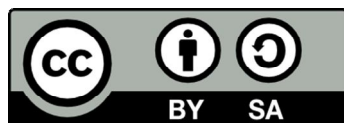




UNIVERSITAT DE  
BARCELONA

## Competència d'Indagació matemàtica en contextos històrics a Primària i Secundària

Gemma Sala Sebastià



Aquesta tesi doctoral està subjecta a la llicència [Reconeixement- Compartitqual 3.0. Espanya de Creative Commons](#).

Esta tesis doctoral está sujeta a la licencia [Reconocimiento - Compartitqual 3.0. España de Creative Commons](#).

This doctoral thesis is licensed under the [Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0. Spain License](#).

## CAPÍTOL 7

### El context històric com a subministrador d'informació i generador d'una investigació on les matemàtiques són utilitzades de manera determinant: la seqüència didàctica «Valorant els fets de 1714» i el seu redisseny «1714, les dades de la derrota»

7.1. Justificació de la selecció del context històric.....	188
7.2. Descripció del disseny i del redisseny de la seqüència didàctica.....	190
7.3. Anàlisi de la potencialitat de les seqüències didàctiques per desenvolupar la competència d'indagació (CI) i el pensament matemàtic creatiu (PMC).....	232
7.4. Anàlisi del desenvolupament de la CI i del PMC amb la implementació de la seqüència didàctica.....	240
7.5. Resultats sobre el desenvolupament de la CI i el PMC amb la implementació de la seqüència didàctica.....	260

## RESUM

*En aquest capítol es presentarà una seqüència didàctica dissenyada en base a un context històric problemàtic generador d'una indagació i determinant els objectius de les sessions i el seu redisseny. Tanmateix, l'ús de les matemàtiques tindrà un paper rellevant en tota la indagació, tant per la formulació d'hipòtesis com per l'ús d'estratègies per trobar explicacions i respostes a les preguntes que van sorgint al llarg de la indagació. A l'apartat 1 es justifica la tria del context concret per al disseny d'aquesta seqüència didàctica. En el següent apartat es descriu el seu disseny i el seu posterior redisseny: seqüenciació, desenvolupament de les sessions i activitats que s'hi duen a terme, així com alguns dels materials dissenyats. A continuació, s'analitza la potencialitat de les seqüències didàctiques, abans de la seva implementació, per provocar el desenvolupament d'habilitats per a la indagació (CI) i per promoure pensament matemàtic creatiu (PMC). En el quart apartat s'exposa l'anàlisi del desenvolupament de la CI i del PMC amb la descripció de les implementacions que es van dur a terme, així com els detalls dels grups d'alumnat amb qui va ser implementada. Finalment, en l'apartat 4 s'exposen els resultats.*

## 7.1. Justificació de la selecció del context històric

L'objectiu didàctic de la seqüència didàctica que es va dissenyar, i que es presenta en aquest capítol, era promoure el desenvolupament de la competència d'indagació mitjançant l'ensenyament i aprenentatge de forma crítica d'un episodi de la història de Catalunya, la guerra que va acabar amb el setge de Barcelona el 1714. Es pretenia que amb la indagació els alumnes fossin capaços de valorar l'impacte de la Guerra de Successió per Catalunya basant-se en dades reals, objectives, extretes de fonts fiables. Estudiarien diferents aspectes: el canvi de la configuració de la ciutat, canvis en la vida de la gent pel que fa a l'economia, la vida quotidiana, etc. En aquest marc es promouria un ensenyament aprenentatge de les matemàtiques —que és on es focalitza aquest treball— ja que esdevindrien una eina imprescindible per fer conjectures amb arguments sòlids i avançar en la indagació per donar resposta a les preguntes sorgides.

La idea original del disseny d'aquesta seqüència didàctica sorgí en el mateix context de l'escola-institut on després es realitzarien les implementacions, en unes converses informals amb la professora d'història. Des de feia anys explicava de manera tradicional aquest episodi històric a l'alumnat de tots els cursos de secundària, interessada per l'aprenentatge per indagació, es posà en contacte amb la doctoranda per dissenyar una seqüència didàctica interdisciplinària on integrar-hi aquest contingut històric de manera que s'obtingués un aprenentatge més significatiu per als seus alumnes.

Així doncs, aprofitant que, casualment en aquella època (inici del 2014), una editorial de llibres juvenils convocava un concurs literari sobre les conseqüències per Catalunya de la Guerra de Successió es va dissenyar la primera seqüència didàctica sobre aquesta temàtica. La finalitat de la investigació que es proposaria a l'alumnat seria escriure un relat ben fonamentat per presentar-lo al concurs. En el redisseny, per implementar-lo en el següent curs (a finals de 2014), es va haver de contemplar una altra tasca final ja que la editorial no va tornar a convocar el concurs. Així doncs, la tasca final per a cada equip d'indagació va ser gravar un vídeo explicatiu d'algun dels aspectes matemàtics de la indagació per presentar-lo a el concurs *VídeoMAT*<sup>1</sup> que es convoca cada any.

<sup>1</sup> La pàgina web del concurs es pot visitar a la següent adreça: <http://www.videomat.cat/>

<sup>2</sup> El blog s'anomena *Valorant els fets de 1714* i es pot consultar a la següent adreça:

Com es pot llegir més detalladament en l'apartat de la descripció de la seqüència, la pregunta principal —*Quines van ser les conseqüències dels fets de la Guerra de Successió al 1714 per a la societat, cultura i política de Catalunya?*— s'aniria desglossant en altres preguntes més concretes que iniciessin tasques d'indagació abordables, sobretot tenint en compte les dades “objectives” disponibles sobre l'època.

D'aquesta manera, es van distingir tres línies d'investigació: una d'elles referida a estudis demogràfics comparatius de la població de Barcelona abans i després del setge, una altra dedicada a estudiar l'evolució dels gremis i oficis barcelonins i la tercera a estudiar els canvis sorgits en la configuració de la ciutat durant aquest període.

Les dades en què es van poder basar els estudiants en aquest primer disseny per dur a terme la seva indagació es van obtenir bàsicament dels articles i llibres de Ferrer i Alòs (2007), Torras & Sobrequés (2005) i Sobrequés (1993) relacionats a la Bibliografia, sobre estudis històrics d'aquesta època on se citen fonts originals de dades, com parròquies, plànols etc.

Així doncs, de la mateixa manera que en la seqüència descrita en el Capítol 6, es va fer un enfocament didàctic amb què l'alumnat seguís un procés d'investigació amb l'objectiu general de respondre a la pregunta sobre l'impacte de la Guerra de Successió, una pregunta sobre una situació «real», plantejada d'acord amb la metodologia suggerida en la lectura de Dean (2008). Com ja s'ha dit, Dean exposa que l'infant ha de procedir com si fos un petit historiador que construeix una certa visió del passat basant-se en la complexa interacció entre dos relats —el marc d'informació que ha deixat el passat i el la seva experiència vital (el que ha llegit, el que sap, etc.)— amb el suport imprescindible de la persona docent que podrà aportar instruments suficients per tal de poder pal·liar la manca d'experiència de l'alumnat, tot confeccionant un segon relat substitutiu.

Aquesta seqüència didàctica va ser implementada al curs 2013-14 en dos grups, un de 1r d'ESO i un de 2n de l'Escola Betúlia de Badalona. De fet, va ser una experiència pilot de la qual es van recollir propostes de millora i se'n va fer un redisseny, explicat detalladament al següent apartat. El redisseny va ser implementat el següent curs, el 2014-15 en un grup de 4t d'ESO.

## 7.2. Descripció del disseny i del redisseny de la seqüència didàctica

La seqüència original s'anomenà «*Valorant els fets de 1714*» i el seu redisseny «*1714: les dades de la derrota*». Cada una d'aquestes dues seqüències didàctiques té un blog que va ser creat per allotjar tots els materials i facilitar-ne la seva implementació. A continuació s'explica amb detall, en el primer subapartat, el disseny de la seqüència original i, en el segon subapartat, s'expliquen els canvis i millores d'aquesta seqüència que van comportar el seu redisseny.

### 7.2.1. Descripció del disseny de la seqüència original:«*Valorant els fets de 1714*»

La seqüència original s'anomenà «*Valorant els fets de 1714*» i es creà un blog<sup>2</sup> amb el mateix nom (veure Figura 7.1) que allotja tots els materials per facilitar la seva implementació, perquè el pugin utilitzar tant el professorat com l'alumnat. Com en totes les seqüències didàctiques que formen part d'aquesta investigació, per una banda, el blog completa la proposta pel que fa a competències TAC de l'alumnat i, per altra, s'hi troben tots els materials i enllaços necessaris per dur a terme les tasques que s'hi proposen.



Figura 7.1: Captura de pantalla del blog de la seqüència

<sup>2</sup> El blog s'anomena *Valorant els fets de 1714* i es pot consultar a la següent adreça: <http://valorar1714.blogspot.com.es/>

La seva estructura és la següent: un mur central —on es poden fer entrades i comentaris, incloent-hi vídeos, fotografies, enllaços, etc. per informar de les tasques i motivar a l'alumnat— una capçalera i dues parts laterals, a banda i banda del mur, amb diversos apartats. A continuació es fa una breu descripció dels continguts d'aquestes parts del blog:

*Capçalera:* Té quatre apartats: “Documents comuns”, “Investigació temàtica A”, “Investigació temàtica B” i “Investigació temàtica C” amb diversos documents que es poden descarregar en PDF:

- *Documents comuns:* En el primer apartat s’hi troben documents d’ús comú per a tots els estudiants, sigui quina sigui la temàtica que investiguin: un dossier introductori a la indagació, contextualitzant-la i exposant la tasca final —la participació en el concurs final—, que reforça la motivació per dur a terme la tasca; un guió de l’informe d’indagació final que hauran de confeccionar amb els punts principals sobre els que han d’escriure; el full de treball per fer una síntesi de l’informe, que hauran de realitzar al finalitzar cada fase de la seva indagació; i el full de treball d’interacció, que hauran de preparar abans de realitzar la interacció prevista —incloent preguntes concretes que volen realitzar— amb altres equips i després de realitzar-la —anotant les respostes que els han donat i sobre que els han preguntat—.
- *Investigació temàtica A...:* En aquest tres apartats s’hi troben els documents de cada una de les tres línies d’investigació previstes A, B i C. Es tracta de dossiers —un per cada un dels equips d’investigació— que, a més dels materials necessaris (dades, fotos, enllaços específics, etc.), són un guió per ajudar a l'alumnat a dur la indagació a terme d’una manera ordenada, ja que tenen poca experiència en aquesta manera de treballar. L’apartat A —estudis demogràfics— té 4 dossiers, l’apartat B —estudis de l’evolució dels gremis— té 7 dossiers i l’apartat C —estudis dels canvis en la configuració de la ciutat— té 2 dossiers.

*Barra lateral dreta:* En aquest espai, a més de l’autoria del blog hi trobem quatre apartats amb documents, que es poden descarregar en format PDF, per realitzar les primeres tasques de la seqüència didàctica programades, així com, l’última, la redacció del text per al concurs:

- *Començarem per aquí...:* Aquest apartat conté 3 documents per a la realització de la tasca del mural, la primera. El primer document és una

l·lista amb les temàtiques dels diversos murals que s'han de realitzar; el segon és un full de treball, per cada equip d'investigació, per preparar el seu guió per explicar el mural realitzat; i el tercer full l'hauran d'utilitzar mentre escolten les exposicions dels murals i serveix tant per agafar apunts sobre informacions interessants com per valorar la presentació que faci cada equip.

- *Dates memorables:* Espai que conté un document amb una llista de dates importants i esdeveniments que van ocórrer en l'època que s'està estudiant, desordenats. L'alumnat haurà de col·locar aquestes dates en una línia de temps fent una cronologia de la Guerra de Successió.
- *Enllaç al programa Timetoast:* A sota de l'apartat anterior es troba l'enllaç al programa gratuït en línia que hauran d'utilitzar per fer la línia de temps, anomenat *Timetoast*.
- *Escriure la nostra història per fer història:* És un espai amb dos documents per ajudar a escriure un bon text final per presentar-lo al concurs. Un document ajuda a fer una bona planificació del text que es vol escriure i l'altre és el full de treball per fer una coavaluació dels textos i millorar-los abans de donar-los per definitius.

*Barra lateral esquerra:* En aquest espai s'hi pot trobar, a més d'un traductor del blog, una eina de cerca per paraules i l'arxiu o índex de les entrades, els quatre apartats següents:

- *Enllaços imprescindibles:* És un apartat amb una llista d'enllaços a pàgines web sobre diferents aspectes de la Guerra de Successió que l'alumnat serà convenient que consulti per poder dur la seva indagació amb èxit.
- *Vídeos:* Llista d'enllaços a vídeos de la xarxa molt clarificadors sobre diferents aspectes del tema. D'aquesta manera, es facilita que l'alumnat amb dificultats de comprensió lectora també pugui obtenir la informació necessària.
- *Presentacions on-line:* Un altre *blogroll* amb presentacions de la xarxa.
- *Enllaç al programa CMAPS Tools:* Enllaç a un programa gratuït per realitzar mapes conceptuals, per si algun equip el necessita en la seva investigació.

El disseny d'aquesta seqüència didàctica es va concretar en una sèrie de tasques que presentem agrupades en 4 sessions o activitats (de durada variable). Per al disseny de les tasques, a més de les pàgines web enllaçades al blog, i la bibliografia citada en l'apartat anterior pel que fa a les dades amb què

L'alumnat ha de fer la indagació, es va consultar bibliografia diversa —en el cas dels materials per a l'alumnat, sempre se cita la font en el mateix document o peu de foto— però, principalment, el llibre de Pongiluppi i Hernández (2013) i el de Hernández i Feliu (2014) ens van ser de gran ajuda per les qüestions didàctiques dels aspectes històrics.

Taula 7.1: Seqüenciació de les sessions de «Valorant els fets de 1714»

«Valorant els fets de 1714»	
Nº sessió	Nom de la sessió i breu descripció
1	<p><b>«Posem-nos en context»</b> Presentació del context històric i plantejament del problema d'investigació a l'alumnat, així com la web de l'editorial amb les bases del concurs literari. Formació d'equips d'investigació (de 6 alumnes). Aproximació cronològica i geogràfica dels fets.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <b>Tasca 1:</b> Realització d'un mural dels fets que desencadenaren la Guerra de Successió. Cada equip s'encarrega d'una part dels fets, que són repartits de forma cronològica, però ha de comprovar que enllaça correctament amb el mural dels altres equips.</li> <li>➤ <b>Tasca 2:</b> Exposició per part de cada equip dels murals. Mentre l'equip exposa la resta d'alumnat agafa apunts de la informació (ja que cada mural té informació diferent) i fa una avaluació de l'exposició.</li> </ul>
2	<p><b>«Dates memorables»</b> És important que l'alumnat sàpiga la cronologia dels fets que van marcar i van condicionar l'escenari de la Guerra de Successió observant tots els territoris, esdeveniments (casuals i provocats) i personatges que van intervenir. Formació d'equips d'investigació més petits (cada equip es divideix en dos, seran ara de dos o tres alumnes)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <b>Tasca 3:</b> Realització d'una línia de temps amb el programari en línia <i>Timetoast</i> a partir d'una llista d'esdeveniments que es lliura a l'alumnat.</li> </ul>
3	<p><b>«Especialistes en acció»</b> Repartiment dels equips en les diferents línies d'investigació —A, B o C— i, dins de cada línia repartiment d'un dossier d'investigació per a cada grup.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <b>Tasca 4:</b> Realització de la indagació seguint el guió del dossier corresponent. Cada indagació està composta per dues parts o fases. La primera fase té tres etapes i la segona fase té dues etapes. Al final de cada fase han d'escriure una síntesi del treball que han anat fent. Entre fase i fase hi ha una etapa d'interacció entre equips, on caldrà que comparteixin certa informació que necessitaran uns dels altres per acabar la fase 1 i abordar la fase 2. Al final de la indagació cal que confeccionin un informe complet del treball que han dut a terme.</li> <li>➤ <b>Tasca 5:</b> Posada en comú de les conclusions i les argumentacions de les hipòtesis formulades amb la indagació per respondre la pregunta plantejada inicialment sobre les conseqüències per Catalunya de la guerra.</li> </ul>
4	<p><b>«A escriure la nostra versió de la història!»</b> Escriptura individual d'un text de tipologia textual lliure però que compleixi les bases del concurs literari de l'editorial on s'ha de presentar i que respongui a la pregunta sobre les conseqüències de la guerra de 1714 per Catalunya. El text ha de ser coherent amb el treball realitzat mitjançant la indagació.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <b>Tasca 6:</b> Escriptura d'una primera versió, prèvia planificació, del text que es pensa presentar al concurs.</li> <li>➤ <b>Tasca 7:</b> Coavaluació dels textos entre l'alumnat.</li> <li>➤ <b>Tasca 8:</b> Escriptura definitiva, incorporant les millores que es considerin adients i enviament a la tutora per enviar tots els textos al concurs de forma conjunta.</li> </ul>



En la Taula 7.1 es pot veure un esquema de la seqüenciació amb el seu fil narratiu. Com es pot veure, les primeres dues sessions corresponen a tasques de contingut principalment històric, encara que ja són tasques de recerca i gestió d'informació, amb l'objectiu de posar en context a l'alumnat i endinsar-lo en la indagació. Amb la tercera sessió s'introdueixen els dossiers amb les temàtiques concretes a investigar i la guia d'investigació, és el moment més intens pel que fa a reflexionar i realitzar hipòtesis amb l'objectiu de trobar respostes a la pregunta inicial. En la darrera sessió, amb les conclusions debatudes i més o menys consensuades per tots els grups, cadascú de forma individual haurà d'escriure el seu text pel concurs.

A continuació es descriuen les sessions amb més detall.

*Sessió 1:* En la sessió «Posem-nos en context» es realitza la primera aproximació al context històric de la seqüència didàctica. Es fa la proposta a l'alumnat de presentar-se a un concurs literari convocat per una important editorial de llibres juvenils sobre les conseqüències de la Guerra de Successió per Catalunya. És un temari que l'alumnat ja sap que ha d'estudiar dins del pla de l'assignatura del seu curs però se'ls presenta la proposta de realitzar una indagació perquè cadascú pugui fer-se una opinió pròpia sobre quines van ser aquests conseqüències, en base a dades reals. Es presenta a l'alumnat el blog i les bases del concurs<sup>3</sup>, en la pàgina web de l'editorial (hi ha un enllaç al blog).

Després es presenta el blog a l'alumnat explicant les parts que té i els enllaços que poden anar consultant —també els poden consultar des de casa, si volen— fent cinc cèntims de les tasques que s'hauran de realitzar per fer una bona investigació i motivar-los.

A continuació es llegeix la primera entrada, on s'hi troba un vídeo (Figura 7.2) que dóna una primera aproximació del desenvolupament dels fets que desembocaren en la Guerra de Successió i el setge a Barcelona el 1714. Aquest vídeo serà visionat a la classe i comentat, la seva duració aproximada és de 20 minuts.

---

<sup>3</sup> L'alumnat es presenta a la modalitat A del concurs, destinada a alumnat de 1r i 2n d'ESO. Les bases del concurs es poden consultar al següent enllaç:

[http://www.bromera.com/tl\\_files/pdfs/Altres/BasesConcurs\\_Cicatrius1714\\_DoblePag.pdf](http://www.bromera.com/tl_files/pdfs/Altres/BasesConcurs_Cicatrius1714_DoblePag.pdf)



**Figura 7.2:** Captura de pantalla del vídeo sobre la Guerra de Successió<sup>4</sup> que es visiona durant la sessió 1

Després de veure el vídeo es proposa la Tasca 1, ja que l'alumnat ha de conèixer amb més detall el marc històric en què es van produir els fets de la guerra. Aquesta tasca consisteix en cercar informació —s'aconsellarà que utilitzin els enllaços del blog i altres llibres que es deixaran a l'abast a la classe— per poder confeccionar diversos murals explicatius. Per això, la classe es dividirà en diversos grups de treball (de 4 o 5 alumnes) per buscar, escollir, elaborar i gestionar la informació amb l'objectiu de confeccionar els murals. Cada equip elaborarà el mural, amb tècnica lliure, d'una de certa part del contingut històric rellevant dels fets de 1714. Hauran de cuidar que el contingut del seu mural enllaci bé, tingui coherència, amb el contingut dels murals dels altres grups. És a dir, no hi falti cap dada important però tampoc contingui informació que correspongui al mural d'un altre equip.

Es van repartir entre els grups les següents temàtiques, i punts a tractar, per fer els murals:

- *Mural 1. Mort de Carles II. Canvi d'aliances:* A qui s'anomena successor en el testament? Quins són els possibles candidats? Quines aliances es formen? Com seria el mapa d'Europa amb els territoris de cada aliança? Què passa quan mor l'emperador d'Àustria? Què és el Tractat d'Utrecht?
- *Mural 2. Catalunya es queda sola:* Què passa amb el recolzament internacional de Catalunya? Quins territoris van conquerint i com (batalles) les tropes de Felip V? Badalona també és conquerida? Quines ciutats resisteixen? Com seria el mapa d'aquestes conquestes?

<sup>4</sup> L'enllaç al vídeo és el següent: <https://www.youtube.com/watch?v=vs4AivYwJjw>

- *Mural 3. Setge de Barcelona:* Com era el mapa de la ciutat al 1714? Com era la muralla de Barcelona a l'època del setge? Com es deien les seves portes i parts principals? Com eren i com funcionaven les construccions que feien els assetjadors per acostar-se a la ciutat? I per mar, també estava assetjada la ciutat? Qui eren els dos personatges històrics<sup>5</sup> que van dirigir el setge de Barcelona?
- *Mural 4. Barcelona dins de les muralles i assalt final:* Què era el Consell de Cent? I la Coronela, quina funció tenia? Qui era el General Villaroel? Com era la vida en la Barcelona assetjada? Què va passar al Baluard de Santa Clara i al Portal Nou? Qui era Rafael de Casanova? Quin episodi va protagonitzar el dia de l'assalt final? Quin paper hi va tenir el General Villaroel? Com va ser la rendició de la ciutat?
- *Mural 5. A partir de l'onze de setembre de 1714:* Quines institucions van ser abolides després de la rendició de la ciutat? Què eren els Decrets de Nova Planta? Com es va realitzar la construcció de la ciutadella? Quin objectiu i funció tenia la seva construcció? Quin barri<sup>6</sup> es va crear nou i per què? Com va quedar el mapa de la ciutat després d'aquests canvis?

Quan els murals estiguin acabats es proposa la Tasca 2, explicar-los a la resta dels companys. Per preparar la presentació hauran de completar el full de planificació (Figura 7.3) que els ajudarà a organitzar-se. Tant la llista de temes dels murals com la resta de fulls d'aquesta sessió es poden descarregar del blog.

Cada equip farà la seva exposició explicativa i hauran respondre les preguntes que els plantegin els companys de classe ja que cadascú aporta amb el seu mural informació que els altres companys necessiten per conèixer el context històric on es treballarà. Després de cada exposició, els murals es van penjant a la classe, on romandran fins que s'acabi la seqüència didàctica.

---

<sup>5</sup> Han de parlar del Duc de Populi i el Duc de Berwick i el paper de cadascú en l'estratègia d'assetjament de la ciutat.

<sup>6</sup> Ens referim al barri de la Barceloneta.



Seqüència didàctica historicomatemàtica  
<http://valorar1714.blogspot.com/>

## GUIÓ DE L'EXPOSICIÓ EN GRUP DEL MURAL

TEMÀTICA DEL MURAL: \_\_\_\_\_

Nom i cognoms	Punts que explicarà	Referència al mural

Figura 7.3: Detall del full de treball per preparar l'exposició del mural de cada equip

Com dèiem, els equips hauran d'escoltar les exposicions i prendre'n apunts. També hauran de fer una valoració de les exposicions dels companys i companyes. Per fer-ho, tenen un full de treball (Figura 7.4) que hauran d'anar completant per a cada exposició.



Seqüència didàctica historicomatemàtica  
<http://valorar1714.blogspot.com/>

## APUNTS I VALORACIONS DE LES EXPOSICIONS DELS MURALS

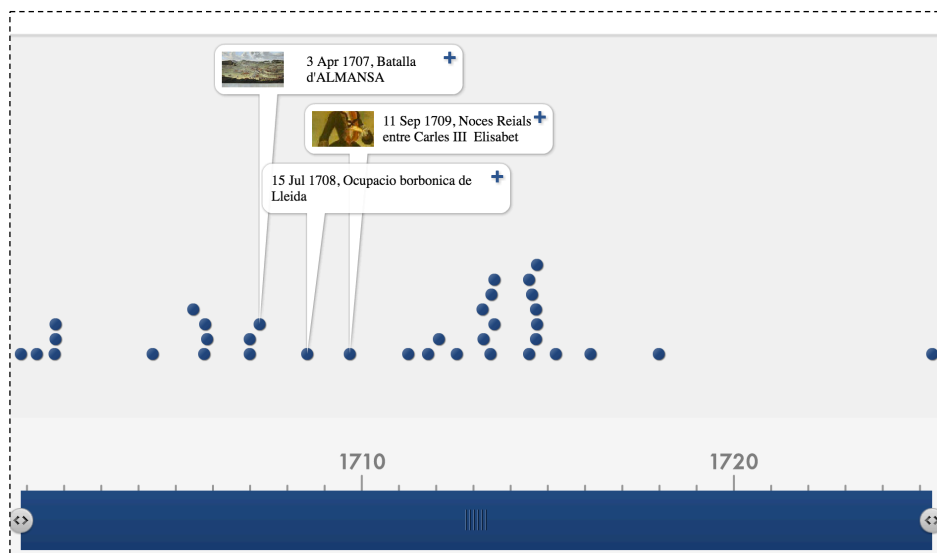
<b>1. TEMÀTICA MURAL:</b>
<b>INFORMACIONS INTERESSANTS:</b>
<b>PREGUNTES:</b>
<b>VALORACIÓ DE L'EXPOSICIÓ JUSTIFICADA:</b> Has de valorar el mural, com han fet l'explicació (aspectes formals i de contingut, claretat expositiva, etc.)
<b>2. TEMÀTICA MURAL:</b>

Figura 7.4: Detall del full de treball per prendre apunts de les exposicions i valorar-les

*Sessió 2:* L'objectiu de la sessió «Dates memorables» és que l'alumnat tingui ben present la cronologia dels esdeveniments que van conduir a la Guerra de Successió. Així doncs, la Tasca 3 consistirà a ordenar en una línia de temps històrica una llista d'esdeveniments que es lliurarà a cada equip. Aquesta llista es pot descarregar del blog. També en el blog trobaran l'enllaç a la pàgina web del recurs en línia que hauran d'utilitzar per confeccionar aquesta línia de temps, anomenat *Timetoast*<sup>7</sup>.

Aquest programari permet posar punts a la línia de temps —que es pot costumitzar—, introduir informació i una fotografia, confeccionant una mena de fitxa històrica de cada esdeveniment. En la línia de temps, quan es visualitza, hi apareixen els punts i quan es passa el cursor per sobre hi van apareixent un globus amb una síntesi d'aquestes fitxes i la fotografia que s'hi ha inclòs (veure Figura 7.5). Hi ha l'opció de clicar en el globus per ampliar la informació, si s'hi ha inclòs.

Es faran nous equips d'investigació, aquesta vegada de dos o tres estudiants. Els diversos equips hauran d'enviar per correu electrònic l'enllaç a la línia de temps que hagin confeccionat perquè la professora les recopili i posteriorment es puguin visionar per compartir els treballs amb tota la classe. Es podran posar en una entrada en el blog perquè aquestes línies de temps puguin ser consultades sempre que es vulgui durant tot el procés d'indagació.



**Figura 7.5:** Captura de pantalla d'una línia de temps confeccionada per un dels grups amb el recurs *Timetoast*. A mesura que es passa el cursor per sobre dels punts es veu la informació i/o fotografies introduïdes

<sup>7</sup> La web del recurs *Timetoast* es pot visitar a la següent adreça: <https://www.timetoast.com/>

*Sessió 3:* Amb la sessió «Especialistes en acció» comença la indagació on les matemàtiques tindran un paper rellevant per interpretar la història. Amb el suport del blog, la part superior (veure Figura 7.6), s'explicarà el contingut de tots els apartats de manera que l'alumnat se senti motivat per endinsar-se en la indagació que els porti a poder fer-se una opinió pròpia sobre la pregunta principal i escriure'n un text per enviar al concurs literari.



Figura 7.6: Captura de pantalla de la part superior del blog, on se centra la Sessió 3

En el primer apartat d'aquesta part del blog, anomenat “Documents comuns” s’hi troben quatre documents que hauran d'utilitzar tots els equips d'investigació: la guia general de la investigació, la guia de l'informe d'investigació, la plantilla de la síntesi de l'informe d'investigació i la plantilla del full d'interacció.

A la guia general de la investigació es recorda la web i l'enllaç a les bases del concurs literari i la qüestió principal a estudiar: *Quines conseqüències van tenir els fets de 1714 per a la societat, la cultura i la política de Catalunya?*

En el text d'aquesta guia es proposa que, després de la recerca en les fonts històriques i documentals realitzada, cada equip d'investigació s'especialitzi en la investigació d'una part de les temàtiques preparades en els altres apartats del blog. Caldrà que se centrin en desenvolupar l'estudi de diversos fenòmens de l'època que són d'interès per poder trobar respostes sobre les conseqüències que van tenir els fets de 1714 a Barcelona per la societat, la cultura i la política de Catalunya.

Es mantenen els mateixos equips que en la sessió anterior i, amb l'ajuda del blog es plantegen les diferents línies d'indagació —A, B o C—. De cadascuna d'aquestes temàtiques s'han trobat algunes dades (que quan sigui necessari els equips d'investigació podran ampliar) que els permetran fer-ne un estudi prou rigorós.

Els equips d'investigació s'hauran d'encarregar de desenvolupar l'estudi de la seva pròpia temàtica, tot i que més tard serà necessari que es comparteixi amb

la resta de grups la recerca, respostes i conclusions que cada grup d'investigació hagi pogut aportar. La Taula 7.2 mostra breument cada línia o temàtica d'investigació i els seus dossiers amb una breu ressenya de les qüestions específiques a estudiar.

Seguint amb els documents que es troben en aquest apartat «Documents comuns», hi ha la guia de l'informe d'investigació. Aquest és un document que dóna unes pautes a l'alumnat dels punts mínims de què s'ha d'escriure quan es faci l'informe final (veure Figura 7.7).

En aquest apartat també hi ha dos documents més que són dues plantilles: una per confeccionar els informes parcials, o sintètics (Figura 7.8), al final de cada fase de la indagació, i l'altra per realitzar la interacció (Figura 7.9) amb un altre equip, al final de la primera fase de la indagació i abans de començar la segona fase.

En aquesta zona del blog hi ha també tres apartats més, cadascun amb els dossiers corresponents a cada línia d'investigació. Aquests dossiers es reproduïxen íntegrament en l'annex corresponent a aquest capítol.

Després d'haver mostrat i explicat aquests documents, es fa un repartiment dels equips en les diferents línies d'investigació i, dins de cada línia repartiment, d'un dossier d'investigació per a cada equip. Així doncs, la Tasca 4 consisteix en la realització de la indagació seguint el guió del dossier corresponent. Els Dossiers d'investigació es poden consultar als annexos corresponents a aquest capítol.

Cada dossier comença amb una petita introducció a la temàtica de la indagació a manera de contextualització de les dades amb què es proposa el treball. Cada indagació està composta per dues parts o fases. En totes les temàtiques la primera fase té tres etapes i la segona fase en té dues però el contingut de cada fase és particular per a cada dossier, encara que amb alguns punts de connexió. La descripció del treball d'indagació que proposen cada un dels dossiers s'exposa en l'apartat 7.2.2, en la descripció del redisseny d'aquesta seqüència, ja que posteriorment a la implementació pilot es van millorar.

Al final de cada fase han d'escriure una síntesi del treball que han anat fent, completant el document corresponent (Figura 7.8).

Taula 7.2: Relació de dossiers d'investigació segons la temàtica o línia d'investigació

Línia d'investigació	Temàtica específica	Dossier assignat
<b>TEMÀTICA A :</b> Estudis demogràfics de la població barcelonina abans i després de 1714.	Evolució de la població a Barcelona abans i després del 1714 segons les dades de la parròquia de Sant Just i Pastor.	<b>A.1</b>
	Estudi de l'evolució del nombre de naixements abans i just després de 1714 segons la parròquia de Sant Just i Pastor.	<b>A.2</b>
	Estudi de l'evolució del nombre de fills il·legítims abans i just després de 1714 segons la parròquia de Sant Just i Pastor.	<b>A.3</b>
	Estudi comparatiu de l'evolució dels preus i salaris a Barcelona en el període 1680-1800.	<b>A.4</b>
<b>TEMÀTICA B :</b> Estudis dels gremis i oficis: la seva popularitat i la seva evolució. Un estudi dels comparatiu dels canvis i semblances del 1516 al 1716.	L'ofici de: <i>Pescadors i mariners</i> . Estudi de l'evolució de l'ofici (canvis en la distribució, quantitat de gent que s'hi dedica, etc.) dins la ciutat de Barcelona entre 1516 i al 1716.	<b>B.1</b>
	L'ofici de: <i>Teixidors</i> . Estudi de l'evolució de l'ofici (canvis en la distribució, quantitat de gent que s'hi dedica, etc.) dins la ciutat de Barcelona entre 1516 i al 1716.	<b>B.2</b>
	L'ofici de: <i>Paraires</i> . Estudi de l'evolució de l'ofici (canvis en la distribució, quantitat de gent que s'hi dedica, etc.) dins la ciutat de Barcelona entre 1516 i al 1716.	<b>B.3</b>
	L'ofici de: <i>Sabaters</i> . Estudi de l'evolució de l'ofici (canvis en la distribució, quantitat de gent que s'hi dedica, etc.) dins la ciutat de Barcelona entre 1516 i al 1716.	<b>B.4</b>
	L'ofici de: <i>Assaonadors</i> . Estudi de l'evolució de l'ofici (canvis en la distribució, quantitat de gent que s'hi dedica, etc.) dins la ciutat de Barcelona entre 1516 i al 1716.	<b>B.5</b>
	L'ofici de: <i>Sastres</i> . Estudi de l'evolució de l'ofici (canvis en la distribució, quantitat de gent que s'hi dedica, etc.) dins la ciutat de Barcelona entre 1516 i al 1716.	<b>B.6</b>
	L'ofici de: <i>Blanquers</i> . Estudi de l'evolució de l'ofici (canvis en la distribució, quantitat de gent que s'hi dedica, etc.) dins la ciutat de Barcelona entre 1516 i al 1716.	<b>B.7</b>
<b>TEMÀTICA C:</b> Estudis de la configuració de la ciutat	Estudi dels canvis que s'observen en el mapa de la ciutat d'abans de 1714 i en el de després.	<b>C.1</b>
	Estudi de l'impacte de l'atac sobre la ciutat i els seus habitants.	<b>C.2</b>

Aquest informe parcial té l'objectiu de fer reflexionar a l'alumnat sobre el treball realitzat i que expressin i comuniquin les estratègies que han utilitzat durant el procés. Així doncs, han d'escriure les preguntes que han intentat respondre en cada fase, les respostes que han trobat de manera argumentada i què han fet per trobar-les. També han d'escriure sobre el que no han pogut esbrinar, diferenciant les qüestions que s'han plantejat però no han acabat de saber respondre de les noves preguntes que es plantegen.



## Guió de l'Informe Final d'Investigació

El vostre informe final d'investigació podrà prendre la forma que considereu més adient per a deixar constància de la tota la vostra feina que heu estat desenvolupant com a investigadors i investigadores. Tanmateix, haurà d'incorporar la informació sobre els punts principals que s'especifiquen a continuació:

### Punts principals sobre els que heu d'aportar informació a l'Informe Final d'Investigació:

- **Seqüència completa de les principals qüestions o preguntes que heu anat investigant.** Indiqueu en diferent format si es tracta de:
  - **Qüestió o pregunta** (en color verd si heu pogut donar-li resposta; en color vermell si no n'heu obtingut resposta; en color taronja si considereu que s'ha de continuar investigant en un futur).
  - **Hipòtesis** que aneu formulant en relació a cada etapa de l'estudi i/o en les qüestions que abordeu.
  - **Respostes sintetitzades** a les qüestions que heu estudiat (si n'hi ha).
  - Breu síntesi de les **eines** (matemàtiques, històriques, etc.) que heu emprat per a donar-ne resposta (Què hem fet per poder donar resposta? Com ho hem fet?).
- **Aportacions importants que altres grups d'interacció han fet al vostre treball d'investigació** (per exemple: què ens han dit que ens ha ajudat a donar una resposta) indicant sempre el perquè de la seva importància.
- **Aportacions importants pròpies (que ha fet el nostre grup) a les investigacions dels altres grups.** Indiqueu perquè creieu que han estat importants.
- **Semblances de la nostra investigació amb la d'altres grups amb qui hem interactuat.** Indiqueu amb quins grups heu trobat aquestes semblances. Presentar-les classificades segons els criteris que considereu oportuns.
- **Diferències de la nostra investigació amb la dels altres grups amb qui hem interactuat.** Presentar-les classificades segons els criteris que considereu oportuns.
- **Conclusions.** Aporteu conclusions generals del vostre treball en relació (o com a resposta final) a la **qüestió inicial** que trobeu a l'inici del vostre **Dossier de treball** de la vostra línia d'investigació.

### Recomanacions per preparar l'informe final:

En cadascun dels punts que s'han d'incloure a l'informe final podeu utilitzar diferents formats d'edició. Abans de començar, penseu bé i trieu el que us sigui més còmode i més pertinent per a donar una visió general de tota la investigació que heu desenvolupat. Podeu optar, per exemple, per **redactar** l'explicació d'alguns dels apartats; emprar un format de **mapa conceptual** amb el programa CMAP; traçar a mà un **esquema**; utilitzar un format **mural** amb fotos explicatives, etc. Teniu total llibertat (i també responsabilitat) per triar com redactareu aquest informe de forma sintètica però sense oblidar cap aspecte tot i que, prèviament, haureu d'explicar a la professora com ho voldreu fer perquè us en doni el seu vistiplau.

Figura 7.7: Detall del document "Guió de l'Informe d'investigació" inclòs en l'apartat «Documents comuns» del blog

<b>Síntesi d'informe d'investigació</b>	
GRUP: .....	DATA: .....
DOSSIER: .....	PART: .....
<b>QÜESTIONS QUE HEM INVESTIGAT (preguntes plantejades)</b>	
<b>RESPOSTES QUE HEM TROBAT (hipòtesis argumentades)</b>	<b>EINES QUE HEM UTILITZAT (com ho hem fet per saber-ho)</b>
<b>EL QUE NO SABEM SEGUR</b>	
<b>EL QUE CREIEM QUE HAGUÉSSIM POGUT RESPONDRE però...</b>	<b>EL QUE DEFINITIVAMENT NO SABEM COM RESPONDRE</b>
<b>EL QUE PENSEM QUE SERIA INTERESSANT CONTINUAR INVESTIGANT (noves preguntes)</b>	

**Figura 7.8:** Detall de la plantilla per fer l'informe parcial al final de cada fase de la indagació

<b>Full d'interacció</b>		
GRUP: .....	DATA: .....	
DOSSIER: .....		
<b>LES NOSTRES PREGUNTES (les que plantegem nosaltres):</b>		
<b>1)</b>	<b>INFORMACIÓ QUE VOLEM OBTENIR:</b>	<b>PREGUNTES CONCRETES QUE FAREM: A QUIN GRUP?</b>
<b>RESPOSTES QUE ENS HAN DONAT :</b>		<b>ENS SERVEIXEN? Sí/No</b>
<b>1)</b>		
<b>PREGUNTES QUE ENS FAN (les que ens plantegen altres grups a nosaltres):</b>		
<b>QUIN GRUP LES FA?</b>	<b>PREGUNTES QUE ENS FAN:</b>	<b>LES HEM SABUT RESPONDRE? Sí/No</b>
<b>a)</b>		

**Figura 7.9:** Detall de la plantilla per complimentar abans de realitzar la interacció amb un altre equip al final de la primera fase de la indagació i abans de començar la segona fase

Entre fase i fase hi ha una etapa d'interacció entre equips, on caldrà que certs equips parlin entre ells i es facin preguntes per compartir certa informació que necessitaran uns dels altres per acabar la fase 1 i abordar la fase 2. Per això, abans de realitzar la trobada d'interacció hauran d'emplenar el full d'interacció (Figura 7.9) consignant-hi, de forma consensuada entre els membres del mateix equip, la informació que volen obtenir i, per tant, quines preguntes concretes faran i a quin equip les hauran de fer. Després, o durant, la interacció han d'escriure-hi les respostes que han obtingut a les seves preguntes i si creuen que els han servit per resoldre els seus dubtes o incògnites. També hi hauran d'anotar les preguntes que els realitzen els membres del grup amb qui interactuen: quin grup els les fa, quines preguntes els fan i si les han sabut respondre o no.

Aquest document pretén planificar la interacció abans de què es realitzi, assegurant que l'alumnat és conscient dels seus propis objectius, així com, recollir la informació perquè sigui útil per continuar amb la següent fase de la indagació.


Al final de la indagació cal que confeccionin un informe complet del treball que han dut a terme. Per fer-lo tenen un guió (Figura 7.7) amb els punts sobre els que han de reflexionar, resumir, sintetitzar, concloure i escriure.

Quan els equips ja han realitzat els seus informes finals es prepara una sessió de posada en comú de les conclusions i les argumentacions de les hipòtesis formulades per respondre la pregunta plantejada inicialment sobre les conseqüències per Catalunya de la guerra.

En aquesta Tasca 5 tots els equips tenen l'oportunitat de presentar oralment les seves conclusions sobre l'àmbit en què han investigat. La professora en aquesta sessió té un paper crucial que és, a més de recopilar les idees principals que aporta cada grup, ajudar a posar-les en relació perquè, finalment, es puguin extraure unes conclusions generals amb què abordar la següent tasca.

Sessió 4: En la sessió «A escriure la nostra versió de la història!» l'alumnat haurà d'escriure el relat —de tipologia textual lliure però que compleixi les bases del concurs literari de l'editorial on s'ha de presentar— que respongui a la pregunta sobre les conseqüències de la guerra de 1714 per a Catalunya. El text haurà de ser coherent amb el treball realitzat mitjançant la indagació.

Es presenta a l'alumnat la Tasca 6, que hauran d'abordar de forma individual, l'escriptura d'una primera versió del relat, prèvia planificació, que es pensa presentar al concurs. Per a fer-ho, se'ls lliurarà un document (Figura 7.10) que els ajudarà a escriure aquest primer text ja que, a més d'haver d'incloure-hi els elements principals de la història, els ofereix un primer esquema bàsic a seguir.




Seqüència didàctica historicomatemàtica  
<http://valorar1714.blogspot.com/>

## PLANIFICACIÓ: primera redacció

**PSEUDÒNIM :** \_\_\_\_\_

Recorda que l'estil de la redacció és lliure (pots fer un text expositiu o un conte o una narració breu o un text argumentatiu, etc.) però el text ha d'explicar les conseqüències de la Guerra de Successió per a Catalunya. Pots consultar les bases del concurs al blog o a:  
[http://www.bromera.com/tl\\_files/pdfs/Altres/BasesConcurs\\_Cicatrius1714\\_DoblePag.pdf](http://www.bromera.com/tl_files/pdfs/Altres/BasesConcurs_Cicatrius1714_DoblePag.pdf)

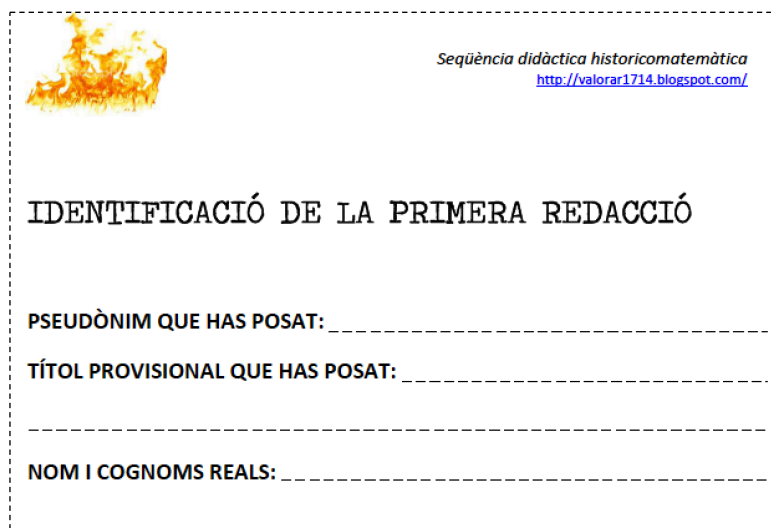
La redacció final ha d'ocupar de 2 (mínim) a 3 pàgines DIN A4, amb lletra a cos 12 i interliniat a 1,5.

<b>TÍTOL PROVISIONAL:</b>	<div style="text-align: right; margin-bottom: 10px;">  <p style="font-size: small;">Seqüència didàctica historicomatemàtica  <a href="http://valorar1714.blogspot.com/">http://valorar1714.blogspot.com/</a></p> </div> <div style="border: 1px solid green; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <b>Arguments/nus/paràgrafs intermitjos:</b> </div> <div style="border: 1px solid green; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <b>Contraarguments/altres paràgrafs:</b> </div> <div style="border: 1px solid green; padding: 5px;"> <b>Conclusions/desenllaç/paràgrafs finals:</b> </div>
<b>Gènere literari o tipus textual:</b>	
<b>Personatges:</b>	
<b>Idees principals/Accions:</b>	
<b>Escenaris:</b>	
<b>Introducció/ plantejament/ primers paràgrafs:</b>	

**Figura 7.10:** Detall de la plantilla per escriure la primera versió del relat per presentar al concurs (cara i dors).

Aquest document s'haurà d'identificar amb un pseudònim, ja que així la coavaluació podrà ser més objectiva i autèntica. Quan l'alumnat acabi l'escriptura d'aquest text, lliurarà el document a la professora juntament amb el document (Figura 7.11) on s'identificarà el pseudònim amb l'autor real.

Tots aquests documents, ta i com ja s'ha comentat, es poden descarregar del blog.



Seqüència didàctica historicomatemàtica  
<http://valorar1714.blogspot.com/>

**IDENTIFICACIÓ DE LA PRIMERA REDACCIÓ**

**PSEUDÒNIM QUE HAS POSAT:** \_\_\_\_\_

**TÍTOL PROVISIONAL QUE HAS POSAT:** \_\_\_\_\_

**NOM I COGNOMS REALS:** \_\_\_\_\_

Figura 7.11: Detall del document d'identificació del pseudònim amb l'autor real del text.

Quan la professora té tots els textos s'organitza la Tasca 7, la coavaluació dels textos. Per dur-la a terme, es repartiran tots els textos —identificats amb pseudònim—, cadascun a un alumne, assegurant-se que no en sigui l'autor.

Per realitzar aquesta tasca l'alumnat disposarà d'un document (Figures 7.12 i 7.13) amb un seguit d'ítems que li permetrà avaluar la competència discursiva i la competència lingüística del text en base a uns criteris professionals. També hi ha un espai per a comentaris més subjectius amb recomanacions.

Un cop realitzada aquesta avaluació del text, es retornarà el document a la professora que els revisarà. Després seran lliurats als autors corresponents perquè puguin millorar el seu text i fer-ne la redacció definitiva.

La Tasca 8 consisteix, doncs, amb aquesta redacció definitiva del relat —és una tasca que es pot proposar per fer-la a casa—. Aquest text, realitzat amb un programa de processador de textos haurà de ser enviat per correu electrònic a la professora qui s'encarregarà d'enviar-lo a l'adreça de l'editorial per al concurs literari.

## COAVALUACIÓ DE TEXTOS

**NOM I COGNOMS PERSONA AVALUADORA:** \_\_\_\_\_  
**A QUI AVALUO? Pseudònim que hi consta:** \_\_\_\_\_

---

**TÍTOL PROVISIONAL DE LA REDACCIÓ:**

---

**Marca la frase amb què estiguis més d'acord i justifica:**

**COMPETÈNCIA DISCURSIVA**

<b>ADEQUACIÓ</b>	<input type="checkbox"/> El text té tota la informació important en relació al que hem estudiat i explica les conseqüències de la guerra de Successió per a Catalunya. El registre i el tipus de text escollit són adequats. <input type="checkbox"/> Al text li manca certa informació important en relació al que hem estudiat i no queden clares les conseqüències de la guerra de Successió per a Catalunya. El registre i el tipus de text escollit no són del tot adequats. Perquè _____ _____ <input type="checkbox"/> El text no té la informació que es demana o bé el registre o el tipus de text no són adequats. Perquè _____ _____
<b>COHERÈNCIA</b>	<input type="checkbox"/> El text està ben organitzat. L'explicació de les idees és clara. No repeteix ni inclou informació irrellevant. <input type="checkbox"/> El text no està ben organitzat i és una mica confús, costa seguir-ne el desenvolupament. Hi ha alguna repetició i/o inclou informació irrellevant, com ara _____ _____ <input type="checkbox"/> El text està molt mal organitzat i es perd el fil del que explica l'escrit. Les idees costen de seguir perquè _____ _____
<b>COHESIÓ</b>	<input type="checkbox"/> Enllaça bé les idees (hi ha presència de connectors) i la puntuació és correcta. <input type="checkbox"/> La puntuació crea algunes dificultats per entendre bé el text. Hi ha manca (o repetició) de connectors que fan la lectura difícil, per exemple _____ _____ <input type="checkbox"/> Els connectors no són adequats i la puntuació no és correcta, per exemple _____ _____

Figura 7.12: Detall del document de coavaluació de textos.

<b>COMPETÈNCIA LINGÜÍSTICA</b>	
<b>LÈXIC</b>	<input type="checkbox"/> El vocabulari és precís i correcte. <input type="checkbox"/> El vocabulari és poc precís i hi ha 3 o 4 errades, que són .....  <input type="checkbox"/> El vocabulari és molt pobre i hi ha més de 6 errades, que són .....  
<b>ORTOGRAFIA</b>	<input type="checkbox"/> No hi ha cap errada o només n'hi ha una, que és .....  <input type="checkbox"/> Hi ha un màxim de 6 errades, que són.....  <input type="checkbox"/> El text té més de 10 errades, que són.....  
<b>MORFOSINTAXI</b>	<p>Cal avaluar si hi ha errades en l'ordre o la composició de la frase (que hi falti algun element imprescindible per enentendre-la); errades en la concordança de l'adjectiu/el determinant-nom o nom-verb; errades en l'ús de les preposicions, els pronoms, etc.</p> <input type="checkbox"/> No hi ha cap errada <input type="checkbox"/> Hi ha fins a 3 errades, que són.....  <input type="checkbox"/> Hi ha més de 4 errades, per exemple.....  
<b>ASPECTES FORMALS I OBSERVACIONS</b>	
Aspectes de presentació, impressió general del text i altres comentaris:	

Figura 7.13: Detall del document de coavaluació de textos, dors.

## 7.2.2. Descripció del redisseny de la seqüència didàctica: «1714: les dades de la derrota»

La seqüència original descrita en l'apartat anterior va ser implementada amb dos grups d'alumnat, tal i com s'exposa en l'apartat 7.4. Fruit de l'anàlisi d'aquestes implementacions es va realitzar un redisseny per millorar certs aspectes. Aquest redisseny va comportar, entre d'altres aspectes referits a la gestió de la implementació, el nou disseny d'alguns materials.

La nova seqüència didàctica s'anomenà, com ja s'ha comentat, «1714: les dades de la derrota» i els materials per implementar-la es van allotjar en un nou blog<sup>8</sup> (Figura 7.13) que porta el seu mateix nom.



Figura 7.14: Captura de pantalla del blog de la seqüència redissenyada.

La seva estructura és igual a la del blog de la seqüència original: un mur central —on es poden fer entrades i comentaris, incloent-hi vídeos, fotografies, enllaços, etc. per informar de les tasques i motivar a l'alumnat, com a novetat també s'hi va incloure l'enllaç a un qüestionari amb l'objectiu de recollir l'opinió sobre la seva participació i s'hi van recollir les idees i conclusions de la posada en comú general al finalitzar la indagació— una capçalera i dues parts laterals, a banda i banda del mur, amb diversos apartats on sí que s'hi poden observar alguns canvis importants respecte l'original. A continuació es fa una breu descripció dels continguts d'aquestes parts del blog:

<sup>8</sup> El blog s'anomena *1714 : les dades de la derrota* i es pot consultar a la següent adreça: <http://1714lesdadesdeladerrota.blogspot.com.es/>



*Capçalera*: Té quatre apartats: “Activitat 2: Investigacions temàtiques”, “Temàtica A”, “Temàtica B” i “Temàtica C” amb diversos documents que es poden descarregar en PDF. Aquest apartat s’ha enriquit incorporant alguns documents de consulta de dades i s’han millorat els documents de treball per a l’alumnat:

- *Activitat 2. Investigacions temàtiques*: Aquest apartat en l’anterior blog s’anomenava *Documents comuns* i el concepte del que s’hi conté es manté igual: s’hi troben documents d’ús comú per a tots els estudiants, sigui quina sigui la temàtica que investiguin. Tanmateix, els documents no són exactament iguals: un dossier introductori a la indagació, contextualitzant-la i exposant la tasca final —en aquest cas la participació en el concurs del VídeoMat amb una gravació sobre la part matemàtica de la seva indagació—, que reforça la motivació per dur a terme la tasca; un guió millorat de l’informe d’indagació final que hauran de confeccionar, amb els punts principals sobre els que han d’escriure i una plantilla de l’informe que ja incorpora la síntesi de l’informe i el full d’interacció—abans en documents independents, a part—. Aquesta plantilla de l’informe es pot descarregar també en versió editable per poder anar confeccionant-lo amb un processador de textos a mesura que s’avança en la indagació.
- *Temàtica A...*: En aquest tres apartats, igual que en el blog original, s’hi troben els documents de cada una de les tres línies d’investigació previstes A, B i C. Com en l’anterior versió, es tracta de dossiers —un per cada un dels equips d’investigació— que, a més dels materials necessaris (dades, fotos, enllaços específics, etc.), són un guió per ajudar a l’alumnat a dur la indagació a terme d’una manera ordenada, ja que tenen poca experiència en aquesta manera de treballar. Els dossiers han estat completament redissenyats incorporant noves dades per investigar. L’apartat A —estudis demogràfics i de cost de la vida— té 3 dossiers (abans en tenia 4), l’apartat B —estudis de l’evolució dels gremis— té 4 dossiers (abans en tenia 7) i l’apartat C —estudis de l’atac a la ciutat i dels canvis en la seva configuració— té 3 dossiers (abans en tenia 2). En l’apartat A, a més a més, s’hi han incorporat dues fonts d’informació original perquè els equips que investiguin sobre aquesta temàtica els puguin consultar fàcilment. Es tracta dels dos volums sobre preus i salaris a Catalunya de Feliu (1991), un manuscrit datat de 1708

sobre les despeses d'un enterrament extret d'Hernàndez i Feliu (2014) i el padró de Badalona de l'any 1717.

*Barra lateral dreta:* En aquest espai, a més de l'autoria del blog hi trobem cinc apartats referits a les primeres tasques però ben diferents dels de l'anterior blog ja que s'han redissenyat completament al haver canviat la tasca final de redacció d'un text per la gravació d'un vídeo. Hi trobem els següents apartats:

- *Padró de Badalona de 1717:* Aquest apartat enllaça amb una galeria de fotos (pròpies) del document original que es conserva a l'Arxiu Històric de la Ciutat de Badalona, localitzat al Museu de Badalona.
- *Activitat 1. Explicar el marc històric en imatges:* Apartat amb un document amb les instruccions per realitzar la primera tasca. En aquesta ocasió, en lloc d'un mural i una línia de temps, l'alumnat haurà de realitzar un vídeo (d'aquesta manera comencen a practicar amb la mateixa tecnologia que la de la tasca final) explicant el marc històric de la Guerra de Successió. En aquest apartat també hi ha el full de treball per avaluar els vídeos que es visionaran.
- *Exemple de vídeo històric:* En aquest apartat hi ha incrustat un vídeo del YouTube com exemple del que s'espera que els alumnes realitzin en la Tasca 1.
- *Activitat 3. Concursar al VideoMAT:* Aquesta és la Tasca final que l'alumnat haurà de realitzar i que actua com a motor de la indagació. En aquest apartat podem trobar-hi les instruccions de la tasca i diversos enllaços a les bases del concurs, a la pàgina web de VideoMAT, a una pàgina amb consells sobre recursos audiovisuals i a la fitxa que hauran d'emplenar per poder participar al concurs.
- *Exemples vídeos concursants al VideoMAT:* Aquí hi trobem un vídeo incrustat, produït per VideoMAT amb diferents exemples de vídeos presentats en altres edicions que animen a concursar.

*Barra lateral esquerra:* Aquest espai s'ha mantingut igual que en l'anterior blog encara que s'ha enriquit amb més enllaços a pàgines interessants per a la indagació i vídeos. Així doncs, s'hi pot trobar, a més d'un traductor del blog, una eina de cerca per paraules i l'arxiu o índex de les entrades, un document sobre 10 normes bàsiques per a treballar en grup, els quatre apartats següents:

- *Enllaços imprescindibles:* És un apartat amb una llista d'enllaços a pàgines web sobre diferents aspectes de la Guerra de Successió que l'alumnat serà convenient que consulti per poder dur la seva indagació amb èxit.
- *Vídeos:* Llista d'enllaços a vídeos de la xarxa molt clarificadors sobre diferents aspectes del tema. D'aquesta manera, es facilita que l'alumnat amb dificultats de comprensió lectora també pugui obtenir la informació necessària.
- *Presentacions on-line:* Un altre *blogroll* amb presentacions de la xarxa.
- *Enllaç al programa CMAPS Tools:* Enllaç a un programa gratuït per realitzar mapes conceptuals, per si algun equip el necessita en la seva investigació.

El redisseny es va concretar en una sèrie de tasques que es presenten agrupades en 3 sessions o activitats (en la seqüència original s'agrupaven en 4 activitats). Per al disseny de les tasques, a més de les pàgines web enllaçades al blog, es va ampliar bibliografia citada anteriorment i en el cas dels materials per a l'alumnat, sempre se cita la font en el mateix document o peu de foto.

En la Taula 7.3 es pot veure un esquema de la seqüenciació del redisseny de la seqüència. La primera sessió correspon a una tasca de contingut essencialment històric amb característiques de recerca i gestió d'informació, amb l'objectiu de posar en context a l'alumnat i endinsar-lo en la indagació. Per altra banda, el fet que el producte de la tasca hagi de ser en format vídeo, suposa que l'alumnat es posi en contacte amb la mateixa tecnologia amb què haurà de desenvolupar la tasca final i significa una primera aproximació per avançar les dificultats que puguin sorgir. Amb la segona sessió s'introdueixen els dossiers amb les temàtiques concretes a investigar i la guia d'investigació, és el moment més intens pel que fa a reflexionar i realitzar hipòtesis amb l'objectiu de trobar respostes a la pregunta inicial. En la darrera sessió, amb les conclusions debatudes i més o menys consensuades per tots els grups, cada equip haurà de realitzar un vídeo d'algun dels aspectes matemàtics de la seva indagació per presentar-lo al concurs de VídeoMAT.

