

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tesisenxarxa.net) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tesisenred.net) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tesisenxarxa.net) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author



Programa de Doctorat Interuniversitari: Projectes d'Innovació Tecnològica en
l'Enginyeria de Producte i Procés (PITEPP)

TESI DOCTORAL

**Contribució a les bases metodològiques per a la
selecció i dimensionament de l'accionament i la
transmissió per a moviments ràpids, en base al
mètode $\dot{P} - K$**

Doctorand: **Carles Domènech Mestres**

Director: **Carles Riba i Romeva (Universitat Politècnica de Catalunya)**

Co-Director: **Joan Gabriel Bergas Jane (Universitat Politècnica de Catalunya)**

Barcelona, 13 de novembre de 2015

Resum

El comportament dinàmic de sistemes amb moviments ràpids és sovint contrari a la intuïció i la major part de les decisions de la cadena de transmissió (motor, transmissió i components auxiliars) s'obtenen en base a l'ajust de l'estratègia de control. Aquest treball presenta una metodologia de selecció de motors i transmissions per a moviments ràpids basada en el mètode de la potència transitòria i l'energia cinètica, representant les característiques del receptor i del motor en el diagrama $\dot{P} - K$.

La metodologia desenvolupada en aquesta tesi doctoral es basa en dos aspectes importants de la selecció d'accionaments per a moviments ràpids. El primer fa referència a la forma del diagrama de moviment i les seves implicacions en estratègies per a moviments de recorreguts diversos i la seva relació amb el dimensionat de l'accionament. El segon aspecte és la definició del model que representa de forma ajustada el comportament del sistema.

La forma del diagrama de moviment s'aborda en dues parts. La primera fa referència a l'estratègia de moviment òptima per un determinat receptor, ja sigui triangular o trapezial. El resultat d'aquesta part és una metodologia que permet relacionar el receptor o conjunt de receptors amb l'accionament i determinar quin és l'error respecte la disposició òptima per una estratègia triangular o trapezial. Un cop determinada l'estratègia més adequada el paràmetre que s'utilitza per al dimensionat de l'accionament és l'acceleració del receptor. La segona part de l'anàlisi del diagrama de moviment estudia l'efecte de la variació de l'acceleració si les transicions de la velocitat és suavitzen. S'obté d'aquesta part un valor de l'acceleració del receptor en funció de la variació de l'acceleració en el temps.

La definició del model proposada en treballs anteriors a aquest treball considera el rendiment unitari i es negligeix el parell associat al receptor. En aquesta tesi doctoral es consideren aquests paràmetres en les equacions ampliant, així, el camp de validesa del mètode $\dot{P} - K$ a sistemes amb rendiments diferents a la unitat i amb valors de parell associat al receptor representatius. El resultat de l'aplicació del mètode és un motor vàlid per accionar el receptor i una relació de velocitats entre el motor i el receptor que permet seleccionar la transmissió adequada.

El mètode facilita la comparació entre diferents sistemes, ja sigui un sol receptor i un conjunt de motors, o bé, un conjunt de receptors i un motor vàlid per tots ells. En aquesta tesi doctoral s'aborden els fonaments teòrics del mètode i es desenvolupa una metodologia d'optimització del sistema. Aquesta metodologia s'il·lustra amb uns exemples numèrics.

Agraïments

Vull agrair a totes les persones que, sabent-ho o sense saber-ho, m'han donat suport durant el desenvolupament d'aquesta tesi doctoral: als meus familiars, als companys del CDEI actuals i passats i a les meves amistats. Amb especial esment a en Carles Riba per la seva perseverança, el seu optimisme, les seves magnífiques idees i conceptes sempre apuntats a resoldre problemes reals. També a en Joan Gabriel Bergas pel seu punt de vista des del sistema de control de l'accionament. I finalment a l'Elena Blanco, pels seus comentaris sempre encertats i el seu ajut incondicional en les fases finals del treball.

Índex de continguts

Capítol 1. Introducció.....	11
1.1 Domini d'aplicació de la tesi.....	11
1.1.1 Característica del receptor	13
1.2 Antecedents	15
1.2.1 Accionament	15
1.2.2 Característica del motor	17
1.2.3 Accionaments de potència	18
1.2.4 Accionaments per a moviments ràpids.....	20
1.2.4.1 Mètode P-2K.....	23
1.2.4.2 Experiències d'aplicació del mètode P-2K.....	27
1.3 Objectiu i hipòtesi	29
1.3.1 Hipòtesis generals	29
1.3.2 Objectius.....	31
1.3.2.1 Objectiu general	31
1.3.2.2 Objectius específics	32
1.3.2.3 Abast.....	32
1.4 Metodologia de treball i activitats previstes.....	33
1.4.1 Metodologia per l'anàlisi del problema	33
1.4.2 Metodologia per avaluar els paràmetres de selecció	34
1.5 Contingut de la Tesi.....	35

Capítol 2. Estat de l'art.....	37
2.1 Anàlisi de l'estat de l'art.....	37
2.2 Documentació analitzada.....	43
2.3 Anàlisi de les característiques principals en la selecció d'un accionament	53
2.4 Conclusions.....	60
Capítol 3. Estudi de les estratègies de moviment.....	63
3.1 Introducció	63
3.2 Antecedents	65
3.3 Definició dels paràmetres i la caracterització de la cadena de transmissió.....	67
3.3.1 Hipòtesis en la caracterització d'accionaments per a moviments ràpids	69
3.4 Estratègies per minimitzar el temps de moviment.....	71
3.4.1 Estratègia de velocitats triangular	72
3.4.2 Estratègia de velocitat trapezoïdal.....	74
3.4.3 Factor k.....	76
3.4.4 Resum de les equacions per a les estratègies de moviment	77
3.4.4.1 Estratègia de moviment amb diagrama de velocitats triangular	79
3.4.4.2 Diagrama de velocitats trapezoïdal.....	82
3.5 Comparació de les estratègies de moviment.....	85
3.5.1 Relació de velocitats per un conjunt de desplaçaments llargs	85
3.5.1.1 Relacions de velocitats òptimes.....	86
3.5.1.2 Temps de desplaçament òptim	86
3.5.1.3 Relació de transmissió òptima per a una varietat de desplaçaments llargs.....	88
3.6 Conclusions	91
Capítol 4. Mètode de la potència transitòria i l'energia cinètica.....	93
4.1 Introducció	93
4.2 Potència transitòria i energia cinètica.....	94
4.2.1 Potència transitòria	94
4.2.2 Diagrama P-K.....	94
4.2.3 Punt representatiu de la càrrega i accionaments tangencials	95

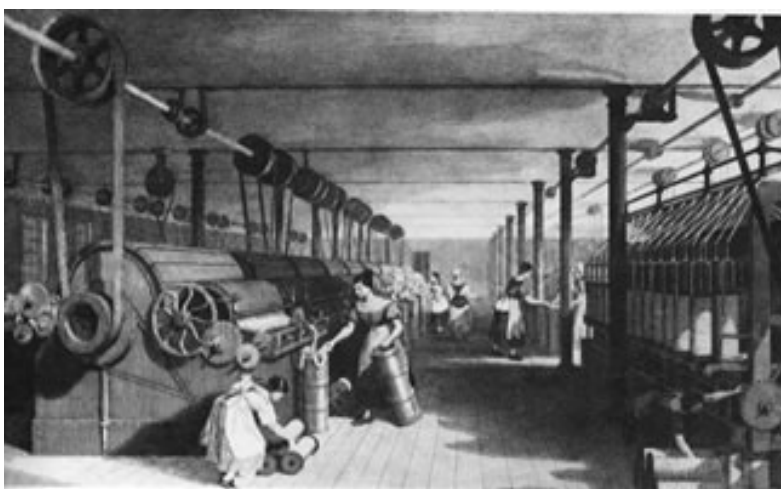
4.2.4.	Accionaments tangencials.....	97
4.2.5.	Coeficient de seguretat	97
4.3	Exemple d'aplicació.....	98
4.3.1.	Relació entre el motor i la càrrega en el imatge diagrama	100
4.3.2.	Selecció de l'accionament en base al diagrama P-K.....	101
4.4	Conclusions	103
Capítol 5. Mètode de la potència transitòria i energia cinètica ampliat		105
5.1	Introducció	105
5.2	Ampliació de les hipòtesis en la caracterització d'accionaments per a moviments ràpids. 107	
5.3	Potència transitòria i energia cinètica.....	108
5.4	Anàlisi de l'equació de la potència transitòria	113
5.4.1	Paràmetres rellevants de l'equació corresponents al receptor	113
5.4.1.1	Asímtotes de la funció potència transitòria.....	117
5.4.1.2	Anàlisi sense escalat logarítmic	117
5.4.1.3	Anàlisi amb escalat logarítmic	119
5.4.2	Forma de la corba.....	121
5.5	Càlcul de la relació de velocitats de màxima acceleració	122
5.6	Conclusions	123
Capítol 6. Anàlisi de la variació lineal del perfil d'acceleració		125
6.1	Introducció	125
6.2	Perfils de referència	127
6.2.1	Introducció	127
6.2.2	Perfil d'acceleració de referència.....	127
6.2.3	Perfil de velocitat de referència	128
6.2.4	Perfil d'espai recorregut de referència	128
6.3	Perfils amb variació lineal de l'acceleració.....	130
6.3.1	Introducció	130
6.3.2	Perfil d'acceleració	131

6.3.3	Perfil de velocitat	131
6.3.4	Perfil d'espai recorregut de referència	132
6.4	Comparació del resultats	133
6.5	Anàlisi dels perfils. Acceleració màxima i de referència iguals	134
6.6	Anàlisi dels perfils. Espai màxim i de referència màxim iguals	136
6.7	Anàlisi dels perfils. Velocitat màxima i de referència màxima iguals	138
6.8	Exemple	139
6.9	Conclusions	142
Capítol 7. Metodologia per a la selecció d'accionaments per a moviments ràpids		143
7.1	Introducció	143
7.2	Metodologia per a la selecció de l'accionament amb un sol receptor	144
7.3	Metodologia per a la selecció de l'accionament amb múltiples receptors	151
7.4	Exemple. Selecció per a un sol receptor	154
7.5	Exemple. Selecció per múltiples receptors	158
Capítol 8. Conclusions, contribucions de la tesi i futurs desenvolupaments.....		161
8.1	Contribucions de la tesi.....	161
8.2	Conclusions.....	163
8.3	Futurs desenvolupaments.....	165
Índex de figures		167
Bibliografia		171

Capítol 1. Introducció

1.1 Domini d'aplicació de la tesi

Els avenços tècnics van afavorir la revolució industrial a la Gran Bretanya en la segona meitat del segle XVIII, entre ells, la màquina de vapor. Aquest primer sistema de motorització acostumava a subministrar el moviment de les màquines allà on s'instal·lava a través de l'embarrat. (Figura 1.1). Amb l'evolució dels sistemes de motorització, aquest concepte es va anar dissociant a un accionament per cada màquina (Figura 1.2) però, igualment que en el cas anterior, tots els sistemes de control i distribució de l'energia seguien sent fonamentalment mecànics.



*Figura 1.1. Antigament, l'embarrat amb una sola màquina de vapor accionava totes les màquines de les fabrica inclús de varies fabriques.
Font: <http://tecnologiajb.blogspot.com.es>*

Amb l'evolució de l'electrònica i el control s'han substituït molts d'aquests sistemes mecànics de transmissió del moviment i de control mecànic, independitzant l'accionament de cada eix de

moviment amb el seu propi motor i control electrònic. Així, avui en dia es fa difícil d'entendre un concepte de màquina amb diversos moviments, els quals no siguin motoritzats i controlats independentment (Figura 1.3).

Aquest nou concepte de màquina on cada moviment té el seu accionament, també ha evolucionat en quant a la tipologia de motor utilitzat. Si bé inicialment la motorització d'una màquina oferia possibilitats de realitzar moviments i de consumir o dissipar una certa potència, amb l'evolució dels motors i el seu control s'han obert noves possibilitats en la gestió de desplaçaments d'altres cadències amb elevades acceleracions (o moviments ràpids).

En els primers, anomenats accionaments de potència, el transitori no té una importància cabdal en el dimensionament del motor. En canvi si ho té la potència que és requerida en el règim permanent, és a dir la zona de treball de la màquina (mescladora, elevador, ascensor, ventilador, etc..).



Figura 1.2. Torn de mecanitzar. Un sol motor en tota la màquina. Font: KNUTH Machine tools.



Figura 1.3. Torn de repulsar. Un motor independent per cada eix. Font: Industries Puigjaner S.A.

Els segons, anomenats accionaments per a moviments ràpids, es dimensionen en el transitori. Són accionaments per desplaçar objectes o parts de la màquina amb grans acceleracions (robots, màquina paletitzadora, pinça de soldadura, màquina eina CNC, etc..). Les inèrcies, tant del motor com de la part de la màquina a desplaçar (receptor o càrrega), tenen una importància fonamental en el dimensionament de l'accionament.

En tot procés de disseny d'una màquina és necessari conèixer les limitacions dels diferents elements que la conformen. En el cas dels accionaments per a moviments ràpids, l'enginyer pot trobar eines de comprovació d'una determinada configuració però no disposa actualment de

suficients instruments per valorar les prestacions necessàries dels motors i transmissions que el conformen. Aquestes prestacions es tradueixen en unes dimensions finals del sistema que l'enginyer ha de confrontar amb les especificacions de la màquina. Disposar d'aquesta informació en les primeres etapes de disseny és fonamental per tal d'ajustar-se als requeriments de la màquina.

És per això que l'àmbit de la tesi és la generació d'una metodologia orientada al disseny d'accionaments per a moviments ràpids i així dotar a l'enginyer d'una eina per seleccionar el motor i la transmissió d'un accionament dins del context del disseny de màquines.

1.1.1 Característica del receptor

La caracterització mecànica d'un receptor, igual que en el cas d'un motor, es realitza mitjançant la corba que relaciona el parell o força amb la velocitat lineal o angular del motor.

Conèixer la característica del receptor en la majoria d'ocasions és de gran dificultat. Quan és un component, no és una dada subministrada habitualment per els proveïdors. En altres ocasions, el receptor forma part d'una màquina que es dissenya i, per tant, el dissenyador ha de calcular la seva característica mecànica.

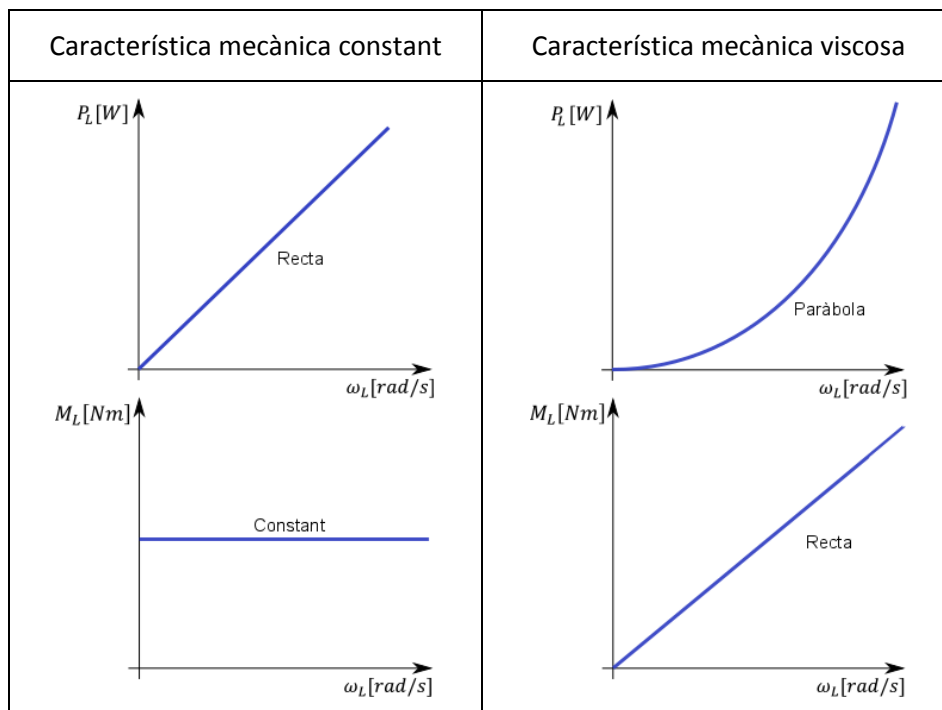


Figura 1.4. Característica mecànica del receptor constant i viscosa. Font: elaboració pròpia.

De manera teòrica es poden esquematitzar en funció de la llei que relaciona el parell amb la velocitat (Figura 1.4 i Figura 1.5):

- Característica mecànica constant
- Característica mecànica viscosa
- Característica mecànica parabòlica
- Característica mecànica hiperbòlica

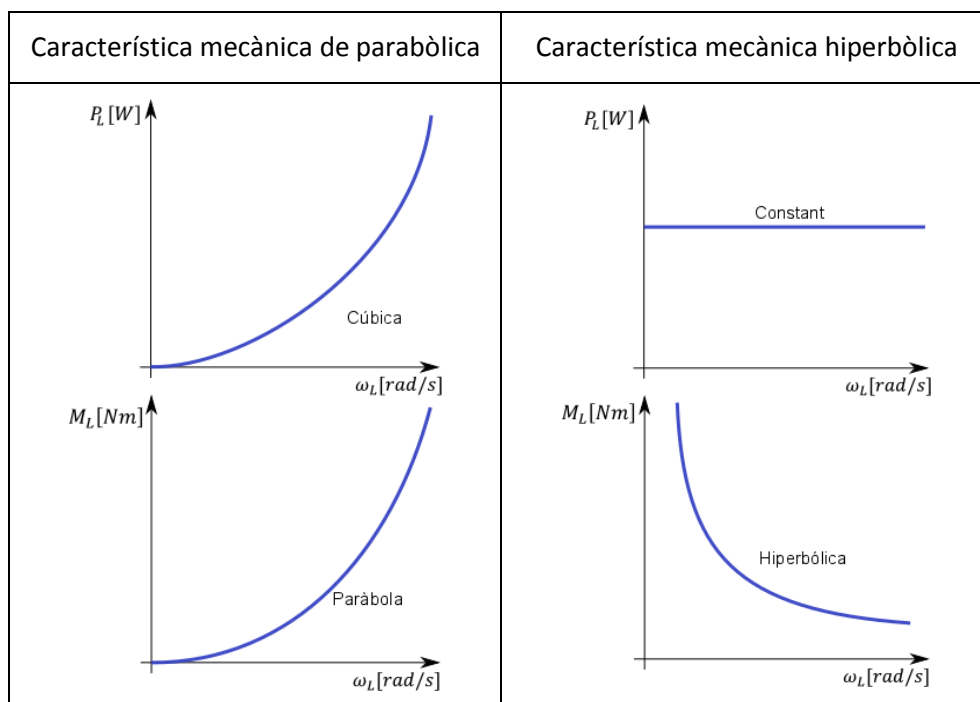


Figura 1.5. Característica mecànica del receptor parabòlica i hiperbòlica. Font: elaboració pròpia.

1.2 Antecedents

En aquest apartat s'exposaran els antecedents relacionats amb els accionaments de les màquines. En primer lloc, es definiran diversos conceptes de l'accionament. En segon lloc, es distingirà entre accionament de potència i accionament per a moviments ràpids.

1.2.1 Accionament

L'accionament és el sistema mecànic format pel motor i la transmissió i el conjunt d'acoblaments que els uneixen al receptor (o càrrega). Una màquina pot tenir més d'un accionament.

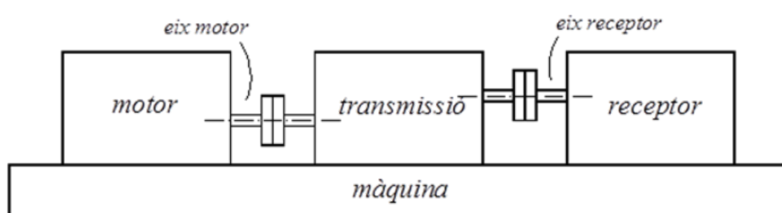


Figura 1.6. Elements de la cadena d'accionament. Font: elaboració pròpia.

La transmissió transforma la velocitat i el parell del motor en una velocitat i un parell en el receptor. Aquesta transformació pot ser d'un moviment angular en el motor a un moviment angular o lineal en el receptor, o bé, un moviment lineal en el motor a un moviment angular o lineal en el receptor.

El paràmetre que relaciona les velocitats entre el motor i el receptor s'anomena relació de velocitats. Es defineix com la relació entre la velocitat del motor i la velocitat del receptor:

$$i = \frac{\text{Velocitat}_M}{\text{Velocitat}_L} \quad (1.1)$$

En el cas de reductors, aquesta relació de velocitats és coneguda com a relació de reducció i la seva inversa es coneix com a relació de transmissió. Per tal de generalitzar els casos possibles s'utilitza la relació de velocitats entre el motor i el receptor.

Així doncs, depenent del tipus de motor i receptor que es disposi, la relació de velocitats podrà ser dimensional o adimensional. Els quatre casos possibles són:

- Motor angular i receptor angular $i = \frac{\omega_M}{\omega_L}$ rad/rad adimensional
- Motor angular i receptor lineal $i = \frac{\omega_M}{V_L}$ rad/m dimensional

- Motor lineal i receptor angular $i = \frac{V_M}{\omega_L}$ m/rad dimensional
- Motor lineal i receptor lineal $i = \frac{V_M}{V_L}$ m/m adimensional

Un altre paràmetre característic de tot accionament és el rendiment de la transmissió. S'associa també a aquest rendiment els rendiments dels acoblaments i altres sistemes auxiliars muntats entre el motor i el receptor. Es defineix com la relació entre la potència absorbida pel receptor i la potència proporcionada pel motor.

$$\eta = \frac{P_L}{P_M} \quad (1.2)$$

Igualment que amb la relació de velocitats, depenent del tipus de motor i receptor, el rendiment pot tenir diferents expressions. Les quatre combinacions són:

- Motor angular i receptor angular $\eta = \frac{P_L}{P_M} = \frac{M_L \cdot \omega_L}{M_M \cdot \omega_M}$
- Motor angular i receptor lineal $\eta = \frac{P_L}{P_M} = \frac{F_L \cdot V_L}{M_M \cdot \omega_M}$
- Motor lineal i receptor angular $\eta = \frac{P_L}{P_M} = \frac{M_L \cdot \omega_L}{F_M \cdot V_M}$
- Motor lineal i receptor lineal $\eta = \frac{P_L}{P_M} = \frac{F_L \cdot V_L}{F_M \cdot V_M}$

L'equació de moviment d'una màquina relaciona els diferents paràmetres de l'accionament i el receptor. En el cas d'un motor i receptor angulars l'expressió és la següent:

$$M_M - \frac{M_L}{i\eta} = \left(J_M + \frac{J_L}{i^2\eta} \right) \alpha_M \quad (1.3)$$

$M_M =$ Parell del motor

$J_L =$ Moment d'inèrcia del receptor

$M_L =$ Parell del receptor

$\alpha_m =$ Acceleració del motor

$i =$ Relació de transmissió

$\eta =$ Rendiment de la transmissió

$J_m =$ Moment d'inèrcia del motor

Com a exemple, l'expressió de l'equació anterior per a un motor lineal i un receptor angular seria:

$$F_M - \frac{M_L}{i\eta} = \left(m_M + \frac{J_L}{i^2\eta} \right) \alpha_M \quad (1.4)$$

$F_M = \text{Força del motor}$

$m_M = \text{Inèrcia del motor}$

La relació de transmissió dóna coherència dimensional a l'equació, sent dimensional quan hi ha moviment entre el motor i el receptor lineal-angular o bé angular-lineal.

1.2.2 Característica del motor

La característica mecànica d'un motor es defineix com la corba que relaciona el parell o força amb la velocitat angular o lineal del motor. Aquesta corba és pròpia de cada tipus i model de motor.

En algunes ocasions, per caracteritzar un motor, es dóna la corba de potència respecte la velocitat, aquesta corba es pot obtenir a partir de la corba de parell-velocitat. Com que el tractament és equivalent i la corba de parell-velocitat és més útil per confrontar els requeriments del receptor, normalment s'usa aquesta última.

Segons exposa Riba [1], en funció de la forma de la corba característica, els motors es classifiquen en:

- Característica mecànica rígida. En la zona de treball, petites variacions de la velocitat produeixen una forta variació de la força motora en sentit contrari.
- Característica mecànica elàstica. En la zona de treball, es produeix una forta variació de la velocitat de sentit contrari a la variació de la força motora.

En la Figura 1.7 es mostren les característiques mecàniques de diferents tipus de motor.

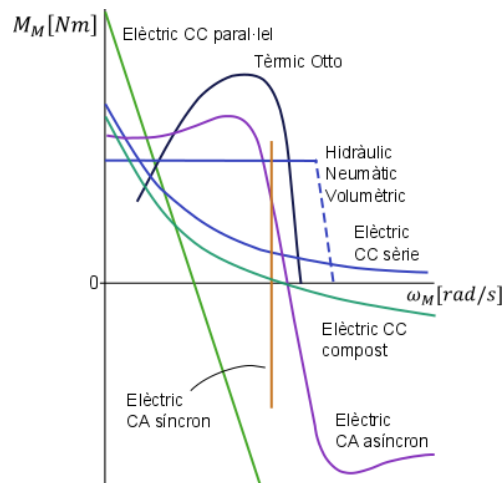


Figura 1.7. Diferents formes de la característica mecànica d'un motor.
Font: elaboració pròpia.

1.2.3 Accionaments de potència

S'anomenen accionaments de potència a aquells accionaments que es dimensionen per subministrar un parell determinat a la velocitat de règim permanent en el receptor, el qual absorbeix o dissipa una certa potència. No es dimensiona el motor pels efectes dinàmics que es requereixen en el transitori. Del règim transitori, s'estudia la seva durada per evitar els efectes contraproductius d'un temps d'acceleració massa elevat sobre el motor. El parell del motor es dimensiona pel règim estacionari, on el parell del motor i del receptor són iguals.

Així doncs, el sistema accelerarà (règim transitori) fins assolir el punt d'equilibri (règim estacionari) en el qual s'estabilitzen les velocitats i parells de l'actuador i del receptor.

En aquest apartat s'estableix la formulació per un cas de motor i receptor angular. Fàcilment es pot transformar en qualssevol dels altres tres casos possibles mostrats en l'apartat 1.2.1.

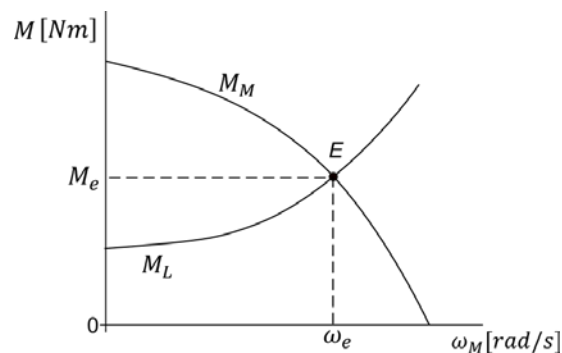


Figura 1.8. Punt d'equilibri entre la característica de l'actuador i del receptor. Font: elaboració pròpia.

El punt d'equilibri serà estable quan,

$$\frac{dM_M}{d\omega} < \frac{dM_L]_M}{d\omega} \quad (1.5)$$

El temps d'acceleració es calcula integrant la següent expressió des de la velocitat zero fins a la velocitat d'equilibri.

$$\alpha_M = \frac{d\omega_M}{dt} \Rightarrow t = \int_0^{\omega_e} \frac{d\omega_M}{\alpha_M} = \int_0^{\omega_e} \frac{J_t}{M_a} d\omega_M \quad (1.6)$$

On el parell accelerador, M_a , es diferencia entre el parell motor i el parell del receptor representat en l'eix del motor, i J_t , és la suma de les inèrcies del motor i del receptor reduïdes a l'eix del motor.

$$M_a = M_M - M_{L(M)} = M_M - \frac{M_L}{\eta i} \quad (1.7)$$

$$J_t = J_M + J_{L(M)} = J_M + \frac{J_L}{\eta i^2} \quad (1.8)$$

Un exemple d'un accionament de potència és l'accionament d'un ascensor. El motor es dimensiona per donar la potència necessària al receptor en moviment un cop assolit el règim permanent. L'ús d'un contrapès, equilibrant la càrrega del receptor, fa disminuir la potència requerida pel motor en el règim permanent.

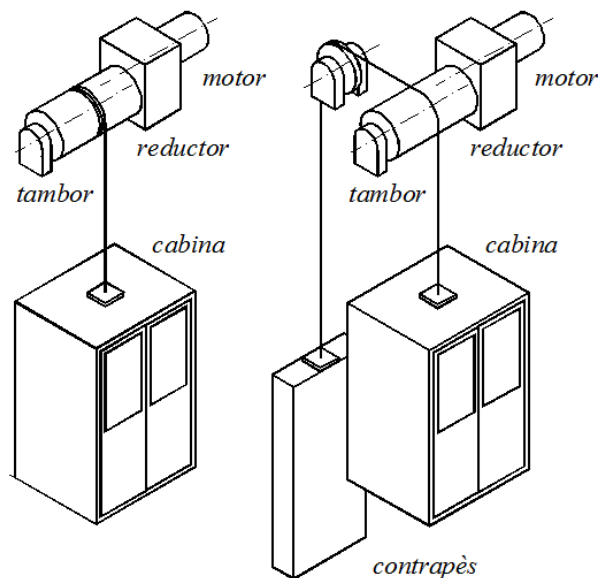


Figura 1.9. Exemple d'aplicació d'un accionament de potència en un ascensor. Font: elaboració pròpia.

1.2.4 Accionaments per a moviments ràpids

En aquest apartat s'explicarà el mètode $\dot{P} - 2K$ plantejat per Riba [2], en base al qual es desenvolupa el present treball.

En els accionaments per a moviments ràpids, a diferència dels accionaments de potència, el règim transitori és el que té major importància en la selecció del motor i la transmissió. La força motora s'usa en la seva major part per accelerar o desaccelerar les inèrcies del sistema. El parell del receptor en la major part d'un cicle complet absorbeix o dissipa una energia global relativament petita (frecs, dissipacions, petites elevacions) en relació a les forces o parells deguts als desplaçaments implicats.

En aplicacions per a moviments ràpids, les transmissions tenen rendiments molt elevats, per tant, considerar el rendiment igual a 1 és una simplificació acceptable habitualment en aquest tipus d'accionaments. L'efecte del parell del receptor en comparació amb l'efecte de les forces d'inèrcia, acostuma a ser molt inferior. Per això, es pot simplificar l'equació anterior per aquest tipus d'accionaments, simplificació realitzada també per diversos autors ([2], [3], [4], [5], [6]).

$$M_M = \left(J_M + \frac{J_L}{i^2} \right) \alpha_M \quad (1.9)$$

Aquestes simplificacions permeten un tractament matemàtic més còmode del problema i els resultats són prou ajustats en la majoria de casos (Figura 1.10).

Com es pot veure en l'equació (1.9), la relació de transmissió entre l'actuador i el receptor té un efecte molt important sobre les forces d'inèrcia que veu l'actuador. És per això que molts dels autors ([2][7][3][8][9]) fan servir la relació de transmissió com un dels paràmetres de disseny més importants.

Un altre aspecte important en la selecció de l'accionament és la representació dels requeriments del receptor (acceleració i parell en el receptor) davant les prestacions de l'actuador. D'aquesta manera resulta molt fàcil avaluar si un motor és vàlid per a un determinat receptor.

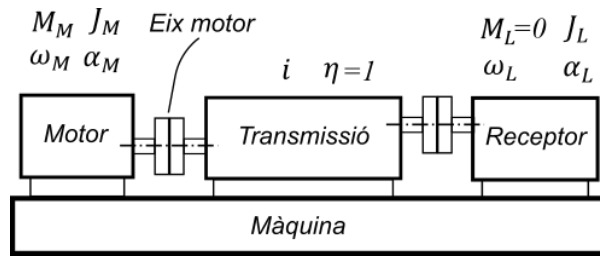


Figura 1.10. Paràmetres utilitzats en l'anàlisi tradicional d'un accionament per a moviments ràpids. Font: elaboració pròpia.

A l'hora de seleccionar un accionament per a un moviment ràpid, com s'ha dit anteriorment, s'estudia el transitori, és a dir, el període durant el qual s'accelera el receptor fins assolir la velocitat desitjada. En centrar-se l'estudi en aquesta part del cicle de moviment, és d'interès per la selecció de l'actuador saber quina és la millor estratègia de moviment, triangular o trapezoïdal, tant per l'optimització dels temps com per l'optimització de l'actuador i de la transmissió. En la Figura 1.11 es pot veure les formes diferents de l'espai, la velocitat i l'acceleració per una estratègia de moviment triangular i trapezial.

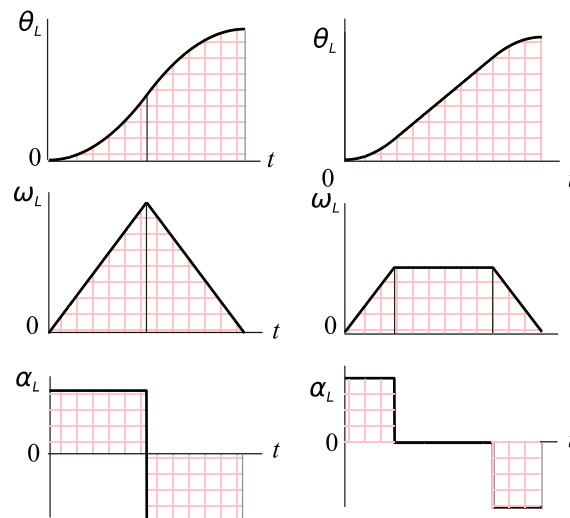


Figura 1.11. Estratègia de moviment triangular i trapezoïdal. Font: elaboració pròpia.

Un exemple d'aplicació d'accionament per a moviments ràpids és l'actuador d'una pinça de soldadura (Figura 1.12). Aquest motor està dissenyat per moure els braços de la pinça de soldadura amb acceleracions importants. La incorporació d'un motor elèctric, en substitució

d'un motor neumàtic, ofereix nombrosos avantatges en el cicle de treball (configuració del recorregut en cada operació, control de la velocitat, control del parell, etc..)

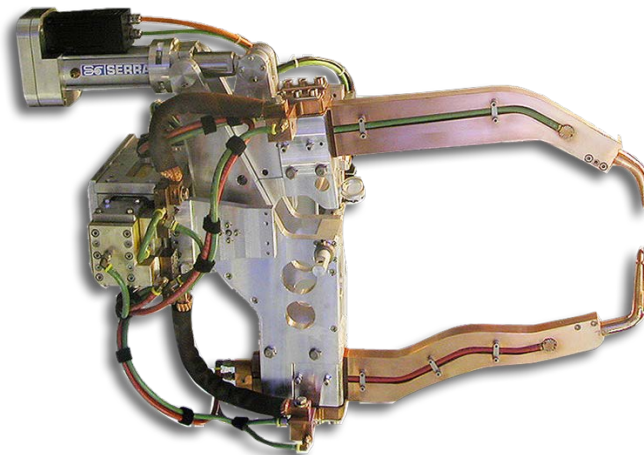


Figura 1.12. Pinça de soldadura amb accionament elèctric. Font: Serra Soldadura S.A.

1.2.4.1 Mètode $\dot{P} - 2K$

El mètode de la potència transitòria representa en el pla \dot{P} (Potència transitòria W/s) i $2K$ (Energia cinètica doble) la característica del receptor en funció de la relació de transmissió del sistema. Sobre el mateix pla és possible representar la característica d'un motor o conjunt de motors. Els motors vàlids seran aquells que creuen la corba del receptor.

Com es veurà més endavant, aquesta representació facilita una selecció ràpida de l'actuador i la transmissió més adequades.

La metodologia $\dot{P} - 2K$ es basa en el treball plantejat per López-Foulc [7] i posteriorment adaptat a la selecció de motors i transmissions per Riba [2]. Riba va desenvolupar un mètode amb una clara aplicació pràctica per la selecció d'accionaments. En aquest apartat s'exposarà el seu treball.

La metodologia $\dot{P} - 2K$ pren l'equació de la dinàmica d'un sistema mecànic per un motor i receptor en moviment en la seva versió simplificada per accionaments ràpids (1.9).

La relació de velocitats entre el motor i el receptor també és la relació d'acceleracions:

$$i = \frac{\omega_M}{\omega_L} = \frac{\alpha_M}{\alpha_L} \quad (1.10)$$

Combinant les expressions (1.9) i (1.10) s'obté l'expressió de l'acceleració del receptor.

$$\alpha_L = \frac{M_M}{\left(J_M i + \frac{J_L}{i}\right)} \quad (1.11)$$

La relació de velocitats que permet maximitzar l'acceleració és a relació de velocitats de màxima acceleració (i_R) i s'obté derivant l'acceleració del receptor respecte la relació de velocitats (i).

$$\frac{d\alpha_L}{di} = \frac{d}{di} \left[\frac{M_M}{\left(J_M i + \frac{J_L}{i}\right)} \right] = 0 \Rightarrow i_R = \sqrt{\frac{J_L}{J_M}} \quad (1.12)$$

Realitzant diverses transformacions de l'equació (1.9), s'obté una relació entre la variació de la potència associada al motor i receptor (1.21), i entre l'energia cinètica doble del motor i el receptor (1.22). En aquestes relacions s'utilitza un paràmetre (k) que és el quocient entre la

relació de velocitats que es seleccionarà (i) i la relació de velocitats de màxima acceleració del sistema (i_R).

$$k = \frac{i}{i_R} \quad (1.13)$$

Introduint aquest paràmetre a l'equació (1.11) s'obté la següent expressió:

$$\frac{M_M}{\alpha_L} = \left(J_M k i_R + \frac{J_L}{k i_R} \right) = \left(J_M k \sqrt{\frac{J_L}{J_M}} + \frac{J_L}{k \sqrt{\frac{J_L}{J_M}}} \right) = \left(k + \frac{1}{k} \right) \sqrt{J_M} \sqrt{J_L} \quad (1.14)$$

Elevant al quadrat l'expressió anterior s'obté:

$$\frac{M_M^2}{J_M} = \left(k + \frac{1}{k} \right)^2 J_L \alpha_L^2 \quad (1.15)$$

Riba [2] defineix l'expressió del numerador de l'equació (1.15), amb unitats de variació de la potència respecte el temps, com a potència transitòria del motor. El seu significat físic correspon a la variació de potència respecte el temps en el cas que el motor, amb parell constant, actués sense connectar-se a cap receptor. L'expressió de la potència transitòria associada al parell del motor és:

$$\dot{P}_{M_M} = \frac{M_M^2}{J_M} \quad (1.16)$$

La potència associada a l'acceleració del receptor considerant una acceleració constant (vàlid en la majoria de casos) del receptor és:

$$M_{\alpha_L} = J_L \alpha_L \Rightarrow \dot{P}_{\alpha_L} = \frac{d(M_{\alpha_L} \omega_L)}{dt} = J_L \alpha_L^2 \quad (1.17)$$

Introduint les potències transitòries associades al motor i a l'acceleració de la càrrega (1.16) i (1.17) en l'equació (1.15) s'obté:

$$\frac{\dot{P}_{M_M}}{\dot{P}_{\alpha_L}} = \left(k + \frac{1}{k} \right)^2 \quad (1.18)$$

En el cas en que la relació de transmissió triada sigui la de màxima acceleració ($k = 1$) la relació entre la potència transitòria associada al motor i la potència transitòria associada a l'acceleració del receptor és 4. Per qualsevol altre valor de k la relació és més gran que 4.

$$\frac{\dot{P}_{M_M}}{\dot{P}_{\alpha_L}} = 4 \quad (1.19)$$

En aquest cas és necessari que la potència transitòria associada al motor sigui 4 vegades més gran a la potència transitòria associada a l'acceleració del receptor.

Per un altre banda la relació d'energia cinètica doble del motor i del receptor es relacionen amb el paràmetre k de la següent manera:

$$\frac{2K_M}{2K_L} = \frac{J_M \omega_M^2}{J_L \omega_L^2} = \frac{J_M i^2}{J_L} = \frac{i^2}{i_R^2} = k^2 \quad (1.20)$$

El mètode de la potència transitòria original (Riba [2]) utilitza el doble de l'energia cinètica per simplificar l'expressió. El mètode segueix sent vàlid si es conserva l'expressió completa. En aquets capítol es conserva l'expressió doble de l'energia cinètica per exposa el mètode original, mentre que en el capítol 4 per coherència amb el capítol 5 s'utilitza l'expressió completa de l'energia cinètica.

Les expressions de la potència transitòria i l'energia cinètica doble, transformades amb la funció logaritme per una millor representació gràfica, són:

$$\log \dot{P}_{M_M} = \log \dot{P}_{\alpha_L} + \log \left(k + \frac{1}{k} \right)^2 \quad (1.21)$$

$$\log 2K_M = \log 2K_L + \log k^2 \quad (1.22)$$

Amb les equacions (1.21) i (1.22) s'obté la corba que representa els requeriments del receptor (inèrcia, acceleració i velocitat) en el pla $\dot{P} - 2K$, anomenada per Riba[2] corba d'accionaments tangencials (representació dels accionaments límit).

Es demostra que la forma de la corba dels accionaments tangencials (Figura 1.14) sempre és la mateixa (només depèn de k) i únicament varia de posició en el pla $\dot{P} - 2K$ en funció de K_L i \dot{P}_{α_L} , paràmetres que depenen dels requeriments del receptor.

Un cop representat el receptor, transformant la corba característica del motor al pla $\dot{P} - 2K$, es representa la capacitat del motor en el mateix gràfic (Figura 1.13). Es transformen les dades de parell i velocitat de la corba característica del motor en dades de potència transitòria i energia cinètica doble amb les següents expressions:

$$M_M \Rightarrow \dot{P}_{M_M} = \frac{M_M^2}{J_M} \quad (1.23)$$

$$\omega_M \Rightarrow 2K_M = J_M \omega_M^2 \quad (1.24)$$

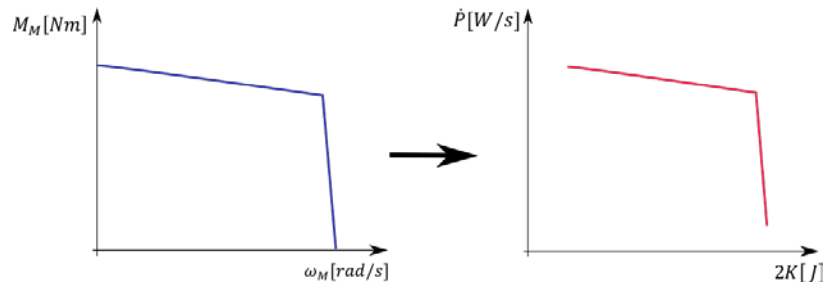


Figura 1.13. Corbes del receptor i del motor en el pla $\dot{P} - 2K$. Font: elaboració pròpia.

Si la corba del motor talla la corba del receptor, significa que el motor compleix amb els requeriments del receptor per a un rang de relacions de transmissió. Els punts on la corba del receptor i la del motor es tallen defineixen el rang de relacions de transmissió vàlides per al sistema.

