

3.5.2 Acoblaments forts i mort induïda

Per a acoblaments forts el sistema presenta una dinàmica relativament simple, amb oscil·lacions en fase o contrafase ($\theta = 0$, $\theta = \pi$). Les homoclíniques es produeixen seguint els mateixos passos que en un BOITAL simple bicapa (vegeu el capítol 2). A part d'això, un dels efectes més curiosos que apareixen per a acoblaments forts és el de la mort de l'amplitud, que hem comentat breument. El tipus de mort que ens ocupa, relacionada amb les bifurcacions de Hopf dels sistemes individuals i l'acoblat, ha adquirit importància gràcies a les seves potencials aplicacions a la física, la química, la medicina i la biologia [87]. L'aparició d'aquest efecte ha estat predita per a dos o més oscil·ladors acoblats, idèntics o diferents [50, 48, 73, 57], però fins fa poc [42] no havia estat mai observat [87].

A continuació presentarem l'observació experimental d'aquest efecte de mort d'amplitud amb dos oscil·ladors termoòptics del tipus BOITAL [42], que ja han estat comentats a bastament al capítol anterior. Els dos oscil·ladors es localitzen en el mateix dispositiu interferomètric, sobre el que hi incideixen dos feixos làser. L'efecte de l'acoblament sobre la bifurcació de Hopf del sistema global es posa clarament de manifest mitjançant una anàlisi paramètrica en funció de l'acoblament i de la intensitat relativa de la llum incident sobre cada (sub)sistema. Així mateix compararem els resultats experimentals amb simulacions numèriques a partir d'un model matemàtic amb retard temporal.

El dispositiu experimental és igual que el que hem utilitzat a la secció anterior. La mort de l'amplitud s'observà quan la distància de separació era petita. La part superior de la figura 3.14 presenta evolucions temporals que il·lustren aquest efecte per a $d = 200 \mu\text{m}$. Ambdós oscil·ladors foren il·luminats amb potències semblants per sobre del llindar de la bifurcació de Hopf en els sistemes individuals, però malgrat això el sistema romangué en un estat estacionari estable. En tancar qualsevol dels dos feixos incidents aparegueren oscil·lacions en la llum reflectida pel (sub)sistema il·luminat, i en tornar a posar els dos feixos les oscil·lacions desaparegueren novament. El transitori cap a l'estat estacionari es produeix amb oscil·lacions amortides en antifase i lleugerament més ràpides que les dels sistemes desacoblats. La part inferior de la figura 3.14 mostra un comportament que podríem anomenar *semi-mort d'amplitud*, i que s'observa per a intensitats d'entrada més baixes i més asimètriques. En aquest cas la resposta del sistema era un estat estacionari estable quan el feix

incident de major intensitat estava tapat i un cicle límit quan ho estava el de menor intensitat. Les oscil·lacions desapareixen quan ambdós feixos són actius.

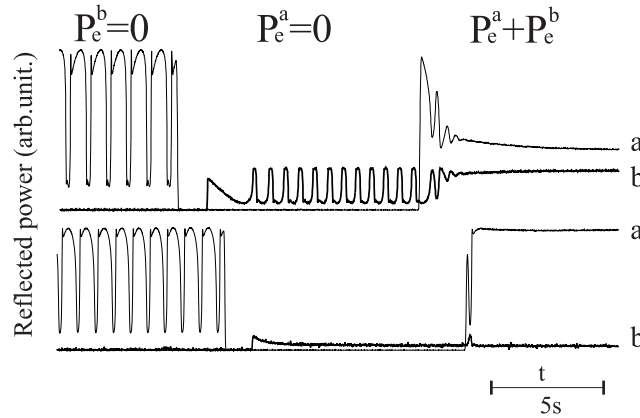


Figura 3.14: Resposta de dos oscil·ladors BOITAL, acoblats i desacoblats per a $d = 200\mu m$. L'evolució superior mostra l'efecte de mort d'amplitud i correspon a $\gamma = 0.49$ i $P_E = 62.1mW$. L'evolució inferior mostra l'efecte de semi-mort i correspon a $\gamma = 0.73$ i $P_E = 38.3mW$.

