

Universitat Autònoma de Barcelona
Servei de Biblioteques



1500427538

D'aplicacions marginals a paradigmes

Les fórmules de Klein-Nishina, Møller i Bhabha
en els inicis de l'electrodinàmica quàntica (1928-1947)

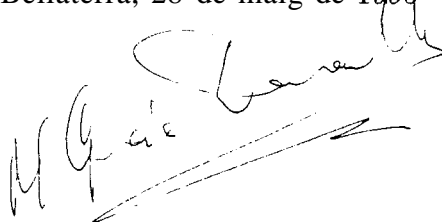
Xavier Roque

Manuel García Doncel, Catedràtic de Física Teòrica de la Facultat de Ciències de la Universitat Autònoma de Barcelona i Director del Seminari d'Història de les Ciències

CERTIFICA

Que la present memòria, *D'aplicacions marginals a paradigmes. Les fórmules de Klein-Nishina, Møller i Bhabha en els inicis de l'electrodinàmica quàntica (1927-1947)*, ha estat realitzada per Xavier Roque i Rodríguez sota la meua direcció, i que constitueix la seva tesi per optar al grau de Doctor en Física dins el Programa d'Història de les Ciències de la Universitat Autònoma de Barcelona.

Bellaterra, 28 de maig de 1993

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'M. García Doncel', with a long horizontal flourish underneath.

Manuel García Doncel

Índex

Introducció	7
Agraïments	15
PART I. DEDUCCIONS TEÒRIQUES	17
1. La deducció original de la fórmula de Klein-Nishina	19
El problema de la intensitat	20
La col·laboració	28
La fórmula	33
Relació inicial amb l'electrodinàmica quàntica	40
2. La deducció original de la fórmula de Møller	47
El primer deixeble danès de Bohr	47
El mètode	49
La fórmula	69
Assimilació immediata per l'electrodinàmica quàntica	83
3. La deducció original de la fórmula de Bhabha	87
<i>Hole theory</i> i radiació còsmica	88
La fórmula	97
PART II. CONTRASTACIONS EXPERIMENTALS	109
4. La contrastació experimental de la fórmula de Klein-Nishina	111
El pas de raigs gamma a través de la matèria	113

Imposició sense resistència	116
Un nou fenomen d'absorció	125
El desvetllament dels mecanismes d'absorció	174
5. La contrastació experimental de la fórmula de Møller	193
La dispersió d'electrons al voltant de 1930	194
Els experiments de Champion	200
Els experiments de Ruark	212
Els experiments conclusius	217
6. La contrastació experimental de la fórmula de Bhabha	223
Primers intents	224
Experiments decisius	234
Epíleg: d'aplicacions marginals a paradigmes	241
Aplicacions negligides	243
Aplicacions exemplars	248
Causes d'un reconeixement diferit	250
Conclusions	257
Bibliografia primària	263
Bibliografia secundària	275
Abreviatures	281

Introducció

A finals de 1927, la jove generació de físics teòrics que acabava de formular la mecànica quàntica contemplava amb optimisme la possibilitat de fusionar-la amb la relativitat especial, i d'aplicar les noves concepcions al camp electromagnètic i la seva interacció amb la matèria. L'optimisme no tardà a esvaïr-se. Després d'uns inicis prometedors, l'*electrodinàmica quàntica* (QED) va caure malalta, i passarien vint anys abans no es recuperés. Durant aquest període la teoria no forma un cos estructurat; havia rebut diverses formulacions equivalents des del punt de vista matemàtic, però no hi havia consens en qüestions tan fonamentals com la necessitat de quantitzar el camp de matèria. Seguint l'ús dels anys trenta, "electrodinàmica quàntica" designa aquí el conjunt de formulacions equivalents de la quantificació del camp electromagnètic.¹

La malaltia de la QED afectava òrgans vitals. L'aplicació rigorosa de la teoria conduïa a prediccions absurdes: les sèries d'aproximació que donaven el valor de magnituds físiques observables divergien; l'energia pròpia de l'electró, el desplaçament relatiu de les línies espectrals, o les variacions en la càrrega de l'electró causades per la polarització del buit, resultaven infinites! El fracàs o la insatisfacció amb els intents realitzats per evitar aquesta catàstrofe van generar una crisi fluctuant però persistent, els efectes de la qual es deixarien sentir sovint al llarg dels anys trenta.²

¹Entre les fonts essencials de l'electrodinàmica quàntica es troben Dirac (1927, 1928), Jordan i Wigner (1928), Heisenberg i Pauli (1929, 1930) i Fermi (1930, 1932); veure també l'antologia de Schwinger (Schwinger 1958). El tractament diferenciat de camps i partícules va ser defensat per Dirac (Kragh 1990, capítol 6). Més endavant es comenta la bibliografia secundària de QED.

²Heitler (1936) compara les divergències de QED a la "catàstrofe ultra-violeta" de la teoria clàssica de radiació (p. x). Les múltiples manifestacions de la crisi de la QED no han passat

No es pot dir que tot fossin problemes. La teoria conduïa a resultats satisfactoris en primera aproximació, a condició d'oblidar que la contribució dels ordres d'aproximació superior era infinita. En general, les divergències eren atribuïdes al col·lapse de la teoria a altes energies, i associades al radi clàssic de l'electró; dins els límits a la consideració puntual d'aquesta partícula, la teoria es podia considerar correcta.³ Però això no eliminava les inconsistències, i els escassos físics preocupats pel futur de la QED es van convèncer que només una revolució conceptual com la que havia suposat la mecànica quàntica permetria superar-les. Una revolució que no arribà a produir-se: el 1947 "revelation came after many years of trouble; when the modern theory of renormalization was established after the war, the majority of physicists agreed that everything was fine and that the long-awaited revolution was unnecessary".⁴

La crisi dels anys trenta contrasta marcadament amb l'apoteosi de finals dels quaranta. L'eliminació dels infinits a través de la redefinició dels paràmetres físics de la teoria (*renormalització*) va convertir la QED en una teoria modèlica, capaç de predir amb una exactitud d'una part en un milió el moment magnètic anòmal de l'electró.⁵ Un dels aspectes més sorprenents d'aquesta metamorfosi és que les coses només canviessin per seguir igual. L'electrodinàmica quàntica de finals dels anys quaranta "was simply the old

desapercebudes; veure Rüger (1992), p. 309: "It is rather obvious that QED was, [from 1927 to 1947], a theory that nobody really liked, that everybody felt should be replaced by a better theory"; Kragh (1990), p. 165 (citant Heitler a Bohr, 16-11-1933, BSC): "By 1934, the majority of physics engaged in quantum field theory felt that the theory was in a state of crisis and that 'for very high energies the theory becomes false' "; Pais parla de "decade of uncertainty" (Pais 1986, p. 362).

³Heitler (1936).

⁴Kragh (1990), p. 167. Cf. Weinberg (1977), p. 17: "The essential element of progress [in quantum field theory since 1930] has been the realization, again and again, that a revolution is unnecessary."

⁵La precisió de la QED és avui proverbial. Pickering (1984) descriu la QED com "the most powerful and accurate dynamical theory ever construed"; Hey i Walters (1987), p. 126: "[QED] is the most successful theory physicists have yet constructed and it has been tested to an astonishing accuracy"; Brown, Dresden i Hoddeson (1989), p. 30: "[QED] still affords the most precise agreement of theory and experiment of any scientific field".

quantum field theory[...] but cast in a form more convenient for calculation, and equipped with a more realistic definition of physical parameters like masses and charges. The continued vitality of the old quantum field theory after fifteen years of attempts to find a substitute is truly impressive.”⁶

La subsistència de la QED desafia idees ben establertes sobre la naturalesa del progrés científic. Què va impulsar la teoria en la seva travessa del desert? La qüestió ha estat examinada des d'un punt de vista teòric ("quina sèrie de desenvolupaments formals va fer avançar la teoria?"), i ha motivat la reconsiderado de coneguts models de canvi científic.⁷ En aquesta tesi és considerada des del punt de vista de la pràctica experimental. La majoria de processos elementals de la QED susceptibles de contrastació experimental van ser estudiats durant el període crític de la teoria. A més dels fenòmens de frenat per radiació (*bremstrahlung*), i de creació i anihilació de parelles, aquest és el cas dels diferents modes d'interacció entre les partícules que descriu la teoria, fotons i electrons. L'estiu de 1928, Oskar Klein i Yoshio Nishina van aplicar l'equació de l'electró de Dirac al càlcul de la intensitat dispersada en l'efecte Compton (la col·lisió d'un fotó amb un electró). Quatre anys després, Christian Møller publicava una anàlisi teòrica del pas d'electrons d'alta energia a través de la matèria on es considerava la interacció entre dos electrons lliures, i es donava la fórmula que la descriu correctament en primera aproximació. El 1935, Homi Bhabha es basà en el tractament de Møller per calcular la dispersió d'un positró per un electró.

Actualment les fórmules de dispersió de Klein i Nishina, Møller i Bhabha, es dedueixen fàcilment mitjançant les millores formals introduïdes a finals dels anys quaranta, i figuren entre les aplicacions exemplars de QED. La seva

⁶Weinberg (1977), p. 29. Cf. la introducció a la tercera edició del clàssic de Heitler: "As time went on [the quantum theory of radiation] became, as it were, more and more correct" (Heitler 1936, 3a ed., p. xi).

⁷Rüger (1989, 1992). De seguida tornem sobre l'orientació teòrica de la historiografia de QED.

deducció s'utilitza per il·lustrar els mètodes de càlcul de la teoria, i la seva corroboració experimental s'addueix en suport de la teoria.⁸ La rellevància dels processos de dispersió en les presentacions actuals de la QED ha fet que s'assumís que eren igualment rellevants quan van aparèixer. En un text recent, els processos fonamentals que hem esmentat representen "the most impressive successes of early quantum field theory", i s'afirma que "they were in reasonable agreement with experiment".⁹ La presentació actual de les fórmules suggereix que van ser deduïdes a partir de la QED, i que el seu acord aproximat amb les dades experimentals va contribuir a mantenir la teoria amb vida. Estan justificades aquestes consideracions? Aquesta tesi és una anàlisi històrica del status original dels processos de dispersió.

L'electrodinàmica quàntica ha estat poc freqüentada pels historiadors de la física del segle XX. Desenvolupaments previs —especialment el de la relativitat i la mecànica quàntica— i el "nou ordre" científic i institucional establert des de la fi de la Segona Guerra Mundial, han centrat preferentment l'atenció dels historiadors. L'escassa historiografia de la QED reflexa, d'altra banda, la tendència a primar la reflexió teòrica sobre l'activitat experimental.¹⁰ Disposem així d'una imatge més o menys acurada de la gènesi i evolució conceptual de l'electrodinàmica quàntica, però no dels desenvolupaments experimentals paral·lels. Rüger es pregunta "how theoretical physicists[...] proceed

⁸Per avançar només un dels exemples que es donaran al capítol final: Itzykson i Zuber detallen el càlcul de la secció eficaç de les dispersions Møller i Bhabha "as an illustration of the diagrammatic machinery", després d'haver considerat en una secció anterior l'efecte Compton com a primer "exemple simple" per **il·lustrar** els mètodes desenvolupats fins aquell moment (Itzykson i Zuber 1985, pp. 224 i 276).

⁹Georgi (1990), p. 449. No hi fa res que Georgi no pretengui donar una versió històrica autoritzada. Al contrari, el seu text es valúo com a font primària perquè denota la percepció d'un físic teòric professional. Un físic amb més consciència històrica destaca igualment les fórmules de dispersió com a èxits en primer ordre de l'electrodinàmica quàntica dels anys trenta (Pais 1986, pp. 374-376). Al capítol final es donen més exemples.

¹⁰A Gooding, Pinch i Schaffer (1989) es revisa la significació de l'activitat experimental. Veure també Hacking (1983), Franklin (1986), Galison (1987).

in a situation of extreme cognitive uncertainty and *with very little guidance from experiments*", però no justifica la darrera observació.¹¹ Weinberg, en un article intel·ligent i equilibrat, no troba un sol experiment dels anys trenta que afectés significativament el desenvolupament de la teoria.¹² Schwinger no inclou cap article experimental anterior a 1947 en la seva selecció de clàssics de QED. En aquest cas, no deixa de ser sorprenent que la recuperació de la teoria s'expliqui sovint per l'aparició de noves dades experimentals. Com explica el mateix Schwinger, "further progress came only with the spur of experimental discovery"; l'article de Lamb i Retherford sobre l'estructura fina de l'hidrogen, i el de Foley i Kusch sobre el moment magnètic de l'electró, troben així un lloc a la seva antologia.¹³

D'altra banda, els dos estudis existents sobre la contrastació experimental de la QED en els anys trenta s'han limitat a la radiació còsmica, amb el resultat que sovint es considera els raigs còsmics el camp de contrastació natural de la teoria.¹⁴ El fet que les fórmules de dispersió fossin exclusivament analitzades mitjançant radiacions radioactives, es passa fàcilment per alt.¹⁵ Tant pel

¹¹Rüger (1992), p. 310 (èmfasi afegit).

¹²Weinberg (1977). La supremacia de la teoria és també evident en Cini (1982), Darrigol (1982, 1984, 1986, 1988) i Schweber (1984). Veure Doncel (1982) per una aproximació a la història de la física de partícules que comprèn l'etapa inicial de la QED.

¹³Schwinger (1958), p. x. Aquesta és la idea més estesa sobre la revitalització de la QED; cf. Schweber (1989), p. 302, Morrison (1986), Weinberg (1977) i Pickering (1984). De moment, només Rüger ha qüestionat aquesta interpretació proposant a canvi l'abandonament de l'expectativa de derivar la càrrega i la massa de l'electró, entre d'altres constants fonamentals, a partir de la teoria: "A plausible reason for the greater appeal of renormalization techniques in QED in 1947 than in 1938 is to be found in the changed background of expectations for QED" (Rüger 1992, p. 335). Tothom reconeix la influència dels profunds canvis socials i institucionals del període de postguerra, però la seva contribució al triomf de la QED no ha estat totalment desvetllada.

¹⁴Cassidy (1981), Galison (1983).

¹⁵Darrigol afirma per exemple: "Les formules donnant les probabilités de diffusion dans la théorie de Dirac[...] furent soumises au verdict de l'expérience dans le domaine des énergies relativistes, grace à la source naturelle de particules très énergétiques que constituaient les rayons cosmiques. L'histoire de la confrontation des calculs d'électrodynamique et des données de la physique des rayons cosmiques est complexe en raison des difficultés

que fa a la relació genèrica entre teoria i experiment, com a la significació de certes pràctiques experimentals, és necessari equilibrar la imatge que posseïm de l'etapa inicial de l'electrodinàmica quàntica.

La tesi s'estructura en dues parts, una de teòrica i una altra d'experimental. En cada part s'analitzen successivament els tres processos de dispersió. Aquesta divisió convé especialment en el cas de les deduccions teòriques, estretament relacionades entre si. L'anàlisi teòrica parteix de la relació dels tractaments de Klein i Nishina, Møller i Bhabha amb els desenvolupaments teòrics que els havien precedit i els hi donaven sentit. A continuació s'ha reconstruït el procés de deducció original a partir del material d'arxiu existent, en gran part inèdit. No es tracta d'una qüestió de detall, sinó de saber en quin context i per quines raons es va abordar el càlcul dels processos de dispersió. La reconstrucció es complementa amb una anàlisi tècnica dirigida a revelar els recursos desplegats en la deducció original i la suposada relació amb la QED. Com veurem, les fórmules van ser deduïdes al marge de l'electrodinàmica quàntica del moment. Però era realment la seva connexió amb la teoria tan remota com suggerien els articles originals? L'anàlisi teòrica es completa amb una indagació sobre els vincles de les fórmules amb la QED que revela que les fórmules van ser recuperades sense demora a partir de la teoria. Res no impedia, en principi, considerar-les com a aplicacions de la QED; que fossin considerades així o no és una altra qüestió, que examinarem després d'analitzar la seva carrera experimental.

A la part experimental es descriuen els intents realitzats per contrastar les fórmules durant els anys trenta. En el cas de les fórmules de Møller i Bhabha, l'escassetat o inexistència d'experiments ha fet que l'estudi s'estengués als primers anys cinquanta. En qualsevol cas, l'èmfasi s'ha posat en el context

experimentales diverses et des problemes d'identification des particules en presence" (Darrigol 1982, p. 14).

en què es realitzen els experiments i en la motivació dels experimentadors. La fórmula de Klein-Nishina, com veurem, va ser repetidament contrastada en les anàlisis exhaustives de l'absorció de raigs gamma realitzades al voltant de 1930. S'estava contrastant amb aquests experiments l'electrodinàmica quàntica? De fet, en l'únic estudi històric de la contrastació experimental de la fórmula de Klein-Nishina s'afirma que els experiments es van iniciar "as a test of relativistic quantum mechanics".¹⁶ La situació de les fórmules de dispersió en el context de la física dels anys trenta suggereix una altra explicació de la diversitat de reaccions que van suscitar.

La tesi es completa amb un epíleg i unes conclusions. A l'epíleg es dona un tractament unificat dels temes plantejats i es proposen algunes tesis de caràcter històric sobre la gènesi de la base experimental de l'electrodinàmica quàntica. S'hi estudien els efectes de la deducció i contrastació experimental de les fórmules sobre la QED, i s'argumenta que els processos de dispersió només van esdevenir aplicacions paradigmàtiques de la teoria després de la renormalització. L'argument es basa essencialment en textos de mecànica quàntica, física nuclear i electrodinàmica quàntica dels anys trenta fins als vuitanta, però no es limita a aquest tipus de literatura. Al final s'exposen les conclusions més significatives.

¹⁶Brown i Moyer (1984), p. 130. S'ha d'afegir, però, que Brown i Moyer reconeixen immediatament la importància d'aquests experiments per a la física de la radiació còsmica i el nucli.

Agraïments

El professor Manuel García Doncel proposà el tema d'aquesta tesi, i l'ha dirigida amb dedicació a través de diversos cursos de doctorat. Li estic molt agraït per això, així com per haver impulsat l'estudi de la història de la ciència a l'Autònoma: no hauria estat materialment possible realitzar el treball sense la infraestructura del Seminari d'Història de les Ciències i la biblioteca de l'ICI (Centre Borja), ara en aquesta universitat. Li estic també agraït a Karl von Meyenn, Jordi Cat i Anna Maria Oller, que van contribuir amb comentaris i suggeriments a l'inici del treball, i especialment a l'Antoni Malet, que hi ha contribuït fins al final.

Agraeixo el permís per usar i citar material d'arxiu al Master, Fellows i Scholars del St. John's College (Cambridge); a la Niels Bohr Library del Center for History of Physics, AIP (Nova York); al Niels Bohr Archive (Copenhaguen); a la Sra. Ulla Frisch (arxiu de Lise Meitner, Churchill College, Cambridge); als Hoover Institution Archives (Stanford); i a la Sra. Hélène Langevin (arxiu de Marie Curie i Frederic Joliot, Institut Curie, París). G. T. P. Tarrant ha resultat un corresponsal generós.

El treball ha estat finançat parcament pel Ministerio de Educación y Ciencia en forma de beca FPI; hi ha contribuït parcialment la DGICYT (programa de recerca PS8S-0020) i el Center for History of Physics (American Institute of Physics, Nova York), a través del seu programa de *grants-in-aid*.

A qui més dec és a la meva família i la de la meva dona. Sense el seu ajut no hauria pogut escriure això en tan bones condicions. Tot el que digués del suport de la meva dona seria poc. Gràcies a tots.

PART I

Deduccions teòriques

CAPÍTOL 1

La deducció original de la fórmula de Klein-Nishina

El 1922, Arthur H. Compton va comprovar que la longitud d'ona de raigs X dispersats en grafit a 90° s'incrementava en una quantitat definida ($0,024 \text{ \AA}$) independent de la longitud d'ona de la radiació incident. És ben sabut que el descobriment de Compton i la seva interpretació teòrica del fenomen acabarien impulsant definitivament la hipòtesi dels quanta de llum —“fotons” a partir de 1926. Aquesta hipòtesi proporcionava una explicació simple de la *cinemàtica* del procés de dispersió. Assumint la naturalesa discreta de la radiació i visualitzant la interacció com la col·lisió elàstica entre un quantum de llum i un electró, l'increment en la longitud d'ona se seguia directament de les lleis de conservació del moment i l'energia. Però si la longitud d'ona de la radiació dispersada podia ser calculada a partir d'un principi general, no així la seva intensitat: la probabilitat que el fotó incident fos dispersat en una certa direcció venia donada per la *dinàmica* de la interacció, i per calcular-la s'havia de recórrer a una teoria fonamental de la interacció entre radiació i matèria.

Al llarg dels anys vint, les solucions al "problema de la intensitat" es van anar succeint al ritme dels canvis en la comprensió teòrica del mecanisme d'interacció. La formulació de la mecànica quàntica primer, i l'aparició de l'equació de l'electró de Dirac després, van modificar sensiblement les bases pel càlcul de la intensitat, i en ambdós casos l'efecte Compton va constituir una aplicació natural. La darrera i més reeixida de les solucions que es van donar al problema, la que Oskar Klein i Yoshio Nishina van elaborar conjuntament l'estiu de 1928, és l'objecte d'aquest capítol.

L'anàlisi de Klein i Nishina presenta més elements de continuïtat que no de ruptura. Els càlculs previs de la intensitat constitueixen el seu punt de partida,

i veurem per començar quin aspecte presentava el problema en el moment que els físics de Copenhaguen decideixen reconsiderar-lo. A una reconstrucció de les circumstàncies de la seva col·laboració, seguirà una anàlisi de la deducció original de la fórmula de Klein-Nishina que mostra que va ser deduïda al marge dels escassos elements d'electrodinàmica quàntica disponibles aleshores. A la darrera secció considerarem l'inici del procés de reconversió de la fórmula en una de les aplicacions exemplars d'aquesta teoria, procés que s'inicià poc després de la seva aparició.

EL PROBLEMA DE LA INTENSITAT

El primer càlcul teòric de la intensitat de la radiació dispersada per un electró va ser realitzat per J. J. Thomson en els primers anys d'aquest segle. A pesar de l'enorme distància conceptual que separa la proposta de Thomson de la resta de tractaments que considerarem, la idea subjacent al seu càlcul —identificar el camp de radiació de l'electró amb la radiació dispersada— no es modificaria substancialment. En la imatge de Thomson, la radiació incident fa oscil·lar l'electró (lligat elàsticament a l'àtom) i aquest dipol oscil·lant es constitueix en emissor de la radiació dispersada. L'electró oscil·la amb la freqüència de la radiació incident, i emet radiació d'aquesta mateixa freqüència. Un càlcul elemental dona per la intensitat de la radiació dispersada a una distància r de l'electró¹

$$I_{Th}(\theta) = I_0 \frac{e^4}{m^2 c^4 r^2} \frac{1 + \cos^2 \theta}{2}, \quad (1)$$

on I_0 és la intensitat de la radiació incident, θ l'angle de dispersió, e i m la càrrega i la massa de l'electró. La secció eficaç diferencial és $\frac{I(\theta)r^2}{I_0} d\Omega$; integrant en $\hat{\Omega}$ s'obté la secció eficaç total

$$\sigma_{Th} = \frac{8\pi}{3} \frac{e^4}{m^2 c^4}. \quad (2)$$

¹Els detalls del càlcul de Thomson es poden trobar a nombrosos llibres de text, entre ells el del mateix Thomson (Thomson 1903). Per la història del càlcul veure Stuewer (1975), capítol 1.

Malgrat que els elements característics del càlcul de Thomson —dispersió sense canvi en la longitud d'ona i simetria *backward-forward*—havien estat refutats experimentalment abans que esclatés la Primera Guerra Mundial, la influència del seu raonament es deixa sentir en el tractament quàntic que Compton feu del problema el 1922, tant revolucionari des del punt de vista cinemàtic com continuïsta des del dinàmic. Després de calcular la freqüència de la radiació dispersada a partir de la hipòtesi del quantum de llum,

$$\nu_{\theta} = \nu_0 \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)}, \quad (3)$$

($a = h\nu_0/mc^2$), Compton observava que aquesta no és més que la freqüència Doppler de la radiació dispersada per un electro que es mou amb velocitat $v = \frac{c\alpha}{1 + \alpha}$ en la direcció de la radiació incident.² La freqüència de la radiació dispersada es podia calcular clàssicament considerant, en lloc de l'electró dispersat (*recoil electron*), aquest altre electró de velocitat uniforme; si aquests dos mètodes predeien el mateix canvi en la freqüència, raonava Compton, "they must also result in the same change in intensity of the scattered beam". Mitjançant aquest mètode "indirecte i no del tot rigorós" Compton obtenia per la intensitat de la radiació dispersada

$$I(\theta) = I_0 \frac{e^4}{m^2 c^4 r^2} \left(\frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)} \right)^5 \left(\frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right). \quad (4)$$

El càlcul de Compton, basat en l'electromagnetisme clàssic, difícilment podia donar compte d'un efecte quàntic, el que es pot dir també de la resta d'intents realitzats entre 1923 i 1925 per calcular la intensitat.³ En conjunt, aquests articles són un clar exemple de la imbricació de consideracions

²Compton només ha de comparar l'expressió (3) amb la corresponent a la freqüència Doppler d'un emissor de velocitat v :

$$\nu_{\theta} = \nu_0 \frac{1}{1 + \frac{v}{c-v}(1 - \cos \theta)}.$$

³Compton (1923). Per la resta de tractaments (fins a sis) veure Compton (1926), pp. 296-305. Cf. Kallmann i Mark (1926), Wentzel (1925).

clàssiques i quàntiques que caracteritza el desenvolupament de la teoria quàntica, i que va adoptar l'expressió més definida en el principi de correspondència. En la primera formulació completa que en feu Bohr, el 1918, el principi de correspondència era una regla heurística que permetia deduir la freqüència i intensitat de les línies espectrals en base al moviment dels electrons en les seves òrbites. En tant que analogia formal que regulava l'aplicabilitat de conceptes i teories clàssics a la mecànica de l'àtom, el principi jugaria un paper cabdal en el desenvolupament de la teoria quàntica i en la creació de la nova mecànica quàntica. La seva incorporació, el 1925, a la mecànica matricial de Heisenberg —“a symbolic system naturally and automatically integrating the formal analogy expressed in the correspondence principle”—⁴ el feia virtualment innecessari, però el principi va seguir sent aplicat durant la resta dels anys vint, experimentant fins i tot una certa revifada al començament dels anys trenta. La persistència de raonaments basats en la noció de correspondència un cop formalitzada la mecànica quàntica és un fet notable que, a diferència de la seva funció durant el període de desenvolupament de la teoria, ha rebut fins el moment escassa atenció.⁵

Dues de les tres solucions equivalents al problema de la intensitat aparegudes el 1926 exemplifiquen aquesta situació. A finals de 1925, Gregory Breit, a Washington, justificava mitjançant un argument de correspondència la conjectura que de la mateixa manera que la freqüència de la radiació dispersada era “a properly taken mean of the classical Doppler shift[...] the amount of light scattered in various directions may be determined if it is assumed that the intensity in the quantum theory equals a proper average of the intensities

⁴Darrigol (1992), p. 83.

⁵Sobre el principi de correspondència, veure Meyer-Abich (1965), Jammer (1966), Rud Nielsen (1976). Més recentment, Petruccioli (1988) i especialment Darrigol (1992) n'han precisat la naturalesa i significació històrica. Aquestes anàlisis, però, no s'estenen més enllà de l'aparició de la mecànica de matrius de Heisenberg. Sobre la revalorització del principi al voltant de 1930, veure p. 55. Kragh (1992) descriu breument les aplicacions del principi en la segona meitat dels anys vint.

scattered according to the classical shift".⁶ Per "properly taken mean" Breit entenia el següent. Aplicant una transformació de Lorentz a la relació (3), Breit havia calculat la freqüència de la radiació que *seria dispersada* per l'electró secundari en la direcció θ ,

$$\nu_{cl} = \nu_0 \frac{1}{[1 + \alpha(1 - \cos \theta)]^2} = \frac{\nu_\theta^2}{\nu_0}, \quad (5)$$

i notat la relació

$$v\theta = \sqrt{\nu_0 \nu_{cl}} \quad (6)$$

entre la freqüència de la radiació dispersada i les freqüències que serien dispersades per l'electró en els estats inicial i final "on the basis of classical relativity". Breit observava, tanmateix, que en les aplicacions del principi de correspondència "attention is paid to the classical frequency in every intermediate step", i especulava sobre la possibilitat que la radiació incident imprimís gradualment a l'electró el seu impuls final. Aquesta hipòtesi es "justificava" considerant a h com una variable (compresa entre 0 i el valor numèric de la constant de Planck) i observant que el promig de ν_{cl} sobre h coincidia amb ν_θ

$$\bar{\nu}_{cl} = \frac{1}{h} \int_0^h \frac{\nu_0}{(1 + a\nu_0 x)^2} dx = \frac{\nu_0}{1 + a\nu_0 h} = \nu_\theta, \quad (7)$$

on $a = \frac{1 - \cos \theta}{mc^2}$. Aplicant el mateix raonament a la intensitat de la radiació dispersada, Breit obtenia una fórmula per la intensitat que diferia en un factor $(\nu/\nu_0)^3$ de la de Thomson, i que representava "de forma satisfactòria" els resultats experimentals

$$I = I_{Th} \left(\frac{\nu}{\nu_0} \right)^3 = I_0 \frac{e^4}{2m^2 c^4 r^2} \frac{1 + \cos^2 \theta}{[1 + \alpha(1 - \cos \theta)]^3}. \quad (8)$$

La qüestió de la intensitat, tanmateix, es trobava ja en el punt de mira de la nova mecànica quàntica. L'abril de 1926, Paul Dirac arribava independentment

⁶Breit (1926), p. 362. Breit precisava que la seva no era una aplicació rigorosa del principi perquè hauria estat necessari obtenir "a description of the possible atomic states by means of phase integrals" (*ibid.*, p. 363).

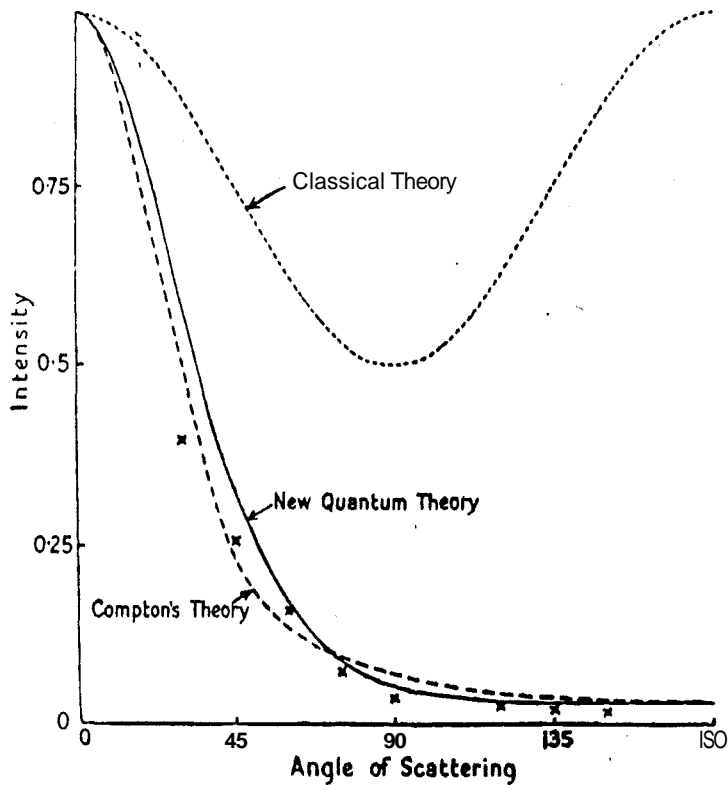


Figura 1. La representació gràfica que va fer Dirac de les fórmules de Thomson, Compton, i Breit-Dirac-Gordon, incloent-hi les dades experimentals de Compton (×). Es tracta d'un dels casos excepcionals en què Dirac va utilitzar una figura en un dels seus articles. Dirac va deduir-ne la correcció de la seva fórmula, i l'existència d'errors sistemàtics en les mesures de Compton (Dirac 1926a, p. 422).

a aquest mateix resultat ("the first physical result obtained from the new quantum mechanics that had not been previously known") a partir de la seva àlgebra de "q-numbers", inspirada per la mecànica matricial de Heisenberg.⁷ De forma excepcional en ell, Dirac comparava gràficament la seva fórmula amb les de Thomson i Compton, i amb les dades experimentals del mateix Compton (figura 1). La seva conclusió era la mateixa a què havia arribat Breit: comptant

⁷Dirac (1926a), p. 421; Dirac feia referència a l'article de Breit en una nota afegida durant la correcció. Dirac escrivia explícitament la secció eficaç total corresponent a l'expressió (8)

$$\sigma = \frac{3\sigma_{Th}}{4} \frac{1+\alpha}{\alpha^3} \left\{ \frac{2\alpha(1+\alpha)}{1+2\alpha} - \log(1+2\alpha) \right\}.$$

amb un error sistemàtic del 25% en les dades de Compton, la fórmula de la "nova teoria quàntica" superava la resta.⁸

En aparèixer l'article de Dirac, els primers articles de la sèrie de Schrödinger sobre l'equació d'ona acabaven de ser publicats, i pel setembre Walther Gordon havia comprovat que la fórmula obtinguda per Breit i Dirac se seguia també de la mecànica ondulatoria. Abans que acabés l'any, el mateix Dirac utilitzaria l'equació d'ona per construir els elements de matriu i recuperar, un cop més, la fórmula (8) per la intensitat.⁹

Dels diversos mètodes utilitzats per deduir la fórmula de la intensitat, el de Gordon ens interessa especialment perquè proporcionaria a Klein i Nishina l'estructura bàsica del seu càlcul. L'article de Gordon és el que justifica que el seu nom designi, junt amb el de Klein, l'equació escalar que s'obté a partir de l'hamiltonià clàssic per una partícula relativista. Seguint Schrödinger, Gordon oferia una interpretació electromagnètica de la funció d'ona, observant que la quantitat

$$j_{\mu} = \frac{1}{i} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x_{\mu}} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x_{\mu}} \right),$$

($\mu = 1 \dots 4$, $x_4 = ict$) satisfieia una equació de continuïtat, i que les seves components podien ser interpretades com les densitats de càrrega i corrent associades a la funció d'ona d'un electró lliure.¹⁰ L'anàlisi de Gordon es basa

⁸Dirac (1926a), p. 422; cf. Breit (1926), p. 371.

