



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

## Tesis Doctoral

en Tecnología de la Arquitectura  
de la edificación y del urbanismo

---

# ANÁLISIS NUMÉRICO DE LOS EFECTOS DEL PRETESADO SOBRE ESTRUCTURAS TEXTILES LAMINARES TENSOESTÁTICAS

---

Evaluación del esfuerzo de pretesado en estructuras textiles laminares tensoestáticas parabólicas, para analizar sus efectos y determinar criterios para su predimensionamiento

Doctorando:

XAVIER GIMFERRER VILAPLANA

Director:

RAMON SASTRE I SASTRE

Dr. Arquitecto

mayo de 2015



## Acta de calificación de tesis doctoral

Curso académico:

Nombre y apellidos

Programa de doctorado

Unidad estructural responsable del programa

## Resolución del Tribunal

Reunido el Tribunal designado a tal efecto, el doctorando / la doctoranda expone el tema de la su tesis doctoral titulada \_\_\_\_\_.

Acabada la lectura y después de dar respuesta a las cuestiones formuladas por los miembros titulares del tribunal, éste otorga la calificación:

NO APTO       APROBADO       NOTABLE       SOBRESALIENTE

(Nombre, apellidos y firma)		(Nombre, apellidos y firma)	
Presidente/a		Secretario/a	
(Nombre, apellidos y firma)	(Nombre, apellidos y firma)	(Nombre, apellidos y firma)	
Vocal	Vocal	Vocal	

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

El resultado del escrutinio de los votos emitidos por los miembros titulares del tribunal, efectuado por la Escuela de Doctorado, a instancia de la Comisión de Doctorado de la UPC, otorga la MENCIÓN CUM LAUDE:

SÍ       NO

(Nombre, apellidos y firma)		(Nombre, apellidos y firma)	
Presidente de la Comisión Permanente de la Escuela de Doctorado		Secretario de la Comisión Permanente de la Escuela de Doctorado	

Barcelona a \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_





UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

# Tesis Doctoral

en Tecnología de la Arquitectura  
de la edificación y del urbanismo

## **Análisis numérico de los efectos del pretesado sobre estructuras textiles laminares tensoestáticas**

Evaluación del esfuerzo de pretesado en estructuras textiles  
laminares tensoestáticas parabólicas, para analizar sus  
efectos y determinar criterios para su predimensionamiento

Doctorando:

Xavier Gimferrer Vilaplana

Director:

Ramon Sastre i Sastre  
Dr. Arquitecto

mayo de 2015





*Form follows force*  
*La forma segueix a la força*  
*La forma sigue a la fuerza*  
Frei Otto



## **Agradecimientos**

En primer lugar quisiera expresar todo mi agradecimiento a mi Director de Tesis, el Doctor Ramon Sastre, su tutorización, paciencia y aportación han hecho posible la redacción de esta Tesis. También quisiera agradecerle muy especialmente la posibilidad que me ha ofrecido de colaborar con él en el desarrollo de sus programas de cálculo WinEva y WinTess gracias a la cual he aprendido a realizar mis propios programas de cálculo estructural.

También quisiera agradecer a todos los miembros del Departamento de Estructuras Arquitectónicas de la UPC, especialmente a los de la sección Vallés, por todo su apoyo durante la redacción de la Tesis y la posibilidad que me han brindado de impartir docencia en la Universidad poniéndome en contacto directo con el mundo de la investigación y del análisis estructural que tanto me apasiona.

No quisiera dejar de mencionar a todas aquellas personas que me han formado en el campo del diseño, análisis y cálculo de estructuras como han sido Jaume Torrents, Josep Gómez Serrano y Josep Pratdesaba, y más recientemente Robert Brufau, Joan Ramon Blasco y Cristina Gil por la posibilidad que me han ofrecido de ayudar a formar a nuevos especialistas en el campo de las estructuras. Tampoco me quisiera olvidar de aquellas personas que me han abierto el conocimiento de la rehabilitación estructural como son Víctor Seguí, Marc Seguí y todo su equipo. Finalmente agradecer a todos mis compañeros y profesores del Máster MUTA, donde se fraguó el inicio de esta Tesis.

Por último agradecer también a mis padres, familia, amigos, conocidos y vecinos su ayuda, apoyo incondicional y total comprensión. A todos ellos mi más afectuoso agradecimiento.

Finalmente los mayores de todos los agradecimientos son para Silvia y Ènia, únicamente ellas saben lo difícil que ha sido elaborar la Tesis, todos los sacrificios y horas invertidas en su desarrollo. Sin su apoyo, su paciencia, su ayuda ilimitada y su empuje constante desde los inicios, hasta el último instante, no lo hubiera conseguido. Gracias por hacerlo posible.



## Resumen

El objetivo fundamental de esta Tesis es determinar el comportamiento del efecto del pretesado en una estructura textil laminar tensoestática.

Entendiendo que el pretesado de una estructura textil es una parte fundamental de su estabilidad y comportamiento mecánico que se debe mantener durante toda su vida útil, es preciso obtener una visión global de sus efectos. Para obtenerla se realiza el estudio del pretesado en sus tres posibles niveles de análisis: el primero de predimensionado, el segundo de cálculo y distribución de esfuerzos y el tercero de verificación de tesado de estructuras ya realizadas.

Concretamente en la Tesis se analiza una de las tipologías básicas de las estructuras textiles superficiales tesadas, el paraboloides, de la cual se extraerán las leyes básicas de comportamiento del efecto del tesado, de tal modo que se puedan extrapolar a otras geometrías.

El análisis se realiza a partir del estudio de modelos de cálculo informáticos los cuales se construyen a partir de una geometría básica concreta sobre la cual se aplican progresivas variaciones geométricas, de tesado y de carga aplicada. Esta sucesión de modelos genera unas series de resultados que, relacionándolos con cada variación concreta, permiten determinar el nivel de afectación de ese parámetro al valor y distribución de la tensión de tesado.

Para poder alcanzar estos objetivos es preciso establecer primeramente los principios mecánicos básicos y de comportamiento estructural de una estructura textil tensada, así como describir el proceso de cálculo necesario para la realización de los cálculos estructurales. Preceptos que se exponen en el Capítulo 1 de la Tesis, estableciendo la base de conocimiento que permitirá el desarrollo y análisis de los modelos de cálculo posteriores. En este capítulo también se define y realiza un primer análisis del efecto que producen los distintos métodos de introducción del tesado demostrándose que para obtener un tesado

lo más homogéneo posible es preciso efectuar el pretesado del modo más uniforme posible y rigidizar el borde de la superficie.

El Capítulo 2, se divide en dos bloques. En el primero se realizan y analizan una serie de modelos conceptuales, partiendo de los modelos más simples de barras aisladas e incrementando su complejidad hasta alcanzar los modelos de láminas, que permiten realizar una primera aproximación al comportamiento de una estructura tesada. En el segundo bloque se concretan los límites de los parámetros definitorios de los modelos que se analizarán, para proceder a la creación de los modelos de cálculo mediante un módulo de generación de geometrías parabólicas tesadas que se ha elaborado para el programa Wintess.

Los resultados de estos distintos modelos de cálculo se resumen y clasifican en el tercer Capítulo, analizando la evolución de la distribución y magnitud de las tensiones de tesado para cada variación paramétrica, demostrándose que la distribución de tensado no es uniforme, y a mayores curvaturas presentes se obtiene un mejor comportamiento.

En el Capítulo cuarto, se determinan los valores máximos y mínimos de pretesado admisibles pudiendo así determinar criterios y formulaciones de pretesado en función de la geometría del paraboloides y las cargas a soportar.

El Capítulo 5 se dedica a la evaluación del tesado en estructuras ya ejecutadas, analizando los distintos métodos existentes de evaluación del tesado, determinando que en función del tipo de estructura tensada se deben emplear unos métodos u otros, siendo los más generalistas los basados en la relación existente entre el tesado y su período de vibración fundamental.

Finalmente, el Capítulo sexto, se dedica a la exposición de las conclusiones obtenidas del análisis realizado y se formulan las posibles líneas futuras de investigación que permitirán profundizar en el conocimiento del comportamiento del pretesado en estructuras laminares tensoestáticas.

## Resum

L'objectiu fonamental d'aquesta Tesis es determinar el comportament de l'efecte del pretesat en una estructura tèxtil laminar tensoestàtica.

Entenent que el pretesat d'una estructura tèxtil és una part fonamental de la seva estabilitat i comportament mecànic, que cal mantenir durant tota la seva vida útil, es precis obtenir una visió global dels seus efectes. Per obtenir-la es realitza l'estudi del pretesat en els seus tres possibles nivells d'anàlisi: el primer de predimensionament, el segon de càlcul i distribució d'esforços i el tercer de verificació de tesat d'estructures ja realitzades.

Concretament en la Tesis s'analitza una de les tipologies bàsiques de les estructures tèxtils superficials tesades, el paraboloid, de la qual se n'extrauran les lleis bàsiques de comportament de l'efecte del tesat, de tal manera que es puguin extrapolar a d'altres geometries.

L'anàlisi es realitza a partir de l'estudi de models de càlcul informàtics els quals es construeixen a partir d'una geometria bàsica concreta sobre la que s'aplica progressives variacions geomètriques, de tesat i de càrrega aplicada. Aquesta successió de models genera unes series de resultats que, relacionant-los amb cada variació concreta, permeten determinar el nivell d'afectació d'aquest paràmetre al valor i distribució de la tensió de tesat.

Per tal de poder assolir aquests objectius es precis d'establir primerament els principis mecànics bàsics i de comportament estructural d'una estructura tèxtil tensada, així com descriure el procés de càlcul necessari per a la realització dels càlculs estructurals. Preceptes que s'exposen en el Capítol 1 de la Tesis, establint la base de coneixement que permetrà el desenvolupament i anàlisi dels models de càlcul posteriors. En aquest capítol també es defineix i realitza un primer anàlisi de l'efecte que produeixen els diferents mètodes d'introducció del tesat demostrant-se que per tal d'obtenir un tesat lo més homogeni possible es precis efectuar el pretesat del mode més uniforme possible i enrigidir la vora de la superfície.



El Capítol 2, es divideix en dos blocs. En el primer on es realitzen i analitzen una sèrie de models conceptuals, partint dels models més simples de barres aïllades e incrementant la seva complexitat fins assolir els models de làmines, que permeten realitzar una primera aproximació al comportament d'una estructura tesada. En el segon bloc es concreten els límits dels paràmetres definitoris dels models que s'analitzaran, per a procedir a la creació dels models de càlcul mitjançant un mòdul de generació de geometries parabòliques tesades que s'ha elaborat per al programa Wintess.

Els resultats d'aquests diferents models de càlcul es resumeixen i classifiquen en el tercer Capítol, analitzant l'evolució de la distribució i magnitud de les tensions de tesat per a cada variació paramètrica, demostrant-se que la distribució de tensat no es uniforme, i a majors curvatures presents s'obté un millor comportament.

En el Capítol quart, es determinen els valors màxims i mínims de pretesat admissibles podent així determinar criteris i formulacions de pretesat en funció de la geometria del paraboloides i les càrregues a suportar.

El Capítol 5 es dedica a l'avaluació del tesat en estructures ja executades, analitzant els diferents mètodes existents d'avaluació del tesat, determinant que en funció del tipus d'estructura tensada cal emprar uns mètodes u altres, essent els més generalistes els basats en la relació existent entre el tesat i el seu període de vibració fonamental.

Finalment, el Capítol sisè, es dedica a l'exposició de les conclusions obtingudes de l'anàlisi realitzat i es formulen les possibles línies futures d'investigació que permetran aprofundir en el coneixement del comportament del pretesat en estructures laminars tensoestàtiques.

## **Abstract**

The main objective of this Thesis is to determinate the behaviour of the prestress effect of a fabric structure.

On the understanding that the prestress of a fabric structure is a fundamental part of its stability and mechanical behavior that it must be preserved throughout its useful lifetime, it is necessary to obtain an overall view of its effects. To achieve that, the prestress study is done in its three possible levels of analysis: first, the predimensioning level, second, structural analysis and stress distribution, third, tension verification in pre-existing structures.

Specifically in the Thesis is analysed one of the basic typologies of fabric structures, the paraboloid, of which the basic laws of behavior of the tensioning effect can be achieved and extrapolated to other geometries.

The analysis is done from the study of computer models which are constructed from a particular basic geometry, upon this geometry are applied specific progressive geometric variations, tensioning and applied load. This succession of models generates a series of results that, connected them with each specific variation which allow to determine the affectation level of contribution of that parameter to the value and distribution of stress tension.

To achieve these objectives it is necessary to establish the basic mechanical principles and structural behavior of tensioned fabric structure, as well as to describe the analysis process necessary for the realization of structural analysis. These precepts are exposed in Chapter 1 of the Thesis, establishing the knowledge base that will allow the development and analysis of the calculation models. This chapter also defines and makes a first analysis of the effect produced by different methods of tensioning, demonstrating that to obtain a tensioning distribution as much uniform as possible, it is necessary to carry out the prestress as uniformly as possible and stiffen the edge of the surface.

Chapter 2 is divided in two blocks. The first one is where are made and analysed a serie of conceptual models, starting from the simplest models of isolated bars and increasing its complexity until reaching membrane models, which allow a first approximation to the tensioned structure behaviour. In the second block the boundaries of the defining parameters of the models are specified, to proceed with the creation of calculation models using a generation module of fabric parabolic geometries that has been developed for the Wintess program.

The results of these models are summarized and classified in the third chapter, analysing the evolution of the distribution and stress magnitude of tension for each parametric variation, demonstrating that tension distribution is not uniform, and better performance is obtained at higher curvatures.

In Chapter Four, the minimum and maximum allowable values of prestress are determined, so it can be established criterions and formulations for prestress depending on the geometry of the paraboloid and external loads.

Chapter 5 is dedicated to the evaluation of the tension state in executed structures, analysing the existing evaluation methods of the stress, determining that depending on the type of tensile structure must be used ones or other methods, the most general methods are based on the relationship between the tension of the element and its fundamental vibration period.

Finally, the sixth chapter is dedicated to the exposition of the conclusions achieved from the analysis and it is formulated the possible future research lines that will deepen on the knowledge of the behaviour of prestress fabric structures.

## Índice

Introducción .....	1
Tema de investigación.....	3
Justificación de la investigación .....	7
Objetivos .....	9
Objetivos primarios.....	9
Objetivos secundarios .....	10
Antecedentes.....	11
Hipótesis iniciales .....	13
Metodología.....	15
<b>Cap. 1. Definición y antecedentes.....</b>	<b>19</b>
1.1. Estructuras superficiales tesadas .....	19
1.1.1. Introducción.....	19
1.1.2. Definición de estructura textil laminar tensoestática .....	28
1.1.3. Materiales .....	29
1.1.4. Tipologías .....	34
1.1.5. Geometrías básicas .....	50
1.1.6. Evolución histórica.....	59
1.2. Cálculo.....	67
1.2.1. Introducción.....	67
1.2.2. Principios mecánicos .....	70
1.2.3. Condiciones de tesado uniforme .....	74
1.2.4. Bases de cálculo .....	88
1.2.5. Acciones.....	90
1.2.6. Diferenciación del cálculo de estructuras rígidas .....	93
1.2.7. Proceso de cálculo.....	96
1.2.8. Métodos de cálculo .....	104
1.2.9. Métodos de cálculo actuales computacionales.....	109
1.2.10. Marco normativo.....	113
1.3. Pretelado en estructuras textiles laminares tensoestáticas .....	119
1.3.1. Introducción.....	119
1.3.2. Necesidad .....	121
1.3.3. Los Mecanismos de introducción .....	123

1.3.4.	Efectos producidos por el pretesado en la superficie laminar.....	131
1.3.5.	Valores recomendados o exigidos.....	142
1.3.6.	Pérdidas .....	144
1.3.7.	Simplificaciones efectuadas en el cálculo actual.....	153
1.4.	Conclusiones.....	157
<b>Cap. 2.</b>	<b>Modelos de análisis laminar .....</b>	<b>163</b>
2.1.	Introducción.....	163
2.2.	Metodología de análisis .....	165
2.3.	Análisis previos del tesado.....	169
2.3.1.	Introducción.....	169
2.3.2.	Modelos conceptuales de barras.....	170
2.3.3.	Modelos conceptuales de láminas .....	181
2.4.	Modelos de análisis laminar: Paraboloide .....	217
2.4.1.	Definición geométrica.....	217
2.4.2.	Variables a analizar.....	218
2.4.3.	Límites del análisis .....	219
2.4.4.	Puntos a analizar .....	221
2.5.	Generación automatizada de los modelos de análisis .....	223
2.5.1.	Módulo AutoParaboloide para el WinTess3 .....	223
2.6.	Cálculo por elementos finitos en estructuras tesadas laminares .....	225
2.7.	Conclusiones.....	245
<b>Cap. 3.</b>	<b>Resultados del análisis laminar .....</b>	<b>251</b>
3.1.	Introducción.....	251
3.2.	Valoración de los resultados obtenidos .....	253
3.2.1.	Distribución tensional del tesado .....	253
3.2.2.	Posición de los valores tensionales de tesado significativos .....	259
3.3.	Comparativa de resultados .....	263
3.3.1.	Comparativa dimensiones.....	265
3.3.2.	Comparativa curvatura laminar .....	289
3.3.3.	Comparativa curvatura del borde.....	313
3.3.4.	Resumen del comportamiento de la distribución tensional.....	339
3.3.5.	Comparativa distintas cargas.....	341
3.4.	Conclusiones.....	391

<b>Cap. 4. Conclusiones del análisis laminar</b> .....	<b>399</b>
4.1. Introducción.....	399
4.2. Predimensionado del valor del pretesado .....	401
4.2.1. Incremento de dimensiones.....	405
4.2.2. Incremento de curvatura general .....	412
4.2.3. Incremento de curvatura de bordes.....	419
4.2.4. Comentarios generales de los incrementos .....	426
4.3. Tolerancias del valor del tesado.....	429
4.3.1. Incremento de dimensiones.....	430
4.3.2. Incremento de curvatura general .....	436
4.3.3. Incremento de curvatura de los bordes .....	442
4.3.4. Resumen de los datos .....	448
4.4. Conclusiones.....	453
<b>Cap. 5. Análisis del tesado en estructuras ya ejecutadas</b> .....	<b>459</b>
5.1. Introducción.....	459
5.2. Métodos directos de medición.....	461
5.2.1. Cables y barras .....	462
5.2.2. Láminas .....	469
5.3. Relación Tesado – Vibración.....	487
5.4. La importancia de las vibraciones en los elementos estructurales .....	503
5.5. Conclusiones.....	505
<b>Cap. 6. Conclusiones y perspectivas de desarrollo</b> .....	<b>511</b>
6.1. Conclusiones parciales .....	513
6.1.1. Conclusiones parciales Cap. 1 Definición y antecedentes.....	513
6.1.2. Conclusiones parciales Cap. 2 Modelos de análisis laminar .....	514
6.1.3. Conclusiones parciales Cap. 3 Resultados del análisis laminar.....	515
6.1.4. Conclusiones parciales Cap. 4 Conclusiones del análisis laminar.....	516
6.1.5. Conclusiones parciales Cap. 5 Análisis del tesado en estructuras ya ejecutadas..	518
6.2. Conclusiones finales .....	519
6.3. Perspectivas de desarrollo y Futuras líneas de investigación .....	521
6.3.1. Ampliar el estudio a más modelos de estructuras laminares tensoestáticas.....	522
6.3.2. Realizar pruebas de laboratorio con modelos reales y correlacionarlos con los modelos informáticos. ....	522
6.3.3. Analizar la influencia del módulo de elasticidad en el valor recomendado de pretesado.....	523

6.3.4.	Analizar el comportamiento de membranas no isotropas. ....	523
6.3.5.	Evaluar valores de pretesado efectuado por otros medios distintos al analizado en esta Tesis. ....	524
6.3.6.	Programación de herramientas de optimización del valor de pretesado de forma automática. ....	524
6.3.7.	Evaluar la repercusión de las pérdidas de tesado instantáneas y diferidas. ....	525
6.3.8.	Establecer criterios de determinación del valor del tesado de una estructura laminar a partir de su frecuencia de vibración principal. ....	525
6.3.9.	Diseñar un mecanismo de determinación del tesado que permita analizar por separado dos direcciones perpendiculares de un punto de la superficie laminar. ....	526

<b>Bibliografía</b> .....	<b>527</b>
---------------------------	------------

<b>An. 1.</b>	<b>Nomenclatura</b> .....	<b>3</b>
<b>An. 2.</b>	<b>Modelos de cálculo: Planos</b> .....	<b>5</b>
<b>An. 3.</b>	<b>Modelos de cálculo: Paraboloides</b> .....	<b>33</b>

## Índice de figuras

fig. 1-1 Paraboloides.....	4
fig. 1-2 Hiperboloides.....	4
fig. 1-3 Conoide.....	4
fig. 1-4 Valles paralelos.....	4
fig. 1-5 Gráfica relación Tesado aplicado / % de resistencia lona.....	12
fig. 1-6 Puntos de la superficie analizados.....	12
fig. 1-7 Variación de la distribución tensional debido a la variación de la flecha de los bordes.....	12
fig. 1-1 Esquema de funcionamiento.....	19
fig. 1-2 Superficie anticlastica.....	20
fig. 1-3 Centre Khan Shatyr – Foster + Partners.....	20
fig. 1-4 Tipis – América.....	21
fig. 1-5 Lavvu, Tienda Sami – Laponia.....	21
fig. 1-6 Carpas de circo: Circo Russell Bros. 1932.....	21
fig. 1-7 Distintas deformaciones correspondientes a distintos estados de carga en una estructura textil.....	22
fig. 1-8 Método de introducción para obtener un tensado homogéneo.....	23
fig. 1-9 Estación de metro en Santiago de Chile.....	24
fig. 1-10 Puño de tesado puntual.....	26
fig. 1-11 Cabeza de tesado superior de un conoide.....	26
fig. 1-12 Operarios tesando con pocos medios una estructura.....	27
fig. 1-13 Esquema de tejido textil recubierto.....	29
fig. 1-14 Fachadas de cojines de ETFE - Le Nuage – Montpellier.....	30
fig. 1-15 Esquema de un cojín de ETFE.....	31
fig. 1-16 Lámina de ETFE a “The Eden Project”.....	31
fig. 1-17 Lámina textil con revestimiento de PVC.....	31
fig. 1-18 Urdimbre y trama en un tejido.....	31
fig. 1-19 Malla deformada al tensar en 1 dirección.....	32
fig. 1-20 Malla no deformada al tensar en 2 direcciones.....	32
fig. 1-21 Tejido de hilos elípticos.....	32
fig. 1-22 Tejido de hilos circulares.....	32
fig. 1-23 Centro Renault en Swindon, Gran Bretaña de Foster & Ove Arup 1983.....	35
fig. 1-24 Comportamiento estructural según el estado de cargas.....	36
fig. 1-25 Comportamiento estructural de una celosía pretensada.....	36
fig. 1-26 Auditorio Municipal Utica Memoria, Nueva York de Lev Zetlin Y Paul Romano, 1959l.....	37
fig. 1-27 Sidney Myer Music Bowl, Australia de Yuncken Freeman, 1958.....	38
fig. 1-28 Construcción del Sidney Myer Music Bowl, 1956.....	38
fig. 1-29 Aeropuerto internacional de Denver, Colorado, EUA de Fentress architects, 1995.....	39
fig. 1-30 Centro Khan Shatyr, Astaná, Kazajistán de Foster & Partners, 2010.....	40
fig. 1-31 Estructuras tensadas entre marcos rígidos.....	42
fig. 1-32 Le Nuage, Montpellier de Phillipe Stark, 2014.....	42



fig. 1-33 Estructura tensada por puntos y con bordes libres .....	43
fig. 1-34 Toldo en Port Aventura. ....	43
fig. 1-35 Pabellón de Palenque, Expo Sevilla'92, José Miguel Prada. ....	45
fig. 1-36 Terminal Hajj del Aeropuerto rey Abdull Aziz, Jeddah, arabia Saudita de Norman Foster, 1981. ....	45
fig. 1-37 Eagle Point Amphitheatre a Arizona, EUA, 2008. ....	46
fig. 1-38 Anfiteatro de Shoreline, Mountain View, California de Blurock, 1986. ....	46
fig. 1-39 Pabellón de Alemania, Expo'67, Montreal, Canadá de Frei Otto. ....	47
fig. 1-40 Schlumberger Cambridge Research Center de Michel Hopkins, 1985. ....	47
fig. 1-41 Superficies anticlásticas. ....	50
fig. 1-42 Maqueta de Jabón de Frei Otto en el ILEK, Stuttgart. ....	51
fig. 1-43 Conoide modelado con WinTess. ....	52
fig. 1-45 Conoide. ....	53
fig. 1-44 Paraboloide. ....	53
fig. 1-46 Hiperboloide de una hoja. ....	53
fig. 1-47 Valles paralelos. ....	53
fig. 1-48 Paraboloide. ....	54
fig. 1-49 Conoide. ....	55
fig. 1-50 Hiperboloide de una hoja. ....	56
fig. 1-51 Valles paralelos. ....	57
fig. 1-52 Cubierta hinchada. ....	58
fig. 1-53 Tienda Sami – Laponia. ....	59
fig. 1-54 Haima – Países Árabes. ....	59
fig. 1-55 Ilustración de la Yurta de Genghis Khan. ....	60
fig. 1-56 Envelat. ....	60
fig. 1-57 Rotunda - Vladimir Shukhov - All-Russia Exhibition, 1895. ....	61
fig. 1-58 Parte central de la Rotunda. ....	61
fig. 1-59 Arena Raleigh de Matthew Movicki, Carolina del Norte, EUA, 1953. ....	62
fig. 1-60 Pabellón de Alemania, Expo'67, Montreal, Canadá de Frei Otto. ....	62
fig. 1-61 Carpa Cirque du Soleil. ....	63
fig. 1-62 Piscina Olímpica Beijing 2008. ....	63
fig. 1-63 Toldo de protección para terraza. ....	65
fig. 1-64 Tela resistiendo a tracción y arrugándose a distensión. ....	70
fig. 1-65 Esquema de equilibrio de un punto. ....	71
fig. 1-66 Relación $w = t / R$ . ....	72
fig. 1-67 Superficie sinclástica. ....	74
fig. 1-68 Superficie anticlástica. ....	74
fig. 1-69 Superficie sinclástica sin ninguna coacción: esfera. ....	75
fig. 1-70 Superficie sinclástica con la base fijada y forma predefinida. ....	75
fig. 1-71 Cable sometido a una fuerza uniforme y perpendicular. ....	76
fig. 1-72 Equilibrio de fuerzas en un punto de la cuerda. ....	77
fig. 1-73 Relación $\delta s / \delta \theta$ . ....	78
fig. 1-74 Relación $w = T / R$ . ....	78
fig. 1-75 Relación $w = t / R$ . ....	79

fig. 1-76 Relación $r / t$ en superficies sinclásticas. ....	80
fig. 1-77 Relación $r / t$ en superficies anticlásticas. ....	81
fig. 1-78 Equilibrio superficies anticlásticas.....	82
fig. 1-79 Equilibrio superficies anticlásticas con fuerza exterior.....	83
fig. 1-80 Membrana con un borde con relinga tesada. ....	84
fig. 1-81 Ampliación centro. ....	85
fig. 1-82 Ampliación esquina. ....	85
fig. 1-83 Superficie con 4 bordes tensados. ....	85
fig. 1-84 Ampliación de la zona central superior. ....	86
fig. 1-85 Ampliación de la zona central media. ....	86
fig. 1-86 Superficie don 2 bordes libres y 2 de tensado. ....	86
fig. 1-87 Distinción entre estructuras rígidas y flexibles. ....	94
fig. 1-88 Formfinding en el Wintess. ....	97
fig. 1-89 Ventana de características de la membrana y nivel de pretesado en el Wintess.....	98
fig. 1-90 Entrada de cargas en el Wintess.....	100
fig. 1-91 Patronaje en el Wintess. ....	101
fig. 1-92 Proceso de montaje de un conoide. ....	102
fig. 1-93 Diagrama de flujos para la realización del diseño de una estructura textil.....	103
fig. 1-94 Método de las burbujas de jabón. ....	104
fig. 1-95 Modelo en CAD. ....	105
fig. 1-96 Hiperboloide creado a partir de dos círculos. ....	105
fig. 1-97 Maqueta de una estructura textil tensada. ....	106
fig. 1-98 Modelo en programa de cálculo. ....	107
fig. 1-99 Balón de Rugby. ....	108
fig. 1-100 Discretización por Elementos Finitos. ....	110
fig. 1-101 Método de la Densidad de Fuerza. ....	112
fig. 1-102 Proceso de tesado de una superficie textil en la expo de Zaragoza. ....	121
fig. 1-103 Superficie tesada por los puntos de fijación. ....	124
fig. 1-104 Superficie tesada por la relinga. ....	125
fig. 1-105 Dirección de la fuerza de tesado en un arco y una catenaria.....	126
fig. 1-106 Superficie tesada tirando del borde. ....	127
fig. 1-107 Estiramiento y fijación a borde rígido. ....	128
fig. 1-108 Estiramiento y fijación a puntos extremos.....	128
fig. 1-109 Tesado por sobrepresión interior. ....	129
fig. 1-110 Tubo neumático Boulding Bride en Londres.....	129
fig. 1-111 Superficie tesada por los puntos de fijación. ....	132
fig. 1-112 Tensiones debidas a un tesado por los puntos de soporte. ....	133
fig. 1-113 Superficie tesada por la relinga. ....	134
fig. 1-114 Dirección de la fuerza de tesado en un arco y una catenaria.....	134
fig. 1-115Tensiones debidas a un tesado por la relinga perimetral. ....	135
fig. 1-116 Superficie tesada tirando del borde. ....	136
fig. 1-117 Tensiones debidas a un tesado uniforme y fijado a un elemento rígido. ....	136
fig. 1-118 Tensiones debidas a un tesado uniforme y fijado por los extremos con relinga en los bordes. ....	138

fig. 1-119 Tesado por sobrepresión interior. ....	140
fig. 1-120 Tensiones debidas a una sobrepresión interior. ....	140
fig. 1-121 Relación resistencia residual con el paso del tiempo.....	152
fig. 2-1 Cuerda vertical con carga en el centro. ....	170
fig. 2-2 Cuerda horizontal con carga en el centro. ....	172
fig. 2-3 Cruce de dos cables con carga en el centro. ....	174
fig. 2-4 Cables traccionados por la aplicación de una carga puntual. ....	176
fig. 2-5 Relación Axial / Fuerza en un sistema pretesado. ....	177
fig. 2-6 Relación Deformación / Fuerza en un sistema pretesado de un cable. ....	178
fig. 2-7 Relación Axil / Fuerza en un cable horizontal tensado.....	179
fig. 2-8 Relación Deformación / Fuerza en un cable horizontal tensado. ....	180
fig. 2-9 Modelo cargas puntuales en los extremos. ....	181
fig. 2-10 Modelo cargas repartidas en dos bordes libres. ....	181
fig. 2-11 Modelo cargas repartidas en el perímetro. ....	181
fig. 2-13 Modelo borde curvado cargas puntuales en los extremos.....	181
fig. 2-12 Modelo borde curvado cargas repartidas en el perímetro. ....	181
fig. 2-14 Modelo borde curvado tesado por relinga.....	181
fig. 2-15 Distribución tensional en diferentes métodos de tesado.....	211
fig. 2-16 Distribución tensional en función de la forma del perímetro sin relinga perimetral. ....	212
fig. 2-17 Distribución tensional en función de la forma del perímetro con relinga perimetral.....	213
fig. 2-18 Distribución de tensiones secundarias. ....	214
fig. 2-19 Distintas orientaciones de tensión en función del tipo de tesado y rigidez de borde. ....	215
fig. 2-20 Localización de la posición del valor tensional máximo. ....	221
fig. 2-21 Localización de la posición del valor tensional mínimo. ....	222
fig. 2-22 Entrada de datos del módulo AutoParaboloide en WinTess. ....	223
fig. 2-23 Modelos realizados automáticamente por el módulo AutoParaboloide.....	224
fig. 2-24 Conjunto de conoides modelados con Elementos Finitos. ....	225
fig. 2-25 Elementos Finitos CST y LST. ....	226
fig. 2-26 Formación de arrugas en una membrana. ....	227
fig. 2-27 Esquema de numeración del Elemento Finito. ....	234
fig. 2-28 Esquema para un Elemento Finito CST. ....	236
fig. 3-1 Distribución de tensiones máximas y mínimas en un paraboloide cuadrado.....	253
fig. 3-2 Orientación de tensiones máximas y mínimas en un paraboloide cuadrado.....	254
fig. 3-3 Líneas isostáticas de tensiones principales en un paraboloide cuadrado.....	255
fig. 3-4 Distribución de tensiones máximas y mínimas en un paraboloide rectangular.....	256
fig. 3-5 Orientación de tensiones máximas y mínimas en un paraboloide rectangular.....	257
fig. 3-6 Líneas isostáticas de tensiones principales en un paraboloide rectangular.....	258
fig. 3-7 Distribución de tensiones máximas y mínimas en un paraboloide.....	259
fig. 3-8 Posición del centro de tensiones en un paraboloide cuadrado.....	261
fig. 3-9 Posición del centro de tensiones en un paraboloide rectangular.....	262
fig. 3-10 Variación tensional por incremento de dimensión.....	265
fig. 3-11 Gráficas con variación de dimensión en paraboloides cuadrados.....	268
fig. 3-12 Gráficas tensiones principales con variación de incremento de dimensión en paraboloides cuadrados.....	269

fig. 3-13 Gráfica de variación del porcentaje de disminución de la tensión principal mínima debido a un incremento de la superficie del 50% de la dimensión del borde. ....270

fig. 3-14 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de dimensión en paraboloides cuadrados .....271

fig. 3-15 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de dimensión en paraboloides cuadrados...272

fig. 3-16 Gráfica de variación del porcentaje de disminución de la tensión promedio debido a un incremento de la superficie del 50% de la dimensión del borde. ....273

fig. 3-17 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de dimensión en paraboloides cuadrados .....274

fig. 3-18 Gráfica de variación del porcentaje de incremento de la reacción en los soportes y axial de la relinga debido a un incremento de la superficie del 50% de la dimensión del borde.....275

fig. 3-19 Gráficas con variación de dimensión en paraboloides rectangulares.....279

fig. 3-20 Gráficas tensiones principales con variación de incremento de dimensión en paraboloides rectangulares .....280

fig. 3-21 Gráfica de variación del porcentaje de aumento de la tensión principal mínima debida a un incremento de la superficie del 50% de la dimensión en una longitud.....281

fig. 3-22 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de dimensión en paraboloides rectangulares .....282

fig. 3-23 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de dimensión en paraboloides rectangulares .....283

fig. 3-24 Gráfica de variación del porcentaje de disminución de la tensión promedio debida a un incremento de la superficie del 50% de la dimensión en una longitud.....284

fig. 3-25 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de dimensión en paraboloides rectangulares.....285

fig. 3-26 Gráfica de variación del porcentaje de incremento de la reacción en los soportes y axial de la relinga debido a un incremento de la superficie del 50% de la dimensión en una longitud .....286

fig. 3-27 Variación tensional por incremento de curvatura general.....289

fig. 3-28 Gráficas con variación de curvatura general en paraboloides cuadrados.....292

fig. 3-29 Gráficas tensiones principales con variación de incremento de curvatura general en paraboloides cuadrados.....293

fig. 3-30 Gráfica de variación del porcentaje de disminución de la tensión principal debido a un incremento del 10% de la curvatura general. ....294

fig. 3-31 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de curvatura general en paraboloides cuadrados.....295

fig. 3-32 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de curvatura general en paraboloides cuadrados.....296

fig. 3-33 Gráfica de variación del porcentaje de disminución de la tensión promedio debido a un incremento del 10% de la curvatura general. ....297

fig. 3-34 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de curvatura general en paraboloides cuadrados .....298

fig. 3-35 Gráfica de variación del porcentaje promedio de incremento de la reacción en los soportes y axial de la relinga debido a un incremento de la curvatura del 10%.....299

fig. 3-36 Gráficas con variación de curvatura general en paraboloides rectangulares .....303

fig. 3-37 Gráficas tensiones principales con variación de curvatura general en paraboloides rectangulares .....	304
fig. 3-38 Gráfica de variación del porcentaje de variación de la tensión principal debido a un incremento del 10% de la curvatura general.....	305
fig. 3-39 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de curvatura general en paraboloides rectangulares .....	306
fig. 3-40 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de curvatura general en paraboloides rectangulares .....	307
fig. 3-41 Gráfica de variación del porcentaje de variación de la tensión promedio debido a un incremento del 10% de la curvatura general.....	308
fig. 3-42 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de curvatura general en paraboloides rectangulares.....	309
fig. 3-43 Gráfica de variación del porcentaje promedio de incremento de la reacción en los soportes y axial de la relinga debido a un incremento de la curvatura del 10%.....	310
fig. 3-44 Variación tensional por incremento de curvatura del borde .....	313
fig. 3-45 Gráficas con variación de curvatura de bordes en paraboloides cuadrados .....	316
fig. 3-46 Gráficas tensiones principales con variación de incremento de curvatura de bordes en paraboloides cuadrados.....	317
fig. 3-47 Gráfica de variación del porcentaje de disminución de la tensión principal debido a un incremento del 3% de la curvatura del borde.....	318
fig. 3-48 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de curvatura de los bordes en paraboloides cuadrados.....	320
fig. 3-49 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de curvatura general en paraboloides cuadrados.....	321
fig. 3-50 Gráfica de variación del porcentaje de aumento de la tensión promedio debido a un incremento del 3% de la curvatura del borde.....	322
fig. 3-51 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de curvatura de borde en paraboloides cuadrados.....	323
fig. 3-52 Gráfica de variación del porcentaje promedio de incremento de la reacción en los soportes y axial de la relinga debido a un incremento de la curvatura del borde del 3%.....	324
fig. 3-53 Gráficas con variación de curvatura de borde en paraboloides rectangulares.....	329
fig. 3-54 Gráficas tensiones principales con variación de curvatura de borde en paraboloides rectangulares .....	330
fig. 3-55 Gráfica de variación del porcentaje de variación de la tensión principal debido a un incremento del 3% de la curvatura del borde.....	331
fig. 3-56 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de curvatura de borde en paraboloides rectangulares .....	333
fig. 3-57 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de curvatura de borde en paraboloides rectangulares .....	334
fig. 3-58 Gráfica de variación del porcentaje de variación de la tensión promedio debido a un incremento del 3% de la curvatura de borde.....	335
fig. 3-59 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de curvatura de borde en paraboloides rectangulares .....	336
fig. 3-60 Gráfica de variación del porcentaje promedio de variación de la reacción en los soportes y axial de la relinga debido a un incremento de la curvatura de borde del 3%.....	337

fig. 3-61 Variación tensional por incremento de carga vertical .....	342
fig. 3-62 Diagonal “colgada” y “apoyada” en un paraboloide cuadrado. Tensiones principales .....	346
fig. 3-63 Tensiones principales con un pretesado bajo (1.5% Rk) y incremento de carga .....	347
fig. 3-64 Tensiones principales con un pretesado alto (7.5% Rk) y incremento de carga .....	347
fig. 3-65 Diagonal “colgada” y “apoyada” en un paraboloide cuadrado. Tensiones secundarias .....	348
fig. 3-66 Tensiones secundarias con incremento de carga en un paraboloide cuadrado .....	349
fig. 3-67 Tensiones secundarias con carga aplicada y pretesado nulo (modelo izquierda) o pretesado elevado (modelo derecha) .....	349
fig. 3-68 Gráficas con variación de incremento de tesado con carga constante en paraboloides cuadrados .....	350
fig. 3-69 Gráficas con variación de incremento de carga con tesado constante .....	352
fig. 3-70 Gráfica relación pretesado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión. ....	353
fig. 3-71 Gráficas tensiones principales con variación de incremento de carga en paraboloides cuadrados .....	354
fig. 3-72 Gráficas tensiones principales máximas con variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides cuadrados .....	355
fig. 3-73 Gráficas tensiones principales máximas con variación de incremento de carga y pretesado constante en paraboloides cuadrados .....	356
fig. 3-74 Gráfica relación pretesado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión. ....	357
fig. 3-75 Gráficas tensiones principales mínimas con variación de incremento de tesado (izquierda) o de carga (derecha) en paraboloides cuadrados .....	358
fig. 3-76 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de carga en paraboloides cuadrados .....	359
fig. 3-77 Modelos de evolución de la distribución de la tensión secundaria mínima con la variación de incremento de carga en paraboloides cuadrados .....	360
fig. 3-78 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de cargas en paraboloides cuadrados. ....	361
fig. 3-79 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides cuadrados .....	362
fig. 3-80 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides cuadrados .....	362
fig. 3-81 Gráfica relación pretesado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión. ....	363
fig. 3-82 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de carga en paraboloides cuadrados .....	364
fig. 3-83 Gráficas de reacciones y axiales con variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides cuadrados .....	365
fig. 3-84 Gráficas de reacciones y axiales variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides cuadrados .....	365
fig. 3-85 Gráfica relación pretesado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión. ....	366
fig. 3-86 Diagonal “colgada” y “apoyada” en un paraboloide rectangular. Tensiones principales. ....	370
fig. 3-87 Variación de tensiones principales por incremento de carga en un paraboloide rectangular. ....	371
fig. 3-88 Tensiones principales con carga aplicada y pretesado nulo (modelo izquierda) o pretesado elevado (modelo derecha) .....	371
fig. 3-89 Diagonal “colgada” y “apoyada” en un paraboloide rectangular. Tensiones secundarias .....	372
fig. 3-90 Variación de tensiones secundarias por incremento de carga en un paraboloide rectangular. ....	373
fig. 3-91 Tensiones secundarias con carga aplicada y pretesado nulo (modelo izquierda) o pretesado elevado (modelo derecha) .....	373

fig. 3-92 Gráficas con variación de incremento de tesado con carga constante en paraboloides rectangulares...	374
fig. 3-93 Gráficas con variación de incremento de carga con tesado constante .....	376
fig. 3-94 Gráfica relación pretesado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión.....	377
fig. 3-95 Gráficas tensiones principales con variación de incremento de carga en paraboloides cuadrados .....	378
fig. 3-96 Gráficas tensiones principales máximas con variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides rectangulares.....	378
fig. 3-97 Gráficas tensiones principales máximas con variación de incremento de carga y pretesado constante en paraboloides rectangulares.....	379
fig. 3-98 Gráfica relación pretesado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión.....	380
fig. 3-99 Gráficas tensiones principales mínimas con variación de incremento de tesado (izquierda) o de carga (derecha) en paraboloides rectangulares .....	381
fig. 3-100 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de carga en paraboloides rectangulares	382
fig. 3-101 Modelos de evolución de la distribución de la tensión secundaria mínima con la variación de incremento de carga en paraboloides rectangulares .....	383
fig. 3-102 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de cargas en paraboloides rectangulares..	384
fig. 3-103 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides rectangulares.....	385
fig. 3-104 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides rectangulares.....	385
fig. 3-105 Gráfica relación pretesado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión.....	386
fig. 3-106 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de carga en paraboloides rectangulares.....	387
fig. 3-107 Gráficas de reacciones y axiales con variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides rectangulares.....	388
fig. 3-108 Gráficas de reacciones y axiales variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides cuadrados .....	388
fig. 3-109 Gráfica relación pretesado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión.....	389
fig. 4-1 Ejemplo de gráfica relación pretesado-tensión máxima para la determinación del pretesado máximo admisible. ....	402
fig. 4-2 Gráfica relación carga-pretasado en el punto de inflexión de tensiones promedio en el paraboloide cuadrado.....	403
fig. 4-3 Gráfica de evolución de la carga máxima admisible para cada dimensión de paraboloide. ....	409
fig. 4-4 Gráfica de evolución de la carga máxima admisible para cada curvatura general de paraboloide. ....	416
fig. 4-5 Gráfica de evolución de la carga máxima admisible para cada curvatura general de paraboloide. ....	423
fig. 5-1 - Sensor de fuerza para cables. ....	459
fig. 5-2 Extensómetro.....	463
fig. 5-3 Principio de funcionamiento del sensor de fuerza. ....	464
fig. 5-4 Sensor de fuerza para pequeños cables. ....	464
fig. 5-5 Sensor de fuerza para cables de medianas dimensiones.....	464
fig. 5-6 Vibrómetro para cables. ....	466
fig. 5-7 Galga extensométrica lineal. ....	471
fig. 5-8 Esquema de galga extensométrica.....	471
fig. 5-9 Distintas galgas extensométricas.....	472

fig. 5-10 Esclerómetro.....	473
fig. 5-11 Ventosa de placa.....	474
fig. 5-12 Anillo de fuerza. ....	475
fig. 5-13 Software para la medición de frecuencias de vibración. ....	476
fig. 5-14 Vibrómetros con punta de contacto. ....	477
fig. 5-15 Minivibrómetros. ....	478
fig. 5-16 Frecuencia de vibración obtenida de un vibrómetro láser.....	479
fig. 5-17 Vibrómetro láser doppler de 1D. ....	480
fig. 5-18 Vibrómetro láser 2D.....	481
fig. 5-19 Imagen obtenida de un vibrómetro laser 2D.....	481
fig. 5-20 Vibrómetro láser doppler 3D. ....	482
fig. 5-21 Imágenes obtenidas de un vibrómetro láser 3D. ....	483
fig. 5-22 Esquema de 1 grado de libertad.....	488
fig. 5-23 Esquema de fuerzas.....	489
fig. 5-24 Cuerdas de una guitarra.....	493
fig. 5-25 Puente General Rafael Urdaneta.....	494
fig. 5-26 4 Primeros modos de vibración de una superficie rectangular. ....	497
fig. 5-27 Representación de las olas de los 4 primeros modos de vibración.....	497
fig. 5-28 Modos de vibración de una lámina circular sujeta por el borde.....	499
fig. 5-29 Rango de frecuencias propias en el cuerpo humano.....	503

## Índice de tablas

Tab. 2-1 Criterio de consideración de arrugas según Rodderman. ....	240
Tab. 2-2 Criterio de consideración de arrugas según Miller. ....	241
Tab. 3-1 Resumen tendencia variación de tensiones máximas.....	339
Tab. 3-2 Resumen tendencia variación de tensiones promedio, reacciones en soportes y axiales en relinga.....	340
Tab. 3-3 Carga punto de inflexión tensiones máximas en paraboloides cuadrados. ....	353
Tab. 3-4 Carga punto de inflexión tensiones promedio en paraboloides cuadrados. ....	363
Tab. 3-5 Carga punto de inflexión reacciones en paraboloides cuadrados.....	366
Tab. 3-6 Carga punto de inflexión tensiones máximas en paraboloides rectangulares.....	377
Tab. 3-7 Carga punto de inflexión tensiones promedio en paraboloides rectangulares.....	386
Tab. 3-8 Carga punto de inflexión reacciones en paraboloides rectangulares. ....	389
Tab. 4-1 Valores de pretesado máximo y mínimo por variación de dimensiones. ....	405
Tab. 4-2 Valores de cargas máximas admisibles por variación de dimensión.....	409
Tab. 4-3 Valores de pretesado máximo y mínimo por variación de curvatura general. ....	412
Tab. 4-4 Valores de cargas máximas admisibles por variación de curvatura general. ....	416
Tab. 4-5 Valores de pretesado máximo y mínimo por variación de curvatura de bordes.....	419
Tab. 4-6 Valores de cargas máximas admisibles por variación de curvatura de bordes.....	423
Tab. 4-7 Resumen tendencia variación de tensiones máximas.....	427





## Introducción

Desde la antigüedad se han utilizado las estructuras textiles para la cubrición de pequeños y grandes espacios conociendo la importancia fundamental del empleo de un pretesado para conseguir la estabilidad estructural del sistema. Se asume que el pretesado debe ejercer un efecto lo más homogéneo posible sobre la globalidad de la superficie pero sin determinar cuáles de los mecanismos de introducción son los más eficaces o idóneos en cada situación, en función de los efectos que estos realizaran sobre la membrana estructural. Tampoco se han establecido unos criterios de predimensionado de su valor, más allá de determinar unos valores generales indicativos.

La especial singularidad del pretesado superficial de una estructura textil laminar tensoestática radica en su propio mecanismo estructural resistente. Las estructuras textiles, o de membrana, son una tipología estructural laminar en las que el único, o principal, elemento resistente es la membrana textil que debido a su nula rigidez a compresión únicamente admite esfuerzos de tracción.

Esta premisa básica implica que la membrana debería estar sometida toda su vida útil a un permanente estado de tracción. Al no aceptar esfuerzos de compresión, y por consecuencia ni de flexión ni de cortante, si la superficie se destensa se podría inestabilizar y colapsar. Ciertamente en casos puntuales y de corta duración se aceptaría que una porción de la superficie se descomprimiera en alguna dirección, siempre que la superficie continuara siendo estable, pero nunca sería aceptable una pérdida de tracción generalizada.

Por este motivo es importante ejercer un nivel de pretesado suficientemente elevado como para asegurar un pretesado suficiente como para que no se produzca un destensado general bajo ningún estado de cargas, pero sin ser tan elevado como para consumir una excesiva capacidad resistente del material que pudiera llegar a colapsarlo o dejarlo sin un margen de capacidad resistente residual.

Igualmente sería interesante que el método de introducción del pretesado otorgara una distribución lo más homogénea posible sobre la membrana estructural intentando evitar puntas tensionales o bolsas con un bajo nivel de pretesado. Como más homogénea sea la distribución del esfuerzo del pretesado, mejor será su comportamiento estructural.

En esta Tesis se realizará un análisis de los efectos del pretesado sobre una estructura textil tensoestática, centrándose especialmente en la forma del paraboloides, que es una de las formas más básicas y comunes, para determinar su comportamiento estructural y los efectos que produce el pretesado sobre la superficie estructural.

El análisis pretende evaluar el pretesado de las estructuras textiles de forma integral para conocer su comportamiento global y así poder incidir en sus tres momentos clave: análisis, puesta en obra y control del tesado en obras ya ejecutadas

Por estos motivos en la Tesis se realiza un recorrido completo a los efectos del pretesado partiendo de los conceptos básicos de que significa pretesar una estructura, que mecanismos existen para pretesar estructuras textiles y que efectos ejercen estos sobre la membrana estructural. Se evaluarán los valores y efectos producidos por el pretesado en una membrana estructural para poder determinar unos valores de predimensionado del pretesado y se finalizará valorando los mecanismos necesarios para la evaluación del nivel de pretesado real existente en la superficie textil una vez puesta en obra.

## Tema de investigación

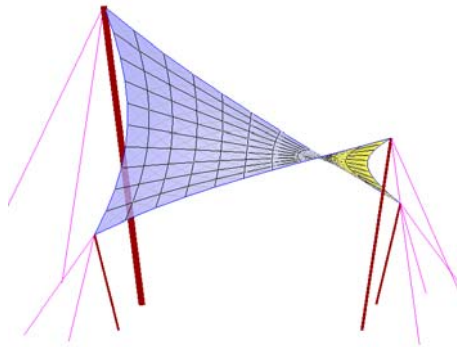
Esta Tesis se enmarca en el análisis tensional de las estructuras textiles superficiales tesadas.

Las estructuras textiles, en función de su mecanismo de estabilización pueden dividirse en dos grandes familias: las tensoestáticas (estabilizadas mediante tracción) y las presoestáticas (estabilizadas por la presión del aire interior). Las tensoestáticas pueden subdividirse en las que la estabilización se realiza mediante la tracción de la membrana o mediante la tracción de una malla de cables donde la lámina solo sirve como piel de esta malla. Esta Tesis realizará el análisis de la tipología de estructuras tensoestáticas estabilizadas por la tracción de la membrana, descartando las mallas de cables dado que lo pretendido es comprender el funcionamiento y repercusión del pretensado en la superficie laminar.

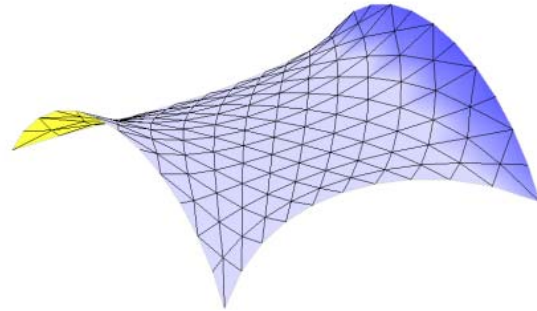
La Tesis pretende realizar el análisis numérico, en base a modelos de cálculo simples, de la fuerza del pretensado en una superficie laminar tesada, tanto desde el punto de vista de los efectos que produce esta fuerza sobre la superficie, como las variaciones que se producen en esta debidas a las modificaciones en los parámetros geométricos definitorios. El análisis se efectúa con la finalidad de determinar unos criterios de predimensionado en función de la geometría básica y crear unas reglas que permitan prever sus efectos previos a la realización del cálculo estructural, y una vez en fase de cálculo, determinar criterios correctores, en caso de ser necesaria alguna corrección del modelo de cálculo.

Concretamente la intención de la Tesis es analizar una de las tipologías básicas de estructuras textiles superficiales tesadas, el paraboloides, de la cual se extraerán las leyes básicas de comportamiento del efecto del tesado, de tal modo que se puedan extrapolar a geometrías otras geometrías.

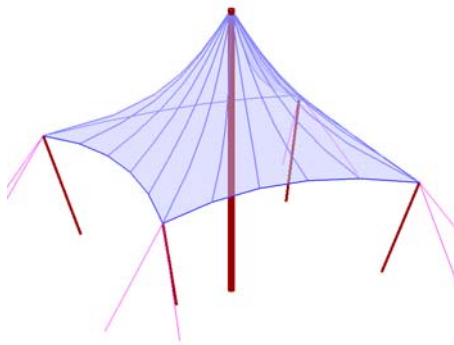
Existen cuatro tipologías básicas de estructuras tensoestáticas: el Paraboloides, el Hiperboloides, el Conoides y los Valles paralelos. Y todas las demás geometrías que se puedan describir con estructura tensoestática son variaciones o conjunciones de las tipologías básicas.



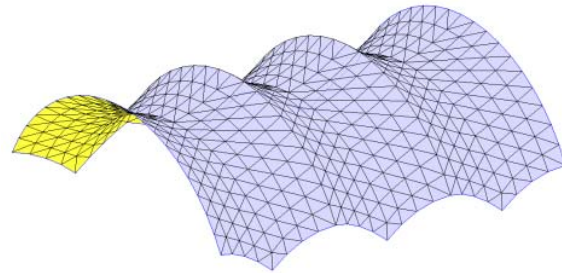
*fig. 1-1 Paraboloide.*



*fig. 1-2 Hiperboloide.*



*fig. 1-3 Conoide.*



*fig. 1-4 Valles paralelos.*

En esta Tesis se analizará la tipología del paraboloide ya que se considera la forma más primaria de todas ellas y las leyes básicas que se determinen de su análisis serían extrapolables a las otras tipologías.

De la tipología escogida, se partirá de una geometría básica sobre la cual se irán realizando progresivas variaciones geométricas controladas. De cada variación realizada se analizará y se comparará la variación de los valores tensionales obtenidos con las demás variaciones geométricas. A parte de los parámetros geométricos también se introducirá en el análisis la variación del valor de pretesado, ya que este afecta directamente a la geometría y comportamiento estructural de la superficie tesada.

Concretamente, los parámetros definitorios a estudiar son las dimensiones en planta, la curvatura general, la flecha del borde y el estado de pretensión.

La Tesis no solo se limitará únicamente al estudio informático sino que también se analizarán los mecanismos existentes para el control de tesado en estructuras ya ejecutadas.

En definitiva en esta Tesis se pretende analizar el comportamiento y efectos del esfuerzo de pretesado sobre una superficie textil laminar tensoestática a partir de unos parámetros controlados para poder determinar en primera instancia como actúa y se distribuye el esfuerzo de pretesado en la superficie, para finalmente establecer un procedimiento de predimensionado del valor del pretesado en función de los parámetros definitorios básicos de la geometría. Finalmente se analizarán los métodos de verificación del nivel del tensado existente en estructuras ya realizadas

De este modo en la Tesis se abordará el tema del pretesado desde tres puntos de vista distintos, el primero a nivel de predimensionado, el segundo a nivel de cálculo y distribución de esfuerzos y el tercero a nivel de verificación de tesado de estructuras existentes.

Con estos tres puntos de vista se ofrece una visión global de los efectos del pretesado sobre una estructura laminar tensoestática.



## Justificación de la investigación

La estabilidad de las estructura textiles autoportantes reside en el mantenimiento de su geometría básica y tensión de tracción ante cualquier acción que la solicite. Si la estructura pierde su geometría básica se puede volver inestable y colapsar en el caso de presentar zonas de gran dimensión destensadas sin mecanismo resistente ante la incapacidad de soportar esfuerzos de compresión.

Debido a la necesidad inherente de tener que estar toda la superficie traccionada ante cualquier combinación de cargas que se pueda presentar hay que dotar a la superficie laminar de una pretensión de tracción que sea superior a la teórica mayor compresión que le pudiera ocasionar una acción exterior o movimiento de sus puntos de soporte.

Es cierto que la aparición de zonas de la superficie sin tensar no comporta directamente la desestabilización de la estructura global, pero si implica la aparición de arrugas y una modificación del comportamiento resistente de la superficie textil, ya que la superficie en la dirección arrugada no contribuye en la estabilidad global.

La operación para verificar manualmente el mantenimiento de la tracción en un punto determinado de la superficie consiste, simplifícadamente, en sumar la tensión producida en ese punto por las acciones exteriores con la pretensión inicial. Si el resultado de la suma es una tensión de tracción, se valida el punto analizado, si es de compresión se debe anular la zona comprimida en la dirección analizada.

Éste esfuerzo de pretensado de tracción que necesariamente se debe otorgar a la superficie laminar antes de la aparición de cualquier acción exterior se debe aplicar mediante una acción de tesado. El tesado puede ser de muy diversa naturaleza en función del caso concreto de superficie laminar se deba tesar, del nivel de pretensado requerido y del mecanismo concreto que se pretenda usar. Los efectos de tesado que se producirán dependerán directamente del mecanismo utilizado para su introducción y de la forma geométrica de la superficie.

En el campo de las estructuras textiles laminares tensoestáticas difícilmente se aplican acciones de origen interno de la superficie, como puede ser la aplicación de una dilatación de la superficie mediante el incremento global de su temperatura, de tal manera que una



vez fijada en su posición, al enfriar-se se contraiga y quede sometida a una tracción global. Esta tipología de acciones son únicamente fáciles de aplicar en pequeñas estructuras superficiales donde se pueda controlar la temperatura global de la lámina, por este motivo se descarta su análisis en esta Tesis, debido a la dificultad de aplicación en grandes estructuras textiles laminares.

Hay que diferenciar las acciones de origen interno indicadas anteriormente obtenidas por la contracción térmica de la superficie, del mecanismo de tesado habitual, denominada de “compensación geométrica”, consiste en realizar la superficie de una dimensión inferior a la final, de tal manera que esta queda tensada al estirar toda la superficie mediante una acción mecánica externa. En ambos casos el efecto de tesado es similar ya que la tensión se obtiene mediante la relación de la ley de Hooke en función de la dimensión estirada en cada dirección, pero en el caso de la dilatación térmica el tesado se produce de manera “natural” al enfriarse, y por eso se considera de origen interno, y en el segundo caso, se obtiene mediante el estiramiento de la superficie realizado por una fuerza externa y por ese motivo se considera la acción de origen externo

Generalmente en las estructuras laminares tensoestáticas las acciones de pretesado son de origen externo a la superficie y se aplican sobre ella de diversas maneras. Las distintas maneras de introducir el pretensado se estudiarán en el apartado 1.3.3 Pretensado en estructuras textiles laminares tensoestáticas. Mecanismos de introducción de esta Tesis.

En la realización del cálculo de dichas estructuras laminares, de modo simplificado, se considera que el esfuerzo de pretensión es uniforme en toda la superficie laminar, sea cual sea el mecanismo de introducción del esfuerzo en la superficie. Como es obvio no todos los métodos de introducción del pretensado originarán una tensión uniforme en toda la superficie, pero se considera una aproximación válida al cálculo de estructuras superficiales tensoestáticas.

Ésta Tesis analiza los distintos métodos de tesado de la estructura laminar tensoestática y evalúa los efectos que tienen sobre ella en especial el grado de dispersión de las tensiones de tesado y determinar si el método simplificado utilizado habitualmente es válido dentro de unos límites de seguridad, o por el contrario si la dispersión de las tensiones de pretensado es demasiado elevada y puede conllevar errores de cálculo.

## Objetivos

### Objetivos primarios

Los objetivos primarios planteados son aquellos en los cuales se enmarca el estudio que se pretende realizar:

- Determinar los mecanismos de transmisión de la fuerza de pretesado a la superficie laminar.
- Determinar los efectos debidos al pretesado y su distribución sobre la superficie.
- Determinar como afecta a las tensiones de tesado cada uno de los parámetros geométricos básicos definitorios de la forma de la superficie: dimensiones en planta, curvatura general de la superficie, flecha de los bordes, y cargas aplicadas.
- Determinar como afecta a las tensiones de tesado las distintas condiciones de contorno que pueda tener la superficie tesada.
- Determinar mecanismos y formulas simples de predimensionado del esfuerzo de tesado.
- Definir proporciones geométricas por optimizar el tesado.
- Fijar medidas correctoras geométricas a utilizar durante el proceso de cálculo.
- Analizar los mecanismos de control de tesado de estructuras textiles existentes.

## Objetivos secundarios

Los objetivos secundarios son aquellos que, aunque no sean objeto de estudio, son necesarios para el desarrollo de la investigación, o bien servirían como a complemento de los objetivos primarios, aunque no se ajusten estrictamente al objeto de la investigación:

- Implementar mejoras al WinTess (programa de cálculo de estructuras tesadas del Dr. Ramón Sastre y Sastre) para ajustarse a las necesidades de esta Tesis:
  - Realización de un módulo de cálculo que realice automáticamente los cálculos de los modelos necesarios para la elaboración de los análisis necesarios.
  - Mejoras en el motor de cálculo para la realización de cálculos por elementos finitos superficiales.
  - Realización de mejoras visuales de los resultados para mostrar los mapas de tensiones en colores continuos.
- Análisis de los diferentes métodos de cálculo actuales para determinar el más adecuado para efectuar este estudio: métodos matriciales, relajación dinámica, densidad de fuerza, etc.
- Comparar los sistemas de tesado habituales y determinar el modo más realista de introducirlos en el programa de cálculo para obtener unos efectos tan cercanos a la realidad como sea posible.
- Comparar las diferencias entre una introducción realista del tesado en el modelo de cálculo, y la introducción simplificada suponiendo un tesado homogéneo en toda la superficie.

## **Antecedentes**

La investigación de esta Tesis se inicia en la elaboración del Trabajo Final de Máster (TFM), del Máster Oficial en Tecnología a la Arquitectura, de la línea de Estructuras Arquitectónicas, presentado el 9 de setiembre del 2011, con una cualificación de 10 (MH).

En este proyecto se establecieron las bases para esta Tesis, ya que en ella se analizaron los efectos del pretesado sobre un paraboloides de 10x10m, donde a partir de una geometría básica, se le introdujeron de modo progresivo y controlado variaciones geométricas y de carga con el fin de determinar los efectos del pretesado y su variación en función de cada uno de los parámetros analizados, realizando en total más de 120 modelos de cálculo.

En el TFM se llegaron a establecer las leyes básicas de distribución y valor de la fuerza de tesado sobre su superficie, las leyes de evolución debidas a cada uno de los factores geométricos básicos, los criterios y fórmulas de predimensionamiento de la fuerza de pretesado y los mecanismos generales para optimizar el tesado en esta tipología de estructura textil superficial tesada.

En el TFM se efectuó una exploración previa a pequeña escala de la metodología y objetivos a alcanzar en la Tesis Doctoral, con la conclusión que la elaboración de esta Tesis Doctoral es factible.

A continuació se mostren algunes imatges del anàlisi i resultats TFM

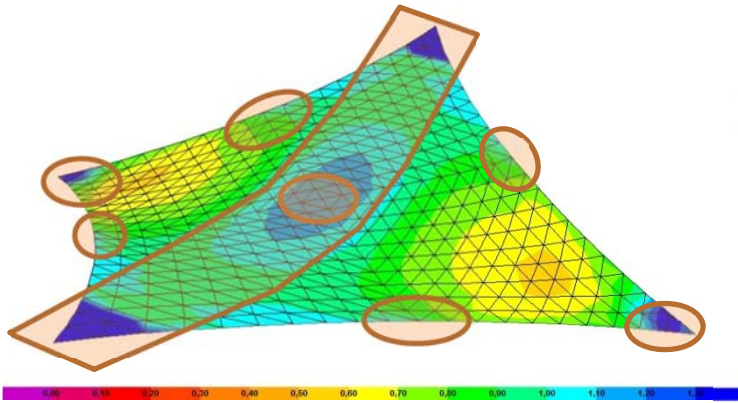


fig. 1-5 Puntos de la superficie analizados.

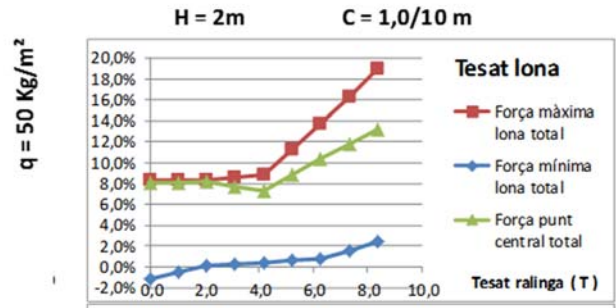


fig. 1-6 Gràfica relació Tesado aplicado / % de resistència lona.

Variació: Incremento flecha bordes

c = 0,5 / 10 m      c = 1,0 / 10 m      c = 1,5 / 10 m

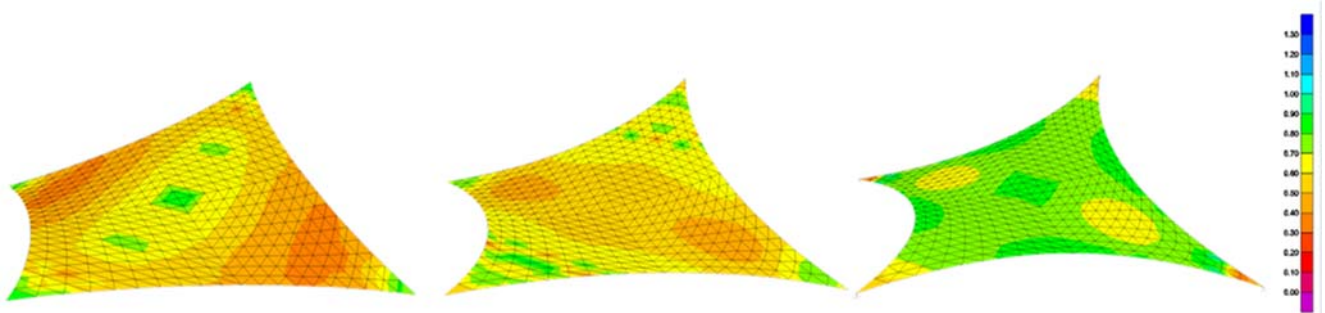


fig. 1-7 Variació de la distribució tensional debido a l variació de la flecha de los bordes.

## Hipótesis iniciales

Las Hipótesis iniciales planteadas son las propias conclusiones extraídas del Trabajo Final de Máster (TFM), las cuales se deben verificar y ampliar con el análisis realizado en esta Tesis:

- El pretensado no origina un reparto tensional uniforme sobre la superficie, pero aun así con un tesado perimetral a través de la relinga, una curvatura del borde libre adecuada y unos tesados bajos, como son el caso de las superficies tesadas habituales, se puede considerar.
- A mayor curvatura laminar o de flecha del borde libre del tesado más eficacia de tesado se produce, es decir, el mismo tesado de relinga confiere un tensado superior a la superficie.
- A mayor curvatura laminar no se acepta un mayor tesado máximo y requiere un mayor tesado mínimo.
- A mayor flecha del borde libre se acepta un mayor tesado máximo y requiere un menor tesado mínimo.
- El aumento de la eficacia en el tesado del incremento de la flecha de los bordes libres es superior al del incremento de la curvatura laminar.
- Un aumento de curvatura laminar puede necesitar un aumento de la curvatura del borde libre para obtener una superficie tensionalmente válida.
- El incremento de la eficacia del tesado por aumento de la flecha del borde es más elevado en flechas bajas, mientras que a partir de una flecha alrededor de 1.0 es a 10 este incremento es más limitado pero constante, por lo cual se puede establecer esta flecha de 1.0:10 como curvatura mínima. No se puede determinar un límite máximo claro, debido a que el crecimiento es relativamente constante y el límite lo marcaría las limitaciones de diseño, constructivas o funcionales.
- El tesado máximo admisible de la superficie tensada, válida para todos los estados de cargas previstos, se sitúa alrededor del 4.5 y el 5.5% de la resistencia característica del material.
- Es posible el predimensionado de la fuerza del pretensado de la relinga en función de la geometría y cargas previstas. El procedimiento para el predimensionado del pretensado aplicado sobre la relinga en el caso del paraboloides sería:

1. Escoger la lona adecuada en función de los parámetros geométricos, constructivos, de durabilidad, estéticos, etc.
2. Determinar un tesado máximo de la superficie ( P ) debido al pretensado entre 4.5 y el 5.5% de la resistencia característica de la lona.
3. Verificar la curvatura del borde libre superior a:

$$f > \frac{l}{10^5} ( 0,2 q^2 + 28 q + 4100 )$$

- f: Flecha del borde libre, en m.
- l: Longitud del borde libre, medida entre puntos fijos, en m.
- q: Carga máxima repartida a soportar, en Kg/m<sup>2</sup>.

4. Calcular el tesado a la Relinga:

$$T = \frac{P l^2}{8 f} ( 0,5 - 0,08c_1 - 0,08c_2 + 0,46f )$$

- T: Tesado relinga, en Kg.
- P: Tesado máximo de la superficie, en Kg/m<sup>2</sup>.
- l: Longitud del borde libre, medido entre puntos fijos, en m.
- f: Flecha del borde libre, en m.
- c1: Flecha de la superficie en dirección principal 1, en m.
- c2: Flecha de la superficie en dirección principal 2, en m.

## Metodología

La metodología básica consiste en analizar informáticamente diferentes variables de una geometría concreta, y, a partir del estudio, comparación e interrelación de la variación de los valores analizados, llegar primeramente a comprender el funcionamiento del reparto de esfuerzos en la superficie tesada para finalmente establecer unos criterios de predimensionado de la fuerza de pretesado necesaria para el correcto funcionamiento de la superficie tesada.

Hay cuatro tipos genéricos de superficies anticlásticas básicas: el conoide, el hiperboloide de una hoja, el paraboloides hiperbólico y los valles paralelos, los cuales están basados en la composición de elementos alabeados y el grado de alabeo está en función de las condiciones perimetrales.

Como el objetivo de esta Tesis es comprender el comportamiento básico de las superficies laminares tensoestáticas, se analizará únicamente la forma del paraboloides, entendiendo que las leyes básicas que rigen su comportamiento básico se pueden extrapolar al resto.

El análisis informático de la tipología del paraboloides, partirá de una geometría base, a la cual se le aplicaran unas variaciones progresivas controladas de una de sus variables geométricas básicas y se le introducirá la carga de pretesado simulando su entrada de modo realista y con diferentes intensidades de fuerza.

A partir del análisis tensional de cada modelo y su correlación con los demás modelos se podrán determinar las leyes generales de la afectación de cada variable sobre la afectación de la distribución y valores tensionales de la membrana analizada, sus límites de validez y en función de todo esto, se podrán extraer las pautas de comportamiento y los criterios y valores de predimensionamiento.

En definitiva, para realizar un análisis completo se analizará el modelo base con diferentes dimensiones, curvaturas de la superficie, curvaturas del borde libre, estados de cargas y niveles de pretensado.



Concretamente los inputs del análisis son los siguientes con un número de variaciones entre 4 y 6 variantes:

Inputs:

- Dimensión X de la superficie: 4 variantes
- Dimensión Y de la superficie: 4 variantes
- Altura de los puntos de soporte elevados: 4 variantes
- Curvatura de la relinga de borde: 4 variantes
- Nivel de pretesado: 6 variantes

Total modelos teóricos a realizar: 1536 modelos

- Carga exterior: 4 variantes

Para no realizar un número tan excesivo de modelos, se realizará un primer análisis sin considerar carga exterior y a partir de ese análisis se determinará que modelos se analizarán con la variación de carga exterior, de tal manera que se realizan un total de 1536 modelos sin carga, más los necesarios para el análisis de la influencia de la carga exterior.

Los valores analizados de estos modelos serán las fuerzas máximas y mínimas de la lona, en cualquier punto de la superficie, la fuerza promedio de todas las presentes en la superficie, la fuerza en la relinga y la reacción a los soportes:

Outputs:

- Fuerza máxima/mínima en cualquier punto de la superficie.
- Fuerza promedio de la superficie.
- Fuerza máxima en la relinga.
- Reacción en los soportes.

Una vez obtenidos los datos de las fuerzas para la superficie laminar, se procederá a generar las gráficas de comportamiento y extraer las leyes generales de evolución de cada variación a partir de las cuales se extraerán las limitaciones de validez del sistema. De las conclusiones de las gráficas del estudio se podrán extraer las fórmulas y los mecanismos de predimensionamiento de la carga de tesado.

# Análisis numérico de los efectos del pretesado sobre estructuras textiles laminares tensoestáticas

Evaluación del esfuerzo de pretesado en estructuras textiles laminares tensoestáticas parabólicas, para analizar sus efectos y determinar criterios para su predimensionamiento

## **Cap. 1 Definición y antecedentes**

1.1 Estructuras superficiales tesadas

1.2 Cálculo

1.3 Pretresado en estructuras textiles laminares tensoestáticas

1.4 Conclusiones



## Cap. 1. Definición y antecedentes

### 1.1. Estructuras superficiales tesadas

#### 1.1.1. Introducción

Las estructuras textiles, o de membrana, son una tipología estructural laminar, en las que el elemento resistente es capaz de cubrir grandes espacios trabajando únicamente a tracción con un mínimo material y peso al optimizar la geometría para obtener una geometría totalmente traccionada. Este elemento resistente, habitualmente una lámina textil o plástica, está fijada por unos puntos concretos a una estructura externa que la fija en el espacio.

La singularidad de trabajar únicamente a tracción supone que la superficie debe deformarse suficientemente como para amoldarse al estado de cargas al cual está sometido, de tal modo que a cada estado de cargas le corresponde una única forma posible, y una variación del estado de cargas hará variar la forma de la lámina con el fin de readaptarse a este.

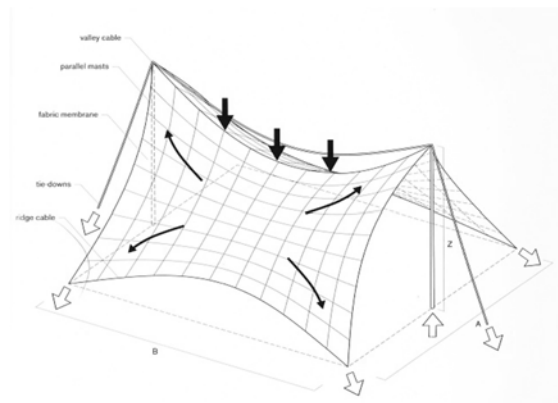
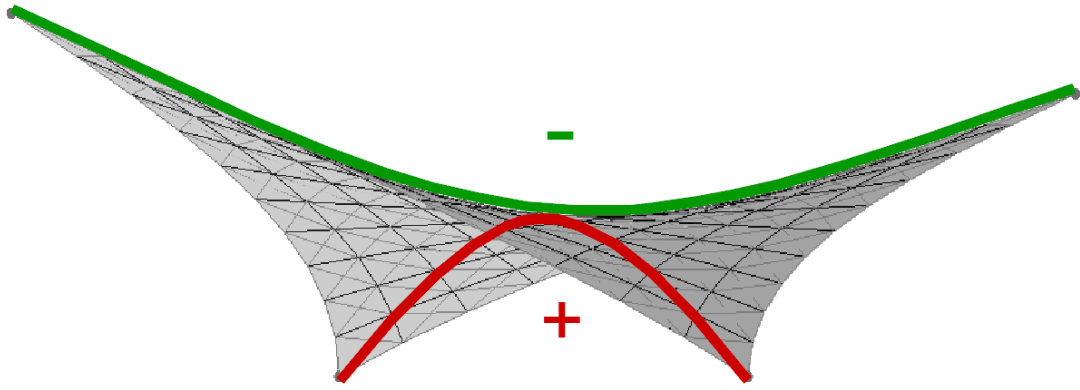


fig. 1-1 Esquema de funcionamiento.

Fuente: The function of Form, Farshid Moussavi.

Con el fin de lograr que el elemento resistente, la lámina, esté únicamente traccionado durante toda su vida útil, se debe aplicar una fuerza de tesado inicial suficientemente elevada como para asegurar que la superficie sea estable trabajando únicamente a tracción, pero lo superficialmente baja como para no sobretraccionar excesivamente la tela, hecho que podría provocar su rotura.

Estas superficies, con el fin de ser autoestables, geoméricamente deben de ser superficies anticlásticas, (Gaussianas negativas o de doble curvatura inversa), de tal manera que se puedan identificar dos arcos contrapuestos de modo que un arco traccione en una dirección y el opuesto en la otra, y así obtener un par de fuerzas opuestas que rigidicen transversalmente a la superficie.



*fig. 1-2 Superficie anticlástica.*

Fuente: elaboración propia.

Su ligereza permite obtener estructuras de grandes dimensiones, con gran atractivo estético y formas de apariencia compleja, mediante muy poca cantidad de material y la utilización de unos elementos estructurales simples, donde se sustenta la tela tesada como a elemento de cerramiento con una gran sencillez constructiva. Un ejemplo reciente sería el Centre Khan Shatyr, de Foster + Partners, considerada actualmente la estructura tensada más alta, con una altura de 150m y un diámetro de 400m.



*fig. 1-3 Centre Khan Shatyr – Foster + Partners.*  
Foto: Nigel Young.

La estructura textil aunque se trate de una tipología arquitectónica utilizada desde la antigüedad para la realización de pequeñas autoconstrucciones primarias a lo largo de todo el planeta, como los Tipis en América, las Haimas en los países árabes, las tiendas Lawu de los Sami en Laponia, o la Yurtaa en Mongolia, o bien para construcciones tradicionales de mayores dimensiones como las carpas de los circos, su tecnología se considera aún hoy en día muy novedosa y está poco estudiada en comparación con otras tipologías estructurales.



*fig. 1-4 Tipis – América.*

Fuente:

<http://people.ucls.uchicago.edu/~snekros/2007-8%20webquests/Structures%2089/structures89.html>



*fig. 1-5 Lawu, Tienda Sami – Laponia.*

Fuente: <http://habitatio000.blogspot.com.es/>



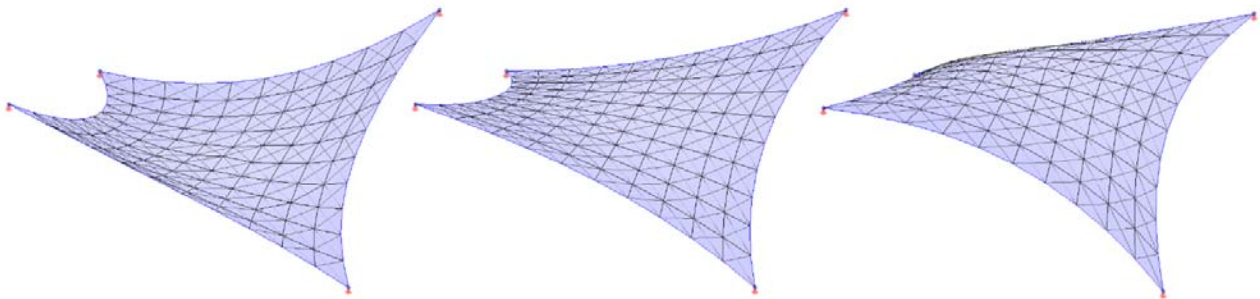
*fig. 1-6 Carpas de circo: Circo Russell Bros. 1932.*

Fuente: <http://www.wdl.org/es/item/11973/>

Las primeras estructuras tensadas de grandes dimensiones que se empezaron a construir fueron a finales del siglo XIX, con una especial profusión a partir del último tercio del siglo XX. Coincidiendo con esta etapa, sobre los años 80, se inició el estudio del comportamiento estructural de las estructuras textiles, promovido especialmente por Frei Otto.

Hoy en día no existe mucha normativa publicada de referencia para su cálculo y verificación y solo hay publicadas algunas normativas, referencias, guías de cálculo, recomendaciones parciales. En la actualidad se están elaborando distintas nuevas normativas y la investigación sobre el cálculo de estructuras textiles está en constante evolución, especialmente en lo concerniente a la búsqueda de la forma de la superficie tensada y al cálculo tensorial de superficies que se puedan arrugar.

En la actualidad las normativas de cálculo estructural están dirigidas al cálculo de estructuras rígidas donde la forma final, obtenida de aplicar unas cargas sobre la estructura, no difiere significativamente de la forma inicial previa al cálculo. Este comportamiento no se puede verificar en las estructuras textiles debido a que estas estructuras trabajan por la forma y al ser solicitadas por una acción exterior la superficie se puede deformar de manera suficiente como para hacer variar el comportamiento estructural de la superficie tensada.



*fig. 1-7 Distintas deformaciones correspondientes a distintos estados de carga en una estructura textil.*

Fuente: Elaboración propia.

La inexistencia de normativa de referencia es un elemento disuasivo para muchos proyectistas y especialmente para las oficinas de control, hecho que limita la innovación y la construcción de estructuras superficiales tensadas.



Es cierto que se han publicado numerosas ponencias en congresos y artículos de revistas sobre temas específicos relacionados con las estructuras tesadas, especialmente en el campo de la generación de la forma y del cálculo de superficies con arrugas, pero esta información no está altamente divulgada, y se encuentra distribuida únicamente entre aquellos que trabajan en el sector de las estructuras tesadas, mientras al gran público solo llegan imágenes y referentes de proyectos realizados, pero muy poca información técnica específica o de divulgación del comportamiento estructural de las estructuras textiles.

Entre los mayores divulgadores podemos destacar las series de volúmenes publicados por el "Institut für Leichte Flaechtragwerke" (IL), de Stuttgart, y las ponencias presentadas en congresos por los miembros del Grupo de "Tension and Membrane Structures" de la "International Association for Shell and Spatial Structures" (IASS), entre otros, o la Guía Europea de Diseño de las Estructuras Superficiales Tensadas (Forster, 2004), que pretende ordenar y agrupar los criterios en el diseño y cálculo de estructuras superficiales tesadas.

En relación al cálculo de la carga de pretesado (objeto de esta Tesis), las referencias son todavía más limitadas a las simplificaciones y recomendaciones efectuadas por estas guías y a unos pocos artículos muy teóricos.

Muy resumidamente estos artículos anuncian que la distribución tensional del pretesado en una superficie laminar no es uniforme y algunos llegan a proponer métodos para conseguir homogeneizarlos en algunas situaciones, (Sakamoto, Park, & Miyazaki, 2006).

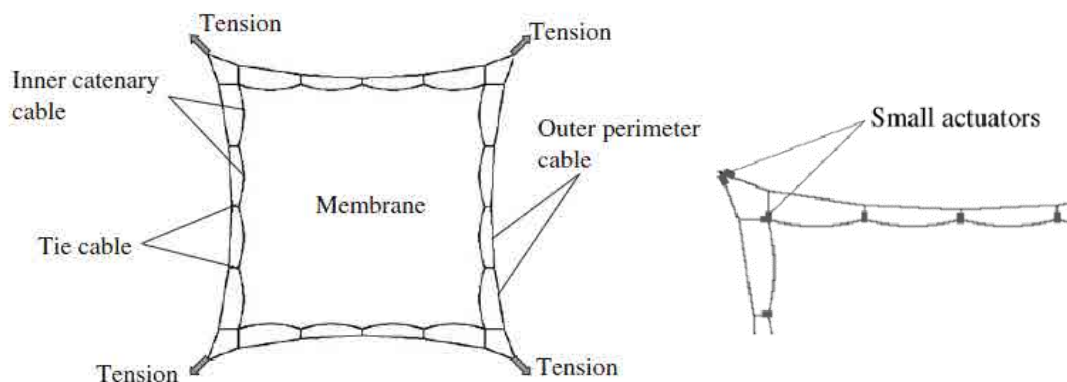


fig. 1-8 Método de introducción para obtener un tensado homogéneo.

Fuente: (Sakamoto, Park, & Miyazaki, 2006)



A pesar del desconocimiento de la tecnología y comportamiento de las estructuras textiles, actualmente las estructuras superficiales tensadas se encuentran en un periodo de gran expansión y cada vez se realizan más obras, más grandes y más complejas con esta tipología estructural, pero el conocimiento profundo en su diseño y cálculo está relativamente limitado a los diseñadores y fabricantes especializados.

Este desconocimiento de la tecnología de las estructuras textiles provoca que no sea habitual utilizarlas en la construcción cotidiana, destinándose mayoritariamente a la realización de elementos singulares con una concepción de tecnología innovadora, a elementos secundarios o a estructuras temporales.



*fig. 1-9 Estación de metro en Santiago de Chile.*  
*Fuente: <http://es.sergeferrari.com/arquitectura-ligera/#phototheque>*

El concepto del cálculo de estructuras textiles parte del principio totalmente inverso al cálculo de una estructura rígida, debido a que se trata de un cálculo no lineal con grandes deformaciones. En una estructura textil la forma no está previamente determinada, sino que se debe obtener a partir de los puntos fijos en el espacio desde donde se cuelga la superficie y de las cargas previstas. Cualquier modificación que se produzca en el estado de cargas o en los puntos de soporte hará variar la forma final de la superficie tensada.

También se debe tener presente la limitación que la superficie en todos los estados de cargas ha de estar en equilibrio trabajando únicamente a tracción, es decir, si algún punto de la superficie queda comprimido, este no interviene en la estabilidad de la membrana y esta debe readaptarse para ser estable. En el caso que alguna zona quedara destensada, se debe eliminar esta superficie del cálculo, hasta encontrar su equilibrio entre la tensión de la lámina y el estado de cargas a la cual está sometida.

Comparando el cálculo de la estructura rígida al de la textil, se comprueba que en el primer caso se parte de una forma y unas acciones, para obtener unos esfuerzos y a partir de ellos se realiza el dimensionado de las secciones.

Mientras en la estructura textil se parte de los puntos fijos en el espacio y las acciones para determinar la forma estable de la membrana y una vez obtenida realizar la verificación tensional.

Rígida:	Forma + Acciones	→	Esfuerzos	→	Dimensionado
Textil:	Acciones + Puntos fijos	→	Forma	→	Verificación

Debido al hecho de tratarse de una estructura con un peso propio muy reducido, entre 1 y 2 Kg/m<sup>2</sup>, se debe prestar una especial importancia a las sobrecargas aplicadas sobre la superficie, particularmente la sobrecarga de viento que es la más significativa, ya que puede introducir unos esfuerzos muy elevados pudiendo ejercer presión contra la membrana en cualquier sentido de la normal a la superficie.

En referencia a la carga de nieve, su relevancia dependerá de la ubicación de la estructura, si esta se dispone en zonas con elevadas cargas de nieve, esta cobra una especial importancia ya que se tratará de una carga importante actuante durante un periodo elevado de tiempo, pero si se ubica en zonas de poca incidencia en nevadas, esta sobrecarga no conllevará más importancia que realizar un diseño que evite la acumulación de nieve o la formación de bolsas de agua.

El esfuerzo de pretesado, que en un cálculo de estructuras rígidas no supondría más problema que la introducción de una carga más en el estado de cargas, en estructuras textiles su evaluación no es de solución inmediata, ya que al tratarse de una tipología donde la forma varía en función del estado de cargas, una pequeña variación de carga hace que el resultado no sea inminente ni lineal.

De este modo, una variación en las cargas aplicadas hace variar la forma de la superficie, y por tanto el efecto que el pretensado está ejerciendo sobre esta, de tal manera que un cálculo exacto de la fuerza de pretensado idónea requiere de un estudio completo e iterativo de la globalidad de la estructura.

Igualmente la repercusión de la fuerza de pretensado sobre la superficie laminar también será distinta en función del mecanismo utilizado para su introducción. La tensión debida al pretensado no tendrá el mismo valor ni distribución si se realiza tesando por unos puntos concretos, que tesando mediante un cable curvado perimetral a la superficie o mediante un estiramiento homogéneo de la misma.

Cada metodología de introducción del pretensado otorgará un estado tensional distinto a la superficie que debe ser evaluado para intentar conferir un estado tensional lo más homogéneo y uniforme posible.



*fig. 1-10 Cabeza de tesado superior de un conoide.*

Fuente: <http://www.tectum.es/arquitectura-textil/grandes-proyectos>



*fig. 1-11 Puño de tesado puntual.*

Fuente: <http://www.tectum.es/arquitectura-textil/grandes-proyectos>

A modo simplificado, actualmente se acepta que el pretensado actúa de modo uniforme en la totalidad de la superficie, de tal manera que en el cálculo se aplica una carga superficial tangencial a la superficie que simula sus efectos. Si el resultado es válido se acepta el nivel de pretensado y se determina el mecanismo necesario para introducirlo.

Efectuando este procedimiento, se logra un resultado aproximado del tesado a introducir y de sus efectos sobre la superficie, pero no reproduce ni los mecanismos reales de la introducción del pretensado, ni su distribución superficial real.

El grado de exactitud del resultado dependerá en gran medida del mecanismo de introducción del tesado y del proceso de cálculo utilizado.

Cabe destacar que el valor de tesado considerado en proyecto se debe poder materializar en obra. Es necesario que en el momento de realización del proyecto se planteen los detalles y mecanismos de tesado necesarios y que el encargado de ejecutar la puesta en obra del tesado disponga de la capacidad para realizarlo.

Un proceso de tesado incorrecto puede conllevar a un estado tensional distinto al previsto en proyecto que implicaría un comportamiento imprevisto que podría provocar la aparición de tensiones localizadas de mayor cuantía a las obtenidas en el cálculo estructural, o un comportamiento no adecuado de la superficie, pudiendo llegar a comportar en última instancia lesiones en la superficie laminar o una desestabilización de la misma.



*fig. 1-12 Operarios tesando con pocos medios una estructura.*

Fuente: <http://www.tolderonline.es/blog/>

Este trabajo realiza un estudio de estos efectos en la tipología del paraboloide, con el fin de establecer unos patrones que se puedan extrapolar a otras geometrías más complejas, y establecer unos criterios de predimensionamiento de la fuerza de pretesado en función de la geometría definitoria del paraboloide.

### 1.1.2. Definición de estructura textil laminar tensoestática

Para definir con precisión una estructura textil laminar tensoestática es preciso explicar los tres parámetros que definen la tipología estructural analizada: “textil”, “laminar” y “tensoestática”.

Una estructura textil laminar tensoestática es una tipología estructural que se enmarca dentro de las estructuras textiles, es decir, aquellas estructuras donde el elemento resistente es un tejido, o elemento con un comportamiento estructural similar.

Las estructuras “textiles” son estructuras que únicamente tienen la capacidad de resistir tracciones, o lo que es lo mismo, una nula capacidad de resistencia a compresión, ni a flexión, ni a cortante, donde el elemento resistente es una superficie delgada conformada por una membrana textil, una lámina ligera o una malla de cables, entendiendo una malla de cables como un tejido con un gran espaciado de los hilos que la conforman.

El término “laminar” hace referencia a que el elemento resistente es únicamente una lámina que conforma la estructura sin ningún tipo de estructura auxiliar de refuerzo. Es habitual que en estructuras textiles importantes la superficie laminar esté reforzada mediante una estructura suplementaria, generalmente de cables trabajando a tracción, pero en el caso de estudio de esta Tesis se considera que el elemento resistente es únicamente la tela que conforma la superficie, sin estructuras suplementarias de refuerzo.

Finalmente el término “tensoestática” se refiere a que la estabilización de la superficie laminar se obtiene mediante la tracción de la lámina estructural por medio de la aplicación de un pretesado aplicado durante el proceso de montaje el cual se va a mantener durante toda la vida útil de la estructura.

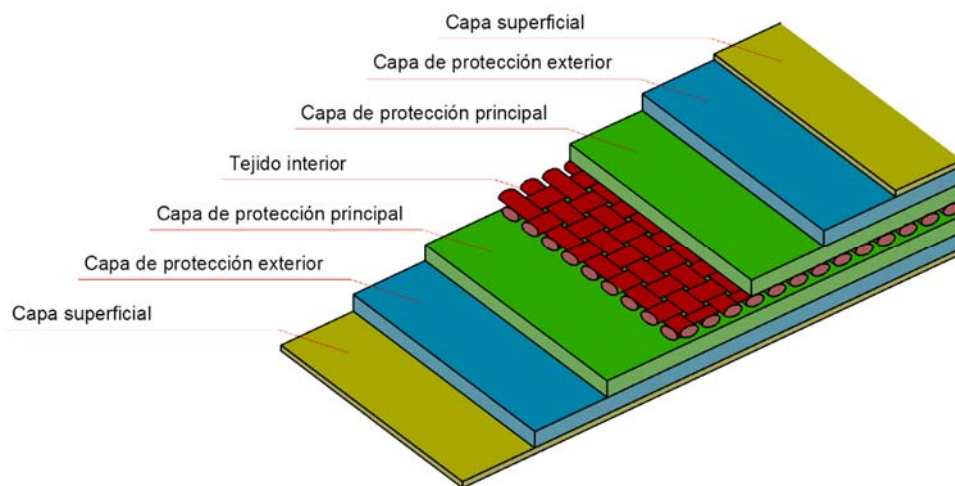
Una vez conocidos los tres términos que la componen, se puede determinar que una estructura “textil laminar tensoestática” es aquella tipología estructural que es capaz de obtener rigidez únicamente mediante una superficie delgada ligera pretesada trabajando únicamente a tracción sin necesidad de la aplicación de estructuras suplementarias.

### 1.1.3. Materiales

Existen dos tipologías principales de materiales utilizados para la construcción de las membranas arquitectónicas: las membranas multicapa con tejido interior y las láminas conformadas por un solo material.

Las más utilizadas consisten generalmente en una membrana compuesta de diversas capas donde la capa principal es un tejido interior con revestimiento de capas de resina polimérica.

Se trata de un sistema multicapa con la de tejido situada en el centro combinada con dos capas de protección (principal y exterior), y un tratamiento final de la superficie.



*fig. 1-13 Esquema de tejido textil recubierto.*

Fuente: Elaboración propia.

La capa de protección principal tiene las funciones de proteger los hilos de diferentes daños (rayos ultravioleta, inclemencias meteorológicas, abrasión, etc...), impermeabilizar la membrana contra la lluvia y la humedad atmosférica, estabilizar la geometría del tejido y proporcionar material para la formación de las uniones con otras membranas mediante un sellado por calor.

La función de la capa externa de protección es la de proteger la capa principal de protección.



Finalmente la función de la capa más exterior es la de facilitar el sellado y unión de las diferentes piezas y la impresión cuando sea necesario.

Los dos principales tipos de materiales son: los tejidos de poliéster con revestimiento de PVC (cloruro de polivinilo) y los tejidos de fibra de vidrio con revestimiento de PTFE (politetrafluoreno).

También hay otras composiciones como: los tejidos de fibra de vidrio revestidos con silicona, tejidos de PTFE revestidos con PTFE y aún se pueden utilizar otras fibras, como la aramida y el LCP (polímeros de cristal líquido basado en poliéster aromático).

La otra gran familia cada vez más utilizada es la de las membranas compuestas de un solo material, generalmente láminas de ETFE (copolímero de etileno-tetrafluoretileno).

La ventaja de estas láminas es su posibilidad de ser completamente transparentes, ya que al no disponer de tejido interior alguno y estar compuestas únicamente de material plástico pueden ser transparentes y permiten la impresión en su superficie.

La desventaja del ETFE en relación a las membranas de tejido es su baja resistencia situándose ésta por debajo del 10% de la resistencia de las de armadura de tejido interior.



*fig. 1-14 Fachadas de cojines de ETFE - Le Nuage – Montpellier.*

Fuente: Elaboración propia.

Para solventar la problemática de la resistencia las estructuras realizadas con ETFE no se realizan con una sola capa de material tensado, como se realizan las de tejido interior, sino que se utilizan 3 capas de material que conforman unas burbujas hinchadas que se disponen en un marco rígido, de tal manera que la membrana de ETFE únicamente tiene que cubrir el espacio del interior del marco y se puede controlar la tensión de la superficie de la membrana mediante la monitorización de la presión interna del aire.

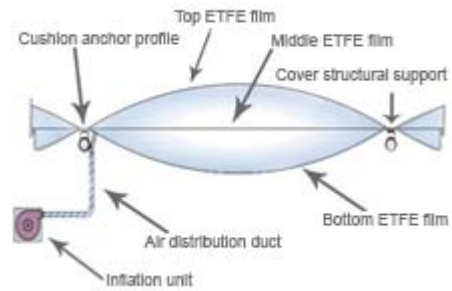


fig. 1-15 Esquema de un cojín de ETFE.

Fuente:

[http://www.iaso.es/iaso/eng/arquitectura\\_textil/cubiertasyfachadasefte/propiedad\\_esdeletfe.php](http://www.iaso.es/iaso/eng/arquitectura_textil/cubiertasyfachadasefte/propiedad_esdeletfe.php)



fig. 1-16 Lámina textil con revestimiento de PVC.

Fuente:

<http://www.structureflex.com.au/PVCMembranes.php>



fig. 1-17 Lámina de ETFE a "The Eden Project".

Fuente:

<http://segundapielarquitectura.blogspot.com.es/2012/10/arquitecturas-de-plastico.html>

Los tejidos debido a su proceso de fabricación presentan una dirección principal "urdimbre" y una secundaria "trama", echo que puede representar una variación de las propiedades mecánicas diferenciando las dos direcciones. La urdimbre son los hilos paralelos que se colocan en el telar para pasar por ellos la trama y formar el tejido

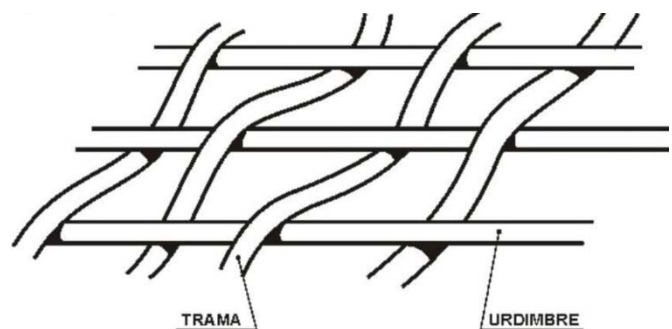


fig. 1-18 Urdimbre y trama en un tejido.

Fuente: [http://c0p1as.blogspot.com.es/2011\\_04\\_01\\_archive.html](http://c0p1as.blogspot.com.es/2011_04_01_archive.html)



Durante el proceso de recubrimiento del tejido es recomendable realizar un tesado de la tela en las dos direcciones del tejido (urdimbre y trama) para obtener una malla final regular sin que haya perdido la ortogonalidad de los hilos, como puede suceder en el caso de solo tensar en la dirección del urdimbre, que al tesar el tejido se deforme transversalmente.

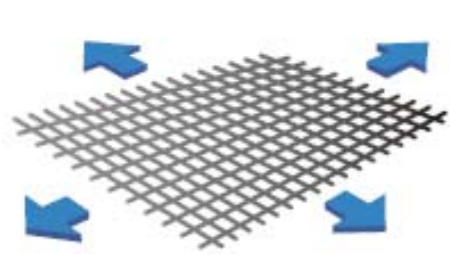


fig. 1-19 Malla no deformada al tensar en 2 direcciones.

Fuente: Serge Ferrari®.

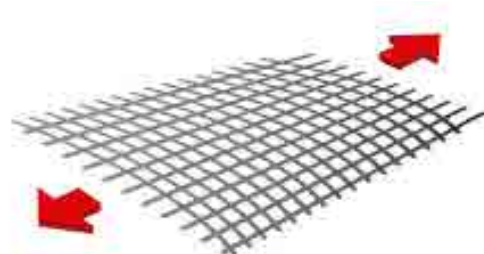


fig. 1-20 Malla deformada al tensar en 1 dirección.

Fuente: Serge Ferrari®.

Tener la malla indeformada contribuye a una mayor estabilidad e isotropía de la membrana final resultante, cualidades que son recomendables para la materialización de una estructura textil.

Otro aspecto relativo a los hilos utilizados para la fabricación del tejido es la forma de su sección, siendo recomendable la utilización de hilos de sección elíptica en contra de los hilos de sección circular ya que para obtener un mismo grosor total de membrana, con los hilos de sección elíptica se obtiene un mayor recubrimiento de los mismos. Para obtener un mismo recubrimiento se precisa de una mayor sección de membrana que implica un mayor peso propio para la misma sección resistente.

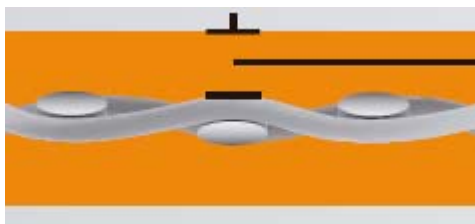


fig. 1-21 Tejido de hilos elípticos.

Fuente: Serge Ferrari®.

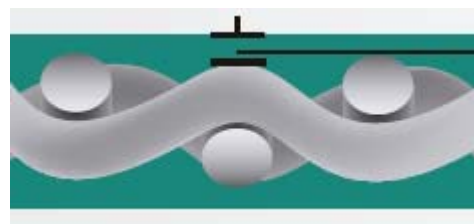


fig. 1-22 Tejido de hilos circulares.

Fuente: Serge Ferrari®.

La ventaja de disponer de una mayor capa de recubrimiento reside en la función protectora de la misma. Si la membrana presenta un mayor recubrimiento tendrá una mayor protección a los rayos UV, a la humedad y a la abrasión, hecho que implica una mayor durabilidad.

Las láminas deben presentar la mínima rigidez a deformación transversal para poder materializar superficies curvadas a partir de superficies planas. Si la rigidez transversal es muy elevada no se puede crear una superficie curva correcta, sino lo que se crearía sería una superficie poligonal que tendría un comportamiento, unas características y unos esfuerzos diferentes a los previstos en proyecto.

Los tejidos que presentan la menor rigidez transversal son los tejidos sin revestir, pero estos no son válidos para la formación de estructuras textiles que precisen de un mínimo de durabilidad, ya que, aún que tengan una rigidez a la deformación transversal totalmente despreciable, carecen de durabilidad, hecho que hace imprescindible el uso de tejidos revestidos. Los tejidos revestidos aunque tengan una cierta rigidez transversal, esta es despreciable en comparación con su rigidez en el plano de las fibras y normalmente se considera despreciable.

Debido a las dos direcciones primarias de la urdimbre y la trama, en los tejidos con revestimiento se observa una aparente estructura simétrica, pero debido a su diferente estructura interna su comportamiento no es isótropo y ofreciendo una respuesta diferente si la acción se produce en la dirección de la fibra o en cualquier otro ángulo.

Esta diferencia de comportamiento en la dirección de cada fibra, al depender de su proceso de fabricación, se puede minimizar hasta conseguir tejidos con comportamientos idénticos en las dos direcciones principales, pero siempre será preciso verificar las propiedades mecánicas de cada membrana concreta con las especificaciones del fabricante.

#### 1.1.4. Tipologías

Debido al número de configuraciones, la multitud de formas y las combinaciones de elementos estructurales rígidos y flexibles que puede adoptar una estructura tensada, la clasificación de estas no es un hecho inmediato, motivo por el cual se debe establecer unos criterios de clasificación.

Hay varias clasificaciones posibles según diversos criterios, en este apartado de la Tesis se analizan las estructuras tensadas ligeras de manera genérica para poder ubicar las estructuras textiles laminares tensoestáticas dentro del mapa de tipologías de estructuras tensadas:

##### 1.1.4.1. Según la disposición de la masa activa

Se puede establecer un criterio de clasificación de las estructuras tensadas en función de la distribución de la materia resistente en cables o superficies y por su ubicación espacial.

Según este criterio las estructuras tensadas se pueden clasificar en:

- a. Estructuras rigidizadas por cables.
- b. Celosías de cables.
- c. Mallas.
- d. Láminas.
- e. Estructuras tensadas mixtas.

**a. Estructuras rigidizadas por cables**

Son estructuras tensadas conformadas básicamente por cables que sustentan los elementos de cerramiento en el caso de existir.

Estas estructuras son estables gracias a la acción complementaria de los cables tensados que soportan unos elementos que por sí mismos no lo serían. De esta manera los cables aportan la rigidez suficiente al conjunto estructural para soportar las distintas acciones a las que estará sometido.

Dentro de este tipo se incluyen los palos, puentes, aleros y marquesinas tirantes.



*fig. 1-23 Centro Renault en Swindon, Gran Bretaña de Foster & Ove Arup 1983.*

Fuente: <http://macalloy.com/projects/centro-de-distribucion-renault-swindon>

## b. Celosías de cables

Son estructuras formadas por conjuntos de cables fundamentalmente planos que alcanzan su estabilidad con la acción combinada de dos líneas funiculares invertidas conectadas entre sí.

Las líneas de cables al estar unidas y presentar una curvatura inversa, la una respecto a la otra, configuran una estructura estable en el plano, ya que sea cual sea el estado de cargas siempre existirá como mínimo una línea funicular trabajando a tracción.

En una configuración como la del esquema, si la acción es descendente, el cable superior que recibe la carga actuará como una catenaria trabajando a tracción y no se transmitirá esfuerzo al cable inferior. Por el contrario si la acción es ascendente, el cable superior no actuará y serán los elementos de unión de los cables quienes transmitirán la carga al cable inferior que será el que dará estabilidad trabajando a tracción.

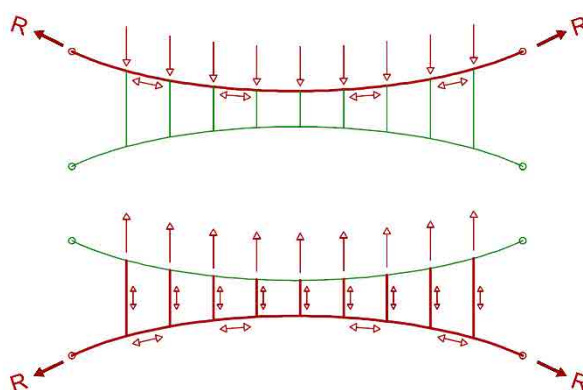


fig. 1-24 Comportamiento estructural según el estado de cargas.

Fuente: Elaboración propia.

Para evitar que los cables que no trabajan queden destensados y se deformen es recomendable pretensar todos los cables para otorgar una rigidez inicial al conjunto y evitar que los cables se destensen dado que hasta que la fuerza de destensado no supere a la de pretensado los cables se mantendrán traccionados.

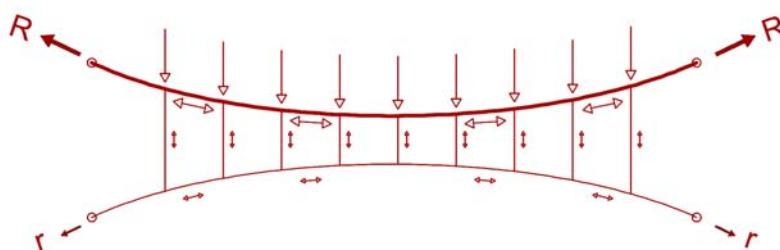


fig. 1-25 Comportamiento estructural de una celosía pretensada.

Fuente: Elaboración propia.

Las celosías pueden cruzarse entre sí para constituir estructuras espaciales de cables con dos capas.

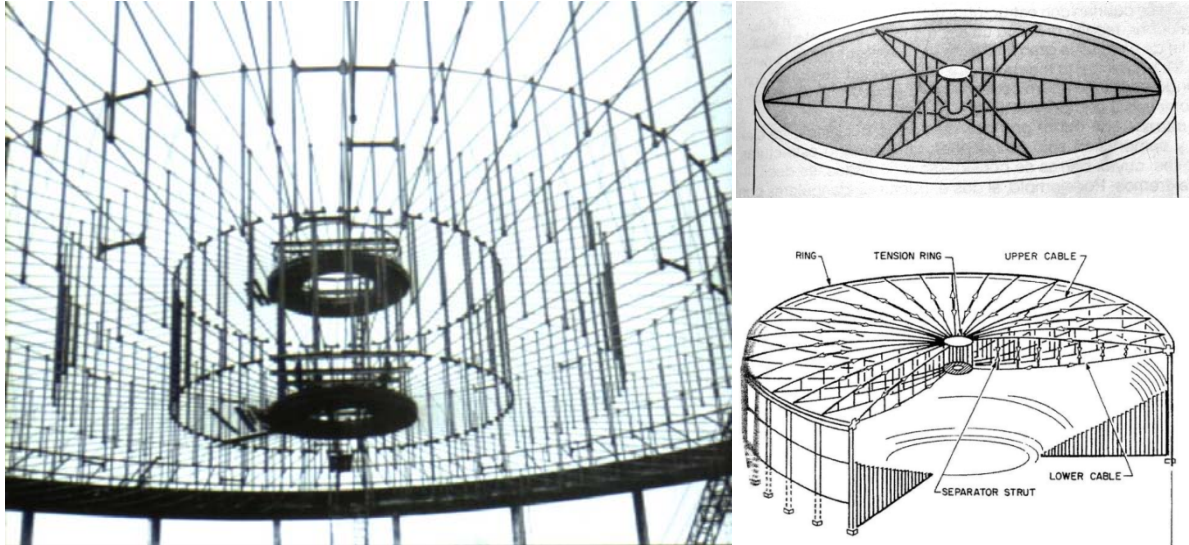


fig. 1-26 Auditorio Municipal Utica Memoria, Nueva York de Lev Zetlin Y Paul Romano, 1959l.

Fuente: <http://www.columbia.edu/cu/gsap/BT/BSI/TENSEGRI/utica.jpg>

El principio de funcionamiento estructural con la configuración espacial es el mismo que el presente en las celosías planas, con la diferencia que ahora su comportamiento es tridimensional.

En esta configuración es importante prestar especial atención en la rigidez a torsión del plano de cubierta debido a que las celosías presentan rigidez únicamente en su plano vertical y no en el horizontal. Si por algún motivo la cubierta tuviera alguna tendencia a rotar y el plano de cubierta no estuviera rigidizado para evitar tal efecto, se produciría un efecto de encogimiento de la superficie que provocaría que sus puntos perimetrales saliesen de sus soportes provocando el colapso de la estructura.



### c. Mallas

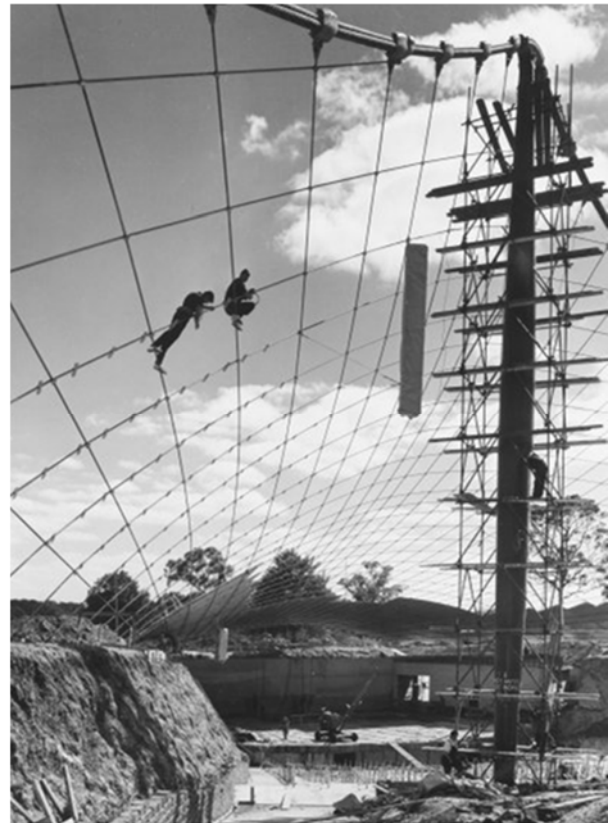
Las estructuras de mallas son una evolución de las estructuras de cables planas, ya que se basan en los mismos elementos, los cables, pero dispuestos como una superficie alabeada anticlástica para poder ser autoestables conformando una estructura plana que permite la cubrición de un espacio por sí misma.

Para obtener la forma anticlástica es preciso de disponer puntos de soporte a distintas alturas e introducir un pretesado a la malla para conseguir que los cables entren en tensión y formar de esta manera la superficie estable.



*fig. 1-27 Sidney Myer Music Bowl, Australia de Yuncken Freeman, 1958.*

Fuente: <http://www.marvelbuilding.com/sidney-myer-music-bowl.html>



*fig. 1-28 Construcción del Sidney Myer Music Bowl, 1956.*

Fuente: <http://nla.gov.au/nla.pic-an14124904-7>

#### d. Láminas

Las estructuras de láminas, son conjuntos contruidos a partir de materiales textiles con desarrollo superficial y capaces de absorber exclusivamente esfuerzos de tracción. Por si mismos pueden ser al mismo tiempo estructura y cerramiento unidos a los elementos complementarios de sustentación y anclaje.

Para ser autoestables o bien precisan de disponer geometrías anticlásticas con puntos de soporte en distintas alturas, o bien son superficies sinclásticas con una sobrepresión en la cara interior que confiera un tesado a la superficie para estabilizarla.



*fig. 1-29 Aeropuerto internacional de Denver, Colorado, EUA de Fentress architects, 1995.*

<http://www.ekradecor.net/blog/wp-content/uploads/2014/07/Tensile-Structure-in-India.gif>



### e. Estructuras tensadas mixtas

Son estructuras obtenidas por la combinación de cables y material textil para optimizar su rendimiento. En situaciones donde el material textil no es suficientemente resistente como para resolver la estructura por sí mismo se puede reforzar mediante la adición de cables para aumentar su resistencia.

Los principios estructurales básicos de las estructuras mixtas son los mismos que en las estructuras de membrana, con la diferencia que en esta situación donde sea necesario se añaden cables para reforzar.



fig. 1-30 Centro Khan Shatyr, Astaná, Kazajistán de Foster & Partners, 2010.

Fuente: <http://khanshatyr.com/en/fotogalereya/>

#### 1.1.4.2. Según el tipo de sustentación

Otro criterio de clasificación sería realizarla en función del tipo de sustentación que tiene la estructura tensada diferenciando el comportamiento resistente que tiene un elemento con bordes libres o con los bordes fijados en el espacio.

Según este criterio las estructuras tensadas se pueden clasificar en:

- a. Estructuras tensadas entre marcos rígidos.
- b. Estructuras tensadas por puntos y con bordes libres.

a. Estructuras tensadas entre marcos rígidos o con líneas de soporte interno continuo.

Las estructuras tensadas en el interior de un marco rígido son, a priori, las más simples de determinar su geometría ya que de partida se conocen la forma del perímetro de la estructura y únicamente se debe determinar la geometría de la malla o membrana interior.

A nivel de comportamiento estructural estas estructuras se mantienen tensadas en el interior del perímetro rígido de tal manera que al recibir las acciones exteriores las reparten a tracción por el perímetro tirando del perfil rígido hacia el interior haciendo que este perfil perimetral tenga esfuerzos axiales, momentos, cortantes e incluso torsores.

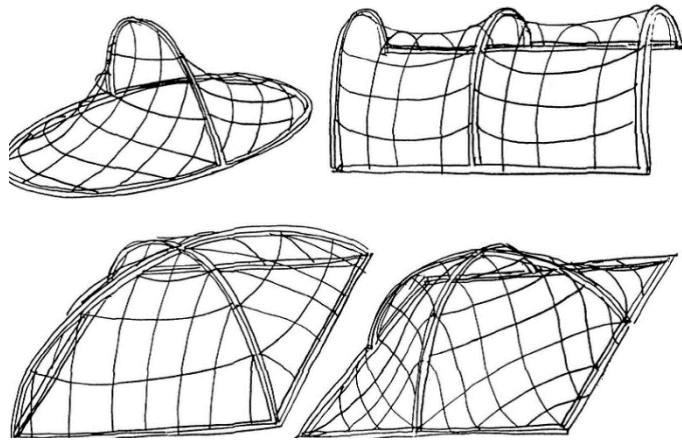


fig. 1-31 Estructuras tensadas entre marcos rígidos.

Fuente: [http://wiki.ead.pucv.cl/images/8/89/FFJ3\\_205.png](http://wiki.ead.pucv.cl/images/8/89/FFJ3_205.png)

Dentro de esta tipología se podrían situar las burbujas de ETFE ya que se sitúan siempre en el interior de un marco rígido perimetral.



fig. 1-32 Le Nuage, Montpellier de Phillippe Stark, 2014.

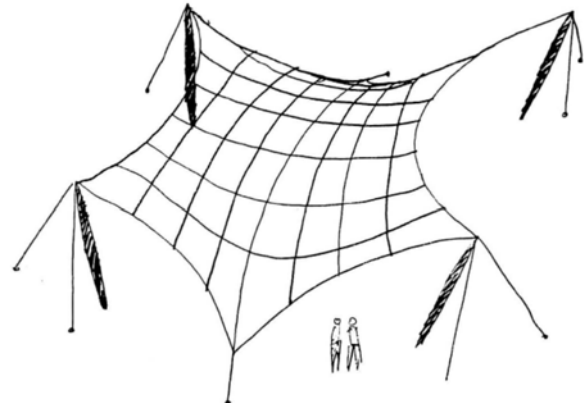
Fuente: imagen propia.



**b. Estructuras tensadas por puntos y con bordes libres.**

A diferencia de las estructuras con marco rígido, las tensadas en puntos singulares del espacio son más complejas de determinar su geometría debido a que de ellas únicamente se le conocen los puntos de sustentación, de tal manera que en el proceso de determinar la forma esta dependerá de las condiciones de rigidez existentes en los bordes libres.

A nivel estructural el elemento al estar sujetado por unos puntos concretos se comprueba la existencia de una acumulación tensional en estos puntos mientras en el interior las tensiones son más homogéneas. Esa acumulación tensional es debida a que la totalidad de la carga a soportar se debe transferir a los soportes por unos puntos concretos y no se puede repartir por una mayor longitud.



*fig. 1-33 Estructura tensada por puntos y con bordes libres.*

Fuente:

[http://wiki.ead.pucv.cl/index.php/Archivo:FFJ3\\_206.png](http://wiki.ead.pucv.cl/index.php/Archivo:FFJ3_206.png)



*fig. 1-34 Toldo en Port Aventura.*

Fuente: <http://www.iaso.es/proyectos/arquitectura-textil-parque-tematico-port-aventura/29>

#### 1.1.4.3. Por la forma

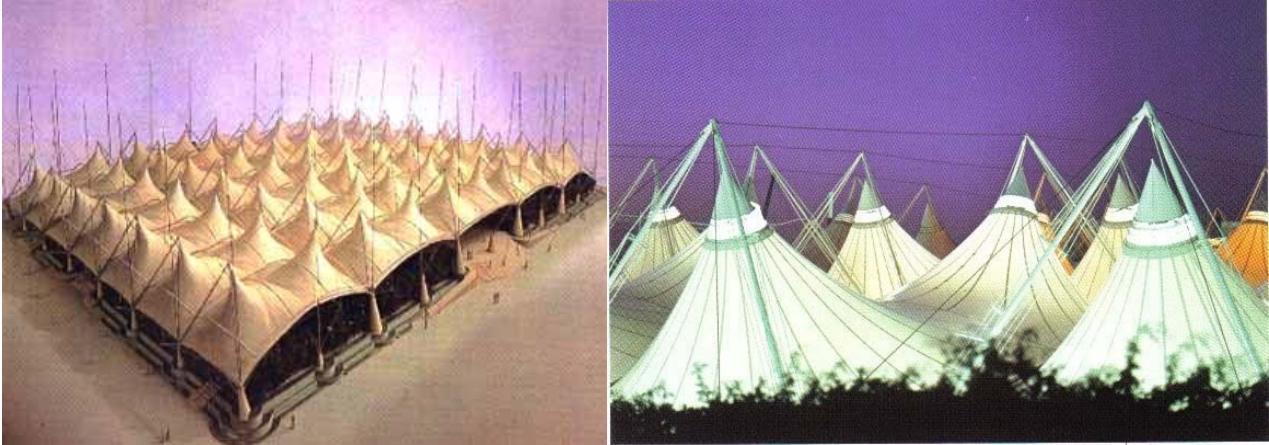
La clasificación por la forma es especialmente relevante desde el punto de vista arquitectónico. Con esta clasificación no se pueden recoger todas las formas pero de alguna manera se aproxima al conocimiento de una geometría muy versátil.

Según este criterio las estructuras tensadas se pueden clasificar en:

- a. Modulares de tipo longitudinal
- b. Modulares de tipo bidireccional
- c. Polígonos simples con puntos elevados
- d. Superficies ajustadas
- e. Superficies mínimas de contorno irregular
- f. Poliedros

**a. Modulares de tipo longitudinal.**

La estructura corresponde a la repetición lineal de un módulo, en crecimiento recto o curvo.



*fig. 1-35 Pabellón de Palenque, Expo Sevilla'92, José Miguel Prada.*

Fuente: <http://www.expo92.es>

**b. Modulares de tipo bidireccional.**

La estructura corresponde a la repetición bidireccional de un módulo.



*fig. 1-36 Terminal Hajj del Aeropuerto rey Abdull Aziz, Jeddah, arabia Saudita de Norman Foster, 1981.*

Fuente: [http://wscdn.bbc.co.uk/worldservice/assets/images/2014/05/14/140514113953\\_aeropuerto\\_jeddah\\_464x261\\_getty.jpg](http://wscdn.bbc.co.uk/worldservice/assets/images/2014/05/14/140514113953_aeropuerto_jeddah_464x261_getty.jpg)



c. **Polígonos simples con puntos elevados.**

La lámina consigue la doble curvatura fijándola únicamente por unos puntos elevados y otros bajos obteniendo superficies en paraboloide hiperbólico u otras formas que resultan de tesar hacia a fuera algún punto inferior.



*fig. 1-37 Eagle Point Amphitheatre a Arizona, EUA, 2008.*

Fuente: <http://glarfab.com/images/slideshow/tensile/image-03.jpg>

d. **Superficies ajustadas**

La lámina se fija por sus extremos en puntos bajos y por puntos interiores elevados obteniendo superficies en conoides.



*fig. 1-38 Anfiteatro de Shoreline, Mountain View, California de Blurock, 1986.*

Fuente: <http://www.theshorelineamphitheatre.com/shoreline-amphitheatre/>

e. Superficies mínimas de contorno irregular.

Estas cubiertas representan el caso más genérico, ya que se permite la fijación de la geometría resultante hasta que encaje en la condición de área mínima de material entre los puntos de soporte.



*fig. 1-39 Pabellón de Alemania, Expo'67, Montreal, Canadá de Frei Otto.*

Fuente: <http://www.epdlp.com/edificio.php?id=4268>

f. Poliedros.

Se obtienen mediante la fijación de la membrana a una malla espacial proporcional a los puntos de anclaje.



*fig. 1-40 Schlumberger Cambridge Research Center de Michel Hopkins, 1985.*

Fuente: <http://www.galinsky.com/buildings/schlumberger/>



#### 1.1.4.4. Por la configuración espacial

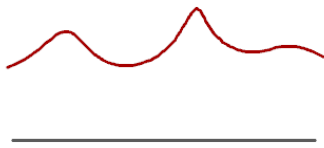
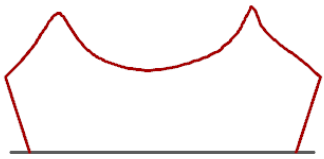
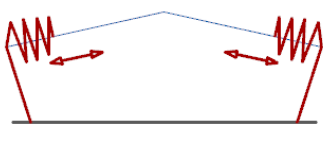
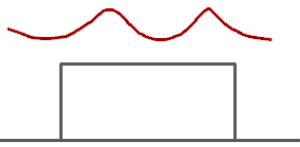
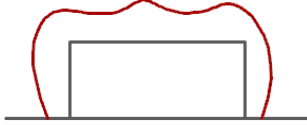
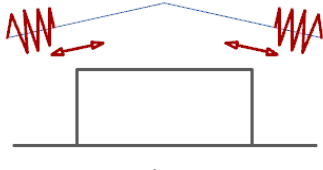
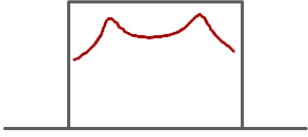
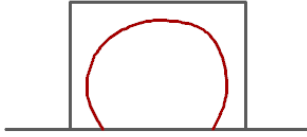
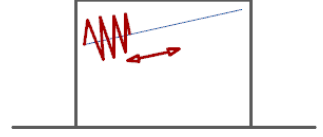
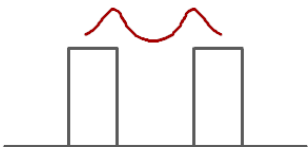
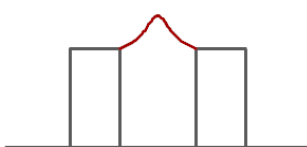
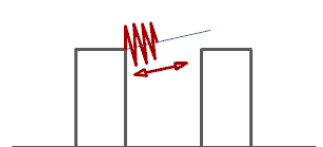
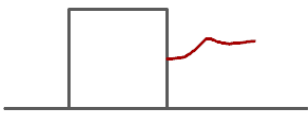

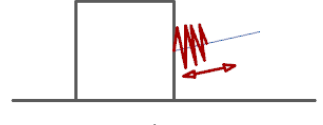
Otro criterio de clasificación de las estructuras tensadas se puede establecer según su configuración espacial.

Según este criterio las estructuras tensadas se pueden clasificar en:

- Abiertas: Este tipo de soluciones son muy habituales, donde se utiliza la tela tensada por proteger zonas de la acción de la lluvia o el sol.
- Cerradas: Estructuras que aseguran un cerramiento total entre el interior y el exterior. Las estructuras neumáticas se podrían incluir en este grupo.
- Móviles: Tipo de estructuras que se caracterizan por su adaptabilidad, de modo que la tela tensada puede adoptar diferentes configuraciones dependiendo del uso. Estas estructuras retractiles son más complicadas de diseñar debido a disponer de elementos móviles y tener de asegurar la tensión de la tela en la posición abierta.

A su turno, según su función dentro del edificio se pueden dividir en:

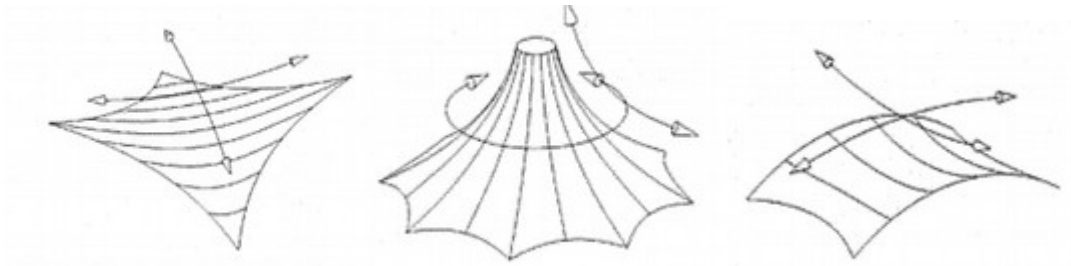
- Construcciones textiles: Tipo de construcciones que están formadas exclusivamente por las telas y los elementos de soporte de estas.
- Piel exterior: la estructura se utiliza por proteger un edificio o espacio cerrado, que se alojaría a su interior.
- Piel interior: la estructura se encuentra situada dentro de un espacio cerrado, y su uso, en la mayoría de las ocasiones, es totalmente ornamental o como a regulador lumínico.
- Cubiertas: este tipo de soluciones se puede utilizar para cerrar patios, zonas interiores de edificio o estadios.
- Adosada: en estas estructuras, la tela es una extensión del edificio que se puede utilizar para proteger de la lluvia o el sol. También se puede utilizar la fachada como cerramiento de esta.

	Abierta	Cerrada	Móvil
Textiles	 <p>Cerramiento exterior fijo sobre un espacio abierto.</p>	 <p>Estructura que cierra totalmente un espacio interior.</p>	 <p>Cerramiento móvil que puede cubrir temporalmente un espacio interior.</p>
Piel exterior	 <p>Cubierta exterior fija sobre un elemento cerrado.</p>	 <p>Estructura que envuelve un espacio interior cerrado.</p>	 <p>Cerramiento móvil que puede cubrir temporalmente un elemento interior.</p>
Piel interior	 <p>Cubierta interior fija dentro de un elemento cerrado.</p>	 <p>Estructura cerrada dentro de un espacio cerrado.</p>	 <p>Elemento móvil dentro de un espacio cerrado.</p>
Cubierta	 <p>Cerramiento exterior fijo sobre un espacio abierto configurado por otros cuerpos.</p>	 <p>Cerramiento exterior fijo cerrando un espacio configurado por otros cuerpos.</p>	 <p>Cerramiento móvil que puede cubrir temporalmente el espacio interior configurado por otros cuerpos.</p>
Adosada	 <p>Cerramiento exterior fijo adosado a otro cuerpo, sobre un espacio abierto.</p>	 <p>Cerramiento exterior fijo adosado a otro cuerpo, cerrando totalmente un espacio interior.</p>	 <p>Cerramiento móvil adosado a otro cuerpo que puede cubrir temporalmente un espacio interior.</p>

### 1.1.5. Geometrías básicas

Un aspecto primordial en el diseño de este tipo de estructuras es la determinación de su geometría. A diferencia de otras tipologías estructurales en que la forma es un dato inicial del proceso de cálculo, en las estructuras textiles, la geometría se debe ajustar para lograr un estado tensional óptimo a partir de la posición de sus puntos de soporte.

La mayoría de las estructuras textiles contemporáneas tienen como base una geometría de superficie “anticlástica”. Se trata de un conjunto de elementos a tracción “en arco” que actúan en oposición a un conjunto similar de elementos “colgados”. Físicamente los dos conjuntos de elementos representan las dos direcciones del hilado textil (la urdimbre y la trama) del interior de la membrana.



*fig. 1-41 Superficies anticlásticas.*

Fuente: <http://www.architen.com/articles/basic-theories-of-tensile-membrane-architecture/>

La gran propiedad de esta configuración con geometría anticlástica es que es autoestable por si misma a esfuerzos exteriores deformándose pero sin que esta deformación implique cambios significativos en su forma general, debido a la rigidez que le otorga la doble curvatura a la superficie.

En general las estructuras textiles son estructuras muy deformables donde la geometría varia con la aplicación de la carga y donde el estado del pretensado interno tiene por objetivo desarrollar unos esfuerzos estabilizadores en coordinación con la nueva tipología.

En el caso de buscar una aproximación matemática, se puede plantear la condición que la geometría sea una superficie mínima, lo que físicamente significa es que una membrana tensada uniformemente en todas direcciones y está regulada analíticamente por una expresión del tipo:

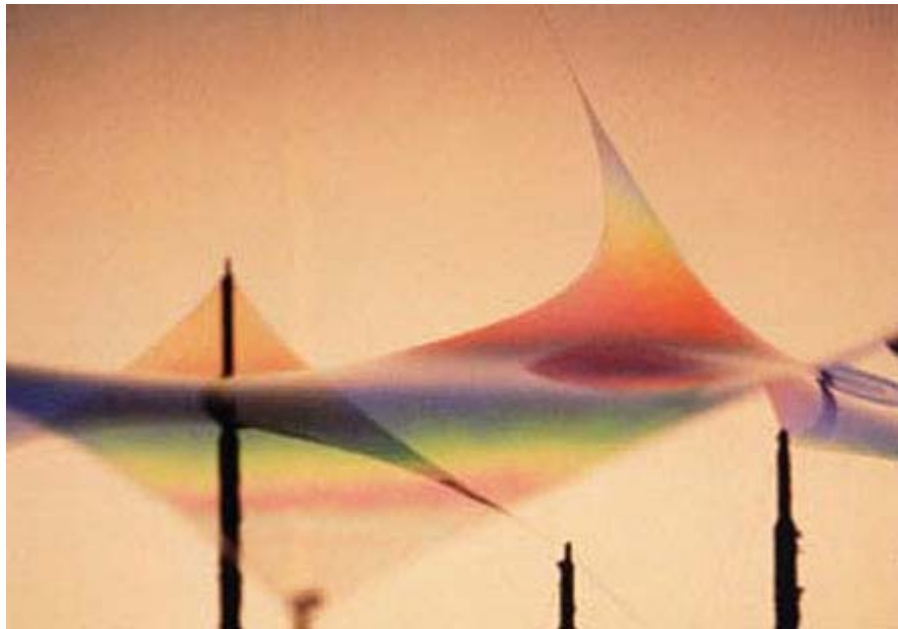
$$\frac{d^2z}{dx^2} + \frac{d^2z}{dy^2} + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \cdot \frac{d^2z}{dy^2} + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2 \cdot \frac{d^2z}{dx^2} - 2 \frac{dz}{dx} \cdot \frac{dz}{dy} \cdot \frac{d^2z}{dxdy} = 0$$

Esta expresión integrada con las condiciones de contorno de la superficie dará origen a la geometría estable final.

Esta ecuación se refiere a una superficie del tipo  $z = f(x,y)$ , con coordenadas cartesianas siendo posible su resolución por métodos numéricos.

Una película de jabón está regulada por estas expresiones matemáticas, hecho por el cual muchos proyectistas han utilizado películas de jabón para modelar sus diseños.

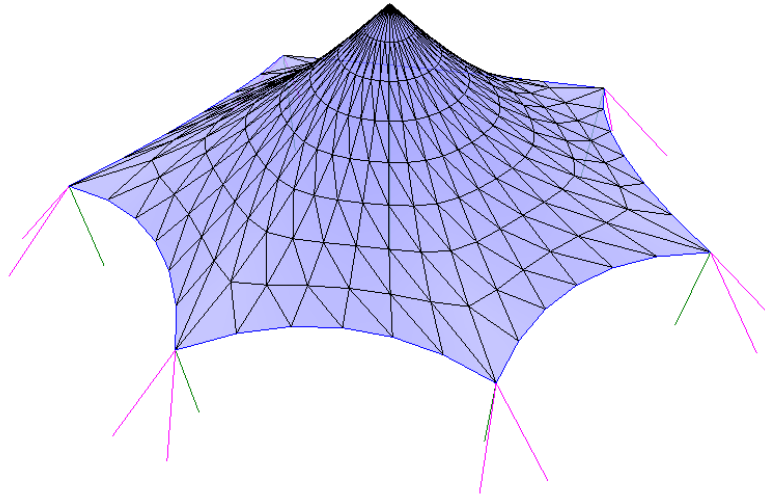
Uno de los métodos más utilizados para la obtención de la geometría de la superficie anticlástica, sin considerar la aplicación de procesos informatizados, es la medición directa sobre un modelo con medios fotogramétricos manuales o automatizados.



*fig. 1-42 Maqueta de Jabón de Frei Otto en el ILEK, Stuttgart.*

Fuente: <http://www.itaproject.eu/TTU/6/monaco.html>

Otro procedimiento sería la utilización de métodos informáticos, donde se idealiza la superficie como una malla de elementos lineales y/o como una malla de elementos finitos ortótropos continuos en la que se tienen en cuenta las rigideces del material en cada dirección y la rigidez al esfuerzo cortante del tejido en su plano.



*fig. 1-43 Conoide modelado con WinTess.*

Fuente: Elaboración propia.

La base fundamental de la mayoría de los programas informáticos utilizados para el cálculo de estructuras superficiales es el planeamiento de las condiciones de equilibrado en los nudos del modelo de cálculo. Estos programas discretizan la superficie formando una malla de elementos finitos con tipología fija.

En función del elemento finito utilizado, se determinan las fuerzas internas elementales, y a partir de allí, se suman en los nudos. Una vez aplicadas todas las cargas externas, se pueden determinar las fuerzas residuales desequilibradas a cada nudo. Entonces se pueden calcular las coordenadas en equilibrio mediante la alteración de la malla basada en estas fuerzas residuales.

Hay cuatro tipos genéricos de superficies anticlásticas: el paraboloide hiperbólico, el conoide, el hiperboloide de una hoja y los valles paralelos, los cuales están basados en la composición de elementos alabeados y el grado de alabeo es función de las condiciones de contorno del perímetro.

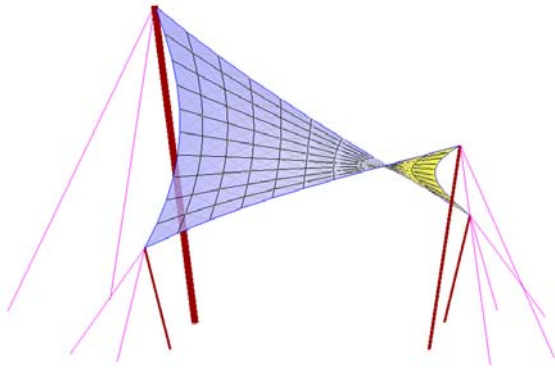


fig. 1-44 Paraboloide.

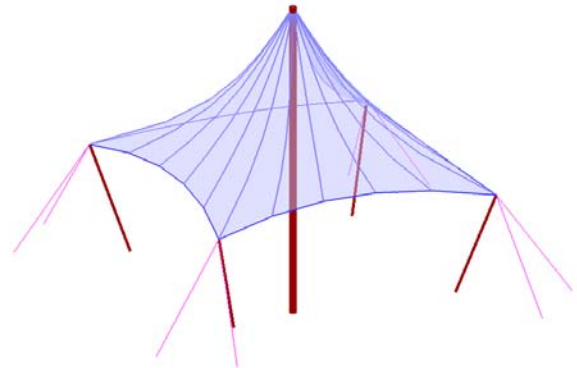


fig. 1-45 Conoide.

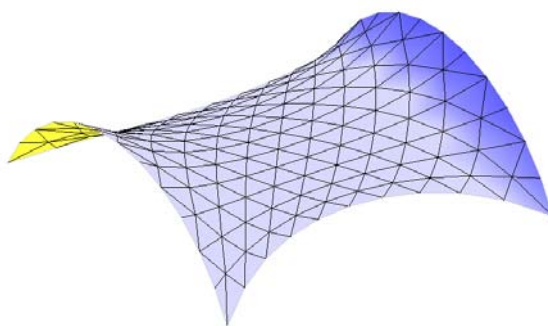


fig. 1-46 Hiperboloide de una hoja.

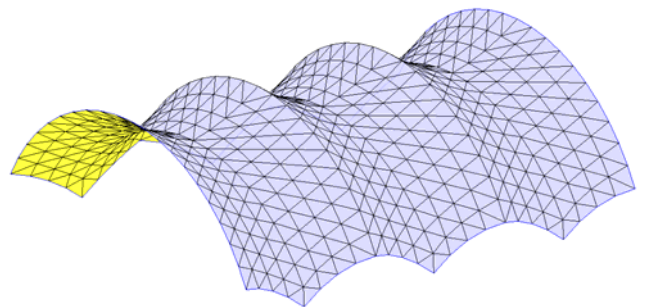


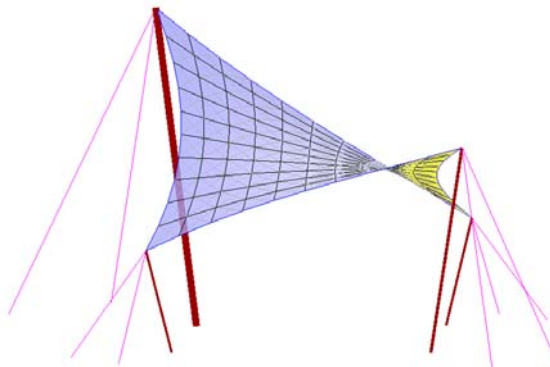
fig. 1-47 Valles paralelos.

Las condiciones de contorno se definen como la disposición de todos los elementos que están en contacto con la membrana y la soportan, como por ejemplo: los cables de cumbrera, las relingas, los mástiles, los arcos, las vigas, etc.

Por cada disposición de elementos perimetrales, y nivel de pretesado interno le corresponden una única geometría de borde, y si esta disposición varia, variara toda la geometría de la superficie.

### 1.1.5.1. Paraboloide

El paraboloide, o más concretamente el paraboloide hiperbólico, también conocido como “silla de montar”, por su forma, es la superficie más simple de conseguir en una estructura laminar tensoestática ya que partiendo de una superficie plana de como mínimo 4 puntos se obtiene la forma únicamente poniendo en una cota distinta como mínimo uno de ellos.



*fig. 1-48 Paraboloide.*

Geoméricamente un paraboloide hiperbólico, se define como una superficie cuadrática doblemente reglada, a partir de dos rectas no paralelas en el espacio, cuya ecuación canónica es:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - Z = 0$$

Cabe recordar que la forma canónica del paraboloide se verá modificada en el proceso de cálculo para obtener una geometría autoestable, aumentando la pendiente cerca de los puntos elevados y suavizándose cerca de los puntos bajos.

Debido a la facilidad de obtención de la forma, su construcción también presenta una gran facilidad ya que consiste en sostener la superficie laminar mediante unos puntos concretos de su perímetro fijados en el espacio.

### 1.1.5.2. Conoide

El conoide en estructuras textiles también es una forma de fácil construcción ya que consiste en sostener una superficie laminar fijada por puntos de su base con un punto del interior de la superficie elevado respecto a los de la base denominado vértice.

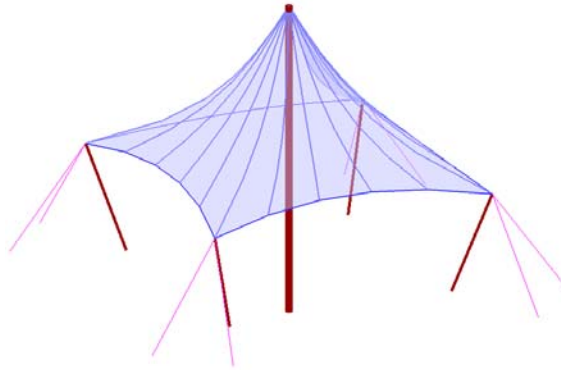


fig. 1-49 Conoide.

Geoméricamente un conoide se define como una superficie reglada conformada por el conjunto de rectas que unen el vértice con los puntos de la base. La ecuación canónica de un conoide de base circular y vértice centrado es:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

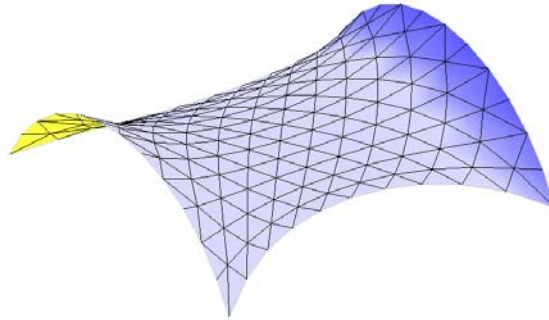
Al generar la superficie autoestable, esta forma canónica de cono se verá modificada estrechándose en su zona central de tal manera que la pendiente de superficie no será constante siendo más inclinada en la cercanía del vértice y más plana cerca de los puntos de la base.

La forma habitual de construcción de un conoide en estructura textil consiste en fijar en una primera instancia los puntos de la base para posteriormente izar el vértice central y aprovechar este alzamiento para tesar la superficie.



### 1.1.5.3. Hiperboloide

El hiperboloide, en estructura textil se obtiene mediante el cuelgue de la superficie laminar de dos arcos iguales paralelos dispuestos a la misma cota y separados una determinada distancia.



*fig. 1-50 Hiperboloide de una hoja.*

Geoméricamente el hiperboloide de una hoja se define como una superficie cuadrática de revolución generada por la rotación de una hipérbola alrededor de un eje, cuya ecuación canónica, en el caso de rotar en torno al eje y, es:

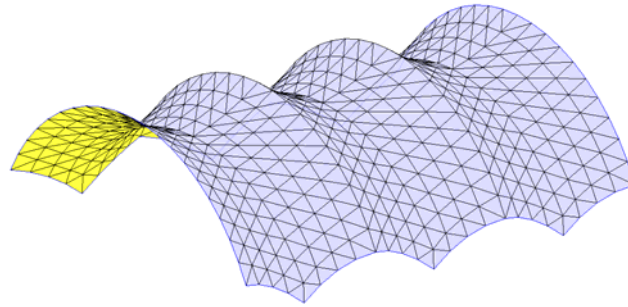
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Al generar la superficie autoestable la forma canónica del hiperboloide se verá modificada de tal manera que la pendiente de superficie será más inclinada en la cercanía de los arcos de soporte y más plana en la zona central de la superficie.

La construcción de un hiperboloide textil sustentado por dos arcos paralelos consiste en suspender la tela entre los arcos, fijando la lona a uno de ellos y tesándola contra el otro.

#### 1.1.5.4. Valles paralelos

La forma de los valles paralelos se obtiene disponiendo una superficie entre una sucesión de arcos paralelos de dos tamaños distintos disponiendo los dos tipos de arcos de manera alternada. De tal manera que la superficie queda colgada de los arcos superiores y los arcos menores atirantan la superficie.



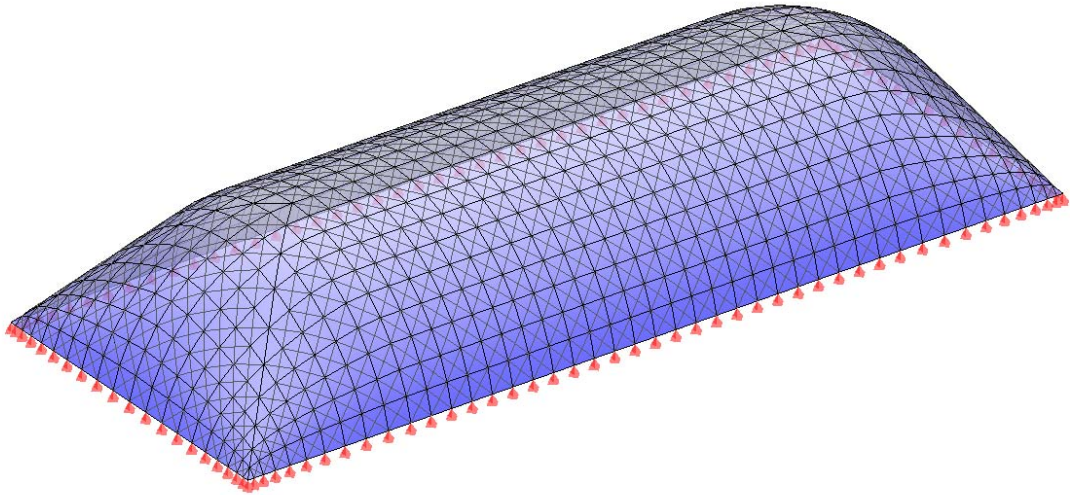
*fig. 1-51 Valles paralelos.*

Geoméricamente la superficie se define como una reglada entre los dos arcos contiguos. Como en todos los casos al buscar la superficie autoestable, la forma canónica se verá modificada incrementando su pendiente en las crestas y disminuyéndola en los valles.

La construcción de una superficie de valles paralelos se realiza suspendiendo la tela de los arcos de mayor dimensión y tirando de ella por los arcos de menor dimensión. En ocasiones estos arcos menores en realidad son cables que tesan la superficie tirándola hacia abajo tesoando la superficie y fijándola en el espacio.

### 1.1.5.5. Estructuras hinchadas

Las estructuras hinchadas conforman otra familia de estructuras textiles, mientras las citadas anteriormente (paraboloide, conoide, hiperboloide y valles paralelos) eran estructuras anticlásticas, las estructuras hinchadas conforman la familia de las estructuras sinclásticas.



*fig. 1-52 Cubierta hinchada.*

Estas estructuras obtienen su rigidez mediante una sobrepresión del lado cóncavo de la superficie en relación al lado convexo de tal manera que la superficie queda completamente traccionada y estabilizada.

Dentro de las estructuras hinchadas se pueden establecer dos configuraciones básicas, la primera en que la estructura tiene una sección completa, es decir, la estructura encierra completamente el volumen interior por si sola. Y la segunda donde la estructura no cierra el volumen por si misma si no que forma parte de un conjunto de elementos que conforman el espacio cerrado.

Pero en todas las configuraciones posibles siempre se verifica la sobrepresión interior que tensa y estabiliza la superficie.

### 1.1.6. Evolución histórica

Las estructuras textiles son una tipología estructural que convive con la humanidad desde prácticamente sus inicios, tiene mucha presencia en la actualidad y un futuro muy prometedor especialmente en construcciones singulares de grandes dimensiones.

Su construcción se realiza desde la antigüedad para la confección de pequeñas construcciones primarias a lo largo de todo el planeta como los Tipis en América, las Haimas en los países árabes, las tiendas Lavuu de los Sami en Laponia, o la Yurta en Mongolia.



*fig. 1-53 Tienda Lavuu – Laponia.*

Fuente:<http://3.bp.blogspot.com/-Wf7mT1D7HGY/JA0zuGnGaYI/AAAAAAAAACfl/nHqbdFAMz6U/s1600/sami6.jpg>



*fig. 1-54 Haima – Países Árabes.*

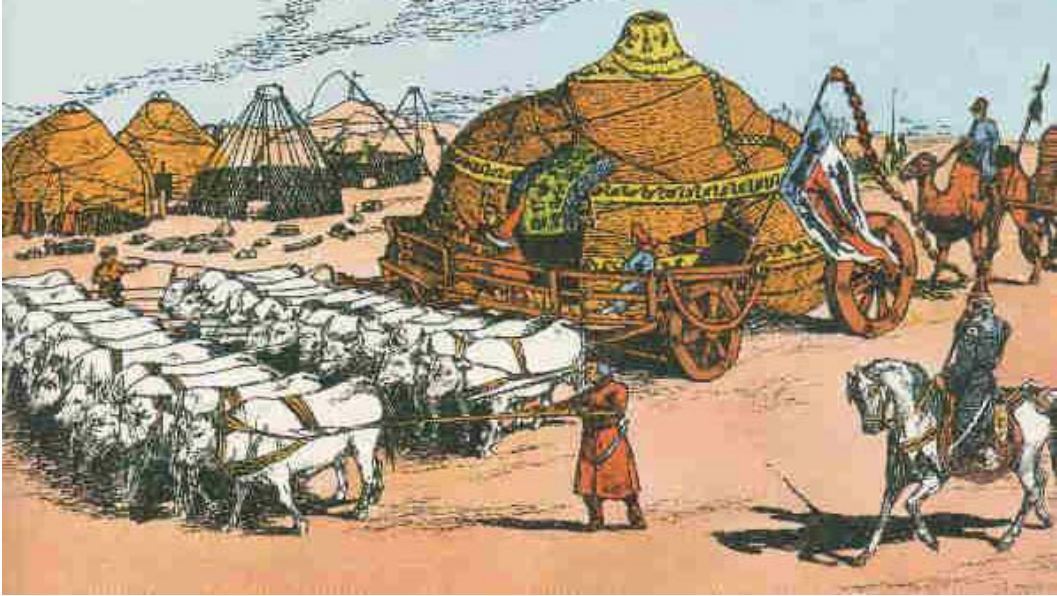
Fuente:<http://www.elrealdelajara.es/opencms/export/sites/default/realdelajara/galeriaInterior/album5/sahara4.jpg>

Las primeras construcciones con esta tipología estructural consistían básicamente en unos soportes verticales elevados, entre los cuales se situaba algún elemento superficial, como pieles de animales curtidas o tejidos que hacían la cobertura del espacio, y en muchas ocasiones de cerramiento de las fachadas.

Algunas de estas construcciones primarias ya presentaban en algunas ocasiones un tesado para mejorar el comportamiento frente a inclemencias meteorológicas, como es el caso de las Haimas.

La utilización de este tipo de estructuras era habitual en las culturas nómadas que precisaban de construcciones ligeras fáciles de montar y desmontar para poder transportarlas fácilmente.

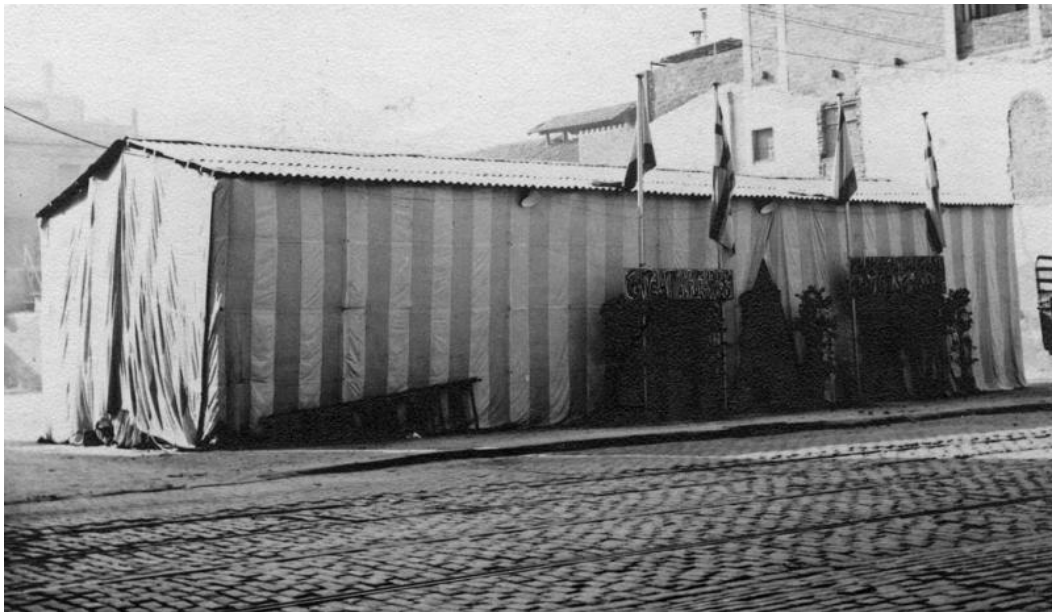
En algunos casos de culturas nómadas, o guerreras, con dirigentes poderosos, incluso transportaban las tiendas de los dirigentes montadas sobre carretas, como en el caso de los mongoles con la yurta de Genghis Khan, transportada por 22 bueyes.



*fig. 1-55 Ilustración de la Yurta de Genghis Khan.*

Fuente: <http://www.karakalpak.com/histgolden.html>

Más en la actualidad, a nivel tradicional encontramos construcciones populares de mayores dimensiones como las carpas de los circos o “els envelats” de las fiestas populares.



*fig. 1-56 Envelat.*

Fuente: [http://fotos.arxiuhistoricpoblenou.cat/palabras/1964?g2\\_itemId=91854](http://fotos.arxiuhistoricpoblenou.cat/palabras/1964?g2_itemId=91854)



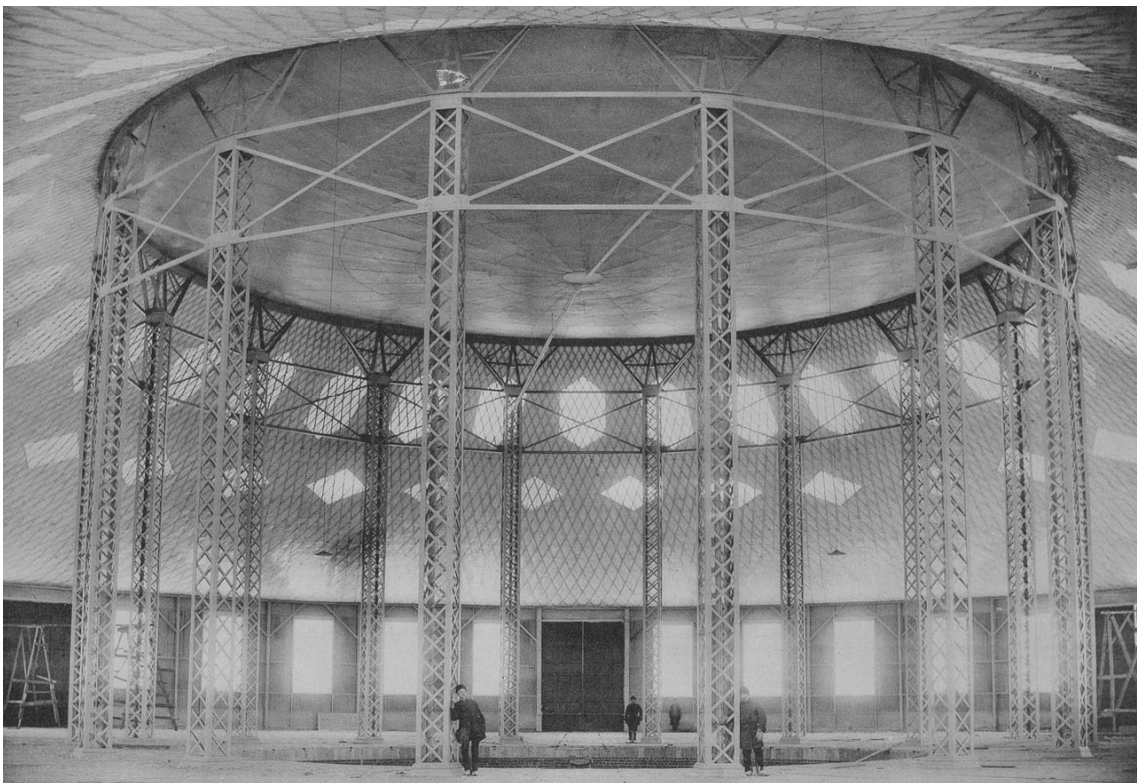
La primera obra que se puede considerar como gran estructura tesada, concebida expresamente como tal, es la Rotunda, proyectada por Vladimir Shukhov, el 1895, en la All Russia Exhibition en Nizhny Nograd, donde la parte central es una cubierta circular de malla metálica con un diámetro de 25m de los 68 que tenía todo el pabellón.

De los 8 pabellones que proyectó Shukhov para la exposición únicamente la parte central de la cubierta de la Rotunda se puede considerar como estructura tesada, ya que el resto consistía en mallas de acero que colgaban de la parte superior central del pabellón a los muros laterales, y esta estructura no se puede considerar como tal.



*fig. 1-57 Rotunda - Vladimir Shukhov - All-Russia Exhibition, 1895.*

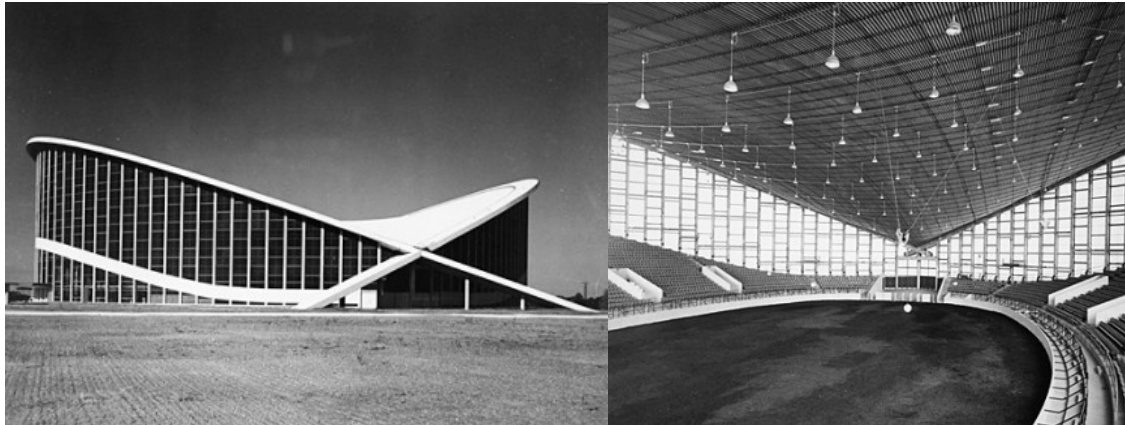
Foto: Andrei Osipovich Karelin (1837–1906)



*fig. 1-58 Parte central de la Rotunda.*

Foto: Andrei Osipovich Karelin (1837–1906)

No se localizan otros ejemplos de grandes estructuras tensadas hasta mediados del siglo XX, como la Arena Raleigh de Matthew Movicki, en Carolina del Norte, EUA, en el 1953; el Sidney Myer Music Bowl de Yuncken Freeman, Griffiths and Simpson y Barry Patten, en Australia, del 1958; o la Terminal del aeropuerto de Dulles de Ero Saarinen y Ammann and Whitney, en Washington también en 1958.

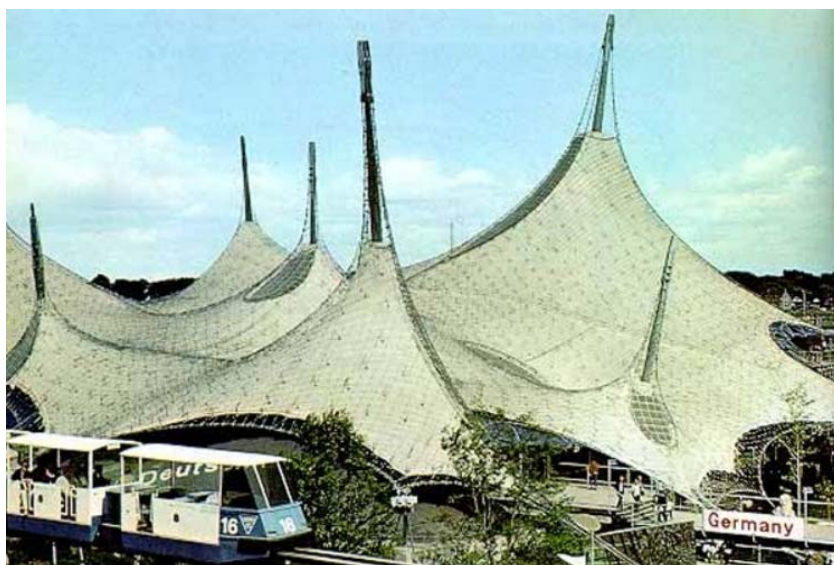


*fig. 1-59 Arena Raleigh de Matthew Movicki, Carolina del Norte, EUA, 1953.*

Fuente: <http://goodnightraleigh.com/2012/10/state-fair-arena-raleigh-n-c/>

Pese a la existencia de estas obras el punto de inflexión y el inicio de la construcción de grandes obras de estructura laminar tensada se produce en el 1967, con la construcción del Pavellón de Alemania de la Exposición Internacional de Montreal de Frei Otto.

A partir de este momento se produce un aumento de la construcción con las aportaciones de Frei Otto, Kenzo Tange, G. G. Schierle entre otros.



*fig. 1-60 Pabellón de Alemania, Expo'67, Montreal, Canadá de Frei Otto.*

Fuente: <http://www.epdlp.com/edificio.php?id=4268>



En la actualidad, las estructuras tensadas son una tipología estructural que se puede considerar que está muy de “moda” tanto para pequeñas construcciones de protección solar o de lluvia, como para grandes estructuras debido a su facilidad y rapidez de montaje, sin mencionar al gran atractivo estético que genera la arquitectura obtenida.



*fig. 1-61 Carpa Cirque du Soleil.*

Fuente: <http://11870.com/pro/circo-sol/media/fc2d9a83>

Debido al gran interés que despierta esta tipología estructural, hay mucha investigación, en especial en temas de generación de la forma y en evolucionar nuevos materiales para lograr una mayor durabilidad, resistencia y uniformidad, hecho que hace presagiar un aumento de estas estructuras en un futuro próximo.



*fig. 1-62 Piscina Olímpica Beijing 2008.*

Fuente: <http://www.treehugger.com/sustainable-product-design/the-water-cube-bubble-clad-olympic-wonder.html>



Primeras grandes obras de lonas o cables tesados de una hoja:

1895	Vladimir Shukhov	Parte central de la Rotunda	All-Russia Exhibition in Nizhny Novgorod
1953	Matthew Movicki	Arena Raleigh	Carolina del Nord, USA
1958	Yuncken Freeman Griffiths and Simpson Barry Patten	Sidney Myer Music Bowl	Australia
1958	Ero Saarinen Ammann and Whitney	Dulles airport terminal	Washington
1959	Frei Otto	Ice skating rink	Villars, Switzerland
1963	Frei Otto	Garden show pavilion	Hamburg
1964	M.J. Saugey G.G. Schierle Frei Otto	Sector 7, Expo '64	Lausanne, Suiza
1964	Kenzo Tange	Piscina Olímpica	Tokyo, Japón
1964	Kenzo Tange	Kagawa Gymnasium	Kagawa, Japón
1967	Frei Otto Rolf Gutbrod Fritz Leonhard	Pavellón de Alemania de la Expo '67	Montreal
1967	G G Schierle Nick Forell	Portable classroom	Detroit
1968	G G Schierle Nick Forell	Theater pavilion	Armonk, NY
1968	G G Schierle	Tennis pavilion	Detroit
1971	Neil Smith G G Schierle	Recycling center project	Mil Valley, California
1972	Frei Otto	Estadio Olímpico	Munich
1973	Shaver y Lin	Centro de actividades de La Verne College	California
1981	Skidmore Owings & Merrill	Terminal Haj del aeropuerto internacional de Jeddah	Arabia Saudita
1981	L. M. Lang Natterer and Diettrich	Recycling hall	Vienna
1983	Kurt Ackermann Sclaich Bergermann	Skating rink	Munich
1984	Frase Robets	Estadio internacional de Riyadh	Arabia Saudita
1987	Arthur Erickson Joint venture team Horst Berger	San Diego Convention Center	San Diego
...	...	...	...

Como se puede apreciar en la tabla anterior, en torno de 1960 es cuando se empezaron a promover las estructuras textiles por medio de ingenieros y diseñadores como Ove Arup, Buro Happold, Walter Bird of Birdair, Inc., Frei Otto, Dante Velasco, Eero Saarinen, Horst Berger, Matthew Nowicki, Jorg Schlaich, Nicholas Goldsmith & Todd Dalland de FTL Design & Engineering Studio, David Geiger, entre otros.

Y su evolución ha ido en aumento hasta hoy en día donde esta tipología estructural se utiliza cada vez más tanto para pequeños elementos “domésticos” como para la materialización de grandes estructuras singulares.

Pero aún con esta profusión, las estructuras textiles, no terminan de implantarse como una tipología habitual en la construcción quedando relegada a elementos secundarios en la construcción cotidiana relacionados con la protección a los elementos climatológicos.



*fig. 1-63 Toldo de protección para terraza.*

Fuente: <http://www.iaso.es/iaso/es/corradi/corradi.php>



## 1.2. Cálculo

### 1.2.1. Introducción

La forma y el comportamiento físico de las estructuras textiles difieren significativamente de las estructuras rígidas ya que son estructuras que presentan una doble no linealidad: la no linealidad geométrica y la no linealidad mecánica, debido a su gran deformación provocada por las cargas aplicadas, y al no admitir compresiones en su estado tensional.

Hay tres factores estructurales fundamentales a tener en cuenta en el cálculo de las estructuras textiles que son la elección de la forma superficial básica, los niveles de pretensado y la deformabilidad de la estructura.

La obtención de la geometría de la estructura laminar no es inmediata y supone la resolución de un conjunto de ecuaciones de equilibrio implicando una serie de cuestiones a considerar:

- Las estructuras ligeras tensadas son estructuras de geometría variable en función de las cargas aplicadas, por lo cual no se puede asumir la simplificación aplicada en estructuras con pequeños desplazamientos tal y como se realiza en estructuras rígidas donde la geometría deformada no difiere significativamente de la geometría de la estructura sin cargas. Debido a esta variación de la geometría al entrar en carga, se debe efectuar el cálculo en segundo orden con la hipótesis de grandes desplazamientos, donde van íntimamente relacionados los esfuerzos y las coordenadas de los nudos de la estructura deformada.
- El sistema de ecuaciones de equilibrio no es lineal y por tanto su resolución es compleja y requiere de procesos especiales de liberalización numérica. A causa de que no se pueden obtener expresiones analíticas continuas de los esfuerzos, se debe realizar un cálculo iterativo para obtener la forma y esfuerzos finales.
- Si la estructura a analizar es una red de cables se puede asumir que cada tramo entre nudos es una barra y así obtener una malla espacial. Si es una superficie se deberá discretizar ya sea en forma de elementos longitudinales con los que se obtendrá una malla de cables, o per medio de elementos planos que modelen la superficie. En este caso se podría utilizar el Método de los Elementos Finitos, a ser posible con elementos triangulares que se adaptan

mejor a la geometría curva de las superficies textiles. En todos los casos se ha de discretizar la superficie y asignar las características mecánicas de los elementos modelados.

- Una vez discretizada la estructura como un conjunto de elementos unidos por medio de nudos, con unas condiciones de contorno fijadas y asignadas las propiedades mecánicas a los elementos, se debe plantear el equilibrio de fuerzas y resolver las ecuaciones no lineales resultantes con algún método de cálculo iterativo.

Las fuerzas a considerar en el cálculo estructural, a parte del peso propio de los elementos que conforman la estructura, son:

- El estado de pretesado para garantizar que la aplicación de las acciones exteriores no destense suficientes partes de la estructura como para desestabilizarla globalmente. Actualmente se realiza la suposición que el pretesado actúa homogéneamente en toda la superficie, y de este modo se permite su introducción directamente como una fuerza aplicada sobre la superficie obviando el proceso real de entrada de carga.
- Las acciones exteriores, fundamentalmente la más significativa por su magnitud y variabilidad es la fuerza de viento. La carga de nieve cobra su especial importancia si se prevén acumulaciones de nieve o en zonas de grandes nevadas.
- Las acciones reológicas, los incrementos térmicos, la relajación del material de cubierta, etc. son acciones que se pueden introducir en el proceso de cálculo como cambios dimensionales de la estructura y no como a fuerzas.

Con el fin de realizar el cálculo correctamente, se debe evitar que en el resultado final aparezcan elementos comprimidos debido a que el material utilizado no tiene rigidez alguna a compresión. En el caso que durante el proceso de cálculo apareciesen elementos comprimidos, se deberán eliminar del cálculo las partes que presenten compresiones.

En el caso del cálculo de elementos lineales, para eliminar las compresiones durante el proceso de cálculo, se debe realizar un cálculo iterativo donde si en alguna fase de cálculo apareciese algún elemento comprimido, en la siguiente iteración se debería eliminar la rigidez de ese elemento comprimido.

Este proceso de eliminar la rigidez de los elementos que presenten compresión y retornarla en el caso de que recuperase el estado de tracción, se deberá seguir efectuando hasta lograr una geometría estable sin elementos a compresión.

Si en el estado final hay muchos elementos destensados significa que el estado de pretensado inicial era insuficiente y se requería de aumentarlo volviendo a realizar todo el proceso desde el principio.

En el caso de efectuar el cálculo por Elementos Finitos, se procederá de modo similar al cálculo por malla, con la diferencia que en el caso que aparezcan compresiones en una dirección de un elemento finito, no implicaría perder la rigidez en todas sus direcciones, de tal manera que no se anularía la rigidez en las dos direcciones principales del Elemento Finito, ya que dejaría de colaborar el elemento entero, sino únicamente se eliminaría la de la dirección destensada, manteniendo la rigidez en la dirección que mantenga la tracción.

Con el fin de poder discretizar entre las dos direcciones principales de los Elementos Finitos, se debe contemplar la posibilidad de trabajar con Elementos Finitos anisótropos que permitan anular la rigidez en una de las direcciones pero mantenerla en la otra.

## 1.2.2. Principios mecánicos

Las estructuras textiles laminares tensoestáticas son estructuras ligeras donde la base fundamental para conseguir la estabilidad estructural está en el mantenimiento de una tensión de tracción suficientemente elevada en la superficie como para conseguir que ante cualquier combinación de acciones la superficie sea estable trabajando únicamente a tracción.

Es recomendable que todos los puntos de la superficie laminar estén siempre en tracción en cualquier dirección sin destensarse bajo ninguna combinación de cargas, pero igualmente la estructura es válida si en la superficie aparecen zonas destensadas, pero la globalidad continúa siendo estable.

La necesidad de mantener la superficie siempre en tracción viene determinada por la naturaleza de los materiales que la componen, ya que son láminas con una excelente capacidad a tracción pero con una nula capacidad a compresión, ni a esfuerzos perpendiculares a la superficie, de tal manera que no puede soportar esfuerzos de flexión ni de cortante perpendiculares a la superficie.



*fig. 1-64 Tela resistiendo a tracción y arrugándose a distensión.*

Fuente: <http://www.nebelkind.com/en/quality>

En una estructura trabajando únicamente a tracción el mecanismo resistente se puede asimilar a un conjunto de bielas concatenadas que aseguran la continuidad del esfuerzo sin la necesidad de aparición de flexiones.

Debido a la necesidad de mantener la superficie en un estado permanente de tracción es necesario conseguir una forma que permita esta condición. La forma que permita un estado tensional únicamente de tracciones viene determinada por las condiciones de contorno de la superficie a analizar, y por las cargas principales actuantes.

La forma resultante ha de ser suficientemente rígida como para poder soportar la acción de cargas perpendiculares a la superficie laminar trabajando únicamente a tracción. El mecanismo geométrico que permite esta resistencia a esfuerzos perpendiculares con un material con nula resistencia transversal es la doble curvatura que presenta la superficie en todos sus puntos.

La doble curvatura general de la superficie otorga a cada punto que la configura una rigidez espacial que impide su libre movimiento, de tal manera que cualquier acción actuante sobre ella se podrá descomponer en vectores de tracción actuando en el plano de la superficie.

Si se analiza un punto de una superficie laminar tensoestática, se puede observar que en el plano de la superficie el punto no se puede desplazar, mientras en la dirección perpendicular el punto está fijado por la doble curvatura, ya que cuando intenta desplazarse en un sentido la superficie siempre puede generar un vector de tracción en sentido contrario que estabiliza el punto en la posición.

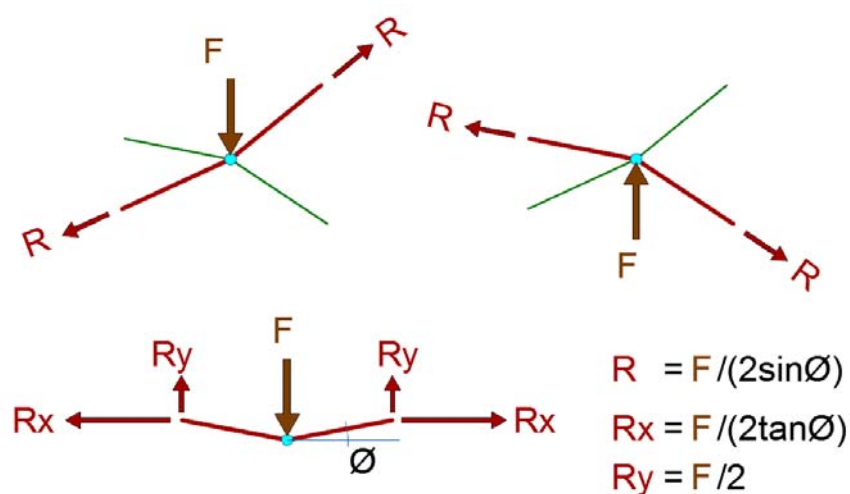


fig. 1-65 Esquema de equilibrio de un punto.

Fuente: Elaboración propia.



Como la estructura ha de estar siempre tensada ante cualquier combinación de cargas posible, aparte de tener una forma que sea autoestable con doble curvatura, es necesario disponer de un pretensado inicial que contrarreste cualquier posible esfuerzo de compresión en la geometría inicial. De esta manera únicamente se puede producir un destensado por el efecto de una acción exterior aplicada a la superficie que comportará una compresión en un punto determinado de la superficie laminar superior a la tracción inicial de pretensión.

A nivel conceptual el mecanismo de tesado consiste en que si un punto que está sometido a una determinada tensión de tracción inicial, otorgada por un estado de pretesado, sufre una teórica compresión, mientras el valor de esta compresión no supere el de la tracción inicial, el punto continuará traccionado, ya que los dos estados tensionales se sumarian.

La tensión de pretesado en un determinado punto de la superficie, a falta de un mayor análisis, se puede establecer que es función de la fuerza de pretesado y de las curvaturas de la superficie. A mayor curvatura presente en la superficie en una dirección, menor será el esfuerzo de pretesado necesario en ese punto para soportar una determinada fuerza perpendicular.