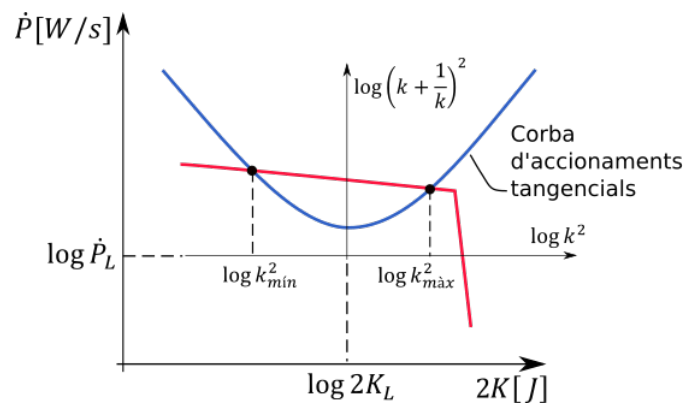


Figura 1.14. Corbes del receptor i del motor en el pla $\dot{P} - 2K$. Font: elaboració pròpia.

Dels punts d'intersecció s'obtenen els valors de $\log(k_{\min}^2)$ i $\log(k_{\max}^2)$. A partir d'aquests valors es troba un rang de relacions de velocitats vàlides.

$$i_{\min} \leq i \leq i_{\max} \quad (1.25)$$

Per tant, qualsevol transmissió que tingui una relació de transmissió entre els valors obtinguts (1.25) serà capaç de moure el receptor segons els requeriments demanats (inèrcia, acceleració i velocitat)

El mètode de la potència transitòria i energia cinètica doble ($\dot{P} - 2K$) es desenvolupa en detall i s'amplia en el capítol 4.

1.2.4.2 Experiències d'aplicació del mètode $\dot{P} - 2K$

El mètode de la potència transitòria, com a metodologia per a la selecció d'accionaments per a moviments ràpids, s'ha aplicat amb resultats satisfactoris, pel professor Carles Riba des de 1987 fins a l'actualitat: Grup de Disseny Mecànic del Departament d'Enginyeria Mecànica de la UPC, Centre CIM i, posteriorment, en el Centre de Disseny d'Equips Industrials de la UPC en nombrosos projectes encomanats per empreses en nombroses vegades.

A continuació es mostra una llista on, per ordre cronològic, es mostren alguns dels projectes on s'ha aplicat el mètode:

Any: 1987. **Denominació del projecte:** Estudi, disseny i realització de la transmissió per un nou accionament del carro d'una màquina de brodar multicapçal. **Empresa:** Sadect S.A.

Any: 1998. **Denominació del projecte:** Assessorament en la concepció i desenvolupament d'un braç manipulador. **Empresa:** BIOSYSTEMS S.A.

Any: 2001. **Denominació del projecte:** Disseny d'accionament elèctric per a una pinça de soldadura. **Empresa:** Serra Soldadura S.A.

Any: 2003. **Denominació del projecte:** Disseny d'una torreta de canvi d'eina. **Empresa:** INDUSTRIAS PUIGJANER S.A.

Any: 2005. **Denominació del projecte:** Cerca de solucions conceptuals sobre el mòdul de tall longitudinal de barres per a la màquina BK. **Empresa:** Lloveras S.A.

Any: 2007. **Denominació del projecte:** Sistema per a la caracterització d'altaveus. **Empresa:** Amate Electroacústica S.L.

Any: 2009. **Denominació del projecte:** Disseny d'un plotter de tall. **Empresa:** Roglan S.L.

Any: 2013. **Denominació del projecte:** Disseny d'un capçal de roscat a alta velocitat. **Empresa:** Forminsa S.A.

Any: 2015. **Denominació del projecte:** Optimització d'un accionament per a la fabricació de peces metàl·liques. **Empresa:** Confidencial

1.3 Objectiu i hipòtesi

1.3.1 Hipòtesis generals

Habitualment, el receptor d'un accionament per a moviments ràpids esta format per una massa que cal desplaçar entre dues posicions en un temps determinat. Per realitzar aquest moviment caldrà assolir una certa acceleració i arribar a un nivell de velocitat. En el dimensionat pren molta importància l'acceleració, sent la velocitat un limitant introduït pel control o el motor. En accionaments amb motors lineals (no hi ha transmissió entre motor i receptor) es poden donar acceleracions de l'ordre de $10g$ i velocitats de $5 m/s$, valors que poden condicionar el tipus de forces a considerar.

En la metodologia desenvolupada en aquesta tesi es prenen les següents hipòtesi:

Rendiment

En les aplicacions per accionaments ràpids normalment les pèrdues per rendiment mecànic més importants són a la transmissió. Per aquesta raó, si en els acoblaments o en el receptor apareixen pèrdues mecàniques es modificaria adequadament el rendiment de la transmissió per reproduir aquest el seu efecte. Es considera que el parell del motor ja conté els efectes de les forces resistents pròpies (rodolament, frec, etc.).

El rendiment de la transmissió es considera constant en el temps. El seu valor pot prendre valors entre zero i la unitat en funció de la tipologia de transmissió (transmissió per corretja, reductor planetari, reductor vis sens fi, etc.).

En les transmissions amb rendiments elevats, el directe i l'indirecte solen tenir valors molt propers entre si. Per tant, es considera un únic rendiment.

Forces o moments en el receptor

Es considera l'efecte de les forces o moments en el receptor sempre oposat al moviment del motor ($M_L > 0$). Es prenen les següents consideracions:

- Origen de les forces o moments en el receptor. En la major part dels casos, en les aplicacions per a moviments ràpids, el parell del receptor té relació amb una massa d'un objecte a moure, ja sigui el seu pes (elevació de la càrrega) o per una resistència

produïda per forces de fregament degudes al propi pes (guiatge del receptor). En altres casos, menys comuns, les forces o moments poden ser externs al mateix accionament (material d'alimentació d'un capçal, interacció amb objectes a desplaçar, etc.)

- Evolució temporal de les forces o moments en el receptor. Donat l'origen de la major part de les forces o moments pràcticament constants (frecs i elevació de càrrega en un eix lineal), es considera la força o parell en el receptor constant en el temps.

Forces o moment de frec

Les forces o moments de frec en els sistemes de guiatge (rodaments, coixinets, etc.) entre el motor i el receptor es poden incloure en el rendiment de la transmissió o bé reduir-les al receptor i considerar-les forces o moments resistents constants en el receptor.

Altres forces

Com que les velocitats màximes assolides pel receptor no són molt importants, no es consideren efectes aerodinàmics. Tampoc es consideren els efectes de forces viscoses en el sistema (en aquest tipus d'accionament, normalment, són molt petites comparades amb les forces d'inèrcia). Es considera que el sistema està correctament dimensionat tèrmicament i no està influït per forces que apareguin pels seus efectes sobre el sistema.

Perfil de moviment

En un perfil de velocitats triangular o trapezoïdal teòric, durant el moviment d'acceleració hi ha una transició discreta d'una velocitat inicial a una certa velocitat variable proporcionalment al temps a l'inici el moviment i de forma inversa a l'assolir la velocitat màxima. Aquestes variacions discretes de la velocitat en les transicions produeixen un canvi sobtat de l'acceleració i l'aparició de forces elevades. En la realitat no és possible ja que el control ajusta les transicions per evitar l'aparició d'aquestes forces en el sistema. Per ajustar-se més al comportament real, en el treball de la tesi es considerarà l'efecte de les transicions de velocitat generades pel sistema de control.

Sistema de control

L'acceleració considerada en el dimensionat de l'accionament sempre es pren com vàlida pel sistema de control i, per tant, el sistema sempre pot assolir els nivells d'acceleració considerats. De la mateixa manera si el sistema de control imposa una velocitat màxima i/o una acceleració màxima, es prendrien aquests límits.

1.3.2 Objectius

1.3.2.1 Objectiu general

L'objectiu general de la tesi és establir una metodologia per a la selecció d'accionaments (motor i receptor) per a moviments ràpids basada en el mètode $\dot{P} - 2K$ considerant les hipòtesis de l'apartat anterior.

Tal com s'ha vist en l'apartat 1.2, sobre els antecedents, per uns mateixos requeriments del receptor poden existir diverses solucions en la transmissió i la motorització. La metodologia ha de permetre la seva comparació i avaluació, sent aquesta funció bàsica per determinar quant a prop o quant lluny una determinada configuració es troba dels requeriments del receptor.

Com ja s'ha exposat en l'apartat 1.2, el mètode $\dot{P} - 2K$ permet una representació gràfica dels requeriments del receptor i de les prestacions del conjunt motor i transmissió. Aquesta característica del mètode permet una comparació gràfica molt efectiva per conèixer quins motors compleixen amb els requeriments del receptor i permet visualitzar ràpidament com afecten els paràmetres del receptor com és veu en la Figura 1.15.

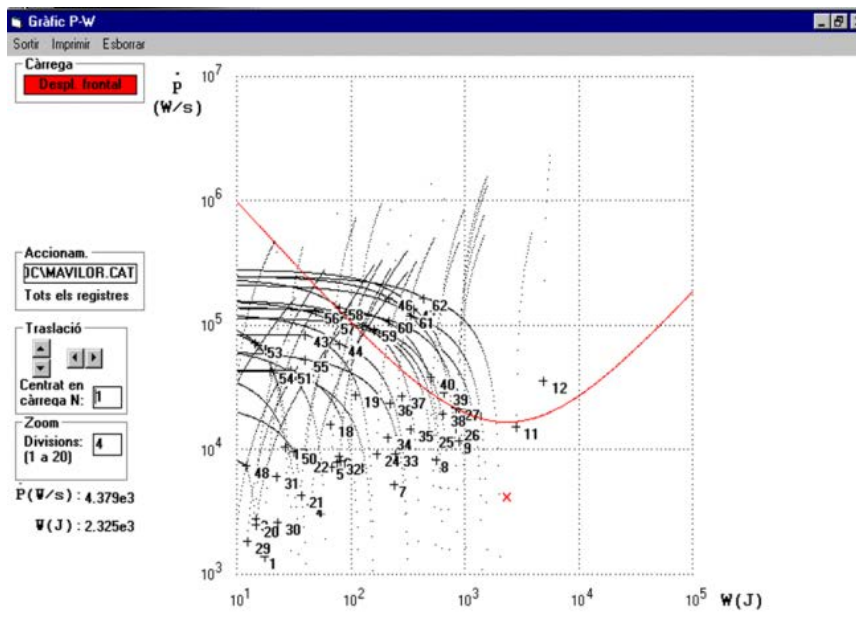


Figura 1.15. Representació gràfica del receptor i diversos motors candidats.
Font: Ferrer [8].

1.3.2.2 Objectius específics

Els objectius específics es centren en l'avaluació de l'efecte de diverses característiques dels motors, transmissions i receptors. Aquests objectius són:

- Avaluar i caracteritzar l'efecte de l'estratègia de moviment triangular o trapezoïdal.
- Establir i incorporar criteris d'optimització (Minimització dels temps de cicle, optimització per diversos cicles, etc..).
- Introduir el factor de saturació de la velocitat (Domènech [10]).
- Establir un coeficient de seguretat en la selecció del motor i la transmissió.
- Ampliar el domini de validesa del mètode quan hi ha parell resistent en el receptor ($M_L > 0$) i el rendiment és menor a la unitat ($\eta < 1$).
- Avaluar i caracteritzar l'efecte de la variació de l'acceleració en el perfil de moviment.

La caracterització dels objectius específics ha de permetre incorporar fàcilment l'efecte de cada objectiu en la metodologia per a la selecció d'accionaments ràpids, mantenint l'objectiu general.

1.3.2.3 Abast

La metodologia per a la selecció d'accionaments per a moviments ràpids basada en el mètode $\dot{P} - 2K$, permet tractar qualsevol tipus de motor angular o lineal, alimentat amb qualsevol tipus de font d'energia (elèctrica, hidràulica, neumàtica o d'altres).

Habitualment, quan se selecciona un accionament per a moviments ràpids, s'utilitzen motors elèctrics d'altres prestacions dinàmiques, anomenats també servomotors.

Per tant l'abast del treball de tesi és establir una metodologia per a la selecció d'accionaments ràpids que compleixi amb els objectius generals i específics utilitzant en la selecció de l'accionament motors elèctrics lineals o angulars.

1.4 Metodologia de treball i activitats previstes

1.4.1 Metodologia per l'anàlisi del problema

El treball prendrà com a punt de partida els treballs previs de Riba [2] i l'ampliació feta per Ferrer [8]. El treball de Jordi Ferrer parteix de l'equació **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, i per tant, ampliant el treball realitzat per Riba al introduir el rendiment i el parell en el receptor en les equacions utilitzades en la selecció de l'accionament.

La present tesi utilitza la mateixa equació **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** però realitzant-ne un tractament diferenciat que permet extreure amb claredat l'efecte del parell en el receptor i el rendiment. El tractament d'aquesta equació compleix amb les hipòtesis i els objectius d'aquest treball de tesi.

Paràmetres de l'equació de moviment de l'accionament

A partir de l'equació de moviment de l'accionament, es construirà un model matemàtic per tal d'avaluar l'efecte de les característiques considerades en les hipòtesis, tant en una versió millorada del mètode $\dot{P} - 2K$ de Riba [2] (capítol 4), com en una versió ampliada (capítol 5). Aquest model matemàtic serà la base de la metodologia per a la selecció d'accionaments per a moviments ràpids objecte general d'aquest treball.

Paràmetres externs

S'avaluarà l'efecte d'altres paràmetres considerats en els objectius específics:

- Anàlisi de l'estratègia de moviment triangular i trapezoïdal
- Forma del perfil de velocitats en les transicions de velocitat
- Criteris d'optimització
- Parell resistent en el receptor

Coefficient de seguretat

Finalment, s'avaluarà i s'establirà un coeficient de seguretat en la selecció del motor i la transmissió per tal de garantir la correcta selecció.

1.4.2 Metodologia per avaluar els paràmetres de selecció

La resolució de l'equació **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** requereix l'ús d'eines informàtiques per avaluar les diverses solucions que poden sorgir de la combinació dels diversos paràmetres considerats (rendiment i parell receptor). L'ús d'aquestes eines de representació gràfica dels resultats i l'avaluació de la influència dels diferents paràmetres en la selecció de l'accionament, compleix amb l'objectiu general de la tesi.

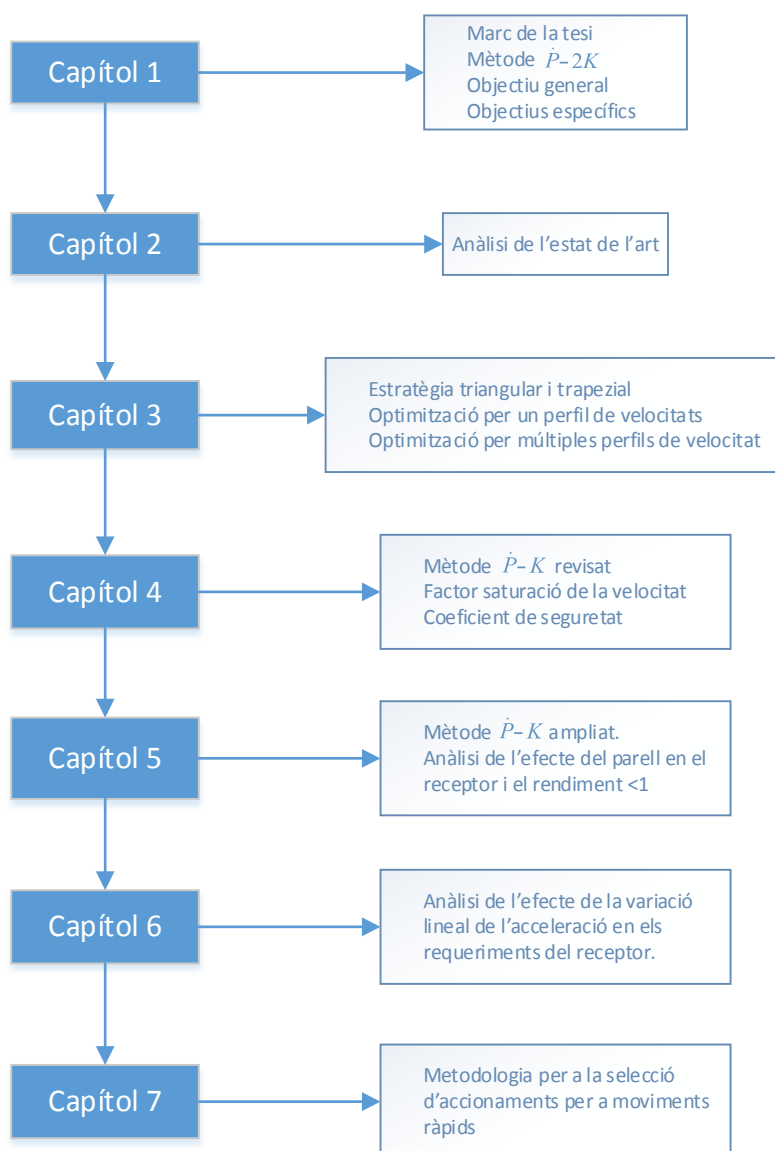
El programari triat per realitzar aquesta funció és el Maple. Les principals raons d'aquesta tria són:

- Operar amb càlcul simbòlic facilitant molt la resolució de la dependència dels diferents paràmetres.
- Facilita qualsevol tipus de representació gràfica dels resultats.
- Permet determinar molt fàcilment les interseccions entre les corbes del receptor i del motor.
- Admet un cert nivell de programació facilitant l'entrada de les dades del problema.
- És un programari de qualitat contrastada i, per tant, és garantia de resultats correctes.

Un cop establert el full de càlcul amb Maple per solucionar l'equació **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** i visualitzar-ne les solucions, es procedirà a estudiar l'efecte dels paràmetres externs, enumerats en l'apartat anterior. S'incorporarà cada paràmetre al programa i s'estudiarà el seu efecte. Si la seva consideració és massa complexa o inviable per la metodologia, es discretitzarà o simplificarà el seu efecte per tal d'incorporar-lo.

1.5 Contingut de la Tesi

A continuació es mostra un esquema amb els continguts de cada capítol de la tesi. Aquest esquema segueix el procés necessari per complir amb l'objectiu general i els objectius específics plantejats en aquesta tesi doctoral.



Taula 1. Esquema de la tesi

Capítol 2. Estat de l'art

2.1 Anàlisi de l'estat de l'art

En aquest capítol s'analitza l'estat de l'art estudiant diversos articles i publicacions relacionades amb la selecció i l'optimització d'accionaments per a moviments ràpids.

En la literatura estudiada, el tipus de motors utilitzats en aquest tipus d'accionaments s'anomenen servomotors. Per tant sovint els articles fan referència a aquesta tipologia de motors.

Com s'ha exposat en el capítol 1, el procés per determinar la solució consisteix en trobar un motor i una transmissió que compleixin amb els requeriments del receptor.

Tots els autors analitzats que han fet un tractament analític del problema, utilitzen l'equació de moviment de l'accionament (1.3), amb certes simplificacions, com a mitjà per trobar la solució al problema. Una primera classificació ve donada pel resultat obtingut:

- **Selecció de l'accionament.** Els autors [7], [2], [8], [5], [11], [12], [13],[14], [15], [16], [9] i [6] generen un mètode que permet confrontar diversos motors davant els requeriments del receptor.
- **Dimensionament de l'accionament.** Els autors [17], [18], [19], [20], [10], [21], [22] i [23], mitjançant formes adaptades de l'equació (1.3), fan un càlcul de comprovació.
- **Optimització de l'accionament.** Els autors [24], [25], [26], [27], [28] i [29] analitzen quins són els criteris d'optimització i determinen la influència de cadascun.

- **Metodologies conceptuals o estadístiques.** Altres autors realitzen un estudi més conceptual o analític. Mètodes on s'exposa conceptualment un procediment ([30], [18], [6]) o es realitza una anàlisi estadística del problema ([31]).

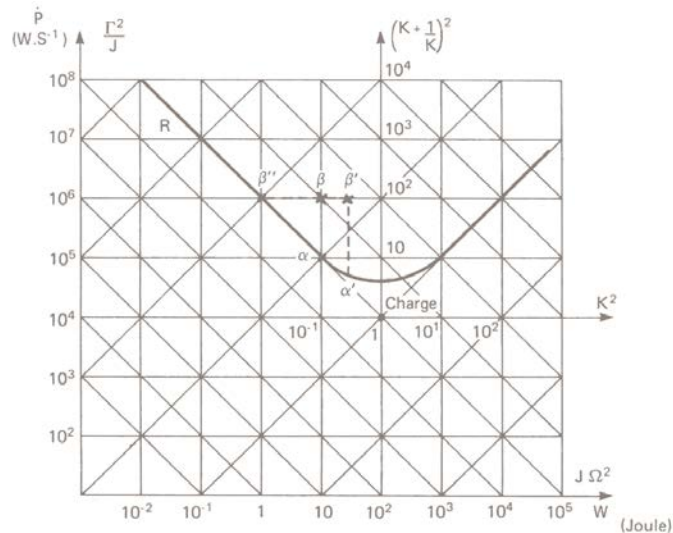


Figura 2.1. Pla \dot{P} - W , representació de la càrrega. Llibre "Introduction à la robotique. Notions de base, architecture, systèmes actionneur et sensoriel, modes de fonctionnement" Foulc-López [7], precursor del mètode $\dot{P} - 2K$, aquí anomenat $\dot{P} - W$. Font: Foulc-López [7]

Dins la classificació de selecció d'accionaments cal destacar els primers treballs de Foulc-López [7] i Pasch [3], que estableixen les bases dels treballs posteriors.

Foulc-López [7] inicia el mètode de la potència transitòria, ampliat posteriorment per Riba [2]. Van de Straete Juntament amb H.J. et al.[5], amb el tractament del problema en el pla $T^* - \omega^*$, configuren dues metodologies per a la selecció d'accionaments per a moviments ràpids que separen els requeriments del receptor de les prestacions del motor.

Cal destacar el treball de Ferrer [8] incorporant al treball de Riba [2] el rendiment i el parell del receptor, i així donant un caire molt més genèric al mètode de la potència transitòria.

Els diversos autors que centren el seu enfoc al problema en l'optimització, estudien quins paràmetres influeixen en la selecció i de quina manera. Cal destacar el treball inicial de Pasch, K.A. i Seering, W.P.[3], establint la relació de transmissió de màxima acceleració (i_o) com a un primer criteri d'optimització, i de Riba [2] que introdueix la relació de transmissió òptima (i_{op}) per minimitzar el temps de cicle.

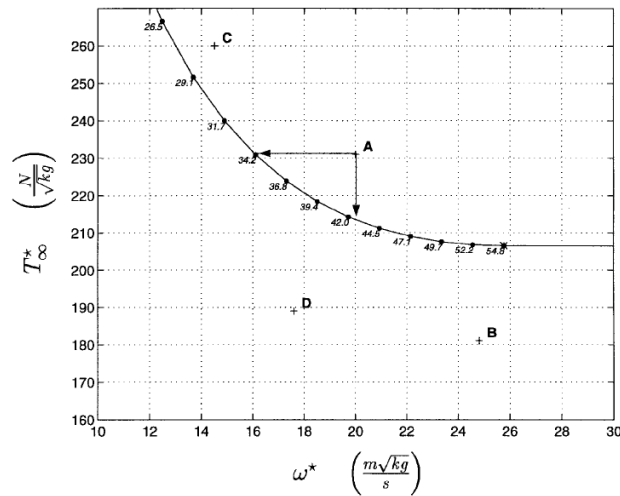


Figura 2.2. Corba del receptor i diferents motors candidats (A,B,C, D) en el Pla $T^* - \omega^*$ (Parell i velocitat normalitzats). Font: Van De Straete et al. [5].

Cusimano [12] [17] [15] [16] i Choi et al. [13] han fet, posteriorment, un tractament més ampli del problema, analitzant quin és l'efecte de diversos paràmetres com la inèrcia de la transmissió, el parell resistent i el rendiment de la transmissió.

Cusimano en el seu treball inclou en la corba que representa el motor els efectes de la forma del perfil de moviment, fet que afegeix complexitat a la solució (Figura 2.3). Un tractament separat de la forma del perfil de moviment del procés de selecció del motor i transmissió (mètode $\dot{P} - 2K$) facilita el mètode.

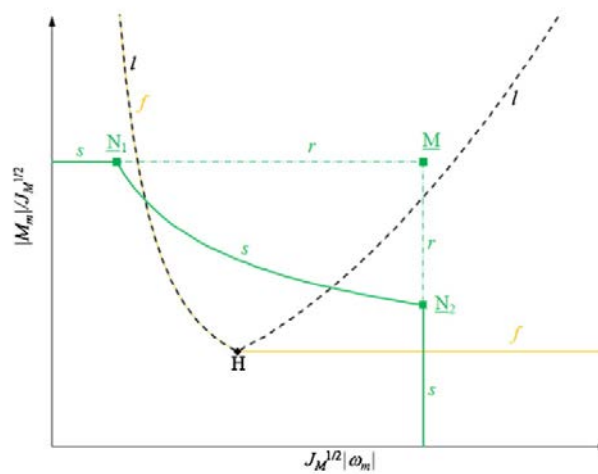


Figura 2.3. Corba de parell de pic (receptor) i corba del motor en el pla $\sqrt{\dot{P}} - \sqrt{2K}$. La corba del motor inclou l'estratègia de moviment. Font: Cusimano [16]

També és important la contribució de Izumi, Teruyuk et al.[25] analitzant el problema des d'un punt de vista energètic. En el seu treball és vàlid l'accionament que, a més a més de complir els requeriments del receptor, el seu consum d'energia és mínim.

La majoria dels autors no consideren cap efecte sobre el control o la part física del motor. Únicament s'han trobat treballs en aquest sentit per part de Van de Straete, H.J. et al. [6] on considera alguns dels límits físics de diferents tipus de motor: desmagnetització, límit de commutació, parell i tensió màxima, i sobreescalfament dels bobinats. En Choi et al. [13] considera únicament la temperatura màxima admissible pel motor.

Tenen un interès menor per a la selecció d'accionaments les metodologies proposades que únicament fan un càlcul de comprovació del dimensionament de l'accionament. És a dir, donats els requeriments del receptor, assagen si una transmissió i motor els compleixen. Fa molt feixuga la comprovació de molts accionaments ja que, si ni tan sols hi ha criteri d'optimització, l'única manera de comprovar si l'accionament és vàlid o no és per prova i error.

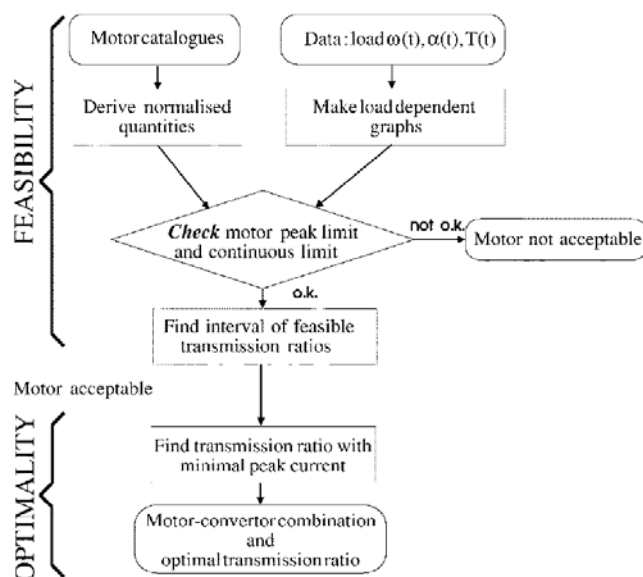


Fig. 2. General procedure to select an optimal combination motor + converter + reducer.

Figura 2.4. Procediment conceptual proposat per Van De Straete et al. [6]

Les metodologies conceptuals són interessants per desenvolupar el procediment complet. Alguns autors com Van de Straete et al. [6], proposen fer, en una primera fase, la selecció dels motors i transmissions vàlids i, en una segona, una optimització d'aquesta selecció.

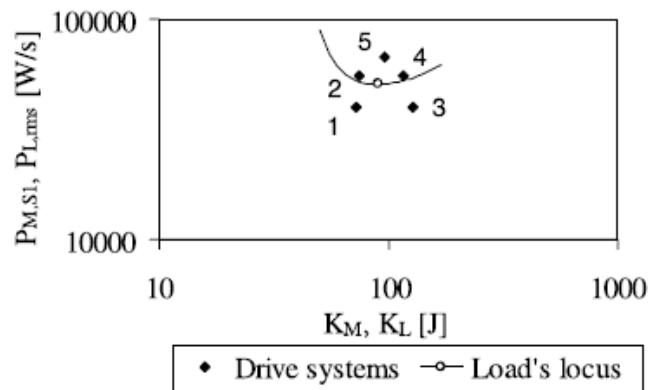


Figura 2.5. Representació de la càrrega i motors candidats (numerats) en el pla Potència transitòria - Energia cinètica. Font: Cusimano [11]

Transversalment a aquesta agrupació, es poden classificar segons el tractament dels requeriments del receptor i del motor:

- **Tractament dissociat de receptor i motor**

És un concepte proposat per diferents autors que segueix una metodologia de selecció i optimització, ja que permet confrontar alhora, diverses possibles solucions. Els criteris per desenvolupar el concepte de tractament dissociat del receptor i motor són:

- Corba de parell normalitzat i velocitat normalitzada: [3],[5] i [6]
- Corba de potència transitòria i energia cinètica: [7],[2], [11] i [12]
- Corba $\sqrt{\dot{P}} - \sqrt{2K}$: Cusimano [17],[15] i [16]

- **Tractament unificat del receptor i motor**

Aquesta agrupació és més comuna en les metodologies que fan una comprovació de l'accionament ([17], [18], [19], [20], [10], [21], [22] i [23]).

És interessant aquesta última classificació ja que permet exposar amb més detall les metodologies utilitzades. És molt més interessant el tractament dissociat del receptor i motor perquè permet confrontar varies solucions sobre un sol receptor (problema habitual en l'enginyeria).

Per això els mètodes que utilitzen la corba de parell i velocitat normalitzades (Figura 2.2) o la corba de la potència transitòria i energia cinètica (Figura 2.5 i Figura 2.6), tenen major interès respecte a altres metodologies quan és necessària la selecció d'un accionament (motor i

transmissió). En canvi poden ser de menor interès si el que es pretén és realitzar un càlcul de comprovació d'una solució donada.

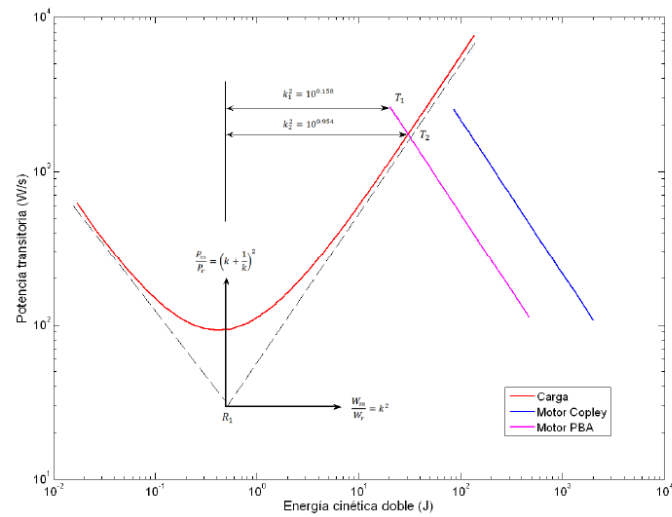


Figura 2.6. Pla \dot{P} - W , representació del receptor i dos motors. Font: Barros [26]

2.2 Documentació analitzada

A continuació, s'ordena per ordre cronològic un breu resum dels diferents articles i publicacions analitzats en l'estat de l'art d'aquest treball relacionats amb la selecció, dimensionat i optimització d'accionaments.

Id	Publicació	Resum
[7]	<p>Lopez, P., & Foulc, J.-N. (1984). <i>A Introduction à la robotique. Notions de base, architecture, systèmes actionneur et sensoriel, modes de fonctionnement</i> (p. 96-103). Editest.</p>	<p>En aquest llibre s'introdueix el mètode de la potència transitòria i energia cinètica doble per dimensionar l'accionament de manipuladors. En el model es tenen en compte les característiques principals del sistema motor-reductor-receptor (inèrcies, relació de transmissió, fregament viscos en l'eix motor i eix receptor, velocitats i acceleracions del motor i receptor) tant en règim permanent com en règim transitori. No és tenen en compte ni el rendiment de la transmissió ni l'existència d'un parell en el receptor.</p> <p>Mitjançant els accionaments tangencials permet la representació dels requeriments del receptor i del motor. Aquesta característica permet una selecció gràfica i molt ràpida de l'actuador i transmissió més adequat.</p>
[3]	<p>Pasch, K., & Seering, W. (1984). On the drive systems for high-performance machines. <i>Transactions of the ASME. Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design</i>, 106, 102-108.</p>	<p>Utilitzant com a model un sistema format per un motor, una transmissió per cargol i una massa conduïda, realitza la selecció de l'accionament utilitzant la relació de transmissió de màxima acceleració. Estudia l'efecte de diferents paràmetres sobre el sistema (Inèrcia del motor, inèrcia de la transmissió, massa conduïda, càrregues sobre el receptor, potència dissipada). Pren com a referència per estudiar l'efecte dels diferents paràmetres la</p>

		relació entre la relació de transmissió i la relació de transmissió de màxima acceleració.
[27]	Riba, C. (1986). Requerimientos mecánicos de un accionamiento. Automática e instrumentación, 225-231.	Estableix els requeriments mecànics per un correcte dimensionament de la cadena d'accionament per a moviments ràpids (motor, transmissió i receptor). Defineix un criteri per la selecció de la relació de transmissió més adequada per minimitzar el temps del desplaçament (i_{op}).
[2]	Riba, C. (1987). El concepto de potencia transitoria en los accionamientos para robótica. Automática y instrumentación, 193-190.	Utilitza el concepte de potència transitòria i energia cinètica doble per la selecció d'accionaments. El mètode permet de manera simplificada (rendiment=1 i el parell en el receptor es negligeix) però molt ràpida representar els requeriments del receptor i d'un conjunt d'accionaments. D'aquesta manera la selecció de l'accionament es pot realitzar confrontant diverses opcions. En l'article s'exposen dos criteris per minimitzar el temps del desplaçament segons es triï una estratègia triangular ($i_{màx_acc}$) o trapezoïdal (i_{op}).
[30]	Gerbaud, L., Bigeon, J., & Champenois, G. (1993). Expert system bases to automate selection of drive structures. A International Conference on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation, 1993. Proceedings of the IECON '93. (Vol. 1, p. 360-365). Maui, HI, USA.	L'article mostra les bases d'un sistema expert per la selecció automàtica de la cadena d'accionament a partir de les especificacions introduïdes per l'usuari. No descriu cap estratègia d'optimització de l'accionament, solament fa una selecció en funció de paràmetres generals introduïts per l'usuari.
[18]	Jones, D. (1995). Selecting step motorvs. servo motor. A Proceedings Electrical Electronics Insulation	L'article exposa una metodologia per dimensionar l'accionament (motor pas a pas o servo motor) d'un sistema. En base als requeriments del sistema, tipus

	Conference, 1995, and Electrical Manufacturing & Coil Winding Conference. (p. 355 - 372). Rosemont, IL, USA.	de mecanisme, perfils de velocitats, velocitat màxima i càrregues, fa una primera selecció de l'accionament. A partir d'aquí, realitza una sèrie de comprovacions (parell de màxim, parell RMS, efectes tèrmics) per validar la selecció, en cas contrari, prova amb un altre motor. Per dimensionar el transitori recomana utilitzar un motor amb una inèrcia semblant a la de la càrrega. No estableix criteris d'optimització ni de selecció, únicament fa un dimensionament de l'accionament.
[19]	Vaidya, J. (1995). Motor selection for actuation systems. A Proceedings Electrical Electronics Insulation Conference, 1995, and Electrical Manufacturing & Coil Winding Conference. (p. 385 - 391).	En l'article es planteja l'equació dinàmica d'un sistema mecànic considerant les diferents inèrcies de l'accionament i el receptor. Per al dimensionament de l'accionament analitza el parell de pic o màxim i el parell mig en tot el cicle de moviment. No estableix criteris d'optimització ni de selecció, únicament fa un dimensionament de l'accionament. L'elecció del motor és per aproximacions successives.
[20]	Fussell, B., & Taft, C. (1995). Bushless DC motor selection. A Proceedings Electrical Electronics Insulation Conference, 1995, and Electrical Manufacturing & Coil Winding Conference. (p. 345 - 353).	L'article planteja l'equació dinàmica d'un sistema mecànic considerant les diferents inèrcies, el parell de fricció, el parell en el receptor, parell l'esmoreïment i el parell de fricció estàtica. Pel dimensionament del motor analitza el parell de pic o màxim i el parell mig en tot el cicle de moviment. El cicle de moviment considerat és el triangular. No estableix criteris d'optimització ni de selecció, únicament fa un dimensionament de l'accionament. L'elecció del motor és per aproximacions successives.
[28]	Haskew, T. A., & Schinstock, D. E. (1998). Optimal Design of Electromechanical Actuators	Transforma l'equació dinàmica d'un sistema mecànic a paràmetres elèctrics utilitzant la teoria Bond Graph.

	for Active Loads. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 3(2), 129-137.	Planteja tres casos possibles de càrrega: força en el receptor unidireccional i constant, força del receptor bidireccional constant i oposada a la velocitat i finalment, força en el receptor sinusoidal.
[8]	Ferrer Riba, J. (1998). Programa informàtic de selecció assistida per ordinador d'accionaments per a desplaçaments ràpids. Projecte final de carrera, UPC, Barcelona.	Pren com a punt de partida els treballs dels autors (Lopez & Foulc, 1984), (Riba, 1986), (Riba, 1987) considerant el rendiment de la transmissió i la càrrega en el receptor. No considera el fregament viscos en el motor ni el receptor. A l'afegir el rendiment de la transmissió i la càrrega en el receptor s'amplia el conjunt de casos on es pot aplicar el mètode de la potència transitòria (Riba, 1987). Aquest mètode ampliat permet igualment representar els requeriments del receptor amb les capacitats dels motors. No s'optimitza el cicle de treball, únicament estudia el transitori.
[5]	Van de Straete, H., Degezelle, P., De Schutter, J., & Belmans, R. (1998). Servo motor selection criterion for mechatronic applications. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 3, 43-50.	Estableix una metodologia per representar el receptor en funció de la relació de transmissió en el pla $T^* - \omega^*$. On T^* i ω^* són els parells i velocitats normalitzats. És una metodologia amb resultats equivalents al mètode de la potència transitòria. No té en compte el rendiment de la transmissió, la inèrcia del receptor ni altres forces de frec o viscoses.
[6]	Van de Straete, H., De Schutter, J., & Belmans, R. (1999). An Efficient Procedure for Checking Performance Limits in Servo Drive Selection and Optimization. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 4, 378 - 386.	Estudia la selecció i optimització de motors elèctrics DC d'imants permanents, brushless i AC d'imants permanents, i motor d'inducció. Considera els límits físics de diferents tipus de motor, desmagnetització, límit de commutació, parell i tensió màxima, i sobreescalfament dels bobinats. Per tal de representar les característiques de la càrrega i dels

		motors utilitza el Pla $T^* - w^*$ (parell i velocitat normalitzats). El procediment el separa en dues etapes principals: viabilitat del motor i optimització (preu, pes, volum, etc..)
[32]	Said Abdel Moteleb, M. (1999). Advanced motor drives control in mechatronic technology. A 1999 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. IEEE SMC '99 Conference Proceedings. (Vol. 5, p. 116 - 119).	Utilitza el mateix mètode per la selecció de l'accionament que (Van de Straete, Degezelle, De Schutter, & Belmans, 1998). La nomenclatura i els exemples són idèntics.
[31]	Bowling, A., & Khatib, O. (2002). Actuator selection for desired dynamic performance. A IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2002. (Vol. 2, p. 1966-1973).	L'article presenta dos mètodes per la selecció de motors sobre la base dels criteris de càrrega dinàmica. Aborda la selecció de l'actuador per a una sola configuració, així com per a múltiples configuracions. No presenta cap criteri d'optimització, la selecció la realitza per la representació estadística de les velocitats i acceleracions.
[10]	Domènech, C., Riba, C., Pla, X., Sans, J., & Maury, H. (2003). Comparative Analysis of Triangular and Trapezoidal Speed Diagrams as Strategies for Rapid Movements. In 7th International Research / Expert Conference" Trends in the Development of Machinery and Associated Technology" (pp. 669-672).	Introdueix el terme factor de saturació (fracció del temps de cicle a la velocitat màxima). Això permet tractar amb la mateixa formulació un cicle triangular o trapezial. En l'article es mostra, utilitzant el mètode de la potència transitòria, la conveniència d'utilitzar un perfil de velocitats 1/3 accelerant, 1/3 a velocitat constant i 1/3 desaccelerant.
[11]	Cusimano, G. (2003). A procedure for a suitable selection of laws of motion and electric drive systems under inertial loads.	Utilitza una variant del mètode de la potència transitòria, en el qual no representa en escala logarítmica els valors del receptor i del motor. Té en

	Mechanism and Machine Theory, 519-533.	compte la forma del cicle però el rendiment ni forces de freq o viscoses. El mètode permet la representació gràfica dels requeriments del receptor i de l'actuador.
[21]	Gomes, S., & Santos da Rosa, V. (2003). A new approach to compensate friction in robotic actuators. A IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA '03. (Vol. 1, p. 622-627).	Utilitza l'equació de la dinàmica incloent elements elàstics entre l'actuador i el receptor, així com considerant les forces de freq i les forces viscoses. L'article està orientat a tècniques per compensar l'efecte de la fricció sobre l'actuador. No considera el rendiment de la transmissió ni càrregues en el receptor.
[12]	Cusimano, G. (2005). Generalization of a method for the selection of drive systems and transmissions under dynamic loads. Mechanism and Machine Theory, 40(5), 530 - 558.	Utilitza el mètode anteriorment desenvolupat pel mateix autor (Cusimano, 2003) per veure l'efecte que tenen diferents paràmetres de la cadena de l'accionament sobre la selecció de l'actuador: efecte de la inèrcia de la transmissió, efecte de la relació de transmissió, efecte dels parells resistents, efecte de les tasques complexes en les màquines. El rendiment de la transmissió no el té present en cap cas. No dóna un mètode general per la selecció de l'actuador i transmissió.
[22]	Huang, T., Mei, J., Li, Z., Zhao, X., & Chetwynd, D. G. (2005). A Method for Estimating Servomotor Parameters of a Parallel Robot for Rapid Pick-and-Place Operations. Journal of Mechanical Design, 127(4), 596-601.	En l'article s'exposa un mètode per estimar els paràmetres de l'actuador d'un robot paral·lel per moviments ràpids en la col·locació de components. El mètode proposat fa una estimació de la màxima velocitat angular, del moment d'inèrcia de l'actuador i del parell màxim, donades unes dades inicials del moviment, massa i inèrcies. No té en compte el rendiment de la transmissió.