⁹Dirac (1926b), Gordon (1927); veure també Beck (1926). Comparant el seu tractament amb el de Gordon, explica Dirac que en el seu article "the wave equation is used merely as a mathematical help for the calculation of the matrix elements, which are then interpreted in accordance with the assumptions of matrix mechanics" (Dirac 1926b, p. 507).

¹⁰Gordon (1927), Schrödinger (1926). L'anomenada equació de Klein-Gordon,

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \psi = 0,$$

que en realitat va ser deduïda independentment per varis físics entre abril i setembre de 1926, s'obté a partir de l'hamiltonià $H^2 = \mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4$ associant en la forma usual els operadors $i\hbar(\partial/\partial t)$, $(\hbar/i)\nabla_k = (\hbar/i)(\partial/\partial x^k)$ a l'energia E i el moment p_k , respectivament. A pesar que l'equació es podia considerar com la generalització relativista natural de l'equació de Schrödinger, es veia desvirtuada pel seu fracàs en l'explicació de l'estructura fina, que va ser reconegut immediatament. L'aparició de l'equació de Dirac va relegar-la a l'oblit fins el

essencialment en el càlcul d'aquestes densitats.¹¹ A partir de les solucions $\psi(\mathbf{p})$ a l'equació de Klein-Gordon en presència del camp associat a la radiació incident, es construeix la solució general

$$\Psi = \int C(p) \psi(\mathbf{p}) d^3\mathbf{p},$$

on $p = |\mathbf{p}|$ i $C(p)$ és una constant de normalització que inclou el "pes" de la solució de moment p . Després es formen les densitats de càrrega i corrent corresponents a Ψ , amb l'ajut d'un argument de correspondència. La freqüència i la intensitat de la radiació dispersada s'obtenen finalment a partir de l'expressió pels potencials retardats (potencials de Liénard-Wiechert).¹² Gordon recuperava d'aquesta manera els resultats més significatius de Breit, la fórmula per la intensitat i la relació de freqüències (6). En la seva única conclusió, Gordon precisava a partir d'aquesta relació en quin sentit la noció de correspondència informava el seu resultat:¹³ *"La freqüència i intensitat quàntiques de l'efecte Compton són iguals a la mitjana geomètrica de les magnituds clàssiques corresponents als estats inicial i final del procés."*

Oskar Klein no només va formular independentment de Gordon l'equació que duu el seu nom, sinó també les expressions corresponents per les densitats de càrrega i corrent.¹⁴ El 1927, Klein va mostrar en un article amb l'eloqüent títol de "Electrodinàmica i mecànica ondulatoria des del punt de vista del principi de correspondència", la significació que el principi retenia per a aquestes

1934, quan va ser reinterpretada per Pauli i Weisskopf com a equació de camp per partícules carregades sense spin. Kragh (1981) conté una excellent anàlisi històrica de l'equació de Klein-Gordon i la gènesi de l'equació de Dirac. Veure també Kragh (1984).

¹¹Gordon (1927), p. 125: "Die Quantengesetze der Bewegung und Ausstrahlung ergeben sich aus der Kenntnis der Dichten [j_μ]."

¹²Ibid., p. 126: "Um die Funktionen C zu bestimmen, vergleichen wir die 'Quantenbewegung' [...] mit der klassischen Bewegung."

¹³Ibid., p. 133: "Die Quantenfrequenz und Intensität des Comptoneffektes sind gleich dem geometrischen Mittel aus den entsprechenden klassischen Größen im Anfangs- und Endzustand des Prozesses."

¹⁴Sobre Klein, veure p. 31.

dues teories.¹⁵ En la formulació de Klein, la "generalització racional" (per usar el terme de Bohr) d'expressions clàssiques depèn crucialment de la construcció de les densitats de càrrega i corrent:¹⁶

Donat que volem relacionar directament la mecànica ondulatoria amb les equacions de camp electromagnètiques, suposarem que els fenòmens electromagnètics corresponents a les magnituds ρ_n i \mathbf{j}_n donen, en el sentit del principi de correspondència de Bohr, una expressió quantitativa dels efectes observables relacionats amb la presència d'un àtom a l'estat estacionari en qüestió [representat per n].

Les expressions mecànico-ondulatòries per les densitats de càrrega i corrent esdevenen així el punt de contacte entre les expressions clàssiques i les seves versions quàntiques. Aquesta transposició i avaluació en un marc conceptual diferent és descrita en l'article de Klein mitjançant el terme *korrespondenzmaBig*, que ve a dir "segons el principi de correspondència". El que es caracteritza de *korrespondenzmaBig* és la manera de considerar les equacions de Maxwell en la mecànica ondulatoria, o la manera d'avaluar en la nova teoria expressions ben conegudes de l'electromagnetisme clàssic, com l'equació de continuïtat o la relació dels camps amb els potencials.

El mateix article contenia varis exemples d'aquest procediment, entre ells l'efecte Compton. Klein deduïa les expressions de Compton per al canvi de freqüència seguint un raonament molt similar al de Gordon —el mateix, en essència, que aplicaria en l'article amb Nishina— però deixava de banda el

¹⁵Klein (1927). L'article es basava en la convicció "that a kind of, so to say, practical quantization is needed in order to get wave mechanics to agree with experimental facts"; la seva redacció "proceeded very slowly under numerous discussions with Bohr" (Klein 1989, p. 80).

¹⁶Klein (1927), p. 419: "Indem wir hier die Wellenmechanik in direkter Verbindung mit den elektromagnetischen Feldgleichungen zu verwerten suchen, werden wir annehmen, daß die den Größen ρ_n und \mathbf{j}_n entsprechenden elektromagnetischen Erscheinungen im Sinne des Bohrschen Korrespondenzprinzips einen quantitativen Ausdruck geben für die an die Anwesenheit eines Atoms in dem betreffenden stationären Zustand geknüpften beobachtbaren Wirkungen".

problema de la intensitat (*Intensitätsfrage*), que Breit i Dirac havien tractat recentment. En una nota afegida durant la correcció de proves, Klein feia referència a l'article de Gordon destacant que s'hi donessin les mateixes expressions relativistes per les densitats de càrrega i corrent.¹⁷

Al llarg de 1927 van aparèixer diverses reelaboracions teòriques de l'efecte Compton que no van afectar les conclusions de Breit, Dirac i Gordon.¹⁸ Al mateix temps sovintejaven els intents per incloure la relativitat, fins i tot la relativitat general, dins la mecànica quàntica. L'equació de Klein-Gordon, el més prometedor d'aquests intents, fracassà tanmateix en la seva aplicació a l'àtom d'hidrogen. Dirac va proposar el gener de 1928 una nova equació d'incerta interpretació física, que tanmateix va impressionar per la senzillesa formal del seu plantejament i la inclusió natural del spin.¹⁹ L'equació de Dirac era de primer ordre —el que es considerava essencial per la teoria de transformacions i havia estat un dels factors determinants del treball de Dirac— i descrivia l'electró mitjançant funcions d'ona a quatre components. Les bases per la discussió del problema de la intensitat es van veure d'aquesta manera substancialment alterades, i amb la mateixa rapidesa que el problema havia estat considerat des de la mecànica quàntica, ho fou tenint en compte la nova equació de l'electró.

LA COL·LABORACIÓ

En aparèixer l'equació de Dirac, el físic japonès Yoshio Nishina s'apropava al final d'una llarga estada de recerca i aprenentatge a Europa. Becat per l'Institut de Recerca Física i Química de Tokyo (RIKEN), Nishina havia iniciat

¹⁷*Ibid.*, p. 442.

¹⁸Schrödinger (1927), Wentzel (1927a, b). Veure PBI [150, 151, 162, 166].

¹⁹Dirac (1928a, b). Sobre la gènesi de l'equació de Dirac, vegi's Kragh (1981) i (1990), capítol 3; Moyer (1981a, b, c). Les solucions d'energia negativa eren el principal problema de l'equació de Dirac, i l'únic element que impedia la seva completa acceptació (veure Kragh 1990, pp. 65-66, i Doncel 1993a pel cas de Heisenberg).

a Cambridge, la primavera de 1921, el procés de formado que li havia de permetre consolidar al seu retorn la posició científica del Japó.²⁰ Nishina encara passaria per Göttingen abans de recalar, la primavera de 1923, a l'Institut de Física Teòrica de Copenhaguen, disposat a estudiar “[Bohr’s] theory of spectra and atomic constitution in general” i col·laborar amb la resta d'investigadors del laboratori.²¹

L'institut havia estat inaugurat només dos anys abans, però en aquest curt període de temps havia esdevingut, sota la direcció de Bohr, un centre de recerca internacionalment reconegut. El geni dialèctic de Bohr dominava l'atmosfera de treball de l'institut i era un component essencial de l'anomenat "esperit de Copenhaguen" —“a broad approach to problems and the freedom to pursue one's own research”—, que durant els anys vint i trenta exerciria una enorme atracció entre la reduïda comunitat de físics teòrics.²² Des d'aquest mirador privilegiat, Nishina va assistir a la gestació de la nova mecànica

²⁰Nascut el 1890 prop d'Okoyama, Nishina havia estudiat enginyeria elèctrica abans d'iniciar-se en la física de la mà de H. Nagaoka, el físic japonès de major prestigi en les dues primeres dècades d'aquest segle. Director d'un laboratori propi dins de RIKEN a partir de 1931, Nishina es dedicaria durant els anys trenta a la investigació en física nuclear i radiació còsmica. El laboratori de Nishina no es va quedar al marge de la carrera per les altes energies: els esforços de Nishina per dotar el laboratori amb un accelerador potent van culminar el 1944, en plena guerra, quan un ciclotró comparable al de Lawrence va entrar en operació. Des del final de la guerra fins a la seva mort el 1951, l'activitat de Nishina —com la d'altres científics de prestigi en països ocupats— es centraria en la reconstrucció de l'estructura científica del seu país i la restauració de la cooperació internacional, dins els límits fixats pels vencedors. La majoria de dades biogràfiques de Nishina provenen de Kubo (1991), una de les contribucions al Yoshio Nishina Centennial Symposium (Tokyo, 1990). A pesar del to hagiogràfic, les actes del simposi (Suzuki i Kubo 1991) contenen informació d'interès sobre l'aportació de Nishina al desenvolupament de la física japonesa durant les dècades de 1930 i 1940.

²¹Nishina a Bohr, 25-3-1923 (BSC-14). Part de la correspondència de Nishina ha estat publicada per la Nishina Memorial Foundation (NMF 1983, 1984, 1985, 1986, 1990).

²²Aaserud (1990), p. 6. No era estrany que el tracte amb Bohr produís sobre els visitants de l'institut una forta impressió, descrita per alguns d'ells en termes d'“exaltació” o “embriaguesa” (Kragh 1992, p. 301; Rozental 1968). A les excepcions sobre els efectes positius del contacte amb Bohr que esmenta Aaserud, es podrien afegir els casos de H. A. Kramers i, en cert sentit, Klein (Dresden 1987, p. 294).

quàntica alhora que desenvolupava un treball de naturalesa experimental; i és que encara que excel·lís per la recerca teòrica, l'institut havia estat concebut sobre la base d'una estreta connexió entre l'activitat teòrica i l'experimental, que al llarg dels anys vint es centraria en l'espectroscopia de raigs X —base empírica de la nova mecànica de l'àtom.²³ Les publicacions de Nishina entre 1923 i 1927 corresponen a aquesta àrea de recerca.

L'estiu de 1927, Nishina va abandonar Copenhaguen sense un pla definit per als mesos que li restaven abans de partir d'Europa a finals d'any.²⁴ Després d'un intent infructuós d'aprendre francès, Nishina es desplaçà a Hamburg l'octubre de 1927 "to learn theoretical things from Pauli".²⁵ Nishina es trobava a Hamburg quan Dirac va donar a conèixer l'equació de l'electró; també s'hi trobava Gordon, que va comprovar immediatament que la nova equació permetia recuperar la fórmula d'estructura fina de Sommerfeld. A mitjan febrer, Nishina va fer saber a Bohr de l'èxit de Gordon i de la sensació causada per l'article de Dirac.²⁶ Probablement, Nishina acariciava ja la possibilitat d'acomiar-se de Europa amb una contribució teòrica original: encara no una setmana després, va demanar a Dirac una separata del seu article, "[as] I hope to calculate Compton effect according to your new theory".²⁷ Segons Klein, va ser Gordon qui va suggerir el problema a Nishina; és molt probable que Nishina, un teòric neòfit, no s'hagués decidit a abordar el càlcul si l'experiència

²³Robertson (1979), Aaserud (1990).

²⁴Nishina a Dirac, 11-6-1927 (PAMD 3/1): "I have not a fixed plan yet, but I shall come to Germany and France to learn languages, then about at the end of this year I shall come to England to stay for a short time. After that I shall cross to America and go back to Japan."

²⁵Nishina a Bohr, 16-8-1927, 11-11-1927 (BSC-14). A finals d'agost, Nishina va rebre inesperadament el darrer pagament de la beca de la fundació Rask-Orsted que l'havia mantingut durant part de la seva estada a Copenhaguen; és probable que aquest canvi en la seva situació econòmica determinés un canvi de plans (Bohr a Nishina, 27-8-1927, 6-9-1927; Nishina a Bohr, 1-9-1927, BSC-14).

²⁶Nishina a Bohr, 19-2-1928 (BSC-14), on no s'esmenta l'efecte Compton, com tampoc en Nishina a Dirac, 10-2-1928 (PAMD 3/2).

"Nishina a Dirac, 25-2-1928 (PAMD 3/2).

li hagués permès intuir les dificultats que presentava.²⁸

L'article de Dirac no només va generar expectació a Hamburg. A Copenhaguen es va saber de la imminent publicació a través de C. G. Darwin i R. Fowler (mentor de Dirac a Cambridge), abans que el mateix Dirac, a manca de separates, enviés a Bohr un resum de l'article.²⁹ Klein, que en aquells moments col·laborava en la docència a l'institut a l'espera d'incorporar-se a una càtedra de matemàtiques i física matemàtica a Estocolm, va estudiar àvidament aquest resum.³⁰ El seu interès per la unificació de gravetat i electromagnetisme en una teoria 5-dimensional li va fer atendre especialment als aspectes del treball de Dirac relacionats amb "les idees generals d'espai i temps".³¹ A primers de març, amb ocasió d'un viatge a Holanda, Klein va arribar-se a Cambridge per discutir directament amb Dirac aquestes qüestions.³²

La correspondència relativa a la breu estada de Klein a Cambridge no inclou cap referència, a l'efecte Compton.³³ Klein, tanmateix, ja havia considerat

²⁸Entrevista de L. Rosenfeld i J. Heilbron a Klein, 28-2-1963 (OHI-3), pp. 16 (referència a Gordon) i 20: "[Nishina] had read Dirac's paper very carefully, but[...] still he was quite a beginner." Klein, un teòric expert, assegura en la mateixa entrevista: "I think that if I had been alone, I never would have done it."

²⁹Darwin a Bohr, 26-12-1927 (BSC-9), Fowler a Bohr, 5-1-1928 (BSC-10), Dirac a Bohr, 18-1-1928 (BSC-9). Cf. Kragh (1990), p. 62.

³⁰Oskar Klein (1894-1977) havia estat un dels primers assistents de Bohr, i al llarg dels anys vint seria un dels seus col·laboradors més propers. Entre les seves aportacions més significatives durant aquest període es troben l'equació de Klein-Gordon (1926), i la segona quantificació del camp de bosons (1927, amb Jordan), encara que el seu interès primordial seria l'elaboració d'una teoria unificada (5-dimensional) de gravetat i electromagnetisme. El 1931 Klein va ocupar la seva càtedra a Estocolm, on desenvoluparia la resta de la seva carrera. Veure Kragh (1984), Meyenn i Baig (1990); Dresden (1987) i Epskong (1991) contenen breus referències a l'activitat de Klein durant els anys vint.

³¹Entrevista de L. Rosenfeld i J. Heilbron a Klein, 28-2-1963 (OHI-3), p. 15: "Bohr got a short summary manuscript which he lent me at that time, so I began to study it"; per la reacció de Klein, veure Bohr a Dirac, 27-2-1928 (BSC-9).

³²Nishina a Jordan, 1-3-1928 (AHQP-18) i Klein a Dirac, 13-4-1928 (PAMD 3/2). Cf. Klein (1989), p. 82: "Early in the new year Bohr sent me to Cambridge to learn more about [Dirac's paper on the electron]. This impressed me so much that for a time I abandoned completely my general relativity speculation."

³³Klein a Dirac, 13-4-1928 i 7-5-1928 (PAMD 3/2); Klein a Bohr (des de Cambridge),

anteriorment el problema, no només en l'article sobre el principi de correspondència que hem considerat a la secció anterior, sinó també durant una estada a Leiden el 1926, en un intent amb G. Uhlenbeck (motivats per l'aparició del primer article de Dirac sobre l'efecte Compton) que no va reeixir.³⁴ Al seu retorn a Copenhaguen, Klein va coincidir amb Nishina, que acabava d'arribar d'Hamburg, i ambdós van acordar "that he [Nishina] should try it and I should try to guide him".³⁵

Aparentment, en arribar l'estiu de 1928 Nishina "had — quite obviously — not been able to do more than a general preparation of the problem", i Klein es va veure totalment implicat en el càlcul.³⁶ Els dos físics treballarien conjuntament en el problema a Lundeborg, el lloc d'estiueig de Klein. La magnitud dels càlculs necessaris els va fer témer la possibilitat de cometre un error, i per evitar-ho van realitzar els càlculs independentment: "He sat in his room at the pension, I sat at home, and we calculated and compared. Of course, first our things differed. I really got the correct result first, but it was first by only a very little bit — he got it immediately afterwards. But we checked all those; we did every detail, both of us, on all those calculations."³⁷

11-3-1928 (BSC-13).

³⁴Klein (1989), p. 79: "One day Ehrenfest brought us a new paper by Dirac containing a quantum dynamical theory of the Compton effect which we tried to read, but without success. It occurred to me that it could be treated the Schrödinger way in analogy with the transitions from one atomic stationary state to another, the states being here those of an electron in a box under the influence of a radiation field. Uhlenbeck and I began to calculate but, although it looked all right qualitatively, we never reached the quantitative result in the short time then at our disposal." Cf. Klein a Bohr (des de Leiden), 22-6-1926 (BSC-13).

³⁵Entrevista de L. Rosenfeld i J. Heilbron a Klein, 28-2-1963 (OHI-3), p. 20.

³⁶Klein, *To the memory of Yoshio Nishina*, manuscrit del 1975 conservat a NMF, citat per Epskong (1991), p. 29. Cf. entrevista a Klein (nota anterior), p. 20: "I felt, in some way, that since I had put Nishina on this — or at least contributed to putting him on this — then I was very strongly bound to help to have it carried through"; *ibid.*, p. 16: "The summer came, and we hadn't got very far in it"; Nishina a Dirac, 14-6-1928 (PAMD 3/2): "I cannot come to Leiden before you leave, because the work with Klein is not yet finished."

³⁷Entrevista de L. Rosenfeld i J. Heilbron a Klein, 28-2-1963 (OHI-3), p. 17, que es pot contrastar amb Klein a Meitner, 4-2-1930 (LM 5/10): "Natürlich besteht bei einer Formel,

A primers de juliol, Klein va informar Bohr que havien començat a redactar un esborrany i que esperaven completar-lo aviat. La nota preliminar destinada a *Nature* on s'avançava el resultat final correcte va ser signada el 3 d'agost.³⁸ Nishina es referia probablement al problema de la intensitat per radiació polaritzada quan, cinc dies després, explicava a Bohr des de Copenhaguen que el seu treball "has not come to a definite end and we shall start again when Klein comes back here at the middle or the end of this month and hope to finish it in September".³⁹ Nishina va abandonar definitivament Copenhaguen a la primera d'octubre, i Klein va ultimar els preparatius per la publicació. El manuscrit definitiu no va ser rebut a *Zeitschrift für Physik* fins el 30 d'octubre, juntament amb un article de Nishina on es discutia la qüestió de la polarització.⁴⁰

LA FÓRMULA

Klein i Nishina reconeixien obertament en la introducció del seu article ("Sobre la dispersió de radiació per electrons lliures segons la nova dinàmica quàntica relativista de Dirac") que la solució que proposaven al problema de la intensitat seguia, de prop la de Gordon, que es basava "en l'aplicació de la mecànica ondulatoria segons el principi de correspondència".⁴¹ La recent aparició de l'equació de l'electró de Dirac justificava que les dues primeres sec-

die das Resultat einer langwierigen algebraischen Rechnung ist, immer die Möglichkeit eines Rechenfehlers. Doch halte ich diese Möglichkeit hier für wenig wahrscheinlich, da Herr Nishina und ich um sicher zu sein, die Ganze Rechnung in alien Einzelheiten unabhängig von einander durchgingen."

³⁸Klein a Bohr, 6-7-1928 (BSC-13). Klein i Nishina (1928).

³⁹Nishina a Bohr, 8-8-1928 (BSC-14).

⁴⁰Nishina (1929a). Nishina havia avançat el seu resultat per la intensitat de la radiació dispersada en cas que el feix incident estés polaritzat, en una nota a *Nature* signada a Copenhaguen el 29 de setembre (Nishina 1928). Els càlculs van ser repassats per C. Møller, que hi va detectar un error; Klein i Bohr van redactar una segona nota corregint-lo (Nishina 1929b). Veure Klein a Nishina, 27-10-1928, 2-12-1928, i 23-1-1929 (NMF 1986).

⁴¹Klein i Nishina (1929), p. 853: "Wir haben uns hierbei der von Gordon gegebenen Behandlung angeschlossen, die auf einer korrespondenzmäßigen Verwertung der Wellenmechanik beruht."

cions estessin dedicades a unes "observacions orientatives" sobre l'equació i les solucions per un electró lliure; la interpretació física d'aquestes solucions es basava, d'acord al plantejament exposat per Klein al seu article sobre el principi de correspondència, en la construcció de les densitats de càrrega i corrent corresponents.⁴²

Klein i Nishina es limitaven "naturalment" a les solucions d'energia positiva de l'equació de Dirac, descartant les d'energia negativa com a carents de sentit físic. La seva reacció no era en absolut anòmala: l'existència de solucions d'energia negativa era el problema més important i patent de la teoria de Dirac, però no sembla haver representat inicialment un impediment seriós a l'hora d'aplicar la teoria. Només quan es constatés la necessitat de tenir-les en compte per obtenir una descripció física completa, s'intentaria donar-ne una interpretació física.⁴³

A la tercera secció de l'article ("Solució de l'equació d'ona per un electró en un camp de radiació monocromàtica") s'entrava en matèria. Klein i Nishina consideren un electró d'energia E i moment p que és "il·luminat" per un feix

⁴²*Ibid.*, p. 855. A pesar de la connexió, en aparença directa i aproblemàtica, del càlcul de Klein i Nishina amb els tractaments anteriors, Klein observaria posteriorment que el mètode a seguir no va estar clar des d'un principi: "I was trying, first, to use the method that I had outlined in that correspondence paper I had intended to use it here. That was to have the electron waves in a box, to make the states discrete, and then to calculate the transitions between such discrete states. I tried to have the Dirac waves in a box, but one couldn't do that because there were four components there, and one couldn't make them all zero without making the whole zero. Then I tried to have a potential to include them, to have it more physical, and I couldn't do that either[...] so finally I looked at Gordon's paper and used the way he had done it" (entrevista de L. Rosenfeld i J. Heilbron a Klein, 28-2-1963 (OHI-3), p. 16). Tanmateix, no està clar que a l'article sobre el principi de correspondència s'utilitzi aquest mètode.

⁴³Kragh (1981), p. 63; Kragh (1990), p. 65. El mateix Klein va plantejar amb claredat el problema de les solucions d'energia negativa a finals de 1928, en tractar segons la nova teoria la reflexió d'electrons en una barrera de potencial. Per valors prou alts del potencial, els electrons que traspassaven la barrera posseïen una energia cinètica negativa, resultat que aviat va ser conegut com a "paradoxa de Klein" (Klein 1929). Veure p. 42.

de radiació monocromàtic, descrit pel potencial vector

$$\mathbf{A} = \mathbf{a} e^{i\nu(t - \frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}}{c})} + \mathbf{a}^\dagger e^{-i\nu(t - \frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}}{c})}, \quad (9)$$

on \mathbf{a} i \mathbf{a}^\dagger són vectors complex conjugats, perpendiculars al vector unitari \mathbf{n} en la direcció de propagació del feix. Segons Dirac, l'electró satisfà l'equació

$$\left\{ \frac{\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{E}}{c} + \boldsymbol{\alpha}\cdot(\mathbf{p} + \frac{\mathbf{A}}{c}) + \beta mc \right\} \psi = 0, \quad (10)$$

on $\boldsymbol{\alpha}$ i β són les matrius de Dirac ($\beta = \gamma^0$, $\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\gamma}^i$).

Klein i Nishina busquen solucions aproximades (de primer ordre en $|\mathbf{A}|$) a aquesta equació de la forma

$$\psi(\mathbf{p}) = \left\{ 1 + g(\mathbf{p}) e^{i\nu(t - \frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}}{c})} + g^\dagger(\mathbf{p}) e^{-i\nu(t - \frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}}{c})} \right\} \psi_0(\mathbf{p}), \quad (11)$$

$$\phi(\mathbf{p}) = \phi_0(\mathbf{p}) \left\{ 1 + f(\mathbf{p}) e^{i\nu(t - \frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}}{c})} + f^\dagger(\mathbf{p}) e^{-i\nu(t - \frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}}{c})} \right\}, \quad (12)$$

on $\psi_0(\mathbf{p})$ i $\phi_0(\mathbf{p})$ són solucions hermítico-conjugades a l'equació de Dirac per un electro lliure,⁴⁴

$$\psi_0(\mathbf{p}) = u(\mathbf{p}) e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - \mathbf{p}\cdot\mathbf{r}), \quad \phi_0(\mathbf{p}) = u^\dagger(\mathbf{p}) e^{\frac{i}{\hbar}(Et - \mathbf{p}\cdot\mathbf{r}), \quad (13)$$

i f , f^\dagger , g i g^\dagger són matrius 4×4 que es determinen per substitució. Klein i Nishina les expressen en funció de les amplituds de camp elèctric i magnètic associades a \mathbf{A} .

Conegut l'efecte de la radiació incident sobre l'electró, és possible calcular el camp de radiació. En primer lloc es formen les solucions generals

$$\Phi = \int \phi(\mathbf{p}) d^3\mathbf{p}, \quad \Psi = \int \psi(\mathbf{p}) d^3\mathbf{p}, \quad (14)$$

prescindint d'entrada d'una normalització particular. La densitat de corrent associada a aquestes solucions

$$\mathbf{j} = ec \Phi \boldsymbol{\alpha} \Psi = ec \int \int \phi(\mathbf{p}) \boldsymbol{\alpha} \psi(\mathbf{p}') d^3\mathbf{p} d^3\mathbf{p}', \quad (15)$$

⁴⁴Preservem la distinció entre Ψ i ϕ (que no és més que ψ^\dagger), però hem actualitzat la notació de les amplituds u (Klein i Nishina representen u^\dagger per v).

es construeix a continuació "a la manera del principi de correspondència" (*in korrespondenzmäßiger Weise*), tal com havia mostrat Klein en el seu article de 1927.⁴⁵ La densitat de corrent \mathbf{j} genera el camp que identifiquem amb la radiació dispersada, segons la coneguda expressió pels potencials retardats

$$\mathbf{A}'(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}(t - r/c)}{r} d^3\mathbf{r},$$

on \mathbf{A}' descriu el camp de radiació, i $r = |\mathbf{r}|$.

Per avaluar aquesta integral, Klein i Nishina segueixen el procediment de Gordon, que ha utilitzat el teorema de Fourier. Fins aquí, \mathbf{p} i \mathbf{p}' denoten simplement dues variables d'integració; l'aplicació del teorema de Fourier limita els seus valors possibles a aquells que verifiquen les relacions de Compton, i permet identificar-les amb el moment inicial i final de l'electró dispersor. Klein i Nishina obtenen d'aquesta manera el potencial vector $\mathbf{A}'(\mathbf{p}', \mathbf{p})$ associat a la transició de l'electró entre els estats \mathbf{p} i \mathbf{p}' ,

$$\mathbf{A}'(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \frac{(2\pi\hbar)^3}{r} \frac{E'}{mc^2} \frac{\nu'}{\nu} \left\{ e^{i\nu'(t-r/c)} u'^{\dagger} [\boldsymbol{\alpha} g(\mathbf{p}') + f(\mathbf{p}) \boldsymbol{\alpha}] u + c.c. \right\}, \quad (16)$$

on ν i ν' són les freqüències de les radiacions incident i dispersada.

Aquest potencial vector "determina completament el camp de radiació corresponent a un cert efecte Compton"

$$\mathbf{H}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \mathbf{V} \times \mathbf{A}(\mathbf{p}', \mathbf{p}), \quad \mathbf{E}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = \mathbf{H}(\mathbf{p}', \mathbf{p}) \times \mathbf{n}',$$

on \mathbf{H} és la intensitat de camp magnètic, \mathbf{E} la de camp elèctric, i \mathbf{n}' la direcció d'observació.⁴⁶

Klein i Nishina obtenen la intensitat de la radiació dispersada, a partir de $|\mathbf{H}_0|^2$, el mòdul quadrat de la intensitat de camp magnètic en cas que l'electró dispersor es trobi inicialment en repòs. Només en el càlcul d'aquesta magnitud s'entreveuen els elements de matriu que actualment utilitzem per descriure

⁴⁵Klein (1927), p. 417.

⁴⁶Klein i Nishina (1929), p. 862: "Durch die Größe $[\mathbf{A}']$ ist das Strahlungsfeld, das zu einem bestimmten Comptoneffekt gehört, vollständig bestimmt."

de forma compacta el procés d'interacció,⁴⁷ en el càlcul s'introdueixen, així mateix, nombroses relacions algebraïques de les matrius de Dirac, que denoten el caràcter pioner del treball. Després de promitjar sobre els spins dels electrons, Klein i Nishina obtenen per a $|\mathbf{H}_0|^2$

$$|\mathbf{H}_0|^2 = \frac{e^4}{m^2 c^4 r^2} \left(\frac{\nu'}{\nu} \right)^3 \left\{ \left(\frac{\nu}{\nu'} + \frac{\nu'}{\nu} \right) \varepsilon^2 - 2(\mathbf{n}' \cdot \varepsilon)^2 \right\}, \quad (17)$$

on \mathbf{n}' és un vector unitari en la direcció d'observació, i e el vector de polarització de la radiació incident. Aquesta és la primera versió que conté l'article de la fórmula de Klein-Nishina. Introduint l'angle θ entre la direcció de la radiació incident i la d'observació, tenint en compte la relació $\frac{I}{I_0} = \frac{|\mathbf{H}_0|^2}{2\varepsilon^2}$, i promitjant sobre els possibles estats de polarització del feix incident, s'obté per la intensitat de la radiació dispersada

$$I = \frac{I_0 e^4}{2m^2 c^4 r^2} \frac{1 + \cos^2 \theta}{[1 + \alpha(1 - \cos \theta)]^3} \left\{ 1 + \alpha^2 \frac{(1 - \cos \theta)^2}{(1 + \cos^2 \theta)[1 + \alpha(1 - \cos \theta)]} \right\}, \quad (18)$$

($a = h\nu_0/mc^2$). Aquesta és la fórmula de Klein-Nishina per la intensitat, que correspon a la secció eficaç diferencial. El darrer terme, d'ordre α^2 , la distingeix de la de Dirac-Gordon; les diferències amb la fórmula de Thomson, en canvi, són només d'ordre a . Per les longituds d'ona investigades per Compton, la diferència amb la fórmula de Dirac-Gordon no era massa apreciable (figura 2).

La secció eficaç total (per electró) s'obté fàcilment a partir de la intensitat de la radiació dispersada. $\frac{I}{h\nu} d\Omega$ dona "el nombre de quanta que són dispersats (per electró) en un element d'angle sòlid $d\Omega$ en la direcció θ ". A cada fotó dispersat correspon, però, un fotó incident d'energia $h\nu_0$, de forma que la pèrdua d'energia per dispersió en aquesta direcció és $\frac{I\nu_0}{\nu} d\Omega$. Integrant en Ω s'obté finalment per la secció eficaç⁴⁸

⁴⁷*Ibid.*, p. 865: "Es handelt sich also um eine Summe von Gliedern von der Form $[\bar{u}(\mathbf{p}') \alpha u(\mathbf{p}) \cdot \bar{u}(\mathbf{p}) \beta u(\mathbf{p}')]]$, die wir nach der Phasen zu mitteln haben, wo a und β zwei Matrizen sind."

