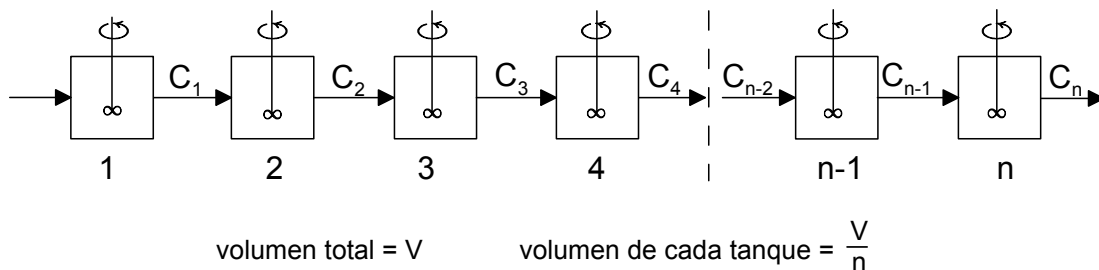


APÉNDICE B

HIDRÁULICA DEL REACTOR DE MEZCLA COMPLETA

B.1 REACTOR DE MEZCLA COMPLETA (flujo no ideal)

El modelo de flujo en un reactor real se encuentra en algún punto entre las condiciones de mezcla de los reactores ideales (reactor de mezcla completa (RMC) y reactor de flujo en pistón (RFP)). Las variaciones del comportamiento hidráulico de un reactor respecto al modelo de mezcla ideal pueden ser evaluadas experimentalmente, pero a menudo su correcta interpretación matemática no es posible. Uno de los modelos que describen las desviaciones del flujo ideal es el RMC en serie. Este implica la hipótesis de que el volumen del reactor puede ser representado por un conjunto de n RMC de igual tamaño conectados en serie. El estudio del comportamiento de flujo se realiza mediante un ensayo de trazador; las curvas de salida del trazador que resultan de un conjunto de n tanques en serie pueden ser determinadas mediante un balance de masa de la concentración del trazador alrededor del n^{vo} tanque (Horan, 1993):



Asumiendo que el trazador es inerte y que no reacciona en el tanque:

$$\left[\begin{array}{l} \text{Tasa de variación} \\ \text{de la cantidad de} \\ \text{trazador en el reactor} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{Cantidad de trazador} \\ \text{que entra en el reactor} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Cantidad de trazador} \\ \text{que sale del reactor} \end{array} \right]$$

$$V_n \frac{dC_n}{dt} = Q \cdot C_{n-1} - Q \cdot C_n$$

donde,

$$\frac{dC_n}{dt} = \text{tasa de variación del trazador en el reactor}$$

$$C_{n-1} = \text{concentración del trazador en el flujo entrante}$$

$$C_n = \text{concentración del trazador en el flujo saliente}$$

$$Q = \text{caudal}$$

Entonces, para el tanque n de volumen V :

$$\frac{V}{n} \frac{dC_n}{dt} = Q \cdot C_{n-1} - Q \cdot C_n \quad (\text{B.1})$$

Esta ecuación tiene una solución general para n tanques iguales conectados en serie (Orhon y Artan, 1994):

$$C = \frac{C_t}{C_o} = \frac{n}{(n-1)!} (n\theta)^{n-1} e^{-n\theta} \quad \text{siendo } \theta = \frac{Q}{V} t \quad (\text{B.2})$$

La Figura B.1 muestra una familia de curvas C teóricas para diferentes valores de n .

