

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tesisenxarxa.net) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tesisenred.net) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tesisenxarxa.net) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author

**ESTIMACIO DELS PARAMETRES DE MODELS ARMA (P, Q)
MITJANÇANT ALGORISMES DE FILTRATGE OPTIM**



Tesi elaborada per:

Maria Pilar MUÑOZ i GRACIA

Sota la direcció del

Dr. Jaume PAGES i FITA

I presentada per a l'obtenció del
Grau de Doctora en Informàtica

Juny 1988

FACULTAT D'INFORMATICA DE BARCELONA

UNIVERSITAT POLITECNICA DE CATALUNYA

ANNEX 1: ESTIMACIO DE PARAMETRES DE PROCESSOS ARMA(P,Q) MITJANÇANT EL PAQUET ESTADISTIC BMDP I L'ALGORISME RPEM DE LJUNG I SODERSTROM.

Tot sovint en les aplicacions, particularment en les de tipus econòmic, s'identifiquen models i s'estimen paràmetres amb un nombre d'observacions de l'ordre d'una centena i de vegades inferior.

RESULTATS

S'ha simulat una bateria de sèries preses de Box-Jenkins cap. 3 [5] amb 500 observacions totes elles. La simulació ha estat realitzada utilitzant un generador de nombres aleatoris NRANDOM, existent en el paquet estadístic MINITAB [29], amb distribució gaussiana de mitjana zero i variància unitat. S'ha comprovat utilitzant la funció d'autocorrelació (ACF) i la funció d'autocorrelació parcial (PACF) que les sèries generades són estacionàries. A partir d'aquests resultats s'ha organitzat el treball empíric de la següent forma:

MODEL AR(1)

El pol es va movent des de 0.6 fins a 0.05

MODEL AR(2)

Un pol fix en el 0.5 i l'altre es va traslladant des de -0.8 fins a 0.8. La descripció de la següent taula és:

Subtaula (1). Model estimat mitjançant el BMDP2T amb un tamany de mostra de $N=500$ observacions, trobant-se en la primera columna l'estimació del pol i en la segona columna l'estimació de l'altre pol.

Subtaula (2). Model estimat mitjançant l'algorisme RPEM amb un tamany de mostra de N=500 observacions.

Subtaula (3). Model estimat mitjançant l'algorisme RPEM amb un tamany de mostra de N=2000 observacions.

Subtaula (4). Model estimat mitjançant l'algorisme RPEM amb un tamany de mostra de N=10000 observacions.

| pol1=0.5 | | | | | | | | |
|------------|---------------------|-----------|-------------------|-----------|--------------------|-----------|---------------------|-------|
| | N=500 BMDP2T (1) | | N=500 RPEM (2) | | N=2000 RPEM (3) | | N=10000 RPEM (4) | |
| | pol1 | pol2 | pol1 | pol2 | pol1 | pol2 | pol1 | pol2 |
| pol2 -0.8 | 0.535 | -0.815 | 0.531 | -0.810 | | | | |
| pol2 -0.6 | 0.523 | -0.593 | 0.514 | -0.579 | | | | |
| pol2 -0.4 | 0.501 | -0.357 | 0.484 | -0.332 | | | | |
| pol2 -0.2 | 0.475 | -0.122 | 0.443 | -0.080 | 0.487 | -0.186 | | |
| pol2 -0.05 | 0.449 | -0.055 | 0.390 | 0.125 | 0.480 | -0.027 | | |
| pol2 0.05 | 0.422 | 0.182 | | | | | 0.496 | 0.054 |
| pol2 0.2 | (.37,.1) | (.37,-.1) | | | | | 0.499 | 0.200 |
| pol2 0.4 | (.47,.2) | (.47,-.2) | | | | | 0.516 | 0.382 |
| pol2 0.6 | (.57,.2) | (.57,-.2) | (.57,.2) | (.57,-.2) | (.55,.1) | (.55,-.1) | 0.473 | 0.624 |
| pol2 0.8 | (.67,.7) | (.67,-.7) | | | | | 0.489 | 0.808 |

Model MA(2).

Els zeros prenen els mateixos valors que els pols del model AR(2).

Model ARMA(1,1)

El pol és fixat en el 0.5 i els zeros van canviant des de -0.8 fins a 0.8. La descripció de la taula següent és:

Subtaula (1). Model estimat mitjançant el BMDP2T amb un tamay de mostra de N=500 observacions, trobant-se en la primera columna l'estimació del pol i en la segona columna l'estimació del zero.

