

Carrasumada SERRANO PAU

*Proceso de resolución de problemas
aritméticos en el alumnado sordo: aspectos
diferenciales respecto al oyente*

Tesis doctoral dirigida por la Dra. Núria Silvestre Benach

Departament de Psicologia de l'Educació
Facultat de Psicologia
Universitat Autònoma de Barcelona
1995

*Dedico este trabajo a mi
marido Francisco y a mi
hijo David*

Este trabajo ha sido posible gracias a la ayuda recibida por el Ministerio de Educación y Ciencia a través del Programa nacional de Formación de Personal Investigador del Plan Nacional de Investigación Científica y Desarrollo Tecnológico y, por el Proyecto de Investigación <<El desarrollo lingüístico y cognoscitivo del alumno con déficit auditivo: estudio de algunos aspectos y diseños de modelos de intervención consecuentes>>, subvencionado por la DGICYT (PB87/0619).

Me gustaría expresar mi agradecimiento a todas aquellas personas e instituciones que han contribuido a que este trabajo de investigación fuera posible.

En primer lugar a la directora de este trabajo, la Dra. Núria SILVESTRE BENACH, Catedrática del Departament de Psicologia de l'Educació de la Universitat Autònoma de Barcelona, por su apoyo continuo desde que me integré en su equipo de investigación y por haberme dirigido y orientado en todo momento en la tarea investigadora-formadora.

A la Dra. Carmen AZCARATE GIMENEZ, codirectora de este trabajo y profesora titular del Departament de Didàctica de les Matemàtiques i Ciències Experimentals de la Universitat Autònoma de Barcelona, por estar siempre dispuesta a asesorarme.

A Teia COMPTE e Iona CASADEMONT, dos estudiantes de segundo ciclo que, desinteresadamente, me ayudaron durante los tres largos meses de administración de las pruebas.

A todos/as los/as LOGOPEDAS y CENTROS ESCOLARES que posibilitaron la formación de la muestra y la recogida de datos y, especialmente, a los ALUMNOS que formaron dicha muestra por su colaboración e interés durante la administración de las pruebas.

Índice

Introducción	1
1. Implicaciones de la sordera en el desarrollo lingüístico y cognitivo	5
1.1 Introducción	5
1.2 Variables diferenciadoras	6
1.2.1 Tipo y grado de sorderas	6
1.2.1.1 Características de la lesión	6
1.2.1.2 Profundidad de la sordera	7
1.2.1.3 Momento evolutivo de la afección	7
1.2.2 Educación especial del lenguaje y entorno educativo	8
1.3 Desarrollo comunicativo y lingüístico	11
1.3.1 Proceso de adquisición del lenguaje oral	12
1.3.2 La apropiación de la lengua escrita	13
1.3.2.1 Comprensión lectora	14
1.3.2.2 Producción escrita	17
1.4 Desarrollo cognitivo	18
1.5 Implicaciones en la resolución de problemas matemáticos	23

2. Matemáticas y déficit auditivo	25
2.1 Introducción	25
2.2 Los procedimientos de cálculo	28
2.3 Los aprendizajes geométricos	32
2.4 La resolución de problemas aritméticos	35
3. Resolución de problemas en el alumnado oyente	45
3.1 Introducción: Influencia del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas	45
3.2 Qué es la resolución de problemas y su importancia	49
3.3 Problemas de una etapa: adición y substracción	52
3.3.1 Introducción	52
3.3.2 Clasificación de los problemas	53
3.3.3 Factores incidentes en la resolución de problemas verbales	57
3.3.4 Niveles de dificultad en función de la estructura semántica	61
3.3.5 Niveles de dificultad en función de las variables de la tarea	62
3.3.5.1 Variables sintácticas	63
3.3.5.2 Variables de contenido y de contexto	65
3.3.5.3 Variables de contenido	66
3.3.5.4 Variables de contexto	69
3.4 Sentencias aritméticas abiertas	71
3.5 Modelos sobre el proceso de resolución	73
3.5.1 Planteamiento de Riley, Greeno y Heller	76
3.5.2 Planteamiento de De Corte y Verschaffel	79
3.5.3 Planteamiento de Resnick, Glaser y Ford	81
4. Finalidad del estudio	83
4.1 Introducción	83
4.2 Objetivos	84
5. Metodología	89
5.1 Introducción	89
5.2 Descripción de la muestra	90
5.2.1 Muestra del alumnado sordo	90
5.2.2 Muestra del alumnado oyente	94
5.2.3 Evaluación del nivel de desarrollo cognitivo	95
5.2.4 Nivel de comprensión lectora	96

5.3 Diseño de las pruebas para la obtención de datos: aspectos y condiciones de aplicación	98
5.3.1 Introducción	98
5.3.2 Descripción y objetivos de los instrumentos de medida aplicados	100
5.3.2.1 Análisis del proceso de resolución en el alumnado sordo	100
5.3.2.1.1 Instrumentos de medida	102
5.3.2.2 Variabilidad del comportamiento resolutor del alumnado sordo en función de ciertas variables influyentes	109
5.3.2.2.1 Habilidad operatoria-computacional	109
5.3.2.2.2 Nivel de comprensión lectora	112
5.3.2.2.3 Bilingüismo	112
5.3.2.3 Comportamiento resolutor del sordo frente al comportamiento resolutor oyente.	113
5.3.3 Procedimiento de obtención de datos	114

6. Análisis del proceso de resolución en el alumnado sordo 115

6.1 Introducción	115
6.2 Explicación oral del texto	116
6.2.1 Criterios de análisis	116
6.2.2 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C1	117
6.2.2.1 Comentario del problema de Cambio-C1	119
6.2.3 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C2	120
6.2.3.1 Comentario del problema de Cambio - C2	124
6.2.4 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C3	125
6.2.4.1 Comentario del problema de Cambio - C3	129
6.2.5 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C4	131
6.2.5.1 Comentario del problema de Cambio - C4	134
6.2.6 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C5	135
6.2.6.1 Comentario del problema de Cambio - C5	139
6.2.7 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C6	140
6.2.7.1 Comentario del problema de Cambio - C6	143
6.2.8 Síntesis	145
6.3 Ordenación secuencial de dibujos y explicación de la ordenación	148
6.3.1 Criterios de análisis	148
6.3.2 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C1	149
6.3.2.1 Comentario del problema de Cambio - C1	152

6.3.3 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C2	154
6.3.3.1 Comentario del problema de Cambio - C2	157
6.3.4 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C3	158
6.3.4.1 Comentario del problema de Cambio - C3	161
6.3.5 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C4	163
6.3.5.1 Comentario del problema de Cambio - C4	165
6.3.6 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C5	169
6.3.6.1 Comentario del problema de Cambio - C5	171
6.3.7 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C6	173
6.3.7.1 Comentario del problema de Cambio - C6	176
6.3.8 Síntesis	179
6.4 Comprensión del texto y explicación de la comprensión	183
6.4.1 Criterios de análisis	183
6.4.2 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C1	186
6.4.2.1 Comentario del problema de Cambio - C1	188
6.4.3 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C2	189
6.4.3.1 Comentario del problema de Cambio - C2	191
6.4.4 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C3	191
6.4.4.1 Comentario del problema de Cambio - C3	193
6.4.5 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C4	193
6.4.5.1 Comentario del problema de Cambio - C4	196
6.4.6 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C5	196
6.4.6.1 Comentario del problema de Cambio - C5	198
6.4.7 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C6	199
6.4.7.1 Comentario del problema de Cambio - C6	200
6.4.8 Síntesis	201
6.5 Operación y explicación de la operación	203
6.5.1 Criterios de análisis	203
6.5.2 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C1	205
6.5.3 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C2	206
6.5.4 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C3	207
6.5.5 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C4	209
6.5.6 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C5	210
6.5.7 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C6	211
6.5.8 Síntesis	213
6.6 Valoración global de las tareas	215

7. Variabilidad del comportamiento resolutor en función de ciertas variables influyentes	225
7.1 Introducción	225
7.2 Habilidad operatoria-computacional	226
7.2.1 Sentencias aritméticas abiertas	226
7.2.2 Descomposición de números	226
7.2.3 Análisis de las operaciones aritméticas	228
7.2.4 Síntesis	228
7.3 Nivel de comprensión lectora	229
7.3.1 Síntesis	230
7.4 Bilingüismo	231
7.4.1 Síntesis	232
7.5 Valoración	233
8. Comparación del proceso resolutor de sordos y oyentes	237
8.1 Introducción	237
8.2 Explicación oral del texto	238
8.2.1 Criterios de análisis	238
8.2.2 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C1	239
8.2.3 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C2	240
8.2.4 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C3	241
8.2.5 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C4	242
8.2.6 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C5	244
8.2.7 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C6	245
8.3 Ordenación secuencial de dibujos y explicación de la ordenación	246
8.3.1 Criterios de análisis	246
8.3.2 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C1	247
8.3.3 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C2	248
8.3.4 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C3	249
8.3.5 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C4	251
8.3.6 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C5	252
8.3.7 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C6	254
8.4 Comprensión del texto y explicación de la comprensión	255
8.4.1 Criterios de análisis	255
8.4.2 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C1	255

8.4.3 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C2	257
8.4.4 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C3	258
8.4.5 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C4	260
8.4.6 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C5	261
8.4.7 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C6	262
8.5 Operación y explicación de la operación	264
8.5.1 Criterios de análisis	264
8.5.2 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C1	265
8.5.3 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C2	267
8.5.4 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C3	268
8.5.5 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C4	269
8.5.6 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C5	270
8.5.7 Comparación de resultados en el problema de CAMBIO - C6	271

9. Conclusiones 270

10. Bibliografía 291

Anexos

Anexo 1. Anamnesi del sujeto	313
Anexo 2. Características del alumnado sordo	319
Anexo 3. Cuestionario de matemáticas	323
Anexo 4. Descomposición de números	337
Anexo 5. Sentencias aritméticas abiertas	355
Anexo 6. Dibujos utilizados en la tarea de Ordenación secuencial	359
Anexo 7. Cuestiones formuladas en la tarea de comprensión del texto	365
Anexo 8. Transcripción de las ejecuciones en cada problema	379

Introducción

Actualmente, en nuestro país, todas las criaturas que presentan un déficit auditivo tienen derecho a recibir una escolarización normalizada, entendida ésta como una escolarización en integración con sus iguales oyentes a todos los niveles, tanto física, como social, funcional, comunitaria y académica, desde el momento en que se considere preciso dicha escolarización. En este sentido presenta, en esta modalidad de integración, especial interés el sistema de programación adaptada a las necesidades educativas específicas que estos alumnos presentan.

Se podría resumir la peculiaridad de la criatura sorda derivada de su déficit, en los siguientes puntos:

- * *Mecanismos de acceso al lenguaje oral* diferentes a los de los oyentes.
- * *Fenómeno de la atención dividida en el tiempo* o falta de simultaneidad de las informaciones. Así, por ejemplo, en la escuela, el alumnado sordo no puede escribir al dictado y al mismo tiempo leer en los labios del profesor. Este fenómeno, que se produce a lo largo de toda la vida de la persona afectada, tiene especial interés en las primeras edades, cuando la criatura puede presentar dificultades en relacionar dos informaciones que para él se producen de forma secuenciada en el tiempo, por ejemplo, la expresión de la madre y la visión del objeto que están mirando conjuntamente.

* Necesidad de una *adquisición intencional de los principios básicos del sistema lingüístico*, que el oyente realiza de forma espontánea. Este hecho comporta, en muchos casos, dificultades y cierto retraso en la apropiación de la lengua escrita.

Sin embargo, en general, ante la pregunta de cómo influye el déficit comunicativo y lingüístico en el desarrollo cognitivo de los niños sordos, se ha considerado que no hay evidencias claras de que la sordera sea causa de ninguna limitación necesaria, esencial, en el desarrollo del pensamiento racional. Por tanto, al no poderse establecer una relación causa/efecto entre sordera y desarrollo cognitivo, cabe suponer que las dificultades del alumnado sordo en la resolución de problemas, no puedan atribuirse directamente a un retraso cognitivo.

En opinión de muchos profesores que tienen a su cargo la educación de niños sordos, la mayoría de las dificultades que presentan estos alumnos en el área de las matemáticas son atribuidas a la resolución de problemas matemáticos verbales, debido, no a una discapacidad para razonar matemáticamente sino, posiblemente, a la carga lingüística contenida en este tipo de tareas.

En las aportaciones teóricas de modelos sobre el proceso de resolución de problemas verbales, en poblaciones de oyentes, se insiste en la idea de que es fundamental para resolver con éxito la tarea propuesta, que el alumno debe ser capaz de interpretar el texto en el que se presentan las relaciones entre los datos del problema y, para ello, será necesario que haga una lectura comprensiva del mismo (*Riley, Greeno y Heller, 1983; De Corte y Verschaffel, 1985*).

Numerosas investigaciones sobre la competencia lectora del alumnado sordo, encuentran diferencias fundamentales en cuanto a la dificultad de éstos, respecto al alumnado oyente, para la recepción/comprensión de mensajes verbales. Por tanto, generalmente, supondrá una difícil tarea para el sordo realizar una buena lectura, a fin de comprender el texto y poder discernir entre la información relevante y la que no lo es, según la demanda planteada.

El interés de muchos estudiosos por saber más sobre el conocimiento de las repercusiones del déficit auditivo en el desarrollo de los niños sordos, ha suscitado numerosas investigaciones.

En efecto, la mayoría de estos estudios, hacen referencia a aquellas materias o aspectos que pertenecen directamente al campo de la Lingüística o al de la Psicología y, cuando es estudiada esta población en el área de la matemática, y concretamente, en el campo de la aritmética, generalmente se hace estudiando, principalmente, sus competencias puramente operatorias.

En mi opinión, el estudio del pensamiento matemático requiere un enfoque interdisciplinar con las aportaciones de la Psicología, la Lingüística y la Matemática.

Es posible plantearse, pues, una investigación cuya finalidad principal sea recabar mucho mayor conocimiento, del que se dispone actualmente, acerca de cómo influye el déficit auditivo y sus consecuentes implicaciones, tanto comunicativas y lingüísticas como cognitivas, en el proceso de resolución de problemas verbales.

Como se ha mencionado anteriormente, debido a la escasez generalizada de estudios, tanto dentro como fuera de nuestro país, sobre resolución de problemas aritméticos en el alumnado sordo y, principalmente, de aquellos encaminados al estudio del proceso resolutor, es interesante enfocar la investigación, en esta primera fase, desde una perspectiva analítica-descriptiva para que, posteriormente, puedan concretarse sus implicaciones en la práctica educativa.

La tesis está estructurada en nueve capítulos. En los tres primeros capítulos se sitúa el marco teórico de referencia; en ellos se exponen trabajos y reflexiones de diversos autores que se han considerado interesantes para los objetivos de la tesis. En el primer capítulo, **Implicaciones de la sordera en el desarrollo lingüístico y cognitivo**, se caracteriza la sordera desde las variables diferenciadoras más significativas y se hace una revisión sobre el conocimiento que se posee acerca del

desarrollo lingüístico y cognitivo de las personas afectadas por un déficit auditivo. En el segundo capítulo, **Matemáticas y déficit auditivo**, se hace una aproximación a las dificultades que presentan los aprendizajes matemáticos para el alumnado sordo y, en el tercer capítulo, **Resolución de problemas en el alumnado oyente**, se describen trabajos sobre resolución de problemas realizados en población oyente, destacando las variables o factores más influyentes para una resolución más o menos exitosa y, se describen, algunos modelos sobre el proceso de resolución.

En los cinco capítulos siguientes se presenta la investigación propiamente dicha. En el capítulo 4, **Finalidad del estudio**, se delimita el objeto de estudio indicando los objetivos de la tesis. En el capítulo 5, **Metodología**, se describe la muestra de sordos y oyentes así como las pruebas administradas para la obtención de datos y las condiciones de aplicación. El capítulo 6, **Análisis del proceso de resolución en el alumnado sordo**, se dedica a la descripción detallada de los resultados obtenidos en las pruebas o tareas administradas en el alumnado sordo, cuyo objetivo es el análisis del proceso de resolución. El capítulo 7, **Comportamiento resolutor en función de ciertas variables influyentes**, se dedica al estudio de la posible influencia que ciertas variables ejercen sobre la competencia resolutoria de los sujetos sordos del estudio y, que en estudios precedentes en oyentes se mostraron importantes. En el capítulo 8, **Comparación del proceso de resolución de sordos y oyentes**, se comparan los resultados obtenidos en el alumnado sordo con los obtenidos por los oyentes. Y, finalmente, en el capítulo 9, **Conclusiones**, se hace una síntesis y una valoración de los resultados descritos en los tres capítulos precedentes, en función de los objetivos del estudio.

1. Implicaciones de la sordera en el desarrollo lingüístico y cognitivo

1.1 Introducción

Como ya se ha comentado en la introducción de este trabajo, el interés creciente, manifestado por muchos investigadores, por conocer con mayor profundidad las repercusiones que el déficit auditivo "per se" comporta en el desarrollo de los niños sordos, ha suscitado gran cantidad de estudios.

Muchos de estos estudios han partido del supuesto de que los niños sordos constituyen un grupo relativamente homogéneo, cuya variabilidad individual es semejante a la de los niños oyentes con los que se comparan, amplificando así las consecuencias de la propia deficiencia y creando, de este modo, las condiciones idóneas para generar expectativas negativas sobre el desarrollo cognitivo y lingüístico del sordo.

Sin embargo, este supuesto no se ajusta a la realidad ya que existen diferencias individuales dentro del grupo de niños sordos. Por esta razón, se examina en primer lugar, las variables diferenciadoras más significativas, y en segundo lugar, se hace una revisión sobre el estado actual de conocimiento respecto al desarrollo lingüístico y cognitivo de las personas afectadas por sordera.

1.2 Variables diferenciadoras

Entre las dimensiones fundamentales que influyen en el desarrollo de los niños sordos, deben diferenciarse dos grupos de variables, las relativas al tipo de sordera que presenta el sujeto y las que hacen referencia a las características de la educación especial del lenguaje y al entorno educativo.

1.2.1 Tipo y grado de sorderas

1.2.1.1 Características de la lesión

Según la zona del oído afectada, la sordera puede clasificarse en:

- Sordera conductiva o de transmisión: Los trastornos auditivos están situados en el oído externo o en el oído medio. Este tipo de afecciones suelen comportar sorderas leves, que en la mayoría de los casos tienen una solución médica. Si no se produce una seria pérdida auditiva en ambos oídos, no tienen graves consecuencias en el desarrollo y en el aprendizaje del niño.

- Sordera neuro-sensorial o de percepción: Son más graves y permanentes y con un pronóstico mucho más complicado. El problema radica en la transformación de las ondas sonoras en aferencias sensoriales realizada por los

órganos del oído interno. La única "solución" experimentada hasta el momento es la adaptación de prótesis auditivas, solución parcial y casi siempre muy delicada, ya que las pérdidas auditivas no son generalmente homogéneas en todas las frecuencias. Es muy importante que la adaptación protésica se realice cuanto antes, se revise periódicamente y vaya acompañada de una buena reeducación auditiva.

1.2.1.2 Profundidad de la sordera

Por otro lado, tenemos que bajo la denominación de sordera se incluyen distintos grados de pérdida auditiva. Según se desprende de la clasificación propuesta por el Bureau International d'Audiophonologie (B.I.A.P.), la pérdida auditiva puede ir desde la que impide la discriminación del lenguaje oral por vía auditiva, la sordera profunda, y que, por tanto, requiere el empleo de mecanismos visuales de lectura labial para la recepción de la producción oral, hasta aquella en las que el individuo afectado debe compensar con la lectura labial lo que no percibe por vía acústicas, sorderas severas y graves.

1.2.1.3 Momento evolutivo de la afección

El momento evolutivo de la afección es una importante variable en cuanto a las implicaciones que ella conlleva en los mecanismos de adquisición del lenguaje oral, influyendo así, en el desarrollo de sus habilidades lingüísticas. Se pueden distinguir dos tipos de sordera según que el momento de afección sea anterior o posterior a la adquisición de una cierta competencia en el lenguaje oral y una extensa experiencia con los sonidos; es decir, la sordera puede ser prelocutiva o postlocutiva respectivamente.

Sin embargo, esta primera clasificación se puede matizar distinguiendo en las sorderas prelocutivas las congénitas y las acaecidas al final del primer año de vida.

El progresivo avance sobre las aportaciones en el conocimiento de lo que ocurre durante el periodo prelingüístico, dan pie a esta matización, ya que el bebé que adquiere una sordera al final de su primer año de vida, aunque no posee todavía un pleno dominio del lenguaje oral, ha realizado ya determinados aprendizajes comunicativos y fonológicos que lo pone en una situación distinta para el abordaje del lenguaje oral de la que se encuentra un bebé con sordera congénita (*Silvestre*, en prensa).

El presente estudio se centra en los casos en los que la sordera tiene efectos más directos en el desarrollo lingüístico de la persona afectada, la sordera profunda prelocutiva y de tipo perceptiva.

1.2.2 Educación especial del lenguaje y entorno educativo

El tipo y grado de sordera condiciona los procedimientos para la adquisición del lenguaje oral pero no es determinante por lo que se refiere al desarrollo de las competencias lingüísticas. En este sentido, las condiciones educativas constituirán una variable importantísima en su desarrollo comunicativo y lingüístico.

Desde el punto de vista de la intervención educativa, se pueden diferenciar tres grupos de variables: momento de inicio de la educación especial, ambiente familiar y método de educación del lenguaje oral.

A diferencia de las dimensiones a las que se ha hecho referencia anteriormente—pérdida auditiva, localización de la afección y momento evolutivo de la misma—estas son más difíciles de analizar, más modificables a lo largo del tiempo y con efectos más imprecisos y menos permanentes.

En cuanto al momento de inicio de la educación especial, cabe destacar la importancia, señalada desde diferentes perspectivas, de recibir una atención educativa temprana que permita a los bebés sordos proseguir el establecimiento

de sus primeros intercambios antes de abandonar sus laleos. Así pues, la importancia de una intervención temprana se manifiesta como condición necesaria para un desarrollo fonológico normal del niño sordo (*Alegria, 1979*) y como condición relevante desde el punto de vista de la adquisición de las primeras reglas semánticas y pragmáticas de la lengua oral (*Volterra, 1981*) (ambos citados en *Silvestre, 1989*).

En esta etapa preverbal, las características del entorno familiar van a ser una variable diferencial importantísima. El grado de aceptación de la sordera del hijo por los padres va a modular sus relaciones afectivas y sus intercambios comunicativos. En el caso de que los padres sean también sordos, estos aceptan con más facilidad la sordera de su hijo, lo cual va a permitir estructurar unos intercambios comunicativos más fluidos y satisfactorios; esta interacción es, según *Bruner*, la base para el inicio de la comunicación y para la adquisición del lenguaje.

En el caso de familias oyentes, algunos estudios muestran que, la adaptación de la misma a las necesidades del sordo puede representar el establecimiento de relaciones más controladoras, provocando así, en sus interacciones, conductas verbales poco expansivas (*Gregory (1976)*, citado en *Silvestre, 1989*).

La elección del método pedagógico más adecuado para la adquisición del lenguaje, ha sido uno de los temas que más controversia ha suscitado. Ciertamente, no hay ningún método claramente superior a otros que deba aplicarse por igual a todos los sordos.

Por lo que atañe a los distintos tipos de métodos que existen, deben diferenciarse los que conceden mayor importancia y exclusividad a la adquisición del lenguaje oral, llamados métodos oralistas, de los que, por el contrario, contemplan la necesidad de apoyos en sistemas comunicativos gestuales. Existen métodos, como es el caso del método bimodal, que combinan elementos de los métodos oralistas y de los gestuales.

Las condiciones de aplicación de los distintos métodos - continuidad, capacidad y experiencia profesional del especialista- son tan determinantes como la elección del método mismo.

El criterio de justicia e igualdad ha sido una de las razones más fundamentales que hicieron posible la formación, en distintos países, a partir de los años 60, de un importante movimiento de opinión en favor de la integración educativa de los alumnos con algún tipo de deficiencia. Parafraseando a *Marchesi y Martín* podemos afirmar que ...:

... todos los alumnos tienen derecho a que se le ofrezcan posibilidades educativas, en las condiciones más normalizadas posibles, que favorezcan el contacto y la socialización con sus compañeros de edad, y que les permita en el futuro integrarse y participar mejor en la sociedad- (*Marchesi y Martín*, 1990: 22)

Las razones para la integración se han visto enfrentadas, en muchas ocasiones, a las objeciones a la integración que ponían en cuestión sus beneficios, y a las interpretaciones desajustadas en relación con el significado específico del término integración. *Hegarty, Pocklington y Lucas* (1981), citado en *Marchesi y Martín* (1990), han propuesto hablar en términos de "educar alumnos con necesidades especiales en la escuela ordinaria" con el fin de evitar esas malas interpretaciones.

A lo largo de los años han surgido varias propuestas de modalidades o niveles de integración, entre ellos cabe destacar los apuntados en la revisión de *Marchesi* de 1990b:

- a) El informe Warnock que distinguió tres formas principales de integración: física, social y funcional.
- b) *Soder* (1980): integración física, funcional, social y comunitaria.
- c) El sistema en cascada descrito por *Deno* (1970) basado en la estructura organizativa.
- d) Distribución de la oferta educativa en Educación Especial de *Hegarty, Pocklington y Lucas* (1981:72).

En nuestro país se ha optado por una vía de integración escolar del alumnado sordo. Especial interés presenta el sistema de programación adaptada a las necesidades educativas específicas que estos alumnos presentan. Así, pues, en base a los diseños curriculares, deben elaborarse las adaptaciones curriculares necesarias para cada alumno. Adaptaciones que, como es sabido, contemplan no sólo los conceptos que se deben adquirir, sino también, los procedimientos específicos necesarios.

Ello es importante en el caso de todos los aprendizajes escolares en el concepto de integración, entendida ésta como desarrollo óptimo de las capacidades de cada alumno a diferencia de la igualación total. Es, en este sentido, interesante desde nuestro tema de estudio, el aprendizaje de las matemáticas.

1.3 Desarrollo comunicativo y lingüístico

El desarrollo lingüístico del alumnado sordo ha despertado el interés de numerosos investigadores que, especialmente a partir de los años 60, han estudiado las habilidades lingüísticas de estos niños. En la mayor parte de estas investigaciones se utilizan producciones escritas, dado que la producción oral del sordo suele ser muy limitada y, con frecuencia, ininteligible. Así pues, el conocimiento del que se dispone sobre las destrezas lingüísticas gira, fundamentalmente, entorno a su capacidad lectora y escritora.

La diferencia fundamental entre las personas afectadas por sordera y las oyentes esta en la dificultad de las primeras para la recepción /comprensión de mensajes verbales; así como la expresión oral de ideas.

1.3.1 Proceso de adquisición del lenguaje oral

La pérdida auditiva determina los mecanismos de acceso al lenguaje oral obligando a utilizar procedimientos distintos a los utilizados por los oyentes¹. La adquisición y recepción del lenguaje oral deberá constituirse mediante la organización combinada de las informaciones recibidas por vía auditiva y visual. Por tanto, será de gran importancia rentabilizar los restos auditivos; esta rentabilidad está en función, principalmente, de los siguientes factores:

a) El grado de pérdida auditiva, el cual determina los mecanismos de recepción y producción pero no la competencia lingüística.

De hecho podemos encontrar dos sordos con el mismo grado de pérdida auditiva y que, en cambio, uno de ellos dé significado a aquello que oye y el otro no.

b) La aplicación adecuada y a tiempo de los audífonos; una buena adaptación puede permitir a un sordo profundo discriminar algunas vocales aunque no las consonantes de la cadena hablada.

c) El tipo de entrenamiento seguido. Podemos encontrar distintos métodos de educación auditiva, aunque en la aplicación de cualquiera de ellos, se debe facilitar el uso generalizado de las capacidades de audición, a todas las situaciones de la vida cotidiana.

El niño sordo profundo prelocutivo debe aprender mediante una educación adecuada a interpretar lo que percibe auditivamente con ayuda del audífono y, principalmente, a suplir lo que no discrimina auditivamente, la totalidad de la cadena hablada, mediante la percepción vibrotáctil y visual

¹ En Lafon (1987) se puede encontrar una categorización de los mecanismos para la adquisición del lenguaje oral muy útil y didáctica.

Esta no es la única peculiaridad de su relación con el entorno. La importancia y la exclusividad, en la mayoría de las ocasiones, de la vía visual para recibir la información comporta la necesidad de secuenciar en el tiempo informaciones que el oyente capta de forma simultánea. Así, por ejemplo, una persona afectada por una sordera profunda no puede leer al mismo tiempo en los labios de dos personas que hablan a la vez o respetando unos turnos de intervención muy breves. El fenómeno de la atención dividida en el tiempo para recibir informaciones afecta las relaciones con el entorno del sordo durante toda su vida, sin embargo, es quizá durante la primera infancia que tiene unas repercusiones más claras, principalmente por que es durante este periodo de la vida cuando el bebé construye la capacidad de interiorización mental. El bebé sordo debe interpretar en un único significado global la percepción de un objeto y la expresión facial de la madre que observa unos minutos después.

En cambio, el bebé oyente, en una situación similar, puede simultáneamente explorar un objeto y percibir la voz de la madre refiriéndose a algún atributo de dicho objeto y, por tanto, no debe relacionar informaciones recibidas en distintos momentos.

Tal como han señalado *Wood, D., Wood, H., Griffiths y Howarth (1986)*, el fenómeno de la atención dividida puede afectar los primeros aprendizajes sobre el uso del lenguaje respecto a la construcción de los formatos comunicativos descritos por *Bruner*. El que ello ocurra o no está en función, en gran parte, de la capacidad de adaptación del entorno a la especificidad comunicativa del sordo.

1.3.2 La apropiación de la lengua escrita

Aunque no existe una relación directa entre sordera y dificultades en la lengua escrita, lo cierto es que es necesario un determinado dominio del sistema lingüístico oral para acceder al escrito, aunque existe cierto desconocimiento sobre las vías de acceso a la lengua escrita que puede utilizar el sordo. En todo caso,

- mientras que el oyente aprende a leer cuando ya conoce los principios básicos del sistema lingüístico, adquisición que se realiza espontáneamente, el sordo aprende a leer en una lengua que conoce muy poco; en general, su competencia lingüística es mucho menor que la de los oyentes, lo que les convierte en malos lectores y en escritores poco expertos (*Alegria y Leybaert, 1987; Asensio, 1989*).

1.3.2.1 Comprensión lectora

La comprensión del texto escrito, fundamental para cualquier persona por ser una de las vías principales, junto con el código oral, para recibir información y ampliar el conocimiento entre otras, adquiere todavía más relevancia en aquellas personas, como los sordos, que están privados del canal normal a través del cual se recibe la información lingüística oral.

Ello repercute en los resultados que obtiene el alumnado sordo en la apropiación de la lengua escrita que son, en general, desalentadores y en muchos casos comprometen el éxito académico de su escolarización.

Los niveles medios alcanzados de capacidad para la lectura y la escritura son bajos en general. No obstante, hay que decir que existen grandes diferencias individuales entre el alumnado como consecuencia del grado de sordera y, en menor medida, del nivel intelectual no verbal, la etiología del trastorno y diversos factores económicos y familiares que ejercen una influencia semejante sobre las habilidades lectoras en los oyentes (*Wood, 1983*).

Según *Asensio (1989)*, en nuestro país, se conoce con cierto detalle los niveles y los progresos de los niños sordos en lectura, el nivel medio con el que acaban no alcanza el nivel de los niños oyentes de 2º grado de E.G.B.; se dispone de un abanico de variables que permiten diferenciar entre buenos y malos lectores y, en cambio, en cuanto a los datos que se poseen sobre los procesos seguidos por el sordo en estas tareas son más escasos.

Serrano y Cambra (1995) observaron, en un grupo de sordos profundos prelocutivos al examinar su competencia lectora, que: a) no había una correspondencia entre edad cronológica y edad lectora, es decir, había alumnos sordos que obtenían éxito en niveles lectores que no corresponden a los propios de su edad cronológica y, además, no siempre los alumnos de mayor edad lograban superar con éxito niveles superiores de comprensión lectora y b) los niveles de comprensión lectora alcanzados no seguían la misma progresión descrita en los oyentes (N1, N2, ..., N5).

Por otro lado, se muestra como el alumnado sordo presenta una escasa automatización de los niveles más mecánicos de decodificación lectora, lo cual les dificulta la comprensión de textos escritos.

Así pues, las dificultades lectoras del alumnado sordo se han atribuido, generalmente, a dos de los más importantes requisitos para la lectura: los procesos de decodificación y la competencia lingüística general.

Profesores, sordos y oyentes, de niños sordos coinciden en señalar que los bloques que ofrecen mayor dificultad son los referentes al desconocimiento del léxico y a la complejidad sintáctica de las frases (*LaSasso* (1987), citado en *Silvestre*, 1988a).

Existe unanimidad en creer que el vocabulario de los sordos es muy reducido, es decir, comprenden menos palabras que los oyentes. Por otro lado, las palabras aprendidas en un determinado momento, pueden desaparecer, por falta de refuerzo, cuando no forman parte del programa de enseñanza o no resultan directamente útiles para el niño (*Juárez y Monfort* (1989) citado en *Ramspott*, 1991)

King y Quigley (1985) realizan una revisión, muy completa de interés actual, sobre la competencia en la apropiación de la lengua escrita en el sordo. Entre otros resultados destacan que los límites por parte de los niños sordos en la comprensión lectora están en función de las características del texto y del conocimiento e

intereses del lector. Así, la motivación y el conocimiento previo del tema, son variables que interactúan y que pueden dar como resultado un mayor nivel de comprensión lectora del que dispone, habitualmente, el sujeto ante textos que no presentan estas características.

La mayoría de autores coinciden en señalar que los alumnos sordos tienen grandes dificultades en extraer la información de aquello que están leyendo, incluso de las ideas principales del texto, y consideran que uno de los motivos sustanciales de estas dificultades radica en la ya citada falta de competencia lingüística que suelen mostrar los deficientes auditivos. Según *Ramspott (1991)*, puede ocurrir que el contenido del texto requiera de un marco de conocimientos del que no disponga el niño sordo de manera que difícilmente pueda interpretar el texto y menos aún distinguir cuál es la información esencial.

Ramspott (1991), en un estudio sobre la comprensión y producción de textos con estructura narrativa, encuentra que, de todas las partes que constituyen este tipo de texto, el objetivo es la secuencia peor recordada tanto en oyentes como en sordos. En el caso de los sordos, sin embargo, las dificultades de reconocimiento se pueden dar de forma bastante generalizada. La autora cree que la causa de estos resultados se puede hallar en el hecho de que el objetivo de una historia a menudo se da implícito en el texto y debe inferirse a partir de los datos de otros componentes. Los sordos, al igual que los oyentes, sí son capaces de inferirlo, pero lo que sucede es que no están tan habituados a ello; en los intercambios comunicativos el oyente acostumbra a interpretar tanto lo que se dice como lo que no se dice, el déficit auditivo, sin embargo, reduce este tipo de intercambios.

Las dificultades en la comprensión de textos, concretamente los narrativos, se han atribuido al hecho de que el lector sordo esté menos habituado a los discursos narrativos y no ha construido el "esquema" de su estructura interna que les permite relacionar las distintas partes del texto. Tal como veremos, la misma autora replicó esta afirmación, ya que en las producciones espontáneas los escritores sordos mostraban conocer la estructura interna de la narración. La explicación de

la autora es, pues, que, al menos en el caso de textos narrativos, los lectores sordos aunque dominan la estructura, no la reconocen debido a que no han adquirido el significado de las marcas textuales. Tal como veremos en el capítulo 3, también en los textos de problemas aritméticos tienen gran importancia las marcas verbales.

1.3.2.2 Producción escrita

Estudios realizados en EE.UU. y en el Reino Unido con poblaciones representativas de adolescentes sordos profundos con sordera prelocutiva, muestran como límite alto de adquisición de la producción escrita el dominio de la estructura de la frase simple declarativa, afirmativa y activa y aparecen dificultades en la utilización de las flexiones verbales, subordinación entre frases, en la utilización correcta de preposiciones, etc. (*Quigley y Paul, 1984*).

Silvestre (1988a) concluye, tras un estudio con niños sordos profundos y severos integrados en los cursos 7º y 8º de E.G.B. en una tarea de resumen de una película de cine mudo visionada en colectivo, que los límites en la producción escrita dependen esencialmente de la organización interna de lo que el sujeto va a expresar.

El niño sordo, a pesar de ciertas transgresiones de las reglas gramaticales es capaz de expresar las relaciones entre significados cuando han sido realmente asimiladas, y que en estos casos muestra un mayor dominio de las reglas gramaticales del revelado en la mayoría de las investigaciones realizadas y del que presenta cuando debe expresar significados poco organizados internamente (*Silvestre, 1988a:30*).

1.4 Desarrollo cognitivo

El estudio del desarrollo de los procesos cognitivos en los niños sordos es un área que ha recibido una gran atención por parte de los investigadores, con el principal objetivo de dar respuesta a la pregunta de cómo influye el déficit comunicativo y lingüístico en su desarrollo cognitivo. Estos estudios han generado distintas conclusiones al respecto según la metodología empleada y el marco teórico en que se inscriben.

De las primeras conclusiones que consideraron que los sordos tenían un menor nivel intelectual y una forma distinta de razonar a la de los oyentes (*Pintner, Eisenton y Tanton, 1941*), se pasa a afirmar que el desarrollo intelectual de los sordos presenta características idiosincrásicas, perfiles y orientaciones específicas distintas a las de los oyentes (*Myklebust, 1960*)². Posteriormente, investigaciones basadas en la teoría del desarrollo de *Piaget*³, consideran que, aunque el desarrollo intelectual del sordo es más lento y menos flexible que la del oyente, no existen apenas diferencias respecto a su competencia cognitiva (*Furth, 1966*). Así pues, los niños sordos acceden a la estructura operatoria atravesando etapas similares y utilizando las mismas estrategias que los oyentes aunque más tardíamente.

El mayor número de datos sobre el desarrollo cognitivo del sordo lo constituyen las aportaciones de los trabajos de orientación piagetiana acerca de la inteligencia sensoriomotora, la operatividad concreta y la operatividad formal⁴. Hay otro bloque de datos, resultado del estudio del rendimiento intelectual a partir de la utilización del WISC, test estandarizado de inteligencia, que ponen de manifiesto que las puntuaciones de los niños sordos son ligeramente inferiores a las de los niños oyentes.

² Uno de los rasgos más característicos sería su mayor vinculación a lo concreto y observable y su dificultad para pasar al pensamiento abstracto.

³ Para *Piaget*, las operaciones intelectuales son fruto de la acción sobre la realidad y de la interiorización y transformación de ésta en operaciones lógicas, concediendo al lenguaje una importancia secundaria en el desarrollo del pensamiento.

⁴ Según *Piaget* el periodo de la inteligencia sensoriomotora abarca desde los 0 a los 2 años; el periodo preoperatorio, caracterizado por la función simbólica, de los 2 a los 7 años; el periodo de las operaciones concretas, de 7 a 11 años y el de las operaciones formales, de los 11 a los 15 años en los niños oyentes.

Las escasas investigaciones realizadas sobre la inteligencia sensoriomotor llegan a la conclusión de que los niños sordos no muestran ningún tipo de retraso respecto a los oyentes, progresando normalmente a través del período sensoriomotor (*Best y Roberts, 1976; Bonvillian et al., 1983*, citados en *Marchesi, 1987*).

En relación al proceso de construcción de la función simbólica, ésta ha estado explorada mediante el estudio del juego simbólico. Según los resultados obtenidos por *Gregory y Mongford (1981)*, citado en *Marchesi (1990a)*, y por *Marchesi (1987)*, el niño sordo es capaz de realizar un juego simbólico, pero con mayor retraso y más limitaciones que los niños oyentes, presentando dificultades en dos dimensiones del juego, sustitución de objetos y la planificación de las acciones, pero que, en cambio, desarrollan, normalmente, la capacidad de combinar acciones simbólicas y la de descentrar el protagonismo de las acciones simbólicas hacia otros agentes.

En esta misma línea aunque un año antes, *Gregory (1986)* citado en *Silvestre* (en prensa), ya apuntaba en su estudio una cierta diferencia entre criaturas sordas y oyentes en situaciones libres de juego simbólico; los sordos manifestaban más dificultades en la organización, estructuración y continuidad del juego que sus pares oyentes.

Estos datos nos indican que los problemas en los niños y niñas con sordera no se sitúan tanto en la capacidad de simbolización en sí, de forma global, sino en algunos de los aspectos implicados en la articulación de las acciones conjuntas simbólicas con los demás.

Por otro lado, la exploración de los procesos memorísticos es también una vía de estudio de la representación mental. En el caso del niño sordo se ha estudiado, en especial, el recuerdo verbal. Los resultados mostraron que a diferencia de los niños oyentes, los niños sordos no tenían especial preferencia por utilizar el código fonológico tal como hacían los oyentes sino que, mostraban una mayor variedad de códigos.

También se ha elegido el recuerdo de cuentos y de scripts para el estudio de los procesos memorísticos ya que, permiten explorar la existencia previa de esquemas organizadores de los datos. Los resultados son inferiores a los obtenidos por los sujetos oyentes (Torres, 1987).