A continuació, es descriuen les sessions amb més detall.

*Sessió 1:* En la sessió «Posem-nos en context» es realitza la primera aproximació al context històric de la seqüència didàctica. Es fa la proposta a l'alumnat de presentar-se a un concurs de vídeos matemàtics, convocat per una entitat educativa, conseqüències de la Guerra de Successió per Catalunya.

Taula 7.3: Seqüenciació de les sessions de «1714: les dades de la derrota»

«1714: les dades de la derrota»	
Nº sessió	Nom de la sessió i breu descripció
1	<p><b>«Posem-nos en context»</b> Presentació del context històric i plantejament del problema d'investigació a l'alumnat, així com la web de VídeoMAT amb les bases del concurs de vídeos matemàtics. Formació d'equips d'investigació (màxim de 4 alumnes). Aproximació cronològica i geogràfica dels fets.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <u>Tasca 1</u>: Realització i gravació d'un vídeo que expliqui els fets que desencadenaren la Guerra de Successió.</li> <li>➤ <u>Tasca 2</u>: Visionat dels vídeos i torn de preguntes per aclariments. Avaluació dels vídeos.</li> </ul>
2	<p><b>«Especialistes en acció»</b> Repartiment dels equips en les diferents línies d'investigació —A, B o C— i, dins de cada línia repartiment d'un dossier d'investigació per a cada grup. L'organització i l'estructura d'aquesta activitat és la mateixa que en la seqüència original, encara que s'han redissenyat els materials i part dels seus continguts.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <u>Tasca 3</u>: Realització de la indagació seguint el guió del dossier corresponent. Cada indagació està composta per dues parts o fases. La primera fase té tres etapes i la segona fase té dues etapes. Al final de cada fase han d'escriure una síntesi del treball que han anat fent. Entre fase i fase hi ha una etapa d'interacció entre equips, on caldrà que comparteixin certa informació que necessitaran uns dels altres per acabar la fase 1 i abordar la fase 2. Al final de la indagació cal que tinguin confeccionat l'informe complet del treball que han dut a terme.</li> <li>➤ <u>Tasca 4</u>: Posada en comú de les conclusions i les argumentacions de les hipòtesis formulades amb la indagació per respondre la pregunta plantejada inicialment sobre les conseqüències per Catalunya de la guerra.</li> </ul>
3	<p><b>«Llums, càmera i acció!»</b> Realització, gravació i edició d'un vídeo que expliqui una part interessant d'algun aspecte matemàtic de la indagació seguida. Cal que el vídeo compleixi les bases del concurs de VídeoMAT, on s'ha de presentar, i que respongui a la pregunta sobre les conseqüències de la guerra de 1714 per Catalunya. El contingut ha de ser coherent amb el treball realitzat mitjançant la indagació.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <u>Tasca 5</u>: Identificació de càrrecs dins del grup per a la tasca de realització del vídeo. Lectura de les instruccions de la tasca. Pluja d'idees dins del grup per consensuar de què tractarà el vídeo i com serà. Escriptura del guió del vídeo perquè la professora pugui supervisar.</li> <li>➤ <u>Tasca 6</u>: Gravació del vídeo segons el previst al guió. Edició del vídeo. Pujar el vídeo al YouTube. Emplenar la fitxa de participació al concurs i enviar-la a la professora.</li> <li>➤ <u>Tasca 7</u>: Visionats dels vídeos i coavaluació. (La professora ja podrà enviar els vídeos al concurs).</li> </ul>

Aquest és un temari que l'alumnat ja ha estudiat al primer cicle d'ESO però que arribats a 4t d'ESO s'hi aprofundeix. Així doncs, se'ls presenta la proposta de realitzar una indagació perquè cadascú pugui fer-se una opinió pròpia sobre quines van ser aquests conseqüències, en base a dades reals. Es presenta a

l'alumnat el blog i les bases del concurs<sup>9</sup>, en la pàgina web d'entitat convocant (hi ha un enllaç al blog).

Igual que en la seqüència original, es presenta el blog a l'alumnat explicant les parts que té i els enllaços que poden anar consultant, fent cinc cèntims de les tasques que s'hauran de realitzar per fer una bona investigació i motivar-los.

A continuació es llegeix la primera entrada, on s'hi troba el mateix vídeo que al blog original (Figura 7.2) que és una bona aproximació al tema de la Guerra de Successió.

Després de veure el vídeo sobre la guerra, es proposa la Tasca 1 on l'alumnat haurà de cercar informació històrica (en llibres, en els enllaços del blog, etc.) i construir un relat per explicar els fets que van conduir a la Guerra de Successió i el seu desenvolupament i desenllaç. Per explicar-ho, hauran de gravar i editar un vídeo que es visionarà després a classe. Aquesta tasca es farà en equips d'investigació de màxim 4 participants per grup.

Després de la formació dels equips de treball, cal que l'alumnat llegeixi detingudament les instruccions de realització de la tasca (Figura 7.15) i que la professora s'asseguri que s'entenen per mitjà d'una estona de posada en comú de dubtes. També es visionarà el vídeo d'exemple *Cómo entender la Primera Guerra Mundial*<sup>10</sup> que hi ha a l'apartat corresponent del blog.

Com s'explica a les instruccions, els equips de treball abans de fer la producció del vídeo hauran d'escriure en full de treball (Figures 7.16 i 7.17), que trobaran continuació de les instruccions de la tasca, un guió i un *storyboard*, documents que s'hauran d'entregar conjuntament amb el vídeo ja realitzat i editat.

La fase de producció i post-producció del vídeo es pot iniciar a classe, sobretot pel que fa referència a la organització i el repartiment de tasques i responsabilitats, però deixar que facin treball autònom per acabar de confeccionar-lo.

Com a novetat en el disseny, en les instruccions l'alumnat hi trobarà els criteris d'avaluació (Figura 7.18) de la tasca perquè és important que sàpiguen, abans de realitzar l'activitat, què s'espera de la seva producció.

---

<sup>9</sup> L'alumnat es presenta a la modalitat per a 4t d'ESO. Les bases del concurs es poden consultar al següent enllaç: [http://www.videomat.cat/wp-content/uploads/2014/09/bases\\_videoMAT2015.pdf](http://www.videomat.cat/wp-content/uploads/2014/09/bases_videoMAT2015.pdf)

<sup>10</sup> Vídeo d'exemple de la Tasca 1 «Cómo entender la Primera Guerra Mundial» es pot visionar al blog o al YouTube a la següent adreça: <https://www.youtube.com/watch?v=28H2LqFXE0>

## ACTIVITAT 1: El marc històric de la guerra de Successió

La primera activitat que fareu per conèixer i comprendre el marc històric serà **explicar els fets més importants de la Guerra de Successió mitjançant un vídeo**.

**Com ha de ser aquest vídeo?** Al blog hi teniu penjat un vídeo sobre la Primera Guerra Mundial que us servirà d'exemple del que s'espera que vosaltres realitzeu. Mireu-vos-el amb atenció abans de començar a treballar en el vostre.

Com podreu veure, necessitareu haver fet un guió ben clar del que vulgueu explicar i després, haureu de fer uns dibuixos (lletres, ninots, etc.) que us permetran explicar de forma visual els diferents fets. Ah! Cal tenir en compte que **el vídeo pot durar com a màxim 7 minuts**.

**Per preparar-lo cal tenir present les 3 fases següents:**

### FASE 1: Preproducció

- 1) **Creació d'un guió**, on escriurem de forma esquemàtica què volem explicar i en quin ordre.
- 2) **Creació d'un storyboard**, que no és altra cosa que la creació de vinyetes on es representa (més o menys) el que volem que inclogui cadascuna de les imatges que crearem, ara ja pensant en la filmació. Es relaciona el que s'explica, amb els dibuixos i el moviment de càmera. Si teniu la càmera fixa, serà més fàcil (com en el vídeo de la Primera Guerra Mundial que heu de prendre d'exemple) i només haureu de concretar quins dibuixos van amb cada explicació. Penseu que també són importants els silencis.

### FASE 2: Producció

- 1) **Distribució de tasques i responsabilitats** entre els/les membres del grup. Les tasques i càrrecs de responsabilitat a repartir seran les següents:  
*CÀMERA (pot tenir un/a AJUDANT DE CàMERA)*: Responsable d'enregistrar el que s'acordi amb el director. L'ajudant donaria suport pel que fa als moviments de càmera, etc.  
*DIRECTOR/A (pot tenir un/a AJUDANT DE DIRECCIÓ)*: Comprova que hi hagi tots els materials necessaris per a fer l'enregistrament de cada presa, decideix què han de fer els actors i com han de ser enquadraments de les imatges, segons el previst en el guió i l'*storyboard*. **També és la persona responsable que la tasca es presenti seguint les indicacions que doni la professora i dins del termini màxim que s'indiqui.**  
*SONIDISTA / SCRIPT*: Controla les condicions òptimes per a fer els enregistraments, que hi hagi coherència entre les diferents preses, que el so sigui bo.
- 2) **Recerca de tots els materials i estris necessaris per a fer la filmació**, segons el planejat (càmera, papers, retoladors, ordinador, etc.)
- 3) **Creació dels materials**, és a dir, fer els dibuixos (o lletres, fotos, retalls, ninots, etc.) necessaris segons el que s'hagi planejat en la Fase per tenir-ho tot a punt per a la gravació.
- 4) **Gravació de les imatges**, segons el que s'ha planificat a l'*storyboard* i tenint en compte els càrrecs de responsabilitat de cadascú.

### FASE 3: Postproducció

**Realització del vídeo**, és a dir, disposar les imatges gravades en l'ordre correcte segons s'havia planificat amb el guió i l'*storyboard*; enganxar i tallar les imatges; editar els títols (li heu de posar un títol explicatiu i original, millor si és una pregunta), editar els crèdits (títols al final); afegir música; comprovar que el so sigui l'adequat; ... i tot allò que creieu necessari.

Finalment, haureu d'entregar (o, d'enviar com se us indiqui a la classe) **la fitxa** que trobareu al final, **el guió, l'*storyboard* i el vídeo definitiu** (si es decideix crear un canal de YouTube, ja se us indicarà com i on l'heu de penjar).

Figura 7.15: Instruccions per a la realització de la Tasca 1, el vídeo històric



**1714: Les dades de la derrota**  
<http://1714lesdadesdeladerrota.blogspot.com/>

**FITXA ACTIVITAT 1: Vídeo històric**

NOM ALUMNE/A	CÀRREC

**TÍTOL DEL VÍDEO:**

**GUIÓ**  
 Què volem explicar? Com ho volem explicar? Què s'hi veurà? Què s'hi sentirà?...

Figura 7.16: Detall del full de treball per escriure el guió del vídeo històric



**1714: Les dades de la derrota**  
<http://1714lesdadesdeladerrota.blogspot.com/>

**STORYBOARD del vídeo:** \_\_\_\_\_

**NOMS GRUP:** \_\_\_\_\_  
 (Podeu modificar el següent quadre al vostre gust però assegureu-vos que conté els elements mínims)

Clip núm.	Fragment de la narració	Materials necessaris	Tipus de pla, tipus d'enquadrament...	Dibuix/ imatge/ rètol...
1				
2				

Figura 7.17: Detall del full de treball per escriure la *storyboard* del vídeo

En la Tasca 2 els vídeos produïts per cada equip seran visionats per tota la classe, serà el moment de les preguntes. La professora haurà d'assegurar mitjançant preguntes que el context històric queda clar per a tota la classe. A mesura que es vagin visionant els vídeos dels diferents equips, la resta d'equips hauran de fer la seva co-avaluació, segons uns ítems que tenen preestablerts en el full d'avaluació (Figura 7.19) que hauran d'emplenar, també disponible en el blog.

**CRITERIS D'AVALUACIÓ DE L'ACTIVITAT 1**

**El vídeo que presenteu ha de mostrar que heu entès els fets de la guerra de Successió i que sabeu explicar-los.** Mirarem tots els vídeos (el de vostre grup i els dels altres grups) a classe i els avaluarem tenint en compte diversos aspectes:

- ✓ La presentació de tots els elements de la tasca dins del termini establert
- ✓ La participació, col·laboració i organització interna de tots els components del grup
- ✓ L'exposició dels continguts essencials per entendre el tema
- ✓ La qualitat de l'ús de la llengua oral perquè la presentació dels continguts sigui comprensible:
  - Claredat d'expressió (entonació, volum, pauses, explicacions clares, etc.)
  - Correcció lingüística (també quant a l'ús del nou vocabulari del tema)
  - Utilització de registre adequat (acadèmic)
  - Organització coherent del discurs (se segueix el fil amb facilitat)
  - El discurs està ben estructurat, les idees van sortint ben ordenades i s'enllacen correctament les unes amb les altres
- ✓ La qualitat tècnica i la creativitat del vídeo en relació a la intenció comunicativa (tenint en compte el tipus de contingut i l'auditori)
- ✓ L'adequació de la durada del vídeo al temps de les instruccions (màxim 7 minuts)

Figura 7.18: Detall dels criteris d'avaluació de la Tasca 1 inclosos en les instruccions de la tasca



**1714: Les dades de la derrota**  
<http://1714lesdadesdeladerrota.blogspot.com/>

**CO-AVALUACIÓ ACTIVITAT 1: VÍDEO DEL MARC HISTÒRIC DE LA GUERRA DE SUCCESSIÓ**

**Cal que escriviu a cada casella un comentari que valori de forma justificada (perquè...) cada un dels aspectes del vídeo. No hi poseu notes numèriques!**

Títol vídeo i nº grup	Qualitat continguts	Qualitat comunicació	Qualitat disseny i creativitat	Qualitat tècnica i Adequació temps	Avaluació global

Figura 7.19: Detall dels ítems per fer la co-avaluació dels vídeos

*Sessió 2:* Amb la sessió «Especialistes en acció», igual que el la seqüència original, comença la indagació on les matemàtiques tindran un paper rellevant per interpretar la història. En aquesta activitat es proposa que l'alumnat, organitzat en equips d'indagació, s'encarregui d'estudiar diferents aspectes del moment històric de la guerra per fer-se'n experts. Aspectes que ens ajudaran a



poder respondre de forma científica, des d'una perspectiva de ciències socials, la pregunta principal: *Quines conseqüències van tenir els fets de 1714 per a Catalunya?*

Per guiar l'alumnat en la seva investigació s'han dissenyat uns documents, que es poden consultar en els diferents apartats d'aquesta part del blog, que hauran d'anar seguint. Malgrat tot, els estudiants sempre podran aprofundir en aspectes que no apareguin en el seu dossier, sempre que estiguin relacionats estretament amb el seu encàrrec. L'alumnat haurà d'anar deixant constància de les seves tasques d'estudi i indagació en un informe d'investigació que, en aquest redisseny s'inclou, a més de com una guia, com un model o plantilla per anar emplenant.

Amb el suport del blog, la part superior (veure Figura 7.20), s'explicarà el contingut de tots els apartats per motivar a l'alumnat per començar la recerca. També hauran de tenir present que a partir de la seva indagació hauran de fer un vídeo matemàtic per concursar a VídeoMAT.



Figura 7.20: Captura de pantalla de la part superior del blog, on se centra l'activitat 2

El primer apartat d'aquesta part del blog, anomenat “Activitat 2: Investigacions matemàtiques” s’hi troben tres documents que hauran d'utilitzar tots els equips d'investigació: un dossier introductori general de la investigació, la guia/plantilla de l'informe d'investigació i el mateix document que l'anterior però en versió editable. Els documents de síntesi de l'informe d'investigació i la plantilla del full d'interacció del blog original no és que s'hagin eliminat sinó que s'han redissenyat i incorporat en aquest document que s'ha d'anar realitzant durant el desenvolupament del treball.

Al dossier introductori es recorda la web i l'enllaç a les bases del concurs de VídeoMAT i la qüestió principal a estudiar: *Quines conseqüències van tenir els fets de 1714 per a la societat, la cultura i la política de Catalunya?* Així com, de la mateixa manera que en la versió original, les diferents línies d'investigació que, tot i que continuen sent tres —A, B o C—, se n'han millorat els continguts i la narració del text guia. Per abordar aquesta fase de la seqüència didàctica es mantenen els mateixos equips que en la sessió anterior que seran repartits en les diferents línies d'investigació.

Taula 7.4: Relació de dossiers d'investigació segons la temàtica o línia d'investigació de la seqüència didàctica redissenjada

Línia d'investigació	Temàtica específica	Dossier assignat
<b>TEMÀTICA A :</b> <b>Estudis demogràfics de la població barcelonina abans i després del setge de 1714.</b>	Evolució de la població a Barcelona abans i després del 1714	<b>A.1</b>
	Estudi comparatiu de l'evolució dels preus durant el període 1680-1800	<b>A.2</b>
	Estudi comparatiu de l'evolució dels salaris a Barcelona durant el període 1680-1800	<b>A.3</b>
<b>TEMÀTICA B :</b> <b>Estudis dels gremis i oficis: la seva popularitat i la seva evolució. Un estudi dels comparatiu dels canvis i semblances del 1516 al 1716.</b>	Els oficis de Pescadors i mariners i de Sabaters. Estudi de l'evolució d'aquests oficis (canvis en la distribució, quantitat de gent que s'hi dedica, etc.) dins la ciutat de Barcelona entre 1516 i al 1716.	<b>B.1</b>
	Els oficis de Teixidors i de Paraires. Estudi de l'evolució d'aquests oficis (canvis en la distribució, quantitat de gent que s'hi dedica, etc.) dins la ciutat de Barcelona entre 1516 i al 1716.	<b>B.2</b>
	Els oficis de Teixidors i de Sastres. Estudi de l'evolució d'aquests oficis (canvis en la distribució, quantitat de gent que s'hi dedica, etc.) dins la ciutat de Barcelona entre 1516 i al 1716.	<b>B.3</b>
	Els oficis d'Assaonadors i de Blanquers. Estudi de l'evolució d'aquests oficis (canvis en la distribució, quantitat de gent que s'hi dedica, etc.) dins la ciutat de Barcelona entre 1516 i al 1716.	<b>B.4</b>
<b>TEMÀTICA C:</b> <b>Estudis de la configuració de la ciutat</b>	Estudi del mapa de la Barcelona de l'època moderna i ens centrarem en investigar sobre dels canvis que sofreix la ciutat un cop acabat el setge.	<b>C.1</b>
	Estudi del mapa de la Barcelona de l'època moderna i ens centrarem en investigar l'impacte de l'atac sobre la ciutat i els seus habitants.	<b>C.2</b>
	Estudi del mapa de la Barcelona de l'època moderna i ens centrarem en investigar el paper de Badalona en els fets de 1714.	<b>C.3</b>

La Taula 7.4 mostra breument cada línia o temàtica d'investigació i els seus dossiers amb una breu ressenya de les qüestions específiques a estudiar. Com es pot observar, la temàtica A ha passat de quatre dossiers a tres i els continguts s'han distribuït de manera diferent. Es va observar que l'anterior dossier A.3 resultava poc atractiu per a l'alumnat —i s'ha eliminat— i que el també anterior dossier A.4 tenia moltes dades i comportava molta feina per un sol grup —i s'ha repartit i reorganitzat el seu contingut en dos dossiers—. Els dossiers de la temàtica B han passat de set —en la seqüència original— a quatre perquè es va considerar que hi havia massa equips que estudiaven aspectes molt semblants i es van fusionar alguns dossiers, sumant els seus

continguts i reorganitzant-los. En canvi, els dossiers de la temàtica C passen de dos a tres, ja que s'han ampliat les dades amb nous documents que fan referència a la ciutat de Badalona —ciutat que va tenir un paper important en el setge de Barcelona i que, a més a més, és la ciutat de l'alumnat on s'implementarà la seqüència didàctica—.

A continuació es fa una descripció de cada dossier breu, ja que es poden consultar íntegrament a la l'annex d'aquest capítol.

Els *dossiers de la Temàtica A* són 3 i proposen un estudi de l'evolució de la població de Barcelona i dels seus sous i salaris en els anys precedents i posteriors a la Guerra de Successió.

El *dossier A.1* proposa una indagació sobre l'evolució de la població de Barcelona en un període comprès entre abans de la guerra i el 1714. La introducció del dossier explica la importància de les parròquies pel que fa a la recopilació de dades d'aquestes característiques. La investigació es basarà en l'anàlisi d'aquest tipus de dades. Les dades recollides per la parròquia de Sant Just (una de les zones més poblades de Barcelona) amb les d'altres parròquies de Barcelona i d'altres indrets de Catalunya, així com, les dades obtingudes de la realització puntual de censos o padrons per comptabilitzar les persones que vivien en un municipi, conforma una base de dades (més o menys fiable, en funció de l'any en què va ser realitzada) que permetrà fer anàlisis i comparacions sobre l'evolució de la població de Catalunya en general i d'algunes ciutats o poblacions importants.

En la primera part de la indagació s'estudiarà els canvis en la població de Barcelona en els anys al voltant de la guerra.

La primera etapa d'aquesta part de la indagació se centra en estudiar, descriure, entendre i interpretar una gràfica sobre l'evolució de la població segons les dades de les llibretes de comunió pasqual de la parròquia de Sant Just de Barcelona extreta de Guàrdia i Garcia (1993) i que és part dels materials del dossier.

La segona etapa se centra a analitzar els naixements registrats a la parròquia en el mateix període a partir d'una taula extreta de la mateixa font.

La tercera etapa se centra en reflexionar sobre la importància de les dades de la parròquia de Sant Just amb la d'altres parròquies d'altres zones de la ciutat.

Per a fer-ho, entre els materials del dossier hi ha un mapa dels límits parroquials a Barcelona realitzat a partir del cadastre de 1716 i les llibretes de comunió de les diverses parròquies (extret de la mateixa font). Malgrat tot, per saber quines zones de Barcelona tenien més densitat de població —una dada que podria ser un dels criteris per veure la rellevància de les dades de la parròquia de Sant Just— hi ha altres equips d'investigació que disposen entre els seus materials d'un plànol amb aquesta informació. Podran consultar-lo durant la interacció que es preveu realitzar-la quan els equips han acabat aquesta primera part de la indagació i han realitzat un resum de la feina feta, abans d'abordar la segona part.

La segona part d'aquest dossier se centra a estudiar quina evolució va seguir la població de Barcelona i d'altres ciutats importants de Catalunya —com per exemple Badalona— a partir de 1715.

En la primera etapa es proposa fer una recerca de dades històriques de població d'altres indrets de Catalunya per veure com ha evolucionat la seva població i fer comparacions. Hauran de buscar aquestes dades a la web de l'Institut d'Estadística de Catalunya (IDESCAT<sup>11</sup>). Entre els materials s'aporta un full amb algunes indicacions d'ajuda per aprendre a navegar per aquesta web perquè hi ha un munt d'informació i és fàcil perdre-s'hi al començar a utilitzar-la.

En acabat, en la segona etapa d'aquesta segona part, la indagació se centra a conèixer la població de Badalona de 1717 i descriure-la. Per poder fer-ho, els estudiants podran consultar el primer padró que es va fer a la ciutat. El document original el tenen disponible en fotografies a través d'un enllaç que hi ha en el blog de la seqüència didàctica. En el apartat de les investigacions de Temàtica A del blog podran trobar una transcripció d'aquest document que facilitarà la lectura de l'original.

El *dossier* A.2 proposa fer un estudi sobre l'evolució dels preus a Barcelona, i a d'altres ciutats europees, posant-la amb relació amb els moments històrics que vivia Catalunya, i extraure conclusions sobre com es van veure afectats aquests preus a causa de la guerra. La introducció del dossier avança els objectius generals de la indagació i contextualitza les dades en l'època moderna.

---

<sup>11</sup> La web de IDESCAT es pot consultar a la següent adreça: <http://www.idescat.cat/institut/idescat/>

La primera part de la indagació se centra a indagar sobre com eren els preus a Catalunya al voltant del 1714 —també en relació a altres ciutats de la Península i d'Europa— i si van sofrir canvis que podríem atribuir a la guerra.

Així doncs, la primera etapa es focalitza en l'estudi dels preus dels principals articles de consum a Catalunya al voltant del 1714, comparant-los amb els preus d'altres indrets. Els equips d'indagació treballaran amb dades reals extretes de Feliu (1991), tenen els dos llibres en format PDF disponibles a l'apartat del blog dedicat a la temàtica A. Per limitar les dades on han de fer la recerca, ja que n'hi ha moltes en els documents originals amb què treballaran, els materials del dossier s'aporten en forma de taula una llista de productes i pàgines del document on es pot trobar la informació relativa als seus preus referits a Barcelona i a altres indrets d'Espanya. Els preus referits a la carn i el vi es donen, en els materials, en forma de gràfica (extretes de la mateixa font) perquè hagin de treballar amb diferents tipus de dades.

A l'etapa dos s'aborda l'estudi del tipus de moneda i unitats de mesura que apareixen al document amb què estan treballant perquè no són els actuals i sorgeix la necessitat de coneixe'ls.

A la tercera etapa, per donar sentit a totes aquestes dades se'ls demana que facin l'exercici de posar-se a la pell d'una família estàndard que viu a Barcelona el 1714 i saber com podia ser la seva cistella de la compra. Per fer-ho, en els materials trobaran una taula, extreta de Llopis i Garcia (2011) amb els components, bens i serveis (ponderats en %) que descriuen la inversió que feia una família de Barcelona al S. XVIII en la seva cistella de compra i en el pagament dels serveis principals. Així mateix, al final d'aquesta etapa es proposa que imaginin què passaria si visquessin a Madrid, en lloc que a Barcelona, i per fer les seves conjectures en la interacció hauran de consultar amb algun altre equip que tingui dades de la capital.

A la segona part de la indagació es tracta d'esbrinar quin era el cost de la vida per un català en l'època de la guerra i si hi havia diferències importants en l'evolució del IPC de Barcelona i d'altres ciutats espanyoles i europees, per concloure sobre com es vivia a Catalunya vers altres ciutats.

A la primera etapa es proposa l'estudi d'un manuscrit datat al 1708 sobre les despeses que van suposar les cures d'una persona que finalment va morir i les despeses del seu enterrament, per valorar quin cost suposava morir a aquella època i si era normalment assumible per una família estàndard. En els

materials trobaran la reproducció d'aquest manuscrit i l'enllaç a la web<sup>12</sup> on poden veure'l i ampliar-lo en línia.

A la segona etapa, es proposa l'estudi de l'evolució del IPC a Barcelona en comparació a la d'altres ciutats espanyoles i europees. Per això disposaran en els materials d'una taula amb Variació dels índex de preu al consum (IPC) en diverses ciutats extreta de Llopis i García (2011). Finalment, a la tercera etapa, es demana valorar si als voltants de 1714 costava igual viure a Barcelona (o a un altre indret d'Espanya o d'Europa, fent un exercici d'empatia amb un personatge imaginari de característiques plausibles.

El *dossier A.3* planteja el mateix estudi que el dossier A.2 però focalitzant el treball d'indagació en els salaris, en lloc de en els preus dels productes i serveis. És a dir, es treballarà amb les dades relacionades amb salaris de Catalunya d'altres indrets per poder fer-ne una comparació i, finalment, extraure conclusions sobre l'impacte de la guerra de Successió en l'evolució dels salaris de Catalunya i Barcelona.

La primera part de la indagació se centra en la indagació sobre com eren els salaris a Catalunya al voltant del 1714 i també relacionant-los amb altres ciutats i si van sofrir canvis que es poguessin atribuir a la guerra.

L'etapa u es focalitza en l'estudi de l'evolució els salaris a alguns indrets de Catalunya al voltant de 1714, comparant-los amb la d'altres indrets d'Espanya. Hi ha diferents estudis sobre l'evolució dels salaris, sempre referits bàsicament a dades d'oficis lligats a la construcció ja que és on ha quedat constància escrita del que es pagava quan es contractava —per fer una catedral, per exemple— que és d'on s'han extret les dades per estudiar-les (Feliu, 1991) i que s'aporten en els materials del dossier.

La segona etapa, pretén estudiar l'evolució del salaris de Barcelona i Madrid al voltant de 1714 per i comparar-los amb els d'altres ciutats europees. Aquest treball es farà amb dades reals extretes de Llopis i Garcia (2011).

L'estudi que es proposa a la tercera etapa és el mateix que en el dossier A.2 però aquest equip, en lloc de tenir coneixements sobre els preus, té

---

<sup>12</sup> El document està extret de la web de l'exposició de la Biblioteca de Catalunya, «La vida quotidiana a Catalunya al voltant de 1714» que es pot visitar al següent enllaç: <http://www.bnc.cat/Exposicions/La-vida-quotidiana-a-Catalunya-al-voltant-de-1714/Continguts-de-l-exposicio>

coneixements sobre els salaris. Així doncs, no els quedarà més remei que interactuar per construir coneixement conjunt.

La segona part de la indagació és la mateixa que la del dossier A.2.

El *dossiers de la Temàtica B* —B.1, B.2, B.3 i B.4— tenen tots la mateixa estructura però cadascun centra el seu estudi en l'evolució i la comparació de dos gremis de Barcelona concrets i diferents dels altres equips entre un període que comença abans de 1714 i finalitza després de la guerra. Les tasques d'indagació són més assequibles i més obertes que en els altres dossiers ja que les dades són més limitades i, en molts casos, visuals i, a més a més, hi ha la possibilitat de desplegar variades estratègies per arribar a conclusions amb diferents nivells de reflexió. Per aquesta raó, a continuació es descriu només un dels dossiers d'aquesta temàtica —el dossier B.1—, entenent, que la resta són molt similars i es poden consultar en l'annex d'aquest capítol per veure'ls amb detall.

A la introducció del *dossier B.1* es convida a llegir en línia un article d'una revista<sup>13</sup> de divulgació de les Ciències Socials sobre la funció i la importància dels gremis a la ciutat de Barcelona a l'època moderna. Després es planteja una història amb personatges imaginaris com a protagonistes d'un episodi a Barcelona, just abans de la Guerra de Successió i el setge. La situació que es planteja amb aquests personatges i d'altres que surten als altres dossiers B, tots relacionats d'alguna manera amb els gremis —amb els del dossier i amb els dels altres dossiers B— pretén que l'alumnat empatitzi amb la vida quotidiana dels barcelonins al 1714, tractant de fer-los més propera la indagació.

La primera part de la indagació se centra en estudiar com era Barcelona abans de la guerra, concretament al 1516, comparant-la amb com era al 1716, dos anys després del setge per veure com ha variat.

En la primera etapa es proposa estudiar com són els dos gremis del dossier per descriure'ls—en aquest cas el de Pescadors i mariners i el de Sabaters— a partir dels mapes de Barcelona de 1516 i de 1716, on es pot veure la forma de la muralla que delimitava la ciutat (del 1516 al 1716 la muralla ha variat de forma), i la situació dels focs —cases on es desenvolupava l'ofici en qüestió relacionat amb el gremi—. La font d'aquests mapes és Sobrequés (1993).

---

<sup>13</sup> Blog de la Revista Sàpiens «Ciències Socials en Xarxa», article Els gremis a la Barcelona medieval de Vicente Moreno Culell, es pot visitar al següent enllaç: <http://blogs.sapiens.cat/socialsenxarxa/2010/08/30/els-gremis-a-la-barcelona-medieval/>

En la segona etapa es proposa analitzar els canvis que ha sofert cada un dels dos gremis —per separat— amb el pas del temps: canvis en la situació dels focs, en la quantitat (augment o disminució), etc.

En la tercera etapa es demana que es facin conjetures sobre algun aspecte de les vides dels personatges presentats a la introducció. Conjetures que han de ser argumentades en funció dels canvis estudiats en les etapes anteriors. A més a més, en alguna de les preguntes que es fa s'ha de tenir en compte algun personatge del qual se'n sap poca cosa —només el nom i la relació que té amb els personatges del gremi del dossier— ja que desenvolupa un ofici que pertany a un altre gremi. Per això, hauran de preguntar en el període d'interacció a un altre equip d'investigació, d'un altre dossier B, que el conegui millor.

En la segona part de la indagació s'estudiarà si poden tenir relació els canvis que han sofert els diferents gremis amb la guerra.

En la primera part de la investigació s'han identificat canvis d'un mateix gremi entre abans i després de la guerra, ara, en la primera etapa de la segona part, cal comparar l'evolució entre diferents gremis —començant pels dos del propi dossier però també amb el que hagin pogut conèixer dels estudis dels companys durant la interacció— i treure'n conclusions i fer conjetures sobre les possibles raons dels canvis, ja que hi ha gremis que creixen i d'altres que pràcticament desapareixen, gremis que canvien d'ubicació, etc.

En la segona etapa, s'ofereix nova informació sobre la concentració de la població barcelonina al 1516 i al 1716 mitjançant un nou plànol que mostra els percentatges de població de la zona més densa i la menys densa en cada un dels dos anys. La font de la confecció d'aquest plànol que s'ha extret de Sobrequés (1993) són les dades de fogatge de 1516 i del cadastre de 1719 de Barcelona. Amb aquest mapa, que primer hauran d'entendre i explicar, tindran més factors a tenir en compte per extraure conclusions sobre els efectes de la guerra en la ubicació de la població i en els gremis.

Els *dossiers de la Temàtica C* són 3 i proposen un estudi dels efectes de la guerra en la configuració de la ciutat i la seva vida quotidiana. En la introducció, que és igual per tots tres dossiers, s'aporten diverses imatges que mostren la vida a la ciutat abans de la guerra i diversos mapes històrics de la ciutat i de detalls de



la construcció de la muralla, així com, els enllaços<sup>14</sup> on es poden ampliar per veure'ls millor i/o se'n poden visualitzar més. Després, cada dossier té en els seus materials mapes, i enllaços per visualitzar-los, més concrets en funció de l'estudi que s'hagi de realitzar.

En la primera part de la indagació l'estudi dels tres dossiers se centra a descriure el mapa de la ciutat tal i com era abans del 1714 i en intentar identificar en què va canviar amb els efectes de la guerra. Per això, en els materials s'aporten diversos mapes impresos i l'adreça o URL per poder veure'ls en línia i ampliar-los, si es vol.

La primera etapa dels tres dossiers se centra en la descripció del mapa de Barcelona abans de 1714.

La segona etapa pretén que els estudiants identifiquin les diferències i els canvis que es poden observar en el mapa de 1717 respecte l'anterior mapa per descriure'ls.

La tercera etapa és un exercici d'empatia per formular conjetures sobre si era millor la vida a la Barcelona d'abans de 1714 o de després i de què podria dependre. Per obtenir arguments, caldrà que interaccionin amb altres equips.

La segona part de la indagació no és igual per al tres dossiers.

Així doncs, el *dossier C.1* es focalitza en una construcció posterior a la guerra: la ciutadella. Cal que s'investigui per saber quina relació tenia aquesta construcció amb la guerra, quina funció tenia, quins efectes podia tenir sobre els barcelonins, etc.

En la primera etapa d'aquesta segona part s'ha d'analitzar i estudiar l'estructura de la Ciutadella i descriure-la.

---

<sup>14</sup> Web memorial «Donec Perficiam» <http://www.11setembre1714.org/>  
Museu d'Història de Catalunya. Exposició de la Guerra de Successió, es pot consultar a [http://1714.mhcat.cat/?utm\\_source=webmhcat&utm\\_medium=web&utm\\_content=enlla%C3%A7&utm\\_campaign=exposonline](http://1714.mhcat.cat/?utm_source=webmhcat&utm_medium=web&utm_content=enlla%C3%A7&utm_campaign=exposonline)  
«Blog de Cesc Llaverias, post sobre el llibre “Victus” d'Albert Sànchez Pinyol, es pot consultar a <http://llibressenyordolent.blogspot.com.es/2013/02/victus-albert-sanchez-pinol.html>  
Webs per consultar mapes històrics.  
«Cartografia i món» es pot consultar a <https://cartografic.wordpress.com/2012/10/25/1700-ciutats-2/>  
Catàleg colectivo de la Red de Bibliotecas de Archivos Estatales. Es pot consultar a <http://www.mcu.es/ccbae/es/consulta/registro.cmd?id=178938>

En la segona etapa s'han de cercar prou elements per estudiar l'impacte de la construcció de la ciutadella per a la ciutat de Barcelona i valorar-la.

La segona part de la indagació del *dossier C.2* vol esbrinar com s'ho van fer els catalans, i els barcelonins concretament, per resistir tant de temps l'ofensiva militar dels borbònics i quin va ser l'impacte de les ofensives militars i del setge en la ciutat de Barcelona.

A la primera etapa s'ha analitzar i estudiar “la forma” del setge i descriure-la, quines eren —i com eren— les defenses de la ciutat i com es va dur a terme la destrucció de la muralla. Per això, tenen materials amb plànols originals i enllaços per veure'n fotografies.

A la segona etapa s'estudia quin impacte va tenir la guerra per als edificis i habitatges de la ciutat i també per als seus habitants.

La segona part de la indagació del *dossier C.3* pretén establir relacions entre la ciutat veïna de Barcelona, Badalona (i que és també la ciutat dels estudiants on es pretenia fer la implementació de la seqüència) i conjeturar sobre quin paper va tenir en el setge. S'aporta un mapa<sup>15</sup> que pot ajudar a veure el camí entre les dues ciutats i un enllaç<sup>16</sup> a una entrevista a un historiador que en parla en una revista de divulgació.

En la primera etapa s'estudia com era la Badalona de 1714 i comparar-la amb Barcelona i també saber quina distància hi havia entre les dues ciutats, quan es trigava a arribar-hi amb els mitjans de transport de l'època, etc. S'aporta en els materials un mapa de Badalona de 1797 extret de Vilarroya (1999) i altres mapes de Barcelona (ja citats).

En la segona etapa el focus està en la indagació de quin era el veïnatge entre Badalona i Barcelona, de com eren les relacions entre els ciutadans i ciutadanes d'ambdues ciutats, així com, el paper de Badalona en el conflicte. També es vol estudiar si les dones hi van tenir un paper actiu en la guerra i que es reflexioni sobre el perquè, en general, es troben tan poques referències sobre les gestes de les dones en la història.

---

<sup>15</sup> Blog de J.M. Mir, es pot consultar a <http://quinalafem.blogspot.com.es/2013/09/443-del-lobregat-al-besos-1714.html>

<sup>16</sup> Enllaç a l'entrevista a Marcel Mauri a la revista Sàpiens, es pot consultar a <http://www.sapiens.cat/ca/notices/2012/09/entrevista-a-marcel-mauri-2733.php>

Un cop descrits els diferents dossiers que integren les diferents línies d'investigació, seguim amb els documents que es troben en aquest apartat “Activitat 2: Investigacions matemàtiques”. S’hi troba també la guia/plantilla de l’informe d’investigació, en format PDF i en format editable. Aquest document, en la seva primera plana dóna unes pautes a l’alumnat dels punts mínims que ha de tenir l’informe de la investigació (Figura 7.21). Aquesta guia és molt semblant al document «Guió de l’informe d’investigació» (Figura 7.7) de la seqüència original, encara que se n’ha millorat la redacció i el contingut. Tanmateix, el concepte de realització de l’informe s’ha transformat perquè es va observar que l’alumnat es perdia amb tants documents diferents —recordar que s’havien de fer dues síntesis d’informe (Figura 7.8), a més del document d’interacció entre equips (Figura 7.9) i de seguir la investigació amb el guió de la temàtica—. Per millorar l’organització de la feina de l’alumnat i atenuar la sensació dels estudiants que s’havien de complimentar molts documents diferents, s’ha creat aquesta plantilla de l’informe, amb un índex preestablert —però, en realitat, totalment obert pel que fa al que els estudiants considerin interessant escriure-hi— perquè el vagin complimentant a mesura que van avançant en la indagació. Aquest document, editable en un processador de textos, incorpora les anteriors síntesis i el full de treball de la interacció adaptades a la nova concepció d’informe.

En aquesta zona del blog hi ha també tres apartats més, cadascun amb els dossiers corresponents a cada línia d’investigació. Aquests dossiers es reproduïxen íntegrament en l’annex corresponent a aquest capítol.

Després d’haver mostrat i explicat aquests documents, es fa un repartiment dels equips en les diferents línies d’investigació i, dins de cada línia repartiment, d’un dossier d’investigació per a cada equip. Així doncs, la Tasca 3 consisteix en la realització de la indagació seguint el guió del dossier corresponent.

L’estructura i organització dels Dossiers és igual que en el disseny original, ja explicat en l’apartat 7.2.1. L’única diferència és que ara en el dossier s’indica quan han de fer la síntesi de l’informe i el document d’interacció, que ara estan integrats en el mateix Model de l’informe d’indagació (Figura 7.21 i annex).

## QUÈ HA DE DIR L'INFORME D'INVESTIGACIÓ?

L'informe ha de recollir **tota la feina d'investigació** que feu per anar trobant respostes a les preguntes plantejades al dossier i a les que us plantegeu vosaltres. Tanmateix, ha de ser un document que, al llegir-lo, s'entengui sense necessitat de tenir el dossier, ni tan sols saber que existeix. A continuació, teniu un llistat **d'aspectes mínims** (o sigui, que podeu ampliar-lo amb altres aspectes que considereu importants) sobre els quals cal que aporteu informació:

- **En els apartats de cada etapa, de la primera i de la segona part de la investigació heu de fer una bona descripció de la seqüència** completa de les principals preguntes que heu anat investigant. Cal que hi especifiqueu:
  - **Qüestions o preguntes investigades.**
  - **Hipòtesis** (idees o afirmacions sobre les possibles respostes que heu hagut de comprovar) que aneu formulant per abordar les preguntes.
  - **Procés de comprovació de les hipòtesis** (tipus de cerques, treball amb les dades, proves, etc.) que ha d'incloure la **descripció de les eines** (matemàtiques, tecnològiques, històriques, etc.) utilitzades. Podeu afegir annexos.
  - **Respostes obtingudes, concretant si esteu segurs de la seva vàlida o no.** Si no n'esteu segurs, cal explicar les raons dels vostres dubtes i quines comprovacions caldria fer encara.
- **En la síntesi de cada part, a més d'un breu resum** del que s'hagi explicat a cada etapa, cal que feu referència als següents aspectes:
  - **Aportacions importants pel vostre treball** dels grups amb qui heu interactuat, explicant el perquè de la seva importància.
  - **Aportacions del vostre grup que considereu importants pel treball** dels grups amb qui heu interactuat, explicant perquè creieu que ho han estat.
  - **Semblances i diferències de la vostra investigació amb la dels grups** amb qui heu interactuat, presentant-les classificades segons criteris propis consensuats.
  - **Conclusions i altres comentaris rellevants.**
- **En el guió de la posada en comú** heu de redactar, de comú acord, una sèrie de punts molt concrets sobre el que vulgueu explicar dels resultats de la vostra investigació. Cal que sigui suficient perquè els companys entenguin el vostre treball i cal que ressalti els aspectes i les aportacions més interessants i importants per a la finalitat de la investigació general.
- **Els fulls d'interacció** han d'ajudar-vos a **planificar** les preguntes que heu de fer als vostres companys i companyes per obtenir la informació que us manca, així com, les respostes que obtingueu i que considereu que són útils per a la vostra investigació.

Figura 7.21: Detall de la primera plana del document "Model Informe d'Indagació" inclòs en l'apartat «Activitat 2: Investigacions matemàtiques» del blog

Quan els equips ja han realitzat els seus informes finals es realitzarà una sessió de posada en comú de les conclusions i les argumentacions de les hipòtesis formulades per respondre la pregunta plantejada inicialment sobre les conseqüències per Catalunya de la guerra.

En aquesta Tasca 4 tots els equips expliquen les seves conclusions sobre els temes que han investigat. La professora recopilarà les idees principals que aporta cada grup i intervindrà, si calgués, per relacionar cada un dels temes. Aquestes idees sorgides de la posada en comú haurien de quedar escrites en algun lloc a l'abast de tots els equips.

*Sessió 3:* En la sessió anomenada «Llums, càmera i acció!» s'aborda la tasca final que consisteix en la realització, gravació i edició d'un vídeo que expliqui una part interessant d'algun aspecte matemàtic de la indagació seguida per cada equip. Cal que el vídeo compleixi les bases del concurs de *VídeoMAT*, on s'ha de presentar, i que respongui a la pregunta sobre les conseqüències de la guerra de 1714 per Catalunya. El contingut del vídeo ha de ser coherent amb el treball realitzat mitjançant la indagació.

La Tasca 5 consisteix en la part de pre-producció del vídeo. Els equips poden seguir els mateixos consells per a fer la tasca de l'activitat 1 de realització del vídeo històric pel que fa a les fases de producció (Figura 7.15).

Primer de tot, hauran d'identificar qui té cada càrrec dins del equip per a la tasca de realització del vídeo. Després ja poden fer en el blog una lectura atenta de les instruccions de la tasca (Figura 7.22) i es donarà un temps per fer preguntes amb tot el grup classe assegurant que no queden dubtes.

Els equips es reuniran i faran una pluja d'idees per consensuar de què tractarà el vídeo i com serà. A continuació, podran fer l'escriptura del guió del vídeo perquè la professora el pugui supervisar i, si ho necessiten, donar alguns consells.

Es proposarà que visitin tots els enllaços del blog referents a l'activitat ja que, a més de les bases, poden visitar la web de *VídeoMAT*<sup>17</sup> on hi ha vídeos d'altres edicions, recomanacions per gravar el vídeo, recursos, enllaços a bases de sons i imatges de lliure distribució, etc. En el blog s'hi ha inserit un dels vídeos promocionals del concurs.

---

<sup>17</sup> *VídeoMat*, matemàtiques per respondre preguntes, adreça web: <http://www.videomat.cat/>

### ACTIVITAT 3: Concursar al VídeoMAT

El **VídeoMAT** és un projecte, que organitzen diverses importants entitats del món educatiu, en el qual els i les alumnes creen **vídeos** on es responen preguntes que posen de manifest les aplicacions de les **matemàtiques** o la seva presència en l'entorn.

És una ocasió que no podem deixar passar per explicar (de forma molt sintètica) **tota la feina matemàtica que hem realitzat** per saber algunes de les conseqüències que va tenir la guerra de Successió per a Catalunya.

**Quin és el premi?** Doncs, els treballs d'alumnat de 4t d'ESO concursen amb els de batxillerat i FP (hi haurà premis per a cada categoria); també hi haurà dos premis especials atorgats pel públic mitjançant una votació que es farà a través d'internet; hi haurà una festa d'entrega de premis amb obsequis per a tothom i... Podeu veure més informació a la **pàgina del concurs i a les seves bases** (teniu l'enllaç al nostre blog).

#### Quina és la vostra tasca?

Haureu de fer un vídeo (ara ja en sou experts!) que expliqui la vostra feina i que, alhora, compleixi les **bases del concurs**, és a dir:

- El vídeo ha de respondre a **una pregunta** concreta relacionada amb les conseqüències de la guerra de successió per a Catalunya (la pregunta l'haureu de pensar vosaltres).
- El vídeo ha de mostrar com es respon la pregunta mitjançant les matemàtiques.
- El vídeo pot consistir en la narració argumentada de a resposta, o s'hi poden incorporar també (millor) descripcions del procés seguit per obtenir-la.
- El vídeo pot incloure qualsevol tipus de recurs expositiu i audiovisual (descripcions, imatge, so, ficcions, teatrellitzacions, entrevistes, gravacions d'aula, etc.), així com, qualsevol efecte de muntatge.
- El vídeo ha d'incloure un **títol**, que serà la pregunta que es vol respondre, i els **títols de crèdit** amb les dades de l'autoria.
- El vídeo ha de tenir una **durada màxima de 3 minuts**
- En el nostre cas, **els vídeos passaran una pre-selecció (amb què es posarà la nota), per un jurat de professors de la Universitat de Barcelona**. Els vídeos que la passin **s'hauran de pujar** a un compte de YouTube creat per els propis participants, amb el **títol de la pregunta** que respon i la paraula ***vídeoMAT2015*** com a **etiqueta**.
- Els vídeos pre-seleccionats per al concurs hauran d'entregar una fitxa amb la següent informació:
  - ✓ La pregunta a què respon el vídeo.
  - ✓ Adreça de YouTube on està allotjat el vídeo.
  - ✓ Àmbit/s d'aplicació de les matemàtiques on s'emmarca la pregunta plantejada
  - ✓ Entre 3 i 5 conceptes clau que descriguin el treball realitzat.
  - ✓ Un text d'un màxim de 300 caràcters que descrigui la producció presentada.
  - ✓ Dades de l'alumnat participant i dels o les docents responsables i del centre.

Figura 7.22: Instruccions per dur a terme l'activitat 3

Un cop el guió i la *storyboard* estan enllestits els equips ja poden abordar la Tasca 6, la gravació del vídeo.

Aquesta tasca la poden començar a l'institut però podran continuar-la als escenaris que necessitin. També poden col·laborar dos equips si ho necessiten.

Quan el vídeo estigui enllestit l'hauran de pujar al YouTube en un canal que la professora crearà per a concursar. També hauran d'emplenar la fitxa de participació que trobaran al blog i enviar-la a la professora. És una activitat oberta que necessitarà la guia del professorat, sobretot pel que fa a escollir una bona pregunta que respongui al que s'ha decidit explicar. Una altra dificultat serà utilitzar bons recursos audiovisuals per produir un vídeo atractiu. Malgrat aquests handicaps, l'objectiu serà que tornin a reflexionar sobre la feina que han fet i que s'esforcin a trobar una bona manera de comunicar els resultats de la seva recerca a la comunitat, tenint en compte una sèrie de condicionants, com poden ser les bases del concurs, però també a qui va adreçat. En aquest cas, hauran de ser conscients que el seu públic no coneix el seu treball i que, per tant, cal que facin un esforç per sintetitzar però ser també el màxim d'eloqüents.

La Tasca 7 consisteix en el visionat dels vídeos per tota la classe i la realització de la coavaluació. Els vídeos resultants també seran avaluats pel professorat i, posteriorment, sempre que compleixin les bases, seran enviats al concurs.

### **7.3. Anàlisi de la potencialitat de les seqüències didàctiques per desenvolupar la competència d'indagació i el pensament matemàtic creatiu.**

La seqüència didàctica «Valorar els fets de 1714» i el seu redisseny «1714: les dades de la derrota» van ser dissenyades, després de l'experiència amb la primera seqüència d'aquestes característiques «Viure a *Baetulo*» —explicada al capítol anterior— amb el mateix objectiu: que la seva implementació impulsés el desenvolupament de la competència d'indagació i el pensament matemàtic creatiu, tal i com s'han definit en el Capítol 4, en l'alumnat amb què es realitzés la seva implementació.

La seqüència «Valorar els fets de 1714» va ser implementada com experiència pilot amb dos grups d'alumnat de 1r i 2n d'ESO simultàniament i això va

permetre millorar-la, resultant-ne del seu redisseny la nova seqüència que vam anomenar «1714: les dades de la derrota». Per tant, s'analitzarà la potencialitat per desenvolupar la CI i el PMC d'aquesta última seqüència didàctica que es considera la versió definitiva de la seqüència.

Com ja s'ha dit en el capítol anterior, per fer l'anàlisi de la potencialitat de la seqüència per al desenvolupament de la competència en indagació, ens hem basat en les set categories definides en la Taula 4.2 i s'ha seguit el mateix sistema que per l'anterior seqüència didàctica.

Així doncs, per realitzar aquesta anàlisi, plantejem i responem les següents preguntes basades en les categories que caracteritzen la competència:

1. *La seqüència didàctica parteix d'una situació que pot ser problematitzada per iniciar/continuar una indagació?*

Sí. Les dues seqüències didàctiques —l'original i el seu redisseny— parteixen d'una situació plantejada a l'alumnat mitjançant una pregunta: «Quines van ser les conseqüències de la guerra de Successió i el setge de Barcelona al 1714 per a Catalunya?» Es proposa a l'alumnat indagar sobre diferents aspectes, dels quals es disposa de dades reals, que podrien haver-se vist afectats o influenciats pel desenvolupament que va seguir la guerra com, per exemple, l'evolució de la població, l'evolució dels sous i salaris de la població, etc. Aquests diferents aspectes obren diferents línies d'investigació amb l'objectiu de poder donar una resposta basada en arguments “científics”, fruit de les conclusions de les diverses indagacions dutes a terme. La pregunta general es concreta en altres preguntes per abordar aquestes temàtiques i desglossar-les en problemes més concrets.

Per altra banda, la seqüència original es va implementar l'any 2014, any de commemoració del Tricentenari de la derrota dels catalans en aquesta guerra. La pregunta de la seqüència estava a l'ordre del dia i des de diferents mitjans de comunicació i agents culturals es donava informació, bàsicament d'interpretació històrica. Poder formar-se una opinió pròpia, basada en informació elaborada pels mateixos alumnes amb el seu treball —i no haver de “creure's” els paquets d'informació provinents dels mitjans externs—, basada en dades reals, extretes de fonts fiables, dotava a la seqüència d'una motivació basada en les oportunitats



d'apoderament<sup>18</sup> de l'alumnat. Així doncs, és pot considerar com una situació problemàtica oberta que promou la problematització.

2. *Les tasques de la seqüència didàctica promouen que l'alumnat mantingui una actitud de dubte que li permeti avançar en la indagació?*

Sí. Cal dir que la indagació que es proposa —organitzada en diferents temàtiques i, dins de les temàtiques, amb diferents bases de dades— és complexa pensant en el nivell educatiu de l'alumnat i que hagués estat possible que els equips d'indagació en el procés perdessin els objectius o es desmotivessin. Precisament per aquesta raó el disseny de la seqüència didàctica va preveure la confecció d'uns dossiers concrets per cada equip d'alumnat que actuen com a guia, obrint nous flancs d'investigació a base de plantejar preguntes. També el propi disseny i seqüenciació de les tasques, com per exemple la tasca d'interacció dels grups —prèvia reflexió i preparació de la trobada— o de posada en comú, actuen com espais contrast de les pròpies idees amb les dels altres grups on poden sorgir dubtes o evidenciar-se contradiccions que promouran moments d'argumentació i contra argumentació d'hipòtesis formulades pel propi alumnat.

3. *La seqüència didàctica exigeix que l'alumnat faci conjectures o hipòtesis sobre les possibles respostes/explicacions/resultats?*

Sí. Primerament, l'alumnat a partir les seves investigacions ha de formular hipòtesis que sobre si la guerra va afectar a les qüestions pròpies de la temàtica de la seva indagació i argumentar-ho. Després, amb la posada en comú, caldrà relacionar els resultats de les indagacions de cada temàtica i formular unes hipòtesis més generals sobre la pregunta principal.

4. *La seqüència didàctica promou que l'alumnat planifiqui, condueixi i reguli les accions per desenvolupar la indagació?*

Sí, amb matisos. Com en la seqüència «Viure a Baetulo», la seqüenciació i temporització de les tasques donen una guia bastant concreta per seguir la indagació. Tanmateix, en les seqüències sobre la guerra de 1714 les estratègies per a poder anar cercant respostes a les preguntes dels dossiers són múltiples i, en aquest sentit, molt més obertes que en l'anterior seqüència didàctica. Cal, per tant, planificació, iniciativa i

---

<sup>18</sup> L'apoderament és un procés pel qual els individus adquireixen el domini o control sobre les seves vides i una comprensió crítica del seu entorn (Zimmerman, Israel, Schulz i Checkoway, 1992).

autoregulació de les accions de l'equip d'indagació, que ha de treballar conjuntament, de forma cooperativa, per anar avançant per les etapes marcades als dossiers d'indagació. En aquest sentit, en aquestes seqüències s'ha augmentat el protagonisme de l'alumnat pel que fa a la planificació de les tasques a seguir per conduir la indagació.

5. *La seqüència didàctica promou que l'alumnat hagi de classificar, escollir, elaborar i interpretar les dades que recavi?*

Sí, totalment. La seqüència didàctica proporciona a l'alumnat fonts d'informació (primàries i secundàries) diverses: llibres, enllaços a pàgines web, dades reals extretes d'articles científics, etc. L'alumnat és qui ha de prendre decisions sobre com utilitza i com elabora la informació que ofereixen aquestes fonts. A més a més, hauran de gestionar-la per poder sintetitzar-la i extraure'n conclusions que l'ajudi amb la indagació.

6. *La seqüència didàctica ofereix oportunitats perquè l'alumnat validi els resultats de la seva indagació, comparant-los amb les seves prediccions?*

En alguns casos sí. Es promouen espais que donin l'oportunitat de contrastar la coherència de les pròpies hipòtesis amb les hipòtesis dels altres equips d'indagació així com la fortalesa dels arguments que les sostenen. Malgrat tot, pel tipus de pregunta que genera la indagació les conjetures finals són de difícil validació, ja que no hi ha una sola resposta correcta.

7. *La seqüència didàctica estimula la comunicació del resultats o les conclusions de la indagació?*

Sí. En primer lloc, com ja s'ha comentat en el capítol anterior, durant tot el procés el treball col·laboratiu en equips d'investigació estimula la comunicació entre els diferents membres ja que s'han d'organitzar, repartir les tasques, resoldre-les entre totes, etc. Després, hi ha el moment de la interacció entre equips d'indagació on han de compartir informació i fer-se preguntes sobre elements necessaris per avançar cap a la següent part de la investigació. A continuació, en la posada en comú també serà imprescindible esforçar-se a comunicar i defensar els resultats de la investigació i atendre al que comuniquin els altres equips per entendre-ho i incorporar-ho al propi treball que es realitzi en la tasca final.

*Per tant, es pot afirmar que la seqüència didàctica té (en relació a l'escala «molt alt, alt, mitjà, baix») un molt alt potencial en relació al desenvolupament de la competència d'indagació.*

Pel que fa a l'anàlisi de la potencialitat de la seqüència per al desenvolupament del pensament matemàtic creatiu, ens hem basat, com s'ha exposat en el capítol anterior, en les set categories definides en la Taula 4.2. Aquesta taula, pensada per a una avaluació quantitativa, exposa una sèrie d'elements per cada una de les set categories que proposa com a descriptors del desenvolupament del pensament matemàtic creatiu (PMC) que són indicadors de diferents aspectes d'aquest PMC. Aquesta mateixa taula s'ha utilitzat per trobar evidències en la implementació. Com ja s'ha dit, l'avaluació quantitativa, que suposa la participació d'avaluadors externs, només s'ha realitzat amb la darrera seqüència didàctica que es presenta en aquest treball al Capítol 9. En el cas de l'anàlisi de la potencialitat de la seqüència per promoure aquest desenvolupament, és a dir, abans de la implementació, com en el cas de l'anàlisi *a priori* de la CI, és una anàlisi senzilla però que permet identificar els elements de cada una de les categories del PMC que són presents a la seqüència didàctica.

