

2.6 Inestabilitat completa en els sistemes BOITAL

En aquesta secció presentarem resultats experimentals que confirmen l'aparició del comportament d'inestabilitat completa en un sistema físic concret: el sistema BOITAL. En realitat fou precisament el comportament d'aquests dispositius el que ens dugué a desenvolupar teòricament la idea de la inestabilitat completa.

Els sistemes BOITAL són uns dispositius basats en la biestabilitat termoòptica amb absorció localitzada [78, 39]. Un dispositiu BOITAL consisteix en una cavitat Fabry-Pérot en la qual el mirall posterior és dielèctric i no absorbeix a la longitud d'ona utilitzada, mentre que el d'entrada és parcialment absorbent, format per una capa de Ni-Cr (80:20) de 7 nm dipositada sobre un cobreobjectes de microscopi. Aquests miralls s'han obtingut mitjançant la deposició dels materials corresponents sobre els substrats de vidre amb tècniques d'evaporació en buit de capes primes. L'espaiador és una multicapa de materials transparents amb efectes termoòptics alternativament oposats. Concretament, en aquest treball hem utilitzat capes de vidre, oli de girasol, silicona (F600, Bayer AG), adhesiu òptic (NOA61, Norland) i gel òptic (0608, Cargille) amb gruixos que van de les micres als mil·límetres. L'expansió tèrmica treballa, en el cas del vidre, com a efecte positiu de canvi de fase (10^{-5}K^{-1}), mentre que la resta de materials produeixen efectes negatius, a causa dels canvis en l'índex de refracció (de -1 a $-5 \cdot 10^{-4}\text{K}^{-1}$). En el cas dels líquids utilitzats hem procurat que siguin al menys volàtils possible, ja que les temperatures a què arriba el dispositiu són de l'ordre de centenars de graus Celsius i convé que no hi hagi evaporació ni ebullició.

El dispositiu és irradiat per la banda del mirall metàl·lic amb un feix provinent d'un làser d' Ar^+ que emet en una longitud d'ona de 514.5 nm focalitzat en un punt de 0.3 mm de diàmetre i prèviament estabilitzat en potència. El feix es divideix amb una làmina separadora i es recull una de les parts amb un fotodiode com a mesura directament proporcional a la potència incident sobre el dispositiu; La resta de llum és la que incideix sobre el dispositiu. La llum reflectida es detecta mitjançant un altre fotodiode i mitjançant una tarja AD/DA es recull i enregistra a l'ordinador. Els dos fotodiodes són del tipus PIN, de silici i són acoblats a un amplificador de tensió, d'una amplada de banda d'1 MHz, una distorsió del 0.01% i un soroll molt baix (inferor a $4 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ a 1 kHz). En aquesta disposició el paràmetre de control, que