Per investigar amb detall aquest efecte, convé fer un estudi paramètric i localitzar amb certa precisió les zones de l'espai de paràmetres on es pot produir la mort i la semi-mort d'amplitud. El diagrama de la figura 3.15 mostra les bifurcacions locals i globals del sistema acoblat en funció dels paràmetres γ i P_E . Els valors extrems $\gamma = 0$ i $\gamma = 1$ corresponen als sistemes individuals i desacoblats a i b respectivament. Les corbes hiperbòliques projecten les bifurcacions de Hopf dels (sub)sistemes desacoblats a tot el diagrama, tenint en compte el factor γ i permetent, així, la comparació directa entre el sistema acoblat i els desacoblats. Els llindars d'oscil·lació dels dos dispositius desacoblats són similars, fet que denota una petita diferència entre els camins òptics de la cavitat de cada (sub)sistema. D'aquesta manera el diagrama de bifurcació de la figura 3.15 descriu dues cavitats BOITAL similars en funció de la seva il·luminació relativa. L'àrea d'oscil·lació del sistema acoblat apareix dividida en dos grans *globus* definits verticalment (*id est*, en funció de P_E) per dues bifurcacions de Hopf supercrítiques o bé per una bifurcació de Hopf i una homoclínica. En aquest cas els globus apareixen lleugerament superposats, però en altres casos poden aparèixer perfectament separats.

L'efecte de mort d'amplitud té lloc a les zones no oscil·latòries per sobre de les dues corbes hiperbòliques, i l'efecte de semi-mort a les zones no oscil·latòries per

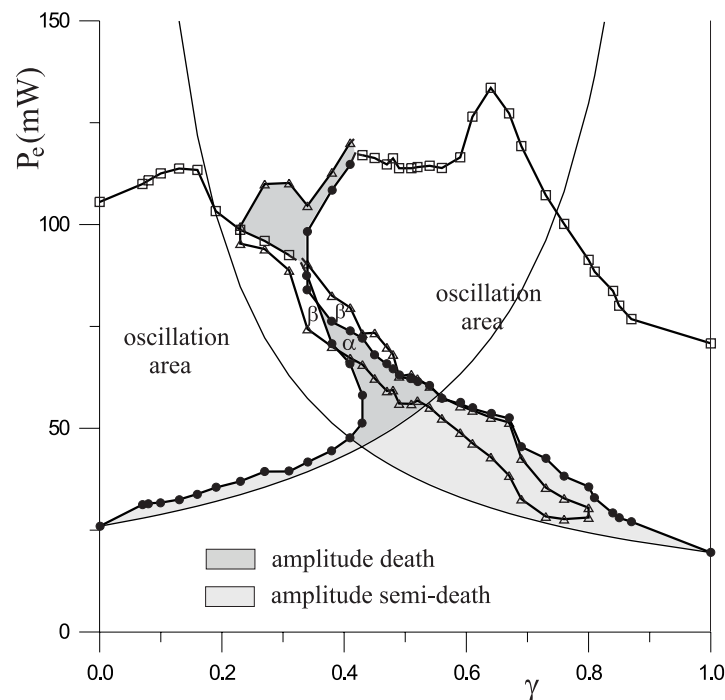


Figura 3.15: Diagrama de bifurcació en el pla paramètric $\gamma - P_E$ per als oscil·ladors de la figura 3.14. Les \bullet indiquen bifurcacions de Hopf, els \triangle indiquen bifurcacions sella-node i els \square indiquen bifurcacions homoclíniques.

sobre de només una de les corbes hiperbòliques. La situació més simple de mort d'amplitud té lloc a la vora del creuament de les corbes hiperbòliques, on cada (sub)sistema aïllat oscil·laria a prop de la seva bifurcació de Hopf. Aquesta és la situació típica que es considera als treballs teòrics [48, 73, 57], i la part superior de la figura 3.14 hi correspon. L'efecte de mort té lloc perquè l'acoblament desplaça la bifurcació de Hopf del sistema global respecte a les dels sistemes individuals. Cal notar, tanmateix, que al cas de la figura 3.15 les regions de mort involucren una corba de bifurcació sella-node de forma allargada que conté dos punts de codimensió dos de tipus vèrtex; concretament a (γ, P_E) igual a $(0.22, 95 \text{ mW})$ i $(0.8, 30 \text{ mW})$. Aquesta corba defineix una zona biestable on els dos estats estacionaris que hi ha a ambdós costats coexisteixen simultàniament. A la regió dins la zona de mort, que anomenem α a la gràfica, els dos estats estacionaris són estables, mentre que a les regions marcades com β un d'ells ha esdevingut inestable i ha donat un estat oscil·latori. D'aquesta manera, a les regions β el sistema global pot estar bé oscil·lant

bé mort, depenent de les condicions inicials. A la regió de semi-mort la llengua conté dos estats estacionaris estables. L'enriquiment de la solució estacionària és un fet característic dels sistemes acoblats [50] i la coexistència d'estats en el fenomen de la mort ja havia estat detectat en models matemàtics d'oscil·ladors acoblats [50, 48].