⁴⁸Klein i Nishina (1929), p. 868: "Multiplizieren wir nämlich den Ausdruck [(18)] mit

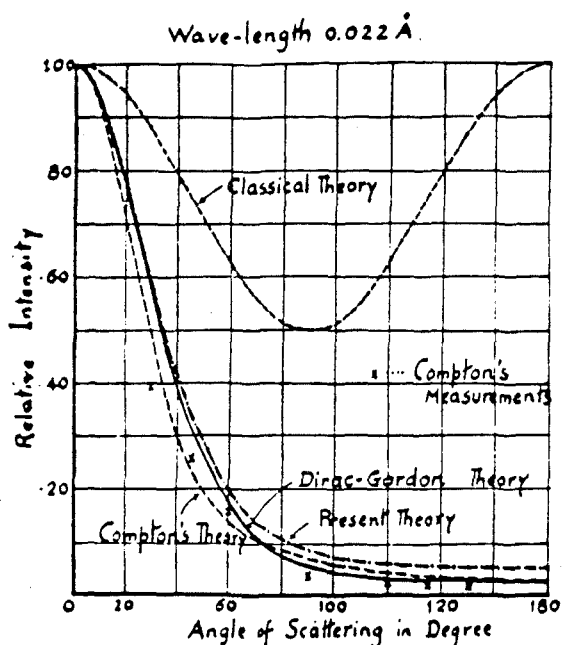


Figura 2. La fórmula per la intensitat de Klein i Nishina (*Present theory*) en front les fórmules proposades anteriorment. La comparació amb les dades experimentals de Compton (x) no 15 era inicialment massa favorable. Però modificant l'estimació de la longitud d'ona dels raigs γ utilitzats per Compton, l'acord amb les dades experimentals millorava sensiblement (Klein i Nishina 1928, p. 399).

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{2\pi e^4}{m^2 c^4} \left\{ \frac{1 + \alpha}{\alpha} \left[\frac{2(1 + \alpha)}{1 + 2\alpha} - \frac{1}{\alpha} \xi(1 + 2\alpha) \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{2\alpha} \log(1 + 2\alpha) - \frac{1 + 3\alpha}{(1 + 2\alpha)^2} \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

Aquesta és la fórmula de Klein-Nishina per la secció eficaç total per electró. Multiplicant per la densitat d'electrons s'obté el coeficient d'absorció —una magnitud més significativa, a finals dels anys vint, per l'experimentador.⁴⁹ Al

$d\Omega/h\nu$, so bekommen wir die Anzahl von Quanten, die in einem Raumwinkel $d\Omega$ in der Richtung O von einem Elektron gestreut werden. Zu jedem gestreuten Lichtquant gehört aber ein einfallendes Lichtquant von der Größe $h\nu_0$, so daß der Energieverlust der einfallenden Strahlung durch Streuungen in dieser Richtung an einem Elektron gleich $\nu_0 d\Omega/\nu$ mal dem Ausdruck [(18)] ist".

⁴⁹Veure la primera secció del capítol 4.

llarg dels anys trenta, la denominació "fórmula de Klein-Nishina" s'aplicarà indistintament a les expressions per la secció eficaç total (19) o diferencial (18), deixant que el context marqui la diferència.

La fórmula de Klein i Nishina s'imposà amb notable facilitat sobre les fórmules de dispersió anteriors. Al capítol 4 veurem que aquesta acceptació va ser deguda, en part, al fet que la fórmula s'adeia millor amb les escasses dades sobre absorció de raigs γ disponibles en el moment de la seva aparició. Tanmateix, en els primers comentaris que suscità la fórmula és aparent també una predisposició favorable basada en consideracions teòriques. La resenya apareguda a *Nature*, el març de 1929, d'un dels primers intents de contrastació de la fórmula, denota l'actitud prevalent:⁵⁰ "The formula of Klein and Nishina is not only the most satisfactory of the three [Compton, Dirac, and Klein and Nishina] theoretically, but it also agrees best with somewhat meagre data which are available concerning the absorption of gamma rays of known frequency". Per a un dels experimentadors inicialment implicats en l'avaluació de la fórmula, la teoria havia proporcionat finalment una base fiable per la discussió del problema de la intensitat.⁵¹ A finals de 1930, el pedigree teòric i les credencials experimentals de la fórmula eren adduïts pels autors del conegut i influent *Radiations from Radioactive Substances* per excloure de la seva discussió les fórmules de Dirac-Gordon i Compton: "Since the Klein-Nishina formula is to be preferred on theoretical grounds to the two others, and as we shall see later agrees on the whole well with experiment, we shall simplify the discussion by retaining it alone."⁵²

Aquesta reacció positiva denota la confiança que inspiraven els fonaments

⁵⁰*Nature* 123 (March 9, 1929), p. 389.

⁵¹Skobelzyn (1929b), p. 597: "Es hat den Anschein, als ob diesmal von der Theorie eine viel sichere Grundlage für die Entscheidung der betrachteten Intensitätsfragen gewonnen wurde."

⁵²Rutherford, Chadwick i Ellis (1930), p. 464.

del càlcul de Klein i Nishina. D'una banda, "el procediment teòrico-quàntic habitual per calcular la radiació dispersada", un mètode de fiabilitat contrastada basat en l'aplicació a la nova mecànica quàntica del vell principi de correspondència. De l'altra l'equació de Dirac, que a pesar dels problemes d'interpretació no podia representar millor la física de l'electró.⁵³ La fórmula de Klein-Nishina era el primer resultat nou que proporcionava l'equació de Dirac, i la connexió amb aquesta teoria seria l'aspecte més reiterat a l'hora de precisar el significat de la fórmula.⁵⁴

RELACIÓ INICIAL AMB L'ELECTRODINÀMICA QUÀNTICA

Pel paper crucial que hi juga la noció de correspondència amb el tractament clàssic, la deducció original de la fórmula de Klein-Nishina participa més de l'esperit de la vella mecànica quàntica que del d'una electrodinàmica quàntica incipient. Ningú no diria veient l'article de Klein i Nishina que Dirac havia formulat, un any abans, una teoria quàntica del camp electromagnètic.⁵⁵ Klein i Nishina eren els primers de preguntar-se si la nova fórmula s'obtidria també a partir de la teoria de radiació de Dirac, i és una altra mostra de la seva confiança en el mètode de correspondència que no n'esperessin més que una corroboració del seu resultat.⁵⁶ No va passar massa temps abans que la seva expectativa es veiés confirmada. El 1930, en dos articles apareguts en un interval de pocs mesos, es mostraven les connexions de la fórmula amb els

⁵³Klein a Meitner, 4-2-1930 (LM 5/10): "Die Berechnung beruht erstens auf die neue Diracsche Dynamik der Elektronen, zweitens auf das übliche quantentheoretische Verfahren zur Berechnung der Ausstrahlung."

⁵⁴L'equació de Dirac havia estat immediatament aplicada a l'àtom d'hidrogen per W. Gordon i C. G. Darwin, però només per recuperar la fórmula d'estructura fina de Sommerfeld (Kragh 1990, pp. 63-65).

⁵⁵Dirac (1927). Veure Kragh (1990), capítol 6.

⁵⁶Klein i Nishina (1929), p. 853: "Man wird erwarten, daß die von Dirac gegebene Strahlungstheorie, die eine Berücksichtigung der Strahlungsdämpfung erlaubt, in diesem Falle ein übereinstimmendes Resultat gibt, wenn es sich um die erste Näherung in bezug auf die Intensität der Primärstrahlung handelt."

dos intents més prominents realitzats fins aquells moments per elaborar una electrodinàmica quàntica.

El primer era obra d'Ivar Waller, un físic suec que ensenyava a Upsala i visitava assíduament els instituts de Zuric i Copenhaguen.⁵⁷ Waller, que el 1925 s'havia doctorat amb una anàlisi teòrica de la dispersió de raigs X en àtoms i molècules, publicà el 1928 una nova fórmula de dispersió basada en "el mètode de les densitats de càrrega i corrent mecànic-ondulatòries creat per Schrödinger, i desenvolupat per Gordon i Klein".⁵⁸ Waller hi observava que un tractament complet i satisfactori passaria per l'aplicació de la teoria de radiació de Dirac —aplicació que, tanmateix, el va conduir un any després a idèntic resultat.⁵⁹ Aquests són els antecedents de "La dispersió de la radiació en electrons lliures i lligats segons la mecànica relativista de Dirac", l'article que Waller presentà el febrer de 1930. A la part dedicada a electrons lliures, que Waller havia, considerat a, suggerència de Pauli, es recuperava la fórmula de Klein-Nishina.⁶⁰

Dues raons justificaven per a Waller la publicació d'una nova deducció de la fórmula. En primer lloc, el fet que la teoria de radiació de Dirac posseís una "significació general" que transcendia la particularitat del "mètode [de correspondència] de Gordon". Segon, l'interès de mostrar "el significat dels estats intermedis d'energia negativa". La referència a estats intermedis responia a una conceptualització radicalment diferent del procés de dispersió.

La teoria, de radiació de Dirac descriu l'absorció i emissió d'un fotó. En aquesta teoria "no es dona cap procés de dispersió pròpiament dit", ja que la dispersió d'un fotó no és més que la successió d'un procés d'absorció i un

⁵⁷PBII, pp. 46 i 111.

⁵⁸Waller (1928), p. 213: "Bei der Ableitung der Streuformel wird hier die von Schrödinger begründete und im Falle des Einelektronenproblems von Gordon und von Klein weiter ausgebildete Methode der wellenmechanischen Ladungs- und Stromdichte benutzt."

⁵⁹Waller (1929).

⁶⁰Waller (1930), p. 844.

d'emissió.⁶¹ En aquesta imatge de la col·lisió entre un fotó i un electró apareixen estats intermedis entre els estats inicials i finals. Es poden distingir dos casos: l'electró absorbeix el fotó incident abans d'emetre el fotó secundari; o bé l'electró emet el fotó secundari abans d'absorbir el fotó incident. Waller descrivia el procés d'interacció en termes molt similars als que utilitzem actualment.

La intensitat de la radiació dispersada venia donada per un sumatori sobre els possibles estats intermedis, limitats per la conservació del moment però no de l'energia (a cada valor del moment corresponen dos valors de l'energia de signes oposats). Waller va comprovar que per obtenir la fórmula de Klein-Nishina s'havia de considerar tant els estats intermedis d'energia positiva com els d'energia negativa. De fet, la seva contribució relativa depenia de tal manera de la freqüència de la radiació incident que per recuperar la fórmula clàssica de dispersió només calia considerar estats intermedis d'energia negativa! El resultat de Waller confirmava que aquests estats ominosos eren una part essencial de la teoria de l'electró i no podien ser menystinguts.

Dirac, conscient des d'un principi del problema, acabava de proposar una solució que feia realitat alhora el vell somni de la unificació de la matèria. Per evitar la transició dels electrons als estats d'energia negativa, Dirac va omplir-los gairebé tots de manera que el principi d'exclusió de Pauli els fes inaccessible. Després va identificar el protó amb l'absència d'un electró (un "forat") en aquesta distribució uniforme i infinita d'electrons d'energia negativa. "A theory of electrons and protons", un dels articles més polèmics de Dirac, va veure la llum en el primer número de 1930 dels *Proceedings* de la Royal Society.⁶² Dirac feia referència al resultat de Waller observant que "in some important practical cases nearly all the scattering comes from in-

⁶¹*Ibid.*, p, 837: "Die Streuprozesse kommen dann durch Aufeinanderfolge von Absorptions- und Emissionsprozessen zustande. Es treten keine wahren Streuprozesse auf."

⁶²Dirac (1930a). Veure la primera secció del capítol 3 per una discussió més detallada de la "hole theory".

intermediate states with negative energy for the electron".⁶³ Però així com Dirac s'interessava pel significat físic dels estats d'energia negativa, Waller els havia considerat des d'un punt de vista formal, i havia ignorat al seu article la interpretació de Dirac.

La reacció d'Igor Tamm a la teoria d'electrons i protons de Dirac no podia ser més oposada a la de Waller. Per a Tamm, un físic rus tan proper a Dirac com era humanament possible, la "teoria unitària de l'electricitat" havia "il·luminat com un llampec" el problema dels estats d'energia negativa.⁶⁴ La idea inverosímil de Dirac s'havia difós també com un llamp. A finals de novembre, Dirac anticipà a Bohr l'essència del seu article; a finals de desembre, Tamm examinava a Moscú una còpia d'aquesta carta en mans d'Ehrenfest.⁶⁵ El físic rus, que havia estat reconsiderant recentment la dispersió Compton, s'havia adonat independentment de Waller del paper crucial jugat pels estats intermedis d'energia negativa. Però a diferència de Waller, Tamm no va completar ni publicar la seva anàlisi fins que no va disposar d'una interpretació física com la proposada per Dirac.⁶⁶

Tamm va obtenir inicialment una fórmula de dispersió diferent de la de Klein-Nishina. Les diferències, d'ordre α , només eren significatives a energies elevades, com les dels raigs còsmics.⁶⁷ Aquest resultat no sembla haver sorprès massa a Tamm, ja que abans de repassar els càlculs estava disposat a publicar-lo.⁶⁸ Però Dirac es mostrà escèptic:

⁶³Dirac (1930a), p. 365n; cf. cartes de Waller a Dirac (juliol-desembre 1929) a PAMD 3/2.

⁶⁴Tamm a Dirac, 5-2-1930 (PAMD 3/2): "Die Idee, die ganze Frage der negativen Energie auf den Kopf zu stellen und aus der vermutlichen Schwierigkeit eine unitäre Theorie der Elektrizität zu schaffen — wenn man sie einmal erfährt, dann leuchtet sie wie ein Blitz ein!". Tamm acabava de rebre una separata de l'article de Dirac.

⁶⁵Dirac a Bohr, 26-11-1929 (BSC-9), Tamm a Dirac, 5-2-1930 (PAMD 3/2). Veure p. 93.

⁶⁶Tamm a Dirac, 5-2-1930 (PAMD 3/2).

⁶⁷La fórmula de Klein-Nishina va ser immediatament aplicada al càlcul de la longitud d'ona dels raigs còsmics, que a finals dels anys vint eren considerats una radiació electromagnètica d'alta freqüència. Veure capítol 4.

⁶⁸Tamm a Dirac, 5-2-1930 (PAMD 3/2).

I think it very remarkable that you should have found a different formula for the scattering of radiation by free electron. I have recently been looking into this question myself, and my work confirms the Klein-Nishina formula. I think you should still get this formula when you use the method of quantization of waves. Are you sure you have not made a mistake?

Dirac es referia a la consideració del problema que havia fet en una seqüela al seu article sobre electrons i protons. Al nou article, dedicat al problema de l'anihilació, es proporcionava "a justification for the scattering formula of Klein and Nishina, which was deduced by these authors with the help of classical analogies not rigorously proved to be consequences of general quantum mechanics".⁶⁹

Tamm, que ja havia descobert l'error per si mateix, s'inclinà davant l'"omnisciència" de Dirac i es disposà a publicar els càlculs. L'article resultant ("Sobre la interacció d'electrons lliures amb la radiació segons la teoria de l'electró de Dirac i l'electrodinàmica quàntica") va ser rebut a *Zeitschrift für Physik* a primers d'abril de 1930, encara no dos mesos després que el de Waller.⁷⁰ Per a Tamm, el tractament asimètric que s'havia donat a l'efecte Compton era poc satisfactori des del punt de vista lògic (*logisch unbefriedigend*): mentre l'equació d'ona de l'electró es quantificava, la radiació dispersada es tractava segons el principi de correspondència. El que es necessitava era un tractament quàntic consequent, que les teories de radiació de Dirac, i dels camps d'ona de Heisenberg i Pauli, feien possible.⁷¹ A través de la quantificació dels camps de radiació i matèria, Tamm "confirmava" al seu article el resultat *korrespondenzmäßig* de Klein i Nishina. Com Waller, Tamm descrivia la col·lisió com

⁶⁹Dirac (1930b), p. 361; veure també p. 373. L'expressió de Dirac denota l'escassa estima que sentia pel principi de correspondència, al que només va recórrer en un dels seus articles (Kragh 1990, p. 19). En una entrevista amb Kuhn (OHI-2, p. 9), Dirac diu del principi de correspondència: "It always seemed to me a bit vague. It wasn't something which you could formulate by an equation[...] I didn't fully appreciate it because it didn't have the kind of precision which I like to have".

⁷⁰Tamm (1930); Tamm a Dirac, 3-3-1930 (PAMD 3/2).

⁷¹Tamm (1930), p. 545.

una successió d'absorció i emissió (o viceversa), i observava que la limitació dels estats intermedis a estats d'energia positiva conduïa a resultats totalment contraris a l'experiència.⁷² Tamm afegia una explicació de l'èxit de Klein i Nishina: en el tractament segons el principi de correspondència només apareixen els estats inicial i final de l'electró, de manera que el problema dels estats intermedis no arriba a plantejar-se.⁷³ L'interès de Tamm pel significat físic dels estats d'energia negativa i la interpretació de la teoria de Dirac, va fer que dediqués el darrer apartat del seu article a l'"anihilació de la matèria".⁷⁴

No només la fórmula per la intensitat va ser confirmada a partir de la QED. Un estudiant de Heisenberg, Seishi Kikuchi, completaria pocs mesos després el tractament " quàntico-electrodinàmic " de l'efecte Compton mostrant que "de la teoria de Heisenberg-Pauli se segueix que amb cada quantum de llum dispersat apareix *simultàniament* un electró secundari, i que la representació intuïtiva original de Compton d'una col·lisió entre dos corpuscles elàstics és correcta per *cada procés individual*, dins els límits de les relacions d'indeterminació."⁷⁵

L'objecte declarat de les deduccions *a posteriori* de Tamm i Waller era

⁷²Tamm (1930), p. 546: "Es zeigt sich aber, daß man zu einem krassen Widerspruch mit der Erfahrung gelangt, wenn man bei der Berechnung der Streuung nur die Zwischenstufen positiver Energie berücksichtigt".

⁷³*Ibid.*, p. 546: "Bei der korrespondenzmäßigen Berechnung der Streustrahlung kommt es nur auf die Anfangs- und Endzustände des Elektrons an, so daß diese Frage überhaupt nicht auftreten kann." Tanmateix, en una de cartes a Dirac prèvies a la publicació de l'article, Tamm havia reconegut la seva perplexitat pel fet que "one gets the correct scattering formula although one neglects all the complicating circumstances[...] connected with the transitions of the electron through the states of negative energy" (Tamm a Dirac, 3-3-1930, PAMD 3/2).

⁷⁴*Ibid.*, "§6. Übergänge der Elektronen von positiven nach negativen Energieniveaus (Zerstrahlung der Materie)". Veure Kragh (1990), pp. 100ss.

⁷⁵Kikuchi (1931), p. 804: "Die Absicht der folgenden Arbeit ist, zu zeigen, daß aus der Heisenberg-Paulischen Theorie folgt, daß *gleichzeitig* mit jedem gestreuten Lichtquant ein Rückstoßelektron auftritt und daß die ursprüngliche anschauliche Vorstellung Comptons von Zusammenstoß zweier elastischer Korpuskeln *beim einzelnen Prozeß* innerhalb der Unbestimmtheitsrelationen zu Recht besteht."

confirmar un resultat proporcionat pel mètode de correspondència utilitzant teories "de significació més general". No s'estava confirmant al mateix temps el poder predictiu de l'electrodinàmica quàntica? En qualsevol cas, Waller i Tamm van establir amb claredat que la fórmula de Klein-Nishina es podia deduir a partir de les formulacions existents de la QED. En principi, la dispersió fotó-electró podia haver estat considerada a partir d'aquest moment una aplicació d'aquesta teoria. A la pràctica, la connexió no va arribar a ser establerta al llarg dels anys trenta. Deixem per l'epíleg la justificació d'aquesta afirmació, i la consideració de les causes d'aquesta negligència.

CAPÍTOL 2

La deducció original de la fórmula de Møller

Christian Møller era un dels estudiants més prometedors de l'Institut de Física Teòrica de la Universitat de Copenhaguen quan, a finals de 1930, va idear un mètode per tractar la col·lisió entre dos electrons relativistes. Al llarg dels dos anys següents, Møller elaboraria a partir d'aquest mètode la seva tesi doctoral, una anàlisi teòrica del pas d'electrons d'alta energia a través de la matèria. Møller hi considerava com a cas particular la interacció entre dos electrons lliures, donant la fórmula que la descriu correctament en primera aproximació. En aquest capítol examinem l'origen de l'interès de Møller per aquest problema, la deducció original de la seva fórmula de dispersió, i les primeres relacions que es van establir entre aquesta fórmula i l'electrodinàmica quàntica.

EL PRIMER DEIXEBLE DANÈS DE BOHR

Christian Møller va néixer el 1904 a l'illa danesa d'Als. L'illa formava aleshores part de Prússia, i Møller va rebre una educació bilingüe. El 1923 ingressà a la Universitat de Copenhaguen, on va seguir els cursos comuns de física, matemàtiques i enginyeria abans de decidir-se per la primera d'aquestes disciplines. El setembre de 1926, Møller va ingressar a l'Institut de Bohr, que acabava de ser ampliat i oferia des d'aquell any estudis de mestratge.¹ Els cursos regulars d'electrodinàmica, mecànica estadística i relativitat, es complementaven amb col·loquis setmanals que donaven a conèixer als estudiants els desenvolupaments més recents de la física teòrica, i en els quals no deixava de participar algun dels destacats visitants atrets a Copenhaguen per la presència de Bohr. Møller assolí en aquest entorn ideal un fluid domini de la mecànica

¹Sobre els inicis de la carrera de Møller, veure Kragh (1992) i Roque (1991).

quàntica i la relativitat, que a principi de 1928 li va permetre exposar en un dels seminaris la recent teoria de l'electró de Dirac.²

Els primers articles de Møller denoten interès per l'extensió relativista de la mecànica quàntica i una familiaritat notable amb l'equació de Dirac. Al seu primer article, Møller va incloure consideracions relativistes en el tractament quàntic de Gamow de la desintegració radioactiva. Abans de centrar-se en la seva tesi doctoral, Møller escriuria dos articles més sobre l'aplicació de la teoria de perturbacions de Born a la dispersió anòmala de partícules a, 5 un tercer amb un mètode general d'avaluar les aproximacions d'ordre superior de la teoria de Born.³ El seu domini de l'alemany li va permetre publicar aquests articles, llevat d'un que va aparèixer a *Nature*, a una revista del prestigi de *Zeitschrift für Physik*. Møller, un dels escassos estudiants danesos de l'institut, es perfilava a finals dels anys vint "as a promising theorist and a coming man in Danish theoretical physics".⁴ Quan Klein va deixar Copenhaguen a finals de 1930 per ocupar la seva càtedra a Estocolm, Møller estava en condicions d'assumir els seus cursos de relativitat especial i general, i esdevingué professor associat (*Lektor*). Møller restà vinculat a la Universitat de Copenhaguen durant la resta de la seva carrera.⁵

Møller es trobava completant el darrer dels seus primers articles quan, a

²Entrevista de T. S. Kuhn a Møller, 29-7-1963 (OHI-4), p. 5: "The paper had just arrived in the library[...] I was the first one who talked about the Dirac theory of the electron." Cf. entrevista de C. Weiner a Møller, 25 i 26-8-1971 (AIP), p. 2, on Møller afirma que ningú més no coneixia la teoria en aquells moments, i que hi va introduir Nishina. Tanmateix, com hem vist al capítol precedent, la teoria no era desconeguda per a tots els físics de Copenhaguen, i certament no per a Klein i Nishina.

³Møller (1929, 1930a, b, c).

⁴Kragh (1992), p. 303.

⁵Møller esdevingué un físic teòric de prestigi, conegut per les seves aportacions a la teoria de la matriu S , a la teoria de mesons de les forces nuclears, i a la relativitat general. Va participar també en l'establiment del CERN i dirigí l'Institut Nòrdic per a la Física Atòmica Teòrica (Nordisk Institut for Teoretisk Atomfysik, NORDITA), des de la seva fundació, el 1957, fins el 1971. Møller va morir a Copenhaguen el 1980. Veure Goenner (1980), Kuhn et al. (1965), Study Team for Cern History (1987), Kragh (1992).

finals de setembre de 1930, un jove estudiant rus, Lev Landau, va arribar a Copenhaguen per una curta estada de recerca. La presència de Landau a Copenhaguen seria per a Møller, "absolutely crucial[...] because he[...] brought me into the scattering problem".⁶

EL MÈTODE

El problema de la col·lisió entre dos electrons relativistes va ser l'objecte de l'únic article que Møller publicà el 1931, "La col·lisió de dues partícules, considerant el retardament de les forces" *J*. En l'article es descrivia un mètode per tractar la interacció entre dues partícules relativistes en primer ordre de teoria de perturbacions. Møller agràia a Landau certes "observacions absolutament essencials" que aparentment eren dues. La primera es referia a la possibilitat de generalitzar relativísticament un mètode desenvolupat per Hans Bethe per analitzar el pas de "raigs corpusculars ràpids" a través de la matèria. L'article de Bethe, que havia aparegut a mitjan 1930 i havia de exercir una gran influència sobre els tractaments posteriors, contenia una anàlisi exhaustiva basada en la mecànica quàntica.⁸ La segona observació de Landau feia referència a la simetria del resultat final, remarcable a causa de l'asimetria del mètode.⁹

L'anàlisi relativista del pas de partícules carregades a través de la matèria no era una qüestió d'interès purament teòric. El debat sobre la constitució de la radiació còsmica provocat per l'aparició, el 1928, d'indicis sòlids que la radiació podia ser de naturalesa corpuscular, es trobava en els primers anys de la dècada de 1930 en un moment àlgid. La possibilitat que electrons d'alta

⁶Entrevista de C. Weiner a Møller, 25 i 26-8-1971 (AIP), p. 13; Llibre de Registre de l'institut de Copenhaguen (AHQP-35).

⁷Møller (1931).

⁸Bethe (1930).

⁹Sobre les observacions de Landau, veure l'entrevista de C. Weiner a Møller, 25 i 26-8-1971 (AIP), p. 13.

energia formessin part de la radiació primària incident, evidenciava la necessitat de conèixer les interaccions que experimentaven en el seu pas a través de la matèria. Però l'aplicació dels seus càlculs a la radiació còsmica només sembla haver interessat Møller un cop desenvolupat el mètode. Inicialment, el seu interès pel frenat d'electrons relativistes era de caràcter fonamental, i es limitava a la possibilitat de generalitzar-ne el tractament teòric mitjançant la inclusió de la relativitat, de la mateixa manera que havia analitzat la desintegració radioactiva en el seu primer article.

Møller titularia la seva tesi com l'article de Bethe, canviant "raigs corpusculars" per "electrons". Què va afegir Møller al complet tractament de Bethe?

Bethe had treated the collisions and stopping phenomena in the non-relativistic case. He had written the matrix element for the transition in such a way that it looked as if one particle in its transition creates a charge distribution which then acts on the other through a Coulomb potential. And then the rather obvious idea came to do it relativistically; instead of using the Coulomb static potential, to introduce a retarded potential corresponding to the charge and current which corresponds to such a transition.¹⁰

Møller, en poques paraules, havia generalitzat relativísticament l'anàlisi de Bethe. Per precisar el sentit d'aquesta caracterització simple examinem a continuació les bases, més o menys explícites, del treball de Møller.

ELS FONAMENTS DEL MÈTODE

L'extensió relativista de l'anàlisi de Bethe depenia essencialment de tres desenvolupaments teòrics clarament diferenciats: el mètode de pertorbacions de Born, l'equació de Dirac i el principi de correspondència. El primer s'havia revelat essencial en l'extensió de les aplicacions de la mecànica quàntica, i no era en absolut qüestionat al voltant de 1930. Møller assimilà ràpidament el segon, i l'utilitzà en els seus primers articles. Ja hem assenyalat que a pesar

¹⁰Entrevista de T. S. Kuhn a Møller, 29-7-1963 (OHI-4), p. 15.

que a finals de 1930 les dificultats d'interpretació dels estats d'energia negativa eren percebudes nítidament, l'equació era àmpliament acceptada.

El principi de correspondència constitueix l'element més característic del treball de Møller. Havent-se iniciat en la física de la mà de Bohr i Klein, no és estrany que Møller recorres a la noció de correspondència, que era molt apreciada a Copenhagen. L'article de Klein sobre l'extensió del principi a l'electrodinàmica i la mecànica ondulatoria, que Møller estudià a suggerència de Bohr, seria essencial per al desenvolupament de la seva tesi.¹¹ Møller va seguir Klein en el seu ús del terme *korrespondenzmäßigi* en la generalització d'expressions quàntiques no relativistes a través de les densitats de càrrega i corrent. Però la dependència crítica del mètode amb el principi de correspondència no és mai molt explícita en els seus articles. Al seu article de 1931, Møller parla només de "generalització analògica de la teoria de Born" (*sinn-gemäße Verallgemeinerung der Bornschen Stoßtheorie*), o de "fer plausible" la generalització relativista. Møller cita l'article de Klein només per observar que el seu càlcul de la probabilitat de transició té "certa similitud" (*gewisse Ähnlichkeit*) amb el mètode usat per Klein per avaluar la radiació emesa per un àtom.¹² En l'article que conté l'exposició més elaborada del mètode i la seva aplicació al càlcul del frenat d'electrons relativistes, Møller caracteritza més explícitament el seu mètode de "korrespondenzmäßig", però només una vegada; en la resta de l'article segueix referint-se a generalitzacions plausibles o analògiques.¹³ L'aplicació del principi hi és exemplificada magistralment, però no s'aprofundeix en la significació d'aquest procediment.

¹¹Kragh (1992), p. 301 i secció 2.3.

¹²Møller (1931), pp. 787 i 788.

¹³Møller (1932), p. 533: "El procediment basat en el principi de correspondència emprat aquí per tractar els efectes relativistes, és en principi un procediment d'aproximació, en què la interacció entre l'àtom i l'electró incident és tractada com una pertorbació" ("Das hier benutzte korrespondenzmäßige Verfahren zur Behandlung der Relativitätseffekte ist prinzipiell ein Näherungsverfahren, wo die Wechselwirkung zwischen dem Atom und dem einfallenden Elektron als Störung behandelt wird").

Els comentadors del mètode de Møller, tanmateix, no van deixar de notar la seva dependència d'un argument de correspondència, i van assenyalar el principi de correspondència com un dels elements més característics del seu treball. Poc després d'aparèixer l'article on s'exposava el mètode, Léon Rosenfeld va establir amb claredat aquesta filiació conceptual. El setembre de 1931 Rosenfeld, que es trobava a Copenhaguen des de finals de febrer, havia completat un tractament del problema relativista de varis cossos en base al "refinament de Heisenberg del principi de correspondència".¹⁴ A finals de setembre, Møller va avançar a Bethe el contingut de l'article de Rosenfeld: "Rosenfeld ha realitzat una generalització molt interessant del mètode emprat al meu treball i deduït expressions relativistes totalment generals per la interacció d'un nombre arbitrari de partícules, naturalment només en el cas que la interacció pot considerar-se petita, és a dir, en què *té sentit el problema relativista de molts cossos segons el principi de correspondència*".¹⁵

Quan, a principi de 1932, Dirac va presentar una formulació alternativa de l'electrodinàmica quàntica, el mètode es relacionava també de forma més explícita que en l'article de Møller amb el principi de correspondència.¹⁶ Dirac destacava el paper jugat pel principi en el desenvolupament de la teoria quàntica, i comparava el mètode de Møller amb els mètodes basats en la idea de correspondència usats abans que es formulés la mecànica quàntica. Tot i criticant la seva manca de generalitat, Dirac valorava el mètode com "a definite advance in the relativistic theory of the interaction of two electrons".¹⁷

També Oppenheimer va reaccionar a la publicació de l'article de Møller i,

¹⁴Rosenfeld (1931), p. 253, referint-se a Heisenberg (1931).

¹⁵Møller a Bethe, 30-9-1931 (AHQP-59, èmfasi afegit): "Übrigens hat Herr Rosenfeld eine sehr interessante Verallgemeinerung der in meiner Arbeit benutzten Methode durchgeführt, indem er ganz allgemeinen relativistische Ausdrücke für die Wechselwirkung beliebig vieler Teilchen herleitet, natürlich nur in dem Gebiet wo die Wechselwirkung als klein betrachtet werden kann, also wo *das relativistische Mehrkörperproblem korrespondenzmäßig überhaupt einen Sinn hat.*"

¹⁶Dirac (1932), 453-464; veure Kragh (1990), pp. 132ss.

¹⁷Dirac (1932), p. 455.

juntament amb J. F. Carlson, aplicà el mètode al càlcul de la col·lisió entre un electro d'alta energia i el "neutro" de Pauli.¹⁸ Oppenheimer i Carlson s'havien adonat de la utilitat del mètode i el descrivien i valoraven en termes favorables:¹⁹

Quite recently Møller has given a beautiful method of treating the relativistic impact of two electrons. This method is based upon a refinement of the correspondence principle; it neglects higher powers of the interaction energy between the electrons, and the effect of radiative forces; but within these limits it is strict and unambiguous, and enables one to take account, not only of the relativistic variation of mass with the velocity of the electrons, but of the retardation of the forces between them, of the spin forces, of interchange and the exclusion principle.

A part de la reacció favorable que denoten, aquests comentaris estan clarament relacionats amb les dificultats que havien trobat els intents de quantificar el camp electromagnètic. Els problemes van motivar la reconsideració de la vella idea de correspondència, que tan útil s'havia mostrat en el desenvolupament de la teoria quàntica. És difícil precisar fins a quin punt aquest ús del principi de correspondència representava una alternativa real als intents de quantificació del camp, o només una solució provisional.²⁰ La resposta de Møller a una pregunta de Kuhn en aquest sentit està inevitablement condicionada per desenvolupaments posteriors:²¹

¹⁸Oppenheimer i Carlson (1932b); veure també Oppenheimer i Carlson (1931, 1932a). Els actuals neutró i neutrí no havien estat "descoberts", i la partícula neutra proposada per Pauli (l'actual neutrí) explicava tant l'estadística dels nuclis com l'espectre β continu. Oppenheimer i Carlson no especificaven ni la massa ni el spin del "neutró", i consideraven "la partícula més general que satisfà l'equació d'ona proposada per Pauli".

¹⁹*Ibid.*, p. 765. La caracterització del mètode com a "basat en un refinament del principi de correspondència" procedia molt probablement de l'article de Rosenfeld.

²⁰Darrigol (1986), Meyenn (1989), Rüger (1989). Per a Rüger, l'aproximació semi-clàssica no va arribar a constituir una alternativa a l'electrodinàmica quàntica: "It was clear to everybody that one had eventually to go beyond the correspondence method in order to provide foundations for the postulates of that method" (p. 182).

²¹Entrevista de T. S. Kuhn a Møller, 29-7-1963 (OHI-4), p. 12.