Concretamente se puede establecer que la capacidad de resistir una fuerza perpendicular en un punto determinado de la superficie laminar es directamente proporcional a la fuerza de pretensado, e inversamente proporcional al radio de curvatura de la superficie en ese punto, tal y como se demostrará en el apartado 1.2.3 Condiciones de tesado uniforme:

$$w = \frac{t}{R}$$

(1.01)

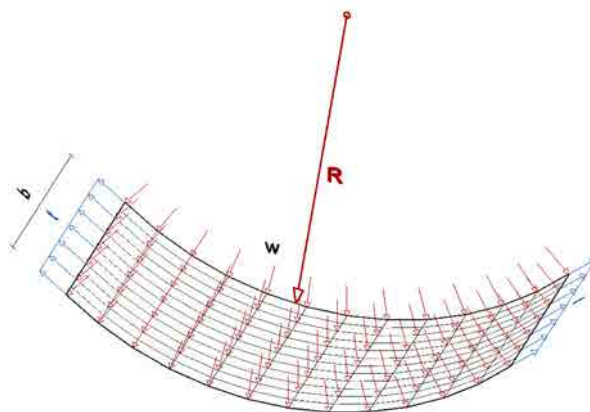


fig. 1-66 Relación  $w = t / R$ .

Fuente: Elaboración propia.

Dónde:

w: Presión uniforme y perpendicular en todos sus puntos a la superficie.

t: Tensión de la superficie.

R: Radio de curvatura de la superficie.

Con esta formulación se demuestra que los mecanismos que permiten soportar una determinada carga perpendicular a una superficie son su forma, concretamente su curvatura, y el estado de pretensión de la superficie. De tal manera que si se pretende aumentar la capacidad de soportar una determinada fuerza transversal se debe reducir el radio de curvatura y/o incrementar la fuerza de tesado.

El hecho de que la estructura trabaje únicamente a tracción supone una optimización del material, ya que al no existir el esfuerzo de compresión en la superficie, esta no presenta sus factores desestabilizantes asociados, como puede ser el pandeo, de tal manera que la sección resistente es toda el área transversal existente en la sección y por tanto se puede determinar que la resistencia de una sección es el área de dicha sección por la resistencia del material.

Esta optimización del material permite la realización de estructuras de una gran ligereza, hecho que influye directamente en la optimización de los elementos que sustentan dicha estructura textil.

En conclusión las estructuras textiles representan la mayor optimización posible de una estructura ya que por sí mismas al trabajar únicamente a tracción ya son óptimas al no presentar efectos desestabilizadores asociados a la compresión y su optimización, ligada al bajo peso propio de los materiales que la componen, suponen unas estructuras de gran ligereza que implica una reducción de los esfuerzos a soportar por los elementos de sustentación de la estructura textil.

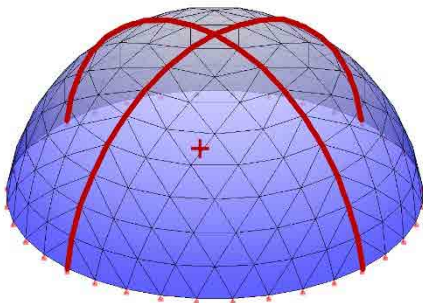
Es evidente que el bajo peso propio de las estructuras textiles implicará una reducción de los esfuerzos a soportar la cual comportará directamente una reducción de la estructura portante principal y de la cimentación que debe transmitir las cargas al terreno.

No obstante el bajo peso propio de la estructura textil, y como consecuencia de todos los demás elementos estructurales principales, implica la necesidad de tener en consideración la acción del viento en forma de succión vertical, ya que esta acción vertical ascendente aplicada sobre toda la superficie textil puede suponer una carga vertical muy importante que supere la carga vertical descendente del peso propio de los elementos, de tal manera que puede ser necesario realizar un sobredimensionamiento de los elementos de la cimentación para compensar la succión vertical provocada por el viento, respecto a la dimensión mínima necesaria para transmitir las cargas verticales descendentes.

### 1.2.3. Condiciones de tesado uniforme

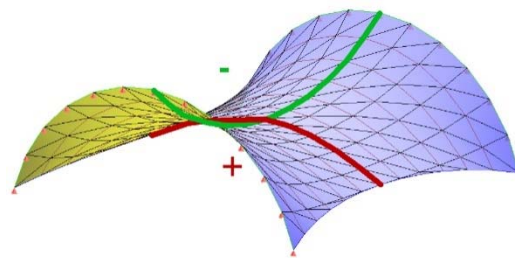
En el cálculo tradicional de superficies textiles tensadas, se ha considerado la simplificación de considerar que el tesado resultante en la superficie fruto del pretensado aplicado tiene una distribución completamente uniforme en la totalidad de la superficie con un valor función de las curvaturas propias de las superficies analizadas.

En este apartado se ha de distinguir entre superficies sinclásticas, con las curvaturas en la misma dirección y las superficies anticlásticas con las curvaturas en distinta dirección.



*fig. 1-67 Superficie sinclástica.*

Fuente: Elaboración propia.



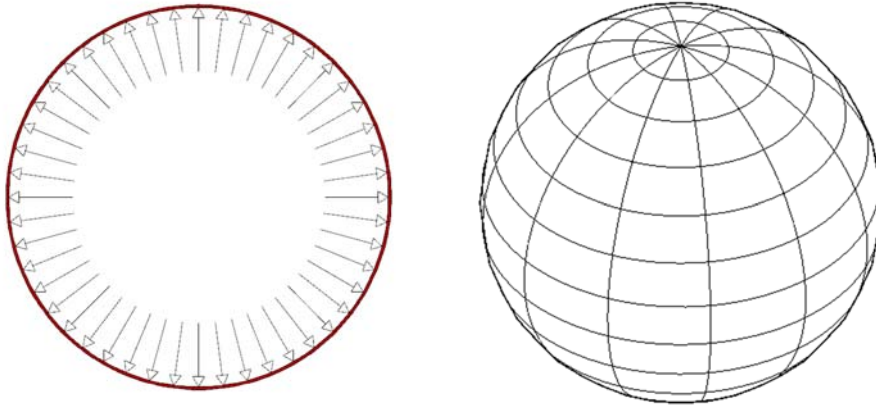
*fig. 1-68 Superficie anticlástica.*

Fuente: Elaboración propia.

En el primer caso, de las superficies sinclásticas, al no disponer de rigidez por sí mismas, tienen que confiar esa función rigidizadora a una carga externa a la propia superficie laminar, o mejor dicho a una carga procedente del interior de la curvatura para que empuje la superficie hacia el exterior produciendo un efecto de tensado de la membrana.

Generalmente esta carga del interior de la curvatura corresponde a una sobrepresión del aire confinado en el interior de la superficie, respecto al del exterior, de tal manera que el aire ofrece una presión totalmente uniforme y perpendicular en todos los puntos interiores de la superficie.

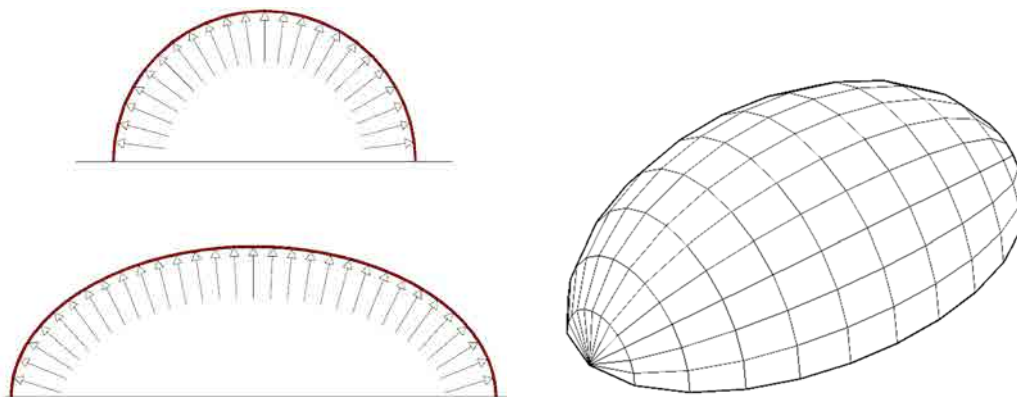
Esta configuración de carga sobre la superficie que la encierra, si no existiera ningún elemento distorsionador, y la superficie no tuviera ninguna configuración geométrica predefinida, otorgaría una forma completamente esférica a la misma.



*fig. 1-69 Superficie sinclástica sin ninguna coacción: esfera.*

Fuente: Elaboración propia.

En caso contrario donde la superficie tuviera alguna restricción o configuración geométrica distinta en alguna de sus direcciones, respecto a las otras, la forma final del elemento tensado sería la de un elemento formado en sus direcciones principales por secciones de arcos de circunferencia que se van adaptando a la configuración geométrica predefinida.



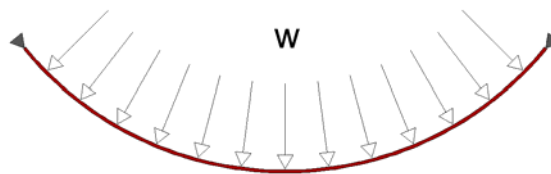
*fig. 1-70 Superficie sinclástica con la base fijada y forma predefinida.*

Fuente: Elaboración propia.

De ejemplos de esta tipología podemos encontrar multitud como por ejemplo los globos, los zepelines, las burbujas de almacenaje de gas, los castillos hinchables, las cubiertas textiles hinchadas, las burbujas de ETFE y en definitiva cualquier elemento que para obtener rigidez requiera necesariamente de una sobrepresión interna respecto a la exterior.

En todas estas situaciones por necesidad de equilibrio entre acción y reacción la presión interna del aire interior sobre la superficie es igual a la fuerza que ejerce la superficie hacia el interior debido al tensado superficial. Para comprender el comportamiento global bidireccional de una superficie sinclástica, primeramente se debe analizar cada una de las direcciones principales con distinta curvatura.

A modo simplificado una primera aproximación al comportamiento estructural de la superficie, se podría obtener con el análisis de un cable sometido a una fuerza uniforme en toda su longitud y perpendicular en todos los puntos.



*fig. 1-71 Cable sometido a una fuerza uniforme y perpendicular.*

Fuente: Elaboración propia.

En este caso la forma que se confiere al cable es una forma de arco de circunferencia ya que la fuerza aplicada a cada punto es igual y perpendicular a la cuerda en todos sus puntos.

Para determinar la relación entre la presión interior y la tracción de la cuerda hay que analizar el equilibrio del conjunto de fuerzas presente en un elemento diferencial de la cuerda.

En este punto se localiza la fuerza repartida interior  $w$ , que es perpendicular al plano tangente a la cuerda, la cual si se multiplica por la distancia  $\delta s$  se obtiene la fuerza total aplicada sobre el punto analizado, y la cuerda sometida a la fuerza de tracción  $T$  por cada lado en la dirección de la cuerda, de tal manera que se describe un ángulo  $\delta\theta$  respecto a la tangente de la cuerda en el punto analizado.

Se demuestra por simetría que las fuerzas  $T$  son iguales ya que al analizar únicamente la tracción conferida a la cuerda por la presión interior, no existe ninguna otra carga que tenga valor en la dirección tangente a la cuerda que pueda modificar el valor de  $T$ .

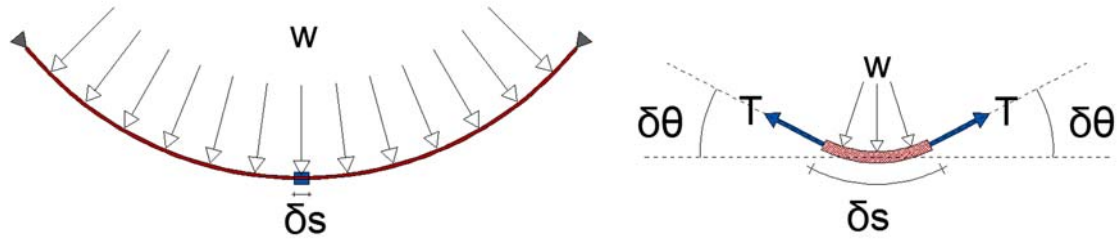


fig. 1-72 Equilibrio de fuerzas en un punto de la cuerda.

Fuente: Elaboración propia.

Si se analizan las fuerzas presentes en el punto analizado, se puede establecer la siguiente relación en la dirección perpendicular a la tangente:

$$w \delta s = 2T (\sin \delta\theta) \quad (1.02)$$

Al tratarse de un diferencial de ángulo se puede utilizar la simplificación que el seno del diferencial del ángulo es igual al diferencial del ángulo  $\sin \delta\theta = \delta\theta$ , de tal manera que la relación anterior queda:

$$w \delta s = 2T \delta\theta \quad (1.03)$$

Y aislando el factor  $w$ :

$$w = T \frac{2\delta\theta}{\delta s} \quad (1.04)$$

En esta situación de arco de circunferencia, la relación existente entre el  $\delta\theta$  y el  $\delta s$  se puede determinar del análisis de la relación existente entre las tangentes de los puntos extremos del  $\delta s$ , sus perpendiculares que confluyen en el centro de la circunferencia y los ángulos entre ellos.

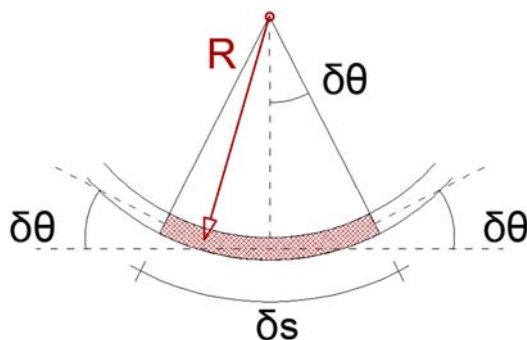


fig. 1-73 Relación  $\delta s / \delta\theta$ .

Fuente: Elaboración propia.

Donde  $\delta\theta$  es el ángulo entre la tangente al punto central de la porción de cuerda analizada  $\delta s$  y la tangente en un extremo de  $\delta s$ , que es el mismo ángulo que entre los radios de estos puntos. Del gráfico se puede determinar que:

$$\delta s = 2R \delta\theta \quad (1.05)$$

Uniendo estas dos ecuaciones: (1.04) y (1.05)

$$w = T \frac{2\delta\theta}{2R \delta\theta} = \frac{T}{R} \frac{2\delta\theta}{2\delta\theta} \quad (1.06)$$

$$w = \frac{T}{R} \quad (1.01)$$

Dónde:

$w$ : Fuerza uniforme y perpendicular en todos sus puntos al cable.

$T$ : Tracción del cable.

$R$ : Radio de curvatura del cable.

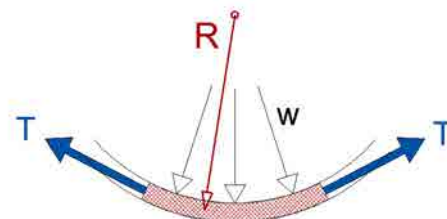


fig. 1-74 Relación  $w = T / R$ .

Fuente: Elaboración propia.



Conocida la relación existente en un cable, se puede extrapolar directamente a un elemento superficial de una sola dirección, donde en vez de tener un elemento lineal, este sería superficial, operando con presiones y tensiones de membrana en lugar de fuerzas, que para obtener la fuerza resultante en una determinada anchura de superficie se debería multiplicar las tensiones y presiones superficiales por el ancho de cálculo.

$$w \cdot b = \frac{t \cdot b}{R} \tag{1.07}$$

Y simplificando el ancho de cálculo:

$$w = \frac{t}{R} \tag{1.01}$$

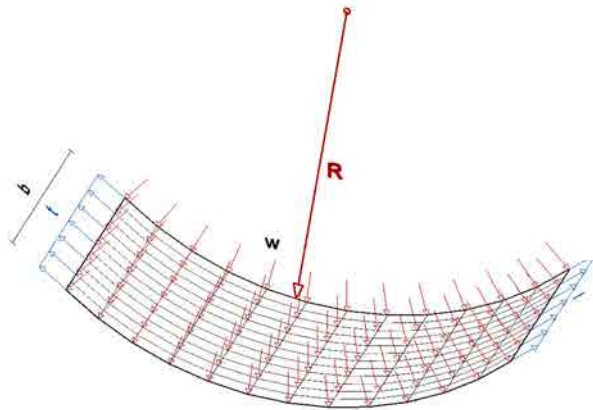


fig. 1-75 Relación  $w = t / R$ .

Fuente: Elaboración propia.

Dónde:

$w$ : Presión uniforme y perpendicular en todos sus puntos a la superficie.

$t$ : Tensión de la superficie.

$R$ : Radio de curvatura de la superficie.

$b$ : Ancho de cálculo de la superficie.

Disponiendo dos elementos superficiales, tipo arco, en cada dirección se obtiene la base de la superficie sinclástica que se pretendía analizar, de tal manera que la presión interior esta vez se repartirá en las dos direcciones principales colaborando cada una en función de sus radios de curvatura.

$$w = \frac{t_1}{R_1} + \frac{t_2}{R_2} \tag{1.08}$$

Dónde:

$w$ : Presión uniforme y perpendicular en todos sus puntos a la superficie.

$t_1$ : Tensión de la superficie en la dirección 1.

$t_2$ : Tensión de la superficie en la dirección 2.

$R_1$ : Radio de curvatura de la superficie en la dirección 1.

$R_2$ : Radio de curvatura de la superficie en la dirección 2.

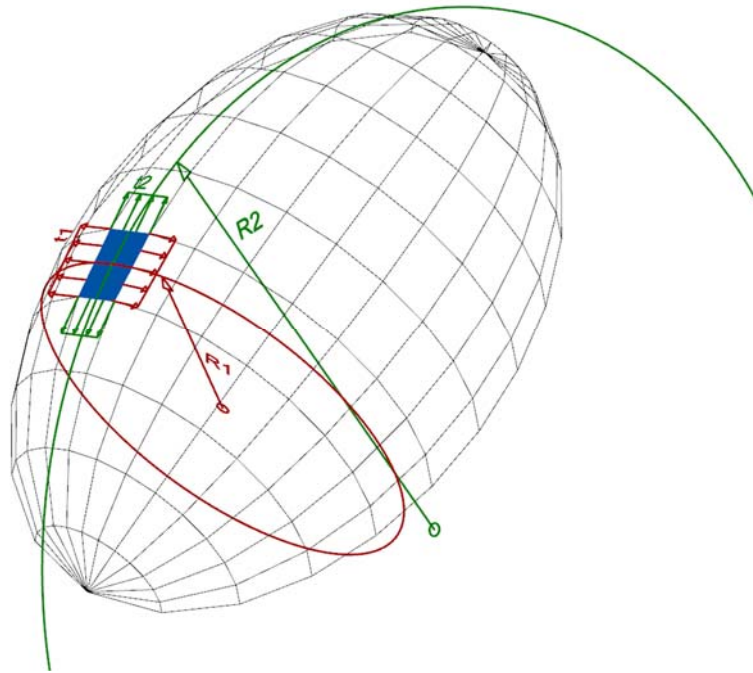


fig. 1-76 Relación  $r / t$  en superficies sinclásticas.

Fuente: Elaboración propia.

El caso de las superficies anticlásticas es distinto por naturaleza al analizado anteriormente, debido a que en estas superficies la curvatura es opuesta en cada una de sus direcciones principales.

Si no se tuviera en consideración nada más que las curvaturas, en cada punto de la superficie anticlástica existiría un arco en cada dirección perpendicular con distinta curvatura, uno con curvatura positiva y otro con negativa.

Esta configuración permite que la superficie sea autoestable, únicamente fijando los puntos del perímetro necesarios que permitan mantener la forma básica de la superficie anticlástica. Por ejemplo en el caso de un paraboloides, serían puntos fijados en el espacio como mínimo los vértices de la superficie, o en el caso de un conoide sería su cúspide y los puntos de la base.

Esta condición de autoestabilidad se concibe gracias a la existencia en cada punto de la superficie de los dos arcos con curvaturas inversas. Cada uno de estos arcos al tensarse generaría una fuerza uniforme y perpendicular a la superficie que ejercerían fuerzas contrapuestas que rigidizarían la superficie.

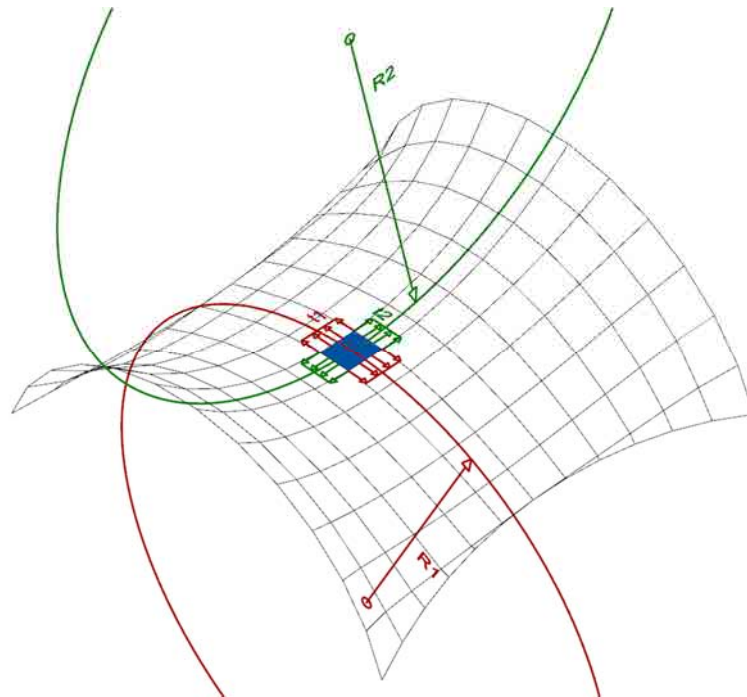


fig. 1-77 Relación  $r / t$  en superficies anticlásticas.

Fuente: Elaboración propia.

Por condición de equilibrio y al no considerarse ninguna otra fuerza exterior, estas dos fuerzas contrapuestas generadas en cada uno de los puntos de la superficie por los arcos de curvaturas inversas, tienen que ser de la misma magnitud y dirección pero sentido contrario para poder anularse.

De esta manera si se conoce que la relación existente entre la fuerza uniforme y perpendicular al arco y la tensión del mismo es que la fuerza es igual a la tensión dividida por el radio de curvatura obtendremos las fuerzas ejercidas por cada arco a partir de su pretensión:

$$w_1 = \frac{t_1}{R_1} ; w_2 = \frac{t_2}{R_2} \quad (1.09)$$

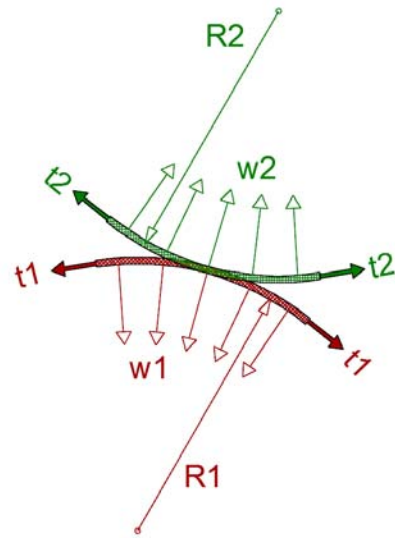


fig. 1-78 Equilibrio en superficies anticlásticas.

Fuente: Elaboración propia.

Si por condición de estabilidad estas dos fuerzas tienen que tener la misma magnitud:

$$w_1 = w_2 \quad (1.10)$$

$$\frac{t_1}{R_1} = \frac{t_2}{R_2} \quad (1.11)$$

Operando esta ecuación obtendremos la condición de estabilidad donde ambas fuerzas se anulan:

$$0 = \frac{t_2}{R_2} - \frac{t_1}{R_1} \quad (1.12)$$

De este modo se demuestra que el tesado de una superficie es distinto en cada dirección principal y este depende de su radio de curvatura, tal y como sucedía en las superficies sinclásticas hinchadas, pero con la diferencia que el tensado en este caso no proviene de una presión interna sino de una pretensión ejercida en la superficie.

En el caso de existir una fuerza exterior  $w$  aplicada sobre la superficie, su componente perpendicular punto a punto a la superficie será igual a la diferencia de fuerzas generadas por los arcos de curvatura inversa en cada uno de esos puntos. Por equilibrio de fuerzas, en cada punto las fuerzas descendentes deben ser iguales a las ascendentes:

$$w + w_1 = w_2 \tag{1.13}$$

$$w = w_2 - w_1 \tag{1.14}$$

$$w = \frac{t_2}{R_2} - \frac{t_1}{R_1} \tag{1.15}$$

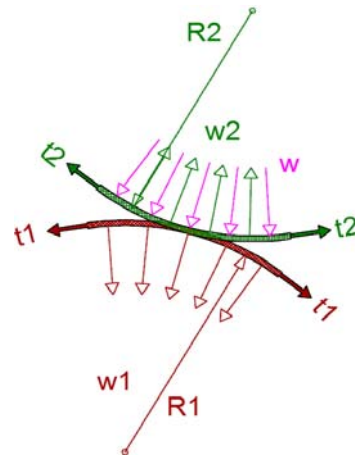


fig. 1-79 Equilibrio superficies anticlásticas con fuerza exterior.

Fuente: Elaboración propia.

Conocida esta relación fácilmente se puede calcular el tensado necesario en cada dirección a partir de la envolvente de los distintos estados de cargas a los que se encontrará sometida la superficie y del coeficiente de seguridad a considerar.

Una vez analizado el equilibrio de un punto cualquiera de la superficie, y determinado que un punto que presente doble curvatura su equilibrio en el espacio depende de la curvatura y de la tensión de la superficie en cada dirección, se puede concluir que la superficie estará uniformemente tensada en cada dirección, si se puede materializar dichas tensiones en cada punto de la superficie.

Esto significa que en el caso de disponer una superficie con alguna discontinuidad, o con un borde no rígido, todos los puntos del mismo deberían estar fijados en el espacio o ser capaces de generar una fuerza uniformemente distribuida igual a la tensión de la superficie en la dirección perpendicular al borde.

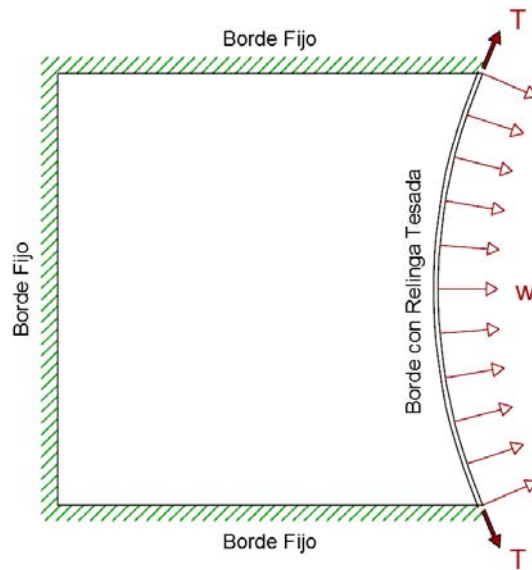


fig. 1-80 Membrana con un borde con relinga tesada.

Fuente: Elaboración propia.

En el caso de disponer de algún borde libre, sin coacción, este ha de disponer de algún elemento rigidizador de borde, por ejemplo un cable, denominado "relinga", que se debe tensar de tal manera que genere esta fuerza uniforme y perpendicular a su directriz. Por la relación ya establecida de  $w = \frac{T}{R}$ , que indica que para generar una fuerza  $w$ , es necesario tesar el cable con una fuerza  $T$  que será función de su radio de curvatura  $R$ .

De esta manera se demuestra que un borde libre de una superficie tensada siempre debe tener una cierta curvatura, y nunca podría ser plano, ya que se requiere de una curvatura para generar una fuerza perpendicular a partir del tesado del cable de borde.

Por todo lo desarrollado hasta el momento, en este apartado, se puede llegar a la conclusión que la distribución de la tensión de tesado en una superficie es uniforme, si la carga de tesado es uniforme y las condiciones de contorno lo permiten.

Pero para realizar este desarrollo primario se han omitido ciertos elementos que pueden hacer variar su comportamiento homogéneo, como por ejemplo la deformabilidad de los elementos de borde o el modo de introducción de pretensión que puede provenir del perímetro o de puntos singulares y no de una situación de uniformidad absoluta. Estos factores pueden implicar que la distribución de la tensión de tesado conferido a la superficie no sea uniforme, hecho que será analizado en el siguiente capítulo.

Si se asume que en el caso de existir una relinga de borde, la geometría del borde de la superficie no varía bajo el tesado del cable perimetral, se concluye que hay una relación directamente proporcional entre la tracción del cable y la fuerza uniforme perpendicular generada y que esta depende inversamente de la curvatura original del diseño.

En el caso que la geometría del elemento de borde sea un arco de circunferencia, como se ha comentado anteriormente, la carga que genera es perpendicular al borde, punto a punto, esto conlleva que la fuerza que transfiere en la dirección principal de la superficie no sea de valor constante. La fuerza generada será máxima en la parte central del elemento de borde, donde la dirección principal de la superficie y la perpendicular del elemento de borde coincidirán, mientras que será mínima en la dirección principal de la superficie en el extremo del arco, donde habrá un ángulo mayor entre la dirección de la superficie y la del elemento.

El hecho de que esta tensión sea perpendicular a la directriz del elemento, conlleva otra consecuencia, si en un extremo coinciden dos arcos, las fuerzas generadas por cada arco se suman en esos puntos haciendo que sean unas zonas altamente solicitadas, como se puede observar en el siguiente ejemplo.

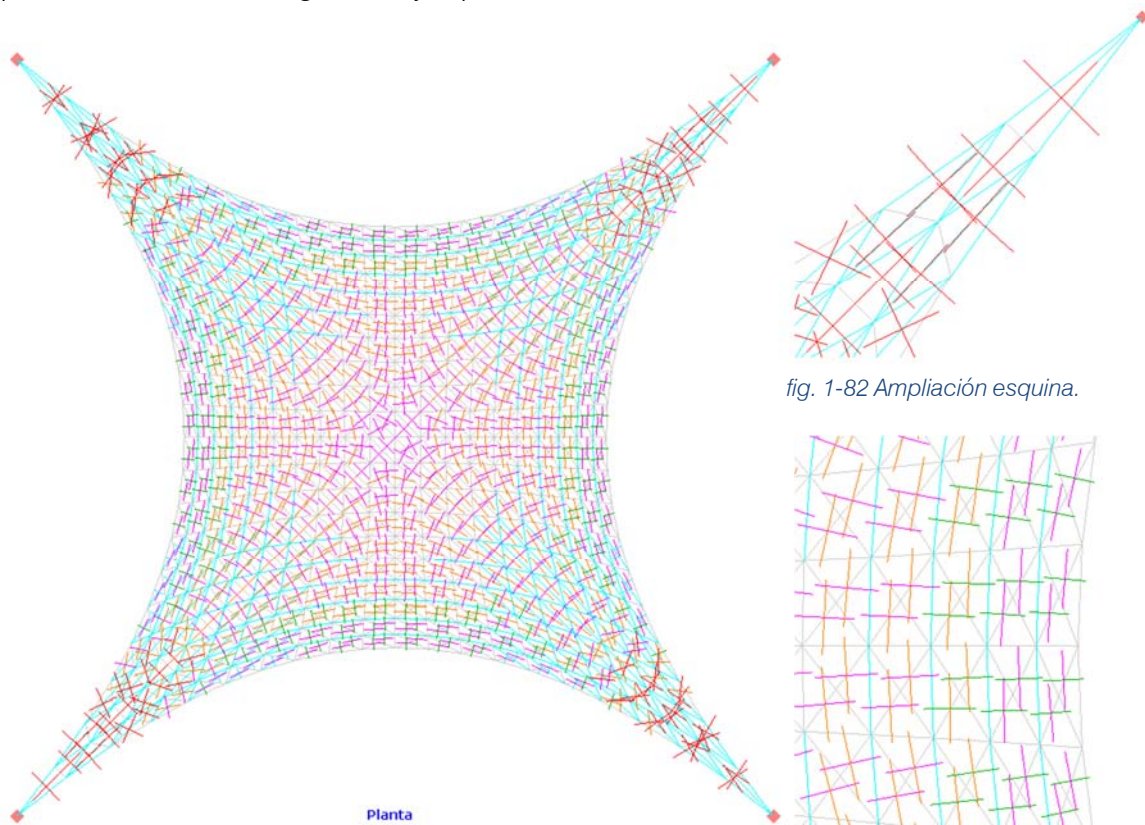


fig. 1-81 Superficie con 4 bordes tensados.

Fuente: Elaboración propia.

fig. 1-82 Ampliación esquina.

fig. 1-83 Ampliación centro.



La deformabilidad de los elementos de borde es otro aspecto que distorsiona del pretendido comportamiento uniforme en elementos con bordes no fijos. Hasta este momento todo el desarrollo realizado se ha basado en un estado estático de equilibrio, pero el elemento de borde, simplemente al estar sometido a una tracción, este se alargará por la ley de Hooke. A priori esta característica no sería un problema por sí mismo, ya que el conjunto se iría reequilibrando hasta conseguir el equilibrio dado que las deformaciones son relativamente pequeñas comparándolas con la flecha inicial del elemento.

La problemática de la deformación reside en los puntos fijados en el espacio, usualmente situados en los extremos de los elementos de borde. Entonces si se compara lo que sucede en la parte central del elemento de borde con su extremo, se pone de manifiesto que mientras la parte central presenta una deformación, que provocaría un cierto relajamiento de las tensiones, su extremo no, y esta indeformabilidad del soporte provoca un incremento tensional de la superficie no solamente en las zonas cercanas a los soportes sino en toda la alineación entre soportes.

Este comportamiento se puede observar en el siguiente ejemplo donde en una superficie de base cuadrangular, únicamente fijada por sus extremos, se sitúan elementos de borde rigidizadores en dos bordes contrapuestos, a los cuales se les practica una curvatura para que puedan ejercer fuerza de tensado, dejando libres los otros dos bordes.

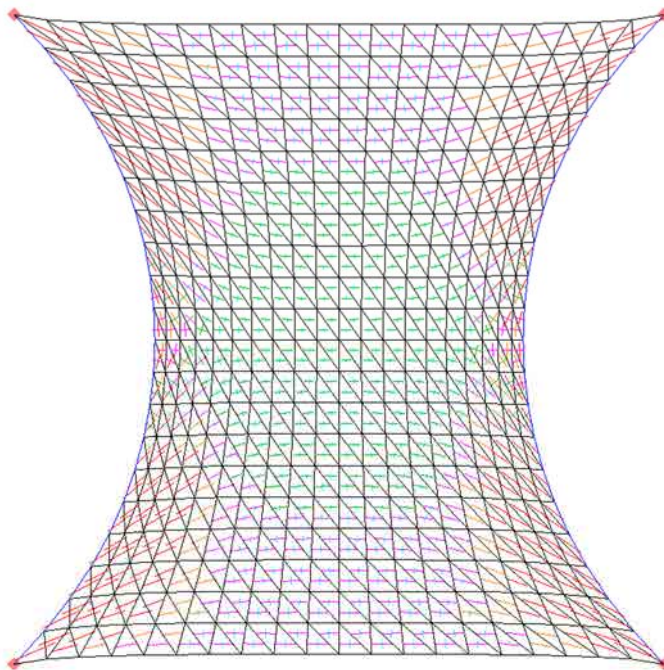


fig. 1-84 Superficie don 2 bordes libres y 2 de tensado.

Fuente: Elaboración propia.

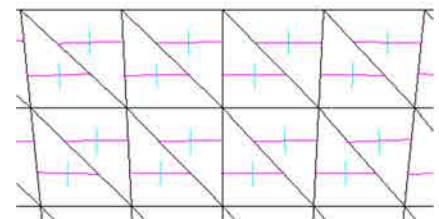


fig. 1-85 Ampliación de la zona central superior.

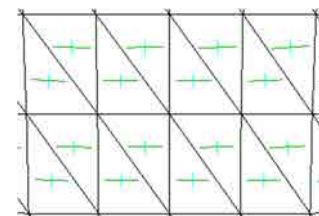


fig. 1-86 Ampliación de la zona central media.

Una vez entrado en carga, se observa como las tensiones circulan por la dirección entre los dos elementos rigidizadores, mientras en la dirección perpendicular, entre los bordes libres, las tensiones son mínimas.

Pero analizando las tensiones en la dirección principal, se observa como en la zona central, donde el cable se deforma más, se ha producido un cierto relajamiento tensional, mientras en las zonas extremas, que tienen el borde libre, sin rigidizar, se localizan las mayores tensiones en la superficie, debido a la indeformabilidad de los nudos de soporte.

En conclusión ciertamente se puede obtener una distribución del esfuerzo de pretensado uniforme en una superficie textil sinclástica hinchada sin elementos distorsionadores o anticlástica si se cumplen ciertos requisitos como serian la realización de un tesado totalmente uniforme bien sea mediante un estiramiento de la superficie global y proporcional en todas direcciones o un tesado homogéneo por su perímetro.

Pero esta uniformidad en la distribución de las tensiones de tesado no se cumple en el momento que aparecen elementos distorsionadores en la superficie o si su perímetro no es rígido sino que está fijado por unos puntos concretos.

Para obtener un tesado totalmente homogéneo se requiere que todo su borde perimetral sea completamente rígido. Como más deformable sea, menor será la uniformidad de la distribución tensional en la superficie laminar.

#### 1.2.4. Bases de cálculo

Las normativas actuales, pensadas para estructuras rígidas, se basan en el enfoque del “Estado Límite”, es decir, en la realización de varias combinaciones de cargas ponderadas donde la estructura deberá cumplir unos criterios de resistencia y no exceder unos límites de deformación establecidos. Este sistema de combinatorias contrasta con el método de cálculo de las “Tensiones Admisibles” utilizado antiguamente, donde no se permitía que los esfuerzos de la estructura, determinados a partir de las cargas máximas posibles, excediesen una cierta proporción del límite de elasticidad del material de construcción.

Para estructuras con un comportamiento “elástico-lineal” la diferencia en la verificación final entre los dos enfoques no es significativo, pero para estructuras que muestren un comportamiento no linealidad del material es más preciso el enfoque del Estado Límite Último con cargas ponderadas.

Para estructuras que muestren una no linealidad geométrica fuerte, en especial los sistemas estabilizados por tracción como son las estructuras tensadas, objeto de esta es Tesis, puede no ser apropiado un enfoque de Estado Límite (con factores de seguridad parciales aplicados a las cargas y a la resistencia de los materiales), dado que la geometría de la estructura depende de la magnitud y de la distribución de la carga, y los cambios de la geometría implican variaciones en la distribución de esfuerzos.

En definitiva el cálculo mediante el método de los Estados Límite no es directamente aplicable a las estructuras textiles, puesto que para cada combinación de cargas, se obtendría una forma distinta, y con cada forma un estado tensional distinto. Para conocer el estado tensional real será preciso efectuar el cálculo con las cargas características dado que será únicamente con esas cargas que se adquirirá la forma que le corresponde, y con esta forma sus tensiones.

No se puede aceptar el uso de cargas ponderadas para estructuras textiles pretesadas debido a la directa relación existente entre carga, geometría y distribución tensional, ya que a cada carga aplicada le corresponde una deformación concreta y a cada geometría una tensión distinta.

Si a una superficie textil se aplicara una carga afectada por un coeficiente, es decir una carga superior a la real, la deformación que se obtendría también sería superior a la real, de tal manera que la distribución tensional resultante diferiría de la tensión real del elemento, ya que se basaría en una geometría no real.

Con la finalidad de valorar la resistencia de las estructuras tensadas, en especial los comportamientos de los tejidos tensados, los cables, los cordones y las cintas de refuerzo, se calcula con las cargas características, sin aplicar ningún coeficiente de seguridad, para determinar el estado tensional correcto. Posteriormente se comprobaran los diferentes componentes en base a la tensión admisible, que valora la variabilidad del material y los coeficientes parciales de seguridad adecuados asociados al tipo de carga. Siendo la tensión admisible del material, la tensión a rotura dividida por el coeficiente parcial de seguridad.

Como valores del coeficiente de seguridad en relación a la resistencia de rotura se pueden tomar los valores recomendados por la International Association for Shell and Spatial Structures, IASS:

- Resistencia de la tela:
  - Urdimbre: 4.2 – 6.0
  - Trama: 5.0 – 7.0
- Cables: 2.5 – 3.0
- Cintas de refuerzo: 3.0

Aun así se debe destacar que cada Normativa o Guía de cálculo, proporciona unos valores y metodología de cálculo diferente. De tal modo que de modo simplificado se puede aceptar directamente un único coeficiente para el urdimbre y la trama de 5.0, y para las relingas, cables, etc. de 3.0.

Estos coeficientes globales de seguridad del material presentan valores elevados ya que se refieren a la resistencia a rotura y con un único valor se valoran aspectos como la variabilidad del material, la resistencia a desgarrarse, la degradación, el daño puntual por manipulación durante el montaje y la variabilidad de las acciones.

### 1.2.5. Acciones

En las estructuras ligeras la proporción de la carga aplicada, en relación a su peso propio es mucho mayor que en las estructuras rígidas, motivo por el cual cualquier variación en la magnitud de las acciones a las que esté sometida la estructura (básicamente viento y nieve) repercutirá en mayor magnitud en el dimensionado de las membranas estructurales y en la escala de las deformaciones resultantes.

Las normativas actuales basadas en el comportamiento y las formas de edificios estandarizados determinan las acciones a soportar con un suficiente margen de seguridad, ya que una pequeña variación en estas no supone una modificación sostenible en el comportamiento estructural. Contrariamente en estructuras ligeras se debe determinar con mucha exactitud el estado de cargas ya que la forma final, y el estado tensional dependen directamente de la magnitud de estas.

Las estructuras textiles al ser unas estructuras con un mal comportamiento en frente a cargas puntuales se debe evitar colgar en ellas elementos pesados que puedan influir en el dimensionamiento, o en todo caso prever un refuerzo o estructura auxiliar en este punto.

Las acciones fundamentales presentes en el cálculo son:

- Acciones de pretesado inicial. Son las que resultan de someter a una tensión generalizada a la estructura previa a la aplicación del resto de cargas. Debido a que estas acciones se introducen a la superficie real mediante mecanismos físicos concretos que habitualmente implican el acortamiento de un elemento, el pretesado en el modelo de cálculo se deberá ubicar donde se aplique en la realidad y se deberá realizar una hipótesis de carga específica para la distribución de la tensión de pretesado.
- Peso propio. El peso propio de la membrana oscila habitualmente entre 0.7 y 2.0 Kg/m<sup>2</sup>. En el proceso de búsqueda de la forma (formfinding), no se acostumbra a incluir el peso propio de la membrana debido a que podría introducir alguna libertad mecánica adicional en la respuesta de la membrana a succión y se presenta con una muy baja magnitud en relación al resto de cargas a aplicar. Tanto si se ha incluido como si no el peso propio en el proceso de obtención de la forma para definir la geometría inicial, una vez se realiza el cálculo tensional sí que se ha de incluir en todas las combinaciones de estados de carga a pesar de ser de un valor de poca magnitud.

- Carga de nieve. Para determinar esta carga se considera el valor indicado en la normativa aplicable a cualquier tipología estructural, ya que en ningún caso el valor de la nieve caída depende de la tipología estructural. Se deberá tener presente la posible acumulación de nieve en estructuras que contienen valles y depresiones donde puede acumularse una carga considerable. El hecho que la normativa española obligue en cualquier caso a considerar una carga mínima de nieve y sus posibles apilamientos introduce esfuerzos considerables o exige considerar formas que no propicien las acumulaciones de nieve.
- Carga de viento. En las estructuras textiles la succión que provoca el viento acostumbra a introducir esfuerzos más importantes que la presión y su magnitud y distribución se puede realizar simplifcadamente según las especificaciones de las guías de cálculo de estructuras superficiales tesadas o bibliografía específica, pero para realizar un análisis más preciso se requiere de la utilización del túnel de viento o un análisis para mecánica de fluidos.

Generalmente la carga de viento se considera como un caso de carga estática definida por la presión dinámica multiplicada por el coeficiente de presión ( $C_p$ ). Esta hipótesis es válida únicamente en el caso que la membrana sea tan rígida que presente una deformación tan pequeña como para que no le varíen significativamente los factores  $C_p$ .

- Acciones térmicas. Al tratarse de estructuras pretensadas que funcionan por su forma cualquiera variación térmica o dimensional de sus elementos puede alterar considerablemente los esfuerzos internos, de tal manera que los incrementos de temperaturas pueden destensar la estructura y los descensos térmicos la tensarían.
- Acciones reológicas. El comportamiento de los materiales que forman estas estructuras varían con el paso del tiempo, bien por envejecimiento, por fluencia u otras circunstancias como los desplazamientos de los puntos de soporte. Con el tiempo las estructuras tensadas se destensan y puede ser necesario retensarlas periódicamente.
- Acciones dinámicas. Algunas acciones como las de viento pueden requerir la comprobación del dimensionamiento frente a efectos dinámicos, aun así existe muy poca bibliografía sobre esta temática.

En el caso de haber discretizado la estructura como una red de barras, todas estas acciones superficiales se deben aplicar al modelo de cálculo como cargas puntuales aplicadas en los nudos de la red a partir del área de influencia de cada uno de estos nudos. En el caso de realizar el cálculo con elementos superficiales se pueden aplicar directamente las fuerzas sobre los elementos finitos modelizados.

La necesidad de tener que realizar cálculos no lineales debido a la inexistencia de proporcionalidad entre cargas y esfuerzos, implica que no sea correcto aplicar las cargas como hipótesis simples que posteriormente se puedan combinar en diversas hipótesis, sino

que se deben realizar las distintas hipótesis de cargas y establecer el orden de aplicación de las mismas previamente a la realización del cálculo estructural.

De esta manera se debe estudiar las combinaciones de hipótesis en cálculos independientes, atendiendo a la historia de la estructura y aplicando las cargas sin mayorar.

Las hipótesis a estudiar en un caso genérico serían:

- Combinación 1: Estructura sometida a las acciones del pretensado inicial.
- Combinación 2: Con los esfuerzos anteriores se deberá estudiar la variación de esta estructura sometida a cargas de nieve.
- Combinación 3: Con los esfuerzos de la Combinación 1 se deberá añadir la acción de viento en uno u otro sentido.
- Combinación 4: Con la estructura de la Combinación 1 incluimos simultáneamente las acciones de viento en uno o otro sentido más las cargas de nieve.
- Combinaciones 5, 6 y 7: A los resultados de las combinaciones 2, 3 y 4, se deberá añadir los efectos del descenso térmico que corresponda según la norma.

Cabe recordar que cada una de estas hipótesis de carga se debería aplicar a un modelo de cálculo diferente ya que la geometría que se obtendrá de aplicar una u otra combinación resultará distinta.

Para el cálculo de la cimentación, tal y como se realiza en el caso de estructuras rígidas se deberá utilizar estas mismas combinaciones sin mayorar para obtener las reacciones correspondientes.



### 1.2.6. Diferenciación del cálculo de estructuras rígidas

En la realización de un cálculo estructural de una estructura rígida, mediante un cálculo elástico lineal, el principio básico de cálculo establece que entre la geometría de la estructura original y la de la estructura deformada por las acciones a las que está sometida no hay una gran diferencia. Dicho de una manera simplificada, la forma deformada es prácticamente igual a la forma original.

Con este principio de conservación de la forma para realizar el cálculo se parte de una geometría predeterminada con una rigidez asignada a cada elemento que la conforma, sobre la cual se aplica un conjunto de estados de cargas, afectados por los coeficientes de seguridad pertinentes que deforman la estructura y le confieren unos estados tensionales.

Finalmente se determina la validez de la estructura predimensionada mediante el método determinado por la Normativa vigente, por ejemplo el de los Estados Límites Últimos y de los Estados Límites de Servicios. La verificación a Estados Límites Últimos se realiza mediante las tensiones calculadas en los distintos componentes de la estructura a partir de su estado tensional y las propiedades mecánicas del elemento. Y la verificación a Estados Límites de Servicio se realiza mediante el cumplimiento de las limitaciones de las deformaciones de la estructura.

El cálculo de una estructura textil difiere completamente del planteamiento inicial de una estructura rígida, ya que en el momento de iniciar el cálculo se desconoce con precisión la forma final de la estructura. En una estructura textil la principal característica es que la estructura está sometida a un estado permanente de tracción, aceptando destensados locales, siempre que la estructura resultante sea autoestable, y esta característica se obtiene gracias a la forma que adopta la superficie. Es decir la forma que tendrá la membrana de la estructura textil será aquella que permita que la membrana sea autoestable trabajando únicamente a tracción.

Este desconocimiento de la forma estable de la superficie, implica la imposibilidad de efectuar el cálculo de una estructura textil del mismo modo que una estructura rígida y comporta que el primer paso en el procedimiento de cálculo sea la obtención de la forma final a partir de la posición de sus puntos de soporte, las condiciones de contorno de los

bordes libres y del estado de cargas inicial al que estará sometida la superficie. El estado de cargas inicial corresponde al peso propio del elemento que conforma la superficie y de la acción de pretesado aplicada.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Puntos fijos} \\ \text{Condiciones de contorno} \\ \text{Peso propio} \\ \text{Pretesado} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Forma inicial}$$

Una vez conocida la forma necesaria para que la estructura trabaje completamente en un estado tensional de tracción se aplican las distintas combinaciones de cargas características a las que se someterá la estructura y se verifica que en todas ellas la superficie sigue siendo estable y traccionada, o en el caso de presentar alguna distensión localizada, esta no afecte a la estabilidad global del conjunto. En el caso que no se validara la estructura se debería retroceder al procedimiento de búsqueda de la forma y buscar otra geometría con mayor curvatura o con un estado de pretensión superior.

Finalmente con una forma que presente un estado tensional de tracción en todas las combinaciones de carga posibles, o sea estable presentando zonas destensadas, se puede realizar la verificación tensional comparando la tensión máxima presente en la superficie con la capacidad resistente admisible de la misma.

*Rígida: Forma + Acciones*  $\Rightarrow$  *Esfuerzos/Deformaciones*  $\rightarrow$  *Dimensionado*

*Textil: Condiciones de contorno + Acciones*  $\Rightarrow$  *Forma*  $\rightarrow$  *Verificación*

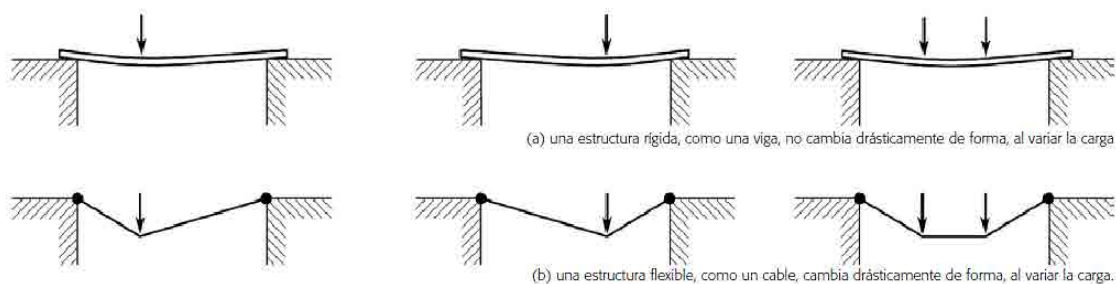


fig. 1-87 Distinción entre estructuras rígidas y flexibles.

Fuente: (Pauletti, 2011).

En definitiva, la realización del cálculo estructural de una estructura rígida se basa en el conocimiento de la forma de la estructura, mientras en una estructura textil la forma es desconocida a priori y además es variable en función de cada estado de cargas al cual esté sometida. Esta diferencia entre ambos modelos de cálculo determina la necesidad de efectuar cálculos distintos en cada tipología estructural.

En la estructura rígida la misma geometría original soporta todos los estados de carga, ya que no varía substancialmente con las cargas aplicadas, y por tanto con un único modelo de cálculo se puede efectuar el cálculo de todas las hipótesis de carga.

En la estructura textil, al variar la forma para cada estado de cargas, se debe realizar un modelo de cálculo para cada hipótesis de carga que se quiera evaluar, ya que la forma que adoptará la superficie con unas cargas difiere de la que adoptará con otras.

*Rígida → Un solo modelo permite múltiples hipótesis de cargas*

*Textil → Cada hipótesis de carga precisa de un modelo distinto*

Debido a la necesidad de encontrar geometrías estables trabajando únicamente a tracción y que estas sean distintas para cada estado de cargas, el análisis de las estructuras textiles precisa ser siempre un cálculo iterativo no lineal. En las estructuras rígidas, se puede realizar un cálculo elástico-lineal con la ejecución de un único modelo de cálculo que permite analizar toda la estructura si no se precisa considerar no linealidades mecánicas ni geométricas.

En definitiva la realización del cálculo de una estructura textil es diametralmente opuesta al cálculo de una estructura rígida, ya que debido a sus no linealidades y a la relación directa entre carga, forma y tensión no se puede aplicar ninguna de las simplificaciones efectuadas en el cálculo de una estructura rígida y siempre se precisa de la ejecución de cálculos iterativos que busquen una geometría en equilibrio sin la posibilidad de considerar la contribución de la superficie trabajando a un esfuerzo distinto de la tracción.

### 1.2.7. Proceso de cálculo

Debido a sus peculiaridades, las estructuras tesadas requieren de un proceso de cálculo determinado que difiere del cálculo habitual de las estructuras rígidas. Es preciso determinar la forma de la superficie tesada en función de las condiciones de contorno, puntos fijos en el espacio y el estado de cargas previsto para que sea estable únicamente con esfuerzos de tracción.

En un segundo paso se procede a la fase de cálculo con el fin de determinar el nivel de tesado necesario para obtener una superficie estable y suficientemente rígida. Posteriormente se procederá a efectuar el cálculo tensional de la superficie a partir de la superficie obtenida en el proceso de búsqueda de la forma.

Una vez se concluye con la forma y características de la superficie tesada, se procede a su patronaje para finalizar con la definición del proceso constructivo y detalles constructivos.

*Búsqueda de la forma → Cálculo → Patronaje*

En definitiva el proceso de cálculo consiste en superar una serie de etapas sucesivas partiendo de una forma sin determinar con unos puntos fijos en el espacio, para buscar la forma tensada estable. Se prosigue con el cálculo de la superficie con el estado de cargas pertinente y una vez validada la estructura se finaliza con el patronaje de las partes que conformaran la superficie textil para su construcción:

**a) Búsqueda de la forma: Formfinding:**

La forma de la superficie tesada es uno de los elementos claves en esta tipología estructural, ya que de ella dependen su rigidez y estabilidad, en definitiva su capacidad para soportar las cargas a las cuales estará sometida. Es esencial obtener una geometría que siempre este traccionada en todos los estados de carga previsible o como mínimo sea estable sin presentar zonas comprimidas, y que no favorezca la formación de bolsas donde se pueda producir la acumulación de agua o nieve hecho que supondría un aumento de carga a soportar por la membrana estructural.

El formfinding, o búsqueda de la forma, a pesar de ser un tema altamente estudiado y tratado en diversos artículos, conferencias, tesis, etc. y existir diferentes programas informáticos con la capacidad de determinar la geometría de superficies tesadas, hoy en día aún se continúa estudiando y tratando en congresos y lanzando líneas de investigación con el fin de encontrar nuevos métodos de cálculo o mejoras en los actuales que permitan la obtención de la geometría de la superficie tesada de una manera más rápida y eficiente.

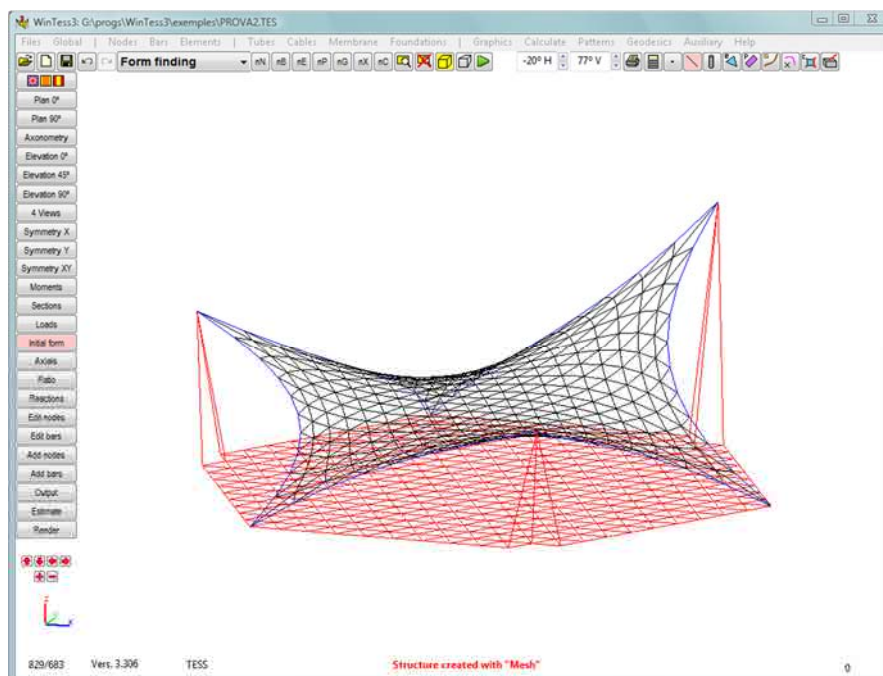


fig. 1-88 Formfinding en el Wintess.

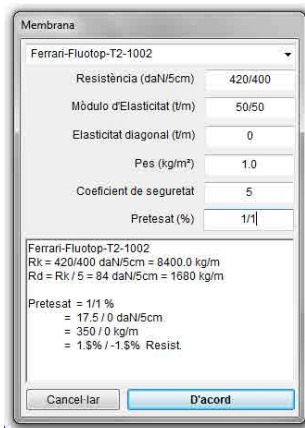
Fuente: <http://tecno.upc.edu/WinTess/manual/index.php>

## b) Tesado:

El nivel de tesado de la superficie tensada es un elemento altamente definitorio de la geometría y el comportamiento de la lona tanto en el proceso de búsqueda de la superficie como en el cálculo. En el momento de la construcción se debe seguir un proceso definido en proyecto y también se debe controlar el nivel de tesado con el paso del tiempo. Es decir, es un elemento significativo y presente en todo el proceso, desde la concepción de la forma hasta el final de la vida útil de la estructura.

A pesar de su reconocida importancia en el proceso de cálculo, no existen muchos estudios completos sobre como afecta el pretesado a la estructura textil. Únicamente hay estudios parciales y recomendaciones indicando que ha de ser el máximo de homogéneo posible, hasta el límite de llegar a considerarlo completamente uniforme, tal como sucede en una película de jabón.

En general se deja en manos del calculista establecer un valor que considere más óptimo para la estructura. Es decir, encontrar un valor de pretesado lo suficientemente elevado como para asegurar un nivel de tensado apropiado para evitar la aparición de zonas comprimidas y que otorgue suficiente rigidez a la superficie tensada, pero que sea suficientemente bajo como para no consumir una excesiva tensión del material.



*fig. 1-89 Ventana de características de la membrana y nivel de pretesado en el Wintess.*

Fuente: <http://tecno.upc.edu/WinTess/manual/index.php>

Para la determinación del nivel de tesado, solamente existen recomendaciones de valores y porcentajes de tesados aceptables pero todos ellos muy aproximados.

Estos métodos simplificados no valoran el tesado en función de consideraciones geométricas ni del estado de cargas a soportar, y tampoco aportan mecanismos de corrección del valor del tesado en el caso de no obtener un resultado aceptable. De esta manera el calculista es responsable de buscar el tesado más apropiado utilizando unos mecanismos de predimensionamiento muy aproximados, el método de ensayo y error en función del cálculo estructural, o simplemente con su experiencia para determinar el valor del tesado final.

Generalmente al indicar un valor de tesado, se considera un tesado directo de la membrana textil, y si se indica el tesado en un porcentaje, este se refiere a que la superficie considerada es en esa proporción más pequeña a la dimensión final de la superficie, de tal manera que el pretesado se realiza estirando la superficie el porcentaje indicado.

Pero también existen otras formas de hacer entrar en tensión la superficie como puede ser tesar las relingas perimetrales o tirar desde los puntos de soporte, pero en todos los casos lo importante es introducir un estado de tracción a la membrana con un valor suficientemente elevado para estabilizarla y rigidizarla para hacer frente a las acciones externas, pero no demasiado elevado como para consumir demasiada resistencia del material.

Cabe destacar que, aunque sea obvio, el tesado previsto en proyecto se debe materializar en obra, de tal manera que si en proyecto se determina un tesado inicial demasiado elevado para realizarse en obra, este no se podrá ejecutar y como consecuencia la estructura no se comportará como se ha previsto en proyecto.



c) Cargas:

Una de las características principales de las estructuras superficiales tesadas es su ínfimo peso propio. Esta propiedad hace a estas estructuras altamente influenciadas a la actuación de las cargas externas a soportar, en especial la carga de viento, la cual debido a su gran variabilidad tiene la posibilidad de introducir presiones o succiones a la superficie.

La carga eólica es altamente complicada de determinar debido a la gran incertidumbre en la elección de los coeficientes de presión y succión a aplicar en cada caso, a no ser que se realicen estudios específicos de la afectación de la carga eólica mediante análisis de mecánica de fluidos o la realización de un túnel de viento para determinar las fuerzas de viento exactas en cada caso.

Aun así existe bibliografía y recomendaciones para estimarlos y se continúan estudiando soluciones en los congresos, simposios y líneas de investigación actuales.

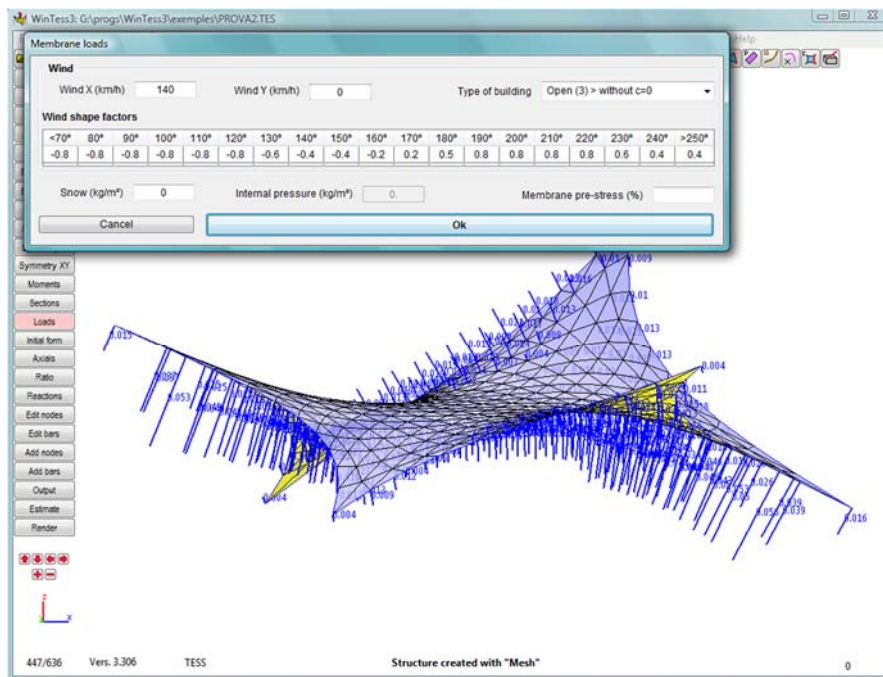


fig. 1-90 Entrada de cargas en el Wintess.

Fuente: <http://tecno.upc.edu/WinTess/manual/index.php>

#### d) Patronaje:

El patronaje es el proceso que hace construible el proyecto ya que la superficie real se ha modelizado tridimensionalmente con unas formas muy concretas que se deben reproducir para su construcción.

El montaje se realiza mediante el corte de unas telas planas que suelen tener unos anchos relativamente estrechos y una longitud normalmente asumible con una sola pieza, que posteriormente se unirán para crear el elemento tridimensional proyectado. Por este motivo, se precisa de un proceso de patronaje que transforme la superficie tridimensional en unos patrones planos los cuales al ser ensamblados los unos con los otros den la superficie tridimensional proyectada.

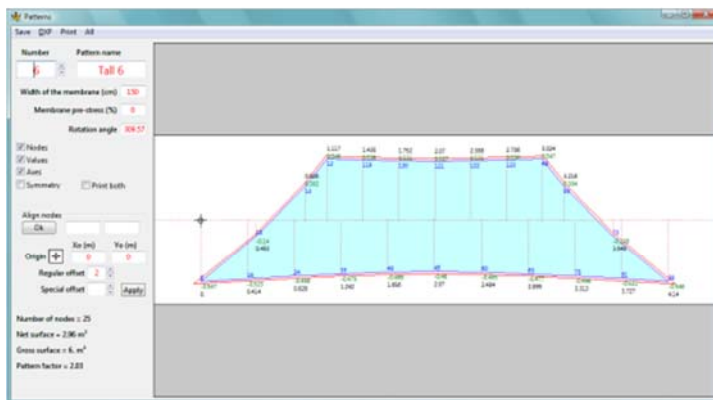
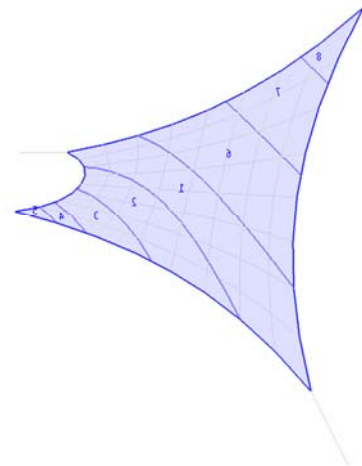


fig. 1-91 Patronaje en el Wintess.

Fuente: <http://tecno.upc.edu/WinTess/manual/index.php>



**e) Proceso constructivo:**

Desde el proyecto se debe determinar el proceso constructivo adecuado para construir la estructura ya que la lona de cubrición no deja de ser un material relativamente frágil motivo por el cual suele ser un elemento que llega a la obra justo antes de su montaje dando lugar a que se precise de un proceso constructivo que tenga en consideración que el montaje de la lona no se vea interferido por ningún otro proceso que la pueda dañar y que permita asegurar al final del proceso el nivel de pretensado determinado en proyecto.

A demás de prever el proceso de montaje, se deben diseñar los detalles de unión y el proceso de tesado siguiendo un orden constructivo adecuado que permita efectuarlo con celeridad y sin interrupciones para evitar realizar daños la lona.



*fig. 1-92 Proceso de montaje de un conoide.*

Fuente: [http://www.tectum.es/wp-content/uploads/trabajo\\_tectum1-09.jpg](http://www.tectum.es/wp-content/uploads/trabajo_tectum1-09.jpg)

A modo de resumen de la globalidad de procesos a realizar para efectuar el diseño completo de una estructura textil se puede utilizar el diagrama de flujos elaborado por David M. Campbell en el artículo: “The Unique Role of Computing in the Design and Construction of Tensile Membrane Structures” elaborado en 1991, donde enumera los procesos necesarios para la realización del diseño de una estructura textil, delimitando cuáles de ellos están automatizados para el proceso de diseño, fabricación y construcción (Campbell D. M., 1991).

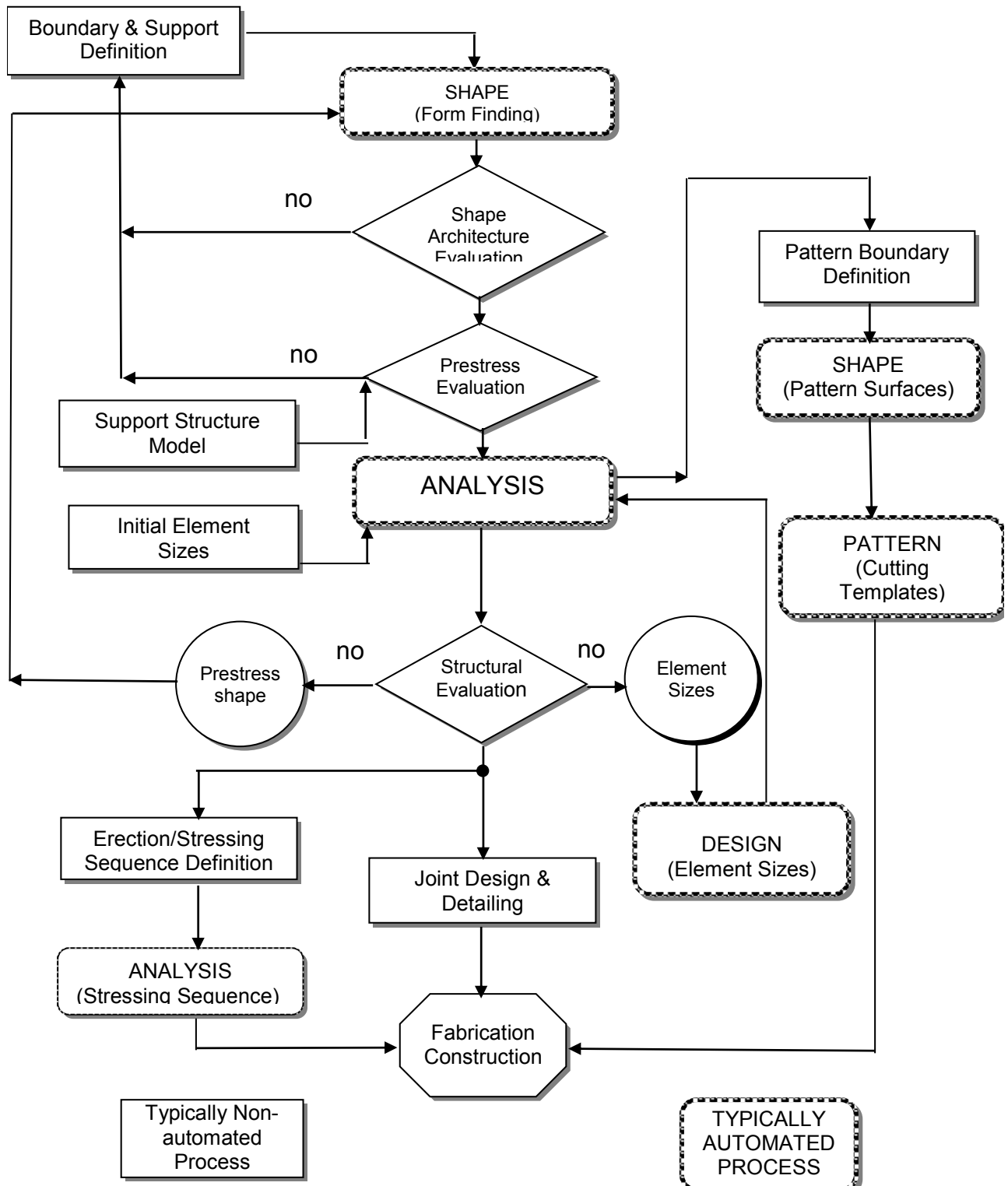


fig. 1-93 Diagrama de flujos para la realización del diseño de una estructura textil.

Fuente: The Unique Role of Computing in the Design and Construction of Tensile Membrane Structures

### 1.2.8. Métodos de cálculo

Las estructuras textiles tejadas al tener una geometría compleja que no es ni inmediata ni fácilmente parametrizable es complicado de obtener la forma que lograra la lona una vez construida, hecho que dificulta obtener un modelo a escala para analizarla y elaborar el patronaje para su construcción.

Existe diversidad de métodos para conseguir esta forma, desde los más antiguos y artesanales, a los métodos computacionales más actuales.

- a. Método de las burbujas de jabón.
- b. Método geométrico.
- c. Método constructivo.
- d. Método modelístico.
- e. Método de simulación.
- f. Formas geométricas conocidas.

#### a. Método de las burbujas de jabón:

Método ya utilizado en las investigaciones de Frei Otto en el IL. Consiste en sumergir un marco rígido o deformable en agua jabonosa para obtener superficies de configuración mínima que debido a la tensión superficial del jabón al mismo tiempo que son óptimas como superficies tensadas.



*fig. 1-94 Método de las burbujas de jabón.*

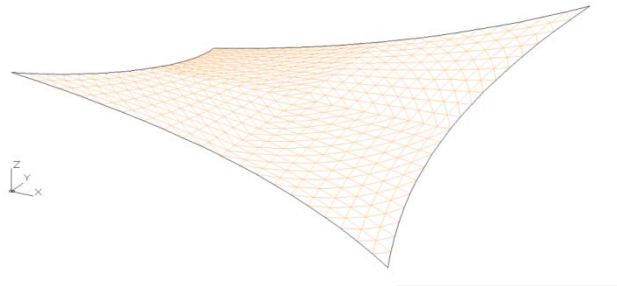
Fuente: [http://www.itaproject.eu/TTU/6/06\\_images/b05-Monaco-Otto\\_09.jpg](http://www.itaproject.eu/TTU/6/06_images/b05-Monaco-Otto_09.jpg)

<http://redskyshelters.com/soap-arch.jpg>

**b. Método geométrico:**

En el caso de formas donde la geometría sea ya conocida como el caso de cubiertas neumáticas esféricas, cilíndricas, elipsoides, etc. se puede utilizar un programa de CAD en 3D para obtener estas geometrías simples.

Actualmente existen módulos para algunos programas de CAD que realizan alguno de los procedimientos descritos en este apartado para encontrar la superficie mínima de forma automatizada.



*fig. 1-95 Modelo en CAD.*

Fuente: Elaboración propia.

**c. Método constructivo:**

Consiste en utilizar las propiedades de las superficies regladas donde a partir de unir dos curvas no paralelas mediante una recta se obtiene una superficie alabeada compleja, como puede ser el caso de un paraboloides hiperbólico.

El hecho de construirse estas superficies mediante una línea recta entre dos curvas no paralelas, implica que en todos los puntos de la superficie existe una línea recta que es susceptible de ser tensada, ya que una línea recta no se deforma al tensar-se.



*fig. 1-96 Hiperboloide creado a partir de dos círculos.*

Fuente:

[http://threesixty360.files.wordpress.com/2008/08/ruled\\_hyperboloid.jpg](http://threesixty360.files.wordpress.com/2008/08/ruled_hyperboloid.jpg)

**d. Método modelístico:**

Consiste en hacer maquetas con materiales deformables como por ejemplo la lycra, los cuales al entrar en tensión se deforman hasta obtener la forma en equilibrio.

Con este método se construye a pequeña escala la geometría exacta de la estructura, de tal manera que permite observar no solo su forma, sino también simular su comportamiento estructural y la distribución del tesado. Así mismo permite comprobar en tiempo real como afecta a la superficie cualquier modificación aplicada sobre ella.

El hecho de realizar la maqueta, aparte de permitir poder observar la geometría de la membrana al entrar en tensión y el comportamiento mecánico de la misma, también es un método que permite la verificación del método de montaje, ya que a pequeña escala se puede simular el proceso de construcción desde la estructura de sustentación hasta el proceso de tesado.



*fig. 1-97 Maqueta de una estructura textil tensada.*

Fuente: [https://www.youtube.com/watch?v=zK-mvPyrC\\_I](https://www.youtube.com/watch?v=zK-mvPyrC_I)



**e. Método de simulación:**

Método más utilizado hoy en día, consiste en utilizar un programa informático especializado en la generación de formas tensadas a partir de un estado de cargas determinado.

Este método es el que ofrece una mayor ventaja sobre todos los demás siempre que se utilice un programa de cálculo adecuado ya que permite conocer con detalle el comportamiento estructural de la superficie tensada en cualquier situación y combinación de carga, así como permite conocer los esfuerzos de los elementos que sustentan dicha estructura.

La utilización de software también facilita la construcción de la superficie textil ya que permite la creación de los patrones del tejido que al ensamblarlos formaran la forma tridimensional.

Existen diversos métodos de cálculo computacionales para resolver estructuras textiles, los cuales se exponen a continuación en el apartado 1.2.9 Métodos de cálculo actuales computacionales.

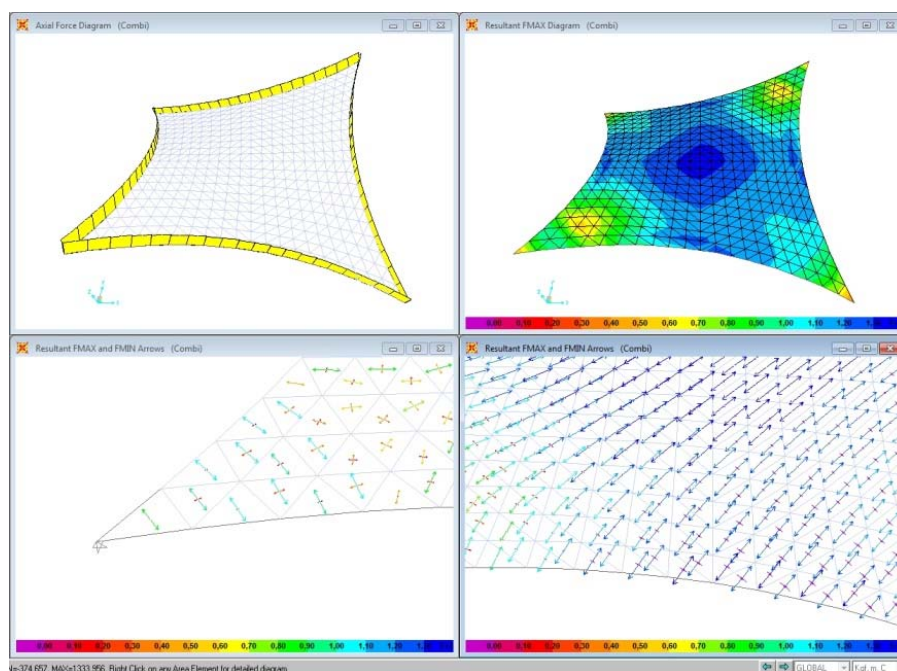


fig. 1-98 Modelo en programa de cálculo.

Fuente: Elaboración propia.



Software actual para cálculo de estructuras tesadas.

Nombre	Descripción
Easy	Diseño de estructuras ligeras.
Formfinder	Diseño de estructuras ligeras.
Forten	Diseño de estructuras tesadas, análisis y sistema de patronaje.
Meliar	Plugin para AutoCad, Rhinoceros o DesignCad 3D.
Membranes24	Software on-line para búsqueda de la forma de estructuras de membrana.
WinFabric	Diseño de estructuras tesadas y sistema de patronaje.
Oasys GSA	Búsqueda de la forma y análisis de estructuras tensadas.
Patterner	Recopilación de herramientas para trabajar con mallas superficiales tridimensionales.
Tentnology CAE	Diseño de estructuras tesadas.
Tess3D	Kurvenbau: Diseño de estructuras ligeras.
WinTess	Búsqueda de la forma análisis y sistema de patronaje.

f. Formas geométricas conocidas:

Ciertamente hay geometrías que por si mismas ya son autoestables trabajando únicamente a tracción, como sería el caso de todas las formas obtenidas por revolución, las cuales se pueden estabilizar mediante una presión interior.

Estas formas tienen la ventaja de poderse dibujar directamente sin necesitar de un proceso de búsqueda de la forma, ya que su forma está predefinida por la rotación de la directriz alrededor de un eje.

Pero estas estructuras únicamente podrían ser superficies sinclásticas y solo podría tratarse de estructuras presoestáticas, ya que requieren de la presión del aire interior para ser estables. Las formas anticlásticas no permiten ser modeladas directamente ya que se desconoce su forma de equilibrio.



*fig. 1-99 Balón de Rugby.*

<http://www.rcducks.nl/wp-content/uploads/Rugbybal-Gilbert-XT400.jpg>

### 1.2.9. Métodos de cálculo actuales computacionales

Actualmente se pueden distinguir dos grandes familias de métodos de cálculo computacionales: los que discretizan la estructura en elementos finitos y los que lo hacen en una malla de barras.

En todos los casos se trata de métodos simplificados y de cálculo iterativo que parten de una geometría básica y a partir de esta la van deformando en función de las solicitaciones hasta lograr una forma que trabaje únicamente a tracción.

Métodos de cálculo actuales (computacionales):

- a. Elementos finitos:
  - a.a Métodos matriciales.
  
- b. Malla de barras:
  - b.a Relajación dinámica.
  - b.b Relajación geométrica.
  - b.c Punto a punto.
  - b.d Densidad de fuerza.
  - b.e Método Variacional.

## a. Elementos Finitos

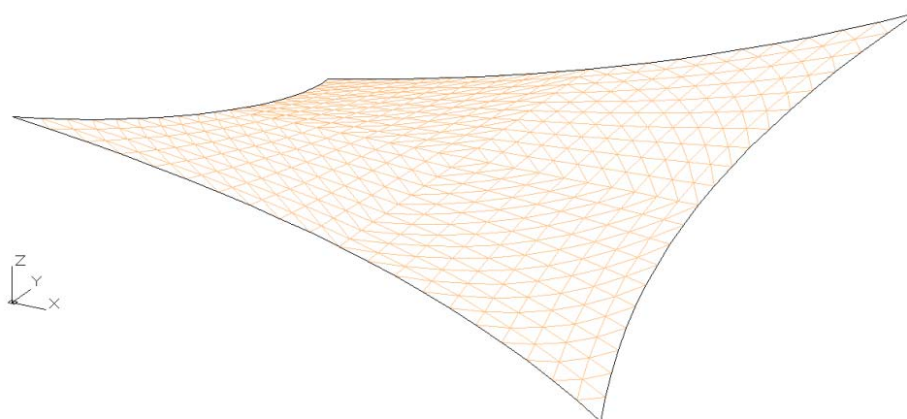
El método por Elementos Finitos se basa en discretizar la superficie laminar en pequeñas partes, o elementos, donde cada uno de ellos representa y tiene todas las propiedades del trozo de superficie que representa. Los distintos elementos están interconectados entre ellos mediante los nodos que los unen.

El método de cálculo por Elementos Finitos, consiste en una metodología de cálculo de tipo matricial donde se monta la matriz de rigidez a partir de las condiciones de los distintos elementos que forman el modelo de cálculo.

Este método se describe con más profundidad en el apartado 2.6 Cálculo por elementos finitos en estructuras tesadas laminares de esta Tesis.

### a.a Métodos matriciales

Este método es el que presenta una mayor rapidez en encontrar la solución pero tiene el inconveniente que para estructuras complejas, con una matriz de rigidez muy grande el método se vuelve lento, exige ordenadores con grandes prestaciones y aun así, se puede volver inestable y no obtener ninguna geometría válida. Por tanto se deberá controlar la medida de la matriz de rigidez de la estructura para obtener resultados rápidos y fiables.



*fig. 1-100 Discretización por Elementos Finitos.*

Fuente: Elaboración propia.

## b. Malla de barras

Los métodos agrupados en esta familia se basan en discretizar la superficie a analizar agrupando la masa en nodos y uniéndolos mediante unas barras ficticias que representan mecánicamente al trozo de superficie laminar que substituyen.

Hay varias metodologías para calcular las mallas de barras, a continuación se describen brevemente las principales:

### b.a Relajación dinámica:

El método se basa en simular procesos iterativos de movimientos con aceleraciones y amortiguadores de unas masas ficticias situadas a los nudos en un proceso pseudo-dinámico en el tiempo, donde cada iteración parte de la actualización de la forma del proceso anterior.

Consiste en considerar la superficie proyectada en planta, incluso los puntos de soporte, y proceder al levantamiento simultáneo o sucesivo de cada apoyo por escalones pequeños hasta lograr su cota definitiva resolviendo las ecuaciones no lineales por procedimientos iterativos hasta lograr la superficie estable.

### b.b Relajación geométrica

Método derivado del anterior con un proceso de iteración más rápido pero con una convergencia más lenta, sobre todo por precisiones pequeñas.

### b.c Punto a punto

Método lento pero didáctico en el cual se va equilibrando la estructura nudo a nudo, liberando y equilibrándolo cada vez el nudo con mayor desequilibrio. Este método tiene un procedimiento similar al método de Cross en el cálculo de pórticos planos de barras.

b.d Densidad de fuerza

Este método se basa en estudiar una malla que simule una membrana y que se encuentre en equilibrio al estar sometida a unas fuerzas exteriores. Teniendo en cuenta que la malla no es una superficie continua, sino un conjunto de barras las fuerzas aplicadas a la malla son aplicadas en los nudos donde a, b, c, y d son barras que coinciden en el punto en el cual se ha aplicado una fuerza P.

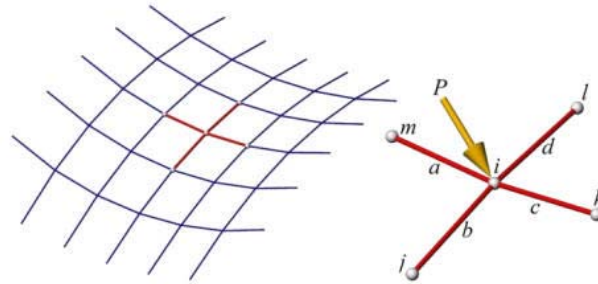


fig. 1-101 Método de la Densidad de Fuerza.

Fuente: (Gründig, Moncrieff, Singer, & Ströbel, 2000).

Estas barras a, b, c y d están sometidas a unas fuerzas  $S_a$ ,  $S_b$ ,  $S_c$  y  $S_d$ . Estas fuerzas se encuentran en el espacio 3D por tanto se pueden descomponer en sus tres componentes según los ejes X, Y, Z, multiplicando el valor absoluto de la fuerza por el coseno del ángulo que forma la barra con cada uno de los tres ejes X, Y, Z.

b.e Método Variacional:

En este método se supone la superficie discretizada en elementos cable o elementos finitos, y se supone que estos elementos que están unidos por sus nudos han de equilibrar las fuerzas de modo que la resultante de fuerzas en ellos se anule. Si se adopta una superficie arbitraria para contener estos nudos y se introducen tensiones crecientes para los elementos se puede hacer que varíen estas coordenadas hasta que lleguen a un equilibrio de fuerzas en los nudos.

### 1.2.10. Marco normativo

Actualmente no existe un extenso marco normativo de referencia para el diseño y cálculo de las estructuras tensadas, especialmente en lo concerniente a las estructuras superficiales de membrana, ya que no existen demasiadas guías ni normativas de referencia específicas para las estructuras superficiales tensadas, tal como pone de manifiesto recientemente P Beccarelli en el capítulo “The Design, Analysis and Construction of Tensile Fabric Structures”, del libro “Biaxial Testing for Fabrics and Foils” (Beccarelli, 2015).

Los factores principales para la ausencia de las estructuras textiles en las normativas actuales se debe a que aunque ciertamente su comportamiento estructural esté basado en principios mecánicos básicos y conocidos no se utilizan en la construcción habitual (Ishler, 2013, p. 94).

Además el hecho de no existir normativas de referencia y de precisar de un cálculo no lineal da lugar a una diferencia significativa en los posibles resultados obtenidos para el diseño de una estructura (Campbell D. , 2013, p. 52), especialmente si se intentan implementar las normativas locales basadas en cálculos lineales de combinaciones de acciones, que son incompatibles con la necesidad de un cálculo no lineal.

Incluso el propio concepto de tipos de carga a utilizar para el cálculo de una cubierta ligera detallados en las normativas tampoco sería de aplicación directa en una estructura textil, ya que el concepto de sobrecarga de uso que prescribe la normativa no es de aplicación en una estructura textil, en general, no se debería prever ninguna sobrecarga de uso, ni siquiera una carga mínima de mantenimiento, y únicamente se debería calcular la superficie a sobrecargas de nieve y viento, además de su reducido peso propio.

En referencia a la sobrecarga de viento es necesario destacar que las normativas están realizadas para elementos constructivos rígidos, sin deformaciones, y una estructura textil, aunque esté fuertemente pretesada, al estar sometida a una carga de viento esta se deformará, ondeará y se adaptará a la carga de viento que la somete, hecho que hará variar las cargas, y no está contemplado en las normativas actuales.

A nivel normativo Europeo existe la norma EN 13782 “Estructuras temporales - Carpas – Seguridad” del 2005, redactado por el European Committee for Standardisation (European Committee for Standardisation, Estructuras temporales - Carpas - Seguridad - EN 13782, 2005) que restringe su campo de aplicación a los requerimientos de seguridad del diseño de carpas temporales de más de 50m<sup>2</sup>, exponiendo los términos y definiciones fundamentales, así como los requisitos generales para el diseño análisis y examen de las estructuras temporales de carpas.

Las características, los requisitos y los métodos de ensayo para tejidos recubiertos destinados a la estructura y carpas temporales se resumen en la norma europea EN 15619: 2008 + A1: 2010 “Rubber or plastic coated fabrics - Safety of temporary structures (tents) - Specification for coated fabrics intended for tents and related structures” (European Committee for Standardisation, 2010). En esta normativa se introduce la idea de tener un nivel de rendimiento distinto para cada característica, comportamiento mecánico, resistencia,...

De modo similar a esta normativa la “Membrane Structures Association of Japan” ha desarrollado en 2003 la “Japanese Standard Test Methods for membrane materials (coated fabrics) – Qualities and performances” (Membrane Structures Association of Japan, 2003). Debido al ámbito de aplicación, el contenido del documento no ofrece una descripción exhaustiva de los aspectos teóricos sobre el diseño y la realización de una estructura permanente.

A nivel mundial, las referencias de diseño y cálculo de estructuras laminares tensadas se limitan a guías editadas por asociaciones de estructuras superficiales tensadas: la “Membrane Structures Association” del Japón, publicó una guía de diseño el 1990. Más tarde la “American Society of Civil Engineers” (ASCE) también publicó una guía, y a nivel global Europeo, existe la Guía Europea de Diseño de las Estructuras Superficiales Tensadas de Tensinet (Forster, 2004) que se puede considerar una guía completa del diseño, cargas, calculo y fabricación de las estructuras textiles.

Actualmente se está desarrollando el documento primario de lo que será la Normativa de referencia europea para el diseño y cálculo de estructuras tensadas, el Eurocode 10, que se prevé que salga publicada en 2024: el “Guideline for a European Structural Design of Tensile Membrane Structures Made from Fabrics and Foils” (European Committee for Standardization, 2014).

En los Estados Unidos de América la American Society of Civil Engineers (ASCE) y el Structural Engineering Institute (SEI) han contribuido al desarrollo de diversos manuales y normativas relacionadas con las estructuras textiles, de las cuales destaca la ASCE Standard 55-10 "Tensile Membrane Structures" (ASCE, 2010), que realiza una visión general de los materiales de membrana, el diseño y los requisitos de una fabricación y montaje apropiado de la estructura proporcionando un conjunto de combinaciones de carga y coeficientes de seguridad para los materiales.

En relación al cálculo de carga de pretesado (objeto de esta Tesis), las referencias se limitan a las simplificaciones y recomendaciones efectuadas por estas normativas primarias, guías de diseño y a unos pocos artículos muy teóricos y genéricos, en la mayoría de casos.

A nivel de referencia únicamente se mencionarán las referencias marcadas en la Guía europea, en la normativa para carpas temporales y en el documento preliminar del Eurocode 10, que se podrían considerar los documentos más próximos a la realidad europea de cálculo de estructuras textiles laminadas tensoestáticas.

En la Guía Europea Se refieren al pretesado como una *"... parte inherente del comportamiento estructural. Los niveles de pretensado se eligen como resultado del proceso de búsqueda de la forma..."*, de tal manera que los valores del pretesado deben ser considerados en todos los estadios del proceso de diseño, construcción y vida útil de la estructura debiendo incluirlos en todos los estados de carga.

La Guía hace referencia a diversos valores de pretesado recomendables para diferentes materiales estableciendo que en general *"... el pretesado no debe ser menor de 2.5% ni mayor del 6% del promedio de la resistencia a rotura a tracción del material en las dos direcciones de urdimbre y trama"*.



En la normativa Estructuras temporales - Carpas – Seguridad, en el artículo 7.5.2 Membrana. Pretensado, indican que:

*“La estructura debe pretensarse mecánicamente para estabilizar la estructura de la membrana contra las cargas exteriores que se ejerzan y también para evitar cualquier golpe, ondulación o fallo.*

*La carga permanente de servicio ejercida por la membrana en el borde de la estructura debida al pretensado no debe ser superior al 5% de la resistencia media a la tracción de corta duración del textil. Se puede tener en cuenta una resistencia a la tracción superior si se justifica mediante ensayo.*

*Se deben combinar las acciones (pretensado, carga debida a la nieve y carga de viento) para tener en cuenta el comportamiento no lineal de la estructura. La carga de pretensado debe tomarse en consideración en la combinación de cargas con su coeficiente de seguridad correspondiente.”.*

En este documento únicamente se indica que el valor recomendado máximo para la realización del pretensado es del 5%  $R_k$ .

Finalmente haciendo referencia al documento preliminar del Eurocode 10, en el artículo 3.4.1 Prestress. Definition and handling of prestress, este hace incidencia en el tema del pretensado de un modo más profundo que el resto de casos. De entrada reconoce el doble papel que realiza el pretensado sobre la membrana, detectando el efecto de establecer un estado tensional de tracción a la superficie general previa a la actuación de las cargas, al mismo tiempo que le otorga una rigidez a deformación que no tendría de no estar pretensada.

Este doble papel implica que el pretensado debe tenerse en consideración para la verificación de resistencia en los Estados Límites Últimos (ELU) y para la verificación de los Estados Límite de Servicio (ELS). La duda que refleja el documento es que consideración se le debe otorgar al pretensado, es decir si se debe considerar como una acción o como una propiedad de rigidez del material.

La primera hipótesis de considerarla como una carga resulta aceptable para la verificación de los ELU, ya que todas las actuaciones que ejercen una tensión sobre la superficie se acostumbran a utilizar como acciones, y de esta manera el pretesado sería una acción más a considerar.

En este sentido, si se considera una acción se propone utilizar un coeficiente de seguridad  $\gamma_p \geq 1$ , ya que una desviación al alza del valor del tesado implicaría un estado tensional global superior de lo previsto en cálculo. Igualmente utilizar un coeficiente superior a 1 sería recomendable para prever las posibles pérdidas de pretesado que podrían aparecer con el paso del tiempo debido a la fluencia, relajación u otros sistemas de pérdida de tesado.

También resultaría aceptable considerar el pretesado como una acción en la verificación de los ELS, pero en este caso sería más desfavorable una desviación hacia abajo del valor del pretesado, ya que un valor inferior implicaría una disminución de la rigidez, por eso motivo recomiendan un coeficiente de seguridad  $\gamma_p \leq 1$ , para la realización de esta verificación.

En el documento se advierte que utilizar valores de pretesado distintos a los reales previstos para ser aplicados podría conllevar a modificaciones de la geometría que implicarían valores y distribuciones del valor del pretesado distintos a los reales, hecho que sugeriría utilizar un coeficiente de seguridad  $\gamma_p = 1$ , para que este coeficiente no influyera en el resultado final implicando una distribución tensional errónea.

Para la demostración de la eficacia de la segunda hipótesis, de considerar el pretesado como una característica de rigidez del material, realizan cuatro ejemplos donde se observa la mejora del comportamiento en el caso de un cable simple, un par de cables cruzados, un tubo hinchado y la vibración donde la tensión tiene el mismo efecto que la rigidez.

Esta consideración de suponer el pretesado como una característica de rigidez sería útil precisamente para las verificaciones en ELS, pero no tanto para las de ELU, donde es más eficaz la consideración de carga externa aplicada sobre la superficie a analizar.

En el artículo 3.4.2 Prestress. Appropriate prestress levels se indica que el nivel del pretesado debe ser de tal manera que la estructura cumpla con los requisitos estructurales y estéticos previstos en el proyecto arquitectónico.

Los requisitos estructurales que enumeran que debe cumplir la estructura con la ayuda del pretesado son:

- Evitar el aleteo.
- Evitar el destensado de todas las áreas de la membrana bajo las cargas de diseño.
- Evitar la formación de bolsas de agua.
- Otras limitaciones de diseño por límites de deformación.

A las que se debería añadir la de no superar la tensión admisible del material con la aplicación de las cargas exteriores.

Posteriormente se hace referencia a los valores de pretesado aconsejables delimitados por la Guía Europea de Diseño de las Estructuras Superficiales Tensadas de Tensinet (Forster, 2004), ya enumerados anteriormente, que tomarían un valor comprendido entre el 2.5% y el 6%  $R_k$ , añadiendo un valor límite inferior absoluto de 1.5 kN/m, que para una membrana de resistencia característica de 50 kN/m, como la utilizada para el cálculo de los modelos de esta Tesis, correspondería a un porcentaje del 3%  $R_k$ .

Para el valor del pretesado máximo recomiendan no superar el valor del 5% para tejidos fabricados con fibras de algodón o sintéticas, y del 6% para membranas confeccionadas a partir de fibras de vidrio con protección PTFE.

Pero en todos los casos puntualizan que estos valores son únicamente de referencia y se pueden utilizar valores superiores o inferiores de pretesado que irían en función de la temporalidad o permanencia de la estructura, de las curvaturas generales de la geometría, de la posibilidad de retesar la estructura, de las posibles pérdidas que pueda sufrir la membrana, etc... que deberían ser evaluadas para cada caso concreto, que permita tener un determinado nivel de pretesado inicial y un nivel de pretesado suficiente al final de la vida útil de la estructura.

Haciendo un resumen de los valores enunciados por las diferentes fuentes se puede establecer un pretesado mínimo del 3% y uno máximo entre el 5% y el 6% según el material, siendo del 5% para tejidos fabricados con fibras de algodón o sintéticas, y del 6% para membranas confeccionadas a partir de fibras de vidrio con protección PTFE.

## 1.3. Pretesado en estructuras textiles laminares tensoestáticas

### 1.3.1. Introducción

Obtener una superficie que presente siempre un estado tensional de tracción es el objetivo principal del cálculo de una estructura textil. Para poder asegurar esta necesidad estructural es imprescindible que la superficie presente un pretesado inicial previo a la actuación de cualquier carga exterior suficientemente elevada como para evitar que ningún punto de la superficie se destense, o en el caso que eso sucediera, que la superficie resultante fuera estable incluso con zonas destensadas.

El pretesado es parte fundamental e imprescindible de toda superficie textil laminar tensoestática, un infratesado de la superficie laminar puede ocasionar que alguna zona quede destensada pudiendo provocar la inestabilidad de la estructura, pero un exceso de pretesado puede conllevar un sobretesado demasiado elevado como para ser soportado por la superficie laminar.

Determinar con precisión el nivel de pretesado es fundamental para la resolución óptima de la estructura, hay que determinar un pretesado suficiente como para mantener la tracción de la estructura, pero no ser demasiado elevado como para provocar su colapso o sobredimensionado.

La afectación a nivel tensional en cada parte de la estructura es otro tema importante del pretesado. El cálculo clásico acepta una distribución homogénea de la tensión del pretesado en toda la superficie, pero como se ha demostrado anteriormente en el apartado 1.2.3 Condiciones de tesado uniforme para que se produzca esa distribución uniforme de la tensión de pretesado se deben cumplir unas características que en la mayoría de estructuras textiles laminares tensoestáticas no se cumplen de tal manera que la distribución real de la tensión del pretesado no será uniforme en la mayoría de casos.

Para que la estructura textil superficial tensoestática sea válida es necesario que se mantenga un nivel de pretesado suficientemente elevado durante toda su vida útil como para evitar que se destense alguna zona. Por ese motivo es necesario evaluar las pérdidas de tensión de pretesado que se pueden producir en la superficie laminar para determinar que no se produzcan distensiones importantes, y/o realizar campañas de reconocimiento del estado tensional "in-situ" y proceder a un retesado en caso que sea necesario.

En este apartado 1.3 Pretesado en estructuras textiles laminares tensoestáticas se evaluarán todos estos aspectos relacionados con el pretesado desde los mecanismos habituales de introducción de pretesado en la superficie y los efectos que el pretesado le provoca, hasta los valores recomendables para pretesar una estructura y la evaluación de las pérdidas del valor tensional de la fuerza original de pretesado.

### 1.3.2. Necesidad

El pretensado de las estructuras tensoestáticas es una parte fundamental del comportamiento estructural, ya que contribuye significativamente a su rigidez debido a que sus componentes de doble curvatura inversa interactúan para mantener la forma inicial, ya que una superficie anticlástica se puede estabilizar mediante un mínimo de cuatro vectores de esfuerzos de tracción no coplanarios que estén en equilibrio.

Hay efectos a largo término, como por ejemplo la fluencia de la membrana u otras acciones reológicas como el asentamiento de la cimentación que pueden alterar el valor del pretensado aplicado sobre la membrana. Se debe considerar estos efectos y asegurar que se mantendrá un nivel de pretensado suficiente como para mantener la superficie estable.

El pretensado mínimo exigido a las superficies de membrana depende de la rigidez, de la resistencia del material y de la eficacia de la superficie, es decir, de la curvatura. A demás, con niveles de pretensado inferiores a los indicados pueden aparecer irregularidades o arrugas por no estar todas las fibras de la superficie lo suficientemente tensadas.



*fig. 1-102 Proceso de tesado de una superficie textil en la expo de Zaragoza.*

Fuente: [http://www.tensinet.com/project\\_files/4426/fig18.jpg](http://www.tensinet.com/project_files/4426/fig18.jpg)

Establecer el pretensado ideal es un compromiso a escoger un valor entre un pretensado lo suficientemente bajo como para reducir el trabajo del tesado a efectuar durante la instalación y no consumir excesiva resistencia del material, y lo suficientemente alto como para mantener una tensión suficiente después de las pérdidas por fatiga del material de la membrana a lo largo del tiempo.

Debido a que el pretensado de una membrana afecta a todos los elementos de la estructura sustentadora (mástiles, pórticos, cables, etc.) es conveniente incorporarlos en el modelo de cálculo en el momento de realizar el cálculo de la estructura. Como más completo sea el modelo de cálculo, más exactos y ajustados serán los resultados obtenidos.

Para realizar el cálculo correctamente es conveniente no considerar la fuerza de pretensado como una acción más que actúa simultáneamente con las acciones exteriores, siendo más correcto realizar un primer cálculo considerando únicamente el pretensado, junto con el peso propio, y al resultado obtenido del análisis anterior aplicar las cargas exteriores.

Actuando de esta manera se tiene en consideración el proceso constructivo, la forma y el estado tensional en el momento de introducir las cargas exteriores.

### 1.3.3. Los Mecanismos de introducción

Los métodos de introducción del pretensado, o dicho de otro modo, el proceso constructivo de una superficie tesada es una parte fundamental para el correcto montaje y posterior funcionamiento de la superficie, ya que de ello depende directamente alcanzar el nivel de tensado proyectado. Una mala puesta en obra, o una mala elección del método de introducción, puede ocasionar no alcanzar el nivel de pretensado requerido, o superarlo con la posibilidad de dañar la superficie laminar.

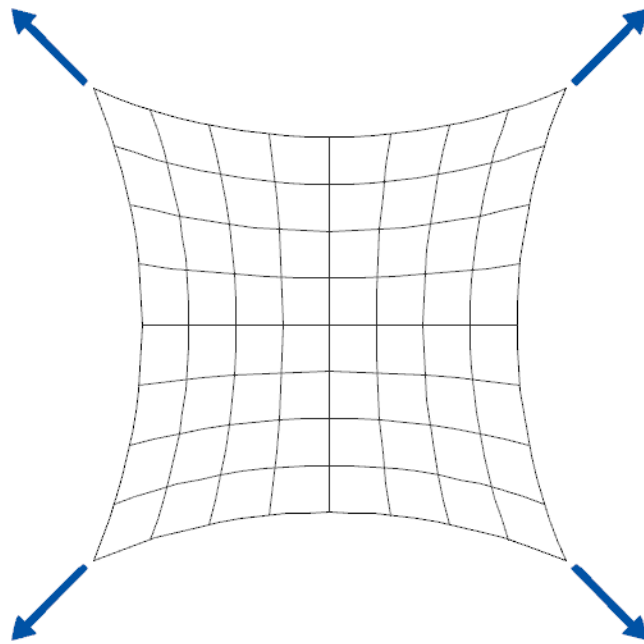
Los métodos de introducción del pretensado se pueden agrupar básicamente en 4 grupos:

- a. Mediante los puntos de fijación.
- b. Mediante el borde libre, tesando por los extremos de la relinga.
- c. Tirando del borde de la superficie de modo uniforme y perpendicular a ella.
- d. Mediante la aplicación de una carga uniforme y perpendicular al plano de la superficie.



a. Mediante los puntos de fijación

El pretesado por los puntos de fijación es un tipo de introducción del pretesado, que consiste en tesar la superficie mediante los aparatos de sujeción de los puntos fijos extremos de la superficie, los cuales materializan la unión entre la lona y el soporte rígido, de tal modo que para tesar la lona se realiza un acortamiento de la conexión entre el elemento y el soporte fijo provocando un tesado de la superficie a partir de esos puntos.



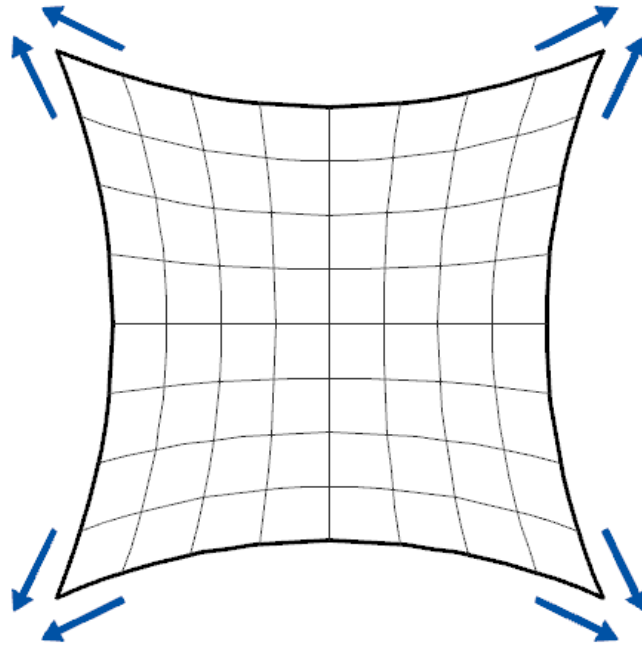
*fig. 1-103 Superficie tesada por los puntos de fijación.*

Fuente: elaboración propia.

Este mecanismo de tesado provoca unas tensiones localizadas en la lona muy elevadas en el punto de aplicación que se van diluyendo hacia la parte interior de la superficie laminar, como se demostrará en el apartado 1.3.4. Efectos producidos por el pretesado en la superficie laminar.

**b. Mediante el borde libre, tesando por los extremos de la relinga**

El pretesado por el borde libre, tensando por los extremos de la relinga, consiste en tesar la relinga por los mismos elementos de anclaje donde se realiza la fijación de la superficie y la relinga perimetral, de tal modo que al tesar la relinga, que tiene una forma parabólica alrededor del borde de la superficie, esta le provoca una fuerza perpendicular a su directriz introduciendo un tesado hacia al exterior de la superficie de forma teóricamente uniforme.



*fig. 1-104 Superficie tesada por la relinga.*

Fuente: elaboración propia.

Este mecanismo de tesado supone un tesado de la superficie con una dirección perpendicular al borde libre y una distribución superficial relativamente uniforme. La dirección de la fuerza que ejercerá el cable curvado sobre la superficie estará en función del trazado del cable, si este es un arco de circunferencia la fuerza será perpendicular a la directriz del cable, realizando un tesado desigual en la superficie, y si se trata de una catenaria perpendicular a la línea de unión de los puntos de fijación del cable otorgará distribución tensional uniforme a la superficie, como se demostrará en el apartado 1.3.4. Efectos producidos por el pretesado en la superficie laminar.

En una superficie real es imposible trazar con exactitud la distribución de una catenaria ideal del cable de borde, ya que la propia deformación del cable y de la superficie al entrar en tensión modificarán el trazado ideal, y cada estado de cargas ofrecerá un estado tensional y una deformación distinta a las demás, de tal manera que el trazado del cable perimetral variará constantemente y así la forma de distribución de la carga de tesado. Por ese motivo no se puede determinar con total precisión el trazado ideal del cable para ofrecer una distribución tensional idealmente uniforme.

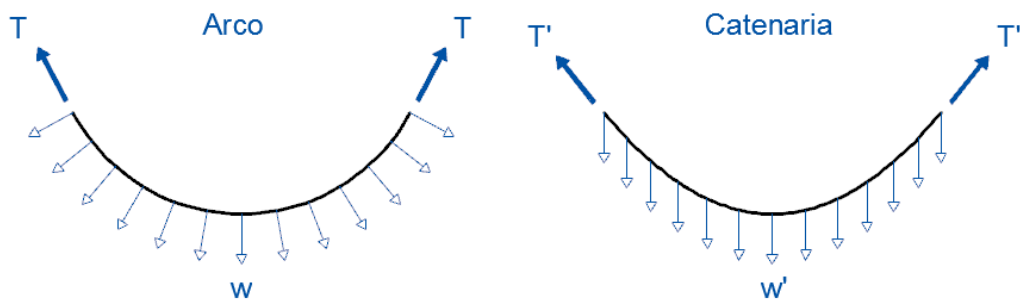


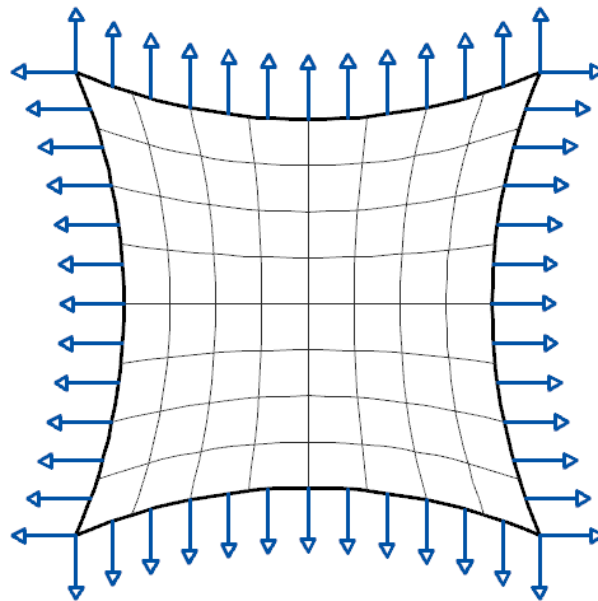
fig. 1-105 Dirección de la fuerza de tesado en un arco y una catenaria.

Fuente: Elaboración propia.

A este hecho hay que añadir el comentario que en radios de curvatura relativamente elevados como los presentes en los bordes libres de las superficies tesadas, la geometría exacta entre un arco de circunferencia, una parábola y una catenaria, pasando por los mismos puntos de soporte y teniendo una misma flecha, es muy similar, de tal manera que con la mínima deformación del trazado el comportamiento de la dirección de la fuerza que ejerce el cable sobre la lona puede variar muy fácilmente al variar la geometría del cable.

**c. Tirando del borde de la superficie de modo uniforme y perpendicular a ella**

El pretesado efectuado tirando por el borde de la superficie de modo uniforme y perpendicular a ella, denominado de “compensación geométrica”, consiste en fijar directamente el borde de la superficie laminar a un elemento rígido exterior separado de la posición original del borde de la superficie de tal manera que al estirla y fijarla la obligue a mantenerse traccionada.



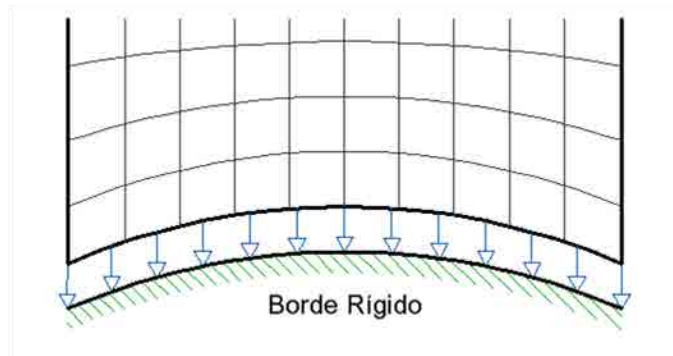
*fig. 1-106 Superficie tesada tirando del borde.*

Fuente: Elaboración propia.

Existen múltiples maneras de realizar este método de tesado pero lo habitual consiste en fijar la relinga perimetral a un elemento rígido externo. Este elemento perimetral puede ser paralelo a la superficie o simplemente se fijan los extremos de la relinga a los puntos de anclaje.

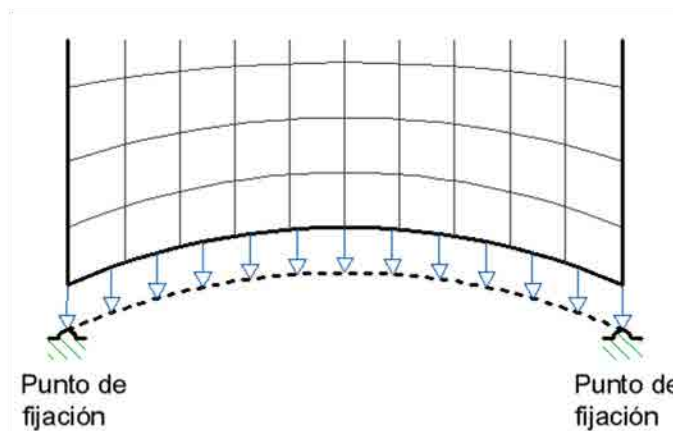
En el caso de ser paralelo al borde, se produce un alargamiento uniforme de toda la superficie en aquella dirección. Este mecanismo de tesado supone un tesado totalmente uniforme en toda la superficie, pero raramente se puede realizar ya que requiere un elemento totalmente rígido a lo largo de todo el perímetro de la superficie a tesar.

El caso más habitual es fijar los extremos de la relinga a los puntos de soporte. Este método hay que diferenciarlo del tesado por los puntos de soporte, ya que en este caso es la superficie entera la que se estira lateralmente hasta que los extremos de la relinga alcanzan a los puntos de anclaje, y en el momento de liberarla será en función de la rigidez de la relinga que la superficie obtendrá un tesado más o menos homogéneo.



*fig. 1-107 Estiramiento y fijación a borde rígido.*

Fuente: Elaboración propia.

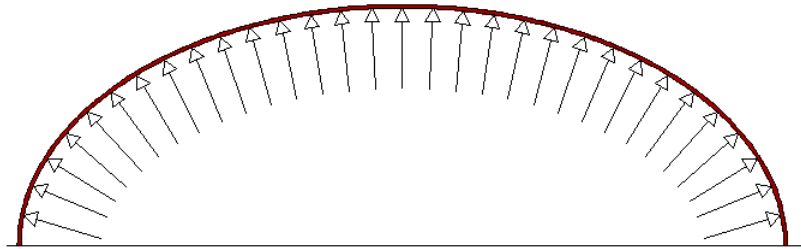


*fig. 1-108 Estiramiento y fijación a puntos extremos.*

Fuente: Elaboración propia.

**d. Mediante la aplicación de una carga uniforme y perpendicular al plano de la superficie**

Finalmente el método de tesar aplicando una carga completamente uniforme y perpendicular a la superficie, es el método aplicado para tesar una superficie sinclástica, ya que al no disponer de una doble curvatura inversa que pueda ser autoestable, se requiere aplicar una carga uniforme y perpendicular por el lado cóncavo de la superficie para mantenerla tensada.



*fig. 1-109 Tesado por sobrepresión interior.*

Fuente: Elaboración propia.

La carga perpendicular sobre la superficie se debe aplicar mediante un fluido para que este se adapte a la forma final de la superficie, habitualmente se utiliza la sobrepresión del aire interior por la facilidad que supone generarla y obtener un espacio habitable sin generar un peso a soportar, pero en el caso de superficies cerradas, como un tubo neumático se podría utilizar cualquier fluido para generar la sobrepresión interior como podría ser agua, aceite o cualquier tipo de gas, ya que simplemente se requiere generar una presión interna superior a la carga externa aplicada sobre la superficie laminar.



*fig. 1-110 Tubo neumático Boulding Bridge en Londres.*

Fuente: <http://7mc-arquitectes.blogspot.com.es/2013/05/boulding-bridge-londres.html>

Este mecanismo de tesado origina una tensión de tesado completamente uniforme en cada arco de la superficie, si la superficie fuera una esfera o una parte de ella fijando todos los puntos libres, la tensión obtenida sería completamente homogénea, pero si la superficie presenta radios distintos, la tensión sería igual dentro de un arco pero variaría de uno al otro al variar el radio de curvatura.

Cabe recordar que la presión interna es la misma en todos los puntos, pero la tensión en la superficie también es función del radio de curvatura, como se ha demostrado en el apartado 1.2.3 Condiciones de tesado uniforme:

$$w = \frac{t}{R} \quad (1.01)$$

Dónde:

$w$ : Presión uniforme y perpendicular en todos sus puntos a la superficie.

$t$ : Tensión de la superficie.

$R$ : Radio de curvatura de la superficie.

#### 1.3.4. Efectos producidos por el pretensado en la superficie laminar

Los efectos producidos por el pretensado en una superficie laminar a nivel global de la estructura tienen básicamente dos misiones:

- Contrarrestar las compresiones debidas a las cargas en el sentido de los arcos que surgirían de no existir pretensado, de modo que solo exista tracción en toda la superficie.
- Proporcionar suficiente rigidez a la membrana, como pueden ser la limitación de flecha en uso, o la reducción del cimbreo de la superficie frente a la acción de viento.

Las dos misiones requieren un mayor pretensado. A mayor pretensado mayor será la capacidad de la superficie laminar para contrarrestar las compresiones producidas por las cargas externas. Y a mayor pretensado más rígida será la estructura demostrando una menor capacidad de deformación.

Pero el pretensado supone una disminución de la capacidad de resistir cargas exteriores ya que consume parte de la resistencia útil del material que conforma la superficie laminar de tal manera que queda una menor capacidad resistente residual.

Con estas consideraciones, el pretensado de la membrana tiene un valor muy significativo en el comportamiento global de la estructura, y como ya se ha mencionado anteriormente el estado de pretensado influye directamente en la forma de la superficie, de tal manera que se debe determinar que el pretensado es un dato básico del proyecto que se debe considerar desde los inicios de la concepción de la superficie laminar.

De este modo en la búsqueda de la forma, se debe ya partir de un pretensado adecuado a la geometría deseada. Y de la misma manera, se debe reproducir esta misma forma y nivel de tesado en la construcción y mantenerlo a lo largo de toda la vida útil de la estructura.

La manera de introducir el pretensado en la superficie laminar influye directamente en la distribución de la tensión de tesado sobre la superficie y por tanto en los efectos descritos anteriormente de contrarrestar compresiones, dotar de rigidez transversal a la superficie y capacidad resistente al material.



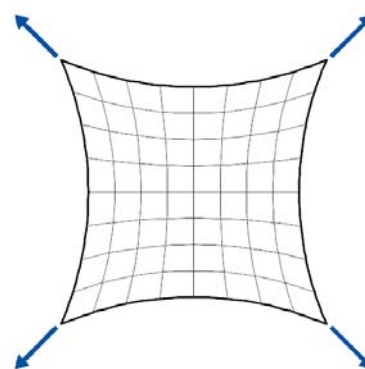
En el caso concreto de superficies de lona con grosores muy finos, es habitual trabajar directamente con las unidades ya referidas al grosor de la misma, de tal manera que el módulo de elasticidad está en N/mm, y no en N/mm<sup>2</sup> como sería habitual en un material genérico y en lugar de trabajar con tensiones (N/mm<sup>2</sup>) se trabaje con resistencias por unidad de longitud (N/mm).

Analizando cada método de introducción de carga de pretensado y la distribución tensional conferida sobre la superficie se puede determinar como se ven afectados los efectos globales descritos.

Esta descripción realizada a nivel teórico y limitada a la distribución de tensiones máximas sobre la superficie, se verá ampliada en el apartado 2.3.3 Modelos conceptuales de láminas, donde se analizarán con más profundidad los efectos producidos por los distintos métodos de introducción sobre una superficie laminar plana.

#### a. Introducción del tesado mediante los puntos de fijación.

La introducción de la carga mediante los puntos de fijación confiere una tensión de pretensado elevada en la zona próxima al punto de soporte, pero esta tensión se va diluyendo hacia el interior de la superficie. Esta tensión elevada es debida a que toda la fuerza de tracción es ejercida directamente en los puntos de fijación de tal manera que la porción de superficie laminar en contacto con esos puntos es muy poca, es decir, por muy poca sección de lona debe pasar toda la carga de pretesado, de tal manera que la tensión de esa zona es muy elevada.

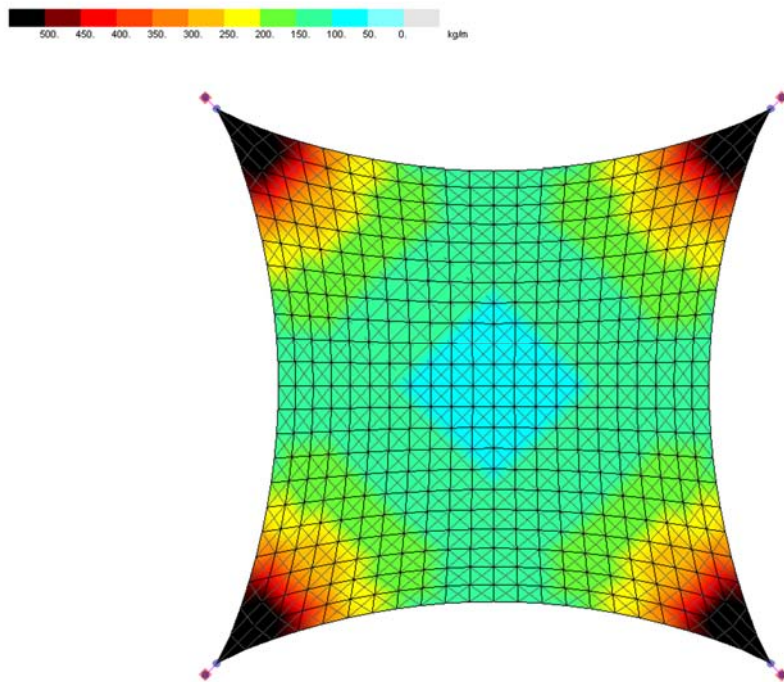


*fig. 1-111 Superficie tesada por los puntos de fijación.*

Fuente: Elaboración propia.

Con este método de introducción se debe calcular la fuerza de tesado para obtener en la parte central de la superficie un pretensado suficiente para hacer frente a las acciones exteriores y para obtener una rigidez suficiente como para evitar unas grandes deformaciones globales de la estructura en su zona central.

El cálculo del pretesado mínimo se debe realizar para la zona central ya que será esta la que tendrá una menor influencia del pretesado realizado en los puntos extremos de soporte.



*fig. 1-112 Tensiones debidas a un tesado por los puntos de soporte.*

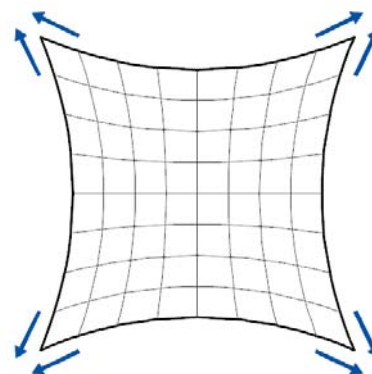
Fuente: Elaboración propia.

Analizando lo sucedido en la zona próxima a los soportes, que es la zona con la mayor repercusión de la tensión de la fuerza de pretesado, se observa como la tensión es muy superior a la localizada en la zona central donde se ha aplicado el pretesado mínimo necesario llegando a unos valores de tensionales que pueden ser tan elevados que reduzcan mucho la capacidad de soportar nuevas cargas exteriores, llegando a la paradoja que el pretensado mínimo necesario para la zona central de la superficie llegue a colapsar la zona de soportes.

Para mejorar el comportamiento en la zona próxima a los soportes se puede plantear un refuerzo localizado de la superficie en esa zona, por ejemplo realizando un doblado, o triplicado de la lona en la zona próxima a los puntos de soporte que se detecten sobre solicitados en el análisis estructural.

**b. Introducción del tesado mediante el borde libre, tesado por los extremos de la relinga.**

La introducción de la carga de pretesado mediante el tesado de los cables perimetrales, confiere una distribución de la tensión de pretesado más uniforme que en el caso de actuar únicamente en los puntos concretos de soporte ya que la carga entra en la superficie por todo el borde, en lugar de únicamente en los puntos de soporte de la superficie.

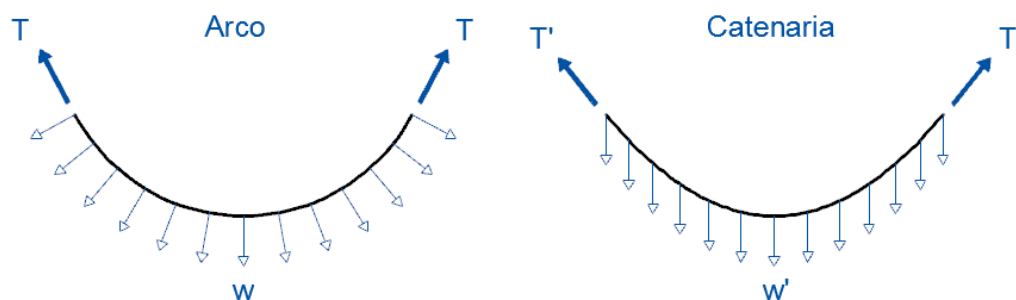


*fig. 1-113 Superficie tesada por la relinga.*

Fuente: elaboración propia.

Pero la distribución no es totalmente uniforme si no que se detecta que la tensión máxima se localiza por el perímetro de la superficie y se muestra con una disminución hacia el interior de la misma.

La dirección exacta de la carga introducida en la superficie mediante el cable perimetral es difícil de evaluar ya que en función de la geometría exacta de la curvatura del cable, la dirección será perpendicular a la directriz del cable, en el caso de un trazado en arco de semicircunferencia, o perpendicular a la línea de unión de los puntos de soporte, en el caso de una catenaria. Y ese trazado del cable se puede ver afectado por la deformación que tendrá la superficie laminar al entrar en carga, de tal manera que el trazado del cable perimetral puede no ser constante en el tiempo y por tanto la introducción de la carga tampoco, aunque ciertamente esta variación será muy poca y globalmente se puede considerar como constante.

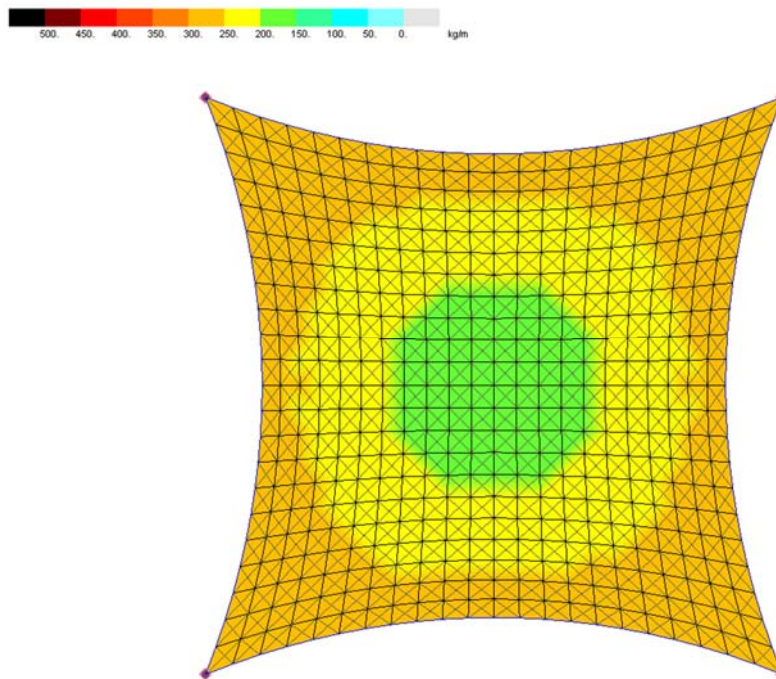


*fig. 1-114 Dirección de la fuerza de tesado en un arco y una catenaria.*

Fuente: Elaboración propia.

Con esta premisa es de suponer que la situación ideal de forma de catenaria del cable difícilmente se obtendrá y se mantendrá durante toda la vida útil de la estructura. De modo general se puede presuponer una forma de arco de circunferencia como directriz de la relinga, forma que geoméricamente es más controlable y fácil de fabricar que la catenaria.

Con la forma de arco de circunferencia la dirección de la carga será primordialmente perpendicular a la directriz del trazado del cable, y la fuerza aplicada sobre la superficie, al ser perpendicular al trazado, supondrá unas tensiones más superiores cerca de los extremos que en la parte central.



*fig. 1-115 Tensiones debidas a un tesado por la relinga perimetral.*

Fuente: Elaboración propia.

El incremento de la tensión de pretensado cerca de los soportes es en parte consecuencia de la geometría de los cables en forma de arco de circunferencia que al acercarse a los soportes las directrices de los cables, que confluyen en el soporte, se hacen más paralelas.

Si se realiza la suma vectorial de las fuerzas que transfieren los cables a la superficie, al ser más paralelas en los extremos que en la zona central, su suma da un vector de mayor magnitud originando de este modo una tensión más elevada en los extremos que en la parte central.

c. Introducción del tesado tirando del borde de la superficie de modo uniforme y perpendicular.

Introducir un pretesado mediante la “compensación geométrica”, es decir, tirando del borde de la superficie de modo uniforme, para fijarlo a un elemento rígido que lo inmovilice en el espacio es una manera de introducir un pretesado totalmente uniforme en la superficie ya que en este caso la fuerza introducida es paralela a la dirección en la que se tira de la superficie ya que no hay variación en la dirección de tesado.

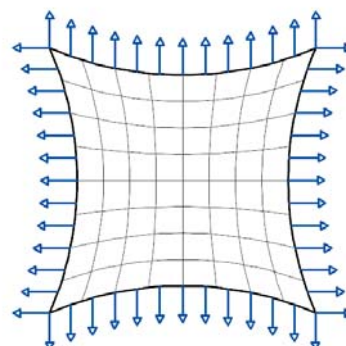


fig. 1-116 Superficie tesada tirando del borde.

Fuente: Elaboración propia.

Se produciría variación del valor de la tensión de tesado en el caso que la superficie no se fijara en un elemento totalmente rígido.

Al ser todos los vectores de fuerza ejercidos por cada borde de tesado paralelos entre si no se puede producir ninguna diferencia en la suma vectorial entre ellos y todas las sumas generan el mismo vector resultante.

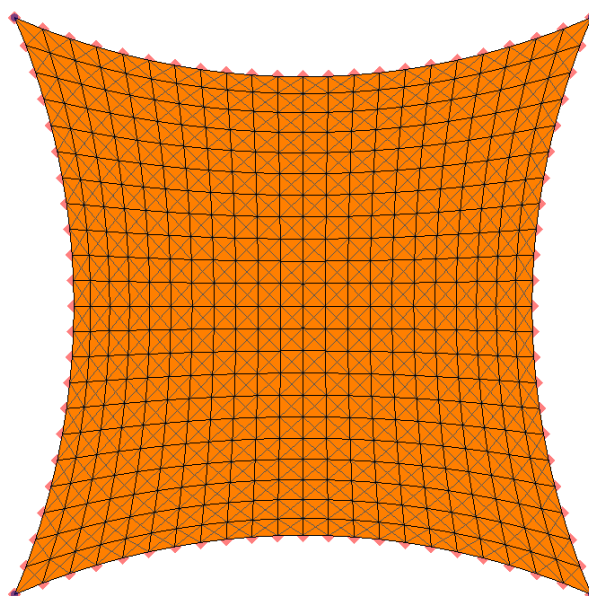
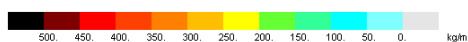


fig. 1-117 Tensiones debidas a un tesado uniforme y fijado a un elemento rígido.

Fuente: Elaboración propia.

En esta situación calcular el pretesado que se desea para la superficie consiste en determinar el incremento de longitud de la superficie necesaria para obtener esa fuerza en cada dirección en función del módulo de elasticidad del material que conforma la superficie.

Por definición el módulo de elasticidad ( $E$ ) es igual al incremento de tensión ( $d\sigma$ ) dividido por el incremento de deformación unitaria ( $d\varepsilon$ ):

$$E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (1.16)$$

De tal manera que el estiramiento de la superficie necesaria será igual al incremento de tensión deseada dividida por el módulo de elasticidad:

$$d\varepsilon = \frac{d\sigma}{E} \quad (1.17)$$

En este caso como se parte de una situación de tensión nula, el incremento de tensión coincide con la tensión de pretesado deseada:

$$d\sigma = \sigma \quad (1.18)$$

Y el incremento de deformación unitaria es la diferencia entre el incremento de longitud de la superficie en una dirección respecto a la longitud original de dicha superficie:

$$d\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (1.19)$$

Operando las ecuaciones anteriores obtendremos que la longitud a estirar será igual a la tensión de pretensado por la longitud original dividida por el módulo de elasticidad del material:

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \frac{\sigma}{E} \quad (1.20)$$

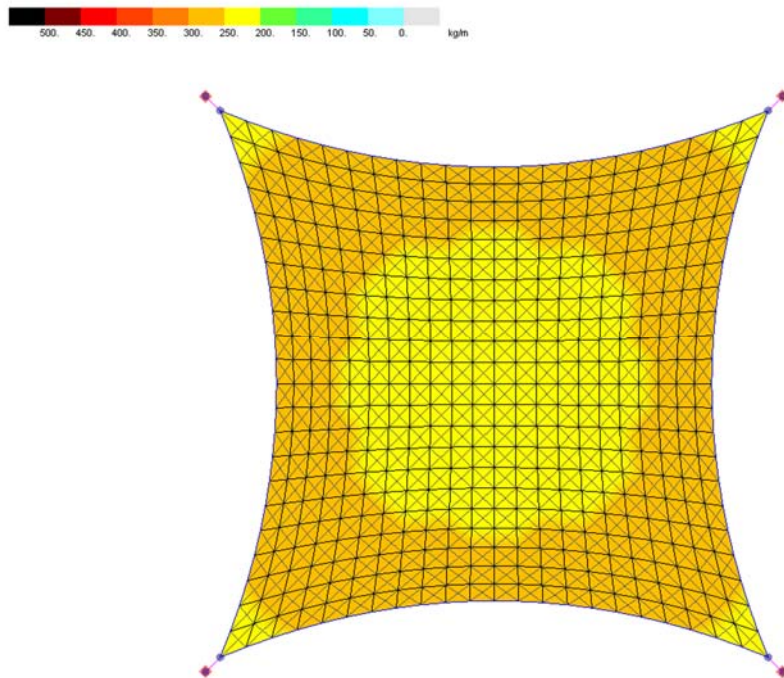
$$\Delta L = \frac{\sigma \cdot L_0}{E} \quad (1.21)$$

Con esta formulación se demuestra que la longitud a estirar es directamente proporcional a la pretensión deseada y a la longitud original de la superficie en una dirección e inversamente proporcional a la constante elástica del material.

Si aceptamos que el material es invariable una vez determinado, observamos que para obtener una misma tensión de pretesado hay que estirar más la superficie como más larga sea esta. O lo que es lo mismo, un mismo incremento de longitud no otorgará un mismo pretesado en dos longitudes de superficie distintas.

De tal manera que si se ha de pretesar una superficie con longitudes distintas en cada dirección, para obtener un mismo estado de pretensión se deberá estirar una longitud superior el lado con una mayor longitud.

En el caso que la fijación del borde no se realice por toda su longitud contra un elemento rígido sino que únicamente se fijen los extremos de las relingas, se produce un efecto mixto entre la tensión generada por tirar únicamente de los puntos de soporte, con el efecto de tesar por las relingas.



*fig. 1-118 Tensiones debidas a un tesado uniforme y fijado por los extremos con relinga en los bordes.*

Fuente: Elaboración propia.



En este caso de tesar tirando de los bordes de la superficie, pero fijando únicamente los puntos de soporte existiendo un elemento rigidizador en el perímetro, considerando que toda la membrana tiene una dimensión inferior y los puntos de soporte no coinciden con los de fijación, se producen los dos efectos comentados anteriormente dado que se producirá un estiramiento global de la superficie tirando de los bordes pero debido a la deformabilidad de la relinga de borde, esta se deformará recuperando parte de la deformación efectuada a excepción de los puntos de soporte que se mantendrán fijos en su nueva posición.

Este efecto mixto es debido a que se produce un estiramiento de la superficie y fijación en los extremos, hecho que conferiría una tensión principal en dirección a los puntos de soporte. Pero al existir una relinga perimetral que rigidiza el borde, al tensarse, esta también ejerce un efecto de tesado sobre la superficie que confiere una dirección de tesado perpendicular al borde.

Esta manera de introducir el tesado, tirando de toda la superficie para fijar únicamente los bordes difícilmente conllevará una distribución tensional uniforme, obteniendo una tensión más elevada cerca de los puntos de soporte, pero ciertamente lo será menos que en el caso de tirar únicamente de los puntos de soporte, ya que ahora la rigidez de las relingas de los bordes permitirá una cierta distribución de la carga de tesado en la parte central del cable.

El hecho de obtener una distribución tensional mixta entre los dos efectos que se producen, fijación por los puntos de soporte más tesado de la relinga perimetral, conlleva que la distribución final obtenida sea más homogénea que en los casos donde actúa uno solo de los efectos y se obtendrá una distribución más uniforme como más rígidos sean los bordes.

En este sentido se puede establecer que si los elementos de borde no tuvieran ningún elemento rigidizador, o que este tuviera una rigidez muy pequeña, el comportamiento sería como el de tesar únicamente por los puntos de soporte. Y si el borde tuviera una rigidez infinita, o muy elevada, el comportamiento sería como el de tesar la superficie fijando el perímetro a un elemento rígido.



d. Tesado mediante la aplicación de una carga uniforme y perpendicular al plano de la superficie.

La aplicación de una sobrepresión interior para realizar el pretesado es una manera de introducir un pretesado homogéneo, siempre que se cumplan las condiciones mínimas expresadas en el apartado 1.2.3 Condiciones de tesado uniforme, ya que en la situación de sobrepresión que se produce con este método, al generar-se mediante un fluido que se adapta a la superficie, se obtiene una presión uniforme y perpendicular a la superficie.

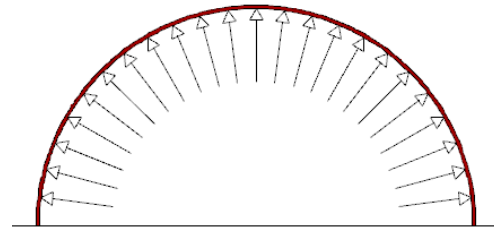


fig. 1-119 Tesado por sobrepresión interior.

Fuente: Elaboración propia.

El hecho de aplicar esta presión uniforme genera una tensión uniforme en cada arco de circunferencia de los que está compuesta la superficie sinclástica tesada por sobrepresión.

Si la superficie es una esfera o un casquete esférico donde toda la superficie tiene el mismo radio de circunferencia, la tensión generada sería totalmente uniforme, mientras que si se presentan distintos radios de circunferencia la tensión generada variaría de uno al otro al variar el radio de curvatura.

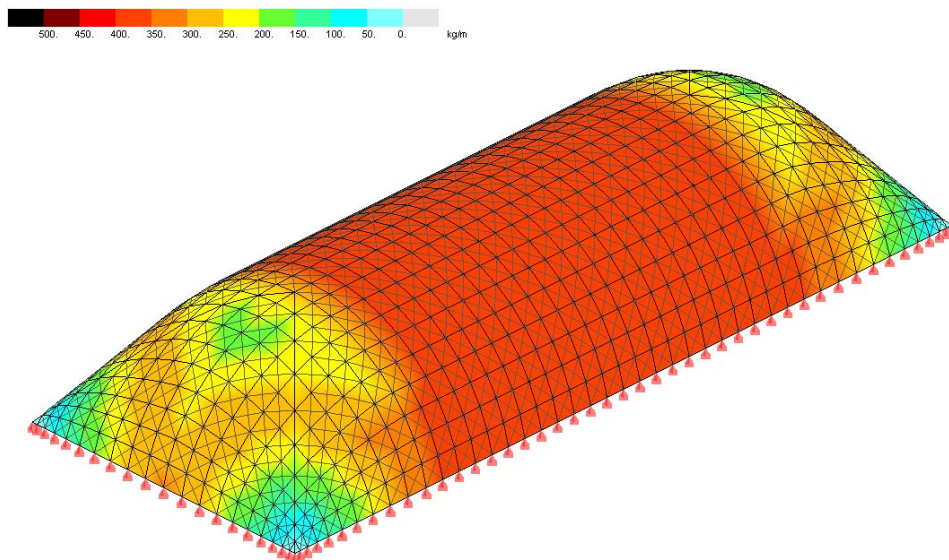


fig. 1-120 Tensiones debidas a una sobrepresión interior.

Fuente: Elaboración propia.

Cabe recordar que la presión interna es la misma en todos los puntos, pero la tensión en la superficie también es función del radio de curvatura:

$$w = \frac{t}{R} \quad (1.01)$$

Dónde:

$w$ : Presión uniforme y perpendicular en todos sus puntos a la superficie.

$t$ : Tensión de la superficie.

$R$ : Radio de curvatura de la superficie.

En resumen, cada mecanismo de introducción de pretesado genera distintas distribuciones de la tensión en la superficie, desde una distribución totalmente desigual, generando puntas tensionales con el mecanismo de tesado puntual, a la distribución homogénea que genera el tesado tirando por el borde de la superficie fijándola a un borde rígido paralelo o el tesado producido por una sobrepresión en el lado cóncavo de una superficie sinclástica. Los métodos que generan más dudas en relación a la distribución tensional son los que la superficie se fija a una relinga perimetral donde la rigidez de esta tiene una repercusión directa en la distribución tensional de la superficie.

El tesar por el borde mediante el tesado de una relinga ofrece una distribución tensional relativa uniforme en la parte central de la curva del cable, pero genera unas puntas tensionales en los extremos ya que el vector de la fuerza que confiere la relinga a la superficie es relativamente perpendicular a la relinga y en los puntos de fijación, debido a la curvatura de las relingas, las dos relingas que se fijan en el mismo punto tienen direcciones más paralelas, de tal manera que los dos vectores fuerza son más paralelos y como consecuencia se genera una mayor fuerza al sumarlos generando una tensión más elevada en estos puntos que en la zona central de la superficie.

Pero en todos los casos donde el soporte de la superficie consiste en una fijación puntual, sea cual sea el método de tesado siempre se produce una concentración tensional dirigida hacia el punto de soporte debido a que es el elemento que presenta una mayor rigidez y por tanto hacia él irán las reacciones de la carga de pretesado pasando por una menor sección de material originando como consecuencia las tensiones elevadas.

### 1.3.5. Valores recomendados o exigidos

Los niveles de pretesado se escogen como resultado del proceso de “buscar la forma” y se han de aplicar y mantener durante el montaje y la vida útil de la estructura. Al tratarse de un componente inherente de la estructura tensada, se debe incluir la fuerza del tesado en todos los estados de carga. Como regla general, se recomienda que el valor del pretesado no sea menor de 2.5% ni mayor del 6.0% del promedio de la resistencia a rotura del material de las dos direcciones del urdimbre y trama (Forster, 2004).

O siguiendo los criterios del documento preliminar del Eurocode 10, para el cálculo de estructuras textiles tensadas (European Committee for Standardization, 2014), se puede establecer un pretesado mínimo de valor absoluto de 1.5 kN/m, que se puede corresponder con un valor relativo del 3%, y un valor máximo situado en el 5% para tejidos fabricados con fibras de algodón o sintéticas, y del 6% para membranas confeccionadas a partir de fibras de vidrio con protección PTFE.

Comparado con la Guía Europea, para las membranas de fibra de vidrio con protección de PTFE el pretesado no debe ser menor de 2.0 KN/m, con valores habituales del pretesado de 5.0 a 10.0 KN/m en el caso de superficies muy planas (Forster, 2004).

Una indicación de la rigidez disponible para hacer frente a cargas dinámicas es la siguiente ecuación de medidas tomadas en un modelo en equilibrio donde las estructuras que se comportan correctamente suelen tener un valor D mayor de 0.3 KN/m<sup>2</sup>:

$$D = \frac{N_{\text{warp}}}{R_{\text{warp}}} + \frac{N_{\text{weft}}}{R_{\text{weft}}} \quad (1.22)$$

Dónde:

D: Rigidez de la superficie en KN/m<sup>2</sup>.

$N_{\text{warp}}$ : Pretensado en la dirección de la urdimbre en KN/m.

$N_{\text{weft}}$ : Pretensado en la dirección de la trama en KN/m.

$R_{\text{warp}}$ : Radio en la dirección de la urdimbre en m.

$R_{\text{weft}}$ : Radio en la dirección de la trama en m.

Habitualmente las membranas textiles se calculan de modo que las tensiones de tesado sean uniformes, o con muy poca variación en toda la superficie. Esta recomendación se efectúa ya que si la tela se tensa inicialmente de un modo razonablemente uniforme, la superficie padecerá menos deformaciones derivadas de la diferencia de tensiones dando lugar a que sea menor la probabilidad de que aparezcan arrugas locales.

Existen pocos estudios completos sobre el pretensado en superficies laminares, uno de los más destacables es el "Evaluation of membrane structure designs using boundary web cables for uniform tensioning" de los investigadores Sakamoto, Hiraku Park, K. C. Miyazaki, Yasayuki, (Sakamoto, Park, & Miyazaki, 2006), en el cual analizan diferentes configuraciones de posicionamiento y contacto de la relinga con la superficie laminar llegando a la conclusión que para lograr un tesado uniforme se debe situar la relinga separada del borde de la superficie y conectada a esta con unos mecanismos que permitan regular el tesado en cada punto de transmisión del tesado. Esta configuración realmente puede llegar a unos resultados óptimos, pero no sería válido para lonas de pequeño o medio formato donde el que impera es el aspecto visual y la relinga se sitúa por el interior de la lona de tal modo que no sea perceptible visualmente.

### 1.3.6. Pérdidas

El pretesado de una superficie textil laminar tensoestática es una parte fundamental para la correcta estabilidad de la estructura que permite mantener tensada la superficie frente a cualquier sollicitación que le afecte durante toda su vida útil.

Es de gran importancia desde el proyecto establecer el valor de tesado mínimo a mantener en la estructura para su correcto funcionamiento, de tal manera que ese sea el valor residual de tesado existente en la superficie al final de su vida útil, sin la presencia de ninguna otra carga externa aplicada sobre ella.

En el caso observarse una pérdida del valor del pretesado se debería realizar un retesado de la superficie para restablecer los valores de tesado originales. Por este motivo es necesario que desde el diseño se prevea que las estructuras textiles permitan ser retesadas en caso necesario.

En una estructura textil hay diversos factores que influyen en la pérdida de tensión los cuales se podrían dividir en dos grandes grupos genéricos: los que generan pérdidas instantáneas y los que generan pérdidas de tesado diferidas en el tiempo.

#### a. Pérdidas instantáneas

Las pérdidas con carácter instantáneo son aquellas que se producen en el mismo momento de tesar la estructura.

En este caso las pérdidas están relacionadas con la deformación de los elementos de soporte de la estructura superficial. Al deformarse esos puntos que sustentan la superficie tesada, esta se reduce de superficie destensándose.

La deformación de los puntos de soporte se puede deber a múltiples causas que dependen del diseño exacto del elemento de soporte, a un movimiento de la cimentación, a la deformación de la estructura principal donde se soporta la superficie tesada, al mecanismo de unión entre la estructura principal y la superficie tesada o a la combinación de algunas o todas ellas.

Pero lo realmente significativo para la afectación en la estructura textil es la deformación de los puntos de sustentación hacia el interior de la superficie tesada reduciendo la superficie de la misma, lo que implica una recuperación de parte de la deformación obtenida al tesar, hecho que implica un destensado de la membrana.

El mecanismo de destensado sería el procedimiento inverso al mecanismo de tensado, mientras que para tensar se tiran de los puntos de soporte y se incrementa la superficie de la estructura textil, en el caso del destensado esos puntos se relajan y se reduce la superficie de la estructura.

Como se ha demostrado en el apartado 1.3.4 Efectos producidos por el pretesado en la superficie laminar existe una relación directa entre la tensión y la deformación de la superficie laminar mediante el módulo de elasticidad:

$$E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (1.16)$$

De tal manera que la pérdida de tensión será igual a la pérdida de deformación unitaria por el módulo de elasticidad.

$$d\sigma = d\varepsilon \cdot E \quad (1.23)$$

El incremento de deformación unitaria es la diferencia entre el incremento de longitud de la superficie en una dirección respecto a la longitud original de dicha superficie.

$$d\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (1.19)$$

Operando las ecuaciones anteriores obtendremos que la pérdida de tensión es función de la deformación del soporte en relación a la longitud de la superficie original multiplicada por el módulo de elasticidad.

$$d\sigma = \frac{\Delta L}{L_0} \cdot E \quad (1.24)$$

Ésta deformación será totalmente válida para estructuras textiles fijadas completamente por los laterales y la deformación que se produzca sea uniforme en todo el soporte lateral.

En los demás mecanismos de fijación la formulación anterior no es directamente aplicable y se debería de estudiar cada caso concreto, pero para comprender el comportamiento global si que sería válida.

La afectación de las pérdidas de tensado en la superficie dependería del tipo de mecanismo que se relaja, mientras que si es una unión puntual la que se relaja, la distensión de la superficie será más localizada en la cercanía del soporte destensado, contrariamente, si la distensión es de todo un borde fijado a un elemento rígido la afectación será más global en toda la superficie.

Según el método y procedimiento de realizar el tesado es posible que dichas pérdidas de tesado instantáneas no sean perceptibles ya que al producirse durante el proceso de tesado pueden ser corregidas por el mismo mecanismo tensor.

Por ejemplo si se tesa una estructura mediante un gato hidráulico que vaya indicando la fuerza ejercida a medida realiza el tesado, Si mientras se produce el tesado en un punto concreto de soporte, se está produciendo una deformación de los otros puntos de soporte, esta deformación conlleva una pérdida de tesado global, pero que no es perceptible ya que el propio gato aplicará más deformación en el punto donde esté tirando para obtener la misma fuerza final de tesado.

En todo caso estas pérdidas, como se producen en fase de construcción se pueden detectar realizando una inspección de los puntos de tesado retesándolos en caso necesario para obtener el valor de la fuerza de tesado considerada en fase de proyecto.

Por ese motivo no se hace mayor hincapié en las pérdidas de tesado instantáneas ya que forman parte del proceso constructivo y son detectables y corregibles directamente en fase de obra.

Únicamente se reflexiona sobre el hecho de poder realizar el tesado por fases y gradual para poder ir tesando la estructura en todo su conjunto de modo similar, haciendo que la estructura siempre trabaje del modo previsto en proyecto, cogiendo tensión gradualmente y evitando tener zonas muy tensadas y zonas sin tensar, echo que podría provocar deformaciones locales de los puntos de soporte, ya que la estructura en esta fase parcial de tesado no se comportará como se ha planteado en el cálculo, pudiendo ejercer reacciones no controladas en los soportes.

#### **b. Pérdidas diferidas**

Por el contrario las pérdidas de tensión diferidas son las que se producen a lo largo del tiempo, presentan un carácter más incontrolable. Los destensados que produzcan solo son detectables mediante inspecciones regulares de la estructura tensada y corregibles mediante retesados de la misma.

Dentro de las pérdidas diferidas se debería diferenciar dos grandes familias, las pérdidas de tensión producidas por movimientos reológicos de los puntos de soporte, y las pérdidas producidas por la fluencia por relajación de los materiales sometidos a tracción constante.

Las pérdidas debidas a movimientos reológicos tendrían la misma base que las deformaciones instantáneas, con la diferencia que estas se han producido una vez tensada la estructura.

En esta situación el origen de estas deformaciones igualmente puede localizarse en cualquier punto de la estructura de soporte de la estructura textil, o en una combinación de algunas o todas ellas: cimentación, estructura principal o elementos de unión entre la estructura principal y la estructura textil.

Y la causa de la deformación se podría deber bien a acciones que hayan producido deformaciones permanentes, hecho poco probable en situaciones normales, ya que habitualmente se trabaja en régimen elástico de tal manera que la estructura siempre recupera su forma original, pero que si que se podría producir una deformación permanente en el caso de sufrir algún tipo de acción accidental.

Lo más habitual de ser la causa de las deformaciones diferidas es la propia deformación de los materiales con el paso del tiempo sometidos a una carga constante, o bien a un asentamiento del terreno situado bajo la cimentación que sustenta la estructura.

Dentro de los materiales habituales que presentan deformación diferida, encontramos el terreno, especialmente si es arcilloso, que con el paso del tiempo se va asentando al estar sometido a una presión constante. Otros materiales con una gran deformación diferida son el hormigón y la madera, los cuales con el paso del tiempo van aumentando su deformación y los cables de acero trenzados, que pueden tener una cierta relajación si están sometidos a una elevada tracción.

Pero del mismo modo que en el caso de las pérdidas instantáneas, para la afectación del tesado en la superficie laminar, a priori, es indiferente el origen de la deformación siendo lo realmente significativo el valor de dicha deformación.

Aunque no sea determinante conocer el origen de las deformaciones diferidas, siempre es necesario conocerlo para valorar posibles deformaciones futuras, ya que esas deformaciones reducen el tesado de la superficie y podrían llegar a ocasionar una pérdida tan significativa que provoque un descenso del tensado por debajo del tensado mínimo necesario para asegurar la estabilidad de la superficie.

Si se conoce el origen de las deformaciones, se puede evaluar su futura evolución y en caso necesario plantear un refuerzo estructural del elemento de soporte de la estructura textil para reducir las deformaciones futuras.



La influencia de esas deformaciones sería exactamente la misma que la producida por las deformaciones instantáneas y difícilmente evaluable a priori ya que depende de las condiciones externas que influyen en los puntos de soporte.

Si se conocen los movimientos producidos en los puntos de soporte de la estructura textil entonces sí que se puede determinar la influencia que ha podido tener en la tensión de pretensado original de la superficie, siendo su influencia, a nivel indicativo, la indicada por la expresión demostrada en el apartado de pérdidas instantáneas, donde la variación de tensión es directamente proporcional al módulo de elasticidad y a la relación existente entre la variación de longitud respecto a la longitud original de la superficie.

$$d\sigma = \frac{\Delta L}{L_0} \cdot E \quad (1.24)$$

La segunda gran familia de pérdidas diferidas corresponde a las correspondientes a la fluencia por relajación del material que compone la superficie laminar sometida a tracción constante.

La relajación es un comportamiento que se presenta cuando un elemento está sometido a un esfuerzo constante y deformación fija que con el tiempo el material se deforma sin incrementar la fuerza aplicada hecho que implica que el esfuerzo pierda intensidad.

Un caso típico donde se presenta la relajación es en estructuras con cables postesados donde la pérdida de tensión se puede evaluar mediante la conocida expresión:

$$\Delta\sigma = \rho_f \frac{P_{kj}}{A_p} \quad (1.25)$$

Dónde:

$\Delta\sigma$ : Pérdida por relajación a longitud constante.

$\rho_f$ : Valor de la relajación a longitud constante a tiempo infinito, ( $\approx 0.06 - 0.08$ ).

$P_{kj}$ : Valor característico de la fuerza inicial de pretensado, descontando las pérdidas instantáneas.

$A_p$ : Área total de las armaduras activas.

Si entendemos que el término  $\frac{P_{kj}}{A_p}$  corresponde a la tensión de pretensado ( $\sigma_0$ ) entonces la ecuación se simplifica a:

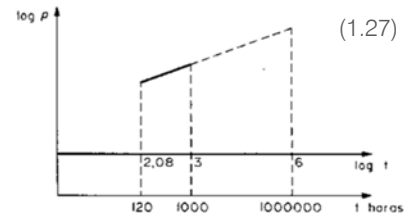
$$\Delta\sigma = \rho_f \cdot \sigma_0 \tag{1.26}$$

La pérdida de tensión por relajación es igual a la tensión original multiplicada por el valor de relajación a longitud constante a tiempo infinito, concretamente es un valor que en cables de acero trenzados se sitúa en torno al 6% y 8%.

Éste factor depende concretamente del nivel tensional del acero siendo despreciable por debajo de una tensión del acero del 40% y se va incrementando con el aumento de la tensión y el paso del tiempo.

Concretamente la ley de relajación de cálculo es una función logarítmica:

$$\log(\rho) = k_1 + k_2 \cdot \log(t) \tag{1.27}$$



Dónde:

- $\rho$ : Porcentaje de relajación.
- $t$ : Tiempo en horas (vida estimada de la estructura o 1.000.000 de horas (114 años) si se desconoce).
- $k_1$  y  $k_2$ : Constantes a determinar por el fabricante.

A modo simplificado se puede determinar que

$$\rho_f = \rho_{1000} \left( \frac{1.000.000h}{1.000h} \right)^k \tag{1.28}$$

Dónde:

- $\rho_f$ : Valor de la relajación a longitud constante a tiempo infinito.
- $\rho_{1000}$ : Valor de la relajación a 1000 horas (41.67 días).  
(Dato del fabricante; en torno a 2.50%).
- $k$ :  $\log \left( \frac{\rho_{1000}}{\rho_{100}} \right)$
- $\rho_{100}$ : Valor de la relajación a 100 horas (4.17 días).  
(Dato del fabricante; habitualmente  $0.70\rho_{1000}$ ).

A falta de valores de fabricante, se pueden aceptar estos valores para tensiones iniciales del 60%, 70% y 80%:

- Relajación a 1000 horas  $\rho_{1000}$

	60%	70%	80%
<b>Alambres y cordones</b>	1.0%	2.0%	5.5%
<b>Barras</b>	2.0%	3.0%	7.0%

- Y como valor de relajación final  $\rho_f$ :

	60%	70%	80%
<b>Alambres y cordones</b>	2.9%	5.8%	16.0%
<b>Barras</b>	5.8%	8.7%	20.4%

Retomando el tema de las superficies textiles, lo conocido para los cables de acero de las estructuras tesadas con cables es válido para los cables que forman parte de la estructura textil, bien sean relingas o vientos, siempre que los cables estén tensados por encima del 40% de su capacidad, en caso contrario se considera que no presentan fluencia.

Si se produjese esta pérdida de tensión por fluencia en los cables de acero que forman parte de la estructura textil, la superficie padecería un destensado debido a que la relajación del acero implicaría una disminución de la fuerza de tesado que ejerce el cable contra la superficie, que en este caso se podría considerar directamente proporcional a la pérdida tensional del cable.

En el caso concreto de elementos superficiales textiles la definición de que la pérdida de tensión por fluencia es el producto de la tensión original por el valor de la relajación a longitud constante a tiempo infinito continúa siendo cierta, y sería una característica propia de cada material.

$$\Delta\sigma = \rho_f \cdot \sigma_0 \quad (1.26)$$

Pero de igual forma que en el caso del acero, si originalmente se presenta una tensión de pretesado baja las pérdidas por fluencia a deformación constante son despreciables.

Si en una estructura textil superficial tesada se pretesa a un valor de referencia del 2.5% al 6.0% de la resistencia a rotura y se aplica un coeficiente de seguridad global de 5.0, implica que la superficie tesada siempre se mantendrá en unos valores situados entre el 2.5% y el 20.0% de la resistencia a rotura del material.

El 2.5%  $R_k$  corresponde al tesado mínimo, mientras el 20%  $R_k$ , corresponde a la tensión máxima admisible del material, ya que el coeficiente de seguridad considerado es igual a 5 ( $100\% / 5 = 20\%$ ).

Estos valores son unos valores tan bajos que la fluencia que pueden presentar debería ser despreciable sobretodo comparados con las pérdidas originadas por los movimientos reológicos, pero el fabricante de la membrana estructural debería indicar sus valores de fluencia para determinar la pérdida real que pudiera suponer.

En definitiva a nivel de pérdidas se puede determinar un total de tres posibles orígenes: las pérdidas instantáneas producidas por las deformaciones de los elementos que soportan la estructura tensada, las pérdidas diferidas producidas por los movimientos reológicos de la estructura de soporte, una vez finalizada la construcción de la estructura textil y las pérdidas producidas por la fluencia del material que conforma la superficie laminar.

Analizando los tres posibles orígenes de pérdidas el más representativo es el origen por movimientos reológicos después de la puesta en obra por su difícil predicción en fase de proyecto y su difícil control "insitu" que requiere realizar inspecciones periódicas para comprobar el estado real de tensión de la superficie textil laminar tensoestática.

Las pérdidas instantáneas, se pueden controlar y anular en fase de obra con una correcta puesta en obra secuencial y por etapas y con una revisión antes de finalizar la obra para comprobar que se ha obtenido el estado de tensado previsto en proyecto.

Finalmente, las pérdidas por fluencia del material sometido a deformación constante, en los casos habituales con tensiones de pretesado del orden del 2.5% al 6.0% y con una tensión máxima admisible del 20% de la resistencia a rotura del material, las pérdidas que se pueden obtener son despreciables, pero siempre estarán en función de las propiedades del material que el fabricante debería aportar.

En todo caso y en particular en las grandes superficies tensadas, es necesario prever revisiones de tesado periódicas y la posibilidad de retensar la estructura en caso necesario para corregir las pérdidas de tesado que hayan podido suceder.

Los métodos para analizar estructuras tesadas ya ejecutadas se describen en el apartado Cap. 5 Análisis del tesado en estructuras ya ejecutadas de esta Tesis.

Existe otro aspecto relacionado con la resistencia del material y el paso del tiempo que es la pérdida de resistencia del material, especialmente en los materiales compuestos por una armadura interior recubierta por una matriz plástica.

En este aspecto se ha demostrado que ha mayor recubrimiento tenga la armadura interior, menor será la pérdida de resistencia del material por los efectos de la radiación solar.

En un estudio realizado por ENKA study se ha analizado tres lonas con distinto recubrimiento:  $20\mu\text{m}$ ,  $50\mu\text{m}$  y  $230\mu\text{m}$  midiendo su resistencia durante 10 años en Florida, Estados Unidos de América, con el resultado que la lona de  $20\mu\text{m}$  a partir de los 3 años ya tenía únicamente una resistencia residual del 30% con una fuerte caída de resistencia durante el primer año. En la de  $50\mu\text{m}$  la pérdida de resistencia es progresiva hasta los 6 años donde se estabiliza en torno al 50%. Mientras la de  $230\mu\text{m}$  no ha sufrido pérdida de resistencia.

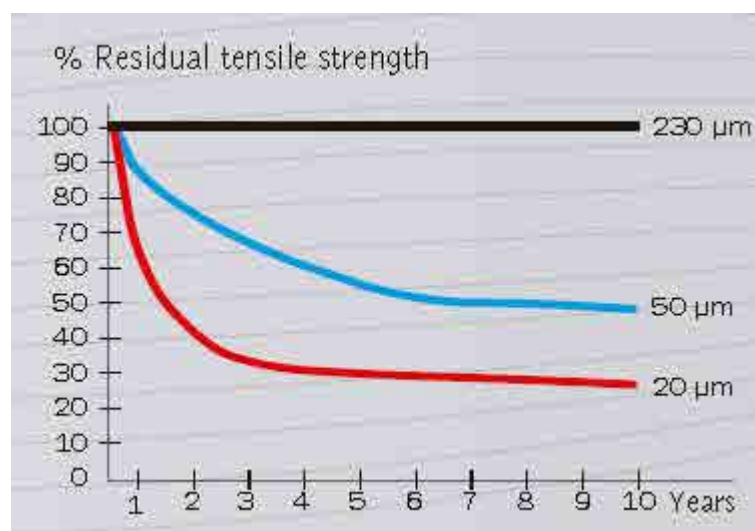


fig. 1-121 Relación resistencia residual con el paso del tiempo.

Fuente: Catálogo de Ferrari Precontrait.

### 1.3.7. Simplificaciones efectuadas en el cálculo actual

El desarrollo del cálculo de estructuras textiles laminares tensoestáticas actual se ha desarrollado en el apartado 1.2.7 Proceso de cálculo, describiendo el proceso general de cálculo, pero sin detallar lo sucedido con el pretesado.

Tal como se ha mencionado anteriormente, el cálculo simplificado considera las tensiones de pretesado introducidas en la superficie laminar como una carga aplicada de manera uniforme en toda la superficie.

De esta manera se calcula la forma que tendrá la superficie tesada y para determinar el estado tensional final al aplicar unas cargas exteriores simplemente se suma la tensión que generaría la combinación de las cargas exteriores en un determinado punto de la superficie con la tensión que ha generado el pretesado original.

Si el resultado de la suma es una tracción inferior al límite de cálculo admisible del material, se valida el resultado. Por el contrario si es una compresión el cálculo no es válido y debe eliminarse ese elemento del modelo de cálculo en la dirección que presenta compresión.

Suponer que la tensión de pretesado es uniforme es una simplificación del cálculo ya que la distribución real del tesado va a depender de los mecanismos de tesado y de la forma concreta de la superficie laminar, pero hasta el momento esta simplificación se ha aceptado como válida.

El método de obtener la fuerza de tesado real a aplicar depende del mecanismo de tesado previsto:

En el caso de tesados realizados únicamente por los puntos de soporte, para determinar la fuerza de tesado se utiliza el método de acción-reacción con el cual se determina que la fuerza de tesado a aplicar en los soportes es igual a la reacción en dicho punto producida por la carga de pretesado aplicada.

Si el método es el tesado por el estiramiento de la relinga, entonces la tracción que tenga el cable en el modelo de cálculo es el que se debe conseguir en obra tesándolo.

Finalmente el método del estiramiento de la superficie es el más simple de aplicar, ya que la lona que llega a obra ya tiene la dimensión reducida que al estirarse otorgará el tesado previsto. En este caso únicamente se debe verificar que la tracción que tengan los cables sea la prevista según el modelo de cálculo.

Según el modelo de cálculo concreto y el método previsto a aplicar, la fuerza de pretesado se puede aplicar en el modelo de cálculo directamente como un valor tensional concreto o como un estiramiento de la superficie, el cual se traduce directamente en tensión al relacionarlo con el módulo de elasticidad.

Este método simplificado de cálculo de las fuerzas de tesado lo que supone es que todas las formas de introducción de tesado suponen una distribución homogénea de la tensión o deformación generada sobre la superficie.

El método establece que si una determinada deformación o estado tensional provoca una reacción en el soporte, una carga aplicada en el mismo soporte y del mismo valor, pero dirección contraria, repercutiría en la superficie con la deformación o tensión original. Situación que únicamente se validaría en los casos que los mecanismos de introducción de tesado otorgaran un tesado homogéneo en la superficie laminar.

En todos los casos, aún incluso en las superficies con mecanismos de introducción no homogéneos, lo que si se debe validar en todos los casos es que el sumatorio de reacciones en los puntos de soporte sea igual a la carga de pretesado aplicada originalmente en forma de tensión o deformación.

Con esta premisa se puede establecer que con el método de cálculo por inversión de la acción-reacción en los modelos de cálculo que ofrecen una distribución no homogénea se establecerán reacciones en algunos soportes superiores a la realidad, mientras en otros la reacción será inferior, dado que el sumatorio de todas las reacciones ha de ser el mismo valor en todos los casos.

Respecto a la realización del cálculo de pretesado homogéneo hay que efectuar una matización, ciertamente en el primer estadio de cálculo se supone que el tesado es homogéneo y se aplica como tal a todos los puntos de la estructura. Si se realiza el cálculo

estructural sin considerar ninguna otra acción exterior, al realizar el cálculo iterativo el propio mecanismo de cálculo irá deformando la estructura y redistribuyendo los esfuerzos hasta llegar al equilibrio.

En la situación de equilibrio de la hipótesis sin aplicar ninguna otra carga que no sea la de pretesado, si se analiza la distribución tensional se observa como esta no es homogénea, sino que presenta zonas más tensadas que otras en función de la forma de la superficie y la posición de los soportes.

Las reacciones obtenidas en esta situación de equilibrio, sí que se corresponderían exactamente con las acciones de pretesado aplicadas en los soportes para generar ésa distribución de tesado.

El error de utilizar la simplificación de considerar el tesado homogéneo aparece cuando se aplican otras cargas exteriores, ya que si se analiza un punto determinado de la superficie no se obtiene el mismo resultado de sumar en ese punto la acción exterior al tesado homogéneo que sumar-lo a la distribución real de tesado, aunque el cálculo sucesivo vaya corrigiendo la deformación si no se rectifica la tensión de pretesado el cálculo no es totalmente correcto.

Para que el cálculo fuera válido se debiera efectuar un doble cálculo donde en una primera instancia se calculara el estado tensional debido únicamente a la pretensión y una vez obtenido este en cada punto de la estructura añadir las otras cargas a calcular.





## 1.4. Conclusiones

En este primer capítulo de la Tesis se ha realizado una vista general al estado del arte de la situación del pretesado en su aplicación a estructuras textiles laminares tensoestáticas. Se ha partido de los conceptos generales básicos de que es una estructura textil, de su comportamiento estructural y de su evolución histórica desde las construcciones primarias más simples hasta las más complejas actuales.

Posteriormente se ha incidido en el proceso de cálculo actual de una estructura textil y su diferenciación del cálculo de una estructura rígida, para finalizar con la evaluación del pretesado en si mismo, analizando su necesidad, los distintos modelos de introducción, los efectos que producen y los valores recomendados que indican las distintas bibliografías.

Si se define una estructura textil laminar tensoestática como una tipología estructural conformada por una única membrana con capacidad resistente exclusivamente a tracción, es preciso determinar que para mantener la superficie estable en el espacio esta debe mantener un cierto estado de tracción al estar sometida a una carga exterior.

Es preciso realizar un pretesado a la superficie para que esta sea capaz de mantenerse traccionada durante toda su vida útil. El pretesado debe ser suficientemente elevado como para asegurar un nivel de tracción en la superficie, pero no demasiado como para provocar su colapso tensional.

Las estructuras textiles se han utilizado desde la antigüedad para cubrir grandes espacios ya que son estructuras que presentan una gran ligereza que permiten incluso su transporte, montaje y desmontaje por medios simples y una relativa facilidad constructiva, pero aunque desde los orígenes se conocen las ventajas existentes de realizar un pretesado de la membrana, en la actualidad no existen demasiadas referencias ni recomendaciones sobre como es más conveniente efectuar el pretesado ni que niveles de pretesado serían los más recomendables para cada tipología de estructura textil.

Es conocido que un pretesado como más homogéneo sea mayores prestaciones ofrecerá a la superficie ya que esta trabajará de un modo más uniforme evitando zonas destensadas y zonas sobretraccionadas.

Con el fin de determinar el método de pretesado más eficaz se han analizado los métodos más habituales. Ciertamente los métodos de tesado basados en la aplicación de una carga exterior perpendicular a la superficie, como el caso de los elementos hinchados, produce unas tensiones de pretesado iguales para cada radio de curvatura de la superficie tensada, pero estas tipologías no son objeto de la presente Tesis.

De los métodos válidos para realizar el pretesado de una estructura como la de un paraboloide fijando la membrana únicamente por unos puntos singulares en el espacio, se demuestra que ningún método consigue obtener una distribución de la tensión de tesado totalmente homogénea, pero se comprueba que como más rígido sea el perímetro más uniforme es la distribución tensional.

Con esta premisa se llega a la conclusión de la necesidad de situar algún elemento rigidizador en el perímetro y que este debe tener una directriz curva para poder ofrecer un cierto grado de rigidez en su plano.

Si se sitúa el elemento rigidizador perimetral el método que ofrece una mayor homogeneización es el de materializar el pretesado mediante el estiramiento de una superficie de un tamaño menor que la superficie final prevista y fijar esta superficie por todo su perímetro un elemento lo más rígido posible, a mayor rigidez del perímetro mayor homogeneización de la distribución del pretesado se alcanzará en la superficie.

Y contrariamente, a menor rigidez del perímetro menor será la uniformidad en las tensiones presentes en la superficie laminar tesada, mostrando unas puntas tensionales muy elevadas cerca de los puntos de soporte.

Este método de pretesado consistente en estirar la superficie laminar, conllevará una distribución tensional anular con la tensión mínima situada en la zona central de la superficie, la cual va aumentando de valor a medida que se aleja de este centro llegando a los valores máximos en las zonas cercanas a los puntos de soportes.

A nivel de cálculo únicamente apuntar que el pretesado deber ser considerado como una parte inherente del proceso de diseño y cálculo de una estructura textil laminar tensoestática, y como consecuencia debe estar presente en todas sus fases de diseño estructural, desde la búsqueda de la forma, pasando por las verificaciones tensionales, en su puesta en obra y hasta el final de su vida útil.

La dificultad principal del cálculo de una estructura textil laminar tensoestática radica en la no linealidad del proceso de cálculo al no admitir otros esfuerzos en la membrana que no sean de tracción. Este hecho no es liviano y requiere de programas de análisis estructural que permitan un cálculo iterativo con no linealidad mecánica. De métodos de cálculo que se puedan utilizar existen varios pero uno de los más utilizados en la actualidad es el de los Elementos Finitos.

Finalmente apuntar que según las bibliografías analizadas se puede determinar un pretesado mínimo del 2.5%  $R_k$ , con un valor mínimo absoluto de 1.5 kN/m, que se puede asimilar a un 3%  $R_k$  para la membrana de resistencia 50 kN/m y a un 2.5%  $R_k$ , para la de 60 kN/m, hecho que permite considerar el valor del 3%  $R_k$ , como un valor mínimo habitualmente aceptable para membranas estructurales.

Para el valor máximo se puede establecer que el valor del pretesado se sitúa entre el 5%  $R_k$ , para materiales de fibras de algodón o sintéticas, y el 6%  $R_k$  para membranas con confeccionas a partir de fibras de vidrio con protección PTFE.

Evidentemente estos valores son únicamente unos valores de referencia para apuntar un valor de predimensionado del pretesado, y siempre se debe justificar su validez mediante el cálculo de la membrana estructura, pudiéndose admitir valores de pretesado superiores o inferiores si el modelo concreto lo precisa y el proceso constructivo permite su materialización.



# Análisis numérico de los efectos del pretesado sobre estructuras textiles laminares tensoestáticas

Evaluación del esfuerzo de pretesado en estructuras textiles laminares tensoestáticas parabólicas, para analizar sus efectos y determinar criterios para su predimensionamiento

## **Cap. 2 Modelos de análisis laminar**

2.1 Introducción

2.2 Metodología de análisis

2.3 Análisis previos del tesado

2.4 Modelos de análisis laminar:  
Paraboloide

2.5 Generación automatizada de los  
modelos de análisis

2.6 Cálculo por elementos finitos en  
estructuras tesadas laminares

2.7 Conclusiones



## Cap. 2. Modelos de análisis laminar

### 2.1. Introducción

El objetivo de este capítulo es conocer mediante el análisis informático el comportamiento básico de un elemento pretesado, tanto sea de una estructura de cables, como de una estructura superficial, y preparar los modelos de cálculo necesarios para realizar el análisis de estructuras textiles laminares tensoestáticas con forma de paraboloides.

Como se ha demostrado en el capítulo Cap. 1, Definición y antecedentes, de esta Tesis, el pretesado es y debe ser una parte primordial del cálculo de las estructuras laminares tensoestáticas ya que gracias a él se consiguen mantener un estado tensional de tracción durante toda su vida útil. El pretesado también es vital para otorgar una rigidez suficiente a la superficie laminar como para ser estable al estar sometida a una carga externa trabajando únicamente a tracción, ya que éste es el único mecanismo resistente que presenta el material que las conforma.

En el capítulo Cap. 2, Modelos de análisis laminar, se establecerán los principios básicos para la realización del análisis de los efectos del pretesado en las superficies laminares tensoestáticas. Antes de realizar dicho análisis es preciso entender el funcionamiento del pretesado en elementos más simples para así poder ir aumentando la complejidad del sistema para finalizar comprendiendo el comportamiento mecánico de la superficie tesada.

En este sentido se analizará en primera instancia el comportamiento de estructuras de cables tesados con cargas externas aplicadas, partiendo de modelos de un solo cable, hasta modelos de cables cruzados en el espacio trabajando tridimensionalmente.

Una vez conocidos los parámetros básicos de una estructura de cables tesada, se analizarán las estructuras superficiales tesadas comparando los distintos métodos de introducción del tesado en una superficie plana tesada por puntos de su perímetro, diferenciando la posibilidad de que los bordes del perímetro sean de directriz recta o curva, o dispongan de algún elemento rigidizador en el borde o no.



Con este análisis superficial ya se establecerán los criterios básicos de comportamiento estructural y distribución tensional de una superficie tesada, así como los métodos de introducción del tesado más efectivos y que ofrezcan una distribución tensional más homogénea.

Una vez determinado el comportamiento general de una estructura laminar se realizará la preparación de los modelos que permitirán determinar el comportamiento particular de una superficie con forma parabólica, verificando de esta manera que el comportamiento global observado en los modelos simples se cumple en un modelo más complejo.

Estos modelos se realizaran a partir de un paraboloides base al que se le irán modificando sus parámetros definitorios básicos, como sus dimensiones en planta, su curvatura general y la curvatura de sus bordes libres, y posteriormente se le aplicaran distintos niveles de pretesado y de carga externa a soportar.

Para la realización de los modelos se ha creado un módulo de generación de geometrías en el programa WinTess, del Dr. Ramon Sastre, que realizará automáticamente todos los modelos necesarios para la obtención de los datos que permitirán determinar el comportamiento de los distintos modelos.

Posteriormente todos estos modelos se calcularan mediante un cálculo iterativo por la Teoría de los Elementos Finitos con no linealidad mecánica, que se ha colaborado en su implementación en el programa.