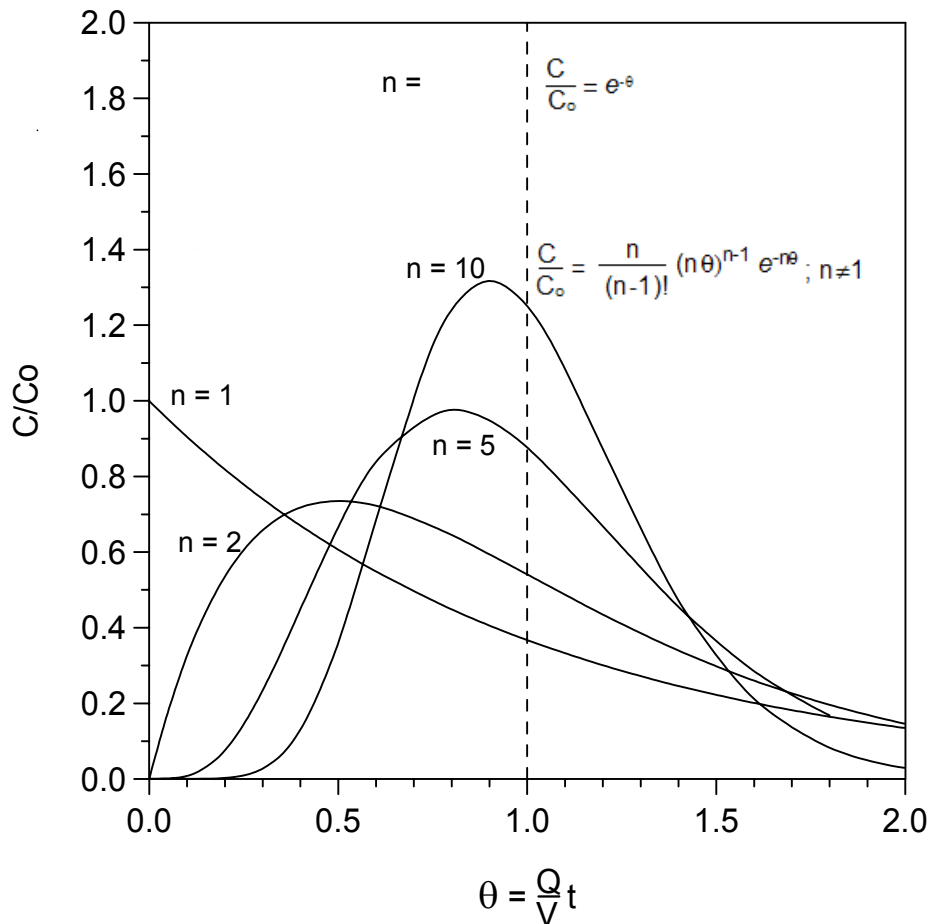
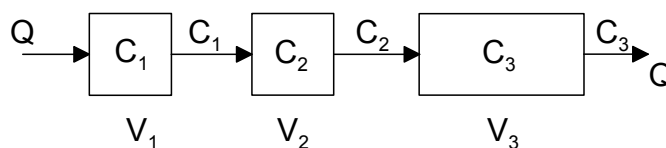


Figura B.1 Familia de curvas C para RMC de igual tamaño conectados en serie (Orhon y Artan, 1994).

Sin embargo, en ocasiones los reactores de fangos activados no tienen sus tanques de igual tamaño, así que es necesario el desarrollo de ecuaciones que tengan en cuenta estas diferencias. Para ello, se aplica igualmente un balance de materia en cada

tanque, teniendo en cuenta la fracción de volumen por tanque. Para el caso de nuestra planta piloto, el balance de materia es el siguiente:



Tanque 1: balance de masa para el trazador en el primer tanque

$$V_1 \frac{dC_1}{dt} = Q \cdot C_0 - Q \cdot C_1 \quad \text{para } t=0 \rightarrow C_0 = 0 \tag{B.3}$$

$$\int_{C_0}^{C_1} \frac{dC_1}{C_1} = -\frac{Q}{V_1} \int_0^t dt \rightarrow \frac{C_1}{C_0} = e^{-\frac{Q}{V_1}t} \rightarrow \frac{C_1}{C_0} = e^{-\frac{Q}{V_1}t} \tag{B.4}$$