I think one looked upon [the correspondence principle approach] as a preliminary thing. I mean something like the Heisenberg-Pauli theory would always appear as something more fundamental. But it didn't give so many new results[...] All these formulas, I mean the Delbrück scattering and the Klein-Nishina formula and scattering between fast particles and electrons and positrons, as Bhabha did, could be done by these correspondence methods. But certainly, I think we all had the feeling that the field is something real and must also be treated like a quantum mechanical system by means of q-numbers and with commutation relations and so on.

En qualsevol cas, aquest era l'element fonamental del mètode que Møller elaborà entre octubre de 1930 i maig de 1931, data de submissió del seu article. No sabem res del seu procés d'elaboració. Møller era encara relativament desconegut fora de Copenhaguen, i no se'n conserva correspondència relativa a aquest període. De fet, seria la publicació d'aquest article que suposaria un increment notable dels seus contactes amb d'altres físics. La nostra anàlisi s'ha de limitar doncs a l'article publicat.

UN ESBÓS DEL MÈTODE

Al seu article de 1931, Møller descriu en primer lloc el procediment quàntic que ha de generalitzar, no només per facilitar-ne la introducció, sinó també per "fer plausible" la generalització. En la teoria de Born, una col·lisió es descriu com la transició entre dos estats estacionaris del sistema total. En el cas de la col·lisió entre dues partícules es considera, com indica Møller, que ocupen inicialment certs estats estacionaris $|\psi_1\rangle$ i $|\psi_2\rangle$, representats mitjançant ones planes,

$$|\psi_1\rangle = a_1 e^{i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_1 - \omega_1 t)} = e^{-i\omega_1 t} |\varphi_1(\mathbf{r}_1)\rangle,$$

$$|\psi_2\rangle = e^{-i\omega_2 t} |\varphi_2(\mathbf{r}_2)\rangle,$$

on $\mathbf{k} = \mathbf{p}/\hbar$ i $\omega = E/\hbar$. La interacció entre les partícules 1 i 2 determina la seva transició a certs estats estacionaris finals, $|\psi_1'\rangle$ y $|\psi_2'\rangle$. Segons la teoria de

Born, la probabilitat que es produeixi aquesta transició ve donada, en primera aproximació, pel mòdul quadrat de l'element de matriu

$$\Phi = \langle \varphi_{1'}, \varphi_{2'} | V(\mathbf{r}) | \varphi_1, \varphi_2 \rangle,$$

on $V(r)$ és el potencial que descriu la interacció.

Bethe havia avaluat aquest element de matriu mitjançant una observació matemàtica enginyosa que suggeria una interpretació física interessant. L'element de matriu

$$\langle \varphi_{1'} | V | \varphi_1 \rangle,$$

que, en la representació d'ones planes i en el cas d'interacció coulombiana, s'escriu

$$\int d^3 r_1 \frac{e}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} e^{i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_{1'}) \cdot \mathbf{r}_1},$$

s'interpreta com el potencial escalar $V'(\mathbf{r}_2)$ creat per la distribució de càrrega

$$\rho = e \cdot e^{i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_{1'}) \cdot \mathbf{r}_1}.$$

El potencial V es calcula ara directament a partir de l'equació de potencial, $\Delta V' = -4\pi\rho$, de solució general ben coneguda en termes de ρ . L'element de matriu s'escriu, introduint V' ,

$$\Phi = \langle \varphi_{2'} | V' | \varphi_2 \rangle,$$

i descriu de forma evident com l'acció sobre la partícula 2 d'una pertorbació V' .

La interacció s'analitza així com la successió de dos processos en què només hi ha implicada una partícula. Com explica Møller, "a una certa transició de la partícula 1 correspon una certa densitat de càrrega, ρ , que indueix, per l'equació de potencial, un cert potencial escalar. Aquest potencial actua com a pertorbació sobre la partícula 2, i origina una transició d'aquesta partícula a un altre estat".²²

²²Møller (1931), p. 787: "Zu einem bestimmten Übergang des Teilchens 1 gehört eine bestimmte Ladungsdichte ρ , welche ein durch die Potentialgleichung bestimmtes skalares Potential induziert. Dieses Potential wirkt als Störung auf das Teilchen 2 und bewirkt einen Übergang dieses Teilchens in einen anderen Zustand."

El mètode de Møller consisteix en la generalització relativista d'aquest argument en base al principi de correspondència. Els estats que ocupen les partícules abans i després de la col·lisió són descrits novament mitjançant ones planes, però que ara són solucions de l'equació de Dirac,

$$\psi_1 = u(\mathbf{a}) e^{i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_1 - \omega_1 t)} = e^{-i\omega_1 t} \varphi_1(\mathbf{r}_1),$$

$$\psi_2 = e^{-i\omega_2 t} \varphi_2(\mathbf{r}_2).$$

Les amplituds $u(s)$ són "funcions d'ona a quatre components que determinen la direcció del spin".²³ Møller assenyala, que per cada valor de l'impuls p hi ha dues solucions pròpies, corresponents als valors possibles de la variable de spin s ; prescindeix així, com aclareix simplement en una nota, de les solucions d'energia negativa.²⁴ L'actitud de Møller davant els estats d'energia negativa era general fins el 1930, malgrat l'evidència creixent que aquests estats constituïen una part essencial de la teoria.

La noció de correspondència de Klein s'aplica ara per obtenir una expressió per la probabilitat de transició. Møller parteix de les densitats de càrrega i corrent associades a la transició de la partícula 1 segons la teoria de Dirac,

$$\rho = -e_1 \psi_1^\dagger \psi_1, \quad \mathbf{j} = e_1 c \psi_1^\dagger \boldsymbol{\alpha}_1 \psi_1.$$

Els potencials associats a aquestes densitats poden determinar-se a partir de l'expressió general pels potencials creats per una distribució de càrrega i corrent (potencials de Liénard-Wiechert). Møller indica simplement que les equacions de potencial

$$\Delta \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -4\pi \rho, \quad \Delta \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j},$$

"es poden resoldre directament", obtenint-se

$$\phi = -\frac{h^2 e_1}{\pi} \frac{\psi_1^\dagger \psi_1}{(p_1 - p_1')^2}, \quad \mathbf{A} = \frac{h^2 e_1}{\pi} \frac{\psi_1^\dagger \boldsymbol{\alpha}_1 \psi_1}{(p_1 - p_1')^2},$$

²³*Ibid.*, p. 788: "Die Amplituden $[u]$ sind vierkomponentige Größen, welche die Richtung des Spins bestimmen."

²⁴*Ibid.*, p. 788: "Wir sehen hier ab von den Lösungen mit negativer Energie."

on $p = (E/c, \mathbf{p})$ representa el quadrimoment.²⁵

Aquest potencial és tractat com una pertorbació que actua sobre la partícula 2, que satisfà segons Dirac l'equació

$$(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - i\hbar \boldsymbol{\alpha}_2 \cdot \vec{\nabla} + \beta m_2 c^2) \psi_2 = -e_2 (\phi + \boldsymbol{\alpha}_2 \cdot \mathbf{A}) \psi_2.$$

La probabilitat que es produeixi una transició $(1, 2) \rightarrow (1', 2')$ en la unitat de temps ve donada per

$$P(1, 2 \rightarrow 1', 2') = \frac{4\pi^2}{h} |\Phi|^2 \delta(E_1 + E_2 - E_{1'} - E_{2'}), \quad (1)$$

on

$$\Phi = \langle \varphi_{2'} | U(\mathbf{r}_2) | \varphi_2 \rangle = \int \varphi_{2'}^\dagger U(\mathbf{r}_2) \varphi_2 d^3 \mathbf{r}_2,$$

i $U(\mathbf{r}_2)$ és la part espacial de la funció pertorbativa, $-e_2(\phi + \boldsymbol{\alpha}_2 \cdot \mathbf{A})$.

Tenint en compte la representació en forma d'ones planes, l'element de matriu s'escriu

$$\Phi = \frac{e_1 e_2 h^2}{\pi} \int \varphi_{2'}^\dagger \frac{u_{1'}^\dagger u_1 - \boldsymbol{\alpha}_2 \cdot (u_{1'}^\dagger \boldsymbol{\alpha}_1 u_1)}{(p_1 - p_{1'})^2} e^{i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_{1'}) \cdot \mathbf{r}_2} \varphi_2 d^3 \mathbf{r}_2.$$

Integrant aquesta expressió s'obté finalment l'element de matriu²⁶

$$\Phi = \frac{e_1 e_2 h^2}{\pi} \frac{u_{2'}^\dagger u_2 u_{1'}^\dagger u_1 - (u_{2'}^\dagger \boldsymbol{\alpha}_2 u_2) \cdot (u_{1'}^\dagger \boldsymbol{\alpha}_1 u_1)}{(p_1 - p_{1'})^2} h^3 \delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_{1'} - \mathbf{p}_{2'}). \quad (2)$$

Aquesta expressió descriu essencialment la interacció.²⁷ Møller es complau

²⁵Møller no utilitza quadriectors, sinó que escriu explícitament les seves components escalar i vectorial. Però al text s'hi refereix sovint, i els he usat per transcriure algunes de les seves expressions.

²⁶Per integrar l'expressió anterior només s'ha d'observar que per definició de la funció delta es pot escriure

$$\int e^{i(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_{1'} - \mathbf{k}_{2'}) \cdot \mathbf{r}_2} d^3 \mathbf{r}_2 = h^3 \delta(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_{1'} - \mathbf{p}_{2'}).$$

²⁷Introduïnt la notació γ^μ , amb $\gamma^0 = \beta$ i $\gamma^i = \gamma^0 \cdot \alpha_i$, i observant que $u_{1'}^\dagger u_1 = \bar{u}_{1'} \gamma^0 u_1$ i que $u_{2'}^\dagger \boldsymbol{\alpha}_1 u_1 = \bar{u}_{2'} \boldsymbol{\gamma} u_1$, el terme intermig és

$$\frac{\bar{u}_{2'} \boldsymbol{\gamma} u_2 \bar{u}_{1'} \gamma_\mu u_1}{(p_{1'} - p_1)^2},$$

el mateix que s'escriu avui directament per la interacció entre dues partícules de Dirac *distingibles*.

en reconèixer-ne directament la invariància relativista i la simetria, especialment satisfactòria donada l'asimetria del mètode. Discuteix després el significat dels diferents termes i la relació amb tractaments anteriors del mateix problema. Abans del de M01ler, hi havia hagut altres intents de trobar una expressió per la interacció entre dos electrons en base a l'equació de Dirac, que examinem a continuació. D'aquesta manera no només posarem de manifest les particularitats del tractament de M01ler, sinó que veurem com es va intentar resoldre el problema des de l'electrodinàmica quàntica, i les minses expectatives de solució que la teoria oferia.

TRACTAMENTS PREVIS DE LA INTERACCIÓ ELECTRÓ-ELECTRÓ

Donat l'èxit de la teoria de l'electró de Dirac en la seva immediata aplicació a l'àtom d'hidrogen, no és estrany que s'intentés aplicar-la també a l'àtom d'heli, que Heisenberg havia solucionat el 1926 a partir de l'equació de Schrödinger. Poc després d'aparèixer l'equació de Dirac, J. A. Gaunt, professor de física al Trinity College de Cambridge, va considerar que el caràcter fonamental de la nova equació justificava un replantejament del problema.²⁸

Gaunt va obtenir una expressió per l'energia d'interacció entre dos electrons a partir de l'energia associada, en la teoria de Dirac, al moviment d'un electró en un camp de potencial vector A , $-e\boldsymbol{\alpha} \cdot A$. Aquest potencial era creat per l'altre electró, i Gaunt recorria a les expressions per la densitat de càrrega i corrent associades a una funció d'ona ψ en la teoria de Dirac, $-e\psi^\dagger\psi$ i $ec\psi^\dagger\boldsymbol{\alpha}\psi$. Tota similitud amb el mètode de M01ler acaba aquí, perquè Gaunt resolva el problema expeditivament observant que, de la mateixa manera que s'associava un potencial escalar $-e/r$ a la càrrega d'un electró, podia associar-se a l'electró en moviment el potencial vector $A = e\boldsymbol{\alpha}/r$. Aquest raonament conduïa Gaunt a l'energia d'interacció

$$E = \frac{e^2}{r}(1 - \boldsymbol{\alpha}_1 \cdot \boldsymbol{\alpha}_2). \quad (3)$$

²⁸Gaunt (1929a, b).

El tractament de Møller conté el de Gaunt. Per mostrar-ho, Møller només ha de suprimir el terme $(E'_1 - E_1)^2/c^2$ del denominador de l'expressió (2) per l'element de matriu. Amb això les fórmules que ha obtingut, entre elles l'expressió per l'element de matriu, es redueixen "a les que s'obtenen quan es tracta la col·lisió segons l'equació d'ona pel problema de dos cossos introduïda per Gaunt".²⁹ Però d'aquesta manera no només es perd la invariància relativista, sinó que es prescindeix del retardament, l'influx del qual "és a la majoria dels casos del mateix ordre de magnitud que la interacció de spin".³⁰ L'omissió del retardament era per a Møller el defecte important de l'expressió de Gaunt.

En el context del seu treball conjunt sobre la quantificació del camp electromagnètic, Heisenberg i Pauli havien derivat independentment una equació per a dos electrons, inspirada en l'equació de Dirac, que incloïa el potencial d'interacció de Gaunt.³¹ A finals de 1928, G. Breit va partir del resultat de Heisenberg i Pauli per obtenir una equació que tenia en compte el retardament. L'*equació de Breit* és l'intent més important de descriure la interacció entre dos

²⁹Møller (1931), p. 791: "[...] reduzieren sich [...] auf diejenigen, welche man erhält, wenn man den Stoß nach der von Gaunt aufgestellten Wellengleichung für das Zweikörperproblem behandelt."

³⁰*Ibid.*, p. 791: "Das Streichen des erwähnten Gliedes in (9) bedeutet offenbar, daß man von der Retardation absieht. Der Einfluß der Retardation ist aber in den meisten Fällen von derselben Größenordnung wie die Spinwechselwirkung." El terme suprimit prové directament de les expressions dels potencials retardats. Només prenent el valor retardat de les densitats de càrrega i corrent pot aparèixer el terme en energies, que figura a una exponencial en el temps, en fer la integració espacial que prescriu la solució general.

³¹Breit a Ehrenfest, 30-11-1928 (EHR-18): "Pauli und Heisenberg haben eine Gleichung für zwei Elektronen aufgestellt die ähnlich der Diracgleichung ist

$$\left\{ p_0 + \frac{e}{c} A_0^I + \frac{e}{c} A_0^{II} + \sum \alpha_k^I (p_k^I + \frac{e}{c} A_k^I) + \sum \alpha_k^{II} (p_k^{II} + \frac{e}{c} A_k^{II}) + \alpha_4^I mc + \alpha_4^{II} mc - \frac{e^2}{r} (1 - \sum \alpha_k^I \alpha_k^{II}) \right\} \phi = 0 \quad (4)$$

[$\alpha_4 = 0$] wo der letzte Term die Magnetische Wechselwirkung bedeutet. Man kann die entweder durch die Methode der Quantelung der Amplituden oder durch die Interpretation von den α 's als Geschwindigkeiten deuten". La primera qüestió que Pauli va plantejar a Dirac en aparèixer l'equació de l'electró feia referència a la formulació relativista de la interacció entre varis electrons (Pauli a Dirac, 17-2-1928 [PBI 187]).

electrons en base a l'equació de Dirac, anterior al treball de Møller. L'interès addicional que presenta en aquest context és la seva relació directa amb la formulació més ambiciosa rebuda fins aquell moment per l'electrodinàmica quàntica.

Gregory Breit, un físic d'origen rus format als Estats Units, s'havia interessat per l'equació de Dirac des de la seva aparició.³² El 1928, després d'haver dedicat dos anys a la generació d'alts voltatges al Department of Research in Terrestrial Magnetism de Washington, Breit va creure arribat el moment de tornar a interessar-se en la teoria, que només havia considerat "de forma espasmòdica" durant aquest temps. El maig d'aquell any, Breit va deixar els experiments en mans del seu col·laborador, Merle Tuve, decidit a procurar-se "un bon fonament en els principis de la nova mecànica quàntica" a Europa.³³

Breit tenia intenció d'iniciar a Leiden la seva estada a Europa, però Ehrenfest el va convèncer dels avantatges de treballar a Zuric amb Pauli, que acabava d'ocupar la seva plaça a l'Eidgenössischen Technischen Hochschule.³⁴ Pauli introduí Breit en el problema de la interacció entre dos electrons, que ell i Heisenberg havien considerat recentment. A partir de l'equació per a dos electrons de Heisenberg i Pauli, Breit va obtenir en primer lloc una expressió per l'energia de l'àtom d'heli similar a la de Heisenberg. A continuació va intentar incloure el retardament en primera aproximació, el que aconseguí, a menys d'un terme d'interpretació incerta. Empès per Pauli, Breit tractaria encara de considerar el retardament de forma exacta.³⁵ A pesar que aquest intent

³²Breit (1928).

³³Breit a Ehrenfest, 21-5-1928 (EHR-18).

³⁴Ehrenfest a Breit, 1-6-1928, Breit a Ehrenfest, 30-11-1928 (EHR-18); PBI, p. 442.

³⁵Breit a Ehrenfest, 30-11-1928 (EHR-18): "Ich habe dann auch versucht die Retardierung in immer derselben Naheung $(v/c)^2$ zu berücksichtigen. Mit der Interpretation von α_k^I , α_k^{II} als Geschwindigkeits Komponenten ging das mit Hilfe der alten (1920) Arbeit von Darwin. Das Resultat hat dann nur einen unverständlichen Term[...] Dann hat mich Pauli auf die exakte Berücksichtigung der Retardierung aufgehetz. Bis vor ein Paar Tagen hatten wir noch Hoffnung, aber jetzt haben wir es aufgegeben. Er und Heisenberg haben es im Frühjahr schon probiert."

fracassà, Pauli va quedar "extraordinàriament satisfet" de Breit, i va lamentar que s'escapés abans de final d'any "per anar-se'n a caçar 5 milions (no de dòlars, sinó) de volts a Amèrica!".³⁶

Breit va completar la seva anàlisi als Estats Units, i a mitjan 1929 va proposar "una equació d'ona aproximada que té en compte termes d'ordre $(v/c)^2$ en la interacció entre dos electrons".³⁷ L'equació es deduïa a partir de l'hamiltonià clàssic de Darwin per la interacció entre dos electrons, que a més dels termes corresponents als dos electrons lliures i la seva interacció amb un camp extern, conté el terme d'interacció

$$H_{int} = \frac{e_1 e_2}{r} - \frac{e_1 e_2}{2c^2 m_1 m_2} \left(\frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2}{r} + \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r}}{r^3} \mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r} \right), \quad (5)$$

, on els índexs 1 i 2 distingeixen els electrons, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$, i $|\mathbf{r}| = r$. El primer terme descriu evidentment la interacció electrostàtica; el segon és el terme associat al retardament. L'hamiltonià de Darwin va suggerir a Breit la idea de descriure la interacció entre els electrons mitjançant l'operador

$$H_{int} = \frac{e^2}{r} \left(1 - \frac{\boldsymbol{\alpha}_1 \cdot \boldsymbol{\alpha}_2}{2} - \frac{\boldsymbol{\alpha}_1 \cdot \mathbf{r}}{2r^2} \boldsymbol{\alpha}_2 \cdot \mathbf{r} \right). \quad (6)$$

La base d'aquesta transcripció era la relació $\frac{d\mathbf{r}}{c dt} = -\boldsymbol{\alpha}$, que Breit havia conegut a través del mateix Dirac.³⁸ Breit observava que si no es tenia en compte l'efecte del retardament, i es consideraven només les interaccions coulombiana i magnètica, s'obtenia en lloc de (6) l'expressió

$$H_{int} = \frac{e^2}{r} (1 - \boldsymbol{\alpha}_1 \cdot \boldsymbol{\alpha}_2), \quad (7)$$

³⁶Pauli a Ehrenfest, 24-12-1928 [PBI 212]: "Ich war sehr froh, daß Sie mir Herrn Breit nach Zurich geschickt haben, denn ich war mit ihm außerordentlich zufrieden. Noch froher ware ich aber, wenn Sie mir bald einen ebenso tüchtigen Mann schicken würden, der mir nicht nach ein paar Wochen wieder davonlauft, um in Amerika 5 Millionen (nicht Dollars, sondern) Volt nachzujägen." Sembla que Breit s'havia tornat a interessar pels alts voltatges.

³⁷Breit (1929b), p. 553; Breit (1929a).

³⁸Breit (1929b), p. 555, on es fa referència a una carta de Dirac que conté aquesta relació. La carta no es troba entre els papers de Breit (GB). Dues cartes de Breit a Dirac (20-6 i 26-7-1928), relatives al seu viatge a Europa, es conserven entre els papers de Dirac (PAMD 3/2).

"the equation used by Gaunt and Eddington, and claimed by them to be correct".³⁹

L'anàlisi de Breit, basada com les de Heisenberg i Gaunt en models clàssics de la interacció entre els electrons, tenia sobre aquelles l'avantatge d'incloure l'efecte del retardament. L'aspecte més innovador de l'equació de Breit, però, era que podia deduir-se de "la nova teoria de Heisenberg i Pauli dels camps d'ona", fins a termes de primer ordre en la interacció de Coulomb. La de Heisenberg i Pauli era certament una teoria nova. Els intents d'ambdós físics per quantitzar el camp electromagnètic havien topat amb la dificultat d'aplicar al camp el procediment canònic de quantització. El gener de 1929, Heisenberg va trobar la manera de superar el problema mitjançant un artifici formal, el que els va permetre completar finalment la seva "dinàmica quàntica dels camps d'ona". Donat que Heisenberg salpava a primers de març cap als Estats Units, l'article va ser escrit ràpidament, i la major part del treball va recaure en Pauli.⁴⁰

El viatge de Heisenberg va donar Breit l'ocasió de posar-se al dia sense haver de creuar l'Atlàntic. Breit es trobà amb Heisenberg a Boston i Chicago, i va discutir amb ell la nova teoria i la seva possible aplicació al problema de la interacció entre dos electrons.⁴¹ D'aquesta manera va poder incloure al seu article un apartat en el que deduïa l'hamiltonià d'interacció (6) a partir de la teoria de Heisenberg i Pauli. "Les ones quantitzades de Heisenberg-Pauli", escrivia a Ehrenfest a mitjan juliol, un cop completat l'article,⁴²

³⁹*Ibid.*, p. 557. A. Eddington havia seguit el tractament de Gaunt en l'article citat per Breit (Eddington 1929).

⁴⁰Heisenberg i Pauli (1929), al que seguiria Heisenberg i Pauli (1930) sis mesos després. Cf. PBI, pp. 482ss., Darrigol (1984), pp. 479-487.

⁴¹Breit a Ehrenfest, 16-7-1929 (EHR-18); Breit (1929b), p. 553n.

⁴²Breit a Ehrenfest, 16-7-1929 (EHR-18, èmfasi afegit): "Die quantisierten Wellen von Heisenberg-Pauli geben in einem gewissen Sinn dasselbe Resultat in der $(v/c)^2$ -Näherung das man nach dem Korrespondenzprinzip im Konfigurationsraum erhält. Für das He-Problem meinen Heisenberg Pauli und Oppenheimer, ist diese Gleichung genügend, aber für die exakte Lösung des Zweielektronenproblems gibt es doch nichts Gutes. Die Näherung $(v/c)^3$ gibt ganz unvernünftige Resultate, die vielleicht mit der Diracschen $\pm m$ Schwierigkeit in

donen en cert sentit el mateix resultat que s'obté *segons el principi de correspondència* a l'espai de configuració, en l'aproximació $(v/c)^2$. Heisenberg, Pauli i Oppenheimer creuen que aquesta equació és suficient pel problema de l'heli, però *no és gens apropiada a la solució exacta del problema de dos electrons*. L'aproximació $(v/c)^3$ dóna resultats ben poc raonables, que potser estan relacionats amb la dificultat $\pm m$ de Dirac.

Encara valia la pena aplicar l'equació a l'àtom d'heli. Però quan Breit va haver completat l'article en què tractava l'àtom d'heli, la seva confiança inicial en l'equació ("[it] appeared at the time as a likely one") havia disminuït considerablement.⁴³ J. R. Oppenheimer acabava d'examinar la qüestió de l'energia pròpia de l'electró, un dels aspectes menys satisfactoris de la teoria de Heisenberg i Pauli. Oppenheimer havia mostrat la impossibilitat d'eliminar la interacció d'una càrrega amb el seu propi camp, i arribat a prediccions desastroses per a la teoria atòmica: els nivells d'energia de l'àtom no només estaven infinitament desplaçats de les seves posicions segons la teoria de Bohr, sinó que les diferències d'energia- entre nivells contigus eren també infinites. Oppenheimer conclouïa que la teoria no era aplicable a problemes on els efectes relativistes fossin importants, aquells pels que havia estat creada.⁴⁴

Quan Breit va publicar l'article on aplicava la seva equació a l'heli, els efectes de l'anàlisi d'Oppenheimer —que havia mostrat explícitament que l'equació de Breit només podia deduir-se negligint sistemàticament els termes infinits associats a l'energia pròpia— eren evidents. Breit relacionava el fracàs de la teoria en la descripció de la interacció entre dues partícules amb el problema de les dimensions de l'electró, i amb els "saltos de Dirac" als nivells d'energia negativa, per concloure en to pessimista:⁴⁵ "Neither of these

Verband stehen."

⁴³Breit (1930), p. 383.

⁴⁴Oppenheimer (1929), p. 477. Oppenheimer va treballar en aquest problema a Zuric amb Pauli durant la primera meitat, de 1929, però no van arribar a publicar un article conjunt. Veure Kimball Smith i Weiner (1980), pp. 121ss; PBI [231, 232]; Doncel (1987).

⁴⁵*Ibid.*, p. 384.

questions can be answered at present and it seems that no satisfactory purely theoretical solution of the two electron problem can be obtained before this is done." L'electrodinàmica quàntica de Heisenberg i Pauli, el tractament més general i fonamental que havia rebut la teoria, donava poques esperances que el problema que Møller consideraria pocs mesos després fos soluble.

Dos anys després, en un article sobre "Quantum theory of dispersion" per *Review of Modern Physics*, Breit seria més concluent.⁴⁶ Breit observava que "[the theory of light quanta] has not gone so far much beyond the justification of the correspondence method and[...] it cannot claim to be logically consistent on account of the well-known divergence difficulties". Breit recomenava el mètode de correspondència de Klein per la seva simplicitat i eficàcia. "In practical applications", afegia, "it has the additional advantages of avoiding too complicated calculations and of enabling one to visualize the phenomena in terms of charge and current distributions."⁴⁷ Quan Breit comentava el seu treball sobre la interacció entre dos electrons, les observacions negatives d'Oppenheimer eren encara aparents:⁴⁸

The interaction between two particles can also be treated according to [Heisenberg and Pauli's] quantum electrodynamics, and it is possible to explain by this means the interactions of the electron spins of two particles as well as the orbital and orbit spin interactions. It should be remembered, however, that the divergence difficulties of the theory make it impossible, according to Oppenheimer, to arrive at a unique interpretation of the results.

Després d'haver estat implicat durant més de dos anys amb el problema de dos electrons i amb l'aplicació de la teoria de Heisenberg i Pauli, Breit conclouia: "It will be seen from the above review of the work on the two electron problem that the theory of light quanta is not a very satisfactory tool for its discussion.

⁴⁶Breit (1932b), (1933). Veure també Breit (1932a).

⁴⁷Breit (1933), p. 129.

⁴⁸*Ibid.*, p. 131.

Results can be obtained, but without additional physical considerations they are not unique.”⁴⁹

El 1931, Møller només citava el treball de Breit a una nota, comentant l'aplicació que n'havia fet Hugh C. Wolfe a la dispersió d'electrons en hidrogen. Wolfe, un *National Research Fellow* que treballà a Caltech amb Oppenheimer entre 1929 i 1931, havia considerat aquest problema a finals de 1930 com a test de les fórmules d'interacció entre dos electrons (la corresponent a la simple interacció electrostàtica, la de Gaunt i la de Breit). Wolfe deia de la fórmula de Breit que posseïa “la millor justificació teòrica”, i destacava la seva relació amb la teoria de Heisenberg-Pauli. Però afegia que en la seva aplicació a l'heli no donava millors resultats que la de Gaunt, d'aquí l'interès “de trobar una altra aplicació d'aquestes fórmules, que permeti determinar quina dóna resultats en millor acord amb l'experiència”.⁵⁰

Wolfe va calcular la secció eficaç segons els tres potencials d'interacció, però no va arribar a contrastar experimentalment les expressions resultants per manca de da.des. Al capítol 5 veurem per què cap el 1930 les dades experimentals relatives a la dispersió entre electrons lliures eren tan escasses.

PRIMERS RESULTATS (PRIMERS ERRORS DE CÀLCUL)

Després de la breu referència als tractaments de Gaunt i Breit, Møller calcula la secció eficaç diferencial. Dividint la probabilitat de transició (2) pel nombre de cossos dispersors ($u_2^\dagger u_2 V$, amb V volum de l'espai \mathbf{r}_2), i pel flux de partícules incidents ($-c u_1^\dagger \boldsymbol{\alpha}_1 u_1$) s'obté la secció eficaç diferencial. Møller feia el canvi de variable $\mathbf{p}_{1'} \rightarrow E_{1'}$, introduint coordenades polars a l'espai $\mathbf{p}_{1'}$,

$$d^3 \mathbf{p}_{1'} = |\mathbf{p}_{1'}|^2 d|\mathbf{p}_{1'}| \sin \theta d\theta d\varphi = |\mathbf{p}_{1'}| \frac{E_{1'}}{c^2} dE_{1'} \sin \theta d\theta d\varphi,$$

i integrava en $\mathbf{p}_{2'}$ i $E_{1'}$. L'expressió resultant contenia un error que, com Møller observaria anys després, “ningú no va descobrir, i que vaig corregir al

⁴⁹*Ibid.*, p. 136. El 1955, Breit reconsideraria el problema relativista de dos cossos en base al seu treball de 1929 (Breit 1955).

⁵⁰Wolfe (1931), p. 592. Veure també Inglis (1931).

segon article":⁵¹ Møller havia integrat separatament sobre \mathbf{p}_2 , i E_1 , sense tenir en compte la relació entre ambdues magnituds. H. J. Bhabha descobriria anys després que mancava un factor 2, en aplicar el mètode de Møller a l'anàlisi de la col·lisió positró-electró.⁵²

En aquest primer article, Møller es limitava a la consideració dels casos límit no relativista, i ultrarelativista. En el primer cas la velocitat dels electrons incidents permet desenvolupar en $\beta = v/c$. Møller indica que menyspreant termes d'ordre superior a β^2 s'obté aleshores per la secció eficaç

$$d\sigma(\theta) = \frac{e^4 \sin 2\theta}{m^2 v^4} \frac{2d\theta d\varphi}{f} \left\{ \frac{1}{\sin^4 \theta} + \frac{1}{\cos^4 \theta} - \frac{1}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} - \frac{\beta^2}{4} \left[\frac{4}{\sin^4 \theta} + \frac{3}{\cos^4 \theta} - \frac{2}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} - \frac{3}{\cos^2 \theta} \right] \right\}, \quad (8)$$

i que la mateixa, expressió s'obté en aquesta aproximació usant l'equació de Breit, segons el càlcul de Wolfe.

Aquesta fórmula va aparèixer amb un error tipogràfic (el darrer terme, $3/\cos^2 \theta$, va ser imprès com $5/\cos^2 \theta$). Møller no va esmentar aquest error a la seva correspondència fins a finals de 1931, encara que havia disposat anteriorment d'ocasions per fer-ho. El més probable és que no se n'adonés fins que no va disposar de la fórmula general (una primera versió equivocada), i la va comparar amb els límits que havia calculat anteriorment, com ho suggereix el fet que Møller esmentés l'error per primera vegada a les mateixes cartes que contenien la fórmula general.⁵³

Møller caracteritza, la seva fórmula (8) com "la generalització d'una fórmula de Mott, que considera, l'intercanvi però no la relativitat".⁵⁴ La fórmula de

⁵¹Entrevista de C. Weiner a Møller, 25 i 26-8-1971 (AIP), p. 13. Veure Møller (1932), p. 565n.

⁵²Bhabha a Møller, 13-10 i 29-10-1935 (CM). Veure p. 101.

⁵³Møller a Heisenberg, 4-12-1931, Møller a Champion, 7-12-1931 (AHQP-59). Møller hi indicava l'error explícitament, però a les còpies sobre paper carbó conservades no hi figuren les fórmules. L'esborrany de la segona carta, que també es conserva, sí conté la correcció. Veure Roque (1992).

⁵⁴Møller (1931), p. 794: "[8] ist die Verallgemeinerung einer Formel von Mott, welche

Mott resulta en aquest límit de suprimir el terme en β^2 ; suprimint encara el terme $\frac{1}{\sin^2 \nu \cos^2 B}$ s'obté la fórmula clàssica de dispersió.

En el límit ultrarelativista ($\gamma \gg 1$), per angles de dispersió B tals que $\sin^2 \theta \gg 1/7$, Møller obté

$$d\sigma(\theta) = \frac{e^4 \sin 2\theta d\theta d\varphi}{4m^2 v^4} (\tan^4 \theta + \tan^2 \theta), \quad (9)$$

que compara amb l'expressió corresponent deduïda a partir de l'equació de Breit⁵⁵

$$d\sigma(\theta) = \frac{e^4 \sin 2\theta d\theta d\varphi}{4m^2 v^2} (\tan^4 \theta + \tan^2 \theta \sin^4 \theta).$$

Møller comenta només que segons aquesta expressió la dependència angular de la secció eficaç difereix essencialment de la d'electrons lents.

La fórmula (9) per la secció eficaç ultrarelativista no era correcta. Com en el límit anterior, Møller només s'adonà de l'error quan va disposar de la fórmula general definitiva. Les úniques referències a aquest error figuren a la correspondència amb Heisenberg, que a finals de 1931 preparava un article on es comparaven els experiments més importants sobre radiació còsmica amb les teories existents. Heisenberg hi tractava el pas d'electrons i raigs γ d'alta energia a través de la matèria, i s'interessà pels resultats de Møller per al cas ultrarelativista. L'intercanvi de correspondència resultant conté moltes dades d'interès sobre l'evolució del treball de Møller, que usarem a la secció següent.

