontario, 1984.
- 15 CHAN E.C.
Nonlinear geometric, material and time dependent analysis of reinforced
concrete shells with edge beams
UC-SESM Report 82-2, University of California, Berkeley, 1982.

- 16 DUTOIT D.
Les récents développements de la précontrainte extérieure aux États-Unis dans les projets de la société Figg and Muller Engineers.
Annales de l'ITBTP. Enero 1992. pp 3-34.
- 17 EL-HABR KAMAL C.
Finite Element Analysis of Externally Prestressed Segmental Construction.
MSc Thesis, The University of Texas at Austin, May 1988.
- 18 FENVES G.L.
Nonlinear analysis of external prestressed bridges
Proceedings, Ninth Conference on Electronic Computation, ASCE,
Birmingham, Alabama, 1986, pp 192-201.
- 19 FOURÉ B., REZENDRE MARTINS P.C., HOANG L.H.
Problèmes de sécurité à rupture et de modélisation du comportement des poutres en béton à précontrainte extérieure.
Annales de l'I.T.B.T.P. Febrero 1991, pp. 46-95.
- 20 FOURÉ B.
Les Éssais du C.E.B.T.P. à Saint- Rémy- lès- Chevreuse.
Annales de l'I.T.B.T.P.. Enero 1992. pp. 19-28.
- 21 FOURÉ B., HOANG, L.H.
Éssais de traction sur des cables de précontrainte extérieure appuyés sur un déviateur.
Rapport du C.E.B.T.P.-S.E.S. Abril 1991.
- 22 GILBERT R.J., WARNER R.F.
Tension stiffening in reinforced concrete slabs
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 104, N. ST/2, Diciembre 1978.
- 23 GIURIANI E.
Theoretical Analysis of the Early Second Stage in Reinforced Concrete Beams
C.E.B. Bulletin n. 153, 1982, pp 91-116
- 24 GIURIANI E.
On the effective axial stiffness of a bar in cracked concrete
Bond in concrete. P. Bartos (Ed.), Applied Science Publishers, London, 1982

- 25 HINDI A.N.A., KREGER M.E. and BREEN J.E.
Enhancing the strength and ductility of post-tensioned segmental box-girder bridges.
Research Report 1209-2F. Center of Transportation Research. The University of Texas at Austin. April 1991.
- 26 HOANG L.H.
Éssais sur des petits câbles déviés.
Rapport du C.E.B.T.P.-S.E.S.. Julio 1991.
- 27 HOFMANN G. und THURMER E.
Erfahrungen bei der Sanierung des Bahnhofsbrücke Aue.
Die Strasse 1986, Vol. 6, pp 174-180.
- 28 HUGHES T.J.R.
The Finite Element Method
Prentice - Hall, Inc. New Jersey 1987.
- 29 KANG Y.J.
Nonlinear geometric, material and time dependent analysis of reinforced and prestressed concrete frames
UC-SESM Report 77-1. University of California, Berkeley, 1977.
- 30 KREGER M.E., FENVES G.L. and EL-HABR K.C.
Finite Element Analysis of Externally Post-tensioned Segmental Box Girder Construction.
ACI SP-120. External Prestressing in Bridges. Detroit 1990, pp. 389-408.
- 31 LEONHARDT F.
Procédé de construction par cycles de bétonnage en coffrage fixe et cycles de poussage.
Annales de l'I.T.B.T.P., 1973, pp 46-65.
- 32 LÓPEZ A.
Estudio de la evolución hasta la rotura de tableros continuos de puentes de hormigón pretensado con planta curva o esviada.
Tesis Doctoral. ETSICCP - UPC. Barcelona 1987.

- 33 MACGREGOR R.J.G., KREGER M.E. and BREEN J.E.
Strength and Ductility of a Three-Span Externally Post-tensioned Segmental Box Girder Bridge Model.
Research Report 365-3F. Center of Transportation Research. The University of Texas at Austin. January 1989.
- 34 MAHBOUB D., PINGLOT M. et LORAIN M.
Sur la capacité de déformation anélastique de poutres partiellement précontraintes á armatures symétriques
Supplément au numero de Travaux de Janvier de 1986. Dixième Congrès de la FIP à New Delhi. AFPC. pp 60-70
- 35 MARI A.R.
Nonlinear geometric time dependent analysis of three dimensional reinforced and prestressed concrete frames
UC-SESM Report 84-12, University of California, Berkeley, Junio 1984.
- 36 MONTOBBIO X., AGUADO A.
Comportamiento en destesado de armadura activa. Parte I: Modelo teórico Hormigón y Acero n. 174, ATEP, Madrid 1990.
- 37 MONTOBBIO X., AGUADO A.
Comportamiento en destesado de armadura activa. Parte II: Contrastación experimental
Hormigón y Acero n. 176, ATEP, Madrid 1990.
- 38 MOPT Instrucción EH-91 para el proyecto y ejecución de obras de hormigón en masa y armado
Ministerio de Obras Públicas, Madrid 1991.
- 39 MULLER J.
Construction of the Long Key Bridge.
Journal of the Prestressed Concrete Institute. November-December 1980, pp 97-111.
- 40 MULLER J. and GAUTHIER Y.
Ultimate Behavior of Precast Segmental Box Girders with external tendons.
ACI-SP-120, External Prestressing in Bridges. Detroit 1990, pp. 355-374.

