

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tesisenxarxa.net) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tesisenred.net) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tesisenxarxa.net) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA
BARCELONATECH

TESIS DOCTORAL

**MODELO CONSTITUTIVO PARA
TEJIDO ÓSEO HUMANO:
PROPIEDADES MECÁNICAS DEL HUESO
CORTICAL DE COSTILLA**

AUTOR:

JUAN VELÁZQUEZ AMEIJIDE

DIRECTORES:

CARLOS ARREGUI DALMASES

GABRIEL BUGEDA CASTELLTORT

Programa de doctorado de Análisis Estructural

Barcelona, Febrero 2.015



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Departament de Resistència de Materials
i Estructures a l'Enginyeria

Para Sofía

*La comprensión tiene
necesariamente que
costar algún esfuerzo*

El mundo de Sofía (1.991)
Jostein Gaarder

Índice

Índice	i
Resumen.....	iii
Agradecimientos	v
Listado de símbolos.....	vii
Índice de figuras	ix
Índice de tablas	xv
1 Introducción	1
2 Antecedentes	5
2.1 Caracterización mecánica del hueso	6
2.1.1 Caracterización anisotropía del hueso	9
2.1.2 Propiedades mecánicas del hueso cortical	12
2.1.3 Determinación del límite elástico	14
2.2 Anatomía de la costilla	19
2.2.1 Funcionalidad del arco costal	24
2.2.2 Propiedades mecánicas de la costilla	26
3 Método Experimental y Datos	29
3.1 Introducción	29
3.2 Obtención de muestras	30
3.2.1 Convenio UPC-IMLC	30
3.3 Las muestras para la experimentación	31
3.3.1 Descripción de los especímenes	33
3.3.2 Protocolo de actuación con material biológico	39
3.3.3 Preparación de las muestras	42

3.4 Ensayos	47
3.4.1 Diseño de útiles para los ensayos.....	48
3.4.2 Ensayo de tracción	51
3.4.3 El seguimiento del movimiento	53
3.4.4 Acople fuerza tiempo y desplazamiento tiempo	58
3.4.5 Análisis de datos	65
3.5 Micro Tomografías Axiales Computarizadas de las muestras	68
3.5.1 Equipos y diseño de útiles para el TAC	68
3.5.2 Análisis de imágenes para la obtención de la dimensión fractal	70
4 Resultados	73
4.1 Resultados experimentales	74
4.1.1 Curvas de tensión-deformación	76
4.1.2 Propiedades mecánicas	83
4.1.3 Dimisiones fractales	84
4.2 Matriz de resultados	90
4.2.1 Análisis estadístico	99
4.2.2 Análisis de resultados	101
4.2.3 Ecuaciones explicativas propuestas y discusión de resultados	110
4.3 Simulaciones de los ensayos realizados	112
4.4 Artículos publicados	115
5 Conclusiones	117
5.1 Introducción	117
5.2 Las contribuciones	119
5.3 Limitaciones del estudio	121
5.4 El trabajo futuro	121
Anejos	
A.1 Anejo de subrutinas MatLab®	127
A.2 Anejo compendio de figuras y tablas	187
Referencias bibliográficas.....	243

Resumen

La tesis doctoral versa sobre la obtención de las propiedades mecánicas del hueso cortical de costilla humana.

Se han ensayado 101 muestras provenientes de 76 donantes, número notablemente mayor al habitual en este tipo de trabajos de investigación.

Se han diseñado los útiles e implementado un sistema de medida para, a partir de ensayos de tracción, obtener las propiedades mecánicas en micro-probetas extraídas del hueso cortical.

En la tesis se proponen relaciones para los valores característicos del comportamiento mecánico basados en variables no invasivas, como son la edad, el sexo del donante y la dimensión fractal de la sección de la probeta ensayada.

A partir de resultados obtenidos en los ensayos se han calculado las distribuciones de probabilidad de los mismos, proponiendo expresiones de valores medios y desviaciones para parámetros como la tensión última, la deformación máxima, el módulo de elasticidad lineal, la tenacidad, o la tensión del límite elástico.

Tanto el trabajo realizado como los resultados que se derivan son coherentes con la literatura científica existente. Además se propone

una metodología novedosa para la obtención de los parámetros mecánicos característicos del hueso cortical de costilla humana sin tener que realizar ensayos destructivos.

La tesis tiene una aplicación directa en varios ámbitos: por un lado, dota de nuevas herramientas en los ámbitos de la simulación del comportamiento mecánico de la costilla humana así como es de utilidad para el diseño de sistemas de retención de vehículos que actúan fundamentalmente sobre el arco costal.

Agradecimientos

En primer lugar, deseo expresar mis agradecimientos a las aportaciones de mis directores de tesis, los profesores Carles Arregui Dalmases y Gabriel Bugada Castelltort.

Igualmente este trabajo no habría sido posible sin los colaboradores que ayudaron a llevar a cabo la experimentación, entre ellos debo citar a David Sánchez, Eva Martínez, Jordi Llumà, Víctor Quintana.

He de mencionar también a los investigadores y amigos como Jeff Crandall, Jason Kerrigan y Mehdi Shafieian con los que he tenido la suerte de colaborar y sacar adelante diversas publicaciones.

Esta investigación ha sido posible gracias al convenio de colaboración firmado entre la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC) y el 'Institut de Medicina Legal de Catalunya' (IMLC), en especial la Dra. Rebollo, al Dr. Martin Fumadó, al Dr. Galtès y al Dr. Medallo. El apoyo financiero y logístico de la UPC, de la Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial de Barcelona (EUETIB) y del 'Grup de Recerca Aplicada a la Biomecànica del Impacte (GRABI) que hicieron materialmente posibles parte de los medios usados para la experimentación.

Debo expresar mi profundo agradecimiento a los miembros de mi familia y compañeros de los departamentos de Resistencia de Materiales y Estructuras en Ingeniería (RMEE), de Ingeniería Mecánica (EM) y de Ciencia de Materiales e Ingeniería Metalúrgica (CMEM) que contribuyeron con sus comentarios, su ayuda y su presencia, además de con sus conversaciones intelectualmente estimulantes de las que esta tesis se ha beneficiado.

Listado de símbolos

σ	vector tensión	2-5
σ_i	componentes normales del vector tensión	2-5
τ_{ij}	componentes tangenciales del vector tensión.....	2-5
C	matriz de rigidez	2-5
ϵ	vector deformación	2-5
ϵ_i	deformaciones lineales	2-5
γ_{ij}	deformaciones angulares	2-5
c_{ij}	elementos de la matriz de rigidez	2-8
E	módulo de elasticidad lineal o de Young.....	2-8
ν	coeficiente de Poisson.....	2-8
p	porosidad	2-10
ρ	densidad.....	2-10
σ_{flu}^C	tensiones de fluencia a compresión.....	2-13
σ_{flu}^T	tensiones de fluencia a tracción.....	2-13
E_L	módulo de Young longitudinal	2-22
E_T	módulo de Young transversal.....	2-22
IMC	índice de masa corporal	3-5
F_{Max}	fuerza máxima del ensayo de tracción.....	3-34
e_{Max}	deformación máxima	3-34
σ_R	tensión de rotura	3-34
E_{tg}	módulo de Young tangente.....	3-34
E_{sec}	módulo de Young secante.....	3-34
Eng_{def}	energía de deformación o tenacidad	3-34

$\mathbf{c}, \mathbf{c}_{ab}$	tensor de tensiones de <i>Cauchy</i>	3-35
\mathbf{P}, P_{aA}	primer tensor de <i>Piola-Kirchhoff</i>	3-35
\mathbf{S}, S_{AB}	segundo tensor de <i>Piola-Kirchhoff</i>	3-35
\mathbf{F}, F_a	tensor gradiente de deformaciones	3-35
\mathbf{I}	matriz identidad	3-35
\mathbf{C}, C_{AB}	tensor de <i>Cauchy-Green</i>	3-35
\mathbf{E}, E_{AB}	tensor de deformaciones de <i>Green-Lagrange</i>	3-36
$\mathbf{e}, \mathbf{e}_{ab}$	tensor de tensiones espacial o <i>de Almansi</i>	3-36
$\hat{S}_{\omega_x, \omega_V}$	espectro de energía	4-13
F_{ω_x, ω_V}	es la transformada de <i>Fourier</i>	4-13
DF	dimensión fractal	4-14
β	relación entre el espectro de potencia y la long de onda	4-14
$\Lambda_{\mu, \sigma}$	función de distribución de probabilidad de <i>Gumbel</i>	4-17
$\Phi_{\alpha, \mu, \sigma}$	función de distribución de probabilidad de <i>Fréchet</i>	4-17
$\Psi_{\alpha, \mu, \sigma}$	función de distribución de probabilidad de <i>Weibull</i>	4-17
$G_{\mu, \sigma, \xi}$	función de distribución de probabilidad GEV	4-17

Índice de figuras

Fig 2.1. Disposición que adopta el hueso compacto y trabecular en el segmento proximal del fémur	2-3
Fig 2.2. Izq. Corte de la cabeza del fémur. Drch isolíneas de tensión, representación de Wolff en 1892	2-4
Fig 2.3. Imagen del arco costal donde aparen los tres grupos de costillas definidos	2-16
Fig 2.4. Imagen una costilla donde aparen las zonas descritas y sus partes	2-19
Fig 2.5. Conjunto completo de tórax en vista anterior y posterior.	2-21
Fig 3.1. Documento a cumplimentar en cada extracción de una muestra	3-4
Fig 3.2. Histograma de la distribución de la población a ensayar en función de la edad	3-8
Fig 3.3. Histograma de la distribución de la población a ensayar en función del índice de masa corporal	3-9
Fig 3.4. Histograma de la distribución de la muestra de ensayo en función del peso	3-9
Fig 3.5. Histograma de la distribución de la muestra a ensayar en función de la altura	3-10
Fig 3.6. Histograma de la distribución de la muestra a ensayar en por edades	3-11
Fig 3.7. Equipos de protección personal	3-12
Fig 3.8. Señalización de la equipación de seguridad obligatoria y riesgos en el área	3-13
Fig 3.9. Señalización para delimitar las zonas de trabajo, y el riesgo asociado	3-13

Fig 3.10. Muestra en tubo de transporte y primer almacenaje en el IMLC	3-14
Fig 3.11. Proceso de limpiado de una costilla	3-14
Fig 3.12. Esquema de las probetas a ensayar	3-15
Fig 3.13. Proceso de obtención de la lámina de hueso	3-16
Fig 3.14. Mecanizado de la probeta	3-17
Fig 3.15. Pulido de la probeta hasta obtener su grosor nominal ...	3-18
Fig 3.16. Plantilla para múltiples probetas con fijaciones rápidas .	3-19
Fig 3.17. Mordazas, sistema de fijación y útiles montados en la máquina de ensayos	3-20
Fig 3.18. Probeta dañada por exceso de presión de la mordaza ...	3-21
Fig 3.19. Gráfica tensión deformación para una muestra que se ha desplazado y realineado, hecho por el que aparecen deformaciones negativas	3-22
Fig 3.20. Nuevas mordazas y probeta montadas en ellas	3-23
Fig 3.21. Máquina de tracción y sistema de captación	3-23
Fig 3.22. Representación fuerza frente a tiempo para la probeta 45_12	3-24
Fig 3.23. Muestra de probeta enmascarada para su seguimiento vía imágenes	3-27
Fig 3.24. Resumen de los pasos seguidos por el algoritmo de seguimiento del movimiento	3-28
Fig 3.25. Imagen de la malla de seguimiento de movimientos sobre una muestra	3-29
Fig 3.26. Gráfica desplazamiento tiempo para la muestra 45-12 ..	3-30
Fig 3.27. Captura de la hoja de cálculo donde aparecen las celdas destinadas a fijar el intervalo de valores propios del ensayo	3-32
Fig 3.28. Imagen de la hoja de cálculo donde se opera y gestionan los resultados para obtener los valores de tensión y deformación	3-32
Fig 3.29. Validación de los coeficientes de la regresión lineal propuesta para una determinada relación tensión-edad	3-38
Fig 3.30. Frecuencias de aparición de los valores de la dimensión fractal de las muestras y el valor teórico de la distribución	3-39

Fig 3.31. Histograma de la densidad de los valores obtenidos y la curva de la distribución asociada al fenómeno	3-40
Fig 3.32. Imagen del equipo Argus PET/CT donde se realizaron los micro-CTs y características del mismo	3-41
Fig 3.33. Izq. Dispositivo diseñado para el alojamiento de las probetas para la realización del micro-CT. Drch. Muestra de probetas montadas sobre el dispositivo diseñado	3-42
Fig 3.34. Reconstrucción gráfica a partir de los micro-CT realizados a un segmento completo de costilla antes de la extracción de las probetas	3-43
Fig 3.35. Vista en planta de la reconstrucción digital de la muestra 48_12	3-43
Fig 3.36. Reconstrucción digital del alzado de las muestras 48_12 y 35_12	3-43
Fig 3.37. Micro-CT transversal de la muestra 48_12	3-43
Fig 4.1. Ejemplo de resultados obtenidos, sin filtrado de datos y suavizado de la curva, relación σ - ε para la muestra 1425_11	4-3
Fig 4.2. Ejemplo de resultados ya suavizados, relación σ - ε para la muestra 1425_11	4-3
Fig 4.3. Relaciones σ - ε para muestras de especímenes menores de 30 años	4-4
Fig 4.4. Relaciones σ - ε para muestras de especímenes entre de 30 y 35 años	4-5
Fig 4.5. Relaciones σ - ε para muestras de especímenes de entre 36 y 40 años	4-6
Fig 4.6. Relaciones σ - ε para muestras de especímenes de entre 41 y 50 años	4-7
Fig 4.7. Relaciones σ - ε para muestras de especímenes de entre 51 y 60 años	4-8
Fig 4.8. Relaciones σ - ε para muestras de especímenes de entre 61 y 70 años	4-9
Fig 4.9. Relaciones σ - ε para muestras de especímenes de entre 71 y 80 años	4-10

Fig 4.10. Relaciones σ - ε para muestras de especímenes mayores de 81 años	4-11
Fig 4.11. Representación del espectro de energía frente a la longitud de onda, gráfico doble logarítmico. En las bajas longitudes de onda (correspondientes a las altas frecuencias) encontramos la relación con la DF descrita en la Ec. 4.2	4-14
Fig 4.12. Frecuencias de aparición de los valores de la dimensión fractal de las muestras y el valor teórico de la distribución	4-16
Fig 4.13. Histograma de la densidad de los valores obtenidos y la curva de la distribución asociada al fenómeno	4-16
Fig 4.14. Frecuencias de aparición de los valores de tensión de las muestras y el valor teórico de la distribución	4-21
Fig 4.15. Histograma de la densidad de los resultados de tensión y la curva de la distribución GEV asociada a la tensión	4-21
Fig 4.16. Frecuencias de aparición de los valores del módulo de Young de las muestras y el valor teórico de la distribución	4-22
Fig 4.17. Histograma de la densidad de los resultados de módulo de Young y la curva de la distribución GEV asociada	4-22
Fig 4.18. Frecuencias de aparición de los valores de deformación de las muestras y el valor teórico de la distribución	4-23
Fig 4.19. Histograma de la densidad de los resultados de la deformación y la curva de la distribución <i>Fréchet</i> asociada	4-23
Fig 4.20. Frecuencias de aparición de los valores de energía de deformación de las muestras y el valor teórico de la distribución	4-24
Fig 4.21. Histograma de la densidad de los resultados de la energía de deformación y la curva de la distribución <i>Fréchet</i> asociada	4-24
Fig 4.22. Valores medios del módulo de Young por grupos de edad; en verde la tendencia de variación de constantes materiales	4-25
Fig 4.23. Representación de la regresión propuesta entre el módulo de Young y la edad para edades menores a 30 años	4-28
Fig 4.24. Representación de la regresión propuesta entre la tensión y la dimensión fractal	4-31
Fig 4.25. Representación de la regresión propuesta entre la tensión y la edad	4-31

Fig 4.26. Representación de la regresión propuesta entre la deformación máxima y la dimensión fractal 4-34

Fig 4.27. Representación de la regresión propuesta entre el módulo de Young tangente y la edad 4-36

Fig 4.28. A la izquierda probeta correspondiente al espécimen 1444/11 antes de ensayar, en gris la geometría del mismo, en color arriba representación de la máxima sollicitación, abajo momento de la rotura de la muestra, a la derecha fotografía de la probeta tras el ensayado ya rota 4-40

Fig 4.29. Imágenes resultado de la simulación de distribución de tensiones correspondientes a la caña de la probeta 1425/11 4-43

Fig 4.30. Imágenes resultado de la simulación de distribución de tensiones, para la observación de concentradores de tensión y zona de rotura correspondientes a la probeta 1444/11..... 4-43

Fig 5.1. Dispositivos de ensayo y preparación de muestras con sensores de EA 5-8

Fig 5.2. Señales de EA y eventos acumulados en el ensayo 5-6

Fig 5.3. Dispositivo para el lanzamiento de objetos punzantes 5-7

Fig 5.4. Imágenes de diferentes especímenes tras el ensayo, las tres imágenes superiores corresponden a muestras con presencia de periostio y las tres inferiores a muestras tras retirar el periostio ... 5-8

Índice de tablas

Tabla 2.1. Coeficientes de los distintos criterios de fallo expuestos en el presente capítulo	2-14
Tabla 2.2. Principales estudios realizados para la caracterización del hueso humano	2-14
Tabla 2.3. Principales estudios realizados para la caracterización del hueso cortical de costilla humana	2-23
Tabla 3.1. Matriz de especímenes y datos de los mismos	3-5
Tabla 3.2. Distribución por edades de número de especímenes ...	3-10
Tabla 3.3. Extracto de la hoja de cálculo usada para determinar el punto de sincronización del ensayo	3-31
Tabla 3.4. Ejemplo de tabla resumen de los valores resultados para cada muestra	3-34
Tabla 3.5. Resumen de las operaciones realizadas durante la experimentación, tiempos máximos y lugar de realización	3-44
Tabla 4.1. Propiedades mecánicas correspondientes a la muestra 1425_11	4-12
Tabla 4.2. Valores de dimensión fractal, R^2 , pendiente media y desviación de la misma	4-14
Tabla 4.3. Resultados experimentales, valores de deformación última, tensión de rotura, módulo de Young tangente, tensión al 2 ‰ de deformación y tenacidad	4-18
Tabla 4.4. Comparación entre las frecuencias observadas y las teóricas de la distribución de los valores de tensión	4-22
Tabla 4.5. Comparación entre las frecuencias observadas y las teóricas de la distribución de los valores del módulo de Young ...	4-23
Tabla 4.6. Comparación entre las frecuencias observadas y las teóricas de la distribución de los valores de la deformación	4-25

Tabla 4.7. Comparación entre las frecuencias observadas y las teóricas de la distribución de los valores de la tenacidad 4-26

Tabla 4.8. Matriz de correlación de *Pearson* para las variables explicativas..... 4-30

Tabla 4.9. Valores medios, error, valor muestral de la t-Student, probabilidad de que $|t|$ supere al valor de la columna anterior asumiendo la hipótesis nula, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre la tensión última, la edad y la dimensión fractal de la muestras 4-31

Tabla 4.10. Valores estadístico descriptivo de la relación entre la tensión y el sexo 4-33

Tabla 4.11. Valores medios, error, valor muestral de la t-Student, probabilidad de que $|t|$ supere al valor de la columna anterior asumiendo la hipótesis nula, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre la tensión al 2% de deformación, la edad y la dimensión fractal de la muestras 4-33

Tabla 4.12. Valores medios, error, valor muestral de la t-Student, probabilidad de que $|t|$ supere al valor de la columna anterior asumiendo la hipótesis nula, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre la deformación máxima y la dimensión fractal de la muestras 4-34

Tabla 4.13. Valores medios, error, p-valor, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre la energía de deformación, la edad y la dimensión fractal de la muestras 4-35

Tabla 4.14. Valores medios, error, p-valor, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre el módulo de Young tangente, la edad y la dimensión fractal de la muestras 4-36

Tabla 4.15. Valores medios, error, p-valor, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre el módulo de Young secante, la edad y la dimensión fractal de la muestras 4-37

1

Introducción

Dada la importancia del tórax como conjunto protector de órganos vitales como son el corazón, pulmones, grandes vasos sanguíneos. Para estudiar el comportamiento mecánico de éste, es necesario conocer el de sus constituyentes principales. Esta tesis versa sobre el estudio mecánico de las costillas, como principal elemento en la resistencia y rigidez mecánica del tórax. Las costillas generan el entramado que va del raquis al esternón y en su conjunto forman la protección esquelética en forma de un conjunto de arcos que encierran el volumen denominado tórax.

Motivación:

Conocer mejor el comportamiento resistente de la costilla y cómo evaluar éste de forma no invasiva es la principal motivación para la realización del presente trabajo de investigación.

Esta motivación surge como respuesta a necesidades en diferentes ámbitos de la ingeniería y la medicina; en ambas disciplinas es necesario incrementar el conocimiento en el comportamiento de la costilla humana. Éste puede utilizarse, por ejemplo, en modelos de simulación más realistas, en la concepción y diseño de sistemas de retención de vehículos o en medicina forense para evaluar daño óseo en el arco costal. Por todo ello, se ha decidido caracterizar el hueso cortical de costilla humana.

Objetivos:

Los objetivos de la presente tesis doctoral son:

- Obtener expresiones que permitan calcular valores característicos del comportamiento mecánico del hueso cortical que forma la costilla humana.
- Obtener distribuciones de probabilidad de los parámetros mecánicos descritos en el objetivo anterior.
- Mejorar la metodología de ensayo con micro-probetas de tracción.
- Mejorar el análisis de los ensayos con micro-probetas de tracción de hueso cortical.

Justificación

La consecución del primer objetivo permitirá caracterizar el comportamiento de un elemento resistente (como es la costilla) sin necesidad de someterla a un ensayo destructivo; ya que se habrán obtenido expresiones que relacionan su resistencia con parámetros no invasivos, como son la edad del sujeto o la dimensión fractal de

la sección de la costilla (obtenida a partir del tratamiento de imágenes obtenidas por tomografía). Este avance justifica la realización de esta tesis doctoral, a partir de la cual se puede caracterizar individualmente una costilla en concreto que sea objeto de estudio sin necesidad de someterla a un ensayo destructivo.

Hallar distribuciones de probabilidad para distintas variables mecánicas; lo que permite generalizar los resultados e implementar modelos de comportamiento. Para alcanzar este segundo objetivo se utilizó una muestra notablemente mayor a las habitualmente descritas en la literatura científica del ámbito. Se han obtenido resultados de 101 muestras provenientes de 76 donantes de edades comprendidas entre los 10 años y los 90 años.

Origen de la investigación

La realización de este trabajo parte de la formación obtenida en dos estancias de investigación en el '*Center for Applied Biomechanics*' bajo la supervisión de su Director el Dr. Jeff Crandall. Este centro pertenece a la Universidad de Virginia, EE.UU. Las estancias tuvieron lugar en los años 2.009 y 2.010, durante tres meses cada una.

Con la experiencia obtenida y ya de regreso a la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC), se formaliza una relación bilateral de colaboración entre la UPC y el Instituto de Medicina Legal de Cataluña (IMLC). Esta relación, en forma de Convenio Marco, permite la obtención de las muestras de material biológico objeto de ensayo necesario para la investigación.

Todo el desarrollo de la tesis doctoral, incluida la fase de experimentación, se ha realizado en las instalaciones del 'Grup de Recerca Aplicada a la Biomecànica de l'Impacte (GRABI)' de la Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial de Barcelona (EUETIB).

Presentación de la tesis

Esta tesis se estructura en 5 capítulos que se describen brevemente en las siguientes líneas:

- *Capítulo uno: **Introducción***, contextualiza el trabajo realizado y plantea los objetivos, el alcance, la motivación y la estructura de la tesis doctoral.
- *Capítulo dos: **Antecedentes***, constituye la explicación del estado del conocimiento de la cuestión tratada, enmarcándola en el conjunto del que forma parte nuestro objeto de estudio, la costilla humana, dentro del tórax.
- *Capítulo tres: **Método experimental y datos***, aborda desde la obtención del material biológico a ensayar, protocolo de actuación con material biológico humano y preparación de las muestras, hasta el diseño y desarrollo de los experimentos. También se incluye la explicación del análisis de datos posterior y cómo se obtiene la dimensión fractal de hueso cortical de costilla.
- *Capítulo cuatro: **Resultados***, se describe detalladamente los resultados individualizados de los ensayos, así como la generalización de los mismos para la obtención de las expresiones que dan respuesta a los dos principales objetivos de la tesis. Se comprueban los resultados comparándolos con los publicados en otros trabajos de investigación y se valida la bondad de los mismos.
- *Capítulo cinco: **Conclusiones***, se sintetizan los resultados obtenidos y formalizan las expresiones que dan por cumplidos los objetivos propuestos, se describen las limitaciones que ha tenido el estudio y se describen las líneas de trabajo actual, basadas en la experiencia adquirida en el trabajo objeto de la presente tesis doctoral.

Finalmente se incluyen un capítulo correspondiente a las referencias bibliográficas citadas a lo largo del texto y los anexos con los listados de programación utilizados para el análisis de resultados, las tablas y las figuras que aparecen en el documento.

2

Antecedentes

El hueso es, como material, distinto a los otros materiales tratados habitualmente en ingeniería por la mecánica de materiales. El hueso es heterogéneo, no presenta continuidad y su comportamiento es anisótropo. Por tanto, se aleja de los principios básicos de la elasticidad y de la resistencia de materiales clásica que demandan un material continuo, homogéneo e isótropo.

Además sus propiedades son distintas no sólo entre individuos de la misma especie, sino que presentan distintos valores de las mismas dentro de un mismo individuo. Éstas son capaces de variar y modificarse en función del tipo del hueso a tratar y de su función mecánico-resistente dentro del conjunto del esqueleto.

Es más, en caso de daño, fractura, fisura, etc. el hueso es capaz de regenerarse y alterar sus características mecánicas. El simple envejecimiento o alguna enfermedad pueden variar las capacidades mecánicas del mismo.

Por ello es difícil la caracterización de un material como el hueso, descrito en los párrafos anteriores; pero de vital importancia a la hora de diseñar, por ejemplo, sistemas de retención en vehículos, prótesis, modelos numéricos para su simulación, etc.

2.1 Caracterización mecánica del hueso

Ha de empezarse notando que no se puede generalizar y agrupar en un sólo conjunto las propiedades mecánicas del hueso, ya que éstas depende del hueso que se trate. Esto se debe a que las propiedades dependen fuertemente de la estructura interna del hueso y ésta es fruto de las sollicitaciones a las que se verá sometido. El hueso crece y se forma en función del cometido que ha de desarrollar, como se muestra en la asunción de validez de la ley de *Wolff*.

Como ejemplo de lo anterior podemos destacar el comportamiento del cúbito y radio frente a la tibia y el fémur; estos son más resistentes a la compresión mientras aquellos lo son a la tracción.

Las leyes de la mecánica clásica se presentan sobre simplificaciones de la realidad, modelos, que no siempre son de fácil extrapolación al caso del material biológico. En el caso que nos concierne, el material debe estudiarse desde los siguientes ámbitos: [2-1].

- La estructura que lo conforma y confiere.
- Su material constitutivo y las leyes que lo rigen.
- El conjunto del que forma parte, el cuerpo o miembro y su forma de trabajar mecánicamente.

El hueso, como material biológico, se describe como tejido conectivo, siendo éste el elemento de unión y soporte de las

distintas estructuras del cuerpo. De entre todos los tejidos conectivos, el hueso es el único que es duro. Esta dureza se debe a que su principal componente orgánico, la matriz ósea o sustancia intercelular, está impregnada de una fase mineral constituida por cristales de tipo hidroxiapatita ($\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$) con un cierto contenido de iones carbonato. [2-2]

En las zonas de conexión y donde se requiere movimiento relativo entre huesos, zonas articulares, éste está recubierto con cartílago y lubricado con fluidos corporales que garantizan una baja fricción y permiten el movimiento entre ellos.

La morfología del hueso permite tener un material de elevada rigidez y bajo peso. Estas características confluyen gracias a la conjunción de una zona externa de elevada dureza, hueso cortical, y una interior esponjosa, hueso trabecular. De forma general la zona externa no es de sección constante, como se ve en la figura 2.1, y ésta varía a lo largo del hueso adaptándose al perfil de sollicitaciones al que se ve sometido.

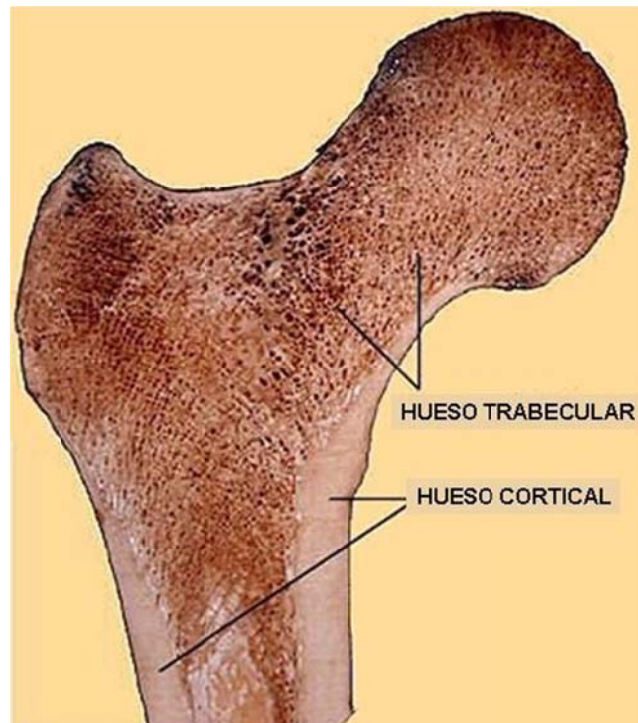


Fig 2.1. Disposición que adopta el hueso compacto y trabecular en el segmento proximal del fémur. [2-2].

El hueso, además de sus funciones mecánicas de proporcionar estabilidad, participar de forma activa en el movimiento del organismo y conferir protección a órganos vitales (cráneo, raquis, tórax, pelvis...), tiene funciones biológicas y bioquímicas como la regulación de ciertos iones (metabolismo del calcio, fósforo, sodio,...) y la hematopoyesis (contribución a la producción de células sanguíneas). Esto afecta tanto a las propiedades biomecánicas como geométricas del hueso.

Por todo lo anterior, el material en vivo no se puede estudiar como los materiales habituales en ingeniería. Y esto viene dado, sobre todo, por la característica principal del mismo, el hecho de estar vivo, lo que plantea problemas éticos a solventar. Esto hace que la estructura interna se encuentre en un proceso de crecimiento y reabsorción constante, hecho que conduce a soportar mejor las solicitaciones que lo afecten en cada instante. [2-3].

El remodelado del hueso es tanto en la zona cortical como en la zona trabecular; en la primera se da la deposición o reabsorción, permitiendo variar la sección e inercia de la misma para un mejor rendimiento mecánico; en la segunda se produce una reorientación de las trabéculas, para alinearse en la dirección principal del esfuerzo como se muestra en la figura 2.2. Se muestra la similitud entre la estructura interna del hueso y la representación de Wolff de las isólineas de tensión en el mismo [2.4-2.5].

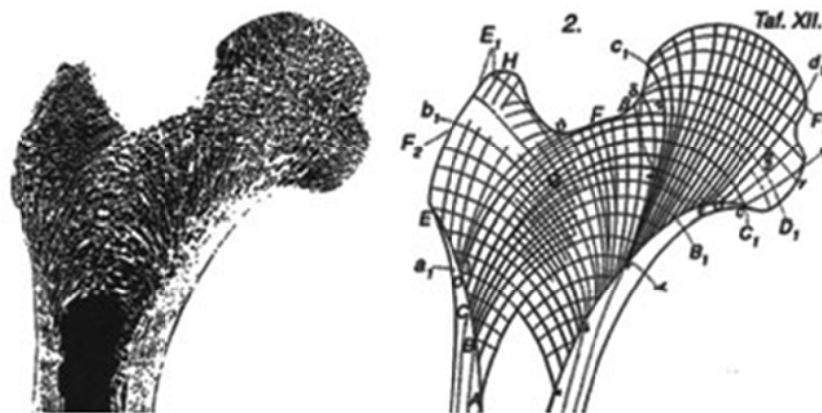


Fig 2.2. Izq. Corte de la cabeza del fémur. Drch isólineas de tensión, representación de Wolff en 1892. [2.4-2.5].

Con todo ello, se presenta cómo se ha de caracterizar un material como el descrito, y con una respuesta diferente según la orientación del material, es decir, presentado ésta anisotropía como respuesta a las sollicitaciones.

2.1.1 Caracterización anisotrópica del hueso

En los últimos años se realizaron diferentes estudios basados en ensayos no destructivos para poder cuantificar la anisotropía del hueso y refrendar los modelos numéricos que se postulan para el futuro en la simulación del comportamiento del hueso. [2-6 a 2-11].

Cabe destacar entre las múltiples y diferentes técnicas para la caracterización el análisis cuantitativo por ultrasonidos, el '*Image-guide failure analysis*' y la aplicación de la emisión acústica en la obtención de constantes materiales del hueso. Brevemente se describen los tres métodos mentados:

La aplicación de ultrasonidos para el estudio y caracterización del hueso presentan varias ventajas frente a los ensayos mecánicos clásicos en la determinación de las propiedades elásticas, ya que pueden emplear muestras muy pequeñas y de diversas formas. Aunque el análisis cuantitativo por ultrasonidos no produce una imagen de la estructura del hueso, existe cierta evidencia de que las medidas realizadas pueden proporcionar información relacionada con la organización estructural y las características materiales del tejido [2-12]. Las ventajas principales residen en que no implican exposición a radiación, además de realizarse con sistemas relativamente baratos y portátiles. Por el contrario, su principal inconveniente es la falta de sensibilidad.

Image-Guided Failure Analysis: esta técnica consta de un dispositivo para realizar ensayos mecánicos de compresión y tracción en el interior de un equipo de microtomografía computarizada (micro-CT), de forma que el ensayo puede seguirse paso a paso mediante imágenes de alta resolución [2-13]. Resulta muy útil en el análisis biomecánico de muestras de hueso, ya que permite observar la

progresión de la fractura, monitorizando su inicio y avance a la vez que determina la influencia de la microestructura de la muestra, permitiendo conocer las propiedades microestructurales locales de las regiones fracturadas frente a las que permanecen intactas [2-14,2-15]. En la última década se ha desarrollado un dispositivo similar para la realización de ensayos de torsión [2-16].

Otra de las técnicas de ensayos no destructivos que empieza a dar interesantes resultados y que se plantea como línea futura de trabajo, ver capítulo 5, es la emisión acústica, en adelante EA, aplicada a la caracterización de material biológico y, en este caso, al hueso. Aún es una técnica minoritaria en su uso en comparación con otras (ultrasonidos, rayos X, etc.). Existen algunos trabajos en los que se ha utilizado con éxito en huesos. *Hanagud, S. and al.* [2-17] fueron los primeros que demostraron la detectabilidad de EA en hueso utilizando fémures bovinos. Este trabajo constituyó un punto de partida para otros investigadores en el uso de la EA para la caracterización del hueso y para la exploración de la técnica como herramienta de diagnóstico clínico para la detección de anomalías en huesos. *Knet-s, I.V. et al.* [2-18] concluyen que la técnica más efectiva para evaluar el estado interno del hueso es la EA, detectando las señales que se producen durante la deformación del hueso y la propagación de defectos estructurales (dislocaciones o la aparición de grietas durante el ensayo). Este trabajo identificó la aparición de micro-grietas durante ensayos de tracción. Otros trabajos [2-19] posteriores han realizado ensayos de huesos a compresión y flexión, mostrando que la distribución de amplitud del hueso “fresco” presenta un espectro característico que puede utilizarse para la detección precoz de anomalías en huesos (fracturas, osteoporosis, etc.).

Es conocido el comportamiento viscoelástico y no lineal del hueso; pero en gran número de estudios sobre la biomecánica del hueso se le considera como un material elástico lineal. Esta simplificación es tanto más acertada cuanto más ‘cuasiestático’ es el proceso de carga. Por ende no es aplicable por tanto en caso de carga súbita como es el impacto.

Dada la salvedad descrita en el párrafo anterior, el comportamiento del hueso se regirá por la Ley de Hooke, que propone la

proporcionalidad entre las tensiones y las deformaciones vía una constante de proporcionalidad. Ésta será el módulo de Young en el caso unidimensional o la matriz de rigidez en su formulación matricial tridimensional.

$$\sigma = \mathbf{C} \cdot \varepsilon \quad \text{Ec. 2.1.}$$

siendo σ el vector tensión, de componentes $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{13}\}$ (donde las σ corresponden a las tensiones normales y las τ a las componentes tangenciales).

\mathbf{C} la matriz de rigidez.

ε el vector deformación, de componentes $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{13}\}$ (donde las ε corresponden a las deformaciones lineales y las γ a las deformaciones angulares o distorsiones).

De los 36 elementos que forman la matriz cuadrada de rigidez el número de elementos no nulos y no linealmente dependientes dependerá del grado de anisotropía del material.

Si se considera el hueso anisótropo, el número de elementos no nulos y distintos entre sí será 21. Cabe notar que la matriz de rigidez es simétrica si los procesos de carga y descarga se consideran conservativos. Lo que es fácilmente asumible en proceso cuasi estáticos.

La aparición de planos de simetría, en cuanto a la respuesta del material, hace que los componentes de la matriz se conviertan en combinación lineal unos de otros o bien estos se conviertan en elementos nulos. El caso extremo es aquel en el que el material se comporte igual en todos los planos y se convierta su comportamiento en el de un material isótropo, dando lugar a una matriz de rigidez como la mostrada a continuación.

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11} - c_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11} - c_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \end{bmatrix}$$

donde $c_{11} = \frac{E}{1-\nu^2}$ y $c_{12} = \frac{\nu E}{1-\nu^2}$

siendo E el módulo de elasticidad lineal o de Young y ν el coeficiente de Poisson.

Entre ambos escenarios, la anisotropía o la isotropía, pueden aparecer distintas alternativas en cuanto a la presencia de planos de simetría elástica, lo que da lugar a diferentes grados de anisotropía. En particular, un escenario interesante a destacar es el caso ortotrópico, o de isotropía transversal, donde existen tres planos de simetría y la matriz de rigidez se puede definir mediante cinco constantes materiales.

Con el objeto de caracterizar el comportamiento del hueso se hace necesario diferenciar el estudio entre la zona trabecular y la zona cortical, dado que sus estructuras completamente diferentes y las simetrías elásticas dependen de forma muy acusada de la simetría estructural.

2.1.2 Propiedades mecánicas del hueso cortical

De forma general, el hueso cortical tiene un comportamiento anisotrópico, es decir, responde de forma diferente en función de la dirección en la que es solicitado. Por ejemplo en el fémur, la rigidez en la dirección axial es un 50% superior a la que presenta en la dirección circunferencial; en este caso se puede considerar un comportamiento ortotrópico del material. [2-12].

Para la caracterización del comportamiento mecánico del material y la determinación de sus propiedades mecánicas se pueden aplicar técnicas clásicas de caracterización de materiales, como el ensayo de tracción, y determinar la relación tensión-deformación. Ésta será la técnica utilizada en la presente tesis doctoral. Pero la utilización de la misma ha sido sustituida por otros métodos en muchos trabajos previos debido a la dificultad de obtener probetas de las dimensiones adecuadas al ensayo a realizar.

En algunos casos descritos en la literatura se han diseñado experimentos y dispositivos ad-hoc para la caracterización del hueso con mayor precisión y repetibilidad [2-20 a 2.-24].

También se describen en la literatura formas de obtener las propiedades mecánicas, como el módulo de elasticidad, directamente de ensayos de dureza o de indentación. [2-25].

Otro de los campos con gran aplicación para la caracterización del hueso cortical y sus propiedades elásticas es la utilización de los ultrasonidos. Gran número de autores los han utilizado con valores predeterminados de energía para caracterizar la anisotropía del material [2-10, 2-20, 2-26, 2-27]. En el capítulo final de la presente tesis doctoral, dentro del apartado de trabajos futuros, se presenta la aplicación de una nueva técnica de ensayos no destructivos (Emisión Acústica) para la caracterización del hueso cortical.

Otro factor importante a tener presente en el proceso de caracterización del hueso cortical es su grado de humedad. Las propiedades varían notablemente si el hueso está deshidratado o con un grado de humedad relativa parecido al de su estado natural en vivo. Todas las características del hueso afectan a su comportamiento y todas ellas han de tenerse en cuenta como la porosidad, la densidad, el contenido mineral, etc. [2-28 a 2-31].

En la presente tesis doctoral se tratan los efectos presentados en el párrafo anterior, variación en la densidad del hueso, distribución de porosidad, etc. Se ha realizado el cálculo de la dimensión fractal de las muestras como se describe en el capítulo 4.1.3 del presente documento.

2.1.3 Determinación del límite elástico

El límite elástico del hueso, y por ende la determinación del módulo de elasticidad lineal cuando se somete el mismo a carga axial ha sido determinado experimentalmente por distintos autores. Los intervalos habituales, dado como resultados de esos estudios, comprenden la resistencia a tracción en el intervalo 80 a 150 MPa y la resistencia a compresión en el rango 90 a 180 MPa [2-32]. También se han realizado un buen número de trabajos para determinar el comportamiento del hueso sometido a flexión [2-33,2-34].

En esta determinación intervienen de forma fundamental:

- El contenido mineral
- La porosidad
- La microestructura propia de cada zona y hueso

El rango de mineralización de un hueso normal es muy estrecho. Sólo en el caso de algunas patologías este promedio puede alejarse de los valores normales. Por ejemplo, la osteomalacia se caracteriza por un excesivo retraso en la mineralización del osteoide, conduciendo a una mineralización promedio muy baja. Al contrario, la osteopetrosis está relacionada con una reducción de la actividad de los osteoclastos. Esto hace que aumente la densidad ósea, y al disminuir la cantidad de matriz mineralizada que se reabsorbe, que el calcio se acumule en los huesos aumentando el grado de mineralización de manera muy acusada. Aun siendo pequeñas las variaciones de concentración mineral las variaciones provocadas en las propiedades mecánicas son importantes [2-35, 2-36].

La influencia de la presencia de poros en una estructura es evidente en cuanto al debilitamiento de la misma, ocurriendo esto también el hueso. Existen varias relaciones empíricas entre la porosidad y las propiedades mecánicas, pero se suelen encontrar relaciones

diferentes para hueso cortical y trabecular dada la gran diferencia de concentración de poros en uno u otro. [2-36 y 2-37]

Schaffler y Burr [2-38] obtuvieron para el módulo elástico del hueso cortical de bóvidos la siguiente relación:

$$E(\text{MPa}) = 33,9 (1 - p)^{10,9} \quad \text{Ec. 2.2.}$$

Currey [2-36] obtuvo esta otra relación para el hueso cortical de una amplia variedad de especies de expresión:

$$E(\text{MPa}) = 23,4 (1 - p)^{5,74} \quad \text{Ec. 2.3.}$$

donde p es la porosidad y $1 - p$ es la fracción volumétrica de hueso.

Carter y Hayes [2-39] asociaron la porosidad a la densidad y hallaron que el módulo elástico es proporcional al cubo de la densidad aparente en probetas que incluían hueso cortical y hueso trabecular. *Rice et al.* [2-40] determinaron que si sólo intervenía el hueso trabecular la densidad ha de elevarse al cuadrado. *Beaupré et al.* [2-41] usan las siguientes expresiones del módulo elástico y el coeficiente de Poisson, obtenidas experimentalmente.

$$E = \begin{cases} 2.014 \rho^{2,5} & \text{si } \rho \leq 1,2 \text{ g/cm}^3 \\ 1.763 \rho^{3,2} & \text{si } \rho > 1,2 \text{ g/cm}^3 \end{cases} \quad \text{Ec. 2.4.}$$

$$\nu = \begin{cases} 0,2 & \text{si } \rho \leq 1,2 \text{ g/cm}^3 \\ 0,32 & \text{si } \rho > 1,2 \text{ g/cm}^3 \end{cases} \quad \text{Ec. 2.5.}$$

en el que se hace la distinción entre hueso trabecular y hueso cortical para una densidad aparente de $\rho = 1.2 \text{ g/cm}^3$.

En la presente tesis doctoral el tema de la porosidad y huecos en el hueso se tiene presente vía la utilización de la dimensión fractal del hueso, ver trabajos previos del autor en el tema [4-9 y 4-10]

La influencia de la microestructura del hueso cortical es debida principalmente a la orientación de las osteonas. Éstas forman la unidad estructural básica del hueso y están separadas del resto por

las líneas de cementación, por las que el material puede sufrir delaminación. Además, la orientación de las osteonas determina la alineación de los poros.

Dado que lo normal es que las osteonas estén orientadas longitudinalmente en huesos largos, el hueso cortical presenta un comportamiento anisótropo como el descrito en el apartado anterior.

También tiene gran influencia sobre las propiedades la orientación de las fibras de colágeno dentro de las osteonas. Por todo ello, se ha demostrado que la disposición de las fibras de colágeno es función de la carga que ha de soportar el hueso. [2-42, 2-43].

Dado que la forma general de trabajar de un hueso es una combinación de esfuerzos axil, flector y torsor, el criterio clásico de determinación del límite elástico como tensión equivalente de *Von Mises* [2-44] no es aplicable, dado el diferente comportamiento que presenta en la tracción frente a la compresión. Y por tanto, el criterio de fallo de *Von Mises*, que es de los más ampliamente utilizados en ingeniería y cuya formulación es la siguiente ecuación 2.6., ha de despreciarse y no darlo ni como mera aproximación.

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2 \cdot \sigma_{elas}^2 \quad \text{Ec. 2.6.}$$

donde σ_1 , σ_2 y σ_3 son las tensiones principales, ordenadas de mayor a menor, y σ_{elas} es el límite elástico.

Si se acepta la isotropía transversal del hueso, se pueden aplicar los criterios empíricos como el de Hill [2-45], el de *Tsi* y *Wu* [2-46] y el de *Raghava* [2-47] que se describen a continuación.

- Criterio de *Hill*:

$$A (\sigma_z - \sigma_x)^2 + B (\sigma_x - \sigma_y)^2 + C (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 2 \cdot D \cdot \tau_{xz}^2 + 2 \cdot E \cdot \tau_{xy}^2 + 2 \cdot D \cdot \tau_{yz}^2 = 1 \quad \text{Ec. 2.7.}$$

siendo x el eje longitudinal de hueso y y y z ejes transversales, tal que formen un sistema de referencias dextrógiro.

donde A, B, C, D, E, F son constantes determinadas empíricamente.

Considerando el material ortótropo la ecuación 2.3. se simplifica dando lugar a la ecuación 2.4.

$$2 \cdot B \cdot \sigma_x^2 + 4 \cdot D \cdot \tau_{xz}^2 = 1 \quad \text{Ec. 2.8.}$$

- Criterio de *Tsai* y *Wu*:

$$F_i \cdot \sigma_i + F_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j = 1 \quad i, j = \{1, 6\} \quad \text{Ec. 2.9.}$$

donde F_i son constantes determinadas empíricamente.

Considerando el material ortótropo la ecuación 2.5. se simplifica dando lugar a la ecuación 2.6.

$$F_x \cdot \sigma_x + F_{xx} \cdot \sigma_x^2 + F_{yz} \cdot \tau_{yz}^2 = 1 \quad \text{Ec. 2.10.}$$

Y por último el criterio de *Raghava* que prescinde del comportamiento anisotrópico del hueso; pero tiene en cuenta el diferente comportamiento frente a esfuerzos axiales de compresión y tracción.

- Criterio de *Raghava*

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + 2(\sigma_{flu}^C - \sigma_{flu}^T)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 2\sigma_{flu}^C \sigma_{flu}^T \quad \text{Ec.2.11.}$$

donde σ_1 , σ_2 y σ_3 son las tensiones principales, ordenadas de mayor a menor, y σ_{flu}^C y σ_{flu}^T son las tensiones de fluencia a compresión y tracción respectivamente.

En caso de estar en un estado plano de tensión, la ecuación 2.7. se simplifica quedando como la ecuación 2.8.

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 + (\sigma_{flu}^C - \sigma_{flu}^T)(\sigma_1 + \sigma_2) = \sigma_{flu}^C \cdot \sigma_{flu}^T \quad \text{Ec.2.12.}$$

En estudios posteriores se validó la bondad de los criterios de fallo propuestos [2-41], dando lugar al descarte de los criterios de *Von Mises* y el de *Raghava* por no tener presente la anisotropía del hueso. Este trabajo se realizó con tibias y fémures de individuos

ente 40 y 50 años y entre 60 y 70 años. En la tabla 2.1 se presenta los resultados del trabajo de *Cezayirlioglu* [2-48] donde aparecen los coeficientes empíricos necesarios para el cálculo del límite elástico del hueso cortical.

Tabla 2.1. Coeficientes de los distintos criterios de fallo expuestos en el presente capítulo. Fuente: *Cezayirlioglu* [2-48].

	Criterio de Hill			Criterio de Tsai y Wu			Criterio de Raghava		Criterio de Von Mises
	B^{trac} $\times 10^{-3}$ m^4/N^2	B^{comp} $\times 10^{-5}$ m^4/N^2	D $\times 10^{-4}$ m^4/N^2	F_x $\times 10^{-5}$ m^2/N	F_{xx} $\times 10^{-5}$ m^4/N^2	F_{yz} $\times 10^{-5}$ m^4/N^2	σ_{flu}^T Mpa	σ_{flu}^C Mpa	σ_{elas} Mpa
fémur	3,72	1,53	8,57	3,1	4,76	3,43	116	181	116
tibia	3,05	1,54	8,90	2,26	4,34	3,56	128	180	128

Una vez presentado el estado del arte en cuanto al estudio del hueso y en concreto centrado en la parte cortical presentamos a continuación una tabla cronológica de los principales estudios en cuanto a mecánica de hueso humano, cuya fuente principal es el compendio presentado en el estado del arte de la tesis master de *Ainhitze Mendizabal Dones* en Chalmers en 2010. [2-49].

Tabla 2.2. Principales estudios realizados para la caracterización del hueso humano. Fuente principal: *Mendizabal Dones, A.* (2010)

Autor	Año	Tipo ensayo	Hueso ensayado
<i>Dempster</i>	1952	Trac / Comp	fémur y tibia
<i>Evan y Bang</i>	1956	Tracción	fémur, tibia y peroné (hueso cortical)
<i>McElhaney</i>	1965	Compresión	fémur
<i>Wood</i>	1971	Tracción	craneo
<i>Stein y Granik</i>	1973	Flexión 3 pts	6ª y 7ª costilla
<i>Schultz</i>	1974	Multidirección	2ª, 4ª, 6ª, 8ª y 9ª costilla
<i>Reilly</i>	1975	Tracción	fémur
<i>Kallieris</i>	1979	Flexión 3 pts	6ª y 7ª costilla
<i>Secrete</i>	1981	Flexión 3 pts	5ª y 6ª costilla
<i>Rumelhart</i>	1987	Compresión	3ª, 5ª, 6ª, 7ª y 8ª costilla
<i>Keller</i>	1994	Compresión	vértebra

Tabla 2.2. Principales estudios realizados para la caracterización del hueso humano. Fuente principal: *Mendizabal Dones, A. (2010)*

Autor	Año	Tipo ensayo	Hueso ensayado
<i>Yogahahdan</i>	1998	Flexión 3 pts	7ª y 8ª costilla
<i>Kallieris</i>	2000	Flexión 3 pts	6ª y 7ª costilla
<i>Kallieris</i>	2000	Compresión	5ª y 6ª costilla
<i>Kimpara</i>	2003	Flexión 3 pts	6ª y 7ª costilla
<i>Kemper</i>	2005	Tracción	2ª a 12ª costilla
<i>Charpail</i>	2005	Flexión 3 pts	6ª a 9ª costilla
<i>Charpail</i>	2005	Compresión	6ª a 9ª costilla
<i>Bessho</i>	2007	Compresión	fémur
<i>Kemper</i>	2007	Flexión 3 pts	4ª a 7ª costilla
<i>Arregui</i>	2008	Compresión	claviculas
<i>Hansen</i>	2008	Tracción	fémur
<i>Subit</i>	2011	Tracción	costilla
<i>Haiping Xu</i>	2013	Indentación	mandíbula
<i>Kerrigan</i>	2014	Indentación	patela
<i>Nawathe</i>	2014	Flexión	fémur

Tras la sucinta exposición del estado del arte referido al tratamiento del hueso, en general, y su caracterización, se va a centrar el próximo apartado en la costilla, siendo el estudio de ésta el objeto de la presente tesis doctoral.

2.2 Anatomía de la costilla

Las costillas son huesos planos que parten de cada lado de la columna vertebral, y formando un arco, se dirigen al entro del torso, acabando parte de ellas en el esternón.

Las costillas son 24, doce parejas simétricas, la nomenclatura clásica las nota de primera a duodécima, empezando por las superiores y descendiendo a lo largo del torso.

Entre ellas se subdividen en tres grupos, las costillas verdaderas o esternales, las costillas falsas y las costillas flotantes. En el primer grupo tenemos desde la primera a la séptima. Éstas se llaman esternales porque acaban independientes unas de otras en el hueso esternón. El segundo grupo o costillas falsas está formado por la

octava, novena y décima que se articulan en un único cartílago y su unión es conjunta con el esternón. Y por último quedan la decimoprimer y decimosegunda que son las denominadas costillas flotantes, ya que no existe conexión entre ellas y el esternón.

Presentamos en la siguiente figura 2.3 una imagen del conjunto de costillas y esternón.

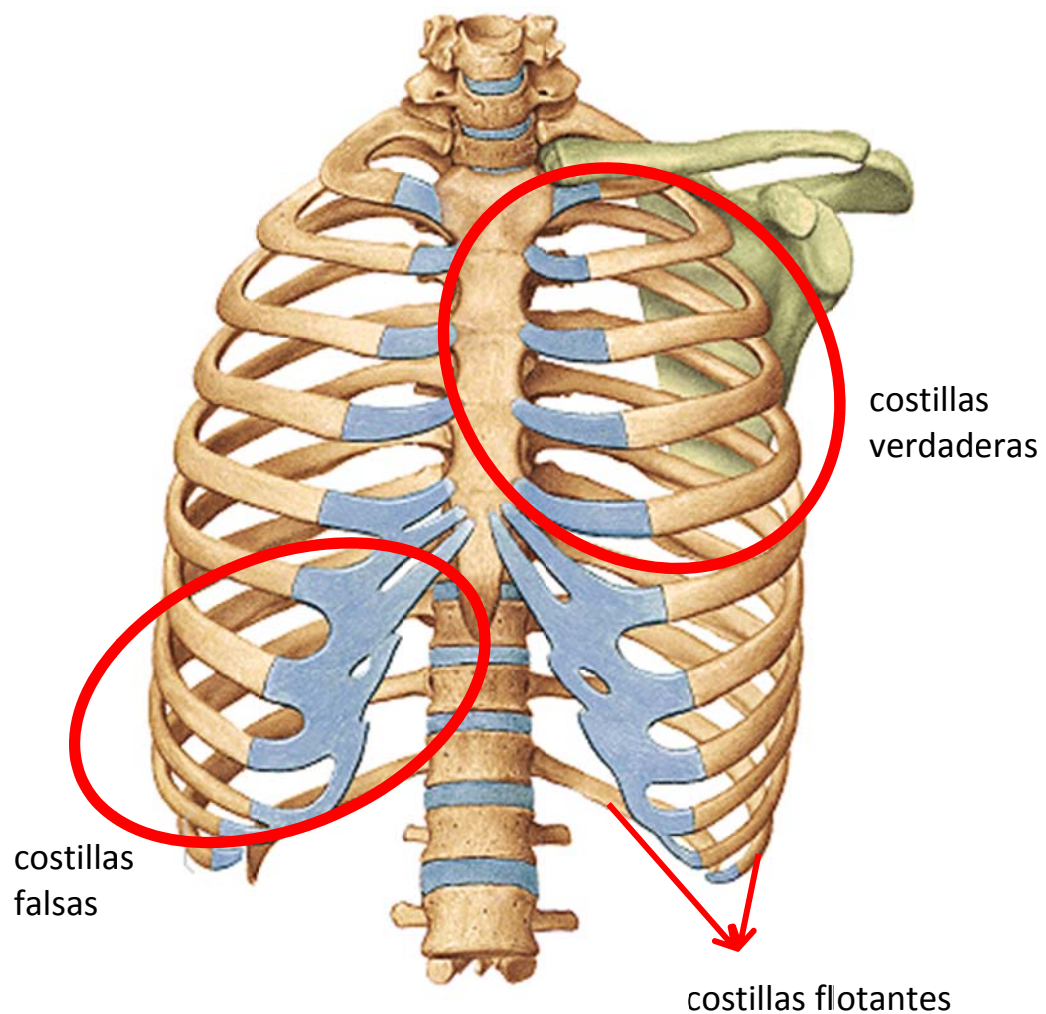


Fig 2.3. Imagen del arco costal donde aparecen los tres grupos de costillas definidos. Fuente: Sobotta (2.012).

La morfología de las costillas, o arcos costales, se divide en dos zonas, la primera: parte posterior u ósea y una segunda denominada cartilaginosa. La primera empieza en la unión con la columna vertebral hasta el cartílago costal donde se inicia la segunda zona que finaliza en la unión con el esternón.

Respecto a la primera zona, o costilla propiamente dicha, cabe mentar aspectos generales, propios a todas ellas, y algunos de particulares, presentes sólo en algunas de las costillas como se expone a continuación. En cuanto a la zona cartilaginosa, no se redundará en mayor explicación, dado que no será objeto de estudio y análisis en la presente tesis doctoral.

Las características generales de las costillas y aplicables a todas ellas son: las costillas no son horizontales, éstas nacen oblicuamente en la columna vertebral, de modo que forman con este tronco óseo un ángulo abierto hacia abajo. Este ángulo se denomina ángulo costovertebral y es tanto más agudo cuanto más baja es la costilla a la que corresponde.

Las costillas parten desde las vértebras, donde fijaremos su origen, y se dirigen hacia afuera para ganar la extremidad externa de las apófisis transversas. A partir de este punto, continúan su trayecto de dentro a fuera, describiendo una curva cuya concavidad mira hacia delante. Un poco por fuera de la apófisis transversa se doblan bruscamente para dirigirse hacia delante, formando lo que se llama ángulo posterior de las costillas. Este ángulo se traduce manifiestamente en la cara externa en forma de una arista ligeramente oblicua hacia abajo y hacia afuera. A cierta distancia cambian de nuevo de dirección para dirigirse de fuera a dentro. Este último cambio es menos brusco y el ángulo resultante, llamado ángulo anterior de las costillas, es mucho más sensible. En resumen, en su trayecto posteroanterior las costillas describen una prolongada curva cuya concavidad mira hacia dentro.

La longitud de las costillas es muy variable según los sujetos, y en un mismo individuo aumenta de la primera a la séptima y luego disminuye gradualmente de la séptima a la duodécima.

Para una mejor descripción se ha de considerar en cada costilla un cuerpo y dos extremos, uno posterior y otro anterior.

El cuerpo de la costilla o parte media es transversalmente plano. Sobre el cuerpo de la costilla se ha de considerar: una cara externa, convexa, en la cual se revelan los dos ángulos arriba indicados, el ángulo anterior y el ángulo posterior; una interna, cóncava, en

relación con las pleuras y los pulmones, sitos en el interior del tórax y protegido por las costillas; un borde superior, romo, en el cual terminan los dos músculos intercostales y por último, un límite inferior, en el cual se distingue un canal denominado canal o surco costal.

Este canal, formado entre el borde inferior y de la cara interna de la costilla empieza algo por detrás del ángulo de la costilla y termina en el punto de unión del tercio anterior con los dos tercios posteriores de este hueso. Se ve claramente en un corte transversal del hueso. Por los dos labios de este canal se presenta la inserción de los dos músculos intercostales. Al mismo tiempo se alojan en él: la vena intercostal, la arteria intercostal y el nervio intercostal.

El extremo anterior de la costilla, ligeramente ensanchado, presenta una cara elíptica, sensiblemente cóncava, en la cual se aloja el cartílago costal correspondiente.

Por su parte, el extremo posterior constituye toda la parte del arco costal que está por delante de la apófisis transversa. En ella hay que distinguir: la cabeza, el cuello y la tuberosidad.

La cabeza, destinada a articularse con los cuerpos vertebrales, tiene para dicho fin dos carillas articulares que se inclinan la una hacia la otra dirigiéndose hacia dentro. Las dos juntas forman un ángulo saliente cuyo vértice rugoso se corresponde con el disco intervertebral y presta inserción a un ligamento.

La tuberosidad, situada frente a frente del extremo externo de la apófisis transversa correspondiente, se articula con esta apófisis.

El cuello es la parte de la costilla intermedia entre la cabeza y la tuberosidad. Encontramos en él: en su cara posterior, dos rugosidades que prestan sendas inserciones fibrosas que en su otro extremo se insertan en la apófisis transversa; en su borde superior, una cresta longitudinal destinada a la inserción inferior del ligamento costotransverso superior. [2-50 a 2-54].

En la siguiente imagen Fig 2.4. se presentan las partes generales descritas en los párrafos anteriores.

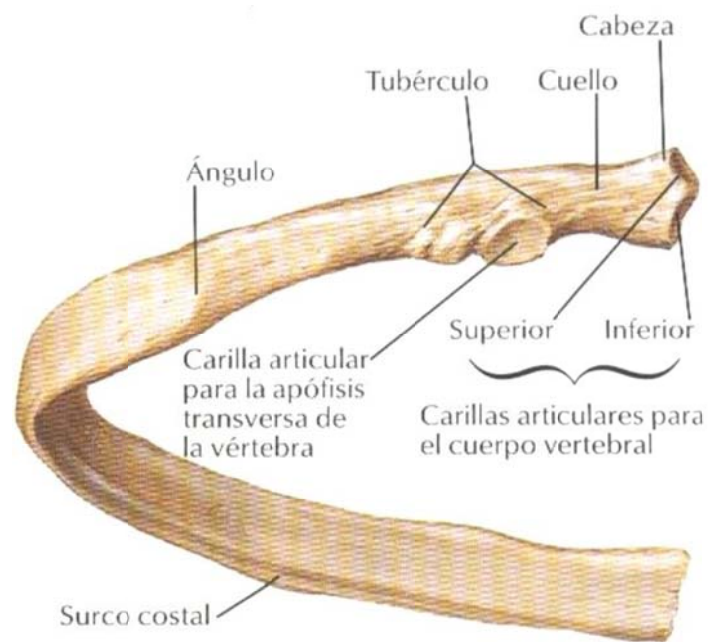


Fig 2.4. Imagen una costilla donde aparen las zonas descritas y sus partes.
Fuente: Netter (2.011).

Tras los aspectos generales descriptivos de las costillas hay que notar sucintamente algunas peculiaridades que afectan a las dos primeras costillas y a las dos últimas.

