

$\theta$  creixent es conserva quan  $\psi_e$  augmenta prou.

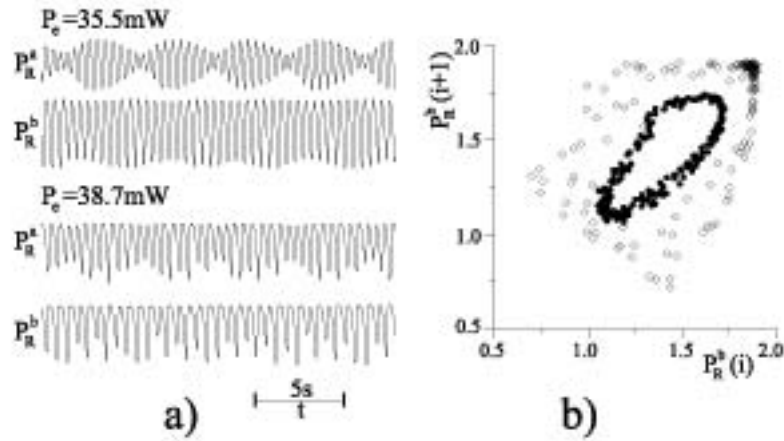


Figura 3.24: (a) Evolució temporal de  $P_R^b$  per a  $P_E = 35.9 \text{ mW}$  ( $\bullet$ ) i  $38.7 \text{ mW}$  ( $\diamond$ ). (b) Seccions de Poincaré d'atractors reconstruïts per als mateixos valors de  $P_E$ .

La multiestabilitat de les solucions estables sembla intrínseca en els sistemes acoblats amb dos funcions no lineals i no només es presenta per a solucions quasi-periòdiques, sinó també per a la solució estacionària i per a les òrbites periòdiques. La figura 3.25b, per exemple, ho mostra a la vora d'una òrbita periòdica. A part de la biestabilitat produïda pel caràcter subcrític de la bifurcació, apareixen altres solucions biestables a través de bifurcacions sella-node, amb freqüències lleugerament diferents i valors de  $\theta$  al voltant de 0 i de  $\pi$ . Aquesta possible multiestabilitat de les òrbites periòdiques i la seva tendència a mostrar valors de  $\theta$  a prop de 0 i de  $\pi$  ha estat predita analíticament amb un model simple de fase [82]. Per a valors de  $\psi_e$  superiors aquesta biestabilitat desapareix i, en lloc seu, obtenim una variació contínua de  $\theta$  quan  $\psi_e$  augmenta.

La correlació independent de les fases i de les amplituds es pot observar amb el dos oscil·ladors acoblats de la fig. 3.23. Quan augmentem  $P_E$  des de l'estat quasiperiòdic a  $35.9 \text{ mW}$  fins a  $38.7 \text{ mW}$ , les evolucions temporals esdevenen caòtiques. Les respectives seccions de Poincaré demostren els diferents comportaments (fig. 3.23b). En aquesta transició cap al caos les amplituds perden llur correlació tal com es mostra en els mapes de retorn (fig. 3.23c), encara que la relació de fase entre els dos oscil·ladors es manté regular amb la mateixa pendent constant que en el cas anterior quasiperiòdic (fig. 3.23a). Quan incrementem encara més  $P_E$  la relació de fase esdevé

irregular mentre els atractors romanen caòtics ( $P_E = 41.8$  mW). A  $P_E = 44.2$  mW l'evolució temporal dels dos subsistemes és encara caòtica, però la diferència de fase  $\theta$  tendeix a reestabilitzar-se. Apareixen salts de  $2\pi$  entre intervals de  $\theta$  oscil·lant (fig. 3.23a). Aquest comportament de  $\theta$  també es pot trobar en les simulacions de diversos oscil·ladors de fase acoblats a la vora de la sincronització de fase entre dos oscil·ladors [93]. Per a valors de  $P_E$  propers a 50 mW el sistema recobra la quasiperiodicitat.

