Desarrollo de un modelo de comportamiento humano, aplicable al estudio de la movilidad social

María Teresa Anguera Argilaga

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (**www.tdx.cat**) i a través del Dipòsit Digital de la UB (**diposit.ub.edu**) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX ni al Dipòsit Digital de la UB. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX o al Dipòsit Digital de la UB (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (**www.tdx.cat**) y a través del Repositorio Digital de la UB (**diposit.ub.edu**) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR o al Repositorio Digital de la UB. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR o al Repositorio Digital de la UB (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (**www.tdx.cat**) service and by the UB Digital Repository (**diposit.ub.edu**) has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized nor its spreading and availability from a site foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository is not authorized (framing). Those rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author.

UNIVERSIDAD DE BARCELONA
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE PSICOLOGÍA

DESARROLLO DE UN MODELO DE COMPORTAMIENTO HUMANO, APLICABLE AL ESTUDIO DE LA MOVILIDAD SOCIAL

Director:
Dr. D. Miguel Siguan Soler

Tesis Doctoral
presentada por:

María Teresa ANGUERA ARGILAGA

Barcelona, diciembre de 1976

Capítulo XVIII

ÍNDICES DE MOVILIDAD, I: PRIMERA CONTROVERSIA (1955)

ÍNDICES DE MOVILIDAD, I: PRIMERA CONTROVERSIA (1955).-

Glass (1954), en su trabajo pionero sobre la movilidad social en Gran Bretaña, en donde intenta evaluarla en intensidad y dirección, introduce el concepto de movilidad perfecta o asociación para utilizarlo como punto de comparación y desarrollar otros índices y pruebas de significación como instrumentos de análisis.

Juntamente con sus colaboradores, Glass (1954) define tres puntos en la escala de intensidad de asociación: Asociación completa, que se da cuando todos los hijos tienen el mismo estatus social que sus padres; asociación perfecta, existente cuando todos los hijos, cualquiera que sea el estatus de sus padres, tienen igual oportunidad de alcanzar una categoría de estatus dada; y disociación completa, la cual ocurre cuando todos los hijos tienen un estatus diferente que el de sus padres.

Billewicz (1955) considera desafortunado el término "asociación perfecta"; la palabra "perfecta" idealiza un estado, aunque los autores afirman específicamente que ésta no es su intención. Luego, para el estadístico al menos, es contradictorio y confuso decir que un estado de "asociación perfecta" se da en una tabla de contingencia, la cual presenta completa independencia de clasificación.

Conociendo las categorías de estatus de padres e hijos, los datos pueden encuadrarse en una tabla de contingencia: Tabla 1.

Con el fin de simplificar la notación, se omite el segundo subíndice en las casillas diagonales; es decir, $a_{i,i} = a_i$.

TABLA 1. Distribución de acuerdo con la categoría estatus de los padres e hijos.

Categoría de estatus de los padres	Categoría de estatus de los hijos				Total
	1	2	3	4	
1	$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$a_{1,3}$	$a_{1,4}$	b_1
2	$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{2,3}$	$a_{2,4}$	b_2
3	$a_{3,1}$	$a_{3,2}$	$a_{3,3}$	$a_{3,4}$	b_3
4	$a_{4,1}$	$a_{4,2}$	$a_{4,3}$	$a_{4,4}$	b_4
Total	c_1	c_2	c_3	c_4	d

Glass (1954) define los siguientes índices:

$$\underline{\text{Índice de asociación}} \text{ (categoría i)} = \frac{a_i d}{b_i c_i}$$

Es, por consiguiente, la razón del número observado de individuos en la categoría i respecto al promedio esperado si el estatus de padres y el de hijos fueran enteramente independientes.

$$\underline{\text{Índice de disociación}} \text{ (estatus padres)} = \frac{(b_i - a_i)d}{b_i(d - c_i)}$$

$$\underline{\text{Índice de disociación}} \text{ (estatus hijos)} = \frac{(c_i - a_i)d}{c_i(d - b_i)}$$

Ambos índices de disociación son igualmente razones de las

sumas de frecuencias observadas a las esperadas en una fila o una columna de la tabla de contingencia (suprimiendo las casillas diagonales).

Ni la asociación perfecta ni la completa se dan en la práctica. En consecuencia, según Billewicz (1955), Glass (1954) y sus colaboradores se proponían evaluar e interpretar la movilidad social con la ayuda de los tres índices y las pruebas de significación basadas en ellos, pero el procedimiento es difícil de justificar.

Glass (1954, p. 195) afirma que "el grado más alto de propio-reclutamiento, o de mantenimiento de estatus parental, será el índice de asociación, y el de disociación el más bajo, aunque los límites más alto y más bajo de ambos índices en la práctica dependen de las cifras de conjunto, totales marginales y las casillas cubiertas por la tabla".

Según Billewicz (1955), tal consideración muestra que para cualquier categoría de estatus dada, el índice de asociación puede variar de 0 a d/c_i, ó d/b_i, de acuerdo con que c_i sea mayor o menor que b_i. De forma semejante, el máximo de los índices de disociación depende de los totales marginales. Debido a esta propiedad, la comparación de las magnitudes de los índices no lleva a conclusiones concordantes con el sentido común del juicio de asociación. Por ejemplo, el hecho de que la Categoría 1 tenga un índice de asociación mayor que el de la Categoría 2, no significa necesariamente que los hijos de padres en la Categoría 1 se hallan en la categoría parental más frecuentemente que los hijos de padres en la Categoría 2. Olvidando el caso tri-

vial en que b_i y c_i son iguales, la comparación de los valores numéricos de los índices no nos dice nada acerca de los grados comparativos de la asociación padres-hijos en varias categorías de estatus.

Billewicz (1955, p. 97) afirma que:

a) los índices en todas las categorías pueden ser iguales a pesar de grados de asociación (o disociación) de siguales;

b) dos o más categorías de estatus pueden tener índices diferentes pero grados iguales de asociación (o disociación);

c) el índice de asociación y el de disociación pueden dar respuestas contradictorias.

Luego, los instrumentos de Glass (1954) para analizar la movilidad social están lejos de ser satisfactorios: los índices no son independientes de los totales marginales.

Seguidamente, Durbin (1955), intenta proponer un nuevo índice. Considera que el hecho de que el valor máximo del índice de asociación de Glass (1954) dependa de los totales marginales puede ser corregido como sigue:

Para la categoría i-ésima, el valor del índice es $A = \frac{a_i d}{b_i c_i}$. Si se supone que $c_i \geqslant b_i$, entonces A tiene un máximo de $\frac{d}{c_i}$ y un mínimo efectivo de uno; el término "mínimo efectivo" aquí significa el valor de índice que se obtiene en el caso de movilidad "perfecta". Valores más bajos serían posibles teóricamente cuando se da asociación negativa entre las categorías de estatus de los padres e hijos, pero es improbable en la práctica.

Durbin (1955) estandariza un nuevo índice I que oscila entre 0 y 1. Viene dado por

$$I = (A - 1)\frac{c_i}{d-c_i}$$

Dada la movilidad "perfecta", I = 0, y si hay completa inmovilidad, I = 1. Por consiguiente, el nuevo índice I está libre (según Durbin) de las objeciones de Billewicz (1955) en contra del índice de asociación A, ya que mide lo que interesa al sociólogo de mejor forma que A.

Es interesante comparar el índice I con el de disociación (estatus padres), que, como se ha expuesto anteriormente, viene dado por

$$D_f = \frac{(b_i - a_i)d}{b_i(d-c_i)}$$

Es fácil comprobar que $D_f = 1 - I$. Por tanto, D_f e I son estrictamente equivalentes, de lo cual se deduce que D_f daría una medida de asociación libre de las objeciones contra A.

El tratamiento anterior se refería al caso en que $c_i \geqq b_i$. Si $c_i < b_i$, definiríamos el índice I como

$$I = (A - 1)\frac{b_i}{d-b_i}$$

Oscila de 0 a 1 a medida que se pasa de la movilidad "perfecta" a la inmovilidad completa.

Es estrictamente equivalente a D_s, índice de disociación (estatus hijos), puesto que satisface la relación $D_s = 1 - I$, donde

$$D_s = \frac{(c_i - a_i)d}{c_i(d - b_i)}$$

Por consiguiente, el índice de disociación, si lo restamos de la unidad, nos servirá como una medida de asociación libre (según Durbin) de las objeciones de Billewicz (1955).

Sin embargo, Billewicz (1955) que, a pesar de publicar su artículo en páginas inmediatamente anteriores al de Durbin, en el mismo número de la revista, era sabedor del contenido de éste, en forma de apéndice, manifiesta que no cree que el nuevo índice I realmente solucione el problema por las siguientes razones:

a) la suposición de que el mínimo práctico del índice de asociación de Glass (1954) y el máximo de los índices de disociación es la unidad no aparece totalmente justificada; en la práctica se dan valores fuera de este límite, y en tales casos, la interpretación del nuevo índice I puede ser dificultosa;

b) la igualdad D = 1 - I que es en cierto modo el resultado de las suposiciones mencionadas en a), se mantiene utilizando alternativamente D_f (estatus padres) y D_s (estatus hijos), según que $c_i \geqslant b_i$ ó $c_i < b_i$. Cuando se utilizan dos índices distintos para asegurar la igualdad D = 1 - I, uno se pregunta si los dos índices I resultantes son realmente comparables;

c) la construcción del índice I es tal que es muy difícil ver lo qué ocurre realmente en el intervalo (0,1), por encima del cual opera el índice.

Consecutivamente a la crítica de Billewicz y

al nuevo índice de Durbin, apareció, en el mismo año y número de la revista, Scott (1955), dispuesto a defender los índices introducidos por Glass (1954).

Scott (1955), en su réplica, tiene la intensión de mostrar que puede darse un significado de sentido común a los índices de asociación, los cuales no deben juzgarse en contraste al estandard de asociación algo arbitrario descrito por Billewicz (1955) como un grado de asociación "igual" o "desigual"; el índice, según Scott (1955), describe una cosa, mientras que el "grado de asociación" describe otra. La diferencia entre las dos interpretaciones de la asociación corresponde aproximadamente a la distinción entre los aspectos de asociación "descriptivos" y "analíticos" discutidos por Glass (1954, p. 242).

Scott (1955) considera que el significado de los índices de asociación puede aclararse mediante la siguiente tabla:

TABLA 2. Significado de los índices de asociación.

Padres	Hijos		Total
	1	2	
1	a	b_1-a	b_1
2	c_1-a	c_2-b_1	a b_2
Total	c_1	c_2	d

El índice de asociación, entonces, puede expresar-

se como sigue:

$$A = \frac{a/b_1}{c_1/d}$$

esto es, el índice expresa la relativa inmovilidad de los hijos cuyos padres están en la Categoría 1 (a/b_1), respecto a las oportunidades de estar en esta categoría (c_1/d). Si la Categoría 1 es más pequeña, menor es la oportunidad de estar allí para un hijo cuyo padre pertenece a dicha categoría, y mayor es la probabilidad de moverse. El deseo o la motivación de logro para permanecer en la Categoría 1 viene medido por el índice de asociación.

En definitiva, según Scott (1955), esta medida parece válida y útil para lo que se propone, y permanece a pesar de la diferencia en los tamaños de las categorías, que, en este sentido, no son un "handicap", sino parte del cálculo legítimo de la asociación.

Capítulo XIX

ÍNDICES DE MOVILIDAD, II

ÍNDICES DE MOVILIDAD, II.-

Ordenando cronológicamente los trabajos de diversos autores acerca del establecimiento de índices o coeficientes que permitan obtener unos valores descriptivos de la población y su movilidad, y después de la gran controversia suscitada en 1955, Carlsson (1958) persigue este fin, y se empeña en el logro de un objetivo: someter a prueba la capacidad de un modelo (en aquel caso, el suyo propio) a través de los datos, rechazándolo si es incompatible con ellos, y utilizándolo como útil instrumento si se ajusta a estos datos.

Carlsson (1958a, p. 141) utiliza dos métodos principalmente. Por una parte, la posibilidad de confiar en los datos de movilidad para la medida de la distancia social: método intrínseco. Por esta designación no se significa que se trate del método más fundamental o fiable, sino simplemente que permanecemos dentro del campo de la movilidad social sin recurrir a otros tipos de conducta humana. La autora define la distancia por medio de medidas de movilidad, hallando así la relación entre dicha distancia y la movilidad.

El otro método principal, el método extrínseco, consiste en lograr medidas de distancia, o indicadores de la posición jerárquica, estudiando otros fenómenos que no son la movilidad. El ejemplo más importante es el estudio de la evaluación del prestigio de las categorías ocupacionales, pudiendo medirse la distancia por los ingresos, poder social, etc., garantizando una precisión suficiente.

Obviamente, no hay aquí razón para escoger entre ambos métodos y utilizar uno con exclusión del otro. Con el fin

de establecer relaciones entre las medidas correspondientes, exponemos las ideas de Carlsson (1958a, p. 142 y ss.) sobre ambos.

1. Orden intrínseco

Define el coeficiente de asociación como un indicador de distancia (su relación con el coeficiente de asociación está estudiado por Svalastoga, 1953). Si y indica la intensidad de comunicación o cambio de elementos entre dos agregados y suponemos que esta intensidad se incrementa en razón directa con el tamaño P_1 y P_2 de los agregados, y es inversamente proporcional a la función de distancia L^m, donde L es alguna medida apropiada de la distancia entre 1 y 2, y m indica el "peso" de esta distancia, tenemos

$$y = \frac{k \cdot P_1 \cdot P_2}{L^m}$$

Para la movilidad, según Carlsson (1958a, p. 142), sería conveniente un simple ajuste de la constante, camciando la expresión en

$$\frac{y \cdot P_T}{P_1 P_2} = \frac{k'}{L^m}$$

donde P_1 es el tamaño de la categoría 1; P_2 el tamaño de 2; P_T el tamaño de la muestra total, e y el número de los que se mueven de 1 a 2, ó de 2 a 1. El primer miembro de la fórmula es idéntico al coeficiente de asociación o valor-c, el cual es inversamente proporcional a la función de distancia.

Los valores-c, según esta suposición, pueden utilizarse como un índice de distancia social. Hasta ahora, en el

análisis de los datos de movilidad solamente se habían utilizado los coeficientes de asociación para las casillas diagonales, pero Carlsson (1958) considera que deben usarse todas las restantes, mostrando la frecuencia del movimiento entre cualquier par de categorías. Se presenta una pequeña dificultad en el hecho de que tenemos dos valores-c, que son c_{ij} y c_{ji}, indicando la movilidad de la categoría i a la j, y a la inversa, respectivamente, pero sólo existe una distancia. Como es difícil concebir que la distancia social varíe de acuerdo con la dirección en que se mida, la mejor forma en que Carlsson (1958) pensó resolver el dilema fue mediante una medida mancomunada del movimiento entre las dos categorías. Pero antes era preciso investigar si los dos valores originales de los valores-c concordaban; en caso negativo, en que uno de ellos fuera mayor, sería precisa una justificación para considerarlos globalmente.

La medida mancomunada o combinada de la movilidad entre pares de categorías, estaba determinada por la siguiente fórmula (Carlsson, 1958a, p. 143):

$$c_{p(ij)} = \frac{(n_{ij} + n_{ji}) \cdot n_T}{n_{is}n_{sj} + n_{js}n_{si}}$$

Para las casillas diagonales, naturalmente, no hay medidas mancomunadas, sino las originales. Los valores-c resultantes para cada casilla (correspondientes a cada par de las categorías establecidas) constituyen una matriz simétrica, por lo que sólo es necesario construir una de las mitades de la matriz, cortada por la diagonal principal.

El orden entre las categorías en la matriz, aunque no enteramente arbitrario, no puede suponerse que refleja

la distancia y posición social. Para llegar a obtener un orden perfecto entre las categorías, basado en los índices de movilidad, habría que re-ordenar las filas, y, de forma correspondiente, las columnas, de la matriz de forma que estos índices constituyeran un patrón perfectamente regular. Los más altos se hallarían en la diagonal principal, decreciendo regularmente en ambas direcciones. Sin embargo, sabemos que es inevitable alguna heterogeneidad en las categorías, además de los errores de muestreo que siempre se producen.

Evidentemente, el "mejor" orden entre las categorías sería aquél que diera el menor número de errores o desviaciones del patrón perfecto. El número de "inversiones" preciso en las filas de los coeficientes significaría el número de ocasiones en que dos valores adyacentes deberían intercambiarse para obtener un patrón perfecto (Kendall, 1948, p. 7). Igualmente deberían tenerse en cuenta los errores en las columnas, logrando que las matrices fueran simétricas.

2. Orden extrínseco

Como hemos señalado, el prestigio social no significa la única variable de estratificación que pueda aplicarse en la investigación de la movilidad con el fin de determinar qué cambios de estatus ocupacional de los individuos son ascendentes y cuáles son descendentes. Sin embargo, es uno de los indicadores más comúnmente utilizados en distintos países, por considerarse que existe una relación directa con el problema de la movilidad.

El análisis de las razones de prestigio (después de una previa entrevista con los componentes de la muestra y clasificación subsiguiente en categorías) aboca a la conclusión de reflejar una serie o sistemas de valores igualmente

efectivos aproximadamente en estratos o clases diferentes, y en distintos países. Si tomamos tales razones como una medida extrínseca de la distancia social (en el sentido indicado previamente), tenemos al menos una justificación del empleo de un estandard ampliamente aceptado en la sociedad occidental.

Ello no constituye una razón, sin embargo, para olvidar la existencia y medida de otras variables como medios del establecimiento de un orden extrínseco entre los estratos. Como muy representativo en algunos países, como Suecia, Carlsson (1958a, p. 153) señala la magnitud de los ingresos de los individuos, que permite determinar un orden entre las categorías basado en un estandard económico.

Ninguno de ambos órdenes extrínsecos es infalible. Los datos sobre los ingresos fallan a causa de la distorsión sufrida en el curso de las entrevistas a los individuos de la muestra, especialmente en algunas clases determinadas; y la escala de prestigio es útil para las ocupaciones individuales, pero no las categorías o estrados considerados globalmente.

Bajo estas ciecunstancias, cualquier intento de establecer una "jerarquía social" precisa y definida entre las categorías o estratos distinguidos en el análisis de la movilidad sería prematuro. Parece posible llegar a algunos resultados preliminares y aproximados utilizando una cruda combinación de magnitud de los ingresos y prestigio social.

En relación con el orden intrínseco derivado de las matrices de movilidad, hallamos un estrecho acuerdo, no sólo respecto a la posición relativa entre los grupos no-empresariales (sobre todo en estudios realizados en Suecia), sino

también respecto a los demás. Existe, pues (Carlsson, 1958a, p. 157), una clara relación entre la posición social o distancia social juzgada por criterios extrínsecos en el sentido discutido, y la movilidad intergeneracional. Los datos indican que la frecuencia o movimiento decrece a medida que se incrementa la distancia entre los dos estratos.

Capítulo XX

ÍNDICES DE MOVILIDAD, III: SEGUNDA CONTROVERSIA (1964)

ÍNDICES DE MOVILIDAD, III: SEGUNDA CONTROVERSIA (1964).-

Nueve años después de la primera discusión sobre los índices de movilidad social, va a tener lugar otra por el mismo motivo, con Yasuda (1964a, 1964b) y Gross (1964) como protagonistas.

En primer lugar, para unificar conceptos, partimos, con Kahl (1957) y Westoff, Bressler & Sagi (1960), de la consideración de que movilidad factual es la movilidad concreta de un individuo, que puede ser causada por: a) cambios en la composición del estrato; b) cambio diferencial entre estratos en el tamaño de la población (nacimientos, defunciones, emigración, inmigración); y c) intercambio de individuos entre diferentes categorías de estatus. No podemos atribuir la movilidad factual de individuos específicos a uno de los tres factores, pero podemos dividir la movilidad total, o cantidad total de movilidad factual en una sociedad, en movilidad forzosa (causada por los dos primeros factores) y movilidad pura (originada por el tercer factor), y evaluar sus contribuciones relativas. La movilidad pura, en ocasiones, ha sido llamada movilidad individual (Kahl, 1957), pero esta terminología es inapropiada, porque la movilidad pura es un concepto a nivel societal, y no a nivel del individuo.

Con estas aclaraciones previas, Yasuda (1964a) manifiesta creer que las únicas medidas utilizadas hasta entonces (de movilidad social) eran el índice de asociación (y disociación) de Glass (1954), la distancia de movilidad social (Rogoff, 1953), y el coeficiente de asociación de

Carlsson (1958).

Yasuda considera muy plausible (1964a), realmente, la fórmula de Glass (1954):

$$Nf_{ij}/n_{i.}n_{.j} \qquad (1)$$

cuando se trata de la asociación entre dos generaciones, como se muestra en la Tabla 1.

TABLA 1. Asociación entre dos generaciones.

Estatus de los padres (i)	Estatus de los hijos (j)					Total
	1	2	3	...	r	
1	f_{11}	f_{12}	f_{13}	...	f_{1r}	$n_{1.}$
2	f_{21}	f_{22}	f_{23}	...	f_{2r}	$n_{2.}$
3	f_{31}	f_{32}	f_{33}	...	f_{3r}	$n_{3.}$
.	.	.	.	...	.	.
.	.	.	.	...	.	.
.	.	.	.	...	.	.
r	f_{r1}	f_{r2}	f_{r3}	...	f_{rr}	$n_{r.}$
Total	$nn_{.1}$	$n_{.2}$	$n_{.3}$	...	$n_{.r}$	N

Pero afirma igualmente que cuando escrutamos su rango de posibles valores, el índice es muy incorrecto; toma valor de uno en el caso de movilidad perfecta según

la terminología de Glass (1954) (esto es, independencia estadística), y un valor mínimo de cero cuando f_{ij} es cero, así como un valor máximo cuando f_{ij} es el mayor. Esto es idéntico a $n_{.j}$ cuando $n_{i.} > n_{.j}$ (cuando $n_{i.} < n_{.j}$, el máximo f_{ij} es igual a $n_{i.}$). De aquí que el valor máximo del índice de asociación A es

$$\text{Máx } A = N/n_{i.}, \text{ cuando } n_{i.} > n_{.j} \qquad (2)$$

$$\text{Máx } A = N/n_{.j}, \text{ cuando } n_{i.} < n_{.j} \qquad (2')$$

Por tanto, el índice de asociación no es independiente de la distribución marginal, estando influenciado por el valor de $n_{i.}$ ó $n_{.j}$.

Esto mismo fue señalado y discutido por Billewicz (1955).

Yasuda (1964a) considera que, en esta situación, debemos adoptar otro índice para medir la movilidad pura; el problema consistiría, simplemente, en medir la asociación entre el estatus del sujeto y el de sus padres. Hay varias medidas de asociación entre dos atributos cualitativos, y él eligió el coeficiente de asociación Q de Yule (1932) por las siguientes razones:

1º) Q toma un valor máximo de +1 y un valor mínimo de -1, y es cero cuando se da la situación de movilidad perfecta.

2º) Entre las distintas medidas de asociación cualitativa, Q es la única que toma un valor extremo (+1 ó -1) cuando solamente es cero una casilla de una tabla cuádruple (Tablas 2A ó 2B). Otras medidas de asociación cualitativa toman valores extremos solamente cuando las dos casi-

llas de la diagonal principal o la secundaria son nulas (como en la Tabla 2C). Ya que la movilidad pura debe ser considerada como cero en las Tablas 2A y 2B, también su medida debería dar un valor extremo. Por todo ello, otras medidas no serían apropiadas para medir la movilidad pura.

TABLA 2A. Asociación entre dos generaciones.

Estatus de los padres	Estatus de los hijos		
	j	Otros	Total
i	f_{ij}	0	$n_{i.}(=f_{ij})$
Otros	$n_{.j}-f_{ij}$	$N-n_{.j}$	$N-n_{i.}$
Total	$n_{.j}$	$N-n_{.j}$	N

TABLA 2B. Asociación entre dos generaciones.

Estatus de los padres	Estatus de los hijos		
	j	Otros	Total
i	0	$n_{i.}$	$n_{i.}$
Otros	$n_{.j}$	$N-n_{i.}-n_{.j}$	$N-n_{i.}$
Total	$n_{.j}$	$N-n_{.j}$	N

TABLA 2C. Asociación entre dos generaciones.

Estatus de los padres	Estatus de los hijos		
	j	Otros	Total
i	f_{ij}	0	$n_{i.}(=f_{ij})$
Otros	0	$N-f_{ij}$	$N-n_{i.}$
Total	$n_{.j}(=f_{ij})$	$N-n_{.j}$	N

Los defectos de Q como medida de movilidad pura, según Yasuda (1964a), son:

a) A causa de estar definido solamente para tablas cuádruples, las filas y columnas que no son la i-ésima y la j-ésima deben combinarse para dar Q para una tabla m x m.

b) Para obtener un valor Q para una fila, columna, o toda una tabla, en vez de una casilla, debemos hallar un promedio de los valores Q para todas las casillas ponderados mediante $n_{i.}n_{.j}/N$, y el cálculo es laborioso.

c) La fórmula de Q no tiene un significado matemático bien definido.

Se formula sólo como medida para satisfacer a tres condiciones formales: esto es, para dar los valores +1, -1, y cero, cuando al menos una casilla de la diagonal secundaria es cero, al menos una de la diagonal principal, y cuando la asociación es nula, respectivamente.

En consecuencia, Yasuda (1964a) formuló una medida original para la movilidad social. Se ha dicho previamente que la cantidad total de movilidad social en un sistema social dado proviene de dos fuentes: movilidad forzosa y pura. Aquí, la movilidad factual hacia fuera en la fila i-ésima de la Tabla 1 es

$$n_{i.} - f_{ii} \qquad (3)$$

La movilidad forzosa hacia fuera es

$$n_{i.} - \bar{n}_{ii} \qquad (4)$$

donde $\bar{n}_{ii}$ significa el valor más pequeño de $n_{i.}$ y $n_{.i}$. De aquí que la movilidad pura es

$$(n_{i.} - f_{ii}) - (n_{i.} - \bar{n}_{ii}) = (\bar{n}_{ii} - f_{ii}) \qquad (5)$$

(La misma expresión para la movilidad pura podría derivarse de la fórmula para la inmovilidad. La inmovilidad factual es $n_{.i} - f_{ii}$, la inmovilidad forzosa es $n_{.i} - \bar{n}_{ii}$; luego, la movilidad pura sería $(n_{.i} - f_{ii}) - (n_{.i} - \bar{n}_{ii}) = \bar{n}_{ii} - f_{ii}$).