## 2.2. Metodología de análisis

La metodología básica consiste en analizar informáticamente diferentes variables de una geometría concreta, y a partir del estudio, comparación e interrelación de los valores analizados, llegar primeramente a comprender el funcionamiento de la distribución de las tensiones en una superficie tesada para finalmente establecer unos criterios de predimensionamiento de la fuerza de pretesado necesaria para el correcto funcionamiento de la superficie tesada.

El estudio se centrará en las superficies anticlásticas, concretamente en las superficies de forma parabólica, descartando las formas sinclásticas que debido a su geometría y forma de tesado, su distribución tensional a priori es clara y ha quedado especificada en el apartado 1.2.3 Condiciones de tesado uniforme de esta Tesis.

De los cuatro modelos básicos de superficies anticlásticas: el conoide, el hiperboloide de una hoja, el paraboloides hiperbólico y el modelo de valles paralelos, se analizará en profundidad el modelo de paraboloides hiperbólico por ser el más simple geoméricamente de todos ellos, ya que para obtener un paraboloides únicamente es necesario levantar un punto del perímetro de una superficie de 4 puntos.

Del análisis del paraboloides, se realizarán dos etapas de análisis, en la primera se analizará únicamente la repercusión del pretesado en la estructura analizando las tensiones que genera en la superficie laminar tanto en su distribución sobre la superficie como los valores máximos, mínimos y medios obtenidos. Así mismo también se analizarán los valores de tracción de los cables perimetrales y las reacciones en los puntos de soporte de la estructura textil.

En el segundo análisis se partirá de los resultados obtenidos en el primer análisis, sobre los cuales se aplicarán diversos valores de carga con la finalidad de determinar procedimientos y fórmulas de predimensionamiento del valor de pretesado óptimo para cada caso.

El análisis concreto partirá de la modificación de distintos parámetros geoméricos definitorios del paraboloides y de la modificación de la carga de pretesado aplicada de manera uniforme en cada modelo anterior.

Para la realización de los modelos de cálculo, la búsqueda de la forma, y la obtención de los resultados se utiliza el programa de cálculo WinTess del Dr. Ramón Sastre y Sastre, con algunas modificaciones realizadas por el autor de la Tesis bajo la supervisión del autor del programa que facilitaran la introducción y extracción de datos para la realización del análisis.

Las modificaciones efectuadas en el programa consisten en primera instancia en la creación de un nuevo módulo de creación de la geometría de superficies parabólicas de manera automática. El nuevo módulo realiza automáticamente la creación de todos los modelos necesarios para la realización de los análisis a partir de la introducción de unos límites en los parámetros definitorios de la geometría de un paraboloides.

En el capítulo 2.5.1 Módulo AutoParaboloides para el WinTess3 se ha descrito y explicado el nuevo módulo que permite la generación automática de los distintos modelos de cálculo.

La segunda modificación efectuada en el programa WinTess consiste en dotar al programa de la capacidad de extraer automáticamente todos los datos necesarios del cálculo efectuado mediante la elaboración de tablas de datos exponiendo los valores tensionales más significativos y la generación de las imágenes de la distribución tensional obtenida.

La tercera modificación realizada en el programa elaborada con la colaboración directa del Dr. Sastre es la implantación del cálculo por elementos finitos en el programa WinTess. Hasta esta implantación el programa calculaba las superficies laminares haciendo una simplificación de los elementos superficiales a una malla de barras diagonalizadas donde cada barra correspondía a una porción de superficie. Con el nuevo motor de cálculo ahora el programa puede calcular los elementos superficiales sin hacer simplificaciones a mallas de barras, hecho que permite la realización de un cálculo más afinado y coherente con la tipología estructural.

En el capítulo 2.6 Cálculo por elementos finitos en estructuras tesadas laminares se define y expone detalladamente las características y peculiaridades del cálculo por elementos finitos en estructuras laminares tensoestáticas.

En los modelos de cálculo, los parámetros geométricos variables que se analizarán son los definitorios de la superficie parabólica tesada: las dimensiones de los lados, la curvatura general y la curvatura de los bordes.

Las variaciones aplicadas al modelo permitirán obtener la distribución tensional real del paraboloides y las fuerzas de tesado en las relingas y las reacciones en los soportes.

Para facilitar la interpretación de los resultados se supondrá que los puntos de soporte están fijados en el espacio y el tesado se introduce mediante el estiramiento de la superficie un determinado porcentaje de su dimensión. Si no se efectuara esta premisa y se permitiera un tesado por los extremos con un valor igual a la reacción en el punto de soporte existiría la problemática en la interpretación de los resultados para asimilar el cambio de dimensión de la superficie al quedar estirada por los puntos.

El hecho de tesar estirando la superficie es un modo fácil y directo de introducir el tesado en el programa, mientras que si se introdujera el tesado tirando de los puntos, la superficie crecería y se variarían las condiciones de dimensión iniciales.

De cada uno de los modelos analizados al conocer la distribución real del pretesado y los valores de las acciones de tesado necesarias, se podrá obtener los valores máximos y mínimos de la tensión de tesado así como su posición, el valor medio del total de las tensiones, el valor de la tensión en el punto central de la superficie, los valores de tesado en las relingas y las reacciones en los soportes y la forma exacta que tiene la superficie tesada con cada nivel de tesado.

Con estos datos se puede valorar la relación existente entre el valor pretendido de pretesado y el real obtenido en sus distintos valores y relacionarlos con la fuerza de tesado necesaria para obtenerlo, así como la influencia que tienen los distintos parámetros geométricos en el valor de tesado.

Una vez conocidos los valores de tesado, la forma geométrica y fuerza necesaria para generar un determinado nivel de tesado, se pasará a la segunda fase de análisis donde a los modelos previamente analizados, se les aplicarán distintas cargas superficiales para poder evaluar las distribuciones de tensiones en la superficie laminar con la finalidad de establecer un criterio de predimensionado del valor de tesado necesario en función de la carga prevista que actuará sobre la superficie.

En definitiva lo que se pretende realizar con este análisis es, a partir del estudio y comparación del comportamiento y distribución tensional, establecer unas leyes de comportamiento del valor y distribución tensional generadas por el pretesado para cada variable concreta analizada que permitan prever el comportamiento que va a tener esa variable. Una vez estén establecidas las leyes de comportamiento se podrán formular ecuaciones y criterios simples de predimensionamiento de la fuerza de pretesado necesaria para cada geometría distinta.



## 2.3. Análisis previos del tesado

### 2.3.1. Introducción

Previamente al análisis con elementos tridimensionales, objeto de esta Tesis, se ha efectuado una serie de análisis preliminares, conceptuales primeramente con barras, y posteriormente con mallas para finalizar con elementos laminares planos para comprender el comportamiento de las estructuras tesadas.

El análisis se realizará progresivamente añadiendo un grado a cada evolución que se realice en el cálculo.

Se iniciará el estudio con el elemento más simple sometido a pretensión que es un cable dispuesto verticalmente y pretesado al que se le añade una carga en el centro de tal manera que el cable quedará dividido en dos barras y se analizará lo sucedido en ellas.

Este estudio, aparentemente muy simple desvelará los principios básicos de toda estructura tesada los cuales serán válidos para todo tipo de estructuras que se estabilicen mediante la aplicación de una tracción que le otorgue un estado tensional previo a la aplicación de una carga externa.

Una vez desvelado el comportamiento del cable tesado, el análisis continuará con el estudio de dos cables cruzados en el espacio dispuestos de tal manera que se autoestabilicen trabajando a tracción. El estudio de dos cables se extrapolará al siguiente nivel que corresponde a las mallas de cables en el espacio.

Finalmente conocido el comportamiento las mallas de cables traccionadas autoestabilizadas mediante el pretesado de los cables se puede elevar el análisis a los elementos superficiales, los cuales de manera simplificada se pueden interpretar como mallas de cables con un interese mínimo.

## 2.3.2. Modelos conceptuales de barras

### Introducción

En este apartado se analizan distintos modelos de cables que sostienen una carga vertical puntual. El análisis consiste en evaluar el comportamiento de los cables a medida que se va incrementando el tesado del cable.

Cada modelo analizado va aumentando el grado de dimensiones analizadas, partiendo del modelo más simple correspondiente a una barra vertical de una única dimensión, hasta llegar a la tercera dimensión, con un par de barras cruzadas en el espacio con una carga puntual vertical.

### 2.3.2.1. Cuerda vertical

En una primera instancia se ha estudiado el caso más simple posible: el de una cuerda vertical con una carga puntual ubicada en el centro de esta, a la que se va aumentando el nivel de tesado. Con este análisis se comprenden los fenómenos que suceden en un elemento tesado con una carga aplicada, por efectos de la variación de la carga de tesado, trabajando únicamente en una dirección: la directriz del cable.



*fig. 2-1 Cuerda vertical con carga en el centro.*

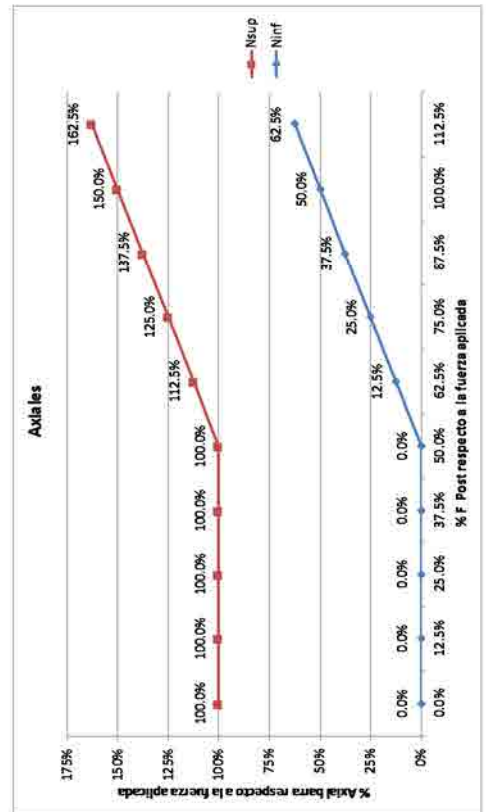
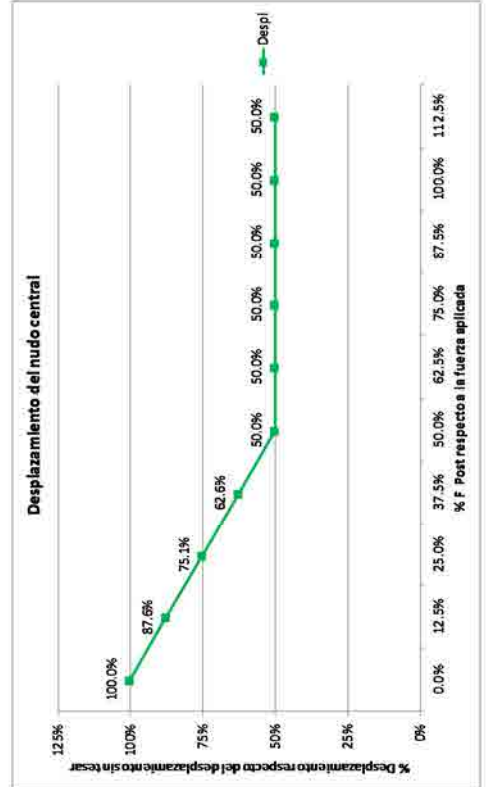
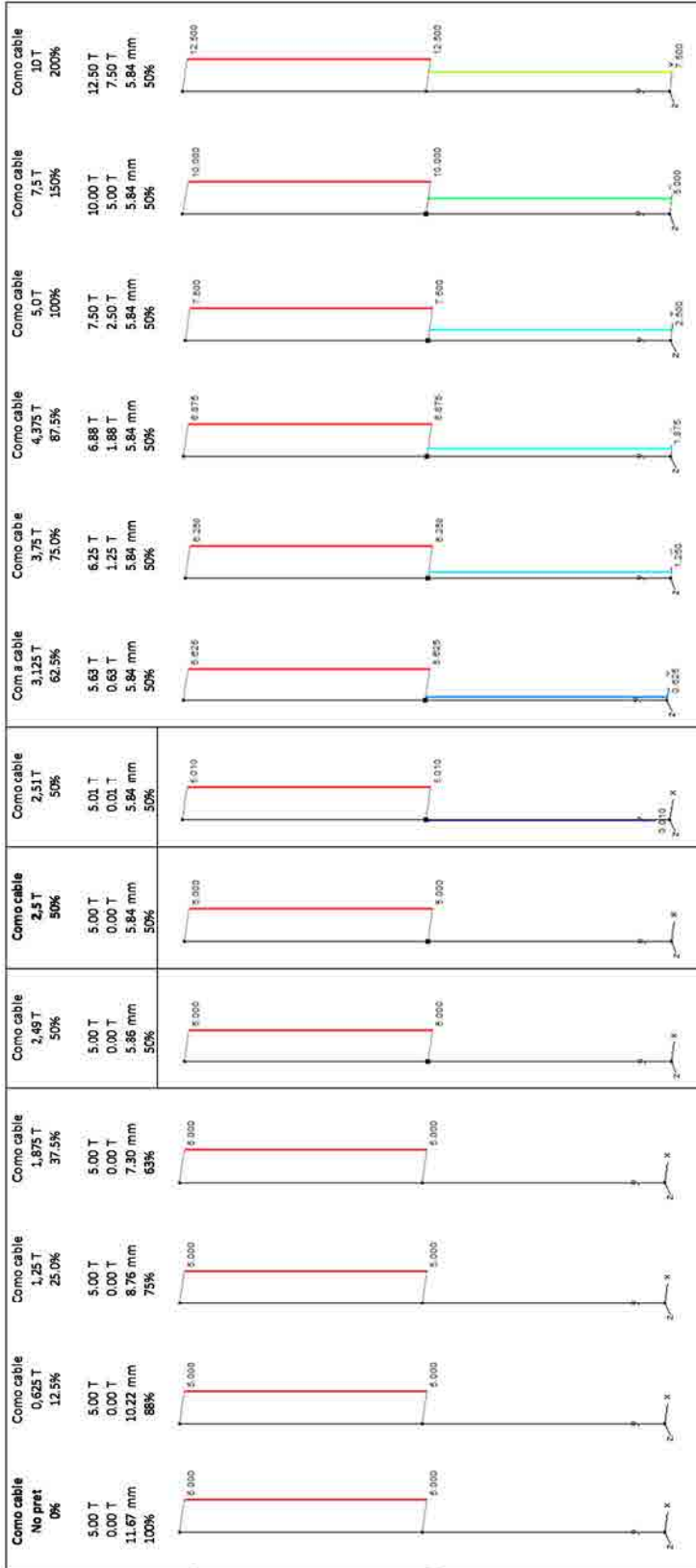
Fuente: Elaboración propia.

Cuerca vertical

L = 10 m  
 Sección = 1 cm<sup>2</sup>  
 Material = S 275 JR  
 Carga al centro = 5 T

Pretesado??  
 Como barra  
 No pret

N sup: 2.50 T  
 N inf: 2.50 T  
 Despl: 5.84 mm  
 50%



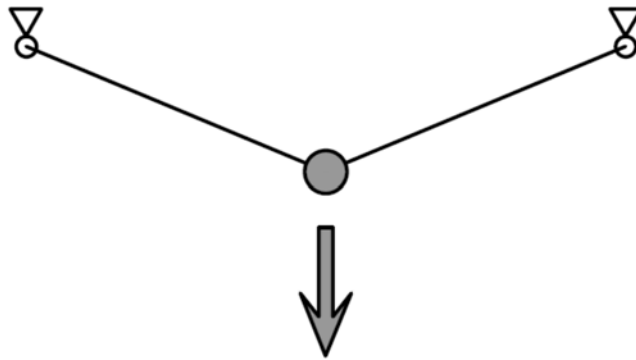


### 2.3.2.1. Cuerda horizontal

En el segundo análisis, se ha introducido la segunda dimensión al situar la cuerda horizontalmente y aplicar una carga puntual vertical (perpendicular al eje de la cuerda) en el punto central de la cuerda.

En este estudio se va variando el grado de horizontalidad de esta cuerda partiendo del caso hipotético de la cuerda totalmente horizontal, y se irá aumentando su flecha para evaluar como mejora el comportamiento de la cuerda en función de la inclinación de los cables.

Para cada geometría de cable se efectuará un aumento de tesado del mismo y se observará tanto el axial que alcanza el cable como el desplazamiento del nudo central.



*fig. 2-2 Cuerda horizontal con carga en el centro.*

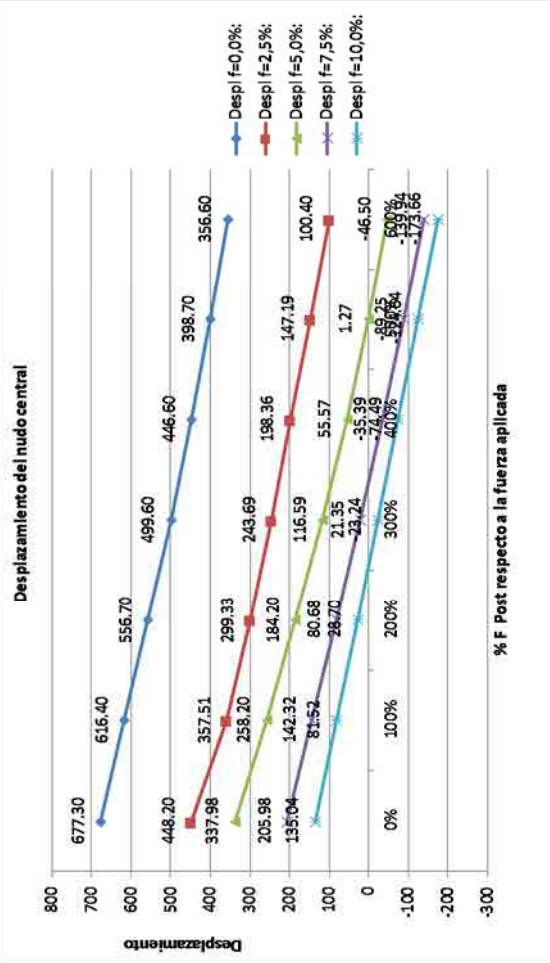
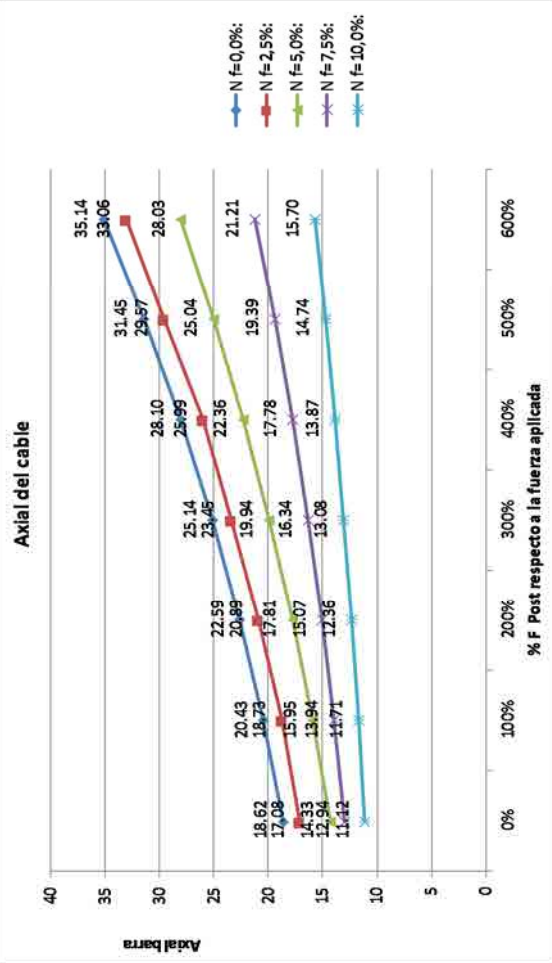
Fuente: Elaboración propia.

Cuerda horizontal

L = 10 m  
 Sección = 1 cm<sup>2</sup>  
 Material = S275 JR  
 Carga al centro = 5 T  
 Flecha = Variable cm



Pretesado??	No pret	5	10	15	20	25	30
	0%	100%	200%	300%	400%	500%	600%
N f=0,0%:	18.62	20.43	22.59	25.14	28.10	31.45	35.14
N f=2,5%:	17.08	18.73	20.89	23.45	25.99	29.57	33.06
N f=5,0%:	14.33	15.95	17.81	19.94	22.36	25.04	28.03
N f=7,5%:	12.94	13.94	15.07	16.34	17.78	19.39	21.21
N f=10,0%:	11.12	11.71	12.36	13.08	13.87	14.74	15.70



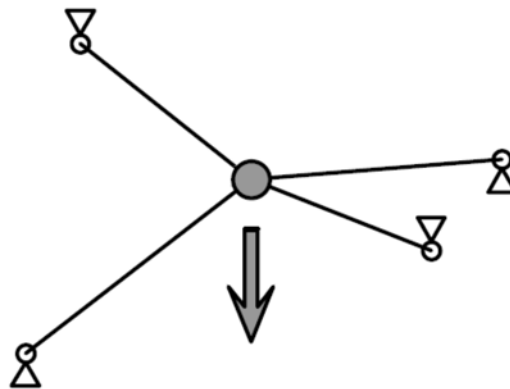
Despl f=0,0%:	677.30	616.40	556.70	499.60	446.60	398.70	356.60
Despl f=2,5%:	448.20	499.60	446.60	398.70	356.60	314.50	272.60
Despl f=5,0%:	337.98	357.51	299.33	243.69	198.36	147.19	100.40
Despl f=7,5%:	205.98	258.20	184.20	116.59	55.57	1.27	-46.50
Despl f=10,0%:	135.04	184.20	81.52	21.35	-35.39	-89.25	-139.94
							-173.66

### 2.3.2.2. Mallas

En el tercer análisis se introduce la tercera dimensión, donde se modelizan dos cables cruzados en el espacio soportando una carga vertical puntual en el punto de contacto entre los cables cruzados.

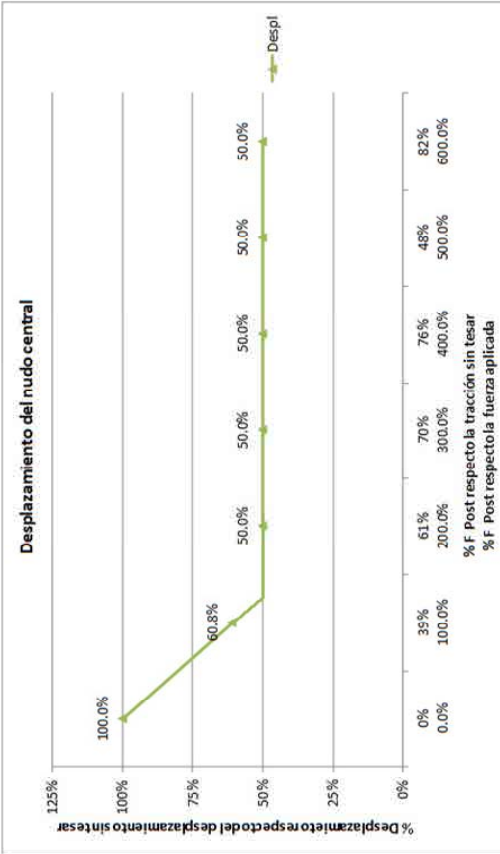
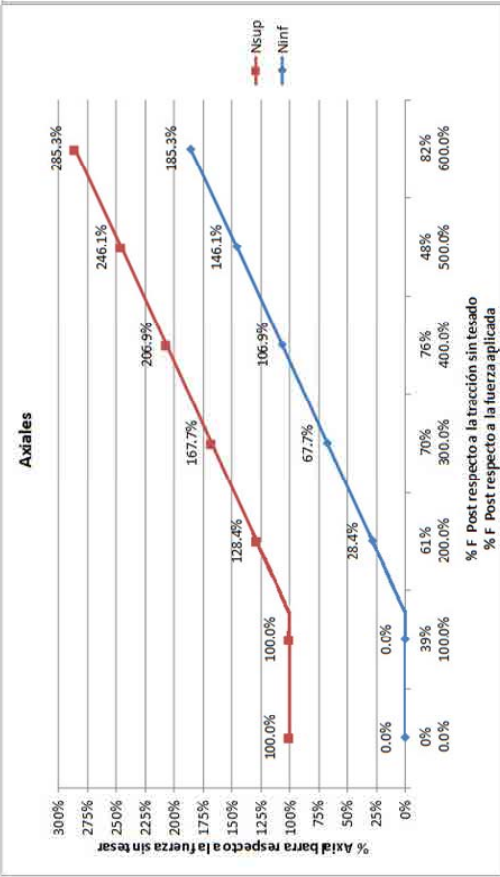
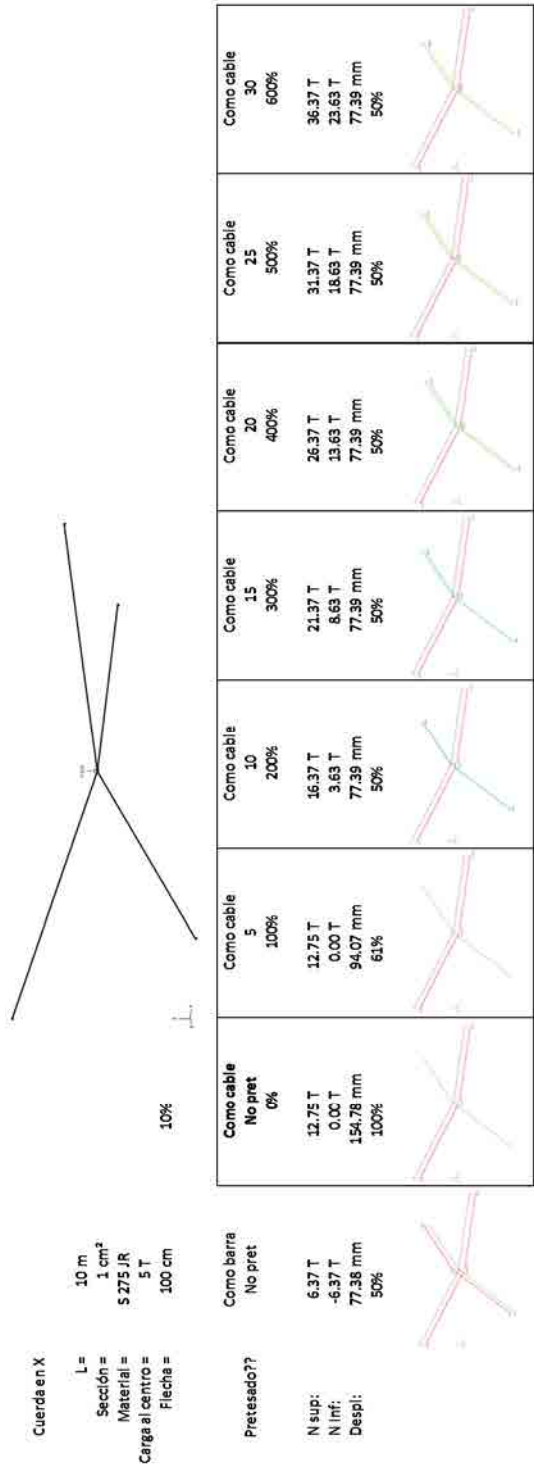
El análisis se realiza como en el caso anterior, primeramente con una variación de la pendiente de las cuerdas, y seguidamente con un incremento del tesado por a cada inclinación de los cables.

Este modelo ya se aproxima más al comportamiento simplificado del paraboloides que se analiza en esta Tesis, donde hay un “arco” traccionado colgado de los soportes superiores y un “arco” comprimido apoyándose en los soportes inferiores.



*fig. 2-3 Cruce de dos cables con carga en el centro.*

Fuente: Elaboración propia.



### 2.3.2.3. Conclusiones

En este análisis preliminar de modelos simples de cables sometidos a un pretensado, se puede apreciar los dos principios básicos de las estructuras tensadas:

Un primer principio sería la imposibilidad de hacer trabajar los elementos a compresión, es decir, todas las barras deben tener una tensión igual o superior a 0 mostrando un estado tensional de tracción de tal modo que los elementos que trabajarían a una teórica compresión quedarían “anulados” del cálculo de la estructura hasta que el tesado supere su hipotética compresión.

El segundo principio identificado es la sobrerigidización que se produce en la estructura conforme va aumentando el tesado. A medida que se va traccionando la estructura se vuelve menos deformable hasta el punto que cuando toda la estructura está totalmente traccionada se convierte en una estructura rígida debido al efecto que produce la contraposición de dos fuerzas opuestas, de tal modo que cualquier fuerza aplicada será contrapuesta por la fuerza debida al tesado inicial.

Cuando se disponga de parejas de elementos tipo cable simétricos en relación al punto de aplicación de la carga, y no se aplique ningún tipo de tesado, se observa que los cables inferiores que deberían de estar comprimidos, quedan arrugados y no pueden colaborar estructuralmente, de tal manera que toda la carga aplicada queda “colgada” de los nudos superiores transmitiéndose por tracción a través de los elementos dispuestos por encima del punto de aplicación de la carga.

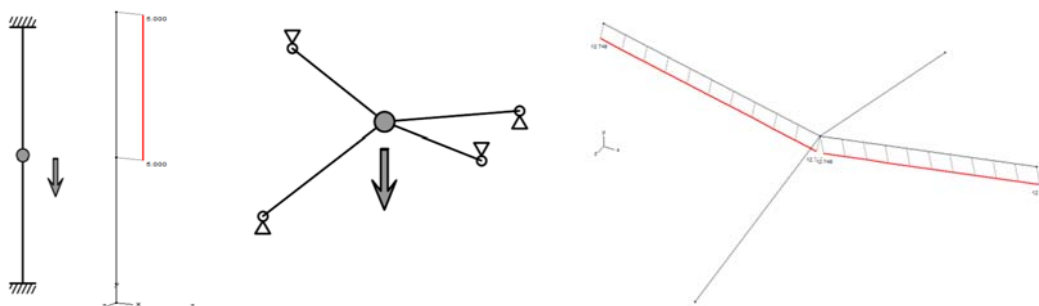


fig. 2-4 Cables traccionados por la aplicación de una carga puntual.

Fuente: Elaboración propia.

A medida se va aumentando el tesado se observa como la carga continúa colgándose totalmente de los cables traccionados, pero la deformación se va reduciendo de modo proporcional al incremento de tesado. Este efecto se detecta hasta al instante en que el tesado iguala la hipotética compresión de los cables inferiores arrugados.

En el caso de disponer de parejas de cables simétricos respecto de la fuerza aplicada, este tesado correspondería exactamente al 50% de la carga aplicada. En este instante se produce un punto de inflexión y al continuar incrementando el tesado se observa que este incremento de tesado se reparte uniformemente entre todos los cables del nudo donde se aplica la carga. De esta manera los cables que inicialmente soportaban toda la carga ahora ven aumentada su tracción con el incremento de tesado aplicado y los que no colaboraban estructuralmente ahora trabajan a la tracción que le confiere el tesado.

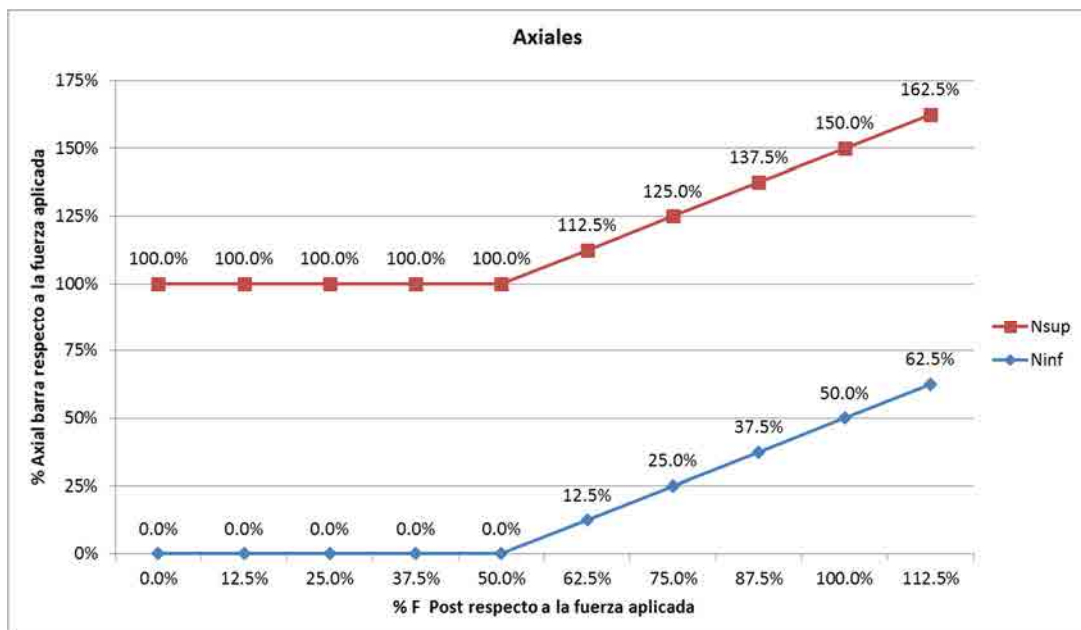


fig. 2-5 Relación Axial / Fuerza en un sistema pretesado.

Fuente: Elaboración propia.

También se observa que la deformación de la estructura queda “congelada” al 50% de la deformación inicial. Es decir, la deformación inicial sin tesado va disminuyendo progresivamente a medida se incrementa el tesado, hasta el punto en que el tesado ha sido suficientemente potente como para traccionar los elementos comprimidos, momento en el que la deformación se presenta con un valor igual al 50% de la deformación inicial observada y esta se mantiene constante al seguir incrementando el valor del tesado.

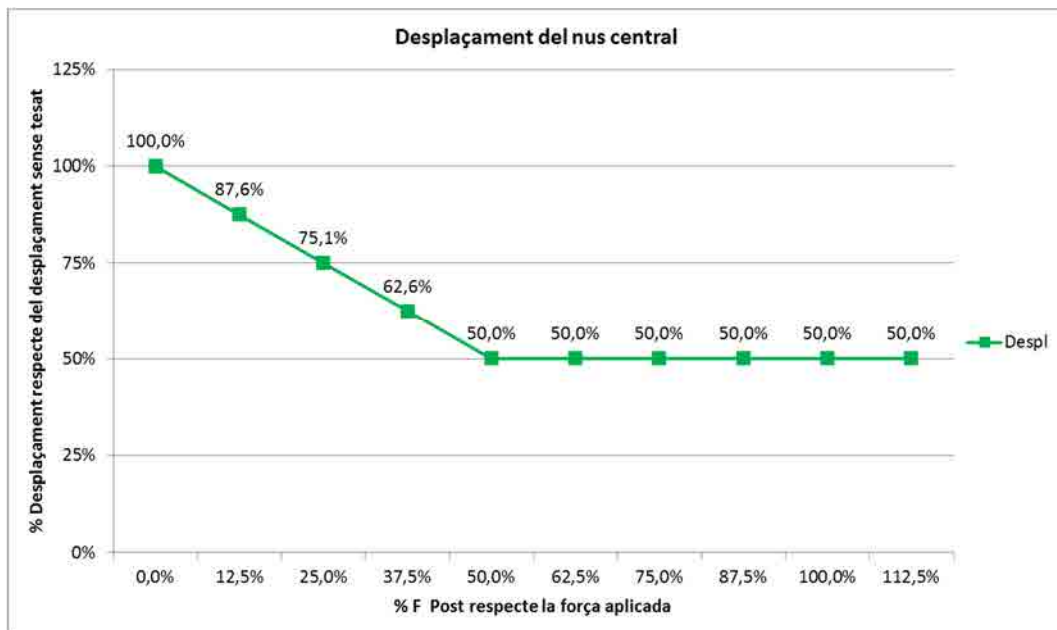


fig. 2-6 Relación Deformación / Fuerza en un sistema pretesado de un cable.

Fuente: Elaboración propia.

De este modo se concluye que en una malla conformada por parejas de cables, simétricos respecto al punto de aplicación de la carga, el tesado es útil cuando es suficientemente elevado como para traccionar a todos los elementos, pero a partir del instante que se consigue traccionar toda la estructura, un incremento de tesado únicamente sirve para consumir resistencia del elemento mientras no se aplique una carga que incremente la carga original que pueda ocasionar la distensión de algún elemento.

En el caso de no existir simetría en la malla analizada, habiendo únicamente elementos a tracción, sin la pareja a “compresión” que la rigidice, el comportamiento es totalmente diferente al anterior caso.

Ahora no se localiza ningún punto de inflexión y el efecto del tesado se observa desde el primer instante. A medida va aumentando el tesado, el axil de los elementos resistentes va incrementándose pero la relación no es directamente proporcional al tesado aplicado, sino que sigue una curvatura que depende de la pendiente de los cables, de tal modo que como más ángulo exista entre los cables, más se aproxima a una recta plana, y como menor sea el cambio de pendiente, el aumento de tensión es más parabólico y acusado.

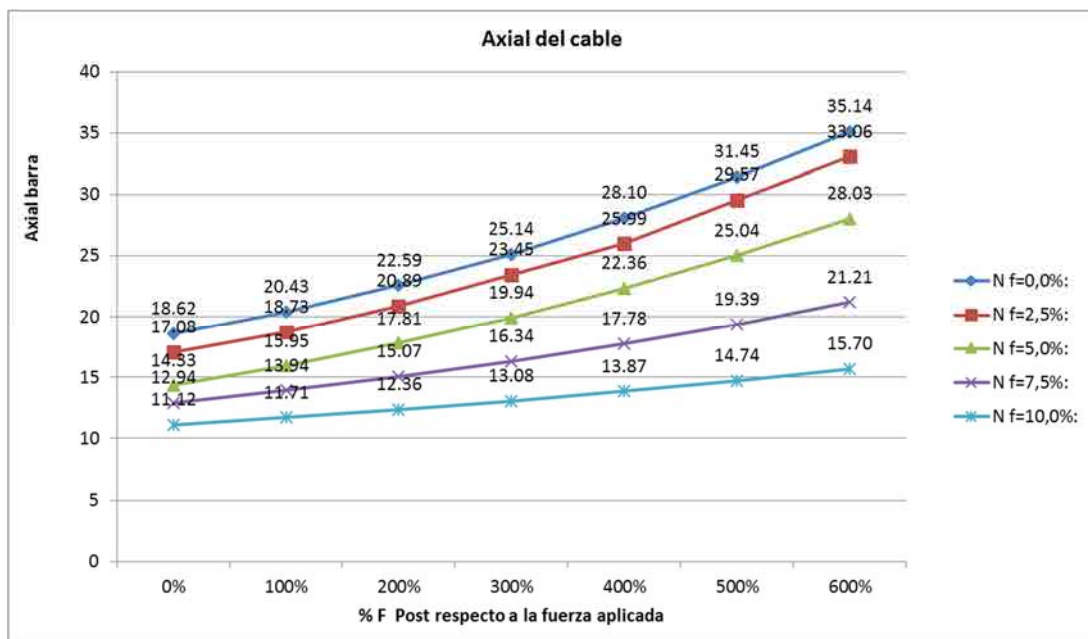


fig. 2-7 Relación Axil / Fuerza en un cable horizontal tensado.

Fuente: Elaboración propia.



En relación a las deformaciones sufridas por la malla sin doble curvatura, se observa que la disminución de la deformación es proporcional al tesado aplicado sea cual sea la inclinación de los cables, es decir, el ángulo entre la fuerza aplicada y el cable resistente, de tal manera que la disminución de la deformación es similar en todos los casos y no depende de la curvatura del elemento.

La diferencia entre las distintas curvaturas se localiza en la deformación inicial ya que a medida que los cables son más verticales esta diferencia de deformación inicial es cada vez inferior observándose que la deformación inicial se va reduciendo y es progresivamente más similar entre los diferentes casos.

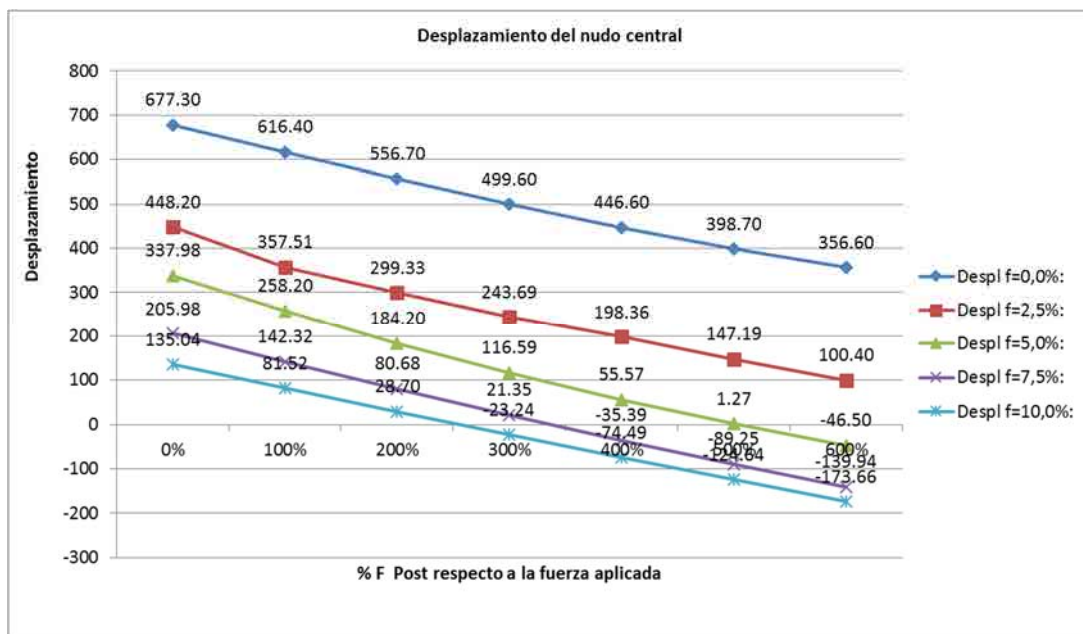


fig. 2-8 Relación Deformación / Fuerza en un cable horizontal tensado.

Fuente: Elaboración propia.

### 2.3.3. Modelos conceptuales de láminas

#### Introducción

En este apartado se analizan modelos simples laminares totalmente planos, con la variante de borde libre recto o curvado, con o sin elemento de rigidización perimetral. El objetivo de este análisis es determinar la distribución de la carga de tesado por la superficie sin interferencias de otros componentes geométricos ni mecánicos.

Se han considerado las hipótesis de aplicar la carga directamente en las esquinas, por dos bordes libres paralelos, tesando por los cuatro bordes simultáneamente, y finalmente efectuando el tesado mediante el tesado de las relingas perimetrales, con la finalidad de reproducir los sistemas de tesado básicos habituales.

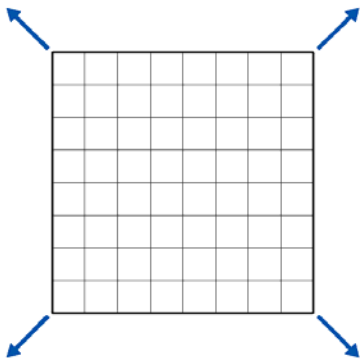


fig. 2-9 Modelo cargas puntuales en los extremos.

Fuente: Elaboración propia.

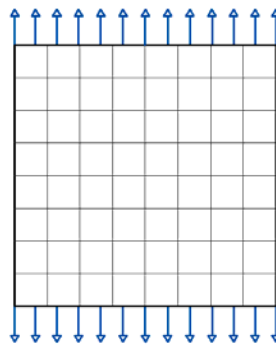


fig. 2-10 Modelo cargas repartidas en dos bordes libres.

Fuente: Elaboración propia.

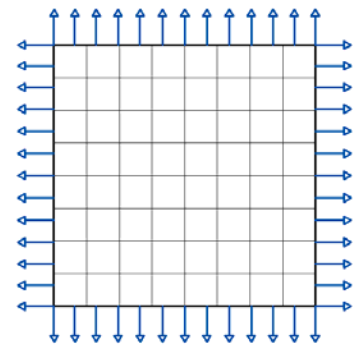


fig. 2-11 Modelo cargas repartidas en el perímetro.

Fuente: Elaboración propia.

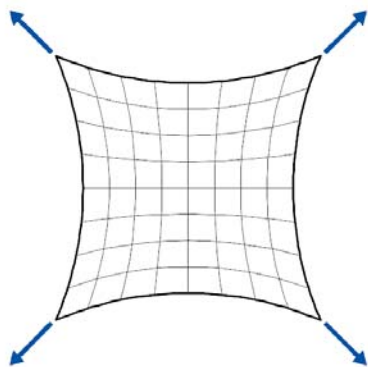


fig. 2-12 Modelo borde curvado cargas puntuales en los extremos.

Fuente: Elaboración propia.

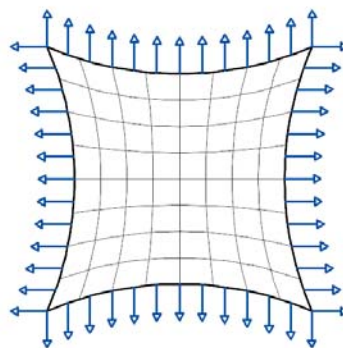


fig. 2-13 Modelo borde curvado cargas repartidas en el perímetro.

Fuente: Elaboración propia.

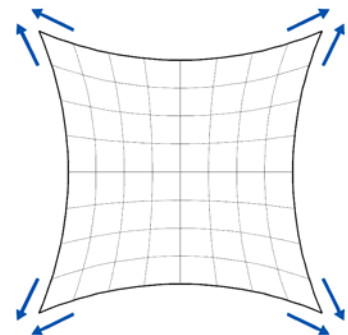


fig. 2-14 Modelo borde curvado tesado por relinga.

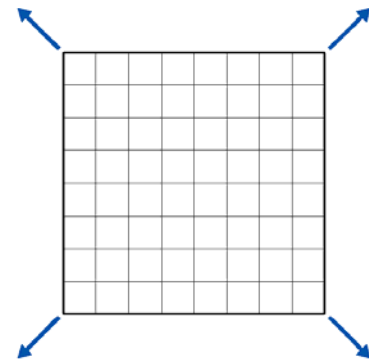
Fuente: Elaboración propia.

### 2.3.3.1. Modelo con bordes rectos y tesado por las esquinas

Este modelo se corresponde con la aplicación de un tesado puntual en las esquinas de una superficie con bordes rectos.

De este modelo se realizan dos variantes, una con los bordes totalmente libres, y otro con la inclusión de una relinga perimetral.

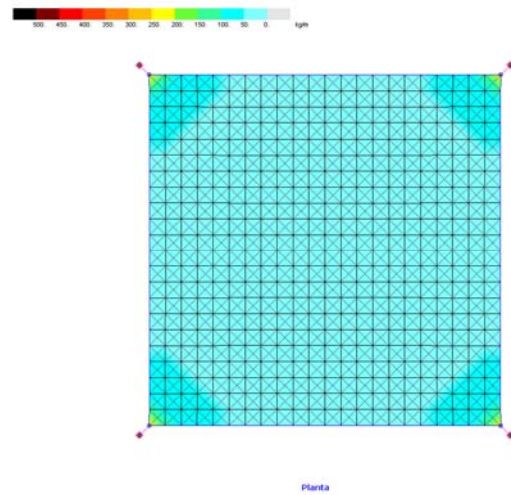
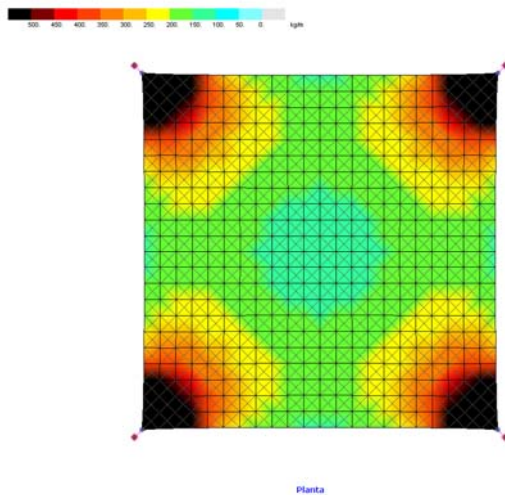
El caso analizado con relinga se ha efectuado con la condición inicial de obtener una reacción en el soporte igual a la reacción inicial obtenida en el caso de tensado sin relinga.



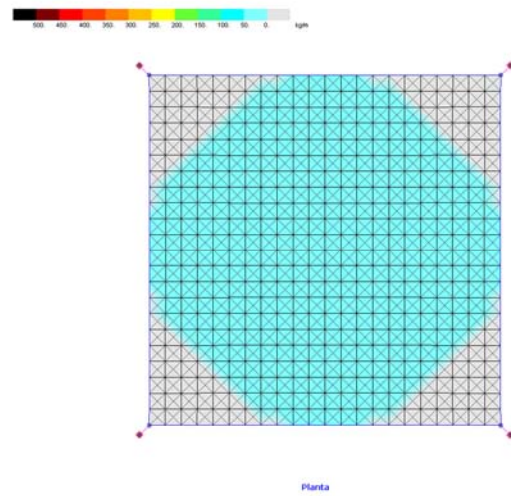
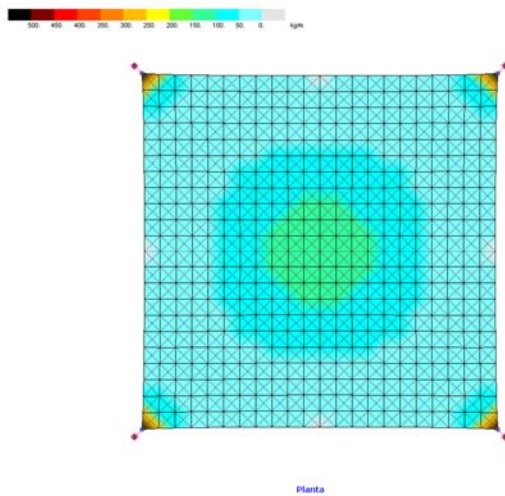
Tensiones Sin relinga

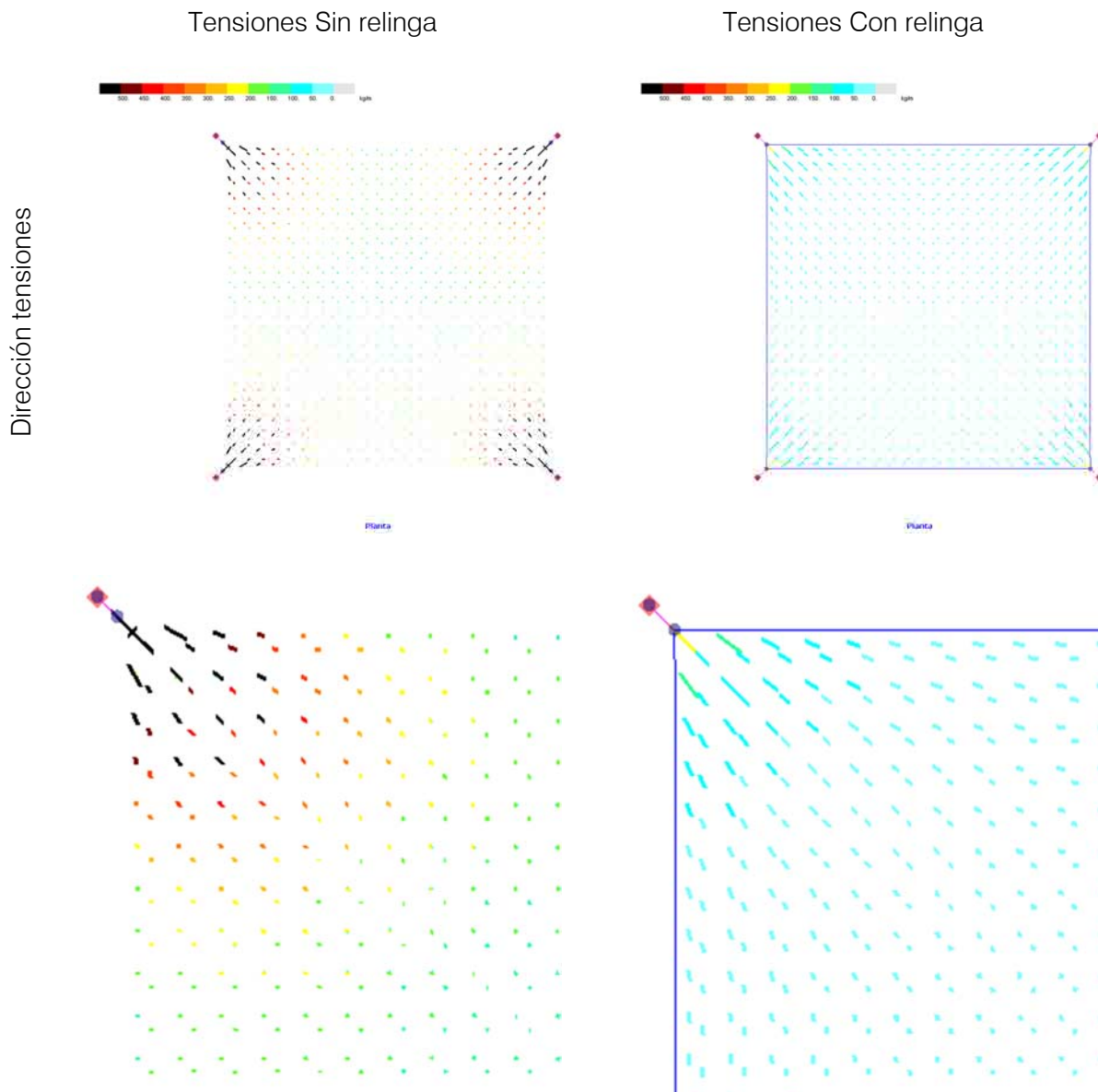
Tensiones Con relinga

Tensiones máximas



Tensiones mínimas





Con este análisis de una superficie con bordes rectos realizado el tesado por sus extremos de fijación se demuestra lo expresado en el apartado 1.3.4 Efectos producidos por el pretesado en la superficie laminar mediante los puntos de fijación, donde se determinaba que en el caso de tesar una superficie únicamente por sus puntos de fijación se obtenía la máxima tensión en la zona próxima a estos puntos y esa tensión se diluía hacia el interior de la superficie, obteniendo el tesado mínimo en la zona central de la superficie.

Esta premisa de partida se verifica absolutamente en el caso de analizar las tensiones máximas presentes en una superficie sin elemento rigidizador en el borde, ya que en el momento de estar presente una relinga perimetral se observa como las tensiones son mucho más homogéneas en el global de la superficie, aunque es cierto que se presenta un

incremento tensional cerca de los puntos de soporte, la diferencia no es tan acusada respecto a lo sucedido en el caso sin relinga.

Otra diferenciación del hecho de existir o no elemento rigidizador en el borde de la superficie es el valor de la tensión máxima presente en la superficie, la cual se reduce muy significativamente llegando a ser prácticamente nula en la zona central y mostrar una reducción del 90% en la zona cercana a los soportes de este modelo analizado.

Si se observan las tensiones mínimas presentes en la superficie en el caso sin relingas, se observa como estas en general son de un valor muy bajo en comparación con las tensiones máximas con un valor mínimo presente en el centro de los bordes perimetrales prácticamente nulo, y la tensión va aumentando hacia el interior llegando a un valor máximo en la zona central de un valor igual al de la tensión máxima presente en este punto.

La zona adyacente a los puntos de soporte, presentan unas tensiones elevadas localizadas debidas a la sobretensión existente en la dirección principal que por efecto poisson se puede materializar en la dirección secundaria gracias a rigidez de la superficie en la dirección transversal en la cercanía de los soportes.

Al realizar la comparación con el modelado con relingas perimetrales se observa una disminución del valor de la tensión pero un comportamiento similar con las tensiones mínimas máximas, situadas en la parte central de la superficie, del mismo valor que las tensiones máximas presentes en esa la zona central. También se observa como las tensiones van disminuyendo su valor de la zona central hacia los bordes. La gran diferencia con las tensiones sin relinga se localiza en la zona cercana a los soportes donde la membrana llega a destensarse.

Esta diferenciación en los valores de las tensiones principales y secundarias es debido a la presencia de la relinga perimetral y al hecho de disponer los bordes totalmente rectos. Al existir la relinga, la cual es más rígida que el material de la membrana, al producirse el estiramiento por los puntos extremos, con un valor de tesado igual en los dos modelos, la mayor parte del tesado es absorbido por las relingas, de tal manera que al existir compatibilidad de deformaciones entre los dos materiales, el estiramiento producido en la

superficie laminar es de un valor significativamente inferior, de tal manera que la tensión resultante en la superficie es muy menor.

El hecho de existir una relinga perimetral, aunque sea de directriz recta le confiere una mayor rigidez al borde que permite que este no llegue a descomprimirse totalmente en la zona central a diferencia de lo sucedido en el caso sin relinga que si que se produce esta distensión en la zona central del borde.

Contrariamente en la zona cercana los soportes sucede el efecto justamente contrario al producirse el destensado en el modelo con relinga perimetral, mientras en el modelo sin relinga aparecía un tensado mínimo. Este efecto es debido a que en el caso de no existir relinga perimetral el borde de la superficie se deforma por efecto poisson produciendo un cierto tesado en casi toda la superficie con unos valores más elevados en la zona cercana al soporte que es donde se produce la mayor deformación, debido a que es por donde se tesa la superficie.

Pero en el caso de existir una relinga perimetral, esta al absorber directamente la mayor parte de esfuerzo y rigidizar el borde de la superficie, la deformación que se produce es muy pequeña, de tal manera que la tensión conferida también lo es, y el hecho de la rigidez del borde también conlleva que la máxima deformación de ese borde se produzca en su parte central en lugar de la zona cercana a los bordes, motivo por el cual la tensión secundaria aparece en la zona central, y no en la zona cercana a los soportes.

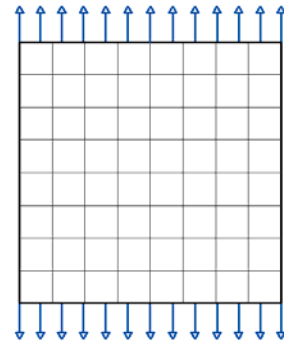
Analizando las direcciones principales de las tensiones se observa claramente como estas se orientan directamente hacia los puntos de tesado en todos los puntos de la superficie en el caso de no existir ningún elemento perimetral. Y en el caso de existir la relinga perimetral, la dirección principal también está orientada hacia los soportes pero corrigiendo ligeramente la orientación hacia las relingas merced a la rigidez que cogen en la proximidad de los soportes.



### 2.3.3.2. Modelo con bordes rectos y tesado por dos bordes paralelos

Este modelo se corresponde con la aplicación de un tesado realizado por el estiramiento de la superficie por dos bordes paralelos, dejando libres los perpendiculares.

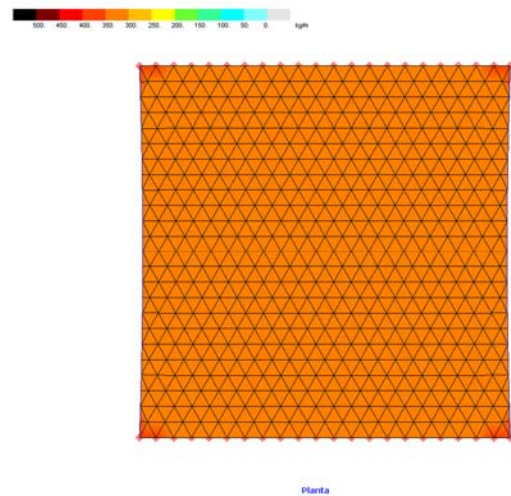
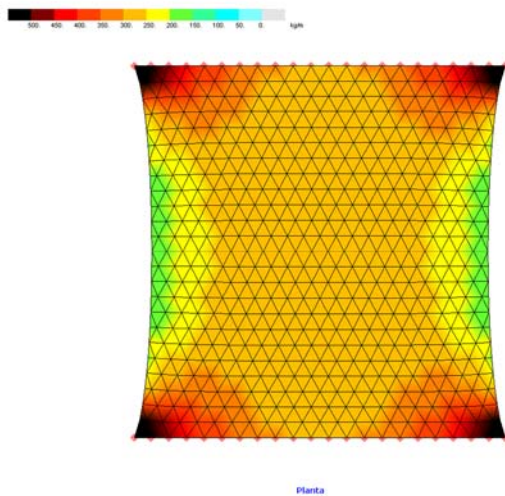
De este modelo se realizan dos variantes, una con los bordes totalmente libres, y otro con la inclusión de una relinga perimetral.



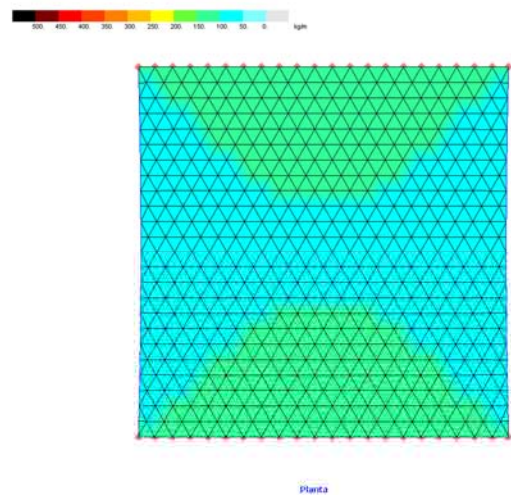
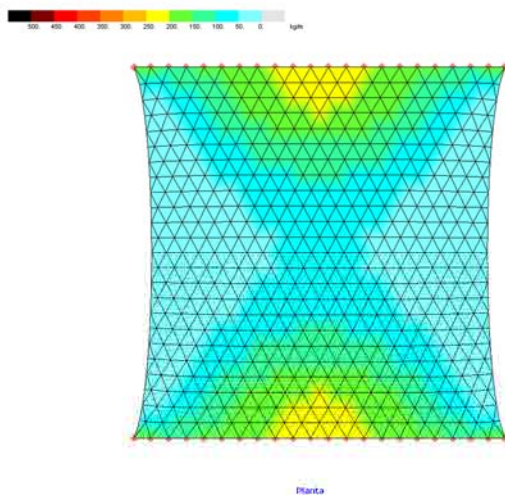
Tensiones Sin relinga

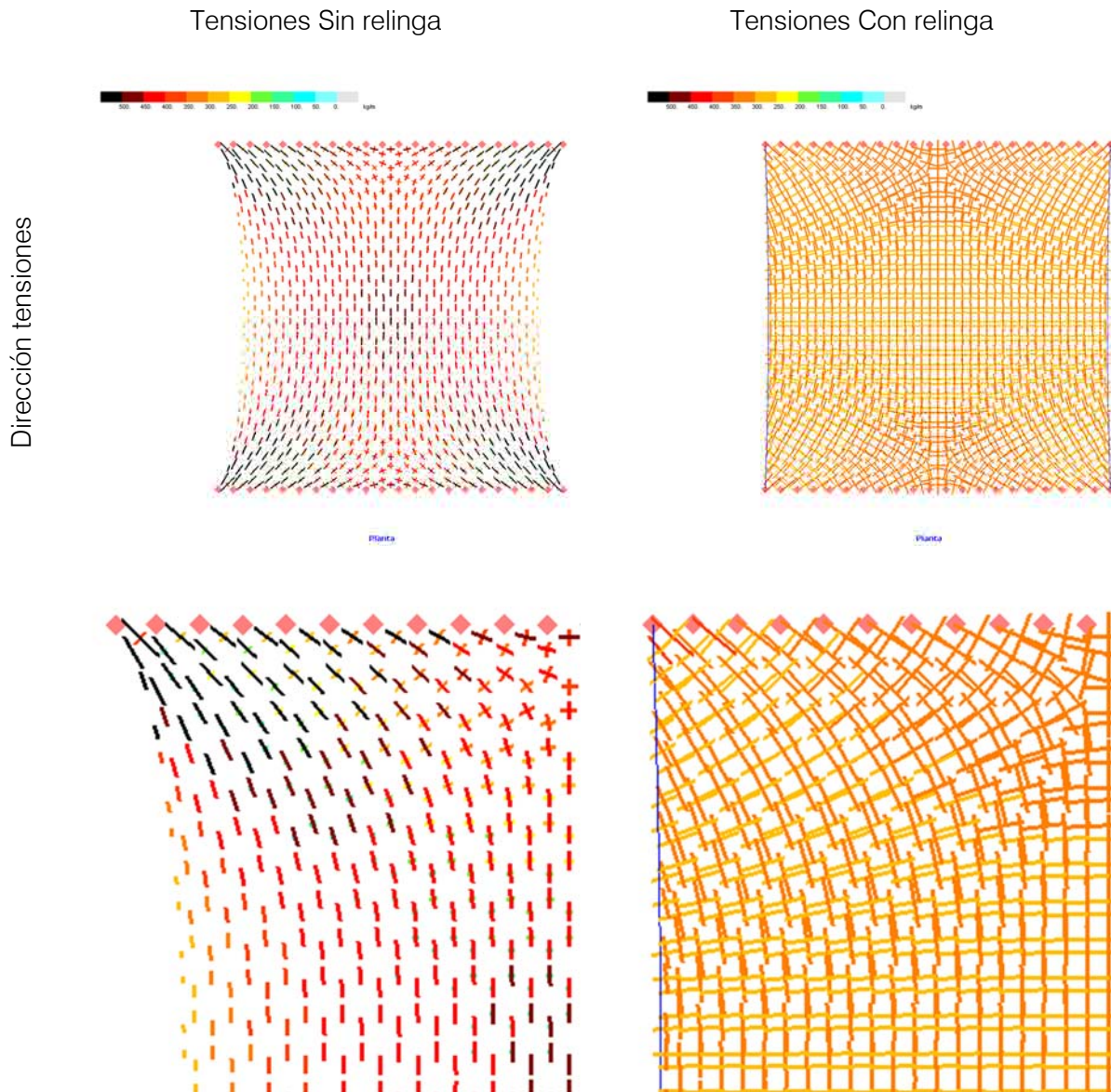
Tensiones Con relinga

Tensiones máximas



Tensiones mínimas





Con este análisis del tesado de una superficie, con bordes rectos, realizado por el estiramiento de dos bordes paralelos dejando libres los dos perpendiculares se demuestra lo expresado en el apartado 1.3.4 Efectos producidos por el pretesado en la superficie laminar realizado tirando del borde de la superficie de modo uniforme y perpendicular, donde se determinaba que en el caso de tesar una superficie tirando de su borde y fijándola a un elemento rígido se producía un tesado uniforme en la dirección de tesado.

Pero a diferencia de lo mencionado en ese apartado, en el caso de no existir ningún elemento rigidizador, se observa una disminución del tesado en la zona central de los bordes libres fruto a la deformación de estos por el efecto poisson, de tal manera que se observa que en la zona central no se produce disminución de tesado manteniéndose constante pero a medida que se aproxima al borde el valor de la tensión disminuye.



Si existe un elemento de borde que lo rigidiza, este no permite tanta deformación de los bordes y como consecuencia no se observa una disminución del tesado cerca de los bordes laterales produciendo un tesado muy uniforme.

Otro punto de diferencia se localiza en la cercanía de los extremos, ya que en el caso de no existir elemento de borde se observa un aumento tensional fruto de la deformación angular más acusada que reduce la sección efectiva para la transmisión de tensiones con el soporte en esa posición.

En el modelo con relinga al presentar un borde más rígido no se produce tanta deformación en esa posición concreta y por tanto no se reduce prácticamente la sección efectiva y no se ve muy aumentada la tensión en esa posición.

Analizando lo sucedido en las tensiones secundarias el esquema de distribución tensional es similar al de las tensiones máximas, pero con un efecto más acusado, ya que al estar tensado únicamente en una dirección cualquier tensión perpendicular presente en la superficie laminar es fruto del efecto poisson, de tal manera que como más rigidez se presente a la deformación perpendicular, más valor tendrá esta tensión secundaria.

Con esta premisa en el caso de no disponer relinga perimetral, el valor de la tensión en el borde tenderá a ser nula, mientras que será máxima en la zona central donde por simetría tendrá la máxima rigidez. Y en el caso de existir relinga en los bordes libres, esta dotará de rigidez perpendicular a la superficie y tendrá componente tensional perpendicular de un valor similar en toda la superficie.

En el sentido longitudinal, en la dirección del tesado, como más cerca se encuentre del borde fijo, más rigidez perpendicular existirá, de tal manera que el valor tensional en la dirección secundaria tendrá un valor superior en esa zona que en la central. Este efecto se observa con mayor intensidad en el modelo sin elemento rigidizador en los bordes libres, mientras que si existe este elemento el comportamiento es más homogéneo.

Si se analiza lo sucedido en las direcciones tensionales principales se observa que en el caso de no existir relinga en el borde libre las tensiones principales toman una dirección relativamente paralela a la dirección de tesado pero no de una forma totalmente paralela sino haciendo arcos concentrando las tensiones en la zona central de la superficie y se alejan de los bordes libres.

Mientras en el caso de existir relinga perimetral la dirección de las tensiones principales es más paralela a la dirección de tesado, pero presenta una cierta tendencia a inclinarse hacia los extremos en las proximidades de los soportes insinuando los mismos arcos presentes en el modelo sin rigidización, pero de una manera menos acusada.

Con estos modelos se observa la función rigidizadora de las relingas de borde, ya que cuando un borde no tiene elemento rigidizador se deforma transversalmente debido a la tracción perpendicular que propicia el efecto poisson.

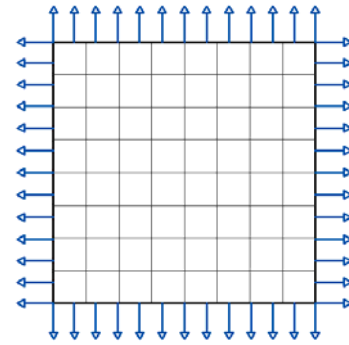
En función de la rigidez transversal del borde libre cuando esté sometido a esta tracción transversal el borde se deformará más o menos, obteniendo la máxima deformación en el caso de no existir elemento rigidizador y nula la deformación en el caso de tener una gran rigidez. Será en función de esa deformación que el tesado presentará una mayor o menor uniformidad.

En definitiva a mayor rigidez del borde, menor deformación del mismo y mayor homogeneidad en los resultados de las tensiones, tanto en lo referente a las tensiones principales, como en las secundarias. Aunque como es evidente, para obtener la misma reacción en los soportes, el valor global del tensado disminuirá ya que el elemento de borde, al ser más rígido, absorberá una gran parte del esfuerzo de tesado hecho que implicará una reducción del tesado en la superficie laminar.

### 2.3.3.3. Modelo con bordes rectos y tesado con perímetro fijo

Este modelo se corresponde con la aplicación de un tesado realizado por el estiramiento de la superficie hasta alcanzar un perímetro fijo paralelo a los bordes.

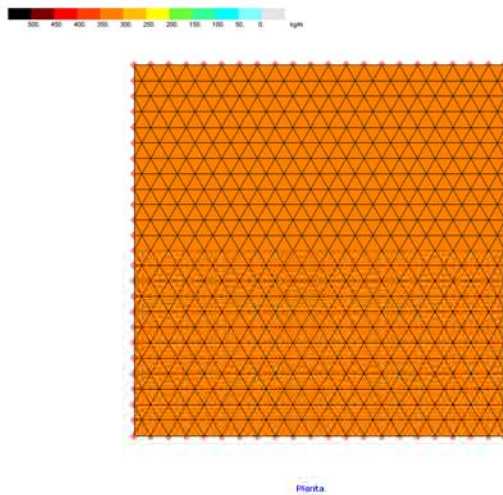
Debido a no disponer de bordes libres, no se ha realizado el análisis con relinga perimetral.



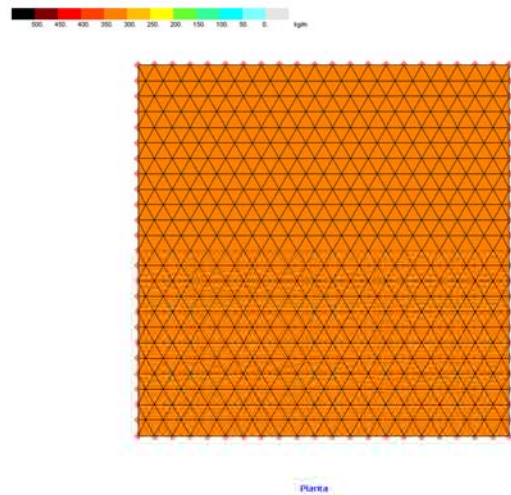
Tensiones Sin relinga

Tensiones Sin relinga

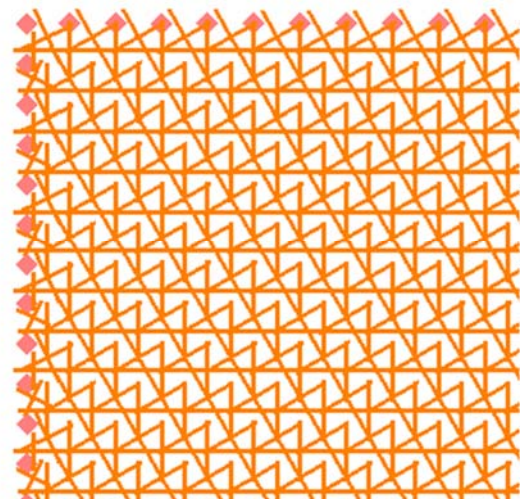
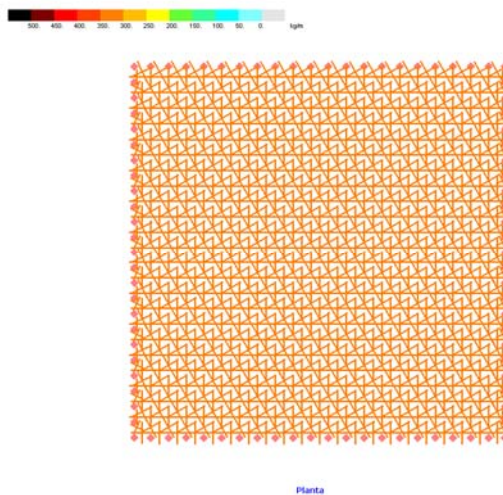
Tensiones máximas



Tensiones mínimas



Dirección tensiones



Con este análisis del tesado de una superficie con bordes rectos realizado por el estiramiento de sus cuatro bordes perimetrales para fijarlos a un elemento completamente rígido se demuestra lo expresado en el apartado 1.3.4 Efectos producidos por el pretesado en la superficie laminar realizado tirando del borde de la superficie de modo uniforme y perpendicular, donde se determinaba que en el caso de tesar una superficie tirando de su borde y fijándola a un elemento rígido se producía una tensión uniforme en la dirección de tesado.

En este caso al fijar completamente todo el perímetro a un elemento rígido perimetral no se puede producir ninguna deformación de los bordes una vez están estos fijados. Esta configuración conlleva a una distribución tensional totalmente homogénea, sin distinción de valor o dirección entre las tensiones principales como secundarias y el valor de la tensión de tesado será directamente proporcional al valor del tesado introducido.

Concretamente se validará la definición del módulo de elasticidad ( $E$ ) que es igual al incremento de tensión ( $d\sigma$ ) por el incremento de deformación unitaria ( $d\varepsilon$ ):

$$E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (2.01)$$

Relación que operada adecuadamente conlleva a la relación que indica que la longitud a estirar la superficie será igual a la tensión de pretensado por la longitud original dividida por el módulo de elasticidad del material:

$$\Delta L = \frac{\sigma \cdot L_0}{E} \quad (2.02)$$

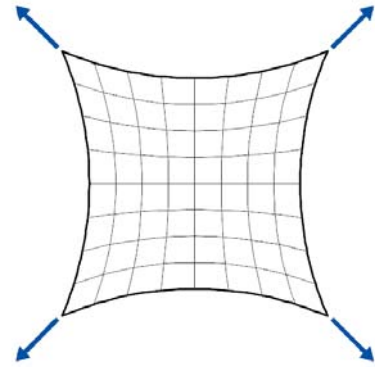
Observando esta fórmula se determina que el incremento de longitud para obtener un determinado nivel de pretesado es función de la longitud original en la dirección a estirar, de tal manera que si en una superficie existen longitudes distintas, para obtener el mismo nivel de pretesado será necesario estirar una distinta magnitud en cada dirección, precisando de una mayor longitud de tesado en la dirección que originalmente sea más larga.

### 2.3.3.4. Modelo con bordes curvados y tesado por las esquinas

Este modelo se corresponde con la aplicación de un tesado puntual en las esquinas de una superficie con bordes curvados.

De este modelo se realizan dos variantes, una con los bordes totalmente libres, y otro con la inclusión de una relinga perimetral.

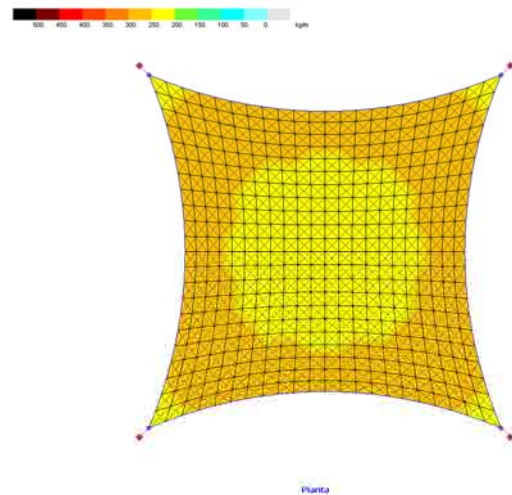
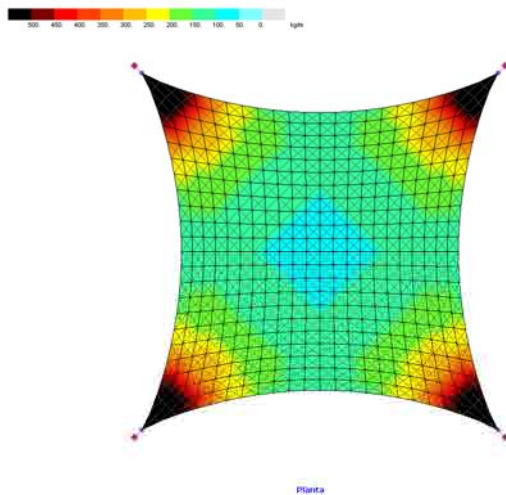
El caso analizado con relinga se ha efectuado con la condición inicial de obtener una reacción en el soporte igual a la reacción inicial obtenida en el caso de tensado sin relinga.



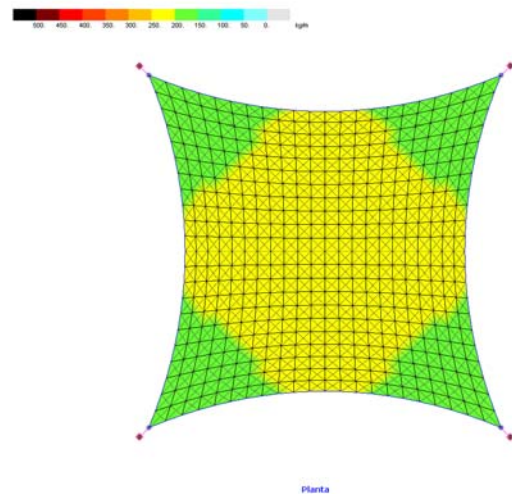
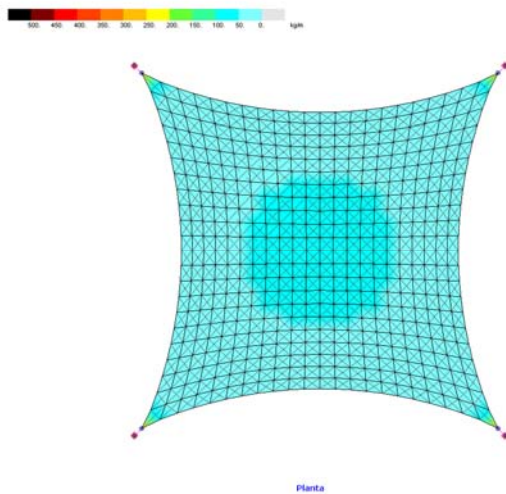
Tensiones Sin relinga

Tensiones Con relinga

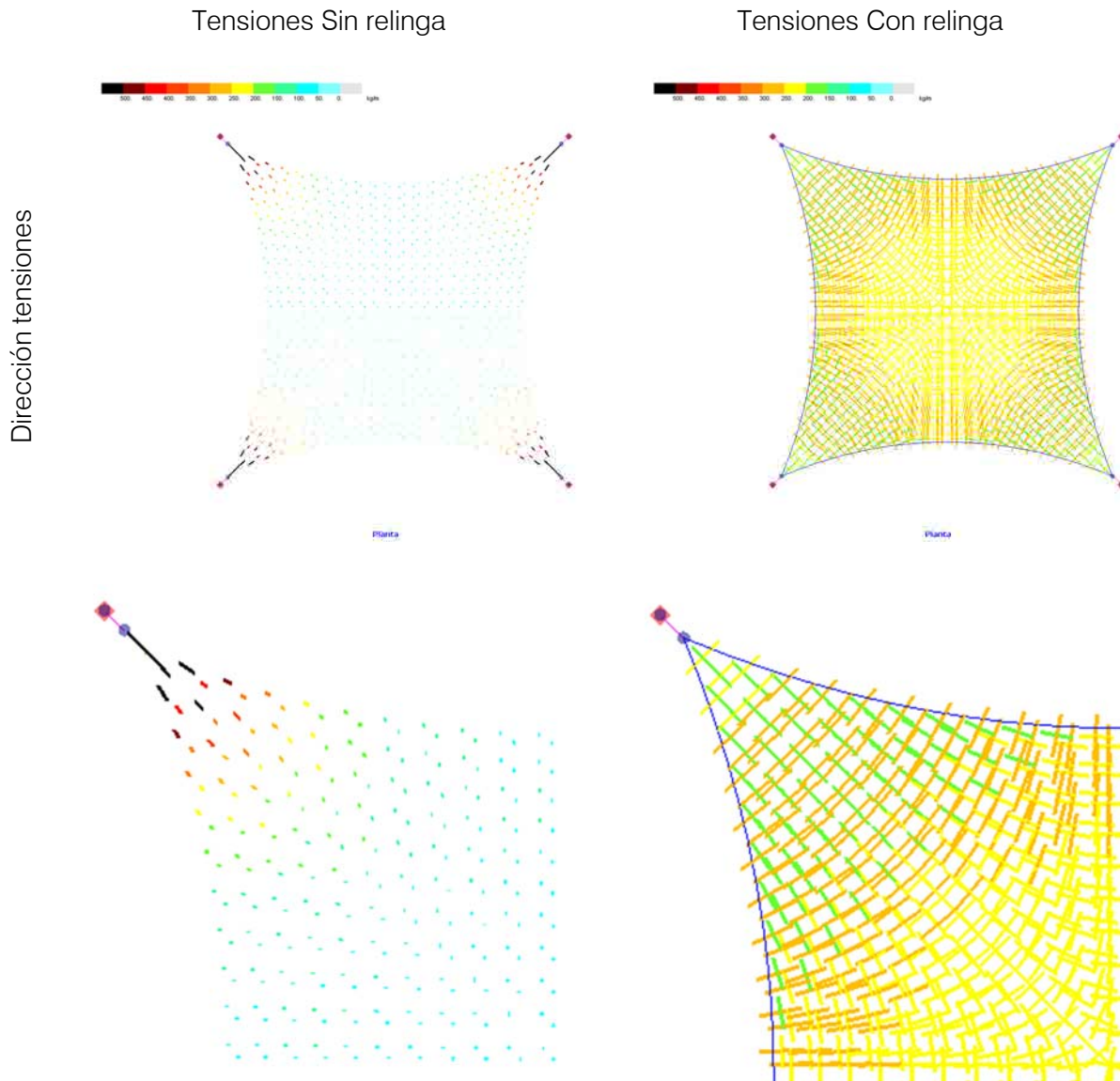
Tensiones máximas



Tensiones mínimas







Con este análisis del tesado de una superficie con bordes curvos realizado por sus extremos de fijación se demuestra lo expresado en el apartado 1.3.4 Efectos producidos por el pretesado en la superficie laminar mediante los puntos de fijación, donde se determinaba que en el caso de tesar una superficie únicamente por sus puntos de fijación se obtenía la máxima tensión en la zona próxima a estos puntos y esa tensión se diluía hacia el interior de la superficie, obteniendo el tesado mínimo en la zona central de la superficie.

Esta premisa de partida se verifica absolutamente en el caso de analizar las tensiones máximas presentes en una superficie sin ningún elemento rigidizador en el borde, ya que de existir una relinga perimetral las tensiones son mucho más homogéneas en el global de la superficie, partiendo del valor mínimo presente en la parte central de la superficie, el cual se va incrementando hacia los bordes y finalmente se reduce justo en los extremos.

Esta distribución tensional es fruto de la suma de dos efectos, uno el tesado por los puntos de soporte, sin la influencia de la relinga, y el segundo que es el tesado por las relingas. Esta situación de tesar por los puntos extremos con la presencia de una relinga de borde responde a la suma de los dos efectos ya que al tesar, por compatibilidad de deformaciones, se produce el estiramiento conjunto de los dos elementos, la superficie laminar y las relingas de borde.

Debido a que las relingas presentan una rigidez axial superior a la superficie laminar, estas absorberán gran parte del esfuerzo de tesado, de tal manera que el estiramiento global producido será menor que en el caso sin relingas y por tanto el estado final de tesado en tensiones principales será menor que en el caso sin relingas, pero el hecho de tesar las relingas producirá un efecto de tensado perpendicular a ellas sobre la superficie.

Para comprender la distribución tensional global de las tensiones principales en el caso de presencia de un elemento rigidizador de borde, se debe comprender la distribución tensional que conlleva cada uno de los efectos anteriores, ya que actúan conjuntamente.

El primer efecto de tesar por los puntos, tal como sucede en el caso sin relinga, las tensiones se orientan directamente hacia los puntos de soporte, mientras que el segundo efecto de tesar por las relingas produce un tesado principal orientado perpendicularmente a las relingas.

La suma de las tensiones de estos dos efectos produce la distribución tensional final en la superficie produciendo una distribución tensional relativamente homogénea.

Si se observan las tensiones mínimas presentes en la superficie en el caso sin relingas, se observa como estas en general son de un valor muy bajo en comparación con las tensiones máximas con el valor mínimo se localiza en los bordes, y la tensión va aumentando hacia el interior llegando a un valor máximo en la zona central de un valor igual al de la tensión máxima presente en este punto.

La zona adyacente a los puntos de soporte presenta unas tensiones elevadas localizadas debidas a la sobretensión existente en la dirección principal que por efecto poisson se puede materializar en la dirección secundaria gracias a rigidez presente en la superficie en la dirección transversal en la cercanía de los soportes.

Al realizar la comparación con el modelado con relingas perimetrales se observa una disminución del valor de la tensión pero un comportamiento similar con las tensiones mínimas máximas en la parte central de la superficie del mismo valor que las tensiones máximas presentes en la zona central, y esas tensiones se van disminuyendo hacia los bordes.

Esta diferenciación en los valores de las tensiones principales y secundarias es debido a la presencia de la relinga perimetral. Al existir la relinga, que es más rígida que el material de la membrana, al producirse el estiramiento por los puntos extremos, con un valor de tesado igual en los dos modelos, gran parte del tesado es absorbido por las relingas, de tal manera que al existir compatibilidad de deformación entre los dos materiales, el estiramiento producido en la superficie laminar es de un valor significativamente inferior y por consiguiente la tensión conferida en la superficie es menor a la original.

El hecho de existir una relinga perimetral le confiere una mayor rigidez al borde, y como más curvada sea mayor rigidez transversal aporta. Esta rigidez permite no solamente limitar la deformación sino que al entrar en tensión aporta también un tesado perpendicular al borde de la superficie.

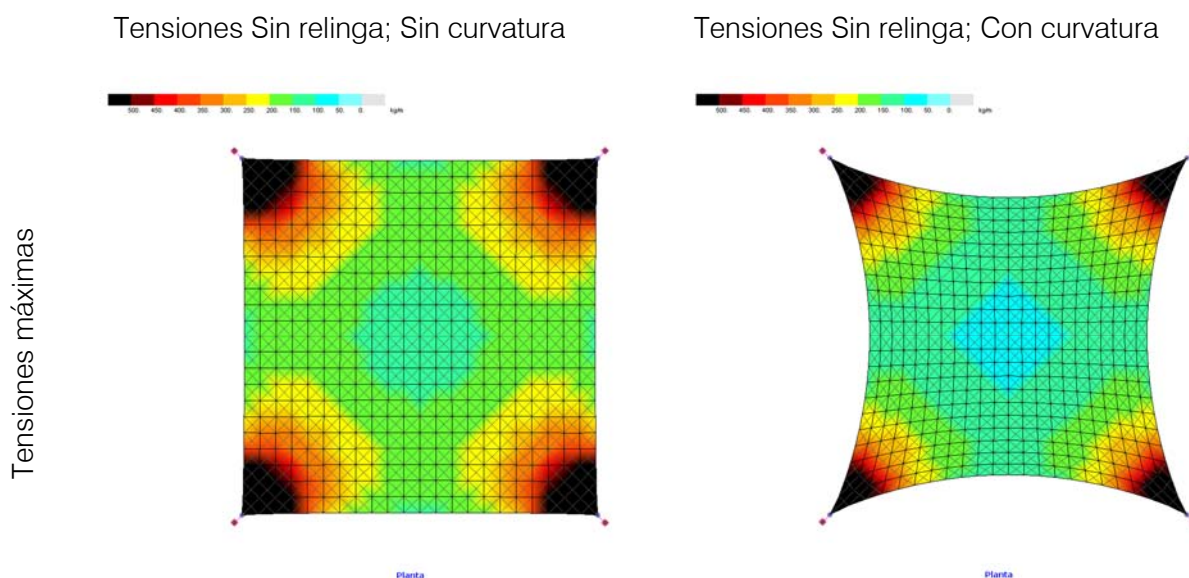
Observando los dos modelos, con y sin elemento rigidizador de borde, se concluye que la rigidez del borde es altamente determinante en la distribución tensional, tanto en tensiones principales como secundarias, de tal manera que de no existir ningún elemento rigidizador las tensiones se dirigen directamente hacia los soportes, pero a medida que se rigidiza el borde la distribución tensional se torna más homogénea debido a la introducción de un tesado perpendicular por parte de las relingas, y si se observan los valores tensionales, estos en conjunto también se homogeneizan disminuyéndose los valores máximos y aumentando los mínimos. Y si la rigidez del borde llegara al extremo de ser infinita, la distribución del tesado sería totalmente homogénea, tanto en distribución como en valores.

Analizando las direcciones principales de las tensiones se observa claramente como estas se orientan directamente hacia los puntos de soporte en todos los puntos de la superficie en el caso de no existir ningún elemento perimetral. Y en el caso de existir la relinga perimetral, la dirección principal también está orientada hacia los soportes en la cercanía de estos, pero a medida que se aleja de estos la dirección de las tensiones es perpendicular a la relinga perimetral.



Realizando la comparación con el modelo sin curvatura de borde, se puede analizar la influencia de la curvatura en la distribución tensional de un tesado realizado únicamente por los puntos de soporte.

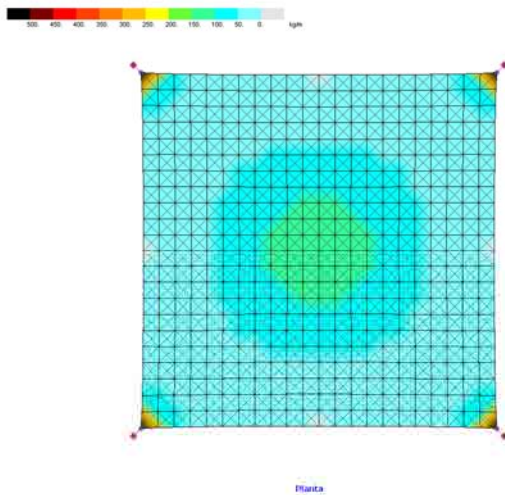
En el caso de no disponer de relingas perimetrales de rigidización, la presencia de una curvatura de borde es de poca importancia en la diferenciación de la distribución tensional ya que igualmente todo el esfuerzo de tesado debe transmitirse a los soportes únicamente por unos puntos determinados hecho que confiere una distribución muy poco homogénea de las tensiones principales otorgando una tensión muy elevada en los soportes y muy menor en el interior, ofreciendo la tensión principal mínima en el centro de la superficie.



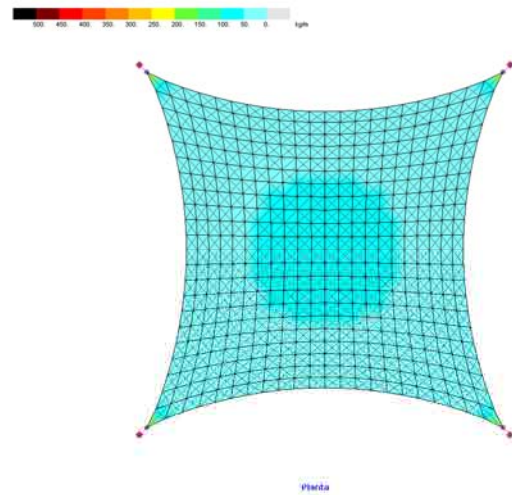
En el caso de las tensiones secundarias el comportamiento global también es similar en ambos casos, con o sin curvatura de borde, ofreciendo unas tensiones muy bajas en comparación con las tensiones principales, presentando el valor máximo de las tensiones secundarias justo en el centro de la superficie, con un valor igual al de las tensiones principales en esa posición, y disminuyendo el valor hacia la periferia hasta valores cercanos al cero en el centro de los bordes.

Tensiones mínimas

Tensiones Sin relinga; Sin curvatura



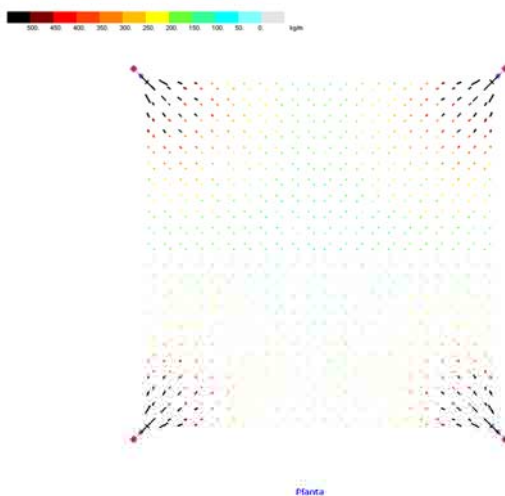
Tensiones Sin relinga; Con curvatura



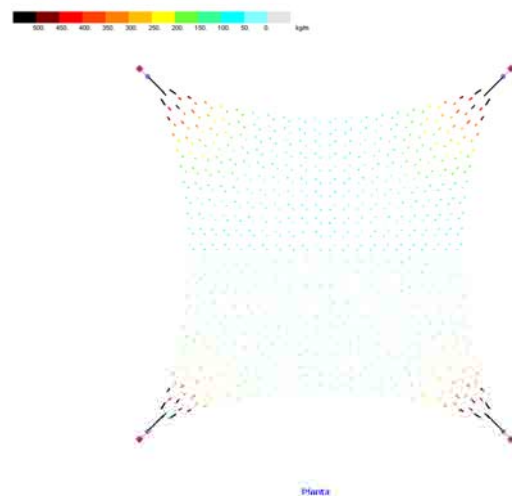
Igualmente sucede con la orientación de las tensiones, ya que al no existir rigidez en el borde estas se orientan siempre hacia los puntos de soporte.

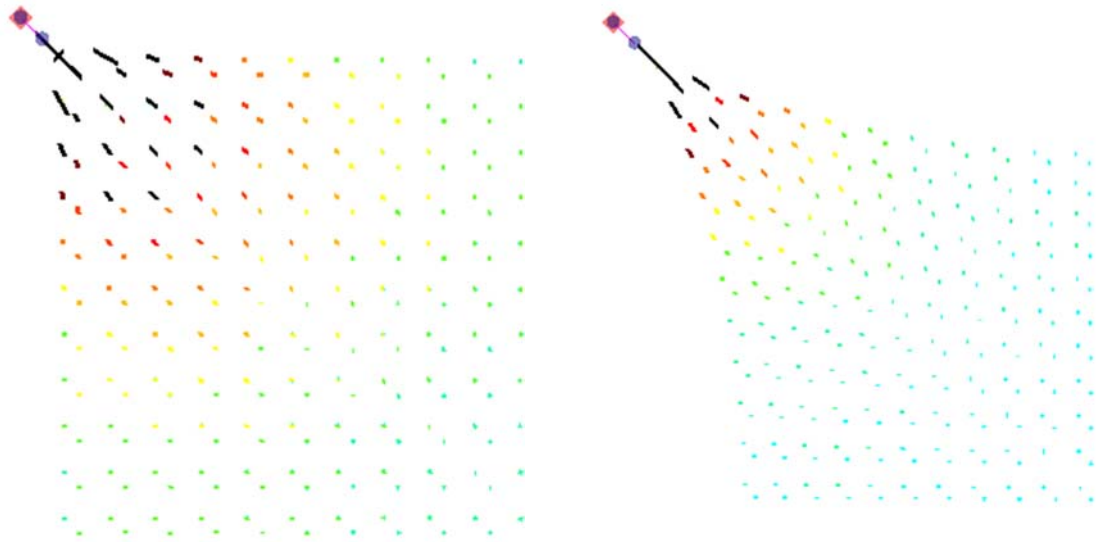
Dirección tensiones

Tensiones Sin relinga; Sin curvatura



Tensiones Sin relinga; Con curvatura



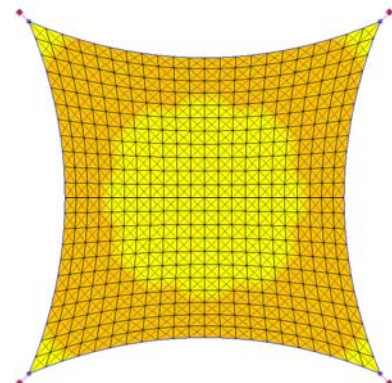
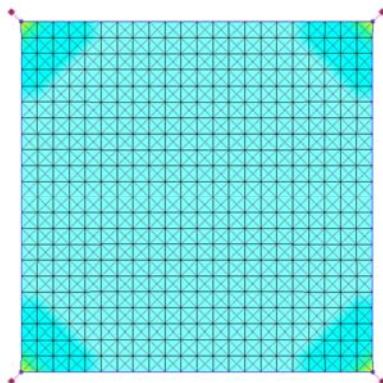


Analizando lo sucedido con la presencia de una relinga de borde perimetral de rigidización, la presencia de una curvatura de borde es de gran importancia en la diferenciación de la distribución tensional ya que a mayor curvatura tenga la relinga, mayor será su rigidez transversal, de tal manera que mayor será la reacción que ejercerá contra el borde incrementando así el tesado perpendicular. Las tensiones parten de un tesado prácticamente nulo en el caso sin curvatura, y se incrementan a medida que se aumenta la curvatura, ofreciendo un mayor valor del tesado de la superficie a medida se aumenta la curvatura de los bordes.

Tensiones Con relinga; Sin curvatura

Tensiones Con relinga; Con curvatura

Tensiones máximas



Planta

Planta

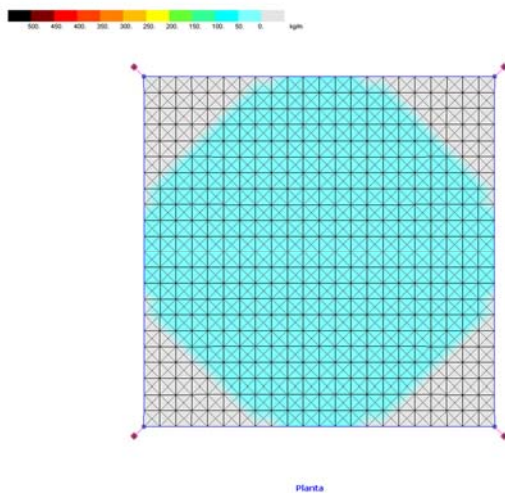
En el caso de las tensiones secundarias el comportamiento global también es similar al de las tensiones principales, ya que a mayor curvatura, mayor rigidez trasversal aporta la relinga y como consecuencia un mayor incremento de tesado, y al tesarse por todos los bordes también se aumenta la tensión secundaria homogeneizando tanto la distribución como los valores de la tensión presente en la superficie.

En ambos casos, con o sin curvatura de borde, se presentan unas tensiones secundarias inferiores a las principales, pero con unos valores más similares a mayor curvatura de borde tenga la superficie.

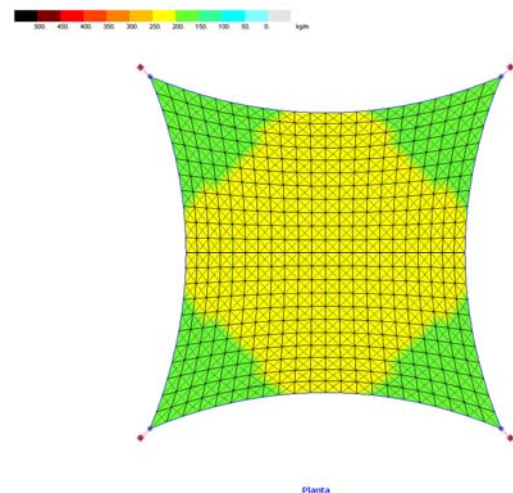
En todos los casos el valor máximo de las tensiones secundarias se presenta en la posición central de la superficie con el mismo valor que la tensión principal en esa posición y su valor disminuye hacia la periferia, llegando incluso a destensarse en el caso de no tener curvatura de borde.

Tensiones mínimas

Tensiones Con relinga; Sin curvatura



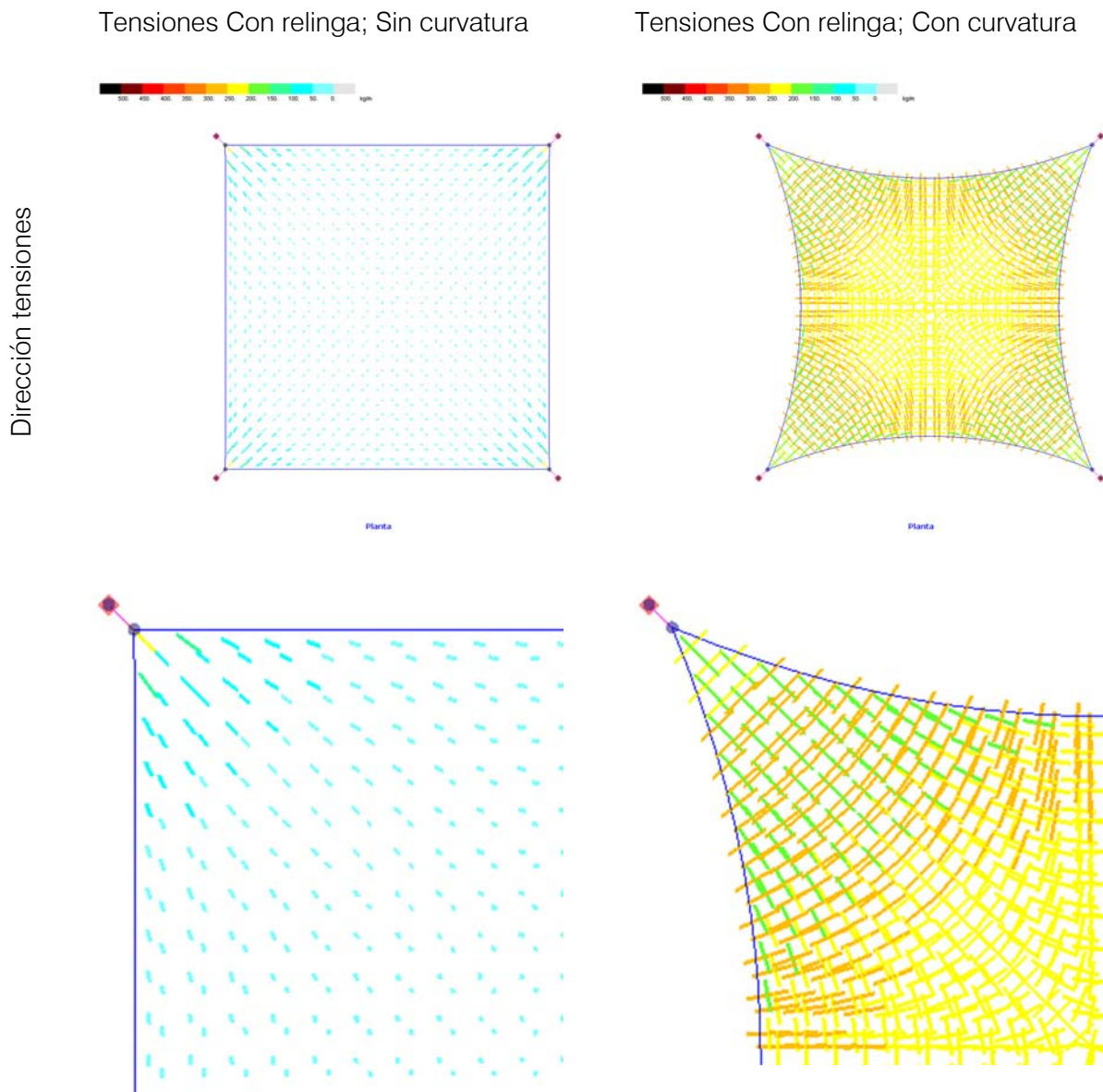
Tensiones Con relinga; Con curvatura





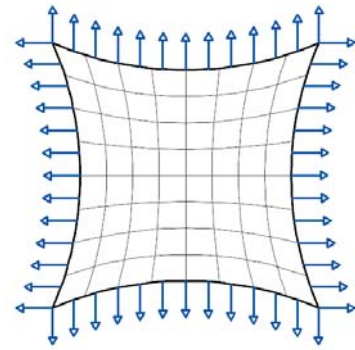
A nivel de orientación de las tensiones se observa como a medida aumenta la curvatura del borde estas se reorientan para disponerse perpendicularmente a la relinga de borde, esto es debido a que a mayor curvatura hay mayor rigidez del borde y mayor reacción ejerce este borde contra la superficie.

Mientras con una curvatura nula las tensiones se dirigen básicamente hacia los soportes, con una curvatura estas se orientan hacia el soporte únicamente en la zona próxima a este, ya que es el elemento más rígido existente en la zona, pero a medida se aleja de esta posición, las tensiones se orientan hacia la relinga de borde.



2.3.3.5. Modelo con bordes curvos, tesado perimetral y fijado en esquinas

Este modelo se corresponde con la aplicación de un tesado homogéneo de la superficie con bordes curvos y una fijación puntual en las esquinas.



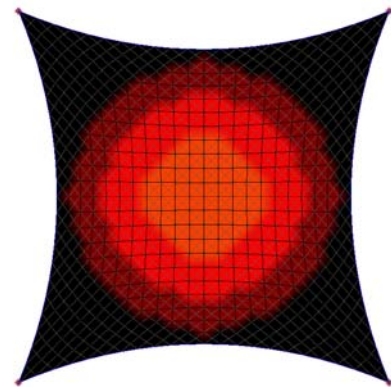
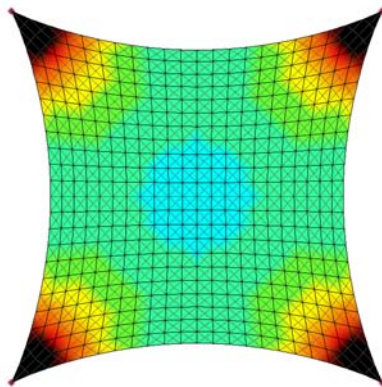
De este modelo se realizan dos variantes, una con los bordes totalmente libres, y otro con la inclusión de una relinga perimetral.

El caso analizado con relinga se ha efectuado con la condición inicial de obtener una reacción en el soporte igual a la reacción inicial obtenida en el caso de tensado sin relinga.

Tensiones Sin relinga

Tensiones Con relinga

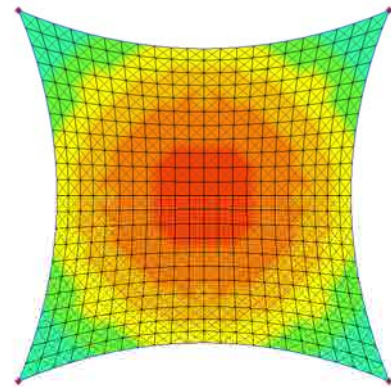
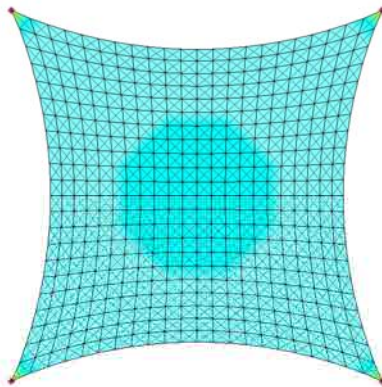
Tensiones máximas



Planta

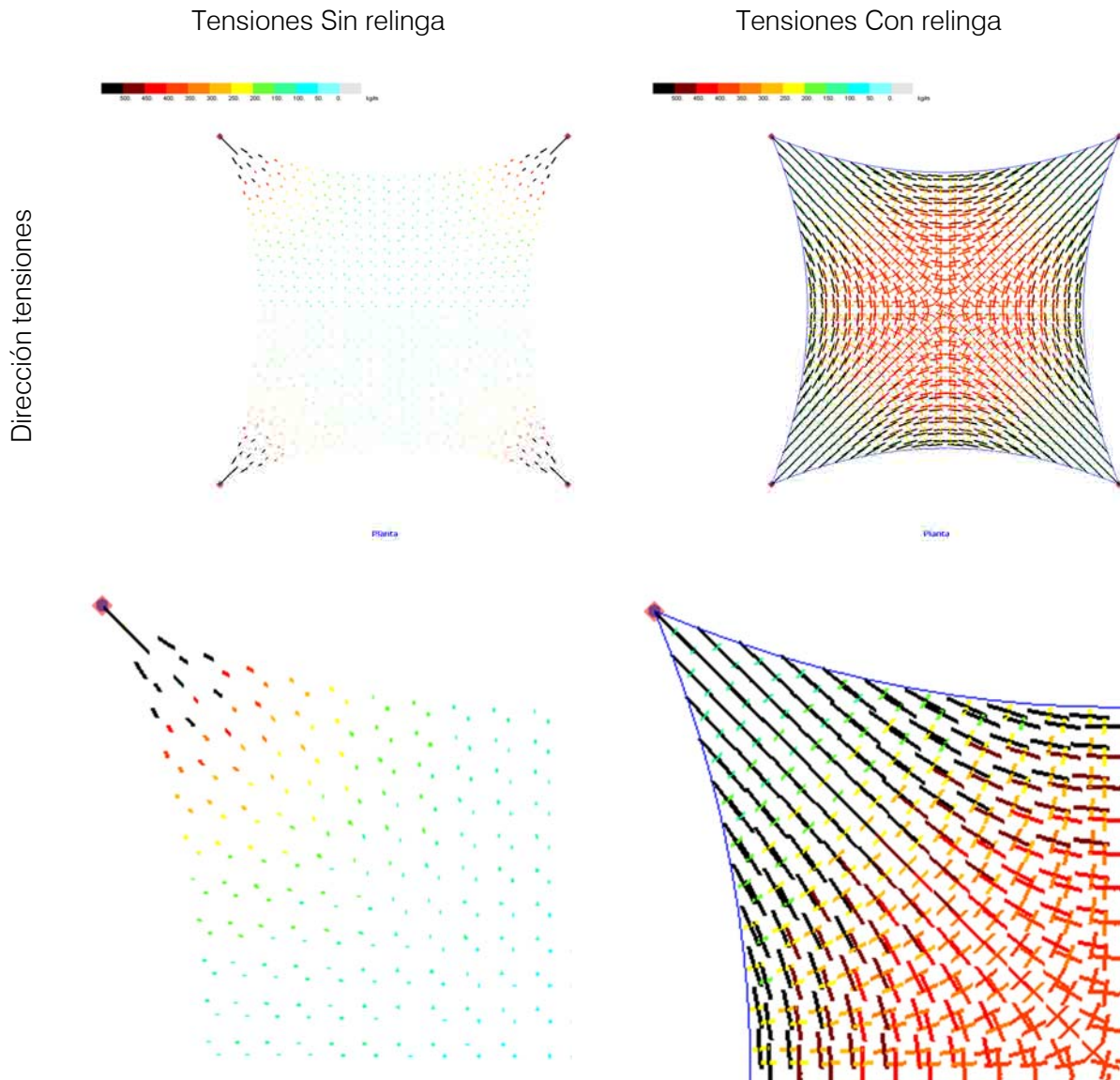
Planta

Tensiones mínimas



Planta

Planta



Este modelo se realiza como una evolución del modelo anterior que únicamente se tesaba por las esquinas. A diferencia del anterior, este modelo se corresponde a una construcción más habitual donde se produce un estiramiento de la superficie laminar para realizar su fijación en los puntos de soporte.

Se ha desestimado la realización de una fijación a un perímetro fijo ya que los resultados serían iguales a los obtenidos con el modelo realizado con bordes rectos y tesado con perímetro fijo, ya que al fijar perfectamente todo el perímetro no hay posibilidad de deformación transversal y por tanto las tensiones obtenidas serán totalmente homogéneas tanto en valor como distribución sobre la superficie.

En este caso al tensar por los bordes de la superficie, pero realizar la fijación únicamente por los extremos, en el caso de no existir ningún elemento rigidizador de borde, la tensión obtenida es exactamente la misma, tanto en valor como en distribución que la del modelo realizado anteriormente con el tesado por los puntos de soporte.

La diferencia se localiza al situar un elemento perimetral de rigidización, ya que en este caso al estirar directamente la superficie sobre el elemento de borde, este entra en acción de manera directa y confiere unas tensiones de tesado directamente a la superficie. Mientras que en el caso anterior la entrada en tensión era una consecuencia del estiramiento de los puntos de soporte que producía un estiramiento de las relingas por compatibilidad de deformación, ahora es toda la superficie la que se tesa y se fija contra un elemento que presenta una cierta rigidez.

Comparando los resultados de las tensiones principales entre los modelos con y sin relinga se observa como en ambos casos las tensiones principales se sitúan en la cercanía de los soportes, ya que son los puntos más rígidos existentes, pero estas se diluyen rápidamente hacia el interior de la superficie con el valor mínimo presente en el centro de la superficie, mientras en el modelo con relingas, el valor mínimo continúa situándose en el centro de la superficie, pero la distribución tensional es más homogénea y con unos valores superiores.

Si se analizan las tensiones secundarias se observa un comportamiento similar a los casos de tesado directo en los puntos de soporte, con la tensión más elevada en el punto central y del mismo valor que la tensión principal en esa posición y la tensión disminuyendo de valor hacia los bordes.

En el caso sin relinga la distribución y valor de esas tensiones es exactamente la misma que en el caso de tesado por los puntos de soporte. Pero en el caso de la existencia de relingas los valores son más elevados debido a la mayor rigidez del borde perimetral y del mayor valor de las tensiones principales, llegando a las mismas conclusiones que en los casos anteriores, que a mayor rigidez del borde mayor será la reacción que puede ejercer sobre la superficie y menor será la deformación transversal de esta, de tal manera que se obtendrán unos valores de tesado superiores y más homogéneos en la superficie.



Analizando las direcciones de las tensiones se observa el efecto ya conocido de la orientación de las tensiones principales hacia los puntos de soporte en el caso de la no existencia de ningún elemento rigidizador perimetral.

En el caso de si existir esa relinga perimetral las tensiones de los elementos situados en las diagonales de la superficie están orientadas hacia los puntos de soporte, y las tensiones de los elementos situados cerca del borde corrigen ligeramente esa orientación para inclinarse hacia las relingas de borde, pero se demuestra que realizar este estiramiento de la superficie y fijarla a los puntos de soporte, aunque exista la presencia de una relinga perimetral, el comportamiento principal de la dirección de la orientación de las tensiones es básicamente hacia los puntos de soporte.

Analizando lo sucedido en una superficie con la misma curvatura de borde, elemento rigidizador de borde y reacción en los soportes, pero con una distinta introducción del tesado, una estirando únicamente de los extremos y la otra estirando toda la superficie contra el elemento de borde se pueden observar grandes diferencias de comportamiento.

Con esta comparación se pretende evaluar dos métodos de tesado aparentemente similares y que ciertamente en el caso de no tener ningún elemento de borde rigidizador obtienen la misma tensión en la superficie, tanto en valor como en distribución, pero como se ha podido comprobar anteriormente y especialmente si se presenta un elemento rigidizador, los resultados difieren tanto en el valor de la tensión, como en su distribución y orientación de las tensiones sobre la superficie tensada.

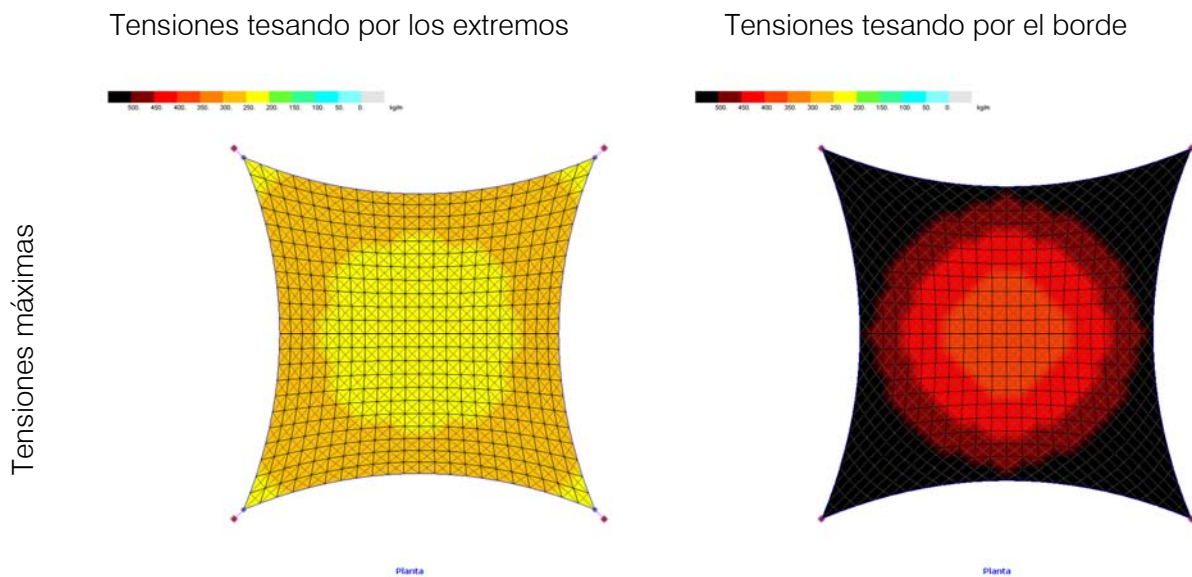
Si se analizan las tensiones principales la primera aproximación ya revela unos valores tensionales mucho más elevados en el caso del tesado estirando el borde de la superficie, en relación a un tesado por los puntos de soporte, del orden de un 50% más en la tensión mínima.

A nivel de distribución, si que se mantiene el mismo patrón de tensiones, con la tensión principal mínima situada en el centro de la superficie produciéndose un incremento de la tensión hacia la periferia.

Pero la localización de la tensión principal máxima no se ubica en la misma posición, mientras que en el modelo tesado por los extremos, esta se ubica anularmente alejada de la posición del soporte, en el caso del modelo tesado por los bordes ese valor máximo se ubica en los puntos de soporte.

Esta diferencia de comportamiento radica en el proceso de tesado, ya que en el caso de tesar por los extremos, se estira la superficie y al mismo tiempo a la relinga perimetral, hecho que provoca que el estiramiento global sea de poca entidad provocando una tensión global baja, pero si que se produce un efecto de tesado por las relingas.

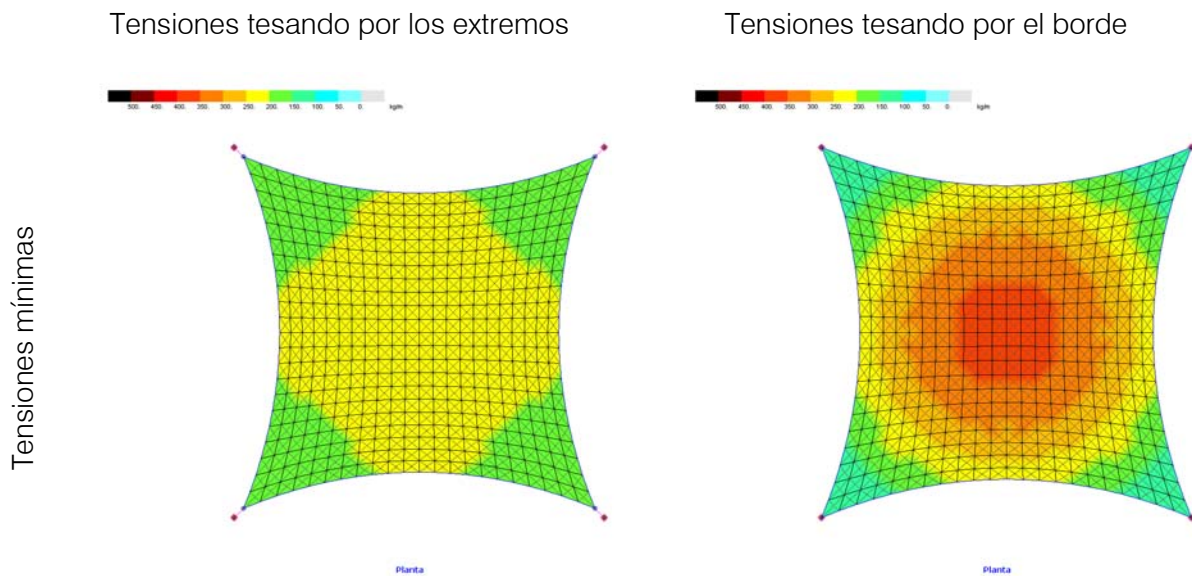
Contrariamente el hecho de tesar directamente el borde de la superficie implica que el estiramiento y la puesta en tensión de la superficie son directos y la pérdida de la tensión que se produce es únicamente fruto de la deformación que permiten las relingas perimetrales, que es relativamente más acusada en la zona central que en sus extremos.



En referencia a las tensiones secundarias, se observa igualmente como a nivel de valores tensionales el modelo tesado por los bordes presenta un valor tensional más elevado en la zona central que el modelo tesado por los puntos de soporte, pero en ambos modelos se cumple que la tensión presente en la zona central tiene el mismo valor que la tensión principal de esa zona.

A nivel de distribución tensional, se observa como ese valor central es el valor máximo de las tensiones secundarias y la tensión disminuye hacia la periferia, pero de manera muy distinta, mientras el caso de tesado por los extremos la disminución hacia el borde es muy suave, pudiéndose considerar casi constante, en el caso de tirar por el borde esa gradación es más acusada.

Por el contrario en los extremos en ambos casos la tensión secundaria presenta unos valores bajos debido a la baja rigidez transversal que puede presentar la relinga en esa zona cercana a los soportes.



La diferencia de pérdida de tensión en el caso del tesado por el borde se debe entender de distinta manera en el caso de tensiones principales que en el de las secundarias.

Si se entiende que en la zona cercana a los extremos las tensiones principales estarían orientadas hacia los soportes, que es la dirección en que se realiza el tesado, las tensiones secundarias serían perpendicular a esta dirección.

Contrariamente en la zona central del borde la parte más rígida es la relinga, de modo que las tensiones principales se deberían orientar hacia ella, y así la dirección secundaria sería la perpendicular, mostrándose paralelas a las relingas.

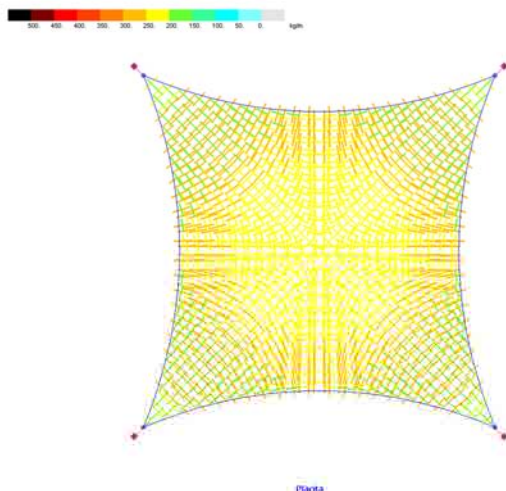
Con estas premisas en la zona próxima a los soportes, en la dirección principal hacia el soporte, la posición de los soportes es indeformable por definición, de tal manera que no se puede producir pérdida de tensión por la deformación de estos puntos de soporte. En cambio en la dirección secundaria la única rigidez existente es la que pueden otorgar las relingas, que en la zona cercana a los soportes es relativamente baja, de modo que al deformarse se produce la pérdida de tensión en la dirección secundaria en esa zona.

Analizando la zona central, donde la dirección principal para el esfuerzo de tesado es la perpendicular a la relinga, la secundaria debería ser la paralela a esta. Si se analiza lo sucedido en esa zona, se demuestra que la relinga tiene una cierta deformación hacia el interior que conlleva una reducción del tesado en esa dirección, que se va minimizando al dirigirse hacia los soportes.

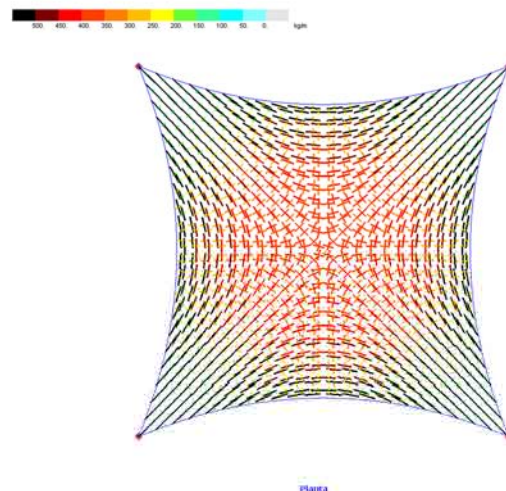
En definitiva la gran diferencia entre los dos modelos radica en el mecanismo de introducción del tesado y el papel de las relingas de borde. Mientras en el modelo de tesado por los extremos las relingas se ven activadas directamente, al estirarse y al entrar en carga, tensan la superficie. En el caso de tesar por el borde, estas no se activan exteriormente y en consecuencia no solamente no introducen tensión, sino que se deforman propiciando la reducción del valor de la tensión efectiva de tesado de la superficie.

Dirección tensiones

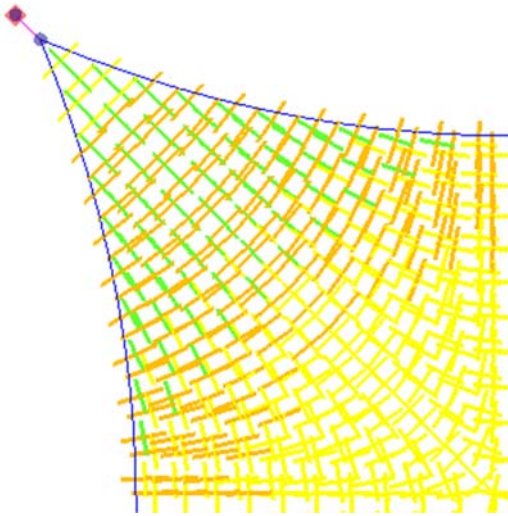
Tensiones tesando por los extremos



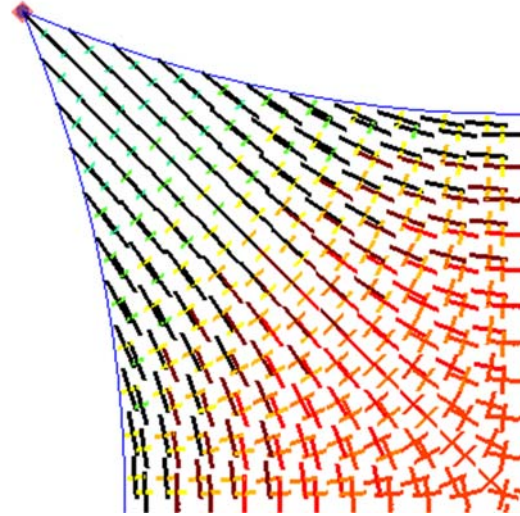
Tensiones tesando por el borde



Tensiones tesando por los extremos



Tensiones tesando por el borde



Vistas con mayor detalle las orientaciones de las tensiones en los elementos se demuestra que en ambos casos en la zona de los soportes existe una fuerte tensión en la dirección hacia los soportes, y en la zona central de los bordes, existe una tensión tanto perpendicular como paralela a las relingas.

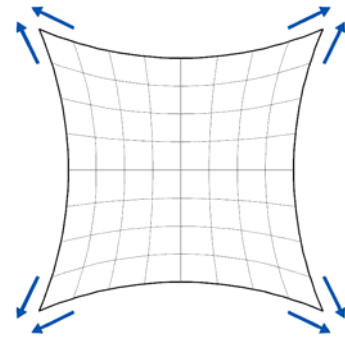
Las diferencias aparecen en la dirección perpendiculares a la tensión principal en la zona de los soportes donde en el caso de tensado por los extremos tiene un valor significativo, mientras en la otra su valor es prácticamente nulo.



### 2.3.3.6. Modelo con bordes curvados y tesado por relinga

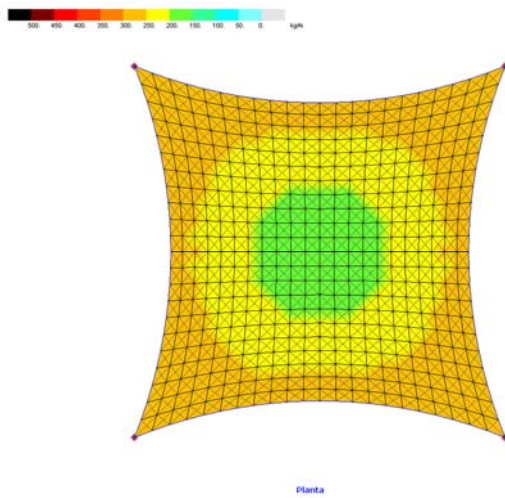
Este modelo se corresponde con la aplicación de un tesado de una superficie con bordes curvados mediante el tesado de la relinga.

Debido a la necesidad de la existencia de la relinga no se puede realizar el modelo sin relinga en este análisis.

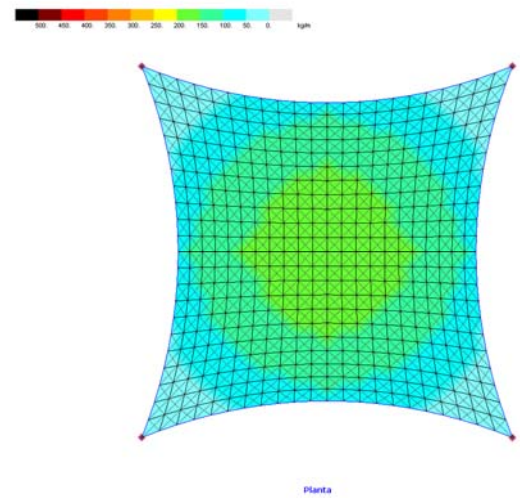


Tensiones Con relinga

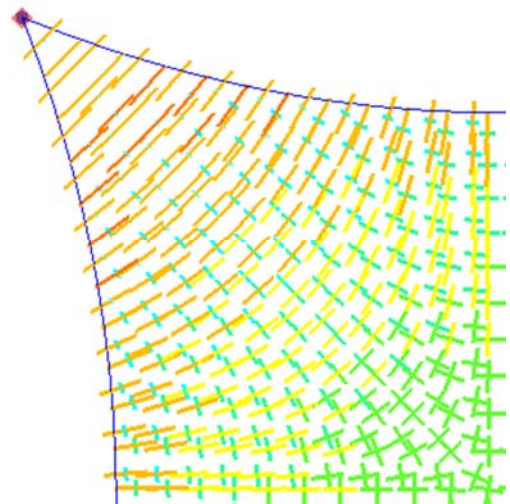
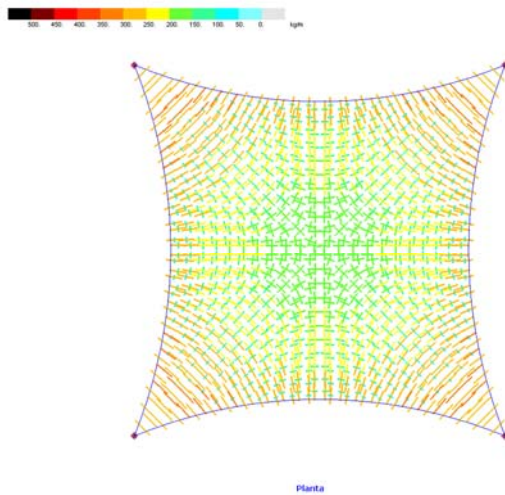
Tensiones máximas



Tensiones mínimas



Dirección tensiones



Con este análisis de una superficie con bordes rectos, realizado el tesado mediante el estiramiento de sus cuatro bordes perimetrales fijándolos a un elemento completamente rígido se demuestra lo expresado en el apartado 1.3.4 Efectos producidos por el pretesado en la superficie laminar realizado tesando por los extremos de la relinga, donde se determinaba que se producía un tesado perpendicular a la directriz de la relinga obteniendo unas tensiones superiores cerca de los extremos que en la parte central.

Si se analiza lo sucedido en las tensiones principales se demuestra la distribución tensional con los valores máximos en el perímetro, los cuales se van reduciendo hasta la parte central donde se localizan los valores mínimos de las tensiones principales.

Esta distribución tensional responde a este patrón debido a la orientación perpendicular de las tensiones contra la directriz del elemento de borde, en este sentido si se hace la suma vectorial de los vectores de fuerza en la cercanía de los puntos de soporte estos vectores se vuelven relativamente paralelos, de tal manera que su suma ofrece un valor elevado comparándolo con el valor obtenido en otras zonas donde los vectores no sean paralelos.

Analizando los valores de las tensiones secundarias, se observa que su comportamiento es similar a los modelos analizados anteriormente, con un valor máximo en la parte central del mismo valor que el de la tensión principal en esa zona. El valor de la tensión va disminuyendo de manera gradual hacia el perímetro de la superficie, llegando a un valor prácticamente nulo en la zona de los soportes.

Las orientaciones de las tensiones responden correctamente a lo anunciado orientándose directamente hacia la perpendicular del elemento de borde, de tal manera que en la zona próxima a los bordes la dirección es totalmente perpendicular a la relinga, y en la zona alejada se va produciendo la suma de los vectores provenientes de la relinga que es quien introduce el tesado en la superficie laminar.

### 2.3.3.7. Conclusiones

El análisis de elementos laminares planos tesados permite determinar varias leyes básicas de tesado que son función del mecanismo de introducción del tesado en la superficie.

Si se comparan los dos métodos de tesado utilizados, el puntual por las esquinas y el uniforme por el borde libre perpendicular a él, se observa una clara diferencia de comportamiento determinado por la elección del tipo de tesado. Mientras en el tesado por los extremos del anclaje las fuerzas más elevadas se concentran justo en estos puntos de soporte y se van difuminando hacia al interior, en el tesado por los bordes libres la distribución de tensión superficial es más uniforme.

Esto es debido a que la introducción puntual de la fuerza de tesado se ha de repartir entre la sección transversal de la superficie tesada, y por tanto en la zona próxima a los soportes es máxima y se va disipando hacia al interior, mientras que en la tesada por los bordes libres ya se reparte directamente de modo uniforme sobre todo el ancho de la superficie, debido a que se aplica directamente sobre todo el canto.

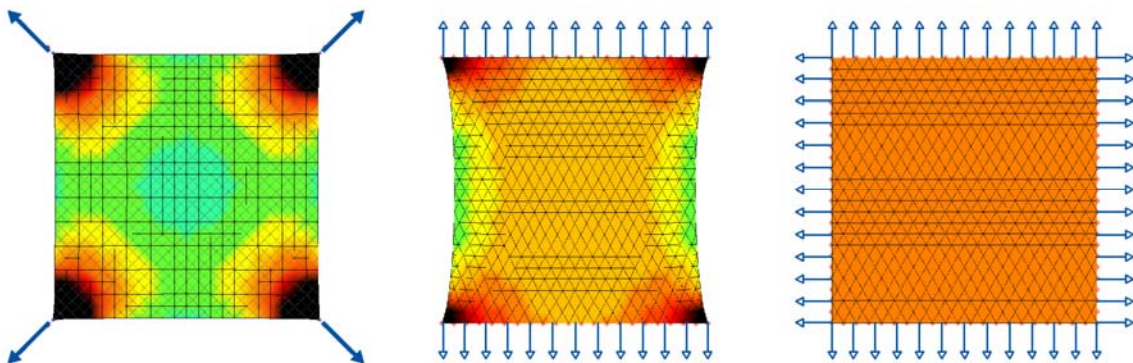


fig. 2-15 Distribución tensional en diferentes métodos de tesado.

Fuente: Elaboración propia.

La distribución de la tensión final dependerá del grado de deformabilidad del borde de la superficie, de tal manera que si el borde es muy deformable se producirá una pérdida de tensión importante, por el contrario como más rígido sea la pérdida de tensión será menor y más uniforme será el valor de la tensión final resultante.



La comparación entre la introducción en borde recto o curvado, si no hay ningún elemento rigidizador presente en el borde, no aporta diferencias significativas más allá de disponer de una menor sección resistente cerca de los soportes, y en consecuencia un aumento tensional en el caso de borde curvado. Esto es así ya que el tesado se ha efectuado directamente sobre la superficie bien estirando los extremos o el borde de la superficie sin disponer de ningún elemento rigidizador del borde, ni siquiera la relinga y fijándola únicamente en los puntos de las esquinas.

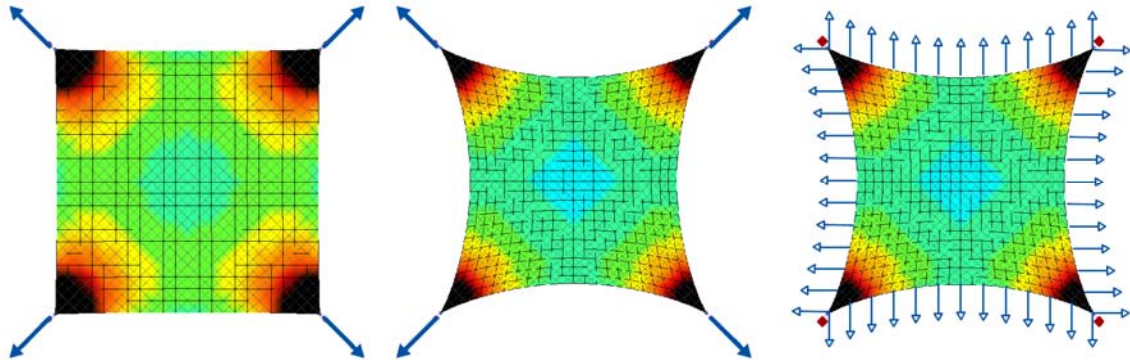


fig. 2-16 Distribución tensional en función de la forma del perímetro sin relinga perimetral.

Fuente: Elaboración propia.

Al disponer una relinga perimetral el comportamiento tensional de la superficie varía sustancialmente en función de la curvatura que presente el borde. Como mayor sea la curvatura que tenga la relinga más rigidez aportará y más uniforme será la distribución tensional en la membrana.

En el caso de disponer de una relinga totalmente recta, esta no aporta prácticamente rigidez transversal, pero si una fuerte rigidez axial, hecho que comporta que al introducir el tesado tesando por los extremos la relinga absorbe la mayor parte del esfuerzo y en consecuencia la tracción conferida a la superficie es muy baja.

Contrariamente, en el caso de disponer relingas en un borde curvo estas si que aportan rigidez a la superficie y la distribución de las tensiones de pretesado se ve modificada de manera sustancial. La distribución y valor de las tensiones no dependerán únicamente de la rigidez del borde sino también del modo de introducción del tesado, siendo muy distinto el resultado tesando directamente por los puntos de soporte que estirando el borde de la superficie contra la relinga perimetral, o estirando la superficie mediante el tesado directo de la relinga perimetral.

En el caso de disponer las relingas con una directriz curva y tesar de manera puntual en los extremos se produce un efecto combinación de otros dos y para poder comprender el fenómeno conjunto hace falta entender los fenómenos por separado, ya que la distribución de tesado final será la suma de los dos fenómenos distintos.

El primer efecto aparecido es el tensado por el estiramiento directo de la superficie, que al fijarse únicamente en los puntos extremos las tensiones principales se orientan hacia los puntos de soporte.

El segundo efecto es el producido por el estiramiento de las relingas. Al tesar la superficie por los puntos extremos, se produce el estiramiento de la relinga de tal manera que introducen una tensión perpendicular a la directriz de la relinga.

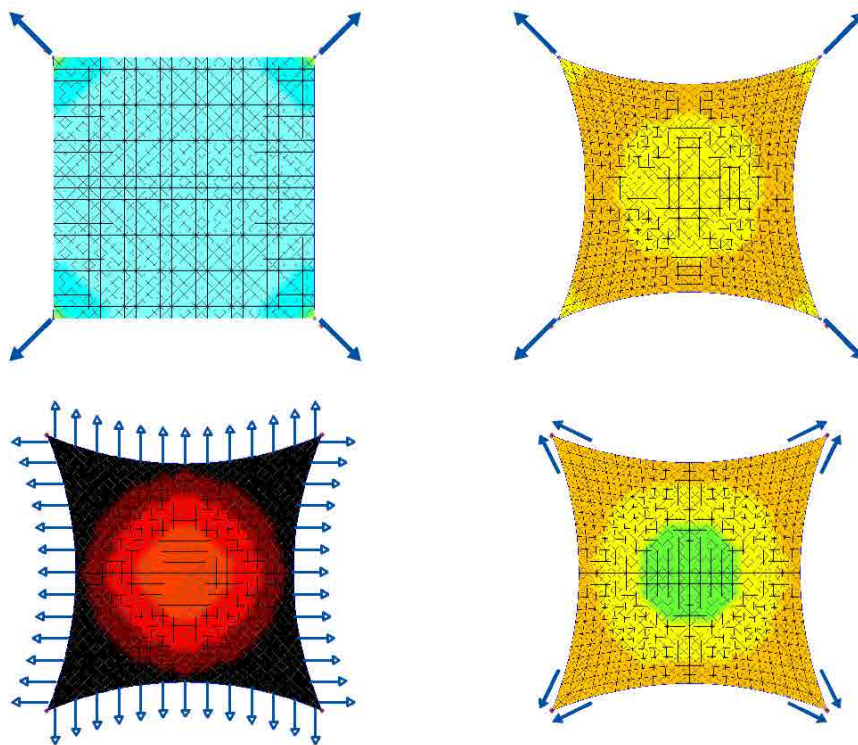


fig. 2-17 Distribución tensional en función de la forma del perímetro con relinga perimetral.

Fuente: Elaboración propia.

El caso del tesado de la superficie tirando del borde de ella y fijándola en una relinga perimetral no ofrece el mismo comportamiento que estirando directamente la relinga, ya que en el primer caso la relinga es un elemento donde se fija la superficie y entra en tracción por efecto de la tensión de la superficie. Mientras el segundo caso de tesado directo por la relinga, esta está traccionada, de tal manera que es la relinga quien introduce el tesado a la superficie laminar.

El tesado resultante del hecho de tirar del borde de la superficie ofrece una distribución tensional similar a los otros casos con el valor mínimo de las tensiones máximas en el centro de la superficie y se va disminuyendo hacia el perímetro, pero con unos valores tensionales mucho más elevados.

En todos los casos que exista curvatura de borde y relinga perimetral todos los valores tensionales presentes en la superficie siempre dependerán de la rigidez que pueda otorgar la relinga perimetral, de tal manera que a mayor diámetro tenga y como mayor sea la curvatura, más rígida será esta relinga perimetral, y como más rígida sea el resultado de las tensiones principales será mayor y más homogéneo. Llegando al límite que en el caso de disponer de un borde totalmente rígido la distribución tensional que se obtendría sería totalmente uniforme.

En referencia a las tensiones secundarias se cumple en todas las situaciones que el valor máximo se sitúa siempre en la zona central con un valor igual al valor de la tensión principal en esa zona, y ese valor tensional se va disminuyendo a medida que se aleja del centro y se acerca a los bordes. Si bien es cierto que según el caso concreto el valor de la tensión secundaria pueda variar en la zona próxima en los soportes pero siempre presentando unos valores relativamente bajos, e incluso llegando a descomprimirse en alguna situación.

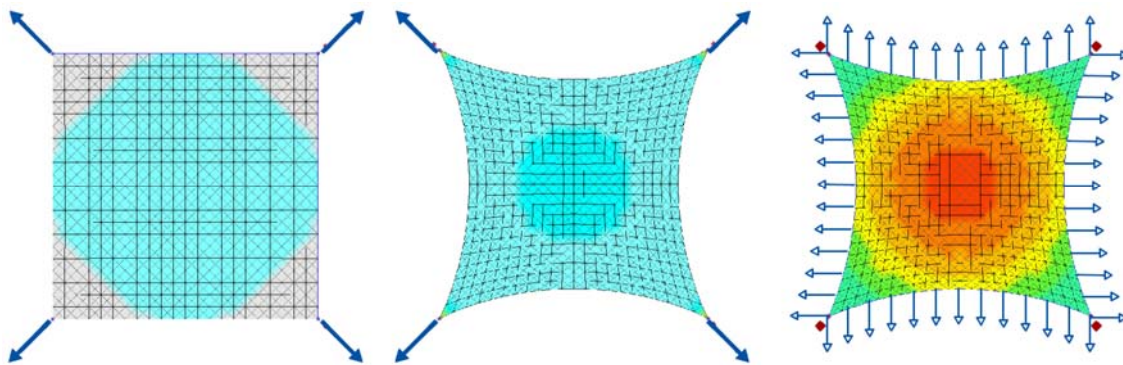


fig. 2-18 Distribución de tensiones secundarias.

Fuente: Elaboración propia.

Es destacable la orientación que toman las direcciones principales de las tensiones dentro la superficie laminar que van variando constantemente buscando las líneas isostáticas correspondientes a las cargas aplicadas. Este hecho es de especial importancia ya que la mayoría de superficies tesadas se construyen con elementos textiles que tienen dos direcciones principales correspondientes a la urdimbre y a la trama del tejido que otorga la resistencia a la lona. Motivo por el cual al no existir una dirección principal única de la distribución de fuerzas en la superficie, pero disponer de un armado de la superficie totalmente ortogonal, implica una pérdida de capacidad resistente cuando la dirección de la fuerza resultante no coincide con la dirección del armado.

Las tensiones se orientan básicamente en la dirección que presenta una mayor rigidez en cada punto concreto de la superficie, y se pueden distinguir dos leyes básicas, que se pueden presentar aisladas o conjuntamente en una misma superficie tesada.

La primera es la que se produce cerca de los puntos de soporte donde las tensiones generalmente se orientan hacia los soportes, a excepción del caso de pretesado únicamente por la relinga, ya que es el único caso que no se produce estiramiento de la superficie en los puntos de soporte, y las tensiones se orientan hacia las relingas.

La segunda ley es precisamente la que se produce cuando se realiza un tesado por la relinga, bien sea por un tesado directo de la misma o bien que se produzca de manera indirecta al tesar por los puntos de soporte una superficie con bordes curvos con relinga perimetral. En estos casos las orientaciones que toman las tensiones se dirigen hacia la perpendicular de la directriz del cable de borde.

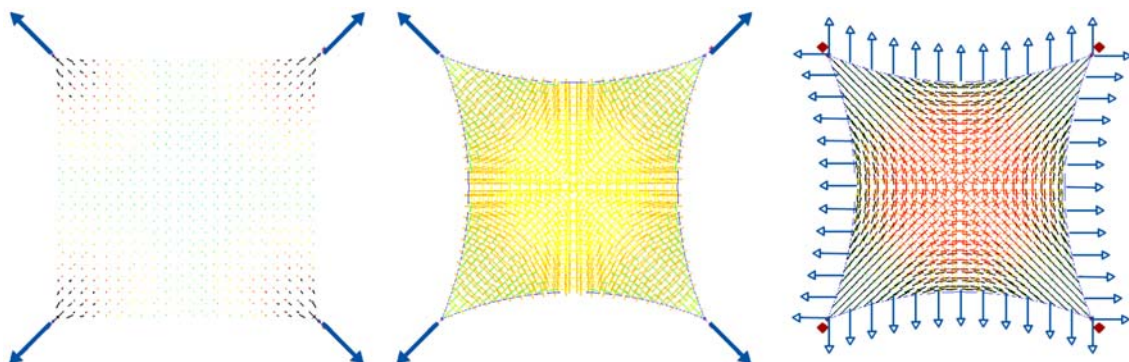


fig. 2-19 Distintas orientaciones de tensión en función del tipo de tesado y rigidez de borde.

Fuente: Elaboración propia.



## 2.4. Modelos de análisis laminar: Paraboloides

### 2.4.1. Definición geométrica

El paraboloides base, a partir del cual se van a aplicar las modificaciones de sus parámetros geométricos definitorios, es una superficie anticlástica que conforma un paraboloides hiperbólico de planta rectangular con los puntos de soporte fijados en el espacio sin capacidad de desplazamiento pero sí de rotación.

De los cuatro puntos de soporte dos, situados en diagonal, se mantienen a cota 0 y los otros dos se elevan una misma altura determinando la curvatura general de la superficie.

Como el paraboloides será una superficie tesada, la línea de perímetro de la superficie que une los puntos fijados en el espacio no es una línea recta sino un arco con una cierta curvatura. De la definición geométrica del arco únicamente se impone la flecha en el punto central para que sea el programa quien determine sin más condicionantes el correcto trazado del mismo en función de las propiedades de la relinga interior del borde de la superficie laminar.

El diámetro del cable que la materializa se dimensionará para trabajar a un máximo del 50% de la resistencia de cálculo del cable, de tal manera que quede un margen de trabajo suficiente como para poderlo validar en el cálculo final con la aplicación de cargas exteriores y con una dimensión mínima de diámetro de 12mm.

Finalmente como material para la formación de la membrana estructural se ha escogido una lona habitual en arquitectura textil, la Ferrari Précontrait 502, formada por una armadura interior simétrica en las dos direcciones de hilo de polyester de alta tenacidad con una matriz de PVC y revestimiento protector.

Esta lona tiene una resistencia característica de 250 daN/5cm, en las dos direcciones principales, un módulo de elasticidad de 30 T/m en las direcciones principales y su peso es de 0.59 kg/m<sup>2</sup>.

Se ha escogido esta lona por ser una de las más utilizadas en arquitectura textil y aunque es una de las menos resistentes y más deformables de la gama, por las dimensiones y características de los paraboloides a analizar debería ser suficiente.

## 2.4.2. Variables a analizar

Para la realización del primer análisis será necesario confeccionar los distintos modelos geométricos básicos sobre los que se aplicarán distintos niveles de pretesado.

Las variables que se utilizaran serán:

- Dimensión X de la superficie.
- Dimensión Y de la superficie.
- Curvatura general (Altura de los puntos de soporte elevados).
- Curvatura de la relinga de borde.
- Nivel de pretesado.

Del primer análisis se utilizará la geometría resultante de cada modelo a la que se aplicará una nueva variable:

- Carga exterior.

Esta carga exterior se aplicará sobre la superficie de manera vertical y en valor de proyección vertical sobre la superficie, como si de una carga de nieve se tratara. El hecho de considerar la carga exterior de esta manera se corresponde a la idea de utilizar la misma carga en los distintos modelos, para poder comparar los resultados, de tal manera que la carga en proyección vertical será la misma en todos los modelos que tengan la misma dimensión general en planta, sea cual sea su curvatura, mientras si se utilizara una carga perpendicular a la superficie, el valor total de la carga sería distinto en función de la dimensión desarrollada de la superficie.



### 2.4.3. Límites del análisis

El análisis previsto requiere la realización de una cantidad suficiente de variaciones de cada parámetro variable que haga previsible su comportamiento. En este aspecto gracias a la realización del Trabajo Final de Máster en el que se utilizaron únicamente tres variaciones de cada variable geométrica se comprobó que eran suficientes para realizar una primera aproximación, pero para la realización del estudio pretendido en esta Tesis, con geometrías de mayor tamaño, se estima oportuno realizar una cuarta variación para poder obtener un mayor número de muestras y tener un salto entre los valores más pequeño.

De esta manera para cada parámetro geométrico se utilizaran cuatro variantes, pero para variante de la carga de pretesado se considera oportuno aumentar el número de variantes hasta 6 ya que al ser el tema principal de investigación se requiere de tener una mayor densidad de resultados.

A nivel de geometría se pretende analizar una estructura suficientemente grande como para obtener unos valores relativamente elevados que permitan observar diferencias significativas entre ellos, pero sin ser demasiado grande que aportara unos valores demasiado elevados. También es necesario que el rango de dimensiones utilizadas no sea tan disperso que obligara a utilizar dos tipos de membrana distintos por motivos resistentes.

Concretamente se considera adecuada la realización del estudio en estructuras que midan entre 8 y 14 metros. Comparando con el estudio realizado en el Trabajo Final de Máster en que la dimensión era fija en 10x10 metros se considera adecuado que el estudio se centre en dimensiones cercanas a los 10 metros, admitiendo una variante menor, pero que las otras dos sean mayores para poder obtener una mayor amplitud en los resultados y utilizar un salto de 2 metros que es un salto suficientemente elevado como para observar diferencias, pero suficientemente pequeño para que no sean muy dispares.

En relación a los puntos elevados, el análisis requiere analizar diferentes curvaturas laminares. Se considera oportuno analizar una curvatura mínima en la diagonal del cuadrilátero en planta del 10% hasta una curva máxima del 40%.

La curvatura de la relinga, es elemento importante ya que de ella se desprende parte de la rigidez del borde libre, se considera que el análisis se debe centrar sobre una flecha central del 10% del borde, admitiendo una variante con un valor inferior y dos con un valor superior.



Del valor del pretesado se considera aceptable realizar el estudio con 6 niveles de tesado, partiendo de un tesado nulo, hasta un tesado máximo del 7.5% de la resistencia característica del material, ya que a priori el valor del pretesado recomendado se sitúa entre el 2.5% y el 6%, se considera adecuado realizar el análisis sin pretesado y elevarlo hasta el 7.5% para verificar el comportamiento con tesados elevados.

En total para este primer análisis con 4 variantes para las variables geométricas y 6 para la de tesado se prevé la creación de un total de 1536 modelos de análisis.

Con estas premisas los límites previstos para la realización de los modelos de análisis son:

Dimensión X de la superficie	4 variantes:	8, 10, 12, 14 metros.
Dimensión Y de la superficie	4 variantes:	8, 10, 12, 14 metros.
Altura de los puntos elevados	4 variantes:	10%, 20%, 30%, 40%.
Curvatura de la relinga	4 variantes:	7%, 10%, 13%, 16%.
Nivel de pretesado:	6 variantes:	0%, 1.5%, 3%, 4.5%, 6%, 7.5%.

Total modelos a realizar: 1536 modelos

Para la realización del segundo análisis, se precisa la variable de carga exterior de la cual se considera oportuno de realizar 4 variantes partiendo de una carga exterior nula hasta una carga máxima de 1.50 kN. Para no realizar un número excesivo de modelos únicamente se evaluarán unos modelos geométricos concretos que se determinarán en función de los resultados obtenidos del primer análisis.

Carga externa:	4 variantes:	0.0, 0.5, 1.0 y 1.5 kN.
----------------	--------------	-------------------------

## 2.4.4. Puntos a analizar

Para la realización del análisis, debido a la inviabilidad de comparar todos los puntos de la superficie tesada, se han localizado los puntos más representativos para las tensiones máximas y mínimas en función de los resultados obtenidos en el Trabajo Final de Máster.

### 2.4.4.1. Tensiones máximas

En la hipótesis de tensiones máximas se deben limitar los valores máximos admisibles por el material que componen la superficie analizada a un 20% de la resistencia característica del material, que correspondería a aplicar un coeficiente de seguridad global igual a 5.00.

Para la comparación de los valores tensionales máximos de la superficie se ha verificado que los valores máximos más representativos se localizan en:

- Diagonal principal de tracciones, debido al efecto de cuelgue de la estructura desde los soportes superiores.
- Zonas próximas a los soportes.
- Zona central de los bordes libres, en tesados elevados.
- Punto central de la superficie.

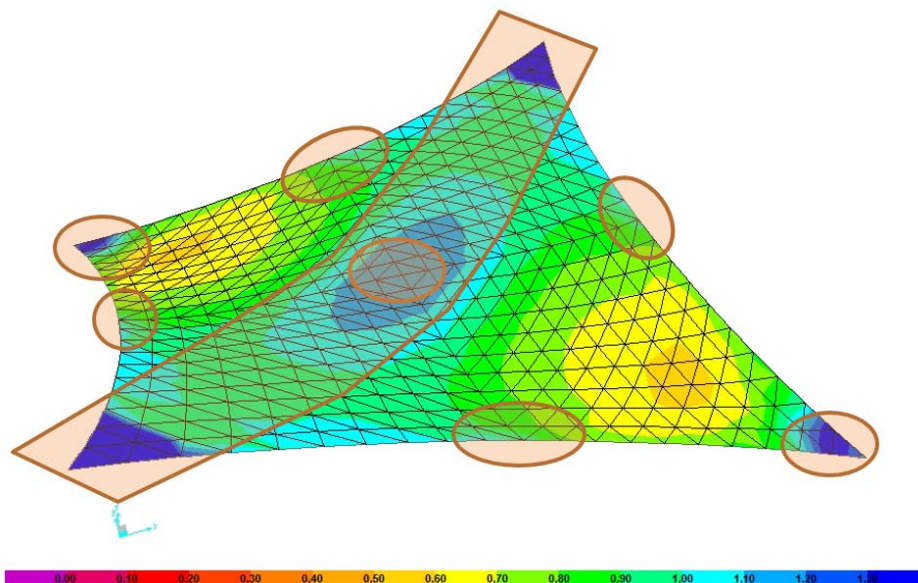


fig. 2-20 Localización de la posición del valor tensional máximo.

Fuente: Elaboración propia.

#### 2.4.4.2. Tensiones mínimas

Para la validación de las tensiones mínimas se ha limitado los valores mínimos admisibles en la superficie, válidos para mantener la lona en tracción con un cierto remanente de tracción, o margen de seguridad, en función de la magnitud de la carga aplicada.

Concretamente la limitación del valor del tesado se ha situado en aceptar la pérdida de tracción de la superficie en la dirección de las tensiones secundarias al estar sometida a una carga exterior, pero siempre manteniendo la totalidad de la superficie tensada en la dirección de las tensiones principales, y asegurando que en el caso de no existir carga externa toda la superficie esté tensada en las dos direcciones en todos sus puntos.

Para la comparación de valores tensionales mínimos de la superficie se ha verificado que los valores mínimos más representativos se localizan en:

- Zonas próximas a los puntos de soporte inferiores.
- Zona central de los bordes libres.
- Punto central de la superficie.

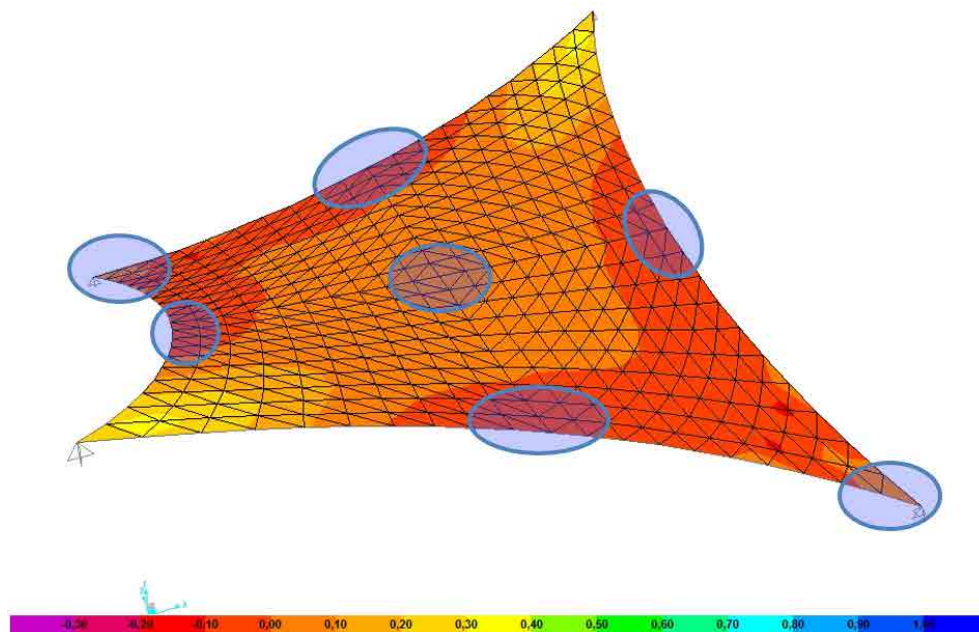


fig. 2-21 Localización de la posición del valor tensional mínimo.

Fuente: Elaboración propia.

## 2.5. Generación automatizada de los modelos de análisis

### 2.5.1. Módulo AutoParaboloide para el WinTess3

La realización del análisis de esta Tesis requiere la generación de una gran cantidad de modelos informáticos que es inviable de realizarlos manualmente uno a uno.

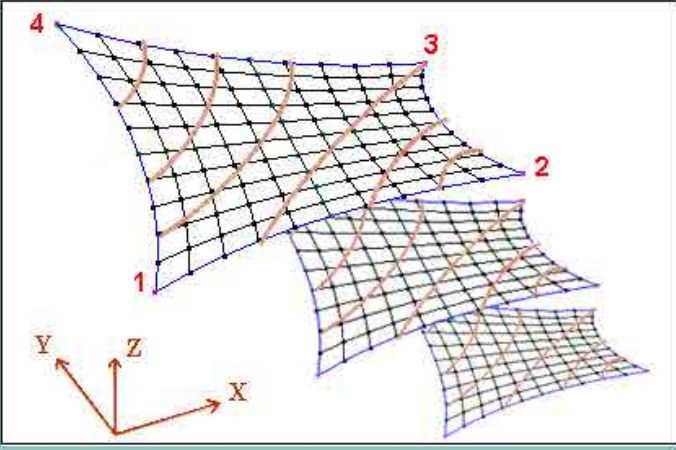
Gracias a la posibilidad de acceder al código fuente del programa WinTess del Dr. Ramon Sastre se ha elaborado un nuevo generador de geometrías de paraboloides que realiza automáticamente todos los modelos necesarios para realizar el análisis a partir de indicarle el rango de valores y el salto entre ellos de un modelo al siguiente.

Simplemente se tiene que rellenar las casillas de la derecha, en blanco con las letras en rojo, indicando los límites geométricos y de tesado, junto con el salto del valor de un modelo al siguiente, y la discretización máxima admitida para el modelo.

**Paraboloide hiperbòlic**

Títol

	X	Y	Z	Costat	Fletxa cable(%)		Min	Max	Salt
1	0	0	0	1-2	7	Variació X (m)	8	14	2
2	8	0	2	2-3	7	Variació Y (m)	8	14	2
3	8	8	0	3-4	7	Variació Z (%)	10	40	10
4	0	8	2	4-1	7	Fletxa Ralinga %	7	16	3
						Pretesat %Rk	0	7.5	1.5



Mida discretització màxima

X	Y
<input type="text" value="0.5"/>	<input type="text" value="0.5"/>

fig. 2-22 Entrada de datos del módulo AutoParaboloide en WinTess.

Fuente: Elaboración propia.

Una vez el programa tiene los datos necesarios al apretar el botón “D’acord” empieza la subrutina que va generando uno a uno todos los modelos, empezando con el modelo de menor dimensión y menor tesado, hasta realizar la totalidad de los modelos aplicando una variación en cada modelo.

De cada modelo generado el programa realiza la geometría base en función de los parámetros indicados, busca su forma estable, realiza el cálculo de la superficie con el pretesado indicado y finalmente efectúa la salida de resultados guardando las imágenes correspondientes a las tensiones máximas y mínimas, así como un listado de los resultados tensionales correspondientes al modelo de cálculo,.

En definitiva el programa se ha preparado para realizar automáticamente todo el proceso de cálculo necesario para la obtención de los datos necesarios para proceder a la investigación del comportamiento del tesado en los distintos modelos sin necesitar intervención exterior.

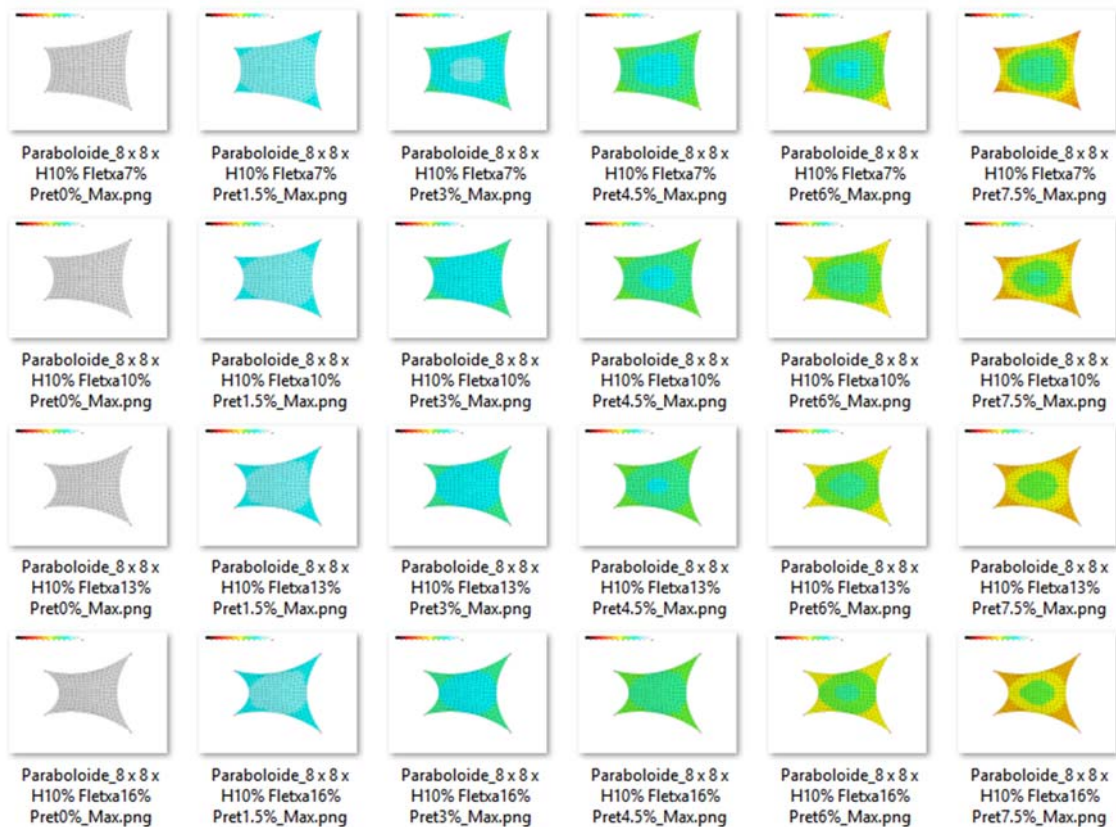


fig. 2-23 Modelos realizados automáticamente por el módulo AutoParaboloide.

Fuente: Elaboración propia.

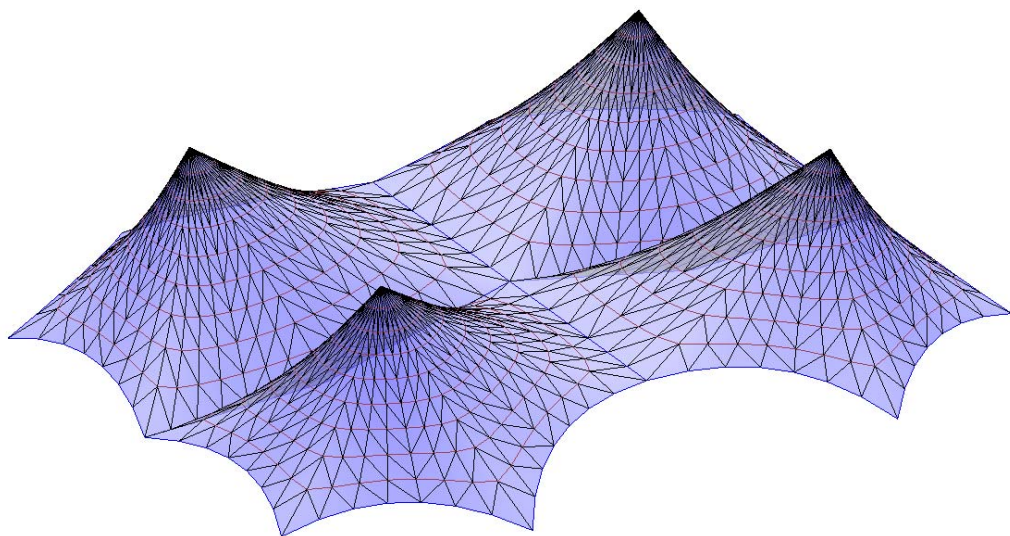


## 2.6. Cálculo por elementos finitos en estructuras tesadas laminares

Dentro del mundo del cálculo de estructuras por ordenador existen multitud de métodos de cálculo válidos para el análisis de estructuras textiles entre los cuales destaca en la actualidad el cálculo por el método de los Elementos Finitos.

El método de los Elementos Finitos es un método numérico de resolución de problemas de mecánica de sólidos que no proporciona una solución exacta del modelo planteado sino una aproximación a la solución real con un grado de precisión suficiente para poder aceptar el resultado como válido.

El método consiste en una vez definido un objeto a calcular, se le ha sometido a un determinado estado de cargas con unas condiciones de contorno definidas, se subdivide la superficie en pequeñas partes, los "elementos finitos" interconectándolos entre sí mediante los nudos comunes que tengan, de tal manera que el método resuelve mediante un cálculo matricial, los movimientos de los puntos en función de la rigidez del conjunto de los distintos elementos. Una vez determinados los movimientos de todos los puntos se analiza cada elemento interpolando los desplazamientos de los nudos para determinar de forma aproximada las deformaciones y tensiones interiores de cada elemento.



*fig. 2-24 Conjunto de conoides modelados con Elementos Finitos.*

Fuente: Elaboración propia.

De esta metodología general existen diversas variantes tanto de diseño de los Elementos Finitos, que pueden ser triangulares o cuadrangulares presentando nodos únicamente en los extremos, o con nodos interiores. También hay múltiples opciones en la formulación de las ecuaciones o en la propia resolución del sistema.

Dentro de las tipologías de Elementos Finitos triangulares, cabe diferenciar entre los elementos CST y LST.

Los elementos CST, siglas de Constant Strain Triangle, son los Elementos Finitos superficiales más simples ya que son elementos triangulares con nodos posicionados únicamente en los vértices del elemento. En estos elementos las funciones de interpolación de resultados en el interior del elemento son funciones lineales de los desplazamientos relativos de los nodos de los extremos.

Los elementos LST, siglas de Linear Strain Triangle, son una evolución de los CST, ya que son igualmente elementos triangulares, pero a diferencia de ellos están formados por 6 nodos, 3 en los vértices y 3 en el punto central de cada una de las líneas de perímetro. La ventaja de disponer de estos puntos interiores reside en que estos elementos pueden tener curvatura propia, hecho que le confiere una mayor precisión en los resultados obtenidos, pero por el contrario dificulta el cálculo.

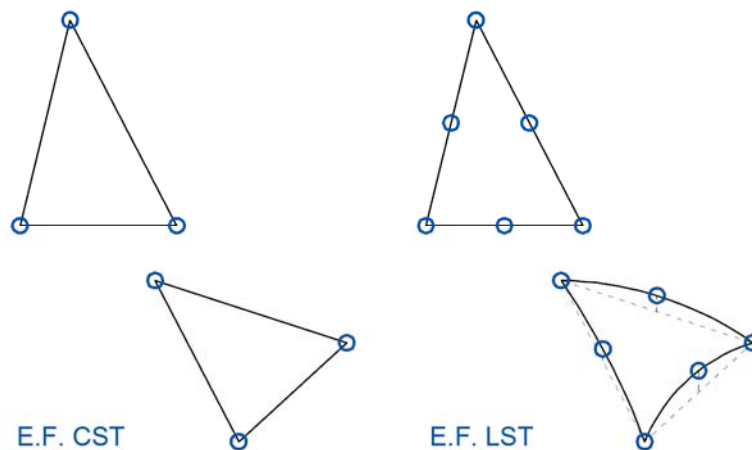


fig. 2-25 Elementos Finitos CST y LST.

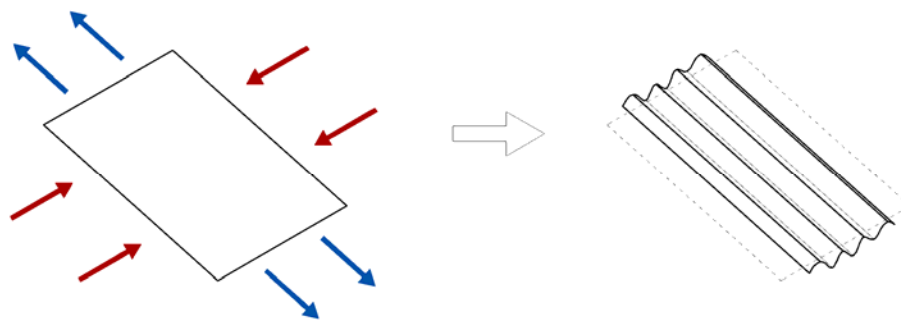
Fuente: Elaboración propia.

En definitiva el cálculo con Elementos Finitos presenta una multitud de opciones y no es objeto de esta Tesis desarrollarlas, ya que es un tema altamente desarrollado y en continua evolución dentro del mundo del cálculo de estructuras por ordenador.

Pero la metodología general para calcular con Elementos Finitos no es directamente aplicable a la resolución de estructuras tesadas laminares debido a la principal problemática que presentan las estructuras textiles la doble no linealidad: mecánica y geométrica

La no linealidad mecánica está presente ya que el material que formaliza la membrana estructural posee una nula o muy limitada capacidad a compresión de tal manera que únicamente admite trabajo a tracción.

Esto significa que si una porción de la superficie debiera estar sometida a compresiones, al no poder soportarlas la superficie se destensaría y aparecerían arrugas con los canales perpendiculares a la dirección destensada. La aparición de arrugas, aparte de ser un problema estético de la superficie, mecánicamente significa que la superficie arrugada no colabora en la resistencia estructural en la dirección perpendicular a los valles de la arruga y la zona afectada únicamente tiene capacidad resistente a tracción en la dirección de los canales.



*fig. 2-26 Formación de arrugas en una membrana.*

Fuente: Elaboración propia.

Este hecho que hace variar la matriz de rigidez del conjunto y el comportamiento resistente de la superficie, podría provocar sobretensiones y comportamientos impredecibles si no se tiene en consideración la nula colaboración de las zonas destensadas.

La segunda problemática, derivada de la primera, reside en el hecho de tener que determinar una geometría autoestable a tracción previamente a la realización de cualquier cálculo estructural. Esta forma autoestable no se puede obtener directamente y requiere de un cálculo iterativo en el cual se parte de una forma primaria donde únicamente se sitúan los puntos de soporte en el espacio y el cálculo debe posicionar el resto de puntos que conforman la superficie, en función de las cargas y demás condicionantes.



Con esta premisa, la formulación tradicional para la resolución del sistema de ecuaciones de Newton-Raphson es únicamente válida si se parte de una buena geometría inicial, autoestable y trabajando a tracción de por sí. Si la geometría no es la adecuada, la formulación general no es válida ya que al resolver por aproximaciones sucesivas la estructura se puede volver inestable llegando a no encontrar una posible resolución.

Los primeros en desarrollar una formulación no lineal para Elementos Finitos triangulares válida para buscar la forma autoestable a tracción, la realización del cálculo estructural y el patronaje, fueron Tabarrok, B y Qin, Z en el 1992 (Tabarrok & Qin, 1992), donde las derivadas de segundo orden de los desplazamientos de los nodos están involucradas en la tensión del elemento. Y lo realmente significativo es la consideración de la aparición de arrugas en la superficie laminar en el proceso de cálculo matricial.

Posteriormente, en el 1996, Gosling, P. D (Gosling & Lewis, 1996), aplica el método a elementos cuadrangulares que junto a un algoritmo de la relajación dinámica consigue una elevada precisión y eficacia en el cálculo.

La siguiente evolución en el cálculo la sugirió Ye Xiaobing, en el 1998 (Xiaobing, 1998), indicando que se puede aplicar la relación conocida entre tensiones y curvaturas de láminas delgadas al análisis de estructuras textiles. Concretamente utiliza elementos finitos tipo LST donde las curvaturas de los elementos las decide el programa en función de la curvatura general y las va actualizando automáticamente durante las iteraciones.