[33]	<p>Roos, F., Johansson, H., & Wikander, J. (2006). Optimal selection of motor and gearhead in mechatronic applications. <i>Mechatronics</i>, 16(1), 63-72.</p>	<p>El mètode exposat en l'article permet determinar la millor combinació de relació de transmissió i motor, donada una càrrega en el receptor. El mètode permet considerar el pes, la potència pic, el parell del receptor i el rendiment de la transmissió. El mètode no representa de manera independent la càrrega i el motor, amb la qual cosa la selecció s'ha de fer representant les diferents paràmetres de selecció respecte la relació de transmissió.</p>
[24]	<p>Cusimano, G. (2007). Optimization of the choice of the system electric drive-device--transmission for mechatronic applications. <i>Mechanism and Machine Theory</i>, 42, 48-65.</p>	<p>Basant-se en els seus treballs anteriors (Cusimano, 2003) i (Cusimano, 2005) (Pla K-P) desenvolupa un mètode per la comprovació i optimització d'un motor elèctric i la seva transmissió per aplicacions mecatròniques. No considera el rendiment de la transmissió a l'hora de comprovar o seleccionar l'actuador, únicament ho fa a l'hora d'optimitzar la transmissió. Apart d'aquest aspecte, no aporta cap novetat tècnica respecte els articles anteriors.</p>
[13]	<p>Choi, C., Jung, S., Kim, S., Lee, J., Choe, T., Chung, S., et al. (2007). A motor selection technique for designing a manipulator. <i>An International Conference on Control, Automation and Systems</i>, 2007. ICCAS '07. (p. 2487-2492).</p>	<p>Utilitza els mateixos criteris per la normalització de la relació de transmissió i del parell del receptor de Van de Straete et al. (Van de Straete, Degezelle, De Schutter, & Belmans, 1998) i representa d'igual manera la corba del parell en el receptor en el pla $T^* - w^*$. Per la selecció de l'actuador analitza el parell de pic i els límits de velocitat, el parell mig i la temperatura límit del motor. Aquest últim punt, representa la càrrega del receptor considerant la temperatura límit del motor.</p>

[25]	Izumi, T., Li, Z., & Zhou, H. (2008). A reduction ratio for minimizing dissipated energy in a mechatronic system with a gear train. <i>Mechatronics</i> , 18, 529-535.	En molts altres autors com Roos et al. (Roos, Johansson, & Wikander, 2006) i Giancarlo Cusimano (Cusimano, 2005) determinen la relació de transmissió en funció de criteris de les càrregues i inèrcies en l'actuador, transmissió i receptor. Tanmateix, no consideren el fregament, la inèrcia de la transmissió o l'energia dissipada. L'article proposa un mètode per l'optimització de la relació de transmissió minimitzant l'energia dissipada en l'accionament.
[26]	Barros, R. (2009). Estrategias de movimiento en sistemas de accionamientos rápidos para manipuladores de múltiples grados de libertad. Maestría en Ingeniería mecánica, Universidad del Norte. División de ingenierías, Departamento de ingeniería mecánica, Barranquilla.	L'objecte de la tesi és desenvolupar una metodologia per la distribució i assignació de temps en manipuladors de múltiples graus de llibertat, d'una cadena cinemàtica oberta amb moviments encadenats no simultanis, que optimitzi la mida dels accionaments. La metodologia utilitzada es basa en el mètode de la potència transitòria plantejada en Lopez-Foulc [7] i desenvolupada per Riba[1].
[23]	Pettersson, M., & Olvander, J. (2009). Drive Train Optimization for Industrial Robots. <i>IEEE Transactions on Robotics</i> , 25, 1419 - 1424.	Aplica l'equació general de la dinàmica, considerant les inèrcies en l'actuador i receptor, el parell en el receptor i forces de fricció. Per altra banda utilitza una formulació per determinar la vida del reductor. També considera la forma del parell en el receptor (màxim parell a permès a baixa i alta velocitat). Comprova el parell mig, el parell de pic, la velocitat màxima, la vida del reductor i la forma del cicle del parell receptor.
[14]	H. Giberti, S. Cinquemani, and G. Legnani, "Effects of transmission mechanical	Desenvolupa una metodologia per determinar quina és la influència de la inèrcia de la transmissió i el seu

	characteristics on the choice of a motor-reducer," <i>Mechatronics</i> , vol. 20, no. 5, pp. 604–610, 2010.	rendiment per determinar la relació de transmissió òptima. S'analitza tan per rendiment directe com invers. No té en compte el parell en el receptor.
[17]	Cusimano, G. (2011). Choice of electrical motor and transmission in mechatronic applications: The torque peak. <i>Mechanism and Machine Theory</i> , 46, 1207-1235.	L'article es basa en la metodologia per la selecció de l'actuador i la transmissió per aplicacions mecatròniques, descrita anteriorment en treballs del mateix autor (Cusimano, 2003), (Cusimano, 2005) i (Cusimano, 2007). L'estudi desenvolupa un cas particular, en el qual el parell de pic és un factor molt més limitant que l'efecte tèrmic. El mètode permet descartar els motors que no són capaços de complir amb els requeriments del receptor, independentment de la relació de transmissió.
[9]	Giberti, H., Cinquemani, S., & Legnani, G. (2011). A Practical Approach to the Selection of the Motor-Reducer Unit in Electric Drive Systems. <i>Mechanics Based Design of Structures and Machines</i> , 39, 303-319.	Utilitza l'equació dinàmica d'un sistema mecànic considerant les inèrcies de l'actuador i receptor, així com la càrrega en el receptor per seleccionar l'actuador i la transmissió. Desenvolupa un sistema per determinar un rang de relacions de transmissió vàlides per els requeriments de l'accionament. El sistema proposat usa dades de catàleg en la metodologia per fer la selecció de l'actuador i transmissió
[29]	Zhou, L., Bai, S., & Hansen, M. R. (2011). Design optimization on the drive train of a light-weight robotic arm. <i>Mechatronics</i> , 21, 560-569.	El mètode proposat és capaç d'arribar a un disseny amb una menor massa per el conjunt de la cadena d'accionament d'un braç robòtic. Es desenvolupa una co-simulació amb la plataforma MSC.ADAMS i l'optimització d'un algorisme implementat en Matlab que permet l'optimització del disseny. El mètode considera la característica del motor i de la transmissió, incloent la relació de transmissió, la

		inèrcia de la transmissió, la inèrcia del motor i el rendiment de la transmissió.
[15]	G. Cusimano, "Influence of the reducer efficiencies on the choice of motor and transmission: Torque peak of the motor," Mech. Mach. Theory, vol. 67, pp. 122–151, 2013.	Aquest article tracta de la selecció del motor i la transmissió. Amb el rendiment directe i invers genera un gràfic ($\sqrt{\dot{P}}$ i $\sqrt{2K}$) on es representa els requeriments del receptor. Finalment utilitzant la mateixa relació entre el rendiment i la relació de transmissió que Giberti [30] troba el seu valor més adequat.
[16]	G. Cusimano, "Choice of motor and transmission in mechatronic applications: Non-rectangular dynamic range of the drive system," Mech. Mach. Theory, vol. 85, pp. 35–52, Mar. 2015.	Proposa un mètode gràfic en base al diagrama $\sqrt{\dot{P}}$ i $\sqrt{2K}$ on representa els requeriments del receptor. Sobre el mateix diagrama representa les característiques del motor i determina la relació de transmissió vàlida. No utilitza cap criteri d'optimització.

2.3 Anàlisi de les característiques principals en la selecció d'un accionament

En l'anàlisi de l'estat de l'art s'han estudiat com els diferents autors utilitzaven en els seus models les principals característiques per dimensionar un accionament per a moviments ràpids.

Les característiques considerades són:

Inèrcies del sistema:

- J_a : Inèrcia de l' accionament
- J_L : Inèrcia del receptor o de la càrrega
- J_t : Inèrcia de la transmissió

Anàlisi del règim de funcionament:

- Permanent
- Transitori

Rendiment de la transmissió:

- η_t : Rendiment de la transmissió

Estratègies de moviment (Velocitat vs. Temps) i consideracions sobre la conveniència d'una estratègies en front d'un altre:

- Estratègia triangular
- Estratègia Trapezoïdal
- Altres

Consideracions en la forma del perfil de velocitats (Velocitat vs. Temps) i en les transicions de velocitat:

- Transicions per minimitzar la variació de l'acceleració
- Transicions per minimitzar la potència necessària
- Altres

Consideracions del parell en el receptor (Γ_r) en la dimensionament de l'accionament:

- Parell constant
- Parell variable

Consideracions de les forces de frec en la dimensionament de l'accionament::

- M_{fa} : Parell o forces produïdes pel frec en l'accionament
- M_{fL} : Parell o forces produïdes pel frec en el receptor

Existència d'alguns paràmetres d'optimització que permetin obtenir una solució vàlida i optimitzada:

- i : relació de velocitats
- Altres

Establiment d'un coeficient de seguretat en el dimensionament del motor i la transmissió, coeficient de seguretat:

- Establiment d'un criteri per determinar un coeficient de seguretat en la selecció de l'accionament i la transmissió

Quin tipus de metodologia aplica l'autor:

- Selecció d'accionaments
- Optimització
- Comprovació
- Altres

Anàlisi del control i les seves limitacions en la selecció de l'accionament (motor i transmissió):

- No es considera.
- Sí es considera. Definir el grau

En la següent taula s'analitzen les característiques, aquí exposades, per a cada publicació analitzada en l'estat de l'art sobre metodologies per la selecció, dimensionament i optimització d'accionaments per a moviments ràpids.

Taula resum de les característiques considerades en cada article

	Publicació	Inèrcies	Règim	Rend. Trans.	Estratègies de moviment	Forma ω vs t	Parell Receptor	Forces freq i esmorteïment	Paràmetres d'optimització	Coef. Seg.	Tipologia	Control
[7]	(Lopez & Foulc, 1984)	J_M, J_L	Perm, trans	No	No	No	No	Si	i	No	Selecció	No
[3]	(Pasch & Seering, 1984)	J_M, J_T, J_L	Perm, trans	No	En funció de i	No	constant	Viscoses en la càrrega i motor	io	No	Selecció	No
[27]	(Riba, 1986)	J_M, J_L	Trans	Si	En funció de i	No	No	No	io, iop	No	Optimització	No
[2]	(Riba, 1987)	J_M, J_L	Trans	No	Tria, Trap	No	No	No	io, iop	No	Selecció i optimització	No
[30]	(Gerbaud, Bigeon, & Champenois, 1993)	-	-	No	No	No	No	No	No	No	Selecció	No
[18]	(Jones, 1995)	J_M, J_L	Perm, Trans	No	Si però no les usa en el dimensionament	Si, no les usa en el dimensionament	Constant i a règim permanent	No	No	No	Comprovació	No
[19]	(Vaidya, 1995)	J_M, J_L	Perm, Trans	No	No	No	No	No	No	No	Comprovació	No

	Publicació	Inèrcies	Règim	Rend. Trans.	Estratègies de moviment	Forma ω vs t	Parell Receptor	Forces freq i esmorteïment	Paràmetres d'optimització	Coef. Seg.	Tipologia	Control
[28]	(Fussell & Taft, 1995)	J_M, J_L	Trans	No	Tria	No	Constant	Esmorteïment, freq estàtic i dinàmic	No	No	Comprovació	No
[1]	(Riba, 1997)	J_M, J_L	Trans	Si	Tria, Trap	No	No	No	io, iop	No	Selecció i optimització	
[28]	(Haskew & Schinstock, 1998)	J_M, J_L	Trans	No	No	Si (en funció tipus de càrrega)	Constant, constant oposat al mov. i sinusoidal	Esmorteïment, freq	No	No	Optimització	No
[8]	(Ferrer Riba, 1998)	J_M, J_L	Trans	Si	Tria	No	Constant	Freq	No	No	Selecció	No
[5]	(Van de Straete, Degezelle, De Schutter, & Belmans, 1998)	J_M	Trans	No	No	No	No	No	No	No	Selecció	No
[6]	(Van de Straete, De Schutter, & Belmans, 1999)	J_M	Trans	No	No	No	No	No	No	No	Selecció	Considera límits físics del motor

	Publicació	Inèrcies	Règim	Rend. Trans.	Estratègies de moviment	Forma ω vs t	Parell Receptor	Forces freq i esmorteïment	Paràmetres d'optimització	Coef. Seg.	Tipologia	Control
[32]	(Said Abdel Moteleb, 1999)	J_M	Trans	No	No	No	No	No	No	No	Selecció	No
[31]	(Bowling & Khatib, 2002)	-	-	No	No	No	No	No	No	No	Selecció estadística	No
[10]	(Domènech, Riba, Pla, Sans, & Maury, 2003)	J_M, J_L	Trans	No	Tria vs Trap	No	No	No	lo i iop	No	Comprovació	No
[11]	(Cusimano, 2003)	J_M, J_T, J_T	Trans	No	Imposa el perfil d'acceleració	no	Si	No	No	No	Selecció	No
[21]	(Gomes & Santos da Rosa, 2003)	J_M, J_L	Trans	No	No	No	No	Si	No	No	Comprovació	No
[12]	(Cusimano, 2005)	J_M, J_T, J_T	Trans	No	Imposa el perfil d'acceleració	no	Si	No	No, només efecte dels diferents paràmetres	No	Anàlisi dels efectes de diferents paràmetres	No
[22]	(Huang, Mei, Li, Zhao, & Chetwynd, 2005)	J_M, J_L	Trans	No	No	No	No	No	No	No	Estimació dels paràmetres del motor	No

	Publicació	Inèrcies	Règim	Rend. Trans.	Estratègies de moviment	Forma ω vs t	Parell Receptor	Forces freq i esmorteïment	Paràmetres d'optimització	Coef. Seg.	Tipologia	Control
[33]	(Roos, Johansson, & Wikander, 2006)	J_M, J_L	Trans	Si	No defineix. Imposa acceleració	No	Si, variable amb t	No	Potència de pic, parell del motor, energia	No	Selecció motor	No
[24]	(Cusimano, 2007)	J_M, J_T, J_T	Trans	Només en l'optimització	Imposa el perfil d'acceleració	no	Si	No	No	No	Selecció i optimització	No
[13]	(Choi, et al., 2007)	J_M	Trans	No	No	No	No	No	No	No	Selecció	Temperatura màxima motor
[25]	(Izumi, Li, & Zhou, 2008)	-	-	Si	No	No	Si	Forces de fregament i viscoses	No	No	Optimització relació de transmissió per energia dissipada	No
[26]	(Barros, 2009)	J_M, J_L	Trans	Si	Factor de saturació	No	No	No	Optimització de temps	No	Selecció estratègia	No
[23]	(Pettersson & Olvander, 2009)	J_M, J_T, J_T	Trans	Si	No	Forma cicle parell receptor	Si	Frec	No	No	Comprovació	No

	Publicació	Inèrcies	Règim	Rend. Trans.	Estratègies de moviment	Forma ω vs t	Parell Receptor	Forces freq i esmorteïment	Paràmetres d'optimització	Coef. Seg.	Tipologia	Control
[14]	(Giberti, Cinquemani, & Legnani, 2010)	J_M, J_L	Trans	Si	No	No	No	No	No	No	Comprovació	No
[17]	(Cusimano, 2011)	J_M, J_L	Trans	No	No	No	Si	No	No	No	Comprovació	No
[9]	(Giberti, Cinquemani, & Legnani, 2011)	J_M, J_L	Trans	No	No	No	Si	No	Relació de transmissió	No	Selecció	No
[29]	(Zhou, Bai, & Hansen, 2011)	J_M, J_T, J_T	Trans	Si	Si	Si, amb simulació	Si, amb la simulació	No	No	No	Disseny d'optimització	No
[15]	(Cusimano, 2013)	J_M, J_L	Trans	Si	No	No	Si	No	No	No	Comprovació	No
[16]	(Cusimano, 2015)	J_M, J_L	Trans	Si	No	No	Si	No	No	No	Comprovació	No

2.4 Conclusions

En aquest capítol, s'han analitzat diversos articles i publicacions sobre la selecció i optimització d'accionaments per a moviments ràpids. En general tots ells parteixen de l'equació de la dinàmica d'un sistema mecànic (1.3).

Com s'ha vist en l'apartat anterior, hi ha autors que únicament fan una comprovació de l'accionament i d'altres que desenvolupen una metodologia que permet obtenir criteris per la selecció del motor i la transmissió. Dins d'aquest últim grup hi ha dues línies diferenciades: els que es basen en l'anàlisi en el pla $T^* - \omega^*$ (Parell i velocitat normalitzats), en el pla $\sqrt{\dot{P}} - \sqrt{2K}$ i en el pla $\dot{P} - 2K$ (Potència transitòria i energia cinètica doble).

Tot i que els resultats obtinguts amb les tres metodologies són equivalents, el mètode $\dot{P} - 2K$, ofereix més claredat a l'hora de representar els resultats i, tal com va demostrar Ferrer [8], és possible incloure el rendiment de la transmissió i el parell del receptor en la formulació. Fet, aquest últim, que la resta d'autors ho han analitzat de forma independent.

En l'anàlisi realitzat s'han detectat una sèrie de mancances en els mètodes emprats pels autors. Alguns conceptes s'analitzen de manera separada quan seria més acurat analitzar-los conjuntament, incloent-los alhora en la formulació, com:

- Rendiment de la transmissió
- Parell en el receptor
- Forces de frec

Altres es consideren parcialment i no els seus efectes complets sobre el dimensionament de l'accionament, com ara:

- Estratègies de moviment
- Forma del perfil de velocitats en les transicions de velocitat
- Paràmetres d'optimització, i_o , i_{op} , energia dissipada

L'establiment d'un coeficient de seguretat en el dimensionament del motor i la transmissió, sent un aspecte fonamental pel dissenyador, no es tracta en cap estudi.

Finalment el paper que juga el control del sistema sobre el dimensionament de l'accionament, només tractat per Van de Straete et al. (Van de Straete, Degezelle, De Schutter, & Belmans, 1998), des del punt de vista de les limitacions físiques del motor i per cap autor des del punt de vista del convertidor.

Donades aquestes mancances en les metodologies actuals i la versatilitat del mètode de la potència transitòria, una línia de recerca molt interessant en la selecció d'accionaments per a moviments ràpids, és el desenvolupament del mètode $\dot{P} - 2K$ incloent aquests aspectes no considerats.

Per desenvolupar aquest nou mètode, serà necessari utilitzar un programari adient per realitzar els càlculs iteratius, en el cas que sigui necessari, per determinar la transmissió i el motor més adequats als requeriments del receptor

Es pot concloure que aquest anàlisi de l'estat de l'art ha permès, per una banda, detectar una sèrie de mancances en les metodologies actuals sobre la selecció d'accionaments per a moviments ràpids, i per un altre, conèixer l'abast dels treballs realitzats.

Capítol 3. Estudi de les estratègies de moviment

3.1 Introducció

Un dels majors reptes de la mecatrònica és la selecció d'accionaments per realitzar moviments ràpids per tal d'augmentar la productivitat en les màquines automàtiques i sistemes d'automatització flexibles. La indústria manufacturera requereix moltes operacions de manipulació, on el temps de moviment s'ha de minimitzar entre dues posicions. En aquest tipus de moviment, els paràmetres de la cadena de transmissió (parell, inèrcia, relació de transmissió, i acceleració), la identificació i dimensionament dels components de la càrrega adquireixen un paper decisiu en el comportament dinàmic del sistema.

En general, les decisions sobre la cadena de transmissió es basen en programari comercial dels fabricants, fet que pot conduir a la subestimació del comportament dinàmic de l'accionament per part dels enginyers en el moment de concebre el seu disseny. Degut a l'absència d'eines de disseny apropiades, la dificultat per comprendre correctament el sistema és més gran, i es fa més difícil la selecció d'alternatives més eficients amb costos més baixos.

Una de les incògnites que es plantegen els enginyers és determinar quina relació de velocitats és la més adequada. En aquest sentit, el mètode de la potència transitòria-energia cinètica ($\dot{P} - 2K$), proporciona la solució per a un receptor determinat donat un conjunt de motors candidats. Aplicant aquest mètode s'obté un rang de relacions de transmissió vàlides, qualsevol de les quals compleix amb els requeriments del receptor. Sovint, en casos reals la funció de la màquina fa que el receptor realitzi diferents moviments amb desplaçaments i temps de durada

diferents (robots manipuladors, robots delta, etc..). En aquests casos és molt improbable una solució òptima per a tots els moviments de la màquina, fet que obliga a triar una solució de compromís.

Les aportacions d'aquest capítol parteixen de l'anàlisi de les estratègies de moviment triangular i trapezial. S'estudien les dues estratègies sense aprofundir en la selecció del motor i la transmissió. Es realitza un anàlisi per discernir quina estratègia es la més adequada en desplaçaments curts i llargs, prenent com a paràmetre d'optimització la relació de velocitats. A més a més, es donen eines per determinar, donat un conjunt de desplaçaments del mateix receptor, quina és la relació de velocitats més equilibrada i quin error sobre la solució òptima de cada moviment s'està assumint.

3.2 Antecedents

En la literatura tècnica de la dècada de 1980 va aparèixer l'interès en màquines d'alt rendiment i els seus controls. Un dels enfocaments més importants per resoldre el problema de la selecció de la cadena d'accionament per a moviments ràpids és el diagrama $\dot{P} - 2K$ (Potència transitòria-Energia cinètica doble) desenvolupat per López i Foulc [7], que defineix la relació de velocitats de referència (i_R) per maximitzar l'acceleració de la càrrega com la relació de velocitats obtinguda quan l'energia cinètica del motor i de la càrrega són iguals, veure equació (3.1). A l'equació (3.1), J_L és la inèrcia de l'eix del receptor i J_M és la inèrcia de l'eix motor.

$$i_R = \frac{\omega_M}{\omega_L} = \sqrt{\frac{J_L}{J_M}} \quad (3.1)$$

Per Pasch i Seering [3], el problema de l'elecció òptima de la relació de velocitats (i) amb un actuator i una càrrega donades, es va resoldre en el cas d'un sol eix, derivant la relació de velocitats òptima i optimitzant la durada del moviment entre dos punts usant un diagrama de velocitat triangular. Els resultats obtinguts es van realitzar de forma paral·lela al treball de López i Foulc [7].

A partir de l'obra de López i Foulc [7], Riba [2] va desenvolupar un mètode operatiu per a l'elecció real dels principals paràmetres de la cadena de transmissió per a moviments ràpids. Des de llavors, la seva aplicació als casos industrials explicats en diverses publicacions ([1] i [34]), ha demostrat la seva utilitat tant en el dimensionament de la cadena de transmissió com per ajudar a la comprensió de la influència de diferents paràmetres sobre el comportament dinàmic d'aquests sistemes.

Chedmail [4] va proposar un procediment recursiu per a l'elecció dels accionaments robòtics, minimitzant la massa dels actuadors causant del parell màxim, però suposant relacions de transmissió fixes. Cetinkunt [35] va ser el primer autor en demostrar la importància dels requisits de precisió per a la selecció dels servomecanismes.

Maury [36] va proposar el mètode parell-temps constant basat en un model lineal de la constant de temps del sistema electromecànic com un paràmetre fonamental per a la selecció de l'accionament. Domènech [10] va fer una comparació entre els diagrames de velocitat triangulars i trapezoïdals per al moviment de càrrega mitjançant el diagrama $\dot{P} - K$, assolint una

relació entre el diagrama de velocitat triangular i el trapezoidal introduint el factor de saturació (ξ).

Pacheco [37] complementa el treball de Maury [36] per la determinació de constants de temps electromecànics per a motors pas a pas utilitzant un model no lineal i introduint l'efecte de les forces dissipatives.

Van de Straete [5] va proposar un mètode per a la selecció d'un servomotor síncron de corrent alterna d'imants permanents, tant per a servei continu com amb sobrecàrregues, separant les característiques dinàmiques normalitzades de motor i la càrrega. Van de Straete [6] va ampliar el mètode a tot tipus de servomotors.

Cusimano [11] va proposar un mètode similar al $\dot{P} - 2K$, que té per objecte l'elecció de components adequats quan les càrregues inercials són dominants. També separa les característiques dinàmiques del motor i la càrrega i representa aquests de forma gràfica. En aquest treball l'autor incorpora l'estratègia de moviment des d'un inici en l'anàlisi. El mateix autor en un treball posterior [12] considera el parell resistent i la inèrcia de la transmissió. L'autor va adoptar el mètode normalitzat de Van de Straete utilitzant el tipus d'alimentació i l'energia cinètica com a paràmetres gràfics per a la selecció [24].

Giberti [14] analitza la relació de transmissió en funció del rendiment directe o indirecte i en proposa una metodologia per la seva aplicació pràctica [9].

Roos et al. [33], van proposar un mètode general per a la selecció òptima de la transmissió del motor i l'engranatge per a aplicacions mecatròniques. Choi et al. [38] i Giberti et al. [14], adopten i milloren el mètode normalitzat de Van de Straete amb l'ús de dos criteris per la selecció, el de les línies de potència i el tèrmics.

Posteriorment Cusimano [24] analitza els efectes tèrmics del motor a l'hora d'analitzar quina transmissió és la més adequada. En l'article [17], Cusimano realitza un treball similar al [24] però en base al parell pic i determina la corba anomenada "corba del parell pic". Aquesta corba permet al dissenyador analitzar els motor vàlids. En [15] analitza l'accionament considerant el rendiment directe i invers generant un gràfic ($\sqrt{\dot{P}}$ i $\sqrt{2K}$) on es representa els requeriments del receptor. El darrer article de Cusimano [16] presenta una metodologia per representar els requeriments del receptor amb la corba de parell pic i els motors candidats en el pla $\sqrt{\dot{P}} - \sqrt{2K}$.

3.3 Definició dels paràmetres i la caracterització de la cadena de transmissió.

En aquest apartat es defineixen els diferents paràmetres de la cadena de transmissió i s'estudien en dos casos: en primer lloc s'analitza l'estratègia de moviment triangular i, finalment, la trapezial.

La cadena de transmissió consta d'un motor, una transmissió i una càrrega, com es pot veure en la Figura 3.1. Una de les suposicions fonamentals és que la cadena de transmissió és rígida, és a dir, els seus elements són prou rígids i els efectes d'amortiment són prou petits per negligir els seus efectes (deformacions, vibracions, dissipació) en el comportament dinàmic del sistema. Aquesta circumstància es planteja en la majoria d'aplicacions industrials. Altrament, per resoldre el problema de forma més completa cal utilitzar mètodes més sofisticats (necessàriament menys generals) per considerar aquests efectes.

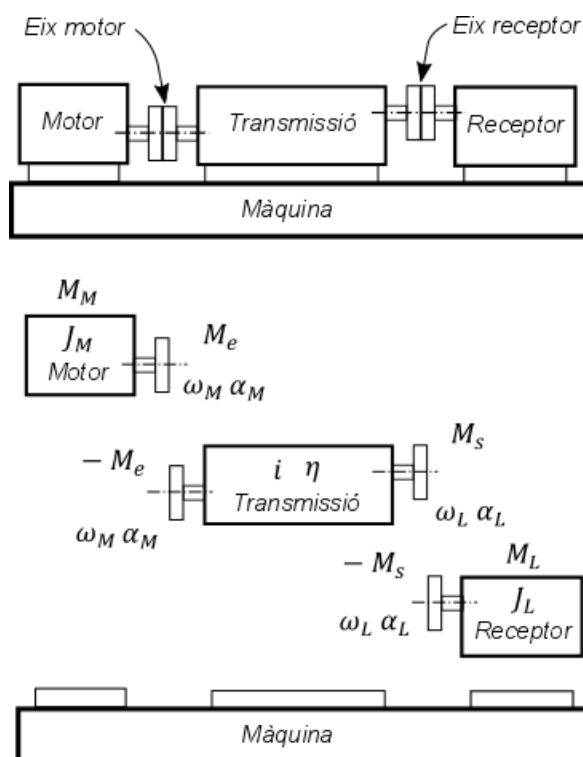


Figura 3.1. Elements de la cadena d'accionament. Font: elaboració pròpia.

De l'aplicació de la forma angular de la segona llei de Newton en el motor i la càrrega s'obtenen les equacions (3.2) i (3.3).

$$M_M - M_e = J_M \alpha_M \tag{3.2}$$

$$M_s - M_L = J_L \alpha_L \quad (3.3)$$

On M_M és el parell motor, M_e és el parell en l'eix d'entrada de la transmissió, α_M és l'acceleració angular del motor, M_s és el parell de l'eix de sortida de la transmissió, M_L és el parell resistent en el receptor o de la càrrega i α_L és l'acceleració angular de la càrrega. Per a la transmissió, la relació de velocitats (i) es defineix amb l'equació (3.4), on ω_M és la velocitat angular del motor i ω_L és la velocitat angular de la càrrega. El rendiment mecànic (η) de la transmissió es defineix amb l'equació(3.5).

$$i = \frac{\omega_M}{\omega_L} = \frac{\alpha_M}{\alpha_L} \quad (3.4)$$

$$\eta = \frac{M_s \omega_L}{M_e \omega_M} \quad (3.5)$$

Combinant les equacions (3.4) i (3.5), s'obté l'equació(3.6)

$$M_e = \frac{M_s}{\eta i} \quad (3.6)$$

Llavors, l'equació (3.7) s'obté combinant l'equació (3.6), (3.3) i (3.4) en l'equació (3.2).

$$M_M = \frac{M_L}{\eta i} + \left(J_M + \frac{J_L}{\eta i^2} \right) \alpha_M \quad (3.7)$$

El model no considera eixos de transmissió intermedis (només es dona en casos excepcionals i, en la pràctica, la incidència d'aquests eixos és insignificant). El model segueix sent vàlid si els efectes de la inèrcia dels diferents eixos de transmissió es redueixen a l'eix del motor. No obstant això, els elements de transmissió (politges, engranatges, eixos d'entrada de la caixa de canvis, etc.) acoblats a l'eix d'accionament (en general el més ràpid) tenen profunds efectes en la selecció: sovint, la seva inèrcia és del mateix ordre de magnitud que la del motor i afecta significativament el comportament dinàmic del sistema, com exposa Tsai [39]. En qualsevol cas, el valor de la inèrcia de l'eix motor J_M ha d'incloure tant la inèrcia del motor com la dels elements de transmissió associats amb aquest eix.

El mateix argument es pot fer amb l'eix de sortida de la transmissió en relació a l'eix de la càrrega. Els efectes de les inèrcies de sistemes acoblats a l'eix de la càrrega també es poden reduir a la inèrcia de la càrrega i, de la mateixa manera que en el cas del motor, el model segueix

sent vàlid. No obstant això, en la pràctica els efectes són molt més petits degut a la relació de velocitats entre el motor i la càrrega, i en la majoria dels casos es poden negligir.

3.3.1 Hipòtesis en la caracterització d'accionaments per a moviments ràpids

En els accionaments mecatrònics per a moviments ràpids el parell de la càrrega (absorbida o dissipada per la càrrega) és generalment molt inferior al parell d'acceleració del sistema. D'altra banda, les transmissions per a moviments ràpids tendeixen a tenir una alta eficiència, entre 0,85 i 0,95 segons Riba [2], en comparació amb altres transmissions. Això permet fer diversos supòsits simplificadors:

- a) El parell resistent de la càrrega (M_L) es negligeix en comparació amb els efectes d'inèrcia dels diversos elements del sistema.
- b) El rendiment de la transmissió mecànica (η) es considera igual a la unitat.
- c) Els parells dissipatius del motor, transmissió i de la càrrega es negligeixen, ja que els seus valors en servomotors són generalment molt inferiors al parell del motor.

Aquests supòsits són vàlids i utilitzats per la majoria dels autors ([7], [3], [2], [4], [5], [6]) per deduir els seus mètodes de selecció d'accionaments. Ferrer [8], seguint el treball de Riba [2] i Cusimano [11], va incloure l'efecte del parell de la càrrega diferent de zero i rendiments menors a la unitat, també considerat en aquets treball en capítols posteriors.

Així, la forma simplificada de l'equació (3.7) que correspon a l'equació de la dinàmica per a moviments ràpids pren la següent forma:

$$M_M = \left(J_M + \frac{J_L}{i^2} \right) \alpha_M \quad (3.8)$$

L'equació (3.8) relaciona l'acceleració del motor amb el parell motor. No obstant això, resulta més convenient relacionar el parell del motor i l'acceleració de la càrrega. En el cas d'actuadors robòtics, l'interès és trobar el desplaçament d'una càrrega específica entre dues posicions en un temps donat i amb una precisió requerida. Per a aquest propòsit, l'equació (3.4) es substitueix en l'equació (3.8) i l'acceleració de la càrrega s'expressa amb l'equació (3.9)

$$\alpha_L = \frac{M_M}{iJ_M + \frac{J_L}{i}} \quad (3.9)$$

L'equació (3.9) mostra que, caracteritzat el motor i la càrrega, el paràmetre clau per optimitzar el sistema és la relació de velocitats (i).

3.4 Estratègies per minimitzar el temps de moviment

El criteri per minimitzar el temps de moviment és diferent depenent de si el desplaçament de l'eix de la càrrega és curt o llarg:

- Per *desplaçaments curts*, en els quals la velocitat del motor no aconsegueix el valor de saturació (màxima velocitat del motor), la millor estratègia és el diagrama de velocitat triangular (Figura 3.2a), suposant que l'acceleració i desacceleració són del mateix valor. Minimitzar el temps de moviment equival a l'obtenció de la màxima acceleració i desacceleració de l'eix de la càrrega.
- Per als *desplaçaments llargs*, on la velocitat del motor arriba a la saturació abans d'assolir la meitat del recorregut, el diagrama de velocitat trapezoïdal (Figura 3.2b) és la millor estratègia. El criteri d'optimització per minimitzar el temps de moviment és més complex i depèn tant del valor de l'acceleració de l'eix de càrrega en el moviment d'arrencada i parada, com del valor de la velocitat de l'eix de la càrrega quan el motor arriba a la seva velocitat de saturació.

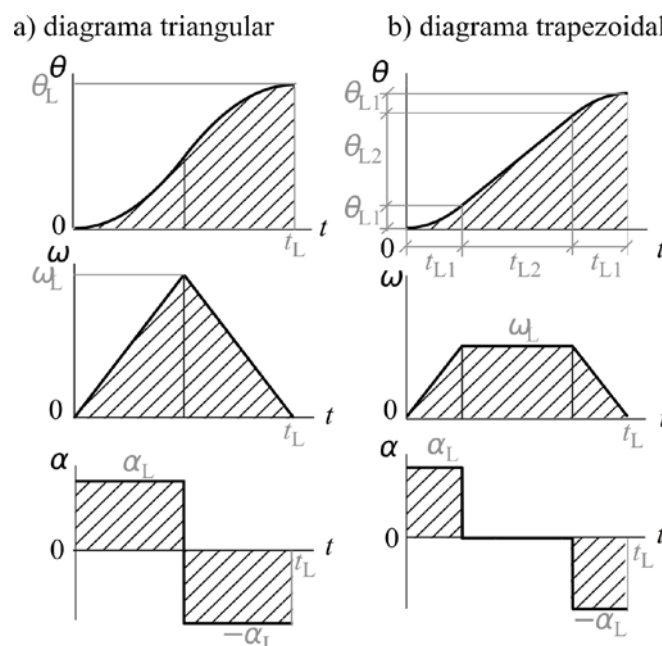


Figura 3.2. Estratègies per a moviments ràpids. a) Diagrama de velocitat triangular; b) Diagrama de velocitat trapezoïdal. Font: elaboració pròpia.

Cal assenyalar que els conceptes de desplaçament curt i llarg són relatius i depenen tant de paràmetres dinàmics associats al motor com a la càrrega. Per tant, un desplaçament per una càrrega donada pot ser curt amb un cert motor (diagrama de la velocitat triangular), però el

mateix desplaçament de la càrrega pot ser llarg en comparació amb un altre motor (i , llavors, adoptar un diagrama de velocitat trapezoidal). Això dependrà de la velocitat màxima de cada motor.

3.4.1 Estratègia de velocitats triangular

En aquesta estratègia, el parell màxim del motor (M_M) s'utilitza per accelerar el sistema durant la primera meitat del moviment ($t_L/2$) i el mateix valor de sentit contrari per frenar i aturar el sistema durant la segona meitat del moviment. Durant el temps en que l'eix de la càrrega es mou entre dues posicions de parada (t_L), la primera meitat del temps correspon a un moviment d'acceleració uniforme de valor α_L i el valor del desplaçament total realitzat per la càrrega θ_L , (Figura 3.2a) expressat a l'equació (3.10):

$$\theta_L = \frac{\alpha_L t_L^2}{4} \quad (3.10)$$

Combinant les equacions (3.9) i (3.10) s'obté la següent expressió per al temps de desplaçament de la càrrega:

$$t_L = \sqrt{\frac{4\theta_L \left(iJ_M + \frac{J_L}{i} \right)}{M_M}} \quad (3.11)$$

La velocitat màxima de la càrrega ω_L (Figura 3.2) s'obté amb l'equació (3.12):

$$\omega_L = \alpha_L \frac{t_L}{2} = \frac{2\theta_L}{t_L} = \sqrt{\frac{\theta_L M_M}{\left(iJ_M + \frac{J_L}{i} \right)}} \leq \frac{\omega_{M_{\max}}}{i} \quad (3.12)$$

Per al diagrama de velocitat triangular, cal que la velocitat màxima requerida per la càrrega estigui en correspondència amb la velocitat màxima que pot assolir el motor, d'acord amb la desigualtat de l'equació (3.12). Si la velocitat correspon a la màxima del motor es complirà la igualtat en l'expressió. En un desplaçament usant un diagrama de velocitat triangular, la velocitat màxima que pot ser assolida per la càrrega és igual a la velocitat màxima del motor dividida per la relació de velocitats. Aquesta velocitat màxima determina el desplaçament màxim total de la càrrega durant un període igual a t_L més enllà del qual el moviment ha d'adoptar necessàriament un diagrama de velocitat trapezoidal. Si la relació de velocitats (i) de

la transmissió és la relació de velocitats de referència i_R , el desplaçament màxim total de la càrrega o desplaçament de referència θ_{LR} s'obté combinant l'equació (3.12) i (3.1):

$$\theta_{LR} = \frac{2\omega_{M_{\max req}}^2 J_M}{i_R M_M} \quad (3.13)$$

Sent $\omega_{M_{\max req}}$ la velocitat del motor màxima requerida i sent $\omega_{M_{\max req}} = \omega_{M_{\max}}$ si el moviment requereix assolir la velocitat màxima del motor. Si el moviment no requereix l'assoliment de la velocitat màxima del motor (diagrama de la velocitat triangular), minimitzar el temps de desplaçament és equivalent a maximitzar l'acceleració de la càrrega (α_L) amb la relació de velocitats com el paràmetre d'optimització, que pot plantejar-se de dues maneres:

- Temps mínim.* Igualant a zero la derivada de temps de desplaçament (t_L) respecte a la relació de velocitats (condició de mínim), equació (3.14).
- Acceleració màxima.* Igualant a zero la derivada de l'acceleració de la càrrega (α_L) respecte a la relació de velocitats (condició de màxim), equació (3.15).

$$\frac{dt_L}{di} = 0 \quad (3.14)$$

$$\frac{d\alpha_L}{di} = 0 \quad (3.15)$$

Substituint l'equació (3.11) en l'equació (3.14) i substituint l'equació (3.9) en l'equació (3.15) s'obté en tots dos casos el mateix resultat si la relació de velocitats és la de referència (i_R).

Per tant, per als diagrames de velocitat triangulars, la solució òptima la proporciona la relació de velocitats de referència (i_R). Analitzant l'equació (3.9) es pot veure que maximitzar l'acceleració significa minimitzar el denominador i les variacions respecte la relació de velocitats de referència s'interpreten com segueix:

- Si la relació de velocitats i és més gran que i_R , l'acceleració resultant de la càrrega és menor ja que el valor més gran de la component de la inèrcia de l'eix del motor en l'equació (iJ_M) no queda compensat pel valor menor de la component de la inèrcia de l'eix de càrrega (J_L/i).
- Si la relació de velocitats i és menor que i_R , l'acceleració resultant de la càrrega és menor ja que el valor més petit de la component de la inèrcia de l'eix del motor en

l'equació (iJ_M) no queda compensat pel valor major de la component de la inèrcia de l'eix de càrrega (J_L/i).

Cal assenyalar que quan es pren una velocitat pròxima a i_R la variació dels efectes de la inèrcia en el conjunt òptim és molt petita, de manera que es permet una certa tolerància en l'adopció de la relació de velocitats (i). No obstant això, com és veurà més endavant, sempre és preferible el cas en què és menor que i_R .

3.4.2 Estratègia de velocitat trapezoïdal

En aquest cas, el motor arriba a la seva velocitat màxima abans de la meitat del temps t_L . Per tant, la part central del desplaçament ha de fer-se a una velocitat constant. El diagrama de la velocitat resultant és trapezoïdal i el temps total consumit depèn del període d'acceleració i desacceleració uniforme (t_{L1}), tots dos iguals, i del període on el moviment és a velocitat constant (t_{L2}), (Figura 3.2b).

Un desplaçament de la càrrega des de la posició inicial fins la posició de final es compon de tres parts:

- a) Un primer moviment uniformement accelerat durant un període de temps igual a t_{L1} . Al final del període s'assoleix la velocitat màxima de la càrrega ω_L i el desplaçament total de la càrrega és θ_{L1} .
- b) Un segon moviment a la velocitat màxima de la càrrega durant un període de temps t_{L2} on el desplaçament realitzat és θ_{L2} .
- c) Un moviment uniformement desaccelerat (amb una desacceleració d'igual valor a l'acceleració del primer moviment) també durant un període de temps t_{L1} de manera que el desplaçament durant aquest període és també θ_{L1} .

Òbviament, amb una velocitat de moviment trapezoïdal el temps total t_L s'expressa amb l'equació (3.16) i el desplaçament de la càrrega total (θ_L) amb l'equació (3.17)

$$t_L = 2t_{L1} + t_{L2} \tag{3.16}$$

$$\theta_L = 2\theta_{L1} + \theta_{L2} \tag{3.17}$$

El temps d'acceleració i desacceleració t_{L1} és la relació de la velocitat màxima i l'acceleració constant adquirida per la càrrega a causa del parell del motor (se suposa constant). Considerant un moviment uniformement accelerat, utilitzant l'equació (3.9) i (3.4), t_{L1} es defineix amb l'equació (3.18) i el desplaçament durant aquest període θ_{L1} amb l'equació (3.19).

$$t_{L1} = \frac{\omega_L}{\alpha_L} = \frac{\omega_{M\text{màx}}}{iM_M} \left(iJ_M + \frac{J_L}{i} \right) \quad (3.18)$$

$$\theta_{L1} = \frac{1}{2} \alpha_L t_{L1}^2 \quad (3.19)$$

El temps t_{L2} correspon a la trajectòria de desplaçament a velocitat màxima constant de la càrrega, que s'obté per diferència entre el desplaçament total i el desplaçament durant l'acceleració i desacceleració amb l'equació (3.20).

$$t_{L2} = \frac{\theta_{L2}}{\omega_L} = \frac{\theta_L - 2\theta_{L1}}{\omega_L} \quad (3.20)$$

Combinant l'equació (3.20) amb l'equació (3.19), (3.18) i (3.4) l'expressió de t_{L2} és:

$$t_{L2} = \frac{i\theta_L}{\omega_M} - \frac{\omega_{M\text{màx}}}{iM_M} \left(iJ_M + \frac{J_L}{i} \right) \quad (3.21)$$

Combinant l'equació (3.16) amb l'equació (3.18) i l'equació (3.21) el temps total de moviment t_L en un diagrama de velocitat trapezoidal és:

$$t_L = \frac{\omega_{M\text{màx}}}{iM_M} \left(iJ_M + \frac{J_L}{i} \right) + \frac{i\theta_L}{\omega_{M\text{màx}}} \quad (3.22)$$

En el cas d'una estratègia trapezoidal, l'optimització del temps ve relacionada per la relació de transmissió triada. Per trobar la relació de velocitats òptima (i_{op}) que minimitza el temps de moviment t_L , cal derivar l'equació (3.22) respecte a la relació de velocitats i igualar-la a zero (condició del mínim).

$$\frac{dt_L}{di} = -\frac{\omega_{M\text{màx}}}{i^2 M_M} \left(iJ_M + \frac{J_L}{i} \right) + \frac{\omega_{M\text{màx}}}{iM_M} \left(J_M - \frac{J_L}{i^2} \right) + \frac{\theta_L}{\omega_{M\text{màx}}} \quad (3.23)$$

Llavors la relació de velocitats òptima i_{op} és

$$i_{op} = \sqrt[3]{\frac{2\omega_{M\text{màx}}^2 J_L}{\theta_L M_M}} \quad (3.24)$$

Combinant l'equació (3.24) amb l'expressió del desplaçament de referència obtingut per al diagrama de velocitat triangular θ_{LR} (3.13) i l'equació (3.1), l'expressió de i_{op} és la següent:

$$i_{op} = i_R \sqrt[3]{\frac{\theta_{LR}}{\theta_L}} \quad (3.25)$$

Quan l'estratègia és trapezoïdal sempre s'aplicarà per $\theta_L \geq \theta_{LR}$, amb la qual cosa $i_R \geq i_{op}$. Així, per una mateixa velocitat màxima del motor la velocitat del receptor serà més gran quan l'estratègia sigui trapezoïdal i per tant, la relació de velocitats sigui i_{op} .