La movilidad pura debe ser medida desde el origen de la movilidad perfecta. Puesto que la movilidad pura en la movilidad perfecta es:

$$(n_{i.} - n_{i.} n_{.i}/N) - (n_{i.} - \bar{n}_{ii}) = \bar{n}_{ii} - n_{i.} n_{.i}/N \qquad (6)$$

habría un coeficiente de permeabilidad (Yasuda, 1964a, p. 18) que mediría el grado de aproximación a la movilidad perfecta, y sería la razón entre (5) y (6); esto es:

$$y_{ii} = (\bar{n}_{ii} - f_{ii})/(\bar{n}_{ii} - n_{i.} n_{.i}/N) \qquad (7)$$

Asimismo, el coeficiente de permeabilidad para la suma de todos los estratos puede definirse como

$$Y = (\Sigma \bar{n}_{ii} - \Sigma f_{ii})/(\Sigma \bar{n}_{ii} - \Sigma n_{i.} n_{.i}/N) \qquad (8)$$

Ambos, y_{ii} e Y, toman el valor de uno cuando la casilla i-ésima y las casillas de la diagonal principal contienen los datos esperados en la situación de movilidad perfecta, y cero cuando no se da movilidad pura.

Un pequeño problema en la fórmula propuesta es que el valor de y_{ii} puede estar influenciado por el tamaño de los totales marginales cuando la movilidad es mayor que la perfecta. Ello se muestra aparente cuando consideramos el otro valor extremo de y_{ii}. Donde ninguno de los hijos tiene la misma ocupación que el padre, f_{ii} sería cero, y

$$\text{Máx } y_{ii} = \bar{n}_{ii}/(\bar{n}_{ii} - n_{i.} n_{.i}/N)$$

el cual depende de nuevo del tamaño de los totales marginales. Pero esta deficiencia es despreciable, porque raramente f_{ii} sobrepasa en la práctica a $n_{i.} n_{.i}/N$ (1).

A causa de que las casillas que están fuera de la diagonal principal frecuentemente presentan valores que sobrepasan a $n_{i.} n_{.i}/N$, Yasuda (1964a) duda en definir y_{ij} (donde $i \neq j$) ensanchando mecánicamente la fórmula del coeficiente y_{ii}.

El coeficiente y muestra en qué grado una determinada sociedad se aproxima a la máxima movilidad posible en

---

(1) Como se ha sugerido implícitamente en el párrafo precedente, un coeficiente Y de valor unidad no siempre significa teóricamente la sociedad perfectamente móvil, aunque ésta siempre tenga valor uno. Como f_{ii} rara vez sobrepasa a $n_{i.} n_{.i}/N$ en la práctica, Y=1 casi siempre significa movilidad perfecta.

la situación de movilidad perfecta, siguiendo estrictamente el concepto de movilidad pura; además, su cálculo es muy simple. De aquí que el coeficiente y sea superior a otras medidas de movilidad pura.

El coeficiente y es estrictamente equivalente al índice I de Durbin (1955) (expuesto en un capítulo precedente). En efecto, según dicho autor,

$$I = \frac{(A-1)n_{ii}}{(N-n_{ii})}$$

donde n_{ii} significa el mayor de $n_{i.}$ y $n_{.i}$. La fórmula puede expresarse:

$$I = \left(\frac{Nf}{n\bar{n}} - 1\right)\frac{n}{N-n} = \left(\frac{Nf}{\bar{n}} - n\right)\frac{1}{N-n} = \left(N-n-N+\frac{Nf}{\bar{n}}\right)\frac{1}{N-n} =$$

$$= 1 - \left(N-\frac{Nf}{\bar{n}}\right)\frac{1}{N-n} = 1 - \frac{Nn-Nf}{\bar{n}(N-n)} = 1 - \frac{\bar{n}-f}{\bar{n}-\frac{\bar{n}n}{N}} = 1 - y_{ii}$$

(se ha omitido el subíndice ii para f, $\bar{n}$ y n, para abreviar)

Sin embargo, Durbin (1955) no explicaba la derivación matemática de su índice ni su significado sociológico, lo cual sí tiene en cuenta Yasuda (1964a), que considera su sistema de medida de la movilidad social superior a los previamente mencionados de Glass (1954), Rogoff (1953) y Carlsson (1957).

Gross (1964) publica una carta a Yasuda (1964a) en que le pone al corriente de la controversia de 1955,a la vez que le achaca no haber tenido en cuenta a Scott (1955), por lo que supone que no le convence. En definitiva, manifiesta que el coeficiente de Yasuda no es un sustituto de

la medida de Rogoff-Glass-Carlsson (llamada, respectivamente, distancia de movilidad social, índice de asociación, y coeficiente de asociación).

Considera que Yasuda, igual que Billewicz (1955), criticaron esta medida debido a la confusión introducida por las frases "movilidad perfecta" e "índice de asociación" de Glass (1954). La primera se refiere a la independencia estadística, y la segunda es equivalente a la distancia de movilidad social de Rogoff (1953); puesto que ésta se basa en el principio de independencia estadística, realmente la confusión es posible.

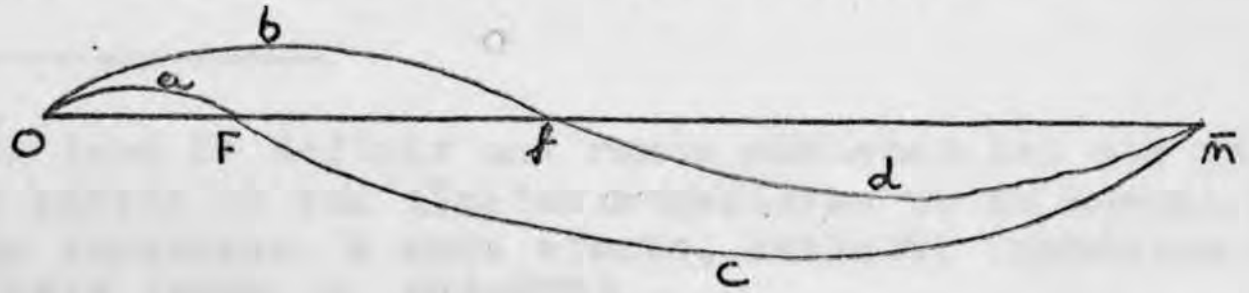
Añade Gross (1964, p. 886) que la distancia de movilidad social de Rogoff es muy fácil de calcular, y que, ciertamente, sin que sea un fallo, tal medida varía según el tamaño de los totales marginales. Además, recalca el defecto que el propio Yasuda (1964a) advertía acerca de su coeficiente y: incluso aunque los totales marginales estén controlados, la medida es incómoda fuera de la diagonal principal (casillas de estatus herencia), donde "la movilidad es mayor que la perfecta" (esto es, los valores de distancia de movilidad social son mayores que la unidad); éste es un serio inconveniente, incluso aunque la medida fuera válida. Yasuda limita su medida de "permeabilidad" de una sociedad a la cantidad de herencia ocupacional, pero, sigue replicando Gross (1964), la permeabilidad incluye no solamente la cuestión de cómo un hijo hereda la ocupación de su padre, sino también de lo fácil que le es no heredarla si no lo desea (por ejemplo, el hijo de un obrero no cualificado que desea ascender), y de qué otras ocupaciones puede elegir.

En definitiva, de acuerdo con estas consideraciones, se requeriría una medida aplicable a cualquier casilla de la tabla, tal como la de Rogoff (1953),,y que, como ésta, tuviera en cuenta los cambios en la estructura ocupacional.

Yasuda (1964b) responde a las diatribas de Gross (1964) dejando en claro, por una parte, la insistencia en la deficiencia de la distancia de movilidad social de Rogoff (1953), que controla lo que no debe controlarse, y, por otra parte, entresaca la frase de Gross "deben tenerse en cuenta los cambios en la estructura ocupacional", y se pregunta si el "tener en cuenta" significa "controlar" de acuerdo con el uso tradicional; Rogoff (1953) controlaba dichos cambios, pero insuficientemente.

Yasuda (1964b) considera que el defecto crucial de la discusión de Gross (1964) estriba en que parece entender el índice de Rogoff solamente como $\frac{f/n_{i.}}{n_{.i}/N}$. El índice puede, sin embargo, ser considerado como f/F, donde F es $n_{i.} n_{.i}/N$; en otras palabras, Rogoff compara un valor observado f con el valor esperado F; puesto que el coeficiente y es también una forma de comparar f con F, ambos índices no son diferentes, tal como Gross imagina.

Yasuda (1964b) incluye una figura (Figura 1) para aclarar la relación entre ambos índices:



El índice de Rogoff es b/a en la figura, y el de Yasuda es d/c, donde c es la distancia de $\bar{n}$ a F, y d la distancia de $\bar{n}$ a f, siendo $\bar{n}$ el máximo valor posible de f (1). Yaqque d/c es una medida natural para comparar f y F, tomando $\bar{n}$ en lugar de 0 como origen, ¿por qué deberíamos medir f y F desde el otro extremo del eje? Una sociedad enteramente cerrada puede ser concebida fácilmente como una sociedad con igualdad de oportunidades.

En una sociedad actual, los f valores en las casillas diagonales oscilan entre F y $\bar{n}$, pero es irreal esperar que f se aproxime a 0, sobrepasando a F, porque una sociedad donde f=0 representa una ausencia completa de estatus herencia. Además, no podemos olvidar $\bar{n}$, el límite superior de f, el cual generalmente fluctúa de estatus a estatus. Por consiguiente, el origen desde el cual debemos medir la posición de f es $\bar{n}$, y no 0.

De forma semejante, los valores f fuera de las casillas diagonales estarán entre 0 y F, aproximándose f a 0 en una sociedad cerrada. De forma estricta, el límite más bajo de f no es siempre 0, porque cuando existe movilidad forzosa, al menos algunas casillas en una columna (o fila) dadas deben contener un valor mayor que 0. Por ello, según Yasuda (1964b) debemos dudar en aceptar el índice f/F de Rogoff (1953) como una medida de movilidad pura incluso en los casos de casillas no diagonales, tal como él mismo (Ya-

---

(1) La idea de definir una razón midiendo los dos números a partir de sus límites superiores no es nueva; se puede cosiderar, a este efecto, Hovland, Lumsdaine & Sheffield (1949, p. 284-289).

suda) tuvo en cuenta a la hora de extender el coeficiente y a estos casos.

Gross se refiere también al caso del movimiento hacia fuera de un estatus dado; igualmente, Yasuda, cree que ello puede medirse con el coeficiente y, porque la movilidad pura (o movilidad individual de Kahl) significa que una persona que se mueve está acompañada por el movimiento de otras personas.

Capítulo XXI

MEDIDA FORMAL DE LA MOVILIDAD SOCIAL

MEDIDA FORMAL DE LA MOVILIDAD SOCIAL.-

1. Movilidad social en una matriz de transición

Una conclusión que aparece claramente a partir de las series de investigaciones de Glass (1954) es que mientras el concepto de movilidad social es complejo, su estudio viene apoyado por el tipo de aproximación cuantitativa, lo cual, además, está de acuerdo con Ginsberg (1929). Quizá la tabla más interesante que resulta de estos estudios cuantitativos es la que trata de la relación entre los estatus sociales de los padres y sus hijos, como resultado de una serie de entrevistas en una muestra de una población.

Tal tabla se llama matriz de transición (Prais, 1955 a, p. 56), y los coeficientes de tal matriz se considera que dan la probabilidad de transición de una familia desde un estatus social a otro. Con la ayuda de la suposición de que estas probabilidades son constantes a lo largo del tiempo, se derivarán nuevas medidas que presenten ventajas sobre otras utilizadas corrientemente en la evaluación de la movilidad social.

Pensemos que en la tabla objeto de consideración (Glass, 1954) se tienen únicamente en cuenta los sujetos varones, midiéndose los distintos estatus por la ocupación desempeñada. La única suposición posterior es que la influencia de los antepasados en la determinación de una clase se transmite enteramente a través del padre, de tal forma que si examinamos la influencia de éste, equivale a que tenemos presente la influencia de dichos antepasados.

2. Distribución de equilibrio de las clases sociales

Si consideramos la tabla mencionada construida por Glass (1954), y cuyo esquema aparece en la Tabla 1, el elemento j-ésimo de la fila i-ésima, que se simboliza por p_{ij},

TABLA 1. Esquema de la matriz de transición social (según Glass, 1954)

Clase	1	2	3	4	5	6	7
1. Profesionales y altos administrativos							
2. Ejecutivos							
3.				p_{ij}			
...							
7. Obreros no cualificados							

da la proporción de padres en la clase social j-ésima cuyos hijos se hallan en la clase social i-ésima; alternativamente, si se supone que hay algún método no ambiguo de trazar la línea de familia a través del tiempo, entonces p_{ij} representa la probabilidad de transición de una familia desde la clase j a la clase i en el intervalo de una generación. En este ejemplo:

$$i, j = 1, 2, \ldots, 7$$

Si se considera una fila a la vez, los elementos muestran cómo las probabilidades de entrar en una clase dada varían con la clase de los padres. Puesto que cualquier indivi-

duo debe hallarse en alguna clase (cualquiera que sea la de su padre), la suma de cada columna es la unidad.

Conociendo las proporciones de los padres en cada grupo social y en un tiempo determinado, es posible derivar obviamente, con ayuda de esta matriz, la distribución de los hijos entre las distintas clases sociales. Por tanto, si s_{it} significa la proporción en la clase social i-ésima en el tiempo t, entonces

$$s_{i(t+1)} = \sum p_{ij} s_{jt} \qquad (1)$$

alternativamente, y si s_t es el vector (columna) de las proporciones en las distintas clases en el tiempo t, siendo P la matriz de transición,

$$s_{t+1} = P\, s_t \qquad (2)$$

La unidad de tiempo implicada en esta ecuación es una generación.

Surge una cuestión obvia: Suponiendo que la matriz P permanece invariable con el tiempo, ¿qué distribución de la población entre las distintas clases sociales puede esperarse en cualquier período subsecuente, como n generaciones más tarde? Aplicando sucesivamente las relaciones (2), resulta

$$s_{t+2} = P\, s_{t+1} = P(P\, s_t) = P^2 s_t$$

$$s_{t+3} = P\, s_{t+2} = P^3 s_T$$

y, en general,

$$s_{t+n} = P^n s_t \qquad (3)$$

Esto muestra la distribución en el tiempo (t+n) como dependiente de la distribución en el tiempo t y en la matriz de

transición P elevada a la potencia n.

Para cualquier matriz del tipo P, la distribución de las clases sociales tiende en el tiempo a un valor, $\overline{s}$, que es independiente de la distribución original. La distribución $\overline{s}$ se llama la distribución equilibrio; satisface la ecuación

$$\overline{s} = P\,\overline{s} \qquad (4)$$

y una vez se halla la distribución, se mantendrá a través del tiempo. La distribución equilibrio así mantenida depende sólo de las tendencias estructurales de la sociedad y no de la distribución de la población entre las clases en cualquier momento.

La distribución de equilibrio es también independiente de la unidad de tiempo en la cual se han medido los elementos de P; supongamos, por ejemplo, que las observaciones permiten escribir una ecuación similar a (1) mostrando las relaciones entre los estatus sociales de nieto y abuelo. Cada elemento de la matriz de transición sería distinto, ya que se referiría a una transición durante un período de dos generaciones en lugar de una. La distribución equilibrio correspondiente a tal matriz, sin embargo, no habría cambiado. Si la matriz que relaciona los estatus de los hijos y los padres es P, la que relaciona los de nietos y abuelos será P^2 (suponiendo que no han cambiado las características de la sociedad en el período considerado), y estas matrices elevadas a la potencia n-ésima tenderán obviamente al mismo valor a medida que n tiende a infinito.

3. Tiempo promedio de permanencia en una clase social

Según Prais (1955a), no hay distinción fundamental entre la movilidad intrageneracional e intergeneracional, pues ambas se refieren al mismo fenómeno y se describen mediante series similares de datos; la única diferencia entre estos conceptos es el período de tiempo al que se refiere el fenómeno.

Si se da una completa ausencia de movilidad en una sociedad, cada línea de familia se mantendrá en su clase social durante un período de tiempo teóricamente infinito; por otra parte, la sociedad más móvil en un corto período de tiempo va de una clase social a otra. El período medio de tiempo gastado en una clase social, comparado con el período permanecido en esta clase en una sociedad comparable pero perfectamente móvil, nos daría una medida (aunque, naturalmente, no la única medida) de la movilidad en una sociedad dada.

El promedio del número de generaciones estables en una clase social se puede calcular simplemente: Sean s_j familias en la clase j en la generación actual; de ellas, $s_j p_{jj}$ se encontrarán en la clase j en la siguiente generación, en número de $s_j p_{jj}^2$ en la tercera generación, y así sucesivamente. De aquí que el tiempo total gastado en la clase j-ésima por s_j familias actualmente en esta clase es

$$s_j + s_j p_{jj} + s_j p_{jj}^2 + \dots$$

Dividiendo por s_j resulta el tiempo promedio t_j que ha permanecido una familia en esta clase; por consiguiente,

$$t_j = 1 + p_{jj} + p_{jj}^2 + \dots$$

esto es,

$$t_j = \frac{1}{1 - p_{jj}} \qquad (5)$$

Una aproximación alternativa (Prais, 1955a, p. 65-66) nos permite obtener la desviación estandard del tiempo permanecido en cada clase social, demostrándose que su valor es

$$\sigma_j = \frac{\sqrt{p_{jj}}}{1 - p_{jj}} \qquad (6)$$

Con el fin de utilizar medidas t_j en la evaluación de la movilidad de una sociedad es necesario saber cuáles serían los valores correspondientes de estas medidas en una sociedad que es perfectamente móvil.

En términos de la matriz de transición, una sociedad perfectamente móvil es aquélla en la cual la probabilidad de entrar en una clase social particular es independiente de la clase de sus padres; todos los elementos en cada fila de la matriz serían substancialmente iguales (para un grado de aproximación determinado), dándose diferencias entre las filas. Una definición más general de movilidad perfecta implicaría que la probabilidad de entrar en una clase es substancialmente independiente de la de su progenitor n-ésimo (donde el primer progenitor se define como su padre, el segundo como su abuelo, y así sucesivamente). Lo pequeño que ha de ser el valor de n, y las diferencias entre los elementos en cualquier fila, son cuestiones que corresponden a la política social.

De las muchas sociedades posibles perfectamente móvi-

les, la que se elige como base de comparación con nuestra sociedad actual es aquélla que tiene la misma distribución equilibrio de las clases sociales, y la matriz de transición de la sociedad perfectamente móvil se compone precisamente de estos valores de la distribución equilibrio; en el caso de la Tabla 1, sería una matriz cuyas columnas se repetirían siete veces. Puesto que la distribución de equilibrio depende de la extensión de la definición de cada clase, es aparente que, comparándola con ella, las medidas t_j están estandarizadas para estas diferencias en la extensión de las clases. Los valores de t_j para las diferentes clases serán directamente comparables.

Si existieran otras informaciones válidas en tendencias a largo plazo en la distribución ocupacional de la sociedad, podría ser preferible utilizar otras distribuciones en lugar de la distribución equilibrio.

Las medidas de la inmovilidad de la estructura social vienen dadas por la razón entre el número promedio de generaciones en una clase social y las que habrían si la sociedad fuera perfectamente móvil.

4. Variación de la movilidad con el tiempo

La medida de movilidad dada anteriormente por Prais (1955a) es particularmente simple, puesto que depende del propio refuerzo en cada clase, esto es, de los elementos diagonales de la matriz de transición. Los demás elementos solamente entran en el cálculo de la distribución de equilibrio, que se utiliza como un factor de estandarización.

Prais (1955a, p. 51) propone medidas más complicadas, con la ventaja de que es posible evaluar con su ayuda la cantidad de movimiento entre las distintas clases socia-

les conseguido en generaciones sucesivas; estas medidas dependen más directamente de todos los elementos de la matriz. Surgen de la observación de que en sociedades como las de la Tabla 1, no sólo es el grado de "propio-reclutamiento" más alto que en una sociedad perfectamente móvil, sino también el grado de "reclutamiento" de clases adyacentes es más alto que el de clases más distantes.

Puesto que también es cierto que la probabilidad de movimiento en clases adyacentes es mayor que para los movimientos en clases más distantes, el resultado neto es que si consideramos el número de abuelos cuyos hijos se trasladaron fuera de sus clases sociales y cuyos nietos han vuelto atrás a la misma clase social, este número tenderá a ser más alto que el correspondiente a una sociedad perfectamente móvil.

Supongamos que se contabiliza el número de líneas de familia en la clase j-ésima, y, después de un intervalo de n generaciones, vuelve a contabilizarse. En la segúnda generación se hallaría que una cierta proporción, $m_{jj}^{(n)}$, de estas líneas de familia originalmente en la clase j-ésima, todavía permanecerían en la misma. El teorema señala que en una sociedad perfectamente móvil esta proporción no depende del número de generaciones intervinientes; esto es, que $m_{jj}^{(n)}$ es independiente de n.

La prueba de esta proposición es simple. Para las proporciones $m_{jj}^{(n)}$ hay elementos de una matriz M^n definida por una ecuación análoga a (3). Luego, si M es la matriz de transición de cualquier sociedad perfectamente móvil, esto es, para todo i y todo k es cierto que $m_{ik} = m_{ii}$, entonces los elementos de M^2 vienen dados por

$$m_{ij}^{(2)} = \sum_k m_{ik}\, m_{kj} = \sum_k m_{ii}\, m_{kj} = m_{ii} \sum_k m_{kj} = m_{ii}$$

ya que la suma de cualquier columna es la unidad. De aquí que

$$M = M^2 = M^3 = \ldots \qquad (7)$$

y, en particular, $m_{jj} = m_{jj}^{(n)}$

Por otra parte, es una sociedad que es inmóvil, la razón de líneas de familia se halla en la clase j-ésima respecto a las que había originalmente en esta clase n generaciones antes, dependiendo del valor de n (con tal que n sea finito). Las razones vendrán dadas por los elementos diagonales, $p_{jj}^{(n)}$, de la matriz P^n definida en la ecuación (3).

Las medidas de inmovilidad para la generación t-ésima están definidas como $p_{jj}^{(t)}/m_{jj}$. Hay que anotar los siguientes puntos:

1º) Para t=1, esta medida guarda una relación directa con la medida basada en el tiempo promedio pasado en cada clase. Sin embargo, no es posible a partir de un conocimiento de una de estas medidas exclusivamente obtener el otro.

2º) A medida que t se hace grande, las razones de inmovilidad para todas las clases tienden a la unidad, indicando que después de un tiempo suficientemente largo, el número de descendientes que se hallarán en una clase difiere poco arbitrariamente del que se hallaría en una sociedad perfectamente móvil.

3º) Las razones de inmovilidad para la primera generación son siempre idénticas a los índices de asociación utilizados por Glass (1954). Las razones para la generación t-ésima propuestas por Prais (1955a) pueden considerarse como una generalización de esta medida.

4º) Quizá el más interesante de estos puntos, supone

que en las bases de las consideraciones externas, una sociedad perfectamente móvil se define como aquélla en la cual la oportunidad de entrar en una clase particular dependería de la clase del padre del individuo, pero sería independiente de la de su abuelo. Entonces, la razón de inmovilidad para la segunda generación daría una medida correcta de la desviación de la estructura social de su ideal; y las razones para ésta y las siguientes generaciones todavía serían válidas como medidas de la progresión de la movilidad a través del tiempo. En general, si en una sociedad perfectamente móvil la probabilidad de entrar en una clase se define como independiente de la del progenitor t-ésimo, esto requiere que solamente las razones de inmovilidad para la generación t-ésima y en adelante serán consideradas, pero los cálculos no tendrán que modificarse de ninguna forma.

5. Algunas extensiones

La primera es una implicación del teorema básico mencionado en la sección 2 de que la distribución equilibrio es independiente de cualquier distribución inicial s_t. Este teorema implica a la vez que la probabilidad de estar en la clase j-ésima n generaciones después de estar en la i-ésima tiende a un valor, a medida que n se incrementa, que es independiente de i; esto es

$$p_{ji}^{(n)} \rightarrow \bar{s}_j \qquad (8)$$

Esto simplemente asegura que nuestro sistema formal tiene la propiedad de sentido común de que la probabilidad de estar en una clase particular es independiente de la clase de sus antepasados, por ejemplo, mil años antes.

En segundo lugar, cualquier distribución, s_t, puede ser considerada como dando las proporciones en los distintos casos en que se espera encontrar una gran población en el tiempo t; o dando las probabilidades de que cualquier familia particular se encuentre en cualquiera de las clases sociales en este tiempo. Desde este último punto de vista, la distribución equilibrio da similarmente las probabilidades que cualquier línea de familia particular tiene de hallarse en cualquiera de las clases sociales en todos los momentos (excepto posiblemente para unas pocas primeras generaciones).

Puesto que cualquier línea de familia particular a lo largo de la historia pasa su tiempo errando de una clase social a otra, es posible calcular el tiempo promedio de su regreso a cualquier clase particular, o <u>tiempo medio de recurrencia</u>, y es igual a los recíprocos de los elementos s_j del vector equilibrio.

Sería válido obviamente llevar a cabo cálculos comparables del tiempo promedio gastado en cada clase social para cada país en varios tiempos o épocas, y para otros países cuyos datos fueran comparables.