- 41 NAAMAN A.E.
A new methodology for the analysis of beams prestressed with external or unbonded tendons.
ACI SP-120. Detroit 1990. pp. 339-354.
- 42 OLIVER J.
Apuntes del curso de doctorado "Cálculo avanzado de estructuras"
ETSICCPB - UPC. 1992
- 43 OLIVER J., FERNANDEZ J.R.
Consideraciones sobre los modelos numéricos de distribución para el análisis de la fisuración del hormigón
Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Vol.3, N. 4, Septiembre 1987.
- 44 OÑATE E.
Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos
CIMNE, Barcelona, 1992
- 45 PITLOUN R.
Remise en état du pont en béton précontraint d'Aue, en Saxe, construit en 1936-37, et remise en état de ses armatures.
Travaux. Juillet, août 1963.
- 46 RAMOS G., APARICIO A.C.
El pretensado exterior en puentes de hormigón: dos perspectivas de una misma técnica
Hormigón y acero n. 184. ATEP, Madrid, 1992. pp 67-76.
- 47 ROCA P.
Un modelo de análisis no lineal para el estudio del comportamiento de estructuras laminares de hormigón pretensado.
Tesis Doctoral. ETSICCPB - UPC. Barcelona, 1988
- 48 REZENDRE MARTINS P.C.
Modélisation du comportement jusqu'à la rupture en flexion de poutres en béton à précontrainte extérieure ou mixte.
Tesis Doctoral. École Centrale Paris. Septiembre 1989.

- 49 SETRA
Précontrainte Extérieure.
Service d'études techniques des routes et autoroutes. Febrero 1990
- 50 SCHÖNBERG M. und FICHTNER F.
Die Adolf Hitler Brücke in Aue (Saxen).
Die Bautechnik 1939, Vol. 8, pp 97-104.
- 51 SIA 162
Ouvrages en béton.
Société suisse des ingénieurs et des architectes. 1988.
- 52 SOWLAT K., RABBAT B.G.
Testing of Segmental Concrete Girders with External Tendons.
Journal of the Prestressed Concrete Institute, V. 32, n° 2, March-April 1987,
pp. 86-107.
- 53 TAM A. and PANNELL F.N.
The Ultimate Moment of Resistance of Unbonded Partially Prestressed
Reinforced Concrete Beams.
Magazine of Concrete Research, Vol. 28, n° 97, Dec. 76, pp. 203-208.
- 54 TRINH J.L., GARCIA-VARGAS J.A., MENEZES N.
Effect of external tendons slipping at deviators on beam behaviour
Workshop on the behaviour of external prestressing in structures. Saint-Rémy,
1993
- 55 TROST H., CORDES H., THORMAHLN U., HAGEN H.
Verbundfestigkeit von Spanngliedern und ihre Bedeutung für Ribbilung und
Ribbreitenbeschränkung
Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 310, W. Ernst und Sohn, Berlin
1980.
- 56 VAN GREUNEN J.
Nonlinear geometric, material and time dependent analysis of reinforced and
prestressed concrete slabs and panels
UC-SESM Report 79-3. University of California, Berkeley, 1979
- 57 VIRLOGEUX M.
La Précontrainte Extérieure.
Annales de l'I.T.B.T.P., Dec. 1983.

58 VIRLOGEUX M.

La Conception et la Construction des Ponts à Précontrainte Extérieur au béton.

Annales de l'I.T.B.T.P., Nov. et Dec. 1991.

59 ZIENKIEWICZ O.C. and TAYLOR R.L.

The Finite Element Method -Fourth Edition

McGraw - Hill, Londres 1989.



M M M M M M
I M M M M M M
M M M M M M