Per a un desplaçament total de càrrega θ_L més gran que θ_{LR} , pot ser interessant analitzar la diferència de temps entre el desplaçament utilitzant la relació de velocitats òptima i_{op} o la relació de velocitats de referència i_R .

Combinant la relació de velocitats de referència amb l'equació (3.13) i (3.22) s'obté el temps de referència t_{LR} amb l'equació (3.26).

$$t_{L(i=i_R)} = t_{LR} = \frac{2\omega_{M\max}J_M}{M_M} \left(1 + \frac{\theta_L}{\theta_{LR}}\right) \quad (3.26)$$

Mentre que, si apliquem la relació de velocitats òptima i_{op} (3.24) a l'expressió del temps de moviment en un diagrama de velocitat trapezoïdal (3.22), el resultat és el temps òptim t_{Lop} (3.27).

$$t_{L(i=i_{op})} = t_{Lop} = \frac{2\omega_{M\max}\sqrt{J_M J_L}}{i_R M_M} \left[\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \left[\frac{\theta_L}{\theta_{LR}} \right]^{2/3} \right] \quad (3.27)$$

Com es pot veure, quan el desplaçament total de la càrrega θ_L és igual al desplaçament de referència θ_{LR} , llavors $t_{LR} = t_{Lop}$, mentre que per a majors desplaçaments de càrrega, el temps òptim t_{Lop} és menor que el temps de referència t_{LR} .

3.4.3 Factor k

Si s'adopta una relació de velocitats i diferent de i_R , la diferència s'expressa a través del factor k definit amb l'equació (3.28).

$$k = \frac{i}{i_R} \quad (3.28)$$

En el capítol 1 s'ha vist que el quadrat del factor k relaciona l'energia cinètica de l'eix del motor (K_M) i l'energia cinètica de l'eix de càrrega (K_L) amb l'equació (1.20).

El paràmetre k_{op} es defineix com el quocient entre la relació de velocitats òptima i_{op} i la relació de velocitats de referència i_R , utilitzant l'equació (3.25).

$$k_{op} = \frac{i_{op}}{i_R} = \sqrt[3]{\frac{\theta_{LR}}{\theta_L}} \quad (3.29)$$

Quan s'introdueix el factor k a l'equació de moviment de la màquina, proporciona una formulació general de les equacions de desplaçament, tant per al diagrama de velocitat triangular i com per el trapezoïdal.

3.4.4 Resum de les equacions per a les estratègies de moviment

L'objecte d'aquest apartat és trobar els paràmetres que defineixen una estratègia de moviment triangular i trapezoidal en les condicions òptimes i en casos generals. Amb els resultats es construiran dues taules que serviran per extreure'n relacions.

Primer es procedeix a definir una sèrie de conceptes i seguidament es determinen els paràmetres per a cada estratègia.

Per al motor, el concepte de la potència transitòria del motor (\dot{P}_{MM}) es defineix amb l'equació (3.30) i l'energia cinètica del motor K_M es defineix amb l'equació (3.31).

$$\dot{P}_{MM} = \frac{M_M^2}{J_M} \quad (3.30)$$

$$K_M = \frac{1}{2} J_M \omega_M^2 \quad (3.31)$$

Es defineixen dos paràmetres adimensionals, f_θ i f_k , que s'utilitzaran posteriorment per simplificar les expressions i millorar la visualització dels resultats:

- Desplaçament unitari (f_θ). Es defineix amb l'equació (3.32) i representa la relació entre el desplaçament de la càrrega i el desplaçament de referència.
- Funció f_k . Relaciona l'acceleració triangular en un cas general amb l'acceleració de referència (màxima acceleració possible per una estratègia triangular). Es defineix amb l'equació (3.33).

$$f_\theta = \frac{\theta_L}{\theta_{LR}} \quad (3.32)$$

$$f_k = \frac{1}{2} \left[k + \frac{1}{k} \right] \quad (3.33)$$

De l'expressió (3.12) s'obté θ_L per el cas triangular

$$\theta_L \leq \frac{\omega_{M_{m\grave{a}x}}^2}{i^2 M_M} \left(i J_M + \frac{J_L}{i} \right) \quad (3.34)$$

Si $\omega_M = \omega_{M_{m\grave{a}x}}$ es complirà la igualtat. Si, a més a més, la relació de transmissió és la de referència, θ_L serà θ_{LR} i serà el màxim espai que es pot recórrer amb una estratègia triangular per al motor donat.

Substituint els valors de θ_L (triangular) i θ_{LR} en l'equació (3.32), f_θ té la següent expressió,

$$f_\theta \leq \frac{f_k}{k^2} \quad (3.35)$$

L'expressió és vàlida per estratègies triangulars i es complirà la igualtat quan la velocitat del receptor correspongui a la de saturació del motor. En altres condicions és complirà la desigualtat. El desplaçament unitari serà inferior a la unitat si no es supera la velocitat de referència en una estratègia de moviment triangular. Si la velocitat és major que la de referència (relació de transmissió menys reductora que la de referència $k < 1$), es pot donar una estratègia de moviment triangular amb un desplaçament unitari $f_\theta > 1$ (Figura 3.8).

En el moment que el moviment deixa de ser triangular el desplaçament unitari serà major, per tant f_k/k^2 delimita l'estratègia triangular de la trapezial.

En el cas d'estratègies trapezials, el desplaçament unitari serà, per una mateixa k :

$$f_{\theta} \geq \frac{f_k}{k^2} \quad (3.36)$$

Complint-se la igualtat en el moment de transició entre trapezial i triangular.

Sobre la base de l'equació (3.32) i (3.33), es volen determinar les expressions dels paràmetres de moviment (temps, desplaçament, velocitat i acceleració de la càrrega) en base als paràmetres adimensionals i paràmetres de referència.

Aquests paràmetres es determinaran per tres casos:

- Cas **general**: la velocitat màxima no supera la de referència (donada per la màxima velocitat del motor) i l'acceleració és inferior a la de màxima acceleració.
- Cas de **màxima acceleració**: es segueix una estratègia de moviment de màxima acceleració, per tant, la relació de velocitats és $i = i_R$. En l'estratègia triangular no s'arriba a la velocitat de referència.
- Cas de **referència** (estratègia triangular) o **òptim** (estratègia trapezoïdal): és, per cada cas, triangular o trapezoïdal, l'estratègia que optimitza el temps del moviment.

3.4.4.1 Estratègia de moviment amb diagrama de velocitats triangular

En la Figura 3.3 es mostren el tres casos d'estudi per una estratègia triangular amb una velocitat màxima corresponent a la de referència.

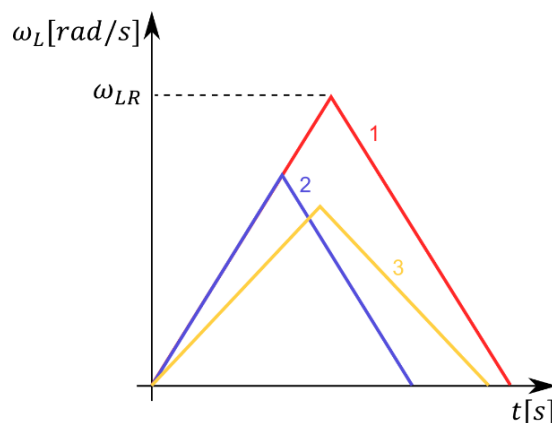


Figura 3.3. Casos d'estudi: 1-Perfil de velocitats de referència $k = 1$ i $f_{\theta} = 1$. 2-Perfil de màxima acceleració amb $k = 1$ i $f_{\theta} \leq 1$. 3-Perfil general amb $k < 1$ i $f_{\theta} \leq \frac{f_k}{k^2}$. Font: elaboració pròpia.

Cas general

De l'equació (3.1) i (3.9) s'obté l'acceleració de referència

$$\alpha_{LR} = \frac{1}{2} \frac{M_M}{i_R J_M} \quad (3.37)$$

A partir de l'equació (3.9) i substituint en l'equació el valor de la relació de velocitats (i) en funció de k i i_R de l'equació (3.28) i la relació de i_R amb les inèrcies (3.1) s'obté una relació entre l'acceleració i la de referència:

$$\alpha_L = \frac{M_M}{J_M i_R k + \frac{J_L}{i_R k}} = \frac{2\alpha_{LR}}{\left(k + \frac{1}{k}\right)} = \frac{\alpha_{LR}}{f_k} \quad (3.38)$$

Amb l'equació (3.1), (3.11), (3.32) i (3.28) s'obté l'expressió del temps en el cas general:

$$t_{LK} = \sqrt{\frac{4\theta_{LK}}{\alpha_{LK}}} = \sqrt{\frac{4f_\theta \theta_{LR}}{\alpha_{LK}}} = \sqrt{\frac{4\theta_{LR} f_\theta f_k}{\alpha_{LR}}} = t_{LR} \sqrt{f_\theta f_k} \leq t_{LR} \frac{f_k}{k} \quad (3.39)$$

La velocitat en un cas general vindrà determinada per l'espai recorregut i el temps emprat per realitzar-lo. D'aquí s'obté:

$$\omega_{Lk} = 2 \frac{\theta_{Lk}}{t_{Lk}} = \omega_{LR} \sqrt{\frac{f_\theta}{f_k}} \leq \frac{\omega_{LR}}{k} \quad (3.40)$$

L'espai recorregut s'obté de l'equació (3.32):

$$\theta_{Lk} = f_\theta \theta_{LR} \leq \frac{f_k}{k^2} \theta_{LR} \quad (3.41)$$

Cas de màxima acceleració

Per obtenir el cas de màxima acceleració només cal substituir en les equacions anteriors $k = 1$ i considerar que el desplaçament unitari és inferior a 1 ($f_\theta \leq 1$). D'aquesta manera s'obté el temps, l'espai, la velocitat i l'acceleració per a aquest cas.

L'expressió del temps, espai, velocitat i acceleració seguint amb la màxima acceleració sense arribar a la velocitat de saturació és:

$$t_{L0} = t_{LR} \sqrt{f_\theta} \leq t_{LR} \quad (3.42)$$

$$\theta_{LO} = f_{\theta} \theta_{LR} \leq \theta_{LR} \quad (3.43)$$

$$\omega_{LO} = \omega_{LR} \sqrt{f_{\theta}} \leq \omega_{LR} \quad (3.44)$$

$$\alpha_{LO} = \alpha_{LR} \quad (3.45)$$

Cas de referència

Amb les equacions (3.26), (3.30) i (3.31) s'obté l'espai de referència en funció de la potència transitòria associada al motor i la seva energia cinètica:

$$t_{LR} = \sqrt{\frac{4\theta_{LR} \left(i_R J_M + \frac{J_L}{i_R} \right)}{M_M}} = 4 \sqrt{\frac{2K_M J_m}{M_m^2}} = 4 \quad (3.46)$$

De l'equació (3.13), (3.30) i (3.31) s'expressa l'espai de referència en funció de la potència transitòria del motor, la seva energia cinètica i la inèrcia del receptor:

$$\theta_{LR} = \frac{2 \cdot \omega_M^2 \cdot J_M}{i_R \cdot M_M} = \frac{4 \cdot K_M}{i_R \cdot \sqrt{\dot{P}} \cdot J_M} = \frac{4 \cdot K_M}{\sqrt{\dot{P}_{M_M}} \cdot J_L} \quad (3.47)$$

La velocitat de referència ve donada per l'espai de referència i el temps de referència. Amb l'equació (3.31), s'expressa en funció de l'energia cinètica del motor i la inèrcia del receptor:

$$\omega_{LR} = \frac{2\theta_{LR}}{t_{LR}} = \frac{\sqrt{2K_M}}{i_R \sqrt{J_M}} = \sqrt{\frac{2K_M}{J_L}} \quad (3.48)$$

L'acceleració de referència ve donada per la velocitat de referència i el temps de referència. Amb les equacions (3.30) i (3.31) s'expressa segons la potència transitòria del motor i la inèrcia del receptor.

$$\alpha_{LR} = \frac{2\omega_{LR}}{t_{LR}} = \frac{2 \sqrt{\frac{2K_M}{J_L}}}{4 \sqrt{\frac{2K_M}{\dot{P}_{M_M}}}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\dot{P}_{M_M}}{J_L}} \quad (3.49)$$

3.4.4.2 Diagrama de velocitats trapezoïdal

En la Figura 3.4 es mostren el tres casos d'estudi per una estratègia triangular amb una velocitat màxima corresponent a la de referència.

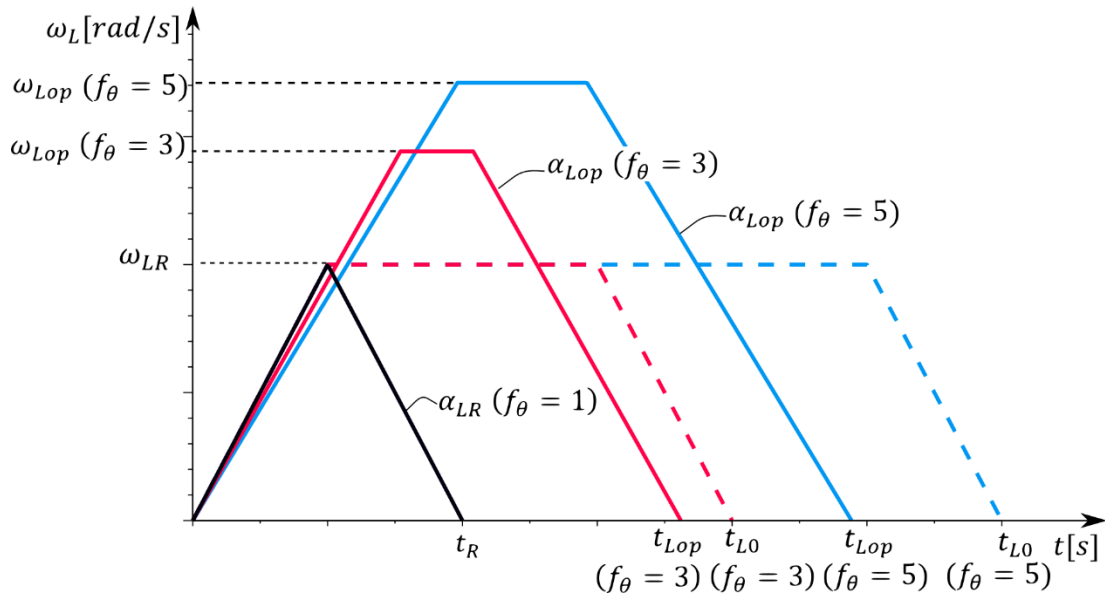


Figura 3.4. Estratègia de diagrama de velocitat trapezoïdal per al desplaçament a llarg. Font: elaboració pròpia.

Cas general

Amb l'equació (3.22) i les equacions (3.1), (3.13), (3.26) i (3.28), s'obté el temps d'un cas general en una estratègia de moviment trapezoïdal:

$$t_{Lk} = \frac{t_{LR}}{2} \left[\frac{f_k}{k} + kf_\theta \right] \tag{3.50}$$

De l'equació (3.32) es dedueix l'espai recorregut per aquest cas,

$$\theta_{Lk} = f_\theta \theta_{LR} \geq \frac{f_k}{k^2} \theta_{LR} \tag{3.51}$$

De l'equació (3.32) es dedueix l'espai recorregut per aquest cas, sent la velocitat delimitada pel valor de k ,

$$\omega_{Lk} = 2 \frac{\theta_{Lk}}{t_{Lk}} = \omega_{LR} \sqrt{\frac{f_\theta}{f_k}} = \frac{\omega_{LR}}{k} \tag{3.52}$$

Es compleix la mateixa condició que en el cas triangular (3.38):

$$\alpha_L = \frac{\alpha_{LR}}{f_k} \quad (3.53)$$

Cas de màxima acceleració

El cas de màxima acceleració s'obté directament del cas general prenent el valor de $k = 1$. Així doncs, les expressió del temps, espai, velocitat i acceleració són les següents:

$$t_{Lk} = \frac{t_{LR}}{2} [1 + f\theta] \quad (3.54)$$

$$\theta_{Lk} = f\theta_{LR} \geq \theta_{LR} \quad (3.55)$$

$$\omega_{Lk} = \omega_{LR} \quad (3.56)$$

$$\alpha_L = \alpha_{LR} \quad (3.57)$$

Cas òptim

De l'equació (3.22) i (3.25) es dedueix el temps òptim,

$$t_{Lop} = \frac{1}{4} t_{LR} [1 + 3f\theta^{2/3}] \quad (3.58)$$

Per determinar α_{Lop} s'utilitza l'expressió de l'acceleració (3.9) per $i = i_{op}$ i es substitueix el seu valor segons l'equació (3.25):

$$\alpha_{Lop} = 2\alpha_{LR} \frac{f\theta^{1/3}}{[1 + f\theta^{2/3}]} \quad (3.59)$$

Per determinar θ_{Lop} s'utilitza l'equació (3.22) i el valor de t_{Lop} de la Taula 3:

$$\theta_{Lop} = \frac{1}{4} \frac{t_{LR}\omega_M}{i_R} [3f\theta^{1/3} - f\theta] = \frac{1}{4} \theta_{LR} [3f\theta^{1/3} - f\theta] \quad (3.60)$$

Per determinar ω_{Lop} s'utilitza l'expressió general i es substitueix k per k_{op}

$$\omega_{Lop} = \frac{\omega_{LR}}{k_{op}} = \frac{\omega_{LR}}{\sqrt[3]{\frac{\theta_{LR}}{\theta_L}}} = \omega_{LR} f\theta^{1/3} \quad (3.61)$$

	General	Màxima acceleració	Referència
	$k \neq 1 f_{\theta} \leq \frac{f_k}{k^2}$	$k = 1 f_{\theta} \leq 1$	$k = 1 f_{\theta} = 1$
Temps de moviment	$t_{Lk} = t_{LR} \sqrt{f_{\theta} f_k} \leq t_{LR} \frac{f_k}{k}$	$t_{LO} = t_{LR} \sqrt{f_{\theta}} \leq \frac{t_{LR} \sqrt{f_k}}{k} = t_{LR}$	$t_{LR} = 4 \sqrt{\frac{2K_M}{\dot{P}_{MM}}}$
Desplaçament de la càrrega	$\theta_{Lk} = f_{\theta} \theta_{LR} \leq \frac{f_k}{k^2} \theta_{LR}$	$\theta_{LO} = f_{\theta} \theta_{LR} \leq \theta_{LR}$	$\theta_{LR} = \frac{4 \cdot K_M}{\sqrt{\dot{P}_{MM} \cdot J_L}}$
Velocitat de la càrrega	$\omega_{Lk} = \omega_{LR} \sqrt{\frac{f_{\theta}}{f_k}} \leq \frac{\omega_{LR}}{k}$	$\omega_{LO} = \omega_{LR} \sqrt{f_{\theta}} \leq \omega_{LR}$	$\omega_{LR} = \sqrt{\frac{2K_M}{J_L}}$
Acceleració de la càrrega	$\alpha_{Lk} = \frac{\alpha_{LR}}{f_k}$	$\alpha_{LO} = \alpha_{LR}$	$\alpha_{LR} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\dot{P}_{MM}}{J_L}}$

Per a tots els casos es compleixen les següents relacions en el diagrama de velocitat triangular:

$$t_L = \frac{2\theta_L}{\omega_L} \quad \theta_L = \frac{\omega_L t_L}{2} \quad \omega_L = \frac{\alpha_L t_L}{2} \quad \alpha_L = \frac{2\omega_L}{t_L}$$

Taula 2. Resum per un diagrama de velocitat triangular. Font: elaboració pròpia.

	General	Màxima acceleració	òptim
	$k < 1 f_{\theta} \geq \frac{f_k}{k^2}$	$k = 1 f_{\theta} \geq 1$	$k = k_{op} f_{\theta} \geq 1$
Temps de moviment	$t_{Lk} = \frac{t_{LR}}{2} \left[\frac{f_k}{k} + k f_{\theta} \right]$	$t_{LO} = \frac{t_{LR}}{2} [1 + f_{\theta}]$	$t_{Lop} = \frac{1}{4} t_{LR} [1 + 3f_{\theta}^{2/3}]$
Desplaçament de la càrrega	$\theta_{Lk} = f_{\theta} \theta_{LR} \geq \frac{f_k}{k^2} \theta_{LR}$	$\theta_{LO} = f_{\theta} \theta_{LR} \geq \theta_{LR}$	$\theta_{Lop} = \frac{1}{4} \theta_{LR} [3f_{\theta}^{1/3} - f_{\theta}]$
Velocitat de la càrrega	$\omega_{Lk} = \frac{\omega_{LR}}{k}$	$\omega_{LO} = \omega_{LR}$	$\omega_{Lop} = \omega_{LR} f_{\theta}^{1/3}$
Acceleració de la càrrega	$\alpha_{Lk} = \frac{\alpha_{LR}}{f_k}$	$\alpha_{LO} = \alpha_{LR}$	$\alpha_{Lop} = 2\alpha_{LR} \frac{f_{\theta}^{1/3}}{[1 + f_{\theta}^{2/3}]}$

Per a tots els casos es compleixen les següents relacions en el diagrama de velocitat trapezoïdal:

$$t = \frac{\omega_L}{\alpha_L} + \frac{\theta_L}{\omega_L} \quad \theta_L = \omega_L \left[t - \frac{\omega_L}{\alpha_L} \right] \quad \omega_L = \frac{1}{2} \alpha_L t \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4\theta_L}{\alpha_L t^2}} \right] \quad \alpha_L = \frac{\omega_L^2}{\omega_L t - \theta_L}$$

Taula 3. Resum per un diagrama de velocitat trapezoïdal. Font: elaboració pròpia.

3.5 Comparació de les estratègies de moviment

Les figures Figura 3.3 i Figura 3.4 proporcionen una visió general de les diferents estratègies d'optimització (minimització) del temps de moviment entre dues posicions (desplaçaments curts $f_\theta \leq 1$, desplaçaments llargs $f_\theta > 1$), on s'utilitzen els diagrames de velocitat triangulars i trapezoïdals.

Per desplaçaments curts de la càrrega ($f_\theta \leq 1$), el diagrama de la velocitat triangular i el criteri d'optimització condueix a la relació de velocitats de referència i_R .

Per desplaçaments llargs ($f_\theta > 1$), és següent el diagrama de velocitat trapezoïdal. Si s'aplica la relació de velocitats de referència en l'estratègia trapezoidal, els temps de desplaçament creixen proporcionalment, mentre que si s'adopta una relació de velocitats òptima, els temps de desplaçament no creixen proporcionalment al desplaçament. Amb desplaçaments tres vegades el de referència, la velocitat del temps comença a ser significativa, com es pot veure en la Figura 3.6.

Aplicant la relació de velocitats de referència, en un diagrama de velocitat trapezoïdal (Figura 3.4) per a tots els casos, la velocitat màxima està limitada a ω_{LR} de manera que a partir del desplaçament de referència, θ_{LR} , els increments de temps són proporcionals als increments de desplaçament (majors per als temps llargs de moviment: $t_{LO}(f_\theta = 3)$, $t_{LO}(f_\theta = 5)$, ...). No obstant això, si la relació de velocitats òptima i_{op} s'aplica per a desplaçaments llargs (sempre menor que i_R), s'assoleixen velocitats màximes més altes per a una mateixa velocitat màxima del motor (designats per $\omega_{LO}(f_\theta = 3)$, $\omega_{LO}(f_\theta = 5)$.. ω_{LR}). Amb les acceleracions donades per la relació de velocitats òptima inferiors a la de màxima acceleració ($\alpha_{LO}(f_\theta = 3)$, $\alpha_{LO}(f_\theta = 5)$, ...) els temps de desplaçament resultants són significativament més baixos ($t_{LO}(f_\theta = 3)$, $t_{LO}(f_\theta = 5)$, ...), (veure Figura 3.6).

3.5.1 Relació de velocitats per un conjunt de desplaçaments llargs

Amb relacions de velocitats inferiors a i_R , es poden obtenir temps considerablement més baixos per a desplaçaments llargs, corresponent a cada moviment d'una relació de velocitats òptima diferent. No obstant això, quan una càrrega ha de dur a terme una varietat de desplaçaments llargs, cal triar una relació de velocitats entre el motor i la càrrega el més favorable possible en

el conjunt de desplaçaments. Per ajudar a la tria d'aquesta relació de velocitats són molt útils els gràfics de les figures que es mostren a continuació.

L'equació (3.29) es pot expressar en funció del desplaçament unitari, f_θ .

$$k_{op} = \sqrt[3]{\frac{\theta_{LR}}{\theta_L}} = \frac{1}{\sqrt[3]{f_\theta}} \tag{3.62}$$

Aquesta expressió de k_{op} ens permet conèixer la k que minimitza el temps en funció del desplaçament unitari f_θ . Aquesta funció es representa en la Figura 3.5.

3.5.1.1 Relacions de velocitats òptimes

La Figura 3.5 representa les k_{op} (funció de les relacions de velocitats òptimes) per a cada desplaçament unitari f_θ . S'observa que, per a desplaçaments unitaris menors que la unitat, les relacions de velocitats òptimes s'ajusten a la relació de velocitats de referència ($i_{op} = i_R$). Però per als desplaçaments unitaris més grans, les relacions de velocitats òptimes prenen valors més petits a mida que creix el desplaçament unitari.

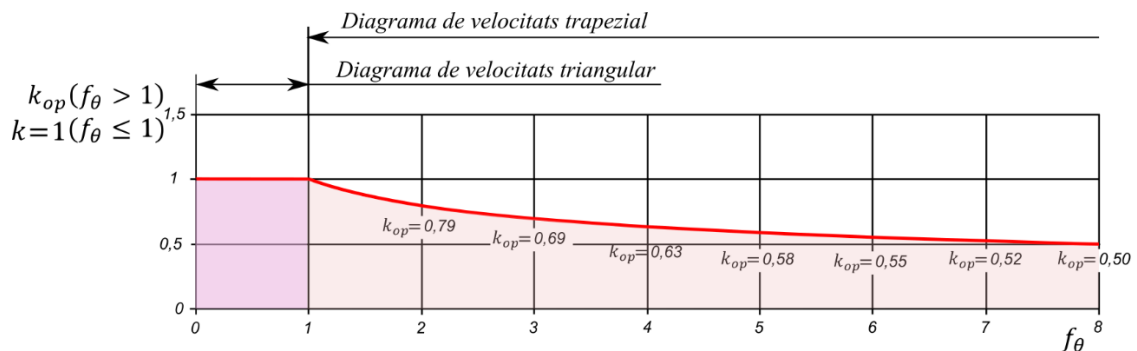


Figura 3.5. Representació de la k (relació entre la relació de velocitats triada i la de referència) en funció de f_θ (espai recorregut respecte el de referència) per una estratègia triangular o trapezoidal. Font: elaboració pròpia.

3.5.1.2 Temps de desplaçament òptim

La Figura 3.6 mostra el temps òptim t_{Lop} per a cada desplaçament unitari, correlacionat amb les relacions de velocitats òptimes (Figura 3.5). Per desplaçaments unitaris menors que la unitat el temps de moviment augmenta proporcionalment al quadrat del desplaçament unitari (en vermell) fins que s'assoleix el temps de referència per a un desplaçament unitari igual a la unitat (quan s'arriba al desplaçament de referència).

Si, a partir d'aquest punt, es continua implementant el percentatge de velocitats de referència, els temps s'incrementen proporcionalment amb l'augment del desplaçament unitari (línia blava), no sent la solució òptima. Però si s'aplica (per cada desplaçament) la relació de velocitats òptima, els temps resultants són inferiors als obtinguts amb la relació de velocitats de referència, augmentant la diferència amb el desplaçament unitari (sent ja significatiu per a desplaçaments unitaris $f_{\theta} > 3$, veure Figura 3.7).

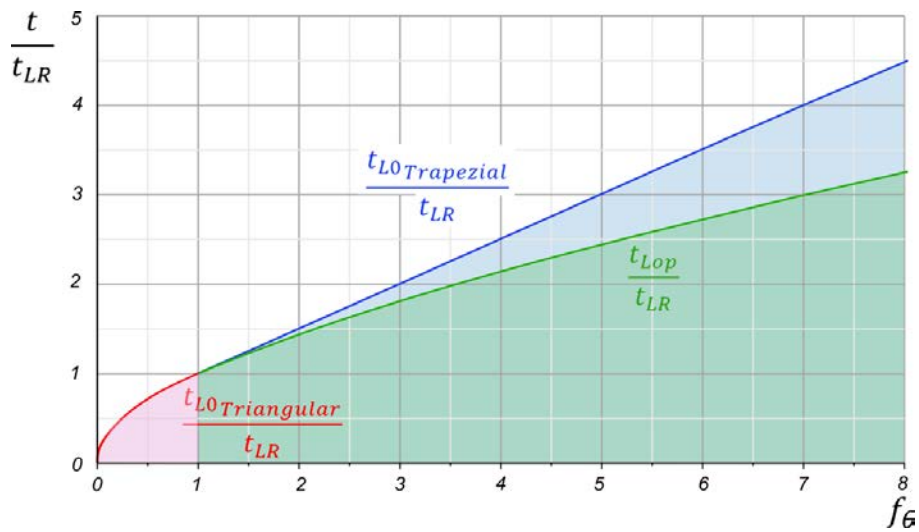


Figura 3.6. Representació del temps en relació al temps de referència. En vermell la variació del temps quan l'estratègia és triangular fins que l'espai recorregut és el de referència ($f_{\theta} = 1$). En blau la variació del temps si es segueix una estratègia de màxima acceleració per un desplaçament major que el de referència (moviment trapezoidal). En verd el temps si s'utilitza una relació de moviment amb una relació òptima per un desplaçament que ha de ser trapezoidal ($f_{\theta} > 1$). Font: elaboració pròpia.

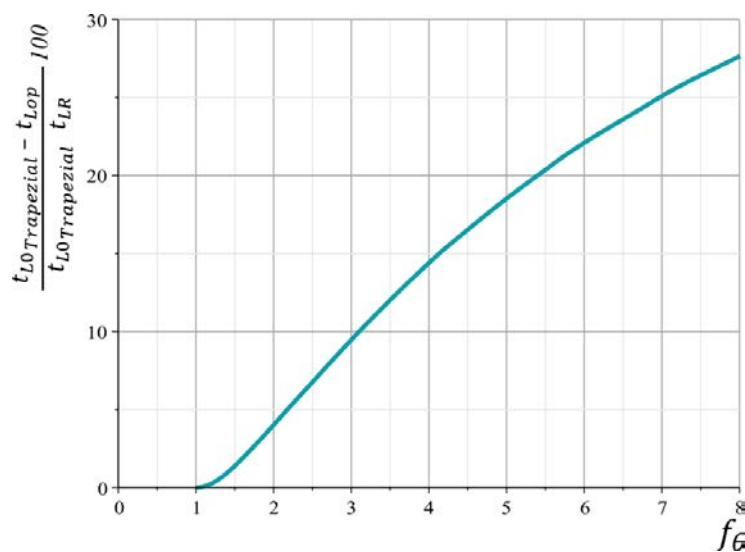


Figura 3.7. Diferència percentual entre el temps unitari amb una relació de velocitats igual a i_R i i_{op} per desplaçaments unitaris majors que la unitat. Font: elaboració pròpia.

3.5.1.3 Relació de transmissió òptima per a una varietat de desplaçaments llargs

Es aquest apartat es mostrarà un criteri per triar la relació de transmissió òptima derivada dels requeriments de la càrrega per realitzar una varietat de desplaçaments llargs en relació amb el desplaçament de referència (θ_{LR}). Per realitzar aquest desplaçaments caldrà triar una única relació de velocitats que sigui la més favorable pel conjunt dels casos.

En la Figura 3.8 es mostra una estratègia trapezoidal per un desplaçament unitari de $f_\theta = 3$. Per aquest desplaçament, la k_{op} s'obté a partir de l'equació (3.29) i el seu valor és $k_{op} = 0,6933$. Si es selecciona aquest valor de k , l'estratègia pot seguir sent trapezoidal sense ser òptima fins que el desplaçament unitari és de $f_\theta = 2,2211$. Aquest valor correspon al valor límit a partir del qual l'estratègia passa a ser triangular, $f_\theta \leq f_k/k^2$ (veure Taula 2 i Taula 3). Si només es desitgés optimitzar un moviment, com que el desplaçament anterior és superior a l'unitari, seria possible trobar una k_{op} per aquest desplaçament que recorreria el mateix espai en menys temps. Si es va disminuint el desplaçament unitari fins arribar al desplaçament de referència, ja només seria possible optimitzar el desplaçament seguint una estratègia de màxima acceleració i el diagrama seria triangular.

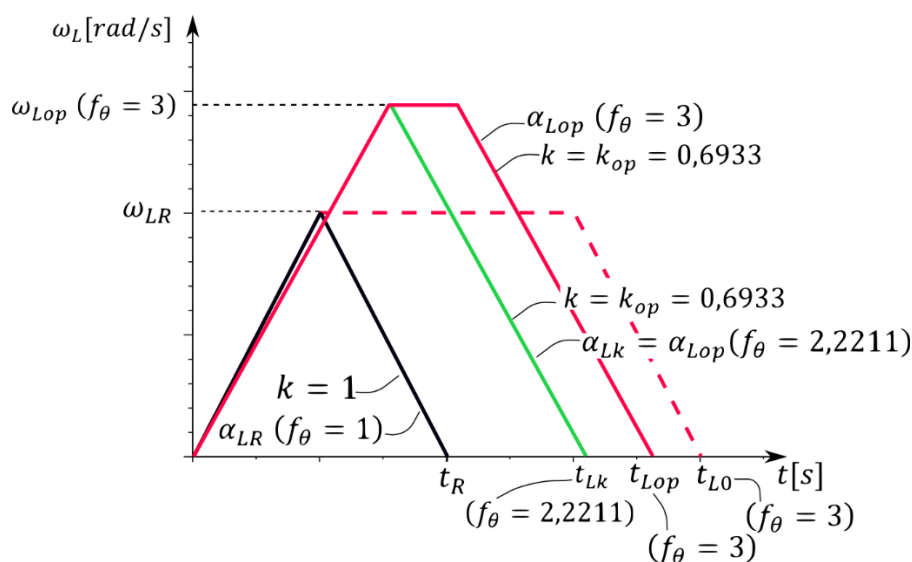


Figura 3.8. Diferència percentual entre el temps unitari amb una relació de velocitats igual a i_R i i_{op} per desplaçaments unitaris majors que la unitat. Font: elaboració pròpia.

En la Figura 3.9 es representa el temps en relació al temps òptim per diversos desplaçaments unitaris per una estratègia com la de la Figura 3.8 ($k = 0,6933$). A mida que el desplaçament unitari disminueix, el temps en relació al temps òptim també ho fa fins un desplaçament que

correspon a un mínim (tram vermell). En el cas de la figura el valor de $k = 0,6933$ correspon a k_{op} per $f_{\theta} = 3$ (veure equació (3.62)). Per valors de $f_{\theta} < 3$, la relació de temps torna a augmentar, arriba a convertir-se en triangular (zona de color verd) i segueix augmentant fins a $f_{\theta} = 1$, a partir d'aquest punt torna a disminuir. En aquest punt, per $f_{\theta} \leq 1$, l'estratègia òptima es triangular; per aquesta raó l'estratègia triangular de màxima acceleració (corba blava) és la millor opció en aquest tram.

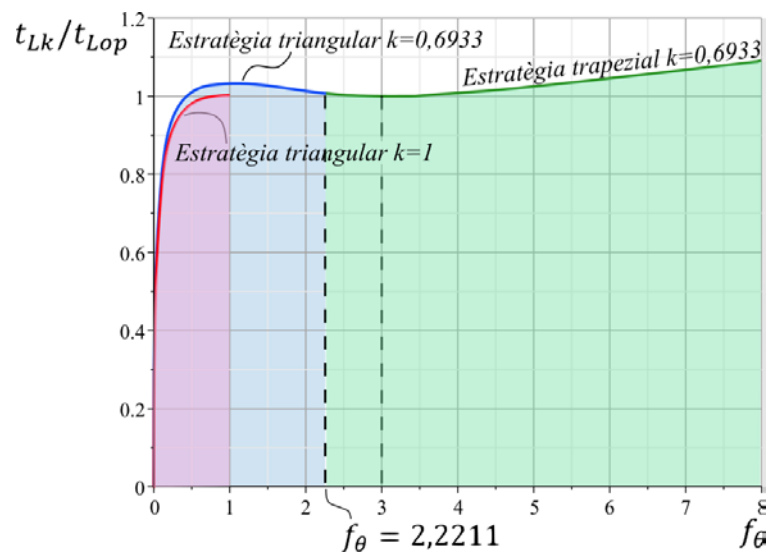


Figura 3.9. Temps respecte el temps òptim per diversos desplaçaments unitaris per la k_{op} corresponent a un desplaçament unitari de $f_{\theta} = 3$. Font: elaboració pròpia.

En la Figura 3.10 es representa la relació del temps amb el temps òptim per diversos valors de k en funció del desplaçament unitari. Com es pot veure en la figura, per desplaçaments unitaris de fins a 4.63 el temps és òptim per una $k = 0.6$ i el temps per un desplaçament unitari de $f_{\theta} = 1$ és només un 6.45% major que si fos el de referència. Per tant, si l'accionament requereix diverses condicions de moviment (mantenint la relació de velocitats de referència), amb la Figura 3.10, es pot quantificar l'error comés respecte l'opció òptima per cada moviment individual i determinar quina k es la més equilibrada pel conjunt de moviments.

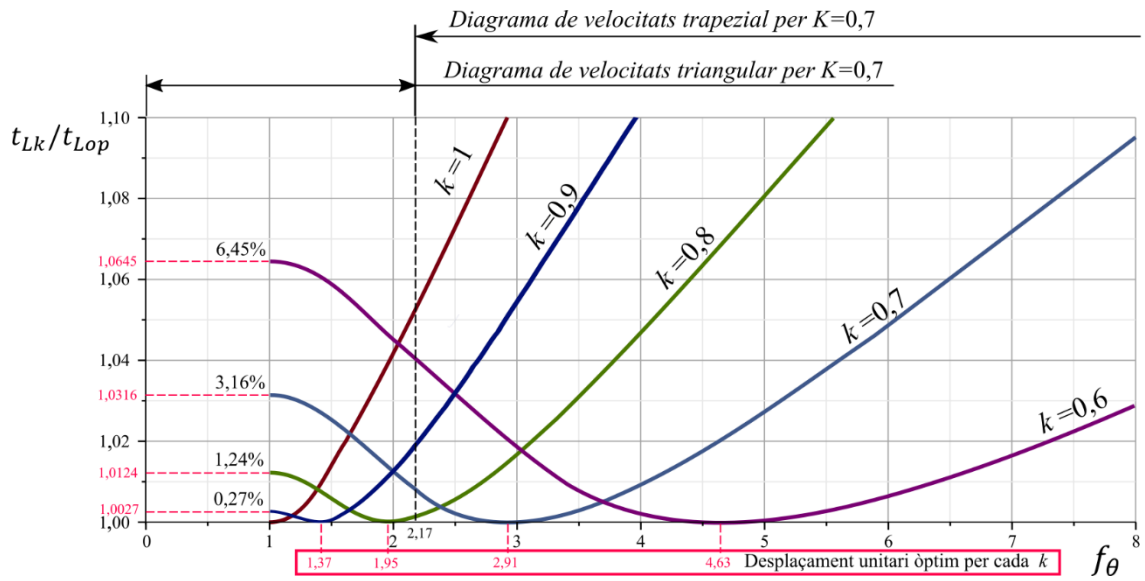


Figura 3.10. Temps respecte el temps òptim per diversos desplaçaments unitaris per diferents valors de k . Font: elaboració pròpia.

Una k entre 0,8 i 0,7 és una solució equilibrada per desplaçaments unitaris entre 0 i 5.

3.6 Conclusions

En aquest capítol s'han estudiat les estratègies de moviment triangular i trapezial. El factor limitant en tota estratègia de moviment és la velocitat màxima que pot assolir el motor. En base a això s'han estudiat els límits de l'estratègia triangular i a partir de quin moment és més convenient aplicar una estratègia trapezial.

La majoria d'aplicacions per a moviments ràpids requereixen moviments diferents en espai recorregut i temps emprat. Això fa que s'hagi de trobar una solució de compromís entre les solucions òptimes per cada cas. La Figura 3.10 resultat molt útil per trobar la solució més equilibrada pel conjunt de moviments que tinguin en comú la relació de velocitats de referència (mateixa relació d'inèrcies). Com es pot veure, es representen diversos moviments, múltiples del de referència, en funció del factor k . Per cada k representada es pot trobar el seu desplaçament unitari òptim (requadre vermell) i la desviació sobre el temps òptim si es realitza un moviment no òptim per la k triada. Amb aquesta eina es coneix quin és l'error quan es selecciona un moviment fora de les seves condicions òptimes.

Les aportacions d'aquest capítol permeten realitzar un tractament de l'estratègia de moviment separada de la selecció del motor i transmissió. Un cop determinada l'estratègia de moviment més adequada, el mètode de selecció pren com a dades de partida la forma d'aquesta estratègia, particularment, el valor de l'acceleració màxima i la velocitat màxima.

Capítol 4. Mètode de la potència transitòria i l'energia cinètica

4.1 Introducció

En aquest capítol es desenvolupa el mètode de la potència transitòria-energia cinètica ($\dot{P} - 2K$) en base al treball desenvolupat per Riba [2]. S'incorpora al mètode el concepte del factor de saturació de la velocitat [10] per poder utilitzar una formulació única quan l'estratègia és triangular o trapezial. Un altre aportació és la definició dels marges de seguretat per assegurar la selecció de l'accionament. Aquest mètode presenta les mateixes hipòtesis que les utilitzades en l'anàlisi de les estratègies de moviment considerades en l'apartat 3.3.1.

El mètode ($\dot{P} - 2K$) es va dissenyar inicialment per ser un mètode gràfic [2] però es pot fàcilment implementar matemàticament. Aquest mètode proporciona tant una visió general del comportament mecànic dels sistemes amb moviments ràpids, com una eina per al càlcul i dimensionament dels seus components. Això permet als enginyers de disseny analitzar tant les condicions de contorn com explorar diferents alternatives constructives a partir d'un conjunt de motors i transmissions.