CUARTA PARTE:

DERIVACIÓN DEL SISTEMA FORMAL DEL MODELO DE MOVILIDAD SOCIAL

Como se afirmaba en la Primera Parte de la Tesis, el sistema formal del modelo debe ser el conjunto más simple de formulaciones que represente adecuadamente su estructura relacional. A este fin, los capítulos XXII y XXIII formulan las relaciones del mecanismo de movilidad social como términos vinculados por las reglas de la matemática y la lógica.

Capítulo XXII

TEORÍA FORMAL DE LA MOVILIDAD SOCIAL

TEORÍA FORMAL DE LA MOVILIDAD SOCIAL.-

A partir de la importante obra de Glass (1954), Prais (1955b) consideró que podrían establecerse unas relaciones formales entre los conceptos básicos utilizados en los estudios de movilidad social, y en donde el esquema básico consistía en la aplicación de las cadenas de Markóv (Prais, 1955 a).

El punto principal consiste en el esquema básico de que el proceso de movimiento de una clase social a otra tiene, como característica esencial, el hecho de que tiene lugar a través del tiempo. Cada línea de familia puede seguir su camino de forma no ambigua entre las distintas clases sociales; en cada clase pasa un cierto tiempo, cuyo promedio puede calcularse, y, si "sale" de una clase determinada y se retorna a ella, igualmente puede calcularse el valor promedio del tiempo de recurrencia. Este punto de vista enfatiza tal promedio de períodos de tiempo, cuyas duraciones aproximadas pueden ser inferidas de los datos de las distintas clases sociales, y que son el centro de discusión en las evaluaciones acerca del grado de movilidad social.

1. Teoría descriptiva

Prais (1955b) considera que, en primer lugar (p. 72), debemos estudiar las características de alguna sociedad dividiéndola en clases sociales tal como se transforman a través del tiempo, e investigando la proporción de estas clases en algún punto de su historia y el grado de propio-reclutamien

to, así como el número promedio de generaciones que han permanecido en una línea de familia en cualquier clase particular; y todo ello sin cualquier suposición acerca de lo que ha de ocurrir idealmente, o que ocurriría en una sociedad perfectamente móvil. Por tal razón, se la llama parte "descriptiva" (Prais, 1955b, p. 72) de la teoría, qunque también se ha designado como parte "positiva". Si los juicios se emiten sobre el grado de inmovilidad, etc., de una sociedad, es necesario generalizar esta discusión y plantear alguna suposición sobre qué ocurriría en una sociedad perfectamente móvil (lo cual corresponde a la segunda parte de la teoría, o parte "normativa").

La teoría descriptiva parte de la información en los orígenes de varias clases sociales; esto es, si distinguimos, por ejemplo, tres clases en una sociedad -designadas, por conveniencia, alta, media y baja-, es necesario saber qué proporción de personas que se hallaban en la clase más alta en la última generación tienen hijos que están en las otras clases, respectivamente, y una información similar se requiere para las clases media y baja. Con el único fin de presentar un ejemplo práctico y considerarlo desde el punto de vista metodológico, que es el que persigue la Tesis, citamos, como en tantas ocasiones,a Glass (1954), que define la clase social principalmente en términos de ocupación, y sobre la cual establece los siguientes grupos y porcentajes de la población de Gran Bretaña en 1949:

TABLA 1.

Agrupación de Prais (1955b)	Grupos equivalentes según Glass (1954)	Porcentaje de la población en 1949	
1. Alta	1. Profesionales y altos administrativos	2.9	
	2. Directivos y ejecutivos	4.6	7.5
2. Media	3. Inspectores de grado alto y no-manuales	9.4	
	4. Inspectores de grado bajo y no-manuales	13.1	
	5. Obreros cualificados manuales y no manuales	40.9	63.4
3. Baja	6. Obreros manuales semi-cualificados	17.0	
	7. Obreros manuales no cualificados	12.1	29.1
			100.0

Prais (1955b, p. 73 y ss.), a partir de los datos expuestos, y de la tabla especificada por Glass (1954) que representa la matriz de transición social en Gran Bretaña en 1949, y en donde cada elemento j-ésimo en la fila i-ésima da la proporción de padres en la clase social j-ésima cuyos hijos están en la i-ésima,(dicha matriz está transcrita en Prais, 1955a, p. 57) expone una tabla de coeficientes que resumen la información sobre el "reclutamiento" de clases, y en donde las columnas se refieren a las clases alta,,media y baja:

$$\begin{array}{c} \text{Alta} \quad \text{Media} \quad \text{Baja} \\ \begin{pmatrix} 0.45 & 0.05 & 0.01 \\ 0.48 & 0.70 & 0.50 \\ 0.07 & 0.25 & 0.49 \end{pmatrix} \end{array} \qquad (1)$$

Lógicamente, las sumas por columnas dan la unidad,

puesto que los elementos de la matriz son proporciones. Tal ordenación recibe el nombre de orden de "reclutamiento" (Prais, 1955b, p. 74).

Correspondiendo a cualquier orden de "reclutamiento", hay una serie de ecuaciones que muestran cómo la distribución de la población entre las clases en cualquier generación está relacionada con su distribución en la generación anterior. Por tanto, suponemos que había u_o personas en la clase alta de la generación anterior; entonces, esperaríamos hallar $0.45\ u_o$ de sus hijos en esta clase. De la misma forma, si habían m_o y l_o personas en las clases media y baja, respectivamente, esperaríamos que $0.05\ m_o$ y $0.01\ l_o$ de sus hijos se habían "trasladado" de la clase alta. De aquí que el número total en la clase alta, en la generación actual, que se simboliza por u_1, sería un valor dado por la ecuación

$$u_1 = 0.45\ u_o + 0.05\ m_o + 0.01\ l_o \qquad (2a)$$

Repitiendo el proceso para las clases media y baja,

$$m_1 = 0.48\ u_o + 0.70\ m_o + 0.50\ l_o \qquad (2b)$$

y

$$l_1 = 0.07\ u_o + 0.25\ m_o + 0.49\ l_o \qquad (2c)$$

Considerando conjuntamente estas tres ecuaciones vemos las relaciones entre las tres variables con sufijo unidad y las tres variables con sufijo cero, tales que dados los valores de las segundas, se podrían hallar las primeras.

Al proceder así, Prais (1955b) supone que las proporciones numéricas dadas permanecerán constantes a lo largo del tiempo (lo cual no es exactamente cierto, pero se hace la suposición al no haber más información válida), pudiendo enton

ces calcular los números u_2 , m_2 y l_2, correspondientes a la segunda generación. Las variables con el sufijo 2 guardarán las mismas relaciones con las de sufijo 1 que éstas con las de sufijo 0; de esta forma,

$$u_2 = 0.45\ u_1 + 0.05\ m_1 + 0.01\ l_1 \qquad (3)$$

desarrollándose ecuaciones similares para m_2 y l_2. En otras palabras, podemos calcular por este método la distribución esperada de la población entre las clases sociales que pensamos hallar en la segunda generación; y es lógico pensar que aplicando este proceso sucesivamente es posible calcular la distribución esperada entre las clases para un número determinado de generaciones venideras.

Si el orden de "reclutamiento" dado en la matriz (1) permanece constante, la distribución en cualquier tiempo sólo depende de los números originales u_o , m_o y l_o en las distintas clases sociales (debemos aclarar que Prais utiliza la notación de "u" para la clase alta, "m" para la media, y "l" para la baja, como corresponde a las iniciales de estos términos en inglés). Esto puede ilustrarse sustituyendo en la ecuación (3) los valores de u_1, m_1 y l_1 dados por las ecuaciones (2a), (2b) y (2c); de esta forma, tenemos

$$\begin{aligned} u_2 = \quad & 0.45\ (0.45\ u_o + 0.05\ m_o + 0.01\ l_o) \\ & + 0.05\ (0.48\ u_o + 0.70\ m_o + 0.50\ l_o) \\ & + 0.01\ (0.07\ u_o + 0.25\ m_o + 0.49\ l_o) \end{aligned}$$

lo cual, simplificado, se convierte en

$$u_2 = 0.23\ u_o + 0.06\ m_o + 0.03\ l_o \qquad (4a)$$

El significado de los coeficientes en esta ecuación es de fácil comprensión si se compara con la (2a). Vemos, pues,

que de cien personas en la clase alta, 45 de sus hijos permanecerán en esta clase, así como 23 de sus nietos; pero del mismo número en la clase baja, sólo uno de los hijos ascenderá a la clase alta, y tres de sus nietos.

Mediante comparación con las ecuaciones (2a) y (2b), puede ser conveniente expresar las referentes a m_2 y l_2, calculadas a través de los mismos principios:

$$m_2 = 0.59\, u_o + 0.64\, m_o + 0.60\, l_o \qquad (4b)$$

$$l_2 = 0.18\, u_o + 0.30\, m_o + 0.37\, l_o \qquad (4c)$$

Prais (1955b, p. 75) examina la situación de la población entre las clases sociales a partir de la información suministrada por los datos. Según Glass (1954), hemos visto que, de las personas entrevistadas en Gran Bretaña en 1949, el 7 % se hallaban en la clase alta, 64 % en la media, y 29 % en la baja, y, los correspondientes porcentajes de sus padres eran 8, 68 y 24 %, respectivamente. Estos datos pueden expresarse en una tabla (Tabla 2), junto con los correspondientes a las proporciones esperadas para cada clase en las

TABLA 2. Distribución esperada de la población en las clases sociales en generaciones sucesivas (Prais, 1955b, p. 75).

Clase	Generación 0	1	2	3	4	5	6
Alta	8	8	7	6.5	6.4	6.3	6.3
Media	68	63	62	62.3	62.3	62.3	62.3
Baja	24	29	31	31.2	31.3	31.4	31.4

Nota: Los datos vienen expresados en porcentajes.

generaciones futuras, siendo 0 la generación de los padres, 1 la correspondiente a los sujetos entrevistados (por Glass, 1954), 2 la generación de sus hijos, y así sucesivamente, habiéndose obtenido de acuerdo con las ecuaciones correspondientes reseñadas.

Podemos observar a partir de los valores calculados que se observa una pequeña disminución en las proporciones de las clases media y alta, la cual es compensada, naturalmente con un incremento en las de la clase baja. Estos cambios tienen lugar gradualmente, aunque después de la quinta generación parece que la distribución permanece estable.

Esta tendencia a una distribución estable no es accidental, referida únicamente a una serie de datos particulares, sino una propiedad básica del sistema, y que constituye el primer teorema de la movilidad social: Si el "reclutamiento" de proporciones es constante, la distribución de la población entre las clases sociales tiende hacia una distribución de equilibrio de tal forma que el número en cada clase se mantendrá en una proporción estable que se conservará a través del tiempo.

Debería tenerse en cuenta que mientras la proporción en cualquier clase permanece constante después de un cierto período inicial, este 6.3 % de la población que permenece en la clase alta (Tabla 2) no implica que provenga del mismo 6.3 % de familias. Por el contrario, de acuerdo con este esquema, las familias en una clase cambiarán más pronto o más tarde según el tiempo que cada familia permanezca en una de estas clases; por ejemplo, aquí, en la alta, compensándose exactamente las familias que salen de esta clase con las que ingresan en ella. El número de generaciones iniciales preciso an-

tes de llegar a la distribución estable depende, obviamente, del grado de precisión de los cálculos (número de cifras decimales) y de la magnitud de las diferencias entre las distribuciones originales y las de equilibrio.

¿Qué sucede con el movimiento de familias de una clase social (o serie de clases) a otra (o serie de clases)? Prais (1955b, p. 76) sólo considera dos de los muchos cálculos posibles para aclarar aspectos particulares de la movilidad social.

El primero consiste en el número promedio de generaciones que una familia permanece en una clase social determinada. Debemos considerar que por debajo de nuestras suposiciones "estadísticas", cada familia permanece durante un tiempo distinto en una clase particular, pero es posible calcular el promedio de los tiempos para todas las familias y así obtener una medida de dispersión de los tiempos. En el caso de la sociedad en tres clases señalada por Prais (1955 b), los cálculos nos dan un período de tiempo (promedio) de 1.82 generaciones para la clase alta, 3.33 para la clase media, y 1.96 para la baja. Naturalmente, estos cálculos dependen en gran medida de la definición de las distintas clases, según lo cual, los resultados pueden permitirnos juzgar un fiel reflejo de diferencias verdaderas en movilidad, o ser meramente los resultados de definiciones más o menos arbitrarias.

El segundo de los cálculos se refiere al tiempo promedio que tarda en retornar una familia a su clase social original después de haber salido de ella. Si sólo tuviéramos dos clases en la población, el tiempo promedio en retornar a la primera clase dependería simplemente del tiempo promedio pasado en la otra clase; pero si existen más de dos clases, la

situación es más complicada. Sin embargo, aquí podemos hacer uso del segundo teorema de la movilidad social: El número pro medio de generaciones que transcurren entre dos sucesivas apariciones de una familia en una clase social particular es igual al recíproco de la proporción de familias de esta clase en la distribución equilibrio.

Aplicando este teorema a los datos anteriores, hallamos que a largo plazo una familia retornará a la clase alta en un promedio de 16 generaciones, a la media en 1.6, y a la baja en 3.2 generaciones. Estos cálculos se basan en (1).

Es útil, antes de abandonar la teoría descriptiva, considerar los órdenes de "reclutamiento" para ciertos tipos de sociedad teóricamente extremos. El más extremo de estos casos sería el de ura sociedad completamente rígida, en donde todos los hijos entraran en la clase social de sus padres; todos los elementos diagonales contendrían la unidad, mientras los demás serían nulos.

Un segundo caso sería el de una sociedad de castas, en la cual, mientras hubiera movimiento entre las clases en cualquier casta, no lo habría entre una casta (o serie de clases) y otra (u otra serie de clases). En este caso sería posible exponer las proporciones de "reclutamiento" de forma que todos los valores no nulos permanecieran en bloques cuadrados, los cuales estadían situados en la diagonal de la matriz. Un ejemplo de una sociedad en dos castas, y en donde cada casta tiene dos clases, podría ser:

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/4 & o & o \\ 1/2 & 3/4 & o & o \\ o & o & 1/3 & 3/4 \\ o & o & 2/3 & 1/4 \end{pmatrix} \qquad (5)$$

Si sólo hubiera una clase en cada casta, la sociedad sería del tipo completamente rígido, considerado preciamente.

Un caso más interesante es el de una sociedad en la cual una de las clases (o series de clases) está agonizando porque muchas familias, a largo plazo, salen pero no ingresan; esta clase (o clases) puede denominarse <u>transitoria</u>. No sería posible determinar si una clase es transitoria comparando simplemente los números totales de esta clase en dos puntos de tiempo. Como hemos visto, incluso en el caso general (sociedad no transitoria) hay que esperar que las proporciones en cada clase fluctúen de generación en generación (aunque, naturalmente, la proporción eventualmente se asentará en algún valor estable). Pero siempre será posible determinar si una clase morirá eventualmente al observar el cuadro de proporciones de "reclutamiento"; consideremos, por ejemplo, el siguiente:

$$\left(\begin{array}{c|c|c} 1/2 & 1/4 & 1/3 \\ 1/2 & 3/4 & 1/3 \\ \hline 0 & 0 & 1/3 \end{array}\right) \qquad (6)$$

Vemos que los hijos cuyos padres se hallaban en la clase alta se hallan igualmente distribuidos entre las otras clases; sin embargo, no hay "reclutamiento" desde las demás clases a la clase baja, y, por tanto, es aparente que el número de esta clase en cualquier generación será sólo un tercio de la generación anterior. Luego, se trata sólo de un asunto de tiempo antes que el número en esta clase se haga insignificante: la clase baja, en este ejemplo, es una sociedad transitoria.

En general, es posible disponer el orden de "recluta-

miento" de forma que los coeficientes no nulos estén en tres bloques, dos de los cuales son cuadrados -A y B-, y otro -C- es rectangular, y haya un bloque rectangular de ceros, simbolizado por 0, tal como sigue:

$$\begin{pmatrix} A & C \\ 0 & B \end{pmatrix} \qquad (7)$$

donde todas las clases correspondientes al bloque B son transitorias. La división de (6) en tales bloques está indicada mediante líneas de trazos.

Podríamos considerar otro tipo de sociedad que sería sorprendente entre nosotros actualmente, pero que existe entre los indios americanos. El orden de "reclutamiento" sería una imagen de espejo de la sociedad de castas. Por ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/4 & 1/2 \\ 0 & 0 & 3/4 & 1/2 \\ 3/4 & 1/3 & 0 & 0 \\ 1/4 & 2/3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (8)$$

En esta sociedad, los padres que se hallan en las clases 1 y 2 tendrían hijos solamente en las 3 y 4, e inversamente. De esta forma, una familia necesariamente se traslada de una serie de clases a otra en el lapso de una generación a la siguiente.

El último tipo de sociedad que es interesante considerar es el de la sociedad perfectamente móvil. La definición más simple de ella es que se trata de una sociedad en donde la oportunidad de hallarse en una clase social no depende de la clase social del padre. Un tipo de sociedad así, por consiguiente, podría tener un orden de "reclutamiento" de pro-

porciones como sigue:

$$\begin{pmatrix} 1/8 & 1/8 & 1/8 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 3/8 & 3/8 & 3/8 \end{pmatrix} \qquad (9)$$

Las proporciones son las mismas para cada fila, pero difieren de una fila a otra. En este ejemplo, la clase alta es menor, ya que contiene un octavo de la población, y cualquier persona tiene 1/8 de probabilidad de entrar en esta clase.

La sociedad perfectamente móvil es, naturalmente, el extremo opuesto a la sociedad completamente rígida considerada anteriormente. Sin embargo, mientras que la sociedad rígida puede estar definida completamente por criterios intuitivos (sólo es necesario tener unidades en la diagonal de la matriz), no ocurre así para la sociedad perfectamente móvil. Para esta última es precisa información adicional acerca de las proporciones precisas en cada clase: una sociedad que tiene una proporción 1/4 en la fila superior del orden de "reclutamiento" es tan perfectamente móvil como otra cuya proporción sea de 1/8 en la misma clase.

2. Teoría normativa

A un nivel de análisis suficientemente simple, puede llevarse a cabo sin dificultad la comparación de una sociedad con otra: en una sociedad A hay cuatro castas, en una sociedad B es posible el movimiento de cualquier clase a las demás, y en una sociedad C no hay movimiento entre las clases sólo hasta un cierto punto, ya que éste es posible entre algunas de ellas, mientras que otras de tales clases son mútuamente inaccesibles. A partir de aquí podemos inferir al-

gunas de las características de estas sociedades. Las sociedades, occidentales, sin embargo, no presentan variaciones tan pronunciadas como las de los ejemplos mencionados. De hecho, es necesario tener alguna norma o sociedad idealizada en la mente antes de intentar estas comparaciones.

Hay dos tipos de sociedades que pueden ser utilizadas como norma: la completamente rígida y la perfectamente móvil. Para la primera, el tiempo promedio gastado en cada clase social es teóricamente de un número infinito de generaciones, y obviamente no aparece ningún valor si lo comparamos con nuestra sociedad actual. Por otra parte, para una sociedad perfectamente móvil, no surge tal dificultad, y adoptándola como estandard es posible derivar medidas que muestran cuán lejos está nuestra sociedad presente de la movilidad perfecta.

El problema que persiste consiste en saber cuál de las muchas sociedades perfectamente móviles será elegida como punto de comparación con la nuestra. La sociedad descrita por Glass (1954) muestra una distribución de la población (1) entre tres clases sociales en las proporciones de 6, 62 y 32 %; una solución recta del problema requeriría que la sociedad perfectamente móvil comparable tuviera la misma distribución. Por tanto, para tal sociedad, el orden de "reclutamiento" sería:

$$\begin{pmatrix} 0.06 & 0.06 & 0.06 \\ 0.62 & 0.62 & 0.62 \\ 0.32 & 0.32 & 0.32 \end{pmatrix} \qquad (10)$$

No podemos olbidar, sin embargo, que Prais (1955b) presenta el problema de la forma más fácil y comprensible posi-

ble; pero en el análisis práctico, hay que tener en cuenta cualquier otra información que incida en el orden de "reclutamiento" para la sociedad perfectamente móvil.

Si (10) se acepta en este contexto como estandard para su comparación con (1), se destacan interesantes conclusiones. En primer lugar, considerando el tiempo promedio que cada familia ha permanecido en cada clase social, habría que señalar que la clase media tiene el promedio más alto, con 3.33 generaciones, y la clase alta el más bajo, con 1.82 generaciones, Repitiendo estos cálculos con los datos de (10) veríamos que en la sociedad comparable perfectamente móvil una familia en la clase media permanecería un promedio de 2.63 generaciones en dicha clase, de tal forma que los efectos de inmovilidad en la sociedad de Glass (1954) incrementan la estancia en esta clase en un 27 %. Respecto a la clase alta, en la sociedad móvil el tiempo promedio es de 1.06 generaciones, mientras que en la inmovilidad permanecerá en su 72 %. Y en la clase baja, el tiempo que una familia permanece en ella en esta sociedad de Gran Bretaña será un 35 % mayor que en una sociedad perfectamente móvil.

La conclusión a que se llega consiste en que, por lo que se refiere a la duración promedio del tiempo permanecede por una familia en una clase social determinada, los efectos de movilidad imperfecta aparecen en este tiempo en pequeño grado en las clases media y baja, y considerablemente en la alta.

Es interesante un segundo tipo de cálculo que resulta de la pregunta de cuántos hijos, nietos, bisnietos, etc. cabría esperar que se hallaran en nuestra clase social en comparación con el número resultante en la sociedad perfectamente móvil. Hemos visto previamente que este número se halla

para la sociedad actual; para la sociedad perfectamente móvil no se precisan cálculos, de acuerdo con el tercer teorema de la movilidad social: En una sociedad perfectamente móvil, el número de descendientes de un individuo en la propia clase social es el mismo a través del tiempo.

Hallaríamos, pues, que para las clases altas hay 7.5 veces más hijos en la clase de un individuo que en una sociedad perfectamente móvil, 3.8 veces más nietos, 2.2 veces más bisnietos, y 1.5 veces más tataranietos. Para la clase media los datos correspondientes son 1.13, 1.03, 1.02 y 1.02; y para la clase baja, 1.6, 1.2, 1.1 y 1.03 (a partir de los datos de Glass, 1954).

El punto principal de la teoría a recordar respecto a la evaluación de las estimaciones del párrafo anterior consiste en que, en todas las sociedades, después que un número suficientemente grande de generaciones han ido transcurriendo, el número de descendientes de un individuo que se hallen en su misma clase social diferirá sólo en una cantidad infinitésima del número en una sociedad perfectamente móvil.

3. Problemas de estimación

Es fundamental un conocimiento del orden de "reclutamiento de proporciones" para los cálculos que son precisos realizar: la forma más simple de llegar a unas estimaciones de estas proporciones es entrevistar una muestra de la población y realizar encuestas acerca de la clase social de la persona entrevistada y de su padre. De esta forma, es posible derivar una estimación de las proporciones en cada clase en la generación actual y en la anterior, así cómo calcular las proporciones de "reclutamiento".

Suponemos, sin embargo, si sabemos que las diferen-

tes clases sociales difieren en las razones de reproducción, por ejemplo, que 100 padres que en la generación anterior se hallaban en la clase media tienen un promedio de 110 hijos que se han dispersado hacia otras clases (Hopkin & Hajnal, 1947). Si entrevistamos una muestra aleatoria de la población y hallamos que, por ejemplo, 1000 de los entrevistados declaran que sus padres pertenecían a la clase media, utilizando nuestro conocimiento de las razones de réproducción entonces podríamos estimar que, de hecho, sólo 10/11 de este número, o sea 909 padres (correspondientes a los 1000 hijos) era el correcto. Las proporciones de "reclutamiento" serían también estimadas con esta corrección de tal forma que representaran los efectos de la movilidad social remediando todo lo posible las consecuencias de los factores de distorsión.

Es sumamente interesante considerar las proporciones de "reclutamiento" como constantes estructurales en un sistema de relaciones, más que sumarias descripciones de la conducta anterior de la sociedad. De acuerdo con ello, sus estimaciones deberían estar libres en lo posible de factores extraños perturbadores, obteniendo luego sus límites de confianza tal como regulan las pruebas de significación estadística.

Capítulo XXIII

APLICACIÓN DE LA TEORÍA FORMAL DE LA MOVILIDAD SOCIAL: COMPARACIÓN DE PATRONES DE MOVILIDAD OCUPACIONAL INTERGENERACIONAL

APLICACIÓN DE LA TEORÍA FORMAL DE LA MOVILIDAD SOCIAL: COMPARACIÓN DE PATRONES DE MOVILIDAD OCUPACIONAL INTERGENERACIONAL.-

Hemos citado anteriormente dos interesantes artículos de Prais (1955a; 1955b) en donde trazó las líneas generales de una teoría formal de la movilidad social, en donde las cadenas de Markov se aplicaban al movimiento entre las clases sociales a lo largo del tiempo. Señaló la similaridad de las matemáticas (cadenas de Markov) y su aplicación al análisis de las razones reales del incremento natural de población. En particular, su primer teorema puede ser aplicado a la comparación de patrones de movilidad social ocupacional o de otro tipo observada para períodos dados de tiempo. Puesto que una "distribución de equilibrio" está asociada con cada patrón observado de movilidad, éstos pueden compararse en términos de varias medidas derivadas de sus respectivas distribuciones de equilibrio asociadas. Por consiguiente, la comparación de los patrones observados de movilidad en términos de sus series asociadas de proporciones estables en cada clase social, o en términos de las proporciones de las poblaciones totales que son móviles en el equilibrio o estado (estable), es análoga a la comparación de series observadas de razones de fertilidad y mortalidad en términos de sus distribuciones asociadas estables según sexo y edad, o en términos de las razones reales de incremento natural en las poblaciones estables.