Los caracteres distintivos de la primera costilla se encuentran a la vez en su cuerpo, en su extremo anterior y en su extremo posterior: en el cuerpo de la primera costilla está orientado de tal modo que una de sus caras mira hacia arriba y la otra hacia abajo; resulta de tal disposición que de sus dos bordes uno es externo y convexo y el otro interno y cóncavo. La cara superior de la primera costilla es casi plana, y en su parte media se encuentran dos canales transversales: el canal posterior que da paso a la arteria subclavia, y el canal anterior a la vena del mismo nombre. Entre los dos y en un punto del borde interno, se levanta una pequeña eminencia rugosa, llamada tubérculo de Lisfranc, en el cual se inserta el músculo escaleno anterior.

El extremo anterior de la primera costilla presenta en su cara superior una superficie rugosa, destinada a la inserción del ligamento costoclavicular.

En la segunda costilla ambas caras son oblicuas, sirviendo así de intermedio entre la primera costilla, cuyas caras son horizontales, y las costillas siguientes, que las presentan verticales. Lo que la caracteriza es la presencia en la parte media o un poco por delante de su cara superoexterna, de una superficie rugosa más o menos saliente, destinada a la inserción de uno de los fascículos del musculo serrato mayor.

En cuanto a las costillas undécima y decimosegunda, las que denominamos flotantes, por articularse sólo en la vértebra y no tener contacto con la zona esternal. En consecuencia, su cabeza no tiene más que una sola cara articular en vez de las dos que tienen las otras. Además, la tuberosidad, cuya presencia está íntimamente ligada a la existencia de la articulación costotransversa, falta por completo. La duodécima se distingue de la decimoprimera por ser mucho más corta que esta y también por carecer de ángulo posterior. [2-55, 2-56].

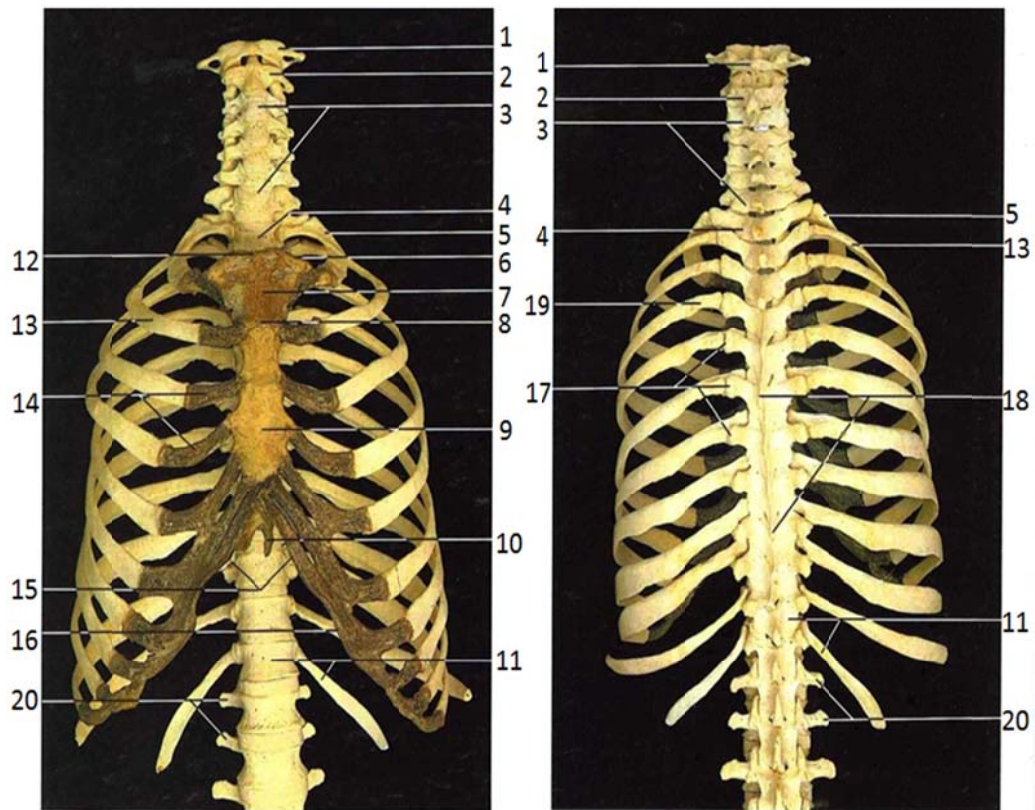
2.2.1 Funcionalidad del arco costal

El arco costal, entendido este como la sección cubierta por las costillas, desde el raquis hasta el esternón, y en conjunción con estos dos últimos forma el tórax.

Por tanto el tórax lo podemos definir como la parte del cuerpo humano que va desde la base del cuello hasta el diafragma. Este conjunto músculo-esquelético tiene por misión mecánica la protección de los órganos vitales sitos en su interior, léase pulmones, corazón y grandes vasos como la arteria aorta, la vena cava, la vena ácigos mayor y menor y conductos como el esófago y la tráquea y órganos como hígado, estómago, etc.

Sin el ánimo de ser exhaustivo en los muchos requerimientos biológicos y bioquímicos que se llevan a cabo en el conjunto del tórax, sí hay que mentar la vital importancia del conjunto en cuanto a la protección de órganos y sistemas presente en él.

Es, sin duda, ésta la característica que hace de la costilla un hueso de gran importancia y cuyo mejor conocimiento conduce a una mejor disposición para poder conocer causas, efectos y mecanismos de fallo en su funcionalidad. En la imagen siguiente, Fig 2.5. se presenta un conjunto completo de tórax en vista anterior y posterior.



1	Atlas [C1]	11	12ª vertebra dorsal y 12ª costilla
2	Axis [C2]	12	Escotadura del esternón
3	Vértabras cervicales [C1 a7]	13	Costilla 2ª
4	Primera vértebra dorsal o torácica	14	Cartílagos costales
5	Costilla 1ª	15	Ángulo xifoideo
6	Faceta clavicular del ertenón	16	Reborde arco costal
7	Manubrio esternal	17	Articulaciones costotransversas
8	Ángulo del esternón	18	Apófisis espinosas
9	Cuerpo esternal	19	Ángulo espinoso
10	Apófisis xifoides	20	Apófisis costiformes

Fig 2.5. Conjunto completo de tórax en vista anterior y posterior.
Fuente: Gran Atlas McMinn de Anatomía Humana (2005).

2.2.2 Propiedades mecánicas de la costilla

En la revisión de la literatura científica se han encontrado grandes intervalos para los valores definitorios de las propiedades mecánicas de las costillas. En el caso del módulo de Young, constante de proporcionalidad entre la tensión y la deformación en la ley de Hooke, encontramos variaciones desde 1.27 a 50.6 GPa para el mismo, pero referido sólo al hueso cortical los valores están en el intervalo 7.5 a 20 GPa para unos autores y otros lo fijan en el intervalo 15 a 35 GPa. [2-48].

Estas variaciones son debidas, como se expuso anteriormente, a que la medida de estas propiedades es fuertemente dependiente de las características de los sujetos a ensayar (edad, genero, peso, densidad mineral del hueso, posibles patologías, etc.) y también se ven claramente afectados los resultados en función de los ensayos conducentes a su obtención.

Como se comentó respecto al hueso en general y particularizándolo a la costilla, no cambia los fundamentos básicos de comportamiento, siendo pues una estructura compacta, heterogénea, viscoelástica y anisotrópica [2-23 a 2-25, 2-55]. El hueso tiene estructura heterogénea; que significa que las propiedades varían con el punto. Los huesos tienen propiedades viscoelásticas; que significa que el comportamiento mecánico depende de la velocidad a la que se aplica la carga. Cuanto mayor sea la velocidad de deformación más alta es la tensión provocada [2-49 a 2-51].

El hueso es también un material anisotrópico; lo que significa que tiene diferentes propiedades mecánicas cuando se aplica la carga a lo largo de diferentes ejes. Ésta viene causada por la estructura de hueso, que es diferente en las direcciones transversales y longitudinales. El módulo de Young de hueso cortical en la dirección longitudinal o axial (E_L) era aproximadamente 40% mayor que el módulo de Young en la dirección transversal (E_T) [2-56].

Estos resultados provienen de los estudios de las propiedades del hueso cortical humano usando pequeñas probetas tomadas del fémur y la tibia humanos. En dicho trabajo se llevaron a cabo ensayos de tracción y compresión, tanto en las direcciones axial

como lateral. Los resultados mostraron que la tensión de rotura era significativamente inferior en la dirección lateral que en la dirección axial, definiendo de este modo hueso cortical como un material no isotrópico. Sin embargo, sólo ensayado bajo sollicitaciones cuasi-estáticas. Por tanto no se tuvieron en cuenta los efectos viscoelásticos [2-23]. Algunos autores supusieron que las propiedades del material de la nervadura tienen características elástico-plásticos. Sin embargo, otros estudios no encontraron comportamiento plástico en el hueso cortical [2-50].

El hueso compacto presenta respuestas inelásticas que difieren en tracción y compresión. En la compresión, los resultados obtenidos respecto la tensión de rotura y deformación en la rotura son mayores que en los ensayos de tracción [2-58 y 2-59].

Con lo anteriormente descrito se presenta la tabla 2.3 como resumen de los principales trabajos realizados en el análisis y caracterización mecánica del hueso de costilla humana.

Tabla 2.3. Principales estudios realizados para la caracterización del hueso cortical de costilla humana. Fuente: Mendizabal Dones, A. (2010)

Autor	Año	Nº Espec	Tipo ensayo	Tipo muestra	E [GPa]	σ_{ult} [MPa]
<i>Stein y Granik</i>	1973	15 cadáveres	Flexión 3 pts	muestra de costilla	11,5	106
<i>Got</i>	1975	34 cadáveres	Flexión 3 pts	muestra de costilla	7,80 ±4,05	109±61
<i>Secrete</i>	1981		Flexión 3 pts	muestra de costilla	6,14 ±4,26	86±55
<i>Ashman</i>	1984		Ensayo no destructivo	muestra cortical	21	
<i>Rumenhart</i>	1987		Compresión	muestra de costilla	29,9	125,5
<i>Yogahahdan</i>	1998	30 cadáveres	Flexión 3 pts	muestra de costilla	2,32	188,6
<i>Kallieris</i>	2000	11 cadáveres	Flexión 3 pts	muestra de costilla	10,56 ±4,53	206±77
<i>Kallieris</i>	2000		Compresión	muestra de costilla	20,7	105,3
<i>Stizel</i>	2003	4 cadáveres	Flexión 3 pts	muestra cortical	12,9	138

Tabla 2.3. Principales estudios realizados para la caracterización del hueso cortical de costilla humana. Fuente: Mendizabal Dones, A. (2010)

Autor	Año	Nº Espec	Tipo ensayo	Tipo muestra	E [GPa]	σ_{ult} [Mpa]
<i>Corier</i>	2005	4 cadáveres	Flexión 3 pts	muestra de costilla	10,7	135,4
<i>Charpail</i>	2005	6 cadáveres	Flexión 3 pts	costilla completa	9,8	153
<i>Charpail</i>	2005	5 cadáveres	Compresión lateral	costilla completa	13	150
<i>Kemper</i>	2007	6 cadáveres	Tracción	muestra cortical	14,3 $\pm 4,76$	124,2
<i>Subit</i>	2011	3 cadáveres	Tracción	muestra cortical	14,78	117,6
<i>Mitton</i>	2014	17 cadáveres	END	muestra de costilla	8,42	123
<i>Perz</i>	2014	3 cadáveres	Flexión 3 pts	costilla completa	11,5	99,7

3

Material y métodos

3.1 Introducción

En el presente capítulo se presenta el desarrollo experimental de la presente tesis doctoral, desde la obtención y preparación de muestras hasta la generación y tratado de datos conducentes a los resultados expuestos en el siguiente capítulo, correspondiente a los resultados.

Para ello se divide el capítulo en los apartados de obtención de muestras, experimentación, ensayos mecánicos y obtención de las imágenes correspondientes a la micro tomografía axial computarizada (TAC).

3.2 Obtención de muestras

Todas las muestras han sido facilitadas por el servicio de patología del 'Institut de Medicina Legal de Catalunya' – IMLC.

La obtención del material biológico se enmarca en el convenio marco de colaboración entre la UPC y el IMLC (A-00900/1).

3.2.1 Convenio UPC-IMLC

El convenio marco de colaboración entre las instituciones fija las condiciones que han de cumplir los proyectos de investigación llevados a cabo al amparo de dicha relación.

Para que un proyecto pueda ser realizado ha de cumplir:

- Interés científico para ambas instituciones.
- Contar con un documento detallado donde se fijen objetivos, alcance del proyecto y las personas de ambas instituciones involucradas en el proyecto.
- Contar con la aprobación por parte de la comisión de docencia e investigación del IMLC.
- Contar con la aprobación de la comisión de ética del IMLC.
- Contar con las medidas necesarias para garantizar la confidencialidad de los datos sumariales i el secreto de las investigaciones y la protección de datos de carácter personal.

Todo ello da el marco legal de actuación para la obtención de las muestras requeridas para el estudio de la presente tesis doctoral.

3.3 Las muestras para la experimentación

Las muestras para la experimentación han sido extraídas de costillas humanas. Todos los donantes están entre 21 y 91 años de edad, siendo la edad promedio 61 y la desviación estándar 19,68 años. Siempre se ha utilizado la séptima costilla del lado derecho con el objeto de fijar el mayor número de variables posibles.

Se excluyeron como muestras válidas todas aquellas cuyo origen pueda estar relacionado con traumatismos torácicos, tumores óseos, patología paratiroidea, enfermedades infecto-contagiosas (tuberculosis, VIH, VHB, VHC, etc.) o muertes violentas objeto de estudio. Y también se excluyeron las provenientes de cadáveres con data muerte superior a 48 horas.

Siguiendo las imposiciones fijadas por el convenio marco de colaboración todas las muestras fueron anonimizadas, dejando como elemento de identificación el número de necropsia.

Para todo ello, y con el fin de recoger algunos datos cualitativos y cuantitativos del cadáver donante, fijar la zona de la costilla de donde extraer la muestra y recordar el método de conservación (en tubos de plástico, sellados y con el número de identificación en el exterior), se realizó una plantilla a cumplimentar por los miembros del servicio de patología encargados de la extracción de las muestras, donde también figuran las personas responsables del proyecto por cada institución.

En la figura siguiente, Fig 3.1. se muestra un ejemplo de la hoja de plantilla donde se consignan todos los datos relativos a todas y cada una de las muestras obtenidas.

Proyecto:

MODELO CONSTITUTIVO DE HUESO CORTICAL DE COSTILLA HUMANA

[Este proyecto se enmarca dentro del convenio de colaboración entre el IMLC y la UPC (A-00900/1).]

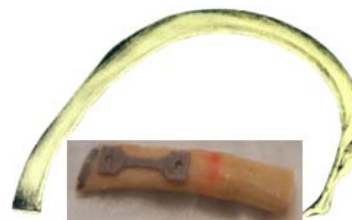
Responsable del proyecto IMLC: Dra. María del Carmen Rebollo Soria.

Responsable del proyecto UPC: Prof. Juan Velázquez Ameijide.

Para la extracción de muestras:

1.- Marcar sobre el dibujo la zona donde ha sido extraída la muestra.

(ésta ha de tener entre 4 y 6 cm de largo, **IMPORTANTE:** escoger la zona más plana de la costilla).



SIEMPRE 7ª Costilla DERECHA

2.- Introducir la muestra en el tubo porta muestras y llenarlo de suero fisiológico.

COLOCAR ETIQUETA ADHESIVA en el tubo con Nº NECRO tachar el nombre para anonimizar la muestra.



3.- Rellenar la siguiente información:

Nº NECRO	FECHA extracción	SEXO	ALTURA	PESO	EDAD
CAUSA FALLECIMIENTO		OBSERVACIONES			

EXCLUSIONES:

Traumatismos torácicos, tumores óseos, patología paratiroidea, enfermedades infecto-contagiosas (tuberculosis, VIH, VHB, VHC, etc). Excluir también cadáveres con Data muerte > 48 horas.

da extracción de una muestra.

3.3.1 Descripción de los especímenes

En el presente apartado se presenta la matriz de especímenes utilizados en la experimentación. En la tabla 3.1 se ha obviado la causa de fallecimiento por ser poco relevante en el estudio y difícil de homogeneizar dada la variabilidad en la casuística del deceso.

Siguiendo el ejemplo de toma de datos mostrado en la figura 3.1 se obtiene la matriz de descripción de los especímenes. Se ha añadido una columna IMC, donde se calcula el Índice de Masa Corporal de cada uno de los donantes de las muestras. El IMC se calcula como la división de la masa en kilogramos entre el cuadrado de la altura en metros.

Tabla 3.1. Matriz de especímenes y datos de los mismos.

nº necro	nº muestras	fecha extracción	sexo (V/M)	altura [cm]	peso [kg]	edad [años]	IMC [kg/m ²]
0084/12	1	15/01/2012	M	162	83	81	31,63
1388/11	2	11/12/2011	V	164	68	80	25,28
1417/11	3	19/12/2011	V	151	48	88	21,05
1431/11	4	22/12/2011	M	157	68	84	27,59
1446/11A	5	26/12/2011	V	157	88	84	35,7
1446/11B	6						
1467/11	7	31/12/2011	M	150	61	88	27,11
1470/11	8	31/12/2011	V	165	71	81	26,08
0011/12	9	03/01/2012	M	151	90	73	39,47
1409/11	10	17/12/2011	V	159	80	76	31,64
1336/11A	11	28/11/2011	M	165	88	77	32,32
1336/11A2	12						
1336/11B	13						
1350/11	14	03/12/2011	V	174	65	86	21,47
1397/11	15	15/12/2011	M	141	82	86	41,25
1361/11	16	05/12/2011	M	150	61	71	27,11
1459/11	17	29/12/2011	V	166	84	78	30,48
0045/12	18	08/01/2012	V	164	57	71	21,19
0012/12	19	03/01/2012	M	140	48	72	24,49
0027/12A	20	05/01/2012	V	176	105	68	33,9
0027/12 B	21						
0036/12	22	06/01/2012	V	175	95	74	31,02
0058/12	23	11/01/2012	V	154	47	74	19,82
0083/12	24	15/01/2012	V	167	67	87	24,02

Tabla 3.1. Matriz de especímenes y datos de los mismos.

nº necro	nº muestras	fecha extracción	sexo (V/M)	altura [cm]	peso [kg]	edad [años]	IMC [kg/m ²]
0132/12A	25	26/01/2012	V	171	73	68	24,96
0132/12B	26						
0132/12C	27						
1328/11	28	26/11/2011	V	172	85	70	28,73
1345/11	29	30/11/2011	M	147	102	66	47,2
1364/11A	30	06/12/2011	M	160	93	73	36,33
1364/11B	31						
1400/11A	32	16/12/2011	M	163	58	65	21,83
1400/11B	33						
0006/12	34	02/01/2012	M	148	96	60	43,83
0031/12	35	05/01/2012	V	168	81	43	28,7
0035/12	36	06/01/2012	M	153	82	63	35,03
0048/12	37	09/01/2012	V	177	103	57	32,88
0087/12A	38	16/01/2012	M	161	85	63	32,79
0087/12B	39						
0102/12A	40	19/01/2012	M	161	70	61	27,01
0102/12B	41						
0107/12A	42	20/01/2012	V	170	65	56	22,49
0107/12B	43						
0113/12A	44	21/01/2012	V	171	71	52	24,28
0113/12B	45						
1311/11	46	23/11/2011	V	168	92	55	32,6
1316/11	47	24/11/2011	V	170	95	55	32,87
1335/11	48	27/11/2011	M	152	60	67	25,97
1391/11A	49	11/12/2011	V	174	72	57	23,78
1391/11B	50						
0008/12	51	02/01/2012	V	169	68	45	23,81
0049/12	52	09/01/2012	V	170	83	43	28,72
0067/12	53	13/01/2012	V	171	80	46	27,36
0104/12A	54	19/01/2012	V	174	82	40	27,08
0104/12B	55						
0116/12	56	22/01/2012	M	160	75	41	29,3
0126/12	57	25/01/2012	V	160	75	36	29,3
0131/12A	58	26/01/2012	V	165	90	46	33,06
0131/12B	59						
0135/12A	60	26/01/2012	V	183	87	41	25,98
1321/11	61	24/11/2011	M	152	64	38	27,7
1326/11	62	25/11/2011	V	169	80	36	28,01
1386/11	63	11/12/2011	V	172	80	51	27,04

Tabla 3.1. Matriz de especímenes y datos de los mismos.

nº necro	nº muestras	fecha extracción	sexo (V/M)	altura [cm]	peso [kg]	edad [años]	IMC [kg/m ²]
1389/11	64	12/12/2011	V	163	64	37	24,09
1396/11	65	14/12/2011	V	180	80	45	24,69
1425/11A	66	20/12/2011	V	172	110	48	37,18
1425/11B	67						
1441/11	68	25/12/2011	V	146	64	36	30,02
1453/11	69	28/12/2011	M	157	82	49	33,27
0004/12A	70	02/01/2012	V	168	80	34	28,34
0004/12B	71						
0038/12	72	06/01/2012	V	173	72	21	24,06
0114/12A	73	21/01/2012	V	180	76	26	23,46
0114/12B	74						
0121/12A	75	23/01/2012	M	158	84	33	33,65
0121/12B	76						
1325/11	77	25/11/2011	V	157	55	23	22,31
1327/11A	78	25/11/2011	V	180	87	35	26,85
1327/11B	79						
1354/11	80	03/12/2011	M	175	65	30	21,22
1360/11A	81	05/12/2011	V	173	90	34	30,07
1360/11B	82						
1368/11	83	07/12/2011	V	167	90	25	32,27
1385/11	84	10/12/2011	V	170	68	10	23,53
1394/11	85	13/12/2011	V	170	115	33	39,79
1404/11A	86	16/12/2011	V	168	72	26	25,51
1404/11B	87						
1444/11	88	26/12/2011	V	169	72	35	25,21
1460/11	89	29/12/2011	V	167	70	32	25,1
0059/12	90	11/01/2012	V	162	93	62	35,44
0106/12A	91	20/01/2012	V	167	80	62	28,69
0106/12B	92						
0106/12C	93						
0106/12D	94						
0136/12	95	26/01/2012	V	168	79	63	27,99
0160/12	96	31/01/2012	V	163	70	83	26,35
1338/11	97	28/11/2011	M	140	45	91	22,96
1427/11	98	21/12/2011	V	165	95	63	34,89
1468/11	99	31/12/2011	V	155	53	65	22,06
1471/11A	100	31/12/2011	M	157	58	90	23,53
1471/11B	101						

Las filas en blanco corresponden a muestras de un mismo espécimen, por tanto se duplica el número de necro y se incrementa el número de muestras, pero no se repite la información de variables descriptivas en la tabla 3.1.

Se puede observar que para un mismo número de necro aparecen varios especímenes notados con letras mayúsculas tras el número de necro. Que gracias a la buena configuración de la muestra en cuanto a tamaño y planitud se ha podido extraer más de una probeta de la misma costilla.

Se presentan los datos de la tabla 3.1 en formato de histogramas para tener una visión clara de la frecuencia relativa de aparición las variables: edades, peso, altura, índice masa corporal y la distribución por sexos; todo ellos en las figuras 3.2 a 3.5.

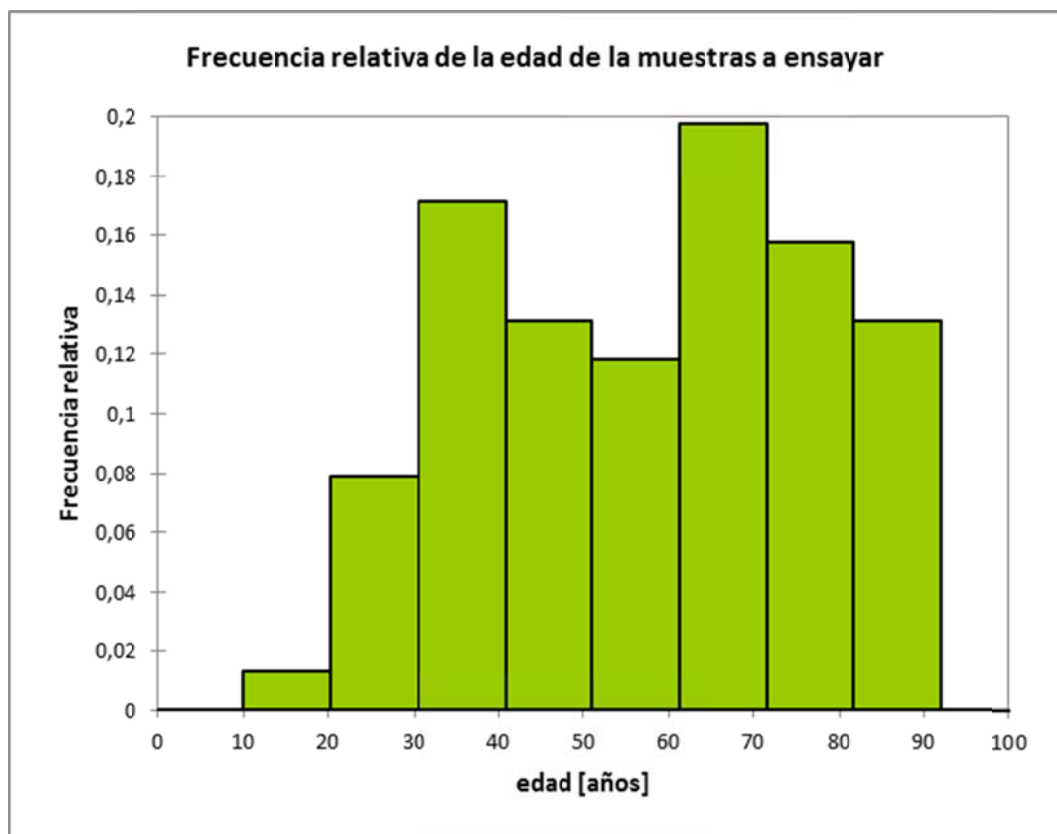


Fig 3.2. Histograma de la distribución de la población a ensayar en función de la edad.

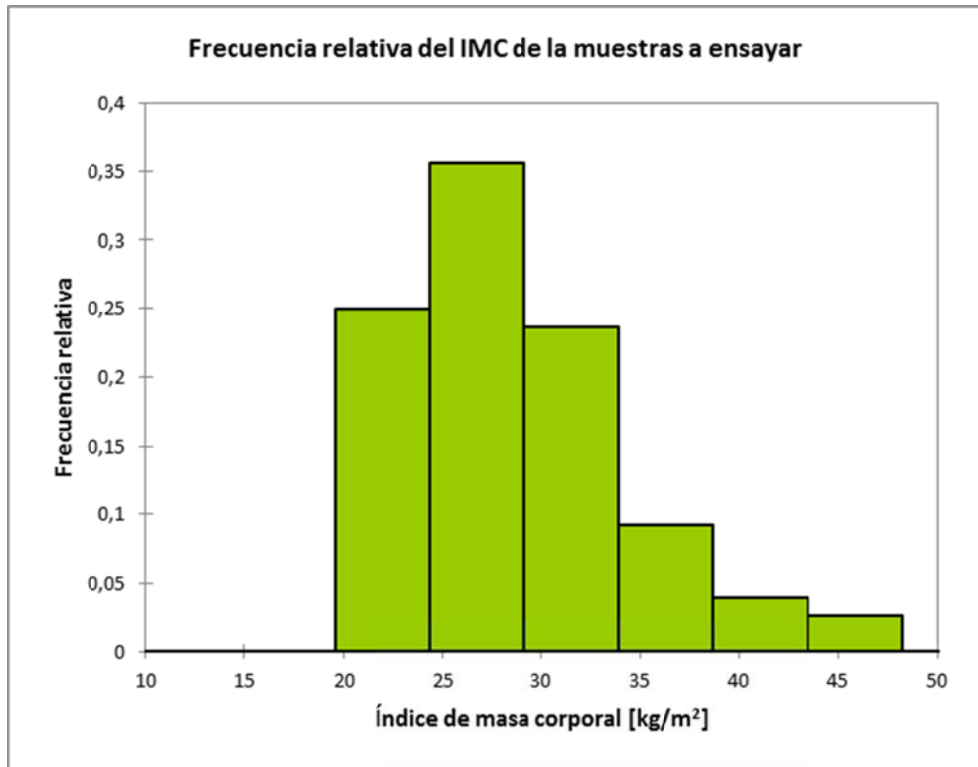


Fig 3.3. Histograma de la distribución de la población a ensayar en función del índice de masa corporal.

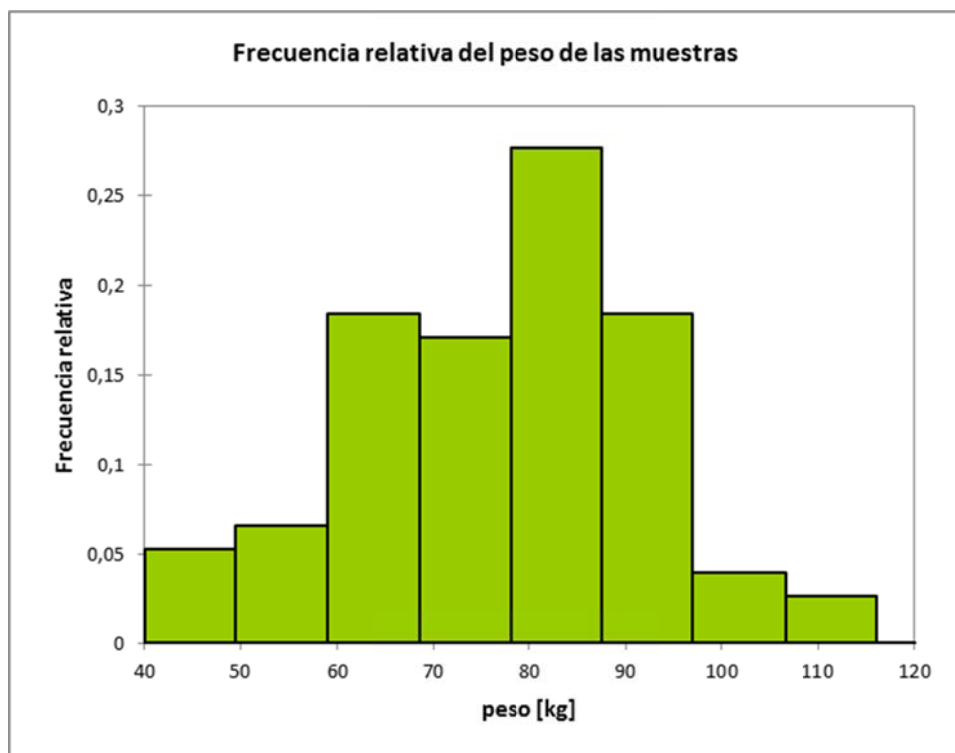


Fig 3.4. Histograma de la distribución de la muestra de ensayo en función del peso.

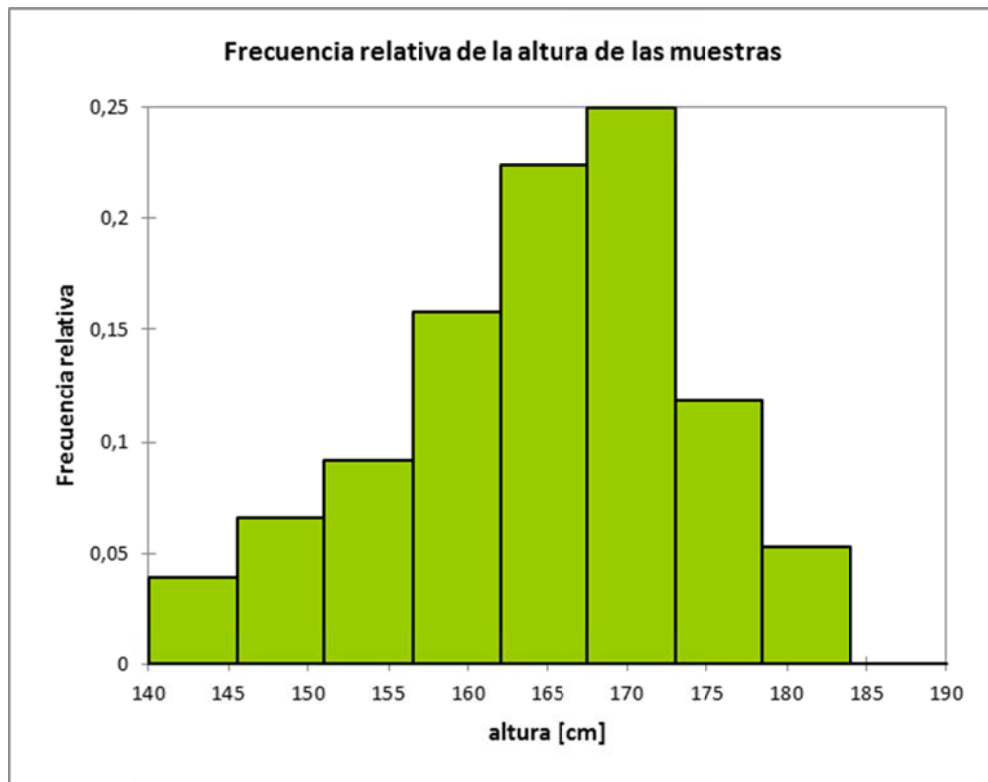


Fig 3.5. Histograma de la distribución de la muestra a ensayar en función de la altura.

A modo de resumen podemos notar que se tienen muestras de 24 mujeres frente a 52 varones, de los cuales se obtuvieron 101 probetas para ensayar.

La distribución por edades de las mismas, la media y desviación de cada segmento, es la reflejada en la tabla 3.2 y en la figura 3.6.

Tabla 3.2. Distribución por edades de número de especímenes.

rango de edad	<30	30 a 40	41 a 50	51 a 60	61 a 70	71 a 80	> 80
media de edad	25,5±2,5	35±2,2	45±2,7	55,5±2,9	64±2,7	74±2,9	86±3,3
nº muestras	6	13	11	8	15	12	11

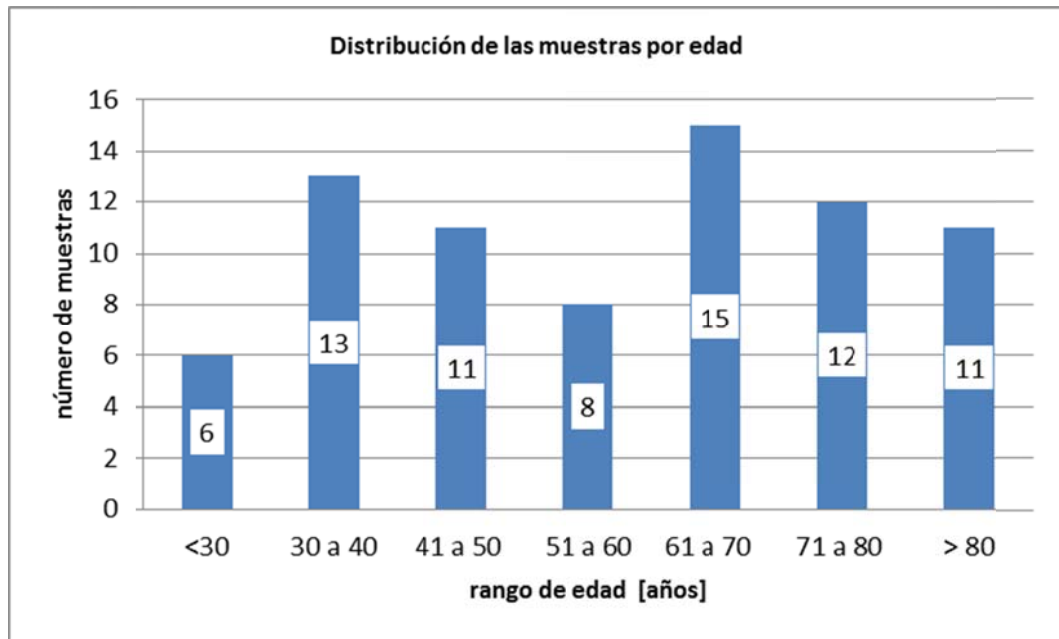


Fig 3.6. Histograma de la distribución de la muestra a ensayar en por edades.

3.3.2. Protocolo de actuación con material biológico

Para la manipulación del material biológico, tanto en el apartado de preparación de muestras, como en su posterior ensayo, se ha seguido de forma rigurosa el *Protocolo de actuación con material biológico* que ha sido aprobado por los supervisores de riesgos laborales del centro y que en su día fue una de las exigencias impuestas por el Consorcio Escuela Industrial de Barcelona, CEIB, para la adecuación de espacios con objeto de poder realizar la experimentación del presente trabajo. Dicho protocolo se basa en el '*Protocol for the Handling of Biological Material*' del Center for Applied Biomechanics de la Universidad de Virginia, donde me he formado en el tratamiento y trabajo con material biológico.

En dicho protocolo se fija tanto la equipación de protección personal necesaria para el trabajo con material biológico humano como la forma de delimitar las áreas de trabajo y la eliminación de los residuos.

Se partirá siempre de la hipótesis clínica que todas las muestras están libres de agentes contagiosos; pero se tratarán como si lo estuvieran de forma que se redobla la seguridad en su manejo.

Dentro del equipo de protección personal, hay que mentar que es obligatorio su uso siempre que se esté en contacto con material biológico, éste constará, para muestras de pequeño tamaño y en ausencia de fluidos corporales, como es el caso de: gorro, mascarilla y máscara de protección que ha de cubrir toda la cara. Además, sobre la bata de laboratorio se usará delantal plástico impermeable, manguitos impermeables y dos pares de guantes, unos de vinilo y otros de látex encima de los anteriores.

En la figura 3.7 se muestra la equipación de protección personal usada en todos los procesos descritos.



Fig 3.7. Equipos de protección personal.

Además, todas las zonas donde se prepararon muestras y se ensayaron estaban correctamente señalizadas y sólo eran accesibles a personal con la formación adecuada al trabajo con material biológico y la correspondiente autorización del responsable.

En las figuras 3.8 y 3.9 se muestra la señalización correspondiente a las medidas de seguridad a adoptar, los riesgos asociados en el área de trabajo, así como los carteles que hay en todas las puertas que deben permanecer siempre cerradas.



Fig 3.8. Señalización de la equipación de seguridad obligatoria y riesgos en el área.



Fig 3.9. Señalización para delimitar las zonas de trabajo, y el riesgo asociado.

3.3.3 Preparación de las muestras

La preparación de las muestras consta de dos procesos claramente separados en el tiempo [3-1 y 3-2].

El primero de ellos se lleva a cabo tras la extracción de las muestras y con una periodicidad de dos a tres veces por semana se recogieron las muestras en el IMLC. Éstas iban en los tubos descritos en la documentación a cumplimentar por cada una de las extracciones y mostrados en la figura 3.10, tras lo cual se procedía al traslado de las muestras al laboratorio, sito en la UPC, y se procedía a su limpiado y secado.



Fig 3.10. Muestra en tubo de transporte y primer almacenaje en el IMLC.

Las muestras se presentaban con frecuencia acompañadas de tejido blando, muscular y grasa, que envuelven las costillas. Una vez en el laboratorio se procedía a limpiarlas, retirar todo el tejido blando, por medios mecánicos con la ayuda de bisturíes, y dejar sólo la parte correspondiente a hueso, figura 3.11.

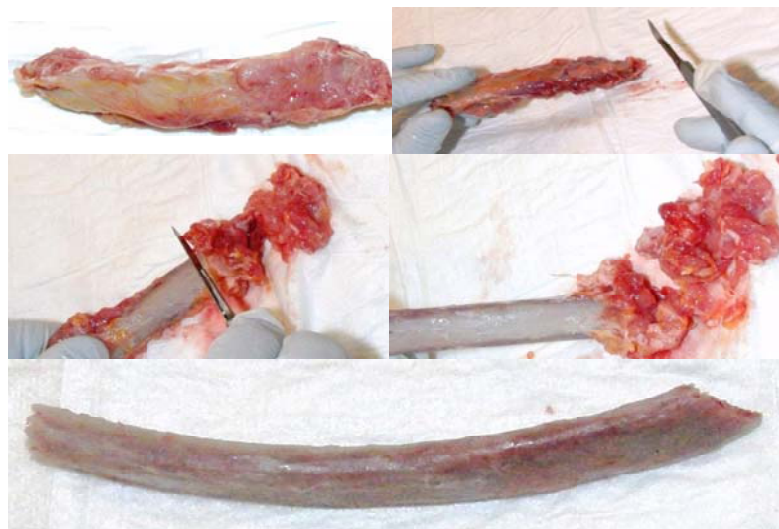


Fig 3.11. Proceso de limpiado de una costilla.

Tras la limpieza de la costilla y su secado se procede a la congelación de la misma. Estará en este estado hasta 48h antes de su ensayo en el que se procede al segundo de los procesos conducentes a la obtención de la probeta objeto de ensayo. Éste es el proceso de mecanizado que se describe a continuación.

El segundo de los procesos, conducentes a la obtención de la probeta a ensayar, tiene como objeto conseguir las características geométricas presentadas en la figura siguiente y un grosor medio objetivo de 0,5 mm. Nótese que se presenta el valor como objetivo ya que en el proceso de conformado de la misma se presentan imponderable que hacen que no siempre podamos alcanzar dicho valor; como una curvatura de la costilla tal que hace imposible obtener una lámina del espesor requerido, espesor de la zona cortical inferior al nominal de la muestra requerida. Cuando eso sucede y la capa de hueso cortical no llega al espesor requerido se mecanizan las probetas con el espesor máximo y mayor uniformidad posible teniendo como límite un espesor medio de 0,35 mm.

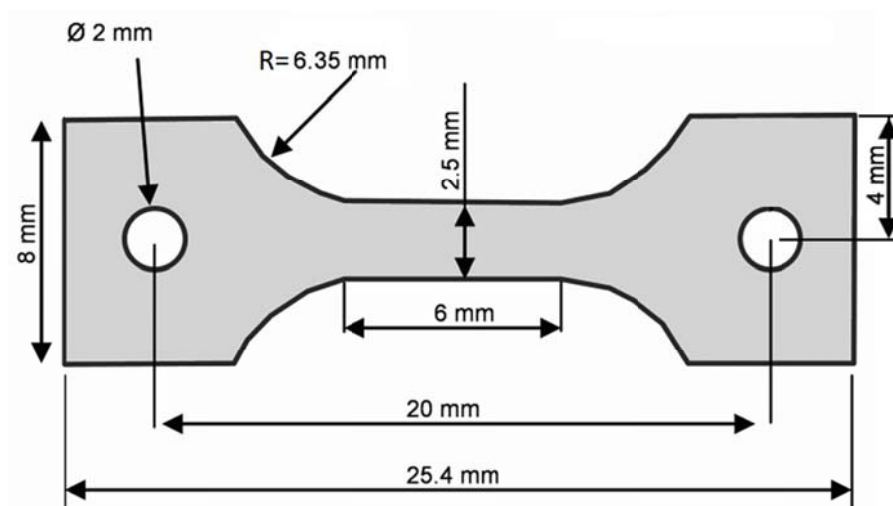


Fig 3.12. Esquema de las probetas a ensayar.

Para la obtención de probetas como la mostrada en la figura 3.12 se sigue un proceso que consta de seis pasos. Estos son: cortar un segmento de costilla, asegurando que de él podremos obtener una o más probetas; tras lo cual cortamos, mediante una sierra de

diamante de baja velocidad todos los segmentos posibles por cada costilla. A continuación, fijamos los segmentos a un soporte de polímero mediante adhesivo Loctite®7458 y mediante la sierra circular de diamante de la marca comercial MIT-Corporation, modelo 'SYJ-160 low speed diamond saw', haciendo uso del micrómetro de posicionamiento, cortamos una lámina de espesor superior al objetivo de 0,5 mm. Estos pasos del proceso se muestran en la siguiente figura, Fig 3.13.

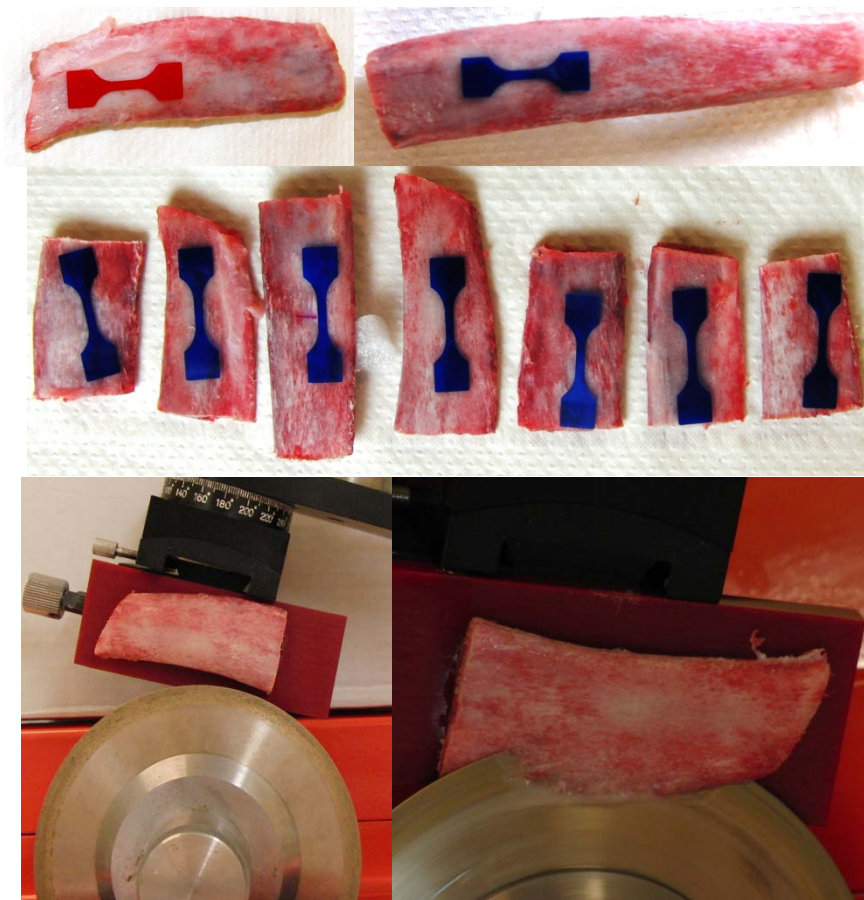


Fig 3.13. Proceso de obtención de la lámina de hueso.

Una vez obtenida la lámina se procede al mecanizado de la probeta, para ello, y con la ayuda de una plantilla, se realizan los orificios de diámetro 2 mm que aparecen el plano (Fig. 3.7) cuyo objetivo es fijar la pieza a la plantilla para el posterior mecanizado y en la etapa de ensayo, dichos alojamientos servirán para fijar la probeta a las mordazas. Tras el agujereado, y haciendo uso de la misma plantilla se procede a cortar la lámina para darle su longitud nominal y

posteriormente se fresa el contorno hasta obtener la forma final de la probeta.

Para ello se utilizó una fresa con rodamiento de diámetro 10 mm, que se accionaba con una fresadora marca CMT Orange Tools®, modelos CMT7E-IND. Esto permite realizar los radios de acuerdo de forma correcta y la presencia del rodamiento hace que pueda deslizarse sobre la plantilla de forma adecuada para la generación de la probeta. La conexión a la red pasaba por un variador de frecuencia de fabricación propia que permitía variar la velocidad de rotación de la máquina y un interruptor de pie que permite la desconexión del sistema de forma inmediata. Lo anteriormente descrito se muestra en la siguiente figura 3.14.

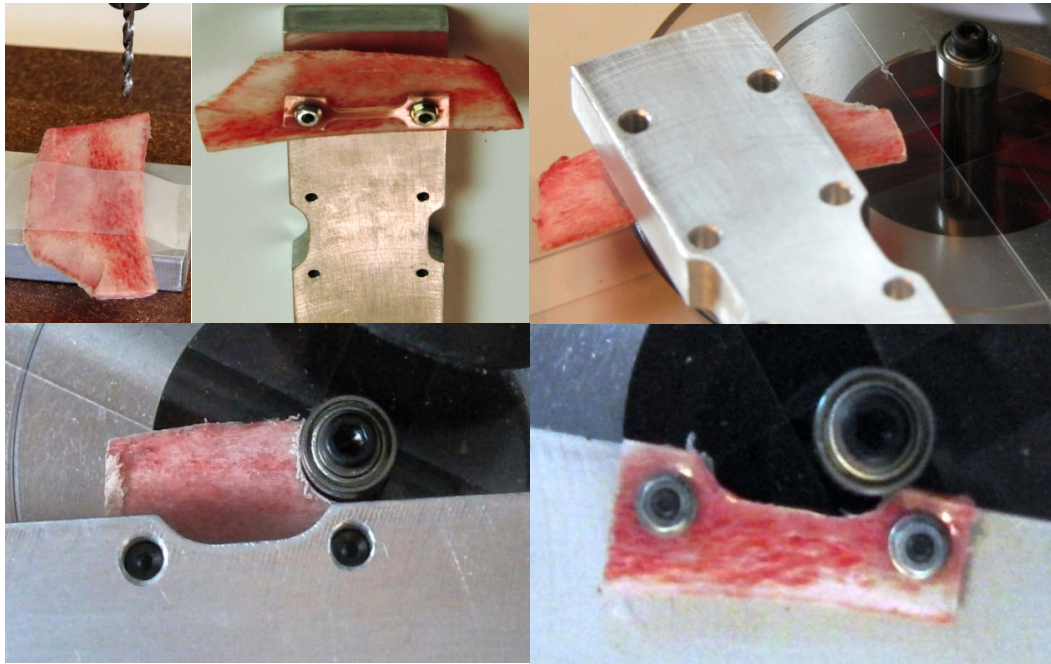


Fig 3.14. Mecanizado de la probeta.

Una vez finalizado el mecanizado y obtenida la probeta en su forma final se procede a su pulido. Éste se realiza de forma manual, mediante un soporte ranurado (profundidad de la ranura de 0,5 mm) con el grosor final de la probeta y papel de lija de diferentes tamaño de grano en función del espesor inicial de partida de la probeta. Éste es de la marca comercial Buehler 'Silicon carbide grinding paper'

válido para su uso tanto en seco como húmedo y el tamaño de grano era p/180 ó 240 ó 320.

El objetivo al cortar la lámina, descrito anteriormente y representado en la figura 3.12, es conseguir un grosor lo más cercano al nominal posible; pero no siempre es posible debido al grosor y curvatura de la costilla origen de la muestra. Es por este motivo que en algunos casos el resultado final es de grosor menor al nominal, mientras que en otros partíamos de grosores muy superiores y el trabajo de pulido es más laborioso.

En la siguiente figura se muestra la forma de una probeta tras el mecanizado, los útiles usados para el pulido y la probeta finalizada con el espesor deseado.



Fig 3.15. Pulido de la probeta hasta obtener su grosor nominal.

Tras los primeros mecanizados, que se hicieron con material porcino, para testar la bondad de la solución, se modificaron las plantillas para que el montaje de las láminas y el mecanizado fuera más ágil y pudiera llevarse a cabo en el menor tiempo posible. Por ello se utilizaron sistemas de fijación rápida y plantillas que permitieran el

mecanizado de dos muestras a la vez, y sin la utilización de tornillos. Las fijaciones a la platilla se realizan mediante pasadores. Con todo ello se redujo el tiempo de mecanizado en un 35%, quedando éste en un promedio de 45 min por probeta. Si a este tiempo se le añade el tiempo de limpieza de la costilla, el tiempo total para la obtención de una probeta es de alrededor de una hora.

En la figura 3.16, se muestra la plantilla diseñada para el mecanizado múltiple de probetas. En ella se pueden realizar 8 operaciones simultáneas sin tener que desmontarse el dispositivo.

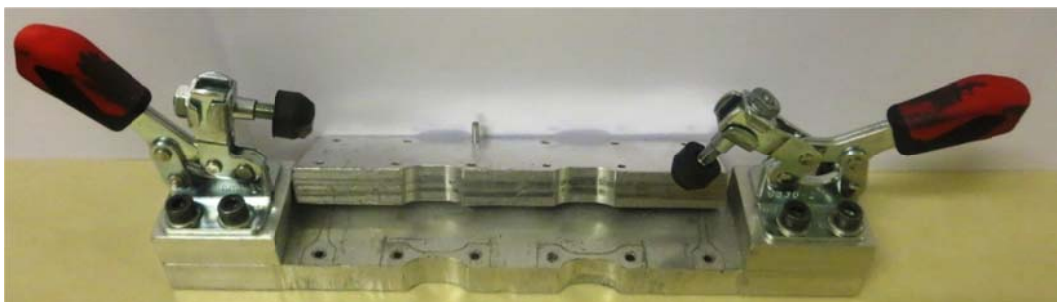


Fig 3.16. Plantilla para múltiples probetas con fijaciones rápidas.

3.4 Ensayos

Una vez obtenidas las probetas de forma satisfactoria se procede a la realización de los ensayos de tracción que nos permitan obtener las constantes materiales del hueso cortical de costilla.

Para ello deberemos diseñar nuevos útiles para estos ensayos y programar la conjugación de los datos obtenidos para poder concluir en el capítulo siguiente, correspondiente a los resultados de la presente tesis doctoral. Dentro de este rediseño también hubo que tratar con los correspondientes alojamientos para la realización de la tomografía axial computerizada (TAC). Todo ello se desarrolla en los apartados siguientes.

3.4.1 Diseño de útiles para los ensayos

Partiendo de la experiencia previa, explicada en el capítulo de antecedentes. Se propuso rehacer los mismos útiles para la realización de los ensayos de tracción.

Para ello se diseñaron mordazas de aluminio con una ranura de 0,5 mm donde alojar la probeta, y una pieza en forma de U que nos permitiera fijar las mordazas mientras se montan las probetas en ellas. Esta pieza nos permite cierta holgura en la dirección longitudinal de la muestra y facilita el proceso de atornillado de la muestra entre las garras de la mordaza. Éste se realiza con un tornillo dinamométrico que permite controlar el par de apriete y así limitar la deformación en la mordaza y el posible daño por aplastamiento de la muestra.

La mordaza cuenta con una rotula lubricada en su extremo que nos permite la alineación correcta en la máquina de ensayos.

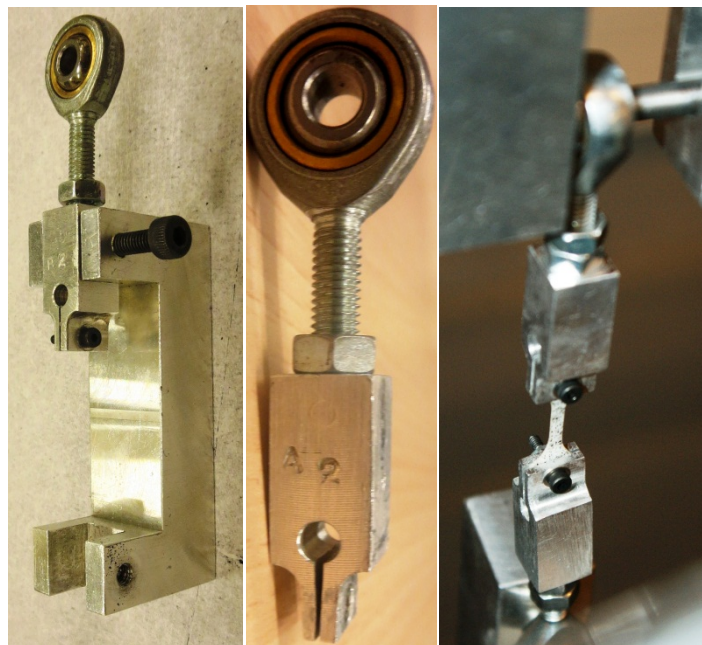


Fig 3.17. Mordazas, sistema de fijación y útiles montados en la máquina de ensayos.

Estas mordazas presentaron dos retos que hicieron replantear su diseño sin opción a ser aprovechadas, salvo en casos muy bien

condicionados, en cuanto a condiciones espesor y planitud de la probeta. Además el montaje del conjunto mordaza-probeta en máquina es extremadamente laborioso, ya que el poco peso del conjunto hace que no se auto alinee como era de prever por la presencia de las rótulas en los extremos de las mordazas, muestra de lo cual podemos ver en la imagen de la izquierda de la figura 3.17 donde aparece una falta de alineación mordaza probeta.

El hecho de que la ranura tenga un ancho de 0,5 mm hace que si la probeta es algo más fina, cosa que se da en bastantes muestras como se ve en el apartado de matriz de ensayos, el nivel de presión que ejerce el labio inferior la mordaza sobre la probeta hace que ésta se dañe, su resistencia se ve muy afectada y la rotura no se produzca en la caña de la probeta sino en las zonas del alojamiento dentro de la mordaza, como se observa en la figura 3.18.



Fig 3.18. Probeta dañada por exceso de presión de la mordaza.

El difícil alineamiento previo al ensayo, hizo que en las baterías de ensayos de prueba obtuviéramos resultados como el de la gráfica de la figura 3.19, donde aparecen desplazamientos negativos, fruto de una realineación de la muestra. Esto se ha de evitar a toda costa ya que el ensayo es considerado inválido para la obtención de características mecánicas.

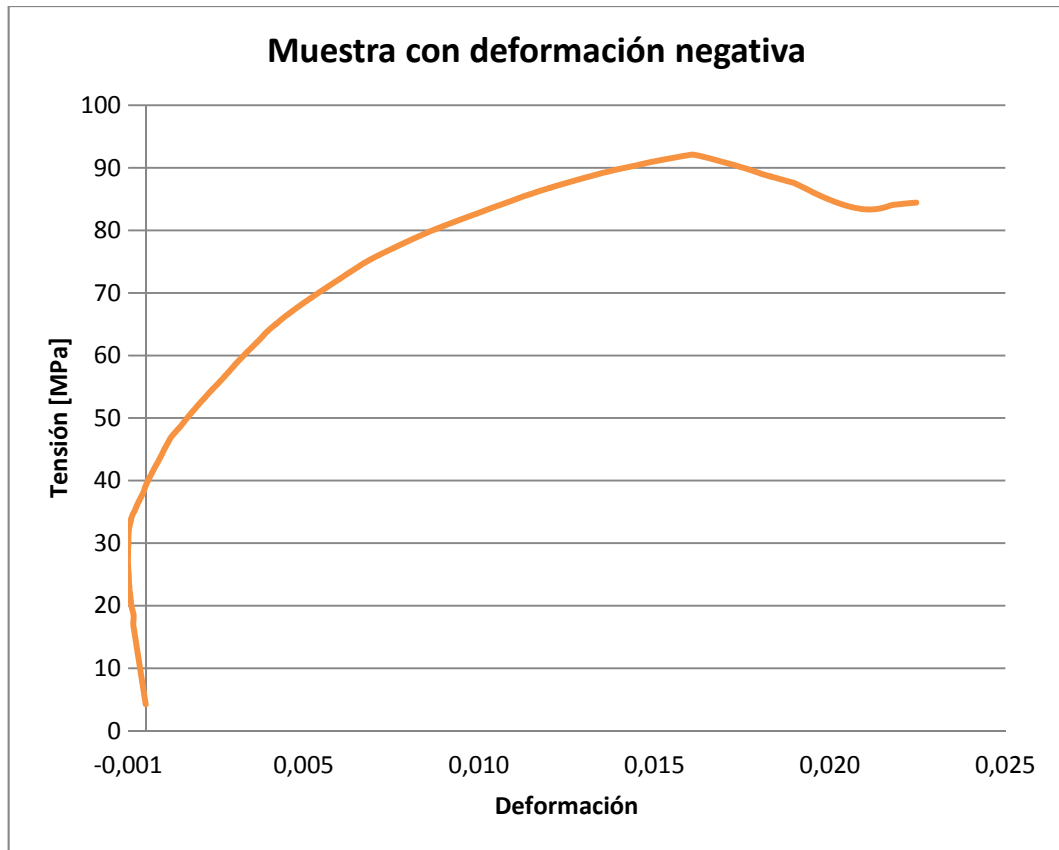


Fig 3.19. Gráfica tensión deformación para una muestra que se ha desplazado y realineado, hecho por el que aparecen deformaciones negativas.

El hecho de la aparición de estos casos y la variabilidad en el espesor de las muestras lleva a modificar las mordazas y diseñar unas optimizadas para cualquier espesor y que garanticen un reparto de la presión sobre los extremos de la probeta más uniformes.

Para ello se plantean unas mordazas donde ambas partes estén completamente separadas y una de las partes actúe como pisador sobre la otra repartiendo uniformemente la presión y mejorando el alojamiento de la muestra entre las mordazas.

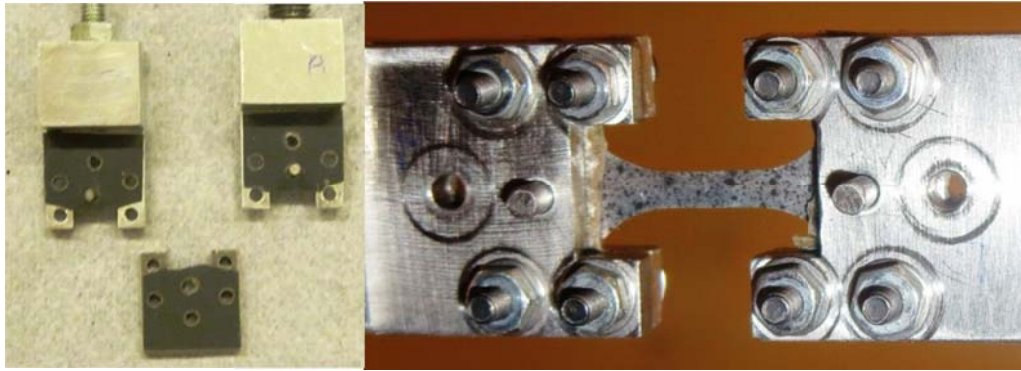


Fig 3.20. Nuevas mordazas y probeta montadas en ellas.

Con estas modificaciones sobre los útiles empleados en los ensayos previos se presenta a continuación el desarrollo de los ensayos de tracción.

3.4.2 Ensayo de tracción

Los ensayos se realizan con una máquina universal microTEST® modelo EM2/20 y un sistema de adquisición de fuerza máquina mediante un sistema de captación HBM® modelo SPIDER 8-30 una célula de carga S9M de la marca HBM®. Figura 3.21.

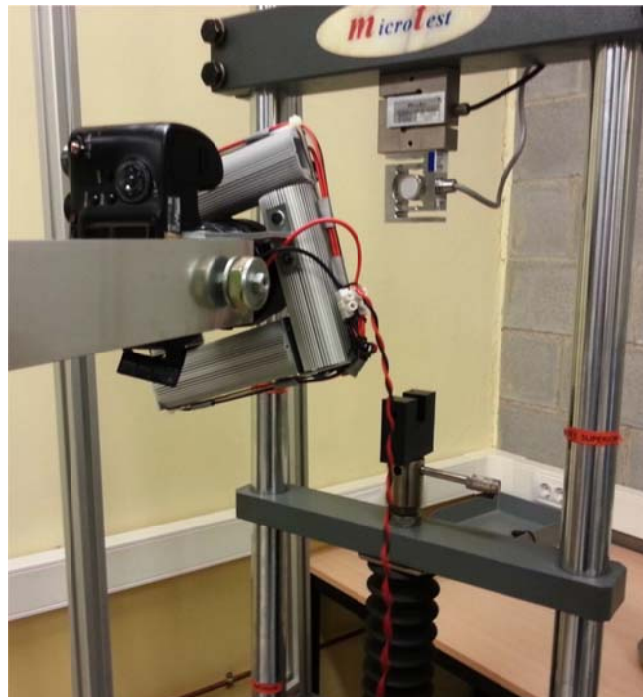


Fig 3.21. Máquina de tracción y sistema de captación.