Així doncs, per realitzar aquesta anàlisi, s'han identificat els elements presents de PMC de les següents categories:

### *1. Obertura, Versatilitat i Generalització*

- a. La seqüència didàctica inclou problemes o qüestions matemàtiques obertes.*
- b. La seqüència didàctica inclou construccions que estimulen el pensament matemàtic.*
- c. La seqüència didàctica estimula a l'alumnat a buscar múltiples solucions.*
- d. La seqüència didàctica promou que l'alumnat busqui i usi múltiples estratègies per a resoldre el problema.*
- e. La seqüència didàctica fomenta la generalització de fenòmens reals usant les matemàtiques, anant del concret cap al general.*

Els elements *a*, *c*, *d* i *e* d'aquesta categoria són elements que també formen part de la categorització referent a la competència d'indagació, tal i com s'ha explicat en l'anterior anàlisi, per tant, hi són presents en totes les tasques al llarg de tota la seqüència didàctica.

Respecte l'element *b*, «*la seqüència didàctica inclou construccions que estimulen el pensament matemàtic*», està present en totes les tasques dels dossiers d'indagació. En els dossiers de temàtica A treballen amb dades numèriques i diferents representacions d'aquestes dades (taules, gràfiques) que han

d'analitzar i comparar per formular les seves hipòtesis. En els dossiers de temàtica B les dades es presenten en forma de mapes i gràfics, bàsicament. Però caldrà fer un treball de quantificació, interpretació i comparació per a crear nou coneixement matemàtic en què basar les seves conjectures. En el cas dels dossiers de temàtica C les dades són, bàsicament, geomètriques però, de la mateixa manera, la indagació proposada promou gestionar les dades de què es disposa per fer conjectures i trobar arguments en base als càlculs i les mesures que es realitzin que les sustentin.

## 2. Problematització

- a. La seqüència didàctica inclou problemes concebuts, ideats i formulats pel l'alumnat.*
- b. La seqüència didàctica promou que l'alumnat generi noves i originals preguntes per ampliar la investigació del problema inicial (problem posing tasks).*

El primer element de la categoria específica que els problemes siguin ideats i formulats pels alumnes. El problema, la pregunta, general de la indagació que fa referència a les conseqüències de la Guerra de Successió per a Catalunya la proposa la professora. Certament, en la seqüència original aquest component és bastant feble, encara que es promogui que l'alumnat plantegi noves preguntes a més d'intentar trobar resposta a les que es proposen en les diferents etapes que s'han de seguir segons els dossiers. Tampoc per realitzar la tasca final —la redacció d'un text sobre les conseqüències de la guerra per presentar-lo a un concurs literari— és imprescindible que s'hagin plantejat preguntes noves. En el redisseny de la seqüència, amb el canvi de la tasca final —en lloc de la redacció, s'ha de gravar un vídeo explicant alguna part de la seva indagació, focalitzant en les tasques matemàtiques per concursar a VídeoMAT— que, segons les bases del concurs, ha de respondre a una pregunta concreta, els dos elements *a* i *b* d'aquesta categoria es veuen reforçats.

## 3. Connexions

- a. La seqüència didàctica ofereix a l'alumnat oportunitats per establir connexions entre diferents àrees de coneixements i les matemàtiques (connexions interdisciplinàries, connexions extra-matemàtiques).*
- b. La seqüència didàctica ofereix a l'alumnat oportunitats per establir connexions entre diferents camps o conceptes matemàtics (connexions intra-matemàtiques).*
- c. La seqüència didàctica ofereix a l'alumnat oportunitats per establir connexions entre diferents representacions d'un mateix concepte matemàtic.*

El punt fort de la seqüència didàctica és l'element *a* ja que es parteix d'una situació que es planteja com a problemàtica però de solució oberta, tan pel que fa a les estratègies de resolució com a la resposta en si. La pregunta

se situa en un context clarament històric però la indagació es realitzarà amb dades que combinaran diferents àmbits —geometria, estadística, economia, etc.— transcendint la disciplina pròpiament històrica. Aquest fet implica haver de connectar i relacionar diferents continguts, dins de les matemàtiques i entre diferents disciplines (elements *a* i *b* d'aquesta categoria), per crear nous coneixements que permetin treure conclusions per poder respondre les preguntes de la indagació. L'element *c* es troba present sobretot en els dossiers de temàtica A i B, on les dades amb què han de treballar es presenten en diferents formats (taules, gràfics lineals, gràfics de barres, diagrames, etc.) que l'alumnat ha d'interpretar, representar i reelaborar.

#### 4. Conjecturació i Exploració

*a.* La seqüència didàctica fomenta l'activitat exploratòria i d'experimentació de l'alumnat.

*b.* La seqüència didàctica estimula els estudiants perquè formulin i contrastin les seves conjectures matemàtiques.

Els dos elements són també propis de les característiques d'una seqüència didàctica que promogui la indagació, per tant, també hi són presents en aquestes seqüències, com es pot comprovar en l'anterior anàlisi.

#### 5. Validació i Avaluació

*a.* La seqüència didàctica fomenta que l'alumnat pensi, reflexioni, resumeixi i avaluï el treball matemàtic desenvolupat.

De la mateixa manera, en aquest cas, aquest element també és comú al desenvolupament de la competència d'indagació i també es troba present en les seqüències didàctiques en qüestió, com es pot comprovar en l'anterior anàlisi.

#### 6. Aspectes emocionals

*a.* La seqüència didàctica promou un important compromís generant la percepció que les matemàtiques són útils, tant en un context matemàtic com a la vida diària.

*b.* La seqüència didàctica promou un important compromís generant un sentiment de plaer, de diversió, de repte (narratives, característiques dels jocs, sentiments de fluïdesa/immersió en les activitats, etc.)

*c.* La seqüència didàctica promou compromís generant un sentiment de plaer estètic a partir del contacte amb conceptes matemàtics.

La seqüència didàctica té els tres elements d'aquesta categoria. Per una banda, l'element *a* fa referència a la vinculació de les matemàtiques, el seu ús, a la vida quotidiana. Aquesta seqüència didàctica i el seu redisseny permeten que l'alumnat pugui fer-se una opinió pròpia sobre les conseqüències de la guerra, fruit de la seva indagació amb el treball

matemàtic amb dades reals extretes de fonts fidedignes. Aquest fet, per una banda, ajuda a canviar la percepció de les matemàtiques com una assignatura isolada per poder assumir-les com una eina útil per extraure conclusions més enllà de l'àmbit purament matemàtic. Per altra banda, posa de manifest el poder que atorguen les matemàtiques a qui en sap fer ús, ja que en aquest cas, els haurà permès obtenir un coneixement d'elaboració (o construcció) pròpia amb què respondre una pregunta prou important, sobretot, en l'època que es va implementar la seqüència —any de celebració del Tricentenari de la derrota dels catalans—.

Respecte els element  $b$  i  $c$ , cal dir que la seqüència s'ha dissenyat posant molt d'èmfasi en crear uns materials estèticament atractius (també pel que fa al blog), molt visuals i amb moltes possibilitats d'ampliar-los a través d'enllaços a la xarxa. També val la pena comentar que, a banda de la programació de les tasques d'indagació procurant que tinguin una narrativa coherent, que vehiculin el pas del que és més concret a la generalització i l'assoliment de conclusions, s'ha contemplat que la resposta de la pregunta tingués una motivació extra amb l'objectiu de completar una tasca final prou llaminera. En el dos casos la tasca final era la presentació del fruit del treball en un concurs convocat per una entitat aliena a l'escola. La seqüència original demanava la redacció d'un text amb la resposta a la pregunta, el concurs era convocat per l'editorial Bromera, una coneguda editorial catalana de llibres juvenils. En el cas del redisseny, calia gravar un vídeo explicant la resolució d'alguna de les preguntes fetes al llarg de la indagació resoltes gràcies a eines matemàtiques, la convocant del concurs era VídeoMat, una entitat educativa vinculada al Departament d'Educació de la Generalitat, entre d'altres.

### 7. Aspectes socials

- a. La seqüència didàctica estimula la col·laboració, cooperació i la interacció entre l'alumnat participant.*
- b. La seqüència didàctica promou el desenvolupament de les habilitats comunicatives de l'alumnat.*

Les seqüències didàctiques tenen presència dels dos elements d'aquesta categoria ja que l'alumnat treballa de forma cooperativa en equips d'investigació al llarg de tota la seqüència de tasques. Aquesta forma de treballar implica haver de comunicar-se, en primer lloc, entre els mateixos membres de l'equip per organitzar-se, discutir, treure conclusions, etc. i, en segon lloc, entre els membres dels diferents equips per compartir informacions i comunicar les conclusions ala comunitat d'investigació interessada.

*Per tant, es pot afirmar que la seqüència didàctica té (en relació a l'escala «molt alt, alt, mitjà, baix») un molt alt potencial en relació al desenvolupament del Pensament Matemàtic Creatiu.*

#### **7.4. Anàlisi del desenvolupament de la competència d'indagació (CI) i del pensament matemàtic creatiu (PMC) amb la implementació de la seqüència didàctica**

La seqüència original, anomenada «Valorant els fets de 1714», va ser implementada el curs 2013-14 amb dos grups de primer i segon d'ESO, respectivament. Aquestes dues implementacions, que es van realitzar simultàniament en els dos grups, es van concebre com una experiència pilot que va servir de base per al redisseny de la seqüència, la millora dels materials i d'alguns aspectes de gestió de les tasques. El redisseny va comportar la confecció d'un nou blog, que es va anomenar «1714: les dades de la derrota», que va ser implementada en el següent curs, el 2014-15, en un grup de 4t d'ESO.

La decisió d'implementar-ho en un curs d'un cicle superior es basà en la valoració de què el fet que la incorporació de noves dades en el redisseny suposava una major demanda cognitiva per gestionar-les. Les noves dades eren més diverses, amb diferents representacions matemàtiques, algunes d'elles s'havien d'anar a cercar i escollir de la font original, etc. Així com, la tasca final que suposava un repte tecnològic afegit, a l'haver de fer la gravació d'un vídeo. I concretament en 4t d'ESO perquè, passat l'any de commemoració del Tricentenari de la guerra de 1714 —en què tots els cursos havien treballat el tema a l'assignatura d'història—, era aquest curs qui tenia en la seva programació aquest tema.

Pel que fa a la part matemàtica, el programa de l'escola per a quart d'ESO seguia un llibre de text concret amb els següents temes: els nombres reals; inequacions de primer grau; equacions i sistemes de segon grau; expressions algebraiques i polinomis; trigonometria; successions; vectors i rectes en el pla; estudi general d'una funció; combinatòria i probabilitat i estadística bivariant. En el moment de l'entrada en l'escenari estaven treballant el quart tema, els polinomis.

Amb els dossiers d'investigació es treballaven, com s'ha explicat en la descripció de la seqüència (apartat 7.2), diferents aspectes matemàtics sempre amb possibilitat de diferents nivells de resolució, depenent de la competència de cada equip d'indagació, com per exemple: la interpretació de dades a partir d'una gràfica lineal, de barres, diagrames, etc.; la interpretació i representació de dades a partir d'una taula i d'un llistat amb el programa Excel, o amb eines no digitals; l'ús i/o la creació de models matemàtics per a la previsió i ajust d'evolució de les dades; ús i/o creació d'estratègies matemàtiques (i/o de representació gràfica) i/o models per a la comparació i interpretació de dades, etc.

### 7.4.1. L'escola on es va realitzar la implementació

L'escola on es va dur a terme la implementació d'aquesta seqüència didàctica, l'escola Betúlia, és una escola concertada d'una sola línia que va des de primer curs d'Educació Infantil (P3) fins a l'últim d'Educació Secundària Obligatòria (4t d'ESO). Està situada a Badalona, en un barri tranquil, molt a prop del centre de la ciutat. Els cursos d'ESO s'ubiquen en un edifici diferent del que acull els cursos d'Infantil i Primària, encara que estan molt a prop l'un de l'altre.



Figura 7.23: Captura de pantalla de la web de l'escola Betúlia

El barri on se situa aquesta escola és un barri costaner, a tocar del barri de Centre, que acull aproximadament el 5% de la població de Badalona. Econòmicament, la majoria de les famílies que tenen infants a l'escola es poden situar dins la classe mitjana, la majoria treballadors i treballadores per compte d'atrí i assalariats del sector del comerç i serveis, encara que també hi



ha petits empresaris i professionals liberals. La majoria de les famílies són nascudes a Catalunya o fa molts anys que hi resideixen, hi ha un nivell d'immigració estrangera o d'altres llocs de la Península molt baix i, per tant, la llengua que parlen habitualment els estudiants és el català.

El curs en què es va realitzar la implementació del redisseny de la seqüència didàctica, que és de la que es realitzarà l'anàlisi de la CI i del PMC, va ser el corresponent al curs 2014-2015.

L'escola Betúlia, com es pot llegir a la seva web<sup>19</sup> (Figura 6.23) es defineix com a com a independent, perquè no està vinculada a cap ideologia política, ni a cap organització religiosa; catalana, perquè se sent preferentment integrada a Catalunya: la seva llengua, cultura, història i tradicions i la llengua vehicular de l'escola és el català; és respectuosa amb la pluralitat, així com amb les diferents maneres de pensar, fent-se així ressò d'una manera de ser pròpia de la comunitat on actua; es declara socialment oberta i democràtica, basant la seva actuació en el respecte als altres i en la promoció dels drets i valors de la persona, així doncs, el seu alumnat és mixt i es treballa en règim de coeducació; la seva línia d'actuació és respectuosa amb els principis que, en matèria escolar, vénen donats pel Departament d'Ensenyament.

#### **7.4.2. Descripció del grup d'alumnat participant**

Dins d'aquest context escolar, breument descrit, la implementació es va dur a terme amb els alumnes de 4t curs d'ESO.

El grup estava format per 14 nois i 17 noies, en total 31 estudiants. Es tractava d'un grup bastant cohesionat, la majoria es coneixien des de feia anys. Amb el professorat es portaven bé i els tenien el respecte adequat, no s'observaven conflictes importants. Eren uns estudiants que no costava gens que estiguessin atents quan el professorat donava explicacions o es reclamava l'atenció de tot el grup per fer aclariments que podrien interessar a tothom.

L'organització del grup-classe en equips d'indagació no va ser difícil, es notava que, en general, eren estudiants més madurs, acostumats a treballar, en certs moments, en grups. De tota manera, treballar organitzats en equips

---

<sup>19</sup> Web oficial de l'escola Betúlia: <http://escolabetulia.cat>

d'investigació significa molta col·laboració entre les persones membres de l'equip i també entre els diferents equips. Això va costar una mica d'establir, fins i tot, es van recordar les normes de treballar col·laborativament, ja que estaven molt acostumats a treballar repartint-se les tasques i sense haver de consensuar les decisions a cada sessió.

Pel que fa a les relacions entre els alumnes no s'observaven especials problemes, generalment, es tenien respecte els uns als altres. Malgrat tot, s'observava fàcilment que hi havia un grup de quatre nenes que eren les més populars, més que pel seu rendiment acadèmic per la seva simpatia i facilitat de relacions socials. També destacava un altre grup de dues nenes i un nen que destacaven per ser els que tenien un bon rendiment acadèmic. Després hi havia dos amics que també acostumaven a treballar junts i que feien avançar el grup. En el grup hi havia dos nois repetidors, cada un en un equip d'investigació diferent, però que no treballaven gens i reclamaven l'atenció sovint. En un dels equips que va treballar millor un dels seus components era un nen amb necessitats educatives especials però que es va adaptar molt bé a les tasques que s'havien d'anar realitzant.

Així doncs es pot dir que el rendiment acadèmic de la classe era normal. En general era un grup treballador però bastant rondinaire. El fet és que el tipus de treball que se'ls proposava els treia de la seva zona de confort, acostumats a fer exercicis i a respondre preguntes concretes.

L'alumnat, doncs, van treballar de forma cooperativa en equips d'investigació. Es van formar 10 equips, que portaven el nom de la línia d'investigació en què s'especialitzaren (veure Taula 7.4): A1, A2, A3, B1, B2, B3, B4, C1, C2 i C3.

### **7.4.3. Desenvolupament de la competència d'indagació (CI) i del pensament matemàtic creatiu (PMC) durant la implementació**

La implementació de la seqüència didàctica «1714: les dades de la derrota» es va realitzar durant el mes de novembre de 2014, era una bona època per a fer-ho, ja que l'alumnat duia ritme de treballar, doncs feia ja un parell de mesos que el curs havia començat, i, a més, les vacances de Nadal eren properes però no imminents. És a dir, la implementació es va poder dur a terme còmodament amb la col·laboració i, en certs moments implicació, del

personal docent. La professora d'història va implicar-s'hi molt i va col·laborar en gran part de les sessions.

Com s'ha explicat en apartat 7.2, la seqüència didàctica està composta de 3 sessions en total. La sessió 1 té dues tasques, igual que la sessió 2 i la sessió 3 té tres tasques.

La durada mitjana de cada tasca és molt variable, per a tota la implementació es van invertir totes les hores de l'assignatura d'història del mes de novembre i algunes de matemàtiques. En la primera sessió es van invertir 2 hores però la Tasca 2 —la realització del vídeo històric— la van dur a terme els equips d'investigació fora de classe, en el seu temps lliure, donant-los una data màxima d'entrega per visionar-lo entre tota la classe i avaluar-lo, dedicant-li una hora. Paral·lelament, es va iniciar la Tasca 3 —la indagació—, ja en la sessió 2, que va durar unes 10 hores. La Tasca 4 —la posada en comú—va tenir una durada d'una hora i mitja. En la sessió 3, a la Tasca 5 —la preparació del vídeo per presentar al VídeoMat— s'hi van dedicar dues hores de classe però els equips d'investigació, quan van tenir enllestit el guió, van haver de realitzar i gravar el vídeo pel seu compte (Tasca 6). La Tasca 7 —visionat i coavaluació dels vídeos— es va dur a terme en 2 hores de classe.

Durant els dies que l'alumnat va realitzar les tasques d'indagació de la sessió 2 es va fer una gravació en àudio d'un grup de cada línia d'investigació. Aquesta informació se suma a l'observació de les sessions i de les produccions dels alumns.

Al final de la seqüència didàctica l'alumnat, de forma individual, va respondre un qüestionari en línia (Figura 7.24 i annex del capítol 7.25), l'enllaç del qual el van poder trobar al mateix blog, sobre la valoració de la seva participació. Les seves respostes ens donaren informació d'aspectes emocionals i socials de la percepció de l'alumnat de la pròpia participació.

En la sessió 1 es presentà el context problemàtic, tal i com s'ha exposat a la descripció de la seqüència en l'apartat 7.2. Durant les tasques 1 i 2 s'inicià l'acció investigadora, en començar a cercar informació històrica per conèixer el context i poder realitzar el primer vídeo. Malgrat tot, en aquest moment els continguts amb que es treballa són estrictament històrics. És per aquesta raó, que es comença l'anàlisi a partir de la sessió 2.



Figura 7.24: Captura de pantalla del qüestionari d'opinió

Amb l'objectiu de poder descriure l'anàlisi de la seqüència, es divideix en diferents «moments»:

*Moment 1 (M1):* Es refereix, dins de la sessió 2, a les classes dedicades a la primera part de la indagació, incloent-hi també la interacció entre grups i la síntesi de la primera part.

*Moment 2 (M2):* Correspon al temps dedicat en la sessió 2 a la segona part de la indagació i la segona interacció, incloent-hi la posada en comú en gran grup i la síntesi i conclusions finals.

*Moment 3 (M3):* Fa referència a la sessió 3, quan es realitza tota la feina per confeccionar els vídeos per enviar al concurs del VídeoMat i a les respostes del qüestionari sobre la participació.

En els annexos corresponents a aquest capítol es pot consultar la taula amb les evidències categoritzades de forma detallada segons les taules de caracterització de la competència en indagació (CI) i de desenvolupament de pensament matemàtic creatiu (PMC).

En els apartats següents d'anàlisi s'hi han inclòs, per a cada moment, una graella amb una síntesi del buidatge de les evidències categoritzades. Igual que en l'anàlisi de la implementació de l'anterior seqüència didàctica la funció d'aquestes graelles no és quantificar-les. Els hi hem donat una funció visual explicativa i per aquesta raó les evidències no s'hi han comptabilitzat en forma numèrica sinó amb un símbol, perquè doni idea, amb un cop d'ull, de quines categories són de les que es disposa de més evidències i de quines de menys.

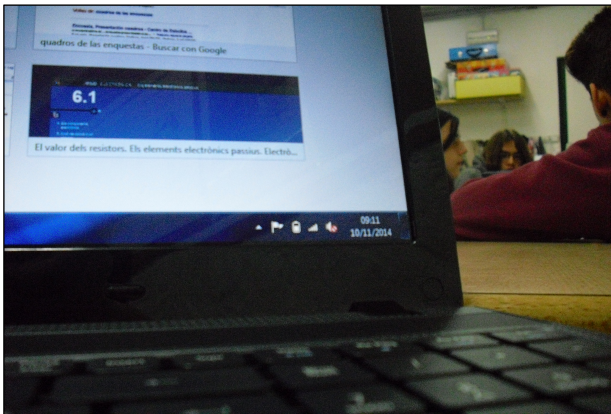
El significat de les categories i dels indicadors es pot consultar al Capítol 4, on es descriuen els instruments emprats per fer l'anàlisi. L'anàlisi completa de les evidències es pot consultar a l'annex d'aquest capítol.

A continuació, la descripció de l'anàlisi dels moments citats.

### a) Moment 1 (M1): Primera part de la indagació

Com s'ha explicat anteriorment, la sessió 1 «Posem-nos en context», és imprescindible a l'hora de la implementació, entre d'altres raons, perquè és quan es presenta la situació problemàtica i el seu context. Tanmateix, tot i que la investigadora hi va realitzar una observació participant, no s'analitza ja que les tasques que s'hi van desenvolupar eren estrictament històriques, per conèixer el context i els esdeveniments, espanyols i europeus, que envoltaven la situació catalana abans de què es produís el setge de Barcelona.

Així doncs, en el M1 s'analitzen les classe dedicades a la primera part de la indagació, incloent-hi també la interacció entre grups i la síntesi de la primera part, dins de la sessió 2 de la seqüència didàctica, anomenada «Especialistes en acció».



És el moment en què es tornà a presentar el blog de la seqüència, amb els apartats on van poder trobar, a més del dossier de guia de la indagació de cada equip de treball, els documents i enllaços d'on van poder extraure informació rellevant i necessària per a la seva recerca.

Figura 7.25: Treball en equips d'indagació

En aquest moment s'analitzen les classes en què l'alumnat va seguir la primera part de la indagació —segons s'indica en el dossier d'indagació dels equips— i realitzà la primera interacció per intercanviar informació entre equips. Cal dir que la interacció estava programada, com es pot veure en els mateixos dossiers, entre uns equips concrets, seguint un criteri en base a la temàtica. No

obstant això, no es va seguir exactament el que estava programat perquè els equips ens van demanar amb qui volien parlar i no sempre hi coincidia.

És un moment on es plantegen moltes incògnites, també en qüestió d'entendre en què consistia la indagació, ja que per aquests alumnes era la primera vegada que s'enfrontaven amb un treball de les característiques de la seqüència didàctica que s'ha descrit. A l'inici es va crear un cert neguit, ja que el dossier actuava com un guió però no plantejava les tasques com preguntes concretes o exercicis, que és al que estaven acostumats els participants. Això es reflecteix en les respostes al qüestionari d'opinió que van enviar de forma individual al final de la seqüència i que s'analitza en el M3, encara que també es poden consultar en l'annex d'aquest capítol.

Amb el primer contacte amb el dossier, un cop cada equip va haver llegit la seva introducció i la primera part de la indagació, com es pot veure a la Taula 7.5, s'obtenen evidències de nivell bàsic de referents a la planificació, categoria 4 de la CI, i de la categoria 1 de PMC ja que l'alumnat se sent estimulat a pensar en estratègies per abordar la problemàtica oberta de la seva línia temàtica en el dossier i obtenir solucions.

Taula 7.5: Síntesi del buidatge de les evidències de CI i de PMC del «Moment 1»

Evidències MOMENT 1					
	Competència d'indagació			Pensament matemàtic creatiu	
	B	J	S		
1	*	*		***** *	1
2	*****	*		***	2
3	**	***** *****		***** ***** **	3
4	*****	***		***** ****	4
5	***	***** ***** *	*****	***** ***	5
6	***	*****		*	6
7	*****	****		*****	7

Com es pot observar, no s'obtenen gaire evidències de la categoria 1 de la CI, *Problematització la situació plantejada*, ni de la categoria 2 de PMC, ja que l'alumnat, sobretot en aquesta primera part de la indagació, s'esforçà a seguir les indicacions que anaven trobant en el dossier més que pensar en quines eren les preguntes que havien de plantejar-se, per una qüestió dels costums adquirits en la forma de treballar més tradicional pròpia dels participants, com ja s'ha comentat.

Per altra banda, es van obtenir moltes evidències de la categoria 3 de la CI, *Fa prediccions, conjectures i/o hipòtesis*, algunes d'elles de nivell intermedi, així com, de la categoria 4 de PMC. Disposem de múltiples exemples —alguns d'ells es poden consultar en la Taula d'evidències annexada a aquest capítol— sobre les conjectures inicials formulades per alguns dels grups. Cal dir que la majoria dels equips, en aquesta primera part no formulaven —o per ser més exactes, no escrivien en l'informe— explícitament les seves conjectures malgrat en buscaven la comprovació. Per exemple, en un dels informes es pot llegir: “Els anys que hem escollit per comprovar la nostra hipòtesi de l'augment dels aliments són del 1706 al 1720”, malgrat aquesta hipòtesi no està escrita.

En canvi hi ha un dels equips de la temàtica C, el Grup C3, que a cada etapa el primer que fa és plantejar la hipòtesi i després descriure el procés seguit per validar-la. Per exemple, comença la primera tasca amb “La nostra hipòtesis és que la construcció de dalt de la muntanya tenia la funció de defensar Barcelona. (...) per comprovar les nostres hipòtesis hem cercat a Internet informació sobre... [i adjunten els enllaços de les pàgines]” (3J1, 3J2; 4b). Llavors, aporten la hipòtesi contrastada (6J1; 5a):

Conforme les dades i la informació que hem trobat, estant segurs de la seva validesa, podem dir que dalt de la muntanya de Montjuïc hi havia una construcció militar emmurallada: el castell de Montjuïc. Aquesta fortalesa tenia una funció defensiva, ja que es tracta d'un baluard fortificat construït en una posició elevada per controlar tant els vaixells que s'acostessin al port de Barcelona com aquelles persones que s'hi atansessin per terra (...)

En els casos que la seva hipòtesi, després de la indagació, comproven que no és correcta també ho exposen. Per exemple, presenten una hipòtesi sobre la funcionalitat i la forma dels baluards de la muralla de Barcelona: “Creiem que tenien aquesta forma perquè a l'acabar en punxa reduïen la possible superfície d'impacte de les bombes enemigues, així les bombes tenien més dificultats per produir danys” (3J1, 3J2; 4b). Però després de cercar informació al respecte, conclouen que la hipòtesi no es pot validar (6J1, 6J2; 5a):

Després d'haver buscat tota la informació hem pogut observar que la nostra hipòtesi era incorrecta, ja que el motiu pel qual els baluards eren en forma triangular [ara sí que utilitzen vocabulari matemàtic] no era perquè (...) sinó perquè aquesta forma permetia als defensors poder cobrir amb foc encreuat la muralla i el baluard més proper.

Podem afirmar que tant en aquest moment M1, com en el M2, com es pot comprovar en el següent apartat, el major nombre d'evidències del desenvolupament de la competència d'indagació corresponen a la categoria 5, referent al tractament de la informació i les dades, i a la realització de connexions (categoria 3 de PMC). Trobem evidències de nivell intermedi i avançat. Per exemple, el Grup A2, que estudia la variació dels preus en el període de la Guerra de Successió, a partir de les dades obtingudes en diferents pàgines del document que tenien disponible en l'apartat del blog que els correspon, sobre els preus d'aliments en diferents períodes de temps, van escollir la informació necessària per poder comparar-los i van realitzar aquesta gràfica (5J1, 5J2, 5J3):

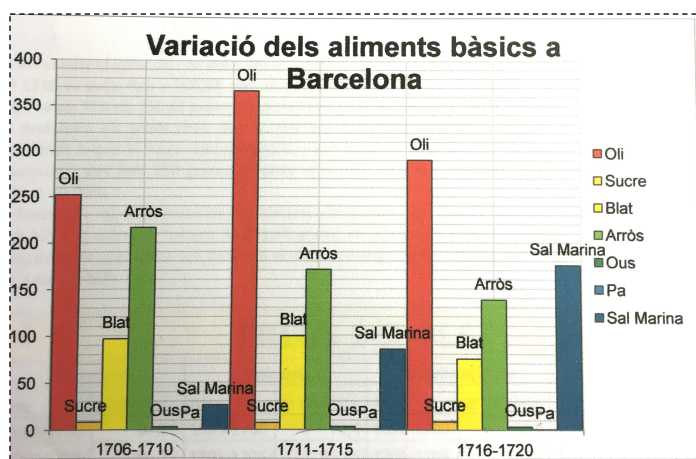


Figura 7.26: Gràfica realitzada pel Grup A2, inclosa al seu informe

L'acompanyen amb un text que va explicant les variacions sofertes per aquests aliments en el període estudiat (5J2). Per exemple: “A Barcelona el valor de l'oli del 1706 al 1710 era de 252, 32 grams de plata per hl. i el 1711 fins el 1716 va pujar fins a 366, 94, per tant, va augmentar un 45%”. O bé, quan a més de descriure els resultats els posen en relació a altres ciutats o zones, fent noves conjeitures (3J1, 3J2; 4ab):

A Andalusia els preus eren més baixos que a Barcelona [referint-se a l'oli], ja sigui que no hi havia tanta demanda o que hi havia més producció, i van pujar un 37% durant l'època de la guerra de Successió (...). Després, van baixar un 60%.



El Grup B4, fan una bona gestió de la informació ja que combinen la informació que han trobat a la xarxa amb la informació i detalls que han extret amb l'observació dels mapes que tenien en el dossier per estudiar les variacions i canvis que van patir el Gremi d'assaonadors i el Gremi de blanquers entre abans de 1714 i després (5B4, 5J1; 3a): “A l’any 1716 Barcelona era considerada una de les ciutats més grans del moment, la distribució era irregular, amb una majoria de carrers estrets i llargs, excepte alguns, que són més curts”.

Per fer la seva indagació, en aquesta primera part, primer van analitzar els canvis entre els dos anys del Gremi d'assaonadors i després fan el mateix amb el de blanquers. Per cada un dels gremis representen les dades (extretes de comptar els focs en els mapes de 1516 i 1716 de la ciutat de Barcelona que tenen com a material del seu dossier) en taules. Calculen la densitat dels focs en cada una de les zones de la divisòria, basada en els punts cardinals, que han fet, per exemple:

**Taula 7.5:** Taula realitzada pel Grup B4 sobre el recompte de focs d'assaonadors

Zones de la ciutat	1516	1716	densitats 1516	densitats 1716
Nord-Oest	0	2	0 as/km <sup>2</sup>	0'31 as/km <sup>2</sup>
Nord-Est	0	1	0 as/km <sup>2</sup>	0'16 as/km <sup>2</sup>
Sud-Oest	0	1	0 as/km <sup>2</sup>	0'16 as/km <sup>2</sup>
Sud-Est	68	33	13'35 as/km <sup>2</sup>	5'18 as/km <sup>2</sup>

**Taula 7.6:** Taula realitzada pel Grup B4 sobre el recompte de focs de blanquers

Zones de la ciutat	1516	1716	densitats 1516	densitats 1716
Nord-Oest	0	0	0 bl/km <sup>2</sup>	0 bl/km
Nord-Est	2	0	0'39 bl/km <sup>2</sup>	0 bl/km <sup>2</sup>
Sud-Oest	0	2	0 bl/km <sup>2</sup>	0'16 bl/km <sup>2</sup>
Sud-Est	70	37	13'74 bl/km <sup>2</sup>	5'8 bl/km <sup>2</sup>

Descriuen les dades incloses a la taula, validant (categoria 6 de la CI i 5 de PMC) amb els resultats la seva hipòtesi de la disminució d'aquest gremi (6J1; 5a):

La primera dada que podem treure després d'analitzar el mapa és que la quantitat de focs es va reduir dràsticament després del setge de la ciutat (...) dos anys després de l'atac el número es va reduir a 37 focs, quasi el 50%. (...) encara que la majoria de focs continuaven situats encara al sud-est, van aparèixer nous focs en les altres tres parts.

El treball dels equips mostrà un desenvolupament de l'aspecte comunicatiu (categoria 7 de la CI i 7b de l PMC) ja que en tot moment se'ls demanà que expliquessin el procés seguit per obtenir les dades i la gestió que en feien per arribar a les conclusions exposades. Per exemple, en el cas anterior, expliquen el procés seguit per calcular la densitat dels focs en cada zona de la ciutat que inclou, elaboració de les pròpies dades, càlcul de l'escala del mapa i interacció amb altres grups per demanar les dades que els manquen (2B2, 4B3, 5J3, 7J2; 7a, 7b). Encara que conté algunes errades conceptuals, el procés inclou diverses estratègies originals:

Primer hem esbrinat la superfície: hem mesurat el perímetre en cm. del mapa de 1716 (69, 65cm.); hem preguntat a un altre grup l'escala del seu mapa i el seu perímetre i m'ha dit que el perímetre era 39,6 cm amb una escala de 3,3cm són 500 m. i fent una regla de tres hem calculat l'escala en què està el nostre mapa, 5,8 cm són 500 m. Amb això hem descobert el perímetre real de la ciutat en l'any 1716. Després hem dibuixat un quadrat amb el mateix perímetre i hem calculat la superfície d'aquest quadrat i ens ha donat 25,5 km<sup>2</sup>. [parteixen de la premissa errònia que tot polígon amb el mateix perímetre li correspon més o menys la mateixa àrea]. Ara que ja sabem la superfície, l'hem dividida en 4 parts [fan referència a les seves divisions, que tampoc és que siguin iguals i es veu a simple vista] i hem dividit els focs de cada gremi entre 6,375 (un quart de la superfície total). D'aquesta manera hem descobert la densitat dels focs dels gremis. Després hem fet el mateix procés però amb el mapa de 1516.

També és interessant el canvi de representació que van fer de les dades de les Taules 7.5 i 7.6 per comparar els dos gremis entre si. La gràfica de barres següent (Figura 7. ) posa en relació les dades de les dues taules anteriors, que estaven per separat:

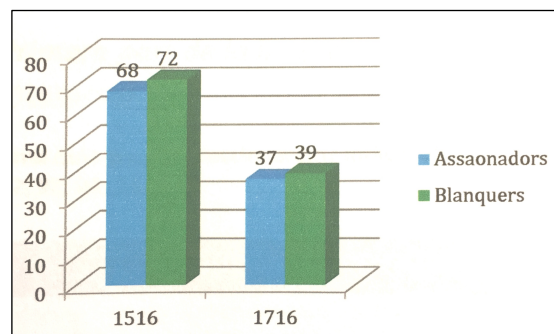


Figura 7.27: Gràfica realitzada pel Grup B4, inclosa al seu informe

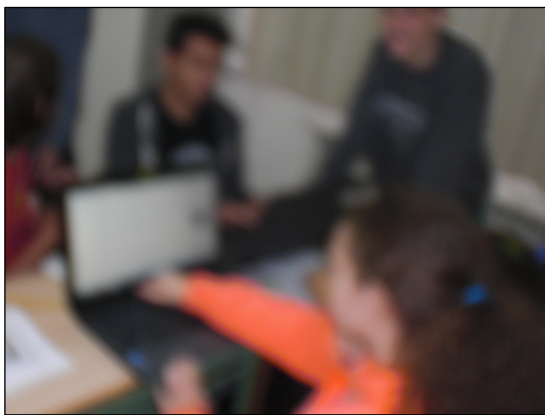
Les evidències de la categoria 4 de la CI de planificació, conducció i regulació de les accions per desenvolupar la CI que impliquen revisió de la feina feta i previsió del que queda per fer, s'obtenen primordialment del temps de planificació i realització de la interacció entre grups. En aquest episodi també es posa de manifest un altre aspecte del treball cooperatiu que és la col·laboració entre equips (categoria 7 del PMC). Cal destacar que els grups

fan les preguntes que s'han planificat i escrit en l'informe però també fan altres preguntes per obtenir informació que no necessiten per al seu treball però que els interessin personalment.

Les síntesis d'aquesta primera part, en general, mostren la capacitat dels equips per resumir els punts més importants del treball que havien dut a terme fins a aquell moment —la finalització de la primera part de la indagació. Cal deixar constància d'un fet que es repeteix en les anàlisis de les tres seqüències didàctiques que es presenten en aquesta tesi doctoral. El fet és que, en general, tot i que els alumnes fan molts càlculs i segueixen processos matemàtics per validar les seves hipòtesis —processos que saben descriure, amb més o menys detall— en els seus textos de síntesi o de conclusió no acostumen a incloure les dades numèriques que han obtingut. Per exemple, l'equip A2 escriu “Fort increment dels preus a Barcelona en el període de 1714 respecte els anys anteriors i respecte altres llocs d'Espanya a nivell de tots els productes, inclosos els productes bàsics”, substituint els percentatges que han calculat de l'increment per la paraula «fort», perdent qualsevol precisió del llenguatge. O bé, l'equip B4, després d'haver realitzat les taules (Taules 7.5 i 7.6) i la gràfica comparativa (Figura 7.27) escriu “les conclusions que podem treure són que els gremis d'assaonadors i blanquers van sortir molt malparats després de la Guerra de Successió i del setge de Barcelona”.

### **b) Moment 2 (M2): Segona part de la indagació.**

En aquest moment M2 s'analitzen les evidències de pensament matemàtic creatiu i del desenvolupament de la competència d'indagació durant la segona part de la indagació, la segona interacció i la posada en comú en gran grup, realitzada durant la sessió 2 de la seqüència didàctica.



En aquesta segona part de la indagació, com es pot observar en la Taula 7.6, seguint amb la mateixa tònica que en la primera part, els aspectes dels que s'obtenen més evidències són relatius a la categoria 5 de la CI, *Classifica, escull, elabora i interpreta dades/informació recavada*, i a la categoria 3 de PMC, *Connexions*.

**Figura 7.28:** Treball en equips d'indagació

En aquesta segona part l'alumnat ja no té dubtes sobre quins són els objectius de les tasques i la majoria d'equips han adoptat la dinàmica de plantejar una hipòtesi i buscar, escollir i gestionar informació per poder validar-la.

Taula 7.6: Síntesi del buidatge de les evidències de CI i de PMC del «Moment 2»

Evidències MOMENT 2				
Competència d'indagació			Pensament matemàtic creatiu	
	B	J	S	
1		*****	*	***** 1
2		***		**** 2
3	**	*****		***** **** 3
4	***			***** 4
5	***	***** ***	**	***** 5
6	**	*****		6
7	*****	***		***** *** 7

Per exemple, el Grup A2 tenia una llista de despeses de l'enterrament d'una persona als voltants de 1716 que estan en diferents monedes (sous, diners, etc.). El primer que havien de fer és entendre aquesta llista per poder explicar-la en el seu informe. Per fer-ho, van prendre la decisió de passar tota aquesta llista de despeses a la moneda més petita, perquè fent una analogia amb el sistema monetari actual de l'euro, van intuir que les diferents unitats que apareixien al llistat eren, això, diferents monedes d'un mateix sistema. Van haver de descobrir quina de les monedes era la més petita i trobar-ne l'equivalència. Van trobar-ho en un enllaç extern, diferent dels recomanats al blog i al seu informe van escriure: “Hem passat totes les lliures a sous aplicant el factor de conversió 1 lliura=20 sous=240 g de plata=240 diners. La suma de tots els sous de les despeses ha estat 1.208,17 sous”. Aquesta és una evidència de la categoria 5 però de nivell avançat (5S1; 3b).

Llavors, aquest mateix grup, per poder estimar si aquest muntant de diners representava molts o pocs diners, van pensar de comparar-lo amb el sou que cobrava alguna persona d'aquella època. Així doncs, primer ho van comparar amb el que guanyava un mestre fuster (469, 93 sous) i escriuen a l'informe:

(...) sabem que els mestres fusters no es podien permetre un gran enterrament (...) perquè era massa car. La conclusió que hem arribat és que els preus del manuscrit era d'alguna persona rica i que abans de morir havia intentat salvar-se amb un metge, un doctor i dos cirurgians.

La informació sobre aquests salaris decideixen cercar-la en els documents que hi ha al blog per a un altre equip que estava estudiant l'impacte de la guerra en els sous i salaris dels catalans: “Cercant pels escrits del grup A3 hem sabut que un paleta cobrava 8,8 sous al dia, això ha donat 184,8 sous al mes i 2.227,6 sous a l'any. Creiem que també era molt dur pagar-ho però així era més fàcil que a un mestre fuster”. Finalment posen en relació proporcional el cost de l'enterrament amb el sou: “El cost de l'enterrament era la meitat del que un paleta cobrava en tot l'any”.

Aquestes són evidències, com dèiem, de un tractament de la informació eficaç que els permet establir connexions i extraure conclusions.

Un altre exemple, del desenvolupament d'aquests aspectes relacionats amb el tractament de informació, però en aquest cas per validar les hipòtesis (categoria 6 de la CI i 5 del PMC) és el treball del Grup B4. qEn el seu informe van presentar un resum de l'evolució dels gremis estudiats per ells conjuntament amb els estudiats per els altres equips d'investigació. Les dades, segons explicaven, les van extreure de la interacció amb els altres equips d'investigació: “vam fer servir la interacció per demanar informació sobre els canvis dels altres gremis que estan sent estudiats”. En aquest resum es pot llegir “La majoria de gremis es van reduir després de la guerra” i hi destaquen un dels canvis més importants: “hi va haver alguns gremis que van perdre un nombre molt gran de focs, com el gremi de paraires, que van passar de 280 focs al 1516 a 35 al 1716, el canvi més importants de tots”. I treuen una conclusió molt interessant: “Creiem que la causa principal, que engloba a tots els gremis es que els seus productes i serveis van deixar de ser imprescindibles en època de postguerra”. Exposen també que hi ha dos gremis que van créixer “Per contra, hi va haver dos gremis que no van disminuir, sinó que van augmentar. Ens referim al gremi de sabaters, que va passar de 141 focs al 1516 a 335 al 1716, i al gremi de sastres, que va passar de 105 focs a 32”. Justament per la raó contrària, que els seus productes sí que eren necessaris “potser van fabricar les sabates dels soldats”. A més a més, representen aquests canvis amb una gràfica molt entenedora, on es poden apreciar molt visualment (Figura 7.29). Després aporten el percentatge de disminució o augment de cada un dels gremis i cerquen causes, plantejant hipòtesis versemblants però

basades en les seves creences i suposades circumstàncies provocades per la guerra (3B1; 4a). No comproven cap d'aquestes hipòtesis. Per exemple:

El gremi de pescadors es va reduir de 216 a 193, és a dir un 10,6%. Creiem que es va reduir perquè després de la guerra el preu dels aliments i especialment el del peix [no diuen per què especialment aquest], es va incrementar i, per tant, la gent no se'l podia permetre. A més, també creiem que al tancar-se la muralla, van haver-hi restriccions en el comerç de peix i per això molts pescadors van plegar.

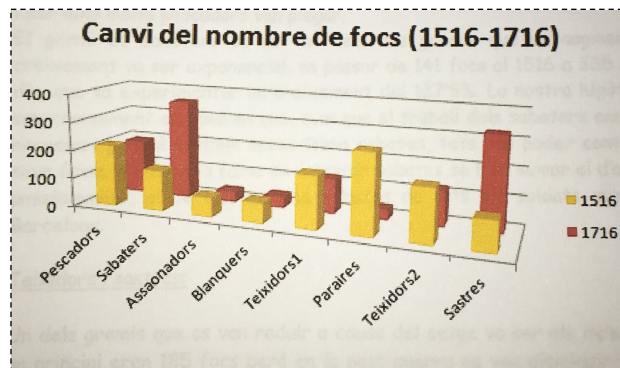


Figura 7.29: Gràfic comparatiu de l'evolució dels gremis de Barcelona

Un altre dels treballs que ens ofereix evidències de formulació d'hipòtesis, de tractament de la informació i de validació és el de l'equip C3 quan en aquesta segona part de la indagació plantegen la següent hipòtesi:

La nostra hipòtesi és que, a part de l'ajuda que Badalona va oferir a Barcelona [referint-se a quan Barcelona estava patint el setge], els pobles i les ciutats que estaven a prop també van ajudar. Creiem que els pobles que podrien haver ofert més ajuda van ser: Gràcia, Sants i Horta per terra i Mataró pel mar (...)

Per comprovar la seva hipòtesi segueixen el següent procés. Primer, busquen mitjançant Google Maps quina és la distància que separa de Barcelona els nuclis històrics de les diferents ciutats anomenades. Després, calculen quan podrien trigar d'una ciutat a l'altra (caminant, en cavall o en vaixell) —de fet, això ja ho han calculat en l'etapa anterior (Figura 7.30)—, i divideixen la distància entre la velocitat. En el cas del vaixell busquen l'equivalència dels nusos en km/h. a Internet.

9,6 km de Badalona a Barcelona per terra ----- 2h caminant  
 Un cavall es desplaça de mitjana a uns 15 km/h  
 $9,6 : 15 = 0,64$  ----- 0,64 hores a cavall  
 11 km de Badalona a Barcelona per mar  
 Un vaixell de vela es desplaça a 6 nusos  
 1 nus = 1,852 km/h  
 $6 \times 1,852 = 11,112$  km/h  
 $11 : 11,11 = 0,99$  ----- 0,99 hores amb vaixell

Figura 7.30: Càlculs realitzats per l'equip C3 a la primera etapa

ho tot al sistema internacional. Per calcular el temps que es tardava en anar a cavall des de les diferents ciutats catalanes fins a Barcelona, hem buscat la velocitat mitjana d'un cavall, que són uns 15 km/h. Després hem dividit la distància que separava aquestes ciutats amb Barcelona pels 15 km/h amb els que anava un cavall. Després hem calculat el temps que trigarien els habitants de Mataró en arribar a Barcelona en vaixell de vela. Per fer-ho hem buscat a la velocitat mitjana a la que va un vaixell de vela i hem trobat que va a 6 nusos, que equivalen a 11,11 km/h. Així que hem dividit la distància entre les dues ciutats entre la velocitat a la que va el vaixell.

Aquesta és la pàgina web de on més hem extret informació:  
<https://www.google.es/maps/@41.4492745,2.2532025,15z>

Aquestes són les dades resultants:

distància cardona-barcelona 100,4 km: 6,69 hores a cavall  
 distància mataró-barcelona 34,8 km: 8 hores i 17 minuts a peu/ 3 hores i 13 minuts en vaixell/ 2,32 hores a cavall  
 distància cervera-barcelona 100,7 km: 6,71 hores a cavall  
 distància lleida-barcelona 161,8 km: 10,78 hores a cavall  
 distància tarragona-barcelona 98,8 km: 6,58 hores a cavall  
 distància gràcia-barcelona 5,5 km: 38 minuts a peu/ 0,36 hores a cavall  
 distància sants-barcelona 5,6 km: 40 minuts a peu/ 0'37 hores a cavall

Figura 7.31: Càlculs realitzats per l'equip C3 del temps que es trigaria per anar de certes ciutats fins a Barcelona en diferents mitjans de transport

Després de calcular el que es trigaria des de tot de ciutats diferents conclouen basant-se en un criteri de rapidesa: “Per tant, després de veure les xifres resultants, podem afirmar que els pobles de Gràcia, Sants, Horta i Mataró (per mar) eren capaços d'arribar amb una certa rapidesa a aportar alguna mena d'ajuda a Barcelona, especialment per transportar menjar”.

En aquesta segona interacció és quan tenim moltes evidències del desenvolupament de l'aspecte comunicatiu (categories 7 de la CI i del PMC) i s'observa un avenç respecte l'anterior interacció ja que les preguntes les duen més ben preparades i són més concretes amb l'objectiu clar de tancar aspectes de la segona part de la seva indagació.

Les síntesis i les conclusions d'aquesta part continuen presentant bons resums dels aspectes importants estudiats però sense incloure dades numèriques que els donin un discurs argumentat fortament. Per exemple: “El pressupost d'un

enterrament digne en aquella època era tan alt que només s'ho podien permetre els més rics”. O bé, “Respecte a altres ciutats d'Espanya com Madrid o Sevilla, l'IPC a partir del 1714 van baixar, i això ens demostra que la Guerra de Successió no els hi va afectar en res”.

Vam dedicar una classe de 45 minuts aproximadament a fer una posada en comú de tots els aspectes rellevants que havien estudiat els equips. Del resultat se'n va confeccionar una llista de punts (que es pot consultar en la Taula d'evidències annexada a aquest capítol) que es va deixar enllaçada al blog. En aquest moment tots els equips havíem consensuat prèviament quines conclusions seria les que comentarien a tota la classe. D'aquesta manera, de forma ordenada però informal, van anar intervenint tots els equips i se'ls va fer preguntes —tant la professora com la investigadora com l'alumnat— que van poder respondre. Vam obtenir evidències de totes els categories referents al desenvolupament de la competència d'indagació i també vam poder observar aspectes de component emocional ja que, amb la feina realitzada, la motivació per participar era molt elevada.

### **c) Moment 3 (M3): El vídeo per concursar a VídeoMat**

En aquest moment M3, s'analitza la sessió 3, quan l'alumnat va confeccionar els vídeos per enviar al concurs del VídeoMat. De fet, hi ha una gran part de la feina referent a la gravació i edició del vídeo que els equips el van realitzar de manera autònoma en les seves hores lliures i sense la supervisió directa del professorat ni de la investigadora. Aquesta part, òbviament, no està analitzada.

Es van dedicar dues classes de 60 minuts aproximadament a repassar les instruccions a seguir per poder participar en el concurs i per ajudar a l'alumnat en la confecció del guió del vídeo. El que els va costar molt a alguns dels equips va ser plantejar una pregunta que poguessin respondre en aquest vídeo i que fos, o es basés, en una part de la seva indagació. En aquest sentit, dels equips que van aconseguir plantejar una bona pregunta (veure Taula d'evidències amb els enllaços al YouTube on estan enllaçats els vídeos que van concursar, en l'annex d'aquest capítol), vam obtenir algunes evidències, com es pot observar a la Taula 7.7, de nivell intermedi de la categoria 1 de la CI, referent a la problematització i d'un bon treball en equip (7a, 7b).



Taula 7.7: Síntesi del buidatge de les evidències de CI i de PMC del «Moment 3»

Evidències MOMENT 3					
Competència d'indagació				Pensament matemàtic creatiu	
	B	J	S		
1	*	****			1
2				*****	2
3				*****	3
4		*****			4
5	***	**	***		5
6				***** ***** *	6
7		*****		***** *****	7

Per exemple, un dels equips, formula una pregunta que podran respondre amb pocs càlculs més que els que han realitzat en la seva indagació: Quants camps de futbol hi cabrien a la Ciutadella de la Barcelona de 1714?<sup>20</sup> Una part de les dades la van poder obtenir de la feina realitzada: la superfície de la ciutadella. Així doncs, per al vídeo van saber formular una pregunta nova que exemplifiqués part dels resultats de la seva indagació (1J2; 2a).

En el vídeo representen la modelització l'edifici de la ciutadella (un pentàgon amb 5 triangles, un a cada punta) per calcular-ne l'àrea —que ja la tenien calculada en el seu informe. Hi expliquen el procés que seguiran (4J1): calcular l'àrea de la ciutadella, calcular l'àrea d'un camp de futbol i dividir la primera àrea entre la segona). Malgrat tot, no acaben explicant el procés de càlcul de l'àrea de la ciutadella —donen el resultat directament; en el cas del camp de futbol sí, prenen les mesures del camp del Barça (5S2; 3a). Per donar el resultat divideixen les dues àrees però no aprofundeixen en la indagació des d'un punt de vista geomètric, per veure quants n'hi cabrien realment, com es podrien col·locar, etc. Per altra banda, Tenen cura de fer una presentació amena (6a, 6b, 6c), clara i creativa tenint en compte el mitjà audiovisual amb

<sup>20</sup> El vídeo es pot visionar a la següent adreça:  
<https://www.youtube.com/watch?v=Q26eM75pmPw&feature=youtu.be>

què es realitza i a qui va dirigit (7J1; 7a, 7b), complint amb les bases del concurs.

Els vídeos van ser visionats per tot el grup classe i coavaluats. També es va donar un termini per fer les millores suggerides en les coavaluacions i els que es van presentar dins d'aquest termini i complien les bases es van enviar al concurs del VídeoMat. En la seva pàgina web<sup>21</sup> es poden trobar els enllaços de tots els vídeos presentats.

Amb la finalització de la seqüència didàctica l'alumnat va participar en un qüestionari, com ja s'ha explicat. En l'annex d'aquest capítol es poden llegir les respostes de l'alumnat i en la Taula d'evidències s'aporta un resum dels resultats amb les evidències relacionades amb els aspectes emocionals i socials del PMC, que era l'objectiu del qüestionari.

Aquestes evidències es troben reflectides també en la Taula 7.7 i, com es pot observar van ser quantioses. Les respostes de les preguntes que tenen un espai per que l'estudiant s'expliqui, en general, són llargues i amb molts detalls, demostrant compromís i una gran implicació.

El més destacable és que l'alumnat valora molt positivament el fet d'haver treballat en grup ja que diferents aspectes relacionats amb aquesta organització surten en les seves respostes, encara que no s'estigui preguntant per aquest tema. Per exemple, quan es pregunta sobre si perceben que han millorat la seva competència comunicativa, més de la meitat de les respostes (21 del total de 31 respostes, el 67,74%) són clarament en el sentit que sí que pensen que han millorat la seva competència comunicativa. En 16 d'aquestes respostes es fa referència a aspectes socials, a paraules de la mateixa família: comunicació en el treball en grup, a l'equip, a la interacció, a la participació, a aprendre a escoltar, etc. i només dos alumnes pensen clarament que no han millorat.

---

<sup>21</sup> L'enllaç directe a la pàgina on es troben és el següent: <http://www.videomat.cat/?p=567>

## 7.5. Resultats sobre el desenvolupament de la competència d'indagació i el pensament matemàtic creatiu en la seqüència didàctica

En l'apartat 7.4 s'han descrit els aspectes més rellevants de l'anàlisi duta a terme sobre el desenvolupament de la competència d'indagació (CI) i el pensament matemàtic creatiu (PMC) promogut per la seqüència didàctica «1714: les dades de la derrota» amb la seva implementació en una aula de 4t d'ESO de l'Escola Betúlia de Badalona, durant el mesos de novembre i desembre del 2015. En aquest apartat intentarem sintetitzar encara més aquesta anàlisi i formular algunes conclusions que se'n dedueixen. De l'anàlisi completa, aportem en l'annex d'aquest capítol les peces principals: la taula que s'ha utilitzat per categoritzar els episodis escollits, els enllaços al YouTube on es poden visionar els vídeos que van concursar al VídeoMat, el qüestionari d'opinió sobre la seqüència didàctica i les respostes de l'alumnat.

La Taula 7.8 representa un resum del buidatge de les evidències per categories i nivells —provinent de la taula d'anàlisi inclosa en l'annex— que, com ja s'ha anat manifestant amb l'anàlisi de les altres seqüències didàctiques, tenint compte que l'estudi que s'ha dut a terme no és de naturalesa quantitativa, la funció que se'ls pretén no és quantificar-les. Per aquesta raó les evidències no s'hi han comptabilitzat en forma numèrica sinó amb un símbol, perquè doni idea, amb un cop d'ull, de quines categories són de les que es disposa de més evidències i de quines de menys. El significat de les categories i dels indicadors es pot consultar al Capítol 4, on es descriuen els instruments emprats per fer l'anàlisi.

Com es pot observar a la Taula 7.8, l'alumnat ha assolit amb comoditat un nivell intermedi de la competència d'indagació, en tots els aspectes analitzats. En el cas dels aspectes referits al tractament de la informació, la categoria 5 *Classifica, escull, elabora i interpreta les dades/informació recavades*, s'assoleix en moltes ocasions un nivell avançat.

Pel que fa al pensament matemàtic creatiu, com es pot observar, s'han obtingut moltes evidències de totes les categories analitzades. Destaquen la categoria 3, *Connexions*, i la que fa referència als *Aspectes socials*, la categoria 7.

Taula 7.8: Síntesi del buidatge de les evidències de CI i de PMC de tots els Moments

Resum Evidències tots els MOMENTS					
Competència d'indagació				Pensament matemàtic creatiu	
	B	J	S		
1	**	*****	*	***** *****	1
2	*****	****		***** **	2
3	****	***** ***** *		***** ***** ***** ***** *	3
4	***** ***	*****		***** ***** **	4
5	*****	***** ***** ***** *****	*****	***** ***** **	5
6	*****	***** *****		***** ***** **	6
7	***** ****	***** **		***** ***** ***** ***** **	7

Tenim moltes evidències que es tracta d'una seqüència didàctica amb qüestions matemàtiques i històriques obertes (categoria 1 de PMC) que han estimulat el PMC de l'alumnat durant gran part de la seqüència. La pregunta principal, veure com la Guerra de Successió va afectar als catalans i concretament als barcelonins, obria moltes possibilitats per investigar al poder desglossar aquesta pregunta en altres preguntes més concretes. Com ja s'ha explicat, la idea que proposava la guia d'investigació era estudiar aquest impacte de la guerra en alguns aspectes concrets (dels quals es disposava algunes dades reals) com, per exemple, veure com es van veure afectats els sous o els preus dels productes bàsics, comparant els seus valors entre abans i després de la guerra. Era important que els estudiants no perdessin de vista que l'estudi de la seva temàtica havia de donar una resposta parcial a la investigació, igual que ho feien els altres equips, per aconseguir tenir, al final de la seqüència i amb la cooperació de tots els equips una visió global de l'impacte de la guerra. És a dir, a partir d'aspectes concrets es va poder

generalitzar. Aquest enfocament, doncs, promovia que l'alumnat mantenint un actitud de dubte (categoria 4 de la competència en indagació), busqués múltiples solucions i pensés en usar diverses estratègies per investigar tots aquests aspectes, així com estimulava el pensament matemàtic creatiu.

La seqüència oferia des d'un bon començament el context problemàtic, que va ser proposat a l'alumnat per la professora d'història i la investigadora —és a dir, el context problemàtic en aquesta ocasió tampoc va sorgir del mateix alumnat—, però per el disseny de la seqüència, al llarg de tot procés d'indagació l'alumnat va haver d'anar plantejant diverses preguntes per continuar i avançar en la indagació (categoria 1 de la CI i categoria 2 del PMC). Per exemple, l'equip per havia d'estudiar l'impacte de la guerra en els preus, davant de totes les dades que tenien al seu abast, havia de fer-se les preguntes sobre quins productes estudiar i de quins períodes extraure les dades per assolir els objectius de la seva tasca i poder contribuir a l'objectiu general de la indagació amb les seves aportacions.