Hace algunos anos, Lipset & Bendix (1959) presentaron grupos de matrices de ocupación intergeneracional a par

tir de muestras de seis países; tales matrices se comparaban en términos de proporciones, consideramdo grupos ocupacionales cambiantes entre una generación y la siguiente, ya en movilidad ascendente o descendente. Los autores dirigieron su atención a una limitación importante de tales comparaciones: las proporciones en la población que se trasladan entre grupos de ocupaciones no sólo dependen de las condiciones de movilidad intergeneracional descritas por las matrices, sino también de la distribución ocupacional inicial en la primera generación (Lipset & Bendix, 1959, p. 27). Un corolario a esta limitación consiste en que una gran estabilidad a través, por ejemplo, de tres generaciones con proporciones en los grupos de estatus origen cambiando a otros grupos de estatus, implica inestabilidad de proporciones en la población <u>total</u> que se "mueve" en las generaciones que se van sucediendo (Prais, 1955a, apéndice B, p. 65-66).

Las relaciones entre la distribución ocupacional inicial, patrones de movilidad, distribuciones ocupacionales siguientes, y las proporciones de la población que cambia de grupo de ocupación se ven más realmente cuando el proceso de cambio en la distribución ocupacional se trata como una transformación lineal. Simbolizando la distribución ocupacional inicial (primera generación) por un vector

$$\alpha = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$$

en donde a_i es la proporción de la población en el grupo de ocupación i-ésimo, y siendo

$$0 \leqslant a_i \leqslant 1 \quad ; \qquad \sum_i a_i = 1$$

entonces el patrón de movilidad puede expresarse por una ma-

triz n x n

$$A = [p_{ij}]$$

con

$$0 \leq p_{ij} \leq 1; \qquad \sum_j p_{ij} = 1$$

y en la cual p_{ij} es la proporción en el grupo de ocupación i-ésimo inicial de quienes están en el grupo j-ésimo al acabarse el intervalo. Si la nueva distribución ocupacional formada como el resultado de la operación del patrón de movilidad, A, se expresa mediante un segundo vector,

$$\beta = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$$

entonces, en la nueva distribución ocupacional, la proporción de la población en el grupo de ocupación j-ésimo es

$$b_j = \sum_i a_i p_{ij}$$

y el proceso global de cambio en la distribución ocupacional se describe simplemente por la transformación lineal

$$\alpha A = \beta$$

Suponiendo que todos los padres, indiferentemente del grupo de ocupación, tienen igual número de hijos, la proporción de éstos (segunda generación) que se trasladan a grupos de ocupación diferentes de los de sus padres es

$$1 - \sum_i a_i p_{ii}$$

la cual es obviamente dependiente de la distribución ocupacio-

nal α, así como del patrón de movilidad observado A. Suponiendo que el patrón de movilidad, A, se repite en la generación siguiente, el cambio en la distribución ocupacional entre las generaciones segunda y tercera vuene dado por

$$\beta_A = \gamma = (c_1, c_2, \ldots, c_n)$$

La proporción de la tercera generación que se desplaza a grupos de ocupación diferentes de los de sus padres (segunda generación) es

$$1 - \sum_i b_i p_{ii}$$

lo cual ordinariamente no es igual a la proporción correspondiente que se desplaza en la segunda generación.

El primer teorema de Prais (1955b, p. 75-76) sobre la movilidad social puede ser revisado y adaptado al problema de la comparación de matrices correspondientes a los cambios de grupo ocupacional intergeneracional.

Si la distribución ocupacional inicial (primera generación) de una población está dada por el vector α_o, y si el mismo patrón de movilidad, dado por $A = [p_{ij}]$, opera indefinidamente en generaciones sucesivas, entonces, las distribuciones ocupacionales subsiguientes estarán representadas por

$$\alpha_1 = \alpha_o A$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 A = \alpha_o A^2$$

$$\vdots$$

$$\alpha_k = \alpha_{k-1} A = \ldots = \alpha_o A^k$$

De esta forma, los patrones de movilidad a lo largo

de 2, 3, ..., k generaciones vienen dados por los cuadrados, cubos, ..., k-ésimas potencias de las matrices observadas de generación única A. Más generalmente, las matrices de los patrones de movilidad pueden ser tratadas como matrices estocásticas o de transición, y los patrones de movilidad de 2, 3, ..., k generaciones siguen el comportamiento general de las cadenas de Markov. Además las matrices de los patrones de movilidad de la forma

$$A = \left[p_{ij} \right]$$

donde

$$0 \leq p_{ij} \leq 1 \quad ; \quad \sum_{j} p_{ij} = 1$$

tienen la propiedad de que

$$\lim_{k \to \infty} A^{k} = L = \begin{pmatrix} p_1, p_2, \ldots, p_n \\ p_1, p_2, \ldots, p_n \\ \vdots \\ p_1, p_2, \ldots, p_n \end{pmatrix}$$

con la matriz límite máxima, L, conteniendo filas idénticas $(p_1, p_2, \ldots, p_n)$. Por tanto, transforma cualquier vector de distribución ocupacional inicial, $\alpha_o = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$, en un vector estable (distribución ocupacional de equilibrio), $\pi = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$, cuyos elementos son idénticos a los de las filas en la matriz límite L (Prais, 1955a; Feller, 1950).

La distribución de equilibrio ocupacional, π, la cual está implicada por un patrón de movilidad observada, A, es análoga a la estructura estable edad-sexo, la cual, a su vez, está implicada por una serie observada de razones de fertilidad y mortalidad de edad específica, y es indepen-

diente de la distribución ocupacional inicial (primera generación), y, claro está, de todas las distribuciones ocupacionales de las generaciones subsiguientes. Las n proporciones p_j, en la distribución de equilibrio, son soluciones a las n ecuaciones homogéneas

$$p_j = \sum_i p_i p_{ij}$$

donde $\sum_j p_j = 1$ y las p_{ij} son las entradas de la matriz patrón de movilidad observada A.

Aunque las proporciones en cada grupo de ocupación en la distribución de equilibrio son estables para generaciones sucesivas, se da una cantidad fija de movimiento intergeneracional entre los grupos ocupacionales (Matras, 1960). Por consiguiente, una proporción móvil "estable" en la población

$$v = 1 - \sum_i p_i p_{ii}$$

está asociada con la distribución ocupacional de equilibrio Π, y con el patrón de movilidad observada A, pero es independiente de la distribución ocupacional inicial α_o.

La comparación entre la inicial, segunda generación, tercera, y las distribuciones ocupacionales de equilibrio indica que, en todos los casos, los patrones observados de movilidad transforman las distribuciones ocupacionales en sus respectivos estados de equilibrio rápidamente (Prais, 1955b).

Una segunda observación general se basa en que, para todas las poblaciones, las proporciones móviles "estables" permanecen enteramente altas, no siendo sustancialmente más

bajas que las porporciones móviles ni en la tercera ni en la seganda generación. Los patrones de movilidad observados son similares, entonces, en lo que implica altos niveles de movilidad ocupacional incluso cuando las distribuciones ocupacionales no cambien más.

Por otra parte, las direcciones del cambio en la distribución ocupacional implicadas por los patrones de movilidad observados en los diferentes países son muy distintas. Por ejemplo, según Lipset & Bendix (1959), los patrones observados para Alemania y Estados Unidos operan en la dirección de altas proporciones en las ocupaciones manuales, y bajas en las agrícolas (referido, lógicamente, a unos veinte años atrás); los observados en Francia presentan una sustancial proporción en ocupaciones relacionadas con la agricultura; y en Suiza se observó una alta proporción en ocupaciones no manuales.

Según Matras (1960), hay falta de material referente a las consecuencias de la movilidad social, afirmado tambipen por Lipset & Bendix (1959), no habiéndose presentado un armazón o esqueleto específico para el análisis de tales consecuencias. Por otra parte, la teoría formal de la movilidad social representa una aproximación directa a la evaluación de las consecuencias de la movilidad social ; para las medidas y funciones asociadas con el equilibrio social o distribuciones ocupacionales representa las consecuencias de los patrones de movilidad observados en intervalos dados de tiempo. Por consiguiente, en la anterior aplicación (Matras, 1960), las consecuencias de los patrones de movilidad observados en los distintos países han notado en términos de las generaciones cambios en la distribución ocupacional, y en

términos de las distribuciones deequilibrio ocupacional generadas por estos patrones de movilidad. En particular, vemos que, a pesar de la similaridad de todas las razones de movilidad social (medidas por cambios a través de la línea manual-no manual), los cambios en la distribución ocupacional asociados con los patrones de movilidad observados en los diferentes países difieren considerablemente.

Finalmente, Matras (1960) considera una aproximación a la evaluación de otras consecuencias que las referentes a la clase social o distribución ocupacional implícita en la teoría. Consideremos una variable dependiente sólo en la ocupación actual: la distribución de la k-ésima generación respecto a la variable dependiente está dada por

$$\mu_k = \alpha_k V_1$$

donde α_k es la distribución ocupacional de la k-ésima generación, y V_1 es la matriz que da las distribuciones de personas en cada grupo de ocupación respecto a la variable dependiente. Las consecuencias de la movilidad ocupacional para la distribución de la población con respecto a la variable dependiente se vislumbran sustituyendo la distribución ocupacional de equilibric en la ecuación

$$\mu_E = \Pi V_1$$

y μ_E es la distribución de equilibrio de la población con respecto a la variable dependiente.

Suponiendo que la variable es dependiente a la vez de la ocupación actual y de la del origen (es decir, ocupación de los padres), la distribución de la generación k-ésima con respecto a la variable dependiente es, entonces,

$$v_k = \left[f\ (\alpha_{k-1}, A) \right] V_2$$

donde $f\ (\alpha_{k-1}, A)$ es el vector que representa la distribución de la generación k-ésima para el propio grupo ocupacional y el de los padres, y V_2 es la matriz que da la distribución con respecto a la variable dependiente de cada uno de los propios grupos ocupacionales de la "ocupación de los padres". Un vector correspondiente dando la distribución para el propio grupo de ocupación y el de los padres $f(\pi, A)$ está realmente calculado para la distribución ocupacional de equilibrio, y ésta sería

$$v_E = f\left[(\pi, A) \right] V_2$$

En el caso de variables dependientes del grupo de ocupación actual, origen ocupacional, y del valor de la misma variable dependiente asociada con el origen ocupacional (por ejemplo, la conducta actual del votante es dependiente del actual grupo ocupacional, del de sus padres, y del comportamiento de sus padres como votantes), los datos pueden ser recogidos indicando un cambio intergeneracional con respecto a las dos variables simultáneamente. Las matrices de movilidad intergeneracional de la forma

$$B = \left[p_{ijkl} \right]$$

pueden formarse, donde p_{ijkl} es la proporción de hijos cuyos padres están en la ocupación i-ésima y en el grupo de conducta de voto j-ésimo, moviéndose hacia la ocupación k-ésima y grupo de voto l-ésimo. Las filas idénticas de la matriz límite, $\lim_{n \to \infty} B^n$ adoptan la forma

$$p = (p_{11}, p_{12}, \ldots, p_{ij}, \ldots)$$

y dan el equilibrio de la distribución conjunta de la población con respecto a ambas variables.

QUINTA PARTE:

ESTUDIO DE LA MOVILIDAD SOCIAL A TRAVÉS DEL ANÁLISIS ESTADÍSTICO

En los tres capítulos siguientes (XXIV, XXV, XXVI) se recogen los métodos estadísticos desarrollados principalmente por Goodman -uno de los investigadores de mayor prestigio en este campo- que fundamentan el estudio de la movilidad social a través de los modelos de movilidad perfecta y cuasi-perfecta. La discusión en torno al índice de persistencia de estatus podría considerarse igualmente desde el punto de vista metodológico (Tercera Parte), pero está incluida aquí por su homogeneidad conceptual con el análisis estadístico y exploración de las tablas de movilidad social.

Capítulo XXIV

ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS TABLAS DE MOVILIDAD

ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS TABLAS DE MOVILIDAD.-

Las bases y teoría establecidas por Goodman (1965c) para el análisis estadístico de las tablas de movilidad pueden considerarse como las más simples de cuantas se han formulado sobre este tema, y aún cuando en algunas ocasiones, y segpun palabras del propio Goodman (1965c, p. 564), "se contradicen en algunos aspectos a lo que puede considerarse como sentido común", los datos observados apoyan dicha teoría. Por este motivo, vamos a consignarla fielmente por su interés e importancia fundamentales en la construcción de modelos para analizar patrones de movilidad, y en la presentación de métodos estadísticos que permitan probar si los patrones observados son congruentes con los predichos por los modelos; únicamente a efectos metodológicos, con el fin de ilustrar la aplicación de dichos métodos y modelos, se incluirán los datos obtenidos por Glass (1954) y sus colaboradores, Svalastoga (1959), y análisis de White (1963), respecto a muestras británica y danesa, a las que hacemos referencia en distintos capítulos.

Casi esquemáticamente, la teoría de Goodman (1965c) señala que existe cierto "estatus herencia" de padres a hijos en cada estrato social; pero, una vez que un hijo ha salido del estrato de sus padres, éste no ejercerá ulterior influencia (en cierto sentido) en su propio estatus. Si esta teoría es correcta, evidentemente debería contradecir el punto de vista más "razonable" de que el estatus de los padres ejerce una influencia continua sobre el de sus hijos (incluso después de que el hijo ha salido del estrato

de los padres), dificultando de forma creciente su "movilidad".

A primera vista, los patrones observados de movilidad para los individuos móviles, podrían sugerir otros razonamientos, pero mediante la teoría de Goodman (1965c) es posible "explicar" o "predecir" todos estos patrones utilizando solamente un reducido número de parámetros estimados en el modelo correspondiente. Por ejemplo, no sería necesario introducir la "distancia" entre el estatus de una persona móvil y el de sus padres (u otros factores relacionados).

Mediante tal teoría, estos patrones son explicables simplemente en términos de factores que afectan a:

a) la distribución (marginal) de los individuos móviles en diferentes estratos, y

b) la correspondiente distribución para sus padres.

En estudios anteriores de movilidad social (Glass, 1954; Rogoff, 1953b), se había introducido el concepto de "perfecta movilidad" para describir la situación idealizada donde el estatus social de un individuo es independiente del de sus padres; es decir, que el estatus de los padres no ejerce ninguna influencia sobre el de los hijos. El estudio de los datos descritos en las tablas de clasificación transversal de cada estatus social mostró que éstos diferían de los que se habrían esperado en el caso de "perfecta movilidad", pero estas expectaciones se iban a utilizar como estandard para medir el grado en que la movilidad observada entre los estratos sociales era imperfecta.

Respecto a la tabla observada de clasificación transversal, el patrón esperado de movilidad (entre los estratos)

derivado del modelo de perfecta movilidad podría ser estimado simplemente de la distribución (marginal) observada de individuos en diferentes estratos y de la correspondiente de sus padres. Si los patrones observado y esperado de movilidad son congruentes, ello indicaría que la hipótesis de movilidad perfecta viene confirmada por los datos: que el estatus de un individuo es independiente del de sus padres, que el patrón observado de movilidad ha sido "predicho" simplemente al tener en cuenta la distribución (marginal) observada de los individuos y de sus padres, y que estas dos distribuciones marginales han sido suficientes para "explicar" los patrones de movilidad observada.

Goodman (1965c, p. 565) introduce aquí el concepto de "estatus herencia" para describir la situación en que el estatus social de un individuo es lo más semejante posible al de sus padres, incluso en el caso de que hubiera perfecta movilidad (1). Cuando hay un estatus herencia en todos los estratos, introduce el otro concepto de "movilidad cuasi-perfecta" como la situación idealizada en la cual,

---

(1) El "estatus social" de un individuo se refiere aquí al estrato particular en que se clasifica su ocupación (U -"upper" o alta-, M -"middle" o media-, y L -"lower" o baja-), y "estatus herencia" a la probabilidad de que su estrato sea exactamente el mismo que el de sus padres; pueden emplearse otros términos para definir este último concepto, pero, en cualquier caso, no se refiere necesariamente a la herencia de características genéticas, ni a la herencia literal por parte de un individuo de la ocupación específica de sus padres, excepto en lo que este fenómeno, en conjunción con otros, puede llevar a un incremento en la probabilidad de que el estrato de un individuo coincida con el de sus padres. En cada caso, naturalmente, hay que considerar la clasificación ocupacional.

aparte de los individuos que tienen el mismo estatus que sus padres (es decir, considerando solamente aquéllos que se han "movido" del estrato de sus padres), el estatus del propio individuo es, en cierta medida, independiente del de sus padres (más adelante se verá como dicho modelo no se restringe necesariamente a situaciones en que se da estatus herencia en todos los estratos). Un individuo cuyo estatus es diferente del de sus padres recibe el nombre de "mover" o "persona móvil".

En el modelo de movilidad cuasi-perfecta para el caso en que existe estatus herencia en todos los estratos, la probabilidad de que el estatus de un individuo sea el mismo que el de sus padres es desproporcionadamente grande, pero esta dependencia está limitada en la medida en que las oportunidades de movimiento de un "mover" a los distintos estratos posibles, no están afectadas por el estatus de sus padres (1).

Con respecto a las tablas de clasificación transversal que describen el estatus social de cada individuo y el de sus padres, en el caso en que exista estatus herencia en todos los estratos, el patrón esperado de movilidad pa-

---

(1) Las oportunidades de movimiento de un "mover" a los distintos estratos posibles no pueden estar, estrictamente hablando, inafectadas por el estatus de sus padres, puesto que la serie de estratos posibles hacia los cuales puede moverse están limitados al menos en la medida en que el estrato de los padres está excluido de la serie. En este modelo, aparte de los efectos causados directamente por el hecho de que la serie de posibles estratos a dirigirse es limitada, las oportunidades de movimiento están igualmente limitadas por el estrato de sus padres.

ra los "movers" puede derivarse del modelo de movilidad cuasi-perfecta, y estas expectaciones pueden ser estimadas a partir de la distribución (marginal) observada de "movers" en distintos estratos sociales y de la correspondiente de sus padres (1). Veremos cómo los patrones observados de movilidad para los "movers" son congruentes con los patrones esperados bajo la suposición de movilidad cuasi-perfecta, confirmando los datos dicha hipótesis: el estatus social de un "mover" aparece independiente del de sus padres, el patrón observado de movilidad para un "mover" puede ser "predicho" teniendo en cuenta la distribución (marginal) observada del estrato social de estos individuos y de sus padres, y las dos distribuciones marginales son suficientes para "explicar" el patrón observado de movilidad (2). Puesto que dichas distribuciones marginales pueden ser calculadas a partir de la distribución observada de los sujetos en distintos estratos sociales, de la correspondiente distribución para sus padres, y del número de

---

(1) En este caso pueden estimarse las frecuencias esperadas en todas las casillas no-diagonales de la tabla de contingencia. Las frecuencias en las casillas diagonales de la tabla pueden utilizarse para medir la magnitud del estatus herencia pero no pueden ser "predichas" por el modelo a no ser que se introduzcan algunas suposiciones suplementarias respecto a la naturaleza del estatus herencia; esta magnitud dependerá de varios factores, incluyendo, naturalmente, el número de estratos en que se clasifica la población. Los modelos que podrían predecir la magnitud observada del estatus herencia serían útiles y podrían complementar a éstos.

(2) Ello es cierto en las muestras reseñadas británica y danesa, distribuidas en tres estratos sociales, aunque podrían ser más; en cada uno se distribuyen distintas ocupaciones (Glass, 1954; Svalastoga, 1959; Carlsson, 1958 b; Yasuda, 1964; Duncan, 1966).

sujetos en cada estrato que se hallan en el mismo estatus que sus padres, diremos que el patrón observado puede ser "predicho". White (1963) intentó predecir patrones de movilidad teniendo en cuenta el estatus herencia en los estratos alto y bajo (suponiendo implícitamente que no se daba en el medio), con métodos completamente distintos, más complejos y no tan adaptables a los distintos modelos.

1. Modelo de movilidad perfecta

Corresponde al concepto de independencia en una tabla de contingencia, y se trata de una prueba de congruencia (de bondad del ajuste) entre el patrón de frecuencias observado en la tabla y el patrón esperado derivado de la hipótesis nula. Goodman (1965c, p. 567) lo describe de forma que facilite su modificación posterior con el fin de obtener distintos modelos de movilidad cuasi-perfecta.

Consideremos en primer lugar una situación simple en que los individuos son extraidos al azar de una población (de tamaño grande), y donde cada individuo está clasificado de acuerdo con su estatus social (alto, medio, o bajo) y con el de sus padres (alto, medio, o bajo). Estos datos están configurados en una tabla de clasificación transversal 3 x 3 (Tabla 1), en donde los estatus alto, medio y bajo están simbolizados por 1, 2, y3, respectivamente; f_{ij} significa el número de individuos cuyos padres están en el estrato i (i = 1, 2, 3), y ellos en el estrato j (j = 1, 2, 3); n es el número total de individuos que componen la muestra,

$$\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} f_{ij} = n$$

Si $f_{i.}$ es el número de individuos cuyos padres están en el estratò i, y $f_{.j}$ aquéllos que se hallan en el estrato j, tenemos,

$$\sum_{j=1}^{3} f_{ij} = f_{i.} \qquad y \qquad \sum_{i=1}^{3} f_{ij} = f_{.j}$$

TABLA 1. Tabla de clasificación transversal 3 x 3.

Estatus de los padres	Estatus de los sujetos 1	2	3
1	f_{11}	f_{12}	f_{13}
2	f_{21}	f_{22}	f_{23}
3	f_{31}	f_{32}	f_{33}

Expresando por P_{ij} la probabilidad de que un individuo de la muestra esté en el estrato j y sus padres en el i,

$$\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} P_{ij} = 1 \qquad (1)$$

puesto que tanto él como sus padres se hallarán en uno de los tres estratos.

En la situación idealizada de que hubiera movilidad perfecta entre los estratos, entonces P_{ij} tomaría la forma especial:

$$P_{ij} = P_i R_j \qquad (2)$$

donde P y R son constantes positivas (1) tales que:

$$\sum_{i=1}^{3} P_i = 1 \qquad y \qquad \sum_{j=1}^{3} R_j = 1$$

El modelo descrito por la ecuación (2) señala que las probabilidades P_{ij} (i,j = 1, 2, 3) pueden estar completamente determinadas por los parámetros P_i y R_j asociados con la fila i y la columna j de la tabla. En este caso, el valor esperado de la frecuencia f_{ij} en la casilla (i,j) puede expresarse como

$$E\{f_{ij}\} = nP_iR_j \qquad (3)$$

pero para estimar $E\{f_{ij}\}$ debemos estimar primero P_i y R_j. Los máximos estimadores de probabilidad de P_i y R_j son

$$P'_i = f_{i.}/n \qquad y \qquad R'_j = f_{.j}/n$$

respectivamente, y a partir de la ecuación (3) vemos que el máximo estimador de $E\{f_{ij}\}$ es

$$F_{ij} = nP'_iR'_j = \frac{f_{i.}f_{.j}}{n} \qquad (4)$$

Para probar la hipótesis de perfecta movilidad -es decir, comprobar la ecuación (2)-, calculamos el estadís-

---

(1) En el modelo de perfecta movilidad, el parámetro R_j puede ser interpretado como la probabilidad de que un individuo se halle en el estrato j, y el parámetro P_i con la de que sus padres estén en el estrato i. Dichos parámetros aparecerán también en los modelos de movilidad cuasi-perfecta, con interpretación similar. Los estimadores de estos parámetros se calculan actualmente mediante distintos procedimientos.

tico de la bondad del ajuste

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \frac{(f_{ij} - F_{ij})^2}{F_{ij}} \qquad (5)$$

La teoría estadística nos dice que cuando la ecuación (2) es verdadera, la distribución asintótica (en muestra grande) del estadístico (5) será una distribución χ^2 con 2 x 2 = 4 grados de libertad.

Hay que señalar que F_{ij} se basa en P'_i y R'_j, los cuales, a su vez, se apoyan en las frecuencias marginales $f_{i.}$ y $f_{.j}$. Si F_{ij} está suficientemente ajustado a la correspondiente f_{ij}, diremos que el modelo de perfecta movilidad dado por la ecuación (2) se adapta al patrón observado de movilidad, y que éste puede ser explicado y predicho solamente en términos de las frecuencias marginales. En caso contrario, este modelo y los métodos de análisis seguidos deberán ser modificados.

Finalmente, Goodman (1965c, p. 568) da un modelo de perfecta movilidad distintos, pero muy relacionado con el anterior: Cuando la ecuación (2) es verdadera, la distribución condicional de f_{ij}, dadas las frecuencias marginales $f_{i.}$ y $f_{.j}$, puede escribirse (1):

$$\frac{\prod_{j=1}^{3} (f_{i.}!) \prod_{j=1}^{3} (f_{.j}!)}{\left\{(n!)\left[\prod_{i=1}^{3} \prod_{j=1}^{3} (f_{ij}!)\right]\right\}} \qquad (6)$$

(1) Mood & Graybill (1963, p. 315-316).

Esta fórmula nos da también la probabilidad de que exactamente f_{ij} individuos (i,j = 1, 2, 3) sean asignados al estrato j y de que sus padres lo sean al estrato i, en la situación en que $f_{.j}$ individuos son asignados al estrato j, $f_{i.}$ individuos cuyos padres son asignados al estrato i, y las distintas formas de asignar los n diferentes individuos (y sus padres) son igualmente probables.

El modelo dado por la fórmula (6) es para el caso en que las frecuencias marginales son registradas, mientras que el presentado por la ecuación (2) no. La estrecha relación entre las expresiones (2) y (6) deriva del hecho de que (6) puede ser deducido de (2), considerando la distribución condicional anotada. Además, las fórmulas (4) y (5) que dependían del modelo dado por la ecuación (2), pueden aplicarse también al dado por la (6). Cuando (6) es verdadera, la fórmula (4) da la frecuencia esperada en la casilla (i,j), y la (5) puede utilizarse para probar el modelo dado por la expresión (6).

