

oscil·ladors idèntics, similars i diferents [50]. En el cas idèntic la mort es trobà en dos estats inhomogenis que provenien d'una bifurcació en forquilla de l'estat homogeni. El model BOITAL per als mateixos paràmetres de la figura 3.16 però amb  $\tau_1 = \tau_2 = 0$  i  $\psi_0^a = \psi_0^b = 5.1$  produeix regions de mort d'amplitud encara més grans que les de la figura 3.16 i en aquest cas l'estat de mort és homogeni. La raó potser rau en el fet que els termes d'acoblament en el nostre model no són en la forma escalar que es considera a les anàlisis numèriques citades [48]. Per altra banda, a l'experiment l'acoblament instantani no es pot estudiar perquè els dos feixos làser han d'estar separats per poder tenir dos oscil·ladors diferents.

En el fons, la introducció de termes retardats és una forma simple de considerar la velocitat finita de propagació, però òbviament una descripció més acurada es pot obtenir mitjançant una reducció de les corresponents equacions diferencials en derivades parcials. Per exemple, en un sistema BOITAL, tant l'acoblament com la dinàmica intrínseca de cada oscil·lador individual són deguts a la difusió de calor i, així, la reducció de l'equació de la calor per al problema transversalment uniforme, resolta a [58], podria generalitzar-se al cas no uniforme del sistema acoblat. D'aquesta manera la presència explícita de retards temporals a les equacions no és una característica necessària i els temps característics del problema poden quedar continguts en l'estructura de coeficients dels termes d'acoblament.

En definitiva, hem verificat experimentalment l'aparició de la mort d'amplitud en dos oscil·ladors acoblats. L'anàlisi paramètrica ha mostrat la relació entre l'efecte de la mort d'amplitud i les bifurcacions de Hopf del sistema acoblat i els (sub)sistemes aïllats. Hem verificat també que l'aparició d'aquest efecte es produeix només per a acoblaments prou forts. Els experiments no ens permeten concloure res sobre el paper de la velocitat finita de propagació en el fenomen de la mort. Per això fóra interessant investigar la multiplicitat d'*isolaes* de mort que prediu la teoria de la mort induïda per retard temporal [74] en l'espai de paràmetres definit per l'acoblament, el retard temporal i la freqüència d'oscil·lació.

### 3.5.3 Acoblaments mitjans

Ja hem vist que per a acoblaments forts la dinàmica és relativament simple. Amb acoblaments menys intensos el comportament relatiu entre els subsistemes esdevé

més evident i la dinàmica s'enriqueix amb nous fenòmens. Aquesta manifesta clarament una dimensió superior a 2.

En aquest cas es poden observar oscil·lacions amb dues freqüències característiques, una en fase ( $\theta \approx 0$ ) i generalment estable i una altra en contrafase ( $\theta \approx \pi$ ) i generalment inestable. Hi ha transicions entre aquests estats, que es poden produir per diversos camins. Una possibilitat és a través d'una duplicació de la freqüència d'oscil·lació ( $2\omega$ ); una altra és mitjançant una bifurcació sella-node de cicles límit; una altra és a través d'una bifurcació homoclínica i, finalment, es pot produir per un desplaçament continu de la fase. Aquest darrer camí és més significatiu per a acoblaments encara més febles, quan es produeix el fenomen dels salts de fase, i serà objecte d'un estudi més detallat a la propera secció.