La etapa de las operaciones concretas ha sido una de las más estudiadas. La mayoría de las investigaciones dedicadas a este período, realizadas desde la óptica piagetiana, utilizan tareas de clasificación (inclusión de clases (flores y animales)), conservación (cantidades continuas y cantidades discontinuas), seriación y representación espacial.

Los primeros estudios realizados mostraron un considerable retraso, aunque los alumnos sordos lograban acceder más tarde a las nociones correspondientes a esta etapa. Oléron (1979), citado en Silvestre (1988b), tras concluir en estudios anteriores un retraso de 6 años en sujetos sordos respecto a los oyentes, sostiene la tesis de una repercusión directa del déficit lingüístico en el desarrollo intelectual. Furth, unos años más tarde, planteó que si el sordo daba respuestas similares a las proporcionadas por los niños oyentes más pequeños es simplemente por no haber entendido los términos en los que se planteaba el problema. Los resultados obtenidos por Furth reflejaron solamente un retraso comparativo con los oyentes de 2 o 3 años. La gran aportación de Furth consistió, no sólo en plantear la necesidad de administrar las pruebas de forma adaptada a las necesidades comunicativas de los sujetos sordos, sino también, en atribuir el retraso hallado a una falta de estímulo y de experiencia social.

Marchesi (1987) presenta una secuencia de adquisición de los distintos conceptos. Ambos grupos, sordos y oyentes, adquieren primero las operaciones de seriación y los ordinales. Posteriormente se domina la representación espacial y la conservación de líquidos y finalmente, la conservación de la longitud y el dibujo de la trayectoria de los objetos en el espacio.

Respecto a las pruebas de conservación, *Rittenhouse* (1981), citado en *Rittenhouse* y *Kenyon* (1991), cree que los niños sordos fallan en este tipo de pruebas debido a que ellos no consideran los atributos relevantes de la tarea, fijándose en características perceptivas de longitud, altura y superficie para hacer sus juicios. *Rittenhouse* and *Spiro* (1979) apuntan que los niños sordos tienen dificultades en entender las instrucciones piagetianas en tareas de conservación. Según *Flavell* (1977), citado en *Rittenhouse* y *Kenyon* (1991), la conservación del número se adquiere, aproximadamente, sobre los seis años de edad y la conservación de la cantidad, peso y volumen sobre los doce años.

Uno de los primeros estudios de *Furth* (1961), citado en *Marchesi* (1987), estuvo orientado a las tareas de clasificación. Éste propuso a sujetos sordos y oyentes, de edades comprendidas entre los siete y los doce años, tres tipos de tareas de clasificación: agrupar objetos que eran iguales, agrupar objetos semejantes y agrupar objetos que tenían características opuestas. Los resultados indicaron que no había diferencia entre sordos y oyentes en las dos primeras tareas y sí, en cambio, en la tercera.

Dolman (1983) tras proponer a los sujetos tres tipos distintos de pruebas piagetianas con el fin de relacionarlas con el desarrollo sintáctico de los sujetos sordos de la muestra (conservación de líquidos, seriación, numeración y clasificación de animales), comprobó que los niños sordos tuvieron mayores dificultades en entender las instrucciones del experimentador en la tarea de clasificación respecto al resto de tareas operacionales.

Por último, el pensamiento formal se caracteriza por un pensamiento esencialmente hipotético deductivo. En este estadio del pensamiento, la lengua, como sistema simbólico, adquiere una mayor importancia y es por ello que las investigaciones dedicadas a esta etapa son muy escasas. Las pruebas que se utilizan plantean problemas metodológicos dado que, para su exposición, suelen requerir la presencia de formulaciones lingüísticas de considerable complejidad y,

por consiguiente, para ser superadas con éxito, precisan también de un determinado nivel de dominio lingüístico.

Por tanto, se puede deducir que los adolescentes sordos pueden manifestar mayor retraso, especialmente, en aquellas tareas donde el lenguaje está más presente (*Silvestre, 1990; Ferrari de Zamorano, 1990*).

A pesar de ello, no hay evidencia de que la sordera constituya un verdadero obstáculo para el acceso a la operatividad formal. Una pequeña muestra de ello, es el trabajo de *Silvestre (1990)* sobre la lógica en el adolescente sordo que, a pesar de que se hallaron grandes problemas en el dominio de la cuantificación de clases (prueba exploratoria de la operatividad concreta), resolvían con bastante éxito una tarea característica del razonamiento formal tal como la del descubrimiento de la ley del péndulo. En dicha prueba el sujeto debe disociar los factores que hacen posible el cambio en las oscilaciones sufridas por un péndulo, emitir la hipótesis sobre cuál de ellos es el determinante y verificarla experimentalmente.

Los resultados obtenidos muestran que si bien el grupo de sordos, comparado con el de oyentes, presenta un mayor retraso en el acceso a los estadios característicos de la operatividad formal, el hecho de que un 33, 33% haya accedido a ellos es significativo de que la sordera, en sí, no es un obstáculo para el dominio de dicho razonamiento.

Podemos citar, a modo de conclusión de este apartado, a *Wood (1983)* donde dice que no hay evidencias que la sordera sea causa de ninguna limitación necesaria, esencial, en el desarrollo del pensamiento racional.

1.5 Implicaciones en la resolución de problemas matemáticos

En relación al estado de la cuestión sobre el desarrollo psíquico y lingüístico del alumnado sordo, se pueden extraer las siguientes conclusiones por lo que se refiere al tema de estudio: la resolución de problemas aritméticos.

- 1) Dadas las dificultades, observadas en la revisión anterior, en la interpretación de textos, las dificultades pueden situarse, inicialmente, no tanto en la resolución sino en la comprensión de los términos del problema.
- 2) Dado que no hay una relación de causa/efecto entre sordera y desarrollo cognitivo, las dificultades del alumnado sordo en la resolución de problemas no pueden atribuirse a retraso cognitivo.

2. Matemáticas y déficit auditivo

2.1 Introducción

Muchos de los profesores que tienen alumnos sordos integrados en sus aulas con oyentes, estarían de acuerdo en aceptar que las matemáticas constituyen uno de los aprendizajes escolares en los que, tanto alumnos oyentes como alumnos sordos, encuentran especiales dificultades.

A pesar de ello, la idea mayoritariamente compartida por los estudiosos del tema es que, no hay ninguna razón para suponer que el razonamiento matemático de los niños sordos sea diferente al de los oyentes. Ahora bien, muchos de estos investigadores coinciden en que su aprendizaje sigue los mismos procesos de adquisición aunque de forma más lenta. Las razones que se atribuyen a este hecho no son referentes a su desarrollo cognitivo, es decir, a una estructura cognitiva cualitativamente diferente, sino a la privación experiencial y comunicativa que comporta frecuentemente el déficit sensorial (*Suppes, 1974; Wood, D., Wood, H. y Howarth., 1983b*).

Así por ejemplo, *Wood, D., Wood, H. y Howarth, (1983b)* y *Wildig y Elphick (1987)* encontraron diferencias, en cuanto al ritmo de aprendizaje, en los niveles logrados en matemáticas entre el alumnado sordo y oyente. *Wood, D.* y col. constataron que, en general, los niños sordos sufrían un cierto retraso respecto a sus compañeros oyentes que oscilaba entre uno y tres años de edad. *Wildig y Elphick*, por su parte, indicaron una diferencia de cinco años de edad, por término medio, en niños escolarizados en escuelas especiales y, de menos de tres años de edad en sordos integrados, coincidiendo con *Wood, D.* y col.

Las razones que proponen *Wildig y Elphick* para explicar estos resultados son, por una parte la forma de trabajar en grupos compartiendo experiencias mediante la interacción niño-niño siendo más habitual en oyentes; las horas dedicadas a trabajo matemático, los oyentes dedicaban un 50% del tiempo escolar mientras que los sordos únicamente el 20% de su tiempo; las interacciones con el profesor son mucho más numerosas con los sordos, en cambio, no tienen las mismas oportunidades de aprender informalmente; y, por último, el tipo de trabajo exigido al sordo es más simplificado.

Un año más tarde *Wood, H., Wood, D., Kingsmill, French y Howarth (1984)* profundizando en la relación entre grado de sordera y razonamiento matemático llegaron a la conclusión de que no existía prácticamente ninguna relación entre ambas variables.

En un estudio posterior, *Wood, D., Wood, H., Griffiths y Howarth, (1986)*, matizaron los resultados hallados en los trabajos precedentes sobre la posible influencia del grado de sordera en los logros matemáticos, considerando que se debe de tener en cuenta además, para comprender mejor el porque algunos sordos presentan estos retrasos en el aprendizaje de las matemáticas, otros agentes como son los factores educacionales, nivel de inteligencia, talento matemático y la competencia lingüística.

Desde hace algunas décadas son varios los autores, entre los que destacamos por sus planteamientos más amplios a *Austin y Howson (1979)*, *Dickson, Brown y Gibson (1984)*, *Orton (1990)* y *Pimm (1990)*, que han puesto de relieve el papel que juega el lenguaje en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en oyentes.

En general, podemos considerar que cualquier contenido escolar que implique un uso considerable del lenguaje, a menudo representa un obstáculo para todos aquellos alumnos con dificultades lingüísticas, entre ellos, el alumnado sordo.

Suppes ya apuntaba datos referentes a ello, cuando en una población de sordos, estudia sus habilidades aritméticas y sostiene la tesis de que el rendimiento cognitivo del sordo es tan bueno como el de los oyentes cuando la tarea cognitiva en cuestión no implica directamente habilidades lingüísticas (*Suppes, 1974:168*).

Barham y Bishop (1991) hacen referencia a las dificultades lingüísticas en las matemáticas para el sordo. Se puede observar, según dichos autores, como, a menudo, se presenta cierta confusión entre palabras de parecida grafía o fonía que pertenecen al vocabulario matemático, especialmente para aquellos niños sordos que utilizan la lectura labial (por ejemplo: decena y décima, centena y centésima, etc.).

Además, existen palabras específicas de las matemáticas, y que normalmente no forman parte del lenguaje cotidiano, que son para el niño palabras poco familiares y que con frecuencia entiende mal (hipotenusa, adición, sustracción, etc.).

Hay palabras usadas en matemáticas que tienen diferente significado en el lenguaje ordinario y que son especialmente difíciles para el alumnado sordo. Por ejemplo los términos impar, diferencia, cubo y volumen, entre muchas otras, son palabras usadas tanto en el vocabulario matemático como en el vocabulario ordinario aunque no comparten el mismo significado. Así pues, del concepto "primo", por ejemplo, el sordo puede conocer uno de sus significados (parentesco familiar) pero

no lo hace extensible a otros significados del mismo significante (*Barham*, 1987; *Nickerson* y col. (1986), citado en *Barham* y *Bishop* (1991)).

Y, finalmente, hay palabras con igual significado en matemáticas y en el lenguaje ordinario que presentan dificultades para los niños (entre, más que, etc.); eso pone de manifiesto que, incluso en este caso, es necesario explicar a los niños los significados del vocabulario de uso común.

Se ha señalado también que algunos conectores lógicos en matemáticas no se enseñan específicamente en la escuela a los oyentes, a pesar de que son necesarios para la interpretación de textos matemáticos, dejando en manos de los alumnos la deducción de sus significados. En el caso de los alumnos sordos estas dificultades se agraban debido a las dificultades que tienen para acceder a ese aprendizaje informal.

Los apartados siguientes se dedican a una revisión teórica de algunos aspectos concretos de las matemáticas en el sordo; entre ellos, uno de los aspectos a revisar son los trabajos realizados sobre la resolución de problemas geométricos y, muy especialmente, los trabajos, escasísimos, por cierto, sobre la competencia de los alumnos con deficiencias auditivas en la resolución de los problemas aritméticos.

2.2 Los procedimientos de cálculo

Los temas relacionados con la formación del concepto de número y de las operaciones matemáticas o algoritmos, constituyen una de las partes básicas del currículum matemático en los primeros niveles escolares. Del grado de adquisición de las habilidades en cálculo depende el nivel de aprendizaje de otras actividades matemáticas.

Una investigadora moscovita, *Sukhova* (1985), hace una revisión de los procedimientos de cálculo en alumnos sordos de los primeros niveles escolares, preescolar principalmente.

En el primer estudio de 1982, se propone a varios niños de preescolar realizar cuatro tareas: contar en orden directo e inverso una serie de palitos siguiendo instrucciones verbales tales como "Cuenta los palitos", "Empieza a contar en orden inverso", a fin de descubrir el nivel de conocimientos de los niños para relacionar los números de la sucesión natural con los objetos contables; y contar objetos en orden directo e inverso con las siguientes instrucciones: "Cuenta del 2 hasta el 9" y "Cuenta del 8 hasta el 3".

Los resultados mostraron que la mayoría de niños cuentan de forma correcta de uno en uno dentro de los límites de la decena. Los errores tuvieron lugar sólo en la cuenta en orden inverso en un reducido grupo de niños. Estos errores consistían en la alteración de la estructura de la fila numérica (omisión de algunos números, permutas entre los números contiguos) y la sustitución de la operación de cuenta en orden inverso por la de en orden directo.

Estos resultados no son específicos del sordo ya que en otros trabajos con oyentes se pusieron de manifiesto resultados similares.

La mayor parte de los niños se mostraron incapaces de establecer correctamente la relación entre los objetos a partir de una instrucción verbal; no atendían a las indicaciones que contenían dichas instrucciones y, concretamente, a las que hacían referencia a la dirección de la cuenta, su comienzo y su fin. Por ejemplo: la instrucción desde el 2, se interpretaba como una instrucción de contar de dos en dos: 2, 4, 6, 8, 10; en lugar de 2, 3, 4, ... y, la instrucción de contar desde el 2 hasta el 9 se interpretaba de la siguiente manera: 1, 2, 3, ..., 9; en lugar de 2, 3, 4, ..., 9.

En otra investigación, *Sukhova*, se interesó por averiguar hasta qué punto los niños sordos comprendían los conceptos de mayor, menor e igual que son la base de la igualdad y de la desigualdad. Se les proponía coger primero unos palitos, a continuación la misma cantidad, luego menos y, por último, más de los que había en uno de los grupos formados.

Los resultados mostraron que este tipo de actividad presenta pocas dificultades para el alumnado sordo. Donde se obtuvieron resultados más positivos fueron en los ejercicios que contenían la indicación "más", en cambio les fue más difícil el concepto "menos" y, el porcentaje más bajo se observó en el concepto de igualdad.

En la introducción de este capítulo, se ha citado un trabajo de *Wood, D., Wood, H. y Howarth (1983b)* donde los autores encontraron un desnivel en los logros matemáticos de los sordos respecto a los oyentes de uno a tres años aproximadamente. Estos autores encontraron que el alumnado sordo presentaba ciertos desfases en el cálculo respecto a los oyentes; justifican este desnivel, en parte, al reducido énfasis que se da a las habilidades numéricas en el currículum de los alumnos sordos y no a una discalculia asociada a la sordera "per se". *Wood, H., Wood, D., Kingsmill, French y Howarth (1984)* observaron que los sordos que compartían currículum con oyentes actuaron a un nivel claramente más bajo. Dos años más tarde, *Wood, D., Wood, H., Griffiths y Howarth (1986)*, explican estos resultados diciendo que son debidos a diferencias en los procesos de pensamiento en aritmética, especialmente debidos al lenguaje.

También se investigó el papel del habla interna en la competencia aritmética en el sordo. Utilizando una técnica cronométrica, se midió el tiempo requerido por sordos oralistas y oyentes en verificar si era o no correcta una expresión aditiva ($X+Y=Z$). A pesar de las expectativas de los investigadores, se encontraron tiempos de respuesta similares y ambos grupos mostraron preferencias por el modelo de contar MIN (empezar por el dígito mayor e incrementarle un número de veces igual al más pequeño); aún más, los sordos produjeron tiempos más

rápidos de adición y menos errores que sus compañeros oyentes (*Hitch, Arnold y Phillips, 1983*).

Este trabajo fue replicado por *Mulhern y Budge (1993)* introduciendo cambios metodológicos de procedimiento y selección de la muestra. La población la formaban 10 sordos profundos prelocutivos de 12 y 13 años de edad con inglés signado y un grupo control de oyentes. Evaluaron varios modelos de contar en tareas de cálculo mental resolviendo 100 combinaciones simples de adición ($X+Y=?$).

Los resultados mostraron que, mientras el tiempo total de adición fue más lento para los sordos, ambos grupos mostraron una fuerte tendencia al uso del modelo MIN. En concreto, llegaron a la conclusión general de que en aritmética básica, como mínimo, no son los sordos más desventajados que los oyentes, aunque son más lentos sumando y que no queda claro si se basan en contar de forma subvocal o no.

En un trabajo previo a esta tesis, evalué, mediante dos pruebas, la habilidad en el manejo de los números de los niños sordos profundos prelocutivos, de edades comprendidas entre los 9 y los 12 años (*Serrano, 1993*).

Una prueba consistía en completar unas operaciones, sumas y restas, indicando qué número se omite en cada una de las expresiones. Las expresiones eran del tipo siguiente: $a + b = ?$; $a - b = ?$; $a + ? = c$; $a - ? = c$; $? + b = c$; $? - b = c$.

La otra prueba, la descomposición de números, consistía en combinar los números de algunas triadas, de tal manera que una vez combinados correctamente, el niño fuera capaz de hacer cuatro formas posibles de combinación, dos adiciones y dos sustracciones. Para facilitar la comprensión de la tarea a realizar se les propuso, a modo de ejemplo, una de las triadas con una operación posible, una adición.

En la primera prueba todos los sujetos hallaron correctamente el dato desconocido (?) cuando se les proporcionaba los datos conocidos (a, b ó c) y las condiciones que los relacionan (+, -). En cambio, en la prueba de descomposición de números, se pudo observar tres tipologías distintas de respuestas: 1. aquellos niños que combinan correctamente la triada tanto en adición como en sustracción (16 %); 2. aquellos niños que no son capaces de realizar ninguna combinación correcta (16%); 3. aquellos niños que no combinan correctamente la triada cuando se trata de efectuar una operación de sustracción (66%); los errores observados en este último caso eran generalmente del tipo siguiente: en la triada (8, 5, 3), en la primera sustracción los sujetos hacían la combinación $8 - 3 = 5$ y en la segunda sustracción combinaban los dos números menores obteniendo un total distinto al tercer número de la triada $5 - 3 = 2$.

En la segunda prueba se puede observar que, para la mayoría de los sujetos sordos, la adición no entraña ningún problema, pero sí en cambio la sustracción. Una de las razones que pueden ayudar a comprender este tipo de procedimiento es la poca relación que establecen entre el concepto suma y el concepto resta como operación inversa de la suma.

Los resultados obtenidos en la tarea de reorganizar o descomponer un número, no son específicos del alumnado sordo ya que, como dicen *Dickson, Brown y Gibson* (1991), en el alumnado oyente las dificultades de comprensión de la descomposición de un número revisten particular importancia para la sustracción.

2.3 Los aprendizajes geométricos

Si el número de trabajos de investigación sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con alumnos sordos son en general bastante escasos, en el caso de la geometría aún son más reducidos. Este hecho puede ser debido a varias razones, pero quizás se deba primordialmente a la importancia que en la vida práctica se

otorga al cálculo y a los problemas aritméticos sobre las habilidades de carácter geométrico.

Rosich (1993) realizó una investigación sobre el conocimiento y las habilidades geométricas, que tienen los sordos profundos, sobre cuestiones de léxico geométrico y algunos de estos conceptos relacionados con el lenguaje escrito.

La población estaba formada por 23 alumnos sordos profundos integrados en escuelas ordinarias, con edades comprendidas entre los 12 y los 17 años.

Se elaboraron tres pruebas. La primera de ellas tenía por objetivo conocer cuales eran las palabras básicas geométricas que sabían los alumnos sordos y si las relacionaban con la forma de los objetos de su entorno. La prueba constaba de dos partes: en la primera se les pedía que dibujaran al lado de cada palabra la figura que correspondiera (ocho figuras bidimensionales y seis tridimensionales) y en la segunda parte de la prueba, se trataba de relacionar los cuerpos geométricos con objetos del mundo real.

La segunda prueba también constaba de dos partes: en la primera se les pedía a los estudiantes que explicasen por escrito que es un triángulo isósceles y un rombo y, en la segunda parte, se les pedía su reconocimiento. Para realizar el reconocimiento se les proporcionaba un conjunto de triángulos de varios tipos, y en el caso del rombo, el conjunto estaba formado por varios cuadriláteros, todos ellos colocados en distintas posiciones. El objetivo de esta prueba fue constatar la explicación que ellos daban y las correspondientes representaciones.

La tercer prueba era manipulativa y se utilizó un tangram simplificado (formado por tres piezas: un cuadrado y dos triángulos isósceles iguales). Se les pedía a los alumnos que construyeran: un cuadrado (solamente con los dos triángulos), un paralelogramo y un trapecio isósceles (con las tres piezas). En esta prueba se valora el conocimiento del léxico geométrico eliminando los problemas de representación que presenta el dibujo y contrastar algunos resultados con la

primera de las pruebas. También en este ítem se valoraba el grado de dificultad que tenían los alumnos en la construcción de la figura y reflexión en la construcción.

Al comparar los resultados que obtuvieron los estudiantes sordos con los de sus compañeros oyentes en la prueba de expresión gráfica en el papel de las figuras bidimensionales se constató que eran muy parecidos, puesto que las que mejor sabían representar eran los triángulos (el más representado fue el equilátero), los cuadrados, rombos y los rectángulos con ligero porcentaje a favor de los oyentes. También coincidieron los resultados en las figuras que menos supieron representar: trapecios, pentágonos y octógonos, manteniéndose los porcentajes a favor de los estudiantes oyentes.

En cambio, las diferencias más acusadas se dieron en la representación gráfica de cuerpos geométricos, puesto que los alumnos sordos en conjunto estaban por debajo de los resultados obtenidos por los oyentes. En la asociación de estas figuras con objetos del entorno, menos de la mitad de los sordos dieron respuesta a la pregunta, pero los que sí lo hicieron lo resolvieron correctamente. Por los resultados obtenidos parece que la minoría de adolescentes sordos que contestaron realizaron un aprendizaje que ha estado más en contacto con la realidad.

En la prueba de la definición de los triángulos isósceles, el hecho más significativo fue que, casi la mitad de los sordos no respondieron a la pregunta, en cambio la mayoría si realizaron el reconocimiento. Una explicación posible, según la autora, es que la mayoría no están acostumbrados a resolver este tipo de pruebas y no saben como han de hacerlo. En cambio, la mayoría de oyentes responde a la pregunta pero cometiendo muchos errores.

En la definición del rombo la mayoría de sordos y oyentes tampoco responden a la pregunta, aunque hay tres niños sordos que si lo hacen y de forma correcta. Esto es debido a que estos mismos niños sordos son los que resuelven correctamente las pruebas de léxico y poseen un conocimiento más alto de lenguaje en general

que los otros sordos. Una posible explicación de porque los oyentes cometen más errores que los sordos en esta prueba es que, aunque tienen más conocimiento del léxico y son más hábiles en lenguaje en general, este hecho por si sólo no los capacita para la comprensión de los conceptos, dado que es importante el trabajo manipulativo y las actividades que les hagan reflexionar sobre las propiedades de las figuras geométricas, siendo poco el trabajo en este sentido el que realizan estos alumnos.

Los resultados más destacados de la tercera prueba ponen de relieve que los grupos de edades inferiores de los adolescentes sordos, necesitaban más tiempo para la construcción de las figuras geométricas y realizaban más intentos que los oyentes, pero en las edades superiores los resultados se aproximaban.

En resumen, se puede destacar: 1. La existencia de acusadas diferencias en la representación de cuerpos geométricos entre sordos y oyentes; 2. Las dificultades mostradas por el alumnado sordo en tareas de asociación de figuras geométricas con objetos del entorno; 3. La dificultad del alumnado sordo en definir una figura pero, en cambio, si se reconoce y, 4. El tiempo requerido para la construcción de figuras y los intentos realizados dependen de la edad más que de si los alumnos son sordos u oyentes.

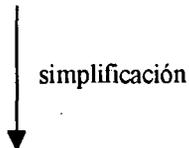
2.4 La resolución de problemas aritméticos

La resolución de problemas en niños oyentes ha atraído la atención de numerosos investigadores de los más variados campos, en cambio, son escasísimos los estudios de esta índole en niños sordos, a pesar de que, en opinión de una extensa mayoría de profesores de sordos, al igual que sucede con oyentes, las dificultades de estos, en matemáticas, recaen básicamente en tareas de resolución de problemas.

En *Serrano* (1993) se analizan los procesos de resolución de problemas aritméticos aditivos y substractivos en niños sordos profundos prelocutivos integrados en la escuela ordinaria, de edades comprendidas entre los 9 y los 12 años, en el que se analizaron básicamente dos cuestiones: 1- Cómo influye el nivel de conocimiento de las operaciones cognitivas implicadas en los problemas en su competencia resolutoria y, 2- Cuales son las dificultades principales con las que se encuentra el sordo al resolver los problemas, analizándolas a partir de los errores.

El análisis de los errores, efectuados en la explicación oral de los textos-problema, mostró que cuando el sujeto se encuentra con dificultades lingüísticas, intenta simplificar los problemas para convertirlos en formas lingüísticas comprensibles. Por ejemplo en el problema:

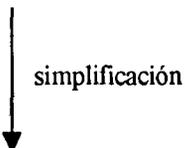
"María tenía 2 canicas. Entonces Juan le dio algunas canicas. Ahora María tiene 9 canicas. ¿Cuántas canicas le dio Juan?".



"María tenía 2 canicas. El Juan le da 9 a la María. Ahora tiene 11 canicas".

O bien, como sucede en el siguiente ejemplo, el sordo lo reduce al absurdo preguntando por un dato ya conocido, las canicas de Juan:

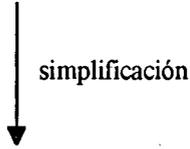
"María tiene 5 canicas. Juan tiene 8 canicas. ¿Cuántas canicas tiene más Juan que María?"



"María tiene 5 canicas. Juan tiene 8. ¿Cuántas canicas tiene Juan?".

En general, los sujetos tienden a ignorar formas lingüísticas comparativas cuando leen el texto, la relación comparativa "tener más que" se simplifica en "tener":

*"María tiene 3 canicas. Juan tiene 4 canicas más que María.
¿Cuántas canicas tiene Juan?"*



"María tiene 3 canicas. Juan tiene 4 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Juan?"

Se comprobó, además, que las palabras claves para establecer las conexiones entre la incógnita y los datos (tiempos verbales, relaciones comparativas más que, menos que, etc.), recibían tratamientos distintos:

* aparecen tanto como elementos facilitadores de la tarea:

*"María tiene 3 canicas. Juan tiene 4 canicas más que María.
¿Cuántas canicas tiene Juan?"*



*Operación realizada $3 + 4 = 7$
Operación correcta $3 + 4 = 7$*

* como elementos distractores de la tarea:

"María tiene 5 canicas. Juan tiene 8 canicas. ¿Cuántas canicas tiene más Juan que María?"



*Operación realizada $8 + 5 = 13$
Operación correcta $8 - 5 = 3$*

Vemos como en el primer ejemplo, la palabra clave "tener más" facilita la operación a realizar ya que la operación correcta es una adición. En cambio, en el segundo ejemplo, la misma palabra clave es un elemento distractor que provoca en el sujeto una respuesta errónea. La operación correcta a realizar es una sustracción y en cambio el sujeto hace una adición.

Se observó, además, que los procedimientos seguidos por un sujeto a lo largo de todas sus ejecuciones no son estables, sino que están en función de la estructura del problema y la dificultad que su comprensión suponga.

En definitiva los resultados reflejan que, a pesar de como a primera instancia se creía, no se pudo establecer una relación directa entre el conocimiento de las operaciones intelectuales que se manejan al resolver los problemas (conservaciones, seriaciones, inclusiones lógicas e inclusiones numéricas) y la competencia resolutoria. Así pues, había sujetos que respondían correctamente las pruebas operatorias asociadas a un tipo de problemas y no resolvían bien el problema y también, había sujetos que no resolvían correctamente las pruebas y sí eran capaces de realizar correctamente los problemas relacionados con ellas.

Por tanto, a partir de los resultados de este estudio, se pudo concluir que la competencia resolutoria de los sordos en tareas de resolución de problemas aditivos depende, más que del conocimiento de las operaciones cognitivas implicadas en los problemas, de la comprensión de la formulación del problema verbal.

En cuanto a investigaciones sobre la resolución de problemas multiplicativos, podemos citar un estudio comparativo entre niños sordos profundos prelocutivos integrados en escuelas ordinarias y sus compañeros oyentes, de edades comprendidas entre los 12 y los 17 años, realizado por *Nuñez y Rosich* en 1991.

Se elaboraron tres tipos de pruebas distintas, pero relacionadas entre sí, para evaluar la resolución de este tipo de problemas. En la primera se pedía a los

alumnos la confección del enunciado de un problema a partir de una expresión aritmética dada (producto con decimales).

La segunda prueba consistía en la resolución de un problema multiplicativo, de una estructura matemática parecida al anterior, a partir de su enunciado y una vez resuelto tenían que explicar por escrito el proceso que habían seguido para encontrar la solución.

En la prueba de la elaboración del enunciado del problema multiplicativo dada la operación, se observó las siguientes similitudes: el número de alumnos que confeccionó el enunciado era el mismo, también coincidieron en situar la pregunta al final del enunciado y en que el tiempo verbal más utilizado por ambos grupos fue el presente de indicativo. Según la autora, estas coincidencias pueden ser debidas a la similitud de enseñanza recibida y/o a la estructura más usual utilizada por los libros de texto que manejan estos alumnos. Los oyentes tuvieron un porcentaje superior de enunciados correctos que el alumnado sordo.

También se puso de manifiesto ciertas dificultades en la utilización de las estructuras multiplicativas en los sordos, ya que la mayoría utilizó la suma de manera reiterada frente a la totalidad de oyentes que planteó el problema como un producto.

Respecto al léxico, se puso de relieve que los oyentes utilizaron mayor número de palabras que los sordos, tanto en la cantidad como en la riqueza del contenido semántico. El tipo de oraciones más utilizadas por los alumnos sordos fueron las coordinadas y en los oyentes las condicionales. Estas diferencias en el nivel del lenguaje coloca a los estudiantes sordos en una situación de desventaja respecto a los oyentes en aquellos problemas donde el lenguaje juega un papel importante.

Los resultados, obtenidos en la resolución del problema dado el enunciado, mostraron que les resulta más fácil tanto a los sordos como a los oyentes, puesto que la mayoría de alumnos de ambos grupos lo resolvieron correctamente. Las

diferencias más acusadas se encontraron en el tipo de explicaciones que dieron a cómo habían llegado a la resolución del problema; aproximadamente la mitad de los alumnos sordos obtaron por el dibujo frente al 70% de los oyentes que prefirió una explicación escrita.

Los dos estudios precedentes (*Serrano, 1993; Nuñez y Rosich, 1991*), realizados en nuestro país, tenían como objetivo explorar que dificultades surgen al resolver problemas aritméticos en un grupo de sordos profundos. Ambos trabajos se interesan, pues, por el proceso.

En cambio, hay estudios que se enmarcan fuera de nuestro país y que son muy anteriores a los trabajos ya citados, cuyo principal objetivo es ofrecer algunas alternativas a los programas instruccionales que se estaban desarrollando hasta entonces. En ellos, los autores sugieren una serie de pasos o lecciones que el profesor y el alumnado sordo deben seguir para aprender a resolver problemas aditivos y substractivos.

Uno de estos trabajos es el de *Borron (1975)*. Este autor considera tres requisitos fundamentales para resolver con éxito los problemas verbales: tener una buena destreza lectora, tener conocimiento de los procesos básicos de adición y substracción y tener un buen manejo de los números, es decir, habilidades de cálculo.

En cuanto a las *destrezas lectoras*, es necesario asegurarse que el vocabulario es familiar a los alumnos y propone que el profesor reformule los problemas o bien invente problemas propios, en los cuales será necesario trabajar cuatro formulaciones de pregunta: How many ...?, How many more...? (How much taller, longer, etc.?), How many does he need? y How many are left?.

Propone trabajar el *conocimiento de los procesos básicos* a partir de acertijos en los cuales el alumnado debe poner información junta y hacer inferencias.

Y, en cuanto a las *habilidades de cálculo*, a partir de una triada de números (5, 3, 2), el alumnado debe ser capaz de escribir las cuatro posibles combinaciones :

$$3 + 2 = 5 \quad 5 - 2 = 3$$

$$2 + 3 = 5 \quad 5 - 3 = 2$$

La instrucción debe seguir los siguientes procedimientos generales:

1. *Dramatización*: el problema se proyecta, proposición a proposición, en un retroproyector de tal manera que se facilita la lectura del mismo y el alumnado ve cada una de las partes que componen el problema.
2. *Uso de láminas*: el alumnado lee el problema y hace referencia a láminas que representan el problema verbal y que son proporcionadas por el profesor.
3. *Dibujo de los conjuntos*: el alumnado debe dibujar las láminas presentadas o bien, dibujar los conjuntos del problema. Esta segunda tarea es más abstracta y representa el paso transitorio entre el uso de material manipulativo y la visualización mental.
4. *Visualización de las acciones*: el alumnado lee el problema, visualiza la acción, es decir, se representa mentalmente la acción, escribe la sentencia matemática y la resuelve.

Este autor cree que el alumnado sordo está normalmente discapacitado en tareas de resolución problemas verbales debido a su pobreza lingüística. El sordo, dice, puede tener unos buenos conceptos matemáticos y entenderlos, pero si él no puede entender el problema verbal, no podrá resolverlo.

Por otro lado, el programa instruccional propuesto por *Hernandez (1979)* se basa, básicamente, en el primer paso de *Borron* referente a la dramatización o representación física de las proposiciones del problema y en centrar la atención del alumnado en las palabras clave de los problemas. *Hernandez* desarrolla, muy exhaustivamente, seis pasos o lecciones para enseñar a un grupo de seis duros de

oído y sordos a resolver problemas, también, de adición y sustracción. En estas seis lecciones, el profesor debe enseñar tres conceptos básicos:

1. "in all" asociado al signo más (+).
2. "are left" asociado al signo menos (-).
3. "How many more" asociado al signo menos (-).

Este último concepto se mostró el más difícil de enseñar ya que los sujetos, en situaciones habituales alejadas de los contextos matemáticos, asociarían el concepto "more" con el signo matemático (+), al igual que sucede con alumnos oyentes.

En esta línea de trabajos instruccionales se enmarca el estudio de *Searle, Lorton y Suppes* (1973). Estos autores haciendo uso de ordenadores, diseñaron un programa instruccional que enfatiza las habilidades de los alumnos sordos y oyentes para resolver problemas en lugar de sus destrezas de cálculo. El objetivo de esta investigación era triple. Por un lado intentan identificar que variables estructurales afectan a la resolución de problemas aritméticos verbales, por otro lado usan las variables identificadas para estructurar un programa de resolución de problemas para ordenadores y en tercer, y último lugar, examinan la utilidad de las variables identificadas previamente en el programa estructurado.

Los resultados, en líneas generales, mostraron que los sordos y los oyentes no difieren ni en el número de operaciones necesarias para alcanzar una solución correcta, ni en el tiempo transcurrido para completar los problemas. Además, ambos grupos de sujetos, encontraron los mismos problemas fáciles o difíciles.

Unos años más tarde, *Messerly* (1986), haciendo de nuevo uso del ordenador, propuso a un grupo de alumnos sordos de edades comprendidas entre los 16 y los 19 años, las series de Milliken (Milliken Publishing Company). Estas series incluyen tanto tareas de cálculo como de aplicación (problemas verbales) y

conceptos ($n \times ? = 0$, si $n \neq 0$). Para medir las mejoras se utilizó el test SATs (Stanford Achievement Test) haciendo un pretest- posttest.

Los resultados mostraron por un lado que, en el grupo de alumnos con mayor puntuación pretest del SATs (grupo 1), se obtuvieron mejoras en el posttest, estadísticamente significativas, en las tareas de cálculo y, en cambio, no se encontraron diferencias significativas entre pretest y posttest, en las series de aplicación y conceptos. Por otro lado, en el grupo de alumnos con menores puntuaciones en el pretest del SATs (grupo 2), se obtuvieron diferencias significativas en la tarea de aplicación y diferencias no significativas en la tarea de cálculo y conceptos.

Como se puede observar, la tarea de conceptos no se mostró significativa en ningún caso. Según estos autores, es probable que sea debido a que esta tarea no se trabaja mucho en el software utilizado.

En síntesis, se puede decir que las dificultades más importantes observadas en el alumnado sordo, están en los aspectos lingüísticos de cualquier tarea matemática.

3. Resolución de problemas en el alumnado oyente

3.1 Introducción: Influencia del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas

El lenguaje está siendo progresivamente considerado como una variable fundamental en el proceso de adquisición de conceptos lógico-científicos y habilidades matemáticas (*Bermejo*, 1985; *Santelices*, 1990; *Moñivas y Carrasco*, 1993).

En este sentido, para diferentes autores citados en *Moñivas y Carrasco* (1993), la comprensión matemática, sólo es posible mediante la integración del lenguaje. Una muestra de ello es que, las mayores dificultades en la resolución de problemas, tarea en la cual la influencia del lenguaje en las matemáticas es mayor, son de orden lingüístico -errores de lectura, incomprensión del lenguaje utilizado, olvido u inversión de ciertos elementos del texto, ausencia de representación concreta correspondiente al texto del problema-.

Un ejemplo claro de la íntima interdependencia entre lenguaje y desarrollo conceptual son las palabras de *Choat* citadas en *Dickson, Brown y Gibson* (1991):

Aunque el sujeto que aprende interactúe con los aspectos materiales de la situación de aprendizaje (por ejemplo, objetos) el elemento verbal es necesario tanto como medio de comunicación cuanto como instrumento de representación individual... en la adquisición de conocimiento matemático, un concepto nuevo trae consigo una palabra nueva. Falto del concepto, el niño no comprenderá la palabra; carente de la palabra, no podrá asimilar y acomodar el concepto con la misma facilidad (Choat, 1974:69,11).

El conocimiento matemático, tal como hemos apuntado, es el resultado de una construcción conceptual pero no hay que olvidar que esta construcción conceptual no afecta únicamente a la experiencia o representación mental interna, sino también a su formulación externa en forma de lenguaje "formal". La enseñanza de las matemáticas ha sido fundamentalmente formalista. Los signos y los aspectos sintácticos han estado una constante sobre los semánticos (*Gómez, 1988; Rojano, 1994*).

Por tanto, que un alumno tenga grandes dificultades en el seguimiento de los aprendizajes matemáticos, bien puede ser debido a un desconocimiento conceptual, lógico-matemático, o bien puede atribuirse a un desconocimiento de ese lenguaje formal necesario para una exitosa adquisición de conocimientos matemáticos.

En relación a esta segunda línea de pensamiento, *Laborde* (1990), describe la importancia del lenguaje en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y, especialmente, el papel de la comprensión lectora en la resolución de problemas verbales.

Skemp (1982) estima que el problema crítico es la falta de entendimiento de las estructuras profundas. Al interpretar un texto matemático, es necesario ser capaz de leer todas y cada una de las palabras del texto porque son cruciales y cada símbolo esencial para la captación del sentido (*Orton, 1990*). Según *Skemp*

(1971) el símbolo no unido a una idea está vacío, carece de significado. Para *Orton* (1990), la expresión "ser capaz de leer las palabras", significa ser capaz de dar el sentido correspondiente a cada una de las palabras.

Una clasificación de errores realizada por *Newman* en *Dickson, Brown y Gibson* (1991), resulta útil para esbozar el papel del lenguaje en el proceso de resolución de problemas verbales, identificando cinco categorías de errores, de las cuales dos pertenecen al área concreta del lenguaje, capacidad de lectura (reconocimiento de palabras y de símbolos) y comprensión (comprensión general y de símbolos y términos específicos).

Siguiendo esta clasificación de errores, *Clements*, citado en el mismo documento, encontró que aunque los niños con rendimiento medio están cometiendo el 9% de sus errores en los niveles de lectura y comprensión, los rezagados están cometiendo alrededor de la cuarta parte del total de sus errores en estos dos estadios iniciales del proceso de resolución de problemas verbales y, atribuye otra cuarta parte a errores de descuido o falta de motivación.

En este mismo sentido, varios autores inciden en la importancia del nivel lector del sujeto y en general, en realizar una buena lectura comprensiva si se desea el éxito en la resolución de problemas (*Puig y Cerdán*, 1988; *Dalmau, Quintana y Reverter*, 1991; *Castro, Rico y Gil*, 1992; *Serrano*, 1993).