Al llarg de tota la seqüència, encara que els equips d'investigació havien d'anar seguint el dossier per al seu grup, l'alumnat va adonar-se i va anar assumint —no sense un cert neguit— que havien d'actuar cooperativament però de forma com més autònoma millor. Van planificar les tasques que havien d'anar fent, amb l'ajuda del dossier i del blog —i les docents quan va caldre—, així com, van preparar les preguntes que necessitaven fer als altres equips en les interaccions per avançar en la investigació (nivell bàsic i intermedi de la categoria 4 de la CI).

Alguns alumnes van fer la proposta de canviar les interaccions que estaven programades —com es pot veure en la guia introductòria del dossier estaven previstes entre equips de la mateixa temàtica— ja que els interessaven dades d'altres equips. Com que es tractava d'una proposta ben argumentada, basada en interès per algunes qüestions noves, es va acceptar el canvi en la programació (nivell intermedi de la categoria 4 de la CI).

La seqüència didàctica demanava explícitament que l'alumnat realitzés conjectures i formulés hipòtesis en diferents moments del seu desenvolupament. Tots els equips es van esforçar a exposar les seves hipòtesis i argumentar-les, encara que no sempre les escrivien en l'informe. Tenim evidències que aquest aspecte de la CI, però també del PMC (categoria 3 i 4, respectivament), es van desenvolupar assolint un nivell intermedi. En la

primera part la majoria de conjectures de l'alumnat eren basades en aspectes circumstancials basats en els seus coneixements previs o creences i costava que busquessin i gestionessin la informació per intentar validar-les (categoria 6 de la CI i 5 del PMC), però a mesura que s'avançava en la investigació aquest aspecte va millorar de nivell. Tenir a l'abast, a més de les pròpies dades el treball i els coneixements adquirits dels altres equips, poder preguntar i col·laborar entre equips va contribuir a aquesta millora en la validació de les hipòtesis.

Cal dir que, potser per l'edat dels participants i la maduresa cognitiva que comporta, els arguments de les conjectures i hipòtesis, tan orals com escrits, tenen un nivell més elevat que en les altres seqüències analitzades —amb alumnat de 6è de primària i 1r d'ESO— ja que es basaven en els càlculs realitzats o la informació cercada. En canvi, en la síntesi o les conclusions, encara que els arguments estan basats en aquests càlculs realitzats, no s'hi aporten mai les dades concretes, que són substituïdes per paraules o frases que en limiten la seva fiabilitat i validesa (categoria 7 de la CI i de PMC).

Per altra banda, en aquesta seqüència didàctica s'havia de treballar amb moltes dades i informació, que moltes vegades calia ampliar en enllaços externs i s'havia de saber escollir en funció dels objectius i les preguntes que s'havien d'anar plantejant (categoria 5 de la CI). Tenim moltes evidències de que l'alumnat, tot i les dificultats i els moments inicials en la primera part de la indagació de sentir-se superats per les dades, van arribar a assolir un nivell intermedi i, en bastantes ocasions, avançat.

El desenvolupament avançat d'aquest aspecte de la competència d'indagació està en relació amb la capacitat de l'alumnat per realitzar connexions (categoria 3 del PMC) entre els diferents continguts històrics i continguts matemàtics, però també entre les diferents variables que calia contemplar de la situació problemàtica, en cada temàtica. Els equips, a mesura que avançaren en la seva indagació, i tenien l'ocasió de conèixer el treball dels companys, van anar connectant idees, de manera interdisciplinària (per exemple fent estimacions matemàtiques en base al context històric concret) però també intramatemàtica (per exemple, treballant amb diferents representacions d'unes mateixes dades) que els van permetre formular hipòtesis plausibles o validar conjectures. Aquesta és una de les categories de les que es va poder obtenir més evidències i de més nivell.

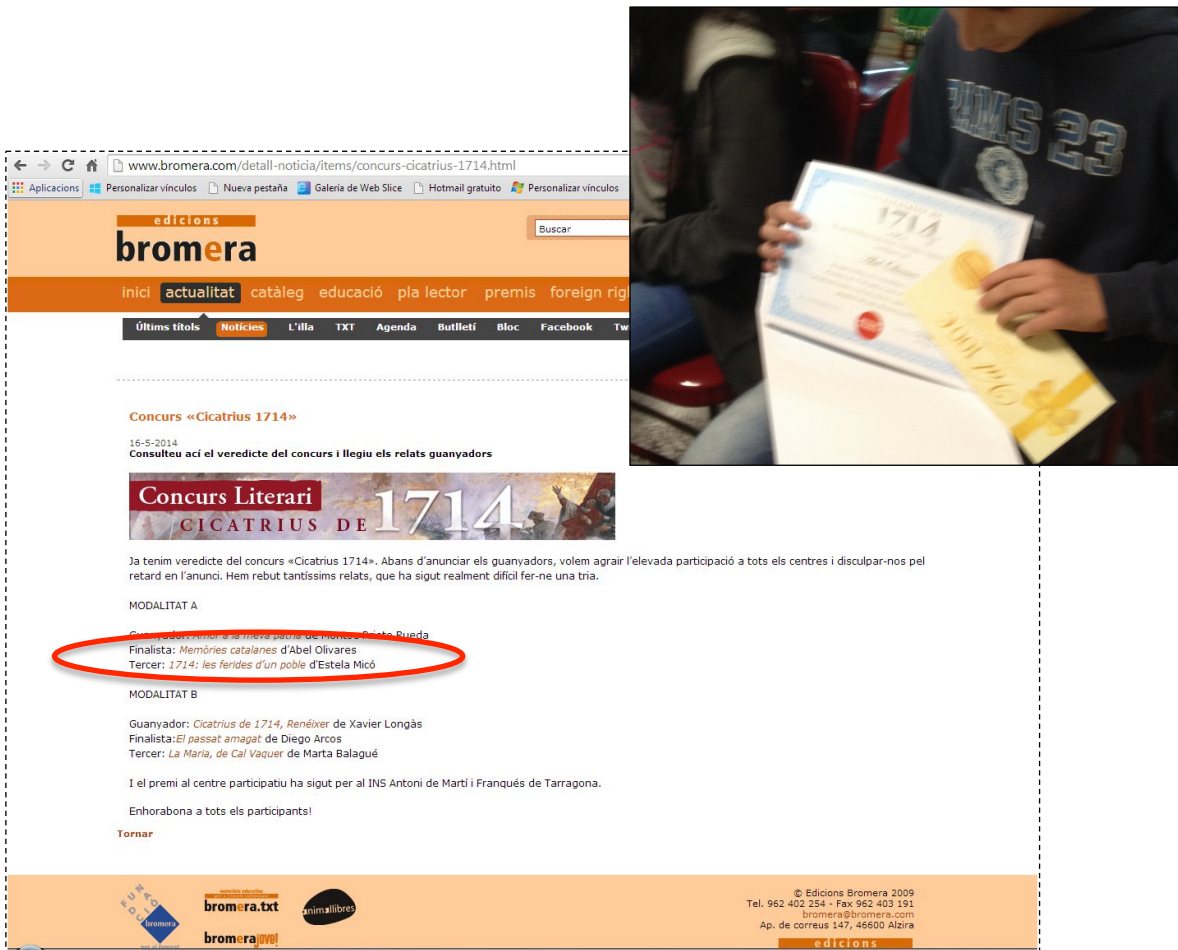


Figura 7.32: Captura de la pàgina web de l'editorial i guanyador amb el premi

L'ingredient tecnològic de l'organització i disseny de la seqüència —els materials i les fonts i recursos d'informació disponibles a través del blog—, va promoure un cert compromís amb la tasca. Malgrat tot, respecte la seqüència pilot que originà el redisseny que s'analitza aquí, la tasca final proposada ha perdut en potencialitat per motivar a l'alumnat (elements emocionals del PMC, categoria 6). Si ens remetem a la descripció de la seqüència «Valorant els fets de 1714» —que va ser implementada com a seqüència pilot amb dos grups de 1r i 2n d'ESO, respectivament— la tasca final es tractava de la redacció d'un text exposant o narrant les conseqüències de la guerra. Aquest text, en la recta final de la seqüència era enviat a una editorial que havia obert un concurs literari. Cal dir que la participació en aquest concurs va motivar als alumnes molt més que la participació en el concurs VídeoMat, potser perquè la tasca estava més directament relacionada amb la investigació, no requeria d'una reelaboració de la feina realitzada.

El fet és que, com es pot veure a la Figura 7.32, un dels alumnes participants va quedar finalista de la seva categoria, amb el seu text «Memòries catalanes», obtenint un premi que un representant de l'editorial va venir a lliurar-li, en mig d'un acte informal que l'escola va organitzar.

Tanmateix, en aquesta ocasió l'alumnat va poder expressar la seva opinió mitjançant el qüestionari que s'ha analitzat. El més destacable és el valor que donen al fet d'haver pogut treballar en grup.

Per tant, com a conclusió d'aquest capítol, es pot afirmar que un context històric que plantegi un problema que es pugui abordar des de diferents aspectes parcials, treballant amb dades reals obtingudes de fonts primàries (com pot ser el padró original de Badalona de 1717, conservat a l'arxiu del Museu de Badalona) o secundàries (com poden ser articles o estudis econòmics, mapes històrics, etc.) promou que l'alumnat s'involucri en tasques d'indagació i col·labori amb els seus iguals (ja sigui en el mateix equip de treball o entre equips) per trobar una solució global a partir dels estudis parcials. De la mateixa manera, aquest tipus de context a l'hora que dóna significativitat a l'ús de les matemàtiques, per la seva funcionalitat, es nodreix de les matemàtiques per oferir l'oportunitat de formular, argumentar i validar hipòtesis amb més fiabilitat i validesa que no pas si només es consideressin els continguts històrics.





## CAPÍTOL 8

### El context històric com a generador d'una investigació actual on, tant les matemàtiques com el mateix context, són utilitzats de manera determinant: «Què amaguen aquestes ruïnes?»

8.1. Justificació de la selecció del context històric.....	268
8.2. Descripció del disseny de la seqüència didàctica.....	269
8.3. Anàlisi de la potencialitat de la seqüència didàctica per desenvolupar la competència d'indagació (CI) i el pensament matemàtic creatiu (PMC).....	294
8.4. Anàlisi del desenvolupament de la CI i del PMC amb la implementació de la seqüència didàctica.....	301
8.5. Resultats sobre el desenvolupament de la CI i el PMC amb la implementació de la seqüència didàctica.....	318

## RESUM

*En aquest capítol es presentarà una seqüència didàctica dissenyada en base a un context històric problemàtic, concretament arqueològic, generador d'una indagació per esbrinar a quin tipus d'edifici romà podrien pertànyer certes ruïnes descobertes. En aquesta indagació, l'ús de les matemàtiques tindrà un paper rellevant en tot el procés, tant per la formulació d'hipòtesis com per l'ús d'estratègies per trobar explicacions i respostes a les preguntes que van sorgint al llarg de la indagació. A l'apartat 1 es justifica la tria del context concret per al disseny d'aquesta seqüència didàctica. En el següent apartat es descriu el seu disseny: seqüenciació, desenvolupament de les sessions i activitats que s'hi duen a terme, així com alguns dels materials dissenyats. A continuació, s'analitza la potencialitat de la seqüència didàctica, abans de la seva implementació, per provocar el desenvolupament d'habilitats per a la indagació (CI) i per promoure pensament matemàtic creatiu (PMC). En el quart apartat s'exposa l'anàlisi del desenvolupament de la CI i del PMC amb la descripció de les implementacions que es van dur a terme, així com els detalls dels grups d'alumnat amb qui va ser implementada. Finalment, en l'apartat 4 s'exposen els resultats.*

## 8.1. Justificació de la selecció del context històric

L'objectiu didàctic de la seqüència didàctica que es va dissenyar, i que es presenta en aquest capítol, era promoure el desenvolupament de la competència d'indagació i del pensament matemàtic creatiu a partir d'una situació problemàtica en un context arqueològic real.

La idea que originà el disseny de la seqüència és la lectura d'un article de Padrós i Moranta (2001), arqueòlegs del Museu de Badalona, on exposen el procés d'investigació d'unes restes romanes trobades en una zona de Badalona i com arriben a la conclusió que, amb alta probabilitat, corresponen a un antic teatre romà de la ciutat de *Baetulo*. Aquestes restes, encara actualment, no han estat museïtzades —per manca de recursos municipals— i es troben a la vista del públic en el lloc de l'excavació.

Així doncs, es dissenya una seqüència didàctica que promogui una indagació, un redescobriment d'aquestes restes, amb una guia d'indagació que, en la mesura del possible, segueixi el mateix procés que realitzaren els arqueòlegs del museu. En aquest procés les matemàtiques, amb l'estudi de les propietats de certes corbes, seran essencials per a esbrinar a quin tipus d'edifici públic poden pertànyer les ruïnes descobertes. I alhora, les condicions que imposa el context arqueològic, permetran resoldre certs problemes matemàtics que al nivell d'educació secundària no seria possible. Les matemàtiques i el context històric es complementen i potencien el poder educatiu de la seqüència didàctica.

La seqüència es pensà per implementar-la amb un grup d'alumnat de secundària de la ciutat de Badalona, no obstant això, amb petites variacions podria ser implementada en qualsevol ciutat. Certament, en aquest cas, la proximitat del context problemàtic i la possibilitat de visitar les ruïnes i de parlar directament amb l'equip d'arqueòlegs que havien dut a terme la investigació real —i poder comptar amb la seva complicitat— donava un plus de motivació i significativitat a la seqüència.

Aprofitant el context tan proper, la situació problemàtica es preparà per presentar-la a l'alumnat com si el descobriment de les ruïnes i l'excavació fos molt recent —quant en realitat és de fa uns quinze anys— per motivar a l'alumnat a fer una investigació quasi paral·lela a la dels arqueòlegs del Museu de Badalona i poder contrastar els seus resultats amb els dels experts.

És important destacar que vam poder comptar amb la inestimable col·laboració de Pepita Padrós, la investigadora principal, que ens va aclarir els nostres dubtes referents a la investigació, ens va facilitar fotos, després durant la implementació, va acompanyar-nos a les ruïnes per fer-nos una visita guiada i va atendre les preguntes que li va fer l'alumnat.

Aquesta seqüència didàctica va ser implementada finalment al curs 2014-15 en un grup 1r d'Educació Secundària Obligatòria de l'Escola Betúlia de Badalona.

## 8.2. Descripció del disseny de la seqüència didàctica

La seqüència s'anomenà «*Què amaguen aquestes ruïnes?*» i es creà un blog<sup>1</sup> amb el mateix nom (veure Figura 8.1) que allotja tots els materials per facilitar la seva implementació, perquè el pugin utilitzar tant el professorat com l'alumnat. Com en totes les seqüències didàctiques que formen part d'aquesta investigació, per una banda, el blog completa la proposta pel que fa a competències TAC de l'alumnat i, per altra, s'hi troben tots els materials i enllaços necessaris per dur a terme les tasques que s'hi proposen.



Figura 8.1: Captura de pantalla del blog de la seqüència

<sup>1</sup>El blog s'anomena « Què amaguen aquestes ruïnes?» i es pot consultar a la següent adreça:

<http://ruinesdebaetulo.blogspot.com.es/>

<sup>2</sup> El vídeo s'anomena «Baetulo Virtual 3D» i es pot visionar també a YouTube a la següent adreça:

<https://www.youtube.com/watch?v=rZHiL5k8zL8>

<sup>3</sup> La professora, en aquest cas la investigadora, sí que sap que l'edifici trobat, segons l'article de l'equip

La seva estructura és la següent: un mur central —on es poden fer entrades i comentaris, incloent-hi vídeos, fotografies, enllaços, etc. per informar de les tasques i motivar a l'alumnat— una capçalera i dues parts laterals, a banda i banda del mur, amb diversos apartats. A continuació es fa una breu descripció dels continguts d'aquestes parts del blog:

*Capçalera:* Té cinc apartats: “Guia de la Indagació”, “Situem-nos”, “Materials”, “Com es fa?” i “Presentació d'informes i arxius” amb diversos documents que es poden descarregar en PDF:

- *Guia d'indagació:* En el primer apartat hi trobem una guia de la indagació, un document que actua indicant la seqüenciació de les tasques, explicada per a l'alumnat.
- *Situem-nos:* Aquest apartat connecta amb un mapa de Google Maps, una vista de satèl·lit, de Badalona on s'hi ha marcat una zona ombrejada que és la localització real de les ruïnes. L'alumnat hi pot veure el nom dels carrers i navegar-hi per situar-se, respecte casa seva, l'escola o qualsevol carrer que conegui.
- *Materials:* En aquest apartat s'hi troben diversos materials dissenyats per a la seqüència que l'alumnat necessitarà per a diverses tasques. Hi ha un dossier amb fotografies de l'excavació; el model de l'informe d'investigació que l'alumnat haurà de complimentar, en versió editable; un informe arqueològic de la troballa de les ruïnes, basat en l'article de S. i Morata (2001); una carpeta amb tres mapes de la zona a estudiar extrets de diferents fonts: el Google Maps, el Geoportal Urbanístic de Badalona i el Museu de Badalona (aquest últim és una superposició de l'hipotètic traçat urbanístic romà en l'actual mapa de la ciutat).
- *Com es fa?:* En aquesta carpeta hi trobarem, a més del model de l'informe d'investigació que hauran de complimentar els equips d'indagació, dos documents d'ajuda per a certes tasques. El primer són unes instruccions d'ajuda per a representar amb el programa Geogebra un model del teatre romà; el segon document, són instruccions d'ajuda per navegar per la web del Geoportal Urbanístic i poder obtenir el mapa de la zona concreta que interessa.
- *Presentació d'informes i arxius:* És un espai previst perquè l'alumnat hi pengi els arxius resultants de les seves tasques d'indagació.

*Barra lateral dreta:* En aquest espai, a més de l'autoria del blog hi trobem dos apartats:

- *Recursos:* Aquest apartat conté 3 enllaços a diferents recursos necessaris per a desenvolupar les tasques proposades en la Guia de la Indagació. Un enllaç al programari Geogebra per a poder-lo instal·lar a l'ordinador en el cas de no disposar-ne a l'escola o si per si algun alumne se'l vol instal·lar a casa; un altre enllaç al Manual del programa Geogebra; i, finalment, l'enllaç al Geoportal Urbanístic de Badalona, necessari per a desenvolupar una de les tasques d'indagació.
- *Llibre d'arquitectura de Vitruvius:* Aquest apartat amb una fotografia de la portada d'aquest llibre d'un arquitecte clàssic de Roma anomenat Vitruvius conté un arxiu en format PDF d'un facsímil de llibre original, traduït al castellà. Serà un element important per veure com eren els models arquitectònics de la Roma clàssica per als edificis públics.

*Barra lateral esquerra:* En aquest espai s'hi pot trobar, a més d'un traductor del blog, una eina de cerca per paraules i l'arxiu o índex de les entrades i un apartat de recerca a la Wikipèdia, els quatre apartats següents:

- *Enllaços imprescindibles:* És un apartat amb una llista d'enllaços a pàgines web sobre diferents aspectes de l'arquitectura les construccions de la Roma clàssica i l'ús que se'n feia.
- *Edificis romans:* Un vídeo realment aclaridor sobre les funcions dels edificis romans, la forma que tenien, etc.
- *Enllaços d'ajuda:* Enllaços a vídeos explicatius sobre algunes tasques que es realitzaran: com inscriure un triangle en una circumferència amb paper i llapis; com inscriure un triangle en una circumferència amb Geogebra; com trobar el centre d'un arc de circumferència.
- *Altres enllaços:* Un enllaç a la web del Museu de Badalona i un altre enllaç a l'entrada de la Viquipèdia destinada a *Baetulo* (la Badalona romana).

Al final del blog, al peu, hi ha un vídeo que simula un vol per sobre d'una hipotètica *Baetulo*.

El disseny d'aquesta seqüència didàctica es va concretar en una sèrie de tasques que presentem agrupades en 7 sessions de durada variable. Per al disseny de les tasques, a més de les pàgines web enllaçades al blog, i l'article citat de Padrós i Morata (2001), es va consultar bibliografia diversa —en el cas dels materials per a l'alumnat, sempre se cita la font en el mateix document o peu de foto— però, volem destacar el facsímil de la traducció del llatí a l'espanyol del llibre de Marcus Vitruvius Pollio, *De Architectura Libri Decem*.

Vitruvius, quan era jove, va ser arquitecte de Juli Cèsar i és l'autor d'aquest tractat sobre arquitectura que és el més antic que es conserva, escrit durant el segle I a. EC. És un llibre inspirat en teòrics grecs i tracta sobre canons, materials, tècniques decoratives, construcció, tipus d'edificis, hidràulica, mecànica i gnomònica. És un llibre que es va utilitzar a l'Edat Mitjana i va ser reeditat a Roma el 1486. Per exemple, el famós dibuix de Leonardo da Vinci, l'home de Vitruvi, sobre les proporcions està basat en les indicacions que es donen en aquesta obra.

En la Taula 8.1 es pot veure un esquema de la seqüenciació amb el seu fil narratiu. Com es pot veure, la primera sessió és de contextualització de la problemàtica i d'explicació del blog, a través del qual els estudiants podran obtenir molta de la informació que necessitaran per anar seguint el procés de la indagació que hauran de dur a terme.

En la segona sessió comença el procés d'indagació de l'alumnat i culmina amb la primera hipòtesi sobre quin tipus d'edifici pot estar amagat en les ruïnes descobertes.

Després, en la tercera sessió, una sessió molt vivencial en una plaça molt propera a l'escola, podran experimentar amb la representació del mur romà descobert —en les mateixes ruïnes no és permès de treballar-hi ja que no seria segur a causa del seu estat actual—. Aquí es treballaran les propietats de certes corbes per poder determinar quina corba segueix el mur romà i, llavors calcular-ne alguns dels seus elements.

En la quarta sessió els equips dibuixaran un model de l'edifici que argumentin que podria ser el de les ruïnes, ajudats per les instruccions del llibre de l'arquitecte més important de l'època, Vitruvius. En la cinquena sessió, també segons el cànon de Vitruvius, podran calcular quanta gent podria cabre en l'edifici. Totes aquestes conjectures podran ser contrastades en la setena sessió amb la visita a les ruïnes amb una de les arqueòlogues del Museu de Badalona a qui li podran fer tot tipus de preguntes sobre el tema.

En la darrera sessió, a més de finalitzar l'informe d'indagació amb l'explicació de tot el procés i presentar-lo, penjant els arxius en el blog, faran una posada en comú de les reflexions extretes entre tots i totes.

Taula 8.1: Seqüenciació de les sessions de «Què amaguen aquestes ruïnes?»

«Què amaguen aquestes ruïnes?»	
Nº sessió	Nom de la sessió i breu descripció
1	<p><b>«Engueguem motors!»</b> Presentació del context històric i plantejament del problema d'investigació a l'alumnat, amb la lectura de la primera entrada al blog. Aproximació cronològica i geogràfica dels fets. Presentació del blog de la seqüència i tots els seus apartats i documents. Formació d'equips d'investigació (de 3 alumnes) i explicació de l'organització de les tasques.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <b>Tasca 1:</b> Mirar bé els apartats del blog i els enllaços externs; entrar a l'apartat "Situem-nos" i identificar la zona de localització de les ruïnes, poder explicar com anar-hi des de l'escola.</li> </ul>
2	<p><b>«Formulem la nostra primera hipòtesi»</b> Primera recerca d'informació i plantejament d'hipòtesis centrades en la forma del mur romà semicircular trobat pels arqueòlegs.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <b>Tasca 2:</b> Observació del mapa a escala de la zona (ja sigui extret del Geoportal Urbanístic o dels mapes disponibles al primer apartat del blog). Lectura detinguda de l'Informe d'investigació dels arqueòlegs i recerca d'informació sobre edificis públics romans. Síntesi de les notes i conclusions</li> <li>➤ <b>Tasca 3:</b> Formulació d'hipòtesis sobre quins edificis podrien haver hagut en la zona estudiada en relació a les formes que es veuen en el mapa.</li> </ul>
3	<p><b>«A guixar a la plaça!»</b> Comprovació de les hipòtesis formulades sobre la forma del mapa i càlcul del radi del mur semicircular sobre el terreny, a una plaça propera a l'escola. La meitat dels grups fan una tasca a la classe i l'altra meitat van a treballar a la plaça, després fan canvi.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <b>Tasca 4:</b> A la classe, han de continuar estudiant els tipus d'edificis públics romans, les seves funcions i les seves formes, completant la Tasca 2. Finalment, després d'haver anat a la plaça, cal fer una hipòtesi més definitiva sobre de quin edifici es podria tractar i la seva forma.</li> <li>➤ <b>Tasca 5:</b> A la plaça es desenvolupen unes activitats per estudiar les propietats de certs tipus de corbes (el lípse i circumferència, bàsicament). El mur semicircular (l'alumnat veu que és un tros de corba però no sap si de circumferència o d'el lípse) estarà dibuixat a la plaça i s'haurà de determinar si la seva forma correspon a una circumferència o a una el lípse.</li> <li>➤ <b>Tasca 6:</b> Determinar, mitjançant proves a la plaça, el centre i la mesura del radi de la circumferència que conté l'arc que representa el mur.</li> </ul>
4	<p><b>«Dibuixem l'edifici segons el model de Vitruvi»</b> Realització d'un model de l'edifici, segons les indicacions del llibre de Vitruvi, amb el programa Geogebra.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <b>Tasca 7:</b> Confecció del model de l'edifici, seguint les instruccions per a Geogebra, segons el model de Vitruvi per a aquest tipus d'edifici.</li> <li>➤ <b>Tasca 8:</b> Exportació del model per situar-lo en un mapa de la zona i comprovar si hi encaixa. Contrast del resultat, les mesures etc. amb l'Informe arqueològic.</li> </ul>
5	<p><b>«Quanta gent hi cabia?»</b> Formulació de conjetures sobre la cabuda del teatre.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <b>Tasca 9:</b> Càlcul dels espectadors que podria allotjar (es pot consultar una ajuda en la Guia d'indagació).</li> </ul>
6	<p><b>«La indagació segueix sobre el terreny»</b> Preparació de preguntes per a una entrevista a l'arqueòloga del Museu de Badalona. Visita a les ruïnes i comprovació de les hipòtesis sobre la cabuda de l'edifici, segons els càlculs de l'anterior sessió.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <b>Tasca 10:</b> Pluja d'idees sobre preguntes per fer a l'arqueòloga i redacció d'unes preguntes comunes a tot el grup classe.</li> <li>➤ <b>Tasca 11:</b> Visita guiada a les ruïnes i entrevista.</li> </ul>



7

«Conclusions i presentació» Reflexió final i finalització i presentació d'informes.  
 ➤ Tasca 11: Finalització de l'informe i altres documents i presentació a través del blog. Posada en comú de les conclusions.

A continuació es descriuen les sessions amb més detall.

*Sessió 1*: En la sessió «Enguegem motors!» es realitza la primera aproximació al context històric de la seqüència didàctica —les ciutats romanes com *Baetulo*— amb l'ajuda i la presentació del blog.

Primer de tot, es mostrarà el blog creat per a la seqüència d'una manera general, posant èmfasi en l'organització de cada part i en els documents que conté. Després es farà un visionat del vídeo<sup>2</sup> “Baetulo virtual en 3D” (Figura 8.2), l'enllaç del qual es troba al blog, de 7 minuts de durada. Aquest vídeo fa una reconstrucció de la fundació de la ciutat de *Baetulo*, tot a vista d'ocell. Amb aquest visionat la professora d'Història pot fer una introducció als aspectes importants de la romanització de la zona.



Figura 8.2: Captura de pantalla del vídeo «Baetulo Virtual 3D»

Després del visionat, es fa la lectura de la primera entrada del blog (Figura 8.3), on s'explica la notícia de la troballa de les restes romanes, fent èmfasi en el mur romà. Amb aquesta lectura, s'aprofita per explicar els objectius de la seqüència, és a dir es planteja la formació d'equips de treball que facin una investigació paral·lela a la de l'equip d'arqueòlegs del Museu de Badalona.

Llavors es mostra el document “Guia d'investigació” —que es troba a l'apartat corresponent de la part superior del blog (també s'ha inclòs a l'annex

<sup>2</sup> El vídeo s'anomena «Baetulo Virtual 3D» i es pot visionar també a YouTube a la següent adreça: <https://www.youtube.com/watch?v=rZHIL5k8zL8>

d'aquest capítol)— com un document de consulta perquè els equips puguin saber, sempre que ho necessitin, quines tasques hauran d'anar fent i trobar-hi algunes ajudes. Es fa notar que la primera plana de la Guia explica la notícia de la troballa, igual que a l'entrada al blog. De fet, aquest document és la seqüenciació de les sessions explicada per a l'alumnat.



Figura 8.3: Captura de pantalla de la primera entrada del blog, amb la notícia de la troballa

que l'aplicació dóna moltes possibilitats d'extraure informacions diverses i, consegüentment, no és senzilla d'utilitzar. Aquestes instruccions es troben a l'annex 1 de la Guia d'indagació i a l'apartat del blog "Com es fa?".

És també en aquesta sessió on es formen els equips d'investigació de tres alumnes, que hauran de treballar cooperativament. Cada equip s'haurà

A continuació, la Tasca 1, tots junts observarem, en el mapa del Google Maps preparat a l'apartat del blog "Situem-nos", la zona de la ciutat on s'ha fet la troballa. Aquesta és la zona que s'haurà d'estudiar però, per fer-ho, primer hauran de reconèixer-ne la localització. Es propicia l'inici d'una pluja d'idees de tot l'alumnat amb l'objectiu que reconeguin la zona —per exemple, sàpiguen indicar el camí que s'hauria de seguir per arribar-hi des de l'escola— i facin observacions i preguntes sobre les formes que es veuen al mapa de la zona ombrejada.

També es mostra el Geoportal Urbanístic i s'explica com treure el mapa a escala que serà necessari per treballar. Perquè no hi perdin molt de temps hi ha unes instruccions a seguir, ja

d'identificar amb un número que haurà de recordar perquè també identificarà els arxius amb que presentin les tasques realitzades.

*Sessió 2:* L'objectiu de la sessió «Formulem la nostra primera hipòtesi» és que facin una primera recerca a través dels enllaços proposats en el blog i els seus llibres sobre els tipus d'edificis públics romans i s'hi familiaritzin. També que



Figura 8.4: Fotografia del mur curvilini romà en l'excavació

se centrin en la troballa més interessant de l'excavació arqueològica que és un mur curvilini (Figura 8.4 i 8.5) de 3,5 metres d'alçada que amb certesa és romà, pel tipus de material de què està construït.

La primera tasca que es proposa en aquesta sessió, la Tasca 2, es tracta d'observar i llegir detingudament. Es demana als equips que observin el mapa de la zona a escala, extret del Google Maps conservant la regleta de l'escala (Figura 8.6) o del Geoportal Urbanístic (Figura 8.7). Aquests mapes poden trobar-los al blog —si volem (i podem dedicar-hi el temps que requereix), l'alumnat

pot buscar-lo al Geoportal Urbanístic amb l'ajuda de les instruccions—.

Els estudiants han de fixar-se en la forma semicircular de les construccions actuals, que caracteritza la zona, ja que en la resta de la ciutat pràcticament no es dona. Han de pensar en per què aquestes cases i els carrers que formen deuen tenir aquesta forma. Haurien d'arribar a adonar-se que el més probable és que hi hauria hagut una construcció semicircular anterior (quant d'anterior?) a les cases actuals i que s'hi va construir a sobre. És possible que aquesta construcció fos romana a causa de la zona de Badalona on ens trobem?

A continuació es demanarà als equips que mirin les fotos de l'excavació — incloses en l'apartat de “Materials” del blog— i que facin una lectura detinguda de l'Informe Arqueològic (inclòs en l'annex d'aquest capítol), que és



Figura 8.6: Captura de pantalla del mapa de la zona extret de Google Maps, amb l'escala

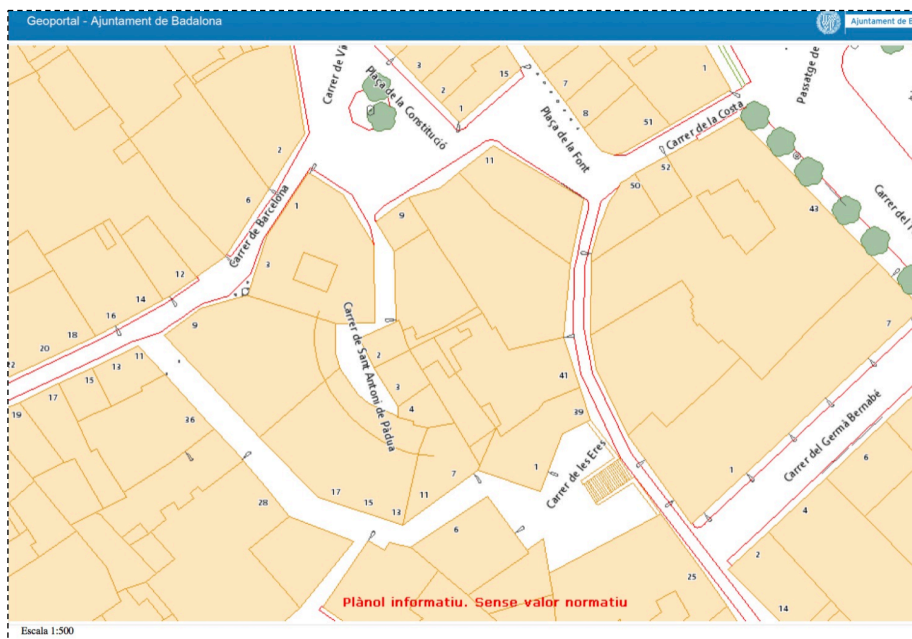


Figura 8.7: Captura de pantalla del mapa de la zona extret del Geoportal Urbanístic de Badalona, amb l'escala

Per a completar la Tasca 2 podran començar a fer recerca d'informació sobre edificis públics romans en el seu llibre de text, als vídeos del blog, als enllaços del blog, etc. Cal insistir en què utilitzin els enllaços del blog ja que les fonts són contrastades. Caldrà que vagin fent una síntesi de la informació que trobin útil.

Amb aquesta informació podran abordar la Tasca 3, on hauran de relacionar les funcions i les formes dels edificis públics romans amb la forma que presenta la construcció on està inserit el mur curvilini romà de l'excavació arqueològica. Llavors, hauran de formular les seves hipòtesis sobre quins edificis podrien haver hagut en la zona estudiada tenint en compte les formes que es veuen en el mapa. Si és tractés d'una el·lipse podria ser un amfiteatre, si fos mitja circumferència podria ser un teatre, un circ..., etc.

Tant la informació que conforma els arguments de la hipòtesi o de les hipòtesis, com les mateixes hipòtesis que hagin formulat, les hauran d'escriure en el Model d'Informe d'Indagació —que podran descarregar del blog en versió editable— en el primer apartat, anomenat "Primeres hipòtesis". Aquest informe el guardaran al seu ordinador amb el nom "InformeGrup1.doc" (el

número 1 representa el número d'equip d'indagació que se li ha hagut de donar en la Sessió 1). Aquest document l'aniran completant a mesura que avancin en el procés d'indagació.

*Sessió 3:* La sessió «A guixar a la plaça!» és una sessió molt vivencial que pretén que l'alumnat tingui l'oportunitat de comprovar si les hipòtesis que han formulat tenen validesa o hauran de modificar-les.

Es fan dos torns, desdoblant el grup-classe per poder atendre'ls millor. Hi ha uns equips —la meitat— que es queden a classe mentre els altres van a una plaça molt propera a l'escola a experimentar i, quan tornin els que estan a la plaça, podran marxar els equips que primer s'havien quedat a la classe.

La Tasca 4, que tracta de donar una mirada cultural a les formes dels edificis romans, es realitza quan els equips, estant a la classe, continuen cercant informació sobre els edificis i les seves formes, consulten el llibre de Vitruvius per conèixer els seus cànons o models per a la construcció d'edificis públics romans, inspirat amb els edificis grecs.

Els equips, mentre estiguin a la classe hauran d'esbrinar, doncs, quines formes tenien els edificis públics de Roma i relacionar-ho amb els les troballes arqueològiques que s'estan estudiant, les formes que s'observen en el mapa de la zona de l'excavació, etc. També estudiaran la quina relació hi ha entre les funcions dels edificis i les formes que tenen. Per exemple, per què els teatres són semicirculars? Podria tenir relació amb la visió dels espectadors? I amb la sonoritat, la propagació del so?

Quan els equips hagin participat de les activitats que es realitzen a la plaça, hauran de millorar les seves hipòtesis preliminars, sigui reforçant-les amb més arguments —sobre el que hagin après amb les activitats a l'exterior i sobre la informació nova que hagin gestionat—. Podran formular hipòtesis definitives sobre quin creuen que és l'edifici al que correspon el mur curvilini descobert —i la resta de troballes de la zona relacionades—, quina ha de ser la seva forma completa i explicar perquè ho creuen.

La Tasca 5 es desenvolupa en una plaça propera a l'escola, a la Plaça del Gas, mitjançant una sèrie d'activitats per estudiar les propietats de certs tipus de corbes (el lípse i circumferència, bàsicament). L'objectiu principal serà determinar si el mur curvilini romà —que estarà reproduït al terra de la plaça

de manera fidedigne<sup>3</sup>, pel que fa a les mesures i la forma— encaixa en una circumferència o en una el·lipse.

Per a realitzar aquesta tasca necessitarem els següents materials: una corda o cordill d'uns 40 metres; guix; paper d'embalar amb l'arc que forma el mur dibuixat (veure nota al peu de pàgina); precinte per enganxar el paper d'embalar a terra; un patinet; un parell d'anells; escaires de fusta gran; regles llargues, d'un metre.

Com dèiem, l'alumnat trobarà reproduït el mur curvilini en el terra de la plaça però no sap si és part d'una circumferència o d'una el·lipse o, fins i tot, una paràbola (és de radi molt gran i no es pot apreciar a ull nu), tampoc en sap el radi ni, òbviament, el centre. Poder determinar tots aquests aspectes els donaria molta informació per poder conjecturar a quin tipus d'edifici pertany el mur. Com que el professorat sap que realment és una circumferència, es començarà per intentar provar altres tipus de corbes perquè els estudiants hagin de raonar a partir de totes les opcions per eliminació. Es faran diverses activitats o “proves” a partir de les propietats<sup>4</sup> de la circumferència:

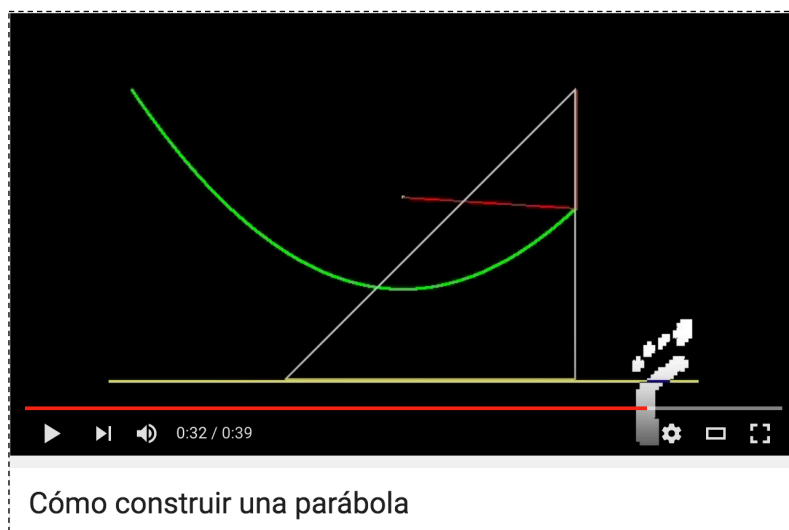
- Resseguirem l'arc amb un patinet: si es tracta d'una circumferència, un cop tinguem les rodes encarades en la direcció adequada, no haurem de moure el manillar per canviar-ne la direcció. En canvi, si es tracta d'una el·lipsi (o d'una paràbola) en algun moment ho haurem de fer si volem continuar trepitjant-lo.
- Construïrem de manera gràfica una paràbola<sup>5</sup> per comprovar si el dibuix del mur hi encaixa. Per fer-ho, necessitarem una corda ben llarga (uns 30 o 40 metres) amb una anella que passarem pel mig de la corda i tres alumnes que col·laborin.

---

<sup>3</sup> La professora, en aquest cas la investigadora, sí que sap que l'edifici trobat, segons l'article de l'equip d'arqueòlegs del Museu de Badalona, segurament és un teatre romà. Per tant, el mur és un arc de semicircumferència, del qual en sabem el radi (16 metres). Amb aquesta informació (que l'alumnat haurà de descobrir) la professora pot dibuixar el mur en el terra de la plaça (o portar-lo dibuixat en un paper gruixut) abans que arribin els primers equips a fer les activitats, triant un lloc concret de la plaça per posar-hi el centre de la semicircumferència, localitzable per a la professora (per assegurar que l'activitat surti bé).

<sup>4</sup> Per 3 punts només hi passa una sola circumferència; té infinits eixos de simetria; tots els punts de la circumferència són equidistants al centre; té una curvatura constant.

<sup>5</sup> Una paràbola és el lloc geomètric dels punts del pla que equidisten alhora d'un determinat punt fix anomenat focus i d'una determinada recta anomenada directriu. La recta perpendicular a la directriu que passa pel focus de la paràbola s'anomena eix de la paràbola. El punt de la paràbola que talla l'eix s'anomena vèrtex de la paràbola.



**Figura 8.8:** Captura del vídeo del YouTube de la construcció gràfica d'una paràbola

Situarem a un alumne en el focus de la paràbola (calculat a ull), que no es podrà moure d'aquest punt mentre duri l'activitat, aguantant un extrem de la corda. Dibuixarem una recta (que faci de directriu de la suposada paràbola). Una altra alumna que anirà caminant per aquesta recta, amb l'altre extrem de la corda. Un tercer estudiant que agafi l'anella (amb la corda que hi passa pel mig però es pot moure) i que haurà d'anar caminant pel dibuix del mur, a la mateixa alçada que el seu company camina per la directriu.

La condició és que la corda sempre estigui tensa. Si es pot fer tot el recorregut per sobre el dibuix del mur sense que la corda perdi tensió podríem dir que es tracta d'una paràbola. La posició inicial dels tres alumnes són alineats (estudiant 1 al focus amb un extrem de la corda; estudiant 2 al vèrtex de la suposada paràbola amb la corda passada per l'anella; estudiant 3 amb l'altre extrem de la corda, amb la corda tensa).

Per entendre millor el procés es pot consultar un vídeo del YouTube (Figura 8.8) al següent enllaç: <https://www.youtube.com/watch?v=u61sDps-3Sk>

O bé, es pot consultar un applet manipulable de Geogebra (Figura 8.9) al següent enllaç: <http://www.geogebra.org/m/28364>. L'estudiant 1 se situaria a  $F_1$ ; l'estudiant 2 al punt mòbil per sobre la paràbola de color blau



i l'estudiant 3 a l'extrem de la línia vermella, un punt mòbil per sobre la directriu.

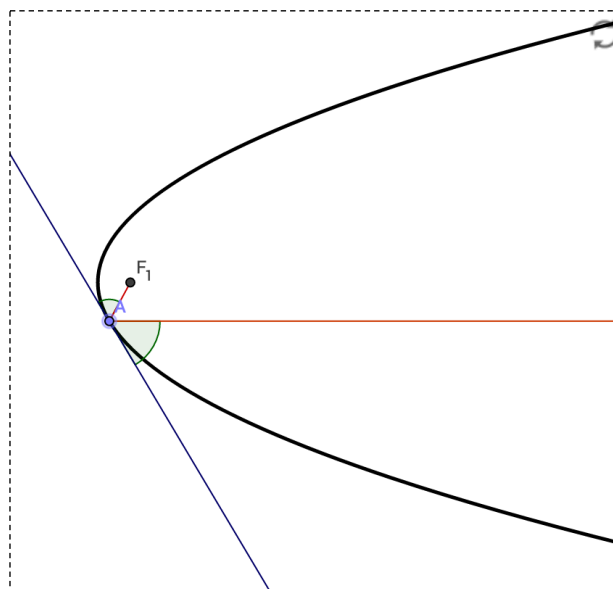


Figura 8.9: Captura de l'applet manipulable de Geogebra

Amb aquesta segona activitat, després de diverses proves, l'alumnat comprovarà que no serà possible resseguir el dibuix del mur mantenint la corda tensa. Per tant, no es tracta d'un fragment de paràbola.

- La següent activitat serà la construcció d'una el·lipse<sup>6</sup> amb un mètode similar. Tornarem a necessitar la corda amb l'anella. L'estudiant 1 i l'estudiant 3, els que aguanten els dos extrems de la corda restaran quiets en els focus de la suposada el·lipse i l'estudiant 2, amb l'anella intentarà resseguir el dibuix del mur, intentant mantenir la corda tensa.

Per entendre el procés seguit sobre la plaça es pot veure el vídeo de YouTube (Figura 8.10), on cada una de les xinxetes representarien l'estudiant 1 i 3 i la punta del llapis representaria l'estudiant 2. Es pot veure a l'enllaç: <https://www.youtube.com/watch?v=81NbgFpAfOU>

També es pot veure el procés i les propietats de l'el·lipse al següent applet de Geogebra (Figura 8.11), a l'enllaç: <http://alerce.pntic.mec.es/~iferna14/conicas/elipse.html>

<sup>6</sup> Una el·lipse és el lloc geomètric dels punts del pla per als quals és constant la suma de les distàncies a dos punts interiors fixos denominats focus, que regeixen l'excentricitat de l'el·lipse



Figura 8.10: Captura del vídeo de YouTube de la construcció gràfica d'una el·lipse

Amb aquesta activitat, després d'anar provant en diversos punts, l'alumnat podrà comprovar que tampoc no serà possible resseguir el dibuix del mur mantenint la corda tensa dibuixant una el·lipse. Per tant, no es tracta tampoc d'un fragment d'el·lipse.

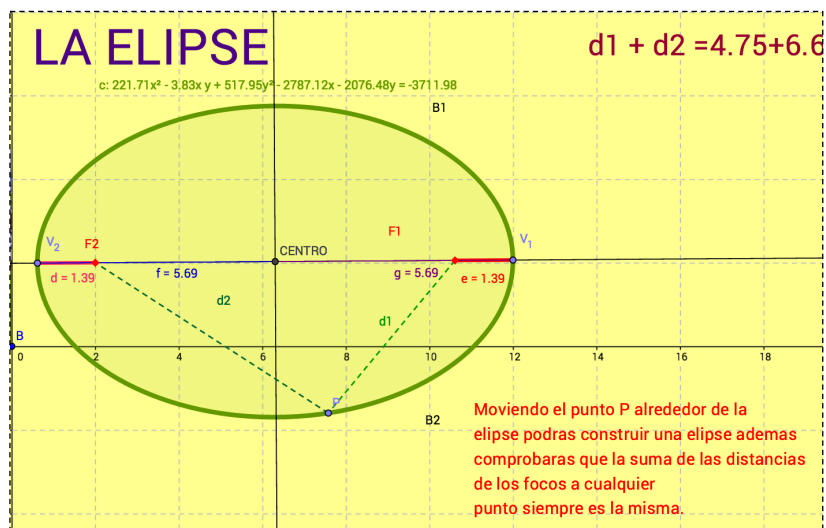


Figura 8.11: Captura de l'applet de la construcció gràfica d'una el·lipse

Per tant, abordarem la Tasca 6 ja que, per eliminació, deduïm que la corba que segueix el mur hauria de ser una circumferència. La següent activitat serà, doncs, construir una circumferència que hi encaixi, trobar el seu centre i la mesura del radi. Ho intentarem per diversos mètodes:

- Mètode 1: Per aproximació s'intentarà trobar el centre de la circumferència, anant tantejant centres possibles.
- Mètode 2: Dibuixarem amb guix diverses tangents en diferents punts del mur dibuixat a terra. Traçarem la perpendicular (amb regle i escaire) a aquestes tangents que prolongarem. Allà on es tallin les tangents serà el centre i podrem mesurar la distància del centre a l'arc amb la cinta mètrica.
- Mètode 3: Dibuixarem dues mediatris a tres punts de l'arc amb l'ajuda d'una corda i guix per marcar. En el punt on es tallin les rectes mediatris hi haurà el centre, podrem mesurar la distància del centre a l'arc amb la cinta mètrica.
- Mètode 4: Buscarem el punt mig d'una corda i hi farem un nus. Posarem cada extrem de la corda en un extrem de l'arc (de dos punts de l'arc que haguem triat) i tibarem pel mig de la corda (que tenim marcat amb un nus) fins que quedi tensa. Amb l'ajuda d'una anella que anirem pujant per la corda des del nus, marcarem a terra la línia que surti. Ho farem dues vegades. Prolongant aquestes rectes trobarem el centre allà on es tallin. Podrem mesurar la distància del centre a l'arc amb la cinta mètrica.

Ara és el moment de veure quant d'espai ocuparia en la plaça tot el teatre, si estigués construït aquí, de manera que els alumnes es puguin fer una idea de la magnitud de l'edifici.

Com que ja tindrem el centre localitzat i, per tant, també coneixerem el radi, amb l'ajuda del centímetre i la corda marcarem diversos punts —on hi anirem situant un alumne que no es mogui— amb l'objectiu de marcar el perímetre de la mitja circumferència del teatre. Des del centre de la semicircumferència es podran dividir els estudiants que estan quiets marcant el perímetre i serà possible copsar l'envergadura real de l'edifici.

*Sessió 4:* En la sessió «Dibuixem l'edifici segons el model de Vitruvi» es realitza un model de l'edifici —en la sessió anterior l'alumnat ja ha comprovat que es podria tractar d'un teatre romà—, seguint les indicacions del llibre de *Vitruvi*, amb l'ajuda del programa Geogebra.

Així doncs, la Tasca 7 s'aborda amb el Geogebra, encara que també podria dibuixar-se amb paper, llapis, regle i compàs. Per fer-ho, l'alumnat ha de seguir les instruccions per construir un teatre romà que trobaran al seu

document Guia de la investigació (a l'annex d'aquest capítol), o bé, a l'apartat del blog anomenat “Com es fa?”.

Aquestes instruccions estan basades en el model d'un teatre romà (Figura 8.12) del llibre *De Architectura* de M. *Vitruvius Pollio*. En el blog n'hi ha una traducció en forma de facsímil que es pot descarregar perquè l'alumnat pugui

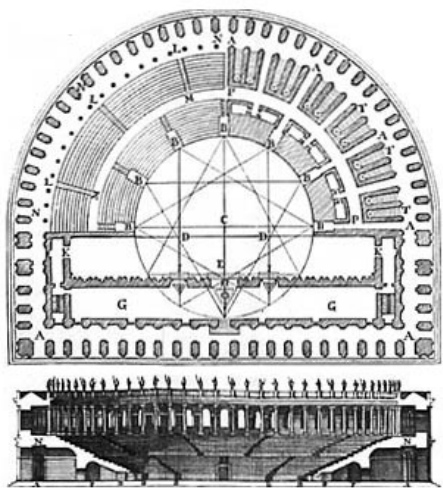


Figura 8.12: Planta i secció d'un teatre segons Vitruvi

contrastar les instruccions de què disposen que són una adaptació d'aquest capítol del llibre per a Geogebra.

Seguint les instruccions, doncs, cada un dels equips d'indagació dibuixarà, amb Geogebra, un model del teatre de Baetulo, amb les mides que han obtingut en la sessió anterior.

Quan hagin acabat el disseny, obtindran un arxiu que hauran de guardar amb el nom “TeatreGrup1.ggb” (el número 1 representa el número d'equip d'indagació

que se li ha hagut de donar en la Sessió 1). El model construït s'exportarà com una imatge transparent que es guardarà i s'anomenarà “ImatgeTeatreGrup1.png” per poder-la presentar al final.

Per realitzar la Tasca 8, aquesta imatge s'haurà de situar a sobre d'un plànol de la zona a escala (l'obtingut en la sessió 1 mitjançant el Geoportal Urbanístic) que podran baixar del blog en format Word. Llavors, s'imprimirà i es comprovarà si sobre el plànol coincideixen amb es mesures de les troballes, a partir de l'escala que presenta el mapa de la zona on incrustaran el seu model, segons l'Informe arqueològic de què disposen. Aquest document s'haurà de guardar i anomenar “PlanolTeatreGrup1.doc”.

Sessió 5: En la sessió «Quanta gent hi cabia?» es pretén fer un càlcul aproximat, també basat en la disposició dels seients, segons el model de Vitruvi, per conjeturar sobre la capacitat del teatre.

Així doncs, amb la Tasca 9 es realitza el càlcul dels espectadors que podria allotjar el teatre de *Baetulo*. Hauran d'escriure i explicar els càlculs que facin en el mateix document Word que ja tenen obert que s'anomena

InformeGrup1.doc. Encara que també podran entregar els fulls en brut que hagin utilitzat, posant-hi el número de grup.

Per fer aquesta tasca l'alumnat necessitarà el suport del professorat, que haurà llegit l'article Padrós i Morata (2001) per poder anar oferint les ajudes necessàries als equips d'indagació.

S'espera que l'alumnat segueixi el següent procés:

L'alumnat, que en la sessió anterior haurà dibuixat el model del teatre seguint les indicacions de *Vitruvius*, tant per la forma com per les proporcions, partint de la hipòtesi d'un radi màxim de la *cavea*<sup>7</sup> de 16 metres (esbrinat en la sessió 3, realitzada a la plaça) i en forma de corona semicircular, com es pot veure en la Figura 8. 13.

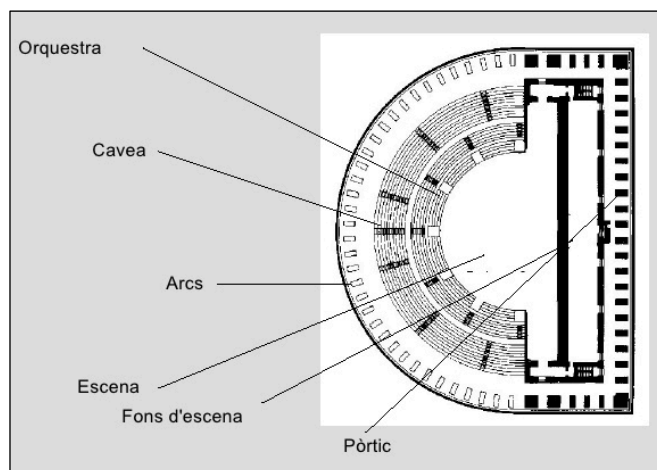


Figura 8.13: Parts d'un teatre romà

Seguint les proporcions del model de teatre romà, el radi mínim de la *cavea* ha de ser de 5 metres.

$\text{radi}_{\text{màxim}} = 16 \text{ m.}$	$\text{radi}_{\text{mínim}} = 5 \text{ m.}$
--	---

<sup>7</sup> La *cavea* són les grades del teatre, una part fonamental del teatre. S'hi podia accedir per dalt —hi havia un pòrtic de circulació per passejar durant els entreactes— mitjançant unes escales adossades al mur semicircular de tancament; des d'allà es baixava per les escales de les grades. També s'hi accedia per l'interior, mitjançant uns passadissos subterranis que donaven a la grada a través d'uns accessos anomenats *vomitòria*. Les primeres grades es reservaven per als senadors, després els cavallers i després la resta de poble. El *pullarium* —el galliner— estava reservat a les dones.

Donant a cada una dels graons de les grades una amplada de 2,5 peus, que equivalen a 0,74 m., la *cavea* tindria un total de 15 grades, de les quals 3 senatorials i 12 per al públic general.

L'alumnat pot fer aquest càlcul dibuixant circumferències amb una distància entre elles de 0,74 m. (a escala) amb paper i compàs o bé amb el Geogebra sobre el model confeccionat en la sessió anterior.

A continuació es pot calcular el nombre de places de cada grada, al tenir forma de semicircumferència la longitud és diferent per cada graó, ja que depèn del radi.

L'alumnat sap que la longitud de mitja circumferència és:  $L/2 = 2\pi r / 2 = \pi r$   
 $\rightarrow L/2 = \pi r$

Suposant 2 espectadors per metre, es pot calcular el nombre de places de cada grada (anomenat  $N_n$ ) aplicant l'expressió:  $N_n = \pi r_n \cdot 2$

Així doncs, quants espectadors tindria la primera grada ( $r_1 = 5$  m.)?

$$N_1 = \pi \cdot 5 \cdot 2 = 31,4 \text{ espectadors} \rightarrow 31 \text{ espectadors}$$

Quants espectadors tindria la segona grada ( $r_2 = 5$  m. + 0,74 m. = 5,74 m.)?

$$N_2 = \pi \cdot 5,74 \cdot 2 = 36,0 \text{ espectadors} \rightarrow 36 \text{ espectadors}$$

Quants espectadors tindria la tercera grada ( $r_3 = 5,74$  m. + 0,74 m. = 6,48 m.)?

$$N_3 = \pi \cdot 6,48 \cdot 2 = 40,71 \text{ espectadors} \rightarrow 41 \text{ espectadors}$$

Quants espectadors tindria la quarta grada ( $r_4 = 6,48$  m. + 0,74 m. = 7,22 m.)?

$$N_4 = \pi \cdot 7,22 \cdot 2 = 45,36 \text{ espectadors} \rightarrow 46 \text{ espectadors}$$

L'alumnat podria seguir calculant fins la darrera grada de la *cavea*, la número 15 que té radi de 16 m., com ja s'ha comentat abans.

$$N_{15} = \pi \cdot 16 \cdot 2 = 100,53 \text{ espectadors} \rightarrow 101 \text{ espectadors}$$

I sumar tots els resultats per calcular la cabuda total (C):

$$C = N_1 + N_2 + \dots + N_{15}$$

També podrien seguir una altra estratègia més avançada ja que amb els primers càlculs es pot observar que hi ha un increment de 5 espectadors per grada —a causa de l'increment de radi de 0,74 m. per cada graó de la grada—. Per tant, es tracta d'una progressió aritmètica. Llavors, per poder conèixer la cabuda global del teatre es podria aplicar la fórmula de la suma dels termes

d'una progressió aritmètica: 
$$\sum_{i=1}^n a_i = n \frac{a_1 + a_n}{2}$$

Per tant, tenint en compte les següents dades (recordem que s'han suposat 2 espectadors per metre lineal:

Cabuda de la primera filera ( $N_1$ ) = 31

Cabuda de la darrera filera ( $N_{15}$ ) = 101

Es pot calcular que la cabuda total (C) és:

$$C = n/2 \cdot (N_1 + N_n) = 15/2 \cdot (31 + 101) = 990 \text{ espectadors}$$

Però, caldrà fer una ajustaments en aquests càlculs perquè, atenent al model de *Vitruvius*, cal tenir en compte les següents qüestions:

- *Primer ajustament:* Les 3 primeres grades corresponen als senadors i persones importants de la ciutat i, per tant, estan separades de la resta. L'espai que s'ha comptat com la quarta grada és buit d'espectadors perquè ha de ser un passadís de circulació (*praecinctio*). Abans s'ha comptat que hi cabien 46 espectadors. Per tant, la cabuda es veuria modificada així:

$$C = 990 - 46 = 944 \text{ espectadors}$$

- *Segon ajustament:* Per pujar i baixar per la *cavea* hi ha uns trams (radials) d'escalas, en aquest cas es creu que n'hi havia 3, unes al mig de la semicircumferència i unes a cada costat. Si l'amplada d'aquestes escalas era de mig metre, hauríem de descomptar 2 espectadors per cada graó de l'escala ja que, en principi, no podríem estar ocupats. Ara bé, els graons no són 15, són 11 car, ja s'han descomptat tots els espectadors del passadís —en l'ajustament 1— i les tres primeres grades, les senatorials, no tenien escalas. Per tant, hem de descomptar 2 espectadors per 11 graons, per 3 escalas, 66 espectadors.

$$C = 944 - 66 = 878 \text{ espectadors}$$

Així doncs, la cabuda aproximada del teatre, suposant que cada espectador disposaria de mig metre per seure, seria de 878 persones. Si penséssim que podrien estar més estrets, per exemple ocupant 0,4 metres, proporcionalment trobaríem que la cabuda podria ser de 1.100 espectadors.