Cal fer notar que el mètode original utilitza el doble de l'energia cinètica en lloc de l'energia cinètica únicament per la comoditat de l'escriptura. En aquest capítol es modifica el mètode original ($\dot{P} - 2K$) al pla ($\dot{P} - K$) per facilitar la comparació en aportacions al mètode desenvolupades en capítols posteriors. En qualsevol cas, el mètode és totalment vàlid si s'utilitza el valor doble o simple de l'energia cinètica.

4.2 Potència transitòria i energia cinètica

4.2.1. Potència transitòria

La variació de potència (potència transitòria) té dimensió de potència dividit pel temps (W/s) i significa el ritme en què el motor o la càrrega és capaç de proporcionar o absorbir potència. La potència i la potència transitòria són dimensional i conceptualment diferents, per exemple, un motor de baixa potència pot tenir una potència transitòria més gran que un altre motor amb més potència.

La potència transitòria definida per al motor és un paràmetre associat amb el parell (o força) i depèn de la relació entre el quadrat del parell (o força de motor) i de la inèrcia de l'eix motor (moment d'inèrcia o massa). La potència transitòria associada a l'acceleració de la càrrega (o receptor) és un paràmetre associat amb l'acceleració i depèn del producte d'inèrcia de la càrrega per eix (moment d'inèrcia o massa) i el quadrat de la seva acceleració (angular o lineal).

Les expressions de la potència transitòria del motor i de la càrrega s'han exposat en el capítol 1 en les equacions (1.16) i (1.17). L'equació (1.18) relaciona la potència transitòria associada al motor i a l'acceleració de la càrrega.

Energia cinètica

L'energia cinètica per al motor i de la càrrega es calculen a partir de les dades de les inèrcies i velocitats corresponents. La relació de l'energia cinètica del motor i la càrrega coincideix amb el quadrat del factor k equació (4.1).

$$\frac{K_M}{K_L} = k^2 \tag{4.1}$$

4.2.2. Diagrama $\dot{P} - K$

Amb l'expressió que relaciona la potència transitòria del motor i la càrrega (1.18) i l'expressió que relaciona l'energia cinètica del motor i la càrrega (4.1) és senzill representar el que demanda el receptor en el pla $\dot{P} - K$. Com es veurà en aquest capítol la introducció del factor k facilita la seva representació.

El diagrama $\dot{P} - K$ és un concepte útil per a visualitzar les relacions entre els paràmetres del motor i de la càrrega en l'estudi d'un accionament per a moviments ràpids, alhora que constitueix una eina eficaç per a la selecció i el disseny.

El diagrama $\dot{P} - K$ se sol representar utilitzant una escala logarítmica que facilita la construcció gràfica de la corba representativa dels requeriments del receptor. En aquesta escala logarítmica les línies rectes de 45 ° tenen el següent significat:

- a) Les línies a + 45 ° corresponen a valors constants de la relació \dot{P}/K ; la dimensió és el temps al quadrat. Referit a un motor representa el temps que es necessita per accelerar la inèrcia associada amb el seu eix a la velocitat desitjada, mentre el parell motor es manté constant.
- b) Les línies a -45 ° corresponen a valors constants del producte $\dot{P} \cdot K$; la dimensió és potència al quadrat. Referit a un motor representa la potència de sortida en cada punt.

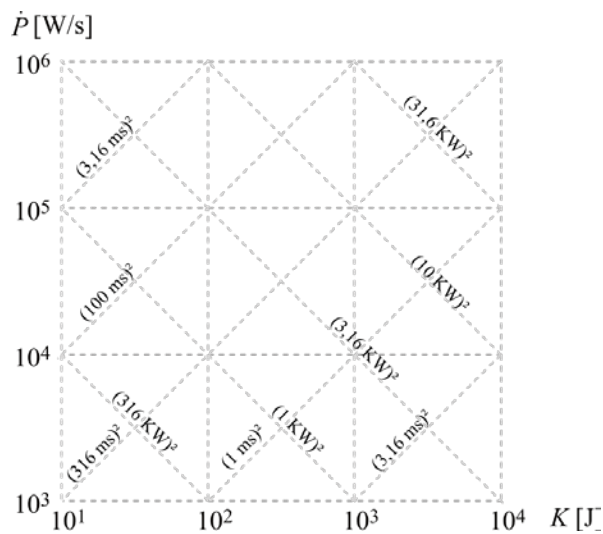


Figura 4.1. Potència transitòria i energia cinètica. Font: elaboració pròpia

4.2.3. Punt representatiu de la càrrega i accionaments tangencials

En els moviments ràpids la inèrcia del receptor o de la càrrega (J_L) s'ha de moure entre dues posicions separades θ_L en un temps t_L .

A través d'estratègies de moviment (diagrama triangular o trapezoïdal de velocitat), aquestes condicions de moviment es tradueixen en requeriments de velocitat i acceleració de la càrrega.

Per als diagrames de velocitat triangulars n'hi ha prou amb els paràmetres J_L , θ_L i t_L , però quan és més adequat un diagrama de velocitat trapezoïdal, el factor de saturació (ξ) (Domènech [10]), defineix la fracció de temps en el qual el motor (i la càrrega) estan a la màxima velocitat. Per tant, per un diagrama de velocitat triangular el factor de saturació (ξ) és zero. En base a això, s'obté la velocitat de càrrega i acceleració per al diagrama de velocitat triangular amb les equacions (4.2) i per al diagrama de velocitat trapezoïdal amb les equacions (4.3)

$$\omega_L = \frac{2\theta}{t_L} \quad \alpha_L = \frac{4\theta}{t_L^2} \quad (4.2)$$

$$\omega_L = \frac{2\theta}{t_L(1 + \xi)} \quad \alpha_L = \frac{4\theta}{t_L^2(1 - \xi^2)} \quad (4.3)$$

El factor de saturació ξ [10] es calcula per al diagrama de velocitat trapezoïdal amb l'equació (4.4) i és el quocient entre el temps en què el motor és mou a la velocitat màxima i el temps total per moure la càrrega (Figura 3.2 b).

$$\xi = \frac{t_{L2}}{t_L} \quad (4.4)$$

Amb aquestes expressions es pot calcular per a la càrrega de la potència transitòria ($\dot{P}_{\alpha L}$) i l'energia cinètica (K) amb les equacions (4.5) per al diagrama de velocitat triangular i amb les equacions (4.6) per al diagrama de velocitat trapezoïdal. D'aquesta manera es pot definir un punt representatiu (punt R) en el diagrama $\dot{P} - K$ (Figura 4.2).

$$\dot{P}_{\alpha L} = \frac{16J_L\theta_L^2}{t^4} \quad 2K_L = \frac{2J_L\theta_L^2}{t^2} \quad (4.5)$$

$$\dot{P}_{\alpha L} = \frac{16J_L\theta_L^2}{t^4(1 - \xi^2)^2} \quad 2K_L = \frac{2J_L\theta_L^2}{t^2(1 + \xi)^2} \quad (4.6)$$

Prenent el punt R com a nou origen de coordenades en el diagrama $\dot{P} - K$, l'equació dinàmica del sistema expressada amb les equacions (1.18) i (4.1) **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** permet obtenir les especificacions mínimes del motor (potència transitòria \dot{P}_{M_M} i l'energia cinètica K_M) capaç de realitzar el desplaçament prescrit per a diferents relacions de velocitats.

4.2.4. Accionaments tangencials

Donat un punt R ($\dot{P}_{\alpha L}$, K_L) s'anomena una corba d'accionament tangencial al lloc geomètric dels punts que representen la capacitat mínima del motor per proporcionar el desplaçament de càrrega requerida (únic en relació a R), i s'obté a partir del sistema d'equacions dinàmiques en la seva forma paramètrica (1.18) i (4.1). Les seves expressions en escala logarítmica són les equacions (4.7) i (4.8).

$$\log \left[\frac{\dot{P}_{M_M}}{\dot{P}_{\alpha L}} \right] = \log \dot{P}_{M_M} - \log \dot{P}_{\alpha L} = \log \left[k + \frac{1}{k} \right]^2 \quad (4.7)$$

$$\log \left[\frac{K_M}{K_L} \right] = \log K_M - \log K_L = \log k^2 \quad (4.8)$$

La corba d'accionament tangencial té punts singulars per $k = 1$ (punt central, T_0), $k = \infty$ i $k = 0$ (asíptotes a $+45^\circ$ i -45°) com es veu en les equacions següents:

$$\begin{aligned} k = 1 & \quad \log \dot{P}_{M_M} - \log \dot{P}_{\alpha L} = 2 \log 2 = 0,602 \\ k = \infty & \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\log \dot{P}_{M_M} - \log \dot{P}_{\alpha L}}{\log K_M - \log K_L} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{2 \log \left[k + \frac{1}{k} \right]}{2 \log k} = 1 \\ k = 0 & \quad \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\log \dot{P}_{M_M} - \log \dot{P}_{\alpha L}}{\log K_M - \log K_L} = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{2 \log \left[k + \frac{1}{k} \right]}{2 \log k} = -1 \end{aligned} \quad (4.9)$$

La mínima potència transitòria associada a un motor que mou una càrrega en el temps requerit correspon a $k = 1$ (punt T_0) i és 4 vegades la potència transitòria associada a l'acceleració de la càrrega ($10^{0,602} = 4$).

4.2.5. Coeficient de seguretat

La corba d'accionaments tangencials defineix els requeriments del receptor. Qualsevol motor que sobrepassi els valors de la corba serà vàlid.

Per tal d'assegurar que la selecció de les condicions de treball de l'accionament (selecció del motor i de la relació de velocitats) són correctes, cal definir un coeficient de seguretat que garanteixi la solució malgrat que es produeixin variacions sobre els valors teòrics trobats.

El coeficient de seguretat es pren sobre el marge del valor de la potència transitòria i energia cinètica del receptor respecte el motor, $\Delta\dot{P}$ i ΔK (Figura 4.3). Dins del marge que dona el mètode per la relació de velocitats triada es disposarà d'una potència transitòria triada (\dot{P}_T) i una energia cinètica triada (K_T).

$$CS_{\dot{P}} = \frac{\Delta\dot{P} + \dot{P}_T}{\dot{P}_T} \quad (4.10)$$

$$CS_K = \frac{\Delta K + K_T}{K_T} \quad (4.11)$$

La selecció de l'accionament ha de complir que els dos coeficients siguin majors a la unitat però el seu valor mínim dependrà de l'aplicació i de la variabilitat de les càrregues. En cas de conèixer molt bé les variacions de potència transitòria i d'energia cinètica del sistema pot prendre més importància un coeficient o un altre.

4.3 Exemple d'aplicació

A continuació el planteja un exemple pràctic on s'aplica el mètode $\dot{P} - K$. En l'exemple es donen dos motors candidats i s'analitza com varia el receptor si es modifiquen les condicions del moviment.

L'exemple es basa en el moviment d'una pinça d'una màquina paletitzadora de sacs. Aquest pinça té un moment d'inèrcia de càrrega de $J_L = 9,6 \text{ Kgm}^2$ i ha de fer un desplaçament de $\pi \text{ rad}$ en un temps de 0,8 s seguint una estratègia de moviment triangular.

En primer lloc, es determina el punt representatiu de càrrega (punt R1) i la corba d'accionaments tangencials. Amb l'equació (4.5) s'obté el valor de la potència transitòria associada a l'acceleració de la càrrega ($\dot{P}_{\alpha L}$) és $3701,1 \text{ W/s}$ ($\log \dot{P}_{\alpha L} = 3,57$) i l'energia cinètica (K_L) és $296,08 \text{ J}$ ($\log K_L = 2,47$). Llavors el punt R1 té com a coordenades (2,47, 3,57) i es representa la corba d'accionaments tangencials a la Figura 4.2. Aquesta corba representa els requeriments del receptor en el pla $\dot{P} - K$, qualsevol motor que la creui serà capaç de complir amb aquests requeriments i serà vàlid.

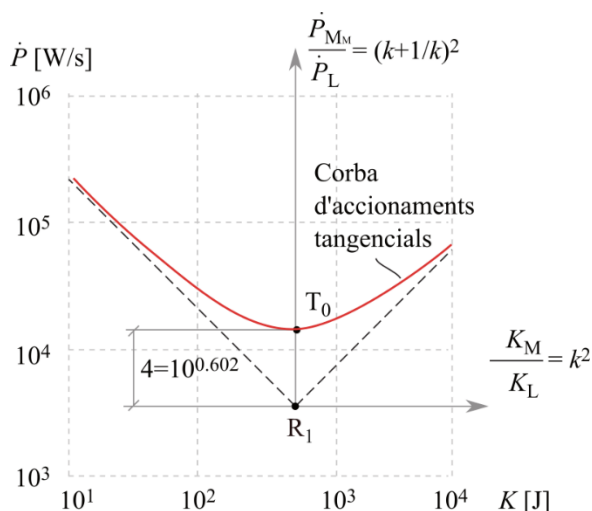


Figura 4.2. Diagrama $\dot{P} - K$ amb la representació de la càrrega. Representant el punt R_1 i la corba d'accionaments tangencials corresponent. Font: elaboració pròpia.

Els motors es caracteritzen per la seva corba característica mecànica, és a dir, el gràfic que relaciona el parell del motor (M_M) amb la seva velocitat angular (ω_M). En general, els servomotors tenen característiques mecàniques molt suaus (el parell disminueix poc amb la velocitat), només en el moment en que s'arriba a la velocitat màxima el parell disminueix ràpidament. En aplicacions cícliques (com ara moviments ràpids), els valors de parell poden ser més grans que el parell nominal (entre 1 i 2 vegades superior i, excepcionalment, superior) si es compleix que els cicles són curts i durant una fracció de temps el parell motor és molt inferior al nominal o no està en funcionament. En aquests casos s'hauria de validar la selecció d'acord amb les recomanacions del fabricant.

Els diagrames de velocitat triangulars i trapezoïdals considerats tenen el tram d'acceleració constant i, per tant, el parell de motor també ho és. Aquesta situació és la més comuna en les aplicacions amb servomotors. Com s'ha exposat anteriorment, hi ha una disminució de parell motor amb l'augment de la velocitat angular (corba característica del servo motors), això fa que la zona on talla la corba característica del motor (transformada al diagrama $\dot{P} - K$) amb la corba que representa el receptor (accionaments tangencials) sigui una certa energia cinètica (corresponent a una certa velocitat del motor) major que zero. Per tant, des del moment de l'inici del moviment fins assolir aquesta velocitat, el motor és capaç de donar un parell superior que no s'ha contemplat en la selecció. Per aquesta raó, utilitzant aquest mètode sempre hi ha un factor de seguretat favorable.

M_M [Nm]	ω_M [rad/s]	J_M [kgm ²]	\dot{P}_{M_M} [W/s]	$\log \dot{P}_{M_M}$	$2K_M$ [J]	$\log 2K_M$
Motor 1						
7,10	0	0,0011	45827	4,66	0,0	-∞
6,60	100	0,0011	39600	4,60	11,0	1,04
6,00	200	0,0011	32727	4,51	44,0	1,64
5,10	300	0,0011	23645	4,37	99,0	2,00
4,70	350	0,0011	20082	4,30	134,8	2,13
4,20	400	0,0011	16036	4,21	176,0	2,25
1,00	430	0,0011	909	2,96	203,4	2,31
Motor 2						
13,00	0	0,0021	80476	4,91	0,0	-∞
12,00	100	0,0021	70876	4,85	21,0	1,32
10,00	200	0,0021	47619	4,68	84,0	1,92
8,00	300	0,0021	30476	4,48	189,0	2,28
6,80	360	0,0021	22019	4,34	272,2	2,43
6,20	400	0,0021	18305	4,26	336,0	2,53
2,50	420	0,0021	2976	3,47	370,0	2,57

Taula 4. Característiques del motor 1 i motor 2. Font: Infranor.

Els moments d'inèrcia dels motors de la Taula 4 inclouen tant la inèrcia del rotor del motor com d'altres inèrcies associades amb l'eix motor (politja, engranatge o eix de transmissió de cargol de boles, fre, codificador, etc.). Per tant, un canvi en els elements de transmissió, modifica la representació del motor en el diagrama $\dot{P} - K$.

4.3.1. Relació entre el motor i la càrrega en el imatge diagrama

A continuació es determina la relació entre la potència transitòria i l'energia cinètica del motor i la càrrega. Donat un punt R de càrrega, qualsevol motor amb una corba característica mecànica transformada al pla $\dot{P} - K$ que intersequi la corba d'accionament tangencial és un candidat per a l'accionament del sistema, mentre que els motors que no intersequen no són adequats per moure la càrrega en el temps requerit.

La Figura 4.3 mostra el punt de càrrega R1 de la secció anterior amb la corresponent corba d'accionaments tangencials i la representació en el diagrama $\dot{P} - K$ de la característica mecànica del motor 2.

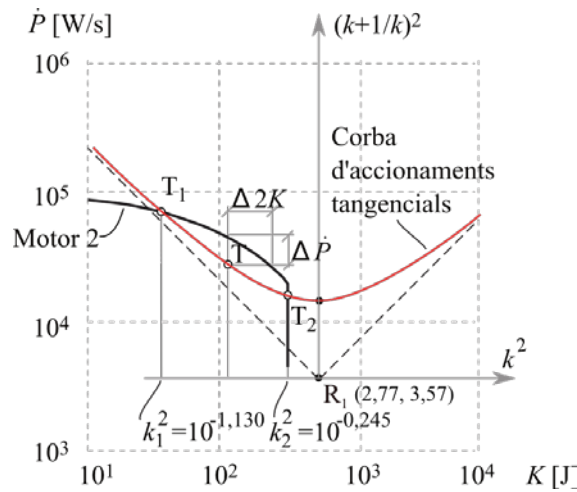


Figura 4.3. Representació el diagrama $\dot{P} - K$ de la càrrega i del motor. Font: elaboració pròpia.

En aquest cas, la característica del motor 2 es creua amb la corba d'accionaments tangencials en els punts T_1 i T_2 , corresponent als factors k_1 i k_2 , els valors dels quals es calculen en base a les mesures preses sobre el diagrama (en escales logarítmiques $-1,130$ i $-0,245$ Figura 4.3). Així $k_1 = \sqrt{10^{-1,130}}$ i $k_2 = \sqrt{10^{-0,245}}$. El valor de i_R calculada amb l'equació (3.1) és $i_R = 67,21$. Amb la definició del factor k (3.28) i els valors obtinguts es determina el rang de relacions de transmissió vàlides, $i_1 = 18,42$ i $i_2 = 50,96$.

En general, els valors extrems de la relació de velocitats (i_1 i i_2) no s'utilitzen en la pràctica ja que corresponen als punts de frontera on el motor és només capaç de moure la càrrega en les condicions prescrites. No obstant això, per a una posició intermèdia (punt T , Figura 4.3), la corba característica del motor està distanciada de la corba d'accionament tangencial i permet un marge ($\Delta \dot{P}$) per la potència transitòria i un marge (ΔK) per l'energia cinètica doble. Com es mostra a la Figura 4.3, normalment hi ha un zona àmplia per triar el valor del factor k i, en definitiva, la relació de velocitats.

4.3.2. Selecció de l'accionament en base al diagrama $\dot{P} - K$

Aquesta última secció mostra les possibilitats de la selecció de l'accionament en base al diagrama de la potència transitòria-energia cinètica doble, tenint en compte, simultàniament, diversos motors i càrregues (o requisits de moviment diferents per a la mateixa càrrega). L'anàlisi es basa en els motors enumerats a la Taula 3. Com s'ha vist, el motor 2 és capaç de moure la

càrrega amb el requeriment de $\pi \text{ rad}$ en $0,8 \text{ s}$. No obstant això, com s'evidencia en la Figura 4.4, el motor 1 no és capaç de moure la càrrega amb aquests requisits (la seva corba característica mecànica no interseca la corba d'accionament tangencial pel punt de referència R_1).

Si, per contra, es considera un temps de desplaçament de $0,9 \text{ s}$, la nova potència transitòria associada a l'acceleració de la càrrega ($\dot{P}_{\alpha L}$) és $2310,6 \text{ W/s}$ ($\log \dot{P}_{\alpha L} = 3,36$) i la nova energia cinètica (K_L) és $233,92 \text{ J}$ ($\log 2K_L = 2,37$). El punt $R_2 (2,37, 3,36)$ es corresponent a la nova corba d'accionaments tangencials (Figura 4.4). Aquest nou punt per a la càrrega fa que el motor 1 compleixi amb els requeriments de la càrrega.

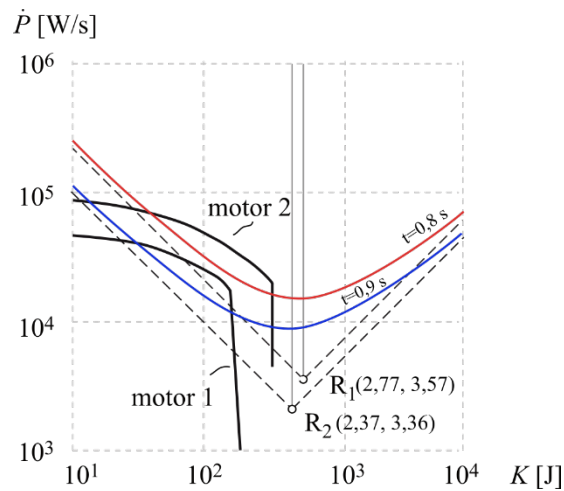


Figura 4.4. Representació el diagrama $\dot{P} - K$ per dos casos de càrrega i dos motors candidats. Font: elaboració pròpia.

4.4 Conclusions

En aquest capítol es mostra una metodologia per donar suport a la problemàtica de la selecció d'accionaments per a moviments ràpids. El mètode es basa en la representació gràfica de les característiques de l'accionament i de la càrrega utilitzant estratègies de velocitat lineal (triangulars i trapezoïdals), permetent la selecció adequada tant de motor com de la transmissió. Aquest enfocament té, entre d'altres, els següents avantatges:

- Analitzar la capacitat de diverses famílies de motors per a una aplicació particular.
- Explorar la influència dels petits canvis en els requeriments de la càrrega.
- Analitzar la incidència dels diagrames de velocitat triangulars i trapezoïdals (a través del factor de saturació, ξ) en el disseny i selecció d'un sistema d'accionament.
- La representació gràfica en el diagrama $\dot{P} - K$ facilita la selecció de l'accionament i proporciona una idea dels requeriments de càrrega per a diferents motors.

S'han realitzat algunes suposicions per simplificar el mètode, però tot i així, la seva aplicabilitat és vàlida per a molts casos industrials. En el capítol que segueix és presentarà la mateixa metodologia ampliada per casos on el rendiment sigui inferior a la unitat i el parell en el receptor no sigui negligible, ampliant d'aquesta manera el camp de validesa d'aquesta metodologia.

Capítol 5. Mètode de la potència transitòria i energia cinètica ampliat

5.1 Introducció

En aquest capítol s'utilitzarà l'expressió (3.7) del capítol 3 considerant també, l'efecte d'un rendiment menor a la unitat i l'existència d'un parell resistent en la càrrega no negligible. Es realitzarà una anàlisi simultani del rendiment i el parell resistent en el receptor i la seva influència sobre la selecció del motor i transmissió. Altres autors [16] i [9] el fan de forma separada.

Com que la relació de velocitats és la relació de velocitats i també la relació d'acceleracions entre el motor i el receptor, l'equació de moviment del sistema (3.7) es pot expressar amb l'acceleració del receptor:

$$M_M = \frac{M_L}{\eta i} + \left(J_M i + \frac{J_L}{\eta i} \right) \alpha_L \quad (5.1)$$

L'equació (5.1) relaciona però no separa les característiques del motor i les del receptor. Per tant, si es vol determinar quin motor és capaç d'assolir els requeriments del receptor cal definir una relació de velocitats i una inèrcia del motor. Només es disposa d'aquestes dades si es realitza una comprovació d'un motor i una transmissió donades. Si la disposició de l'enginyer és seleccionar quin és el motor i transmissió més adequats, les dades requerides són justament el resultat d'aquesta selecció.

Quan es desitja resoldre un problema de selecció d'accionaments en un projecte mecànic, normalment es disposa de les dades del receptor. Aquesta informació defineix la funció de la màquina mitjançant les especificacions del projecte. L'objecte i la dificultat rau en determinar quin és el motor i la transmissió que compleix amb els requeriments del receptor especificats. Per aquesta raó és necessari separar les característiques del motor i receptor durant el procediment de càlcul. Aquest objecte, en el mètode de la potència transitòria i l'energia cinètica del capítol 3 s'aconsegueix al introduir el factor k . Ferrer [8], continuant els treballs de Riba [2] i [1], estudia el problema considerant el rendiment i el parell resistent en el receptor. El seu anàlisi el basa en un plantejament semblant al de Riba [2], utilitzant un factor k ampliat arriba a una solució no lineal del problema que, tot i ser vàlida, afegeix una complexitat excessiva sense donar un valor afegit a la solució del problema.

5.2 Ampliació de les hipòtesis en la caracterització d'accionaments per a moviments ràpids.

En el apartat 3.3.1 s'han exposat les hipòtesis per analitzar el problema. En aquest capítol introduir l'efecte del rendiment i del parell resistent en el receptor cal realitzar una revisió de les mateixes.

En el desenvolupament que segueix en aquest capítol es prenen les següents hipòtesis:

- **Rendiment**

El rendiment es considera constant i correspon al quocient entre la potència de sortida i la potència d'entrada de la transmissió, per tant, el rendiment sempre serà $0 \leq \eta < 1$. En l'anàlisi que es fa en aquest capítol el rendiment pot prendre qualsevol entre aquests límits ajustant-se millor al comportament real de les transmissions. Només és considera el rendiment directe.

- **Parell resistent en el receptor**

Es considera que el parell resistent no és negligible i és constant. Això aplica per tots els receptors amb corba característica constant, que són el més comuns en aplicacions industrials (elevació de càrrega, frecs en els guiatge, etc..). Només s'estudia el cas de parell resistent positiu ($M_L \geq 0$).

- **Inèrcia de la transmissió i acoblaments**

Totes les inèrcies del sistemes auxiliars entre l'eix del motor i el del receptor es consideren constants i s'expressaran sempre en l'eix del motor. D'aquesta manera les inèrcies auxiliars es sumen a la inèrcia del motor durant el procés de selecció.

En la Figura 5.1 es troben els diversos paràmetres emprats en aquest capítol.

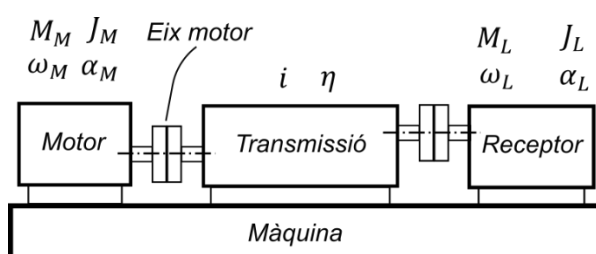


Figura 5.1. Paràmetres utilitzats en l'anàlisi d'un accionament per a moviments ràpids utilitzats en aquest capítol. Font: elaboració pròpia.

5.3 Potència transitòria i energia cinètica

En aquest apartat es plantejarà una expressió més general de la potència transitòria en relació a l'energia cinètica en la qual es considera, en l'estudi del sistema, el rendiment de la transmissió (η) i el parell resistent en el receptor (M_L). Aquesta expressió separa les característiques del receptor i motor i amplia el camp de validesa dels resultats del capítol 4.

Aquest procediment consisteix en transformar l'equació (5.1) per expressar-la en funció de la potència transitòria i de l'energia cinètica tant del motor com del receptor.

A continuació s'exposen les definicions que s'utilitzaran i la seva transformació per facilitar la transformació de l'equació (5.1):

Potència transitòria associada al motor:

$$\dot{P}_{M_M} = \frac{M_M^2}{J_M} \rightarrow M_M = \sqrt{\dot{P}_{M_M} J_M} \quad (5.2)$$

Potència transitòria associada al parell resistent en el receptor:

$$\dot{P}_{M_L} = \frac{M_L^2}{J_L} \rightarrow M_L = \sqrt{\dot{P}_{M_L} J_L} \quad (5.3)$$

Potència transitòria associada a l'acceleració del receptor:

$$\dot{P}_{\alpha_L} = J_L \alpha_L^2 \rightarrow \alpha_L = \sqrt{\frac{\dot{P}_{\alpha_L}}{J_L}} \quad (5.4)$$

Energia cinètica del motor:

$$K_M = \frac{1}{2} J_M \omega_M^2 \quad (5.5)$$

Energia cinètica del receptor:

$$K_L = \frac{1}{2} J_L \omega_L^2 \quad (5.6)$$

De les equacions (5.5) i (5.6) se'n deriva una expressió de la relació de velocitats en funció de les energies cinètiques i dels moments d'inèrcia:

$$i = \frac{\sqrt{K_M} \sqrt{J_L}}{\sqrt{K_L} \sqrt{J_M}} \quad (5.7)$$

Introduint a l'equació (5.1) el valors de parell del motor (5.2), parell resistent en el receptor (5.3), acceleració del receptor (5.4) i l'expressió de la relació de transmissió de l'equació (5.7), s'obté l'equació (5.8). En aquesta equació desapareix la inèrcia del motor quedant inclosa en el terme d'energia cinètica del motor (K_M).

Així, la nova expressió relaciona la potència transitòria associada al motor, l'energia cinètica del motor i els requeriments del receptor (parell, inèrcia i acceleració del receptor). Un cop es defineixen els paràmetres del receptor i el rendiment, la potència transitòria associada al motor es únicament funció de l'energia cinètica del motor:

$$\dot{P}_{MM}(K_M) = \frac{(J_L K_M \eta \alpha_L + J_L K_L \alpha_L + K_L M_L)^2}{J_L K_M K_L \eta^2} \quad (5.8)$$

L'expressió anterior representa els requeriments imposats pel receptor al motor, per tant, és una nova expressió dels accionaments tangencials (4.2.4) considerant l'efecte del rendiment i el parell resistent en el receptor.

L'equació (5.8) també es pot expressar en funció de la potència transitòria associada a l'acceleració del receptor i de la potència transitòria del parell resistent en el receptor utilitzant les expressions (5.3) i (5.4).

$$\dot{P}_{MM}(K_M) = \frac{\left((K_M \eta \sqrt{\dot{P}_{\alpha_L}} + K_L \sqrt{\dot{P}_{\alpha_L}} + K_L \sqrt{\dot{P}_{M_L}} \right)^2}{K_M K_L \eta^2} \quad (5.9)$$

Com ja s'ha vist en el capítol 4, també vàlid per aquesta expressió, donada la corba característica d'un motor, es pot obtenir la seva representació en el pla $\dot{P} - K$. La intersecció d'aquesta corba amb la que representa els requeriments del receptor (5.8) delimitarà un rang de relacions de velocitats vàlides per complir amb aquests requeriments.

En el cas general que s'analitza en aquest capítol, el rang de relacions de velocitats s'obtenen, per un motor donat, amb els valors de la intersecció de les dues corbes llegides a l'eix de les abscisses (valors d'energia cinètica). Amb l'equació (5.7) es transformen els valors d'energia cinètica en valors de relació de velocitats.

Igual al que succeeix en les expressions del capítol 3, l'equació (5.8) és més fàcil d'utilitzar i de visualitzar els seus efectes sobre la selecció de l'accionament si els eixos de representació són logarítmics. La posició del mínim de la funció es visualitza millor i la forma de la funció esdevé quasi simètrica respecte un eix vertical sobre aquest punt (veure Figura 5.2, Figura 5.3 i Figura 5.4).

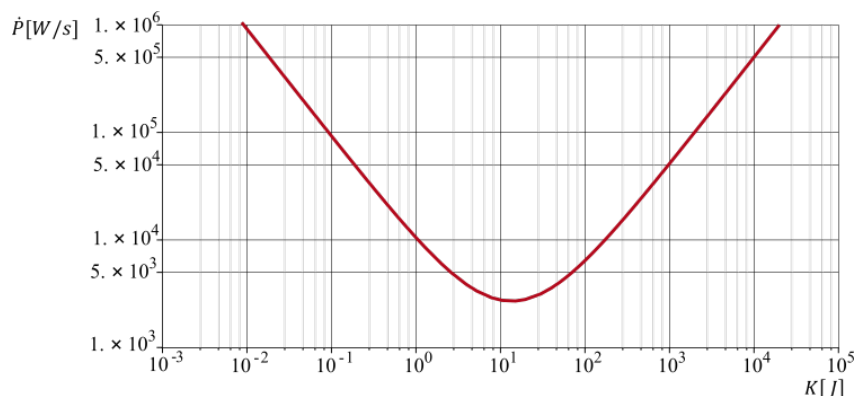


Figura 5.2. Representació en escala logarítmica dels requeriments del receptor en el pla $\dot{P} - K$. Font: elaboració pròpia.

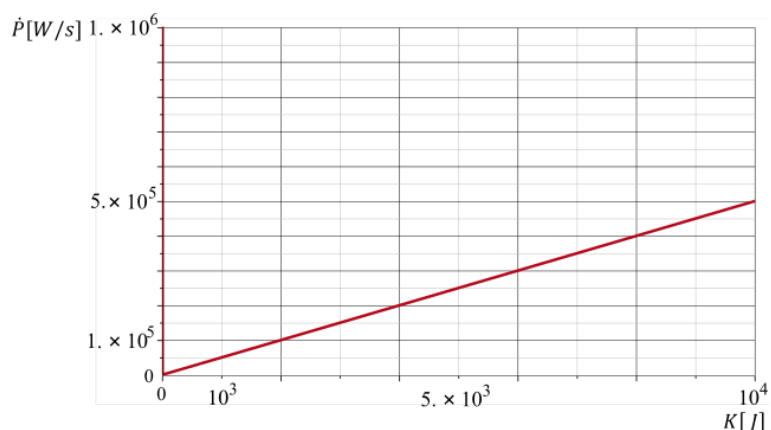


Figura 5.3. Representació de la mateixa funció que la Figura 5.2 sense escalat logarítmic. Font: elaboració pròpia.

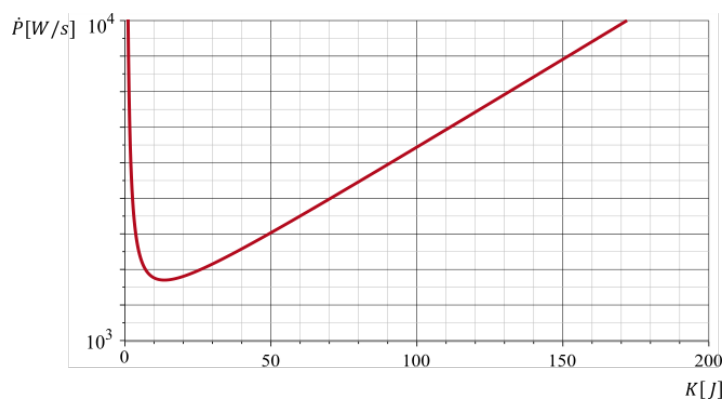


Figura 5.4. Ampliació de la funció de la Figura 5.3 en la zona de canvi de pendent. Font: elaboració pròpia.

A partir de l'equació (5.8) o (5.9) és fàcil comprovar quin és l'efecte de la variació del rendiment i el parell resistent en el receptor en l'expressió general. En la Figura 5.5 es representa un determinat receptor mitjançant la corba d'accionaments tangencials per diversos rendiments. Es varia el rendiment (η) de la transmissió entre 0,25 i 1 mantenint el parell resistent (M_L) a zero i es gràfica cada cas.

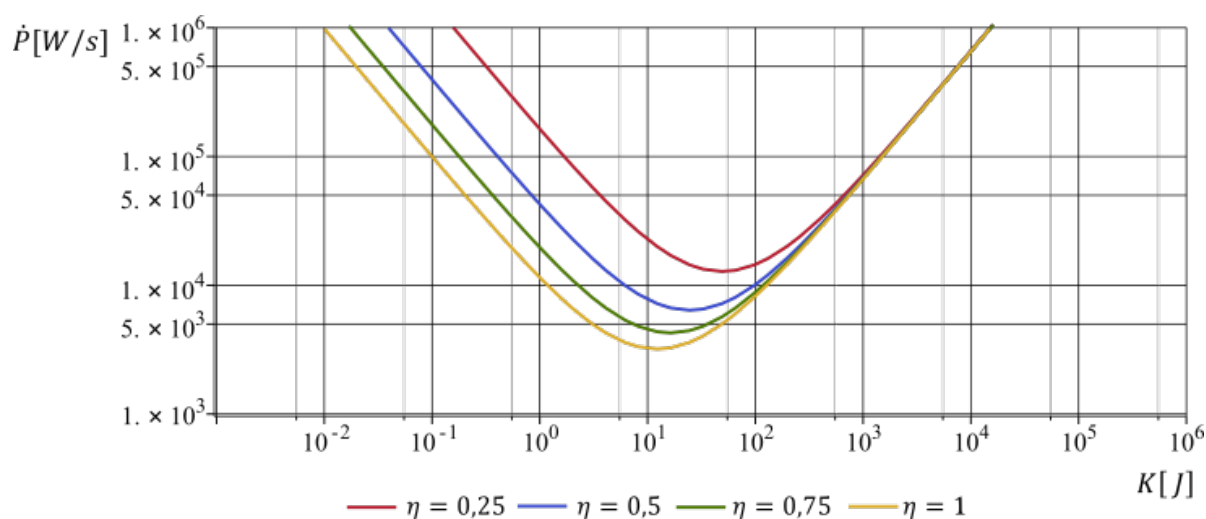


Figura 5.5. Variació del rendiment per un mateix receptor amb $M_L = 0$. Font: elaboració pròpia.

En la Figura 5.6 es representa el mateix receptor que la figura anterior (mateixes condicions de moviment) però en aquest cas Figura 5.6. Variació del M_L per un mateix receptor amb $\eta = 1$ variant el valor del parell resistent en el receptor (M_L) i mantenint el rendiment amb el valor de la unitat ($\eta = 1$).

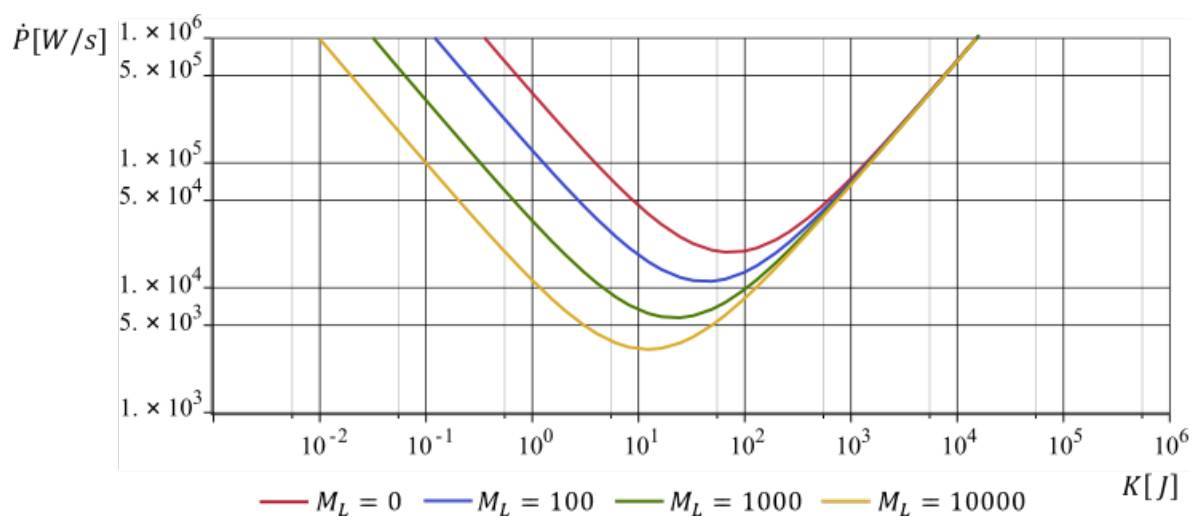


Figura 5.6. Variació del M_L per un mateix receptor amb $\eta = 1$. Font: elaboració pròpia.

Com es pot veure l'efecte sobre la corba d'accionaments tangencials en els dos casos representa un comportament similar. Quan disminueix el rendiment, la corba es desplaça verticalment i cap a la dreta. El mateix succeeix si el parell resistent del receptor augmenta i es manté el rendiment igual a la unitat.

5.4 Anàlisi de l'equació de la potència transitòria

En aquest apartat s'estudia quin és l'efecte dels diferents paràmetres que defineixen l'accionament sobre la forma de la corba d'accionaments tangencials.

5.4.1 Paràmetres rellevants de l'equació corresponents al receptor

L'equació (5.8) obtinguda en l'apartat anterior conté els requeriments del receptor:

- α_L : Acceleració
- K_L : Energia cinètica màxima de receptor
- M_L : Parell resistent del receptor

Si es transformen en termes de potència transitòria segons l'equació (5.9), aquest requeriments són:

- \dot{P}_{α_L} : Potència transitòria associada a l'acceleració del receptor
- K_L : Energia cinètica màxima de receptor
- \dot{P}_{M_L} : Potència transitòria associada al parell resistent del receptor

En ambdós casos, aquestes termes només depenen del receptor, per tant, no varien en la selecció del motor i transmissió.

Les equacions (5.8) i (5.9) es poden representar de forma general de la següent manera:

$$\dot{P}_{M_M}(K_M) = \frac{(K_M \eta a + b)^2}{c K_M \eta^2} \quad (5.10)$$

On a, b i c tenen els valors necessaris per correspondre's a les equacions (5.8) i (5.9) i només dependran dels requeriments del receptor. Si es relacionen directament amb els paràmetres que defineixen el receptor, els termes a, b i c són els següents:

$$a = J_L \alpha_L ; b = K_L (J_L \alpha_L + M_L) ; c = J_L K_L \quad (5.11)$$

Si es transformen en termes de potencia transitòria els termes a, b i c són els següents:

$$a = \sqrt{\dot{P}_{\alpha_L}} ; b = K_L \left(\sqrt{\dot{P}_{\alpha_L}} + \sqrt{\dot{P}_{M_L}} \right) ; c = K_L \quad (5.12)$$

Desenvolupant l'equació (5.10), s'obté,

$$\dot{P}_{MM}(K_M) = \frac{K_M a^2}{c} + \frac{b^2}{c K_M \eta^2} + \frac{2ab}{c\eta} \quad (5.13)$$

Com es pot veure en l'expressió anterior, la funció $\dot{P}_{MM}(K_M)$, té, en un primer terme, la variable K_M situada en el numerador i, en un segon, en el denominador. El tercer terme és constant i no depèn de K_M .

Analitzant aquestes tres parts de l'equació es pot veure que el primer terme representa una recta amb pendent constant $\frac{a^2}{c}$ i el seu pes sobre el valor de la funció augmenta a mida que augmenta K_M . El segon terme, té un pes major per valors petits de K_M respecte el primer terme i es més important quan el rendiment és menor a 1 ja que depèn d'aquest a la inversa del seu quadrat. El tercer terme, un cop definit el rendiment, representa un valor constant que desplaça el valor de la funció $\dot{P}_{MM}(K_M)$ en l'eix de les ordenades. En aquest últim terme, si el rendiment és menor que 1, el seu pes augmenta al dependre de la seva inversa. El mateix receptor, per valors de rendiment petits, veu desplaçada la seva corba d'accionaments tangencials a valors superiors de l'eix de les ordenades. Un raonament similar es pot fer en el cas del terme b , que conté el parell resistent del receptor amb el mateix resultat si el parell augmenta.