Como señalan *Siegel y Heaven* (1986), citados en *Rivière*:

...es casi imposible encontrar niños, excepto en las edades inferiores ... que tengan dificultades de lectura y obtengan buenas puntuaciones en pruebas escritas de aritmética...(Rivière, 1990:170)

Sánchez (1993) apunta que los problemas de comprensión de un texto pueden atribuirse, entre otras alternativas, a un problema de memoria. Sostiene que los sujetos de pobre comprensión lo son por un problema en un ámbito específico de la memoria: la memoria a corto plazo. Así, según *Sánchez*, y aplicándolo a

nuestro campo de estudio, si uno lee este fragmento: "María tenía 2 canicas. Entonces ella le dio ...", la única posibilidad de conectar el significado de las dos proposiciones del fragmento y, por tanto, entender que la expresión "ella" de la segunda proposición se refiere al mismo agente, María, de la primera es que se retenga el significado de esta primera oración mientras se lee y se construye el significado de la segunda. Si esta capacidad de retención fuese especialmente precaria en ciertos sujetos, los textos habrían de parecerles una colección independiente de oraciones sin ninguna conexión entre sí. La cuestión es, si esta relación entre mala comprensión y mala memoria a corto plazo se debe a la capacidad de memoria a corto plazo o más bien a cómo se utiliza esa capacidad. Los datos al respecto apoyan más bien esta última posibilidad y que son las deficiencias en las habilidades y estrategias para retener y recordar información las que influyen en una pobre comprensión.

Por todo ello, es muy importante que se interprete correctamente los mensajes y no sean objeto de interpretaciones incorrectas.

Según *Donalson* (1978) cuando un chico interpreta lo que le decimos, su interpretación se halla influida al menos por tres cosas: ... su conocimiento del lenguaje, su valoración de lo que nos proponemos y el modo en que él representaría para sí la situación física si no estuviésemos allí.

3.2 Qué es la resolución de problemas y su importancia

Son muchas las definiciones que se han dado sobre que se entiende por PROBLEMA en diferentes trabajos y según diversas perspectivas. Cito literalmente la definición de *Perales* (1993) que se ajusta exactamente a la ofrecida por Labarrere en su libro editado unos años antes, en 1987:

El problema adquiere así una dimensión de actividad de enseñanza -aprendizaje, tanto de conceptos como de habilidades, y evaluadora no sólo de dicho aprendizaje sino de los propios mecanismos cognitivos puestos en juego por el educando (*Perales*, 1993:170).

Tanto el marco conceptual como empírico de este trabajo se centra en el estudio de la resolución de "problemas-palabra", "problemas-historia", "problemas con texto", "problemas-enunciado" o "problemas-verbales" según se denominan en diferentes trabajos revisados.

En general al referirse a problemas verbales se realiza la identificación de un conjunto de expresiones que se refieren a cantidades y que incluyen la descripción de relaciones que existen entre tales cantidades. Es, pues, la forma en que se ofrece la información al sujeto acerca de esas relaciones entre magnitudes y valores, quién determina que algunos problemas puedan ser considerados como problemas verbales.

Se ha intentado justificar la elección de este tipo de problemas, en el apartado anterior de este capítulo sobre la importancia del lenguaje, primordialmente, en una de las áreas de las matemáticas como es la resolución de problemas.

Pasemos ahora, pues, a describir que se entiende por RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Hay una antigua creencia de que resolver problemas es una actividad fundamental de la ciencia. Esta creencia estuvo en gran medida vinculada al llamado

aprendizaje por "descubrimiento" creyendo que sería una manera adecuada de conseguir que los alumnos hicieran las cosas por sí mismos y de un modo que se esperaba que fuera más significativo. Posteriormente este mismo movimiento cayó en descrédito, se consideró un juego desestructurado y una manera de perder el tiempo.

A menudo, pensar es considerado casi como sinónimo de solucionar problemas; *Humphrey* (1951), citado en *Garret*, por ejemplo, dice que pensar es:

...lo que ocurre cuando un organismo ... encuentra, reconoce y soluciona un problema...(Garret, 1988:225)

Solucionar problemas se ha descrito como pensamiento creativo. *Debney* (1971), citado en *Garret* (1988), dice que solucionar problemas es pensar creativamente.

La resolución de problemas en *Puig y Cerdán* (1988) es definida como lo que es preciso hacer para contestar la pregunta del problema. Este énfasis en la solución, en obtener una solución, es desafortunada y como defiende *Garret*, posiblemente un término mejor que podría usarse es enfrentarse a problemas.

Para *Resnick y Glaser* (1976), citado en *Jiménez* (1988), un sujeto soluciona un problema cuando se ve llamado a realizar una tarea que previamente no había realizado y para la que la instrucción no especifica, de una manera total, el modo de realización.

Durante los últimos 50 años, la resolución de problemas en niños oyentes ha atraído la atención de los investigadores de los más variados campos, sin embargo, en el campo de la educación matemática, debido al casi nulo desarrollo material e investigador del mismo, no es hasta la pasada década cuando se comienza a estudiar sistemáticamente la resolución de problemas y sus implicaciones curriculares. Esta situación se agrava cuando nos referimos a la población sorda.

El tema que canaliza una mayor atención entre los teóricos y prácticos, interesados por la enseñanza de las matemáticas, es la resolución de problemas. Actualmente se considera como una "corriente educativa" y así lo demuestran los siguientes datos:

a) - La publicación del Anuario de 1980 de la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NCTM) que sitúa como primer ítem en su lista de recomendaciones la resolución de problemas de la siguiente forma:

El consejo nacional de Profesores de Matemáticas recomienda que la resolución de problemas sea el principal objetivo de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas de los ochenta (Alonso, González y Saez, 1988:251).

b) - La A.T.M inglesa (Asociación de Profesores de Matemáticas), que fundamentándose en el párrafo 249 del informe Cockcroft (1982), establece que la habilidad en resolver problemas es el corazón de las matemáticas y elabora un documento en el que se afirma que la resolución de problemas podría y debería reemplazar a la aritmética como el tema principal en las clases primarias (Arrieta, 1989).

c) - *Hernán* (1983) argumenta la necesidad de fomentar como actividad básica en matemáticas: la de resolver problemas.

d) - *Puig y Cerdán* (1988) que destacan el papel prioritario de la resolución de problemas en el aprendizaje.

e) - La presentación de numerosas ponencias, comunicaciones, publicaciones y proyectos sobre educación matemática relacionadas con la resolución de problemas.

A pesar de la importancia que se ha concedido a la resolución de problemas, en la actualidad estamos lejos tanto de una teoría que explique su proceso, como de una

teoría de la instrucción en resolución de problemas bien fundada; acabada y coherente, tanto para oyentes como para sordos.

3.3 Problemas de una etapa: adición y substracción

3.3.1 Introducción

En el apartado siguiente se clasifican los problemas según la finalidad del estudio en el que está inmerso, pero se cree conveniente definir primero que se entiende por problemas de una etapa ya que es el tipo de problema escogido como objeto de estudio en este trabajo.

Un problema aritmético de una etapa es aquel problema en que es necesario, para alcanzar la solución, realizar una sola operación aritmética. En cambio, aquellos problemas que se resuelven con más de una operación aritmética se les denomina problemas de más de una etapa.

En un problema aritmético elemental verbal (PAEV) de una etapa se pueden distinguir dos partes: la parte informativa y la pregunta del problema. Estas dos partes, información y pregunta, son distinguibles en cualquier PAEV, independientemente de que, debido a la estructura sintáctica del problema, sean separables con mayor o menor dificultad.

Las cantidades presentes en el problema son tres: dos de ellas se nos proporcionan como datos, contenidas en la parte informativa, y la otra cantidad es la incógnita, contenida en la pregunta del problema.

3.3.2 Clasificación de los problemas

Polya (1957) distingue entre problemas de encontrar y problemas de probar; *Butts* (1980), citado en *Puig y Cerdán* (1988), desde el punto de vista del nivel de creatividad necesario para resolverlos, los jerarquiza en ejercicios de reconocimiento, ejercicios algorítmicos, problemas de aplicación, problemas de búsqueda y situaciones problemáticas; *Labarrere* (1987) hace una doble distinción: según los conceptos matemáticos que revelan al alumno (1987:23-25) y según la naturaleza o tipo de la exigencia que plantean al que los resuelve, como por ejemplo, se puede citar los problemas de hallazgo o determinación, de construcción, recreativos, etc...(1987: 26-29); y *Puig y Cerdán* (1988) clasifican los problemas en problemas de una etapa y problemas de más de una etapa.

El interés reciente por la resolución de los PAEV pone de manifiesto la influencia de tres factores que podrían explicar las diferencias sistemáticas encontradas, en muchas investigaciones con sujetos oyentes, respecto al nivel de ejecución en estos problemas. Estos factores permitirán hacer una nueva clasificación de los PAEV.

Los tres factores anteriormente citados son: la estructura semántica, el lugar que ocupa la incógnita y la formulación verbal del problema. Estos factores inciden en la representación que el niño hace del problema, tal como se pone de manifiesto en los trabajos sobre modelos de simulación (*Bermejo y Rodríguez, 1990a*). Estos trabajos señalan que los errores en la resolución no son debidos a la ejecución de la operación correspondiente, sino sobre todo a la construcción inadecuada de la representación inicial del problema.

Referente a la estructura semántica, *Heller y Greeno* (1978) distinguieron tres tipos de problemas: problemas de Cambio, de Combinación y de Comparación.

Carpenter y Moser (1982) identificaron tres dimensiones fundamentales: a) dimensión activa-estática, que determina la relación existente entre los conjuntos u objetos implicados en la tarea, de manera que en ciertos casos resulta patente la

presencia de una acción- que transforma o cambia la cantidad de un conjunto-; mientras que en otros, la relación entre las cantidades es más estática; b) la segunda dimensión se refiere a la relación inclusiva, o de parte-todo, en el sentido de que en algunos problemas dos cantidades aparecen como subconjuntos de una tercera; c) en aquellas tareas que implican acción, esta consiste en incrementar o disminuir la cantidad inicial presentada. Según estos tres criterios, los autores proponen 6 categorías de problemas: 1) de unión; 2) de separación; 3) de parte-parte-todo; 4) de comparación; 5) de igualación añadiendo; y 6) de igualación sacando.

Vergnaud (1982) propone una clasificación, basada en tres conceptos principales: medida, transformación temporal y relación estática, formada por 6 categorías de problemas aditivos y de sustracción: 1) composición de dos cantidades; 2) una transformación una dos cantidades; 3) una relación estática una dos cantidades; 4) composición de dos transformaciones; 5) una transformación una dos relaciones estáticas; y 6) composición una dos relaciones estáticas.

Nesher (1982) dice que la dependencia semántica entre las tres proposiciones del texto, partes informativas y pregunta, pueden venir dadas por siete tipos de palabras si, el contenido semántico de un PAEV se analiza a trozos atendiendo a las diferentes maneras de codificar lingüísticamente las relaciones lógicas entre las tres proposiciones básicas del texto: argumentos (chicos, chicas, niños), adjetivos que califican a los argumentos cuantificados, agentes a los que se hace referencia en el texto (Ana tiene tres caramelos y Juan tiene cinco), localización o relación espacial entre objetos, tiempo o relación temporal entre los acontecimientos a que se hace referencia en el texto, verbos que expresan la dependencia semántica y términos relacionales (más que). Atendiendo a la dependencia semántica dada por estas 7 palabras se producen tres diferentes categorías contextuales (*Greeno*, 1978; *Moser*, 1979; *Vergnaud* y *Durand*, 1976; (citados en *Puig* y *Cerdán* (1988)): texto dinámico (incluye la categoría verbos expresando una secuencia temporal), texto estático (incluye las categorías argumentos, adjetivos, agentes,

localización y tiempo) y texto comparación (incluye la categoría términos relacionales).

En un trabajo posterior, *Carpenter* y *Moser* (1983) reorganizan la clasificación propuesta anteriormente presentando los tipos de problemas siguientes: 1) de Cambio; 2) de Combinación; 3) de Comparación; y 4) de Igualación. Esta taxonomía es generalmente aceptada hoy en día por la mayoría de los autores.

Si atendemos al lugar que ocupa la incógnita en el problema, los problemas de la categoría Cambio, Combinación y Comparación, pueden desmenuzarse en distintos tipos de problemas dentro de cada una de las categorías.

Los problemas de Cambio están formados por tres conjuntos o componentes:

- Un estado inicial - Juan tiene 3 canicas.
- La acción que produce un cambio- María le da 2 canicas.
- Un estado final- Ahora Juan tiene 5 canicas.

Algunos de estos componentes pueden ser hallados (i) si los otros dos componentes se dan como datos del problema (d) en la parte informativa, produciendo tres casos diferentes. La acción a la que se somete la cantidad inicial puede hacer aumentarla o disminuirla, por tanto, en total podemos encontrar seis tipos diferentes de problemas de Cambio:

	Inicial	Cambio	Final	Crecer	Decrecer
CAMBIO 1 (C1)	d	d	i	#	
CAMBIO 2 (C2)	d	d	i		#
CAMBIO 3 (C3)	d	i	d	#	
CAMBIO 4 (C4)	d	i	d		#
CAMBIO 5 (C5)	i	d	d	#	
CAMBIO 6 (C6)	i	d	d		#

Un similar conjunto de variaciones existe para los problemas de Comparación. En este caso las cantidades presentes en el problema se denominan cantidades de referencia (A), cantidad comparada (C) y diferencia (B):

Cantidad A: Juan tiene 5 canicas.

Cantidad B: María tiene 3 canicas.

Cantidad C: Juan tiene 2 canicas más que María

María tiene 2 canicas menos que Juan.

	Referencia	Comparada	Diferencia	Más	Menos
COMPARAR 1 (CP1)	d	d	i	#	
COMPARAR 2 (CP2)	d	d	i		#
COMPARAR 3 (CP3)	d	i	d	#	
COMPARAR 4 (CP4)	d	i	d		#
COMPARAR 5 (CP5)	i	d	d	#	
COMPARAR 6 (CP6)	i	d	d		#

Los problemas de Combinación describen una relación entre conjuntos que responde al esquema parte-parte-todo. Los componentes de estos problemas son dos:

Cantidad A: Juan tiene 5 canicas.

Cantidad B: María tiene 3 canicas.

Cantidad resultante: entre ambos tienen 8 canicas.

Las combinaciones posibles son dos:

	Parte	Parte	Todo
COMBINAR 1 (CB1)	d	d	i
COMBINAR 2 (CB2)	d	i	d

En cuanto a la cuarta categoría añadida por *Carpenter y Moser* (1983), problemas de Igualación, su estructura básica es la de los problemas de Comparación. En ellos se encuentra una comparación entre las cantidades presentes, establecida por

medio del comparativo de igualdad "tantos como" y así encontraríamos, también, seis tipos diferentes de problemas.

En el cuadro siguiente presentamos las tres categorías de problemas utilizadas en la mayoría de trabajos, Cambio, Combinación y Comparación, con las denominaciones utilizadas en previas investigaciones para las mismas categorías (adaptado de *Nesher, Greeno y Riley (1982)*).

1. Cambio

CAMBIO: Greeno (1980a, b)

UNION Y SEPARACIÓN: Carpenter y Moser (1981), Carpenter, Hiebert y Moser (1981).

DINÁMICO: Nesher y Katriel (1978), Nesher (1981).

TRANSFORMACIÓN UNE DOS CANTIDADES: Vergnaud y Durand (1976), Vergnaud (1981).

2. Combinación

COMBINACIÓN: Greeno (1980a, b), Heller y Greeno (1978); Riley (1979), Riley, Greeno y Heller (1981).

PARTE-PARTE-TODO: Carpenter y Moser (1981), Carpenter, Hiebert y Moser (1981).

ESTÁTICO: Nesher (1978, 1981).

COMPOSICIÓN DE DOS CANTIDADES: Vergnaud y Durand (1976), Vergnaud (1981).

3. Comparación

COMPARACIÓN: Greeno (1980a, b), Carpenter y Moser (1981), Carpenter, Hiebert y Moser (1981), Nesher y katriel (1978), Nesher (1981).

RELACIÓN ESTÁTICA UNE DOS CANTIDADES: Vergnaud y Durand (1976), Vergnaud (1981).

3.3.3 Factores incidentes en la resolución de problemas verbales

Un gran número de investigaciones con oyentes sugieren que el nivel de complejidad de las pruebas numéricas resulta inferior a la de las pruebas verbales,

a pesar de que la competencia operativa exigida en ambas pruebas sea idéntica. Algunos de los resultados de estas investigaciones apuntan en un 10 a un 30% de peores actuaciones en la resolución de problemas aritméticos verbales que en problemas comparables presentados en formato numérico.

Esta gran discrepancia en los niveles de éxito, en función del formato en que se presentan las tareas aritméticas, sugiere, según *Cummins, Kintsch, Reusser y Weimer* (1988), que deben existir otros factores, además de la habilidad matemática de los sujetos, que contribuyen al éxito o al fracaso en la resolución de problemas.

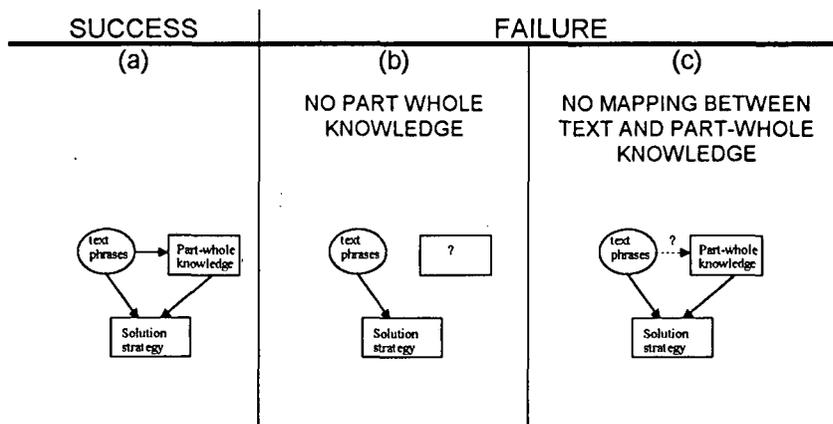
Además, no sólo aparecen discrepancias en las actuaciones en función del formato sino que, también se encuentra que no todos los problemas verbales tienen el mismo nivel de dificultad. Algunos problemas son más fáciles de resolver que otros.

En estos estudios con oyentes se observa que las actuaciones de los sujetos difieren con la edad. Desde un punto de vista Piagetiano, un sujeto de una cierta edad puede no disponer de las capacidades cognitivas requeridas para procesar el problema y resolverlo exitosamente.

En el trabajo de investigación previo a esta tesis, se propuso a un grupo de sordos profundos una tarea de resolución de problemas verbales y se comparó su competencia resolutoria en dichos problemas, con su competencia en pruebas operatorias que analizan los procesos cognitivos implicados en cada uno de los problemas propuestos. Los resultados no reflejaron una relación directa entre ambas pruebas y la variable edad tampoco se mostró significativa, concluyendo que una resolución exitosa no consiste únicamente en la adquisición de habilidades matemáticas, ni tan siquiera, en la construcción de aspectos operatorios del pensamiento, sino que es necesario desarrollar, además, otras capacidades (*Serrano, 1993*).

Cummins, Kintsch, Reusser y Weimer (1988) apuntan que existe desacuerdo entre investigadores en cuanto a qué capacidades se deben de desarrollar para mejorar dichas actuaciones. Las explicaciones generalmente apuntan hacia dos posibles caminos: aquellos que atribuyen las mejores actuaciones al desarrollo del conocimiento lógico-matemático, indicando que los sujetos fallan al resolver problemas porque no poseen el conocimiento conceptual necesario para resolverlos correctamente y, aquellos que lo atribuyen al desarrollo de habilidades de comprensión del lenguaje, sosteniendo que ciertos problemas verbales son difíciles de resolver porque en ellos se utilizan formas lingüísticas que no tienen una proyección adecuada dentro de las estructuras conceptuales poseídas por el niño. Por ejemplo, es posible que un niño comprenda las relaciones parte-todo subyacentes a los problemas aditivos, pero sea incapaz de representar adecuadamente la forma comparativa "¿Cuántas canicas tiene más Juan que María?".

La figura siguiente muestra, con gran claridad, estos dos puntos de vista: el lógico-matemático (panel (b)) y el lingüístico (panel (c)).



(*Cummins, 1991:265*)

El propio *Cummins* es más partidario de la explicación lingüística, concediéndole a los procesos de comprensión del texto un papel muy importante en la resolución de problemas verbales.

Los investigadores partidarios de la explicación lógica-matemática postulan que el niño, para resolver correctamente el problema verbal, debe construir una representación conceptual del mismo. Según *Tomás* (1990) la solución de un problema depende del hecho de que el alumno no sólo tenga un conocimiento y las habilidades requeridas sino que sea capaz de utilizarlas y establecer una red o estructura. Será necesario, pues, encontrar un esquema apropiado para organizar y resolver el tipo de problema que se encuentra en la memoria a largo plazo, una vez se haya almacenado la información como un todo (*Fayol, Abdi y Gombert*, 1987).

Se cuestiona si existe un sólo esquema general para representar cualquier problema aditivo o, por el contrario, cada problema o categoría de problemas requiere la construcción de un esquema específico (*Bermejo y Rodríguez*, 1987b).

Riley, Greeno y Heller (1983) argumentan que la dificultad de los problemas depende, en gran medida, de la estructura semántica de los mismos y proponen un modelo de simulación en el que se reflejan los diferentes esquemas que corresponden a la organización de la información conceptual de los problemas de Cambio en función de la situación de la incógnita (ver apartado 3.5.1).

Otro estudio muy interesante de *Dean y Malik* (1986), examinó la relación entre la representación de niños de 7 años de la estructura de los problemas de Cambio, inferido a partir de las habilidades de los niños a anticipar el acabamiento de "How many ...? dada toda la información del problema excepto la pregunta, y sus conocimientos procedimentales en la resolución de problemas (conocimiento de la estrategia parte-todo), atribuyendo el esquema parte-todo a aquellos sujetos que resolvieran correctamente los tres tipos de problemas de Cambio siguientes: incógnita en el conjunto inicial, incógnita en el conjunto cambio y incógnita en el conjunto final.

Observaron que varios niños que usaron la estrategia parte-todo fallaron en la anticipación de las preguntas. El conocimiento de la estrategia parte-todo se mostró como prerequisite para el desarrollo del esquema de los problemas de

Cambio. Así pues, el conocimiento procedimental es anterior a la representación del problema, de ahí que el desarrollo en procedimientos es necesario y prerequisite para desarrollarse la representación del problema, pero también desarrollarse en la representación del problema es necesario para alcanzar más desarrollo procedimental, idea consistente con el punto de vista de *Riley, Greeno y Heller* que otorgaron un papel importante al conocimiento de ciertos esquemas para poder acceder al conocimiento procedimental y obtener, así, resoluciones exitosas.

We hypothesize that acquisition of skill is primarily an improvement in children's ability to understand problems-that is, in their ability to represent the relationships among quantities described in problem situation in a way that relates to available solution procedures (*Riley, Greeno y Heller, 1983:173*).

3.3.4 Niveles de dificultad en función de la estructura semántica

Parece ser que los problemas de Cambio resultan en general más sencillos de resolver que los problemas de Combinación y estos a su vez más fáciles que los de Comparación (*Riley, Greeno y Heller, 1983; Bermejo y Rodríguez, 1987a; Puig y Cerdán, 1988*). Los problemas de Igualación resultan más difíciles que los de Combinación (*Bermejo y Rodríguez, 1987a*). En los problemas de substracción hay una pequeña variación: combinar es más difícil que comparar (*Puig y Cerdán, 1988*).

Los niveles de dificultad, citados anteriormente, pueden verse modificados en función del lugar que ocupa la incógnita en el problema.

Teniendo en cuenta tanto la estructura semántica como el lugar que ocupa la incógnita, los niveles de dificultad en la resolución de estos problemas serán los siguientes:

a) - De manera general, independientemente de la estructura semántica, los problemas verbales con la incógnita en el resultado parecen ser más fáciles (C1, C2, CB1, CP1, CP2, I1 y I2) (Bermejo y Rodríguez, 1990a; Nesher, 1982). El lugar de la incógnita y la familiaridad con el problema, pueden explicar estos resultados; ello permite a los niños disponer de un esquema general que los informe de la estructura, papel e intención del problema.

b) - Aquellos problemas en que la incógnita es el conjunto inicial o de referencia son los de más difícil resolución (C5, C6, I5, I6, CP5 y CP6) (Bermejo y Rodríguez, 1990a; Nesher, 1982).

c) - El éxito de los niños desciende manifiestamente en los problemas de combinación y comparación cuando la incógnita se ubica en uno de los sumandos (Riley, Greeno y Heller, 1983).

d) - La dificultad alcanza su más alto nivel cuando se desconoce el primer sumando en problemas de Comparación (Bermejo y Rodríguez (en prensa) citado en Bermejo y Rodríguez, 1990a).

3.3.5 Niveles de dificultad en función de las variables de la tarea

Kilpatrick en 1975, tratando de clarificar las distintas variables que intervienen en la resolución de problemas, presentó la siguiente clasificación (Goldin y Mcclintock, 1 sujeto. 1979):

1. Variables independientes:

- Variables del sujeto
- Variables de la tarea.
- Variables de situación.

2. Variables dependientes:

- Variables del resultado.
- Variables del proceso.
- Variables de evaluación.
- Variables concomitantes.

Las variables de la tarea están clasificadas como variables independientes que son las que pueden medirse antes de la ejecución de la tarea, siendo las que tienen que ver exclusivamente con el problema.

Las variables de la tarea que los autores consideran son las variables sintácticas, de contexto y de contenido.

3.3.5.1 Variables sintácticas

Las variables sintácticas son aquellas características del problema que tienen que ver con el orden y las relaciones de las palabras y símbolos que contiene el enunciado del problema.

La categoría de variable sintáctica incluye, por ejemplo, el tamaño del problema, la complejidad gramatical, la presentación de los datos mediante números, símbolos o palabras, la situación de la pregunta en el texto del problema, explicitación de la relación semántica entre los datos y la incógnita, la presencia o no de datos en la pregunta del problema, y si el orden de presentación de los datos en el texto del problema se corresponde con el orden en que éstos han de ser considerados al efectuar la operación.

Las variables sintácticas entran en juego principalmente en el primer estadio del proceso de resolución de un problema: la comprensión de los términos del problema.

Algunos investigadores (*Lindvall e Ibarra*, 1980; *Cohen y Stover*, 1981; *Riley, Greeno y Heller*, 1983; *Hudson*, 1983; *De Corte, Verschaffel y De Win*, 1985; *Cummins, Kintsch, Reusser, Weimer* (1988)), apoyan la idea de que la reformulación de problemas simples de adición y sustracción afecta la relativa dificultad de ciertos tipos de problemas. Se observó, en todos ellos, que los problemas reformulados ofrecían menores dificultades en representar las relaciones parte-todo.

Lindvall e Ibarra (1980) informaron que los tradicionales problemas de Combinación 2 (recordamos que son los más difíciles de resolver en la categoría Combinación), se convertían significativamente más fáciles cuando se presentaban de la siguiente manera: "Tom and Joe have 8 marbles altogether; 5 of these marbles belong to Tom and the rest belong to Joe; how many marbles does Joe have?". La versión usual más condensada puede ser: "Tom and Joe have 8 marbles altogether; Tom have 5 marbles; how many marbles does Joe have?".

Cohen y Stover (1981) citados en *King y Quigley* (1985), reformularon problemas verbales matemáticos y variaron experimentalmente tres factores: uso de diagramas, reducción de información extraña y combinar el orden de presentación de los datos. Encontraron muchas diferencias entre los problemas adaptados y los originales entre niños de 6º grado en favor de los adaptados.

De Corte, Verschaffel y De Win (1985) investigaron la influencia de cambios en la fraseología de problemas simples de adición y sustracción sin afectar su estructura semántica. Partían de la hipótesis de que la reformulación de los problemas verbales, explicitando más la relación semántica entre los datos y la incógnita del problema, facilita la construcción de una representación mental apropiada. Los resultados demostraron que los problemas con formulación verbal estándar tienen un nivel de resolución significativamente inferior. Estos autores concluyen que no se puede llevar a término una apropiada representación del problema debido a que no comprenden correctamente la condensada y algunas veces, ambigua exposición del problema.

Cummins, Kintsch, Reusser y Weimer. (1988) sugieren que ciertas palabras y frases son ambiguas para los niños y que, el uso de esos términos en problemas verbales conducen a representaciones incoherentes, reduciéndose dichos efectos reformulando el problema.

El mismo *Cummins* en 1991 intenta dar explicación a sus conclusiones anteriores, cuestionándose, primeramente, que no está claro como una simple reformulación puede permitir a un niño, sin suficiente conocimiento parte-todo, resolver tales problemas y anunciando, posteriormente, que una posible explicación es que la reformulación simplifica la estructura del problema y que, por tanto, no es necesario el conocimiento parte-todo para resolverlos.

Otra de las variables sintácticas investigadas fue la influencia de la variable número de operaciones requeridas para resolver el problema, resultando ser significativa en el estudio de *Nesher* (1976) y en *Jerman y Rees* (1972) y no significativa cuando se compara el nivel resolutor de deficientes mentales con sujetos no retardados (*Judd y Hickson*, 1989).

Nesher (1982) incluyó en un estudio posterior tres variables sintácticas: longitud del problema, número de palabras y localización de la pregunta en el texto. Las tres variables fueron encontradas no significativas.

La variable longitud del problema fue también estudiada por *Beardslee y Jerman* (1973) desglosándola en dos variables, número de palabras y número de proposiciones. Ambas variables fueron las únicas, entre seis variables, encontradas significativas.

3.3.5.2 Variables de contenido y de contexto

Después de que un problema ha sido leído, el resolutor se interesa por su significado. El término "contenido" es usado, en sentido usual del término, para

referirse a la parte principal de un mensaje, en oposición a su forma. Así pues, las variables de contenido se refieren al significado matemático, mientras que las variables de contexto lo hacen a los significados no matemáticos o incidentales en el texto del problema (Goldin y McClintock, 1979).

Las variables de contenido y de contexto entran en juego tanto en el primer estadio de Polya sobre el proceso de resolución de un problema, "Comprender el problema", como en el estadio "Concebir un plan" (ver apartado 3.5).

3.3.5.3 Variables de contenido

Según Webb (1979 a,b), las variables de contenido pueden clasificarse utilizando varios criterios:

1. Tema matemático. En el presente trabajo se habla de aritmética y de una parcela de las matemáticas como es el juego.
2. Campo de aplicación. El campo de aplicación es el propio de las matemáticas con lo cual los conceptos matemáticos no tienen un mero carácter instrumental.
3. Contenido semántico. Aquí se considera el vocabulario matemático, las palabras clave (palabras que son cruciales en el establecimiento de conexiones entre la incógnita y los datos (verbal cue)) y los pronombres personales.

En cuanto a la variable palabras clave estas pueden ser de tres tipos: las propias de la terminología matemática (añadir, doblar, ...), palabras que no son propias de la matemática pero que su significado, en el contexto del problema, suele ser suficiente para decidir la operación que es necesaria para resolver el problema (ganar, perder, todos juntos, ...) y palabras o grupos de palabras que expresan relaciones (más joven que, ...). Una lista de verbos que son palabras clave para la

adición y la substracción es la establecida por el grupo de EGB de la APMA (1987) (ver *Puig y Cerdán*, 1988:95).

En muchas investigaciones se ha estudiado el efecto de la presencia de palabras clave en el texto de los problemas, dando resultados distintos. En la mayoría de estas investigaciones se ha mostrado como una variable significativa (*Nesher y Teubal*, 1975; *Jerman*, 1973; *Linville*, 1976). En cambio, en dos estudios posteriores de *Nesher* los efectos de esta variable fueron distintos.

En el estudio realizado por *Nesher* en 1976, la variable palabra clave fue encontrada no significativa cuando se presenta conjuntamente con dos variables más, número de operaciones binarias que se requieren para la respuesta e información superflua.

Nesher (1982) analiza de nuevo la incidencia de esta variable y, en esta ocasión, encuentra efectos distintos dependiendo del tipo de problema en el que está inmersa. No tuvo prácticamente efecto en los problemas de substracción dinámicos, mientras que tuvo un gran efecto en los textos comparación, y moderado en los estáticos. Lo mismo sucedió con problemas de adición.

Judd y Hickson (1989) estudian esta variable conjuntamente con otras, en una población de deficientes mentales, encontrando que la variable palabras clave no era estadísticamente significativa.

Sobre los posibles efectos de los pronombres personales en la resolución de problemas verbales, *Stern* (1993) enmarca su estudio en torno a las grandes discrepancias que observa en diferentes autores.

Para *Verschaffel, De Corte y Pauwels* (1992) los niños necesitarían más tiempo para la lectura de problemas con lenguaje "inconsistente", "Juan tiene 3 canicas. Él tiene 2 canicas más/menos que Pedro. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?", que con lenguaje "consistente" "Juan tiene 5 canicas. Pedro tiene 2 canicas menos/más que

Juan. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?". En ambos problemas se requieren el mismo conocimiento matemático, la diferencia estriba en el pronombre personal usado en la segunda proposición. Los autores no encuentran diferencias entre ambos grupos.

En esta misma línea, *Van Dijk y Kintsch's* (1983), creen que entender una nueva información textual sobre un agente del problema (María, Pedro, ...) se facilita si la nueva información menciona primero al mismo agente.

Por otro lado, *Oakhill y Yuill* (1986) dicen que los lectores menos habilidosos tienen dificultad en procesar pronombres personales cuando se requiere un proceso complejo.

Stern observa que evitar el uso de los pronombres en la formulación del texto, repitiendo en la segunda proposición el nombre del agente, "Ella ---> María", no facilita la resolución de los problemas y, además, el substituir el pronombre por el nombre del agente es artificial y puede confundir a los niños en el sentido de creer que María, en la segunda proposición, se refiere a otro agente con el mismo nombre.

4. Variables que describen los elementos del problema. Este criterio formulado por *Webb*, pretende tomar en consideración los elementos distintivos del tipo de texto que diferencian un problema de matemáticas de otro texto matemático cualquiera.

El análisis de la parte informativa del problema permite hablar de la variable influencia de información superficial, más datos de los que son relevantes para resolver el problema.

Nesher (1976) estudió esta variable mostrándose significativa en problemas de división, al igual que sucedió en los estudios de *Cohen y Stover* (1981) anteriormente citado, en el estudio de *Bachor* (1989) en el que los problemas se

variaron en cuanto a la cantidad de información adicional y en *Goodstein et al.* (1971) citado en *Van Lieshout, Jaspers y Landewe* (1994), en cuyo estudio presentaron, a niños con grado medio de retraso mental, problemas verbales aditivos que contenían información distractora, encontrando que se tendía a sumar todos los números incluyendo los no relevantes.

En cambio, *Muth* (1984, 1986), encontraron que a pesar de que el nivel de ejecución era similar, con y sin información superflua, los sujetos tardaron más tiempo en resolver aquellos problemas que la contenían.

5. Equipo matemático utilizable como por ejemplo la calculadora.

3.3.5.4 Variables de contexto

En diversos estudios se ha destacado la importancia de las variables de contexto entendidas como los contextos a los que habitualmente hacen referencia los problemas aritméticos.

Del mismo modo que sucede con las variables de contenido, *Webb* (1979b) da varios criterios para clasificar los tipos de contextos que suelen aparecer, entre ellos, el formato de presentación y el escenario-marco o contexto verbal.

Con respecto al formato, el problema puede presentarse de modo manipulativo, pictorial, simbólico, verbal o con una combinación de varios de estos modos.

La presencia de ayudas ha sido considerada una variable más que puede modificar la competencia de los niños en la resolución de problemas verbales.

Según varios estudios, la presencia de objetos concretos o dibujos facilitan el proceso de representación, dando lugar a una mejora en el nivel resolutor

(*Carpenter y Moser, 1982; De Corte y Verschaffel, 1985; Bermejo y Rodríguez, 1987b; ...*).

Hay estudios, no obstante, que matizan la afirmación anterior diciendo que, la presentación de los problemas verbales mediante grabados, dibujos u otros materiales concretos, resultan más sencillos, como mínimo en los primeros niveles. No está tan claro que sea así en niveles superiores (*Puig y Cerdán, 1988*).

En cuanto al escenario-marco, se puede distinguir entre familiar y no familiar, aplicado y teórico, concreto y abstracto, convencional e imaginativo, etc.

Se ha hecho referencia anteriormente a dos tipos de palabras: las palabras clave y las palabras que no juegan ningún papel en la elección de la operación. En cuanto a esta segunda categoría de palabras, es necesario comentar que la única dificultad que pueden causar cuando un sujeto se enfrenta a un problema, es por lo que se refiere a su significado. Puede ser, bien que desconozca su significado, bien que el contexto que delimitan le sea desconocido y entonces, en estos casos, hablaríamos de un escenario familiar o no familiar.

La familiaridad con el texto se ha considerado un factor sobresaliente en la comprensión de textos escritos en niños sordos (*Gormley, 1981*) y en oyentes (*Gormley y Marr, 1979*) (citados en *Gormley, 1982*).

La complejidad sintáctica hace cierto material difícil de entender (*Robbins y Hatcher, 1981; citado en Gormley (1982)*); no obstante, hay estudios que evidencian que el conocimiento anterior de un contenido familiar puede permitir al lector sordo salvar las dificultades sintácticas (*McGill-Franzen y Gormley, 1980*).

Gormley (1982) examinó la influencia de esta variable sobre estudiantes sordos de diferentes edades. Los sujetos, independientemente de su edad, no se diferenciaron en cuanto a su competencia lectora, por su conocimiento anterior del texto, es decir, sus actuaciones fueron similares independientemente de si el texto les era

familiar o no. El alumnado entendió mejor aquellos textos cuyo contenido era más familiar. Así, el conocimiento anterior sobre el contenido, tuvo efectos positivos facilitando el procesamiento del texto.

3.4 Sentencias aritméticas abiertas

Además de todas las variables referidas en los subapartados anteriores, merece especial atención una de las variables que tiene influencia en la dificultad que los alumnos encuentran para resolver problemas, el tipo de sentencia abierta que subyace al enunciado del problema.

Las sentencias abiertas, también denominadas proposiciones abiertas, participan del cálculo y de las estrategias de la solución de problemas al ser un tipo de planteamiento matemático intermedio entre ambos.

Las investigaciones realizadas que han tenido como foco de interés las sentencias abiertas de adición y sustracción han tratado de identificar los diferentes niveles de dificultad en la solución de las diversas sentencias, dificultad que tratan de reconocer como relacionada con la operación expresada en la sentencia, con la localización del signo igual dentro de la sentencia y con la localización del dato desconocido dentro de la sentencia (*Jiménez, 1988*).

Variando la posición de la cantidad desconocida y la colocación del resultado de la operación a uno u otro lado del signo igual, se obtienen seis sentencias abiertas posibles para la adición, y otras tantas para la sustracción.

Estas sentencias son:

$$a + b = ? \quad a - b = ?$$

$$a + ? = c \quad a - ? = c$$

$$? + b = c \quad ? - b = c$$

$$? = a + b \quad ? = a - b$$

$$c = a + ? \quad c = a - ?$$

$$c = ? + b \quad c = ? - b$$

Carpenter y Moser (1983) aportan los siguientes datos sobre los niveles de dificultad correspondientes a esta tipología de las sentencias:

a) - Las sentencias canónicas de adición y sustracción ($a + b = ?$, $a - b = ?$) son menos difíciles que las no canónicas ($a + ? = c$, $a - ? = c$).

b) - Las sentencias canónicas de sustracción son generalmente más difíciles que las de adición.

- No hay diferencias claras de dificultad entre las tres sentencias siguientes:

$$a + ? = c, ? + b = c, a - ? = c.$$

c) - La sentencia de minuendo desconocido ($? - b = c$) es significativamente más difícil que las otras cinco sentencias de sustracción.

d) - Las sentencias con la operación en el lado derecho del signo igual son significativamente más difíciles que las paralelas con la operación a la izquierda.

Los sujetos ven la sentencia abierta como una serie de datos que pueden ser reordenados si ello es necesario para la solución, no como algo dependiente de la estructura y del orden de los componentes que lo integran.

De Corte y Verschaffel interpretan el origen de estas conductas inapropiadas en el tipo de enseñanza que generalmente se plantea a los sujetos. La enseñanza, según estos autores, se mueve a un nivel que trata de crear estereotipos, lo que facilita que el sujeto prescinda de la fase de análisis de la tarea, así como de la verificación de la solución obtenida.

3.5 Modelos sobre el proceso de resolución

El interés por el proceso de resolución de problemas se despierta en los años setenta, algunos años después de la publicación de los libros pioneros de Polya, con el comienzo de la investigación en educación matemática.

