

Solució estacionària

El dispositiu unidimensional aïllat (un BOITAL unicapa) té una solució estacionària simple que, com ja hem vist al capítol 2, és formada per successives ‘S’ en les que s’alternen els punts estables amb els sella, els punts fixos es situen sobre una línia i la seva dinàmica es redueix als salts de commutació entre les branques. Ara l’objectiu és acoblar dos d’aquests sistemes tèrmicament i estudiar el seu comportament des de dos punts de vista complementaris: el del sistema global i el dels subsistemes per separat. Caldrà sempre recordar que de fet, de sistema només en tenim un, però estarem saltant contínuament d’una visió global a una de local, referent a cada un dels subsistemes, i a l’inrevés. Per altra banda, els resultats que obtinguem aquí, per a $N = 1$ són qualitativament idèntics als dels casos per a N superiors.

L’anàlisi lineal el realitzem de la forma habitual i considerant $\delta\psi(t) \propto e^{\lambda t}$ i $\delta\psi(t - \tau) = e^{\lambda(t-\tau)}$, i com τ és una constant podem considerar

$$\delta\psi(t - \tau) = \frac{\delta\psi(t)}{e^{\lambda\tau}} \quad (3.13)$$

Fent l’anàlisi lineal habitual ens donarà una equació per als valors propis que a diferència del cas d’un sistema d’ODE N -dimensional no serà de grau N , sinó que serà una equació transcendent a causa del terme $e^{\lambda t}$ i, per tant, tindrà un nombre infinit de solucions i, doncs, d’autovalors. D’aquests autovalors la majoria seran molt negatius i no influiran efectivament en la dinàmica.

Malgrat la complicació que pot arribar a tenir la solució estacionària en funció del paràmetre de control, l’estructura de punts fixos en l’espai de fases és bastant clara. Es distribueixen sobre un pla (pel cas de l’acoblament de dos dispositius unidimensionals coincideix la dimensió de l’espai de fases amb la dimensió de l’espai que conté els punts fixos). Tenint en compte que l’espai de fases té com a base les fases de cada dispositiu, si els dos dispositius fossin totalment independents els punts fixos formarien dues línies perpendiculars, ja que l’estat d’un sistema no dependria de l’estat de l’altre. L’acoblament, per dèbil que sigui, fa sorgir nous punts fixos en l’espai bidimensional comprès entre les dues línies, que ja no són totalment perpendiculars. A mesura que l’acoblament augmenta, la perpendicularitat es va perdent cada vegada més. En definitiva, la forma “bàsica” en què es distribueixen els punts fixos és en un quadre de 9 punts com veiem a la figura 3.2.

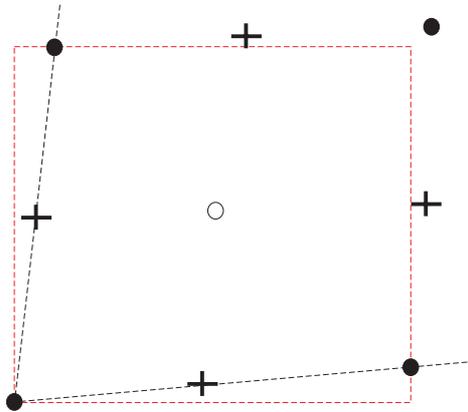


Figura 3.2: Estructura bàsica de punts fixos per a dos sistemes acoblats amb acoblament $\neq 0$. El quadrat vermell representa el cas d'acoblament nul. • representa els punts totalment estables, o els totalment inestables, i + les selles.