Cabuda del teatre aproximada entre 878 i 1.100 espectadors

Una possible ampliació d'aquesta activitat de càlcul de la capacitat del teatre s'exposa a la següent sessió.

*Sessió 6:* En la sessió «La indagació segueix sobre el terreny» es tracta d'anar a visitar la zona de les ruïnes per conèixer-la realment i veure el mur romà en què es basa pràcticament tota la indagació i tenir l'ocasió de comprovar amb la feia dels experts les hipòtesis desenvolupades per l'alumnat a classe. Es tindrà el suport del Museu de Badalona, en el cas de la implementació que es realitzà el 2015, va poder ser la mateixa directora de l'equip d'arqueòlegs que van dur a terme l'excavació, Pepita Padrós.

La Tasca 10 comença a classe amb una pluja d'idees sobre les preguntes que es creuen interessants de fer a l'arqueòloga. L'objectiu és que les preguntes conformin una entrevista que ens permeti saber si les hipòtesis sobre el tipus d'edifici del qual formava part el mur romà descobert i sobre la seva capacitat d'espectadors són encertades, així com, altra informació complementària que pugui resultar interessant.

Amb les preguntes de l'entrevista preparades es realitza la visita guiada. L'arqueòloga farà una explicació per contextualitzar la importància de les ruïnes de la Badalona romana. L'alumnat tindrà l'oportunitat de comprovar que efectivament, les investigacions de Museu també són en la línia de què l'edifici estudiat va ser un teatre.

Al preguntar a l'arqueòloga sobre la cabuda aproximada d'aquest teatre — l'alumnat durant la sessió anterior haurà arribat a que era d'uns 1.100 espectadors— i explicar-li el resultat de les seves indagacions, ella, amb la nostra complicitat, no els respondrà directament la pregunta, simulant que no recorda exactament la quantitat. Tanmateix, els farà reflexionar, comparant aquest teatre amb altres teatres descoberts —a les illes (Pol·lèntia), a Mèrida, a Roma, etc.— i també amb la grandària de la ciutat d'aquell moment, amb els habitants que es calcula que hi havia.



Junts hauran d'arribar a la conclusió que la cabuda del teatre està ben calculada però que alguna cosa no concorda perquè en aquest teatre hauria de poder acollir-hi més gent. Se sap que, a més dels habitants de *Baetulo*, al teatre hi assistien els veïns d'altres pobles o concentracions de cases properes —una de les raons per les quals està situat a prop d'una de les portes de la ciutat, perquè la quantitat que es va preveure que assistiria als espectacles no entorpiessin en excés la vida de la ciutat—. Per tant, el teatre havia de ser més gran tot ell.

L'arqueòloga, en aquest moment els explicarà que el teatre podria haver estat més gros si hagués tingut unes grades de fusta afegides perquè hi pogués cabre-hi tota la població pràcticament. Era un fet habitual en alguns teatres. Els explicarà que el seu equip d'investigadors, amb aquesta hipòtesi, van cercar indicis de què hagués pogut estar així. Van excavar en els llocs on creien que haurien d'haver els fonaments dels pilars que aguantessin aquest afegit de grades, a continuació de les restes dels murs radials ja descoberts, i ho van trobar. De fet, totes aquestes troballes l'alumnat les pot llegir al document del blog “Informe arqueològic”.

L'alumnat podrà buscar informació sobre altres teatres romans, els que ha comentat l'arqueòloga en la visita. Concretament, a la xarxa<sup>8</sup> es troba fàcilment informació sobre un teatre de dimensions molt semblants al de *Baetulo*: el teatre de Pol·lèntia (Alcúdia, Mallorca) o el de Palma de Mallorca.

Trobaran que a Pol·lèntia hi ha una corona de forats excavats a la roca que revelen la possible existència d'un pòrtic amb grades de fusta que ampliaria la *cavea* i, per tant, la cabuda del teatre.

A més, segons la llei *Roscia*<sup>9</sup>, les grades reservades al conjunt d'autoritats, patricis i cavallers han de ser 14 i la resta de grades superiors serien per al poble. Per tant, això fa sospitar que potser hi hauria d'haver més grades en aquest teatre. Llavors, tornant a “l'Informe arqueològic” s'hi pot llegir que a Badalona es van fer cales més enllà dels 16 m. de radi per veure si es trobaven restes d'una corona de forats semblant a la de Pol·lèntia. Suposant que també

---

<sup>8</sup> En la web de l'arquitecte Luís Moranta Jaume hi ha un estudi detallat i comparatiu de diversos teatres similars, inclòs el de Badalona. Es pot consultar en: <http://palma.infotelecom.es/~moranta/>

<sup>9</sup> La *lex Roscia theatralis* fou una antiga llei romana proposada l'any 67 aEC que establia el seient al teatre per l'ordre eqüestre. Qui tenia més de 40.000 asos de patrimoni podia seure a les primeres 14 graderies del teatre, properes als senadors; també s'assignava altres seients pels que no arribaven a l'indicat patrimoni. Aquesta llei no va agradar al poble i va produir alguns disturbis que consten al consolat de Ciceró el 63 aEC.

existissin aquestes grades de fusta, arribarien fins als carrers de les Eres i Barcelona.

Així doncs, amb aquestes noves excavacions es van trobar quatre murs radials adossats al mur semicircular (Figura 8.14). La discontinuïtat dels murs radials indica la voluntat de permetre la circulació de persones entre ells, mitjançant uns passos d'uns 2,35 m. d'amplada.

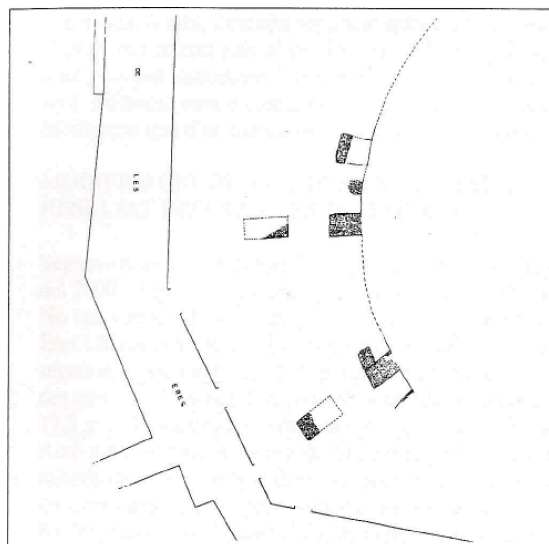


Figura 8.14: Plànol dels murs radials adossats al mur semicircular

Segons aquest element nou de l'excavació a considerar pels experts del Museu, es va poder afirmar que la *cavea* del teatre podria tenir uns 6 m. més de radi.

De manera opcional, en funció de la motivació de l'alumnat, es pot fer una ampliació del treball de càlcul de la cabuda del teatre a la vista d'aquesta nova informació.

Primer caldria recordar, quantes grades s'havien calculat en la hipòtesi original, després dels ajustaments: eren 14 grades ja que, de les 15, una havia de ser un passadís de circumval·lació.

Si les grades afegides estiguessin situades a continuació de la darrera grada, significaria que n'hi hauria 8 més, ja que estan separades 0,74 m. ( $6 \text{ m.} / 0,74 \text{ m.} = 8, 10$  grades). Fent el mateixos càlculs que anteriorment, la primera d'aquestes noves grades tindria un radi de 17,5 m. i 110 localitats i l'última tindria un radi de 22,70 m. i 145 localitats. Aplicant la fórmula de la progressió aritmètica, com s'ha fet anteriorment, representaria un increment de 1.020

espectadors. Però abans de sumar-los als 1.100 espectadors calculats en la primera hipòtesi, cal fer els ajustaments pertinents.

- *Primer ajustament:* Cal deduir els 2 espectadors de cada un dels 8 graons que ocuparien 5 suposats trams d'escalas d'aquestes noves grades de fusta.

$$5 \text{ escalas} \cdot 2 \text{ espectadors} \cdot 8 \text{ grades} = 80 \text{ places}$$

Aquestes 80 places s'han de descomptar de l'increment de 1.020 calculat. I quedaria en (1.020 menys 80) 940 places.

- *Segon ajustament:* S'han d'eliminar les places de la grada 14 (101 espectadors), per ubicar un altre passadís de circumval·lació. L'increment quedaria en uns 840 espectadors. Tanmateix, com s'ha calculat anteriorment, si suposem que els espectadors podrien estar més estrets (2 espectadors ocupar 0,4 m. en lloc de 0,5 m.) , l'increment podria arribar a 1.050 espectadors.

Per tant, la cabuda total mínima seria:

$$C_{\text{mínima}} = 878 + 840 = 1.718 \text{ espectadors}$$

$$C_{\text{màxima}} = 1.100 + 1.050 = 2.150 \text{ espectadors}$$

Cabuda del teatre aproximada entre 1.718 i 2.150 espectadors

Aquesta ampliació de la sessió 6, es pot dur a terme només si es percep que motiva a l'alumnat perquè, com s'ha mostrat, els càlculs que cal fer són molt similars als que ja s'han fet.

*Sessió 7:* Aquesta sessió, anomenada «Conclusions i presentació», es dedica a una reflexió final primer entre els equips d'investigació i després amb tot el grup classe.

La Tasca 11 es farà amb la guia i el suport de la professora una recapitulació, de forma oral i en gran grup, de la feina feta, es compararà el teatre de Badalona amb el de Pol·lèntia, per exemple. També es poden posar sobre la taula altres factors que fins ara potser no s'hagin introduït i que reforcin la hipòtesi de què l'edifici és un teatre, com poden ser: la posició de l'edifici en

una zona elevada de la ciutat, que reforça la hipòtesi de que sigui un edifici públic que es vegi des dels màxims punts; o bé, l'espai disponible i que podria haver ocupat l'edifici estudiat —posant-lo en relació a altres edificis descoberts— perquè també elimina alguns edificis possibles ja que són de dimensions més grans (com per exemple un cercle, que tot i que té una part semicircular, l'altra part rectangular ha de tenir unes dimensions que, donat el terreny, clarament no hi cabria, etc.

A continuació es demanarà a l'alumnat que utilitzi el model que han realitzat amb el programa Geogebra i, de la mateixa manera que han fet encaixar la imatge en el mapa de Badalona, ara ho provin amb el mapa de l'indret de l'excavació arqueològica de Pol·lèntia. D'aquesta manera podran comprovar que un mateix model de teatre romà es pot aplicar a diferents indrets.

Finalment, hauran d'entregar els següents arxius en la carpeta corresponent al seu grup, dins de l'apartat del blog anomenat "Presentació d'informes":

*InformeGrup1.doc* (el número 1 correspon al número de grup que se'ls hagués adjudicat):

El contingut del document ha de ser, com a mínim:

- ✓ El número del grup i els noms dels components del grup.
- ✓ Les primeres hipòtesis sobre quin edifici podia ser (sessió 2).
- ✓ Confirmació o reformulació de les hipòtesis després de l'activitat a la plaça.
- ✓ Les hipòtesis de la cabuda i els càlculs realitzats ben explicats (sessió 5).
- ✓ Les conclusions finals: de quin edifici es tracta, la utilitat del model, quina era la seva cabuda i una valoració sobre la feina d'investigació realitzada.

*TeatreGrup1.ggb*:

- ✓ La construcció del model de teatre amb les mides correctes amb Geogebra.

*ImatgeTeatreGrup1.png*:

- ✓ La imatge de la construcció del teatre exportada del programa Geogebra.

*PlanolteatreGrup1.doc:*

- ✓ El plànol de la zona estudiada amb la imatge del teatre construït amb el Geogebra encaixada a sobre.

### **8.3. Anàlisi de la potencialitat de la seqüència didàctica per desenvolupar la competència d'indagació i el pensament matemàtic creatiu.**

La seqüència didàctica «Què amaguen aquestes ruïnes?» es va dissenyar en base a una investigació autèntica realitzada pel Museu de Badalona. Les característiques del disseny en aquesta ocasió anaven encaminades a què l'alumnat pogués fer el seu treball d'indagació amb la possibilitat de contrastar-lo amb una font verídica i real. L'objectiu era que aquest disseny augmentés el potencial, sobretot, pel que fa al desenvolupament de la competència d'indagació.

Aquesta seqüència didàctica va ser escollida per, previ redisseny, adaptar-la en forma de unitat didàctica virtual —anomenada *c-book*— dins del marc del projecte europeu MCSquared dedicat a promoure el pensament matemàtic creatiu mitjançant unitats didàctiques d'implementació virtual. Certament, en aquest apartat s'analitzarà —de la mateixa manera que s'ha fet amb les anteriors seqüències didàctiques—, en primer lloc, el potencial pel que fa al desenvolupament de la competència d'indagació i, en segon lloc, el potencial per promoure el pensament matemàtic creatiu. Tanmateix, en el Capítol 9, íntegrament dedicat al redisseny d'aquesta seqüència en forma de *c-book* s'exposa una avaluació d'aquest potencial realitzada per avaluadors externs.

Com en els anteriors capítols, per fer l'anàlisi de la potencialitat de la seqüència per al desenvolupament de la competència en indagació, ens hem basat en les set categories definides en la Taula 4.1 i s'ha seguit el mateix sistema que per l'anterior seqüència didàctica.

Així doncs, per realitzar aquesta anàlisi, plantegem i responem les següents preguntes basades en les categories que caracteritzen la competència:

1. *La seqüència didàctica parteix d'una situació que pot ser problematitzada per iniciar/continuar una indagació?*

Sí. La seqüència, tot i que es basa en una investigació real, realitzada fa anys per el Museu de Badalona, es presenta a l'alumnat amb totes les incògnites que es van presentar per als investigadors amb la troballa d'un mur curvilini romà. La pregunta principal és esbrinar a quin tipus d'edifici romà podria pertànyer el mur, la mateixa que es van fer els arqueòlegs si ens basem en l'article sobre la investigació que van publicar Padrós i Moranta (2001).

2. *Les tasques de la seqüència didàctica promouen que l'alumnat mantingui una actitud de dubte que li permeti avançar en la indagació?*

Sí. La indagació es planteja com una tasca “molt real” ja que es tracta de seguir els passos dels experts del Museu de Badalona. Aquest aspecte, junt amb l'expectativa real de poder comprovar les hipòtesis amb l'equip d'arqueòlegs crea molta motivació per avançar i fer-ho amb molta cura.

El fet de treballar en equip i potenciar la seva autonomia, en la recerca d'informació i en la selecció d'estratègies per anar abordant les tasques també potencia l'actitud de dubte per anar plantejant preguntes sobre els aspectes sobre els quals no es tenen prou dades. La sessió vivencial de prova i refutació de possibilitats sobre la forma del mur curvilini també n'és un altre bon exemple.

3. *La seqüència didàctica exigeix que l'alumnat faci conjeitures o hipòtesis sobre les possibles respostes/explicacions/resultats?*

Sí. Ja en la segona sessió se'ls demana que plantegin conjeitures sobre les possibles formes del mur romà, conjeitures que podran posar a prova de manera empírica en la següent sessió i enfortir els seus arguments o, pel contrari, refutar-los i construir-ne de nous. Després, en la sessió 5, quan han de calcular la possible cabuda del teatre també hauran de treballar en base a més d'una conjeitura. En aquesta ocasió, podran comprovar les seves hipòtesis en l'entrevista amb l'arqueòloga del Museu. Si es continua la investigació de la cabuda, hauran de modificar les seves conjeitures i formular-ne de noves que incloguin les noves dades que traurà a la llum l'entrevista.

4. *La seqüència didàctica promou que l'alumnat planifiqui, condueixi i reguli les accions per desenvolupar la indagació?*

Sí, com en les altres seqüències didàctiques, el disseny de les tasques i la seqüenciació prevista guia a l'alumnat pel procés d'indagació, assegurant que contemplin una sèrie de continguts clau. Tanmateix, dins d'aquestes

línies generals l'alumnat, organitzat en equips d'indagació, ha de prendre moltes decisions sobre quines estratègies seguir, quins arguments són vàlids per a construir les hipòtesis sobre les quals basar el treball i avançar.

5. *La seqüència didàctica promou que l'alumnat hagi de classificar, escollir, elaborar i interpretar les dades que recavi?*

Sí, totalment. Per mitjà del blog i altres fonts primàries (com és la visita a es ruïnes, l'entrevista a l'arqueòloga, etc.) i secundàries, es proporciona a l'alumnat informació —o el camí per trobar-la—. Malgrat tot, són els mateixos alumnes qui han d'escollir quina informació és rellevant per la tasca que estiguin duent a terme i com gestionar-la. Per altra banda, amb el model d'informe d'indagació que han d'anar completant, s'estimula a l'alumnat perquè escrigui amb les seves paraules tota elaboració interessant d'aquesta informació que condueixi a avançar en la indagació.

6. *La seqüència didàctica ofereix oportunitats perquè l'alumnat validi els resultats de la seva indagació, comparant-los amb les seves prediccions?*

Sí, totalment. En aquesta seqüència didàctica és un element central el fet que els equips d'indagació puguin contrastar la seva feina amb la feina dels experts del Museu de Badalona, l'equip d'arqueòlegs que va dur a terme les tasques d'excavació i d'investigació arqueològica. A part d'aquesta característica, també es contemplen espais de debat per contrastar les hipòtesis pròpies amb les dels altres equips, moments que es consideren molt importants per posar a prova els propis arguments. Certament, un altre moment molt important de contrast, podríem dir empíric, de les hipòtesis és en la sessió que es realitza a la plaça, on d'una forma vivencial es posen a prova les diverses hipòtesis de l'alumnat sobre la forma del mur curvilini.

7. *La seqüència didàctica estimula la comunicació del resultats o les conclusions de la indagació?*

Sí. En primer lloc, com ja s'ha comentat en l'anàlisi de les altres seqüències didàctiques, durant tot el procés el treball col·laboratiu en equips d'investigació estimula la comunicació entre els diferents membres ja que s'han d'organitzar, repartir les tasques, resoldre-les entre totes les persones, etc. A més a més, amb la gestió de la classe, també es fomenta la col·laboració entre equips. En aquest mateix aspecte de promoure la comunicació de resultats de forma oral, en el disseny de la

seqüència hi espais específics de posada en comú per discutir i contrastar idees i conclusions. Per altra banda, el fet d'haver d'anar confeccionant un informe de la indagació que estan duent a terme, que al finalitzar-la hauran d'entregar, implica que els equips d'investigació s'han d'esforçar a explicar i descriure tot el procés del seu treball per acabar comunicant els resultats i conclusions d'una manera que es podria qualificar de formal.

*Per tant, es pot afirmar que la seqüència didàctica té (en relació a l'escala «molt alt, alt, mitjà, baix») un molt alt potencial en relació al desenvolupament de la competència d'indagació.*

Pel que fa a l'anàlisi de la potencialitat de la seqüència per al desenvolupament del pensament matemàtic creatiu, ens hem basat, com s'ha exposat en els dos capítols anteriors, en les set categories definides en la Taula 4.2. Aquesta taula, pensada per a una avaluació quantitativa, exposa una sèrie d'elements per cada una de les set categories que proposa com a descriptores del desenvolupament del pensament matemàtic creatiu (PMC) que són indicadors de diferents aspectes d'aquest PMC. Aquesta mateixa taula s'ha utilitzat per trobar evidències en la implementació. Com ja s'ha dit, el redisseny d'aquesta seqüència didàctica per adaptar-la i presentar-la com un *c-book* en el marc del projecte MCSquared, s'ha sotmès a una l'avaluació quantitativa, que suposa la participació d'avaluadors externs però es descriu i s'exposa al Capítol 9. En el cas de l'anàlisi de la potencialitat de la seqüència per promoure aquest desenvolupament, és a dir, abans de la implementació, com en el cas de l'anàlisi *a priori* de la CI, és una anàlisi senzilla però que permet identificar els elements de cada una de les categories del PMC que són presents a la seqüència didàctica.

Així doncs, per realitzar aquesta anàlisi, s'han identificat els elements presents de PMC de les següents categories:

### 1. Obertura, Versatilitat i Generalització

- a. La seqüència didàctica inclou problemes o qüestions matemàtiques obertes.*
- b. La seqüència didàctica inclou construccions que estimulen el pensament matemàtic.*
- c. La seqüència didàctica estimula a l'alumnat a buscar múltiples solucions.*
- d. La seqüència didàctica promou que l'alumnat busqui i usi múltiples estratègies per a resoldre el problema.*
- e. La seqüència didàctica fomenta la generalització de fenòmens reals usant les matemàtiques, anant del concret cap al general.*

Els elements *a*, *c*, *d* i *e* d'aquesta categoria són elements que també formen part de la categorització referent a la competència d'indagació, tal i com s'ha



explicat en l'anterior anàlisi, per tant, hi són presents en totes les tasques al llarg de tota la seqüència didàctica.

Respecte l'element *b*, «la seqüència didàctica inclou construccions que estimulen el pensament matemàtic», està present, per exemple, des de la primera sessió amb el plantejament de la pregunta que suposa l'inici de la indagació, ja que es basa en la troballa d'un mur romà curvilini, la forma del qual determinarà, en bona part, els resultats de la investigació. Aquesta forma, relacionada i estudiada en relació a certes formes geomètriques, així com, la construcció d'un model i l'estudi per determinar la capacitat de l'edifici, formen part de les tasques d'investigació que promouen la construcció de pensament matemàtic.

## 2. Problematització

- a.* La seqüència didàctica inclou problemes concebuts, ideats i formulats pel l'alumnat.
- b.* La seqüència didàctica promou que l'alumnat generi noves i originals preguntes per ampliar la investigació del problema inicial (problem posing tasks).

El primer element de la categoria específica que els problemes siguin ideats i formulats pels alumnes. En aquest sentit, la pregunta inicial, “Què amaguen aquestes ruïnes?” i el plantejament del context problemàtic —el descobriment del jaciment arqueològic— s’ha de dir que es presentat per la professora, o en el cas de la implementació, per la investigadora, no per l'alumnat. Tanmateix, per avançar en la investigació els estudiants han d'anar obrint nous interrogants, fer conjeitures i posar-les a prova, cosa que, normalment, genera noves preguntes.

## 3. Connexions

- a.* La seqüència didàctica ofereix a l'alumnat oportunitats per establir connexions entre diferents àrees de coneixements i les matemàtiques (connexions interdisciplinàries, connexions extra-matemàtiques).
- b.* La seqüència didàctica ofereix a l'alumnat oportunitats per establir connexions entre diferents camps o conceptes matemàtics (connexions intra-matemàtiques).
- c.* La seqüència didàctica ofereix a l'alumnat oportunitats per establir connexions entre diferents representacions d'un mateix concepte matemàtic.

El punt fort de la seqüència didàctica és l'element *a* ja que es parteix d'una situació que es planteja com a problemàtica però de solució oberta, tan pel que fa a les estratègies de resolució com a la resposta en si. La pregunta se situa en un context clarament arqueològic, lligat estretament a la història, a la romanització, però la indagació es podrà dur a terme gràcies a les matemàtiques. Es podrà arribar a respondre una pregunta de base històrica

gràcies al treball d'investigació realitzat amb dades quantitatives, geomètriques, etc. I, de fet, es podrà respondre a certes preguntes matemàtiques —com per exemple, quina és la corba que millor casa amb l'arc de corba que representa el mur romà curvilini descobert— gràcies a tenir en compte certes dades històriques. És a dir, en aquesta seqüència didàctica l'element *a* hi té una presència molt potent ja que les dues disciplines principals que interactuen es retro-alimenten facilitant arribar a conclusions sobre les preguntes que es van obrint. De la mateixa manera, les tasques que es proposen al llarg de la indagació exigeixen connectar i relacionar diferents continguts, dins de les matemàtiques (elements *b* d'aquesta categoria) com, per exemple en la tasca de creació del model de l'edifici, o quant han de calcular la seva capacitat. L'element *c* es troba present sobretot en la tasca per esbrinar quin tipus de corba segueix el mur romà curvilini. Després aquesta representació tindrà un paper clau en la construcció del model de l'edifici, on l'alumnat podrà conèixer una aplicació funcional de les representacions geomètriques de diversos espais per conformar un edifici. No obstant això, es pot considerar que aquest element no és un punt gaire fort en aquesta seqüència.

#### 4. Conjecturació i Exploració

*a. La seqüència didàctica fomenta l'activitat exploratòria i d'experimentació de l'alumnat.*

*b. La seqüència didàctica estimula els estudiants perquè formulin i contrastin les seves conjectures matemàtiques.*

Els dos elements són també propis de les característiques d'una seqüència didàctica que promogui la indagació, per tant, també hi són presents en aquestes seqüències, com es pot comprovar en l'anterior anàlisi.

#### 5. Validació i Avaluació

*a. La seqüència didàctica fomenta que l'alumnat pensi, reflexioni, resumeixi i avaluï el treball matemàtic desenvolupat.*

De la mateixa manera, en aquest cas, aquest element també és comú al desenvolupament de la competència d'indagació i també es troba present en les seqüències didàctiques en qüestió, com es pot comprovar en l'anterior anàlisi. Certament, en aquesta seqüència, al tenir l'alumnat l'oportunitat de contrastar el propi treball amb el treball dels experts que van realitzar d'una forma professional aquesta investigació, aquest element pren molta més força i importància, tenint fins i tot, implicacions motivacionals positives.

## 6. Aspectes emocionals

- a. La seqüència didàctica promou un important compromís generant la percepció que les matemàtiques són útils, tant en un context matemàtic com a la vida diària.*
- b. La seqüència didàctica promou un important compromís generant un sentiment de plaer, de diversió, de repte (narratives, característiques dels jocs, sentiments de fluïdesa/immersió en les activitats, etc.)*
- c. La seqüència didàctica promou compromís generant un sentiment de plaer estètic a partir del contacte amb conceptes matemàtics.*

La seqüència didàctica té els tres elements d'aquesta categoria. Per una banda, l'element *a* fa referència a la vinculació de les matemàtiques, el seu ús, a la vida quotidiana. Aquesta seqüència didàctica parteix i treballa amb una situació problemàtica de l'entorn proper a l'alumnat ja que, el jaciment arqueològic està situat a la mateixa ciutat on viuen. Badalona té altres jaciments museïtzats que els alumnes coneixen ja que són espais educatius que les escoles freqüenten. Malgrat tot, el jaciment de la seqüència no està museïtzat i no és gaire conegut, encara que està en el mateix entorn. El fet de poder treballar-hi, veure'l, tocar les pedres, fa que les tasques s'abordin amb un sentiment afegit de pertinença però també de plaer i de repte (element *b*). El factor arquitectònic introduït en aquesta seqüència didàctica, la consulta al llibre de l'arquitecte de l'època d'on provenen les ruïnes, i la possibilitat de relacionar les matemàtiques amb la construcció d'un model (o un plànol) de l'edifici, que es pugui ajustar al mapa de la ciutat, fa evidents unes característiques de les matemàtiques ben relacionades amb l'estètica (element *c*)

## 7. Aspectes socials

- a. La seqüència didàctica estimula la col·laboració, cooperació i la interacció entre l'alumnat participant.*
- b. La seqüència didàctica promou el desenvolupament de les habilitats comunicatives de l'alumnat.*

Les seqüències didàctiques tenen presència dels dos elements d'aquesta categoria ja que l'alumnat treballa de forma cooperativa en equips d'investigació al llarg de tota la seqüència de tasques. Aquesta forma de treballar implica haver de comunicar-se, en primer lloc, entre els mateixos membres de l'equip per organitzar-se, discutir, treure conclusions, etc. i, en segon lloc, entre els membres dels diferents equips per compartir informacions i comunicar les conclusions a la comunitat d'investigació interessada.

*Per tant, es pot afirmar que la seqüència didàctica té (en relació a l'escala «molt alt, alt, mitjà, baix») un molt alt potencial en relació al desenvolupament del Pensament Matemàtic Creatiu.*

## 8.4. Anàlisi del desenvolupament de la competència d'indagació (CI) i del pensament matemàtic creatiu (PMC) durant la implementació de la seqüència didàctica

La seqüència didàctica, anomenada «Què amaguen aquestes ruïnes?», va ser implementada les darreres setmanes del curs 2014-15 amb un grup de primer d'ESO.

La decisió d'implementar-ho en aquest curs va ser basant-nos en què aquest alumnat havia treballat recentment la romanització i estava molt motivat en aquest tema. Parlant amb la professora de matemàtiques i revisant els llibres de text que utilitzen també, en aquesta part final del curs estaven estudiant geometria. Concretament, les últimes lliçons del seu llibre de text de matemàtiques tractaven els següents continguts: mesures; rectes i angles; polígons (triangles i quadrilàters); perímetres i àrees; circumferència i cercle.

En aquesta darrera lliçó, «circumferència i cercle», l'alumnat havia treballat el concepte de circumferència; les posicions relatives d'un punt o d'una recta o d'altres elements respecte la circumferència; els angles en la circumferència; els polígons i la circumferència; la longitud de la circumferència i d'un arc de circumferència; l'àrea del cercle i, finalment, les construccions geomètriques amb ordinador. Per tant, gran part dels continguts que es volien treballar amb la seqüència didàctica haurien de servir per reforçar i acabar d'adquirir i construir coneixements ja treballats en l'àrea de matemàtiques de forma més formal i aïllada, des d'un punt de vista disciplinar.

Durant la seqüència didàctica es treballà amb diferents aspectes matemàtics sempre amb possibilitat de diferents nivells de resolució, depenent de la competència de cada equip d'indagació, però el focus de la indagació és la confecció i aplicació d'un model geomètric, a partir de la interpretació de dades matemàtiques, arqueològiques i històriques.

### 8.4.1. L'escola on es va realitzar la implementació

L'escola on es va dur a terme la implementació d'aquesta seqüència didàctica, és la mateixa que on es van implementar les seqüències descrites en l'anterior capítol, l'escola Betúlia. Recordem que és una escola concertada d'una sola

línia que va des de primer curs d'Educació Infantil (P3) fins a l'últim d'Educació Secundària Obligatòria (4t d'ESO). Està situada a Badalona, en un barri tranquil, molt a prop del centre de la ciutat. Els cursos d'ESO s'ubiquen en un edifici diferent del que acull els cursos d'Infantil i Primària, encara que estan molt a prop l'un de l'altre.

El període en què es va realitzar la implementació va ser el corresponent a les darreres setmanes del curs 2014-2015.

### **8.4.2. Descripció del grup d'alumnat participant**

Dins d'aquest context escolar, la implementació es va dur a terme, com ja s'ha dit amb els alumnes de 1r curs d'ESO.

Organitzar el grup-classe amb equips d'indagació i que fossin eficients amb el treball va comportar bastant de temps i dedicació per part de la professora i la investigadora ja que, per l'edat, són encara bastant lents —es distreuen amb facilitat— en l'execució de les indicacions i demandes que se'l faci.

Es va afegir a les dificultats de gestió del grup, el moment del curs escollit per a la implementació ja que, en les darreres setmanes els alumnes començaven a estar relaxats —i cansats—. El seu entorn acadèmic ja tenia pràcticament tota la feina acabada i nosaltres començàvem una aventura que, encara que els motivava, requeria molt d'esforç continuat ja que teníem un temps concret i una data de finalització inajornable que era la fi de curs.

El grup estava format per 14 nois i 18 noies. En conjunt era un grup molt actiu i això té una doble vessant, surten moltes idees i estratègies per abordar les tasques però també és fàcil que campí la desorganització. Es va haver de cuidar molt aquests tema ja que els costava compartir la informació, tenien tendència a treballar de forma individual. Agraïen el fet de respondre preguntes concretes, on no calia fer cap gestió o/i elaboració de la informació, i es queixaven molt quan la tasca demanava prendre decisions i construir coneixement propi.

El rendiment acadèmic de la classe era normal. Hi havia alumnes molt treballadores, sobretot quatre noies i també dos nois amb baix rendiment que es van integrar en equips d'investigació diferents.

En temes de relacions i interaccions era una classe problemàtica perquè s'observava un grup molt popular de tres noies i un grup igual de popular de cinc nois que arrossegaven a la resta de la classe. Després, un dels nois amb baix rendiment no es relacionava pràcticament amb ningú a causa de problemes personals. I, finalment, un dels alumnes tenia molt mogut, incapaç de seure en una cadira una hora sencera, encara que no mostrava problemes d'atenció ja que, més o menys, seguia bé la classe.

Els alumnes van treballar de forma cooperativa en equips d'investigació. Es van formar 10 equips, que van entregar els seus informes d'indagació juntament amb el model del teatre realitzat amb Geogebra i el mapa amb el model aplicat. En general, aquests informes es van poder classificar en tres nivells, en funció del grau de reflexió i elaboració que presentaven. Així doncs, els treballs dels equips 6, 8 i 10 estan entre els millors, després en un segon nivell hi ha els treballs dels equips 2, 3, 5 i 9 i, finalment, els treballs dels equips 1, 4 i 7.

### **8.4.3. Desenvolupament de la competència d'indagació (CI) i del pensament matemàtic creatiu (PMC) durant la implementació**

La implementació es va realitzar les darreres setmanes de curs, i aquest fet va influir en la temporització ja que les sessions es van desenvolupar de manera més lenta del que s'havia previst. Segurament, perquè a l'alumnat, tenint en compte que el curs estava a punt de finalitzar, li constava més concentrar-se i treballar sense distreure's. A causa d'això una de les sessions, la sessió 5, on l'alumnat havia de calcular quanta gent hi podia caber al teatre romà, no es va poder implementar. Preveient que, tal i com s'estava duent a terme la implementació —molt més lentament del que estava previst—, no hi hauria temps d'acabar de realitzar totes les sessions es va prendre la decisió de no implementar la número 5. Aquesta sessió és l'única que al no implementar-la no afectaria pràcticament a la congruència de la narració de la seqüència didàctica.

Tanmateix, el fet de realitzar la implementació a finals de curs tenia l'avantatge de què l'alumnat havia estudiat els continguts principals que es treballarien en la seqüència didàctica com, s'ha detallat al començament de l'apartat 8.4.

En aquesta implementació la investigadora hi va ser present des de la primera sessió fins la darrera, normalment acompanyada de la professora d'història del grup. En la sessió realitzada en una plaça pública a prop de l'escola, la sessió 3, es va optar per desdoblar el grup, de manera que fos més fàcil que tots els participants s'hi impliquessin. Així doncs, mentre mig grup es quedava a l'aula amb la professora d'història acabant la part de l'informe de l'anterior sessió, l'altre meitat anava a la plaça acompanyat per la investigadora amb la professora de matemàtiques del grup i dos investigadors més del mateix Departament de la Facultat d'Educació al que pertany la investigadora. Després, òbviament, va ser l'altra meitat del grup qui va anar a la plaça i el que ja havia realitzat les tasques de la plaça es va quedar a l'aula per treballar amb l'informe d'indagació i millorar la seva hipòtesi.



Figura 8.15: Reproducció del mur curvilini romà en la plaça a prop de l'escola

Com s'ha explicat en apartat 8.2, la seqüència didàctica està composta de 7 sessions en total. La durada mitjana de cada sessió —menys en el cas de les sortides, sessions 3 i 6, que s'hi va invertir tot el matí— és d'unes 3 hores. Els estudiants van treballar la major part del temps de forma cooperativa en equips d'investigació que es van mantenir al llarg de tota la seqüència didàctica. Tanmateix, hi va haver certs moments de reflexió i discussió que es realitzaren en forma de gran grup, amb tot el grup-classe.

Amb l'objectiu de poder descriure l'anàlisi de la seqüència, es divideix en diferents «moments»:

*Moment 1 (M1):* Es refereix a la primera part de la seqüència, les sessions 1 i 2, quan es presenta el problema, els estudiants realitzen la primera recerca

d'informació i formulen la seva primera hipòtesi en base a la informació recavada.

*Moment 2 (M2):* Quant la classe es trasllada a la plaça a prop de l'escola, durant la sessió 3, i l'alumnat té l'ocasió de reformular la seva hipòtesi inicial amb els nous coneixements sobre quina corba és la que segurament determina el mur romà curvilini.

*Moment 3 (M3):* Coincideix amb la sessió 4, quan totes les hipòtesis ja apunten a què l'edifici podria ser un teatre i l'alumnat se centra a construir un model seguint les instruccions de *Vitruvius*, l'arquitecte clàssic. Aquest moment també avarca quan els estudiants apliquen el model en el mapa de Badalona per veure si encaixa en la zona on s'han trobat les ruïnes i comproven la utilitat del model.

*Moment 4 (M4):* Aquest moment hauria de correspondre al càlcul de la capacitat de l'edifici (sessió 5) però, com s'ha dit abans, és una sessió que no es va poder implementar. Llavors, aquest moment es refereix a les sessions 6 i 7, quan els estudiants poden contrastar el seu treball amb el treball dels experts, en la visita guiada per una de les arqueòlogues del Museu de Badalona i posteriorment, extraure les seves conclusions finals.

En els annexos corresponents a aquest capítol es pot consultar la taula amb les evidències categoritzades de forma detallada segons les taules de caracterització de la competència en indagació (CI) i de desenvolupament de pensament matemàtic creatiu (PMC).

En els apartats següents d'anàlisi s'hi han inclòs, per a cada moment, una graella amb una síntesi del buidatge de les evidències categoritzades. Igual que en l'anàlisi de les implementacions de les anteriors seqüències didàctiques la funció d'aquestes graelles no és quantificar-les. Els hi hem donat una funció visual explicativa i per aquesta raó les evidències no s'hi han comptabilitzat en forma numèrica sinó amb un símbol, perquè doni idea, amb un cop d'ull, de quines categories són de les que es disposa de més evidències i de quines de menys. El significat de les categories i dels indicadors es pot consultar al Capítol 4, on es descriuen els instruments emprats per fer l'anàlisi. L'anàlisi completa de les evidències es pot consultar a l'annex d'aquest Capítol 8.

A continuació, la descripció de l'anàlisi dels moments citats.



**a) Moment 1 (M1): Primeres conjectures sobre a quin l'edifici públic romà poden pertànyer les ruïnes del jaciment**

En aquest moment s'analitza la primera part de la seqüència, corresponent a les sessions 1 i 2, quan es presenta el problema d'indagació a l'alumnat explicant la troballa de les ruïnes romanes pels arqueòlegs del Museu de Badalona. Es planteja la mateixa situació que es van trobar els arqueòlegs: se sospita que les ruïnes podrien pertànyer a un edifici públic d'època romana però no se sap a quin tipus concretament. És un moment al que se li va donar un sentit problematitzador, generador d'incògnites, per promoure la curiositat en l'alumnat. D'aquesta manera, com es pot veure a la Taula 8.2 s'obtenen de forma destacada evidències de la categoria 1 de la CI, *Problematitza la situació per iniciar la indagació* i de la categoria 2 del PMC, *Problematització*.



**Figura 8.16:** Fotografia de la zona del jaciment en el seu estat actual

El fet d'explicar a l'alumnat que la indagació que se'ls plantejava l'havien dut a terme un grup d'arqueòlegs propers, del museu de la seva ciutat, va generar moltes preguntes sobre si hi podrien parlar per contrastar el seu treball, sobre si podrien visitar el lloc del jaciment (Figura 8.16), interès per situar-se i comprovar si coneixen els carrers, etc. Això es va considerar evidència de nivell intermedi d'aquesta categoria 1 de la CI, així com de la categoria 2b del PMC. Per altra banda, es va evidenciar que el fet que el context problemàtic

de la seqüència s'ubiqués en un espai conegut i proper a l'alumnat, així com, la percepció de proximitat dels experts arqueòlegs i la possibilitat d'interactuar-hi va generar molts elements emocionals positius per implicar-se en el desenvolupament de la seqüència, com els categoritzats en l'apartat 6 del PMC, *Aspectes emocionals*.

Taula 8.2: Síntesi del buidatge de les evidències de CI i de PMC del «Moment 1»

Evidències MOMENT 1					
Competència d'indagació				Pensament matemàtic creatiu	
	B	J	S		
1	***** *****	*		***** ***** *****	1
2		***** *		*****	2
3	*****	***	*	*****	3
4	***** *****			*****	4
5	*****	***	*		5
6				****	6
7				***** **	7

És un moment on també es va promoure l'estimulació dels estudiants per començar a pensar possibles estratègies per abordar el problema, des del punt de vista que consideressin millor, etc. per això s'observen també en aquest moment inicial de la seqüència didàctica moltes evidències de la categoria 1 de PMC, *Obertura, Versatilitat i Generalització*.

Així doncs, els estudiants van haver de familiaritzar-se amb les eines de treball i les fonts i recursos d'informació que es posaven al seu abast, així com, fer-se seu el problema plantejant-se preguntes per començar a investigar. Els alumnes exploraren el blog amb els diversos enllaços, documents, etc., especialment l'informe dels arqueòlegs on es fa èmfasi en un element que serà determinant per esbrinar de quin edifici es tracta: el mur romà curvilini.

L'alumnat, organitzat en 10 equips d'indagació (anomenats en l'anàlisi com «Grup 1», «Grup 2» etc., fins al «Grup10») va començar per situar en el mapa

de Badalona el lloc de la troballa de manera significativa en relació al seu coneixement de la ciutat.

Després d'aquest primer contacte amb les dades, molt aviat s'obtenen evidències de la categoria 5 de la CI, *Classifica, escull, elabora i interpreta la informació recavada*. Els estudiants van consultar els enllaços del blog cercant, gestionant i escollint informació (5B1, 5B2) sobre els diferents tipus d'edificis públics romans i la seva forma. Sobretot, van valorar com a més interessant tota la informació de característiques visuals i amb explicacions orals, com els vídeos o les pàgines web amb il·lustracions explicatives, per sobre de la informació estrictament escrita.

Cada equip d'indagació realitzà en aquest moment els seus primers treballs d'indagació que es podrien sintetitzar en: conèixer i entendre la situació problemàtica; fer-se-la seva formulant preguntes que iniciïn la indagació; revisió de les dades aportades mitjançant el blog; inici de la recerca explorant les fonts i recursos oferts pel blog sobre la situació del jaciment i els tipus d'edificis públics romans existents i les seves formes. Aquestes tasques els van permetre iniciar el seu informe de la investigació formulant la seva primera hipòtesi sobre a quin tipus d'edifici romà podrien correspondre les ruïnes del jaciment estudiat.

Analitzant aquests informes —com es pot observar més detalladament en l'annex d'aquest capítol— s'obtenen evidències de diverses categories tan pel que fa a la CI com al PMC. Tanmateix, cal destacar les evidències corresponents als diferents nivells de la categoria 3 de la CI, *Fa prediccions, conjectures i/o hipòtesis sobre les possibles respostes* i la categoria 4 de PMC, ja que és un moment on els estudiants estan molt estimulats per començar a pensar en una línia d'investigació que els pugui portar a la resolució de la pregunta. Com per exemple, la hipòtesi sobre la possibilitat de què les ruïnes siguin un teatre, en l'informe del Grup 10, basada en la forma de l'edifici posada en relació amb la forma de la zona del mapa on van ser trobades (3S1).

En l'informe s'hi pot llegir “perquè primer és rodó i després hi ha com unes cases que fan com una línia i sembla un teatre”. Han trobat informació interessant mirant el mapa de la zona al Google Maps i el Geoportal Urbanístic de Badalona (a través del blog) i la relacionen (categoria 3a del PMC) amb la forma de l'edifici que proposen en la seva hipòtesi com a plausible. En el seu informe afegeixen una captura de pantalla (Figura 8.18)

del plànol del Geoportal amb unes línies que han dibuixat amb el Paint, per iniciativa pròpia, per ressaltar la forma coincident de la urbanització de la zona amb la del teatre romà.



Figura 8.17: Captura de pantalla per il·lustrar la 1a hipòtesi en l'informe del Grup 10

Un altre exemple d'evidències de nivell intermedi d'aquesta categoria 3 de CI i d'evidències de la categoria 4 del PMC és l'informe del Grup 8, on coincideixen en la hipòtesi que es pot tractar d'un teatre. Aquest equip basa els seus arguments en diverses informacions que han relacionat —evidenciant també la categoria 3 del PMC, *Connexions*—. Per una banda, la forma de la zona del mapa on s'han trobat les ruïnes (“perquè té una forma rodona”), informació que han obtingut mirant el mapa de la zona al Google Maps. Per altra banda, la grandària de *Baetulo* (“no és tan gran per tenir un amfiteatre”), informació històrica obtinguda en els enllaços del blog. I, finalment, la grandària dels edificis públics (“no creiem que fos un circ perquè(...) eren molt grans o bé i unes termes tampoc perquè la part circular que tenien no era tan gran com l'espai que es veu en el mapa”) en relació a l'espai que veuen en el mapa de la ciutat. És a dir, fan una estimació per comparació entre el model d'un circ (informació històrica obtinguda als enllaços del blog) i l'espai de la zona de les ruïnes en el mapa.

El treball realitzat per l'alumnat amb les dades i la informació en aquest moment és molt important perquè una bona gestió d'aquestes dades és el que ha permès relacionar informacions i poder formular les hipòtesis. Durant la sessió, doncs, s'obtingueren evidències de la categoria 5 de la CI, *Classifica, escull, elabora i interpreta la informació recavada*, en algunes ocasions de nivell intermedi i avançat.

També són importants les evidències de PMC relacionades amb la categoria 7, *Aspectes socials*, perquè des de l'inici de la seqüència didàctica l'alumnat es va haver d'organitzar en equips d'investigació i col·laborar i comunicar-se per avançar en la indagació. Aquesta organització va ser decisiva per assumir tasques de planificació, normalment de nivell bàsic, que en aquest moment van implicar proposar-se seguir el disseny proposat per la seqüència (4B1, 4B2) i reflexionar sobre les tasques realitzades (4B3) i les que s'haurien d'abordar. Són evidències de la categoria 4 de la CI, *Planifica, condueix i regula les accions per desenvolupar la indagació*.

### b) Moment 2 (M2): Tasques per a la comprovació de la primera hipòtesi, a la plaça del Gas



Figura 8.18: Alumnes de 1r ESO mesurant el radi del mur curvilini a la plaça del Gas de Badalona

Aquest moment correspon a la sessió 3, quant els equips d'investigació, en dues tandes, es traslladaren a la plaça a prop de l'escola per experimentar amb la reproducció del mur curvilini (Figura 8.15) que es van trobar dibuixat a terra. Van fer, tal i com s'ha explicat a la descripció de la seqüència didàctica (apartat 8.2), una sèrie de tasques per poder

esbrinar a quina corba s'adaptava el mur. Per eliminació van arribar a la conclusió que és tractava d'una semicircumferència i, llavors, en van buscar el centre i la mesura del radi.

Ja de retorn a l'aula, van poder reformular les seves hipòtesis inicials i argumentar-les més fortament en base als nous coneixements adquirits arran de les tasques realitzades.

Taula 8.3: Síntesi del buidatge de les evidències de CI i de PMC del «Moment 2»

Evidències MOMENT 2					
Competència d'indagació				Pensament matemàtic creatiu	
	B	J	S		
1	**			***	1
2		**		**	2
3	**			***** ***** *****	3
4	*	**		***** ****	4
5	*****	*		***** ***	5
6	*****	*****		***	6
7				*****	7

És un moment en què la problematització (1B1; 2a) continua sent-hi present ja que és necessària per implicar l'alumnat en les accions d'indagació que s'han de dur a terme i per estimular també el pensament matemàtic creatiu perquè aquestes accions acabin ajudant-los a descobrir a quina corba s'ajusta el mur.

L'alumnat que s'implica realment en les tasques d'aquesta sessió a la plaça reelabora la informació i els continguts que han llegit i treballat en la sessió anterior (5B4) i aconsegueix fer connexions (3a, 3b) interessants per a l'avenç de la indagació amb els continguts treballats en la plaça. Per exemple, quan l'alumnat està davant d'una l'el·lipse dibuixada a terra (gràcies a les contribucions de diversos estudiants), després d'haver intentat fer una circumferència amb una corda, participen d'un diàleg on es vol posar en relació les corbes de què s'ha parlat —i s'han construït, durant la sessió (el·lipse, circumferència, oval, paràbola, etc.)—, amb la forma que seguiria el mur romà si estigués sencer, es donen alguns comentaris que evidencien aquestes connexions. Quan comparen l'arc de mur i s'adonen que podria ser una part d'una el·lipse:

Al. 1: —Si fos un tros d'el·lipse hauria de ser d'aquí, del tros més pla, del mig, perquè allà [assenyalant un dels vèrtexs de l'el·lipse] es torça massa...

Però una estudiant pensa que el mur també podria ser una circumferència:

Al. 2:—Però també podria ser un tros d'una circumferència gran, no? Hi havia edificis que eren rodons... Podríem intentar buscar si té un centre.

En definitiva, s'adonen que certes parts de les corbes s'assemblen molt i decideixen començar a provar per l'opció més fàcil per anar descartant tipus de corbes, que relacionen directament amb tipus d'edificis romans:

Al. 1:—Si podria ser un tros d'aquí de l'el·lipse o també un tros de circumferència, comencem per mirar si té un centre que és més fàcil que lo dels focus, no?

Els estudiants van buscar el centre a partir de dibuixar tres rectes tangents a la circumferència i tres radis, perpendiculars a aquestes rectes tangents amb l'ajuda d'un escaire, per trobar el punt on es creuaven aquests radis. No recordaven que el radi havia de ser perpendicular a la circumferència i, per tant, vam haver d'ajudar-los en aquest punt.

Després, els estudiants del Grup 8 van voler comprovar que els tres radis mesuressin el mateix. I ho van poder fer amb una cinta mètrica. Entre dos dels estudiants, van resoldre que el radi de la circumferència de l'edifici era de 16 metres. Els estudiants del grup 10 van comprovar que des del punt on es s'havia decidit que era el centre es podia mesurar fins a qualsevol punt de l'arc que representava el mur i donava, més o menys, sempre 16 metres; per tant, van concloure que l'arc del mur era una circumferència, i per tant, segurament era un teatre (6B2, 6J1; 5a). En aquest episodi vam poder tenir evidències de la categoria de *Validació de resultats* de PMC i de CI, de nivell bàsic i intermedi pel que fa a aquesta darrera.

És important destacar que el problema de veure en quin tipus de corba encaixa el mur curvilini, que podria semblar molt complicat de resoldre per alumnat de primer d'ESO, connectant els dos tipus d'informació — matemàtica i històrica—, se'ls fa assequible del tot. Així doncs, s'aconsegueix arribar a conclusions ben argumentades gràcies a la interacció entre les dues disciplines ja que, un cop van arribar, per eliminació, a saber que el mur segurament encaixava amb un arc de circumferència, les hipòtesis sobre el tipus d'edifici de les ruïnes descobertes s'encaminaren cap a un teatre romà.

Sortint de la plaça, de camí de tornada cap a l'escola, els grups —tant en la primera tanda com en la segona— comenten les tasques i, de manera informal, ja van traient conclusions que seran arguments de les noves o millorades hipòtesis.

L'anàlisi d'aquesta part dels informes ens ofereixen evidències escrites de les tasques de validació de resultats i del valor que els hi confereixen els alumnes, el alguns casos, quan hi ha també evidències de *Connexions* (PMC) aquestes evidències, dels de la CI, passen a ser de nivell intermedi. Per exemple, el Grup 8 referma la seva hipòtesi (*és un teatre*) en base a els càlculs i comprovacions de la tasca de la plaça que els serveix d'argument. Al seu informe es pot llegir:

Avui hem anat a la plaça del Gas a fer unes comprovacions sobre el mur. Després de fer diferents càlculs i proves per saber què podria ser, i saber el radi què podria fer, hem descartat l'amfiteatre per la seva forma d'el lipse que no encaixava. Encara no hem pogut descartar el circ ni el teatre.

Continuen el seu argument en base a l'espai que estimen que ocuparia l'edifici en relació a l'espai que es veu que podria ocupar segons el mapa i també posen en relació les funcions dels edificis amb el tipus de ciutat:

Després de mirar el mapa, hem vist que no podria ser un circ per les dimensions i perquè no seria recte, tiraria cap avall i no era una ciutat tan gran per tenir-ne un.

O bé, el Grup 10 que també referma la seva hipòtesi (*és un teatre*) basant-se en també els càlculs i comprovacions de la tasca de la plaça, encara que no queda molt clar quina és la raó per la qual s'acaba descartant l'amfiteatre:

Nosaltres personalment creiem que després d'haver fet l'activitat a la plaça del Gas hem descartat que sigui un amfiteatre perquè hem intentat de recrear l'amplada i la llargada d'un amfiteatre i ens donava que no podia ser perquè l'el lipse que té un amfiteatre tenia dos punts centrals i, en canvi, la circumferència no.

Continuen el seu argument en base a l'espai que estimen que ocuparia l'edifici en relació al terreny on s'hauria de situar:

Llavors tenim una qüestió, a part d'un teatre potser un circ o un estadi, però llavors hem arribat a la conclusió que no pot ser perquè era massa gran per estar a Dalt la Vila [referint-se al barri de Badalona on es troba el jaciment] i llavors feia baixada. Llavors diem que pot ser un teatre.

### **c) Moment 3 (M3): Construcció i aplicació d'un model de teatre romà**

Aquest moment analitza la implementació de la sessió 4, on l'alumnat realitza la tasca de construir amb Geogebra un model de teatre romà, segons el cànon de l'època exposat per l'arquitecte clàssic *Marcus Vitruvius Pollio*, en el llibre de la seva autoria, *De Architectura*, que ha arribat als nostres dies. Aquest moment



també avarca quan els estudiants apliquen el model en el mapa de Badalona per veure si encaixa en la zona on s'han trobat les ruïnes, si les mesures es mantenen plausibles, segons l'escala del mapa, i així comproven la utilitat del model.

Taula 8.4: Síntesi del buidatge de les evidències de CI i de PMC del «Moment 3»

Evidències MOMENT 3					
Competència d'indagació				Pensament matemàtic creatiu	
	B	J	S		
1				*****	1
2					2
3				*****	3
4					4
5	*****	*	*	***** ***	5
6	**	*****		***** *****	6
7					7

Durant la construcció dels models que cada equip havia de realitzar amb el Geogebra, l'alumnat havia d'entendre i seguir les instruccions del model vitruvià, que ja s'havien adaptat al programa per reduir les possibles dificultats derivades de l'ús d'una tecnologia que aquest alumnat no estava habituat a utilitzar.

En aquest moment les evidències són, d'elaboració i interpretació de dades — categoria 5 de la CI—, arribant a nivell avançant en alguns casos en què l'alumnat busca a la xarxa la il·lustració del teatre de *Vitruvius* per entendre millor les instruccions que ha de seguir (5S1). Aquest és un altre exemple de què, quan les evidències d'aquesta categoria apareixen acompanyades d'evidències de la categoria 3 *Connexions* de PMC, es potencien.

Mentre els estudiants anaven treballant, anomenaven les diferents parts del model que anaven dibuixant, amb el vocabulari referent al teatre de forma fluïda (5B4). I, un cop dibuixades, comptaven els graons de les grades que els hi havien cabut per veure si sortia, més o menys, el que s'havia dit en la tasca de la plaça (5J2).

En general, tots els grups van demostrar entendre i haver seguit les instruccions adequadament a l'hora d'executar-les per obtenir la imatge del model del teatre. El que sembla que els va costar més va ser dibuixar correctament el polígon que representa el pòrtic del teatre i el fons d'escena, ja que la majoria de models presenten errades en les mesures i la situació dels vèrtexs (veure annex d'aquest capítol).

Un cop dibuixat el model i obtinguda la imatge per exportar-la, van incrustar-la en un mapa de la zona del jaciment, amb una escala definida en el mateix mapa. Pràcticament tots els grups, com es pot veure en l'annex d'aquest capítol, van saber realitzar aquest procés d'inserció de la imatge en la zona del jaciment adequant-la a la mesura de la zona per fer-la encaixar amb els senyals de les parts del teatre descobertes i indicades en el mapa (6B1; 5a). Tanmateix, només els Grups 1, 2, 5, 6 i 10 fan girar la imatge del model per orientar-la correctament, en relació a la posició de les restes del teatre (mur curvilini, murs radials, etc.), mostrant un nivell més elevat (6J1) de la CI, quant a validació dels resultats.

Els Grups 1, 2, 5 i 6 prenen les mesures del model aplicat al mapa i amb l'ajuda de l'escala comproven que es manté la mesura del radi de la *cavea* calculat en la sessió de la plaça. Amb aquesta tasca, també es considera haver obtingut evidències (6a) dels *Aspectes emocionals* del PMC. Després de seguir un procés d'indagació, on les matemàtiques —junt amb la història— van ser crucials per a formular bones hipòtesis, l'alumnat va sentir-se satisfet de poder comprovar que el seu model, realitzat segons el cànon d'un arquitecte clàssic, podia servir per acabar de descobrir la posició un teatre romà amagat a terra.

#### **d) Moment 4 (M4): Contrast d'indagacions sobre el terreny i conclusions finals**

En aquest moment s'analitza la implementació de les sessions 6 i 7, quan l'alumnat té l'ocasió de contrastar el seu treball amb el treball dels experts en la visita guiada per una de les arqueòlogues del Museu de Badalona, Pepita Padrós. Posteriorment, van acabar el seu informe d'investigació amb la redacció d'unes conclusions finals i una valoració general de la seva participació en el desenvolupament de la seqüència didàctica.

És un moment on les evidències de la CI i del PMC fan referència a la categoria 7, sobre capacitat de comunicació de resultats. També es van obtenir evidències sobre els Aspectes emocionals, sobretot amb les valoracions del propi alumnat sobre el treball desenvolupat.

Taula 8.5: Síntesi del buidatge de les evidències de CI i de PMC del «Moment 4».