El hecho de utilizar elementos LST que pueden tener curvatura propia es una ventaja para el cálculo de estructuras textiles ya que la superficie resultante presenta una curvatura suave y continua entre los elementos, mientras si se utilizan elementos tipo CST, al ser elementos planos, la superficie resultante no tiene una transición suave entre elementos sino que resulta una superficie poligonal, pero suficientemente aproximada para el nivel de cálculo que se requiere, siempre que se realice una discretización adecuada.

Si se pretende utilizar elementos tipo CST, para poder realizar un cálculo preciso, al presentar curvaturas la superficie es necesario utilizar elementos suficientemente pequeños que proporcionen un fino mallado, pero sin ser tan fino que suponga un número tan elevado de elementos que dificulte en exceso el cálculo. De modo aproximado se puede recomendar un mallado de dimensión máxima entre 30 y 50cm de lado por elemento finito en función de la curvatura de la membrana a analizar.

Subramanian, G y Kishnan, A, en 1978 (Subramanian, 1978) ya anunciaron que utilizar mallas razonablemente finas puede incrementar la precisión de los resultados y disminuir el tiempo de cálculo, es recomendando utilizar elementos de pequeña dimensión en zonas con gradientes elevados de tensión, y elementos de mayor dimensión en zonas con gradientes tensionales pequeños para poder optimizar el cálculo. Aunque de todas maneras utilizar elementos tipo LST, con el mismo mallado, permite obtener un mejor resultado, tal y como demostró Dario, N.P. en el 1973 (Dario, 1973).

Como se ha comentado, una de las principales problemáticas del cálculo de estructuras textiles es la aparición de arrugas si la superficie no está totalmente traccionada debido a la incapacidad del material de materializar compresiones. Las arrugas se producen cuando la tensión de tracción del material se reduce a 0 en una dirección de la superficie, si se redujera en 2 direcciones perpendiculares la superficie perdería toda su estabilidad.

La aparición de las arrugas es debido a que el material pierde toda la tracción en una dirección, mientras en la otra se mantiene. Cabe recordar que en una superficie que únicamente presenta tracción en una sola dirección se produce un efecto de disminución de la dimensión transversal al esfuerzo principal debido al efecto poisson, que en el caso de estar coaccionados los bordes transversales se traduciría en una tracción transversal.

La zona afectada de la superficie, al perder dimensión en la proyección de la superficie, implica que esta se contrae pero ciertamente la cantidad física de material existente es la misma de tal manera que para poder estar todo el material en una porción de espacio inferior, la superficie debe arrugarse en esa dirección formando surcos en la dirección perpendicular.

Es evidente que todo método que pretenda analizar estructuras textiles superficiales debe ser capaz de detectar las zonas que puedan presentar arrugas y evaluar su influencia en el equilibrio del conjunto.

Los efectos de las arrugas, a parte de los puramente estéticos, son tanto de orden geométrico como tensional.

Las arrugas presentan efectos en la geometría de la superficie debido a que la incapacidad del material de resistir compresiones supone que mientras existiera una teórica compresión en una zona de la superficie, esta se deformaría libremente hasta conseguir el equilibrio

superficial trabajando únicamente a tracción, hecho que deforma la superficie original modificando el comportamiento de la totalidad de la superficie tesada.

Los efectos tensionales se pueden localizar tanto a nivel general, como a nivel local. A nivel general es fruto de la deformación generada expuesta en el punto anterior. A nivel local se pueden producir concentraciones de tensiones debido a la recanalización de los esfuerzos de tracción en la dirección que aún es resistente.

La relación tensión-deformación del material, en una zona afectada por las arrugas, puede variar y en el caso de no considerar la afectación de las arrugas en la superficie, la tensión principal se puede ver sobredimensionada.

Para la localización de las arrugas, Frei Otto, en el 1962 (Otto, Zugbeanspruchte Konstruktionen, vol. 1 & 2, 1962), propuso un criterio basado en las tensiones principales. En el cálculo de los elementos si las dos tensiones principales de un elemento determinado son de tracción, el elemento está traccionado; si solo una de ellas lo es y en la dirección secundaria la tensión es inferior a 0, el elemento está arrugado; y finalmente si en las direcciones la tensión es inferior o igual a 0 el elemento esta destensado.

La problemática de este método reside en que es necesario calcular previamente las tensiones del elemento para poder evaluar si presenta arrugas, de tal manera que en un primer estadio de cálculo no se consideran los efectos de las arrugas y es necesario efectuar cálculos sucesivos completos, llegando a determinar el estado tensional de todos los elementos para evaluar la superficie correctamente en su totalidad.

Posteriormente Miller, R.K, Hedgepeth, J.M. y Weingarten, V.I., en 1985 (Miller, Hedgepeth, Weingarten, Das, & Kahyai, 1985), matizaron el criterio propuesto por Frei Otto y en lugar de considerar la aparición de arrugas en un criterio basado en las tensiones, proponen uno basado en las deformaciones principales. De este modo, si en un elemento la deformación principal es superior a 0 y la secundaria es superior a la principal, multiplicada por el coeficiente de poisson, el elemento está traccionado; si la principal igualmente es superior 0 y la secundaria es inferior a la principal, multiplicada por el coeficiente de poisson, el elemento está arrugado; y finalmente si en la dirección principal la deformación es inferior o igual a 0 el elemento esta destensado.

La limitación de este método basado únicamente en las deformaciones principales, reside en que únicamente es aplicable a materiales isótropos.

Finalmente Rodderman, D.G. en 1987 (Rodderman, 1987), propuso un sistema mixto de consideración de la aparición de arrugas que resuelve las problemáticas de los criterios anteriores. De este modo, si en un elemento la tensión secundaria es positiva, el elemento está tensado; si es inferior a o igual a 0 y la deformación principal es superior a 0, el elemento está arrugado; y finalmente si dirección principal la deformación es inferior a 0 el elemento esta destensado.

	Frei Otto	Miller, R.K. et all	Rodderman, D.G.
Membrana Tensada	$\sigma_{II} > 0$	$\varepsilon_I > 0$ y $\varepsilon_{II} \geq \nu \varepsilon_I$	$\sigma_{II} > 0$
Membrana Arrugada	$\sigma_I > 0$ y $\sigma_{II} \leq 0$	$\varepsilon_I > 0$ y $\varepsilon_{II} < \nu \varepsilon_I$	$\varepsilon_I > 0$ y $\sigma_{II} \leq 0$
Membrana Destensada	$\sigma_I \leq 0$	$\varepsilon_I \leq 0$	$\varepsilon_I \leq 0$

El hecho de que la superficie presente zonas arrugadas, implica que en esa determinada zona, la membrana solo tenga rigidez en la dirección de los canales de las arrugas, de tal manera que en la dirección secundaria se considera que no tiene ninguna rigidez.

El hecho de que no tenga ninguna rigidez implicaría que cualquier fuerza de desequilibrio que se sucediera en la zona arrugada en la dirección perpendicular a los canales de las arrugas implicaría una deformación infinita, consideración materialmente imposible de ser cierta, dado que la consideración de nula rigidez se debe considerar como un hecho temporal y en cada iteración de cálculo se debe evaluar la consideración de rigidez.

La afectación en el cálculo de las arrugas se puede realizar mediante dos métodos, el primero propuesto por Rodderman, D.G. en 1987 (Rodderman, 1987), que consiste en definir un gradiente de deformación efectivo que será función del desplazamiento y un término relacionado con la formación de las arrugas. Y el segundo consiste en modificar directamente la relación tensión-deformación del material anulando la rigidez del material en la dirección arrugada.

Considerar un gradiente de deformación efectivo es un método de cálculo más correcto que anular directamente la rigidez del material, pero su convergencia en el cálculo no siempre es suave.

La gran ventaja de anular la rigidez del elemento arrugado es que es totalmente independiente del tipo de elemento utilizado ya que se puede aplicar directamente, pero recordando que una rigidez nula supone un desplazamiento infinito. Si en el modelo a calcular apareciesen fuerzas de desequilibrio en la zona arrugada durante el proceso de estabilización de la estructura, se dificultaría conseguir la convergencia en el cálculo, ya que en la primera iteración se aplicaría una deformación tan elevada que dificultaría la obtención de una estructura estable.

Para corregir estas deformaciones desmesuradas que se obtendrían de un cálculo con rigidez nula en zonas arrugadas, Rossi, R, en el 2005 (Rossi, 2005), propone un algoritmo de estabilización de la manipulación del material arrugado modificando la rigidez del material a un valor pequeño, pero no totalmente nulo, en la dirección arrugada. De esta manera al no anularse totalmente la rigidez, si apareciese alguna fuerza de desequilibrio en la zona arrugada, esta se deformaría de una forma controlada, y sería en las iteraciones posteriores donde se iría anulando dicha fuerza compresiva en la zona arrugada reduciendo la rigidez del elemento comprimido.

Con estos algoritmos ya es posible un cálculo afinado y con transiciones suaves de superficies de membrana que presenten zonas arrugadas, ya que con la aplicación de una rigidez reducida se consigue una transición rápida y suave hasta el modelo estable incluso con zonas arrugas que no colaboran en la estabilidad global.

En definitiva, el cálculo por Elementos Finitos es una metodología de cálculo existente, altamente utilizada en la actualidad y en constante investigación, que no es directamente aplicable a las estructuras textiles tensadas debido a la incapacidad del material de trabajar a compresión. Existen variantes a la metodología principal que se han adaptado a estas estructuras desde 1992 de la mano de Tabarrok y Qin, que se han ido evolucionando hasta nuestros días hasta conseguir algoritmos optimizados al cálculo de Elementos Finitos con la presencia de zonas arrugadas.

Una vez definido que es un Elemento Finito, con sus variantes principales, y los modelos de adaptación con algoritmos adaptados a la optimización del cálculo en estructuras que presenten elementos arrugados sin capacidad resistente en la dirección de la arruga, falta por describir el proceso de definición de la matriz de rigidez del elemento, la consideración necesaria de rigidez del elemento pretesado así como el algoritmo de consideración de las arrugas.

No es objeto de esta Tesis establecer la formulación exacta, ni la evaluación de las distintas variantes del método de los Elementos Finitos. Además existe multitud de bibliografía que las analiza incluso en su aplicación a las estructuras textiles, como sería el caso de la Tesis Doctoral de Lei, Z. de 2010. (Zhang L. , 2010).

Con esta premisa, en este apartado únicamente se indicaran los conceptos principales utilizados para la programación del método de Elementos Finitos, el cual será el método de cálculo utilizado en el cálculo de los modelos de esta Tesis.

De entrada se utilizaran elementos CST, debido a su sencillez intrínseca, al ser elementos planos y constar únicamente de 3 nodos. Esta simplicidad inicial también se deriva en toda su formulación y representación de resultados. Aunque es conocida su inferior precisión respecto los elementos LST, se considera suficiente para la realización del estudio.

Para la elaboración de las matrices de rigidez, los elementos CST se pueden simplificar a tres barras que unen los tres nodos, resiguiendo el perímetro del elemento, de tal manera que cada barra representa las propiedades físicas y mecánicas de la porción de superficie del elemento que representa (Gosling P. D., 1992).

Es conocido que esta simplificación es asumible únicamente para pequeñas deformaciones y no representa eficazmente a la superficie continua en el caso de presencia de deformaciones por cortante. Por este motivo se empleará una versión modificada del elemento original para incluir las deformaciones de orden superior, basadas en las formulaciones expuestas en la tesis de Lei, Z. (Zhang L. , 2010).

En el caso de estructuras textiles tensadas, debido a la rigidización que supone el hecho de tener un estado tensional previo, la matriz de rigidez global  $[K_T^t]$  corresponde a la suma de la matriz de rigidez elástica  $[K_E^t]$ , más la matriz de rigidez geométrica  $[K_{pc}^t]$ , que se corresponde precisamente a la rigidez derivada del estado de pretensión.

Cabe señalar que debido a la posibilidad de poder aplicar el método de resolución por Relajación Dinámica, únicamente es necesario conocer los términos de las diagonales principales de las matrices de rigidez.

Con estas premisas, dado un elemento triangular definido por:

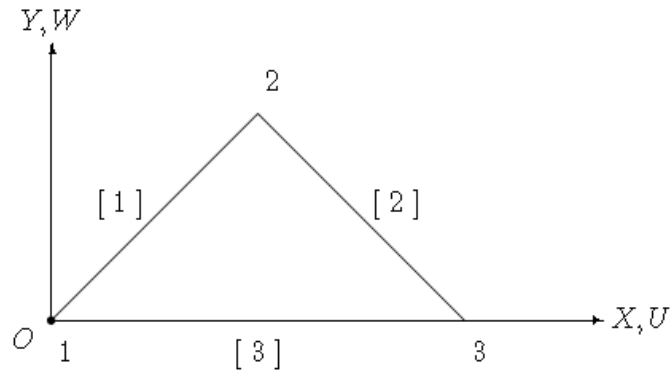


fig. 2-27 Esquema de numeración del Elemento Finito.

Fuente: (Zhang L. , 2010).

Siendo un elemento triangular con el punto 1 centrado en el origen de coordenadas y alineado por el lado 1-3 con el eje X.

La matriz de rigidez elástica se puede demostrar que es igual a:

$$[K_E^t] = [B]^T [E] [B] V \quad (2.03)$$

La matriz de rigidez elástica es igual a la matriz  $[E]$ , que depende de las propiedades elásticas del material y su forma de trabajo, premultiplicada por la matriz  $[B]$  traspuesta y postmultiplicada por la matriz  $[B]$  que cuyos elementos dependen de las coordenadas de los nudos del elemento y todo finalmente multiplicado por el volumen del elemento.

La matriz  $[E]$ , en el caso de estructuras textiles con material isótropo se puede definir como:

$$[E] = \begin{bmatrix} \frac{E}{(1-\nu^2)} & \frac{\nu \cdot E}{(1-\nu^2)} & 0 \\ \frac{\nu \cdot E}{(1-\nu^2)} & \frac{E}{(1-\nu^2)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (2.04)$$



La matriz  $[B]$  se puede definir de múltiples maneras, la más simple es la extraída directamente de las relaciones de los ángulos y longitudes de las barras del elemento. Esta consideración es válida para resoluciones de problemas con pequeñas o medianas deformaciones añadiendo un término final al proceso de obtención de la matriz para considerar las deformaciones del elemento.

Este proceso primario de obtención de la matriz no es válido para la resolución de estructuras con grandes deformaciones ya que parte de la base de las expresiones de deformación simplificadas:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U}{\partial X} ; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial V}{\partial Y} ; \quad \sin \gamma_{XY} = \gamma_{XY} \quad (2.05)$$

(2.06)

(2.07)

Para poder considerar las grandes deformaciones se debe partir de las expresiones completas:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U}{\partial X} + 0.5 \left( \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial W}{\partial X} \right)^2 \right) \quad (2.08)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial V}{\partial Y} + 0.5 \left( \left( \frac{\partial U}{\partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial W}{\partial Y} \right)^2 \right) \quad (2.09)$$

$$\gamma_{XY} = \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} + \left( \frac{\partial U}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial X} \frac{\partial W}{\partial Y} \right) \quad (2.10)$$

Y también es necesario considerar las áreas propias de cada elemento para poder llegar a la expresión final de la matriz  $[B]$ :

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{L_3} + \frac{\delta_3}{2L_3^2} \\ E_1 \cdot b_1 + E_2 \cdot a_1 & E_1 \cdot b_2 + E_2 \cdot a_2 & E_1 \cdot b_3 + E_2 \cdot a_3 + E_3 \\ F_1 \cdot a_1 & F_1 \cdot a_2 & F_1 \cdot a_3 + F_2 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Dónde:

$$\delta_1 = L'_1 - L_1$$

$$\delta_2 = L'_2 - L_2$$

$$\delta_3 = L'_3 - L_3$$

A: Area del elemento sin deformar.

A': Area del elemento deformado.

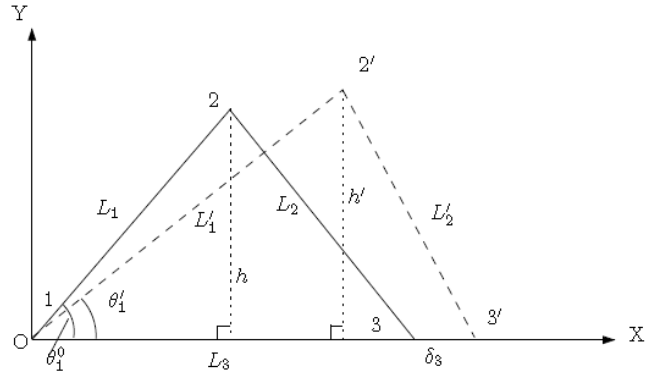


fig. 2-28 Esquema para un Elemento Finito CST.

Fuente: (Zhang L., 2010).

$$AA = L'_3 \cdot L_3 \left( L_3 \sqrt{L_3'^2 \cdot L_2'^2 - 0.25(L_2'^2 + L_3'^2 - L_1'^2)^2} + L_3' \sqrt{L_2'^2 \cdot L_3'^2 - 0.25(L_2'^2 + L_3'^2 - L_1'^2)^2} \right)$$

$$BB = 0.5L_3(L_2'^2 + L_3'^2 - L_1'^2) + 0.5L_3'(L_2^2 + L_3^2 - L_1^2)$$

$$a_1 = \frac{\delta_1 + 2L_1}{2L_3'}$$

$$b_1 = \frac{BB(2L_1 \cdot L_3 + L_3 \cdot \delta_1)}{2AA}$$

$$a_2 = -\frac{\delta_2 + 2L_2}{2L_3'}$$

$$b_2 = \frac{L_3'^2 \cdot L_3^2(L_2' + L_2)}{AA} - \frac{BB(2L_2 \cdot L_3 + L_3 \cdot \delta_2)}{2AA}$$

$$a_3 = \frac{L_3^2 - L_1^2 + L_2^2 + \delta_3 \cdot L_3}{2L_3' \cdot L_3}$$

$$b_3 = \frac{BB(L_2^2 - L_1^2 - L_3^2 - L_3 \cdot \delta_3)}{2AA}$$

$$U_2 = a_1\delta_1 + a_2\delta_2 + a_3\delta_3$$

$$V_2 = b_1\delta_1 + b_2\delta_2 + b_3\delta_3$$

$$U_3 = \delta_3$$

$$E_1 = \frac{X_3 - X_1}{2A} + \frac{(X_3 - X_1)^2}{8A^2} V_2$$

$$E_2 = \frac{(X_3 - X_1)(X_1 - X_2)}{4A^2} U_3 + \frac{(X_3 - X_1)^2}{8A^2} U_2$$

$$E_3 = \frac{(X_1 - X_2)^2}{8A^2} \delta_3$$

$$F_1 = \frac{X_3 - X_1}{2A}$$

$$F_2 = \frac{X_1 - X_2}{2A} + \frac{Y_2 - Y_1}{2A} \left( \frac{X_3 - X_1}{2A} U_2 + \frac{X_1 - X_2}{2A} \delta_3 \right)$$

$$F_3 = L_3'^2 \cdot L_3^2 \cdot L_1'$$

Conocidas las matrices  $[B]$  y  $[E]$  se puede determinar la matriz de rigidez elástica del elemento  $[K_E^{tr}]$  actuante en los alargamientos de los lados,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  y  $\delta_3$ , la cual es una matriz de 3x3 que se puede representar esquemáticamente del siguiente modo:

$$[K_E^{tr}] = \begin{bmatrix} K_{11}^{tr} & K_{12}^{tr} & K_{13}^{tr} \\ K_{21}^{tr} & K_{22}^{tr} & K_{23}^{tr} \\ K_{31}^{tr} & K_{32}^{tr} & K_{33}^{tr} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Finalmente se puede determinar la matriz de rigidez elástica  $[K_E^t]$ , actuando en los desplazamientos nodales del elemento  $\{u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3\}$ , de la cual los elementos de la diagonal son:

$$[K_E^{t1}] = K_{11}^{tr} \begin{bmatrix} c_{x1}^2 \\ c_{y1}^2 \\ c_{z1}^2 \end{bmatrix} + K_{33}^{tr} \begin{bmatrix} c_{x3}^2 \\ c_{y3}^2 \\ c_{z3}^2 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$[K_E^{t2}] = K_{11}^{tr} \begin{bmatrix} c_{x1}^2 \\ c_{y1}^2 \\ c_{z1}^2 \end{bmatrix} + K_{22}^{tr} \begin{bmatrix} c_{x2}^2 \\ c_{y2}^2 \\ c_{z2}^2 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$[K_E^{t3}] = K_{22}^{tr} \begin{bmatrix} c_{x2}^2 \\ c_{y2}^2 \\ c_{z2}^2 \end{bmatrix} + K_{33}^{tr} \begin{bmatrix} c_{x3}^2 \\ c_{y3}^2 \\ c_{z3}^2 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Dónde  $c_{xi}$ ,  $c_{yi}$  y  $c_{zi}$  son los cosenos directores del cable  $i$ , en el sistema de coordenadas global  $x, y, z$ .

Conocida la matriz de rigidez elástica se puede proceder a determinar la matriz de rigidez geométrica  $[K_\sigma^{pc}]$ , actuante en los alargamientos de los lados,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  y  $\delta_3$ , la cual depende del estado tensional de los elementos. De esta matriz los elementos de la diagonal principal serian:

$$[K_{\sigma 11}^{pc}] = \frac{T_{ci}}{L_i} - \frac{T_{ci}}{L_i} c_{xi}^2 \quad (2.16)$$

$$[K_{\sigma 22}^{pc}] = \frac{T_{ci}}{L_i} - \frac{T_{ci}}{L_i} c_{yi}^2 \quad (2.17)$$

$$[K_{\sigma 33}^{pc}] = \frac{T_{ci}}{L_i} - \frac{T_{ci}}{L_i} c_{zi}^2 \quad (2.18)$$

Dónde:

$c_{xi}$ ,  $c_{yi}$  y  $c_{zi}$  son los cosenos directores del cable  $i=1\rightarrow 3$ , en el sistema de coordenadas global  $x, y, z$ .

$$T_{ci} = \begin{Bmatrix} T_{c1} \\ T_{c2} \\ T_{c3} \end{Bmatrix} = [B][E][B]v \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

Finalmente, de forma análoga a lo realizado en la matriz de rigidez elástica, se puede determinar los valores de la diagonal principal de la matriz de rigidez geométrica  $[K_{pc}^t]$  actuando en los desplazamientos nodales del elemento  $\{u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3\}$ , de la cual los elementos de la diagonal son:

$$[K_{pc}^{t1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left( \frac{T_{c1}}{L_1} + \frac{T_{c3}}{L_3} \right) - \frac{T_{c1}}{L_1} \cdot \begin{bmatrix} c_{x1}^2 \\ c_{y1}^2 \\ c_{z1}^2 \end{bmatrix} - \frac{T_{c3}}{L_3} \cdot \begin{bmatrix} c_{x3}^2 \\ c_{y3}^2 \\ c_{z3}^2 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$[K_{pc}^{t2}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left( \frac{T_{c1}}{L_1} + \frac{T_{c2}}{L_2} \right) - \frac{T_{c1}}{L_1} \cdot \begin{bmatrix} c_{x1}^2 \\ c_{y1}^2 \\ c_{z1}^2 \end{bmatrix} - \frac{T_{c2}}{L_2} \cdot \begin{bmatrix} c_{x2}^2 \\ c_{y2}^2 \\ c_{z2}^2 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$[K_{pc}^{t3}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left( \frac{T_{c2}}{L_2} + \frac{T_{c3}}{L_3} \right) - \frac{T_{c2}}{L_2} \cdot \begin{bmatrix} c_{x2}^2 \\ c_{y2}^2 \\ c_{z2}^2 \end{bmatrix} - \frac{T_{c3}}{L_3} \cdot \begin{bmatrix} c_{x3}^2 \\ c_{y3}^2 \\ c_{z3}^2 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Una vez conocidas las matrices de rigidez elástica y geométrica, finalmente se puede construir la matriz de rigidez global  $[K_T^t]$  sumándolas:

$$[K_T^t] = [K_E^t] + [K_{pc}^t] \quad (2.23)$$

Generando una matriz diagonal de 9 elementos (3 por cada uno de los 3 nodos), que permitirá resolver los 3 desplazamientos para los 3 nodos.

Conocidos los desplazamientos de los nodos, ya se puede determinar las deformaciones  $\{\varepsilon\}$  y tensiones  $\{\sigma\}$  del elemento mediante las expresiones:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{Bmatrix} \quad (2.24)$$

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [E][B] \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

El siguiente punto a tratar en el cálculo, es la consideración de las arrugas, es decir, en como se debe modificar la matriz de rigidez para que el cálculo efectúe la disminución de rigidez en la dirección comprimida de la zona arrugada, manteniendo la rigidez de la dirección traccionada.

Como se ha comentado anteriormente, la consideración de las zonas arrugadas es un proceso de especial importancia en el cálculo de estructuras de membrana tensadas, ya que el destensado que se produce tiene efectos directos en la estabilidad y distribución tensional de la superficie.

Para realizar la consideración del comportamiento de las zonas arrugadas se debe efectuar un cálculo iterativo, donde en una primera etapa se localizan las zonas que presentan arrugas, en una segunda, se disminuye la rigidez en la dirección de las arrugas, y en las posteriores etapas se termina anular la rigidez en el caso que la zona continúe destensada.

De los tres criterios de definición de consideración de arrugas, el expuesto por Frei Otto (Otto, Zugbeanspruchte Konstruktionen, vol. 1 & 2, 1962), basado en las tensiones principales; el desarrollado por Miller, R.K., et al, (Miller, Hedgepeth, Weingarten, Das, & Kahyai, 1985), basado en las deformaciones; o el propuesto por Rodderman, D.G. (Rodderman, 1987), basado en una consideración mixta entre tensiones y deformaciones principales, se considera que el que tiene un comportamiento más adecuado es el del criterio mixto de Rodderman, D.G. ya que es el más completo de los tres al permitir el cálculo con membranas no isótropas.

El cálculo de las tensiones principales  $\{\sigma_{11}; \sigma_{22}\}$  a partir de las tensiones locales  $\{\sigma_x; \sigma_y; \tau_{xy}\}$ , se puede efectuar mediante las expresiones:

$$\sigma_{11} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad ; \quad \sigma_{22} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.26)$$

Y el cálculo de las deformaciones principales  $\{\varepsilon_{11}; \varepsilon_{22}\}$  a partir de las deformaciones locales  $\{\varepsilon_x; \varepsilon_y; \gamma_{xy}\}$ , se puede efectuar mediante las expresiones:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} \quad ; \quad \varepsilon_{22} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} \quad (2.28)$$

Conocidas las dos tensiones y deformaciones principales, para utilizar el criterio de Rodderman, únicamente se utilizará la tensión principal secundaria  $\sigma_{22}$  y la deformación principal primaria  $\varepsilon_{11}$  de tal manera que:

Criterio de consideración de arrugas según Rodderman		
Criterio	Estado	Definición
$\sigma_{22} > 0$	Tensado	Si la tensión principal secundaria es mayor que 0, la superficie del elemento está tensada en todas direcciones, ya que siempre es menor que la primaria.
$\varepsilon_{11} > 0$ Y $\sigma_{22} \leq 0$	Arrugado	Si la deformación principal primaria es superior a 0, la superficie del elemento está tensada en la dirección de deformación primaria. Si la tensión principal secundaria es menor o igual a 0 la superficie del elemento está destensada en la dirección de tensión secundaria.
$\varepsilon_{11} \leq 0$	Destensado	Si la deformación principal primaria es menor o igual que 0, la superficie del elemento está destensada en todas direcciones, ya que siempre es mayor que la secundaria.

Tab. 2-1 Criterio de consideración de arrugas según Rodderman.

En el caso de utilizar membranas isótropas este método resulta más lento que el de Miller, ya que es preciso determinar tanto las tensiones como las deformaciones de cada elemento finito. Por ese motivo si la membrana es isótropa es más efectivo utilizar el método de Miller ya que únicamente precisa del cálculo de las deformaciones de los elementos

Criterio de consideración de arrugas según Miller		
Criterio	Estado	Definición
$\varepsilon_I > 0$ y $\varepsilon_{II} \geq \nu \varepsilon_I$	Tensado	Si la deformación principal primaria es superior a 0, la superficie del elemento está tensada en la dirección de deformación primaria. Si la deformación secundaria es mayor que la principal multiplicada por el coeficiente de poisson, está tensada en la dirección de deformación primaria
$\varepsilon_I > 0$ y $\varepsilon_{II} < \nu \varepsilon_I$	Arrugado	Si la deformación principal primaria es superior a 0, la superficie del elemento está tensada en la dirección de deformación primaria. Si la deformación secundaria es menor que la principal multiplicada por el coeficiente de poisson, está destensada en esta dirección.
$\varepsilon_{11} \leq 0$	Destensado	Si la deformación principal primaria es menor o igual que 0, la superficie del elemento está destensada en todas direcciones, ya que siempre es mayor que la secundaria.

Tab. 2-2 Criterio de consideración de arrugas según Miller.

En las áreas arrugadas, la dirección de los canales de las arrugas, que es perpendicular a la dirección arrugada, coincide con la dirección de la deformación principal  $\varepsilon_{11}$ , que forma un ángulo  $\theta_p$  con el eje local X:

$$\theta_p = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \right) \tag{2.30}$$

Para la obtención de las tensiones la formulación básica:  $\{\sigma\} = [E][B]\{\delta\}$  no es directamente aplicable cuando hay una zona arrugada, debido a que la zona arrugada en la dirección destensada no trabaja al no admitir compresiones, y no es suficiente en anular totalmente la rigidez del elemento en la dirección destensada ya que podría conllevar a no encontrar una solución, o que la convergencia no fuera suave, tal como describe Rossi, R. en el 2003, (Rossi, Convergence of the modified material model for wrinkling simulation of light-weight membrane structures, 2003).



Para resolver esta problemática Rossi, R. en el 2005, (Rossi, Simulation of light-weight membrane structures by wrinkling model, 2005) propone un algoritmo de estabilización de la manipulación del material utilizando la matriz  $[E]$  modificada modificando  $[E_{mod}]$ :

$$[E_{mod}] = [E_{rot}][P] \quad (2.31)$$

Donde:

$$[E_{rot}] = [R]^T [E][R]$$

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta_p) & \sin^2(\theta_p) & -2 \cos(\theta_p) \sin(\theta_p) \\ \sin^2(\theta_p) & \cos^2(\theta_p) & 2 \sin(\theta_p) \cos(\theta_p) \\ \sin(\theta_p) \cos(\theta_p) & -\sin(\theta_p) \cos(\theta_p) & \cos^2(\theta_p) - \sin^2(\theta_p) \end{bmatrix}$$

El valor P es un valor penalizador que Rossi propone que sea función de la relación entre tensión máxima a compresión admitida  $\sigma_{max}$  y la tensión efectiva a compresión  $\sigma_2$ :

$$P_\sigma = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_2} \rightarrow \begin{cases} P_\sigma > P & \rightarrow P = P_\sigma \\ P_\sigma \geq 1 \text{ ó } P_\sigma < 0 & \rightarrow P = 1.0 \end{cases} \quad (2.32)$$

Es decir si la tensión efectiva a compresión supera o iguala la máxima permitida  $P = 1.0$ , y en caso contrario  $P = P_\sigma$ .

Como valor de la tensión máxima a compresión admitida  $\sigma_{max}$ , según Wang, X. et al, (Wang, Oncescu, Zheng, Hu, & Shan, 2010), se puede considerar:

$$\sigma_{max} = -10^{-5} N/m^2 = -10^{-6} kg/m^2 \quad (2.33)$$

Que para una lona de 1mm sería:

$$\sigma_{max} = -10^{-9} kg/m \quad (2.34)$$

Si la modificación hiciera variar el estado del elemento de arrugado o destensado a tensado en todas las direcciones, entonces se podría aplicar una reducción del valor penalizador:

$$P = P \cdot w \quad (2.35)$$

Donde  $w = 10$  según la recomendación del autor.

Por desdoblado si no varía el estado del elemento de tesado en todas las direcciones el valor de  $[E_{mod}]$  es:

$$[E_{mod}] = [E] \quad (2.36)$$

Conocidos los valores de  $P$  y  $[E_{rot}]$  se puede calcular la matriz  $[E_{mod}]$  que se muestra con la siguiente forma:

$$[E_{mod}] = \begin{bmatrix} E_{rot,11} & P \cdot E_{rot,12} & E_{rot,13} \\ P \cdot E_{rot,21} & P \cdot E_{rot,22} & P \cdot E_{rot,23} \\ E_{rot,31} & P \cdot E_{rot,32} & E_{rot,33} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Conocida la matriz  $[E_{mod}]$  se puede recalcular la matriz de rigidez elástica:

$$[K_{E,mod}^t] = [B]^T [E_{mod}] [B] V \quad (2.38)$$

Y las fuerzas  $T_{ci}$  de las barras que simulan los elementos para recalcular la matriz de rigidez geométrica:

$$T_{ci,mod} = \begin{Bmatrix} T_{c1} \\ T_{c2} \\ T_{c3} \end{Bmatrix} = [B] [E_{mod}] [B] v \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{Bmatrix} \quad (2.39)$$

Finalmente con las matrices de rigidez modificadas ya se puede rehacer la matriz de rigidez global.



## 2.7. Conclusiones

En este segundo capítulo de la Tesis se ha realizado un análisis general del comportamiento de un elemento pretesado sometido a una carga externa y se han preparado los distintos modelos para la realización del estudio de las estructuras tesadas con forma de paraboloides gracias a la adecuación del WinTess para la realización de los cálculos necesarios de los modelos de análisis de la superficie parabólica.

Todos los elementos pretesados se comportan de una manera similar mostrando un punto de inflexión en la gráfica que relaciona el pretesado aplicado con el esfuerzo presente en el elemento. Esta característica se muestra debido a la incapacidad del material a trabajar a compresión, ya que si no existe compresión cualquier carga externa aplicada se debe compensar forzosamente con el pretesado, ya que no se puede manifestar por medio de una compresión, flexión o cortante.

Se demuestra que dado un elemento pretesado hasta que la tensión debida a la carga externa aplicada no supere la tensión concebida con el pretesado el elemento no mostrará un incremento de tensión, es decir, que si el elemento tiene una determinada tensión debida al pretesado hasta que la carga exterior no supusiera una tensión superior a la del pretesado un incremento de carga no supondría un incremento de tensión.

Debido a la incapacidad de admitir compresiones por parte de los elementos que conforman la estructura y tener que trabajar únicamente a tracción, cuando se disponga de elementos simétricos en relación al punto de aplicación de la carga, y no se aplique ningún tipo de tesado, da lugar a observar que los elementos inferiores que deberían de estar comprimidos, quedan arrugados sin colaborar estructuralmente y la estructura para poder soportar la carga aplicada queda "colgada" de los nudos superiores de tal modo que toda la carga se transmite por tracción partiendo del punto de aplicación de la carga hasta los nudos superiores.

El pretesado también confiere una rigidización a deformación de la estructura, de tal manera que igual como sucedía con las tensiones, dada una estructura con un determinado pretesado, la deformación que presenta esta estructura se mantiene constante hasta que la carga aplicada supere la tensión que el pretesado ha conferido a los elementos, entonces al incrementarse la tensión, implicará un incremento de deformación.

Otro aspecto destacado observado es que a mayores inclinaciones o curvaturas se presenten en el elemento, más eficaz se muestra, es decir para alcanzar la misma tensión de pretesado en el elemento, requiere aplicar un menor pretesado, de tal manera que con el mismo esfuerzo de pretesado, a mayor curvatura, el elemento aparte de mostrarse con una mayor tensión, se muestra con una mayor rigidez mostrando una menor deformación para una misma carga aplicada.

A nivel de las distribuciones tensionales del pretesado en superficies, se debe destacar que el método de introducción del pretesado influye directamente sobre el valor y la distribución de las tensiones en la superficie. Como más repartida sea la aplicación del pretesado, mayor será la uniformidad de la distribución de tensiones, y contrariamente como más particular sea, mayor será la concentración de estas en la cercanía de los puntos de introducción, disipándose la tensión hacia el interior de la superficie tensada.

Otro aspecto muy influyente en la distribución de la tensión final es el grado de deformabilidad del borde de la superficie, de modo que si el borde es muy deformable se producirá una pérdida de tensión importante, por el contrario como más rígido sea, la pérdida de tensión será menor y más uniforme será el valor de la tensión final resultante.

De aquí se deduce la importancia de disponer de un elemento rigidizador en el perímetro de la superficie, y que éste presente una curvatura, como mayor sea la curvatura del elemento de borde, más rigidez aportará.

Analizando el tesado aplicado por los bordes de la superficie se verifica la conclusión del capítulo uno donde se apuntaba que el método que ofrece una mayor homogeneización es el de la “compensación geométrica” materializando el pretesado mediante el estiramiento de una superficie por su borde fijándola por todo su perímetro a un elemento lo más rígido

posible, a mayor rigidez del perímetro mayor uniformidad de la distribución del pretesado se alcanzará en la superficie.

Introduciendo el pretesado de esta manera, se obtiene una distribución de las tensiones principales de forma anular con la tensión mínima situada en la zona central de la superficie, la cual va aumentando de valor a medida se aleja de este centro llegando a los valores máximos en las zonas cercanas a los puntos de soportes.

En referencia a las tensiones secundarias se verifica que se disponen las tensiones máximas en la posición donde se encontraban las tensiones principales mínimas y va disminuyendo su valor tensional a medida se aleja del centro y se acerca a los bordes.

En relación a la orientación que toman las direcciones principales de las tensiones se observa que estas van variando constantemente buscando las líneas isostáticas, orientándose en la dirección que presenta una mayor rigidez en cada punto, la cual depende de la rigidez de los bordes de la superficie, como más rígidos sean las tensiones más se orientan hacia ellas, y como menos más se orientan hacia los puntos de soporte.

Conocidos los comportamientos mecánicos de una superficie tesada, es obvio reconocer que las tensiones presentes en la superficie laminar dependerán directamente de la geometría que tenga dicha superficie.

Esta afirmación, juntamente con la ya conocida incapacidad del material de soportar compresiones, conlleva a una doble dificultad de cálculo, ya que al depender de la geometría y esta únicamente poder estar traccionada, no es posible realizar un cálculo estático lineal, ya que este no permite la posibilidad de buscar una forma que sea capaz de encontrar el equilibrio con esfuerzos únicamente de tracción.

Existe una variedad de métodos de cálculo que permiten encontrar esa forma idónea, de los cuales destaca el método de cálculo iterativo por Elementos Finitos, el cual realiza una sucesión de cálculos no lineales partiendo de una geometría, unas cargas exteriores y un pretesado, el cual en cada iteración determina que elementos estarían comprimidos y los elimina del cálculo en la siguiente iteración, hasta conseguir que la superficie sea estable con esfuerzos únicamente de tracción.

Para la realización del cálculo de los modelos se ha utilizado este método empleando Elementos Finitos triangulares tipo CST, con nodos únicamente en los vértices, que aunque no sean los que ofrecen la mayor exactitud en los resultados, son los más simples de formular y suficientemente precisos en los resultados como para considerarlos válidos.

En el cálculo no lineal se debe determinar que elementos están completamente tensados, cuales presentan formación de arrugas en la dirección de las tensiones secundarias y cuales están completamente destensados. De los tres criterios de identificación anunciados se ha empleado el método de Miller, ya que este método es simple de utilizar y su limitación reside en que únicamente es válido para materiales isótropos.

El método de Miller consiste en determinar la formación de arrugas mediante las deformaciones principales. De este modo, si en un elemento la deformación principal es superior a 0 y la secundaria es superior a la principal, multiplicada por el coeficiente de poisson, el elemento está traccionado; si la principal igualmente es superior 0 y la secundaria es inferior a la principal, multiplicada por el coeficiente de poisson, el elemento está arrugado; y finalmente si en la dirección principal la deformación es inferior o igual a 0 el elemento está destensado.

Este método se ha considerado válido ya que el cálculo se ha realizado considerando el material como isótropo para poder simplificar y universalizar el cálculo realizado.

Con estos criterios se han realizado los modelos de cálculo para la realización del análisis de la superficie tesada parabólica.

## Análisis numérico de los efectos del pretesado sobre estructuras textiles laminares tensoestáticas

Evaluación del esfuerzo de pretesado en estructuras textiles laminares tensoestáticas parabólicas, para analizar sus efectos y determinar criterios para su predimensionamiento

### **Cap. 3 Resultados del análisis laminar**

#### 3.1 Introducción

#### 3.2 Valoración de los resultados obtenidos

#### 3.3 Comparativa de resultados

#### 3.4 Conclusiones





## Cap. 3. Resultados del análisis laminar

### 3.1. Introducción

El objetivo de este capítulo es extraer los resultados de los modelos de superficies parabólicas calculados y realizar las comparaciones de estos datos. Las comparaciones se realizarán en función de las distintas variaciones de sus parámetros definitorios básicos y de la carga externa aplicada sobre la superficie con la finalidad de determinar como afecta cada uno de los parámetros a nivel de distribución tensional del pretensado.

En una primera instancia se realiza un análisis general de la distribución tensional y de las orientaciones que toman las tensiones para verificar el cumplimiento de los parámetros generales de distribución y orientación tensional que se ha verificado en el capítulo Cap. 2 Modelos de análisis laminar. Se realizará dicho análisis para una superficie de planta cuadrada y una de rectangular, pudiendo así identificar que comportamientos son independientes de la proporción geométrica y cuáles no.

Posteriormente se realizará el análisis de la variación de los parámetros definitorios básicos como son: las dimensiones, la proporción en planta, la curvatura general, la curvatura de los bordes libres del paraboloide junto con la variación del nivel de pretensado aplicado y de la carga exterior a soportar.

En cada análisis realizado se observará la evolución de las tensiones superficiales producidas por el pretensado determinando el grado de influencia que puede tener cada variación en las tensiones.

Concretamente para obtener una imagen general del comportamiento, para cada variación paramétrica se analizará lo sucedido con las tensiones principales máximas y mínimas, con las tensiones secundarias máximas y mínimas, con las tensiones promedio y las reacciones en los soportes y el axial de las relingas perimetrales. Comparando siempre los resultados obtenidos entre una superficie cuadrada y una rectangular.



## 3.2. Valoración de los resultados obtenidos

### 3.2.1. Distribución tensional del tesado

Si se analiza la distribución tensional obtenida del análisis de los paraboloides, se observa como en todos los modelos esta distribución tiene un comportamiento muy similar al obtenido en el análisis previo de afectación del pretesado en estructuras laminares con bordes curvos con relinga, tesado perimetral y fijado en las esquinas, efectuado en el apartado 2.3.3.5 Análisis previos del tesado; Modelos conceptuales de láminas; Modelo con bordes curvos, tesado perimetral y fijado en esquinas.

Esta similitud no es casual ya que los paraboloides analizados en el fondo son una superficie rectangular fijada por las esquinas, con bordes curvados con una relinga interior donde se ha aplicado una variación en la cota de dos puntos de una diagonal para obtener la forma de paraboloide. De esta manera la diferencia existente entre el modelo base anterior analizado y los paraboloides es la curvatura general que presenta la superficie, de tal manera que lógicamente la distribución general de las tensiones de pretesado presentes sobre la superficie laminar debe ser similar a la previamente analizada en la superficie plana.

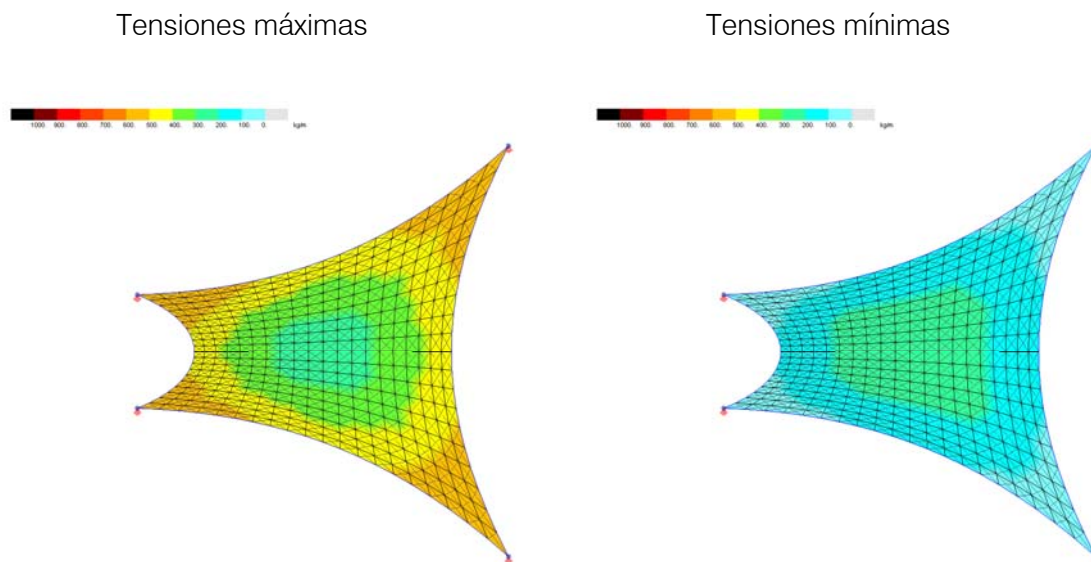


fig. 3-1 Distribución de tensiones máximas y mínimas en un paraboloide cuadrado.

Fuente: Elaboración propia.

En este sentido se demuestra que a nivel general, en un paraboloide de planta cuadrada la distribución de tensiones obtenida no es uniforme si no que presenta una distribución anular con los valores máximos situados en las esquinas disminuyendo hacia la zona central donde se localizarían los valores mínimos de las tensiones principales.

En esa posición central se localizarían los valores más elevados de las tensiones secundarias, con un valor similar al de la tensión principal, que se iría disminuyendo hacia los extremos, mostrando los valores mínimos precisamente en las esquinas.

Esa variación de los valores presentando en las esquinas los valores máximos principales y los mínimos secundarios sugiere que en esa zona la tensión localizada es uniaxial, mientras en la zona central es biaxial ya que los valores en las dos direcciones principales son similares. Esta situación se demuestra observando la direccionalidad e intensidad que toman las tensiones sobre la superficie laminar.

#### Dirección tensiones

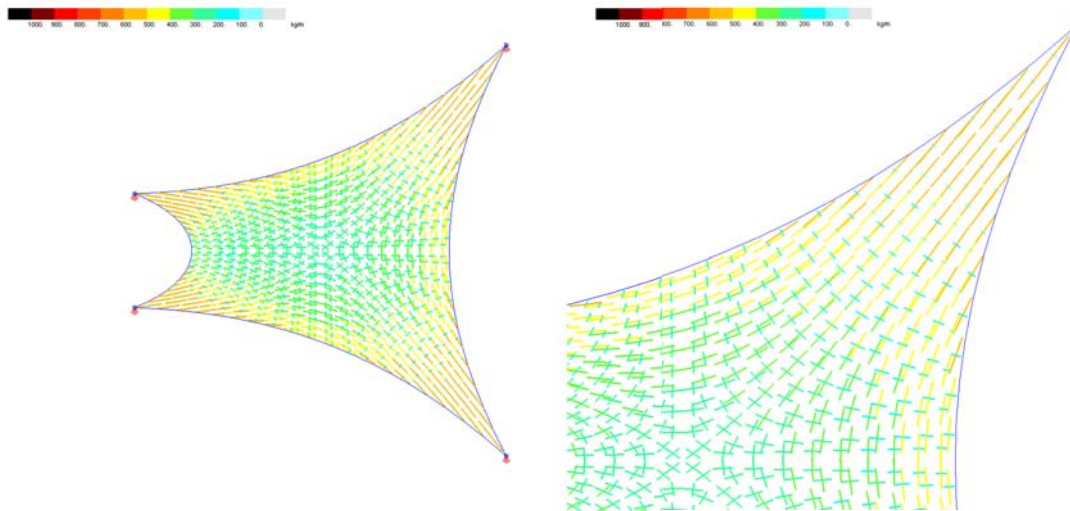
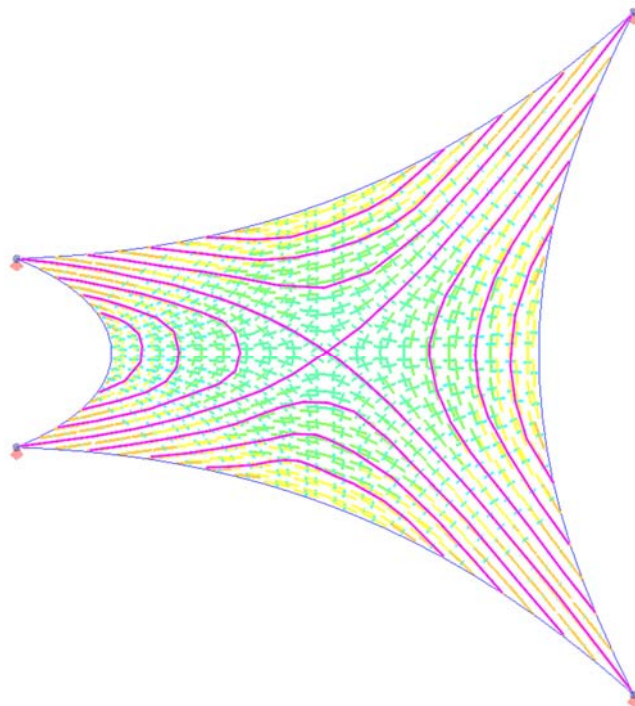


fig. 3-2 Orientación de tensiones máximas y mínimas en un paraboloide cuadrado.

Fuente: Elaboración propia.

Analizando con mayor detalle las orientaciones de las tensiones, se observa como en la zona de los soportes existe la máxima tensión orientada hacia ellos, con la tensión secundaria prácticamente nula, mientras en la zona central la orientación principal es paralela al borde, de tal manera que la secundaria le es perpendicular, con un valor superior al presente en la zona de los soportes, pero siendo aun claramente inferior a la principal.

Observando las orientaciones de las tensiones en zonas más interiores se observa como la distribución de las tensiones principales va realizando unos arcos que parten paralelos en la zona de los soportes o de la relinga cercana a los soportes y van aumentando y apuntando su flecha a medida que son más interiores, hasta la formación del “arco” central que tendría una forma de líneas rectas hasta la posición central, de tal manera que en el caso de un paraboloides cuadrangular los arcos convergerían en el punto central marcando las diagonales de la superficie.



*fig. 3-3 Líneas isostáticas de tensiones principales en un paraboloides cuadrangular.*

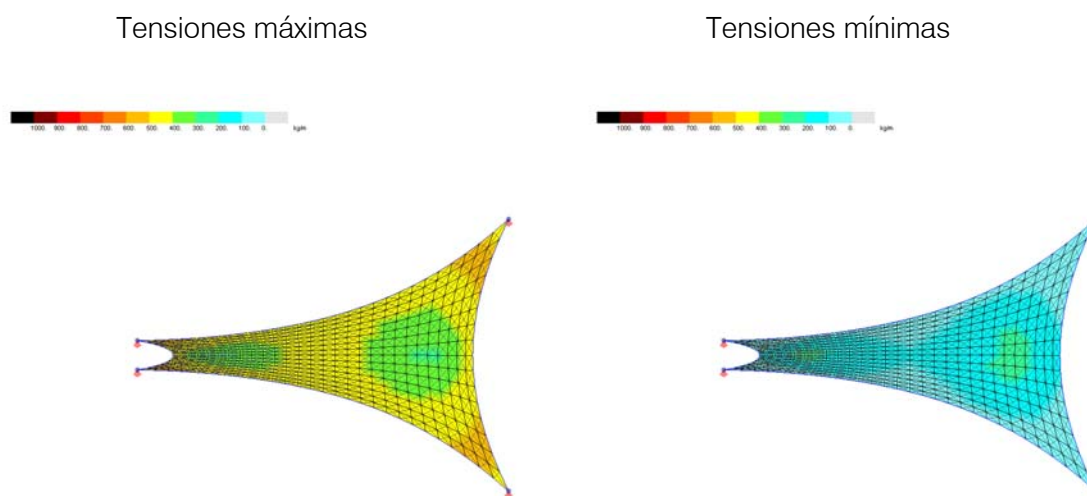
Fuente: Elaboración propia.

Como ya se ha comentado en los análisis previos esta distribución tensional es fruto de la conjunción del mecanismo de tesado, la presencia de relingas perimetrales y la fijación por los extremos, de tal manera que siendo este mecanismo de tesado el más utilizado, es el más complejo de todos para poder evaluar sus distribuciones tensionales, dado que con él se presentan los dos efectos posibles sobre la superficie: la orientación tensional hacia los soportes y la orientación hacia el borde.

Primeramente el hecho de fijar la superficie tesada únicamente por sus extremos comportaría una distribución de tensiones principales orientada totalmente hacia los soportes. Pero la presencia de una relinga perimetral implica una reorientación de esas tensiones hacia el perímetro.

Esa reorientación hacia el perímetro dependerá básicamente de dos factores, el primero sería la rigidez del elemento de borde, de tal manera que como más rígido sea, más perpendicular será la orientación de las tensiones hacia el borde. Y el segundo sería la posibilidad de tesar directamente las relingas, que provocaría un aumento de la tendencia a orientar las tensiones perpendicularmente hacia ella como mayor sea el tesado de esta. Comportamientos ya observados con los análisis preliminares de tesado de una superficie.

En el caso de un paraboloide de planta rectangular el comportamiento es similar pero la distribución tensional ya no es perfectamente anular centrada sobre el centro de la superficie, si no que ahora presenta dos centros ubicados simétricamente a un ángulo inferior a 45 grados lanzados desde los puntos de soporte de la superficie.



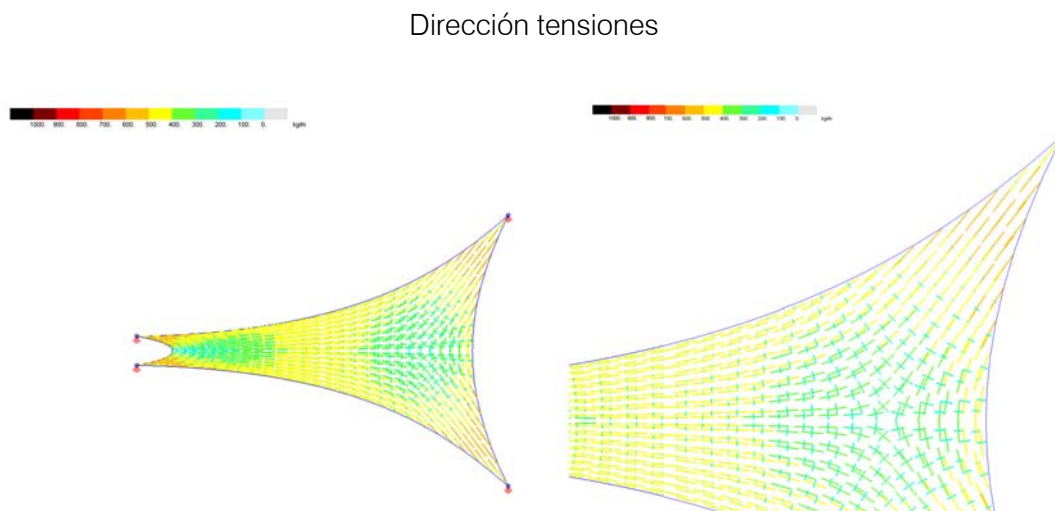
*fig. 3-4 Distribución de tensiones máximas y mínimas en un paraboloide rectangular.*

Fuente: Elaboración propia.

De esta manera se observa como las tensiones principales máximas se localizan en la zona de los extremos cercanas a los soportes disminuyendo hacia los puntos de centro de tensiones máximas.

En ese punto central de tensiones máximas es donde se localizan las tensiones secundarias de mayor valor, con un valor similar al de las principales en ese punto y disminuyéndose anularmente hacia los extremos o zona central de la superficie rectangular.

Estudiando la orientación de las tensiones el comportamiento observado es similar al de un paraboloides de planta cuadrada en la porción situada entre el extremo pequeño de la superficie y la posición del centro de tensiones más cercano.



*fig. 3-5 Orientación de tensiones máximas y mínimas en un paraboloides rectangular.*

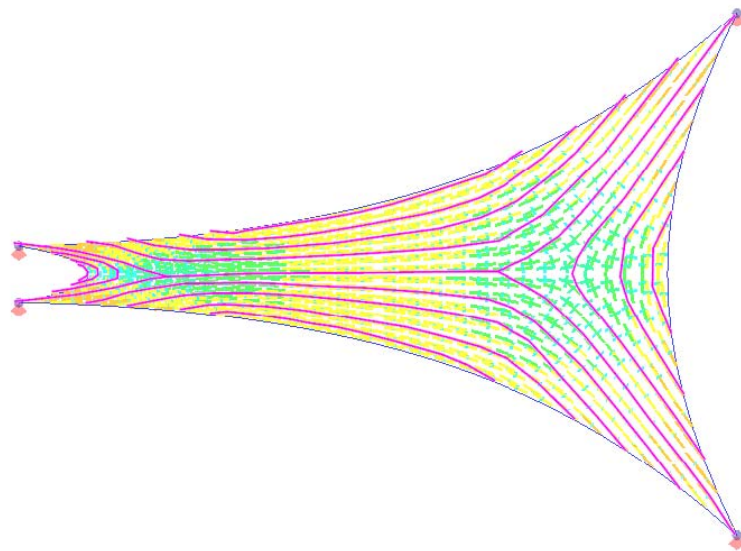
Fuente: Elaboración propia.

Analizando la zona de la superficie comprendida entre el borde de menor dimensión y el centro de las tensiones se observa como las tensiones son prácticamente uniaxiales en la zona cercana a los puntos de soporte orientados hacia estos, mientras en la zona central del borde, las tensiones principales son paralelas al borde, pero se localizan unas tensiones secundarias de menor valor a las principales perpendiculares al borde. Contrariamente en la zona del centro de tensiones las tensiones localizadas muestran unos valores similares entre las principales y las secundarias demostrando un comportamiento biaxial en esa zona.



A partir de esa posición, entre los centros de tensiones el comportamiento de las tensiones principales es paralelo al borde de la superficie, demostrando que la zona entre puntos de centro de tensiones la superficie se comporta de un modo de tracción uniaxial en la directriz de la superficie, con un valor prácticamente nulo de las tensiones perpendiculares a los bordes, el cual dependerá de la rigidez existente en los bordes largos.

Observando las orientaciones de las tensiones en su globalidad, se observa como las tensiones principales forman unos arcos que parten paralelos entre ellos de la zona de los puntos de soporte o la relinga próxima a los soportes y se van apuntando hacia el punto de centro de tensiones máximas en la zona entre el borde pequeño y el centro de tensiones. Mientras en la dirección de los bordes largos los arcos se vuelven paralelos especialmente la zona de la superficie entre los centros de tensiones.



*fig. 3-6 Líneas isostáticas de tensiones principales en un paraboloides rectangular.*

Fuente: Elaboración propia.

### 3.2.2. Posición de los valores tensionales de tesado significativos

Como se ha observado en el apartado anterior la distribución de las tensiones de tesado sigue unas leyes básicas de gradación de tesado de forma anular entre los valores tensionales máximos y mínimos, tanto en tensiones principales como secundarias.

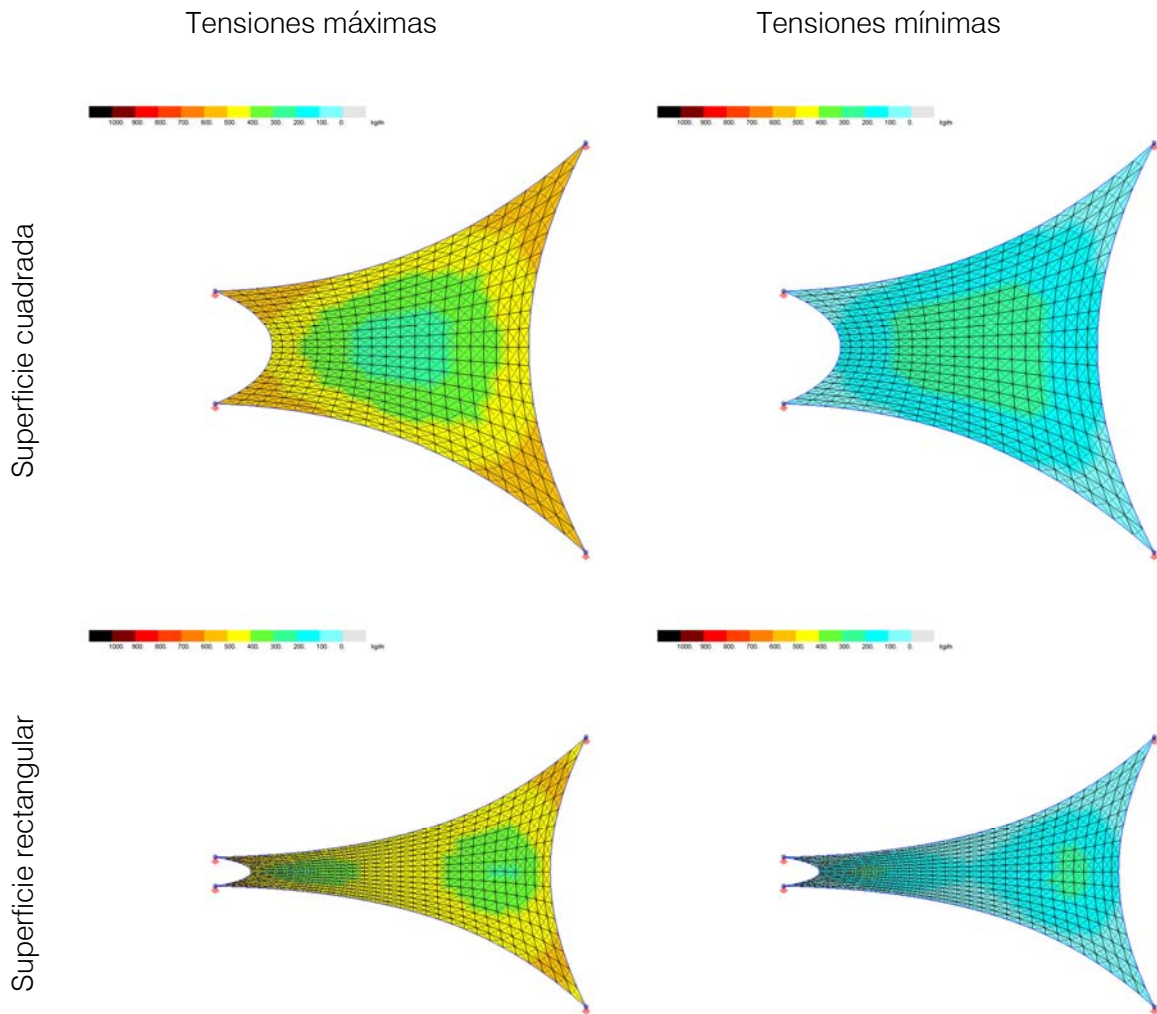


fig. 3-7 Distribución de tensiones máximas y mínimas en un paraboloido.

Fuente: Elaboración propia.

La posición de los valores tensionales máximos y mínimos, que corresponden al valor máximo de las tensiones principales y el mínimo de las secundarias, siempre se localizan en la zona de los soportes, aunque la gradación tensional sufra variaciones en función de la forma de la superficie.

Para las tensiones principales, la tensión máxima se localiza en esa posición cercana a los soportes ya que se reconoce que parte de la tensión debe transmitirse directamente de la superficie al soporte y esta debe pasar forzosamente por una porción de superficie pequeña de tal manera que la tensión será elevada.

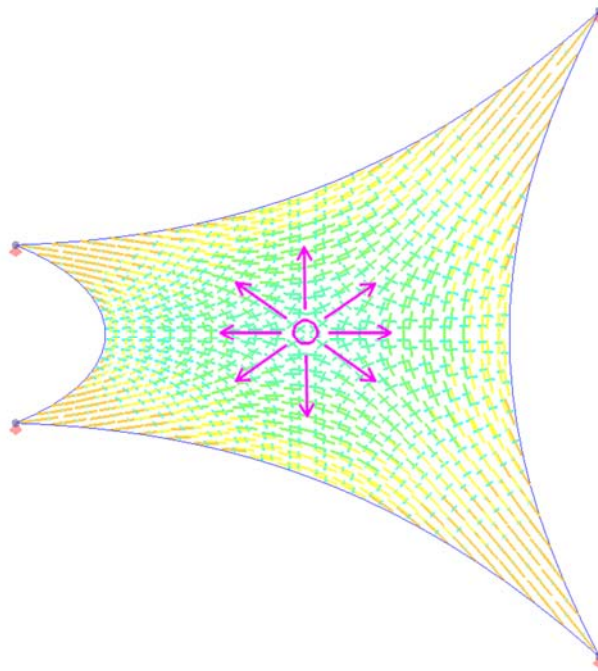
En relación a la localización de la tensión secundaria mínima en las cercanías de los puntos de soporte, responde a la relativa baja rigidez transversal que puede presentar el elemento de borde en esa posición cercana al soporte. En este caso la tensión secundaria aparece por el efecto poisson que al estirarse la superficie en la dirección hacia el soporte implica la aparición de una tracción transversal.

En el caso de encontrar un elemento de borde rígido que pueda materializar una reacción y evitar el desplazamiento en esa dirección perpendicular a la tensión principal, entonces la superficie estará sometida a una tracción que generaría la tensión secundaria. Si no existe ese borde rígido, la cantidad de tensión secundaria generada será función de la rigidez transversal que presente el elemento de borde, a mayor rigidez, mayor será el valor de la tensión secundaria, y como menor sea, menor será, hasta el límite de si no presenta rigidez alguna, no se podría generar nada de tensión secundaria y se produciría una destensión de la superficie en esa dirección.

La variación principal de la distribución tensional entre el modelo de planta cuadrada con el de planta rectangular, se localiza en la posición de los valores mínimos de las tensiones principales y de los máximos de las secundarias que coinciden en la misma posición, de tal manera que se puede definir esa posición como la posición de centro de tensiones, ya que es a partir de esa posición donde se visualiza de forma centrada y anular la gradación tensional hacia los extremos.

En el caso de las tensiones principales, en el centro de tensiones se localizará la tensión de menor valor debido a que al ser el punto más alejado de todos los elementos rigidizadores la fuerza puede repartirse en todas direcciones ya que la rigidez es similar en todas ellas y no existe una dirección principal de fuerzas. Por ese mismo motivo la tensión secundaria es máxima en esa posición ya que la tensión es similar en todas direcciones, hecho que implica que la tensión secundaria sea de un valor similar a la principal.

En este caso, la posición del centro de tensiones en un paraboloide de planta cuadrada se localiza justamente en el centro de la superficie por un simple tema de simetría, tanto geométrica como de condiciones de contorno, ya que desde esa posición central en cualquier dirección se presenta una simetría de dimensiones y de rigideces. Esa simetría implica que esa posición central estará sometida a unos esfuerzos simétricos en todas direcciones, tal y como se ha demostrado con las líneas isostáticas.



*fig. 3-8 Posición del centro de tensiones en un paraboloide cuadrado.*

Fuente: Elaboración propia.

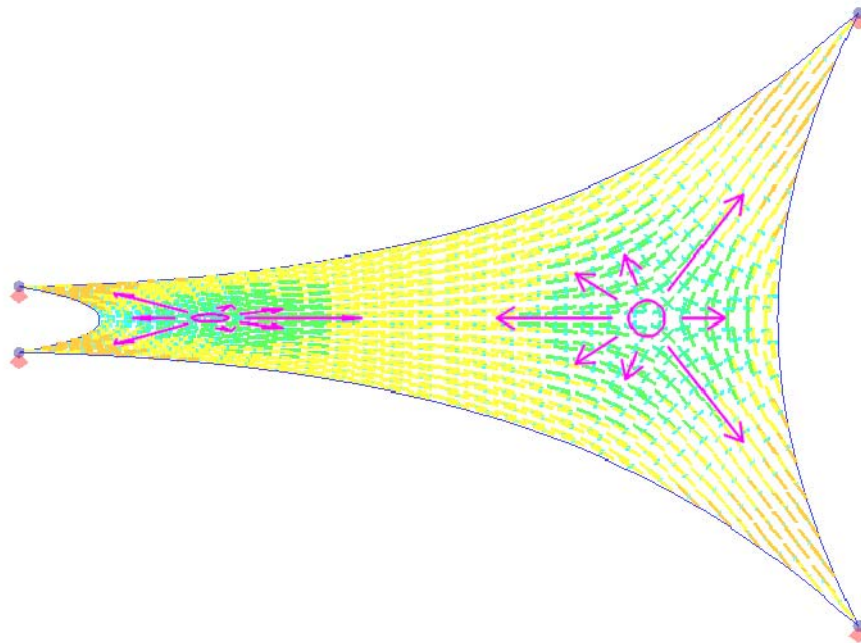
Contrariamente en un paraboloide de planta rectangular esas condiciones de simetría no se pueden desarrollar en ningún punto ya que la superficie no presenta ni simetría geométrica ni de condiciones de contorno en ninguno de sus puntos en las 4 direcciones principales. Con esta premisa para localizar la posición del centro de tensiones se debe dar el equilibrio de las mismas sin una simetría biaxial.

El centro de tensiones se debe localizar en algún punto del eje central longitudinal de la superficie ya que en esa zona se produce una simetría de rigideces de un lado al otro del eje. Pero la posición concreta sobre ese eje no se puede determinar directamente ya que el centro se localizará en el punto donde se produzca el equilibrio de las tensiones en la dirección longitudinal de la superficie.

En este sentido como se ha podido observar con las líneas isostáticas y la distribución tensional, si se analiza lo que sucede por un lado del centro de tensiones hacia el borde pequeño se observa como las tensiones principalmente se dirigen hacia los soportes, mientras hacia el borde tienen una menor magnitud. Y por el lado contrario las tensiones se orientan principalmente en el sentido longitudinal.

Para la obtención del equilibrio se debe cumplir, de manera simplificada, que la fuerza en dirección longitudinal desarrollada en un sentido sea igual a la del opuesto en ese punto, de tal manera que en este caso la componente longitudinal de las fuerzas hacia los soportes más la fuerza hacia el borde corto sea igual a la fuerza longitudinal hacia el interior.

Este equilibrio se consigue en una posición más cercana al borde del punto de intersección de las bisectrices de los ángulos de los puntos de soporte, y será función de la rigidez que presente el borde corto que la posición se acercará más a dicho borde o se acercará al centro de la superficie, ya que de esa rigidez dependerá la fuerza resultante existente en el punto centro de tensiones hacia el borde corto.



*fig. 3-9 Posición del centro de tensiones en un paraboloides rectangular.*

Fuente: Elaboración propia.

### 3.3. Comparativa de resultados

Una vez realizada una primera observación general sobre la distribución y posición de las tensiones máximas y mínimas debidas al pretesado sobre una superficie laminar con forma de paraboloides, se puede proceder a incrementar la profundidad del análisis del comportamiento de la distribución tensional y de los valores obtenidos mediante el análisis por separado de las distintas variables aplicadas para la generación de los diversos modelos de paraboloides realizados.

En esta primera fase de análisis únicamente se pretende determinar la evaluación de la distribución tensional del esfuerzo de pretesado, sin evaluar el cumplimiento de la capacidad resistente.

Para la realización de los diversos análisis se partirá de una geometría concreta y se aplicaran variaciones únicamente a la variable analizada en cada caso concreto. En todos los casos se analizará la distribución tensional para los casos de superficie de planta cuadrada y para la superficie de planta rectangular. Como se ha observado en el apartado anterior la proporción de la superficie es determinante en la distribución de las tensiones en el paraboloides.

En una primera instancia se analizará lo sucedido con la variación de las dimensiones de la superficie más allá de la pura distribución tensional observada en el apartado anterior.

El segundo análisis profundizará en las variaciones que provoca el incremento de la curvatura general del paraboloides.

El tercero contemplará las variaciones debidas al incremento de curvatura de los bordes.

Finalmente para terminar los análisis particulares se analizará la diferenciación de comportamiento entre un supuesto tesado homogéneo y el tesado realista utilizado.

Una vez realizados estos análisis particulares se plantearan los modelos a analizar con la variación de cargas aplicadas.



### 3.3.1. Comparativa dimensiones

La primera comparación particular realizada corresponde al análisis de la distribución tensional del pretesado del paraboloide mediante la variación de sus dimensiones en planta, dejando el resto de variables geométricas fijadas, para poder observar como se ve afectada la superficie únicamente por la variación de dimensiones.

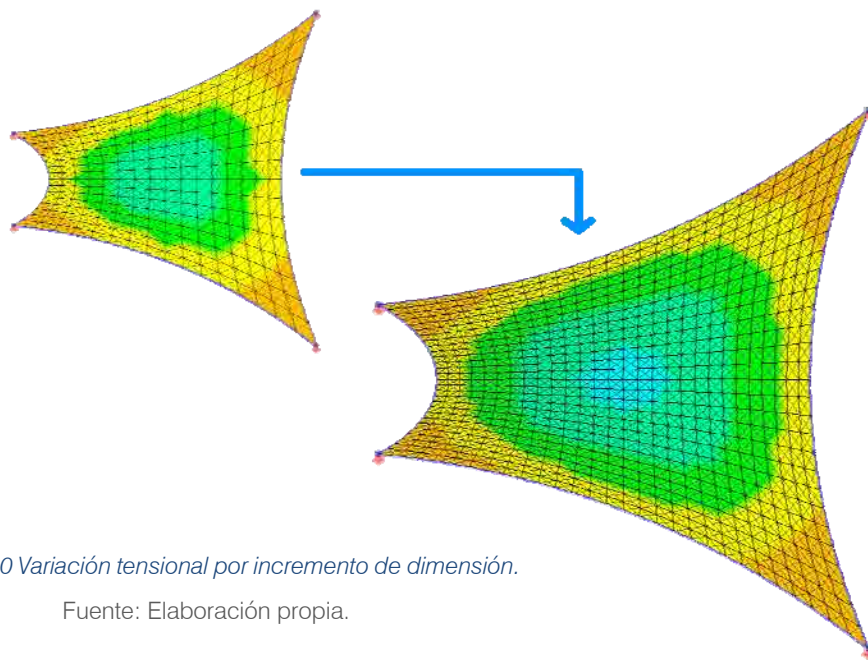


fig. 3-10 Variación tensional por incremento de dimensión.

Fuente: Elaboración propia.

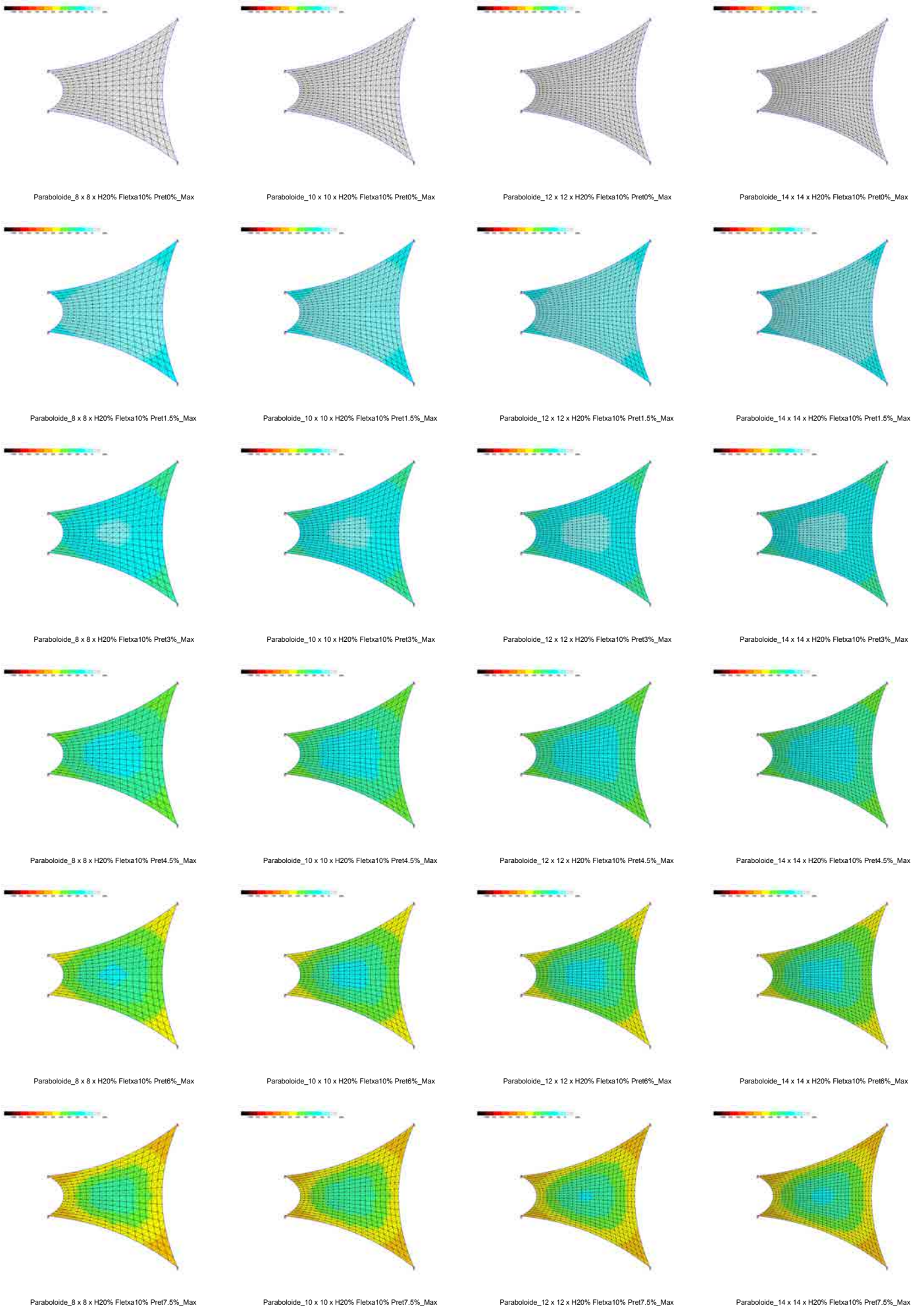
En un primer análisis se analiza lo sucedido en un paraboloide de planta cuadrada y en el segundo en uno de planta rectangular, ya que como se ha determinado anteriormente, la distribución tensional varía con las proporciones de la superficie que conforma el paraboloide.

Concretamente las variaciones analizadas de la geometría se realizan sobre un paraboloide que presenta una curvatura general del 20% y una curvatura de borde del 10%, con una relinga en el borde del perímetro, sobre el cual se realiza la variación dimensional y se incrementará el tesado aplicado hasta un máximo de 7.5% de la resistencia característica del material que conforma la superficie laminar.

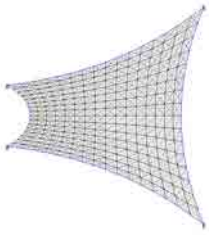
En el caso del análisis del paraboloide con proporción en planta cuadrada, las dimensiones analizadas son: 8x8; 10x10; 12x12 y 14x14 metros. En el caso de la proporción en planta rectangular, las dimensiones analizadas son: 8x8; 8x10; 8x12 y 8x14 metros.



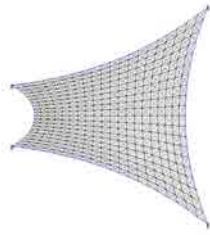
# Variación de Tensión por incremento de Dimensiones: Proporción Cuadrada - Tensiones máximas



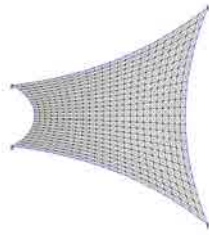
# Variación de Tensión por incremento de Dimensiones: Proporción Cuadrada - Tensiones mínimas



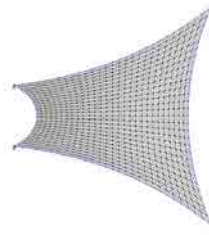
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Min



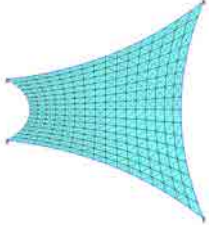
Paraboloide\_10 x 10 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Min



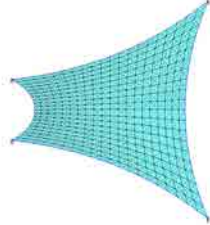
Paraboloide\_12 x 12 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Min



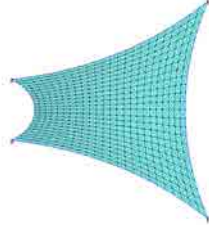
Paraboloide\_14 x 14 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Min



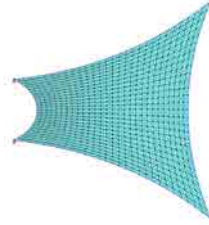
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



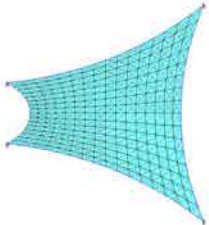
Paraboloide\_10 x 10 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



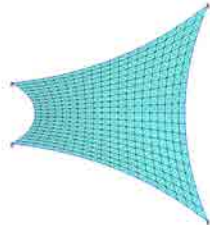
Paraboloide\_12 x 12 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



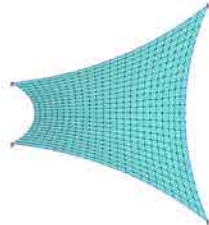
Paraboloide\_14 x 14 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



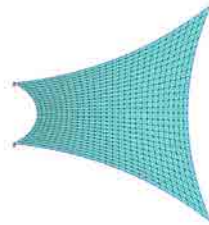
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Min



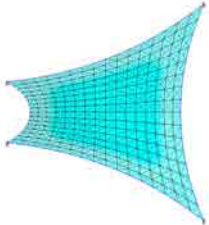
Paraboloide\_10 x 10 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Min



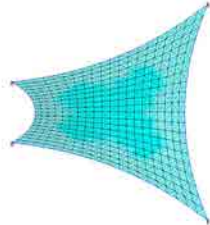
Paraboloide\_12 x 12 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Min



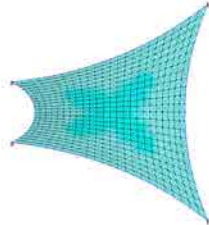
Paraboloide\_14 x 14 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Min



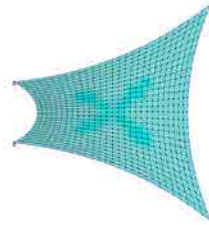
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



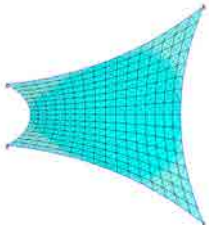
Paraboloide\_10 x 10 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



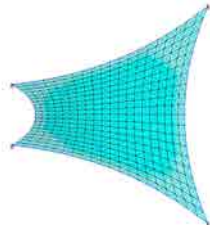
Paraboloide\_12 x 12 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



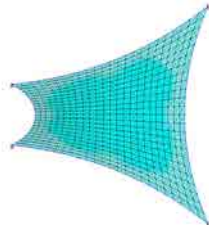
Paraboloide\_14 x 14 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



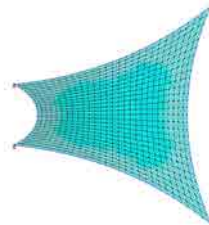
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Min



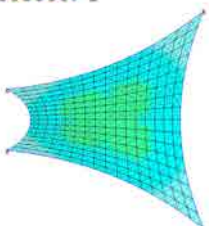
Paraboloide\_10 x 10 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Min



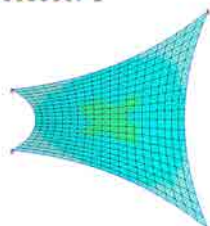
Paraboloide\_12 x 12 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Min



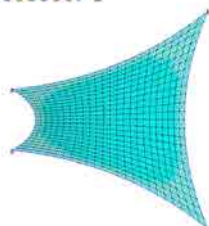
Paraboloide\_14 x 14 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Min



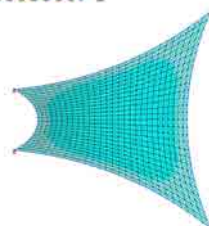
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Min



Paraboloide\_10 x 10 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Min



Paraboloide\_12 x 12 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Min



Paraboloide\_14 x 14 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Min

En una primera observación de la serie de gráficos se manifiesta como un incremento de tesado se traduce con un incremento tensional sin verse modificada su distribución en la superficie, de tal manera que un incremento de tesado únicamente produce un incremento del valor tensional, tanto en lo que se refiere a tensiones principales como secundarias.

Analizando lo sucedido con el incremento de dimensión se observa como la distribución tensional general al incrementar las dimensiones de la superficie se continúa manteniendo con los valores de las tensiones máximas en las esquinas y las tensiones mínimas en el centro. En referencia a las tensiones secundarias, se localizan los valores máximos en el centro, con un valor similar al de las tensiones principales mínimas, y los valores más bajos en las esquinas.

A nivel del valor de las tensiones se observa como en las principales los valores máximos se mantienen muy similares al incrementar la dimensión, pero los valores mínimos se ven disminuidos. En el caso de las tensiones mínimas el incremento de la dimensión produce un efecto global de reducción de las tensiones.

Para corroborar y cuantificar estas observaciones se realizan las gráficas con las correlaciones de datos de los modelos evaluados:

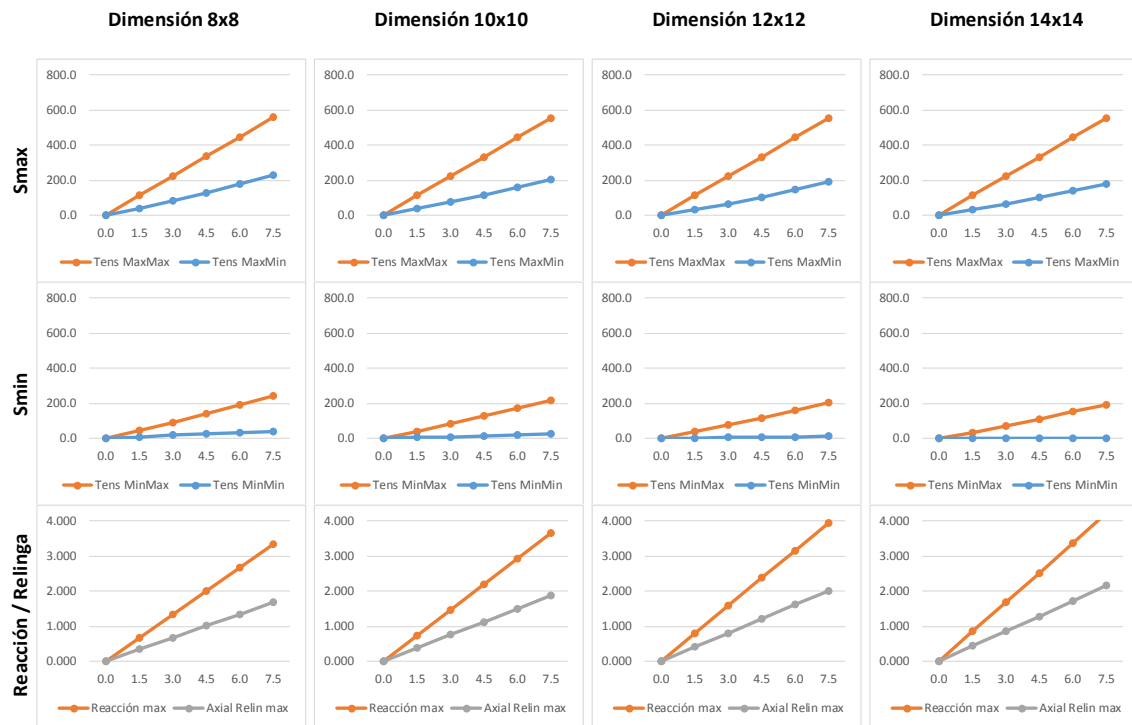


fig. 3-11 Gráficas con variación de dimensión en paraboloides cuadrados.

En las gráficas se han incorporado los datos correspondientes a los valores máximos y mínimos de las tensiones principales ( $S_{max}$  y  $S_{min}$ ) junto con la variación de los valores de las reacciones en los puntos de soporte y el valor axial de las relingas.

Con estas gráficas se pretende controlar los principales valores representativos ya que si se conoce la distribución tensional, al conocer los valores extremos de las tensiones y complementarlos con los valores de las reacciones y los axiles de las relingas perimetrales se podrá realizar una evaluación global completa del comportamiento de la superficie.

En referencia a los valores de las tensiones principales se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

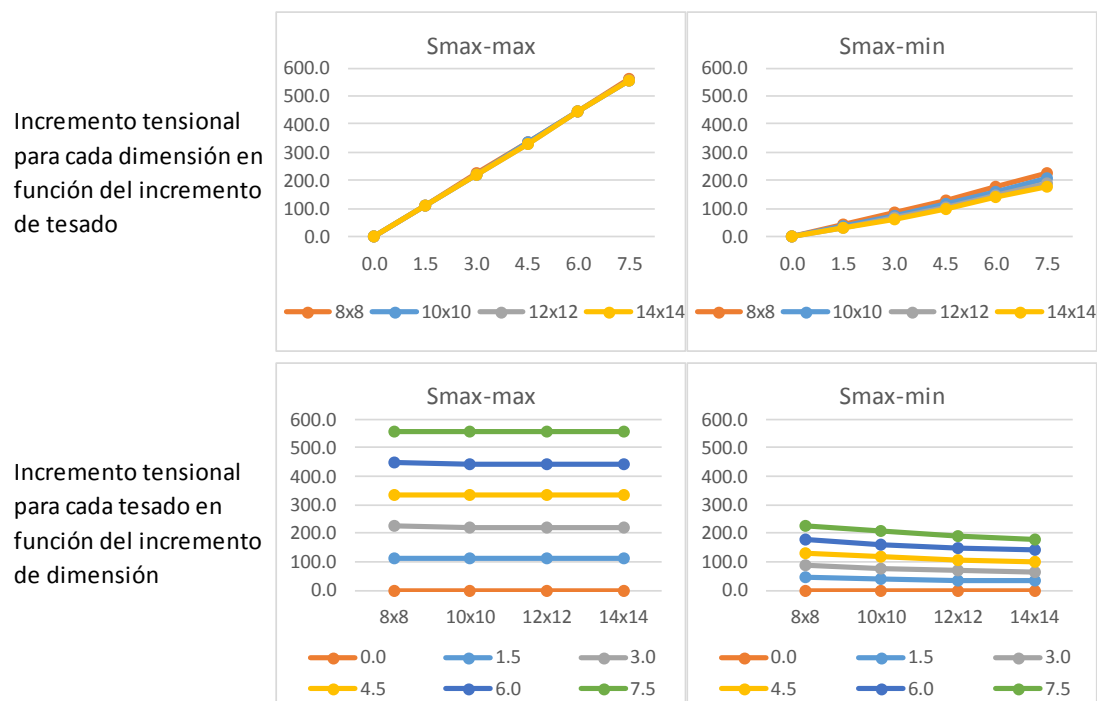


fig. 3-12 Gráficas tensiones principales con variación de incremento de dimensión en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

En estas gráficas se observa que en todos los modelos las tensiones principales máximas obtienen unos valores tensionales similares para cada nivel de tesado aplicado al variar la dimensión de la superficie, de tal manera que se puede determinar que el incremento dimensional no afecta al valor de las tensiones principales máximas, manteniéndose estas estables a medida aumenta la dimensión de la superficie.

Contrariamente las tensiones principales mínimas si se ven afectadas por la variación de las dimensiones de la geometría y se demuestra que un incremento de la superficie conlleva una disminución de la tensión mínima presente en la zona central de la superficie. En este caso concreto un aumento del 50% de la dimensión del borde conlleva una disminución en torno al 16% del valor de la tensión en el punto central. Con una tendencia a la estabilización a medida aumenta la superficie.

Comparando los valores de esta pérdida tensional se observa que también hay una variación del valor porcentual de pérdida, observado en un incremento de la dimensión del borde equivalente a un 50%. La variación de los valores disminuye a medida aumenta el tesado de la superficie pasando de valores cercanos al 18% con un tesado del 1.5% de la resistencia característica a valores inferiores al 16% para tesados elevados del 7.5%.

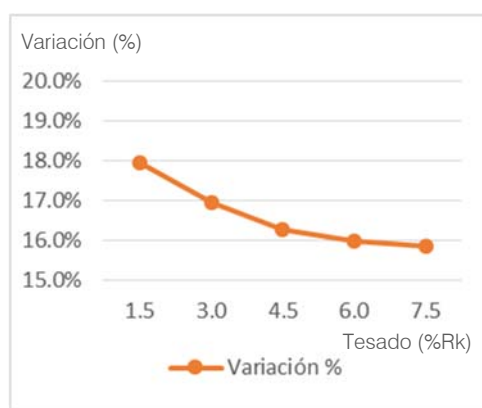


fig. 3-13 Gráfica de variación del porcentaje de disminución de la tensión principal mínima debido a un incremento de la superficie del 50% de la dimensión del borde.

Fuente: Elaboración propia.

Esta relación, más allá de los valores concretos, indica que la pérdida en el valor de la tensión principal mínima debida a un aumento de la dimensión de la superficie, manteniendo la proporción cuadrada, se reduce porcentualmente como más tensa esté la superficie, de tal manera que en superficies poco tensadas, incrementar la superficie supondrá una disminución porcentual de la tensión principal mínima mayor que en una superficie más tensada.

En referencia a los valores de las tensiones secundarias se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

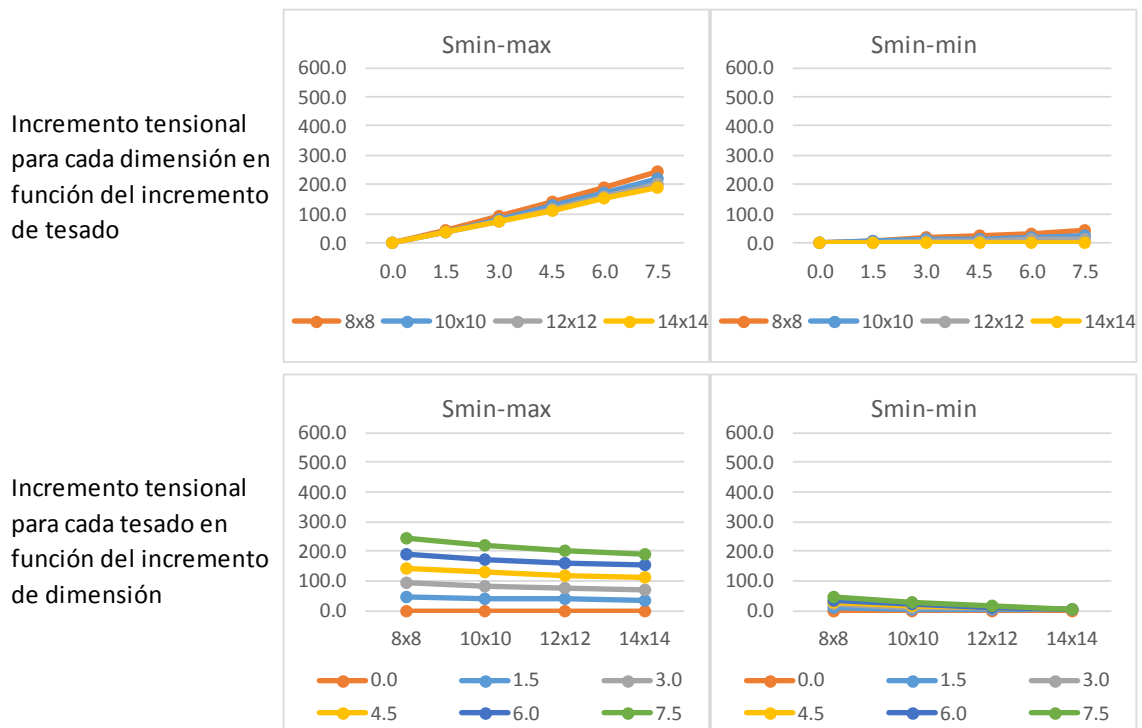


fig. 3-14 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de dimensión en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

Con estas gráficas se verifica que la tendencia de las tensiones secundarias presentes en los paraboloides cuadrados analizados es a disminuir su valor a medida aumentan las dimensiones de la superficie.

Concretamente en relación a las tensiones máximas presentes en la zona central de la superficie, al presentar unos valores muy similares a los de las tensiones principales mínimas, estas siguen exactamente su mismo comportamiento, presentando una disminución del valor de la tensión a medida aumenta la dimensión de la superficie.

En el caso de las tensiones secundarias mínimas el efecto de disminución de la tensión también se observa pero al partir de unos valores más bajos, en las superficies de mayores dimensiones, o con tesados bajos, casi se llega a la pérdida de tracción en la zona cercana a los puntos de soporte.



Analizadas las tensiones principales y secundarias, para poder evaluar el comportamiento tensional global de la superficie se pueden analizar las tensiones promedio las cuales, aun no pudiéndose asociar a una zona concreta de la superficie ofrecen un indicador del comportamiento tensional global de la superficie.

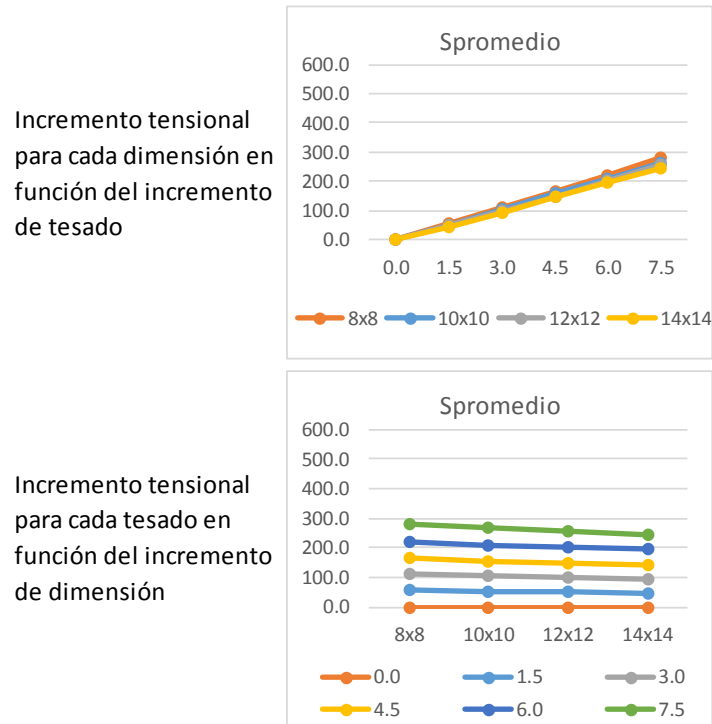


fig. 3-15 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de dimensión en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

Con el análisis de las tensiones promedio se verifica la tendencia a la disminución de la tensión a medida se incrementa la dimensión de la superficie observada anteriormente, pero en este caso la disminución es más lineal que en el caso de las tensiones del centro que presentaban una tendencia a la estabilización como mayor fuera la superficie.

Analizando el valor concreto de la tensión promedio obtenida con el valor de la tensión en la posición central de la superficie, que tiene un valor similar tanto en tensiones principales como secundarias, se destaca que el valor aun no siendo igual si que es similar, siendo el valor promedio de la superficie entre un 15 y un 30% superior, con los valores más similares en los modelos de menor dimensión.

En este caso el valor porcentual de la disminución de la tensión, por un incremento de la superficie de un 50% de la dimensión del borde, es más lineal y se centra en torno al valor del 10%, con un valor cercano al 11% para un tesado bajo del 1.5% de  $R_k$ , e inferior al 9.5 % para un tesado elevado del 7.5% de  $R_k$ .

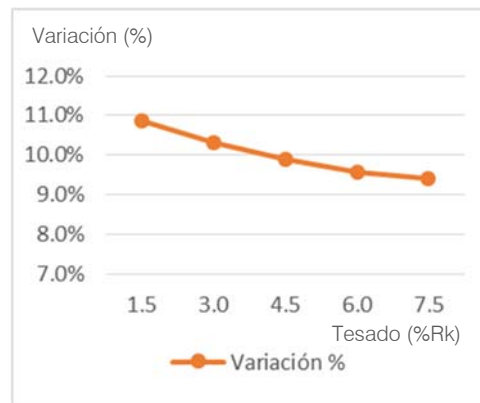


fig. 3-16 Gráfica de variación del porcentaje de disminución de la tensión promedio debido a un incremento de la superficie del 50% de la dimensión del borde.

Fuente: Elaboración propia.

Estas gráficas demuestran que el comportamiento global de la superficie aun no siendo igual al del valor de la posición central si que se asemejan suficientemente como para poder determinar que el comportamiento sucedido en la zona central sea un reflejo del comportamiento global, en relación a la variación de los valores tensionales dado que el comportamiento es similar y que el valor absoluto de la tensión en el punto central y el promedio de la globalidad de la superficie, son también parecidos en estos casos analizados con un paraboloide de planta cuadrada y variación dimensional.

Esta similitud entre el comportamiento del punto central con el promedio de toda la superficie permite atisbar como reaccionará globalmente un paraboloide de planta cuadrada únicamente analizando lo sucedido en el punto central ya que se pueden extrapolar los valores conociendo las diferencias entre la globalidad y el punto central.



Para finalizar el análisis de la variación del incremento de dimensión manteniendo la proporción cuadrada se analizará la variación de los valores obtenidos de reacción en los soportes y el axial de la relinga perimetral.

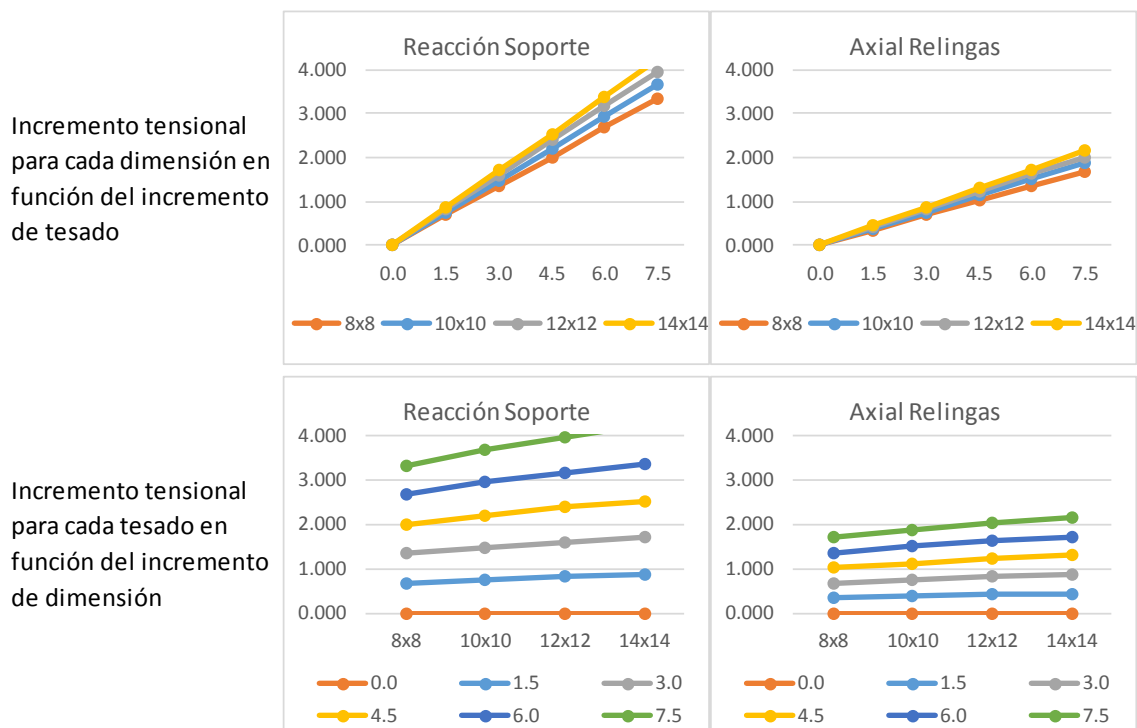


fig. 3-17 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de dimensión en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

En ambos casos lo primero que se observa es, como es lógico, un aumento de los valores al producirse un incremento del tesado de la superficie, y este incremento de los valores se produce de forma lineal.

Pero contrariamente a lo sucedido en los estados tensionales, se detecta que un incremento de dimensión de la superficie implica un incremento en la magnitud tanto del valor del axial de las relingas como de las reacciones de los soportes.

Si se analiza el crecimiento de los valores se observa que el porcentaje de crecimiento del valor se sitúa en torno al 20%, en ambos casos, con un crecimiento de la dimensión del borde del 50%, pero que tienden a estabilizarse con el aumento de la dimensión de la superficie

Realizando la gráfica de variación de los porcentajes se detecta que los valores proporcionales no son iguales en los dos valores analizados, pero tienen un comportamiento de crecimiento similar siguiendo curvas paralelas entre sí con un desfase del 5% siendo superior el valor del porcentaje obtenido del axial de la relinga.

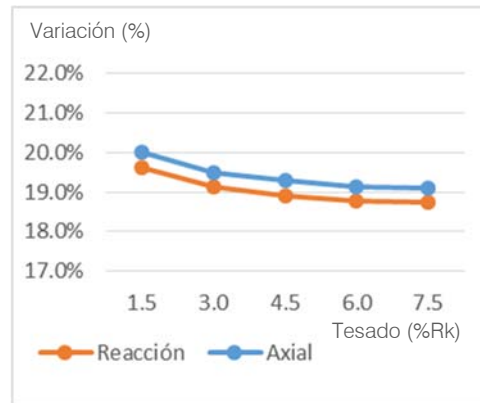


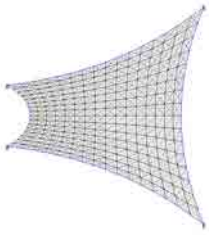
fig. 3-18 Gráfica de variación del porcentaje de incremento de la reacción en los soportes y axial de la relinga debido a un incremento de la superficie del 50% de la dimensión del borde.

Fuente: Elaboración propia.

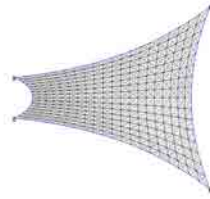
Los valores porcentuales obtenidos para el caso de la reacción en los soportes han sido superiores al 19.5%, para un tesado bajo del 1.5% Rk, mientras para el axial de la relinga el porcentaje es del 20%. Y para los modelos con un tesado superior, del 7.5% Rk, los porcentajes obtenidos son cercanos al 18.5% para las reacciones y del 19% para los axiales de las relingas perimetrales.

Una vez analizado el paraboloide de planta cuadrada se procede al análisis del paraboloide de planta rectangular.

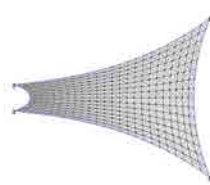
# Variación de Tensión por incremento de Dimensiones: Proporción Rectangular - Tensiones máximas



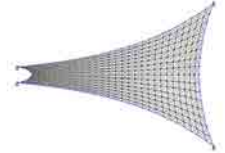
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Max



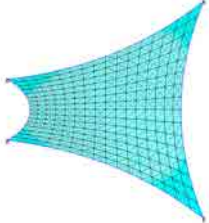
Paraboloide\_8 x 10 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Max



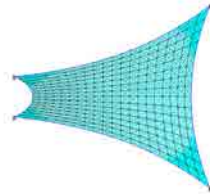
Paraboloide\_8 x 12 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Max



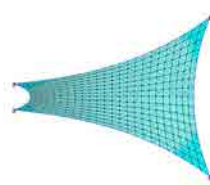
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Max



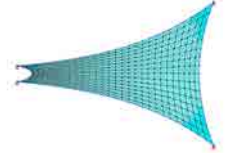
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Max



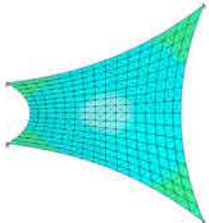
Paraboloide\_8 x 10 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Max



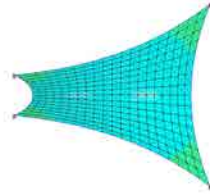
Paraboloide\_8 x 12 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Max



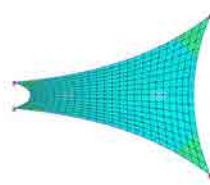
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Max



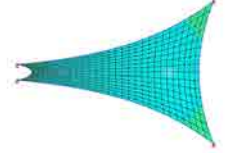
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Max



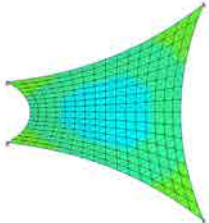
Paraboloide\_8 x 10 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Max



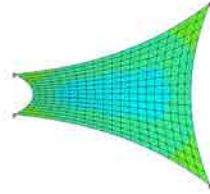
Paraboloide\_8 x 12 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Max



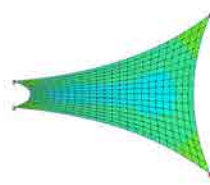
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Max



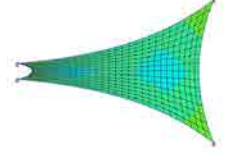
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Max



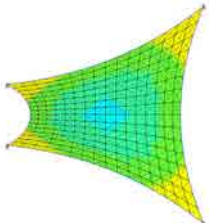
Paraboloide\_8 x 10 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Max



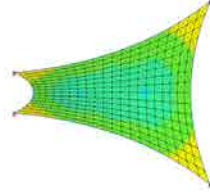
Paraboloide\_8 x 12 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Max



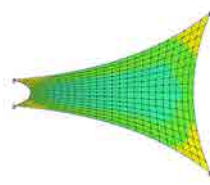
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Max



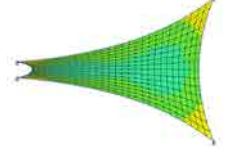
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Max



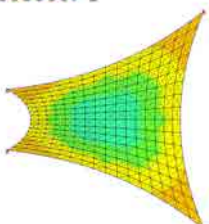
Paraboloide\_8 x 10 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Max



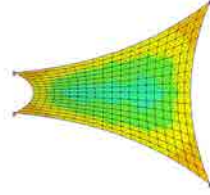
Paraboloide\_8 x 12 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Max



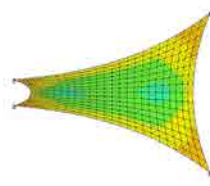
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Max



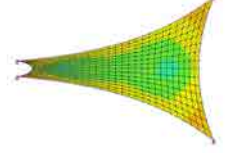
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Max



Paraboloide\_8 x 10 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Max

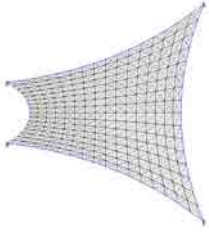


Paraboloide\_8 x 12 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Max

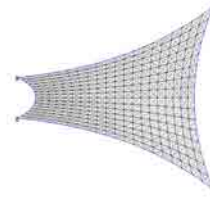


Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Max

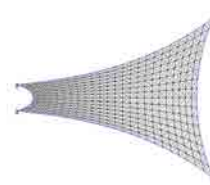
# Variación de Tensión por incremento de Dimensiones: Proporción Rectangular - Tensiones mínimas



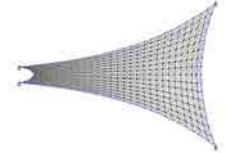
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Min



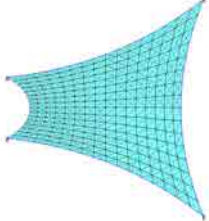
Paraboloide\_8 x 10 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Min



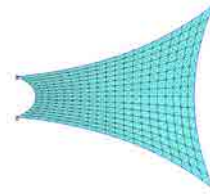
Paraboloide\_8 x 12 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Min



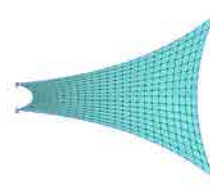
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Min



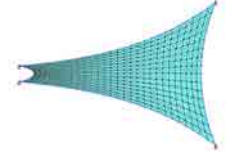
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



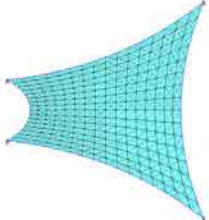
Paraboloide\_8 x 10 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



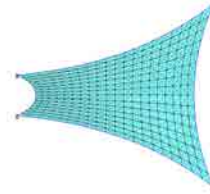
Paraboloide\_8 x 12 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



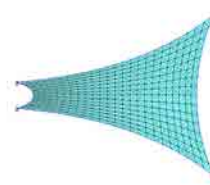
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



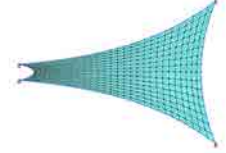
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Min



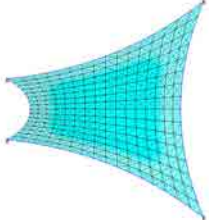
Paraboloide\_8 x 10 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Min



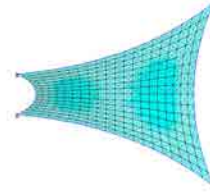
Paraboloide\_8 x 12 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Min



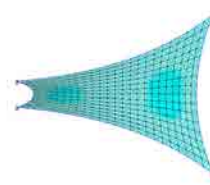
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Min



Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



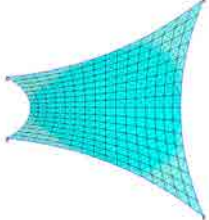
Paraboloide\_8 x 10 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



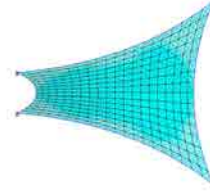
Paraboloide\_8 x 12 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



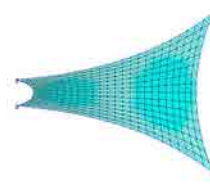
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



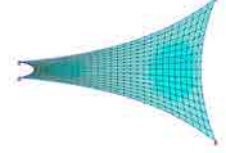
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Min



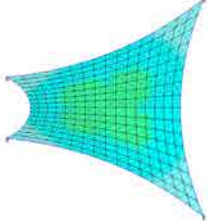
Paraboloide\_8 x 10 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Min



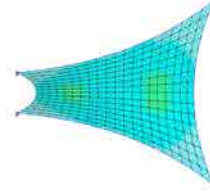
Paraboloide\_8 x 12 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Min



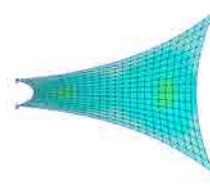
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Min



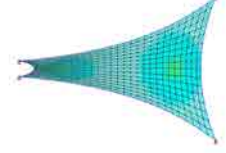
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Min



Paraboloide\_8 x 10 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Min



Paraboloide\_8 x 12 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Min



Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Min

En el caso de paraboloides rectangulares también se cumple la característica de que el incremento tensional, para una misma geometría, únicamente produce un incremento del valor tensional, tanto en lo que se refiere a tensiones principales como secundarias, sin verse modificada su distribución en la superficie presentando los dos centros de tensiones como puntos de menor tensión principal y mayor tensión secundaria.

Si se analiza lo sucedido con el incremento de dimensión, sin mantener la proporción cuadrada, se observa como la distribución tensional general al incrementar las dimensiones de la superficie varía pasando de tener un centro de tensiones en el centro geométrico de la superficie de planta cuadrada a tener dos centros que se van separando a medida la superficie es más rectangular.

A diferencia de la posición de los centros de tensiones, el resto de características de distribución tensional se mantiene constante al variar la proporción presentando los valores de las tensiones principales máximas en las esquinas y las tensiones mínimas en los centros. En referencia a las tensiones secundarias el valor máximo se sitúa en los centros y también presenta un valor similar al de las tensiones principales mínimas, y el valor más bajo de las tensiones secundarias se sitúa en las esquinas.

A nivel del valor de las tensiones se observa como en las tensiones principales los valores máximos se mantienen muy similares al incrementar la dimensión, pero los valores mínimos se ven disminuidos, de modo similar a como sucedía en la variación de dimensión manteniendo la proporción cuadrada.

En el caso de las tensiones mínimas el incremento de la dimensión variando la proporción de la superficie, también produce un efecto global de reducción de las tensiones.

Para corroborar y cuantificar estas observaciones se establecen las gráficas con las correlaciones de datos de los modelos evaluados incorporando en ellas los valores de las tensiones principales, secundarias y los valores de las reacciones y axiales de las relingas perimetrales:

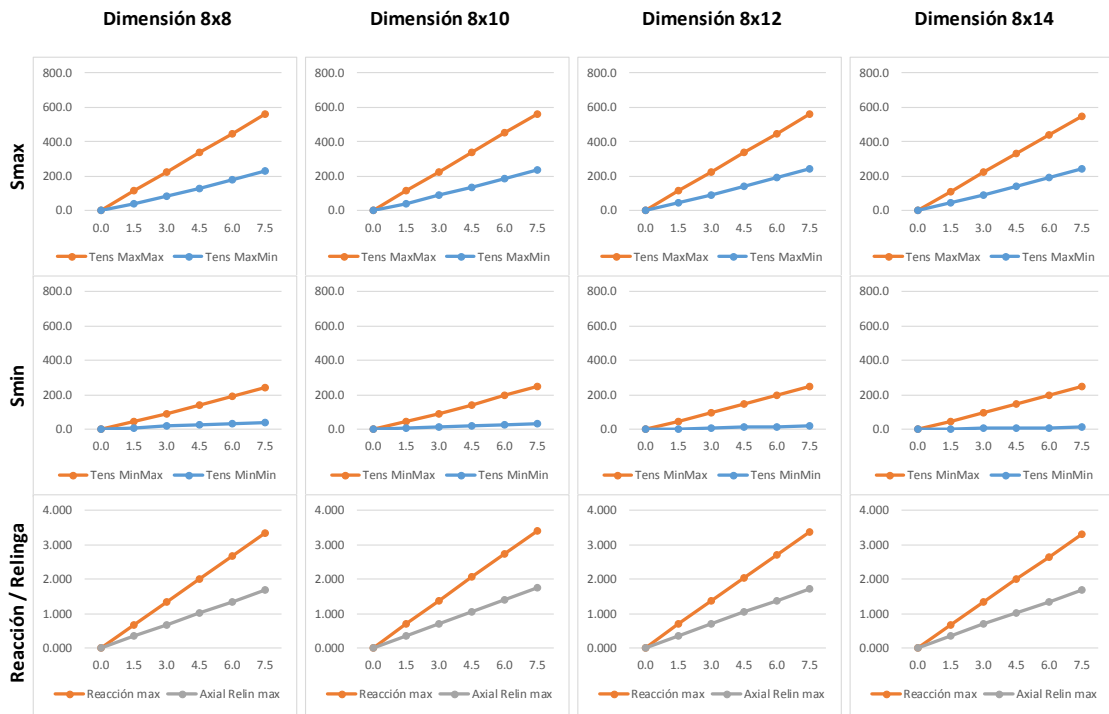


fig. 3-19 Gráficas con variación de dimensión en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

En una primera inspección de las gráficas se observa como el comportamiento global del incremento de dimensiones modificando la proporción de la superficie en planta, pasando de una proporción cuadrada a una rectangular, es muy parecida a la obtenida por el incremento dimensional manteniendo la proporción cuadrada.

Para descifrar las diferencias existentes al incrementar la superficie variando la proporción, se analizaran cada una de las gráficas con más profundidad e independientemente del resto de valores.

En referencia a los valores de las tensiones principales se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

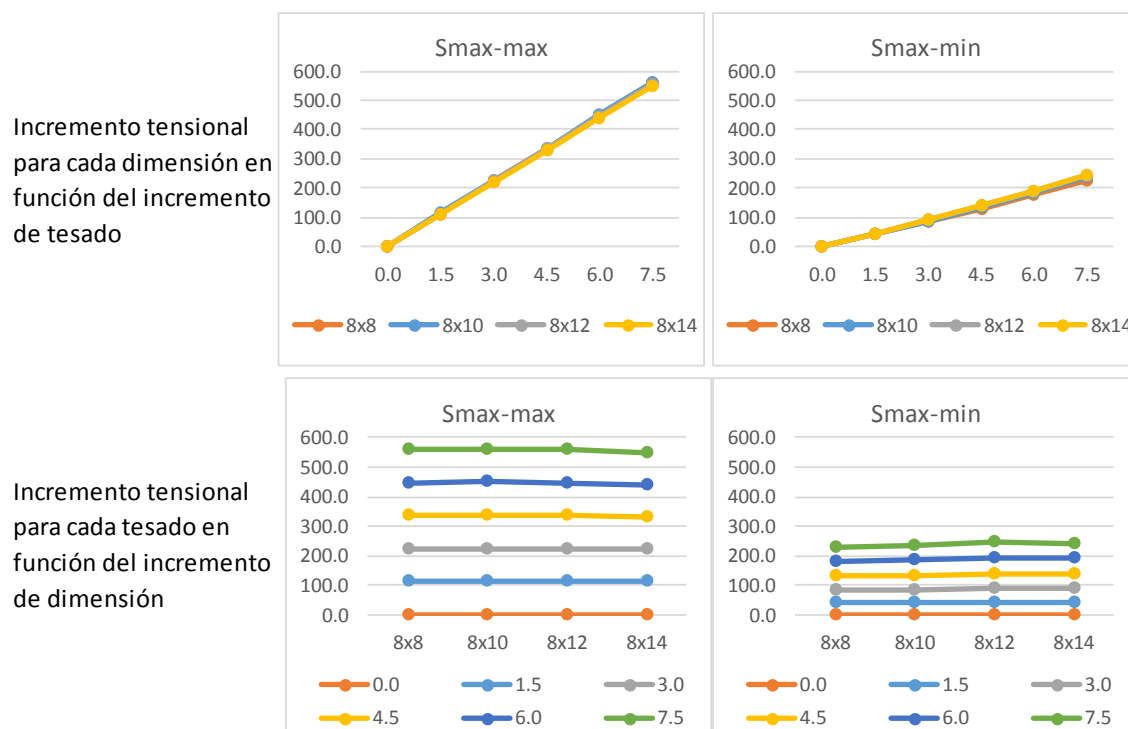


fig. 3-20 Gráficas tensiones principales con variación de incremento de dimensión en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

Con estas gráficas se demuestra que un incremento de dimensión unidireccional de la superficie no produce variaciones significativas del tesado en las tensiones principales, ya que se obtienen unos valores tensionales similares para cada nivel de tesado aplicado al variar la dimensión de la superficie, de tal manera que se puede determinar que el incremento dimensional en una sola dirección no afecta al valor de las tensiones principales máximas ni mínimas, manteniéndose estables a medida aumenta la dimensión de la superficie.

Analizando con mayor detalle los valores se observa como en el caso de las tensiones principales máximas estas tienen una cierta tendencia a disminuir su valor con el incremento de dimensión, con un valor porcentual muy bajo, inferior al 0.5%, con un incremento de dimensión del borde largo del 50%, concretamente los porcentajes detectados son de 0.1% para tesados bajos del 1.5 Rk y del 0.4% para tesados elevados del 7.5% Rk, siempre considerando un incremento de dimensión del 50% del borde largo.



Contrariamente los valores mínimos de las tensiones principales, localizados en los centros de tensiones, presentan una tendencia a incrementar al aumentar la dimensión de la superficie con unos valores porcentuales de incremento que tienden a estabilizarse, manteniendo un valor de incremento porcentual en torno al 4%, con un aumento de dimensión del borde largo del 50%.

Concretamente los porcentajes detectados son de 0.9% para tesados bajos del 1.5 Rk y del 4 % para tesados medios y elevados a partir del 4.5% Rk, siempre considerando un incremento de dimensión del 50% del borde largo.

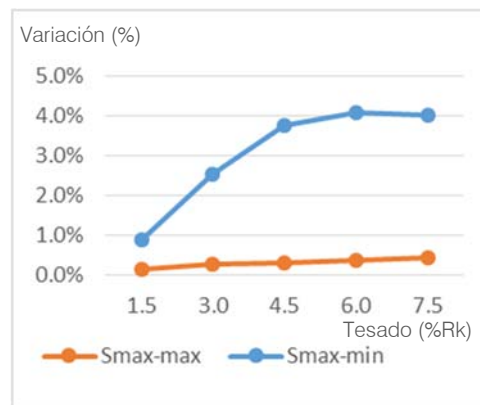


fig. 3-21 Gráfica de variación del porcentaje de aumento de la tensión principal mínima debida a un incremento de la superficie del 50% de la dimensión en una longitud.

Fuente: Elaboración propia

Comparando estos valores obtenidos con el crecimiento de la superficie en una sola dirección con los obtenidos con el crecimiento en las dos dimensiones, se demuestra que la variación de las tensiones máximas es muy similar en ambos casos con una leve disminución del valor a medida se incrementa la dimensión.

Pero existe una gran diferencia entre las tensiones presentes en el centro de tensiones, ya que en el caso de incremento de superficie de planta cuadrada las tensiones disminuían con un valor porcentual en torno al 16%, mientras que con un incremento en una sola dirección los valores no disminuyen sino aumentan con un valor porcentual cercano al 4%.



En referencia a los valores de las tensiones secundarias se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

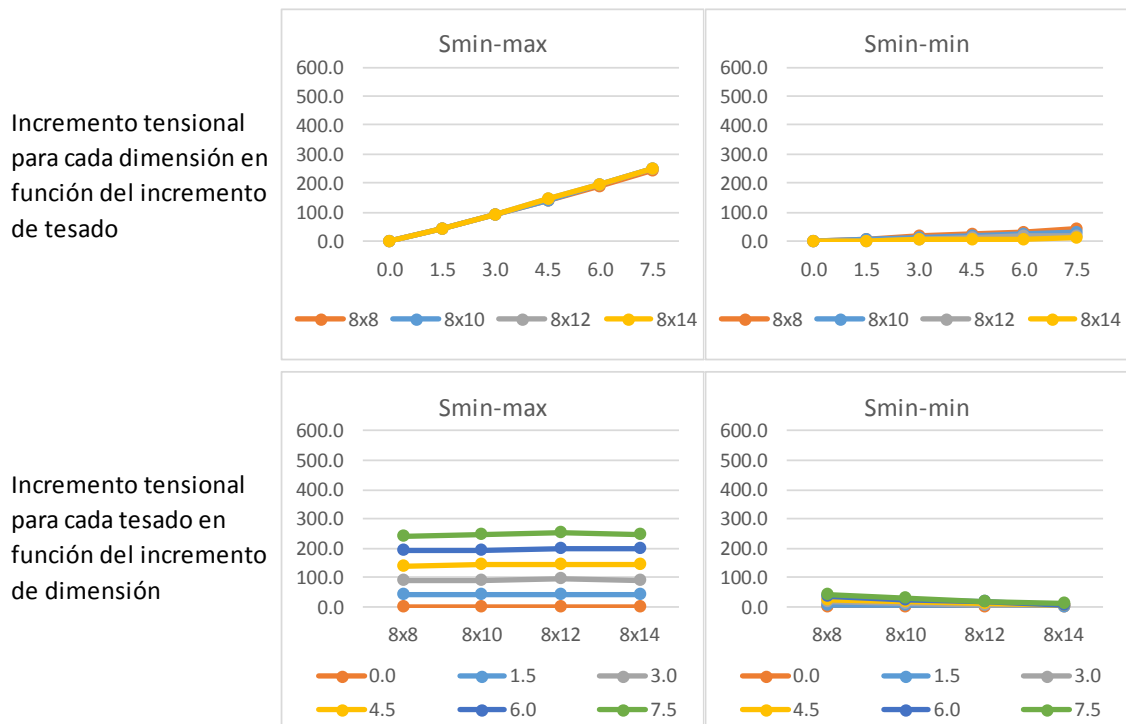


fig. 3-22 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de dimensión en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

En estas gráficas se verifica que la tendencia de las tensiones secundarias presentes en los paraboloides de planta rectangular analizados es a mantenerse estable con una ligera tendencia a aumentar su valor a medida aumentan las dimensiones de la superficie.

En el caso de las tensiones secundarias mínimas se observa el efecto de disminución de la tensión pero al partir de unos valores más bajos, en las superficies de mayores dimensiones, o con tesados bajos, casi se llega a la pérdida de tracción en la zona cercana a los puntos de soporte.

Analizadas las tensiones principales y secundarias, para poder evaluar el comportamiento tensional global de la superficie se pueden analizar las tensiones promedio las cuales, aun no pudiéndose asociar a una zona concreta de la superficie, ofrecen un indicador de su comportamiento tensional global.

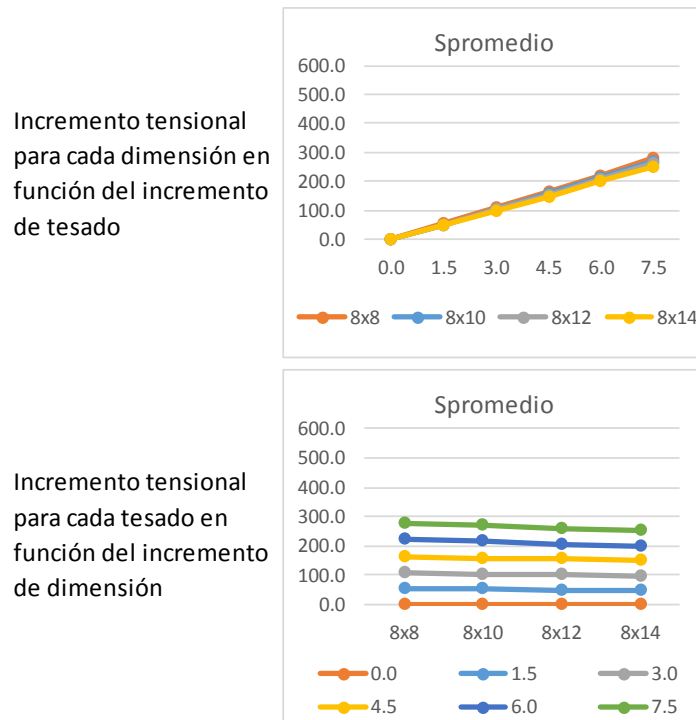


fig. 3-23 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de dimensión en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

Con el análisis de las tensiones promedio se observa la tendencia a la disminución de la tensión promedio a medida se incrementa la dimensión de la superficie, a diferencia de lo que sucedía en la tensión de la zona del centro de tensiones que la tensión tendía a aumentar.

Analizando el valor concreto de la tensión promedio obtenida con el valor de la tensión en la posición central de la superficie, que tiene un valor similar tanto en tensiones principales como secundarias, se destaca que el valor aun no siendo igual si que es similar, siendo el valor promedio de la superficie entre un 2 y un 15% superior, mostrando los valores más similares en los modelos con una proporción más rectangular.

En este caso el valor porcentual de la disminución de la tensión por un incremento de la superficie de un 50% de la dimensión del borde se centra en torno al valor del 7%, con un valor ligeramente superior para un tesado bajo del 1.5%  $R_k$ , e inferior para un tesado medio y elevado del 7.5%  $R_k$ .

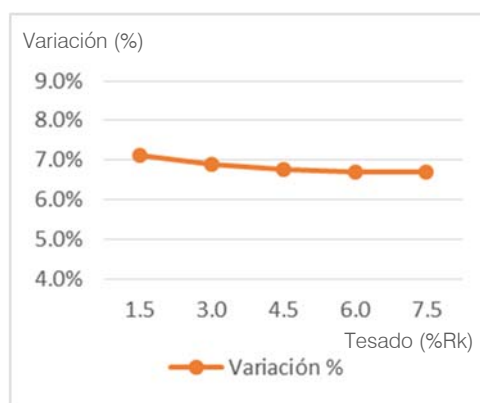


fig. 3-24 Gráfica de variación del porcentaje de disminución de la tensión promedio debida a un incremento de la superficie del 50% de la dimensión en una longitud.

Fuente: Elaboración propia.

Estas gráficas demuestran que el valor tensional global de la superficie aun no siendo igual al del valor de la posición central si que se asemeja suficientemente como poder determinar que el valor obtenido en la zona central sea un reflejo del global, aunque la variación de la tensión global tenga tendencia a disminuir al incrementar la superficie del paraboloide, mientras el del centro tenga tendencia a aumentar. Los valores porcentuales de la variación son suficientemente bajos como para que los valores absolutos no sean demasiado dispares.

Esta similitud entre los valores del punto central con el del promedio de toda la superficie permite predeterminar como reaccionará globalmente un paraboloide de planta rectangular únicamente analizando lo sucedido en los puntos centrales ya que se pueden extrapolar los valores conociendo las diferencias entre la globalidad y estos puntos de tensiones centrales.

Para finalizar el análisis de la variación del incremento de dimensión unidireccional se analizará la variación de los valores obtenidos de reacción en los soportes y el axial detectado en la relinga perimetral:

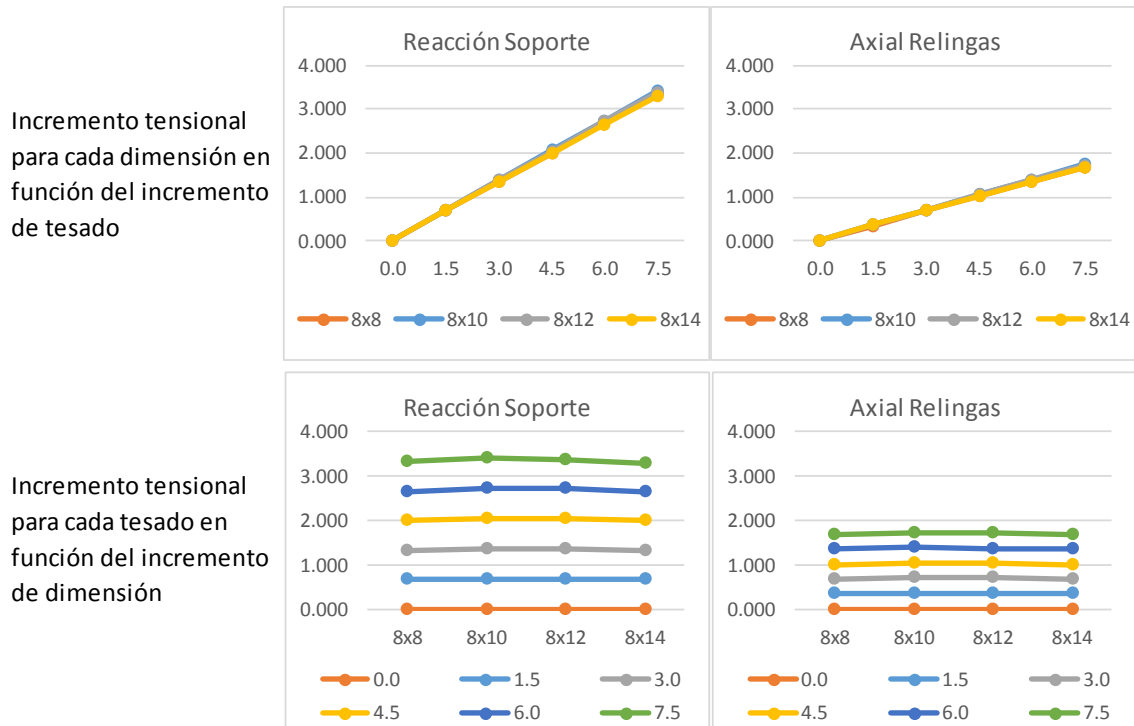


fig. 3-25 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de dimensión en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

En ambos casos lo primero que se observa es un aumento de los valores al producirse un incremento del tesado de la superficie, el cual se produce de forma lineal.

Pero contrariamente a lo sucedido en el caso con variación de dimensión manteniendo la proporción cuadrada, no se detecta que un incremento de dimensión de la superficie implique un incremento en la magnitud tanto del valor del axial de las relingas como de las reacciones de los soportes manteniéndose estas estables incluso con una tendencia a disminuir.

Si se analiza la disminución de los valores se observa que el porcentaje de disminución del valor se sitúa por debajo del 5% en ambos casos, con un crecimiento de la dimensión del borde del 50%, pero que tienden a estabilizarse con el aumento de la dimensión de la superficie.

Realizando la gráfica de variación de los porcentajes se detecta que los valores proporcionales no son iguales en los dos valores analizados, pero que tienen un comportamiento de crecimiento similar siendo más acusada en el axial de las relingas, pero confluyendo los valores cercanos al 2%.

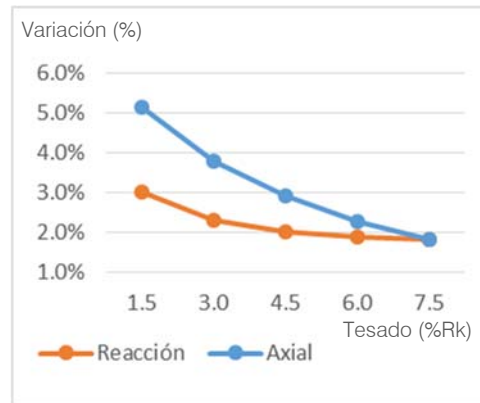


fig. 3-26 Gráfica de variación del porcentaje de incremento de la reacción en los soportes y axial de la relinga debido a un incremento de la superficie de la superficie del 50% de la dimensión en una longitud.

Fuente: Elaboración propia.

Los valores porcentuales obtenidos para el caso de la reacción en los soportes han sido del 3% para un tesado bajo del 1.5% Rk, mientras para el axial de la relinga el porcentaje es del 5%. Y para los modelos con un tesado superior, del 7.5% Rk, los porcentajes obtenidos son del 2% tanto para las reacciones como para las relingas perimetrales.

Si se comparan estos valores de la variación con los obtenidos en la variación de la superficie manteniendo la proporción cuadrada, se demuestra que las variaciones en la reacción en los soportes y el axial en la relinga obtenidas únicamente aumentando una sola dirección es baja, ya que su valor de disminución se sitúa por debajo del 5%, mientras en el caso de la variaciones manteniendo la proporción cuadrada los valores de desviación se situaban en torno al 20%.

Analizando la evolución de los valores se sugiere que el valor tensional al que estará sometido una superficie parabólica, a nivel geométrico, estará en mayor medida en función de su dimensión menor, mientras que la distribución concreta de las tensiones estará en función de la dimensión mayor, localizando los centros de tensiones en una posición cercana a la intersección de las bisectrices de los ángulos de los soportes, pero desplazada hacia el borde menor en función de la rigidez del mismo.

Con la variación de la dimensión, manteniendo la proporción, se obtenían variaciones tensionales superiores a las obtenidas con la variación en una sola dimensión, especialmente en los valores alcanzados en las zonas de los centros de tensiones.

Igualmente a nivel de valores de reacción se puede considerar que una variación en una sola dirección no conlleva una variación significativa del valor, pero contrariamente un aumento de dimensión en las dos direcciones si que presenta un claro aumento del valor.



### 3.3.2. Comparativa curvatura laminar

La siguiente comparación particular a realizar corresponde al análisis de la distribución tensional del pretesado mediante la variación de la curvatura general del paraboloide, dejando el resto de variables geométricas fijadas, para poder observar como se ve afectada la superficie únicamente por la variación de la curvatura general.

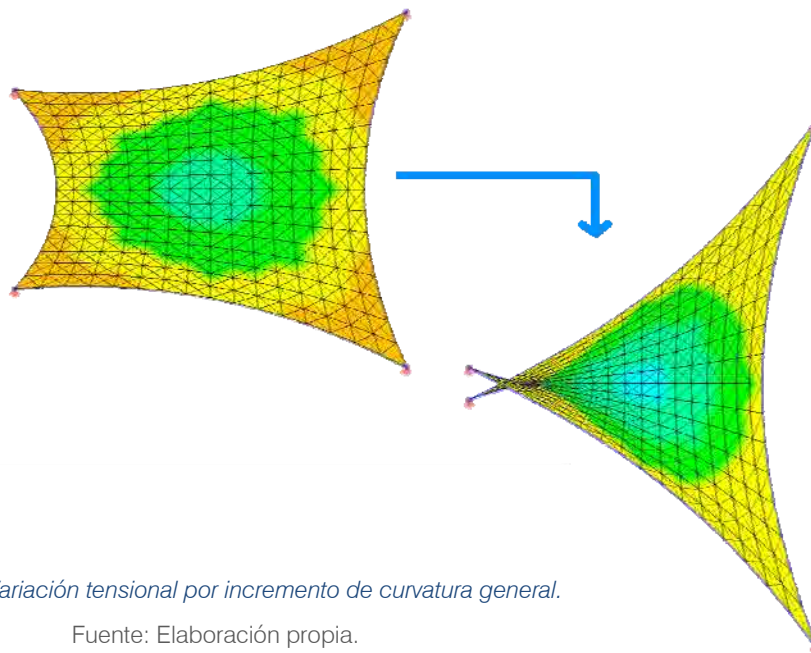


fig. 3-27 Variación tensional por incremento de curvatura general.

Fuente: Elaboración propia.

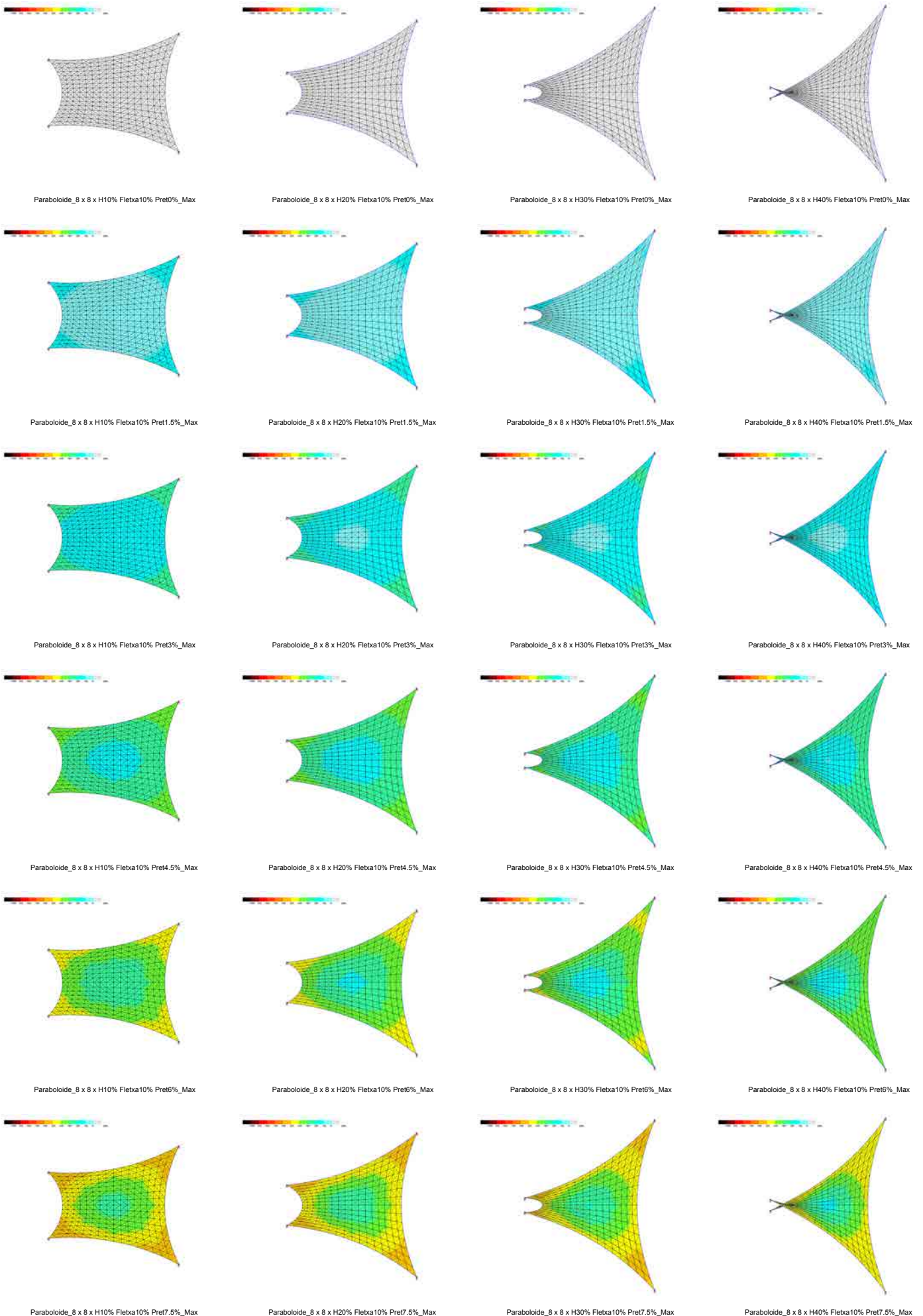
En un primer análisis se analiza lo sucedido en un paraboloide de planta cuadrada y en el segundo en uno de planta rectangular, ya que como se ha determinado anteriormente la distribución tensional varía con las proporciones de la superficie que conforma el paraboloide.

Concretamente las variaciones analizadas de la geometría se realizan sobre un paraboloide cuadrado de 8x8m y uno rectangular de 8x14m que presentan una curvatura de borde del 10% con una relinga en el borde del perímetro, sobre el cual se realiza la variación de la curvatura general y se incrementará el tesado aplicado hasta un máximo de 7.5% de la resistencia característica del material que conforma la superficie laminar.

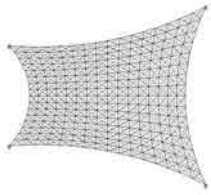
Las curvaturas analizadas son la del 10%, 20%, 30% y 40%.



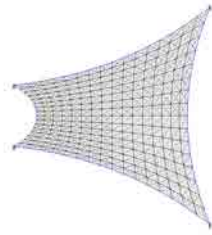
# Variación de Tensión por incremento de Curvatura General: Proporción Cuadrada - Tensiones máximas



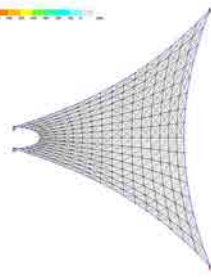
# Variación de Tensión por incremento de Curvatura General: Proporción Cuadrada - Tensiones mínimas



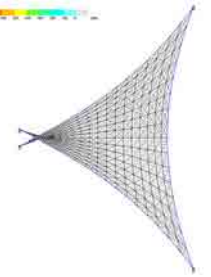
Paraboloid\_8 x 8 x H10% Fletxa10% Pret0%\_Min



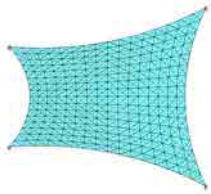
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Min



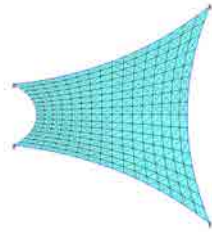
Paraboloid\_8 x 8 x H30% Fletxa10% Pret0%\_Min



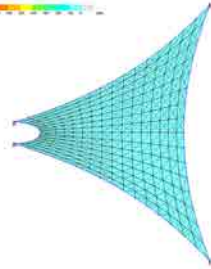
Paraboloid\_8 x 8 x H40% Fletxa10% Pret0%\_Min



Paraboloid\_8 x 8 x H10% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



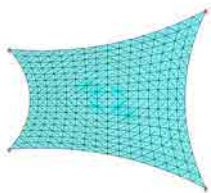
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



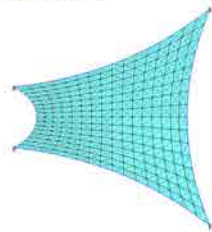
Paraboloid\_8 x 8 x H30% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



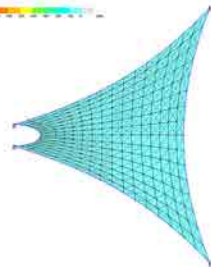
Paraboloid\_8 x 8 x H40% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



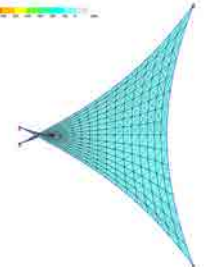
Paraboloid\_8 x 8 x H10% Fletxa10% Pret3%\_Min



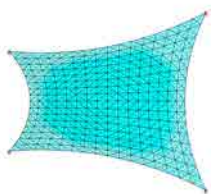
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Min



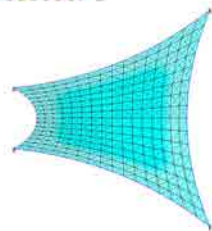
Paraboloid\_8 x 8 x H30% Fletxa10% Pret3%\_Min



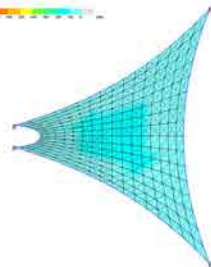
Paraboloid\_8 x 8 x H40% Fletxa10% Pret3%\_Min



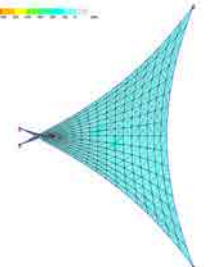
Paraboloid\_8 x 8 x H10% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



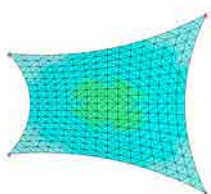
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



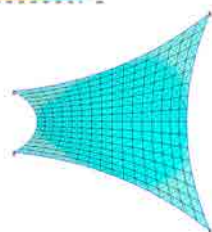
Paraboloid\_8 x 8 x H30% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



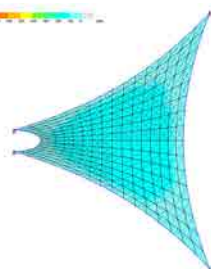
Paraboloid\_8 x 8 x H40% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



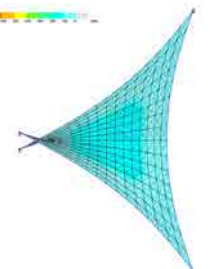
Paraboloid\_8 x 8 x H10% Fletxa10% Pret6%\_Min



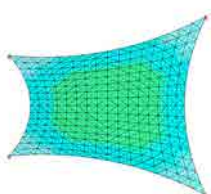
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Min



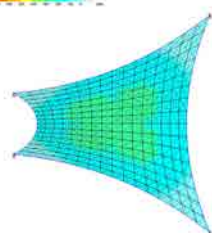
Paraboloid\_8 x 8 x H30% Fletxa10% Pret6%\_Min



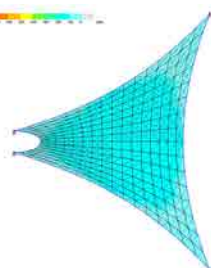
Paraboloid\_8 x 8 x H40% Fletxa10% Pret6%\_Min



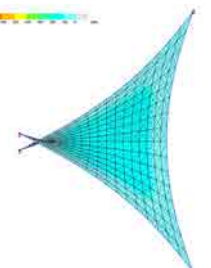
Paraboloid\_8 x 8 x H10% Fletxa10% Pret7.5%\_Min



Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Min



Paraboloid\_8 x 8 x H30% Fletxa10% Pret7.5%\_Min



Paraboloid\_8 x 8 x H40% Fletxa10% Pret7.5%\_Min

En una primera observación de la serie de gráficos se manifiesta como un incremento de tesado, se traduce con un incremento tensional sin verse modificada su distribución en la superficie, de tal manera que un incremento de tesado únicamente produce un incremento del valor tensional, tanto en lo que se refiere a tensiones principales como secundarias.

Analizando lo sucedido con el incremento de curvatura general se observa como la distribución tensional general al incrementar la curvatura de la superficie se continúa manteniendo con los valores de las tensiones máximas en las esquinas y las tensiones mínimas en el centro. En referencia a las tensiones secundarias, se localizan los valores máximos en el centro, con un valor similar al de las tensiones principales mínimas, y los valores más bajos en las esquinas.

A nivel del valor de las tensiones se observa como en las tensiones principales los valores tanto los máximos como los mínimos se ven disminuidos al incrementarse la curvatura general. En el caso de las tensiones mínimas el incremento de la curvatura general también produce un efecto global de reducción de las tensiones.

Para corroborar y cuantificar estas observaciones se establecen las gráficas con las correlaciones de datos de los modelos evaluados:

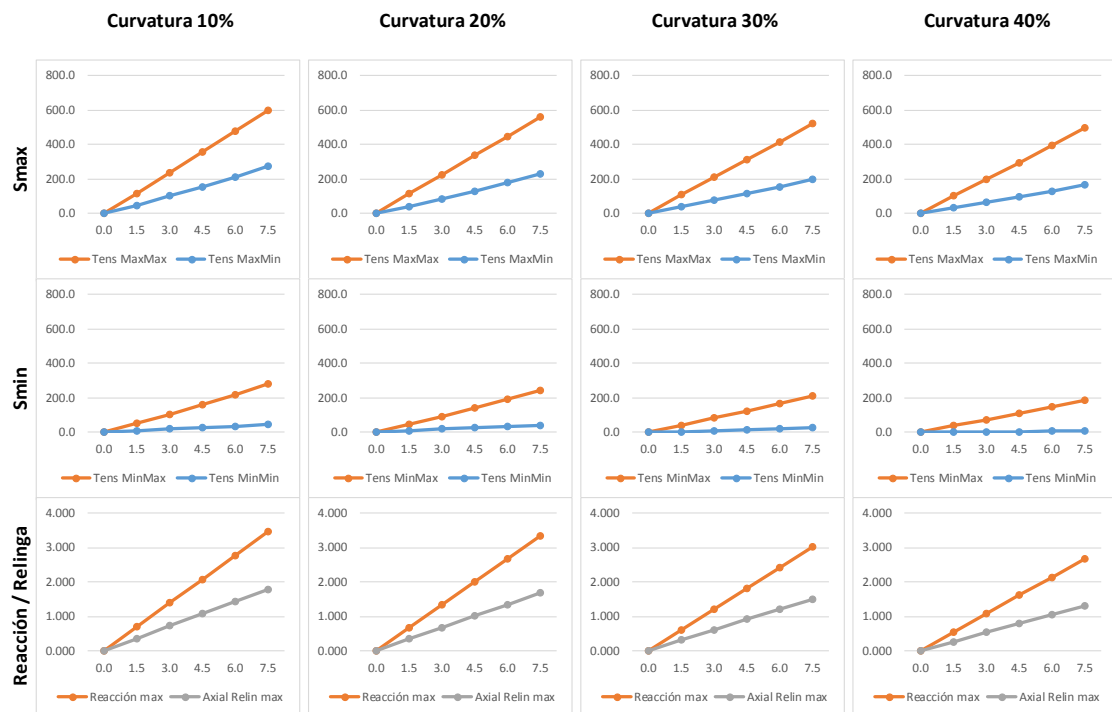


fig. 3-28 Gráficas con variación de curvatura general en paraboloides cuadrados.

En las gráficas se han incorporado los datos correspondientes a los valores de las tensiones máximas y mínimas de las tensiones principales ( $S_{max}$ ) y secundarias ( $S_{min}$ ) junto con la variación de los valores de las reacciones en los puntos de soporte y el valor axial de las relingas.

Con estas gráficas se pretende controlar los principales valores representativos ya que conocida la distribución tensional, al conocer los valores extremos de las tensiones y complementarlos con los valores de las reacciones y los axiles de las relingas perimetrales, se podrá realizar una evaluación global completa de la superficie.

En referencia a los valores de las tensiones principales se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

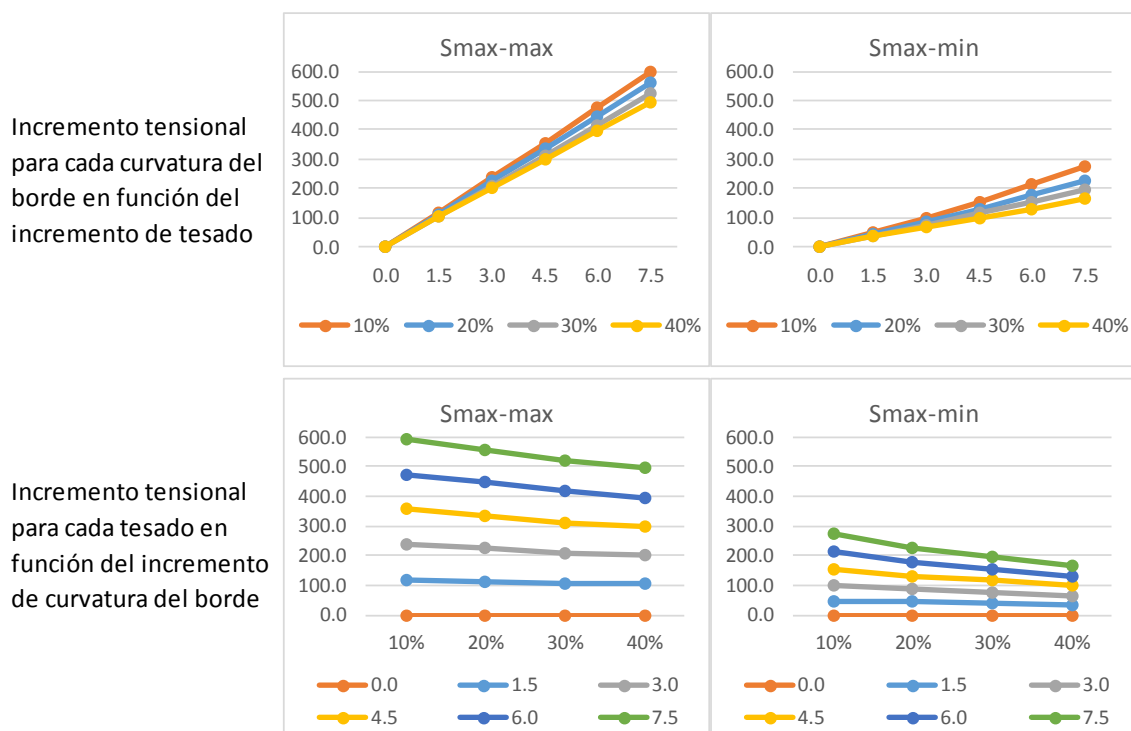


fig. 3-29 Gráficas tensiones principales con variación de incremento de curvatura general en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

Donde se observa que los valores de las tensiones principales, tanto máximas como mínimas, disminuyen a medida se aumenta la curvatura global de la superficie, de tal manera que se puede determinar que el incremento de la curvatura general afecta directamente al valor de las tensiones principales, produciendo un efecto de disminución tensional a medida aumenta la curvatura de la superficie.

Comparando los valores de esta pérdida tensional se observa que también hay una variación del valor porcentual de pérdida observado en un incremento de la curvatura general del 10%, pero la variación tensional no es igual en todos los valores tensionales de las tensiones principales, siendo más acusada en las tensiones principales mínimas.

Los valores de la variación porcentual obtenidos son del 4.5% para la tensión principal máxima mientras para la tensión mínima es del 9.5% para un tesado bajo del 1.5% Rk.

A medida aumenta el tesado la variación tensional se vuelve más constante alcanzando un valor de 6% para la tensión principal máxima y del 15% para la tensión principal mínima.

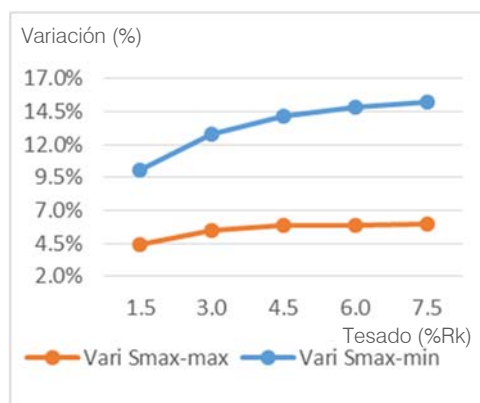


fig. 3-30 Gráfica de variación del porcentaje de disminución de la tensión principal debido a un incremento del 10% de la curvatura general.

Fuente: Elaboración propia

Esta variación de la relación entre valores implica que en superficies poco tesadas, incrementar la curvatura general supondrá una disminución porcentual de la tensión principal menor que en una superficie más tensada donde esa disminución tensional será más acusada.

En referencia a los valores de las tensiones secundarias se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

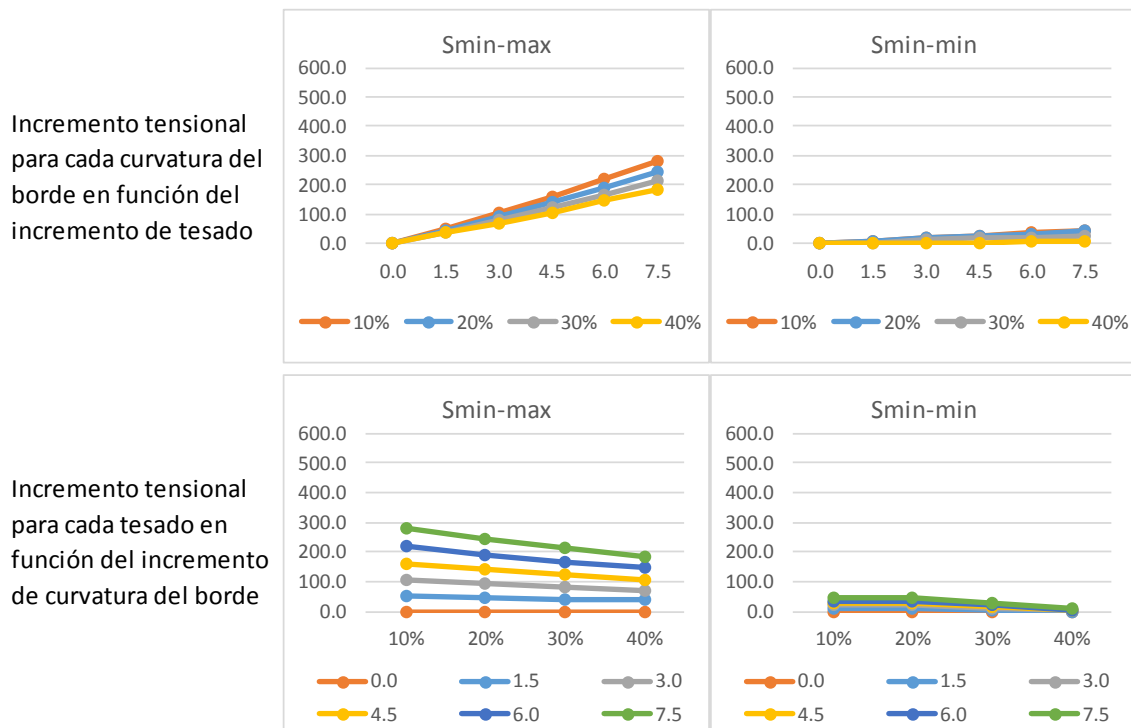


fig. 3-31 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de curvatura general en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

En estas gráficas se verifica que la tendencia de las tensiones secundarias presentes en los paraboloides cuadrados analizados es a disminuir su valor a medida aumenta la curvatura de la superficie.

Concretamente en relación a las tensiones secundarias máximas presentes en la zona de los centros de tensiones de la superficie, al presentar unos valores muy similares a los de las tensiones principales mínimas, siguen exactamente su mismo comportamiento, presentando una disminución del valor de la tensión a medida aumenta la curvatura general de la superficie.

En el caso de las tensiones secundarias mínimas el efecto de disminución de la tensión también se observa, pero al partir de unos valores más bajos, en las superficies de mayores dimensiones, o con tesados bajos, casi se llega a la pérdida de tracción en la zona cercana a los puntos de soporte.



Una vez efectuado el análisis de las tensiones principales y secundarias, para poder evaluar el comportamiento tensional global de la superficie se pueden analizar las tensiones promedio las cuales, aun no pudiéndose asociar a una zona concreta de la superficie, ofrecen un indicador del comportamiento tensional global de la superficie.

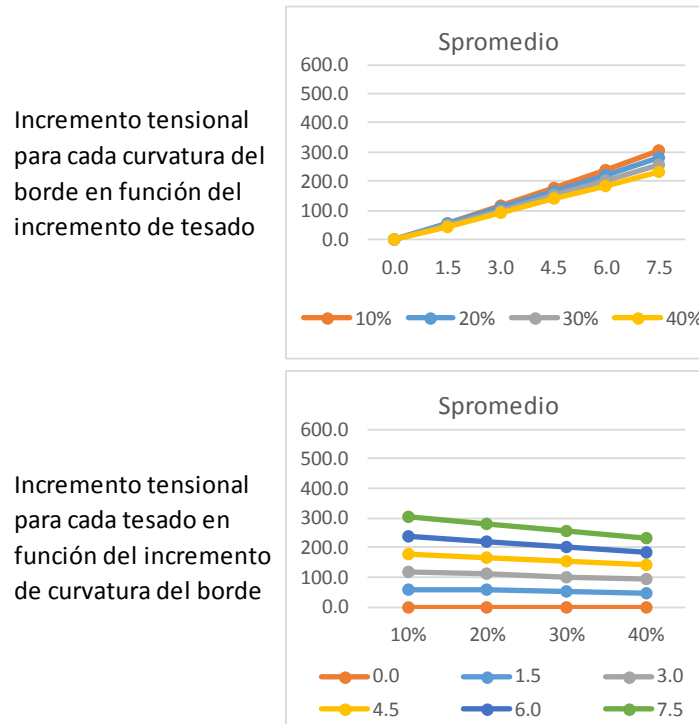


fig. 3-32 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de curvatura general en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

Mediante el análisis de las tensiones promedio se verifica la tendencia a la disminución de la tensión a medida que se incrementa la curvatura de la superficie observada anteriormente, pero en este caso la disminución es más suave que en el caso de las tensiones del centro que presentaban unos valores porcentuales más elevados.

Analizando el valor concreto de la tensión promedio obtenida con el valor de la tensión en la posición central de la superficie, que tiene un valor similar tanto en tensiones principales como secundarias, se destaca que el valor aun no siendo igual si que es similar, siendo el valor promedio de la superficie entre un 8 y un 30% superior, obteniendo unos valores más similares en los modelos con menor curvatura.

En este caso el valor porcentual de la disminución de la tensión por un incremento de la curvatura general de un 10%, se centra en torno al valor del 8%, con un valor cercano al 6.5% para un tesado bajo del 1.5% de  $R_k$ , y del 8 % para un tesado medio-elevado a partir del 4.5%  $R_k$ .

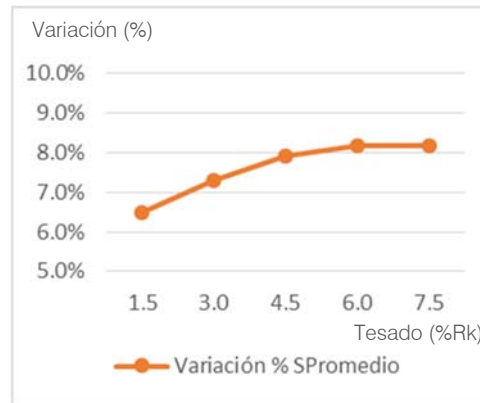


fig. 3-33 Gráfica de variación del porcentaje de disminución de la tensión promedio debido a un incremento del 10% de la curvatura general.

Fuente: Elaboración propia.

Como en el resto de los casos analizados, estas gráficas demuestran que el comportamiento global de la superficie, aun no siendo igual al del valor de la posición central, si que se asemejan suficientemente como para poder determinar que el comportamiento sucedido en la zona central sea un reflejo del comportamiento global en relación a la variación de los valores tensionales, dado que el comportamiento es similar y que el valor absoluto de la tensión en el punto central con el promedio de la globalidad de la superficie son también parecidos en estos casos analizados con un paraboloide de planta cuadrada y variación de curvatura general.

Esta similitud entre el comportamiento del punto central con el promedio de toda la superficie permite predeterminar la manera como reaccionará globalmente un paraboloide de planta cuadrada únicamente analizando lo sucedido en el punto central ya que conocidas las diferencias entre los valores tensionales del punto central y de la globalidad de la superficie se pueden extrapolar los distintos valores tensionales de la superficie.



Para finalizar el análisis de la variación del incremento de curvatura general en un paraboloide de planta cuadrada se analizarán los valores obtenidos de reacción en los soportes y el axial de la relinga perimetral.

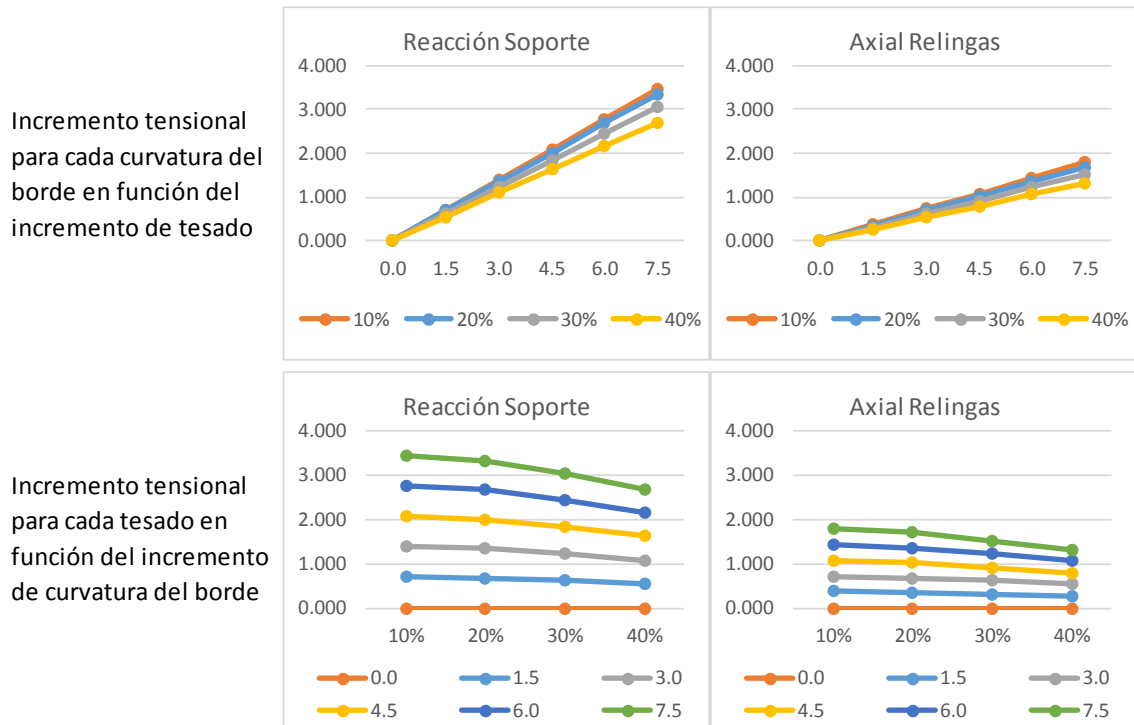


fig. 3-34 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de curvatura general en paraboloídes cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

En ambos casos lo primero que se observa es un aumento de los valores al producirse un incremento de tesado de la superficie, siendo este incremento de forma lineal.

Del mismo modo a lo sucedido en los estados tensionales, se detecta que un incremento de curvatura general de la superficie implica una disminución en la magnitud tanto del valor del axial de las relingas como de las reacciones de los soportes.

Si se analiza la disminución de los valores se observa que el porcentaje de decrecimiento del valor se sitúa en torno al 8% en el caso de la reacción en los soportes, y del 9% en el del axial de la relinga, para un incremento del 10% de la curvatura.

Realizando la gráfica de variación de los porcentajes se detecta que los valores proporcionales no son iguales en los dos valores analizados, pero que tienen un comportamiento de crecimiento similar siguiendo curvas paralelas entre si, con un desfase de un 1.5%, siendo superior el valor del porcentaje obtenido del axial de la relinga.

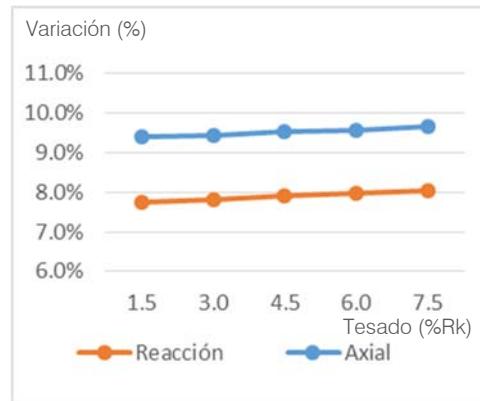


fig. 3-35 Gráfica de variación del porcentaje promedio de incremento de la reacción en los soportes y axial de la relinga debido a un incremento de la curvatura del 10%.

Fuente: Elaboración propia.

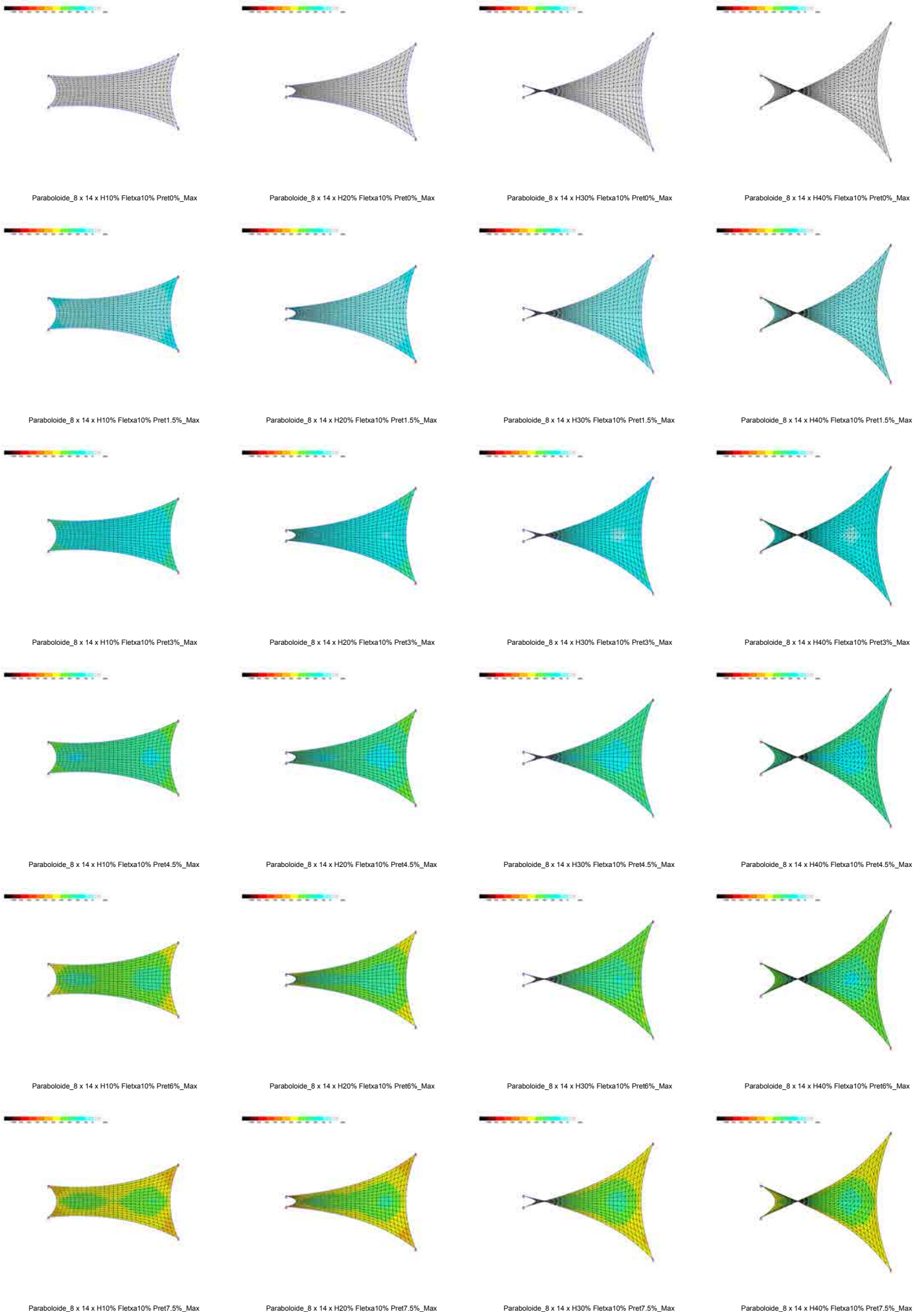
Concretamente los resultados obtenidos muestran un leve incremento del valor porcentual del decrecimiento a medida se incrementa el tesado de la superficie, con valores promedio del 8%, para la reacción en los soportes y del 9% para el del axial de la relinga, para un incremento del 10% de la curvatura. Esto implica que como más tesada esté la superficie laminar, mayor será la pérdida del valor de la reacción en los soportes o del axial de las relingas perimetrales.

En este caso, a diferencia de los analizados anteriormente, esta variación no es lineal sino que se presenta con una variación del valor del incremento que se acusa más a mayores curvaturas de tal manera que a mayor curvatura mayor es el decremento del valor obtenido.

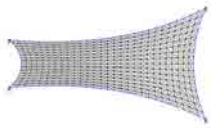
Los valores obtenidos muestran una variación para un salto entre curvaturas del 10% al 20% de un valor de 3.5% para las reacciones y del 5.5% para los axiales. Mientras para el salto entre curvaturas del 30% al 40% hay un valor de 11.7% para las reacciones y del 12.8% para los axiales.

Una vez analizado el paraboloide de planta cuadrada se procede al análisis del paraboloide de planta rectangular.