Analitzant com varia la funció pels diversos valors de l'energia cinètica es pot veure que per valors molt petits de K_M , menors a la unitat, la funció té valors grans degut al pes del segon terme. Aquests aniran disminuint a mida que K_M augmenti fins arribar a un punt on el pes del primer terme sigui major. En aquest punt el valor de la funció augmenta.

El moment en el qual es produeix aquest canvi entre un terme i un altre és quan la funció assoleix el seu valor mínim. Per determinar aquest punt és suficient amb trobar el valor de K_M que resulta de derivar la funció $\dot{P}_{MM}(K_M)$ respecte K_M i igualar-la a zero:

$$\frac{d\dot{P}_{MM}(K_M)}{dK_M} = 0 \quad (5.14)$$

El valor de K_M que fa la funció mínima és:

$$K_{M \text{ mínim}} = \frac{b}{a\eta} \quad (5.15)$$

El valor de P_{MM} pel valor anterior de K_M és:

$$\dot{P}_{MM}(K_{M \text{ mínim}}) = \frac{4ab}{c\eta} \quad (5.16)$$

Com es pot veure en els resultats dels valors de les equacions anteriors (5.15) i (5.16), si el rendiment disminueix, el valor mínim de la potència transitòria augmenta i el valor d'energia cinètica que fa la potència transitòria mínima també ho fa. El mateix succeeix si augmenta el valor del parell resistent, inclòs en el terme b de les equacions anteriors.

Per tal d'estudiar l'efecte dels diferents paràmetres de la funció, es determinen dues zones: la primera formada pels valors de K_M entre zero i el valor de $K_{M \text{ mínim}}$,

$$0 < K_M < \frac{b}{a\eta} \quad (5.17)$$

i la segona pels valors de K_M majors de $K_{M \text{ mínim}}$,

$$K_M \geq \frac{b}{a\eta} \quad (5.18)$$

La primera zona (zona A) és molt sensible als valors del rendiment. Com s'ha vist, el segon terme de la funció $\dot{P}_{MM}(K_M)$ té el paràmetre del rendiment en el denominador i elevat al quadrat. També ho és al valor del parell resistent, que suma el seu efecte al del parell necessari per accelerar la inèrcia del receptor.

Quan els valors de K_M superen el valor $K_{M \text{ mínim}}$, la funció entra en la segona zona definida (zona B). En aquesta zona és molt menys sensible als valors del rendiment i del parell resistent a mida que augmenta K_M .

En les figures següents es representa una funció \dot{P}_{MM} en un sistema de coordenades cartesianes i en un sistema de coordenades cartesianes amb escala logarítmica en cada eix. En aquestes dues figures (Figura 5.7 i Figura 5.8) es poden veure clarament les zones A i B descrites anteriorment.

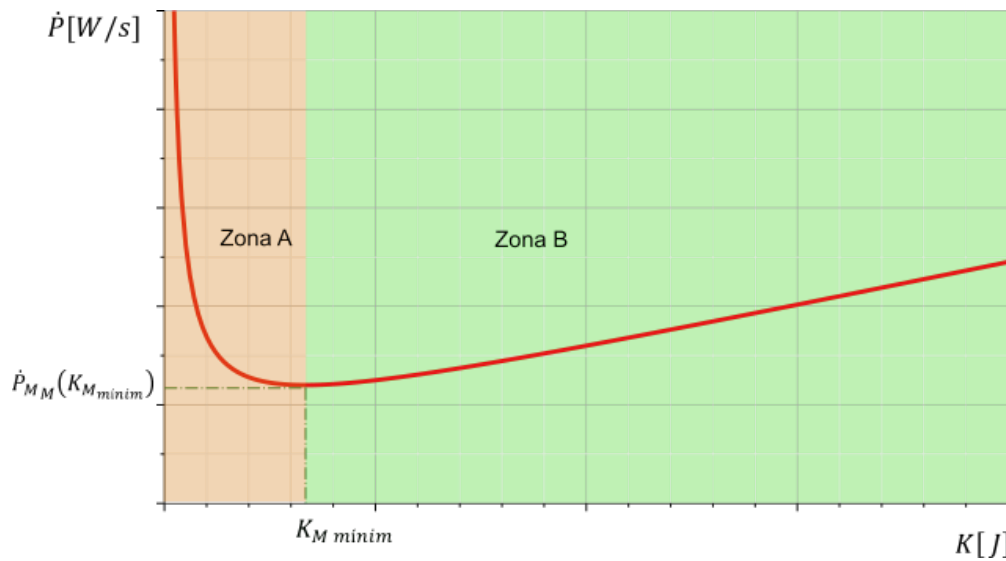


Figura 5.7. Variació de la potència transitòria en funció del valor de l'energia cinètica. Font: elaboració pròpia.

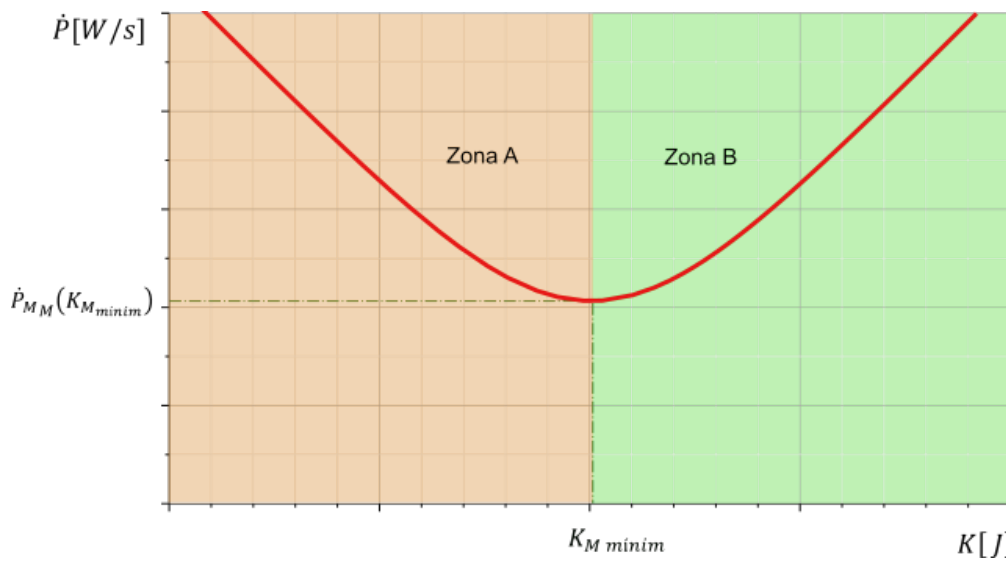


Figura 5.8. Representació de la funció de la Figura 5.7 en escala logarítmica a l'eix de les abscisses i de les ordenades.

Quan varia el rendiment de la transmissió i/o el parell resistent del receptor, només té efecte en el segon i tercer terme de l'equació. Es modifica l'alçada de la corba degut al tercer terme i es desplaça la corba horitzontalment per la influència del segon terme.

Fent logaritmes a les dues bandes de l'equació (5.10) s'obté,

$$\log(\dot{P}_{MM}(K_M)) = 2 \log(K_M \eta a + b) - \log(c) - \log(K_M) - 2 \log(\eta) \quad (5.19)$$

Per $K_M \text{mínim} = \frac{b}{a\eta}$ el valor en logaritme de la potència transitòria és;

$$\log(\dot{P}_{MM}(K_{M\text{mínim}})) = 2 \log(2) + \log(a) + \log(b) - \log(c) - \log(\eta) \quad (5.20)$$

Prenent els valors de a, b i c de (5.12), el valor de l'expressió anterior és,

$$\log(\dot{P}_{MM}(K_{M\text{mínim}})) = 2 \log(2) + \frac{\log(P_{\alpha L})}{2} + \log\left(\sqrt{\dot{P}_{\alpha L}} + \sqrt{\dot{P}_{ML}}\right) - \log(\eta) \quad (5.21)$$

Aquesta expressió concorda amb el valor del punt T_0 (Figura 4.2) del capítol 3, quan el rendiment és igual a 1 i no hi ha parell resistent en el receptor.

Si es desenvolupa l'equació (5.13) i es factoritza amb els termes corresponents de la potència transitòria, s'obté la següent expressió:

$$\dot{P}_{MM} = \dot{P}_{\alpha L} \left[\frac{K_M}{K_L} + \frac{2}{\eta} + \frac{K_L}{K_M \eta^2} \right] + 2 \sqrt{\dot{P}_{\alpha L} \dot{P}_{ML}} \left[\frac{1}{\eta} + \frac{K_L}{K_M \eta^2} \right] + \dot{P}_{ML} \frac{K_L}{K_M \eta^2} \quad (5.22)$$

Amb aquesta expressió es possible estudiar la dependència de la potència transitòria associada al motor de la potència transitòria associada a l'acceleració del receptor i a la corresponent al seu parell resistent.

5.4.1.1 *Asímptotes de la funció potència transitòria*

A continuació s'estudien les asímptotes de l'equació (5.10) sense escalat logarítmic. Posteriorment es realitzarà el mateix anàlisi amb un escalat logarítmic en els eixos de les abscisses i de les ordenades.

5.4.1.2 *Anàlisi sense escalat logarítmic*

Asímptota vertical

La funció presenta una asímptota vertical quan el valor de K_M tendeix a zero com és demostra en l'equació (5.23)

$$\lim_{K_M \rightarrow 0} \dot{P}_{MM}(K_M) = \lim_{K_M \rightarrow 0} \left(\frac{K_M a^2}{c} + \frac{b^2}{c K_M \eta^2} + \frac{2ab}{c\eta} \right) = \infty \quad (5.23)$$

Per tant, en $K_M = 0$ hi ha una asímptota vertical

Asímtota obliqua

L'equació d'una asímtota obliqua és $y = mx + n$, on

$$m = \lim_{K_M \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{K_M a^2}{c} + \frac{b^2}{c K_M \eta^2} + \frac{2ab}{c \eta} \right)}{K_M} = \frac{a^2}{c} \tag{5.24}$$

i,

$$n = \lim_{K_M \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{K_M a^2}{c} + \frac{b^2}{c K_M \eta^2} + \frac{2ab}{c \eta} \right) - \frac{a^2}{c} K_M \right) = \frac{2ab}{c \eta} \tag{5.25}$$

Per tant l'equació de l'asímtota és

$$\dot{P}_{M_M}(K_M) = \frac{a^2}{c} K_M + \frac{2ab}{c \eta} \tag{5.26}$$

Com es veu en l'equació de l'asímtota obliqua, per valors de K_M més grans que $K_{M_{mínim}}$ la potència transitòria tendeix al primer i tercer terme de l'equació (5.13).

Per valors de K_M més petits que $K_{M_{mínim}}$ la funció tendeix a infinit, prenent importància el segon terme de l'equació (5.13).

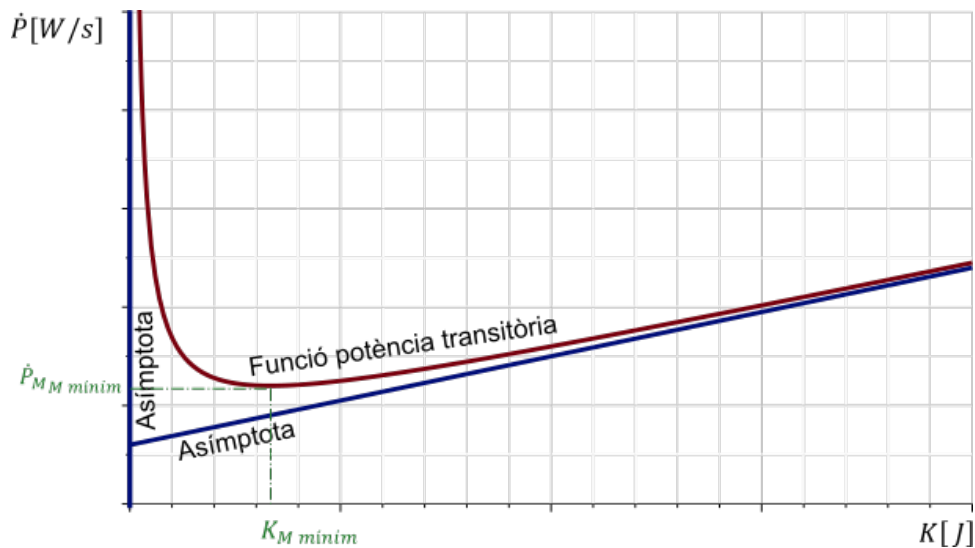


Figura 5.9. Asímtotes de la funció potència transitòria. Font: elaboració pròpia.

5.4.1.3 Anàlisi amb escalat logarítmic

Asímtota obliqua per $K_M \rightarrow \infty$

L'equació d'una asímtota obliqua és $y = m \log(x) + n$, on

$$m = \lim_{K_M \rightarrow \infty} \frac{\log\left(\frac{K_M a^2}{c} + \frac{b^2}{c K_M \eta^2} + \frac{2ab}{c \eta}\right)}{\log K_M} = 1 \quad (5.27)$$

i,

$$n = \lim_{K_M \rightarrow \infty} \left(\log\left(\frac{K_M a^2}{c} + \frac{b^2}{c K_M \eta^2} + \frac{2ab}{c \eta}\right) - 1 \log K_M \right) = \log\left(\frac{a^2}{c}\right) \quad (5.28)$$

Per tant l'equació de l'asímtota és

$$\log \dot{P}_{M_{a1}}(K_M) = \log K_M + \log\left(\frac{a^2}{c}\right) \quad (5.29)$$

Asímtota obliqua per $K_M \rightarrow 0$

L'equació d'una asímtota obliqua és $y = m \log(x) + n$, on

$$m = \lim_{K_M \rightarrow 0} \frac{\log\left(\frac{K_M a^2}{c} + \frac{b^2}{c K_M \eta^2} + \frac{2ab}{c \eta}\right)}{\log K_M} = -1 \quad (5.30)$$

i,

$$n = \lim_{K_M \rightarrow 0} \left(\log\left(\frac{K_M a^2}{c} + \frac{b^2}{c K_M \eta^2} + \frac{2ab}{c \eta}\right) + 1 \log K_M \right) = \log\left(\frac{b^2}{c \eta^2}\right) \quad (5.31)$$

Per tant l'equació de l'asímtota és

$$\log \dot{P}_{M_{a2}}(K_M) = -1 \log K_M + \log\left(\frac{b^2}{c \eta^2}\right) \quad (5.32)$$

Com és veu en l'escala logarítmica apareixen dues asímtotes a 45º, una amb pendent positiu i l'altre amb pendent negatiu, de les quals es coneixen les seves equacions.

En el capítol 4 (Figura 4.2) es determina el punt R per facilitar la construcció de la corba d'accionaments tangencials. En aquest apartat es pot determinar el punt R amb el plantejament realitzat si es determina el punt d'intersecció de les dues asímtotes.

El valor de l'energia cinètica que compleix es:

$$\log K_{M_R} = \log \left(\frac{b}{a\eta} \right) \quad (5.33)$$

I el valor de la potència transitòria és:

$$\log \dot{P}_{M_M}(K_{M_R}) = \log \left(\frac{ab}{c\eta} \right) \quad (5.34)$$

Es pot comprovar que la posició en l'eix de les ordenades del valor mínim de la corba d'accionaments tangencials (5.15) coincideix amb el valor de les ordenades del punt R (5.39).

Com és pot veure en l'expressió la separació en l'eix de les abscisses entre el valor mínim de la funció i el punt R és $\log(4) = 0,602$

$$\log \dot{P}_{M_M}(K_{M \text{ mínim}}) - \log \dot{P}_{M_M}(K_{M_R}) = \log \left(\frac{4ab}{c\eta} \right) - \log \left(\frac{ab}{c\eta} \right) = \log(4) \quad (5.35)$$

Substituint els valors de a, b, c i η pels seus valors corresponents a les hipòtesis del capítol 3 s'observa que dóna el mateix resultat que el del punt R determinat en el capítol 4 (Figura 4.2).

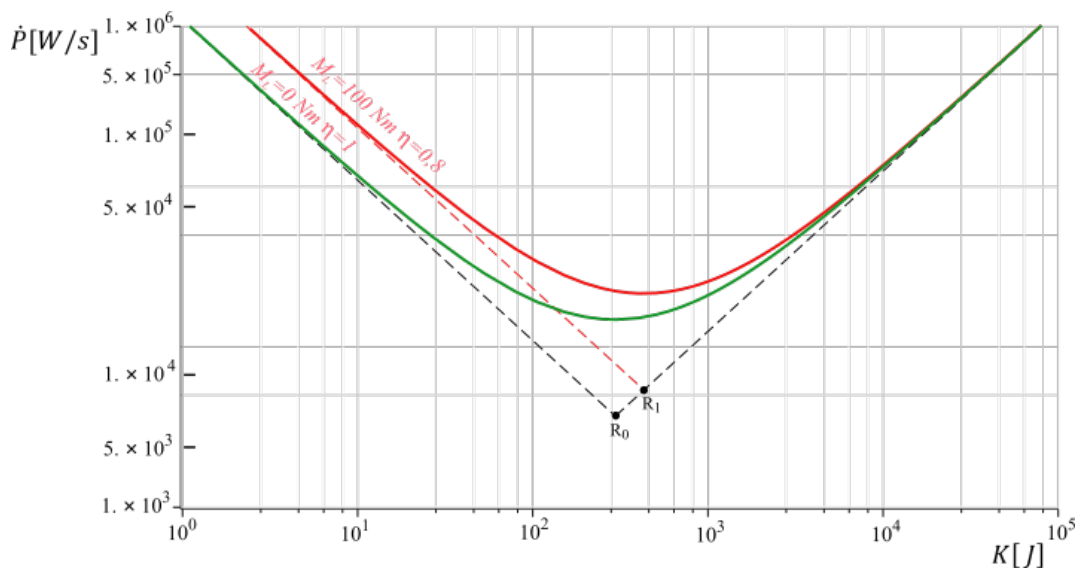


Figura 5.10. Asíptotes de la funció potència transitòria en una escala logarítmica. Font: elaboració pròpia.

Un altre resultat és que la primera asíptota (5.29) no depèn del rendiment ni del parell resistent ja que els termes a i c de l'equació no en depenen. Per aquesta raó l'asíptota és la mateixa encara que aquests paràmetres variïn (Figura 5.10).

No passa el mateix per la segona asymptota (5.32), aquesta depèn del rendiment al quadrat i del terme b , funció del parell resistent en la càrrega. Quan variïn aquestes, l'asíptota variarà (Figura 5.10).

5.4.2 Forma de la corba

Per tal de conèixer la dependència de la corba dels diferents paràmetres, es referencia l'equació de la potència transitòria al punt mínim de la funció. D'aquesta manera es pot estudiar la forma de la corba respecte la variació dels paràmetres de rendiment i parell resistent en el receptor.

De la funció potència transitòria (5.13) es resta el valor de $\dot{P}_{M_M} (K_M \text{ mínim})$ (5.16) i es fa el canvi de variable $K_M = K_M + K_{M \text{ mínim}}$. Sent equivalent a situar l'eix de coordenades en la posició de potència transitòria mínima i la seva energia cinètica mínima corresponent. Substituint els valors s'obté la següent expressió,

$$\dot{P}_{M_{M_0}} = \frac{(K_M + \frac{4ab}{c\eta})a^2}{c} + \frac{b^2}{c(K_M + \frac{4ab}{c\eta})\eta^2} + \frac{2ab}{c\eta} - \frac{4ab}{c\eta} \quad (5.36)$$

Simplificant l'expressió anterior s'obté:

$$\dot{P}_{M_{M_0}} = \frac{a^3\eta K_M^2}{c(K_M a\eta + b)} \quad (5.37)$$

Com es pot veure en l'equació anterior, només en el cas particular de $b = 0$ ($M_L = -J_L\alpha_L$) la funció no depèn del rendiment ni del parell resistent en el receptor i, per tant, conserva la mateixa forma sigui quin sigui el seu valor. Altrament, la forma no serà exactament la mateixa i serà necessària determinar-la per la selecció del motor i transmissió.

5.5 Càlcul de la relació de velocitats de màxima acceleració

De l'equació (5.1) s'aïlla l'acceleració del receptor. Derivant l'expressió resultant respecte la relació de transmissió i , trobant-ne el màxim, s'obté la relació de transmissió amb la qual s'obté la màxima acceleració:

$$\frac{d\alpha_L}{di} = \frac{d}{di} \left[\frac{M_M - \frac{1}{i\eta} M_L}{J_M i + \frac{1}{i\eta} J_L} \right] = 0 \quad (5.38)$$

Considerant únicament la solució positiva, s'obté la relació de velocitats de màxima acceleració:

$$i_{ma} = \frac{M_L}{\eta M_M} + \sqrt{\frac{M_L^2}{M_M^2 \eta^2} + \frac{J_L}{J_M \eta}} \quad (5.39)$$

En funció de les potències transitòries l'expressió anterior és la següent:

$$i_{ma} = \frac{\sqrt{\dot{P}_{M_L} J_L}}{\eta \sqrt{\dot{P}_{M_M} J_M}} + \sqrt{\frac{J_L}{\eta J_M} + \frac{\dot{P}_{M_L} J_L}{\eta^2 \dot{P}_{M_M} J_M}} \quad (5.40)$$

Amb aquesta relació de velocitats, el receptor acceleraria amb l'acceleració màxima que pot donar el sistema d'accionament.

Si el rendiment és igual a 1 i el parell resistent en el receptor és zero, les expressions anteriors són iguals que l'expressió de la relació de màxima acceleració (acceleració de referència, i_R) (3.1) del capítol 3.

Al aparèixer termes que depenen del parell resistent en el receptor i del parell motor, no hi haurà una relació de transmissió de màxima acceleració única com en el capítol 3. Ara, donada la intersecció de la corba del receptor amb la del motor, existirà un rang de relacions de màxima acceleració possibles.

La tria de la relació de velocitats més adequada dependrà del grau d'optimització necessari, sent qualsevol relació vàlida si es troba entre els dos valors de la intersecció de la corba del receptor amb la corba del motor. Si es vol minimitzar el temps durant el tram d'acceleració, caldrà aproximar la relació de velocitats triada a la relació de màxima acceleració corresponent.

5.6 Conclusions

En aquest capítol s'ha demostrat l'efecte del rendiment i el parell resistent en el receptor a l'hora de realitzar un plantejament més generalitzat del mètode $\dot{P} - K$.

De l'anàlisi realitzat s'extreuen varies conclusions:

- Equació de la potència transitòria en funció de l'energia cinètica doble de formulació senzilla i fàcilment transformable en un gràfic per la seva aplicació pràctica en la selecció del motor i transmissió
- L'efecte de reduir el rendiment o augmentar el parell resistent en el receptor és similar. Ambdós desplacen la corba d'accionaments tangencials a valors més alts de potència transitòria i energia cinètica.
- La relació de màxima acceleració no és única i depèn de l'elecció final del punt de treball

Capítol 6. Anàlisi de la variació lineal del perfil d'acceleració

6.1 Introducció

Tot moviment real d'una màquina es realitza seguint una transicions de velocitat i acceleració contínues, sense variacions sobtades. Aquestes variacions sobtades, normalment no desitjades, les ajusta en primer terme el propi sistema físic (rigideses, amortiments, etc..) i en segon terme el sistema de control de l'accionament.

Fins aquest moment, per tal de facilitar el tractament de les equacions, s'ha considerat que les transicions no són contínues (veure Figura 3.2). En aquest capítol s'estudia l'efecte sobre l'estratègia de moviment de la variació contínua de la velocitat donada una variació lineal de l'acceleració des de l'instant inicial fins a l'acceleració màxima.

S'estudiarà l'efecte d'aquesta variació lineal de l'acceleració sobre l'espai recorregut i la màxima acceleració. Es prendrà com a referència el cas en el que la variació de l'acceleració té un pendent infinit (Figura 3.2).

Del cas de referència s'obtidran uns valors d'acceleració de referència màxima ($\alpha_{ref\ màx}$), velocitat de referència màxima ($\omega_{ref\ màx}$) i espai recorregut de referència ($\theta_{ref\ màx}$) (veure Figura 6.1).

Cal notar que es pren el valor de $\alpha_{ref\ màx}$ com el valor de l'acceleració màxima en valor absolut.

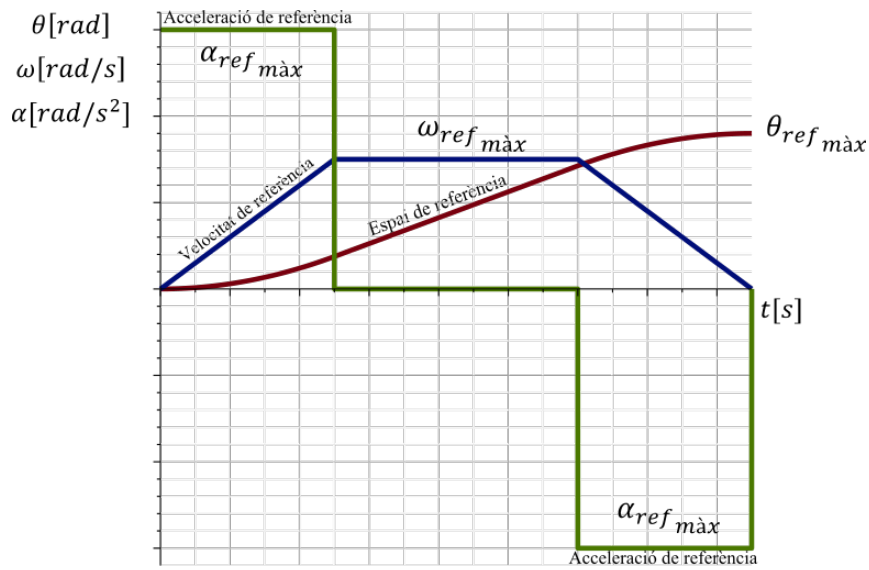


Figura 6.1. Perfil d'acceleració, velocitat i espai amb una variació sobtada de l'acceleració. Font: elaboració pròpia.

S'analitzaran els següents casos:

- Efecte de la variació de l'acceleració sobre l'espai recorregut si es manté l'acceleració màxima
- Efecte de la variació de l'acceleració sobre l'acceleració màxima si es manté l'espai recorregut
- Efecte de la variació de l'acceleració sobre l'espai recorregut si es manté la velocitat màxima

6.2 Perfils de referència

6.2.1 Introducció

En aquest apartat s'estudiaran els perfils de referència de l'acceleració, velocitat i espai. Els seus valors es prendran de referència per l'estudi de perfils més generals.

6.2.2 Perfil d'acceleració de referència

Es defineix t_1 com el temps de moviment a màxima acceleració i t_2 com el temps en el qual el desplaçament es realitza a velocitat constant i per tant no hi ha acceleració.

El temps total del cicle és:

$$t_{tot} = 2 \cdot t_1 + t_2 \quad (6.1)$$

En la Figura 6.2 és mostra el perfil d'acceleracions i els temps parcials.

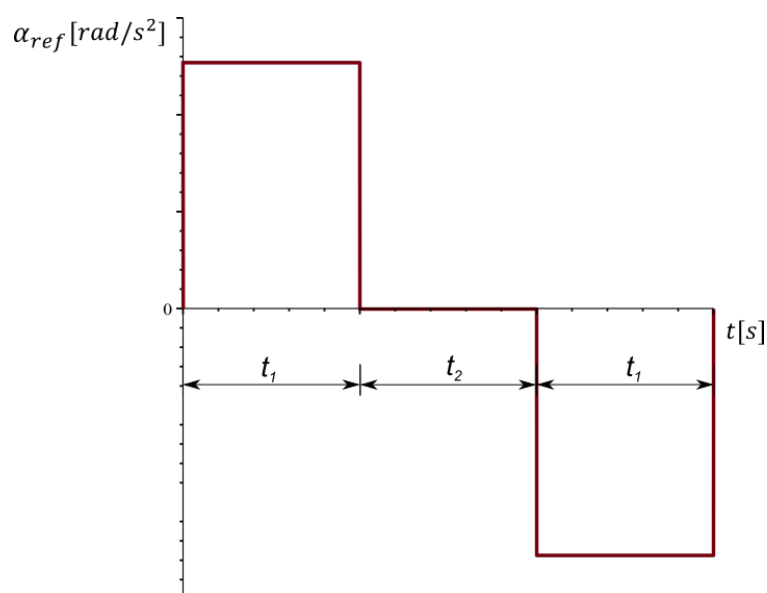


Figura 6.2. Perfil d'acceleració. Font: elaboració pròpia.

L'equació del perfil d'acceleració és la següent:

$$\alpha_{ref}(t) = \begin{cases} \alpha_{m\grave{a}x}, & t \leq t_1 \\ 0, & t_1 < t < t_1 + t_2 \\ -\alpha_{m\grave{a}x}, & t_1 + t_2 \leq t \leq 2t_1 + t_2 \end{cases} \quad (6.2)$$

On $\alpha_{m\grave{a}x}$ és el valor de la màxima acceleració

6.2.3 Perfil de velocitat de referència

Integrant respecte el temps l'expressió anterior del perfil d'acceleració (6.2) s'obté el perfil de velocitat.

$$\omega_{ref}(t) = \begin{cases} \alpha_{m\grave{a}x}t, & t \leq t_1 \\ \alpha_{m\grave{a}x}t_1, & t_1 < t < t_1 + t_2 \\ -\alpha_{m\grave{a}x}(t - 2t_1 - t_2), & t_1 + t_2 \leq t \leq 2 \cdot t_1 + t_2 \end{cases} \quad (6.3)$$

La representació gràfica del perfil de velocitat és la que es veu a la Figura 6.3.

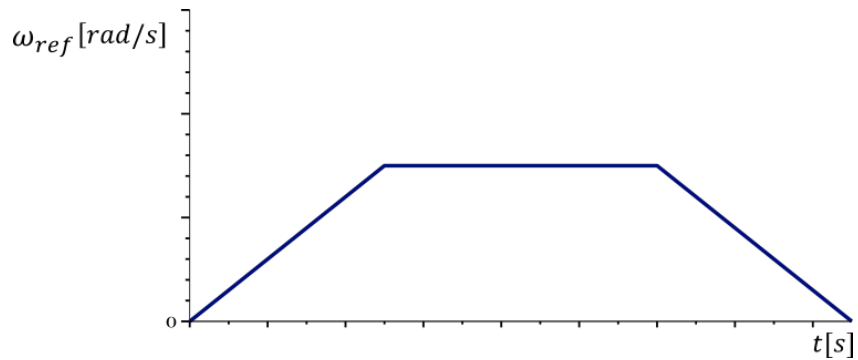


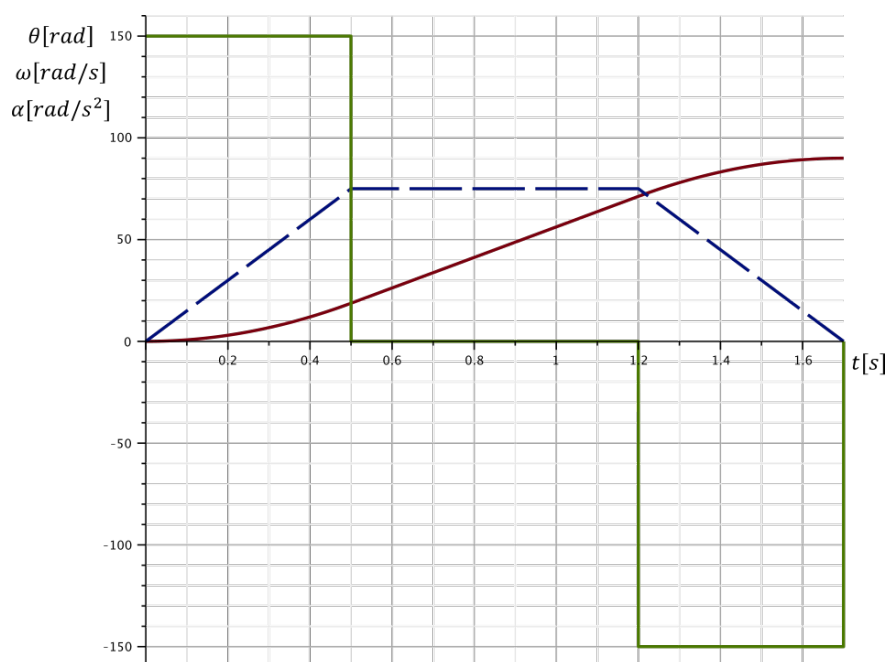
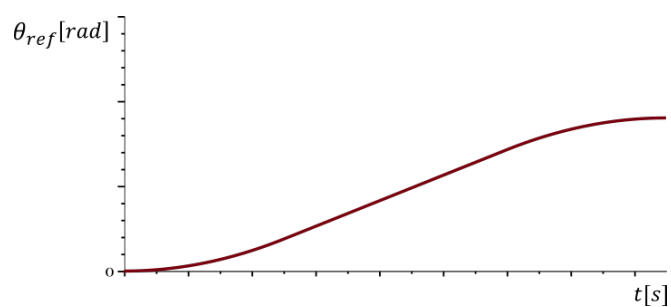
Figura 6.3. Perfil de velocitats. Font: elaboració pròpia.

6.2.4 Perfil d'espai recorregut de referència

Integrant respecte el temps l'expressió anterior del perfil d'acceleració (6.3) s'obté l'espai recorregut.

$$\theta_{ref}(t) = \begin{cases} \frac{\alpha_{m\grave{a}x}t^2}{2}, & t \leq t_1 \\ \frac{1}{2}\alpha_{m\grave{a}x}t_1(2t - t_1), & t_1 < t < t_1 + t_2 \\ -\frac{1}{2}\alpha_{m\grave{a}x}(t^2 - 4tt_1 - 2tt_2 + 2t_1^2 + 2t_1t_2 + 2t_2^2), & t_1 + t_2 \leq t \leq 2 \cdot t_1 + t_2 \end{cases} \quad (6.4)$$

La representació gràfica del perfil de velocitats és la que es veu a la Figura 6.4.



6.3 Perfils amb variació lineal de l'acceleració

6.3.1 Introducció

En aquest apartat s'estudiarà el perfil de velocitat i espai recorregut si el perfil d'acceleració té una variació lineal entre l'acceleració inicial i la màxima.

Es defineix el temps t_3 com la part del temps t_1 en el qual es produeix la variació lineal de l'acceleració. La recta que defineix aquesta variació té un pendent m_α . El perfil d'acceleracions es modifica com es pot veure en la Figura 6.6.

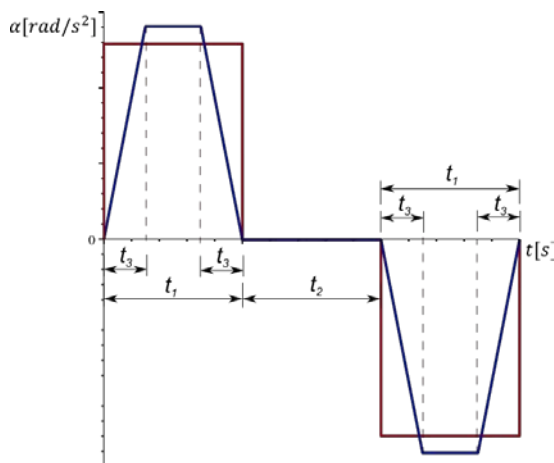


Figura 6.6. Perfil d'acceleracions. En vermell el perfil de referència amb $\xi_\alpha = 0$ i en blau un perfil genèric amb $0 < \xi_\alpha < 1$. Font: elaboració pròpia.

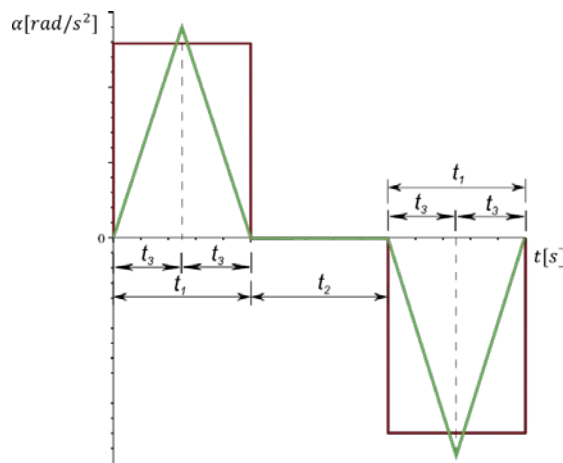


Figura 6.7. Perfil d'acceleracions. En vermell el perfil de referència amb $\xi_\alpha = 0$ i en verd un perfil genèric amb $\xi_\alpha = 1$. Font: elaboració pròpia.

Es defineix el factor de saturació de l'acceleració com la fracció de temps sobre el temps t_1 en el qual hi ha variació de l'acceleració.

$$\xi_\alpha = \frac{2t_3}{t_1} \tag{6.5}$$

ξ_α pot prendre valors entre 0 i 1. Quan $\xi_\alpha = 0$, la variació de l'acceleració és sobtada (veure gràfica en vermell de la Figura 6.6). Quan $\xi_\alpha = 1$, l'estratègia del perfil d'acceleració és totalment triangular (veure Figura 6.7).

6.3.2 Perfil d'acceleració

En base a les definicions de l'apartat anterior, l'equació del perfil d'acceleració és la següent:

$$\alpha(t) = \begin{cases} m_\alpha t, & t < t_3 \\ m_\alpha t_3, & t_3 \leq t < t_1 - t_3 \\ -m_\alpha(t - t_1), & t_1 - t_3 \leq t < t_1 \\ 0, & t_1 \leq t < t_1 + t_2 \\ -m_\alpha(t - t_1 - t_2), & t_1 + t_2 \leq t < t_1 + t_2 + t_3 \\ -m_\alpha t_3, & t_1 + t_2 + t_3 \leq t < 2t_1 + t_2 - t_3 \\ -m_\alpha(t - 2t_1 - t_2), & t_1 + t_2 + t_3 \leq t \leq 2t_1 + t_2 - t_3 \end{cases} \quad (6.6)$$

6.3.3 Perfil de velocitat

Integrant respecte el temps l'expressió anterior del perfil d'acceleració (6.6) s'obté el perfil de velocitat.

$$\omega(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} m_\alpha t^2, & t < t_3 \\ \frac{1}{2} m_\alpha t_3(2t - t_3), & t_3 \leq t < t_1 - t_3 \\ -\frac{1}{2} m_\alpha(t^2 - 2t_1 t + t_1^2 - 2t_1 t_3 + 2t_3^2), & t_1 - t_3 \leq t < t_1 \\ m_\alpha t_3(t_1 - t_3), & t_1 \leq t < t_1 + t_2 \\ -\frac{1}{2} m_\alpha(t^2 - 2t_1 t - 2t_2 t + t_1^2 + 2t_1 t_2 - 2t_1 t_3 + t_2^2 + 2t_3^2), & t_1 + t_2 \leq t < t_1 + t_2 + t_3 \\ -\frac{1}{2} m_\alpha t_3(2t - 4t_1 + t_3 - 2t_2), & t_1 + t_2 + t_3 \leq t < 2t_1 + t_2 - t_3 \\ \frac{1}{2} m_\alpha(t - 2t_1 - t_2)^2, & t_1 + t_2 + t_3 \leq t \leq 2t_1 + t_2 - t_3 \end{cases} \quad (6.7)$$

La representació gràfica del perfil de velocitat és la que es veu a la Figura 6.8.

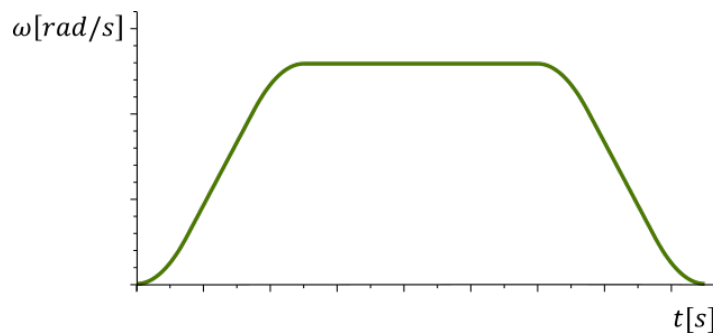


Figura 6.8. Perfil de velocitat. Font: elaboració pròpia.

6.3.4 Perfil d'espai recorregut de referència

Integrant respecte el temps l'expressió anterior del perfil d'acceleracions (6.7) s'obté l'espai recorregut.

$$\theta(t) = \begin{cases} \frac{1}{6}m_\alpha t^3, & t < t_3 \\ \frac{1}{6}m_\alpha t_3(3t^2 - 3t_3t + t_3^2), & t_3 \leq t < t_1 - t_3 \\ -\frac{1}{6}m_\alpha(t^3 - 3t_1t^2 + 3t_1^2t - 6t_1t_3t + 6t_3^2t - t_1^3 + 3t_1^2t_3 - 3t_1t_3^2), & t_1 - t_3 \leq t < t_1 \\ \frac{1}{2}m_\alpha t_3(t_1 - t_3)(-t_1 + 2t), & t_1 \leq t < t_1 + t_2 \\ -\frac{1}{6}m_\alpha(t^3 - 3t_1t^2 - 3t_2t^2 + 3t_1^2t + 6t_1t_2t - 6t_1t_3t + 3t_2^2t + 6t_3^2t - t_1^3 - 3t_1^2t_2 + 3t_1^2), & t_1 + t_2 \leq t < t_1 + t_2 + t_3 \\ -\frac{1}{6}m_\alpha t_3(3t^2 - 12t_1t - 6t_2t + 3t_3t + 6t_1^2 + 6t_1t_2 + 3t_2^2 + 3t_2t_3 + t_3^2), & t_1 + t_2 + t_3 \leq t < 2t_1 + t_2 - t_3 \\ \frac{1}{6}m_\alpha(t^3 - 6t_1t^2 - 3t_2t^2 + 12t_1^2t + 12t_1t_2t + 3t_2^2t - 8t_1^3 - 12t_1^2t_2 + 6t_1^2t_3 - 6t_1t_2^2 + 6t_1t_2t_3 - 6t_1t_3^2 - t_2^2 - 6t_2t_3^2), & t_1 + t_2 + t_3 \leq t \leq 2t_1 + t_2 - t_3 \end{cases} \quad (6.8)$$

La representació gràfica del perfil de l'espai recorregut es pot veure en la Figura 6.9

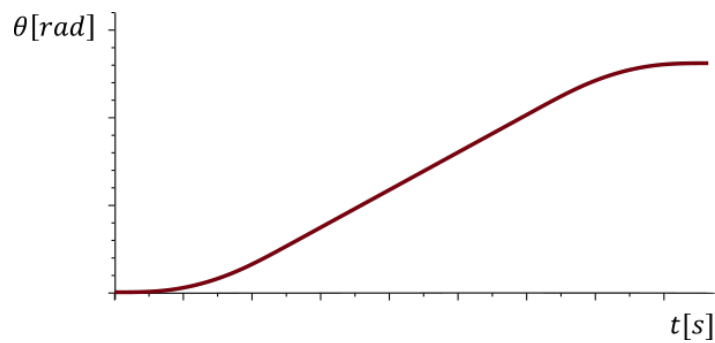


Figura 6.9. Espai recorregut en funció del temps per un perfil genèric. Font: elaboració pròpia.