Dewey (citado en *Puig y Cerdán*, 1988) propuso unas fases que se siguen para la resolución de problemas en sentido general, sin una especificación concreta para los problemas de matemáticas:

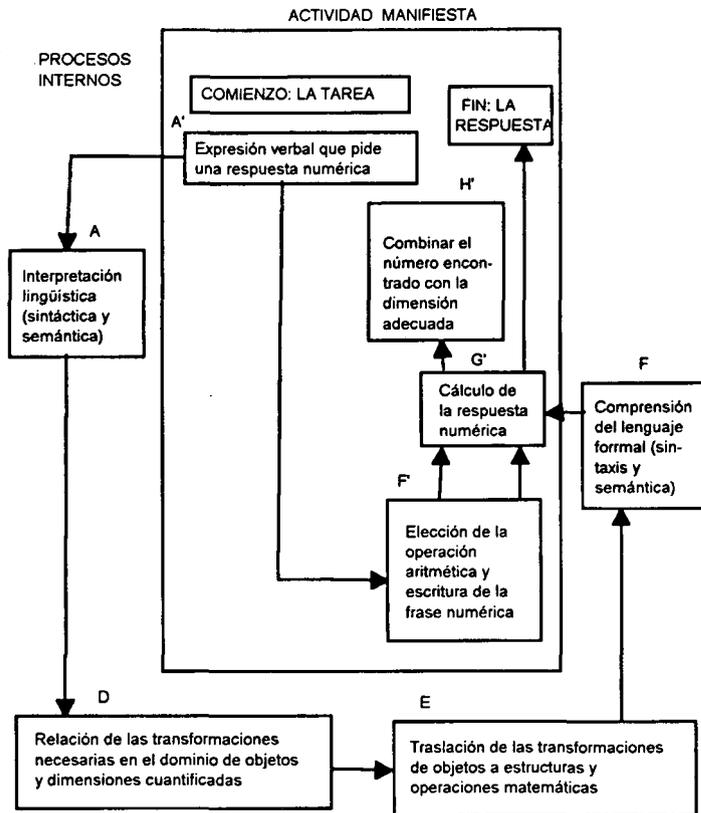
1. Identificación de la situación problemática;
2. Definición precisa del problema;
3. Análisis medios-fines. Plan de solución;
4. Ejecución del plan;
5. Asunción de las consecuencias;
6. Evaluación de la solución. Supervisión. Generalización.

Una posible concreción del modelo de *Dewey*, es el modelo de Polya para los problemas de matemáticas. Polya (1957) distingue cuatro fases que hacen referencia a la operaciones mentales típicamente útiles:

1. Comprender el problema;
2. Concebir un plan;
3. Ejecutar el plan;
4. Examinar la solución obtenida.

Para hacer más operativo el proceso de solución o de enseñanza, Polya desgrana cada estrategia general en varias subfases u operaciones.

Nesher (1980) presenta dos esquemas con los que pretende comparar el proceso de resolución de un problema aritmético escolar con el de un problema cuantitativo real, distinguiendo entre la actividad observable y los procesos internos. Presentamos en este trabajo únicamente el esquema pertinente a los problemas aritméticos escolares.



(Adaptado de Puig y Cerdán, 1988: 46)

Nesher mantiene que el paso de D a E es crucial para la comprensión de la tarea que se está realizando y que en el proceso de resolución de un PAEV es difícil que pueda darse, y concluye que

...sin transformaciones reales, en la mente del que resuelve el problema en el dominio pragmático de los objetos pertinentes y sin conciencia explícita de sus dimensiones y relaciones funcionales, es imposible aplicar las matemáticas de forma significativa, incluso en los casos en que se comprende totalmente el lenguaje matemático (*Nesher*, 1980).

Hayes (1980), citado en *Pomés* (1991), hace una nueva distinción de tareas previas para resolver un problema, muy similares a las propuestas por *Dewey* y *Polya*, en seis etapas:

1. Hallazgo del problema (reconoce que existe un problema);
2. Representación del problema;
3. Planificación de la solución;
4. Llevar adelante el plan;

5. Evaluación de la solución;
6. Consolidación del aprendizaje obtenido desde la experiencia de la resolución de un problema.

Si concretizamos las fases del proceso, a partir de los modelos anteriores, para los problemas que nos atañen en esta investigación, los problemas aritméticos elementales verbales, se puede distinguir en el proceso las fases siguientes:

1. Lectura;
2. Comprensión (uso de esquemas o modelos conceptuales para dotar de sentido a lo que el niño lee);
3. Traducción (toma de decisión acerca de la operación que es preciso realizar);
4. Cálculo (intervienen las destrezas algorítmicas);
5. Solución;
6. Revisión. Comprobación.

Las dos primeras fases son indisolubles, en la resolución de problemas es importantísimo una lectura comprensiva. *Puig y Cerdán (1988)* dicen que "el camino hacia la comprensión incluye la aprehensión de la estructura de un texto como problema, su lectura comprensiva y el análisis de su contenido".

En esta última división por fases del proceso, aparecen cuatro habilidades consideradas prerequisites para tener éxito en la resolución de problemas verbales: habilidad lectora, conocimiento conceptual (hechos, conceptos, principios y algoritmos necesarios para resolver problemas), habilidad operacional y procesos usados para recordar y construir información mientras se resuelve un problema (*Borron, 1975; Webb, 1979a; Riley, Greeno y Heller, 1983*).

3.5.1 Planteamiento de Riley, Greeno y Heller

Riley, Greeno y Heller. (1983) describen los procesos cognitivos necesarios para llegar a la resolución de los problemas desde la teoría del procesamiento de la información. Plantean un modelo de solución de problemas verbales.

Estos autores asumen que la solución de los problemas verbales depende de varios tipos de conocimiento. Muestran la importancia del conocimiento conceptual, que conduce a la selección apropiada de un esquema de acción, para comprender y representar un problema verbal (word problem).

De acuerdo con este modelo hay tres tipos de conocimientos implicados en la ejecución de un problema, siguiendo la línea de las investigaciones que se basan en el acercamiento a los problemas según sus diferentes estructuras semánticas.

Estos tres tipos de conocimientos son:

- a) - Un *esquema del problema* para poder comprender las diferentes relaciones semánticas y representar la situación del problema.
- b) - Un *esquema de acción*, que relacionan la representación de la situación de un problema con sus procedimientos de resolución.
- c) - El *conocimiento de estrategias* para planificar las soluciones del problema.

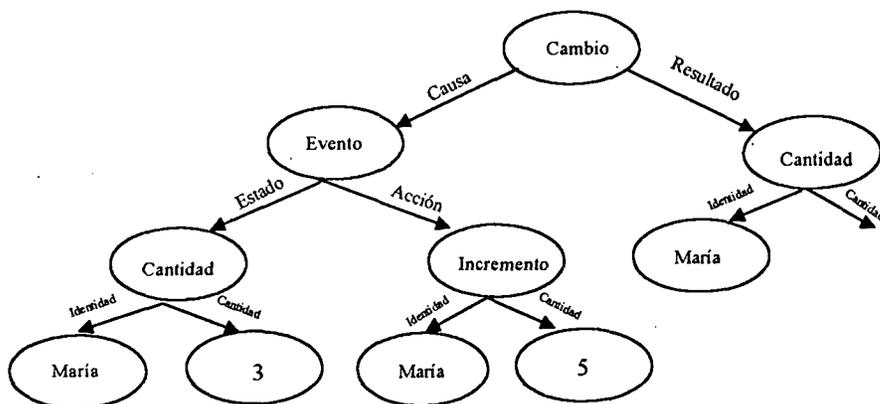
El éxito en la resolución de los problemas depende de la disponibilidad en la memoria de representaciones conceptuales o esquemas correspondientes a los problemas de Cambio, Combinación y Comparación, o lo que Riley, Greeno y Heller llaman el esquema del problema. Este esquema consiste en un sistema organizado de elementos y relaciones, de modo que esos elementos están estructurados en términos de relaciones cuantitativas, temporales y lógicas (Cobb, 1987; Morales, Shute y Pellegrino, 1985; citados en Bermejo, 1990).

El modelo consta de tres niveles:

El nivel I, los niños están limitados a representaciones externas de los problemas, representación que se efectúa necesariamente por medio de objetos físicos o dedos para solucionarlos correctamente. Además, pueden solucionar problemas en los que la información sobre los conjuntos permite construir secuencialmente el modelo del problema, proposición por proposición, tal como se presenta en el texto verbal (Riley y Greeno, 1988). Pero son incapaces de resolver problemas con la incógnita en uno de los sumandos, así como de emplear estrategias diferentes a la de "contar todo" (Carpenter y Moser, 1982) que consiste en representar ambos conjuntos mediante objetos, contándolos todos.

Ejemplo de red semántica representativa de un problema de Cambio, en el que interviene el nivel 1 de conocimiento.

Problema C1: María tenía 3 canicas. Entonces Juan le dio 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene María ahora?.



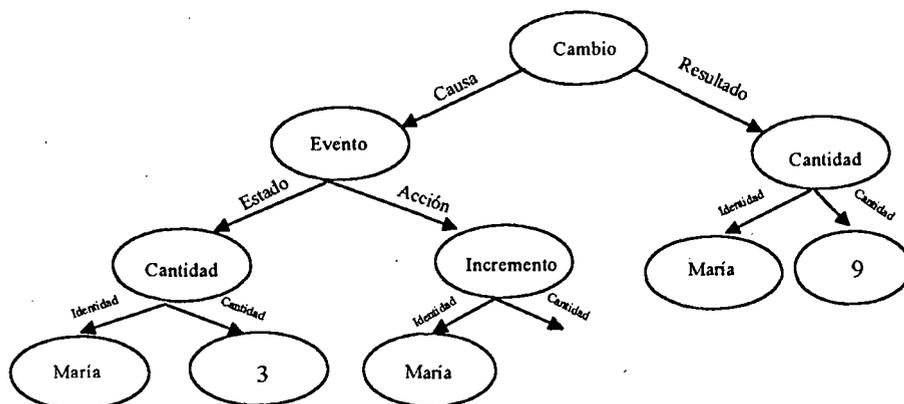
(Adaptado de Riley, Greeno y Heller, 1983)

En el nivel II existe la posibilidad de utilizar estrategias de contar como "contar todo sin material" y "contar sobre" que consiste en comenzar su cuenta no en el número uno, sino iniciándola en el número correspondiente a la cantidad del primer sumando que se encuentra, o del sumando mayor. Puede mantenerse informado de los pasos realizados y resuelve problemas en los que la incógnita se

sitúa en la transformación o conjunto cambio. Los sujetos, en este nivel, tienen un mecanismo de representación interna de la información sobre las relaciones entre las cantidades y puede irse separando poco a poco de las representaciones externas.

Ejemplo de la red semántica representativa de un problema de Cambio, en el que interviene el nivel 2 de conocimiento:

Problema C3: María tenía 3 canicas. Entonces Juan le dió algunas canicas. Ahora María tiene 9 canicas. ¿Cuántas canicas le dió Juan?.

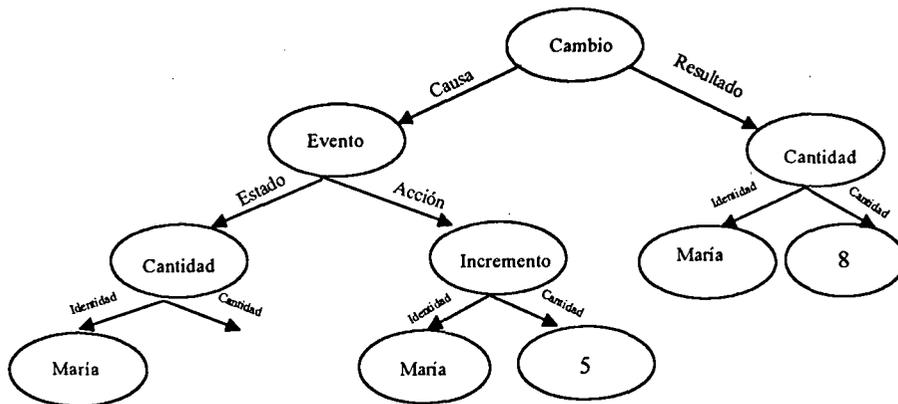


(Adaptado de Riley, Greeno y Heller, 1983)

En cuanto al tercer nivel, **nivel III**, el sujeto puede construirse una representación de todo el problema antes de comenzar a efectuar la solución del mismo. No se necesita material concreto y se tiene una ampliación de su comprensión sobre las relaciones entre los números. En este nivel se añade un nuevo esquema, el esquema parte-todo, para representar las relaciones entre todos los elementos del problema, previa resolución del mismo. Este nivel permite resolver problemas en los cuales la incógnita se sitúa en el estado inicial.

Ejemplo de la red semántica representativa de un problema de Cambio, en el que interviene el nivel 3 de conocimiento:

Problema C5: María tenía algunas canicas. Entonces Juan le dio 3 canicas. Ahora María tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tenía María al principio?.



(Adaptado de Riley, Greeno y Heller, 1983)

3.5.2 Planteamiento de De Corte y Verschaffel

De Corte y Verschaffel (1985) se plantean que las dificultades en la resolución de problemas verbales sencillos de adición y sustracción surgen, fundamentalmente, en la construcción de una representación adecuada de la situación planteada en el problema, etapa anterior a la elección de la operación aritmética a realizar.

Según estos autores, los niños construyen representaciones mentales de los textos de los problemas que son deficientes para resolver con éxito la tarea.

Plantean un modelo en el que diferencian cinco etapas en la solución de problemas:

- a) - *Construcción de una representación mental global del problemas.* En esta etapa se realizan actividades de procesamiento de textos, y en la que se

transforman los textos verbales en proposiciones que a su vez se utilizan como bases para construir la representación mental.

b) - *Selección de una estrategia de contar o de una operación para resolver el problema.*

c) - *Realización de la operación* anteriormente seleccionada.

d) - *Comprobación del resultado* encontrado reemplazándolo por el dato desconocido.

e) - *Verificación de las acciones* para comprobar que la respuesta es la correcta.

Se plantean, al igual que *Riley* y los otros autores, tres esquemas, de causa-cambio, de comparación y de combinación. Parten de que existe un importante procesamiento semántico, pero a este procesamiento semántico le añaden otro componente de conocimiento al que denominan (VPS) esquema del problema verbal. No está determinado únicamente por el texto sino también por el contexto en el que el sujeto se encuentra.

El sujeto debe conocer la naturaleza de la tarea a realizar, debe tener una serie de conocimientos relacionados con la estructura de las expresiones de los problemas verbales, que les ayuden a quedarse con la información relevante y dejar la que es irrelevante en la solución del problema y, conocer una serie de reglas implícitas que ayudan a interpretar aspectos que presentan ambigüedad dentro del texto verbal.

Una de las novedades que presentan los autores en su estudio está relacionada con las tareas que se solicitan de los sujetos:

- Repetir el problema parafraseándolo.
- Resolverlo.
- Explicar y justificar los métodos de solución.
- Construir una representación de la historia con material.
- Escribir una sentencia numérica que lo represente.

Solicitan del sujeto, además, la invención de un problema y tratar de resolver un problema para el que no existe solución.

3.5.3 Planteamiento de Resnick, Glaser y Ford

Estos autores, citados en Jiménez (1988), al igual que Riley, Greeno y Heller, se enfrentan a la solución de problemas desde la teoría del procesamiento de la información y plantean tres aspectos fundamentales en el proceso de resolución de problemas a los que denominan:

- Detección del problema
- Investigación de las características
- Análisis de los objetivos.

En otro estudio posterior, Resnick y Ford (1981) se refieren a:

- a) - La *representación del problema*, supone la observación de las características del problema y su codificación permitiéndole la aplicación de los conocimientos que posee a la tarea. Esta representación aparece en tres formas posibles: lingüística informal, físico-visual y algebraica.
- b) - *Las características del entorno* (expresadas combinando dibujos, expresiones, símbolos, etc.), influyen en la representación que de la tarea se haga el individuo.
- c) - *El análisis del problema* en busca de estructuras de conocimiento que deben utilizar determinada información para resolver la tarea.

4. Finalidad del estudio

4.1 Introducción

En la modalidad de integración vigente en nuestro país, el sistema de programación adaptada a las necesidades educativas específicas de cada alumno presenta especial interés. Es por ello, que este estudio pretende, como finalidad última, aportar criterios para las adaptaciones escolares a la especificidad del sordo en los aprendizajes matemáticos, concretamente en la resolución de problemas aritméticos.

Dado el poco conocimiento actual que se tiene acerca de la especificidad del sordo en la resolución de problemas aritméticos, es necesario partir de las nociones básicas aritméticas. Se ha seleccionado, por tanto, el estudio del proceso de resolución de problemas de estructura aditiva simple, que implica la adquisición de la noción de número incluyendo la reversibilidad operatoria en la suma y su inversa, la resta.

En la medida en que, como se decía en otros capítulos, las principales dificultades del alumnado sordo recaen básicamente en la interpretación de textos, se ha

optado por la presentación de los problemas aritméticos de estructura aditiva en su forma escrita, es decir, formulados lingüísticamente.

El interés por explorar las nociones elementales, nos conduce a situar el estudio en la edad en que "formalmente" se considera que ya se han adquirido dichas nociones, tomando como índice el dominio y uso de los algoritmos correspondientes, aunque sabemos que no siempre el dominio y uso de dichos algoritmos es indicativo de la plena adquisición de las nociones de suma y resta.

Finalmente, se ha optado por estudiar los casos en que la sordera tiene efectos más directos en el desarrollo lingüístico de la persona afectada, la sordera profunda y prelocutiva. Este hecho nos ha conducido a seleccionar una población, que por su edad, haya podido adquirir las reglas principales de las estructuras simples del lenguaje escrito.

4.2 Objetivos

En consecuencia de la delimitación del objeto de estudio expuesta, se centran los objetivos del mismo en tres dimensiones, son las siguientes:

A) Análisis del proceso de resolución de problemas aritméticos aditivos y substractivos en el deficiente auditivo para poder averiguar donde recaen sus dificultades principales.

B) Descripción de la incidencia de ciertas variables influyentes en el comportamiento resolutor del alumnado sordo.

C) Detección y descripción de una posible especificidad del sordo frente al comportamiento resolutor de su compañero oyente de aula.

A) *El proceso de resolución de problemas: análisis de las dificultades conceptuales y lingüísticas*

A lo largo de la introducción teórica sobre el proceso resolutor en oyentes, se ha visto como la mayoría de los investigadores atribuyen las diferencias de actuación, manifiestas en la resolución de problemas verbales de adición y sustracción, básicamente a dos causas: 1- Al desconocimiento conceptual necesario para resolver con éxito la tarea, es decir, al desconocimiento de los esquemas apropiados para cada problema, que permitan al alumnado representar adecuadamente la información que contiene el texto-problema; 2- Al desarrollo lingüístico, sosteniendo que hay ciertas estructuras lingüísticas en los problemas, que no tienen una proyección adecuada dentro de las estructuras conceptuales poseídas por el alumnado y que dificultan su resolución.

Hay otro grupo minoritario de investigadores que dan cuenta, explícitamente, de otras dos explicaciones a esas discrepancias de actuación y que están estrechamente unidas a las anteriores: 3- Desconocimiento aritmético o habilidades matemáticas; 4- Desarrollo deficitario de ciertas capacidades cognitivas necesarias para resolver con éxito los problemas.

A partir de estos diferentes puntos de vista, se hace necesario desarrollar un estudio con alumnado sordo que aporte datos encaminados a responder cuestiones como las siguientes: *¿La mejora en la actuación es consecuencia de: una mejora en el conocimiento de ciertas relaciones conceptuales, una disminución de las dificultades lingüísticas que el sujeto presenta, o bien, a ambas al mismo tiempo?*

En este tipo de tareas verbales se conjugan a la vez el conocimiento lógico-matemático y las capacidades lingüísticas y por tanto, es difícil discernir que explicación es la más adecuada, si bien la atribución a nivel conceptual, si bien a nivel lingüístico, ya que ambas tienen un fuerte peso en la forma en que el sujeto

ha de interpretar el texto del problema para representárselo mentalmente a fin de ejecutarlo con éxito.

Para poder responder a esa cuestión, se ha observado, en este sentido, el efecto del lugar que ocupa la incógnita en problemas cuya estructura semántica corresponde a la de los problemas de Cambio y la dirección del cambio, aumentando o disminuyendo la cantidad inicial.

Basándonos en estas variables, se plantean los siguientes objetivos:

1er Objetivo: Determinar cómo el alumnado sordo procesa la información contenida en el problema.

2º Objetivo: Determinar la existencia de diferencias en los niveles de competencia resolutoria, en función de diversas formas de representar dicha información.

B) *Influencia de ciertas variables en el proceso resolutor del alumnado sordo*

Se plantea la siguiente cuestión: *¿Es posible obtener perfiles comportamentales diferentes, en función de algunas características que diferencian a los sujetos de la muestra y que, en otros estudios aparecen como variables relevantes?. O bien, ¿Sera el cúmulo de varias variables las que determinaran perfiles específicos?.*

Al principio de este apartado se da cuenta de distintas concepciones sobre las explicaciones, que dan los investigadores, a las diferentes actuaciones del alumnado oyente en función del tipo de problema presentado. Una de ellas es el conocimiento aritmético o habilidad operatoria-computacional que el resolutor posea.

Además, en los modelos teóricos sobre el proceso de resolución de problemas verbales, en oyentes, se insiste en la importancia que tiene el hacer una buena

lectura para interpretar correctamente el texto. Según *Bermejo y Rodríguez* (1987b) la comprensión de los problemas verbales presenta grandes semejanzas con la comprensión lingüística o de textos. Por esta razón, otra variable a tener en cuenta es el nivel de comprensión lectora que cada uno de los sujetos posea.

Morris (1974) (citado en *Orton*, 1990) focaliza su atención en la relación existente entre éxitos matemáticos, en general, y un hecho cultural como es el bilingüismo. Este autor cree que aquellos niños que reciben su educación matemática en la misma lengua a lo largo de su vida escolar resultan afortunados. Según *Morris*, pueden aparecer problemas cuando la lengua materna, de uso habitual, y la lengua de uso en los aprendizajes escolares y, específicamente, matemáticos no coinciden. Será necesario, pues, explorar esta variable ya que la población sorda, objeto de estudio, está inmersa en un contexto cultural y educacional eminentemente bilingüe.

Se podría suponer, en un principio, que tanto la variable edad como la variable nivel escolar actual de cada sujeto fueran variables importantes en la determinación del nivel de competencia resolutoria. En general, el criterio edad se usa para situar a un sujeto en un nivel escolar, a no ser que, por algún motivo específico, un alumno deba permanecer más de un año en un mismo nivel escolar y, a su vez, los contenidos educativos se establecen para cada nivel escolar.

En concreto, la variable edad se controló en el trabajo precedente a éste, *Serrano* (1993), resultando una variable nada influyente; se encontró que no existía relación entre los tipos de problemas resueltos correctamente y la edad de los sujetos.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, surgen dos objetivos más que engloban a todas ellas:

3er Objetivo: Determinar si el proceso de resolución de problemas aritméticos verbales está condicionado a la variable habilidad operatoria, nivel de comprensión lectora y/o lengua de uso en los aprendizajes escolares.

4º Objetivo: Analizar en qué medida la confluencia de todas ellas, en un sentido concreto, es determinante en el perfil comportamental de los sujetos.

C) *La especificidad del alumnado sordo frente al alumnado oyente*

Dentro de la línea que nos caracteriza como grupo de investigación, se cuestiona lo siguiente: *¿Es posible encontrar un tipo de comportamiento resolutor específico del sordo?; ¿Se puede apreciar estilos diferentes en el proceso de resolución entre el alumnado sordo y el alumnado oyente compañeros de aula?*

Este tercer grupo de cuestiones permite formular el último bloque de objetivos:

5º Objetivo: Determinar si existe un estilo de resolución de problemas específico para el sordo.

6º Objetivo: Estudiar las posibles diferencias o similitudes existentes entre el alumnado sordo y el alumnado oyente compañeros de aula durante el proceso de resolución de problemas verbales.

5. Metodología

5.1 Introducción

El estudio en una población con déficit auditivo plantea ciertos problemas metodológicos tanto a nivel de selección de una muestra homogénea y significativa como de adaptación de las técnicas para la obtención de datos

En cuanto a la muestra, cabe recordar que el universo del alumnado con sordera en Cataluña es, según datos obtenidos en septiembre de 1994 correspondientes al censo realizado, durante el curso escolar 1993-1994, por el Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, de 919 sujetos, de los cuales, 434 son alumnos con sordera profunda y, únicamente, 95 pertenecen a los niveles de escolarización estudiados.

En cuanto a las técnicas para la obtención de datos, la inexistencia de técnicas o pruebas exploratorias que contemplen la especificidad del sordo, hace necesario acudir a técnicas no diseñadas directamente para esta población y adaptarlas en función de su déficit o bien, construirlas ex profeso.

5.2 Descripción de la muestra

Los sujetos, objeto de estudio de esta investigación, son 11 alumnos sordos profundos y 11 alumnos oyentes compañeros de aula que realizan estudios de E.G.B. en diferentes centros públicos de la provincia de Girona y de Barcelona.

A continuación, en el apartado 5.2.1 se describe la muestra de alumnos sordos que constituyen dicho grupo y en el apartado 5.2.2, la muestra del alumnado oyente.

5.2.1 Muestra del alumnado sordo

Para proceder a la selección de los sujetos del grupo de sordos se dieron una serie de pasos preliminares:

1. Encuentro con los directores y logopedas de los CREDA (Centros de Recursos Educativos para el Deficiente Auditivo) de Girona y Barcelona, capital y provincia con el fin de informar de los propósitos de nuestro proyecto.
2. Confección de listados de los niños de cada logopeda especificando algunas de sus características.
3. Selección de los sujetos según intereses del estudio.

Además, para conocer con más detalle otras características de cada uno de los sujetos seleccionados, se administró un cuestionario a los logopedas sobre la propia sordera y sobre antecedentes familiares y académicos (Anamnesi del sujeto, ver anexo 1) y se obtuvo una valoración inicial del nivel intelectual y de comprensión lectora (ver apartados 5.2.3 y 5.2.4 respectivamente) y, en cambio, una variable interesante a controlar en otros estudios como es la competencia oral del sordo, no se controla en éste debido a que en las operaciones implicadas en la resolución de problemas no se considera ésta directamente influyente.

La selección de los sujetos se llevó a cabo teniendo en cuenta que todos ellos cumpliesen las siguientes características:

* Tratarse de una sordera prelocutiva: recordemos que las sorderas prelocutivas, a diferencia de las postlocutivas, conllevan determinadas implicaciones en los mecanismos de adquisición del lenguaje oral.

* Tener una pérdida auditiva profunda: según la clasificación propuesta por el B.I.A.P.⁵, se considera sordera profunda aquella cuya pérdida impide la discriminación del lenguaje oral por vía auditiva, y que requiere el empleo de mecanismos visuales de lectura labial para la recepción de la producción oral.

* No poseer ningún otro trastorno asociado: queríamos un grupo cuya discapacidad fuese "únicamente" las derivadas de la sordera y evitar que otros trastornos enmascararan los resultados.

* Escolarización en régimen de integración con oyentes: recordemos que en el estudio de *Wood, D.*, *Wood, H.*, *Griffiths* y *Howarth* (1986) se llegó a la conclusión, tras analizar la relación entre tipo de escolaridad y nivel de ejecución en un test aritmético, que el tipo de colegio no era un factor significativo "per se". El tipo de escolarización que recibe el sordo en Cataluña actualmente es, casi exclusivamente, en régimen de integración con oyentes.

* Tener un coeficiente intelectual igual o superior a 90

* Cursar ciclo inicial y ciclo medio de E.G.B.

A parte de todas estas argumentaciones, nos interesaba mantener las mismas características que poseían la muestra de sujetos del trabajo de investigación previo a éste y además, homogeneizarla lo máximo posible a las muestras escogidas en trabajos anteriores realizados por otros miembros del grupo de

⁵ B.I.A.P. : Bureau International d'Audiophonologie

investigación GISTAL⁶ con el fin de, en algún momento, posibilitar un análisis interinvestigaciones.

Los datos que se presentan a continuación corresponden a las edades, sexo y nivel escolar de cada alumno sordo.

Sujeto	Edad	Sexo	Nivel escolar
1	8	V	3º
2	9	H	3º
3	9	H	4º
4	10	H	3º
5	10	V	4º
6	10	V	4º
7	11	V	5º
8	11	V	5º
9	12	H	3º
10	12	V	6º
11	12	V	7º

Se ofrece a continuación algunas características de la población que se han mostrado relevantes en el desarrollo del alumnado sordo.

a) **Presencia de la sordera en la familia**: el conocimiento de la sordera es uno de los elementos claves en el desarrollo social del sordo, tanto por las expectativas que se puede hacer la familia respecto al miembro sordo como por el dominio del lenguaje de signos.

En la muestra, todos los padres de los sujetos son oyentes. Uno de los tres hermanos del sujeto 1 padece una hipoacusia⁷ y uno de los dos hermanos del sujeto 8, tiene una sordera severa.

b) **Detección e inicio de la educación especial**: excepto el sujeto 1, los demás fueron detectados como sordos durante los tres primeros años de vida (ver anexo

⁶ GISTAL (Grup d'investigació sobre sordesses i en trastorns en l'adquisició del llenguatge).

⁷ Se considera una hipoacusia una pérdida de la capacidad auditiva.

2). Y, lógicamente, a excepción del sujeto 1, fueron protesizados⁸ la mayoría antes de los 3 y 5 años (ver anexo 2).

En un 60 % de los casos es el primer año en que se recibe atención específica por la actual logopeda; en un 30 % durante cuatro años y en un caso, tres años (ver anexo 2).

c) **Modalidad de escolarización**: todos ellos, a excepción de los sujetos 2 y 6, están integrados en distintos centros escolares. En cuanto al número de alumnos integrados por centro, éste varía. Algunos centros tenían un único alumno sordo y otros, entre dos y tres alumnos.

Por otro lado, algunos de los especialistas que prestaban, en ese curso, una ayuda específica al alumno sordo dentro del marco escolar, podían estar vinculados a un sólo centro, como es el caso de la logopeda de los sujetos 2 y 6, o realizaban su actividad en centros escolares diferentes.

Las actividades realizadas por los especialistas con el alumno sordo, dentro del horario escolar, solían estar en relación con las diferentes áreas de conocimiento impartidas en el curso correspondiente. Para realizar estas actividades, el especialista solía, previamente, realizar diversas tareas preparatorias como adaptación de textos, anticipación de temas, complementos visuales, revisión de conceptos previos necesarios en la tarea actual, ...

A continuación se presenta un cuadro informativo de las tres variables siguientes: grado de seguimiento del programa normal del curso, existencia de dificultades específicas en la resolución de problema y nivel de agrado de la tarea de resolución de problemas. En la variable "seguimiento del programa" se indica si el programa se sigue por completo sin adaptaciones (Si) o bien si se sigue por completo con adaptaciones (Si adapt.), si no se sigue (No) o bien si se sigue a medias con reducción de parte del programa y las adaptaciones necesarias (A medias); y, en el

⁸ La precocidad en el uso de los audífonos acompañada de una óptima educación específica temprana constituye la base de una buena reeducación auditiva.

caso del nivel de agrado, se indica si les gusta más, menos o igual que a los oyentes.

Sujeto	Seguimiento del programa	Dificultad en la resolución	Nivel de agrado
1	Si adapt.	Si	menos
2	Si	No	igual
3	a medias	Si	menos
4	Si	Si	igual
5	a medias	Si	menos
6	a medias	Si	menos
7	Si adapt.	Si	igual
8	Si adapt.	Si	igual
9	Si adapt.	Si	menos
10	Si adapt.	No	igual
11	Si adapt.	No	igual

En general, como vemos, se acostumbra a seguir el programa normal del curso con algunas adaptaciones, principalmente ofreciendo sinónimos de aquellos términos que se espera que puedan causar dificultades o bien, preparando material individualizado. Excepto en tres casos, se opina que el alumno sordo encuentra especiales dificultades en tareas de resolución de problemas y, en general, se cree que son debidas al lenguaje ya que a nivel mecánico sus ejecuciones son más correctas; y, por último, encuentran, en un 50% aproximadamente de los casos, que al alumno sordo le gusta igual resolver problemas que a sus compañeros oyentes y el resto opina que les gusta menos que a sus compañeros oyentes.

5.2.2 Muestra del alumnado oyente

Por lo que se refiere a la configuración del grupo de sujetos oyentes la primera de nuestras preocupaciones fue determinar con que criterio básico seleccionarlos.

Primero se pensó seguir el criterio edad; se observó que este criterio no coincidía siempre con el de nivel escolar puesto que hay sujetos sordos que están en un nivel

escolar inferior, de uno o dos años, respecto al correspondiente por su edad cronológica. Se optó, finalmente, por priorizar el criterio "mismo nivel escolar que el compañero sordo" creyendo que, de este modo, ambos sujetos, sordo y compañero oyente, partían de un mismo nivel de conocimientos académicos.

El segundo pasó fue escoger, de todos los compañeros oyentes de aula de cada sordo, aquel que formaría parte del estudio. Los sujetos oyentes fueron seleccionados por sus maestras respectivamente con un único criterio "ser un alumno que no sobresalga ni por sus éxitos ni por sus fracasos continuados tanto, en la asignatura de matemáticas y en lengua como, en el resto de asignaturas".

5.2.3 Evaluación del nivel de desarrollo cognitivo

Se obtuvo una valoración inicial del nivel intelectual de los sujetos sordos y oyentes seleccionados para esta investigación.

Para ello se administró una prueba estandarizada: la ESCALA DE INTELIGENCIA DE WECHSLER PARA NIÑOS, que permite medir el nivel intelectual de los sujetos.

Esta escala, también conocida por el nombre de WISC, está constituida por doce pruebas, distribuidas en dos grupos: verbal y manipulativo. Se puede aplicar a niños de edades comprendidas entre los 5 y los 15 años.

Dadas las características específicas del sordo, se creyó conveniente administrar, únicamente, a ambos grupos de sujetos, la parte manipulativa de la escala que incluye las siguientes pruebas: figuras incompletas, historietas, cubos, rompecabezas, claves y una prueba complementaria denominada laberintos.

Todas las pruebas son puntuadas separadamente. Además, esta escala, permite obtener una puntuación parcial para verbal y manipulativa y una puntuación total para el conjunto de la escala

.A continuación se presentan las puntuaciones de cada sujeto en el grupo de las manipulativas obtenidas a partir de las seis pruebas que lo constituyen.

Sujetos sordos	CI	Nivel intelectual	Sujetos oyentes	CI	Nivel intelectual
1	94	Medio	1	135	Superior
2	122	Superior	2	103	Medio
3	130	Muy superior	3	125	Superior
4	101	Medio	4	116	Normal-alto
5	116	Normal-alto	5	144	Muy superior
6	110	Normal-alto	6	113	Normal-alto
7	106	Medio	7	116	Normal alto
8	124	Superior	8	130	Muy superior
9	106	Medio	9	104	Medio
10	106	Medio	10	122	Superior
11	101	Medio	11	104	Medio

5.2.4 Nivel de comprensión lectora

Se obtuvo, además de la evaluación cognitiva inicial, el nivel de comprensión lectora de los sujetos sordos y oyentes de la muestra.

El instrumento utilizado para medir el nivel general de comprensión lectora de cada uno de los sujetos fue la PRUEBA PSICOPEDAGOGICA DE APRENDIZAJES INSTRUMENTALES elaborada por *Canals et al.* (1988).

Es una prueba individual para medir, objetivamente, cuatro dimensiones fundamentales en el proceso de aprendizajes escolares: la rapidez lectora, la comprensión lectora, la ortografía y la rapidez de cálculo.

De estas cuatro dimensiones, la que mayor interés tiene para nuestro estudio es la de comprensión lectora. Una de las dimensiones que entran en juego en tareas resolutorias de problemas formulados por escrito es, precisamente, la comprensión por parte del sujeto de la formulación del mismo.

Esta prueba ha sido seleccionada porque permite, por un lado, obtener una valoración del nivel inicial de comprensión lectora de los alumnos de la muestra, y por otro, porque es una prueba baremada a partir de una muestra de niños de diferentes niveles socioculturales y de escuelas de diferentes tipologías de toda Cataluña.

Debido a la dificultad de encontrar una prueba con las mismas características a ésta o similares dirigida específicamente a alumnos sordos, se creyó conveniente seleccionar esta prueba a pesar de estar baremada únicamente con niños oyentes.

Cada una de las dimensiones que mide esta prueba está presentada en dos versiones distintas, una en lengua catalana y otra en lengua castellana. Esto nos permitió administrar a cada sujeto la prueba en la versión más adecuada a sus características.

La prueba está destinada a la evaluación de los niveles de comprensión lectora correspondientes al ciclo inicial y medio de la E.G.B. (1º de E.G.B. hasta 5º de E.G.B.), niveles que se corresponden a los cursados por los sujetos de la muestra.

A todos ellos se les administró el nivel 1 (N1) e iban pasando por el resto de los niveles hasta que dos niveles consecutivos no eran superados con éxito⁹.

⁹ Se considera que un nivel se ha superado con éxito, cuando la puntuación típica obtenida en cada escala es ≥ 5 .

A continuación se presentan los niveles superados con éxito para cada sujeto.

Sujetos sordos	N1	N2	N3	N4	N5
1					
2	*	*	*		
3	*	*			
4	*				
5	*				
6					
7					*
8					
9	*				
10	*				
11	*	*			

Sujetos oyentes	N1	N2	N3	N4	N5
1	*	*	*	*	
2	*	*	*		
3	*	*	*	*	*
4	*	*	*	*	
5	*	*	*	*	
6	*	*	*	*	*
7	*	*	*	*	
8	*	*	*	*	*
9	*	*	*		
10	*	*	*	*	*
11	*	*	*	*	

5.3 Diseño de las pruebas para la obtención de datos: aspectos y condiciones de aplicación

5.3.1 Introducción

Las pruebas que se presentan giran en torno a diferentes actividades en relación a un único tipo de texto: problemas aritméticos de una etapa, es decir, problemas aritméticos que precisan para alcanzar la solución realizar una única operación aritmética, de adición o sustracción.

Todas las pruebas han sido elaboradas para estudiar y conocer mejor cuáles son los mecanismos que utilizan los sujetos al resolver problemas que nos permitan conocer las capacidades de los niños y los procesos mentales que conducen a la adquisición del conocimiento.

Todas las tareas o pruebas administradas tienen por objetivo obtener una mayor información, acerca de dichos procesos mentales, que la que proporcionaría el simple hecho de llevar a cabo la ejecución del problema dando respuesta al mismo.

Por tanto, me parece interesante estudiar cómo se procesa la información contenida en el texto a través de algunas tareas que permitan vislumbrar, mediante distintas formas de representación, lo que el alumnado interpreta del texto-problema.

Siguiendo a *López* podemos afirmar lo siguiente:

...que un sujeto no resuelva una tarea concreta no quiere decir que no sepa nada con respecto a esa tarea o por el contrario, el hecho de que resuelva una tarea no quiere decir que pueda solucionar todas las que están relacionadas con ella. (*López*, 1994:75).

Será a partir del análisis de los errores como se obtendrá información; a partir de ellos sabremos que tipo de dificultades presenta un problema, que lleva al sujeto a una resolución no exitosa. Los errores, según *López* (1994), son una manifestación del nivel de comprensión que se oculta tras el algoritmo convencional.

En este mismo sentido se expresan *Cummins*, *Kintsch*, *Reusser* y *Weimer* que creen que, los errores que comete un sujeto al resolver un problema pueden ser aciertos en función de la interpretación que haya hecho el sujeto de la situación problema, es decir, la ejecución es correcta en función de su interpretación.

We predicted that recall errors and solution errors would vary systematically in that solution "errors" would constitute correct solutions to miscomprehended problems. (*Cummins*, *Kintsch*, *Reusser* y *Weimer* 1988:409).

5.3.2 Descripción y objetivos de los instrumentos de medida aplicados

La descripción de los instrumentos de medida aplicados, se desarrolla a partir de los tres aspectos en que se centran los objetivos del presente estudio expuestos en el capítulo precedente sobre la finalidad del mismo, a saber:

1. Análisis del proceso de resolución en el deficiente auditivo.
2. Variabilidad del comportamiento resolutor en función de ciertas variables influyentes.
3. Comportamiento resolutor del sordo frente al comportamiento resolutor oyente.

5.3.2.1 Análisis del proceso de resolución en el alumnado sordo

Dentro de los objetivos contenidos en este aspecto se considera la siguiente cuestión:

¿La mejora en la actuación es consecuencia de: una mejora en el conocimiento de ciertas relaciones conceptuales, una disminución de las dificultades lingüísticas que el sujeto presenta, o bien, a ambas al mismo tiempo?.

Este aspecto se centra en el estudio de cómo el alumnado deficiente auditivo procesa la información contenida en el texto, a fin de resolver con éxito el problema en cuestión y se interesa por describir donde recaen sus dificultades.

Una manera directa de abordar la incidencia del factor lingüístico podría ser a partir del análisis de los rasgos estructurales generales (Bermejo y Rodríguez, 1987b) o variables estructurales superficiales/componente sintáctica (Nesher, Greeno y Riley, 1982) entre las que se destacan: longitud del enunciado, número de oraciones que lo forman, posición de la pregunta en el texto, tamaño de los números, presencia de grabados o materiales concretos, relación entre el orden de

aparición de los datos en el enunciado y el orden en que deben ser colocados a la hora de realizar con ellos la operación necesaria para resolver el problema, presencia de información superflua, etc...

Esta manera de abordar el factor lingüístico supone, como se ha realizado en otros estudios precedentes con oyentes, reformular el texto-problema de modo que no se altere o modifique su estructura semántica. (*Lindvall e Ibarra (1980), Riley, Greeno y Heller (1983), Hudson (1983), De Corte y Verschaffel (1985), Cummins, Kintsch, Reusser y Weimer (1988), etc...*).