La captación de los videos del ensayo, conducentes al análisis del movimiento y obtención de los desplazamientos de las muestras se efectuó con una cámara Casio® FX-1000. Ésta disponía de lentes de aumento x10 con mínima aberración esférica para dotar al sistema de la máxima ampliación posible.

Con los dos sistemas presentados en los párrafos anteriores se obtienen los siguientes datos: un listado fuerza frente tiempo del sistema de captación de la máquina de ensayos y un video en alta velocidad, frecuencia 1200 Hz, donde se recoge el movimiento de la probeta hasta su rotura.

Del primero se obtienen las variaciones de fuerza y tasas de crecimiento de la fuerza a lo largo del ensayo como se muestra en la gráfica 3.22.

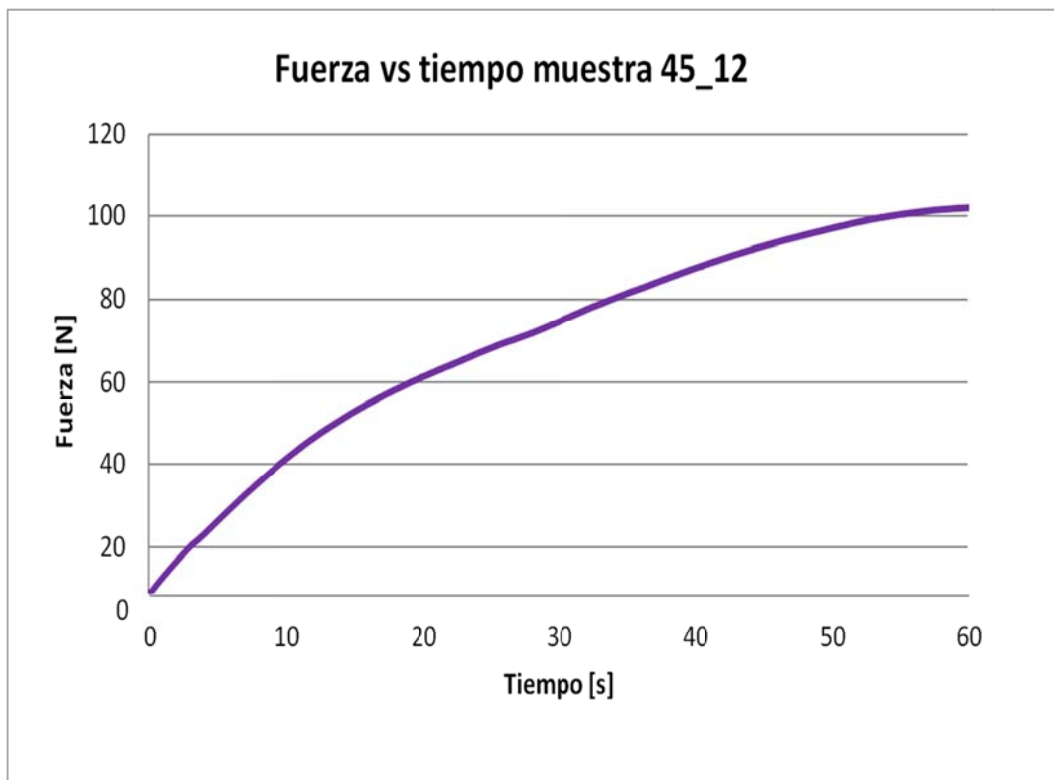


Fig 3.22. Representación fuerza frente a tiempo para la probeta 45_12.

Con el análisis del seguimiento de movimiento descrito en el siguiente apartado y la programación que se presenta en apartado

3.4.4. se llegará a obtener los conjuntos de curvas tensión – deformación presentado en el capítulo cuatro de la presente tesis doctoral, resultado de los ensayos.

3.4.3 El seguimiento del movimiento

El seguimiento de movimiento por imagen o '*Motion Tracking*' nos permite determinar una serie de movimientos locales en las muestras sometidas en nuestro caso a un ensayo uniaxial.

Una de las maneras de medir la deformación es registrar una secuencia de desplazamientos durante el ensayo, y mediante técnicas de análisis de imagen, cuantificar las deformaciones globales. Tal como se presenta a continuación, se deben tomar ciertas consideraciones para poder realizarlo.

El seguimiento de movimiento nace de la necesidad de poder seguir de forma automática uno o varios puntos de los que sólo se tenga la información de posición en una secuencia de imágenes.

El seguimiento de movimiento se basa en la comparación de los píxels de la imagen. Dicha comparación puede ejercerse de varias maneras. Una de las técnicas más usuales es una correlación cruzada del espectro de energía de una transformada de Fourier de la imagen. El espectro de energía de la señal a encontrar se rastrea en el espectro de una señal más grande, mediante el método de correlación cruzada. Para cada instante de tiempo obtendremos un valor que será más cercano a 1 en el momento en que las señales coincidan. Con ello se pueden encontrar los centros de los puntos similares en la imagen.

Este método es efectivo y muy fiable, es uno de los más usados en criminología para reconocer huellas dactilares o parámetros biométricos complejos. Sin embargo, computacionalmente es costoso y no es apropiado para secuencias de imágenes

relativamente largas y con tantos puntos como las que usaremos para medir el alargamiento.

Una simplificación de esta correlación cruzada puede efectuarse sin transformar la parte de la muestra que queremos encontrar en una imagen más grande.

En vez de ello se creará una rejilla de puntos en la imagen. Cada uno de estos puntos de la rejilla remasterizó (memorizó) una ventana de 10x10 píxel alrededor de ellos. Esa ventana se compara con todas las ventanas de 10x10 píxel que se puedan extraer centradas en cada píxel de la ventana original. A partir de estas comparaciones se usa una correlación cruzada con los píxeles para obtener un índice de similitud. Debido a que es difícil encontrar la misma secuencia de píxeles la similitud se determinará mediante métodos estadísticos. La ventana que más se parezca a la original, con un porcentaje arbitrario de error establecido por el programador, se define la nueva posición del punto. La repetición de este proceso para cada imagen permite seguir cada punto de la rejilla a través de la secuencia.

A posteriori y conociendo la posición de cada punto se puede calcular el incremento de posición unidimensional entre cada punto de la rejilla. La media de todas las deformaciones resultará en la deformación global de la muestra, con lo que se puede determinar, junto a la tensión aplicada, el diagrama tensión-deformación.

Para ello nuestras muestras han de cumplir unos ciertos condicionantes:

- La muestra debe marcarse con un patrón determinado. Dicho patrón debe resaltar suficiente como para poder seguir un mismo punto a lo largo del tiempo de interés.

- El patrón no debe ser uniforme, siendo así las muestras a comparar tendrían diversas soluciones y se obtendrían resultados erróneos; (para ello se pintan con spray las muestras, obteniendo un distribución aleatoria en cuanto a posición y tamaño de las micro gotas de pintura).

- La región de interés a aplicar la deformación debe tener una forma aproximadamente rectangular y tener las mismas direcciones vectoriales del ensayo para poder situar adecuadamente la rejilla.

Además, el ensayo debe garantizar:

- Tracción o compresión en una dirección axial.
- Registro a alta velocidad del material a ensayar.

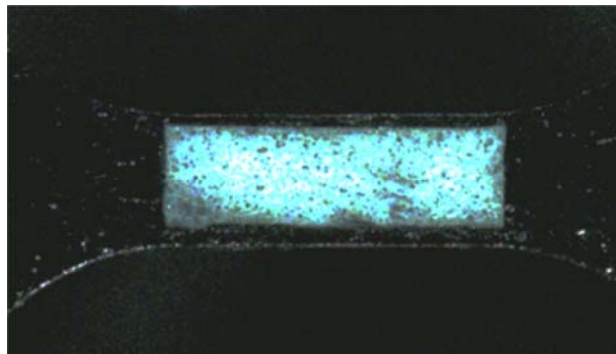


Fig 3.23. Muestra de probeta enmascarada para su seguimiento vía imágenes.

Todo el proceso de seguimiento de imagen se realizó mediante software Matlab® [*licencia flotante para investigación UPC. Nº serie 43823-27478-48138-34764-03227-14698-35799-12614-64382-8585*], de libre uso que nos permite obtener listados desplazamiento tiempo.

Cabe notar en este apartado la necesidad de una potente iluminación, del orden de 1.000 lm, para marcar un fuerte contraste entre la muestra y el patrón irregular que se ha impreso sobre la probeta y por el hecho de grabar en alta velocidad 1200 f/s. Es sabido que a alta velocidad la necesidad de intensidad lumínica crece y esto ha sido un problema a solventar. Si se utilizan fuentes de iluminación que se alimenten con corriente alterna aparece un fenómeno estroboscópico, que no se pudo subsanar con reactancias electrónicas de alta frecuencia. Ello hizo que tuviéramos que diseñar exprofeso un foco basado en tecnología led (luz fría con alimentación en corriente continua) y situarlo sobre el foco de la

cámara para que la iluminación sea potente y direccional sobre la muestra objeto de grabación.

A continuación se muestra un ejemplo teórico del proceso descrito:
[3-3]


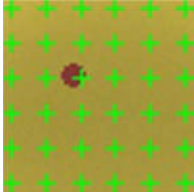
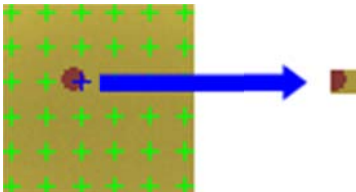
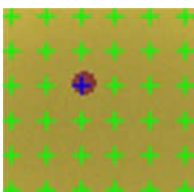
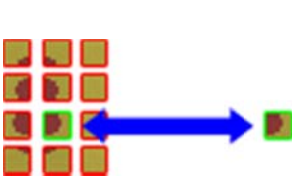
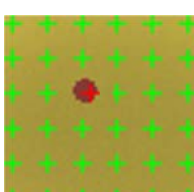
<p>Imagen original en instante $t = i$</p>	
<p>Imagen original con la rejilla de puntos</p>	
<p>Rasterización de la ventana de un punto cualquiera (azul)</p>	
<p>Siguiente imagen en el instante $t = i+1$ con la rejilla (el punto marrón se desplaza hacia la derecha)</p>	
<p>Se comparan los píxeles de cada ventana cercana al punto azul con la ventana original rasterizada. Se encuentra un punto que coincide con el criterio establecido.</p>	
<p>A partir de la ventana que coincide se establece la nueva posición del punto (rojo)</p>	

Fig 3.24. Resumen de los pasos seguidos por el algoritmo de seguimiento del movimiento.

Sobre una de nuestras muestras la sección a analizar y la malla creada toman el aspecto mostrado en la siguiente imagen, fig 3.23

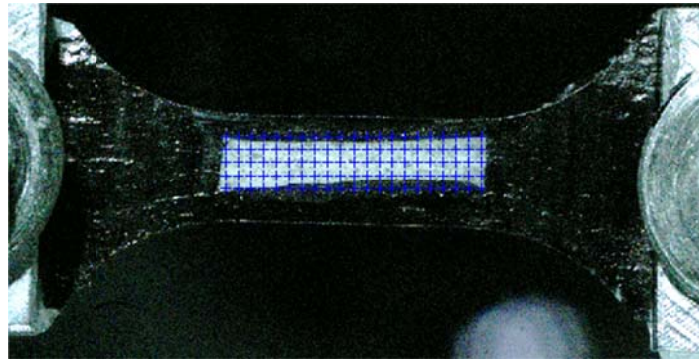


Fig 3.25. Imagen de la malla de seguimiento de movimientos sobre una muestra.

Para el análisis del movimiento se requiere un paso previo y es descomponer el video en la secuencia de imágenes que lo constituyen, y que fueron el objeto del seguimiento de la variación de la posición de cada uno de los puntos mostrados en la malla de la figura 3.23.

Con ello obtendremos la generalización del movimiento de la muestra frente al tiempo tal como se muestra en la imagen de la figura 3.26, correspondiente a la muestra 45_12.

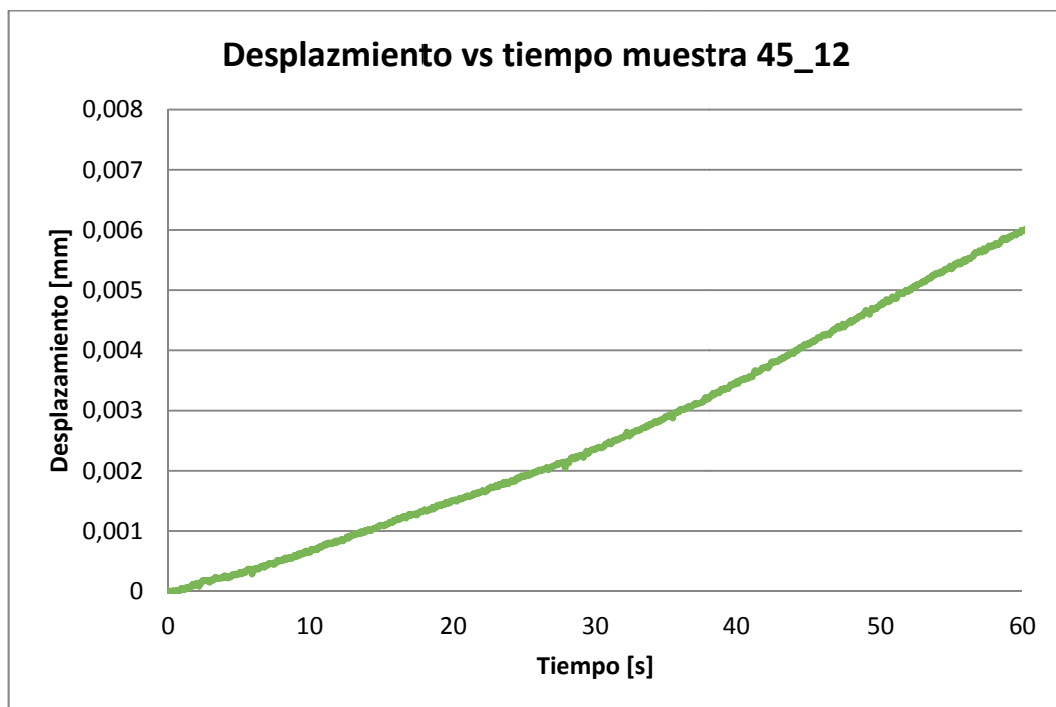


Fig 3.26. Gráfica desplazamiento tiempo para la muestra 45-12.

3.4.4 Acople fuerza tiempo y desplazamiento tiempo

Dado que la obtención de los datos necesarios para llegar a obtener la relación tensión deformación de nuestras muestras proviene de diferentes sistemas de adquisición cabe disponer de la forma más sistemática y eficiente para llegar a construir las curvas resultado.

Para ello lo primero que se realiza es una puesta a cero común de ambos sistemas de forma que el origen de tiempo sea el mismo y dado que la frecuencia de muestreo es regulable, se fija en el mismo valor para que al finalizar el ensayo ambos sistemas tengan el mismo número de adquisiciones. Aun siendo así, se programará como veremos a continuación otro punto de sincronización entre ambos sistemas, correspondiente al tiempo en que ocurre la rotura de la muestra.

El primer punto de sincronización, $t = 0$, se presenta apagando la luz del foco que ilumina la muestra. La desaparición de la fuente de luz, cuya potencia lumínica es superior a los 1.000 lm, hace que la filmación se vaya al negro. Dado que la fuente de alimentación también se conecta al sistema de adquisición de la máquina de tracción, el apagado se refleja en una caída a 0 de la tensión de la fuente monitorizada. Por tanto, se tiene que en el momento en que la sucesión de imágenes se torna negra, en el listado de puntos fuerza-tiempo-tensión de la fuente aparece un cero en esta última columna, y queda así fijado el tiempo $t = 0$ del ensayo.

A partir de aquí y con ambos listados se programa la interrelación de los mismos como se presenta a continuación.

Se obtienen los datos de fuerza frente tiempo de la máquina y buscamos el punto de caída de tensión de la fuente como se ha expuesto anteriormente para encontrar el cero del ensayo y se introduce su resultado en hoja de cálculo.

Tabla 3.3. Extracto de la hoja de cálculo usada para determinar el punto de sincronización del ensayo.

t (s)	F (N)	Sincro (V)	$-\Delta F/\Delta t$	inici	$\Delta V/\Delta t$	N

Las tres primeras columnas, de la tabla 3.3, corresponden a tiempo-fuerza-tensión de la fuente mientras que las últimas son los comparadores para determinar la caída de tensión de la fuente y la caída de fuerza en el momento de la rotura más un contador. Todo ello propone los puntos inicio y final del ensayo que se cotejaran con las imágenes en negro y rota la probeta para tener fijado el intervalo de tiempo en ambas adquisiciones.

Directamente, y gracias al cotejo de los incrementos de las últimas columnas, obtenemos los datos A y E de la figura 3.27 correspondientes al punto de sincronización en el tiempo. A y E nos garantiza que hemos empezado el ensayo de tracción con una derivada mínima, dando un valor del incremento de tensión suficiente para considerar que el ensayo iniciado.

La caída en los valores medidos en la fuerza nos da el valor F, punto de rotura de la probeta y por tanto final del ensayo.

Con el análisis de las imágenes obtenemos los valores C y D, homólogos a los A y E en la información obtenida de la grabación. Siendo B el indexador correspondiente al punto de sincronización del instante en que se apaga el foco de iluminación.

Speeder			Freq (Hz)	60
	N	t (s)	Valor	Correcció
Sincro	A			
Inici	E			
Ruptura	F			

Camera			Freq (Hz)	
	N	t (s)		
Sincro video	B			
Inici	C			
Ruptura	D			

	Sincro	Ruptura	t_{assaig} (s)	t_{inici} (s)
Fotograma				
t (s)				

Fig 3.27. Captura de la hoja de cálculo donde aparecen las celdas destinadas a fijar el intervalo de valores propios del ensayo.

En este punto del procesado y mediante un conjunto de subrutinas de MatLab®, disponible en el anexo A1, se calcula el campo de deformaciones a partir del de desplazamientos. Computando los incrementos de desplazamientos respecto de la longitud inicial de la probeta y tomando la media en la dirección longitudinal de la misma.

Con el campo de desplazamientos calculado se procede en la siguiente tabla a:

t (s)	e_{video}	t(s)	F(N)			Secció (mm²)	3	e_{video}	e	σ (MPa)
4	2	5	t-	F-	t+	F+	9	10	11	
			6		7	8				

Fig 3.28. Imagen de la hoja de cálculo donde se opera y gestionan los resultados para obtener los valores de tensión y deformación.

Notamos con números entre paréntesis en la siguiente explicación del desarrollo del proceso de obtención de la curva tensión

deformación las posiciones, columnas o celdas, correspondientes a figura 3.26.

En la columna (2) se introducen los valores del campo de desplazamientos, obtenido según lo expuesto en el apartado 3.4.3.

En la celda (3) introducimos el valor de la sección de la muestra analizada en mm^2 , este valor es la media de sección en cinco puntos equidistantes a lo largo de la caña de la misma.

Generamos una columna de tiempos de frecuencia de muestreo (4).

Seleccionamos los valores de las columnas (5) a partir del valor C de la figura 3.21 que marca el inicio del ensayo en los valores de deformación.

(6) es un valor de tiempo anterior a (4) y su valor de fuerza correspondiente; (7) es valor de tiempo posterior a (4) y de nuevo el valor de fuerza correspondiente, con ellos calculamos una interpolación lineal para el valor (8) de fuerza.

En la columna (9) convertimos el valor de deformación obtenido mediante la subrutina de MatLab® (variación del incremento de longitud respecto de la longitud) en la deformación ingenieril, (variación del incremento de longitud respecto de la longitud inicial de la muestra).

Las columnas (10) y (11) corresponden a los resultados de la deformación y la tensión (esta última es el resultado de dividir la fuerza en cada instante por la sección media de la muestra).

A partir de los datos obtenidos en (10 y 11) se procede al suavizado de los valores calculando los intervalos de menor pendiente y mayor coeficiente de correlación. Con el conjunto de valores obtenidos se calcula los resultados para cada probeta que se muestran en la tabla 3.4. que se muestra a continuación.

Tabla 3.4. Ejemplo de tabla resumen de los valores resultados para cada muestra.

F_{Max} (N)
e_{Max}
σ (MPa)
σ_R (MPa)
E_{tg} (GPa)
E_{sec} (GPa)
$Eng\ def$ (MPa)
$\sigma_{0.02}$ (MPa)

En la anterior figura se resume para cada muestra los resultados obtenidos, siendo estos la fuerza máxima aplicada, la máxima deformación, la tensión de rotura y la correspondiente a un 2% de deformación o tensión de fluencia, el módulo de Young tangente y secante y la energía de deformación.

Todos ellos calculados para todas las muestras y de los cuales obtendremos las relaciones funcionales expuestas en el capítulo de conclusiones.

Hay que observar que el tensor utilizado para el cálculo de tensiones y deformaciones en la presente tesis doctoral será el de *Piola-Kirchhoff*.

De forma general, las relaciones tensión deformación se describen mediante una ecuación constitutiva. Para un material elástico, ésta es una expresión que relaciona las tensiones mecánicas con las deformaciones mecánicas. Una forma conveniente de escribir esa ecuación constitutiva es expresando el tensor de tensiones como derivada de una función escalar que representa la energía de deformación W_{elast} . Esta función se puede expresar en función de las componentes de algún tipo de tensor deformación (existen varios tipos, algunos más convenientes que otros según el tipo de cálculo o problema que se plantee).

Existen diversas maneras de representar el tensor de tensiones (respecto a las coordenadas iniciales, las coordenadas finales o una

mezcla de ambas). Según qué tipo de coordenadas se escoja la base vectorial respecto a la que se representan las tensiones cambia, y por tanto también los valores de tensión. En cualquier caso todas las formas obtenidas son esencialmente equivalentes y los diferentes tensores tensión se pueden relacionar mediante cambios de coordenadas. Los tres más usados son:

- Tensor de tensiones de *Cauchy* ($\mathbf{c} = [c_{ab}]$), que está definido sobre la configuración deformada y por tanto usa las coordenadas finales. Es un tensor simétrico
- Primer tensor de tensiones de *Piola-Kirchhoff* ($\mathbf{P} = [P_{aA}]$), es un tensor mixto que usa las coordenadas finales en función de las iniciales, y por esa razón no es simétrico.
- Segundo tensor de tensiones de *Piola-Kirchhoff* ($\mathbf{S} = [S_{AB}]$), definido sobre la configuración inicial y por tanto permite expresar todo respecto a las coordenadas iniciales, también es un tensor simétrico.

Lo mismo sucede con las deformaciones que pueden ser representadas mediante diferentes tipos de tensor de deformaciones. Entre ellos están:

- Tensor gradiente de deformaciones ($\mathbf{F} = [F_{aA}]$), representa la matriz jacobiana de la deformación, no es simétrico, todo el resto de tensores deformaciones se definen a partir de él [para un sólido no deformado $\mathbf{F} = \mathbf{I}$ (matriz identidad)].
- Tensor de *Cauchy-Green* ($\mathbf{C} = [C_{AB}]$), se define sobre la configuración inicial y es el más usado ya que es conjugado (ver más abajo) del segundo tensor de tensiones de *Piola-Kirchhoff*. Se puede calcular a partir del gradiente de deformaciones como $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$ [para un sólido no deformado $\mathbf{C} = \mathbf{I}$ (matriz identidad)].
- Tensor de deformaciones de *Green-Lagrange* ($\mathbf{E} = [E_{AB}]$), se calcula a partir del anterior sencillamente como $\mathbf{E} = 1/2(\mathbf{C} - \mathbf{I})$ de tal manera que $\mathbf{E} = 0$ para un sólido no deformado.
- Tensor de *Cauchy* ($\mathbf{c} = [c_{ab}]$), tiene un papel similar al de *Cauchy-Green* pero se define sobre la configuración deformada.

- Tensor de tensiones espacial o *de Almansi* ($\mathbf{e} = [e_{ab}]$), que está definido sobre la configuración espacial o deformada. E I Se relaciona con el tensor de Cauchy mediante $\mathbf{e} = 1/2(\mathbf{I} - \mathbf{c})$

En campo de las pequeñas deformaciones todos los tensores de tensión y los tensores de deformación propiamente dichos (*Green-Lagrange* y *Almansi*) coinciden prácticamente en términos numéricos por lo que no es importante distinguir entre ellos a efectos prácticos porque sus componentes no presentan diferencias. Pero para grandes deformaciones sí difieren por lo que es conveniente escoger según el tipo de problema planteado el tensor más conveniente; aunque finalmente uno puede a partir de cualquiera de ellos obtener los otros.

En el presente análisis se utiliza el área inicial para el cálculo de la tensión y no se tiene en cuenta su posible variación en el ensayo; esto es posible dado que se está en un caso de deformaciones muy pequeñas con respecto a las dimensiones originales de la probeta y no se hace necesario conocer el estado deformado para el cálculo de la relación entre la tensión y la deformación.

Frecuente en materiales frágiles como el hueso cortical, pero inaplicable en el caso de tejidos blandos como ligamentos, músculos o en el estudio del comportamiento de cualquier víscera, se puede estudiar la relación tensión deformación gracias a la aplicación de los tensores de *Piola-Kirchhoff*, que relaciona las cargas en la configuración actual con el área en la configuración de referencia material.

Por tanto, la formulación propuesta sigue las ecuaciones de gobierno descritas por los tensores de *Piola-Kirchhoff* y representan en cada uno de los casos: el primer tensor relaciona las fuerzas en la configuración final deformada con las áreas en la configuración inicial no deformada y presenta una expresión como la descrita en la ecuación 3.1.

$$\mathbf{P} = J \boldsymbol{\sigma} \mathbf{F}^T \quad \text{Ec. 3.1.}$$

Donde \mathbf{F} es el tensor gradiente de deformación y $J = \det \mathbf{F}$. Expresado en componentes respecto a una base ortonormal el primer tensor de *Piola-Kirchhoff* toma la forma presentada en la ecuación 3.2.

$$P_{iL} = J \sigma_{ik} F_{Lk}^{-1} = J \sigma_{ik} \frac{\partial X_L}{\partial x_k} \quad \text{Ec. 3.2.}$$

El segundo tensor relaciona las sollicitaciones en la configuración de referencia con las áreas en la misma configuración de referencia, presentando la siguiente expresión en términos tensoriales, ecuación 3.3.

$$\mathbf{S} = J \mathbf{F}^{-1} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{F}^T \quad \text{Ec. 3.3.}$$

Donde \mathbf{F} y J son los definidos en la ecuación 3.1. Expresado en componentes el segundo tensor de *Piola-Kirchhoff* toma la forma presentada en la ecuación 3.4.

$$P_{iL} = J F_{Ik}^{-1} F_{Lm}^{-1} \sigma_{im} = J \frac{\partial X_L}{\partial x_k} \frac{\partial X_L}{\partial x_m} \sigma_{km} \quad \text{Ec. 3.4.}$$

3.4.5 Análisis de datos

Se tratará de analizar el grado de relación entre los resultados obtenidos, conjunto de valores presentados en la figura 3.30, a partir de las variables explicativas descritas en la tabla 3.1 y si ellos en su conjunto presentan algún tipo de distribución estadística conocida.

Para ello procederemos a calcular las regresiones lineales entre los diferentes resultados y el conjunto de variables explicativas. Ello lo realizaremos mediante un complemento de cálculo estadístico de Excel® denominado XLSTAT® que nos proporciona la relación entre los conjuntos de valores solicitados así como la posibilidad de verificar su bondad e independencia a través de una T-Student.

Realizaremos una regresión lineal, obteniendo un resultado de la forma de la Ec 3.5. El porqué de una regresión viene dado porque es

la única que permite luego un análisis estadístico de significación entre parámetros. Para aplicar un análisis de T-Student y ver si los parámetros son azarosos o no, sólo se puede hacer sobre una regresión lineal. Las de mayor orden pueden ajustar mejor, pero no podemos aseverar que los coeficientes sean fruto de una relación entre las variables a estudiar.

$$Y = a + b X \quad \text{Ec. 3.5.}$$

Y mediante el análisis de T-Student verificaremos el grado de confianza de los valores a y b, es decir que estos tienen un p-valor inferior a 0.05 y por tanto los resultados obtenidos para los coeficientes son estadísticamente significativos y no pueden ser atribuidos a causas azarosas.

Presentamos un ejemplo que será ampliado en el capítulo de resultados de relación entre un resultado y una de las variables explicativas. Tensión frente a edad con una $p < 0.05$

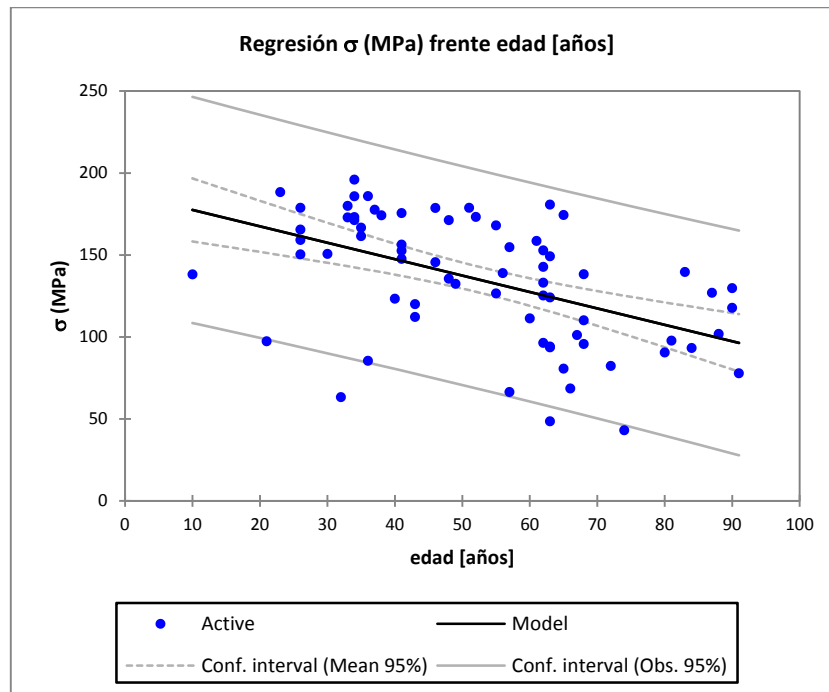


Fig 3.29. Validación de los coeficientes de la regresión lineal propuesta para una determinada relación - tensión edad -.

Además, como se menta en el primer párrafo de este apartado, se obtiene para cada uno resultados presentados a modo de ejemplo en la figura 3.30 y la dimensión fractal de las muestras, una distribución estadística que supere los test de *Kolmogorov-Smirnov* y Chi-Cuadrado de forma que se valide la bondad del ajuste.

Presentamos en la figura 3.32 un ejemplo de las frecuencias de aparición de los valores de la dimensión fractal de las muestras y el valor teórico de la distribución y en la figura 3.33 en forma de histograma la densidad de los valores obtenidos y la curva de la distribución asociada al fenómeno, en este caso una distribución del valor extremo generalizado.

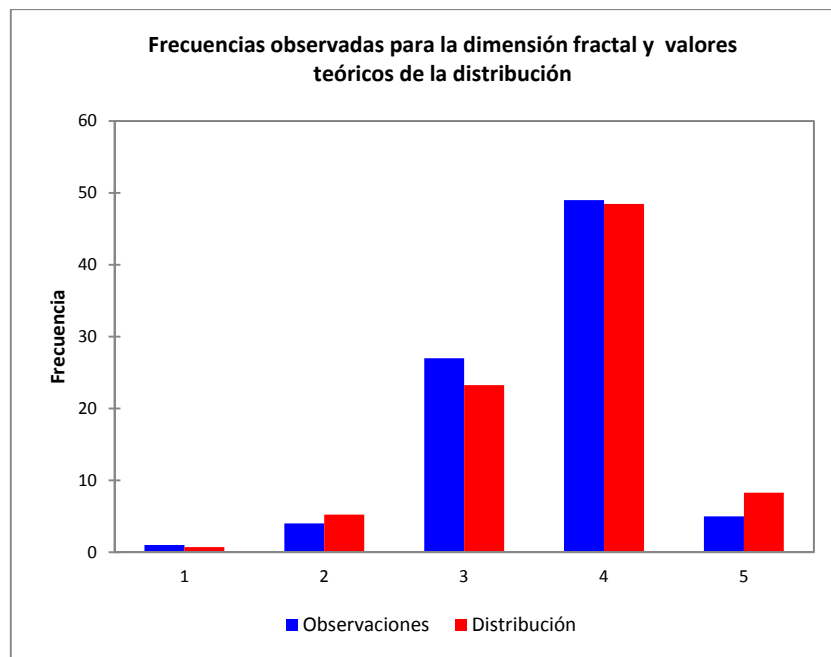


Fig 3.30. Frecuencias de aparición de los valores de la dimensión fractal de las muestras y el valor teórico de la distribución.

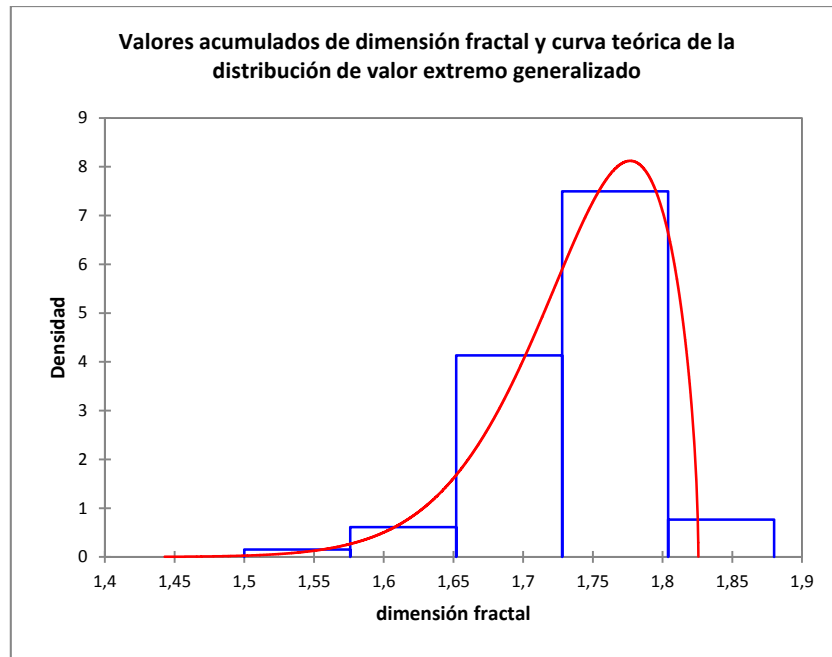


Fig 3.31. Histograma de la densidad de los valores obtenidos y la curva de la distribución asociada al fenómeno.

3.5 Micro Tomografías Axiales Computarizadas de las muestras

De cada una de las muestras ensayadas se realiza una micro tomografía axial computarizada con el objeto de tener perfectamente caracterizada la distribución de densidades interior. Esto ha de servir para, mediante lo descrito posteriormente, obtener la dimensión fractal de cada probeta y ésta considerarse una nueva variable descriptiva de su comportamiento.

3.5.1 Equipos y diseño de útiles para el TAC

Los micro TACs se realizaron en las instalaciones de CETIR Grupo Médico (CGM) conjunto de empresas de servicios sanitarios dedicadas al Diagnóstico por la Imagen y la Medicina Nuclear.

Es sus instalaciones de Espluges de Llobregat, contaba con un equipo Argus® PET/CT que se utilizó para el escaneo de las muestras, en la siguiente imagen se muestra el equipo así como las características básicas de funcionamiento del mismo.



Campo de Visión (FOV)	68 x 68 mm
Área activa de detección	120 x 120 mm
Resolución	50 μ m
Punto focal	35 μ m
Pico de tensión	0-50 kV (Variable)
Corriente máxima	1 mA
Potencia máxima	50 W continuos

Fig 3.32. Imagen del equipo Argus PET/CT donde se realizaron los micro-CTs y características del mismo.

Para poder realizar el escaneo correctamente se diseñó el útil de la imagen de la figura 3.33 el objetivo del cual era mantener las probetas siempre en la posición adecuada, fijadas entre ellas y con una equidistancia regular entre las mismas.

Para ello se diseñó un dispositivo estanco, un tubo de diámetro 60 mm dentro del cual se aloja una base de nylon donde se insertan guías de fibra de vidrio. Gracias a éstas se ubican las probeta, se garantiza la correcta alineación de las mismas y entre ellas se sitúan juntas tóricas de espesor 2 mm que garantizan una separación constante y regular entre las muestras. De esta forma se pudieron llegar a realizar 20 micro TACs a la vez. Dicho dispositivo se llenaba con suero fisiológico para mantener las muestras hidratadas durante las 24 h que se tarda en llevar las muestras, escanear y recogerlas de vuelta al laboratorio.

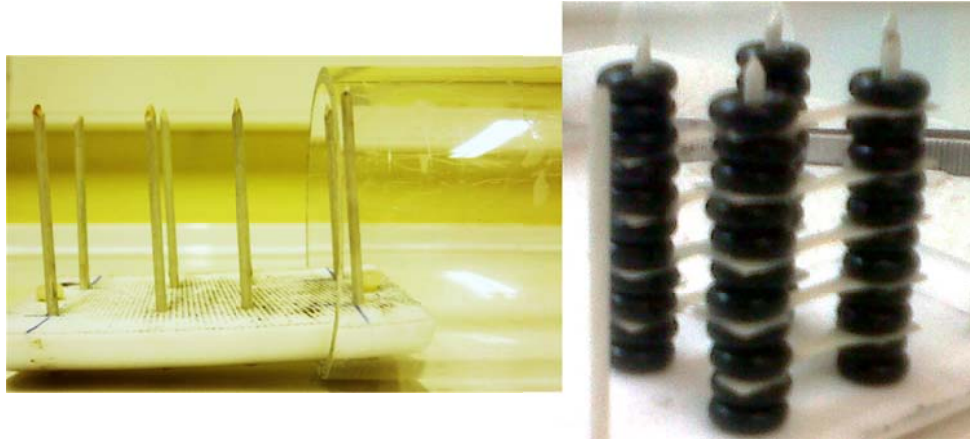


Fig 3.33. Izq. Dispositivo diseñado para el alojamiento de las probetas para la realización del micro-CT. Drch. Muestra de probetas montadas sobre el dispositivo diseñado.

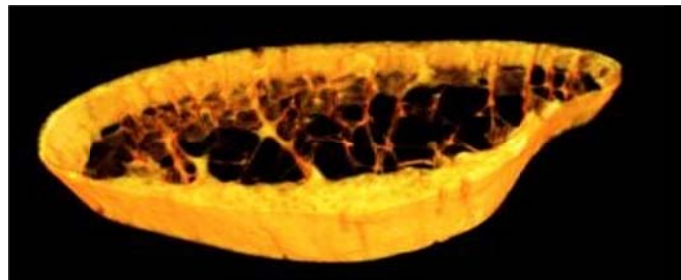


Fig 3.34. Reconstrucción gráfica a partir de los micro-CT realizados a un segmento completo de costilla antes de la extracción de las probetas.

3.5.2 Análisis de imágenes para la obtención de la dimensión fractal

Del proceso de escaneado de las probetas se obtenían archivos diferenciados para cada una; este archivo era la superposición de todas y cada una de las imágenes que una vez reconstruidas nos dan la topología interior de la muestra.

Para la reconstrucción gráfica de la información se utilizó el software de tratamiento de imágenes ImageJ®.

Con este se reconstruía cada muestra y corregían posibles fallos de alineación de las muestras obteniendo imágenes de la distribución de masa (representado por la intensidad de blancos de la imagen) tal y como se presentan en la siguiente imagen.

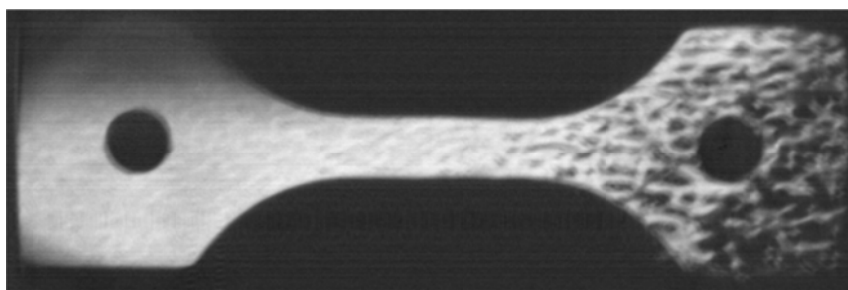


Fig 3.35. Vista en planta de la reconstrucción digital de la muestra 48_12.

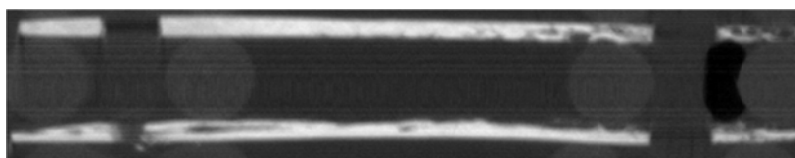


Fig 3.36. Reconstrucción digital del alzado de las muestras 48_12 y 35_12.

Una vez obtenidas las reconstrucciones de las imágenes de cada muestra, se pasa a descomponer dicha información en una sucesión de imágenes, suma de la cual es toda la caña de cada muestra, descartando las zonas de anclaje y quedándonos solo con la parte central de cada probeta.

A continuación se muestra un ejemplo de cuatro imágenes, correspondientes a otras tantas secciones de un espécimen.

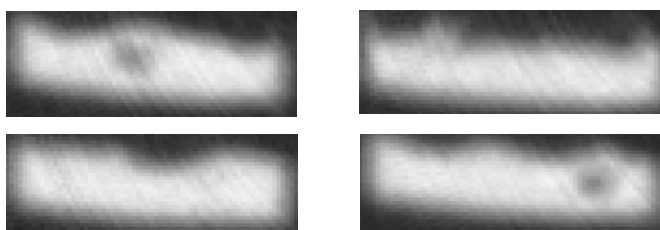


Fig 3.37. Micro-CT transversal de la muestra 48_12.

Con el conjunto de imágenes que corresponden a toda la caña de la probeta, en formato *.tiff* se procede al tratamiento de estas

imágenes mediante MatLab® para el cálculo de la dimensión fractal. [3-4]

El valor de la dimensión fractal para cada muestra se tomó como una variable explicativa, por tanto será analizada en el capítulo de resultados para dar origen a las relaciones entre los parámetros de definición del comportamiento mecánico de las probetas.

En la tabla 3.3 se presenta un resumen de todas las operaciones realizadas en este apartado de experimentación así como los tiempos máximos de cada una de ellas y su lugar de realización.

Tabla 3.5. Resumen de las operaciones realizadas durante la experimentación, tiempos máximos y lugar de realización.

nº de operación	Institución donde se realiza	Operación	Tiempo máximo de realización
1	IMLC	Extracción muestra	4 días
2	IMLC	Conservación en suero fisiológico <72h	
3	UPC	Limpieza costilla	
4	UPC	Conservación congelación de la muestra	
5	UPC	Descongelación	3 días
6	UPC	Seccionado en segmentos	
7	UPC	Extracción de la lámina cortical	
8	UPC	Mecanizado para obtener la longitud nominal	
9	UPC	Mecanizado para obtener la geometría de la probeta	
10	UPC	Pulido para obtener el espesor óptimo	
11	UPC	Montaje en dispositivo para realizar mCT	
12	CETIR	Realización mCT	
13	UPC	Ensayo de la muestra	5 días
14	CETIR	Generación de la secuencia de imágenes del CT	
15	UPC	Análisis de resultados	

4

Resultados

En el presente capítulo se presentan los resultados obtenidos en la experimentación, así como el tratamiento de los mismos para poder llegar a concluir con la relación constitutiva objeto de la presente tesis.

Dividiremos la presentación de los resultados en los apartados siguientes:

- Resultados experimentales, donde se muestra desde la adquisición de datos y su posterior filtrado y tratamiento, hasta la composición de los mismos para encontrar las propiedades mecánicas de cada muestra. Dentro de este apartado también

presentaremos las dimensiones fractales calculadas para cada muestra.

- Matriz de resultados, apartado en el que mostraremos la validez estadística de los resultados así como el análisis detallado de los mismos y las diferentes agrupaciones propuestas.
- Modelos propuestos, apartado donde presentaremos el modelo que se plantea como tesis del trabajo, modelo que nos permite calcular la tensión de fallo de las muestras de costilla basada en parámetros medibles sin necesidad de actuar sobre la costilla, siendo pues un modelo no invasivo
- Artículos publicados, se relacionan los artículos publicados relacionados con diferentes aspectos de la tesis.

4.1 Resultados experimentales.

El resultado de la experimentación es la compilación de relaciones tensión-deformación ($\sigma-\epsilon$) para todas las muestras ensayadas. Como se describió en el capítulo anterior, se ha propuesto una metodología de trabajo experimental que nos conduce a obtener las gráficas ($\sigma-\epsilon$) como la mostrada en la siguiente figura (Fig 4.2). Pero para llegar a ello primero se han de filtrar los datos obtenidos directamente de los sistemas de medida en el laboratorio.

El resultado sin filtrar, como el mostrado en la gráfica de la figura 4.1 donde se muestran claras oscilaciones en los valores graficados. Esto es debido a la alta frecuencia de muestreo frente al tiempo total de ensayo. Se toman datos de fuerza a una frecuencia de 60 Hz y se toman 60 imágenes por segundo para el cálculo de la deformación, esta frecuencia frente a un ensayo de varios segundos hace que al representar los datos frente al tiempo tengamos rangos horizontales en la presentación de resultados. Para ello hacemos la media de los valores de abscisa para cada valor de ordenada y así suavizamos la curva.

Los resultados se presentan en forma de curvas suavizadas como la figura 4.2.

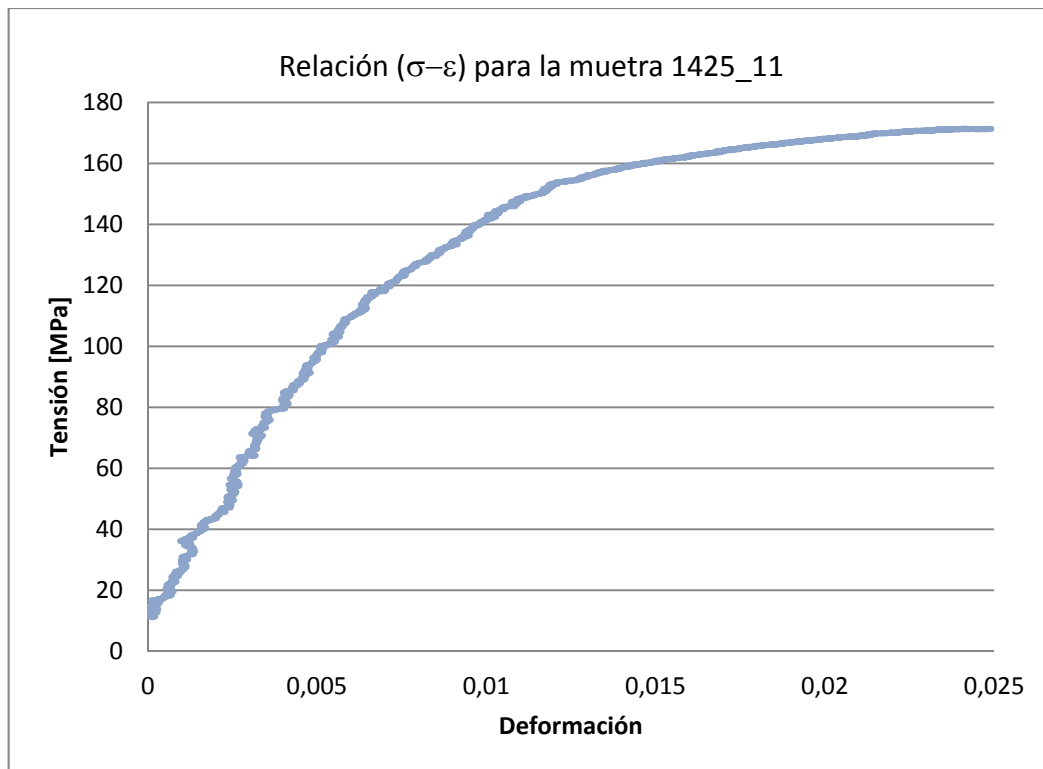


Fig 4.1. Ejemplo de resultados obtenidos, sin filtrado de datos y suavizado de la curva, relación σ - ϵ para la muestra 1425_11.

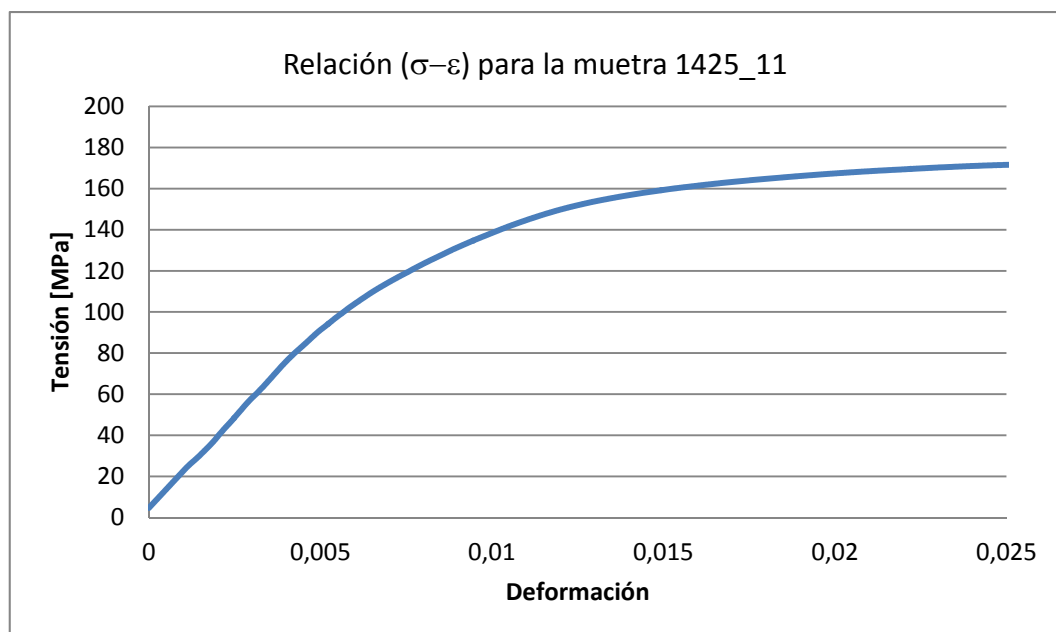


Fig 4.2. Ejemplo de resultados ya suavizados, relación σ - ϵ para la muestra 1425_11.

Todos los resultados obtenidos se han agrupado por edad, ya que dicha variable presenta una clara incidencia en los resultados obtenidos. Tal y como se presentará al final de presente capítulo,

ésta es una de las variables fundamentales de las relaciones obtenidas como resultados en la presente tesis doctoral.

4.1.1 Curvas de tensión-deformación.

Se presenta el conjunto de curvas que representan relaciones tensión deformación agrupada por edades. Los resultados de las curvas presentan grandes semejanzas con los referenciados en la literatura. [4-1].

Sobre ellas y como se explica en el apartado siguiente, se obtienen para cada muestra la deformación máxima, la tensión de rotura, la tensión del 'límite elástico', la energía de deformación y la tensión al 2 ‰ de deformación.

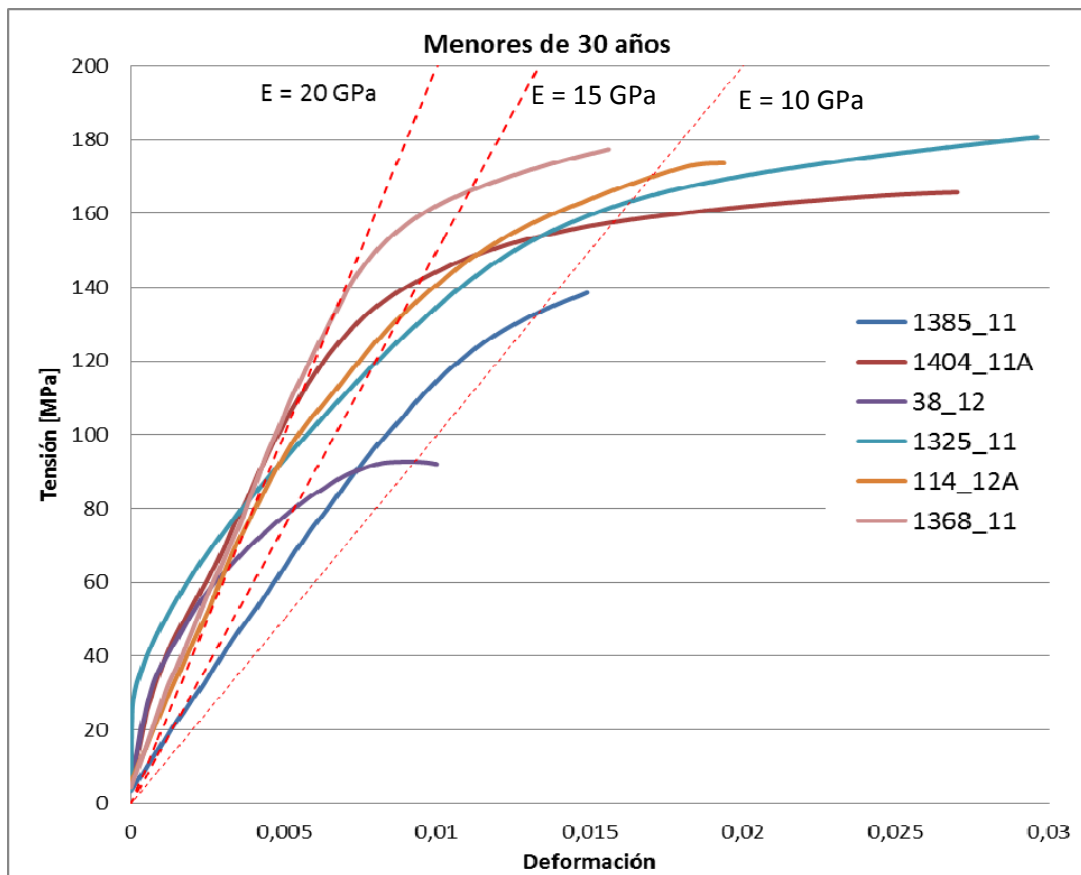


Fig 4.3. Relaciones σ - ϵ para muestras de especímenes menores de 30 años.

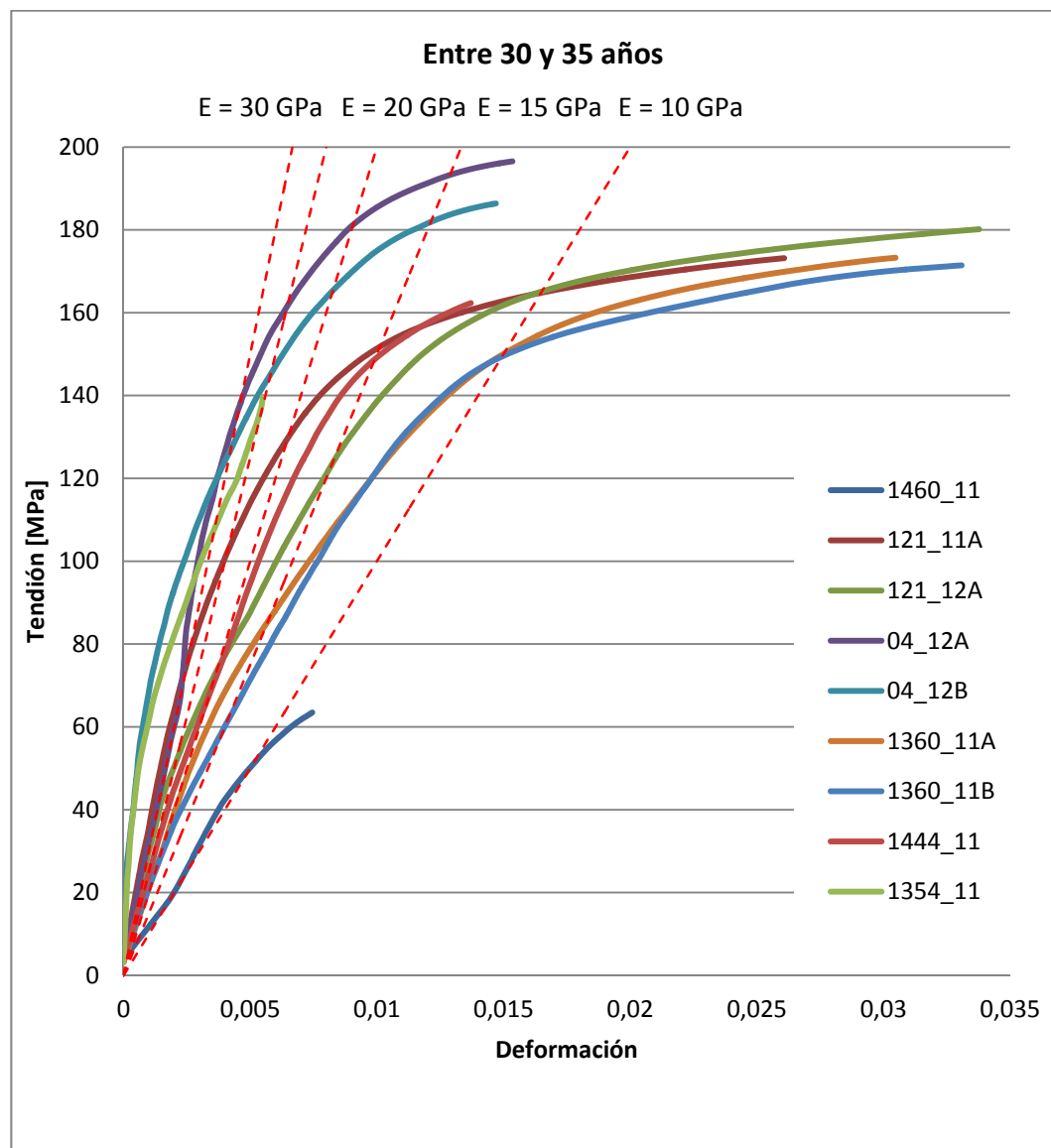


Fig 4.4. Relaciones σ - ϵ para muestras de especímenes de entre 30 y 35 años.

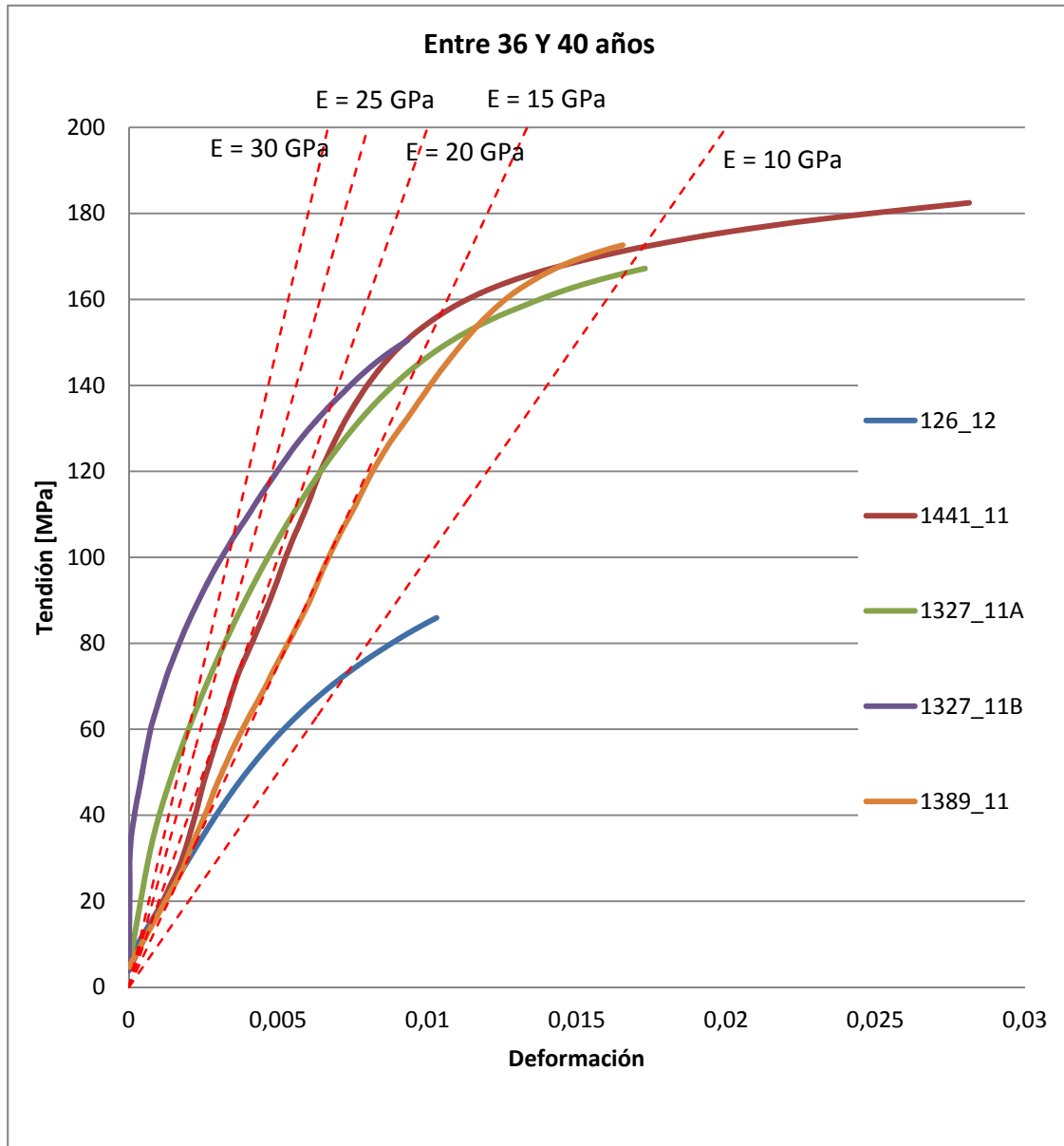


Fig 4.5. Relaciones σ - ϵ para muestras de especímenes de entre 36 y 40 años.