Evidències MOMENT 4					
Competència d'indagació				Pensament matemàtic creatiu	
B	J	S			
1					1
2					2
3					3
4					4
5				****	5
6				****	6
7	***	*		*****	7

La majoria de conclusions van ser redactades per cada equip d'investigació amb la finalitat de reforçar la hipòtesi sobre quin edifici creien que era el que amaguen les ruïnes romanes del jaciment de Badalona (7B1).

Per exemple, el Grup 6 conclou que definitivament creu que és un teatre i afegeix una informació que han pogut comprovar amb la confecció del model: “L'edifici que es tracta és el teatre romà, hi cabien 16 files”. De la mateixa manera, el Grup 3 també es reafirma en les seves conclusions en què era un teatre però, en aquest cas, la informació que s'afegeix prové de l'entrevista amb l'arqueòloga, no en forma d'hipòtesi sinó com a informació totalment veritable: “És un teatre. És el segon teatre trobat en tota Catalunya antiga. Era molt gran perquè venia la gent de Baetulo, de Barcino, i de Ilurdo”. Un altre exemple són les conclusions del Grup 5 on es fa referència a què, amb el treball realitzat, han entès el perquè era un teatre i no un altre edifici, encara que aquí no ho expliquen: “Es tracta d'un teatre. No vam encertar a la primera però després sí. Igualment que també penséssim que era el circ. Ara ja hem entès perquè és un teatre i ja sabem perquè no és un circ”.

En el cas del Grup 10, les evidències són d'un nivell superior —de nivell intermedi—ja que, els arguments que ja havien utilitzat en la formulació de la seva hipòtesi sobre que l'edifici en qüestió era un teatre, ara prenen molta força gràcies a que han pogut contrastar el seu treball amb el de l'arqueòloga:

Es tracta d'un teatre perquè, com hem dit abans, hem descobert gràcies a la Pepita Padrós, ens ha explicat com havien descobert que era un teatre. Ens ha dit que es van donar compte que a 3,5 metres hi havia una franja i avall hi havia paret romana (...) Llavors, a partir d'aquí van seguir excavant i van veure els fonaments i van descartar l'amfiteatre, com nosaltres. Perquè l'amfiteatre era una el·lipse, com un ou, no una circumferència com havia de ser. Llavors, també ens han explicat que no podia ser un circ ni un estadi perquè eren massa grans perquè hi capiguessin. Ens ha quedat clar per tot el que ens ha explicat que era un teatre.

Pel que fa als aspectes emocionals, es va poder observar que el fet de poder visitar les ruïnes i poder veure realment amb què s'estava treballant generava en l'alumnat un sentiment de compromís amb tirar endavant les tasques de la seqüència didàctica fins al final i de significació de tot el treball proposat. Les valoracions en els informes mostren que l'alumnat tenia en molta consideració el poder tenir un contacte tan directe amb una persona experta que havia treballat realment amb el mateix assumpte que ells.

Per exemple, el Grup 3 fa una valoració positiva de la participació en la seqüència didàctica d'una manera força personal, en base al rol que se'ls ha atorgat: "Ha estat molt divertit. Ens hem convertit com arqueòlegs professionals. Ha estat molt divertit".

Així mateix, en l'informe del Grup 6 es pot llegir que valora molt poder contrastar les seves hipòtesis amb l'arqueòloga professional: "El que ens ha agradat més ha estat parlar amb una arqueòloga professional i que ens expliqui tot sobre l'edifici. També va estar bé l'oportunitat de fer-li preguntes sobre el seu treball". De igual manera opina el Grup 5 que, fent una valoració positiva de la participació en la seqüència, sobretot, destaquen l'oportunitat de parlar amb l'experta arqueòloga:

Ens ha semblat divertit però alguns cops era una mica avorrit. També ha sigut molt interessant la part que ens ha explicat la Pepita Padrós a la paret que fa corba, l'arqueòloga, ens ha semblat molt interessants totes les investigacions que ha fet aquella senyora i que hagi descobert tot allò.

## 8.5. Resultats sobre el desenvolupament de la competència d'indagació i el pensament matemàtic creatiu

En l'apartat 8.4 s'han descrit els aspectes més rellevants de l'anàlisi duta a terme sobre el desenvolupament de la competència d'indagació (CI) i el pensament matemàtic creatiu (PMC) promogut per la seqüència didàctica «Què amaguen aquestes ruïnes?» amb la seva implementació en una aula de 1r d'ESO de l'Escola Betúlia de Badalona, durant el mes de juny del 2015. En aquest apartat intentarem sintetitzar encara més aquesta anàlisi i formular algunes conclusions que se'n dedueixen. De l'anàlisi completa, aportem en l'annex d'aquest capítol les peces principals: la taula que s'ha utilitzat per categoritzar els episodis escollits, les imatges confeccionades amb Geogebra per l'alumnat del model del teatre romà i l'aplicació d'aquest model en el mapa de la zona del jaciment.

Taula 8.6: Síntesi del buidatge de les evidències de CI i de PMC de tots els Moments.

Resum Evidències tots els MOMENTS					
Competència d'indagació			Pensament matemàtic creatiu		
	B	J	S		
1	***** ***** *	*		***** ***** ***** *****	1
2		***** ***		*****	2
3	*****	***	*	***** ***** ***** *****	3
4	***** *****	**		***** ***** ***	4
5	***** ***** ***	*****	**	***** ***** *****	5
6	***** **	***** *		***** ***** ***** *	6
7	***	*		***** ***** *****	7

La Taula 8.6 representa un resum del buidatge de les evidències per categories i nivells —provinent de la taula d'anàlisi inclosa en l'annex— que, com ja s'ha anat manifestant amb l'anàlisi de les altres seqüències didàctiques, tenint compte que l'estudi que s'ha dut a terme no és de naturalesa quantitativa, la funció que se'ls pretén no és quantificar-les. Per aquesta raó les evidències no s'hi han comptabilitzat en forma numèrica sinó amb un símbol, perquè doni idea, amb un cop d'ull, de quines categories són de les que es disposa de més evidències i de quines de menys. El significat de les categories i dels indicadors es pot consultar al Capítol 4, on es descriuen els instruments emprats per fer l'anàlisi.

En general, com es pot veure a la Taula 8.6, l'alumnat ha assolit còmodament un nivell de CI bàsic i, en moltes ocasions, el següent nivell, l'intermedi. Fins i tot, en relació a la gestió de la informació (categoria 5) i a la formulació d'hipòtesis (categoria 3) tenim evidències d'algunes accions de nivell superior.

Tenim moltes evidències que es tracta d'una seqüència didàctica amb qüestions matemàtiques i històriques obertes (categoria 1 de PMC) que han estimulat el PMC de l'alumnat durant gran part de la seqüència. Els equips d'investigació han hagut de buscar i posar a prova diferents estratègies per cercar quina corba s'ajustava més a la curvatura del mur, sospesant les diverses solucions que es podien trobar en funció del context real arqueològic, que les limitava. Aquest fet, també suposava mantenir una actitud de dubte (categoria 2 de la CI) i anar constantment del general al concret i del concret al general per poder formular una hipòtesi plausible.

Tot i que la seqüència ja ofería la situació problematitzada —és a dir, el context problemàtic no va sorgir del mateix alumnat sinó que el va presentar la investigadora—, al llarg del procés d'indagació l'alumnat va haver d'anar plantejant diverses preguntes per continuar i avançar en la indagació (categoria 1 de la CI i categoria 2 del PMC). Per exemple, després de la formulació de la primera hipòtesi, l'alumnat es trobà amb el mur romà dibuixat al terra de la plaça i va haver de començar a preguntar-se com podia fer-ho per esbrinar amb quin tipus de corba encaixava; després, es va haver de preguntar a quin edifici podia correspondre, etc. L'alumnat va anar reconeixent les problemàtiques que anaven sorgint a mesura que s'avançava en les tasques.

Al llarg de tota la seqüència, encara que estava guiada per la programació de les sessions, l'alumnat s'hi va integrar acceptant de bon grat el rol

d'investigador. En tot moment els equips va ser capaços de seguir les indicacions i la planificació proposada i de reflexionar-hi per comprovar que les tasques les estaven realitzant correctament, encara que normalment buscaven l'aprovació de la professora o de la investigadora (nivell bàsic de la categoria 4 de la CI). Esporàdicament, alguns alumnes van fer propostes pròpies de canvis per millorar la regulació del treball que estaven duent a terme o la seva organització (nivell intermedi de la categoria 4 de la CI). Propostes que discutien entre els membres del seu equip ja que sempre van treballar de forma cooperativa. Eren un grup avesat a treballar en grup però normalment amb repartiment de tasques, no els va ser fàcil col·laborar entre ells i consensuar decisions.

La seqüència didàctica demanava explícitament que l'alumnat realitzés conjectures i formulés hipòtesis en diferents moments del seu desenvolupament. Tots els equips es van esforçar a exposar les seves hipòtesis i argumentar-les. Tenim evidències que aquest aspecte de la CI, però també del PMC (categoria 3 i 4, respectivament), es van desenvolupar assolint en tot moment un nivell bàsic quan les prediccions eren basades directament de l'observació dels mapes i de les il·lustracions dels diferents tipus d'edificis, en base a criteris de sentit comú exclusivament. Però, en algunes ocasions es van poder observar hipòtesis de nivell intermedi i superior, quan els arguments distingien diferents conjectures en funció dels diferents supòsits, quan es contemplaven i es posaven en relació diferents informacions (formes possibles del mur, formes possibles dels edificis, estimació de l'espai ocupat en el mapa, etc.) i/o es tenia en compte el model del teatre realitzat.

Malgrat tot, cal dir que, igual que s'ha observat en l'anàlisi de les altres seqüències didàctiques, el discurs argumentatiu dels estudiants en relació a les seves conjectures, normalment és de nivell més elevat quan es realitza oralment de manera informal. Quan s'analitzen les produccions escrites no inclouen la majoria de les idees sorgides, els textos són molt sintètics i mostren les dificultats per plasmar les pròpies reflexions produïdes durant la indagació, segurament perquè no les valoren, no els donen la categoria d'argument vàlid si no ha sorgit directament d'una font que considerin vàlida.

El nivell assolit pel que fa a la comunicació de les conclusions (categoria 7 de la CI) —un nivell més aviat bàsic que intermedi—, relacionat amb els aspectes comunicatius de la categoria 7 del PMC, es veu influït per aquesta dificultat mostrada per l'alumnat de donar estatus formal —de manera escrita— a les

pròpies reflexions i conclusions parlades en el si de l'equip, que normalment es donen en el desenvolupament de les tasques. Ara, si ens fixem en les observacions realitzades, es pot afirmar que la seqüència va promoure que es donés una comunicació intensa en el si dels equips d'investigació per consensuar accions relatives a la indagació i també amb els interlocutors externs (membres d'altres equips, la professora, la investigadora, l'arqueòloga, etc.).

Per altra banda, en aquesta seqüència didàctica era molt important fer una bona gestió de la informació (categoria 5 de la CI), que significava, en primer lloc, saber escollir i classificar, de tota la informació a l'abast —a través del blog, bàsicament—, la més interessant per les tasques que s'havien de dur a terme. Després, calia que aquesta informació, més la informació i coneixement matemàtic obtingut en les tasques posteriors, fos elaborada i interpretada permetent realitzar conjectures plausibles en relació a la problemàtica plantejada. Aquesta gestió és va desenvolupar en un nivell bàsic per tot l'alumnat, sobretot de forma informal. Tot i que l'observació del desenvolupament de les tasques confirma que l'alumnat va realitzar aquesta gestió de la informació, en cap dels informes dels equips d'investigació s'inclou un resum o síntesi de la informació recavada i elaborada.

Tenim moltes evidències del desenvolupament d'aquest aspecte de la CI que va permetre a l'alumnat realitzar connexions (categoria 3 del PMC) entre els diferents continguts a què ens referíem anteriorment, continguts històrics i continguts matemàtics, però també entre les diferents variables que calia contemplar de la situació problemàtica, com per exemple les formes possibles del mur, les diferents formes dels edificis romans existents, la forma de les construccions de la zona del jaciment, l'espai estimat disponible, l'envergadura dels diferents tipus d'edificis, etc. Els equips que contemplaren totes o algunes d'aquestes variables, connectant amb els coneixements elaborats a partir de la informació que havien obtingut, van assolir un nivell d'aquest aspecte de la CI de nivell intermedi i/o superior, que els va permetre fer connexions interessants reflectint-se en els arguments que sostenien les seves hipòtesis.

Durant la seqüència hi va haver dos moments especialment adequats per a la validació dels resultats (categoria 6 de la CI i 5 de PMC): l'aplicació del model al mapa de la zona i les comprovacions que s'hi pogueren fer i la visita a les ruïnes amb l'entrevista a l'arqueòloga. Tot l'alumnat va reconèixer els resultats, entenent perquè l'opció més plausible era que les ruïnes amaguin un teatre —



els que els va costar més entendre-ho, fins i tot ho manifesten al seu informe—. Podem afirmar que es va assolir amb seguretat un nivell bàsic de la categoria 6 de la CI i en algunes ocasions aquest nivell va arribar ser intermedi quan els resultats es contrastaven amb les hipòtesis amb una mirada crítica. Alguns dels equips van contrastar les seves hipòtesis amb el coneixement i les paraules de l'experta arqueòloga que, en cap moment van posar en qüestió.

L'ingredient tecnològic —els materials i les fonts i recursos d'informació disponibles a través del blog—, així com, que el problema plantejat estigués relacionat amb la vida a la seva mateixa ciutat però en època romana, i que el context —el jaciment en si— fos en un lloc accessible i conegut per l'alumnat va promoure un cert compromís amb la tasca, una motivació d'ingredients emocionals com els descrits a la categoria 6 del PMC. Però el moment d'interacció amb l'arqueòloga i d'observació en directe de la zona que ens havia ofert el context problemàtic encara va proveir l'anàlisi de moltes més evidències sobre aquests aspectes emocionals que van promoure que l'alumnat se sentís tan implicat en les tasques i mantingués l'interès fins al final, tot i les dates en que es va realitzar la implementació, les darreres setmanes de curs.

Per tant, com a conclusió d'aquest capítol, es pot afirmar que un context arqueològic que plantegi un problema promou que l'alumnat s'involucri en tasques d'indagació que aborden el problema des d'un punt de vista holístic, a la recerca de solucions plausibles. Aquest context estimula el pensament matemàtic creatiu per trobar estratègies que contribueixin a formulació d'hipòtesis amb arguments més forts que no pas si només es consideren els continguts històrics.

## CAPÍTOL 9

### El context històric com a generador d'una investigació actual on, tant les matemàtiques com el mateix context, són utilitzats de manera determinant: El redisseny de «Què amaguen aquestes ruïnes?» en forma de c-book

---

9.1. Marc del redisseny de la seqüència didàctica: el projecte Mathematical Creativity Squared (MCSquared).....	324
9.2. Descripció del redisseny de la seqüència didàctica: el c-book.....	331
9.3. Anàlisi quantitativa externa de la potencialitat de la seqüència didàctica per desenvolupar pensament matemàtic creatiu (PMC).....	349
9.4. Resultats de les anàlisis.....	357

---

## RESUM

*En aquest capítol es presentarà el redisseny de la seqüència didàctica anomenada «Què amaguen aquestes ruïnes?» en el marc del projecte europeu Mathematical Creativity Squared (MCSquared). El redisseny es basa en la seqüència didàctica original descrita i exposada en el Capítol 8, i comparteixen els mateixos objectius d'ensenyament i aprenentatge. Malgrat tot, el redisseny contempla l'adaptació de les tasques a la concepció d'una metodologia d'ensenyament on les TIC teinguin un paper més central que en les anteriors seqüències, fet que es justifica en el primer apartat d'aquest capítol. En el següent apartat es descriu el disseny del c-book, amb alguns comentaris en relació a la seqüència que l'originà. A continuació, s'exposa l'anàlisi quantitativa i qualitativa realitzada per diversos participants en el projecte MCSquared en relació a la potencialitat de la seqüència didàctica per promoure pensament matemàtic creatiu (PMC). Finalment, en l'apartat 4 s'exposen els resultats.*

## 9.1. Marc del redisseny de la seqüència didàctica: el projecte Mathematical Creativity Squared (MCSquared)

Mathematical Creativity Squared<sup>1</sup> (MCSquared) és un projecte internacional amb l'objectiu de dissenyar i desenvolupar un entorn computacional intel·ligent amb la participació de certes indústries creatives involucrades en la producció de continguts multimèdia amb fins educatius per impulsar formes col·lectives de pensament creatiu i treballar per un co-disseny de mitjans digitals apropiats. L'atenció se centra en la creativitat social en el disseny de mitjans digitals destinats a millorar la creativitat en el pensament matemàtic (PMC).

El projecte desenvolupa seqüències didàctiques (c-unitats) en format dels anomenats “c-book” (c-llibres, on la “c” fa referència a la creativitat) que tenen per a objectiu la creació de recursos didàctics per a la promoció de la indagació i la creativitat matemàtica a través del disseny innovador de propostes didàctiques per a l'escola secundària (Barquero, Richter, Barajas i Font, 2014). Els membres de quatre comunitats d'interès (CdI) diferents (incloent editors, desenvolupadors, investigadors, educadors escolars, etc.), de diferents països, treballen conjuntament amb l'objectiu comú de pensar creativament i dissenyar recursos en forma de *c-book* que reflecteixin la pedagogia del segle XXI per impulsar el pensament matemàtic creatiu en les escoles i el lloc de treball. Els focus principal, doncs, se situa en el mateix procés de disseny de les c-unitats que són creades per aquests equips mixtos de dissenyadors amb diferents perfils professionals, que formen les diferents CdI, i en l'anàlisi de quines característiques integren per a promoure la creativitat matemàtica en futures experimentacions.

Una d'aquestes CdI és de Barcelona i està ubicada a la Universitat de Barcelona i la investigadora en va formar part a partir del mes de febrer de 2016, quan la seqüència didàctica anomenada «Què amaguen aquestes ruïnes?», va ser escollida per ser inclosa en el projecte MCSquared ja que es va considerar que, per les seves característiques, descrites i analitzades en l'anterior capítol, podria adaptar-se de forma exitosa en forma de *c-book*. Així doncs, un equip de cinc persones —entre les quals la investigadora—, integrants de la CdI de Barcelona, van intervenir en el seu redisseny, des d'investigadors en didàctica de les matemàtiques, professors de secundària d'història i de matemàtiques i persones expertes en tecnologia educativa.

<sup>1</sup> La web del MCSquared Project es pot visitar a: <http://www.mc2-project.eu/>

El fet és que, tot i que la seqüència original ja havia estat avaluada amb un molt alt potencial en relació al potencial per desenvolupar el PMC, el seu redisseny havia de representar una transformació. El marc del projecte MCSquared, demanava un redisseny de la seqüència que, conservant els seus objectius d'ensenyament-aprenentatge en relació a l'estimulació del pensament matemàtic creatiu (PMC) i al desenvolupament de la competència d'indagació (CI), s'adaptés a una gestió de la seqüència totalment mediada per la tecnologia i que millorés la pràctica educativa. Una mediació que significa considerar les TIC<sup>2</sup> com “instruments psicològics” en el sentit vygotskià (Kozulin, 1998), és a dir, com a mediadores dels processos intra i intermentals implicats en l'ensenyament i l'aprenentatge

Així doncs, des d'aquesta perspectiva constructivista i sociocultural, s'afirma que la clau de l'ensenyament i aprenentatge a l'aula es troba en les relacions que s'estableixen entre els tres elements que conformen el triangle interactiu —el contingut que és objecte d'ensenyament i aprenentatge, l'activitat educativa i instruccional de la persona docent i l'activitat d'aprenentatge dels alumnes— posant l'accent en les relacions que s'estableixen entre ells, doncs, llavors, la diferència essencial entre els múltiples i diversos usos de les TIC en l'educació escolar no es basa tant en les característiques dels recursos tecnològics utilitzats en cada cas, com en la seva ubicació en l'espai conceptual delimitat per l'entramat de relacions entre els tres elements del triangle interactiu. Per tant, és en la incidència dels diferents usos de les TIC sobre l'activitat conjunta de professorat i alumnat on es concretarà o no la capacitat d'aquestes eines per millorar les pràctiques educatives. Així doncs, certs usos de les eines tecnològiques podran donar lloc a formes d'organització de l'activitat conjunta on les TIC suposin un autèntic element de valor afegit —quan resultin imprescindibles perquè es puguin donar l'activitat concreta—, jugant llavors un paper veritablement transformador. En canvi, altres usos, s'inseriran en organitzacions d'activitats molt similars a les que habitualment es realitzen sense les TIC, amb una escassa capacitat transformadora de les pràctiques educatives (Coll, Mauri i Onrubia, 2008).

Per tant, en el redisseny de la seqüència, com a un *c-book*, hauria de promoure un ús de les TIC que impliqués unes pràctiques educatives transformadores, ja que la capacitat mediadora de les TIC com a instruments psicològics és una potencialitat que es fa o no efectiva en les pràctiques

---

<sup>2</sup> Tecnologies de la Informació i la Comunicació.

pedagògiques en funció dels usos que les persones participants en facin (Coll, Onrubia i Mauri, 2007).

En aquest sentit, Coll, Mauri i Onrubia (2008) presenten una classificació de les formes més habituals i esteses dels usos reals de les TIC en les pràctiques educatives —amb graus de presència i intensitat variables en cada cas— en les següents quatre grans categories:

- 1) *Usos de les TIC com a instrument de mediació entre els alumnes i el contingut de la tasca d'aprenentatge.* En aquest tipus d'usos, els alumnes utilitzen les TIC per accedir als continguts, explorar-los, elaborar-los i comprendre'ls en formes i graus diversos, o com a recolzament a la realització o resolució de tasques o activitats específiques d'ensenyament i aprenentatge. En termes del *triangle* interactiu professora-alumnat-contingut, aquesta categoria d'ús col·loca les TIC fonamentalment en l'àmbit de les relacions entre alumne i contingut, deixant relativament al marge el pol de la professora. Per això, habitualment es tracta d'usos que es porten a terme majoritàriament de manera individual i en què la influència educativa de la professora apareix, en molts casos, de manera indirecta.
- 2) *Usos de les TIC com a instrument de representació i comunicació de significats sobre els continguts o tasques d'ensenyament i aprenentatge per al professor i/o l'alumnat.* En aquest cas, professorat o alumnat utilitzen les TIC fonamentalment com recolzament a la presentació i comunicació a altres de determinats aspectes, més o menys amplis, dels continguts i les tasques. En termes del triangle interactiu, és un tipus d'ús que afecta prioritàriament les relacions entre professor i contingut i/o entre alumne i contingut, i en conjunt a les relacions entre professor i alumne a través de la presentació i representació del contingut.
- 3) *Ús de les TIC com a instrument de seguiment, regulació i control de l'activitat conjunta del professor i alumnes al voltant dels continguts o tasques.* L'element distintiu d'aquest tipus d'ús és la vinculació entre la utilització de les TIC i la regulació del procés d'ensenyament i aprenentatge i, per tant, entre utilització de les TIC i avaluació d'aquest procés. En termes del triangle interactiu, aquest tipus d'utilització de les TIC afecta al conjunt de les relacions entre professorat, alumnat i contingut, però centrant-se específicament en els ingredients de seguiment i regulació mútues implicats en aquesta relació.

- 4) *Usos de les TIC com a instrument de configuració d'entorns d'aprenentatge i espais de treball per a professorat i alumnat.* En aquest tipus d'usos, les TIC s'utilitzen per a recrear o generar entorns d'aprenentatge o espais de treball específics, que existeixen, essencialment, gràcies a elles, i que no es limiten a reproduir, imitar o simular entorns preexistents sense presència de les TIC. Poden ser espais de treball individual o col·laboratiu; per a un alumne, un petit grup o un grup-classe complet; i de caràcter públic o de caràcter privat, etc. En aquest tipus d'usos el triangle interactiu en el seu conjunt es recrea a través de les TIC, per a una part del procés d'ensenyament i aprenentatge o per a tot el seu desenvolupament, i les TIC marquen possibilitats i restriccions noves i originals als tipus de relacions que poden establir entre si els seus diferents elements.

Així, Coll, Onrubia i Mauri (2007) afirmen que l'ús que els estudiants facin efectivament de les TIC dependrà, en bona mesura, de la naturalesa i les característiques de l'equipament i dels recursos tecnològics posats a la seva disposició. Així doncs, en relació al disseny tecnològic del procés formatiu, és important tenir en compte les possibilitats i limitacions que els recursos ofereixen per representar, processar, transmetre i compartir informació ja que poden variar molt. Els autors senyalen que aquest ventall de possibilitats i limitacions dels recursos estableixen, respecte al desenvolupament de les tasques, diferents restriccions en funció a l'ús i la tria de les aplicacions que es faci. És a dir, el disseny tecnològic determina les possibilitats i limitacions de les persones docents i dels estudiants per organitzar la seva activitat conjunta al voltant als continguts i tasques d'aprenentatge, la forma de plantejar-les i abordar-les, les seves exigències, la seva durada, les modalitats de participació, les responsabilitats dels participants, les fonts i formes d'ajuda i bastimentada que podrà rebre l'alumnat durant el seu desenvolupament, el seguiment que podrà fer el professorat del progrés i de les dificultats dels estudiants, el seguiment que els propis estudiants podran fer del propi procés d'aprenentatge, les característiques dels resultats o productes esperats, els criteris i procediments d'avaluació, etc.

Així doncs, segons la classificació anterior, la seqüència didàctica original es podria dir que pertany a la categoria 2 ja que va ser dissenyada per ser implementada per una persona docent en una aula convencional amb un blog de suport que acompanyava la gestió de la seqüència didàctica, on la tecnologia, a més d'utilitzar-se per a cercar informació a la xarxa, també

tenia un paper important en la realització d'algunes tasques com, per exemple, en el dibuix del model de l'edifici romà segons les indicacions de Vitruvi. De tota manera, una de les tasques centrals, com ja s'ha explicat, va ser una sessió vivencial realitzada en una plaça propera a l'escola, pensada per ser gestionada per les docents de matemàtiques i d'història. És a dir, si la tecnologia hagués estat absent, amb discretes modificacions de la seqüència, les tasques segurament s'haguessin pogut portar a terme igualment.

El repte de redissenyar la seqüència didàctica per adaptar-la a un *c-book* seria, doncs, aconseguir una nova seqüència didàctica que passés de ser enquadrada en la categoria 2 a la categoria 4 de l'anterior classificació. Representava un desafiament important, ja que calia tenir en compte que amb el *c-book* l'espai d'ensenyament i aprenentatge sofria variacions que podien fer-lo totalment diferent al d'una aula convencional (hi ha la possibilitat integrar el *c-book* en una aula o utilitzar-lo de manera virtual exclusivament). D'aquesta manera, el redisseny de la seqüència havia de contemplar aquest nou espai d'interacció social, que plantejaria demandes diferents tant pel que fa a l'alumnat com per al professorat i que hauria d'incorporar les noves eines tecnològiques i ginys procedents de les creacions de les factories involucrades en el projecte MCSquared. Tenint en compte que el disseny tecnològic d'un procés formatiu resulta pràcticament indissociable del seu disseny pedagògic o instruccional (Coll, Onrubia i Mauri, 2007) la tecnologia —procedent de les factories involucrades en el MCSquared— que s'incorporés al redisseny hauria d'anar gestionada per una metodologia innovadora que possibilités i, d'alguna manera, garantis una interacció més rica perquè es pogués dur a terme l'aprenentatge, ja que la interacció cara a cara podria veure's substituïda per la interacció virtual, el llenguatge escrit i les imatges.

Es va pensar que caldria contemplar que l'entorn virtual del redisseny presentés les màximes característiques que, segons Bustos i Coll (2010) es poden relacionar directament amb la ubicació de les TIC en l'espai conceptual del triangle interactiu i la seva funció medidora. Així doncs, l'entorn del redisseny de la seqüència hauria d'incorporar, per exemple:

- a) Un espai per a la creació, gestió i entrega de seqüències d'activitats d'aprenentatge, amb propostes realitzades per el professorat que l'alumnat pugui seleccionar i desenvolupar;

- b) Una sèrie de dispositius que permetin als estudiants identificar les característiques i variables relatives a l'exigència de la tasca proposta, de tal manera que puguin ajustar la seva forma d'abordar la tasca tant de manera individual com grupal i en col·laboració;
- c) Una sèrie de funcions automàtiques que proporcionin informació tant al professorat com als estudiants sobre qui fa què, com, quan, amb qui i amb quins resultats, de manera que sigui possible posar en marxa processos d'autoregulació i oferir ajudes a l'aprenentatge tant de naturalesa individual com grupal;
- d) Una estructura dinàmica que permeti passar amb rapidesa i facilitat del treball individual al treball grupal, conservant la identitat i especificitat d'ambdós espais de treball, i que permeti al professorat entregar devolucions en ambdós plans.

Així doncs, després d'aquestes consideracions i amb l'objectiu d'adaptar la seqüència didàctica als requeriments, tant tecnològics com didàctics, de l'entorn del *c-book*, es va dur a terme el seu redisseny tenint en compte de no perdre algunes de les característiques essencials de la seqüència original.

En primer lloc, es manté la seva estructura arborescent de qüestions que es van derivant a partir de la presentació de la situació i qüestió inicial sobre “què amaguen aquestes ruïnes?” i que van guiant i narrant l'evolució de la seqüència i la metodologia d'ensenyament/aprenentatge de les matemàtiques basada en indagació i modelització matemàtica.

Tot i això, la seva adaptació a l'entorn del *c-book*, va requerir de desglossar la seqüència en certes etapes, com a mesura per garantir que l'alumnat que l'utilitzi vagi involucrant-se gradualment en la indagació que se li proposa. També es va haver de demanar a l'alumnat que, en lloc d'anar confeccionant un únic informe al llarg del desenvolupament del procés de la indagació, redactés diversos informes parcials (un al final de cada fase del *c-book*).

En segon lloc, a més d'adaptar les activitats de la seqüència didàctica original pensant en que aquesta pogués ser el màxim autogestionada, es van incloure, diverses activitats aprofitant el potencial de la infraestructura tecnològica presentada en el *c-book*, on es mesclen espai de redacció de text amb la possibilitat d'integrar els ginys, (anomenats *widjets*) comentats anteriorment, provinents de diferents factories de tecnologia educativa en educació matemàtica com, per exemple: aplicacions de Geogebra, ginys dissenyats per



Cinderella, recursos integrats en la plataforma del DME (Digital Math Environment, desenvolupada de l'Institut Freudenthal), entre d'altres.

En tercer lloc, es van tenir en compte els criteris d'idoneïtat didàctica de l'enfocament ontosemiòtic (Godino, Batanero & Font, 2007) que formen part del marc teòric d'aquesta investigació, tal i com s'ha exposat en el Capítol 2, per guiar els processos d'ensenyament aprenentatge de les matemàtiques que volíem promoure amb aquesta c-unitat.

Aquests criteris ens van servir, tant en el procés de redisseny, per orientar-nos sobre com enfocar l'adequació al nou entorn d'ensenyament i aprenentatge de la seqüència didàctica, com en el moment d'avaluació del disseny per membres de la CdI.

Concretament, es va tenir cura que amb el redisseny s'ensenyessin unes "bones matemàtiques" (idoneïtat epistèmica), especialment amb l'adaptació de l'activitat vivencial, realitzada en una plaça urbana, on es realitza un estudi de les propietats de la circumferència i altres corbes. En aquest sentit, es van explorar els materials ("applets", "widges", etc.) i les possibilitats que oferia la plataforma de disseny de la c-unitat per aprofitar-ne al màxim els seus beneficis i assegurar també la idoneïtat mediacional de la nova seqüència.

De la mateixa manera, es va tenir en compte que es mantingués la idoneïtat cognitiva, intentant mantenir el mateix nivell de la seqüència original i aportant informació addicional quan creiem que l'alumnat la podria necessitar, sobretot, tenint en compte que és una unitat per realitzar-la en un mitjà virtual, on el docent pot no ser-hi presencialment.

Es va pensar en potenciar la interacció mitjançant "applets" que oferia la plataforma per promoure la cooperació entre diferents alumnes que puguin accedir a la plataforma des de diferents llocs, però compartint el procés d'indagació proposat en el c-book (idoneïtat interaccional).

Per suposat, es va vetllar per mantenir la motivació que havia despertat la seqüència original i intentar millorar-la amb reptes afegits a la resolució de la pregunta que guiava la indagació, sobre quin tipus d'edifici amagaven les ruïnes. Aquests reptes es van incloure amb la resolució de diferents enigmes aprofitant les possibilitats de la plataforma. També es va tenir cura que el resultat del c-book fos estèticament plaent (idoneïtat emocional).

Quedarà per valorar el c-book amb un criteri ecològic la seva idoneïtat, si en els propers mesos se'n pogués realitzar una implementació i comprovar en quin grau s'adequa al projecte educatiu del centre on s'implementi, a les seves directrius curriculars, a les condicions de l'entorn social i professionals, etc.

Així doncs, tenint en compte tots aquests aspectes, i amb la col·laboració de tot l'equip de la comunitat d'interès CdI implicada en aquest *c-book*, la investigadora va redissenyar la seqüència didàctica original, el resultat del qual es descriu a continuació.

## 9.2. El redisseny de la seqüència didàctica: el c-book

### 9.2.1. Descripció del c-book

A continuació es farà una descripció de les principals característiques del redisseny de la seqüència didàctica «Què amaguen aquestes ruïnes?» per convertir-la en un *c-book*. L'idioma del c-book es l'espanyol, ja que està previst traduir-lo a l'anglès i la traducció s'ha de poder fer des d'aquest idioma.

El *c-book* actualment es troba ubicat en la plataforma de disseny del projecte MCSquared (Figura 9.1).

Com en la seqüència original, l'objectiu és que l'alumnat aprengui matemàtiques i història realitzant un procés d'indagació. El context problemàtic és el descobriment de certes ruïnes romanes per l'equip d'arqueòlegs del Museu de Badalona que podrien pertànyer a un antic edifici públic romà. La pregunta d'investigació que és planteja és: *A quin tipus d'edifici romà podrien pertànyer aquestes ruïnes?* El *c-book* està estructurat en les següents cinc fases:

- Fase 1: ¡Qué noticia!
- Fase 2: Formulació de primeras hipótesis
- Fase 3: Comprobación de hipótesis
- Fase 4: ¿Cuánto público cabía?
- Fase 5: Conclusiones e hipótesis definitivas

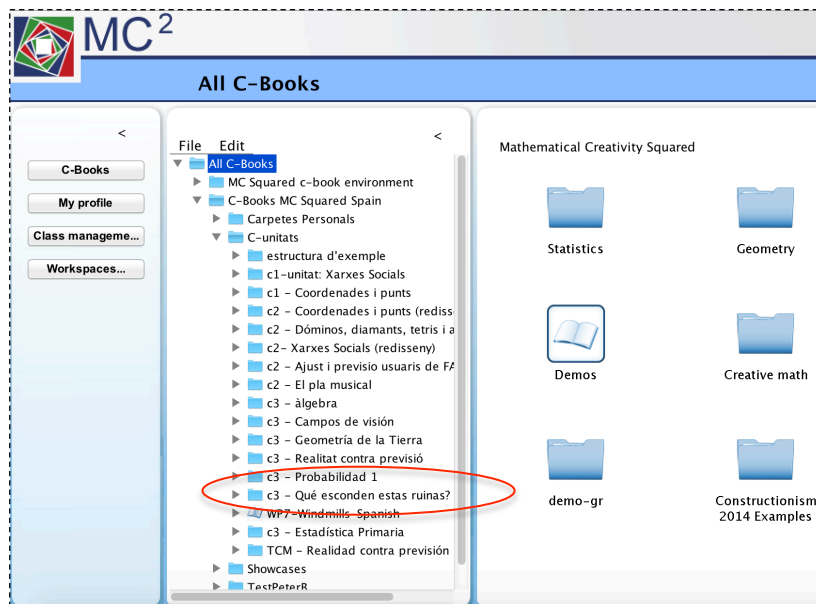


Figura 9.1: Captura de pantalla de la web de MCSquared Project amb el *c-book* «¿Qué esconden estas ruinas?»

*Fase 1:* Aquesta primera fase s'anomena «Quina notícia!» i ocupa les cinc primeres pàgines (o pantalles) del *c-book*.

La primera fase presenta la notícia sobre el descobriment de les ruïnes a Badalona (Figura 9.2). A la segona pàgina l'alumnat hi pot trobar enllaços per visitar la web del Museu de Badalona; un document i un vídeo per poder conèixer els orígens romans de la ciutat (Figura 9.3), ja que el *c-book* serà a l'abast d'usuaris que potser que no coneguin en absolut Badalona.

En aquesta fase es pretén que l'alumnat conegui molt bé la ciutat i la zona on s'han trobat les ruïnes del edifici romà. Amb aquest propòsit, a la tercera pàgina els estudiants poden visitar alguns enllaços amb informació sobre Badalona i el mapa de la zona que hauran d'investigar. El mapa enllaçat s'ha realitzat amb la tecnologia de Google Maps per marcar i delimitar una zona. També es deixa l'enllaç a una pàgina web local anomenada Geoportal Urbanístic (Figura 9.4). En aquesta pàgina haurien de reconèixer la forma de la zona on es van descobrir els fonaments de les ruïnes, perquè serà un element important per decidir quin tipus d'edifici públic podia haver estat. Amb aquest objectiu, els estudiants poden utilitzar un giny interactiu del programa Geogebra (Figura 9.5).

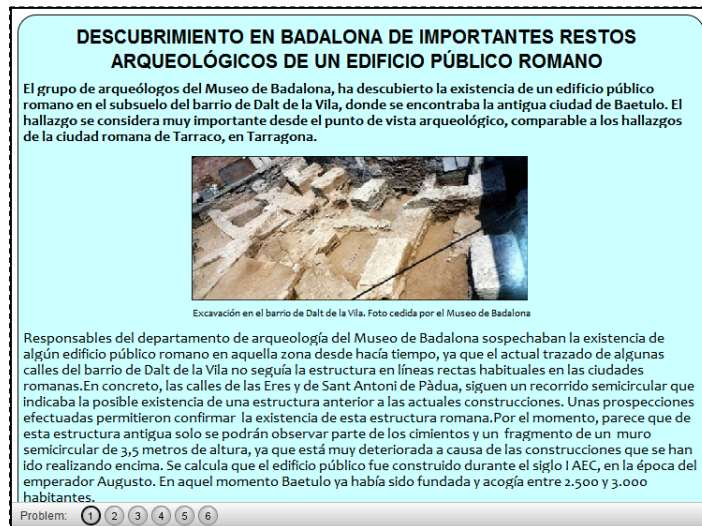


Figura 9.2: Captura de pantalla de la pàgina 1 de la primera fase del c-book amb la notícia de la troballa de les ruïnes

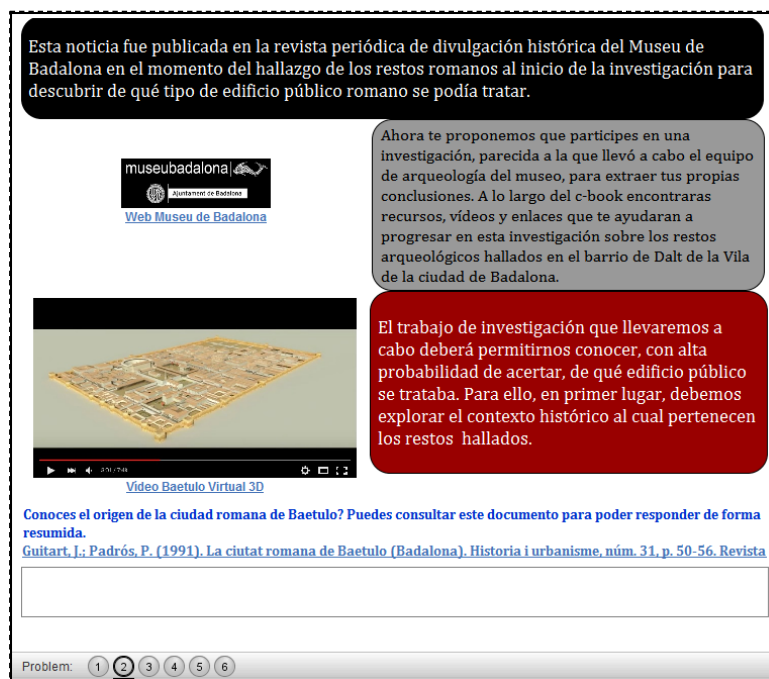


Figura 9.3: Captura de pantalla de la pàgina 2 de la primera fase del c-book amb els enllaços a la web del Museu de Badalona i a un vídeo i un document per conèixer els orígens romans de la ciutat

L'alumnat també haurà de visitar una web de l'ajuntament de Badalona, el Geoportal Urbanístic (Figura 9.6 a), que proporciona un mapa amb possibilitat de visualitzar molts detalls urbans que es poden escollir (per exemple, mobiliari urbà, arbrat, restes arqueològiques i patrimoni catalogat, etc.).



Figura 9.4: Captura de pantalla de la pàgina 3 de la primera fase, destaca l'enllaç al mapa de la zona del jaciment arqueològic

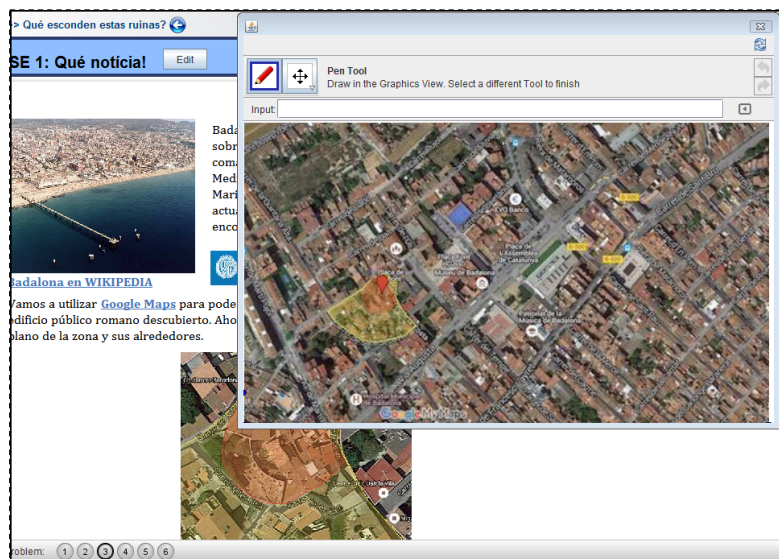


Figura 9.5: Captura de pantalla de la pàgina 3 de la primera fase, amb el giny de Geogebra obert

Per facilitar la navegació, a la quarta pàgina l'alumnat pot trobar-hi les instruccions per trobar la zona a estudiar ràpidament (Figura 9.6 b).

a.



b.

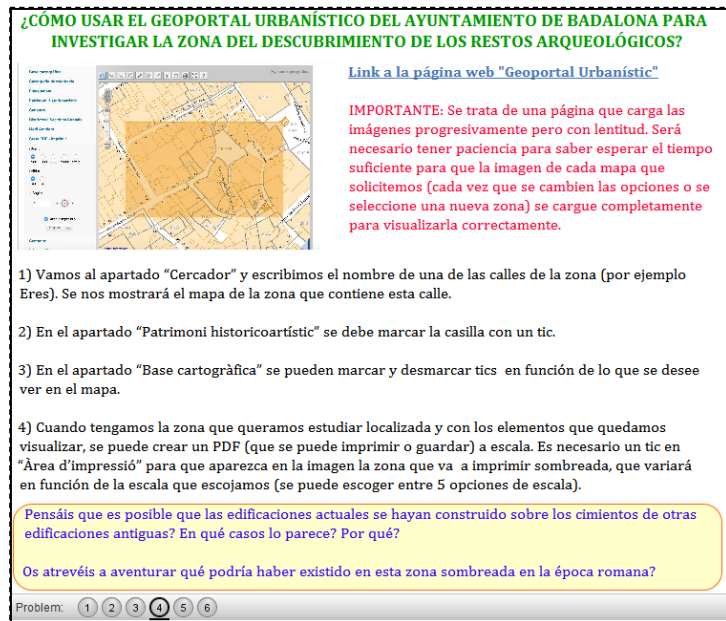


Figura 9.6: a. Captura de pantalla de la web de l'ajuntament de Badalona Geoportal Urbanístic; b. Captura de pantalla de la pàgina 4 de la fase 1 amb les instruccions per trobar el mapa de la zona del jaciment amb facilitat

En aquesta fase hi ha diverses preguntes per fer que l'alumnat reflexioni sobre l'objectiu principal de la investigació. A més, es demana als alumnes que vagin resumint els resultats escrivint un informe de la seva investigació (Figura 9.7).

**INFORME PARCIAL: PRIMERA FASE DE LA INVESTIGACIÓN**

¿Cuáles son los objetivos generales de la investigación? Enuméralos separadamente.

¿Cuáles han sido los objetivos concretos de esta fase? Enuméralos separadamente.

¿Cómo has conseguido responder a estos objetivos concretos?

Escribe tus conclusiones/hipótesis para esta fase:

HIPÓTESIS 1:

HIPÓTESIS 2:

¿Qué argumentos respaldan tus hipótesis?

¿Qué nuevas preguntas se te ocurren para seguir adelante con la investigación?

Problema: 1 2 3 4 5 6

Figura 9.7: Captura de pantalla de la pàgina 5 de la fase 1 amb l'informe d'indagació

En aquest informe han de formular la seva hipòtesi ben argumentada sobre el tipus de construcció que pensin que les ruïnes podrien estar amagant i respondre algunes preguntes sobre les tasques realitzades.

*Fase 2:* Aquesta fase s'anomena «Formulació de les primeres hipòtesis» i té cinc pantalles.

L'objectiu de la segona fase és conèixer quins tipus d'edificis públics van construir els romans i detalls sobre les seves formes, dimensions, funcions, etc., per tal de reformular la primera hipòtesi que l'alumnat ja ha realitzat al finalitzar la primera fase.

A la pàgina 1, s'hi ha inclòs un giny de Geogebra amb una imatge del mapa urbà i eines de dibuix amb què l'alumnat podrà explorar quina forma geomètrica encaixa millor amb el traçat urbà de la zona del jaciment (Figura 9.8). L'alumnat ha d'explicar amb quines estratègies i eines han ajustat i escollit la forma geomètrica i quines conclusions en poden treure sobre que en aquesta zona els edificis segueixin aquesta forma tan peculiar, si la comparen amb la resta de la ciutat. En aquesta pàgina també es pot veure un vídeo amb informació sobre diferents tipus d'edificis romans.

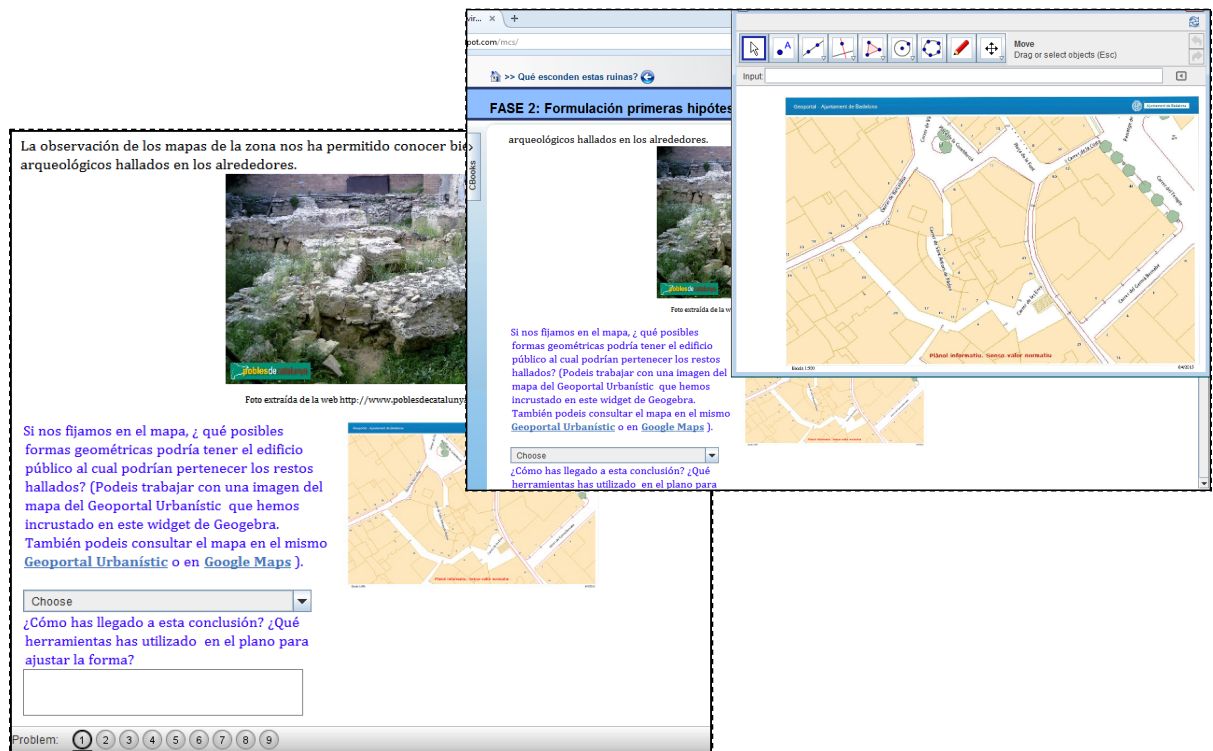
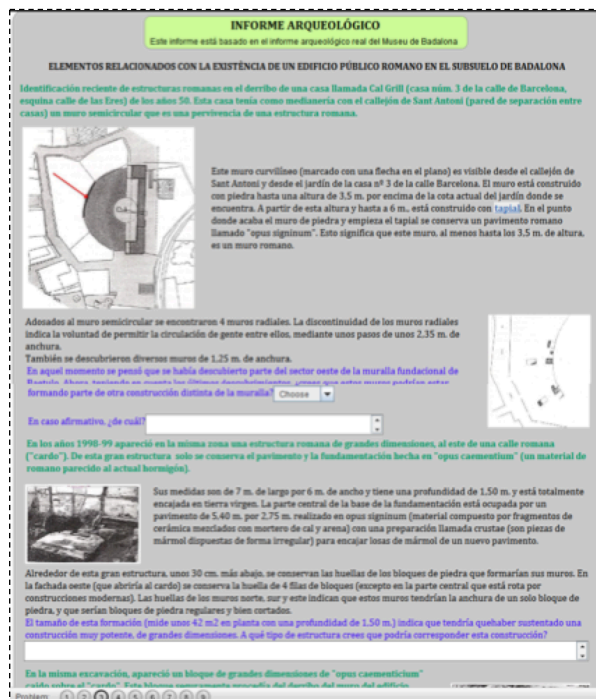


Figura 9.8: Captura de pantalla de la pàgina 1 de la fase 2 amb el giny de Geogebra obert i les preguntes de la tasca

A la segona pàgina l'alumnat ha de demostrar que coneix les diferents formes dels edificis romans interactuant amb un giny d'arrossegar i deixar anar cartells per identificar fotos dels edificis (Figura 9.9). Es pregunta sobre quin dels edificis encaixa millor a la zona del descobriment tenint en compte la seva forma i la seva dimensió.



Figura 9.9: Captura de pantalla de la pàgina 2 de la fase 2 amb les tasques sobre els edificis públics romans



A les pàgines 3 i 4 l'alumnat pot llegir una adaptació de l'informe real de la investigació realitzada per l'equip d'arqueòlegs del Museu de Badalona. Al llarg de la fase es van fent preguntes sobre alguns dels temes de l'informe per garantir la seva comprensió (Figura 9.10). A la pàgina 5, igual que en la fase anterior, es demana als alumnes que resumeixin la fase amb la redacció d'un

Figura 9.10: Captura de pantalla de la pàgina 3 de la fase 2, adaptació de l'informe arqueològic de l'equip del Museu de Badalona



informe parcial sobre la seva investigació (Figura 9.11). En aquest informe han de reformular i argumentar la seva hipòtesi inicial sobre a quin edifici podrien correspondre les ruïnes investigades.

**Figura 9.11:** Captura de pantalla de la pàgina 5 de la fase 2, segon informe parcial de la indagació

*Fase 3:* Aquesta fase s'anomena «Comprovació d'hipòtesis» i té cinc pàgines.

Aquí l'alumnat treballa amb dades i imatges específiques de les ruïnes descobertes (Figura 9.12). Les matemàtiques hi tindran un paper decisiu per esbrinar a quin tipus d'edifici públic corresponen.

**Figura 9.12:** Captura de pantalla de la pàgina 1 de la fase 3, imatges de les ruïnes (un mur curvilini i alguns murs radials)

A la pàgina 1, l'alumnat, amb un nou giny de Geogebra (Figura 9.13), haurà de decidir si la corba que encaixa amb el mur romà —que trobaran dibuixat al mapa del giny i que és un element principal de la indagació, igual que ho és en la seqüència original— és una el·lipse o una circumferència.

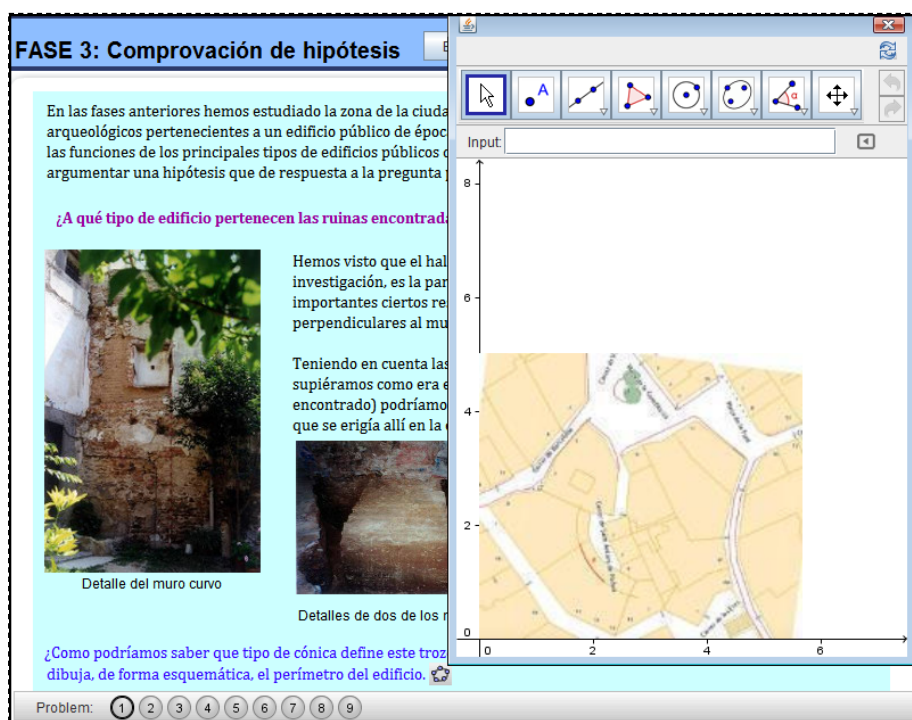


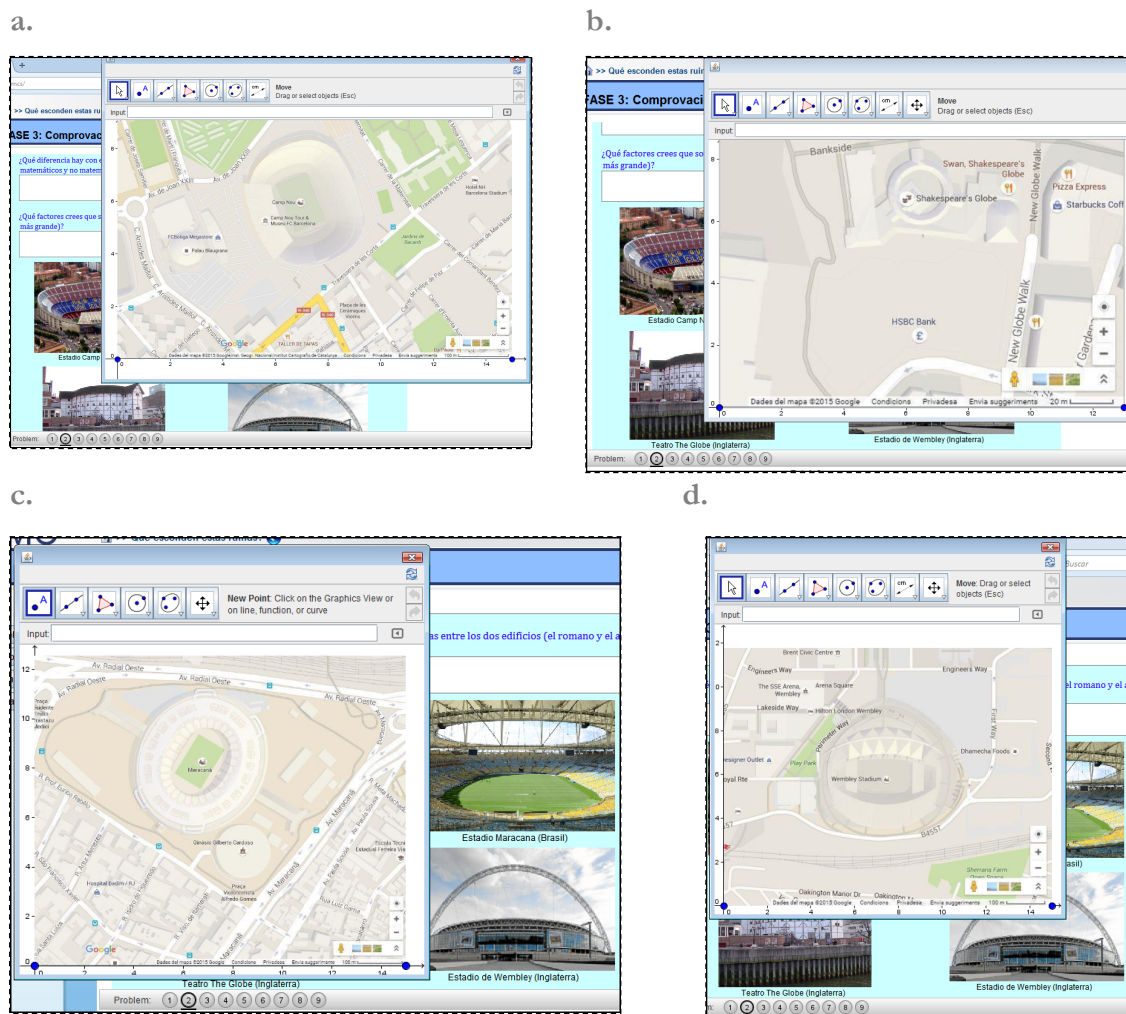
Figura 9.13: Captura de pantalla de la pàgina 1 de la fase 3, detall del giny per dibuixar el perímetre de la corba que encaixi amb el mur romà dibuixat



Quan l'alumnat s'adoni que el mur coincideix amb una circumferència haurà de trobar els seus elements principals (perímetre, centre, radi), basant-se en les propietats d'aquesta corba. Llavors, podran deduir que l'edifici públic al qual pertany el mur probablement és un teatre romà.