2. Modelo que tiene en cuenta el estatus herencia en los estratos alto y bajo

Respecto a la tabla de clasificación transversal (Tabla 1) reseñada, el modelo de perfecta movilidad intenta predecir las entradas en las casillas f_{ij} (i,j = 1, 2, 3) para las 3 x 3 = 9 casillas de la tabla. El modelo que ahora presenta Goodman (1965c, p. 569) es una modificación del anterior, e intenta predecir las entradas para siete de las nueve casillas de la tabla.

Dejemos en blanco las casillas f_{11} y f_{33} y fijemos la atención en las siete restantes. Consideremos la Tabla 2, que reemplaza a la 1. En las casillas g_{11} y g_{33} se ha asignado cero, mientras que las entradas en las otras casillas son iguales a las correspondientes de la Tabla 1;

TABLA 2. Tabla correspondiente al modelo que tiene en cuenta el estatus herencia en los estratos alto y bajo.

Estatus de los padres	Estatus de los sujetos 1	2	3
1	0	g_{12}	g_{13}
2	g_{21}	g_{22}	g_{23}
3	g_{31}	g_{32}	0

es decir, $g_{11} = 0$, $g_{33} = 0$, y para las restantes siete casillas $g_{ij} = f_{ij}$. Luego, las frecuencias marginales de filas y columnas en la Tabla 2 pueden escribirse:

$$g_{i.} = \sum_{j=1}^{3} g_{ij} = \begin{cases} f_{1.} - f_{11} & \text{para } i = 1 \\ f_{2.} & \text{para } i = 2 \\ f_{3.} - f_{33} & \text{para } i = 3 \end{cases}$$

$$g_{.j} = \sum_{i=1}^{3} g_{ij} = \begin{cases} f_{.1} - f_{11} & \text{para } j = 1 \\ f_{.2} & \text{para } j = 2 \\ f_{.3} - f_{33} & \text{para } j = 3 \end{cases} \qquad (7)$$

Simbolizando por $g_{..}$ la frecuencia total en la Tabla 2, tenemos

$$g_{..} = \sum_{i=1}^{3} g_{i.} = \left[\sum_{i=1}^{3} f_{i.}\right] - \left[f_{11}+f_{33}\right] = n - f_{11} - f_{33} \qquad (8)$$

Para reflejar el hecho de que las entradas g_{11} y g_{33} están en blanco, modificamos el modelo de perfecta movilidad dado en la ecuación (2), haciendo P_{11} y P_{33} iguales a cero, en vez de considerar P_1R_1 y P_3R_3 como en dicha ecuación. Expresando por P^{+}_{ij} el término P_{ij} modificado (correspondiente a la fórmula (2)), con el fin de que la suma siga siendo 1 -como en la ecuación (1)-, reemplazamos la ecuación (2) por

$$P^{+}_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{para } i = j = 1 \text{ y para } i = j = 3 \\ P_iR_j / \left[1 - P_1R_1 - P_3R_3\right] & \text{en los demás casos} \end{cases} \qquad (9)$$

El modelo descrito por la ecuación (9) constata que P^{+}_{ij} $(i,j = 1, 2, 3)$ presenta una forma especial, y que puede estar completamente determinado por los parámetros P_i y R_j pertenecientes al modelo. Tener en cuenta que

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} P^{+}_{ij} = \left\{\left[\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} P_iR_j\right] - P_1R_1 - P_3R_3\right\} / \left[1 - P_1R_1 - P_3R_3\right] = 1 \qquad (10)$$

Una comparación de las entradas en las casillas de la Tabla 2 que no están en blanco con las correspondientes predicciones basadas en el modelo dado por la ecuación (9) nos dirá si los datos de estas siete casillas se ajustan o no al modelo de movilidad "cuasi-perfecta" que

tiene en cuenta la posibilidd de "estatus herencia" en los estratos primero y tercero.

La fórmula (9) puede escribirse así:

$$P^{+}_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{para } i = j = 1 \text{ y para } i = j = 3 \\ S_i T_j & \text{en los demás casos} \end{cases} \qquad (11)$$

donde S_i y T_j son constantes positivas (similares en parte a P_i y R_j de la ecuación (2)) tales que

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} P^{+}_{ij} = \left[\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} S_i T_j\right] - S_1T_1 - S_3T_3 = 1 \qquad (12)$$

Cuando el modelo dado por la ecuación (2) es reemplazado por el modelo dado por la ecuación (9), la fórmula para las frecuencias esperadas en cada casilla dada por la ecuación (3), debe ser sustituida por

$$E\{g_{ij}\} = \begin{cases} 0 & \text{para } i = j = 1 \text{ y para } i = j = 3 \\ g_{..} S_i T_j & \text{en los demás casos} \end{cases} \qquad (13)$$

y la fórmula (4) para el máximo estimador de la drecuencia esperada debe ser reemplazado por

$$G_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{para } i = j = 1 \text{ y para } i = j = 3 \\ g_{..} S'_i T'_j & \text{en los demás casos} \end{cases} \qquad (14)$$

donde S'_i y T'_j son los estimadores apropiados de S_i y T_j, respectivamente (1). Para probar la hipótesis de que el mo-

(1) →

delo dado por las ecuaciones (9) ú (11) es verdadero, calculamos el estadístico de la bondad del ajuste

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \frac{(g_{ij} - G_{ij})^2}{G_{ij}} \qquad (15)$$

donde los términos sumados son cero para i = j = 1, y para i = j = 3.

La teoría estadística nos dice que cuando las ecuaciones (9) ú (11) son verdaderas, para una muestra grande, la distribución del estadístico (15) será una distribución χ^2 con (2 x 2) - 2 = 2 grados de libertad.

La G_{ij} se basa en S'_i y T'_j, las cuales, a su vez, se basan en $g_{i.}$ y $g_{.j}$. Si la G_{ij} está suficientemente ajustada a la correspondiente g_{ij}, entonces diremos que el modelo dado por las ecuaciones (9) ú (11) se corresponde con el patrón observado de movilidad en siete casillas no nulas de la Tabla 2, y que dicho patrón puede ser explicado o predicho solamente en términos de $g_{i.}$ y $g_{.j}$. Puesto que $g_{i.}$ y $g_{.j}$ pueden calcularse a partir de $f_{i.}$, $f_{.j}$, y las entradas a las casillas f_{11} y f_{33} -ver ecuación (7)-, si G_{ij} y g_{ij} son congruentes podremos afirmar igualmente que el patrón observado puede ser explicado solamente en términos del estatus herencia en los estratos primero y tercero (junto con

---

(1) El cálculo de G_{ij} es un caso especial del problema más general discutido en Goodman (1964a), y que puede aplicarse en este contexto. El método general de estimación presentado en dicho artículo puede utilizarse también para hallar los estimadores S'_i y T'_j para el modelo de movilidad cuasi-perfecta, así como para otros modelos de posterior discusión.

las frecuencias marginales $f_{i.}$ y $f_{.j}$).

3. Ejemplos de movilidad social en Bretaña y Dinamarca

La Tabla 3 nos presenta clasificaciones transversales de muestras de varones británicos y daneses de acuerdo con la categoría de estatus ocupacional de cada sujeto y la de sus padres. Estos datos se refieren a 3.497 varo-

TABLA 3. Clasificaciones transversales de muestras de varones británicos y daneses de acuerdo con la categoría de estatus de cada sujeto y la de sus padres.

Estatus de los padres	Estatus sujetos británicos			Estatus sujetos daneses		
	U	M	L	U	M	L
U	588	395	159	685	280	118
M	349	714	447	232	348	198
L	114	320	411	83	201	246

nes británicos y 2.391 daneses. Las categorías de estatus U ("upper"), M ("middle"), y L ("lower") se corresponden con las 1-4, 5, y 6-7, respectivamente, para la muestra británica, de las definidas por Glass (1954) y sus colaboradores; y con las 1-6, 7, y 8-9, respectivamente, para la muestra danesa, de las definidas por Svalastoga (1959).

Podemos aplicar los métodos anteriores para ensayar "predecir" las frecuencias esperadas en siete de las

casillas de cada una de las dos Tablas 3; dichas frecuencias están presentadas en la Tabla 4.

TABLA 4. Patrones predichos de movilidad para las muestras británica y danesa cuando el estatus herencia en las categorías de estatus U y L es tenido en cuenta.

Estatus de los	Estatus sujetos británicos			Estatus sujetos daneses		
	U	M	L	U	M	L
U	<u>588</u>	360.2	193.8	<u>685</u>	267.4	130.6
M	331.8	766.0	412.2	212.9	379.6	185.4
L	131.2	302.8	<u>411</u>	102.1	181.9	<u>246</u>

<u>Nota</u>: Los datos subrayados se han utilizado en el cálculo de las entradas predichas en las restantes siete casillas.

El modelo descrito anteriormente corresponde a la hipótesis de que, excepto para la posibilidad de estatus herencia en los estratos U y L, se da movilidad perfecta entre los estratos. Para probar esta hipótesis con respecto a los datos británicos y daneses, comparamos las frecuencias esperadas en las siete casillas de datos no subrayados (Tabla 4), con las correspondientes frecuencias observadas de la Tabla 3. El estadístico χ^2 de la bondad del ajuste (ecuación (15)) dará 19.2 para los datos británicos, y 12.6 para los daneses. La distribución asintótica de dicho estadístico es la distribución χ^2 con 2 grados de li-

bertad cuando la hipótesis considerada es verdadera. Puesto que el percentil 99 para esta distribución χ^2 es 9.21, los valores hallados nos llevan a rechazar dicha hipótesis al ser contrastada con los datos.

Ya que los datos de la clasificación transversal de la Tabla 3 comprenden todas las observaciones realizadas en muestras de varones británicos y daneses, la prueba χ^2 nos dice que, incluso si tenemos en cuenta la variabilidad de la muestra, los patrones observados de movilidad difieren tanto de los patrones predichos por la hipótesis que se considera -por el modelo descrito a través de las ecuaciones (9) ú (11)- que debemos rechazar dicha hipótesis (1). Si, por otra parte, estos datos clasificados transversalmente se consideran a partir de las frecuencias marginales, obtenemos el mismo resultado (2). Luego la conclusión es la misma tanto si se ignora como no la variabilidad muestral de las frecuencias marginales: se rechaza la hipótesis de que, aparte de la posibilidad de estatus herencia en los estratos alto y bajo, existe movilidad perfecta entre ambos. Es justo añadir que el estadístico de la bondad

---

(1) Estrictamente hablando, la prueba χ^2 debería ser aplicada a los datos obtenidos por muestreo simple aleatorio, aunque aquí se utiliza en una dimensión aproximada. Cuando esta prueba es reemplazada por la prueba de la hipótesis que se considera basada en la correspondiente razón estadística de probabilidad, los resultados hallados son muy similares. Pueden desarrollarse igualmente otros métodos de análisis.

(2) Si las frecuencias marginales se consideran registradas, las inferencias estadísticas basadas en dichos datos se refieren, estrictamente hablando, solamente a la situación en que estas frecuencias marginales particulares sean verdaderas (White, 1963).

del ajuste puede verse reducido de los valores citados $\chi^2 = 19.2$ y $\chi^2 = 12.6$ a los $\chi^2 = 0.6$ y $\chi^2 = 0.8$, respectivamente, cuando la hipótesis nula que se considera se modifica en el sentido de tener en cuenta la existencia de estatus herencia en el estrato medio.

Consideremos ahora solamente los individuos británicos de la Tabla 3 situados en las siete casillas cuyas entradas se han intentado predecir; si calculamos la proporción de estos individuos y la comparamos con las correspondientes proporciones predichas -halladas a partir de las entradas en las siete casillas no subrayadas de la Tabla 4-, vemos que el 4.2 % se han "trasladado" de la casilla en la que estaban clasificados a otra con el fin de que las proporciones observadas sean iguales a las predichas. Para los individuos daneses el resultado es de 4.3 %. Estos porcentajes miden, en parte, la magnitud de las discrepancias entre las proporciones observadas y predichas, y pueden considerarse grandes o pequeños según los estandards con los que se comparan.

4. Modelo que tiene en cuenta el estatus herencia en todos los estratos

Goodman (1965c, p. 573) presenta un modelo que es una modificación del de movilidad perfecta, e intenta predecir las entradas en seis de las nueve casillas de la tabla de movilidad. Inicialmente, dejemos en blanco las casillas diagonales f_{11}, f_{22}, y f_{33}, y dirijamos la atención a las seis restantes. Reemplacemos la Tabla 1 por la 5, en donde las entradas en las casillas h_{11}, h_{22}, y h_{33} están

TABLA 5. Tabla correspondiente al modelo que tiene en cuenta la existencia de estatus herencia en los tres estratos.

Estatus de los padres	Estatus de los sujetos 1	2	3
1	0	h_{12}	h_{13}
2	h_{21}	0	h_{23}
3	h_{31}	h_{32}	0

en blanco, y se les ha asignado cero, mientras que las correspondientes a las restantes seis casillas son iguales a las correspondientes de la Tabla 1, es decir, $h_{ij} = 0$ para $i = j$, y $h_{ij} = f_{ij}$ para $i \neq j$. Por consiguiente, las frecuencias marginales de filas y columnas en la Tabla 5 pueden escribirse como

$$h_{i.} = \sum_{j=1}^{3} h_{ij} = f_{i.} - f_{ii} \qquad \text{para } i = 1, 2, 3 \tag{16}$$

$$h_{.j} = \sum_{i=1}^{3} h_{ij} = f_{.j} - f_{jj} \qquad \text{para } j = 1, 2, 3$$

Simbolizando por $h_{..}$ la frecuencia total en la Tabla 5, tenemos

$$h_{..} = \sum_{i=1}^{3} h_{i.} = n - \sum_{i=1}^{3} f_{ii} \tag{17}$$

Para reflejar el hecho de que las entradas f_{ii} ($i = 1, 2, 3$) están en blanco, modificamos el modelo de movilidad perfecta -dado por la ecuación (2)-, haciendo que P_{ii} sea igual a cero, en lugar de P_iR_i. Simbolizando por P^{++}_{ij} la P_{ij} modificada perteneciente a la Tabla 5, con el fin de que su suma siga siendo uno, reemplazamos la ecuación (2) por

$$P^{++}_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{para } i=j \\ P_iR_j \Big/ \left[1 - \sum_{k=1}^{3} P_kR_k\right] & \text{para } i \neq j \end{cases} \qquad (18)$$

El modelo descrito por esta ecuación señala que P^{++}_{ij} ($i,j = 1, 2, 3$) presenta una forma especial, y que puede estar completamente determinado por los parámetros P_i y R_j correspondientes al modelo. La fórmula (18) se utilizará para determinar si el patrón observado de movilidad se ajusta o no al modelo de movilidad "cuasi-perfecta" que tiene en cuenta la posibilidad de "estatus herencia" en los tres estratos.

La fórmula (18) puede expresarse

$$P^{++}_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{para } i=j \\ U_iV_j & \text{para } i \neq j \end{cases} \qquad (19)$$

donde U_i y V_j son constantes positivas tales que

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} P^{++}_{ij} = \left[\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} U_iV_j\right] - \sum_{i=1}^{3} U_iV_i = 1 \qquad (20)$$

Para el modelo dado por las ecuaciones (18) ó (19), la fórmula para hallar la frecuencia esperada en cada casilla es

$$E\{h_{ij}\} = \begin{cases} 0 & \text{para } i=j \\ h_{..}U_iV_j & \text{para } i \neq j \end{cases} \qquad (21)$$

y el máximo estimador de E h_{ij} es

$$H_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{para } i=j \\ h_{..}U'_iV'_j & \text{para } i \neq j \end{cases} \qquad (22)$$

donde U'_i y V'_j son los estimadores adecuados de U_i y V_j, respectivamente (1). Para probar la hipótesis de que el modelo dado por las ecuaciones (18) ó (19) es verdadero, calculamos el estadístico de la bondad del ajuste

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} \frac{(h_{ij} - H_{ij})^2}{H_{ij}} \qquad (23)$$

donde los términos sumados dan cero para i=j. Cuando las ecuaciones (18) ó (19) son verdaderas, la distribución (en muestra grande) del estadístico (23) será una distribución χ^2 con (2 x 2) - 3 = 1 grado de libertad.

H_{ij} se basa en U'_i y V'_j, los cuales, a su vez, se apoyan en $h_{i.}$ y $h_{.j}$, que pueden calcularse a partir de

---

(1) Un método para determinar U'_i y V'_j se da en Goodman (1964a); se obtienen resultados relacionados en Savage & Deutsch (1960), aunque las correcciones y modificaciones de este procedimiento se hallan en Goodman (1963), que, además, reduce en un 62 % el número de operaciones aritméticas.

$f_{i.}$, $f_{.j}$, y las entradas en las casillas f_{ii} (i = 1, 2, 3), correspondientes al estatus herencia en los tres estratos -ver ecuación (16)-. Luego, si H_{ij} están suficientemente ajustadas a h_{ij}, podremos decir que el patrón observado de movilidad puede predecirse solamente en términos del estatus herencia en los tres estratos (juntamente con las frecuencias marginales $f_{i.}$ y $f_{.j}$).

5. Reconsideraciones acerca de los dos ejemplos anteriores

Al aplicar los métodos últimamente descritos a los datos de la Tabla 3, obtenemos la Tabla 6.

TABLA 6. Patrones predichos de movilidad para las muestras británica y danesa cuando se tiene en cuenta el estatus herencia en las tres categorías de estatus.

Estatus de los padres	Estatus de los sujetos británicos			Estatus de los sujetos daneses		
	U	M	L	U	M	L
U	588	390.2	163.8	685	284.7	113.3
M	353.8	714	442.2	227.3	348	202.7
L	109.2	324.8	411	87.7	196.3	246

Nota: Los datos subrayados se han utilizado en el cálculo de las entradas predichas en las seis casillas restantes.

El modelo descrito por las ecuaciones (18) ó (19)

corresponde a la hipótesis de que, excepto para la posibilidad de estatus herencia en los tres estratos, se da movilidad perfecta entre los estratos. Para probar dicha hipótesis con respecto a los datos británicos y daneses, comparamos las frecuencias esperadas en las seis casillas no subrayadas de la Tabla 6 (para ambas muestras) con las correspondientes frecuencias observadas en la Tabla 3. El estadístico χ^2 de la bondad del ajuste (23) aplicado a estos datos da 0.6 para la muestra británica y 0.8 para la danesa. Hemos visto previamente que la distribución (en muestra grande) de este estadístico es la χ^2 con un grado de libertad, cuando la hipótesis a considerar es verdadera. Puesto que el valor esperado de esta χ^2 es 1, aceptamos la hipótesis, que ha sido comprobada con estos datos.

Consideremos ahora (Goodman, 1965c, p. 576) los individuos de la muestra británica de la Tabla 3 que se hallan en las seis casillas que hemos intentado predecir; si calculamos la proporción de dichos individuos y la comparamos con las correspondientes proporciones predichas halladas a partir de las entradas en las seis casillas de la Tabla 6, encontramos que el 0.8 % de estos individuos hubieran tenido que "trasladarse" desde la casilla en la que estaban clasificados a alguna otra de la tabla con el fin de lograr que las proporciones observadas fueran iguales a las predichas. El porcentaje correspondiente a la muestra danesa es 1.3.

En esta parte del presente capítulo, y siguiendo a Goodman (1965c), se han intentado predecir las entradas en seis de las casillas correspondientes a cada muestra, mientras que anteriormente se había hecho con siete. Comparan-

do los porcentajes 0.8 y 1.3, que miden la magnitud de las discrepancias entre las proporciones observada y predicha en cada una de las muestras de la Tabla 3, con los correspondientes porcentajes 4.2 y 4.3 hallados en la sección anterior para las siete casillas de cada muestra, observamos que las predicciones del último modelo son más precisas. En efecto, comparando la $\chi^2 = 0.6$ y $\chi^2 = 0.8$ (cada una con un grado de libertad) obtenidas para las seis casillas con los correspondientes valores $\chi^2 = 19.2$ y $\chi^2 = 12.6$ (cada una con dos grados de libertad) hallados para las siete casillas, podemos afirmar que el modelo que tiene en cuenta el estatus herencia en los tres estratos se ajusta bien a los datos, mientras que el anterior no.

Si el modelo que tenía en cuenta el estatus herencia en los estratos alto y bajo era correcto (es decir, si se daba movilidad perfecta, excepto para el estatus herencia en dichos estratos), entonces estó implicaría que había independencia entre las clasificaciones en filas y columnas en la tabla 2 x 2 formada a partir de la Tabla 2 al considerar solamente las entradas en las cuatro casillas g_{12}, g_{13}, g_{22}, g_{23}, y en la tabla 2 x 2 formada al tener en cuenta sólo las entradas en las cuatro casillas g_{21}, g_{22}, g_{31}, g_{32}. De esta forma, como comprobación de este modelo, podríamos haber analizado separadamente dichas tablas 2 x 2 y aplicado la prueba χ^2 de independencia entre ellas; este es uno de los primeros procedimientos a seguir, y puede tomarse como un buen paso en el análisis (el método basado en las ecuaciones (14) y (15) tiene la ventaja de que las frecuencias estimadas esperadas G_{ij} para las siete entradas no nulas de la Tabla 2 son los méximos estimadores

de probabilidad, mientras que el método basado en las pruebas χ^2 de las tablas 2 x 2 por separado no utilizan toda la información válida en el cálculo de las estimaciones de las correspondientes frecuencias esperadas para dichas siete entradas, y cada una daría un valor distinto.

Aplicando las pruebas χ^2 a las dos tablas 2 x 2 por separado para los datos británicos y daneses hallaríamos, por ejemplo, valores altamente significativos para la tabla basada en g_{12}, g_{13}, g_{22}, g_{23} para los datos británicos, y para la tabla basada en g_{21}, g_{22}, g_{31}, g_{32} , para los datos daneses.

Contrariamente a lo esperado según el modelo descrito en primer lugar, si comparamos los individuos de la muestra británica situados en los estratos M ó L, pero con padres en el U (llamémosles del Grupo I), con los individuos en estratos M ó L, pero con padres en el M (llamémosles del Grupo II), la probabilidad de que un individuo del Grupo I se halle en el estrato M es mayor que la correspondiente probabilidad para el Grupo II (según dicho modelo, estas probabilidades deberían ser iguales). De forma semejante, si comparamos los individuos de la muestra danesa situados en el estrato M ó U, pero con padres en el L (llamémosles del Grupo III), con los individuos en estratos M ó U, y con padres en el U (llamémosles del Grupo IV), la probabilidad de que un individuo del Grupo III se halle en el estrato M es mayor que la correspondiente probabilidad para el Grupo IV (según el primer modelo, dichas probabilidades también serían iguales).

6. Método general de análisis

Si hasta ahora se habían presentado tablas de clasificación transversal con tres estatus diferentes, podemos generalizar los métodos de análisis (Goodman, 1965c, p. 577) al caso de K difrentes categorías de estatus, siendo $K \geqslant 3$. En este caso,se exponen los datos en la Tabla 7, donde f_{ij} significa el número de individuos cuyos padres se hallan en el estrato i (i = 1, 2, ..., K), y ellos en el estrato j (j = 1, 2, ..., K).

TABLA 7. Tabla de clasificación transversal K x K.

Estatus de los padres	Estatus de los sujetos				
	1	2	3		K
1	f_{11}	f_{12}	f_{13}	...	f_{1K}
2	f_{21}	f_{22}	f_{23}	...	f_{2K}
3	f_{3i}	f_{32}	f_{33}	...	f_{3K}
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
K	f_{K1}	f_{K2}	f_{K3}	...	f_{KK}

Fijemos la atención en una subserie particular de las K x K casillas: una subserie que conste de L casillas, para lo que dejaremos en blanco las restantes K x K - L;

reemplazaremos las entradas en dichas casillas por ceros; y supondremos que $L \geqslant 2K$, así como que las entradas en las L casillas son positivas. Reemplazaremos la Tabla 7 por otra tabla modificada K x K donde la entrada g_{ij} en la casilla (i,j) en la fila i y columna j es cero si dicha casilla se halla entre las K x K - L que están en blanco, y es igual a f_{ij} si la casilla (i,j) se halla entre las L.

Si Σ^* significa la suma para todas las i,j donde $g_{ij} \neq 0$, simbolizando por P^+_{ij} la probabilidad asociada con la casilla (i,j)(en la tabla modificada) de las g_{ij}, para los valores i,j donde $g_{ij} = 0$, tenemos

$$P^+_{ij} = 0 \qquad (24)$$

y para los valores de i,j en que g_{ij} 0,

$$P^+_{ij} = P_i R_j / \sigma \qquad (25)$$

donde

$$\sigma = \Sigma^* P_i R_j$$

Las fórmulas (9) y (18) son casos especiales de las (24) y (25); el modelo descrito por estas últimas indica que la P^+_{ij} presenta una forma especial, y que puede estar completamente determinado por los parámetros P_i y R_j del modelo.

Las ecuaciones (24) y (25) podemos expresarlas

$$P^+_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{para (i,j) donde } g_{ij} = 0 \\ S_i T_j & \text{en los demás casos} \end{cases} \qquad (26)$$

donde S_i y T_j son constantes positivas tales que

$$\mathcal{E}^{*}{}_{S_i T_j} = 1$$

Las fórmulas (11) y (19) son casos especiales de la ecuación (26).

Para el modelo dado por las ecuaciones (24) y (25) ó la (26), la fórmula para la frecuencia esperada en cada casilla de la tabla es

$$E\left\{g_{ij}\right\} = \begin{cases} 0 & \text{para } (i,j) \quad \text{donde } g_{ij} = 0 \\ g_{..}{}^{S_i T_j} & \text{en los demás casos} \end{cases} \tag{27}$$

donde $g_{..}$ se define aquí como

$$\sum_{i=1}^{K} \sum_{j=1}^{K} g_{ij} = \mathcal{E}^{*} g_{ij}$$

El máximo estimador de $E\left\{g_{ij}\right\}$ es

$$G_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{para } (i,j) \quad \text{donde } g_{ij} = 0 \\ g_{..}{}^{S'_i T'_j} & \text{en los demás casos} \end{cases} \tag{28}$$

donde S'_i y T'_j son los estimadores apropiados de S_i y T_j, respectivamente. Los procedimientos para el cálculo de G_{ij} están descritos en Goodman (1964a).