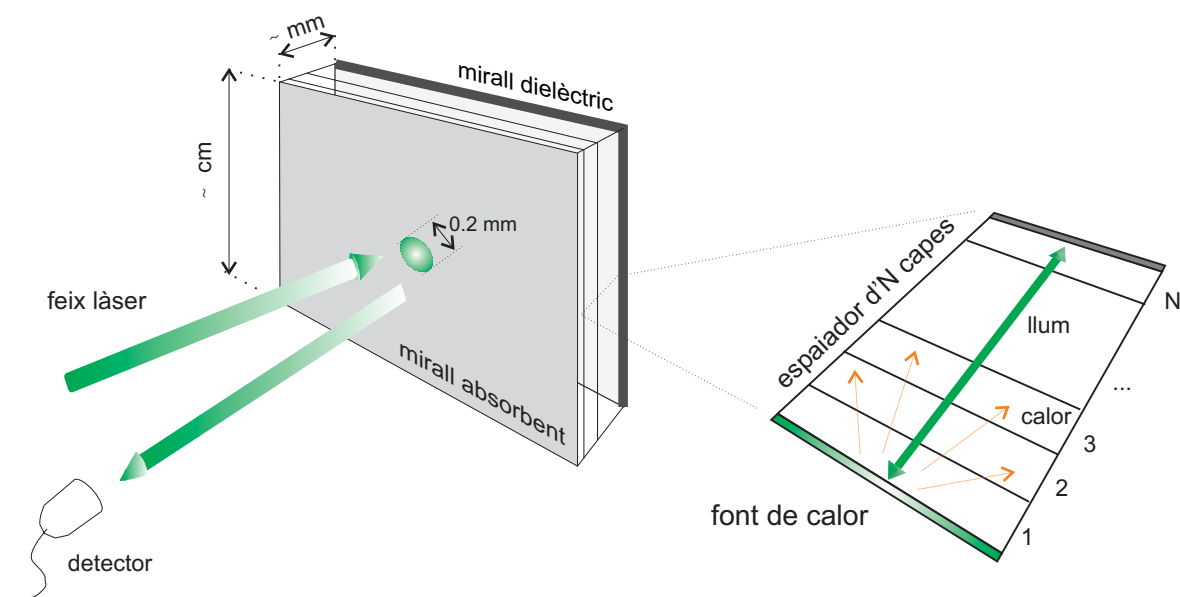


Figura 2.17: Esquema d'un dispositiu BOITAL. Els feixos incident i reflectit s'han dibuixat separats per claredat, però en realitat són contrapropagants.

fa el paper de μ_c , és la potència incident del làser, P_E . L'estabilitzador de potència del feix serveix, ahora, per controlar la potència incident P_E , ja que disposa d'una entrada connectada a l'ordinador, a través del qual es pot controlar fàcilment (vegeu un esquema del dispositiu i del muntatge experimental a les figures 2.17 i 2.18).

La dinàmica temporal dels sistemes BOITAL està basada exclusivament en la propagació de la calor des del mirall absorbent a través de la cavitat. La llum proporciona una realimentació instantània i no lineal cap a la font de calor. La llum respon a la distribució de temperatura dins la cavitat mitjançant les seves pròpies variacions de fase, i transfereix aquesta informació a la font de calor a través de les interferències. La no linealitat és deguda només a l'interferòmetre. La periodicitat de la funció interferomètrica és la responsable de la solució estacionària múltiple que, en funció de la potència de llum incident descriu successius cicles d'histèresi, definits per parelles de bifurcacions sella-node. Dispositius amb diferents estructures de l'espaiador però amb idèntics miralls exhibeixen la mateixa solució estacionària. A més, la competència i els retards temporals entre les contribucions termoòptiques de les diverses capes poden donar lloc a instabilitats oscil·latòries sobre cada parella de branques sella-node de la solució estacionària. Les temperatures mitjanes a cada

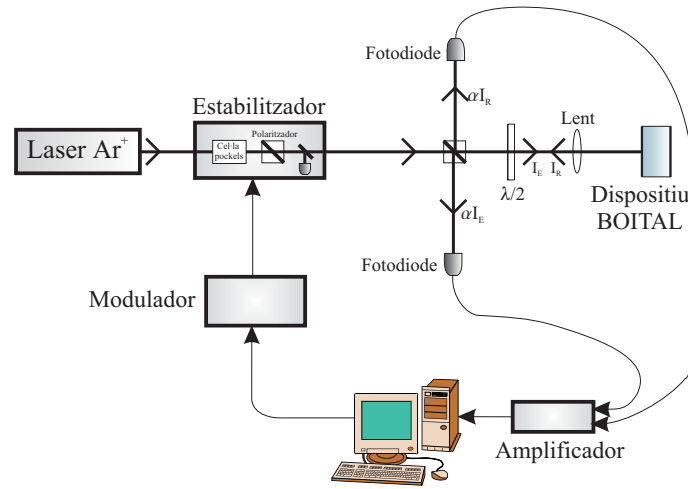


Figura 2.18: Muntatge experimental per a l'estudi dels dispositius BOITAL. L'ordinador controla el sistema enregistrant les dades i variant el paràmetre de control a través del modulador.

capa es comporten com a graus de llibertat efectius i, si hom escull adequadament els materials i els gruixos, el nombre de capes determina la dimensió dinàmica del sistema [78].