Aquí ens interessa només la darrera d'aquestes cartes. A primers de febrer de 1932, Møller va comunicar a Heisenberg la versió correcta de la seva fórmula de dispersió, que havia obtingut dies abans. Aquesta carta no es conserva, però Heisenberg acabava de rebre-la quan el 15 de febrer va respondre a Møller:⁵⁶

den Austausch, aber nicht die Relativität berücksichtigt." Møller es refereix a Mott (1930).

⁵⁵Wolfe (1931) no donava el límit ultrarelativista. Møller hagué de calcular-lo a partir de la complicada fórmula general que Wolfe obtenia a partir de l'hamiltoniana de Breit (Wolfe 1931, eq. (21) III).

⁵⁶Heisenberg a Møller, 15-2-1932 (AHQP-59): "Ihr jetziges Resultat ist mir sehr befriedigend. Ihre Formel[...] ist genau die klassische Formel." Heisenberg li ho mostrava amb un senzill càlcul, el mateix que havia inclòs al seu article.

"El seu resultat actual em satisfà molt. La seva fórmula

$$d\sigma(\theta) = \frac{e^4 d\Omega d\varphi}{m^2 c^4} (\tan^3 \theta + \tan \theta) \quad (10)$$

és *exactament* la fórmula clàssica." Després de mostrar de forma molt senzilla com s'obtenia clàssicament aquest resultat, Heisenberg afegia:⁵⁷ "M'agrada molt que la seva fórmula sigui idèntica a la clàssica, ja que la fórmula clàssica explica bé els efectes de transició, però l'anterior no." Heisenberg indicaria al seu article l'equivalència del resultat de Møller amb el càlcul clàssic.⁵⁸

Abans que s'assolís aquesta resolució satisfactòria, el desacord entre ambdós càlculs havia fet dubtar seriosament Heisenberg de l'aplicabilitat del mètode de Møller a electrons d'alta energia. A la secció següent veurem que les objeccions de Heisenberg van ser decisives perquè Møller desistís finalment d'aplicar els seus càlculs a la radiació còsmica, com era la seva intenció original. Møller l'expressava clarament al final de l'article que estem considerant, en l'últim paràgraf del qual es considerava la possibilitat de comprovar experimentalment la secció eficaç ultrarelativista. Møller observava que aquest cas extrem no es podia assolir mitjançant electrons accelerats artificialment, però "hauria de donar-se en els electrons produïts per l'aurora boreal, i en els raigs corpusculars que acompanyen la radiació d'altura. La fórmula [(9)] seria doncs aplicable al càlcul del frenat i dispersió [de la radiació còsmica], sobre el que espero tornar més endavant".⁵⁹ Observem només que Møller no esmentava en aquesta ocasió la radiació β , que se sabia formada també per electrons relativistes.

⁵⁷*Ibid.*: "Dass Ihre Formel identisch ist mit der klassischen, ist mir sehr sympatisch, da die klassische Formel die Übergangseffekte gut erklärt, Ihre bisherige aber gar nichts. Leider hab ich meine Arbeit schon abgeschickt, ich werde sie noch zu ändern versuchen."

⁵⁸Heisenberg (1932), p. 433: "Møller [(1931)] hat den Stoß zweier freier Elektronen nach der Bornschen Methode unter Berücksichtigung der Retardierung behandelt und[...] genau das klassische Resultat [(10)] erhalten."

⁵⁹Møller (1931), p. 795: "[Dieser extreme Fall] dürfte aber bei den Nordlicht erzeugenden Elektronen und bei den Korpuskularstrahlen, welche die Höhenstrahlung begleiten, realisiert sein. Die Formel [(9)] wäre also bei der Berechnung der Bremsung und Streuung [der Höhenstrahlung] anzuwenden, worauf ich später zurückzukommen hoffe." Møller parla en termes molt generals d'una "radiació corpuscular", reflectint la incertesa respecte la seva na-

A mitjan 1931, Møller disposava d'aquesta manera d'un mètode que donava, si més no en els seus casos límits, resultats prometedors. Si l'aplicava al càlcul del frenat d'electrons relativistes, podia esperar obtenir resultats útils per a l'anàlisi de la radiació còsmica, una de les àrees de recerca més dinàmiques del moment. Amb aquestes perspectives va iniciar Møller el treball que el portaria a completar, en menys d'un any, l'article més extens i important dels que havia publicat fins aquell moment.

LA FÓRMULA

El càlcul del frenat de partícules relativistes seria per Møller l'objectiu més important del seu treball durant els mesos següents, com mostren les nombroses referències a aquest problema en la seva correspondència. L'interès pel frenat no necessitava justificació. Des de principi de segle, la comprensió dels processos de frenat havia estat essencial per a l'anàlisi de les radiacions radioactives i la constitució dels àtoms. La qüestió figurava a un lloc prominent entre els interessos del grup de físics de Copenhaguen, el líder dels quals mantingué un interès constant per l'anàlisi del pas de partícules ràpides a través de la matèria, a la que dedicà dos dels primers i un dels darrers dels seus treballs científics.⁶⁰ La mesura del frenat era un medi usual d'identificació de partícules, i cap a 1930 era evident l'interès d'un càlcul relativista, que pogués contribuir a identificar les partícules còsmiques.

L'aplicabilitat dels seus resultats a la radiació còsmica va ser per a Møller, en iniciar l'estudi que formaria la seva tesi, un estímul decisiu. Però la rellevància d'aquest aspecte del seu treball va disminuir progressivament a mida que

turalesa i sobre la constitució de la radiació còsmica en general. El terme "radiació d'altura" (*Höhenstrahlung*) era el més comú en llengua alemanya des de les primeres investigacions del fenomen, en la primera dècada del segle. Durant els anys trenta aquesta era encara la denominació més usual, però el terme va ser desplaçat finalment pel de "radiació còsmica", introduït per Millikan el 1925.

⁶⁰Bohr (1913, 1915, 1948).

avançava en els seus càlculs, i al final Møller aplicaria exclusivament els seus càlculs a la radiació β . Abans d'examinar en detall la deducció de la fórmula, analitzem el seu procés d'elaboració i el canvi simultani en els interessos de Møller, que il·lustra en forma única la seva correspondència.

EL PROCÉS D'ELABORACIÓ

Møller va començar a treballar en l'aplicació del mètode al càlcul del frenat d'electrons relativistes a finals de l'estiu de 1931, d'acord amb la intenció expressada al final del seu darrer article. A finals de setembre, va escriure a Bethe enviant-li una separata d'aquest article i demanant-li'n una del treball de Bethe sobre el frenat de partícules ràpides, "donat que ara voldria calcular segons el mateix mètode el frenat de partícules extremadament ràpides (radiació β , radiació d'altura)".⁶¹

Dues setmanes després, Møller va rebre una carta sense signar procedent de Cambridge. L'autor era F. C. Champion, un estudiant del Cavendish que havia llegit el darrer article de Møller i s'interessava per la fórmula general de dispersió. Møller havia ja avançat "un bon tros" (*ein guies Stuck*) en els seus càlculs, com va explicar a Max Delbrück en preguntar-li pel misteriós remitent.⁶² Els comentaris que seguien feien referència al frenat, la qüestió que més preocupava Møller. Møller no disposava encara d'una expressió pel frenat, però n'adjuntava una pel número d'ions formats en hidrogen per cm de trajectòria segons la qual la ionització primària era proporcional a γ^2 en el límit d'altres energies. Això portava Delbrück a expressar els primers dubtes sobre la correcció del càlcul, donat que aquesta proporcionalitat "representaria una ionització enorme pels electrons de la radiació d'altura, mentre que Skobelzyn,

⁶¹Møller a Bethe, 30-9-1931 (AHQP-59): "Da ich jetzt versuchen möchte nach derselben Methode die Bremsung extrem schneller Teilchen ($[\beta]$ Strahlen, Hohenstrahlung) zu berechnen, würde ich sehr froh sein, wenn Sie mir einen Sonderdruck Ihrer Arbeit über denselben Gegenstand nach der Schrödingerschen Theorie schicken wollten."

⁶²Møller a Delbrück, 14-10-1931 (AHQP-59). Veure p. 201.

Millikan i Blackett només troben una ionització aproximadament doble".⁶³

El 2 de novembre, no havent rebut resposta, Champion va tornar a escriure a Møller. Aquest cop va signar la carta i Møller, que s'interessà vivament pels experiments amb raigs β de Champion, va respondre-li immediatament. Møller era optimista respecte l'estat dels càlculs i esperava poder enviar-li la fórmula general "in a short time".⁶⁴ Champion, però, no va ser l'únic en interessar-se pel treball de Møller. A finals de novembre, Møller va rebre una carta de Heisenberg, les crítiques i suggerències del qual serien decisives per l'èxit del seu treball.

Heisenberg es trobava preparant l'article sobre radiació còsmica a què ens hem referit a la secció anterior. La seva carta estava motivada per l'aplicació que Oppenheimer i Carlson havien fet del mètode de Møller al càlcul del frenat d'electrons relativistes. Heisenberg trobava l'expressió deduïda pels físics nord-americans "molt poc plausible", i preguntava Møller pels seus propis càlculs. Heisenberg s'interessava així mateix per la fórmula de dispersió en el límit ultrarelativista per angles de dispersió petits, un cas que Møller no havia considerat al seu article.⁶⁵

La resposta de Møller s'iniciava, significativament, per la segona qüestió, a la que Møller replicava amb una primera versió equivocada de la fórmula general de dispersió. Encara que la còpia existent de la carta de Møller no la conté, s'ha de tractar de la mateixa expressió que Møller comunicà a Champion tres dies després, el 7 de desembre. Un esborrany d'aquesta carta conté la

⁶³Møller a Delbrück, 14-10-1931, Delbrück a Møller, sense data (AHQP-59): "das würde für Höhenstrahlungselektronen ungeheurn Ionisierung bedeuten, während Skobelzyn, Millikan und Blackett nur etwa doppelte Ionisierung finden."

⁶⁴Champion a Møller, 2-11-1931; Møller a Champion, 4-11-1931 (AHQP-59).

⁶⁵Heisenberg a Møller, 28-11-1931 (AHQP-59): "Es ist vor ein paar Tagen eine Arbeit von Oppenheimer erschienen, (Phys. Review), der behauptet, nach Ihrer Rechnung käme für das Bremsvermögen für äusserst harte einfallende Elektronen $\frac{4\pi e^4 N}{mc^2} \log E$ heraus. Mir scheint das s[eh]r unplausibel, ich hab aber nicht viel Lust, die ganzen Rechnungen durchzusehen. Haben Sie dieses Problem einmal gerechnet und was kommt dabei heraus?" Heisenberg es refereix a Oppenheimer i Carlson (1931), fórmula (1).

versió més primitiva de la secció eficaç diferencial de dispersió de Møller

$$d\sigma(\theta) = \frac{e^4 \sin 2\theta 2d\theta d\varphi 4[\gamma + 3 + (\gamma - 1) \cos \theta_{cm}](\gamma + 1)}{Mv v^4[\gamma + 1 - (\gamma - 1) \cos \theta_{cm}] [(\gamma + 3)^2 - (\gamma - 1)^2 \cos^2 \theta_{cm}]} \mathcal{F},$$

$$\mathcal{F} = 2\gamma^2(\gamma + 1) \left(\frac{4}{\sin^4 \theta_{cm}} - \frac{3}{\sin^2 \theta_{cm}} \right) + \frac{(\gamma - 1)^2}{4} \left(\frac{4[1 + (\gamma + 1)^2]}{\sin^2 \theta_{cm}} + 3 - 2\gamma^2 \right) + \frac{(\gamma - 1)^4}{16} \sin^2 \theta_{cm} \quad (11)$$

(θ_{cm} angle de dispersió en el sistema centre de masses, θ angle de dispersió en el sistema laboratori; γ i u es refereixen a l'electró incident). L'expressió, bastant més complicada que la correcta, es reduïa tanmateix als límits que havia calculat anteriorment.

Pel que fa al frenat, Møller explicava a Heisenberg que es trobava fent els càlculs per l'hidrogen, i que els resultats es podrien generalitzar fàcilment a àtoms lleugers. Møller transcrivia una expressió pel número d'ions formats per cm de trajectòria que en el límit no relativista es reduïa exactament a la calculada anteriorment per Bethe. Però no deixava d'expressar la seva incertesa respecte el significat d'alguns dels termes que contenia. Un d'ells el sorprenia especialment, ja que si bé no estava en contradicció "amb els experiments existents sobre la ionització de partícules [β] ràpides[...] representaria un increment increïble de la ionització deguda a la radiació d'altura".⁶⁶

Les cartes a Heisenberg i Champion contenien també les relacions entre els angles de dispersió als sistemes centre de masses i laboratori que Møller havia usat. Heisenberg va fer notar a Møller que aquestes relacions no eren correctes.⁶⁷ Al mateix temps, Heisenberg expressà els seus dubtes que la

⁶⁶Møller a Heisenberg, 4-12-1931 (AHQP-59): "Obwohl das Glied[...] nicht mit den vorhandenen Experimenten über die Ionisation durch schnelle [β]-Strahlen in Widerspruch ist[...] für Hohenstrahlung sollte das ja einen ungläublichen Zuwachs der Ionisation bedeuten."

⁶⁷Møller havia aplicat les relacions

$$\cos \theta_{cm} = \frac{2 - (\gamma + 3) \sin^2 \theta}{2 + (\gamma - 1) \sin^2 \theta}, \quad \sin \theta_{cm} = \frac{(\gamma + 1) \sin 2\theta}{2 + (\gamma - 1) \sin^2 \theta};$$

fórmula de frenat de M01ler fos aplicable a la radiació còsmica, ja que això "significaria sens dubte una contradicció extraordinària entre teoria i experiment, i mostraria que tot el mètode de càlcul amb camps retardats deixa de ser admissible".⁶⁸

Les consideracions negatives de Heisenberg, sumades a les que ja havien expressat Delbrück i el mateix M01ler anteriorment, van decidir M01ler a deixar de banda la radiació còsmica. M01ler va coincidir amb Heisenberg que l'expressió pel frenat no era aplicable als raigs còsmics, "ja que probablement el procediment d'aproximació utilitzat no té sentit [per valors de 7 tan elevats]". Al mateix temps, notícies provinents del Cavendish relatives a la contrastació de la seva fórmula mitjançant raigs β van fer que reconsideres la importància d'aquesta radiació. A mitjan desembre de 1931, M01ler havia completat la reorientació de les seves investigacions.⁶⁹

L'error a les relacions entre els angles θ_{cm} i O no havia afectat en res a la fórmula de dispersió. Però Heisenberg va detectar-hi un altre error, que possiblement induí M01ler a revisar els complicats càlculs, i el conduí finalment a la fórmula de dispersió correcta. Heisenberg havia trobat l'error en base a

prenent com a vàlida l'expressió per $\cos \theta_{cm}$, Heisenberg obtenia pel sinus

$$\sin \theta_{cm} = \frac{\sqrt{2(\gamma + 1)} \sin 2\theta}{2 + (\gamma - 1) \sin^2 \theta},$$

d'acord amb l'expressió que ell mateix utilitzava usualment, $\tan \frac{\theta_{cm}}{z} = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{2}} \tan \theta$.

⁶⁸Heisenberg a M01ler, 10-12-1931 (AHQP-59): "Ihre Endformel für $\phi(\theta)$ ist ja äusserst interessant, ich möchte aber merken, dass sie zweifellos einen eklatanten Widerspruch zwischen Theorie u. Experiment bedeuten würde und zeigte, dass die ganze Berechnungsmethode mit retardierten Feldern nicht mehr zulässig ist. Man muss bedenken, dass 7 für Höhenstrahlungselektronen mindestens 1.000 sein kann. Aber ich verstehe auch garnicht, wie solche Abweichungen von der klassischen Theorie möglich wären."

⁶⁹Møller a Heisenberg, 15-12-1931 (AHQP-59): "Ich glaube auch, dass der Ausdruck für ϕ für so grosse Werte von 7 wie es die Höhenstrahlung erfordert, gar nicht mehr gilt, da wahrscheinlich das benutzte Näherungsverfahren in diesem Gebiet sinnlos wird. Im gebiet schneller β -Strahlen dürfte die benutzte Methode vernünftig sein, es sind im Cambridge Experimente im Gang, die eine Prüfung der Streuformel für freie Elektronen mit Hilfe von Wilsonaufnahmen liefern solien."

consideracions de simetria, i el comunicà a Møller el 17 de desembre: "Vostè m'escriu la fórmula

$$d\sigma(\theta) = \frac{e^4}{m^2 v^4} \frac{\sin 2\theta \, 2d\theta \, d\varphi \, 4(\gamma + 1)[\gamma + 3 + (\gamma - 1) \cos \theta_{cm}]}{\gamma^4 [\gamma + 1 - (\gamma - 1) \cos \theta_{cm}] [(\gamma + 3)^2 - (\gamma - 1)^2 \cos^2 \theta_{cm}]} \mathcal{F},$$

però segur que al lloc subratllat hi hauria de dir 3 en lloc de 1, ja que si no en el sistema en moviment no hi ha invariància sota $\theta_{cm} \rightarrow \theta_{cm} + \pi$.⁷⁰

Poc més sabem fins el 25 de gener (1932), quan Møller va escriure a Mott i Champion comunicant-los la fórmula de dispersió correcta. Møller i Mott es coneixien des de l'estada d'aquest a Copenhaguen, el 1928. Mott havia enviat a Møller una separata a finals de novembre de 1931; Møller havia esmentat en la seva resposta que havia completat el càlcul de la fórmula de dispersió, afegint simplement:⁷¹ "If it has any interest for you, I shall report upon this another time." La reacció de Mott denota l'interès del problema:⁷² "I should be *MOST* interested to see your results on the collision between two particles, as soon as you can conveniently send them."

La tramesa dels resultats s'endarrerí més d'un mes, no només perquè Møller va haver de corregir l'error assenyalat per Heisenberg, sinó també perquè les vacances de Nadal van suposar un llarg parèntesi en el seu treball.⁷³ Probablement, Møller va refer els càlculs en tornar de vacances, a mitjan gener, i obtingué la fórmula, de dispersió poc abans del dia, 25. La nova fórmula

$$dQ(\theta) = \frac{e^4 \sin \theta_{cm} \, d\theta_{cm} \, d\varphi \, 8(\gamma + 1)}{m^2 \gamma^4 v^4 [(\gamma + 3)^2 - (\gamma - 1)^2 \cos^2 \theta_{cm}]} \mathcal{F} \quad (12)$$

⁷⁰Heisenberg a Møller, 17-12-1931 (AHQP-59): "Sie schreiben mir die Formel[...] An der unterstrickenen Stelle muss es aber doch wohl 3 statt 1 heissen, da sonst im bewegten System keine Invarianz gegen $\theta_{cm} \rightarrow \theta_{cm} + \pi$ besteht." Heisenberg es refereix al sistema centre de masses, que Møller descriu com "el sistema de Lorentz en què els moments d'ambdós electrons abans de la col·lisió són oposats, és a dir[...] un sistema que es mou amb velocitat $\left[\frac{\gamma v}{\gamma + 1}\right]$ en relació al sistema en repòs" (Møller a Heisenberg, 4-12-1931, AHQP-59).

⁷¹Møller a Mott, 9-12-1931 (AHQP-59).

⁷²Mott a Møller, 15-12-1931 (AHQP-59).

⁷³Møller a Mott, 25-1-1932 (AHQP-59): "I have just now come back from Holiday and have not thought on physics since before Christmas."

—el factor \mathcal{F} no variava, veure (11)—, "is only simple if we introduce the deflection angle θ_{cm} measured in [the centre of mass system]".⁷⁴ Tant en la carta a Champion com en la carta a Mott, Møller subratllava la necessitat de la simetria en $\theta_{cm} = \pi/2$, i expressava la seva confiança en haver eliminat finalment tots els errors. Naturalment, Møller comunicà també a Heisenberg el nou resultat; com hem vist, la fórmula final de dispersió va satisfer molt Heisenberg, que tanmateix va seguir dubtant que el càlcul del frenat fos correcte.⁷⁵

La fórmula de Møller era tan sols un més dels elements necessaris per calcular el frenat.⁷⁶ La redacció de l'extens article en què exposava els seus resultats devia ocupar intensament Møller fins a finals d'abril (l'article va ser rebut el 3 de maig als *Annalen der Physik*). A mitjan juliol, Møller havia revisat ja les segones proves de l'article, que no van impedir que aparegués amb nombrosos errors menors, inclòs un a la fórmula de dispersió.⁷⁷

Møller havia realitzat el treball amb la idea que constituís la seva tesi doctoral. Bohr va aconseguir que l'article fos reconegut com a tesi, 5 Møller només va haver d'afegir-hi una introducció en danès, que preparà durant l'estiu. És molt significatiu que titulés aquest resum de vint-i-cinc pàgines "Visió de conjunt sobre la teoria i comparació amb els experiments", quan les referències a experiments eren tan escasses en l'article. Sens dubte, el canvi es devia a Champion, que havia completat els seus experiments el juny.⁷⁸

Møller va defensar la seva tesi el 28 de novembre. El treball va ser altament

⁷⁴Møller a Mott, 25-1-1932, Møller a Champion, 25-1-1932 (AHQP-59).

⁷⁵Heisenberg a Møller, 15-2-1932 (AHQP-59): "Ihre γ^2 -Glieder für die Bremsung dagegen glaube ich Ihnen wohl nicht. Sie sind mit den Experimenten auch bei Sekundärelektronen der Energie $e \sim 30mc^2$ in krassestem Widerspruch."

⁷⁶Veure Kragh (1992), secció 5.

⁷⁷Møller a Bohr, 25-7-1932 (BSC-23).

⁷⁸"Oversigt over Teorien og Sammenligning med Eksperimenterne", prefaci de la tesi de Møller. Møller comentava el treball de Champion a les dues darreres pàgines d'aquesta introducció. Hi reproduïa els resultats de Champion juntament amb les seves prediccions teòriques, i les de Mott i Rutherford, però omittia les prediccions de la teoria clàssica corregida, que també s'adeia bé amb els resultats experimentals. Møller conclouia que els experiments recolzaven clarament la seva fórmula de dispersió.

valorat per Bohr i Klein, membres del tribunal.⁷⁹ El títol de doctor no va afectar immediatament la situació professional de Møller, que va mantenir el seu càrrec de professor associat a l'institut de Copenhagen.

LA DEDUCCIÓ DE LA FÓRMULA

En el primer paràgraf del seu article, Møller precisava l'objecte de la seva anàlisi i reconeixia el caràcter provisional i aproximat del seu tractament.⁸⁰

L'objecte del present treball és tractar el pas de raigs β durs a través de la matèria, d'acord amb la teoria quàntica i la teoria de la relativitat. Tots els fenòmens físics relacionats amb el pas d'electrons ràpids a través de la matèria, com ara el frenat, la dispersió, la ionització i l'excitació dels àtoms, poden reduir-se a la interacció dels electrons amb els àtoms; les forces radiatives, en canvi, no hi juguen pràcticament cap paper. Una teoria d'aquests fenòmens exigeix doncs un tractament teòrico-quàntic del problema relativista de varis cossos. Fins el moment no existeix cap teoria general conseqüent d'aquest problema, i hem de contentar-nos provisionalment amb obtenir un tractament aproximat adient al problema present,.

El títol de l'article inclou una referència genèrica a "electrons ràpids", però Møller precisa a la primera frase que l'objecte de la seva anàlisi és la radiació β . Les contínues referències a la radiació còsmica durant l'elaboració de l'article

⁷⁹Veure Kragh (1992), secció 1, i la correspondència entre Bohr i Klein referent a la tesi (BSC-22).

⁸⁰Møller (1932), p. 531: "Es ist das Ziel der vorliegenden Arbeit den Durchgang harter β -Strahlen durch Materie in Übereinstimmung mit der Quantentheorie und der Relativitätstheorie zu behandeln. Alle physikalischen Erscheinungen, welche mit dem Durchgang von schnell bewegten Elektronen durch Materie verknüpft sind, sowie Bremsung, Streuung, Ionisation und Anregung der Atome lassen sich auf die Wechselwirkung der Elektronen mit den Atomen zurückzuführen, die Strahlungskräfte dagegen spielen praktisch keine Rolle. Eine Theorie dieser Erscheinungen erfordert daher eine quantentheoretische Behandlung des relativistischen Mehrkörperproblems. Zur Zeit gibt es noch keine konsequente allgemeine Theorie dieses Problems und man muß sich vorläufig damit begnügen, durch sinngemäße Verallgemeinerung der nichtrelativistischen Theorie eine für das gerade vorliegende Problem geeignete approximative Behandlung zu erhalten."

no han deixat cap traça en la seva versió final. Això permet a Møller excloure de la seva anàlisi les forces radiatives, i limitar-se a la consideració de la interacció entre les partícules β i els àtoms, és, a dir, a les interaccions a dos cossos electró—electró, i electró—nucli. Per a Møller, la manca d'una "teoria general conseqüent" del problema relativista de varis cossos — és a dir, d'una electrodinàmica quàntica lliure de divergències— fa necessari tractar provisionalment el problema de forma aproximada, "mitjançant les convenients generalitzacions de la teoria no relativista". Encara que Møller no presenta el seu mètode com una alternativa als intents realitzats de quantificar el camp electromagnètic, tampoc no els esmenta.

La presentació del mètode que Møller fa a la primera secció del seu article ("§1. Fonaments teòrics"), és més extensa i completa que la presentació esquemàtica de l'article anterior, però segueix sense incloure cap reflexió sobre la base conceptual del mètode. Møller dedueix a partir de la mecànica quàntica no relativista la fórmula per la probabilitat de transició $(m_1 m_2) \rightarrow (n_1 n_2)$

$$P = \frac{4\pi^2}{h} \delta(E_{m_1} + E_{m_2} - E_{n_1} - E_{n_2}) |(n_1 n_2 | U | m_1 m_2)|^2, \quad (13)$$

expressió que "adopta" en el cas relativista, precisant que "naturalment, els 'elements de matriu' del membre de la dreta tenen un aspecte diferent que en el cas coulombià".⁸¹ A continuació, en termes molt similars als del seu article anterior, indica que per obtenir una "expressió relativista plausible" (*plausiblen relativistischen Ansatz*) de l'element de matriu, s'ha de partir de les densitats de càrrega i corrent associades a la transició d'una de les partícules. Enlloc descriurà Møller amb major precisió la transició al tractament relativista.

L'ús dels potencials retardats és ara més explícit. Møller forma les densitats de càrrega i corrent associades a la transició de la partícula 1 entre els seus

⁸¹*Ibid.*, p. 537: "In der relativistischen Behandlung übernehmen wir die Gl [(13)], wobei natürlich die 'Matrixelemente' auf der rechten Seite anders aussehen als im Coulombschen Fall."

estats inicial i final, $1 \rightarrow 1'$

$$\rho^{(1)} = -e \psi_1^\dagger, \psi_1 = -e \varphi_1^\dagger, \varphi_1 e^{i\omega_{11'}t}, \quad (14)$$

$$\mathbf{j}^{(1)} = ec \psi_1^\dagger, \boldsymbol{\alpha}_1 \psi_1 = ec \varphi_1^\dagger, \boldsymbol{\alpha}_1 \varphi_1 e^{i\omega_{11'}t} \quad (15)$$

$\left(\int \omega_{11'} = \frac{2\pi}{h} (E_1 - f_{ij}) \right)$, i assenyala que els potencials escalar i vectorial corresponents venen donats en la teoria de Maxwell per

$$\Phi^{(1)}(\mathbf{r}_2) = \int \frac{[\rho^{(1)}]}{r} d^3 \mathbf{r}_1 = -e e^{i\omega_{11'}t} \int \frac{\varphi_1^\dagger \varphi_1}{r} e^{i\omega_{11'} \frac{r}{c}} d^3 \mathbf{r}_1, \quad (16)$$

$$\mathbf{A}^{(1)}(\mathbf{r}_2) = \int \frac{[\mathbf{j}^{(1)}]}{r} d^3 \mathbf{r}_1 = e e^{i\omega_{11'}t} \int \frac{\varphi_1^\dagger \boldsymbol{\alpha}_1 \varphi_1}{r} e^{i\omega_{11'} \frac{r}{c}} d^3 \mathbf{r}_1, \quad (17)$$

($r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$), on "el parèntesi quadrat vol indicar que per $\rho^{(1)}$ i $\mathbf{j}^{(1)}$ s'ha d'introduir els valors retardats, és a dir, els valors en l'instant $t - r/c$ ".⁸²

L'operador associat a aquests potencials en la teoria de Dirac és

$$-e[\Phi^{(1)}(\mathbf{r}_2) + \boldsymbol{\alpha}_2 \cdot \mathbf{A}^{(1)}(\mathbf{r}_2)], \quad (18)$$

i l'element de matriu corresponent a aquest operador per la transició de la partícula 2 entre els seus estats inicial i final

$$-e J J \int 4 [\Phi^{(1)}(\mathbf{r}_2) + \boldsymbol{\alpha}_2 \cdot \mathbf{A}^{(1)}(\mathbf{r}_2)] f r d^3 \mathbf{r}_2, \quad (19)$$

és a dir,

$$e^{i(\omega_{11'} + \omega_{22'})t} \int \int \varphi_1^\dagger, \varphi_2^\dagger \frac{e^2(1 - \boldsymbol{\alpha}_1 \cdot \boldsymbol{\alpha}_2)}{r} \varphi_1 \varphi_2 e^{i\omega_{11'} \frac{r}{c}} d^3 \mathbf{r}_1 d^3 \mathbf{r}_2. \quad (20)$$

Aquesta expressió no és simètrica en general, però sí ho és per les úniques transicions físicament possibles, aquelles en què $\omega_{22'} = -\omega_{11'}$, d'acord amb la funció delta de l'expressió (13).

Aquesta formulació del mètode mostra de forma més clara que l'anterior l'origen dels diferents termes. El factor exponencial dins la integral prové

⁸²*Ibid.*, p 537: "die eckige Klammer soll andeuten, daß für $\rho^{(1)}$ und $\mathbf{j}^{(1)}$ die retardierten Werte, d. h. die Werte zur Zeit $t - r/c$ einzusetzen sind."

del retardament, i s'anul·la quan $c \rightarrow \infty$. Es reconeix també immediatament el terme d'interacció de Gaunt, $-e^2 \frac{\tilde{\mathbf{r}} \cdot \tilde{\mathbf{r}}}{r}$; com indica Møller, "és satisfactori que aquest terme aparegui per si mateix quan s'exigeix invariància relativista".⁸³

Després de tractar als apartats segon i tercer l'excitació dels nivells atòmics inferiors, Møller considera al quart apartat l'excitació dels nivells superiors i el cas límit en què l'energia impartida per l'electró incident a l'electró atòmic és molt més gran que l'energia d'ionització. Aquest cas es pot considerar com una interacció entre electrons lliures. La secció eficaç diferencial (per àtom) per les col·lisions en què l'electró incident té després del xoc un impuls comprès entre \mathbf{p}_1' i $\mathbf{p}_1' + d\mathbf{p}_1'$, i l'electró atòmic un de comprès entre \mathbf{p}_2' i $\mathbf{p}_2' + d\mathbf{p}_2'$ és⁸⁴

$$d\sigma(\mathbf{p}_1', \mathbf{p}_2') = \frac{4\pi^2}{hJ_z^{(1)}} \delta(E_1' + E_2' - E_1 - E_2) \cdot \frac{1}{4} \sum_{s_1 s_2} \sum_{s_1' s_2'} |(\mathbf{p}_1' s_1', \mathbf{p}_2' s_2' | V | \mathbf{p}_1 s_1, \mathbf{p}_2 s_2)|^2 d^3 \mathbf{p}_1' d^3 \mathbf{p}_2'. \quad (21)$$

Møller obté aquesta expressió a partir de l'expressió general (13) per la probabilitat de transició en la forma habitual: dividint pel flux incident d'electrons, $J_z^{(1)}$; sumant sobre els spins finals, ja que no mesurem la polarització dels electrons; i promitjant sobre els spins inicials, ja que es considera que el feix incident i els electrons atòmics no estan polaritzats.

L'element de matriu s'obté directament a partir de l'expressió general (20), introduïnt-hi les solucions a l'equació de Dirac

⁸³*Ibid.*, p. 538: "Es ist befriedigend, daß dieses Glied hier von selbst erscheint, sobald man relativistische Invarianz fordert."