Para probar la hipótesis de que el modelo dado por las ecuaciones (24) y (25) ó (26) es verdadero, calculamos el estadístico de la bondad del ajuste

$$\chi^2 = \mathcal{E}^{*} \frac{(g_{ij} - G_{ij})^2}{G_{ij}} \tag{29}$$

Cuando esta hipótesis es verdadera, la distribución (en

muestra grande) del estadístico (29) será una distribución χ^2 con L - 2K + 1 grados de libertad.

Debe añadirse aquí que los niveles de significación determinados a partir de la distribución χ^2 tabulada indicarán (para muestras grandes) la probabilidad de cometer errores del primer tipo; cuando el tamaño de la muestra es grande, la probabilidad de errores de segundo tipo, así como la del primero, es pequeña, y el modelo será confirmado por los datos si la χ^2 observada es lo suficientemente pequeña para no rechazar la hipótesis. El riesgo de errores de primer tipo puede determinarse a partir de la distribución tabulada de χ^2 si el modelo particular a probar está especificado antes de tener los datos a la vista.

7. Modelos multi-estratos: Posterior análisis de los datos de movilidad social en la muestra británica

En el estudio original de Glass (1954) y sus colaboradores acerca de la movilidad social en Gran Bretaña, se utilizaba una escala de siete categorías ocuapcionales, y anteriormente hemos visto como Goodman (1965c) las agrupaba en tres. Ahora, el propio Goodman (1965c, p. 578), las reagrupa en cinco categorías, correspondiendo, respectivamente, a las 1-3, 4, 5, 6, y 7, de las definidas por Glass.

Los resultados presentados por White (1963) nos sugerirían que el patrón de movilidad es esta tabla puede ser explicado o predicho si tenemos en cuenta la posibilidad de estatus herencia en los dos estratos superiores (es decir, si dejamos en blanco las entradas en las cuatro casillas (A,A), (A,b), (B,A), y (B,B)) y en los dos inferiores (de-

jando en blanco (D,D), (D,E), (E,D), y (E,E)). Si esto fuera cierto, implicaría que, excepto las entradas en estas ocho casillas reseñadas, habría movilidad perfecta entre los estratos.

Aplicando los métodos presentados anteriormente con el fin de estudiar esta tesis, dejamos en blanco las entradas en las ocho casillas citadas de la Tabla 8, y prestamos atención a las diecisiete restantes de la tabla 5 x 5.

TABLA 8. Clasificación transversal de una muestra de varones británicos de acuerdo con la categoría de estatus de cada sujeto y la de sus padres.

Estatus de los padres	Estatus de los sujetos				
	A	B	C	D	E
A	297	92	172	37	26
B	89	110	223	64	32
C	164	185	714	258	189
D	25	40	179	143	71
E	17	32	141	91	106

Comparando las frecuencias esperadas en las diecisiete casillas no subrayadas de la Tabla 9 con las correspondientes frecuencias observadas de la Tabla 8 con el fin de contrastar la hipótesis anterior, hallaríamos un valor $\chi^2 = 26.7$, con $17 - 10 + 1 = 8$ grados de libertad, cuando la hipótesis es verdadera. Puesto que el percentil 99 de la distribución χ^2 es 20.1, rechazamos la hipótesis formulada.

Si modificamos la hipótesis anterior en el sentido de tener en cuenta la posibilidad de estatus herencia en el estrato medio, además de los dos estratos altos y los dos bajos, y aplicamos los métodos usuales, dejaremos en

TABLA 9. Patrón predicho de movilidad para la muestra británica cuando se tiene en cuenta el estatus herencia en los dos estratos más altos y en los dos más bajos.

Estatus de los padres	Estatus de los sujetos A	B	C	D	E
A	297	92	152.8	48.7	33.5
B	89	110	207.4	66.1	45.5
C	147.6	184.2	766.0	244.2	168.0
D	32.8	40.9	170.2	143	71
E	25.6	31.9	132.6	91	106

Nota: Las casillas subrayadas se han utilizado en el cálculo de las entradas predichas de las restantes diecisiete casillas. Estrictamente hablando, la suma de las ocho entradas correspondientes a las casillas subrayadas, junto con las frecuencias marginales, son los datos empleados.

blanco, además de las anteriores, la casilla (C,C) de la Tabla 8, prestando atención a las restantes dieciséis de la tabla 5 x 5. Compararemos las frecuencias esperadas de las dieciséis casillas no subrayadas en la Tabla 10, con las correspondientes frecuencias observadas de la Tabla 8, con el fin de probar la hipótesis de que, aparte el esta-

TABLA 10. Patrón predicho de movilidad para la muestra británica cuando el estatus herencia en todos los estratos se tiene en cuenta.

Estatus de los padres	Estatus de los sujetos				
	A	B	C	D	E
A	297	92	165.5	41.2	28.3
B	89	110	224.7	55.9	38.5
C	157.4	196.4	714	261.9	180.2
D	27.3	34.1	182.6	143	71
E.	21.3	26.5	142.2	91	106

Nota: Las casillas subrayadas se han utilizado en el cálculo de las entradas predichas de las restantes dieciséis casillas.

tus herencia en todos los estratos, se da la movilidad perfecta entre los estratos (1). El estadístico χ^2 de la bondad del ajuste -fórmula (29)- da un valor de 7.9, con 16 - 10 + 1 = 7 grados de libertad, cuando la hipótesis a consi-

(1) Aún cuando de forma abreviada utilicemos la expresión "estatus herencia en todos los estratos", en realidad debería ser "estatus herencia en los dos estratos más altos, en el medio, y en los dos más bajos", ya que nos referimos a los individuos que están en uno de los dos estratos más altos, y cuyos padres también se hallan en uno de ambos, e igualmente respecto a los dos más bajos; por consiguiente, las casillas afectadas son las (A,B), (B,A), (D,E), (E,D) y las cinco diagonales. Este modelo de movilidad cuasi-perfecta introducido aquí es completamente distinto del que tiene en cuenta el estatus herencia sólo en las cinco casillas diagonales.

derar es verdadera. Puesto que el valor esperado de esta distribución en el percentil 95 es 18.5, aceptamos la hipótesis, que se ha visto confirmada por estos datos.

Si tenemos en cuenta los dos casos presentados, a saber: a) estatus herencia sólo en los dos estatus altos y en los dos bajos, y b) estatus herencia en todos los estatus, y comparamos los valores hallados de la χ^2, que son 26.7 (con 8 grados de libertad) en el primer caso, y 7.9 (con 7 grados de libertad) en el segundo, concluiremos que no debe ignorarse el estatus herencia en el estrato medio (1).

Si el modelo probado en el primer caso era correcto, implicaría que las clasificaciones en filas y columnas eran independientes en las dos tablas formadas a partir de la tabla de población correspondiente a la Tabla 8: a) la tabla 3 x 3 obtenida al considerar solamente las entradas en nueve casillas (en la confluencia de las filas A, B, C, con las columnas C, D, E), y b) la tabla 3 x 3 formada al considerar sólo las entradas en las nueve casillas formadas por las filas C, D, E, y las columnas A, B, C. Un análisis completo de ambas tablas indicaría, sin embargo, que tal implicación no era confirmada por los datos.

Este análisis podría basarse en una prueba χ^2 de independencia de las tablas de contingencia aplicada a cada una de las dos tablas 3 x 3; se hallaría, por ejemplo,

---

(1) Estos resultados solamente se pueden aplicar a las tablas particulares de movilidad presentadas. Habría que saber si se obtendrían resultados semejantes al utilizar otra muestra o introducir distintas variantes.

una χ^2 altamente significativa para la tabla 3 x 3 correspondiente a a).

Contrariamente a lo que se esperaría de acuerdo con las bases de este modelo (donde se ignora el estatus herencia en el estrato medio), si consideramos los individuos de la muestra británica que se hallan en los estratos C, D ó E, y sus padres en el A (llamémosles del grupo α), los individuos de los estratos C, D, ó E, y padres en el B (llamémosles del grupo β), y los individuos de los estratos C, D ó E, y padres en el C (llamémosles del grupo γ), la probabilidad de que un individuo del grupo γ se halle en el estrato C es menor que las correspondientes probabilidades para los grupos α y β (según el modelo, estas probabilidades deberían ser iguales). Por consiguiente, los datos contradicen a este modelo.

Por otra parte, no contradicen el modelo en que no se ignora el estatus herencia en el estrato medio. Tal modelo implica que las clasificaciones en filas y columnas son independientes en las siguientes cuatro tablas formadas a partir de la tabla de población correspondiente a la Tabla 8: a) tabla 2 x 3 obtenida al considerar solamente las entradas en las seis casillas formadas por las filas A y B y las columnas C, D, E; b) tabla 3 x 2 formadas por las casillas correspondientes a las filas A, B, C, y las columnas D y E; c) tabla 2 x 3 constituida por las casillas pertenecientes a las filas D, E, y las columnas A, B, C; d) tabla 3 x 2 obtenida al considerar las filas C, D, E, y las columnas A y B. Un análisis de estas cuatro tablas nos indicaría que el modelo concuerda con los datos.

La utilización de este último modelo, cuando es aplicable, nos llevaría a varias conclusiones, entre las que Goodman (1965c, p. 581) señala: a) si comparamos los individuos de la muestra británica que se hallan en los α y β (reseñados anteriormente), la probabilidad de que un individuo del grupo α se halle en el estrato C, D ó E es igual a las correspondientes probabilidades para el grupo β ; b) si consideramos los individuos de los estratos D ó E cuyos padres están en el A (llamémosles del grupo α^*), los individuos de los estratos D ó E y padres en el B (llamémosles del grupo β^*), y los individuos de los estratos D ó E y ladres en el C (llamémosles del grupo γ^*), la probabilidad de que un individuo del grupo α^* se halle en el estrato D es igual a la correspondiente probabilidad para el grupo β^*, y ésta, a su vez, igual a la del grupo γ^*; c) si comparamos los individuos de los estratos A, B ó C y padres en el D (llamémosles del grupo δ^+), con los individuos de los estratos A, B ó C, y padres en el E (llamémosles del grupo ϵ^+), la probabilidad de que un individuo del grupo δ^+ esté en el estrato A, B ó C es igual a las correspondientes probabilidades para el grupo ϵ^+ ; d) si consideramos los individuos de los estratos A ó B y padres en el C (llamémosles del grupo γ^{++}), los individuos de los estratos A ó B y padres en el D (llamémosles del grupo δ^{++}), y los individuos de los estratos A ó B, y padres en el E (llamémosles del grupo ϵ^{++}), la probabilidad de que un individuo de los grupos γ^{++}, δ^{++}, y ϵ^{++} se halle en el estrato A es la misma.

8. Métodos adicionales de comparación

A través de los métodos de análisis expuestos, se ha comparado la conformidad de unos datos con dos hipótesis: la hipótesis H_1 que afirma que, aparte del estatus herencia en los estratos alto y bajo, se da movilidad perfecta entre los estratos, y la H_2 que preconiza que, aparte del estatus herencia en todos los estratos, se da movilidad perfecta entre ellos. Goodman (1965c, p. 582) nos presenta unos métodos adicionales para comparar la conformidad de los datos con ambas hipótesis.

Para la tabla 3 x 3 (Tabla 1), la hipótesis de perfecta movilidad dada por la ecuación (2) especifica que las nueve probabilidades P_{ij} (i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3) que están asociadas con las nueve casillas de la tabla pueden determinarse en términos de los parámetros P_i y R_j asociados con la fila i y la columna j de la tabla. La hipótesis H_1 aplicada a esta tabla ignora si las probabilidades P_{11} y P_{33} pueden estar determinadas mediante los parámetros P_i y R_j, pero especifica que restan siete probabilidades en la tabla que pueden ser determinadas por dichos parámetros. La hipótesis H_2, también aplicada a dicha tabla, ignora si las probabilidades P_{11}, P_{22}, y P_{33}, pueden estar determinadas por los mismos parámetros (P_i y R_j), e igualmente especifica que quedan seis probabilidades asociadas con las seis casillas no-diagonales que pueden ser determinadas por ellos.

Para comparar la conformidad de los datos observados respecto a H_1 y H_2, comparamos la probabilidad de obtener estos datos cuando es verdadera H_1 con cuando lo es H_2; puesto que dichas probabilidades dependerán de los valores de los parámetros, se utilizarán los máximos estimadores de

estos parámetros en cada caso. La razón, simbolizada por λ, es muy cercana a uno cuando los datos se ajustan a ambas hipótesis, y muy pequeña en caso negativo.

Calculando λ para los datos de la Tabla 3, obtenemos los valores 0.00005 para los datos británicos, y 0.003 para los daneses (igual que en la Tabla 8 para los datos británicos). Por lo tanto, la probabilidad de obtener los datos observados cuando H_1 es verdadera es muy pequeña respecto a la misma de H_2.

Podríamos preguntarnos si estos valores tan pequeños de λ podrían ser consecuencia de variabilidad en el muestreo, en el caso de que H_1 fuera verdadera. Goodman (1965c, p. 583), para responder a esta pregunta, tiene en cuenta que la distribución (en muestra grande) del estadístico

$$Y^2 = -2 \log \lambda \qquad (30)$$

es una distribución χ^2 con un grado de libertad, cuando H_1 es verdadera (Wilks, 1962). Calculando Y^2 para los datos de la Tabla 3, obtenemos los valores de 20 para los datos británicos, y 12 para los daneses; como el percentil 95 de la distribución χ^2 es 6.63, rechazamos la hipótesis H_1.

Otra prueba de la hipótesis H_1 que se refiere a la conformidad relativa de H_1 y H_2 respecto a los datos observados puede basarse también en el estadístico χ^2 de la bondad del ajuste, el cual es comparado con los valores esperados estimados cuando H_1 se supone verdadera respecto a los correspondientes a H_2 cuando también se supone verdadera. Si Z^2 es la diferencia entre ambos estadísticos, cuando H_1 es verdadera, la distribución (en muestra grande) del estadístico Z^2, es la distribución χ^2 con un grado de libertad.

Calculando Z^2 para los datos de la Tabla 3, obtenemos $Z^2 \approx 19$ (es decir, 19.2 - 0.6) para los datos británicos, y $Z^2 \approx 12$ (es decir, 12.6 - 0.8) para los daneses (se halla un resultado similar en la Tabla 8 para la muestra británica). Como el percentil 95 de la distribución χ^2 es 6.63, rechazamos H_I.

9. Movilidad como un proceso de probabilidad

Todos los métodos presentados pueden aplicarse a situaciones en que la movilidad se considera como un proceso de probabilidad (Blumen, Kogan & McCarthy, 1955; Goodman, 1961b; Goodman, 1962; Matras, 1961). Goodman (1965c, p. 583) considera la situación en que los individuos se observan en dos puntos de tiempo (sean 1 y 2), y en cada uno se anotan sus categorías de estatus.

Si suponemos que se han utilizado tres categorías de estatus, y π_{ij} representa la probabilidad de que un individuo que está en la categoría i (i = 1, 2, 3) en el tiempo 1, se hallará en la categoría j (j = 1, 2, 3) en el tiempo 2, entonces

$$\sum_{j=1}^{3} \pi_{ij} = 1 \qquad \text{para } i = 1, 2, 3$$

Consideremos que f_{ij} simboliza el número de individuos observados que están en la categoría i en el tiempo 1 y en la categoría j en el tiempo 2. En dicho contexto, la "movilidad perfecta" se expresaría por la condición de que $\pi_{ij} = \pi_{2j} = \pi_{3j}$ para j = 1, 2, 3, la cual es equivalente a

$$\pi_{ij} = R_j \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \text{ y } j = 1, 2, 3 \qquad (31)$$

donde R_{ij} son constantes positivas tales que

$$\sum_{j=1}^{3} R_j = 1$$

Cuando no se cumple la condición (31), la movilidad es imperfecta. Si $\pi_{jj} > \pi_{ij}$ para todo $i \neq j$ ($j = 1, 2, 3$) se da "estatus herencia" en los tres estratos (o "persistencia de estatus", o "estabilidad de estatus").

El concepto de "movilidad cuasi-perfecta" en el caso de que exista "estatus herencia" en los tres estratos vendría expresado por la ecuación

$$\pi_{ij} = \begin{cases} A_j & \text{para } i=j \\ (1 - A_i)R_j/(1 - R_i) & \text{para } i \neq j \end{cases} \qquad (32)$$

donde R_j son constantes positivas tales que

$$\sum_{j=1}^{3} R_j = 1$$

y A_j son igualmente constantes positivas.

En este modelo, el parámetro A_j es estimado por

$$A'_j = f_{jj} / \sum_{k=1}^{3} f_{jk}$$

y el parámetro R_j es estimado mediante

$$R'_j = V'_j / \sum_{i=1}^{3} V'_i$$

donde V'_j se determina según Goodman (1960a), siendo aquí h_{ij} el número de individuos observados que se hallan en la categoría i en el tiempo 1, y en la j en el tiempo 2 (siendo $i \neq j$).

Para probar el modelo de movilidad cuasi-perfecta descrito por la ecuación (32) y ver si se ajusta a una serie observada de datos de movilidad (es decir, una serie observada de f_{ij} ó h_{ij}), calculamos la χ^2 dada por la ecuación (23) (1).

El modelo descrito por la ecuación (31) señala que las nueve probabilidades de transición π_{ij} (i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3) correspondientes al proceso de movilidad presentan una forma especial que puede ser completamente sumarizada mediante los tres parámetros R_j (j = 1, 2, 3).

El modelo descrito por la ecuación (32) formula que π_{ij} presenta igualmente una forma especial que también puede ser sumarizada mediante los parámetros -que ahora son seis- R_j (j = 1, 2, 3) y A_j (j = 1, 2, 3); puesto que

$$\sum_{j=1}^{3} R_j = 1$$

el modelo (31) puede sumarizarse por dos parámetros, y el modelo (32) por cinco.

Cada uno de los otros modelos presentados presenta formas especiales para las probabilidades de transición correspondientes al proceso de movilidad, pudiéndose utilizar distintas pruebas para comprobar cuál de dichas formas se ajusta a la serie observada de datos de movilidad.

---

(1) Para probar si el modelo de movilidad perfecta descrito por la ecuación (31) se ajusta a la serie observada de datos de movilidad, calculamos la χ^2 dada mediante la ecuación (5).

Capítulo XXV

EXPLORACIÓN DE LAS TABLAS DE MOVILIDAD SOCIAL

EXPLORACIÓN DE LAS TABLAS DE MOVILIDAD SOCIAL.-

Vamos a considerar principalmente tres puntos fundamentales en este capítulo: a) Metodos para examinar cada una de las partes de una tabla de movilidad social en su búsqueda de las distintas relaciones posibles entre la categoría de estatus de un individuo y la de sus padres (y que sean congruentes con los datos en la tabla); b) métodos para comparar dos (o más) tablas de movilidad social a través del examen de las correspondientes partes de cada una de las tablas con el fin de hallar las diferencias entre sus correspondientes relaciones; y c) instrumentos conceptuales que pueden utilizarse por el investigador como ayuda para descubrir la gran variedad de relaciones posibles entre la categoría de estatus de un individuo y la de sus padres, las cuales pueden verificarse mediante datos.

Estos métodos e instrumentos pueden aplicarse también a otros tipos de tablas de clasificación transversal para facilitar la concepción y análisis de varios tipos posibles de relaciones entre la columna y fila clasificatorias de cada tabla, y estudiar las diferencias entre las correspondientes relaciones en dos (o más) de estas tablas.

Las técnicas presentadas (Goodman, 1969a, p. 1-40) para el estudio de las posibles relaciones entre dos variables cualitativas (clasificación en filas y columnas) se obtienen, en parte, al adaptar (precisamente para dichas variables cualitativas) algunas de las características de comparación múltiple desarrolladas en el análisis de la variancia. Con el fin de ilustrar la aplicación de dichas téc

nicas, analizaremos datos de movilidad social intergenera cional obtenidos en muestras de distintos países; debo manifestar que en ningún momento he partido de la idea de tomar como base estudios realizados sobre determinadas muestras concretas, y que solamente se utilizarán a efectos de aclaración o como datos suplementarios.

Analizando un conjunto de datos, la mayoría de los investigadores han aprendido que deben formular las hipótesis que desean probar antes de examinar dichos datos sobre los que se basa el tema en estudio, y que las hipótesis que sugerimos después del examen de unos datos no pueden ser probadas utilizando estos mismos datos. Goodman (1969a) nos presenta unos métodos simples de análisis de datos que son distintos de los usuales, y que pueden utilizarse por el investigador para probar hipótesis sugeridas a causa del examen de unos datos (y verificarlas a través de estos mismos datos), tanto como las formuladas previamente; estos métodos pueden ser utilizados cuando el conjunto de datos a examinar, y posteriormente a analizar, están tabulados en una o varias tablas de clasificación transversal, como podría ser, por ejemplo, en una tabla de movilidad social de un país, o en una serie de tablas referentes a distintos países.

Un investigador no puede esperar formular de antemano todas las hipótesis que después puede concebir en otro momento, y que deseará probar; realmente, la habilidad del estudioso le permitirá -y ello es un importante recurso- un primer planteamiento de las hipótesis a la vista de una serie de datos. Goodman (1969a) nos proporciona los medios conceptuales a utilizar precisamente para permitir la formulación de posibles hipótesis.

De esta forma, en el análisis de una tabla dada de clasificación transversal, hará posible el planteamiento de distintas hipótesis pertenecientes a varios tipos de relaciones entre las filas y columnas de una tabla de clasificación; y en el caso de una serie de dos o más tablas (también de clasificación transversal) igualmente permitirá formular diversas hipótesis referentes a la diferencia entre ambas.

Estos métodos pueden aplicarse a tablas de movilidad social intergeneracional en las cuales las columnas denotan las posibles categorías de estatus de los individuos y las filas las correspondientes de sus padres, y también a distintos tipos de tablas de clasificación transversal. El número de columnas en la tabla no precisa coincidir con el número de filas, y las clasificaciones en filas y columnas pueden pertenecer a variables completamente distintas, como educación y raza. En las tablas de movilidad social, las clasificaciones en filas y columnas corresponden al mismo tipo de variable (tratándose de estatus, el de un individuo y el de sus padres, por ejemplo), y tales tablas generalmente son cuadradas, por tener igual número de filas y de columnas.

Las técnicas propuestas fueron obtenidas, en parte, como ya hemos dicho, al adaptar para variables cualitativas algunos de los conceptos y fundamentos del análisis de variancia; esta adaptación fue realizada por Goodman (1964e; 1965a), desarrollando intervalos de confianza simultáneos y procedimientos de pruebas múltiples para el análisis de distintas cuestiones pertenecientes a una o varias variables cualitativas dadas. En otros trabajos del propio Goodman (1961b, 1963, 1964a, 1965e, 1968) se aplicó al análisis

de datos de clasificación transversal en donde algunos de ellos estaban restringidos por pérdida de información u otras causas.

Podremos utilizar estos métodos cuando los datos de clasificaciones transversales describan una muestra aleatoria de individuos de una determinada población, o cuando los datos describen una muestra estratificada aleatoria en donde las categorías de la columna (o de la fila) constituyen los estratos que han sido muestreadas. Estos métodos son semejantes aproximadamente a la prueba χ^2 de independencia.

1. La interacción en cada subtabla 2 x 2

Con fines aclaratorios, y de acuerdo con lo dicho anteriormente, partiremos de la Tabla 1, con datos obtenidos por Glass (1954), en donde las categorías U ("upper-status"), M ("middle-status") y L ("lower-status") corresponden a las categorías de estatus ocupacional 1-4, 5, 6-7, respectivamente, definidas por Glass, aunque previamente fuera estudiado por White (1963) y Goodman (1965e). Los datos proceden de una muestra de 3.497 varones de Gran Bretaña, de acuerdo con la categoría de estatus ocupacional de cada uno de ellos y de sus padres (clasificación transversal).

Al referirnos a las categorías en filas y columnas en dicha tabla significará que lo hagamos a las categorías "origen" y "destino" de dichos individuos, respectivamente (Duncan, 1966). Al observar la Tabla 1, un investigador puede seleccionar la subtabla particular 2 x 2 obtenida cuando, por ejemplo, sólo consideramos los crígenes U ó M y los destinos U ó M (es decir, cuando excluímos de nuestra consideración todos los sujetos cuya categoría origen es L, e

TABLA 1. Clasificación transversal de una muestra de varones británicos de acuerdo con la categoría del estatus de cada individuo y la de sus padres

Estatus de sus padres	Estatus del individuo		
	U	M	L
U.....	588	395	159
M.....	349	714	447
L.....	114	320	411

TABLA 2. Clasificación tranversal de la anterior muestra de varones británicos: categoría del estatus de los individuos, U ó M; categoría del estatus de sus padres, U ó M

Estatus de sus padres	Estatus del individuo	
	U	M
U.....	588	395
M.....	349	714

igualmente aquéllos cuya categoría destino es L). Esta subtabla es la Tabla 2.

De acuerdo con la Tabla 2, vemos que los sobrantes observados van de 395 a 588 (0.67 %) respecto a individuos cuyo origen es U y cuyo destino es M, y de 714 a 349 (2.05 %) respecto a individuos cuyo origen es M e igualmente su

destino es U. El "riesgo" observado de destino en M es 0.67 para los individuos con origen en U, y 2.05 para aquéllos cuyo origen es M (1). La razón de los riesgos es 2.05/0.67 = 3.05. De esta forma, comparando aquéllos cuyo origen es M con los que tienen origen en U, el "riesgo relativo" observado de tener destino en M (más que en U) es 3.05 respecto a 1.00; en otras palabras, el riesgo observado es 3.05 veces mayor para los que tienen el origen en M que para los que lo tienen en U. Ya que el riesgo relativo calculado es la razón de los sobrantes observados, nos referiremos a él como "razón de sobrantes".