La modelització d'aquests sistemes constitueix un cas particular de (2.1) amb les condicions (2.5), (2.6) i (2.7). El model físic es basa en l'equació homogènia de propagació de la calor sotmesa a les corresponents condicions de frontera i de continuïtat, de les quals la que descriu l'absorció de llum és no local i no lineal i constitueix, de fet, l'única no linealitat del sistema. El model constitueix, doncs, un sistema d'equacions diferencials en derivades parcials [78] (i, per tant de dimensió infinita), però l'anàlisi lineal d'estabilitat mostra clarament com la dimensió dinàmica efectiva del sistema és igual al nombre de capes de materials diferents dins l'espaiador (N) i, d'aquesta manera és raonable fer una reducció a un sistema en equacions diferencials ordinàries de dimensió N [58]. En magnituds adimensionals aquest model es pot escriure com

$$\frac{d\psi_j}{dt} = - \sum_{i=1}^N b_{ji} (\psi_i - a_i A(\psi) \mu_E) \quad (2.23)$$

amb

$$\psi = \psi^0 + \sum_1^N \psi_j \quad (2.24)$$

on ψ és el canvi de fase dins la cavitat i ψ^0 el seu valor en absència de font de

calor, mentre que les ψ_j representen el canvi de fase en cada una de les capes. Els paràmetres b_{ji} i a_j depenen de les propietats de l'espaiador i de les condicions de frontera [58]. μ_E és proporcional a la intensitat de llum incident, normalitzada de tal manera que $\sum a_i = 1$. Les b_{ji} descriuen l'acoblament tèrmic entre les capes i els corresponents temps característics de difusió tèrmica, mentre que les a_j es relacionen amb la contribució de cada capa als canvis de fase. Finalment la funció $A(\psi)$ descriu la interferència de la llum en el mirall d'entrada i és l'únic terme no lineal del sistema. Té la forma que podem veure a la figura 2.19 i es pot escriure de la forma següent:

$$A(\psi) = \frac{\mu_1 \cos \psi - \mu_2}{\cos \psi - \mu_3} \quad (2.25)$$

Els resultats numèrics que presentarem corresponen tots a $\mu_1 = 1.06$, $\mu_2 = 1.25$ i $\mu_3 = 1.86$. La intensitat de llum reflectida, que és l'observable experimental, serà donada per $R(\psi)\mu_E$, essent $R(\psi)$ la reflectivitat de l'interferòmetre que podem expressar com $R(\psi) \simeq 1 - A(\psi)$. Com l'evolució temporal $\psi(t)$ acostuma a presentar variacions superiors a 2π , el senyal de la llum reflectida apareixerà amb plecs suplementaris, corresponents a la superació dels valors màxim i mínim de la reflexió, plecs que no tenen cap significació dinàmica. El sistema es pot transformar a la forma canònica [75] i quedar tal com (2.2).

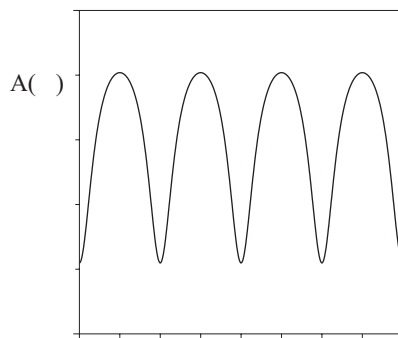


Figura 2.19: Funció no lineal del sistema BOITAL (Funció interferomètrica d'Airy).

La família BOITAL, com ja hem comentat breument a la secció 2.1 permet una anàlisi de sistemes de dimensió successivament creixent i proporciona un bon mètode per a la comprensió gradual de comportaments més complexos. La resposta d'una cavitat d'una sola capa en funció de la potència de llum incident mostra salts de

