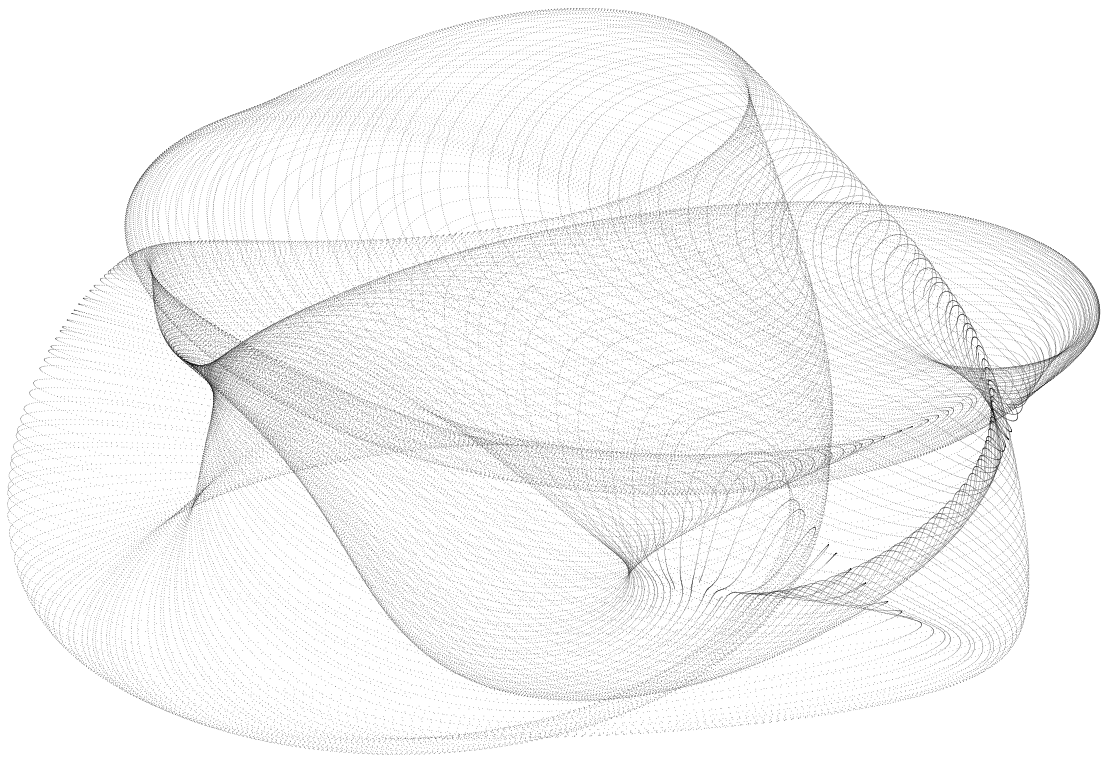


Numerical study of Hopf bifurcations in the two-dimensional plane Poiseuille flow



Pablo S. Casas

Numerical study of Hopf bifurcations in the two-dimensional plane Poiseuille flow

Memoria presentada por
José Pablo Sánchez Casas
para optar al grado de Doctor en Ciencias Matemáticas

Director: Àngel Jorba Monte
Barcelona, septiembre de 2002

a ella, a mi madre, a mis amigas

Quiero expresar mi agradecimiento a todas las personas que de una forma u otra han contribuido en la evolución de este trabajo, y que sin su apoyo y comprensión no habría podido culminar. Entre ellas destaco a mis padres, hermanos y amigas/os por haber soportado tantos desplantes mientras yo disfrutaba con ella (la tesis). También agradezco a los compañeros del Departamento de Matemática Aplicada I su paciencia por haberme permitido utilizar casi todos los ordenadores disponibles en mis cálculos. A mi director debo sus muchas enseñanzas y buenas ideas. Asimismo Joan Solà-Morales siempre me ofreció sus conocimientos y referencias. Finalmente no puedo olvidarme de M^a Teresa Martínez-Seara, por seguir muy de cerca todo mi trabajo y aconsejarme en los momentos en que todo eran preguntas sin respuesta. Gracias a todos por haberme acompañado en este arduo camino.

Mi reconocimiento agradecido a Neus Cónsul, Joaquim Font, Juan Sánchez, Carles Simó y Joan Solà-Morales como miembros del tribunal en la lectura de la tesis el 28 de noviembre de 2002.

Contents

1	Introduction	3
1.1	A bit of history	3
1.2	Hydrodynamic stability	4
1.3	Some works on finite-amplitude solutions	5
1.4	Purpose of the work and results	7
1.5	Poiseuille flow formulation	9
1.6	Different flow conditions: Constant pressure gradient or constant flux	12
2	Numerical implementation	17
2.1	Numerical approach: choice of the method	17
2.2	Evaluation of linear terms	20
2.3	Evaluation of nonlinear terms	23
2.4	Reduced equations. Temporal evolution	25
2.5	The constant flux numerical integrator	29
2.6	Check of the numerical integrator	31
2.7	Poincaré sections	35
2.8	Pseudo-arclength continuation method	36
2.9	Minimization without derivatives	43
3	Periodic solutions	45
3.1	Linear stability: Orr–Sommerfeld equation	45
3.2	Reduction of periodic orbits to stationary solutions	52
3.3	Continuation of periodic solutions	54
3.4	Stability of periodic solutions	58
3.5	Unstable invariant manifolds	64
4	Quasi-periodic solutions	77
4.1	Reduction of quasi-periodic orbits to periodic	77
4.2	Hopf bifurcation at Re_{p1}	80
4.3	Hopf bifurcation at Re_{p2}	84
4.4	Hopf bifurcation at Re_{Q1}	86

5	Conclusions	99
5.1	Main achieved results	99
5.2	Limitations of the search method of quasi-periodic flows. Future work	101
A	Spatio-temporal symmetries	103
A.1	Generalities	103
A.2	Rotating waves	105
A.3	Modulated waves	107
B	Interpolation	111
B.1	Discrete Fourier series	111
B.2	Basic results on orthogonal polynomials	115
	Bibliography	121