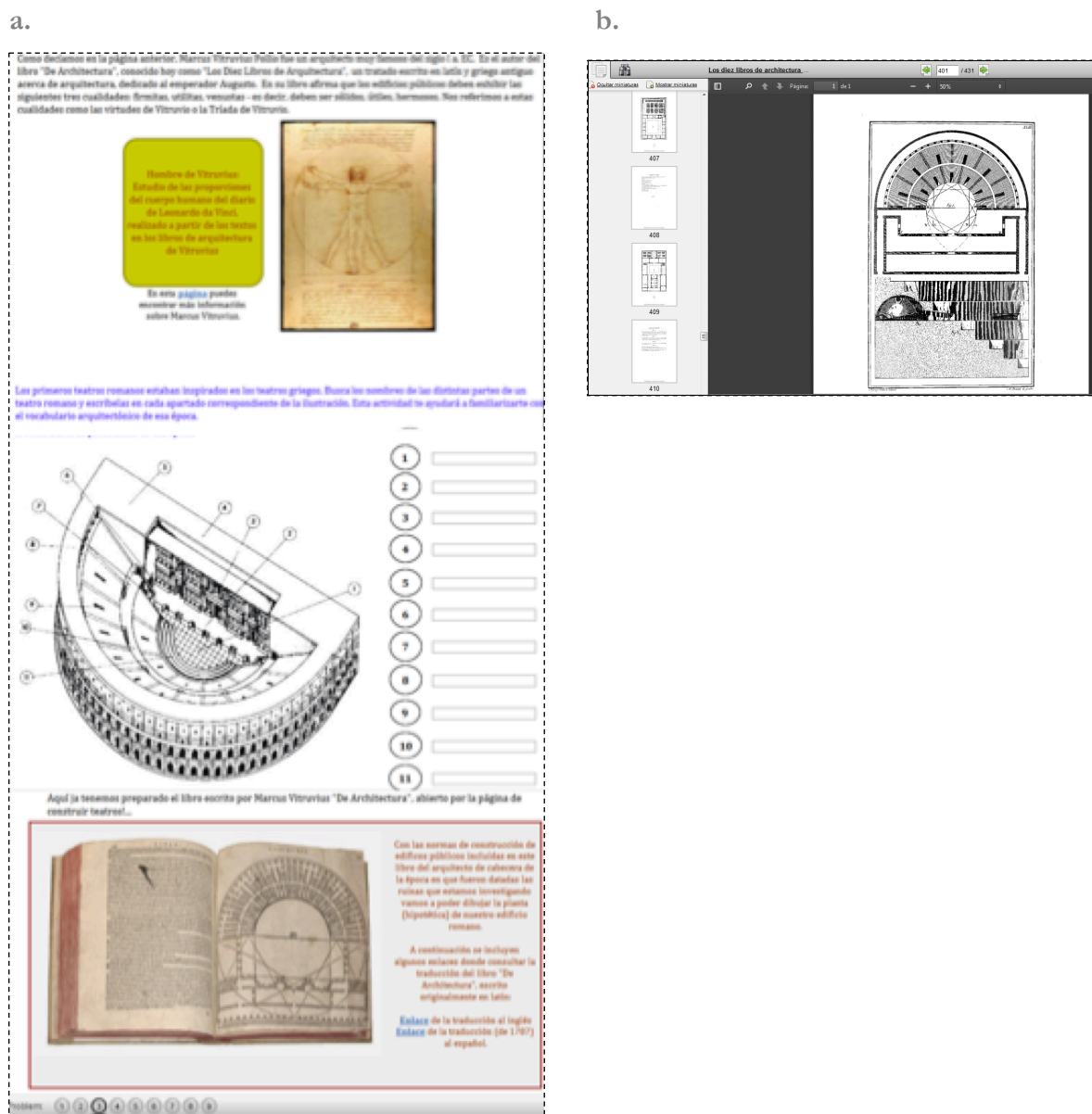
Figura 9.14: Captura de pantalla de la pàgina 2 de la fase 3, diferents imatges d'edificis públics contemporanis coneguts

A la segona pàgina (Figura 9.14), els estudiants han de calcular i comparar les diferents àrees de certs edificis coneguts, contemporanis, amb l'àrea del teatre romà. Al clicar sobre les imatges de cada un dels edificis s'obrirà un Geogebra (Figura 9.15 a, b, c i d) amb les eines per poder calcular la seva àrea. Per fer aquesta tasca també disposen un giny que és una calculadora.



**Figura 9.15:** Captures de pantalla de la pàgina 2 de la fase 3, diferents imatges d'edificis públics contemporanis coneguts amb el giny de Geogebra obert per calcular les seves àrees: **a.** Estadi de futbol Camp Nou (Barcelona, Catalunya); **b.** Teatre de Shakespeare The Glove (London, Anglaterra); **c.** Estadi de futbol Maracana (Rio de Janeiro, Brasil); **d.** Estadi de futbol Wembley (London, Anglaterra)

A la pàgina següent, es presenta Marc Vitruvius, el famós arquitecte de la Roma clàssica, juntament amb el seu tractat d'arquitectura «De Architectura» (Figura 9.16 a). En aquest llibre (Figura 9.16 b) Vitruvius explica un cànon per construir diversos edificis públics que serà molt útil per esbrinar com podria ser el nostre teatre.



**Figura 9.16:** Captures de pantalla de la pàgina 3 de la fase 3: **a.** Presentació de l'arquitecte Vitruvius i del seu llibre amb els cànon per a construir edificis públics romans; **b.** Detall del llibre «De Architectura»

En aquesta pàgina també tenen una tasca per conèixer i practicar el vocabulari de les parts d'un teatre de l'antiga Roma. A la pàgina 4, els estudiants han d'elaborar un model del teatre (amb les dimensions calculades a la pàgina 1) seguint els consells de Vitruvius. En aquesta mateixa pàgina hi

trobaran una adaptació del cànon de Vitruvius amb instruccions per poder construir-lo amb Geogebra (Figura 9.17).

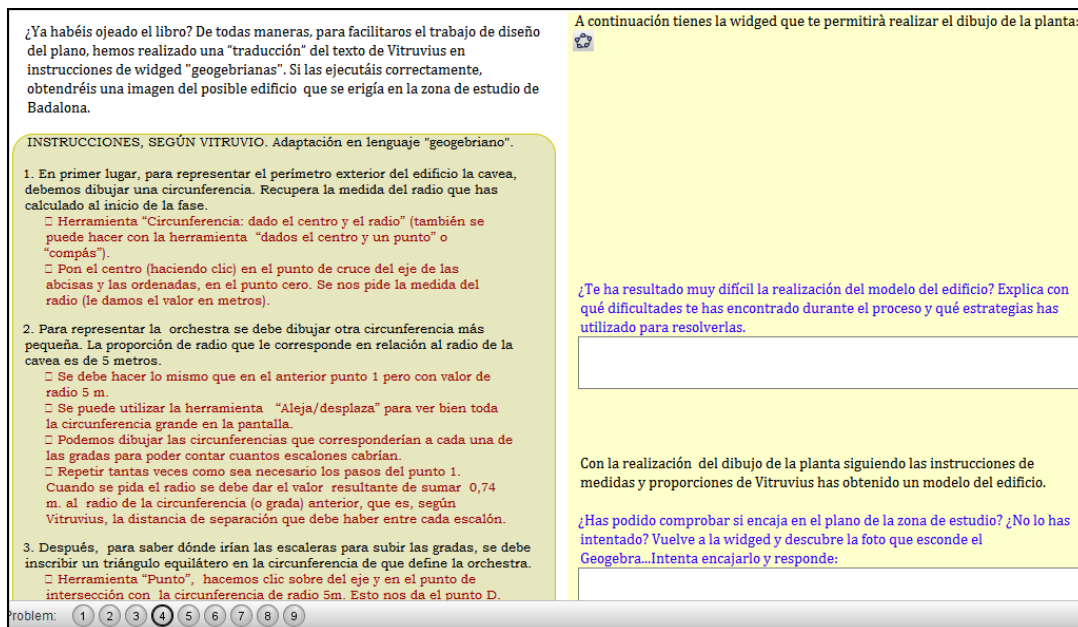


Figura 9.17: Captura de pantalla de la pàgina 4 de la fase 3, instruccions per construir el model del teatre romà amb Geogebra

En l'última pàgina, de manera similar que en la fase anterior, es demana als alumnes que resumeixin la fase amb la redacció d'un informe parcial de la seva investigació (Figura 9.18). En aquest informe s'ha de reformular, millorar i argumentar la seva primera hipòtesi sobre l'edifici romà.

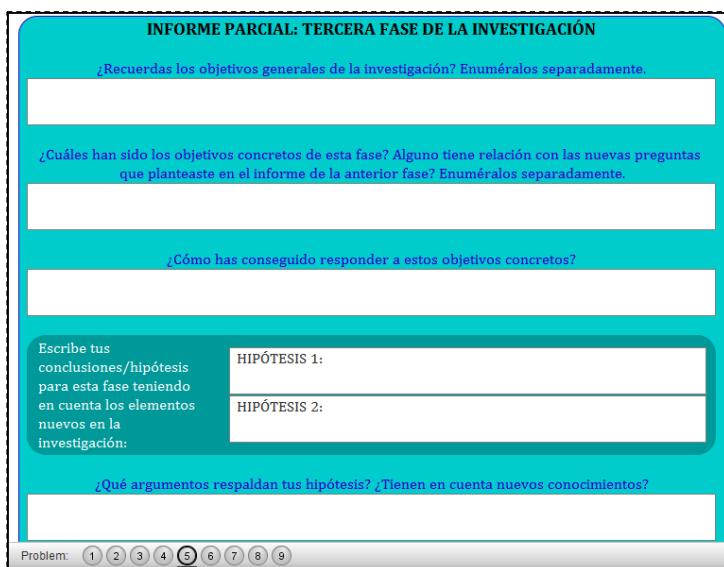


Figura 9.18: Captura de pantalla de la pàgina 5 de la fase 3, informe parcial de la tercera fase de la indagació

*Fase 4:* La quarta fase s'anomena «Quanta gent hi cabia?» i consta de cinc pàgines.

En aquesta fase, l'alumnat ha de fer una estimació i calcular la capacitat del teatre. A la primera pàgina, hauran de buscar a Internet la capacitat dels mateixos edificis públics que en la fase anterior havien calculat la seva àrea (Figura 9.19). Després d'aquesta tasca, hauran de fer una estimació de la capacitat del teatre, podent utilitzar el giny de la calculadora.



**Figura 9.19:** Captura de pantalla de la pàgina 1 de la fase 4, tasca d'estimació de la capacitat de diversos edificis contemporanis coneguts

Les pàgines següents, com veurem, estan dedicades a validar la seva estimació. Per exemple, a la pàgina 2, s'han de recuperar alguns documents i dades, ja utilitzades en anteriors fases, per poder calcular, seguint els consells del Vitruvi, el nombre de graons que podrien tenir les grades de la *cavea* del teatre. Poden dibuixar cada graó amb Geogebra (Figura 9.20 a).

A la pàgina 3, han de calcular quantes persones podien seure a les grades de la tribuna (Figura 9.20 b).

a.



b.



**Figura 9.20:** a. Captura de pantalla de la pàgina 2 de la fase 4, càlcul dels graons de les grades o *cavea* del teatre; b. Captura de pantalla de la pàgina 3 de la fase 4, càlcul de les persones que podien seure a les grades

A la quarta pàgina, els estudiants ajusten el seu càlcul anterior tenint en compte els graons per pujar i el passadís, que han d'estar buits. Finalment, han de comparar la seva estimació inicial amb el resultat obtingut (Figura 9.21). Després se'ls demana de tornar a calcular la capacitat del teatre tenint en compte que els espectadors podrien estar més a prop dels uns dels altres.

En la cinquena pàgina, com abans, es demana a alumnat que resumeixin la fase amb la redacció d'un informe de la seva investigació (Figura 9.22). En aquest informe s'ha de tornar a reformular, millorar i argumentar la seva hipòtesi sobre la construcció romana.



Figura 9.21: Captura de pantalla de la pàgina 4 de la fase 4, ajustant la capacitat del teatre

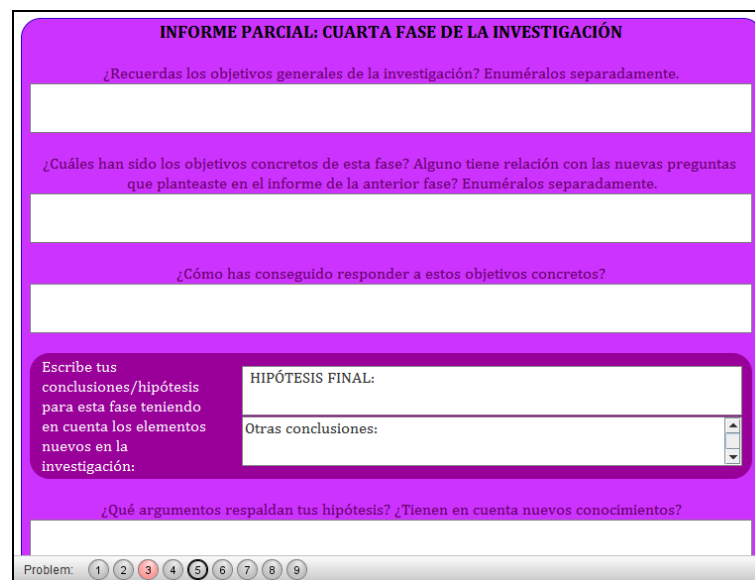
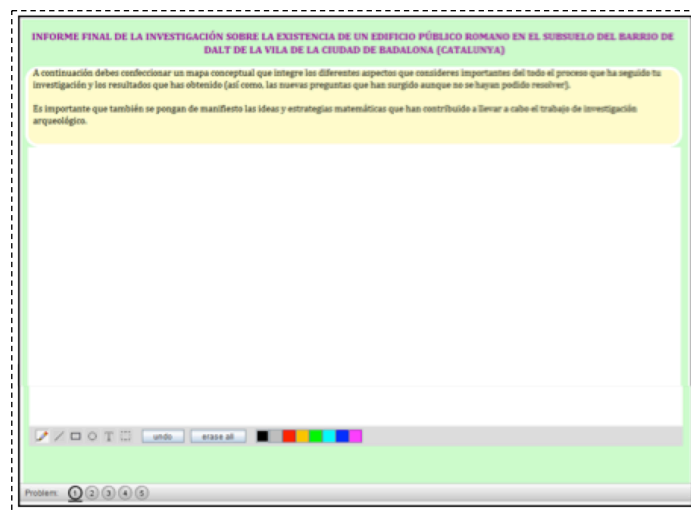


Figura 9.22: Captura de pantalla de la pàgina 5 de la fase 4, informe parcial de la quarta fase de la indagació



*Fase 5:* Aquesta fase s'anomena «Conclusions i hipòtesis definitives» i té només dues pantalles.

L'objectiu d'aquesta fase és que els estudiants que escriguin l'informe final de la seva investigació. A la pàgina 1, han d'escriure o dibuixar un mapa conceptual amb els principals aspectes del procés de la investigació. Han de considerar les idees i estratègies matemàtiques que han contribuït a la consecució dels objectius de la investigació. Per fer-ho tenen a la seva disposició el giny “Nota” (Figura 9.23).



**Figura 9.23:** Captura de pantalla de la pàgina 1 de la fase 5, giny “Nota” per realitzar un mapa conceptual sobre el procés de la indagació

A la pàgina 2, s’han de completar les diferents parts de l’informe final de la indagació (Figura 9.24). Les diferents parts de l’informe que es demanen són les següents: 1) resum general dels treballs realitzats; 2) el problema de recerca (descripció context problemàtic i pregunta de recerca); 3) objectius (planificats i assolits); 4) les fonts d’informació; 5) estratègies utilitzades al llarg del procés d’investigació; 6) Anàlisi i discussió dels resultats; 7) les conclusions finals; 8) comentaris i preguntes noves.

**INFORME FINAL DE LA INVESTIGACIÓN**

What? Who? Where? When? Why? How?

1) RESUMEN GENERAL DEL TRABAJO REALIZADO. Síntesis en unas 20 líneas haciendo referencia a cada una de las cuatro fases de la investigación.

2) EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.  
2.1) Descripción del contexto de la investigación.  
2.2) ¿Cuál era la pregunta de investigación?

3) OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN  
OBJETIVOS PLANTEADOS:      OBJETIVOS LOGRADOS:

4) FUENTES DE INFORMACIÓN Y CONOCIMIENTOS PREVIOS. Relaciona los conocimientos que has necesitado (tanto si ya lo sabías como si has tenido que buscarlos) para realizar el trabajo de investigación.  
Matemáticas  
Otros (especifica de qué materias)

5) MÉTODOS Y ESTRATEGIAS UTILIZADAS EN EL PROCESO DE INVESTIGACIÓN.  
Tratamiento de la información (clasificación de datos, búsqueda de información, etc.)  
Herramientas tecnológicas  
Métodos y estrategias de resolución matemática que han intervenido en la toma de decisiones  
Otros métodos uó estrategias útiles en el proceso de investigación

6) ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS. Exposición de los resultados obtenidos en cada fase.

7) CONCLUSIONES FINALES

¿Qué nuevas preguntas se te ocurren para seguir adelante con la investigación? ¿Han quedado interrogantes por contestar? ¿Contribuciones por realizar? ¿Tienes alguna propuesta?

Problema: 1 2 3 4 5

Figura 9.24: Captura de pantalla de la pàgina 2 de la fase 5, informe final de la indagació

### 9.2.2. Descripció de la metodologia d'implementació

Aquest *c-book* es basa en una seqüència didàctica que, com ja s'ha explicat a l'anterior capítol, va ser implementada en una aula amb algunes sessions fora de l'escola. No obstant això, la unitat s'ha adaptat pensant en una metodologia d'ensenyament mediada per les TIC que aportí un valor afegit a la seqüència, tal i com s'ha argumentat en el primer apartat d'aquest capítol. Per tant, la seva implementació pot fer-se en la seva totalitat a l'aula, però de

la mateixa manera, continua sent fàcils d'adaptar algunes de les activitats —sobretot en la fase 3— per implementar-les fora de la classe, perquè resultin més significatives per a l'alumnat. Es calcula que, per cada fase, es poden invertir un promig de tres hores de classe.

La indagació que planteja aquest *c-book* es contextualitza en una situació problemàtica on la geometria té un paper clau per trobar les respostes adequades. És molt important contextualitzar el problema i evitar perdre la visió global necessària per a conduir la investigació.

Així doncs, la professora hi té un paper important durant tot el procés com a guia i agent motivador. És responsabilitat seva supervisar tot el desenvolupament de les fases i assessorar els estudiants sobre els elements que siguin més importants de la indagació perquè focalitzin el seu treball i aconseguixin assolir els objectius de la investigació. Tot i que la unitat planteja una gran quantitat de preguntes per guiar el procés d'aprenentatge de l'alumnat participant, la professora ha de promoure, en totes les fases, que l'alumnat reflexioni sobre el seu treball i les estratègies que va utilitzant, així com, sobre preguntes que els puguin ajudar a avançar en la investigació, etc.

Tal i com està dissenyada, l'ús d'un suport digital és indispensable tant per la recerca d'informació, com per la validació de les conjeitures i hipòtesis. Per exemple, l'eina tecnològica Geogebra possibilita el treball dels estudiants per explorar les formes de les estructures dels edificis, localitzant-los en mapes reals. Com s'ha pogut observar, la unitat conté també alguns enllaços a llocs web, documents i vídeos on els estudiants poden trobar la informació que necessiten per respondre a les preguntes que se'ls plantegen, així com, per aprendre més sobre altres aspectes en què puguin estar interessats a aprofundir per ampliar els seus coneixements sobre el tema.

Pel que fa a la resta dels controls que es fan servir, són útils diversos ginyos per introduir text, per poder respondre de forma oberta moltes de les preguntes que poden trobar al llarg de tot el *c-book*. També hi ha algun giny per fer correspondència entre textos i fotos de forma dinàmica (arrossegant etiquetes) que permet comprovar si la resposta és correcta i així auto-comprovar fàcilment els coneixements sobre temes concrets.

Pel que fa a la interacció entre estudiants, es recomana organitzar la classe en parelles i en algunes activitats pot estar bé que dues parelles treballin juntes.

Especialment, quan han d'escriure els informes, al final de cada part perquè és interessant que sorgeixin noves reflexions, preguntes, etc. resultants del diàleg i la discussió.

### 9.3. Anàlisi quantitativa externa de la potencialitat de la seqüència didàctica per desenvolupar pensament matemàtic creatiu (PMC)

L'avaluació del potencial de PMC de la unitat *c-book* vas ser realitzat per tres del membres de la comunitat d'interès (CdI), una professora d'història de secundària, un investigador en educació i una investigadora en educació matemàtica i dissenyadora de llibres de text de matemàtiques.

Aquesta avaluació es basà principalment en les respostes i comentaris a una graella, el contingut de la qual va ser prèviament acordada pels membres de totes les comunitats involucrades en el projecte. Aquest document es pot consultar en l'annex del capítol 4.

Bàsicament, la graella es divideix en tres seccions: *Potencials*, *Aspectes Socials i Aspectes Afectius*. La primera secció inclou 11 ítems comuns (es poden consultar en la graella, a l'annex del capítol 4) que es refereixen als potencials perquè l'alumnat desenvolupi PMC. En cada un d'aquests ítems es consideren quatre processos cognitius —*fluïdesa*, *flexibilitat*, *originalitat* i *elaboració*— que s'avaluen en una escala que va des de 1 (totalment en desacord) a 4 (totalment d'acord). A més a més, les persones avaluadores són convidades a afegir tants ítems nous com considerin necessaris perquè siguin afegits als 11 proposats en la graella.

Per tal de simplificar l'anàlisi de l'avaluació d'aquests elements, el CdI va decidir reunir els potencials avaluats en les 5 categories següents:

- Categoria 1: *Obertura, Versatilitat i Generalització* (ítems 1, 3, 9, 11)
- Categoria 2: *Problematització* (ítem 2)
- Categoria 3: *Connexions* (ítems 4, 5, 6)
- Categoria 4: *Conjectures i Exploració* (ítems 7, 8)
- Categoria 5: *Validació i Avaluació* (ítem 10)

En les dues últimes seccions es demana als avaluadors que puntuïn en la mateixa escala diverses característiques socials i afectives considerades clau per promoure i millorar el PMC en els usuaris o alumnes. També se'ls diu que afegixin altres aspectes que creguin que haurien de ser avaluats. Tanmateix, si els membres CdI pensen que hi ha elements no avaluables del *c-book*, sempre poden triar l'opció N/A.

L'avaluació s'organitza en tres passos. En primer lloc, es convidà a cada un dels membres del CdI participant en l'avaluació que visionessin el *c-book* acabat en la plataforma i, a continuació van rebre la graella per avaluar. En segon lloc, cada revisor va realitzar una avaluació individual —de manera que no van poder estar influenciats per les opinions dels altres avaluadors— que va enviar a la persona amb el càrrec de moderador. Finalment, els revisors es van reunir amb el moderador per presentar els resultats i discutir si consideraven que s'haurien d'afegir alguns elements més per avaluar, de manera que tots els membres poguessin puntuar també aquests nous elements. La comunicació entre els revisors es va dur a terme, principalment, per correu electrònic, a la reunió conjunta i en l'espai de treball de la plataforma de disseny del *c-book*.

Respecte al *Potencials* de PMC, d'acord amb la presència dels quatre processos cognitius en el *c-book*, les respostes dels membres es recullen en el següent gràfic, es representen les freqüències de les seves puntuacions:

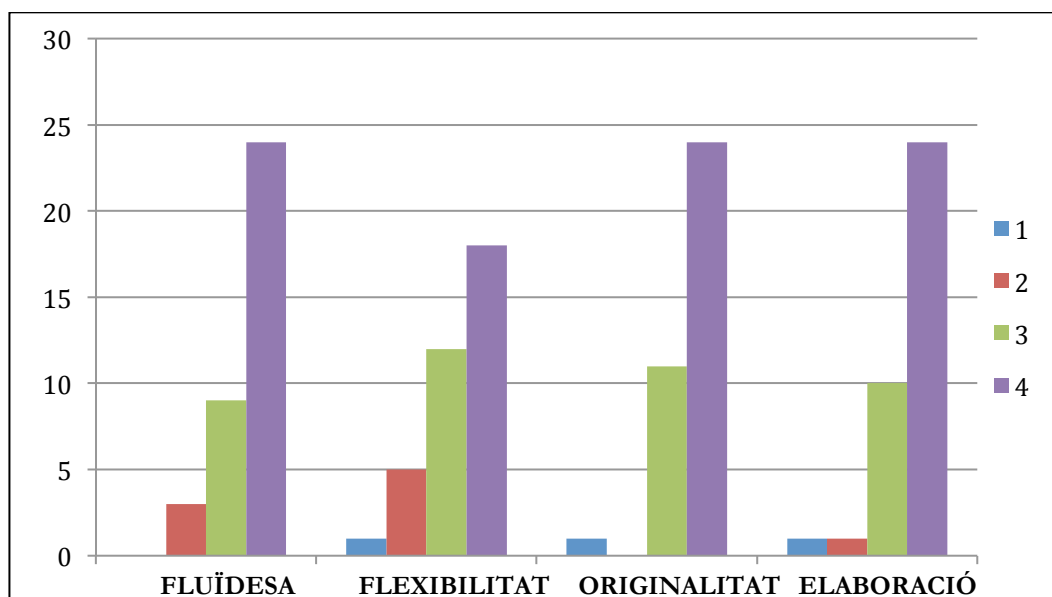


Figura 9.25: Gràfica sobre l'avaluació dels quatre ítems referents a processos cognitius

Amb una primera observació de la gràfica (Figura 9.25) s'observa que els ítems referents a la *fluïdesa*, la *originalitat* i l'*elaboració* s'han puntuat àmpliament de forma alta o molt alta. Hi ha una variabilitat més gran pels que fa a les opinions sobre la *flexibilitat*.

A la següent taula (Taula 9.1) podem observar la mitjana, la mediana i el Rang Inter-Quartilic (RIQ) de les puntuacions de cada un dels processos cognitius:

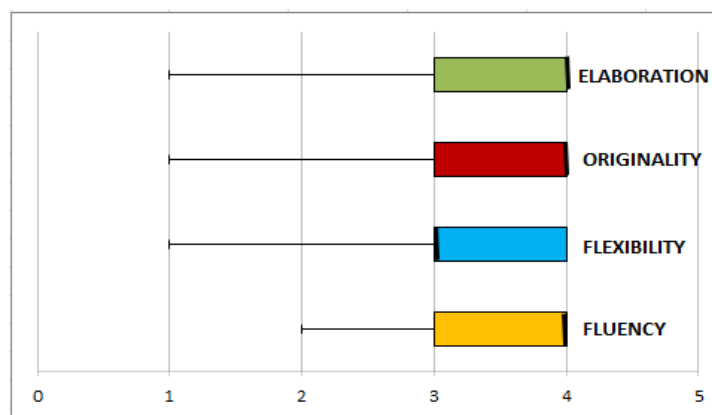
**Taula 9.1:** Mitjana, mediana i rang inter-quartilic dels quatre processos cognitius

	Mitjana	Mediana	RIQ
<b>FLUÏDESA</b>	3,31	4	1
<b>FLEXIBILITAT</b>	3,05	3	1
<b>ORIGINALITAT</b>	3,33	4	1
<b>ELABORACIÓ</b>	3,31	4	1

Aquests resultats mostren, en primer lloc, que en les opinions sobre tots els ítems són altament unànimes (RIQ = 1 en tots els ítems). Per altra banda, les persones membres de la CdI estan d'acord amb què la *fluïdesa*, l'*originalitat* i l'*elaboració* es fomenten de manera important en el c-book (Mediana = 4) però el valor de la Mitjana és al voltant del 3,3 i això significa que alguns dels membres de la CdI estan en desacord en alguns dels ítems.

Encara que la Mediana no és tan alta (Mediana = 3) es considera que el *c-book* també estimula la *flexibilitat*. El valor de la Mitjana (Mitjana = 3) significa que les persones de la CdI estan bastant d'acord amb les seves opinions.

Elx següents diagrames de caixa (Figura 9.26) mostren que aquests resultats tenen baixa dispersió. La barra gruixuda representa la mediana en cada diagrama.



**Figura 9.26:** Diagrames de caixa de la dispersió dels resultats

En l'espai de treball que ofereix la plataforma per dissenyar i compartir les c-unitats s'hi poden deixar, de forma organitzada, comentaris que ajudin a millorar el *c-book* en el seu procés de confecció. Centrant-nos en els comentaris de la CdI per a cada fase de la unitat *c-book*, es va organitzar també l'avaluació del *c-book*. En aquest procés d'avaluació es produeixen comentaris en forma d'arbre com en la imatge següent (Figura 9.27).

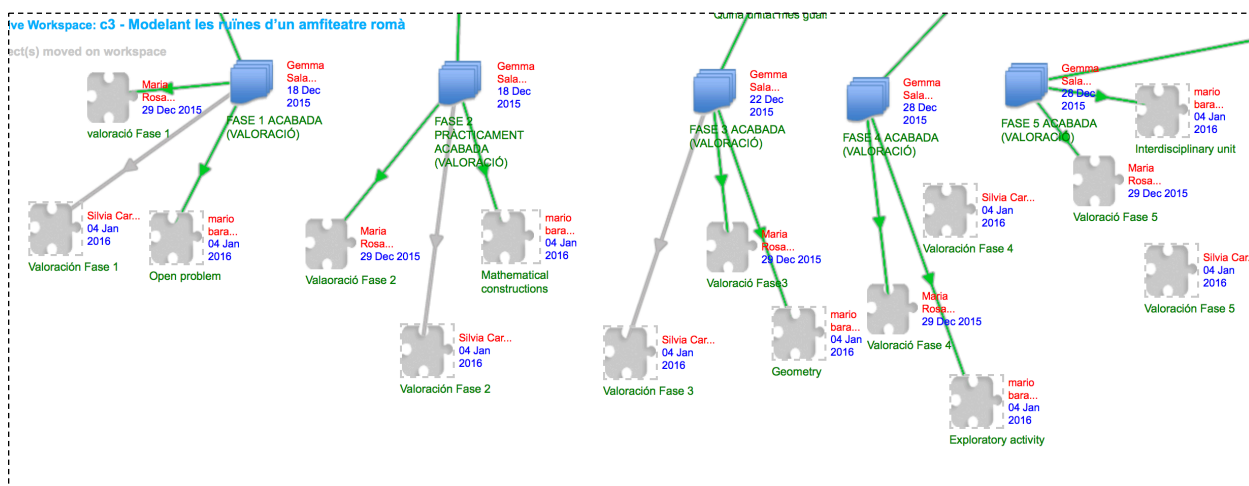


Figura 9.27: Comentaris en forma d'arbre sobre l'avaluació del *c-book*.

En la següent taula (Taula 9.2) s'exposen els diferents comentaris organitzats seguint la classificació per potencials en les 5 categories establertes anteriorment:

Taula 9.2<sup>3</sup>: Comentaris d'avaluació classificats en les 5 categories del potencial

CATEGORIES	Mitjana	Mdna	RIQ	Comentaris sobre la justificació de la valoració donada als ítems de la graella
<b>(1)</b> <i>Obertura,</i> <i>Versatilitat i</i> <i>Generalització</i> [Ítems 1, 3, 9, 11]	<b>3,69</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	[SC] <sub>1</sub> El <i>c-book</i> permet diferents possibles estratègies de resolució (Google Maps, Geogebra, 'Geoportall urbanístic', etc.).  [SC] <sub>2</sub> Els estudiants han d'utilitzar les matemàtiques per poder respondre la pregunta principal de la unitat. Aquesta pregunta està basada en un context històric i cultural que és molt rellevant.  [SC] <sub>3</sub> La narració de la unitat estimula a l'alumnat, després de què hagin validat les seves hipòtesis, a proposar noves preguntes amb el propòsit de continuar la investigació amb nous objectius.

<sup>3</sup> Les inicials entre claudàtors (per exemple [SC]<sub>1</sub>) són les inicials de la persona membre de la CdI avaluadora i el número indica nombre i ordre dels seus comentaris.

CATEGORIES	Mitjana	Mdna	RIQ	Comentaris sobre la justificació de la valoració donada als ítems de la graella
				<p>[SC]<sub>3</sub> La unitat s'inicia en el cas concret d'una construcció geomètrica d'un teatre romà de Badalona cap a generalitzar el model de la construcció. Això s'aconsegueix seguint les regles bàsiques de Vitruvius (un arquitecte romà) per a la construcció d'edificis públics.</p> <p>[MB]<sub>1</sub> És un problema obert limitat per un nombre d'opcions però l'usuari el pot abordar des d'una perspectiva d'investigació. És original per als estudiants.</p> <p>[MB]<sub>2</sub> Inclou construccions matemàtiques interessants, encara que algunes vegades escollides des d'un número limitat d'opcions.</p> <p>[MB]<sub>3</sub> El <i>c-book</i> estimula els estudiants a usar múltiples estratègies per resoldre un problema matemàtic i arqueològic. Està ben presentat en el procés (guiat) d'indagació.</p> <p>[MB]<sub>4</sub> L'enfocament metodològic pot ser utilitzat per altres problemes principalment del camp de l'arqueologia.</p> <p>[MP]<sub>5</sub> En la majoria d'activitats de moltes unitats didàctiques normalment es demana als estudiants que trobin certa informació i la col·loquin en un lloc concret d'alguna pàgina. En aquesta c-unitat els estudiants han de pensar i argumentar les seves respostes i seguir la investigació.</p>
<p><b>(2)</b> <i>Problematització</i> [Ítems 2]</p>	<b>3,54</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<p>[SC] Els estudiants han de formular diferents hipòtesis i després validar-les.</p> <p>[MB] La unitat inclou problemes no estàndards i és original per als estudiants.</p>
<p><b>(3)</b> <i>Connexions</i> [Ítems 4, 5, 6]</p>	<b>3,21</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<p>[SC]<sub>1</sub> La unitat genera connexions entre matemàtiques i història (de l'Imperi Romà) mitjançant una investigació. El context de la investigació és molt proper als estudiants (la ciutat on viuen).</p> <p>[SC]<sub>2</sub> En el camp de les matemàtiques els estudiants treballen amb diferents formes geomètriques (quadrat, triangle, corbes, circumferència, semicircumferència, el lípse) i posicions relatives entre diferents plans (tangents, perpendicular i plans radials). També treballen amb els conceptes d'escala, perímetre, àrea i forma.</p> <p>[SC]<sub>3</sub> Els estudiants poden utilitzar diferents aplicacions de mapes per observar la</p>



CATEGORIES	Mitjana	Mdna	RIQ	Comentaris sobre la justificació de la valoració donada als ítems de la graella
				<p>representació de les ruïnes romanes.</p> <p>[SC]<sub>4</sub> Els alumnes tenen diferents opcions de possibles solucions, totes elles correctes si els estudiants les argumenten de manera coherent.</p> <p>[MB]<sub>1</sub> La unitat és clarament interdisciplinària i ofereix diferents estratègies per resoldre el repte plantejat.</p> <p>[MB]<sub>2</sub> La unitat ofereix diverses oportunitats per establir connexions però és més aviat basada en la geometria.</p> <p>[MRP] En el començament de cada fase de la unitat hi ha un resum de la fase prèvia per ajudar als estudiants a connectar els conceptes estudiats i seguir la indagació sense problema.</p>
<p><b>(4)</b></p> <p><i>Conjectures i Exploració</i></p> <p>[Ítem 7]</p>	<b>3,83</b>	<b>4</b>	<b>0</b>	<p>[SC] El <i>c-book</i> està format per diferents fases on els estudiants han de formular les seves hipòtesis i validar-les. Quan les hipòtesis estan validades, s'hi afegixen algunes noves preguntes i els estudiants han d'escriure conclusions sobre el seu treball.</p> <p>[MB] El <i>c-book</i> estimula l'activitat exploratòria i d'experimentació dels estudiants. És un dels punts forts de la unitat ja que està basada en explorar diferents possibilitats i comprovar les seves conjectures.</p>
<p><b>(5)</b></p> <p><i>Validació i Avaluació</i></p> <p>[Ítems 8, 10]</p>	<b>3,83</b>	<b>4</b>	<b>0</b>	<p>[SC] No només el <i>c-book</i> treballa alguns conceptes curriculars sinó que és una eina per escriure les reflexions que van apareixent durant el procés d'indagació.</p> <p>[MB] La unitat demana reflexionar i resumir o sintetitzar en diferents ocasions.</p> <p>[MRP]<sub>1</sub> És molt interessant que els estudiants puguin comprovar i veure documents reals del mateix període que estan investigant.</p> <p>[MRP]<sub>2</sub> Els estudiants han de comparar els edificis actuals amb edificis clàssics. És una molt bona manera de fer reflexionar als alumnes sobre algunes qüestions de l'evolució de la humanitat.</p> <p>[MRP]<sub>3</sub> La tasca del mapa conceptual a la fase final és un bon mètode per fer pensar sobre el treball realitzat i les conclusions que se'n poden extraure.</p>

En primer lloc, les persones membres de la CdI pensen que els aspectes contemplats dins la categoria (4) *Conjectures i Exploració* i la categoria (5) *Validació i Avaluació* són les característiques més potents de la unitat (Mitjana = 3,83 i Mediana = 4), presentant opinions ben homogènies sobre els diferents ítems (RIQ = 0). En els seus comentaris ressalten l'enfocament d'indagació del *c-book*.

La categoria (1) *Obertura, Versatilitat i Generalització* i la categoria (2) *Problematització* també van rebre una puntuació molt alta (Mitjana = 3,69 i 3,54 respectivament; Mediana = 4), però d'una forma una mica més heterogènia (RIQ = 1). Segons les seves opinions, s'aprecia molt que la c-unitat arrenqui amb una pregunta oberta i que els estudiants puguin trobar moltes respostes i que totes elles puguin ser considerades adequades.

La categoria (3) *Connexions* és la menys puntuada (Mitjana = 3,21; Mediana = 3) perquè els revisors pensen que, en referència a les relacions intramatemàtiques, el *c-book* està basat principalment en geometria. Malgrat tot, ressalten que hi ha moltes connexions entre diferents disciplines.

Els següents diagrames de caixa (Figura 9.28) resumeixen l'avaluació per a cada una de les categories. Com abans, la barra gruixuda representa la Mediana.

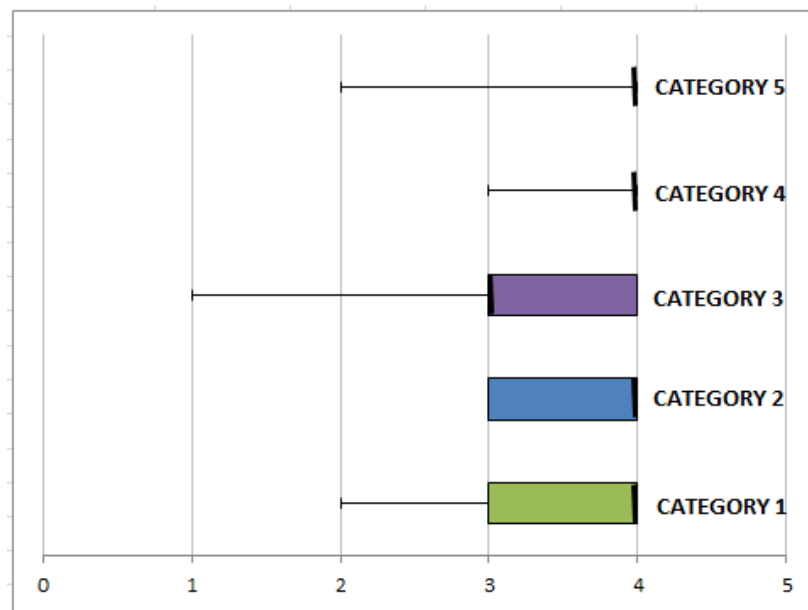


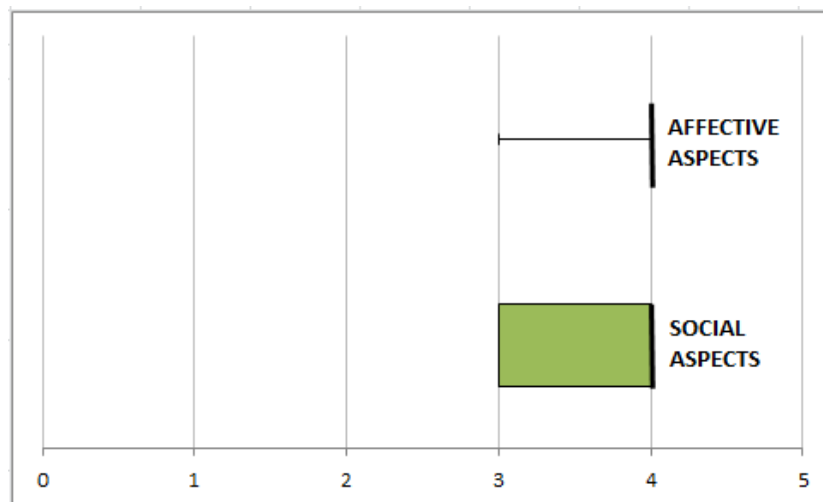
Figura 9.28: Diagrames de caixa de les categories del potencial de PMC

En relació a l'avaluació dels *Aspectes Socials* i els *Aspectes Afectius*, la següent taula (Taula 9.3) resumeix els principals estadístics de tendència central i la dispersió.

**Taula 9.3:** Estadístics centrals resultants l'avaluació dels aspectes socials i afectius

Aspectes	Mitjana	Mediana	RIQ
<b>SOCIAL</b>	3,75	4	1
<b>AFFECTIVE</b>	3,89	4	0

A continuació es mostren els corresponents diagrames de caixa (Figura 9.29).



**Figura 9.29:** Diagrames de caixa referents a l'avaluació dels aspectes socials i afectius

En general, les opinions de les persones avaluadores estan molt d'acord sobre els *Aspectes Socials* (Mitjana = 3,75, Mediana = 4, RIQ = 1). Troben interessant que el *c-book* ofereixi oportunitats per col·laborar amb altres estudiants per formular hipòtesis, buscar solucions i contrastar-les. D'altra banda, destaquen que estimula les habilitats comunicatives dels estudiants ja que en moltes ocasions han d'explicar amb les seves paraules les seves idees i argumentar les seves respostes.

No obstant això, és important destacar que dos dels tres revisors van considerar que l'ítem (S3), sobre l'esperit competitiu, no és avaluable ja que, segons el seu punt de vista sobre l'educació, no és una característica important que calgui fomentar. El tercer revisor sí que va puntuar aquest

ítem argumentant les possibilitats de la c-unitat per organitzar tasques d'investigació que fomentin una competició “sana”.

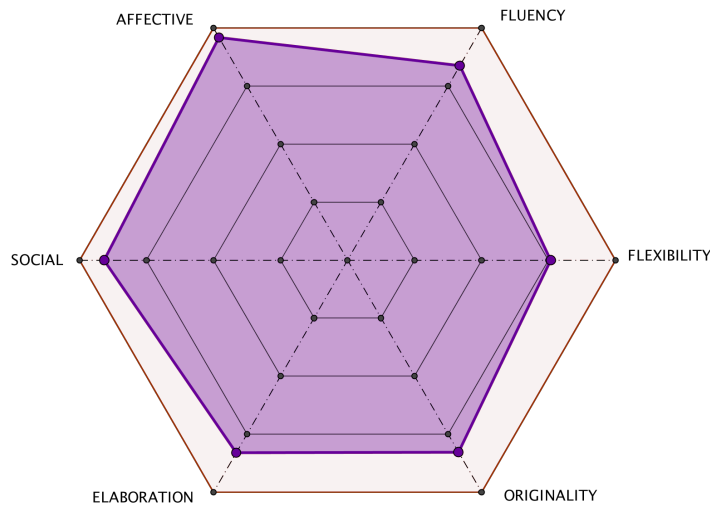
Per que fa als *Aspectes Afectius*, com es pot veure en el diagrama de caixa corresponent (Figura 9.29), els revisors estan molt d'acord amb els ítems afectius en el *c-book* (Mitjana = 3,89; Mediana = 4), amb opinions molt homogènies (IQR = 0). Comenten que el fet d'incloure una bona narrativa que posa en contacte les matemàtiques i l'arqueologia suposa un bon exemple de l'interès d'utilitzar les matemàtiques per resoldre un problema històric molt proper de la vida quotidiana dels estudiants. Esmenten el disseny atractiu del *c-book*: “Conté una narrativa que enganxa i imatges detallades que fomenten la immersió en el procés”. O, també: “Imatges meravelloses, animacions i ginyes per il·lustrar la narrativa i els problemes geomètrics dels arquitectes de l'antiguitat”. D'altra banda, els revisors declaren que els estudiants podrien veure les matemàtiques com a eines necessàries per comprendre el món que ens envolta. Destaquen que la narració històrica, promou la curiositat i interès dels estudiants per investigar i buscar en notícies i en quantitat de documents diferents, cosa que augmentaria el seu coneixement en cultura general d'una manera natural.

#### 9.4. Resultats de les anàlisis

En les següents figures (Figures 9.30 i 9.31) se sintetitza en quin nivell les opinions dels revisors estan d'acord pel que fa a els potencials de PMC avaluats (classificats en les cinc categories descrites anteriorment) i els quatre processos cognitius junt amb els aspectes socials i afectius.

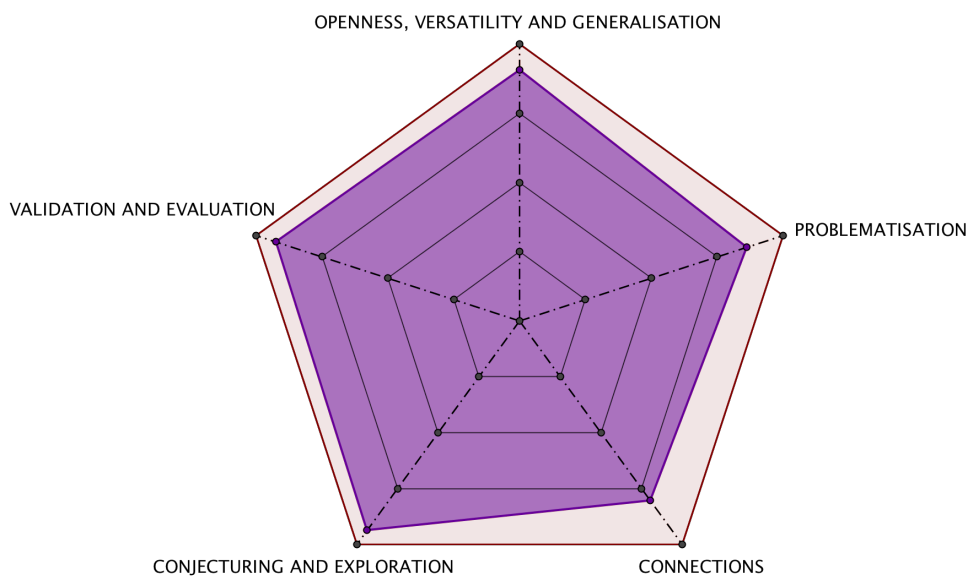
Aquesta gràfica ens dona una idea general i visual del potencial PMC de la unitat *c-book*. Per a confeccionar els polígons s'ha utilitzat la Mitjana de cada categoria.

Segons els membres de la CdI, els quatre processos cognitius implicats en el PMC (Figura 9.30) han estat molt ben integrats en la unitat i, a més, d'una manera homogènia. Tot i tenir un alt grau d'integració, la *Flexibilitat* és el procés que apareix menys integrat. Aquest aspecte, definitivament, es podria millorar. Els avaluadors han estat d'acord també en què en el *c-book* es fomenten àmpliament els *Aspectes Afectius*.



**Figura 9.30:** Representació de les mitjanes de les respostes de la CdI respecte els processos cognitius amb els aspectes socials i afectius

La unitat ofereix oportunitats per cooperar i col·laborar per tal de contrastar les idees, construir i coordinar estratègies, organitzar la feina per trobar solucions, etc. Així doncs, el *c-book* promou un alt nivell d'interacció social. Aquesta interacció estimula la comunicació i, en conseqüència, augmenta les possibilitats de millorar les habilitats de comunicació dels estudiants. A més, el disseny estètic i la narrativa que guien la investigació en la qual participen els estudiants, definitivament dóna una alta puntuació positiva als aspectes afectius.



**Figura 9.31:** Representació de les mitjanes de les respostes de la CdI respecte les cinc categories dels potencials de PMC

A partir de l'anàlisi del potencial de PMC fet pels membres de la CdI que han actuat com avaluadors, en general es conclou que totes les categories s'integren de forma homogènia i similar en la unitat. La categoria *Connexions* presenta una menor puntuació perquè els revisors pensen que la unitat es podria millorar en relació a la possibilitat d'establir connexions intramatemàtiques, entre diferents aspectes dels conceptes matemàtics que hi sorgeixen. No obstant això, destaquen el gran potencial de la unitat per connectar diferents assignatures o disciplines.

Primerament, és important remarcar en l'avaluació d'aquest *c-book*, que la categoria (3) corresponent a aspectes de *Connexions* és la que ha estat avaluada més baixa —encara que la puntuació obtinguda no es pot considerar baixa— (Mitjana = 3,21; Mediana = 3). Com ja s'ha dit, la raó d'aquesta puntuació és bàsicament que es considera que les connexions entre els diferents aspectes matemàtics es podria millorar.

En segon lloc, s'observa que la categoria (1) *Obertura, Versatilitat i Generalització*, la categoria (2) *Problematització*, la categoria (4) *Conjectures i Exploració* i la categoria (5) *Validació i Avaluació*, totes elles, han obtingut també una molt bona qualificació. Les persones membres de la CdI pensen que la categoria (4) i la categoria (5) són la característica més potent de la unitat (Mitjana = 3,83, Mediana = 4), amb unes opinions molt homogènies al respecte (RIQ = 0). Destaquen que la riquesa de les activitats d'indagació podrien generar un debat molt ric en una aula real, així com, una forta motivació de l'alumnat.



## CAPÍTOL 10

### Conclusions

10.1. Conclusions en relació al primer objectiu de la investigació.....	362
10.2. Conclusions en relació al segon objectiu de la investigació.....	364
10.3. Conclusions en relació al tercer objectiu de la investigació.....	365
10.4. Conclusions en relació al quart objectiu de la investigació.....	367
10.5. Limitacions del treball i perspectives futures.....	375
10.6. Difusió de resultats.....	376

### RESUM

*En aquest capítol es presenten les conclusions de la investigació desenvolupada en el treball de recerca d'aquesta tesi. En el primer apartat es presenten les conclusions de la tesi en relació al primer objectiu: la definició i caracterització de la competència d'indagació i del pensament matemàtic creatiu. A continuació, en el segon apartat es dona resposta al segon objectiu amb una catalogació de diferents usos del context històric per a l'ensenyament de les matemàtiques extrets d'una revisió de la literatura i d'un estudi de cas. Aquesta catalogació dona peu a una nova proposta d'ús d'aquests contextos on tant les matemàtiques com el context hi tinguin un paper rellevant. Seguidament, en el tercer apartat es dona resposta l'objectiu tres amb les característiques de les tres seqüències didàctiques dissenyades, més el redisseny d'una d'elles en forma de c-book, per promoure el pensament matemàtic creatiu i el desenvolupament de la competència d'indagació. Finalment, en el quart apartat es dona resposta al quart objectiu amb les conclusions dels resultats de les anàlisis de tres seqüències didàctiques (i el redisseny d'una d'elles en forma de c-book) en relació al pensament matemàtic creatiu i el desenvolupament de la competència d'indagació. Per acabar, s'inclouen en el darrer apartat d'aquest capítol les limitacions i les perspectives de futur d'aquest treball i les publicacions derivades.*



Com s'ha exposat al primer capítol d'aquesta Tesi doctoral, aquest treball s'ha desenvolupat amb la intenció de validar la nostra hipòtesi sobre que l'alumnat del darrer cicle d'Educació Primària i de Secundària són capaços de desenvolupar la competència d'indagació i el pensament matemàtic creatiu i que, en aquest sentit, els contextos històrics de les humanitats i de les ciències socials poden ser eines potents per desenvolupar-los. La pregunta d'investigació plantejada va ser la següent: Com utilitzar els contextos històrics de les àrees d'Humanitats i de les Ciències Socials per aconseguir desenvolupar en l'alumnat de l'últim cicle de Primària i de Secundària la competència d'indagació i el pensament matemàtic creatiu?

### 10.1. Conclusions en relació al primer objectiu de la investigació

El primer objectiu de la investigació pretenia caracteritzar la competència d'indagació a l'ensenyament obligatori i el pensament matemàtic creatiu. Aquest objectiu es respon amb detall al Capítol 4.

Pel que fa a la competència d'indagació, en primer lloc, es presenta la següent definició per a les etapes de Primària i ESO —basada en el currículum i altra literatura referenciada anteriorment— que és la que s'adopta en el treball d'investigació:

Facultat de mobilitzar els coneixements i els recursos adequats per aplicar un mètode lògic i raonable, amb l'ajuda i supervisió de la persona docent, per trobar respostes a preguntes sobre aspectes o situacions problemàtiques dins del context de les matèries escolars, que encara no s'han solucionat en el nivell i en l'àmbit adequat als coneixements, habilitats i actituds que es posseeixen.

La caracterització de la competència d'indagació, en un moment inicial de la investigació, va realitzar-se amb unes categories determinades *a priori* extretes de la revisió dels currículums catalans i la literatura relacionada amb l'ensenyament i aprenentatge basada en la indagació. Després de dues implementacions de seqüències didàctiques dissenyades amb les característiques per desenvolupar aquesta competència, resumides en l'apartat 10.3, es va millorar la caracterització de la competència incorporant-hi elements de la caracterització del pensament matemàtic creatiu —caracterització que va ser realitzada paral·lelament— i elements provinents d'una síntesi de la literatura relacionada amb aspectes sobre l'actuació d'un investigador professional. Posteriorment, aquesta

caracterització s'ha utilitzat per analitzar el desenvolupament de la competència d'indagació de l'alumnat participant en la implementació de les seqüències didàctiques que es descriuen en aquest treball —en els Capítols 6, 7, 8 i 9—, fet que, juntament amb la triangulació amb altres investigadors, ens va permetre validar-la.

Del fruit d'aquest treball es sintetitza, doncs, la Taula 4.1 que caracteritza la competència d'indagació i el seu desenvolupament amb set categories i tres nivells d'assoliment amb els seus descriptors.

Pel que fa al pensament matemàtic creatiu, entenem que és aquell on es produeixen processos matemàtics creatius i assumim en aquest treball la següent definició proposada pels membres del projecte d'investigació MCSquared (MC2) (Mathematical Creativity Squared) de la Comunitat Europea que té per objectiu la creativitat a nivell escolar (o middle-c), que Liljedahl & Sriraman (2006) suggerien caracteritzar com:

Mathematical creativity at school level is: (1) the process that results in unusual (novel) and/or insightful solution(s) to a given problem or analogous problem, and/or (2) the formulation of new questions and/or possibilities that allow an old problem to be regarded from a new angle. (Ibid., p.19)

En base a aquesta definició, es proposa una caracterització amb set categories que es presenta mitjançant la Taula 4.2. Aquesta taula, com s'explica en el Capítol 4, és una adaptació del qüestionari que s'utilitza en el marc del projecte Mathematical Creativity Squared per avaluar les unitats creatives, anomenades c-book, que s'hi dissenyen.

Com s'exposa en el Capítol 4, podem afirmar que el desenvolupament de la competència d'indagació per mitjà de l'ús de les matemàtiques per a resoldre situacions de context històric, comporta un cert tipus de pensament matemàtic creatiu en l'alumnat. En aquest sentit, hem pogut comprovar aquesta relació mitjançant l'anàlisi de les implementacions de les seqüències didàctiques presentades en aquest treball i s'aporta una taula, la Taula 4.3, relacionant les categories d'ambdós constructes.

## 10.2. Conclusions en relació al segon objectiu de la investigació

El segon objectiu de la investigació era catalogar els diferents usos dels contextos històrics en les propostes didàctiques per a l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques.

Per donar resposta aquest objectiu, en primer lloc, es va fer una revisió de la literatura sobre l'ús de la història en l'ensenyament de les matemàtiques, ressaltant els aspectes que ens van semblar més rellevants per a aquesta investigació. També es va realitzar un estudi de cas múltiple de tipus naturalista en una situació en què els professors havien de presentar una proposta innovadora i justificar-la per tal de veure quin ús en feien de la història de les matemàtiques i, més en general de la història. Tot aquest treball s'ha descrit amb detall al Capítol 5 d'aquesta tesi doctoral.

Així doncs, l'anàlisi realitzada ha permès concloure la següent tipologia d'usos de la història en l'ensenyament de les matemàtiques: a) Utilització d'un context històric com a pretext motivador, b) Ús de problemes que foren rellevants en un determinat moment històric i c) Incorporació de continguts matemàtics d'altres èpoques en las propostes d'innovació.

A més de la catalogació realitzada com a resposta al segon objectiu, també hem de destacar com a conclusió important de l'anàlisi que quan el context històric és plantejat a l'alumnat amb prou elements i detalls per aconseguir que li resulti versemblant —encara que aquest tan sols sigui un pretext motivador—, l'alumnat sí que utilitza la informació històrica que els proporciona com un element essencial per a resoldre el problema.

De l'estudi realitzat sobre l'ús dels contextos històrics per a l'ensenyament de les matemàtiques, podem concloure també que l'ús que se'n fa en les seqüències didàctiques dissenyades, implementades i analitzades en aquest treball no es pot catalogar exactament en cap de les tres tipologies esmentades. Les característiques d'aquestes seqüències didàctiques s'han descrit en els Capítols 6, 7, 8 i 9 d'aquest treball però, en totes elles, s'hi planteja una indagació en un context històric simulat que resulta molt versemblant i que té un paper central en la resolució de la situació problemàtica que desencadena la seqüència didàctica.

Aquesta conclusió ens portà a la decisió de dissenyar una tipologia diversa d'unitats didàctiques en què tant les matemàtiques com el context històric tinguessin un paper rellevant:

- 1) El context històric com a generador d'una investigació on les matemàtiques són rellevants però no determinants: la seqüència didàctica «Viure a Baetulo»
- 2) El context històric com a subministrador d'informació i com a generador d'una investigació on les matemàtiques són utilitzades de manera determinant: la seqüència didàctica «Valorant els fets de 1714» i el seu redisseny «1714, les dades de la derrota» i el context històric aporta informació significativa
- 3) El context històric com a generador d'una investigació on, tant les matemàtiques com el mateix context, són utilitzats de manera determinant: «Què amaguen aquestes ruïnes?» i el seu redisseny en forma de c-book.

### 10.3. Conclusions en relació al tercer objectiu de la investigació

El tercer objectiu estava enfocat a dissenyar, implementar i redissenyar (ajustant-les) seqüències didàctiques que desenvolupessin pràctiques d'indagació i el pensament matemàtic creatiu, on s'utilitzessin les matemàtiques per resoldre situacions de context històric.