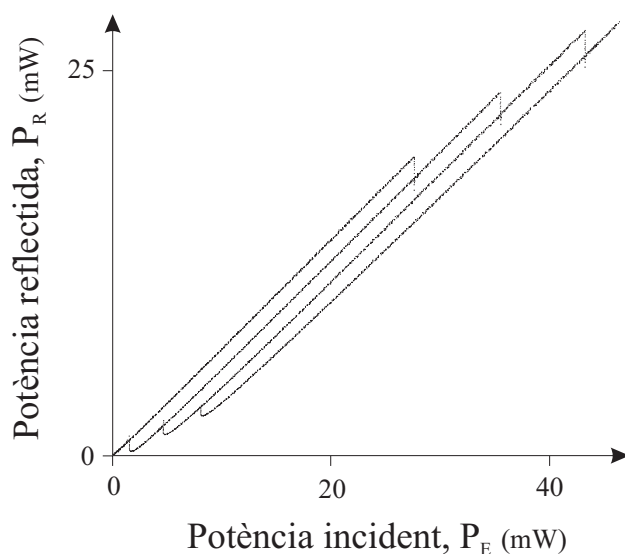


Figura 2.20: Potència de llum reflectida en funció de la potència de llum incident per a un BOITAL unicapa amb $200 \mu\text{m}$ d'oli de girasol. Observem els successius cicles d'histèresi que queden delimitats per salts de commutació allà on es troben bifurcacions sella-node.

commutació i cicles d'histèresi [70], associats a bifurcacions sella-node, tal i com es mostra a la figura 2.20. Podem observar com la periodicitat de la funció no lineal es tradueix en una multiestabilitat de la solució estacionària. Notem també que la figura 2.20 ens permet veure les branques node, però entre cada parell d'aquestes hi ha una branca sella.

En cavitats bicapa obtenim fenòmens dinàmics típics de sistemes amb espais de fases bidimensionals, a causa de la presència del segon material que introdueix un segon grau de llibertat [77]. El diagrama de bifurcacions conté estats oscil·lants que apareixen i desapareixen gràcies a una bifurcació de Hopf que té lloc dues vegades a cada branca node. A la vora del Hopf la freqüència és la mateixa a totes les branques, però l'oscil·lació pot patir la influència del(s) punt(s) sella proper(s) quan el cycle límit creix prou. En passar a prop de la sella el cycle límit es veu afectat per les varietats invariants de'aquell punt i en aquest procés el període creix indefinidament fins que el cycle límit esdevé tangent al punt sella i desapareix amb una bifurcació homoclínica. Després de la bifurcació el sistema evoluciona cap a algun atractor proper [77], com és precisament el cas mostrat a la figura 2.21.

En sistemes de tres dimensions l'ens sella veí pot ser un focus sella amb entrada

en espiral o bé un cycle límit sella generat a partir d'una bifurcació de Hopf sobre el punt [38, 39]. D'aquesta forma pot aparèixer una nova freqüència d'oscil·lació en l'evolució del sistema sempre que la trajectòria passi a la vora de l'ens sella. Per altra banda el cycle límit que creix es pot doblegar i reentrar cap al punt interior del qual fou creat i que a hores d'ara serà un focus sella amb sortida en espiral i una entrada unidimensional. En definitiva, doncs, en el cas tridimensional podem tenir homoclíniques associades o bé a un ens sella exterior o bé a l'ens sella interior, els quals tenen varietats estables de dues i una dimensions respectivament. Sota un règim de predomini clar del primer tipus d'homoclínica el sistema descriu atractors del tipus Shil'nikov [39, 40], mentre que l'altre tipus ens dóna atractors de bandes caòtiques tipus Rössler, en les conformacions *funnel*, *screw* i *spiral* [38]. La figura 2.22 mostra aquests dos tipus bàsics de comportaments: en el cas (a) el cycle límit estable passa a la vora de l'ens sella que és en aquest cas un focus amb espiral atractiva, mentre que a (b) l'ens sella és ja un cycle límit sella; al cas (c), en canvi, mostrem