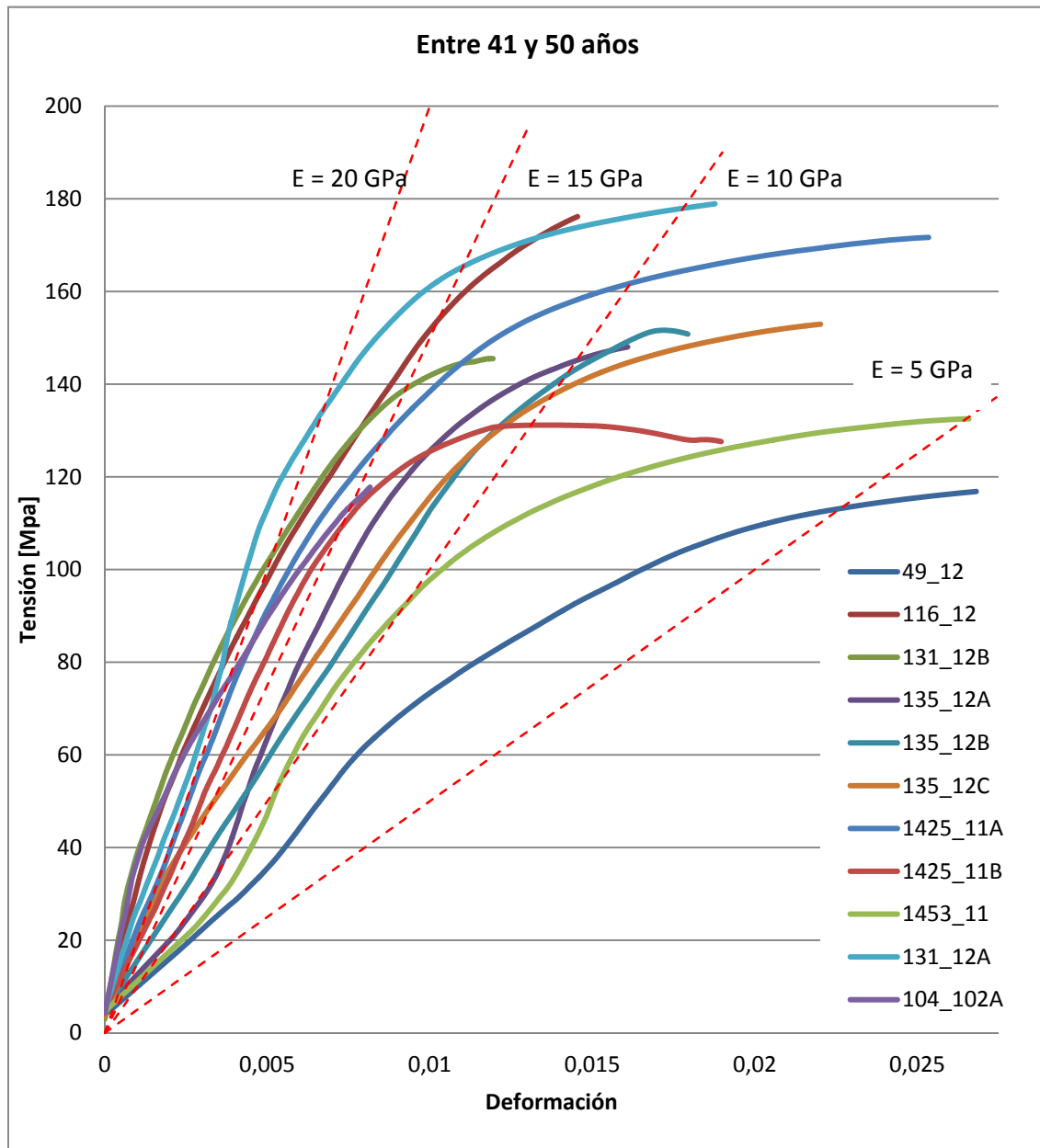


Fig 4.6. Relaciones σ - ϵ para muestras de especímenes de entre 41 y 50 años.

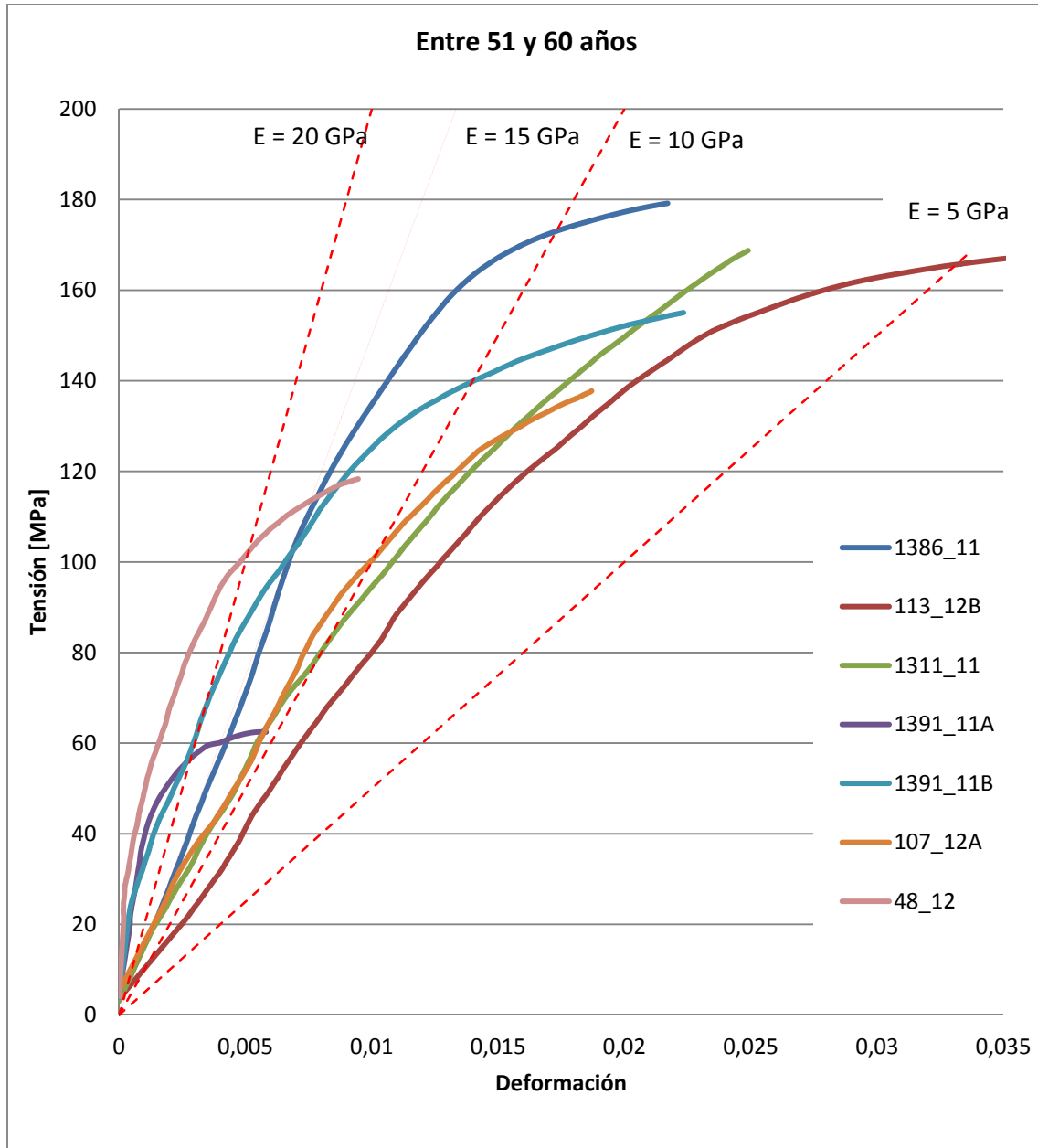


Fig 4.7. Relaciones σ - ϵ para muestras de especímenes de entre 51 y 60 años.

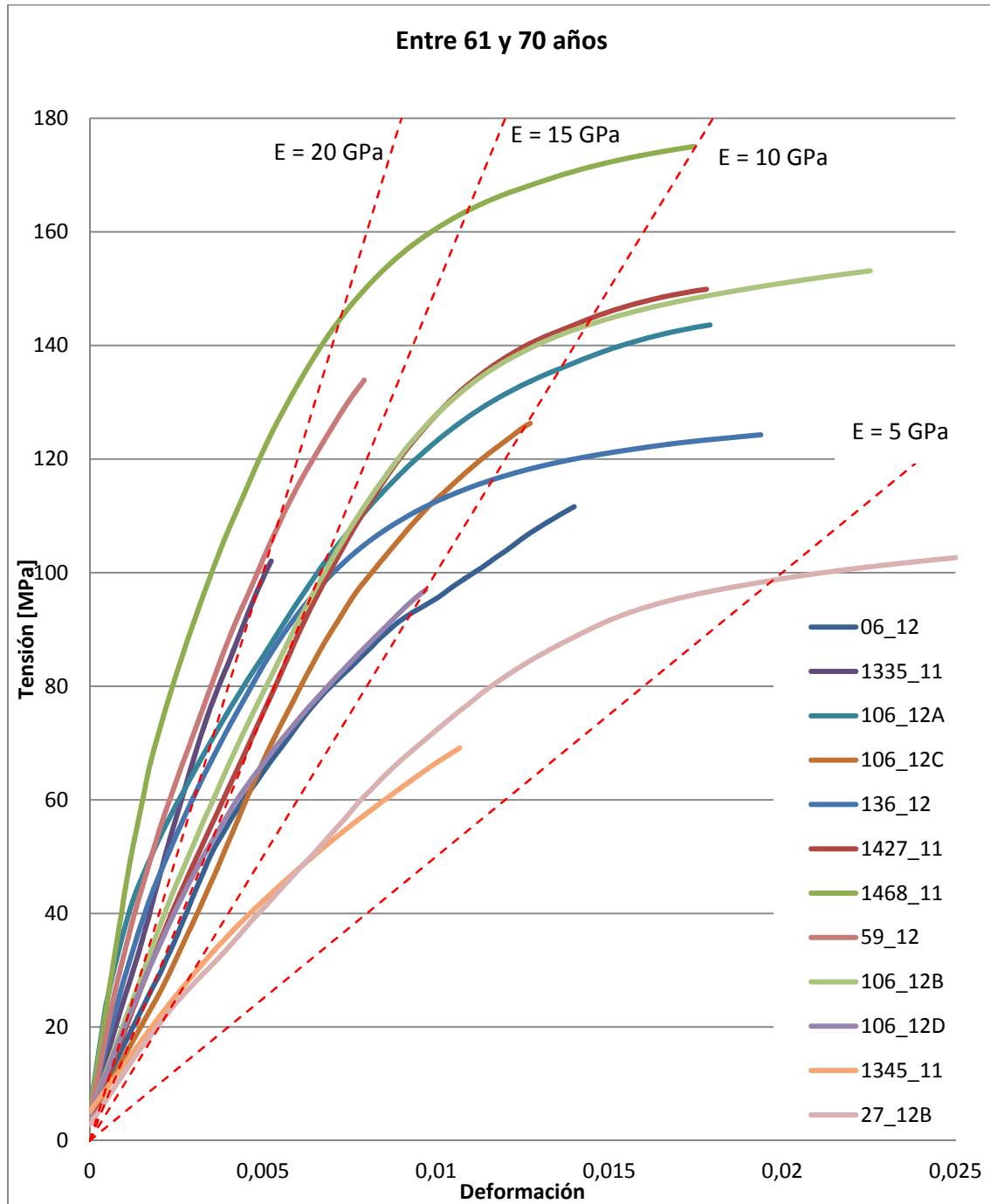


Fig 4.8. Relaciones σ - ϵ para muestras de especímenes de entre 61 y 70 años.

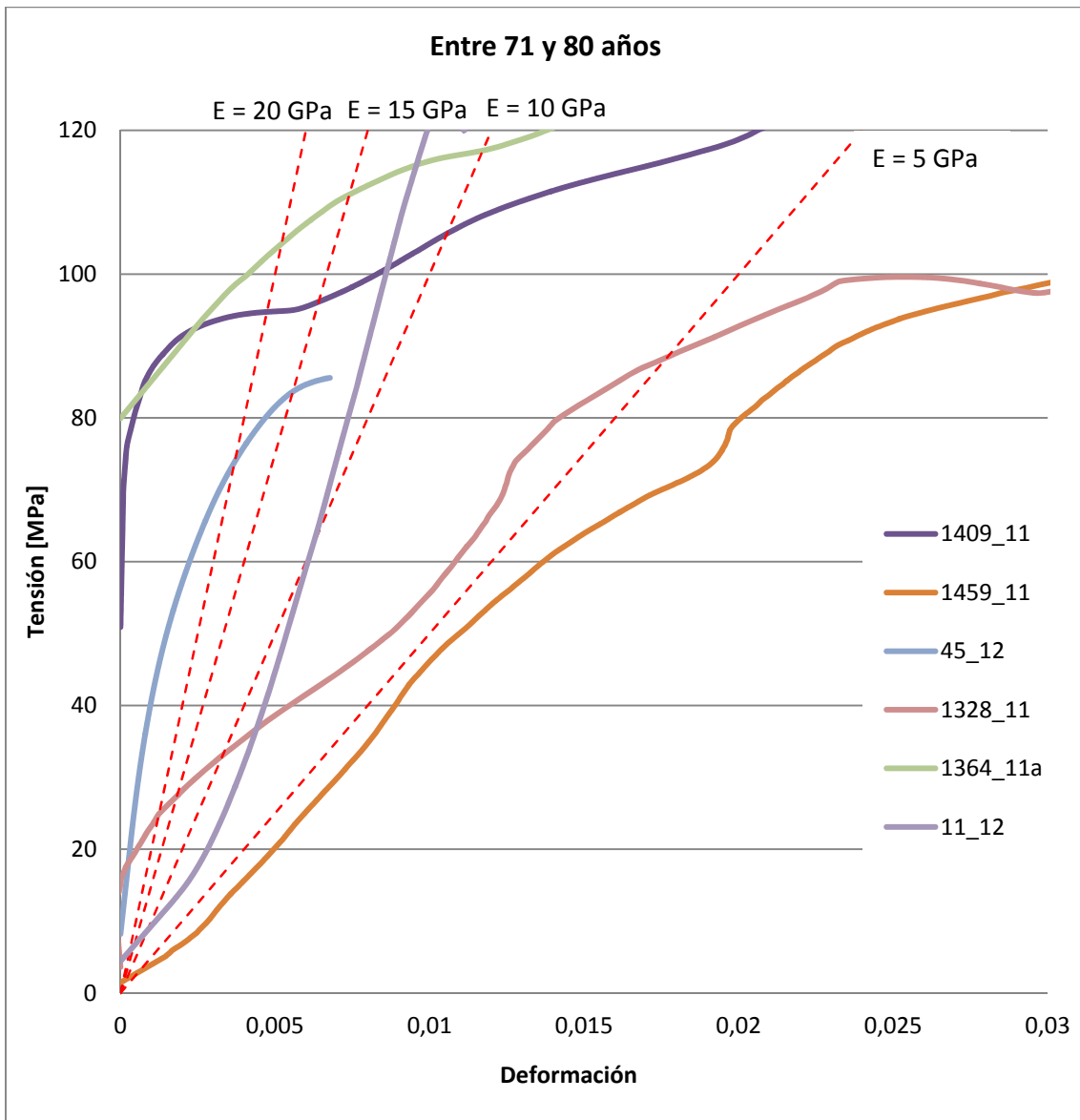


Fig 4.9. Relaciones σ - ϵ para muestras de especímenes de entre 71 y 80 años.

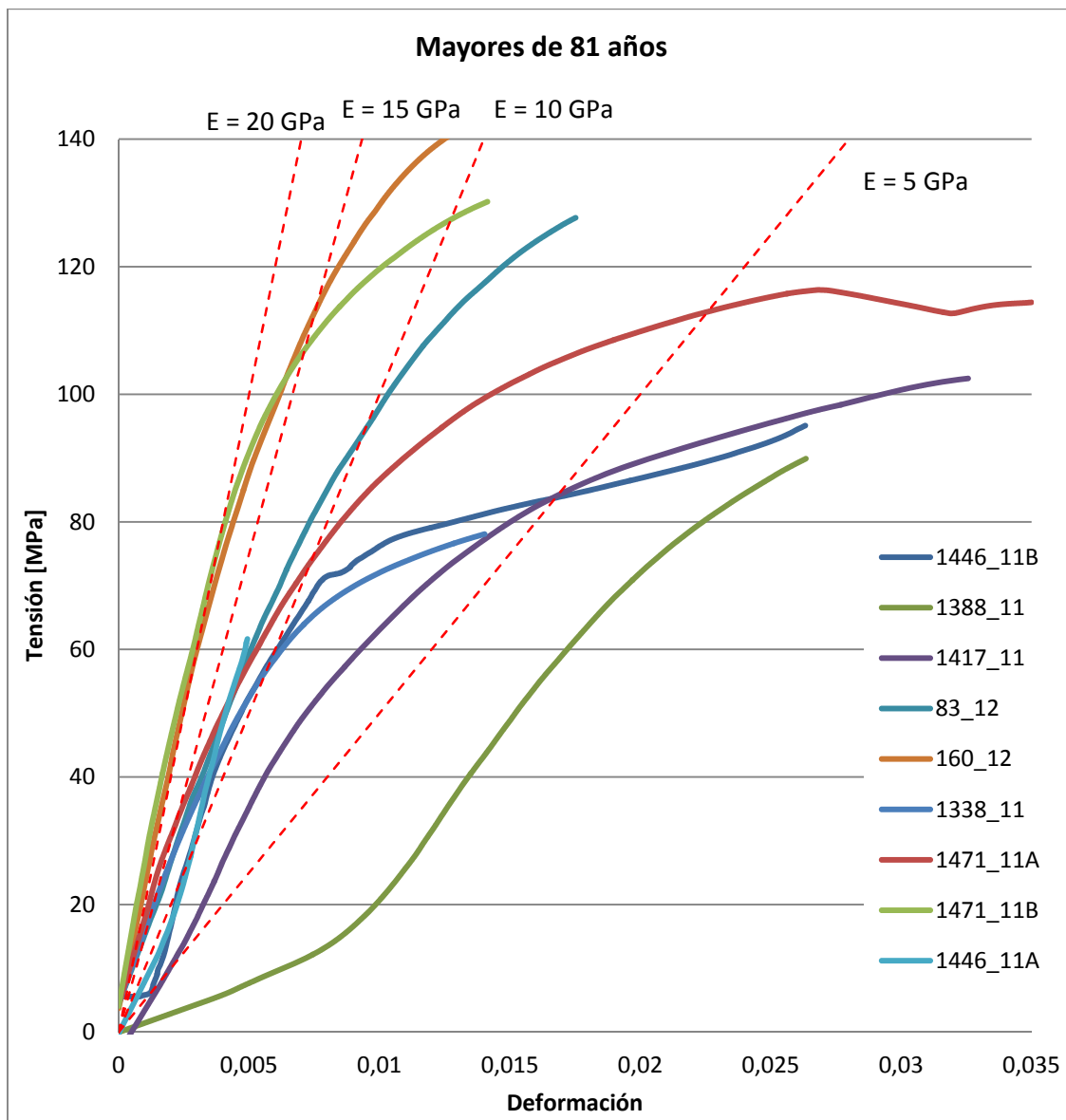


Fig 4.10. Relaciones σ - ε para muestras de especímenes mayores de 81 años.

4.1.2 Propiedades mecánicas.

A partir de los datos obtenidos en el ensayo de tracción, descritos en los apartados 3.4.2 y 3.4.4, se ha programado una rutina que obtenga las siguientes propiedades: deformación máxima, la tensión de rotura, la tensión del 'límite elástico', la energía de deformación y la tensión al 2 ‰ de deformación.

El propio algoritmo de cálculo empleado para la obtención de las gráficas del apartado anterior nos ofrece también como resultados los puntos singulares descritos en el párrafo anterior.

Con todo ello, para cada una de las gráficas anteriores, correspondientes a cada una de las muestras ensayadas, se obtiene una tabla de resultados como la mostrada a continuación.

Tabla 4.1. Propiedades mecánicas correspondientes a la muestra 1425_11.

e_{Max}	σ (MPa)	σ_R (MPa)	E (MPa)	$\sigma_{0.02}$ (MPa)
0,02492	171,34	175,57	16997	77,77

4.1.3 Dimisiones fractales.

Para todas las muestras ensayadas se ha calculado su dimensión fractal. Ésta se basa en el estudio de la geometría fractal que ha sido utilizada para describir los patrones irregulares con auto-similaridad a diferentes escalas. En particular, los fractales se han utilizado para caracterizar las distintas propiedades de medios porosos [4-2 y 4-3]. Los fractales, por lo menos en un sentido estadístico, son auto-similares. Observando la estructura porosa interna del hueso cortical a diferentes escalas, la imagen magnificada se asemeja a la apariencia original del origen inicial no ampliada (en una amplia gama de escalas). La dimensión fractal (DF) de un medio se relaciona con la manera en que el medio llena el espacio. Más exactamente, la DF puede entenderse como un exponente que caracteriza la variación del volumen aparente del medio. Para hueso cortical $DF \approx 3$ refleja una baja porosidad (un material perfectamente sólido tiene $D = 3$), y los valores más bajos de DF reflejan que los poros ocupan una proporción mayor del espacio dentro del hueso.

El objetivo de este apartado es desarrollar y aplicar un método para caracterizar la microestructura de cada muestra de hueso usando la geometría fractal y establecer si existe una correlación entre la

dimensión fractal del hueso y las propiedades del material estimadas a partir de ensayos de tracción.

La obtención de la dimensión fractal, se puede obtener mediante la aplicación de un algoritmo basado en el espectro de potencia asociado a la distribución de grises, en el que se basan la definición de dimensión fractal de *Minkoswky-Bouligand* y la modificación propuesta por *Bouligand* [4-4 y 4-5]. Una dificultad que presenta el algoritmo utilizado, y otros métodos simples, es que la superficie de la imagen puede ser considerada un objeto fractal, y esto es difícil de discriminar para muchos métodos. Por ello se utilizó la transformada de Fourier como técnica de análisis de los espectros frecuenciales de las imágenes de los microCT, con lo que se evitan estos problemas de frontera.

Se parte de que para una imagen en dos dimensiones y representada en una escala de grises de 8 bits, la DF es un número real entre 2 y 3. El proceso seguido fue el siguiente: se cogieron todas las imágenes correspondientes a los micro CT de la caña de las probetas, ejemplo de ellas mostradas en la figura 3.39. Fijada su área de interés, reducida ésta a un rectángulo interior a la sección transversal, se calculó la FFT mediante una subrutina de MatLab®. Esto genera una matriz bidimensional compleja conjugada a partir de los valores de intensidad de la imagen original. El espectro de energía $\hat{S}(\omega_x, \omega_y)$ se calcula como: [4-6].

$$\hat{S}(\omega_x, \omega_y) = |F(\omega_x, \omega_y)F^*(\omega_x, \omega_y)| \quad \text{Ec. 4.1.}$$

donde $F(\omega_x, \omega_y)$ es la transformada de *Fourier* y $F^*(\omega_x, \omega_y)$ es el conjugado complejo de la $F(\omega_x, \omega_y)$, siendo ω_x y ω_y las longitudes de onda asociadas con las coordenadas (x, y). Resultando el espectro de energía el promediado sobre círculo $\omega = (\omega_x^2 + \omega_y^2)^{1/2}$ como resultado de la función $S(\omega)$. Para altas frecuencias $S(\omega)$ se descompone aproximadamente como $1/\omega^\beta$. Representando en la siguiente figura Fig 4.10. $S(\omega)$ en un diagrama doble logarítmico la pendiente de la última parte del diagrama corresponde con las altas frecuencias y

estas están relacionadas con la dimensión DF por la ecuación 4.2 .[4-7 y 4-8].

$$DF = 4 - \beta/2$$

Ec. 4.2.

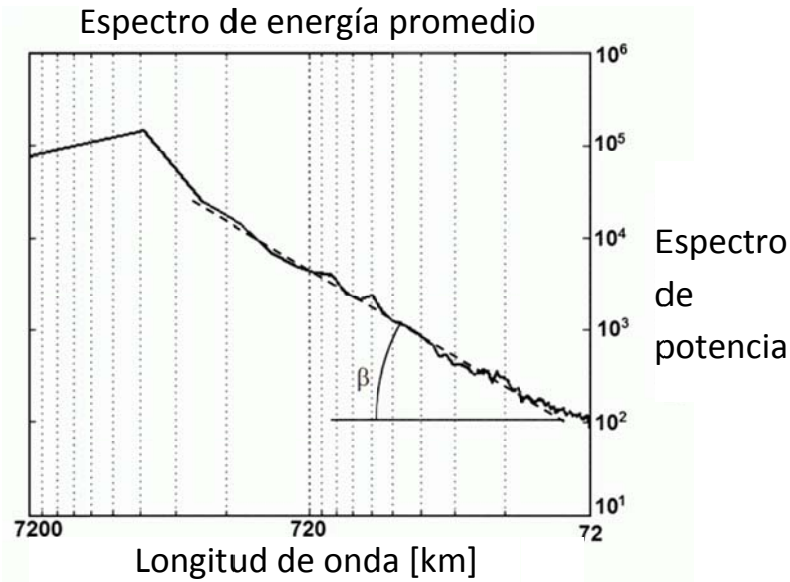


Fig 4.11. Representación del espectro de energía frente a la longitud de onda, gráfico doble logarítmico. En las bajas longitudes de onda (correspondientes a las altas frecuencias) encontramos la relación con la DF descrita en la Ec. 4.2.

Todo el tratamiento de datos obtenidos de la aplicación del algoritmo descrito en los párrafos anteriores se llevó a cabo con el software de XLSTAT (SAS Institute Inc., Cary, NC, USA). La relación entre las características mecánicas y la dimensión fractal se presentan el apartado 4.2.2 del presente capítulo.

En la tabla 4.2 mostramos los resultados de dimensión fractal junto con el identificador de la misma, así como los valores de la R^2 , la pendiente media y la desviación de la misma [4-9, 4-10].

Tabla 4.2. Valores de dimensión fractal, R^2 , pendiente media y desviación de la misma.

nº necro	Dim Fractal	R^2	med Pend	Desv	nº necro	Dim Fractal	R^2	med Pend	Desv
0011/12	1,8015560102	0,83	-0,40	0,06	0067/12	1,6898185492	0,90	-0,62	0,12
1409/11	1,7665785354	0,71	-0,47	0,01	0104/12A	1,6843932745	0,87	-0,63	0,13
1336/11A	1,7374813174	0,72	-0,53	0,03	0104/12B	1,7603487208	0,85	-0,48	0,05
1336/11A2	1,7374813174	0,72	-0,53	0,03	0116/12	1,7843969378	0,84	-0,43	0,09

Tabla 4.2. Valores de dimensión fractal, R^2 , pendiente media y desviación de la misma.

nº necro	Dim Fractal	R^2	med Pend	Desv	nº necro	Dim Fractal	R^2	med Pend	Desv
1336/11B	1,7808441130	0,97	-0,44	0,09	0126/12	1,7366059972	0,85	-0,53	0,08
1350/11	1,7884184927	0,84	-0,42	0,07	0131/12A	1,7989521288	0,90	-0,40	0,02
1397/11	1,7615760885	0,74	-0,48	0,01	0131/12B	1,6628623598	0,89	-0,67	0,08
1361/11	1,7216389957	0,78	-0,56	0,03	0135/12A	1,7744476662	0,84	-0,45	0,08
1459/11	1,7781184305	0,94	-0,44	0,03	0135/12B	1,7544868723	0,82	-0,49	0,08
0045/12	1,7865743028	0,77	-0,43	0,05	0135/12C	1,7383143630	0,90	-0,52	0,07
0012/12	1,7671438620	0,76	-0,47	0,01	1321/11	1,6787119038	0,82	-0,64	0,13
0036/12	1,7981977723	0,99	-0,40	0,00	1326/11	1,6838269207	0,86	-0,63	0,13
0132/12A	1,7151769172	0,92	-0,57	0,10	1386/11	1,7169366355	0,84	-0,57	0,09
0132/12B	1,7626005066	0,87	-0,47	0,04	1389/11	1,5824444401	0,80	-0,84	0,20
0132/12C	1,7038039382	0,72	-0,59	0,05	1396/11	1,7844213562	0,83	-0,43	0,06
1364/11A	1,7140483887	0,68	-0,57	0,07	1425/11A	1,7785803248	0,84	-0,44	0,05
1364/11B	1,7173867399	0,76	-0,57	0,08	1425/11B	1,6681752859	0,86	-0,66	0,13
0006/12	1,8727958116	0,96	-0,25	0,03	1441/11	1,6347482377	0,76	-0,73	0,22
0031/12	1,6755936333	0,84	-0,65	0,10	1453/11	1,7808937887	0,82	-0,44	0,02
0035/12	1,7614271132	0,84	-0,48	0,07	0004/12A	1,7500000000	0,82	-0,50	0,11
0048/12	1,7247108020	0,74	-0,55	0,11	0004/12B	1,7400000000	0,83	-0,52	0,14
0087/12A	1,7275706358	0,84	-0,54	0,08	0038/12	1,7800000000	0,84	-0,44	0,10
0087/12B	1,7794897808	0,75	-0,44	0,06	0114/12A	1,7395976589	0,87	-0,52	0,10
0102/12A	1,6261240084	0,83	-0,75	0,12	0114/12B	1,7129060636	0,85	-0,57	0,14
0102/12B	1,7250880529	0,74	-0,55	0,09	0121/12A	1,7844034027	0,86	-0,43	0,03
0107/12A	1,6633592542	0,88	-0,67	0,19	0121/12B	1,8131241554	0,85	-0,37	0,04
0107/12B	1,7197493853	0,83	-0,56	0,10	1325/11	1,7332156968	0,82	-0,53	0,07
0113/12A	1,7224945467	0,78	-0,56	0,13	1327/11A	1,7812188597	0,79	-0,44	0,04
0113/12B	1,5356716745	0,78	-0,93	0,20	1327/11B	1,7034547517	0,83	-0,59	0,11
1311/11	1,7136910882	0,80	-0,57	0,06	1354/11	1,7887863594	0,89	-0,42	0,08
1316/11	1,7722791595	0,81	-0,46	0,04	1360/11A	1,7782365917	0,81	-0,44	0,07
1335/11	1,7535259355	0,84	-0,49	0,10	1360/11B	1,7408111644	0,80	-0,52	0,12
1391/11A	1,7886955876	0,86	-0,42	0,07	1368/11	1,7407278741	0,82	-0,52	0,08
1391/11B	1,7176662686	0,83	-0,56	0,13	1385/11	1,7719326441	0,82	-0,46	0,04
0008/12	1,7133768894	0,77	-0,57	0,15	1394/11	1,7560436935	0,87	-0,49	0,05
0049/12	1,7353276402	0,84	-0,53	0,07	1404/11A	1,8239128760	0,83	-0,35	0,05
0136/12	1,7764223991	0,79	-0,45	0,04	1404/11B	1,7897376852	0,81	-0,42	0,05
0160/12	1,7727511673	0,84	-0,45	0,08	1460/11	1,8001401011	0,82	-0,40	0,03
1338/11	1,8249060809	0,85	-0,35	0,03	0059/12	1,7416697366	0,89	-0,52	0,07
1468/11	1,6197482668	0,86	-0,76	0,14	0106/12A	1,8182509262	0,82	-0,36	0,08
1471/11A	1,7277552918	0,87	-0,54	0,11	0106/12B	1,8002069597	0,84	-0,40	0,05
1471/11B	1,7128793056	0,85	-0,57	0,07	0106/12C	1,7760480992	0,78	-0,45	0,11
1444/11	1,7437153298	0,80	-0,51	0,08	0106/12D	1,7136255885	0,81	-0,57	0,08

Los resultados obtenidos para la dimensión fractal de cada muestra, no sólo se utilizan para relacionarlos con las características mecánicas del hueso cortical de costilla como se presentaran en los próximos apartados del presente capítulo, sino que se presenta a continuación una distribución de probabilidad de las mismas.

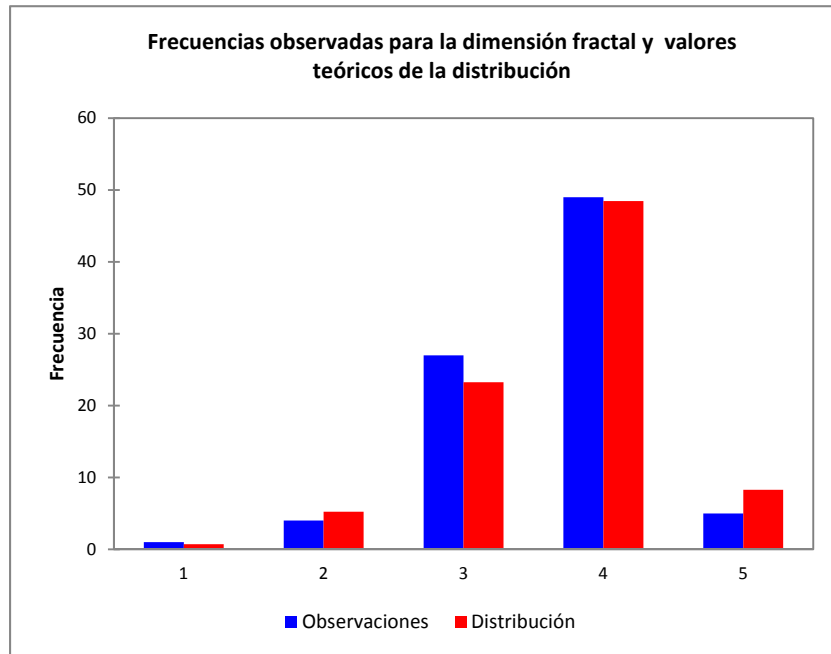


Fig 4.12. Frecuencias de aparición de los valores de la dimensión fractal de las muestras y el valor teórico de la distribución.

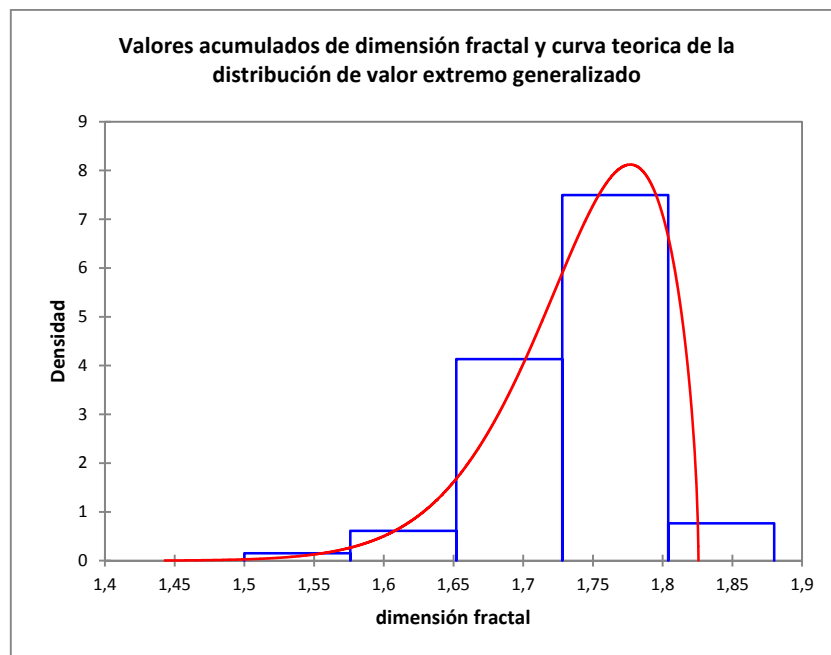


Fig 4.13. Histograma de la densidad de los valores obtenidos y la curva de la distribución asociada al fenómeno.

La distribución obtenida corresponde al tipo GVE (distribuciones generalizadas de valores extremos). Ésta es una combinación de las familias de distribuciones de *Gumbel*, *Fréchet* y *Weibull* siendo estas las descritas en las ecuaciones 4.3 a 4.5.

$$\text{a) } \quad \textit{Gumbel}: \Lambda_{\mu,\psi}(x) = e^{-e^{-(x-\mu)/\psi}} \quad x \in \mathbb{R} \quad \text{Ec. 4.3.}$$

$$\text{b) } \quad \textit{Fréchet}: \Phi_{\alpha,\mu,\psi}(x) = \begin{cases} 0 & x < \mu \\ e^{-((x-\mu)/\psi)^{-\alpha}} & x \geq \mu \end{cases} \quad \text{Ec. 4.4.}$$

$$\text{c) } \quad \textit{Weibull}: \Psi_{\alpha,\mu,\psi}(x) = \begin{cases} e^{-(-(x-\mu)/\psi)^\alpha} & x < \mu \\ 1 & x \geq \mu \end{cases} \quad \text{Ec. 4.5.}$$

Donde μ es el extremo izquierdo para la distribución de *Fréchet* y el extremo derecho para la distribución de *Weibull*.

Los tres tipos de distribuciones de valor extremo pueden ser combinados en una sola distribución con parametrización común. Ésta fue propuesta por *Von Mises* (1954) y *Jenkinson* (1955), y se conoce como la Distribución Generalizada de Valores Extremos, DGVE o GEV por sus siglas en inglés. La forma de esta distribución es la que mostramos en la ecuación 4.6.

$$G_{\mu,\psi,\xi}(x) = e^{\left\{-\left[1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\psi}\right)\right]^{-1/\xi}\right\}} \quad \text{Ec. 4.6.}$$

Para $\xi > 0$ tenemos la distribución de *Fréchet* con $\alpha = 1/\xi$. Para $\xi < 0$ tenemos la distribución de *Weibull* con $\alpha = -1/\xi$ y la distribución de *Gumbel* aparece como límite cuando $\xi \rightarrow 0$. El parámetro ξ se conoce como el parámetro de forma.

Presentado el resultado de la distribución de la dimensión fractal, se ha de notar que ésta y todas las distribuciones de probabilidad que se presentan en el presente capítulo han superado los test de bondad de los ajustes de *Kolmogorov-Smirnov* y *Chi-Cuadrado*. Estos sirven para someter a prueba hipótesis referidas a distribuciones de frecuencias. En términos generales, estas pruebas contrastan frecuencias observadas con las frecuencias esperadas de acuerdo con ciertas hipótesis de partida [4-11].

La distribución de probabilidad GVE es ampliamente utilizada en el estudio de fenómenos naturales, meteorológicos y ambientales. Ahora se presenta un nuevo ámbito de aplicación, la distribución de la dimensión fractal correspondiente al hueso cortical y como veremos en el siguiente capítulo, la relación de ésta con la densidad ósea.

4.2 Matriz de resultados

En este apartado vamos a presentar el compendio de resultados experimentales obtenidos. Con ellos haremos un análisis estadístico y su posterior análisis conducente a la proposición de una relación constitutiva del comportamiento del hueso cortical de la costilla humana.

La tabla siguiente presenta los resultados tal como se presentó en el apartado anterior utilizando como ejemplo el espécimen 1425_11.

Tabla 4.3. Resultados experimentales, valores de deformación última, tensión de rotura, módulo de Young tangente, tensión al 2 % de deformación y tenacidad.

nº necro	ϵ_{Max}	σ (MPa)	σ_R (MPa)	E (MPa)	$\sigma_{0.02}$ (MPa)	Eng_{Def}
1388/11	0,02499	90,55	91,89	3959	4,37	1,61
1417/11	0,03224	101,84	105,02	7766	41,19	0,77
1431/11	0,02029	39,25	39,82	2438	6,58	4,74
1446/11A	0,01559	61,33	62,28	7638	61,23	1,71
1446/11B	0,02615	93,33	95,66	9243	49,78	2,95
1467/11	0,03443	12,30	12,71	2064	0,20	1,98
1470/11	0,07892	97,82	102,43	2356	37,23	2,97
0011/12	0,01667	130,97	132,49	12733	5,90	1,63
1409/11	0,02249	125,90	128,56	2163	98,61	0,74
1336/11A2	0,02201	79,01	80,61	5700	70,11	0,23
1397/11	0,02682	81,15	83,18	2693	75,31	2,83
1459/11	0,04318	100,11	103,22	3852	50,71	3,66
0045/12	0,00719	85,61	86,19	38064	24,26	0,48
0012/12	0,01673	82,35	83,22	10802	73,74	2,3
0027/12A	0,02051	138,35	141,13	11672	71,68	1,71
0027/12 B	0,03701	110,15	113,88	6896	14,78	3,42
0058/12	0,00616	43,08	43,20	6621	42,87	4,27
0083/12	0,01911	126,99	129,35	10762	39,52	1,71

Tabla 4.3. Resultados experimentales, valores de deformación última, tensión de rotura, módulo de Young tangente, tensión al 2 ‰ de deformación y tenacidad.

nº necro	ϵ_{Max}	σ (MPa)	σ_R (MPa)	E (MPa)	$\sigma_{0,02}$ (MPa)	Eng_{Def}
0132/12A	0,02154	95,77	97,13	5804	19,21	0,64
0132/12B	0,01874	122,76	123,94	8115	100,16	1,38
0132/12C	0,02629	140,41	143,34	4055	113,90	0,45
1328/11	0,04235	107,10	109,94	4044	78,10	4,59
1345/11	0,01090	68,60	69,35	8242	22,30	2,5
1364/11A	0,02035	125,77	128,04	4740	101,64	1,07
1364/11B	0,01205	112,59	113,92	7640	76,87	1,39
1400/11A	0,01096	80,70	81,49	13383	79,79	1,45
1400/11B	0,01621	74,64	75,21	7032	73,80	1,27
0006/12	0,01408	111,40	112,96	13005	9,19	1,66
0031/12	0,02305	112,29	114,27	5432	111,77	1,96
0035/12	0,01466	94,19	95,00	11174	69,00	1,43
0048/12	0,00849	117,95	118,91	17214	68,22	2,73
0087/12A	0,00994	48,57	48,98	5948	48,53	2,33
0087/12B	0,02640	93,72	95,39	4073	70,89	1,06
0102/12A	0,03799	158,63	164,13	6635	99,46	2,71
0102/12B	0,02307	180,76	184,89	12272	5,01	1,8
0107/12A	0,02053	139,04	141,83	9471	81,62	2,22
0107/12B	0,01618	146,99	149,09	7596	133,30	2,18
0113/12A	0,03736	128,43	133,19	6239	90,01	3,15
0113/12B	0,05531	173,31	182,56	7750	103,17	6,49
1311/11	0,02438	168,13	172,23	8188	54,09	2,15
1316/11	0,04018	126,58	129,74	6062	99,74	3,51
1335/11	0,00498	101,25	101,75	19755	58,45	1,67
1391/11A	0,00906	66,47	66,87	20920	34,09	0,98
1391/11B	0,02319	154,84	158,30	11487	86,92	0,56
0008/12	0,00701	134,02	134,92	8736	132,53	0,4
0049/12	0,03568	120,05	124,23	6156	72,33	2,22
0104/12A	0,01878	123,42	124,61	13140	49,68	0,81
0116/12	0,01514	175,60	178,24	18191	43,03	3,71
0126/12	0,01038	85,49	86,37	11436	6,63	0,56
0131/12A	0,01993	178,76	182,13	19360	102,04	1,62
0131/12B	0,01276	145,65	147,48	15274	79,58	2,13
0135/12A	0,01696	147,68	150,07	13778	5,97	1,02
0135/12B	0,01956	156,32	159,34	10766	53,49	1,02
0135/12C	0,02322	152,66	155,95	10626	43,15	0,91
1321/11	0,01488	174,24	176,81	9118	106,73	0,28
1326/11	0,00674	159,65	160,71	2709	48,52	1,36
1386/11	0,02409	178,86	182,86	14640	3,98	2,11
1389/11	0,02767	177,65	181,45	14021	5,41	1,78
1425/11A	0,02492	171,34	175,57	16997	77,77	1,55
1425/11B	0,01969	135,58	137,72	15331	85,05	0,64

Tabla 4.3. Resultados experimentales, valores de deformación última, tensión de rotura, módulo de Young tangente, tensión al 2 ‰ de deformación y tenacidad.

nº necro	ϵ_{Max}	σ (MPa)	σ_R (MPa)	E (MPa)	$\sigma_{0,02}$ (MPa)	Eng_{def}
1441/11	0,03941	185,93	192,18	18630	62,92	2,09
1453/11	0,02832	132,42	136,02	6069	106,17	0,4
0004/12A	0,01804	196,02	199,12	26941	98,86	0,25
0004/12B	0,01501	185,81	188,58	20497	106,60	2,19
0038/12	0,01343	97,36	98,15	10887	49,72	1,73
0114/12A	0,02548	178,86	182,68	18214	85,35	1,08
0114/12B	0,02022	150,41	152,41	14694	91,85	1,33
0121/12A	0,02605	172,92	177,37	28771	57,69	1,37
0121/12B	0,03397	179,97	185,99	12716	60,96	2,89
1325/11	0,04194	188,38	196,28	10333	66,75	0,37
1327/11A	0,01725	166,74	169,61	17570	70,60	1,02
1327/11B	0,00881	151,90	151,90	15981	87,00	1,11
1354/11	0,00908	150,67	151,67	20433	65,61	0,97
1360/11A	0,03240	173,12	178,46	17583	54,71	0,57
1360/11B	0,03865	171,31	177,07	11540	80,21	0,81
1368/11	0,01715	176,89	179,66	18712	51,02	0,13
1385/11	0,02125	138,20	140,37	11495	29,57	1,15
1394/11	0,00732	99,14	99,51	21077	87,69	2,6
1404/11A	0,03084	165,54	170,18	16807	39,32	1,14
1404/11B	0,01731	159,20	161,47	14848	75,09	1,44
1444/11	0,01431	161,57	163,85	16794	94,99	0,41
1460/11	0,00757	63,31	63,79	7673	40,66	0,71
0059/12	0,00801	133,11	134,17	18653	69,97	1,62
0106/12A	0,01943	142,75	145,41	11884	62,28	0,96
0106/12B	0,02341	152,81	156,38	14107	54,97	1,36
0106/12C	0,01606	125,29	126,99	12594	5,77	2,04
0106/12D	0,01739	96,39	97,45	13892	34,10	0,21
0136/12	0,02387	124,20	126,65	21612	32,78	2,8
0160/12	0,01773	139,71	141,49	18235	40,01	1,08
1338/11	0,01392	77,92	79,00	9238	35,92	0,64

Se presenta a continuación los resultados correspondientes a las distribuciones estadísticas de los diferentes resultados mostrados en la tabla 4.3 y como se describió en el apartado anterior del presente capítulo, todas ellas han superado los test bondad de los ajustes.

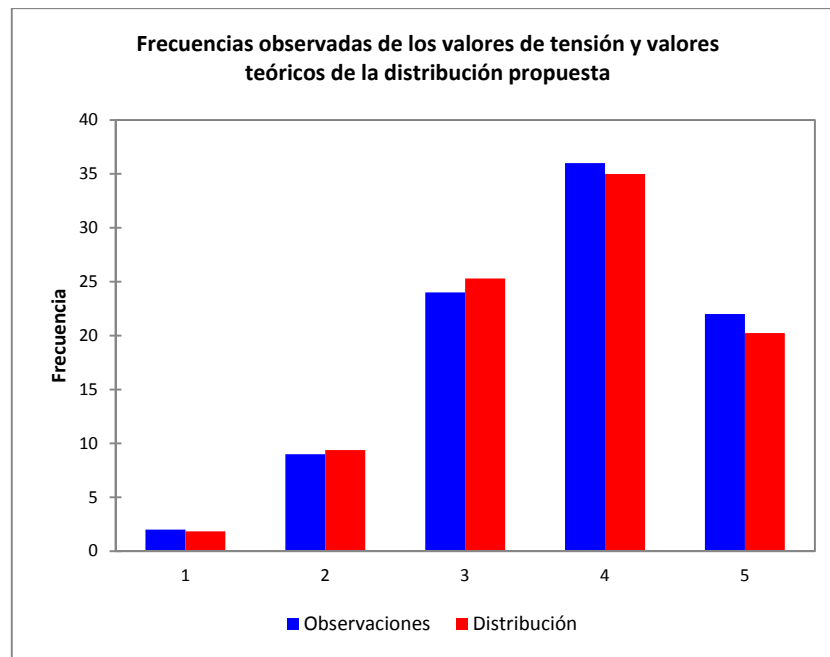


Fig 4.14. Frecuencias de aparición de los valores de tensión de las muestras y el valor teórico de la distribución.

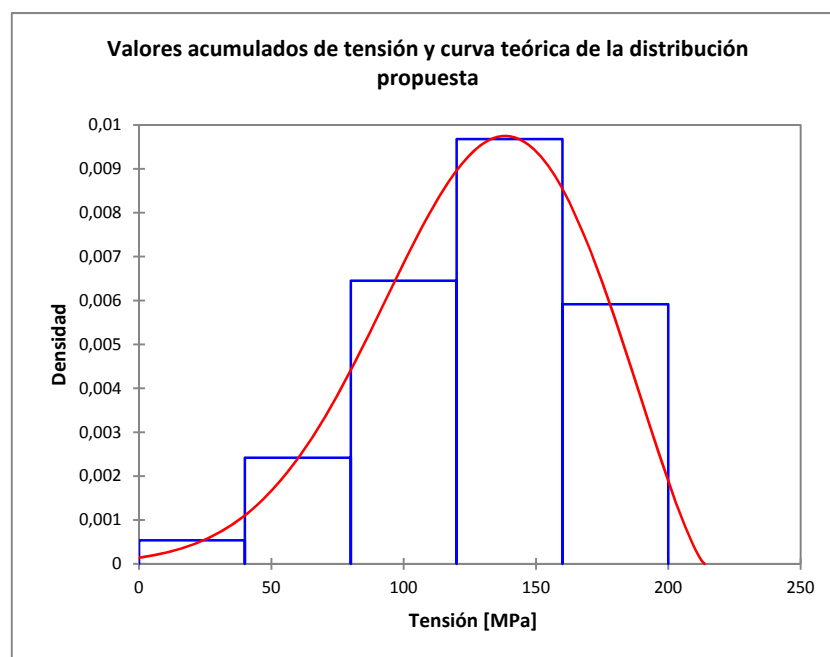


Fig 4.15. Histograma de la densidad de los resultados de tensión y la curva de la distribución GEV asociada a la tensión.

Del análisis de distribución de probabilidad se obtiene los coeficientes $\xi = 0,437$, $\psi = 42,283$ y $\mu = 116,942$ correspondientes a la distribución generalizada de valor extremo (GEV) descrita en la ecuación 4.6. Del análisis numérico de la serie de datos se puede obtener un valor medio para la tensión de $127,99 \text{ MPa} \pm 39,70 \text{ MPa}$. Y se muestra en la tabla 4.4 la comparación entre las frecuencias observadas y las teóricas de la distribución correspondiente a los resultados de tensión obtenidos en la experimentación.

Tabla 4.4. Comparación entre las frecuencias observadas y las teóricas de la distribución de los valores de tensión

Clase	Lím _{inf}	Lím _{sup}	Frec. (Datos) Observadas	Frec. (Distribución) teóricas	Chi-cuadrado ajustado
1	0,0	40,0	2	1,847	0,013
2	40,0	80,0	9	9,385	0,016
3	80,0	120,0	24	25,291	0,066
4	120,0	160,0	36	34,989	0,029
5	160,0	200,0	22	20,231	0,155

A continuación se presentan resultados homólogos a los anteriores para el caso del módulo de Young.

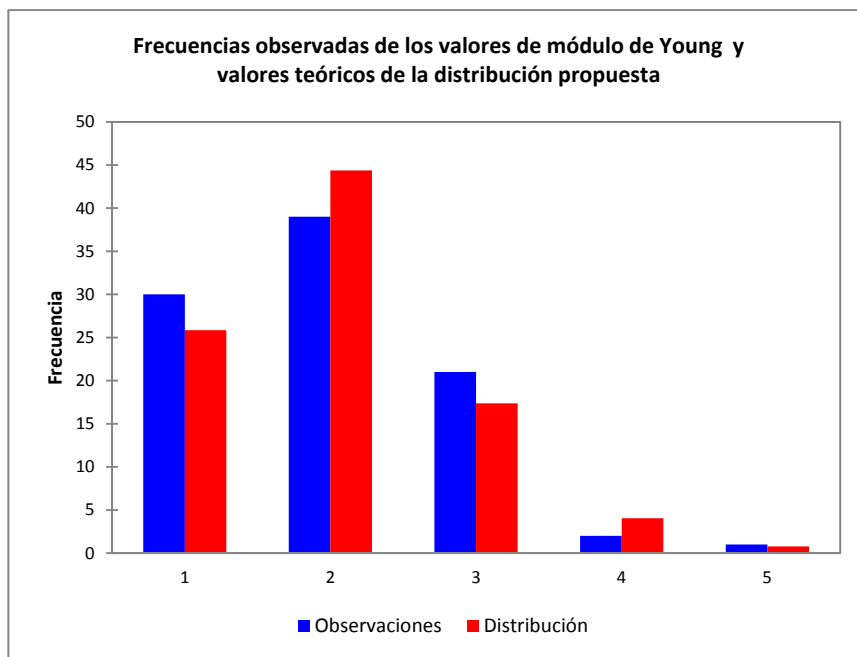


Fig 4.16. Frecuencias de aparición de los valores del módulo de Young de las muestras y el valor teórico de la distribución.

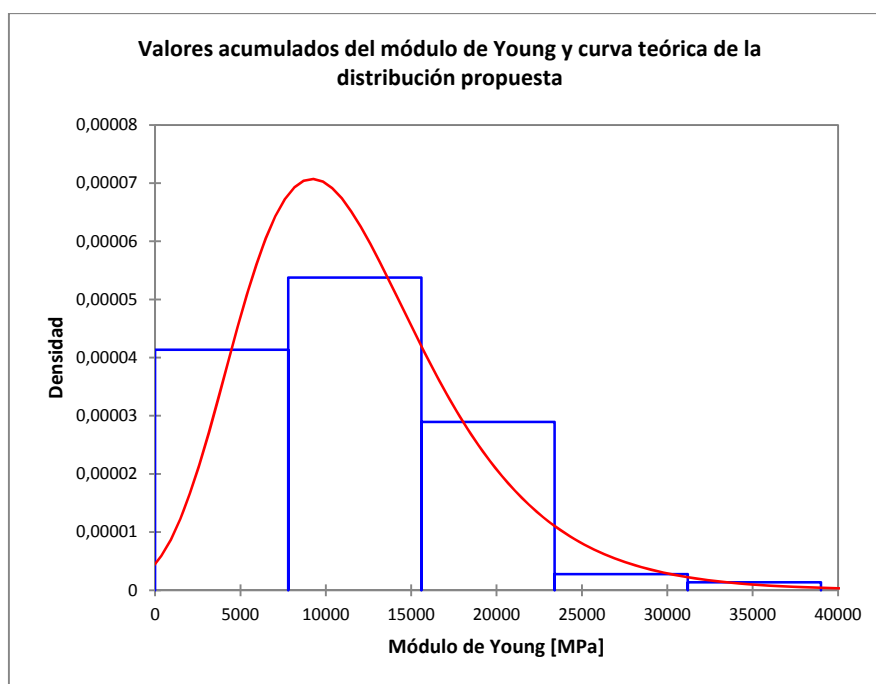


Fig 4.17. Histograma de la densidad de los resultados de módulo de Young y la curva de la distribución GEV asociada.

Para el caso del módulo de Young probabilidad se obtiene los coeficientes $\xi = 0,034$, $\psi = 5204,22$ y $\mu = 9025,74$ correspondientes a la distribución GEV descrita en la ecuación 4.6. Del análisis numérico de la serie de datos se puede obtener un valor medio para el módulo de Young de $11861 \text{ MPa} \pm 6993 \text{ MPa}$ (intervalo recogido correspondiente al 70% muestras) y (con un $\pm 4365 \text{ MPa}$ obtenemos un intervalo de confianza del 50%). En la tabla 4.5 se presentan los valores muestrales y teóricos y su comparativa.

Tabla 4.5. Comparación entre las frecuencias observadas y las teóricas de la distribución de los valores del módulo de Young.

Clase	Lím _{inf}	Lím _{sup}	Frec. (Datos) Observadas	Frec. (Distribución) teóricas	Chi-cuadrado ajustado
1	0,0	7800,0	30	25,842	0,669
2	7800,0	15600,0	39	44,375	0,651
3	15600,0	23400,0	21	17,378	0,755
4	23400,0	31200,0	2	4,052	1,039
5	31200,0	39000,0	1	0,777	0,064

Las siguientes distribuciones corresponden a la deformación y la energía de deformación y son un caso particular de la GEV correspondientes a la distribución de *Gumbel*, también conocida como *Fisher-Tippett II*; ésta se formuló en la ecuación 4.3 del presente capítulo.

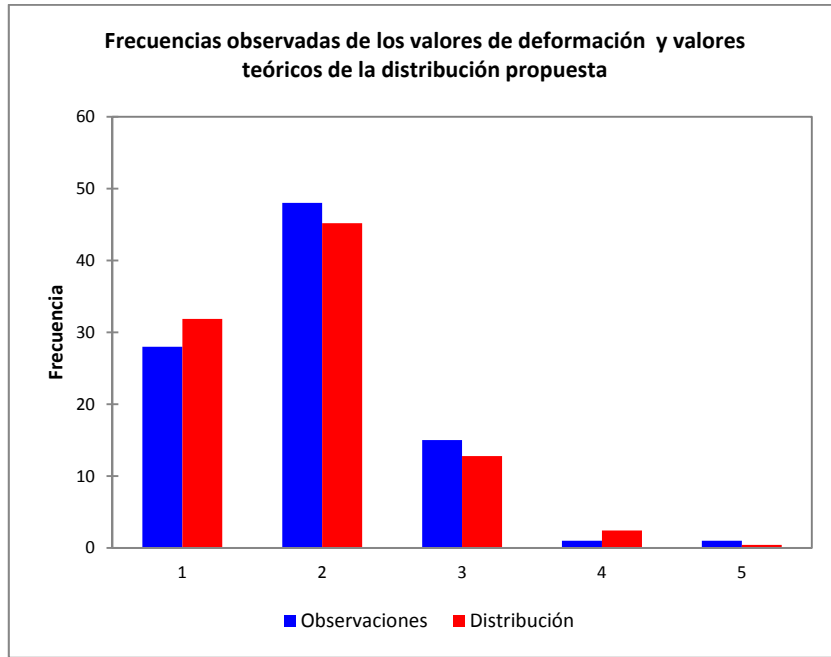


Fig 4.18. Frecuencias de aparición de los valores de deformación de las muestras y el valor teórico de la distribución.

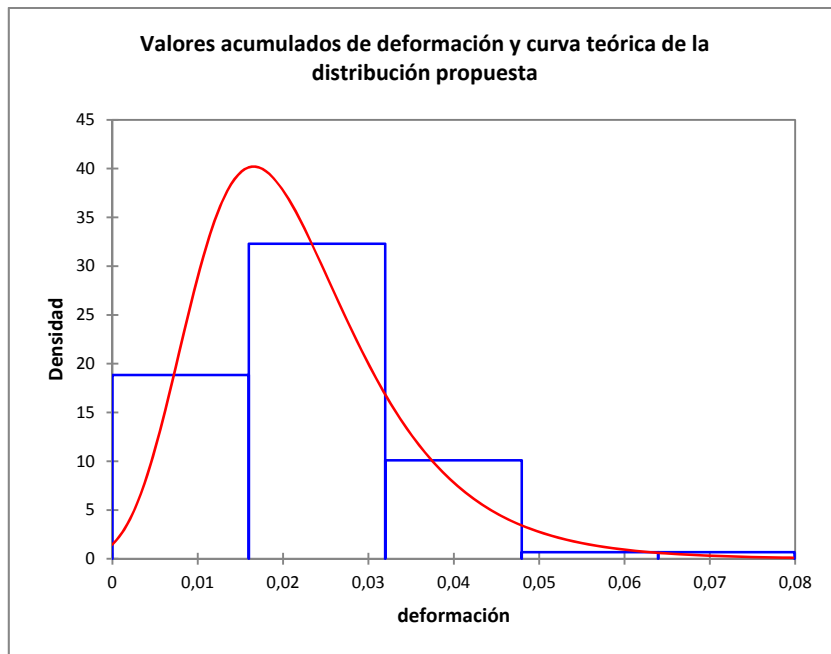


Fig 4.19. Histograma de la densidad de los resultados de la deformación y la curva de la distribución *Gumbel* asociada.

Para la distribución de los valores de la deformación, presentados en las dos gráficas anteriores, les corresponden unos valores $\psi = 0,009$ y $\mu = 0,017$ para el ajuste correspondiente a la ecuación 4.3, distribución de *Gumbel*. En la tabla 4.6 se presenta la comparación entre frecuencias observada y teóricas para la deformación; teniendo esta un valor medio de $0,022 \pm 0,01$.

Tabla 4.6. Comparación entre las frecuencias observadas y las teóricas de la distribución de los valores de la deformación.

Clase	Lím _{inf}	Lím _{sup}	Frec. (Datos) Observadas	Frec. (Distribución) teóricas	Chi-cuadrado ajustado
1	0,000	0,016	28	31,867	0,469
2	0,016	0,032	48	45,176	0,177
3	0,032	0,048	15	12,791	0,382
4	0,048	0,064	1	2,437	0,847
5	0,064	0,080	1	0,431	0,749

Los resultados correspondientes a las distribuciones de probabilidad de la energía de deformación se presentan en las figuras 4.19 y 4.20.

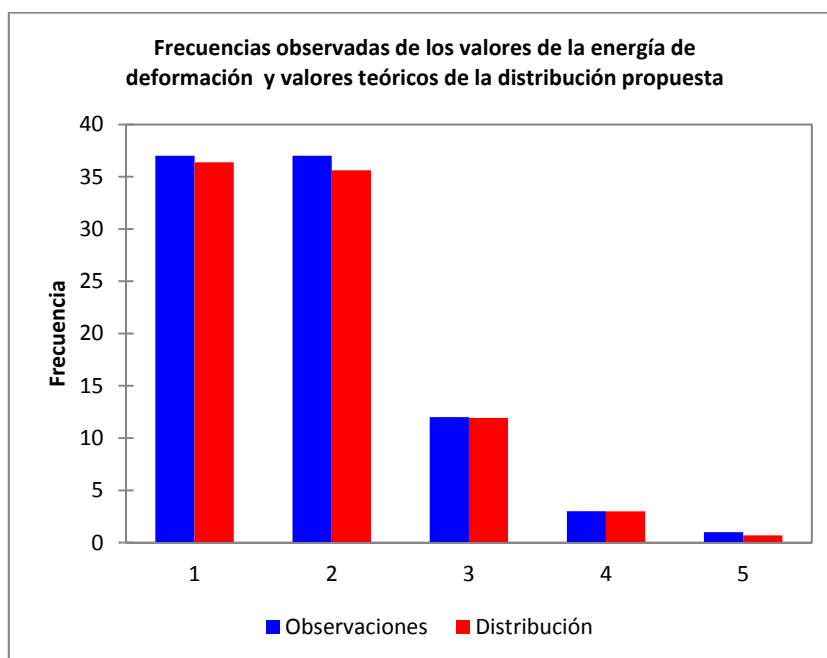


Fig 4.20. Frecuencias de aparición de los valores de energía de deformación de las muestras y el valor teórico de la distribución.