Al diseñar este estudio nos planteamos, en un primer momento, esta vía, proponiendo a los sujetos problemas con diferentes textos para un mismo tipo de problema, pero surgieron las siguientes dificultades:

* En primer lugar nos planteamos qué tipo de dificultades existen en los textos y como reducirlas. Teníamos dos opciones: 1- Basarnos en investigaciones previas a ésta realizadas con población oyente; o bien, 2- Hacer un estudio descriptivo, usando métodos indirectos, para ver el peso del factor lingüístico, y de ese modo no basarnos en suposiciones.

* En un estudio piloto, anterior al trabajo de investigación, se diseñó tres problemas de cada tipo modificando su formulación. Los resultados generales mostraron que existen términos que dependiendo del contexto en el que estén, conllevan más dificultad que en otros. Por ejemplo, y tal como comenta *Puig y Cerdán*, la relación comparativa tener "más que"/ "menos que", utilizada en otro contexto diferente al "tener", por ejemplo en el contexto "edades", "distancias", "precios",... resulta a veces, incluso contradictorio su uso; "más joven que" equivale a "menos viejo que", al igual que "más viejo que" equivale a "menos joven que" (*Puig y Cerdán, 1988:103*).

Por tanto, finalmente, se obtuvo por estudiar el factor lingüístico y conceptual de una manera más indirecta, a través de los siguientes procedimientos:

1- El estudio de las dificultades que presentan los problemas presentados en función:

- * del lugar que ocupa la incógnita en el problema
- * de la dirección del cambio.

2- El examen de los procesos mismos de representación.

3- El análisis de las estrategias de solución utilizadas.

5.3.2.1.1 Instrumentos de medida

En el estudio piloto, mencionado anteriormente, se propone a los sujetos sordos profundos, mayores a los de la muestra actual, tres formulaciones distintas para cada tipo de problemas de las categorías Cambio, Combinación, Comparación e Igualación. Las tareas que se les propone son las siguientes:

1. Lectura del texto-problema.
2. Hallar el resultado del mismo.
3. Subrayar aquellos términos o partes del problema que sean importantes para resolverlo; esta tarea suscitó tres tipos distintos de respuestas:

- * están los sujetos que subrayan partes importantes como por ejemplo el término relacional comparativo, las palabras clave, los tiempos verbales que dan fe de la sucesión temporal de las acciones, etc...;

- * aquellos que subrayan cualquier término del texto: por ejemplo en el problema CP3 "En una caja llena de peces hay dos bandejas. En una bandeja hay 10 merluzas y en la otra, 22 sardinas. ¿Cuántas sardinas hay más que merluzas?", las palabras subrayadas son caja, peces, merluza, etc...

- * y aquellos que no saben que subrayar.

El segundo y tercer tipo de respuestas fueron las mayoritarias.

4. Explicar el problema mediante un dibujo; al igual que la tarea anterior ésta suscitó tres tipos de respuestas:

- * aquellos sujetos que dibujan los datos conocidos del problema.

- * aquellos sujetos que representan, únicamente, el resultado del problema; estas fueron el tipo de respuestas mayoritarias.

* y aquellos que no saben que dibujar: por ejemplo en el problema C4 "En la calle Mayor había 24 casas. Después de un incendio han quedado 17. ¿Cuántas casas se han quemado?", estos sujetos dibujan, por ejemplo, una casa que se quema.

A partir de los resultados del estudio piloto se decidió modificar el diseño en los siguientes aspectos:

1- Reducir el estudio a una categoría de problemas: los problemas de la categoría Cambio; se incluyen en esta categoría aquellos problemas en los que las relaciones lógicas están embebidas en una secuencia temporal de sucesos y en los que la acción, que modifica a la cantidad inicial de objetos, viene indicada por el verbo dar y los momentos de la secuencia temporal (estado inicial, estado de transformación o cambio y estado final), vienen dados por la secuencia de los tiempos verbales.

2- Reducir el estudio a un problema por tipo, medida que conlleva, también, reducir considerablemente el número de sesiones de trabajo, proponiendo al sujeto la resolución de seis problemas de Cambio distribuidos en un total de dos sesiones de trabajo.

3- Desestimar tanto la tarea de subrayar como de dibujar como pruebas válidas para obtener datos acerca del proceso resolutor.

En el presente trabajo, se limita, pues, nuestro campo de análisis a problemas de la categoría Cambio (C).

Los problemas usados son los mismos que usaron *Riley, Greeno y Heller* en 1983 en sus investigaciones:

C1: María tenía 3 canicas. Entonces Juan le dio 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene María ahora?.

C2: María tenía 6 canicas. Entonces le dio 4 canicas a Juan. ¿Cuántas canicas tiene María ahora?.

C3: María tenía 3 canicas. Entonces Juan le dio algunas canicas. Ahora María tiene 9 canicas. ¿Cuántas canicas le dio Juan?.

C4: María tenía 8 canicas. Entonces le dio algunas canicas a Juan. Ahora María tiene 3 canicas. ¿Cuántas canicas le dio a Juan?.

C5: María tenía algunas canicas. Entonces Juan le dio 3 canicas. Ahora María tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tenía María al principio?.

C6: María tenía algunas canicas. Entonces le dio 2 canicas a Juan. Ahora María tiene 6 canicas. ¿Cuántas canicas tenía María al principio?.

Las actividades que exigen son la lectura y la escritura. En ningún caso, pues, los problemas que se presentan se explican oralmente o se acompañan de soportes visuales, como sucede en algunas de las investigaciones revisadas.

Dado que algunos estudios muestran dificultades en la memorización en niños sordos (*Torres, 1987*) se ha reducido la carga memorística necesaria para comprender el problema de la siguiente forma: en todos los problemas se hace referencia a "María y Juan" como agentes, y a "canicas" como argumentos u objetos.

Los niños necesitan atender a la relación entre los conjuntos y recordar los datos numéricos de los problemas.

En cuanto a la estructura lógica de los problemas¹⁰, ésta no aparece de forma explícita ya que las relaciones lógicas no se establecen entre los objetos (canicas), sino entre las cantidades de objetos que pertenecen a Juan y a María.

¹⁰ Neshier (1982) distingue en su modelo de análisis tres componentes: la componente sintáctica, la estructura lógica y la componente semántica.

Los problemas incluyen sólo números del 1 al 9 y fueron escogidos de tal manera que la respuesta correcta es a) menor de 10 y b) distinto al número usado en la formulación. Cinco triadas que satisfacían estos requisitos fueron escogidas para su uso en los problemas: 3-5-8, 6-4-2, 2-3-5, 3-6-9, 8-2-6.

De los problemas propuestos, los problemas C1, C2, C4 son del tipo, según terminología de *Polya*, de problemas literales y los problemas, C3, C5, C6 son problemas numéricos. Según *Polya* (1957), los problemas literales son aquellos en que los datos, la incógnita y las condiciones, son dadas de la misma manera en que es necesario hacer la operación. En cambio, los problemas numéricos son aquellos en que la formulación de los datos, la incógnita y las condiciones no se presentan en el mismo orden en que se requieren para hacer la operación.

Los problemas se presentaron a cada sujeto de manera individual y en el siguiente orden: C1, C3, C2, C4, C5, C6.

En cada problema los sujetos pasan por ocho tareas o pruebas distintas:

1. LECTURA DEL TEXTO DEL PROBLEMA

2. EXPLICACIÓN ORAL DEL TEXTO. Según *Cummins, Kintsch, Reusser y Weimer* (1988), cuando un niño recuerda el texto de un problema, describe la representación que él construye durante el intento de solución; los errores de solución pueden constituir soluciones correctas a la incompreensión del problema.

3. ORDENACIÓN SECUENCIAL DE DIBUJOS. Esta tarea es original, creada por la propia investigadora¹¹. Con esta tarea se trata de averiguar, mediante la representación gráfica de las proposiciones que subyacen al problema, en cual de las proposiciones se halla las dificultades. El material de la prueba está formada por (ver anexo 6):

- * siete dibujos que representan las siete situaciones distintas en que aparecen en los problemas las canicas que pertenecen a María: María tiene 3 canicas (dibujo 1), María tiene 6 canicas (dibujo 3), María tiene 5 canicas (dibujo 4), María tiene 2

¹¹ La investigadora no se inspira en la prueba utilizada por *Cummins* (1991) debido a que la adquisición de ese material fue posterior a la construcción de la prueba de ordenación secuencial de dibujos.

canicas (dibujo 5), María tiene 8 canicas (dibujo 6), María tiene 9 canicas (dibujo 7) y María tiene 4 canicas (dibujo 2).

* seis dibujos que representan las seis situaciones distintas en que el sujeto puede interpretar en los problemas las canicas que pertenecen a Juan: Juan tiene 5 canicas (dibujo 9 y 12), Juan tiene 3 canicas (dibujo 13), Juan tiene 2 canicas (dibujo 10), Juan tiene 7 canicas (dibujo 8) y Juan tiene 8 canicas (dibujo 11).

* cuatro dibujos que representan situaciones en las que Juan y María están juntos: Juan y María juntos tienen 9 canicas (dibujo 14), Juan y María juntos tienen 8 canicas (dibujo 17), María 5 canicas y Juan 3 más (dibujo 15) y Juan 2 canicas y María 4 más (dibujo 16).

* seis dibujos que representan aquellas situaciones consistentes en dar alguna cantidad de canicas de un agente a otro: María da 5 canicas a Juan (dibujo 18), María da 2 canicas a Juan (dibujo 21), María da 4 canicas a Juan (dibujo 22), Juan da 7 canicas a María (dibujo 19), Juan da 5 canicas a María (dibujo 20) y Juan da 3 canicas a María (dibujo 23).

Los veintitrés dibujos se agrupan en cuatro montones: 1- Canicas de María; 2- Canicas de Juan; 3- Canicas de María y de Juan; 4- Canicas que se dan a otro agente. Siempre se mantenía el mismo orden de presentación de los dibujos, en cada uno de los montones, al inicio de la prueba.

La instrucción que se les da a los sujetos al inicio de cada sesión de trabajo es la siguiente: "Vas a explicar ahora el problema utilizando estos dibujos". Previo a la realización de la instrucción propuesta, el experimentador coge el primer dibujo de cada montón y explica al sujeto lo que representa; después el experimentador coge el segundo dibujo de cada montón y pide al sujeto que explique que es lo que él interpreta.

Una vez que el sujeto da como válida su ordenación de los dibujos que representan la situación problema, se anota los dibujos que el sujeto escoge y el orden de colocación en todos y cada uno de los intentos que el sujeto realiza. A cada dibujo le corresponde un número, del 1 al 23, que facilita su anotación durante las sesiones de trabajo con el sujeto.

Esta prueba presenta ciertas similitudes con la administrada por *Cummins* (1991), en cuanto a su propósito fundamentalmente; ahora bien, *Cummins* obliga al sujeto a seleccionar un dibujo, de tres presentados, para cada una de las proposiciones presentes en el problema. Considero, que a diferencia de la prueba aplicada en esta investigación, la prueba diseñada por *Cummins* no posibilita la aparición de todas las posibles tipologías de respuestas a ese propósito; me refiero, por ejemplo, a la posibilidad de que un sujeto omita o transforme la representación de una de las proposiciones por no saber interpretarla correctamente, o bien y más importante, no posibilita ver en que orden se representa los sucesos descritos en las situaciones problema.

4. EXPLICACIÓN DE LA ORDENACIÓN. Una vez que el sujeto escoge y ordena los dibujos, se le pide que explique el por que de dicha ordenación, a fin de comprobar si realmente tanto el sujeto como el experimentador coinciden en la interpretación que se le otorga a cada representación, es decir, comprobar si existe acuerdo entre *significante* (dibujo) y *significado* (interpretación); además, permite al sujeto complementar la información, que a su parecer, falta en las representaciones dadas.

5. COMPRENSIÓN DEL TEXTO. Es una prueba construida *ex profeso* para la investigación, al igual que la prueba de ordenación de secuencias. Se propone al sujeto que responda dos cuestiones, marcando la respuesta correcta de entre algunas opciones. Cada una de las cuestiones hacen referencia a situaciones expresadas en los textos de los problemas. Se intentó formular las cuestiones de tal manera que éstas exigieran un nivel de comprensión del texto para responder correctamente y evitar, en lo posible, la localización superficial de la respuesta en el texto (ver anexo 7).

En los seis tipos de problemas de la categoría Cambio se formulan dos cuestiones correspondientes a dos de las cantidades presentes en el problema, ya que la tercera de las cantidades se utiliza como referencia de las mismas. A continuación se muestra, para cada uno de los problemas de Cambio, a que cantidad

corresponde cada una de las cuestiones (primera cuestión "1." y segunda cuestión "2."):

Problema	Cuestión "1"	Cuestión "2"
C1	I	F(i) ¹
C2	I	F(i)
C3	I	F
C4	I	F
C5	F	I(i)
C6	F	I(i)

¹ (i) dato desconocido o incógnita del problema

Este tipo de pruebas es muy habitual en las escuelas y por lo tanto, no conlleva problemas la comprensión de su mecanismo; si bien, sí se podían presentar dificultades de tipo lingüístico por lo que se refiere a la formulación tanto de las cuestiones como de las respuestas posibles. Para reducir al mínimo estas posibles dificultades, se consultó a un miembro del equipo de investigación GISTAL, Dra. Ana *Ramspott*, que, además de ser conocedora de las peculiaridades del sordo, es especialista en lingüística.

En el desarrollo de esta prueba se permite al sujeto resolver las cuestiones en dos intentos.

6. EXPLICACIÓN DE LA COMPRENSIÓN DEL TEXTO. El sujeto explica la razón de su elección, es decir, el sujeto debe justificar la opción señalada en la prueba anterior a fin de comprobar si la opción señalada se interpreta del mismo modo, tanto por el sujeto como por el experimentador. A pesar de las medidas adoptadas en la prueba de comprensión del texto, para evitar posibles dificultades en la formulación de las cuestiones y de las respuestas, se hacía necesario esta tarea para detectar posibles errores de interpretación de los postulados de cada opción por parte de los sujetos y, además, podía proporcionar más información de la aportada por el postulado en sí.

7. **OPERACIÓN.** El sujeto realiza la operación para hallar el resultado del problema.

8. **EXPLICACIÓN DE LA OPERACIÓN.** Se le pide al sujeto que explique o que justifique porque ha resuelto el problema mediante una adición o una substracción. La instrucción que se le da al sujeto es la siguiente: "explicame porque has hecho una suma/resta".

5.3.2.2 Variabilidad del comportamiento resolutor del alumnado sordo en función de ciertas variables influyentes

Dentro de los objetivos contenidos en este aspecto se consideró la siguiente cuestión:

¿Es posible obtener perfiles comportamentales diferentes en función de algunos de los aspectos que diferencian a los sujetos de la muestra y que en otros estudios aparecen como variables relevantes?. O bien, ¿Será el cúmulo de varias variables las que determinaran perfiles específicos?.

A continuación se expone cada una de las variables y el instrumento diseñado para evaluarlas.

5.3.2.2.1 Habilidad operatoria-computacional

Para evaluar el peso de esta variable se utilizan tres unidades de análisis distintas, con el fin de observar la habilidad de los sujetos en el manejo de los números en un sentido estricto:

- 1- Resultados obtenidos mediante un instrumento numérico denominado "Sentencias aritméticas abiertas".

- 2- Resultados obtenidos mediante un instrumento numérico denominado "Descomposición de números".
- 3- Análisis de las operaciones aritméticas realizadas en la resolución de los problemas.

1- SENTENCIAS ARITMÉTICAS ABIERTAS

Hemos visto en el capítulo sobre resolución de problemas en oyentes como el tipo de sentencia abierta que subyace al enunciado del problema, se considera una de las variables que tienen influencia en la dificultad que los alumnos encuentran al resolver problemas.

Es indispensable para poder realizar un problema con éxito ya que es un tipo de planteamiento matemático intermedio entre el cálculo y las estrategias de resolución de problemas; aunque es considerada una tarea más fácil que resolver problemas porque se ven como una serie de datos que se pueden reordenar independientemente de su estructura y del orden de los componentes.

Se trata de analizar la competencia de los sujetos en la resolución de operaciones aritméticas, suma y resta, en una tarea similar a la planteada en los textos de los problemas presentados pero sin soporte lingüístico. Esta prueba fue elaborada por la investigadora e inspirada en *Carpenter y Moser (1983)*.

Ambas tareas implican las mismas operaciones aritméticas, pero con una importante diferencia desde el punto de vista de las características de los sujetos de esta investigación; en este caso, la tarea esta desprovista de formato lingüístico.

Consiste en completar unas operaciones indicando qué número falta en cada una de las expresiones. El número que falta corresponde siempre a la incógnita o resultado de la pregunta del texto de los problemas; por ejemplo, si la incógnita es el conjunto cambio, tipo C3, en esta tarea se le proporciona los dos datos conocidos, cantidad inicial y cantidad final, y el sujeto debe de hallar el valor de la cantidad desconocida o conjunto cambio ($2 + ? = 9$) (ver anexo 5).

2- DESCOMPOSICIÓN DE NÚMEROS

Se trata de un instrumento fundamentalmente numérico cuyo objetivo es evaluar la habilidad de los niños en el manejo de los números.

Los números utilizados eran las mismas tríadas de números que las propuestas en los textos de los problemas, presentados en orden decreciente (por ejemplo: 6 4 2).

La tarea consiste en combinar los tres números de la triada, de tal manera que una vez combinados, de forma correcta matemáticamente hablando, el sujeto sea capaz de hacer cuatro formas posibles de combinación, dos adiciones y dos subtracciones.

Para facilitar la comprensión de la tarea a realizar, primero se les propuso, a modo de ejemplo, una de las triadas con los recuadros a completar y una de las operaciones posibles (en este caso, una adición) a todos los sujetos. Durante la realización del ejemplo, el experimentador podía intervenir para explicar la instrucción que se les proporcionaba previa a él y era el experimentador quien evaluaba si el sujeto había entendido la instrucción.

La instrucción que se le da al niño es la siguiente: "Utiliza los tres números para completar los recuadros".

La tarea concluye cuando el sujeto, bien o mal, realiza cuatro de las triadas presentadas, puesto que se consideró, en el momento de la administración de la prueba, que no era necesario efectuar la combinación de todas las triadas ya que el proceso que se requiere en todas ellas es siempre el mismo.

Una muestra del ejemplo propuesto y de una de las triadas es el siguiente:

Ejemplo:

$$\begin{array}{c} 6 \\ \square \end{array} + \begin{array}{c} 4 \\ \square \end{array} = \begin{array}{c} 2 \\ \square \end{array}$$

Triada:

$$\begin{array}{c} 8 \\ \square \end{array} + \begin{array}{c} 5 \\ \square \end{array} = \begin{array}{c} 3 \\ \square \end{array}$$

$$\square + \square = \square$$

$$\square - \square = \square$$

$$\square - \square = \square$$

5.3.2.2.2 Nivel de comprensión lectora

El instrumento utilizado para medir el nivel general de comprensión lectora de cada uno de los sujetos fue la PRUEBA PSICOPEDAGÓGICA DE APRENDIZAJES INSTRUMENTALES elaborada por *Canals et al.* (1988) (ver apartado 5.2.4).

5.3.2.2.3 Bilingüismo

El instrumento utilizado para recoger datos acerca de la lengua que usa el sujeto para sus aprendizajes escolares y, específicamente, matemáticos fue un CUESTIONARIO DE MATEMÁTICAS.

Se utilizó el mismo instrumento que el utilizado por *Nuñez y Rosich* (1991) en una investigación con niños sordos y oyentes sobre la resolución de problemas multiplicativos con algunas adaptaciones dirigidas al propósito específico de esta investigación.

El cuestionario adaptado consta de 4 apartados:

1. Preguntas sobre la lengua de uso en los aprendizajes.
2. Preguntas sobre el grado de seguimiento del programa normal del curso y del programa en sí.
3. Preguntas acerca del uso del libro de texto y otros materiales didácticos complementarios.
4. Preguntas acerca de como se trabaja la resolución de problemas.

En cada uno de los apartados anteriores se formulan algunas cuestiones y se ofrecen, en algunas de ellas, posibles respuestas para ser seleccionadas y espacio suficiente como para responder cualquier otra opción, a fin de facilitar su pasación.

Este cuestionario se administra a los tutores del curso al que pertenece el alumno sordo.

5.3.2.3 Comportamiento resolutor del sordo frente al comportamiento resolutor oyente.

Este tercer aspecto intenta detectar y describir la existencia de una posible especificidad del comportamiento resolutor del sordo frente al del oyente compañero de aula.

Se cuestiona lo siguiente:

¿Es posible encontrar un tipo de comportamiento resolutor específico del sordo?; ¿Se puede apreciar estilos diferentes en el proceso de resolución entre el alumnado sordo y el alumnado oyente?.

Para responder a estas cuestiones se analiza el proceso resolutor de los alumnos oyentes y de los alumnos sordos con los mismos instrumentos; es decir, ante la

misma tarea de resolución de seis problemas de la categoría Cambio y las mismas tareas a desarrollar en cada uno de ellos.

5.3.3 Procedimiento de obtención de datos

Todos los instrumentos se administran dentro del horario escolar, individualmente y en un total de dos sesiones de trabajo por sujeto, lo cual, debido a la dispersión territorial de los sujetos de la muestra, supuso un largo período de tiempo de recogida de los datos necesarios.

El equipo que las administra está formado por la propia investigadora y dos alumnas del último curso de psicología de la U.A.B.; ambas colaboradoras tienen experiencia previa con sujetos sordos y además, fueron entrenadas para la aplicación de los instrumentos específicos de esta investigación.

Se concertaron las visitas del experimentador y de las dos colaboradoras con el centro escolar integrado el niño sordo. El logopeda se encargó de informar de nuestro trabajo a los directores de las escuelas y a los tutores de cada niño sordo y oyente seleccionados.

Se presentan todas las tareas por escrito, aunque la consigna de cada una de ellas se explica, también, oralmente, así como los motivos más generales de la investigación. Se hacen algunas comprobaciones respecto al conocimiento del léxico utilizado en los textos de los problemas. Se anota, al pie de la letra, todas las conductas del sujeto ante las tareas propuestas y, también, todas aquellas incidencias aparecidas durante el proceso que se valoran de interés.

La lengua utilizada en cada tarea, así como la empleada en las respuestas, es la propia de cada sujeto, es decir, el castellano o el catalán.

La actitud de los sujetos es, en general, colaboradora; en alguna ocasión, incluso, se muestran realmente interesados.

6. Análisis del proceso de resolución en el alumnado sordo

6.1 Introducción

Para llevar a cabo el análisis del proceso de resolución de los problemas aritméticos planteados al alumnado sordo, se sigue el siguiente procedimiento:

- * Se describe el comportamiento resolutor de los sujetos sordos en cada una de las tareas en cada tipo de problema planteado durante las sesiones experimentales.
- * Se realiza una síntesis de los resultados obtenidos en los problemas en cada una de las tareas.
- * Y, finalmente, se lleva a cabo el análisis de los resultados obtenidos.

Recordemos que los conjuntos presentes en los problemas de la categoría Cambio son el conjunto inicial (I), el conjunto cambio (C) y el conjunto final (F). En el siguiente cuadro se presentan las combinaciones posibles, en función de que sea uno u otro conjunto un dato conocido (d) o un dato desconocido o incógnita (i) en el texto.

	Inicial (I)	Cambio (C)	Final (F)	Crecer	Decrecer
CAMBIO 1 (C1)	d	d	i	#	
CAMBIO 2 (C2)	d	d	i		#
CAMBIO 3 (C3)	d	i	d	#	
CAMBIO 4 (C4)	d	i	d		#
CAMBIO 5 (C5)	i	d	d	#	
CAMBIO 6 (C6)	i	d	d		#

6.2 Explicación oral del texto

Se exponen a continuación los criterios utilizados para el análisis de la tarea de explicación oral del texto y, seguidamente, los resultados obtenidos.

6.2.1 Criterios de análisis

El análisis consiste en la observación del tipo de tratamiento que realiza el sujeto de cada uno de los conjuntos presentes en el texto-problema.

La observación del tipo de tratamiento realizado permite clasificar los distintos comportamientos en cinco categorías distintas:

- a) El sujeto contempla el conjunto en el lugar correcto, es decir, en la misma posición donde aparece el conjunto en el texto-problema (**C c**).
- b) El sujeto contempla el conjunto en un lugar incorrecto, es decir, lo posiciona en un lugar distinto al ocupado en el texto-problema (**C i**).
- c) El sujeto omite el conjunto (**O**).
- d) El sujeto transforma el conjunto y lo posiciona en lugar correcto, es decir, modifica el contenido de la proposición situándolo en lugar correcto (**T c**).
- e) El sujeto transforma el conjunto y lo posiciona en lugar incorrecto (**T i**).

Después de cada texto del problema, se relaciona las distintas tipologías de comportamiento de los sujetos sordos de la muestra, indicando los sujetos que caracterizan cada uno de los comportamientos, así como una valoración del tratamiento que recibe cada uno de los conjuntos.

6.2.2 Resultados detallados del problema de CAMBIO - CI

CI: María tenía 3 canicas. Entonces Juan le dio 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene María ahora?

El orden en que aparecen los conjuntos en el texto del problema es el siguiente: I C F

Comportamiento	Sujetos
I C F	2, 6, 10
I C F'	5, 11
I I ₂ F	7, 9
I C	1, 3, 4, 8

La F' indica que el conjunto final, a diferencia del tratamiento que recibe en la tipología I C F, no se formula como incógnita sino que el sujeto resuelve directamente el problema.

Ejemplo: "*María té 3 i el Joan li dóna 5. Llavors 8.*" (sujeto 5).

La I₂ indica que el conjunto de cambio se formula como si se tratara de otro conjunto inicial distinto, donde el agente de la acción (Juan) y la cantidad de objetos (5 canicas) son los que corresponden al conjunto cambio originario.

Ejemplo: "*La María tiene 3 canicas y Juan tiene 5 canicas. ¿Cuántas tiene canicas María?*" (sujeto 9).

Conjunto inicial (I: María tenía 3 canicas): presenta un único tratamiento: todos los sujetos contemplan el conjunto inicial en lugar correcto, es decir, en

primer lugar; en sus explicaciones, hacen referencia a la cantidad de canicas que posee María antes de sufrir el cambio (I)

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	11
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)												0
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto(T i)												0

Conjunto cambio (C: Entonces Juan le dio 5 canicas): aparece correctamente en todos los casos excepto en dos, en que los sujetos 7 y 9 transforman la proposición del conjunto cambio "Entonces Juan le dio 5 canicas", en conjunto inicial "Juan tenía 5 canicas", es decir, $C \rightarrow I_2$.

Ejemplo: "María té 3 caniques. Llavors en Joan té 5 caniques. Quantes caniques Maria?" (sujeto 7).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)	#	#	#	#	#	#		#		#	#	9
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)												0
Transforma en lugar correcto (T c)							#	#				2
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

Conjunto final (F: ¿Cuántas canicas tiene María ahora?): presenta dos tratamientos distintos:

a) el sujeto pregunta por la cantidad de canicas del agente del conjunto inicial (María) después del cambio sufrido (Juan le da 5 canicas) o bien indica directamente, la cantidad final de canicas de María, es decir, contemplan el conjunto final en lugar correcto (F, F*);

Ejemplo: *"La Maria té 3 caniques, després en Joan li va donar 5 caniques. Ara Maria té 8 caniques"* (sujeto 11).

b) el sujeto no explicita la pregunta, es decir, la omite.

Ejemplo: *"Una nena tenia 3 caniques i en Joan li ha donat 5 caniques"* (sujeto 1).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#			#	#	#		#	#	#	7
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)	#		#	#				#				4
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

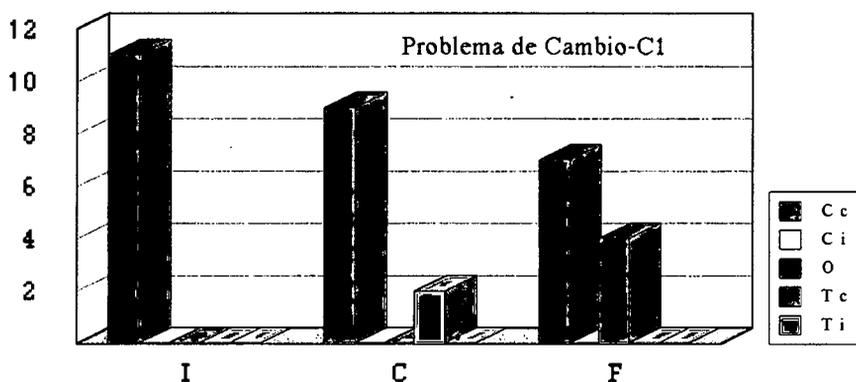
6.2.2.1 Comentario del problema de Cambio-C1

En general vemos que el conjunto que ofrece mayores dificultades es el conjunto cambio (C) que conduce en dos ocasiones a una transformación del mismo: $C \rightarrow I_2$.

Dicha transformación reduce al absurdo el problema C1, puesto que la formulación de la pregunta es correcta para el caso del problema C1 y en cambio, debido a la transformación sufrida por el conjunto cambio, el sujeto pregunta por una cantidad ya conocida:

Ejemplo: *"La Maria tiene 3 canicas y Juan tiene 5 canicas. ¿Cuántas tiene canicas Maria?"* (sujetos 7 y 9).

Vemos que el único conjunto que se omite al explicar el texto, en cuatro de los once sujetos, es el conjunto final (sujetos 1, 3, 4 y 8).



Finalmente cabe destacar que, en cinco de los once sujetos (sujetos 2, 5, 6, 10 y 11), el problema C1 se formula correctamente con todos y cada uno de los conjuntos presentes, indistintamente de las diferencias existentes en el tipo de tratamiento recibido por el conjunto final por parte de dos de estos cinco sujetos (I C F / I C F.).

6.2.3 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C2

C2: María tenía 6 canicas. Entonces le dio 4 canicas a Juan. ¿Cuántas canicas tiene María ahora?

El orden en que aparecen los conjuntos en el texto del problema es el siguiente: I C F

Comportamiento	Sujetos
I C F	2, 5, 7, 8, 9, 11
I C' F	3
I C'	4
I I ₂ F'	10
I I ₂	1
F - C.	6

Conjunto inicial (I: María tenía 6 canicas): presenta dos tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto inicial en lugar adecuado, es decir, el sujeto explicita las canicas que posee María al inicio de los sucesos (I);

Ejemplo: "*María tiene 6 canicas. Juan también le dio 4 canicas*"
(sujeto 4).

b) el sujeto omite el conjunto inicial.

Ejemplo: "*La Maria té 2 boles i el Joan té 3 boles. Llavors li dóna 4 boles per a la Maria*" (sujeto 6).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)	#	#	#	#	#		#	#	#	#	#	10
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)						#						1
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

Conjunto cambio (C: Entonces le dio 4 canicas a Juan): presenta cuatro tipos de tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto cambio en lugar correcto (C);

Ejemplo: "*Maria té 6 caniques. Llavors la Maria li dóna 4 caniques a en Joan. Quantes caniques té ara Maria?*" (sujeto 2).

b) el sujeto transforma el conjunto cambio en un conjunto cambio característico de otro tipo de problema, en concreto, el sujeto cambia los agentes que intervienen en

la acción, en lugar de ser el agente María quien da canicas al agente Juan, es Juan quien da canicas a María (C*) y lo posiciona en lugar correcto;

Ejemplo: *"La Maria caniques té 6, llavors Joan li dóna 4 caniques. Quantes la Maria ara?"* (sujeto 3).

c) el sujeto transforma el conjunto cambio (C.) y lo posiciona en lugar incorrecto;

Ejemplo: *"La Maria té 2 boles i el Joan té 3 boles. Llavors li dóna 4 boles per a la Maria"* (sujeto 6).

d) el conjunto cambio se formula como si se tratara de otro conjunto inicial distinto, donde el agente de la acción (Juan) y la cantidad de objetos (4 canicas), son los elementos que aparecen más explícitos en el texto originario (I_2), es decir, $C \rightarrow I_2$

Ejemplo: *"María tiene 6 canicas. Juan tiene canicas 4. Entonces tiene Juan. ¿Cuántas tiene canicas. También Juan ahora?"* (sujeto 10).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#			#		#	#	#		#	6
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)												0
Transforma en lugar correcto (T c)	#		#	#						#		4
Transforma en lugar incorrecto (T i)						#						1

Conjunto final (F: ¿Cuántas canicas tiene María ahora?): presenta cuatro tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto final en lugar correcto;

6.2.3.1 Comentario del problema de Cambio - C2

Vemos que el conjunto cambio, de nuevo, es el conjunto que presenta más dificultades para los sujetos. Los tratamientos que recibe este conjunto, distintos al apropiado, llevan a una formulación del texto-problema distinto al correspondiente al problema de Cambio C2:

* Seis sujetos explican el problema contemplando cada uno de los conjuntos en su lugar adecuado (I C F);

Ejemplo: "*Maria té 6 caniques (I). LLavors la Maria li dóna 4 a en Joan (C). Quantes caniques té ara Maria? (F)*" (sujeto 2).

* Dos sujetos mantienen la estructura pero, en cambio, cambian la formulación del texto, es decir, los conjuntos conocidos y el conjunto incógnita se mantienen (I, C y F respectivamente), y lo que el sujeto hace es reformular el texto transformando el problema C2 en un problema de cambio tipo C1: $C2 \rightarrow C1 (I C^* F / I C^*)$.

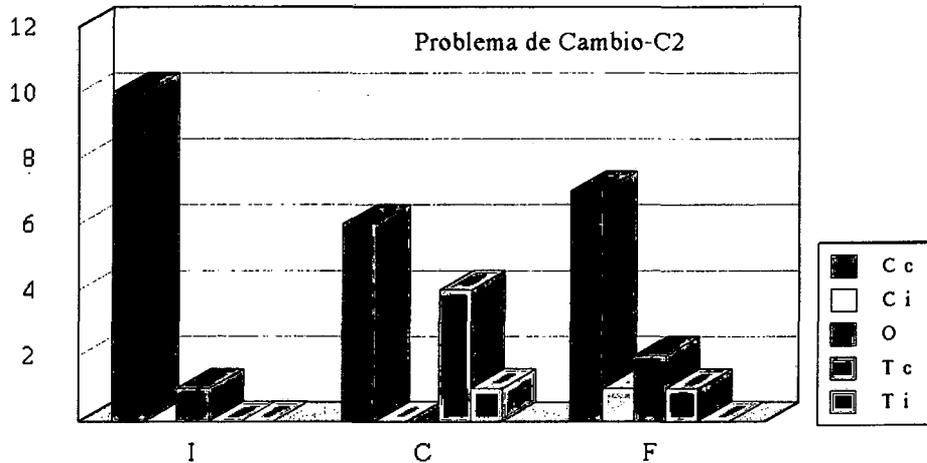
Ejemplo: "*La Maria té 6 (I), llavors Joan li dóna 4 caniques (C^*).*
Quantes la Maria ara? (F)" (sujeto 3).

* Dos sujetos transforman el conjunto cambio en conjunto inicial reduciendo al absurdo el problema C1: $C \rightarrow I_2 (I I_2 F^* / I I_2)$.

Ejemplo: "*Maria tiene 6 canicas (I). Juan tiene canicas 4 (I₂).*
Entonces tiene Juan. ¿Cuántas tiene canicas también Juan ahora?
(F^)*" (sujeto 10).

* Un sujeto, además de transformar el conjunto cambio y posicionarlo en lugar incorrecto, hace una explicación del texto tan confusa que no es posible clasificarlo.

Ejemplo: "La María té 2 boles i el Joan té 3 boles. LLavors li dóna 4 boles per a la María" (sujeto 6).



Finalmente habría que destacar que, en seis de los once sujetos (sujetos 2, 5, 7, 8, 9 y 11), el problema C2 se formula correctamente con todas y cada una de las proposiciones que lo configuran.

6.2.4 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C3

C3: María tenía 3 canicas. Entonces Juan le dio algunas canicas. Ahora María tiene 9 canicas. ¿Cuántas canicas le dio Juan?.

El orden en que aparecen los conjuntos en el texto del problema es el siguiente: I C F C?

<i>Comportamiento</i>	<i>Sujetos</i>
I C F C?	2, 11
I C F	8, 9
I C	4
I C* F	6
I C** F	7
I C**	10
I C** F*	5
I I ₂ C?	3
I I ₂ C**	1

Conjunto inicial (I: María tenía 3 canicas): se da un único tratamiento: todos los sujetos contemplan el conjunto inicial y, además, lo posicionan en lugar correcto.

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	11
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)												0
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

Conjunto cambio (C: Juan le dio algunas canicas): presenta tres tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto cambio y lo posiciona en lugar correcto (C);

Ejemplo: "María canicas 3. Juan le dio algunas" (sujeto 4).

Una variación a este tratamiento es el realizado por el sujeto 6; el sujeto formula el conjunto cambio como tal pero dándole su valor definitivo (C^{*}).

Ejemplo: *"La Maria té 3 bales. El Joan té 6 bales Joan li dóna a la Maria. La Maria 9"* (sujeto 6).

b) el sujeto omite el conjunto cambio;

Ejemplo: *"Maria tenia 3 bales. Llavors Joan tenia 9 bales. Quantes bales li va donar?"* (sujeto 3).

c) el sujeto transforma el conjunto cambio formulándolo como tal pero dándole el valor del conjunto final (C^{**});

Ejemplo: *"La Maria té 3 caniques. En Joan li va donar 9 caniques a la Maria i ara la Maria té 9 caniques"* (sujeto 7).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#		#		#		#	#		#	6
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)			#									1
Transforma en lugar correcto (T c)					#		#			#		3
Transforma en lugar incorrecto (T i)	#											1

Conjunto final (F: Ahora María tiene 9 canicas): presenta cuatro tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto final y, además, lo posiciona en lugar correcto (F);

Ejemplo: "La Maria té 3 bales. El Joan té 6 bales Joan li dóna a la Maria. La Maria 9" (sujeto 6).

b) el sujeto omite el conjunto final;

Ejemplo: "Maria canicas 3. Juan le dio algunas" (sujeto 4).

c) el sujeto transforma el conjunto final formulándolo como si se tratara de otro conjunto inicial (I_2) y lo posiciona en lugar incorrecto, $F \rightarrow I_2$

Ejemplo: "Maria tenia 3 bales. Llavors Joan tenia 9 bales. Quantes bales li va donar?" (sujeto 3).

d) el sujeto transforma el conjunto final adecuándolo a la transformación sufrida por el conjunto cambio (F').

Ejemplo: "Maria tenia 3. El Joan li dóna 9 a la Maria. Ara 12 caniques" (sujeto 5).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#				#	#	#	#		#	6
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)				#						#		2
Transforma en lugar correcto (T c)					#							1
Transforma en lugar incorrecto (T i)	#		#									2

Conjunto Cambio (C?): ¿Cuántas canicas le dio Juan: presenta dos tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto cambio como incógnita del problema y, además, lo posiciona en lugar correcto (C?);

Ejemplo: "María tenía 3 bales. Llavors Joan tenía 9 bales. *Quantes bales li va donar?*" (sujeto 3).

b) el sujeto omite el conjunto cambio.

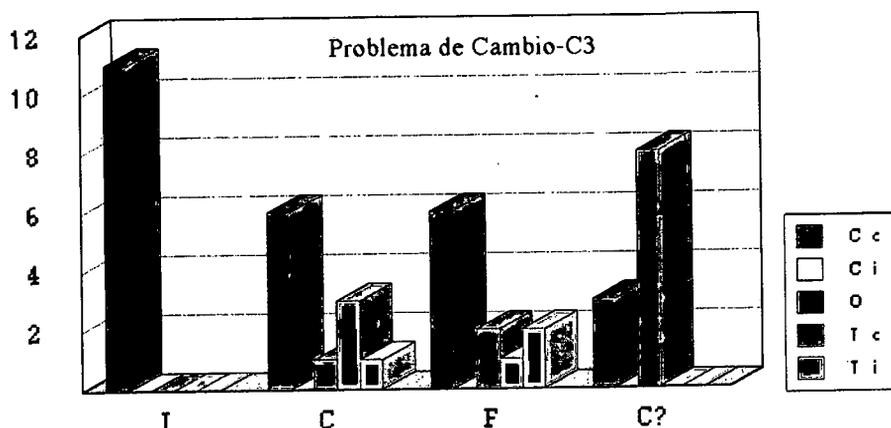
Ejemplo: "María canicas 3: Juan le dio algunas" (sujeto 4).

Categorías	Sujetos											Total	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		
Contempla en lugar correcto (C c)		#	#									#	3
Contempla en lugar incorrecto (C i)													0
Omite (O)	#			#	#	#	#	#	#	#			8
Transforma en lugar correcto (T c)													0
Transforma en lugar incorrecto (T i)													0

6.2.4.1 Comentario del problema de Cambio - C3

En la gráfica siguiente se puede observar que:

- * El conjunto inicial I es el conjunto más fácil de recordar ya que únicamente se contempla en lugar correcto.
- * El conjunto C₇ es el conjunto que presenta más omisiones y, además, se contempla en lugar correcto en muy pocas ocasiones; esto ya era previsible si se tiene en cuenta que el conjunto C₇ es el mismo que el conjunto cambio C pero formulado como pregunta, por tanto la omisión o la no contemplación de este conjunto no supone un fracaso en la explicación del texto-problema.
- * Tanto el conjunto C como el conjunto F son las proposiciones más difíciles de recordar. En la gráfica se aprecia una amplia variabilidad de categorías en ambos.