A la figura 3.16 presentem el diagrama de bifurcacions numèric en el mateix pla paramètric que l'experimental de la figura 3.15, essent els altres paràmetres propers als experimentals. L'estructura de bifurcacions que defineix les zones de mort i semi-mort és qualitativament similar a l'experimental. La diferència més important es troba a la llengua biestable, que apareix més petita i amb la forma invertida. El diagrama de bifurcacions és realment molt sensible als valors de ψ_0^x i, de fet, podem obtenir fàcilment llengües biestables com la de la figura 3.15. No obstant això no hem estat capaços de reproduir alhora l'estat estacionari i les inestabilitats oscil·latòries. La figura 3.16 també presenta evolucions temporals que il·lustren la mort de l'amplitud.

La mort de l'amplitud és esperable, en principi, només per a acoblaments forts [48, 73]. A la figura 3.17 presentem una escombrada de la distància d per tal de canviar la força de l'acoblament. Ambdós oscil·ladors es van mantenir sota una mateixa relació en la intensitat incident ($\gamma = 0.5$), mentre que s'escombrava la intensitat global P_E per a cada valor de d considerat. Les inclinacions dels feixos làser foren ajustades per a cada distància per tal d'obtenir la mateixa resposta de cada (sub)sistema aïllat (és a dir, per tenir el màxim grau de simetria). La intensitat a la qual es produeix la bifurcació de Hopf dels oscil·ladors aïllats (P_H^a i P_H^b) era gairebé la mateixa per a tots dos a totes les distàncies, i la freqüència d'oscil·lació era d'uns 2.25 ± 0.03 Hz. D'aquesta manera el diagrama ens caracteritza un parell d'oscil·ladors molt semblants en funció de d , que modifica la força de l'acoblament i els retards temporals en sentits oposats. Notem en primer lloc les bifurcacions sella-node que sorgeixen d'una bifurcació en vèrtex a la vora de $200 \mu\text{m}$ i defineixen una regió biestable. Hi ha també dues bifurcacions de Hopf que notem A i B i que tenen lloc sobre branques estacionàries diferents i defineixen dues zones d'oscil·lació. La mort de l'amplitud té lloc per sobre del nivell horitzontal de les bifurcacions de Hopf individuals i fora de les zones d'oscil·lació del sistema acoblat. Notem la diversitat de regions amb diferents estats coexistents dins la llengua biestable.

Totes les bifurcacions de Hopf de la figura 3.17 que generen oscil·lacions en augmen-

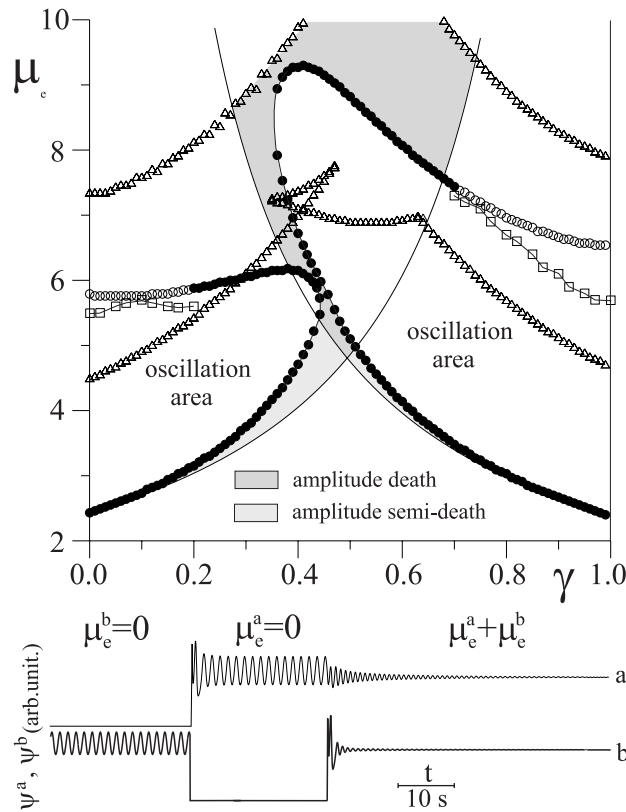


Figura 3.16: Simulació numèrica amb paràmetres adimensionals: $\eta_{1,2} = 1, -10$; $g_{1,2} = 1, 0.25$; $K_{1,2} = D_{1,2} = 1, 0.1$; $h_F = h_B = 1.0$; $d = 0.32$; $f = 0.2$; $\psi_0^a = 5.0$; $\psi_0^b = 5.1$. Els símbols són els mateixos que a la figura 3.15. Les evolucions temporals corresponen a $\gamma = 0.5$ i $\psi_E = 5.0$ dins la zona de mort de l'amplitud.