⁸⁴Møller considera que l'electró atòmic està inicialment en repòs ($\mathbf{p}_2 = 0$), i el descriu mitjançant les solucions a l'equació de Dirac per l'àtom d'hidrogen. Al final del càlcul comprova que el resultat equival a considerar aquest electró com a lliure (p. 562). Per facilitar la comparació amb el tractament actual, considerem de forma més general un electró lliure amb un moment inicial qualsevol.

$$\langle 1', 2' | V | 1, 2 \rangle = e^2 \{ u_2^\dagger u_2 u_1^\dagger u_1 - (u_2^\dagger \alpha_2 u_2) \cdot (u_1^\dagger \alpha_1 u_1) \} f, \quad (22)$$

$$f = \int \int e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_{2'}) \cdot \mathbf{r}_2} e^{i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_{1'}) \cdot \mathbf{r}_1} \frac{1}{r} \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_{1'}}{c} r\right) d^3 \mathbf{r}_1 d^3 \mathbf{r}_2. \quad (23)$$

El sistema total ha estat representat fins aquí de forma implícita mitjançant les funcions pròpies asimètriques

$$|1'+, 2'+\rangle, |1'+, 2'-\rangle, |1'-, 2'+\rangle, |1'-, 2'-\rangle, \quad (24)$$

on $|1'+, 2'-\rangle$ representa l'estat en què l'electró 1 té un impuls $\mathbf{p}_{1'}$ i valor propi + de S_{1z} , i l'electró 2 un impuls $\mathbf{p}_{2'}$ i valor propi — de S_{2z} . Per a considerar l'intercanvi, M01ler ha d'introduir funcions del sistema total *antisimètriques* sota l'intercanvi dels dos electrons. Seguint Oppenheimer, M01ler adopta com a representació dels estats finals del sistema total les funcions⁸⁵

$$|a'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|1'+, 2'+\rangle - |2'+, 1'+\rangle],$$

$$|b'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|1'-, 2'-\rangle - |2'-, 1'-\rangle],$$

$$|c'\rangle = \frac{1}{2} [|1'+, 2'-\rangle - |2'-, 1'+\rangle + |1'-, 2'+\rangle - |2'+, 1'-\rangle],$$

$$|K\rangle = \frac{1}{2} [|1'+, 2'-\rangle - |2'-, 1'+\rangle - |1'-, 2'+\rangle + |2'+, 1'-\rangle].$$

Els estats inicials són representats anàlogament per les funcions $|a\rangle$, $|b\rangle$, $|c\rangle$ i $|d\rangle$. Per tenir en compte l'intercanvi, només s'ha de substituir a (21) la suma en s_1 , s_2 , $s_{1'}$ i $s_{2'}$ per la suma quadràtica S sobre els elements de matriu corresponents a les setze transicions possibles entre els estats inicials, $|a\rangle$, $|b\rangle$, $|c\rangle$, $|d\rangle$ i els finals, $|a'\rangle$, $|b'\rangle$, $|c'\rangle$ i $|d'\rangle$. La matriu S és de la forma

$$S = \sum | \langle b' | V | a \rangle |^2, \quad (25)$$

⁸⁵Oppenheimer (1928), p. 363. Els tres primers estats són *simètrics* en spin (triplet), l'últim *antisimètric* (singlet). El 1929, N. Mott havia descrit la interacció entre dues partícules tenint en compte la seva indistingibilitat (veure p. 199).

i els elements de matriu que hi apareixen són tots similars. Møller en calcula un com a exemple:

$$\begin{aligned} \langle b'|V|a\rangle = & \frac{1}{2} [\langle 1'-, 2' - |V|1+, 2+\rangle + \langle 2'-, 1' - |V|2+, 1+\rangle \\ & - \langle 1'-, 2' - |V|2+, 1+\rangle - \langle 2'-, 1' - |V|1+, 2+\rangle]. \end{aligned}$$

Els dos primers i els dos darrers termes són iguals entre si, degut a la simetria de l'element de matriu sota l'intercanvi dels dos electrons. Per tant

$$\langle b'|V|a\rangle = \langle 1'-, 2' - |V|1+, 2+\rangle - \langle 2'-, 1' - |V|1+, 2+\rangle,$$

on els dos termes només es distingeixen per l'intercanvi dels índexs 1' i 2'. Tenint en compte l'expressió (22) per l'element de matriu podem escriure més explícitament

$$\begin{aligned} \langle b'|V|a\rangle = & e^2 [\{u_1^\dagger u_1 u_2^\dagger u_2 - (u_1^\dagger \alpha_1 u_1) \cdot (u_2^\dagger \alpha_2 u_2)\} f \\ & - \{u_2^\dagger u_1 u_1^\dagger u_2 - (u_2^\dagger \alpha_1 u_1) \cdot (u_1^\dagger \alpha_2 u_2)\} g], \end{aligned} \quad (26)$$

on f ve donat per (23) i

$$g = \iint e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r}_2} e^{i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}_1} \frac{1}{r} \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{c} r\right) d^3 \mathbf{r}_1 d^3 \mathbf{r}_2. \quad (27)$$

Com assenyala Møller, tots els altres elements de matriu que apareixen a S són d'aquesta forma. Observem que els dos termes de l'element de matriu es distingeixen per la permutació dels moments finals: corresponen als dos diagrames de Feynman que associem actualment al procés de dispersió. En efecte, introduint la notació γ^μ , amb $\gamma^0 = \beta$ i $\gamma = \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{a}$, l'element de matriu s'escriu (prescindint dels factors)

$$\langle b' | S | a \rangle = \frac{\bar{u}_1' \gamma^\mu u_1 \bar{u}_2' \gamma_\mu u_2}{(p_1 - p_1')^2} - \frac{\bar{u}_2' \gamma^\mu u_1 \bar{u}_1' \gamma_\mu u_2}{(p_1 - p_2')^2}. \quad (28)$$

Aquest és el mateix element de matriu que escrivim avui directament a partir dels diagrames de Feynman corresponents a aquest procés.

Reunint aquests resultats, la secció eficaç (21) esdevé⁸⁶

$$d\sigma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2') = \frac{4 h^9 e^4}{J_z^{(1)}} \delta^4(p_1 + p_2 - p_1' - p_2') \frac{1}{4} S' d^3 \mathbf{p}_1' d^3 \mathbf{p}_2', \quad (29)$$

(p_i , quadrimoment) on S' és la suma quadràtica sobre els diferents elements de matriu. La secció eficaç s'interpreta ara més precisament com el nombre de col·lisions en què després del xoc *un* dels electrons té un impuls \mathbf{p}_1 , i *Yaltre* un impuls \mathbf{p}_2' . Møller observa que "degut a l'intercanvi ja no podem dir quin dels electrons expel·lits és l'originàriament lligat a l'àtom, i quin és l'incident".⁸⁷

Møller expressa a continuació la secció eficaç en funció de l'angle O de dispersió d'un dels electrons, deixant pel final el càlcul de la suma S' . La funció delta de la secció eficaç expressa la conservació de l'energia i el moment. Møller usa aquest principi per donar les diferents magnituds implicades en la secció eficaç, en funció de l'angle de dispersió O i la velocitat v de l'electró incident. L'energia i el moment es conserven en qualsevol sistema de Lorentz, i Møller calcula la cinemàtica de la col·lisió en aquell on és més simple, el sistema centre de masses. Integrant l'expressió (29) per la secció eficaç en \mathbf{p}_2' i ζ s'obté

$$d\sigma(|\mathbf{p}_1'|, \theta) = \frac{8 h^9 \pi e^4}{J_z^{(1)}} \delta(E_1' + E_2' - E_1 - E_2) \frac{1}{4} S' d|\mathbf{p}_1'| \sin \theta d\theta, \quad (30)$$

i integrant cuidadosament sobre $|\mathbf{p}_1'|$ (Møller, com hem vist, s'havia precipitat en l'article anterior)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{e^4 m^2}{16} \frac{v_1 v_2}{(v_1 + v_2)^2 - (v_1 - v_2)^2} \frac{2 n_{cm}}{v_{cm}} \frac{1}{4} S'. \quad (31)$$

Ja només queda calcular S' . Møller observa que els elements de matriu són invariants relativistes —el que és manifest en la notació actual— i els calcula

⁸⁶La diferència en un factor $1/h^3$ respecte la fórmula (62') de Møller (1932) ve donada pel factor de normalització de ψ_2 , que considerem inclòs a u_2 .

⁸⁷Møller (1932), p. 560: "Wir können aber wegen des Austausches gar nicht mehr sagen, welches der beiden herausfliegenden Elektronen das ursprünglich im Atom gebundene und welches das auffallende Elektron ist."

un per un en el sistema centre de masses. Aquest càlcul formidable el condueix finalment a la fórmula de dispersió⁸⁸

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2e^4(\gamma + 1)}{m^2\gamma^2v^4} \left(\frac{4}{\sin^4\theta_{cm}} - \frac{3}{\sin^2\theta_{cm}} + \frac{(\gamma - 1)^2}{4\gamma^2} \left(1 + \frac{4}{\sin^2\theta_{cm}} \right) \right), \quad (32)$$

que avui coneixem com a fórmula de Møller.

La fórmula no ocupa, en l'article de Møller, un lloc destacat. Un cop deduïda, Møller la utilitza, junt amb els resultats dels paràgrafs anteriors, per calcular el frenat. Tota valoració del mètode que ha emprat, o de la fórmula de dispersió que ha obtingut, la limita Møller a la breu introducció. En ella els judicis de valor són escassos, i no inclouen cap esment a l'electrodinàmica quàntica. És que no tenia la fórmula de Møller cap relació amb aquesta teoria?

ASSIMILACIÓ IMMEDIATA PER L'ELECTRODINÀMICA QUÀNTICA

En els seus articles sobre la dispersió d'electrons, Møller no feia cap referència a l'electrodinàmica quàntica. El seu tractament de la interacció electró-electró s'assentava sobre bases teòriques més fiables, evitant així els greus problemes que afectaven la teoria quàntica del camp electromagnètic. Però la relació entre la fórmula de Møller i l'electrodinàmica quàntica no només era més directa que el silenci de Møller no feia suposar, sinó que seria posada de manifest molt aviat. El segon article de Møller havia estat rebut als *Annalen der Physik* el 3 de maig de 1932; el 9 de juny es rebia a *Zeitschrift für Physik* un article de Bethe i Fermi on es discutien "les relacions entre les fórmules d'interacció de Breit, Møller i l'electrodinàmica quàntica".⁸⁹

Bethe s'havia interessat pel frenat de partícules relativistes des de l'inici de la seva carrera.⁹⁰ El 1932, després d'haver passat l'any anterior a Cambridge,

⁸⁸En l'article de Møller el denominador del primer factor està imprès erròniament com $m^2\gamma^4v^4$ (Møller 1932, fórmula 74).

⁸⁹Bethe i Fermi (1932), p. 296: "Die Zusammenhänge zwischen den Wechselwirkungsfarmeln von Breit und Møller und der Quantenelektrodynamik werden diskutiert."

⁹⁰Bernstein (1979), Galison (1987); cap d'aquests llibres, tanmateix, no esmenta el treball de Møller.

una beca de la Fundació Rockefeller li va permetre treballar a Roma amb el grup de Fermi. L'extensió relativista del càlcul del frenat va ser el primer problema considerat per Bethe, de manera que no és estrany que el primer article de Møller despertés el seu interès. A finals de març, Bethe escrivia a Møller:⁹¹ "Aquests dies m'he ocupat intensament del seu important treball sobre la dispersió d'electrons de velocitat relativista. És meravellós que hagi pogut tractar el problema de forma tan senzilla!" Bethe havia pres l'article de Møller com a punt de partida pel càlcul del frenat, després d'haver sabut per Heisenberg dels problemes que tenia Møller per calcular-lo. De fet, el motiu de la carta no era un altre que saber si Møller havia corregit aquests errors i pensava publicar els resultats.

La resposta de Møller s'ha perdut. Aparentment, va suggerir a Bethe que publicqués una nota breu a *Die Naturwissenschaften*, i li va avançar el contingut del seu proper article. El 30 d'abril, Bethe informava Møller que la nota, "a pesar que només hi deia allò més indispensable", havia excedit els límits permesos, i que l'havia enviat a *Zeitschrift für Physik* esperant no haver-se anticipat a l'article de Møller.⁹²

El segon article de Møller i la nota ampliada de Bethe van ser sotmesos amb un dia de diferència. Bethe consideraria poc després, juntament amb Fermi, una qüestió més fonamental: quina relació hi havia entre el tractament de Møller, la fórmula de Breit, i l'electrodinàmica quàntica? Si hem de creure Bethe, el seu treball va progressar de forma extraordinàriament ràpida.⁹³ L'electrodinàmica quàntica de l'article de Bethe i Fermi era na-

⁹¹Bethe a Møller, 25-3-1932 (AHQP-59): "Ich habe mich den letzten Tagen sehr eingehend mit Ihrer wichtigen Arbeit über die Streuung von Elektronen mit relativistischer Geschwindigkeit beschäftigt. Ich finde es wunderschön, dass Sie das Problem auf so einfache Weise behandeln konnten!"

⁹²Bethe a Møller, 30-4-1932 (AHQP-59). Bethe (1932).

⁹³Bernstein (1979), p. 31 (segons una comunicació de Bethe): "Fermi and I wrote a paper comparing three methods of treating the relativistic electron-electron interaction —unifying electro-magnetic quantum theory with relativity. The research took two days. Then he said,

turalment la de Fermi, que l'havia formulat de manera més entenedora que Dirac, o Heisenberg i Pauli, i l'havia exposat recentment a *Review of Modern Physics*.⁹⁴ Bethe i Fermi investigaven la relació entre les dues "hipòtesis" per la interacció entre dos electrons, "que aparentment parteixen de punts completament diferents", i establien les aproximacions que eren necessàries per deduir-les en base a l'electrodinàmica quàntica. Observem només que Bethe i Fermi usaven el *gauge* de Coulomb i obtenien l'equació (2) de Møller afegint a l'element de matriu per la interacció coulombiana, la contribució corresponent a l'intercanvi d'un fotó transversal entre els dos electrons. L'article, en suma, mostrava amb concisió i claredat que el tractament de Møller era plenament compatible amb la teoria.

La fórmula de Møller no només es podia deduir en base a la "ellettrodinamica quantistica" de Fermi. Les diferents formulacions rebudes fins aquell moment per l'electrodinàmica quàntica s'havien mostrat equivalents des del punt de vista matemàtic, i la formulació alternativa que Dirac presentà el març de 1932 no va ser una excepció. L'equivalència de la teoria de Dirac amb la de Heisenberg i Pauli va ser reconeguda abans que fos publicada, i la teoria només sembla haver estat considerada seriosament pels físics rusos.⁹⁵ K. Nikolsky, a Leningrad, no devia sorprendre ningú en mostrar a finals de 1932 que la fórmula de Møller se seguia també de la "mecànica quàntica relativista" de Dirac.⁹⁶ B. Podolsky, que treballaria amb V. Fock sobre la teoria de Dirac

'Well, now we have solved it, now we will write a paper.' So on the third day he himself sat down at the typewriter —there was no secretary in the institute. His procedure was to state a sentence in German—he spoke excellent German, while I spoke hardly any Italian—and I would either approve it or modify it. When he came to an equation, we would agree on it, and I would write it down in longhand. That was the paper. It was a nice paper, and even though Fermi did by far the larger part of it, it had my name on it along with his. I felt very happy about that, and I learned a lot from it. It taught me how to write a scientific paper simply and clearly. My stay in Rome came to an end much too soon."

⁹⁴Fermi (1932). Veure també Fermi (1930).

⁹⁵Kragh (1990), pp. 132-139. Dirac, tanmateix, no va acceptar fàcilment que l'equivalència matemàtica impliqués una equivalència física.

⁹⁶Nikolsky (1932).

durant l'estiu d'aquell any, disposava pel setembre una comprovació similar.⁹⁷

A finals de 1932, la relació de la fórmula de M011er amb l'electrodinàmica quàntica era manifesta, i res no impedia en principi aduir la fórmula com a aplicació d'aquesta teoria. A l'epíleg veurem que de fet no ho va ser —una negligència que contrasta amb la posició prominent que ocupa la fórmula en les presentacions actuals de la teoria.

⁹⁷Fock a Dirac, 16-10-1932 (PAMD 3/4): "Podolsky has probably told you, as you were in Kharkov, that he has deduced M011er's formula from your theory." Veure Fock i Podolsky (1932a, b). Aquell setembre, Dirac havia coincidit amb Podolsky i Fock en un congrés sobre la teoria de metalls celebrat a Leningrad.

CAPÍTOL 3

La deducció original de la fórmula de Bhabha

A finals de l'estiu de 1927, un estudiant indi educat als millors col·legis de Bombay s'incorporà a la disciplina del Caius College de Cambridge. L'estudi a Cambridge havia de completar de forma apropiada la formació del jove Jomi Jehangir, membre de la família Bhabha. Fill d'un advocat educat a Oxford i nebot d'un dels industrials més influents de l'Índia, Bhabha havia crescut en un entorn culte i benestant, i les seves maneres de *gentleman* es van adaptar bé als usos de la reduïda comunitat de físics teòrics en què s'integrà durant els primers anys de la dècada de 1930. L'esclat de la guerra disgregaria els membres d'aquesta comunitat internacional i cosmopolita, i acabaria amb l'etapa més creativa i fructífera de Bhabha com a físic. Després de la guerra, Bhabha s'implicà decididament en el desenvolupament de la ciència i el programa nuclear indis, i la seva activitat com a administrador l'ocuparia de forma preferent fins a la seva mort, el gener de 1966, quan l'avió que el transportava a una reunió del comitè científic de la International Atomic Energy Agency s'estavellà sobre el Mont Blanc.¹

El 1935, Bhabha va adaptar el tractament de Møller de la col·lisió entre dos electrons al càlcul de la dispersió d'un positró per un electró. L'anàlisi de Bhabha parteix directament de la de Møller, de manera que algunes de les consideracions del capítol precedent relatives a la base conceptual i la significació del treball de Møller són aplicables al de Bhabha. L'adaptació, tanmateix, només era possible des de la peculiar concepció del positró de Dirac, i l'ús imaginatiu

¹Menon (1967), Cockcroft (1967), Penney (1967), Blanpied (1981), Greenstein (1992). Cap d'aquests articles biogràfics, tot i destacar-ne la qualitat, no dedica massa espai a l'obra científica de Bhabha, eclipsada per la seva activitat administrativa en els primers anys de l'Índia postcolonial.

d'aquesta teoria controvertida esdevindrà l'element més característic de la deducció de Bhabha. En aquest capítol examino el context del seu interès per la dispersió de positrons, i els recursos que va desplegar en la deducció original de la fórmula que duu el seu nom.

HOLE THEORY I RADIACIÓ CÒSMICA

Durant els primers anys a Cambridge, Bhabha va estudiar enginyeria seguint els desitjos de la seva família, que esperava d'ell que contribuís al desenvolupament industrial del seu país. L'interès per les matemàtiques i la física, però, l'allunyaria d'aquestes expectatives i de l'Índia durant una dècada. El 1930 Bhabha va aconseguir la màxima qualificació en els *Tripes* (exàmens de la Universitat) de ciències mecàniques, la condició que li havia imposat el seu pare per seguir finançant els seus estudis; un any després, superava de forma igualment brillant els *Tripes* de matemàtiques i es convertia en un dels escassos estudiants de recerca en física teòrica de Cambridge.² Les condicions de treball d'aquests estudiants no es podien comparar amb les d'aquells que saturaven el Cavendish. Els estudiants de física teòrica seguien adscrits a la facultat de Matemàtiques, que no disposava d'edifici propi, i eren sovint abandonats a la seva sort per Fowler i Dirac, els dos professors, que passaven fora bona part de l'any.³ Tot i així, les condicions per al desenvolupament de la disciplina eren a mitjan anys trenta més favorables que no ho havien estat durant la dècada anterior, com mostren el cas de Bhabha i d'altres similars.⁴ Exceptuant les estades de rigor a Zurich, Roma o Copenhagen, Bhabha es formà a Cambridge, sota la tutela de Dirac, i va trobar en el seu entorn interlocutors prou qualificats (com Mott, Bethe, Heitler o Peierls). Durant aquest període, Bhabha va obtenir una beca darrera l'altra, una de les raons per les quals la important

²Penney (1967).

³Hendry (1984), pp. 104s. Feia només cinc anys que l'ensenyament de les matemàtiques havia passat dels *colleges* a la Universitat.

⁴*Ibid.*, part 3, que inclou les reminiscències de N. Mott i A. Wilson.

recessió econòmica dels primers anys trenta no va afectar sensiblement la seva carrera —l'altra raó, presumiblement, era la solvència familiar.⁵

La majoria dels articles que Bhabha va publicar durant la seva estada a Europa estan relacionats amb la radiació còsmica. El 1933, quan Bhabha va iniciar la seva activitat com a físic teòric, la interpretació d'aquest fenomen plantejava nombroses incògnites, que el recent descobriment del positró no havia sinó complicat: quines partícules formaven la radiació? D'on procedien? Com perdien la seva energia en el pas a través de l'atmosfera? Durant la segona meitat dels anys trenta, Bhabha participaria en l'elaboració de la primera imatge versemblant de la constitució dels raigs i la seva evolució a través de l'atmosfera; però a finals de 1932, quan va arribar a Zurich disposat a sotmetre's a la crítica implacable de Pauli, les seves aspiracions eren necessàriament més modestes. Els seus coneixements de mecànica quàntica es limitaven als *Principles* de Dirac; a Casimir, l'assistent de Pauli en aquells moments, Bhabha li recordà "the savage in Huxley's *Brave New World*, the man who is discovered there and only speaks Shakesperian English". Tanmateix la carta de recomanació de Fowler ("You can be as brutal to him as you like"), intencionadament o no, va predisposar molt favorablement Pauli, que acabaria establint amb Bhabha una bona amistat.⁶

La darrera setmana de juny de 1933 es celebrà a Zurich el tercer dels congressos organitzats per Pauli i Scherrer per mantenir la ciutat dins el circuit de reunions físiques internacionals. En una de les sessions de la *physikalische Vortragswoche* d'aquell any, dedicada especialment a la física del nucli i la radiació

⁵*Biographical History of Gonville & Caius College*, vol. V, Cambridge 1948. La correspondència de Bhabha aclariria aquest punt i d'altres més rellevants, però la seva localització és incerta. Segons el germà de Bhabha, els seus papers es preserven al Tata Institute of Fundamental Research, però aquest centre assegura no conservar-ne material d'arxiu.

⁶Entrevista a Casimir (6-7-1963), OHI-1, p. 11. Cf. Casimir (1984), p. 139, comentant la reacció de Pauli: "This Pauli enjoyed immensely; he showed me the letter and repeated over and over again, 'I can be as brutal as I like'." La carta de Fowler no figura entre la correspondència de Pauli.

còsmica, Bruno Rossi va tractar d'una de les manifestacions més intrigants de la interacció dels raigs còsmics amb la matèria.⁷ S'havia observat recentment que la interposició d'una placa de metall en la trajectòria dels raigs causava l'aparició d'un grup de partícules, o *shower*; el mètode de coincidència desenvolupat per Rossi permetia reconèixer el fenomen per la reacció simultània d'una sèrie de comptadors Geiger connectats entre si. Disposant els seus comptadors sota una làmina de plom, Rossi havia representat gràficament la relació entre el gruix de la làmina i el número de coincidències. Bhabha es preguntà quines eren les hipòtesis mínimes necessàries per reproduir les "corbes de transició de Rossi", i en dos mesos va obtenir una resposta relativament simple a partir d'un raonament semi-empíric, basat en consideracions geomètriques molt generals, que no precisava de la mecànica quàntica ni de la relativitat.⁸

Els treballs de Bhabha no es distingirien, tanmateix, per la seva simplicitat conceptual i matemàtica. El seu article següent, elaborat conjuntament amb un altre dels estudiants de recerca a Cambridge, H. R. Hulme, és un exercici de virtuosisme en la teoria de l'electró de Dirac, aplicada al càlcul de l'anihilació de positrons per electrons K (de l'orbital $1s$).⁹ El procés d'anihilació més freqüent és aquell en què s'emeten dos fotons ($e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$); és també l'únic viable per electrons i positrons lliures, ja que la conservació del moment exigeix la presència d'un tercer cos en l'anihilació a un fotó ($e^+ + e^- \rightarrow \gamma$), E. Fermi i G. Uhlenbeck havien mostrat que aquest mode d'anihilació era molt poc probable quan l'energia cinètica del positró era de l'ordre de l'energia d'ionització dels electrons K ; però Bhabha i Hulme estaven interessats en energies molt superiors, de l'ordre de $100 mc^2$, les que podrien assolir positrons

⁷Bretscher (1933), L'altre tema de la reunió va ser la física de baixes temperatures.

⁸Bhabha (1933), sotmès el 12-8-1933. El 1936, Bhabha elaboraria junt amb W. Heitler una teoria quantitativa de la producció de *showers* (Bhabha i Heitler 1936, 1937), al mateix temps però independentment d'Oppenheimer i Carlson (1937).

⁹Hulme s'havia doctorat el 1932 amb una tesi sobre la conversió interna de raigs γ (absorció del raig γ per col·lisions amb els electrons de l'àtom emissor), basada en l'equació de Dirac (Hendry 1984, p. 128).

presents en la radiació còsmica. Bhabha i Hulme comprovarien que l'increment d'energia no modificava substancialment les conclusions de Fermi i Uhlenbeck, i confirmarien l'escassa incidència de l'anihilació a un fotó. Però més que els seus resultats, el que ens interessa en aquest context és la seva concepció del procés d'anihilació, ja que la conceptualització subjacent al seu càlcul jugarà un paper fonamental en la deducció de la fórmula de Bhabha.

L'anàlisi dels estudiants de Cambridge depenia crucialment de la teoria del positró de Dirac, és a dir, de la identificació del positró amb l'absència d'un electró (un "forat") en una distribució uniforme i infinita d'electrons d'energia negativa (*hole theory*).¹⁰ La proposta de Dirac per evitar la transició dels electrons als estats d'energia negativa —omplir-los gairebé tots, de forma que el principi d'exclusió de Pauli els fes inaccessibles als electrons reals— era tan suggerent com problemàtica des del punt de vista físic: que una densitat infinita de càrrega no tingués efectes observables podia ser concebible per Dirac, però no per la majoria de físics, que van acollir la teoria sense entusiasme. El descobriment de l'electró positiu per part d'Anderson, en contra del que podria pensar-se, no va modificar substancialment l'actitud d'escèptics com Bohr, Fermi o Pauli, que van preferir acceptar la nova partícula com una entitat elemental abans que relacionar-la amb la teoria de Dirac.¹¹ A mitjan 1933, tanmateix, després que la teoria hagués mostrat la seva eficàcia en la interpretació de la dispersió anòmala de raigs γ i els processos de creació i

¹⁰Com és ben sabut, Dirac va identificar inicialment els forats amb protons, però aquest fet és irrellevant per la discussió que segueix (Dirac 1930 a, b, c). Més significatiu és que anomenés l'electró positiu "anti-electró", ja que aquesta partícula i la descoberta per Anderson el 1932 no van ser identificades immediatament (Dirac 1931). Però tampoc aquesta distinció no afecta essencialment la nostra història, i parlarem simplement del positró de Dirac.

¹¹Darrigol (1988), p. 254; Kragh (1990), pp. 111s. Kragh cita entre d'altres exemples un comentari atribuït a Bohr sobre l'evidència experimental en favor del positró: "Even if all this turns to be true, of one thing I am certain: that it has nothing to do with Dirac's theory of holes!" (*ibid.*, p. 112, segons entrevista a Max Delbrück, 13-3-1962, OHI-1). Més endavant citem una expressió molt similar de Pauli. Cf. Dirac a Tamm, 19-6-1933, Kozhevnikov i Frenkel 1988): "Most theoretical physicists do not like my hole theory at all."

anihilació de parelles, l'escepticisme va cedir pas a un cert interès i un moderat optimisme. Fins i tot Pauli, que l'abril havia escrit a Blackett "I don't believe in Dirac-'holes' even if the positive electron exists", s'interessà durant uns mesos per la teoria del positró, arribant a esperar-ne alguna indicació "per la reforma de l'electrodinàmica quàntica. La meua actitud cap a la idea dels forats [explicava a Heisenberg el setembre] com la teua mateixa o la de Bohr, no és ja del tot negativa o de rebuig".¹² Heisenberg estava en aquells moments molt ocupat intentant formalitzar les idees de Dirac i comptava encara amb la col·laboració de Pauli, que acabaria abandonant el "positron's program".¹³ Aquest canvi d'actitud, que com veurem tot seguit va ser relativament generalitzat, va anar acompanyat de la plena manifestació del *potencial heurístic* de la teoria: la capacitat de visualitzar els processos físics que impliquen positrons i indicar la manera d'avaluar-los quantitativament. Aquest aspecte de la *hole theory*, essencial per a l'assimilació i l'aplicació de la teoria, ha rebut escassa atenció per part dels historiadors. La seva importància per a l'obra de Bhabha fa necessària una breu digressió.¹⁴

El potencial heurístic de la teoria dels "forats" estava inscrit en la for-

¹²Pauli a Blackett, 19-4-1933 [PB II, 307]; Pauli a Heisenberg, 29-9-1933 [PB II, 323]: "Vielleicht ergibt sich doch ein Hinweis für eine Reform der Quantenlektrodynamik. Meine Haltung zur Löcheridee ist nunmehr ebenso wie bei Bohr und Dir keine völlig ablehnende oder negative." La *Physikalische Vortragswoche*, celebrada a finals de juny, sembla haver estat determinant pel canvi d'actitud de Pauli (p. 179). Veure PB II, pp. 196ss i [317-320].

¹³Cassidy (1992), capítol 17. Cassidy data l'abandonament el juny de 1934 en base a una carta adreçada a Heisenberg. En aquells moments Pauli elaborava amb Weisskopf el seu "anti-Dirac paper", que contenia una teoria quàntica i relativista per partícules sense spin (Pauli i Weisskopf 1934).

¹⁴La bibliografia rellevant inclou Moyer (1981c), de Maria i Russo (1985), i Kragh (1990), capítol 5. Les anàlisis de la teoria de Dirac es centren en la predicció de l'antielectró i solen acabar amb el descobriment del positró; rarament s'ocupen dels usos posteriors de la teoria. L'èmfasi de Kragh en l'oposició a la teoria de Dirac fa que passi per alt el canvi d'actitud de Pauli, un dels exemples més elaborats que presenta d'aquesta oposició (*ibid.*, pp. 112ss). Els components visual i analògic de la teoria de Dirac fan que tingui encara un cert interès per als físics, més enllà de la anècdota històrica: "[Hole theory] provides an intuitive physical picture useful in practical instances, and permits fruitful analogies with different situations like electrons in metals" (Itzykson i Zuber 1985, p. 84).

mulació original de la teoria. Un dels primers fenòmens considerats per Dirac —quan encara no havia despertat del somni de reduir la matèria a una única entitat fonamental, i identificava els protons amb els “forats”— va ser l'anihilació electró-protó, que en la seva teoria s'interpretava directament com la transició d'un electró a un estat desocupat d'energia negativa: "When an electron of +ve energy drops into a hole and fills it up, we have an electron and proton disappearing simultaneously and emitting their energy in the form of radiation." Aquesta era una conseqüència genuïna de la teoria, que el mateix Dirac interpretaria posteriorment com una anihilació electró-antielectró. Però la teoria permetia també reinterpretar físicament fenòmens coneguts, com la dispersió Compton: “[On my new theory] there is[...] a new kind of double transition now taking place, in which first one of the negative-energy electrons jumps up to the proper final state with emission (or absorption) of a photon, and secondly the original positive-energy electron jumps down and fills up the hole, with absorption (or emission) of a photon.”¹⁵

Aquest raonament audaç i inverosímil només atreuria l'atenció general després que Blackett i Occhialini identifiquessin l'anti-electró de Dirac amb el positró d'Anderson. Blackett i Occhialini adduïen la teoria de Dirac per explicar el caràcter elusiu de la nova partícula, "since it is easy for a negative electron to jump down into an unoccupied state, so filling up a hole and leading to the simultaneous annihilation of a positive and a negative electron, the energy being radiated as two quanta".¹⁶ La mateixa idea afloraria en les primeres estimacions de la secció eficaç d'aquest procés i el seu invers, la creació de parelles. La reducció d'ambdós fenòmens a la transició d'un electró entre dos estats d'energia (un de positiva i l'altre de negativa) suggeria la similitud amb l'efecte fotoelèctric, i no van faltar proponents i explotadors d'aquesta analogia. El maig de 1933, Max Delbrück intentà explicar l'absorció anòmala

¹⁵Dirac a Bohr, 26-11 i 9-12-1929 (BSC-9). Veure Dirac (1930a).

¹⁶Blackett i Occhialini (1933), p. 714.

dels raigs γ en base a un "efecte fotoelèctric sobre un dels infinits electrons en els estats d'energia negativa"; el juny, Oppenheimer i Plesset van interpretar la creació d'una parella electró-positró "as a photoelectric absorption of the gamma-ray by the pair", i poc després Furry i Carlson descrivien el mateix fenomen com a "photoelectric production of high-energy pairs".¹⁷ La idea era prou comú en un moment que les observacions de la creació de positrons per part de raigs gamma es multiplicaven.¹⁸ A Cambridge, Peierls s'ocupava de consideracions molt similars sota l'atenta mirada de Dirac, que intentava eliminar els efectes desastrosos del mar d'electrons d'energia negativa; "the positive electrons [escrivia Peierls a Bethe el juliol de 1933] certainly have their origin in a collision between a light quantum and a nucleus, that is, a process which in the Dirac theory can be described as a photoelectric effect from the negative to the positive part of the energy spectrum."¹⁹

Reflexions com aquesta ocuparien un lloc prominent en l'important article sobre frenat de partícules relativistes de Bethe i Heitler, aparegut a mitjan

¹⁷Apèndix de Delbrück a Meitner i Kösters (1933), p. 144: "einen Photoeffekt an einem der unendlich vielen Elektronen in Zuständen negativer Energie" (veure p. 179). Oppenheimer i Plesset (1933), p. 54; Furry i Carlson (1933), p. 238. La possible materialització dels raigs gamma en presència del nucli va ser també considerada per G. Beck (maig, Beck 1933b), Nishina i Tomonaga (juliol) i Pauli [juliol, PBII 314], com observa Darrigol (1988), p. 255.

¹⁸Blackett, Chadwick i Occhialini (1933), Curie i Joliot (1933), Meitner i Philipp (1933a, b), Anderson i Neddermeyer (1933). La concurrència, naturalment, comportava una certa competència; referint-se al seu treball amb Philipp, Meitner escrivia a Hahn a primers d'abril: "Ich habe eine Notiz für die Naturwissenschaften geschrieben und eben die Korrektur gelesen. Sie soll am 19. April erscheinen. Aber eben ist die Nature vom 1. April erschienen und enthält eine vom 27. März datierte Notiz von Bläckett u. Occhialini genau gleicher Inhalts. Ich finde, dass es nichts macht. Die Naturwissenschaften publizieren eben viel langsamer" (Meitner a Hahn, 2-4-1933, OH).