6.4 Comparació del resultats

A continuació, en la Figura 6.10 es mostren alhora els perfils de referència i els d'un cas general. Com es veu en la figura, al produir-se una variació lineal entre el valor zero de l'acceleració i el valor màxim, les transicions de la velocitat no són sobtades. Aquesta transició es pot ajustar variant el valor del factor de saturació de l'acceleració.

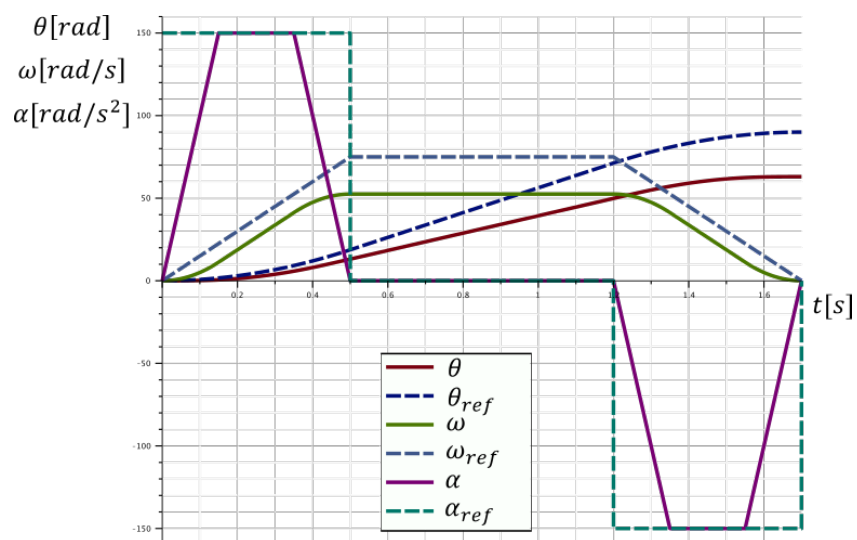


Figura 6.10. Perfils de referència i d'un cas genèric. Font: elaboració pròpia.

6.5 Anàlisi dels perfils. Acceleració màxima i de referència iguals

En aquest apartat s'estudiarà quin és l'efecte sobre la velocitat i l'espai recorregut si s'utilitza l'acceleració màxima del perfil d'acceleració de referència i es varia el factor de saturació de l'acceleració (ξ_α).

De les equacions (6.3) i (6.4) s'obté la velocitat de referència màxima i l'espai de referència recorregut:

$$\omega_{ref\max} = \alpha_{ref\max} t_1 \quad (6.9)$$

$$\theta_{ref\max} = -\frac{1}{2} \alpha_{ref\max} (t^2 - 4tt_1 - 2tt_2 + 2t_1^2 + 2t_1t_2 + 2t_2^2) \quad (6.10)$$

De les equacions (6.7) i (6.8) s'obté la velocitat màxima i l'espai recorregut per un perfil general:

$$\omega_{\max} = m_\alpha t_3 (t_1 - t_3) \quad (6.11)$$

$$\theta_{\max} = \frac{1}{6} m_\alpha (t^3 - 6t_1t^2 - 3t_2t^2 + 12t_1^2t + 12t_1t_2t + 3t_2^2t - 8t_1^3 - 12t_1^2t_2 + 6t_1^2t_3 - 6t_1t_2^2 + 6t_1t_2t_3 - 6t_1t_3^2 - t_2^2 - 6t_2t_3^2) \quad (6.12)$$

Tenint en compte que si es manté l'acceleració màxima s'ha de complir que

$$\alpha_{\max} = m_\alpha t_3 \quad (6.13)$$

La relació entre l'espai d'un perfil general i el de referència s'obté de la relació entre les equacions (6.10) i (6.12). Simplificant l'expressió el resultat és el següent,

$$\frac{\theta_{\max}}{\theta_{ref\max}} = \frac{t_1 - t_3}{t_1} \quad (6.14)$$

La relació entre la velocitat d'un perfil general i el de referència, s'obté de la relació entre les equacions (6.9) i (6.11), simplificant l'expressió el resultat és el següent:

$$\frac{\omega_{\max}}{\omega_{ref\max}} = \frac{t_1 - t_3}{t_1} \quad (6.15)$$

La relació de les velocitats és la mateixa que la de l'espai recorregut.

Introduint el factor de saturació de l'acceleració a les expressions anteriors queda,

$$\frac{\theta_{m\grave{a}x}}{\theta_{ref\grave{m}a\grave{x}}} = \frac{\omega_{m\grave{a}x}}{\omega_{ref\grave{m}a\grave{x}}} = -\frac{1}{2}\xi_{\alpha} + 1 \quad (6.16)$$

Les relacions entre l'espai recorregut i el de referència i entre la velocitat i la de referència són igual i lineals. La seva representació es pot veure en la gràfica següent:

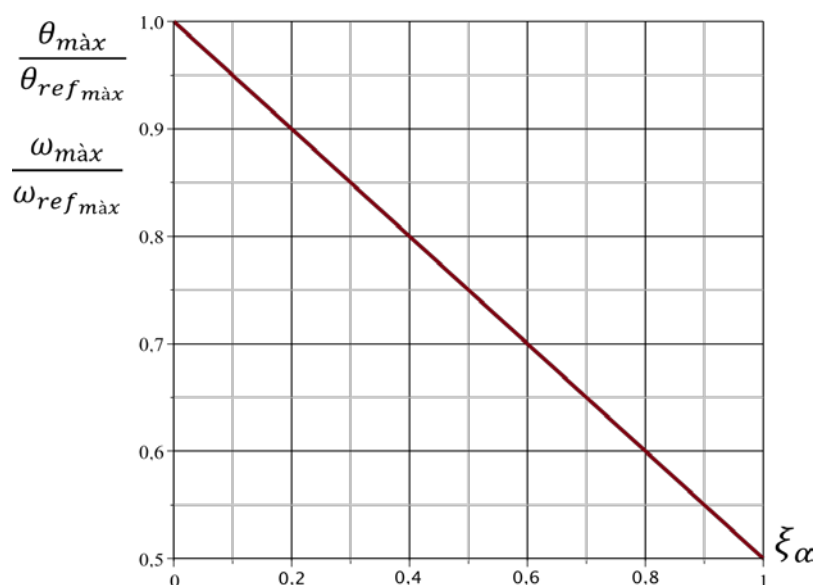


Figura 6.11. Variació de l'espai recorregut i la velocitat en relació a l'espai de referència i a la velocitat de referència quan varia el factor de saturació de l'acceleració. Font: elaboració pròpia.

Amb el resultat obtingut, si es realitza el càlcul del motor i transmissió considerant un perfil d'acceleració sense variació, caldrà corregir l'espai recorregut i la velocitat màxima coneixent el factor de saturació de l'acceleració (veure Figura 6.11).

6.6 Anàlisi dels perfils. Espai màxim i de referència màxim iguals

En aquest apartat s'estudiarà quin és l'efecte sobre l'acceleració i la velocitat si la relació entre l'espai recorregut i el de referència és igual a 1 i es varia el factor de saturació de l'acceleració (ξ_α).

S'imposa que l'espai recorregut en l'instant final ($t = 2t_1 + t_2$) és el mateix, per tant:

$$\frac{\theta_{m\grave{a}x}}{\theta_{ref\ m\grave{a}x}} = 1 \quad (6.17)$$

Simplificant l'expressió s'obté,

$$\frac{(t_1 - t_3)t_3 m_\alpha}{t_1 \alpha_{ref\ m\grave{a}x}} = 1 \quad (6.18)$$

Si l'acceleració màxima necessària per complir amb el mateix espai recorregut l'anomenem $\alpha_{m\grave{a}x}$:

$$\alpha_{m\grave{a}x} = m_\alpha t_3 \quad (6.19)$$

L'expressió queda:

$$\alpha_{m\grave{a}x} = \frac{t_1 \alpha_{ref\ m\grave{a}x}}{(t_1 - t_3)} \quad (6.20)$$

La relació entre l'acceleració general i la de referència serà:

$$\frac{\alpha_{m\grave{a}x}}{\alpha_{ref\ m\grave{a}x}} = \frac{t_1}{(t_1 - t_3)} \quad (6.21)$$

Introduint el factor de saturació de l'acceleració a les expressions anteriors queda,

$$\frac{\alpha_{m\grave{a}x}}{\alpha_{ref\ m\grave{a}x}} = \frac{-2}{\xi_\alpha - 2} \quad (6.22)$$

La relació entre l'acceleració i la de referència no és lineal. La seva representació es pot veure en la gràfica següent.

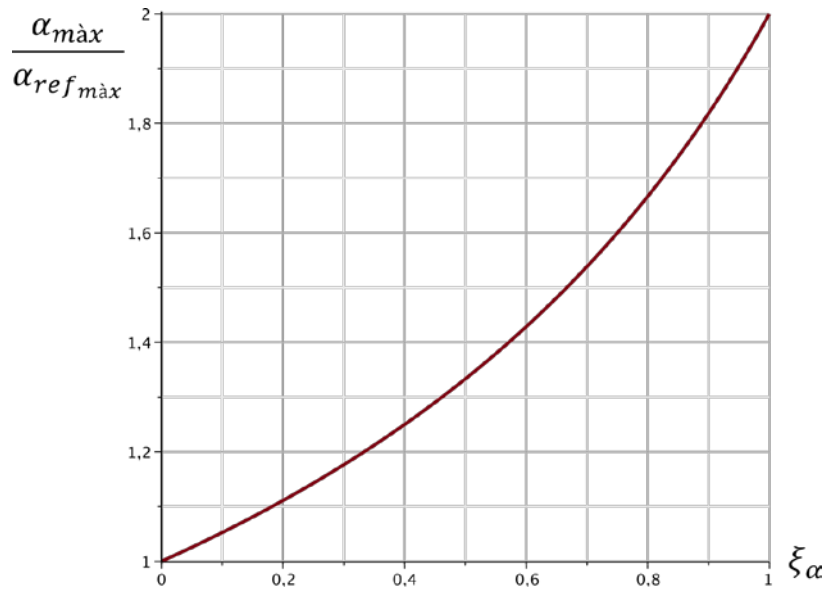


Figura 6.12. Variació de l'acceleració màxima respecte l'acceleració màxima de referència quan varia el factor de saturació de l'acceleració. Font: elaboració pròpia.

De les equacions (6.3) i (6.7) s'obtenen la velocitat de referència màxima i la velocitat màxima:

$$\omega_{ref\ m\grave{a}x} = \alpha_{ref\ m\grave{a}x} t_1 \quad (6.23)$$

$$\omega_{m\grave{a}x} = m_\alpha t_3 (t_1 - t_3) \quad (6.24)$$

En aquest cas la relació entre les velocitats és:

$$\frac{\omega_{m\grave{a}x}}{\omega_{ref\ m\grave{a}x}} = \frac{m_\alpha t_3 (t_1 - t_3)}{\alpha_{m\grave{a}x} t_1} \quad (6.25)$$

Amb la relació d'acceleracions anterior s'obté:

$$\frac{\omega_{m\grave{a}x}}{\omega_{ref\ m\grave{a}x}} = \frac{\alpha_{m\grave{a}x} (t_1 - t_3)}{\alpha_{ref\ m\grave{a}x} t_1} = \frac{\alpha_{m\grave{a}x}}{\alpha_{ref\ m\grave{a}x}} \frac{(t_1 - t_3)}{t_1} = \frac{t_1}{(t_1 - t_3)} \frac{(t_1 - t_3)}{t_1} = 1 \quad (6.26)$$

Per tant, encara que variï el factor de saturació de l'acceleració, si es manté l'espai recorregut, la velocitat màxima és la mateixa.

Amb aquests resultats, si es realitza el càlcul del motor i transmissió considerant un perfil d'acceleració amb una variació sobtada, la velocitat màxima es mantindrà però caldrà corregir l'acceleració màxima coneixent el factor de saturació de l'acceleració (veure Figura 6.11).

6.7 Anàlisi dels perfils. Velocitat màxima i de referència màxima iguals

En aquest apartat s'estudiarà quin és l'efecte sobre l'acceleració i l'espai si la relació entre la velocitat i la de referència és igual a 1 i es varia el factor de saturació de l'acceleració (ξ_α).

De les equacions anterior, si la relació entre la velocitat màxima i la velocitat de referència màxima és 1, s'obté:

$$\frac{\omega_{m\grave{a}x}}{\omega_{ref\ m\grave{a}x}} = \frac{\alpha_{m\grave{a}x}(t_1 - t_3)}{\alpha_{ref\ m\grave{a}x} t_1} = 1 \quad (6.27)$$

Es compleix la mateixa relació d'acceleracions de l'apartat anterior:

$$\frac{\alpha_{m\grave{a}x}}{\alpha_{ref\ m\grave{a}x}} = \frac{t_1}{(t_1 - t_3)} = \frac{-2}{\xi_\alpha - 2} \quad (6.28)$$

De les equacions (6.3) i (6.7) es troba la relació d'espais recorreguts:

$$\frac{\theta_{m\grave{a}x}}{\theta_{ref\ m\grave{a}x}} = \frac{m_\alpha t_3 (t_1 - t_3)}{\alpha_{ref\ m\grave{a}x} t_1} = \frac{\alpha_{m\grave{a}x} (t_1 - t_3)}{\alpha_{ref\ m\grave{a}x} t_1} = 1 \quad (6.29)$$

Si la relació de velocitats és igual a 1, s'obté el mateix resultat que fixant la relació d'espais a 1.

6.8 Exemple

Es defineix el perfil de referència amb els següents valors:

- $t_1 = 0,3s$
- $t_2 = 0,5s$
- $t_3 = 0,1s$
- $\alpha_{ref\text{ màx}} = 50 \frac{rad}{s^2}$

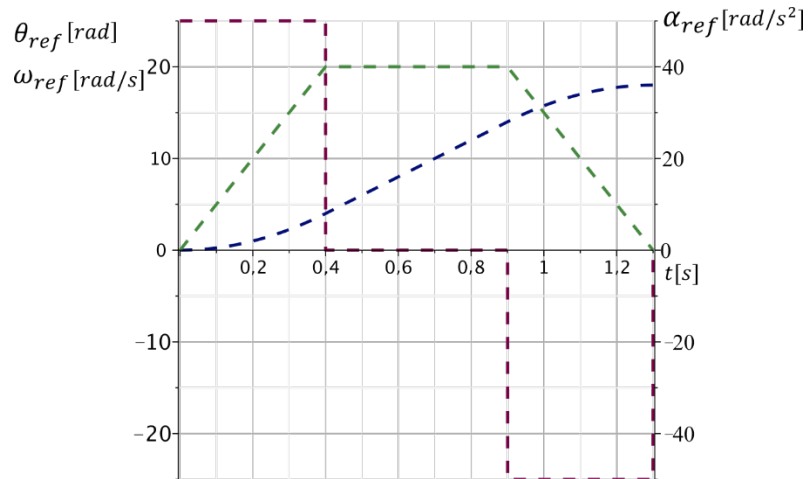


Figura 6.13. Perfils de referència. Font: elaboració pròpia.

Es vol estudiar en dos casos quina és la influència en els perfils (acceleració, velocitat i espai) si s'introdueix la variació de l'acceleració.

En un primer cas es vol determinar quina serà la velocitat màxima i l'espai recorregut si l'acceleració de referència i la del nou perfil són iguals.

En el segon cas es vol saber quina serà l'acceleració màxima i la velocitat màxima si l'espai de referència màxim i el del nou perfil són iguals.

Cas A. Relació de acceleració màxima i de referència màxima igual a 1

Per tant, les acceleracions seran, $\alpha_{màx} = \alpha_{ref\text{ màx}} = 50 \frac{rad}{s^2}$.

Amb les equacions (6.3) i (6.4) es troben els valors de velocitat i espai de referència:

$$\theta_{ref\text{ màx}} = 13,5 \text{ rad} \tag{6.30}$$

$$\omega_{ref\text{ màx}} = 15 \frac{rad}{s} \tag{6.31}$$

Amb les equacions (6.7) i (6.8) es troben els valors de velocitat i espai amb variació de l'acceleració:

$$\theta_{m\grave{a}x} = 18 \text{ rad} \tag{6.32}$$

$$\omega_{m\grave{a}x} = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \tag{6.33}$$

El factor de saturació de l'acceleració és de $\xi_{\alpha} = 0,5$, amb aquest valor, entrant a la gràfica de la Figura 6.11 s'obté un factor corrector de 0,75 que correspon a la relació dels valors anteriors.

A partir del valor de saturació de l'acceleració i amb els valors de referència s'obté l'espai i velocitat sense la necessitat de realitzar el càlcul complet (veure equacions (6.34) i (6.35)).

$$\theta_{m\grave{a}x} = \theta_{ref\ m\grave{a}x} \cdot 0,75 = 18 \text{ rad} \tag{6.34}$$

$$\omega_{m\grave{a}x} = \omega_{ref\ m\grave{a}x} \cdot 0,75 = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \tag{6.35}$$

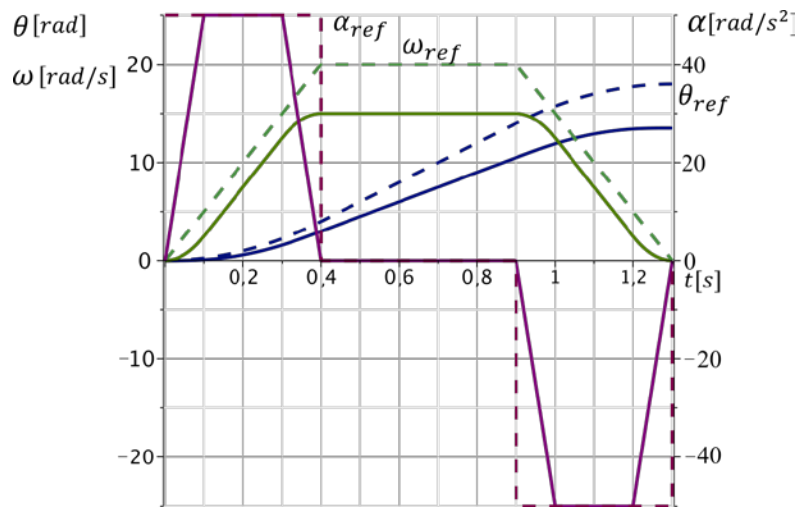


Figura 6.14. Perfils de referència i amb variació de l'acceleració. Font: elaboració pròpia.

Cas B. Relació de l'espai màxim i de referència màxim igual a 1

Amb $\theta_{m\grave{a}x} = \theta_{ref\ m\grave{a}x} = 13,5 \text{ rad}$, de l'equació (6.12) s'obté el valor del pendent de la variació de l'acceleració:

$$m_{\alpha} t_3 (t_1^2 + t_1 t_2 - t_1 t_3 - t_2 t_3) = \theta_{ref\ m\grave{a}x} \tag{6.36}$$

$$m_{\alpha} = \frac{\theta_{ref\max}}{t_3(t_1^2 + t_1t_2 - t_1t_3 - t_2t_3)} = 666,667 \quad (6.37)$$

Amb el pendent es pot calcular la nova acceleració màxima:

$$\alpha_{m\grave{a}x} = m_{\alpha}t_3 = 66,667 \frac{rad}{s^2} \quad (6.38)$$

En lloc de realitzar el càlcul anterior, es pot trobar l'acceleració necessària utilitzant el factor corrector de la gràfica de la Figura 6.1

Amb el factor de saturació de $\xi_{\alpha} = 0,5$, el valor de la correcció de l'acceleració és de 1,333. Així doncs, per determinar l'acceleració que manté l'espai recorregut només cal multiplicar aquest valor pel valor de l'acceleració de referència màxima.

$$\alpha_{m\grave{a}x} = \alpha_{ref\max} \cdot 1,333 = 66,667 \frac{rad}{s^2} \quad (6.39)$$

La forma dels perfils resultants es troba en la Figura 6.15

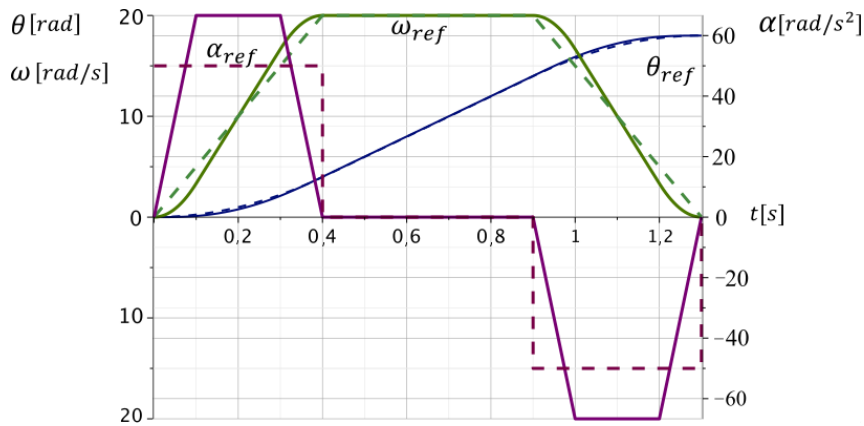


Figura 6.15. Perfils de referència i amb variació de l'acceleració mantenint l'espai recorregut. Font: elaboració pròpia.

6.9 Conclusions

El requeriment del receptor vindrà determinat, en la majoria de casos, per un temps i un espai a recórrer. Al considerar l'efecte de la variació de l'acceleració, per complir amb el requeriment, caldrà assolir una major acceleració. Com s'ha vist en aquest capítol, aquesta acceleració pot arribar fins a dues vegades la de referència. Per tant, cal conèixer la variació de l'acceleració i, en concret, el factor de saturació de l'acceleració (ξ_α) per dimensionar correctament l'accionament.

Cal destacar que la variació de l'acceleració màxima en funció del factor de saturació de l'acceleració no és lineal. Si el valor de ξ_α es pren en 0,5, el valor de l'acceleració és 1,333 vegades la de referència (veure Figura 6.12).

Capítol 7. Metodologia per a la selecció d'accionaments per a moviments ràpids

7.1 Introducció

En aquest treball s'ha ampliat el mètode de la potència transitòria i l'energia cinètica amb la incorporació del rendiment i el parell resistent en el receptor. També s'ha estudiat l'efecte de l'estratègia de moviment triangular i trapezial en la selecció de la relació de velocitats més adequada. S'ha incorporat el factor de saturació i s'ha establert un coeficient de seguretat en la selecció. Finalment s'ha estudiat l'efecte de la variació de l'acceleració a l'hora de realitzar la selecció del motor i transmissió.

Totes aquestes aportacions fan que la metodologia per a la selecció de l'accionament proposada per Riba [1] s'hagi de modificar i ampliar. Aquesta ampliació es desenvolupa en dos nivells:

1. **Selecció de l'accionament per un sol receptor:** Metodologia per la selecció del motor i transmissió més adequat per un receptor.
2. **Selecció de l'accionament per múltiples moviments:** Metodologia per la selecció del motor i transmissió més adequat per un conjunt de moviments del receptor.

Al final del capítol un exemple il·lustra els diferents conceptes estudiats.

7.2 Metodologia per a la selecció de l'accionament amb un sol receptor

En aquest apartat es descriu la metodologia per a la selecció del motor i transmissió que compleixi amb els requeriments del receptor en les seves diferents etapes.

A diferència del cas simplificat del capítol 3, amb la nova expressió de la potència transitòria que contempla el rendiment i el parell resistent del receptor, és necessari realitzar diverses iteracions fins trobar la solució.

El diagrama de flux que explica les etapes a seguir per seleccionar l'accionament es poden trobar en la Figura 7.7. A continuació es procedeix a l'explicació de cadascuna d'aquestes etapes del procés.

Obtenció dels requeriments del receptor

Els requeriments del receptor necessaris per realitzar el càlcul són:

- Inèrcia del receptor: J_L o m_L
- Parell o força resistent del receptor: M_L o F_L
- Velocitat màxima del receptor: $\omega_{Lmàx}$ o $v_{Lmàx}$
- Acceleració màxima del receptor: $\alpha_{Lmàx}$ o $a_{Lmàx}$

La inèrcia i el parell o la força resistent seran les pròpies del receptor i vindran donades per les característiques del receptor.

L'acceleració i la velocitat són funció de la forma del perfil de moviment però, a l'hora de realitzar la selecció de l'accionament amb aquesta metodologia, únicament interessa la velocitat màxima i l'acceleració màxima.

Estimació d'un rendiment de la transmissió

Abans d'iniciar el procés de càlcul és necessari estimar un valor del rendiment de la transmissió, $\eta_{estimat}$. Aquesta estimació es pot basar en l'extrapolació de casos coneguts similars. Si no es disposa de cap cas conegut es pot estimar un valor alt del rendiment. El treball de Riba [2] proposa per aquest tipus d'accionaments rendiments de les transmissions entre 0,85 i 0,95. Una primera selecció, a favor de la seguretat, pot ser el valor inferior del rang anterior ($\eta = 0,85$).

Generació de la corba dels requeriments del receptor en el pla $\dot{P} - K$

Amb les dades anteriors i l'equació (5.8) ja és possible disposar dels requeriments de potència transitòria i energia cinètica que demanda el receptor (Figura 7.1).

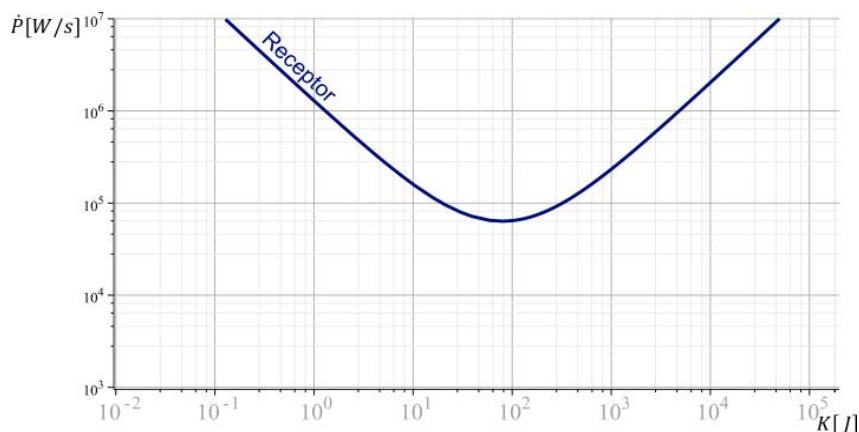


Figura 7.1. Requeriments del receptor en el pla $\dot{P} - K$. Font: elaboració pròpia.

Base de dades de motors candidats

És convenient generar una base de dades de motors de catàleg per tal de creuar-la amb els requeriments del receptor en el pla $\dot{P} - K$.

Els fabricants de motor subministren, normalment, la corba característica del motor (Figura 7.2). Aquesta corba, amb les equacions (5.2) i (5.5), és fàcilment transformable al pla $\dot{P} - K$.

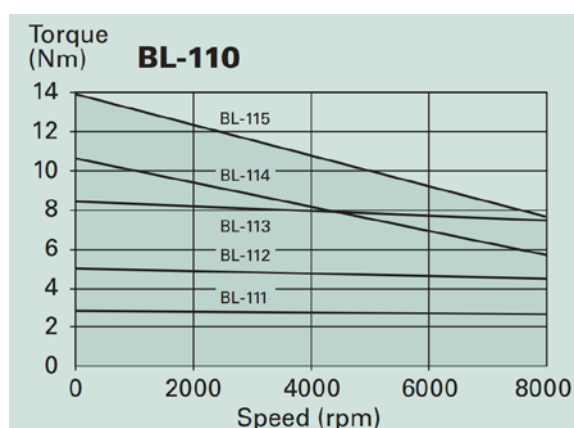


Figura 7.2. Corbes característiques de servo motors brushless sèrie BL-110. Font: Infranor

Per fer la transformació també és necessari disposar del moment d'inèrcia de cada motor. Aquesta dada també la facilita el fabricant (Figura 7.3).

Motor	J_m (Kgm ²)
BL-111	0,0002
BL-112	0,00038
BL-113	0,00056
BL-114	0,00074
BL-115	0,00093

Figura 7.3. Moments d'inèrcia dels servo motors brushless sèrie BL-110. Font: Infranor.

Transformació de les característiques dels motors al pla $\dot{P} - K$

La transformació de les corbes característiques del motor es realitza de la mateixa manera que en el capítol 3. En la Figura 7.4 es mostra la transformació en el pla $\dot{P} - K$ del valors dels motors de Mavilor de la Figura 7.2.

$$\omega_m \rightarrow K_m = \frac{1}{2} J_m \omega_m^2 \quad (7.1)$$

$$M_m \rightarrow \dot{P}_{M_m} = \frac{M_m^2}{J_m} \quad (7.2)$$

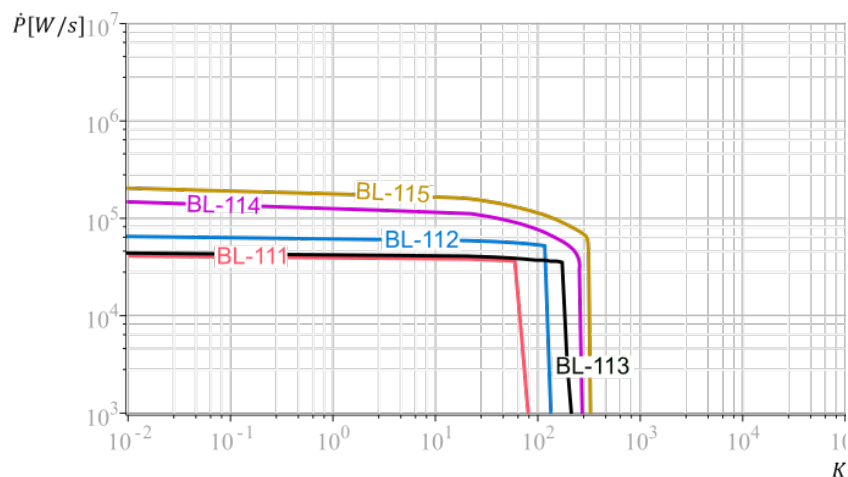


Figura 7.4. Corbes característiques dels motors de la Figura 7.2, transformades al pla \dot{P} -K. Font: elaboració pròpia

Cal destacar de la figura anterior que el motor BL-112 respecte el BL-113 té major potència transitària perquè té un moment d'inèrcia més baix.

En el cas de conèixer la inèrcia de la transmissió reduïda a l'eix del motor, com per exemple en una transmissió per cargol de boles, cal sumar-la a la inèrcia del motor. Aquesta addició modifica la corba original: la nova corba disposarà d'una major energia cinètica i una menor potència transitòria.

Pla $\dot{P} - K$ amb els requeriments del receptor i les característiques dels motors

Un cop transformades les corbes característiques dels motors ja es poden creuar amb la corba del receptor per determinar quins motors poden complir amb els requeriments d'aquest.

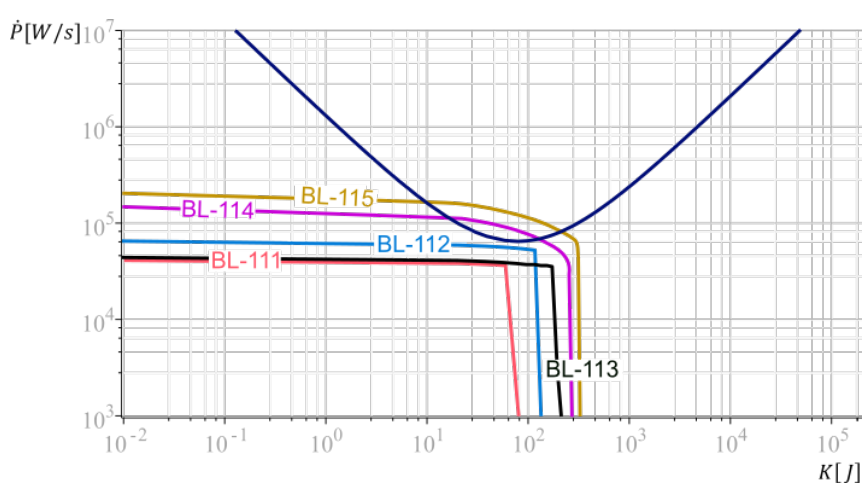


Figura 7.5. Receptor i diversos motors candidats.

Selecció del motor més adequat

El motor més adequat serà el que ofereixi les prestacions necessàries per complir amb els requeriments del receptor. Sense consideracions de coeficients de seguretat, el primer motor que creui la corba del receptor serà adequat. Si cal tenir en compte un cert marge de seguretat cal garantir que la selecció del motor permeti el marge necessari tant en potència transitòria com en energia cinètica (veure apartat 4.2.5).

Així doncs, pel cas de la Figura 7.5, el motor més ajustat és el BL-114.

Obtenció del rang de relacions de velocitats vàlides

El creuament amb la corba del receptor dona dos punts de tall. Aquest punts corresponen a uns valors de \dot{P} i K determinats. Aquest punts s'anomenaran (\dot{P}_1, K_1) i (\dot{P}_2, K_2) .

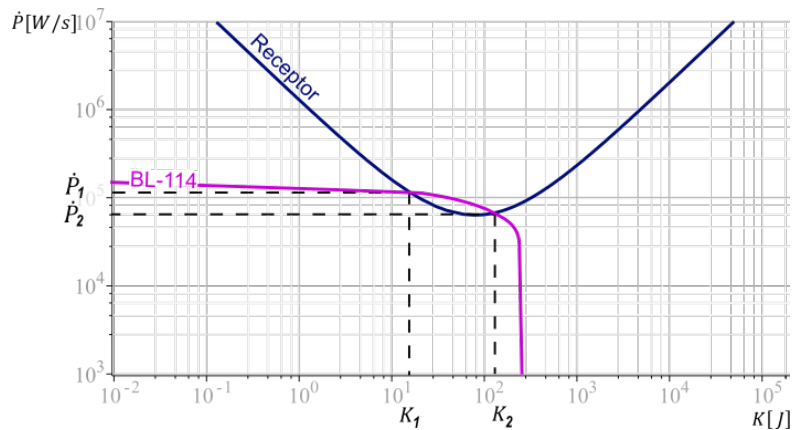


Figura 7.6. Obtenció dels punts de tall de la corba representativa del receptor i la del motor. Font: elaboració pròpia.

Amb aquests dos punts obtenim dos valors de relació de velocitats que delimiten els valors de la relació de velocitats possibles. Qualsevol valor triat (i) entre aquest límits serà adequat per complir amb les requeriments del receptor.

$$i_1 \leq i \leq i_2 \quad (7.3)$$

De l'equació (5.7) s'obtenen els valors límits,

$$i_1 = \frac{\sqrt{K_1}}{\sqrt{K_L}} \frac{\sqrt{J_L}}{\sqrt{J_{M_{BL-114}}}} \quad (7.4)$$

$$i_2 = \frac{\sqrt{K_2}}{\sqrt{K_L}} \frac{\sqrt{J_L}}{\sqrt{J_{M_{BL-114}}}} \quad (7.5)$$

De l'equació (5.38) s'obté la relació de màxima acceleració,

$$i_{ma_1} = \frac{\sqrt{\dot{P}_{M_L} J_L}}{\eta \sqrt{\dot{P}_1 J_{M_{BL-114}}}} + \sqrt{\frac{J_L}{\eta J_{M_{BL-114}}} + \frac{\dot{P}_{M_L} J_L}{\eta^2 \dot{P}_1 J_{M_{BL-114}}}} \quad (7.6)$$

$$i_{ma_2} = \frac{\sqrt{\dot{P}_{M_L} J_L}}{\eta \sqrt{\dot{P}_2 J_{M_{BL-114}}}} + \sqrt{\frac{J_L}{\eta J_{M_{BL-114}}} + \frac{\dot{P}_{M_L} J_L}{\eta^2 \dot{P}_2 J_{M_{BL-114}}}} \quad (7.7)$$

Com es pot veure, a diferència del capítol 3, al considerar el parell resistent del receptor apareixen dos relacions de velocitats de màxima acceleració que depenen de la potència transitòria corresponent a la K de cada intersecció, alhora relacionada amb la relació de

velocitats. Determinar les dues relacions de velocitats de màxima acceleració permet conèixer on es troba el conjunt de relacions que minimitzen els temps de moviment per estratègies triangulars.

Selecció de la relació de velocitats

Qualsevol relació de velocitats entre el rang de relacions obtingut en l'apartat anterior serà vàlid per complir amb els requeriments del receptor. Si no hi ha altres requeriments, el límit inferior suposa la relació de velocitats més baixa i, per tant, amb major rendiment. També, com s'ha vist en el capítol 3, les relacions de velocitats per sota de la de màxima acceleració són més favorables.

A més a més de complir amb els límits, el valor triat (i) ha de garantir que el marge de seguretat necessaris, tant per la potència transitòria com per l'energia cinètica (veure apartat 4.2.5).

Avaluació de la inèrcia de la transmissió

Un cop coneguda la relació de velocitats es pot realitzar una estimació de la inèrcia de la transmissió. Si no és negligible cal incorporar-la al procés de càlcul.

La inèrcia de la transmissió s'ha d'expressar en l'eix del motor i sumar-se a la pròpia dels motors candidats. Es repetirà el procés anterior des del punt on s'incorporen els motors.

Obtenció del rendiment de la transmissió

La selecció de la transmissió vindrà donada per la tria de la relació de velocitats de l'apartat anterior. Un cop coneguda caldrà seleccionar una transmissió i avaluar-ne el seu rendiment.

Comparació del rendiment obtingut i l'estimat

Si el rendiment de la transmissió és igual a l'estimat, la selecció finalitza en aquest punt. En cas contrari caldrà refer el procés anterior per aquest nou rendiment i realitzar una altra iteració.

El diagrama que descriu aquest procediment per seleccionar un motor i una transmissió s'il·lustra en la Figura 7.7.

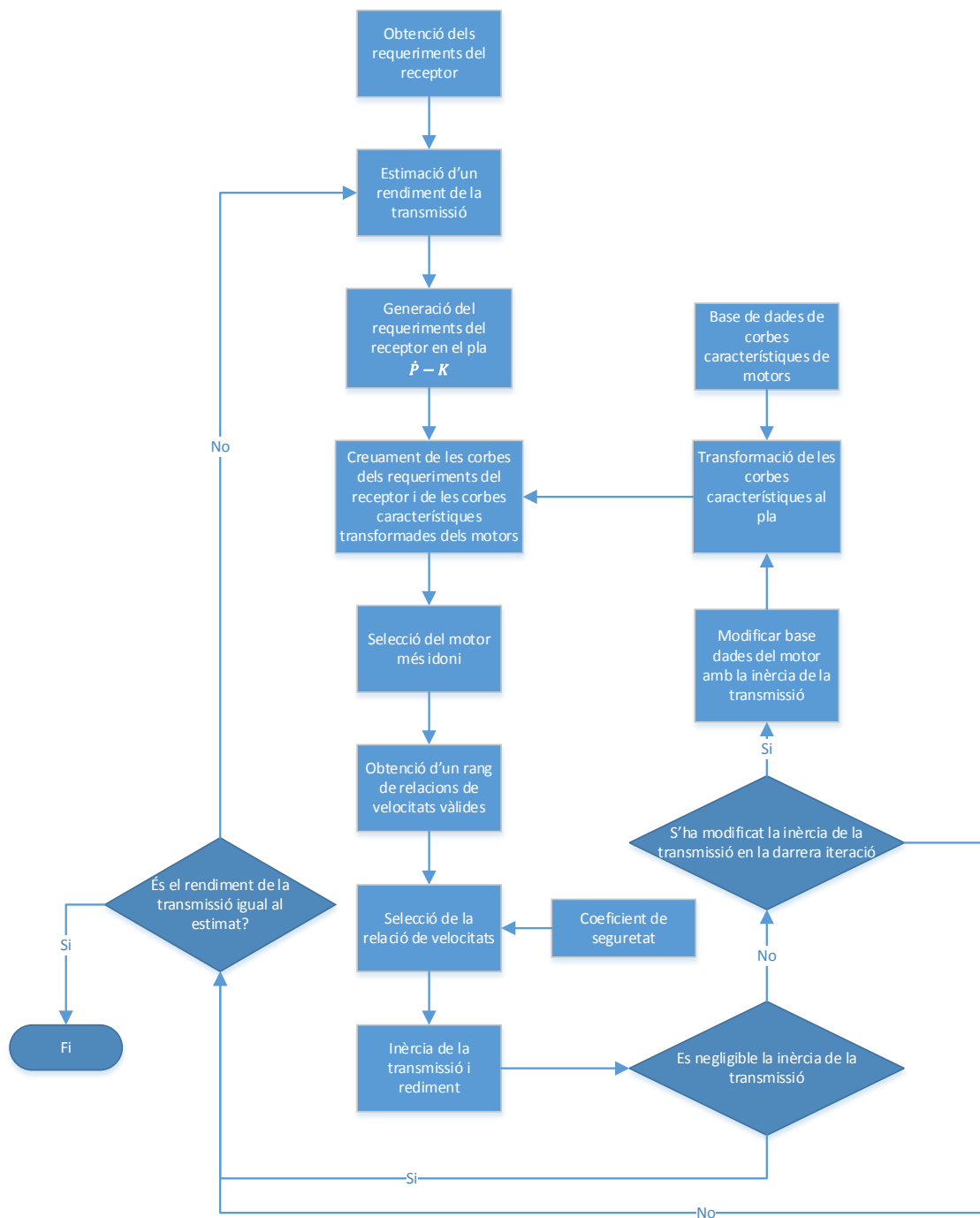


Figura 7.7. Diagrama del procediment per seleccionar una transmissió i un motor vàlids per complir amb els requeriments del receptor. Font: elaboració pròpia.

7.3 Metodologia per a la selecció de l'accionament amb múltiples receptors

Es parteix d'un conjunt de moviments del receptor que s'han d'accionar amb un sol motor i transmissió. Per tal de poder utilitzar els resultats del capítol 3 les condició que han de complir son:

- Rendiment de la transmissió $\eta = 1$
- Parell resistent en el receptor $M_L = 0$
- Inèrcia del receptor constant per cada moviment

Cal destacar que la darrera condició ($J_L = constant$), només es necessària si es desitja trobar la relació òptima per el conjunt de moviments. Això és així degut a que la comparació dels desplaçaments unitaris (f_θ) de cada cas (Figura 3.10) requereix que el desplaçament de referència sigui el mateix, i per tant la relació de velocitats de referència també. Com que la relació de referència relaciona els les inèrcies del motor i del receptor, es necessària que es conservi aquesta relació per poder comparar els diferents moviments.

En altres casos amb inèrcies diferents, la relació de velocitats vàlida serà aquella que sigui comuna al rang de relacions de transmissió vàlides trobades segons el procediments de l'apartat anterior. Si no existeix una relació de velocitats comuna caldrà modificar els requeriments del receptor o bé trobar un altre motor vàlid, amb un rang de relacions de velocitats amb una zona comuna.

Tot seguit s'exposen les diferents parts del procés per la selecció de la relació de velocitats més adequada al conjunt de receptors

Requeriments del receptor

En aquest primer punt es recullen els requeriments de moviment i d'inèrcia del cada receptor:

- Espai recorregut $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i$
- Temps emprat t_1, t_2, \dots, t_i
- Factors de saturació de la velocitat per cada moviment ξ
- Factors de saturació de l'acceleració per cada moviment ξ_α

Selecció del motor i transmissió

Un cop definits els requeriments del receptor, aplicant el mètode $\dot{P} - K$, s'assajaran diversos motors fins trobar-ne un capaç d'assolir els requeriments de tots els receptors.

Associat a aquest motor, i per cada receptor, es trobarà un rang de relacions de velocitats vàlides per cada conjunt motor i receptor.