Utilizando notación matemática, si consideramos que f_{ij} significa la frecuencia observada en la i-ésima fila ($i = 1, 2$) y en la j-ésima columna ($j = 1, 2$) de la Tabla 2, entonces el riesgo observado es f_{12}/f_{11} para los individuos con origen en U, y f_{22}/f_{21} para aquéllos con origen en M. El riesgo relativo observado ("razón de sobrantes") es $(f_{22}/f_{21})/(f_{12}/f_{11})$, el cual equivale a $(f_{11}f_{22})/(f_{12}f_{21})$. La razón de sobrantes compara las magnitudes relativas de (f_{22}/f_{21}) con (f_{12}/f_{11}), de (f_{11}/f_{12}) con (f_{21}/f_{22}), de (f_{11}/f_{21}) con (f_{12}/f_{22}), y de (f_{22}/f_{12}) con (f_{21}/f_{11}). Dicha razón de sobrantes no está influenciada por los tamaños absolutos o relativos de los totales marginales de filas ni de columnas; dicho de otra forma, si suponemos que en una tabla 2 x 2 verificamos una transformación en f_{ij} ($i = 1, 2$; $j = 1, 2$) de la forma

$$f_{ij} \rightarrow a_i b_j f_{ij}$$

---

(1) El término "riesgo" está tomado aquí como sinónimo del utilizado por Gart (1962).

donde a_i y b_j son números positivos cualesquiera (i = 1,2; j = 1, 2), entonces la razón de sobrantes calculada para la tabla transformada será igual a la de la tabla original.

Hay que anotar igualmente que la razón de sobrantes permanece invariable si la tabla 2 x 2 se cambia por otra en donde se han sustituido las filas por columnas, y viceversa; en efecto, en la tabla 2 x 2, si una medida de asociación entre las clasificaciones en filas y columnas es función de la proporción de observaciones en la primera fila de la tabla que caen también en la primera columna, y de la proporción de observaciones en la segunda fila que caen también en la primera columna, dicha medida será invariante cuando las filas se sustituyen por columnas, y viceversa, y, por consiguiente, será una función de la razón de sobrantes (Edwards, 1963; Goodman, 1965b).

Si la clasificación en columnas ha sido independiente de la clasificación en filas para una tabla de población 2 x 2 correspondiente a la Tabla 2, la razón de sobrantes (el riesgo relativo) será 1.00 para esta población, y el logaritmo neperiano de dicha razón de sobrantes valdrá cero; aquí, el ln (3.05) = 1.11. Goodman (1969a, p. 6) llama al logaritmo neperiano de la razón de sobrantes la "interacción" entre las clasificaciones en filas y columnas de la tabla 2 x 2, y utilizará el símbolo G para expresarla (1964 e). Con el fin de probar la hipótesis nula de que la clasificación en columnas es independiente de la correspondiente en filas (en una tabla de población 2 x 2) en la Tabla 2, podemos comparar la interacción observada G con el cero, utilizando el error estandard de G como medida.

Expresándolo en notaciones matemáticas, si g_{ij} re-

presenta el logaritmo neperiano de f_{ij}, el logaritmo G de la razón de sobrantes es

$$G = \ln \left[(f_{11}f_{22})/(f_{12}f_{21})\right] = g_{11} + g_{22} - g_{12} - g_{21} \quad (1)$$

Ya que la razón de sobrantes nos dice cuál es la magnitud relativa de un sobrante (f_{22}/f_{21}) comparada con otros (como f_{12}/f_{11}) en una tabla 2 x 2, cuando comparamos las razones de sobrantes calculadas para distintas tablas 2 x 2 será lógico examinar también las magnitudes relativas; ello es facilitado mediante el cálculo de los logaritmos de las razones de sobrantes (por el cálculo de las interacciones), ya que las diferencias entre las interacciones reflejan las magnitudes relativas de las correspondientes razones de sobrantes (la diferencia entre dos interacciones es igual al logaritmo de la magnitud relativa correspondiente a las razones de sobrantes). Si la diferencia entre dos interacciones permanece invariable, las magnitudes relativas correspondientes a las razones de sobrantes también.

Utilizamos la escala logarítmica de medida, a través de las correspondientes interacciones. Tales interacciones aparecen en los modelos que consideran las frecuencias esperadas en la tabla de clasificación transversal afectadas en forma multiplicativa por los "efectos de fila", relacionados con las filas marginales, "efectos de columna", relacionados con las columnas marginales, y los "efectos de interacción filas x columnas" (Birch, 1963; Goodman, 1964b).

El error estandard S de la interacción G es particularmente simple, y hallamos su estimación:

$$S = (h_{11} + h_{22} + h_{12} + h_{21})^{1/2} \quad (2)$$

donde $h_{ij} = 1/f_{ij}$ para $i = 1, 2$; $j = 1, 2$.

Aplicando la fórmula (2) a la Tabla 2, vemos que el error estandard S de la interacción observada G es

$$S = \left[\frac{1}{588} + \frac{1}{395} + \frac{1}{349} + \frac{1}{714} \right]^{1/2} = 0.09 \qquad (3)$$

De esta forma, si dividimos la interacción observada G por su error estandard S, obtenemos un valor

$$Z = G/S = 12.08 \qquad (4)$$

que es estadísticamente significativo comparado con los percentikes de la distribución normal estandarizada: para una curva normal de dos colas al 5% de nivel de significación, el valor absoluto de Z se compara con el valor constante 1.96, que es el percentil 97.5 de la distribución normal estandarizada. Llamaremos Z el valor estandarizado de la interacción G (el término "valor estandarizado" de un estadístico se utiliza aquí para significar la razón entre el estadístico y su error estandard, como en la fórmula (4)).

Utilizando la constante 1.96, también obtenemos el intervalo de confianza al 95 % de la interacción en la tabla de población 2 x 2 correspondiente a la Tabla 2:

$$G^{+} = G + 1.96S = 1.29$$
$$G^{-} = G - 1.96S = 0.93 \qquad (5)$$

El intervalo de confianza para esta interacción comprende desde 0.93 a 1.29. Correlativamente, y con ayuda de la tabla de logaritmos naturales o neperianos, obtenemos el siguiente intervalo de confianza para la razón de sobrantes en la tabla de población 2 x 2 correspondiente a la Tabla 2:

$$R^{+} = 3.65$$

$$R^{-} = 2.54$$

Recordemos que el valor de la razón de sobrantes era R = 3.05; Goodman (1969a, p. 8) recalca que utiliza el símbolo R en este momento para representar el valor observado de la razón de sobrantes, y R^{+} y R^{-} simbolizan los límites de confianza superior e inferior, respectivamente. El intervalo de confianza para la interacción (en la tabla de población 2 x 2) no incluye el cero, y el correspondiente intervalo de confianza para la razón de sobrantes, en la misma tabla, no incluye la unidad (el intervalo de confianza de la interacción incluirá el cero, y el correspondiente de la razón de sobrantes la unidad, si y sólo si el valor absoluto de Z calculado por (4) es menor que 1.96).

Si hemos utilizado la Tabla 2 (con el fin de probar la hipótesis nula de que la clasificación de las columnas es independiente de la de las filas) antes de que hayamos observado los datos de la Tabla 2 (o de la Tabla completa 1), el procedimiento utilizado habrá sido válido. Por otra parte, si hemos elegido la subtabla 2 x 2 (Tabla 2) de la mayor 3 x 3 (Tabla 1) por no aparecer a primera vista una señal evidente del rechazo de esta hipótesis nula, entonces el procedimiento no será válido. Al juzgar el significado estadístico del valor Z (12.08) obtenido para la subtabla 2 x 2, sería necesario tener en cuenta el hecho de que dicha subtabla utilizada estaba seleccionada mediante un examen de la mayor tabla 3 x 3 (Tabla 1) y que podían haberse considerado también otros valores Z (correspondientes a interacciones de otras subtablas de la tabla 3 x 3). Si se desea una prueba al percentil 5 de nivel de

significación, no sería correcto comparar el valor Z con un valor constante (como 1.96).

Este problema lo planteó Goodman (1964e) y mostró que una cualquiera de las dos constantes debe ser apropiada. La primera constante veremos que lo es cuando no puede determinarse de antemano cuántas posibles interacciones son de posible interés; la segunda cuando sí puede determinarse previamente (la segunda constante dependerá del número de interacciones que pueden ser de interés, e incrementará cuando aumente el número de ellas). En cualquier caso, si la segunda constante es mayor que la primera, puede reemplazarse por la primera, ya que ésta es apropiada incluso si son de interés un infinito número de interacciones.

Para explicar cómo se obtiene la primera constante apropiada, Goodman (1969a, p. 9) hace notar que:

a) una tabla 2 x 2 tiene 1 grado de libertad para probar la hipótesis nula de independencia utilizando la distribución χ^2

b) la constante 1.96 es la raíz cuadrada del percentil 95 de una distribución χ^2 con un grado de libertad.

La constante 1.96 es apropiada si la tabla 2 x 2 (con su único grado de libertad) de la que va a probarse su independencia está seleccionada antes de que los datos sean examinados y si sólo va a probarse esta tabla. Si la tabla 2 x 2 es una subtabla de otra mayor (como 3 x 3), y si está seleccionada por examen de esta última, entonces el tamaño de la tabla mayor es relevante en la determinación de la constante apropiada.

Si la tabla mayor (de la cual se ha elegido la subtabla 2 x 2) era 3 x 3, entonces hay que tener en cuenta

que: a) una tabla 3 x 3 tiene 2 x 2 = 4 grados de libertad para probar la hipótesis nula de independencia utilizando la distribución χ^2, y b) la constante 1.96 debería ser reemplazada por la raíz cuadrada del percentil 95 de la distribución χ^2 con 4 grados de libertad (1), y sería 3.08. Más generalmente, si la tabla mayor de la cual se ha elegido la subtabla 2 x 2 era R x C ("R" = filas; "C" = columnas), se requiere que:

a) una tabla R x C tiene (R-1) (C-1) grados de libertad para probar la hipótesis nula de independencia utilizando la distribución χ^2.

b) la constante 1.96 debe ser reemplazada por la raíz cuadrada del percentil 95 de la distribución χ^2 con (R-1) (C-1) grados de libertad.

Para explicar cómo se obtiene la segunda constante

---

(1) La distribución χ^2 con cuatro grados de libertad se utiliza aquí porque el estadístico usual χ^2 para probar la hipótesis nula de independencia en la tabla 3 x 3 precisa una distribución de muestra grande, y una forma modificada de este estadístico (el cual presenta la misma distribución de muestra grande bajo la hipótesis nula) se relaciona con el máximo valor obtenido cuando todas las interacciones posibles se calculan de la tabla 3 x 3 (Goodman, 1964e).
Por motivos de conveniencia, el nivel de significación para cada serie de pruebas múltiples será el de 5 % (ó menos), con el correspondiente nivel de confianza del 95 %. Para cualquier serie de interacciones a analizar, si todas ellas en la serie son igual a cero para la tabla de población de clasificación transversal (es decir, si la hipótesis nula correspondiente es verdadera para la población), entonces la probabilidad es al menos 0.95 que el valor estandarizado de todas las interacciones en la serie (calculado a partir de la muestra de datos) sea menor en valor absoluto que la constante recomendada aquí.

apropiada, Goodman (1969a, p. 10) hace notar que:

a) una tabla 2 x 2 presenta al menos una interacción de posible interés.

b) la constante 1.96 es el valor absoluto del percentil 2.5 de la distribución normal estandarizada.

La constante 1.96 es apropiada si la tabla 2 x 2 (con su única interacción de posible interés), la cual va a ser probada en su independencia, es la única tabla 2 x 2 a probar, y si ha sido seleccionada antes de examinar los datos. Si la tabla 2 x 2 es una subtabla de otra mayor, y si algunas de las demás interacciones en esta última tabla (correspondientes a otras subtablas de la tabla mayor) pueden ser de interés, entonces la constante apropiada a utilizar dependería de cuántas interacciones fueran de interés en la tabla mayor. Si, por ejemplo, hubiera a lo sumo veinte interacciones distintas de interés en la tabla mayor, entonces la constante 1.96 debería ser reeemplazada por el valor absoluto del percentil 2.5/20 = 0.125 de la distribución normal estandarizada, y que sería 3.02. Más generalmente, si hay a lo sumo K interacciones distintas de interés en la tabla mayor, entonces la constante 1.96 debe ser reemplazada por el valor absoluto del percentil 2.5/K de la distribución normal estandarizada.

Para facilitar la utilización de estas constantes, Goodman (1969a, p. 11) nos da sus valores numéricos, los cuales, por considerarlos de interés, los incluyo en la Tabla 3, utilizando el nivel de significación del 5 % (ver el segundo párrafo de la nota a pié de la página anterior). Dicha tabla nos da el valor de la primera y segunda constantes cuando el número de grados de libertad es 1, 2, ..., 35. En las situaciones en que pueden calcularse la prime-

TABLA 3. Constantes críticas para una serie de pruebas múltiples al nivel de significación del 5 %

Grados de libertad ó número de pruebas de posible interés	Constantes críticas	
	(a)	(b)
1.....	1.960	1.960
2.....	2.448	2.241
3.....	2.795	2.394
4.....	3.080	2.498
5.....	3.327	2.576
6.....	3.548	2.638
7.....	3.751	2.690
8.....	3.938	2.734
9.....	4.113	2.773
10.....	4.279	2.807
11.....	4.436	2.838
12.....	4.585	2.865
13.....	4.729	2.891
14.....	4.867	2.914
15.....	5.000	2.935
16.....	5.128	2.955
17.....	5.252	2.974
18.....	5.373	2.991
19.....	5.490	3.008
20.....	5.605	3.023
21.....	5.716	3.038
22.....	5.824	3.052
23.....	5.931	3.065
24.....	6.034	3.078
25.....	6.136	3.091
26.....	6.236	3.102
27.....	6.334	3.113
28.....	6.429	3.124
29.....	6.523	3.134
30.....	6.616	3.144
31.....	6.707	3.154
32.....	6.797	3.163
33.....	6.885	3.172
34.....	6.972	3.180
35.....	7.057	3.189

ra y segunda constantes apropiadas, utilizamos la más pequeña de las dos constantes cuando se especifica un límite en el nivel de significación y cuando queremos reducir la probabilidad de errores de segundo tipo (de aceptar la hipótesis nula cuando es falsa).

Hay que anotar, en la Tabla 3, que (a) es apropiada cuando un número no limitado de pruebas acerca las interacciones puedan llevarse a cabo en una tabla de clasificación transversal, para un número determinado de grados de libertad; (b) es apropiado cuando está especificado el número de pruebas de posible interés.

Supongamos que consideramos una tabla de clasificación transversal 3 x 3 (Tabla 1); tendrá 2 x 2 = 4 grados de libertad para probar la hipótesis nula de independencia, y todas las interacciones de posible interés en esta tabla pueden ser calculadas directamente de una serie básica de cuatro interacciones distintas; cada una de ellas puede corresponder a la interacción en una tabla 2 x 2. En la Tabla 4 se presentan la serie básica posible de 2 x 2 subtablas; a partir de ellas (tablas 1A, 1B, 1C, 1D descritas en la Tabla 4) podemos calcular las interacciones correspondientes a las nueve posibles subtablas 2 x 2 formadas de la Tabla 1, tal como se indica en la Tabla 5; las cuatro primeras interacciones en la Tabla 5 están calculadas directamente de la serie básica de subtablas (tablas 1A, 1B, 1C, 1D descritas en la Tabla 4), y las otras cinco (pertenecientes a las tablas 1E, 1F, 1G, 1H, 1I) pueden calcularse por adición a las correspondientes interacciones obtenidas de la serie básica (o equivalentemente por multiplicación de las correspondientes razones sobrantes y obtención del lo-

TABLA 4. Serie básica de 2 x 2 subtablas de la muestra inglesa reseñada anteriormente (Tabla 1)

Tabla 1A			Tabla 1B		
Estatus de sus padres	Estatus sujeto		Estatus de sus padres	Estatus sujeto	
	U	M		M	L
U.....	588	395	U.....	395	159
M.....	349	714	M.....	714	447
Tabla 1C			**Tabla 1D**		
Estatus de sus padres	Estatus sujeto		Estatus de sus padres	Estatus sujeto	
	U	M		M	L
M.....	349	714	M.....	714	447
L.....	114	320	L.....	320	441

TABLA 5. Interacción entre el estatus del sujeto y el de sus padres en cada una de las nueve subtablas 2 x 2 de la muestra anterior

Comparación de estatus de los padres	Comparación de estatus de los sujetos		
	U ccmparado con M	M comparado con L	U comparado con L
U comparado con M...	Tabla 1A: 1.11(3.05)	Tabla 1B: 0.44(1.56)	Tabla 1E: 1.56(4.74)
M comparado con L...	Tabla 1C: 0.32(1.37)	Tabla 1D: 0.72(2.05)	Tabla 1F: 1.03(2.81)
U comparado con L...	Tabla 1G: 1.43(4.18)	Tabla 1H: 1.16(3.19)	Tabla 1I: 2.59(13.33)

Nota: Entre paréntesis figuran las razones de sobrantes

ritmo del producto): tabla 1E (interacción 1A más 1B); tabla 1F (interacción 1C más 1D); tabla 1G (interacción 1A más 1C); tabla 1H (interacción 1B más 1D); tabla 1I (interacción 1E más 1F).

Expresándolo en notación matemática, a través de los logaritmos de las frecuencias observadas, vemos que las interacciones correspondientes a las tablas 1E, 1F, 1G, 1H pueden obtenerse por cálculo directo utilizando las fórmulas de la Tabla 6, o por adición de las correspondientes in

TABLA 6. Nueve interacciones de la Tabla 5 expresadas en términos del logaritmo g_{ij} de la frecuencia observada f_{ij} en la fila i-ésima (i = 1, 2, 3) y en la columna j-ésima (j = 1, 2, 3) de la tabla de clasificación transversal 3 x 3

Comparación de estatus de los padres	Comparación de estatus de los sujetos		
	U comparado con M	M comparado con L	U comparado con L
U comparado con M...	Tabla 1A: $g_{11}-g_{12}-g_{21}+g_{22}$	Tabla 1B: $g_{12}-g_{13}-g_{22}+g_{23}$	Tabla 1E: $g_{11}-g_{13}-g_{21}+g_{23}$
M comparado con L...	Tabla 1C: $g_{21}-g_{22}-g_{31}+g_{32}$	Tabla 1D: $g_{22}-g_{23}-g_{32}+g_{33}$	Tabla 1F: $g_{21}-g_{23}-g_{31}+g_{33}$
U comparado con L...	Tabla 1G: $g_{11}-g_{12}-g_{31}+g_{32}$	Tabla 1H: $g_{12}-g_{13}-g_{32}+g_{33}$	Tabla 1I: $g_{11}-g_{13}-g_{31}+g_{33}$

teracciones obtenidas de la serie básica de subtablas 2 x 2, como se ha señalado anteriormente. Por ejemplo, para la

Tabla 1E vemos que la correspondiente interacción en la Tabla 6 es la suma de las interacciones correspondientes a las Tablas 1A y 1B.

Supongamos que la tabla a considerar de clasificación transversal es R x C. Ya que tiene (R - 1) (C - 1) grados de libertad para probar la hipótesis nula de independencia, todas las interacciones de posible interés en la tabla R x C pueden calcularse directamente de una serie básica de (R - 1) (C - 1) interacciones distintas. Cada una de estas interacciones puede corresponder a una interacción en la tabla 2 x 2; una serie básica de estas subtablas puede obtenerse, por ejemplo, seleccionando una columna dada (por ejemplo, columna C), y una fila dada (por ejemplo, fila R) cualesquiera de la tabla R x C, y formando entonces subtablas 2 x 2 de las cuatro casillas que hay en la columna C o en la columna j (j = 1, 2, ..., C-1) y en la fila R o en la fila i (i = 1, 2, ..., R-1). Habrán (R-1)(C-1) subtablas distintas en la serie básica, y a partir de ellas podemos calcular las interacciones correspondientes a las otras subtablas 2 x 2 formadas de la tabla R x C. Para esta tabla, podemos comparar cada fila con cada una de las otras filas (habrá R[R-1]/2 comparaciones), y cada columna con cada una de las otras columnas (habrá C[C-1]/2 comparaciones), y así habrán R(R-1) C(C-1)/4 subtablas, pero necesitamos unas ([R-1] [C-1]) en la serie básica para poder determinar las otras.

2. Las distintas interacciones entre las clasificaciones en columnas y en filas

Tengamos presente que las nueve interacciones indi

cadas en la Tabla 6 son de la siguiente forma:

$$G = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \alpha_{ij} g_{ij} \qquad (7)$$

donde g_{ij} es el logaritmo de la frecuencia observada f_{ij} en la fila i-ésima y en la columna j-ésima ($i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2, 3$), y α_{ij} es una serie de constantes que satisfacen las siguientes ecuaciones:

$$\sum_{j=1}^{3} \alpha_{ij} = 0, \quad \text{para } i = 1, 2, 3$$

$$\sum_{i=1}^{3} \alpha_{ij} = 0, \quad \text{para } j = 1, 2, 3 \qquad (8)$$

la fórmula (8) señala que si las constantes α_{ij} están dispuestas como entradas en una tabla como nuestra Tabla 1, entonces cada fila y cada columna de la tabla suman cero.

Como ejemplo de la fórmula (7), consideremos la interacción G calculada para la Tabla 2 (es decir, para la tabla 1A de las Tablas 4-6). Según la fórmula (1) o las correspondientes fórmulas en la Tabla 6, vemos que tal interacción está obtenida tomando $\alpha_{11} = \alpha_{22} = 1$, $\alpha_{12} = \alpha_{21} = -1$, y $\alpha_{13} = \alpha_{23} = \alpha_{31} = \alpha_{32} = \alpha_{33} = 0$. En otras palabras, la interacción G calculada para la Tabla 2 es la interacción (entre las clasificaciones en columnas y filas de la tabla de clasificación transversal 3 x 3) que deja en blanco las entradas ($f_{13}, f_{23}, f_{31}, f_{32}, f_{33}$) en las cinco casillas de la tercera columna y de la tercera fila de la tabla.

Cualquier serie de constantes α_{ij} que satisfaga la serie de ecuaciones (8) puede ser utilizada para definir una interacción G basada en la fórmula (7); anotamos anteriormente que cada una de las interacciones pertenecientes

a las nueve subtablas 2 x 2 (Tabla 6) es de la forma (7); además, la suma, o el promedio de varias de estas interacciones será de esta forma. Por ejemplo, el promedio de cuatro interacciones, las correspondientes a las Tablas 1A, 1E, 1G, y 1I: ya que estas cuatro subtablas son sólo 2 x 2, y teniendo interacciones que están directamente afectadas (en forma positiva) por el número U de sujetos cuyos padres son también U (es decir, con entrada en la casilla [U,U]) nos referiremos a su interacción promedio como a la perteneciente al estatus herencia del estatus U (por consiguiente, la interacción [U,U])(1).

De las fórmulas correspondientes en la Tabla 6, deducimos que la interacción (U,U) puede expresarse como

$$g_{11} - \left[\frac{1}{2}\left(g_{12} + g_{13} + g_{21} + g_{31}\right) - \frac{1}{4}\left(g_{22} + g_{23} + g_{32} + g_{33}\right)\right] \quad (9)$$

De esta forma, esta interacción se ha obtenido tomando α_{11}

---

(1) Una categoría de estatus individual se refiere aquí a la categoría particular en la cual se ha clasificado su ocupación (categoría de estatus más alta, media, o más baja) y "estatus herencia" se refiere a la probabilidad de que su categoría de estatus (U, M ó L) sea exactamente la misma que la de sus padres. Este concepto no se refiere necesariamente a la herencia de características genéticas ni a la herencia individual literal de la ocupación específica de sus padres, excepto en lo que este fenómeno, en conjunción con otros (socialización, educación, etc.) puede llevar a un incremento en la probabilidad de que una categoría de estatus individual sea la misma que la de sus padres. Naturalmente, si los límites que se han utilizado para definir la categoría de estatus han cambiado, entonces las categorías pertenecerán a una clasificación distinta de ocupaciones, y la magnitud del estatus herencia dependerá de la clasificación que se considere.

$= 1, \kappa_{12} = \alpha_{13} = \alpha_{21} = \alpha_{31} = -1/2, \alpha_{22} = \alpha_{23} = \alpha_{32} = \alpha_{33} = 1/4$. Aquí ninguna de las casillas en la tabla de clasificación transversal 3 x 3 ha quedado en blanco. Si la interacción promedio es cero en las cuatro subtablas 2 x 2 que incluyen la entrada en la casilla (U,U), entonces la interacción (9) será cero, y g_{11} será igual a la cantidad en clase de la fórmula (9). La interacción (U,U) mide el grado en que g_{11} difiere de la cantidad en clase en la fórmula (9); esta cantidad es función de las entradas en otras cásillas que no son las (U,U), y puede servir como un "predictor" de g_{11} bajo la suposición de que no existe interacción en las subtablas 2 x 2 que incluyen la casilla (U,U). La extensión en la cual g_{11} difiere actualmente de este predictor puede reflejar el "estatus herencia" del estatus U. (1).