Per donar resposta a aquest objectiu, es van dissenyar concretament les seqüències didàctiques que estan descrites amb detall en els Capítols 6, 7, 8 i 9 d'aquest treball. Per al seu disseny es van seguir els principis exposats en el Capítol 2 d'aquest treball que són, bàsicament, alguns dels components dels criteris d'idoneïtat didàctica de Enfocament Ontosemiòtic i alguns elements dels Recorreguts d'Estudi i Investigació de la Teoria Antropològica d'allò Didàctic, per tal d'aconseguir *a priori* sobretot una alta idoneïtat epistèmica interaccional i emocional que permetin el desenvolupament de la competència d'indagació i de pensament matemàtic creatiu. En el seu disseny també es va tenir en compte que en cada una d'elles es fes un ús del context segons la tipologia classificada al final del Capítol 5, en què tant les matemàtiques com el context històric tinguessin un paper rellevant

La primera de les seqüències didàctiques que es va dissenyar es va anomenar «Viure a *Baetulo*». Aquesta seqüència, descrita i analitzada en el Capítol 6, va ser implementada en un grup de 5è de Primària durant el curs 2012-13. És el fruit del redisseny d'una primera seqüència dissenyada i implementada anteriorment, al curs de Màster de la investigadora, amb alumnat del darrer cicle de Primària.

La problemàtica estava centrada en esbrinar qui podia haver estat el propietari d'un tresor de monedes romanes descobertes en una excavació arqueològica de la ciutat de Badalona. L'alumnat, per poder formular hipòtesis plausibles, havia d'estimar el valor del tresor per l'època de la qual era originari —i per fer-ho havia de conèixer el funcionament del sistema monetari romà—, a més de tenir en compte altres elements històrics contextuals com podien ser el tipus de casa on s'havia trobat enterrat, la zona de la ciutat on es trobava la casa, etc.

A continuació, es va dissenyar la seqüència didàctica que té per nom «1714: les dades de la derrota». Aquesta seqüència que està descrita i analitzada en el Capítol 7, va ser implementada amb alumant de 4 d'ESO durant els mesos de novembre i desembre de 2015. Aquesta seqüència prové del redisseny d'una seqüència dissenyada prèviament, anomenada «Valorant els fets de 1714» implementada amb dos grups de 1r i 2n d'ESO com a seqüència pilot (de la qual no s'inclou l'anàlisi en aquest treball).

La problemàtica estava centrada en valorar l'impacte de la Guerra de Successió i el setge de Barcelona a Catalunya, i més contretament per Barcelona, a partir de la indagació i l'anàlisi crítica amb dades reals extretes de fonts històriques primàries i secundàries que es van posar a l'abast de l'alumnat. Amb aquestes dades van estudiar, per exemple, l'evolució dels preus de productes bàsics, dels sous i salaris, de la quantitat de negocis oberts a Barcelona, de la població, etc. Les matemàtiques van ser imprescindibles per poder fer conjetures predictives sobre la “normal” evolució d'aquestes dades, entre els anys previs i posteriors de la guerra, i contrastar-les amb l'evolució real seguida per poder extraure conclusions sobre l'impacte de la guerra.

Posteriorment, es va dissenyar la seqüència didàctica anomenada «Què amaguen aquestes ruïnes?». Aquesta seqüència que està descrita i analitzada en el Capítol 8, va ser implementada durant el mes de juny de 2015 amb alumant de 1 d'ESO.

La problemàtica d'aquesta seqüència estava centrada en esbrinar a quin tipus d'edifici públic romà (teatre, amfiteatre, circ, etc.) podria correspondre un mur curvilini d'època romana, i alguns altres elements, descoberts en un jaciment arqueològic de Badalona. Les matemàtiques van resultar imprescindibles per a fer deduccions a partir d'identificar la forma del mur (podia ser una part de circumferència, d'el·lipse, etc.) relacionant-lo amb les formes dels diferents tipus d'edificis i la zona concreta on se situava el jaciment.

Finalment, aquesta darrera seqüència didàctica va ser redissenyada, en el marc del projecte Mathematical Creativity Squared de la Comunitat Europea que té per objectiu la creativitat a nivell escolar, per adaptar-la a una unitat creativa o c-book. Aquesta c-unitat, anomenada de la mateixa forma, està descrita i analitzada en el Capítol 9.

La problemàtica de la c-unitat era la mateixa que la de la seqüència original i es va intentar mantenir el compliment dels mateixos criteris de disseny que per les altres seqüències, incorporant les eines i dispositius tecnològics que brindava la plataforma del projecte. En alguna ocasió, va ser difícil —i no sempre es va aconseguir de forma totalment satisfactòria—suplir les tasques manipulatives i vivencials programades en la seqüència original, tenint en compte que el c-book està pensat per a l'ensenyament i la interacció virtual.

#### 10.4. Conclusions en relació al quart objectiu de la investigació

El quart objectiu tractava d'investigar, en el marc de la implementació de les seqüències didàctiques de l'objectiu 3, el nivell de desenvolupament de la competència d'indagació dels alumnes i el desenvolupament del pensament matemàtic creatiu.

Les seqüències didàctiques «Viure a *Baetulo*», «1714: les dades de la derrota» i «Què amaguen aquestes ruïnes?» van ser implementades en diferents moments al llarg d'aquest període de l'elaboració de la tesi doctoral, tal i com s'ha exposat. Aquestes seqüències i la seva anàlisi estan descrites en els Capítols 6, 7 i 8, respectivament.

Per a cada seqüència s'ha realitzat *a priori* una avaluació de la seva potencialitat per a desenvolupar la competència d'indagació i el pensament

matemàtic creatiu i després de la implementació s'han analitzat les evidències recollides d'aquest desenvolupament en l'alumnat participant. Tan l'avaluació *a priori* com l'anàlisi de les evidències s'han basat en la Taula 4.1 per a la competència d'indagació i la Taula 4.2 per al pensament matemàtic creatiu.

La versió en c-book de la darrera d'aquestes seqüències didàctiques encara no ha estat implementada. Tanmateix, l'avaluació de la seva potencialitat en el desenvolupament de pensament matemàtic creatiu ha estat realitzada per un equip d'avaluadors externs, membres de la comunitat d'interès del projecte del Mathematical Creativity Squared. Aquesta avaluació està explicada en el Capítol 9.

A continuació s'exposen les principals conclusions en base als resultats de les anàlisis del desenvolupament de la competència d'indagació i de pensament matemàtic creatiu de cada una de les seqüències didàctiques.

En relació a l'avaluació realitzada *a priori* del potencial de seqüència didàctica «Viure a Baetulo» per al desenvolupament de la competència d'indagació, es va considerar que (en relació a l'escala «molt alt, alt, mitjà, baix») té un potencial «molt alt». Pel que fa al desenvolupament de pensament matemàtic creatiu es va considerar que el potencial era «alt» (veure apartat 6.3 del Capítol 6).

En primer lloc, podem afirmar que els alumnes participants en aquesta seqüència didàctica van assolir amb comoditat un nivell bàsic de competència d'indagació. També es van obtenir moltes evidències del desenvolupament de la majoria d'aspectes del pensament matemàtic creatiu.

Tot i que la seqüència no plantejava la necessitat a l'alumnat de problematitzar la situació, ja que la pregunta sobre qui podia haver estat el propietari del tresor romà descobert, l'alumnat va mostrar-se molt activat a pensar matemàticament i estimulat a buscar estratègies diverses per a resoldre el problema.

La seqüència didàctica també ha servit perquè l'alumnat s'esforcés a fer conjectures i hipòtesis en què basar la seva recerca, malgrat que difícilment els seus treballs anaven enfocats a validar-les. És a dir, consultar les fonts d'informació i contrastar resultats amb els companys, enlloc de buscar la confirmació de la mestra. Tanmateix, el fet que l'alumnat treballés organitzat

en equips cooperatius promovia que haguessin de realitzar entre els membres una planificació del treball, fet que afavorí l'autoregulació i l'autonomia.

L'alumnat, en general, va fer un tractament de la informació eficaç que li va permetre establir connexions i extraure conclusions en relació a la seva indagació. Però les connexions van ser de nivell més elevat en els grups que treballaven amb sistemes monetaris i continguts més desconeguts per ells, ja que van buscar més informació i van esforçar-se a entendre-la, a ser creatius per trobar solucions i realitzar la tasca d'establir les relacions entre els diferents elements del sistema.

Per altra banda, vam observar que el discurs oral de l'alumnat era força més elaborat que el discurs escrit, ja que oralment fan reflexions sobre les solucions i, d'aquesta manera més informal, no tenen tantes dificultats per justificar i argumentar els resultats de les pròpies reflexions o indagacions. A més a més, s'ha observat que, quan prèviament, en el desenvolupament del treball, hi ha hagut suficient accions, relacionades tant amb el desenvolupament de la competència d'indagació com amb el pensament matemàtic creatiu, d'un nivell superior al bàsic, aquest discurs oral s'hi veu influenciat i, donat el cas, pot arribar puntualment a nivells més elevats.

Per tant, com a conclusió en relació a l'anàlisi d'aquesta seqüència, es pot afirmar que el context sociohistòric extramatemàtic promou el pensament en qüestions matemàtiques rellevants que poden generar nous punts de vista que portin a descobrir nous patrons i genera interès i motiva l'alumnat per la participació activa en el debat i la construcció del discurs científic. En aquest cas el context històric utilitzat en el disseny de la seqüència ha estat generador d'una investigació on les matemàtiques són rellevants però no determinants.

En relació a l'avaluació realitzada *a priori* del potencial de seqüència didàctica «1714: les dades de la derrota» tant per al desenvolupament de la competència d'indagació com per al desenvolupament de pensament matemàtic creatiu es va considerar que el potencial era «molt alt» (veure apartat 7.3 del Capítol 7).

En primer lloc, pel que fa a la implementació, es pot afirmar que els participants, en general, van poder assolir un nivell intermedi —i, per tant, superior a l'anterior seqüència— de desenvolupament de la competència



d'indagació. En certs aspectes de la competència com, per exemple, el tractament de la informació, es va assolir en moltes ocasions un nivell avançat.

Pel que fa al pensament matemàtic creatiu, efectivament es van obtenir moltes evidències de totes les categories analitzades i, per tant, del seu desenvolupament. Es tracta, doncs, d'una seqüència didàctica amb qüestions matemàtiques i històriques obertes que va estimular el pensament matemàtic creatiu de l'alumnat durant gran part de la seqüència. La pregunta principal, veure com la Guerra de Successió va afectar als catalans i concretament als barcelonins, obria moltes possibilitats per investigar al poder desglossar aquesta pregunta en altres preguntes més concretes. Aquest enfocament, doncs, promovia que l'alumnat mantenint un actitud de dubte, busqués múltiples solucions i pensés en usar diverses estratègies per investigar tots aquests aspectes.

El disseny i la programació de la seqüència va estimular als equips d'investigació a anar assumint —no sense un cert neguit— que havien d'actuar cooperativament però de forma com més autònoma millor. Passada la primera etapa de la indagació, que és on es van presentar més dubtes —i algunes protestes— per entendre els objectius de les tasques i la forma de treballar tan diferent de la que estaven acostumats a treballar (molt més tradicional), els equips d'indagació es van anar organitzant i planificant les tasques per anar avançant.

També van planificar-se les interaccions preparant les preguntes que havien de realitzar als equips que tenien informació que necessitaven per al seu treball. Cal destacar que alguns alumnes van fer la proposta de canviar les interaccions que estaven programades —com es pot veure en la guia introductòria del dossier estaven previstes entre equips de la mateixa temàtica— ja que els interessaven dades d'altres equips.

Tots els equips es van esforçar a exposar les seves hipòtesis i argumentar-les, que en la primera part de la indagació presentaven un nivell bàsic però que a mesura que s'avançava en la indagació presentaven millor nivell. De tota manera, alguns equips encara que feien de forma oral aquestes conjeitures, no sempre les escrivien en l'informe.

Cal dir que, potser per l'edat dels participants i la maduresa cognitiva que comporta, els arguments de les conjeitures i hipòtesis, tan orals com escrits,

tenen un nivell més elevat que en les altres seqüències analitzades —amb alumnat de 6è de primària i 1r d'ESO— ja que es basaven en els càlculs realitzats o la informació cercada. En canvi, en la síntesi o les conclusions de totes les seqüències analitzades, encara que els arguments estan basats en aquests càlculs realitzats, no s'hi aporten mai les dades concretes, que són substituïdes per paraules o frases que en limiten la seva fiabilitat i validesa.

Per altra banda, en aquesta seqüència didàctica s'havia de treballar amb moltes dades i informació, que moltes vegades calia ampliar en enllaços externs i s'havia de saber escollir en funció dels objectius i les preguntes que s'havien d'anar plantejant (categoria 5 de la CI). Tenim moltes evidències de què l'alumnat, tot i les dificultats i els moments inicials en la primera part de la indagació de sentir-se superats per les dades, van arribar a assolir un nivell intermedi i, en bastantes ocasions, avançat.

L'alumnat va desenvolupar, en alguns moments amb un nivell avançat, aspectes relacionats amb el tractament de la informació, que en aquesta seqüència eren molt rellevants donat el volum de dades amb que havien de gestionar alguns dels equips. El desenvolupament d'aquest aspecte de la competència d'indagació està en relació amb la capacitat de l'alumnat per realitzar connexions, que des d'un punt de vista del pensament matemàtic creatiu, significava posar en relació certs continguts històrics amb certs continguts matemàtics, però també entre les diferents variables que calia contemplar de la situació problemàtica, en cada temàtica. Quan els equips van tenir l'ocasió de conèixer el treball dels companys durant les iteracions, van anar connectant idees, de manera interdisciplinària (per exemple fent estimacions matemàtiques en base al context històric concret) però també intramatemàtica (per exemple, treballant amb diferents representacions d'unes mateixes dades) que els van permetre formular hipòtesis plausibles o validar conjectures.

Per tant, com a conclusió en relació a l'anàlisi d'aquesta seqüència, es pot afirmar que el plantejament d'una situació problemàtica directament relacionada amb un context històric d'aquest tipus promou el desenvolupament d'una indagació que permet fer un ensenyament funcional de les matemàtiques ja que l'alumnat les utilitza per trobar múltiples solucions amb estratègies diverses, fet que promou el desenvolupament del pensament matemàtic creatiu. En aquest cas el context històric ha estat

subministrador d'informació i també generador d'una investigació on les matemàtiques són utilitzades de manera determinant.

En relació a l'avaluació realitzada *a priori* del potencial de seqüència didàctica «Què amaguen aquestes ruïnes?» per al desenvolupament de la competència d'indagació i del pensament matemàtic creatiu es va considerar que té un potencial «molt alt» (veure apartat 8.3 del Capítol 8).

En primer lloc, pel que fa a la implementació, es pot afirmar que els participants, en general, van poder assolir un nivell intermedi de la competència d'indagació. De la mateixa manera que en l'anterior seqüència en la categoria relacionada amb el tractament i la gestió de la informació, així com la formulació d'hipòtesis, es van assolir nivells més elevats.

Es tracta d'una seqüència didàctica amb qüestions matemàtiques i històriques obertes que van estimular el pensament matemàtic creatiu de l'alumnat durant gran part de la seqüència ja que la situació plantejada requeria de la mobilització i connexió de continguts tant d'àmbit històric com matemàtic. Els equips d'investigació van haver de buscar i posar a prova diferents estratègies per cercar quina corba s'ajustava més a la curvatura del mur, sospesant les diverses solucions que es podien trobar en funció del context real arqueològic, que les limitava.

L'alumnat des d'un bon començament es va implicar en les tasques d'indagació acceptant de bon grat el rol d'investigador. En tot moment els equips va ser capaços de seguir les indicacions i la planificació proposada i de reflexionar-hi per comprovar que les tasques les estaven realitzant correctament, encara que normalment buscaven l'aprovació de la professora o de la investigadora. Eren un grup avesat a treballar en grup però que estaven acostumats a repartir-se les tasques, no els va ser fàcil col·laborar entre ells i consensuar decisions.

Malgrat tot, cal dir que, igual que s'ha observat en l'anàlisi de les altres seqüències didàctiques, el discurs argumentatiu dels estudiants en relació a les seves conjectures, normalment és de nivell més elevat quan es realitza oralment de manera informal. Quan s'analitzen les produccions escrites no inclouen la majoria de les idees sorgides, els textos són molt sintètics i mostren les dificultats per plasmar les pròpies reflexions produïdes durant la indagació. Conseqüentment, el nivell assolit pel que fa a la comunicació de les conclusions és més aviat bàsic ja que es veu influït per aquesta dificultat

mostrada per l'alumnat de donar estatus formal —de manera escrita— a les pròpies reflexions i conclusions parlades en el si de l'equip, que normalment es donen en el desenvolupament de les tasques. Sense poder establir una relació directe de causa-efecte, volem destacar que aquesta dificultat podria estar relacionada amb la maduresa dels participants ja que és més evident en els casos en què els participants són alumnat de cicle superior de Primària o de cicle inicial de Secundària i no tant en l'alumnat de 4t d'ESO.

Tenim moltes evidències del desenvolupament d'aquest aspecte de la competència d'indagació que va permetre a l'alumnat realitzar connexions (categoria 3 del pensament matemàtic creatiu) entre els diferents continguts a què ens referíem anteriorment, continguts històrics i continguts matemàtics, però també entre les diferents variables que calia contemplar de la situació problemàtica, com per exemple les formes possibles del mur, les diferents formes dels edificis romans existents, la forma de les construccions de la zona del jaciment, l'espai estimat disponible, l'envergadura dels diferents tipus d'edificis, etc.

Com ja s'ha dit, en aquesta seqüència les variables que oferien els elements del context tenien un paper molt rellevant, igual que els elements matemàtics. En aquest sentit, hi va haver equips que assolint un nivell superior de la competència d'indagació van ser capaços de contemplar totes o algunes d'aquestes variables, connectant amb els coneixements elaborats a partir de la informació que havien obtingut i, per tant, formulant hipòtesis sostingudes per arguments forts.

Podem afirmar que es va assolir amb seguretat un nivell bàsic de la competència d'indagació pel que fa a la validació de resultats, fins i tot, en algunes ocasions aquest nivell va arribar ser intermedi quan els resultats es contrastaven amb les hipòtesis amb una mirada crítica.

L'ingredient tecnològic —els materials i les fonts i recursos d'informació disponibles a través del blog—, així com, que el problema plantejat estigués relacionat amb la vida a la seva mateixa ciutat però en època romana, i que el context fos en un lloc accessible i conegut per l'alumnat va promoure un cert compromís amb la tasca, una motivació d'ingredients emocionals. Però el moment d'interacció amb l'arqueòloga i d'observació en directe de la zona que ens havia ofert el context problemàtic encara va proveir l'anàlisi de moltes més evidències sobre aquests aspectes emocionals que van promoure que l'alumnat se sentís tan implicat en les tasques i mantingués l'interès fins

al final, tot i les dates en que es va realitzar la implementació, les darreres setmanes de curs.

En aquesta seqüència didàctica, doncs, la problemàtica té possibilitats de ser solucionada gràcies a la interacció de les matemàtiques amb els continguts històrics i els elements arqueològics el context. El fet de contemplar i reflexionar tenint en compte el context, limita les infinites solucions que es podrien trobar si s'abordés el problema des d'un punt de vista exclusivament matemàtic. D'aquesta manera el problema es fa accessible a alumnat amb el nivell de matemàtiques propi de secundària. En aquest cas, doncs, el context històric s'ha usat com a generador d'una investigació on, tant les matemàtiques com el mateix context, són utilitzats de manera determinant.

El redisseny de la seqüència «Què amaguen aquestes ruïnes?» per adaptar-lo a un c-book (o unitat creativa) va ser sotmès a una avaluació externa en relació a la potenciació del pensament matemàtic creatiu pels membres de la comunitat d'interès de si de projecte MCSquared. Amb aquesta avaluació es pot afirmar que els quatre processos cognitius implicats en el pensament matemàtic creatiu del c-book han estat molt ben integrats en la unitat i, a més, d'una manera homogènia.

Els avaluadors han estat d'acord també en què en el *c-book* es fomenten àmpliament els aspectes afectius. La unitat ofereix oportunitats per cooperar i col·laborar per tal de contrastar les idees, construir i coordinar estratègies, organitzar la feina per trobar solucions, etc. Aquesta interacció estimula la comunicació i, en conseqüència, augmenta les possibilitats de millorar les habilitats de comunicació dels estudiants. A més, el disseny estètic i la narrativa que guien la investigació en la qual participen els estudiants, definitivament dóna una alta puntuació positiva als aspectes afectius.

A partir de l'anàlisi del potencial de pensament matemàtic creatiu fet pels membres de la Comunitat d'interès que han actuat com avaluadors, en general es conclou que totes les categories s'integren de forma homogènia i similar en la unitat. La categoria connexions presenta una menor puntuació perquè els revisors pensen que la unitat es podria millorar en relació a la possibilitat d'establir connexions intra-matemàtiques, entre diferents aspectes dels conceptes matemàtics que hi sorgeixen. No obstant això, destaquen el gran potencial de la unitat per connectar diferents assignatures o disciplines.

## 10.5. Limitacions del treball i perspectives futures

En aquesta tesi doctoral ens hem focalitzat en l'avaluació del pensament matemàtic creatiu i el desenvolupament de la competència d'indagació en l'alumnat participant en la implementació d'una sèrie de seqüències didàctiques dissenyades amb aquest objectiu. La focalització en l'estudi en aquests dos aspectes de l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques que, per una banda, ens ha permès obtenir els resultats i conclusions que es presenten en aquest treball, per altra banda, ha impedit fer una investigació des d'un punt de vista més holístic, que contemplés altres aspectes igual d'importants de l'educació, com el que es pot fer, per exemple, utilitzant els criteris d'idoneïtat didàctica explicats en el Capítol 2.

De fet, aquesta limitació ens la volem prendre com una possibilitat d'ampliació d'aquest treball ja que tenim força dades recavades durant els processos d'implementació de les seqüències didàctiques que podem analitzar des d'aquests nous punts de vista. Ens semblen interessants certs aspectes com, per exemple, les interaccions de l'alumnat en el treball cooperatiu durant la seva indagació o la importància de la gestió per part del professorat de les seqüències didàctiques (amb les característiques de les presentades en aquest treball) i la seva influència en el desenvolupament de les competències del l'alumnat.

El fet que l'Escola Betúlia de Badalona hagi decidit mantenir la seqüència didàctica «Què amaguen aquestes ruïnes?» en la seva programació oficial, d'una banda ens fa sentir especialment satisfets, i, d'altra banda, ens ha suggerit una altra possible perspectiva de futur i de continuïtat d'aquest treball. De fet, fa pocs dies abans de la redacció d'aquestes conclusions, el passat dia 16 de juny de 2016, vaig rebre un correu electrònic de la professora de matemàtiques de l'escola, referint-se a les activitats centrals de la seqüència didàctica, que transcriu a continuació:

Ahir vàrem fer l'activitat de la plaça del Gas. M'ho vaig passar bomba malgrat estar sola amb 15 criatures de 1r d'ESO amb ganes de vacances. Vàrem fer l'el·lipse.... enorme i després vàrem deduir el radi de l'arc, quan ja teníem clar que era d'un teatre. Avui l'hem dibuixat amb el Geogebra. Ha costat més. Les indicacions costen una mica i amb calma potser caldria ajustar-les. Demà acabarem amb tots els dibuixos. Et passo fotos, em va ser impossible fer vídeo. Ho sento!

Gemma, el projecte està molt bé. Et felicito!!!  
Una abraçada i molts ànims,

Aquesta continuïtat de l'experiència d'innovació significa que vam ser capaços de canviar el pes que, per l'equip docent d'aquesta escola, tenien aquest tipus de pràctiques educatives interdisciplinàries. Van passar de ser considerades una experiència extraordinària per facilitar el procés de l'elaboració de la tesi a ser considerada com una experiència viable en l'ensenyament normal d'aquesta institució. Aquest fet ens anima a investigar sobre la viabilitat a llarg termini (Ramos y Font, 2006) d'aquest tipus d'innovació — en el sentit que puguin passar de ser una pràctica puntual a suposar un canvi innovador i transformador mantingut al llarg del temps.

## 10.6. Difusió de resultats

Del present treball d'investigació s'han derivat les següents publicacions en actes de congressos, revistes i capítols de llibre.

### Actes de Congressos:

Sala Sebastià, G., Barquero Farràs, B., Barajas Frutos, M., & Font Moll, V. (2016). Què amaguen aquestes ruïnes? Disseny d'una unitat didàctica interdisciplinària per una plataforma virtual. *Actes del Congrés Internacional de Docència Universitària i Innovació 2016 (CIDUI)*. (Espanya): 2016.

Sala Sebastià, G., Barquero Farràs, B., Monreal, N., Font Moll, V., & Barajas Frutos, M. (2016). Evaluación del potencial de creatividad matemática en el diseño de una c-unidad. *Actas del XX SIMPOSIO Sociedad Española de Investigación y Educación Matemática (SEIEM) 2016*. (Espanya): 2016.

Sala Sebastià, G., Font Moll, V., & Giménez Rodríguez, J. (2015). Una mirada curricular a la competencia de indagación. *Actas del XIX SIMPOSIO Sociedad Española de Investigación y Educación Matemática (SEIEM) 2015*. (Espanya): 2015.

Sala Sebastià, G., Font Moll, V., Giménez Rodríguez, J., & Barquero Farràs, B. (2015). Inquiring and modelling in a real archaeological context: the importance of the sequence tasks design. *Actes del International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA) 17*. (Nottingham): 2015.

- Sala Sebastià, G., Barquero Farràs, B., Font Moll, V., & Giménez Rodríguez, J. (2015). A multidisciplinary approach to model some aspects of historical events. *Actes de 9<sup>th</sup> Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 9)*. (Praga): 2015.
- Sala Sebastià, G., Barquero Farràs, B., Font Moll, V., & Giménez Rodríguez, J. (2014). Usando las matemáticas para hacer historia: un contexto para desarrollar la competencia en indagación. *Actas de la Reunión Latinonamericana de Educación Matemática (RELME) 28*. (Colòmbia): 2014.
- Sala Sebastià, G., & Barquero Farràs, B. (2014). Cap a un disseny interdisciplinari de les qüestions. Una aproximació matemàtica del setge de 1714. *Actes del Congrés Internacional de Docència Universitària I Innovació 2014 (CIDUI)*. (Espanya): 2014.
- Sala Sebastià, G., Font Moll, V., & Giménez Rodríguez, J. (2014). La indagació a l'educació Primària a partir de contextos historicoculturals. Una aproximació des de les matemàtiques. *Actes del Congrés Internacional de Docència Universitària i Innovació 2014 (CIDUI)*. (Espanya): 2014.
- Sala Sebastià, G., Font Moll, V., & Giménez Rodríguez, J. (2013). Alumnos de primaria investigan sobre la numeración. *Actas de las Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM) 2013*. (Espanya): 2013.
- Sala Sebastià, G., Font Moll, V., & Giménez Rodríguez, J. (2013). Desarrollo de la competencia en Indagación en primaria mediante tareas matemáticas de contexto histórico cultural. *Actas del XVII SIMPOSIO Sociedad Española de Investigación y Educación Matemática (SEIEM) 2013*. (Espanya): 2013.
- Sala Sebastià, G., Font Moll, V., & Giménez Rodríguez, J. (2013). Tareas matemáticas de contexto historicocultural para el desarrollo de la competencia en indagación en Primaria. *Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM)*. (Uruguay): 2013.



**Articles de revista:**

Sala Sebastià, G., & Barquero Farràs, B. (2015). Towards an interdisciplinary study of questions. A mathematical approach to the historical incident of Barcelona's siege in 1714. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, (vol.196C), 183-189.

Font, V., Breda, A., & Sala, G. (2015) Competências profissionais na formação inicial de professores de matemática. *Revista Práxis Educacional*, 19(11), 17- 34.

**Capítols de llibre:**

Font, V., Giménez, J., Vanegas, Y., Sala, G., Adán, M., Carvajal, S., & Ferreres, S. (2012). Un ciclo formativo para el desarrollo de la competencia en análisis didáctico. *Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato* (pp. 71 – 75). (Espanya): Publicacions de la Universitat de Barcelona. ISBN 978-84- 475-3558-3

Sala Sebastià, G., Barquero Farràs, B., Font Moll, V., & Giménez Rodríguez, J. A multidisciplinary approach to model some aspects of historical events. Konrad Krainer; Nada Vondrová. CERME 9 – Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Feb 2015, Prague, Czech Republic (pp.923-929), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. <hal-01287268> <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01287268>

## REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

- Abril, A., Aguirre, D., Aldorf, A., András, S., Antal, E., Ariza, M., & Tamási, C. (2013). *PRIMAS Project: Inquiry-based learning in maths and science classes*. [en línea]. Recuperat de: <http://www.primas-project.eu/zoeken/search.do?null>
- Arenzana, V. (1997). Evolución del concepto de función hasta comienzos del siglo XIX. Algunas sugerencias pedagógicas. *Epsilon*, 13(1), 67-77.
- Acevedo, J., Font, V., & Bolite Frant, J. (2006). Metáforas y funciones semióticas. El caso de la representación gráfica de funciones. En A. Contreras, L. Ordóñez & C. Batanero (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Primer Congreso Internacional sobre Aplicaciones y Desarrollos de la Teoría de las Funciones Semióticas en Didáctica de las Matemáticas*, 384-399. Jaén: Universidad de Jaén.
- Artigue, M. (1990). Epistémologie et Didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2-3), 243-285.
- Artigue, M., Dillon, J., Harlen, W., & Léna, P. (2012). *FIBONACCI Project: Learning through inquiry* [en línea]. Recuperat de: <http://www.fibonacci-project.eu/>
- Arxiu Històric de la Ciutat de Badalona (AHBDN). (1717). *Padró de Badalona de 1717*. Badalona: Fons de l'Ajuntament de Badalona.
- Azcárate, C. & Deulofeu, J. (1990). *Funciones y gráficas*. Madrid: Síntesis.
- Bachelard, G. (1987). *La formación del espíritu científico*. México: Editorial Siglo XXI.
- Bacqué, M.H., & Biewener, C. (2013). *L'empowerment, une pratique émancipatrice*. París: La Découverte.
- Barbin, E., Bagni, G., Grugnetti, L., Kronfellner, M., Lakoma, E., & Menghini, M. (2000). Integrating history: research perspectives. En Fauvel, J. & Van Maanen, J. (Ed.), *History in mathematics education* (pp. 63 – 77). Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.
- Barquero, B., Bosch, M., & Gascón, J. (2011). Los recorridos de estudio e investigación en la enseñanza universitaria de las ciencias

experimentales. Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 29 (3), 339-352.

Barquero, B.; Richter, A.; Barajas, M., & Font, V. (2014). Promoviendo la creatividad matemática a través del diseño colaborativo de c-unidades. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau, & T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 157-166). Salamanca: SEIEM.

Bolden, D. S., Harries, T. V. & Newton, D. P. (2010). Pre-service primary teachers' conceptions of creativity in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 73, 143-157.

Bos, H. J. M. (1984). Newton, Leibniz y la tradición leibniziana. En Grattan-Guinness (Comp.), *Del cálculo a la teoría de conjuntos, 1630-1910. Una introducción histórica* (pp. 69-124). Madrid: Alianza Universidad.

Bosch, M., & Gascón, J. (2014). Introduction to the Anthropological Theory of the Didactic (ATD). En A. Bikner-Ahsbabs, & S. Prediger (Eds.), *Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education* (pp. 67-83). Cham: Springer.

Bustos, A., & Coll, C. (2010). Los entornos virtuales como espacios de enseñanza y aprendizaje. Una perspectiva psicoeducativa para su caracterización y análisis. *Revista mexicana de investigación educativa*, 15(44), 163-184.  
 Recuperat de:  
[http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1405-66662010000100009&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-66662010000100009&lng=es&tlng=es)

Brasil (2013a). *Uma análise quali-quantitativa de perfis de candidatos ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)*. Relatório final do procedimento de análise quali-quantitativa de perfis de candidatos e aprovados no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Sociedade Brasileira de Matemática.

Brasil (2013b). *Avaliação suplementar externa do programa de mestrado profissional em matemática em rede nacional (PROFMAT)*. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Brasil (2014). Lei N° 13.005. *Aprova o Plano Nacional de Educação (PNE) e dá outras providências*. Ministério da Fazenda (MF); Ministério do

Planejamento, Orçamento e Gestão (MP); Ministério da Educação (MEC), 25 de junho de 2014.

Breda, A. (2016). *Melhorias no ensino de matemática na concepção de professores que realizam o mestrado PROFMAT no rio grande do sul: uma análise dos trabalhos de conclusão de curso*. (Tesis doctoral no publicada). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

Breda, A., Font, V., & Lima, V. M. R (2016)(en prensa). Análise das Propostas de Inovação nos Trabalhos de Conclusão de Curso de um Programa de Mestrado Profissional em Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*.

Breda, A., Font, V., & Lima, V. M. R (2015). Propuestas de incorporación de contenidos matemáticos de nivel superior en la educación básica: un estudio de los trabajos finales de curso del Máster Profesional en Matemáticas en la Red Nacional. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 8(3), 53-65.

Breda, A., Lima, V. M. R., & Pereira, M. V. (2015). Papel das TIC nos trabalhos de conclusão do mestrado profissional em matemática em rede nacional: o contexto do Rio Grande do Sul. *Práxis Educacional*, 11, 213-230.

Brousseau, G. (1983). Les obstacles epistemologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165-198.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques*. Dordrecht: Kluwer.

Catalunya (2007a). Decret 142/2007, de 26 de juny, pel qual s'estableix l'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària, *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, núm. 4915 de 29 de Juliol de 2007, 21882-21870.

Catalunya (2007b). Decret 143/2007, de 26 de juny, pel qual s'estableix l'ordenació dels ensenyaments de l'educació secundària obligatòria (ESO), *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, núm. 4915 de 29 de Juliol de 2007, 21870-21946.

- Catalunya (2008). Decret 142/2008, de 15 de juliol, pel qual s'estableix l'ordenació dels ensenyaments del batxillerat, *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, núm. 5183 de 29 de Julio de 2008, 59042-59401.
- Charalambous, C. (2010). Mathematical knowledge for teaching and tasks. *Journal of Teacher Education*, 60(1-2), 21-34.
- Charpak, G., Léna, P., & Quéré, Y. (2006). *Los niños y la ciencia. La aventura de La mano en la masa*. Buenos Aires: Siglo XXI.
- Civil, M. (1992), Entering Students Households: Bridging the gap between out-of-school and in-school mathematics. En A. Weinzweigh & A. Cirulis (Eds.), *Proceedings of the 44th International Meeting of ICSIMT*, Chicago, ICSIMT, pp. 90-109.
- Coll, C., Mauri, T., & Onrubia, J. (2008). Análisis de los usos reales de las TIC en contextos educativos formales: una aproximación sociocultural. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 10(1). Recuperat de: <http://redie.uabc.mx/vol10no1/contenido-coll2.html>
- Coll, C., Onrubia, J., & Mauri, T. (2007). Tecnología y prácticas pedagógicas: las TIC como instrumentos de mediación de la actividad conjunta de profesores y estudiantes. *Anuario de Psicología*, 38(3), 377-400.
- Contreras, Ordóñez L., & Wilhelmi, M. (2010). Influencia de las pruebas de acceso a la Universidad en la enseñanza de la integral definida en el Bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(3), 367-384.
- Contreras, A., García, M., & Font, V. (2012) Análisis de un Proceso de Estudio sobre la Enseñanza del Límite de una Función. *Bolema*, 26(42B), 667-690.
- Crisostomo, E. (2012). *Idoneidad de procesos de estudio del cálculo integral en la formación de profesores de matemáticas: una aproximación desde la investigación en didáctica del cálculo y el conocimiento profesional* (Tesis Doctoral no publicada). Universidad de Granada, Granada, España.
- Csikszentmihalyi, M. (2000) Creativity. En *Encyclopedia of Psychology* (Vol. 2, pp. 337-342). Washington, DC: American Psychological Association; New York, NY: Oxford University Press.

- D'Acampora, R. (2014). *Soluções dos três problemas clássicos da matemática grega por curvas mecânicas*. 2014. 64f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria.
- D'Amore B. (2008). Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. *Enseñanza de la matemática*. Revista de la ASOVEMAT (Asociación Venezolana de Educación Matemática), 17(1), 87-106.
- D'Amore B., & Fandiño M. I. (2001). Matemática de la cotidianidad. *Paradigma*, XXII(1), 59-72.
- D'Amore, B., Fandiño, M. I., & Marazzani, I. (2003). Ejercicios anticipados y Zona de desarrollo próximo: comportamiento estratégico y lenguaje comunicativo en actividad de resolución de problemas. *Epsilon*, 57, 357-378.
- Dean, J. (2008). *Ensenyar història a Primària*. Barcelona: Zenobita edicions.
- Díez, J. (2004), *L'ensenyament de les matemàtiques en l'educació de persones adultes. Un model dialògic* (Tesis doctoral no publicada). Universitat de Barcelona, Barcelona.
- Evans, J. (1998), Problems of transfer of classroom mathematical knowledge to practical situations. En F. Seeger, J. Voigt & U. Waschescio (Eds.), *The Culture of the Mathematics Classroom* (pp. 269-289). New York: Cambridge University Press.
- Even, R., & Ball, D. L. (Eds.) (2009). *The professional education and development of teachers of mathematics: The 15th ICMI study*. New York: Springer.
- Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. En D. Tall, *Advanced mathematical thinking* (pp. 42-52). Kluwer Academic Publishers New York.
- Feliu, G. (1991). *Precios y salarios en la Cataluña Moderna* (Vol. 1-2). Madrid: Banco de España.
- Ferrer i Alòs, L. (2007). Una revisió dels creixement demogràfic de Catalunya en el segle XVIII a partir dels registres parroquials. *Estudis d'història agrària*, 20, 17-68.

- Ferrés, C., Marbà, A. & Sanmartí, N. (2014). *Evaluación de la competencia de indagación científica de los bachilleres*. Comunicación presentada al 26 Encuentro en Didáctica de las Ciencias, Huelva.
- Fischer, G. (2001). Communities of Interest: Learning through the Interaction of Multiple Knowledge Systems. En S. Bjornestad, R. Moe, A. Morch, & A. Opdahl (Eds.) *Proceedings of the 24th IRIS Conference* (pp. 1-14). August 2001, Ulvik, Department of Information Science, Bergen, Norway.
- Fischer, G. (2011). Social Creativity: Exploiting the Power of Cultures of Participation, *Proceedings of SKG2011. 7th International Conference on Semantics, Knowledge and Grids* (pp. 1-8). Beijing, China.
- Font, V. (2000). *Procediments per obtenir expressions simbòliques a partir de gràfiques. Aplicacions a les derivades*. Tesis doctoral. Universitat de Barcelona, Barcelona, Catalunya.
- Font, V. (2007a). Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española* (Vol.10) (2), 419–434.
- Font, V. (2007b). Una perspectiva ontosemiótica sobre cuatro instrumentos de conocimiento que comparten un aire de familia: particular-general, representación, metáfora y contexto. *Educación Matemática*, 19 (2), 95-128.
- Font, V. (2008). Enseñanza de las Matemáticas. Tendencias y perspectivas. En Gaita, C. (Ed.), *Actas del III Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas*, 21-62. Lima, Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Font, V. (2011a). Investigación en didáctica de las matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria. En M. Marín Rodríguez, G. García, L. Blanco, & M. Medina (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XV* (pp.165-194). Ciudad Real: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática y Servicio de publicaciones de la Universidad de Castilla-La Mancha.

- Font, V. (2011b). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 26, 9-25.
- Font, V. (2015). *Pauta de anàlisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática*. Documento no publicado. Departamento de Didáctica de las CCEE y la Matemática de la Universitat de Barcelona.
- Font, V., Breda, A., & Sala, G. (2015). Competências profissionais na formação inicial de professores de matemática. *Praxis Educacional* 11(19), 17-34.
- Font, V., & Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 33-52.
- Font, V., Giménez, J., Zorrilla, J., Larios, V., Dehesa, N., Aubanell, A., & Benseny, A. (2012). Competencias del profesor y competencias del profesor de matemáticas: Una propuesta. En V. Font, J. Giménez, V. Larios & J. Zorrilla (Eds.), *Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato* (pp.61-70). Barcelona: Publicaciones de la Universitat de Barcelona.
- Font, V., & Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 8(1), 67-98.
- Font, V., Godino, J. D., & Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97-124.
- Font, V., & Peraire, R. (2001). Objetos, prácticas y ostensivos asociados. el caso de la cisoide, *Educación matemática*, 13(2), 55-67.
- Font, V., Planas, N., & Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- Font, V., Rubio, N., Giménez, J., & Planas, N. (2009). Competencias profesionales en el Máster de Profesorado de Secundaria, *UNO*, 51, 9-18.



- Font, V., J., Vanegas, Y., Ferreres, S., Carvajal, S., & Adán, M. (2012). Funciones. En V. Font, J. Giménez, V. Larios y J. F. Zorrilla (Eds.), *Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato* (pp.133-210). Publicaciones de la Universitat de Barcelona: Barcelona, España.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel.
- Freudenthal, H. (1983), *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, Riedel-Kluwer A.P.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. China lectures. Dordrecht: Kluwer.
- García, M. (2008). *Significados institucionales y personales del límite de una función en el proceso de instrucción de una clase de primero de bachillerato*. Tesis Doctoral. Universidad de Jaén, Jaén, España.
- Geertz C. (2002). *Reflexiones antropológicas sobre temas filosóficos*. Barcelona: Paidós Studio.
- Giménez, J., Font, V., & Vanegas, Y. (2013). Designing Professional Tasks for Didactical Analysis as a research process. En C. Margolinas (Ed.), *Task Design in Mathematics Education* (pp. 581-590). Oxford: Proceedings of ICMI Study 22.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 22(2/3), 237-284.
- Godino, J. D. & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2006). The Onto-Semiotic approach to research in Mathematics Education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* (Vol. 38). [Versión ampliada en español, Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Recuperat de: [http://www.ugr.es/local/jgodino/indice\\_eos.htm](http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm)]
- Godino, J. Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.

- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2008). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 10, 7-37.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., & Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., & Wilhelmi, M. R. (2007). *Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática*. Recuperat de: [http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/pauta\\_valoracion\\_idoneidad\\_5enero07.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/pauta_valoracion_idoneidad_5enero07.pdf)
- Godino, J. D., Contreras, A. & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26(1), 39-88.
- Godino, J. D., Gonzato, M., Cajaraville, J. A. & Fernández, T. (2012). Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 30(2), 109-130.
- González, N., Andrade, R., & Carson, C. (2001), Creating links between home and school mathematics practices. En E. McIntyre, A. Rosebery & N. González (eds.), *Classroom diversity: Connecting curriculum to students' lives* (pp. 100-114). Portsmouth, NH: Heinemann.
- González, J., & Wagenaar, R. (2003). *Tuning Educational Structures in Europe. Informe Final - ProyectoPiloto, Fase 1*. Bilbao: Universidad de Deusto.
- Gravemeijer, K. P. E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CD-β. Press / Freudenthal Institute.
- Grugnetti, L. (2000). Ancient problems for the development of strategic thinking. En Fauvel, J. & Van Maanen, J. (Ed.), *History in mathematics education* (pp. 78 – 82). Paises Bajos: Kluwer Academic Publishers.
- Guacaneme, E. (2011). La historia de las matemáticas en la educación de un profesor: razones e intenciones. Brasil: Memorias de la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Recuperat de:

[www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/files/conferences/1/schedConfs/1/papers/2029/submission/review/2029-5172-1-RV.pdf](http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/files/conferences/1/schedConfs/1/papers/2029/submission/review/2029-5172-1-RV.pdf)

- Guàrdia, M. & Garcia, A. (1993). Estructura urbana. En J. Sobrequés (Dir.) *Història de Barcelona* (Vol. 4, p.47). Barcelona: Enciclopèdia Catalana i Diputació de Barcelona.
- Guilford, J. P. (1950). Creativity. *American Psychologist*, 5, 444-454.
- Guilford, J. P. (1967a). *The Nature of Human Intelligence*. Nueva York: McGraw-Hill
- Guilford, J. P. (1967b). Creativity: Yesterday, today, and tomorrow. *Journal of Creative Behavior*, 1, 3-14.
- Guzmán, M. de (1995). *Para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos*. Pirámide, Madrid.
- Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 19-58.
- Hadamard, J. (1945). *Essay on the psychology of invention in the mathematical field*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Hayes, J. R. (1989). Cognitive processes in creativity. En J. A. Glover, R. R. Ronning & C. R. Reynolds (Eds.), *Handbook of creativity* (pp. 135-145). New York: Plenum Press.
- Haylock, D. (1997). Recognising mathematical creativity in schoolchildren. *ZDM Mathematics Education*, 29(3), 68-74.
- Haylock, D. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in schoolchildren. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 59-74.
- Hernández, F. X., & Feliu, M. (Coord.)(2014). *1714 a l'aula. 100 propostes didàctiques (primària i secundària)*. Barcelona: Editorial Graó.
- Hill, H., Blunk, M., Charambous, Y., Lewis, J., Phelps, G., Sleep, L., & Ball, D. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction. An Exploratory Study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430-511.

- Jurdak, M., & Shahin I. (1999). An ethnographic study of the computational strategies of a group of young street vendors in Beirut. *Educational Studies in Mathematics Education*, 40,(2), 155-172.
- Janvier, C. (1987). Translation processes in mathematics education, en Janvier, C. (ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 27-32). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum A.P.
- Jiménez, M. P. (1998). Diseño curricular: indagación y razonamiento con el lenguaje de las ciencias. *Enseñanza de las ciencias*, 16(2), 203-216.
- Jurdak, M. (2006). Real World, Situated, and School Contexts, *Educational Studies in Mathematics*, 63 (3), 283-301.
- Jurdak, M., & Shahin I. (2001). Problem solving activity in the workplace and the school: the case of constructing solids. *Educational Studies in Mathematics Education*, 47(3), 297-315.
- Kozulin, A. (1998). *Psychological tools. A sociocultural approach to education*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- Kaufman, J. C., & Beghetto, R. A. (2008). Exploring “mini-c:” Creativity across cultures. En R. L. DeHaan & K. M. Narayan (Eds.), *Education for Innovation in India, China and America*. The Netherlands: Sense Publishers.
- Lacasta, E., & Pascual, J. R. (1998). *Las funciones en los gráficos cartesianos*. Madrid: Síntesis.
- Lakatos, I. (1978). *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático*. Madrid: Alianza Editorial.
- Lange, J. (1996). Using and applying mathematics in education. En Bishop et al., *International handbook of mathematics education* (pp. 49-97). Dordrecht: Kluwer A.P.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice*. New York: Cambridge University.
- Leiken, R., Subotnik, R., Pitta-Pantazi, D., Singer, F.M., & Pelczer, I. (2013). Teachers’ views on creativity in mathematics education: an international survey. *ZDM Mathematics Education* 45, 309–324.

- Liljedahl, P. (2013). Illumination: an affective experience? *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 45(2), 253-265.
- Liljedahl, P., & Sriraman, B. (2006). Musing on mathematical creativity. *For the learning of mathematics*, 26(1), 20-23.
- Llopis, E., & García, H. (2011). Precios y salarios en Madrid, 1680 a 1800. *Investigaciones de Historia Económica*, 7, 295-309. Recuperat de: <http://www.elsevierciencia.com/es/revista/investigaciones-historia-economica-economic-history-research-328/articulo/precios-salarios-madrid-1680-1800-90025078>
- Ludke, M., & André, M. E. D. A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária.
- Maaß, K. (Coord.) (2013). PRIMAS Project: Inquiry-based learning in maths and science clases [en línea]. Recuperat de: <http://www.primas-project.eu/zoeken/search.do?null>
- Malaspina, U. (2008). Intuición y rigor en la resolución de problemas de optimización. Un análisis desde el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática. (Unpublished doctoral dissertation. Pontificia Universidad Católica del Perú).
- Malaspina, U., & Font, V. (2010). The role of intuition in the solving of optimization problems. *Educational Studies in Mathematics*, 75(1), 107-130.
- Mallart, A., Font, V., & Malaspina, U. (2016). Reflexión sobre el significado de qué es un buen problema en la formación inicial de maestros. *Perfiles Educativos*, 38(152), 14-30.
- Mann, E. (2016). Creativity: The Essence of Mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*, 30(2), 236-260.
- Mason, J., & Johnston-Wilder, S. (2004). *Designing and Using Mathematical Tasks*. London: Tarquin.
- Mohnsam, J. C. (2014). *As contribuições de Arquimedes para o cálculo de áreas*. 2014. 86f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em

- Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Instituto de Matemática, Estatística e Física, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande.
- Mullis, et. al (2003). *TIMSS assessment frameworks and specifications 2003*. Chestnut Hill, MA: Boston College.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: VA and National Council of Teachers of Mathematics.
- National Research Council (1996). *National Science Education Standards*. Washington DC: National Academy Press
- Nuffield Foundation. (2013). Model-based inquiry and practical work: an introduction. *Quick start guide to model-based inquiry*, 1–16.
- OECD DeSeCO <http://www.oecd.org/edu/skills-beyond-school/definitionandselectionofcompetenciesdeseco.htm>
- OECD (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. Paris: OCDE.
- OECD (2004). *Learning for Tomorrow's World – First Results from PISA 2003*. Paris: OECD.
- OECD (2005). *The definition and selection of key competencies (DeSeCo). Executive Summary*. Recuperat de <http://www.oecd.org/edu/skills-beyond-school/definitionandselectionofcompetenciesdeseco.htm>
- OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. OECD Publishing. Recuperat de <http://dx.doi.org/10.1787/9789264190511-en>
- Olson, S., & Loucks-Horsley, S. (2000). *Inquiry and the National Science Education Standards: A Guide for Teaching and Learning*. Washington, DC: The National Academy Press.
- Ordóñez, J. (2011). *Restricciones institucionales en las matemáticas de 2º de bachillerato en cuanto al significado del objeto integral definida*. Tesis Doctoral. Universidad de Jaén, Jaén, España.
- Padrós, J. & Curt, J. M. (1993) El tesoro de les monedes de la casa romana del carrer Lladó. *Revista Carrer dels Arbres*, 4, 29-37

- Padrós, J. & Moranta, L. (2001). La ciutat i la memòria: el teatre romà de Baetulo. *Carrer dels Arbres*, 12, 15-31.
- Pino, L., Castro, W., Godino, J. D., & Font, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *Paradigma*, 34(2), 123-150.
- Pino, L., Godino, J. D., & Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. *Educação Matemática Pesquisa*, 13(1), 141-178.
- Poblete, A., & Díaz, V. (2003). Competencias profesionales del profesor de matemáticas. *Números*, 53, 3-13.
- Pochulu, M., & Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14(3), 361-394.
- Pochulu, M., Font, V., & Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, 19(1), 71-98.
- Pongiluppi, G.H., & Hernández, F.X. (2013). *1714 el setge de Barcelona*. Barcelona: Angle Editorial.
- Popper, K. R. (1985). *La lògica de la investigació científica*. Laia, Barcelona.
- Pozzi, S., Noss, R., & Hoyles, C. (1998). Tools in practice, mathematics in use, *Educational Studies in Mathematics Education*, 36, (2), 105-122.
- Prats, J. (2001). El estudio de la Historia local como opción didáctica. ¿Destruir o explicar la Historia? En J. Prats, *Enseñar Historia: Notas para una didáctica renovadora* (pp. 71-85). Mérida, España: Junta de Extremadura.
- Ramos, A. B., & Font, V. (2006a). Cambio institucional, una perspectiva desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Paradigma*, XXVII(1), 237-264.
- Ramos, A. B., & Font, V. (2006b). Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una

- prospettiva ontosemiotica. *La Matematica e la sua didattica*, 20(4), 535-556.
- Recio, A. M., & Godino, J. D. (2001). Institutional and personal meanings of mathematical proof. *Educational Studies in Mathematics*, 48(1), 83-99.
- Reed, H. J., & Lave, J. (1981), Arithmetic as a tool for investigating between culture and Cognition. En R. Casson (Eds.), *Language, Culture and Cognition: Anthropological perspectives* (pp.437-455). New York: Macmillan.
- Reyes-Cárdenas, F. & Padilla, K. (2012). La indagación y la enseñanza de las ciencias. *Educación Química*, 23(4), 415-421.
- Robles, M. G., Del Castillo, A. G., & Font, V. (2012). Análisis y valoración de un proceso de instrucción de la derivada. *Educación Matemática*, 24, 5-41.
- Rodrigues, G. R. (2014). *Uma abordagem para o problema do mapa do tesouro aplicado ao ensino da geometria*. 2014. 64f. Dissertação (mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria.
- Rondero, C., & Font, V. (2015). Articulación de la complejidad matemática de la media aritmética. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 29-49.
- Rubio, N. (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemático* (Tesis doctoral no publicada). Universitat de Barcelona, España.
- Ruiz, L. (1998). *La noción de función: Análisis epistemológico y didáctico*. Jaén: Publicaciones de la Universidad de Jaén.
- Ruiz, J. I. (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas objetos y procesos matemáticos* (Tesis doctoral). Universitat de Barcelona, Barcelona.
- Rychen, D. S., & Salganik, L. H. (Eds.) (2004). *Definir y seleccionar las competencias fundamentales para la vida*. Mexico: Fondo de Cultura Económica.
- Sala, G. (2011). *Usos didàctics dels sistemes de numeració antics amb alumnes de Primària*. (Treball de l'assignatura «Recerques Matemàtiques



- Històriques» del Màster de Recerca de Didàctiques Específiques, no publicat). Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i la Matemàtica. Universitat de Barcelona, Catalunya.
- Sala, G., Barquero, B., Font, V., & Giménez, J. (2015). A multidisciplinary approach to model some aspects of historical events. En K. Krainer & N. Vondrovár (Eds.), *Proceedings of the Nine Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 9)* (pp. 923-929) Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME
- Sala, G., Giménez, J., & Font, V. (2013). Tareas matemáticas de contexto histórico cultural para el desarrollo de la competencia de indagación en Primaria. *Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (VII CIBEM)* (pp. 3302-3309). Montevideo: Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (FISEM).
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, meta-cognition, and sense-making in mathematics. En D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan
- Scribner, S. (1984). Studing working intelligence. En J. Lave & B. Rogoff (eds.), *Evereday cognition: its development in social context* (pp. 9-40). Cambridge MA: Harvard University Press.
- Scribner, S. (1986). Thinking in action: Some characteristics of practical thought. En R. Sternberg & R.Wagner (eds.), *Practical intelligence nature and origins of competence in the everyday world* (pp. 13-30). New York: Cambridge University Press.
- Seckel, M. J. (2016). *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática* (Tesi doctoral no publicada). Universitat de Barcelona, Barcelona, España.
- Seckel, M. J., & Font, V. (2015). Competencia de reflexión en la formación inicial de profesores de matemática en Chile. *Praxis Educativa*, 11(19), 55-75.

- Sierpinska A. (1988). Sur un programme de recherche lié à la notion d'obstacle épistémologique. Actes du Colloque: *Construction des savoirs: obstacles et conflits*. Montreal: CIRADE.
- Silverman, J., & Thompson, P. (2008). Toward a framework for the development of mathematical knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(6), 499-511.
- Sobrequés, J. (Director)(1993). *Història de Barcelona* (Vol. 4-5). Barcelona: Enciclopèdia Catalana i Ajuntament de Barcelona.
- Sriraman, B. (2009). The characteristics of mathematical creativity. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 41(1-2), 13-27.
- Stake, R. E. (1994). Cas estudis. En K. Denzin & Y-S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 236-247). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Stake, R. E. (2007). *Investigación con estudios de casos* (4ª Ed.). Madrid: Morata.
- Stein, M., Smith, M., Henningsen, M., & Silver, E. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: a Casebook for Professional Development*. New York: Teachers College Press.
- Swan, M. (2007). The impact of task-based professional development on teachers' practices and beliefs: a design research study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(4-6), 217-237.
- Tamir, P., Nussinovitz, R., & Friedler, Y. (1982). The development and use of a Practical Test Assessment Inventory. *Journal of Biological Education*, 16, 42-50.
- The National Council of Teachers of Mathematics, INC. (2006). *Historical Topics for the Mathematics Classroom*. United States of America: NCTM
- Torras, J. M. & Sobrequés, J. (2005). *Felip V contra Catalunya: testimonis d'una repressió sistemàtica (1713-1715)*. Barcelona: Rafael Dalmau editor.
- Treffers, A. (1987). *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Education: The Wiskobas Project*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

- Tzanakis, C., & Arcavi, A. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. En Fauvel, J. & Van Maanen, J. (Ed.), *History in mathematics education* (pp. 201–240). Païses Baixos: Kluwer Academic Publishers.
- Tzur, R., Sullivan, P., & Zaslavsky, O. (2008). Examining teachers' use of (non-routine) mathematical tasks in classrooms from three complementary perspectives: Teacher, teacher educator, researcher. En O. Figueras & A. Sepúlveda (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, and the 30th North American Chapter* (Vol. 1, pp. 133-137). Mèxico: PME.
- Vilarroya, J. (Dir.) (1999). *Història de Badalona* (p. 84). Barcelona: Museu de Badalona.
- Weinert, F. (2001). Concept of competence: A conceptual clarification. In D. Rychen & L. Salganik (Eds.), *Definition and selection key competencies* (pp. 45–65). Gottingen: Hogrefe & Huber.
- Wilson, P., Cooney, T., & Stinson, D. (2005). What constitutes good mathematics teaching and how it develops: Nine high school teachers' perspectives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(2), 83–111.
- Windschitl, M., Thompson, J., & Braaten, M. (2008). Beyond the scientific method: Model-based inquiry as a new paradigm of preference for school science investigations. *Science Education*, 92(5), 941–967.
- Wittgenstein, L. (1953). *Philosophische Untersuchungen/Philosophical Investigations*. New York: The MacMillan Company.
- Youschkevitch, A. P. (1976). The Concept of Function up to the Middle of the 19 th Century. *Archive for History of Exact Sciences*, 16, 37-85.
- Zabala, J. (2005). *El espacio europeo de educación superior, un reto para la universidad. Competencias, tareas y evaluación, los ejes del currículum universitario*. Barcelona, España: Editorial Octaedro, S.L.
- Zabalza, M. A. (2003). *Competencias docentes del profesorado universitario: calidad y desarrollo profesional*. Madrid, España: Narcea.

Zaslavsky, O., & Sullivan, P. (Eds.) (2011). *Constructing knowledge for teaching: Secondary mathematics tasks to enhance prospective and practicing teacher learning*. New York: Springer.

Zimmerman. M. A., Israel, B.A., Schulz, A., & Checkoway, B. (1992) Further explorations in empowerment theory: An empirical analysis of psychological empowerment. *American Journal of Community Psychology* (Vol. 20, n° 6).