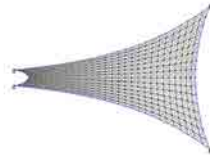
# Variación de Tensión por incremento de Curvatura General: Proporción Rectangular - Tensiones máximas



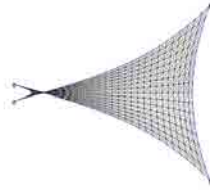
# Variación de Tensión por incremento de Curvatura General: Proporción Rectangular - Tensiones mínimas



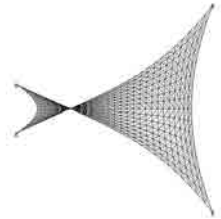
Paraboloide\_8 x 14 x H10% Fletxa10% Pret0%\_Min



Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Min



Paraboloide\_8 x 14 x H30% Fletxa10% Pret0%\_Min



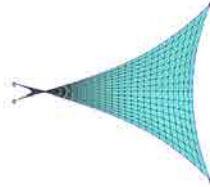
Paraboloide\_8 x 14 x H40% Fletxa10% Pret0%\_Min



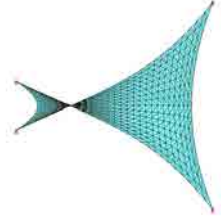
Paraboloide\_8 x 14 x H10% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



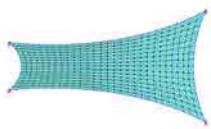
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



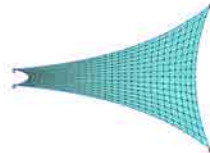
Paraboloide\_8 x 14 x H30% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



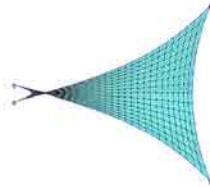
Paraboloide\_8 x 14 x H40% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



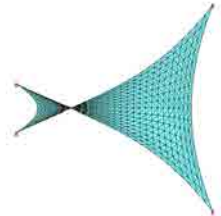
Paraboloide\_8 x 14 x H10% Fletxa10% Pret3%\_Min



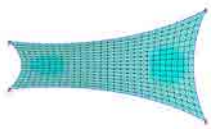
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Min



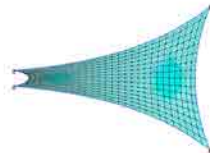
Paraboloide\_8 x 14 x H30% Fletxa10% Pret3%\_Min



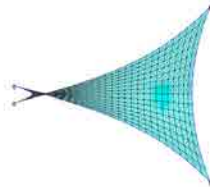
Paraboloide\_8 x 14 x H40% Fletxa10% Pret3%\_Min



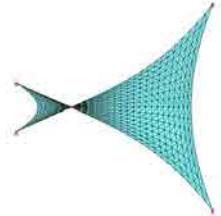
Paraboloide\_8 x 14 x H10% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



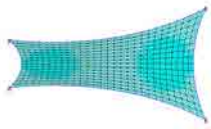
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



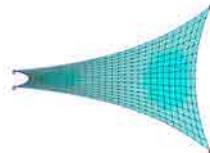
Paraboloide\_8 x 14 x H30% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



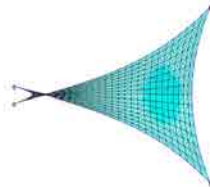
Paraboloide\_8 x 14 x H40% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



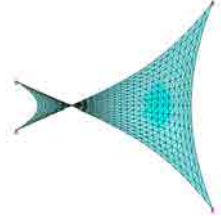
Paraboloide\_8 x 14 x H10% Fletxa10% Pret6%\_Min



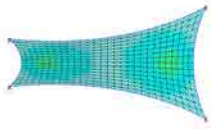
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Min



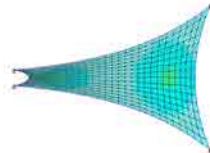
Paraboloide\_8 x 14 x H30% Fletxa10% Pret6%\_Min



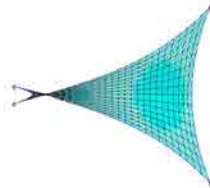
Paraboloide\_8 x 14 x H40% Fletxa10% Pret6%\_Min



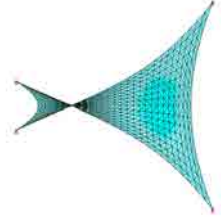
Paraboloide\_8 x 14 x H10% Fletxa10% Pret7.5%\_Min



Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Min



Paraboloide\_8 x 14 x H30% Fletxa10% Pret7.5%\_Min



Paraboloide\_8 x 14 x H40% Fletxa10% Pret7.5%\_Min

En el caso de paraboloides rectangulares también se cumple la característica que el incremento tensional, para una misma geometría, únicamente produce un incremento del valor tensional, tanto en lo que se refiere a tensiones principales como secundarias, sin verse modificada su distribución en la superficie presentando los dos centros de tensiones como puntos de menor tensión principal y mayor tensión secundaria.

Si se analiza lo sucedido con el incremento de curvatura general, en un paraboloide de planta rectangular se observa como la distribución tensional general al incrementar la curvatura de la superficie no varía en planta de tal manera que la posición de las tensiones máximas y mínimas es la misma. Únicamente se ven modificados los valores tensionales presentes en la superficie del paraboloide.

De tal manera que la distribución tensional se mantiene constante presentando los valores de las tensiones principales máximas en las esquinas y las tensiones mínimas en los centros. En referencia a las tensiones secundarias, las máximas se sitúan en los centros, con un valor similar al de las tensiones principales mínimas, y las mínimas se localizan en las esquinas de la superficie.

A nivel del valor de las tensiones se observa como en las tensiones principales los valores, tanto los máximos como los mínimos, se ven disminuidos al incrementarse la curvatura general. En el caso de las tensiones mínimas el incremento de la curvatura general también produce un efecto global de reducción de las tensiones, tal como sucedía en la variación de curvatura con la proporción cuadrada.

Para corroborar y cuantificar estas observaciones se establecen las gráficas con las correlaciones de datos de los modelos evaluados incorporando en ellas los valores de las tensiones principales, secundarias y los valores de las reacciones y axiales de las relingas perimetrales:

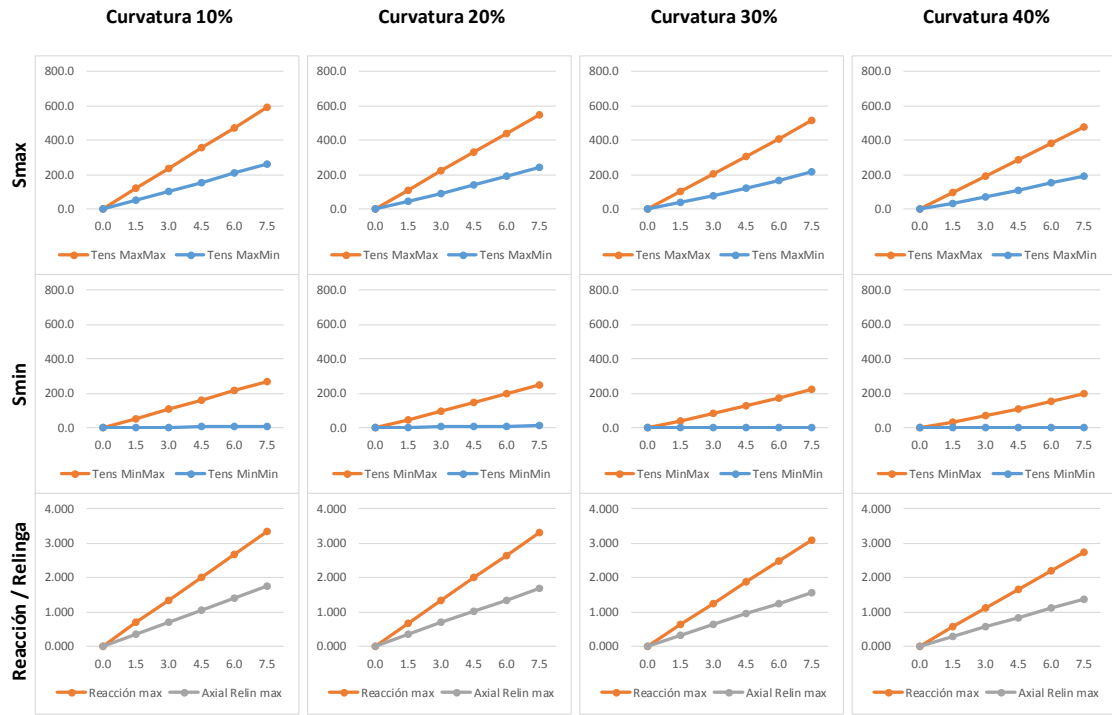


fig. 3-36 Gráficas con variación de curvatura general en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

En una primera inspección de las gráficas se observa como el comportamiento global del incremento de curvatura general en un paraboloide de proporción rectangular es muy parecida a la obtenida por el incremento de curvatura en un paraboloide de proporción cuadrada.

Para descifrar las diferencias existentes al incrementar la curvatura general, se analizaran cada una de las gráficas con más profundidad e independientemente del resto de valores.

En referencia a los valores de las tensiones principales se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

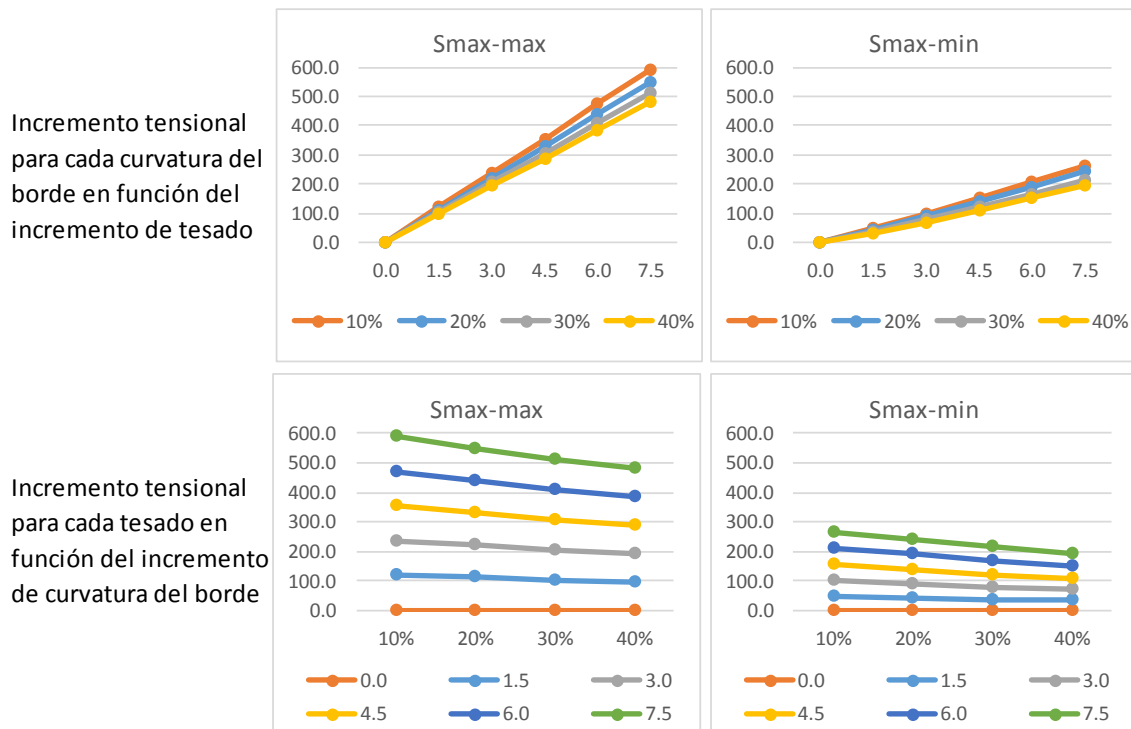


fig. 3-37 Gráficas tensiones principales con variación de curvatura general en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

Con estas gráficas se demuestra que un incremento de curvatura general de la superficie no produce variaciones significativas del comportamiento observado en el caso del paraboloide cuadrado, ya que se observa que los valores de las tensiones principales, tanto máximas como mínimas, disminuyen a medida aumenta la curvatura global de la superficie.

Comparando los valores de esta pérdida tensional se observa que también hay una variación del valor porcentual de pérdida observado en un incremento de la curvatura general del 10%, pero la variación tensional no es igual en todos los valores tensionales de las tensiones principales, siendo más acusada en las tensiones principales mínimas.

Los valores de la variación porcentual obtenidos son del 6% para la tensión principal máxima mientras para la tensión mínima es del 9.5% para un tesado bajo del 1.5% Rk.

A medida se aumenta el tesado, la variación tensional tiende a converger entre las tensiones máximas y mínimas alcanzando un valor de 6.5% para la tensión principal máxima y del 9.5% para la tensión principal mínima.

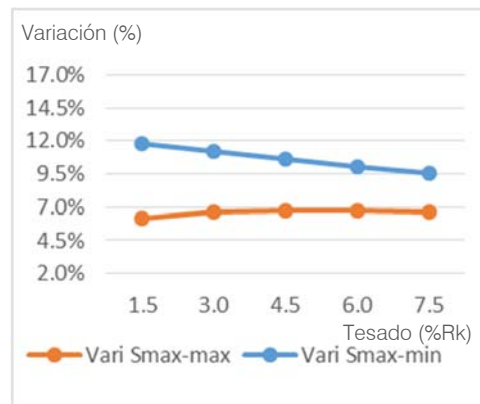


fig. 3-38 Gráfica de variación del porcentaje de variación de la tensión principal debido a un incremento del 10% de la curvatura general.

Fuente: Elaboración propia.

Esta variación de la relación entre valores implica que en superficies poco tesadas, incrementar la curvatura general supondrá una disminución porcentual de la tensión principal mayor que en una superficie más tensada donde esa disminución tensional será menos acusada.

Tendencia contraria a la analizada en un paraboloides de planta cuadrada donde a mayor tesado, mayor era el porcentaje de variación de tesado. Pero en ambos casos la variación de porcentaje se sitúa dentro de los mismos valores, siendo la variación de tesado principal máximo alrededor al 6% y la del principal mínimo en torno al 12%.



En referencia a los valores de las tensiones secundarias se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

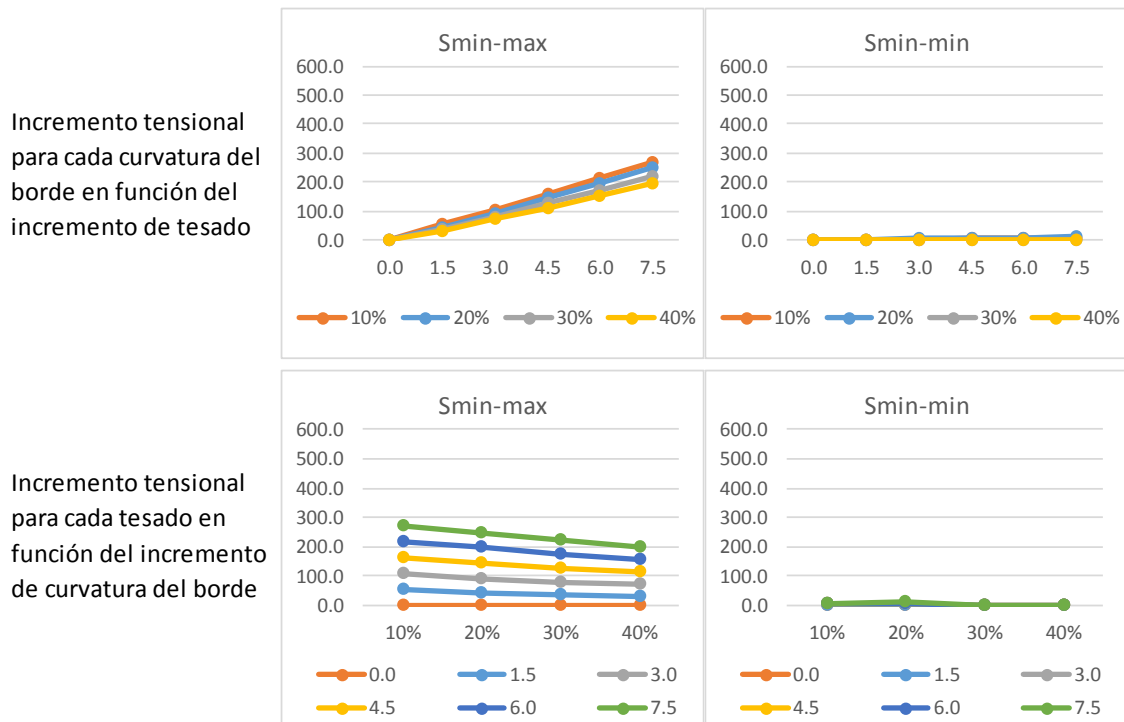


fig. 3-39 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de curvatura general en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

En estas gráficas se verifica que la tendencia de las tensiones secundarias presentes en los paraboloides rectangulares analizados es igualmente a disminuir su valor a medida aumentan las curvatura de la superficie.

Concretamente en relación a las tensiones secundarias máximas presentes en la zona de los centros de tensiones de la superficie al pretesar se observan unos valores muy similares a los de las tensiones principales mínimas y siguen exactamente su mismo comportamiento, presentando una disminución del valor de la tensión a medida se aumenta la curvatura general de la superficie.

En el caso de las tensiones secundarias mínimas también se observa el efecto de disminución de la tensión pero al partir de unos valores más bajos, en las superficies de mayores curvaturas, o con tesados bajos, se llega a la perdida de tracción en la zona cercana a los puntos de soporte, de tal manera que, en este caso, la curvatura del 40% presenta una distensión del elemento más cercano al soporte.

Analizadas las tensiones principales y secundarias, para poder evaluar el comportamiento tensional global de la superficie se pueden analizar las tensiones promedio las cuales, aun no pudiéndose asociar a una zona concreta de la superficie, ofrecen un indicador del comportamiento tensional global de la superficie.

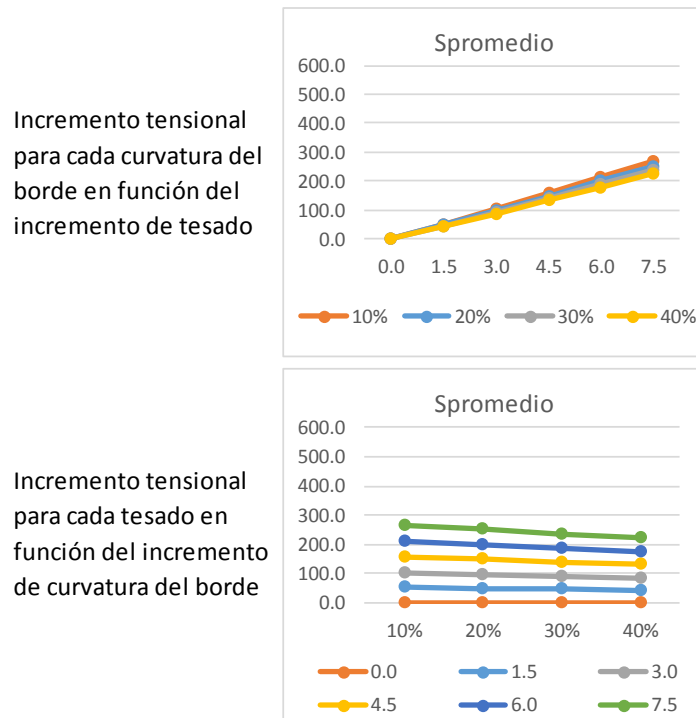


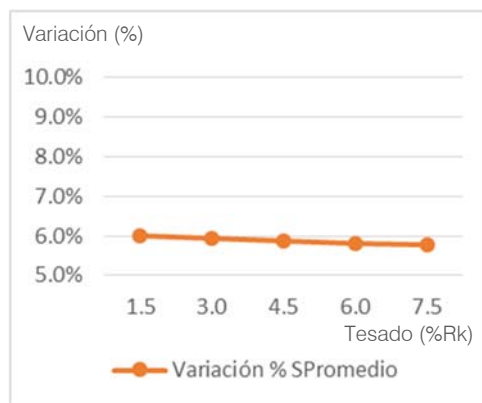
fig. 3-40 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de curvatura general en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

Con el análisis de las tensiones promedio se observa la tendencia a la disminución de la tensión promedio a medida se incrementa la curvatura general de la superficie. Esta variación muestra la misma tendencia global que el resto de gráficas de variación tensional por modificación de la curvatura general.

Analizando el valor concreto de la tensión promedio obtenida con el valor de la tensión en la posición de los centros de tensiones de la superficie, que tienen un valor similar tanto en tensiones principales como secundarias, se destaca que el valor aun no siendo igual si que es similar, siendo el valor promedio de la superficie entre un 1% y un 15% superior, siendo más similar en curvaturas bajas que en las elevadas.

En este caso el valor porcentual de la disminución de la tensión, por un incremento de la curvatura general de un 10%, se centra en torno al valor del 6%, con un valor cercano al 6.0% para un tesado bajo del 1.5% de  $R_k$ , y ligeramente inferior para un tesado elevado de 7.5%  $R_k$ .



*fig. 3-41 Gráfica de variación del porcentaje de variación de la tensión promedio debido a un incremento del 10% de la curvatura general.*

Fuente: Elaboración propia.

Como en el resto de los casos analizados, estas gráficas demuestran que el comportamiento global de la superficie aun no siendo igual al del valor de la posición central si que se asemejan suficientemente como para poder determinar que el comportamiento sucedido en la zona central sea un reflejo del comportamiento global en relación a la variación de los valores tensionales, dado que el comportamiento es similar y que el valor absoluto de la tensión en el punto central con el promedio de la globalidad de la superficie son también parecidos en estos casos analizados con un paraboloide de planta rectangular y variación de curvatura general.

Esta similitud entre los valores del punto central con el del promedio de toda la superficie permite predecir como reaccionará globalmente un paraboloide de planta rectangular únicamente analizando lo sucedido en los puntos centrales ya que se pueden extrapolar los valores conociendo las diferencias entre la globalidad y estos puntos de tensiones centrales.

Para finalizar el análisis de la variación del incremento de dimensión unidireccional se analizará la variación de los valores obtenidos de reacción en los soportes y el axial detectado en la relinga perimetral:

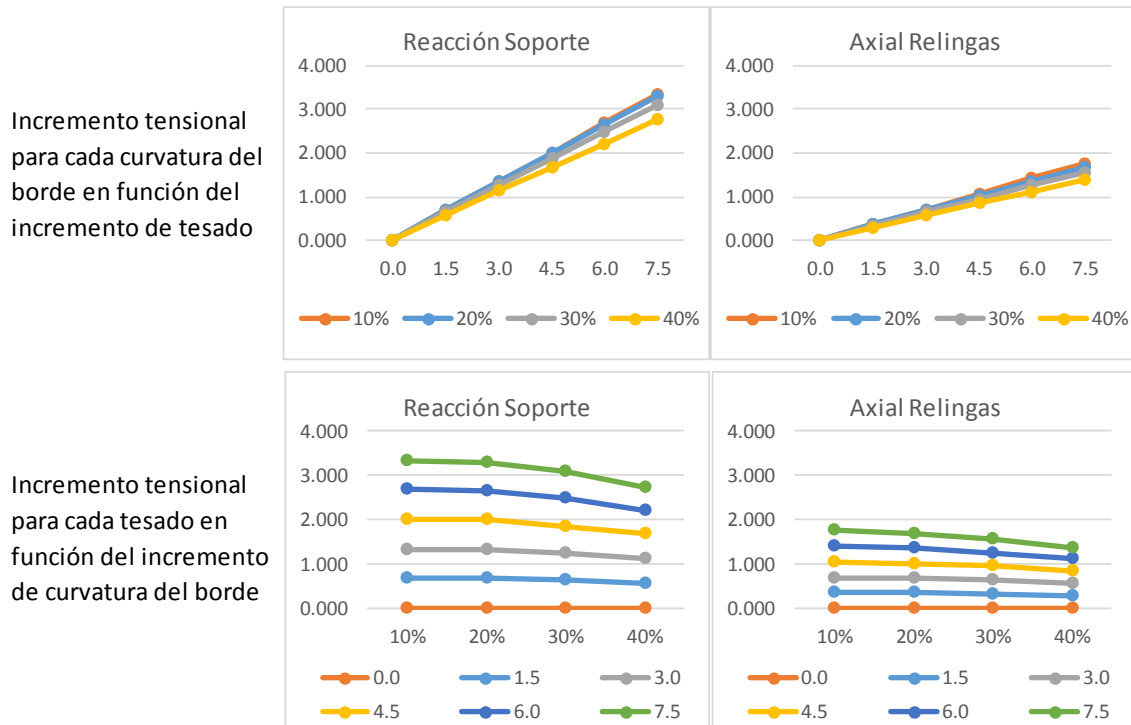


fig. 3-42 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de curvatura general en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

En ambos casos lo primero que se observa es el aumento de forma lineal de los valores al producirse un incremento del tesado de la superficie.

Del mismo modo a lo sucedido en los estados tensionales, se detecta que un incremento de curvatura general de la superficie implica una disminución en la magnitud tanto del valor del axial de las relingas como de las reacciones de los soportes, igual como sucedía en el caso de paraboloides de planta cuadrada.

Si se analiza la disminución de los valores se observa que el porcentaje de decrecimiento del valor se sitúa en torno al 6%, en el caso de la reacción en los soportes y del 8% en el del axial de la relinga, para un incremento del 10% de la curvatura.

Realizando la gráfica de variación de los porcentajes se detecta que los valores proporcionales no son iguales en los dos valores analizados, pero que tienen un comportamiento de crecimiento similar siguiendo curvas relativamente paralelas entre si con un desfase de un 1% siendo superior el valor del porcentaje obtenido del axial de la relinga.

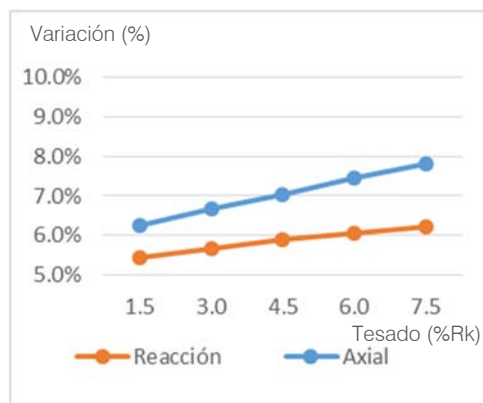


fig. 3-43 Gráfica de variación del porcentaje promedio de incremento de la reacción en los soportes y axial de la relinga debido a un incremento de la curvatura del 10%.

Fuente: Elaboración propia.

Los valores porcentuales obtenidos para el caso de la reacción en los soportes han sido del 5.5% para un tesado bajo del 1.5% Rk, mientras para el axial de la relinga el porcentaje es del 6.3%. Y para los modelos con un tesado superior, del 7.5% Rk, los porcentajes obtenidos son del 6.2% para las reacciones y del 7.8% para las relingas perimetrales.

Del mismo modo que sucedía con los modelos de planta cuadrada, esta variación no es lineal sino que se presenta con una variación del valor del incremento que se acusa más a mayores curvaturas de tal manera que a mayor curvatura mayor es el decremento del valor obtenido.

Los valores obtenidos muestran una variación para un salto entre curvaturas del 10% al 20% de un valor de 1% para las reacciones y del 4% para los axiales. Mientras para el salto entre curvaturas del 30% al 40% hay un valor de 10.5% para las reacciones y del 11.3% para los axiales.

Si se comparan estos valores de la variación con los obtenidos en la variación de la proporción cuadrada, se demuestra que la variación en la reacción en los soportes y el axial en la relinga obtenidas por el paraboloide rectangular son inferiores pero del mismo orden de magnitud.

Analizando la evolución de los valores se sugiere que en todos los casos un incremento de la curvatura general se traduce en una disminución tanto de todos los valores tensionales como de las reacciones en los soportes y axiales de las relingas perimetrales.

Aunque el incremento de curvatura general suponga una variación de los valores tensionales, no supone una modificación de la distribución tensional, mostrando siempre los valores tensionales principales máximos en las esquinas de los puntos de soportes y las mínimas en los centros tensionales, los cuales se localizan en función de la geometría concreta del paraboloides, siendo un único punto en el caso de superficies de planta cuadrada, o mostrando dos puntos en el caso de superficies de planta rectangular.

En referencia a los valores tensionales secundarios se muestran siempre en la misma posición donde se localizan los mínimos principales. Los valores mínimos absolutos se localizan en las esquinas de los soportes, llegando incluso a producirse destensados locales de los elementos más cercanos a los puntos de soporte en el caso de los modelos de mayor curvatura.



### 3.3.3. Comparativa curvatura del borde

La siguiente comparación particular a realizar corresponde al análisis de la distribución tensional del pretesado del paraboloide mediante la variación de la curvatura del borde del paraboloide, dejando el resto de variables geométricas fijadas, para poder observar como se ve afectada la superficie únicamente por la variación de la curvatura del borde.

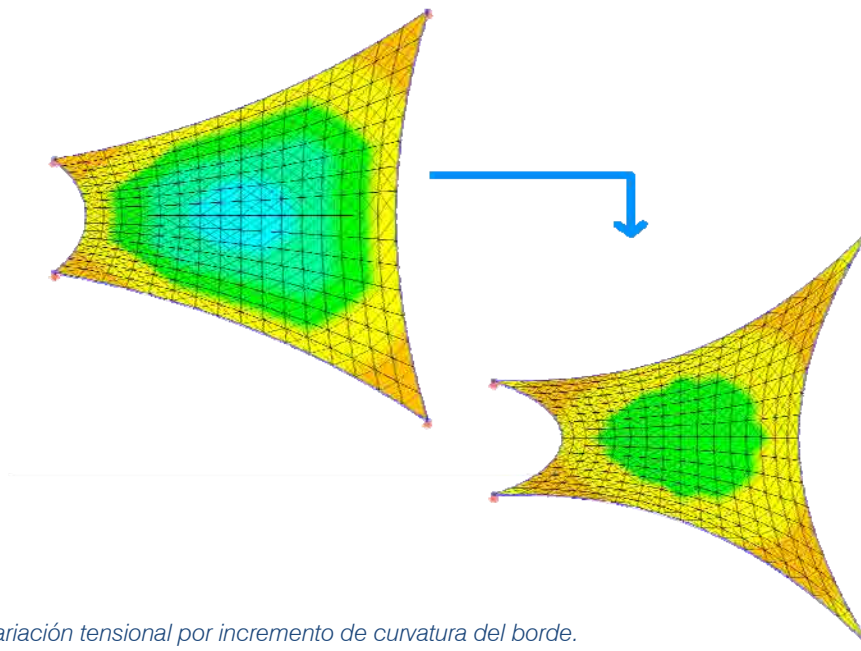


fig. 3-44 Variación tensional por incremento de curvatura del borde.

Fuente: Elaboración propia.

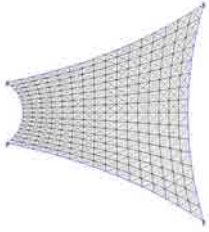
En un primer análisis se analiza lo sucedido en un paraboloide de planta cuadrada y en el segundo en uno de planta rectangular, ya que como se ha determinado anteriormente la distribución tensional varía con las proporciones de la superficie que conforma el paraboloide.

Concretamente las variaciones analizadas de la geometría se realizan sobre un paraboloide cuadrado de 8x8m y uno rectangular de 8x14m que presentan una curvatura general del 20% con una relinga en el borde del perímetro, sobre el cual se realiza la variación de la curvatura de borde y se incrementará el tesado aplicado hasta un máximo de 7.5% de la resistencia característica del material que conforma la superficie laminar.

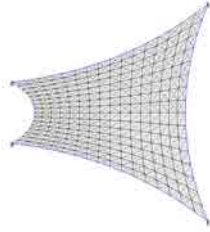
Las curvaturas analizadas son la del 7%, 10%, 13% y 16%.



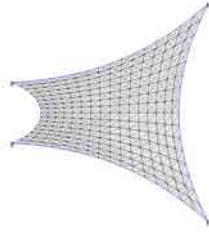
# Variación de Tensión por incremento de Curvatura Bordes: Proporción Cuadrada - Tensiones máximas



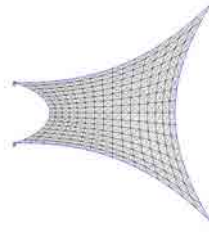
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa7% Pret0%\_Max



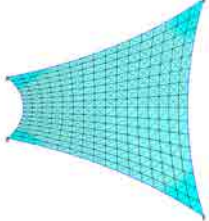
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Max



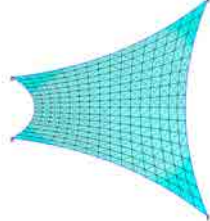
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa13% Pret0%\_Max



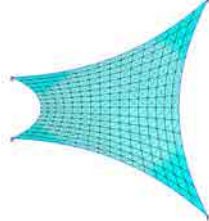
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa16% Pret0%\_Max



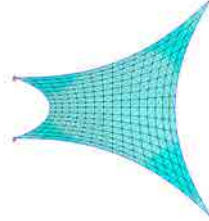
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa7% Pret1.5%\_Max



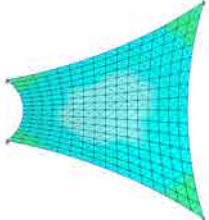
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Max



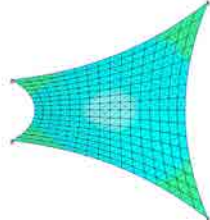
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa13% Pret1.5%\_Max



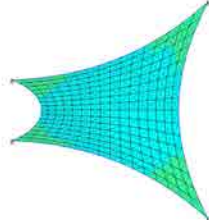
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa16% Pret1.5%\_Max



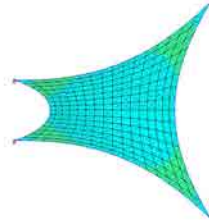
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa7% Pret3%\_Max



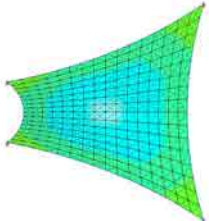
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Max



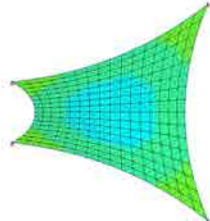
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa13% Pret3%\_Max



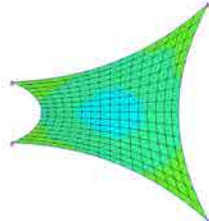
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa16% Pret3%\_Max



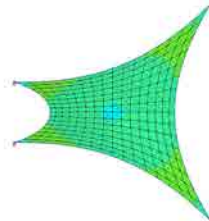
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa7% Pret4.5%\_Max



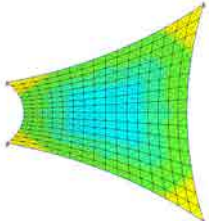
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Max



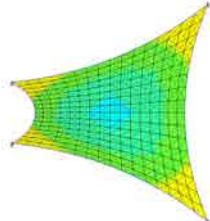
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa13% Pret4.5%\_Max



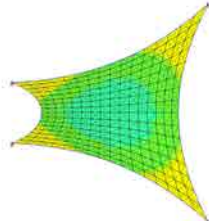
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa16% Pret4.5%\_Max



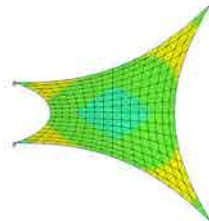
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa7% Pret6%\_Max



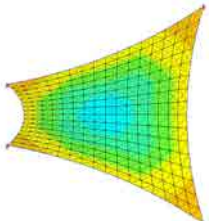
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Max



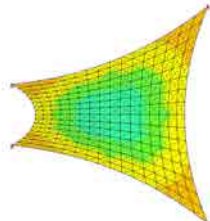
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa13% Pret6%\_Max



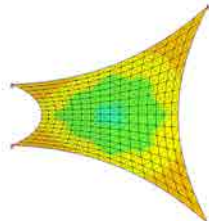
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa16% Pret6%\_Max



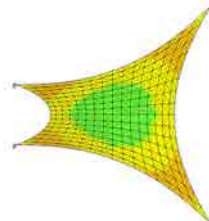
Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa7% Pret7.5%\_Max



Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Max

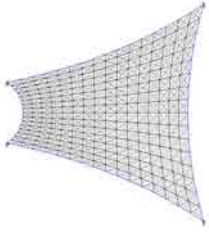


Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa13% Pret7.5%\_Max

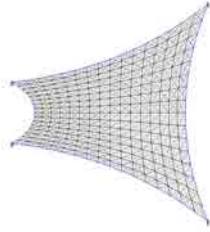


Paraboloide\_8 x 8 x H20% Fletxa16% Pret7.5%\_Max

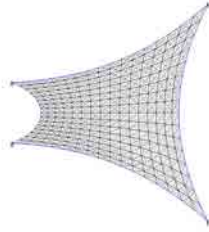
# Variación de Tensión por incremento de Curvatura Bordes: Proporción Cuadrada - Tensiones mínimas



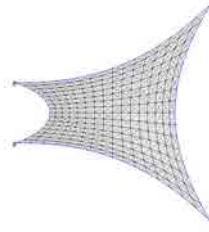
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa7% Pret0%\_Min



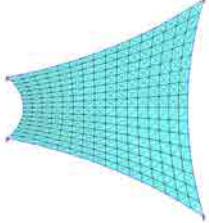
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Min



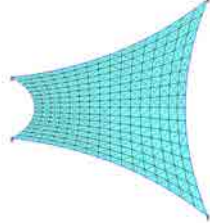
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa13% Pret0%\_Min



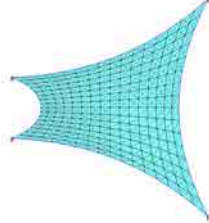
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa16% Pret0%\_Min



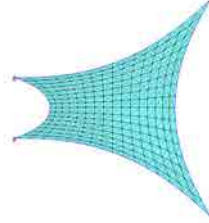
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa7% Pret1.5%\_Min



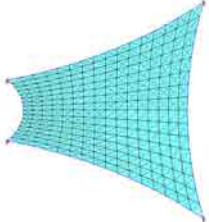
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



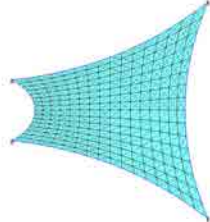
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa13% Pret1.5%\_Min



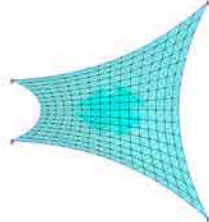
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa16% Pret1.5%\_Min



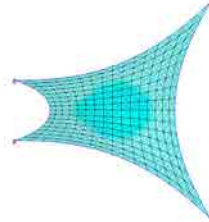
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa7% Pret3%\_Min



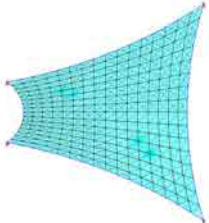
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Min



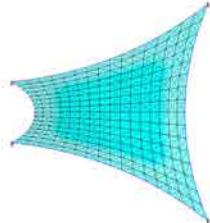
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa13% Pret3%\_Min



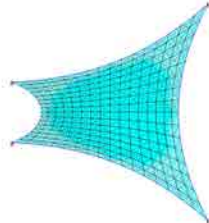
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa16% Pret3%\_Min



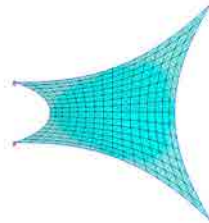
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa7% Pret4.5%\_Min



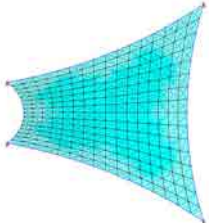
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



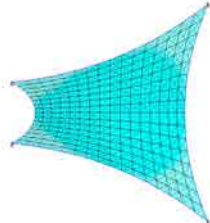
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa13% Pret4.5%\_Min



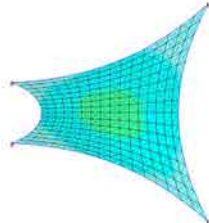
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa16% Pret4.5%\_Min



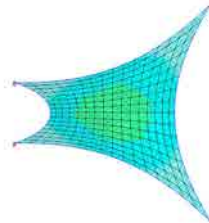
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa7% Pret6%\_Min



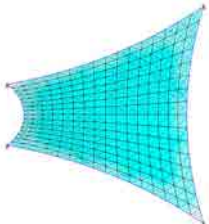
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Min



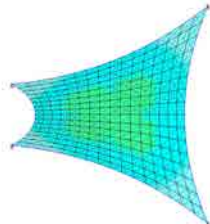
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa13% Pret6%\_Min



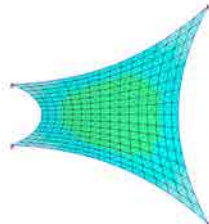
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa16% Pret6%\_Min



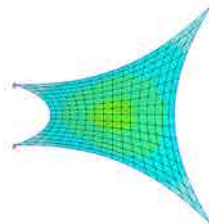
Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa7% Pret7.5%\_Min



Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Min



Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa13% Pret7.5%\_Min



Paraboloid\_8 x 8 x H20% Fletxa16% Pret7.5%\_Min

En una primera observación de la serie de gráficos se observa como un incremento de tesado se traduce con un incremento tensional sin verse modificada su distribución superficial, de tal manera que un incremento de tesado únicamente produce un incremento del valor tensional, tanto en lo que se refiere a tensiones principales como secundarias.

Analizando lo sucedido con el incremento de curvatura de los bordes se observa como la distribución tensional general, al incrementar la curvatura de los bordes de la superficie, se continúa manteniendo con los valores de las tensiones máximas en las esquinas y las tensiones mínimas en el centro. En referencia a las tensiones secundarias, se localizan los valores máximos en el centro, con un valor similar al de las tensiones principales mínimas, y los valores más bajos en las esquinas.

A nivel del valor de las tensiones se observa como en las tensiones principales los valores máximos disminuyen al aumentar la curvatura del borde, mientras los mínimos aumentan su valor. En el caso de las tensiones mínimas el incremento de la curvatura general produce un efecto global de aumento de las tensiones.

Para corroborar y cuantificar estas observaciones se establecen las gráficas con las correlaciones de datos de los modelos evaluados:

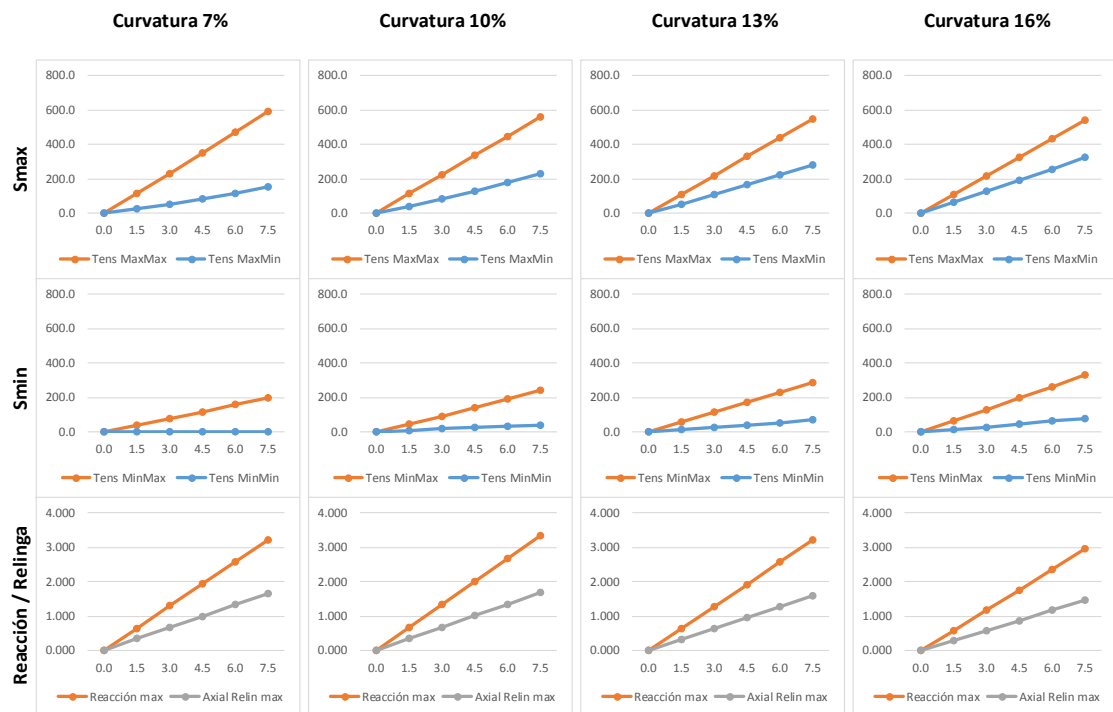


fig. 3-45 Gráficas con variación de curvatura de bordes en paraboloides cuadrados.

En las gráficas se han incorporado los datos correspondientes a los valores de las tensiones máximas y mínimas de las tensiones principales ( $S_{max}$ ) y secundarias ( $S_{min}$ ) junto con la variación de los valores de las reacciones en los puntos de soporte y el valor axial de las relingas perimetrales.

Con estas gráficas se pretende controlar los principales valores representativos ya que conocida la distribución tensional, al conocer los valores extremos de las tensiones, y complementarlos con los valores de las reacciones y los axiles de las relingas perimetrales permitirá realizar una evaluación global completa de la superficie.

En referencia a los valores de las tensiones principales se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

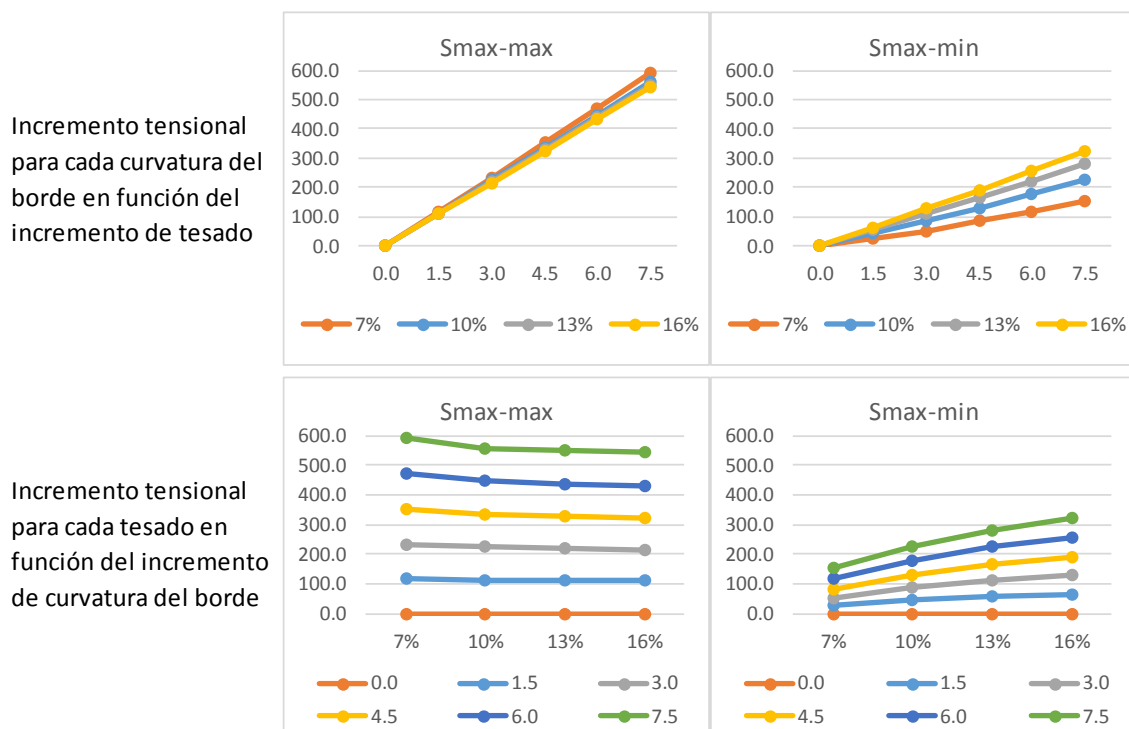


fig. 3-46 Gráficas tensiones principales con variación de incremento de curvatura de bordes en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

En estas gráficas se observa un comportamiento diferenciado entre las tensiones principales máximas y mínimas. Mientras las tensiones máximas tienden a disminuir levemente con un incremento de la curvatura del borde, las mínimas tienen un efecto de incremento tensional elevado a medida aumenta la curvatura del borde.

Comparando los valores de esta variación tensional, se observa que también hay una variación del valor porcentual de pérdida observado en un incremento de la curvatura del borde del 3%, pero la variación tensional no es igual en todos los valores tensionales de las tensiones principales siendo más acusada en las tensiones principales mínimas.

Los valores de la variación porcentual obtenidos no son constantes para cada incremento de curvatura y hay que diferenciar los valores para cada incremento. Se observa unos valores porcentuales más elevados para los aumentos de las curvaturas bajas y unos valores más constantes para las curvaturas elevadas.

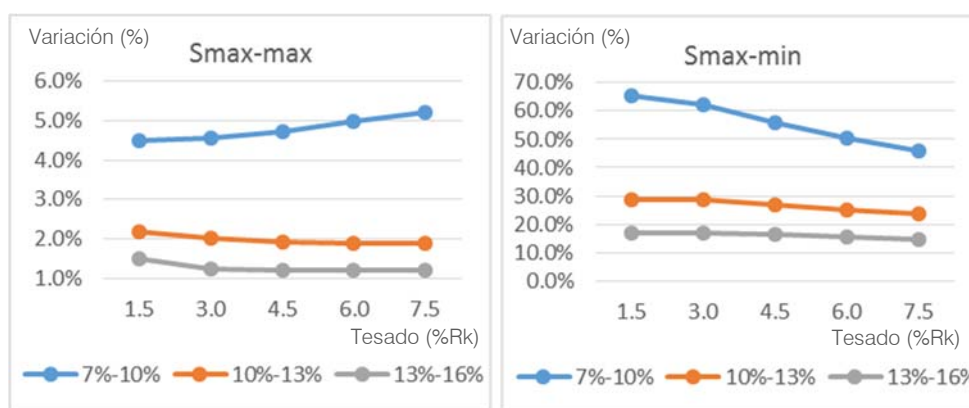


fig. 3-47 Gráfica de variación del porcentaje de disminución de la tensión principal debido a un incremento del 3% de la curvatura del borde.

Fuente: Elaboración propia

En estas gráficas se observa que los porcentajes de variación del valor del tesado a medida se incrementa la curvatura del borde es muy diferenciada entre las tensiones máximas y las mínimas obteniendo un valor de mayor magnitud en las variaciones en las tensiones mínimas.

En referencia a las tensiones máximas se observa como el incremento de curvatura en curvaturas bajas supone una variación tensional más significativa con la misma variación en curvaturas más elevadas.

Considerando siempre un salto de un 3% de la curvatura del borde, para el incremento del 7% al 10% de la curvatura supone una disminución tensional próxima al 5%, siendo más elevada para membranas más tensadas, pero siempre cercana a ese valor. Por contra en el incremento del 13% al 16% la variación de las tensiones es prácticamente constante del 1%.

En el caso de las tensiones mínimas el incremento tensional es mucho más significativo con valores de variación tensional entre el 45% y el 65% para el incremento de curvatura del 7% al 10%, obteniendo los valores más elevados para los pretesados menores, del 1.5%  $R_k$ .

Para curvaturas más elevadas los valores de la variación tensional ya son menores obteniendo unos valores con el incremento de curvatura del 13% al 16% en torno al 16% de variación porcentual.

Esta variación de la relación entre valores implica que en superficies parabólicas de planta cuadrada incrementar la curvatura de los bordes supondrá una leve disminución de la tensión principal máxima, pero un importante aumento de la tensión principal mínima.



En referencia a los valores de las tensiones secundarias se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

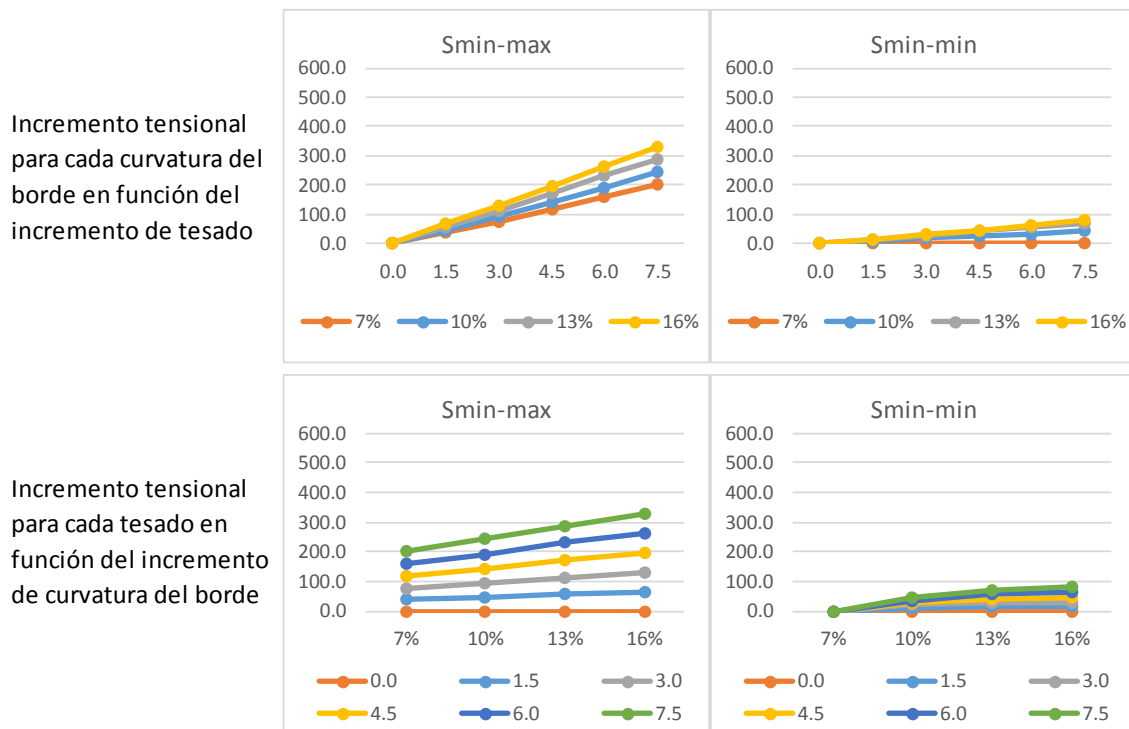


fig. 3-48 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de curvatura de los bordes en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

En estas gráficas se verifica que la tendencia de las tensiones secundarias presentes en los paraboloides cuadrados analizados es a aumentar su valor a medida aumenta la curvatura del borde de la superficie.

Concretamente en relación a las tensiones secundarias máximas presentes en la zona de los centros de tensiones de la superficie, al detectarse unos valores muy similares a los de las tensiones principales mínimas, siguen su mismo comportamiento, presentando un aumento del valor de la tensión a medida aumenta la curvatura del borde de la superficie.

En el caso de las tensiones secundarias mínimas el efecto de aumento de la tensión también se observa partiendo de unos valores cercanos a 0 para tesados bajos incrementando su valor a medida aumenta el tesado, pero siempre con unos valores bajos.

Una vez efectuado el análisis de las tensiones principales y secundarias, para poder evaluar el comportamiento tensional global de la superficie se pueden analizar las tensiones promedio las cuales, aun no pudiéndose asociar a una zona concreta de la superficie, ofrecen un indicador del comportamiento tensional global de la misma.

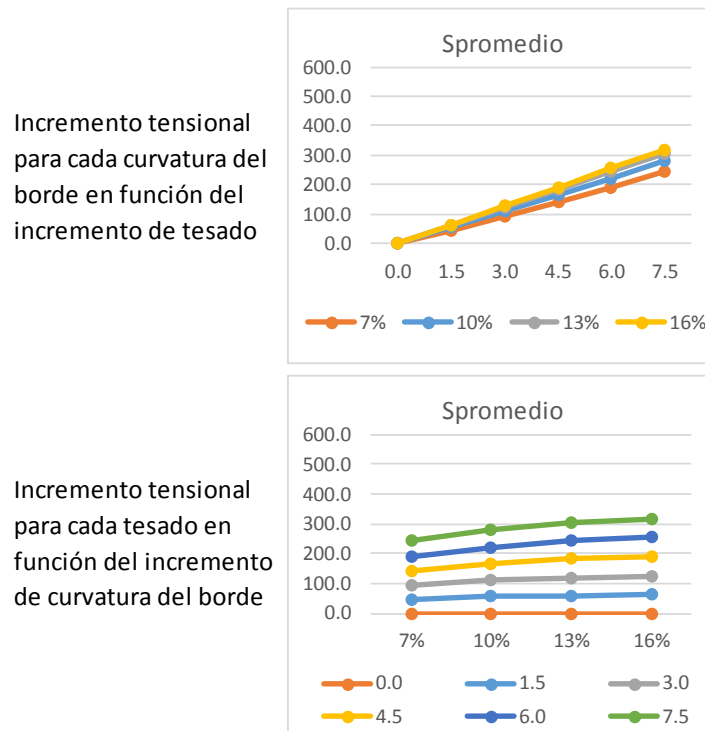


fig. 3-49 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de curvatura general en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

Mediante el análisis de las tensiones promedio se verifica la tendencia al aumento de la tensión a medida se incrementa la curvatura de los bordes de la superficie observada anteriormente, pero en este caso el aumento es más suave que en el caso de las tensiones del centro que presentaban unos valores porcentuales más elevados.

Analizando el valor concreto de la tensión promedio obtenida con el valor de la tensión en la posición central de la superficie, que tiene un valor similar tanto en tensiones principales como secundarias, se destaca que el valor aun no siendo igual si que es similar, siendo el valor promedio de la superficie entre un 3% y un 20% superior, siendo los valores más similares en los modelos con mayor curvatura.



En este caso el valor porcentual del incremento de la tensión por un incremento de la curvatura del borde de un 3% no es constante para cada incremento de curvatura, y hay que diferenciar los valores para cada incremento dado que se observan unos valores porcentuales más elevados para los aumentos de las curvaturas bajas y unos valores más constantes para las curvaturas elevadas.

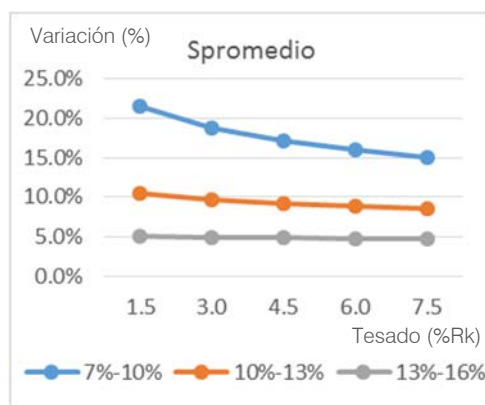


fig. 3-50 Gráfica de variación del porcentaje de aumento de la tensión promedio debido a un incremento del 3% de la curvatura del borde.

Fuente: Elaboración propia

Observando los valores de las gráficas se verifica que en curvaturas bajas, con un incremento de curvatura de borde del 7% al 10%, se obtienen los valores más elevados de las variaciones de las tensiones con unos valores porcentuales superiores al 20% para un tesado de 1.5 Rk, mientras para un tesado elevado de 7.5 Rk, el valor de la variación es del 15%.

Mientras que en el salto de curvaturas de borde entre el 10% y el 13% el incremento es constante, inferior al 10% para todos los valores de tesado, y para el salto entre 13% y el 16%, el incremento es constante del 5% para todos los valores de tesado.

En definitiva, a mayores curvaturas presente la superficie menor será el incremento de tensión conseguido, lo que implica que con unas curvaturas de borde de hasta el 10%, para un mismo pretesado de la superficie el incremento tensional conseguido es más significativo que para curvaturas superiores al 10%.

La similitud de comportamientos entre lo sucedido en el punto central y el valor promedio sugiere que con la realización del estudio del punto de centro de tensiones es posible determinar el comportamiento global de la superficie parabólica, debido a que se conoce la relación existente entre el comportamiento del centro con el del resto de la superficie.

Para finalizar el análisis de la variación del incremento de curvatura del borde en un paraboloide de planta cuadrada se analizarán los valores obtenidos de reacción en los soportes y el axial de la relinga perimetral.

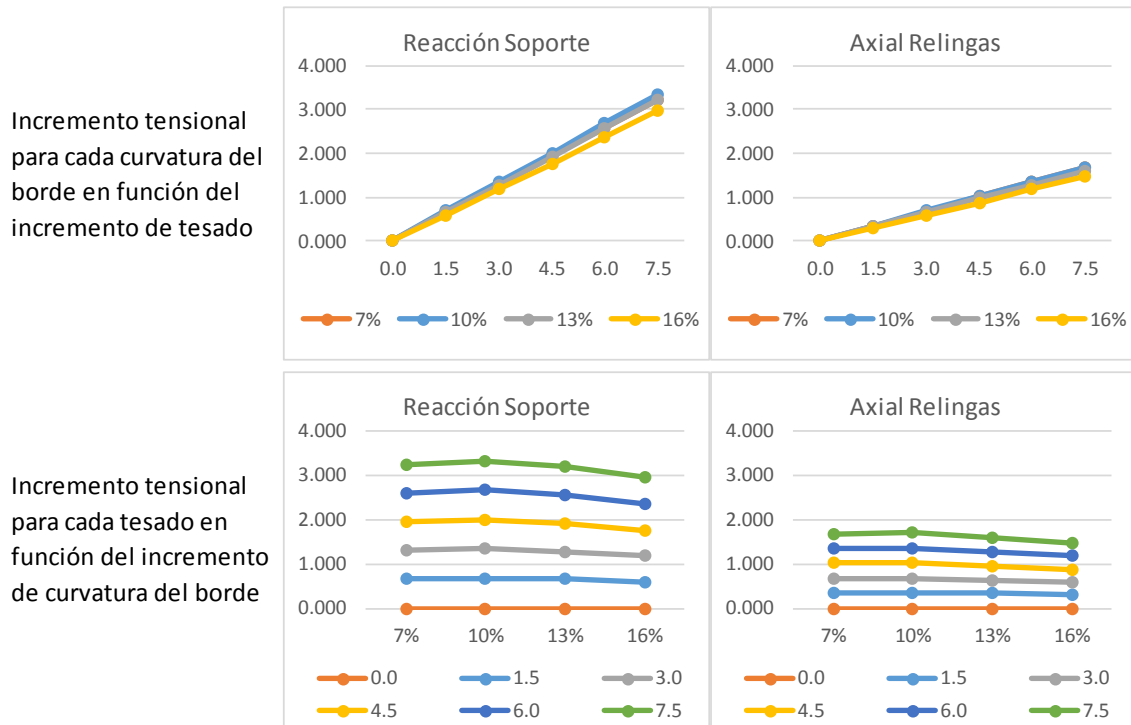


fig. 3-51 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de curvatura de borde en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

En ambos casos lo primero que se observa es el aumento de los valores tensionales de manera lineal al producirse un incremento del tesado de la superficie.

Contrariamente a lo sucedido en los estados tensionales, se detecta que un incremento de curvatura de los bordes de la superficie implica una disminución en la magnitud tanto del valor del axial de las relingas como de las reacciones de los soportes.

Si se analiza la disminución de los valores se observa que el porcentaje de decrecimiento del valor se sitúa en torno al 8%, en el caso de la reacción en los soportes y del 9% en el del axial de la relinga, para un incremento del 3% de la curvatura de los bordes.

Realizando la gráfica de variación de los porcentajes se detecta que del mismo modo como sucedía con las relaciones de los valores de tesado, no existe una relación constante de los porcentajes de los valores, sino que estos dependen del nivel de curvatura existente, pero esta relación es contraria a lo que sucedía con las tensiones ya que son las curvaturas elevadas las que presentan valores de proporción de reducción del valor más elevados.

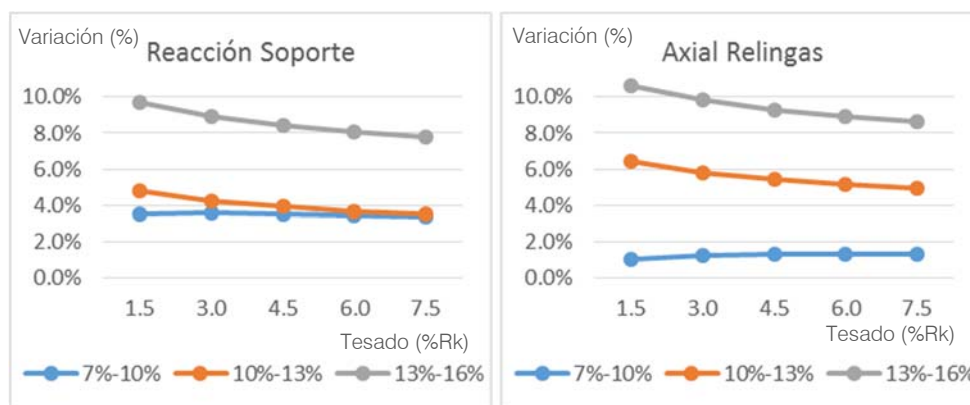


fig. 3-52 Gráfica de variación del porcentaje promedio de incremento de la reacción en los soportes y axial de la relinga debido a un incremento de la curvatura del borde del 3%.

Fuente: Elaboración propia

De tal manera que para las reacciones en los soportes, con un mismo incremento del 3% de curvatura, para las curvaturas bajas con un salto del 7% al 10% o medias del 10% al 13% se obtienen valores de decrecimiento del 4%, mientras para las curvaturas elevadas del 13% al 16% el valor asciende a un 10% para tesados bajos y del 8% para los tesados elevados.

Si se analiza lo sucedido con los valores del axial de las relingas se obtiene un comportamiento más gradual en los valores, de tal manera que para las curvaturas bajas con un salto del 7% al 10% se obtienen valores de decrecimiento del 1%, para las medias con un salto del 10% al 13% se obtienen valores de decrecimiento cercanos al 5.5%, y para las curvaturas elevadas del 13% al 16% el valor asciende a un 10.5% para tesados bajos y del 8.5% para los tesados elevados.

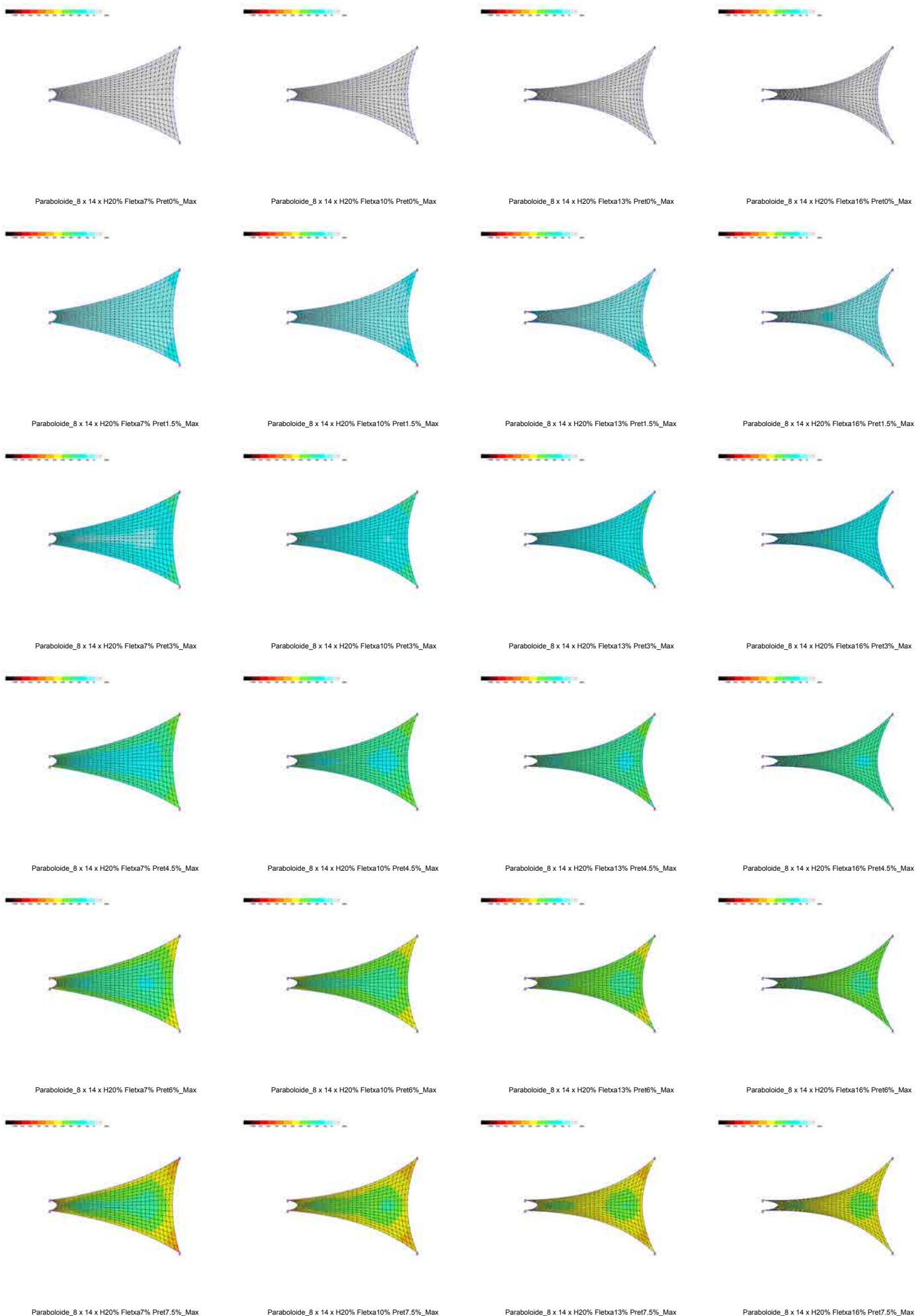
Una vez analizado el paraboloides de planta cuadrada se procede al análisis del paraboloides de planta rectangular.

A continuación se muestran las imágenes de los modelos que se han efectuado para analizar la variación de tensión por incremento de curvatura de los bordes libres del paraboloides en el caso de un paraboloides de proporción rectangular en planta.

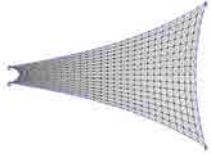
La primera serie de evoluciones muestra los modelos correspondientes a las tensiones principales y la segunda muestra la evolución de los valores tensionales secundarios.

Los modelos están ordenados en horizontal por el incremento de curvatura de los bordes y en vertical por el incremento de pretesado pudiéndose observar como evoluciona la distribución tensional a medida se incrementa la curvatura de los bordes, manteniendo fijado el valor del pretesado aplicado, o como evoluciona si lo que se mantiene fijado es el valor de la curvatura y se varia el valor del tesado.

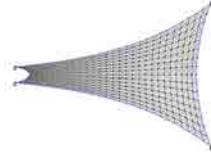
# Variación de Tensión por incremento de Curvatura Bordes: Proporción Rectangular - Tensiones máximas



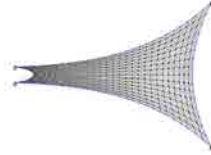
# Variación de Tensión por incremento de Curvatura Bordes: Proporción Rectangular - Tensiones mínimas



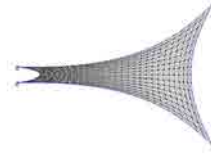
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa7% Pret0%\_Min



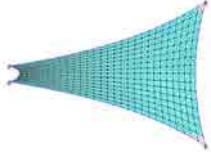
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret0%\_Min



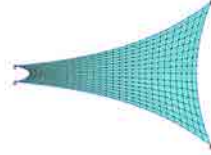
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa13% Pret0%\_Min



Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa16% Pret0%\_Min



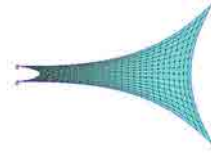
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa7% Pret1.5%\_Min



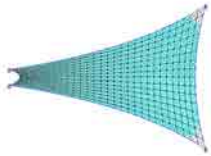
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret1.5%\_Min



Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa13% Pret1.5%\_Min



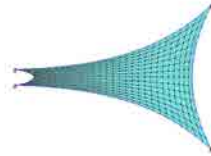
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa16% Pret1.5%\_Min



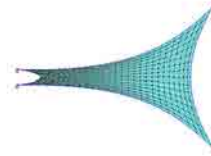
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa7% Pret3%\_Min



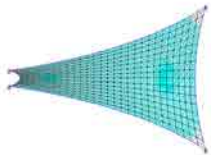
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret3%\_Min



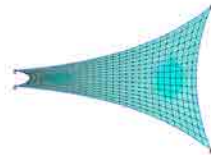
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa13% Pret3%\_Min



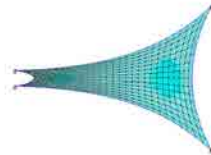
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa16% Pret3%\_Min



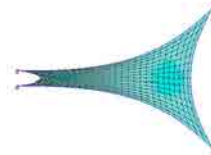
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa7% Pret4.5%\_Min



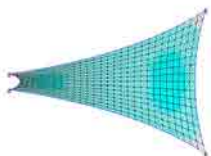
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret4.5%\_Min



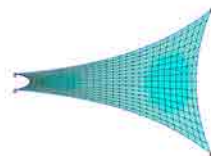
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa13% Pret4.5%\_Min



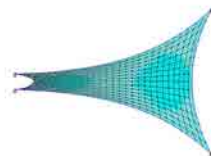
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa16% Pret4.5%\_Min



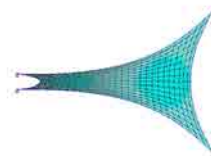
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa7% Pret6%\_Min



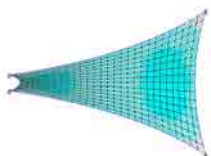
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret6%\_Min



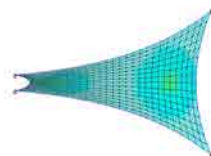
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa13% Pret6%\_Min



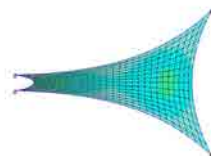
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa16% Pret6%\_Min



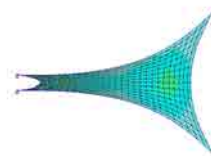
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa7% Pret7.5%\_Min



Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa10% Pret7.5%\_Min



Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa13% Pret7.5%\_Min



Paraboloide\_8 x 14 x H20% Fletxa16% Pret7.5%\_Min

En el caso de paraboloides rectangulares también se cumple la característica que el incremento tensional, para una misma geometría, únicamente produce un incremento del valor tensional, tanto en lo que se refiere a tensiones principales como secundarias, sin verse modificada su distribución en la superficie, presentando los dos centros de tensiones como puntos de menor tensión principal y mayor tensión secundaria.

Si se analiza lo sucedido con el incremento de la curvatura de los bordes, en un paraboloide de planta rectangular, se observa como la distribución tensional general al incrementar la curvatura los bordes, no varía en planta de tal manera que la posición de las tensiones máximas y mínimas es la misma, únicamente se ven modificados los valores tensionales presentes en la superficie del paraboloide.

De tal manera que la distribución tensional se mantiene constante presentando los valores de las tensiones principales máximas en las esquinas y las tensiones mínimas en los centros. En referencia a las tensiones secundarias, los valores máximos se localizan en los centros, con un valor similar al de las tensiones principales mínimas, y los valores más bajos se sitúan en las esquinas.

A nivel del valor de las tensiones se observa como en las tensiones principales los máximos se ven disminuidos al incrementarse la curvatura, pero contrariamente, los valores mínimos aumentan, de tal manera que se reducen las diferencias entre los valores máximos y los mínimos de las tensiones principales al incrementarse la curvatura de los bordes.

En el caso de las tensiones mínimas el incremento de la curvatura general se produce un efecto global de aumento de las tensiones, tal como sucedía en la variación de curvatura con la proporción cuadrada.

Para corroborar y cuantificar estas observaciones se realizan las gráficas con las correlaciones de datos de los modelos evaluados incorporando en ellas los valores de las tensiones principales, secundarias y los valores de las reacciones y axiales de las relingas perimetrales:

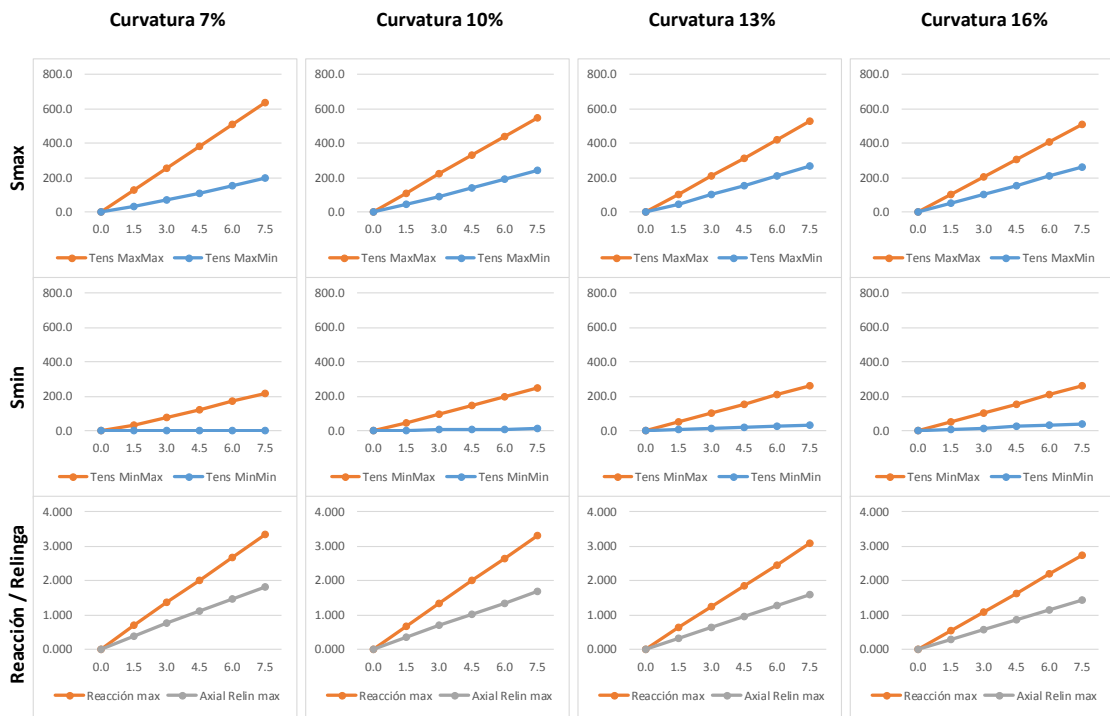


fig. 3-53 Gráficas con variación de curvatura de borde en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

En una primera inspección de las gráficas se observa como el comportamiento global del incremento de curvatura de los bordes en un paraboloides de proporción rectangular es muy parecida a la obtenida por el incremento de curvatura en un paraboloides de proporción cuadrada.

Para descifrar las diferencias existentes al incrementar la curvatura de los bordes, se analizarán cada una de las gráficas con más profundidad e independientemente del resto de valores.



En referencia a los valores de las tensiones principales se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

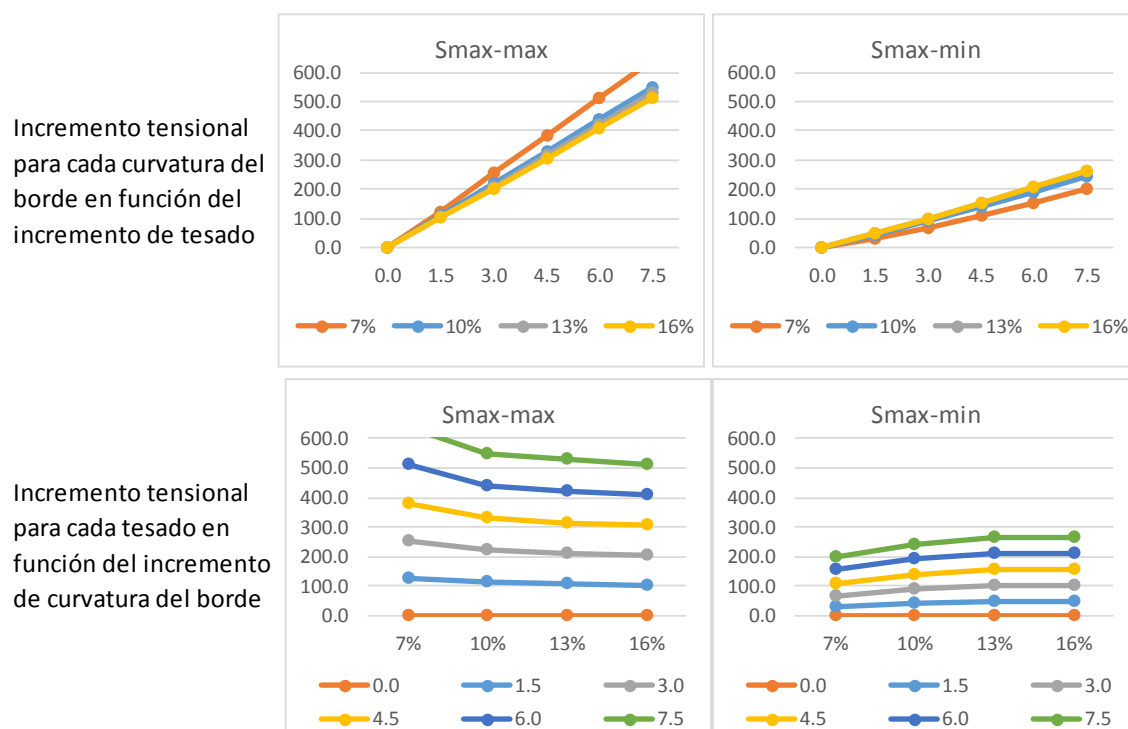


fig. 3-54 Gráficas tensiones principales con variación de curvatura de borde en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

Con estas gráficas se demuestra que un incremento de curvatura de borde de la superficie no produce variaciones significativas del comportamiento observado en el caso del paraboloide de planta cuadrada. Se observa que los valores de las tensiones principales máximas disminuyen al aumentar la curvatura, mientras las mínimas aumentan su valor a medida se aumenta la curvatura del borde de la superficie.

Comparando los valores de esta variación tensional se observa que también hay una variación del valor porcentual de pérdida observado en un incremento de la curvatura del borde del 3%, pero la variación tensional no es igual en todos los valores tensionales de las tensiones principales siendo más acusada en las tensiones principales mínimas.

Los valores de la variación porcentual obtenidos no son constantes para cada incremento de curvatura y hay que diferenciar los valores para cada incremento dado que se observan unos valores porcentuales más elevados para los aumentos de las curvaturas bajas y unos valores más constantes para las curvaturas elevadas.

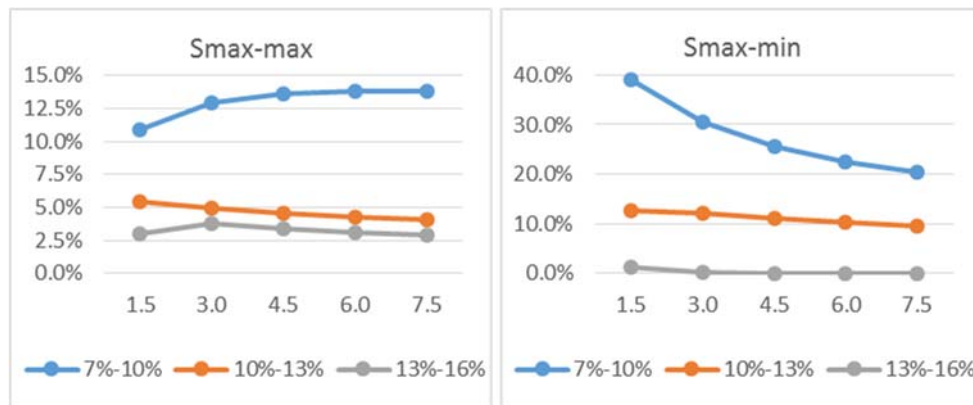


fig. 3-55 Gráfica de variación del porcentaje de variación de la tensión principal debido a un incremento del 3% de la curvatura del borde.

Fuente: Elaboración propia

De modo similar a lo sucedido en los paraboloides de planta cuadrada los porcentajes de variación del valor del tesado a medida se incrementa la curvatura del borde es muy diferenciada entre las tensiones máximas y las mínimas, obteniendo un valor de mayor magnitud en las variaciones en las tensiones mínimas.

En referencia a las tensiones máximas se observa como el incremento de curvatura en curvaturas bajas supone una variación tensional más significativa que con la misma variación en curvaturas más elevadas.

Considerando siempre un salto de un 3% de la curvatura para el incremento del 7% al 10% de la curvatura del borde supone una disminución tensional en torno al 13%, siendo más elevada para las membranas más tensadas, pero siempre cercana a ese valor. Por el contrario, en el incremento del 13% al 16% la variación de las tensiones es prácticamente constante del 3%.

En el caso de las tensiones mínimas el incremento tensional es mucho más significativo con valores de variación tensional entre el 20% y el 40% para el incremento de curvatura del 7% al 10%, obteniendo los valores más elevados para los pretesados menores, del 1.5%  $R_k$ .

Para curvaturas más elevadas los valores de la variación tensional son menores obteniendo unos valores nulos con el incremento de curvatura del 13% al 16%.

Comparando estos valores con los de los paraboloides de planta cuadrada se observa un acercamiento entre los valores. La variación de los valores máximos es más elevada, mientras los de los valores mínimos es más reducida, de tal manera que las diferencias entre los comportamientos de las tensiones máximas y mínimas, aunque aún están presentes, son más reducidas.

Esta variación de la relación entre valores implica que en superficies parabólicas, con cualquier proporción de planta, incrementar la curvatura de los bordes supondrá una disminución de la tensión principal máxima, siendo más acusada a mayor diferencia de dimensión entre sus lados. Pero supondrá un importante aumento de la tensión principal mínima siendo más acusada a menor diferencia de dimensión entre sus lados.

En referencia a los valores de las tensiones secundarias se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

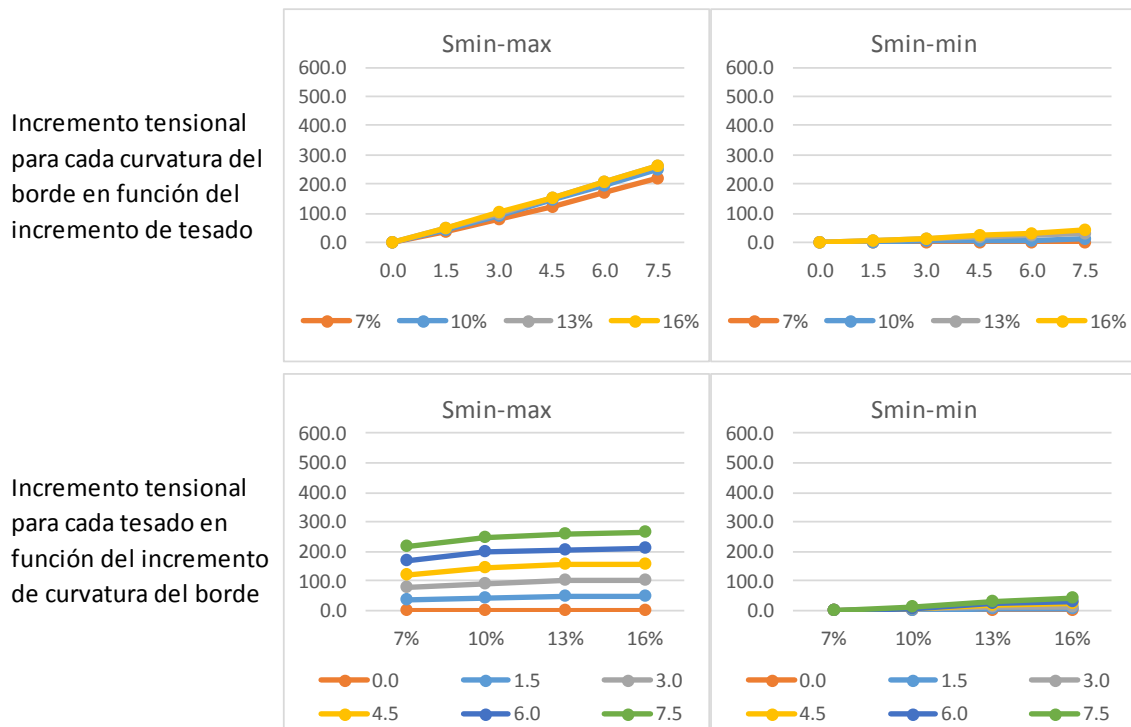


fig. 3-56 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de curvatura de borde en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

En estas gráficas se verifica que la tendencia de las tensiones secundarias presentes en los paraboloides rectangulares analizados es a aumentar su valor a medida aumentan las curvatura de los bordes de la superficie.

Concretamente en relación a las tensiones secundarias máximas presentes en la zona de los centros de tensiones de la superficie, muestran unos valores muy similares a los de las tensiones principales mínimas y siguen exactamente su mismo comportamiento, presentando un aumento del valor de la tensión a medida aumenta la curvatura de los bordes.

En el caso de las tensiones secundarias mínimas también se observa el efecto de aumento de la tensión partiendo de unos valores cercanos a 0 para tesados bajos, incrementando su valor a medida aumenta el tesado, pero siempre con unos valores bajos.

Analizadas las tensiones principales y secundarias, para poder evaluar el comportamiento tensional global de la superficie se pueden analizar las tensiones promedio las cuales, aun no pudiéndose asociar a una zona concreta de la superficie, ofrecen un indicador del comportamiento tensional global de la superficie.

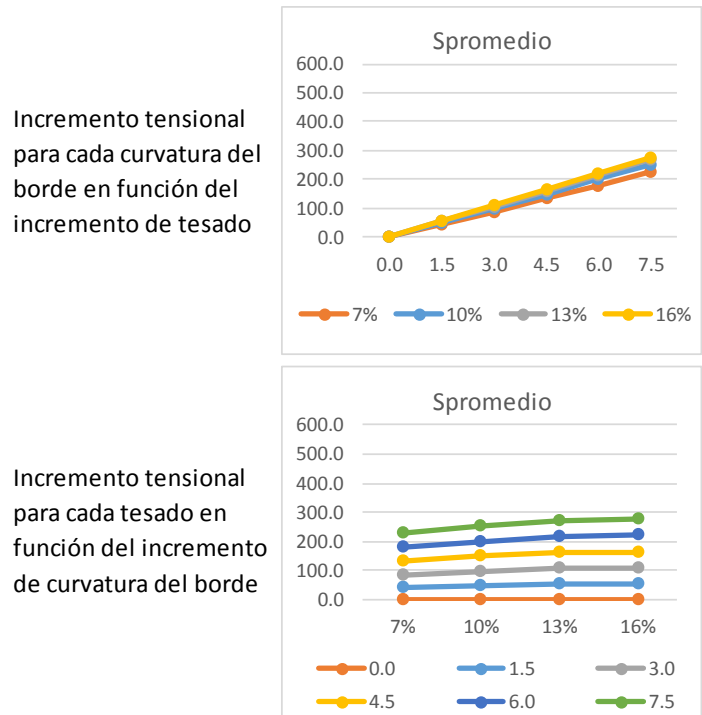


fig. 3-57 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de curvatura de borde en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

Con el análisis de las tensiones promedio se observa la tendencia al aumento de la tensión promedio a medida se incrementa la curvatura del borde de la superficie observada anteriormente. Pero en este caso el aumento es más suave que en el caso de las tensiones del centro que presentaban unos valores porcentuales más elevados.

Analizando el valor concreto de la tensión promedio obtenida con el valor de la tensión en la posición de los centros de tensiones de la superficie, que tienen un valor similar tanto en tensiones principales como secundarias, se destaca que el valor aun no siendo igual si que es similar, siendo el valor promedio de la superficie entre un 2% y un 8% superior, obteniendo los valores más similares en los modelos con mayor curvatura.

En este caso el valor porcentual del incremento de la tensión por un incremento de la curvatura del borde de un 3%, no es constante para cada incremento de curvatura y hay que diferenciar los valores para cada incremento ya que se observa unos valores porcentuales más elevados para los aumentos de las curvaturas bajas y unos valores más constantes para las curvaturas elevadas.

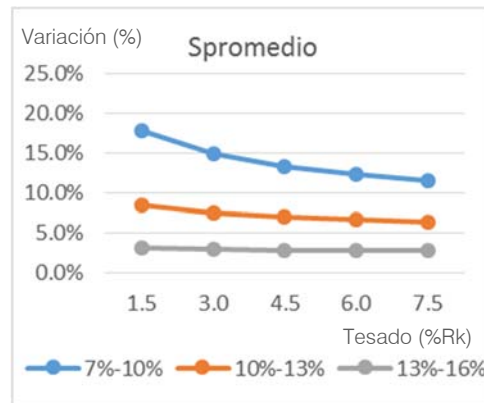


fig. 3-58 Gráfica de variación del porcentaje de variación de la tensión promedio debido a un incremento del 3% de la curvatura de borde.

Fuente: Elaboración propia.

Observando los valores de las gráficas se verifica que en curvaturas bajas, con un incremento de curvatura de borde del 7% al 10%, se obtienen los valores más elevados de las variaciones de las tensiones con unos valores porcentuales superiores al 15% para un tesado de 1.5% Rk, mientras para un tesado elevado de 7.5% Rk, el valor de la variación es del 12%.

Mientras que en el salto de curvaturas de borde entre el 10% y el 13% el incremento es constante inferior al 10% para todos los valores de tesado, y para el salto entre 13% y el 16% el incremento es inferior del 5% para todos los valores de tesado.

Comparando estos valores con los de los paraboloides de planta cuadrada se observa como estos son ligeramente inferiores, reduciéndose en un valor próximo al 1% o 2%.

Se verifica que a mayores curvaturas menor será el incremento de tensión conseguido, lo que implica que con unas curvaturas de borde de hasta el 10%, para un mismo pretesado de la superficie el incremento tensional conseguido, es más significativo que para curvaturas superiores al 10%.

La similitud de comportamientos entre lo sucedido en los puntos de centros de tensiones y el valor promedio sugiere que con la realización del estudio de los puntos de centro de tensiones es posible determinar el comportamiento global de la superficie parabólica, ya que se conoce la relación existente entre el comportamiento de estos centros con el del resto de la superficie.

Para finalizar el análisis de la variación del incremento de dimensión unidireccional se analizará la variación de los valores obtenidos de reacción en los soportes y el axil detectado en la relinga perimetral:

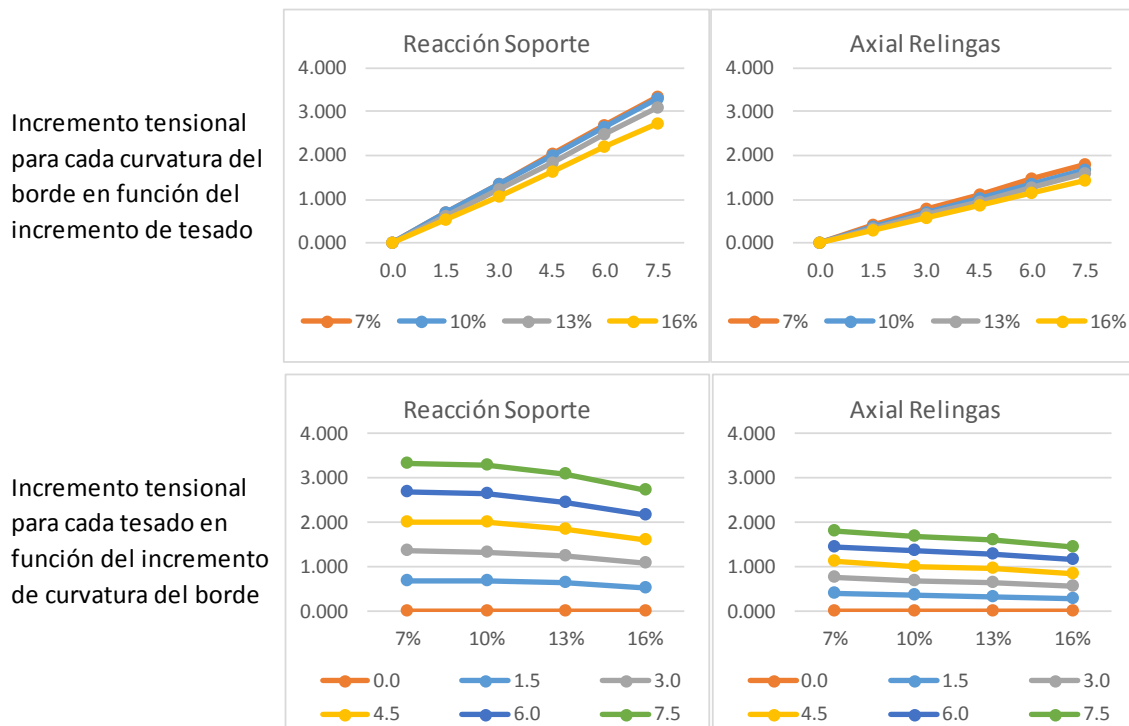


fig. 3-59 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de curvatura de borde en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

En este análisis también se observa en ambos casos un aumento lineal de los valores al producirse un incremento del tesado de la superficie.

Contrariamente a lo sucedido en los estados tensionales, se detecta que un incremento de curvatura de los bordes de la superficie implica una disminución en la magnitud, tanto del valor del axial de las relingas como de las reacciones de los soportes, igual como sucedía en el caso de paraboloides de planta cuadrada.

Realizando la gráfica de variación de los porcentajes se detecta que del mismo modo como sucedía con las relaciones de los valores de tesado, no existe una relación constante de los porcentajes de los valores, sino que estos dependen del nivel de curvatura existente. Pero esta relación es contraria a lo que sucedía con las tensiones, ya que son las curvaturas elevadas las que presentan valores de proporción de reducción del valor más elevados.

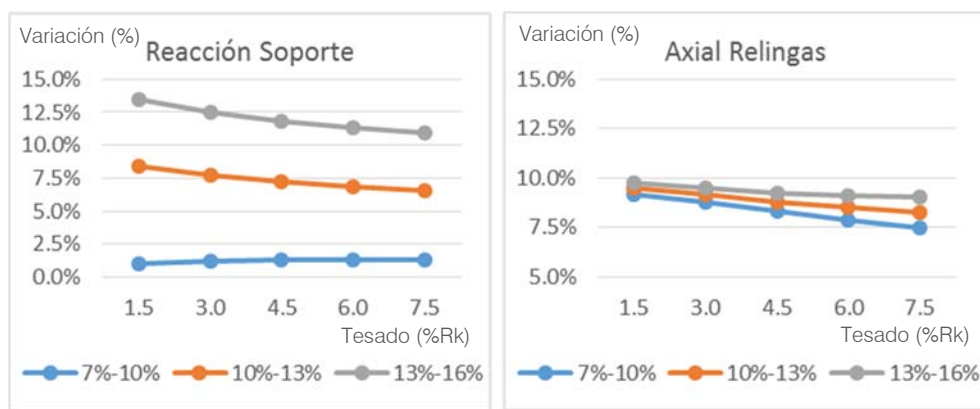


fig. 3-60 Gráfica de variación del porcentaje promedio de variación de la reacción en los soportes y axial de la relinga debido a un incremento de la curvatura de borde del 3%.

Fuente: Elaboración propia.

De tal manera que para las reacciones en los soportes, con un mismo incremento del 3% de curvatura para las curvaturas bajas con un salto del 7% al 10% se obtienen valores de decrecimiento del 3%, mientras para las curvaturas elevadas del 13% al 16% el valor asciende a un 13% para tesados bajos y del 11% para los tesados elevados.

Si se analiza lo sucedido con los valores del axial de las relingas se obtiene un comportamiento más constante en los valores, de tal manera que se obtienen valores similares de la variación para todos los saltos tensionales, mostrando unos valores ligeramente más elevados con las curvaturas elevadas respecto a los de las bajas.



Si se comparan estos valores de la variación con los obtenidos en la variación de la proporción cuadrada, se demuestra que la variación en la reacción en los soportes y el axial en la relinga obtenidas por el paraboloides rectangular son superiores pero del mismo orden de magnitud, mostrando una mayor variación a mayores curvaturas de borde.

Siguiendo el mismo esquema observado con todas las variaciones aplicadas, aunque el incremento de curvatura general suponga una variación de los valores tensionales, no supone una modificación de la distribución tensional. En este sentido los valores tensionales principales máximos siempre se detectan en las esquinas de los puntos de soportes y los mínimos en los centros tensionales. La posición de los centros tensionales se localiza en función de la geometría del paraboloides, siendo un único punto en el caso de superficies de planta cuadrada, o mostrando dos puntos en el caso de superficies de planta rectangular.

En referencia a los valores tensionales secundarios se muestran siempre en la misma posición donde se localizan los mínimos principales. Los valores mínimos absolutos se localizan en las esquinas de los soportes, llegando incluso a producirse destensados locales de los elementos más cercanos a los puntos de soporte en el caso de los modelos de mayor curvatura.

### 3.3.4. Resumen del comportamiento de la distribución tensional

En este apartado se realizará un resumen de las variaciones tensionales obtenidas en función de las distintas modificaciones geométricas realizadas.

En la tabla se muestra la tendencia que toman los valores al aumentar una variación concreta, distinguiendo entre los modelos de proporción cuadrada de los modelos con proporción rectangular e indicando el valor de la variación para un pretesado igual al 4.5% de la resistencia característica de la superficie para mostrar la importancia de la variación del valor.

Primeramente se muestran las tendencias observadas en las tensiones principales localizadas en la superficie de los modelos:

Variación	Smax-max	Smax-min	Smin-max	Smin-min
<b>Dimensión</b>				
Cuadrada	Valores similares	Disminuye 16% salto 50%	Disminuye 16% salto 50%	Disminuye valores cerca 0
Rectangular	Valores similares	Aumenta 4% salto 50%	Valores similares	Disminuye valores cerca 0
<b>Curvatura general</b>				
Cuadrada	Disminuye 14% salto 10%	Disminuye 6% salto 10%	Disminuye 6% salto 10%	Disminuye valores cerca 0
Rectangular	Disminuye 11% salto 10%	Disminuye 7% salto 10%	Disminuye 7% salto 10%	Disminuye valores cerca 0
<b>Curvatura bordes</b>				
Cuadrada	Disminuye 1-5% salto 3%	Aumenta 20-60% salto 3%	Aumenta 20-60% salto 3%	Aumenta valores cerca 0
Rectangular	Disminuye 3-13% salto 3%	Aumenta 0-25% salto 3%	Aumenta 0-25% salto 3%	Aumenta valores cerca 0

Tab. 3-1 Resumen tendencia variación de tensiones máximas.

Fuente: Elaboración propia.

En la segunda tabla se muestra la tendencia observada en la tensión promedio de la superficie, que por si misma ofrece una visión del comportamiento global de la superficie, además de los comportamientos correspondientes a las reacciones en los soportes y de los axiles de las relingas perimetrales.

Variación	Spromedio	Reacciones	Axial relinga
<b>Dimensión</b>			
Cuadrada	Disminuye 10% salto 50%	Aumenta 19% salto 50%	Aumenta 19% salto 50%
Rectangular	Disminuye 7% salto 50%	Disminuye 3% salto 50%	Disminuye 2% salto 50%
<b>Curvatura general</b>			
Cuadrada	Disminuye 8% salto 10%	Disminuye 8% salto 10%	Disminuye 10% salto 10%
Rectangular	Disminuye 6% salto 10%	Disminuye 7% salto 10%	Disminuye 6% salto 10%
<b>Curvatura. bordes</b>			
Cuadrada	Aumenta 5-16% salto 3%	Disminuye 4-8% salto 3%	Disminuye 2-9% salto 3%
Rectangular	Aumenta 3-14% salto 3%	Disminuye 2-12% salto 3%	Disminuye 8-9% salto 3%

*Tab. 3-2 Resumen tendencia variación de tensiones promedio, reacciones en los soportes y axiales en la relinga.*

Fuente: Elaboración propia.

### 3.3.5. Comparativa distintas cargas

Una vez realizados los análisis comparativos con distintas variaciones geométricas se realizará el análisis de los distintos modelos con carga aplicada para verificar si el comportamiento analizado se mantiene con la aplicación de una carga sobre los paraboloides.

Para no realizar un número excesivo de modelos únicamente se realizará el análisis de las cargas para unos modelos determinados con unas dimensiones y curvaturas que se han mostrado como modelos representativos de la globalidad.

En los modelos se seguirá realizando la comparación entre los modelos de proporción cuadrada y proporción rectangular, debido a que se ha demostrado que el comportamiento de la distribución tensional depende de la proporción en planta de la superficie parabólica.

En este sentido los modelos escogidos para la realización del análisis con incremento de carga son los modelos con dimensiones 8x8 y 8x14 metros, con curvaturas generales del 20% y de bordes del 10%.

Sobre estos modelos se les aplicará una carga vertical de valores variables entre 0 y 1.50 KN/m<sup>2</sup>, concretamente los valores aplicados serán: 0.00, 0.50, 1.00 y 1.50 KN/m<sup>2</sup>.

Junto a estas cargas se aplicará el mismo pretesado aplicado en los análisis anteriores de valores de 0% a 7.5% de la resistencia característica del material, de ahora en adelante  $R_k$ , concretamente los valores aplicados serán: 0.0, 1.5, 3.0, 4.5, 6.0, 7.5%  $R_k$ .

De tal manera que se realizaran un total de 48 modelos distintos.

Una vez generados los modelos se procede a realizar la comparación correspondiente al análisis de la distribución tensional del pretensado del paraboloide mediante la variación de la carga aplicada sobre la superficie, dejando el resto de variables geométricas fijadas, para poder observar como se ve afectada la superficie únicamente por la variación de la carga aplicada verticalmente a la superficie.

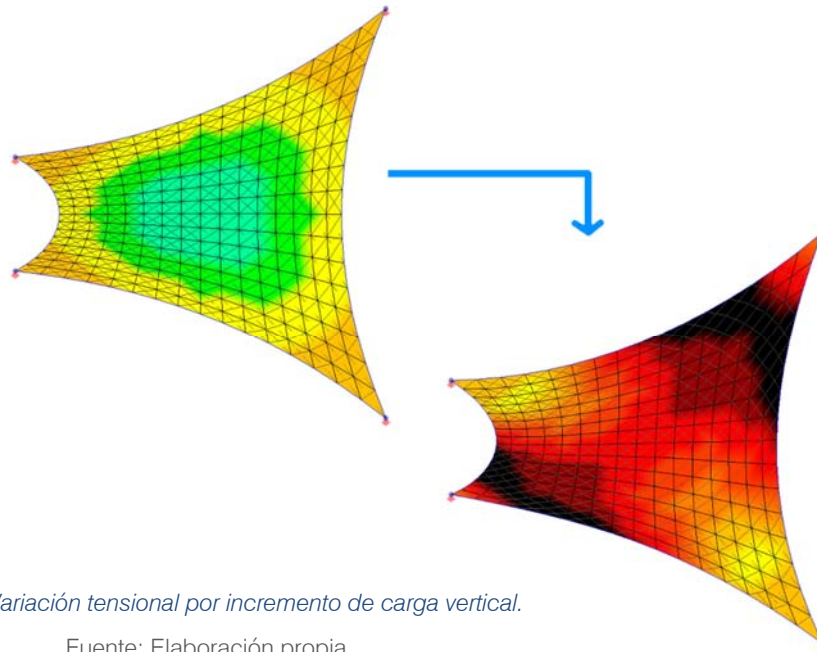


fig. 3-61 Variación tensional por incremento de carga vertical.

Fuente: Elaboración propia.

En un primer análisis se analiza lo sucedido en un paraboloide de planta cuadrada y en el segundo, en uno de planta rectangular, ya que como se ha observado con los análisis anteriores la distribución tensional varía con las proporciones de la superficie que conforma el paraboloide.

Concretamente las variaciones analizadas de la geometría se realizan sobre un paraboloide cuadrado de 8x8m y uno rectangular de 8x14m que presentan una curvatura general del 20% con una relinga en el borde del perímetro y una curvatura de borde del 10%, sobre la cual se aplica una variación de cargas verticales y se incrementará el tesado aplicado hasta un máximo de 7.5% de la resistencia característica del material que conforma la superficie laminar.

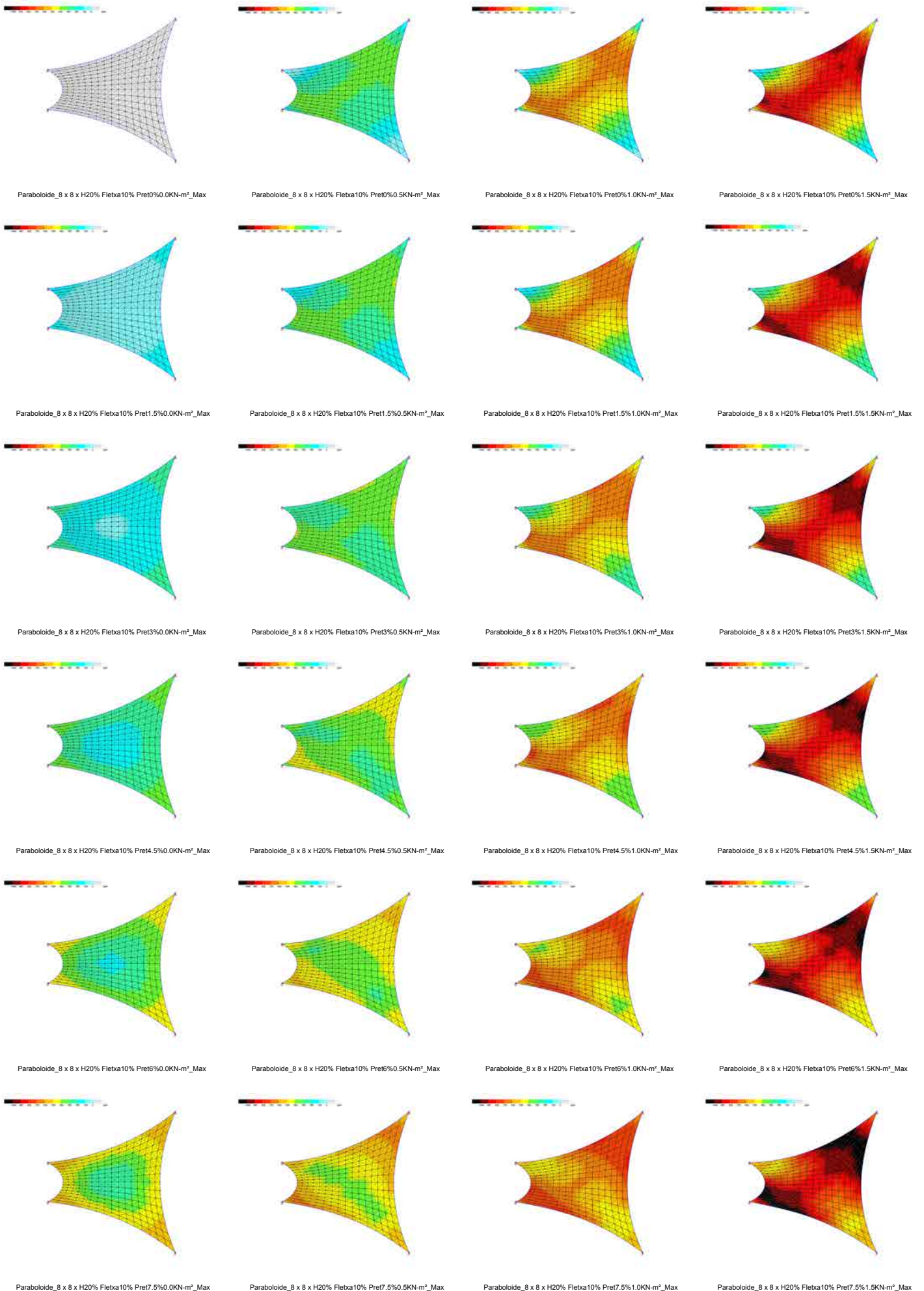
Las cargas aplicadas son 0.00, 0.50, 1.00 y 1.50 KN/m<sup>2</sup>.

A continuación se muestran las imágenes de los modelos que se han efectuado para analizar la variación de tensión por incremento de carga aplicada sobre del paraboloides en el caso de un paraboloides de proporción cuadrada en planta.

La primera serie de evoluciones muestra los modelos correspondientes a las tensiones principales y la segunda muestra la evolución de los valores tensionales secundarios.

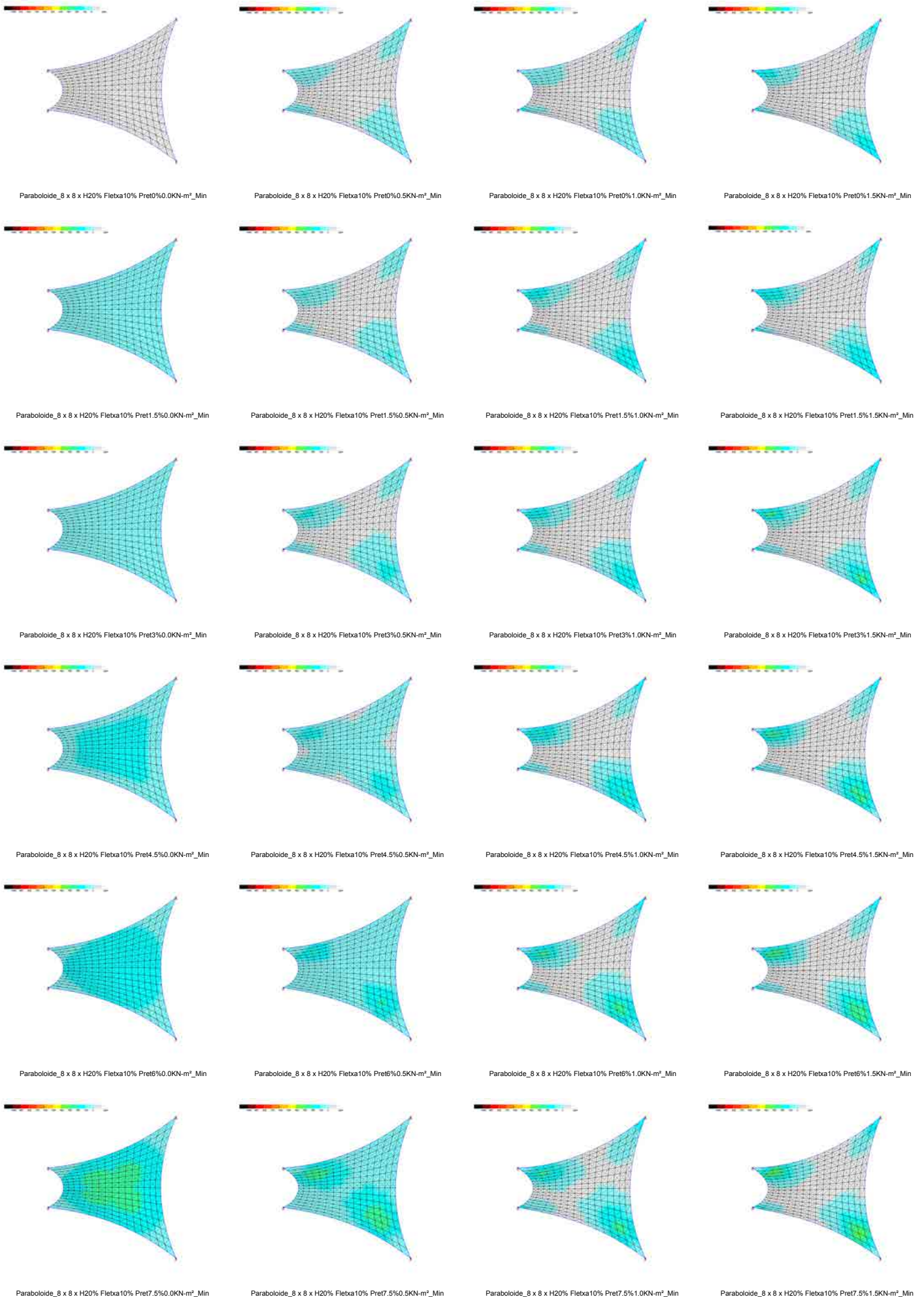
Los modelos están ordenados en horizontal por el incremento de carga aplicada y en vertical por el incremento de pretesado pudiéndose observar como evoluciona la distribución tensional a medida se incrementa la carga aplicada, manteniendo fijado el valor del pretesado aplicado, o como evoluciona si lo que se mantiene fijado es el valor de la carga y se varia el valor del tesado.

# Variación de Tensión por incremento de Carga: Proporción Cuadrada - Tensiones máximas





# Variación de Tensión por incremento de Carga: Proporción Cuadrada - Tensiones mínimas





En una primera observación de la serie de gráficos se manifiesta como un incremento de tesado se traduce con un incremento tensional sin verse modificada su distribución en la superficie, de tal manera que un incremento de tesado únicamente produce un incremento del valor tensional, tanto en lo que se refiere a tensiones principales como secundarias.

A diferencia de las variaciones geométricas, con el incremento de carga si se ve afectada la distribución tensional.

A nivel de las tensiones principales, mientras en una situación sin carga vertical la distribución tensional tiene una forma concéntrica sobre el centro de la superficie, con los valores máximos en las esquinas y los mínimos en el centro, al incrementarse la carga los valores máximos tienden a adentrarse en la superficie siguiendo la diagonal principal “colgada”, mientras los mínimos se desplazan del centro de la superficie hacia las esquinas siguiendo la diagonal principal “apoyada”.

Esta redistribución conlleva una distribución de tensiones principales en franjas en torno a las diagonales, localizando las tensiones principales máximas siguiendo a la diagonal principal “colgada”, y las secundarias a la diagonal principal “apoyada”.

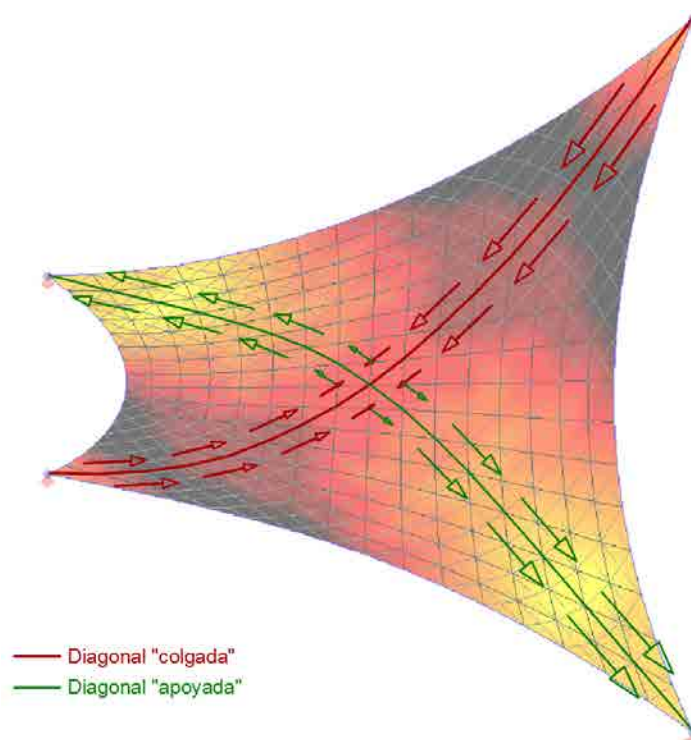


fig. 3-62 Diagonal “colgada” y “apoyada” en un paraboloides cuadrado. Tensiones principales.

Fuente: Elaboración propia.

Relacionando el nivel de pretesado y las cargas aplicadas con la distribución tensional se observa que con un tesado nulo, o muy bajo, las tensiones principales se localizan básicamente en torno a la diagonal principal “colgada”, con unos valores mínimos cercanos al cero localizados en las esquinas de la diagonal principal “apoyada”. El hecho de incrementar la carga produce un incremento del valor de la tensión principal máxima mostrando la diagonal “colgada” con un valor tensional relativamente uniforme, mientras la diagonal “apoyada” muestra una variación de tensiones desde el mínimo en los extremos al máximo en el centro de la superficie.

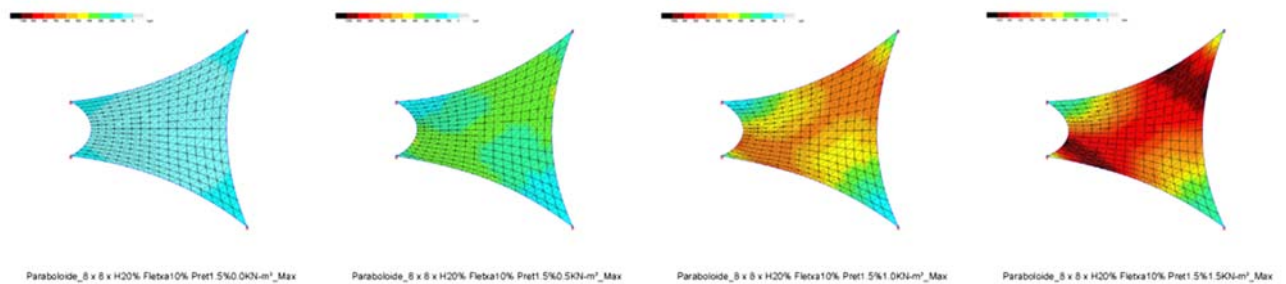


fig. 3-63 Tensiones principales con un pretesado bajo (1.5%  $R_k$ ) y incremento de carga.

Fuente: Elaboración propia.

Contrariamente en los modelos con pretesados más elevados, la variación tensional tiene una evolución distinta ya que produce el efecto que las tensiones principales máximas muestran gradación tensional hasta un determinado nivel de carga, a partir del cual se empiezan a uniformizar en torno a la diagonal principal “colgada”. Mientras las tensiones mínimas si se muestran relativamente uniformes identificando la diagonal principal “apoyada”, hasta que se produce la uniformización de la tensión máxima que conlleva la variación tensional en la diagonal “apoyada”.

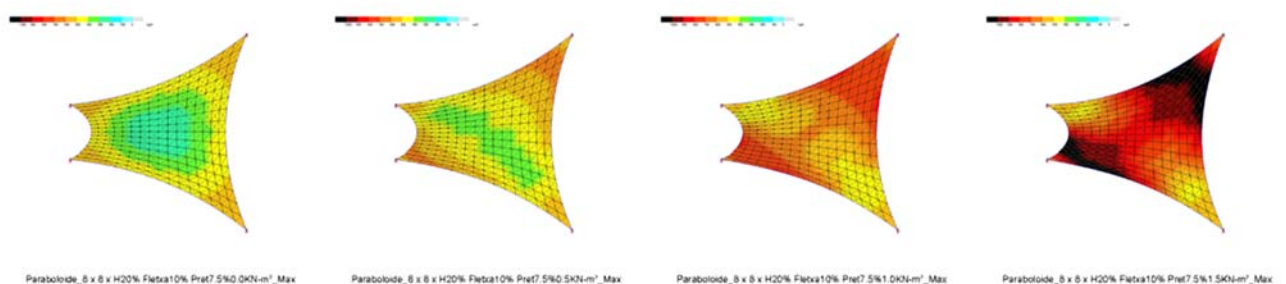


fig. 3-64 Tensiones principales con un pretesado alto (7.5%  $R_k$ ) y incremento de carga.

Fuente: Elaboración propia.

En referencia a las tensiones secundarias la evolución en el comportamiento tensional difiere de las tensiones principales, debido a que en el caso de no tener cargas verticales aplicadas, la distribución observada es concéntrica con los valores máximos en el centro de la superficie, y los mínimos en las esquinas. Al incrementarse la carga las tensiones secundarias tienden a disminuir y concentrarse en las esquinas, mostrando los valores más elevados en las esquinas de la diagonal “apoyada”.

Esta redistribución conlleva una distribución de tensiones secundarias en bolsas en torno a los puntos de soporte, localizando las tensiones secundarias máximas próximas a la diagonal principal “apoyada”, y las mínimas a la diagonal principal “colgada”.

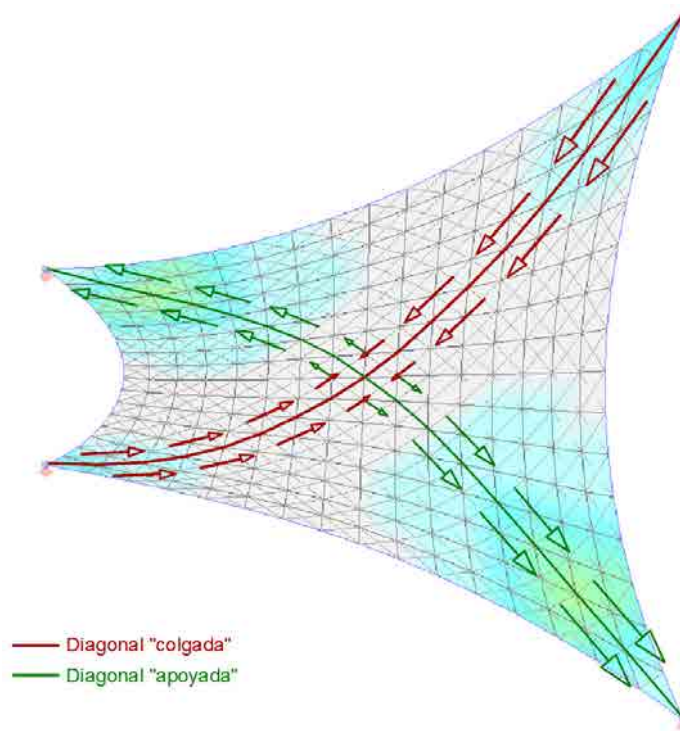


fig. 3-65 Diagonal “colgada” y “apoyada” en un paraboloides cuadrado. Tensiones secundarias.

Fuente: Elaboración propia.

Otra diferenciación de lo observado en las tensiones secundarias respecto de las principales es el comportamiento de la evolución de la distribución tensional al relacionarla con el nivel de pretesado y las cargas aplicadas.

Mientras en las tensiones principales existía una diferencia de comportamiento de la evolución de la distribución tensional en función del nivel de pretesado existente en la superficie, en el caso de las tensiones secundarias, con las imágenes de los modelos, no se observa esta diferenciación de comportamiento, ya que en todos los casos de nivel de pretesado, al aumentar la carga la distribución tensional es similar manteniendo únicamente traccionadas unas zonas en torno a los puntos de soporte y presentando una distensión en la zona central.

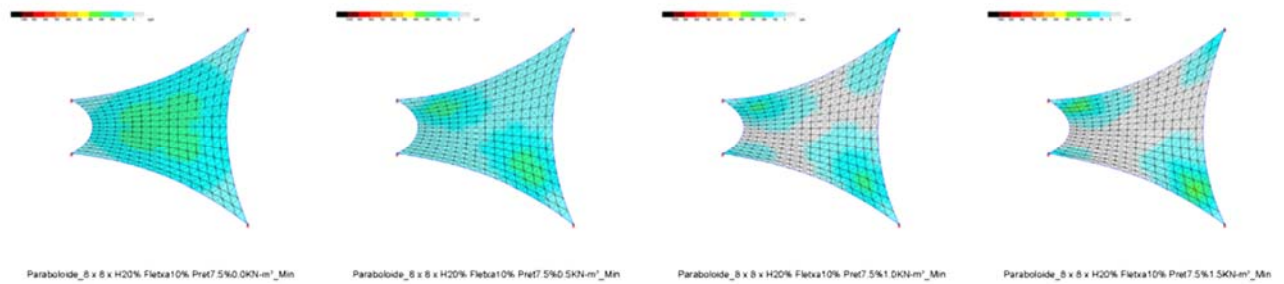


fig. 3-66 Tensiones secundarias con incremento de carga en un paraboloido cuadrado.

Fuente: Elaboración propia.

El hecho de incrementar el nivel de pretesado sí que produce un efecto de aumento de las tensiones secundarias, de tal manera que a mayor nivel de pretesado inicial mayores son los valores de las tensiones presentes en la superficie y menores son las áreas de superficie destensadas en la dirección de las tensiones secundarias.

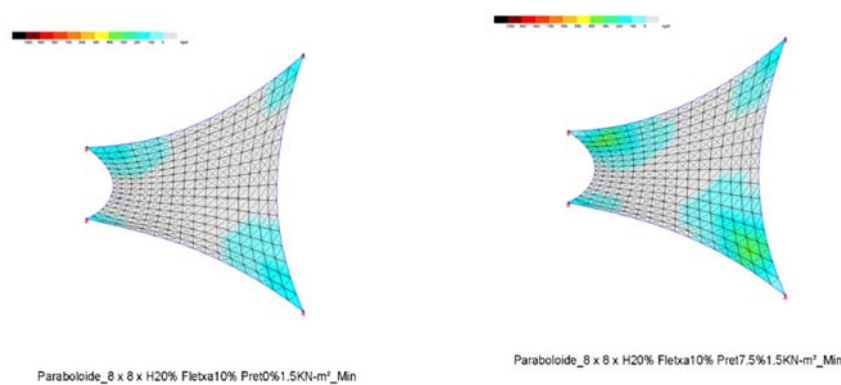


fig. 3-67 Tensiones secundarias con carga aplicada y pretesado nulo (modelo izquierda) o pretesado elevado (modelo derecha).

Fuente: Elaboración propia.

Para corroborar y cuantificar estas observaciones se realizan las gráficas con las correlaciones de datos de los modelos evaluados:

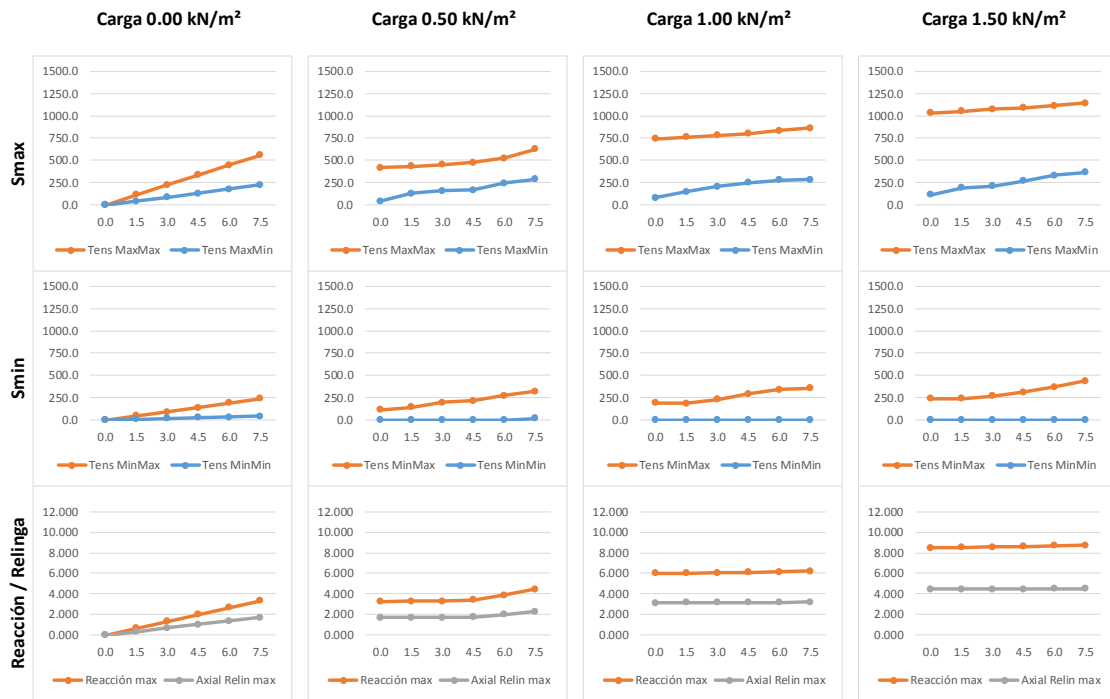


fig. 3-68 Gráficas con variación de incremento de tesado con carga constante en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

En las gráficas se han incorporado los datos correspondientes a los valores de las tensiones máximas y mínimas de las tensiones principales (Smax) y secundarias (Smin) junto con la variación de los valores de las reacciones en los puntos de soporte y el valor axial de las relingas.

Con estas gráficas se pretende controlar los principales valores representativos ya que conocida la distribución tensional, al conocer los valores extremos de las tensiones y complementarlos con los valores de las reacciones y los axiles de las relingas perimetrales será posible realizar una evaluación global completa de la superficie.

En este caso para entender mejor la relación entre los valores tensionales con los del pretensado y la carga aplicada también se debe analizar las gráficas con la variación de incremento de carga manteniendo como valor fijo el pretensado e incrementando la carga aplicada sobre la superficie.

Variación incremento cargas con tesado constante

Proporción cuadrada 8x8m  
 Curvatura general: 20%  
 Curvatura borde: 10%



Al observar las gráficas se detecta la presencia de una singularidad en las mismas que no se había observado en las gráficas de relaciones tensionales con variaciones geométricas. Al introducir la variación de la carga aplicada, manteniendo un mismo nivel de tesado, se observan unos puntos de inflexión en las gráficas de crecimiento tensional, de tal manera que a nivel general la gráfica tiene una pendiente relativamente plana, con unos valores tendiendo a ser constantes, hasta la llegada del punto de inflexión que produce una variación de la pendiente de la curva de valores tensionales aumentando la pendiente de la curva.

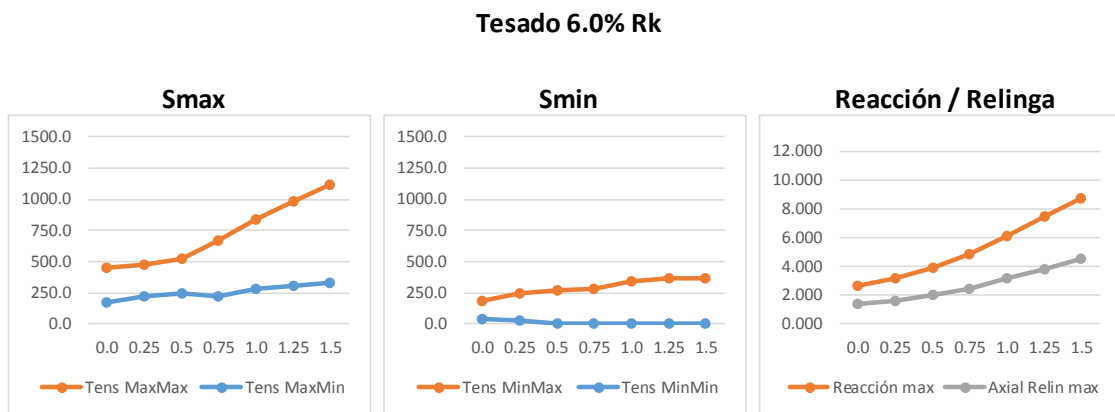


fig. 3-69 Gráficas con variación de incremento de carga con tesado constante.

Fuente: Elaboración propia.

El punto de inflexión se detecta con mayor claridad en la gráfica de tensiones principales máximas, Tens MaxMax y en la de Reacción en los soportes y Axiales en la relinga, mientras no se detecta la inflexión en las curvas de tensiones principales mínimas ni en las de tensiones secundarias.

En las gráficas se observa como la curva tiene una pendiente plana hasta el punto de inflexión y luego crece a un ritmo de incremento constante. Contrariamente la gráfica de tensiones secundarias mínimas tiene una pérdida de valor tensional a medida se incrementa la carga aplicada, hasta el punto de inflexión que es cuando la gráfica toca la cota 0, momento a partir del cual únicamente se obtienen valores tensionales nulos.

Para los distintos pretesados analizados el punto de inflexión se localiza con la aplicación de las siguientes cargas:

	Pretesado					
	0.0% Rk	1.5% Rk	3.0% Rk	4.5% Rk	6.0% Rk	7.5% Rk
Carga del punto de inflexión	0.0 kN/m <sup>2</sup>	0.08 kN/m <sup>2</sup>	0.18 kN/m <sup>2</sup>	0.31 kN/m <sup>2</sup>	0.46 kN/m <sup>2</sup>	0.65 kN/m <sup>2</sup>

Tab. 3-3 Carga punto de inflexión tensiones máximas en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

Esta progresión de valores sigue una ley aproximada de:

$$y = 0.00595x^2 + 0.0415x - 0.0179 \tag{3.01}$$

Dónde:

y: Valor de la carga en el punto de inflexión.

x: Pretesado de la superficie en % de Rk.

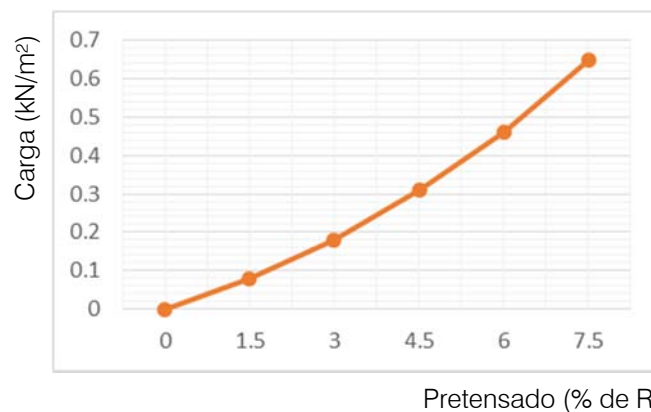


fig. 3-70 Gráfica relación pretesado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión.

Fuente: Elaboración propia.

De tal manera que se muestra que no es una relación lineal, sino que se puede aproximar a una ecuación de segundo grado, con un aumento más marcado a mayores niveles de pretesado de la superficie.

El significado de este punto de inflexión tiene su respuesta en los análisis previos realizados sobre elementos tesados simples tipo cables verticales con una carga puntual aplicada en el centro del cable, donde se observaba que un cable tesado sometido a una carga vertical, se mantenía tensado en toda su longitud hasta que la carga aplicada superaba el valor del doble del pretesado presente en el elemento. En ese instante el cable únicamente tenía



tracción en la parte superior, mientras la inferior se mostraba destensada dejando de tener efecto el pretesado aplicado.

En el paraboloides el punto de inflexión significa que en ese punto se pierde el efecto rigidizador del pretesado, de tal manera que es el punto donde el pretesado pierde su eficacia, hecho que se demuestra con los valores nulos obtenidos por las tensiones secundarias mínimas. Como el pretesado pierde su eficacia, los valores tensionales obtenidos deberían tender a una curva paralela y de valores similares a la curva que hubieran tenido las tensiones sin la presencia de la carga aplicada en la superficie.

Para demostrar este comportamiento se realizará el análisis de los valores de las tensiones principales, que comparándolos entre sí, se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

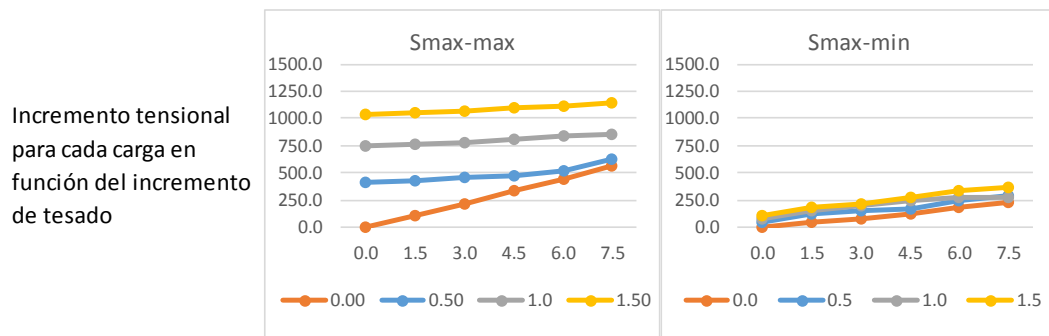


fig. 3-71 Gráficas tensiones principales con variación de incremento de carga en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

En estas gráficas, especialmente en la de tensiones principales máximas, se insinúa el comportamiento pronosticado que en el momento que aparece el punto de inflexión en las relaciones entre pretesado y carga, las tensiones cambian de dirección y siguen una gráfica similar a la gráfica de las tensiones que hubieran tenido sin carga aplicada.

Para poder demostrar este comportamiento se debe ampliar la gráfica con más valores de pretesado para obtener un mayor recorrido de las gráficas.

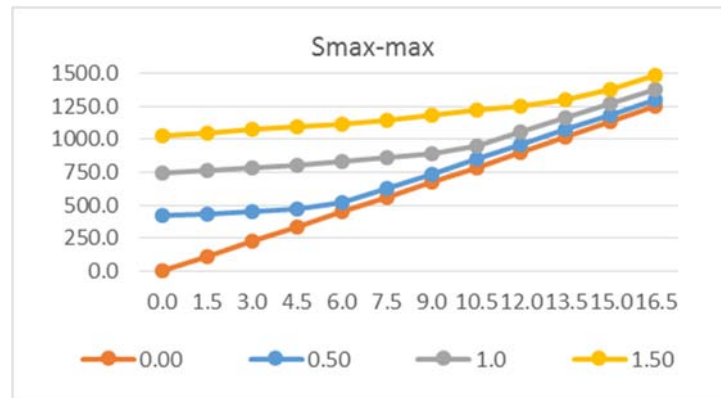


fig. 3-72 Gráficas tensiones principales máximas con variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

Con el incremento de los valores analizados se demuestra que ciertamente con una carga aplicada constante al incrementarse el valor del pretesado en un primer instante se obtiene una tensión relativamente constante a medida se aumenta el tesado de la superficie, hasta alcanzar el valor de pretesado que daría esa tensión en la superficie si no tuviera carga aplicada.

A partir de alcanzar esa curva, al aplicar un incremento de tesado, sin incrementar la carga aplicada, supone un aumento de tensión igual al que tendría sin carga aplicada sobre la superficie.

De esta manera se demuestra que para un valor de tesado determinado se obtiene un valor tensional relativamente constante con cualquier carga aplicada, hasta que esta carga aplicada suponga un valor tensional superior al que ofrece el tesado por sí solo, momento a partir del cual un incremento de carga supondrá un incremento tensional, tal como sucedía con el modelo de un cable tensado con carga dispuesta en la dirección del cable.

En los paraboloides analizados esta conclusión se demuestra analizando conjuntamente las gráficas obtenidas manteniendo un valor de tesado constante e incrementando la carga aplicada.

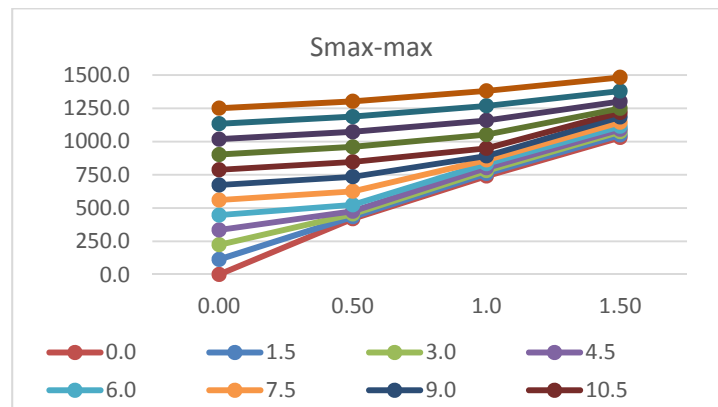


fig. 3-73 Gráficas tensiones principales máximas con variación de incremento de carga y pretesado constante en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

En la gráfica se muestra como para cada nivel de tesado concreto, el valor tensional obtenido es relativamente constante al incrementar la carga aplicada, hasta alcanzar la carga que correspondería a esa tensión superficial sin carga aplicada. A partir de ese momento el aumento de las tensiones sigue la curva correspondiente a un incremento de carga sin pretesado, demostrando que a partir de ese instante el pretesado ya no tiene efecto sobre el valor de las tensiones superficiales.

Al haber realizado más modelos para ampliar las gráficas se ha podido aumentar la curva de los puntos que marcan la inflexión debida a la pérdida de eficacia del tesado de tal manera que se ha corroborado que la fórmula obtenida con menos valores continúa siendo válida:

$$y = 0.00595x^2 + 0.0415x - 0.0179 \quad (3.02)$$

Dónde:

y: Valor de la carga en el punto de inflexión.

x: Pretensado de la superficie en % de  $R_k$ .

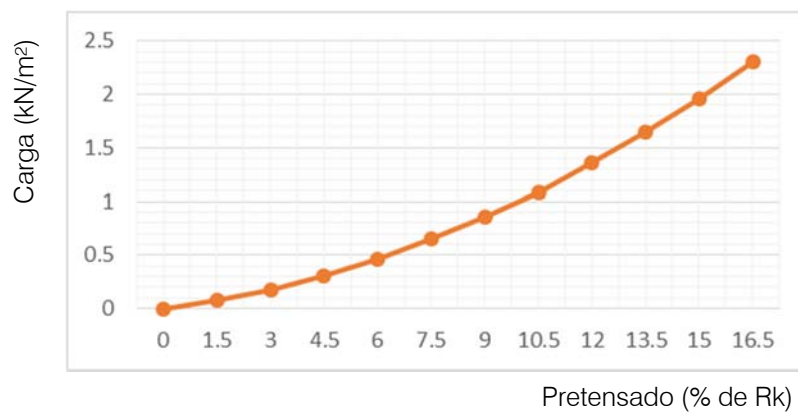


fig. 3-74 Gráfica relación pretensado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión.

Fuente: Elaboración propia.

Esta grafica puede servir para determinar el valor de la carga máxima en la que se aprecia el efecto del pretensado, o trabajando la gráfica de modo inverso, se puede determinar el valor de pretensado mínimo necesario para continuar siendo efectivo con una determinada carga aplicada sobre la superficie.

En referencia a las tensiones principales mínimas presentes en la superficie del paraboloide no se aprecian los puntos de inflexión del comportamiento tensional al incrementarse la carga aplicada ni al incrementarse el valor del tesado superficial.

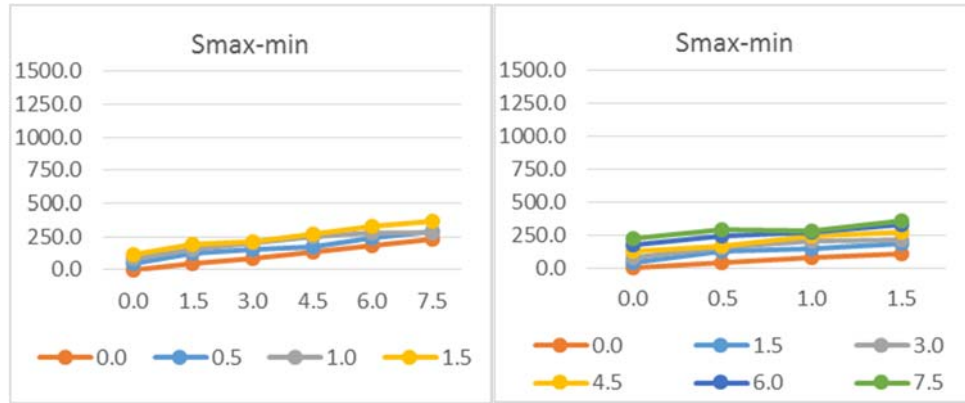


fig. 3-75 Gráficas tensiones principales mínimas con variación de incremento de tesado (izquierda) o de carga (derecha) en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

En las gráficas se observa como el incremento de carga aplicada supone un incremento tensional de la tensión mínima presente en la zona de los centros de tensiones, respecto al valor tensional que tendría la superficie sin ninguna carga externa aplicada, con un crecimiento de los valores paralelo a la curva correspondiente a la superficie únicamente tesada.

En este caso concreto un aumento de 0.5 kN/m<sup>2</sup> conlleva un aumento próximo al 20% del valor de la tensión principal mínima. Pero no se puede establecer un criterio o ley general ya que el valor de la tensión principal mínima se localizará en la posición de los centros de tensiones, que debido a la variación de la situación de estos en función de la carga aplicada, el valor tensional no representaría a una posición concreta sino que se irían leyendo valores de posiciones distintas y por tanto no comparables directamente entre ellas.

En referencia a los valores de las tensiones secundarias se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

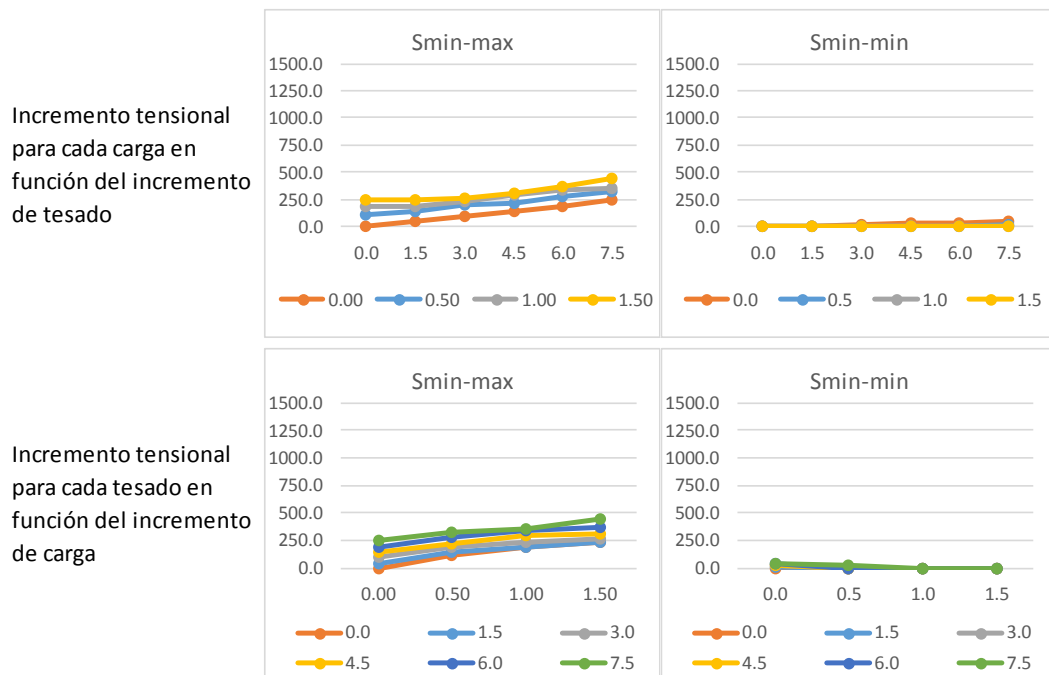


fig. 3-76 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de carga en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

En estas gráficas se verifica que la tendencia de las tensiones secundarias presentes en los paraboloides cuadrados analizados es a aumentar su valor a medida aumentan las cargas aplicadas sobre la superficie.

Concretamente en relación a las tensiones secundarias máximas presentes en la zona de centros de tensiones, al presentar estas unos valores muy similares a los de las tensiones principales mínimas, siguen exactamente su mismo comportamiento, presentando un aumento del valor de la tensión a medida aumenta la carga aplicada sobre de la superficie.

Igualmente como sucedía con las tensiones principales mínimas, con las secundarias máximas al localizarse en los centros de tensiones, al desplazarse estos con la aplicación de cargas, los valores corresponden a puntos distintos de la superficie y por tanto no son comparables, ni pueden mostrar una ley de comportamiento generalizable.

En el caso de las tensiones secundarias mínimas se observa un comportamiento de disminución del valor tensional al aumentar la carga aplicada, ya que se parte de unos valores bajos y al aplicar la carga estos valores rápidamente descienden a cero.

Contrariamente un aumento del valor del tesado, para una misma carga aplicada, conlleva un aumento de la tensión mínima, tanto un aumento de las zonas que están tensadas como del valor tensional de las zonas que no están destensadas.

Como se muestra en las imágenes de los modelos los primeros puntos en perder la tensión de tracción concebida por el pretesado son las zonas centrales de los bordes del perímetro, y desde allí se va extendiendo la zona destensada hacia el centro de la superficie manteniendo únicamente traccionadas las esquinas cercanas a los puntos de soporte de la superficie.

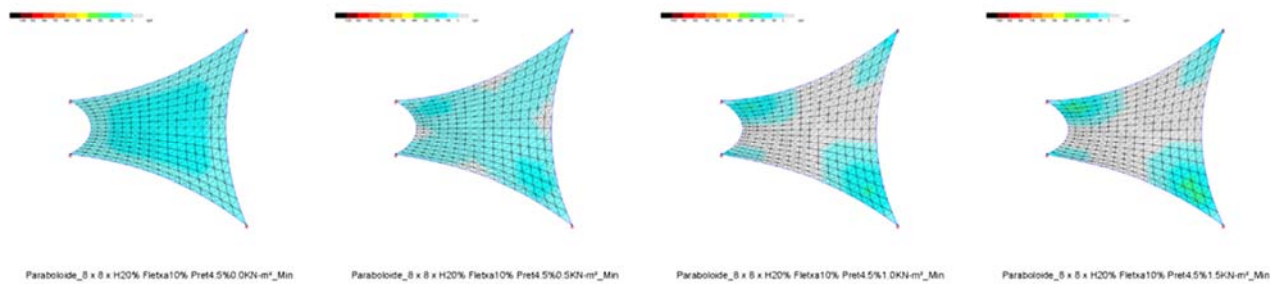


fig. 3-77 Modelos de evolución de la distribución de la tensión secundaria mínima con la variación de incremento de carga en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

Analizadas las tensiones principales y secundarias, para poder evaluar el comportamiento tensional global de la superficie se pueden analizar las tensiones promedio, las cuales, aun no pudiéndose asociar a una zona concreta de la superficie, ofrecen un indicador del comportamiento tensional global de la superficie.

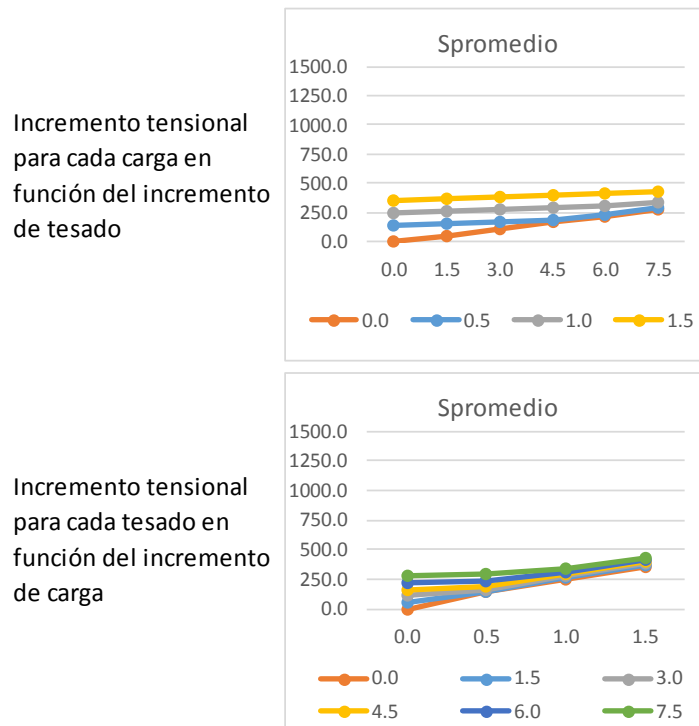


fig. 3-78 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de cargas en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

Con el análisis de las tensiones promedio se verifica que el comportamiento global de la superficie se asemeja a lo observado con el análisis de las tensiones principales máximas, mostrando una tensión constante al incrementar el tesado de la superficie para cada carga aplicada, hasta que se alcanza el valor de tesado que aportaría una tensión del mismo valor sin la aplicación de ninguna externa.

Una vez alcanzado este punto, un incremento de tesado conllevaría un incremento tensional siguiendo la misma curva que la que se obtiene con un tesado sin carga exterior aplicada.



Si se elaboran las gráficas manteniendo un tesado constante y se aumenta la carga aplicada, se observa como en un inicio se mantiene relativamente constante el valor tensional al incrementar la carga hasta alcanzar el valor de la carga que confiere la misma tensión sin ningún pretesado, de tal manera que a partir de ese momento la evolución de las tensiones al aumentar la carga es la misma como si no hubiera pretesado.

Para corroborar el comportamiento también se realizan más modelos para complementar la gráfica obteniendo valores para más tesados:

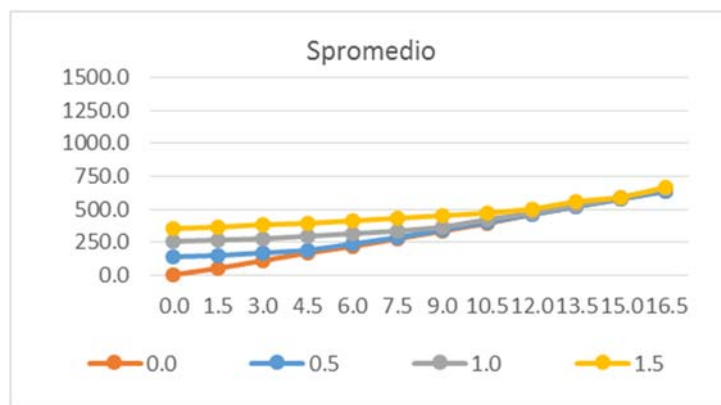


fig. 3-79 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides cuadrados.

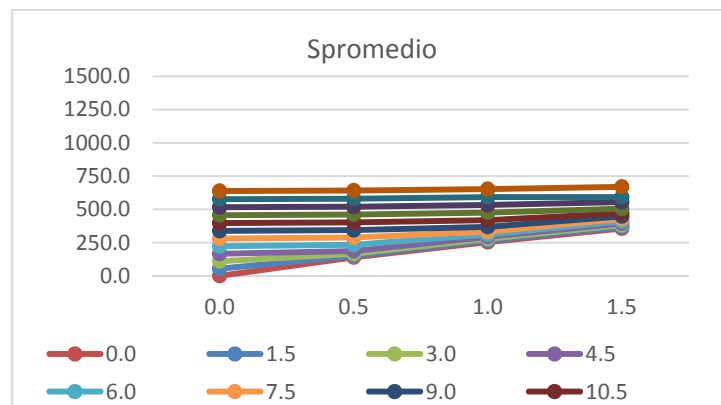


fig. 3-80 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

De esta manera se demuestra, del mismo modo como sucedía con las tensiones principales máximas, que para un valor de tesado determinado se obtiene un valor tensional constante con cualquier carga aplicada, hasta que la carga aplicada suponga un valor tensional superior al que ofrece el tesado por sí solo, sin carga exterior, momento en el que un incremento de carga supondrá un incremento tensional.

De manera similar a como se ha obtenido la ecuación que relacionaba el nivel de pretesado con la carga a partir de la cual el pretesado perdía su eficacia en los valores de las tensiones máximas, se puede elaborar una formulación para localizar esta carga pero con los valores promedio.

Para los distintos pretesados analizados el punto de inflexión se localiza con la aplicación de las siguientes cargas:

	Pretesado					
	0.0% Rk	1.5% Rk	3.0% Rk	4.5% Rk	6.0% Rk	7.5% Rk
Carga del punto de inflexión	0.0 kN/m <sup>2</sup>	0.16 kN/m <sup>2</sup>	0.32 kN/m <sup>2</sup>	0.48 kN/m <sup>2</sup>	0.64 kN/m <sup>2</sup>	0.80 kN/m <sup>2</sup>

Tab. 3-4 Carga punto de inflexión tensiones promedio en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

Esta progresión de valores sigue una ley lineal de:

$$y = 0.107x \tag{3.03}$$

Dónde:

- y: Valor de la carga en el punto de inflexión.
- x: Pretesado de la superficie en % de Rk.

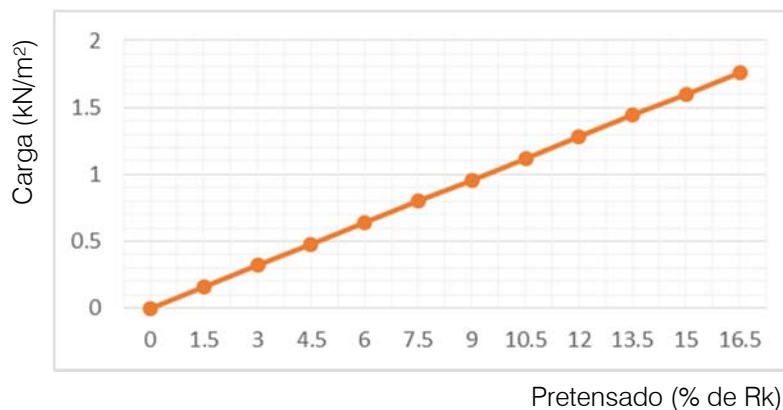


fig. 3-81 Gráfica relación pretesado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión.

Fuente: Elaboración propia.

De tal manera que la relación obtenida en este caso es lineal, y puede servir para determinar el valor de la carga máxima en la que se aprecia el efecto del pretesado, o trabajando la gráfica de modo inverso, se puede determinar el valor de pretesado mínimo necesario para ser aún efectivo con una determinada carga aplicada sobre la superficie.

Estas gráficas del comportamiento de las tensiones promedio muestran fácilmente el comportamiento global de la superficie, pero al no poderse asimilar a ningún valor de ninguna zona fácilmente identificable, no permiten que mediante la evaluación de esa determinada zona de la superficie se pueda extrapolar lo sucedido a la globalidad. Únicamente se podría realizar dicha extrapolación de resultados a las variaciones geométricas donde el valor promedio y su comportamiento se podría asimilar al valor y comportamiento de variación tensional de la zona de centro de tensiones.

Para finalizar el análisis de la variación del incremento de cargas en superficies con forma de paraboloides manteniendo la proporción cuadrada se analizará la variación de los valores obtenidos de reacción en los soportes y el axial de la relinga perimetral.

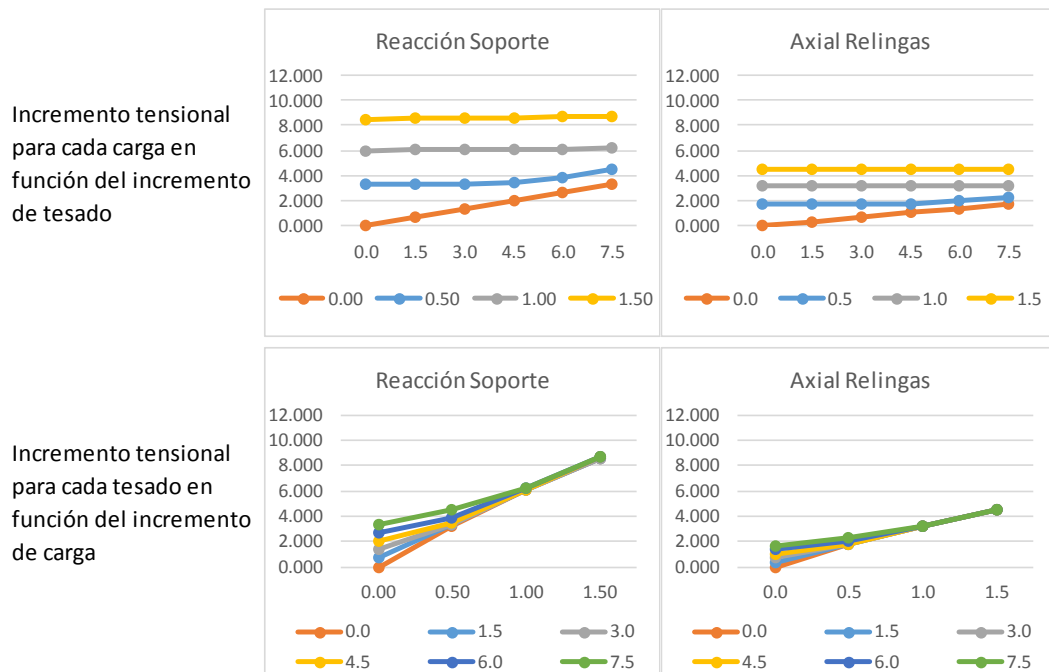


fig. 3-82 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de carga en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

En los casos de los valores de reacción en los soportes y en los axiales en las relingas, se observa un comportamiento similar al observado en las tensiones principales máximas y promedio, mostrando para cada nivel de carga un valor inicial tensional constante a medida se incrementa el valor del tesado, hasta alcanzar el valor de pretensado que ofrecería una tensión del mismo valor que tendría si no hubiera carga aplicada. A partir de ese punto de

inflexión se observa como un incremento de tesado implica un crecimiento tensional igual al de la curva de crecimiento sin carga aplicada.

E inversamente, del mismo modo observado con las tensiones, al mantener un valor de tesado constante e incrementar la carga, en unos primeros instantes se observa un crecimiento de las tensiones hasta que se alcanza el valor de la carga que comportaría una tensión de igual valor pero sin pretesado aplicado, y a partir de ese punto de inflexión el incremento tensional sigue la curva de tensiones que aportaría un incremento de carga sin pretesado aplicado.

Para corroborar el comportamiento también se realizan más modelos para complementar la gráfica obteniendo valores para más tesados:

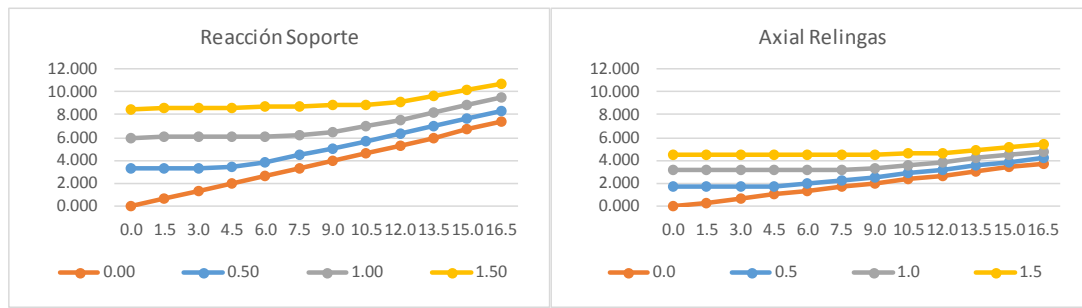


fig. 3-83 Gráficas de reacciones y axiales con variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides cuadrados.

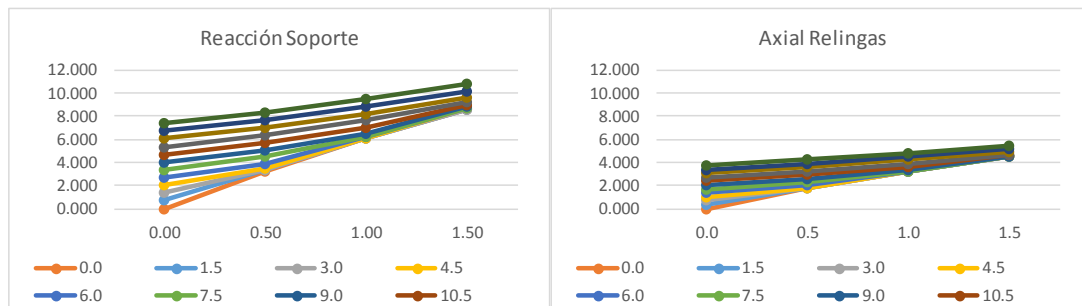


fig. 3-84 Gráficas de reacciones y axiales variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

De manera similar a como se han obtenido las ecuaciones de relación de pretensado con la carga a partir de la cual el pretensado perdía su eficacia en los valores de las tensiones máximas o promedio, se puede elaborar una formulación para localizar esta carga pero con los valores de las reacciones y los axiles.

Para los distintos pretensados analizados el punto de inflexión se localiza con la aplicación de las siguientes cargas:

	Pretensado					
	0.0% Rk	1.5% Rk	3.0% Rk	4.5% Rk	6.0% Rk	7.5% Rk
Carga del punto de inflexión	0.0 kN/m <sup>2</sup>	0.16 kN/m <sup>2</sup>	0.32 kN/m <sup>2</sup>	0.48 kN/m <sup>2</sup>	0.64 kN/m <sup>2</sup>	0.80 kN/m <sup>2</sup>

Tab. 3-5 Carga punto de inflexión reacciones en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

Esta progresión de valores sigue la misma ley lineal observada para el comportamiento de los valores de las tensiones promedio de:

$$y = 0.107x \tag{3.04}$$

Dónde:

- y: Valor de la carga en el punto de inflexión.
- x: Pretensado de la superficie en % de Rk.

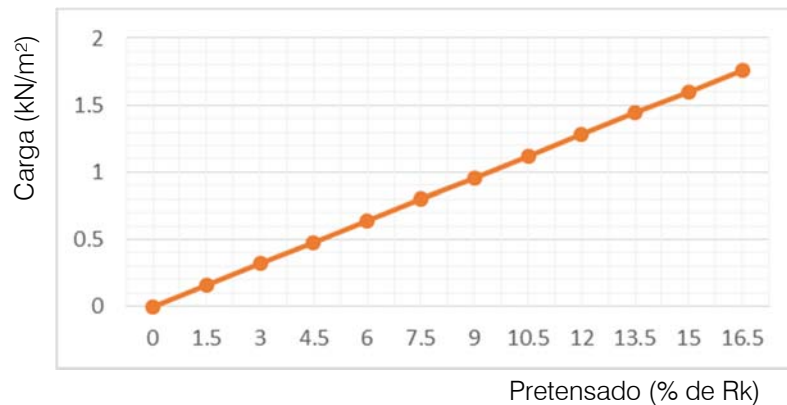


fig. 3-85 Gráfica relación pretensado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión.

Fuente: Elaboración propia.

Esta coincidencia en el comportamiento se debe a que los valores de los axiles y las reacciones tienen relación con el comportamiento global de la superficie, y verifica que en la evolución de las tensiones promedio se manifiesta como un valor de comportamiento global de la superficie.

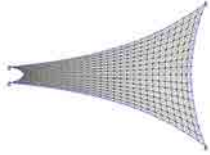
Una vez analizado el paraboloides de planta cuadrada se procede al análisis del paraboloides de planta rectangular.

A continuación se muestran las imágenes de los modelos que se han efectuado para analizar la variación de tensión por incremento de carga aplicada sobre del paraboloides en el caso de un paraboloides de proporción rectangular en planta.

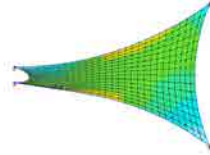
La primera serie de evoluciones muestra los modelos correspondientes a las tensiones principales y la segunda muestra la evolución de los valores tensionales secundarios.

Los modelos están ordenados en horizontal por el incremento de carga aplicada y en vertical por el incremento de pretesado pudiéndose observar como evoluciona la distribución tensional a medida se incrementa la carga aplicada, manteniendo fijado el valor del pretesado aplicado, o como evoluciona si lo que se mantiene fijado es el valor de la carga y se varia el valor del tesado.

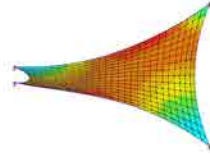
# Variación de Tensión por incremento de Carga: Proporción Rectangular - Tensiones máximas



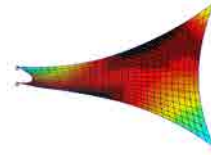
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret0%0.0KN-m²\_Max



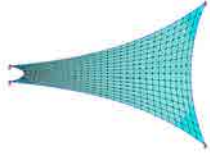
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret0%0.5KN-m²\_Max



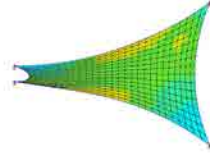
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret0%1.0KN-m²\_Max



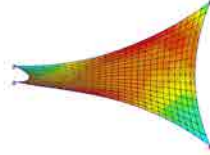
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret0%1.5KN-m²\_Max



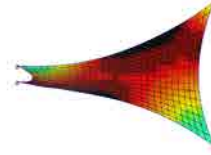
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret1.5%0.0KN-m²\_Max



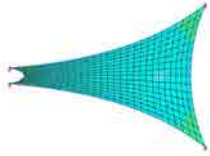
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret1.5%0.5KN-m²\_Max



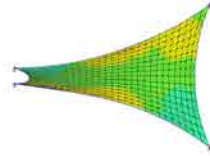
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret1.5%1.0KN-m²\_Max



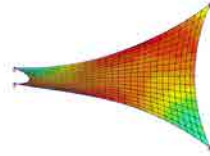
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret1.5%1.5KN-m²\_Max



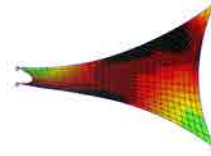
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret3%0.0KN-m²\_Max



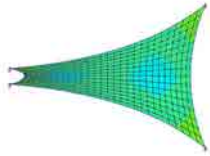
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret3%0.5KN-m²\_Max



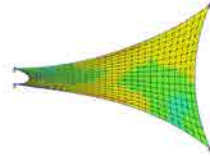
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret3%1.0KN-m²\_Max



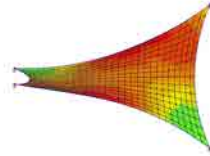
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret3%1.5KN-m²\_Max



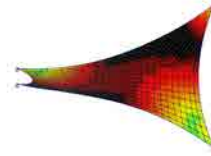
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret4.5%0.0KN-m²\_Max



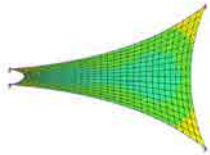
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret4.5%0.5KN-m²\_Max



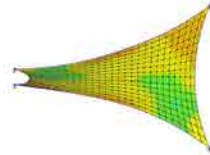
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret4.5%1.0KN-m²\_Max



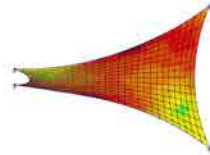
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret4.5%1.5KN-m²\_Max



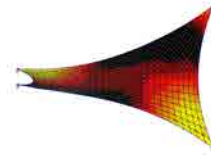
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret6%0.0KN-m²\_Max



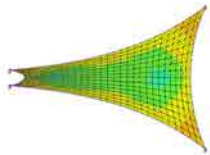
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret6%0.5KN-m²\_Max



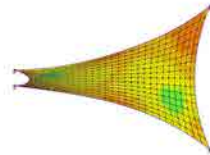
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret6%1.0KN-m²\_Max



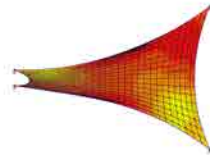
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret6%1.5KN-m²\_Max



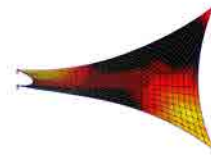
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret7.5%0.0KN-m²\_Max



Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret7.5%0.5KN-m²\_Max

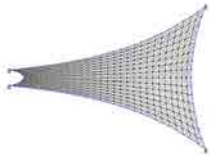


Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret7.5%1.0KN-m²\_Max

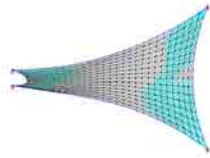


Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret7.5%1.5KN-m²\_Max

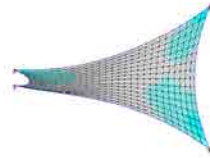
# Variación de Tensión por incremento de Carga: Proporción Rectangular - Tensiones mínimas



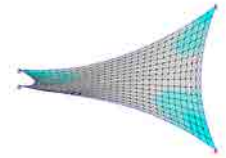
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret0%0.0KN-m²\_Min



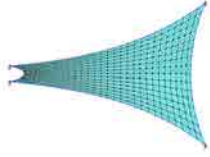
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret0%0.5KN-m²\_Min



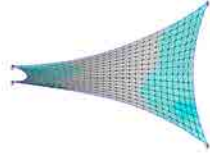
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret0%1.0KN-m²\_Min



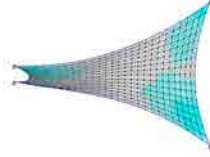
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret0%1.5KN-m²\_Min



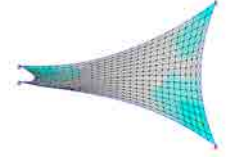
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret1.5%0.0KN-m²\_Min



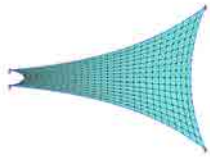
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret1.5%0.5KN-m²\_Min



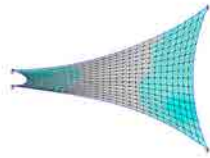
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret1.5%1.0KN-m²\_Min



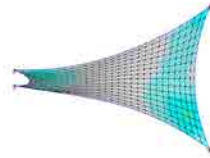
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret1.5%1.5KN-m²\_Min



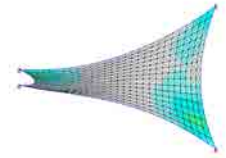
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret3%0.0KN-m²\_Min



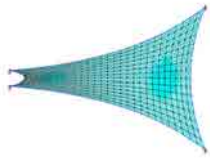
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret3%0.5KN-m²\_Min



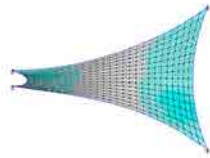
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret3%1.0KN-m²\_Min



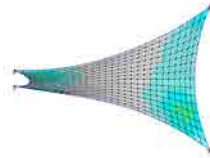
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret3%1.5KN-m²\_Min



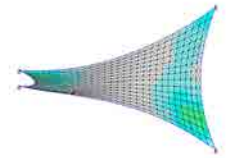
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret4.5%0.0KN-m²\_Min



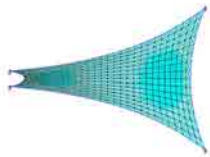
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret4.5%0.5KN-m²\_Min



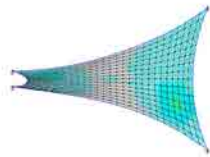
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret4.5%1.0KN-m²\_Min



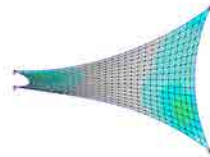
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret4.5%1.5KN-m²\_Min



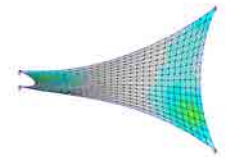
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret6%0.0KN-m²\_Min



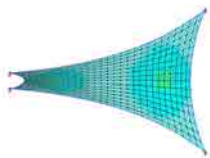
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret6%0.5KN-m²\_Min



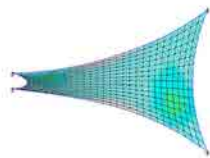
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret6%1.0KN-m²\_Min



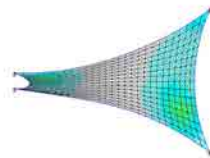
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret6%1.5KN-m²\_Min



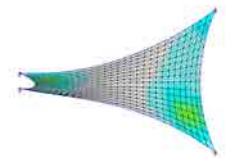
Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret7.5%0.0KN-m²\_Min



Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret7.5%0.5KN-m²\_Min



Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret7.5%1.0KN-m²\_Min



Paraboloide\_8 x 14 x H20% Flebxa10% Pret7.5%1.5KN-m²\_Min

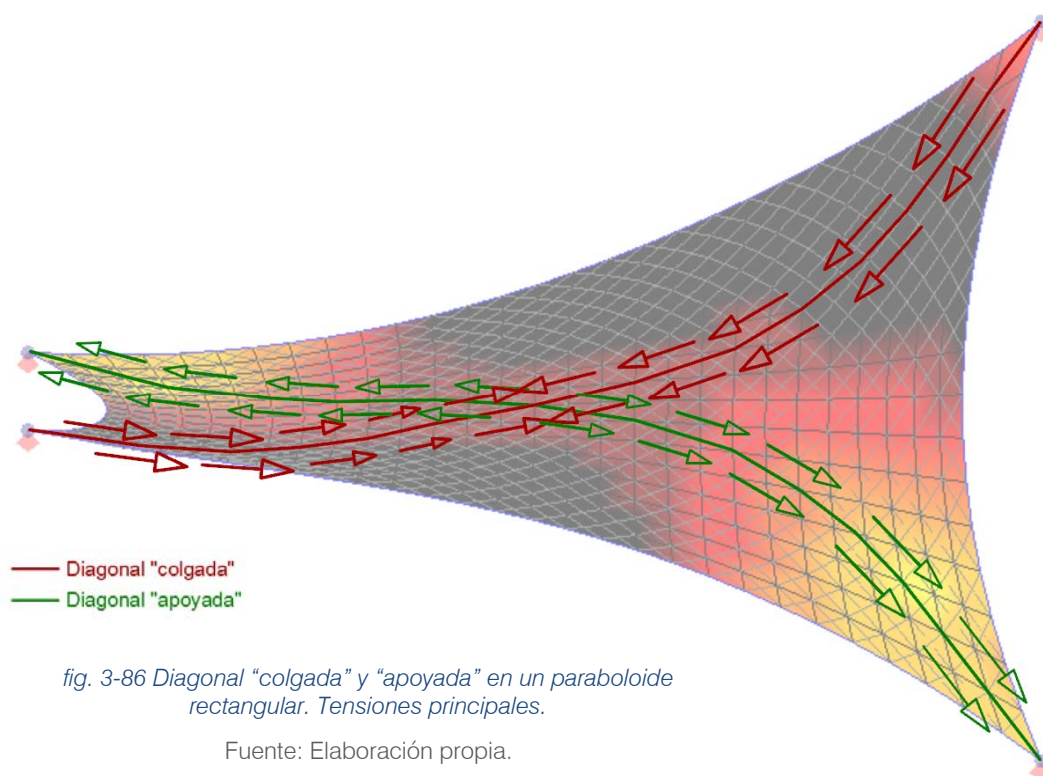


Del mismo modo que sucede en todos los casos analizados, en una primera observación de la serie de gráficos se manifiesta como un incremento de tesado se traduce con un incremento tensional sin verse modificada su distribución en la superficie. De esta manera un incremento de tesado únicamente produce un incremento del valor tensional, tanto en lo que se refiere a tensiones principales como secundarias.