tar la intensitat són supercrítiques, però les bifurcacions de Hopf inverses B mostren un caràcter subcrític. L'amplitud d'oscil·lació no decreix durant la transició, sinó que el període mitjà augmenta cap a una divergència (vegeu la part inferior de la figura 3.17) i apareixen petites modulacions entre les oscil·lacions. L'estat estacionari apareix sobre el cicle límit que desapareix i la manca de qualsevol salt exclou la possibilitat d'una bifurcació homoclínica. Una transició similar es pot observar en un model químic i està associada amb una bifurcació sella-node que té lloc justament sobre el cicle límit [54]. En el nostre cas els resultats experimentals no són concluints, però, de totes maneres, no hem trobat aquest tipus de bifurcació en les simulacions numèriques.

Anàlisis extensives de models basats en la forma normal de la bifurcació de Hopf

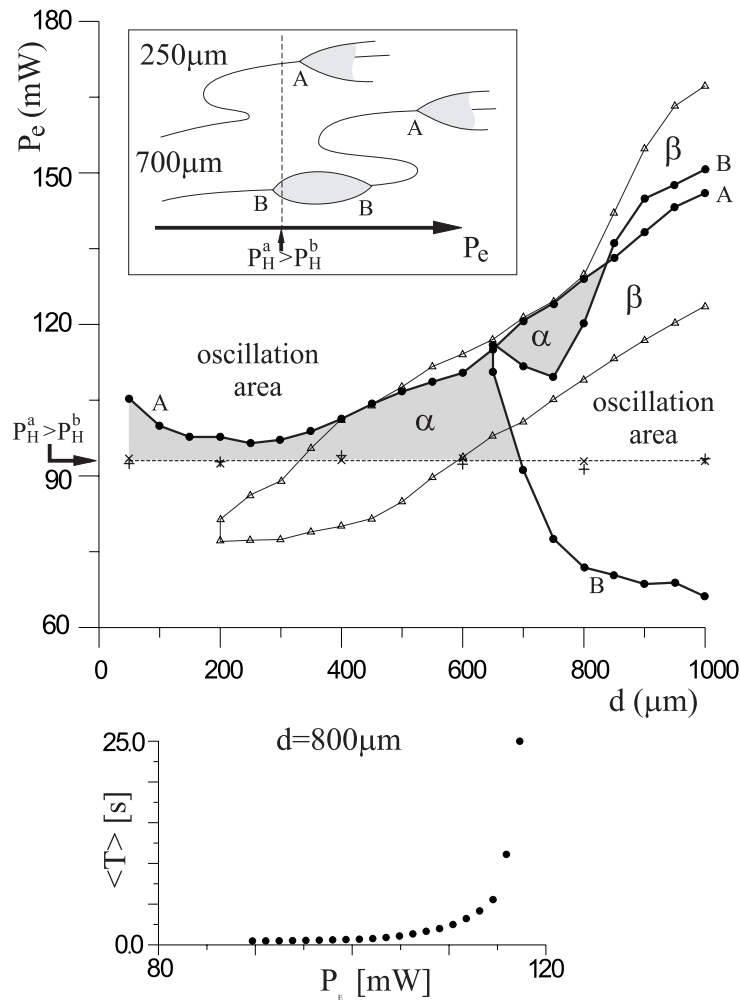


Figura 3.17: Escombrada de la distància d per al mateix dispositiu BOITAL de la figura 3.17 amb fases inicials gairebé iguals i $\gamma = 0.5$. Les línies gruixudes A i B corresponen a bifurcacions de Hopf i les línies fines a bifurcacions sella-node. Els + i les \times indiquen les bifurcacions de Hopf dels (sub)sistemes individuals i aïllats. El requadre mostra esquemàticament les bifurcacions per a dues distàncies diferents. La part inferior mostra la divergència del període durant la transició cap a l'estat de mort que té lloc a la part superior de la bifurcació de Hopf B .

super crítica han mostrat la necessitat de diferències entre els oscil·ladors o bé de retards temporals per tal d'obtenir l'efecte de la mort d'amplitud [48, 73, 57]. No obstant això, aquestes anàlisis han estat dutes a terme per a un punt fix particular i descriuen un estat homogeni de dos oscil·ladors el comportament dels quals no és, potser, prou general. De fet la mort d'amplitud es va observar per primera vegada en un model de reaccions químiques acoblades sense retards temporals explícits i per a