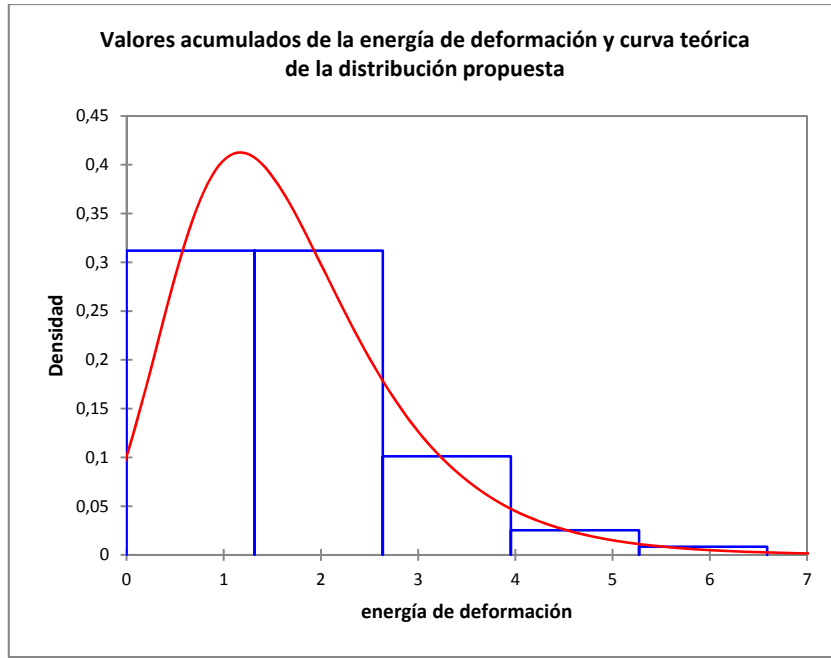


Fig 4.21. Histograma de la densidad de los resultados de la energía de deformación y la curva de la distribución *Gumbel* asociada.

Por último en este apartado se presentan los valores de los parámetros de ajuste correspondientes a una distribución de *Gumbel* para los resultados de tenacidad obtenidos; siendo estos $\psi = 0,892$ y $\mu = 1,117$.

Para la anterior distribución la tabla 4.7. recoge la comparativa entre los valores observados y los teóricos correspondientes así como los límites inferior y superior de cada intervalo.

Tabla 4.7. Comparación entre las frecuencias observadas y las teóricas de la distribución de los valores de la tenacidad.

Clase	Lím _{inf}	Lím _{sup}	Frec. (Datos) Observadas	Frec. (Distribución) teóricas	Chi-cuadrado ajustado
1	0,000	1,318	37	36,384	0,010
2	1,318	2,636	37	35,611	0,054
3	2,636	3,954	12	11,932	0,000
4	3,954	5,272	3	2,980	0,000
5	5,272	6,590	1	0,694	0,135

4.2.1 Análisis estadístico

El primer paso fue comprobar si los resultados obtenidos, en cuanto a módulos de Young se refiere, se correspondían con los descritos en la literatura y recogidos en el capítulo de antecedentes. Se realiza el cálculo de la media de los módulos de Young y su desviación y se comparan con las rectas de crecimiento propuestas por diferentes autores. Éstas proponen un crecimiento en las constantes materiales en los primeros 25 años de vida, una estabilización de los mismos en los siguientes 20 años aproximadamente y un decrecimiento de E a partir de ahí hasta la longevidad de forma monótona decreciente. Los resultados obtenidos, presentados en el siguiente histograma, reflejan un comportamiento acorde con lo expuesto, siendo las barras en azul resultados propios de la experimentación y la línea verde corresponde a la descrita en la referencia. [4-11]

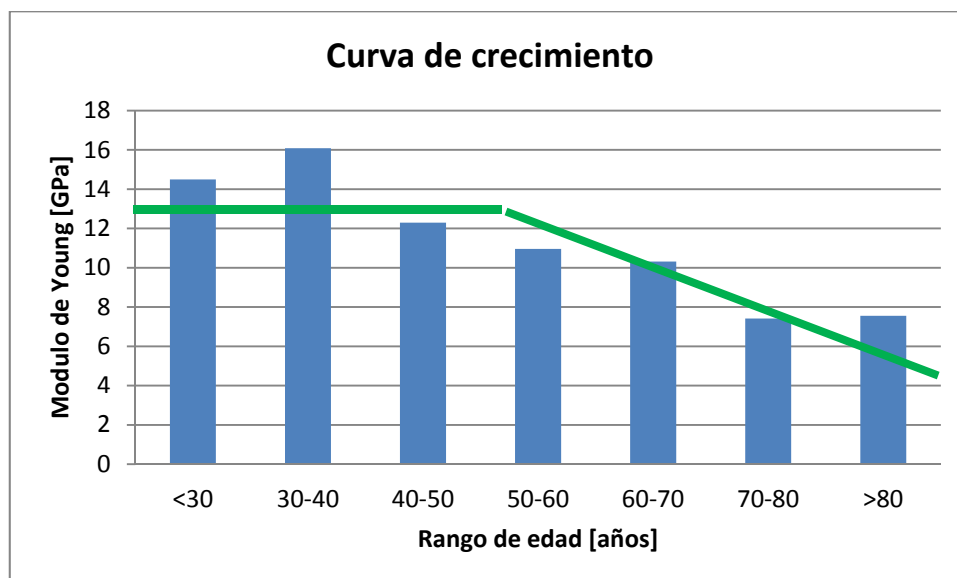


Fig 4.22. Valores medios del módulo de Young por grupos de edad; en verde la tendencia de variación de constantes materiales.

El grupo de edad menor de 30 años es del que menos muestras se dispone, dado que se producen un número menor de decesos y normalmente los acontecidos suelen ser de carácter traumático, lo que invalidan las muestras para un estudio como el realizado en este trabajo de investigación. Pero con el número de muestras que

disponemos sí que hallamos una correlación con la gráfica presentada en la figura 4.22 y descrita ampliamente en la literatura científica. En la figura 4.23 se presentan la correlación y tendencia de los valores de módulo de Young frente a la edad de las muestras correspondientes a donantes menores de 30 años; donde claramente se aprecia el crecimiento de E en función de la edad para dicho rango.

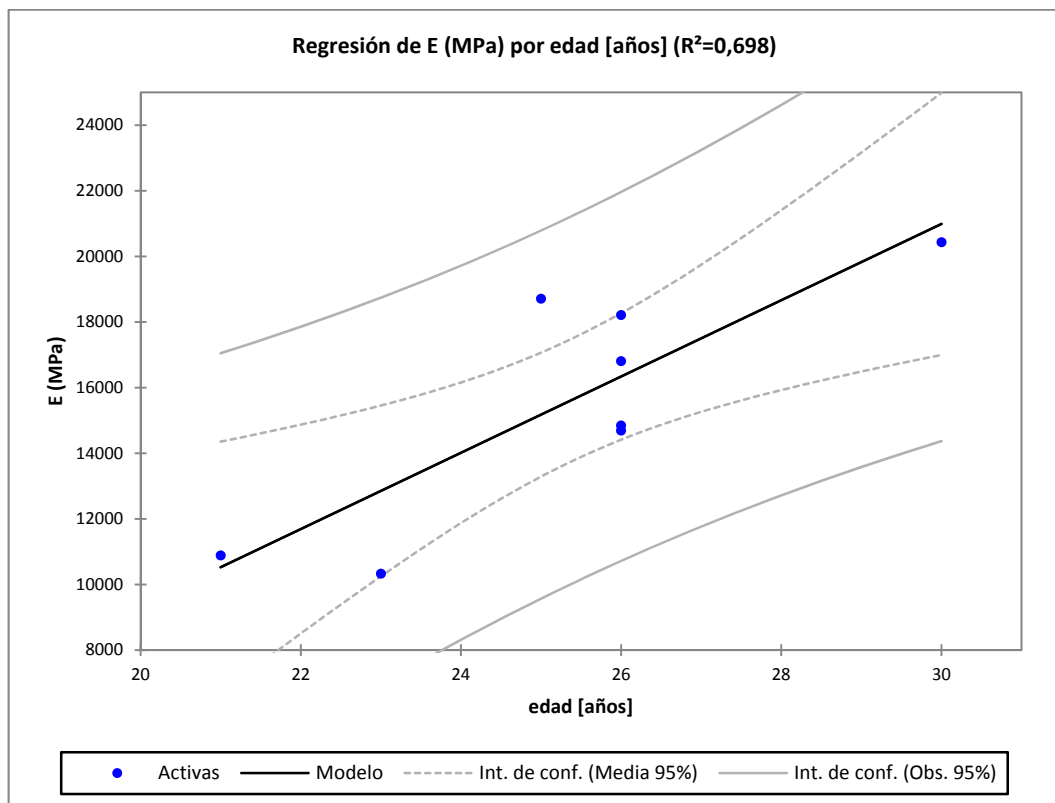


Fig 4.23. Representación de la regresión propuesta entre el módulo de Young y la edad para edades menores a 30 años.

A partir de los datos consignados en la tabla 4.3 y para caracterizar cada muestra se realiza un análisis de parámetros estadísticamente independientes.

Descartamos por obvios los resultados linealmente dependientes. Nuestro objetivo es proponer una relación que no parta de los parámetros obtenidos en un ensayo clásico de tracción sino que podamos caracterizar el comportamiento último del hueso cortical

de costilla humana basándonos en parámetros medibles sin afectar la integridad de la muestra. Caso del todo imposible si para ello realizamos un ensayo de tracción que conduce a la rotura de la muestra o como mínimo a superar sus umbrales de fallo.

4.2.2 Análisis de resultados

El análisis de resultados propone la identificación de los parámetros significativos en la explicación del comportamiento resistente del material ensayado. Es conocido que el hueso cortical tiene un comportamiento aproximadamente elástico lineal, comportamiento que exhiben nuestros especímenes bajo la sollicitación de cargas monótonamente crecientes en procesos cuasi estáticos. Esto conduce a aceptar la validez de la proporcionalidad entre tensión y deformación y adoptar como constante de proporcionalidad la constante material módulo de Young (E).

A partir de ello se ha inferido las relaciones con las variables antropométricas de las muestras, tanto cuantitativas (edad, altura, peso, IMC) como cualitativa (sexo), y por otra parte se tiene la dimensión fractal de cada una de las muestras como otra variable cuantitativa.

La dimensión fractal se ha tomado como variable que muestra la degradación del material ya que, entre otra información, nos aporta la repetitividad de las oquedades (zonas de menor densidad) presentes en la muestra debidas a diferentes factores como puede ser la osteoporosis. [4-13 y 4-14].

Para todos los análisis se ha mantenido el mismo intervalo de confianza del 95% la misma tolerancia del 0,05, y mediante el software XLSTAT®, paquete estadístico de Excel®, se ha buscado el mejor ajuste que garantice que los coeficientes de ordenada en el origen y pendiente no son azarosos sino estadísticamente significativos. A continuación se presentan las tablas resultado de todas las relaciones obtenidas y los gráficos correspondientes a las

regresiones así como la relación entre variables que se propone como resultado, para los diferentes casos del presente trabajo de investigación.

En todos los resultados presentados en este apartado, en forma de ecuaciones, de la 4.7 a la 4.13, se repiten las variables explicativas, siendo éstas datos de las muestras. El caso de la variable sexo, se trata de forma individualizada en el apartado correspondiente a la ecuación 4.8 para explicar la tensión en ausencia de otros más significativos, pero si estos aparecen el sexo deja de ser relevante en la explicación del fenómeno.

Todo el conjunto de relación entre variables estadísticamente significativas se recoge en la tabla 4.8. donde se muestra la matriz de correlación de *Pearson* que presenta valores con un nivel de significación $\alpha = 0,05$.

Tabla 4.8. Matriz de correlación de Pearson para las variables explicativas.

	sexo	edad	IMC	ϵ_{\max}	σ	E	$\sigma_{0,02}$	DF
sexo	1	0,404	0,326	-0,061	-0,247	-0,162	-0,076	0,180
edad	0,404	1	0,160	-0,008	-0,488	-0,223	-0,095	0,029
IMC	0,326	0,160	1	-0,029	-0,112	-0,127	-0,007	0,223
ϵ_{\max}	-0,061	-0,008	-0,029	1	0,339	-0,298	0,140	-0,252
σ	-0,247	-0,488	-0,112	0,339	1	0,291	0,177	-0,250
E	-0,162	-0,223	-0,127	-0,298	0,291	1	-0,213	0,117
$\sigma_{0,02}$	-0,076	-0,095	-0,007	0,140	0,177	-0,213	1	-0,249
DF	0,180	0,029	0,223	-0,252	-0,250	0,117	-0,249	1

En la tabla anterior, se muestran las variables estadísticamente significativas a la hora de explicar un parámetro mecánico y las que son dependientes del propio ensayo. Por ello tienen una correlación negativa las que definen y explican el comportamiento; mientras en negativo aparecen las relacionadas por el mismo ensayo.

Un hecho que se desprende de los datos es que la tensión de rotura se ve significativamente afectada tanto por la edad como por la dimensión fractal. El análisis de regresión proporciona los siguientes datos para la relación estadística entre la tensión última, la edad del sujeto y la dimensión fractal de la probeta.

Tabla 4.9. Valores medios, error, valor muestral de la t-Student, probabilidad de que $|t|$ supere al valor de la columna anterior asumiendo la hipótesis nula, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre la tensión última, la edad y la dimensión fractal de la muestras.

Variable	Valor	ε	t	Pr > t	Lím _{inf} (95%)	Lím _{sup} (95%)
Termino constante	436,27	119,9	3,636	0,001	196	676,5
edad [años]	-0,867	0,235	-3,661	0,001	-1,33	-0,39
FD2	-145,47	68,3	-2,128	0,038	-282,36	-8,58

De los datos de la tabla anterior se obtiene que el mejor predictor para la tensión de rotura viene dado por la relación:

$$\sigma = 436,3 - 0,867 \cdot \text{edad} - 145,5 \cdot DF \quad \text{Ec. 4.7.}$$

Siendo las variables *edad* (en años) y *DF*, la dimensión fractal de la muestra, obteniendo como resultado la tensión de rotura σ en MPa. No siendo el resto de variables IMC, altura y peso estadísticamente significativas a la hora de predecir la tensión de rotura σ . En la tabla 4.15 se presenta la matriz de correlación de factores.

En la relación descrita por la ecuación 4.7, dada su dependencia bivariable no es factible una representación en dos dimensiones de la regresión propuesta ya que ésta es una superficie en el espacio; pero sí se puede llevar la información a dos gráficos proyectados como los presentados a continuación en las figura 4.24 y 4.25.

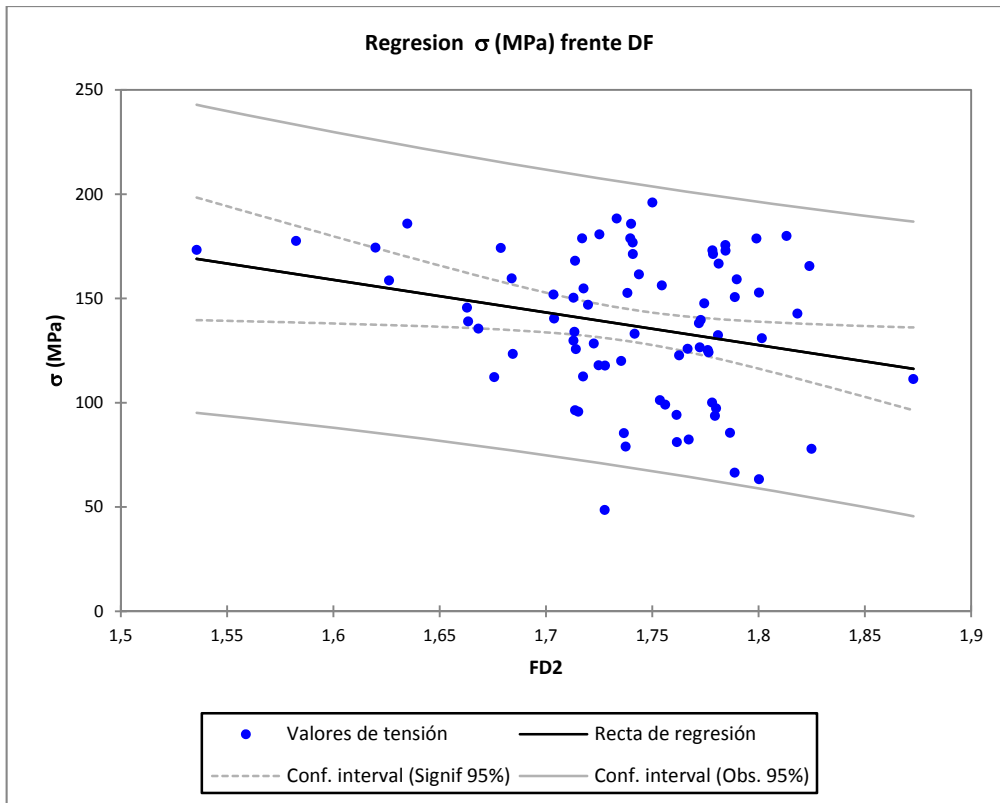


Fig 4.24. Representación de la regresión propuesta entre la tensión y la dimensión fractal.

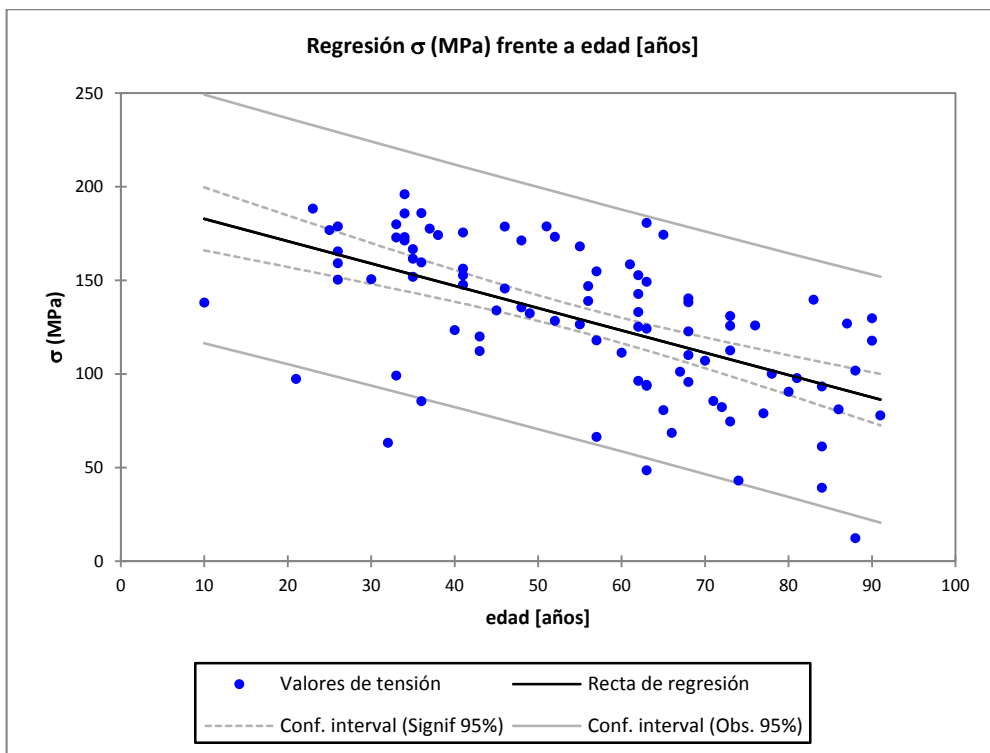


Fig 4.25. Representación de la regresión propuesta entre la tensión y la edad.

En cuanto a la influencia del sexo en los resultados de tensión obtenidos, no es estadísticamente significativo si se añaden otras variables explicativas, caso de la edad, la dimensión fractal, etc. porque estas últimas son predominantes. Pero sí es significativo el sexo si lo tomamos como variable única. Teniendo en cuenta el sesgo de la muestra, ya que hay más donantes varones que hembras, la relación queda como la descrita en la siguiente ecuación 4.8.

$$\sigma = 135,36 - 25 \cdot \text{sexo} \quad (0/1) \quad \text{Ec. 4.8.}$$

Siendo la variable sexo igual a 1 si se trata de una hembra y 0 si es un varón.

Las variables descriptivas que llevan a presentar la ecuación anterior se muestran en la siguiente tabla 4.9. donde aparece un valor de la media sexo en 0,287 y esto corresponde a 28 muestras hembras de las 101 analizadas

Tabla 4.10. Valores estadístico descriptivo de la relación entre la tensión y el sexo.

Variable	Muestras	Mín	Máx	Media	Desvi típica
σ (MPa)	103	12,30	196,02	128,48	39,78
sexo (0/1)	103	0	1	0,287	0,455

La siguiente relación propuesta es la existente entre tensión al 2% de deformación y de nuevo la edad y la dimensión fractal, mismas variables que en el caso de la tensión última.

Tabla 4.11. Valores medios, error, valor muestral de la t-Student, probabilidad de que $|t|$ supere al valor de la columna anterior asumiendo la hipótesis nula, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre la tensión al 2% de deformación, la edad y la dimensión fractal de la muestras.

Variable	Valor	ε	t	Pr > t	Lím _{inf} (95%)	Lím _{sup} (95%)
Termino constante	320,35	109,73	2,919	0,004	102,34	538,35
FD2	138,384	62,938	-2,199	0,03	-263,41	-13,33
edad [años]	-0,345	0,164	-2,1	0,039	-0,67	-0,02

Validada una vez la relación entre la variable a explicar y los datos experimentales se presenta la relación encontrada:

$$\sigma_{2\%} = 320,4 - 0,345 \cdot edad - 138,4 \cdot DF \quad \text{Ec. 4.9.}$$

Siendo las variables *edad* (en años) y *DF*, la dimensión fractal de la muestra, obteniendo como resultado la tensión de rotura σ en MPa. Se aprecia por tanto una pérdida de resistencia con la edad y la dimensión fractal, lo cual está relacionado con la descalcificación de hueso (la DF es una medida directa de porosidad, y dicha porosidad aumenta con la edad fragilizando el hueso). Sobre ello se hace mayor hincapié en el siguiente capítulo dedicado a las conclusiones de la tesis doctoral.

Para el análisis de la deformación máxima que sufren las probetas se encuentra que el parámetro de mayor significación es la dimensión fractal. Ésta como ya se presentó caracteriza la irregularidad interna del material, su falta de homogeneidad en la distribución de densidad interna.

Tabla 4.12. Valores medios, error, valor muestral de la t-Student, probabilidad de que $|t|$ supere al valor de la columna anterior asumiendo la hipótesis nula, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre la deformación máxima y la dimensión fractal de la muestras.

Variable	Valor	ε	t	Pr > t	Lím _{inf} (95%)	Lím _{sup} (95%)
Termino constante	0,12	0,035	3,473	0,001	0,051	0,189
FD2	-0,056	0,02	-2,841	0,006	-0,096	-0,017

La relación lineal encontrada entre ambas magnitudes es:

$$\varepsilon_{\text{máx}} = 0,120 - 5,63 \cdot DF \quad \text{Ec. 4.10.}$$

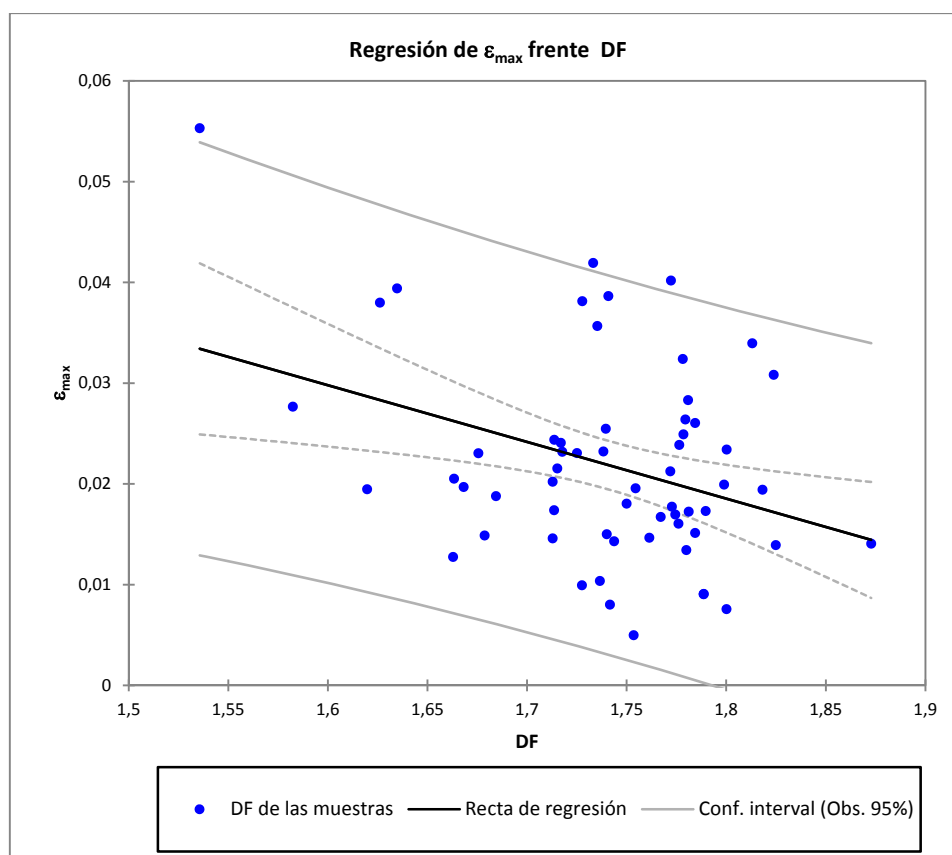


Fig 4.26. Representación de la regresión propuesta entre la deformación máxima y la dimensión fractal.

La energía de deformación o tenacidad, calculada como el área bajo la curva tensión deformación y entendida como la suma de la energía del potencial elástico más la energía de rotura de la probeta presenta los siguientes valores característicos:

Tabla 4.13. Valores medios, error, p-valor, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre la energía de deformación, la edad y la dimensión fractal de la muestras.

Variable	Valor	ε	t	Pr > t	Lím _{inf} (95%)	Lím _{sup} (95%)
Termino constante	13,009	4,111	3,164	0,002	4,843	21,176
edad [años]	-0,014	0,006	-2,327	0,022	-0,026	-0,002
FD2	-6,074	2,358	-2,576	0,012	-10,758	-1,39

De ellos se deriva la relación entre la energía de deformación, la edad y la dimensión fractal siguiente.

$$\mathbf{Eng\ Def = 13,0 - 0,15 \cdot edad - 6,07 \cdot DF} \quad \text{Ec. 4.11.}$$

Siendo las variables *edad* (en años) y *DF*, la dimensión fractal de la muestra.

Y por último se presentan las relaciones entre el módulo de Young tangente y secante con la edad del espécimen ensayado. Cabe notar la utilización de ambos módulos para el análisis ya que si bien todas las teorías clásicas de la elasticidad basan las relaciones constitutivas en el módulo tangente, como en el presente trabajo no se busca una relación válida en todo el campo sino sólo en el límite último el hecho de calcular la con el módulo secante, opaca las posibles alteración de medida en el inicio del experimento.

Tabla 4.14. Valores medios, error, p-valor, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre el módulo de Young tangente, la edad y la dimensión fractal de la muestras.

Variable	Valor	ε	t	Pr > t	Lím _{inf} (95%)	Lím _{sup} (95%)
Termino constante	18721	1959,8	9,552	< 0,0001	14828,74	22613,67
edad [años]	119,89	33,2	-3,595	0,001	-185,64	-53,52

De ello se colige la siguiente relación entre el módulo de elasticidad lineal o de Young y la edad:

$$\mathbf{E_{tg} = 18720 - 119,6 \cdot edad} \quad \text{Ec. 4.12.}$$

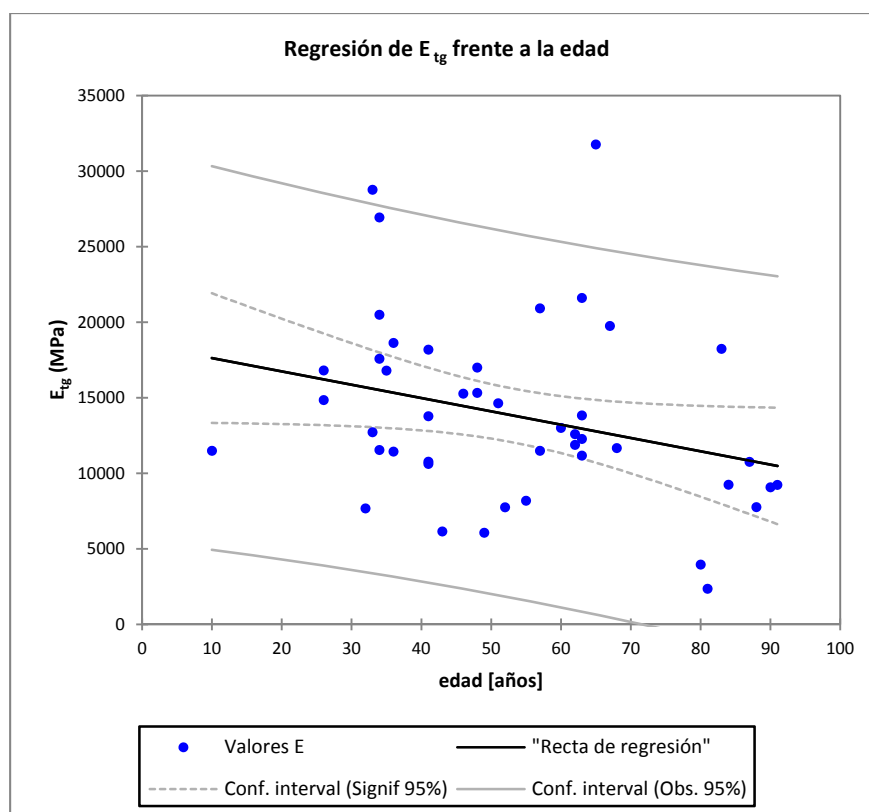


Fig 4.27. Representación de la regresión propuesta entre el módulo de Young tangente y la edad.

Siendo la variable *edad* (en años) de la dimensión fractal de la muestra ensayada.

Par el caso del módulo secante se obtienen los parámetros estadísticos siguientes:

Tabla 4.15. Valores medios, error, p-valor, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre el módulo de Young secante, la edad y la dimensión fractal de la muestras.

Variable	Valor	ε	t	Pr > t	Lím _{inf} (95%)	Lím _{sup} (95%)
Termino constante	11534,1	1202,4	9,592	< 0,0001	9146	13922,3
edad [años]	-75,59	20,4	-3,705	0,00036	-116,13	-35,1

A partir de los resultados de la tabla 4.7 se propone la siguiente relación entre el módulo secante y la edad:

$$E_{\text{sec}} = 11534 - 75,6 \cdot \text{edad} \quad \text{Ec. 4.13.}$$

Siendo la variable *edad* (en años) la de la muestra ensayada.

4.2.3 Ecuaciones explicativas propuestas y discusión de los resultados.

El modelo propuesto, como se ha citado anteriormente, no pretende ser una ley constitutiva que describa el comportamiento del espécimen a lo largo de todo el ensayo. No pretende cubrir todos los estados de equilibrio tensión-deformación que se dan a lo largo del proceso cuasi estático de las pruebas realizadas.

El objetivo de la tesis es proponer una relación para la tensión última y que ésta dependa de factores externos a los propios de un ensayo mecánico destructivo.

Con las salvedades expuestas en el apartado anterior y de los análisis de resultados presentados en el apartado 4.2.2 se propone una relación constitutiva para la tensión última que presenta la siguiente ecuación:

$$\sigma = 436,3 - 0,876 \cdot \text{edad} - 145,5 \cdot DM \quad \text{Ec. 4.7.}$$

Siendo las variables *edad* (en años) y *DM*, la dimensión fractal de la muestra, obteniendo como resultado la tensión de rotura σ en MPa.

La dimensión fractal está relacionada con la densidad (y por tanto con el contenido mineral) y la distribución de poros en la muestra. No es extraño que en diversas de las relaciones encontrada intervenga la dimensión fractal ya que diversos autores [4-15 y 4-16] han propuesto relaciones del tipo:

$$\sigma = a \cdot \rho^b \quad \text{Ec. 4.13.}$$

Por ejemplo Doblaré, García y Gómez [4-15] proponen la anterior relación entre la tensión y la densidad Ec 4.13: con $A = 72.4$ MPa y $b = 1,88$.

Suponiendo ahora que $\rho = \rho(\text{edad}, DF)$ y desarrollando en serie de Taylor hasta primer orden:

$$\sigma \approx A\rho_0^\alpha + A\alpha\rho_0^{\alpha-1} \left(\frac{\partial\rho}{\partial(\text{edad})} \text{edad} + \frac{\partial\rho}{\partial(DF)} DF \right) \quad \text{Ec. 4.14.}$$

Igualando los coeficientes de esta última ecuación con la ecuación propuesta 4.7 se llega a que:

$$\rho_0 \approx 2,60 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial(\text{edad})} = -0,00536 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3 \cdot \text{año}} \right], \quad \frac{\partial\rho}{\partial(DF)} = -0,867 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$$

Es decir, que la explicación de la caída de resistencia es la pérdida de densidad ósea con la edad, así como una relación negativa entre dimensión fractal de las oquedades y densidad ósea. El valor de ρ_0 se acerca a la densidad de la hidroxiapatita pura.

Respecto a otro de los resultados propuestos en la presente tesis doctoral, relación entre el módulo de Young y la edad del sujeto:

$$E_{tg} = 18720 - 119,6 \cdot \text{edad} \quad \text{Ec. 4.11.}$$

Doblaré y García proponen una relación en [4-16] entre el módulo de Young y la densidad como la mostrada en la Ec. 4.15.

$$E = B \rho^\beta \quad \text{Ec. 4.15.}$$

con $B = 2065$ MPa y $\beta = 3,09$. Suponiendo ahora que $\rho = \rho(\text{edad})$ y desarrollando en serie de Taylor hasta primer orden:

$$E \approx B\rho_0^\beta + B\beta\rho_0^{\beta-1} \frac{\partial\rho}{\partial(\text{edad})} \text{edad} \quad \text{Ec. 4.16.}$$

Igualando los coeficientes de esta última ecuación con la ecuación 4.11. se llega a que:

$$\frac{\partial \rho}{\partial (\text{edad})} = -0,00139 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3 \cdot \text{año}} \right]$$

Se aprecia por tanto que la pérdida de densidad con la edad tiene el mismo orden de magnitud que la estimada a través de la pérdida de resistencia.

4.3 Simulaciones de los ensayos realizados

Para realizar las simulaciones se requiere de un código de elementos finitos con las características adecuadas. Con este fin se utilizó el software LS-DYNA® creado por *Livermore Software Technology Corp* –LSTC–.

La generación del sólido a simular se generó mediante el software de dibujo SolidWorks® partiendo de una muestra de las probetas a ensayar.

Al haberse creado la geometría de forma paramétrica se pudo mallar mediante elementos hexaédricos pues se pudieron enfrentar las dos superficies más grandes, y por ende generar una malla más regular y estructurada que la que se hubiera obtenido con un mallador automático basado en elementos tetraédricos. El tamaño medio del elemento fue de 0,05mm.

A pesar de que el ensayo de tracción se puede implementar en un análisis explícito (de menor coste computacional y requiere menos ajustes). Se planteó un análisis implícito (donde se garantiza la convergencia de la solución en cada estado de equilibrio o paso de computación); pues las deformaciones internas no son lineales y generan desplazamientos relativamente grandes en algunos elementos respecto a las dimensiones del sólido a simular. Con la utilización del análisis implícito garantizamos que los niveles de convergencia logrados tengan el grado de fiabilidad deseado.

Este análisis implícito se realizó con una erosión (o pérdida energética mínima) que permite simular la rotura y desprendimiento de la malla. Para definir las condiciones de contorno de la simulación

se fijó uno de los dos agujeros y a la parte opuesta, el otro agujero, se le impuso el desplazamiento indicado.

El material definido fue un material no lineal con componente plástica según la hoja de cálculo.

En la figura 4.28 se muestra el proceso a seguir en estas simulaciones, desde la concepción de la geometría (en gris) a partir de una probeta real, en este caso la correspondiente al espécimen 1444/11; resultados en formas de imágenes donde se representan los valores de tensión y se muestra la zona de rotura (en color) y por último la imagen de la muestra real tras el ensayo ya fracturada.

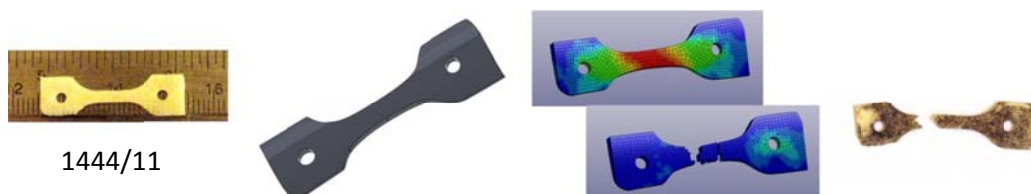


Fig 4.28. A la izquierda probeta correspondiente al espécimen 1444/11 antes de ensayar, en gris la geometría del mismo, en color arriba representación de la máxima sollicitación, abajo momento de la rotura de la muestra, a la derecha fotografía de la probeta tras el ensayo ya rota.

El propósito de las simulaciones en la presente tesis doctoral no son un fin en sí mismo, no se pretende simular el comportamiento y rotura de las muestras en el ensayo. Éstas han sido empleadas como herramientas para, básicamente, comprobar la no uniformidad de la distribución de tensiones a las que está sometida la muestra durante el ensayo. Para ello se malla la probeta y se simula siguiendo las condiciones del ensayo real correspondiente a la probeta indicada. En un primer grupo de simulaciones se realiza un análisis sólo de la zona de la caña de la muestra para corroborar la distribución no homogénea de las tensiones normales, como se muestra en la figura 4.29.

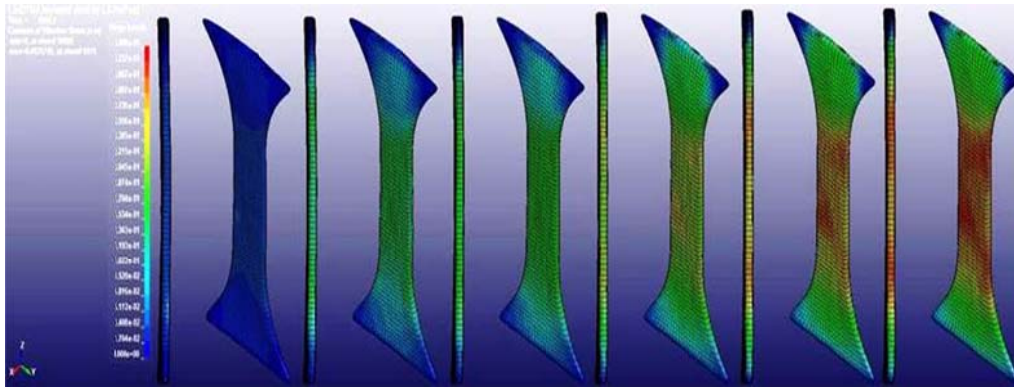


Fig 4.29. Imágenes resultado de la simulación de distribución de tensiones correspondientes a la caña de la probeta 1425/11.

Otro de los objetivos a conseguir con las simulaciones es visualizar la no existencia de concentraciones de tensiones perniciosas que distorsionen la bondad de los análisis realizados y comprobar el correcto seguimiento del ensayo dando como curva de carga la obtenida de la experimentación. Los datos de partida para la simulación han sido los resultados experimentales obtenidos por tanto se comprueba la posibilidad de simular con las curvas de carga aplicadas y los resultados de deformación obtenidos como se muestra en la figura 4.30 correspondiente a la probeta 1444/11 llevándola hasta la rotura.

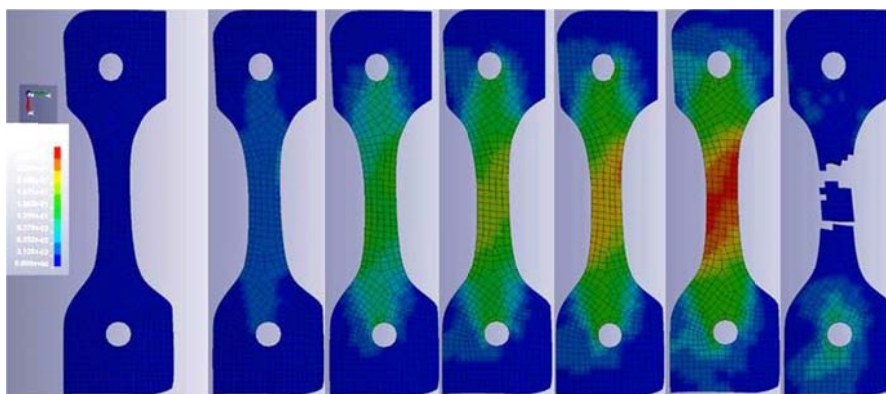


Fig 4.30. Imágenes resultado de la simulación de distribución de tensiones, para la observación de concentradores de tensión y zona de rotura correspondientes a la probeta 1444/11.

4.4 Artículos publicados

Relacionados directamente con la tesis doctoral:

Fractal dimension and mechanical properties of human cortical bone

Medical Engineering & Physics (IF: 1.839 - Q2)

David Sanchez-Molina^a, Juan Velazquez-Ameijide^a, Víctor Quintana^a, Carlos Arregui-Dalmases^{a,b}, Jeff R. Crandall^b, Damien Subit^b, Jason R. Kerrigan^b

^a Universitat Politècnica de Catalunya – Barcelona Tech, Spain

^b University of Virginia Center for Applied Biomechanics, United States

Indentation response of human patella with elastic modulus correlation to localized fractal dimension and bone mineral density

Journal of mechanical behavior of biomedical materials (IF: 3.048 - Q1)

Jason R. Kerrigan^{a,*}, David Sanchez-Molina^b, Jan Negggers^c, Carlos Arregui-Dalmases^{a,b}, Juan Velazquez-Ameijide^b, Jeff R. Crandall^a

^a University of Virginia, Center for Applied Biomechanics, 4040 Lewis & Clark Drive, Charlottesville 22911, VA, USA

^b Universitat Politècnica de Catalunya—Barcelona Tech, Comte d'Urgell 187, CP 08036 Barcelona, Spain

^c Eindhoven University of Technology, Department of Mechanical Engineering, 5612 AZ Eindhoven, The Netherlands

Tensile material properties of human rib cortical bone under quasi-static and dynamic failure loading and influence of the bone microstructure on failure characteristics

Repositori arxiv.org

Damien Subit^{a,*}, Eduardo del Pozo de Dios^b, Juan Velázquez-Ameijide^c, Carlos Arregui^{a,b}, Jeff R. Crandall^a

^a University of Virginia, Center for Applied Biomechanics, 4040 Lewis and Clark dr, Charlottesville, VA 22902, USA

^b European Center for Injury Prevention, Universidad de Navarra, Irunlarrea 1 (ed. Investigación), 31008 Pamplona, Navarra, Spain

^c Universitat Politècnica de Catalunya, Dept. Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria, Comte d'Urgell 187, 08036 Barcelona, Spain

5

Conclusiones

5.1 Introducción

En el presente trabajo de investigación se ha estudiado el comportamiento mecánico del hueso cortical de costilla humana. Para ello se han llevado a cabo 101 ensayos de tracción simple sobre micro-probetas de hueso, pertenecientes todas ellas a la séptima costilla izquierda de diferentes donantes. Se extrajeron muestras de 90 donantes y se llegaron a ensayar probetas provenientes de 76 individuos. La diferencia entre ambos números es debida a probetas que se malograron en el proceso de

mecanizado y a costillas de las que por su morfología, grosor o longitud no fue posible extraer una muestra válida para ensayar.

Típicamente, las muestras en estos estudios han provenido de un número reducido de donantes - habitualmente inferior a 10 - de los cuales se ha extraído el máximo número posible de muestras. En esta investigación, se ha optado por trabajar con 76 donantes diferentes. Lo que hace que el número de muestras ya sea un hecho diferenciador respecto a los trabajos precedentes, como se puede observar en la Tabla 2.2 del Capítulo 2. Además, se han realizado simulaciones, mediante el método de elementos finitos, del desarrollo de los ensayos. Los objetivos (descritos en detalle en el Capítulo 4): han sido comprobar las distribuciones tensionales no uniformes en las probetas ensayadas y verificar que no existan zonas de concentración de tensiones que invaliden el experimento. Las simulaciones son una herramienta de verificación de la bondad del trabajo realizado.

También se han obtenido relaciones estadísticas entre las tensiones de rotura (σ_R), del límite elástico (σ), la deformación máxima (ε_{max}), la energía de deformación o tenacidad (Eng_{def}), el módulo elástico (E) y las variables explicativas de las muestras como son la edad del sujeto y la dimensión fractal de la muestra (DF). Para todas ellas se ha encontrado una correlación estadísticamente significativa y se presentan las distribuciones de probabilidad asociadas a cada conjunto de resultados.

Los valores obtenidos de los puntos característicos de un ensayo de tracción, tensión límite (σ), tensión última, máxima deformación (ε_{max}) y módulo elástico (E) están de acuerdo con la literatura científica actual validando el trabajo realizado, tal como se recoge en el Capítulo 4, y las referencias asociadas.

El trabajo arroja un mayor conocimiento del comportamiento mecánico del hueso cortical y de cómo predecir su comportamiento sin la necesidad de afectar al material dado que las relaciones propuestas se basan en variables no invasivas en todos los casos.

5.2 Contribuciones

1. Se ha mejorado la metodología de ensayo: se han diseñado nuevos útiles que permiten la preparación de muestras en menos tiempo; ya que se obtienen varias muestras en cada operación. Esto reduce el tiempo medio de generación de la probeta en 15 minutos, ahorrando aproximadamente un 35% respecto al tiempo inicial. También se han diseñado nuevas mordazas que reducen la distorsión del ensayo debida a la variación de grosor de la muestra.

2. Resultados con una muestra de especímenes excepcionalmente amplia. Se han realizado 101 ensayos procedentes de 24 mujeres y 52 varones, lo que da un elevado número de casos con una buena distribución por edades. Éstas están comprendidas entre los 20 y 90 años. En la literatura científica del ámbito no se recogen estudios con esta elevada población, siendo habitual entre 3 y 7 donantes y hay referidos como muestras excepcionalmente grandes dos trabajos con 30 donantes, como se expuso en el Capítulo 2.

3. Se propone una relación entre la tensión última (σ_R) de la costilla, la edad del sujeto (*edad*) y la dimensión fractal de la muestra (*DF*) según la Ecuación 4.7 del Capítulo 4.

$$\sigma = 436,3 - 0,876 \cdot \text{edad} - 145,5 \cdot DF$$

4. Se enuncia una distribución generalizada de valor extremo (GEV, de sus siglas en inglés) para la distribución de probabilidad de la tensión última; de expresión:

$$G_{\mu,\psi,\xi}(x) = e^{\left\{-\left[1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\psi}\right)\right]^{-1/\xi}\right\}}$$

donde $\xi = 0,437$, $\psi = 42,28$ y $\mu = 116,94$.

De donde se pueden colegir el valor medio y la relación entre la tensión al dos por mil de deformación:

$$\sigma = 127,99 \text{ MPa} \pm 39,70 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{2‰} = 320,3 - 0,35 \cdot \text{edad} - 138,4 \cdot DF$$

5. Se enuncia (o propone) una relación elación entre la deformación máxima (ε_{max}) y la dimensión fractal (DF), corresponde a la relación descrita en la Ecuación 4.10.

$$\varepsilon_{m\acute{a}x} = 0,120 - 5,63 \cdot DF$$

6. Se propone una distribución de probabilidad para deformación máxima; se trata de una distribución de *Gumbel* de expresión:

$$\Lambda_{\mu,\psi}(x) = e^{-e^{-(x-\mu)/\psi}} \quad x \in \mathbb{R}$$

donde $\psi = 0,009$ y $\mu = 0,017$.

De donde se obtienen los valores medios de la deformación máxima de valor:

$$\varepsilon_{m\acute{a}x} = 0,022 \pm 0,01$$

7. Se enuncia una relación entre la tenacidad (X), la edad (*edad*) y la dimensión fractal (DF) de las muestras, dicha relación se describe la ecuación 4.11.

$$Eng_{def} = 13,0 - 0,15 \cdot edad - 6,07 \cdot DF$$

8. Se propone una relación entre el módulo de elasticidad lineal o de Young (E) y la edad del sujeto; expresado en los términos propuestos en las ecuaciones 4.12 y 4.13.

$$E_{tg} = 18720 - 119,6 \cdot edad$$

$$E_{sec} = 11534 - 75,6 \cdot edad$$

9. Se propone una distribución de probabilidad del módulo de Young (E); ésta es una GEV, (distribución generalizada de valor extremo) de expresión:

$$G_{\mu,\psi,\xi}(x) = e^{\left\{-\left[1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\psi}\right)\right]^{-1/\xi}\right\}}$$

donde $\xi = 0,034$, $\psi = 5204,22$ y $\mu = 9025,74$.

Con ello se dan unos valores medios y unas varianzas para el módulo de Young de:

$$E_{tg} = 11.861 \pm \begin{cases} 6.993 & (\text{para un intervalo de confianza del 70\%}) \\ 4.365 & (\text{para un intervalo de confianza del 50\%}) \end{cases}$$

En todos los casos la edad se expresa en años, la tensión y el módulo de Young en MPa. La deformación y la dimensión fractal son adimensionales.

5.3 Limitaciones del estudio

- Todos los ensayos realizados fueron cuasi estáticos, por tanto se caracteriza exclusivamente la respuesta estática, quedando excluida la respuesta dinámica de las muestras.
- Se ha obviado el campo de desplazamientos transversales de las muestras en todos los ensayos.
- Sería conveniente realizar un análisis histológico de las muestras, conducente a un mayor conocimiento del daño causado. No fue posible realizar un μ CT posterior al ensayo.
- Los datos obtenidos corresponden a una micro-probeta extraída de una costilla. Por lo tanto, el comportamiento mecánico del tejido óseo trabajando en su conjunto presentará probablemente diferencias respecto a los resultados obtenidos, debido a la geometría compleja que poseen las estructuras óseas y debido a la interacción con el hueso trabecular que contribuirán a su resistencia.

5.4 Líneas complementarias de investigación

Siguiendo con el análisis del comportamiento de la costilla humana se plantean dos proyectos de continuidad con la investigación realizada, ambos ya iniciados:

- El primero trata de predecir y describir el proceso de rotura de la costilla mediante aplicación de técnicas no destructivas; aplicando el método de la emisión acústica (EA) y realizando ensayos dinámicos a alta velocidad.

- El segundo es un estudio de las huellas que presenta la costilla al ser impactada por un arma blanca u objetos punzantes y la posible caracterización de las fracturas en la costilla.

Respecto del primero de los proyectos, ya se han realizado los experimentos preliminares de calibración del sistema.

La metodología seguida para estos experimentos se describe brevemente: se han diseñado unas mordazas que permiten empotrar ambos extremos de la costilla a ensayar, evitando así giros y desplazamientos de las mismas. Estos empotramientos se consiguen embebiendo los extremos de la costilla en cemento óseo. Éstas se fijan de forma análoga a las probetas de micro tracción a la máquina de ensayo y sobre las propias costillas se fijan tres sensores de EA alineados.

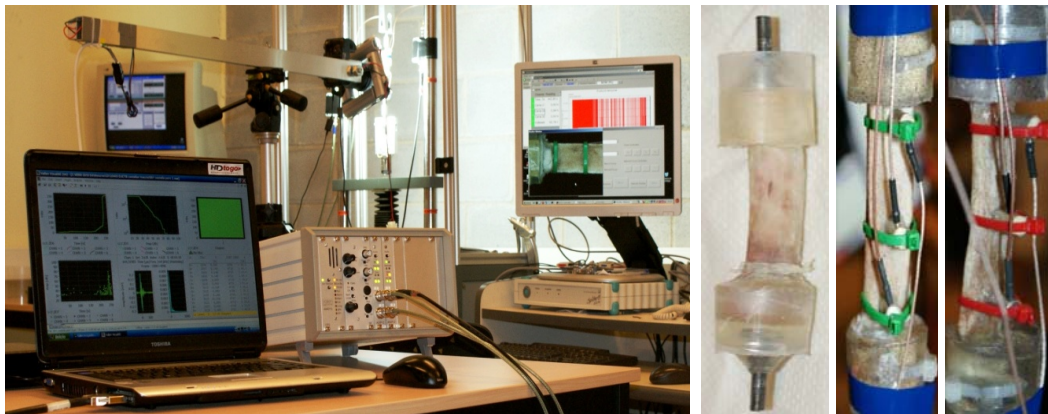


Fig 5.1. Dispositivos de ensayo y preparación de muestras con sensores de EA.

La ubicación de tres sensores permite localizar y filtrar aquellas señales provenientes de la máquina o de cualquier zona ajena al centro de la costilla. Ésta es la zona de máxima sollicitación, donde con la evolución del ensayo se inician las roturas de las fibras de la

costilla que generan una liberación espontánea de ondas elásticas que son captadas por los sensores de EA. El análisis de estas señales conduce a la obtención de valores de carga de rotura y energía disipada en la rotura mucho más fiables que cualquier otro método empleado con anterioridad.

La figura 5.2 muestra tres señales correspondientes a eventos ubicados en la zona de estudio. Estos son indicios claros de la liberación de energía elástica debido a la rotura del material. Estos puntos altamente activos, en términos energéticos, permiten determinar el inicio de la zona de transición, que coincide con el final de la zona elástica y con ello se puede calcular el módulo de Young con una mejor resolución. [5-1 a 5-3].

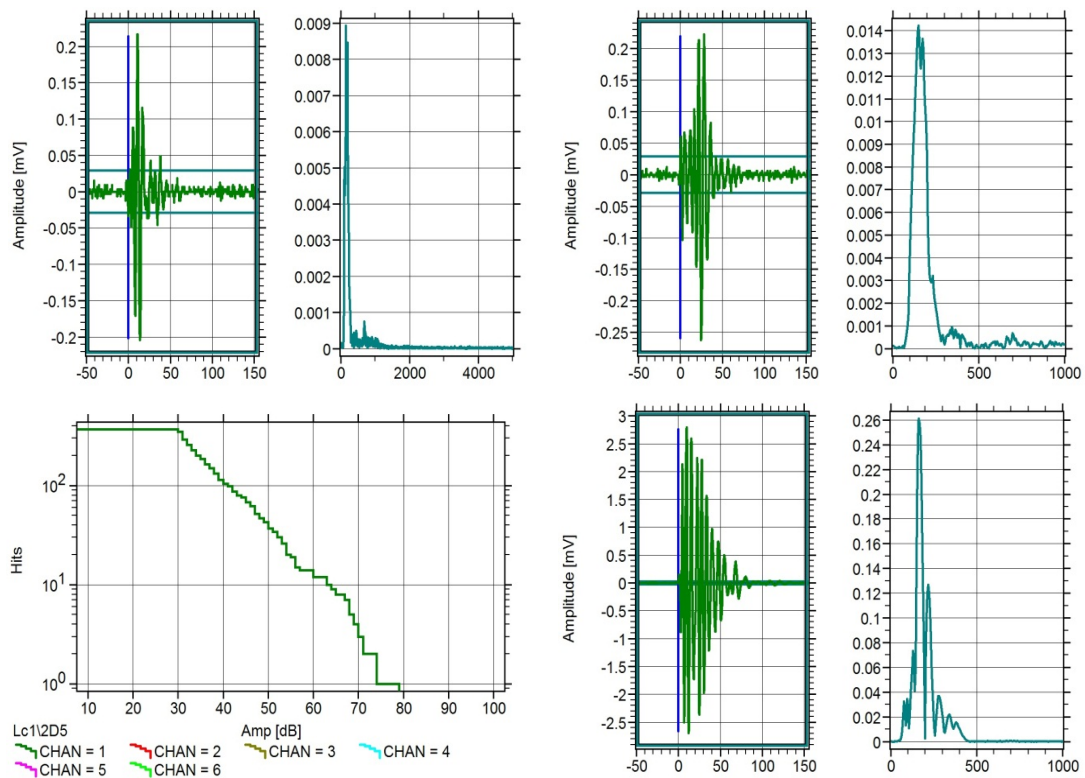


Fig 5.2. Señales de EA y eventos acumulados en el ensayo.

El segundo de los proyectos parte del trabajo iniciado por el Dr. Ignasi Galtes Vicente, médico forense titular, perteneciente al IMLC y

profesor de la unidad de Medicina Legal y Forense de la UAB. Para el estudio y caracterización de la impronta de un arma blanca sobre una costilla se ha diseñado y construido un dispositivo que permite el lanzamiento de impactores con diferentes valores de energía y velocidad final antes de la penetración de los mismos en la costilla. [5-4 a 5-10]

Como se muestra en la figura 5.3, el dispositivo consta de una guía lineal sobre la que desliza con muy baja fricción un patín donde se aloja el arma. Este conjunto se fija a la altura deseada mediante un electroimán móvil sobre la guía y se dispone de un alojamiento en la parte superior para poder incrementar la masa. Las muestras a ensayar se fijan mediante un sistema de *clipaje* rápido, que permite el cambio de espécimen en pocos segundos y que los ensayos duren del orden del minuto.

Mediante un sistema óptico de captación y un osciloscopio se fija el valor exacto de la velocidad antes del impacto. Con ello se dispone de una caracterización perfecta de la energía y velocidad de impacto.



Fig 5.3. Dispositivo para el lanzamiento de objetos punzantes.

Una vez ensayadas las muestras, con la ayuda de un microscopio y una cámara de fotografiar conectada al ordenador se toman imágenes de las huellas provocadas. Mediante la técnica de la morfometría se pretende encontrar patrones reconocibles en función del arma, la energía y la velocidad del impacto. En la figura 5.4 se muestran resultados de las huellas obtenidas en algunos de los ensayos realizados. [5-11 a 5-14].

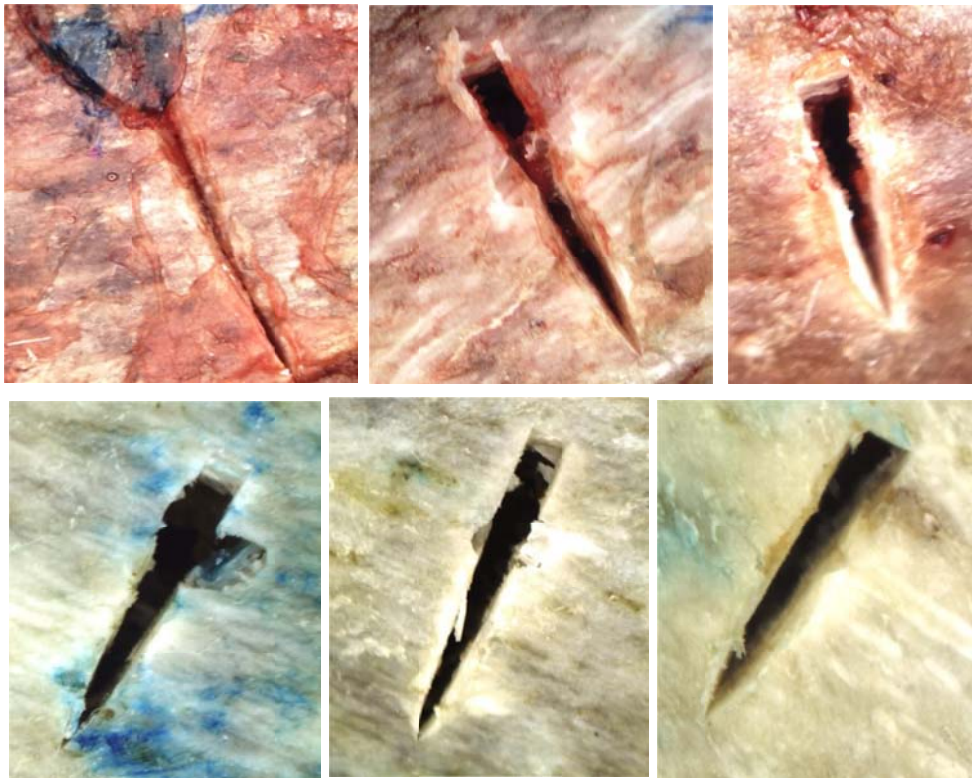


Fig 5.4. Imágenes de diferentes especímenes tras el ensayo, las tres imágenes superiores corresponden a muestras con presencia de periostio y las tres inferiores a muestras tras retirar el periostio.

A1

Anejo Subrutinas MatLab

Se presenta a continuación el código utilizado para el cálculo de los valores de fuerza y deformación y su sincronización; para ello se utilizan diferentes subrutinas de MatLab®; éstas son de código abierto y ya estando testadas por la comunidad científica, se han optimizado en la medida de lo posible para que se adecuen mejor a las necesidades de la presente tesis doctoral.

Las subrutinas empleadas son:

- sincronitza_traccio

Lee el fichero de fuerzas en función del tiempo y analiza los fotogramas en función del tiempo. Con ello se sincronizan ambos conjuntos de datos y se determina el número de fotogramas a procesar, ya que en el proceso de sincronización y finalizado de la

grabación hay un número no despreciable de fotogramas que se pueden eliminar y ahorrar coste computacional del proceso.

- Llegeix_catman

Lee el fichero de fuerza, compara los datos de la cabecera y hace la conversión de unidades necesaria en entre las salidas de los dispositivos de adquisición y los módulos de cálculo.

- Filelist_generator

Genera el listado de fotogramas a procesar.

- grid_generator

Genera la malla que se seguirá a lo largo del proceso del cálculo de desplazamientos de las muestras ensayadas.

- displacement

A partir de la posición de los puntos, a lo largo de los fotogramas, calcula la deformación de Lagrange promedio de cada fotograma. También permite filtrar los puntos 'defectuosos' aquellos que salen fuera del rango de la malla y también permite rotar los ejes y medir la deformación en el eje perpendicular al principal.

- crea_corva_traccio

Lee las fuerzas y las deformaciones de Lagrange y genera la curva que las relaciona.

- filtra_y_v2

Filtra las oscilaciones que el video presenta en el eje y. Interpola linealmente los tramos filtrados.

A2

Anejo compendio de figuras y tablas

En el presente documento se muestran ordenadas por aparición las figuras y tablas que contiene la tesis doctoral. De la página 187 a 228 se muestran las figuras, y de la página 229 a 242 se reproducen las tablas.

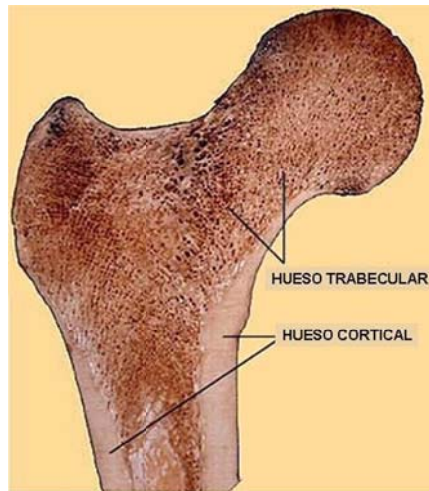


Fig 2.1. Disposición que adopta el hueso compacto y trabecular en el segmento proximal del fémur. [2-2].