Pero de forma similar a como sucedía con el paraboloides de planta cuadrada, en el paraboloides de planta rectangular también se detecta una migración de los centros de tensiones al aumentar la carga aplicada.

A nivel de las tensiones principales, mientras en una situación sin carga vertical la distribución tensional tiene una forma concéntrica sobre los dos centros de tensiones. La distribución tensional sin carga aplicada obtenida tiene los valores máximos en las esquinas y los mínimos en los centros, al incrementarse la carga los valores máximos tienden a adentrarse en la superficie siguiendo la diagonal principal “colgada”, mientras los mínimos se desplazan del centro de la superficie hacia las esquinas siguiendo la diagonal principal “apoyada”.

Esta redistribución conlleva una distribución de tensiones principales en franjas en torno a las diagonales, localizando las tensiones principales máximas siguiendo a la diagonal principal “colgada”, y las secundarias a la diagonal principal “apoyada”.



Si se relaciona el nivel de pretesado y las cargas aplicadas con la distribución tensional se observa que con un tesado nulo, o muy bajo, las tensiones principales se localizan básicamente en torno a la diagonal principal "colgada", con unos valores mínimos cercanos al cero localizados en las esquinas de la diagonal principal "apoyada". El hecho de incrementar la carga produce un incremento del valor de la tensión principal máxima mostrando la diagonal "colgada" con un valor tensional relativamente uniforme, mientras la diagonal "apoyada" muestra una variación de tensiones desde el mínimo en los extremos al máximo en el centro de la superficie.

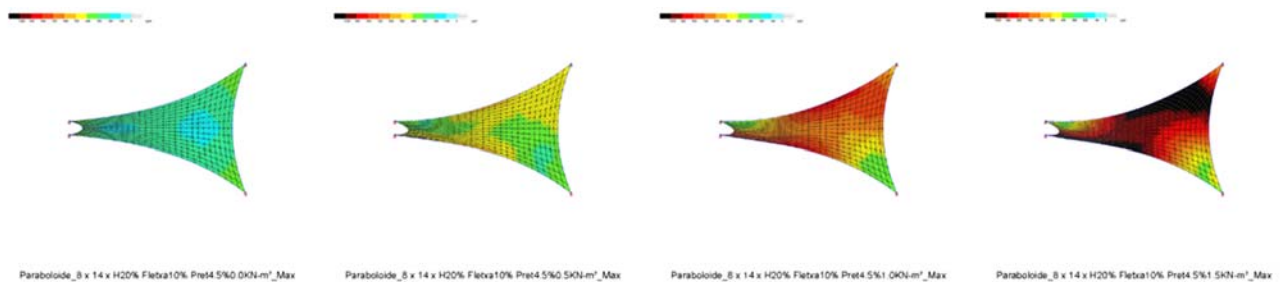


fig. 3-87 Variación de tensiones principales por incremento de carga en un paraboloide rectangular.

Fuente: Elaboración propia.

Contrariamente a lo sucedido en un paraboloide de planta cuadrada, en el caso de un paraboloide de planta rectangular, el empleo de un pretesado con carga baja o con carga elevada no produce una variación sustancial de la distribución tensional más allá del incremento del valor tensional presente en la superficie.

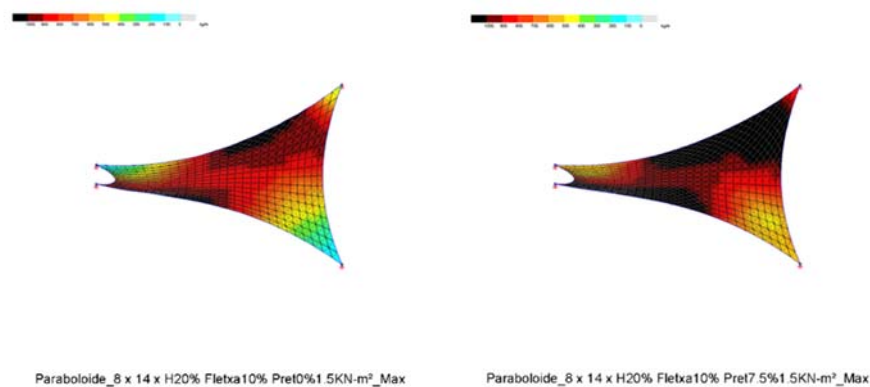
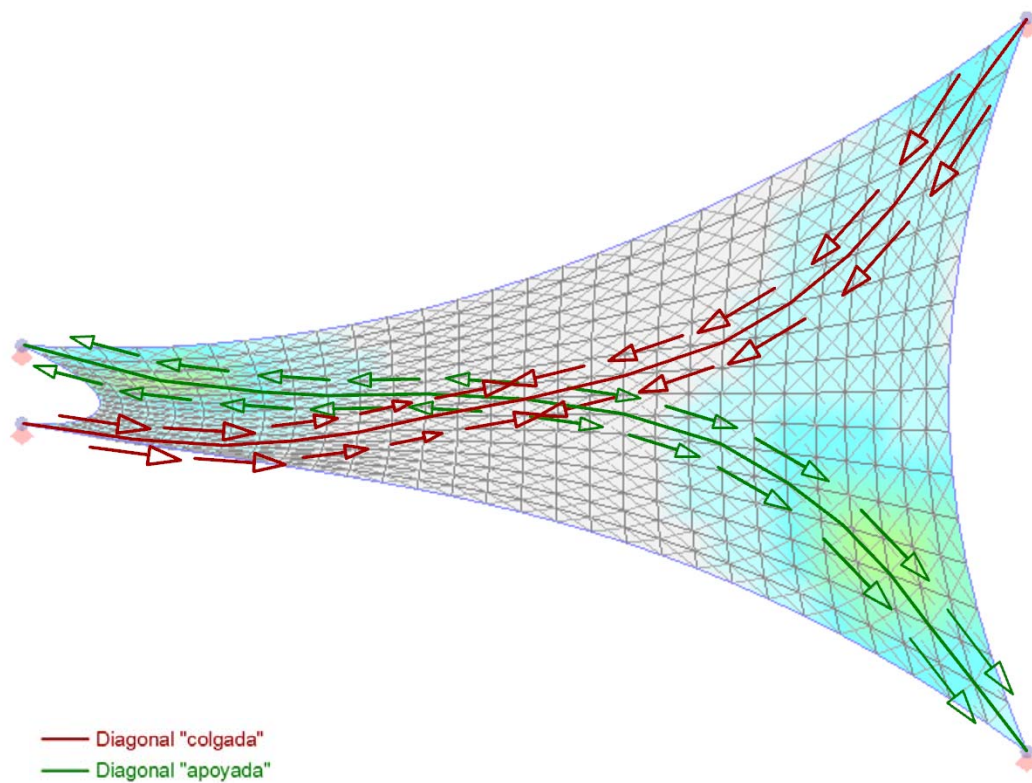


fig. 3-88 Tensiones principales con carga aplicada y pretesado nulo (modelo izquierda) o pretesado elevado (modelo derecha).

Fuente: Elaboración propia.

En referencia a las tensiones secundarias la evolución en el comportamiento tensional difiere de las tensiones principales, ya que en el caso de no tener cargas verticales aplicadas la distribución observada es concéntrica con los valores máximos situados en los centros de tensiones, y los mínimos en las esquinas. Al incrementarse la carga las tensiones secundarias tienden a disminuir y concentrarse en las esquinas, mostrando los valores más elevados en las esquinas de la diagonal “apoyada”.

Esta redistribución conlleva una distribución de tensiones secundarias en bolsas próximas a los puntos de soporte, localizando las tensiones secundarias máximas en torno a la diagonal principal “apoyada”, y las mínimas a la diagonal principal “colgada”.



*fig. 3-89 Diagonal “colgada” y “apoyada” en un paraboloide rectangular. Tensiones secundarias.*

Fuente: Elaboración propia.

De forma similar a lo sucedido con las tensiones principales no se aprecia una variación significativa en la distribución tensional al incrementar el valor del tesado aplicado manteniendo únicamente traccionada unas zonas cercanas a los puntos de soporte y presentando una distensión en la zona central de la superficie.

Debido a la proximidad relativa de los puntos de soporte a los lados cortos, en los tesados más elevados las dos bolsas de tensiones cercanas a los lados cortos, llegan a conectarse mostrando una distribución tensional en franjas, pero este hecho no puede considerarse una generalización del comportamiento ya que únicamente se producirá si la distancia entre los puntos de soporte es suficientemente pequeña como para que se conecten las bolsas tensionales próximas a los puntos de soporte.

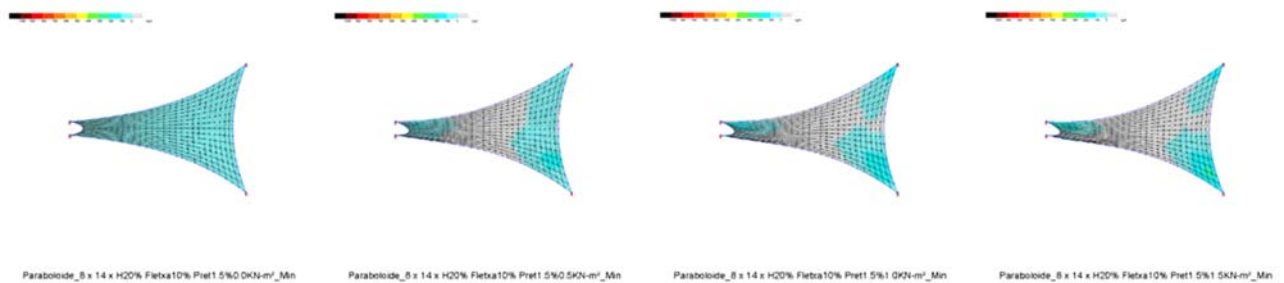


fig. 3-90 Variación de tensiones secundarias por incremento de carga en un paraboloide rectangular.

Fuente: Elaboración propia

El hecho de incrementar el nivel de pretesado produce un efecto de aumento de las tensiones secundarias, de tal manera que a mayor nivel de pretesado inicial, mayores son los valores de las tensiones presentes en la superficie y menores son las áreas de superficie destensadas en la dirección de las tensiones secundarias.

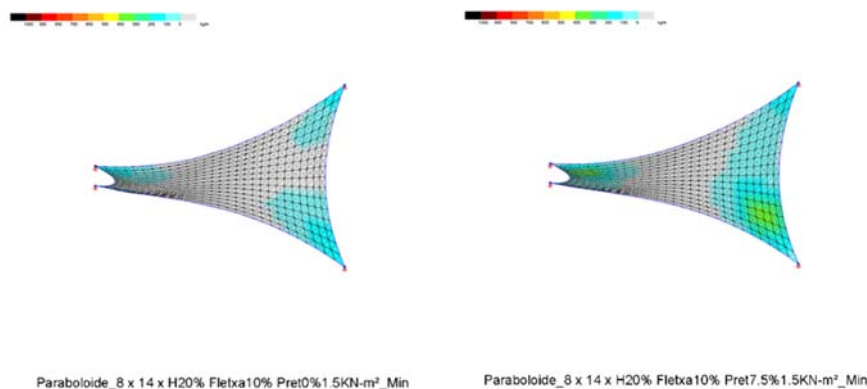


fig. 3-91 Tensiones secundarias con carga aplicada y pretesado nulo (modelo izquierda) o pretesado elevado (modelo derecha).

Fuente: Elaboración propia

Para corroborar y cuantificar estas observaciones se establecen las gráficas con las correlaciones de datos de los modelos evaluados:

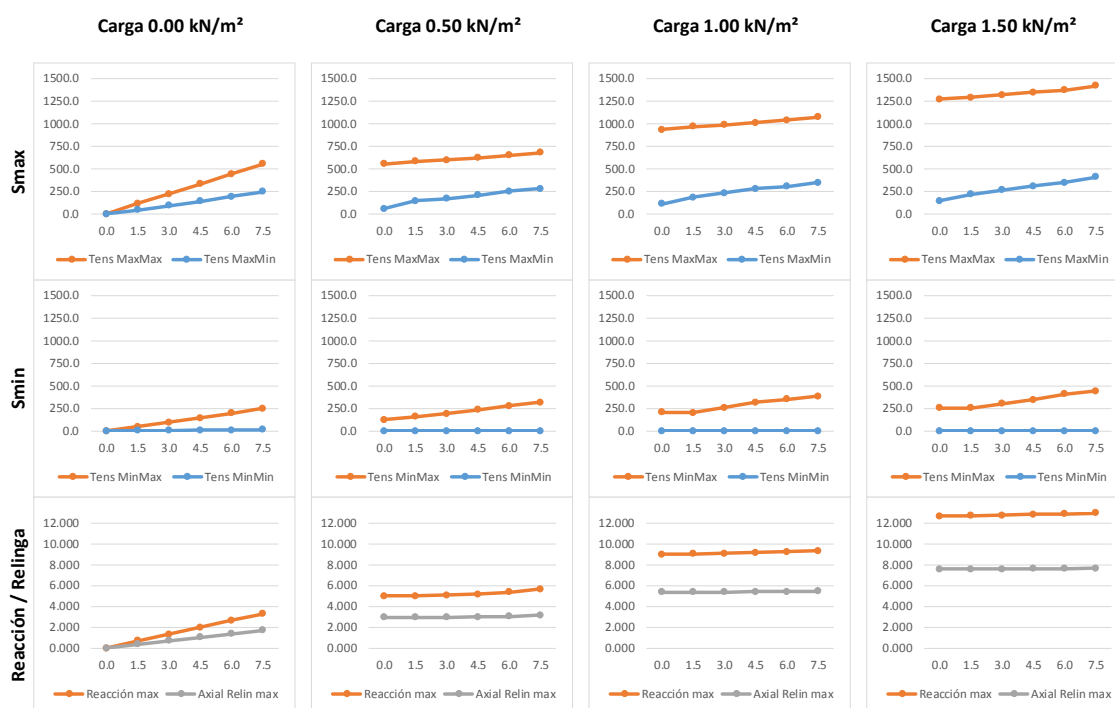


fig. 3-92 Gráficas con variación de incremento de tesado con carga constante en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

En las gráficas se han incorporado los datos correspondientes a los valores de las tensiones máximas y mínimas de las tensiones principales (Smax) y secundarias (Smin), junto con la variación de los valores de las reacciones en los puntos de soporte y el valor axial de las relingas.

Con estas gráficas se pretende controlar los principales valores representativos ya que una vez conocida la distribución tensional, al conocer los valores extremos de las tensiones y complementarlos con los valores de las reacciones y los axiles de las relingas perimetrales se podrá realizar una evaluación global completa de la superficie.

En este caso para entender mejor la relación entre los valores tensionales con los del pretesado y la carga aplicada también se deben analizar las gráficas con la variación de incremento de carga manteniendo constante el valor del pretesado, en lugar de mantener fijo el de la carga exterior aplicada.

Variación incremento de tesado con cargas constantes

Proporción cuadrada 8x14m

Curvatura general: 20%

Curvatura borde: 10%



En el caso de los paraboloides rectangulares también se detecta la presencia de una singularidad en la evolución de las gráficas. Al introducir la variación de la carga aplicada, manteniendo un mismo nivel de tesado, se observan unos puntos de inflexión en las gráficas de crecimiento tensional, de tal manera que a nivel general la gráfica tiene una pendiente relativamente plana, con unos valores tendiendo a ser constantes, hasta la llegada del punto de inflexión que produce una variación de la pendiente de la curva de valores tensionales aumentando su pendiente.

**Tesado 6.0% Rk**

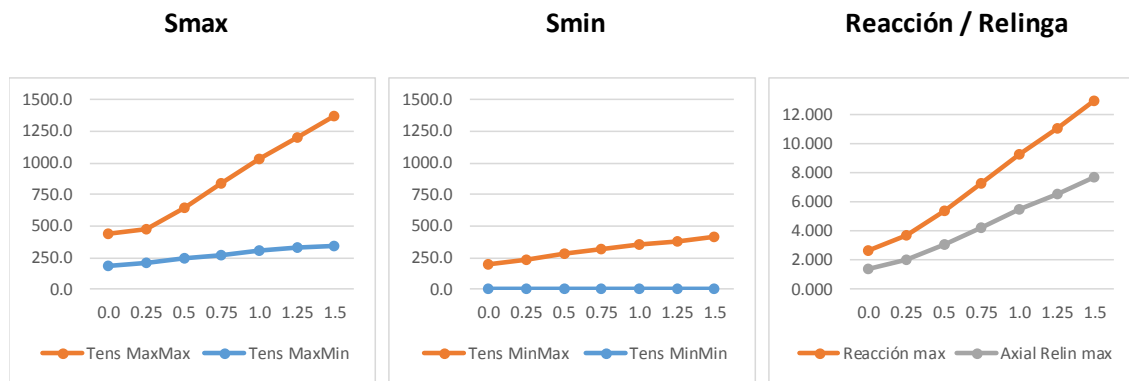


fig. 3-93 Gráficas con variación de incremento de carga con tesado constante.

Fuente: Elaboración propia.

El punto de inflexión se detecta con mayor claridad en la gráfica de tensiones principales máximas, Tens MaxMax y en la de Reacción en los soportes y Axiales en la relinga, mientras no se detecta la inflexión en las curvas de tensiones principales mínimas ni en las de tensiones secundarias.

En las gráficas se observa como la curva tiene una pendiente relativamente plana hasta el punto de inflexión y luego crece a un ritmo de incremento constante, a excepción de la gráfica de tensiones secundarias mínimas que tiene una pérdida de valor tensional a medida se incrementa la carga aplicada, hasta el punto de inflexión que es cuando la gráfica toca la cota 0, momento a partir del cual únicamente se obtienen valores tensionales nulos.

Para los distintos pretesados analizados el punto de inflexión se localiza con la aplicación de las siguientes cargas:

	Pretesado					
	0.0% Rk	1.5% Rk	3.0% Rk	4.5% Rk	6.0% Rk	7.5% Rk
Carga del punto de inflexión	0.0 kN/m <sup>2</sup>	0.08 kN/m <sup>2</sup>	0.18 kN/m <sup>2</sup>	0.31 kN/m <sup>2</sup>	0.46 kN/m <sup>2</sup>	0.65 kN/m <sup>2</sup>

Tab. 3-6 Carga punto de inflexión tensiones máximas en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

Esta progresión de valores sigue una ley aproximada de:

$$y = 0.00373x^2 + 0.0315x + 0.00179 \tag{3.05}$$

Dónde:

y: Valor de la carga en el punto de inflexión.

x: Pretesado de la superficie en % de Rk.

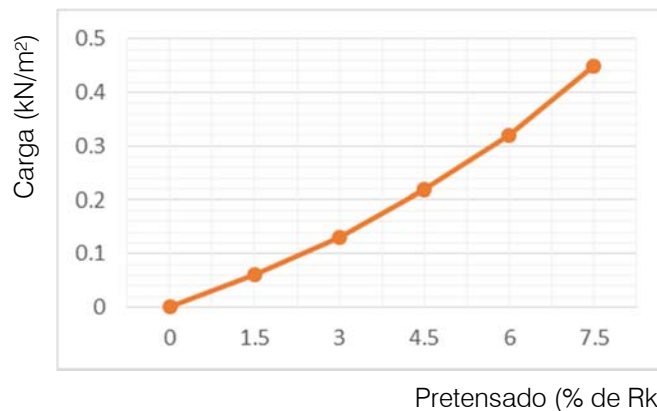


fig. 3-94 Gráfica relación pretesado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión.

Fuente: Elaboración propia.

En esta gráfica se muestra que la relación entre el pretesado y la carga exterior, en el momento de aparición del punto de inflexión no es una relación lineal, sino que se puede aproximar a una ecuación de segundo grado, con un aumento más acusado a mayores niveles de pretesado aplicado en la superficie.

Como ya se ha comentado, en el paraboloide el punto de inflexión significa que en ese punto se pierde el efecto rigidizador del pretesado, de modo que es el punto donde el pretesado pierde su eficacia, hecho que se demuestra con los valores nulos obtenidos por las tensiones secundarias mínimas.



Dado que el pretesado pierde su eficacia, los valores tensionales obtenidos deberían tender a una curva paralela y de valores similares a la curva que hubieran tenido las tensiones sin la presencia de la carga aplicada en la superficie.

Para demostrar este comportamiento se analizarán los valores de las tensiones principales, que comparándolos entre ellos, se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

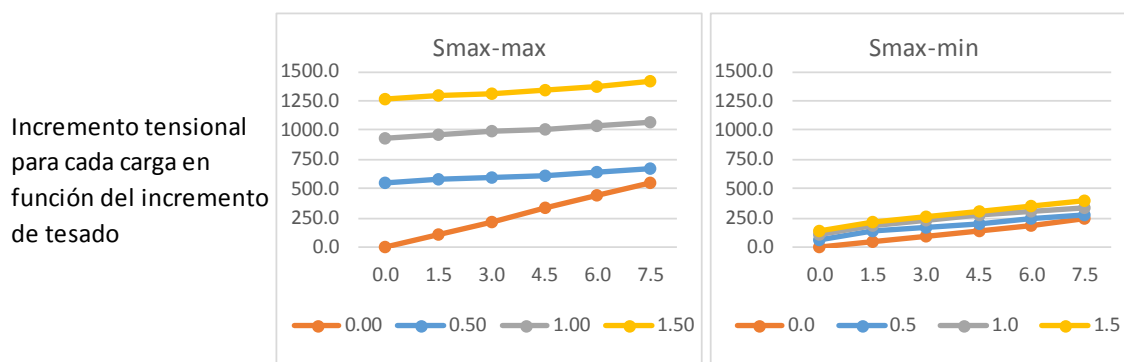


fig. 3-95 Gráficas tensiones principales con variación de incremento de carga en paraboloides cuadrados.

Fuente: Elaboración propia.

En estas gráficas, especialmente en la de tensiones principales máximas, se insinúa el comportamiento pronosticado que en el momento que aparece el punto de inflexión en las relaciones entre pretesado y carga, las tensiones cambian de dirección y siguen una gráfica similar a la de las tensiones que hubieran tenido sin carga aplicada.

Para poder demostrar este comportamiento se debe ampliar la gráfica con más valores de pretesado para obtener un mayor recorrido de gráfica.

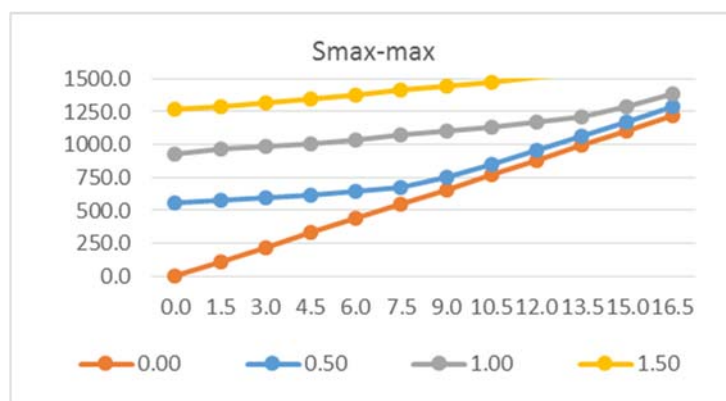


fig. 3-96 Gráficas tensiones principales máximas con variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

Mediante la ampliación de los valores de la gráfica se demuestra el mismo comportamiento descrito con un paraboloides de planta cuadrada, dado que a medida se incrementa el valor del pretesado, a cada nivel de carga aplicada, en un primer instante se obtiene una tensión relativamente constante a medida se aumenta el tesado de la superficie, hasta alcanzar el valor de pretesado que daría esa tensión en la superficie si no tuviera carga aplicada.

Una vez alcanzado ese valor, la curva de crecimiento de las tensiones superficiales obtenidas al incrementar el valor del pretesado sigue la misma curva que tendría si se incrementa el pretesado sin la aplicación de ninguna carga superficial sobre la superficie.

De esta manera se demuestra que para un valor de tesado determinado se obtiene un valor tensional relativamente constante con cualquier carga aplicada, hasta que la carga aplicada suponga un valor tensional superior al que ofrece el tesado por si solo. Superado ese punto un incremento de carga supondrá un incremento tensional.

Esta conclusión se puede demostrar analizando conjuntamente las gráficas obtenidas manteniendo un valor de tesado constante e incrementando la carga aplicada.

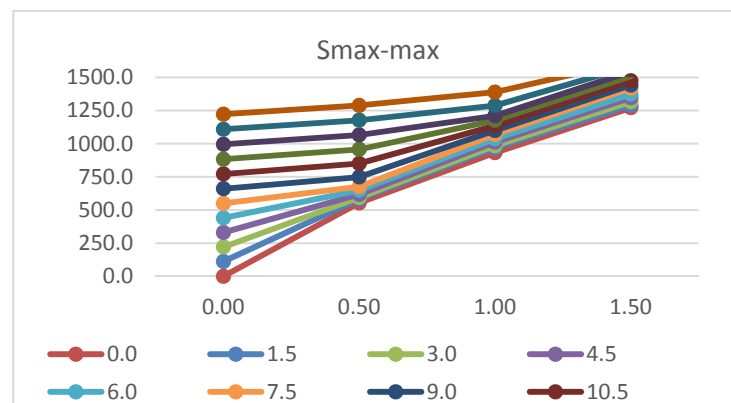


fig. 3-97 Gráficas tensiones principales máximas con variación de incremento de carga y pretesado constante en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

Para cada nivel de tesado concreto, el valor tensional obtenido es relativamente constante al incrementar la carga aplicada, hasta alcanzar la carga que correspondería a esa tensión superficial sin carga aplicada, y a partir de ese momento el aumento de tensiones sigue la curva correspondiente a un incremento de carga sin pretesado, demostrando que a partir de ese instante el pretesado ya no tiene efecto sobre el valor de las tensiones superficiales.

La ampliación de los modelos analizados ha permitido aumentar la curva de los puntos que marcan la inflexión debida a la pérdida de eficacia del tesado, de tal manera que se ha corroborado que la fórmula obtenida con menos valores continúa siendo válida:

$$y = 0.00373x^2 + 0.0315x + 0.00179 \quad (3.06)$$

Dónde:

y: Valor de la carga en el punto de inflexión.

x: Pretesado de la superficie en % de  $R_k$ .

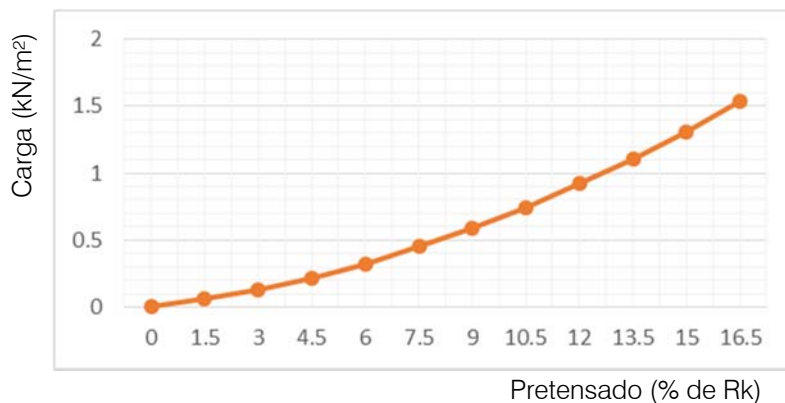


fig. 3-98 Gráfica relación pretensado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión.

Fuente: Elaboración propia.

Esta gráfica permite determinar el valor de la carga máxima en la que se aprecia el efecto del pretesado, o trabajando la gráfica de modo inverso, permite determinar el valor de pretesado mínimo necesario para ser aún efectivo con una determinada carga aplicada sobre la superficie.

Si se compara esta gráfica con la misma del paraboloides de planta cuadrada se demuestra que con el paraboloides rectangular se obtienen unos valores del punto de inflexión más bajos. Esta característica se traduce en que un paraboloides como más regular sea más efectivo es el pretesado aplicado, ya que es capaz de mantener su efecto hasta la aplicación de cargas más elevadas, para un mismo nivel de tesado aplicado.

En referencia a las tensiones principales mínimas presentes en la superficie del paraboloide, del mismo modo como sucedía con el paraboloide de planta cuadrada, no se aprecian los puntos de inflexión del comportamiento tensional al incrementarse la carga aplicada ni al incrementarse el valor del tesado superficial.

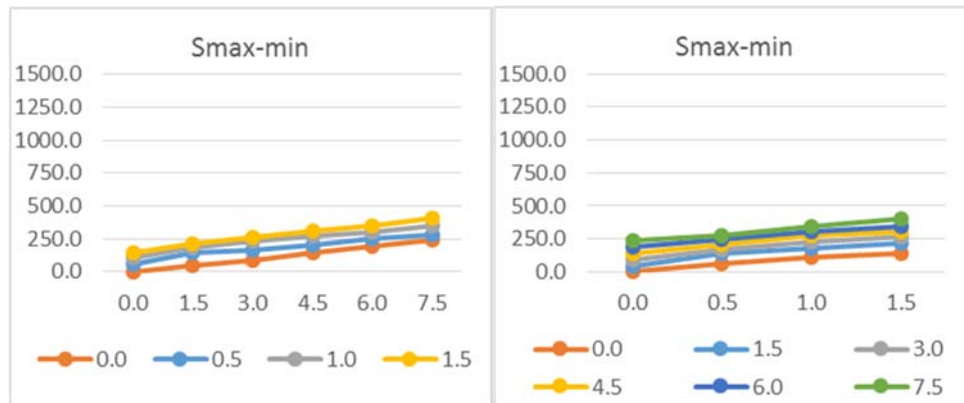


fig. 3-99 Gráficas tensiones principales mínimas con variación de incremento de tesado (izquierda) o de carga (derecha) en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

En las gráficas se observa como el incremento de carga aplicada supone un incremento de la tensión mínima presente en la zona de los centros de tensiones respecto al valor tensional que tendría la superficie sin ninguna carga externa aplicada, con un crecimiento de los valores paralelo a la curva correspondiente a la superficie únicamente tesada.

En este caso concreto un aumento de 0.5 kN/m<sup>2</sup> conlleva un aumento aproximado del 25% del valor de la tensión principal mínima. Pero en este caso, como sucedía en el paraboloide de planta cuadrada no se puede establecer un criterio o ley general ya que el valor de la tensión principal mínima se localizará en la posición de los centros de tensiones, que debido a la variación de la posición de estos en función de la carga aplicada, el valor tensional no representa a una posición concreta sino que indica valores de posiciones distintas y por tanto no comparables directamente entre ellas.

En referencia a los valores de las tensiones secundarias se obtienen las siguientes gráficas de relaciones:

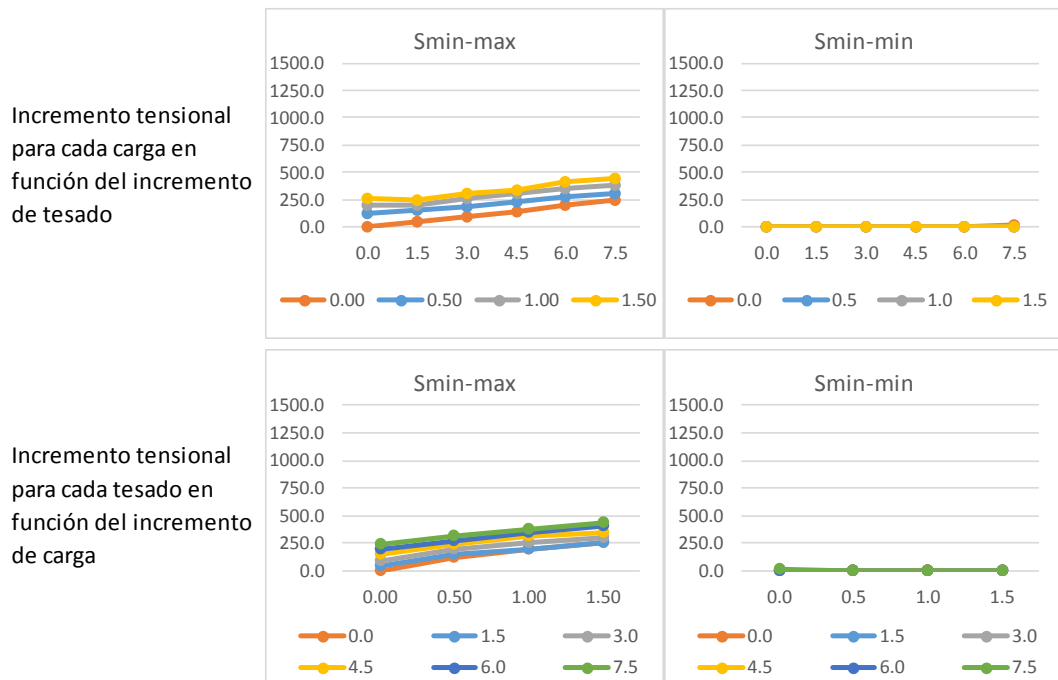


fig. 3-100 Gráficas tensiones secundarias con variación de incremento de carga en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

El comportamiento de las tensiones secundarias en los paraboloides rectangulares continúa siendo similar al de los paraboloides cuadrados verificándose, que la tendencia de las tensiones secundarias presentes en los paraboloides cuadrados analizados, es a aumentar su valor a medida aumentan las cargas aplicadas sobre la superficie.

Concretamente en relación a las tensiones máximas presentes en la zona de centros de tensiones de la superficie al presentar unos valores muy similares a los de las tensiones principales mínimas siguen exactamente su mismo comportamiento, presentando un aumento del valor de la tensión a medida aumenta la carga aplicada sobre de la superficie.

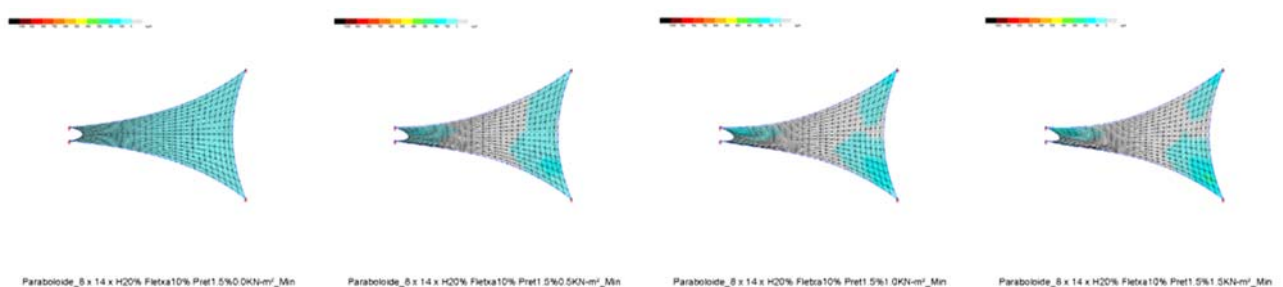
Igualmente como sucedía con las tensiones principales mínimas, con las secundarias máximas, al localizarse en los centros de tensiones y desplazarse estos con la aplicación de cargas, los valores corresponden a distintos puntos de la superficie y por tanto no son comparables, ni muestran una ley de comportamiento generalizable.

En el caso de las tensiones secundarias mínimas se observa un comportamiento de disminución del valor tensional al aumentar la carga aplicada, debido a que al partir de unos valores tensionales bajos, al aplicar la carga estos valores rápidamente descienden a cero indicando que algunas zonas de la superficie quedan en una situación de destensado en la dirección de las tensiones secundarias.

Contrariamente un aumento del valor del tesado, para una misma carga aplicada, conlleva un aumento de la tensión mínima, tanto un aumento de las zonas que están tensadas como del valor tensional.

Como se muestra en las imágenes de los modelos, los primeros puntos en perder la tensión de tracción introducida por el pretesado es la zona central de la superficie, ya que a diferencia de lo sucedido en los paraboloides de planta cuadrada, en el caso de los de planta rectangular, estos disponen de dos centros tensionales y concentran las tensiones mayores entre estos centros y los bordes más cercanos. Al incrementarse la carga y producirse un descenso de las tensiones secundarias, rápidamente la parte central queda destensada en la dirección de estas tensiones.

La otra zona que presenta una rápida pérdida tensional es la zona central del perímetro de los bordes pequeños. Del mismo modo como sucedía en el caso de los paraboloides de planta cuadrada y desde allí se va extendiendo la zona destensada hacia el centro de la superficie manteniendo únicamente traccionadas las esquinas cercanas a los puntos de soporte de la superficie.



*fig. 3-101 Modelos de evolución de la distribución de la tensión secundaria mínima con la variación de incremento de carga en paraboloides rectangulares.*

Fuente: Elaboración propia.

Una vez realizados los análisis de las tensiones principales y secundarias, para poder evaluar el comportamiento tensional global de la superficie se pueden analizar las tensiones promedio las cuales, aun no pudiéndose asociar a una zona concreta de la superficie, ofrecen un indicador del comportamiento tensional global de la superficie, tal como se ha demostrado en los casos de los análisis realizados anteriormente.

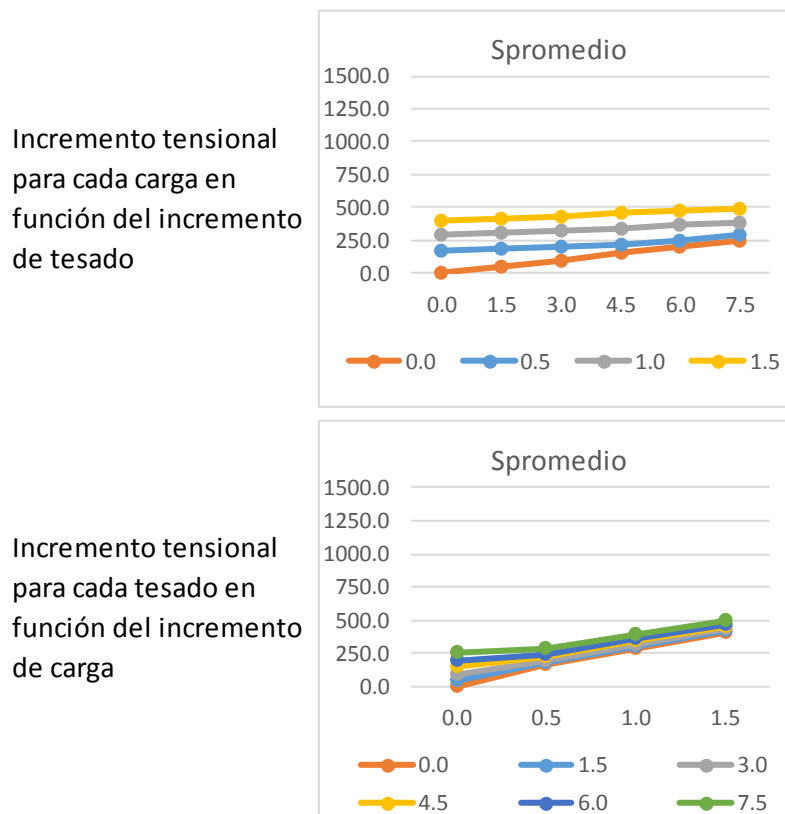


fig. 3-102 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de cargas en paraboloides rectangulares

Fuente: Elaboración propia.

Con el análisis de las tensiones promedio se verifica que el comportamiento global de la superficie se asemeja a lo observado con el análisis de las tensiones principales máximas. Las gráficas muestran una tensión relativamente constante al incrementar el tesado de la superficie para cada carga aplicada hasta que se alcanza el valor de tesado que aportaría una tensión del mismo valor por si mismo, sin ninguna carga aplicada, tal como sucedía en los paraboloides de planta cuadrada.

Una vez alcanzado este punto, un incremento de tesado conllevaría un incremento tensional siguiendo la misma curva que la que se obtiene con un tesado sin carga exterior aplicada.

Si se elaboran las gráficas manteniendo un tesado constante y se aumenta la carga aplicada, se observa como en un inicio se mantiene relativamente constante el valor tensional al incrementar la carga, hasta alcanzar el valor de la carga que confiere la misma tensión sin ningún pretesado, de tal manera que a partir de ese momento la evolución de las tensiones al aumentar la carga es la misma como si no hubiera pretesado.

Para corroborar el comportamiento también se realizan más modelos para complementar la gráfica obteniendo valores para más tesados:

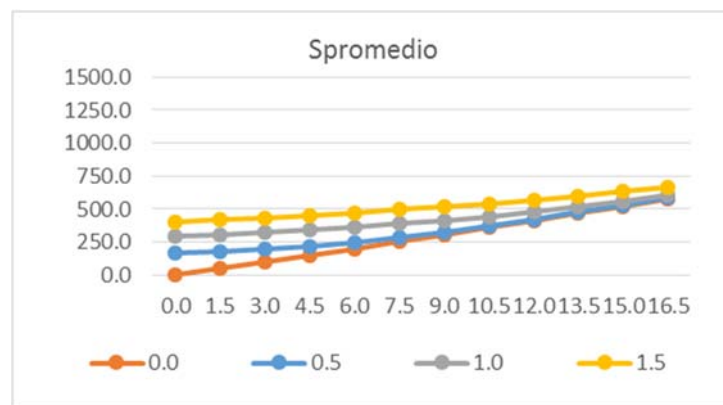


fig. 3-103 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides rectangulares.

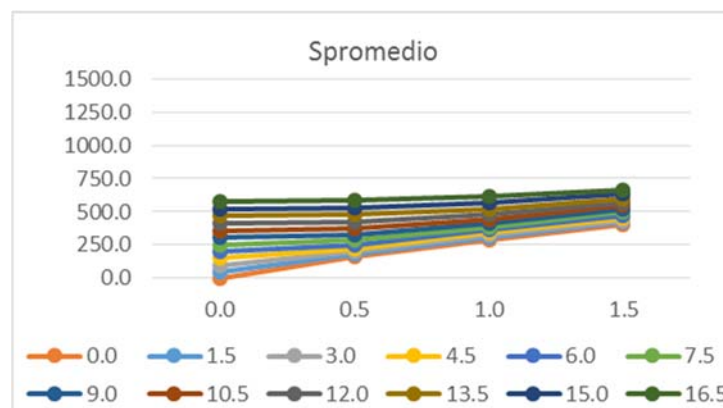


fig. 3-104 Gráficas tensiones promedio con variación de incremento de pretesado y carga constante en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

Con las gráficas ampliadas se continúa demostrando que para un valor de tesado determinado se obtiene un valor tensional relativamente constante con cualquier carga aplicada. En el momento que esta carga suponga un valor tensional superior al que ofrece el tesado por sí solo, sin carga exterior, un incremento de carga supondrá un incremento de las tensiones promedio de la superficie.



En este caso al existir un punto de inflexión en los valores tensionales se puede obtener la ecuación que relaciona el nivel de pretesado con la carga a partir de la cual el pretesado pierde su eficacia.

Para los distintos pretesados analizados el punto de inflexión se localiza con la aplicación de las siguientes cargas:

	Pretelado					
	0.0% Rk	1.5% Rk	3.0% Rk	4.5% Rk	6.0% Rk	7.5% Rk
Carga del punto de inflexión	0.0 kN/m <sup>2</sup>	0.16 kN/m <sup>2</sup>	0.32 kN/m <sup>2</sup>	0.48 kN/m <sup>2</sup>	0.64 kN/m <sup>2</sup>	0.80 kN/m <sup>2</sup>

Tab. 3-7 Carga punto de inflexión tensiones promedio en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

Esta progresión de valores sigue una ley lineal de:

$$y = 0.060x \tag{3.07}$$

Dónde:

y: Valor de la carga en el punto de inflexión.

x: Pretelado de la superficie en % de Rk.

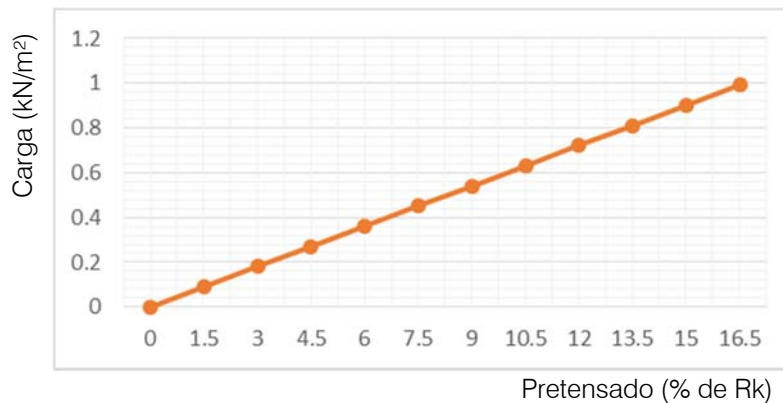


fig. 3-105 Gráfica relación pretelado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión.

Fuente: Elaboración propia.

La relación obtenida en este caso es lineal, y permite determinar el valor de la carga máxima en la que se aprecia el efecto del pretelado. Trabajando la gráfica de modo inverso, permite determinar el valor de pretelado mínimo necesario para ser aún efectivo con una determinada carga aplicada sobre la superficie.

Con las gráficas del valor promedio de los valores tensionales se podría analizar el comportamiento global de la superficie, pero la dificultad radica en que al no poderse asimilar ni su magnitud ni su comportamiento a ninguna zona concreta de la superficie no es posible realizar el estudio de un punto concreto para poderlo extrapolar a la globalidad de la superficie.

Del mismo modo como sucedía con las tensiones principales máximas, se demuestra que, en comparación con el paraboloide de planta cuadrada, el punto de inflexión de las tensiones promedio se manifiesta con una carga aplicada inferior. Lo que significa que la proporción rectangular es menos estable ya que pierde la rigidez que le confiere el pretesado con una carga aplicada de menor magnitud.

Para finalizar el análisis de la variación del incremento de cargas en superficies con forma de paraboloide manteniendo una proporción rectangular, se analizará la variación de los valores obtenidos de reacción en los soportes y el axial de la relinga perimetral.

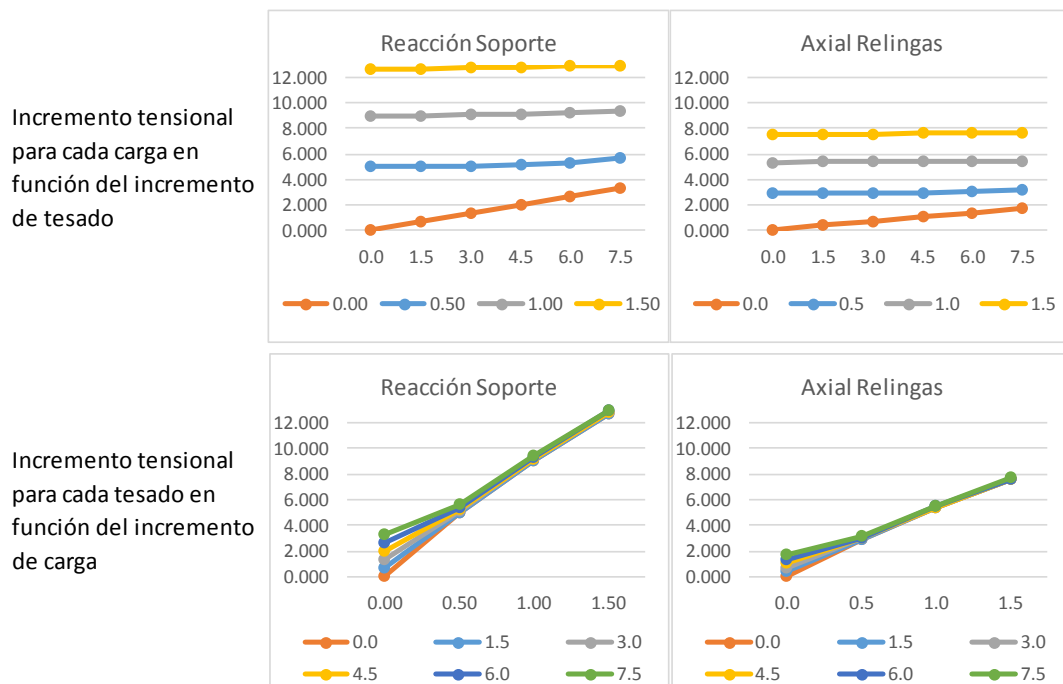


fig. 3-106 Gráficas reacción en los soportes y axial en las relingas con variación de incremento de carga en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

De modo similar a como sucedía con las tensiones principales máximas y promedio, el comportamiento de la reacción en los soportes y de los axiales en las relingas, al incrementar el valor del tesado para cada nivel de carga, se observa un valor inicial tensional relativamente constante hasta alcanzar el valor de pretensado que ofrecería una tensión del mismo valor que tendría si no hubiera ninguna carga aplicada. A partir de ese punto de inflexión un incremento de tesado implica un crecimiento tensional igual al de la curva de crecimiento sin carga aplicada.

Manteniendo un valor de tesado constante e incrementar la carga, en unos primeros instantes se observa un crecimiento de las tensiones hasta que se alcanza el valor de la carga que comportaría una tensión de igual valor pero sin pretensado aplicado, y a partir de ese punto de inflexión el incremento tensional sigue la curva de tensiones que aportaría un incremento de carga sin pretensado aplicado.

Para corroborar el comportamiento también se realizan más modelos que complementaran la gráfica obteniendo valores para más tesados:

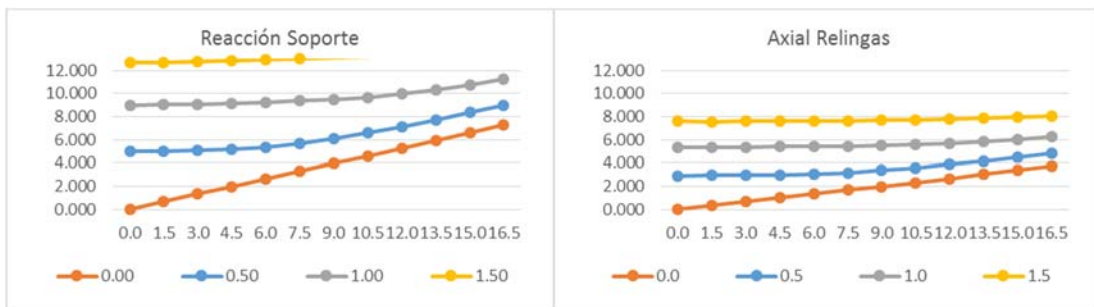


fig. 3-107 Gráficas de reacciones y axiales con variación de incremento de pretensado y carga constante en paraboloides rectangulares.

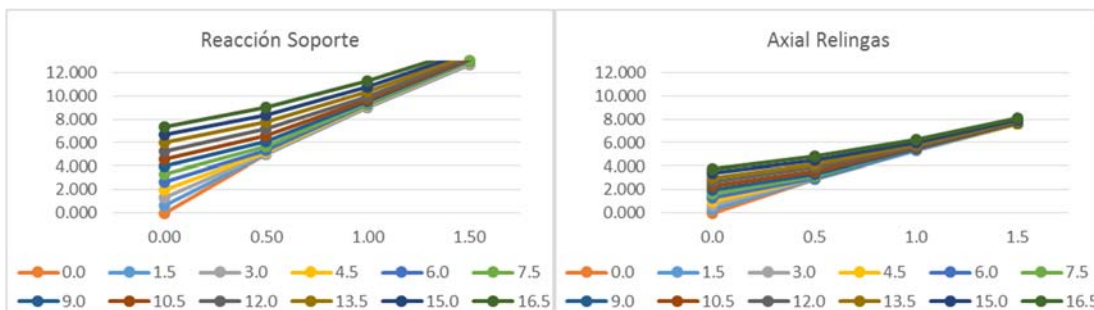


fig. 3-108 Gráficas de reacciones y axiales variación de incremento de pretensado y carga constante en paraboloides cuadrados

Fuente: Elaboración propia

De manera similar a como se han obtenido las ecuaciones de relación de pretesado con la carga a partir de la cual el pretesado perdía su eficacia en los valores de las tensiones máximas o promedio, se pueden elaborar las ecuaciones para localizar esta carga pero con los valores de las reacciones y los axiles.

Para los distintos pretesados analizados el punto de inflexión se localiza con la aplicación de las siguientes cargas:

	Pretelado					
	0.0% Rk	1.5% Rk	3.0% Rk	4.5% Rk	6.0% Rk	7.5% Rk
Carga del punto de inflexión	0.0 kN/m <sup>2</sup>	0.09 kN/m <sup>2</sup>	0.17 kN/m <sup>2</sup>	0.25 kN/m <sup>2</sup>	0.34 kN/m <sup>2</sup>	0.45 kN/m <sup>2</sup>

Tab. 3-8 Carga punto de inflexión reacciones en paraboloides rectangulares.

Fuente: Elaboración propia.

Esta progresión de valores sigue la misma ley lineal observada para el comportamiento de los valores de las tensiones promedio de:

$$y = 0.060x \tag{3.08}$$

Dónde:

- y: Valor de la carga en el punto de inflexión.
- x: Pretelado de la superficie en % de Rk.

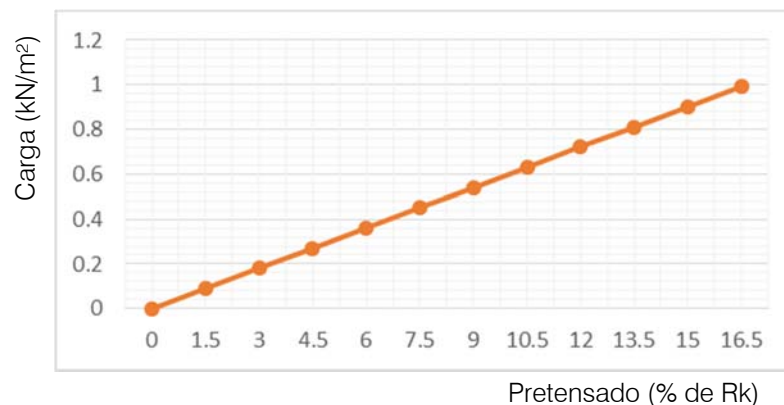


fig. 3-109 Gráfica relación pretelado-carga en el momento de aparición del punto de inflexión.

Fuente: Elaboración propia.

Como en el caso del paraboloide de planta cuadrada, esta coincidencia de los valores de los puntos de inflexión se debe a la verificación que el comportamiento mostrado por las tensiones promedio se corresponde con el comportamiento global de la superficie del cual dependen los valores mostrados de las reacciones en los soportes.



### 3.4. Conclusiones

En este tercer capítulo de la Tesis se ha efectuado la extracción y organización de los datos de los cálculos realizados en los modelos de las superficies parabólicas tensadas mediante el estiramiento de la membrana estiradora por todo el perímetro hasta fijarlo a los puntos de soporte situados en los extremos con la disposición de una relinga perimetral. De los modelos se han observado las variaciones de las tensiones producidas por el pretesado al modificarse cada uno de sus parámetros definitorios básicos.

Se ha verificado que la distribución tensional en todos los casos se muestra de forma anular con las tensiones principales máximas situadas cerca de los puntos de soporte disminuyendo hacia el "centro de tensiones", que en superficies de planta cuadrada se sitúa en el centro geométrico de la planta, y en superficies de planta rectangular se localizan dos "centros de tensiones" situados aproximadamente en las intersecciones de las bisectrices trazadas de los puntos de soporte.

En referencia a las tensiones secundarias se observa un comportamiento también anular pero contrario, mostrando los valores máximos en los "centros de tensiones" y los mínimos cerca de los puntos de soporte.

A nivel de valores se demuestra que los valores tensionales principales mínimos y los secundarios máximos son del mismo valor entre ellos y de un valor similar a la tensión promedio de todas las tensiones presentes en la superficie.

A nivel de orientación de las tensiones se comprueba que estas toman la dirección de las líneas isostáticas en la superficie tensada, de tal manera que las tensiones en la zona cercana a los soportes se muestran paralelas entre ellas y orientadas hacia los puntos de soporte con muy poca o nula tensión secundaria en esa zona, apreciándose una tensión uniaxial que puede propiciar la aparición de arrugas.

En las zonas próximas a los bordes, las tensiones son relativamente paralelas a estos, de modo que se observa la creación de unos arcos de tensiones entre los puntos de soporte resiguiendo los bordes de la superficie.

Estos arcos tensionales a medida se adentran en la superficie se van apuntando llegando hasta la posición de los “centros tensionales” donde las tensiones observadas son completamente biaxiales. Esta configuración implica que en el paraboloide de panta cuadrada las tensiones sean bisimétricas en planta, mientras el de planta rectangular sigan este comportamiento desde los bordes cortos hasta sus centros de tensiones, y entre ellos las tensiones se muestran relativamente paralelas.

Realizando la comparativa de las variaciones tensionales en función de la modificación de sus parámetros definitorios básicos, se demuestra que para un mismo nivel de pretesado, en los modelos de proporciones cuadradas, las variaciones que implican un incremento de dimensiones comportan una leve disminución de tensiones superficiales pero un aumento de las reacciones y esfuerzos en las relingas, mientras en los de proporción rectangular se muestran con valores más constantes.

Estas variaciones son debidas a que el pretesado es proporcional a la dimensión de tal forma que si el estiramiento proporcional es el mismo, la tensión final otorgada es de la misma magnitud, pero al ser una superficie más grande las fuerzas de pretesado tienen un menor impacto en la zona central de la superficie implicando una tensión superficial menor en la zona central, hecho que implica una reducción de las tensiones principales máximas y las secundarias mínimas. Contrariamente en las zonas próximas a los soportes las tensiones son similares en todos los casos, ya que la fuerza de pretesado es la misma, y la superficie a repartirla también.

Las fuerzas presentes en las relingas y soportes tienen un comportamiento contrario al de las tensiones mostrando un aumento de valor, ya que si la tensión es similar para todos los casos, al aumentar la superficie la fuerza global a ser soportada por los elementos de soporte debe forzosamente ampliarse. Dado que la fuerza no es otra cosa que la tensión multiplicada por la superficie, si la superficie se amplía y la tensión se mantiene relativamente constante, la fuerza resultante será superior.

En los casos de los paraboloides de planta rectangular el comportamiento es distinto, primeramente las tensiones se muestran con variaciones muy pequeñas al incrementar únicamente una de las direcciones del paraboloide. Esto sucede ya que al estirarse solo en una dirección, la tensión de pretesado es la misma y el recorrido de las tensiones desde el borde hasta el “centro de tensiones” es el mismo, de tal manera que produce prácticamente las mismas tensiones.

Si hay las mismas tensiones, y estas están orientadas básicamente en la dirección paralela al lado largo, implica que las reacciones y fuerzas en las relingas también tengan valores muy similares con variaciones mínimas.

En las variaciones de curvaturas generales, un aumento de la curvatura, por un mismo nivel de pretesado, se demuestra una disminución de todos los valores tanto tensionales como de reacciones y de axiales en las relingas, mostrando unos comportamientos similares tanto en los paraboloides de planta cuadrada como en los de planta rectangular.

Este comportamiento es debido al efecto rigidizador que implica el incremento de curvatura, ya que como más curvatura presente la superficie más rígida es, y como más rígida sea más homogéneos serán los valores de la distribución tensional por que la superficie se deformará menos y se repartirán mejor las tensiones por la superficie, implicando también una reducción de las reacciones y axiles de las relingas.

La clave de la rigidización, homogeneización y disminución de los valores radica en la curvatura general dado que al no disponer de ninguna carga externa aplicada, al tesar la superficie esta se encuentra en equilibrio de fuerzas verticales, de manera que al incrementar la curvatura se reduce el radio de curvatura de la superficie y según se ha demostrado en el apartado 1.2.3 Condiciones de tesado uniforme, con la formula  $w = t/R$  si se produce una reducción del radio de curvatura ( $R$ ), para obtener la misma reacción vertical ( $w$ ), es preciso que la tensión ( $t$ ) disminuya.

Evidentemente si la tensión disminuye, con la misma cantidad de superficie, las reacciones también deben disminuir en la misma proporción. Ciertamente la superficie al estar curvada, y tener la misma dimensión en planta, es un poco superior y por eso los valores son un poco superiores.



En las variaciones de las curvaturas de los bordes libres, un aumento de su curvatura, por un mismo nivel de pretesado, se demuestra un aumento de todos los valores tensionales, a excepción de los máximos que se reducen ligeramente y una reducción de los valores de las reacciones y axiles de las relingas, mostrando comportamientos similares tanto para los paraboloides de planta cuadrada como para los de planta rectangular.

En este caso el aumento de la curvatura del borde, implica una reducción del radio de curvatura de este volviéndolo más rígido. Si el borde es más rígido implica que podrá redireccionar hacia los soportes una mayor parte de la carga aplicada y por tanto se liberará a la membrana de parte de la carga que debía redireccionar, hecho que demostraría la reducción de las tensiones principales.

También precisamente la rigidización de los bordes explicaría el aumento de las tensiones, o mejor dicho la menor pérdida de tensión de pretesado, ya que al ser el borde más rígido este se deformará menos al entrar en carga y propiciará una menor reducción de la tensión y un aumento de la homogeneidad de esta.

Aunque las relingas redirijan una mayor parte del esfuerzo de pretesado hacia los soportes, estas, al tener un menor radio de giro, son más eficaces y precisan de una menor tracción para realizar dicho efecto.

La reducción de las reacciones en los soportes se demuestra con la conjunción de la reducción de la tracción de las relingas y la disminución del esfuerzo que se debe transmitir por la membrana hacia los soportes.

Se puede concluir que una variación de proporción afecta poco en los resultados de los valores tensionales ya que comparando los resultados con proporción cuadrada o rectangular los comportamientos son similares y en todo caso las variaciones son de menor magnitud.

A nivel de valores recomendables de curvaturas se podría establecer que a partir de una curvatura general del 20% se muestran unos valores de efectividad superiores que se van incrementando a mayores curvaturas.

Y a nivel de los valores de curvatura de los bordes se comprueba que es a partir de una curvatura del 10% donde se empieza a apreciar su efectividad.

Con el análisis de la variación de la carga aplicada se observa un comportamiento diferenciado entre las tensiones principales y las secundarias, el cual se explicaría por la incapacidad del material de trabajar a compresión hecho que obliga a la superficie a movilizar únicamente las tracciones.

En este sentido se comprueba que un aumento de las acciones exteriores tiende a aumentar las tensiones en torno a la diagonal “colgada”, manteniendo o reduciendo las tensiones de la diagonal “apoyada”.

La distribución del incremento de la tensión dependerá en gran medida del nivel de pretesado aplicado. Como se ha demostrado anteriormente un elemento pretesado no aumenta su tensión hasta que la carga exterior implique una tensión superior a la conferida por el pretesado. Dado que la distribución tensional no es uniforme, ni en el caso del pretesado ni en el de la carga aplicada, se deberá evaluar cada elemento para observar su evolución tensional al incrementar la carga externa aplicada.

En este sentido se localizaran las tensiones principales máximas siempre próximas a los soportes superiores y las mínimas a los soportes inferiores produciéndose una gradación tensional desde los soportes superiores hacia los inferiores resiguiendo las diagonales principales de la superficie parabólica.

A nivel de las tensiones secundarias se observa una disminución de los valores llegando a presentar partes de la superficie destensadas, manteniéndose únicamente tensadas las zonas próximas a los soportes.

Un hecho destacable del incremento de las cargas, manteniendo un tesado constante, es que se detecta un punto de inflexión en la gráfica que relaciona la carga aplicada con la tensión presente en la superficie. De tal manera que partiendo de una carga nula la tensión se va manteniendo hasta que en un determinado punto la tensión empieza a aumentar significativamente.

Este punto de inflexión, con mayor o menor claridad se detecta en todas las gráficas en la misma posición. Recordando lo sucedido con los modelos de cables, se podría determinar que este punto de inflexión se muestra en el momento en que la superficie pierde el efecto rigidizador del pretesado y muestra unas tensiones iguales a las debidas únicamente a las cargas exteriores.



## Análisis numérico de los efectos del pretesado sobre estructuras textiles laminares tensoestáticas

Evaluación del esfuerzo de pretesado en estructuras textiles laminares tensoestáticas parabólicas, para analizar sus efectos y determinar criterios para su predimensionamiento

### **Cap. 4 Conclusiones del análisis laminar**

4.1 Introducción

4.2 Predimensionado del valor del pretesado

4.3 Tolerancias del valor del tesado

4.4 Conclusiones



## **Cap. 4. Conclusiones del análisis laminar**

### **4.1. Introducción**

Partiendo de las variaciones tensionales observadas en el capítulo anterior, Cap. 2 Modelos de análisis laminar, se pueden determinar relaciones entre el valor del pretesado aplicado y los valores tensionales obtenidos para cada variación analizada que permitirá la aproximación a criterios de predimensionamiento del valor del pretesado en función de los parámetros geométricos definitorios y de la carga prevista a soportar.

En este capítulo primeramente se analizarán los valores obtenidos para cada variación concreta determinando los valores máximos y mínimos admisibles de pretesado.

En este sentido el valor máximo de pretesado será aquel que para cada carga aplicada implique una tensión igual al 100% de la tensión admisible del material. Como valor del pretesado mínimo se establecerá aquél que sea el mínimo que muestre los efectos rigidizadores del pretesado para cada nivel de carga aplicada.

Una vez determinados los niveles de pretesado máximos y mínimos se podrá establecer los límites válidos del pretesado ya que se deben descartar los casos en que se precise de un pretesado mínimo necesario de mayor magnitud que el máximo admisible.

Conocidas todas las variaciones de los valores admisibles finalmente se podrán determinar criterios para establecer el pretesado adecuado una vez definida la geometría del paraboloide así como las cargas a soportar.



## 4.2. Predimensionado del valor del pretesado

Mediante los análisis realizados en el capítulo 3.3 Comparativa de resultados, se puede proceder a estimar un valor de predimensionado del tesado a aplicar.

En este sentido cabe recordar que la recomendación establecida por la bibliografía (Forster, 2004) estima que el valor recomendado de pretesado se sitúa entre los valores de 2.5% y 6.0% de la resistencia característica a rotura de la membrana que conforma la superficie laminar.

Para poder estimar el rango de valores de pretesado válidos es necesario determinar los valores tensionales máximos y mínimos que se aceptaran como válidos y determinar que valores de pretesado los generan.

Como valor de tensión máxima se escogerá directamente el valor de la tensión máxima admisible del material, la cual corresponde a la resistencia característica a rotura dividida por el coeficiente de seguridad, que en el caso de estructuras textiles toma el valor de 5.00.

En el caso concreto de esta Tesis como se han realizado los cálculos con una membrana de resistencia a rotura  $R_k = 250 \text{ daN/5cm}$ , que se correspondería a  $5000 \text{ kg/m}$ , al aplicar el coeficiente de seguridad el valor de la tensión máxima admisible sería de  $1000 \text{ kg/m}$ .

Al tener marcada la referencia del límite superior de tensión admisible, a partir de este momento todas las gráficas que hagan referencia a valores tensionales de la superficie tensada se mostraran en un porcentaje de este valor, de tal manera que de ahora en el valor de 100% corresponderá a la tensión máxima admisible de la membrana.

De esta manera para determinar el valor máximo admisible del valor del pretesado aplicado se limita a la tensión generada en la superficie laminar, a partir de la conjunción de las tensiones generadas por el pretesado con las de las cargas exteriores aplicadas. Estableciendo como valor máximo de pretesado el valor que junto con la carga aplicada otorgue una tensión del 100% de la carga admisible.



En el caso que la curva tensional obtenida de un determinado nivel de carga exterior sea superior al valor 100% para todos los niveles de pretesado, se determina que el valor de pretesado máximo admisible es del 0%.

En esta situación se debe puntualizar que este valor tensional máximo se corresponde con la tensión más alta presente en la superficie, de tal manera que se podría admitir una tensión superior al 100% en el caso de realizar algún refuerzo de la membrana estructural, como por ejemplo un doblado de la lámina, o incluso con la elección de una lona estructural de mayor resistencia. En esta Tesis no se ha considerado ninguna de estas hipótesis y se ha trabajado con una sola lámina para poder comparar los resultados entre sí.

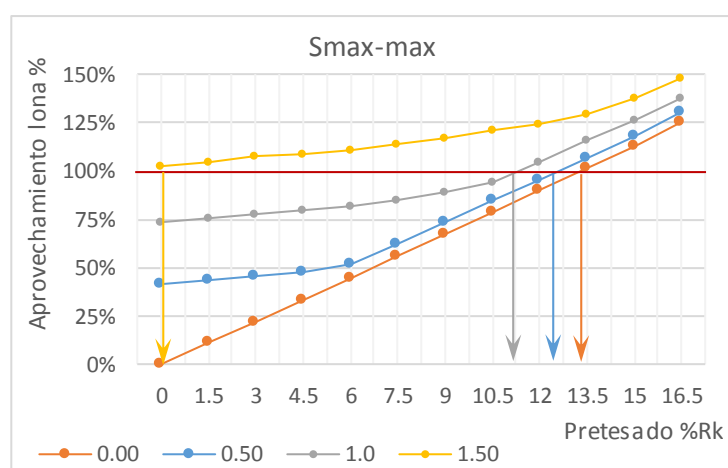


fig. 4-1 Ejemplo de gráfica relación pretesado-tensión máxima para la determinación del pretesado máximo admisible.

Fuente: Elaboración propia.

Como valor mínimo de pretesado se determina que es aquél hasta el que se manifiestan los efectos globales rigidizadores del pretesado para cada estado de carga exterior. Este valor concreto es el que se ha definido como “punto de inflexión” en el capítulo 3.3 Comparativa de resultados de esta Tesis, en el cual, si se observan las gráficas tensionales se detecta un cambio de dirección en la ley de crecimiento de la tensión a medida se produce un incremento de pretesado, pasando de una curva relativamente plana a una con una mayor pendiente.

Con la aceptación de este valor como el de valor mínimo de pretesado se obtienen unos valores tensionales con los que se acepta dejar que la superficie llegue a destensarse parcialmente al estar sometida en carga en la dirección de las tensiones secundarias, pero

que la totalidad de la superficie siempre esté tensada en todos sus puntos en la dirección de tensiones principales. También se debe verificar que la superficie esté totalmente tensada en las dos direcciones en todos sus puntos en un estado sin carga aplicada.

Para determinar el valor del tesado mínimo del modo que se ha indicado, se establece que se asignará dicho valor al punto de inflexión de las tensiones detectado al aplicar un incremento de tensado para cada estado tensional. De esta manera se podrá determinar mediante la gráfica de los puntos de inflexión para cada estado de cargas a analizar el valor de pretesado correspondiente.

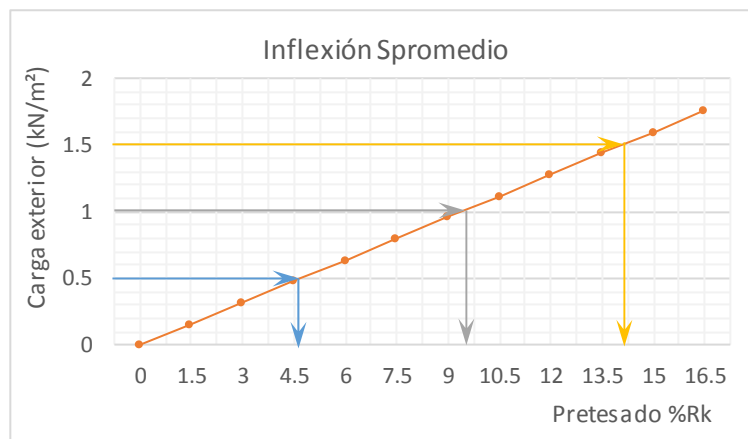


fig. 4-2 Gráfica relación carga-pretasado en el punto de inflexión de tensión promedio en el paraboloido cuadrado.

Fuente: Elaboración propia.

La determinación del valor mínimo de pretesado se ha considerado realizarla con esta metodología ya que establece un valor de pretesado mínimo con el que se observan sus efectos en la superficie para cada nivel de carga exterior aplicado, pero no implica que si se realizara un pretesado inferior, el comportamiento estructural de la superficie tesada podría continuar siendo válido, ya que hasta que no se llegara a un destensado de parte de la superficie en las dos direcciones, no se produciría una pérdida de sección eficaz para el recorrido de las cargas hacia los soportes.

Incluso en esta situación de destensado total de una zona de la superficie, esta podría continuar siendo válida hasta que no se produjera una pérdida suficiente de superficie como para provocar su colapso, que este sería el extremo que determinaría el valor mínimo absoluto de pretesado de la superficie.

Pero esta situación se debe determinar para cada caso concreto, y estado de cargas particular, por ese motivo se considera que a nivel de predimensionado, objeto de la presente Tesis, el valor mínimo aceptable es aquél que mantiene un nivel de pretensado manifiesto en la superficie para un determinado estado de cargas.

Con estos valores máximos y mínimos se pueden elaborar las gráficas del rango de tesados aceptables para cada forma y carga aplicada.

Para la realización del análisis de los valores máximos de pretensado admisibles y mínimos necesarios para obtener un pretensado suficiente, se realizará un estudio evolutivo a partir de un modelo concreto del que se realiza la variación de uno de sus parámetros definitorios, para evaluar la influencia de este, del mismo modo que se ha realizado para determinar el comportamiento tensional de una superficie tensada.

En este sentido se realizará un análisis con el incremento de las dimensiones en planta de la superficie, otro con el incremento de la curvatura general y uno último con el incremento de la curvatura de los bordes, siempre correlacionando los valores tensionales con el incremento de carga y de pretensado aplicado en cada caso.

A estos modelos se les ha aplicado unas cargas superficiales de 0.50, 1.00 y 1.50 kN/m<sup>2</sup>, y un pretensado ascendiente a partir de 0.00% Rk a 16.50% Rk.

Las cargas aplicadas equivaldrían a una carga mínima de 0.50 kN/m<sup>2</sup>, equivalente a una carga de nieve en cotas bajas o a una carga de viento equivalente a una velocidad básica del viento de 80 km/h en un plano exento en un entorno urbano a 6 metros de altura.

La carga media de 1.00 kN/m<sup>2</sup> equivaldría a una carga de nieve a cotas medias (700m) o a un viento de 110 km/h en un plano exento en un entorno urbano a 6 metros de altura.

Y la carga elevada de 1.50 kN/m<sup>2</sup> equivaldría a una carga de nieve a cotas altas (1000m) o a un viento de 135 km/h en un plano exento en un entorno urbano a 6 metros de altura.

#### 4.2.1. Incremento de dimensiones

El análisis realizado consiste en observar el comportamiento de los límites de tesado presentes en una superficie a la que se le incrementa su superficie en planta mientras se le aplican distintas cargas superficiales y un incremento del pretesado original.

Concretamente se realizará el análisis de unas superficies de 8x8, 10x10, 12x12 y 14x14 metros, con una curvatura general del 20% y una curvatura de sus bordes del 10%.

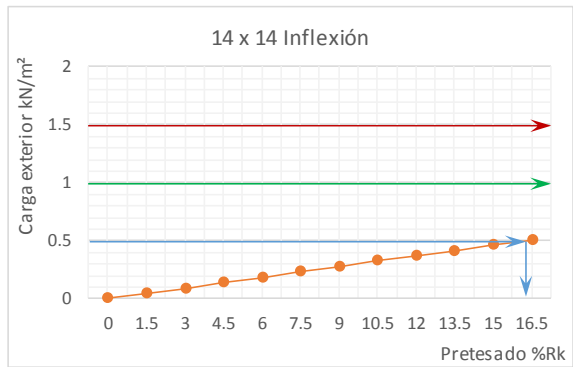
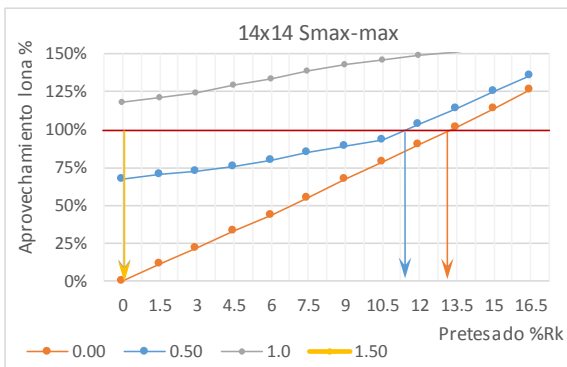
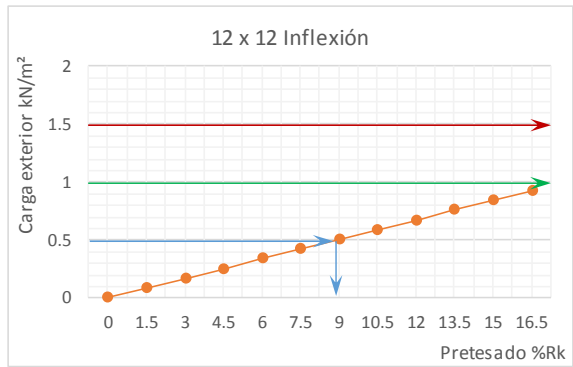
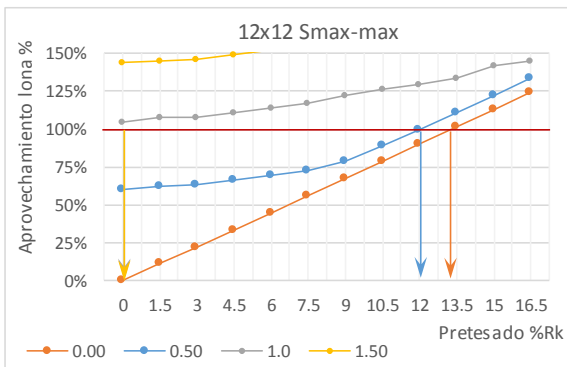
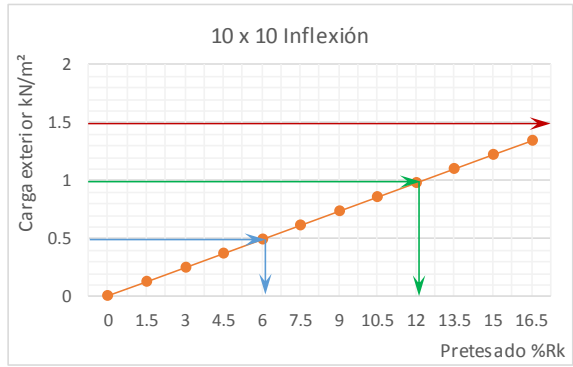
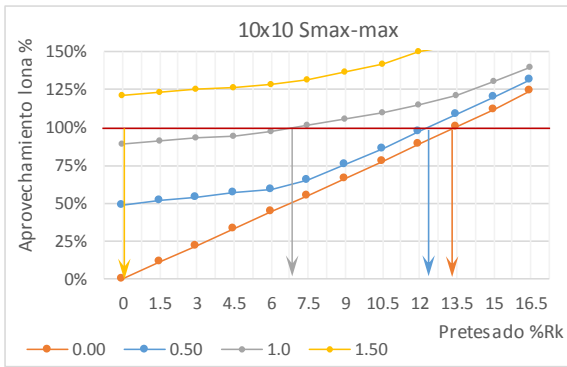
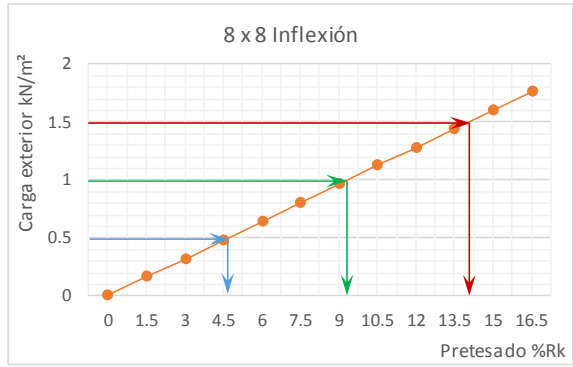
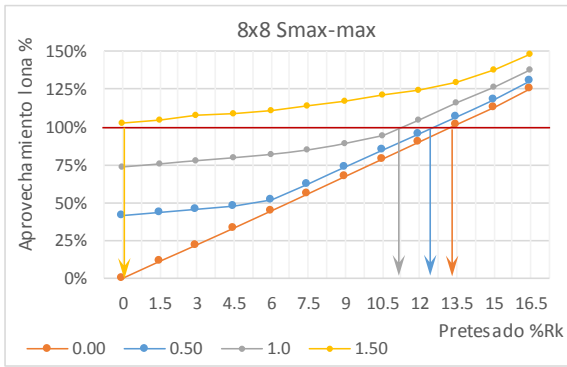
Del análisis de estos modelos se obtienen las siguientes gráficas de tensiones máximas presentes en la superficie y de puntos de inflexión de afectación de tesado, representadas en la página siguiente.

Los valores de pretesado máximos y mínimos obtenidos a partir de la lectura de las gráficas para cada nivel de carga aplicado son:

Variación de dimensiones	Carga	Mínimo	Máximo
Proporción cuadrada 8x8; Curvatura general 20% y Curvatura borde 10%	0.00	0.0%	13.4%
	0.50	4.7%	12.5%
	1.00	9.4%	11.0%
	1.50	14.1%	0.0%
Proporción cuadrada 10x10; Curvatura general 20% y Curvatura borde 10%	0.00	0.0%	13.3%
	0.50	6.2%	12.3%
	1.00	12.3%	6.5%
	1.50	18.4%	0.0%
Proporción cuadrada 12x12; Curvatura general 20% y Curvatura borde 10%	0.00	0.0%	13.2%
	0.50	8.9%	12.0%
	1.00	17.9%	0.0%
	1.50	26.8%	0.0%
Proporción cuadrada 14x14; Curvatura general 20% y Curvatura borde 10%	0.00	0.0%	13.1%
	0.50	16.3%	11.4%
	1.00	32.6%	0.0%
	1.50	48.9%	0.0%

Tab. 4-1 Valores de pretesado máximo y mínimo por variación de dimensiones.

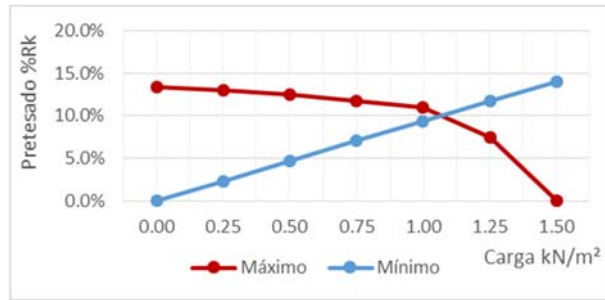
Fuente: Elaboración propia.



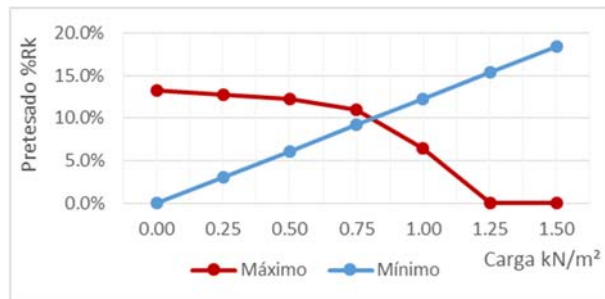
Con los resultados obtenidos se pueden realizar las gráficas de evolución de los valores máximos y mínimos de pretesado admisibles para cada nivel de carga aplicado, considerando la variación de incremento de dimensiones de un paraboloide, fijando el resto de parámetros invariables a una curvatura general del 20% y una de los bordes del perímetro del 10%.

Dimensión

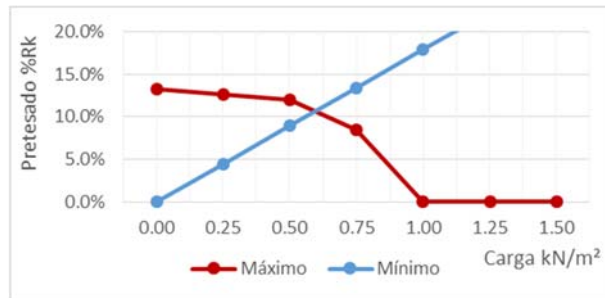
8x8



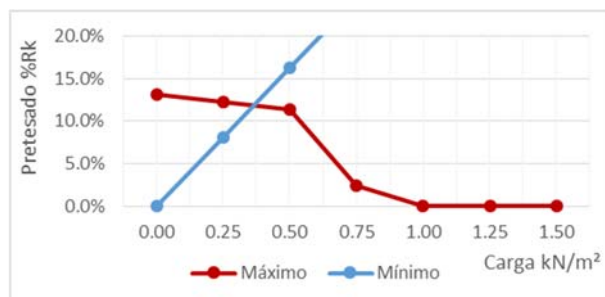
10x10



12x12



14x14



A nivel general se observa como el comportamiento de la evolución de las tensiones máximas y mínimas es totalmente diferente a medida se realizan los incrementos de carga o los incrementos de dimensiones.

En las gráficas se muestran los valores de pretensado máximos y mínimos admisibles para cada estado de cargas y dimensión de la superficie, de tal manera que el rango de modelos aceptables se situaría en los que estarían localizados entre las dos curvas. La intersección de un valor de carga externa con un valor de pretensado será válido si se sitúa entre las dos líneas, con la de valores máximos por encima y la de mínimos por debajo de ese punto.

La curva de los valores mínimos de pretensado se muestra como una línea recta partiendo del 0,0%  $R_k$ , para modelos sin carga aplicada, y va creciendo a medida se incrementa el valor de la carga aplicada, obteniendo una mayor pendiente como mayor sea la dimensión de la superficie, de tal manera que un paraboloide de mayor dimensión requiere de un pretensado mínimo más elevado para un mismo valor de carga.

En referencia a los valores máximos de pretensado admisibles se demuestra que tienen una evolución lineal descendiente con estados de carga bajos, hasta el momento en que la recta de pretensado mínimo la intersecta y se produce un descenso más acusado del pretensado máximo admisible de forma parabólica.

Otra observación apreciada en la curva de pretensado máximo admisible a realizar es que en todas las dimensiones de paraboloide, al no existir carga aplicada, el valor máximo de pretensado aceptable a aplicar se situaría en torno al 13%  $R_k$  y el último valor de la evolución lineal en todos los casos está próximo al 10%  $R_k$ , que es cuando se cruza con la gráfica de valores de pretensado mínimo.

La diferencia entre los modelos con distintas dimensiones se detecta en el valor de la carga máxima que admitiría. Esta carga se ve reducida como mayor sea la superficie, de tal manera que para un paraboloide de 8x8 se admitiría una carga máxima de 1.05 kN/m<sup>2</sup>, mientras para el de 14x14, sería únicamente de 0.33 kN/m<sup>2</sup> considerando que en la superficie se aprecie la presencia del efecto del pretensado.

Si únicamente se requiere la resistencia máxima del material, obviando el valor del pretensado mínimo, la carga que se podría llegar a admitir alcanzaría los 1.47 kN/m<sup>2</sup> para el modelo de 8x8 y de 0.75 kN/m<sup>2</sup>, para el de 14x14 metros.

Introduciendo estos valores en una gráfica de evolución se podrá comprobar su comportamiento:

Dimensión ( m )	Carga máxima por pretesado ( kN/m <sup>2</sup> )	Carga máxima por resistencia ( kN/m <sup>2</sup> )
8x8	1.05	1.47
10x10	0.81	1.23
12x12	0.57	0.99
14x14	0.33	0.75

Tab. 4-2 Valores de cargas máximas admisibles por variación de dimensión.

Fuente: Elaboración propia.

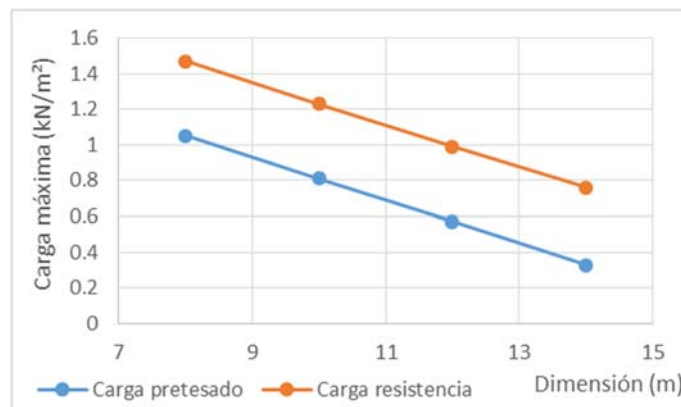


fig. 4-3 Gráfica de evolución de la carga máxima admisible para cada dimensión de paraboloides.

Fuente: Elaboración propia.

Analizado la gráfica se observa un comportamiento lineal de los valores que demuestra que a mayor dimensión de la superficie, menor es la carga que se admitiría, y que la disminución de carga admisible es lineal respecto a un incremento lineal de la dimensión.

Las dos rectas obtenidas, la correspondiente a la carga máxima admisible para mantener los efectos del pretesado sobre la superficie y la de carga máxima admisible por criterios de resistencia física del material, son paralelas con una separación de 0.42 kN/m<sup>2</sup>.



Estas dos rectas significan, que dada una determinada superficie parabólica con un determinado estado de pretesado, se puede ir incrementando la carga aplicada sin perder los efectos que produce el pretesado hasta alcanzar la cota de la recta de carga máxima por pretesado. A partir de ese momento si se incrementa la carga la superficie se va inestabilizando hasta que alcanza la cota de la carga máxima por resistencia, que al ser ultrapasada supondría superar la tensión admisible del material, y por tanto invalidaría completamente el modelo.

A partir de las curvas de relación dimensión-carga máxima admisible se pueden establecer sus ecuaciones:

Para la carga máxima admisible con criterio de efectividad del pretesado:

$$Q_{max,pret} = -0.12D + 2.01 \quad (4.01)$$

Para la carga máxima admisible con criterio de resistencia admisible del material:

$$Q_{max,res} = -0.12D + 2.43 \quad (4.02)$$

Dónde:

$Q_{max,pret}$ : Carga superficial aplicada sobre la superficie, con criterio de efectividad del pretesado, en kN/m<sup>2</sup>.

$Q_{max,res}$ : Carga superficial aplicada sobre la superficie, con criterio de resistencia admisible del material, en kN/m<sup>2</sup>.

$D$ : Dimensión del lado en planta, en m.

Aislando el valor de la dimensión, se podría establecer que dimensión sería la máxima admisible por cada estado de cargas aplicado:

Para la dimensión máxima admisible con criterio de efectividad del pretesado:

$$D_{max,pret} = -8.33Q + 16.75 \quad (4.03)$$

Para la dimensión máxima admisible con criterio de resistencia admisible del material:

$$D_{max,res} = -8.33Q + 20.25 \quad (4.04)$$

Dónde:

$D_{max,pret}$ : Dimensión del lado en planta, con criterio de efectividad del pretesado, en m.

$D_{max,res}$ : Dimensión del lado en planta, con criterio de resistencia admisible del material, en m.

$Q$ : Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.

Evidentemente estos valores son aplicables a la membrana concreta utilizada para la formación de la superficie analizada. Una membrana de mayor resistencia admitiría valores de carga más elevados, para una misma curvatura general, pero con un comportamiento global similar.

#### 4.2.2. Incremento de curvatura general

El análisis realizado consiste en observar el comportamiento de los límites de tesado presentes en una superficie a la que se le incrementa su curvatura general mientras se le aplican distintas cargas superficiales y un incremento del pretesado original.

Se realizará el análisis de una superficie de 8x8m, con una curvatura de bordes del 10%, a la que se variará su curvatura general. Concretamente las curvaturas analizadas serán las del 10%, 20%, 30% y 40%.

Del análisis de estos modelos se obtienen las siguientes gráficas de tensiones máximas presentes en la superficie y de puntos de inflexión de afectación de tesado, representadas en la página siguiente.

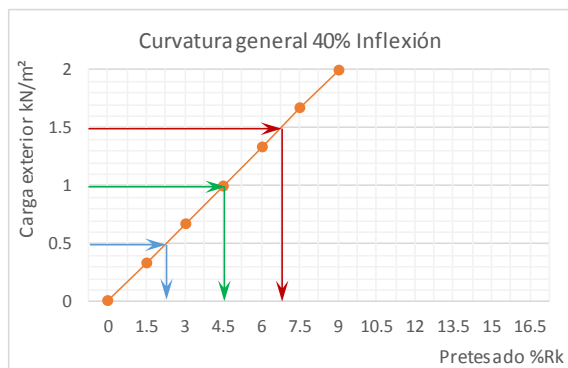
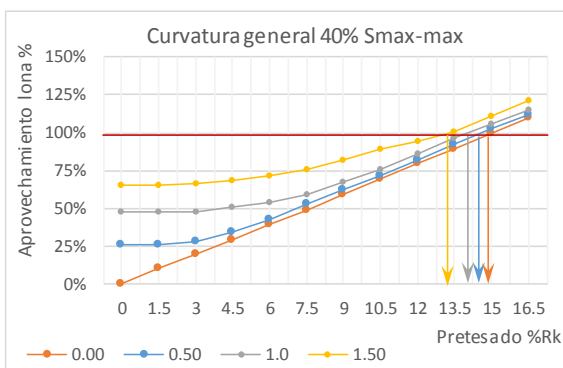
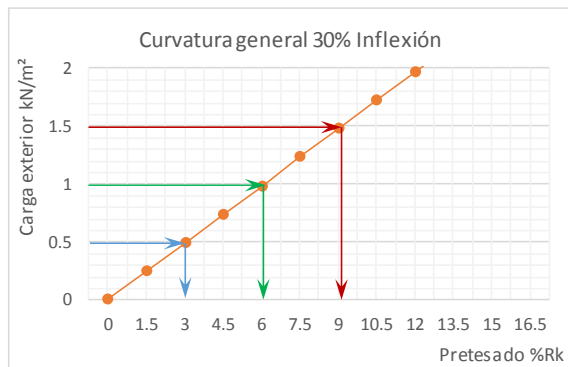
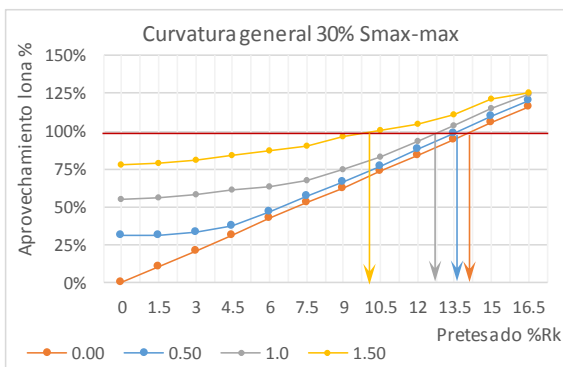
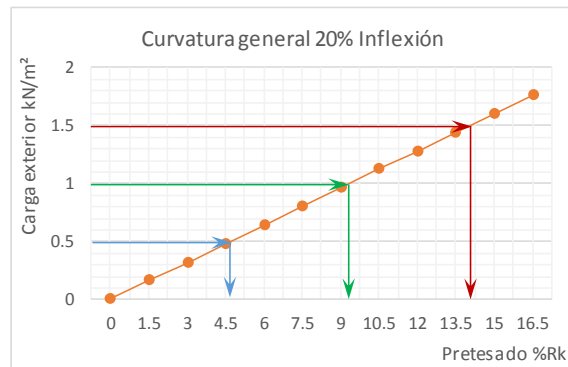
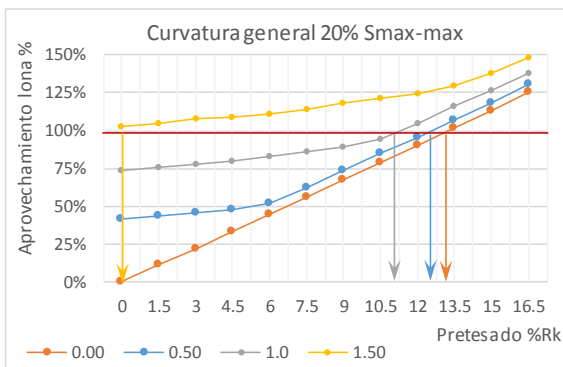
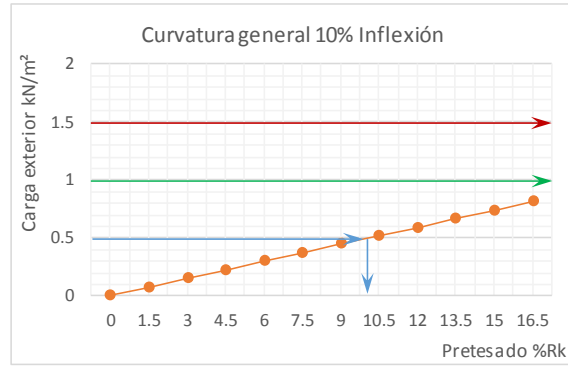
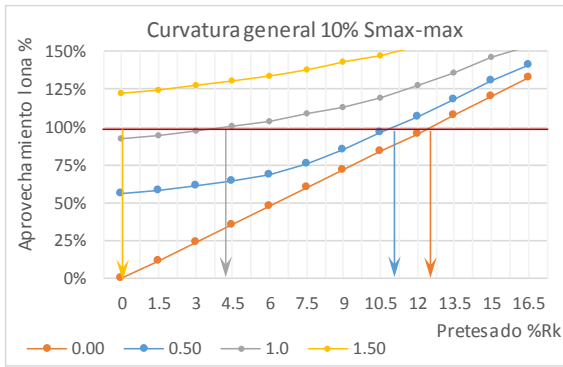
Los valores de pretesado máximos y mínimos obtenidos a partir de la lectura de las gráficas para cada nivel de carga aplicado son:

##### Variación de curvatura general

	Carga	Mínimo	Máximo
Curvatura general 10%; Proporción cuadrada 8x8 y Curvatura borde 10%	0.00	0.0%	12.5%
	0.50	10.1%	11.0%
	1.00	20.3%	4.3%
	1.50	30.4%	0.0%
Curvatura general 20%; Proporción cuadrada 8x8 y Curvatura borde 10%	0.00	0.0%	13.4%
	0.50	4.7%	12.5%
	1.00	9.4%	11.0%
	1.50	14.1%	0.0%
Curvatura general 30%; Proporción cuadrada 8x8 y Curvatura borde 10%	0.00	0.0%	14.9%
	0.50	3.1%	13.7%
	1.00	6.1%	12.8%
	1.50	9.2%	10.2%
Curvatura general 40%; Proporción cuadrada 8x8 y Curvatura borde 10%	0.00	0.0%	15.1%
	0.50	2.3%	14.7%
	1.00	4.5%	14.1%
	1.50	6.8%	13.3%

*Tab. 4-3 Valores de pretesado máximo y mínimo por variación de curvatura general.*

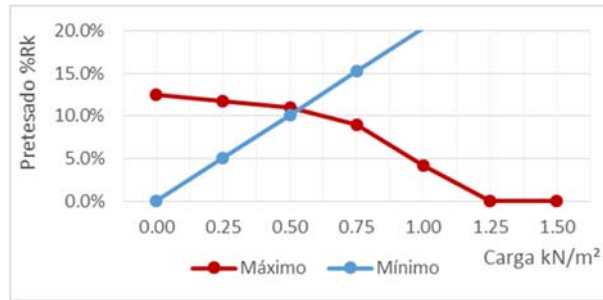
Fuente: Elaboración propia.



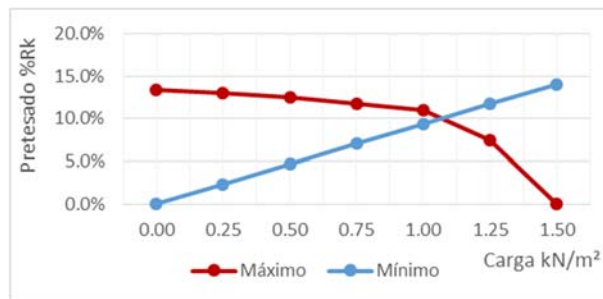
Con los resultados obtenidos se pueden realizar las gráficas de evolución de los valores máximos y mínimos de pretesado admisibles para cada nivel de carga aplicado, considerando la variación de incremento de curvatura general de un paraboloide, fijando el resto de parámetros invariables a una dimensión de 8x8 metros y una curvatura de los bordes del perímetro del 10%.

Curvatura general

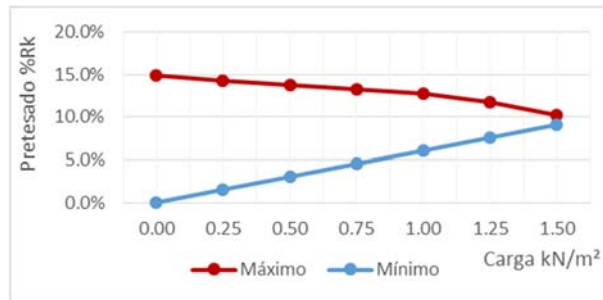
10%



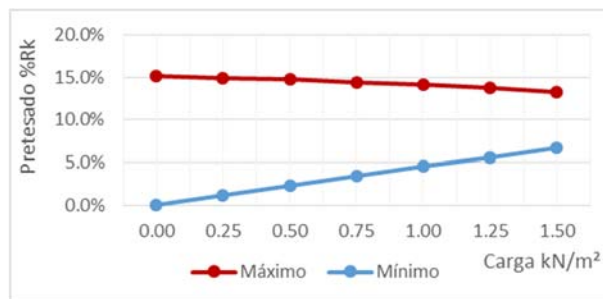
20%



30%



40%



Del mismo modo como se ha observado en el análisis con las variaciones de dimensiones, a nivel general se detecta como el comportamiento de la evolución de las tensiones máximas y mínimas es totalmente diferente a medida se realizan los incrementos de carga o los incrementos de curvatura general del paraboloides.

En las gráficas se muestran los valores de pretesado máximos y mínimos admisibles para cada carga y curvatura general de la superficie, de tal manera que el rango de modelos aceptables se situaría en los que estarían localizados entre las curvas. La intersección de un valor de carga externa con un valor de pretesado será válido si se sitúa entre las dos líneas, con la de valores máximos por encima y la de mínimos por debajo de ese punto.

La curva de los valores mínimos de pretesado se muestra como una línea recta partiendo del 0,0%  $R_k$ , para modelos sin carga aplicada, y va creciendo a medida se incrementa el valor de la carga aplicada, obteniendo una menor pendiente como mayor sea la curvatura general de la superficie, de tal manera que un paraboloides de mayor curvatura general requiere de un pretesado mínimo menos elevado para un mismo valor de carga.

En referencia a los valores máximos de pretesado admisibles se demuestra que tienen una evolución lineal descendiente con estados de carga bajos, hasta el momento en que la recta de pretesado mínimo la interseca y se produce un descenso más acusado del pretesado máximo admisible de forma parabólica.

Otra observación apreciada en la curva de pretesado máximo admisible a realizar es que en todas las dimensiones de paraboloides, al no existir carga aplicada, el valor máximo de pretesado aceptable a aplicar se situaría entre el 12% y el 15%  $R_k$  y el último valor de la evolución lineal en todos los casos está en torno al 10%  $R_k$ , que es cuando se cruza con la gráfica de valores de pretesado mínimo.

La diferencia entre los modelos con distintas curvaturas generales se detecta en el valor de la carga máxima que admitiría. Esta carga se ve aumentada como mayor sea la curvatura general de la superficie, de tal manera que para un paraboloides con curvatura del 10% se admitiría una carga máxima de 0.55 kN/m<sup>2</sup>, mientras para la del 40%, sería superior a 1.5 kN/m<sup>2</sup>, considerando que en la superficie se aprecie la presencia del efecto del pretesado.

Si únicamente se requiere la resistencia máxima del material, obviando el valor del pretesado mínimo, la carga que se podría llegar a admitir alcanzaría los 1.10 kN/m<sup>2</sup> para el modelo con curvatura del 10% y superior a 1.5 kN/m<sup>2</sup> para el modelo con curvatura del 40%.

Introduciendo estos valores en una gráfica de evolución se podrá comprobar su comportamiento:

Curvatura general (%)	Carga máxima por pretesado (kN/m <sup>2</sup> )	Carga máxima por resistencia (kN/m <sup>2</sup> )
10	0.55	1.10
20	1.05	1.47
30	1.55	1.84
40	2.05	2.21

Tab. 4-4 Valores de cargas máximas admisibles por variación de curvatura general.

Fuente: Elaboración propia.

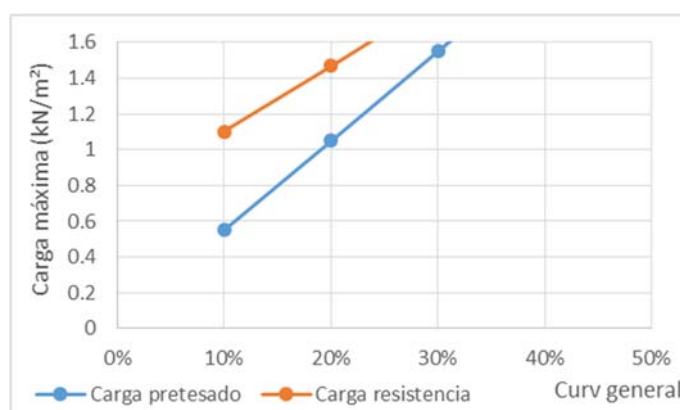


fig. 4-4 Gráfica de evolución de la carga máxima admisible para cada curvatura general de paraboloide.

Fuente: Elaboración propia.

Analizado la gráfica se observa un comportamiento lineal de los valores que demuestra que a mayor curvatura general de la superficie, mayor es la carga que se admitiría, y que el aumento de carga admisible es lineal respecto a un incremento lineal de la curvatura general.

A diferencia de lo sucedido con la variación de dimensiones se comprueba que en este caso las dos curvas no son paralelas, observándose una mayor pendiente en la recta obtenida con la limitación de carga con presencia de los efectos de pretesado detectables.

De esta manera para una curvatura general de un 10%, la separación entre los valores sería de 0.55 kN/m<sup>2</sup>, y esta distancia entre los valores se iría reduciendo a medida se incrementa la curvatura general.

Igualmente como en el caso de la variación de dimensión, estas dos rectas significan que dada una determinada superficie parabólica con un determinado estado de pretesado se puede ir incrementando la carga aplicada sin perder los efectos que produce el pretesado hasta alcanzar la cota de la recta de carga máxima por pretesado. A partir de ese momento si se incrementa la carga, la superficie se va inestabilizando hasta que alcanza la cota de la carga máxima por resistencia que al ser ultrapasada supondría superar la tensión admisible del material, y por tanto invalidaría completamente el modelo.

A partir de las curvas de relación dimensión-carga máxima se pueden establecer sus ecuaciones:

Para la carga máxima admisible con criterio de efectividad del pretesado:

$$Q_{max,pret} = 0.05Cg + 0.05 \quad (4.05)$$

Para la carga máxima admisible con criterio de resistencia admisible del material:

$$Q_{max,res} = 0.037Cg + 0.73 \quad (4.06)$$

Dónde:

$Q_{max,pret}$ : Carga superficial aplicada sobre la superficie, con criterio de efectividad del pretesado, en kN/m<sup>2</sup>.

$Q_{max,res}$ : Carga superficial aplicada sobre la superficie, con criterio de resistencia admisible del material, en kN/m<sup>2</sup>.

$Cg$ : Curvatura general, en %.



Aislando el valor de la curvatura general, se podría establecer que curvatura sería la máxima admisible por cada estado de cargas aplicado:

Para la curvatura máxima admisible con criterio de efectividad del pretesado:

$$Cg_{max,pret} = 20.00Q - 1.00 \quad (4.07)$$

Para la curvatura máxima admisible con criterio de resistencia admisible del material:

$$Cg_{max,res} = 27.03Q - 19.73 \quad (4.08)$$

Dónde:

$Cg_{max,pret}$ : Curvatura general del paraboloide, con criterio de efectividad del pretesado, en %.

$Cg_{max,res}$ : Curvatura general del paraboloide, con criterio de resistencia admisible del material, en %.

$Q$ : Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.

Evidentemente estos valores son aplicables a la membrana concreta utilizada para la formación de la superficie analizada. Una membrana de mayor resistencia admitiría valores de carga más elevados, para una misma curvatura general, pero con un comportamiento global similar.

### 4.2.3. Incremento de curvatura de bordes

El análisis realizado consiste en observar el comportamiento de los límites de tesado presentes en una superficie a la que se le incrementa su curvatura en los bordes mientras se le aplican distintas cargas superficiales y un incremento del pretesado original.

Se realizará el análisis de una superficie de 8x8m, con una curvatura general del 20%, a la que se variará su curvatura de los bordes. Concretamente las curvaturas analizadas serán las del 7%, 10%, 13% y 16%.

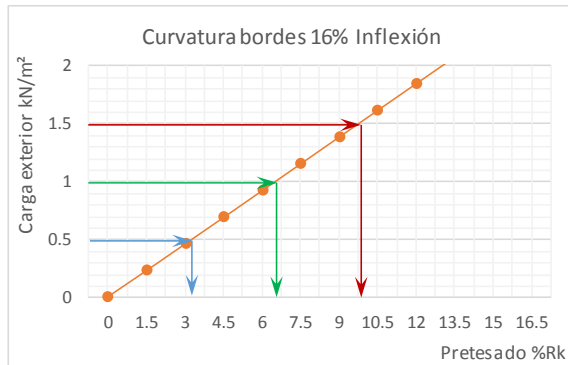
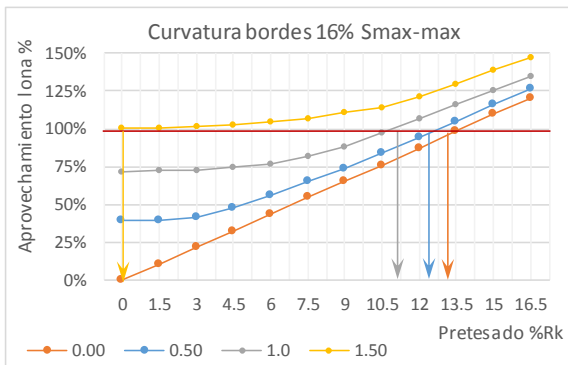
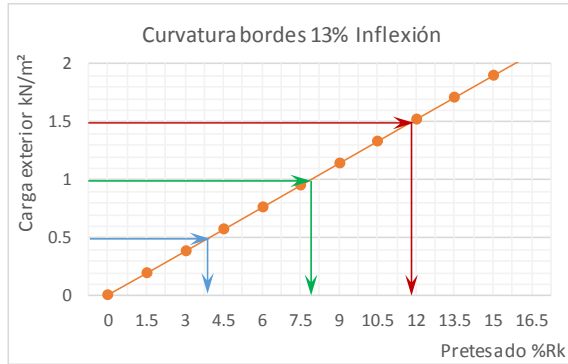
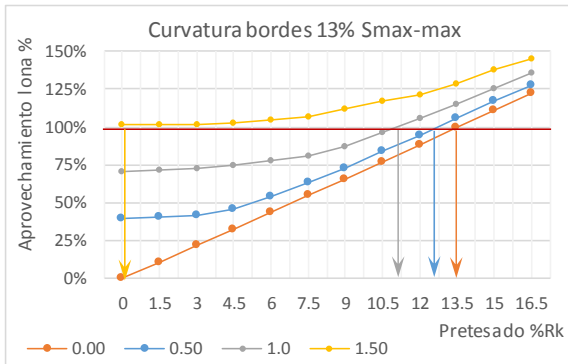
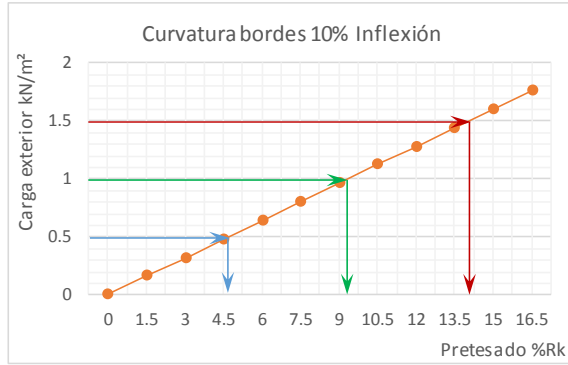
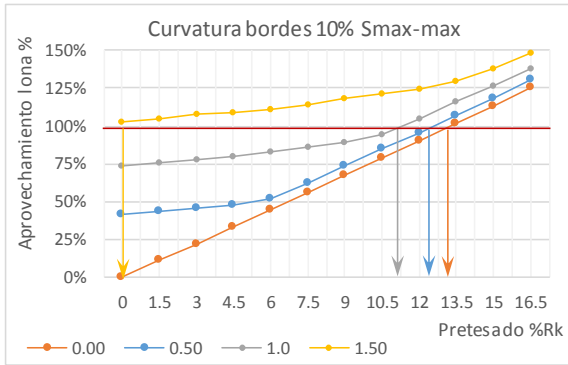
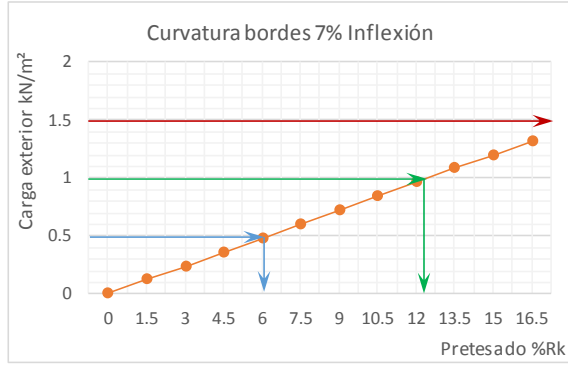
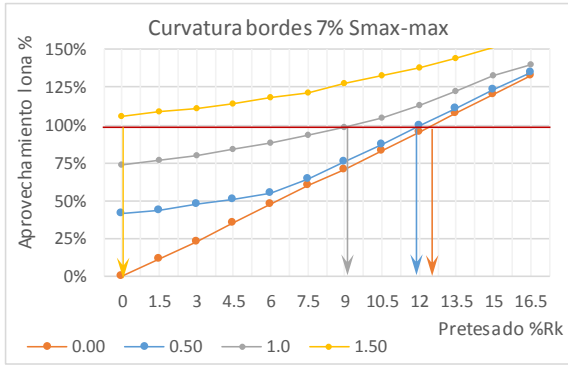
Del análisis de estos modelos se obtienen las siguientes gráficas de tensiones máximas presentes en la superficie y de puntos de inflexión de afectación de tesado, representadas en la página siguiente.

Los valores de pretesado máximos y mínimos obtenidos a partir de la lectura de las gráficas para cada nivel de carga aplicado son:

Variación de curvatura de bordes			
	Carga	Mínimo	Máximo
Curvatura borde 7%; Proporción cuadrada 8x8 y Curvatura general 20%	0.00	0.0%	12.5%
	0.50	6.3%	12.1%
	1.00	12.5%	9.2%
	1.50	18.8%	0.0%
Curvatura borde 10%; Proporción cuadrada 8x8 y Curvatura general 20%	0.00	0.0%	13.2%
	0.50	4.7%	12.4%
	1.00	9.4%	11.0%
	1.50	14.1%	0.0%
Curvatura borde 13%; Proporción cuadrada 8x8 y Curvatura general 20%	0.00	0.0%	13.4%
	0.50	4.0%	12.7%
	1.00	7.9%	11.2%
	1.50	11.8%	0.0%
Curvatura borde 16%; Proporción cuadrada 8x8 y Curvatura general 20%	0.00	0.0%	13.6%
	0.50	3.3%	12.8%
	1.00	6.5%	10.8%
	1.50	9.8%	0.0%

*Tab. 4-5 Valores de pretesado máximo y mínimo por variación de curvatura de bordes.*

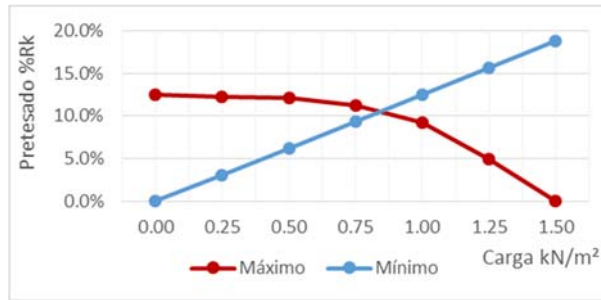
Fuente: Elaboración propia.



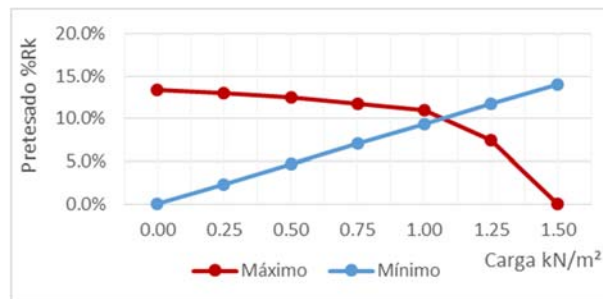
Con los resultados obtenidos se pueden realizar las gráficas de evolución de los valores máximos y mínimos de pretesado admisibles para cada nivel de carga aplicado, considerando la variación de incremento de curvatura de los bordes de un paraboloides, fijando el resto de parámetros invariables a una dimensión de 8x8 metros y una curvatura general del 20%.

Curvatura bordes

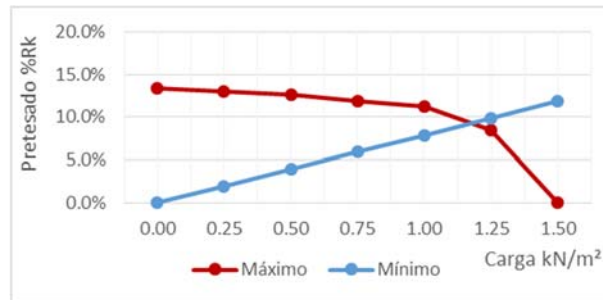
7%



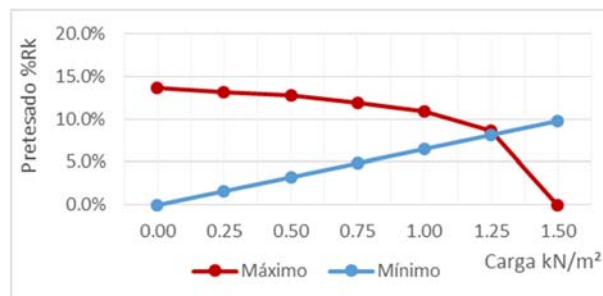
10%



13%



16%



Del mismo modo como se ha observado en el análisis con las variaciones de dimensiones y de la curvatura general, a nivel general se observa como el comportamiento de la evolución de las tensiones máximas y mínimas es totalmente diferente a medida se realizan los incrementos de carga o los incrementos de curvatura de los bordes del paraboloide.

En las gráficas se muestran los valores de pretesado máximos y mínimos admisibles para cada carga y curvatura general de la superficie, de tal manera que el rango de modelos aceptables se situaría en los que estarían localizados entre las curvas. La intersección de un valor de carga externa con un valor de pretesado será válido si se sitúa entre las dos líneas, con la de valores máximos por encima y la de mínimos por debajo de ese punto.

La curva de los valores mínimos de pretesado se muestra como una línea recta partiendo del 0,0%  $R_k$ , para modelos sin carga aplicada, y va creciendo a medida se incrementa el valor de la carga aplicada, obteniendo una menor pendiente como mayor sea la curvatura general de la superficie, de tal manera que un paraboloide de mayor curvatura general requiere de un pretesado mínimo menos elevado para un mismo valor de carga.

En referencia a los valores máximos de pretesado admisibles se demuestra que tienen una evolución lineal descendiente con estados de carga bajos, hasta el momento en que la recta de pretesado mínimo la intersecta y se produce un descenso más acusado del pretesado máximo admisible de forma parabólica.

Otra observación apreciada en la curva de pretesado máximo admisible a realizar es que en todas las dimensiones de paraboloide, al no existir carga aplicada, el valor máximo de pretesado aceptable a aplicar se situaría entre el 12% y el 14%  $R_k$  y el último valor de la evolución lineal en todos los casos está próximo al 10%  $R_k$ , que es cuando se cruza con la gráfica de valores de pretesado mínimo.

La diferencia entre los modelos con distintas curvaturas de bordes se detecta en el valor de la carga máxima que admitiría. Esta carga se ve aumentada como mayor sea la curvatura del borde de la superficie, de tal manera que para un paraboloide con curvatura del 7% se admitiría una carga máxima de 0.85 kN/m<sup>2</sup>, mientras para la del 16%, sería de 1.27 kN/m<sup>2</sup>, considerando que en la superficie se aprecie la presencia del efecto del pretesado.

Si únicamente se observa la resistencia máxima del material, obviando el valor del pretesado mínimo, la carga que se podría llegar a admitir alcanzaría los 1.35 kN/m<sup>2</sup> para el modelo con curvatura del 7% y de 1.49 kN/m<sup>2</sup>, para el modelo con curvatura del 16%.

Introduciendo estos valores en una gráfica de evolución se podrá comprobar su comportamiento:

Curvatura bordes (%)	Carga máxima por pretesado (kN/m <sup>2</sup> )	Carga máxima por resistencia (kN/m <sup>2</sup> )
7	0.85	1.44
10	1.05	1.47
13	1.16	1.48
16	1.27	1.49

Tab. 4-6 Valores de cargas máximas admisibles por variación de curvatura de bordes.

Fuente: Elaboración propia.

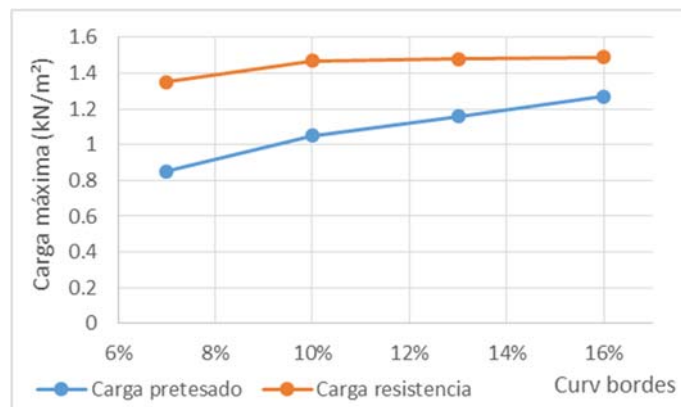


fig. 4-5 Gráfica de evolución de la carga máxima admisible para cada curvatura de borde del paraboloide.

Fuente: Elaboración propia.

Contrariamente a lo observado en los análisis de las otras variaciones, en este caso se observa un punto de inflexión que se situaría en torno a una curvatura de bordes del 10%, ya que es a partir de este valor que la curva de crecimiento de las cargas máximas pasa a tener una pendiente menor.

Pero sin considerar esta inflexión, que en valores globales no afecta en demasía al comportamiento general, se puede considerar que al incrementar la curvatura de los bordes se admite una mayor carga, pero el crecimiento observado es de menor significado que el

observado en la variación de la curvatura global, especialmente a partir de presentar una curvatura de bordes del 10%.

Del mismo modo como sucedía con la variación por incremento de curvatura general, las dos curvas tampoco son paralelas entre ellas observándose una mayor pendiente en la recta obtenida con la limitación de carga con presencia de los efectos de pretesado detectables. De esta manera para una curvatura de bordes de un 7%, la separación entre los valores sería de 0.59 kN/m<sup>2</sup>, y esta distancia entre los valores se iría reduciendo a medida se incrementa la curvatura de los bordes.

Como en los otros casos el significado de las curvas reside en el comportamiento de la superficie al incrementar la carga. Mientras la carga no supere la cota de la recta de carga máxima por pretesado, los efectos del pretesado serán visibles en toda la superficie. A partir de la superación de esta curva, la superficie se va inestabilizando hasta que alcanza la cota de la carga máxima por resistencia que al ser ultrapasada supondría superar la tensión admisible del material.

A partir de las curvas de relación dimensión-carga máxima, a partir de la curvatura del 10%, se pueden establecer sus ecuaciones:

Para la carga máxima admisible con criterio de efectividad del pretesado:

$$Q_{max,pret} = 0.0366Cb + 0.6833 \quad (4.09)$$

Para la carga máxima admisible con criterio de resistencia admisible del material:

$$Q_{max,res} = 0.00333Cg + 1.43666 \quad (4.10)$$

Dónde:

$Q_{max,pret}$ : Carga superficial aplicada sobre la superficie, con criterio de efectividad del pretesado, en kN/m<sup>2</sup>.

$Q_{max,res}$ : Carga superficial aplicada sobre la superficie, con criterio de resistencia admisible del material, en kN/m<sup>2</sup>.

$Cb$ : Curvatura de los bordes, en %.

Aislando el valor de la curvatura de los bordes, se podría establecer que curvatura sería la máxima admisible por cada estado de cargas aplicado:

Para la curvatura máxima admisible con criterio de efectividad del pretesado:

$$Cb_{max,pret} = 27.27Q - 18.64 \quad (4.11)$$

Para la curvatura máxima admisible con criterio de resistencia admisible del material:

$$Cb_{max,res} = 300Q - 431 \quad (4.12)$$

Dónde:

$Cb_{max,pret}$ : Curvatura de los bordes del paraboloide, con criterio de efectividad del pretesado, en %.

$Cb_{max,res}$ : Curvatura de los bordes del paraboloide, con criterio de resistencia admisible del material, en %.

$Q$ : Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.

Evidentemente estos valores son aplicables a la membrana concreta utilizada para la formación de la superficie analizada. Una membrana de mayor resistencia admitiría valores de carga más elevados, para una misma curvatura de bordes, pero con un comportamiento global similar.



#### 4.2.4. Comentarios generales de los incrementos

A nivel general se observa que la variación entre las curvas de los pretesados máximos admisibles y los mínimos necesarios para obtener una superficie donde se aprecie la presencia del efecto del pretesado, es distinta.

La curva de los valores mínimos de pretesado necesario a aplicar es una recta que parte del 0%  $R_k$ , para los modelos sin carga exterior aplicada y va aumentando de manera lineal al incrementarse la carga aplicada.

La curva de los valores máximos admisibles es una curva que presenta una inflexión. Mientras en valores bajos de carga se muestra como una recta que parte de valores entre el 12% y el 15%  $R_k$ , va disminuyendo su valor hasta el 10% a medida se incrementa la carga aplicada, donde se cruza con la recta de pretesados mínimos, y a partir de ese instante desciende de forma parabólica hasta que falla la superficie.

Estas dos curvas delimitarían los valores de pretesados aceptables para cada modelo, con cada geometría y carga aplicada, aceptando los valores situados entre estas dos curvas, con la de máximo por encima y la de mínimo por debajo.

En este sentido se puede comprobar que a medida se incrementa la carga, el valor máximo de pretesado aceptable se mantiene relativamente constante por encima del 10%, pero al aumentar el valor mínimo necesario los valores de pretesado aceptables se van reduciendo a medida se incrementa el valor de la carga exterior.

A pesar de la premisa de aceptar los valores situados entre las dos curvas, se podrían llegar a aceptar tesados inferiores a los delimitados como mínimos, dado que esta recta únicamente marca el valor de pretesado necesario para que se muestre un comportamiento de superficie pretesada.

En el caso de disponer un pretesado inferior significaría que la superficie se mantendría pretesada hasta superar la recta de pretesado mínimo al incrementar la carga y desde ese momento hasta alcanzar la curva de pretesado máximo la superficie se iría inestabilizando, pero sería aún tensionalmente válida.

A nivel de comparación entre las distintas variaciones se puede realizar una tabla comparativa de las cargas máximas admisibles que puede llegar a soportar la superficie al incrementarse uno de sus parámetros definitorios:

Variación por incremento de:	Carga máxima por pretesado	Carga máxima por resistencia
<b>Dimensión</b>		
Comportamiento	Disminución lineal	Disminución lineal
Valor	0.24 kN/m <sup>2</sup> salto 2m	0.24 kN/m <sup>2</sup> salto 2m
<b>Curv. general</b>		
Comportamiento	Aumento lineal	Aumento lineal
Valor	0.50 kN/m <sup>2</sup> salto 10%	0.37 kN/m <sup>2</sup> salto 10%
<b>Curv. bordes</b>		
Comportamiento	Aumento lineal	Aumento lineal
Valor	0.11 kN/m <sup>2</sup> salto 3%	0.01 kN/m <sup>2</sup> salto 3%

*Tab. 4-7 Resumen tendencia variación de tensiones máximas.*

Fuente: Elaboración propia.

Con esta comparativa se puede determinar que las variaciones de las condiciones geométricas más básicas, como son la dimensión en planta y la curvatura general, son los parámetros más definitorios. Sin embargo la curvatura de los bordes no supone una modificación esencial a nivel de admitir una carga exterior mayor, especialmente a partir de una curvatura de borde del 10%.

Evidentemente estos valores son aplicables a la membrana concreta utilizada para la formación de la superficie analizada. Una membrana de mayor resistencia admitiría valores de carga más elevados, para una misma dimensión, pero con un comportamiento global similar.

Es decir, si asumimos que el comportamiento de la evolución de los efectos del pretesado es función de la geometría y de la carga aplicada, el comportamiento global entre distintas membranas será similar, y la diferencia radicará en los valores máximos resistidos.

Con esta consideración es previsible que las curvas de valores máximos obtenidas en este análisis sean muy similares a las que se obtendrían con una membrana de mayor resistencia, ya que todas ellas hacen referencia a la resistencia del material de forma relativa en % Rk.

Entonces la diferencia de utilizar una membrana de mayor resistencia se localizará en el valor de carga aplicada que precisará el valor de pretesado expresado en las gráficas presentes en éste capítulo, de modo que al ser la membrana más resistente, un mismo valor de pretesado aceptaría una carga mayor.

Contrariamente el valor del pretesado mínimo disminuiría de forma lineal al incremento de resistencia, debido a que este valor hace referencia al comportamiento global de la superficie, y si aceptamos que la membrana en si no afecta directamente a este valor, su comportamiento sería similar al modificarse la membrana que la conforma, ya que requería del mismo valor absoluto de pretesado para obtener el mismo comportamiento. La diferencia que existiría sería que al ser más resistente, el valor del pretesado expresado en % Rk sería de un valor relativo más bajo, es decir, un mismo valor absoluto de pretesado representa un valor menor respecto a la resistencia de la membrana, de tal manera que la recta tendría una pendiente menor, hecho que validaría cargas más elevadas.

La conjunción de los efectos expuestos en las dos curvas implica que el aumento de la resistencia de la membrana supone un aumento de la carga máxima admitida, sin verse modificado sustancialmente el comportamiento global del efecto del pretesado.

### 4.3. Tolerancias del valor del tesado

En este apartado se determinaran los valores de tesado aceptables y recomendables a aplicar en una superficie a partir de sus parámetros definitorios y la carga prevista a soportar.

La determinación de los valores se realizará a partir de los resultados de los límites de pretesado determinados en el apartado anterior, 4.2 Predimensionado del valor del pretesado. Estos valores se resumirán en las gráficas de relación pretesado - aprovechamiento tensional marcando la posición de los valores de pretesado máximos y mínimos.

Las gráficas se realizaran diferenciando las variaciones analizadas y los distintos estados de cargas para determinar así su evolución y permitiendo comparar sus efectos.

Las gráficas mostrarán el aprovechamiento tensional de la lona consumido por las tensiones máximas y mínimas presentes en la superficie por cada nivel de pretesado y carga exterior aplicada, además de la tensión promedio, que aunque no se pueda asignar a ninguna posición concreta ofrecen una visión global del comportamiento de la superficie.

Sobre estas gráficas de aprovechamiento tensional se limitaran los valores máximos de pretesado admisibles por resistencia del material, en línea roja, y los valores mínimos de pretesado necesarios para que sean perceptibles los efectos del pretesado en la superficie, en línea azul.

Un valor de pretesado será totalmente aceptable si se sitúa entre estas dos líneas. Si es superior al valor máximo admisible, significará que la tensión resultante final sería superior a la admisible por el material, y precisaría utilizar una membrana de mayor resistencia. Si el valor fuera inferior a la mínima, significaría que para ese estado de cargas el pretesado no sería suficiente como para mantener sus efectos en la globalidad de la estructura.

#### 4.3.1. Incremento de dimensiones

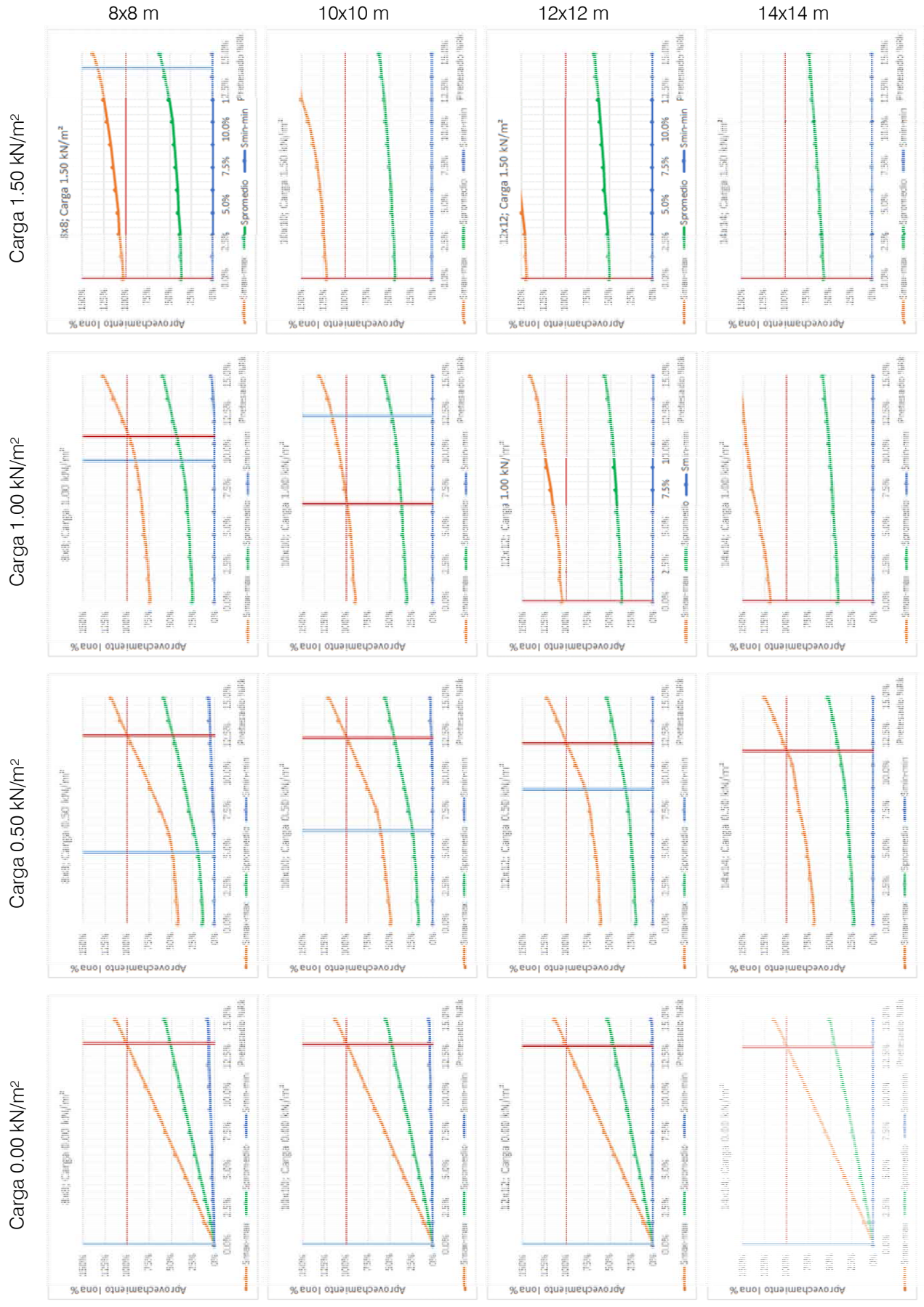
En este apartado se determinarán los valores admisibles de pretesado en función del incremento de las dimensiones de la superficie del paraboloide para poder así determinar su influencia en los valores de pretesado.

Una vez conocido el comportamiento que regirán los valores del pretesado en función de la influencia de la variación de las dimensiones se podrá determinar unas leyes básicas que permitan realizar su predimensionamiento en función de la dimensión de la superficie y las cargas previstas a ser soportadas.

Los valores de partida para la realización de las gráficas se corresponden con los valores obtenidos en el apartado 4.2.1 Predimensionado del valor del pretesado, Incremento de dimensiones, de tal manera que los valores se corresponden a modelos de dimensiones variables entre 8x8, 10x10, 12x12 y 14x14 metros, con una curvatura general del 20% y una curvatura de sus bordes del 10%.

Igualmente los valores de carga considerados para la realización de las gráficas se corresponden a los utilizados para la realización de los análisis anteriores que son: 0.00 kN/m<sup>2</sup>, 0.50 kN/m<sup>2</sup>, 1.00 kN/m<sup>2</sup> y 1.50 kN/m<sup>2</sup>.

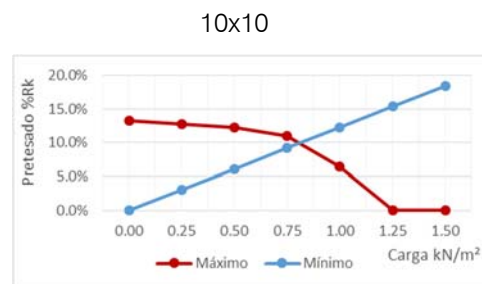
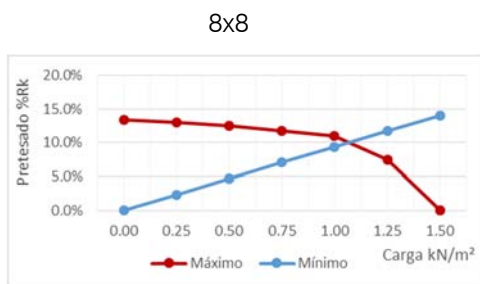
A continuación se muestran las gráficas obtenidas para la variación de dimensiones consideradas:



De las gráficas se puede realizar una doble lectura, una con el incremento de carga manteniendo fija la geometría del paraboloide, y la segunda con la variación de dimensiones manteniendo la carga fija.

En este sentido si se incrementa la carga aplicada manteniendo fija la geometría se demuestra que al incrementarse la carga el valor del pretesado máximo admisible disminuye, y el mínimo necesario aumenta, siguiendo las leyes vistas en el apartado 4.2.1 Predimensionado del valor del pretesado, Incremento de dimensiones, donde se observaba que los valores de pretesado máximos siguen una ley rectilínea descendiente con un valor superior al 10% Rk mientras la superficie se muestra bajo los efectos del pretesado, y luego desciende de manera más acusada. Mientras la de valores mínimos necesarios es rectilínea partiendo del 0% Rk y se incrementa al incrementar la carga.

A partir de las gráficas se pueden generar sus ecuaciones definitorias, con la particularidad que de la curva de valores máximos únicamente se analiza la parte con valores inferiores a 10% Rk, ya que no se recomendaría un tesado superior a ese valor por su limitada seguridad.

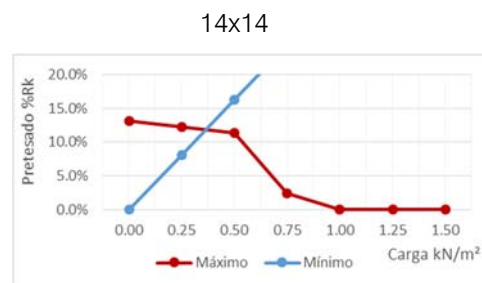
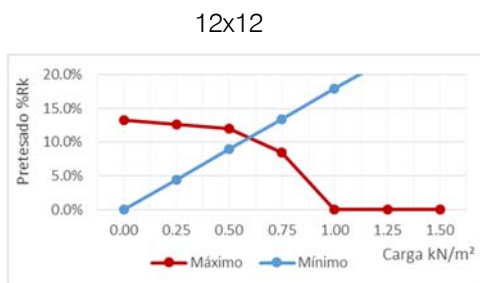


$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 1.47}{-0.0042}} \quad (4.13)$$

$$Pret_{min} = 9.4Q \quad (4.14)$$

$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 1.23}{-0.0042}} \quad (4.15)$$

$$Pret_{min} = 12.3Q \quad (4.16)$$



$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 0.99}{-0.0042}} \quad (4.17)$$

$$Pret_{min} = 17.9Q \quad (4.18)$$

$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 0.75}{-0.0042}} \quad (4.19)$$

$$Pret_{min} = 32.6Q \quad (4.20)$$



Analizando las ecuaciones obtenidas se comprueba que presentan una similitud entre todas ellas que permitirá su generalización.

Para las ecuaciones que delimitan el pretesado máximo se puede establecer que la ecuación general será:

$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - Valor}{-0.0042}} \tag{4.21}$$

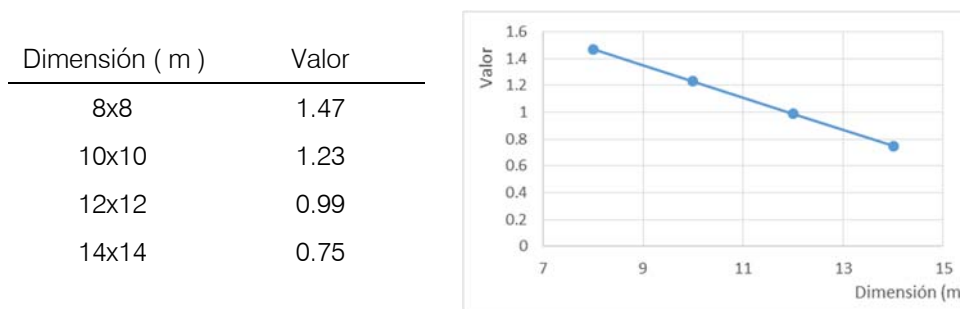
Dónde:

*Pret<sub>max</sub>*: Valor del pretesado máximo admisible, en % Rk.

*Q*: Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.

*Valor*: Valor función de la dimensión de la superficie.

Para determinar *Valor*, se puede relacionar con la dimensión de la que es función y hallar así la ley que lo determina.



$$Valor = -0.12D + 2.43 \tag{4.22}$$

De esta manera la ley que determinará el valor del pretesado máximo en función de la carga aplicada y la dimensión del paraboloide será:

$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q + 0.12D - 2.43}{-0.0042}} \tag{4.23}$$

Dónde:

*Pret<sub>max</sub>*: Valor del pretesado máximo admisible, en % Rk.

*Q*: Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.

*D*: Dimensión del lado corto de la superficie, en m.



Las ecuaciones que delimitan el pretesado mínimo se pueden establecer que la ecuación general será:

$$Pret_{min} = ValorQ \quad (4.24)$$

Dónde:

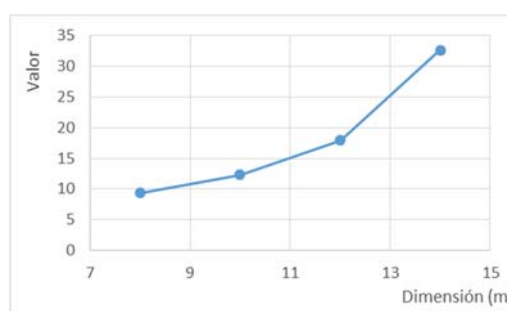
*Pret<sub>min</sub>*: Valor del pretesado mínimo necesario, en % Rk.

*Q*: Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.

*Valor*: Valor función de la dimensión de la superficie.

Para determinar *Valor*, se puede relacionar con la dimensión de la que es función y hallar así la ley que lo determina.

Dimensión ( m )	Valor
8x8	9.4
10x10	12.3
12x12	17.9
14x14	32.6



$$Valor = \frac{1}{0.2074 - 0.0126D} \quad (4.25)$$

De esta manera la ley que determinará el valor del pretesado mínimo en función de la carga aplicada y la dimensión del paraboloide será:

$$Pret_{min} = \frac{Q}{0.2074 - 0.0126D} \quad (4.26)$$

Dónde:

*Pret<sub>min</sub>*: Valor del pretesado mínimo necesario, en % Rk.

*Q*: Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.

*D*: Dimensión del lado corto de la superficie, en m.

La segunda lectura de la sucesión de gráficas es la que se puede realizar en vertical al mantener un valor de carga constante e incrementar la dimensión en planta del paraboloide.

En este sentido se puede comprobar que en relación el valor máximo del pretesado admisible sufre una disminución de magnitud a medida se incrementa la dimensión en planta del paraboloide cuando hay cargas aplicadas, puesto que se ha demostrado que en esta tipología la mayor parte de carga se transmite a los soportes por la lona. De esta manera la zona cercana a los soportes es la que más tensión tiene, si se incrementa la superficie, la cantidad total de carga a soportar también se incrementará, y deberá transmitirse por la misma sección de material, comportando un aumento de la tensión, que implicará una reducción de la capacidad para recibir carga de pretesado.

El valor mínimo necesario se incrementa ya que este valor al ser el mínimo necesario para mantener apreciables los efectos del pretesado, si se incrementa la superficie, ésta es de por sí más inestable y como consecuencia precisa de un mayor nivel de pretesado para estabilizarla.

La conjunción de estos dos factores implica que la ventana de pretesados válidos se va disminuyendo a medida se incrementa la dimensión en planta del paraboloide.

Resumiendo, el comportamiento observado en el análisis de la variación de dimensiones, se demuestra que para los modelos sin carga serían válidos todos los rangos de pretesado hasta valores superiores al 12.5%  $R_k$ .

Con carga de 0.50 kN/m<sup>2</sup>, el pretesado máximo es de valores superiores al 11%  $R_k$ , pero los valores del pretesado mínimos son crecientes a partir del 5%  $R_k$  para el modelo 8x8m hasta ser inadmisibles para el de 14x14m.

Con la de 1.00 kN/m<sup>2</sup>, el pretesado máximo desciende a partir del 11%  $R_k$  en el modelo de 8x8m hasta valores nulos en el de 12x12m, y el pretesado mínimo solo obtiene valores válidos del 9.5%  $R_k$  en el modelo de 8x8m.

Y con la carga de 1.50 kN/m<sup>2</sup> no se obtienen valores de pretesado válidos en ninguna situación.

Cabe recordar que todos estos valores son únicamente válidos para la membrana analizada, otra de mayor resistencia admitiría valores superiores.

#### 4.3.2. Incremento de curvatura general

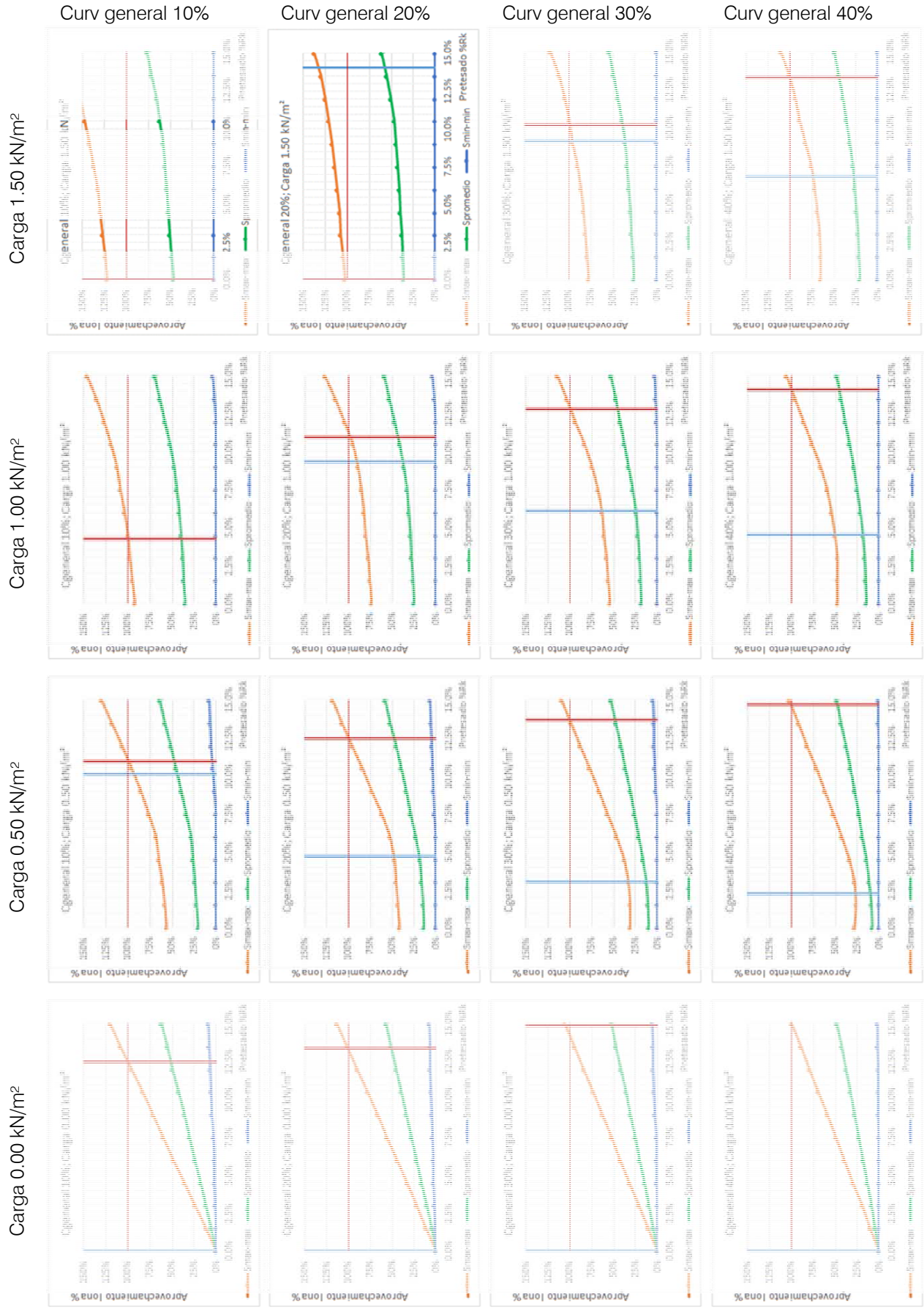
En este apartado se determinaran los valores admisibles de pretelado en función del incremento de la curvatura general de la superficie del paraboloide para poder así determinar su influencia en los valores de pretelado.

Una vez conocido el comportamiento que regirán los valores del pretelado en función de la influencia de la variación de la curvatura general se podrá determinar unas leyes básicas que permitan realizar su predimensionamiento en función de la de la curvatura general de la superficie y las cargas previstas a ser soportadas.

Los valores de partida para la realización de las gráficas se corresponden a los obtenidos en el apartado 4.2.2 Predimensionado del valor del pretelado, Incremento de curvatura general, valores correspondientes a los modelos de dimensiones de 8x8, con una curvatura general variable del 10%, 20%, 30% y 40% y una curvatura de sus bordes del 10%.

Igualmente los valores de carga considerados para la realización de las gráficas se corresponden a los utilizados para la realización de los análisis anteriores que son: 0.00 kN/m<sup>2</sup>, 0.50 kN/m<sup>2</sup>, 1.00 kN/m<sup>2</sup> y 1.50 kN/m<sup>2</sup>.

A continuación se muestran las gráficas obtenidas para la variación de curvatura general consideradas:

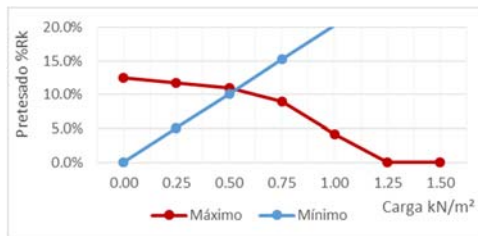


De las gráficas se puede realizar una doble lectura, una con el incremento de carga manteniendo fija la curvatura general del paraboloide, y la segunda con la variación de la curvatura general manteniendo la carga constante.

En este sentido si se incrementa la carga aplicada manteniendo invariable la curvatura general se demuestra que al incrementarse la carga el valor del pretesado máximo admisible disminuye, y el mínimo necesario aumenta, siguiendo las leyes vistas en el apartado 4.2.2 Predimensionado del valor del pretesado, Incremento de curvatura general, donde se observaba que los valores de pretesado máximo siguen una ley rectilínea descendiente con un valor superior al 10% Rk mientras la superficie se muestra pretesada, y luego desciende de manera más acusada. Mientras la de valores mínimos necesarios es rectilínea partiendo del 0% Rk y se incrementa al incrementar la carga.

A partir de las gráficas se pueden generar sus ecuaciones definitorias, con la particularidad que de la curva de valores máximos únicamente se analiza la parte con valores inferiores a 10% Rk, ya que no se recomendaría un tesado superior a ese valor por su limitada seguridad.

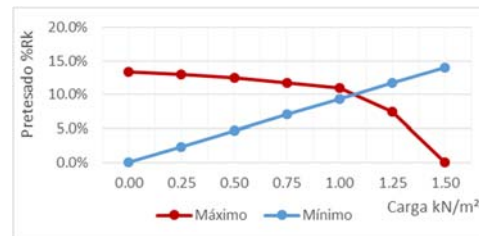
Curvatura general 10%



$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 1.10}{-0.0055}} \quad (4.27)$$

$$Pret_{min} = 20.3Q \quad (4.28)$$

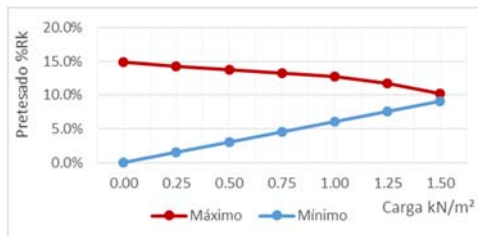
Curvatura general 20%



$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 1.47}{-0.0042}} \quad (4.29)$$

$$Pret_{min} = 9.4Q \quad (4.30)$$

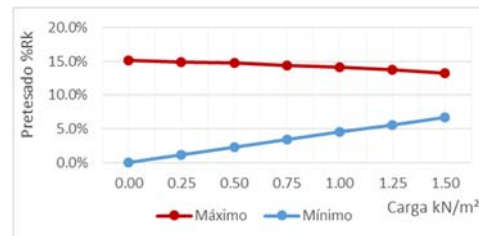
Curvatura general 30%



$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 1.84}{-0.0029}} \quad (4.31)$$

$$Pret_{min} = 6.1Q \quad (4.32)$$

Curvatura general 40%



$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 2.21}{-0.0016}} \quad (4.33)$$

$$Pret_{min} = 4.5Q \quad (4.34)$$

Analizando las ecuaciones obtenidas se comprueba que presentan una similitud entre todas ellas que permitirá su generalización:

Para las ecuaciones que delimitan el pretesado máximo se puede establecer que la ecuación general será:

$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - Valor1}{-Valor2}} \tag{4.35}$$

Dónde:

*Pret<sub>max</sub>*: Valor del pretesado máximo admisible, en % Rk.

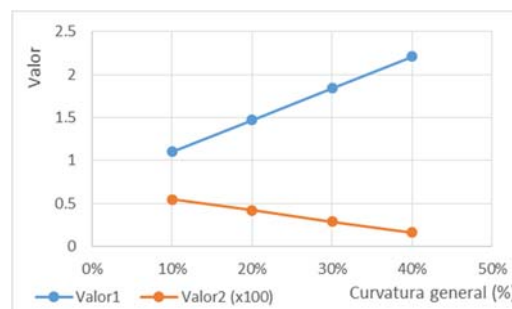
*Q*: Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.

*Valor1*: Valor función de la dimensión de la superficie.

*Valor2*: Valor función de la dimensión de la superficie.

Para determinar *Valor1* y *Valor2*, se puede relacionar con la dimensión de la que es función y hallar así la ley que lo determina.

Curv gen	Valor1	Valor2
10%	1.10	0.0055
20%	1.47	0.0042
30%	1.84	0.0029
40%	2.21	0.0016



$$Valor1 = 0.037Cg + 0.73 \tag{4.36}$$

$$Valor2 = -0.00013Cg + 0.0068 \tag{4.37}$$

De esta manera la ley que determinará el valor del pretesado máximo en función de la carga aplicada y la dimensión del paraboloide será:

$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 0.037Cg - 0.73}{0.00013Cg - 0.0068}} \tag{4.38}$$

Dónde:

*Pret<sub>max</sub>*: Valor del pretesado máximo admisible, en % Rk.

*Q*: Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.

*Cg*: Curvatura general de la superficie, en %.

Las ecuaciones que delimitan el pretesado mínimo se puede establecer que la ecuación general será:

$$Pret_{min} = Valor \cdot Q \quad (4.39)$$

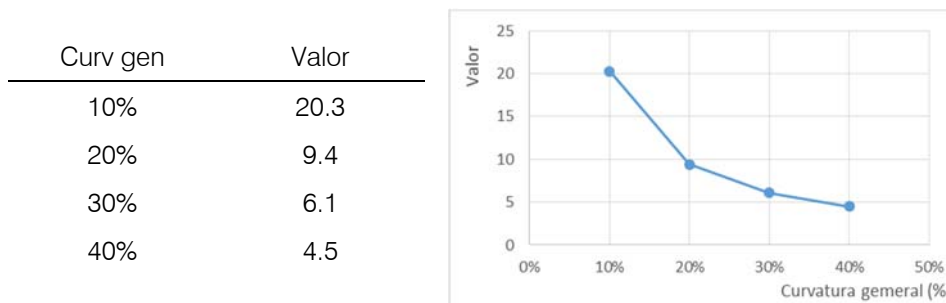
Dónde:

$Pret_{min}$ : Valor del pretesado mínimo necesario, en % Rk.

$Q$ : Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.

$Valor$ : Valor función de la dimensión de la superficie.

Para determinar  $Valor$ , se puede relacionar con la dimensión de la que es función y hallar así la ley que lo determina.



$$Valor = \frac{1}{-0.00806 + 0.00573Cg} \quad (4.40)$$

De esta manera la ley que determinará el valor del pretesado mínimo en función de la carga aplicada y la dimensión del paraboloide será:

$$Pret_{min} = \frac{Q}{-0.00806 + 0.00573Cg} \quad (4.41)$$

Dónde:

$Pret_{min}$ : Valor del pretesado mínimo necesario, en % Rk.

$Q$ : Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.

$Cg$ : Curvatura general de la superficie, en %.

La lectura de la sucesión de gráficas al mantener un valor de carga constante e incrementar la curvatura general del paraboloides permite comprobar que el valor máximo del pretesado admisible sufre un aumento del valor a medida se incrementa la curvatura general del paraboloides, ya que al ser una superficie que funciona por la forma, esta se vuelve más eficaz como mayor sea su curvatura. De esta manera al aumentar la curvatura, y no aumentar la carga exterior, las tensiones se vuelven menores al poder transmitir mayor parte de carga a través de las relingas laterales, y como consecuencia hay una mayor reserva tensional para un mayor pretesado.

A nivel del valor mínimo necesario, este disminuye ya que al incrementarse la curvatura la superficie se vuelve más rígida como mayor sea su curvatura, de tal manera que precisa de menor nivel de pretesado para estabilizarla.

La conjunción de estos dos factores, implica que la ventana de pretesados válidos se va aumentando a medida se incrementa la curvatura general del paraboloides.

Resumiendo el comportamiento observado en el análisis de esta variación, se demuestra que para los modelos sin carga serían válidos todos los rangos de pretesado hasta valores superiores al 12.5%  $R_k$ .

Con carga de 0.50 kN/m<sup>2</sup>, el pretesado máximo es de valores superiores al 11%  $R_k$ . Los valores del pretesado mínimos son decrecientes a partir del 10%  $R_k$  en el modelo de Cg 10% hasta el 2.5% en el modelo de Cg 40%.

Con la de 1.00 kN/m<sup>2</sup>, el pretesado máximo aumenta a partir del 4%  $R_k$  en el modelo de Cg 10% hasta el 14%  $R_k$  en el modelo de Cg 40%. El pretesado mínimo no obtiene valores válidos en el modelo de Cg 10%, obtiene un valor del 9.5%  $R_k$  en el modelo de Cg 20%, y disminuye el valor hasta el 4.5% en el modelo de Cg 40%.

Y con la carga de 1.50 kN/m<sup>2</sup> no se obtienen valores válidos de pretesado en los modelos de Cg 10% y Cg 20%. El pretesado máximo obtiene un valor superior al 10%  $R_k$  en los modelos de Cg 30% y Cg 40%. El pretesado mínimo obtiene un valor del 9%  $R_k$  en el modelo de Cg 30%, y disminuye el valor hasta el 7% en el modelo de Cg 40%.

Cabe recordar que todos estos valores son únicamente válidos para la membrana analizada, otra de mayor resistencia admitiría valores superiores.



#### 4.3.3. Incremento de curvatura de los bordes

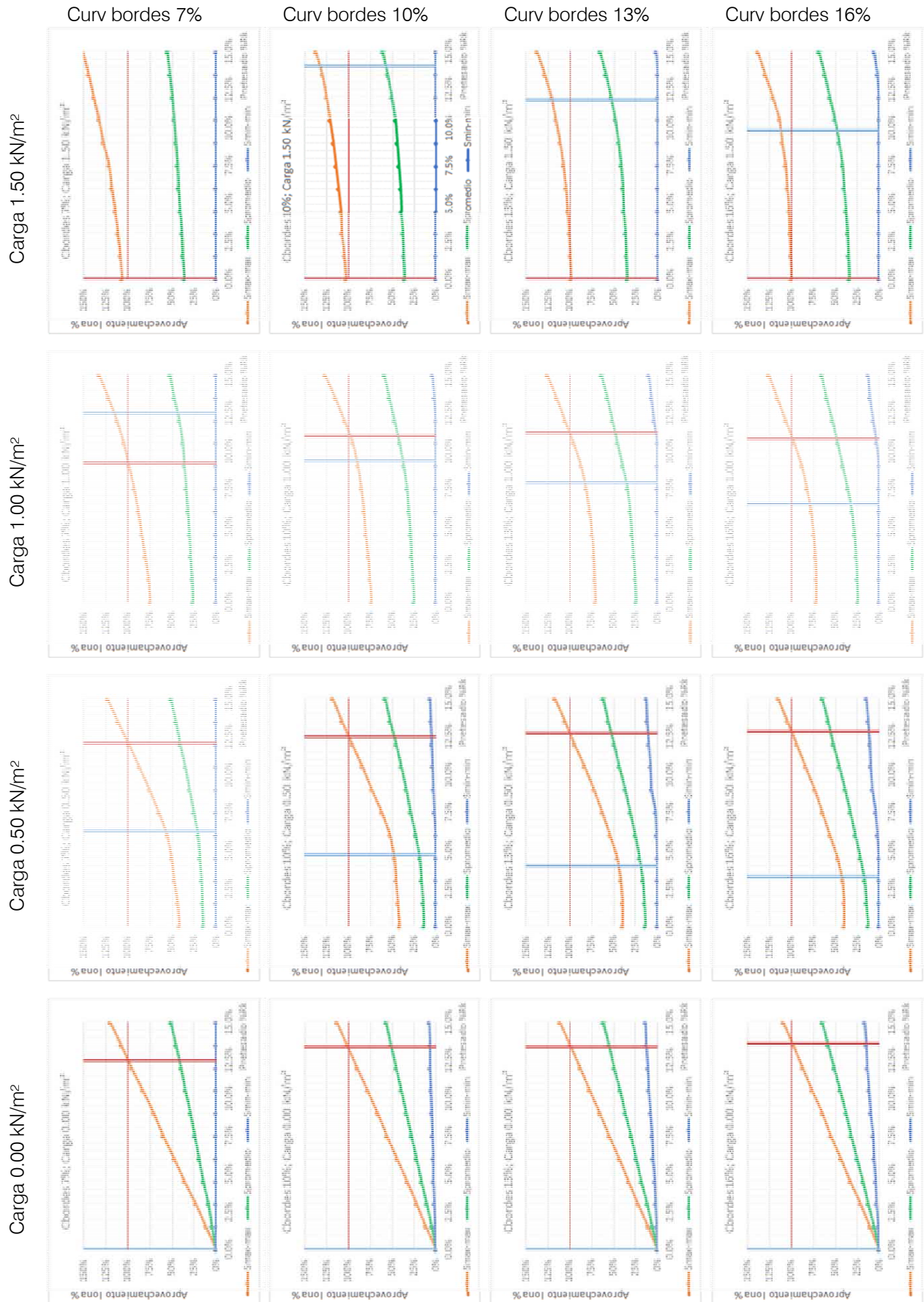
En este apartado se determinaran los valores admisibles de pretesado en función del incremento de la curvatura de los bordes de la superficie del paraboloide para poder así determinar su influencia en los valores de pretesado.

Una vez conocido el comportamiento que regirán los valores del pretesado en función de la influencia de la variación de la curvatura de los bordes se podrá determinar unas leyes básicas que permitan realizar su predimensionamiento en función de la de la curvatura de los bordes de la superficie y las cargas previstas a ser soportadas.

Los valores de partida para la realización de las gráficas se corresponden a los obtenidos en el apartado 4.2.3 Predimensionado del valor del pretesado, Incremento de curvatura de bordes, valores que se corresponden a los modelos de dimensiones de 8x8 m, con una curvatura general del 20% y una curvatura de sus bordes variable del 7%, 10%, 13% y 16%.

Igualmente los valores de carga considerados para la realización de las gráficas se corresponden a los utilizados para la realización de los análisis anteriores que son: 0.00 kN/m<sup>2</sup>, 0.50 kN/m<sup>2</sup>, 1.00 kN/m<sup>2</sup> y 1.50 kN/m<sup>2</sup>.

A continuación se muestran las gráficas obtenidas para la variación de curvatura de los bordes considerada:

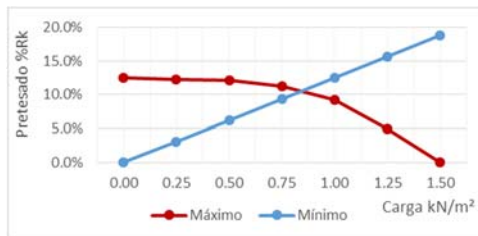


De las gráficas se puede realizar una doble lectura, una con el incremento de carga manteniendo constante la curvatura del borde, y la segunda con la variación de la curvatura del borde manteniendo la carga fija.

En este sentido si se incrementa la carga aplicada manteniendo fija la curvatura del borde se demuestra que al incrementarse la carga el valor del pretesado máximo admisible disminuye, y el mínimo necesario aumenta, siguiendo las leyes vistas en el apartado 4.2.3 Predimensionado del valor del pretesado, Incremento de curvatura de bordes, donde se observaba que los valores de pretesado máximo siguen una ley rectilínea descendiente con un valor superior al 10% Rk mientras la superficie se muestra pretesada, y luego desciende de manera más acusada. Mientras la de valores mínimos necesarios es rectilínea partiendo del 0% Rk y se incrementa al incrementar la carga.

A partir de las gráficas se pueden generar sus ecuaciones definitorias, con la particularidad que de la curva de valores máximos únicamente se analiza la parte con valores inferiores a 10% Rk, ya que no se recomendaría un tesado superior a ese valor por su limitada seguridad.

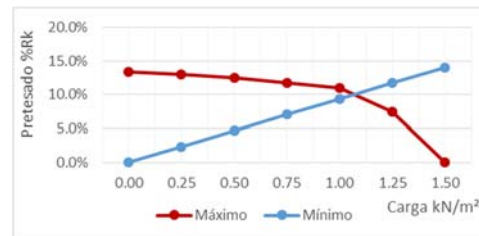
Curvatura bordes 7%



$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 1.44}{-0.0059}} \quad (4.42)$$

$$Pret_{min} = 12.5Q \quad (4.43)$$

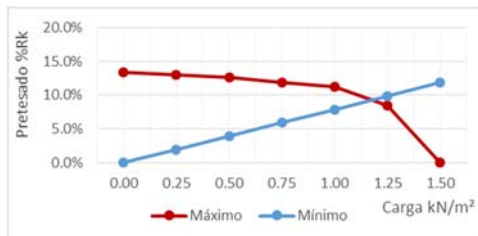
Curvatura bordes 10%



$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 1.47}{-0.0042}} \quad (4.44)$$

$$Pret_{min} = 9.4Q \quad (4.45)$$

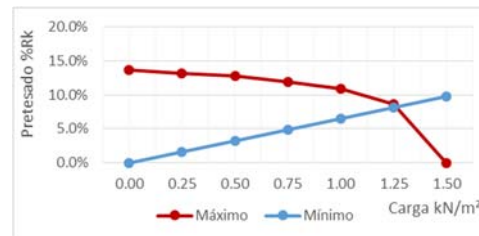
Curvatura bordes 13%



$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 1.48}{-0.0032}} \quad (4.46)$$

$$Pret_{min} = 7.9Q \quad (4.47)$$

Curvatura bordes 16%



$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 1.49}{-0.0022}} \quad (4.48)$$

$$Pret_{min} = 6.5Q \quad (4.49)$$

Analizando las ecuaciones obtenidas se comprueba que presentan una similitud entre todas ellas que permitirá su generalización:

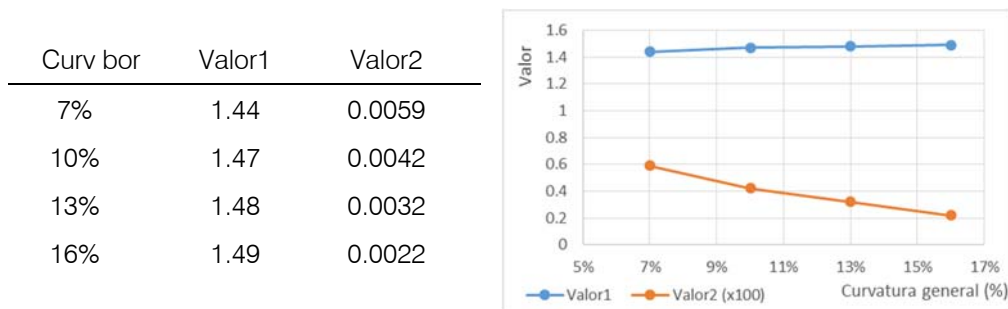
Para las ecuaciones que delimitan el pretesado máximo se puede establecer que la ecuación general será:

$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - Valor1}{-Valor2}} \tag{4.50}$$

Dónde:

- Pret<sub>max</sub>*: Valor del pretesado máximo admisible, en % Rk.
- Q*: Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.
- Valor1*: Valor función de la dimensión de la superficie.
- Valor2*: Valor función de la dimensión de la superficie.

Para determinar *Valor1* y *Valor2*, se puede relacionar con la dimensión de la que es función y hallar así la ley que lo determina.



$$Valor1 = 0.0033Cb + 1.437 \tag{4.51}$$

$$Valor2 = -0.00033Cb + 0.0075 \tag{4.52}$$

De esta manera la ley que determinará el valor del pretesado máximo en función de la carga aplicada y la dimensión del paraboloide será:

$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 0.0033Cb - 1.437}{0.00033Cb - 0.0075}} \tag{4.53}$$

Dónde:

- Pret<sub>max</sub>*: Valor del pretesado máximo admisible, en % Rk.
- Q*: Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.
- Cb*: Curvatura de los bordes de la superficie, en %.

Las ecuaciones que delimitan el pretesado mínimo se puede establecer que la ecuación general será:

$$Pret_{min} = Valor \cdot Q \tag{4.54}$$

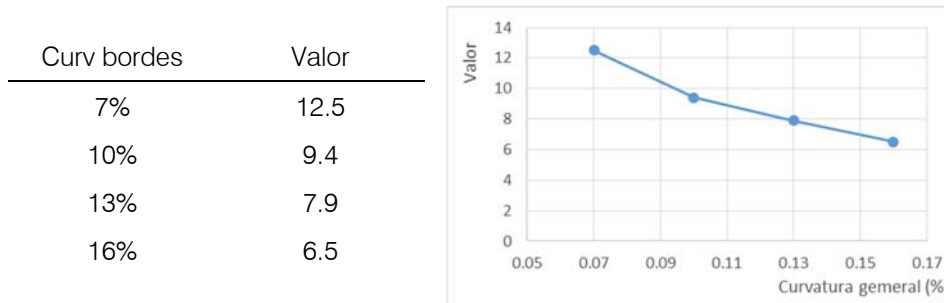
Dónde:

*Pret<sub>min</sub>*: Valor del pretesado mínimo necesario, en % Rk.

*Q*: Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.

*Valor*: Valor función de la dimensión de la superficie.

Para determinar *Valor*, se puede relacionar con la dimensión de la que es función y hallar así la ley que lo determina.



$$Valor = \frac{1}{0.0281 + 0.00784Cb} \tag{4.55}$$

De esta manera la ley que determinará el valor del pretesado mínimo en función de la carga aplicada y la dimensión del paraboloide será:

$$Pret_{min} = \frac{Q}{0.0281 + 0.00784Cb} \tag{4.56}$$

Dónde:

*Pret<sub>min</sub>*: Valor del pretesado mínimo necesario, en % Rk.

*Q*: Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.

*Cb*: Curvatura de los bordes de la superficie, en %.

La lectura de la sucesión de gráficas al mantener un valor de carga constante e incrementar la curvatura del borde permite comprobar que el valor máximo del pretesado admisible sufre un ligero aumento del valor a medida se incrementa la curvatura del borde del paraboloide, ya que a mayor curvatura tenga el borde, más rígido es este y más capacidad tendrá para transmitir una mayor parte de las cargas, y como consecuencia hay una mayor reserva tensional para un mayor pretesado. Este aumento se percibe especialmente en el salto del modelo con curvatura del 7% al 10%, a partir de ese modelo el incremento es de menor cuantía.

El valor mínimo de pretesado necesario disminuye dado que al incrementarse la curvatura del borde se vuelve más rígido, rigidizando así también la globalidad de la superficie, de tal manera que precisa de menor pretesado para ser estable.