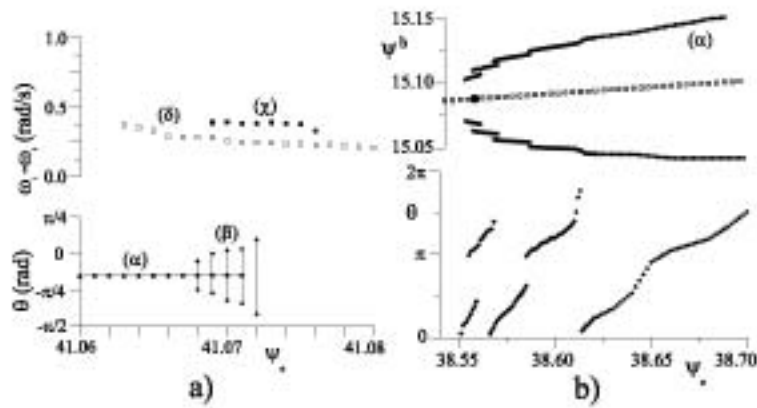


Figura 3.25: Simulació numèrica amb els mateixos paràmetres que a la figura 3.22 però amb  $d = 8.0$  (a) valors de  $\theta$  per a l'òrbita periòdica biestable ( $\alpha$ ), la solució quasiperiòdica amb  $\theta$  oscil·lant ( $\beta$ ) i la diferència de freqüències per a les solucions quasiperiòdiques amb  $\theta$  creixent ( $\delta$  i  $\chi$ ). (b) Diagrama de bifurcacions a la vora del Hopf de ( $\alpha$ ): desplaçament total de la fase del dispositiu  $b$  i valors de  $\theta$ .

Tota la discussió anterior és per a l'acoblament de dos dispositius BOITAL bidimensionals que, per tant, no poden exhibir evocions caòtiques quan estan desacoblats. És interessant comparar aquest comportament amb el de l'acoblament de dos dispositius tridimensionals, en els quals el caos és perfectament possible en absència d'acoblament. Un dels fenòmens més interessants en aquest cas és el de la transició cap a la sincronització de fase a través de salts de fase de  $2\pi$  [68, 79]. Nosaltres hem observat aquesta transició amb un dispositiu BOITAL tricapa, format per  $150 \mu\text{m}$  de vidre,  $35 \mu\text{m}$  d'oli de girasol i  $1 \text{ mm}$  de vidre, amb una separació  $d = 6 \text{ mm}$ , la mateixa potència incident per a ambdós oscil·ladors però fases inicials diferents. Els dos oscil·ladors presenten atractors de Rössler caòtics per a  $P_E = 51.9$  mW i una diferència de fase gairebé constant al voltant de  $4\pi/3$  (fig. 3.26, 3.27). Igual que en l'acoblament de dos sistemes bicapa, que hem comentat anteriorment, aquesta solució perd la seva estabilitat i apareixen oscil·lacions en  $\theta$  al voltant de  $P_E = 52.5$

mw, tot i que en aquest cas les oscil·lacions no són regulars (fig. 3.27). L'evolució temporal de l'amplitud dels dos subsistemes és clarament diferent per a aquest valor de  $P_E$ , fet que denota la sincronització en fase de dos atractors caòtics amb amplituds totalment no correlacionades (fig. 3.26). Aquest estat esdevé inestable quan  $P_E$  augmenta lleugerament: els atractors caòtics es fan més diferents (fig. 3.26) i apareixen salts de fase de  $2\pi$  en l'evolució temporal de  $\theta$  entre els intervals d'oscil·lació no periòdica ( $P_E = 53.0$  mW a la fig. 3.27). Els salts en  $\theta$  es fan més freqüents quan s'augmenta  $P_E$  ( $P_E = 53.6$  mW a la fig. 3.27), fins perdre qualsevol indicatiu de correlació de la fase entre els dos oscil·ladors, mentre les amplituds segueixen essent caòtiques.

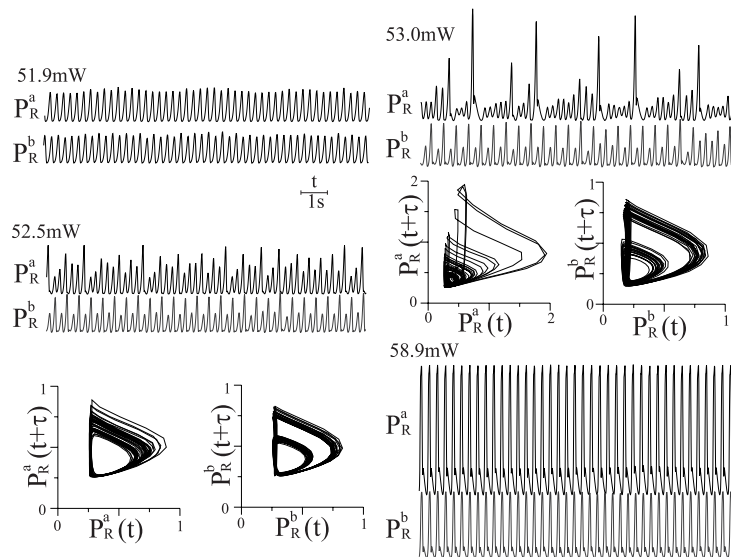


Figura 3.26: Evolucions temporals de  $P_R^a$  i  $P_R^b$  i atractors reconstruits a diferents valors de  $P_E$  en dispositius acoblats tricapa.