Els punts fixos sorgits de l'acoblament apareixen en forma d'illes a través de bifurcacions *isola* [64] i no semblen jugar cap paper en la dinàmica. Si variem convenientment un dels paràmetres que governa la simetria del sistema (en concret la γ) veurem que les *isolae* es creen en trencar-se la simetria del cas $\gamma = 0.5$, en què les dues *isolae* es converteixen en les dues branques d'una bifurcació en forquilla. Es poden interpretar com una conseqüència de que per a un cert valor dels paràmetres el sistema presenta una forquilla. Cal notar ara que de fet ens dediquem a variar bàsicament tres paràmetres: la ψ_E que és el paràmetre de control i en funció de la qual presentem els diagrames de bifurcació, la distància d entre dispositius, proporcional a l'acoblament i la γ , que ens dóna la simetria.

La dinàmica dels salts de commutació ens dóna una visió clara i intuïtiva del pas entre els dos extrems. Centrant-nos en la primera branca, passem d'un cicle d'histèresi comú a dos cicles, amb acoblament més fort o més feble, que arriben a ser (pràcticament) independents quan l'acoblament es fa molt feble. Malgrat la complexitat de la solució estacionària l'estructura dels cicles d'histèresi es manté relativament simple. Com ja hem dit, a més, els punts fixos corresponents a les illes no tenen cap participació en aquest procés.

Quan l'acoblament (distància) és gran (petita)¹ els dos sistemes fan exactament

¹De fet ens podem preguntar què entenem per acoblament gran o petit. En concret podem suposar que l'acoblament és gran quan els efectes produïts per aquest són molt més grans que els

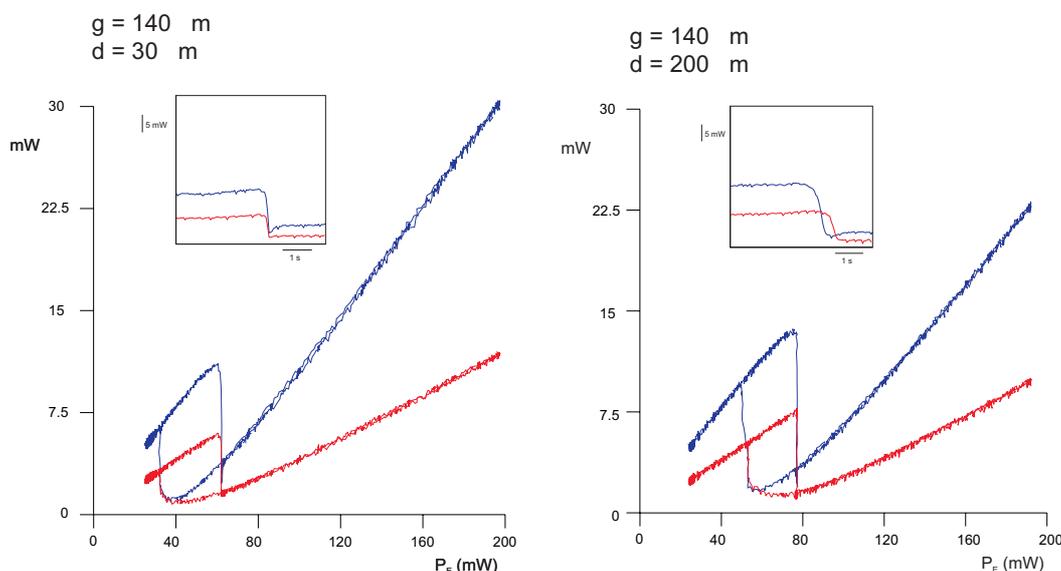


Figura 3.3: Escombrats en funció de P_E per a un sistema de dos BOITAL unicapa acoblats per a dues separacions i, per tant, per a dos acoblaments diferents. En ambdós casos el dispositiu està format per $140 \mu\text{m}$ de vidre. Cal destacar els requadres que ens mostren l'evolució en funció del temps en el moment del salt de commutació: podem observar com, per a l'acoblament més feble, un dels salts es retarda considerablement respecte a l'altre.