La conjunción de estos dos factores, implica que la ventana de pretesados válidos se va aumentando a medida se incrementa la curvatura de los bordes del paraboloide.

Resumiendo el comportamiento observado en el análisis de esta variación, se demuestra que para los modelos sin carga serían válidos todos los rangos de pretesado hasta valores superiores al 12.5%  $R_k$ .

Con carga de 0.50 kN/m<sup>2</sup>, el pretesado máximo es de valores superiores al 12%  $R_k$ . Los valores del pretesado mínimos son decrecientes a partir del 6.5%  $R_k$  en el modelo de Cb 7% hasta el 3.5% en el modelo de Cb 16%.

Con la de 1.00 kN/m<sup>2</sup>, el pretesado máximo aumenta a partir del 9%  $R_k$  en el modelo de Cb 7% hasta el 11%  $R_k$  en el modelo de Cb 16%. El pretesado mínimo no obtiene valores válidos en el modelo de Cb 7%, obtiene un valor del 9.5%  $R_k$  en el modelo de Cb 10%, y disminuye el valor hasta el 6.5% en el modelo de Cb 16%.

Y con la carga de 1.50 kN/m<sup>2</sup> no se obtienen valores válidos de pretesado en ninguno de los modelos analizados.

Cabe recordar que todos estos valores son únicamente válidos para la membrana analizada, otra de mayor resistencia admitiría valores superiores.

#### 4.3.4. Resumen de los datos

Una vez realizadas las variaciones de los parámetros definitorios básicos de un paraboloides al que se aplican incrementos de carga y de pretesado, se pueden determinar unos comportamientos globales que puedan permitir realizar un método de predimensionado del valor del pretesado en función de los parámetros geométricos básicos y la carga prevista.

Antes de realizar dicha aproximación se resumirán los resultados de los análisis de las variaciones particulares de los parámetros básicos.

A nivel general se puede establecer que en todas las variaciones analizadas, en el caso de mantener una misma geometría, con unas dimensiones, curvatura general y curvatura de borde prefijadas, al incrementar la carga aplicada, el valor del pretesado máximo admisible disminuye y el mínimo necesario aumenta.

El valor del pretesado máximo siempre se presenta siguiendo una ley rectilínea descendente superior al 10%  $R_k$  mientras la superficie se muestra bajo los efectos del pretesado, y luego desciende rápidamente de forma parabólica hasta no admitir pretesado alguno.

El valor del pretesado mínimo para mantener la superficie globalmente pretesada se muestra en todos los casos como una recta que parte del valor 0%  $R_k$  y se incrementa al incrementar la carga.

En cada variación concreta se establece el grado de influencia de dicha variación al comportamiento global. De esta manera mientras un incremento de geometría limita el valor máximo admisible y precisa de un valor mínimo necesario, los incrementos de curvatura tanto general como de borde, al rigidizar la superficie laminar tienen un efecto contrario permitiendo un mayor pretesado máximo y precisan de un pretesado mínimo menor.

Con estos comportamientos se ha podido establecer las ecuaciones que rigen las variaciones analizadas las cuales tienen las siguientes formulaciones generales:

Para el pretesado máximo admisible:

$$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - Valor1}{-Valor2}} \quad (4.57)$$

Dónde:

- Pret<sub>max</sub>*: Valor del pretesado máximo admisible, en % Rk.  
*Q*: Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.  
*Valor1*: Valor función de los parámetros geométricos definitorios.  
*Valor2*: Valor función de los parámetros geométricos definitorios.

Y para el pretesado mínimo necesario para mantener tesada la superficie:

$$Pret_{min} = Valor \cdot Q \quad (4.58)$$

Dónde:

- Pret<sub>min</sub>*: Valor del pretesado mínimo necesario, en % Rk.  
*Q*: Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.  
*Valor*: Valor función de los parámetros geométricos definitorios.

Concretamente las ecuaciones obtenidas son:

	<i>Pret<sub>max</sub></i>	<i>Pret<sub>min</sub></i>
Dimensión	$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q + 0.12D - 2.43}{-0.0042}}$	$Pret_{min} = \frac{Q}{0.2074 - 0.0126D}$
Curvatura general	$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 0.037Cg - 0.73}{0.00013Cg - 0.0068}}$	$Pret_{min} = \frac{Q}{-0.00806 + 0.00573Cg}$
Curvatura bordes	$Pret_{max} = \sqrt{\frac{Q - 0.0033Cb - 1.437}{0.00033Cb - 0.0075}}$	$Pret_{min} = \frac{Q}{0.0281 + 0.00784Cb}$



Debido a que estas formulaciones se han elaborado a partir de un modelo base que se ha ido modificando, se puede establecer una fórmula general para cada pretesado:

$$Pret_{max} = \frac{1}{-238Q + 350} * \sqrt{\frac{Q + 0.12D - 2.43}{-0.0042}} * \sqrt{\frac{Q - 0.037Cg - 0.73}{0.00013Cg - 0.0068}} * \sqrt{\frac{Q - 0.0033Cb - 1.437}{0.00033Cb - 0.0075}} \quad (4.59)$$

$$Pret_{min} = \frac{Q}{88.36} * \frac{1}{0.2074 - 0.0126D} * \frac{1}{-0.00806 + 0.00573Cg} * \frac{1}{0.0281 + 0.00784Cb} \quad (4.60)$$

Dónde:

- Pret<sub>max</sub>*: Valor del pretesado máximo admisible, en % Rk; < 10%Rk.
- Pret<sub>min</sub>*: Valor del pretesado mínimo necesario, en % Rk.
- Q*: Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.
- D*: Dimensión del lado corto de la superficie, en m.
- Cg*: Curvatura general de la superficie, en %.
- Cb*: Curvatura de los bordes de la superficie, en %.

Aunque las formulaciones puedan aportar una numeración exacta de los valores, a nivel conceptual se debe determinar que un pretesado superior al 10% Rk no se debe aplicar ya que según las gráficas de pretesados máximos admisibles, a partir de este valor la curva se volvía muy plana y como consecuencia con poco margen de error.

Igualmente, considerando el proceso constructivo, para una superficie habitual un valor de estiramiento del material superior al 1% ya sería difícil de ejecutar. En la membrana utilizada esta deformación del 1% equivaldría a un 6% Rk, de tal manera que se puede establecer este valor como máximo recomendable para la membrana utilizada.

En referencia al valor del pretesado mínimo, en esta Tesis se ha considerado como el valor de pretesado más bajo posible en el que es perceptible el efecto del pretesado en la globalidad de la superficie.

Pero ciertamente un pretesado inferior no invalidaría la solución ya que aunque alguna zona llegue a destensarse en la dirección de las tensiones secundarias, mientras no se produzca el destensado bidireccional, la superficie continúa siendo estable, hecho que se ha verificado que no ocurre en ninguno de los casos analizados.

Aunque esto sea cierto es recomendable que la superficie presente un cierto nivel de pretesado para asegurar su rigidez y evitar deformaciones incontroladas, especialmente en las hipótesis de aplicación de cargas bajas o medias, es decir en las solicitaciones habituales a las que estará sometida la superficie.

En definitiva, se debería emplear un pretesado mínimo que confiriera una rigidez suficiente a la superficie en los casos sin carga o carga moderada de  $0.50 \text{ kN/m}^2$ , ya que la estructura se hallará la mayor parte de su vida útil bajo estos niveles de carga, y por consiguiente sería correcto que la superficie estuviera tensada en las situaciones habituales.

En el caso de carga elevada de  $1.00 \text{ kN/m}^2$ , o muy elevada de  $1.50 \text{ kN/m}^2$ , considerando que sería una situación no habitual, la respuesta de la membrana estructural debería ser únicamente de resistencia. Al tratarse de un caso eventual y seguramente de corta duración se podría admitir que parte de su superficie se destensara en la dirección de las tensiones secundarias, perdiendo momentáneamente su rigidez, pero no su capacidad resistente. En este sentido únicamente se debería limitar el valor del pretesado en la referencia al valor máximo admisible, que se situaría en el límite marcado por los modelos de cálculo, siendo siempre inferior al valor del  $6\% R_k$ .

En este sentido, analizando los resultados de las gráficas de pretesado - aprovechamiento de la lona, con los valores indicados de máximos y mínimos, se demuestra que para las situaciones sin carga exterior sería admisible cualquier pretesado hasta el valor máximo del  $6\% R_k$  y se podría establecer un pretesado mínimo del  $2.5\% R_k$ .

En la situación de carga moderada de  $0.50 \text{ kN/m}^2$ , se demuestra también que el pretesado máximo podría situarse en el 6%  $R_k$  indicado como valor máximo admisible. El valor del pretesado mínimo debería elevarse hasta el 4%  $R_k$ , evitándose dimensiones de superficie superiores los 10 metros, curvaturas generales inferiores al 20% y curvaturas de borde inferiores al 10%. En el caso de incumplir-se se deberían utilizar pretesados más elevados o utilizar membranas de mayor resistencia.

Para los casos de carga elevada de  $1.00 \text{ kN/m}^2$ , de entrada únicamente se validarían superficies de hasta 8 metros con curvaturas generales superiores al 30% y curvaturas de borde superiores al 10% con un pretesado máximo del 6%  $R_k$ . Como valor mínimo se impondría el valor del 4%  $R_k$  necesario para la situación de carga moderada. Para los casos donde no se obtiene cumplimiento se debería utilizar una membrana de mayor resistencia característica.

Finalmente para los casos de carga muy elevada de  $1.50 \text{ kN/m}^2$  la membrana utilizada únicamente sería válida para modelos de pequeñas dimensiones y curvaturas generales elevadas, de tal manera que precisarían de un estudio concreto con una membrana de mayor resistencia a la utilizada para el análisis.

## 4.4. Conclusiones

En este cuarto capítulo de la Tesis, a partir del análisis de los valores de obtenidos del cálculo de los modelos, se ha determinado los límites admisibles de pretesado en función de la geometría básica del paraboloides y de su carga prevista a soportar, llegando hasta el límite de establecer unos criterios y formulaciones de predimensionado del pretesado óptimo.

Para determinar los valores de pretesado aceptables se ha establecido un límite superior de pretesado máximo admisible que se corresponde con el pretesado que implica un consumo del 100% de la tensión admisible del material para cada carga aplicada.

El criterio de pretesado mínimo que se ha establecido corresponde al mínimo pretesado que ofrece rigidización para cada carga aplicada. En este caso se debe matizar este criterio ya que una estructura textil tensada puede ser viable incluso si no presenta la rigidización del pretesado, siempre que se trate de situaciones temporales y nunca en situaciones de cargas permanentes o de larga duración en el tiempo.

En este sentido se podría emplear un pretesado mínimo que confiriera una rigidez suficiente a la superficie en los casos sin carga y carga moderada de  $0.50 \text{ kN/m}^2$ , situación en la que la estructura se hallará la mayor parte de su vida útil.

Mientras en casos de carga a soportar elevada de  $1.00 \text{ kN/m}^2$ , o muy elevada de  $1.50 \text{ kN/m}^2$ , considerando que sería una situación temporal, la respuesta de la membrana estructural debería ser únicamente de resistencia. Al tratarse de un caso eventual y seguramente de corta duración se podría admitir que parte de su superficie se destensara en la dirección de las tensiones secundarias.

Con estos criterios analizando los distintos valores de las relaciones entre el pretesado y la carga se observa que la curva de los valores máximos admisibles es una curva que presenta una inflexión, mientras en valores bajos de carga se muestra como una recta que parte de valores entre el 12%  $R_{ky}$  el 15%  $R_k$  y va disminuyendo su valor hasta el 10% a medida se

incrementa la carga aplicada, hasta donde se cruza con la recta de pretesados mínimos, y a partir de ese instante desciende de forma parabólica hasta que falla la superficie.

Mientras la de los valores mínimos de pretesado necesario a aplicar es una recta que parte del 0%  $R_k$ , para los modelos sin carga exterior aplicada y va aumentando de manera lineal al incrementarse la carga aplicada.

Evidentemente se aceptarían directamente los valores de pretesados situados entre estas dos curvas, con la de máximo por encima y la de mínimo por debajo, para los casos de cargas bajas y para cargas elevadas cualquier valor situado por debajo del valor máximo, y por encima del valor mínimo necesario para una carga baja.

El hecho de no pretender tener siempre la superficie rigidizada por el pretesado bajo todas las cargas posibles, incluso las más elevadas, permitirá economizar esfuerzo de pretesado, con la consiguiente disminución de las reacciones en los soportes que implicará una reducción en los costes de la estructura de sustentación de la membrana.

Con este criterio se aseguraría que la membrana estuviera tensada la mayor parte de su vida útil, aceptando un destensado puntual en las situaciones temporales de cargas elevadas.

A nivel general se puede establecer que en todas las variaciones analizadas, en el caso de mantener una misma geometría, con unas dimensiones, curvatura general y curvatura de borde fijadas e incrementar la carga aplicada, el valor del pretesado máximo admisible disminuye y el mínimo necesario aumenta.

Si se analiza cada variación de los parámetros definitorios de los paraboloides se observa que la carga máxima que podría soportar un paraboloide al que se le incrementan sus dimensiones va disminuyendo debido a que la carga se aplica por unidad de superficie, y en consecuencia a mayor superficie, mayor carga recibirá y consecuentemente aumentará su tensión en la superficie laminar.

Contrariamente los incrementos de curvatura implican un aumento de la carga máxima que podría soportar la membrana, siendo más pronunciado el incremento debido a la variación de la curvatura general que la variación de la curvatura del borde.

En el caso del incremento de la curvatura general se admitiría un incremento de la carga máxima a soportar gracias a la relación ya conocida entre la carga exterior aplicada y los radios curvatura de la superficie  $w = t/R$ . Si en este caso aceptamos que la tensión máxima sería constante ( $t$ ), un incremento de la curvatura es igual a una disminución del radio de curvatura ( $R$ ) que implicaría forzosamente un aumento de la carga máxima que podría soportar para una misma tensión superficial máxima.

El caso de la variación de la curvatura del borde es distinta, ya que un incremento de esta le producirá una rigidización. Esta rigidización lo que implica es que una mayor parte de la carga aplicada se redirija directamente hacia la relinga para trasladarse hasta el soporte, debido a este efecto la membrana queda liberada de parte de la carga que debía transmitir hecho que permite que pueda resistir una carga ligeramente mayor.

En función de lo observado en el análisis, el pretesado ideal debería situarse en torno al 4%  $R_k$  y el 6%  $R_k$ , para las superficies con forma de paraboloides. Un pretesado inferior, en el caso de curvaturas bajas o las superficies muy grandes podría provocar que la superficie no estuviera tensada con valores de carga moderados, pudiéndose establecer un límite mínimo del 2.5%  $R_k$  para situaciones sin carga y del 4%  $R_k$  para situaciones con carga exterior a soportar por la membrana.

Como pretesado máximo se puede establecer por criterios de resistencia del material el valor del 6%  $R_k$ , este valor permitiría disponer de un margen de seguridad hasta alcanzar el límite máximo razonable y un pretesado más elevado podría comportar dificultades constructivas.

A partir de las gráficas de evolución de los valores admisibles y de los criterios de valores de pretesado anteriormente citados, se ha podido elaborar una formulación simple en la que partiendo de los parámetros definitorios de la superficie parabólica y de la carga prevista a soportar establece los valores de los pretesados máximos y mínimos admisibles.

Para el pretesado máximo admisible la formulación sería:

$$Pret_{max} = \frac{1}{-238Q + 350} * \sqrt{\frac{Q + 0.12D - 2.43}{-0.0042}} * \sqrt{\frac{Q - 0.037Cg - 0.73}{0.00013Cg - 0.0068}} * \sqrt{\frac{Q - 0.0033Cb - 1.437}{0.00033Cb - 0.0075}} \quad (4.59)$$

Dónde:

- Pret<sub>max</sub>*: Valor del pretesado máximo admisible, en % Rk; <6%Rk.  
*Q*: Carga superficial aplicada sobre la superficie, en kN/m<sup>2</sup>.  
*Cg*: Curvatura general de la superficie, en %.  
*Cb*: Curvatura de los bordes de la superficie, en %.

Y para el pretesado mínimo necesario para mantener tesada la superficie:

$$Pret_{min} = \frac{Q}{88.36} * \frac{1}{0.2074 - 0.0126D} * \frac{1}{-0.00806 + 0.00573Cg} * \frac{1}{0.0281 + 0.00784Cb} \quad (4.60)$$

Dónde:

- Pret<sub>min</sub>*: Valor del pretesado mínimo necesario, en % Rk.  
                   > 2.5 % Rk, para situaciones sin carga exterior.  
                   > 4.0 % Rk, para situaciones con carga exterior.  
*Q*: Carga superficial aplicada, en kN/m<sup>2</sup>. <50kN/m<sup>2</sup>.  
*Cg*: Curvatura general de la superficie, en %.  
*Cb*: Curvatura de los bordes de la superficie, en %.

## Análisis numérico de los efectos del pretesado sobre estructuras textiles laminares tensoestáticas

Evaluación del esfuerzo de pretesado en estructuras textiles laminares tensoestáticas parabólicas, para analizar sus efectos y determinar criterios para su predimensionamiento

### **Cap. 5 Análisis del tesado en estructuras ya ejecutadas**

5.1 Introducción

5.2 Métodos directos de medición

5.3 Relación Tesado – Vibración

5.4 La importancia de las vibraciones en los elementos estructurales

5.5 Conclusiones





## Cap. 5. Análisis del tesado en estructuras ya ejecutadas

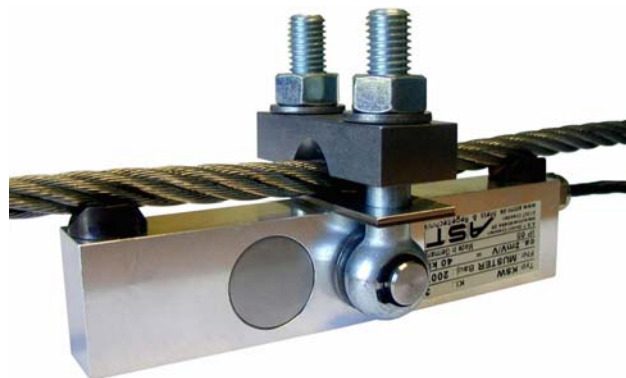
### 5.1. Introducción

El tesado de la superficie es un elemento altamente definitorio de su comportamiento, con lo cual se debe controlar este estado tensional a lo largo de toda su vida útil realizando un control regular de este.

Este control se puede realizar mediante la utilización de elementos invasivos a la estructura, como pueden ser tensiómetros o cédulas de carga. Pero si no se prevé su instalación en el proyecto inicial puede suponer una importante manipulación de la estructura, la cual en la mayoría de casos no es factible de realizar y se debe utilizar mecanismos no invasivos.

De mecanismos no invasivos para el control del tesado de elementos tipo cable en el mercado existen mecanismos que pueden medir la tensión a la cual está sometido simplemente situando el cable entre tres puntos de contacto, aplicando una fuerza perpendicular y midiendo la deformación aplicada al cable (fig. 5-1).

Para el control de elementos superficiales existen mecanismos similares que son capaces de medir el nivel general de tensado, pero sin discretizar entre las dos direcciones. Aparte de estos elementos, hay otros mecanismos aproximativos con un funcionamiento similar a un esclerómetro que miden el rebote producido por un impacto realizado sobre una lona.



*fig. 5-1 - Sensor de fuerza para cables.  
Wire rope overload Guard KSW - AST Gruppe.*

Otra vía de investigación del control del tesado sería mediante la frecuencia de vibración de este elemento cuando se somete a un impacto, tal y como se realiza para afinar las cuerdas de una guitarra.

Este método consistiría en hacer vibrar el elemento tesado y correlacionar la frecuencia de vibración del elemento con su estado de tensión. En elementos lineales independientes es conocida la formulación que relaciona directamente ambos conceptos, pero en mallas de barras o en elementos superficiales la cantidad de variables que afectan a la frecuencia de vibración es tan elevada que se precisa de un cálculo computacional para calcularla eficazmente.

## 5.2. Métodos directos de medición

En este apartado se analizarán distintos métodos de medición “in situ” del estado de tensado de un elemento traccionado mediante la aplicación de métodos no invasivos para no dañar al elemento con la inclusión de cuerpos extraños en su interior o formar cicatrices que pudieran alterar su comportamiento mecánico.

Es de especial importancia poder determinar el estado tensional de un elemento tesado, bien sea un elemento lineal o un elemento superficial, ya que todos los resultados del cálculo que han validado y determinado los elementos de la construcción de la estructura tesada se han basado en un determinado estado de pretensión del elemento.

Si la tensión de pretesado real es inferior a la descrita en fase de cálculo, el elemento resultante será menos rígido de lo previsto y como consecuencia más deformable y fácil de ser afectado por las acciones externas.

Por el contrario, si la tensión resultante es superior a la prevista implica que se consuma más tensión resistente de la esperada en el elemento, pudiendo incrementar significativamente el esfuerzo al que está sometido y que las reacciones en los soportes sean superiores a las consideradas en proyecto.

La problemática de realizar las mediciones de la tensión real existente en un elemento reside en que es imposible conocer el estado tensional directamente del elemento, y se requiere de métodos que relacionen la tensión real existente con algún efecto del elemento medible y relacionable mediante las propiedades físicas y/o mecánicas del elemento a evaluar.

En este apartado se analizarán los métodos existentes actualmente tanto para la medición en elementos lineales tipo cable o barra, como para la medición en elementos superficiales.

### 5.2.1. Cables y barras

Para la medición del estado tensional en elementos lineales tipo cable o barra con métodos no invasivos existen multitud de herramientas que miden distintos efectos del elemento, entre las que destacan tres:

- El extensómetro.
- El sensor de fuerza para cables.
- El vibrómetro.

Existe una cuarta herramienta que consiste en la utilización de galgas extensométricas, pero no es recomendable su utilización en cables debido primeramente a la irregularidad propia de la superficie del cable que dificulta su fijación en el mismo, y en segunda instancia, debido a la dificultad en relacionar correctamente la deformación obtenida por la galga extensométrica y la tensión del cable. La galga medirá la deformación de la capa exterior del cable que puede no corresponderse con la deformación global del cable, pudiendo suceder que en un cable la capa exterior no se deforme lo mismo que las capas interiores. Ciertamente la diferencia de deformaciones es mínima pero debido a las dimensiones y precisión que presentan las galgas extensométricas no se considera recomendable su utilización para la medición de tensiones en cables y por ese motivo no se analiza en este apartado de medición de la tensión en cables.

Todos los métodos de medición de tensiones en elementos lineales tienen la necesidad de entrar en contacto directo con el elemento del cual se pretende conocer su estado tensional. Al tratarse de un elemento lineal, cualquier método que no entre en contacto directo de alguna manera con él podría conllevar a errores de medición ya que como se debe medir lo sucedido en el elemento, y este al tener una dimensión transversal muy pequeña en relación con la longitudinal, una medición sin entrar en contacto podría salir de la zona de medición o quedar oculto por otro elemento.

A sí por ejemplo se descartarían los métodos de medición visuales o los métodos que realicen la medición mediante láseres, dado que un cable debido a sus movimientos en el espacio fácilmente se podría salir del punto de medición.

### a. Extensómetro

El extensómetro es un método de control del tesado no invasivo en el cable, útil para controlar el tesado aplicado en un cable en el momento de la construcción, y no tanto para determinar el tesado presente en un elemento ya ejecutado.

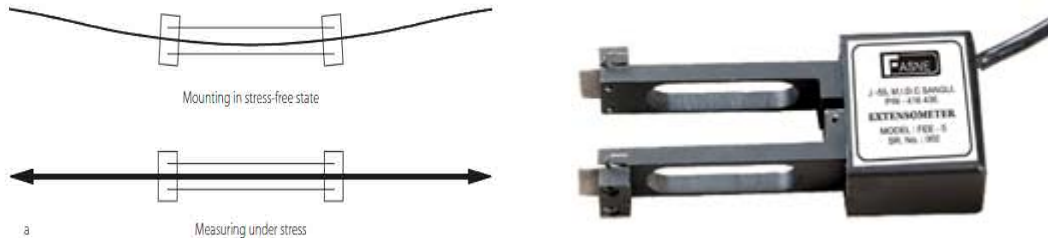


fig. 5-2 Extensómetro.

Fuente: [http://www.finegrouptest.com/spanish/images/electronic\\_extensometer.jpg](http://www.finegrouptest.com/spanish/images/electronic_extensometer.jpg)

Su funcionamiento consiste en fijar los dos extremos del extensómetro en un mismo cable sin tensar y aplicar una fuerza de tesado en el mismo. Entonces el extensómetro mide el incremento de longitud que ha sufrido el cable entre los dos puntos de fijación y correlacionando ese incremento de longitud, con el módulo de elasticidad y área del cable se puede determinar el estado final de tensiones del cable.

A modo inverso, en una estructura ya ejecutada, se pueden fijar los extremos en el cable y destensarlo. En este caso el extensómetro mediría el decremento de longitud del cable entre los dos puntos fijados y se podría establecer el estado tensional original del mismo. Pero por contrapartida se habría destensado el cable analizado.

Como se ha mencionado, este método es únicamente útil para confirmar el estado de tesado en fase de construcción o en fase de retesado, pero no tanto para la validación de un elemento ya ejecutado, debido a que su medición comportaría el destensado de un cable, que posteriormente se debería retesar.

## b. Sensor de fuerza para cables

El sensor de fuerza para cables si que es un método perfectamente válido para la medición del estado de tensión de un elemento tipo cable, pero no sería válido para un elemento tipo barra ya que requiere realizar una deformación transversal al elemento que este pueda recuperar al terminar la medición.

Su funcionamiento consiste en fijar un cable por tres puntos, con el central de los cuales se aplica una fuerza perpendicular a la directriz del mismo y se mesura la deformación obtenida en ese punto.



*fig. 5-3 Principio de funcionamiento del sensor de fuerza.*

Fuente: (Seidel, 2009).

Correlacionando la fuerza aplicada con la deformación obtenida y las propiedades mecánicas del cable se obtiene la fuerza de tesado presente en el cable.



*fig. 5-4 Sensor de fuerza para pequeños cables.*

Fuente: TX - Digital Tension Meter – Cooper instruments & Systems.



*fig. 5-5 Sensor de fuerza para cables de medianas dimensiones.*

Fuente: WTM 502 - Wire Tension Meter – Cooper instruments & systems.

En función del diámetro del cable al que realizar las mediciones se utilizará un sensor de mayor o menor potencia, existiendo sensores de pequeñas dimensiones para cables delgados hasta grandes sensores para cables medianos.

Dado que se precisa de una deformación significativa del cable, este método sería descartable para los cables de grandes secciones (superiores a los 38mm) o las barras, debido a que su elevada rigidez transversal implicaría unas bajas deformaciones transversales y la necesaria aplicación de una gran fuerza para obtener un pequeño desplazamiento transversal.

Si se requiere la aplicación de una gran fuerza trasversal, el método quedaría invalidado por el hecho de necesitar un mecanismo de gran potencia que va más allá de las capacidades de los mecanismos actuales. A parte, al aplicar una gran fuerza transversal, existe la posibilidad de dañar al elemento evaluado, siendo recomendable la utilización de otros métodos de medición.

Igualmente, la obtención de deformaciones muy pequeñas podría inducir a errores de correlación entre la propia lectura del valor de la deformación y el valor de la tensión resultante. Una deformación muy pequeña, con valores de milésimas de milímetro, implicaría una tensión muy elevada, de tal manera que el margen de error en la medición es demasiado elevado como para ser válido.

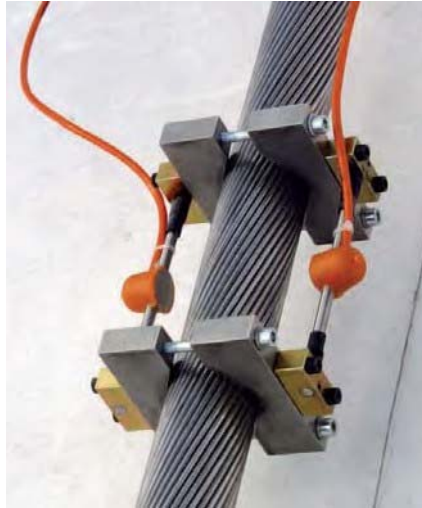
### **c. Vibrómetro**

El vibrómetro es un mecanismo de análisis no intrusivo del estado de tesado al que se encuentran sometidos los cables y las barras, especialmente indicado para los de medianas y grandes dimensiones.

El principio de funcionamiento del vibrómetro consiste en fijar en el cable o barra un elemento capaz de medir la frecuencia de vibración a las que oscila el elemento cuando es sometido a un impacto.

Debido a que un elemento tensado al recibir un impacto, para cada estado tensional, siempre vibra con la misma frecuencia, si con el vibrómetro se consigue conocer la frecuencia de vibración real del elemento a analizar se puede correlacionar directamente su frecuencia de vibración con el estado tensional en función de su longitud y densidad lineal, tal como se describe en el apartado 5.3. Relación Tesado – Vibración de esta Tesis.





*fig. 5-6 Vibrómetro para cables.*

Laboratorium Blum Stuttgart.

Fuente: (Seidel, 2009).

Debido a que este método de medición de vibraciones consiste en situar el vibrómetro sobre el cable para medir la frecuencia de vibración mediante su propio desplazamiento, la masa del cable a analizar se ve aumentada con la propia del vibrómetro, de modo que si se considera que la frecuencia de vibración es función de la masa del cable, al modificarse esta por la presencia del vibrómetro también se verá afectada la frecuencia de vibración.

Por este motivo el método de medición del tesado de un cable mediante vibrómetros, solo será válido para cables y barras de mediana y gran dimensión, donde la masa del vibrómetro es despreciable en relación a la del cable a analizar.

Ciertamente existen otros medios de medición de la frecuencia de vibración como podrían ser los vibrómetros manuales, los cuales requieren el acceso directo del personal que realiza la medición al elemento que se quiere analizar durante todo el tiempo que se realicen las pruebas. Este acceso directo se debe realizar sin afectar de ninguna manera las condiciones de contorno de la estructura para no afectar a las frecuencias de vibración reales del cable libre en sus condiciones habituales.

En muchas ocasiones esta condición de no afectación es difícil de validar, tanto por el acceso al punto de medición, como por el propio acto de la medición que pudiera contaminar las mediciones.

Otro método de medición de la frecuencia de vibración consiste en una lectura por medio de láseres, el cual está desarrollado en el siguiente apartado. Este método consiste en la utilización de un láser el cual es capaz de leer las vibraciones de un punto mediante el efecto doppler. Este método de vibración sería válido siempre que se pudiera asegurar una visión directa por parte del láser a un punto del elemento a analizar y que este no tuviera unas deformaciones tan grandes como para salirse de la posición de lectura.

En elementos de grandes dimensiones con pequeñas deformaciones, estas condiciones seguramente se validarían, pero para elementos cable situados de un modo relativamente libre en el espacio es fácil que otro elemento pudiera ocultarlo o que los movimientos de la estructura junto con la deformación y la vibración el punto de medición se desplazara tanto que invalidara la lectura, ya que este método obliga a que el punto de medición no se pueda desplazar de su posición y únicamente pueda vibrar.

Por estos motivos se considera que la utilización de vibrómetros autónomos autofijados en el cable es el sistema que ofrece mejores garantías de no afectación en las mediciones de elementos tipo cable o barra, aun considerando el incremento de masa que supone la inserción del vibrómetro en el elemento a analizar, ya que esta es despreciable en relación a la masa del cable o barra si es de medianas o grandes dimensiones.

Analizados los tres métodos principales de medición para cables no es posible determinar cuál de ellos es el más ideal en términos generales, ya que los tres métodos expuestos tienen unas ventajas respecto a los otros y la determinación del método ideal concreto va a depender de las circunstancias y características de cada elemento a determinar.

En primera instancia cabe recordar que el extensómetro es únicamente válido para medir la deformación en cables que no estén tensados o en el caso de retesados de cables, pero no es válido para elementos ya ejecutados que se requiera determinar la tensión a la que se encuentran sin poder destensarlos.

Una primera aproximación para determinar el método de medición adecuado entre el sensor de fuerza y el vibrómetro, puede partir del diámetro del elemento a analizar, siendo más adecuado el sensor de fuerza para los pequeños elementos, para cables medianos en función del caso concreto los más idóneos serían el sensor de fuerza o el vibrómetro, y para los grandes elementos únicamente sería adecuado vibrómetro.

Pero la determinación final dependerá de más condicionantes como por ejemplo la facilidad de acceso al elemento. En este sentido aunque los tres métodos descritos requieren de acceder directamente al elemento, el sensor de fuerza requiere una mayor facilidad de acceso para poder realizar las mediciones y lecturas totalmente “in situ” mientras los otros dos únicamente requieren del acceso para su montaje.

Pero existen otros criterios de selección del método de medición como pueden ser el tipo de cable o barra, la tensión esperada en obtener, las condiciones meteorológicas en el momento de realizar las mediciones, etc...

En el caso de estructuras comprometidas que en proyecto se prevea que sea necesario efectuar pruebas de verificación del estado tensional de manera regular sería recomendable instalar sensores de tesado fijos en algunos extremos de los cables de tal manera que se pudiera efectuar una lectura directa de los mismos sin necesidad de efectuar correlaciones con las mediciones obtenidas por métodos no invasivos.

En definitiva, existen multitud de mecanismos para efectuar el control del tensado de un elemento lineal y escoger el más adecuado dependerá de la situación concreta y del momento en que se precise efectuar la lectura. Bien si se trata de controlar el tesado en fase de construcción o retesado, bien si se trata de conocer el estado tensional una vez finalizado el proceso, bien si se trata de efectuar un seguimiento continuado y evolución de las tensiones a lo largo de la vida útil del elemento.

### 5.2.2. Láminas

La medición del estado tensional en láminas difiere significativamente de la medición para cables debido que en este caso la medición se debe realizar sobre un elemento superficial del cual se debe analizar el estado tensional en cada una de sus dos direcciones principales, o como mínimo establecer el valor tensional global de cada punto significativo de la superficie.

En un elemento superficial el estado tensional puede variar de un punto a otro en función de la forma y mecanismos de tesado que tenga el elemento a analizar. Por este motivo es importante realizar las mediciones en distintos puntos de la superficie laminar, ya que al poder variar la tensión en la superficie se debe conocer el estado de todos sus puntos a diferencia de la medición en elementos lineales que al tener el mismo estado tensional en toda su longitud se puede efectuar su medición en cualquier punto del elemento.

Como en el caso de los elementos lineales también existen multitud de mecanismos de medición los cuales también deben ser de tipo no invasivo para no afectar al comportamiento mecánico del elemento ni realizar ninguna cicatriz sobre la superficie laminar.

De entre todos los métodos no invasivos destacarían seis métodos:

- Inspección visual.
- Manual al tacto.
- Galga extensométrica.
- Esclerómetro.
- Ventosa de placa.
- Anillo de Fuerza.
- Vibrómetro.

En el caso de los elementos superficiales, al disponer de una gran superficie para efectuar las mediciones no hace falta tener la precisión en el punto de lectura que era necesaria para los elementos lineales, hecho por el cual en la evaluación de superficies si se permitiría el uso de métodos que no entren en contacto directo con la superficie, como los que se describirán en el desarrollo de cada método de medición concreto.

**a. Inspección visual – Método subjetivo**

El primer método de verificación del tesado no es propiamente un método científico ni exacto, es un método subjetivo que consiste simplemente en una inspección visual del elemento a evaluar.

Si el elemento se ha destensado total o parcialmente visualmente es posible detectar esas zonas destensadas siempre que la pérdida de tensión sea total, o muy significativa, ya que la superficie destensada tendrá unas deformaciones y movimientos que delataran el destensado.

Una superficie destensada, o con un tensado muy erróneo presentará arrugas, bolsas y deformaciones que no se corresponden con una superficie tensada.

Este método al ser subjetivo no se puede considerar concluyente, pero puede indicar en una primera aproximación las posibles zonas que presenten deficiencias.

**b. “Manual al tacto” – Método subjetivo**

El segundo método también es subjetivo y consiste en una inspección táctil de la superficie a evaluar. La inspección consiste en presionar la superficie a evaluar con la palma de la mano y percibir de esa manera la presión que ejerce la superficie contra la mano.

Una superficie que esté tensada presentará una resistencia a la deformación transversal, de tal manera que si se empuja la superficie se debe percibir esa resistencia al desplazamiento. A mayor resistencia al desplazamiento mayor será la tensión a la que esté la superficie.

Si no se percibe ninguna resistencia o esa es mínima se puede determinar que la tensión del elemento es insuficiente.

Este método al ser completamente subjetivo depende de la sensibilidad de quién esté efectuando la inspección y en ningún caso se puede considerar como un método concluyente, pero puede indicar las zonas de la superficie evaluada que presenten un tesado deficiente.

### c. Galga extensométrica

El primer método científico analizado consiste en el uso de galgas extensométricas que miden la relación entre la tensión de la superficie con la deformación obtenida por medio de las propiedades mecánicas del elemento a analizar.

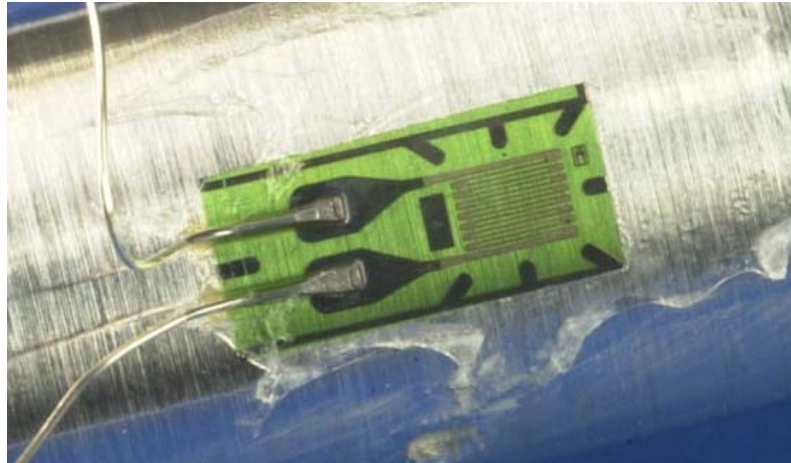


fig. 5-7 Galga extensométrica lineal.

Fuente: <http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/mechanical-testing/images/strain-gauge-close.jpg>

El principio de funcionamiento de la galga extensométrica consiste en medir la deformación de un elemento una vez fijada completamente la galga sobre él. Para realizar dicha medición la galga se basa en la resistencia eléctrica del elemento metálico que lleva impreso.

Si la galga se deforma, se produce una variación de su resistencia eléctrica que es medible y se puede correlacionar directamente con la deformación que ha tenido la galga. Conociendo la deformación de la galga, que es igual a la del elemento a analizar, se puede determinar la tensión a la que se ha sometido el elemento por medio de su módulo de elasticidad.

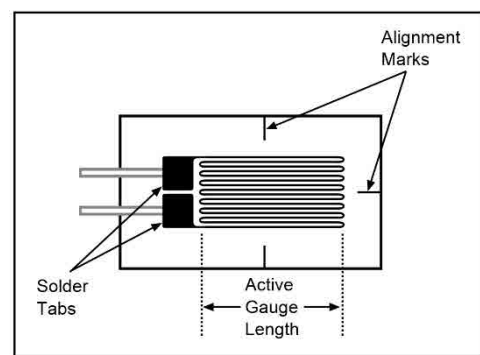


fig. 5-8 Esquema de galga extensométrica.

Fuente:

<http://www.continuummechanics.org/cm/straingauges.html>

Existen múltiples galgas extensométricas de diferentes propiedades, intensidades de medición y distintos ángulos de medición desde las galgas lineales a las que son capaces de medir en diversas direcciones.

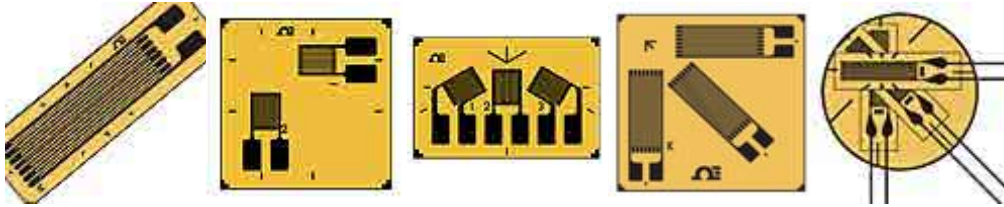


fig. 5-9 Distintas galgas extensométricas.

Fuente: <http://www.omega.com/subsection/general-purpose-strain-gages.html>

La problemática de la utilización de galgas extensométricas reside en que las galgas, del mismo modo que los extensómetros de los cables, únicamente pueden medir la deformación que tienen a partir de su instalación, de modo que se deben instalar en la superficie antes de su entrada en carga o en el caso de retesados, pero no son útiles para evaluar el tesado al que ya está sometido una superficie existente tensada.

Otra limitación existente en las galgas extensométricas es precisamente su rango de medición de deformaciones. No se puede utilizar una galga extensométrica que no sea capaz de deformarse lo mismo que el elemento a evaluar, ya que si el soporte se deforma más que la capacidad de la galga esta se rompería.

Igualmente la instalación de galgas extensométricas fijas sobre la superficie no sería una práctica recomendable ya que las estructuras textiles están sometidas habitualmente a la exposición solar directa. Esta exposición solar directa haría que la galga se calentase y como consecuencia del incremento de temperatura que sufriría se produciría una variación de su resistencia eléctrica sin la aplicación de ningún esfuerzo ni deformación del soporte.

Debido a que la lectura de la deformación se realiza mediante la resistencia eléctrica de la galga, si con el incremento de temperatura se produce una modificación de esta resistencia, la lectura final obtenida no sería válida para correlacionarla con la deformación del elemento.

#### d. Esclerómetro

El método del esclerómetro es un método de medición que relaciona el rebote producido por el impacto de una determinada masa lanzada con una fuerza determinada con la tensión de la superficie sobre la que impacta.



*fig. 5-10 Esclerómetro.*

Fuente: <http://www.gisiberica.com/escler%F3metros/escldrdfder5.jpg>

Este método se basa en la rigidez del elemento tensado, a mayor tensión de la superficie mayor rigidez y a mayor rigidez mayor índice de rebote. Y por el contrario, un menor índice de rebote implicaría una menor tensión del elemento.

La dificultad de la medición de la tensión con este método reside en la correlación entre el índice de rebote y la tensión del elemento, ya que el índice de rebote es un valor función de la rigidez de la superficie laminar y esta rigidez es función de la tensión del elemento y de las curvaturas de la superficie.

De tal manera que aunque en dos superficies tensadas distintas, con distintas curvaturas, se obtenga el mismo índice de rebote, la tensión a la que estará la superficie no será la misma, ya que las curvaturas entre ambas superficies son distintas.

Por este motivo es un método difícil de aplicar directamente, debido a que requiere una calibración del índice de rebote para cada geometría, pero puede ser útil como complemento a otros métodos más exactos debido a su rapidez de ejecución y obtención de datos, pudiéndose determinar la tensión exacta por otro método y conocida la tensión en un punto aplicar el esclerómetro para obtener el índice de rebote para esa tensión, geometría y rigidez. Conocida la relación entre los valores ya se puede aplicar a distintos puntos de la superficie y correlacionar los resultados.



### e. Ventosa de placa

El método de medición por ventosa de placa consiste en la relación que se produce en una superficie laminar entre la deformación producida por una depresión con la tensión de la superficie.



*fig. 5-11 Ventosa de placa.*

Laboratorium Blum Stuttgart

Fuente: (Seidel, 2009).

El método consiste en generar una depresión controlada en la superficie que se puede considerar como una fuerza superficial aplicada sobre una parte de la membrana, concretamente en el interior de una ventosa metálica que se fija a la superficie laminar.

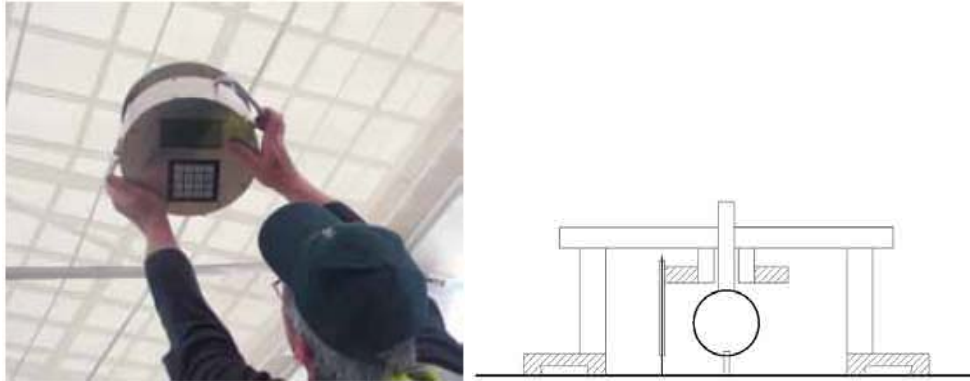
Correlacionando la deformación obtenida con la depresión efectuada se puede determinar el estado tensional concreto en la que se encuentra la superficie.

Este método es útil para determinar el estado tensional general en el que se encuentra un punto concreto de la membrana, pero no permite la discretización de la tensión real existente en cada una de las dos direcciones principales.

Otra problemática del método reside en la necesidad de acceder y poder efectuar la medición directa sobre la superficie a evaluar, hecho complejo en algunas superficies de difícil acceso, ya que el mecanismo de medición se debe poder manipular directamente por el operario estando en contacto con la membrana a evaluar.

## f. Anillo de Fuerza

El método del anillo de fuerza, es un método análogo al de la ventosa de placa, con la diferenciación que en este caso la medición se produce por la correlación entre la deformación producida por una presión sobre la superficie con su tensión.



*fig. 5-12 Anillo de fuerza.*

Laboratorium Blum Stuttgart

Fuente: (Seidel, 2009).

En este caso el mecanismo se fija a la superficie mediante una depresión del anillo perimetral mientras empuja la superficie por su parte central y va midiendo su deformación.

Correlacionando la deformación obtenida con la fuerza aplicada sobre la membrana se puede determinar el estado tensional concreto en la que se encuentra la superficie.

Este método tiene las ventajas e inconvenientes descritos para la ventosa de placa, ya que son métodos totalmente análogos con la ventaja de poder determinar el estado tensional concreto general del punto analizado, pero sin poder diferenciar entre las dos direcciones principales.

Igualmente el método precisa de un acceso y contacto directo con la superficie a evaluar por parte del técnico durante el proceso de medición.

El método determina el estado tensional de un punto de la membrana, pero no de la totalidad de la superficie, de tal modo que se precisa realizar distintas mediciones en distintos puntos para evaluar la superficie completa.

### g. Vibrómetro

El método del vibrómetro es un mecanismo de análisis no intrusivo del estado de tensado al que se encuentran sometidas las superficies.

El principio de funcionamiento del vibrómetro consiste en medir la frecuencia de vibración a la que oscila la superficie cuando es sometida a un impacto.

De métodos para realizar la medición de las vibraciones sobre la lámina hay multitud desde los que precisan situar un elemento sobre la membrana hasta los que permiten la lectura de las vibraciones sin entrar en contacto con ella.

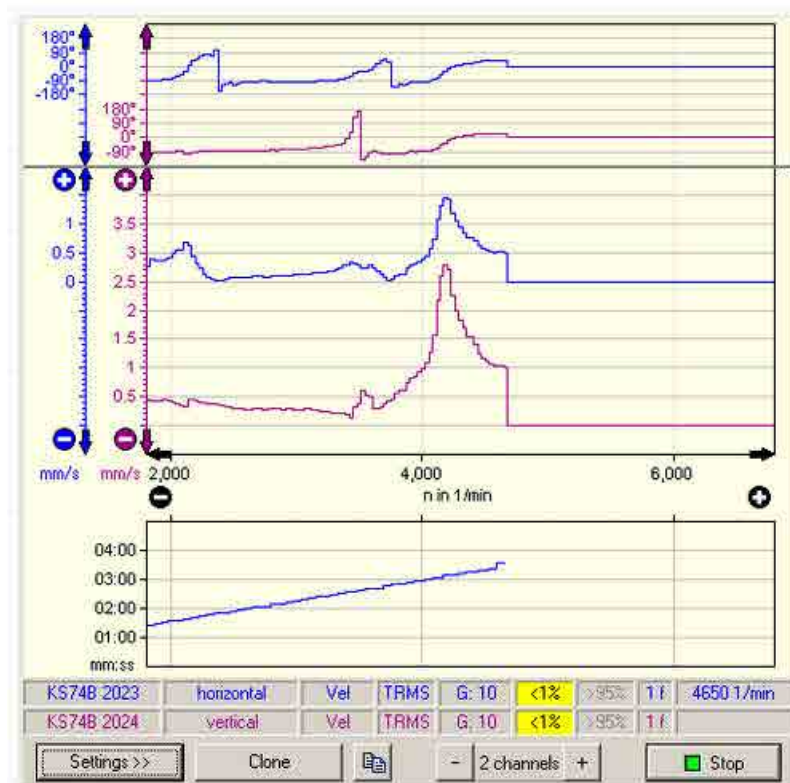


fig. 5-13 Software para la medición de frecuencias de vibración.

Fuente: [http://www.directindustry.es/prod/metra/vibrometros-triaxiales-69226-592449.html#product-item\\_1186149](http://www.directindustry.es/prod/metra/vibrometros-triaxiales-69226-592449.html#product-item_1186149)

Debido a que un elemento tensado al recibir un impacto, para cada estado tensional, siempre vibra con la misma frecuencia, si con el vibrómetro se consigue conocer la frecuencia de vibración del elemento, se puede correlacionar directamente su frecuencia de vibración con el estado tensional en función de su magnitud y densidad superficial, tal como se describe en el apartado 5.3. Relación Tensado – Vibración de esta Tesis.

Analizando los distintos métodos de vibración existentes se pueden agrupar en tres grandes grupos, los que realizan la medición mediante el contacto de una punta con el elemento a analizar, los que sitúan el vibrómetro directamente sobre el elemento y los que realizan la medición sin entrar en contacto directo con el elemento.

### Vibrómetros con punta de contacto

Esta tipología de vibrómetros se caracteriza por disponer de una punta separada del cuerpo principal, que entra en contacto con el elemento que está vibrando para medir su frecuencia de vibración.



*fig. 5-14 Vibrómetros con punta de contacto.*

Fuente: <http://www.pce-iberica.es/instrumentos-de-medida/metros/vibrometros.htm>

Debido a que este método de medición de vibraciones consiste en situar la punta de medición sobre el elemento que vibra, en el caso de membranas, puede influir directamente sobre la lectura de la frecuencia ya que las deformaciones de la superficie al vibrar son de tal magnitud que la presencia del vibrómetro puede interferir en su movimiento libre.

Estos vibrómetros están diseñados para la medición de frecuencias en elementos metálicos que no se pueden deformar significativamente al entrar en vibración, de tal manera que la medición en elementos superficiales textiles se sitúa fuera de su rango de mediciones.

### Vibrómetro sobre el elemento

Esta tipología de vibrómetros se ubica totalmente sobre el elemento que a evaluar de tal manera que al entrar en vibración el vibrómetro se desplaza con el cuerpo en vibración y a partir de este desplazamiento mide la frecuencia de vibración.

Debido a que este método de medición de vibraciones consiste en situar el vibrómetro sobre el elemento para medir la frecuencia de vibración mediante su propio desplazamiento, la masa de la superficie a analizar se ve aumentada con la propia del vibrómetro, de tal manera que si se considera que la frecuencia de vibración es función de la masa del elemento, al modificarse esta por la presencia del vibrómetro también se verá afectada la frecuencia de vibración. Por ese motivo es importante que el vibrómetro que se sitúe sobre el elemento en vibración tenga la menor masa posible para no afectar a los datos de la lectura.

En este sentido existen multitud de vibrómetros autónomos de pequeñas dimensiones y pesos muy reducidos (inferior a los 20 gramos de peso) aptos para este tipo de mediciones los cuales actúan como captadores de la frecuencia “in situ” durante el ensayo y posteriormente vuelcan los resultados para su evaluación a un ordenador.



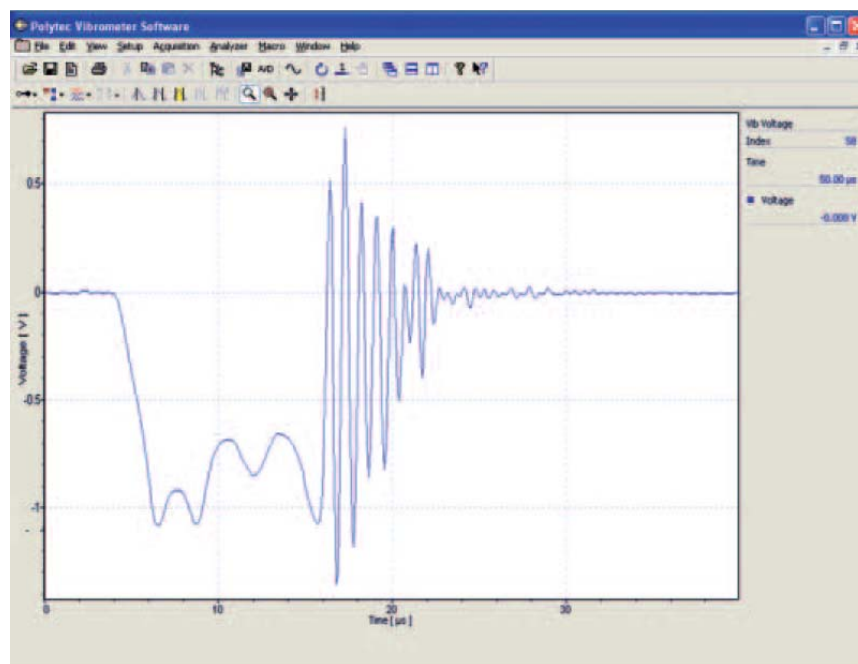
fig. 5-15 Minivibrómetros.

Fuente: <http://www.pce-iberica.es/instrumentos-de-medida/metros/vibrometros.htm>

### Vibrómetro sin contacto con el elemento

La tercera tipología de vibrómetros analizada es la de los vibrómetros que pueden efectuar la medición de la frecuencia de vibración sin entrar en contacto directo con el elemento.

En este caso los vibrómetros utilizan la tecnología láser y son capaces de leer el desplazamiento de un cuerpo mediante el efecto doopler que produce el cuerpo al estar en movimiento. Al entrar en vibración el cuerpo se desplaza en un movimiento oscilante respecto al punto de referencia de tal manera que el láser es capaz de determinar la posición del cuerpo en cada instante y el tiempo que tarda en realizar el movimiento completo.



*fig. 5-16 Frecuencia de vibración obtenida de un vibrómetro láser.*

Fuente: <http://www.bpsweb.it/webroot/file.php?type=prodottofile&pid=36&aid=21>

Para poder validar los resultados obtenidos por este método es imprescindible una visión directa en todo el momento de la duración del estudio del elemento que se pretende evaluar, sin la presencia de ningún elemento entre la posición del láser y el punto de medición que pueda obstaculizar la lectura del desplazamiento.

Existe multitud de tipologías de láseres con medición por efecto doppler los cuales se escogerán en función del elemento a analizar y los distintos condicionantes que pudieran existir.

De modo simplificado se puede realizar una primera división de la tipología de láseres con efecto doppler en función de la cantidad de dimensiones del espacio que puede evaluar de la vibración.

En este sentido se subdividirían en láseres de 1 dimensión, 2 dimensiones y 3 dimensiones de medición de la frecuencia de vibración.

### Vibrómetro láser 1 Dimensión

Este vibrómetro efectúa la lectura de la frecuencia de vibración de un único punto de la superficie midiendo únicamente la vibración en la dirección paralela al láser.



*fig. 5-17 Vibrómetro láser doppler de 1D.*

Fuente: <http://www.directindustry.es/prod/hgl-dynamics/vibrometros-laser-dopplers-50358-1383541.html>

Este láser es útil cuando se pretende evaluar la frecuencia de vibración de un solo punto, pero no para determinar lo sucedido en una superficie laminar, o en el caso de utilizarlo para tal efecto sería necesario repetir el análisis en múltiples puntos de la superficie para obtener una visión completa.



## Vibrómetro láser 2 Dimensiones

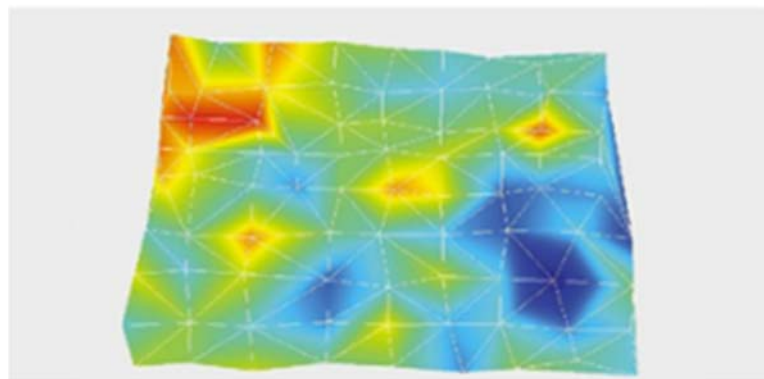
Para mejorar la efectividad del equipo de medición se puede utilizar un láser con medición por efecto doopler pero con capacidad de lectura de múltiples puntos.



*fig. 5-18 Vibrómetro láser 2D.*

Fuente: <http://www.millice.com.sg/wp-content/uploads/psv-400.jpg>

El principio de funcionamiento es el mismo que los de 1 dimensión, con la diferencia que al poder evaluar lo sucedido en distintos puntos puede determinar el estado de vibración de una superficie, o una porción de ella, pero evaluando únicamente lo sucedido en la dirección paralela al laser.



*fig. 5-19 Imagen obtenida de un vibrómetro laser 2D.*

Fuente: <http://www.midebien.com/Boletin/013/Notas/grafica%20%20polytec.png>



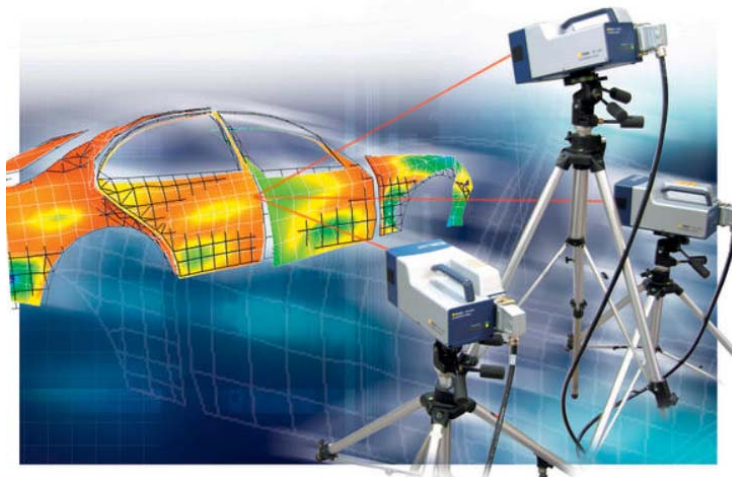
A priori este láser con medición en 2 dimensiones sería adecuado para la determinación de las vibraciones en estructuras laminares tensoestáticas, siempre que se situara el vibrómetro de manera perpendicular a la superficie a evaluar.

Estas restricciones son necesarias ya que el equipo únicamente medirá las vibraciones producidas en el plano paralelo a su dirección, de tal manera que es imprescindible para una correcta medición que la dirección de medición del láser coincida con la dirección de vibración de la superficie.

### Vibrómetro láser 3 Dimensiones

Este equipo tiene el mismo principio de funcionamiento que el de dos dimensiones con la lectura láser multipunto, pero no está conformado por un único equipo de láser si no por tres equipos controlados por ordenador.

En este caso el ordenador apunta los láseres de manera coordinada sobre el objeto en vibración obteniendo una lectura tridimensional de las vibraciones producidas por el elemento sea cual sea su dirección de vibración.



*fig. 5-20 Vibrómetro láser doppler 3D.*

Fuente: <http://www.autokon.de/home/-/article/33673047/34814960/maximized/#>

La gran ventaja de este equipo de medición reside en que al poder determinar la dirección de la vibración no es preciso que el equipo se sitúe en la perpendicular de la superficie ya que puede leer las vibraciones tridimensionalmente.

En la aplicación a la determinación del tesado en estructuras textiles la ventaja principal de este equipo tridimensional estaría sobretodo en su aplicación en superficies que presentaran una gran curvatura ya que permitirían una medición directa del conjunto de la superficie con una sola medición del conjunto.



*fig. 5-21 Imágenes obtenidas de un vibrómetro láser 3D.*

Fuente: <http://www.bpsweb.it/webroot/file.php?type=prodottofile&pid=165&aid=22>

Analizados todos los métodos principales de medición para elementos superficiales no es posible determinar cuál de ellos es el más ideal en general, ya que los métodos expuestos tienen unas ventajas respecto a los otros y la determinación del método ideal concreto va a depender de las circunstancias y características de cada elemento a determinar.

En primera instancia cabe recordar que los métodos subjetivos expuestos son válidos únicamente a nivel de determinación primaria de las zonas que pueden presentar un destensado, pero, a priori no serían un método determinativo concluyente de una situación de infratesado.

La galga extensométrica es únicamente válida para medir la deformación en superficies que no estén tensadas o en el caso de realizar retesados, pero no es válida para membranas ya ejecutadas que se requiera determinar el estado tensional a la que se encuentran sin poder destensarlos.

Los métodos del esclerómetro, la ventosa de placa y el anillo de fuerza son métodos capaces de evaluar el estado tensional global al cual está sometido un determinado punto de la superficie pero no son capaces de ofrecer con una única medición el estado tensional completo de la superficie laminar, ni son capaces de evaluar el estado tensional discretizando entre las dos direcciones principales.

De estos tres métodos, el más rápido en utilizar y obtener resultados sería el método del esclerómetro, pero este es un método aproximativo que para ser eficaz debería ser un método complementario a otro que ofreciera unos resultados más precisos, de tal manera que se pudiera calibrar para cada situación concreta y de este modo poder fácilmente correlacionar sus resultados con las tensiones reales de la membrana.

Los métodos de ventosa de placa y anillo de fuerza, son dos métodos totalmente análogos que miden la fuerza necesaria a aplicar a una superficie para obtener una deformación, y a partir de estos valores determinar el estado tensional de la superficie analizada. La diferencia entre ellos reside en la forma de aplicar la fuerza que realiza la deformación, mientras en la ventosa es una fuerza de succión, en el anillo de fuerza es una fuerza de presión contra la superficie.

Finalmente el sistema del vibrómetro presenta tres subversiones en función de la cantidad de dimensiones espaciales que es capaz de detectar de las vibraciones.

Mientras los sistemas de una sola dirección son capaces únicamente de establecer el valor de la frecuencia de vibración de un solo punto en una sola dirección, los de 2 dimensiones son capaces de evaluar la frecuencia de vibración directamente de una superficie, o una porción de ella, pero obteniendo la lectura de la frecuencia de vibración del plano paralelo al haz del láser.

Finalmente los sistemas de medición laser por efecto doopler con medición en 3 dimensiones son el sistema más completo dado que permiten evaluar la frecuencia de vibración de cualquier elemento espacial en las tres dimensiones del espacio.

A priori este último método sería el más completo para determinar el estado tensional de una superficie laminar, pero también sería el más complejo de analizar los resultados para su posterior evaluación.

Por ese motivo se considera que el método que ofrece unas mayores garantías de determinación del tesado de una manera no demasiado compleja es el método de medición con láser por efecto doopler de 2 dimensiones, en el cual si se tiene presente que la medición se debe realizar de modo perpendicular a la superficie, puede analizar las frecuencias de vibración de modo superficial determinando las direcciones principales de tensado, y a partir de esos valores correlacionarlos con el estado tensional del elemento analizado.



## 5.3. Relación Tesado – Vibración

### 5.3.1. Introducción

Es conocido que en los instrumentos musicales de cuerda cuando se hace vibrar una cuerda se obtiene una nota musical concreta. Este efecto es debido a que la cuerda de un determinado calibre se ha tesado a una determinada tensión y se produce una determinada vibración al ser excitada. Esto significa que hay una relación directa entre el tesado de la cuerda y la nota musical.

O traspasando la música a elementos superficiales, un tambor o una pandereta también realizan una nota musical concreta cuando se hacen vibrar, demostrando que también existe una relación entre la tensión superficial y la nota musical.

Si entendemos que una nota musical no es más que una vibración de un elemento a una determinada frecuencia que se transmite por el aire, entonces se puede entender fácilmente que existe una relación directa entre la frecuencia de vibración y el tesado del elemento.

Es evidente que los mismos principios físicos que existen en la relación entre tesado y vibración en un instrumento musical son aplicables a estructuras textiles superficiales tesadas.

El hecho de que se trate de un elemento a una mayor escala no debería afectar notablemente a la relación física, ya que se trata de elementos sometidos a tracción, y por tanto sin la penalización de desestabilización que supone la compresión en un elemento de gran magnitud.

En este apartado se analizará la relación existente entre la frecuencia de vibración y el estado tensional de un elemento, para poder establecer las directrices que permitan evaluar el estado tensional de un elemento tensado a partir de su frecuencia de vibración.

### 5.3.2. Definiciones

Antes de empezar a analizar los distintos tipos de elementos y la relación existente entre tesado y vibración es conveniente recordar las definiciones y principios básicos relacionados con la vibración.

La definición primaria de vibración se describe como la propagación de ondas elásticas produciendo deformaciones y tensiones sobre un medio continuo oscilando alternativamente en torno a su posición de equilibrio, al estar sometida a una fuerza dinámica de excitación.

Una vibración se puede proceder en todo tipo de elementos que tengan suficiente elasticidad como para deformar-se y recuperar su estado inicial después de la deformación al retirarse la fuerza que ha originado la deformación.

En un sistema en vibración los elementos que intervienen son la masa del elemento que está en vibración ( $m$ ), la rigidez ( $k$ ) y el amortiguamiento ( $c$ ) del sistema. A modo simplificado, en sistemas de 1 solo grado de libertad, se puede representar con el siguiente esquema:

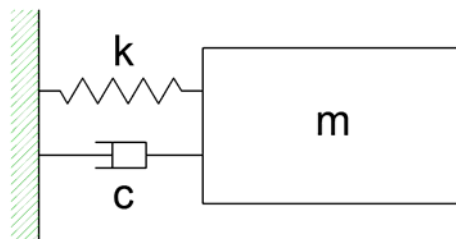


fig. 5-22 Esquema de 1 grado de libertad.

Fuente: Elaboración propia.

En la figura fig. 5-22 se representa un sistema mecánico constituido por una masa  $m$  que puede desplazarse en una dirección y se encuentra unida a un sistema inercial mediante un muelle de constante  $k$  y un amortiguador de constante  $c$  situados en paralelo. En el amortiguador la fuerza es proporcional a la velocidad:  $f = c\dot{x}$ , donde el superíndice “ $\cdot$ ” indica derivación respecto del tiempo.

El movimiento puede estar producido por la acción de una fuerza dinámica de excitación  $f(t)$  en la dirección paralela al muelle y al amortiguador, o un desplazamiento forzado en esa dirección  $x(t)$

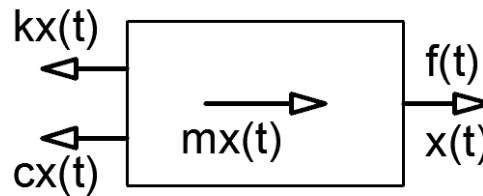


fig. 5-23 Esquema de fuerzas.

Fuente: Elaboración propia.

En el esquema fig. 5-23 se representan las fuerzas que actúan sobre la masa  $m$  incluyendo las fuerzas de inercia. Planteando el equilibrio dinámico entre dichas fuerzas se obtiene la siguiente ecuación que rige el movimiento:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (5.01)$$

En el caso de una oscilación libre, donde el elemento presente vibración sin la presencia de excitación en ese instante, ya que el movimiento se ha generado por unas condiciones iniciales, la ecuación anterior se transforma en:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (5.02)$$

Las estructuras reales normalmente no presentan sistemas de amortiguamiento específicos como por ejemplo aparatos amortiguadores o elementos de absorción dinámica, de tal manera que el coeficiente de amortiguamiento  $c$ , aunque no sea igual a 0, para poder comprender el comportamiento básico de una estructura en vibración, especialmente en los instantes iniciales, se puede considerar a modo simplificado  $c = 0$ .



Con esta condición de amortiguamiento nulo las soluciones de la ecuación del movimiento son armónicas:

$$x(t) = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t \quad (5.03)$$

Dónde:

$A$  y  $B$ : Constantes que dependen de las condiciones iniciales.

$\omega_0$ : Frecuencia natural del sistema no amortiguado.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.04)$$

La frecuencia natural de un sistema tiende a aumentar con el aumento de la rigidez, mientras disminuye con el aumento de masa. De esta manera si se necesita aumentar la frecuencia natural de una estructura se pueden establecer dos estrategias, o combinarlas.

Se puede aumentar su rigidez, o bien se puede disminuir su masa de tal manera que al aumentar la rigidez del sistema, o la masa a vibrar, la frecuencia aumenta.

Cabe recordar que la frecuencia ( $f$ ) es una magnitud que mide el número de repeticiones por unidad de tiempo de un fenómeno o suceso periódico. En el Sistema Internacional, la frecuencia se mide en Hercios ( $Hz$ ), que corresponde a las repeticiones sucedidas en un segundo:

$$1Hz = \frac{1}{s} \quad (5.05)$$

La inversa de la frecuencia ( $f$ ) es el periodo ( $T$ ), que se puede definir como el tiempo transcurrido entre dos repeticiones consecutivas de un fenómeno o suceso periódico.

### 5.3.3. Cables

En un cable que está fijado en ambos extremos y es pulsado para hacerlo vibrar, se producen unas ondas transversales que viajan por él hasta llegar a los extremos donde rebotan y recirculan por el cable. Este efecto se va produciendo sucesivamente hasta la formación de una onda estacionaria coincidente en alguno de los modos naturales de vibración.

Si se forman los nodos en los extremos del cable para producir ondas estacionarias la longitud de la onda debe ajustarse a un número entero de semilongitudes de onda en la longitud completa de la cuerda, de tal manera que la condición de onda estacionaria es:

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad (5.06)$$

Dónde:

$L$ : Longitud del cable.

$n$ : Número del modo natural de vibración.

$\lambda$ : Longitud de onda.

Esto implica que la longitud de la onda será:

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad (5.07)$$

Las ondas permitidas en un cable sujeto por los dos extremos forman una serie armónica en que las frecuencias vienen dadas por:

$$f_n = \frac{v}{\lambda} \quad (5.08)$$

Dónde:

$v$ : Velocidad de propagación en el cable.

$\lambda$ : Longitud de onda.

Sustituyendo la longitud de onda en la ecuación de la frecuencia natural que un cable fijado por los extremos puede resonar a frecuencias que siguen el patrón:

$$f_n = n \frac{v}{2L} \quad (5.09)$$

Dónde:

$f_n$ : Frecuencia natural de vibración en el modo natural de vibración  $n$  (Hz).

$n$ : Número del modo natural de vibración.

$L$ : Longitud del cable (m).

$v$ : Velocidad de propagación en el cable (m/s).

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (5.10)$$

$T$ : Tensión del cable (N).

$\mu$ : Densidad lineal del cable (masa por unidad de longitud) (Kg/m).

Compactando las dos expresiones anteriores se consigue la expresión para la frecuencia fundamental ( $n=1$ ) de un cable:

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (5.11)$$

Pudiéndose observar que la frecuencia de un cable aumenta con el aumento de tensión y disminuye con el aumento de longitud y densidad por unidad de longitud del cable.

Como ejemplo se puede determinar las frecuencias de una guitarra donde cada cuerda tiene una longitud y densidad lineal distinta a las demás:



fig. 5-24 Cuerdas de una guitarra.

Fuente [http://www.taringa.net/posts/apuntes-y-monografias/13291900/\\_7-universos-segun-Dios\\_-fisica\\_-cuerdas-\\_teoria\\_.html](http://www.taringa.net/posts/apuntes-y-monografias/13291900/_7-universos-segun-Dios_-fisica_-cuerdas-_teoria_.html)

- 1ª cuerda (Mi3): 329,63 Hz
- 2ª cuerda (Si2): 246,94 Hz
- 3ª cuerda (Sol2): 196,00 Hz
- 4ª cuerda (Re2): 146,83 Hz
- 5ª cuerda (La1): 110,00 Hz
- 6ª cuerda (Mi1): 82,41 Hz

La frecuencia de vibración teórica de un cable es fácilmente demostrable en un experimento, tal como describe Núñez, P.A. (Núñez, 2006), en que comparando la curva de frecuencias teóricas de una cuerda de guitarra correspondientes a varias longitudes de cuerda, con la medición experimental de las frecuencias reales las curvas son prácticamente idénticas con unos errores mínimos.

Considerando que el objetivo de conocer la relación entre frecuencia y vibración en determinar la tensión de un cable a partir de su frecuencia de vibración, la formulación anterior se debería modificar aislando la tensión:

$$T = 4f^2L^2\mu \quad (5.12)$$

Finalmente para evitar confusiones entre masa y peso, es conveniente trabajar con pesos en lugar de masas:

$$T = \frac{4f^2L^2P}{g} \quad (5.13)$$

Dónde:

*P*: Peso del cable per unidad de longitud.

*g*: Aceleración de la gravedad  $g = 9.81m/s^2$ .

Esta verificación fue la utilizada para la inspección de los anclajes de los cables de las pilas centrales del puente General Rafael Urdaneta sobre el lago de Maracaibo, realizada en el año 2000 por Sarcos-Portillo, A.R. et al (Sarcos-Portillo, García-Legl, & Navarro, 2000).



*fig. 5-25 Puente General Rafael Urdaneta.*

Fuente: <http://www.reposo.com.ve/images/items2/puente1.jpg>

El cálculo de la tensión se realizó a partir de los registros de frecuencia de cada cable generados en pruebas de vibración, obtenidos a partir de la Transformación Rápida de Fourier (FFT) y la aplicación de la teoría de la cuerda vibrante.

#### 5.3.4. Mallas tesadas

La vibración en estructuras de mallas de barras tesadas, en el fondo representa el estudio de un conjunto de barras articuladas entre ellas y se debe distinguir entre las vibraciones propias de cada una de las barras por si sola y la vibración del conjunto.

El análisis del conjunto de barras debería ser similar al de las barras aisladas entendiendo que la malla de barras es autoestable por si misma, y por tanto ya dispone de una rigidez propia.

Con estas premisas, es de esperar que la frecuencia de vibración de la malla de barras sea función de su masa y su rigidez. La rigidez del conjunto de las barras viene definida por dos factores, uno como sucedía en las barras, por la tensión de tracción a la que están sometidas las barras y la segunda por la propia geometría estable de la malla.

Debido a la dificultad de determinar la rigidez a vibración de la malla de barras, el cálculo a vibración se debería realizar mediante cálculos computarizados que establezcan dicha rigidez y analicen la malla en su conjunto.

El cálculo manual de una malla de cables sería únicamente alcanzable para una malla compuesta por 2 barras, una soportada por la otra, donde la frecuencia fundamental de vibración se puede estimar mediante la expresión:

$$\frac{1}{f_{sistema}^2} = \frac{1}{f_{barra1}^2} + \frac{1}{f_{barra2}^2} \quad (5.14)$$

Dónde:

$f_{sistema}$ : Frecuencia fundamental de vibración del sistema (Hz).

$f_{barrai}$ : Frecuencia fundamental de vibración de cada barra aislada (Hz).

### 5.3.5. Láminas

De forma análoga al cálculo de las frecuencias de vibración de los cables se puede determinar la de elementos superficiales, con la diferenciación que en el caso de los cables la problemática reside en analizar elementos unidireccionales, mientras en el caso de los elementos superficiales la problemática es bidireccional.

Si se analiza un punto determinado del elemento en vibración, en el caso de los cables únicamente estará influenciado por lo sucedido en la dirección del cable, mientras en el caso de las superficies estará influenciado por las condiciones proporcionadas como mínimo en las dos direcciones principales de la membrana.

La problemática en este caso viene dada por la posible complejidad y variabilidad de cada membrana. Así como en los cables siempre se trataba de un elemento rectilíneo y las variables eran únicamente la longitud, la masa y la tensión del cable, al estudiar elementos superficiales, en el caso del estudio de un elemento superficial, las variables se multiplican al considerar el elemento bidireccional, sin mencionar la posibilidad que el elemento tenga una forma anticlástica que le incremente la rigidez.

Si partimos de la base que la frecuencia de vibración es función de la rigidez y la masa del elemento a vibrar, la componente masa no implica una mayor complejidad que en el caso de los cables con la diferencia que en los cables se consideraba la masa por unidad de longitud, y ahora en las superficies se trata de la masa por unidad de superficie.

Pero la componente de la rigidez del sistema vibracional sí que se verá influenciada por las dimensiones y estado tensional de la membrana en cada dirección principal. Y si además la superficie presenta una forma anticlástica rigidizadora esta aumentará la rigidez del sistema y por tanto afectará directamente a la frecuencia de la membrana, hecho que precisa de un cálculo informatizado para su correcta resolución debido a la gran cantidad de variables presentes que influyen directamente en la rigidez del sistema. Como por ejemplo el propuesto en la Tesis Doctoral de Ernesto Muñoz Martín, (Muñoz Martín, 2014).

En una primera instancia el hecho de trabajar en un espacio bidimensional hace que las líneas nodales que representan a las masas del elemento en vibración se vean aumentadas en relación al caso de la cuerda vibrante donde solo era una.

En el caso más simple de una placa rectangular existirán líneas nodales perpendiculares, ya que el elemento vibrante tiene dos dimensiones y los puntos en los que se produce la interferencia constructiva se sitúan en una línea cuya geometría depende de la forma del cuerpo vibrante y del modo de vibración, (Merino, 2007).

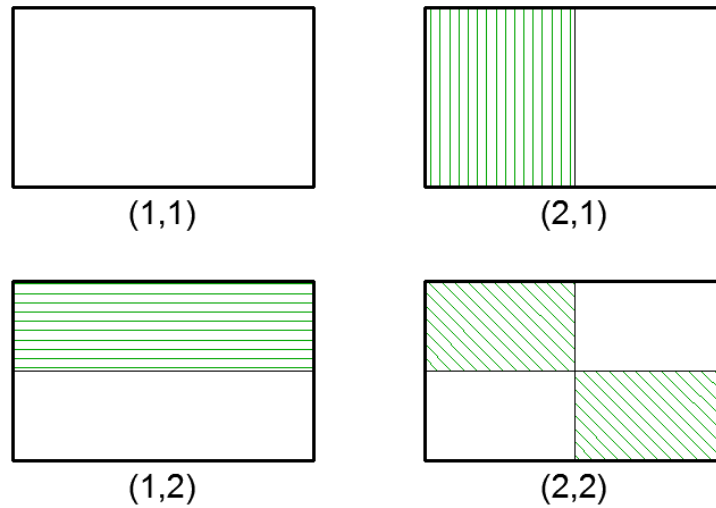


fig. 5-26 4 Primeros modos de vibración de una superficie rectangular.

Fuente: Elaboración propia.

De manera análoga a los cables donde se producía una onda sinusoidal en el cable, ahora se produce una ola sinusoidal en la superficie que vibra. Esta ola se representa mediante una onda de la línea nodal correspondiente.

A continuación se representan las olas de vibración de los cuatro primeros modos de vibración de una placa rectangular.

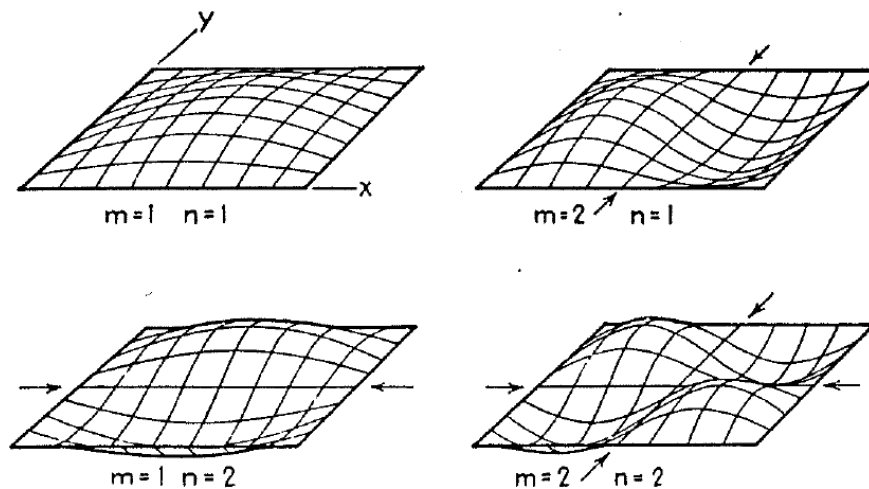


fig. 5-27 Representación de las olas de los 4 primeros modos de vibración.

Fuente: Wave Motion and Vibration in Continuous Media (Saad, 2009).



La cantidad y disposición de líneas nodales depende de la geometría exacta del elemento y del modo de vibración. Su representación se realiza mediante dos números indicativos de las líneas nodales. En el caso de una placa rectangular sujeta únicamente por el perímetro, el primer dígito expresa el número de líneas nodales verticales, y el segundo el de líneas nodales horizontales.

Las frecuencias de vibración de una placa rectangular responden a la expresión:

$$f = 0.5 \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}} \sqrt{\frac{T}{\delta}} \quad (5.15)$$

Dónde:

$f$ : Frecuencia fundamental de vibración ( $Hz$ ).

$a$ : Dimensión en una dirección de la membrana ( $m$ ).

$b$ : Dimensión en la otra dirección de la membrana ( $m$ ).

$m$ : Modo de vibración en la dimensión  $a$  de la membrana.

$n$ : Modo de vibración en la dimensión  $b$  de la membrana.

$T$ : Tensión de la membrana ( $N/m$ ).

$\delta$ : Densidad de la membrana ( $Kg/m^2$ ).

En este caso si se determina la frecuencia fundamental de vibración de la membrana, donde  $m$  y  $n$  son igual a 1, se obtiene la expresión:

$$f = 0.5 \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} \sqrt{\frac{T}{\delta}} \quad (5.16)$$

Y en el caso de membranas cuadradas, si  $a = b$  la expresión se simplifica:

$$f = 0.5 \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2}} \sqrt{\frac{T}{\delta}} = 0.5 \sqrt{\frac{2}{a^2}} \sqrt{\frac{T}{\delta}} = \frac{\sqrt{2}}{2a} \sqrt{\frac{T}{\delta}}$$

$$f = \frac{0.707}{a} \sqrt{\frac{T}{\delta}} \quad (5.17)$$

En el caso de láminas con geometría circular, las láminas se disponen diametral y circularmente, en el caso de fijación por el perímetro.

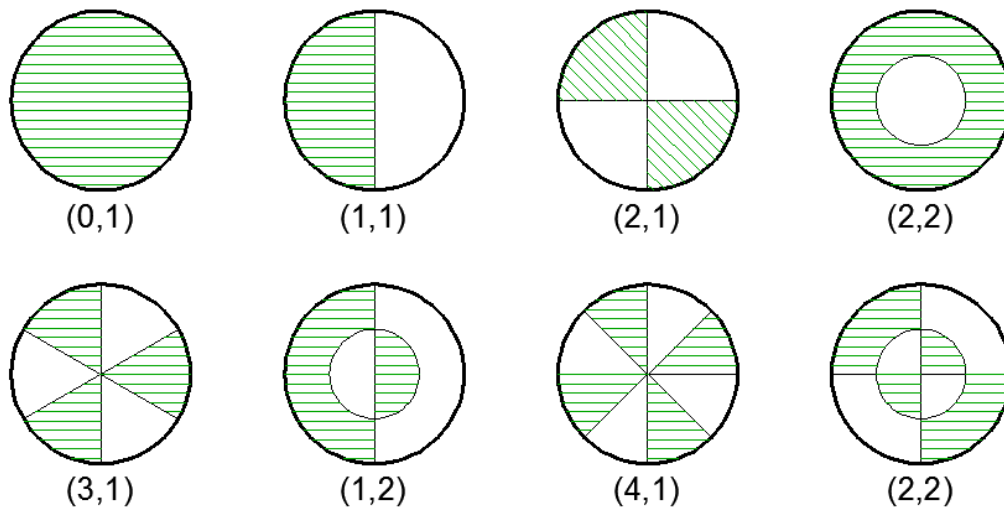


fig. 5-28 Modos de vibración de una lámina circular sujeta por el borde.

Fuente: Elaboración propia.

En un tambor de membrana circular la frecuencia de vibración en su modo de vibración fundamental, sin considerar ningún efecto de amortiguación de aire, viene dada por la expresión:

$$f = \frac{0.766}{D} \sqrt{\frac{T}{\delta}} \quad (5.18)$$

Dónde:

$f$ : Frecuencia fundamental de vibración (Hz).

$D$ : Diámetro de la membrana (m).

$T$ : Tensión de la membrana (N/m).

$\delta$ : Densidad de la membrana (Kg/m<sup>2</sup>).

Si se comparan las dos expresiones de frecuencias fundamentales para superficies cuadradas y superficies circulares, imponiendo que la dimensión del lado de la superficie cuadrada sea igual a la diagonal de la circular, se observa como la frecuencia fundamental para la superficie cuadrada es:

$$f = 0.707 \frac{\sqrt{T/\delta}}{D} \quad (5.17)$$

Y la de la superficie circular:

$$f = 0.766 \frac{\sqrt{T/\delta}}{D} \quad (5.18)$$

De tal manera que se demuestra como las dos frecuencias son relativamente similares, para un mismo material y un mismo tesado, siendo la circular un 8.34% superior, hecho que indica que la superficie circular es más rígida que la cuadrada.

En definitiva, en función de la geometría exacta y disposición de los puntos de sujeción de la lámina, las líneas nodales se dispondrán de una manera determinada.

El cálculo de la frecuencia fundamental de un elemento superficial conlleva una elevada complejidad, y únicamente sería abordable manualmente en los casos más simples.

Relacionando las ecuaciones conocidas para las superficies a la de los cables, se puede observar una relación directa entre todas las formulaciones. Observándose que la frecuencia fundamental es función de la raíz cuadrada de la tensión en relación a la densidad del elemento e inversamente proporcional a un término función de sus dimensiones.

$$f = \frac{x}{d} \sqrt{\frac{T}{\delta}} \quad (5.19)$$

Donde en el caso de los cables la dimensión hace referencia a su longitud, mientras en superficies circulares al diámetro de la membrana, y en rectangulares a la dimensión de sus costados.

Y en referencia a las densidades, en el caso de los cables es la densidad por unidad de longitud, y en las superficies es la densidad por unidad de superficie.

En un caso más complejo, sin entrar en detalles, la naturaleza de los modos de vibración en las membranas, se calcula a partir de la ecuación de onda en dos dimensiones:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (5.20)$$

Expresión a partir de la cual se determinan las anteriores, pero teniendo en cuenta la complejidad del cálculo en superficies complejas se recomienda ejecutarlo mediante la ayuda software especializado.



## 5.4. La importancia de las vibraciones en los elementos estructurales

Un cuerpo vibra cuando realiza un movimiento oscilante respecto de su posición de reposo o de referencia. El número de veces por segundo que realiza el ciclo completo es la frecuencia y se mide en Hertz (Hz).

Es importante limitar las vibraciones en las construcciones para limitar el peligro que el elemento entra en resonancia, aparte de simplificar el cálculo a efectos de viento y evitar situaciones no confortables para ser humano.

El ser humano es capaz de percibir vibraciones no sonoras a partir de 0,5Hz hasta los 100Hz y en función de la intensidad puede llegar hasta los 10,000Hz. El cuerpo humano tiene distintas frecuencias propias en los diferentes órganos que van desde los 2Hz a las piernas hasta los 200Hz a las manos.

Si la frecuencia de la excitación coincide con alguna de algún elemento propio del cuerpo, este entra en resonancia y se amplifica en aquella región.

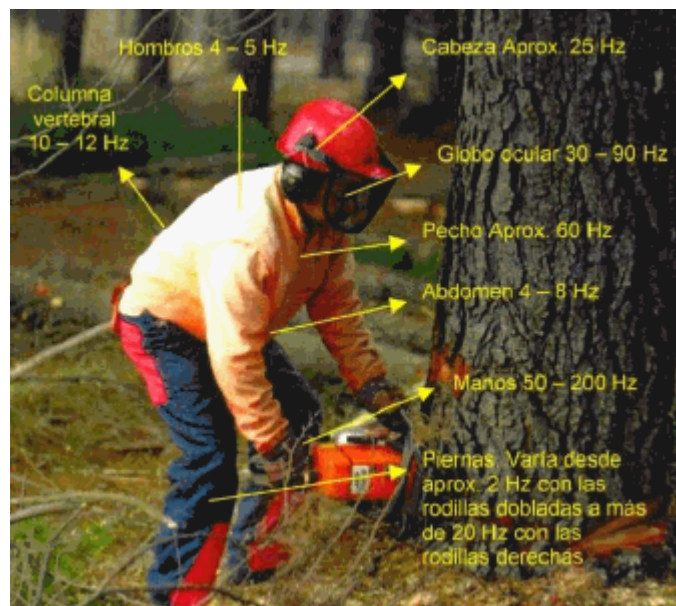


fig. 5-29 Rango de frecuencias propias en el cuerpo humano.

Fuente: <http://www2.udec.cl/~webergon/informes/imagen/c4/c4-7.gif>

En el caso de las estructuras textiles la importancia de limitar la frecuencia de vibración reside básicamente en evitar que la superficie entre en resonancia ya que esta podría introducir unos esfuerzos muy elevados a sus elementos de soporte.

En segundo término se debe controlar la frecuencia de vibración para facilitar el cálculo de la membrana a acciones eólicas, permitiéndose realizarlo sin la necesidad de tener que considerar la vibración resonante provocada por la acción del viento, tal como se indica en el Eurocode 1.

### **Limitación de las vibraciones en construcción**

Para validar un elemento constructivo o estructural a efectos de limitar la vibración es necesario que este tenga una frecuencia natural de vibración superior a cualquier excitación a la que pueda estar sometida per evitar que pueda entrar en resonancia.

En el caso de la estructura, el Código Técnico exige en el apartado DB-SE 4.3.4 unas frecuencias naturales de vibración mínimas para los forjados de valor:

- - 8 Hz, en gimnasios y polideportivos.
- - 7 Hz, en salas de fiesta y locales de pública concurrencia sin asientos fijos.
- - 3.4 Hz en locales de espectáculos con asientos fijos.

Como se puede observar el Código Técnico no marca ninguna limitación para las estructuras textiles.

En este sentido se puede determinar la limitación a la vibración según lo establecido por el Eurocode 1 (Bases de proyecto y acciones en estructuras) part 2-4: Acciones en estructuras. Acciones del viento, en el su artículo 5.1, donde se establece que “para no tener que considerar la vibración resonante provocada por la acción del viento,..., la frecuencia de vibración de la superficie ha de ser superior a 5Hz.

## 5.5. Conclusiones

En este quinto capítulo de la Tesis se ha realizado un análisis de los distintos métodos existentes para la verificación del nivel de tesado de estructuras tensadas ya ejecutadas llegando a la conclusión que el método a utilizar debe ser distinto en función de si se trata de una estructura conformada por una membrana o por cables tensados.

En una estructura tensada se debe asegurar el nivel de tesado determinado en fase de cálculo durante toda su vida útil ya que un nivel óptimo de pretesado otorga la rigidez suficiente a la estructura como para poder asegurar su estabilidad y correcto comportamiento mecánico.

Es conocido que una estructura traccionada puede tener pérdidas tensionales, por este motivo es importante tener métodos de detección del nivel de tesado existente en cualquier momento y prever la posibilidad de realizar retesados para restituir el nivel de tesado en el caso que fuera necesario.

En este sentido existen multitud de mecanismos de determinación del nivel tensional existente en una estructura tesada, pero estos mecanismos serán de distinta naturaleza en función de si el elemento a evaluar es un elemento lineal o un elemento superficial.

En el caso de elementos lineales, de los tres métodos analizados el extensómetro, el medidor de fuerza para cables y el vibrómetro, el que mejor prestaciones presenta para controlar el nivel de tesado durante la puesta en tensión del cable es el extensómetro, ya que al tensarse el cable, mide su deformación indicando de esta manera su nivel de pretesado.

Pero el extensómetro no es válido para estructuras ya ejecutadas, de tal manera que en estos casos el mejor mecanismo de medición es el sensor de fuerza para cables el cual fijando un cable por tres puntos, con el central se aplica una fuerza perpendicular a la directriz del mismo y se mide la deformación obtenida en ese punto, y a partir de relacionar la fuerza aplicada con la deformación se puede determinar su nivel de tesado.



Este método resulta idóneo para cables de pequeña magnitud, pero es inviable para elementos que presenten una inercia transversal significativa, como puedan ser las grandes secciones de cables o las barras. En estos casos entonces resulta más óptimo utilizar el vibrómetro, el cual a partir de la frecuencia de vibración del elemento cuando es sometido a un impacto es capaz de determinar su estado tensional.

Estos tres métodos expuestos permiten la lectura de la tensión de un elemento lineal en un momento determinado, pero en el caso de estructuras más comprometidas, donde se requiera de un control continuado de la tensión del elemento, sería recomendable la instalación de sensores de tesado permanentes en la estructura.

Para la verificación del nivel de tesado en elementos superficiales existen multitud de métodos no invasivos que se pueden agrupar en cuatro conjuntos: los subjetivos de percepción humana, las galgas extensométricas, los de contacto de un instrumento mecánico analizador y los vibrómetros.

Los métodos subjetivos de percepción humana consisten básicamente en efectuar una observación del elemento y tocarlo para detectar si el elemento presenta alguna rigidez de tesado. Evidentemente estos métodos no presentan ninguna exactitud ni aproximación al valor tensional, pero sí que permiten identificar si el elemento tiene o no algún nivel de tesado.

Las galgas extensométricas, al igual de lo que sucedía en los cables son unos mecanismos muy útiles en la fase de tesado inicial de la estructura ya que permiten conocer el nivel de tesado que se va realizando a la estructura mediante la deformación aplicada. Pero no permiten conocer el nivel tensional de una estructura ya ejecutada.

Los métodos que actúan mediante el contacto de un instrumento mecánico básicamente consisten en relacionar la aplicación de una fuerza o golpe perpendicular a la superficie con la deformación producida o resistencia que ofrece para determinar el nivel general de tesado en el punto de aplicación.

Finalmente, el último grupo de métodos es el de los vibrómetros los cuales se deben diferenciar en dos familias: las que requieren de estar en contacto con la superficie y las que no lo precisan.

En ambos casos los vibrómetros miden la frecuencia de vibración de la superficie la cual se puede relacionar con su nivel de tesado.

La ventaja de los vibrómetros laser es que no requieren de estar en contacto directo con la superficie pudiendo obtener la lectura de las vibraciones a distancia sin necesidad de llegar hasta la posición de la superficie. Habitualmente es difícil de realizar una medición que requiera de un contacto directo con la membrana debido a que se puede encontrar a una gran altura o en una ubicación de difícil acceso, requiriendo de maquinaria especial para alcanzar su posición, motivo por el cual es recomendable la realización de la medición mediante métodos que no requieran entrar en contacto directo con la membrana.

La dificultad del método de medición mediante vibrómetros reside en determinar la relación entre tesado y vibración ya que al contrario de lo sucedido con los elementos lineales, donde existe una formulación simple, la evaluación de una superficie compleja requerirá de un análisis informático de las distintas frecuencias de vibración que pudiera tener una superficie tesada en función de su nivel de tesado.

Aunque sea dificultoso su cálculo exacto, es conocido que la frecuencia de vibración de una superficie tesada es inversamente proporcional a su dimensión e directamente proporcional a la raíz cuadrada de la tensión en relación a la densidad del elemento, formulación que permitirá realizar el cálculo en superficies simples y una aproximación en otras más complejas. (5.19)

$$f = \frac{x}{d} \sqrt{\frac{T}{\delta}}$$

Dónde:

$f$ : Frecuencia fundamental de vibración ( $Hz$ ).

$d$ : Dimensión de la membrana ( $m$ ).

$T$ : Tensión de la membrana ( $N/m$ ).

$\delta$ : Densidad de la membrana ( $Kg/m^2$ ).

$x$ : Parámetro en función de la forma de la superficie, por ejemplo:

0.766 para superficie circulares.

0.707 para superficies cuadradas.

$0.5 \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}$  para superficies rectangulares en general, siendo  $a$  y  $b$  las dimensiones de los lados de la superficie.



## Análisis numérico de los efectos del pretesado sobre estructuras textiles laminares tensoestáticas

Evaluación del esfuerzo de pretesado en estructuras textiles laminares tensoestáticas parabólicas, para analizar sus efectos y determinar criterios para su predimensionamiento

### **Cap. 6 Conclusiones y perspectivas de desarrollo**

6.1 Conclusiones parciales

6.2 Conclusiones finales

6.3 Perspectivas de desarrollo y Futuras líneas de investigación



## **Cap. 6. Conclusiones y perspectivas de desarrollo**

En este sexto capítulo se exponen las conclusiones finales extraídas de las conclusiones parciales expuestas en cada capítulo de esta Tesis siendo las más significativas las expuestas en el capítulo Cap. 4 Conclusiones del análisis laminar, ya que en ellas se alcanza el objetivo principal de la presente Tesis determinando unos criterios para establecer los niveles óptimos de pretesado de una estructura textil laminar tensoestática.

Para poder conseguir este objetivo ha sido necesario realizar una evolución en el conocimiento sobre la necesidad del pretesado en estructuras que únicamente poseen resistencia a tracción y los efectos que produce dicho pretesado sobre la globalidad de la superficie, llegando hasta el límite de determinar como puede llegar a afectar cada uno de los parámetros definitorios básicos de la superficie a la distribución tensional del esfuerzo de pretesado aplicado.

En este sentido en el presente capítulo se realizará una enumeración de las conclusiones principales obtenidas de cada capítulo, que permitirán formular las conclusiones finales de esta Tesis.

Al final del presente capítulo se anunciarán las posibles perspectivas de desarrollo que permitirían avanzar y profundizar más en el conocimiento sobre el pretesado de las estructuras textiles laminas tensoestáticas.



## 6.1. Conclusiones parciales

En una primera instancia se enunciarán las conclusiones parciales extraídas de cada capítulo de esta Tesis, que permitirán alcanzar las conclusiones finales y abrirán paso a las futuras perspectivas de desarrollo.

### 6.1.1. Conclusiones parciales Cap. 1 Definición y antecedentes

- 1.1. Es preciso realizar un pretesado a la superficie para que esta sea capaz de mantenerse traccionada durante toda su vida útil. El pretesado debe ser suficientemente elevado como para asegurar un nivel de tracción en la superficie, pero no demasiado como para colapsarla tensionalmente.
- 1.2. El pretesado debe ofrecer una distribución tensional lo más homogénea posible evitando zonas destensadas y zonas sobretraccionadas.
- 1.3. El borde de la superficie tensada debe tener una directriz curva y debe disponer de un elemento rigidizador para poder ofrecer un cierto grado de rigidez en el plano.
- 1.4. El método que ofrece una mayor homogeneización es el de la “compensación geométrica”, consistente en pretesar mediante el estiramiento de una superficie por sus bordes y fijarla por todo su perímetro un elemento totalmente rígido.
- 1.5. Un tesado realizado por unos puntos concretos conlleva a unas puntas tensionales en la cercanía de las zonas de aplicación del pretesado.
- 1.6. El nivel de pretesado debe estar presente en todas las fases del cálculo no lineal de la membrana para que la forma y las tensiones obtenidas sean correctas, eliminando del cálculo las zonas que presenten compresiones.



### 6.1.2. Conclusiones parciales Cap. 2 Modelos de análisis laminar

- 2.1. Los elementos pretesados en el momento que pierden la rigidez conferida por el pretesado inicial muestran un punto de inflexión en la gráfica que relaciona el pretesado aplicado con el esfuerzo presente en el elemento.
- 2.2. Un elemento pretesado no mostrará un incremento de tensión ni deformación hasta que la tensión debida a la carga externa aplicada no supere la tensión concebida con el pretesado el elemento.
- 2.3. A mayores curvaturas se presenten en el elemento, más eficaz se muestra con los efectos del pretesado. Para alcanzar la misma tensión se requiere un menor pretesado, o con el mismo esfuerzo de pretesado, a mayor curvatura, el elemento muestra una mayor tensión y una mayor rigidez.
- 2.4. La distribución tensional obtenida con un pretesado efectuado mediante el estiramiento de la superficie fijándola en una relinga perimetral de una superficie soportada por las esquinas, es básicamente anular mostrando un centro de tensiones en la zona central de la superficie.
- 2.5. La distribución de las tensiones principales muestra la tensión mínima situada en la zona central de la superficie, y va aumentando de valor a medida se aleja de este centro llegando a los valores máximos en las zonas cercanas a los puntos de soportes.
- 2.6. Las tensiones secundarias disponen la tensión máxima en la misma posición donde se encontraban las mínimas principales y va disminuyendo su valor a medida se aleja del centro y se acerca a los bordes.
- 2.7. La orientación que toman las direcciones principales de las tensiones van variando constantemente buscando las líneas isostáticas, orientándose en la dirección que presenta una mayor rigidez en cada punto, la cual depende de la rigidez de los bordes de la superficie. Como más rígidos sean los bordes, las tensiones más se orientan hacia ellos, y como menos, más se orientan directamente hacia los puntos de soporte.

### 6.1.3. Conclusiones parciales Cap. 3 Resultados del análisis laminar

- 3.1. La tensión debida al pretensado depende de sus propiedades geométricas, de la carga aplicada y del nivel de pretensado.
- 3.2. La distribución tensional de una superficie parabólica se muestra de forma anular con las tensiones principales máximas situadas cerca de los puntos de soporte disminuyendo hacia el "centro de tensiones". En superficies de planta cuadrada el centro se sitúa en el centro geométrico de la planta, y en superficies de planta rectangular se localizan dos "centros de tensiones" situados aproximadamente en las intersecciones de las bisectrices trazadas desde los puntos de soporte.
- 3.3. Para un mismo nivel de pretensado un incremento de dimensiones comporta una leve disminución de tensiones superficiales, pero un aumento de las reacciones y esfuerzos en las relingas, en los modelos cuadrados, mientras se muestran más constante en los de proporción rectangular.
- 3.4. Un aumento de la curvatura general para un mismo pretensado comporta una disminución de todos los valores tanto tensionales como de reacciones y de axiales en las relingas, mostrando comportamientos similares tanto para los paraboloides cuadrados como para los rectangulares.
- 3.5. Un aumento de la curvatura de los bordes para un mismo pretensado comporta un aumento de todos los valores tensionales, a excepción de los máximos que se reducen ligeramente y una reducción de las reacciones y axiales de las relingas, mostrando comportamientos similares tanto para los paraboloides cuadrados como para los rectangulares.
- 3.6. Una variación de proporción afecta poco en los resultados de los valores tensionales ya que comparando los resultados con proporción cuadrada o rectangular los comportamientos son similares y en todo caso las variaciones son de menor magnitud.
- 3.7. A nivel de valores recomendables de curvaturas se podría establecer que a partir de una curvatura general del 20% se muestran unos valores de efectividad superiores que se van incrementando a mayores curvaturas.
- 3.8. A nivel de los valores de curvatura de los bordes se comprueba que es a partir de una curvatura del 10% donde se empieza a apreciar su efectividad.

- 3.9. Un aumento de las acciones exteriores tiende a aumentar las tensiones en torno a la diagonal “colgada”, manteniendo o reduciendo las tensiones de la diagonal “apoyada”, mostrando las tensiones principales máximas siempre cercanas a los soportes superiores y los mínimos a los soportes inferiores produciéndose una gradación resiguiendo las diagonales principales.
- 3.10. Se detecta un punto de inflexión en la gráfica de la carga aplicada con la tensión de la superficie. Partiendo de una carga nula, al aumentar la carga la tensión se va manteniendo hasta que en un determinado punto la tensión empieza a aumentar significativamente. Esta inflexión se muestra en el momento que la superficie pierde el efecto rigidizador del pretelado mostrando las tensiones debidas a las cargas exteriores.

#### **6.1.4. Conclusiones parciales Cap. 4 Conclusiones del análisis laminar**

- 4.1. El pretelado máximo admisible por una superficie se corresponde con el pretelado que implica un consumo del 100% de la tensión admisible del material para cada carga aplicada.
- 4.2. El pretelado mínimo a aplicar debe ser aquel que mantenga la superficie tensada en las situaciones habituales de su vida útil, pero debe verificarse que la estructura sea capaz de soportar las cargas más elevadas que se deban considerar.
- 4.3. La curva de valores de pretelado máximos admisibles es una curva que presenta una inflexión. Mientras en valores bajos de carga se muestra como una recta que parte de valores entre el 12%  $R_k$  y el 15%  $R_k$  y va disminuyendo hasta el 10%, a medida se incrementa la carga aplicada, donde se cruza con la recta de pretelados mínimos, y a partir de ese instante desciende de forma parabólica hasta que falla la superficie.
- 4.4. La curva de valores de pretelado mínimos necesarios a aplicar es una recta que parte del 0%  $R_k$ , para los modelos sin carga exterior aplicada y va aumentando de manera lineal al incrementarse la carga aplicada.
- 4.5. A nivel constructivo es difícil de materializar un pretelado superior al 6%  $R_k$  para la construcción de superficies parabólicas tensadas estirando el borde con relingas perimetrales.

- 4.6. La carga máxima que podría soportar un paraboloide es inversamente proporcional a la dimensión de la superficie y proporcional a las curvaturas generales de la superficie o de borde.
- 4.7. El pretesado ideal debería situarse en torno al 4% Rk y el 6% Rk, para las superficies con forma parabólica. Un pretesado inferior podría provocar que la superficie no estuviera tensada bajo determinadas sollicitaciones de carga habituales y uno más elevado podría comportar dificultades constructivas, y permitiría disponer de un margen de seguridad hasta alcanzar el límite máximo admitido.
- 4.8. Se puede establecer una formulación para predimensionar el valor del pretesado en función de sus parámetros geométricos definitorios y la carga prevista a soportar:

Para el pretesado máximo admisible la formulación sería: (4.59)

$$Pret_{max} = \frac{1}{-238Q + 350} * \sqrt{\frac{Q + 0.12D - 2.43}{-0.0042}} * \sqrt{\frac{Q - 0.037Cg - 0.73}{0.00013Cg - 0.0068}} * \sqrt{\frac{Q - 0.0033Cb - 1.437}{0.00033Cb - 0.0075}}$$

Y para el pretesado mínimo necesario para mantener tensada la superficie: (4.60)

$$Pret_{min} = \frac{Q}{88.36} * \frac{1}{0.2074 - 0.0126D} * \frac{1}{-0.00806 + 0.00573Cg} * \frac{1}{0.0281 + 0.00784Cb}$$

Dónde:

$Pret_{max}$ : Valor del pretesado máximo admisible, en % Rk; <6%Rk.

$Pret_{min}$ : Valor del pretesado mínimo necesario, en % Rk.

> 2.5 % Rk, para situaciones sin carga exterior.

> 4.0 % Rk, para situaciones con carga exterior.

$Q$ : Carga superficial aplicada, en kN/m<sup>2</sup>. <50kN/m<sup>2</sup>.

$D$ : Dimensión del lado corto de la superficie, en m.

$Cg$ : Curvatura general de la superficie, en %.

$Cb$ : Curvatura de los bordes de la superficie, en %.

### 6.1.5. Conclusiones parciales Cap. 5 Análisis del tesado en estructuras ya ejecutadas

- 5.1. Es preciso tener un nivel de tesado suficiente durante toda la vida útil de la estructura de tal manera que se precisa la realización de controles de tesado y prever en fase de proyecto mecanismos de retesado.
- 5.2. Se debe escoger el método de análisis del pretesado en una estructura tensada en función de si se trata de una estructura de elementos lineales o de láminas superficiales.
- 5.3. Para una estructura de elementos lineales en fase de ejecución el método más apropiado sería la utilización de extensómetros. Para estructuras ya ejecutadas de secciones con poca rigidez el más adecuado sería el del sensor de fuerza para cables. Y para elementos con rigidez transversal será preciso utilizar el vibrómetro para obtener resultados factibles.
- 5.4. Para una estructura de elementos superficiales, aparte de los métodos subjetivos, durante la fase de construcción se podrían utilizar galgas extensométricas. Para elementos ya construidos utilizar o bien instrumentos mecánicos que entren en contacto con la superficie para obtener la tensión mediante la correlación de esfuerzos con deformaciones o bien emplear vibrómetros que algunos tienen la ventaja de poder efectuar la medición de la frecuencia de vibración a distancia sin necesidad de entrar en contacto directo con la superficie.

## 6.2. Conclusiones finales

En este apartado se expondrán las conclusiones finales del trabajo en base a las conclusiones parciales previamente expuestas.

- Cf 1. Las estructuras tensadas precisan de la aplicación de un pretesado que confiera una tracción original a la estructura suficientemente elevada como para asegurar un nivel de tracción en la superficie para mantenerla tensada durante toda su vida útil, pero no demasiado como para superar la tensión admisible del material.

Es preciso que el pretesado esté presente en todas las fases de diseño y cálculo de la superficie. Un diseño que no contemple el pretesado no será válido ya que este afecta directamente a la geometría de la superficie.

El pretesado mínimo que se debe aplicar es aquél que mantendría la superficie tensa y rígida bajo los efectos de las cargas habituales a las que estará sometida la estructura, pero no siendo necesario que contrarreste las cargas mayores de corta duración que pueda recibir, siempre que la estructura la resista.

Se debe asegurar el nivel de pretesado a lo largo de toda la vida útil de la estructura, de tal manera que se deben prever mecanismos de retesado y efectuar observaciones del nivel de tesado periódicamente.

- Cf 2. El pretesado no ofrece un distribución homogénea, pero se debe emplear el método de tesado que ofrezca la mayor homogeneidad posible. En el caso de superficies laminares este método es el de tesar la superficie por sus bordes hasta un elemento lo más rígido posible, o como mínimo que se disponga de una relinga perimetral en todos sus bordes.

La distribución tensional obtenida será anular con las tensiones principales máximas situadas en los bordes, junto a los puntos de soporte y las mínimas en el centro. Las tensiones secundarias mostrarán su valor máximo en el centro y el mínimo en los bordes.

Al aplicar una carga externa las tensiones máximas se redistribuirán aumentando la tensión en torno a la diagonal "colgada", con los valores máximos en los extremos superiores, y disminuyendo las tensiones en torno a la diagonal "apoyada", con los valores mínimos en sus extremos.

Cf 3. Para obtener una efectividad del pretesado es conveniente que la superficie presente una curvatura general superior al 20% y los bordes presenten una curvatura superior al 10%. Unas curvaturas inferiores no serían tan eficaces implicando el empleo de tesados superiores, y unas curvaturas superiores mejorarían el comportamiento.

Un elemento pretesado no aumentará de tensiones ni deformaciones hasta que la carga exterior aplicada supusiera una tensión superior a la concedida por el pretesado.

Cf 4. El pretesado de una superficie parabólica debería situarse entre el 4% Rk y el 6% Rk. Un pretesado inferior podría provocar que la superficie no estuviera tensada bajo determinadas solicitaciones de carga habituales y uno más elevado podría comportar dificultades constructivas, reacciones elevadas a soportar y no permitiría disponer de un margen de seguridad suficiente hasta alcanzar el límite máximo admitido por la membrana.

Las formulaciones que predimensionarían el pretesado serían:

$$Pret_{max} = \frac{1}{-238Q + 350} * \sqrt{\frac{Q + 0.12D - 2.43}{-0.0042}} * \sqrt{\frac{Q - 0.037Cg - 0.73}{0.00013Cg - 0.0068}} * \sqrt{\frac{Q - 0.0033Cb - 1.437}{0.00033Cb - 0.0075}}$$

$$Pret_{min} = \frac{Q}{88.36} * \frac{1}{0.2074 - 0.0126D} * \frac{1}{-0.00806 + 0.00573Cg} * \frac{1}{0.0281 + 0.00784Cb}$$

Dónde:

$Pret_{max}$ : Valor del pretesado máximo admisible, en % Rk; <6%Rk.

$Pret_{min}$ : Valor del pretesado mínimo necesario, en % Rk.

> 2.5 % Rk, para situaciones sin carga exterior.

> 4.0 % Rk, para situaciones con carga exterior.

$Q$ : Carga superficial aplicada, en kN/m<sup>2</sup>. <50kN/m<sup>2</sup>.

$D$ : Dimensión del lado corto de la superficie, en m.

$Cg$ : Curvatura general de la superficie, en %.

$Cb$ : Curvatura de los bordes de la superficie, en %.

### **6.3. Perspectivas de desarrollo y Futuras líneas de investigación**

En este apartado se enunciarán las diversas perspectivas de desarrollo que ampliarían y matizarían los conocimientos sobre estructuras pretesadas derivados de esta Tesis, que complementarían este estudio realizado.

A continuación se exponen las distintas perspectivas de desarrollo:

- Ampliar el estudio a más modelos de estructuras laminares tensoestáticas.
- Realizar pruebas de laboratorio con modelos reales y correlacionarlos con los modelos informáticos.
- Analizar la influencia del módulo de elasticidad en el valor recomendado de pretesado.
- Analizar el comportamiento de membranas no isótropas.
- Evaluar valores de pretesado efectuado por otros medios distintos al analizado en esta Tesis.
- Programación de herramientas de optimización del valor de pretesado de forma automática.
- Evaluar la repercusión de las pérdidas de valor de tesado instantáneas y diferidas.
- Establecer criterios de determinación del valor del tesado de una estructura laminar a partir de su frecuencia de vibración principal.
- Diseñar un mecanismo de determinación del tesado que permita analizar por separado dos direcciones perpendiculares de un punto de la superficie laminar.



### **6.3.1. Ampliar el estudio a más modelos de estructuras laminares tensoestáticas**

Para la elaboración de esta Tesis se ha debido limitar el número de parámetros analizados para poder abordarla en su conjunto ya que en la Tesis se pretendía analizar el comportamiento de los efectos del pretesado sobre una estructura laminar textil tensoestática, pero esta tarea era inabordable efectuarla para todos los modelos posibles de estructuras laminares tensoestáticas por ese motivo únicamente se ha analizado el modelo del paraboloides.

A priori las conclusiones obtenidas sobre el comportamiento de un paraboloides deberían ser extrapolables al resto de geometrías básicas a nivel general pero cada una de ellas presentará sus propias singularidades que deberían ser analizadas de una forma similar a como se ha realizado el análisis del paraboloides.

De cada tipología de estructura superficial tensada se debería determinar su comportamiento general, como afectan los distintos métodos de tesado a la distribución general y como afectan cada uno de los parámetros geométricos definitorios propios, para poder determinar que proporciones geométricas son más adecuadas para conseguir una optimización del pretesado y que valores de pretesado serían los más idóneos.

### **6.3.2. Realizar pruebas de laboratorio con modelos reales y correlacionarlos con los modelos informáticos.**

El estudio de esta Tesis se ha realizado mediante la elaboración de modelos informáticos concretos de los cuales se han extraído datos de la distribución tensional. De entrada se ha considerado que este método era adecuado para la obtención de gran cantidad de datos de muchos modelos distintos que permitieran tener una distribución de valores suficientemente elevada.

Se podrían realizar modelos reales de las dimensiones analizadas en la Tesis para corroborar los resultados extraídos de los modelos de cálculo.

### **6.3.3. Analizar la influencia del módulo de elasticidad en el valor recomendado de pretesado.**

Debido a la necesidad de simplificar los parámetros a analizar, uno de los que no se ha evaluado es la influencia que puede tener el módulo de elasticidad a la distribución tensional y si tiene alguna afectación sobre los valores de pretesado recomendados.

### **6.3.4. Analizar el comportamiento de membranas no isótropas.**

Otra simplificación efectuada es la de considerar la membrana resistente como isótropa. En la realidad las membranas resistentes pueden ser isótropas, si están compuestas de un solo material, como por ejemplo las membranas de ETFE, pero habitualmente si se pretende cubrir un espacio con una membrana no transparente, se utilizan membranas textiles, con urdimbre y trama, recubiertas por una matriz plástica.

Estas membranas textiles recubiertas no presentan un único módulo de elasticidad, sino que en realidad presentan 3 módulos distintos: uno para cada dirección que tiene la armadura (urdimbre y trama) y otro en la dirección diagonal.

Debido a que las armaduras se sitúan a 90 grados la una respecto de la otra, en la dirección diagonal, a 45 grados, no existe armadura y únicamente hay presente la matriz plástica, de tal manera que en esta dirección habría un tercer módulo de elasticidad que estaría en función del material que conformaría la matriz plástica y de lo juntos que estén los hilos tejido. Como más tupido sea más rigidez aportará a 45°.

Esta diversidad de módulos de elasticidad podría hacer variar la distribución tensional y se debería identificar el grado de afectación de la variedad de módulos de elasticidad en los efectos del pretesado.

### **6.3.5. Evaluar valores de pretesado efectuado por otros medios distintos al analizado en esta Tesis.**

Para la elaboración de la Tesis se ha analizado básicamente el método de tesado tirando por los bordes la superficie laminar, pero existen otros métodos de tesado que se deberían analizar hasta conseguir el mismo conocimiento que el obtenido por el método analizado.

Como referencia se podría tomar el Trabajo Final de Máster en el que se analizó la superficie tesada tirando únicamente de las relingas, manteniendo la superficie laminar sin variación dimensional. En ese caso los resultados fueron similares obteniendo un rango de pretesado válido con valores entre 4.5 y 5.5 %  $R_k$ , similares a los obtenidos con el análisis realizado en esta Tesis.

### **6.3.6. Programación de herramientas de optimización del valor de pretesado de forma automática.**

Conseguir un valor de pretesado óptimo, implica conseguir el menor pretesado posible para que la superficie laminar tesada presente la rigidez que aporta el pretesado en cargas habituales, pero sin utilizar un pretesado demasiado elevado que conllevaría a realizar una estructura de soporte sobredimensionada.

Hallar dicho valor de pretesado implica la realización de cálculos aproximativos partiendo de un valor predimensionado de tesado y modificando con cálculos sucesivos hasta hallar el valor adecuado.

Realizar las pruebas con distintos valores de pretesado implicaría la ejecución de diversos cálculos de la estructura que se podría automatizar, de tal manera que el programa realizara la sucesión de cálculos hasta encontrar el valor de pretesado mínimo necesario para conseguir el comportamiento deseado, que muestre la rigidez del pretesado hasta una carga determinada y para el resto de cargas que deban verificarse se compruebe que tensionalmente la membrana sea correcta.

### **6.3.7. Evaluar la repercusión de las pérdidas de tesado instantáneas y diferidas.**

En la Tesis se ha apuntado que el tesado aplicado en una superficie no permanecerá estable con el paso del tiempo, de hecho según el proceso constructivo que se utilice, incluso se podrían provocar pérdidas durante la propia construcción de la estructura.

En este sentido se debería realizar un análisis profundo sobre la afectación real de las pérdidas de tesado, tanto las instantáneas, que podrían solucionarse con un método de tesado adecuado, como las diferidas que pueden llegar a depender de condicionantes externos a la propia estructura.

### **6.3.8. Establecer criterios de determinación del valor del tesado de una estructura laminar a partir de su frecuencia de vibración principal.**

Uno de los métodos de verificación del tesado de una estructura ya ejecutada es determinar el nivel de tesado con la relación que existe entre su frecuencia fundamental de vibración con el tesado del elemento.

En elementos de cables o en superficies simples la relación se resume en una formulación simple que relaciona los dos conceptos, frecuencia de vibración y tesado, con la masa del elemento.

Pero para superficies complejas para determinar el valor de la frecuencia de vibración en función del nivel de tesado presente en la estructura se requiere de un programa informático que lo pueda calcular.

En este sentido se podría realizar un estudio de las formas básicas de superficies tesadas que permitiera establecer unos criterios para determinar de modo simple los valores de las frecuencias fundamentales a partir de unas características geométricas básicas y el nivel de pretesado existente, o inversamente a partir de las frecuencias y las características geométricas hallar el nivel de pretesado existente en una estructura.

### 6.3.9. Diseñar un mecanismo de determinación del tesado que permita analizar por separado dos direcciones perpendiculares de un punto de la superficie laminar.

Si bien se determina que es posible hallar el nivel de tesado a partir de correlacionarlo con su frecuencia fundamental, a día hoy para superficies complejas implica la realización de unos cálculos complejos que complicarían la obtención de los resultados que podrían conllevar a resultados complejos de interpretar en estructuras que tuvieran formas múltiples con multitud de curvaturas.

Para determinar con precisión el nivel tensional en una superficie cualquiera el modo más directo es realizando una medición "in situ" de la zona de la superficie que se pretende valorar, o de varias zonas para obtener una evaluación completa de la superficie.

En este sentido actualmente existen multitud de herramientas que permiten determinar este nivel de tesado en un punto cualquier de la superficie, correlacionando la fuerza aplicada sobre la superficie con el desplazamiento obtenido y las propiedades mecánicas de la membrana.

Pero los métodos actuales únicamente permiten obtener el nivel global de tesado en la superficie sin discretizar los niveles de tesado en una dirección determinada.

Se podría realizar una herramienta mecánica que permitiera determinar estos niveles de tesado discretizando entre direcciones concretas y así poder establecer la dirección de las tensiones principales e indicar su valor.

## Bibliografía

- AENOR. (2007). *UNE-EN 13782. Estructuras temporales. Carpas. Seguridad.*
- Argyris, J. H., T., A., & Bichat, B. (1974). A general method for shape finding of lightweight tension structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.*
- ASCE. (2010). ASCE Standard 55-10 "Tensile Membrane Structures.
- Barnes, M. R. (1974). Form and stress engineering of tension structures. *Structural Engineering Review.*
- Barnes, M. R. (1974). Formfinding and analysis of tension structures by Dynamic Relaxation. *Int J of Space Structures.*
- Barnes, M. R. (1975). Applications of Dynamic Relaxation to the design and analysis of cable, membrane and pneumatic structures. *2nd Int. Conf. On Space Structures, Guildford.*
- Beccarelli, P. (2015). *Biaxial Testing for Fabrics and Foils.*
- Bel Hadj Ali, N., & Smith, I. (2010). Dynamic behavior and vibration control of a tensegrity structure. *International Journal of Solids and Structures.*
- Berger, H. (2005). *Light Structures, Structures of Light: The Art and Engineering of Tensile Architecture.* AuthorHouse.
- Bletzinger, K.-U., & Ramm, E. (1987). A general Finite Element Approach to the formfinding of tensile structures by the updated reference strategy. *Int J of Space Structures.*
- Blum, R., & Bögner, H. (2002). Evaluation Method for the Elastic Modul. *Tensinews Newsletter.*
- Bridens, B. N., & Gosling, P. D. (2003). Direct stress representation for coated woven fabrics. *Computers and Structures.*
- Bucalem, M., & Bathe, K. (1997). Finite Element Analysis of Shell Structures. *Archives of Computational Methods in Engineering.*

- Buchholdt, H. (1999). An introduction to cable roof structures. *Telford, London*.
- Campbell, D. (2013). Loads. *Tensile fabric structures. Design, Analysis, and Construction, American Society of Civil Engineers, Reston, 52*.
- Campbell, D. M. (1991). The Unique Role of Computing in the Design and Construction of Tensile Membrane Structures.
- Capua, D. D. (2010). Análisis teórico-experimental de estructuras membranales.
- Carbonez, K. (2013). *Finite element simulation of tensioned membrane structures in deployable systems*. Universiteit Gent.
- Chaplin, F., Calderbank, G., & Howes, J. (1984). The Technology of suspended cable net structures. *Harlow Construction Press*.
- Charleson, A. W. (2006). *Structure as architecture*. Architectural Press.
- Dario, N. (1973). A Comparison of First and Second Order Axially Symmetric Finite Elements.
- Day, A. S. (1965). An introduction to Dynamic Relaxation. *The Engineer*.
- Day, A. S. (1986). Stress-strain equations for non-linear behaviour of coated woven fabrics. *IASS Symposium proceedings: Shell, membranes and space frames, Osaka*.
- Escrig, F., & Pérez Varcárcel, J. (1989). Conceptos básicos para el diseño y análisis de estructuras ligeras tensadas.
- Euni, M. (2004). The Design and Analysis of Tension Fabric Structures. *University of California, Berkeley*.
- European Committee for Standardisation. (2005). Estructuras temporales - Carpas - Seguridad - EN 13782.
- European Committee for Standardisation. (2010). Rubber or plastic coated fabrics - Safety of temporary structures (tents) - Specification for coated fabrics intended for tents and related structures.
- European Committee for Standardization. (2014). *Guideline for a European Structural Design of Tensile Membrane Structures Made from Fabrics and Foils*.

- Forster, B. M. (2004). *Guía Europea de Diseño de las Estructuras Superficiales Tensadas*.
- Gil, A. J., & Bonet, J. (2005). Finite element analysis of prestressed structural membranes. *Civil and Computational Engineering Centre, School of Engineering, University of Wales Swansea, Swansea, SA2 8PP, UK*.
- Gosling, P. D. (1992). *Numerical modelling of stable minimal surfaces. PhD thesis*. University of Warwick.
- Gosling, P., & Lewis, W. (1996). Form-finding of prestressed membranes using a curved quadrilateral finite element for surface definition.
- Gosling, P., Bridgens, B., & Zhang, L. (2013). Adoption of a reliability approach for membrane structure analysis. *A Structural Safety* (p. 39-50).
- Gründig, L., Moncrieff, E., Singer, P., & Ströbel, D. (2000). A history of the principal developments and applications of the force density method in Germany 1970-1999. *IASS-IACM*.
- Haug, E., & Powel, G. H. (1972). Finite Element analysis of non-linear membrane structures. *IASS Pacific Symposium, Tokio i Kioto*.
- Huntington, C. (1997). Fabric structure pretensioning mechanisms. *Fabric & Architecture*.
- Huntington, C. (2008). Structures Using Uncurved or Minimally Curved Tensioned Fabric Membranes. *Structures Congress Crossing Borders, Oakland*.
- Ishler, M. W. (2013). Load analysis . *Tensile fabric structures. Design, Analysis, and Construction, American Society of Civil Engineers, Reston, 94*.
- Leonard, J. W. (1987). *Tension Structures: Behavior and Analysis*.
- Lewis, W. J. (2003). *Tension Structures: Form and Behaviour*. Thomas Telford.
- Li, J.-J., & Chan, S.-L. (2003). An integrated analysis of membrane structures with flexible supporting frames. *Finite Elements in analysis and design*.
- Lu, K., Accorsi, M., & Leonard, J. (2001). Finite element analysis of membrane wrinkling.
- Membrane Structures Association of Japan. (2003). Japanese Standard Test Methods for membrane materials (coated fabrics) – Qualities and performances.



- Merino, J. (2007). *Las vibraciones de la música*. Club Universitario.
- Miller, R., Hedgepeth, J., Weingarten, V., Das, P., & Kahyai, S. (1985). Finite element analysis of partly wrinkled membranes. *Comput.Struct.* 20, 631-639.
- Minami, H., Yamamoto, C., Segawa, S., & Kono, Y. (1997). A method for membrane material nonlinear stress analysis using a multi-step linear approximation. *IASS Symposium on Shell and spatial structures, Singapore*.
- Monjo Carrió, J. (1991). Introducción a la arquitectura textil: cubiertas colgadas. *Colegio Oficial de Arquitectos de Madrid*.
- Moussavi, F., & Lopez, D. (2009). *The Function of Form*. Actar.
- Muñiz Martín, E. (2014). *Análisis dinámico de las tenso estructuras : propuesta de metodología de cálculo y software aplicado*.
- Nuñez, P. (2006). Estudio de las frecuencias en una cuerda de guitarra.
- Otto, F. (1962). Zugbeanspruchte Konstruktionen, vol. 1 & 2. *Ullstein Verlag*.
- Otto, F. (1969). *Tensile Structures*. M.I.T. Press, Cambridge.
- Pauletti. (2011). Anotaciones sobre el proyecto y el análisis de las estructuras tensadas. *Entre rayas*, 30-41.
- Pecina, P. (2012). *Application of tensile membrane structures in architecture*. Via University College, Denmark.
- RICOLAIS, R. L. (1997). *VISIONES Y PARADOJAS*. COA MADRID.
- Roddeman, D. (1987). *Force transmission in wrinkled membranes*. Eindhoven University of Technology.
- Rossi, R. (2003). Convergence of the modified material model for wrinkling simulation of light-weight membrane structures. *Textile composites and inflatable structures*, 148-153.
- Rossi, R. (2005). Simulation of light-weight membrane structures by wrinkling model. *Int. J. Numer. Meth. Engrg*.

- Saad, M. (2009). *Wave Motion and Vibration in Continuous Media*. Kingston: University of Rhode Island.
- Sakamoto, H., Park, K., & Miyazaki, Y. (2006). Evaluation of membrane structure designs using boundary web cables for uniform tensioning.
- Sánchez Sierra, J. (2006). *Generación, manipulación y visualización de estructuras tensadas en tiempo real*. ESCUELA SUPERIOR DE INGENIEROS, UNIVERSIDAD DE NAVARRA.
- Santoso, K. (2004). *Wide-Span Cable Structures*. Massachussetts.
- Sarcos-Portillo, A., García-Legl, H., & Navarro, A. (2000). Inspección de los anclajes de los cables de las pilas centrales del puente sobre el lago de Maracaibo. *rev. Int. De desastres naturales, accidentes e infraestructura civil*.
- Schek, H. J. (1974). The Force Density Method For Form Finding and Computation of General Networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 115-134.
- Schierle, G. G. (1996). *Membranes Under Prestress*. IFAI.
- Seidel, M. (2009). *Tensile Surface Structures: A Practical Guide to Cable and Membrane Construction*. Technische Universität Wien: Ernst & Sohn.
- Shaeffer, R. E. (1996). *Tensioned Fabric Structures: A Practical Introduction*. The Society.
- Shiwua, J. ... (2006). Analysis of Structural Vibration using the Finite Element Method.
- Skelton, J. (1980). Mechanical properties of coated fabrics. *Hearle, J et al Stijthoff & Noordhoff*.
- Subramanian, G. K. (1978). On an efficient use of CST Elements.
- Tabarrok, B., & Qin, Z. (1992). A finite element procedure for form finding of tension.
- Tsiatas, G. C., & Katsikadelis, J. T. (2002). Nonlinear analysis of elastic space membranes. *4th GRACM Congress on Computational Mechanics*.
- Tsiatas, G. C., & Katsikadelis, J. T. (2002). Nonlinear dynamic analysis of heterogeneous orthotropic membranes by the analog equation method. *Engineering analysis with boundary elements*.
- Tsiatas, G. C., & Katsikadelis, J. T. (2002). Nonlinear dynamic analysis of heterogeneous orthotropic membranes by the analog equation method. *Engineering analysis with boundary elements*.

- Tsiatas, G. C., & Katsikadelis, J. T. (2003). Non-linear dynamic analysis of beams with variable stiffness. *Journal of sound and vibration*.
- Tsiatas, G. C., & Katsikadelis, J. T. (2011). Nonlinear analysis of elastic space cable-supported membranes. *Engineering Analysis with Boundary Elements*.
- Vigliani, G. (2006). *Análisis matemático del equilibrio en estructuras de membrana con bordes rígidos y cables*. Escola T. S. D'enginyers de Camins, Canals i Ports, Universitat Politècnica de Catalunya.
- Wakefield, D. (1999). Engineering analysis of tension structures: theory and practice. *Bath Tensys Limited*.
- Wang, X., Oncescu, V., Zheng, W., Hu, Y., & Shan, J. (2010). Prediction of Wrinkle Intensity in Membrane Structures Using Membrane Theory.
- Xiaobing, Y. (1998). Analysis Theory of Membrane Structure by Curved Surface Finite Element.
- Zhang, L. (2010). *Reliability analysis of fabric structures*. Newcastle.
- Zhang, L., & Gosling, P. (2005). A six-node curved membrane finite element with Loof curvatures. *School of Civil Engineering & Geosciences. University of Newcastle-upon-Tyne*.

# Análisis numérico de los efectos del pretesado sobre estructuras textiles laminares tensoestáticas

Evaluación del esfuerzo de pretesado en estructuras textiles laminares tensoestáticas parabólicas, para analizar sus efectos y determinar criterios para su predimensionamiento

## **Anexos**

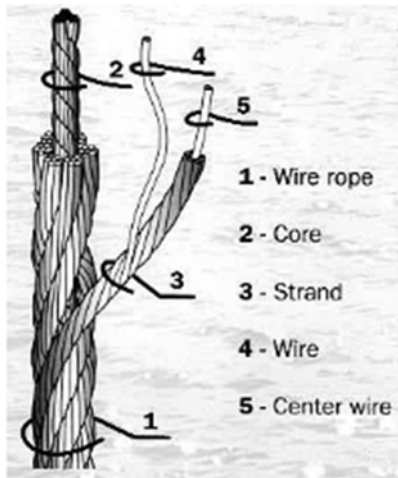
An. 1 Nomenclatura

An. 2 Modelos de cálculo: Planos

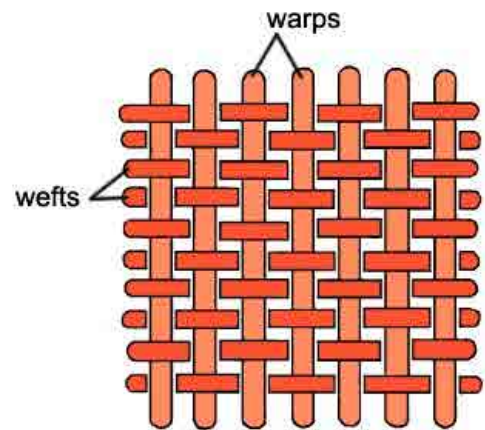
An. 3 Modelos de cálculo: Paraboloides



## An. 1. Nomenclatura



cable, cordó, filferro, ànima  
rope (wire rope), strand, wire, core  
cable, cordón, alambre, alma



ordit, trama  
warp, weft  
urdimbre, trama



relinga  
boltrape  
relinga



cabrestant (tràctel®)  
winch  
cabrestante (tráctel®)



**terminal obert estampat**  
open (jaw, fork) swage socket  
terminal abierto estampado



**terminal tancat estampat**  
closed (eye) swage socket  
terminal cerrado estampado



**tensor**  
turnbuckle  
tensor



**terminal estampat roscat,**  
**terminal tensor**  
swage thread terminal  
terminal estampado roscado,  
terminal tensor



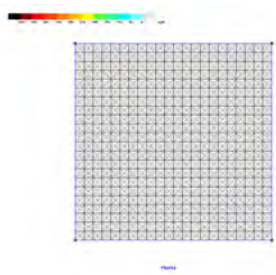
**terminal amb maniguet**  
sleeve terminal  
terminal con casquillo

## **An. 2. Modelos de cálculo: Planos**

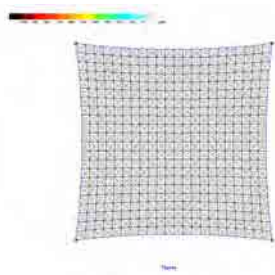




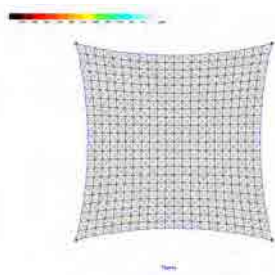
# Variación de Tensión por incremento de Curvatura de borde: Con relinga - Tensiones mínimas



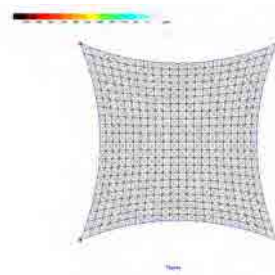
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret0%\_calc\_Smin



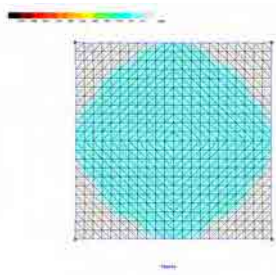
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat3% Pret0%\_calc\_Smin



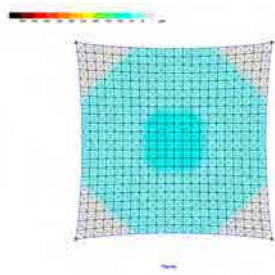
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat6% Pret0%\_calc\_Smin



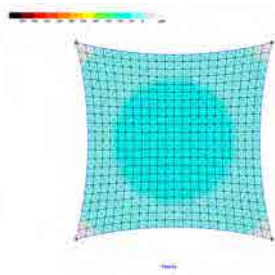
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat10% Pret0%\_calc\_Smin



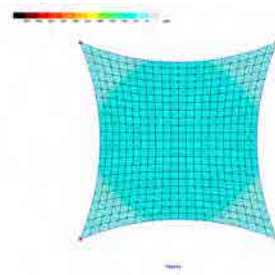
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret2%\_calc\_Smin



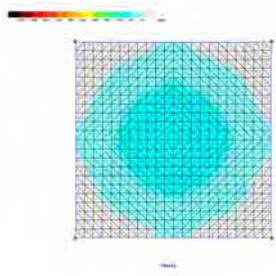
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat3% Pret2%\_calc\_Smin



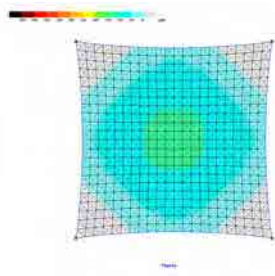
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat6% Pret2%\_calc\_Smin



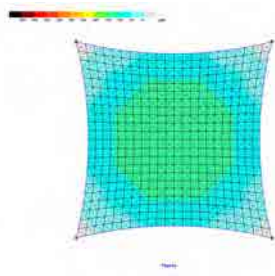
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat10% Pret2%\_calc\_Smin



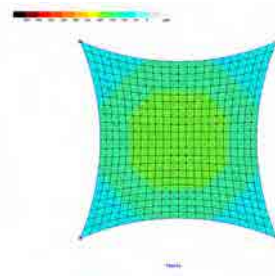
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret4%\_calc\_Smin



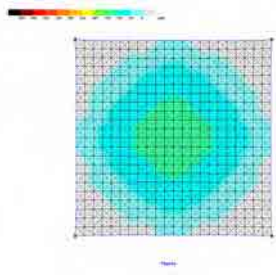
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat3% Pret4%\_calc\_Smin



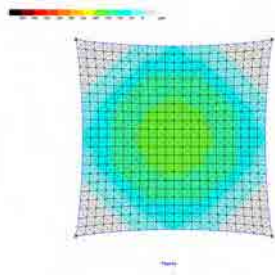
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat6% Pret4%\_calc\_Smin



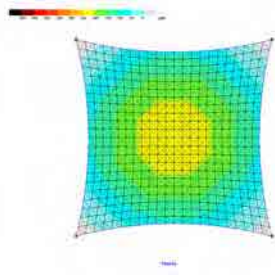
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat10% Pret4%\_calc\_Smin



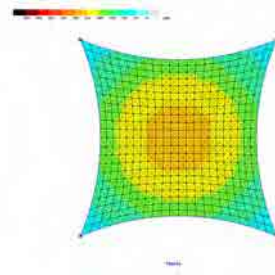
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret6%\_calc\_Smin



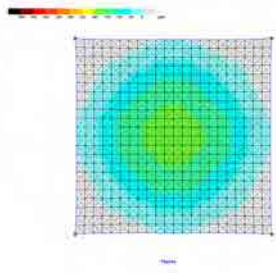
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat3% Pret6%\_calc\_Smin



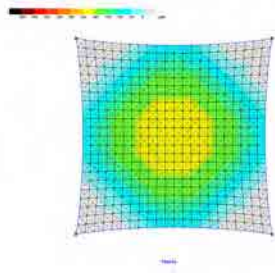
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat6% Pret6%\_calc\_Smin



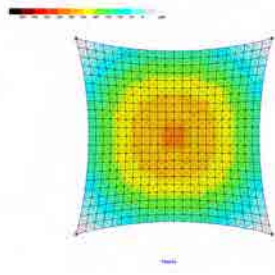
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat10% Pret6%\_calc\_Smin



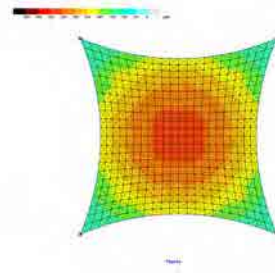
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret8%\_calc\_Smin



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat3% Pret8%\_calc\_Smin



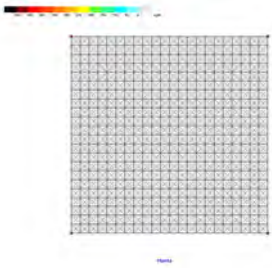
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat6% Pret8%\_calc\_Smin



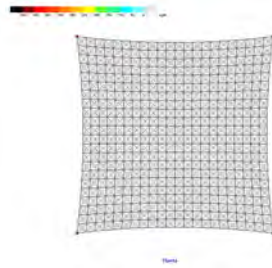
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat10% Pret8%\_calc\_Smin



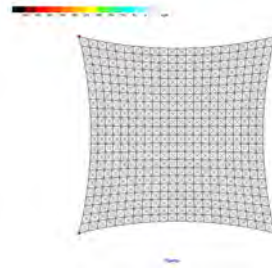
# Variación de Tensión por incremento de Curvatura de borde: Sin relinga - Tensiones máximas



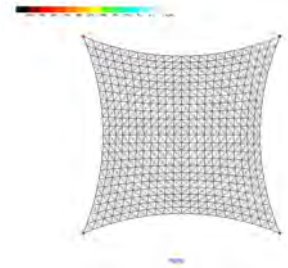
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smax



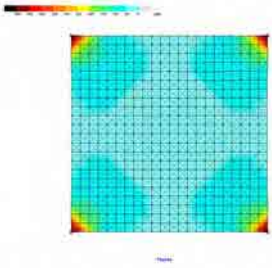
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_Smax



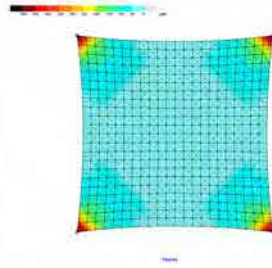
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_Smax



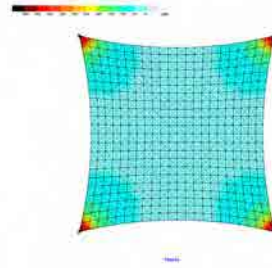
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_Smax



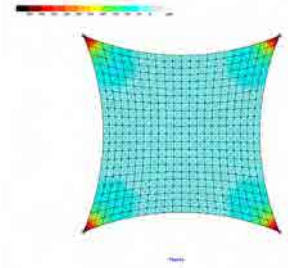
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smax



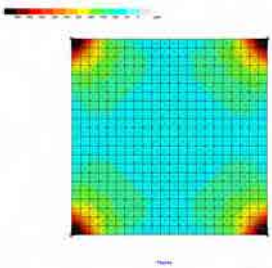
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_Smax



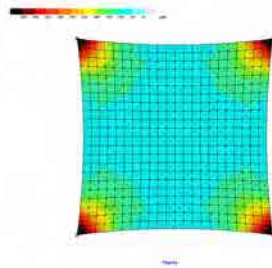
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_Smax



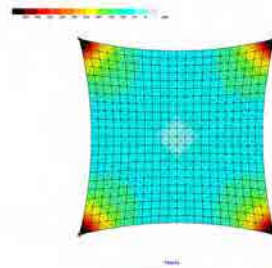
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_Smax



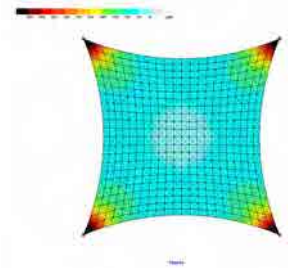
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smax



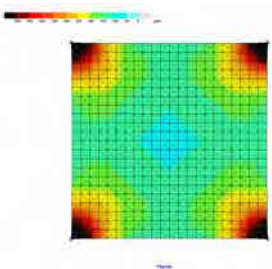
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_Smax



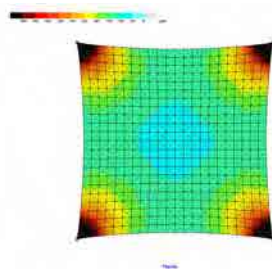
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_Smax



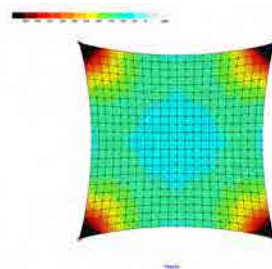
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_Smax



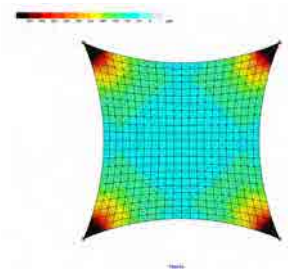
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smax



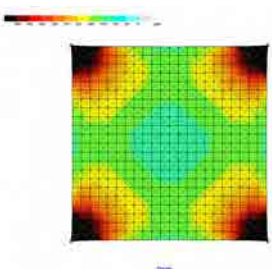
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_Smax



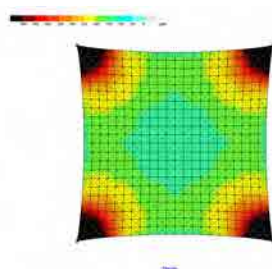
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_Smax



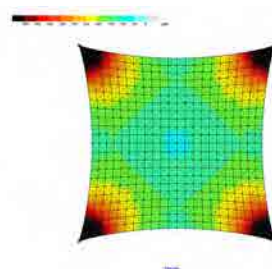
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_Smax



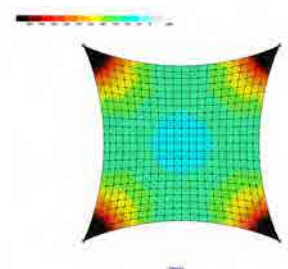
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smax



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_Smax

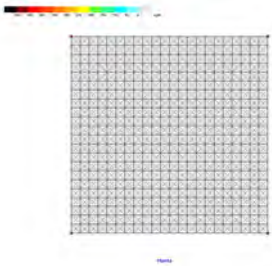


Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_Smax

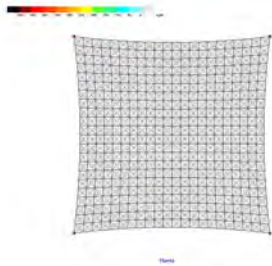


Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_Smax

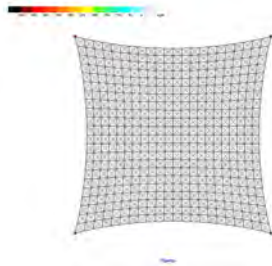
Variación de Tensión por incremento de Curvatura de borde: Sin relinga - Tensiones mínimas



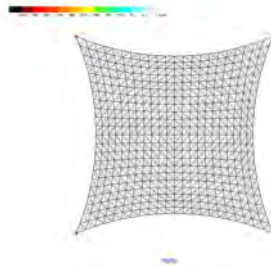
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smin



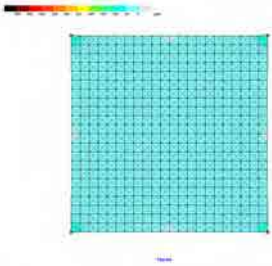
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_Smin



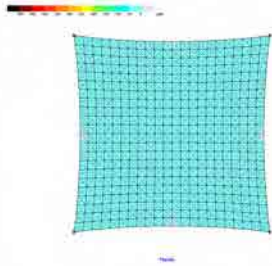
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_Smin



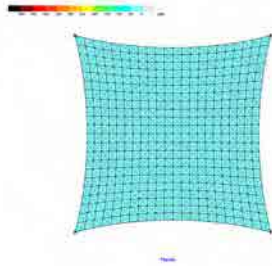
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_Smin



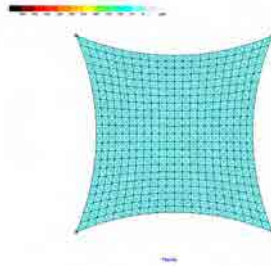
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smin



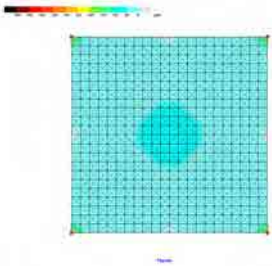
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_Smin



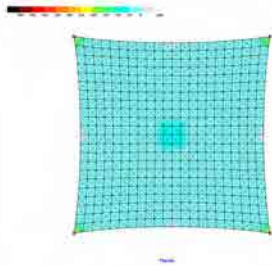
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_Smin



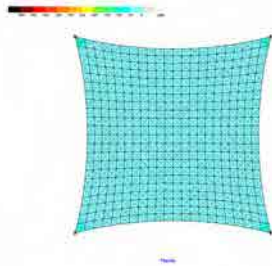
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_Smin



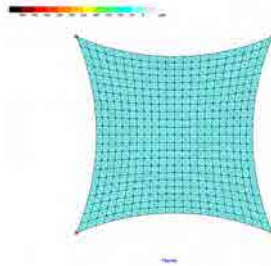
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smin



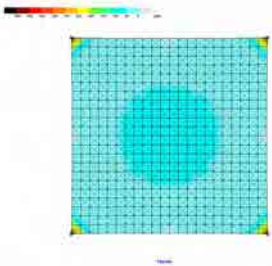
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_Smin



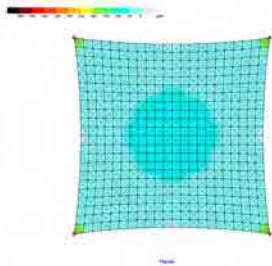
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_Smin



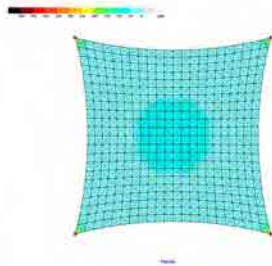
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_Smin



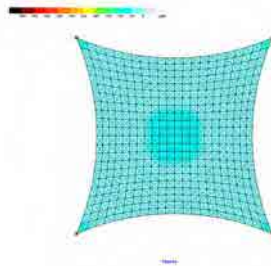
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smin



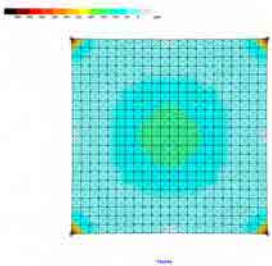
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_Smin



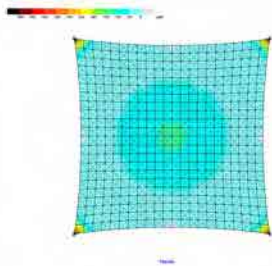
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_Smin



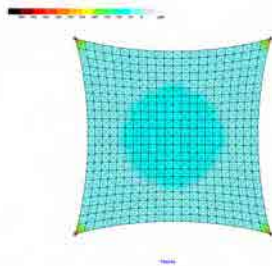
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_Smin



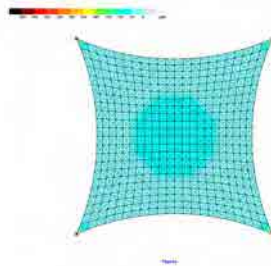
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smin



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_Smin

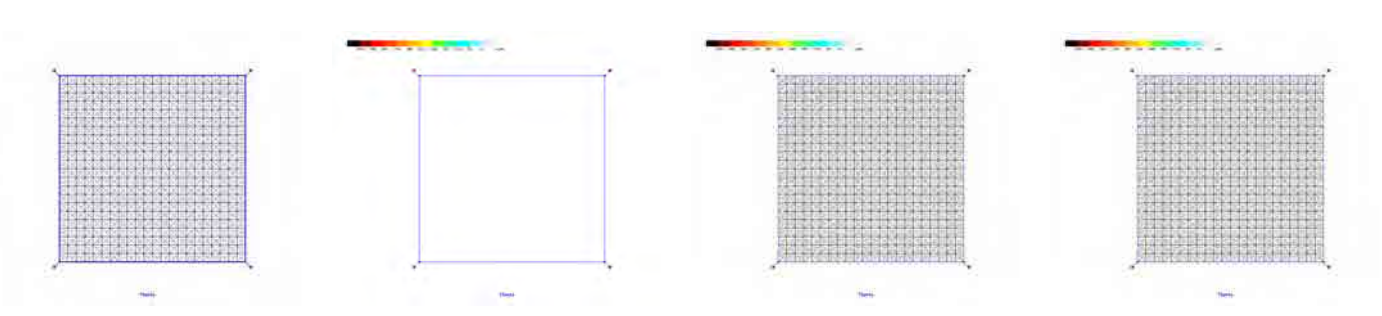


Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_Smin

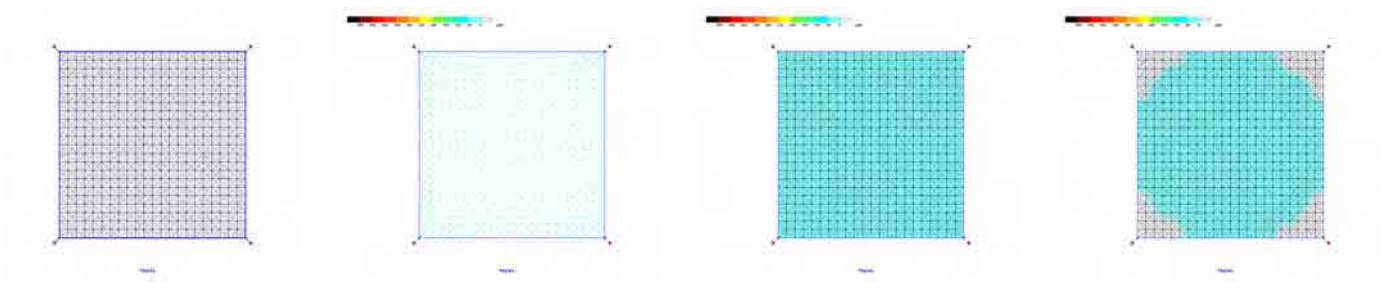


Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_Smin

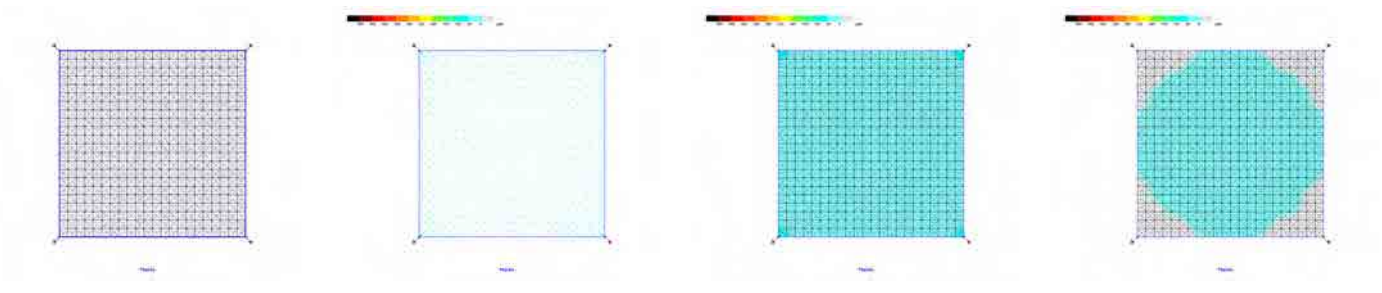




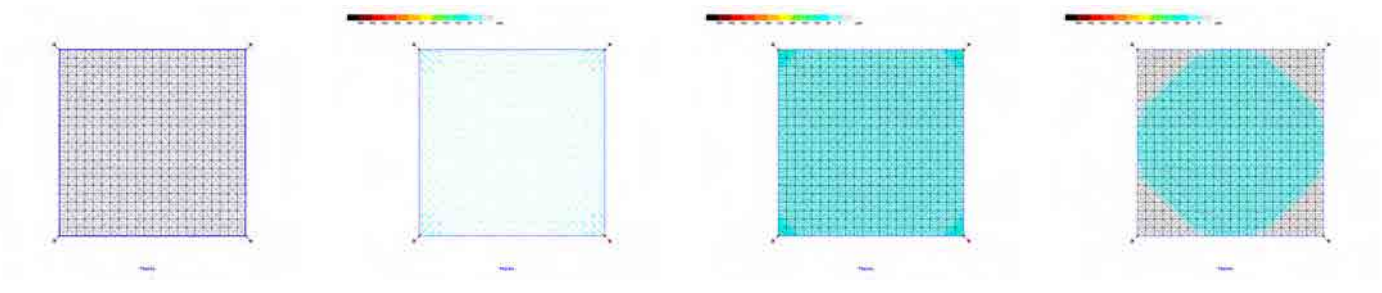
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_malla      Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_iso      Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smax      Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smin



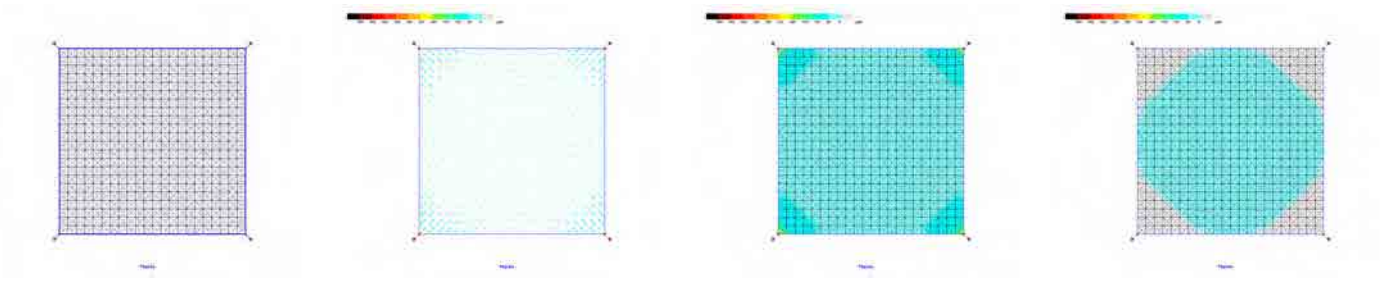
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_malla      Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_iso      Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smax      Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smin



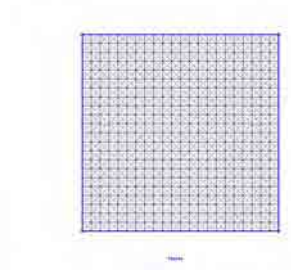
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_malla      Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_iso      Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smax      Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smin



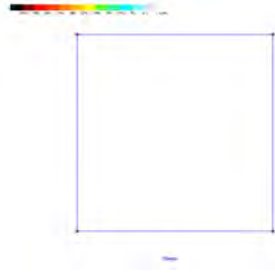
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_malla      Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_iso      Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smax      Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smin



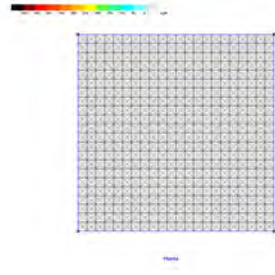
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_malla      Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_iso      Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smax      Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smin



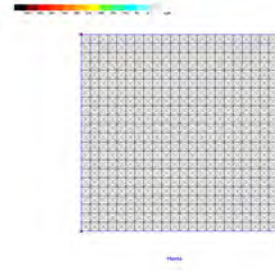
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_malla



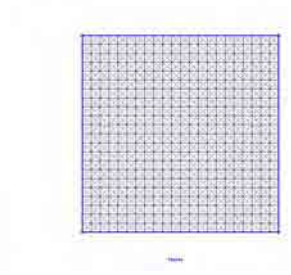
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_iso



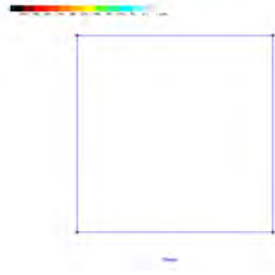
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smax



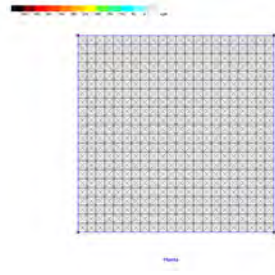
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smin



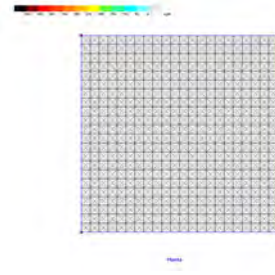
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_malla



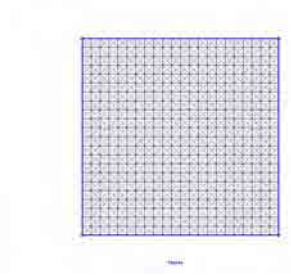
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_iso



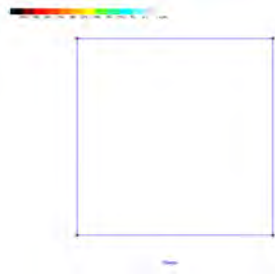
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smax



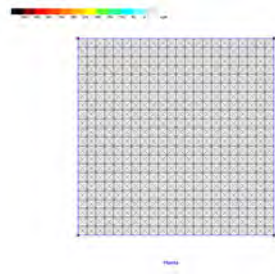
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smin



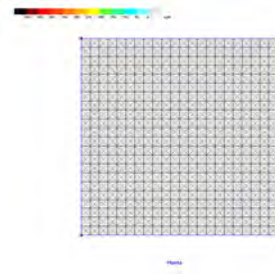
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_malla



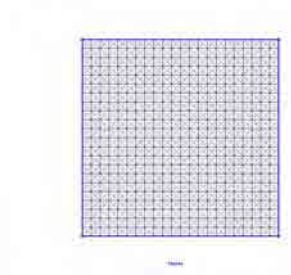
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_iso



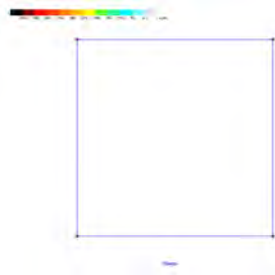
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smax



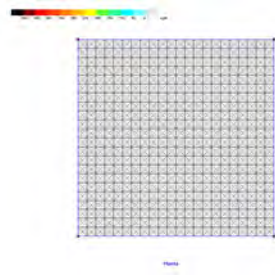
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smin



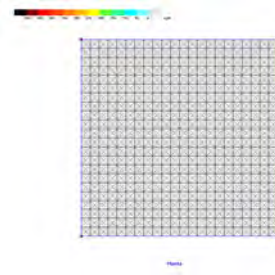
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_malla



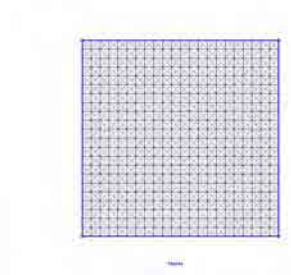
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_iso



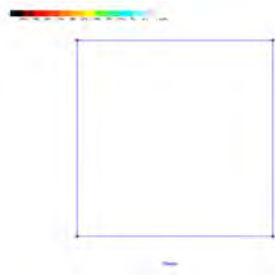
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smax



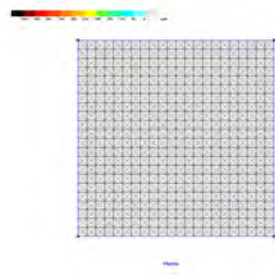
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smin



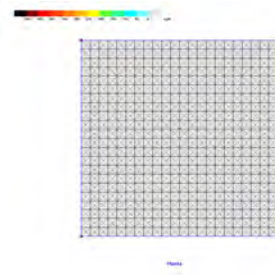
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_iso

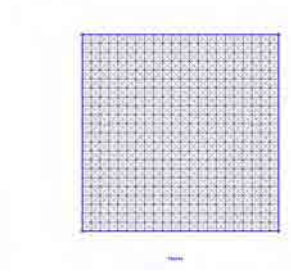


Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smax

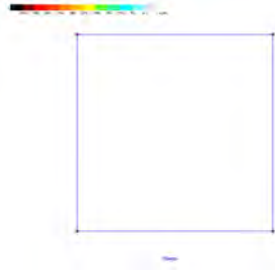


Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smin

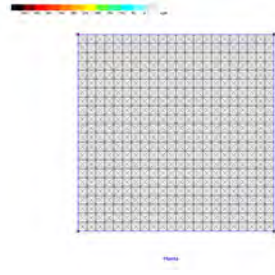




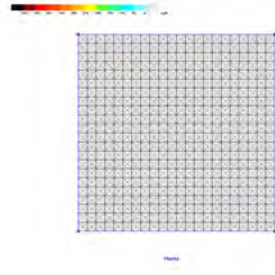
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_malla



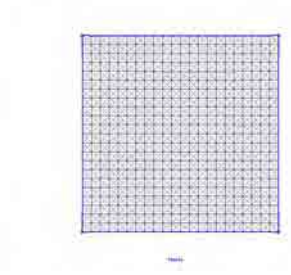
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_iso



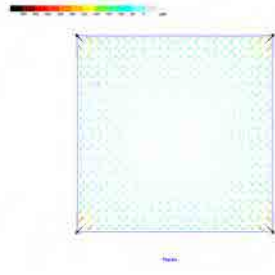
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smax



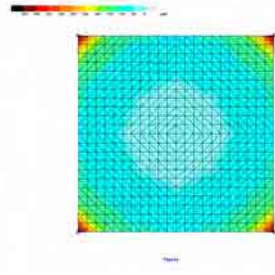
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smin



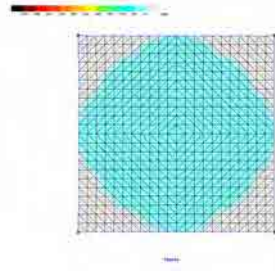
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_malla



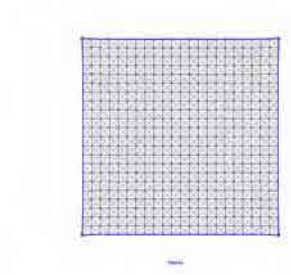
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_iso



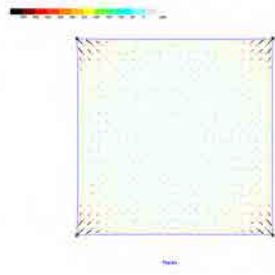
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smax



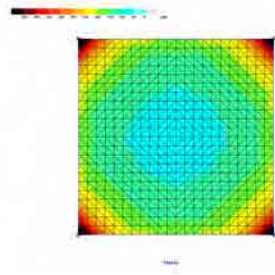
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smin



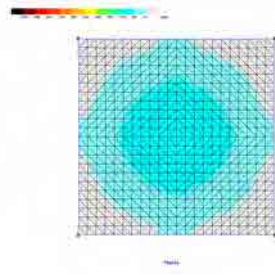
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_malla



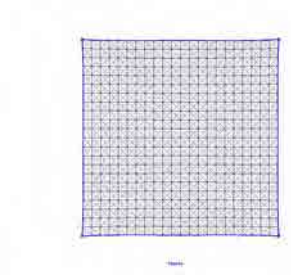
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_iso



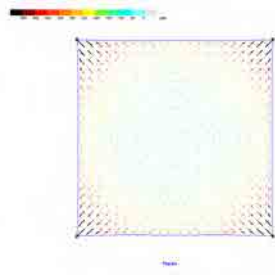
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smax



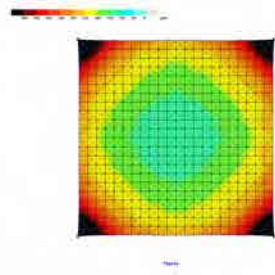
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smin



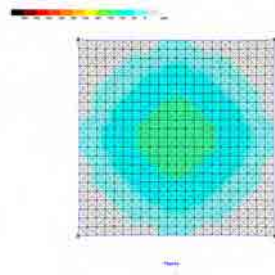
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_malla



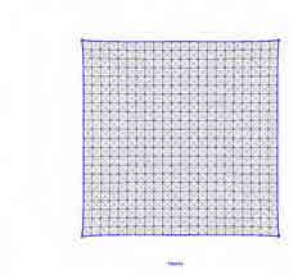
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_iso



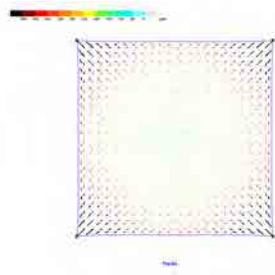
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smax



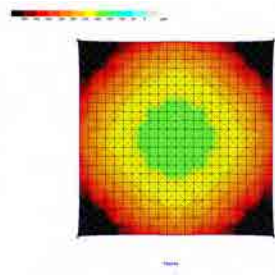
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smin



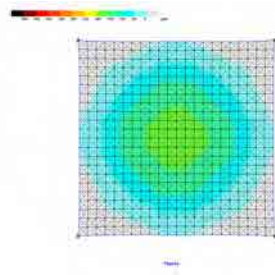
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_malla



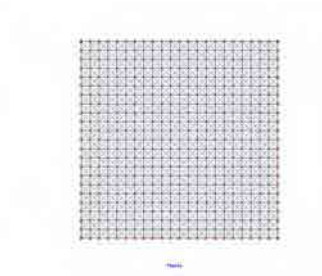
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_iso



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smax



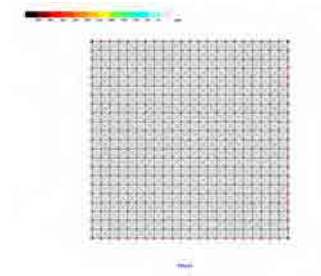
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smin



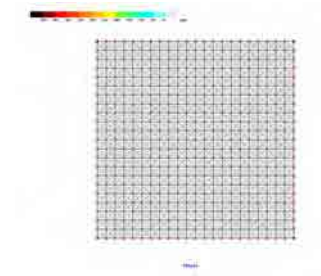
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_malla



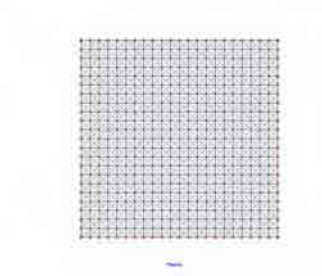
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_iso



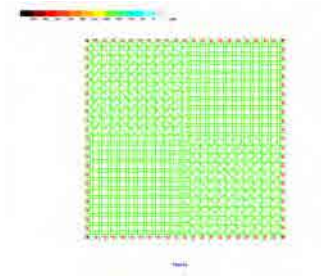
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smax



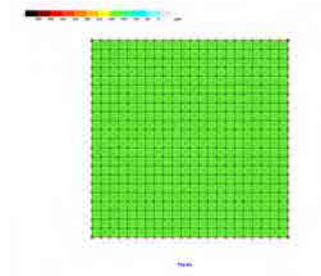
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smin



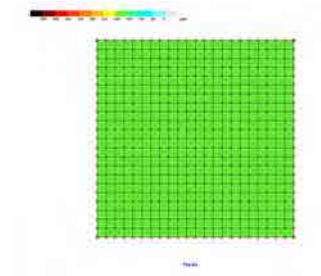
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_malla



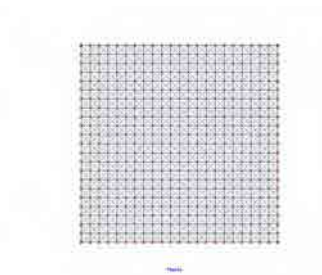
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_iso



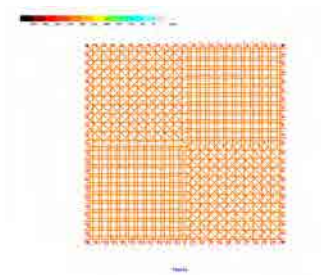
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smax



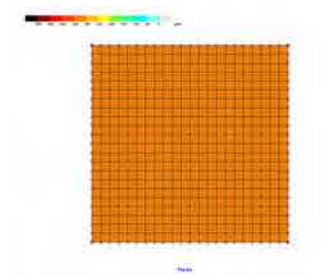
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smin



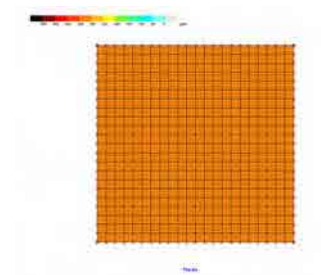
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_malla



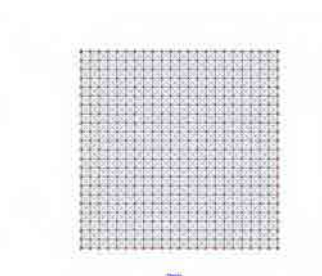
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_iso



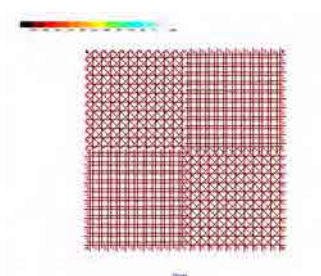
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smax



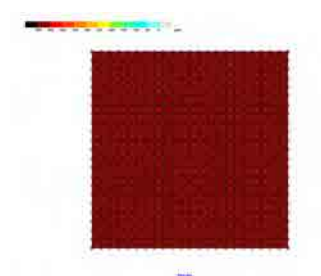
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smin



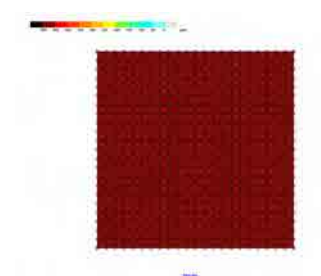
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_malla



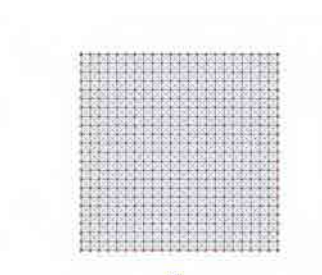
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_iso



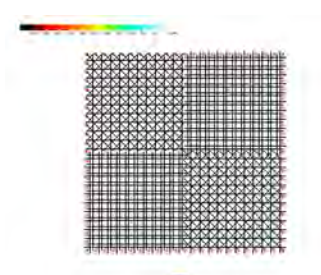
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smax



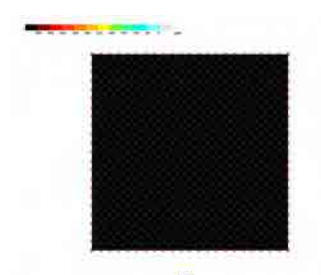
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smin



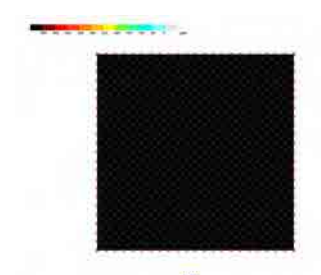
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_iso



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smax



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smin

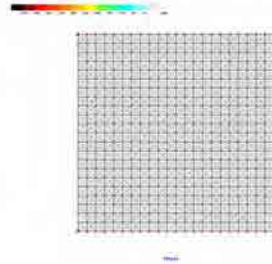




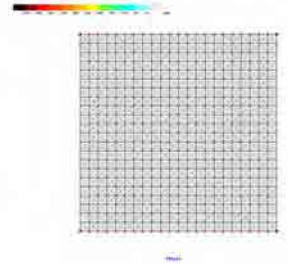
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_malla



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_iso



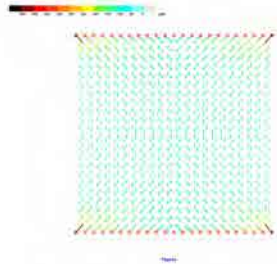
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smax



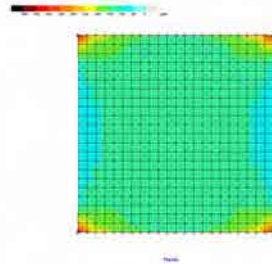
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smin



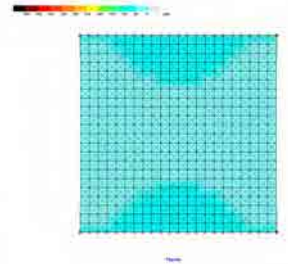
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_malla



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_iso



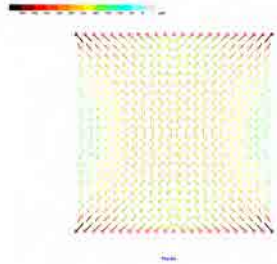
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smax



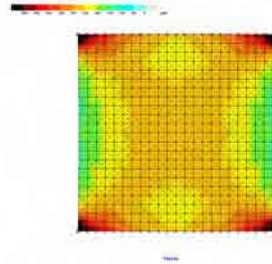
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smin



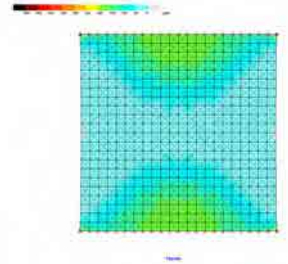
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_malla