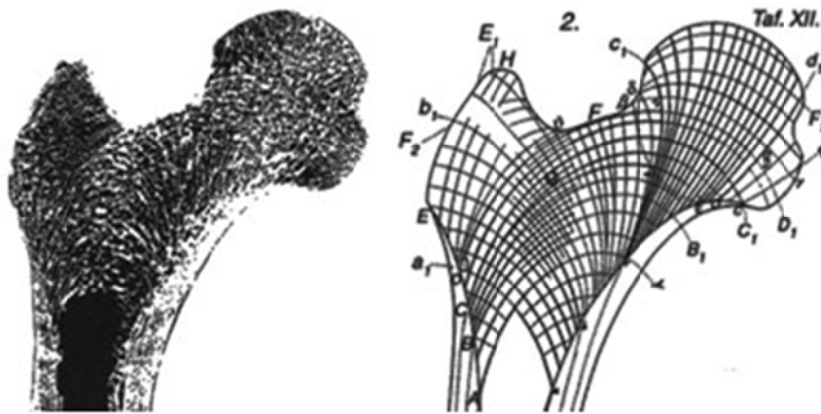


Fig 2.2. Izq. Corte de la cabeza del fémur. Drch isólineas de tensión, representación de Wolff en 1892. [2.4-2.5].

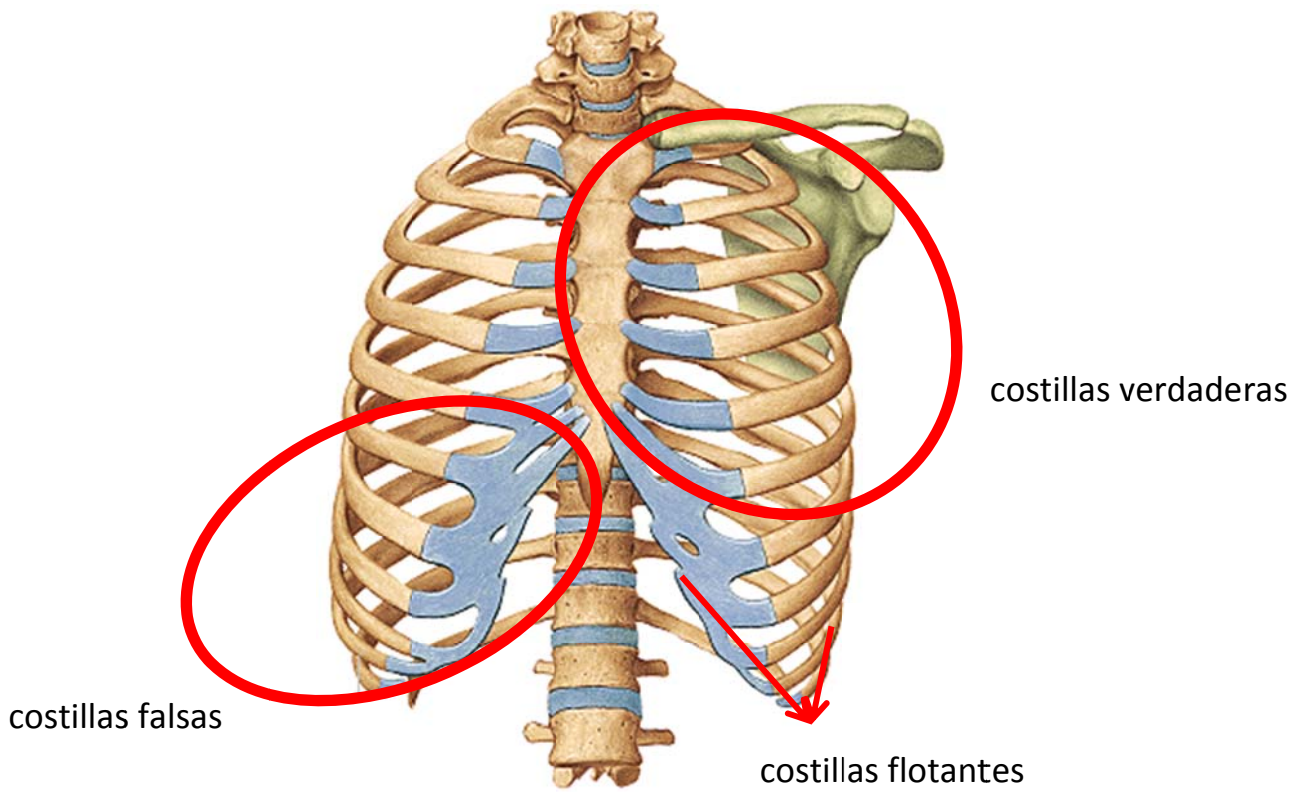


Fig 2.3. Imagen del arco costal donde aparecen los tres grupos de costillas definidos. Fuente: Sobotta(2012).

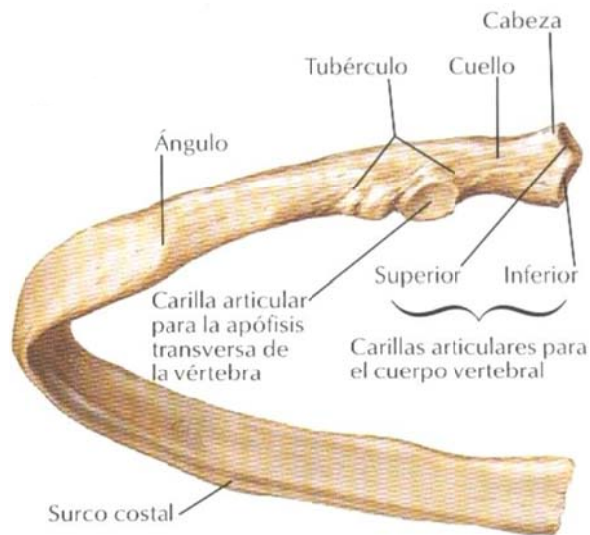
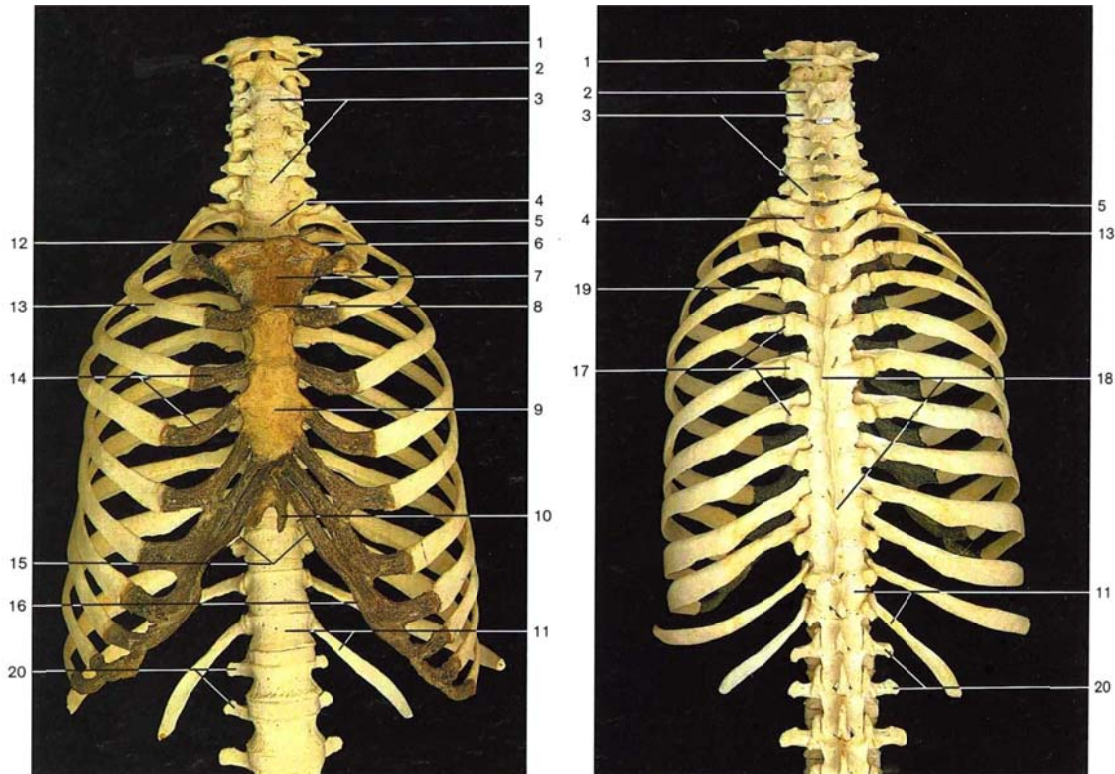



Fig 2.4. Imagen una costilla donde aparecen las zonas descritas y sus partes. Fuente: Netter (2011).




1	Atlas [C1]	11	12ª vertebra dorsal y 12ª costilla
2	Axis [C2]	12	Escotadura del esternón
3	Vértebras cervicales [C1 a7]	13	Costilla 2ª
4	Primera vértebra dorsal o torácica	14	Cartílagos costales
5	Costilla 1ª	15	Ángulo xifoideo
6	Faceta claviclar del erténón	16	Reborde arco costal
7	Manubrio esternal	17	Articulaciones costotransversas
8	Ángulo del esternón	18	Apófisis espinosas
9	Cuerpo esternal	19	Ángulo espinoso
10	Apófisis xifoides	20	Apófisis costiformes

Fig 2.5. Conjunto completo de tórax en vista anterior y posterior.
Fuente: Gran Atlas McMinn de Anatomía Humana (2005).



INSTITUT DE MEDICINA LEGAL I MLC CATALUNYA

EXTRACCIÓN DE MUESTRAS PARA ESTUDIO MÉDICO FORENSE



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA BARCELONATECH

Proyecto:

MODELO CONSTITUTIVO DE HUESO CORTICAL DE COSTILLA HUMANA


[Este proyecto se enmarca dentro del convenio de colaboración entre el IMLC y la UPC (A-00900/1).]

Responsable del proyecto IMLC: Dra. María del Carmen Rebollo Soria.
 Responsable del proyecto UPC: Prof. Juan Velázquez Ameijide.

Para la extracción de muestras:

1.- Marcar sobre el dibujo la zona donde ha sido extraída la muestra.


(ésta ha de tener entre 4 y 6 cm de largo, **IMPORTANTE:** escoger la zona más plana de la costilla).



SIEMPRE 7ª Costilla DERECHA

2.- Introducir la muestra en el tubo porta muestras y llenarlo de suero fisiológico.

COLOCAR ETIQUETA ADHESIVA en el tubo con Nº NECRO tachar el nombre para anonimizar la muestra.



3.- Rellenar la siguiente información:

Nº NECRO	FECHA extracción	SEXO	ALTURA	PESO	EDAD
CAUSA FALLECIMIENTO		OBSERVACIONES			

EXCLUSIONES:

Traumatismos torácicos, tumores óseos, patología paratiroidea, enfermedades infecto-contagiosas (tuberculosis, VIH, VHB, VHC, etc). Excluir también cadáveres con Data muerte > 48 horas.

Fig 3.1. Documento a cumplimentar en cada extracción de una muestra.

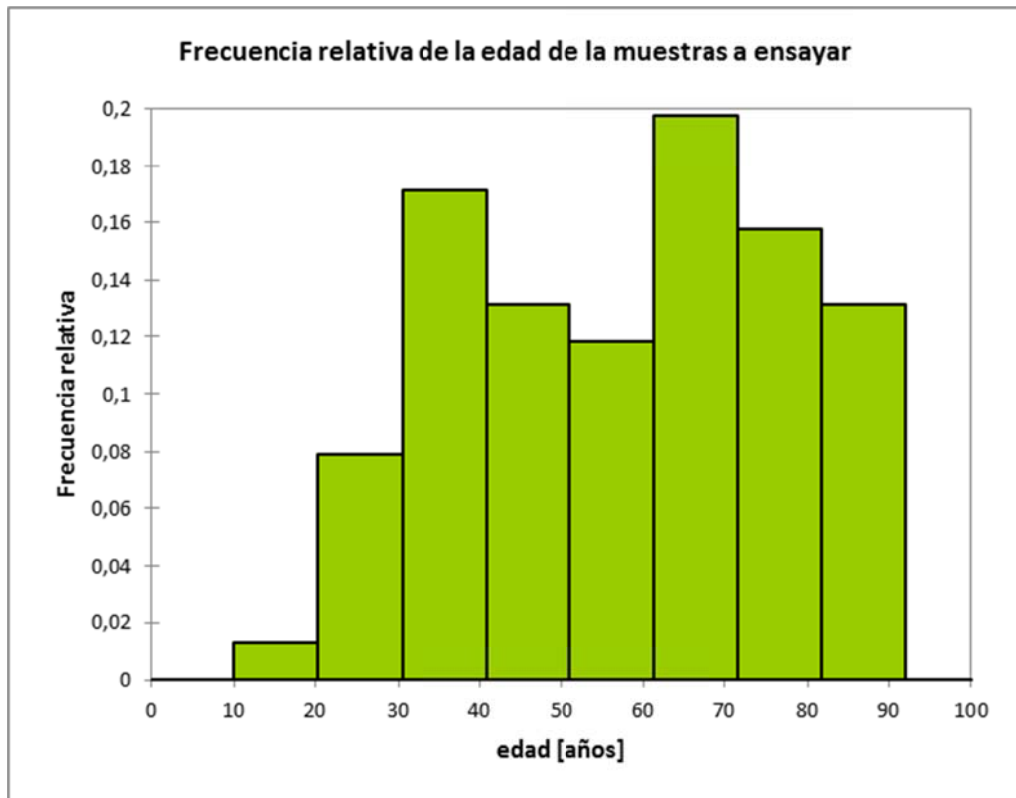


Fig 3.2. Histograma de la distribución de la población a ensayar en función de la edad.

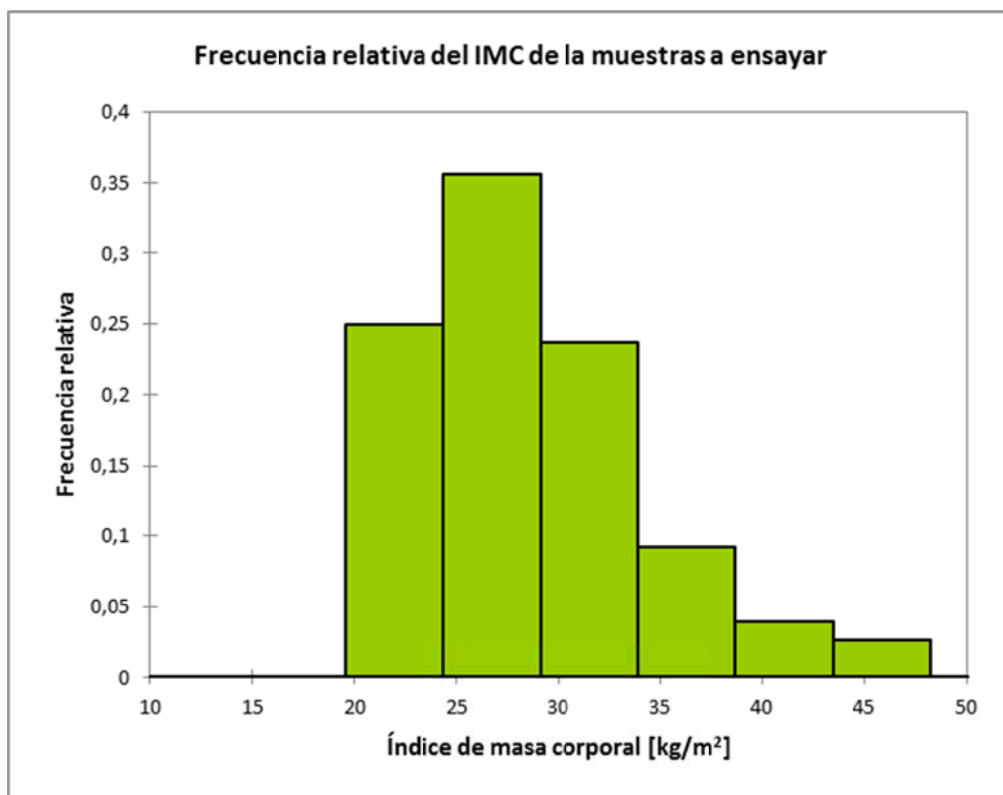


Fig 3.3. Histograma de la distribución de la población a ensayar en función del índice de masa corporal.

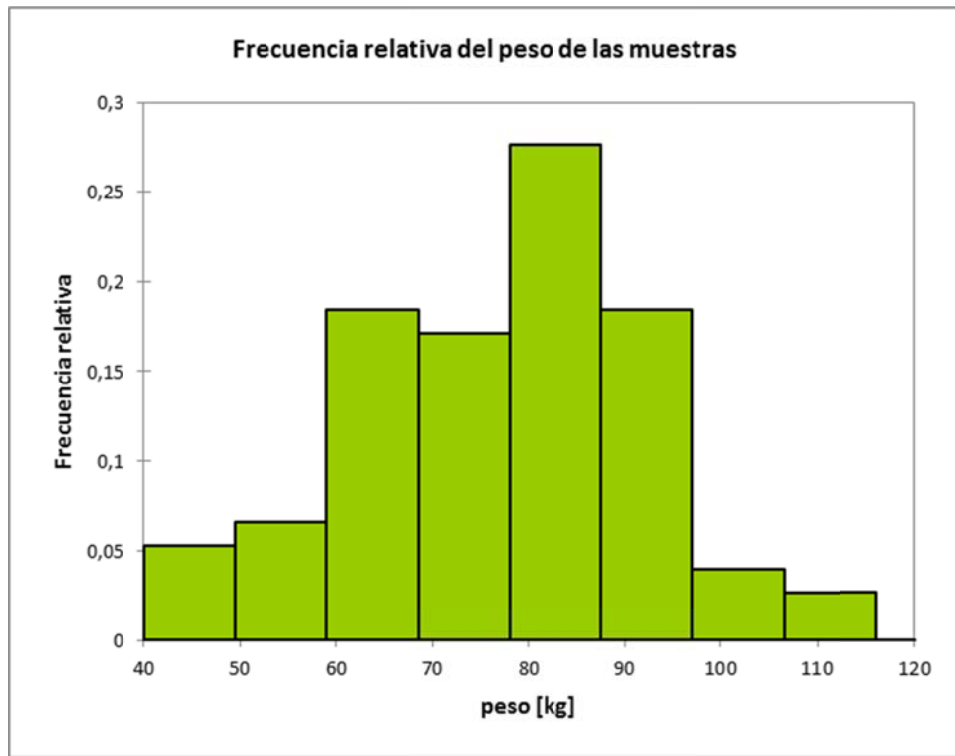


Fig 3.4. Histograma de la distribución de la muestra de ensayo en función del peso.

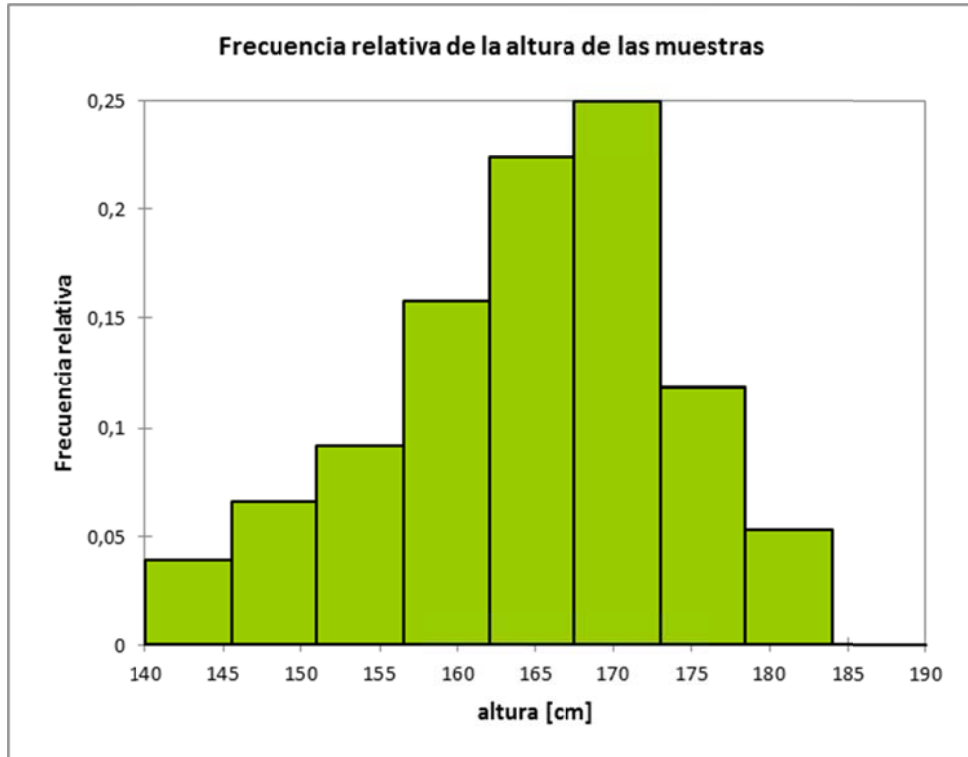


Fig 3.5. Histograma de la distribución de la muestra a ensayar en función de la altura.

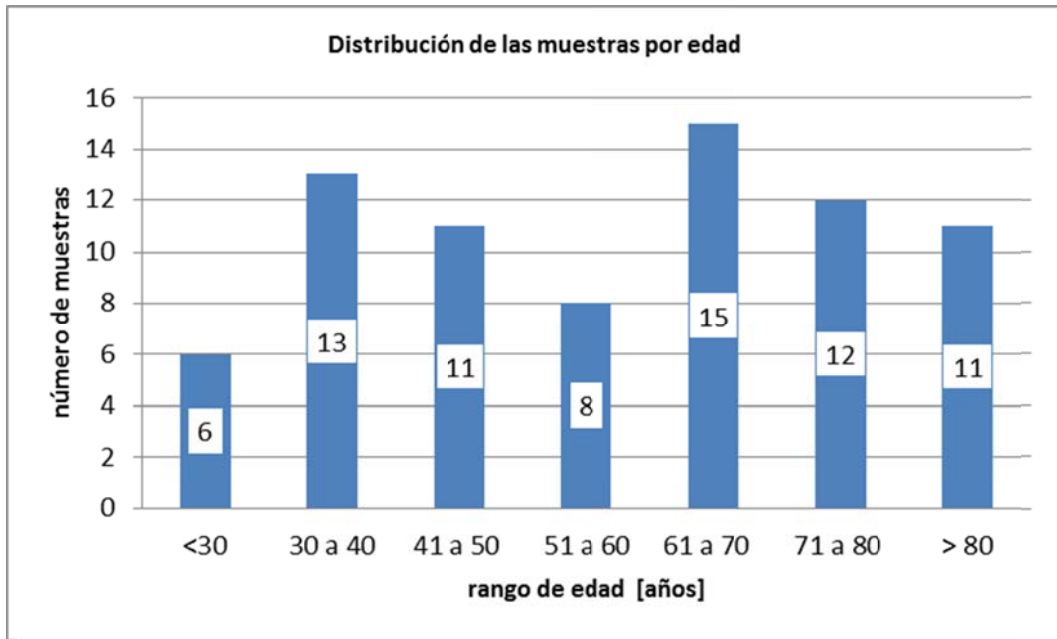


Fig 3.6. Histograma de la distribución de la muestra a ensayar en por edades.



Fig 3.7. Equipos de protección personal



Fig 3.8. Señalización de la equipación de seguridad obligatoria y riesgos en el área.



Fig 3.9. Señalización para delimitar las zonas de trabajo, y el riesgo asociado.



Fig 3.10. Muestra en tubo de transporte y primer almacenaje en el IMLC

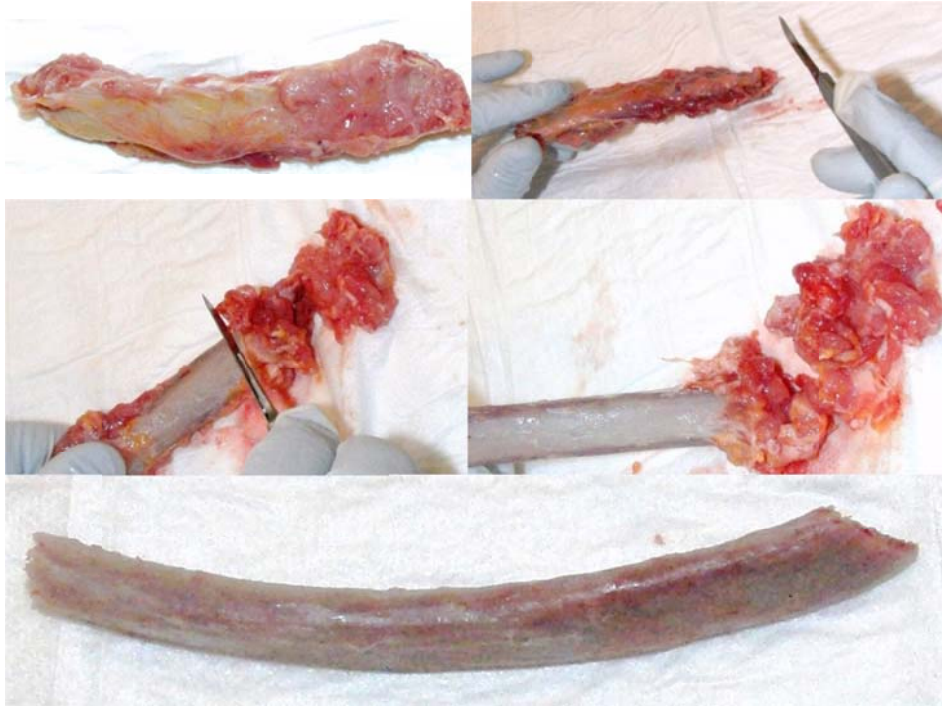


Fig 3.11. Proceso de limpiado de una costilla.

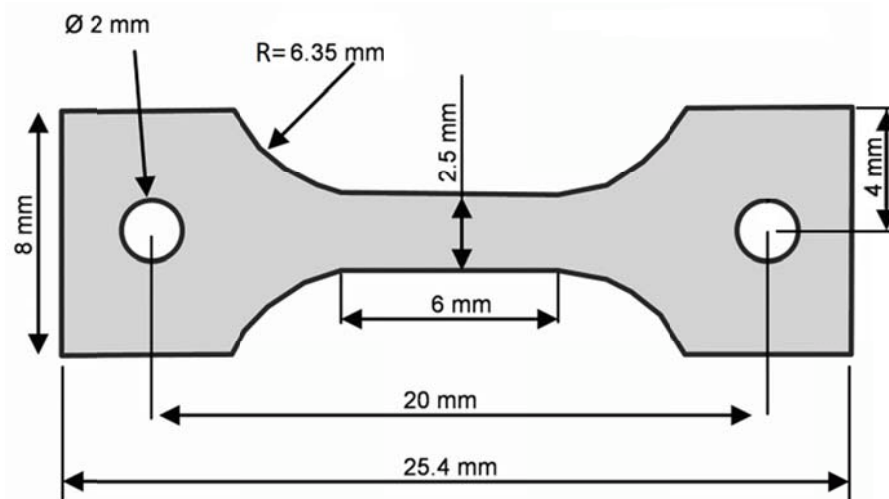


Fig 3.12. Esquema de las probetas a ensayar.

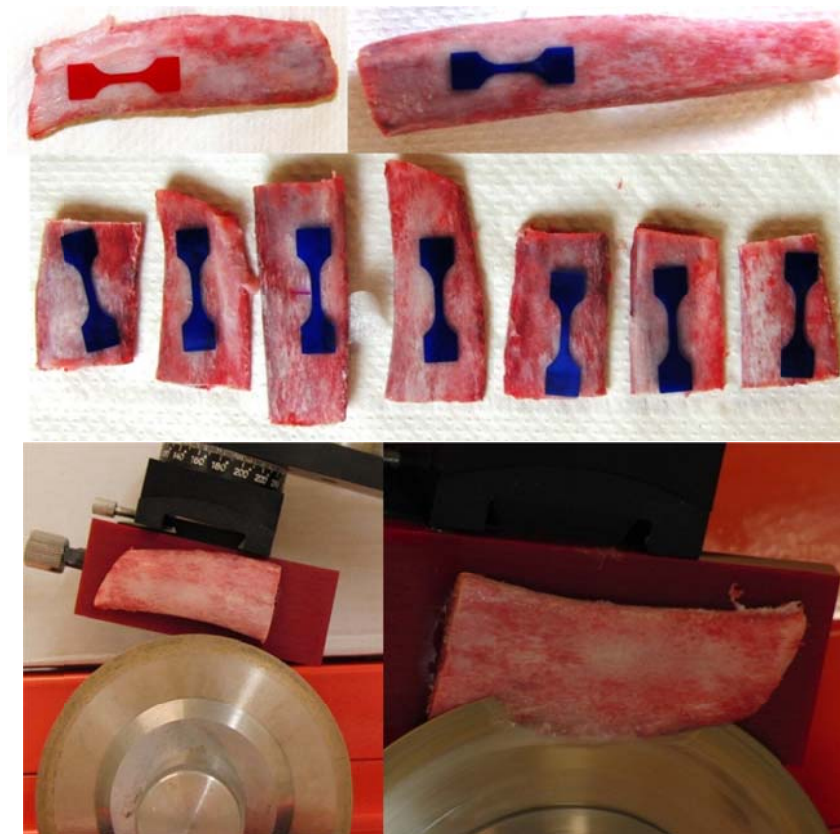


Fig 3.13. Proceso de obtención de la lámina de hueso.

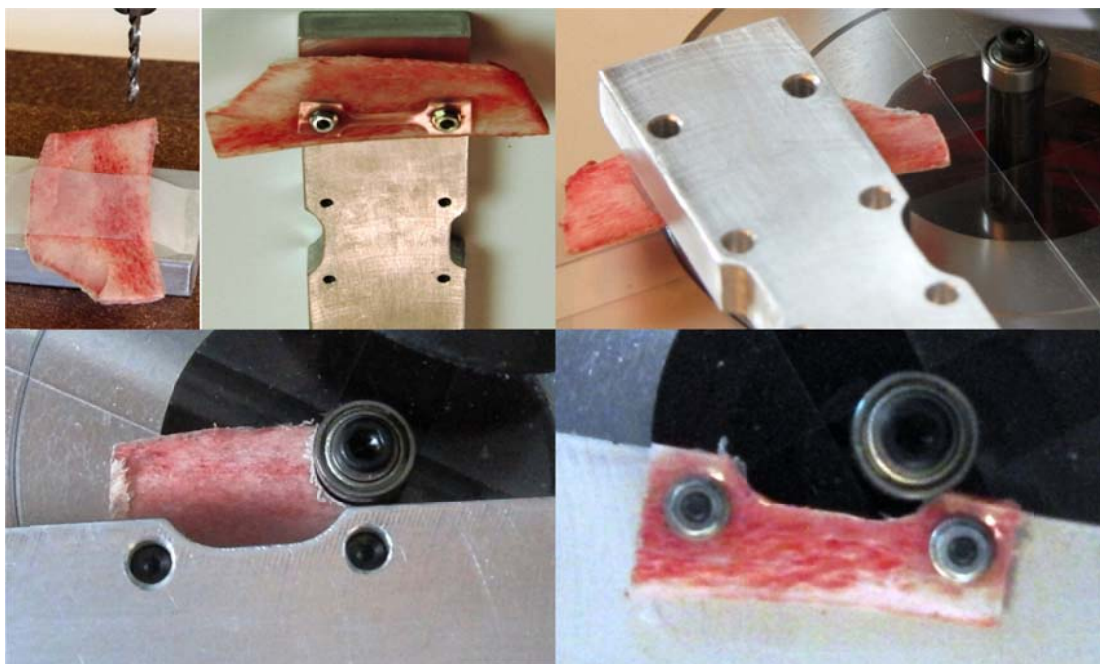


Fig 3.14. Mecanizado de la probeta.



Fig 3.15. Pulido de la probeta hasta obtener su grosor nominal.

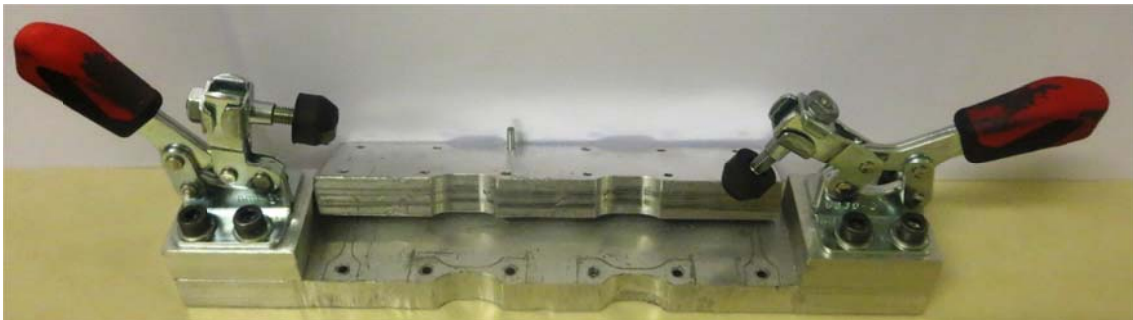


Fig 3.16. Plantilla para múltiples probetas con fijaciones rápidas.

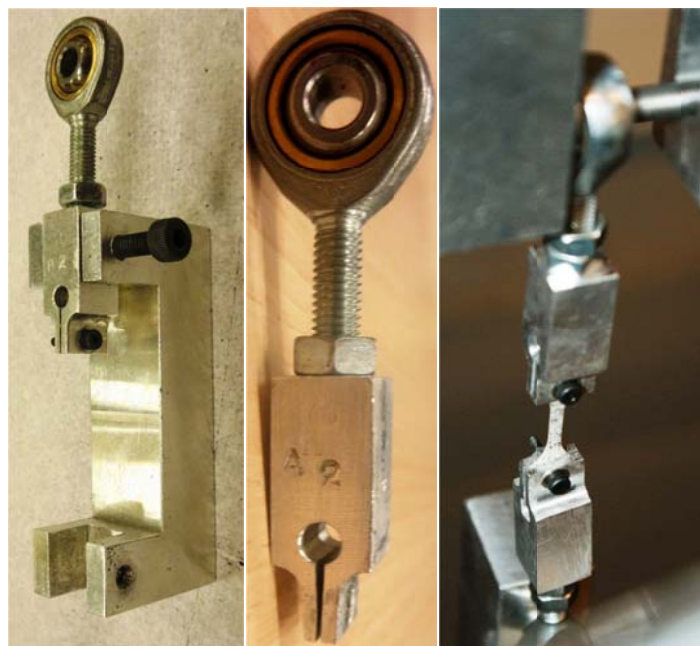


Fig 3.17. Mordazas, sistema de fijación y útiles montados en la máquina de ensayos.



Fig 3.18. Probeta dañada por exceso de presión de la mordaza

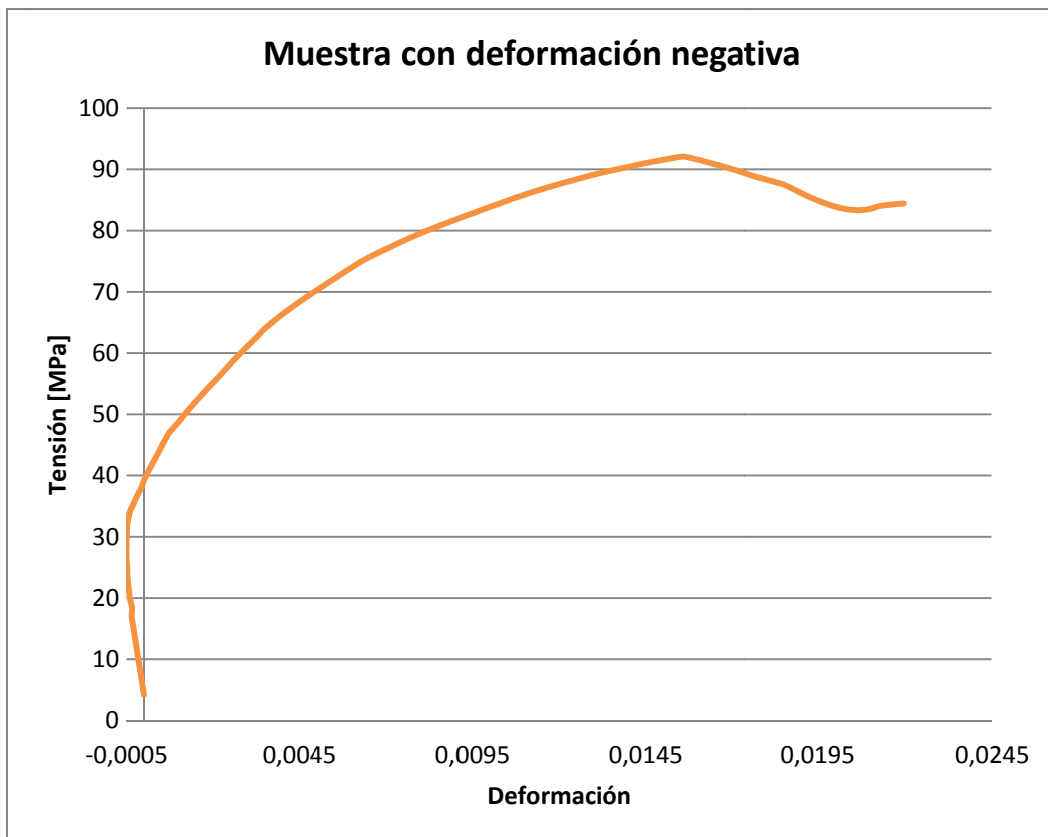
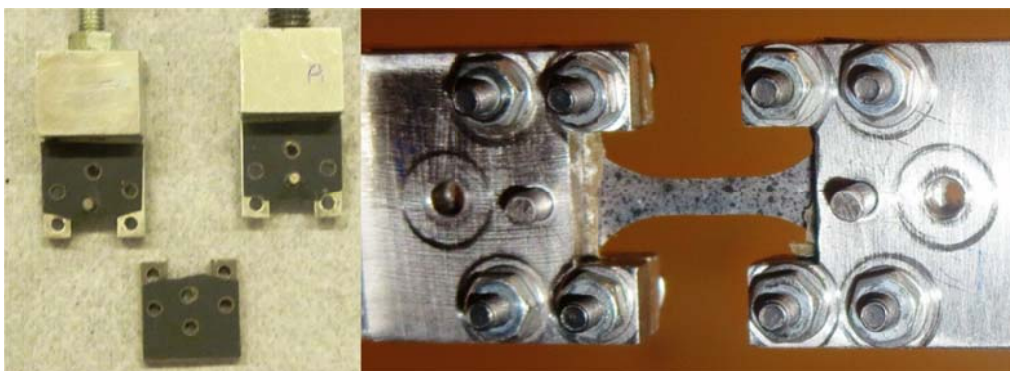


Fig 3.19. Gráfica tensión deformación para una muestra que se ha desplazado y realineado, hecho por el que aparecen deformaciones negativas.



FFig 3.20. Nuevas mordazas y probeta montadas en ellas.



Fig 3.21. Máquina de tracción y sistema de captación.

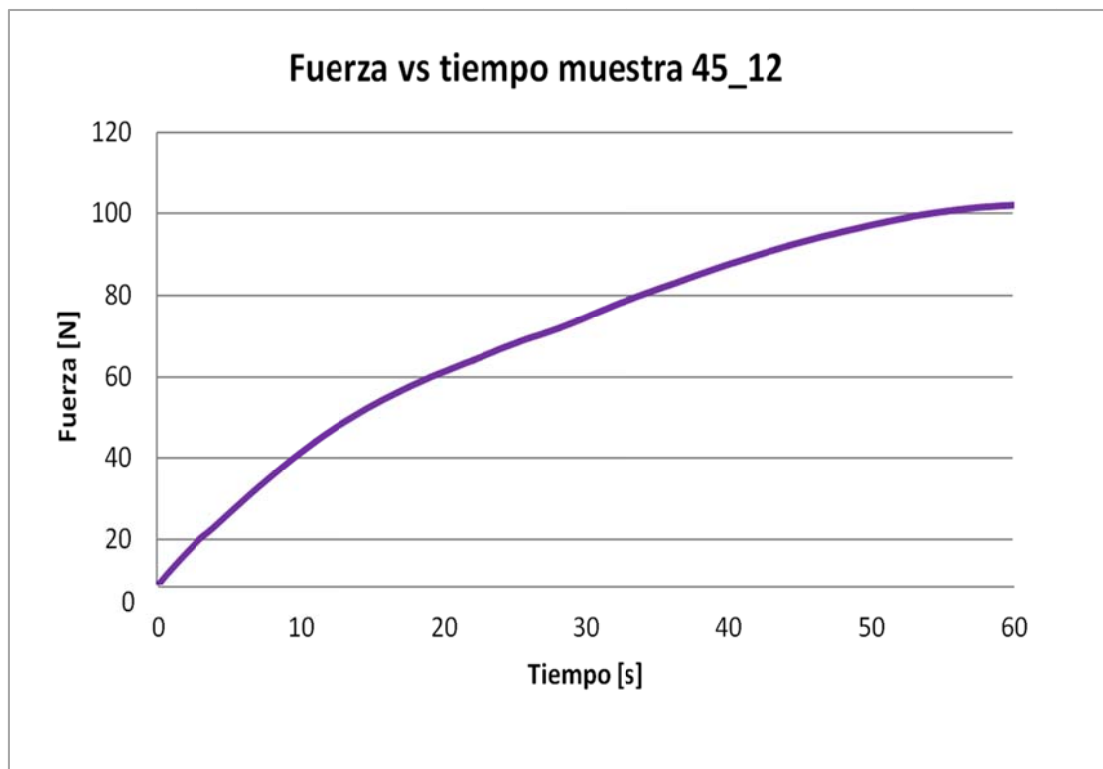


Fig 3.22. Representación fuerza frente a tiempo para la probeta 45_12.

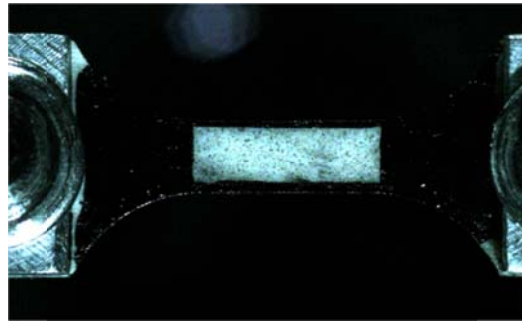


Fig 3.23. Muestra de probeta enmascarada para su seguimiento vía imágenes.


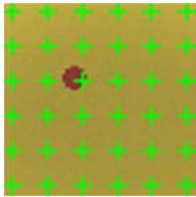
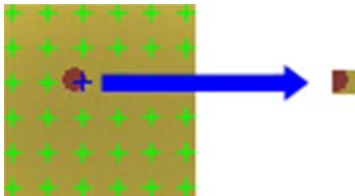
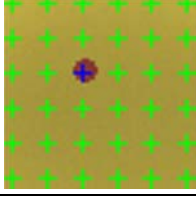
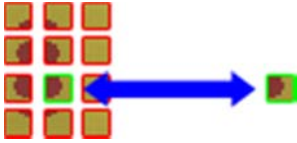
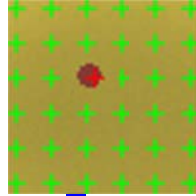
<p>Imagen original en instante $t = i$</p>	
<p>Imagen original con la rejilla de puntos</p>	
<p>Rasterización de la ventana de un punto cualquiera (azul)</p>	
<p>Siguiente imagen en el instante $t = i+1$ con la rejilla (el punto marrón se desplaza hacia la derecha)</p>	
<p>Se comparan los píxeles de cada ventana cercana al punto azul con la ventana original rasterizada. Se encuentra un punto que coincide con el criterio establecido.</p>	
<p>A partir de la ventana que coincida se establece la nueva posición del punto (rojo)</p>	

Fig 3.24. Resumen de los pasos seguidos por el algoritmo de seguimiento del movimiento.

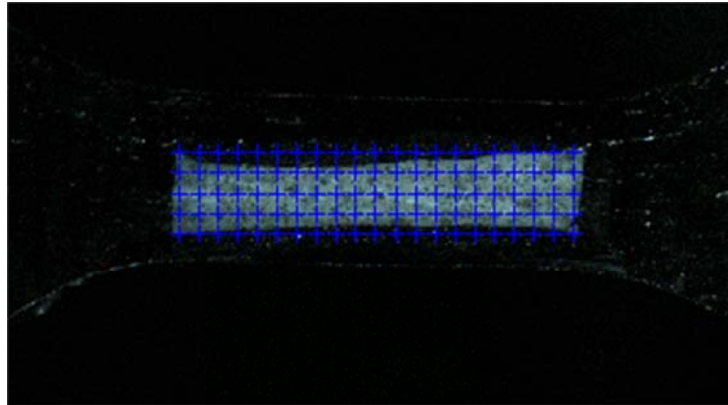


Fig 3.25. Imagen de la malla de seguimiento de movimientos sobre una muestra.

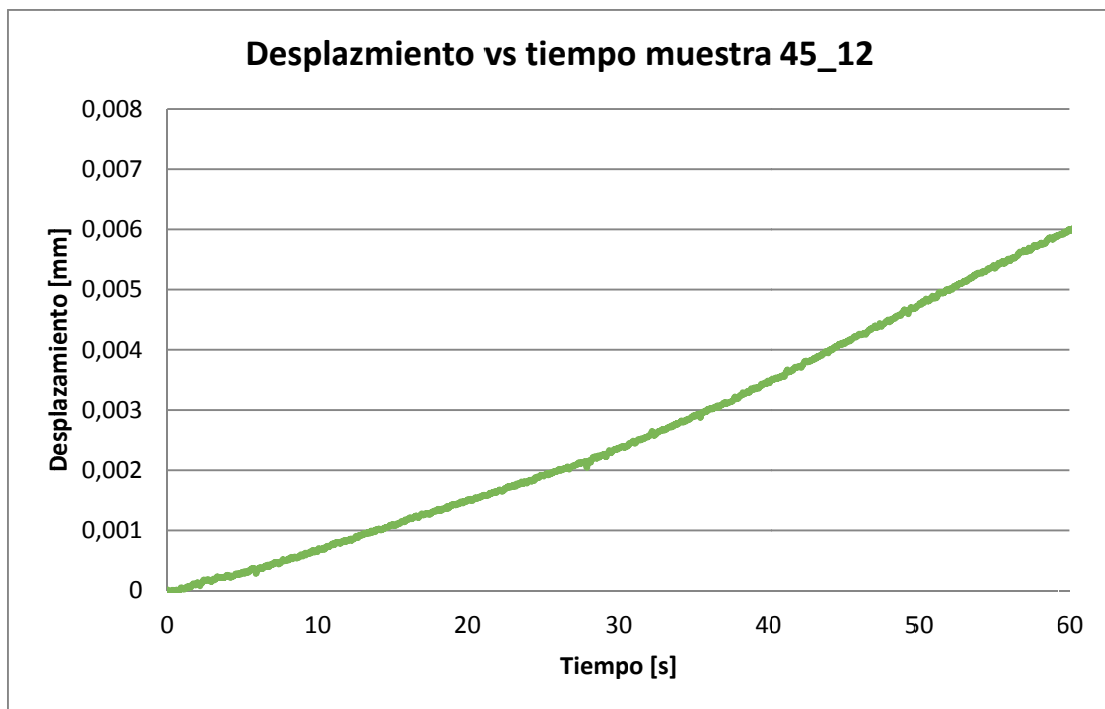


Fig 3.26. Gráfica desplazamiento tiempo para la muestra 45-12.

Speeder			Freq (Hz)	60
	N	t (s)	Valor	Correcció
Sincro	A			
Inici	E			
Ruptura	F			

Camera			Freq (Hz)	
	N	t (s)		
Sincro video	B			
Inici	C			
Ruptura	D			

	Sincro	Ruptura	t_{assaig} (s)	t_{inici} (s)
Fotograma				
t (s)				

Fig 3.27. Captura de la hoja de cálculo donde aparecen las celdas destinadas a fijar el intervalo de valores propios del ensayo.

t (s)	e_{video}	t(s)	F(N)			Secció (mm²)	3	e_{video}	e	σ (MPa)
4	2	5	t-	F-	t+	F+	9	10	11	
			6		7	8				

Fig 3.28. Imagen de la hoja de cálculo donde se opera y gestionan los resultados para obtener los valores de tensión y deformación.

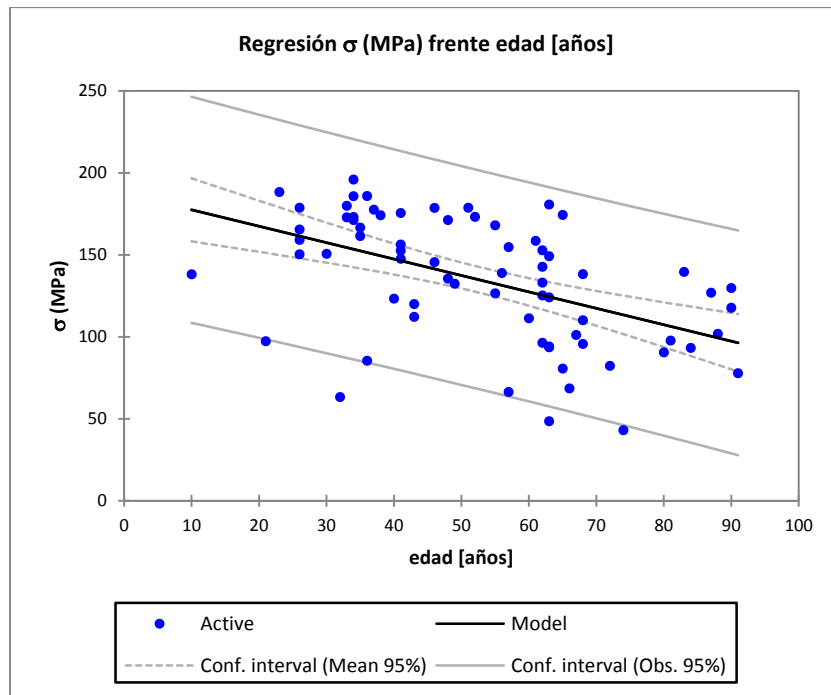


Fig 3.29. Validación de los coeficientes de la regresión lineal propuesta para una determinada relación - tensión edad -.

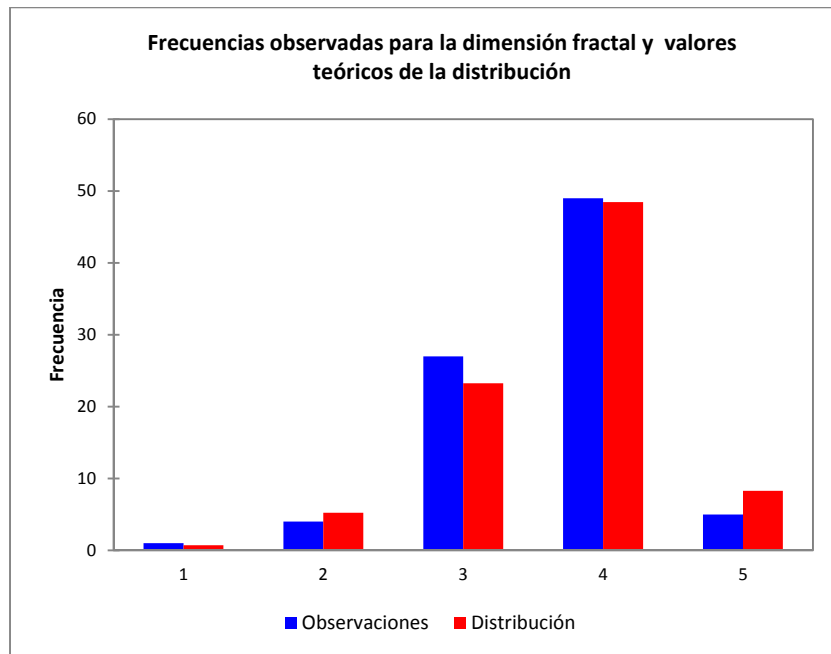


Fig 3.30. Frecuencias de aparición de los valores de la dimensión fractal de las muestras y el valor teórico de la distribución.

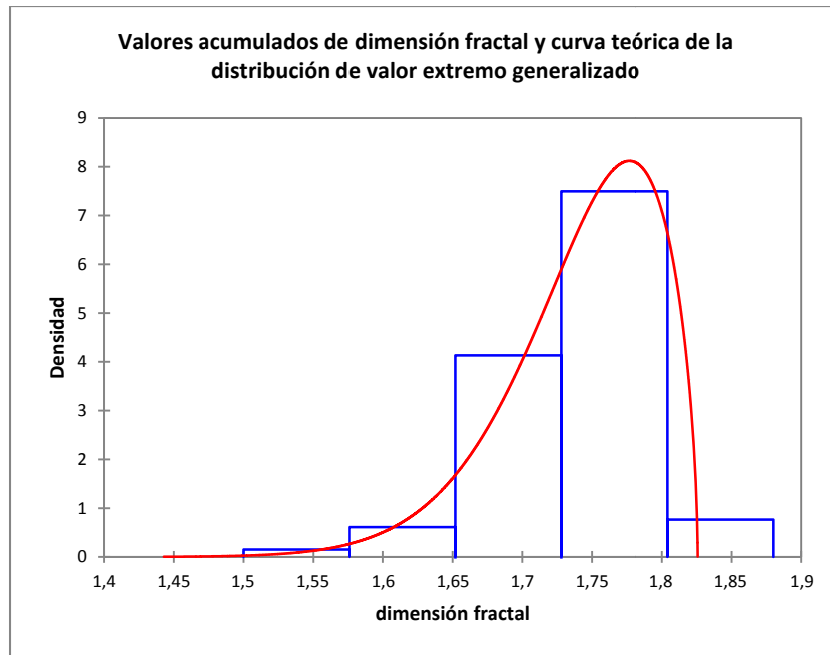


Fig 3.31. Histograma de la densidad de los valores obtenidos y la curva de la distribución asociada al fenómeno.



Fig 3.32. Imagen del equipo Argus PET/CT donde se realizaron los micro-CTs y características del mismo.

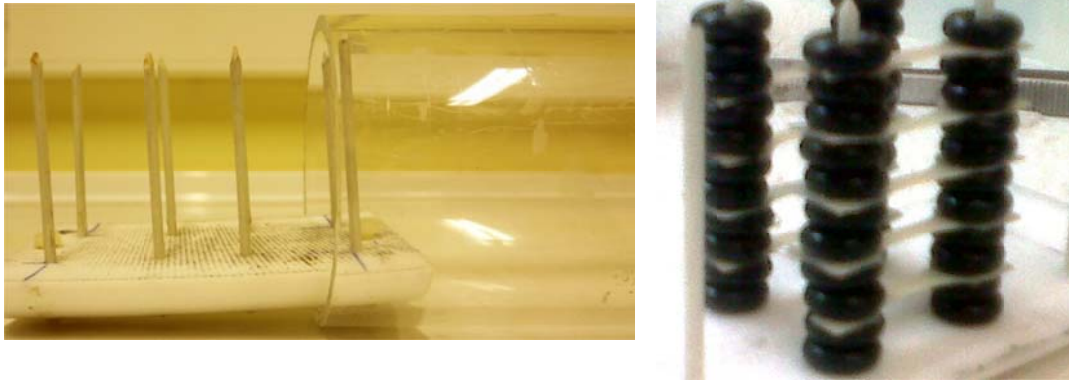


Fig 3.33. Izq. Dispositivo diseñado para el alojamiento de las probetas para la realización del micro-CT. Drch. Muestra de probetas montadas sobre el dispositivo diseñado.

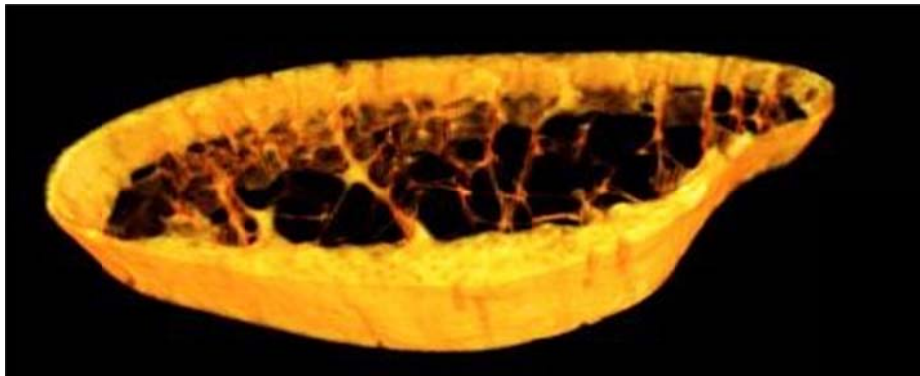


Fig 3.34. Reconstrucción gráfica a partir de los micro-CT realizados a un segmento completo de costilla antes de la extracción de las probetas.

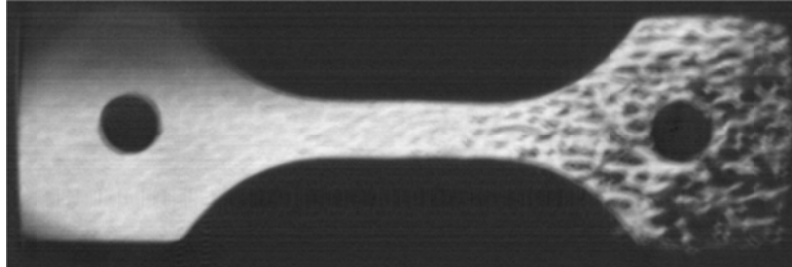


Fig 3.35. Vista en planta de la reconstrucción digital de la muestra 48_12.

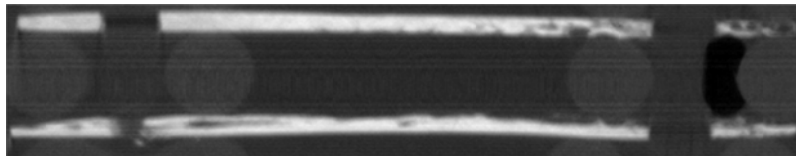


Fig 3.37. Reconstrucción digital del alzado de las muestras 48_12 y 35_12.

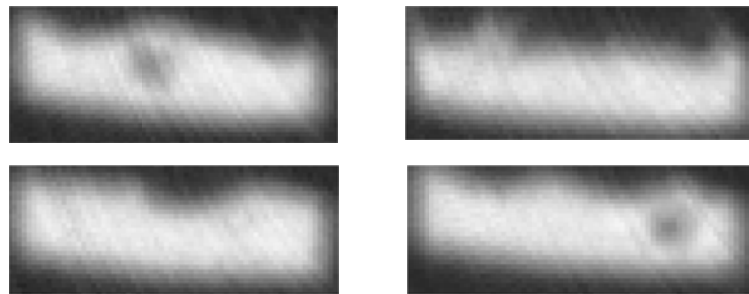


Fig 3.38. Micro-CT transversal de la muestra 48_12.



Fig 4.1. Ejemplo de resultados obtenidos, sin filtrado de datos y suavizado de la curva, relación σ - ϵ para la muestra 1425_11.

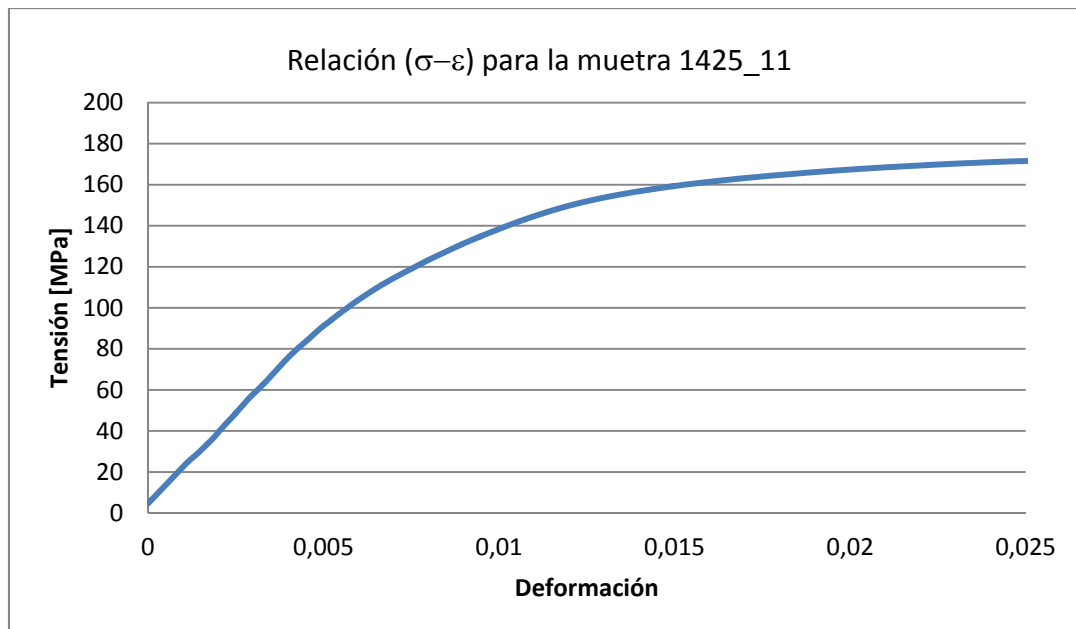
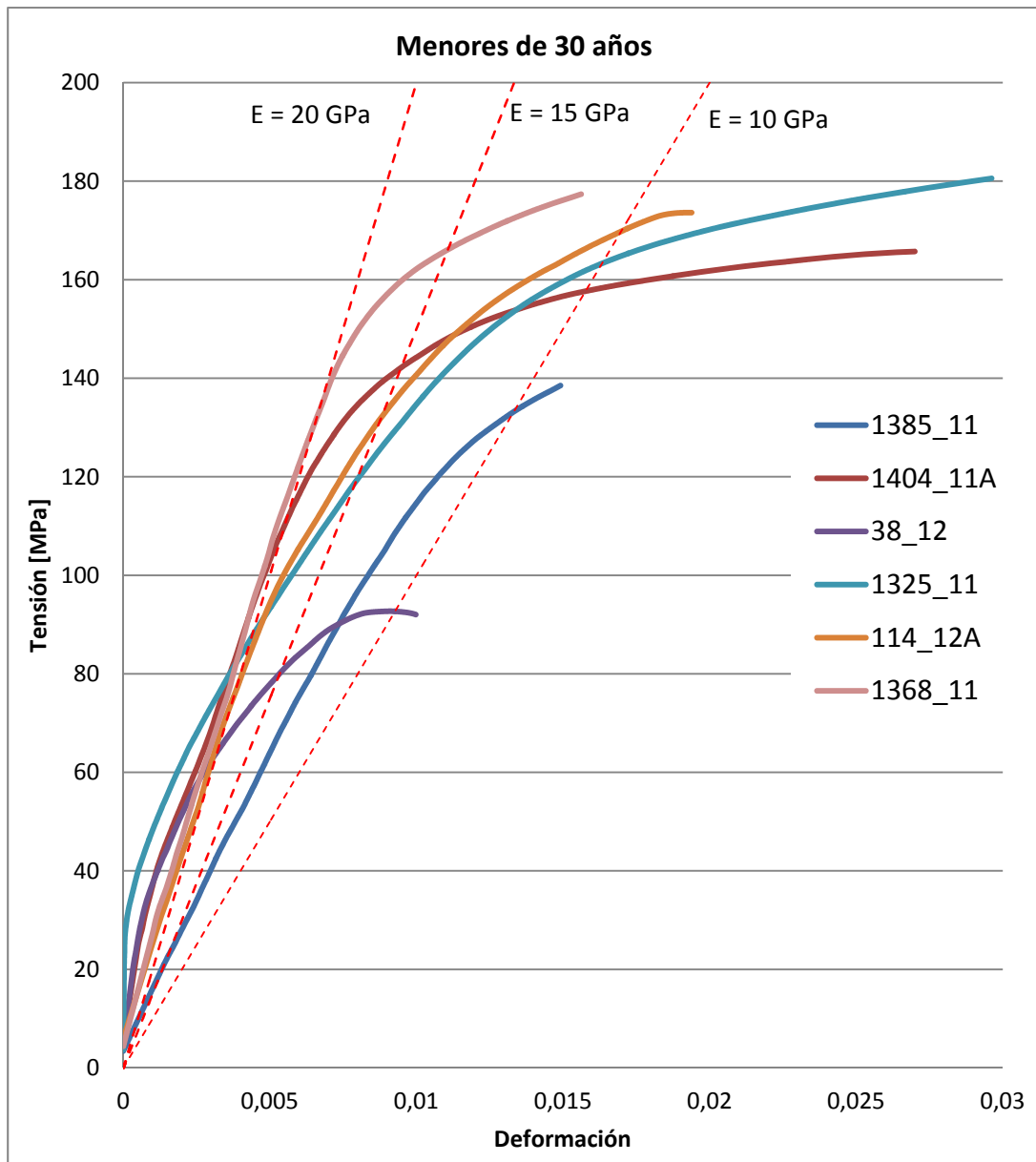


Fig 4.2. Ejemplo de resultados ya suavizados, relación σ - ϵ para la muestra 1425_11.