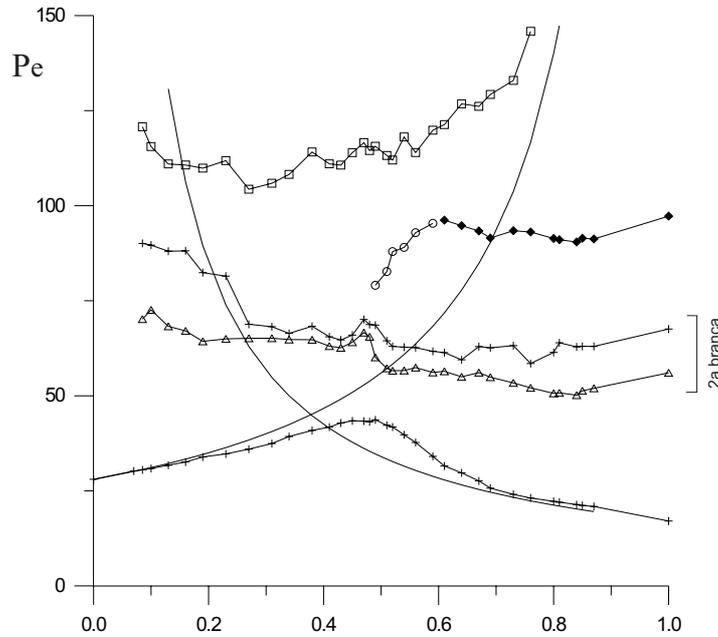


Figura 3.18: Diagrama de bifurcació de dos oscil·ladors BOITAL acoblats amb  $d = 400 \mu\text{m}$ . Les + indiquen bifurcacions de Hopf, els  $\Delta$  selles-node, els  $\square$  homoclíniques, els o selles-node de cicles límit i els  $\blacklozenge$  homoclíniques.

A la figura 3.18 presentem el diagrama de bifurcació en funció de  $\gamma$ , obtingut experimentalment per a dos dispositius BOITAL bicapa acoblats i amb  $d = 400 \mu\text{m}$ , que correspon a un acoblament mitjà. Igual que a la secció anterior, els valors extrems  $\gamma = 0$  i  $\gamma = 1$  corresponen als sistemes individuals i desacoblats i les corbes

hiperbòliques projecten les bifurcacions de Hopf dels (sub)sistemes desacoblats a tot el diagrama tenint en compte el factor  $\gamma$ . Podem observar com en aquest cas la bifurcació de Hopf no forma ja dos *globus* separats i simplement forma una corba contínua que, als casos extrems, coincideix amb les bifurcacions de Hopf dels subsistemes no acoblats.