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_iso



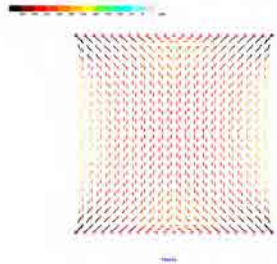
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smax



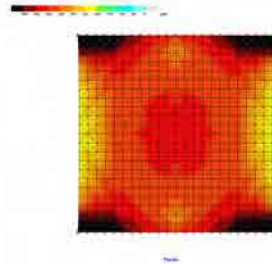
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smin



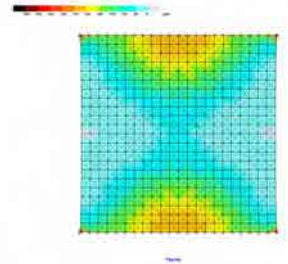
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_malla



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_iso



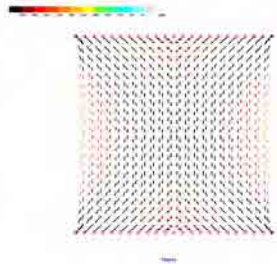
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smax



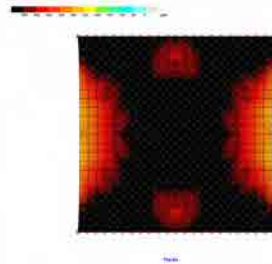
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smin



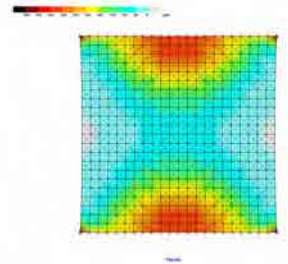
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_iso



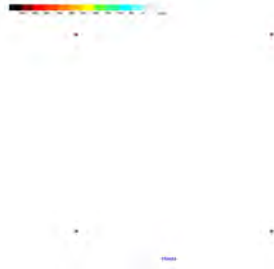
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smax



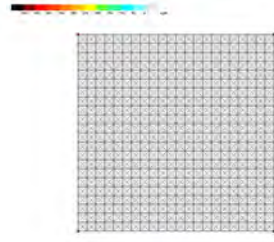
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smin



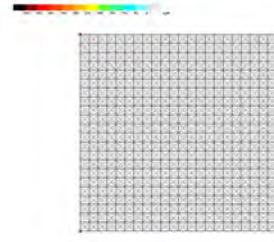
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_iso



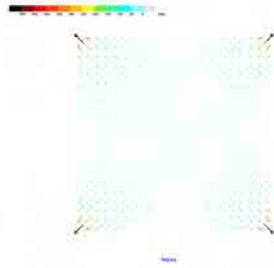
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smax



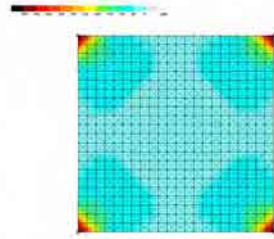
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smin



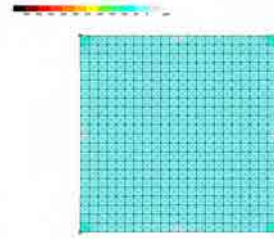
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_iso



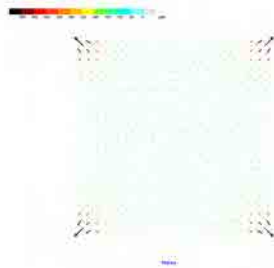
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smax



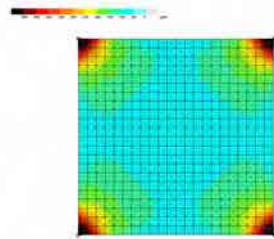
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smin



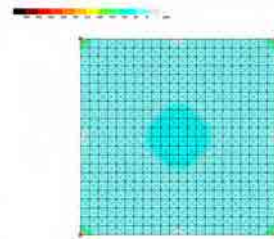
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_iso



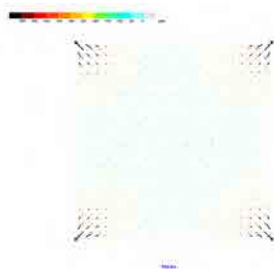
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smax



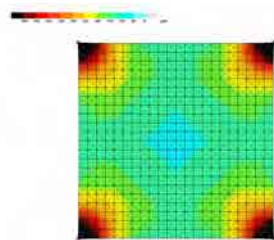
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smin



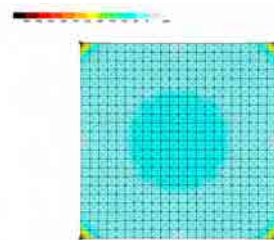
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_iso



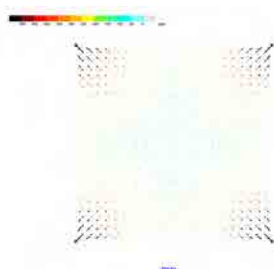
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smax



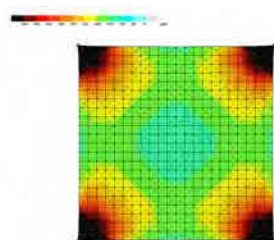
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smin



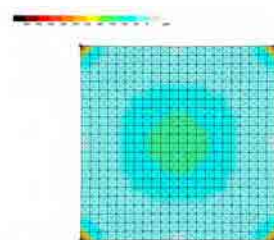
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_iso

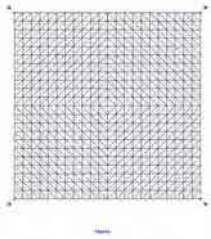


Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smax

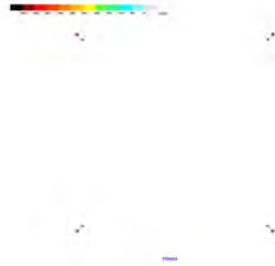


Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smin

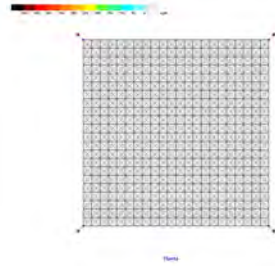




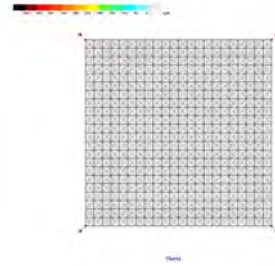
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_iso



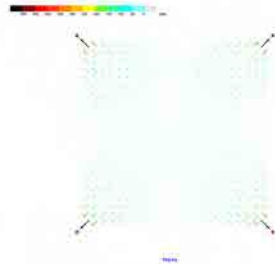
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smax



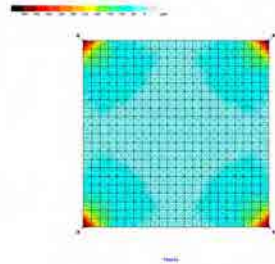
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret0%\_calc\_Smin



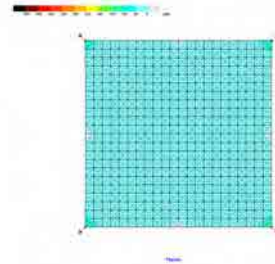
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_iso



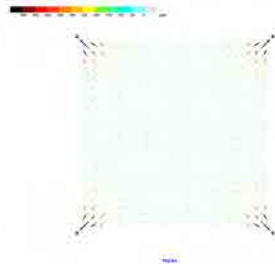
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smax



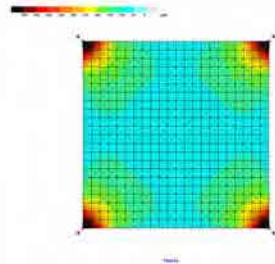
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret2%\_calc\_Smin



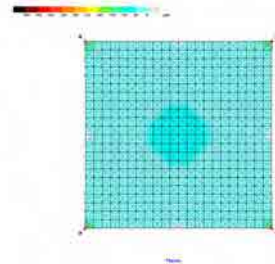
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_iso



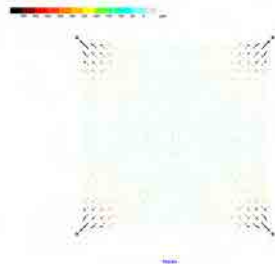
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smax



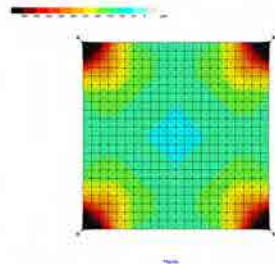
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret4%\_calc\_Smin



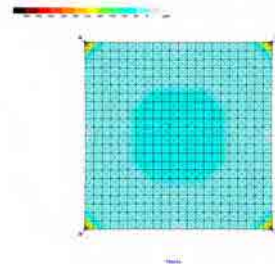
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_iso



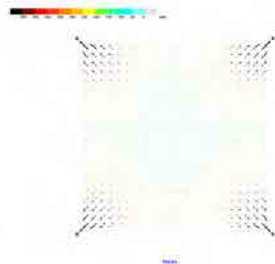
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smax



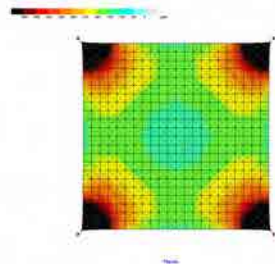
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret6%\_calc\_Smin



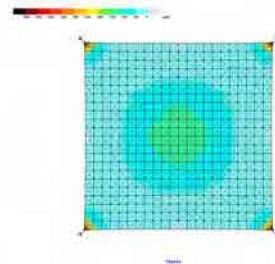
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_iso



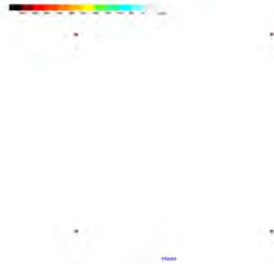
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smax



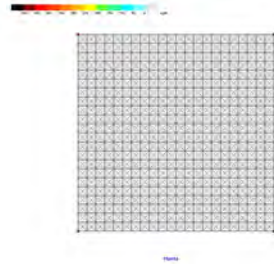
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa0% Pret8%\_calc\_Smin



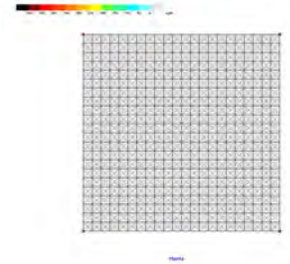
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret0% calc\_malla



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret0% calc\_iso



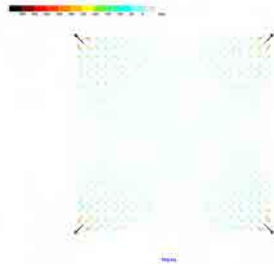
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret0% calc\_Smax



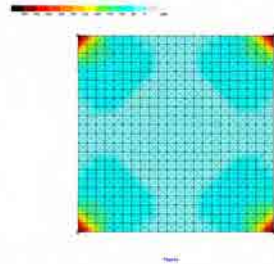
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret0% calc\_Smin



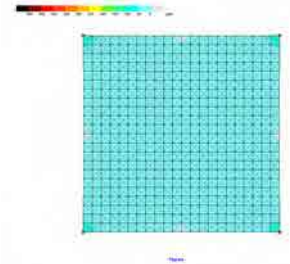
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret2% calc\_malla



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret2% calc\_iso



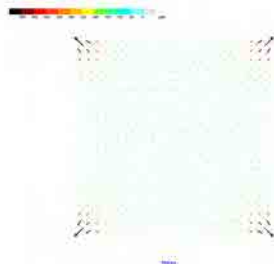
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret2% calc\_Smax



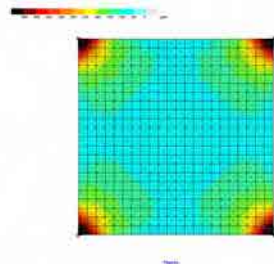
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret2% calc\_Smin



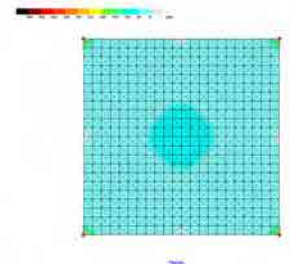
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret4% calc\_malla



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret4% calc\_iso



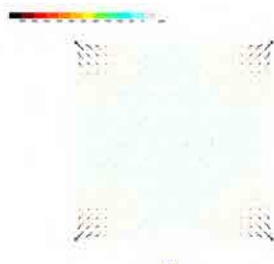
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret4% calc\_Smax



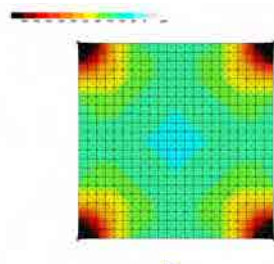
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret4% calc\_Smin



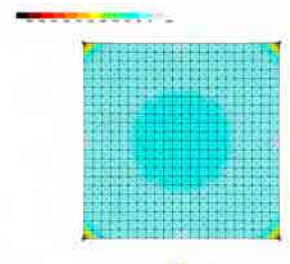
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret6% calc\_malla



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret6% calc\_iso



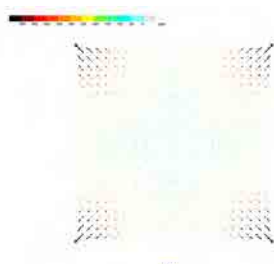
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret6% calc\_Smax



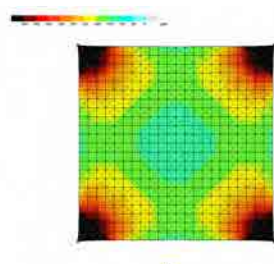
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret6% calc\_Smin



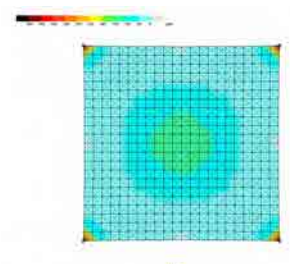
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret8% calc\_malla



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret8% calc\_iso

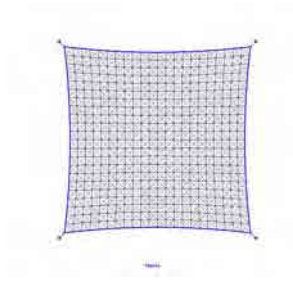


Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret8% calc\_Smax

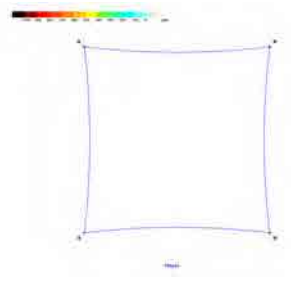


Paraboloid\_5 x 5 x H0% Flat0% Pret8% calc\_Smin

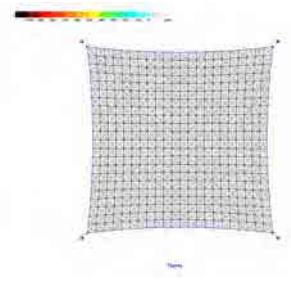




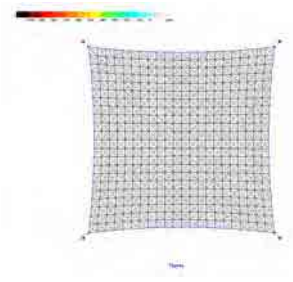
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_malla



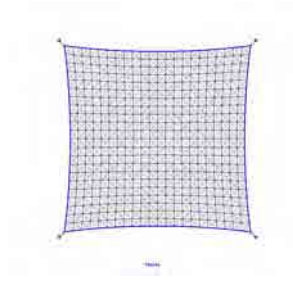
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_iso



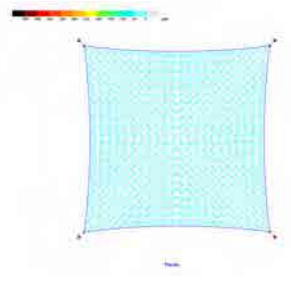
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_Smax



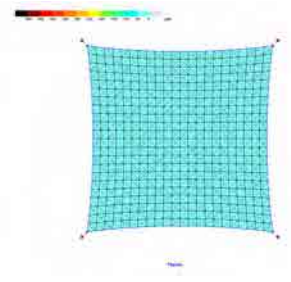
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_Smin



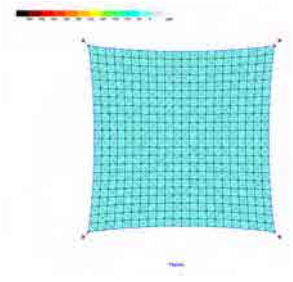
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_malla



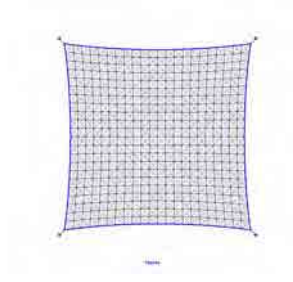
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_iso



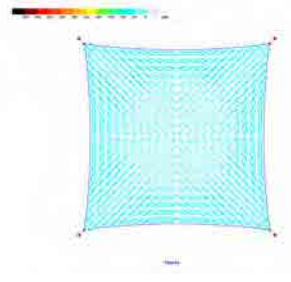
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_Smax



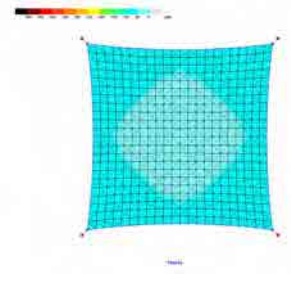
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_Smin



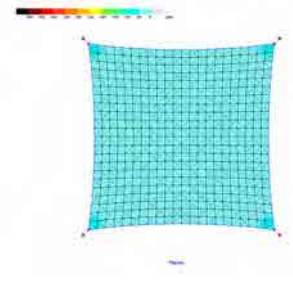
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_malla



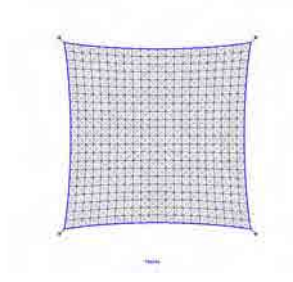
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_iso



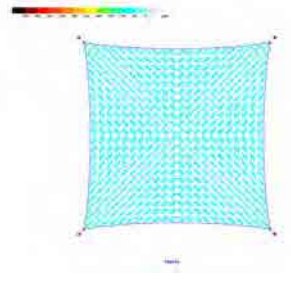
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_Smax



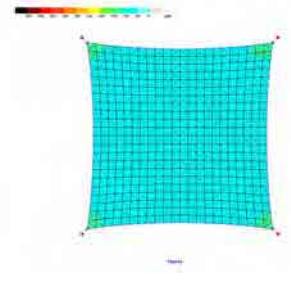
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_Smin



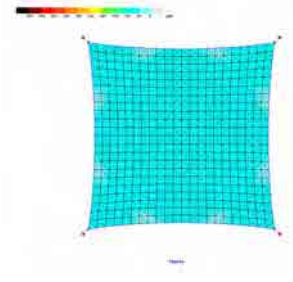
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_malla



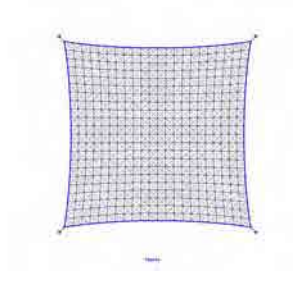
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_iso



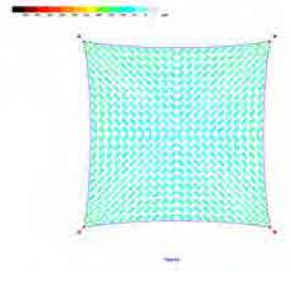
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_Smax



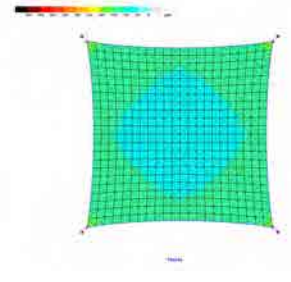
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_Smin



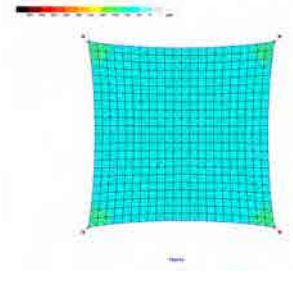
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_malla



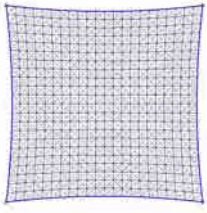
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_iso



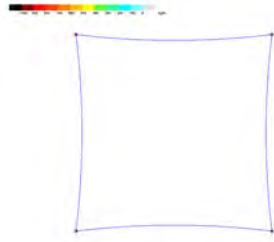
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_Smax



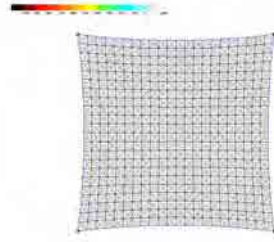
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_Smin



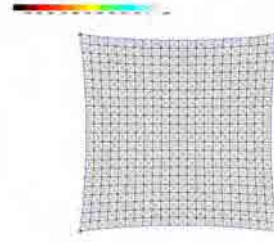
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_malla



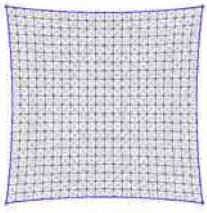
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_iso



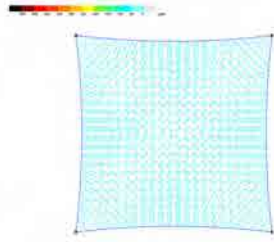
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_Smax



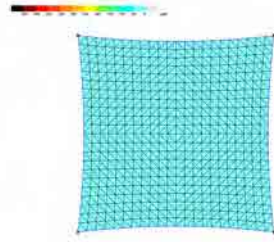
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_Smin



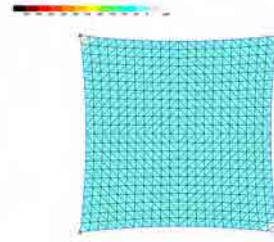
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_iso



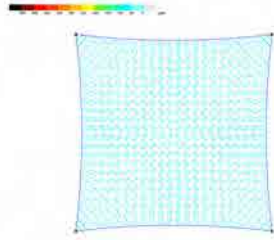
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_Smax



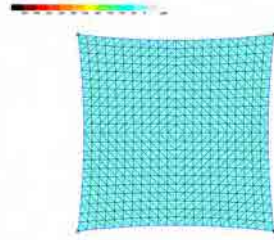
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_Smin



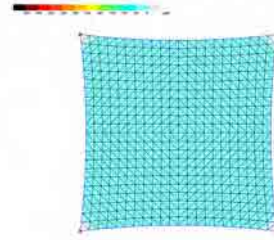
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_iso



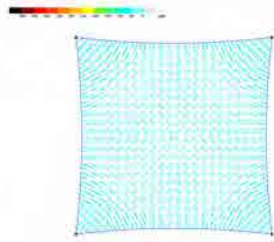
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_Smax



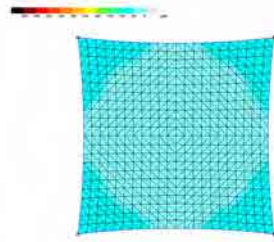
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_Smin



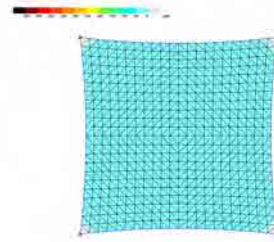
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_iso



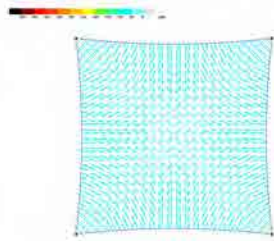
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_Smax



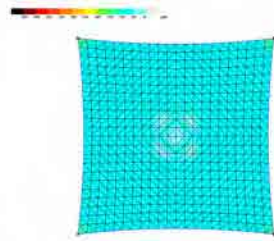
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_Smin



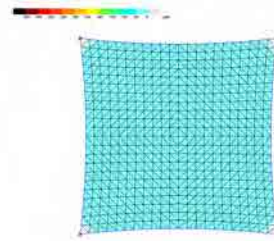
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_iso

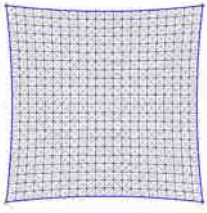


Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_Smax

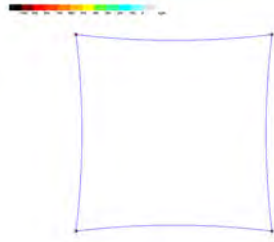


Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_Smin

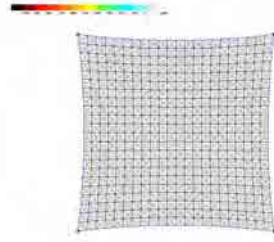




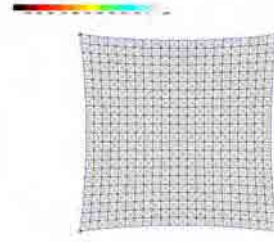
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_malla



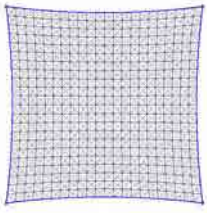
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_iso



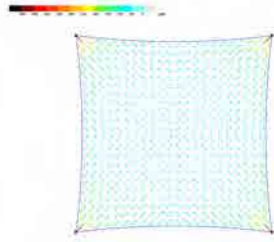
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_Smax



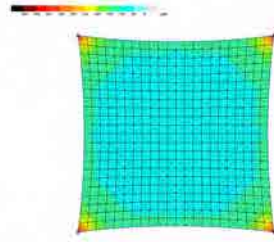
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_Smin



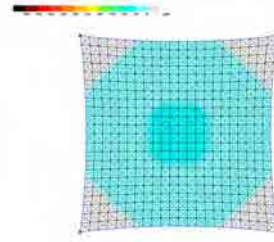
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_iso



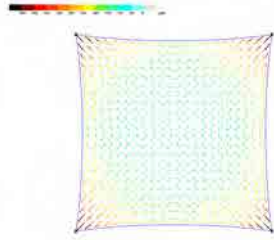
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_Smax



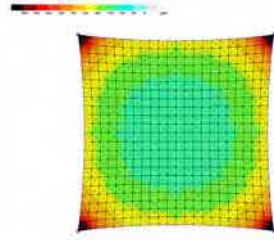
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_Smin



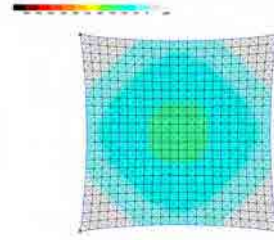
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_iso



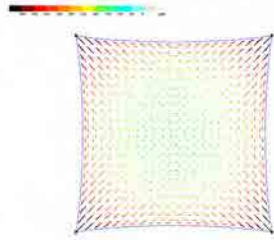
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_Smax



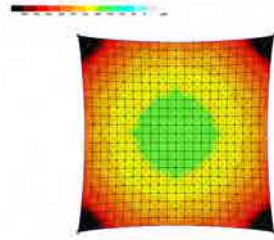
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_Smin



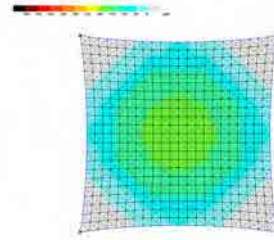
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_iso



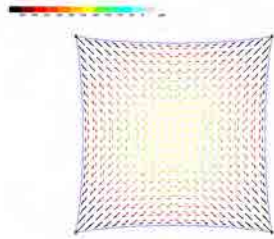
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_Smax



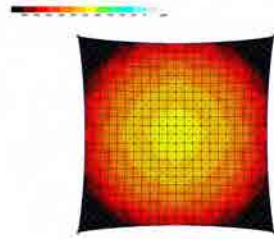
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_Smin



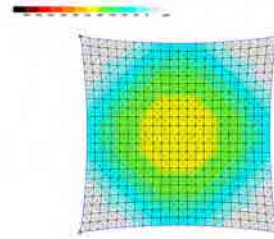
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_iso



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_Smax



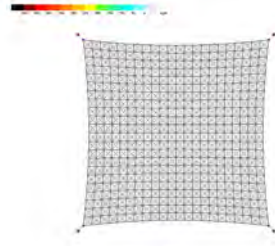
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_Smin



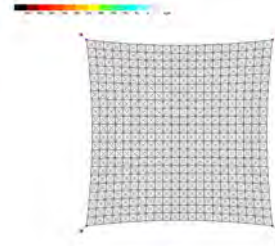
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_iso



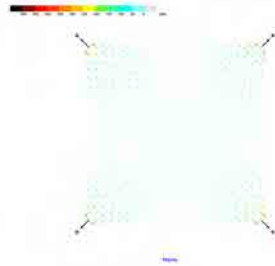
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_Smax



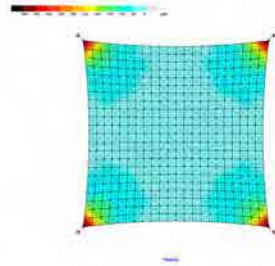
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_Smin



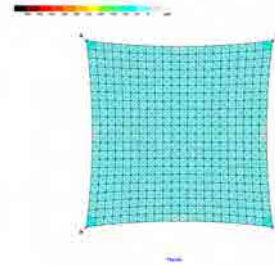
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_iso



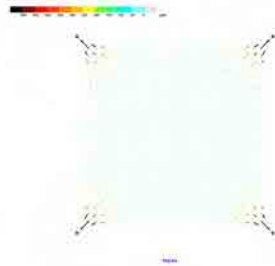
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_Smax



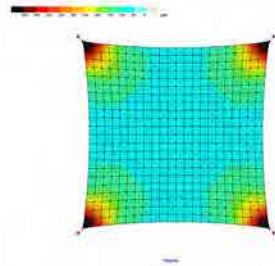
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_Smin



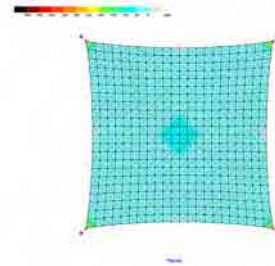
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_iso



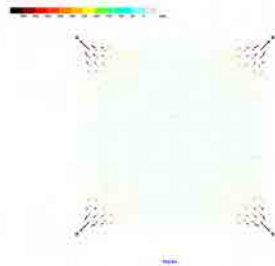
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_Smax



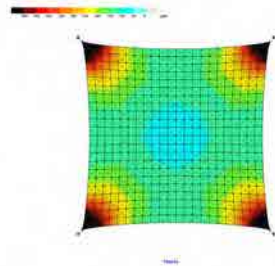
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_Smin



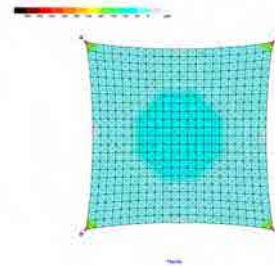
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_iso



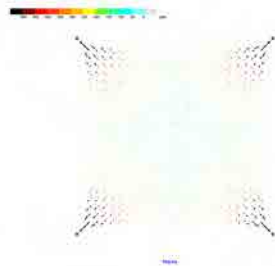
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_Smax



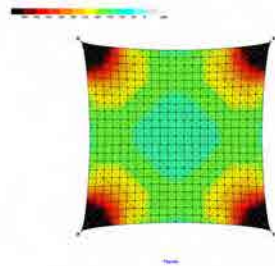
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_Smin



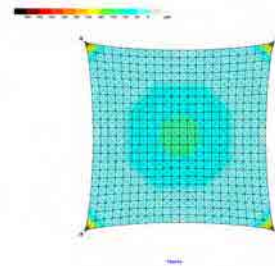
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_iso



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_Smax



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_Smin

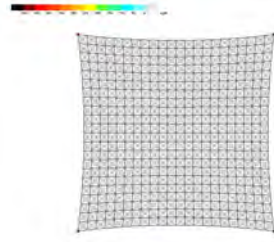




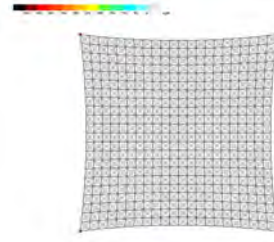
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_iso



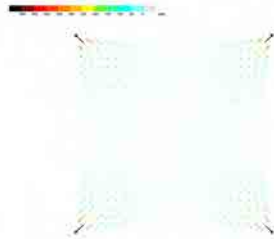
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_Smax



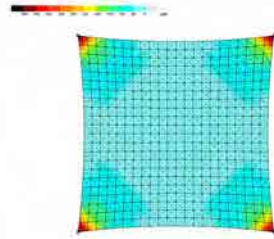
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret0%\_calc\_Smin



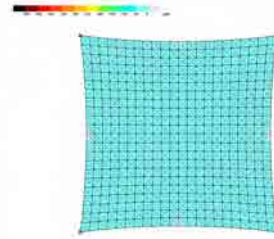
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_iso



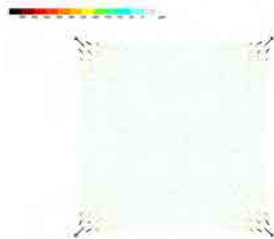
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_Smax



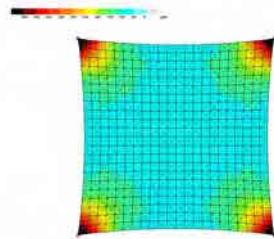
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret2%\_calc\_Smin



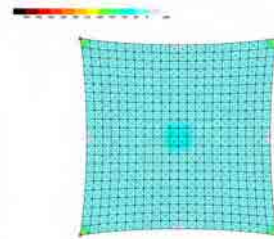
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_iso



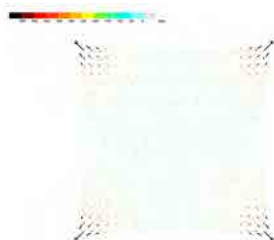
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_Smax



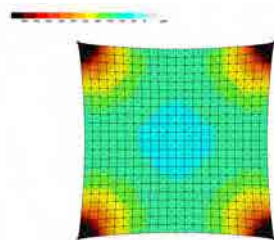
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret4%\_calc\_Smin



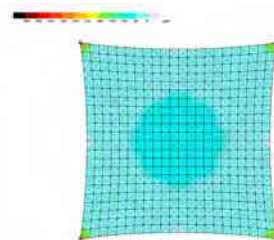
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_iso



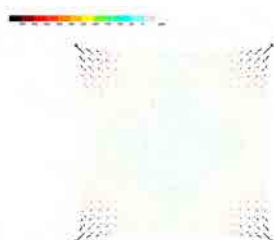
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_Smax



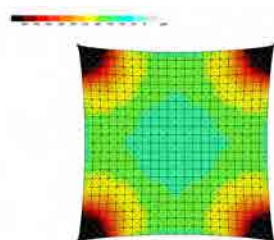
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret6%\_calc\_Smin



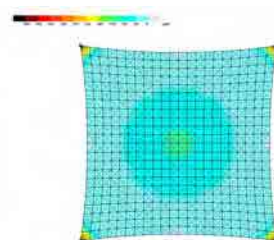
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_malla



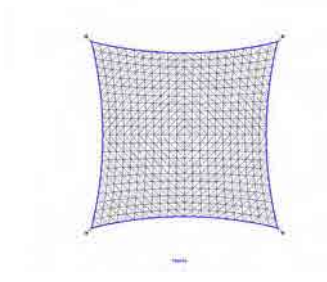
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_iso



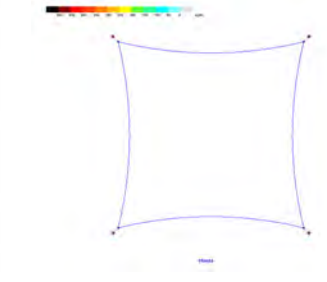
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_Smax



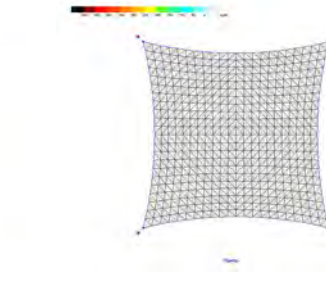
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa3% Pret8%\_calc\_Smin



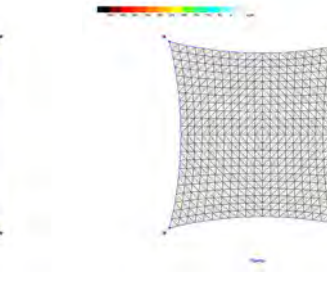
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_malla



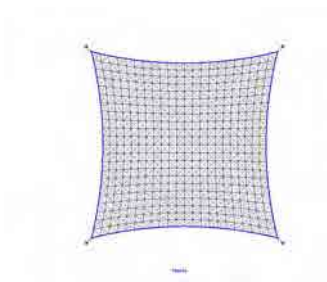
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_iso



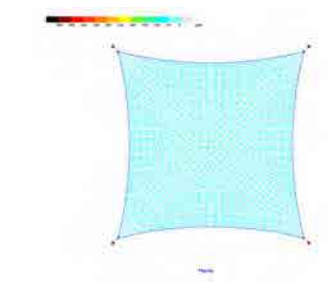
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_Smax



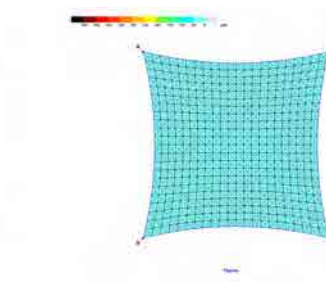
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_Smin



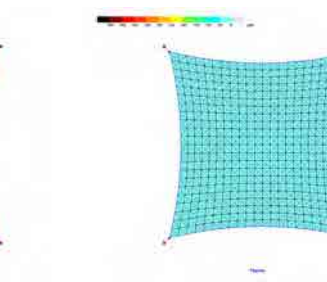
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_malla



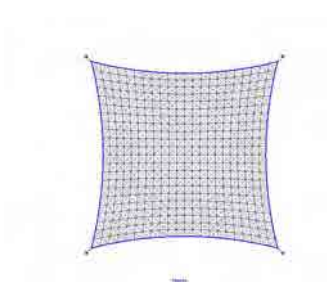
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_iso



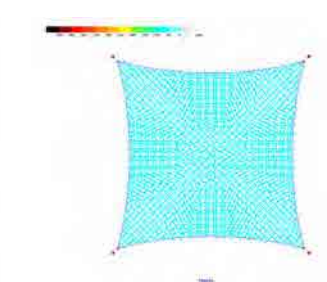
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_Smax



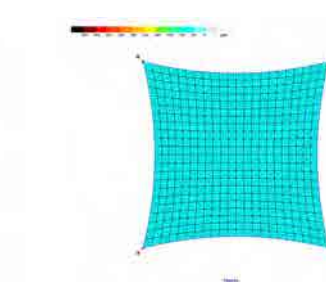
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_Smin



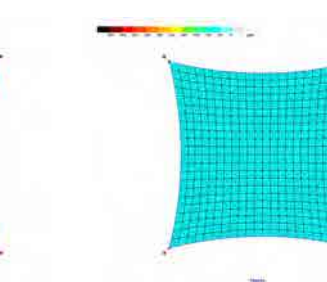
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_malla



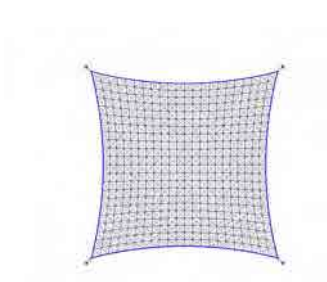
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_iso



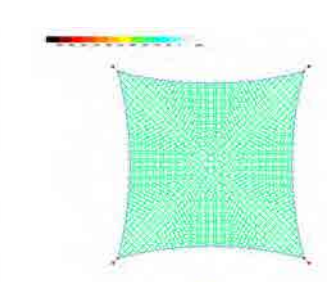
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_Smax



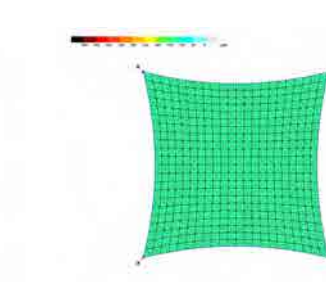
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_Smin



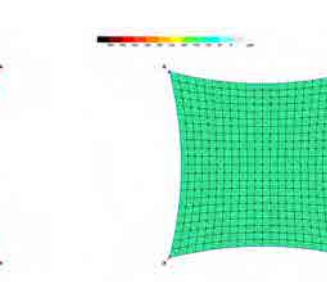
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_malla



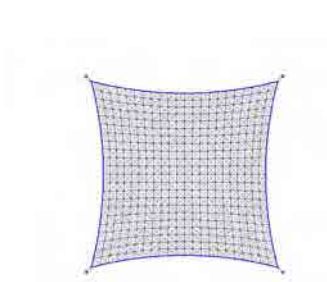
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_iso



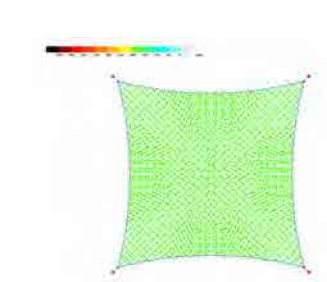
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_Smax



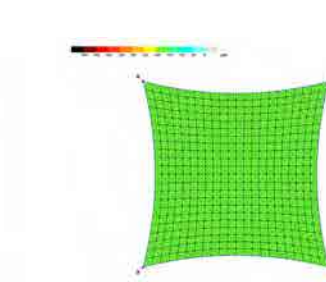
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_Smin



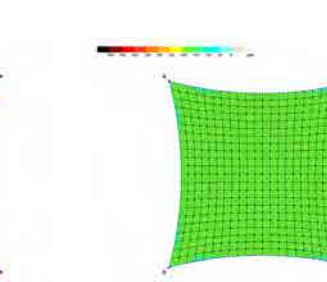
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_iso



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_Smax

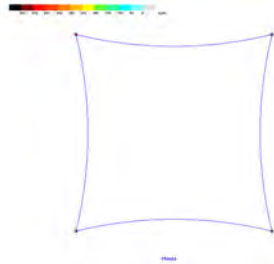


Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_Smin

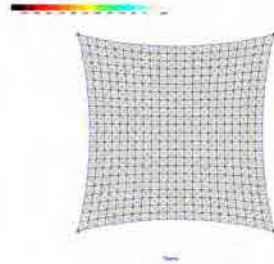




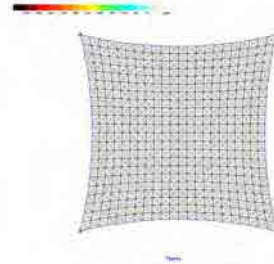
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_iso



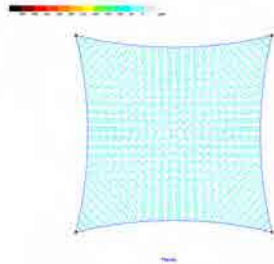
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_Smax



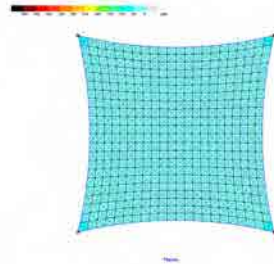
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_Smin



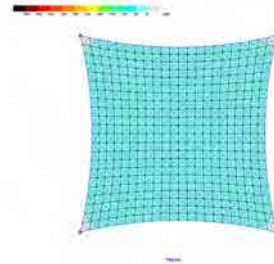
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_malla



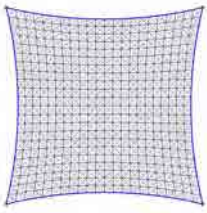
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_iso



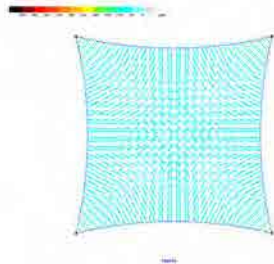
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_Smax



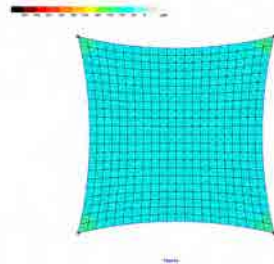
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_Smin



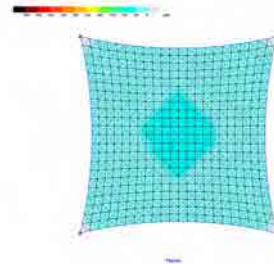
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_iso



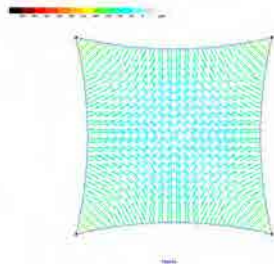
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_Smax



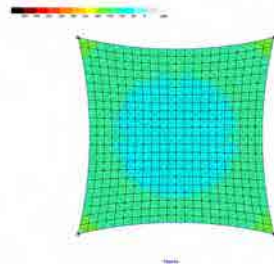
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_Smin



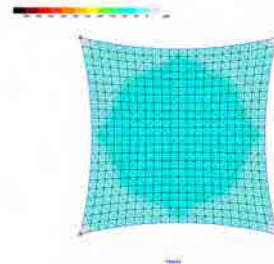
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_iso



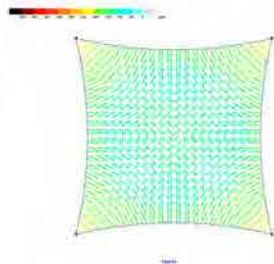
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_Smax



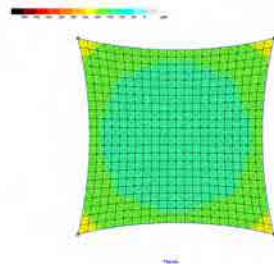
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_Smin



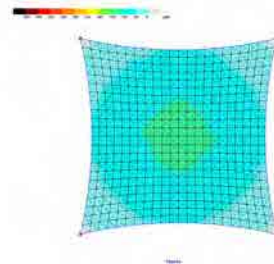
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_iso



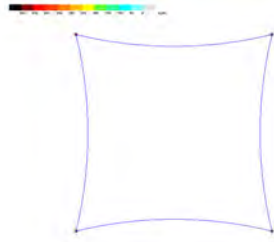
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_Smax



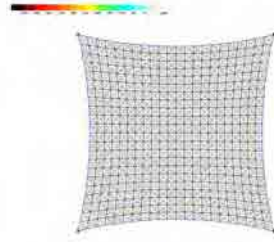
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_Smin



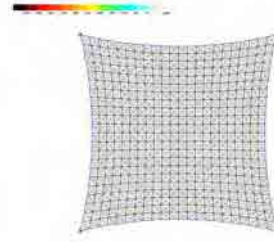
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_iso



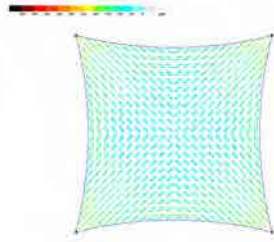
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_Smax



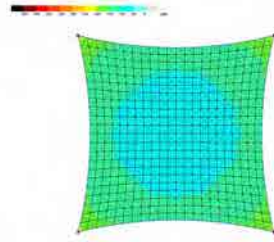
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_Smin



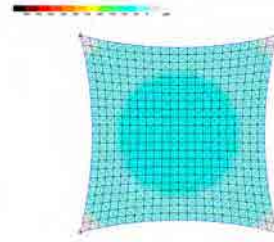
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_iso



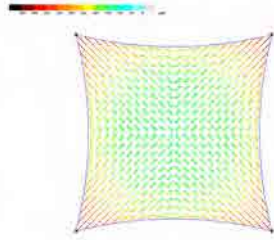
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_Smax



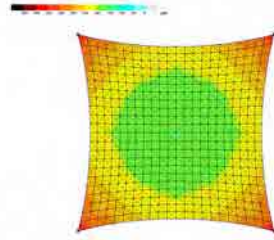
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_Smin



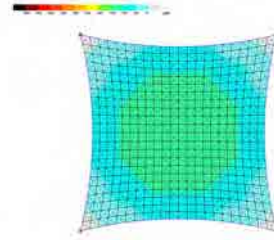
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_iso



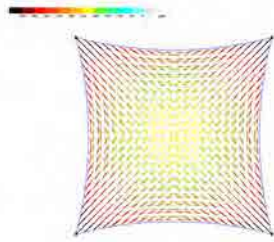
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_Smax



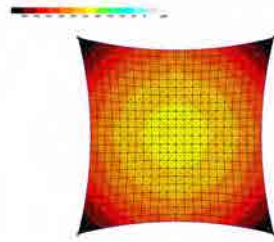
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_Smin



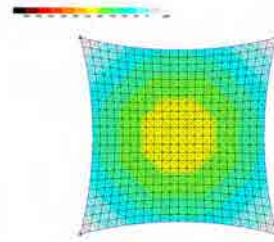
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_iso



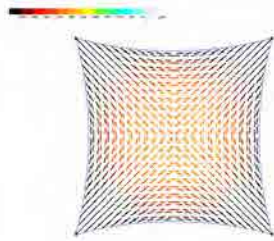
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_Smax



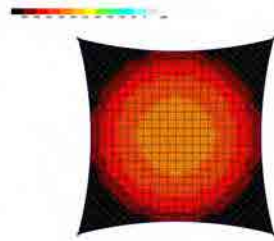
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_Smin



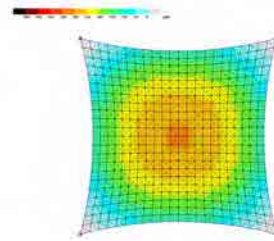
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_iso

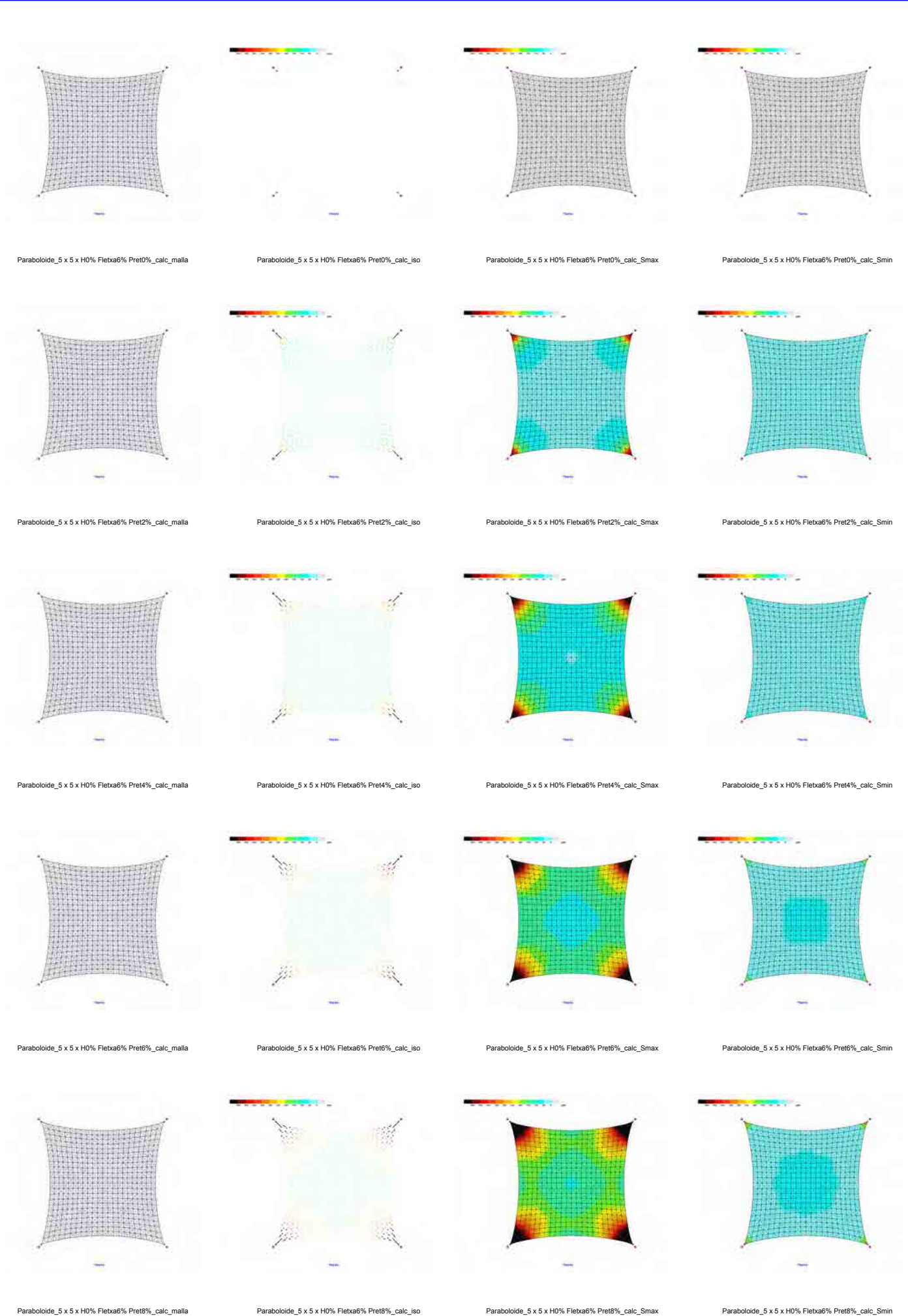


Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_Smax



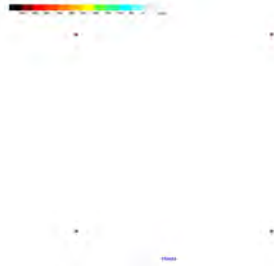
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_Smin



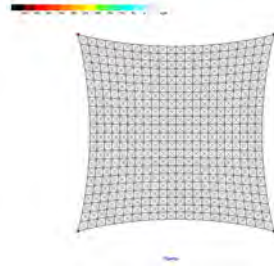




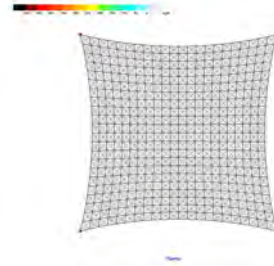
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_iso



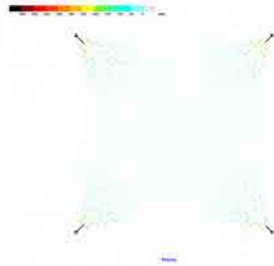
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_Smax



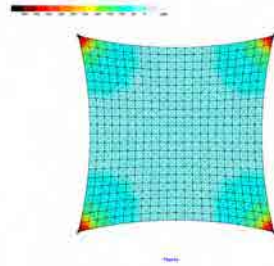
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret0%\_calc\_Smin



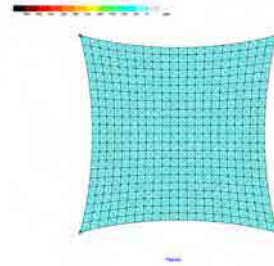
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_iso



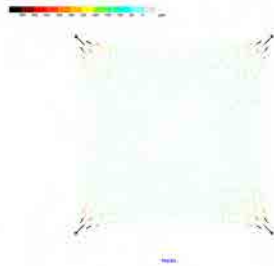
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_Smax



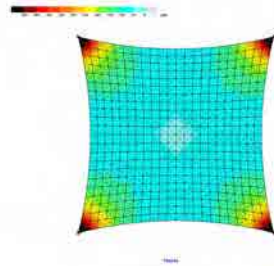
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret2%\_calc\_Smin



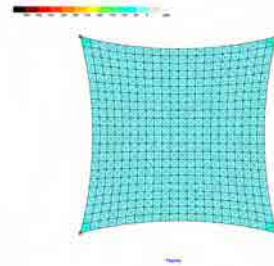
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_iso



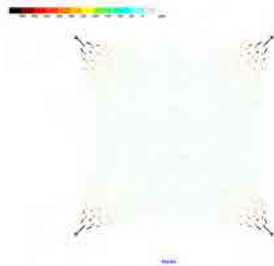
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_Smax



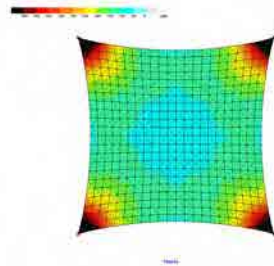
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret4%\_calc\_Smin



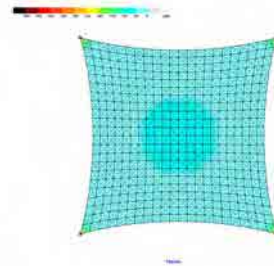
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_iso



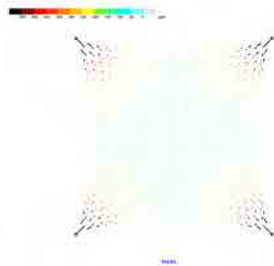
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_Smax



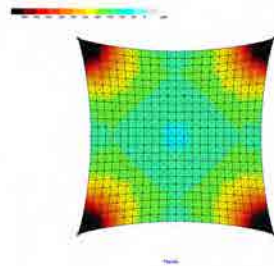
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret6%\_calc\_Smin



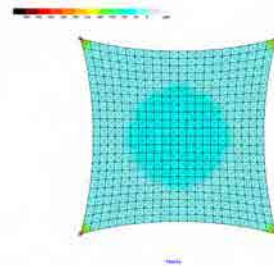
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_malla



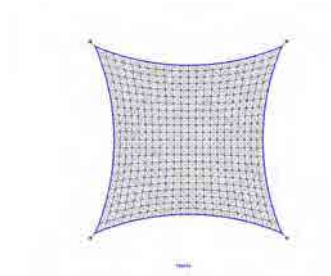
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_iso



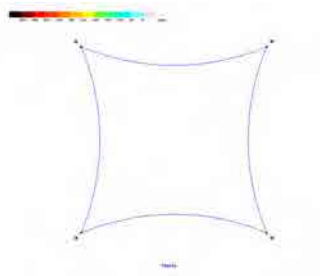
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_Smax



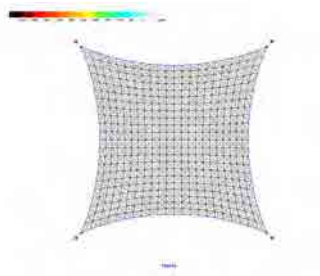
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa6% Pret8%\_calc\_Smin



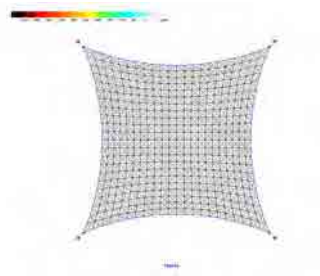
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_malla



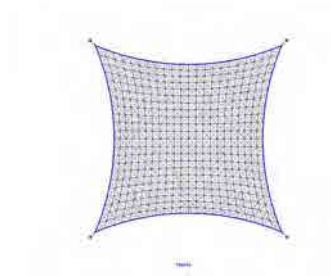
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_iso



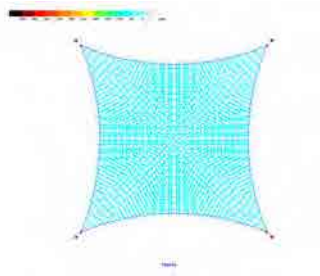
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_Smax



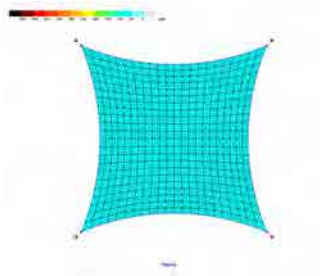
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_Smin



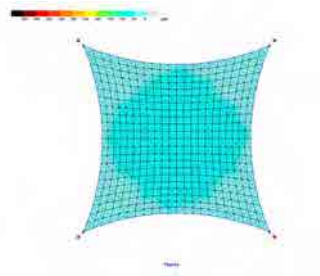
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_malla



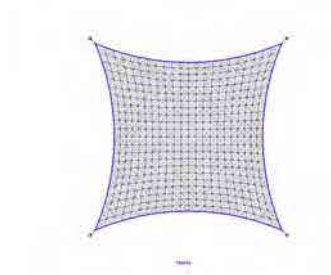
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_iso



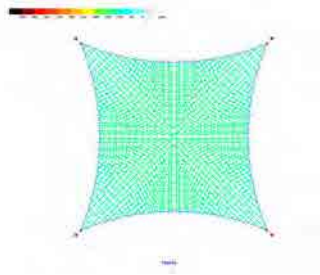
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_Smax



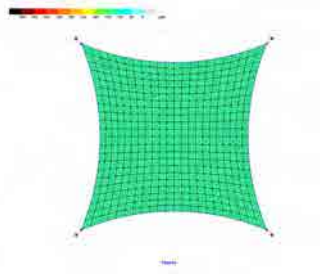
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_Smin



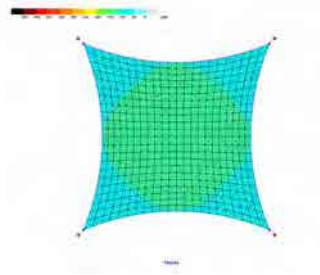
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_malla



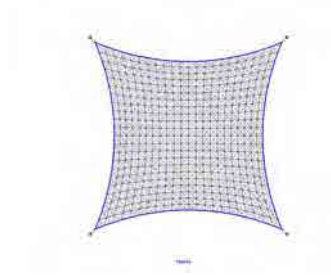
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_iso



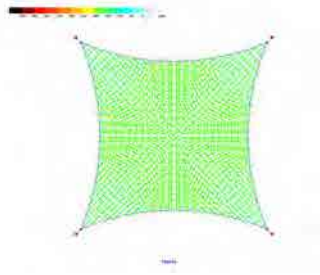
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_Smax



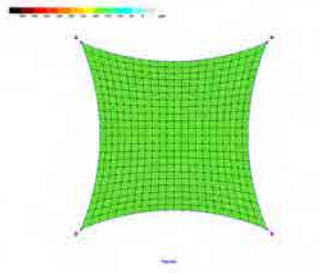
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_Smin



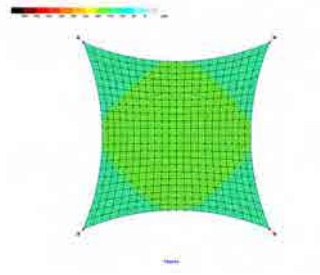
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_malla



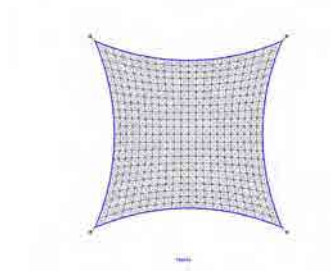
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_iso



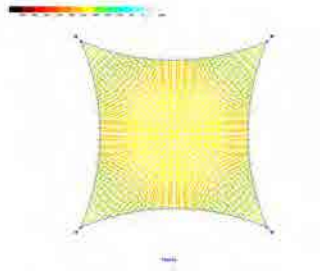
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_Smax



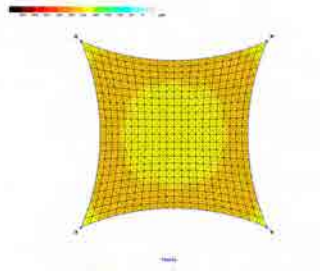
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_Smin



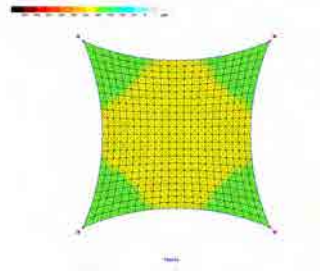
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_iso



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_Smax

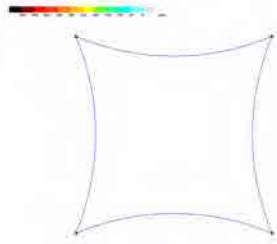


Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_Smin

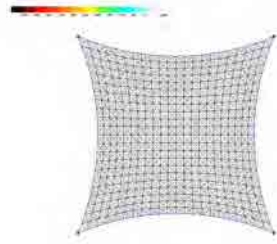




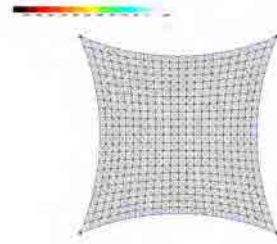
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_iso



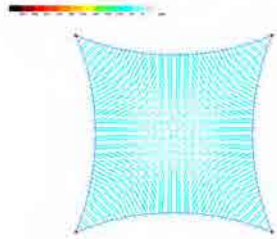
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_Smax



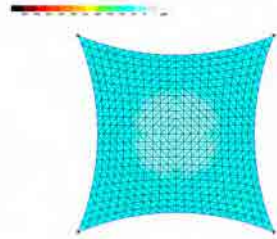
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_Smin



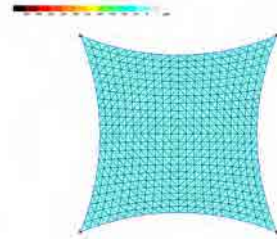
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_malla



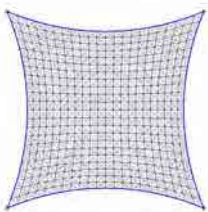
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_iso



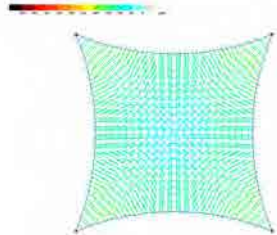
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_Smax



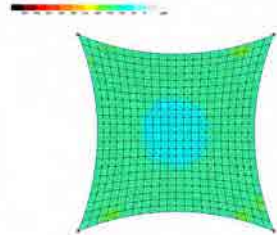
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_Smin



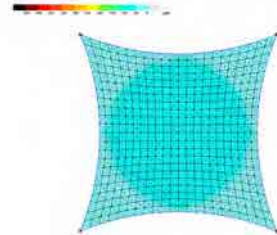
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_iso



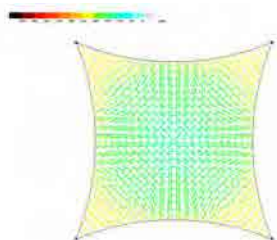
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_Smax



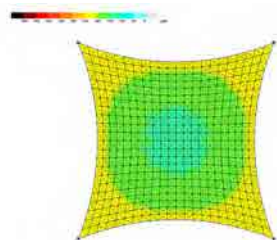
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_Smin



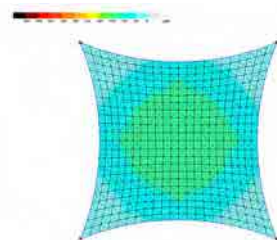
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_iso



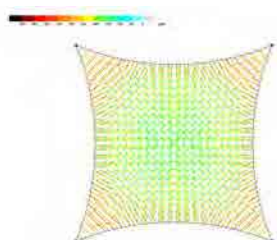
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_Smax



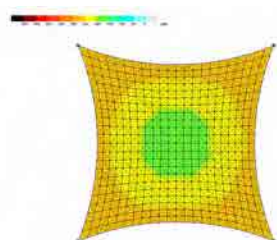
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_Smin



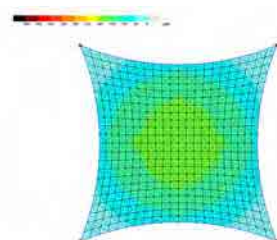
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_iso



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_Smax

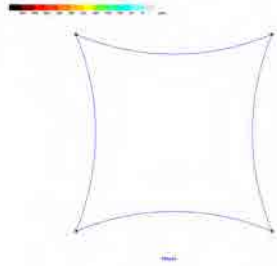


Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_Smin

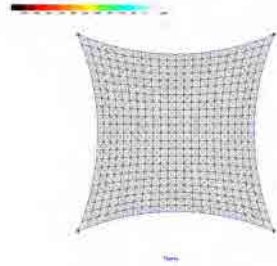




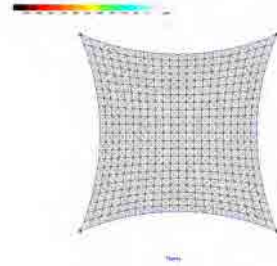
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_iso



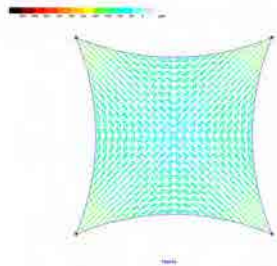
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_Smax



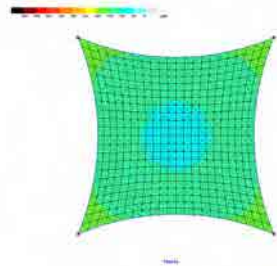
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_Smin



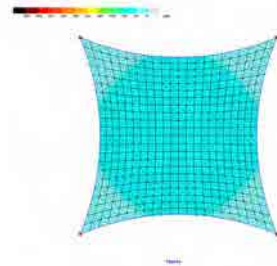
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_iso



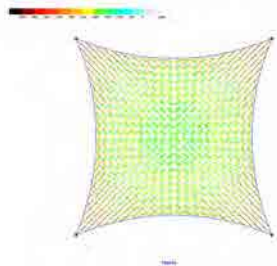
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_Smax



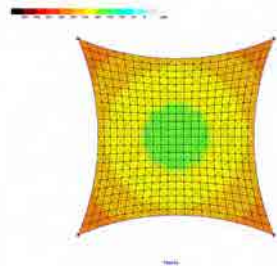
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_Smin



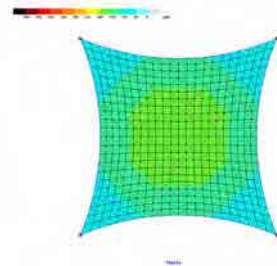
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_iso



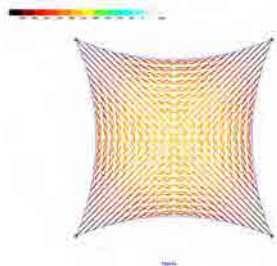
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_Smax



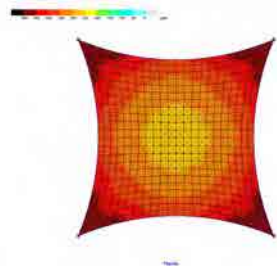
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_Smin



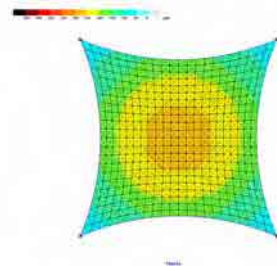
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_iso



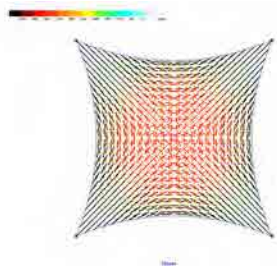
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_Smax



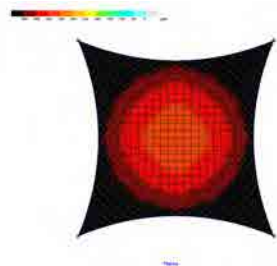
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_Smin



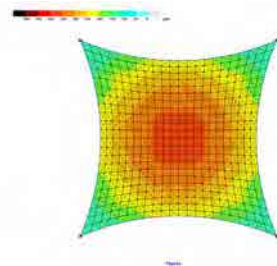
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_iso



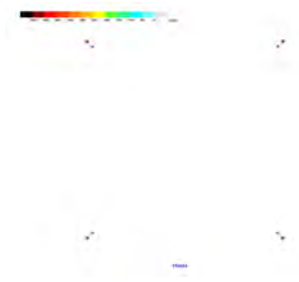
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_Smax



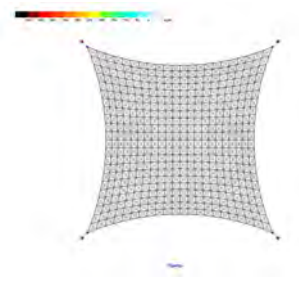
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_Smin



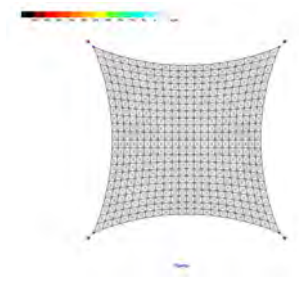
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_malla



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_iso



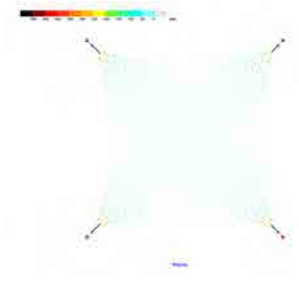
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_Smax



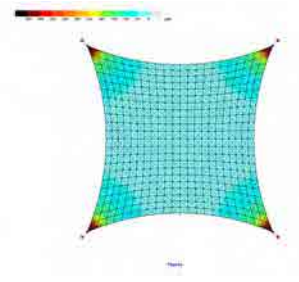
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_Smin



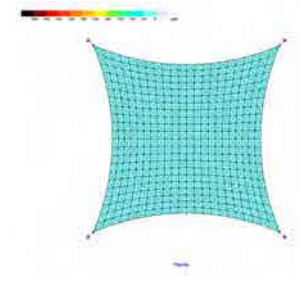
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_malla



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_iso



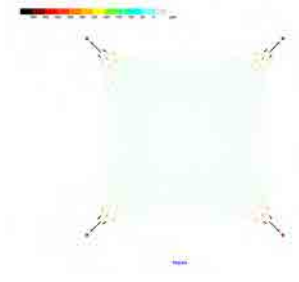
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_Smax



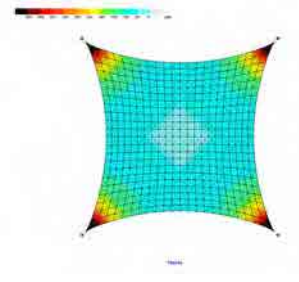
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_Smin



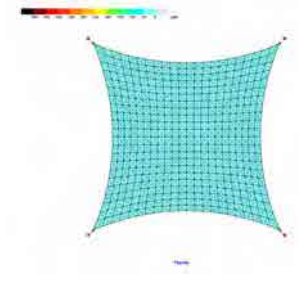
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_malla



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_iso



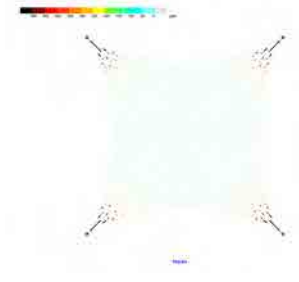
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_Smax



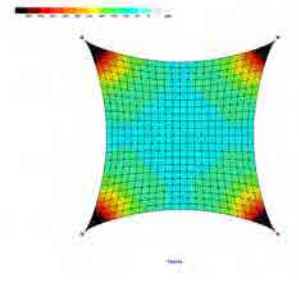
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_Smin



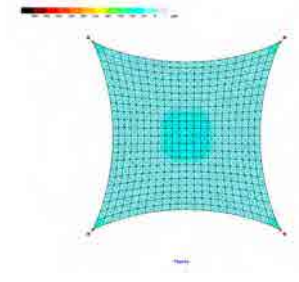
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_malla



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_iso



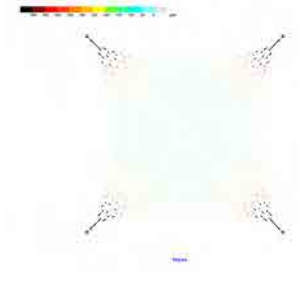
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_Smax



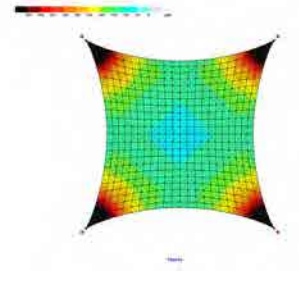
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_Smin



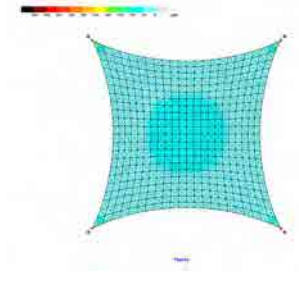
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_iso



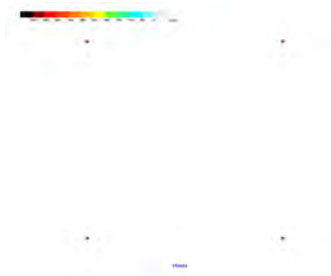
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_Smax



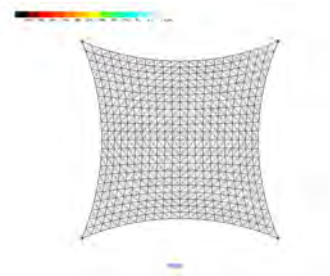
Paraboloid\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_Smin



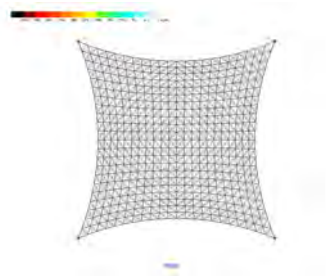
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_iso



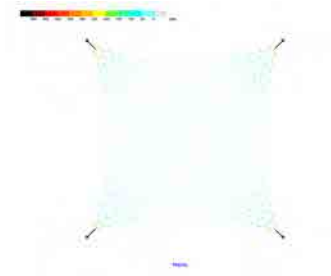
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_Smax



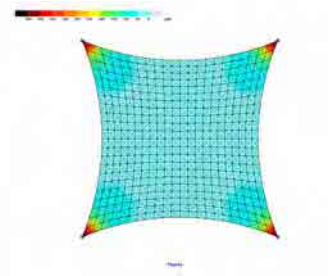
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret0%\_calc\_Smin



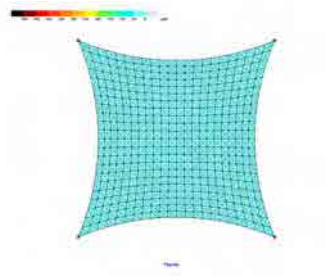
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_iso



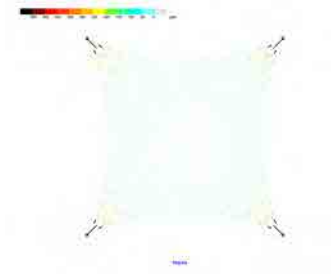
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_Smax



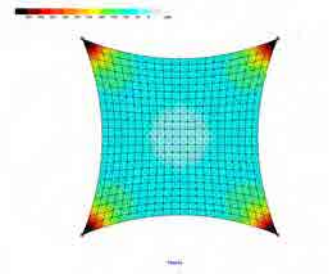
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret2%\_calc\_Smin



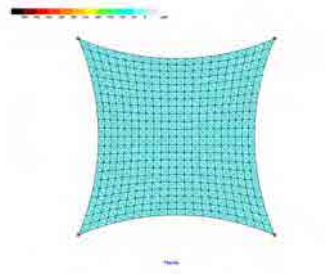
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_iso



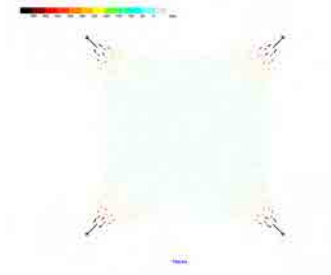
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_Smax



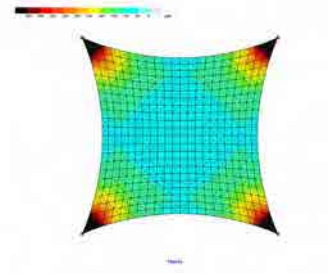
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret4%\_calc\_Smin



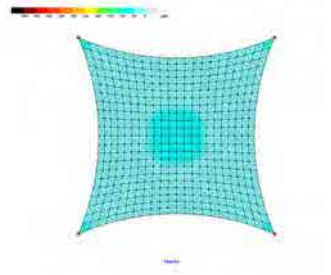
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_malla



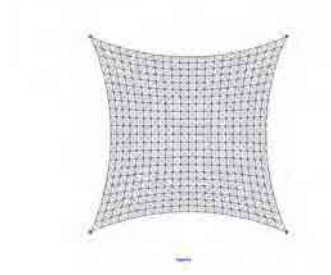
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_iso



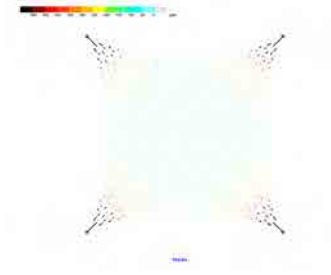
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_Smax



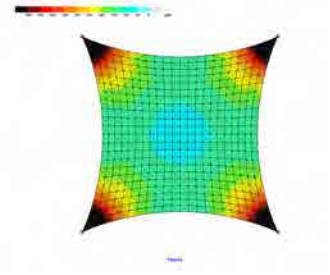
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret6%\_calc\_Smin



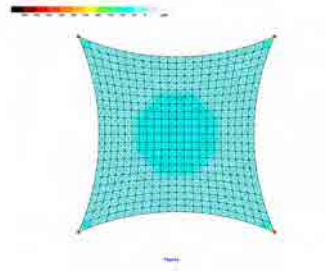
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_malla



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_iso



Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_Smax



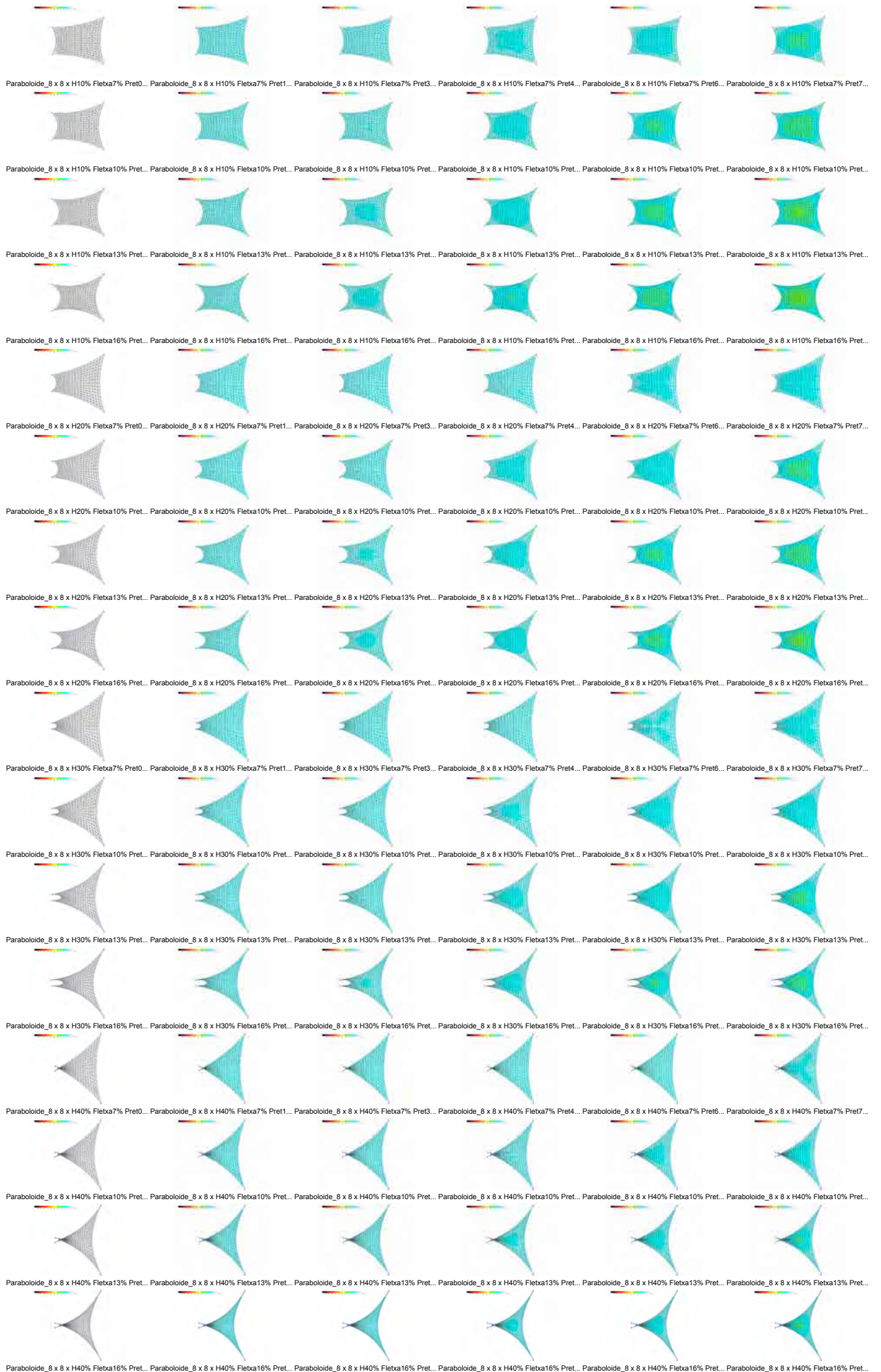
Paraboloide\_5 x 5 x H0% Fletxa10% Pret8%\_calc\_Smin

## **An. 3. Modelos de cálculo: Paraboloides**

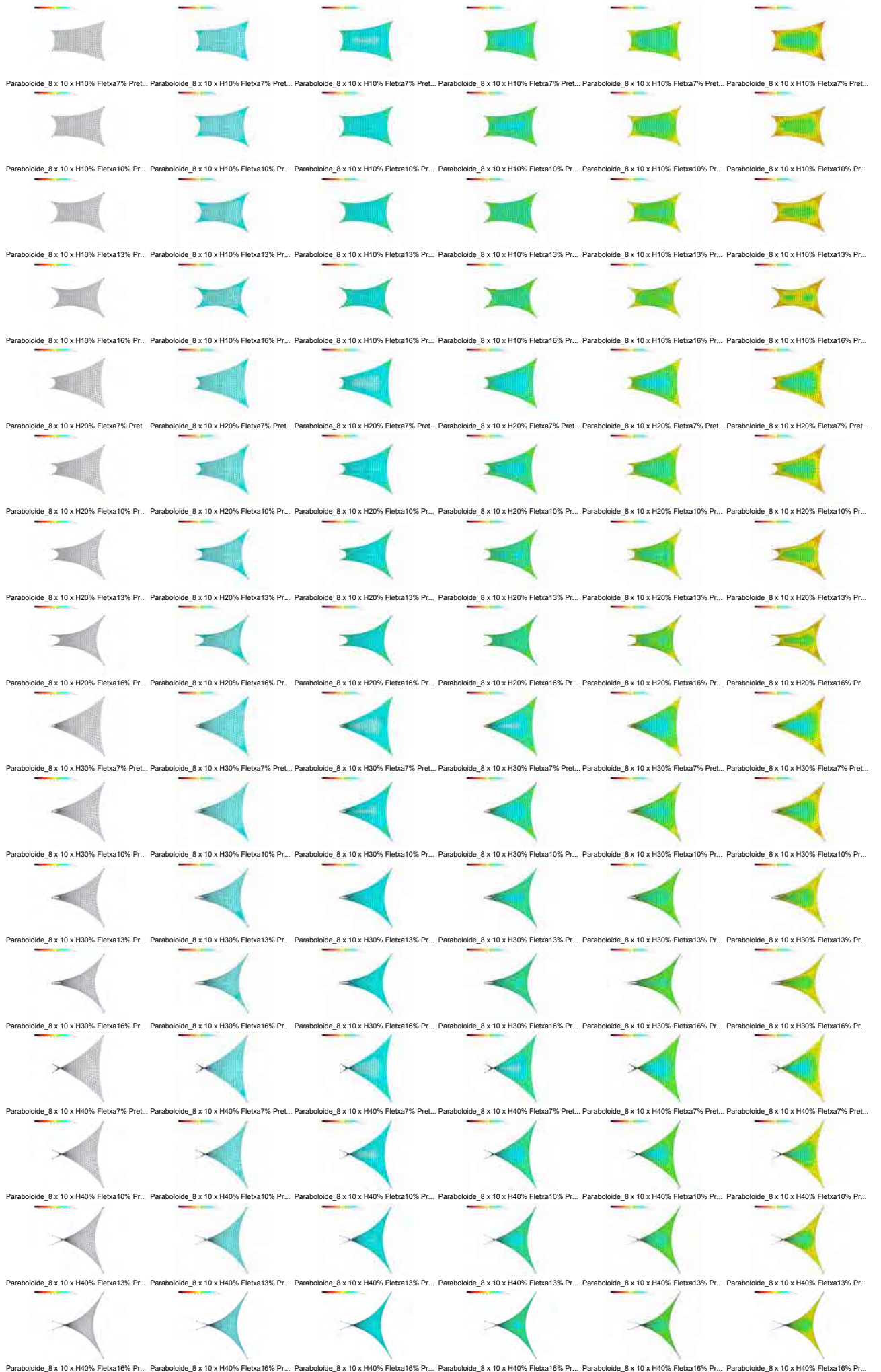




# Variación de Tensión 8x8 - Tensiones mínimas

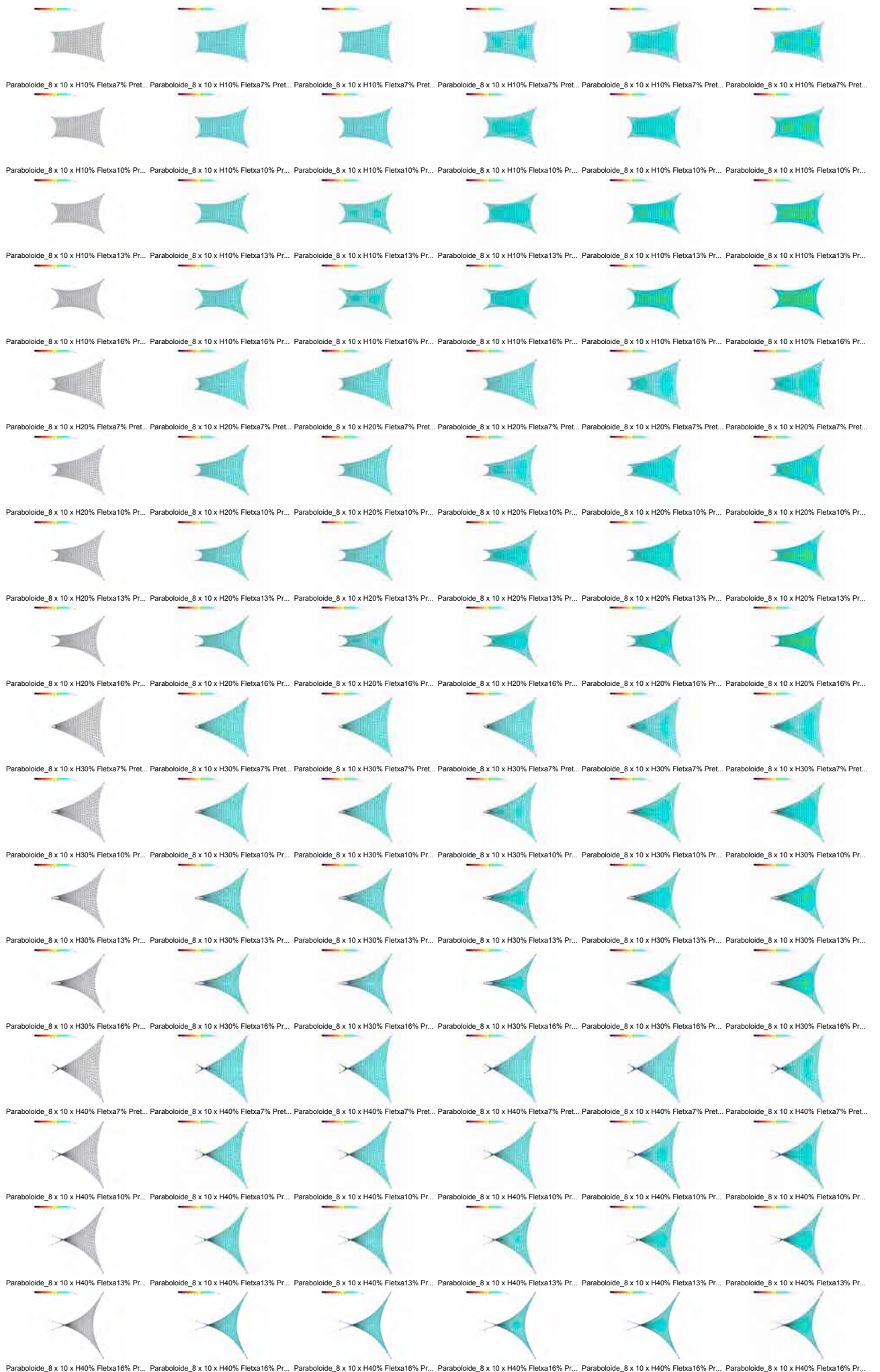


# Variación de Tensión 8x10 - Tensiones máximas



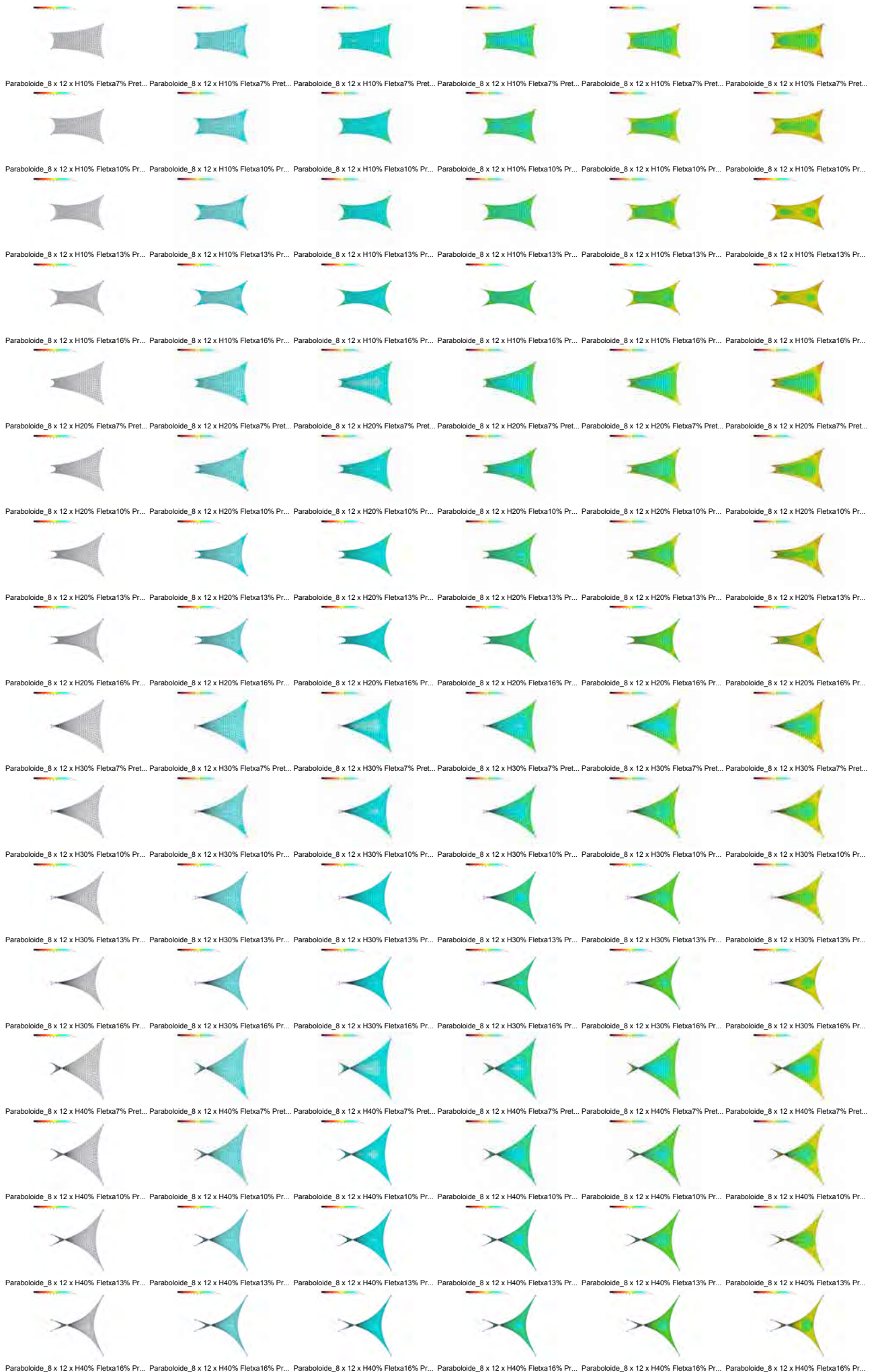


# Variación de Tensión 8x10 - Tensiones mínimas

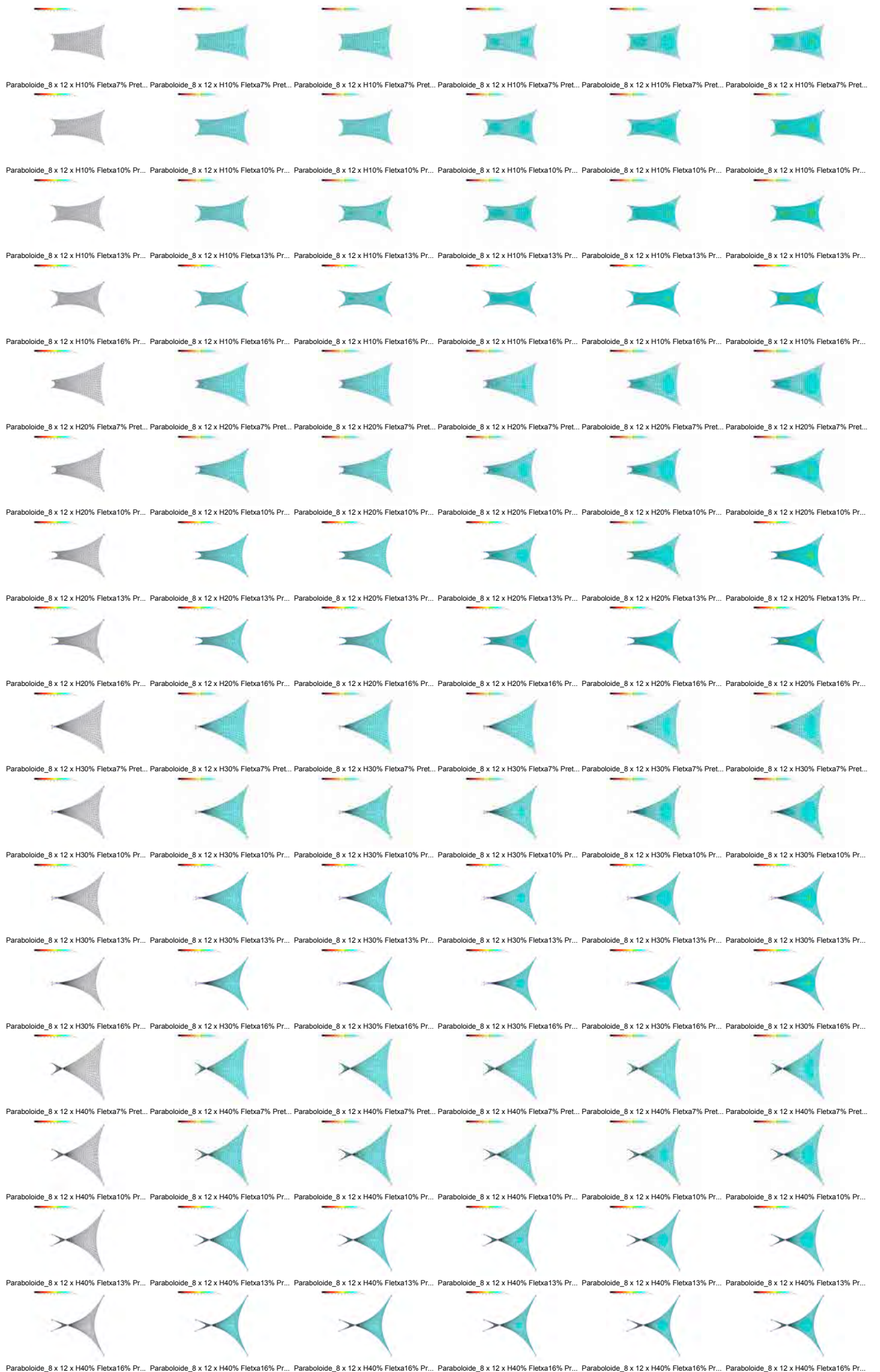




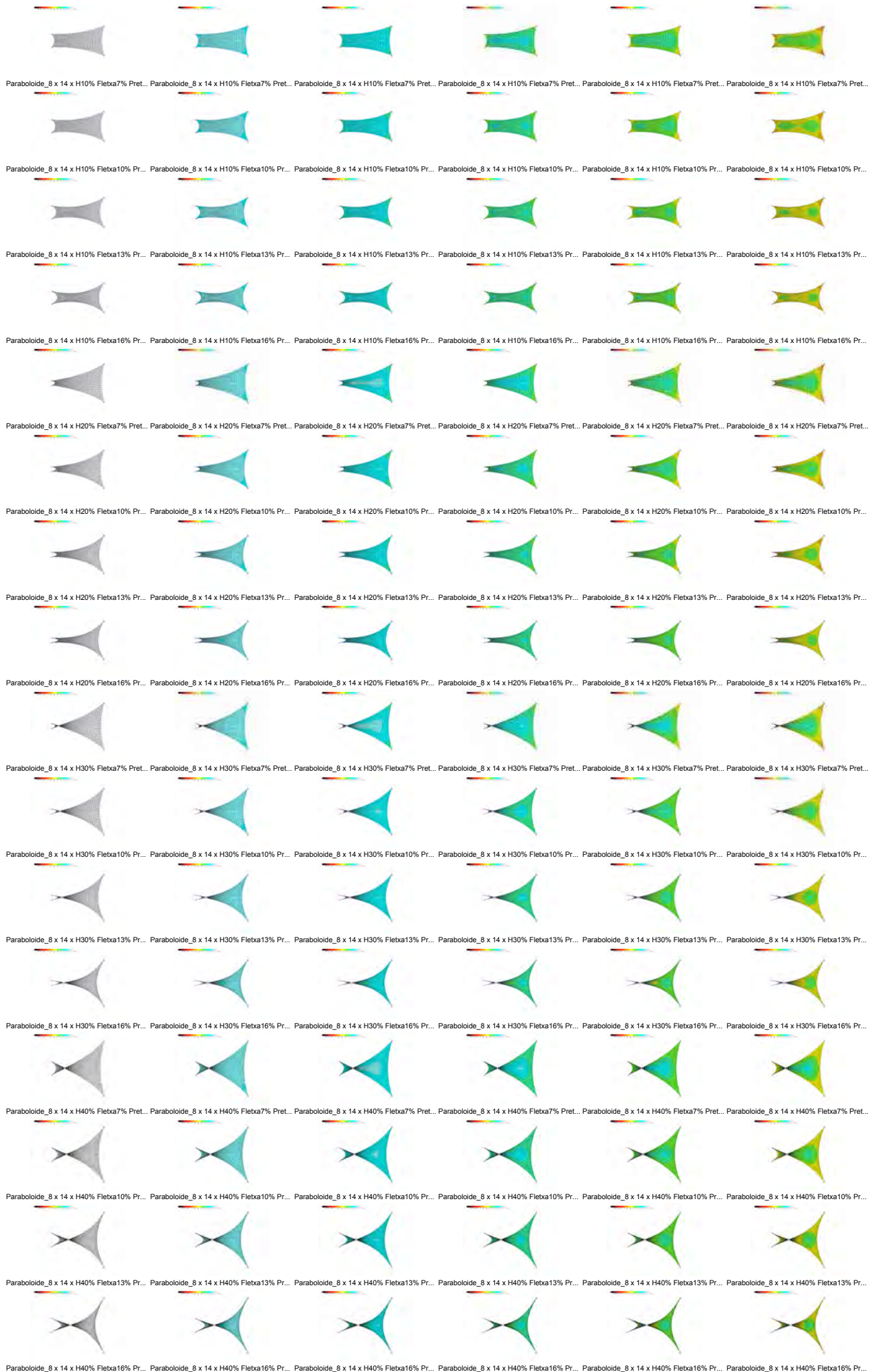
# Variación de Tensión 8x12 - Tensiones máximas



# Variación de Tensión 8x12 - Tensiones mínimas

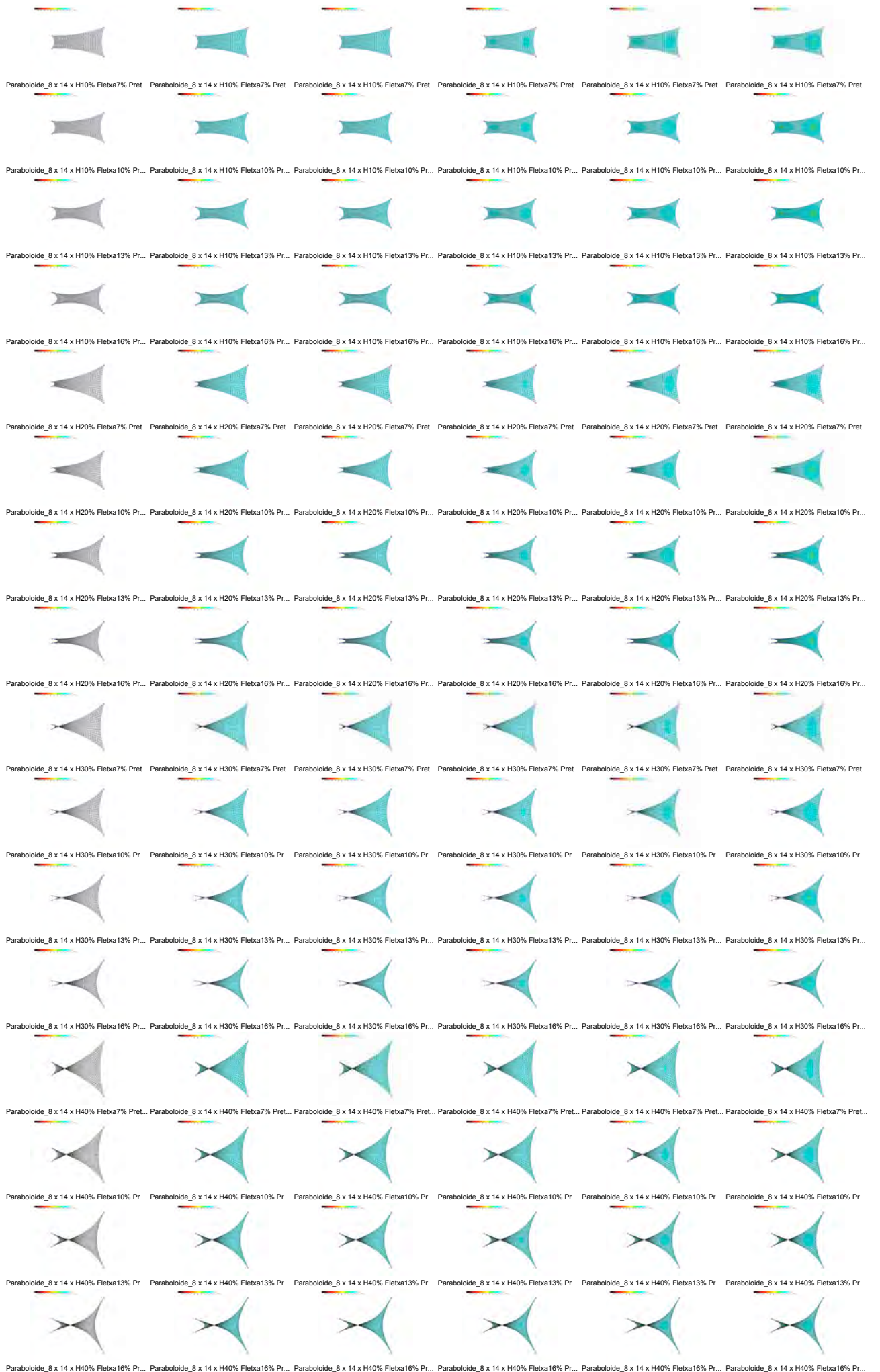


# Variación de Tensión 8x14 - Tensiones máximas

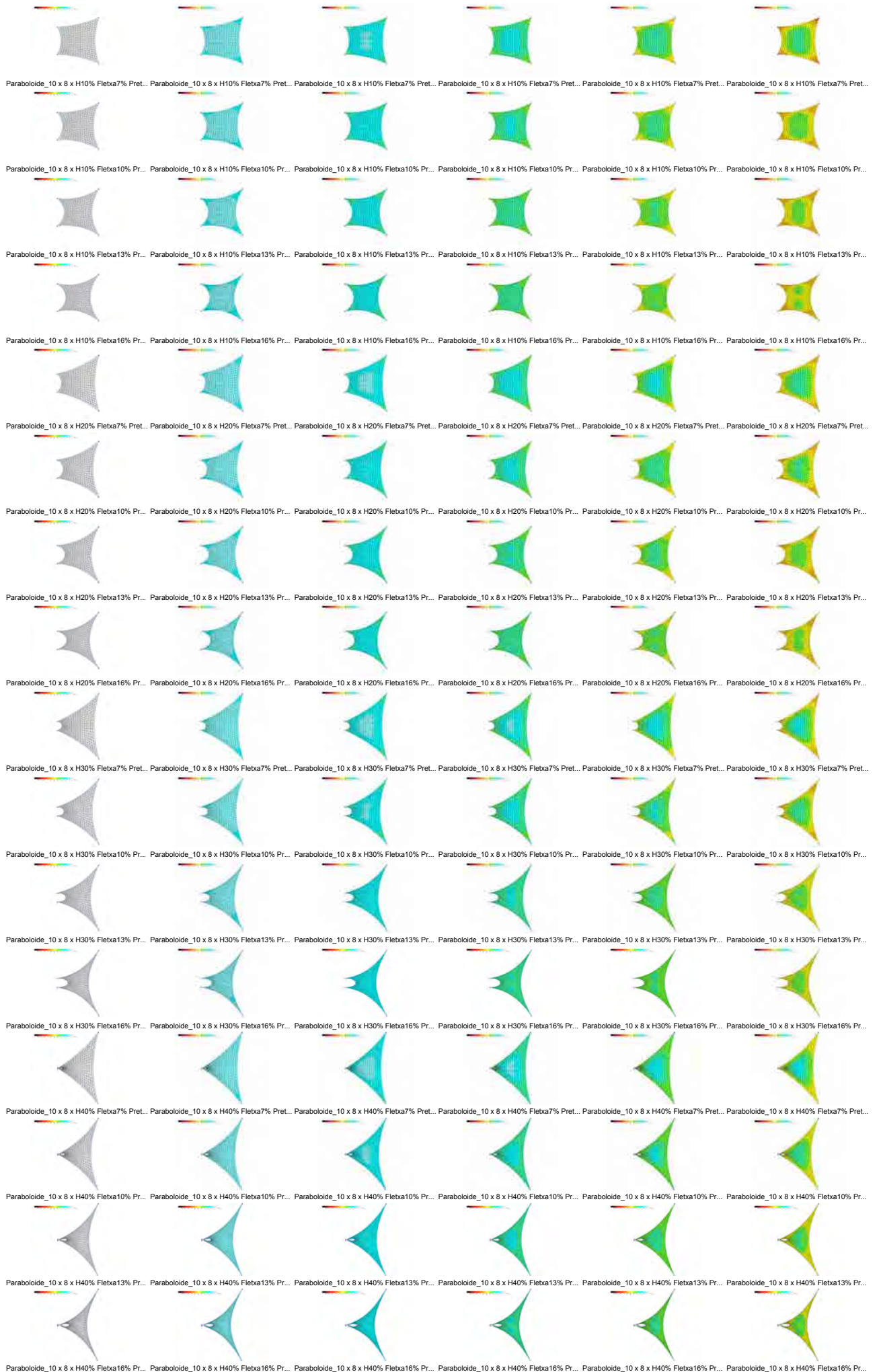




# Variación de Tensión 8x14 - Tensiones mínimas



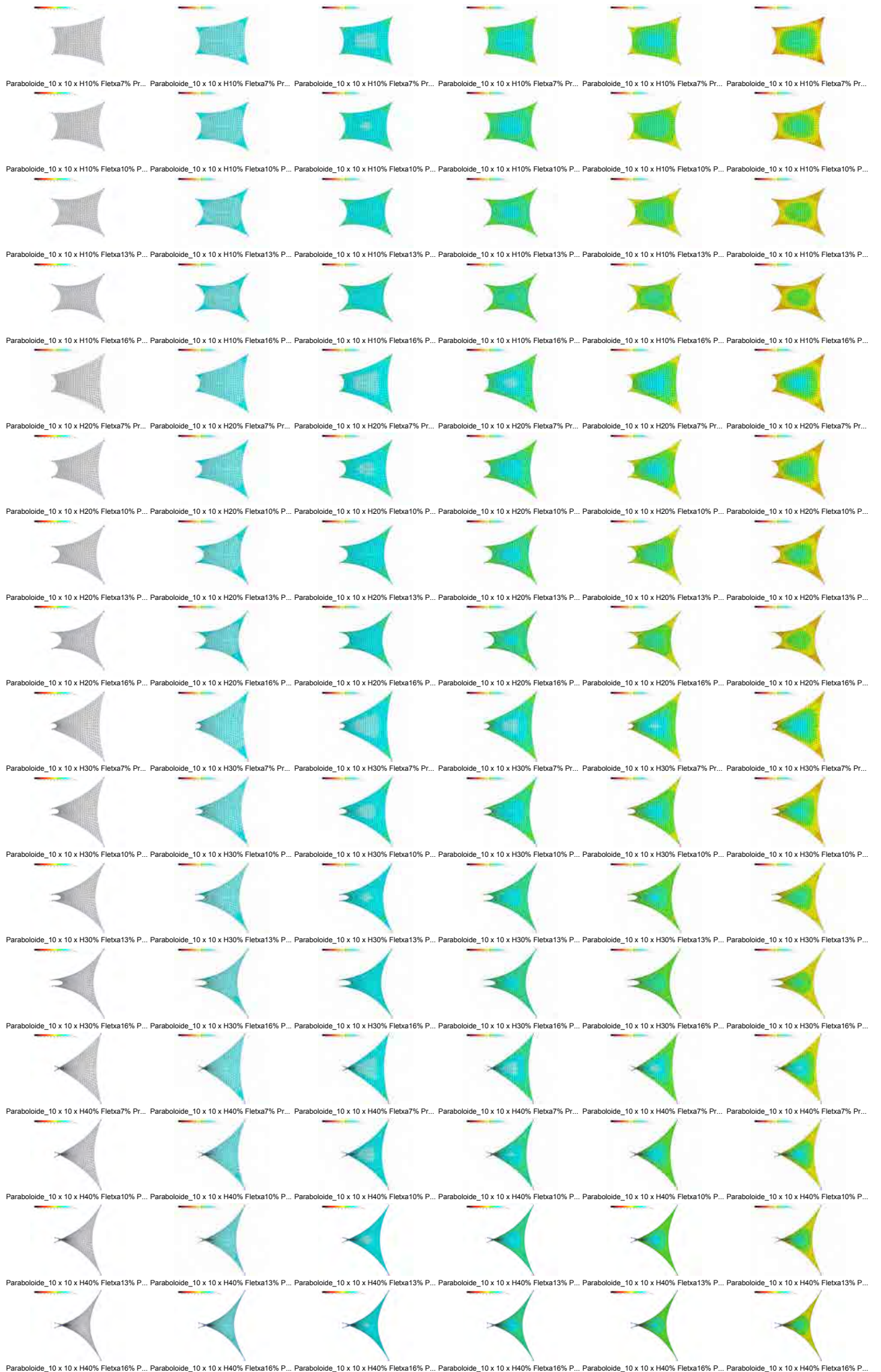
# Variación de Tensión 10x8 - Tensiones máximas







# Variación de Tensión 10x10 - Tensiones máximas

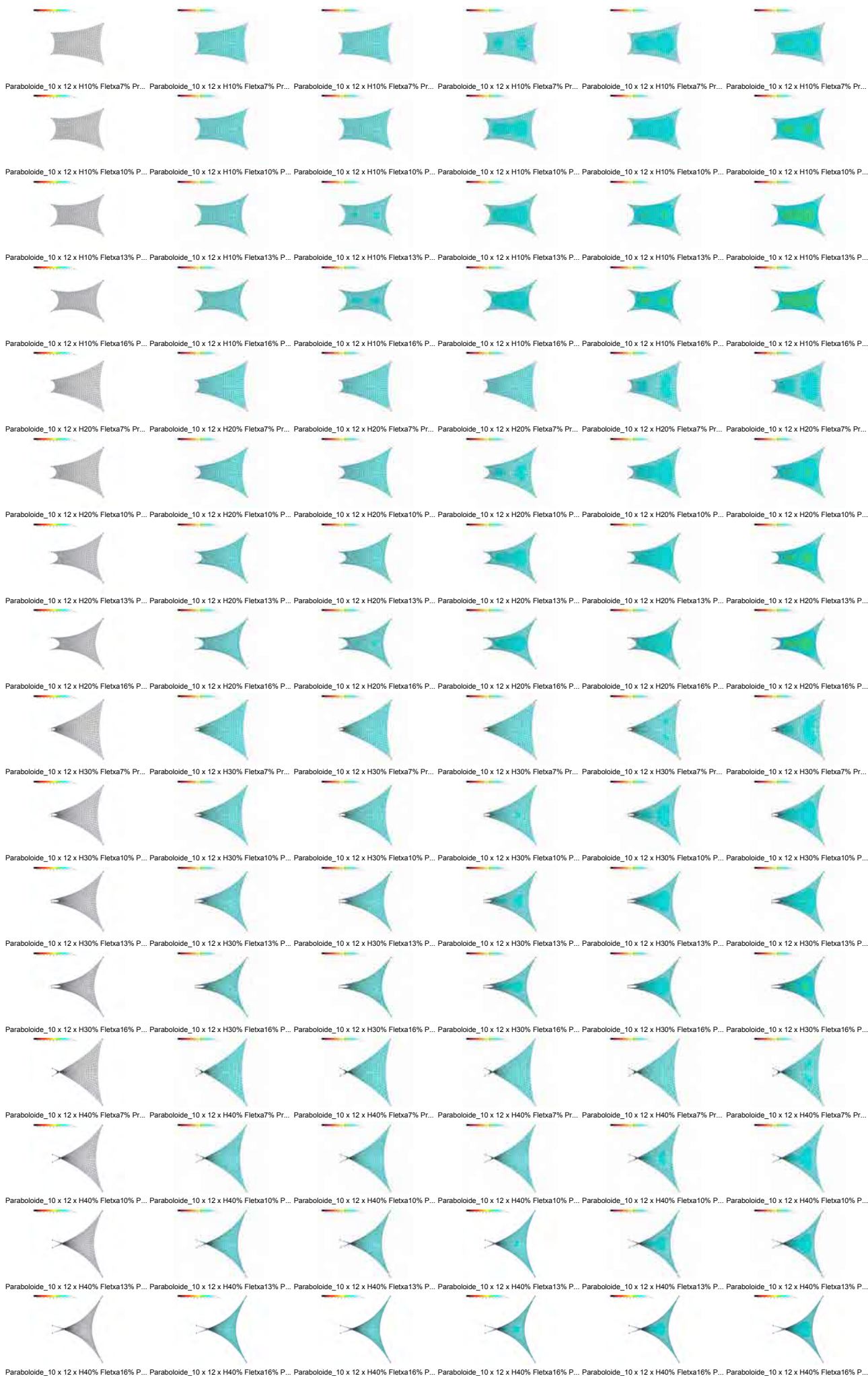




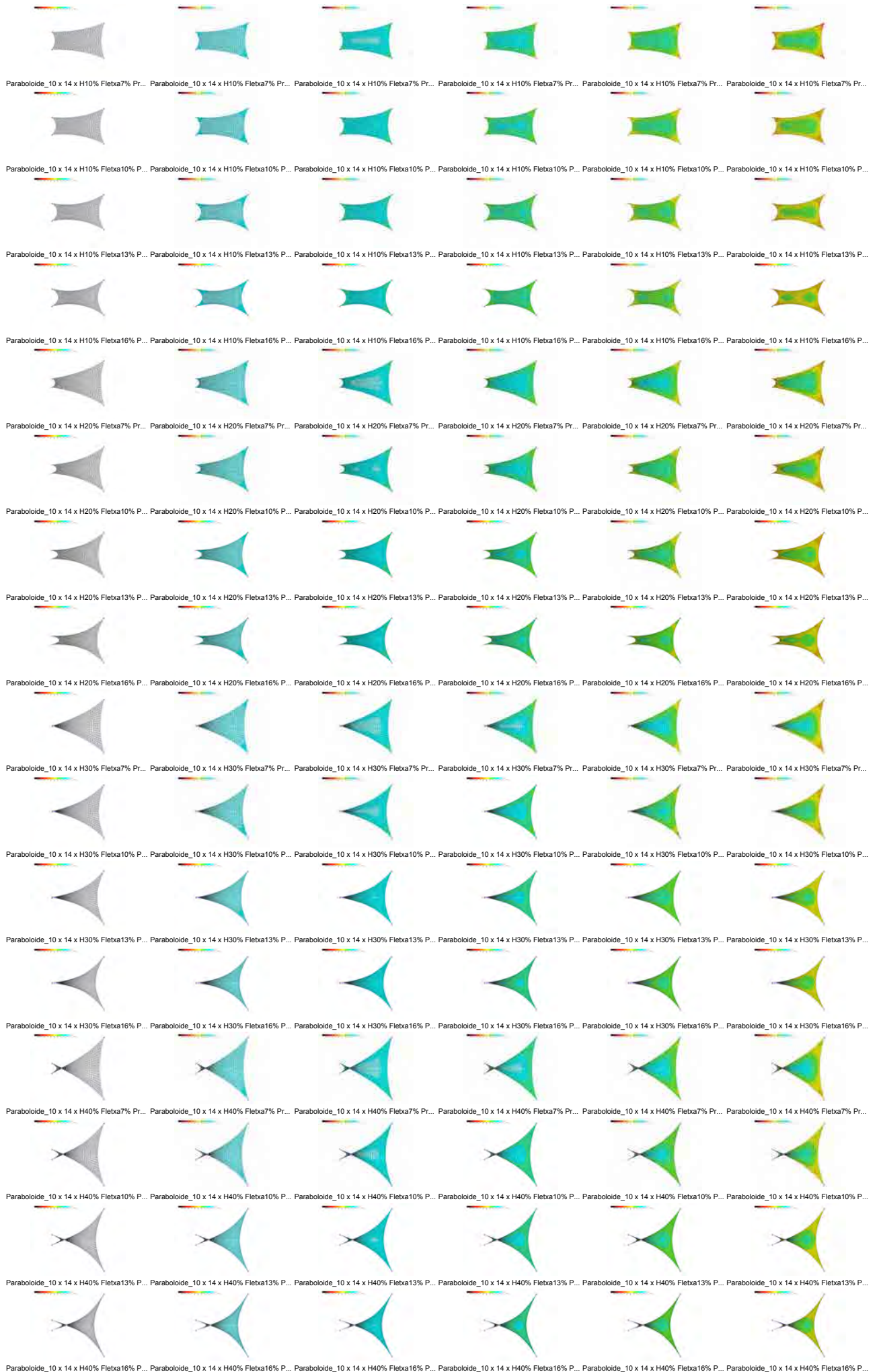




# Variación de Tensión 10x12 - Tensiones mínimas

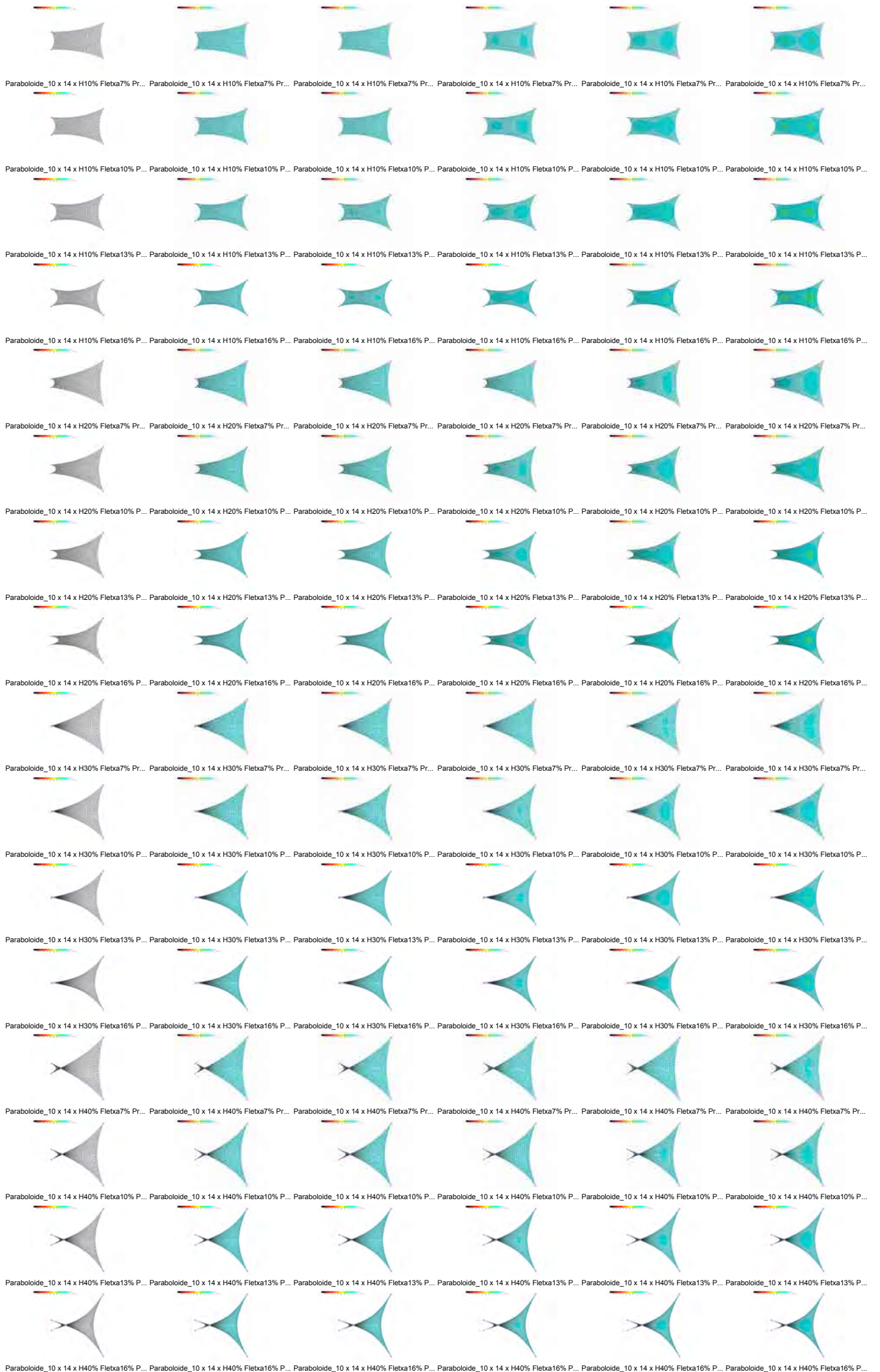


# Variación de Tensión 10x14 - Tensiones máximas

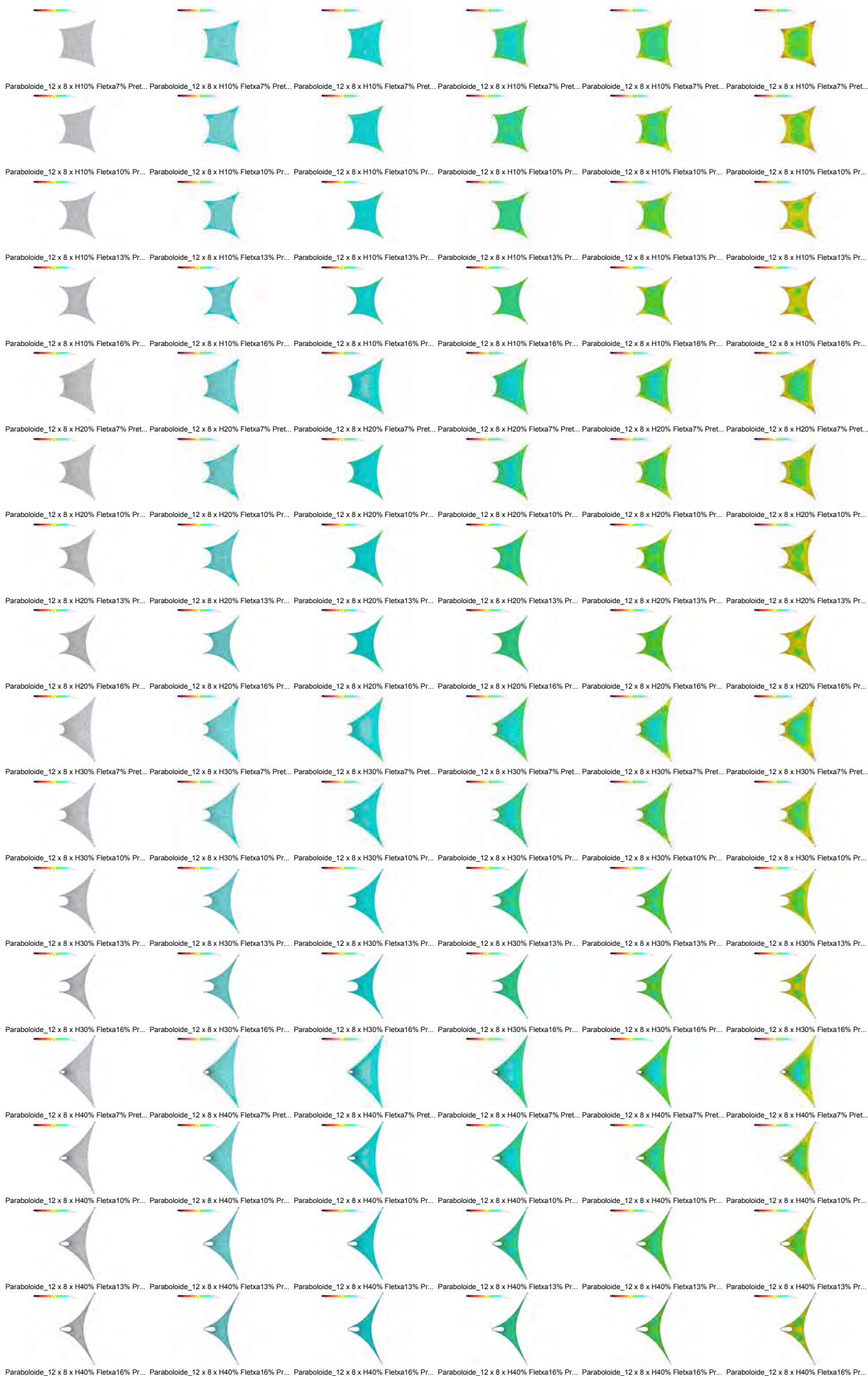




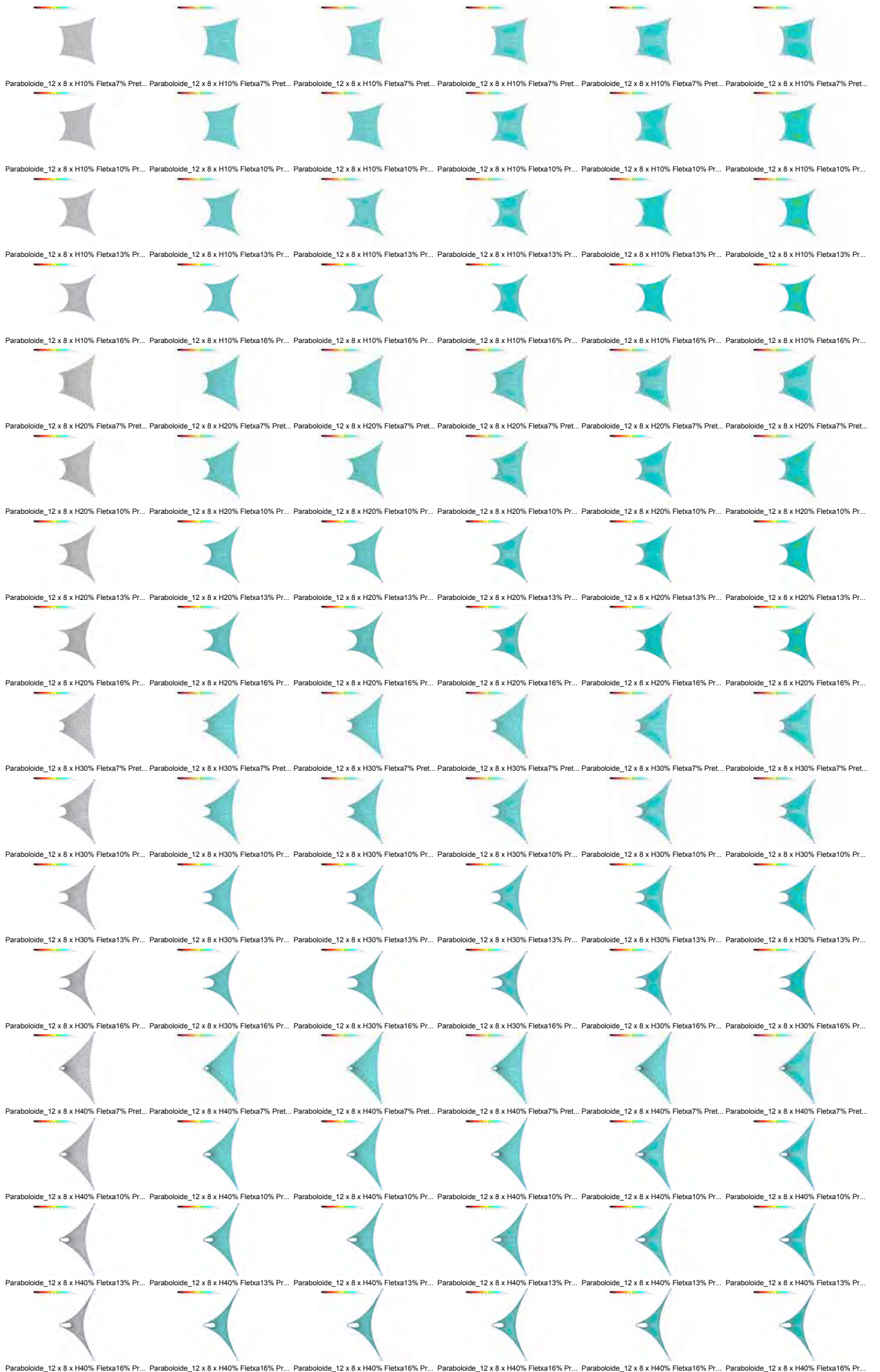
# Variación de Tensión 10x14 - Tensiones mínimas



# Variación de Tensión 12x8 - Tensiones máximas

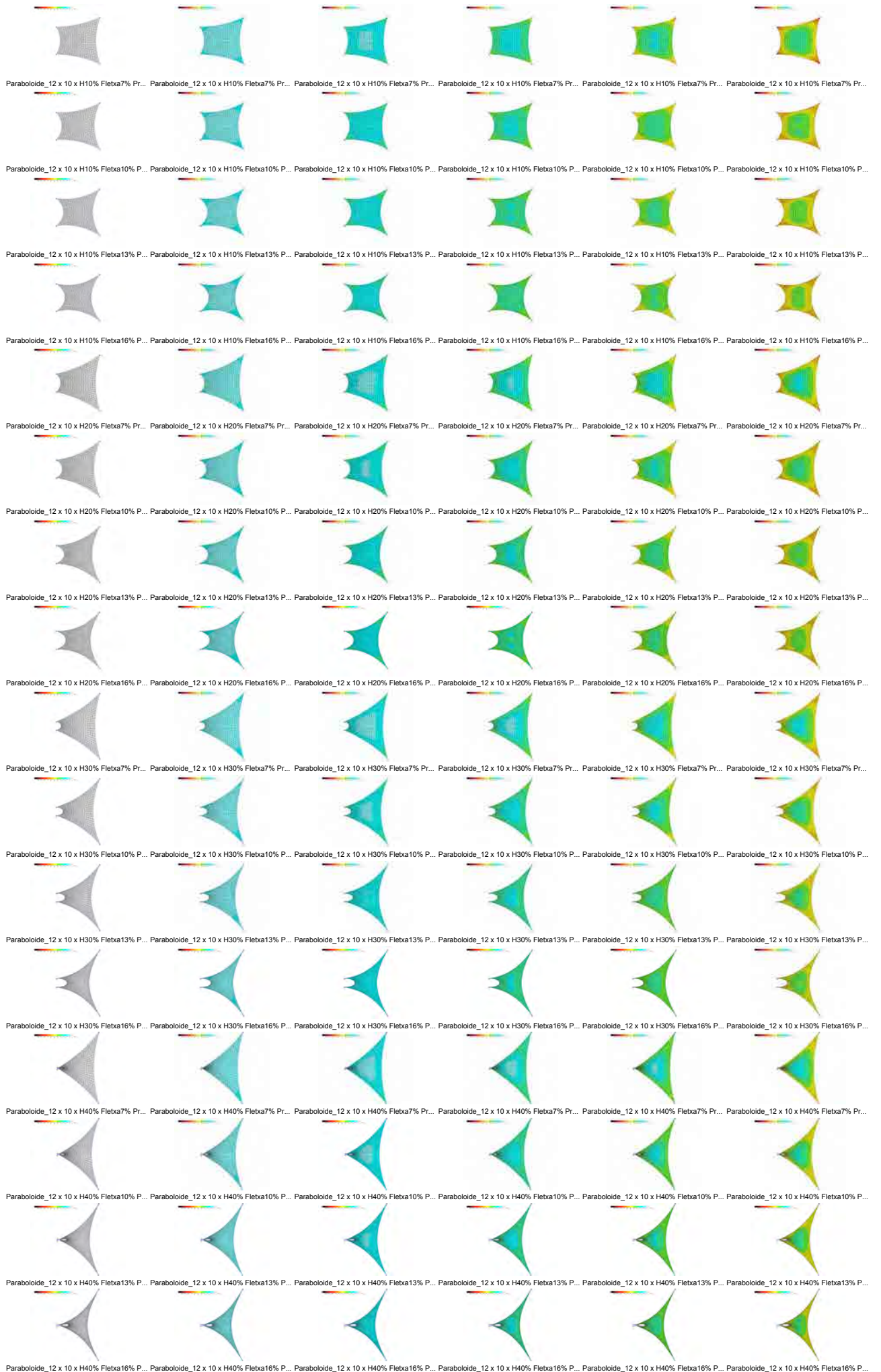


# Variación de Tensión 12x8 - Tensiones mínimas

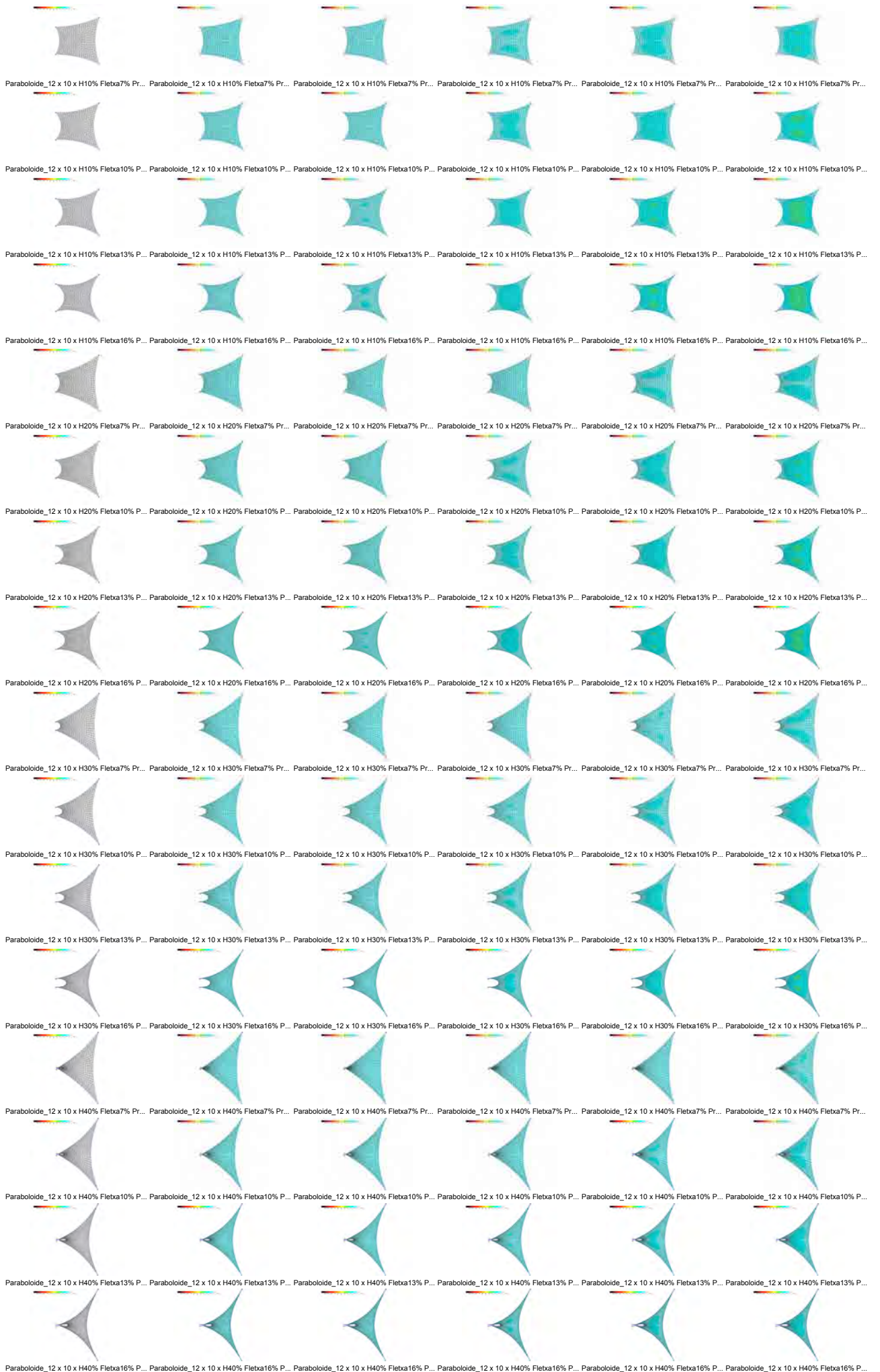




# Variación de Tensión 12x10 - Tensiones máximas



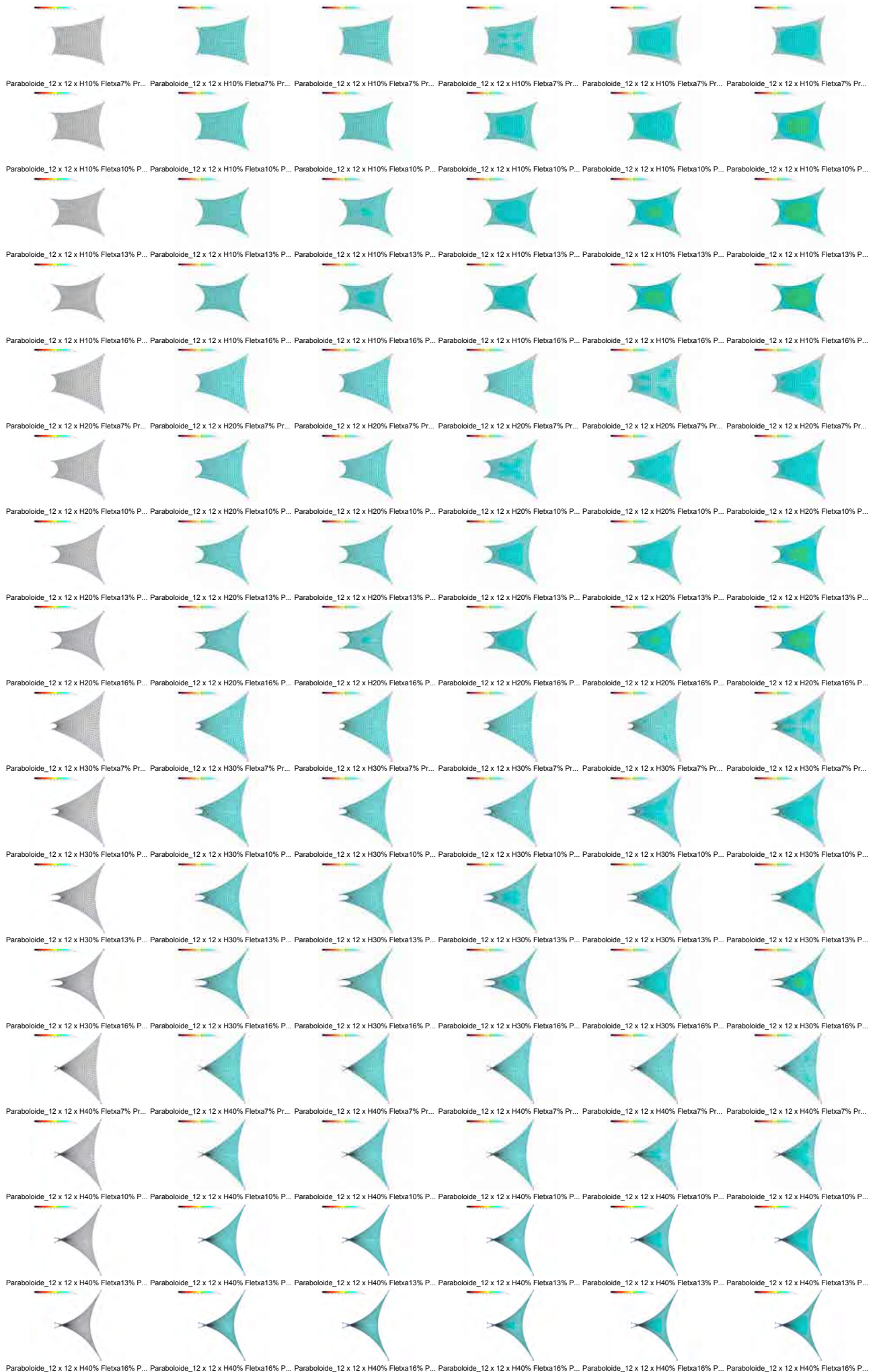
# Variación de Tensión 12x10 - Tensiones mínimas



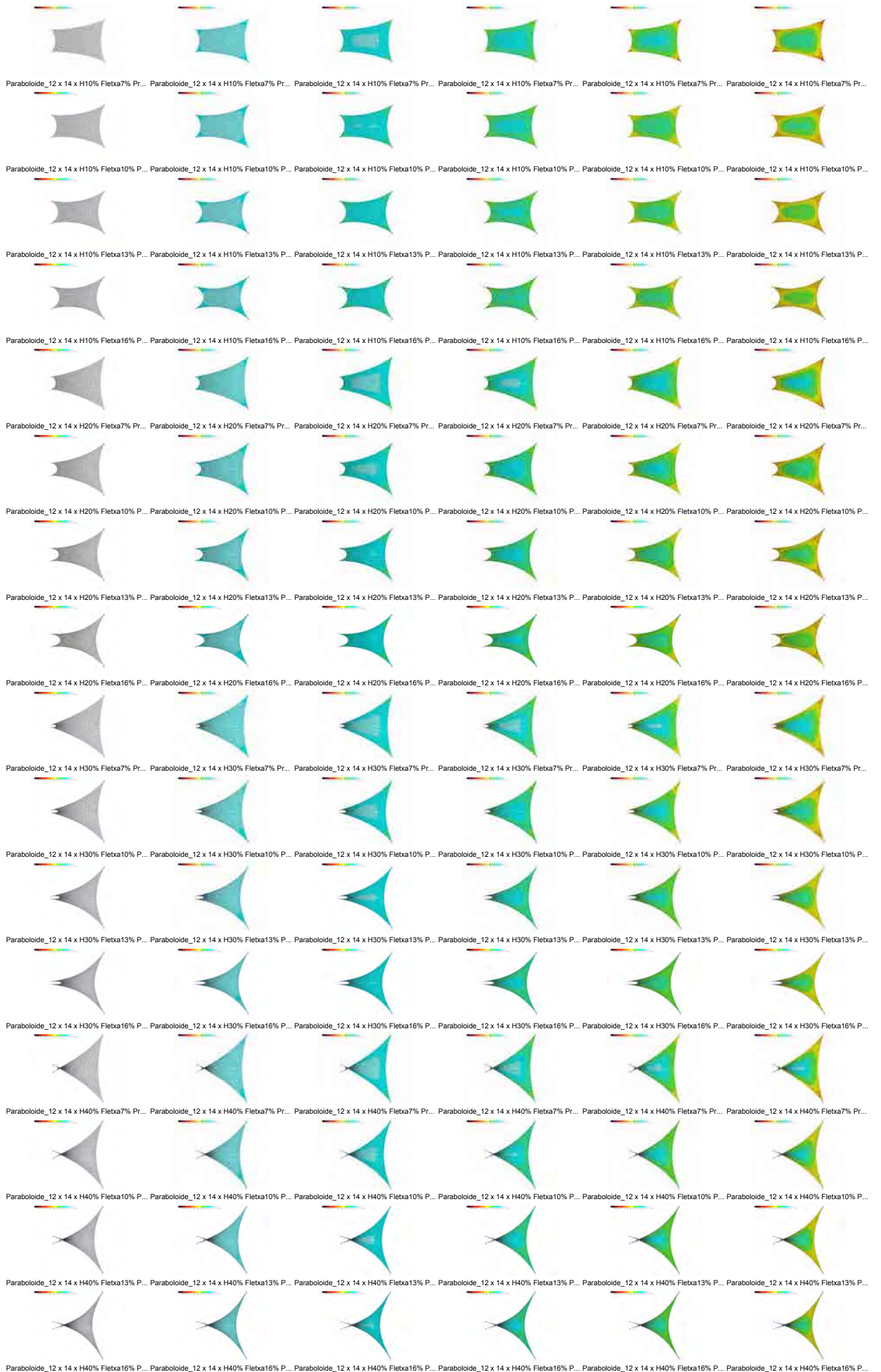




# Variación de Tensión 12x12 - Tensiones mínimas

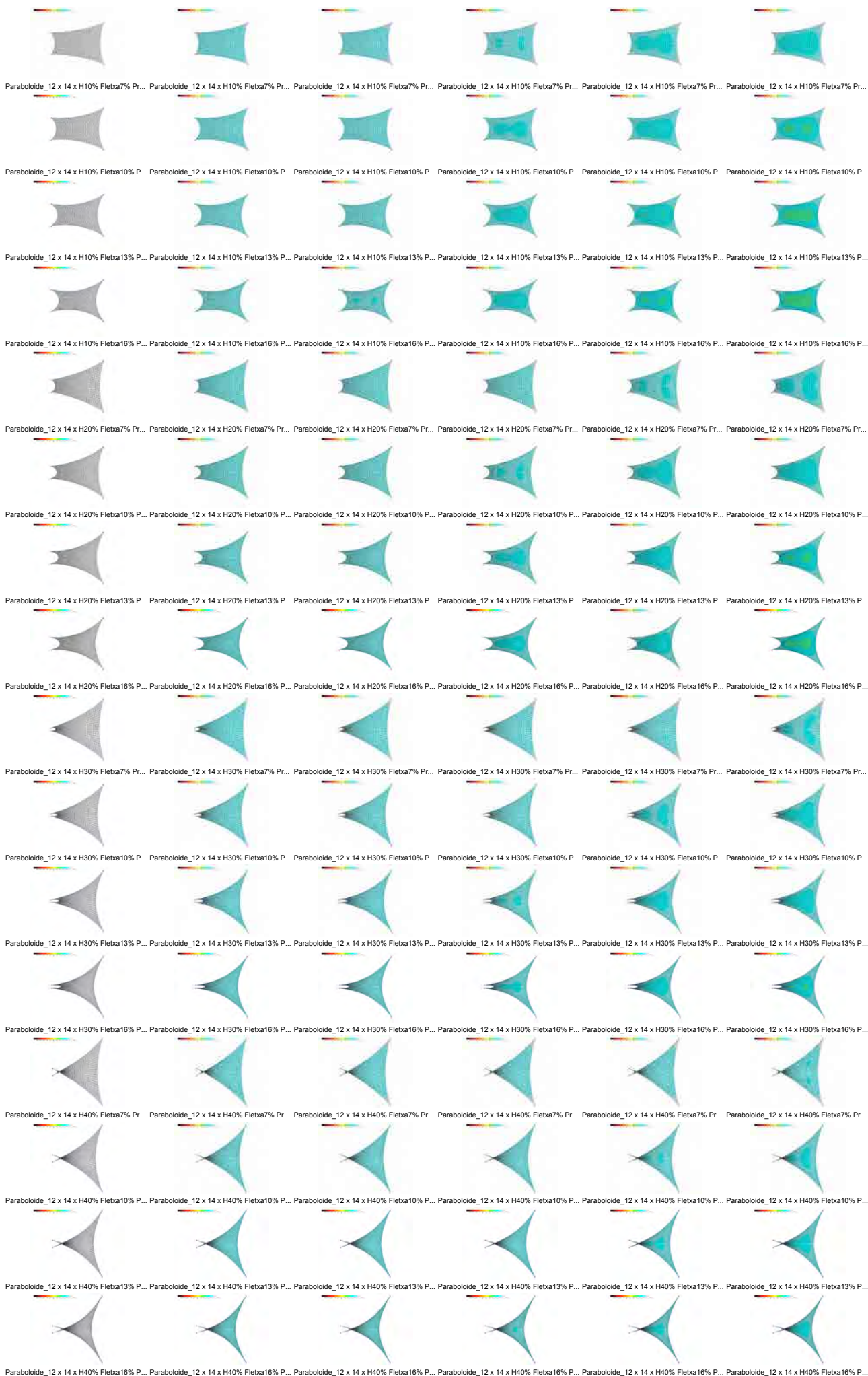


# Variación de Tensión 12x14 - Tensiones máximas

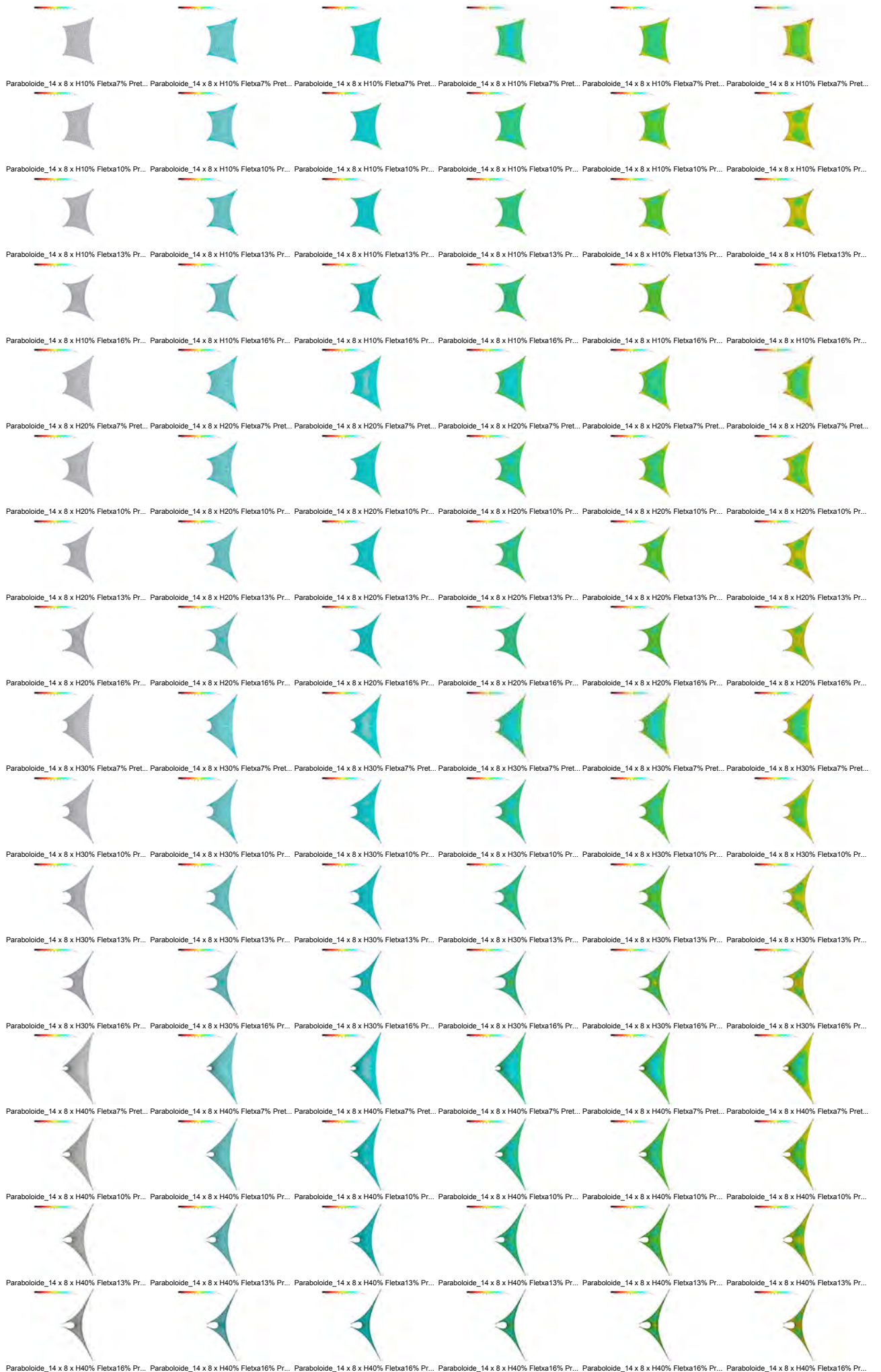




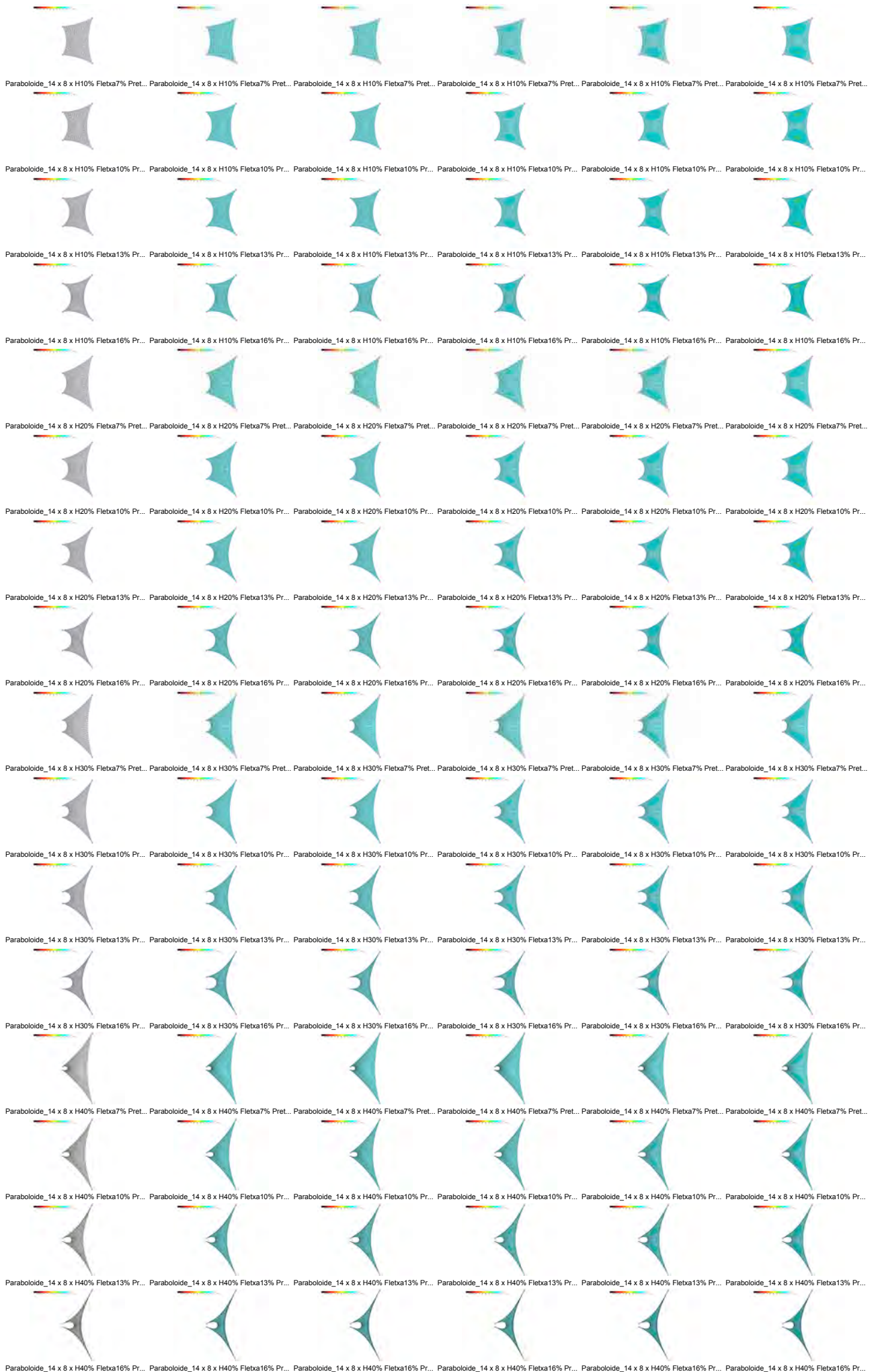
# Variación de Tensión 12x14 - Tensiones mínimas



# Variación de Tensión 14x8 - Tensiones máximas

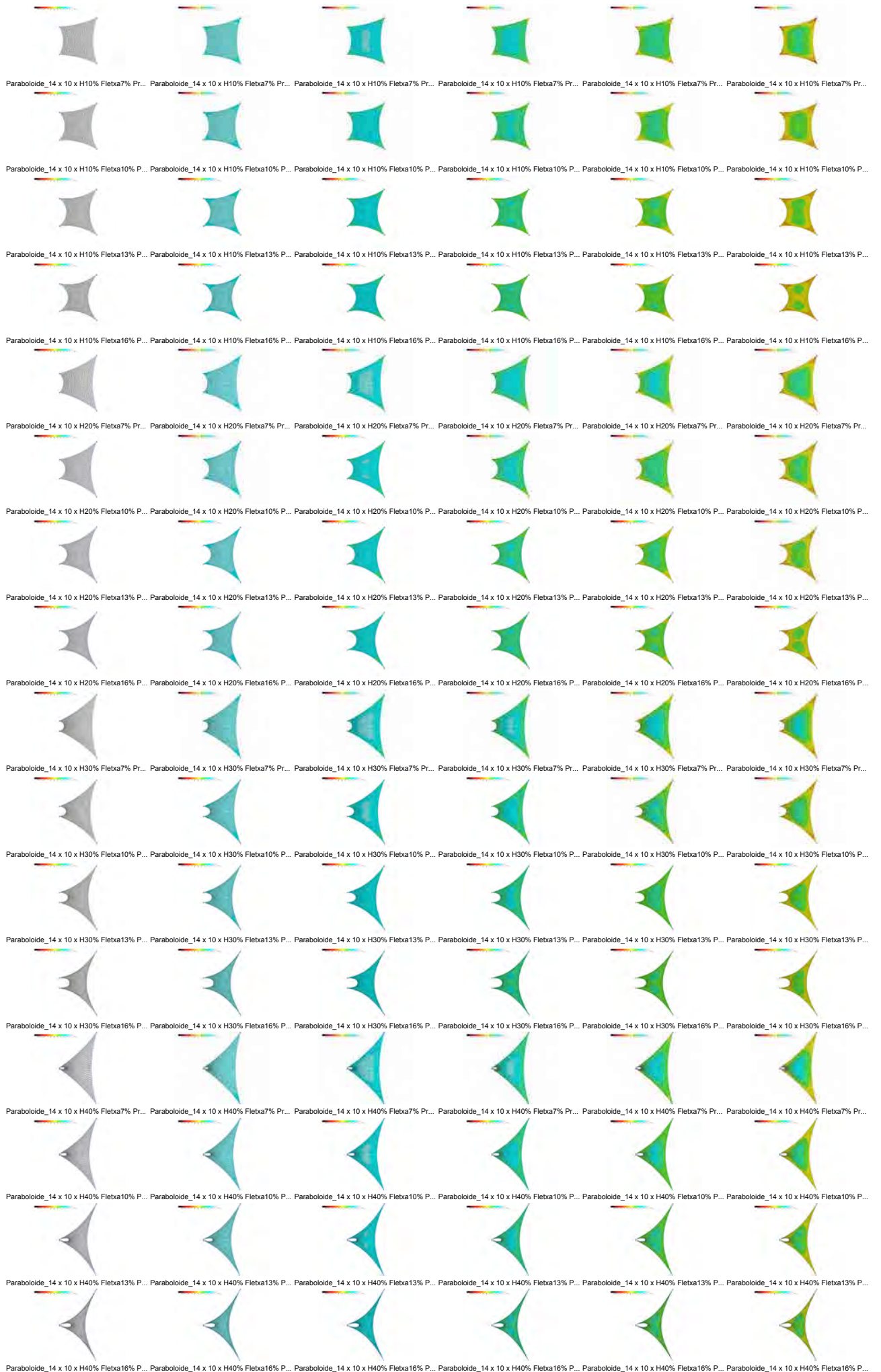


# Variación de Tensión 14x8 - Tensiones mínimas

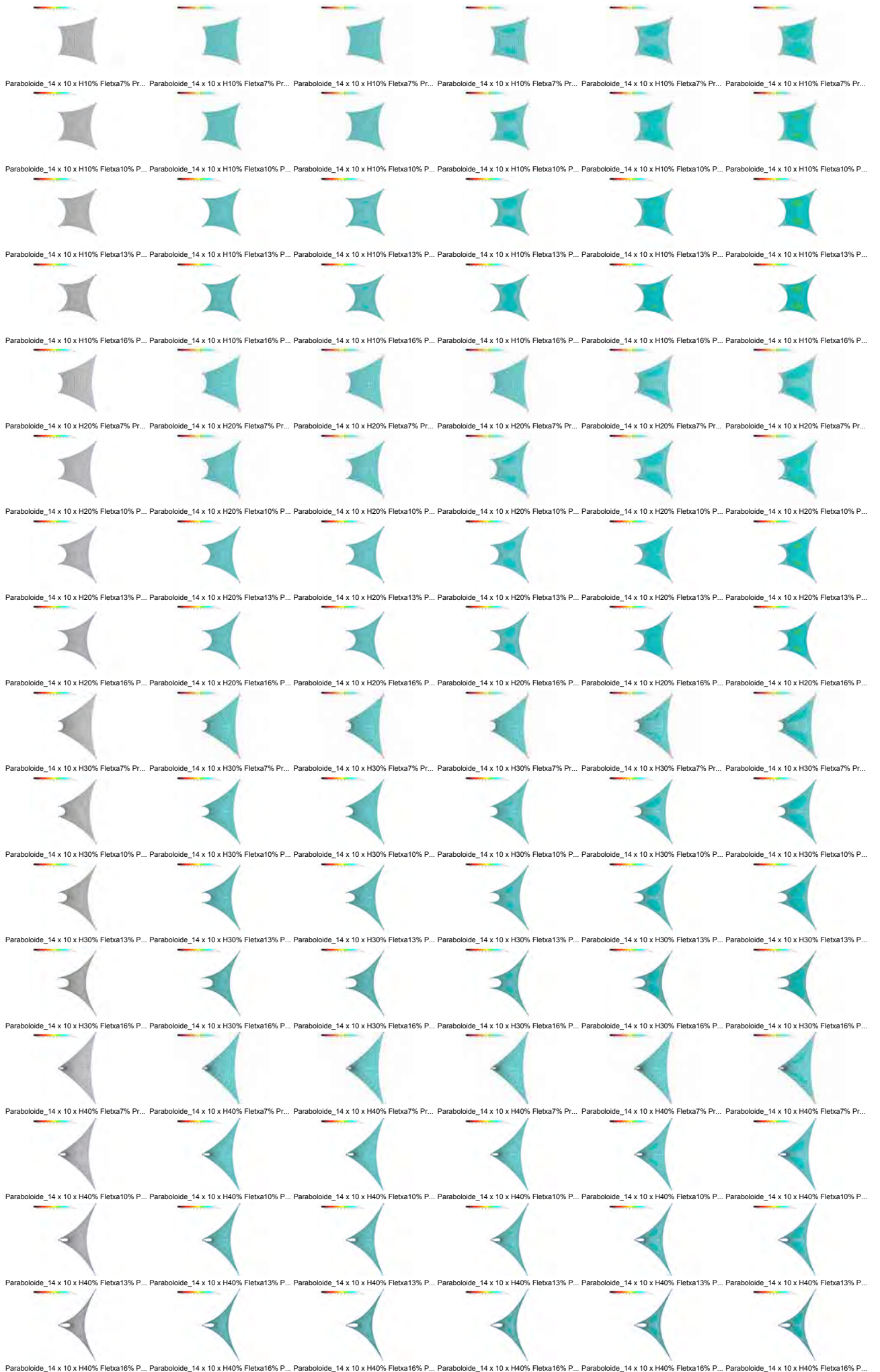




# Variación de Tensión 14x10 - Tensiones máximas

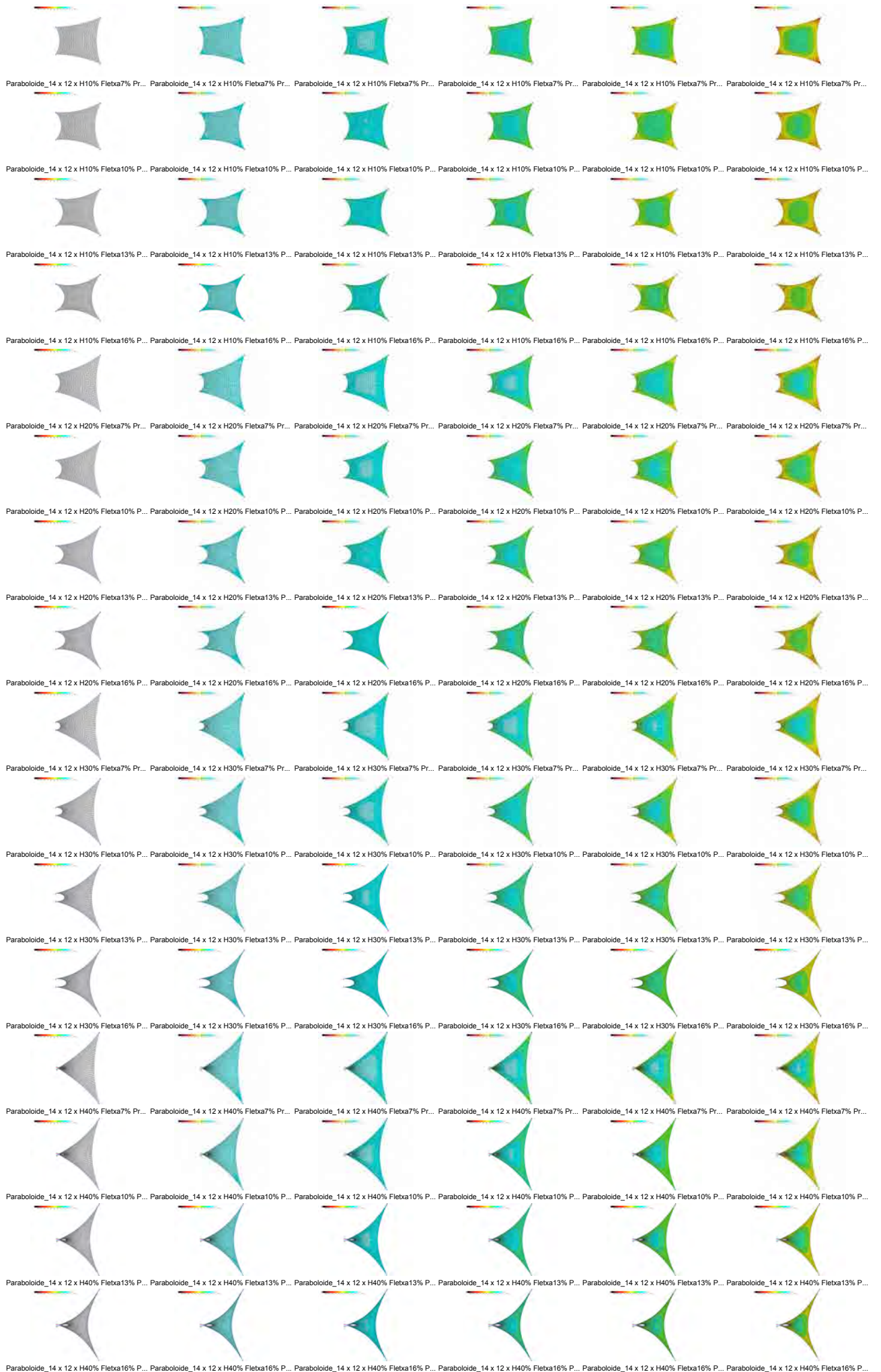


# Variación de Tensión 14x10 - Tensiones mínimas

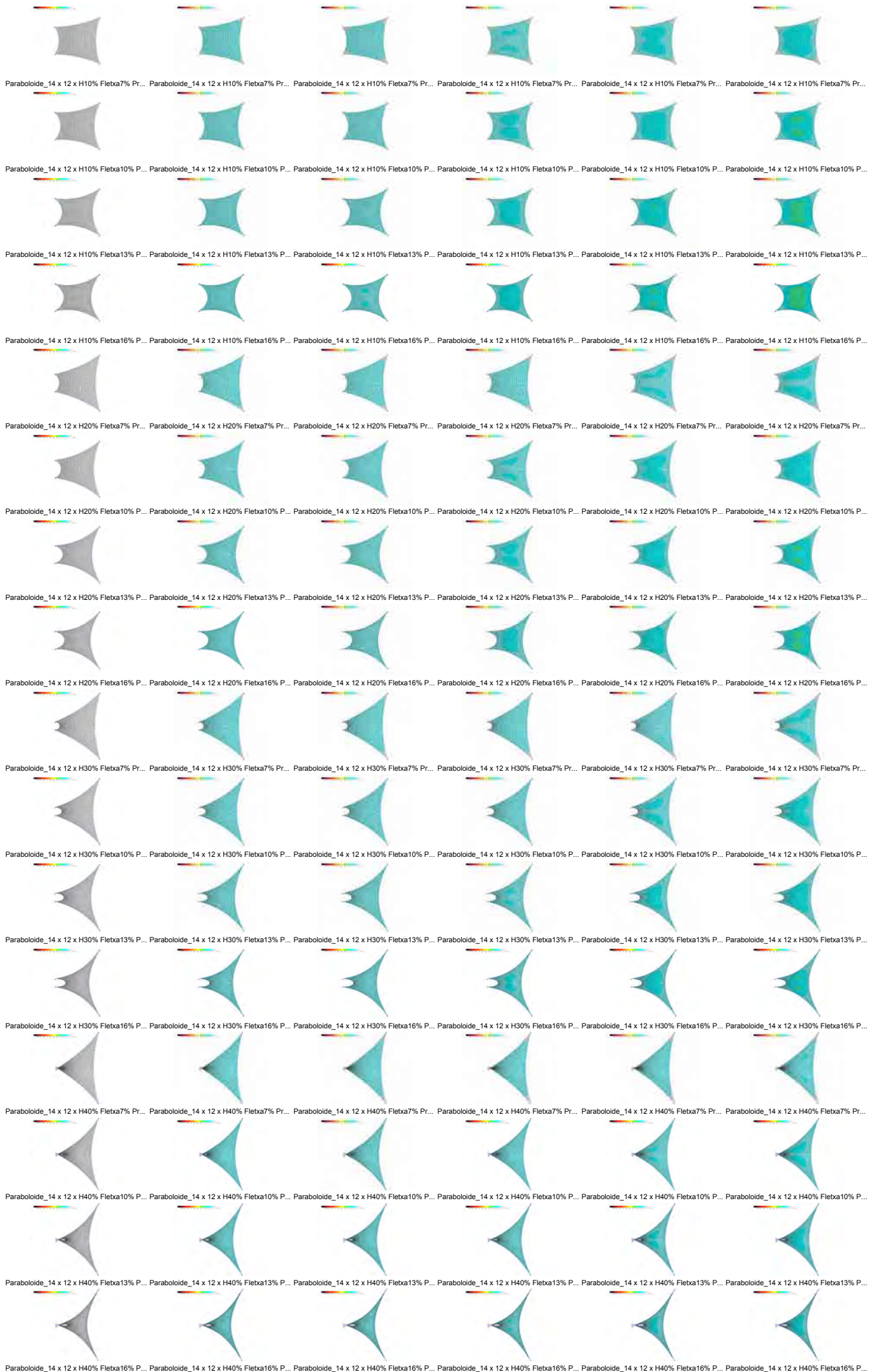




# Variación de Tensión 14x12 - Tensiones máximas



# Variación de Tensión 14x12 - Tensiones mínimas







# Variación de Tensión 14x14 - Tensiones mínimas