Habiendo señalado que la interacción (U,U) viene dada por la fórmula (9), podemos definir ahora la interacción (L,L) y la (M,M) mediante las siguientes fórmulas:

---

(1) La atención de Goodman (1969a, p. 14) está cifrada aquí en la casilla (U,U), y juzga su magnitud relativa por comparación con una cierta función de entradas en otras casillas en la tabla de clasificación transversal. Se podía haber escrito, naturalmente, (9) de forma que dirigiera nuestra atención a otra casilla en la tabla o a algún otro fenómeno que pudiera reflejarse en la tabla. Veremos posteriormente que, en adición al estatus herencia del estatus U, la interacción (U,U) dada por (9) puede reflejar otros fenómenos igualmente. Por este motivo, Goodman no se siente satisfecho con esta medida, e introducirá otra de alternativa, que será la interacción perteneciente al estatus herencia "intrínseco" del estatus U.

$$g_{33} - \left[\frac{1}{2}(g_{13} + g_{23} + g_{31} + g_{32}) - \frac{1}{4}(g_{11} + g_{12} + g_{21} + g_{22})\right] \quad (10$$

$$g_{22} - \left[\frac{1}{2}(g_{12} + g_{21} + g_{23} + g_{32}) - \frac{1}{4}(g_{11} + g_{13} + g_{31} + g_{33})\right] \quad (11$$

La interacción (L,L) definida por (10) es el promedio de las interacciones pertenecientes a las cuatro subtablas 2 x 2 (Tablas 1D, 1F, 1H, 1I) que están directamente afectadas (en forma positiva) por la entrada en la casilla (L,L). Las relaciones entre la interacción (M,M) definida por (11) y la interacción perteneciente a cuatro subtablas 2 x 2 (Tablas 1A, 1B, 1C, 1D) que están directamente afectadas por la entrada en la casilla (M,M) es más complicada porque el efecto de la entrada en la casilla (M,M) es positivo en las Tablas 1A y 1D, pero negativo en las 1B y 1C (ver las correspondientes fórmulas en la Tabla 6). A causa de los efectos positivos y negativos, la interacción (M,M) definida por (11) es actualmente el promedio de las siguientes cuatro cantidades: las interacciones pertenecientes a las Tablas 1A y 1D y la negativa de las interacciones pertenecientes a las Tablas 1B y 1C).

La diferencia entre cualesquiera dos interacciones de la forma (7) también será de esta fórma. Por ejemplo, la diferencia entre la interacción (U,U) y la (M,M); puede utilizarse para comparar las magnitudes de estatus herencia de estatus U y de estatus M. De forma semejante, tomamos la diferencia entre las interacciones (M,M) y (L,L) para comparar las magnitudes del estatus herencia de M y el de L, y tomamos la diferencia entre las interacciones (U,U) y (L,L) para comparar las magnitudes del estatus herencia de U y de L.

Las Tablas 1E y 1G son sólo subtablas 2 x 2 que están directamente afectadas por la entrada en las casillas (U,U), y no por las de (M,M) u (L,L). Las Tablas 1A y 1I, que utilizamos antes (juntamente con las Tablas 1E y 1G) en la definición de la interacción correspondiente al estatus herencia del estatus U, están afectadas por las casillas (U,U), pero también por las (M,M) y (L,L), respectivamente. Excluyendo ahora las tablas 1A y 1I, calculamos el promedio de las interacciones pertenecientes a las Tablas 1E y 1G; Goodman (1969a, p. 15) se referirá a este promedio como a la interacción perteneciente al estatus herencia intríseco del estatus U.

A partir de las correspondientes fórmulas en la Tabla 6, vemos que la interacción correspondiente al estatus herencia intrínseco del estatus U puede estar expresado por la siguiente fórmula:

$$g_{11} - \left[\frac{1}{2}(g_{12} + g_{13} + g_{21} + g_{31} - g_{23} + g_{32})\right] \qquad (12)$$

De esta forma, esta interacción se obtiene tomando $\alpha_{11} = 1$, $\alpha_{12} = \alpha_{13} = \alpha_{21} = \alpha_{31} = -1/2$, $\alpha_{23} = \alpha_{32} = 1/2$, y $\alpha_{22} = \alpha_{33} = 0$. Aquí las entradas en las casillas (M,M) y (L,L) están en blanco. La interacción perteneciente al estatus herencia intrínseco del estatus U mide el grado por el cual g_{11} difiere de la cantidad obtenida en (12). Esta cantidad es una función de las entradas en las casillas no diagonales de la tabla de clasificación transversal 3 x 2, y puede servir como "predictor" de g_{11} bajo la suposición de que no existe interacción en las tablas 1E y 1G. La extensión en la cual g_{11} difiere actualmente de este predictor puede reflejar el "estatus herencia intríseco" del es-

tatus U (1).

Habiendo visto que la interacción correspondiente al estatus herencia intrínseco del estatus U viene dado por la fórmula (12), podemos definir las interacciones correspondientes al estatus herencia intrínseco del estatus L y al estatus herencia intrínseco del estatus M por

$$g_{33} - \left[\frac{1}{2}(g_{13} + g_{23} + g_{31} + g_{32} - g_{12} - g_{21})\right] \qquad (13)$$

y por

$$g_{22} - \left[\frac{1}{2}(g_{12} + g_{21} + g_{23} + g_{32} - g_{13} - g_{31})\right] \qquad (14)$$

respectivamente. La interacción (13) deja en blanco las entradas en las casillas (U,U) y (M,M), y el promedio de las interacciones pertenece a las Tablas 1F y 1H. La interacción (14) deja en blanco las entradas en las casillas (U,U)

---

(1) Es preciso hacer una observación semejante a la de la última nota a pie de página. Hay que tener en cuenta también que si hay "movilidad cuasi-perfecta" (es decir, "cuasi-independencia" entre la clasificación en columnas y en filas) cuando las tres entradas diagonales en la tabla de clasificación transversal están en blanco (Goodman, 1965e y 1968), entonces el único fenómeno medido por la interacción (12) es el grado según el cual g_{11} es mayor que su predictor (en este caso, tenemos "estatus herencia intrínseco") o más pequeño (en este caso, tenemos "estatus desheredado intrínseco").
Tal como se ha señalado en otros artículos citados previamente, los datos considerados aquí muestran esta movilidad cuasi-perfecta. La utilización aquí, según Goodman (1969a, p. 16), del concepto general de "movilidad cuasi-perfecta" para ayudar a la interpretación de la interacción (12) se da en el caso en que sólo la entrada en la casilla (U,U) de la tabla 3 x 3 está en blanco. Este tipo particular de movilidad cuasi-perfecta está contradicho por los datos.

l (L,L), y es negativo el promedio de las interacciones pertenecientes a las Tablas lB y lV.

la suma de las interacciones (12) a (14) es

$$(g_{11} + g_{22} + g_{33}) - \left[\frac{1}{2}(g_{12} + g_{13} + g_{21} + g_{23} + g_{31} + g_{32})\right] \quad (15$$

Llamaremos a esta suma la interacción correspondiente al estatus herencia intrínseco neto de todos los estatus (tener en cuenta una observación semejante a la de la nota a pie de la página anterior).

Naturalmente, podríamos desear comparar las magnitudes del estatus herencia intrínseco de estatus U y de estatus M, etc. la diferencia, por ejemplo, entre las interacciones pertenecientes al estatus herencia intrínseco de estatus U y de estatus M, tal como se definió en las fórmulas (12) y (14), es igual a 3/4 de la diferencia entre las interacciones (U,U) y (M,M), como está definido en las fórmulas (9) y (11). De esta forma, el valor estandarizado de la diferencia anterior es idéntico al de la última diferencia. Se utiliza un razonamiento similar cuando se comparan los estatus U y L, y los estatus M y L.

Vamos a considerar ahora la interacción definida como sigue:

$$G = g_{12} + g_{23} + g_{31} - g_{13} - g_{32} - g_{21} \quad (16)$$

Para ella, $\alpha_{12} = \alpha_{23} = \alpha_{31} = 1$, $\alpha_{13} = \alpha_{32} = \alpha_{21} = -1$, y $\alpha_{11} = \alpha_{22} = \alpha_{33} = 0$. las tres casillas diagonales están en blanco. Esta interacción no está afectada directamente por el número de sujetos que se hallan en la misma categoría de estatus que sus padres. Podría también obtenerse por sustracción de las interacciones pertenecientes a las ta-

blas 1B y 1C (ó 1E y 1G, ó 1H y 1F). Si esta interacción calculada por la fórmula (16) es cero para la Tabla 1, entonces las interacciones en las Tablas 1B y 1C son iguales, lo mismo en las tablas 1E y 1G, e igualmente en 1H y 1F. Además, si se da este caso, el modelo de movilidad cuasi-perfecta, como definió Goodman (1965e), se corresponde al hecho de que las tres casillas diagonales estén en blanco; en efecto, para una tabla de clasificación transversal 3 x 3 en donde estén en blanco las casillas diagonales, la definición de movilidad cuasi-perfecta es equivalente a la condición de que la interacción (16) sea nula para la correspondiente tabla de población; en otro artículo posterior, Goodman (1968) discute este punto.

Podemos formular todavía otras interacciones, las cuales pueden ser de interés en un contexto determinado, al especificar la serie de casillas que están en blanco, determinando los posibles valores de α_{ij} para las casillas no nulas (ver, por ejemplo, las fórmulas (1), (12), (13), (14) y (16)). Esto puede darse al considerar la interacción obtenida por sustracción de cualquier par de interacciones de interés, o por adición, o por promedio (de series cualesquiera de interacciones de interés); a través de estos métodos obtenemos otras series de α_{ij} que satisfacen (8), y, por consiguiente, otras series de interacciones entre las clasificaciones en filas y columnas en una tabla 3 x 3. Para ilustrar estos métodos, dirigiremos nuestra atención a las veinte interacciones particulares definidas a continuación (Goodman, 1969a, p. 17-18): esto es, las correspondientes a las nueve subtablas 2 x 2; las (U,U), (M,M), y (L,L); las diferencias entre las interacciones (U,U) y (M,M), entre (M,M) y (L,L), y entre (U,U) y (L,L);

las interacciones correspondientes al estatus herencia intrínseco del estatus U, del estatus M, y del estatus L; la interacción correspondiente al estatus "no heredado" intrínseco neto de todos los estatus; y la interacción obtenida al anularse las casillas diagonales (1).

TABLA 7. Valor estandarizado de las 20 interacciones entre el estatus de los sujetos y el de sus padres en la muestra correspondiente de la Tabla 1.

Interacción debida a:	Valor estandarizado
Padres U ó M y sujetos U ó M (Tabla 1A).....	12.08
Padres U ó M y sujetos M ó L (Tabla 1B).....	3.96
Padres U ó M y sujetos U ó L (Tabla 1E).....	13.59
Padres M ó L y sujetos U ó M (Tabla 1C).....	2.49
Padres M ó L y sujetos M ó L (Tabla 1D).....	7.49
Padres M ó L y sujetos U ó L (Tabla 1F).....	8.10
Padres U ó L y sujetos U ó M (Tabla 1G).....	11.26
Padres U ó L y sujetos M ó L (Tabla 1H).....	9.68
Padres U ó L y sujetos U ó L (Tabla 1I).....	18.70
Estatus herencia de estatus U (int. [U,U]).....	19.45
Estatus herencia de estatus M (int. [M,M]).....	3.69
Estatus herencia de estatus L (int. [L,L]).....	15.32
Diferencia entre interacciones (U,U) y (M,M)...	12.20
Diferencia entre interacciones (M,M) y (L,L)...	- 9.47
Diferencia entre interacciones (U,U) y (L,L)...	3.24
Estatus herencia intrínseco de estatus U (con [M,M] y [L,L] en blanco).....	16.53
Estatus herencia intrínseco de estatus M (con [U,U] y [L,L] en blanco).....	- 4.28
Estatus herencia intrínseco de estatus L (con [U,U] y[M,M] en blanco).....	11.64

(1) Como se ha señalado anteriormente, el valor estandarizado de la diferencia entre las interacciones correspondientes al estatus herencia intrínseco de estatus U y estatus M es igual al valor estandarizado de la diferencia entre las interacciones (U,U) y (M,M); etc.

Estatus herencia intrínseco neto de todas las categorías.....	20.19
Padres y sujetos con estatus diferentes (con las casillas diagonales en blanco).....	0.78

El error estandard de la interacción G definida por (7) puede calcularse como sigue:

$$S = \left(\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \alpha^2_{ij} / f_{ij} \right)^{1/2} \qquad (17)$$

Si dividimos la interacción observada G por su error estandard, obtenemos el siguiente valor estandarizado (ver la aclaración subsiguiente a la fórmula (4)):

$$Z = G/S$$

Para los datos de la Tabla 1, los valores estandarizados de las veinte interacciones (entre los estatus de los sujetos y de sus padres) descritas anteriormente, están expuestos en la Tabla 7.

Cada una de estas veinte interacciones puede probarse si difiere significativamente de cero; en cada prueba, el valor absoluto de la Z correspondiente tiene que compararse con la constante 3.02 (más que con 1.96) (1). Vemos en la Tabla 7 que el mayor valor estandarizado pertenecien

---

(1) Examinar la Tabla 6 y los correspondientes comentarios. Si las veinte interacciones no incluyen todas las interacciones que pueden ser de interés en este contexto, la constante 3.02 debería ser reemplazada por otra constante apropiada que permitiera calcular de una vez el número total de interacciones de posible interés que han tenido que determinarse. Si este número total de interacciones no puede ser determinado, entonces la constante 3.08 deberá utilizarse en lugar de 3.02.

te a las subtablas 2 x 2 es el de la Tabla 1I (padres U ó L y sujetos U ó L), el cual es, sin embargo, más pequeño que los valores estandarizados de la interacción correspondiente al estatus herencia del estatus U y de la interacción correspondiente al estatus herencia intrínseco neto de todas las categorías. Además, la interacción (U,U) es significativamente mayor que la (1,L), la cual, a su vez, es mayor que la (M,M).

En la Tabla 7 vemos que, aunque la interacción (M, M) es positiva, la correspondiente al estatus herencia intrínseco de M es negativa, y este valor negativo difiere significativamente de cero. En la categoría de estatus M, hay un estatus no heredado intrínseco más bien que un estatus herencia.(1).

La Tabla 7 nos muestra también que el valor estandarizado cuando las casillas de la diagonal están en blan-

---

(1) Puesto que la interacción correspondiente al estatus herencia intrínseco del estatus M -el cual está definido por la fórmula (14)- es el negativo del promedio de las interacciones pertenecientes a las Tablas 1B y 1C, el valor negativo obtenido en la Tabla 7 para la interacción correspondiente al estatus herencia intrínseco del estatus M describe el mismo fenómeno que el valor positivo obtenido para el promedio de las interacciones pertenecientes a las Tablas 1B y 1C. Este análisis (Goodman, 1969a, p. 19) sugiere que los datos de la Tabla 1 reflejan: a) movilidad cuasi-perfecta para las entradas no diagonales, b) estatus herencia de estatus U y estatus L, y c) estatus no heredado de estatus M. En particular, se sugiere que los datos de las Tablas 1B y 1C reflejan a) y c); a pesar de ello, también son posibles otros tipos de "explicaciones"; en cualquier caso, estas otras "explicaciones" de los datos pueden servir como "explicaciones" de la interacción negativa observada correspondiente al estatus herencia intrínseco del estatus M (por ejemplo, del valos positivo obtenido para la interacción promedio).

co es notablemente pequeño (1). Ello indica que el modelo de movilidad cuasi-perfecta se adapta a los datos de la Tabla 1 cuando las casillas de la diagonal están en blanco. Aunque el método utilizado aquí para el estudio de la movilidad cuasi-perfecta es algo distinto de otro más anterior, también de Goodman (1965e), se confirma la conclusión referente a los datos de la Tabla 1.(2).

Hemos discutido con Goodman (1969a) la comprobación de una serie de hipótesis referentes a las distintas interacciones entre las clasificaciones en filas y columnas de una tabla de clasificación transversal. Las fórmulas (7) y (17) pueden utilizarse igualmente para estimar el tamaño de estas interacciones y obtener intervalos de confianza simultáneos para ellas (3).

---

(1) Incluso si se utilizara la constante 1.96 en lugar de 3.02, el valor observado de Z sería notablemente pequeño. El utilizar la constante 1.96 (más bien que 3.02) sería reducir la probabilidad de errores de segundo tipo (de aceptar la hipótesis nula de que la correspondiente interacción es cero siendo falsa), pero incrementar la de errores de primer tipo (rechazando la hipótesis nula siendo verdadera).

(2) Respecto a los resultados presentados en este artículo de Goodman (1965e), concernientes a la movilidad cuasi-perfecta en una tabla 3 x 3 obtenida de una muestra de varones daneses, las conclusiones se confirman para el presente método de análisis.

(3) Las magnitudes actuales de las interacciones (o las correspondientes razones de sobrantes generalizadas), y los intervalos de confianza simultáneos para las interacciones en la población, presentarán frecuentemente mayor interés que los correspondientes valores estandarizados dados aquí. Se amplían detalles en Goodman (1964e). Sin embargo, y en atención a una mayor simplicidad, aquí prestamos mayor atención a los valores estandarizados.

3. Comparación de dos (o más) tablas de clasificación transversal

Goodman (1969a, p. 20), siguiendo el razonamiento precedente, compara los datos de la Tabla 1 (muestra de varones británicos) con los correspondientes de varones daneses presentados en la Tabla 8, que se basa en datos obtenidos por Svalastoga (1959); se trata de una clasificación transversal de una muestra de 2.391 varones de Dinamarca según la categoría de estatus ocupacional de cada sujeto y la de sus padres.

TABLA 8. Clasificación transversal de una muestra de varones daneses de acuerdo con la categoría de estatus ocupacional de cada sujeto y la de sus padres

Estatus de sus padres	Estatus del individuo		
	U	M	L
U.....	685	280	118
M.....	232	348	198
L.....	83	201	246

Nota: Las categorías de estatus U ("upper"), M ("middle"), y L ("lower") se corresponden con las categorías de estatus ocupacional 1-6, 7, 8-9, respectivamente, de las definidas por Svalastoga (1959).

A partir de esta Tabla, podemos obtener una serie de cuatro subtablas 2 x 2 (como en la Tabla 4), y de ellas calcular la interacción en cada una de las nueve subtablas 2 x 2 (como en la Tabla 5). Los resultados correspondien-

tes a la Tabla 4 están expuestos, para los datos daneses, en la Tabla 9; cada una de las nueve subtablas distintas de la Tabla 8 (Tablas 8A-8I) están descritas, comparando dos filas con dos columnas. Para los datos de la Tabla 8 podemos calcular también (como en la Tabla 7) el valor estandarizado de cada una de las veinte interacciones consideradas en la sección anterior: estos valores se hallan en la Tabla 10.

TABLA 9. Interacción entre el estatus del sujeto y el de sus padres en cada una de las nueve subtablas 2 x 2 de la muestra danesa

Comparación de estatus de los padres	Comparación de estatus de los sujetos		
	U comparado con M	M comparado con L	U comparado con L
U comparado con M...	Tabla 8A: 1.30(3.67)	Tabla 8B: 0.30(1.35)	Tabla 8E 1.60(4.95)
M comparado con L...	Tabla 8C: 0.48(1.61)	Tabla 8D: 0.77(2.15)	Tabla 8F: 1.24(3.47)
U comparado con L...	Tabla 8G: 1.78(5.92)	Tabla 8H: 1.07(2.90)	Tabla 8I: 2.85(17.21)

Nota: Entre paréntesis figuran las razones de sobrantes

Aunque existen algunas diferencias entre el patrón de valores estandarizados de la Tabla 10 (muestra danesa) y el de la Tabla 7 (muestra británica), pueden aplicarse los mismos comentarios. Hay que anotar, especialmente, lo siguiente: a) el tamaño del valor estandarizado para la interacción perteneciente a la Tabla 8I comparado con los valores estandarizados de las interacciones corres

TABLA 10. Valor estandarizado de las 20 interacciones entre el estatus de los sujetos y el de sus padres en la muestra correspondiente de la Tabla 8.

Interacción debida a:	Valor estandarizado
Padres U ó M y sujetos U ó M (Tabla 8A).....	11.76
Padres U ó M y sujetos M ó L (Tabla 8B).....	2.12
Padres U ó M y sujetos U ó L (Tabla 8E).....	11.52
Padres M ó L y sujetos U ó M (Tabla 8C).....	3.08
Padres M ó L y sujetos M ó L (Tabla 8D).....	5.88
Padres M ó L y sujetos U ó L (Tabla 8F).....	7.80
Padres U ó L y sujetos U ó M (Tabla 8G).....	11.98
Padres U ó L y sujetos M ó L (Tabla 8H).....	7.34
Padres U ó L y sujetos U ó L (Tabla 8I).....	17.63
Estatus herencia de estatus U (int. [U,U]).....	19.18
Estatus herencia de estatus M (int. [M,M]).....	3.40
Estatus herencia de estatus L (int. [L,L]).....	13.26
Diferencia entre interacciones (U,U) y (M,M)...	11.13
Diferencia entre interacciones (M,M) y (L,L)...	- 8.22
Diferencia entre interacciones (U,U) y (L,L)...	3.49
Estatus herencia intrínseco de estatus U (con [M,M] y [L,L] en blanco).....	16.06
Estatus herencia intrínseco de estatus M (con [U,U] y [L,L] en blanco).....	- 3.49
Estatus herencia intrínseco de estatus L (con [U,U] y [M,M] en blanco).....	9.88
Estatus herencia intrínseco neto de todas las categorías.....	18.30
Padres y sujetos con estatus diferentes (con las casillas diagonales en blanco).....	- 0.91

pondientes al estatus herencia de estatus U y con el estatus herencia intrínseco neto de todas las categorías; b) los valores estandarizados de las diferencias entre las interacciones (U,U), (L,L) y (M,M); c) el valor estandarizado de la interacción correspondiente al estatus herencia intrínseco de estatus M; y d) cuán pequeña es la in-

teracción cuando las casillas diagonales están en blanco (ver nota (2) a pie de la página 546).

Cada una de las interacciones calculadas para la muestra danesa podría compararse con las interacciones correspondientes a la muestra británica. Para una interacción G_1 en la muestra británica y la correspondiente interacción G_2 en la muestra danesa, podemos calcular la diferencia

$$D = G_1 - G_2 \qquad (19)$$

El valor de D viene dado en la Tabla 11 para las interac-

TABLA 11. Diferencia entre las muestras británica y danesa respecto a las interacciones (entre el estatus de los sujetos y el de sus padres) en cada una de las nueve subtablas 2 x 2 de cada muestra (Tablas 1 y 8)

Comparación de estatus de los padres	Comparación de estatus de los sujetos		
	U comparado con M	M comparado con L	U comparado con L
U comparado con M...	Tablas 1A y 8A: -0.18(0.83)	Tablas 1B y 8B: 0.14(1.15)	Tablas 1E y 8E: -0.04(0.96)
M comparado con L...	Tablas 1C y 8C: -0.16(0.85)	Tablas 1D y 8D: -0.05(0.95)	Tablas 1F y 8F: -0.21(0.81)
U comparado con L...	Tablas 1G y 8G: -0.35(0.71)	Tablas 1H y 8H: 0.09(1.10)	Tablas 1I y 8I: -0.26(0.77)

Nota: Entre paréntesis figuran las razones de sobrantes

ciones correspondientes a cada una de las nueve subtablas

2 x 2 de las tablas 3 x 3 (Tablas 1 y 8). Excepto dos, todas las diferencias son negativas, lo cual indica que las interacciones entre el estatus de los sujetos y el de sus padres en la muestra danesa son mayores, en conjunto, que las correspondientes de la muestra británica.

El error estandard S_D de la diferencia D se calcula:

$$S_D = (S_1^2 + S_2^2)^{1/2} \qquad (20)$$

donde S_1 y S_2 son los errores estandard de G_1 y G_2 respectivamente. Como en la fórmula (18), si dividimos la diferencia observada D por su error estandard, obtenemos el valor estandarizado

$$Z = D/S_D \qquad (21)$$

Para los datos de las Tablas 1 y 8, el valor estandarizado de la diferencia entre las veinte interacciones consideradas anteriormente, se halla en la Tabla 12.

TABLA 12. Valor estandarizado de la diferencia entre las muestras británica y danesa con respecto a las 20 interacciones entre el estatus de los sujetos y el de sus padres.

Interacción debida a:	Valor estandarizado
Padres U ó M y sujetos U ó M (Tablas 1A y 8A)...	-1.30
Padres U ó M y sujetos M ó L (Tablas 1B y 8B)...	0.79
Padres U ó M y sujetos U ó L (Tablas 1E y 8E)...	-0.25
Padres M ó L y sujetos U ó M (Tablas 1C y 8C)...	-0.81
Padres M ó L y sujetos M ó L (Tablas 1D y 8D)...	-0.29
Padres M ó L y sujetos U ó L (Tablas 1F y 8F)...	-1.03
Padres U ó L y sujetos U ó M (Tablas 1G y 8G)...	-1.79
Padres U ó L y sujetos M ó L (Tablas 1H y 8H)...	0.50
Padres U ó L y sujetos U ó L (Tablas 1I y 8I)...	-1.20

Estatus herencia de estatus U (int. [U,U]).....	-1.60
Estatus herencia de estatus M (int. [M,M]).....	-0.44
Estatus herencia de estatus L (int. [L,L]).....	-0.73
Diferencia entre interacciones (U,U) y (M,M)...	-0.86
Diferencia entre interacciones (M,M) y (L,L)...	0.28
Diferencia entre interacciones (U,U) y (L,L)...	-0.71
Estatus herencia intrínseco de estatus U (con [M,M] y [L,L] en blanco).....	-1.42
Estatus herencia intrínseco de estatus M (con [U,U] y [L,L] en blanco).....	0.08
Estatus herencia intrínseco de estatus L (con [U,U] y [M,M] en blanco).....	-0.39
Estatus herencia intrínseco neto de todas las categorías.....	-1.41
Padres y sujetos con estatus diferentes (con las casillas diagonales en blanco).....	1.20

Vemos que la mayoría de los valores estandarizados son negativos, y que ninguno de ellos es estadísticamente significativo. Los tres mayores en valor absoluto corresponden a distintos aspectos del estatus herencia de estatus U (se ha utilizadc la Tabla 1G para el cálculo de las interacciones pertenecientes al estatus herencia de estatus U); es decir, las interacciones correspondientes al estatus herencia de estatus U son mayores en el estudio danés que en el británico (1).

4. Métodos relacionados para comparar dos (o más) tablas de clasificación transversal

(1) Cuando la categoría de estatus U se divide en tres categorías separadas (por ejemplo, según que estos individuos se reclasifiquen a su vez), la diferencia entre los modelos de movilidad social en los estudios británicos y daneses es estadísticamente significativa con respecto al estatus herencia entre éstos en las tres categorías de estatus U.