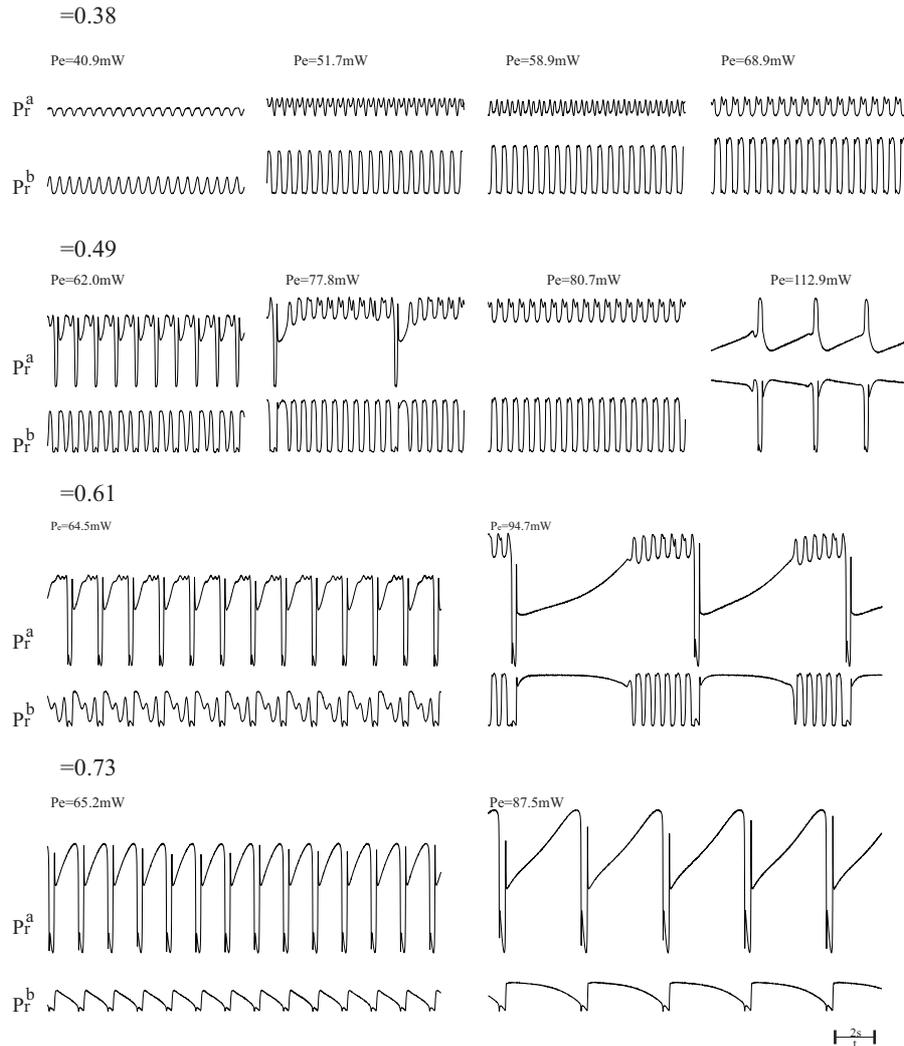


Figura 3.19: Evolucions temporals de dos oscil·ladors BOITAL acoblats amb  $d = 400 \mu\text{m}$  per a diversos valors de  $\gamma$  i de  $P_E$ .

Aquest diagrama de bifurcació experimental l'hem obtingut fent successives escombrades en funció de  $P_E$  per a diverses  $\gamma$ . Algunes evolucions temporals corresponents

a aquests escombrats les presentem a la figura 3.19. Fixem-nos que al cas  $\gamma = 0.38$  tenim una transició de l'estat  $\theta = 0$  a l'estat  $\theta = \pi$  a través d'una duplicació de la freqüència d'oscil·lació. A  $P_E = 40.9$  mW el subsistema (a) oscil·la en fase amb el (b), mentre que a 68.9 mW ja es troba clarament en contrafase i a les potències intermèdies observem una freqüència d'oscil·lació doble que l'original, de manera que uns màxims es troben en fase amb el subsistema (b) mentre que els altres en contrafase; a mesura que augmentem la potència aquests últims es fan més destacats i els primers van desapareixent. Per a potències superiors aquest estat de  $\theta = \pi$  acabarà patint una bifurcació homoclínica, com podem veure a la figura 3.18. De la mateixa manera és interessant observar en els casos  $\gamma = 0.49$  i  $\gamma = 0.61$  com té lloc una sella-node de cicles límit que per a  $\gamma = 0.73$  ja ha desaparegut i en el seu lloc trobem una bifurcació homoclínica. Com es produeix aquesta unió de la sella-node de cicles i la homoclínica és un fet que no coneixem amb detall; de fet aquest mateix procés es pot observar per sistemes BOITAL tricapa no acoblats [40]. En qualsevol cas, en el cas  $\gamma = 0.49$  podem observar novament el pas de l'estat  $\theta = 0$  al  $\theta = \pi$ , però ara en lloc d'una duplicació de la freqüència trobem que la transició es produeix precisament a través de la sella-node de cicles. En concret a  $P_E = 62.0$  mW trobem oscil·lacions en fase, a  $P_E = 77.8$  mW apareix una nova oscil·lació al subsistema (a) que resulta estar en contrafase amb el (b), mentre que l'oscil·lació bàsica, segueix, com abans, en fase; a  $P_E = 80.7$  mW, en canvi, ja només queda l'oscil·lació en contrafase.

De la mateixa manera, a les figures 3.20 i 3.21 presentem el diagrama de bifurcació per a una  $d = 800$   $\mu\text{m}$  i les corresponents evolucions temporals. Al diagrama de bifurcacions podem veure com, per a  $\gamma = 0.69$ , aproximadament, es produeix una simultaneïtat de dues bifurcacions homoclíniques. En aquest punt es produeix un cicle homoclínic, quan es produeixen simultàniament homoclíniques a dos punts sella diferents.