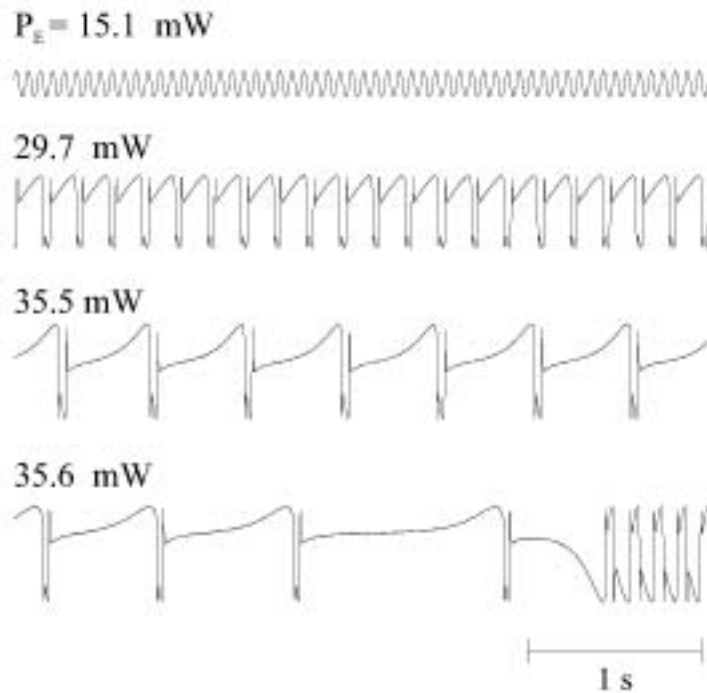


Figura 2.21: Evolucions temporals de la potència reflectida per a diverses potències incidents en un dispositiu BOITAL format per dues capes, amb $140 \mu\text{m}$ de vidre i $75 \mu\text{m}$ d'oli de girasol. L'escala vertical (en unitats arbitràries) és la mateixa per als quatre registres. El senyal inferior és un transitori que posa de manifest una bifurcació homoclínica entre 35.5 i 35.6 mW.

l'aparició de la dinàmica tipus Rössler.

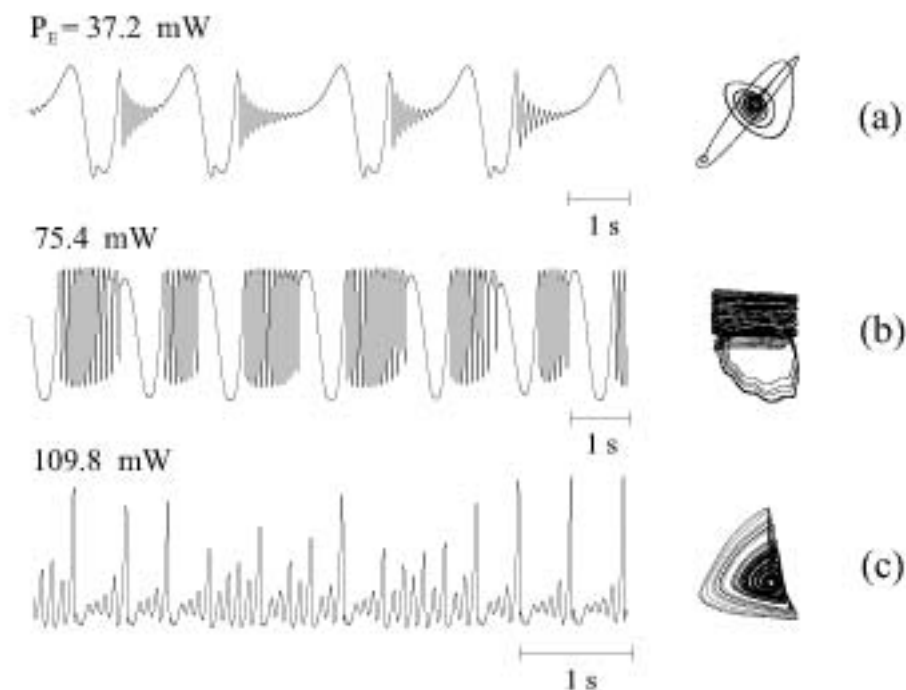


Figura 2.22: Evolucions temporals i atractors reconstruïts que mostren els tipus bàsics de dinàmica tridimensional dels dispositius BOITAL. (a) i (b) corresponen a un dispositiu bicapa amb 140 i $540 \mu\text{m}$ de vidre i adhesiu òptic, però a diferents temperatures (25°C i 18°C respectivament); observem comportament tipus Shil'nikov. (c) correspon a un dispositiu tricapa amb 140 , 35 i $1000 \mu\text{m}$ de vidre, oli de girasol i vidre; observem comportament tipus Rössler.