El problema C3 se formula correctamente con todos y cada uno de los conjuntos presentes únicamente en tres de los once sujetos (sujetos 2, 11 y 6); se ha considerado que el tratamiento que realiza el sujeto 6 del texto en cuestión, es adecuado incluso con las transformaciones sufridas por él, ya que el sujeto lo que hace es describir la secuencia de sucesos dando a conocer todas las cantidades aunque no formule la pregunta del problema:

Ejemplo: *"La Maria té 3 bales. El Joan té 6 bales Joan li dóna a la Maria. La Maria 9"* (sujeto 6).

Los sujetos 5 y 10, debido a la transformación que realizan del conjunto cambio y del conjunto final, formulan el problema C3 como si se tratara de un problema del tipo C1: $C3 \rightarrow C1$ ($I C^{**} F^{*} / I C^{**}$ respectivamente).

Ejemplo: *"Maria tenia 3. El Joan li dóna 9 a la Maria. Ara 12 caniques"* (sujeto 5).

A pesar de que el sujeto 7 también realiza la misma transformación del conjunto cambio que el sujeto 5 y 10, este no modifica el conjunto final en función de la transformación del conjunto cambio, reduciendo el problema C3 en un problema absurdo; sería posible que, si Juan da 9 canicas a María, según formulación del

sujeto 7, María ahora tuviera 9 canicas si no se tiene en cuenta las canicas que poseía María en un principio:

Ejemplo: *"La Maria té 3 caniques. En Joan li va donar 9 caniques a la Maria i ara la Maria té 9 caniques"* (sujeto 7).

El sujeto 3 presenta dos conjuntos iniciales; el primero corresponde al texto originario y en el segundo transforma el conjunto final en un conjunto inicial, donde el agente es el agente del conjunto cambio y la cantidad de canicas las del conjunto final originario:

Ejemplo: *"Maria tenia 3 bales. Llavors Joan tenia 9 bales. Quantes bales li va donar?"* (sujeto 3).

En esta explicación vemos que el sujeto recuerda el agente y la cantidad de canicas del conjunto cambio y del conjunto final respectivamente, pero no sabe formularlos adecuadamente; en cambio, si recuerda la proposición correspondiente a la pregunta del problema. Esta alteración del texto, lleva de nuevo a que el texto sea absurdo si se considera en su totalidad.

6.2.5 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C4

C4: María tenía 8 canicas. Entonces le dio algunas canicas a Juan. Ahora María tiene 3 canicas. ¿Cuántas canicas le dio a Juan?

El orden en que aparecen los conjuntos en el texto del problema es el siguiente: I C F C?

<i>Comportamiento</i>	<i>Sujetos</i>
I C F C?	2,3,6,7,9,11
I C F	8
I C	4
I F C?	5
Inclasificable	10,1

Conjunto inicial (I: María tenía 8 canicas): se da un único tratamiento: todos los sujetos, excepto el sujeto 10 y el sujeto 1, contemplan el conjunto inicial y, además, lo posicionan en lugar correcto.

<i>Categorías</i>	<i>Sujetos</i>											<i>Total</i>
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#	#	#	#	#	#	#	#		#	9
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)												0
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

Conjunto cambio (C: Entonces le dio algunas canicas a Juan): presenta dos tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto cambio y lo posiciona en lugar correcto (C);

Ejemplo: *"La María tiene 8 canicas. Entonces le dio a Juan. Ahora María tiene 3 canicas."* (sujeto 8).

b) el sujeto omite el conjunto cambio.

Ejemplo: *"La Maria tenia 8. Llavors va en Joan, la Maria 3 caniques. Quantes li va donar a Joan?"* (sujeto 5).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#	#	#		#	#	#	#		#	8
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)					#							1
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

Conjunto final (F: Ahora María tiene 3 canicas): presenta dos tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto final y lo posiciona en lugar correcto;

Ejemplo: *"La María tiene 8 canicas. Entonces le dio a Juan. Ahora María tiene 3 canicas."* (sujeto 8).

b) el sujeto omite el conjunto final.

Ejemplo: *"María tenía 8 canicas. Entonces le dio Juan algunas Juan"* (sujeto 4).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#	#		#	#	#	#	#		#	8
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)				#								1
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

Conjunto cambio (C?: ¿Cuántas canicas le dio a Juan?): presenta dos tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto cambio en la pregunta del problema y lo posiciona correctamente;

Ejemplo: *"La Maria tenia 8. Llavors va en Joan, la Maria 3 caniques. Quantes li va donar a Joan?"* (sujeto 5).

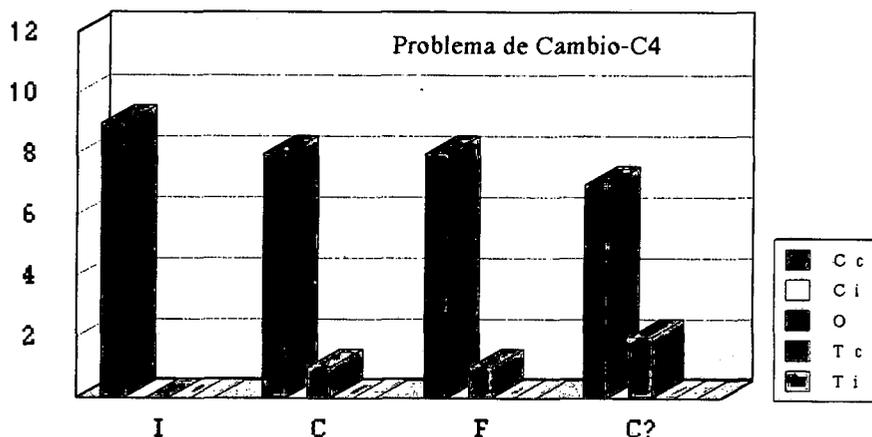
b) el sujeto omite el conjunto cambio.

Ejemplo: *"La Maria tiene 8 canicas. Entonces le dio a Juan. Ahora Maria tiene 3 canicas."* (sujeto 8).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#	#		#	#	#		#		#	7
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)				#				#				2
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

6.2.5.1 Comentario del problema de Cambio - C4

En el problema C4, o bien se contemplan los conjuntos, o bien se omiten; no se da ningún caso, en ningún conjunto en concreto, en que se transforme su formulación. Además, en aquellos casos en que se contempla un conjunto siempre se posiciona en lugar correcto.



Finalmente se puede destacar que en seis de los once sujetos (sujetos 2, 3, 6, 7, 9 y 11) el problema C4 se formula correctamente con todos y cada uno de los conjuntos presentes.

6.2.6 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C5

C5: María tenía algunas canicas . Entonces Juan le dio 3 canicas. Ahora María tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tenía María al principio?.

El orden en que aparecen los conjuntos en el texto del problema es el siguiente: I C F I?

Comportamiento	Sujetos
I C F I?	2,3,4,5,6,9,11
I C I?	7
I C	10
C F	8
I ₂ C F	1

Conjunto inicial (I: María tenía algunas canicas): presenta tres tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto inicial y lo posiciona en lugar correcto (I);

Ejemplo: *"La María tenía algunas canicas. Entonces le dio Juan tiene 3 canicas. Ahora María tiene 5 canicas. ¿Al principio María canicas?"* (sujeto 9).

b) el sujeto omite el conjunto inicial;

Ejemplo: *"El Juan le dio 3 canicas. La María 5 canicas. ¿Cuántas ...?"* (sujeto 8).

c) el sujeto transforma el conjunto inicial omitiendo el conjunto inicial originario y reemplazándolo por otro, en el cual el agente y la cantidad de canicas son las que pertenecen al conjunto final originario (I₂);

Ejemplo: *"María tenía 5 caniques i en Joan como le dio 3 caniques fan 8"* (sujeto 1).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#	#	#	#	#	#		#	#	#	9
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)								#				1
Transforma en lugar correcto (T c)	#											1
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

Conjunto cambio (C: Entonces Juan le dio 3 canicas): presenta dos tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto cambio y lo posiciona en lugar correcto;

Ejemplo: *"La María tenía algunas canicas. Entonces le dio Juan tiene 3 canicas. Ahora María tiene 5 canicas. ¿Al principio María canicas?"* (sujeto 9).

b) el sujeto contempla el conjunto cambio y lo posiciona en lugar incorrecto, es decir, el conjunto cambio no está precedido por el conjunto inicial;

Ejemplo: *"El Juan le dio 3 canicas. La María 5 canicas. ¿Cuántas ...?"* (sujeto 8).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)	#	#	#	#	#	#	#		#	#	#	10
Contempla en lugar incorrecto (C i)								#				1
Omite (O)												0
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

Conjunto final (F: Ahora María tiene 5 canicas): presenta tres tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto final y lo posiciona en lugar correcto, es decir, precedido por el conjunto cambio (F);

Ejemplo: *"La María tenía algunas canicas. Entonces le dio Juan tiene 3 canicas. Ahora María tiene 5 canicas. ¿Al principio María canicas?"* (sujeto 9).

b) el sujeto transforma el conjunto final adaptándolo a la transformación sufrida por el conjunto inicial (F');

Ejemplo: "Maria tenia 5 caniques i en Joan como le dio 3 caniques fan 8" (sujeto 1).

c) el sujeto omite el conjunto.

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#	#	#	#	#		#	#		#	8
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)							#			#		2
Transforma en lugar correcto (T c)	#											1
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

Conjunto inicial (I?: ;Cuántas canicas tenía María al principio?): presenta dos tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto inicial en la pregunta del problema y lo posiciona en lugar correcto (I?):

Ejemplo: "Maria tenia algunes caniques. Llavors li va donar en Joan 3. Ara la Maria té 5 i pregunta quantes en té al principi" (sujeto 2).

b) el sujeto omite el conjunto inicial I?;

Ejemplo: "*María tenía canicas. Entonces canicas le dio a María 3*" (sujeto 10).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#	#	#	#	#	#		#		#	8
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)	#							#		#		3
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

6.2.6.1 Comentario del problema de Cambio - C5

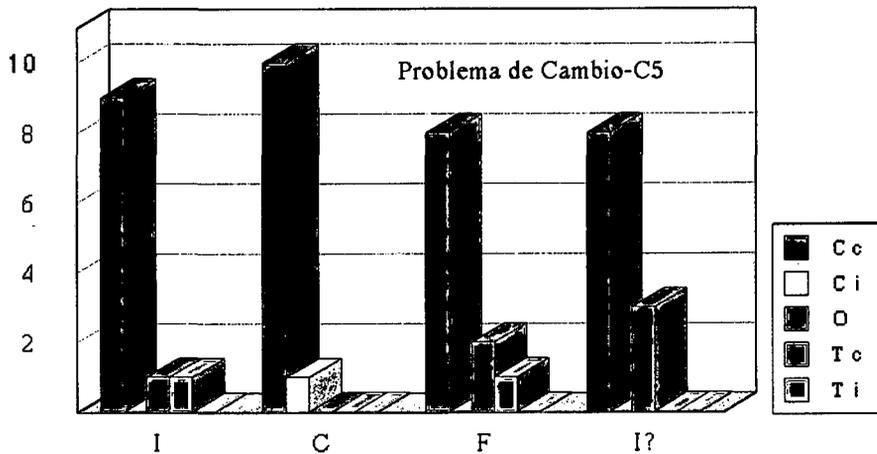
La mayoría de los sujetos formulan correctamente el problema C5 con todos y cada uno de los conjuntos presentes.

No se dan transformaciones de los conjuntos del texto-problema, excepto en el sujeto 1 que, debido a la transformación sufrida por el conjunto inicial, adapta, con cierta lógica, el conjunto final a los datos presentes en esta nueva formulación del texto, transformando el problema C5 en un problema del tipo C1, en el cual la cantidad de canicas iniciales de María (5 canicas) se ve modificada debido a las canicas que recibe de Juan (3 canicas): C5 ----> C1

Ejemplo: "*María tenía 5 caniques i en Joan como le dio 3 caniques fan 8*" (sujeto 1).

Hay dos sujetos, sujeto 8 y 10, que omiten dos conjuntos del problema construyendo una formulación sin sentido y cabe destacar que los dos conjuntos que se contemplan son dos conjuntos que se formulan consecutivos en el texto

originario(IC/CF).



6.2.7 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C6

C6: María tenía algunas canicas. Entonces le dio 2 canicas a Juan. Ahora María tiene 6 canicas. ¿Cuántas canicas tenía María al principio?.

El orden en que aparecen los conjuntos en el texto del problema es el siguiente: I C F I?

Comportamiento	Sujetos
I C F I?	2,3,4,5,6,7,8,9,10,11
C F	1

Conjunto inicial (I: María tenía algunas canicas): presenta dos tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto inicial y lo posiciona en lugar correcto (I);

Ejemplo: *"María tenía algunas canicas. Entonces dio canicas a Juan. María canicas 6 tiene. ¿Cuántas le dio primero?"* (sujeto 10).

b) el sujeto omite el conjunto inicial.

Ejemplo: *"La María le dio 2 canicas a Juan y la María tenía 6 canicas y ya está"* (sujeto 1).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	10
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)	#											1
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

Conjunto cambio (C: Entonces le dio 2 canicas a Juan): presenta dos tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto cambio y lo posiciona en lugar correcto (C);

Ejemplo: *"Maria tenia algunes caniques. Llavors donar 2 caniques a Joan. La Maria té 6 caniques. Maria tenia al principi?"* (sujeto 3).

b) el sujeto contempla el conjunto cambio y lo posiciona en lugar incorrecto, es decir, el conjunto cambio no va precedido del conjunto inicial.

Ejemplo: *"La María le dio 2 canicas a Juan y la María tenía 6 canicas y ya está"* (sujeto 1).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	10
Contempla en lugar incorrecto (C i)	#											1
Omite (O)												0
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

Conjunto final (F: Ahora María tiene 6 canicas): presenta un único tratamiento: todos los sujetos contemplan el conjunto final y, además, lo posicionan en lugar correcto.

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	11
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)												0
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

Conjunto inicial (I?: ¿Cuántas canicas tenía María al principio?): presenta dos tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto inicial en forma de pregunta y lo posiciona en lugar correcto;

Ejemplo: *"María tenía algunas canicas. Entonces dio canicas a Juan. María canicas 6 tiene. ¿Cuántas le dio primero?"* (sujeto 10).

b) el sujeto omite el conjunto inicial.

Ejemplo: *"La María le dio 2 canicas a Juan y la María tenía 6 canicas y ya está"* (sujeto 1).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	10
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)	#											1
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

6.2.7.1 Comentario del problema de Cambio - C6

En general se puede apreciar que, a excepción del sujeto 1, se da un único perfil comportamental y que corresponde al perfil correcto del texto del problema C6 (I C F I?).

Los tratamientos de los conjuntos siempre son, o bien se contempla el conjunto, o bien se omite, pero no aparece ninguna transformación de los mismos.

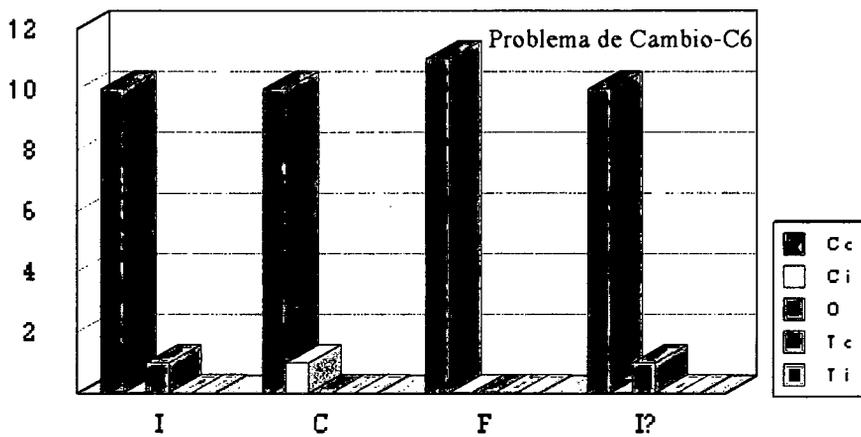
Sería conveniente, diferenciar la explicación del texto que realizan el sujeto 6 y el sujeto 8 del resto de sujetos que formulan correctamente el problema.

* El sujeto 6 reformula el texto alterando la posición de los conjuntos y dando valor a la cantidad de canicas del conjunto inicial y, en cambio, su reformulación no carece de sentido como hemos visto en otros casos anteriores y, por ello, lo he valorado positivamente;

Ejemplo: *"La María fa donar 2 caniques pel Joan. Ara primer ... la María té 8 caniques i la María fa donar 2 caniques pel Joan. Ara primer caniques la María té 8. "I ara?" té 6 caniques"* (sujeto 6).

* El sujeto 8, por su parte, manteniendo el orden de los conjuntos, reformula el conjunto inicial sin especificar la cantidad de canicas de este y relacionando con el término "principio" esta proposición con la correspondiente al conjunto inicial de la pregunta del problema, por ello creo que no se puede considerar que el sujeto 8 haya omitido el conjunto inicial (I).

Ejemplo: *"La María ... principio. Le dio 2 canicas a Juan. La María 6 canicas. ¿Cuántas la María al principio?"* (sujeto 8).



6.2.8 Síntesis

Sujeto	C1	C2	C3	C4	C5	C6	
1							0
2	#	#	#	#	#	#	6
3				#	#	#	3
4					#	#	2
5	#	#		#	#	#	5
6	#		#	#	#	#	5
7		#		#		#	3
8		#	#	#		#	4
9		#	#	#	#	#	5
10	#					#	2
11	#	#	#	#	#	#	6
	5	6	5	8	7	10	
Comportamientos correctos	ICF ICF*	ICF	ICFC? IC*F ICF	ICFC? ICF IFC?	ICFI?	ICFI?	

#: Sujetos que *explican* correctamente cada uno de los problemas

En función del total de sujetos que explican correctamente cada uno de los problemas, se puede establecer la siguiente escala jerárquica de dificultad (de menor a mayor dificultad):

C6 ---> C4 ---> C5 ---> C2 ---> C1
 |
 C3

Problema de CAMBIO - C1

* Hay cinco sujetos que recuerdan correctamente la formulación del texto-problema (I C F / I C F*).

* El conjunto cambio (C) es el único conjunto que se transforma, en dos ocasiones, C ----> I₂, reduciendo al absurdo el problema C1.

* Se dan cuatro casos de omisión; estas omisiones se dan en la proposición del texto que corresponde al conjunto final (F).

* El conjunto inicial se explica de manera unánime.

Problema de CAMBIO - C2

- * Hay seis sujetos que recuerdan correctamente la formulación del texto-problema.
- * El conjunto cambio (C) es el conjunto que se recuerda con más dificultad.
- * El conjunto cambio sufre varias transformaciones:
 - C ----> I₂ (reduciendo, en dos ocasiones, el problema al absurdo).
 - C2 ----> C1 (en dos ocasiones, se reformula, el conjunto cambio transformando el problema C2 en un problema del tipo C1).
 - inclasificable (transforma el conjunto cambio y explica el texto de manera muy confusa).

Problema de CAMBIO - C3

- * El problema C3 se recuerda correctamente en cinco ocasiones; se da como válida la explicación del sujeto 6, I C. F, a pesar de todas las modificaciones sufridas por C3 y la explicación del sujeto 8 y 9, I C F, a pesar de omitir la pregunta del problema.
- * A pesar de la diversidad de tipologías, el conjunto inicial (I), se contempla en lugar correcto en todas ellas.
- * C3 ----> C1; en dos ocasiones se reformulan el conjunto cambio y el conjunto final transformando el problema C3 en un problema del tipo C1.
- * C3 ----> absurdo; en una ocasión se reformula el conjunto cambio y se mantiene la formulación del conjunto final y, en otra ocasión se dan 2 conjuntos iniciales, uno es el originario y el otro se reformula éste con datos del conjunto final, reduciendo el problema C3 en un problema absurdo.
- * Tanto el conjunto cambio como el conjunto final son difíciles de recordar.

Problema de CAMBIO - C4

- * Hay ocho sujetos que recuerdan correctamente el texto del problema C4. En este caso se valora como explicación correcta el comportamiento I C F C?, I C F e I F C?, es decir, aquella en la que se contemplan en lugar correcto todos los conjuntos presentes, aquella en que se omite el conjunto C y aquella en que se omite el conjunto C?

- * En dos ocasiones se ha valorado la explicación inclasificable.
- * El resto de los sujetos no transforman ninguno de los conjuntos; los conjuntos I, C, F y $C?$ se contemplan en lugar correcto o se omiten.
- * Los conjuntos que se omiten son el conjunto C (sujeto 5), el conjunto F (sujeto 4) y el conjunto $C?$ (sujetos 4 y 8). Omitir tan sólo uno de los conjuntos C y $C?$, se ha considerado que no invalida la explicación del sujeto como correcta.

Problema de CAMBIO - C5

- * Hay siete sujetos que recuerdan correctamente el texto del problema C5.
- * $C5 \rightarrow C1$; únicamente en una ocasión se reformula el problema C5, transformando el conjunto I en un conjunto inicial distinto al originario, $I \rightarrow I_2$ y, en consecuencia lógica, el sujeto transforma el conjunto F, $F \rightarrow F^*$, transformando, de ese modo, el problema C5 en un problema del tipo C1.
- * Los tres sujetos restantes omiten o bien el conjunto F, o bien los conjuntos F I? e I I?.

Problema de CAMBIO - C6

- * Hay diez sujetos que recuerdan correctamente el texto del problema C6.
- * El sujeto 1 omite el conjunto I y el conjunto I?.
- * Los sujetos 6 y 8 reformulan el texto del problema en general pero éste no pierde el sentido originario, por tanto, se han valorado sus explicaciones como correctas.

6.3 Ordenación secuencial de dibujos y explicación de la ordenación

Se exponen a continuación los criterios utilizados para el análisis de la tarea de ordenación secuencial de dibujos y, seguidamente los resultados obtenidos.

6.3.1 Criterios de análisis

El análisis consiste en la observación del tipo de tratamiento que realiza el sujeto de cada uno de los conjuntos presentes en el texto-problema.

La observación del tipo de tratamiento realizado permite clasificar los distintos comportamientos en cinco categorías distintas:

- a) El sujeto contempla el conjunto en el lugar correcto, es decir, en la misma posición donde aparece el conjunto en el texto-problema (**C c**).
- b) El sujeto contempla el conjunto en un lugar incorrecto, es decir, lo posiciona en un lugar distinto al ocupado en el texto-problema (**C i**).
- c) El sujeto omite el conjunto (**O**).
- d) El sujeto transforma el conjunto y lo posiciona en lugar correcto, es decir, modifica el contenido de la proposición situándolo en lugar correcto (**T c**).
- e) El sujeto transforma el conjunto y lo posiciona en lugar incorrecto (**T i**).

En cada problema se presenta la secuencia de dibujos realizada por cada sujeto, indicando el tipo de comportamiento que representa cada ordenación en función del conjunto del texto-problema al cual quiere representar. Además, en algunas ocasiones, se indica, en el tipo de comportamiento, la proposición representada y que no corresponde directamente a ningún conjunto del problema en cuestión; por tanto, podemos encontrarnos con la proposición correspondiente al conjunto inicial "I" representada mediante uno o varios dibujos, lo mismo sucede con los conjuntos C y F y, además, el sujeto puede que represente las canicas, que el

sujeto interprete, como pertenecientes a Juan y que, en cambio, no aparecen explícitamente en ninguna proposición del problema "Juan tiene 5 c."

En el capítulo de metodología se considera la ordenación secuencial de dibujos y la explicación de dicha ordenación como dos tareas o pruebas distintas que cada sujeto resuelve en cada problema.

Debido al valor que se le otorga a la explicación de la ordenación como prueba reafirmante de la ejecución que realiza el sujeto en la tarea de ordenación secuencial de dibujos, y como tarea complementaria de la misma, se ha considerado oportuno tratarlas en el mismo apartado.

En los siguientes apartados se presenta, en cada problema, la ordenación de dibujos realizada por cada sujeto, indicando la valoración que se da a cada ordenación en función del conjunto del texto-problema al cual representa.

6.3.2 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C1

C1: María tenía 3 canicas. Entonces Juan le dio 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene María ahora?.

Conjunto cambio (C: Entonces Juan le dio 5 canicas): presenta tres tipos de tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto cambio en lugar correcto (C);

b) el sujeto omite el conjunto cambio;

c) el sujeto transforma el conjunto representando el conjunto cambio típico del problema C2, es decir, en este caso es María quien da 5 canicas a Juan. Con dicha transformación el sujeto representa el problema de manera absurda ya que si María tiene 3 canicas no es posible que pueda ceder 5 canicas a Juan para que él tenga las 5 canicas (C*).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)	#				#	#		#			#	5
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)			#	#			#		#	#		5
Transforma en lugar correcto (T c)		#										1
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

Conjunto final (F: ¿Cuántas canicas tiene María ahora?): presenta dos tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto final en lugar correcto (F);

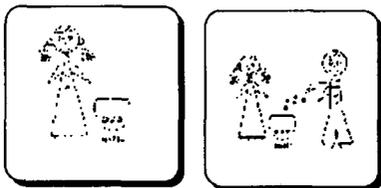
b) el sujeto omite el conjunto final, es decir, no representan el dato desconocido o incógnita del problema.

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)						#		#			#	3
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)	#	#	#	#	#		#		#	#		8
Transforma en lugar correcto (T c)												
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

6.3.2.1 Comentario del problema de Cambio - C1

Los sujetos 2, 3, 4, 7, 9 y 10 consideran que si Juan puede ceder 5 canicas a María, por lógica éste debería poseer, como mínimo, las 5 canicas que cede a María (**Juan tiene 5 canicas**).

El sujeto 1, por su parte, no coloca el dibujo 12, que corresponde a "Juan tiene 5 canicas", en su ordenación pero si en cambio, la explica aludiendo al mismo argumento que los otros sujetos. El sujeto 1 coloca, acertadamente, el conjunto inicial y el conjunto cambio y explica su ordenación diciendo que María tiene 3 canicas y Juan le puede dar 5 canicas a María porque las tiene.



En mi opinión, hay una cierta diferencia entre ambos comportamientos, entre los sujetos que colocan el dibujo 12 y el sujeto 1. El sujeto 1 utiliza esa información no explícita en el texto, "Juan tiene 5 canicas", para argumentar una información sí explícita, el conjunto cambio; por el contrario, los otros sujetos no se sabe, con

exactitud, que uso le confieren a esa información, a saber: representan el agente (Juan) y los objetos (5 canicas) presentes en el texto sin interpretar correctamente el conjunto cambio o bien, simplemente, omiten el conjunto cambio.

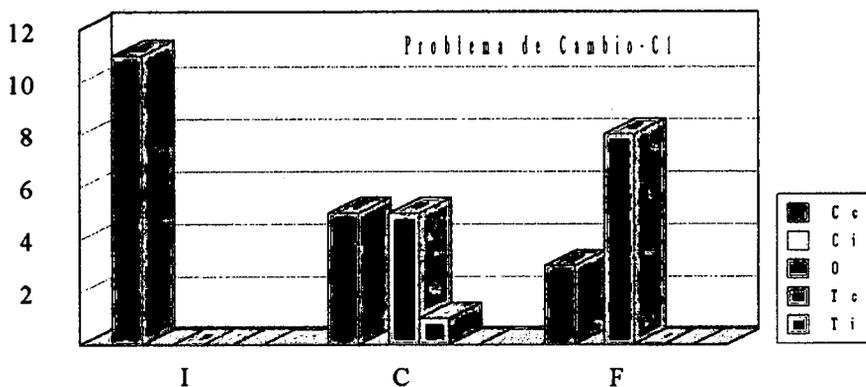
Hay dos sujetos, el sujeto 5 y el sujeto 6, que representan el conjunto inicial y el conjunto de cambio utilizando un único dibujo (dibujo 20). El sujeto 5 explica su ordenación (20) de la siguiente manera: "María té 3 i el Joan dóna 5"; el sujeto 6 utiliza dos dibujos para representar la situación problema (20, 6) y lo explica de la siguiente manera: "El Joan té moltes boles i la María poques, li dóna 5 boles, la María en té moltes, 8". En otras ocasiones el dibujo 20 se ha utilizado para representar, exclusivamente, el conjunto cambio.

En este caso vemos que la explicación de la ordenación es un recurso eficaz para poder interpretar correctamente la ordenación de los sujetos. Podía haber sucedido, perfectamente, que el experimentador, a pesar de cerciorarse de que el sujeto entendía bien la tarea a realizar, interpretara incorrectamente la ordenación realizada al adjudicarle de antemano una interpretación concreta a cada uno de los dibujos presentados.

Así pues, al analizar la conducta del sujeto 5 y 6, el experimentador que carece de la explicación de la ordenación podía concluir que ambos sujetos representan únicamente el conjunto cambio, debido a que ya existe otro dibujo para representar el conjunto inicial (dibujo 1) y, sin embargo, no existe otro para el conjunto cambio (dibujo 20).

Como se puede observar en la gráfica, el conjunto inicial es el único conjunto que se representa de manera unánime. Se da una única transformación en el conjunto cambio que lleva a una representación absurda o sin sentido del problema (sujeto 2). En cinco ocasiones no se representa el conjunto cambio originario del texto-problema y, en cambio, si se representa una información no explícita en él "Juan tiene 5 canicas".

La omisión mayoritaria del conjunto final y su minoritaria representación en lugar correcto, tienen, en esta tarea, una lectura positiva, ya que representar correctamente el conjunto final significa resolver mentalmente el problema para poder conocer cual es la cantidad de canicas resultantes después de la transformación sufrida por el conjunto inicial.

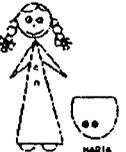
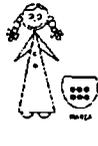
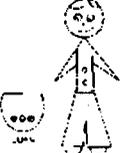
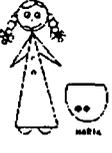
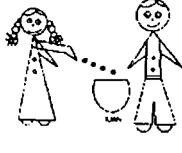
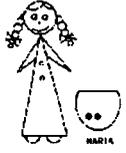
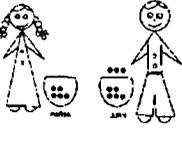
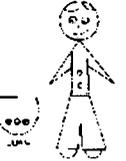


6.3.3 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C2

C2: María tenía 6 canicas. Entonces le dio 4 canicas a Juan. ¿Cuántas canicas tiene María ahora?.

El orden en que aparecen los conjuntos en el texto del problema es el siguiente: I
C F

La relación de tipologías es la siguiente:

Ordenación				Comport.	Sujetos
				I C F	2,11
				I C Juan 4 canicas F	7
				I C	8,9
				F C	6
				I -	1
				I Juan 4 c.	3,5
				Juan 4 c. I	4
				I María 4 canicas. María y Juan 10 canicas	10

Conjunto inicial (I: María tenía 6 canicas): presenta 3 tipos de tratamientos distintos:

- el sujeto contempla el conjunto inicial en lugar correcto;
- el sujeto contempla el conjunto inicial en lugar incorrecto;
- el sujeto omite el conjunto inicial.

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)	#	#	#		#		#	#	#	#	#	9
Contempla en lugar incorrecto (C i)				#								1
Omite (O)						#						1
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

Conjunto cambio (C: Entonces le dio 4 canicas a Juan): presenta 3 tratamientos distintos

- el sujeto contempla el conjunto cambio en lugar correcto (C);
- el sujeto transforma el conjunto en otro conjunto cambio propio de un problema tipo C1, y además, lo posiciona en lugar incorrecto (C*);
- el sujeto omite el conjunto.

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#					#	#	#		#	5
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)	#		#	#	#					#		5
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)						#						1

Conjunto final (F: ¿Cuántas canicas tiene María ahora?) : presenta tres tratamientos distintos:

- el sujeto contempla el conjunto final en lugar correcto; en una ocasión se sitúa después de una información que el sujeto presupone implícita en el texto (Juan 4 canicas);

- b) el sujeto contempla el conjunto final pero lo posiciona en primer lugar;
 c) el sujeto omite el conjunto.

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#					#				#	3
Contempla en lugar incorrecto (C i)	-					#						1
Omite (O)	#		#	#	#			#	#	#		7
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

6.3.3.1 Comentario del problema de Cambio - C2

Analizando las tipologías de comportamientos existentes en la realización de esta tarea se ha encontrado gran variedad. Sin embargo, si el análisis de esta tarea se realiza conjuntamente con la explicación que cada sujeto hace de la ordenación llevada a cabo, es posible agrupar varias de ellas.

Los sujetos 1, 3, 4, 5 y 10 hacen ordenaciones, la mayoría de ellos, bien distintas pero en cambio, explican sus ordenaciones aludiendo al mismo argumento: María y Juan juntos tienen 10 canicas, transformando el problema C2 en un problema del tipo CB1, en el cual, recordemos, se pregunta por la cantidad de canicas que tienen los dos agentes en total.

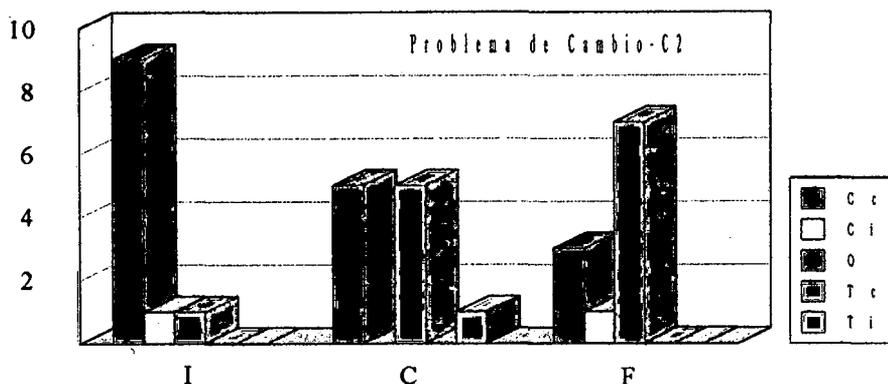
Los sujetos 3, 4 y 5 representan la situación problema con dos dibujos, la cantidad inicial de canicas de María (I) y las canicas que tiene Juan después de recibirlas de María sin pensar que podía poseer algunas canicas más antes de que María le cediera las cuatro canicas (Juan 4 canicas).

El sujeto 7 representa correctamente el conjunto inicial, el conjunto cambio y el conjunto final y añade un elemento más no explícito en el texto, las canicas finales que posee Juan (Juan 4 canicas), al igual que los sujetos 3, 4 y 5.

El sujeto 1 representa el conjunto inicial correctamente y después elige un dibujo cualquiera que no tiene nada que ver ni con la situación del texto-problema ni mucho menos con la explicación que da el sujeto de su ordenación.

La ordenación del sujeto 6 es bastante curiosa; ordena en primer lugar el conjunto final (María tiene 2 canicas) como si se tratara de un conjunto inicial. El sujeto argumenta que Juan da 4 canicas a María (transformando el conjunto de cambio, C^*) porque María tiene pocas canicas (2 canicas) y Juan tiene muchas canicas.

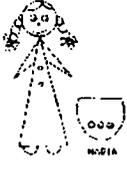
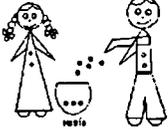
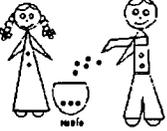
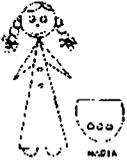
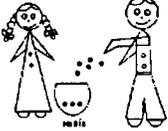
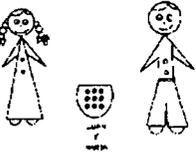
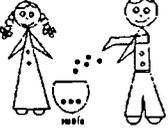
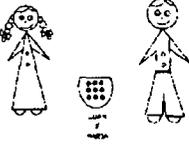
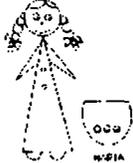
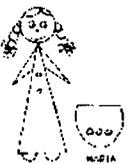
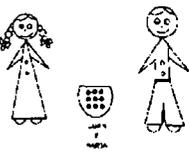
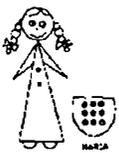
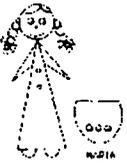
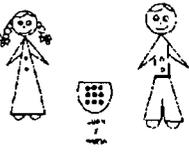
De nuevo el conjunto inicial es el conjunto que el alumnado sordo tiene más presente en sus representaciones y el conjunto que más se omite es, también de nuevo, el conjunto final. Si la omisión del conjunto final no se valora como fracaso en la interpretación de éste conjunto, se podría afirmar que es el conjunto cambio el más difícil de representar (cinco omisiones y una transformación).



6.3.4 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C3

C3: María tenía 3 canicas. Entonces Juan le dio algunas canicas. Ahora María tiene 9 canicas. ¿Cuántas canicas le dio Juan?.

El orden en que aparecen los conjuntos en el texto del problema es el siguiente: I C F C?

Ordenación				Compor	Sujetos
				I C F	2,6,8,1 1
				I C 14	4,9
				C 14 I	10
				I 14 F	5
				I 14	1,3,7

Conjunto inicial (I: María tenía 2 canicas): presenta dos tipos de tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto inicial en lugar correcto;

Conjunto final (F: Ahora María tiene 9 canicas): presenta dos tratamientos distintos:

- el sujeto contempla el conjunto final en lugar correcto (F);
- el sujeto transforma el conjunto final con cierta lógica teniendo en consideración la transformación que sufre el conjunto cambio (F^{*},14)..

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)	#	#	#	#		#	#	#	#	#	#	10
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)												0
Transforma en lugar correcto (T c)					#							1
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

6.3.4.1 Comentario del problema de Cambio - C3

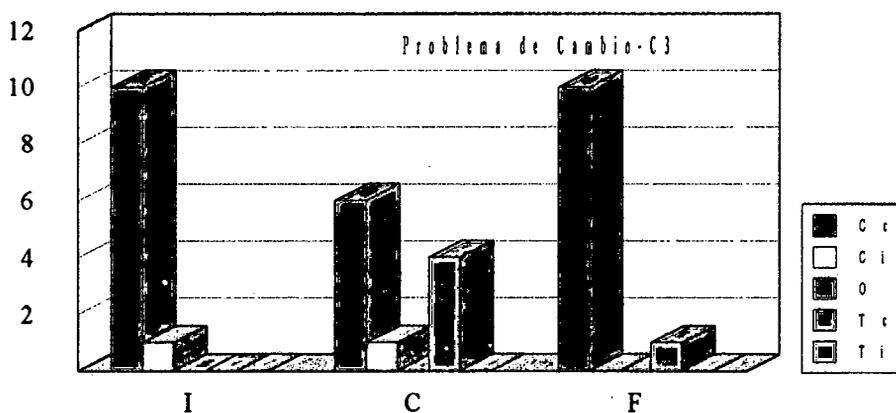
La mayoría de los sujetos utiliza el dibujo 14, que representa a María y a Juan con nueve canicas, dándole dos interpretaciones distintas:

- Para los sujetos 1, 3, 5 y 7, el dibujo 14, representa las canicas que Juan da a María perdiendo de vista las canicas que tenía inicialmente María, es decir, Juan da a María las nueve canicas que tiene al final sin considerar que inicialmente María ya poseía dos canicas y que por lo tanto, si Juan le da nueve canicas, no es posible que María tenga nueve canicas al final, a excepción del sujeto 5 que en la explicación de su ordenación añade que María tiene once canicas (dos canicas iniciales y nueve canicas más que Juan le da). Por tanto se podría considerar en estas situaciones que los sujetos utilizan el dibujo 14 para representar tanto el conjunto cambio como el conjunto final, dando al conjunto cambio una interpretación distinta a la reflejada en el problema C3 (Juan da a María siete canicas -----> Juan da a María nueve canicas).

b) Los sujetos 4, 9 y 10 explican el dibujo 14 como las canicas que tienen María y Juan juntos; ahora bien, en los tres casos se representa correctamente el conjunto inicial y el conjunto incógnita (C), correspondiendo claramente el dibujo 14 al resultado de la transformación de las canicas iniciales de María, es decir, al conjunto final.

En general se puede apreciar que, de nuevo, es el conjunto cambio quien contrae mayores dificultades, transformándose. Se le adjudica una cantidad de canicas que ofrece Juan a María distinta y que corresponde a la cantidad de canicas del conjunto final (nueve canicas). Esta interpretación incorrecta de la situación del texto-problema provoca, que varios sujetos, utilicen un mismo dibujo (dibujo 14) para representar el conjunto cambio y el conjunto final, ya que no existe ningún dibujo que represente esta transformación (Juan da a María nueve canicas).

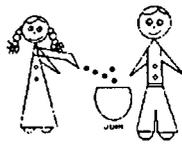
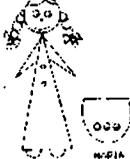
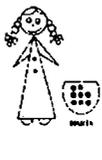
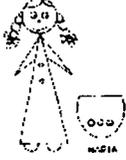
Además, se observa que en ningún caso se omiten los conjuntos.



6.3.5 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C4

C4: María tenía 8 canicas. Entonces le dio algunas canicas a Juan. Ahora María tiene 3 canicas. ¿Cuántas canicas le dio a Juan?.