Als casos amb  $\gamma$  igual a 0.16, 0.19 i 0.23 observem un procés homoclínic típic, però fixem-nos que a mesura que augmenta  $\gamma$  és cada vegada més clara la influència d'una segona freqüència. Això es posa especialment de manifest en el cas intermedi, corresponent a  $\gamma = 0.49$ , mentre que a l'altre extrem ( $\gamma = 0.73$ ) tornem a trobar un procés homoclínic típic. En definitiva, el diagrama de bifurcacions tradueix la presència de les homoclíniques que ja presentaven els dos subsistemes com a sistemes desacoblats.

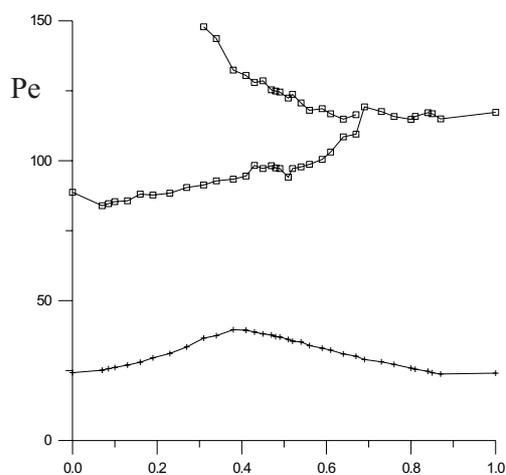


Figura 3.20: Diagrama de bifurcació de dos oscil·ladors BOITAL acoblats amb  $d = 800 \mu\text{m}$ . Les + indiquen bifurcacions de Hopf i els  $\square$  bifurcacions homoclíniques.

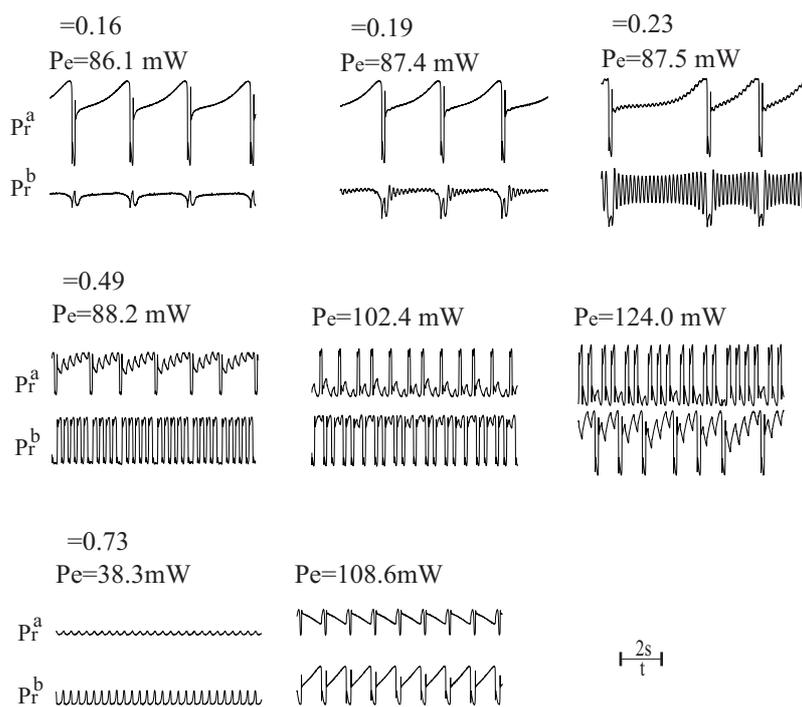


Figura 3.21: Evolucions temporals de dos oscil·ladors BOITAL acoblats amb  $d = 800 \mu\text{m}$  per a diversos valors de  $\gamma$  i de  $P_E$ .