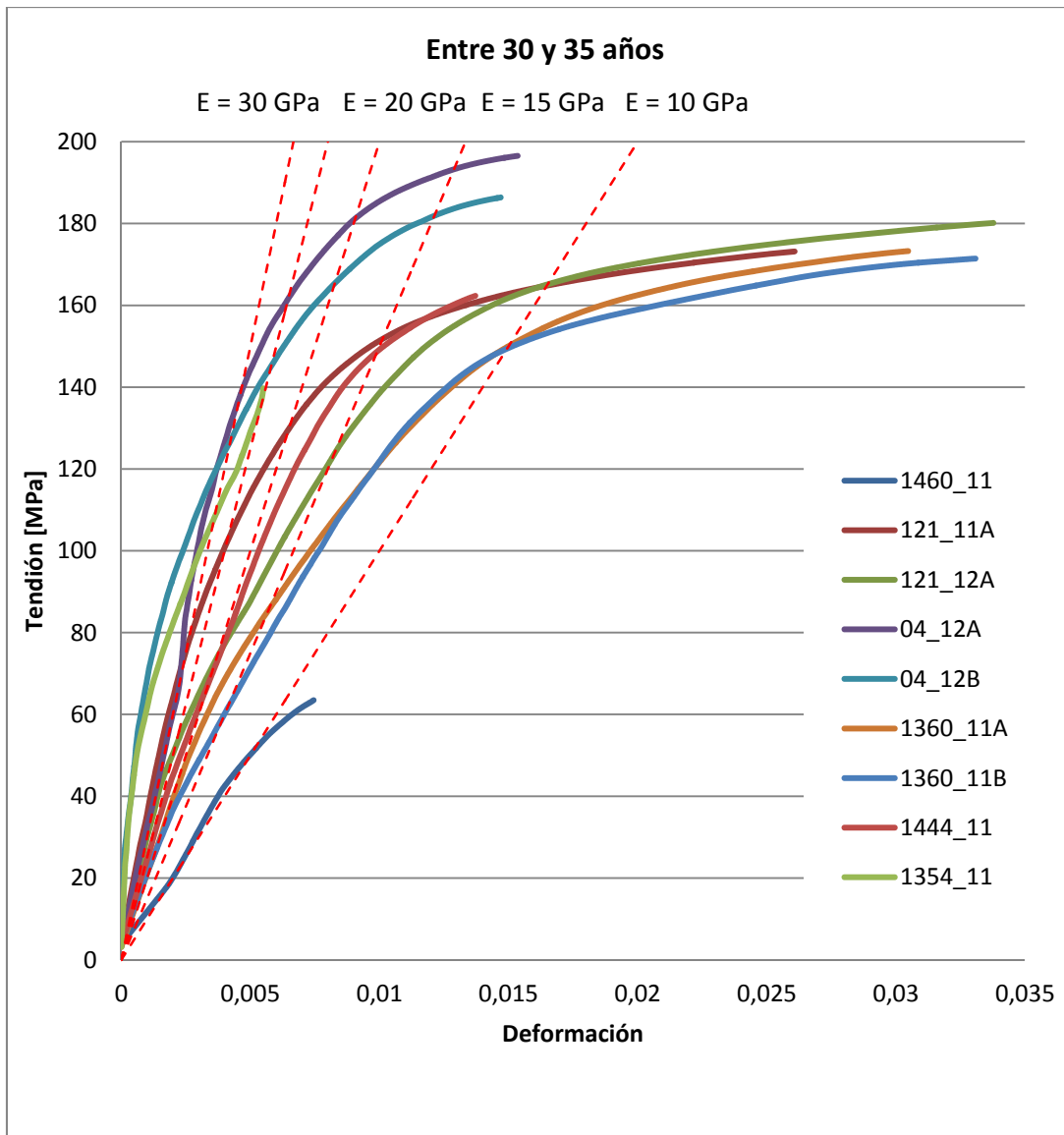


Fig 4.4. Relaciones σ - ϵ para muestras de especímenes entre de 30 y 35 años.

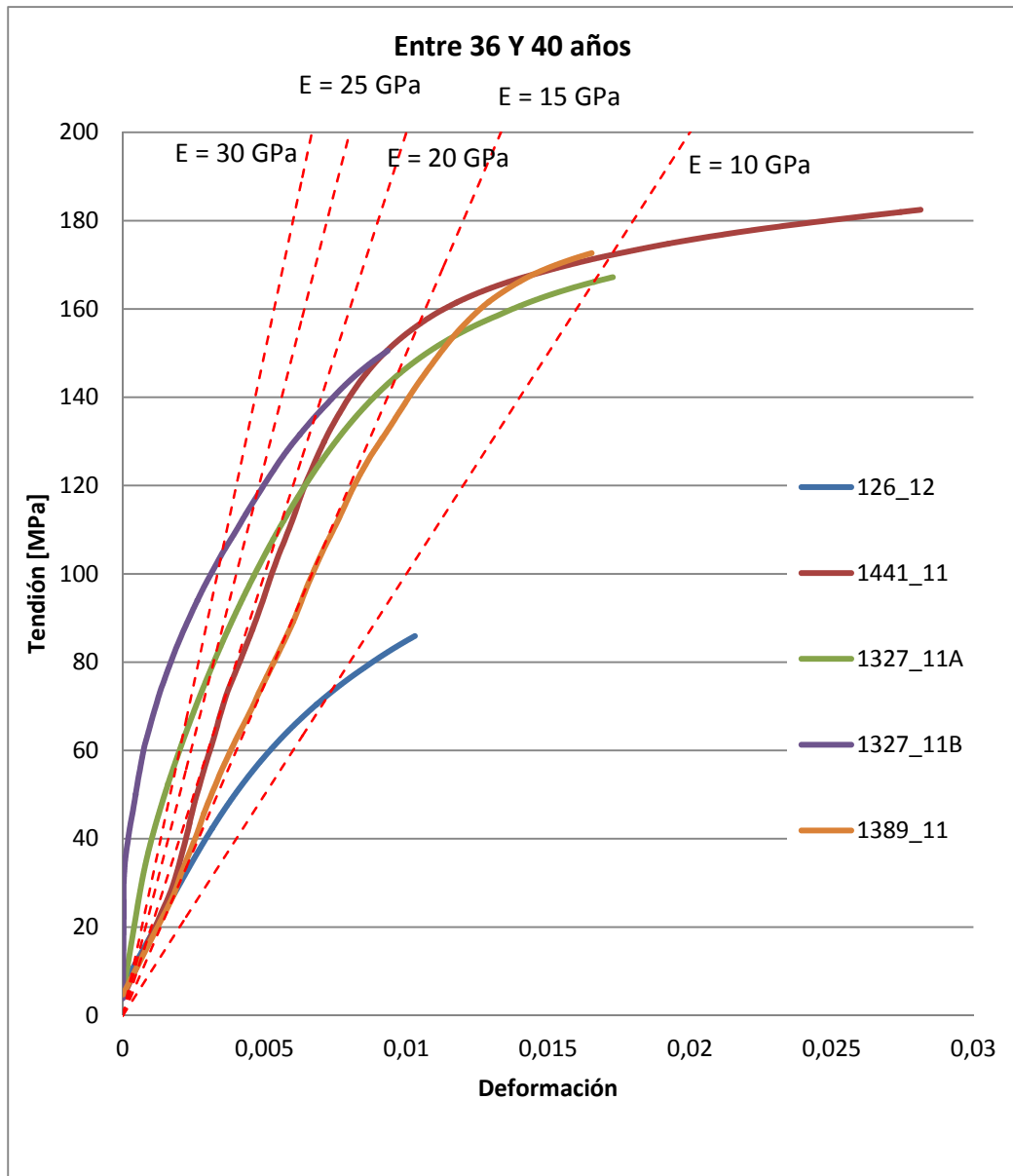


Fig 4.5. Relaciones σ - ϵ para muestras de especímenes de entre 36 y 40 años.

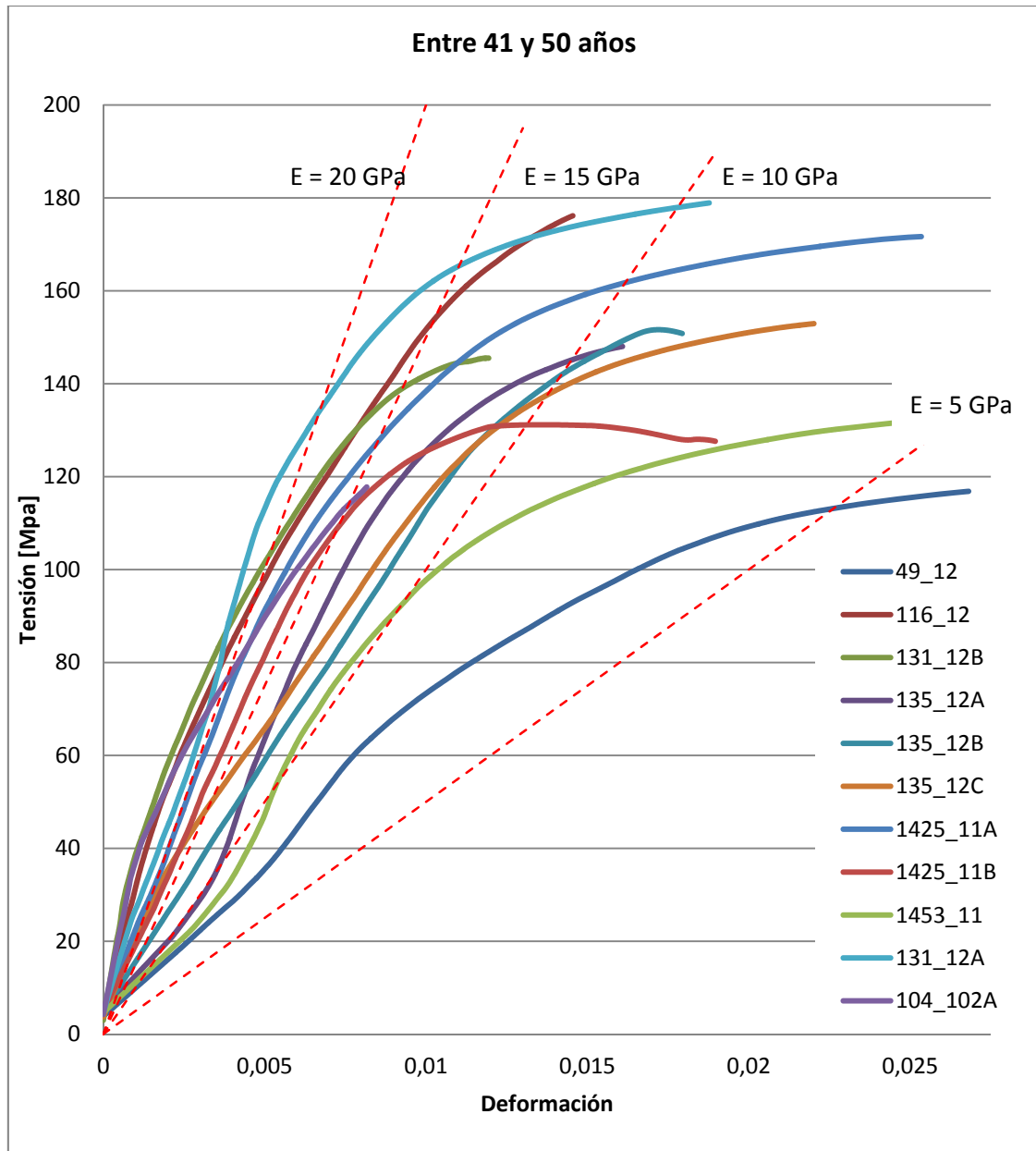
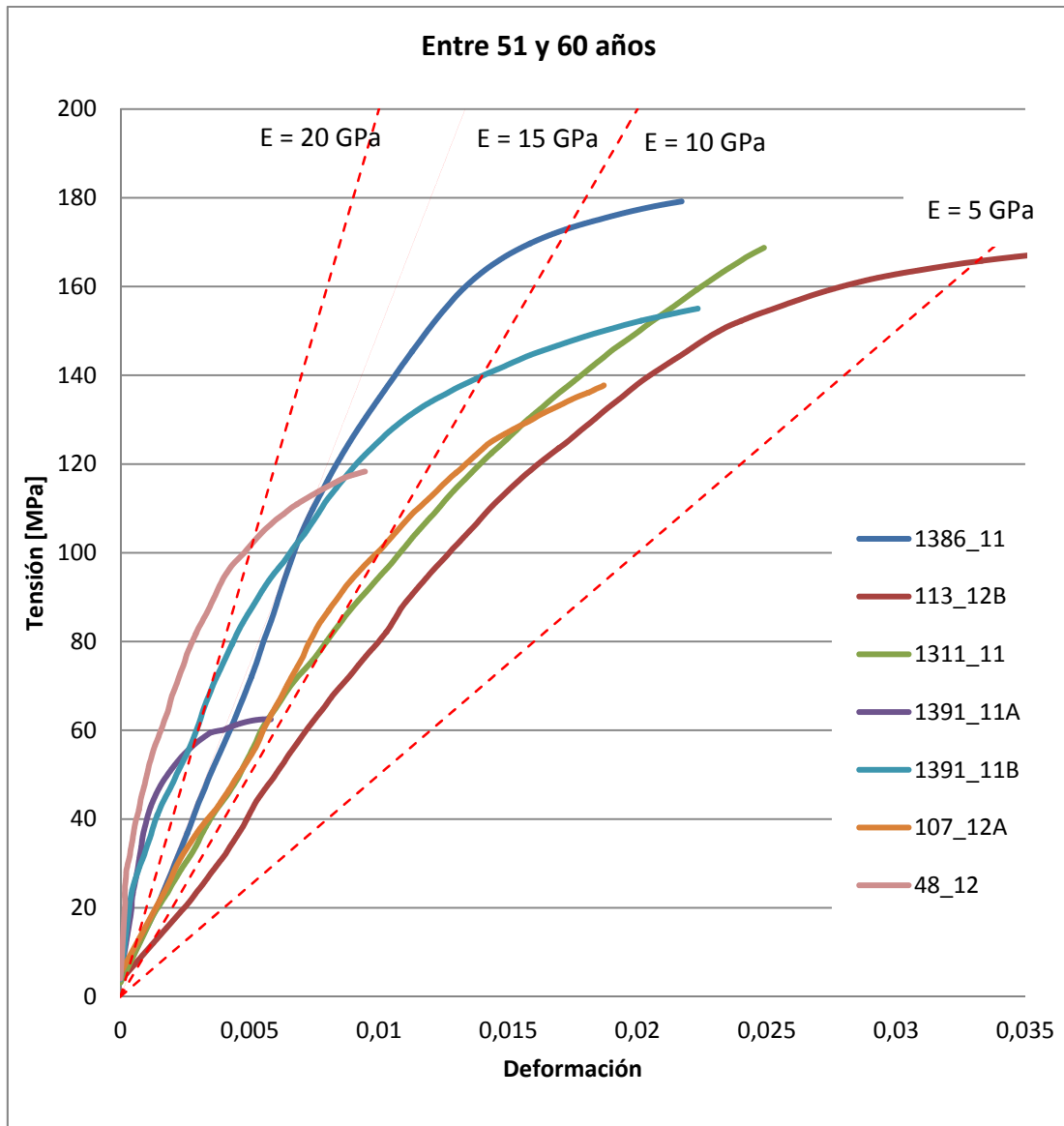
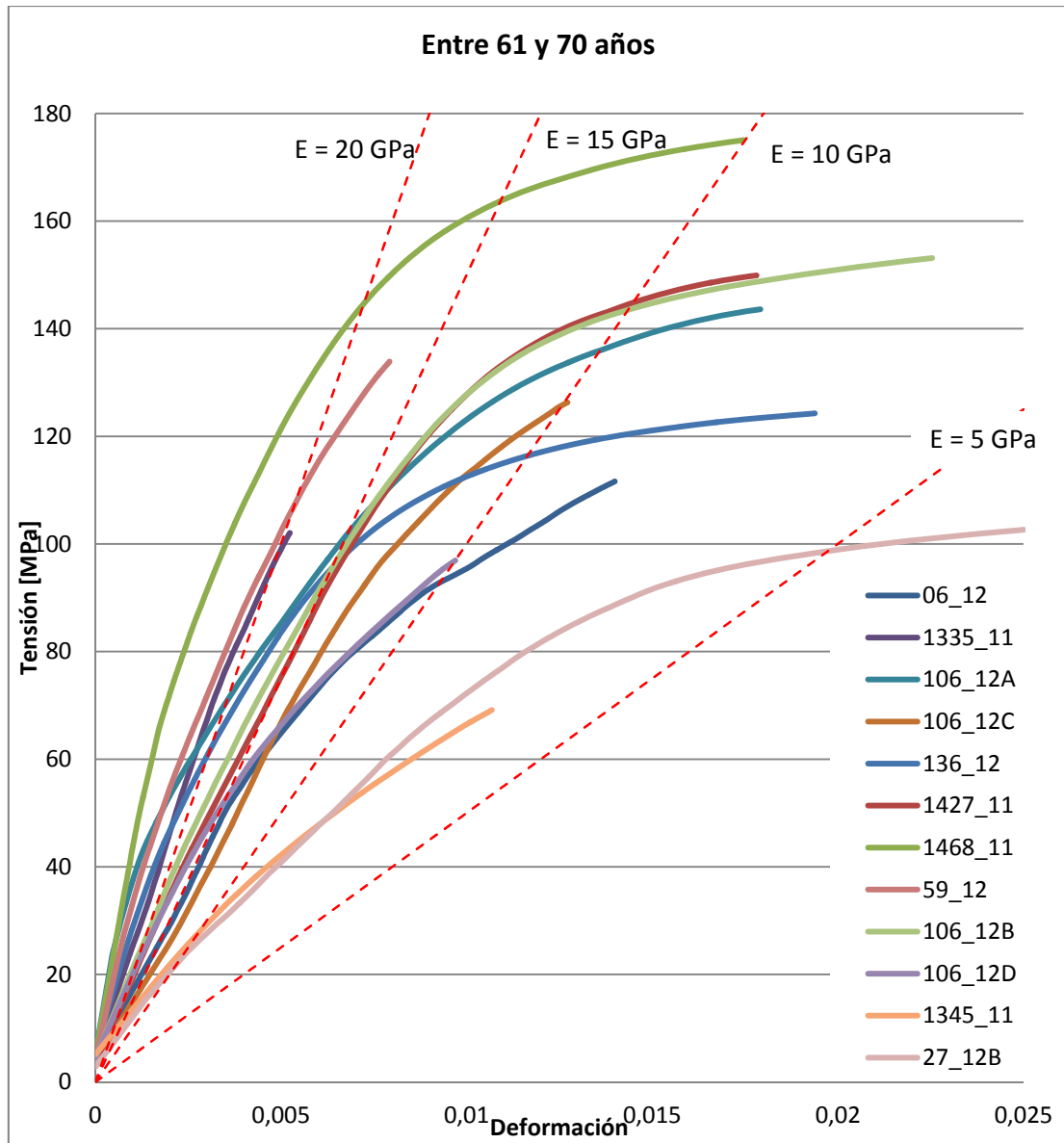


Fig 4.6. Relaciones σ - ϵ para muestras de espécimes de entre 41 y 50 años.

Fig 4.7. Relaciones σ - ϵ para muestras de especímenes de entre 51 y 60 años.

Fig 4.8. Relaciones σ - ϵ para muestras de especímenes de entre 61 y 70 años.

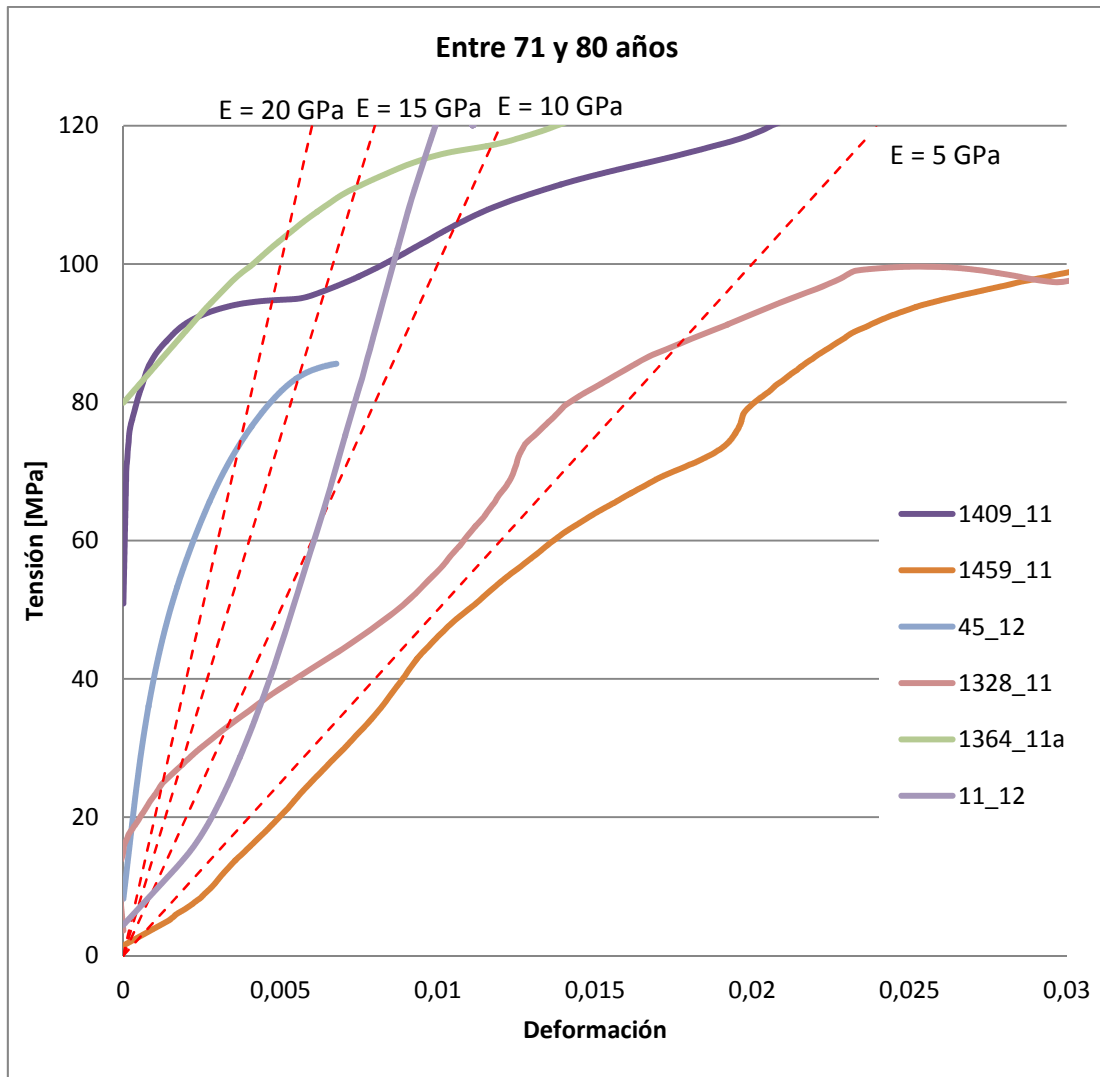


Fig 4.9. Relaciones σ - ϵ para muestras de especímenes de entre 71y 80 años.

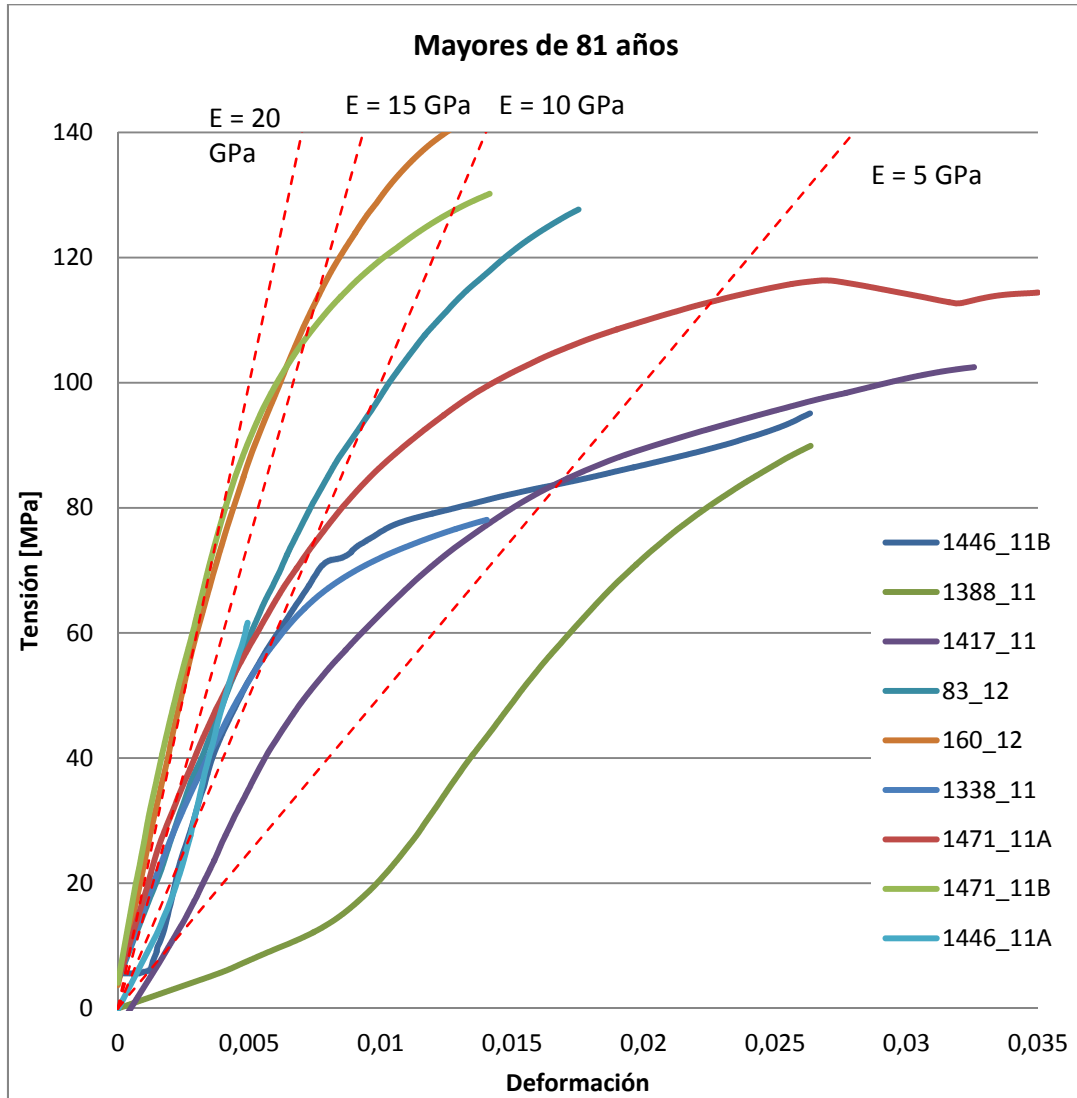


Fig 4.10. Relaciones σ - ϵ para muestras de especímenes mayores de 81 años.

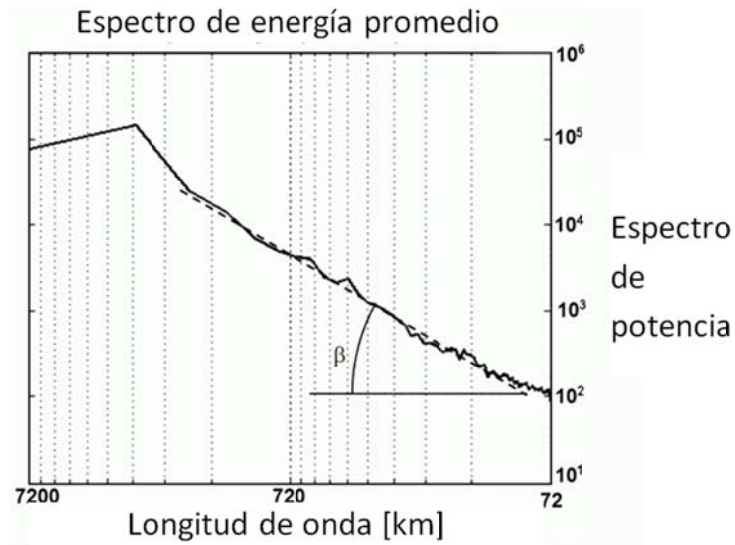


Fig 4.11. Representación del espectro de energía frente a la longitud de onda, gráfico doble logarítmico. En las bajas longitudes de onda (correspondientes a las altas frecuencias) encontramos la relación con la DF descrita en la Ec. 4.2.

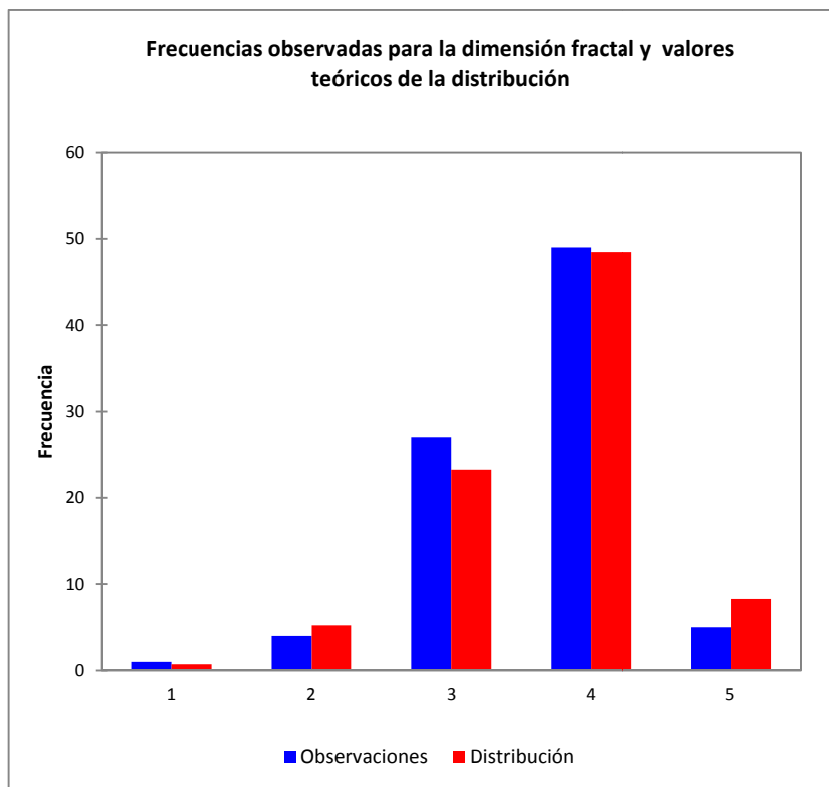


Fig 4.12. Frecuencias de aparición de los valores de la dimensión fractal de las muestras y el valor teórico de la distribución.

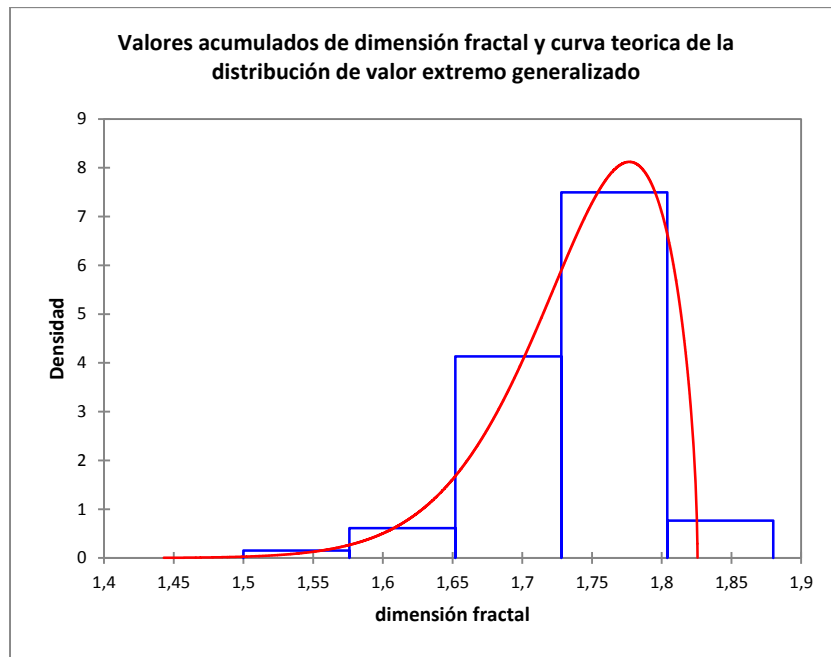


Fig 4.13. Histograma de la densidad de los valores obtenidos y la curva de la distribución asociada al fenómeno.

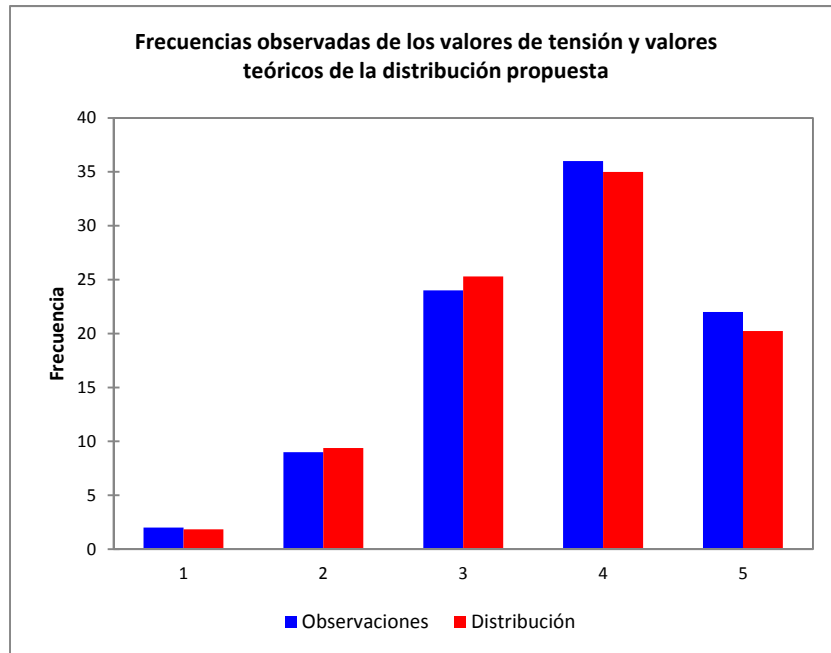


Fig 4.14. Frecuencias de aparición de los valores de tensión de las muestras y el valor teórico de la distribución.

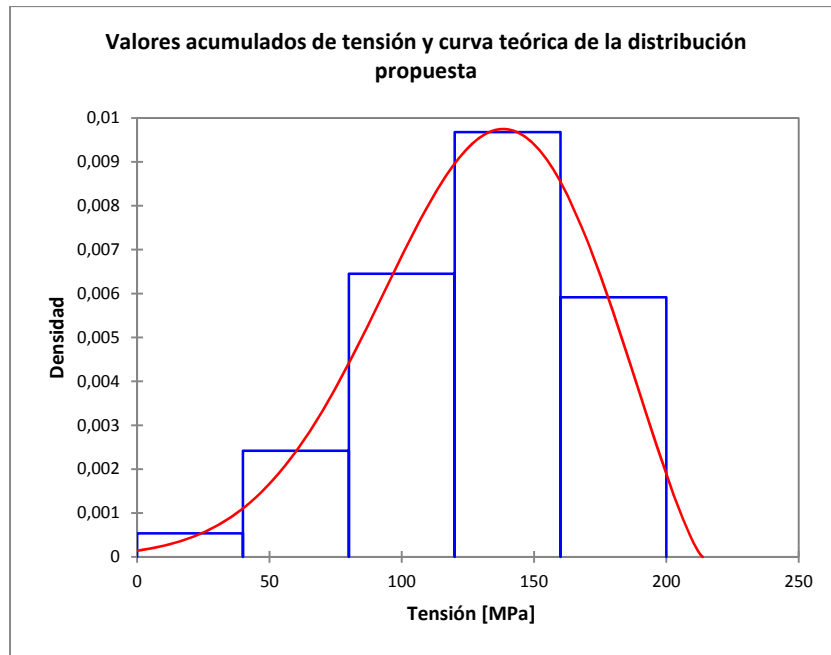


Fig 4.15. Histograma de la densidad de los resultados de tensión y la curva de la distribución GEV asociada a la tensión.

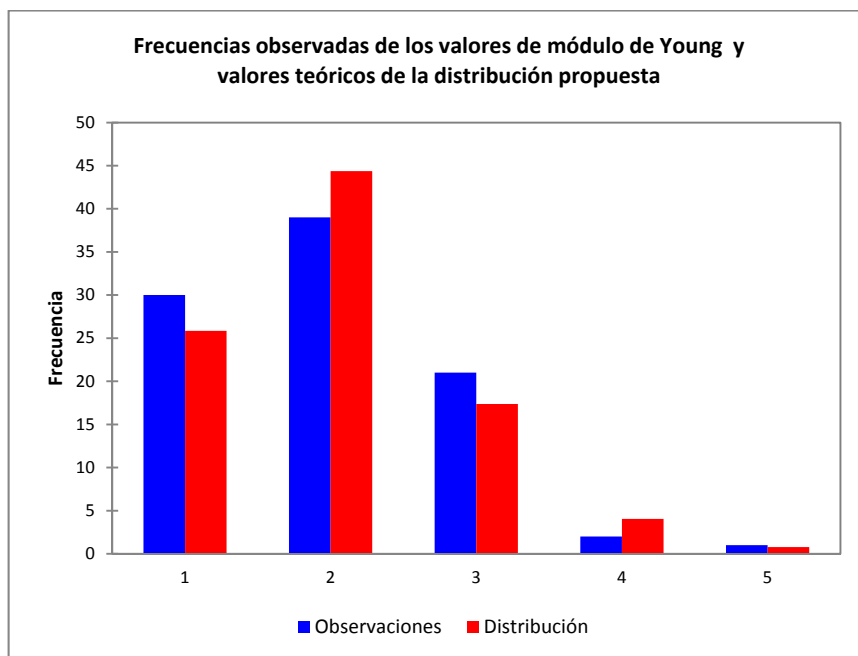


Fig 4.16. Frecuencias de aparición de los valores del módulo de Young de las muestras y el valor teórico de la distribución.

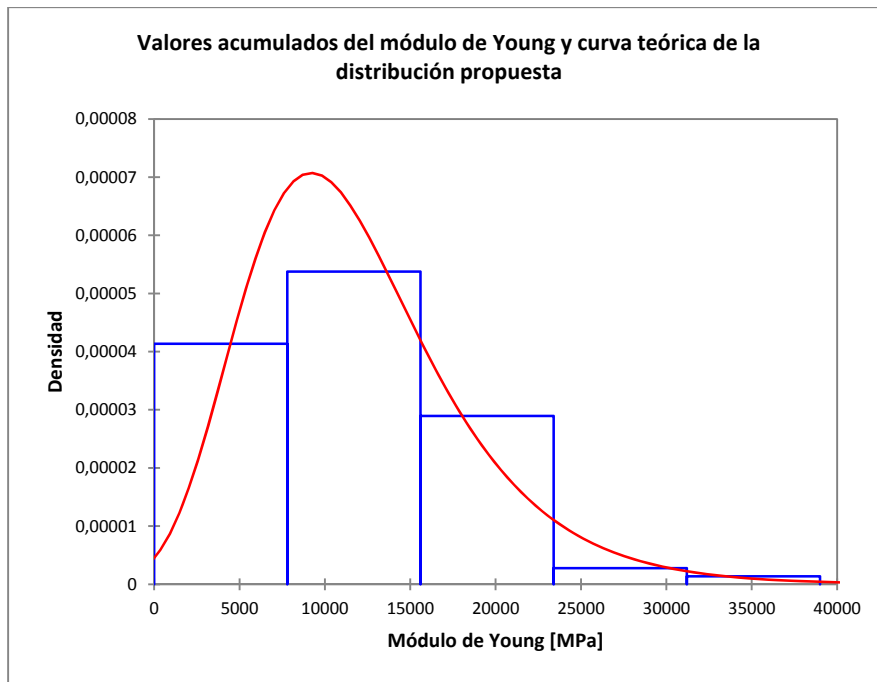


Fig 4.17. Histograma de la densidad de los resultados de módulo de Young y la curva de la distribución GEV asociada.

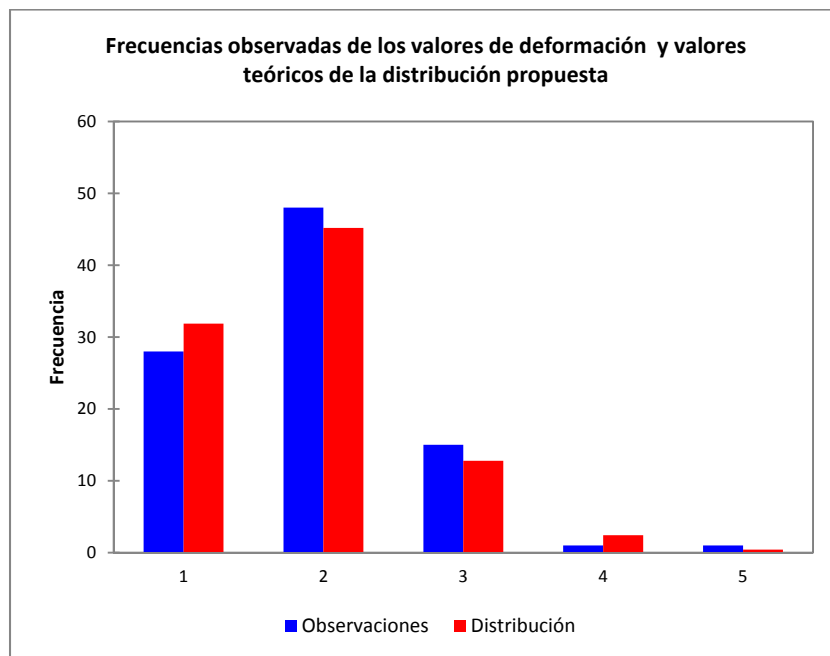


Fig 4.18. Frecuencias de aparición de los valores de deformación de las muestras y el valor teórico de la distribución.

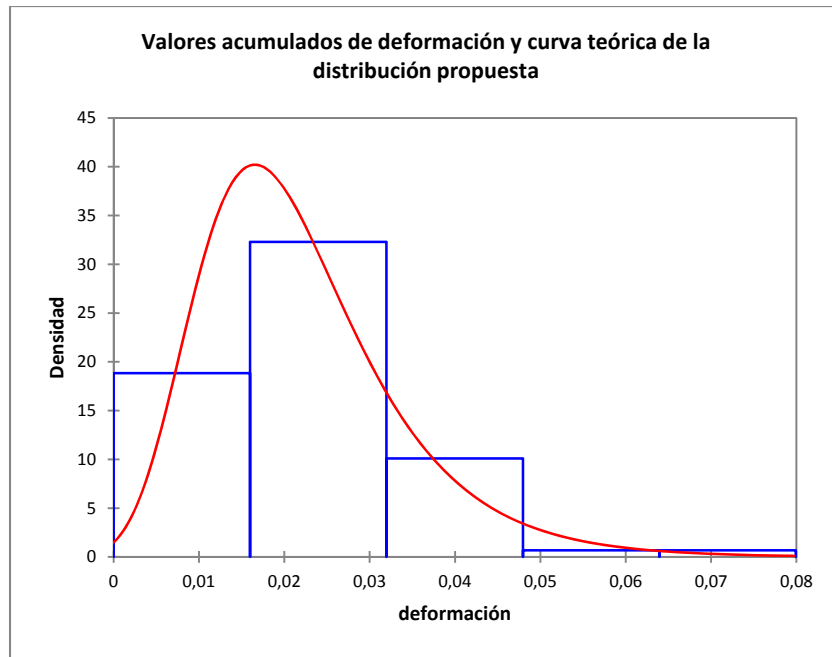


Fig 4.19. Histograma de la densidad de los resultados de la deformación y la curva de la distribución *Gumbel* asociada.

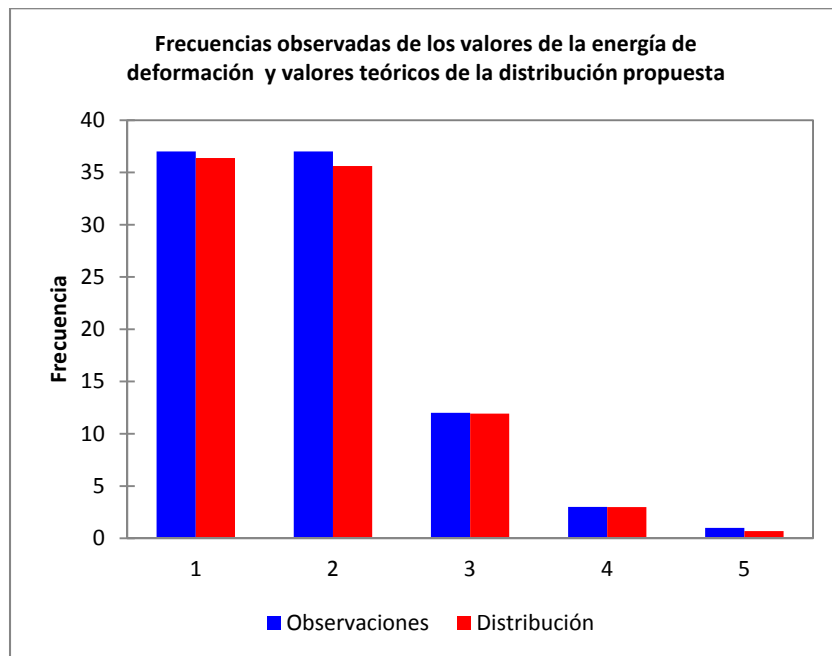


Fig 4.20. Frecuencias de aparición de los valores de energía de deformación de las muestras y el valor teórico de la distribución.

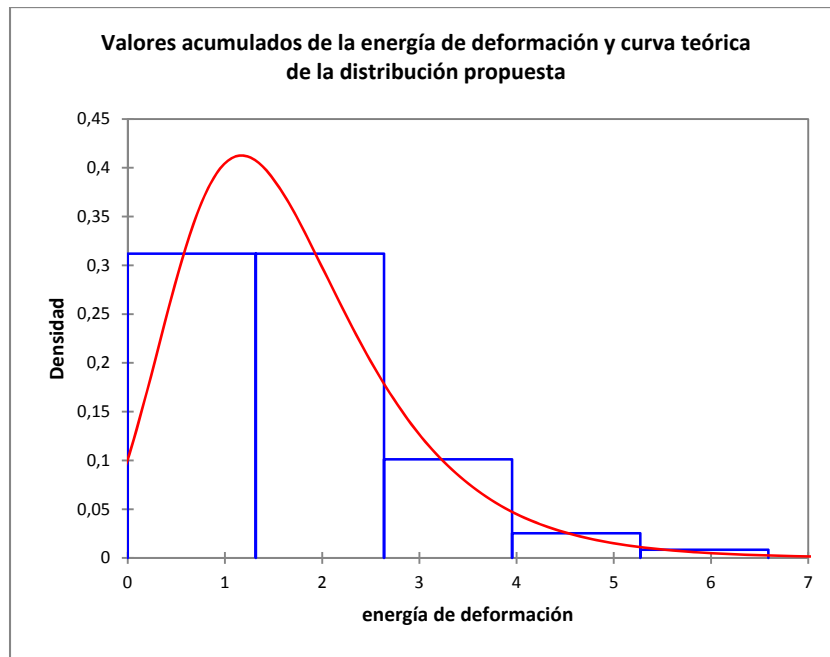


Fig 4.21. Histograma de la densidad de los resultados de la energía de deformación y la curva de la distribución *Gumbel* asociada.

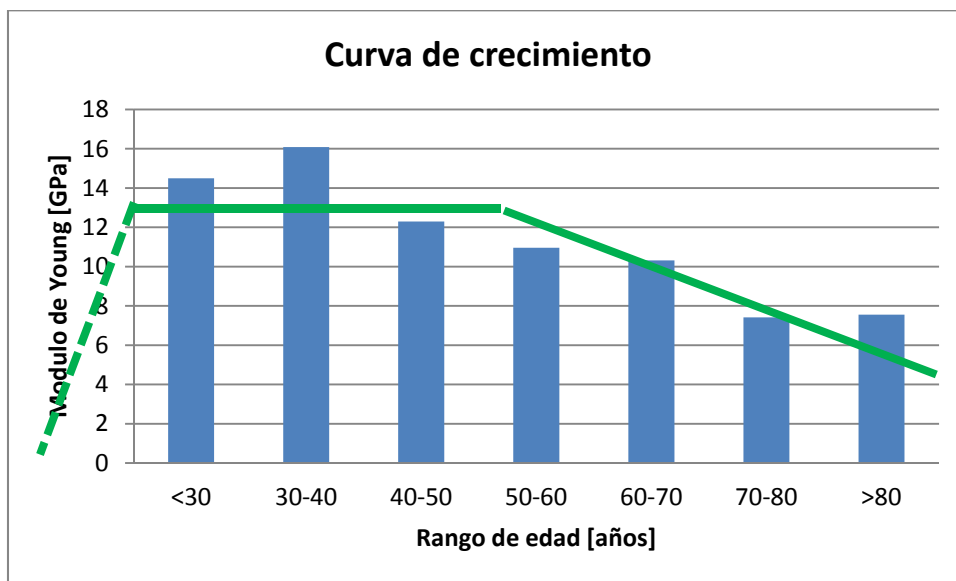


Fig 4.22. Valores medios del módulo de Young por grupos de edad; en verde la tendencia de variación de constantes materiales.

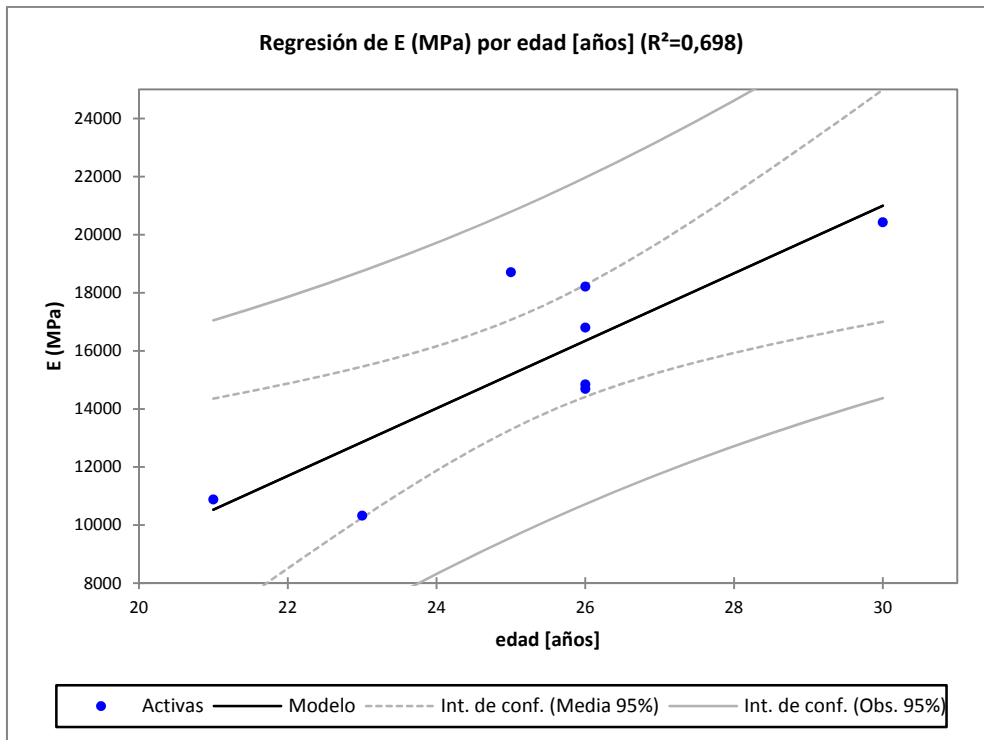


Fig 4.23. Representación de la regresión propuesta entre el módulo de Young y la edad para edades menores a 30 años.

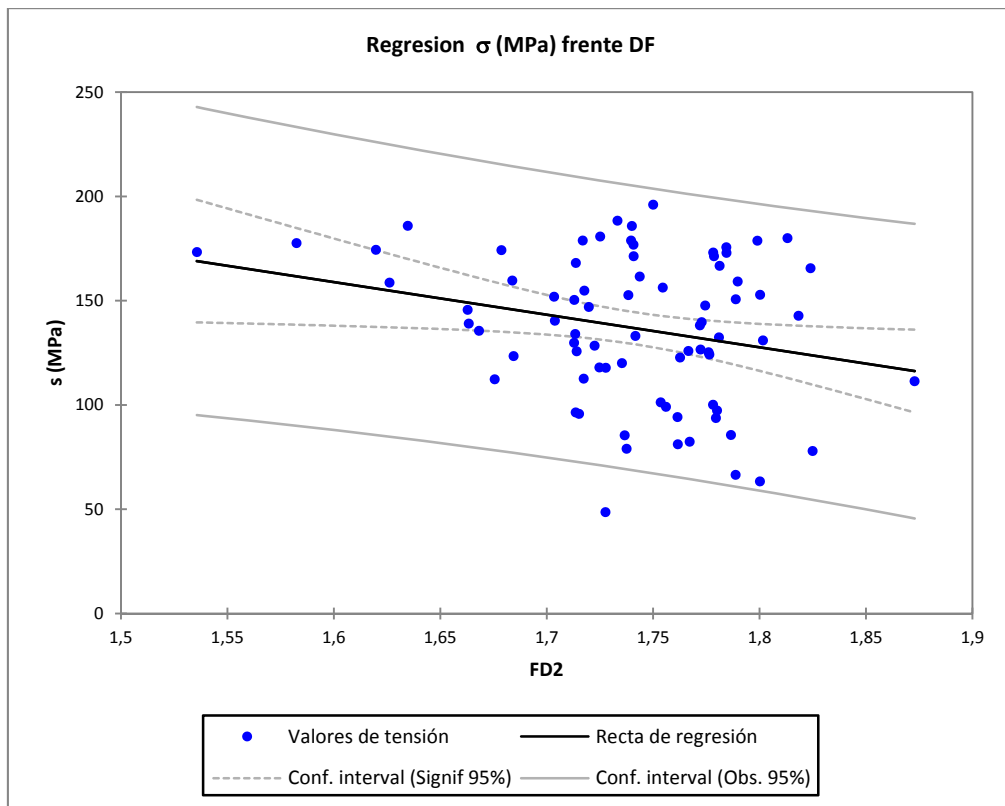


Fig 4.24. Representación de la regresión propuesta entre la tensión y la dimensión fractal.

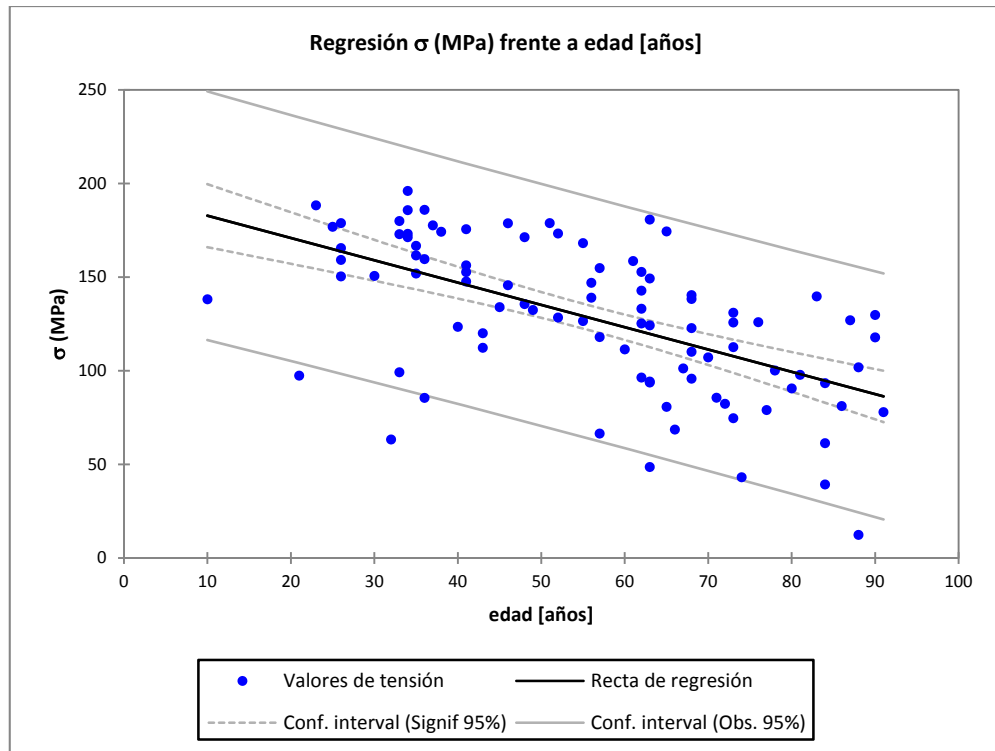


Fig 4.25. Representación de la regresión propuesta entre la tensión y la edad.

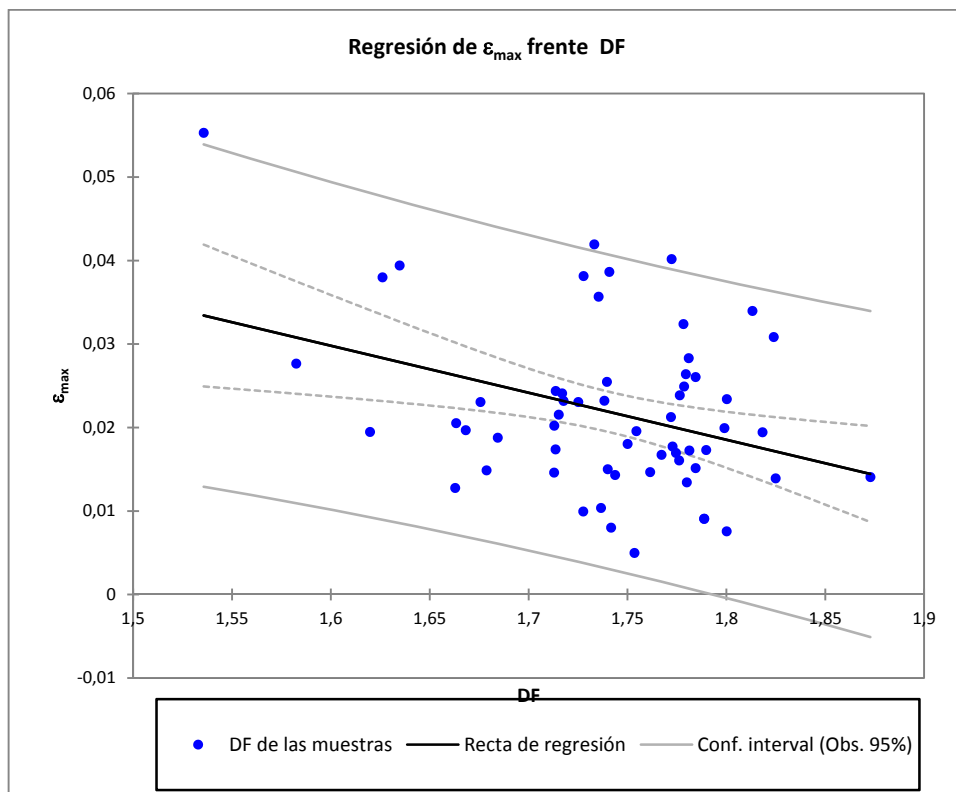


Fig 4.26. Representación de la regresión propuesta entre la deformación máxima y la dimensión fractal.

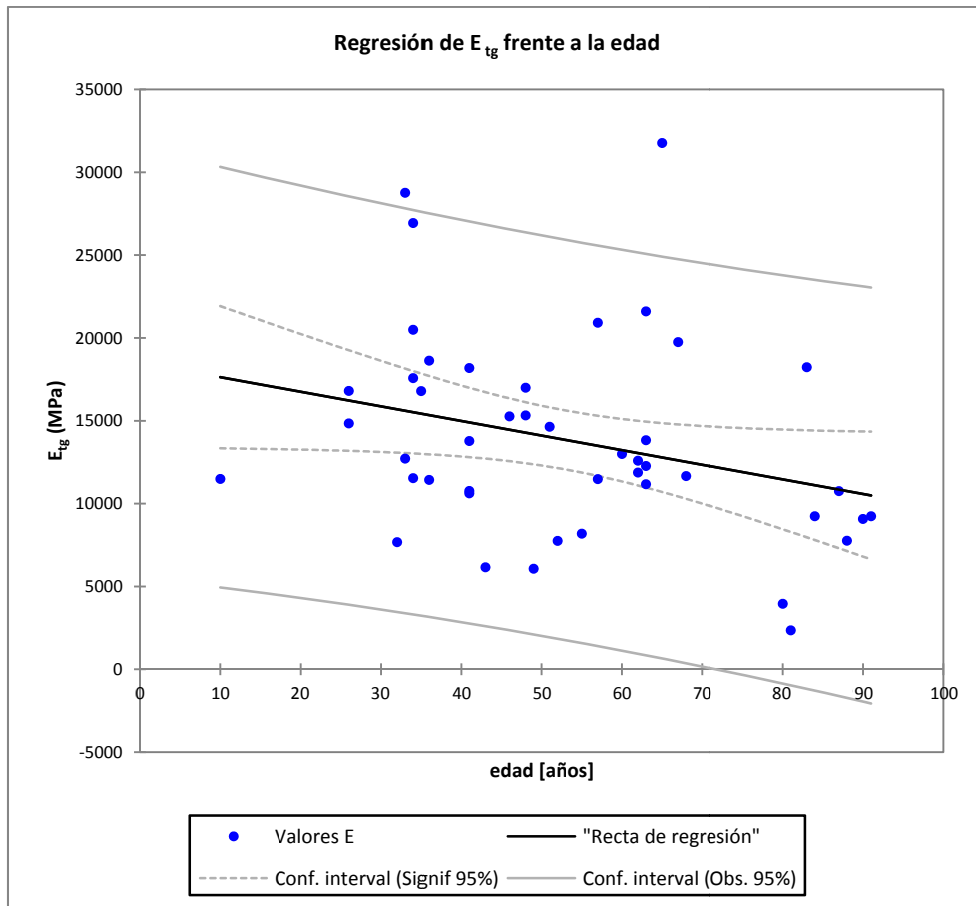


Fig 4.27. Representación de la regresión propuesta entre el módulo de Young tangente y la edad.