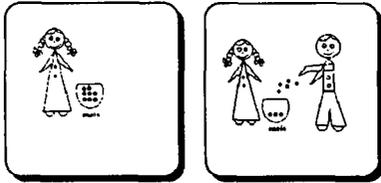
El orden en que aparecen los conjuntos en el texto del problema es el siguiente: I C F C?

Ordenación			Comportamiento	Sujetos
			I C F	2,6,7,8,11
			I F	4
			inclasificables	1,3,5,9,10

El sujeto 8 a pesar de haberlo incluido en el perfil I C F, creo necesario comentarlo. Se ha considerado que el sujeto, a pesar de no coincidir su explicación de la ordenación con la interpretación que se ofrece a continuación, con el dibujo 20 (María tiene 3 canicas y recibe 5 de Juan) quiere representar el conjunto cambio y el conjunto final.

El sujeto aprecia que en el problema después de un estado inicial hay una transformación de ésta, cediendo canicas un agente a otro resultando un total de tres canicas para María al final de esta transformación; además, representa

exactamente la cantidad de canicas que se cede, es decir, representa el conjunto cambio o incógnita del problema.



Conjunto inicial (I: María tenía 8 canicas): Todos los sujetos representan correctamente la cantidad de canicas que tenía María en un principio.

Categorías	Sujetos											Total	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		
Contempla en lugar correcto (C c)	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	11
Contempla en lugar incorrecto (C i)													0
Omite (O)													0
Transforma en lugar correcto (T c)													0
Transforma en lugar incorrecto (T i)													0

Conjunto cambio (C: Entonces le dio algunas canicas a Juan; ¿Cuántas canicas le dio a Juan?): Presenta tres tratamientos distintos:

- el sujeto contempla el conjunto cambio en lugar correcto;
- el sujeto omite el conjunto;
- el sujeto transforma el conjunto cambio otorgándole el valor del conjunto inicial (8 canicas).

Categorías	Sujetos											Total	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		
Contempla en lugar correcto (C c)		#				#	#	#			#		5
Contempla en lugar incorrecto (C i)													0
Omite (O)	#		#	#	#								4
Transforma en lugar correcto (T c)													0
Transforma en lugar incorrecto (T i)									#	#			2

Conjunto final (F: Ahora María tiene 3 canicas): Presenta tres tratamientos distintos:

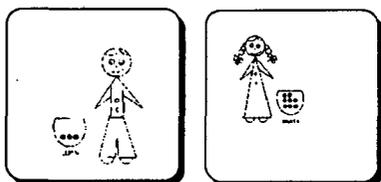
- el sujeto representa en lugar correcto las canicas finales de María después del cambio sufrido por estas;
- el sujeto representa el conjunto final en lugar incorrecto;
- el sujeto omite el conjunto final.

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#		#		#	#	#		#	#	7
Contempla en lugar incorrecto (C i)					#				#			2
Omite (O)	#		#									2
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

6.3.5.1 Comentario del problema de Cambio - C4

En los sujetos 1, 3, 5, 9 y 10 no ha sido posible clasificar su comportamiento. Se cree conveniente, debido al tipo de tratamiento tan específico realizado por estos sujetos, comentar esos perfiles uno a uno.

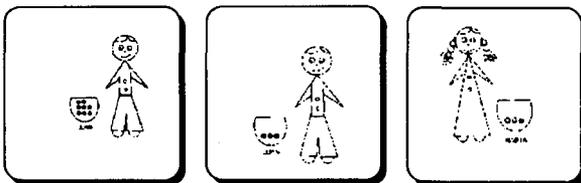
Los sujetos 1 y 3 realizan la ordenación siguiente:



Ambos sujetos contemplan el conjunto inicial (María tenía ocho canicas) pero no lo sitúan en primer lugar y, además, ambos utilizan el dibujo 13 (Juan tiene tres canicas) que no corresponde a ninguna situación que aparece en el problema. En

concreto, se puede considerar que el sujeto 1 y 3 no saben representar el problema C4; ahora bien, no se puede concluir a partir de la ejecución de esta prueba que no se haya entendido el problema ya que su ejecución podría ser debida a otros factores implícitos en la prueba en sí.

Hay otro sujeto, el sujeto 10, que utiliza el dibujo 13 en su representación. Al igual que los sujetos 1 y 3, el sujeto 10 explica del mismo modo este dibujo (Juan tiene tres canicas), es decir, no aporta datos interesantes de porque se utiliza dicho dibujo. Además, el sujeto representa otra situación que tampoco esta reflejada en el problema (Juan canicas ocho). Únicamente representa el conjunto final "María tiene tres canicas" aunque a mi juicio, no se puede considerar la ordenación de este dibujo como una interpretación correcta por parte del alumno del conjunto final como resultado de la transformación sufrida por la cantidad de canicas iniciales.

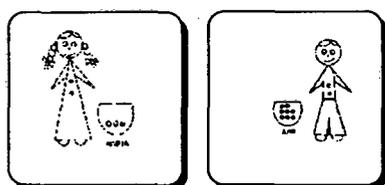


El sujeto 5 coge la información contenida en dos proposiciones, fácilmente inteligibles independientemente del contexto del problema, y las representa, conjunto inicial y conjunto final; omite el conjunto cambio que es el que realmente da sentido al conjunto final y coloca un dibujo que representa el sumatorio de canicas de Juan y María. Si el sujeto se hubiese limitado a la representación del conjunto inicial y final, no podríamos saber realmente si el sujeto ha interpretado acertadamente o erróneamente la situación del texto-problema; ahora bien, el sujeto al representar una tercera situación totalmente desacertada, transforma el sentido que a priori se le podía adjudicar a los otros dos dibujos, conjunto inicial y conjunto final, y hace pensar que dicho sujeto no interpreta nada bien el contexto global del problema C4.



Una situación parecida se da en la ordenación del sujeto 4 el cual, únicamente, representa la información contenida en las proposiciones que corresponden al conjunto inicial y al conjunto final sin poder llegar a deslumbrar si el sujeto llega a interpretar o no correctamente el problema C4.

El sujeto 9 utiliza el dibujo 1 (María con tres canicas) y el dibujo 11 (Juan con ocho canicas) para representar el problema propuesto. El sujeto en la explicación de su ordenación hace una lectura literal del dibujo 1; explica el dibujo 11 diciendo que María da a Juan ocho canicas y añade al final de su explicación una cuestión no resuelta (¿Cuántas tiene canicas?). A mi juicio se puede interpretar el dibujo 11 como representación de un conjunto de cambio, donde un agente da objetos a otro agente. En mi opinión, el sujeto ha interpretado la primera y segunda proposición, María tenía ocho canicas y entonces le dio algunas a Juan como si María tenía ocho canicas y entonces se las dio a Juan.



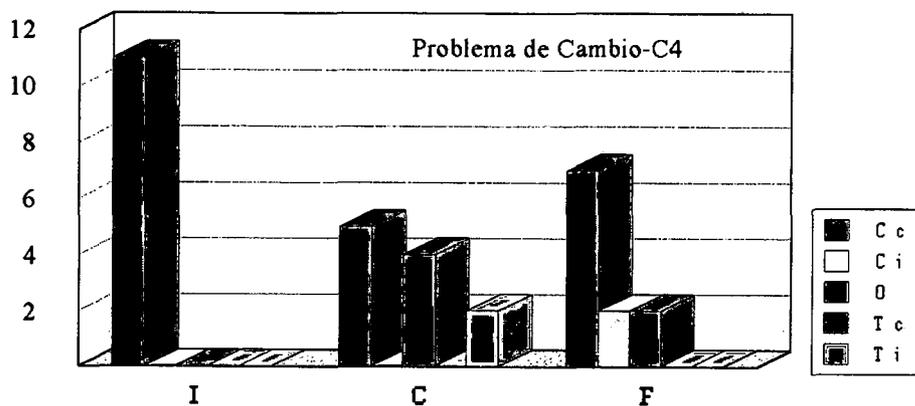
Los sujetos 9 y 10 transforman el conjunto cambio y le otorgan el valor del conjunto inicial (8 canicas); así pues, a mi juicio, cuando el sujeto representa a Juan con ocho canicas, está mal interpretando el conjunto cambio, es decir, se considera que el sujeto interpreta que María tiene 8 canicas y que las cede a Juan. Sencillamente lo que ocurre es que el término "algunas" no se comprende y toma el significado de "todas las canicas anteriores".

Una vez más, el conjunto inicial es el conjunto más fácil de representar; en el problema C4 es un dato conocido que representa la cantidad de canicas de María antes de producirse ninguna acción ni sobre el agente ni sobre los objetos que pertenecen a éste.

Hay, prácticamente, el mismo número de sujetos que contemplan y que omiten el conjunto cambio y, otros dos sujetos que transforman el conjunto posicionándolo en lugar incorrecto.

Estos resultados eran de esperar ya que, en este caso, el conjunto cambio es el dato desconocido.

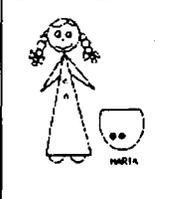
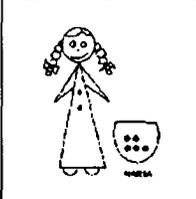
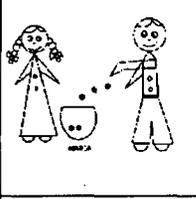
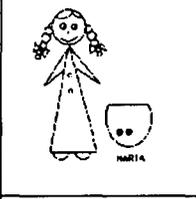
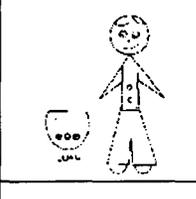
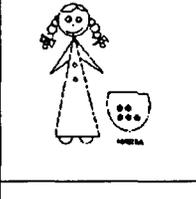
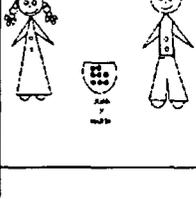
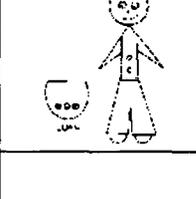
Posiblemente, sorprenden más las dos omisiones que se dan en el conjunto final. Si analizamos parcialmente los conjuntos, la proposición del texto-problema que corresponde al conjunto final es fácil de interpretar ya que, se trata de la cantidad de canicas que posee uno de los agentes. Tanto el agente como la cantidad de objetos están explícitos (María, 3 canicas) y, además, éstos están unidos con el verbo "tener" y en tiempo presente.



6.3.6 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C5

C5: María tenía algunas canicas. Entonces Juan le dio 3 canicas. Ahora María tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tenía María al principio?.

El orden en que aparecen los conjuntos en el texto del problema es el siguiente: I C F I?

Ordenación			Comportamiento	Sujetos
			I C F	2,6,8
			C F I	11
			C F	5
			C F	7
			I C F	1
			inclasificables	3,4,9,10

Únicamente se han analizado los comportamientos de los sujetos cuyas ordenaciones han podido ser clasificadas. Por tanto, el análisis de cada conjunto del texto-problema se hace en base a siete sujetos.

Conjunto inicial (I: María tenía algunas canicas): presenta tres tipos de tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto inicial en lugar adecuado (I); en este problema se dan como válidas dos posiciones: a) representar el dato desconocido, es decir, las canicas que tenía María al principio, en posición inicial; b) representarlo en posición final, respondiendo a la pregunta del problema.

b) el sujeto omite el conjunto inicial. Se ha considerado que omitir el conjunto inicial en este tipo de problemas donde dicho conjunto es desconocido, no es incorrecto ya que representarlo significa hallar la incógnita del problema, que es lo mismo que resolver el problema mentalmente;

c) el sujeto transforma el conjunto inicial concediendo al valor del conjunto final originario, el valor de conjunto inicial, es decir, considera que las canicas que María tiene ahora gracias a las canicas que Juan le cede (F), son las canicas que posee María al principio (I^*), ($F \rightarrow I^*$);

Categorías	Sujetos											Total	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11		
Contempla en lugar correcto (C c)		#				#		#				#	4
Contempla en lugar incorrecto (C i)													0
Omite (O)					#		#						2
Transforma en lugar correcto (T c)	#												1
Transforma en lugar incorrecto (T i)													0

Conjunto cambio (C: Entonces Juan le dio 3 canicas): todos los sujetos, que han sido clasificados sus comportamientos, contemplan el conjunto cambio y, además, lo posicionan en lugar adecuado. Debido a la consideración hecha en el

conjunto inicial, se da su posición por válida tanto si se representa después del conjunto inicial como en primer lugar (C).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)	#	#			#	#	#	#			#	7
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)												0
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

Conjunto final (F: Ahora María tiene 5 canicas): presenta dos tipos de tratamientos distintos:

- el sujeto contempla el conjunto final en lugar adecuado (F);
- el sujeto transforma el conjunto final a causa de las transformaciones recibidas por parte de los otros conjuntos presentes en el problema (F').

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)		#			#	#	#	#			#	6
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)												0
Transforma en lugar correcto (T c)	#											1
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

6.3.6.1 Comentario del problema de Cambio - C5

En el sujeto 1 la explicación de la ordenación se muestra claramente más representativa que la ordenación de dibujos de la interpretación que el sujeto hace del problema. En la ordenación utiliza un dibujo (María con 5 canicas) que estaba previsto su uso para representar al conjunto final, en cambio, en la explicación se refleja que el sujeto coge esta información y la utiliza para representar un conjunto inicial (I'') hasta el momento desconocido. El sujeto interpreta acertadamente que Juan da tres canicas a María y lo representa mediante dos dibujos, 13 y 20; el

dibujo 13 correspondería a las canicas que Juan debe de tener para poder ceder tres canicas a María (Juan con tres canicas) y el dibujo 20 parece representar, aunque de una manera no prevista, las canicas que Juan cede a María. Ante esta plausible interpretación que hace el sujeto del texto, debe de incorporar una información, en la explicación de la ordenación, no implícita ni explícita en el problema que son las canicas finales de María (María tiene ocho canicas); lógicamente si María tenía cinco canicas y Juan le da tres canicas, las canicas resultantes son ocho. De este modo el sujeto 1 transforma el problema 5 en un problema del tipo C1 en el que el conjunto inicial y cambio son datos conocidos y la incógnita es el conjunto final (C5 ---> C1).

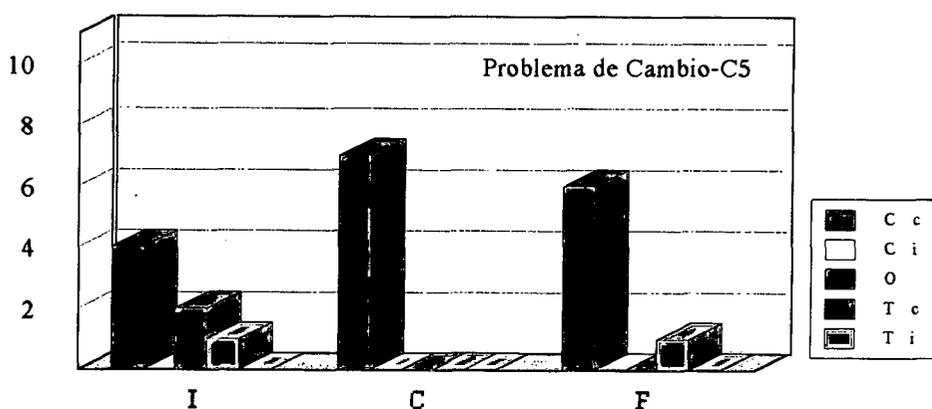
Hay cuatro sujetos cuya ordenación se ha considerado no clasificable debido a que, o bien los dibujos y la explicación no tenían nada a ver con el problema propuesto (sujeto 3), o bien, algunos de los dibujos ordenados no respondían en absoluto al propósito de la tarea y otros si pero la explicación que hace el sujeto de dichas representaciones no son suficientemente aclaratorias de si el sujeto entiende o no el texto-problema (sujeto 4, 9 y 10).

Se puede comprobar que muchos sujetos, clasificables o no sus comportamientos, utilizan los dibujos 4, 13 y 17 en sus ordenaciones. Para dar, en algunos casos y en otros no, como válidos estos dibujos, se ha valorado la explicación que da el sujeto de su ordenación. Así pues, se puede observar como los sujetos 1 y 5 representan su interpretación del texto mediante el dibujo 13 y 4, y el sujeto 7 mediante el dibujo 17, y se les otorga a estos dibujos la representación del conjunto cambio y final y, en cambio, a los sujetos 4, 9 y 10, no.

Una vez más, son los conjuntos conocidos quienes más se representan, conjunto cambio y conjunto final. En el conjunto final se da una única transformación debida a que el sujeto 1 adapta éste en función de la transformación que sufre el conjunto inicial o dato desconocido.

El hecho de que el conjunto inicial se represente correctamente en cuatro ocasiones, es interesante porque significa que éstos sujetos resuelven el problema mentalmente y, era de esperar, que éste conjunto presentara alguna omisión ya que el conjunto inicial no se puede representar correctamente a menos que se resuelva el problema.

A pesar de todo, no hay que olvidar que, en cuatro ocasiones, el problema C5 no ha sido posible clasificar la ordenación realizado por los sujetos.



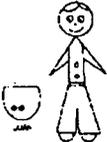
6.3.7 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C6

C6: María tenía algunas canicas. Entonces le dio 2 canicas a Juan. Ahora María tiene 6 canicas. ¿ Cuántas canicas tenía María al principio?.

El orden en que aparecen los conjuntos en el texto del problema es el siguiente: I C F I?

En este problema se han aceptado como representantes del conjunto inicial dos dibujos: el dibujo 21 (María da dos canicas a Juan) y el dibujo 10 (Juan tiene dos canicas). Se considera que si el sujeto no tiene en cuenta si Juan previamente tenía

o no canicas, ya que explícitamente en el texto no aparece esta información, puede suponer que si María da dos canicas a Juan, este tendrá esas dos canicas.

Ordenación			Comportamiento	Sujetos
			I C F	2,6,8,9,11
			C F	1,3,4,7
			inclasificables	5,10

Al igual que sucede con el problema anterior C5, en este problema se ha incluido en el perfil comportamental I C F, la ordenación del sujeto 8 (C F I) ya que se consideran igualmente correctas al ser el conjunto inicial el dato desconocido.

Conjunto inicial (I: María tenía algunas canicas): presenta dos tipos de tratamientos distintos:

a) el sujeto contempla el conjunto inicial y lo posiciona en lugar correcto (a primer o último lugar) (I);

Conjunto final (F: Ahora María tiene seis canicas): todos los sujetos clasificados contemplan el conjunto final y, además, lo posicionan en el lugar correcto (F).

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Contempla en lugar correcto (C c)	#	#	#	#		#	#	#	#		#	9
Contempla en lugar incorrecto (C i)												0
Omite (O)												0
Transforma en lugar correcto (T c)												0
Transforma en lugar incorrecto (T i)												0

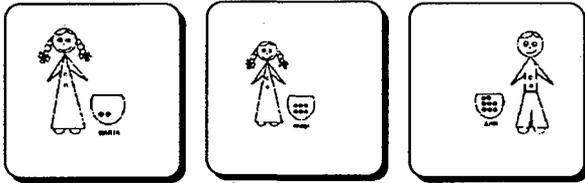
6.3.7.1 Comentario del problema de Cambio - C6

A continuación se describe los perfiles comportamentales de aquellos sujetos en que se ha creído interesante ahondar:

En la ordenación del sujeto 5 no se puede considerar que el dibujo 10 sea representativo del conjunto cambio, ya que añade el dibujo 23 (Juan da dos canicas a María) como representativo del conjunto cambio, el cual no corresponde en absoluto con el conjunto originario de C6. Sería presumible creer que para el sujeto 5, el dibujo 10, representa un conjunto inicial.



Se ha considerado la ordenación del sujeto 10 también como clasificable. La explicación de la ordenación, de dibujos distintos a los previstos para este problema, no da suficientes elementos para valorar dicha ordenación.



El sujeto 4 ordena y explica correctamente el conjunto cambio y el conjunto final (C F) y añade en la ordenación el dibujo 17 (María y Juan tienen ocho canicas juntos). La información es totalmente correcta ya que si Juan tiene dos canicas que le cedió María, y María tiene seis canicas, el sumatorio de ambas cantidades, las canicas de Juan y las de María, es ocho canicas juntos, ahora bien, no es una información que se pide en el problema.

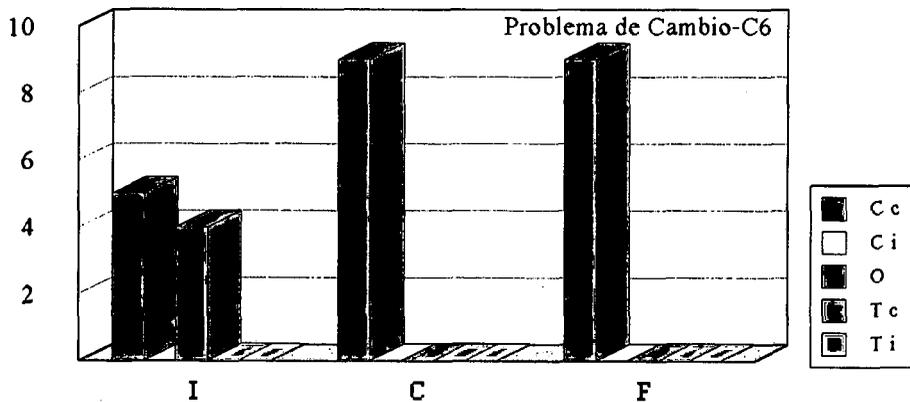


La ejecución del sujeto 9 se ha clasificado en el perfil I C F ya que se ha considerado que aún no ordenando ningún dibujo para representar el conjunto inicial, este conjunto queda perfectamente contemplado en la explicación que hace el sujeto de su ordenación. Además mencionar que, en cambio, utiliza los dibujos 10 y 21 para representar el conjunto cambio.



El conjunto cambio y el conjunto final se representan unánimemente por todos los sujetos cuyas ordenaciones han sido clasificadas. El conjunto inicial se contempla y se omite, prácticamente, por el mismo número de sujetos.

Ningún conjunto ha sufrido transformaciones. No representar los conjuntos de manera distinta a la prevista, hace suponer que las omisiones no son debidas a incomprensiones, sino debidas a que el conjunto inicial es el dato desconocido y que el sujeto no tiene porque representar. por tanto, si se acepta como valida esta valoración anterior, podríamos concluir que el problema C6, a excepción de los dos sujetos sin clasificar, no es difícil de interpretar y consecuentemente de representar.

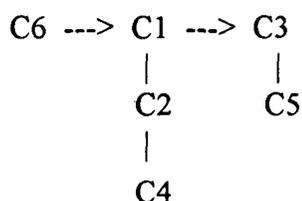


6.3.8 Síntesis

Sujeto	C1	C2	C3	C4	C5	C6	
1	#					#	2
2		#	#	#	#	#	5
3						#	1
4						#	1
5	#						1
6	#		#	#	#	#	5
7		#		#		#	3
8	#	#	#	#	#	#	6
9		#				#	2
10							0
11	#	#	#	#	#	#	6
	5	5	4	5	4	9	
Comportamientos correctos	ICF IC	ICF IC IC J.4c F	ICF	ICF	ICF CFI	ICF CF	

: Sujetos que *representan gráficamente* correctamente cada uno de los problemas

En función del total de sujetos que representan correctamente cada uno de los problemas, se puede establecer la siguiente escala jerárquica de dificultad (de menor a mayor dificultad) :



Problema de CAMBIO - C1

* Representar correctamente los conjuntos I, C y F, equivale a interpretar correctamente el texto del problema C1 y, además, a resolverlo mentalmente. Hay tres sujetos que ordenan correctamente todos los conjuntos del problema C1.

* Hay dos sujetos que representan correctamente el conjunto I y el conjunto C; la ordenación de estos sujetos se ha valorado como correcta ya que en la tarea se les pide que representen los acontecimientos que se dan en el texto y no que sepan representar el resultado final.

* En seis ocasiones se representa una información no explícita "Juan tiene 5 canicas":

- ¿Se está representando el conjunto cambio (C)?; si es así, los sujetos están transformando el conjunto C originario, lo que implicaría su incompreensión.

- O bien, ¿Se omite el conjunto C y se representa una información añadida.

* La omisión mayoritaria del conjunto final se considera aceptable por las razones anteriormente expuestas.

* El conjunto inicial es el único conjunto que se representa de manera unánime.

* C1 ---> absurdo; en una ocasión el problema C1 se reduce al absurdo tras la transformación del conjunto cambio.

Problema de CAMBIO - C2

* A cinco sujetos se les ha valorado su ordenación como correcta; los sujetos 2 y 11 representan los tres conjuntos, resolviendo mentalmente el problema; los sujetos 8 y 9 omiten el conjunto F; y el sujeto 7 representa los tres conjuntos y añade un elemento más no explícito en el texto, las canicas de Juan.

* C2 ----> CB1; en cinco ocasiones se representa el conjunto inicial correctamente, el conjunto cambio se transforma en conjunto inicial I_2 , es decir, C ----> I_2 , y se argumentan dichas ordenaciones aludiendo a la cantidad de canicas totales de I y I_2 , transformando el problema C2 en un problema de la categoría de combinación, en el cual se pregunta por las canicas totales de los dos agentes.

* El conjunto cambio se omite en cinco ocasiones y se transforma en una ocasión.

* El conjunto final es el conjunto que más se omite (siete ocasiones).

Problema de CAMBIO - C3

* Hay cuatro sujetos que representan correctamente el texto del problema C3. En este problema el conjunto C y el conjunto C? es el mismo conjunto formulado de distinto modo, enunciado y pregunta respectivamente. Por tanto se da como correctas las ordenaciones que contemplan el conjunto I, F, C o C? y I, F ya que el conjunto cambio es el dato desconocido.

* Se ordena el dibujo 14, "María y Juan juntos tienen 9 canicas", para representar:

- en cuatro ocasiones representa el conjunto cambio y el conjunto final.
- en tres ocasiones representa el conjunto final.

* Si la interpretación realizada del dibujo 14 como representación del conjunto final es correcta, se podría considerar que la ordenación de los sujetos 4, 9 y 10 es correcta.

* No se da ningún caso en que se omita el conjunto cambio, en contra de lo que a priori, e igual que sucede con el problema C1, se puede pensar. El conjunto cambio es el dato desconocido y su representación supone la resolución mental del problema.

En aquellos casos en los que se valora que el conjunto cambio está representado (sujetos 1, 3, 5 y 7), no se da una resolución mental, en contra de lo expuesto anteriormente, sino que el sujeto representa un conjunto cambio transformado.

Problema de CAMBIO - C4

* Hay cinco sujetos que representan correctamente el texto del problema C4, I C F, resolviéndolo mentalmente.

* Hay un sujeto (sujeto 4) que representa el conjunto inicial y el conjunto final. En esta tarea no se ha valorado esta ordenación como correcta si el sujeto en la tarea de explicación de la ordenación no aporta datos suficientes para ello.

* En dos ocasiones el término "algunas" del conjunto de cambio (C) no se comprende y toma el significado de "todas las canicas anteriores".

* El conjunto inicial, explícita o implícitamente, se representa unánimemente.

* La proposición que corresponde al conjunto final, excepto en un sólo caso, se representa en todas las ordenaciones, lo cual no nos da la seguridad de que ese sujeto interprete correctamente el conjunto F.

Problema de CAMBIO - C5

* Hay cuatro sujetos que representan correctamente el texto del problema C5.

* En este problema se ha tenido en cuenta, muy determinantemente, la tarea de explicación de la ordenación. Muchos sujetos utilizan los dibujos 4, 13 y/o 17 en sus ordenaciones, en cambio, se interpretan de distinto modo:

- representan el conjunto cambio y final en tres ocasiones.
- no se valoran como representaciones de estos conjuntos en tres ocasiones más.

* El conjunto cambio se representa correctamente unánimemente, por los sujetos clasificados.

* C5 ----> C1; en una ocasión, el sujeto transforma el conjunto inicial o incógnita del problema, tomando el valor conocido del conjunto final, y representa un conjunto final distinto al originario, adaptado a la transformación sufrida por el conjunto inicial.

Problema de CAMBIO - C6

* Hay nueve sujetos que representan correctamente el texto del problema C6, I C F y C F.

* Los dos sujetos restantes, han realizado ordenaciones no clasificables.

* Todos los sujetos clasificados representan correctamente el conjunto cambio y final.

* El conjunto inicial, por tener un valor desconocido, se omite en cuatro ocasiones. Estas ordenaciones se han dado como válidas ya que representar el conjunto inicial implica resolver mentalmente el problema, como sucede en otros tipos de problemas.

6.4 Comprensión del texto y explicación de la comprensión

Se exponen a continuación los criterios utilizados para el análisis de la tarea de comprensión del texto y, seguidamente, los resultados obtenidos.

6.4.1 Criterios de análisis

Al igual que sucede con la tarea de ordenación secuencial de dibujos y su explicación, en el capítulo de metodología se considera la comprensión del texto y la explicación de dicha comprensión como dos tareas o pruebas distintas que cada sujeto resuelve en cada problema.

Debido al valor que se le otorga a la explicación de la comprensión del texto como prueba reafirmante de la ejecución que realiza el sujeto en la tarea de comprensión del texto, posibilitando la detección de posibles errores de interpretación de los postulados de cada opción por parte de los sujetos, y como tarea complementaria de la misma, proporcionando más información de la aportada por el postulado en sí, se ha considerado oportuno tratarlas en el mismo apartado de análisis de resultados.

En cada problema se les formulan dos cuestiones o postulados correspondientes a dos de los conjuntos presentes en el problema. Se hará un análisis diferenciado para cada conjunto en cada problema así como, una valoración de la ejecución de todo el problema globalmente haciendo énfasis en aquellos casos en que coinciden las valoraciones en ambos conjuntos.

Se hace una valoración conjunta de la ejecución del sujeto en la tarea de comprensión del texto y en la tarea de explicación de la comprensión procediendo de la siguiente manera:

1. Se puntúa correcta (+) o incorrecta (-) la opción marcada por el sujeto en cada postulado; es necesario puntualizar que se ha considerado más oportuno puntuar siempre el segundo intento en aquellos casos en que el sujeto modifica la opción marcada en el primer intento.

Se valora como la ejecución más óptima, la opción señalada en el segundo intento, ya que desde el inicio de la tarea se le informa al sujeto que puede revisar su ejecución y modificarla si así lo precisa y nunca, obviamente, se le informa de esto después de un primer intento ya que pudiera darse el caso de que el sujeto considerara esa información como indicativo de que la opción marcada es incorrecta.

2. Se puntúa correcta (+) o incorrecta (-) la explicación del sujeto, cuando esta, independientemente de la opción que marca en un postulado o cuestión, responde o intenta dar explicación al postulado enunciado.

Se da algún caso en que el sujeto no tiene puntuación en la tarea de explicación de la comprensión debido a que: 1. el sujeto no responde a la demanda formulada por el administrador de la tarea; 2. el sujeto se limita a responder a la demanda en los mismos términos que se formula o bien el postulado o bien la opción en cuestión; 3. al sujeto se le administra la tarea de comprensión del texto con anterioridad a la toma de decisión de solicitar al sujeto que explique o argumente la opción marcada.

Se ha optado, por tanto, tratar por un lado, conjuntamente las dos tareas en los sujetos que tienen ambas puntuaciones categorizando sus ejecuciones y, por otro lado, hacer una valoración de la tarea de comprensión del texto únicamente, obteniendo, de ese modo, una valoración probablemente menos acertada pero que contempla a todos los sujetos de la muestra.

Opción	Explicación	Categoría
+	+	Entiende el conjunto
+	-	Azar
-	+	No interpreta bien las opciones
-	-	No entiende el conjunto
-		Opción (-)
+		Opción (+)

En la valoración conjunta se distinguen cuatro categorías:

1. **Entiende el conjunto:** el sujeto entiende la proposición del problema correspondiente al conjunto cuestionado;
2. **Azar:** el sujeto, probablemente debido al azar, marca correctamente la opción ;
3. **No interpreta bien la opción:** el sujeto tiene dificultades para interpretar la formulación de la opción ;
4. **No entiende el conjunto:** el sujeto no entiende la proposición del problema correspondiente al conjunto cuestionado.

Las dos categorías más fáciles de interpretar son, claramente, la 1 y la 4, puesto que la ejecución del sujeto se mantiene invariable en las dos tareas; ahora bien, la categoría 2 "azar", sería mucho más cuestionable ya que, que el sujeto marque correctamente la opción y no explique correctamente, puede ser debido también a que por sus dificultades de expresión no se valore adecuadamente su explicación. Finalmente se ha optado por denominar a esta categoría mediante el término azar al considerar que, en aquellos casos en que el sujeto tiene dificultades de expresión, o bien éste no responde a la demanda o bien repite literalmente la opción i/o el postulado; y, finalmente, la categoría 3, marcar la opción incorrecta y

explicar correctamente el postulado, se interpreta como que el sujeto entiende correctamente la formulación del problema correspondiente al conjunto cuestionado, al igual que sucedía en la categoría 1 y, sin embargo, lo que sucede es que el sujeto no interpreta adecuadamente la opción marcada o el postulado.

Por ejemplo, el sujeto 3, en el segundo postulado: María da canicas a Juan, María tiene ..., preguntando por el conjunto final del problema C2: María tenía 6 canicas. Entonces le dio 4 canicas a Juan. ¿Cuántas canicas tiene María ahora?, marca una opción incorrecta (más canicas que al principio) y, en cambio, cuando explica la opción marcada dice lo siguiente: "antes de que le diese tenía más". Evidentemente la explicación del sujeto 3 refleja sin duda alguna que el sujeto entiende el problema C2.

Se ha considerado que un conjunto o problema en general no presenta dificultades de comprensión cuando, como mínimo, el 50% de los sujetos resuelven las tareas propuestas correctamente.

6.4.2 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C1

C1: María tenía 3 canicas. Entonces Juan le dio 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene María ahora?.

Postulado 1: ¿Cuándo tenía María 3 canicas?

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Entiende el conjunto					#	#	#		#		#	5
Azar												0
No interpreta bien la opción				#				#				2
No entiende el conjunto												0
Opción (-)		#										1
Opción (+)	#		#							#		3

En este conjunto se dan dos categorías: entiende el conjunto (cinco sujetos de siete) y no interpreta bien la opción (dos sujetos de siete).

El sujeto 4 marca la opción incorrecta: después de que Juan da canicas a María; y explica el postulado diciendo: María 3 canicas primero y después Juan da canicas.

El sujeto 8 marca la opción incorrecta: después de que Juan da canicas a María; y explica el postulado diciendo: ahora, después canicas 8. En esta explicación se puede apreciar que el sujeto sabe que María tiene 3 canicas primero y después, de que Juan da canicas a María, 8.

Se observa como ambos sujetos utilizan el mismo tipo de argumentación interpretando correctamente el postulado. Así pues, se puede concluir que, todos los sujetos que han puntuado en la tarea de comprensión y en la tarea de explicación, saben interpretar correctamente el conjunto inicial.

Hay cuatro sujetos que no tienen puntuaciones en la tarea de explicación, de los cuales únicamente el sujeto 2 puntúa negativamente la opción marcada. Por tanto, haciendo una valoración del total de la muestra, únicamente de la tarea de comprensión, se puede concluir que, excepto los sujetos 2, 4 y 8, todos los demás, marcan la opción correcta.

Tanto desde una valoración global como desde una valoración más parcial, se aprecia que el conjunto inicial inmerso en un contexto problema, no presenta dificultades de comprensión.

Postulado 2: Juan da canicas a María, María tiene ...

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Entiende el conjunto				#	#			#	#		#	5
Azar												0
No interpreta bien la opción												0
No entiende el conjunto						#						1
Opción (-)		#										1
Opción (+)	#		#							#		3

En este conjunto se dan dos categorías extremas: entiende el conjunto (seis sujetos de siete) y no entiende el conjunto (un sujeto de siete).

Si se hace una valoración parcial de la tarea de comprensión, se observa que únicamente los sujetos 2 y 6 no marcan la opción correcta.

Se puede concluir que el conjunto final no presenta dificultades de comprensión.

6.4.2.1 Comentario del problema de Cambio - C1

En el problema de Cambio C1, únicamente en tres sujetos, los sujetos 4, 6 y 8, no aparecen categorías coincidentes en ambos conjuntos. El resto de los sujetos se distribuyen del siguiente modo:

- a) Los sujetos 5, 7, 9 y 11 entienden ambos conjuntos:
- b) Los sujetos 1, 3, 10 marcan correctamente la opción en ambos conjuntos;
- c) El sujeto 2 marca incorrectamente la opción en ambos conjuntos.

Valorando globalmente estos resultados, se puede decir que, excepto para el sujeto 2 y el sujeto 6, el problema C1 no presenta dificultades si se valora que tanto el sujeto 4 como el sujeto 8, que puntúan positivamente en la tarea de explicación y marcan incorrectamente la opción, interpretan bien el conjunto inicial y, además, el conjunto final.

6.4.3 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C2

C2: María tenía 6 canicas. Entonces le dio 4 canicas a Juan. ¿Cuántas canicas tiene María ahora?.

Postulado 1: ¿Cuándo tenía María 6 canicas?

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Entiende el conjunto		#		#			#	#	#		#	6
Azar												0
No interpreta bien la opción												0
No entiende el conjunto						#						1
Opción (-)	#											1
Opción (+)			#	#						#		3

En este conjunto se dan dos categorías extremas: entiende el conjunto (seis sujetos de siete) y no entiende el conjunto (un sujeto de siete).

El sujeto 6 marca la opción incorrecta: después de que María da canicas a Juan; y explica de igual modo, es decir, incorrectamente, el postulado diciendo: Después la María tiene pocas canicas y Juan le da 3 canicas. En esta explicación no sólo se muestra claramente que el sujeto no entiende bien el conjunto inicial sino que, en general, modifica los acontecimientos del problema, tanto agentes como cantidad de objetos cedidos; María da 4 canicas a Juan ----> Juan da 3 canicas a María.

Hay cuatro sujetos, sujetos 1, 3, 5 y 10, que no tienen puntuaciones en la tarea de explicación, de los cuales únicamente el sujeto 1 puntúa negativamente la opción marcada.

Por tanto haciendo una valoración del total de la muestra en la tarea de comprensión, se puede observar como, excepto los sujetos 1 y 6, todos los demás marcan la opción correcta.

Tanto desde una valoración global como desde una valoración más parcial, se aprecia que el conjunto inicial, inmerso en un contexto problema, no presenta dificultades de comprensión.

Postulado 2: María da canicas a Juan, María tiene ...

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Entiende el conjunto		#				#	#	#			#	5
Azar												0
No interpreta bien la opción			#									1
No entiende el conjunto				#	#				#			3
Opción (-)	#									#		2
Opción (+)												0

En este conjunto se dan tres categorías: entiende el conjunto (cinco sujetos de nueve), no entiende el conjunto (tres sujetos de nueve) y no interpreta bien la demanda (uno de nueve).

Por la diversidad de comportamientos frente a este postulado, se puede valorar que el conjunto, a diferencia de los conjuntos anteriormente comentados, ofrece cierta dificultad.

Además, valorando los resultados únicamente a partir de las puntuaciones en la tarea de comprensión, se puede observar claramente como este conjunto ofrece

realmente ciertas dificultades; seis sujetos de los once totales que componen la muestra, marcan, coincidiendo todos ellos, una de las opciones incorrectas de este segundo postulado: más canicas que al principio.

6.4.3.1 Comentario del problema de Cambio - C2

En el problema Cambio C2, hay cinco sujetos que muestran igual comportamiento en el conjunto inicial y en el conjunto final. De estos cinco sujetos, hay cuatro (sujetos 2, 7, 8 y 11) que entienden correctamente ambos conjuntos y uno (sujeto 1) que marca incorrectamente la opción en ambos conjuntos. Estos sujetos son los más claros exponentes de que o bien se interpreta correctamente el texto del problema C2 o bien no se sabe interpretar el problema C2.

El resto de los sujetos entienden correctamente uno u otro conjunto:

- a) Los sujetos 4, 5 y 9 entienden el conjunto inicial y no entienden el conjunto final;
- b) El sujeto 6 no entiende el conjunto inicial pero sí entiende el conjunto final;
- c) Los sujetos 3 y 10 marcan la opción correcta en el conjunto inicial y la opción incorrecta en el conjunto final.

Globalmente, se puede decir que, excepto para los sujetos 2, 7, 8 y 11, el problema C2 conlleva cierta dificultad y, principalmente, la interpretación del conjunto final.

6.4.4 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C3

C3: María tenía 2 canicas. Entonces Juan le dio algunas canicas. Ahora María tiene 9 canicas. ¿Cuántas canicas le dio Juan?.

Postulado 1: ¿Cuándo tenía María 2 canicas?

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Entiende el conjunto				#	#	#		#	#		#	6
Azar												0
No interpreta bien la opción												0
No entiende el conjunto												0
Opción (-)	#	#								#		3
Opción (+)			#				#					2

Todos los sujetos que tienen puntuaciones en la tarea de comprensión y en la tarea de explicación entienden correctamente el conjunto inicial.

De los cinco sujetos que solo puntuaron en la tarea de comprensión, tres de ellos marcan incorrectamente la opción.

Es decir, haciendo una valoración global y parcial conjuntamente de ambas tareas en este conjunto, se aprecia que, a excepción de esos tres sujetos que marcan incorrectamente la opción, el conjunto inicial no supone ninguna dificultad.