Subtaula (2). Model estimat mitjançant l'algorisme RPEM amb un tamany de mostra de N=500 observacions.

Subtaula (3). Model estimat mitjançant l'algorisme RPEM amb un tamany de mostra de N=2000 observacions.

Subtaula (4). Model estimat mitjançant l'algorisme RPEM amb un tamany de mostra de N=10000 observacions.

| pol1=0.5 | | | | | | | | |
|------------|---------------------|--------|-------------------|--------|--------------------|--------|---------------------|-------|
| | N=500 BMDP2T (1) | | N=500 RPEM (2) | | N=2000 RPEM (3) | | N=10000 RPEM (4) | |
| | pol1 | zero | pol1 | zero | pol1 | zero | pol1 | zero |
| zero -0.8 | 0.536 | -0.784 | 0.526 | -0.803 | | | | |
| zero -0.6 | 0.525 | -0.604 | 0.510 | -0.636 | | | | |
| zero -0.4 | 0.508 | -0.433 | 0.491 | -0.467 | | | | |
| zero -0.2 | 0.487 | -0.262 | 0.470 | -0.291 | | | | |
| zero -0.05 | 0.467 | -0.136 | 0.453 | -0.156 | 0.483 | -0.068 | | |
| zero 0.05 | 0.451 | 0.053 | 0.441 | 0.065 | | | | |
| zero 0.2 | 0.414 | 0.061 | 0.422 | 0.074 | 0.463 | 0.162 | 0.499 | 0.201 |
| zero 0.4 | 0.231 | 0.077 | 0.395 | 0.279 | | | 0.524 | 0.428 |
| zero 0.6 | error | error | 0.763 | 0.849 | | | 0.460 | 0.564 |
| zero 0.8 | error | error | 0.633 | 0.872 | | | 0.488 | 0.790 |

MODEL ARMA(2,1)

Primer s'han fixat els dos pols en el 0.5 i en -0.8 i el zero s'ha traslladat des de -0.9 fins a 0.8. Després s'ha fixat un pol en el 0.5, el zero en el -0.8 i l'altre pol es va movent des de -0.9 fins a 0.8.

COMENTARIS

En la taula corresponent al model AR(2), pels casos corresponents a les files 1-3 amb 500 observacions s'obtenen bones estimacions, a partir de la fila 4 fins a la fila 7 es detecta l'efecte que un pol és pròxim a l'origen, per tant són necessàries fins a 10000 observacions per a obtenir una bona estimació.

A partir de la fila 7 es destaca l'efecte que els dos pols són massa pròxims i, en aquest cas, els pols reals han estat estimats com pols imaginaris, calent llavors fins a 10000 observacions per a una correcta estimació. Resultats semblants s'obtenen pel model MA(2).

A la taula corresponent al model ARMA(1,1), mentre que en les files 1-4 amb 500 observacions s'obtenen bones estimacions, en la fila 5 són necessàries fins a 10000 observacions per ser el zero a prop de l'origen, i en les files 7-10 també són necessàries 10000 observacions per la correcta estimació però ara el problema és que el zero i el pol estan massa a prop un de l'altre. Cal destacar que els casos corresponents a les files 9 i 10 no ha pogut ser estimats mitjançant el paquet BMDP2T per produir-se overflow mentre que ha estat possible l'estimació mitjançant l'algorisme RPEM. Resultats similars s'han obtingut pel model ARMA(2,1).