El fenomen homoclínic és molt important i ens permet il·lustrar com es produeix la mescla no lineal de modes en aquest cas, tal com mostrem a la figura 2.23 on presentem resultats numèrics també d'un dispositiu $N = 3$. El punt node inicial ha produït un cicle estable i és ara un focus sella amb una sortida en espiral. El punt sella inicial ha sofert una bifurcació de Hopf que ha donat lloc a un cicle límit sella i el punt s'ha fet, doncs, totalment inestable. Una de les branques de la varietat inestable del cicle límit sella s'apropa al cicle estable en un lloc ben determinat. El moviment espiral associat a la varietat estable del cicle sella afecta el flux al voltant de la varietat inestable i provoca un moviment en tirabuixó del cicle límit estable a mesura que creix quan variem el paràmetre de control. Fixem-nos, i aquest és un punt important a destacar, que l'òrbita periòdica estable incorpora un moviment helicoïdal d'una certa freqüència a través d'una deformació contínua i no a través

de cap bifurcació. En el procés, però, l'òrbita estable es pot veure involucrada en bifurcacions de duplicació de període i bifurcacions sella–node de cicles límit [61], encara que aquest no és el mecanisme que aportarà noves freqüències.

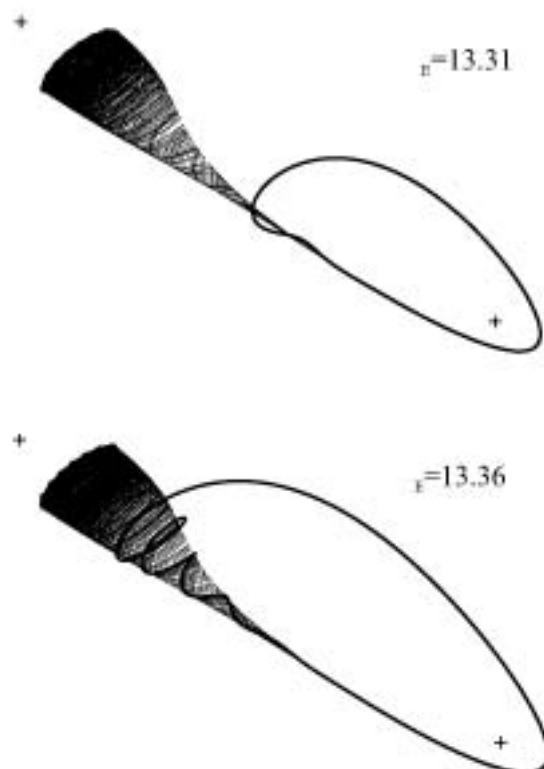


Figura 2.23: Representació en l'espai de fases de resultats numèrics que mostren la mescla no lineal de les oscil·lacions associades a les bifurcacions de Hopf d'una parella sella–node per a $N = 3$. La simulació correspon als paràmetres físics adimensionals $g_j = 1, 0.8, 1$, $\eta_j = 1, -6.9, 15.37$, $k_j = D_j = 1, 0.1, 1$, $h_F = h_B = 0.5$, amb $j = 1, 2, 3$ (vegeu [58]). La superfície gris de forma quasi cònica representa un costat de la varietat invariant inestable del cicle límit sella. El cicle límit estable ha sorgit del punt node a $\mu_E = 13.10$ i ha crescut sense patir cap bifurcació fins al valor representat de $\mu_E = 13.36$, però malgrat tot sí ha incorporat una deformació espiral a la freqüència de la sella al voltant de la varietat inestable.

En dimensió quatre ja podem començar a observar algunes de les característiques típiques del comportament d'instabilitat completa que hem comentat a les anteriors seccions del present capítol. La figura 2.24 mostra dos exemples d'aquest comportament en quatre dimensions. La part de l'esquerra mostra com el cicle límit generat al node amb una bifurcació de Hopf supercrítica produeix un torus-2 mitjançant una bifurcació de Hopf secundària (també anomenada bifurcació de Neimark-Sacker).