Tanque 2: balance de masa para el trazador en el segundo tanque

$$V_2 \frac{dC_2}{dt} = Q \cdot C_1 - Q \cdot C_2 \tag{B.5}$$

sustituyendo el valor de C_1 del primer reactor:

$$\frac{dC_2}{dt} + \frac{Q}{V_2} C_2 = \frac{Q}{V_2} C_0 \cdot e^{-\frac{Q}{V_1}t} \tag{B.6}$$

resolviendo la ecuación diferencial como una ecuación de tipo $dy/dx + yP(x) = Q(x)$ se llega a una solución de tipo $ye^{\int P(x)dx} = \int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx + k$, es decir:

$$C_2 \cdot e^{\frac{Q}{V_2}t} = \frac{Q}{V_2} \int_0^t C_0 \cdot e^{-\frac{Q}{V_1}t} \cdot e^{\frac{Q}{V_2}t} dt + k \tag{B.7}$$

siendo k una constante y $V_1 = V_2$, se tiene que para $t = 0$, $C_2 = 0$ y $k = 0$, así:

$$C_2 \cdot e^{\frac{Q}{V_2}t} = \frac{Q}{V_2} C_0 \cdot t \rightarrow \frac{C_2}{C_0} = \frac{Q}{V_2} \cdot t \cdot e^{-\frac{Q}{V_2}t} \tag{B.8}$$

Tanque 3: balance de masa para el trazador en el tercer tanque

$$V_3 \frac{dC_3}{dt} = Q \cdot C_2 - Q \cdot C_3 \quad (\text{B.9})$$

sustituyendo el valor de C_2 :

$$\frac{dC_3}{dt} + \frac{Q}{V_3} C_3 = \frac{Q^2}{V_2 \cdot V_3} C_0 \cdot t \cdot e^{-\frac{Q}{V_2} t} \quad (\text{B.10})$$

resolviendo la ecuación diferencial como una ecuación de tipo $dy/dx + yP(x) = Q(x)$:

$$C_3 \cdot e^{\frac{Q}{V_3} t} = \frac{Q^2}{V_2 \cdot V_3} C_0 \int_0^t t \cdot e^{Q \left(\frac{1}{V_3} - \frac{1}{V_2} \right) t} dt + k \quad (\text{B.11})$$

dado que V_2 es diferente de V_3 , la solución a la ecuación B.11 no es directa, por lo que se aplica el programa Maple7 para resolver la integral, resultando:

$$\int_0^t t \cdot e^{Q \left(\frac{1}{V_3} - \frac{1}{V_2} \right) t} dt = \frac{V_3^2 \cdot V_2^2 \left[\frac{Q(V_2 - V_3) t e^{\left(\frac{Q(V_2 - V_3) t}{V_3 \cdot V_2} \right)} - e^{\left(\frac{Q(V_2 - V_3) t}{V_3 \cdot V_2} \right)} \right]}{Q^2 (V_2 - V_3)^2} \quad (\text{B.12})$$

sustituyendo en la Ecuación B.11 y reagrupando términos, la ecuación resultante para el caso de tres RMC diferentes conectados en serie es:

$$\frac{C_3}{C_0} = \frac{e^{-\frac{Q}{V_3} t}}{V_2 \cdot V_3 \left(\frac{1}{V_3} - \frac{1}{V_2} \right)^2} \left[1 + e^{Q \left(\frac{1}{V_3} - \frac{1}{V_2} \right) t} \left(Q \left(\frac{1}{V_3} - \frac{1}{V_2} \right) t - 1 \right) \right] \quad (\text{B.13})$$

En la Figura B.2 se presenta el ajuste de la curva teórica obtenida con la ecuación B.13 y la curva experimental obtenida del ensayo de trazador para el RMC. La inyección del trazador se aplica como un pulso en el primer tanque y se mide la conductividad a la salida del tercer tanque. En la Figura B.3 se muestra una serie fotográfica de la inyección de un trazador a fin de apreciar visualmente el desarrollo de la mezcla dentro de uno de los tanques ((a) anaerobio y (b) aerobio).