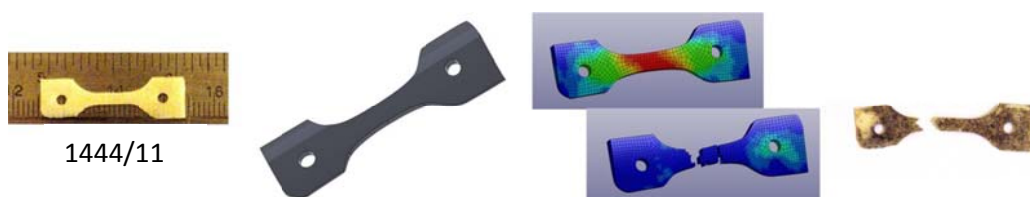


Fig 4.28. A la izquierda probeta correspondiente al espécimen 1444/11 antes de ensayar, en gris la geometría del mismo, en color arriba representación de la máxima sollicitación, abajo momento de la rotura de la muestra, a la derecha fotografía de la probeta tras el ensayado ya rota.

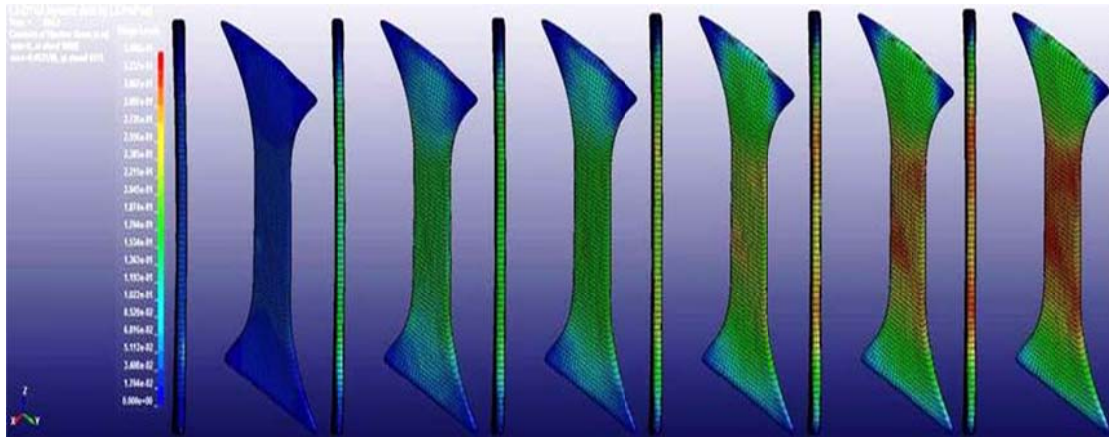


Fig 4.29. Imágenes resultado de la simulación de distribución de tensiones correspondientes a la caña de la probeta 1425/11.

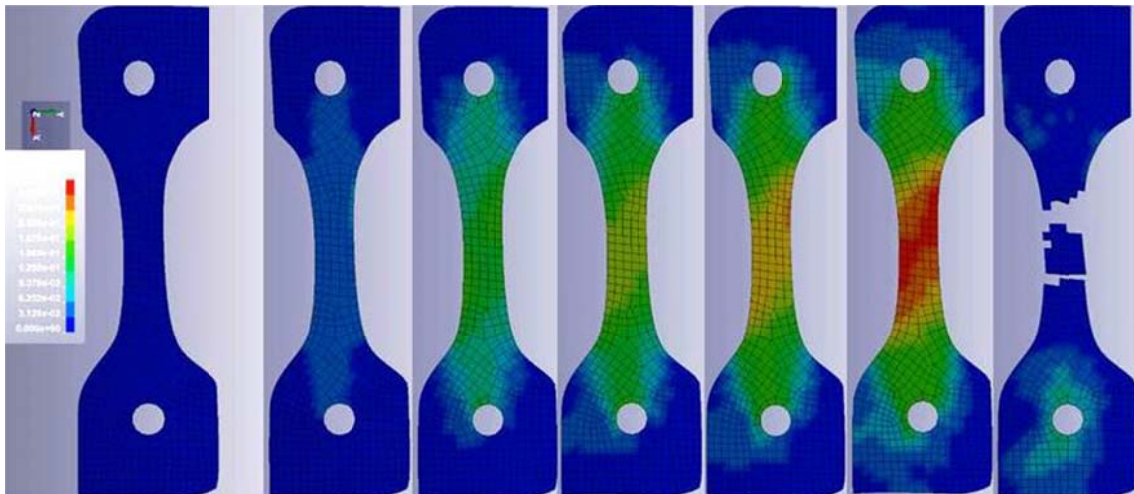


Fig 4.30. Imágenes resultado de la simulación de distribución de tensiones, para la observación de concentradores de tensión y zona de rotura correspondientes a la probeta 1444/11.

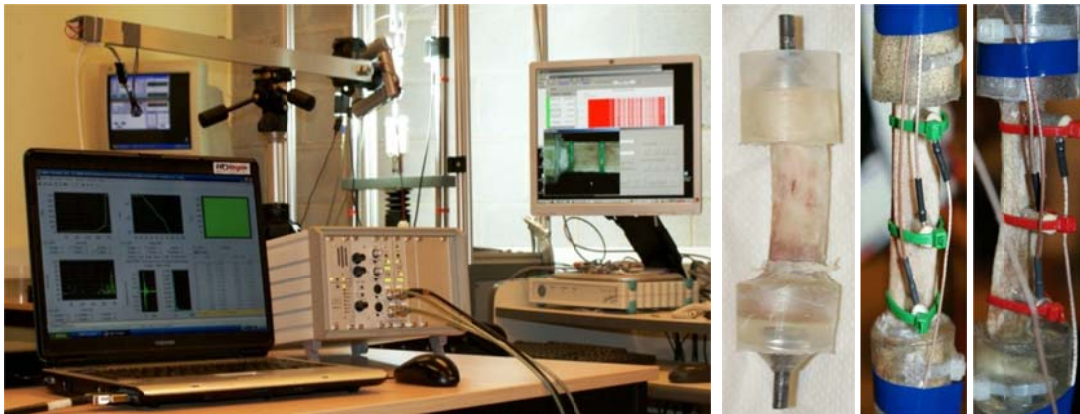


Fig 5.1. Dispositivos de ensayo y preparación de muestras con sensores de EA.

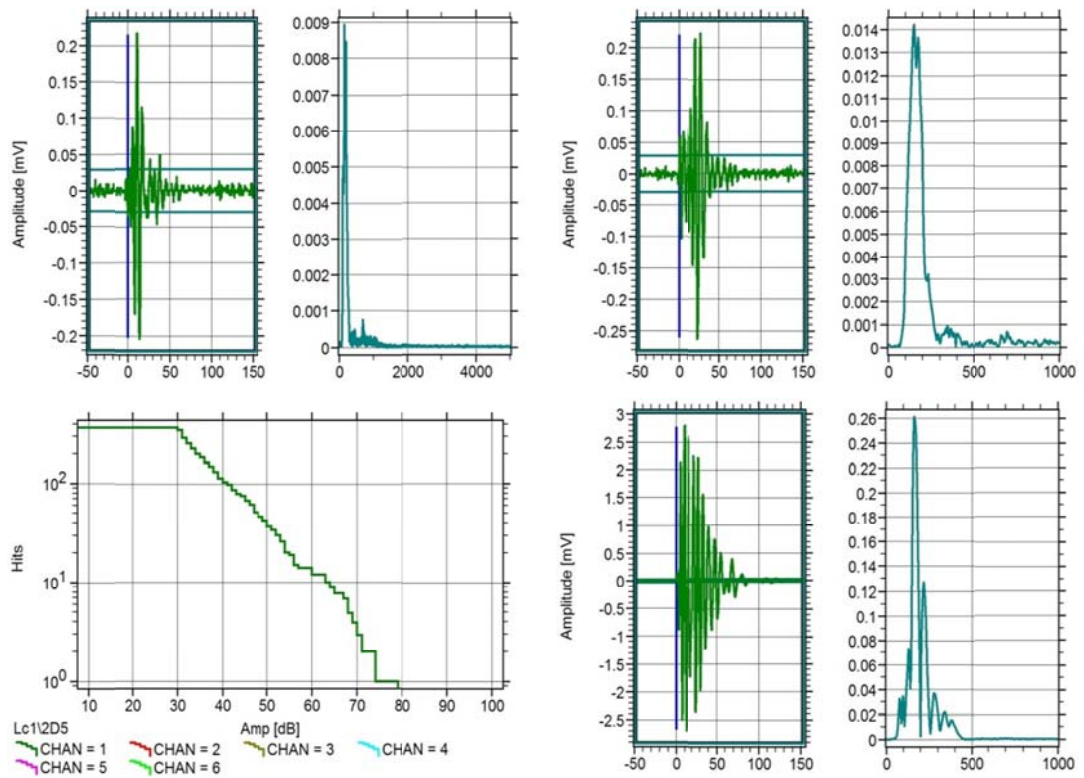


Fig 5.2. Señales de EA y eventos acumulados en el ensayo.



Fig 5.3. Dispositivo para el lanzamiento de objetos punzantes.

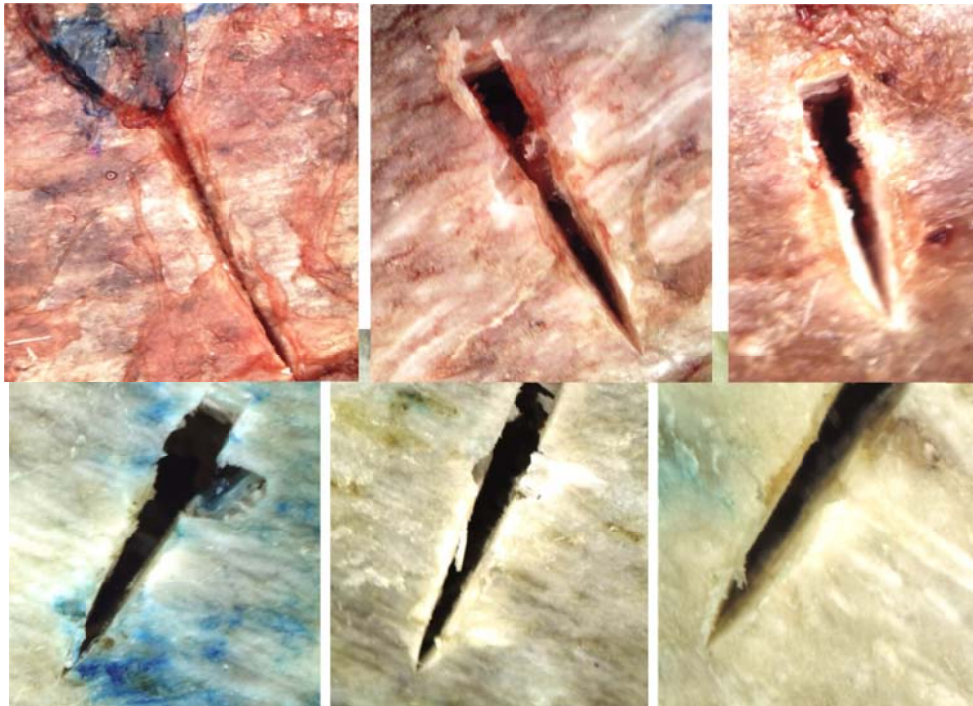


Fig 5.4. Imágenes de diferentes especímenes tras el ensayo, las tres imágenes superiores corresponden a muestras con presencia de periostio y las tres inferiores a muestras tras retirar el periostio.

Tabla 2.1. Coeficientes de los distintos criterios de fallo expuestos en el presente capítulo. Fuente: Cezayirlioglu [2-48].

	Criterio de Hill			Criterio de Tsai y Wu			Criterio de Raghava		Criterio de Von Mises
	B^{trac} $\times 10^{-3}$ m^4/N^2	B^{comp} $\times 10^{-5}$ m^4/N^2	D $\times 10^{-4}$ m^4/N^2	F_x $\times 10^{-5}$ m^2/N	F_{xx} $\times 10^{-5}$ m^4/N^2	F_{yz} $\times 10^{-5}$ m^4/N^2	σ_{flu}^T Mpa	σ_{flu}^C Mpa	σ_{elas} Mpa
fémur	3,72	1,53	8,57	3,1	4,76	3,43	116	181	116
tibia	3,05	1,54	8,90	2,26	4,34	3,56	128	180	128

Tabla 2.2. Principales estudios realizados para la caracterización del hueso humano. Fuente: Mendizabal Dones, A. (2010)

Autor	Año	Tipo ensayo	Hueso ensayado
<i>Dempster</i>	1952	Trac / Comp	fémur y tibia
<i>Evan y Bang</i>	1956	Tracción	fémur, tibia y peroné (hueso cortical)
<i>McElhaney</i>	1965	Compresión	fémur
<i>Wood</i>	1971	Tracción	cráneo
<i>Stein y Granik</i>	1973	Flexión 3 pts	6ª y 7ª costilla
<i>Schultz</i>	1974	Multidirección	2ª, 4ª, 6ª, 8ª y 9ª costilla
<i>Reilly</i>	1975	Tracción	fémur
<i>Kallieris</i>	1979	Flexión 3 pts	6ª y 7ª costilla
<i>Secrete</i>	1981	Flexión 3 pts	5ª y 6ª costilla
<i>Rumelhart</i>	1987	Compresión	3ª, 5ª, 6ª, 7ª y 8ª costilla
<i>Keller</i>	1994	Compresión	vértebra
<i>Yogahadnan</i>	1998	Flexión 3 pts	7ª y 8ª costilla
<i>Kallieris</i>	2000	Flexión 3 pts	6ª y 7ª costilla
<i>Kallieris</i>	2000	Compresión	5ª y 6ª costilla
<i>Kimpara</i>	2003	Flexión 3 pts	6ª y 7ª costilla
<i>Kemper</i>	2005	Tracción	2ª a 12ª costilla
<i>Charpail</i>	2005	Flexión 3 pts	6ª a 9ª costilla
<i>Charpail</i>	2005	Compresión	6ª a 9ª costilla
<i>Bessho</i>	2007	Compresión	fémur
<i>Kemper</i>	2007	Flexión 3 pts	4ª a 7ª costilla
<i>Arregui</i>	2008	Compresión	claviculas
<i>Hansen</i>	2008	Tracción	fémur
<i>Subit</i>	2011	Tracción	costilla
<i>Haiping Xu</i>	2013	Indentación	mandíbula
<i>Kerrigan</i>	2014	Indentación	patela
<i>Nawathe</i>	2014	Flexión	fémur

Tabla 2.3. Principales estudios realizados para la caracterización del hueso cortical de costilla humana. Fuente: Mendizabal Dones, A. (2010)

Autor	Año	Nº Espec	Tipo ensayo	Tipo muestra	E [GPa]	σ_{ult} [Mpa]
<i>Stein y Granik</i>	1973	15 cadáveres	Flexión 3 pts	muestra de costilla	11,5	106
<i>Got</i>	1975	34 cadáveres	Flexión 3 pts	muestra de costilla	7,80 ±4,05	109±61
<i>Secrete</i>	1981		Flexión 3 pts	muestra de costilla	6,14 ±4,26	86±55
<i>Ashman</i>	1984		Ensayo no destructivo	Muestra cortical	21	
<i>Rumenhart</i>	1987		Compresión	muestra de costilla	29,9	125,5
<i>Yogahahdan</i>	1998	30 cadáveres	Flexión 3 pts	muestra de costilla	2,32	188,6
<i>Kallieris</i>	2000	11 cadáveres	Flexión 3 pts	muestra de costilla	10,56 ±4,53	206±77
<i>Kallieris</i>	2000		Compresión	muestra de costilla	20,7	105,3
<i>Stizel</i>	2003	4 cadáveres	Flexión 3 pts	Muestra cortical	12,9	138
<i>Corier</i>	2005	4 cadáveres	Flexión 3 pts	muestra de costilla	10,7	135,4
<i>Charpail</i>	2005	6 cadáveres	Flexión 3 pts	costilla completa	9,8	153
<i>Charpail</i>	2005	5 cadáveres	Compresión lateral	costilla completa	13	150
<i>Kemper</i>	2007	6 cadáveres	Tracción	Muestra cortical	14,3 ±4,76	124,2
<i>Subit</i>	2011	3 cadáveres	Tracción	Muestra cortical	14,78	117,6
<i>Mitton</i>	2014	17 cadáveres	END	muestra de costilla	8,42	123
<i>Perz</i>	2014	3 cadáveres	Flexión 3 pts	costilla completa	11,5	99,7

Tabla 3.1. Matriz de especímenes y datos de los mismos

nº necro	nº muestras	fecha extracción	sexo (V/M)	altura [cm]	peso [kg]	edad [años]	IMC [kg/m ²]
0084/12	1	15/01/2012	M	162	83	81	31,63
1388/11	2	11/12/2011	V	164	68	80	25,28
1417/11	3	19/12/2011	V	151	48	88	21,05
1431/11	4	22/12/2011	M	157	68	84	27,59
1446/11A	5	26/12/2011	V	157	88	84	35,7
1446/11B	6						
1467/11	7	31/12/2011	M	150	61	88	27,11
1470/11	8	31/12/2011	V	165	71	81	26,08
0011/12	9	03/01/2012	M	151	90	73	39,47
1409/11	10	17/12/2011	V	159	80	76	31,64
1336/11A	11	28/11/2011	M	165	88	77	32,32
1336/11A2	12						
1336/11B	13						
1350/11	14	03/12/2011	V	174	65	86	21,47
1397/11	15	15/12/2011	M	141	82	86	41,25
1361/11	16	05/12/2011	M	150	61	71	27,11
1459/11	17	29/12/2011	V	166	84	78	30,48
0045/12	18	08/01/2012	V	164	57	71	21,19
0012/12	19	03/01/2012	M	140	48	72	24,49
0027/12A	20	05/01/2012	V	176	105	68	33,9
0027/12 B	21						
0036/12	22	06/01/2012	V	175	95	74	31,02
0058/12	23	11/01/2012	V	154	47	74	19,82
0083/12	24	15/01/2012	V	167	67	87	24,02
0132/12A	25	26/01/2012	V	171	73	68	24,96
0132/12B	26						
0132/12C	27						
1328/11	28	26/11/2011	V	172	85	70	28,73
1345/11	29	30/11/2011	M	147	102	66	47,2
1364/11A	30	06/12/2011	M	160	93	73	36,33
1364/11B	31						
1400/11A	32	16/12/2011	M	163	58	65	21,83
1400/11B	33						
0006/12	34	02/01/2012	M	148	96	60	43,83
0031/12	35	05/01/2012	V	168	81	43	28,7
0035/12	36	06/01/2012	M	153	82	63	35,03
0048/12	37	09/01/2012	V	177	103	57	32,88
0087/12A	38	16/01/2012	M	161	85	63	32,79
0087/12B	39						

Tabla 3.1. Matriz de especímenes y datos de los mismos.

nº necro	nº muestras	fecha extracción	sexo (V/M)	altura [cm]	peso [kg]	edad [años]	IMC [kg/m ²]
0102/12A	40	19/01/2012	M	161	70	61	27,01
0102/12B	41						
0107/12A	42	20/01/2012	V	170	65	56	22,49
0107/12B	43						
0113/12A	44	21/01/2012	V	171	71	52	24,28
0113/12B	45						
1311/11	46	23/11/2011	V	168	92	55	32,6
1316/11	47	24/11/2011	V	170	95	55	32,87
1335/11	48	27/11/2011	M	152	60	67	25,97
1391/11A	49	11/12/2011	V	174	72	57	23,78
1391/11B	50						
0008/12	51	02/01/2012	V	169	68	45	23,81
0049/12	52	09/01/2012	V	170	83	43	28,72
0067/12	53	13/01/2012	V	171	80	46	27,36
0104/12A	54	19/01/2012	V	174	82	40	27,08
0104/12B	55						
0116/12	56	22/01/2012	M	160	75	41	29,3
0126/12	57	25/01/2012	V	160	75	36	29,3
0131/12A	58	26/01/2012	V	165	90	46	33,06
0131/12B	59						
0135/12A	60	26/01/2012	V	183	87	41	25,98
1321/11	61	24/11/2011	M	152	64	38	27,7
1326/11	62	25/11/2011	V	169	80	36	28,01
1386/11	63	11/12/2011	V	172	80	51	27,04
1389/11	64	12/12/2011	V	163	64	37	24,09
1396/11	65	14/12/2011	V	180	80	45	24,69
1425/11A	66	20/12/2011	V	172	110	48	37,18
1425/11B	67						
1441/11	68	25/12/2011	V	146	64	36	30,02
1453/11	69	28/12/2011	M	157	82	49	33,27
0004/12A	70	02/01/2012	V	168	80	34	28,34
0004/12B	71						
0038/12	72	06/01/2012	V	173	72	21	24,06
0114/12A	73	21/01/2012	V	180	76	26	23,46
0114/12B	74						
0121/12A	75	23/01/2012	M	158	84	33	33,65
0121/12B	76						
1325/11	77	25/11/2011	V	157	55	23	22,31
1327/11A	78	25/11/2011	V	180	87	35	26,85

Tabla 3.1. Matriz de especímenes y datos de los mismos.

nº necro	nº muestras	fecha extracción	sexo (V/M)	altura [cm]	peso [kg]	edad [años]	IMC [kg/m ²]
1327/11B	79						
1354/11	80	03/12/2011	M	175	65	30	21,22
1360/11A	81	05/12/2011	V	173	90	34	30,07
1360/11B	82						
1368/11	83	07/12/2011	V	167	90	25	32,27
1385/11	84	10/12/2011	V	170	68	10	23,53
1394/11	85	13/12/2011	V	170	115	33	39,79
1404/11A	86	16/12/2011	V	168	72	26	25,51
1404/11B	87						
1444/11	88	26/12/2011	V	169	72	35	25,21
1460/11	89	29/12/2011	V	167	70	32	25,1
0059/12	90	11/01/2012	V	162	93	62	35,44
0106/12A	91	20/01/2012	V	167	80	62	28,69
0106/12B	92						
0106/12C	93						
0106/12D	94						
0136/12	95	26/01/2012	V	168	79	63	27,99
0160/12	96	31/01/2012	V	163	70	83	26,35
1338/11	97	28/11/2011	M	140	45	91	22,96
1427/11	98	21/12/2011	V	165	95	63	34,89
1468/11	99	31/12/2011	V	155	53	65	22,06
1471/11A	100	31/12/2011	M	157	58	90	23,53
1471/11B	101						

Tabla 3.2. Distribución por edades de número de especímenes.

rango de edad	<30	30 a 40	41 a 50	51 a 60	61 a 70	71 a 80	> 80
media de edad	25,5±2,5	35±2,2	45±2,7	55,5±2,9	64±2,7	74±2,9	86±3,3
nº muestras	6	13	11	8	15	12	11

Tabla 3.3. Extracto de la hoja de cálculo usada para determinar el punto de sincronización del ensayo.

t (s)	F (N)	Sincro (V)	-ΔF/Δi	inici	ΔV/Δi	N

Tabla 3.4. Ejemplo de tabla resumen de los valores resultados para cada muestra.

F_{Max} (N)
e_{Max}
σ (MPa)
σ_R (MPa)
E_{tg} (GPa)
E_{sec} (GPa)
Eng def (MPa)
$\sigma_{0.02}$ (MPa)

Tabla 3.5. Resumen de las operaciones realizadas durante la experimentación, tiempos máximos y lugar de realización.

nº de operación	Institución donde se realiza	Operación	Tiempo máximo de realización
1	IMLC	Extracción muestra	4 días
2	IMLC	Conservación en suero fisiológico <72h	
3	UPC	Limpieza costilla	
4	UPC	Conservación congelación de la muestra	
5	UPC	Descongelación	3 días
6	UPC	Seccionado en segmentos	
7	UPC	Extracción de la lámina cortical	
8	UPC	Mecanizado para obtener la longitud nominal	
9	UPC	Mecanizado para obtener la geometría de la probeta	
10	UPC	Pulido para obtener el espesor óptimo	
11	UPC	Montaje en dispositivo para realizar mCT	
12	CETIR	Realización mCT	
13	UPC	Ensayo de la muestra	5 días
14	CETIR	Generación de la secuencia de imágenes del CT	
15	UPC	Análisis de resultados	

Tabla 4.1. Propiedades mecánicas correspondientes a la muestra 1425_11.

e_{Max}	σ (MPa)	σ_R (MPa)	E (MPa)	$\sigma_{0,02}$ (MPa)
0,02492	171,34	175,57	16997	77,77

Tabla 4.2. Valores de dimensión fractal, R^2 , pendiente media y desviación de la misma.

nº necro	Dim Fractal	R^2	med Pend	Desv	nº necro	Dim Fractal	R^2	med Pend	Desv
0011/12	1,8015560102	0,83	-0,40	0,06	0067/12	1,6898185492	0,90	-0,62	0,12
1409/11	1,7665785354	0,71	-0,47	0,01	0104/12A	1,6843932745	0,87	-0,63	0,13
1336/11A	1,7374813174	0,72	-0,53	0,03	0104/12B	1,7603487208	0,85	-0,48	0,05
1336/11A2	1,7374813174	0,72	-0,53	0,03	0116/12	1,7843969378	0,84	-0,43	0,09
1336/11B	1,7808441130	0,97	-0,44	0,09	0126/12	1,7366059972	0,85	-0,53	0,08
1350/11	1,7884184927	0,84	-0,42	0,07	0131/12A	1,7989521288	0,90	-0,40	0,02
1397/11	1,7615760885	0,74	-0,48	0,01	0131/12B	1,6628623598	0,89	-0,67	0,08
1361/11	1,7216389957	0,78	-0,56	0,03	0135/12A	1,7744476662	0,84	-0,45	0,08
1459/11	1,7781184305	0,94	-0,44	0,03	0135/12B	1,7544868723	0,82	-0,49	0,08
0045/12	1,7865743028	0,77	-0,43	0,05	0135/12C	1,7383143630	0,90	-0,52	0,07
0012/12	1,7671438620	0,76	-0,47	0,01	1321/11	1,6787119038	0,82	-0,64	0,13
0036/12	1,7981977723	0,99	-0,40	0,00	1326/11	1,6838269207	0,86	-0,63	0,13
0132/12A	1,7151769172	0,92	-0,57	0,10	1386/11	1,7169366355	0,84	-0,57	0,09
0132/12B	1,7626005066	0,87	-0,47	0,04	1389/11	1,5824444401	0,80	-0,84	0,20
0132/12C	1,7038039382	0,72	-0,59	0,05	1396/11	1,7844213562	0,83	-0,43	0,06
1364/11A	1,7140483887	0,68	-0,57	0,07	1425/11A	1,7785803248	0,84	-0,44	0,05
1364/11B	1,7173867399	0,76	-0,57	0,08	1425/11B	1,6681752859	0,86	-0,66	0,13
0006/12	1,8727958116	0,96	-0,25	0,03	1441/11	1,6347482377	0,76	-0,73	0,22
0031/12	1,6755936333	0,84	-0,65	0,10	1453/11	1,7808937887	0,82	-0,44	0,02
0035/12	1,7614271132	0,84	-0,48	0,07	0004/12A	1,7500000000	0,82	-0,50	0,11
0048/12	1,7247108020	0,74	-0,55	0,11	0004/12B	1,7400000000	0,83	-0,52	0,14
0087/12A	1,7275706358	0,84	-0,54	0,08	0038/12	1,7800000000	0,84	-0,44	0,10
0087/12B	1,7794897808	0,75	-0,44	0,06	0114/12A	1,7395976589	0,87	-0,52	0,10
0102/12A	1,6261240084	0,83	-0,75	0,12	0114/12B	1,7129060636	0,85	-0,57	0,14
0102/12B	1,7250880529	0,74	-0,55	0,09	0121/12A	1,7844034027	0,86	-0,43	0,03
0107/12A	1,6633592542	0,88	-0,67	0,19	0121/12B	1,8131241554	0,85	-0,37	0,04
0107/12B	1,7197493853	0,83	-0,56	0,10	1325/11	1,7332156968	0,82	-0,53	0,07
0113/12A	1,7224945467	0,78	-0,56	0,13	1327/11A	1,7812188597	0,79	-0,44	0,04
0113/12B	1,5356716745	0,78	-0,93	0,20	1327/11B	1,7034547517	0,83	-0,59	0,11
1311/11	1,7136910882	0,80	-0,57	0,06	1354/11	1,7887863594	0,89	-0,42	0,08
1316/11	1,7722791595	0,81	-0,46	0,04	1360/11A	1,7782365917	0,81	-0,44	0,07
1335/11	1,7535259355	0,84	-0,49	0,10	1360/11B	1,7408111644	0,80	-0,52	0,12
1391/11A	1,7886955876	0,86	-0,42	0,07	1368/11	1,7407278741	0,82	-0,52	0,08
1391/11B	1,7176662686	0,83	-0,56	0,13	1385/11	1,7719326441	0,82	-0,46	0,04
0008/12	1,7133768894	0,77	-0,57	0,15	1394/11	1,7560436935	0,87	-0,49	0,05
0049/12	1,7353276402	0,84	-0,53	0,07	1404/11A	1,8239128760	0,83	-0,35	0,05

Tabla 4.2. Valores de dimensión fractal, R^2 , pendiente media y desviación de la misma:

nº necro	Dim Fractal	R^2	med Pend	Desv	nº necro	Dim Fractal	R^2	med Pend	Desv
0136/12	1,7764223991	0,79	-0,45	0,04	1404/11B	1,7897376852	0,81	-0,42	0,05
0160/12	1,7727511673	0,84	-0,45	0,08	1460/11	1,8001401011	0,82	-0,40	0,03
1338/11	1,8249060809	0,85	-0,35	0,03	0059/12	1,7416697366	0,89	-0,52	0,07
1468/11	1,6197482668	0,86	-0,76	0,14	0106/12A	1,8182509262	0,82	-0,36	0,08
1471/11A	1,7277552918	0,87	-0,54	0,11	0106/12B	1,8002069597	0,84	-0,40	0,05
1471/11B	1,7128793056	0,85	-0,57	0,07	0106/12C	1,7760480992	0,78	-0,45	0,11
1444/11	1,7437153298	0,80	-0,51	0,08	0106/12D	1,7136255885	0,81	-0,57	0,08

Tabla 4.3. Resultados experimentales, valores de deformación última, tensión de rotura, módulo de Young tangente, tensión al 2 % de deformación y tenacidad.

nº necro	ϵ_{Max}	σ (MPa)	E (MPa)	$\sigma_{0,02}$ (MPa)	EngDef
1385/11	0,02125	138,20	11495	29,57	1,61
0038/12	0,01343	97,36	10887	49,72	0,77
1325/11	0,04194	188,38	10333	66,75	4,74
1368/11	0,01715	176,89	18712	51,02	1,71
0114/12A	0,02548	178,86	18214	85,35	2,95
0114/12B	0,02022	150,41	14694	91,85	1,98
1404/11A	0,03084	165,54	16807	39,32	2,97
1404/11B	0,01731	159,20	14848	75,09	1,63
1354/11	0,00908	150,67	20433	65,61	0,74
1460/11	0,00757	63,31	7673	40,66	0,23
0121/12A	0,02605	172,92	28771	57,69	2,83
0121/12B	0,03397	179,97	12716	60,96	3,66
1394/11	0,00732	99,14	21077	87,69	0,48
0004/12A	0,01804	196,02	26941	98,86	2,30
0004/12B	0,01501	185,81	20497	106,60	1,71
1360/11A	0,03240	173,12	17583	54,71	3,42
1360/11B	0,03865	171,31	11540	80,21	4,27
1327/11A	0,01725	166,74	17570	70,60	1,71
1327/11B	0,00881	151,90	15981	87,00	0,64
1444/11	0,01431	161,57	16794	94,99	1,38
0126/12	0,01038	85,49	11436	6,63	0,45
1441/11	0,03941	185,93	18630	62,92	4,59
1389/11	0,02767	177,65	14021	5,41	2,50
1321/11	0,01488	174,24	9118	106,73	1,07
0104/12A	0,01878	123,42	13140	49,68	1,39
0116/12	0,01514	175,60	18191	43,03	1,45
0135/12A	0,01696	147,68	13778	5,97	1,27
0135/12B	0,01956	156,32	10766	53,49	1,66
0135/12C	0,02322	152,66	10626	43,15	1,96
0031/12	0,02305	112,29	5432	111,77	1,43

Tabla 4.3. Resultados experimentales, valores de deformación última, tensión rotura, módulo de Young tangente, tensión al 2 % de deformación y tenacidad.

nº necro	ϵ_{Max}	σ (MPa)	E (MPa)	$\sigma_{0,02}$ (MPa)	EngDef
0049/12	0,03568	120,05	6156	72,33	2,73
0131/12A	0,01993	178,76	19360	102,04	2,33
0131/12B	0,01276	145,65	15274	79,58	1,06
1425/11A	0,02492	171,34	16997	77,77	2,71
1425/11B	0,01969	135,58	15331	85,05	1,80
1453/11	0,02832	132,42	6069	106,17	2,22
1386/11	0,02409	178,86	14640	3,98	2,18
0113/12A	0,03736	128,43	6239	90,01	3,15
0113/12B	0,05531	173,31	7750	103,17	6,49
1311/11	0,02438	168,13	8188	54,09	2,15
1316/11	0,04018	126,58	6062	99,74	3,51
0107/12A	0,02053	139,04	9471	81,62	1,67
0107/12B	0,01618	146,99	7596	133,30	0,98
0048/12	0,00849	117,95	17214	68,22	0,56
1391/11A	0,00906	66,47	20920	34,09	0,40
1391/11B	0,02319	154,84	11487	86,92	2,22
0006/12	0,01408	111,40	13005	9,19	0,81
0102/12A	0,03799	158,63	6635	99,46	3,71
0059/12	0,00801	133,11	18653	69,97	0,56
0106/12A	0,01943	142,75	11884	62,28	1,62
0106/12B	0,02341	152,81	14107	54,97	2,13
0106/12C	0,01606	125,29	12594	5,77	1,02
0106/12D	0,01739	96,39	13892	34,10	1,02
0035/12	0,01466	94,19	11174	69,00	0,91
0087/12A	0,00994	48,57	5948	48,53	0,28
0087/12B	0,02640	93,72	4073	70,89	1,36
0102/12B	0,02307	180,76	12272	5,01	2,11
0136/12	0,02387	124,20	21612	32,78	1,78
1427/11	0,01840	149,25	13833	47,70	1,55
1400/11A	0,01096	80,70	13383	79,79	0,64
1468/11	0,01948	174,43	31769	56,38	2,09
1345/11	0,01090	68,60	8242	22,30	0,40
1335/11	0,00498	101,25	19755	58,45	0,25
0027/12 B	0,03701	110,15	6896	14,78	2,19
0027/12A	0,02051	138,35	11672	71,68	1,73
0132/12A	0,02154	95,77	5804	19,21	1,08
0132/12B	0,01874	122,76	8115	100,16	1,33
0132/12C	0,02629	140,41	4055	113,90	1,37
1328/11	0,04235	107,10	4044	78,10	2,89
0045/12	0,00719	85,61	38064	24,26	0,37
0012/12	0,01673	82,35	10802	73,74	1,02

Tabla 4.3. Resultados experimentales, valores de deformación última, tensión rotura, módulo de Young tangente, tensión al 2 % de deformación y tenacidad.

nº necro	e_{Max}	σ (MPa)	E (MPa)	$\sigma_{0,02}$ (MPa)	EngDef
0011/12	0,01667	130,97	12733	5,90	1,11
1364/11A	0,02035	125,77	4740	101,64	0,97
1364/11B	0,01205	112,59	7640	76,87	0,57
1400/11B	0,01621	74,64	7032	73,80	0,81
0058/12	0,00616	43,08	6621	42,87	0,13
1336/11A2	0,02201	79,01	5700	70,11	1,15
1459/11	0,04318	100,11	3852	50,71	2,60
1388/11	0,02499	90,55	3959	4,37	1,14
0160/12	0,01773	139,71	18235	40,01	1,44
1431/11	0,02029	39,25	2438	6,58	0,41
1446/11A	0,01559	61,33	7638	61,23	0,71
1446/11B	0,02615	93,33	9243	49,78	1,62
1397/11	0,02682	81,15	2693	75,31	0,96
0083/12	0,01911	126,99	10762	39,52	1,36
1417/11	0,03224	101,84	7766	41,19	2,04
1467/11	0,03443	12,30	2064	0,20	0,21
1471/11A	0,03815	117,80	9076	44,18	2,80
1471/11B	0,01460	129,80	17738	37,59	1,08
1338/11	0,01392	77,92	9238	35,92	0,64

Tabla 4.4. Comparación entre las frecuencias observadas y las teóricas de la distribución de los valores de tensión

Clase	Lím _{inf}	Lím _{sup}	Frec. (Datos) Observadas	Frec. (Distribución) teóricas	Chi-cuadrado ajustado
1	0,0	40,0	2	1,847	0,013
2	40,0	80,0	9	9,385	0,016
3	80,0	120,0	24	25,291	0,066
4	120,0	160,0	36	34,989	0,029
5	160,0	200,0	22	20,231	0,155

Tabla 4.5. Comparación entre las frecuencias observadas y las teóricas de la distribución de los valores del módulo de Young.

Clase	Lím _{inf}	Lím _{sup}	Frec. (Datos) Observadas	Frec. (Distribución) teóricas	Chi-cuadrado ajustado
1	0,0	7800,0	30	25,842	0,669
2	7800,0	15600,0	39	44,375	0,651
3	15600,0	23400,0	21	17,378	0,755
4	23400,0	31200,0	2	4,052	1,039
5	31200,0	39000,0	1	0,777	0,064

Tabla 4.6. Comparación entre las frecuencias observadas y las teóricas de la distribución de los valores de la deformación.

Clase	Lím _{inf}	Lím _{sup}	Frec. (Datos) Observadas	Frec. (Distribución) teóricas	Chi-cuadrado ajustado
1	0,000	0,016	28	31,867	0,469
2	0,016	0,032	48	45,176	0,177
3	0,032	0,048	15	12,791	0,382
4	0,048	0,064	1	2,437	0,847
5	0,064	0,080	1	0,431	0,749

Tabla 4.7. Comparación entre las frecuencias observadas y las teóricas de la distribución de los valores de la tenacidad.

Clase	Lím _{inf}	Lím _{sup}	Frec. (Datos) Observadas	Frec. (Distribución) teóricas	Chi-cuadrado ajustado
1	0,000	1,318	37	36,384	0,010
2	1,318	2,636	37	35,611	0,054
3	2,636	3,954	12	11,932	0,000
4	3,954	5,272	3	2,980	0,000
5	5,272	6,590	1	0,694	0,135

Tabla 4.8. Matriz de correlación de Pearson para las variables explicativas.

	sexo	edad	IMC	ε_{\max}	σ	E	$\sigma_{0,02}$	DF
sexo	1	0,404	0,326	-0,061	-0,247	-0,162	-0,076	0,180
edad	0,404	1	0,160	-0,008	-0,488	-0,223	-0,095	0,029
IMC	0,326	0,160	1	-0,029	-0,112	-0,127	-0,007	0,223
ε_{\max}	-0,061	-0,008	-0,029	1	0,339	-0,298	0,140	-0,252
σ	-0,247	-0,488	-0,112	0,339	1	0,291	0,177	-0,250
E	-0,162	-0,223	-0,127	-0,298	0,291	1	-0,213	0,117
$\sigma_{0,02}$	-0,076	-0,095	-0,007	0,140	0,177	-0,213	1	-0,249
DF	0,180	0,029	0,223	-0,252	-0,250	0,117	-0,249	1

Tabla 4.9. Valores medios, error, valor muestral de la t-Student, probabilidad de que $|t|$ supere al valor de la columna anterior asumiendo la hipótesis nula, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre la tensión última, la edad y la dimensión fractal de la muestras.

Variable	Valor	ε	t	Pr > t	Lím _{inf} (95%)	Lím _{sup} (95%)
Termino constante	436,27	119,9	3,636	0,001	196	676,5
edad [años]	-0,867	0,235	-3,661	0,001	-1,33	-0,39
FD2	-145,47	68,3	-2,128	0,038	-282,36	-8,58

Tabla 4.10. Valores estadístico descriptivo de la relación entre la tensión y el sexo.

Variable	Muestras	Mín	Máx	Media	Desvi típica
σ (MPa)	103	12,30	196,02	128,48	39,78
sexo (0/1)	103	0	1	0,287	0,455

Tabla 4.11. Valores medios, error, valor muestral de la t-Student, probabilidad de que $|t|$ supere al valor de la columna anterior asumiendo la hipótesis nula, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre la tensión al 2% de deformación, la edad y la dimensión fractal de la muestras.

Variable	Valor	ε	t	Pr > t	Lím _{inf} (95%)	Lím _{sup} (95%)
Termino constante	320,35	109,73	2,919	0,004	102,34	538,35
FD2	138,384	62,938	-2,199	0,03	-263,41	-13,33
edad [años]	-0,345	0,164	-2,1	0,039	-0,67	-0,02

Tabla 4.12. Valores medios, error, valor muestral de la t-Student, probabilidad de que $|t|$ supere al valor de la columna anterior asumiendo la hipótesis nula, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre la deformación máxima y la dimensión fractal de la muestras.

Variable	Valor	ε	t	Pr > t	Lím _{inf} (95%)	Lím _{sup} (95%)
Termino constante	0,12	0,035	3,473	0,001	0,051	0,189
FD2	-0,056	0,02	-2,841	0,006	-0,096	-0,017

Tabla 4.13. Valores medios, error, p-valor, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre la energía de deformación, la edad y la dimensión fractal de la muestras.

Variable	Valor	ε	t	Pr > t	Lím _{inf} (95%)	Lím _{sup} (95%)
Termino constante	13,009	4,111	3,164	0,002	4,843	21,176
edad [años]	-0,014	0,006	-2,327	0,022	-0,026	-0,002
FD2	-6,074	2,358	-2,576	0,012	-10,758	-1,39

Tabla 4.14. Valores medios, error, p-valor, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre el módulo de Young tangente, la edad y la dimensión fractal de la muestras.

Variable	Valor	ε	t	Pr > t	Lím _{inf} (95%)	Lím _{sup} (95%)
Termino constante	18721	1959,8	9,552	< 0,0001	14828,74	22613,67
edad [años]	119,89	33,2	-3,595	0,001	-185,64	-53,52

Tabla 4.15. Valores medios, error, p-valor, límite superior e inferior de los resultados estadísticos de la relación entre el módulo de Young secante, la edad y la dimensión fractal de la muestras.

Variable	Valor	ε	t	Pr > t	Lím _{inf} (95%)	Lím _{sup} (95%)
Termino constante	11534,1	1202,4	9,592	< 0,0001	9146	13922,3
edad [años]	-75,59	20,4	-3,705	0,00036	-116,13	-35,1

Referencias bibliográficas

Capítulo 2

- [2-1] Roesler, H. (1987). "The history of some fundamental concepts in bone biomechanics". *Journal of Biomechanics*; 20: 1025-1034.
- [2-2] Gil-Mur, FJ; Velazquez-Ameijide, J. (2012). "Comportamiento mecánico de los tejidos biológicos y su composición". *Fundamentos de Biomecánica en la lesiones por accidente de tráfico*. Ed Etrasa.
- [2-3] Rincón Rincón, E; Ros Felip, A; Claramunt Alonso, R; Arranz Merino, F; (2004). "Caracterización mecánica del material óseo". *Revista de Ciencia, Tecnología y Medio Ambiente vol II*.
- [2-4] Chen, Jan-Hung; Chao Liu; Lidan You; Craig A Simmons (2010). "Boning up on Wolff's Law: Mechanical regulation of the cells that make and maintain bone". *Journal of Biomechanics*.
- [2-5] Wolff J. "La ley del hueso que remodela". Berlin Heidelberg New York: Springer, 1986 (traducción de la edición alemana 1892).
- [2-6] Ashman R.B., Cowin S.C., Van Buskirk W.C., Rice J.C. (1984). "A continuous wave technique for the measurement of the elastic properties of cortical bone". *Journal of Biomechanics*; 17: 349 - 361.

- [2-7] Ashman R.B., Rho J.Y. (1988). "Elastic modulus of trabecular bone material". *Journal of Biomechanics*; 21: 177-181.
- [2-8] Cowin S.C., Mehrabadi M.M. (1989). "Identification of the elastic symmetry of bone and other materials". *Journal of Biomechanics*; 22: 503-515.
- [2-9] Katz J.L., Meunier A. (1987). "The elastic anisotropy of bone". *Journal of Biomechanics*; 20 (11/12): 1063 -1070.
- [2-10] Grimala, Q.; Hauptert, S.; Mitton, D.; Vastel, L.; Laugier, P. (2009) "Assessment of cortical bone elasticity and strength: Mechanical testing and ultrasound provide complementary data". *Medical Engineering & Physics*; 3: (1140-1147).
- [2-11] Doblare, M.; Garcia, J.M. (2002) "Anisotropic bone remodelling model based on a continuum damage-repair theory". *Journal of Biomechanics*; 35 (1-17).
- [2-12] Pithioux, M., Lasaygues, P., & Chabrand, P. (2002). "An alternative ultrasonic method for measuring the elastic properties of cortical bone". *Journal of biomechanics*, 35(7), 961-968.
- [2-13] Müller, R., Gerber, S. C., & Hayes, W. C. (1998). "Micro-compression: a novel technique for the nondestructive assessment of local bone failure". *Technology and Health Care*, 6(5), 433-444.
- [2-14] Nazarian, A., & Müller, R. (2004). "Time-lapsed microstructural imaging of bone failure behavior". *Journal of Biomechanics*, 37(1), 55-65.
- [2-15] Nazarian, A., Stauber, M., & Müller, R. (2005). "Design and implementation of a novel mechanical testing system for cellular solids". *Journal of Biomedical Materials Research Part B: Applied Biomaterials*, 73(2), 400-411.
- [2-16] Nazarian, A., Bauernschmitt, M., Eberle, C., Meier, D., Müller, R., & Snyder, B. D. (2008). "Design and validation of a testing system to assess torsional cancellous bone failure in conjunction

- with time-lapsed micro-computed tomographic imaging". *Journal of biomechanics*, 41(16), 3496-3501.
- [2-17] S. Hanagud, R. G. Clinton, and J. P. Lopez. (1973). "Acoustic emission in bone substance". *Proceedings of Biomechanics Symposium of the American Society of Mechanical Engineers*, ASME, New York.
- [2-18] C. H. S. Yoon, B. R. Caraco, and J. L. Katz. (1980). "Further studies on the acoustic emission of fresh animal bone". *IEEE Trans. Sonics, Ultrasonic*, SU-27, 160
- [2-19] D. Shuichi Wakayama, Keisuke Mogui and Tesuya Suemune. (2009). "Fracture behavior in bone characterized by AE wavelet analysis". *Journal of acoustic emission*. Vol.29, pp. 137-143
- [2-20] Katz J.L., Meunier A. (1987). "The elastic anisotropy of bone". *Journal of Biomechanics*; 20: 1063 -1070.
- [2-21] Rho J.Y., Ashman R.B., Turner Ch.H. (1993). "Young`s modulus of trabecular and cortical bone material: ultrasonic and microtensile measurements". *Journal of Biomechanics*; 26: 111-119.
- [2-22] Bramer J.A.M., Barentsen R.H., Elst M, de Lange E.S.M., Patka P., Haarman H.J. (1998). "Representative assessment of long bone shaft biomechanical properties: an optimized testing method". *Journal of Biomechanics*; 31: 741-745.
- [2-23] Kemper, A. R.; McNally, C; Kennedy, E. A. ; Manoogian, S.J. et al. (2005). "Material Properties of Human Rib Cortical Bone from Dynamic Tension Coupon Testing". *Stapp Car Crash Journal*; 49: 199-230.
- [2-24] Subit, D.; Del Pozo de Dios, E.; Velazquez-Ameijide, J.; Arregui-Dalmases, C.; Crandall, J. (2011). "Tensile material properties of human rib cortical bone under quasi-static and dynamic failure loading. A pilot study". *Arxiv.org Cornell University Library*.

- [2-25] Kerrigan, J.R.; Sanchez-Molina, D; Neggers, J; Arregui-Dalmases, C.; Velazquez-Ameijide, J.; Crandall, J. (2013). "Indentation response of human patella with elastic modulus correlation to localized fractal dimension and bone mineral density". *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*; 33: 99-108.
- [2-26] Meyer, U.; Joos, U.; Mythili, J; Stamm, T.; Hohoff, A.; Fillies, T.; Stratmann, U.; Wiesmann; H.P. (2004). "Ultrastructural characterization of the implant/bone interface of immediately loaded dental implants". *Biomaterials*; 25: 1959-1967.
- [2-27] Basillais, A; et al. (2007). "Three-dimensional characterization of cortical bone microstructure by microcomputed tomography: validation with ultrasonic and microscopic measurements". *Journal of Orthopaedic Science*; 12: 141-148.
- [2-28] Currey J.D. (1988). "The effect of porosity and mineral content on the Young's modulus of elasticity of compact bone". *Journal of Biomechanics*; 21: 131-139.
- [2-29] Schaffler M.B., Burr D.B. (1988). "Stiffness of compact bone: Effects of porosity and density". *Journal of Biomechanics*; 2: 13-16.
- [2-30] Nogata, F. et al. (1999). "Estimation of in Vivo Bone mineral Density (BMD) and Shape Characterization for Diagnosing Osteoporosis by Ultrasonic inspection". *Transactions of the ASME*; 121: 298-303.
- [2-31] Macione, J.; DePaula, C.A.; Guzelsu, N.; Kotha, S.P. (2010). "Correlation between longitudinal, circumferential, and radial moduli in cortical bone: Effect of mineral content". *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*; 3: 405-413.
- [2-32] Reilly D.T., Burstein A.H. (1974). "The mechanical properties of cortical bone". *The Journal of Bone and Joint Surgery*; 56: 1001-1022.

- [2-33] Martens M., van Audekercke R., de Meester P., Mulier J.C. (1986). "Mechanical behaviour of femoral bones in bending loading". *Journal of Biomechanics*; 19: 443-454.
- [2-34] Li, Z.; Kindig, M.W.; Kerrigan, J. R.; Untaroiu, C. D.; Subit, D.; Crandall, J.R.; Kent, R.W. (2010). "Rib fractures under anterior–posterior dynamic loads: Experimental and finite-element study". *Journal of Biomechanics*; 43: 228-234.
- [2-35] G. P. Vose and A. L. Kubala. (1959). "Bone strength - its relationship to x-ray-determined ash content". *Human Biology.*, 31:261–270.
- [2-36] J. D. Currey. (1969). "The mechanical consequences of variation in the mineral content of bone". *Journal of Biomechanics.*, 2:1–11.
- [2-37] J. Y. Rho and R. B. Ashman and C. H. Turner.(1.993). "Young's modulus of trabecular and cortical bone material: ultrasonic and microtensile measurements." *Journal of Biomechanics*, 26:111–119.
- [2-38] M. B. Schaffler and D. B. Burr. (1.988). "Stiffness of compact bone: effects of porosity and density". *Journal of Biomechanics.*, 21:13–16.
- [2-39] D. R. Carter and W. C. Hayes. (1.977). "The behavior of bone as a two-phase porous structure". *J. Bone Joint Surg.*, 59 (A):954–962.
- [2-40] J. C. Rice, S. C. Cowin, and J. A. Bowman. (1.988) "On the dependency of the elasticity and strength of cancellous bone on apparent density." *Journal of Biomechanics*, 21:155–168.
- [2-41] G. S. Beaupré, T. E. Orr, and D. R. Carter. (1.990). "An approach for time-dependent bone modelling and remodeling - application: A preliminary remodeling simulation". *Journal of Orthopaedic Research.*, 8 (5):662–670.
- [2-42] M. Portigliatti-Barbos, P. Bianco, and A. Ascenzi. (1.983) "Distribution of osteonic and interstitial components in the human

- femoral shaft with reference to structure, calcification and mechanical properties". *Acta Anatomica.*, 115:178–186.
- [2-43] M. Portigliatti-Barbos, P. Bianco, A. Ascenzi, and A. Boyde. (1984). "Collagen orientation in compact bone: II. distribution of lamellae in the whole of the human femoral shaft with reference to its mechanical properties." *Metabolic Bone Disease and Related Research.* 5:309–315.
- [2-44] Von Mises R. (1913). "Mechanic der festen Koerper in plastisch deformablem Zustand". *Goettinger Nachr, Materials in Physics.* 582-592.
- [2-45] Hill R. (1948). "A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals". *Proc. R. Soc.;* 193: 281-297.
- [2-46] Tsai, S.W.; Wu, E.M. (1971). "A general theory of strength for anisotropic materials". *Journal of Composite Materials;* 5: 58–80.
- [2-47] Raghava, R.S.; etr.al. (1973). "A yield criterion for anisotropic and pressure dependent solids such as oriented polymers". *Journal of Materials Science;* 8: 1641-1646.
- [2-48] Cezayirlioglu H., Bahniuk E., Davy D.T., Heiple K.G. (1985). "Anisotropic yield behavior of bone under combined axial force and torque". *Journal of Biomechanics;* 18: 61-69.
- [2-49] Mendizabal Dones, A. (2010) "Finite Element Simulation: Tensile test of rib cortical bone". Master's Thesis. Chalmers University of Technology.
- [2-50] Sobotta, J. (2012) "Atlas de anatomía humana" 3 vol. 23ª ed. Elsevier España S.A.
- [2-51] Netter, F.H. (2011) "Atlas de anatomía humana" 5ª ed. Masson.
- [2-52] Abrahams, P.H.; Hutchings, R. T.; Marks S. C. (2005) "Gran Atlas McMinn de Anatomía Humana" ed Océano, S.L.

- [2-53] Feneis, H.; Dauber, W. (2006) "Nomenclatura anatómica ilustrada". Elsevier España S.A.
- [2-54] Garcia-Porrero, J.; Hurle, J. (2003) "Anatomía Humana". McGraw-Hill.
- [2-55] Charpail, Estelle (2006): Analyse du comportement mécanique des côtes humaines en dynamique. Thèse à l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Paris.
- [2-56] Turner C., Takaro Y., Tsui T., Pharr G. et al. (1999). "The elastic properties of trabecular and cortical bone tissues are similar: results from two microscopic measurement techniques". Journal of Biomechanics; 32:437-441.
- [2-57] Kimpara H., Iwamoto M. et al (2006)." Effect of Assumed Stiffness and Mass Density on the Impact Response of the Human Chest Using a Three-Dimensional FE Model of the Human Body". Journal of Biomechanical Engineering; 772 Vol. 128.
- [2-58] Mercer C., He M.Y., Evans A.G. et al (2006)."Mechanisms governing the inelastic deformation of cortical bone and application to trabecular bone". Acta Biomaterialia; 2: 59-68.
- [2-59] Vashishth D, Tanner KE, Bonfield W. (2001). "Fatigue of cortical bone under combined axial-torsional loading". Journal Orthopaedic Research; 19: 414 -420.

Capítulo 3

- [3-1] Subit, D.; Del Pozo de Dios, E.; Velazquez-Ameijide, J.; Arregui-Dalmases, C.; Crandall, J. (2011). "Tensile material properties of human rib cortical bone under quasi-static and dynamic failure loading. A pilot study". Arxiv.org Cornell University Library.
- [3-2] Kemper, A. R.; McNally, C; Kennedy, E. A. ; Manoogian, S.J. et al. (2005). "Material Properties of Human Rib Cortical Bone from Dynamic Tension Coupon Testing". Stapp Car Crash Journal; 49: 199-230.

- [3-3] Eberl, C.; Thompson, R.; Gianola, D. “Once the frame rate was reduced and the luminance was modified, the strain was determined with a Matlab script”; Group of Kevin J. Hemker, John Hopkins University)
- [3-4] Frank, S.; Spolenak R.(2008). “Optical strain measurement by digital image analysis. Matlab script developed at the Laboratory for Nanometallurgy, Dept. of Materials, Zürich, Switzerland, (available from Matlabcentral: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/20438>).

Capítulo 4

- [4-1] Cormier, J. M.; Stitzel, J. D. ; Duma S. M.; Matsuoka, F. (2005). “Regional Variation in the Structural Response and Geometrical Properties of Human Ribs”. *Annu Proc Assoc Adv Automot Med.*; 49: 153–170.
- [4-2] Perrier E, Bird N, Rieu M. (1998). “Generalizing the fractal model of soil structure: the pore-solid fractal approach”. *Geoderma*; 88:137–164.
- [4-3] Llorca-Isern, N.; Bertran-Vidal, G.; Bianchi, L.; Jorba, J.; Sánchez, D.(2001). “Estimation of three-dimensional connectivity of internal defects in coatings using fractal analysis”. *Journal of Thermal Spray Technology*; 10:287–292.
- [4-4] Assouad P. (1983). “Plongements Lipshitziens Dans R^n ”, *Bull. Soc. Math. France*; 111:429–448.
- [4-5] Bouligand MG. (1928). “Ensembles Impropres et Nombre Dimensionnel”, *Bull. Sci. Math.*; 52:320–344.
- [4-6] R. Bracewell, R. (1978) *The Fourier transform and its applications*, McGraw-Hill, New York.
- [4-7] Veenland JF, Grashuis JL, Van den Meer F, Beckers ALD, Gasema ES. (1996). “Estimation of fractal dimension in radiographs” *Medical Physcis*; 23:585–94.

- [4-8] J. Garding (1988). "Properties of fractal intensity surfaces", *Patt Recog Lett*, 8 :319-24.
- [4-9] Kerrigan, J.R.; Sanchez-Molina, D; Neggers, J; Arregui-Dalmases, C.; Velazquez-Ameijide, J.; Crandall, J. (2013). "Indentation response of human patella with elastic modulus correlation to localized fractal dimension and bone mineral density". *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*; 33: 99-108.
- [4-10] Sanchez-Molina, D., Velazquez-Ameijide, J., Quintana, V., Arregui-Dalmases, C., Crandall, J. R., Subit, D., & Kerrigan, J. R. (2013). "Fractal dimension and mechanical properties of human cortical bone." *Medical engineering & physics*,35(5), 576-582.
- [4-11]Castillo Ron, E. (1.988) "Estadística de valores extremos. Distribuciones asintóticas". *Estadística Española*; 116:5-34.
- [4-12] Kleerekoper, M.; Feldkamp, L.; and Goldstein, S. (1986). "The Effect of Aging on the Skeleton - implications for Changes in Tolerance". *SAE Technical Paper*.
- [4-13] Bianciardi, G., Bisogno, S., Bertoldi, I., Laurini, L., Coviello, G., & Frediani, B. (2012). "Fractal dimension of bone texture in radiographs correlates to ultrasound broadband attenuation T-score". *Clinical and experimental rheumatology*, 31(3), 389-393
- [4-14] Harrar, K., & Hamami, L. (2008). The fractal dimension correlated to the bone mineral density. *WSEAS transactions on signal processing*, 4(3), 110-126.
- [4-15] Doblaré, M., Garcia, J. M., & Gómez, M. J. (2004). "Modelling bone tissue fracture and healing: a review". *Engineering Fracture Mechanics*, 71(13), 1809-1840.
- [4-16] Doblaré, M., & Garcia, J. M. (2002). "Anisotropic bone remodelling model based on a continuum damage-repair theory". *Journal of Biomechanics*, 35(1), 1-17.

Capítulo 5

- [5-1] Shrivastava, S.; Prakash, R. (2009). "Assessment of bone condition by acoustic emission technique: a review". *Journal Biomedical Science and Engineering*; 2: 144-154.
- [5-2] Cardoso, L.; Meunier, A.; Christian, O. (2008). "In vitro acoustic wave propagation in human and bovine cancellous bone as predicted by biot's theory". *Journal of Mechanics in Medicine and Biology*; 8: 2183-2201.
- [5-3] Trebacz, H.; Zdunek, A. (2006). "Three-point bending and acoustic emission study of adult rat femora after immobilization and free remobilization". *Journal of Biomechanics*; 36: 237-245.
- [5-4] Horsfall, I.; Prosser, P.D.; Watson, C.H.; Champion, S.M. (1999). "An assessment of human performance in stabbing". *Forensic Science International*; 102: 79-89.
- [5-5] Chadwick, E.K.J.; Nicol, A.C.; Lane, J.V.; Gray, T.G.F. (1999). "Biomechanics of knife stab attacks". *Forensic Science International*; 105: 35-44.
- [5-6] Thompson, T. J. U.; Inglis, J. (2009). "Differentiation of serrated and non-serrated blades from stab marks in bone". *International Journal Legal Medicine*; 123: 129-135.
- [5-7] Daegling, D.J.; Warren, M.W.; Hotzman, J.L.; Self, C.J. (2008). "Structural Analysis of Human Rib Fracture and Implications for Forensic Interpretation". *Journal Forensic Science*; 53: 1301-1307.
- [5-8] Love, J.C.; Symes, S.A. (2004). "Understanding rib fracture patterns: Incomplete and buckle fractures". *Journal Forensic Science*; 46: 1153-1158.
- [5-9] Love, J.C.; Derrick, S.M.; Wiersema, J.M.; Peters, C. (2012). "Validation of tool mark analysis of cut costal cartilage". *Journal Forensic Science*; 57: 306-311.

- [5-10] Annaidh, A.N.; Cassidy, M.; Curtis, M.; Destrade, M.; Gilchrist, M.D. (2013). "A combined experimental and numerical study of stab-penetration forces". *Forensic Science International*; 233: 7-13.
- [5-11] Horsfall, I., Prosser, P. D., Watson, C. H., & Champion, S. M. (1999). "An assessment of human performance in stabbing". *Forensic science international*,102(2), 79-89.
- [5-12] Chadwick, E. K. J., Nicol, A. C., Lane, J. V., & Gray, T. G. F. (1999). "Biomechanics of knife stab attacks". *Forensic science international*, 105 (1), 35-44.
- [5-13] Daegling, D. J., Warren, M. W., Hotzman, J. L., & Self, C. J. (2008). "Structural Analysis of Human Rib Fracture and Implications for Forensic Interpretation". *Journal of forensic sciences*, 53(6), 1301-1307.
- [5-14] Thompson, T. J. U., & Inglis, J. (2009). "Differentiation of serrated and non-serrated blades from stab marks in bone". *International journal of legal medicine*, 123(2), 129-135.
- [5-15] Bush, M. A., Bush, P. J., & Sheets, H. D. (2011). "A study of multiple bitemarks inflicted in human skin by a single dentition using geometric morphometric analysis". *Forensic science international*, 211(1), 1-8.