el mateix, es comporten com un sol dispositiu. L'acoblament és prou fort com per a que els dos tinguin exactament el mateix cicle d'histèresi. Igualment, aquesta solució és molt diferent de la que tindrien aïllats. De fet un dels subsistemes indueix el segon a fer el seu mateix cicle. Quan es produeix un salt, el segon dispositiu també el fa, per al mateix paràmetre de control però amb un cert retard temporal respecte al primer. Aquest retard temporal augmenta a mesura que la distància augmenta (es pot veure amb els escombrats en funció de t a potència d'entrada constant). Fixem-nos en la figura 3.3: la primera gràfica correspon a distància $30 \mu\text{m}$ i la segona a $200 \mu\text{m}$. Podem veure com els salts es produeixen per al mateix valor del paràmetre de control (la mateixa potència d'entrada); si mirem el temps, però, veiem com en el segon cas un salt es produeix amb un cert retard respecte al primer. Això pot estar relacionat amb el τ però també amb la dinàmica pròpia del sistema (en l'espai de les fases el punt representatiu del sistema es desplaça primer en una direcció i després en l'aproximadament perpendicular, recordem l'esquema de la figura 3.2 i observem la

efectes de la no linealitat.

3.6 i l'explicació que l'acompanya). A la figura 3.4 podem veure la comparació entre el sistema acoblat i cada una de les parts aïllades. Veiem que l'efecte de l'acoblament és prou fort com per desplaçar significativament la posició dels salts de commutació respecte al cas aïllat.

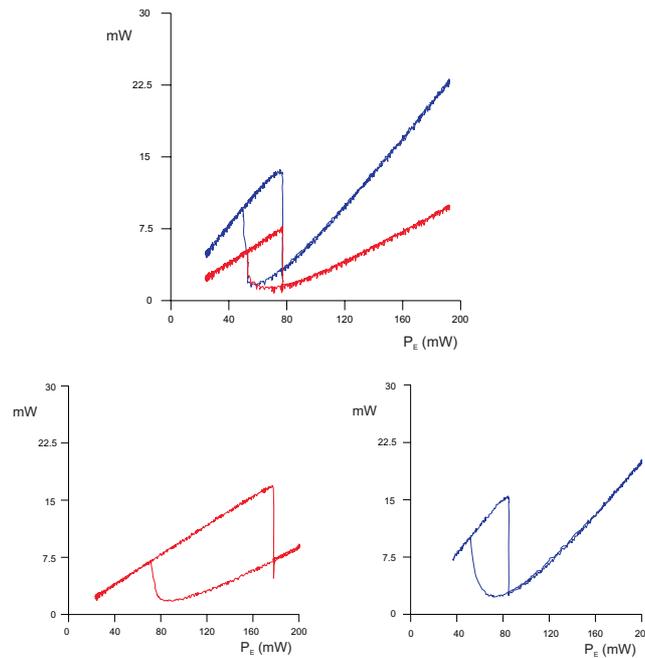


Figura 3.4: Comparació entre les solucions estacionàries dels dos BOITAL unicapa acoblats (gràfica superior) i aïllats (gràfiques inferiors). Els paràmetres experimentals són: $g = 140 \mu\text{m}$, $d = 200 \mu\text{m}$.

Arriba un punt, però, en què d'un cycle passem a dos com es mostra a la figura 3.5. El cycle d'histèresi de cada dispositiu és encara prou diferent del que farien en el cas aïllat, però l'acoblament s'ha fet prou dèbil com per què cada dispositiu pugui dominar a l'altre quan fa un salt. En altres paraules, en lloc d'un sol salt de commutació en trobem dos i es produeixen per a valors diferents del paràmetre de control. La diferència amb el cas anterior és que clarament podem dir quin és el que fa el salt i quin és el que simplement el segueix passivament, si mirem les evolucions en funció del temps. Òbviament el sistema és únic, però a causa de l'acoblament els dos subsistemes es veuen mútuament influits, i quan un fa el salt l'altre també l'ha de fer, donat que, a causa de l'acoblament, cada subsistema no pot fer coses diferents del sistema global.