Postulado 2: Juan da a María algunas canicas, María tiene ...

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Entiende el conjunto								#	#		#	3
Azar				#								1
No interpreta bien la opción												0
No entiende el conjunto					#	#						2
Opción (-)							#					1
Opción (+)	#	#	#							#		4

En este conjunto se dan tres categorías: entiende el conjunto (tres sujetos de seis), no entiende el conjunto (dos sujetos de seis) y contesta al azar (un sujeto de seis).

Hay cinco sujetos que no tienen puntuaciones en la tarea de explicación, de los cuales únicamente el sujeto 7 puntúa negativamente la opción marcada.

Si se contabiliza la opción marcada correctamente del sujeto que contesta al azar, tenemos que, haciendo una valoración del total de la muestra en la tarea de comprensión, únicamente tres sujetos no interpretan correctamente el conjunto final.

6.4.4.1 Comentario del problema de Cambio - C3

En el problema de Cambio - C3, únicamente cuatro sujetos (sujetos 3, 8, 9 y 11) tienen puntuaciones positivas en ambos conjuntos y, además, uno de ellos sólo puntúa en la tarea de comprensión. Por tanto, hay tres sujetos (sujeto 8, 9 y 11) que claramente muestran no tener ninguna dificultad para interpretar correctamente el problema C2 globalmente.

Los siete sujetos restantes presentan resultados no coincidentes entre el conjunto inicial y el conjunto final. Además, sucede que en algunos casos es el conjunto inicial el conjunto que no se interpreta correctamente (sujetos 1, 2 y 10), en otros casos es el conjunto final (5, 6 y 7) y, por último, el sujeto 4 que interpreta correctamente el conjunto inicial y contesta al azar el conjunto final.

6.4.5 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C4

C4: María tenía 8 canicas. Entonces le dio algunas a Juan. Ahora María tiene 3 canicas. ¿Cuántas canicas le dio a Juan?.

Postulado 1: ¿Cuándo tenía María 8 canicas?

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Entiende el conjunto		#				#	#	#	#		#	6
Azar												0
No interpreta bien la opción												0
No entiende el conjunto					#							1
Opción (-)	#		#									2
Opción (+)				#						#		2

En este conjunto se dan dos categorías extremas: entiende el conjunto (seis sujetos de siete) y no entiende el conjunto (uno de seis).

Si se hace una valoración parcial de la tarea de comprensión, se observa que hay tres sujetos, del total de la muestra, (sujetos 1, 3 y 5) que no marcan la opción correcta. De estos tres sujetos, el sujeto 5 tiene puntuaciones en ambas tareas y justifica su respuesta utilizando para ello una argumentación absurda ya que no tiene nada que ver con los sucesos que se dan en el texto problema y además, contradice los acontecimientos de la opción marcada; el sujeto marca la segunda opción: después de que María da canicas a Juan, y lo justifica diciendo: el Joan dóna caniques a Maria.

En este caso, la tarea de explicación no ayuda a discernir, de ningún modo, si el sujeto sabe o no responder al postulado formulado, ahora bien, si nos informa de que el sujeto no ha entendido cómo suceden los acontecimientos en el problema C4.

Tanto desde una valoración global como desde una valoración parcial, se aprecia que el conjunto inicial no presenta dificultades de comprensión.

Postulado 2: María da algunas canicas a Juan, María tiene ...

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Entiende el conjunto		#		#			#	#	#		#	6
Azar					#							1
No interpreta bien la opción												0
No entiende el conjunto												0
Opción (-)	#									#		2
Opción (+)			#			#						2

En este conjunto se dan dos categorías: entiende el conjunto (seis sujetos de siete) y contesta al azar (un sujeto de siete).

De todos los sujetos que puntúan en la tarea de comprensión y en la tarea de explicación, hay un único sujeto (sujeto 5) que no está del todo claro que habiendo marcado la opción correcta, este interprete correctamente el conjunto final ya que no da una explicación ajustada a la cuestión formulada.

El sujeto 5, utiliza la misma argumentación que para el conjunto inicial. Hace alusión a las canicas que tienen en total los dos agentes, adjudicando así unas canicas a Juan que son de María y, además, modifica los sucesos que se dan en el problema C4; el sujeto marca la opción correcta y lo explica diciendo: Joan i Maria 11 caniques. La M, 8. El Joan dóna a Maria.

Una valoración únicamente de las puntuaciones en la tarea de comprensión refleja que, a excepción de los sujetos 1 y 10, los demás sujetos de la muestra marcan la opción correcta, es decir, para la mayoría de ellos el conjunto final no presenta dificultades de comprensión.

El sujeto 1 y 10 coinciden marcando la misma opción incorrecta, consideran que la opción que responde al postulado es la opción: más canicas que al principio. Para poder juzgar estas respuestas, sería necesario comprobar la ejecución del sujeto en

el conjunto de las tareas propuestas, ahora bien, se puede pensar en dos posibles hipótesis: o bien los sujetos no interpretan correctamente el conjunto final, o bien interpretan incorrectamente la formulación de la opción con lo cual no se podría afirmar que no se entiende el conjunto en sí en cuestión; los sujetos pueden haber interpretado que si María da algunas canicas a Juan es porque María tiene **más canicas al principio**, lo cual reflejaría que ambos sujetos no interpretaron bien la conjunción que "más canicas **que** al principio".

6.4.5.1 Comentario del problema de Cambio - C4

El problema cambio - C4, únicamente en tres sujetos, los sujetos 3, 5 y 10, no aparecen puntuaciones coincidentes en la tarea de comprensión o/y explicación en ambos conjuntos.

- a) Los sujetos 2, 7, 8, 9 y 11 entienden ambos conjuntos;
- b) Los sujetos 6 y 4 marcan correctamente la opción en ambos conjuntos;
- c) El sujeto 1 marca incorrectamente la opción en ambos conjuntos.

Valorando globalmente estos resultados, se puede decir que, existe únicamente un sujeto (sujeto 1) que, claramente para él, el problema C4 supone grandes dificultades de comprensión.

6.4.6 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C5

C5: María tenía algunas canicas. Entonces Juan le dio 3 canicas. Ahora María tiene 5 canicas. ¿ Cuántas canicas tenía María al principio?.

Postulado 1: ¿Cuándo tenía María 5 canicas?

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Entiende el conjunto	#	#			#			#		#	#	6
Azar												0
No interpreta bien la opción				#		#						2
No entiende el conjunto							#		#			2
Opción (-)			#									1
Opción (+)												0

En este conjunto se dan las cuatro categorías posibles: entiende el conjunto (seis sujetos de diez), no entiende el conjunto (dos de diez) y no interpreta bien la demanda (dos de diez).

Se han valorado las respuestas del sujeto 4 y 6 dentro de la categoría "no interpreta bien la demanda". Ambos sujetos explican la opción, incorrectamente marcada, aludiendo a la cantidad de canicas que tenía María antes de que Juan le diese las tres canicas, es decir, ambos sujetos argumentan la opción dando respuesta a la incógnita del problema: "Abans la Maria té 2 caniques, llavors el Joan fa donar 3"; "Antes de Juan, 2 canicas".

Se da un único caso en el que el sujeto no puntúa en la tarea de explicación, marcando la opción correcta en la tarea de comprensión (sujeto 3).

Es decir, desde una valoración únicamente parcial de la tarea de comprensión se observa que hay siete sujetos que puntúan positivamente y cuatro que puntúan negativamente, ahora bien dos sujetos que puntúan negativamente, en la tarea de explicación puntúan positivamente. Por tanto, si se valora la ejecución del sujeto de la categoría "no interpreta bien la demanda" como que el sujeto interpreta bien el conjunto, podemos concluir que, a pesar de la variabilidad presente en las puntuaciones, el conjunto final no presenta dificultades de comprensión.

Postulado 2: María al principio tiene ...

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Entiende el conjunto		#		#				#		#	#	5
Azar												0
No interpreta bien la opción						#						1
No entiende el conjunto	#		#		#		#		#			5
Opción (-)												0
Opción (+)												0

En este conjunto se dan tres categorías: entiende el conjunto (cinco de once), no entiende el conjunto (cinco de once) y no interpreta bien la opción (un sujeto de once).

En este conjunto no se da ningún caso de sujetos que puntúen en una única tarea; por tanto, haciendo la valoración de ambas tareas para todos los sujetos de la muestra se puede concluir que ciertamente este conjunto supone grandes dificultades de comprensión para un amplio sector de la muestra.

6.4.6.1 Comentario del problema de Cambio - C5

En el problema cambio - C5, en cuatro ocasiones (sujetos 1, 3, 4 y 5) no aparecen categorías coincidentes en ambos conjuntos. El resto de los sujetos se distribuyen del siguiente modo:

- a) Los sujetos 2, 8, 10 y 11 entienden ambos conjuntos;
- b) Los sujetos 7 y 9 no entienden ninguno de los dos conjuntos cuestionados;
- c) El sujeto 6 no interpreta bien la opción.

De los cuatro sujetos que no presentan categorías coincidentes tenemos que:

- * El sujeto 4 no interpreta bien la opción del conjunto final, y si entiende el conjunto inicial;

* Los sujetos 1, 3 y 5 entienden bien el conjunto final y, en cambio, no entienden el conjunto inicial.

Valorando globalmente estos resultados, se puede decir que, claramente para los sujetos 7 y 9, el problema C5 presenta grandes dificultades y que el conjunto inicial o incógnita del problema presenta más dificultades, en general, que el conjunto final.

6.4.7 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C6

C6: María tenía algunas canicas. Entonces le dio 2 canicas a Juan. Ahora María tiene 6 canicas. ¿Cuántas canicas tenía María al principio?.

Postulado 1: ¿Cuándo tenía María 6 canicas?

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Entiende el conjunto	#	#		#	#	#		#	#		#	7
Azar										#		1
No interpreta bien la opción												0
No entiende el conjunto							#					1
Opción (-)												0
Opción (+)			#									1

En este conjunto se dan tres categorías: entiende el conjunto (ocho sujetos de diez), no entiende el conjunto (uno de diez) y contesta al azar (uno de diez).

Hay un único sujeto, el sujeto 3, que puntúa positivamente en la tarea de comprensión y que, en cambio, en la tarea de explicación, repite la formulación de la opción marcada para argumentar su ejecución, con lo cual no se le ha valorado esta tarea.

El sujeto 10 marca la opción correcta del conjunto final pero da una explicación inclasificable diciendo: "Por que Juan y María canicas".

Postulado 2: María al principio tiene ...

Categorías	Sujetos											Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Entiende el conjunto	#	#		#	#	#		#	#		#	8
Azar												0
No interpreta bien la opción												0
No entiende el conjunto							#			#		2
Opción (-)												0
Opción (+)			#									1

En este conjunto se dan dos categorías extremas: entiende el conjunto (ocho sujetos de diez) y no entiende el conjunto (dos de diez).

El sujeto 3, al igual que sucede con el conjunto anterior analizado, explica la opción correctamente marcada repitiendo la formulación de dicha opción, con lo cual tampoco se le ha valorado esta tarea.

6.4.7.1 Comentario del problema de Cambio - C6

En el problema Cambio-C6, únicamente en el sujeto 10 no aparecen categorías coincidentes en ambos conjuntos. El resto de los sujetos se distribuyen del siguiente modo:

- a) Los sujetos 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9 y 11 entienden ambos conjuntos;
- b) El sujeto 3 marca correctamente la opción en ambos conjuntos;
- c) El sujeto 7 no entiende ninguno de los conjuntos cuestionados.

Es el problema de cambio en el que aparecen más coincidencias entre conjuntos y en el que se obtienen mejores resultados en ambos conjuntos; únicamente el sujeto 10 ejecuta de distinto modo el conjunto final y el conjunto inicial ahora bien, si coincide en que no entiende claramente ninguno de los dos conjuntos. Así pues,

se puede concluir que, de manera consistente, el problema C6 apenas supone dificultades de comprensión.

6.4.8 Síntesis

Se considera que un problema se comprende, cuando globalmente, es decir, cuando en los dos postulados cuestionados, el sujeto, o bien puntúa correctamente en la tarea de comprensión (opción +), o bien, las puntuaciones en la tarea de comprensión y en la tarea de explicación se categorizan del siguiente modo: 1. entiende el conjunto; 2. no interpreta bien la opción.

Sujeto	C1	C2	C3	C4	C5	C6	
1	#					#	2
2		#		#	#	#	4
3	#		#			#	3
4	#			#	#	#	4
5	#					#	2
6				#	#	#	3
7	#	#		#			3
8	#	#	#	#	#	#	6
9	#		#	#		#	4
10	#				#		2
11	#	#	#	#	#	#	6
	9	4	4	7	6	9	

: Sujetos que **comprenden** correctamente cada uno de los problemas

En función del total de sujetos que comprenden correctamente cada uno de los problemas, se puede establecer la siguiente escala jerárquica de dificultad (de menor a mayor dificultad):

C1 ---> C4---> C5 ---> C2

|

C6

|

C3

Problema de CAMBIO - C1

- * Hay nueve sujetos que comprenden bien el texto del problema C1.
- * El sujeto 2 no marca la respuesta correcta correspondiente al conjunto inicial.
- * El sujeto 6 no comprende el conjunto final o incógnita del problema y al sujeto 2, le sucede lo mismo que para el conjunto inicial.
- * No hay ningún sujeto que no entienda el conjunto inicial.

Problema de CAMBIO - C2

- * Hay cuatro sujetos que comprenden bien el texto del problema C2.
- * Hay dos sujetos que no comprenden el conjunto inicial (sujetos 1 y 6).
- * Hay cinco sujetos que no comprenden el conjunto final o incógnita del problema.

Problema de CAMBIO - C3

- * Hay cuatro sujetos que comprenden bien el texto del problema C3.
- * Hay tres sujetos que no comprenden el conjunto inicial.
- * El conjunto final presenta gran diversidad de comportamientos; agrupando los sujetos de tres comportamientos distintos se contabilizan cuatro sujetos que no comprenden el conjunto final.
- * No se ha establecido coincidencias entre los sujetos que no comprenden el conjunto inicial y el conjunto final.

Problema de CAMBIO - C4

- * Hay siete sujetos que comprenden bien el texto del problema C4.
- * Hay tres sujetos que no comprenden el conjunto inicial.
- * Hay tres sujetos que no comprenden el conjunto final.
- * La conjunción "que", que aparece en las opciones del conjunto final, no se interpreta correctamente en dos ocasiones y lo que se hace es obiarla.

Problema de CAMBIO - C5

- * Hay seis sujetos que comprenden bien el texto del problema C5.
- * Hay dos sujetos que no comprenden el conjunto final.

* Hay cinco sujetos que no comprenden el conjunto inicial o incógnita del problema.

Problema de CAMBIO - C6

* Hay nueve sujetos que comprenden bien el texto del problema C6.

* Hay dos sujetos que no comprenden el conjunto final.

* Hay dos sujetos que no comprenden el conjunto inicial o incógnita del problema.

* Existe total coincidencia entre los sujetos que no comprenden el conjunto inicial y el conjunto final, es decir, los dos sujetos que no comprenden el conjunto final, tampoco comprenden el conjunto inicial.

6.5 Operación y explicación de la operación

Recordemos que la última tarea que se le propone al sujeto en cada problema, es la resolución del mismo y la explicación de la operación realizada.

6.5.1 Criterios de análisis

Se ha propuesto cinco dimensiones de análisis:

1. **Forma de presentación del resultado.** Este puede presentarse en forma de algoritmo, y en este caso presentar una disposición vertical u horizontal la operación (V / H); mediante un número (Nº) que corresponde al resultado final y/o una **palabra**.
2. En caso de que el sujeto responda con un **algoritmo** (suma o resta), ver si está bien (+) o mal (-) resuelto.
3. **Cómo se ha resuelto el problema.** Este nivel de análisis tiene dos categorías: bien (+) / mal (-)

4. **Orden en que se presentan, en la resolución del problema, cada uno de los conjuntos integrantes de la estructura semántica del mismo.** Cuando el sujeto da un resultado final erróneo debido a una incorrecta ejecución, el experimentador lo indicará, en el cuadro de análisis, con este signo "O".

5. **Tipo de explicación que da el sujeto del resultado.** Se ha encontrado siete tipos de argumentos distintos:

- * La explicación más **conceptual** del tipo "porque tiene más", "María quita canicas a Juan", "María tiene ahora más", "menos María", etc.
- * Contesta directamente a la **pregunta** formulada en el problema. Esta puede ser una explicación **cuantitativa** ("María tiene 8", "Ahora la María tiene 8 canicas", "Juan dio 6 canicas a María", etc) o **cualitativa** ("María al principio menos", "poco", "el Joan", "María tiene más y Juan menos", etc.).
- * Hace referencia a la **palabra clave** (Juan le da 5 canicas a la María, etc.).
- * Recurre a explicar la **operación** o bien, explicando el **algoritmo** ($3 + 5 = 8$ "tres más cinco igual a ocho"; $9 - 4 = 5$ "Juan tiene nueve menos cuatro) o bien, haciendo una **descripción** de la operación ($5 + 8 = 13$ "María 5 canicas, Juan 8, Juntos 13"; $3 - 5 = 2$ "Ara la María en té 5 però abans el Joan li ha donat 3").
- * Hace referencia al número resultante (**R**) de la operación realizada ($5 + 3 = 8$ "ocho canicas").
- * **Confunde el sujeto** al que va indicada la pregunta formulada en el problema. Por ejemplo: si la pregunta está formulada de la siguiente forma "¿Cuántas canicas tiene Juan?", el sujeto responde "5 canicas de María" (que son las halladas tras la operación).
- * No sabe dar una explicación (**No Respuesta**).

En primer lugar se presenta el texto de cada problema, indicando a que tipo de problema de Cambio pertenece, seguido de un cuadro resumen de la ejecución de cada sujeto en cada una de las categorías analizadas y un comentario del cuadro; al final de este apartado se hace una síntesis del mismo.

6.5.2 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C1

C1: María tenía 3 canicas. Entonces Juan le dio 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene María ahora?.

Sujeto	+/-	Orden(I+C=F)	Algoritmo +/-	H/V/nº/palabra	Explicación de la operación
1	+	C+I=F	+	V	R
2	-	C-I=O	+	V	R
3	+	C+I=F	+	V	?cuantitativo
4	+	I+C=F	+	V	concepto
5	+	C+I=F	+	V	?cuantitativo
6	+	I+C=F	+	V	R
7	+	C+I=F	+	V	concepto
8	+	I+C=F	+	V	concepto
9	+	I+C=F	+	V	concepto
10	+	I+C=F	+	V	R
11	+	C+I=F	+	V	concepto

La dimensión de análisis que presenta mayor diversidad es la que requiere una explicación por parte del sujeto de la operación realizada:

- * Los sujetos 1, 2, 6 y 10 hacen referencia al número resultante.
- * Los sujetos 7, 4, 8, 11 y 9, al concepto implicado en el texto, si Juan da canicas a María, ésta tendrá más y por tanto, estos seis sujetos, hacen una suma;
- * Y tan sólo dos sujetos, el sujeto 3 y el sujeto 5, responden a partir de la pregunta de forma cuantitativa ("María ara té 8 boles").

En la dimensión orden:

- * El 50 % de los sujetos siguen un orden canónico ($I + C = F$), es decir, mantienen la misma estructura con que se presentan las distintas partes en el texto del problema;
- * Casi el 42 % de los sujetos cambian el orden de los sumandos, sin que esto conlleve, en este caso, una alteración del conjunto final ($C + I = F$);

* Y tan sólo el sujeto 2 combina erróneamente los conjuntos inicial (I) y cambio (C), dando un resultado incorrecto que no corresponde al conjunto final (F) ($C - I = O$).

Vemos como todos los sujetos, a excepción del sujeto 2, realizan correctamente tanto el algoritmo como la operación requerida.

6.5.3 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C2

C2: María tenía 6 canicas. Entonces le dio 4 canicas a Juan. ¿Cuántas canicas tiene María ahora?.

Sujeto	+/-	Orden(I-C=F)	Algoritmo +/-	H/V/nº/palabra	Explicación de la operación
1	-	$I+C=O$	+	V	? cuantitativo
2	+	$I-C=F$	+	V	concepto
3	+	$I-C=F$	+	V	concepto
4	-	$I+C=O$	+	V	? cualitativo
5	-	$I+C=O$	+	V	? cuantitativo
6	+	$I-C=F$	+	V	concepto
7	+	2; $I-C=F$	+	V	? cualitativo
8	+	$I-C=F$	+	V	concepto
9	-	$I+C=O$	+	V	algoritmo
10	-	$I+C=O$	+	V	? cuantitativo
11	+	$I-C=F$	+	V	? cuantitativo

Se dan dos tipos de ordenaciones de los conjuntos presentes en el problema: $I - C = F$ y $I + C = 10$; la primera ordenación corresponde a aquellos sujetos que resuelven correctamente el problema (sujetos 2, 3, 6, 7, 8 y 11) y, además, coincide que son los sujetos de la muestra que utilizan para explicar la operación realizada una argumentación más interpretativa, conceptual / ? cualitativa, a excepción del sujeto 4 que resuelve mal el problema.

El sujeto 4 no resuelve bien el problema y da una explicación de la operación, ? cualitativa, que refleja una ejecución errónea, "María más, sumar". El origen de

este error se muestra claramente en la explicación oral del texto, "María tiene 6 canicas. Juan también le dio 4 canicas", se aprecia como el sujeto interpreta incorrectamente la segunda proposición o conjunto cambio provocando una respuesta incorrecta al problema. Este caso es un buen ejemplo de que un error en la resolución de un problema constituye una solución correcta a la incomprensión del problema.

6.5.4 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C3

C3: María tenía 3 canicas. Entonces Juan le dio algunas canicas. Ahora María tiene 9 canicas. ¿Cuántas le dio Juan?.

Sujeto	+/-	Orden (F-I=C)	Algoritmo +/-	H/V/nº/palabra	Explicación de la operación
1	-	$F+I=O$	+	V	clave
2	+	$F-I=C$	+	V	?cuantitativa
3	+	$F-I=C$	+	V	R
4	-	$F+I=O$	+	V	?cuantitativa
5	-	$F+I=O$	+	V	concepto
6	+	$F-I=C$	+	V	clave
7	-	$F+I=O$	+	V	clave concepto
8	+	$F-I=C$	+	V	?cuantitativa
9	+	$I+C=F$	+	V	concepto
10	-	$I-F=O$	-	V	concepto
11	+	$F-I=C$	+	V	?cuantitativa

Hay cinco sujetos (sujetos 2, 3, 6, 8 y 11) que ejecutan correctamente el problema y mantienen el único orden posible de las partes que lo constituyen para llegar al dato desconocido ($F - I = C$).

El sujeto 9 considera como incógnita del problema uno de los datos conocidos (F) y presupone como dato conocido la incógnita (C), $I + C = F$; el sujeto ha resuelto el problema antes de ejecutar la operación correspondiente. En este caso, la

operación se convierte en una mera representación final de la situación y no en un paso necesario para resolver el problema.

El sujeto 10 no resuelve bien el problema y da una explicación de la operación conceptual que le lleva a una ejecución errónea. Dice "María quita canicas a Juan" interpretando que si Juan da algunas canicas a María, es por que María le quita a éste para ella obtener nueve y por tanto, si María le quita a Juan, la operación aritmética correspondiente sería una substracción. A este sujeto una interpretación correcta del problema le conduce, precisamente, a una incorrecta ejecución, ya que se deja llevar por el simbolismo matemático, del concepto lingüístico, "le quita"; además, resuelve mal el algoritmo ($2 - 9 = 3$).

Hay cuatro sujetos, sujetos 1, 5, 7 y 8, que resuelven mal el problema debido a que transforman el problema C3 en un problema del tipo C1 donde los dos sumandos son datos conocidos. Substituyen la cantidad correspondiente a un dato conocido ($F = 9$ canicas) por la incógnita del problema, "algunas" ($9 + 2 = 11$). Los sujetos 1 y 5 dan una explicación basada en palabras claves del texto, justificando su operación diciendo: "Joan dóna 9 boles a la María, la María en té més". Los sujetos 7 y 8 justifican su operación dando una explicación conceptual, diciendo: "La María en té més, el Joan dóna 9 canicas a la María".

6.5.5 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C4

C4: María tenía 8 canicas. Entonces le dio algunas canicas a Juan. Ahora María tiene 3 canicas. ¿Cuántas canicas le dio a Juan?.

Sujeto	+/-	Orden (I-F=C)	Algoritmo +/-	H/V/nº/palabra	Explicación de la operación
1	-	I+F=O	+	V	R
2	+	I-F=C	+	V	concepto
3	+	I-F=C	+	V	concepto
4	+	I-F=C	+	V	oper. algoritmo
5	-	I+F=O	+	V	no R
6	+	I-F=C	+	V	concepto
7	+	I-F=C	+	V	?cualitativo
8	+	I-F=C	+	V	oper. descriptiva
9	+	I-F=C	+	V	oper. descriptiva
10	+	I+F=C	-	V	confunde sujeto
11	+	I-F=C	+	V	concepto

Hay únicamente dos sujetos (sujetos 1 y 5) que ejecutan incorrectamente el problema; estos sujetos combinan erróneamente, mediante una adición, los datos presentes en el texto-problema, correspondientes al conjunto inicial y al conjunto final ($8 + 3 = 11$). En este caso, la explicación de la operación no aporta datos o estos son insuficientes para entender el proceso seguido por ambos sujetos. Si analizamos su ejecución en función de la explicación oral del texto, se observa que ésta tampoco responde a dicha explicación.

Se ha considerado que el sujeto 10 responde correctamente el problema a pesar de que el algoritmo no sea correcto ($8 + 3 = 5$). El sujeto resuelve el problema mentalmente antes de ejecutar la operación correspondiente.

6.5.6 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C5

C5: María tenía algunas canicas. Entonces Juan le dio 3 canicas. Ahora María tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tenía María al principio?.

Sujeto	+/-	Orden (F-C=I)	Algoritmo +/-	H/V/nº/palabra	Explicación de la operación
1	-	F+C=O	+	V	oper.algoritmo
2	+	F-C=I	+	V	clave
3	-	C+F=O	+	V	?cuantitativa
4	+	F-C=I	+	V	?cualitativa
5	-	F+C=O	+	V	?cuantitativa
6	+	C-F=I	-	V	oper.descriptiva
7	-	F+C=O	+	V	concepto
8	+	F-C=I	+	V	?cuantitativa
9	-	C-F=O	-	V	oper.descriptiva
10	+	F-C=I	+	V	?cuantitativa
11	+	F-C=I	+	V	?cuantitativa

El 50 % de los sujetos resuelven correctamente el problema. Cabe destacar la actuación del sujeto 6 que, aún colocando incorrectamente las partes del problema ($3 - 5 = 2$), lo resuelve bien. Para el sujeto, el problema está resuelto antes de realizar la operación y que, por tanto, no le interesa tanto la operación como el resultado final; en cambio, el sujeto 9 también resuelve mal el algoritmo ($3 - 5 = 8$) resolviendo incorrectamente a la vez el problema.

Los cinco sujetos restantes, sujetos 2, 4, 8, 10 y 11, resuelven bien el problema y mantienen el único orden posible en la disposición de los datos del problema ($F - C = I$). Todos ellos dan distintas explicaciones de la operación realizada; los sujetos 8, 10 y 11 dan respuesta a la pregunta del texto de manera cuantitativa, "al principio de la María es 2 canicas"; el sujeto 4, de manera cualitativa, "María al principio menos"; el sujeto 2 hace referencia a la palabra clave, "le da"; y el sujeto 6, describe la operación realizada, "Ara la María té 5 boles però abans el Joan li ha donat 3".

Del 50 % de sujetos que resuelven incorrectamente el problema, cuatro sujetos hacen $F + C = 8$, interpretan el problema C5 como si fuera un problema del tipo C1, donde los datos conocidos son el conjunto inicial y el de cambio; el sujeto 3, $C + F = 8$ y, el sujeto 9, $C - F = 8$.

No existe coincidencia, en todos ellos, en cuanto al criterio utilizado para hacer una u otra operación aritmética.

6.5.7 Resultados detallados del problema de CAMBIO - C6

C6: María tenía algunas canicas. Entonces le dio 2 canicas a Juan. Ahora María tiene 6 canicas. ¿Cuántas canicas tenía María al principio?.

Sujeto	+/-	Orden (C+F=l)	Algoritmo +/-	H/V/nº/palabra	Explicación de la operación
1	+	F+C=l	+	V	oper. algoritmo
2	+	F+C=l	+	V	concepto
3	+	F+C=l	+	V	?cuantitativa
4	+	F+C=l	+	V	oper. algoritmo
5	+	F+C=l	+	V	?cualitativa
6	+	C+F=l	+	V	oper. descriptiva
7	-	F-C=0	+	V	?cuantitativa
8	+	8; F+C=l	+	nº; V	?cuantitativa
9	+	C+F=l	+	V	concepto
10	+	C+F=l	+	V	?cuantitativa
11	+	F+C=l	+	V	concepto

La dimensión de análisis que presenta mayor diversidad es la explicación de la operación realizada:

- * Los sujetos 2, 9 y 11 hacen referencia al concepto implicado en el texto, si María da canicas a Juan, al principio tendrá más que ahora:
- * Los sujetos 3, 7, 8 y 10 responden a partir de la pregunta de forma cuantitativa ("La Maria tenia 8 caniques, abans");
- * Los sujetos 1 y 4 explican el algoritmo ("Porque 6 y 2 hacen 8");
- * El sujeto 6 describe la operación ("La Maria fa donar 2 pel Joan. Ara la Maria té 6 caniques però abans la María té 8 caniques");

* Y, por último, el sujeto 5 responde a partir de la pregunta de forma cualitativa ("La Maria en té molt. El Joan poc").

En la dimensión orden, tres sujetos siguen un orden canónico ($C + F = I$), es decir, mantienen la misma estructura con que se presentan los distintos conjuntos en el problema; siete sujetos cambian el orden de los sumandos, sin que esto conlleve, al igual que sucede en el problema C1, una alteración del conjunto inicial ($F + C = I$); y tan sólo el sujeto 7 combina erróneamente los conjuntos final (F) y cambio (C), dando un resultado incorrecto que no corresponde al conjunto inicial (I) ($F - C = 4$).

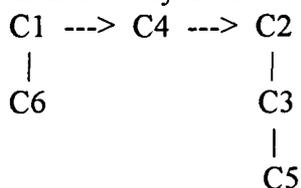
El sujeto 8 presenta el resultado de C6 de dos formas distintas: mediante un número (8) y mediante un algoritmo en disposición vertical ($F + C = I$). Es el primer caso que se da una presentación del resultado distinto al algoritmo vertical.

6.5.8 Síntesis

Sujeto	C1	C2	C3	C4	C5	C6	
1	#					#	2
2		#	#	#	#	#	5
3	#	#	#	#		#	5
4	#			#	#	#	4
5	#					#	2
6	#	#	#	#	#	#	6
7	#	#		#			3
8	#	#	#	#	#	#	6
9	#		#	#		#	4
10	#			#	#	#	4
11	#	#	#	#	#	#	6
	10	6	6	9	6	10	

#: Sujetos que **hallan el resultado** correcto en cada problema

En función del total de sujetos que ejecutan correctamente cada uno de los problemas, se puede establecer la siguiente escala jerárquica de dificultad (de menor a mayor dificultad):

**Problema de CAMBIO - C1**

- * Hay diez sujetos que resuelven bien el problema C1.
- * Cinco sujetos explican la operación realizada haciendo referencia al **concepto**, resolviendo correctamente el problema.
- * La dimensión de análisis "orden" carece de interés en este problema ya que, no mantener el mismo orden con que se presentan los conjuntos C y I en el texto, no conlleva una alteración del conjunto final.

Problema de CAMBIO - C2

- * Hay seis sujetos que resuelven bien el problema C2.

- * Estos seis sujetos utilizan una argumentación interpretativa para explicar la operación realizada (concepto / ? cualitativa).
- * C2 ----> C1; en siete ocasiones el problema C2 se transforma en un problema del tipo C1.

Problema de CAMBIO - C3

- * Hay seis sujetos que resuelven bien el problema C3.
- * El sujeto 9 resuelve el problema mentalmente antes de realizar el algoritmo.
- * Hay un caso en el que la interpretación conceptual correcta del texto conduce al sujeto a una incorrecta ejecución.
- * C3 ----> C1; en cuatro ocasiones el problema C3 se transforma en un problema del tipo C1.

Problema de CAMBIO - C4

- * Hay nueve sujetos que resuelven bien el problema C4.
- * La explicación de la operación no aporta datos suficientes para entender el proceso seguido por los dos sujetos que resuelven incorrectamente el problema.
- * El sujeto 10 resuelve el problema mentalmente antes de realizar el algoritmo.

Problema de CAMBIO - C5

- * Hay seis sujetos que resuelven correctamente el problema C5.
- * Todos ellos utilizan argumentaciones distintas para explicar la operación.
- * El sujeto 6 resuelve el problema mentalmente antes de realizar el algoritmo.
- * C5 ----> C1; en cuatro ocasiones el problema C5 se interpreta como si se tratara de un problema del tipo C1.

Problema de CAMBIO - C6

- * Hay diez sujetos que resuelven bien el problema C6.
- * La categoría de análisis "orden" carece de interés en este problema ya que, no mantener el mismo orden con que se presentan los conjuntos C y I en el texto, no conlleva una alteración del conjunto final.
- * Gran diversidad de tipos de argumentos dados para explicar la operación.

* En una ocasión el resultado se presenta mediante un algoritmo y un número.

6.6 Valoración global de las tareas

En el cuadro siguiente se resumen las ejecuciones correctas (#) en cada una de las tareas para cada problema de Cambio. Las abreviaciones E, Or, C y O, corresponden a: **E**: Explicación del texto, **Or**: Ordenación secuencial de dibujos, **C**: Comprensión del texto, **O**: Operación.

Su- je- tos	C1				C2				C3				C4				C5				C6			
	E	Or	C	O	E	Or	C	O	E	Or	C	O	E	Or	C	O	E	Or	C	O	E	Or	C	O
1		#	#	#																		#	#	#
2	#				#	#	#	#	#	#		#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#
3			#	#				#			#	#	#			#	#				#	#	#	#
4			#	#									#	#	#		#	#	#	#	#	#	#	#
5	#	#	#	#	#								#				#				#		#	#
6	#	#		#				#	#	#		#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#
7			#	#	#	#	#	#					#	#	#	#					#	#		
8		#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#		#	#	#	#	#	#	#	#
9			#	#	#	#			#		#	#	#	#	#	#					#	#	#	#
10	#		#	#										#			#	#	#	#	#			#
11	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#	#
	5	5	9	10	6	5	4	6	5	4	4	6	8	5	7	9	7	4	6	6	10	9	9	10

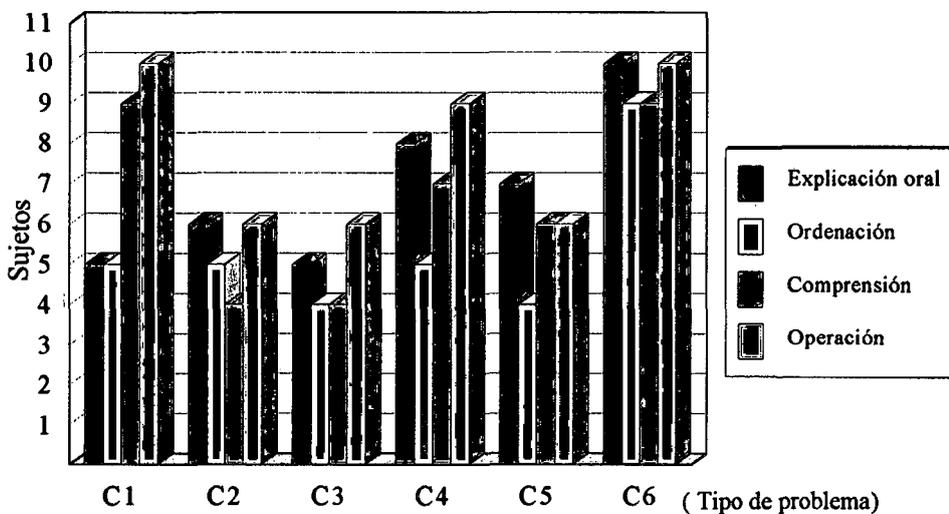
Si se hace una lectura del cuadro anterior por filas, es decir, atendiendo a la especificidad de cada sujeto en cuanto a la o las tareas que ejecuta exitosamente en cada problema, se aprecia que:

- * Los sujetos 1 y 8 obtienen mejores resultados cuando representan la información contenida en el texto-problema a través de Or, C y O;
- * El sujeto 4 representa mejor el texto-problema a través de C y O;
- * Los sujetos 2 y 5 parecen representar dicha información mejor a través de la explicación del texto, E;

- * Los sujetos 6 y 10 representan mejor la información del texto-problema a través de la ejecución correcta del algoritmo correspondiente, O, así como el sujeto 3, excepto en el problema C5;
- * Los sujetos 7 y 9 presentan una gran disparidad en sus ejecuciones correctas respecto a las tareas.
- * Y, finalmente, el sujeto 11 que presenta la misma competencia resolutoria sea cual sea la vía utilizada para representar la información del texto-problema.

Por tanto, no se puede llegar a establecer una vía de representación más óptima para todos los sujetos sordos, y en varias ocasiones, ni tan siquiera para cada sujeto, ya que ésta depende, como hemos visto en el cuadro resumen, del tipo de problema en cuestión.

Vamos, pues, a observar si existe un predominio de una tarea u otra, en cada problema, para llegar a deslumbrar qué es, realmente, lo que el alumnado sordo interpreta o entiende.



Globalmente el problema que presenta más homogeneidad a lo largo de todas las tareas es el problema C6. Éste problema presenta mayor o menor dificultad

independientemente de la vía de representación utilizada. En cambio se aprecia en la gráfica anterior que, en la mayor parte de los problemas, el grado de dificultad de éstos, está en función de la vía de representación; así pues, y valga como ejemplo, tenemos que en todos los problemas, excepto para el C5, y con poquísima diferencia, la tarea de hallar la operación es la que conduce a mejores resultados.

Éste dato, presumiblemente, es debido a que la tarea de operación es la vía de representación del conocimiento que tiene el alumnado sordo y oyente acerca de los problemas planteados, que más se enseña y se pone en práctica en las escuelas.

A continuación se hace una valoración de cada problema de Cambio en función de las tareas.

Problema de Cambio - C1

El problema C1 se explica (E) y se ordena (Or) correctamente por el mismo número de sujetos; en cambio, las ejecuciones exitosas aumentan, considerablemente, cuando se representa el problema respondiendo a unos postulados que corresponden al conjunto inicial y final (C) y se halla el resultado (O). Las dos últimas tareas o vías de representación (C y O) son las más habituales en la escuela; éste hecho podría explicar los mejores resultados.

El conjunto inicial no presenta dificultades en ninguna tarea y el conjunto cambio, en la tarea de explicación se transforma, en dos ocasiones, dando lugar a un problema C1 absurdo donde se pregunta por una cantidad ya conocida, las canicas de María y en la tarea de ordenación, en una ocasión, se transforma éste siendo el agente del conjunto inicial el que lleva a cabo la acción del conjunto cambio, no es Juan quien da canicas, Sino María:

- En la tarea de explicación:

* C1 ---> absurdo - en dos ocasiones.

- En la tarea de ordenación:

* C1 ---> absurdo - en una ocasión.

Tanto en la tarea de explicación como en la de ordenación, se presentan varios casos de omisión del conjunto final. Se ha comentado en los apartados correspondientes a estas dos tareas, que omitir el conjunto final en la representación gráfica mediante dibujos era, hasta cierto punto, considerado como una actuación aceptable ya que, representar este conjunto, supone resolver el problema mentalmente, y en cuanto a la tarea de explicación, era previsible que el conjunto final no se recordara del mismo modo que los otros dos conjuntos ya que era el dato desconocido o incógnita del problema C1.

En cambio, tenemos que en la tarea de comprensión, hay un único sujeto que no entiende el conjunto final, es decir, marca y explica la opción incorrectamente. Prácticamente todos los sujetos cuando se pregunta por el resultado final de una transformación (Juan da canicas a María, María tiene...), responden acertadamente que María tendrá más canicas que al principio. Lo mismo sucede en la tarea de realizar la operación correspondiente, todos los sujetos, excepto el sujeto 2, realizan la operación correcta (la suma del conjunto inicial y cambio).

Se puede concluir que las omisiones del conjunto final no se pueden interpretar como incomprensiones de dicha proposición.

Por tanto, el problema C1, no presenta prácticamente ninguna dificultad para el alumnado sordo, salvo en la tarea de explicación, que se sitúa en último lugar junto con el problema C3, debido a las omisiones del conjunto final y a las transformaciones del conjunto cambio, pero como ya se ha comentado, dichas omisiones no son incomprensiones.

Problema de Cambio - C2

El problema C2 presenta un panorama bastante más desolador. El problema C2 se representa varias veces como si se tratara de otro tipo de problema, debido a las transformaciones que sufre el conjunto cambio:

- En la tarea de explicación:

* C2 ---> absurdo - en dos ocasiones;