Selecció relació de velocitats

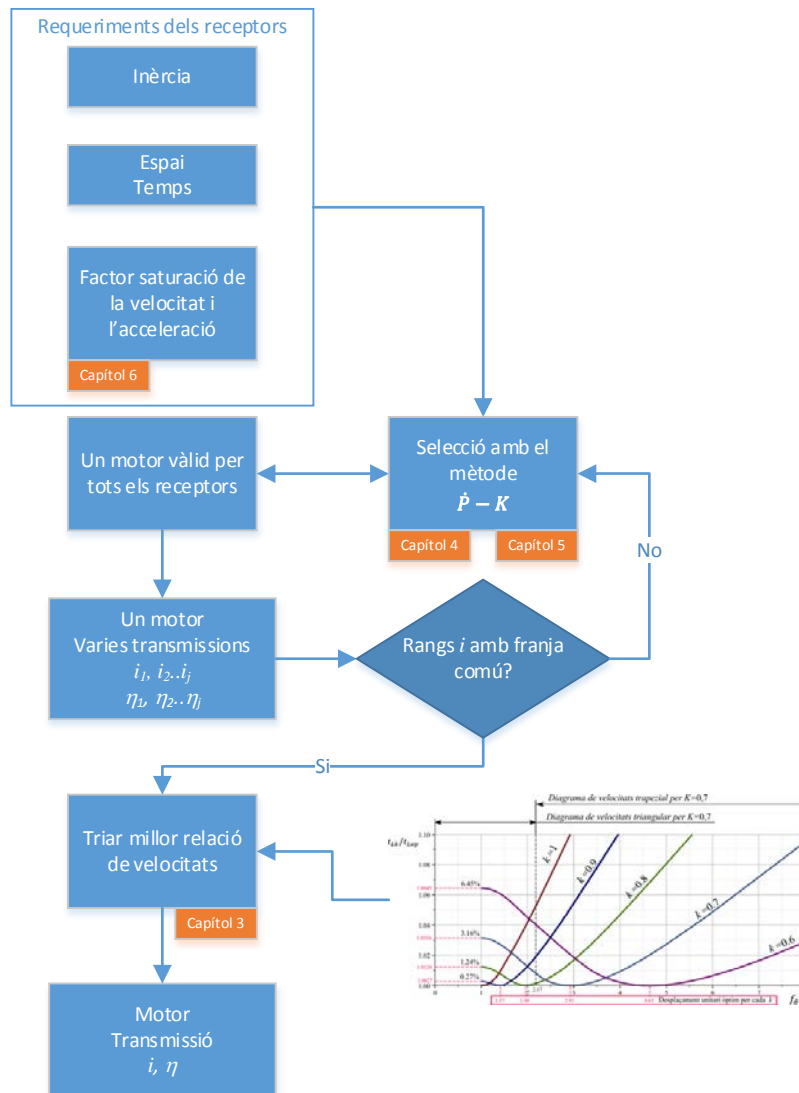
Primer de tot, cal comprovar que els rangs de relacions de velocitats de cada receptor tenen una franja comú. Si no és així, caldrà modificar els requeriments dels receptors o assajar altres motors fins aconseguir-ho.

En aquest punt es poden donar dos casos:

- Cas A. Receptors amb la mateixa relació de velocitats de referència (mateixa J_L per cada receptor)
- Cas B. Receptors amb relacions de velocitats de referència diferents (diferents J_L per cada receptor)

Per el cas A es determinarà quin factor k (relació entre la i_{triada} i la i_R) és més interessant per aconseguir una millor optimització del temps per cadascun dels receptor (Figura 3.10).

En el cas B no és possible trobar una d'una relació de velocitats que minimitzi o equilibri el temps per cada receptor seguint les conclusions del capítol 3. Això és degut al fet de no disposar d'un espai de referència (θ_R) comú per cada receptor al ser les relacions de velocitats de referència diferents ($i_{R_1} \neq i_{R_2} \neq \dots \neq i_{R_i}$). Per tant, no es possible comparar-los segons el vist en el capítol 3 (Figura 3.10). Si es dona aquesta situació, la tria de la relació de velocitats es pot fer utilitzant un dels valors comuns a tots els rangs complint amb el coeficient de seguretat establert.



Taula 5. Esquema per al selecció d'una accionament per un conjunt de receptors. Font: elaboració pròpia.

7.4 Exemple. Selecció per a un sol receptor

En aquest apartat es mostrarà la metodologia desenvolupada en la tesi per la selecció d'un motor i una transmissió que compleixi amb els requeriments d'un receptor.

Enunciat

Un receptor realitza un moviment vertical ascendent. Els valors de la massa del receptor, acceleració i velocitat màxima són els següents:

$$m_L = 3Kg \qquad a_L = 10 \frac{m}{s^2} \qquad v_L = 2 \frac{m}{s}$$

Sobre el receptor s'aplica una força resistent F_r de 100N . Aquesta força es suma al valor de la força resistent deguda al pes del receptor. Les motors a assajar són els motor de Mavilor de la Figura 7.4.

Es busca seleccionar el motor i calcular la relació de velocitats més adequada, sense considerar la inèrcia de la transmissió.

Resolució

El requeriments del receptor queden definits per les dades de l'enunciat: inèrcia, acceleració, velocitat i parell resistent.

En aquest cas el parell resistent de l'enunciat cal sumar-li el pes propi del receptor,

$$F_L = F_r + m_L g = 100 N + 3 Kg \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} = 129,43 N \qquad (7.8)$$

Com que hi ha transformació del tipus de moviment entre el motor i el receptor d'angular a lineal, hi hauria dos tipus principals de transmissió que es podrien utilitzar, transmissió per cargol de boles o per corretja.

Aquestes dues possibles transmissions poden connectar-se de forma directa amb el receptor o mitjançant un reductor. Així, es tenen quatre possibilitats.

1. Transmissió per corretja directa: $\eta = 0,95$
2. Transmissió per cargol de boles directa: $\eta = 0,9$
3. Transmissió per corretja amb reductor planetari d'una etapa: $\eta = 0,855$

4. Transmissió per cargol de boles amb reductor planetari d'una etapa: $\eta = 0,81$

Considerem la combinació tercera amb un rendiment estimat de $\eta = 0,855$.

A continuació es generen en el pla $\dot{P} - K$ els requeriments del receptor segons l'equació (5.8) o (5.9). La representació es pot veure en la següent figura.

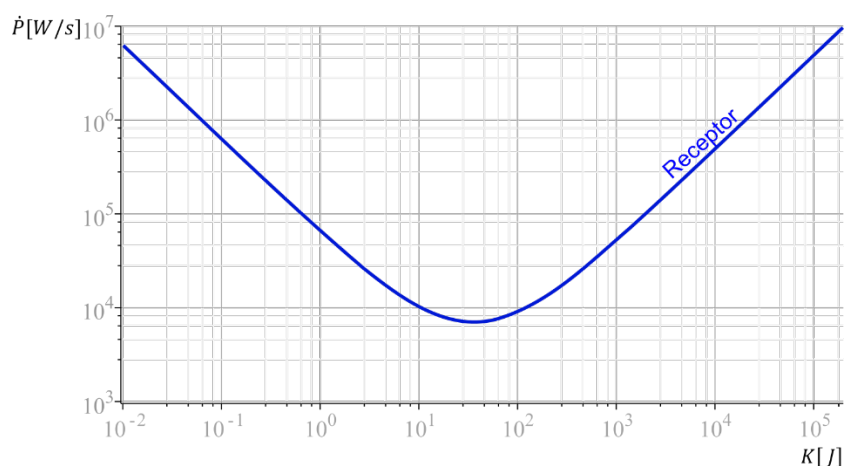


Figura 7.8. Requeriments del receptor en el pla $\dot{P} - K$. Font: elaboració pròpia.

Creuant les corbes dels motors de la Figura 7.4 amb la corba representativa del receptor de la figura anterior, s'obté:

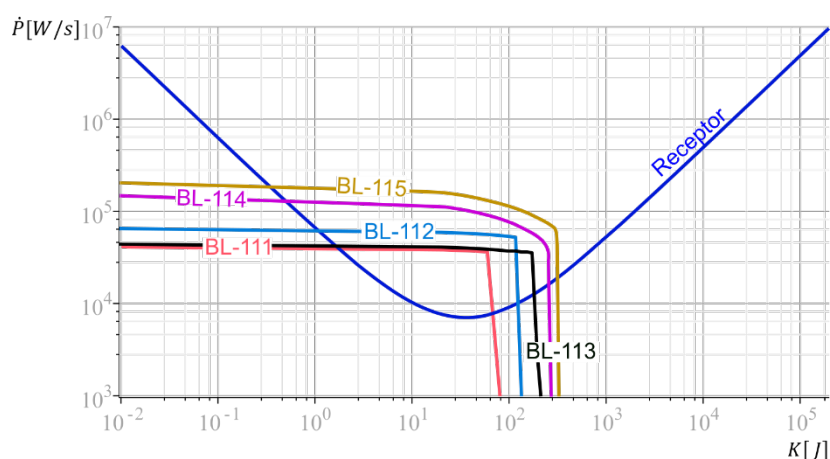


Figura 7.9. Receptor i motors candidats en el pla $\dot{P} - K$. Font: elaboració pròpia.

Tots els motors candidats tallen la corba representativa dels requeriments del receptor. S'escull el motor més petit, el BL-111.

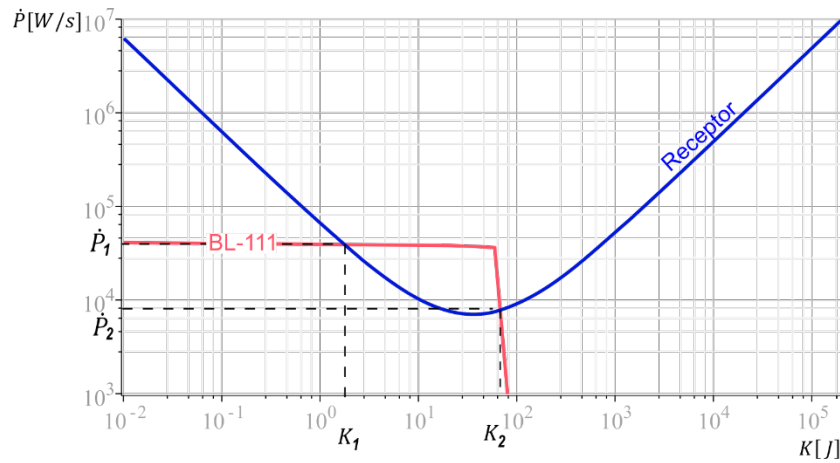


Figura 7.10. Valors de la intersecció del receptor amb el motor triat. Font: elaboració pròpia.

Els valors de la intersecció entre el receptor i el motor són:

$$\dot{P}_1 = 4,151 \cdot 10^4 \frac{W}{s} \quad K_1 = 1,6567 J \quad (7.9)$$

$$\dot{P}_2 = 8,00 \cdot 10^3 \frac{W}{s} \quad K_2 = 71,5635 J \quad (7.10)$$

Amb aquests valors s'obté un rang de relacions de velocitats de:

$$i_1 = 64,358 \frac{rad}{m} \quad (7.11)$$

$$i_2 = 423,976 \frac{rad}{m} \quad (7.12)$$

El rang de relacions de velocitats de màxima acceleració és,

$$i_{ma1} = 285,741 \frac{rad}{m}$$

$$i_{ma2} = 188,326 \frac{rad}{m}$$

Si no hi ha cap condicionant es triaria la relació de velocitats més baixa. En aquest cas seria bona una transmissió per corretja amb un reductor planetari.

Si es tria una politja de diàmetre 100 mm, la relació de velocitats de l'etapa per politja seria,

$$i_p = \frac{2}{0,1} \frac{rad}{m} = 20 \frac{rad}{m}$$

Amb un reductor planetari d'una sola etapa de relació de velocitats 5 seria suficient per aconseguir la relació de velocitats total necessària.

$$i_{tot} = 20 \frac{rad}{m} \cdot 5 = 100 \frac{rad}{m}$$

El rendiment de la transmissió per corretja serà de $\eta_{pol} = 0,95$ i un reductor planetari d'una sola etapa el rendiment serà de $\eta_{red} = 0,9$. Per tant, el rendiment total de la transmissió serà de $\eta_{tot} = 0,95 \cdot 0,9 = 0,855$

Com que el tipus de transmissió triat correspon a la del rendiment estimat a l'inici, la selecció quedaria resolta aquí i no caldria iterar.

Si es volgués triar una relació de velocitats dins del rang de relacions de velocitats de màxima acceleració, per la mateixa politja caldria seleccionar un reductor adequat.

La descripció dels diferents passos per assolir la selecció del motor i transmissió més adequats al conjunt de receptors és la següent:

Requeriments del receptor

Per iniciar el procés de selecció del motor i relació de velocitats vàlides cal conèixer els requeriments del receptor. Aquest es presenten amb les condicions de la forma del perfil de velocitat i les inèrcies en el receptor:

- Espai recorregut
- Temps emprat
- Factor de saturació de la velocitat
- Factor de saturació de l'acceleració
- Inèrcia del receptor

7.5 Exemple. Selecció per múltiples receptors

En aquest apartat es realitzarà un exemple on es mostraran les eines desenvolupades en aquesta tesi doctoral per seleccionar un motor i una transmissió adequats per un conjunt de receptors. S'estudiarà el cas en el qual el sistema sempre disposa de la mateixa inèrcia en el receptor.

Enunciat

Es desitja dimensionar un accionament per moure un receptor d'una inèrcia $J_L = 0,001 \text{ Kgm}^2$. Aquest receptor realitza tres moviments diferents segons la Taula 6. S'estudia el problema amb el procediment exposat en l'apartat 7.2 i seguint la metodologia de l'apartat 7.3, es troba un motor vàlid pels tres receptors. Per aquest motor es troben tres rangs de relacions de transmissió. La velocitat màxima del motor és 8000 min^{-1} .

Receptor	A	B	C
$\theta \text{ (rad)}$	1,571	4,712	9,425
ξ	0	0,2	0,33
Temps [s]	0,5	1	2
$\omega_L \text{ [rad/s]}$	6,2832	7,854	7,086
$\alpha_L \text{ [rad/s}^2\text{]}$	25,133	19,635	10,576
$J_L \text{ [Kgm}^2\text{]}$	2	2	2
i_{\min}	17,99	13,86	7,33
i_{\max}	134,82	107,88	119,65
i_R	100	100	100

Taula 6. Moviments del receptor i rangs de relacions de transmissió vàlides per cada receptor

Es calcula el desplaçament de referència pel temps disponible en el receptor A:

$$\theta_{LR} = \frac{\omega_{L\max} t}{2} = \frac{\omega_{M\max} t}{2i_R} = 2,105 \text{ rad}$$

L'espai unitari per cada receptor es calcula relacionant l'espai realitzat pel receptor amb el de referència:

$$f_\theta = \frac{\theta_L}{\theta_{LR}}$$

El factor k òptim per cada receptor es calcula de la següent manera:

- Si l'espai és inferior al de referència $\theta_L < \theta_{LR}$, la k_{op} és 1.
- Si l'espai és superior al de referència $\theta_L > \theta_{LR}$, la k_{op} es calcula segons l'equació (3.62):

$$k_{op} = \sqrt[3]{\frac{\theta_{LR}}{\theta_L}} = \frac{1}{\sqrt[3]{f_\theta}}$$

Utilitzant la gràfica de la Figura 3.10 es pot visualitzar la posició de cada receptor i decidir quin factor k s'ajusta millor a la combinació de moviments. En la Taula 7 es troben calculats els desplaçaments unitaris per cada receptor i el factor k òptim per cada receptor. Per cada k_{op} , també es troba calculada la relació de transmissió.

Si es tria un factor k de 0,7, l'error respecte la k_{op} per cada receptor es pot visualitzar en la Figura 7.11. Aquest error respecte l'òptim és per cada receptor:

- Receptor A: 3,16%
- Receptor B: 0,75%
- Receptor C: 1,75%

Aquesta k triada li correspon una relació de velocitats de $i = 70$. Com que aquesta relació està dins dels tres rang de relacions de velocitats vàlids (Taula 6) aquesta solució compleix amb els requeriments dels tres receptors. A més a més, implica uns nous perfils de moviment millorats respecte els moviments inicials considerats (Taula 6). La millora dels perfils de moviment es pot veure en la Taula 8, com es pot veure el temps de cada receptor es veu reduït substancialment.

Receptor	A	B	C
f_θ	0,74	2,238	4,476
k_{op}	1	0,764	0,61
i per k_{op}	100	76,4	61
k_{triada}	0,7	0,7	0,7
i_{triada}	70	70	70

Taula 7. Resultats per cada receptor

Receptor	A	B	C
θ [rad]	1,571	4,712	9,425
ξ	0	0,5	0,71
Temps [s]	0,26	0,52	0,91
ω_L [rad/s]	12,03	12,03	12,03
α_L [rad/s ²]	92,13	92,13	92,13

Taula 8. Moviments del receptor millorats

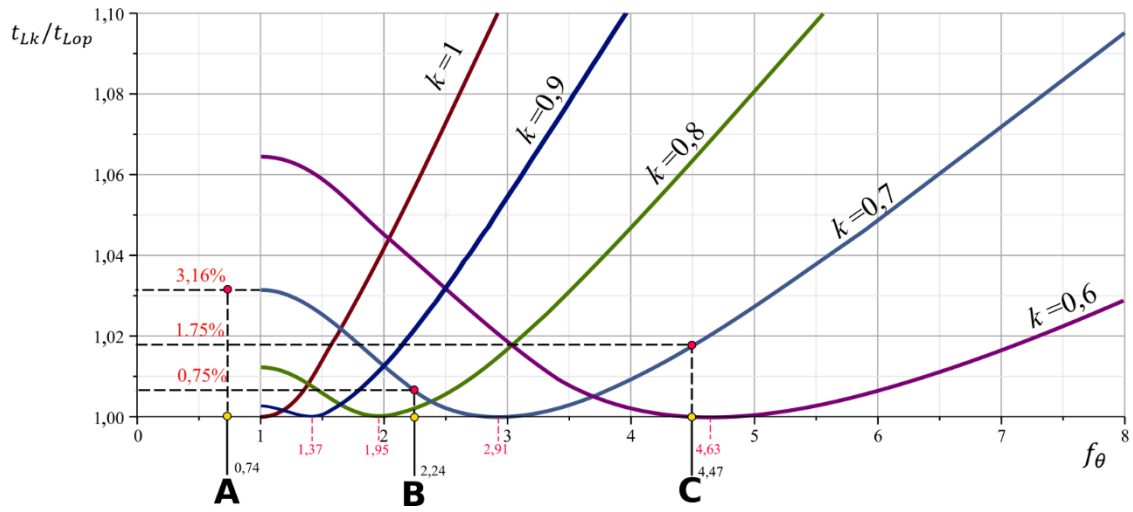


Figura 7.11. Gràfic del temps realitzat en relació al temps l'òptim respecte el desplaçament unitari per diferents valors del factor k . Font: elaboració pròpia.

Capítol 8. Conclusions, contribucions de la tesi i futurs desenvolupaments

8.1 Contribucions de la tesi

Aquesta tesi doctoral contribueix en la definició de l'estratègia de moviment adequada per diversos receptors i en el procés de selecció del motor i la transmissió més adequats als requeriments d'un o diversos receptors.

En base a l'equació de moviment d'una màquina formada per un motor, una transmissió i un receptor, s'ha trobat un procediment simplificat per determinar quina estratègia de moviment és la més adequada donat un conjunt de perfils de moviment de diversos receptors. La validesa d'aquesta metodologia es basa en aquetes condicions:

- Rendiment de la transmissió $\eta = 1$
- Parell resistent en el receptor $M_L = 0$
- Inèrcia del receptor constant per cada moviment

Amb aquestes condicions, el factor k ($k = i/i_R$) ens permet determinar l'error relatiu respecte el cas òptim per cada estratègia de moviment. Les estratègies de moviment es comparen amb el desplaçament unitari ($f_\theta = \theta_L/\theta_{LR}$) de cada moviment. Aquesta metodologia permet trobar la relació de velocitats més equilibrada (mínim error relatiu) entre tots els receptors i alhora conèixer si el perfil de moviments inicial de cada receptor es pot millorar reduint el temps emprat.

A fi d'ajustar el model a la realitat, en el camp de l'estratègia de moviment, s'introdueix el factor de saturació de l'acceleració. Aquest factor permet conèixer l'efecte de les variacions de l'acceleració sobre els requeriments del receptor. Sent un valor imposat, principalment, pel control del motor.

Les contribucions en la selecció del motor i la transmissió es presenten en dues parts. En la primera es parteix del mètode $\dot{P} - 2K$ desenvolupat per Riba [2] i es transforma en el mètode $\dot{P} - K$ al contemplar la totalitat de l'energia cinètica i s'amplia al introduir el factor de saturació de la velocitat en les equacions i el concepte del factor de seguretat en la selecció de la relació de transmissió vàlida.

En una segona part, s'amplia el camp de validesa del mètode introduït en les equacions el rendiment i el parell resistent en el receptor. Estudar simultàniament el rendiment i el parell resistent en el receptor augmenta la complexitat a l'hora de triar el motor i transmissió adequats al no conèixer les condicions inicials (tipus de transmissió i rendiments associats) però segueix un model més representatiu de la realitat. Igual que en el mètode original, l'equació dels accionaments tangencials obtinguda permet la seva representació gràfica i contrastar-la amb els motors candidats.

El mètode simplificat ($\dot{P} - K$) s'ha aplicat en diversos projectes realitzats al Centre de Disseny d'Equips Industrials de la Universitat Politècnica de Catalunya (CDEI-UPC) demostrant-se la seva validesa en el camp de la selecció de motors i transmissions per a moviments ràpids.

8.2 Conclusions

En el treball presentat s'han tractat principalment dos conceptes en relació a la metodologia per a la selecció d'accionaments:

- Definició de les estratègies de moviment
- Metodologia per a la selecció del motor i transmissió

Les estratègies de moviment defineixen els requeriments del receptor. La metodologia per a la selecció parteix d'ells per determinar el motor i la transmissió adequats.

En relació al primer concepte, es conclou que, en casos en els quals sigui possible aplicar les hipòtesis de rendiment unitari i de parell resistent en el receptor zero, és possible trobar una estratègia de moviment equilibrada per diversos receptors. Això és possible utilitzant la relació de velocitats triada respecte la relació de referència (factor k). El mètode és vàlid si els diversos receptors compleixen les següents condicions:

- Mateixes inèrcies en cada receptor ($J_{L_1} = J_{L_2} = \dots = J_{L_i}$)
- Moviments amb espai recorregut i temps diferents (Diagrames triangulars i trapezials)
- El factor de saturació de l'acceleració proper a zero (el perfil d'acceleració s'ha considerat de forma rectangular)

El factor de saturació de l'acceleració es un dels factor que determinen la validesa d'aquesta optimització però també té un paper important en la selecció del motor i transmissió. Si es considera un perfil d'acceleració de forma rectangular, l'error pot suposar negligir un valor de l'acceleració fins a dues vegades superior. Aquest factor vindrà imposat pel control, per tant, es conclou que per tal de definir correctament els requeriments del receptor, s'ha de conèixer quin factor de saturació de l'acceleració tindrà el sistema. Si en una primera iteració no es coneix, al no estar definit el motor vàlid, si que ho ha d'estar en una segona un cop es conegui el control associat al motor.

El segon concepte, la selecció del motor i transmissió, parteix de la definició dels requeriments del receptor. El mètode desenvolupat contempla l'efecte del rendiment diferent de la unitat i el parell resistent en el receptor major a zero i és molt útil per contrastar diversos motors davant dels requeriments d'un o diversos receptors. L'equació trobada permet una representació senzilla dels requeriments del receptor.

Els requeriments del receptor, representats per la corba d'accionaments tangencials en el pla $\dot{P} - K$, es modifica al considerar l'efecte del rendiment i el parell en el receptor. Aquestes variacions tenen un efecte directe sobre els motors candidats ja que, a mida que el rendiment disminueix o el parell resistent en el receptor augmenta, la corba d'accionaments tangencials es desplaça cap a valors de major potència transitòria i major energia cinètica.

Del treball desenvolupat també es conclou que, a més a més de considerar un coeficient de seguretat en la selecció de la relació de velocitats que permeti disposar d'un cert marge en potència transitòria i energia cinètica, cal considerar l'efecte del rendiment i parell resistent. Sense aquesta consideració la selecció realitzada pot quedar fora dels marges de seguretat establerts.

8.3 Futurs desenvolupaments

En relació a l'estudi de les estratègies de moviment, el mètode desenvolupat per la selecció de la millor relació de velocitats per un conjunt de receptors no contempla l'efecte del factor de saturació de l'acceleració i inèrcies diferents en els receptors. Introduir el factor de saturació i les diferents inèrcies en el mètode, ajustaria millor el model al sistema real i alhora ampliaria el camp de validesa.

En relació a la selecció del motor i transmissió, la metodologia estudiada es pot ampliar considerant diversos factors:

- Parell resistent en el receptor negatiu
- Parell resistent en el receptor no constant
- Forces i/o parells en el receptor dependents de la velocitat
- Rendiments directes i indirectes
- Rigidesa de la transmissió
- Introducció del factor de saturació de l'acceleració

Un altre desenvolupament possible és, partint del mètode desenvolupat en aquesta tesi, ampliar les premisses d'optimització, basades en espai i temps, amb l'estalvi energètic. Seria molt interessant desenvolupar una metodologia per introduir, amb ponderacions configurables, els criteris d'optimització de temps i d'energia consumida. D'aquesta manera la selecció obtinguda compliria i equilibraria els objectius de producció i consum energètic i es podria ajustar a altres contextos socio-econòmics.

Índex de figures

Figura 1.1. Antigament, l'embarat amb una sola màquina de vapor accionava totes les màquines de les fabrica inclús de varies fabriques. Font: http://tecnologiajb.blogspot.com.es	11
Figura 1.2. Torn de mecanitzar. Un sol motor en tota la màquina. Font: KNUTH Machine tools.	12
Figura 1.3. Torn de repulsar. Un motor independent per cada eix. Font: Industries Puigjaner S.A.	12
Figura 1.4. Característica mecànica del receptor constant i viscosa. Font: elaboració pròpia...	13
Figura 1.5. Característica mecànica del receptor parabòlica i hiperbòlica. Font: elaboració pròpia.	14
Figura 1.6. Elements de la cadena d'accionament. Font: elaboració pròpia.	15
Figura 1.7. Diferents formes de la característica mecànica d'un motor. Font: elaboració pròpia.	18
Figura 1.8. Punt d'equilibri entre la característica de l'actuador i del receptor. Font: elaboració pròpia.	18
Figura 1.9. Exemple d'aplicació d'un accionament de potència en un ascensor. Font: elaboració pròpia.	19
Figura 1.10. Paràmetres utilitzats en l'anàlisi tradicional d'un accionament per a moviments ràpids. Font: elaboració pròpia.	21
Figura 1.11. Estratègia de moviment triangular i trapezoïdal. Font: elaboració pròpia.	21
Figura 1.12. Pinça de soldadura amb accionament elèctric. Font: Serra Soldadura S.A.	22
Figura 1.13. Corbes del receptor i del motor en el pla $P - 2K$. Font: elaboració pròpia.	26
Figura 1.14. Corbes del receptor i del motor en el pla $P - 2K$. Font: elaboració pròpia.	26
Figura 1.15. Representació gràfica del receptor i diversos motors candidats. Font: Ferrer [8].	31
Figura 2.1. Pla $P - W$, representació de la càrrega. Llibre "Introduction à la robotique. Notions de base, architecture, systèmes actionneur et sensoriel, modes de fonctionnement" Foulc-López [7], precursor del mètode $P - 2K$, aquí anomenat $P - W$. Font: Foulc-López [7]	38

Figura 2.2. Corba del receptor i diferents motors candidats (A,B,C, D) en el Pla $T * -\omega *$ (Parell i velocitat normalitzats). Font: Van De Straete et al. [5].....	39
Figura 2.3. Corba de parell de pic (receptor) i corba del motor en el pla $P - 2K$. La corba del motor inclou l'estratègia de moviment. Font: Cusimano [16].....	39
Figura 2.4. Procediment conceptual proposat per Van De Straete et al. [6]	40
Figura 2.5. Representació de la càrrega i motors candidats (numerats) en el pla Potència transitòria - Energia cinètica. Font: Cusimano [11].....	41
Figura 2.6. Pla P - W , representació del receptor i dos motors. Font: Barros [26]	42
Figura 3.1. Elements de la cadena d'accionament. Font: elaboració pròpia.	67
Figura 3.2. Estratègies per a moviments ràpids. a) Diagrama de velocitat triangular; b) Diagrama de velocitat trapezoïdal. Font: elaboració pròpia.	71
Figura 3.3. Casos d'estudi: 1-Perfil de velocitats de referència $k = 1$ i $f\theta = 1$. 2-Perfil de màxima acceleració amb $k = 1$ i $f\theta \leq 1$. 3-Perfil general amb $k < 1$ i $f\theta \leq f_{kk}2$. Font: elaboració pròpia.	79
Figura 3.4. Estratègia de diagrama de velocitat trapezoïdal per al desplaçament a llarg. Font: elaboració pròpia.	82
Figura 3.5. Representació de la k (relació entre la relació de velocitats triada i la de referència) en funció de $f\theta$ (espai recorregut respecte el de referència) per una estratègia triangular o trapezial. Font: elaboració pròpia.	86
Figura 3.6. Representació del temps en relació al temps de referència. En vermell la variació del temps quan l'estratègia és triangular fins que l'espai recorregut és el de referència ($f\theta = 1$). En blau la variació del temps si es segueix una estratègia de màxima acceleració per un desplaçament major que el de referència (moviment trapezial). En verd el temps si s'utilitza una relació de moviment amb una relació òptima per un desplaçament que ha de ser trapezial ($f\theta > 1$). Font: elaboració pròpia.....	87
Figura 3.7. Diferència percentual entre el temps unitari amb una relació de velocitats igual a iR i iop per desplaçaments unitaris majors que la unitat. Font: elaboració pròpia.	87
Figura 3.8. Diferència percentual entre el temps unitari amb una relació de velocitats igual a iR i iop per desplaçaments unitaris majors que la unitat. Font: elaboració pròpia.	88
Figura 3.9. Temps respecte el temps òptim per diversos desplaçaments unitaris per la kop corresponent a un desplaçament unitari de $f\theta = 3$. Font: elaboració pròpia.	89
Figura 3.10. Temps respecte el temps òptim per diversos desplaçaments unitaris per diferents valors de k . Font: elaboració pròpia.	90
Figura 4.1. Potència transitòria i energia cinètica. Font: elaboració pròpia	95
Figura 4.2. Diagrama $P - K$ amb la representació de la càrrega. Representant el punt R_1 i la corba d'accionaments tangencials corresponent. Font: elaboració pròpia.....	99
Figura 4.3. Representació el diagrama $P - K$ de la càrrega i del motor. Font: elaboració pròpia.	101
Figura 4.4. Representació el diagrama $P - K$ per dos casos de càrrega i dos motors candidats. Font: elaboració pròpia.	102
Figura 5.1. Paràmetres utilitzats en l'anàlisi d'un accionament per a moviments ràpids utilitzats en aquest capítol. Font: elaboració pròpia.	107

Figura 5.2. Representació en escala logarítmica dels requeriments del receptor en el pla $P - K$. Font: elaboració pròpia.	110
Figura 5.3. Representació de la mateixa funció que la Figura 5.2 sense escalat logarítmic. Font: elaboració pròpia.	110
Figura 5.4. Ampliació de la funció de la Figura 5.3 en la zona de canvi de pendent. Font: elaboració pròpia.	110
Figura 5.5. Variació del rendiment per un mateix receptor amb $ML = 0$. Font: elaboració pròpia.	111
Figura 5.6. Variació del ML per un mateix receptor amb $\eta = 1$. Font: elaboració pròpia.	111
Figura 5.7. Variació de la potència transitòria en funció del valor de l'energia cinètica. Font: elaboració pròpia.	116
Figura 5.8. Representació de la funció de la Figura 5.7 en escala logarítmica a l'eix de les abscisses i de les ordenades.	116
Figura 5.9. Asímptotes de la funció potència transitòria. Font: elaboració pròpia.	118
Figura 5.10. Asímptotes de la funció potència transitòria en una escala logarítmica. Font: elaboració pròpia.	120
Figura 6.1. Perfil d'acceleració, velocitat i espai amb una variació sobtada de l'acceleració. Font: elaboració pròpia.	126
Figura 6.2. Perfil d'acceleració. Font: elaboració pròpia.	127
Figura 6.3. Perfil de velocitats. Font: elaboració pròpia.	128
Figura 6.4. Perfil d'espai recorregut. Font: elaboració pròpia.	129
Figura 6.5. Representació dels perfils d'acceleració, velocitat i espai per uns valors de $t_1 = 0.5$ s i $t_2 = 0.7$ s. Font: elaboració pròpia.	129
Figura 6.6. Perfil d'acceleracions. En vermell el perfil de referència amb $\xi\alpha = 0$ i en blau un perfil genèric amb $0 < \xi\alpha < 1$. Font: elaboració pròpia.	130
Figura 6.7. Perfil d'acceleracions. En vermell el perfil de referència amb $\xi\alpha = 0$ i en verd un perfil genèric amb $\xi\alpha = 1$. Font: elaboració pròpia.	130
Figura 6.8. Perfil de velocitat. Font: elaboració pròpia.	131
Figura 6.9. Espai recorregut en funció del temps per un perfil genèric. Font: elaboració pròpia.	132
Figura 6.10. Perfils de referència i d'un cas genèric. Font: elaboració pròpia.	133
Figura 6.11. Variació de l'espai recorregut i la velocitat en relació a l'espai de referència i a la velocitat de referència quan varia el factor de saturació de l'acceleració. Font: elaboració pròpia.	135
Figura 6.12. Variació de l'acceleració màxima respecte l'acceleració màxima de referència quan varia el factor de saturació de l'acceleració. Font: elaboració pròpia.	137
Figura 6.13. Perfils de referència. Font: elaboració pròpia.	139
Figura 6.14. Perfils de referència i amb variació de l'acceleració. Font: elaboració pròpia.	140
Figura 6.15. Perfils de referència i amb variació de l'acceleració mantenint l'espai recorregut. Font: elaboració pròpia.	141
Figura 7.1. Requeriments del receptor en el pla $P - K$. Font: elaboració pròpia.	145
Figura 7.2. Corbes característiques de servo motors brushless sèrie BL-110. Font: Infranor.	145
Figura 7.3. Moments d'inèrcia dels servo motors brushless sèrie BL-110. Font: Infranor.	146

Figura 7.4. Corbes característiques dels motors de la Figura 7.2, transformades al pla P - K . Font: elaboració pròpia	146
Figura 7.5. Receptor i diversos motors candidats.....	147
Figura 7.6. Obtenció dels punt de tall de la corba representativa del receptor i la del motor. Font: elaboració pròpia.	148
Figura 7.7. Diagrama del procediment per seleccionar una transmissió i un motor vàlids per complir amb els requeriments del receptor. Font: elaboració pròpia.....	150
Figura 7.8. Requeriments del receptor en el pla $P - K$. Font: elaboració pròpia.....	155
Figura 7.9. Receptor i motors candidats en el pla $P - K$. Font: elaboració pròpia.....	155
Figura 7.10. Valors de la intersecció del receptor amb el motor triat. Font: elaboració pròpia.	156
Figura 7.11. Gràfic del temps realitzat en relació al temps l'òptim respecte el desplaçament unitari per diferents valors del factor k . Font: elaboració pròpia.	160

Bibliografia

- [1] F. Fenollosa and C. Riba, "Alternativas estructurales para un robot manipulador-paletizador de sacos," in *Alternativas estructurales para un robot manipulador-paletizador de sacos*, 1997, pp. 99–115.
- [2] C. Riba, "El concepto de potencia transitoria en los accionamientos para robótica," *Automática e instrumentación*, vol. 21 (170), pp. 183–190, 1987.
- [3] K. a. Pasch and W. P. Seering, "On the Drive Systems for High-Performance Machines," *J. Mech. Transm. Autom. Des.*, vol. 106, no. 1, p. 102, 1984.
- [4] P. Chedmail and M. Gautier, "Optimum Choice of Robot Actuators," *J. Eng. Ind.*, vol. 112, no. 4, p. 361, Nov. 1990.
- [5] H. J. Van De Straete, P. Degezelle, J. De Schutter, and R. J. M. Belmans, "Servo motor selection criterion for mechatronic applications," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 3, no. 1, pp. 43–50, 1998.
- [6] H. J. Van De Straete, J. De Schutter, and R. Belmans, "An efficient procedure for checking performance limits in servo\ndrive selection and optimization," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 4, no. 4, pp. 378–386, 1999.
- [7] López-Foulc, "Introducció a la robotique, Nocions de base, arquitectura, systèmes actionneur et sensoriel, mode de fonctionnement." Editest, Paris, pp. 96–103, 1984.
- [8] J. Ferrer, "Programa informàtic de selecció assistida per ordinador d'accionaments per a desplaçaments rapids." 1998.
- [9] H. Giberti, S. Cinquemani, and G. Legnani, "A Practical Approach to the Selection of the Motor-Reducer Unit in Electric Drive Systems," *Mech. Based Des. Struct. Mach.*, vol. 39, no. 3, pp. 303–319, 2011.

- [10] C. Domènech, C. Riba, X. Pla, J. Sans, and H. Maury, "Comparative Analysis of Triangular and Trapezoidal Speed Diagrams as Strategies for Rapid Movements," in *7th International Research /Expert Conference Trends in the Development of Machinery and Associated Technology*, 2003, pp. 669–672.
- [11] G. Cusimano, "A procedure for a suitable selection of laws of motion and electric drive systems under inertial loads," *Mech. Mach. Theory*, vol. 38, no. 6, pp. 519–533, 2003.
- [12] G. Cusimano, "Generalization of a method for the selection of drive systems and transmissions under dynamic loads," *Mech. Mach. Theory*, vol. 40, no. 5, pp. 530–558, 2005.
- [13] Changhwan Choi, SeungHo Jung, Seokhwan Kim, Jeongyeob Lee, TokSon Choe, Sangchul Chung, and Yongwoon Park, "A motor selection technique for designing a manipulator," in *2007 International Conference on Control, Automation and Systems*, 2007, pp. 2487–2492.
- [14] H. Giberti, S. Cinquemani, and G. Legnani, "Effects of transmission mechanical characteristics on the choice of a motor-reducer," *Mechatronics*, vol. 20, no. 5, pp. 604–610, 2010.
- [15] G. Cusimano, "Influence of the reducer efficiencies on the choice of motor and transmission: Torque peak of the motor," *Mech. Mach. Theory*, vol. 67, pp. 122–151, 2013.
- [16] G. Cusimano, "Choice of motor and transmission in mechatronic applications: Non-rectangular dynamic range of the drive system," *Mech. Mach. Theory*, vol. 85, pp. 35–52, Mar. 2015.
- [17] G. Cusimano, "Choice of electrical motor and transmission in mechatronic applications: The torque peak," *Mech. Mach. Theory*, vol. 46, no. 9, pp. 1207–1235, 2011.
- [18] D. Jones, "Selecting step motors vs. servo motors," *ProceedingsElectrical Electron. Insul. Conf. Electr. Manuf. Coil Wind. Conf.*, 1995.
- [19] J. Vaidya, "Motor selection for actuation systems," *ProceedingsElectrical Electron. Insul. Conf. Electr. Manuf. Coil Wind. Conf.*, pp. 385–391, 1995.
- [20] B. K. Fussell and C. K. Taft, "Brushless DC motor selection," *ProceedingsElectrical Electron. Insul. Conf. Electr. Manuf. Coil Wind. Conf.*, 1995.
- [21] S. C. P. Gomes and V. S. Da Rosa, "A new approach to compensate friction in robotic actuators," *2003 IEEE Int. Conf. Robot. Autom. (Cat. No.03CH37422)*, vol. 1, pp. 622–627, 2003.
- [22] P. Operations and D. G. Chetwynd, "A method for estimating servomotor parameters of a parallel robot for rapid pick-and-place operations/," vol. 127, no. July, pp. 596–601, 2005.

-
- [23] M. Pettersson and J. Ölvander, "Drive Train Optimization for Industrial Robots," *IEEE Trans. Robot.*, vol. 25, no. 6, pp. 1419–1424, 2009.
- [24] G. Cusimano, "Optimization of the choice of the system electric drive-device-transmission for mechatronic applications," *Mech. Mach. Theory*, vol. 42, no. 1, pp. 48–65, 2007.
- [25] T. Izumi, Z. Li, and H. Zhou, "A reduction ratio for minimizing dissipated energy in a mechatronic system with a gear train," *Mechatronics*, vol. 18, no. 10, pp. 529–535, 2008.
- [26] I. N. G. Ricardo, A. Barros, U. D. E. L. Norte, I. N. G. Ricardo, and A. Barros, "Estrategias de movimiento en sistemas de accionamientos rápidos para manipuladores de múltiples grados de libertad," Universidad del Norte, 2009.
- [27] C. Riba, "Requerimientos mecánicos de un accionamiento," *Automática e instrumentación*, pp. 193–190, 1986.
- [28] T. a. Haskew and D. E. Schinstock, "Optimal design of electromechanical actuators for active loads," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 3, no. 2, pp. 129–137, 1998.
- [29] L. Zhou, S. Bai, and M. R. Hansen, "Design optimization on the drive train of a light-weight robotic arm," *Mechatronics*, vol. 21, no. 3, pp. 560–569, 2011.
- [30] L. Gerbaud, J. Bignon, G. Champenois, I. D. Process, O. F. Drive, and A. I. Optimization, "Expert system bases to automate selection of drive structures," *A Int. Conf. Ind. Electron. Control. Instrum.*, vol. 1, pp. 360–365, 1993.
- [31] a. Bowling and O. Khatib, "Actuator selection for desired dynamic performance," *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, vol. 2, 2002.
- [32] M. S. A. Moteleb, "Advanced motor drives control in mechatronic technology," *IEEE SMC'99 Conf. Proceedings. 1999 IEEE Int. Conf. Syst. Man, Cybern. (Cat. No.99CH37028)*, vol. 5, pp. 116–119, 1999.
- [33] F. Roos, H. Johansson, and J. Wikander, "Optimal selection of motor and gearhead in mechatronic applications," *Mechatronics*, vol. 16, no. 1, pp. 63–72, 2006.
- [34] J. G. Coneo, V. Q. Mariano, H. Maury, and C. Riba, "Aplicación de metodos para el diseño y selección de accionamientos rápidos," *Ing. y Desarro.*, pp. 78–94, 2006.
- [35] S. Cetinkunt, "Optimal design issues in high-speed high-precision motion servo systems," *Mechatronics*, vol. 1, no. 2, pp. 187–201, Jan. 1991.
- [36] H. Maury and C. Riba, "Constantes de tiempo en sistemas de accionamiento electromecánico," *Anales de Ingeniería mecánica*, pp. 359–367, 1998.
- [37] J. Pacheco, "Desarrollo y validación de una metodología para el diseño de accionamientos rápidos basados en motores paso a paso," 2003.

- [38] C. Choi, S. Jung, S. Kim, J. Lee, T. Choe, S. Chung, and Y. Park, "A motor selection technique for designing a manipulator," *ICCAS 2007 - Int. Conf. Control. Autom. Syst.*, pp. 2487–2492, 2007.

- [39] L.-W. Tsai, *Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*. 1999.