BIBLIOGRAFIA

- [1] AKAIKE, H. (1974): "A New Look at the Statistical Model Identification". IEEE Trans. Auto. Control. Vol AC-19, n.6. pàg. 716-723.
- [2] ANDERSON, O.D. (1977): "Time Series Analysis and Forecasting". Butterworths.
- [3] ANSLEY, C.F. (1979): "An Algorithm for the Exact Likelihood of a Mixed Autoregressive-Moving Average Process". Biometrika, 66, 1, pàg. 59-65.
- [4] BITTANTI, S., BOLZERN, P. (1985): "Some Critical Issues on the State-Representation of Time-Varying ARMA Models". Proc. 7th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation. York.
- [5] BOX, G.E.P., JENKINS, G.M. (1970): "Time Series Analysis: Forecasting and Control". Holden Day.
- [6] BOX, G.E.P., TIAO, (1973): "Bayesian Inference in Statistical Analysis". Addison-Wesley.
- [7] BRUNET, P. (1979): "Estimació de paràmetres dinàmics utilitzant tècniques de filtratge". Qüestió, V.3, n.1, pàg. 41-52.
- [8] BURG, J.P. (1975): "Maximum Entropy Spectral Analysis". Ph. D. Stanford University.
- [9] DIXON, W.J. (1981): "BMDP Statistical Software". University of California Press.
- [10] EGOZCUE, J.J. (1980): "Análisis espectral de máxima entropía y sus aplicaciones geofísicas". Tesi Doctoral. Universitat de Barcelona.
- [11] GADNER, G., HARVEY, A.C., PHILLIPS, G.D.A. (1980): "An Algorithm for Exact Maximum Likelihood Estimation of Autoregressive-Moving Average Models by Means of Kalman Filtering. Appl. Stat. Vol 29, n.3, pàg 311-322.

- [12] GOOIJER, J.G., ABRAHAM, B., GOULD, A., ROBINSON, L. (1985): "Methods for Determining the Order of an Autoregressive-Moving Average Process: A Survey". *International Statistical Review*, 53, 3, pàg. 301-329.
- [13] HARVEY, A.C. (1981): "Time Series Models". Phillip Allan.
- [14] HEINING, G., ROST, K. (1984): "Algebraic Methods for Toeplitz-like Matrices and Operators". Birkhäuser.
- [15] JAZWINSKI, A. H. (1970): "Stochastic Processes and Filtering Theory". Academic Press.
- [16] KAY, S.M., MARPLE, S.L. (1981): "Spectrum Analysis - A Modern Perspective". *Proceedings of the IEEE*, Vol.69, n.11, November.
- [17] LANG, L. (1974): "Algebra lineal". Fondo Educativo Interamericano.
- [18] LJUNG, L. (1985): "System Identification". Prentice Hall.
- [19] LJUNG, L., SÖDERSTROM, T. (1983): "Theory and Practice of Recursive Identification". The MIT Press.
- [20] LUENBERGER, D.G. (1979): "Dynamic Systems". J. Wiley Sons.
- [21] MAC-GREGOR, J.F. (1972): "Topics in the Control of Linear Processes Subject to Stochastic Disturbances". Ph.D. Wisconsin University.
- [22] MAYBECK, P.S. (1982): "Stochastic Models, Estimation, and Control" Vol. 1. Academic Press.
- [23] MAYBECK, P.S. (1982): "Stochastic Models, Estimation, and Control" Vol. 2. Academic Press.
- [24] MUÑOZ, M.P., PAGES, J., MARTI RECOBER, M. (1986): "Estudio sobre el tamaño de muestra para la estimación recursiva de los parámetros de un modelo ARMA". XVI Reunión Nacional de Estadística, Investigación Operativa e Informática. Màlaga.
- [25] NEWBOLD, P. (1974): "The Exact Likelihood Function for a Mixed Autoregressive-Moving Average Process". *Biometrika*, 61, 3, pàg. 423.

- [26] PAGES, J. (1975): "Contribución a las técnicas de síntesis de filtros no lineales". Tesis Doctoral. Universitat Politècnica de Catalunya.
- [27] PEÑA, D. (1987): "Estadística Modelos y métodos. 2. Modelos lineales y series temporales". Alianza Editorial.
- [28] PRAT, A., PEÑA, D., MARTI-RECOBER, M. (1981): "La teoría de series temporales, una evaluación crítica de los desarrollos más recientes". Qüestió, vol.5, n.3, pàg. 124-149.
- [29] RYAN, T. et al. (1979): "The Minitab Student Handbook". PWS Publishers.

Acte de clausura de l'Exposició de la Facultat de Ciències Polítiques i Socials de la Universitat Politècnica de Barcelona el dia 23 JUNY del 1988
messegué la següent qualificació: APLÉ "COT LAUDE" PER UNANIMITAT
La Presidència,

El Secretari del Tribunal,

JOSEBA QUEVEDO

Signat: 
M. MARTI

Vocal,

Signat: 
Joseba Quevedo

Vocal

Vocal

Signat: 
M. ARTIS

Signat: M. ARTIS

Signat: 
T. Aluja

Si/za Doctorand/a,