¹⁹Peierls a Bethe, 24-7-1933 (Bethe Papers, Cornell University Archives), segons la traducció de l'original alemany a Kragh (1990), p. 114; cf. Peierls a Bethe, 14-8-1933: "Recently[...] I have roamed about the Dirac holes = Bläckett electrons. Perhaps this Dirac theory makes sense in some approximation" (*ibid.*). Veure també Dirac a Tamm, 19-6-1933 (Kozhevnikov i Frenkel 1988): "Peierls, who is now in Cambridge, has been working theoretically at [the production of anti-electrons by hard γ -rays], and gets the right order of magnitude to agree with the observations." Dirac acabaria immiscint-se en aquestes consideracions, veure Dirac a Bohr, 10-8-1933 (BSC-9).

1934, que conté una de les aplicacions més explícites de la teoria de Dirac. Bethe i Heitler consideraven la creació d'una parella electró-positró "as a kind of photoelectric process: an electron which is initially in a state of negative energy $E = -|E|$ is excited by a light quantum $h\nu$ to a state of positive energy $E_0 = h\nu - |E|$. Then it is observed that a negative electron of energy E_0 and a positive one of energy $E_+ = |E|$ are created, the light quantum being absorbed". Però aquesta no era l'única aplicació de les concepcions de Dirac que contenia el seu article. Bethe i Heitler havien calculat també el frenat d'un electro per emissió de radiació (*bremstrahlung*), i notaven que aquest procés només es distingia de l'anihilació electró-positró pel signe de l'energia de l'estat final de l'electró. El càlcul del frenat per radiació era doncs aplicable, amb modificacions mínimes, a l'anihilació de parelles.²⁰

La teoria de Dirac es revela en aquests exemples com un poderos instrument analític, que proporciona al mateix temps una representació visual fàcilment assimilable de la física d'electrons i positrons, i una pauta de càlcul. L'èxit de la teoria en la interpretació d'aquests fenòmens va induir la seva extensió a d'altres, com la desintegració β .²¹ El caràcter ostensiu i heurístic de la teoria sembla haver bastat en tots els casos per justificar la seva aplicació, a pesar de l'existència de problemes físics manifestos, o fins i tot de formalismes alternatius.²² Ambdós aspectes són presents en l'article de Bhabha

²⁰Bethe i Heitler (1934), p. 88. Cf. entrevista de J. Heilbron a Heitler, 19-3-1963 (OHI-3), p. 4: "I think that paper then proved the soundness of Dirac's hole theory." El 1935, Bethe corregiria el resultat principal de l'article de Bhabha i Hulme, simplificant molt els càlculs, a partir de l'analogia amb *bremstrahlung* (Bethe 1935). Bethe havia estat acollit pels Peierls a Manchester en abandonar Alemanya el 1933 (PB II, p. 196, Bernstein 1979, pp. 41ss).

²¹La *hole theory* de Dirac va inspirar tractaments de la desintegració β tant en la seva formulació inicial, com una teoria d'electrons i protons (Gamow, Iwanenko), com després de la introducció de l'antielectró (Beck i Sitte 1933, Wick 1934). Veure la suggerent anàlisi de Darrigol (1988).

²²Les referències a aquests usos de la teoria de Dirac, amb excepció de l'article de Darrigol citat a la nota precedent, són escasses i indirectes. Rùger (1989), després de comentar la introducció del formalisme dels operadors de creació i anihilació —que evitaven en principi el recurs a una distribució infinita d'electrons d'energia negativa— reconeix la persistència

i Hulme, que observaven que "an electron bound in an atom could[...] annihilate a positron, represented by a hole on the Dirac theory, by jumping into a state of negative energy which happens to be free, the nucleus taking up the extra momentum". Des d'aquesta perspectiva, el procés es mostrava "mathematically analogous to the photoelectric transitions to states of negative energy", el que permetia als estudiants de Cambridge adaptar la teoria de Sauter de l'efecte fotoelèctric, basada en la teoria de l'electró de Dirac, al càlcul de l'anihilació. Bhabha recorreria repetidament a aquesta estratègia durant els mesos següents.

En calcular la probabilitat de transició de l'electró a un estat desocupat d'energia negativa, Bhabha i Hulme havien considerat la interacció de l'electró i del positró amb el nucli, però no la del positró amb l'electró, per la qual no es disposava d'una "teoria adequada".²³ Aquest seria el primer problema abordat per Bhabha després de presentar, el març de 1935, la seva tesi doctoral, *On cosmic radiation and the creation and annihilation of positrons and electrons*.²⁴ La tesi, a més del treball realitzat amb Hulme, incloïa un estudi de la creació de parelles per part dels possibles integrants de la radiació còsmica primària (protons, neutrons i electrons d'alta energia), la major part del qual veuria la llum en dos articles succesius completats pel maig i juny. La creació de parelles hi era representada com la transició d'un electró "from its initial state of negative energy to a final state of positive energy under the perturbing influence of the two colliding particles, the electron and resulting hole then appearing as the electron and positron of the created pair". La transició podia

de la teoria de Dirac ("strangely enough, physicists stuck to the picture that they pretended they did not like at all", p. 204) i dóna com a possible causa la dificultat d'acceptar la creació de partícules a partir del buit. Schweber (1984) coincideix en la primera apreciació ("throughout the thirties almost all calculations were done using the hole theoretic formalism", p. 108) i afegeix com a causes l'autoritat de Dirac ("[which] made everyone take hole theory seriously" !?), i els problemes del formalisme de creació i anihilació.

²³Bhabha i Hulme (1934), p. 724: "We neglect, however, the interaction between the positron and the electron. There is, at moment, no adequate theory of this interaction."

²⁴Tesi doctoral no publicada, ULC, PhD 651.

tenir lloc de dues maneres:²⁵

The electron *in the negative energy state* may either interact with one of the colliding particles and jump at once to its final state, the colliding particle going over into an intermediate state. This particle can then interact with the other colliding particle and both jump to their final states. Or, the electron in the negative energy state may interact with one of the colliding particles and jump to an intermediate state, after which its interaction with the other colliding particle causes it to jump to its final state.

La teoria de Dirac oferia, novament, una representació fàcilment assimilable de la col·lisió que Bhabha podia seguir detalladament en el seu càlcul de la secció eficaç. Des d'aquesta mateixa perspectiva consideraria Bhabha, a finals de l'estiu de 1935, la interacció positró-electró, la mateixa per la qual lamentava mesos abans la manca d'una teoria adequada.

LA FÓRMULA

"It is important to know from the theoretical point of view if the electrons in states of negative energy scatter at all, as suggested by Delbrück. The effect has not been calculated."²⁶ L'observació de Bhabha en la seva tesi prefigura el seu treball sobre la col·lisió entre un positró i un electró, que Bhabha concebirà com la col·lisió entre un electró convencional i un dels infinits electrons inobservables que ocupen els estats d'energia negativa. Essencialment, el seu tractament es basa en la reducció de la interacció electró-positró a la col·lisió entre dos electrons, el que planteja immediatament la qüestió de la indistingibilitat. En la interacció entre dos electrons l'efecte d'intercanvi, com havien mostrat Mott i Møller, podia ser considerable. Per què no havia de ser-ho si un dels electrons ocupava un estat d'energia negativa? D'aquesta premisa partiria. Bhabha en

²⁵Bhabha (1935b), p. 560. Bhabha (1935a) conté els càlculs detallats.

²⁶"Note on the scattering of γ radiation by the electrons in states of negative energy in the presence of the nucleus", tesi de Bhabha (ULC, PhD 651), p. 49.

"The scattering of positrons by electrons with exchange on Dirac's theory of the positron", l'article que conté la fórmula de Bhabha.²⁷

És clar que l'argument de Bhabha només tenia sentit en el marc de la teoria del positró de Dirac: si es considerava el positró "as an independent positively charged particle in a state of positive energy whose behaviour is described by the Dirac equation", s'excloïa la possibilitat de considerar l'efecte d'intercanvi entre l'electró incident i els electrons virtuals en els estats d'energia negativa. Però com Bhabha s'apressava a reconèixer, el seu raonament depenia essencialment de la noció de "independència" entre dues classes de partícules, que Bhabha definia com "their inability to be annihilated and created in pairs". El sentit d'aquesta definició peculiar es posava de manifest quan Bhabha observava que l'efecte d'intercanvi podia ser interpretat des d'un punt de vista radicalment diferent, "which is probably the more significant one": en termes de l'anihilació i creació simultània d'una parella positró-electró.²⁸ Bhabha jugava, en efecte, amb dues concepcions diferents del procés de dispersió.

La teoria del positró de Dirac havia proporcionat a Bhabha els elements necessaris per visualitzar la col·lisió i guiar el càlcul, però transmès irremissiblement la precarietat del seu estatus físic als resultats obtinguts. Donat que els electrons en els estats d'energia negativa no tenien efectes observables, "one might be inclined to suppose that the existence of this additional term in the scattering due to exchange is one of the incorrect predictions of the theory which does not correspond to any physical reality". Bhabha creia que no era així, però no ho argumentava a partir de la plausibilitat de la teoria de Dirac, sinó del fet que els termes adicionáis apareixerien també en la col·lisió de dues partícules que poguessin ser creades i anihilades a parelles. El model de Bhabha era la teoria de Pauli i Weisskopf per partícules sense spin, en la qual els processos de creació i anihilació apareixien com a conseqüència de

²⁷Bhabha (1936), sotmès el 20-10-1935.

²⁸*Ibid.*, pp. 196s.

la quantificació del camp de matèria, sense haver d'introduir una infinitat de partícules inobservables.²⁹ La concepció dual de la col·lisió responia així als problemes d'interpretació física plantejats per la teoria de Dirac; en aquest sentit, el treball de Bhabha denota la incertesa existent sobre les possibilitats d'aquesta teoria, i indica la precaució amb què, en cas de ser-ho, era aplicada. És clar, d'altra banda, que per a Bhabha les dues concepcions del fenomen eren significatives, i que ell mateix veia en la interpretació dual de la dispersió un dels elements essencials del seu treball. Així ho indica la seva insistència en la possibilitat de considerar el problema des de punts de vista alternatius, i el fet que aquest és un dels aspectes que destacà a l'hora de comunicar els seus resultats a d'altres físics.³⁰

Encara que en els paràgrafs introductoris de l'article es parlés de l'efecte d'intercanvi entre l'electró "and the virtual electrons in states of negative energy", Bhabha no consideraria tot el conjunt d'electrons d'energia negativa, sinó només un d'ells: aquell que es troba inicialment en l'estat que, un cop desocupat per efecte de la col·lisió, representarà al positró final. Bhabha evitava així la consideració dels efectes sobre la col·lisió de la polarització del buit, o de la distribució infinita d'electrons d'energia negativa, que només serien rellevants en un ordre d'aproximació superior, i requeririen l'ús de teories "més refinades" del positró, com les del mateix Dirac o Heisenberg.³¹

²⁹Bhabha (1936), pp. 196-197; Pauli i Weisskopf (1934). Sobre la teoria de Pauli-Weisskopf, veure PB II, pp. 333-335; Darrigol (1986), pp. 251s.

³⁰Bhabha a Møller, 13-10-1935 (CM): "[the exchange effect] is not only a consequence of the Dirac theory, but occurs in any theory in which the 2-colliding particles can be annihilated and created, e.g., in the Pauli-Weisskopf spin-less theory. For one can look upon the exchange in the following way. The original positron and electron annihilate one another, and a new pair arises in a different direction."

³¹Dirac (1934), Heisenberg (1934). L'article de Dirac, que deriva de la seva intervenció en el Congrés Solvay de 1933, és un intent per solucionar el problema dels efectes físics dels infinits electrons d'energia negativa. La proposta de Dirac va ser molt discutida abans de ser publicada, i Heisenberg elaborà un formalisme alternatiu que, a pesar d'algunes millores, no va aconseguir eliminar el problema de les divergències (Kragh 1990, pp. 146-150; Cassidy 1991, pp. 334-335). Només si es limiten els processos de creació i anihilació a una única

Bhabha considera la col·lisió, d'acord amb el que era ja un procediment habitual, com una transició entre estats estacionaris. El positró i l'electró ocupen inicialment els estats ν i u_1 , respectivament, i a conseqüència de la interacció passen a ocupar els estats ν' i u'_1 .³² Fins aquí, res no distingeix aquest procés de la col·lisió de dues partícules qualssevol. La teoria de Dirac, tanmateix, ofereix una perspectiva inèdita d'aquesta interacció. En aquesta teoria els positrons incident i dispersat corresponen a estats d'energia negativa desocupats, u'_2 i u_2 respectivament, que venen a substituir ν i ν' . Abans de la col·lisió, naturalment, l'estat u_2 està ocupat; la interacció tindrà lloc entre l'electró inicial i l'electró que ocupa aquest estat.

Inicialment es té doncs un electró d'energia positiva en l'estat u_1 i un electró d'energia negativa en l'estat u_2 (a més d'un estat desocupat d'energia negativa, u'_2 , que correspon al positró incident). Després de la interacció un electró ocupa l'estat u'_1 i un altre l'estat u'_2 (l'estat u_2 , que ha quedat desocupat, representa el positró dispersat). Aquesta transició pot tenir lloc de dues maneres. En el procés de col·lisió "normal" o "directe", l'electró que ocupa l'estat u_1 passa a l'estat u'_1 , i l'electró que ocupa l'estat u_2 passa a l'estat u_2 . Però com els electrons són indistingibles, es pot considerar també que l'electró que ocupa l'estat u_1 passa a ocupar l'estat u'_2 , i el que ocupa l'estat u_2 passa a l'estat u'_1 (figura 1). El darrer mode d'interacció correspon a l'efecte d'intercanvi, però com Bhabha observa immediatament, "we may clearly consider this process as one in which the original electron and positron have annihilated one another with the simultaneous creation of a new pair".³³ D'acord amb aquesta imatge, el mecanisme de la col·lisió és completament anàleg al de la dispersió Møller, només que un dels estats inicials i un dels finals

parella s'obté de la teoria un resultat finit (Heitler 1936, 2a ed., p. 189).

³²Tant el positró com l'electró són descrits per ones planes que satisfan l'equació de Dirac, i que Bhabha representa simplificadament per l'amplitud. Seguim aquest ús però, com en el cas de Møller, actualitzem la notació. Per subratllar la concepció del procés de Bhabha descrivim també els electrons (virtuals) d'energia negativa mitjançant amplituds u .

³³Bhabha (1936), p. 197.

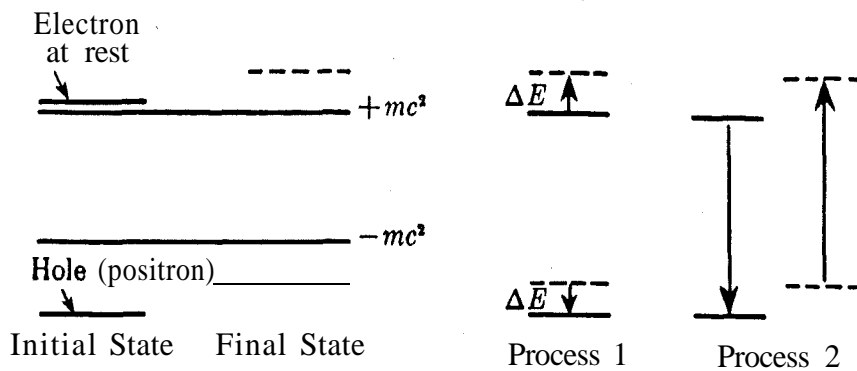


Figura 1. Un intent excepcional de representar la interacció positró-electró en els termes utilitzats originalment per Bhabha. A l'esquerra hi ha representats esquemàticament els estats inicials i finals; a la dreta, les dues transicions possibles (Schweber, Bethe i de Hoffmann 1956, p. 86).

són d'energia negativa. L'analogia permet adoptar amb escasses modificacions els càlculs de Møller.

Bhabha va partir d'una de les expressions de Møller per la secció eficaç en el sistema centre de masses,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4e^4}{J_z} \delta(E'_1 + E'_2 - E_1 - E_2) \frac{1}{4} S p_1'^2 dp_1', \tag{1}$$

on $p'_1 = |p'_1|$.³⁴ Aquesta és la funció que Møller havia integrat erròniament en el seu article de 1931, i Bhabha, que s'havia basat en la fórmula integrada per refer el càlcul de la dispersió electró-electró, no va poder recuperar els resultats que donava Møller en el seu segon article. A mitjan octubre, sospitant d'un error d'impressió, Bhabha va preguntar Møller si l'expressió de la secció eficaç que havia estat usant era correcta.³⁵

Una lectura més cuidadosa del segon article de Møller, on aquest assenyala l'existència de l'error i la seva causa, va treure Bhabha de dubtes abans

³⁴Cf. fórmula (30), p. 82, corresponent a Møller (1932), fórmula (70'). Cap fórmula de Møller (1931) no es correspon exactament amb aquesta perquè Møller integrava sobre p'_2 i E'_1 sense detallar els passos intermedis; veure-hi p. 792. Les diferents versions de la fórmula només difereixen en factors de normalització.

³⁵Bhabha a Møller, 13-10-1935 (CM).

que el mateix Møller ho fes.³⁶ Møller havia utilitzat la relació relativista entre energia i moment per transformar dp'_1 en dE'_1

$$dp'_1 = \frac{E'_1}{c^2 p'_1} dE'_1,$$

i integrar la funció delta de (1) directament. La integració, però, no era tan senzilla com semblava perquè E'_2 estava relacionat amb E'_1 per la conservació de l'energia —un detall que Møller passà per alt inicialment, i que en el seu article de 1932 va evitar fent el canvi de variable $p'_1 \rightarrow W$, amb $W = E'_1 + E'_2$. Bhabha resol el problema de forma més simple. En el sistema centre de masses, electró i positró tenen abans de la col·lisió la mateixa energia. Però el positró no representa sinó un estat d'energia negativa desocupat, que un electró ocuparà *després* de la col·lisió. Com observa Bhabha, "in our problem one of the initial and one of the final states[...] are fixed", i es té $E_1 = -E'_2$. Si E_2 és ara l'energia de l'electró que ocupa inicialment l'estat d'energia negativa que quedarà buit després de la col·lisió, la conservació de l'energia exigeix que $E_2 = -E'_1$, i l'argument de la funció delta es redueix a $2E'_1 - 2E_1$. El canvi de variable $p'_1 \rightarrow W = 2E'_1$ permet integrar aquesta funció directament a partir de la relació entre p'_1 i E'_1 , tenint en compte, com Bhabha observa per experiència, que s'ha d'escriure

$$dp'_1 = \frac{E'_1}{2c^2 p'_1} d(2E'_1). \quad (2)$$

D'aquesta manera apareix el factor 2 que Bhabha havia trobat a faltar en la fórmula incorrecta de Møller, i la secció eficaç es redueix a

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{e^4}{c^4} E^2 \frac{1}{4} S, \quad (3)$$

on $S = \sum_{s_1, s_2} |\Phi|^2$, amb

$$\Phi = \frac{u_2^\dagger u_2 u_1^\dagger u_1 - (u_2^\dagger \alpha u_2) \cdot (u_1^\dagger \alpha u_1)}{(p_1 - p'_1)^2} - \frac{u_1^\dagger u_2 u_2^\dagger u_1 - (u_1^\dagger \alpha u_2) \cdot (u_2^\dagger \alpha u_1)}{(p_1 - p'_2)^2} \quad (4)$$

³⁶Bhabha a Møller, 29-10-1932 (CM). La resposta de Møller no es troba entre els seus papers. L'article de Bhabha havia estat sotmès a publicació per Fowler el 20 d'octubre.

(p_i , quadrimoment). El primer terme de l'element de matriu Φ correspon al que Bhabha ha anomenat "procés de col·lisió directe"; és l'únic que caldria considerar si els dos electrons fossin distingibles. El segon, que correspon a l'efecte d'intercanvi, l'escriu Bhabha directament a partir del primer, intercanviant les amplituds corresponents als electrons dispersats, evitant així el canvi de base que Møller introduïa per resoldre el mateix problema.³⁷

La simplificació més important respecte el tractament de Møller es troba, però, en el càlcul de 5, que Bhabha duu a terme en el que es considera ja "la forma usual", en base als operadors de projecció i el càlcul de traces (Casimir havia introduït aquest mètode durant la seva etapa d'assistent de Pauli, que havia coincidit amb l'estada de Bhabha a Zurich).³⁸ A partir d'aquest punt, el càlcul no ofereix excessives dificultats i segueix el mateix curs que en un llibre de text actual. Bhabha obté finalment per la secció eficaç

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{e^4}{16m^2c^4\gamma^2} \left\{ \frac{1}{(\beta\gamma)^2 \sin^4(\theta/2)} \left[1 + 4(\beta\gamma)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2(\beta\gamma)^4 \left(1 + \cos^4 \frac{\theta}{2} \right) \right] + \frac{1}{\gamma^4} [3 + 4(\beta\gamma)^2 + (\beta\gamma)^4(1 + \cos^2 \theta)] - \frac{1}{\gamma^2(\beta\gamma)^2 \sin^2(\theta/2)} [3 + 4(\beta\gamma)^2(1 + \cos \theta) + (\beta\gamma)^4(1 + \cos \theta)^2] \right\}, \quad (5)$$

on $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} = E/mc^2$, i s'ha introduït $(\beta\gamma)^2 = \gamma^2 - 1$. Aquesta és la fórmula de Bhabha. Totes les variables estan referides al sistema centre de

³⁷Veure p. 80. Introduïnt la notació γ^μ , amb $\gamma^0 = \beta$, i $\gamma = \gamma^0 \cdot \alpha$; observant que $u_1^\dagger u_1 = \bar{u}_1 \gamma^0 u_1$, $u_1^\dagger \alpha u_1 = \bar{u}_1 \gamma u_1$; i escrivint v i \bar{v} per les amplituds dels electrons d'energia negativa, reconeixem l'element de matriu que s'obté directament a partir dels diagrames de Feynman associats a aquest procés

$$\Phi = \frac{\bar{v}' \gamma_\mu v \bar{u}' \gamma^\mu u}{(p - p')^2} - \frac{\bar{u}' \gamma_\mu v \bar{v}' \gamma^\mu u}{(p + q)^2}.$$

³⁸Casimir (1933). Veure entrevista a Casimir, 6-7-1963 (OHI-1), p. 12; Casimir s'havia inspirat en un article de Dirac: "That was the idea of introducing a projection operator[. . .] And I then explained the method, but in a little more 'down-to-earth' terms whereas in this Dirac publication it had been fairly incomprehensible. People have often ascribed the trick to me, but it is really a method due to Dirac."

masses; l'expressió corresponent al sistema laboratori s'obté fàcilment a partir de les relacions entre θ_{cm} i θ_{lab} , però és més complicada.

El primer terme de la fórmula descriu la "dispersió ordinària": "We should have got just this term if we had considered the positron as an independent positively charged particle in a state of positive energy". El segon terme descriu l'efecte d'intercanvi, però Bhabha insisteix que es pot considerar també "as the one due to the annihilation of the initial pair and the creation of a new one". El tercer terme resulta de la interferència entre els dos modes de dispersió.³⁹

Bhabha dóna així mateix la fórmula de dispersió en funció d'una variable convenient en el sistema laboratori, la transferència d'energia e de la partícula incident (1) a la partícula inicialment en repòs (2),

$$\epsilon = \frac{E'_2 - mc^2}{E_1 - mc^2} = \frac{E'_1 - E_1}{E_1 - mc^2} = \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

En termes de ϵ la secció eficaç s'escriu

$$\frac{d\sigma}{de} = \frac{2\pi e^4}{m^2 c^4} \frac{\gamma}{(\gamma - 1)^2 \epsilon^2} F(\gamma, \epsilon) d\epsilon, \quad (6)$$

on $\gamma = \gamma_{lab}$, i $F(\gamma, \epsilon)$ és una funció que conté els tres termes descrits:

$$F(\gamma, \epsilon) = \frac{1}{\gamma(\gamma + 1)} \left\{ 1 + 2(\gamma - 1)(1 - \epsilon) + (\gamma - 1)^2 \left(1 - \epsilon + \frac{\epsilon^2}{2} \right) + \frac{(\gamma - 1)^2 \epsilon^2}{(\gamma + 1)^2} \left[3 + 2(\gamma - 1) + (\gamma - 1)^2 \left(\frac{1}{2} - \epsilon + \epsilon^2 \right) \right] - \frac{(\gamma - 1)\epsilon}{\gamma + 1} \left[3 + 4(\gamma - 1)(1 - \epsilon) + (\gamma - 1)^2 (1 - \epsilon)^2 \right] \right\}.$$

Quin era el significat de la nova fórmula? Recordem que Bhabha l'havia deduïda pensant en el frenat dels positrons que formaven part de la radiació còsmica. Al final de l'article, en discutir les implicacions de la fórmula pel càlcul i l'observació del pas de positrons a través de la matèria, Bhabha no proposava una contrastació directa, sinó l'observació dels efectes secundaris

³⁹Bhabha (1936), p. 203.

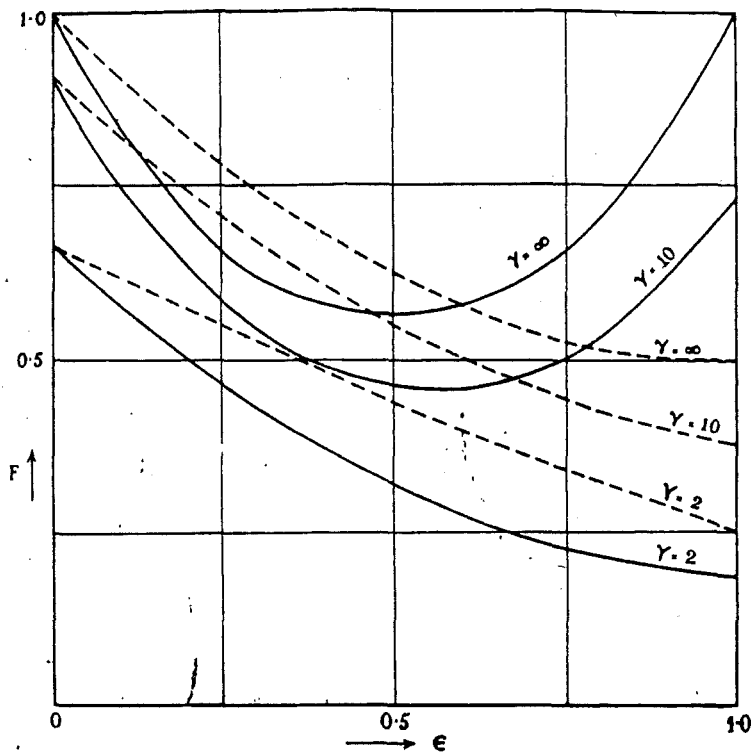


Figura 2. La magnitud de l'efecte d'intercanvi a diferents valors de γ (energia de la partícula incident, en el sistema laboratori, en unitats mc^2). Les línies contínues representen $F(\gamma e)$ en funció de e ; les discontinües representen la mateixa funció sense els termes d'intercanvi (Bhabha 1936, p. 205).

de la col·lisió. Els dos darrers termes de la fórmula, que provenen de la consideració de l'efecte d'intercanvi, són menors que el primer en $(\beta\epsilon)^2$ i $\beta\epsilon$, respectivament; el seu efecte és insignificant en el límit no relativista. Fins i tot a velocitats relativistes, és clar que aquests termes seran menys importants que el primer per angles de dispersió petits (transferències d'energia reduïdes). Només en el cas que la partícula incident cedeixi una fracció important de la seva energia ($e \sim 1$) és l'aportació d'aquests termes considerable. Bhabha il·lustrava aquestes consideracions mitjançant l'única figura que contenia el seu article, que representa la secció eficaç total i la "normal" (sense efecte d'intercanvi) en funció de e (figura 2). Després de discutir sumàriament els efectes de l'energia de lligam dels electrons, Bhabha concluïa:⁴⁰

⁴⁰*Ibid.*, p. 206.

when positrons pass through matter, the number of slow secondary and ionization electrons produced will be the same as on the usual theory, whereas the number of fast secondary electrons ejected will be considerably changed. The number of fast secondaries is considerably increased for high energies of the positron. It should be possible to observe the difference experimentally.

Aquesta diferència no va ser observada experimentalment, per raons que el mateix Bhabha aclariria un any després: a les energies dels raigs còsmics, el fenomen dominant és la pèrdua d'energia per radiació (*bremstrahlung*) que emmascara efectivament la col·lisió positró-electró.⁴¹

La proximitat del càlcul de Bhabha amb el de Møller feia supèrflua la comprovació que la fórmula es podia obtenir també a partir de l'electrodinàmica quàntica. L'anàlisi de Bethe i Fermi, que havia posat de manifest les connexions de la fórmula de Møller amb la QED, era immediatament aplicable a la de Bhabha. Tanmateix, és remarcable la necessitat de recórrer a una imatge de la interacció positró-electró com la que oferia la teoria del positró de Dirac: quan, a finals de la Segona Guerra Mundial, W. Bothe va deduir pel seu compte —desconeixent, aparentment, l'existència del treball de Bhabha— una fórmula per la dispersió d'un positró per un electró, va seguir el mateix procediment que Bhabha.⁴²

Com als capítols anteriors, deixem per l'epíleg l'examen del procés d'assimilació de la fórmula de Bhabha per part de la QED. Observem només que en aquest procés es va deixar de banda un element essencial del treball de Bhabha, com és la consideració de l'efecte d'intercanvi. La clarificació dels processos de creació i anihilació, i la seva importància en les formulacions

⁴¹Veure Bhabha i Heitler (1937), on ni tant sols no s'esmenta Bhabha (1936). Bhabha i Heitler en tenen prou de considerar l'emissió d'un fotó per part d'un electró o un positró d'alta energia i la creació d'una parella per aquest fotó (p. 437). Per l'absorció de positrons veure Heitler (1936), 3a. ed., §37.

⁴²Bothe i Ho (1946), p. 59. Veure p. 225.

posteriors de la QED; rellegarien a l'oblit la dualitat conceptual de Bhabha. En el primer tractament sistemàtic de l'electrodinàmica quàntica nascuda després de la guerra, s'observa per exemple:⁴³

[Bhabha scattering] can take place via the virtual annihilation and re-creation of the negaton-positon pair. This effect has no analogue in the negaton-negaton system. The "exchange effect" in the latter system is replaced by the "annihilation effect" in the positon-negaton system.

Tant a nivell teòric com experimental, la relació del treball de Bhabha amb el de Møller es traduïria, així mateix, en la subordinació de la nova fórmula de dispersió al seu precedent. Una situació que s'ha perpetuat en els llibres *de text*: en la majoria d'ells la fórmula de Bhabha resulta de la modificació pertinent del càlcul de Møller.

⁴³Jauch i Rohrlich (1955), p. 257. Jauch i Rohrlich es refereixen a l'electró com a "negaton" i al positró com a "positon".

PART II

Contrastacions experimentals

CAPÍTOL 4

La contrastació experimental de la fórmula de Klein-Nishina

Aquest capítol podria ser molt breu, ja que la fórmula de Klein-Nishina s'imposà fàcilment sobre les formules de dispersió anteriors, tant per la fiabilitat de la seva base teòrica com per l'acord amb les escasses dades experimentals disponibles en el moment de la seva aparició. El reconeixement d'aquesta superioritat no va obviar la verificació experimental de la fórmula, però el cert és que cap dels físics implicats, amb una excepció notable, no va arribar a qüestionar-la seriosament. Quin interès presenta l'anàlisi històrica d'aquesta contrastació anunciada? En comú amb la resta de contrastacions que examinarem, ens interessa caracteritzar el context en què es realitzen els experiments, examinar l'interès que presenten en el seu moment i l'actitud dels experimentadors cap a la fórmula. Però si aquest capítol és el més llarg és perquè en la contrastació experimental de la fórmula de Klein-Nishina conflueixen elements essencials de la física dels anys trenta. L'estudi de l'activitat experimental relacionada amb la fórmula mostra una perspectiva inèdita de la transformació de la radioactivitat en física nuclear, la investigació de la radiació còsmica, o el descobriment i assimilació del positró, entre d'altres.

La fórmula de Klein-Nishina va ser profusament utilitzada en els nombrosos experiments realitzats, en el principi dels anys trenta, per investigar l'absorció dels raigs gamma. La història de la contrastació experimental de la fórmula es confon amb la història de la investigació dels mecanismes d'absorció, i s'hi poden distingir tres etapes. En la primera, que comprèn des de la seva aparició fins el maig de 1930, la fórmula s'imposa sense resistència sobre les fórmules de dispersió anteriors. La seva significació per a l'anàlisi dels raigs còsmics

atreu inicialment l'interès dels experimentadors, alhora que s'evidencia la necessitat d'estendre les mesures d'absorció a raigs gamma d'alta energia. A tres laboratoris —dos a Europa i un als Estats Units— s'inicien els experiments.

Amb la publicació simultània dels resultats d'aquests experiments, el maig de 1930, s'inicia una segona etapa caracteritzada per la presència d'un efecte d'absorció imprevist: la fórmula descriu perfectament l'absorció en elements lleugers, però en elements pesants l'absorció supera clarament la predicció teòrica. Significativament, aquesta anomalia no fa que es qüestionï la fórmula, sinó que s'interpreta com deguda a l'existència d'un procés d'absorció addicional, que per la seva dependència amb el nombre atòmic s'adscriu al nucli. Els experimentadors, tanmateix, no es posen d'acord sobre les característiques del nou fenomen, i es genera una controvèrsia de proporcions modestes. Durant la segona etapa, la investigació detallada de l'efecte d'absorció addicional, i a través d'ell de l'estructura nuclear, impulsa els experiments.

A finals d'estiu de 1932, mentre els protagonistes de l'etapa anterior es disposen a iniciar una nova sèrie d'experiments, Anderson anuncia l'existència de l'electró positiu, que havia de permetre a la llarga resoldre totes les discrepàncies. S'obre així una tercera etapa durant la qual la controvèrsia augmenta de proporcions per la concurrència d'investigadors de laboratoris marginals i teòrics de primera. Els descobridors del nou fenomen d'absorció conclouen les seves investigacions i es retiren d'escena sense haver arribat a un consens, mentre la creació i anihilació de parelles electró-positró es perfila lentament com la clau per la resolució de les discrepàncies. A finals de 1934 es disposa d'una imatge contrastada de l'absorció dels raigs gamma, que distingeix els diferents processos d'absorció i la seva importància relativa a diferents energies. Aquesta imatge no ha estat essencialment modificada, i convé començar descrivint-la breument.