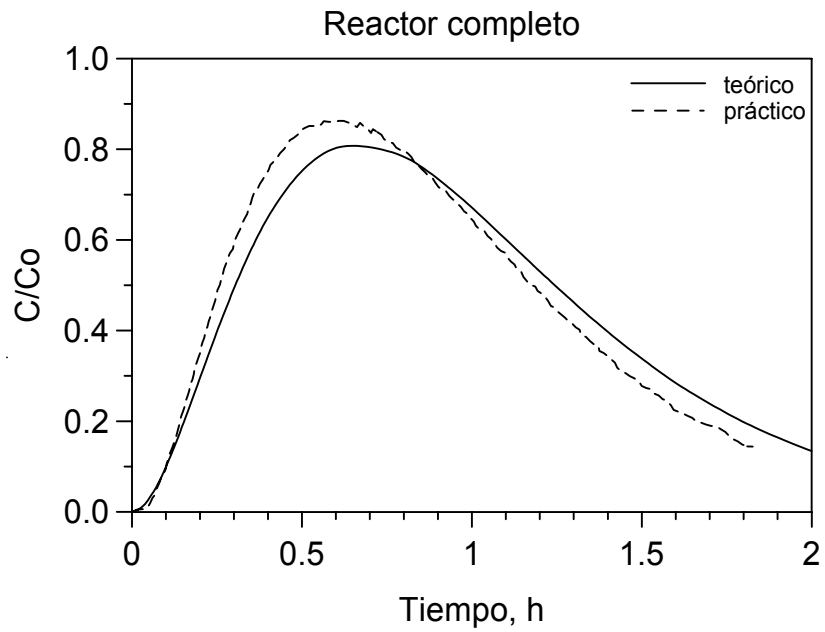


Figura B.2 Curvas teórico y práctica para el RMC diseñado con tres tanques de volumen diferente conectados en serie.

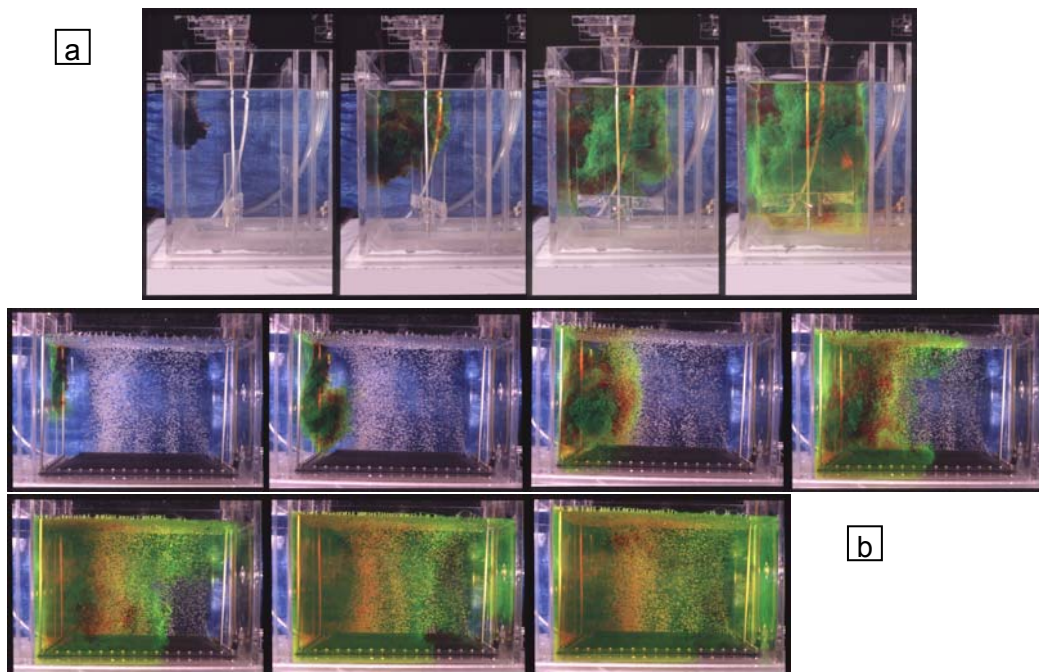


Figura B.3 Serie fotográfica de la inyección de un trazador. (a) reactor anaerobio, (b) reactor aerobio.