Per a potències d'entrada superiors, els subsistemes recobren la periodicitat amb diferents freqüències i el sistema global exhibeix un valor constant de  $d\theta/dt$ . Per aquest cas tricapa també trobem la multiestabilitat d'estats quasiperiòdics, com en l'acoblament de sistemes bidimensionals. A  $P_E = 54.5$  mW la biestabilitat dels atractors quasiperiòdics es denota per les diferents pendent a la figura 3.27. Per a valors de  $P_E$  més alts es torna a observar una transició cap a sincronització de fase. El sistema global repren la periodicitat i tornen a aparèixer els salts de fase de  $2\pi$  durant el procés ( $P_E = 58.9$  mW). El nombre de salts disminueix a mesura

que augmenta  $P_E$  (fig. 3.27). Aquesta represa de la periodicitat quan  $P_E$  augmenta és induïda per la pèrdua de complexitat de la dinàmica de cada oscil·lador i la proximitat de bifurcacions homoclíniques, que impliquen un canvi en la freqüència d'oscil·lació dels subsistemes.

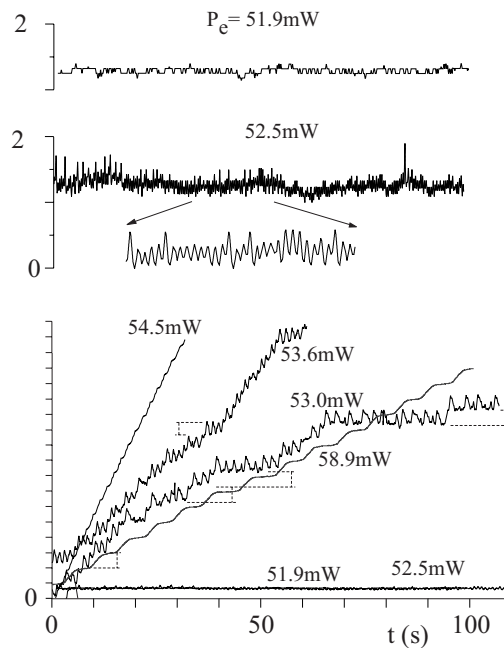


Figura 3.27: Evolució temporal de  $\theta$  per a diferents valors de  $P_E$ . Alguns salts estan marcats per intervals de  $2\pi$ . Es representen evolucions temporals de  $\theta$  de dos atractors diferents biestables a 54.5 mW.

Els acoblaments de fase es poden produir, segons les prediccions teòriques, per sobre d'un cert llindar relativament baix, mentre que els efectes d'amplitud només apareixen per acoblaments més elevats. Per això un gran nombre de treballs teòrics han utilitzat models de fase, més simples que els models d'amplitud, per descriure acoblaments relativament baixos [82, 92, 93]. El sistema acoblat BOITAL, amb un molt bon acord amb això, mostra efectes d'amplitud per a petites separacions dels subsistemes, tal com hem vist a la secció anterior [42], i efectes de fase per separacions més grans. La sincronització de fase no està present per separacions dels oscil·ladors superiors a 10 mm. Malgrat tot, a aquestes distàncies tan grans els efectes sobre l'amplitud provocats per l'acoblament encara són evidents; és més, quan s'elimina la potència incident sobre un dels oscil·ladors, el segon canvia la seva dinàmica i

desapareix l'estat caòtic o, fins i tot, tebeix a un estat estacionari. Això es pot entendre a partir d'una de les propietats de la difusió de calor: les freqüències altes s'esmoreeixen ràpidament, mentre que les freqüències més baixes es mantenen. Així, aquesta atenuació de les altes freqüències no permet la sincronització de fase per a separacions prou grans, mentre que la transferència de calor mitjana segueix afectant els paràmetres de la cavitat veïna, és a dir, la seva temperatura mitjana i la seva fase inicial i, per tant, la seva dinàmica.

Les simulacions numèriques prediuen dos règims diferents en la transició cap a la sincronització de fase per a l'acoblament de subsistemes caòtics [68]. Aquests dos règims obeeixen regles d'escala diferents en la probabilitat dels salts *versus* la intensitat de l'acoblament. Els dos règims no han estat distingits en el present experiment, potser a causa de l'interval d'acoblament tan estret pel qual un d'ells pot tenir lloc, o potser també per diferències en la transició cap a la sincronització de fase quan es varia l'acoblament o la no-linealitat.