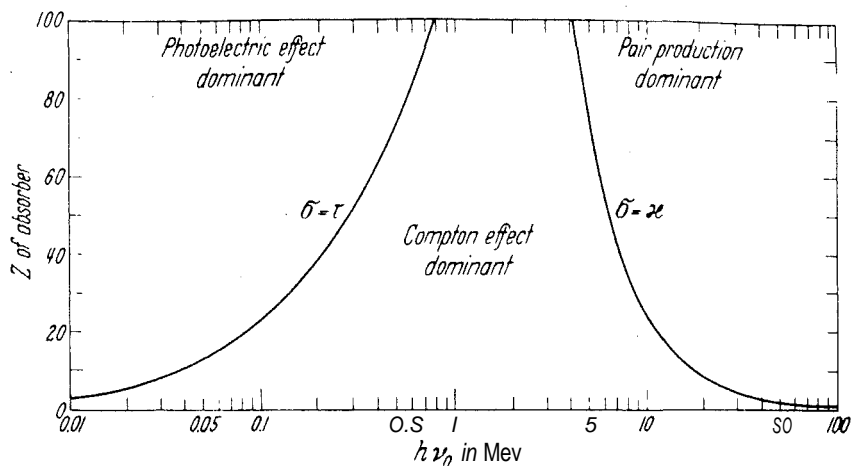


Figura 1. La importància relativa dels tres efectes dominants en l'absorció dels raigs γ , segons el nombre atòmic de l'element absorbent (Z) i l'energia de la radiació. Les corbes representen punts en què la secció eficaç per àtom corresponent a l'efecte Compton (σ_c) és igual a la de l'efecte fotoelèctric (τ), o la de producció de parelles (χ). L'efecte Compton domina l'absorció de raigs γ entre 0,5 i 5 MeV per la majoria d'elements (Evans 1958, p. 219).

EL PAS DE RAIGS GAMMA A TRAVÉS DE LA MATÈRIA

Dels diversos tipus d'interacció entre les radiacions electromagnètiques d'alta freqüència (raigs X i gamma) i els àtoms, els electrons o el nucli, tres determinen gairebé completament la seva absorció per la matèria. La importància relativa d'aquests tres processos varia amb l'energia dels raigs i el nombre atòmic de l'àtom dispersor. L'efecte *fotoelèctric* domina l'absorció per energies inferiors a 0,1 MeV, en la zona de l'espectre corresponent als raigs X. A mida que augmenta l'energia de la radiació augmenta l'absorció per efecte *Compton*, que és l'efecte predominant entre 0,5 i 3 MeV, el rang d'energia dels emissors gamma naturals; aquest interval s'estén de 0,1 a 10 MeV en el cas d'elements lleugers (figura 1). A partir d'energies de l'ordre de $2m_e c^2$ w 1 MeV, la radiació incident és capaç de materialitzar-se en una parella electró-positró, i intervé un nou mecanisme d'absorció, la *producció de parelles*, que per raigs gamma

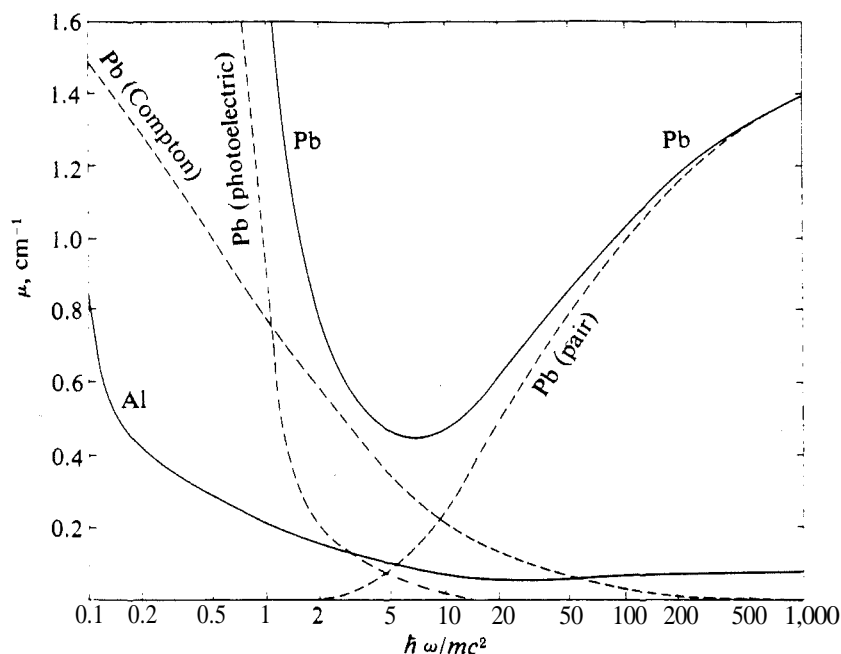


Figura 2. El coeficient d'absorció μ dels raigs γ en plom i alumini, en funció de l'energia. Pel plom s'ha distingit la contribució de l'efecte fotoelèctric, l'efecte Compton, i la producció de parelles. En la majoria dels experiments d'absorció realitzats durant els anys trenta es va utilitzar radiació gamma de 2,64 MeV ($h\omega/mc^2 \approx 5$). Segre (1964), p. 58.

d'energia superior a 10 MeV és l'efecte dominant. A la figura 2 es mostra la magnitud dels tres processos d'absorció per un element pesant com el plom ($Z = 82$), un dels que va ser més cuidadosament analitzats en el curs de la polèmica sobre l'absorció addicional.¹

A finals dels anys vint es creia que els dos primers efectes determinaven completament l'absorció dels raigs X i gamma. Se sabia que l'efecte fotoelèctric era el principal responsable de l'absorció dels raigs X, i que la importància de l'absorció per efecte Compton augmentava amb l'energia de la radiació. És en aquest sentit que els físics que el 1930 van detectar l'existència d'un fenomen d'absorció addicional el van qualificar de "anòmal". L'anomalia va deixar de ser-ho pocs anys després, quan es va identificar la materialització de raigs gamma com a responsable de l'excés d'absorció, però naturalment aquesta

¹Evans (1958), Segre (1964).

possibilitat estava fora de l'abast quan encara no s'havia descobert el positró. Això explica en part la persistent confusió sobre la naturalesa del nou procés d'absorció, però no és l'únic factor a tenir en compte. La confusió estava abonada pel mètode d'anàlisi de l'absorció.

Cada un dels mecanismes d'absorció esmentats, llevat de l'efecte fotoelèctric, genera una radiació secundària característica. La longitud d'ona de la radiació Compton varia amb l'angle de dispersió segons la coneguda relació de Compton, $\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$. La radiació corresponent a la producció de parelles prové de l'anihilació del positró creat. El mode d'anihilació més freqüent és aquell en què s'emeten dos fotons de 0,5 MeV, però en presència del nucli és possible, encara que poc probable, l'anihilació amb emissió d'un sol fotó de 1 MeV. Afegint les radiacions generades en d'altres processos de dispersió, com el frenat per radiació o la dispersió Delbrück, ens farem una idea de la complexitat de l'espectre de la radiació dispersada.

Tanmateix, només a través d'aquest espectre es podien reconèixer els diferents tipus d'interacció. Al llarg del període que considerarem, l'estudi dels mecanismes d'absorció es basa en l'anàlisi de corbes d'absorció, que representen l'afebliment dels raigs en el pas a través de la matèria. La disminució d'intensitat d'un feix monocromàtic de raigs gamma és proporcional al gruix dx d'absorbent travessat, $dI/I = -\mu dx$. El factor de proporcionalitat μ és l'anomenat coeficient d'absorció; depèn del material absorbent i de la longitud d'ona del feix incident, i s'expressa habitualment en cm^{-1} . A una variació d'aquest tipus correspon la llei d'absorció exponencial $I = I_0 \exp(-\mu x)$, de forma que en una representació logarítmica de la intensitat en funció de x , el pendent de la corba dóna el coeficient d'absorció.

La simplicitat i eficàcia d'aquest mètode per determinar el coeficient d'absorció s'esvaïen quan el feix analitzat era inhomogeni, com és el cas d'un feix dispersat. La corba d'absorció perdia aleshores el caràcter exponencial, i no era possible establir unívocament el coeficient d'absorció de les diferents com-

ponents. L'anàlisi de corbes d'absorció incloïa invariablement un element arbitrari que li permetia adaptar-se fàcilment a interpretacions diferents, o fins i tot contradictòries, com comprovarem repetidament al llarg de les seccions següents.²

IMPOSICIÓ SENSE RESISTÈNCIA

La major part de les dades sobre absorció de raigs gamma disponibles en aparèixer la fórmula de Klein-Nishina corresponien als raigs gamma del RaC (Bi^{214}), un element de la sèrie radioactiva de l'urani. La inhomogeneïtat de l'espectre d'aquest emissor restava rellevància a aquestes mesures per a la contrastació de la fórmula, i ben aviat es va reconèixer la necessitat de mesurar l'absorció dels raigs gamma del ThC'' (Tl^{208}), l'emissor gamma d'espectre més homogeni i de major energia conegut. A finals dels anys vint, les dades relatives a aquest element eren molt escasses per la dificultat d'aïllar-ne mostres que emetessin amb suficient intensitat.³

Així i tot, les primeres reaccions dels físics experimentals a l'aparició de la fórmula de Klein-Nishina no es van fer esperar. Els intents inicials d'establir la fiabilitat de la fórmula, limitats a la reconsideració de dades existents, no els motivà la significació teòrica de la fórmula com a aplicació de la mecànica quàntica relativista, sinó la seva rellevància per a dues disciplines joves, radioactivitat i radiació còsmica. El treball de Klein i Nishina modificava substancialment la comprensió teòrica de l'absorció i dispersió d'una de les radiacions radioactives menys conegudes, els raigs gamma, i la contrastació de la nova fórmula s'associà de forma natural a la recerca en radioactivitat, que representava una part essencial de l'activitat de laboratoris com el

²Més endavant es cita una crítica contemporània al mètode d'absorció (p. 138).

³Kohlrausch (1927), pp. 109 i 138; Rutherford, Chadwick i Ellis (1930), p. 476: "The 7-rays of thorium C" should provide a better opportunity for testing the absorption formula, since so much of the energy resides in the line [470 fm] and there are no other strong lines in the vicinity. Unfortunately the experimental data are scanty."

Cavendish a Cambridge, el Kaiser-Wilhelm-Institut für Chemie a Berlin, o l'Institut du Radium a Paris. La reacció immediata de dos d'aquests centres a l'aparició de la fórmula denota la connexió estreta que aquesta presenta, als ulls d'experimentadors experts, amb el fenomen de la radioactivitat. Les primeres discussions sobre la validesa de la nova fórmula es produeixen sobre el rerafons d'un ampli coneixement de les radiacions radioactives.⁴

A finals dels anys vint, d'altra banda, la concepció més estesa de la naturalesa dels raigs còsmics era que es tractava d'una radiació gamma d'alta energia. L'estudi de la seva composició espectral es basava en l'anàlisi de corbes d'absorció, que no acabava amb la determinació més o menys acurada del coeficient d'absorció de les diferents components, sinó amb la determinació de la seva longitud d'ona. En aquest punt, una avaluació teòrica fiable de la relació entre ambdues magnituds era indispensable —i els coeficients d'absorció que es deduïen per integració de la fórmula de Klein-Nishina diferien notablement dels predits per les fórmules de Compton o Dirac-Gordon.⁵

Radioactivitat i radiació còsmica conformen el context immediat de recepció de la fórmula de Klein-Nishina. La relació ja s'establia en la carta a *Nature* de Klein i Nishina, que incloïa una comparació elemental entre teoria i experiment. Klein i Nishina havien calculat amb quina intensitat serien dispersats, a diferents angles, els raigs gamma del RaC, assignant-li una longitud d'ona mitjana de 2.200 fm (0,56 MeV).⁶ La comparació dels seus càlculs amb dades de Compton no els resultava especialment favorable, però en una nota afegida durant la correcció de proves observaven que si es tenia en

⁴Els tractats de Meyer i Schweidler (1927), i Rutherford, Chadwick i Ellis (1930), són representatius de la maduresa assolida per la disciplina de la radioactivitat a finals dels anys vint. Per la radiació gamma, veure també Kohlrusch (1927).

⁵Sobre la història de la radiació còsmica veure de Maria i Russo (1989), de Maria, Ianello i Russo (1991), Sekido i Elliot (1984), Ziegler (1989).

⁶La longitud d'ona dels raigs gamma s'expressava usualment en "unitats X" (*X-Einheiten*, *X-units*), unitat convenient en espectroscopia de raigs x que equival a 100 fm (10^{-13} m). La relació $E = hc/\lambda$, amb $hc = 1.240$ MeV fm, dona l'energia d'un fotó de longitud d'ona A.

compte la complexitat de l'espectre del RaC, i es reduïa l'estimació de la longitud d'ona mitjana a la meitat, "the comparison of Compton's measurements with the theoretical formulae comes out very differently; and [our] formula is found to agree with the measurements rather better than that of Dirac and Gordon".⁷ La primera confrontació de la fórmula amb l'experiència prefigura futures comparacions: la nova fórmula superava la de Dirac-Gordon clarament, però la conclusió depenia crucialment d'una dada controvertida, la composició de l'espectre del RaC.

A Klein i Nishina no els havia passat desapercebuda la significació dels seus càlculs per a l'estudi dels raigs còsmics:⁸

In this connexion, we should like to direct attention to the possible bearing of our calculations on the estimation of the wave-lengths of the cosmic penetrating radiation. In fact, if [our] formula is used for the calculation of the absorption coefficient, the wave-lengths obtained for the cosmic rays are considerably shorter than those ordinarily assumed.

El potencial analític de la nova fórmula va ser doncs immediatament reconegut. Però també la necessitat de calibrar la darrera i més sofisticada de les eines d'anàlisi de la radiació còsmica, comparant les seves prediccions amb les mesures d'absorció dels raigs de menor longitud d'ona coneguts, els raigs gamma. Ambdós aspectes apareixen en la que probablement representa la primera aparició pública de la fórmula. A finals de novembre de 1928, la radiació "extremadament penetrant" ocupà una part important de la intervenció presidencial de Rutherford en la trobada anual de la Royal Society.⁹ En la seva discussió dels factors que determinarien l'absorció de la radiació còsmica en el

⁷Klein i Nishina (1928), p. 399.

⁸*Ibid.*, p. 399. Cf. Klein i Nishina (1929), p. 854: "[In dem Gebiet der harten γ -Strahlen] ware jedoch eine genaue experimentelle Prüfung sehr erwünscht."

⁹Rutherford (1929). Rutherford observava diplomàticament que aquesta radiació era "anomenada de vegades raigs 'còsmics' [el terme de Millikan]". D'aquesta manera intervenia com a mediador en la polèmica que enfrontava Millikan i els físics alemanys V. Hess i W. Kohlhörster sobre la prioritat del descobriment (de Maria, Ianello i Russo 1991).

cas que es tractés d'una radiació de tipus gamma, Rutherford feia referència a la nova fórmula de Klein i Nishina, observant que per radiació d'energia superior als 100 MeV el coeficient d'absorció que se'n deduïa era cinc vegades més gran que el calculat segons la fórmula de Dirac-Gordon. Les escasses dades existents sobre l'absorció de raigs gamma procedents de substàncies radioactives, suggeria Rutherford un comentari programàtic: "It is evident[...] that in view of the importance of the question, a careful determination is required of the absorption and scattering of gamma-rays, of as definite frequency as possible, in order to distinguish between the various theories".¹⁰ Pocs mesos després, davant els seus col·legues de la Lliga de Societats Científico-tècniques (*Verband technisch-wissenschaftlicher Vereine*), reunida a Hannover, Lise Meitner coincidia amb Rutherford que abans d'escollir entre les teories proposades per calcular la longitud d'ona a partir del coeficient d'absorció, era necessari obtenir "més material experimental" sobre la dispersió "dels raigs gamma de menor longitud d'ona".¹¹

Rutherford disposava d'estudiants de recerca en nombre suficient per dur a terme el seu programa, i a la mateixa intervenció va poder avançar els resultats d'una contrastació a partir de les dades existents sobre absorció de raigs gamma: "Evidence as a whole is more in accord with the theory of Klein-Nishina than with the earlier theories of Compton and Dirac".¹² L'estudi l'havia realitzat L. H. Gray, un dels estudiants del Cavendish, que a finals de desembre presentava un article on es discutia el significat de les corbes experimentals d'absorció de la radiació còsmica, "more particularly with the object

¹⁰*Ibid.*, p. 15. Rutherford era conscient que la verificació de la fórmula mitjançant raigs gamma no garantia la seva aplicabilitat a la radiació còsmica: la diferència de magnitud entre les seves energies faria necessari extrapolar-la sobre un rang molt ampli.

¹¹Meitner (1929), p. 348: "Welche Theorie der Wirklichkeit am besten entspricht, und welche Wellenlängen daher der Höligenstrahlung zuzuschreiben sind, kann erst entscheiden werden, wenn mehr experimentelles Material über die Streuung z. B. der kurzweiligsten gamma-Strahlung vorliegen wird".

¹²Rutherford (1929), p. 15.

of arriving at a valid method of inferring from it the spectral distribution of the primary radiation". Les formules de Dirac-Gordon i Klein-Nishina, deia Gray, "diverge as the wave-length of the radiation becomes shorter, so that from the standpoint of this paper it is of the greatest importance to discriminate, if possible, between them".¹³ En el mateix to, E. C. Stoner, en un article signat el gener de 1929, observava des de Leeds: "Before any of [the formulae put forward for the variation with wave-length of the absorption coefficient of high-frequency radiation] can be applied with confidence, it is necessary to consider how far they are in agreement with experimental results on absorption". Stoner considerava que una investigació preliminar era necessària "particularly in view of the fact that various formulae have been used in deducing the wave-lengths of cosmic rays without any adequate ground for the view that they hold even for the longer gamma-rays", al·ludint a Millikan.¹⁴ Els dos referents més immediats posseïen doncs, des d'un primer moment, connotacions distintes: la radioactivitat apareixia com el camp de *contrastació* natural de la fórmula, la radiació còsmica, com el més prometededor dels seus camps d'*aplicació*.

Louis H. Gray s'havia incorporat al Cavendish l'octubre de 1927. Rutherford li assignà l'estudi de les possibilitats de la cambra d'ionització per la mesura de l'energia dels raigs gamma, dins d'un programa genèric de reorientado de la recerca al laboratori.¹⁵ La minuciosa anàlisi instrumental de Gray trobà aplicació immediata en la comparació de les fórmules d'absorció. A la darrera secció de l'article que hem esmentat, Gray observava que només l'estudi de l'absorció i dispersió dels raigs gamma del ThC" possibilitaria "una comparació simple i directa entre teoria i experiment". Però les dades més recents

¹³Gray (1929), pp. 647 i 648.

¹⁴Stoner (1929), p. 841. Stoner, que s'havia doctorat al Cavendish, es basà com Gray en resultats experimentals previs. La comparació que feia entre teoria i experiment era indirecta i poc significativa, però indicava la superioritat de la fórmula de Klein-Nishina sobre les fórmules proposades anteriorment.

¹⁵Gray a Rutherford, 23-3-36 (ER, G142). Sobre l'assignació de tasques al Cavendish i el canvi d'orientació, veure p. 139.

disponibles es remuntaven a 1913, quan Rutherford i Richardson havien xifrat el coeficient d'absorció en alumini en $0,096 \text{ cm}^{-1}$. Suposant que tota l'energia dels raigs del ThC'' es concentrés en una component de 470 fm ($2,64 \text{ MeV}$), la fórmula de Klein-Nishina predeia pel coeficient d'absorció $0,097 \text{ cm}^{-1}$. L'acord exacte havia de ser "fortuït"; però dades referides als raigs del RaB (Pb^{214}) + RaC suggerien que potser no ho era del tot. Les dades les havia facilitades Dmitry Skobelzyn, un físic rus que havia observat la distribució dels electrons dispersats en l'efecte Compton mitjançant una cambra de boira; a partir d'aquesta distribució es podia reconstruir la distribució espectral de la radiació incident, i calcular-ne el coeficient d'absorció.¹⁶ Gray obtenia a partir de la fórmula de Klein-Nishina un coeficient d'absorció ($0,155 \text{ cm}^{-1}$) que s'adeia bé amb el millor valor experimental ($0,162 \text{ cm}^{-1}$). La comparació afavoria decididament la fórmula de Klein-Nishina sobre les de Dirac-Gordon i Compton.¹⁷

Dels físics implicats en la contrastació de la fórmula, Skobelzyn és el que s'aproximà al problema de forma menys interessada i més directa. Ja que no va ser la utilitat potencial de la fórmula per l'estudi de la radiació còsmica el que va moure a Skobelzyn a enviar a Nature, el gener de 1929, una nota sobre el "problema de la intensitat" en l'efecte Compton: les referències a la radiació còsmica s'hi limitaven a una advertència contra l'ús de la fórmula de Dirac-Gordon per deduir la longitud d'ona dels raigs.¹⁸ L'interès de Skobelzyn per la fórmula era de caràcter més elemental; la fórmula l'interessava perquè permetia referir observacions experimentals a una teoria fonamental de la interacció entre radiació i matèria: "La contrastació dels principis teòrics [en què es basen les lleis d'absorció] té un significat fonamental, perquè permetria

¹⁶Gray (1929), p. 666. Gray només citava Skobelzyn (1927), però havia considerat també les dades presentades per Skobelzyn en una conferència sobre les radiacions beta i gamma celebrada a Cambridge el juliol de 1928 (veure p. 139).

¹⁷Gray (1929), p. 667. Agrupant les dades de Skobelzyn en intervals de 30° , Gray oferia també una contrastació elemental de la secció eficaç diferencial. Les lleugeres discrepàncies no representaven "a serious challenge" a la validesa de la fórmula.

¹⁸Skobelzyn (1929a), signat a Leningrad el 22-1-1929.

decidir qüestions importants relatives als fonaments de la teoria de radiació".¹⁹ O com afirmaria en un article posterior: "el tractament del 'problema de la intensitat' precisa de l'examen més cuidados dels mecanismes del fenomen i de les hipòtesis específiques relatives a la interacció entre radiació i matèria, que poden ser contrastades a través de la comparació de les seves conseqüències amb l'experiència".²⁰

L'interès de Skobelzyn pel tractament teòric de la interacció entre radiació i matèria va precedir i condicionar el seu interès per la fórmula de Klein-Nishina. Estimulat pel descobriment de l'efecte Compton, Skobelzyn investigava des del 1923 la radiació gamma als laboratoris dels instituts Físico-Tècnic i Politècnic de Leningrad.²¹ A finals de 1927, Skobelzyn va donar els primers passos per continuar aquestes investigacions a l'Institut du Radium de París, el centre millor proveït aleshores de fonts radioactives.²² El febrer de 1928, Skobelzyn sol·licità a l'International Education Board una beca per passar un any a Pan's. El primer dels seus objectius era "the study with Wilson's cloud chamber expansion method of the spatial distribution of secondary electrons produced by γ -rays and the test, therefore, of the quantum theory of scattering, in particular of the conclusions arrived at by the new quantum mechanics [fórmula de Dirac-Gordon]".²³ En aparèixer la fórmula de Klein-Nishina, el setembre del

¹⁹Skobelzyn (1929b), p. 595: "Die Prüfung der dazugehörenden Ansätze ist von fundamentaler Bedeutung, da auf diesem Wege wichtige, die Grundlagen der Strahlungstheorie betreffende Scheidungen möglich zu sein scheinen".

²⁰Skobelzyn (1930), p. 773: "die Behandlung des betrachteten 'Intensitätsproblem' [bedarf] des tieferen Eingreifens in den Mechanismus der Erscheinung, der spezielleren die Wechselwirkung der Strahlung und Materie betreffenden Annahmen, welche auch durch Vergleich der diesbezüglichen Schlußfolgerungen mit der Erfahrung geprüft werden können".

²¹Veure Skobelzyn (1924).

²²Curie a Ehrenfest, 28-11-1927, acceptant Skobelzyn al laboratori; Skobelzyn a M. Curie, 4-5-1928 (FJC).

²³"Personal history record submitted in connection with application for a fellowship", 10-2-1928 (IEB, series 1.3, box 59, folder 980). El mateix interès de caire fonamental afloraria el gener de 1930 en la sol·licitud de renovació, on Skobelzyn proposava l'extensió del seu mètode d'anàlisi a la família del tori: "La possibilité de faire des observations avec

mateix any, Skobelzyn era probablement el físic millor situat per apreciar-ne el valor fonamental i per emetre un judici experimental sobre la seva validesa. Pel novembre, el físic rus havia constatat la superioritat de la nova fórmula, però també l'existència d'una "discrepància essencial" que requeria una investigació detallada.²⁴

Dos mesos després, Skobelzyn es refermava en les seves conclusions i qüestionava la validesa estricta de la fórmula: "We are evidently confronted with systematic deviations, which will be shown more clearly in a detailed paper shortly to be published".²⁵ L'actitud crítica de Skobelzyn en front la fórmula és única, com la seva fidelitat a un detector (la cambra de boira) i una metodologia experimental que distingeixen la seva aportació de la de la resta d'experimentadors. Quan Skobelzyn inicià les seves investigacions, l'ús de la cambra de boira tot just començava a generalitzar-se. Els primers prototips d'aquest instrument, producte de l'interès victorià per la reproducció mimètica dels fenòmens naturals, els havia construït Charles T. R. Wilson al Cavendish al voltant del canvi de segle, però només durant els anys vint esdevingué un detector comú i eficaç. La cambra consta d'un recipient que conté un vapor saturat; si se n'augmenta bruscament el volum mitjançant un pistó mòbil o una membrana elàstica, l'expansió fa que el vapor es condensi sobre els ions produïts per les partícules que travessen l'aparell. Convenientment il·luminades, les traces resultants poden ser fotografiades.²⁶

des rayons monochromatiques pourrait être intéressante pour l'exploration du mecanisme impliqué dans l'effet Compton (le probleme de la repartition du rayonnement diffuse dans les diferentes directions, que nous venons de mentionner)" (FJC).

²⁴Skobelzyn a Curie, 5-11-1928 (FJC): "so kann ich konstatieren daß die experimentelle Ergebnisse mit dem theoretischen Befund von Klein und Nishina einige wie mir scheint merkwürdige Koinzidenzen zeigen. Es besteht aber auch sicher eine wesentliche Diskrepanz welche noch untersucht werden muss". A la mateixa carta explica Skobelzyn que el setembre havia avançat a Nishina alguns dels seus resultats, a petició d'aquest.

²⁵Skobelzyn (1929a), p. 411.

²⁶Les arrels victorianes de la cambra de boira són desenterrades a Galison i Assmus (1989), que han seguit el desenvolupament de l'aparell fins el 1911. La cambra sembla haver estat un

Decidit a fotografiar les traces dels electrons secundaris emesos en la dispersió Compton, Skobelzyn va descobrir accidentalment que un camp magnètic podia ser de gran ajut. El camp corbava la trajectòria dels electrons, i el radi de curvatura de la traça permetia calcular-ne l'energia.²⁷ La distribució estadística de l'energia dels electrons secundaris permetia a Skobelzyn calcular, mitjançant una fórmula de dispersió, la composició espectral de la radiació gamma incident. D'aquesta manera es podien usar emissors inhomogenis sense haver de recórrer a estimacions del seu espectre "based on very untrustworthy data taken from an outside series of observations".²⁸

A partir de l'abril de 1929, Skobelzyn proseguí el seu treball a l'Institut du Radium de Paris, segur de les possibilitats del seu mètode. La seva anàlisi no depenia d'estimacions de l'espectre gamma del radi, però sí d'experiments d'absorció. Gray ja s'havia fet càrrec de l'anàlisi numèrica, i Skobelzyn va reproduir alguns dels valors obtinguts per ell.²⁹ L'acord entre les prediccions teòriques de Klein-Nishina i el valor determinat experimentalment era "molt satisfactori", i tant els resultats de Gray com els del mateix Skobelzyn indicaven que no era casual. Però Skobelzyn mantenia la seva postura crítica,

aparell problemàtic i difícil de controlar fins ben entrats els anys trenta, a jutjar per l'elevat nombre de consultes tècniques a què es veien sotmesos els usuaris més experimentats (Roque 1992, p. 234).

²⁷Skobelzyn (1983). Si el pla de la traça és perpendicular al camp, la velocitat ve donada per la intensitat de camp H i el radi de curvatura de la traça p

$$\beta = \frac{Hp (e/mc)}{\sqrt{1 + (Hp)^2 (e/mc)^2}}$$

on ($\beta = v/c$, i e i m són la càrrega i la massa de l'electró.

²⁸Encara que la fórmula de Klein-Nishina prediu la intensitat de la radiació dispersada, la correlació precisa de cada fotó dispersat amb un electró dispersat fa possible contrastar la fórmula a través de la distribució dels electrons secundaris. Skobelzyn investigaria en solitari aquesta possibilitat. Fixar-se en els electrons en lloc dels fotons tenia els seus avantatges, ja que les diferències entre les fórmules de Dirac-Gordon i Klein-Nishina eren en el primer cas més acusades (Skobelzyn a Mme. Curie, 5-11-1928 (FJC).

²⁹Skobelzyn mantenia correspondència amb Gray, però cap carta entre ells no es conserva entre els manuscrits de Gray.

basada en l'anàlisi de la radiació dispersada:³⁰

Aquesta investigació ha revelat clarament peculiaritats del fenomen [de dispersió], que no eren d'esperar des del punt de vista teòric (sobre les quals es tractarà en una comunicació més completa), de manera que *existeixen certament complicacions essencials no considerades per la teoria*,

Un any després, Skobelzyn explicaria efectivament en un nou article en què consistien les "peculiaritats" no previstes per la teoria. Però anomalies més notables centraven en aquells moments l'atenció dels físics.

UN NOU FENOMEN D'ABSORCIÓ

El maig de 1930 es va anunciar simultàniament des de tres laboratoris que els raigs gamma eren absorbits de forma anòmala: el coeficient d'absorció per electró, en contra de tota expectativa teòrica, augmentava amb el nombre atòmic de l'element dispersor. Els tres articles on es va reportar l'anomalia van ser sotmesos en un interval de deu dies. A continuació analitzo les circumstàncies d'aquesta coincidència, i les causes de la controvèrsia que la va seguir.

BERLÍN: L'EFFECTE MEITNER-HUPFELD

Dahlem, una àrea escassament urbanitzada de la perifèria de Berlin, era a finals dels anys vint un punt neuràlgic de l'extensa xarxa científica de la capital prussiana, gràcies a la decisió de la Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft, una societat fundada el 1911 per promoure la recerca amb fons privats, d'establir-hi els seus instituts. Al primer inaugurat, el Kaiser-Wilhelm-Institut für Chemie,

³⁰Skobelzyn (1929b), p. 604 (èmfasi afegit): "Diese letzte Untersuchung hat freilich eigentümliche Besonderheiten der Erscheinung zum Vorschein gebracht, welche vom theoretischen Standpunkt nicht vorauszusehen waren (und über welche in einer ausführlicheren Mitteilung berichtet wird), so daßsicher noch *wesentliche von der Theorie nicht berücksichtigte Komplikationen vorliegen*".

s'incorporà Lise Meitner el 1912 com a investigadora associada. El 1918, Meitner passà a dirigir la secció de física radioactiva de l'Institut, des de la qual consolidaria la seva posició preeminent dins el reduït cercle de físics experts en radioactivitat, els "radioactius".³¹ A finals dels anys vint, Meitner gaudia d'una sòlida reputació com a física experimental i d'un contracte vitalici que assegurava la seva dedicació exclusiva a la recerca.³²

Durant els anys vint, Meitner s'interessà especialment per la relació entre les radiacions gamma i beta, jugant un paper destacat en les discussions sobre l'espectre continu dels raigs beta. La familiaritat que desenvolupà durant aquests anys amb la radiació gamma bastaria per justificar el seu interès per una nova fórmula d'absorció, com la de Klein-Nishina, però ja hem vist que la radiació còsmica no era aliena a aquest interès. L'abril de 1929, dos mesos després de la intervenció de Meitner davant la Lliga de Societats Científico-Tècniques, Hans-Hermann Hupfeld s'incorporà al seu laboratori; durant tres anys, Hupfeld col·laboraria amb Meitner en l'estudi experimental de l'absorció dels raigs gamma.³³

La determinació del coeficient d'absorció dels raigs gamma no precisava d'una tècnica experimental innovadora: es tractava de mesurar la intensitat dels raigs gamma abans i després de travessar un material dispersor. El problema més important de les mesures d'absorció el plantejava la inhomogeneïtat de les fonts de radiació gamma disponibles. Meitner i Hupfeld van decidir-se

³¹ "Radioactivists", Chadwick a Meitner, 5-6-1932 (LM 5/3); "Radioaktive Damen und Herrén", Pauli a Meitner i Geiger, 4-12-1930 [PBII, 259], anotada per Meitner "Offener Brief an die Gruppe der Radioaktiven" (LM 5/34).

³²LM 5/7, notari Hepner. Naturalment, el contracte de Meitner no preveia l'ascens de Hitler al poder. La seva condició de ciutadana austríaca, i la decidida acció de Planck al front de la Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft, van fer que Meitner resistís els embats de les lleis racials fins l'annexió d'Aústria, el març de 1938. Trenta anys després de la seva arribada a Berlin, Meitner va abandonar definitivament Alemanya (Heilbron 1986, pp. 152 i 163). Veure també Meitner (1954), Frisch (1970, 1976), Kerner (1986), Kraft (1988).

³³"Liste von Mitarbeitern der Abteilungen Hahn und Meitner des KWI für Chemie" (Archiv zur Geschichte der Max-Planck-Gesellschaft, Berlin). Cf. Meitner i Hupfeld (1930c), completat el desembre de 1930, on s'observa que els experiments havien durat vint mesos.