

**ADVERTIMENT.** La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX ([www.tesisenxarxa.net](http://www.tesisenxarxa.net)) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

**ADVERTENCIA.** La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR ([www.tesisenred.net](http://www.tesisenred.net)) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

**WARNING.** On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX ([www.tesisenxarxa.net](http://www.tesisenxarxa.net)) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author

# Estudio de arcos estructurales obtenidos por embutición a partir de paneles nervados conformados en frío.

*Pedro Casariego Vales*



*Dirigida por:*

*Dr. Miquel Casafont Ribera*

*Dr. Miquel Ferrer Ballester*

*Barcelona, 31 de Marzo de 2014*



*Departament de Resistència de Materials i Estructures a l'Enginyeria.  
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona (ETSEIB).*

*Tesis Doctoral*

*A mis padres, a quienes les debo todo.*

## Agradecimientos

*A Miquel Casafont, por el apoyo incondicional que me ha brindado durante la realización de este trabajo de investigación, que se ha llevado años de vida y noches de sueño. Le agradezco su paciencia y el tiempo que ha dedicado a la buena dirección de esta tesis, así como la forma en que me ha invitado a reflexionar y recapacitar en todo lo concerniente a esta investigación.*

*A Miquel Ferrer, por sus siempre acertadas observaciones y por las aportaciones realizadas a este trabajo. Le agradezco la disposición que ha mostrado en todo momento, y que la puerta de su despacho haya estado siempre abierta a cualquier consulta.*

*A ambos tutores, por su dirección y su transmisión de saber.*

*A Frederic Marimón, por recomendarme a mis tutores, por haberme introducido en este trabajo de investigación y por mostrarse siempre dispuesto a facilitar cualquier tarea relacionada con este trabajo.*

*A Francesc G. Rabella, por todo el tiempo y apoyo que me ha dedicado en el laboratorio, por su carácter, y por la rigurosidad con la que desempeña su trabajo.*

*Al catedrático Francesc Roure y a M.M. Pastor, por haber hecho posible la realización de los ensayos experimentales que aparecen en este trabajo.*

*Agradecimientos a estos profesionales que componen el Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras de ETSEIB, y a la empresa METALPERFIL por la cesión gratuita de los paneles nervados para la realización de los ensayos experimentales.*

*Por otra parte, quisiera agradecer a mis padres, a mis hermanos, y a mi familia política, la paciencia y comprensión que han demostrado permitiendo que gran parte de mi tiempo haya estado destinado a esta tesis. Les agradezco el apoyo y el afecto que me han mostrado durante la realización de este trabajo.*

*Los últimos agradecimientos son para una de las personas más importantes de mi vida, Carme. El pilar más fuerte, más constante, y más inquebrantable con el que me he enfrentado. El sólido apoyo incondicional que me ha proporcionado, día a día, es quizás uno de los mejores regalos que me llevo de este proceso de aprendizaje.*



## Resumen.

*Los arcos estructurales conformados por embutición a partir de paneles nervados en frío han comenzado a emplearse en la construcción recientemente.*

*Este nuevo elemento estructural posee la cualidad de ser auto-portante, por lo que una vez obtenido en fábrica, se transporta hasta obra y se coloca directamente sobre las vigas principales de una estructura a modo de cubrición.*

*Estos arcos, que comenzaron cubriendo luces de pequeñas a moderadas, entre tres y seis metros, han ido ganando confianza en el mercado, y en España, comienza a ser común ver arcos salvando luces entre seis y nueve metros.*

*La ventaja económica es indudable, dado que las luces que cubren son equiparables a un sistema de cubrición convencional. No necesita disponer vigas, ni viguetas, y su ejecución es sencilla y rápida de acometer.*

*La problemática que presenta esta tipología estructural es que el curvado de paneles nervados conformados en frío con el fin de generar un arco se realiza mediante un proceso de estampación reiterada. Dicho proceso induce en el perfil embuticiones transversales cuyo efecto sobre el comportamiento del perfil es desconocido.*

*Los parámetros mecánicos del panel nervado con embuticiones, tales como el área efectiva y el módulo resistente efectivo, necesarios para proceder al cálculo del arco, han sido afectados por el proceso de conformado.*

*El presente trabajo de investigación se ha focalizado en determinar en qué medida, y cómo, la embutición afecta al comportamiento del panel nervado original.*

*A modo de comparativa, se investiga por separado el comportamiento del perfil nervado original y el del perfil con embutición.*

*Ambos perfiles han sido analizados ante las sollicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura. Se procede así de forma similar a las metodologías de diseño que recogen las normas, donde se emplean expresiones que evalúan la interacción entre esfuerzos puros.*

*Analíticamente, la investigación se enfoca mediante la realización de simulaciones por el Método de los Elementos Finitos, (MEF), y mediante la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación, (TGLP).*

*Experimentalmente, se procede a la realización de ensayos con el fin de corroborar los resultados alcanzados mediante vía analítica.*

*El presente trabajo de investigación aporta un método manual sencillo, rápido y eficaz que permite “predecir”, de forma aproximativa, el comportamiento del perfil original, el comportamiento del perfil con embutición, la reducción de resistencia de un perfil respecto a otro y la pérdida de capacidad plástica del perfil debida al proceso de conformado de la embutición.*

*Este procedimiento establece también las bases para analizar el efecto de las diferentes profundidades de embutición que la máquina de estampación es capaz de realizar.*

## Abstract.

*Since a few decades ago, the cold-formed steel industry has developed a press-forming procedure to bend trapezoidal commercial steel sheeting into an arched shape.*

*The main quality of these arches is to be self-supporting, so these curved panels are usually placed between the primary frames of a structure to make the roof. Their spans range, commonly, between three and six meters. Moreover the higher the span of the curved panels, the lower the number frames, which also reduces the cost of the structure. For this reason, it seems that in the future the trend will be to increase the span. In fact, panels whose span ranges between six and nine meters are beginning to be used in Spain.*

*The manufacturing procedure to create an arch from a trapezoidal steel sheet is very simple. The profile is introduced between two dies that create a small and localized bent. The press forming work allows to curve the profile, but at the same time introduces a large number of transverse corrugations, or embossments, that modifies the load bearing capacity of the panel. As a consequence, the effective properties of the flat profile cannot be used to design the curved panel. The main problem is to know how to take in account the effect of these corrugations. Nowadays, there is not any design code giving guidelines on this subject. There is neither calculation method for the corrugated panels, nor a standardized experimental tests procedure from which to obtain their effective properties or their strength.*

*The present investigation is focused on how the corrugation affects to the behavior of the original ribbed panel.*

*The behavior of the original ribbed panel and the corrugated profile were investigated separately, and afterwards compared. The analysis of both profiles was carried out under positive pure bending, negative pure bending and pure compression. In the future this procedure will allow using the expressions commonly applied in the design codes that evaluate the interaction between pure internal forces.*

*Analytically, the research is based on simulations by the Finite Element Method (FEM), and on the Generalized Yield Line Theory. Both approaches are complementary. The first one allows to quantify more rigorously the effect of the corrugation. The second one, allows to analyze in depth the behavior of the corrugated profile.*

*Experimentally, the original and the corrugated profile are tested under positive pure bending to corroborate the results obtained analytically.*



*The present work provides a simple, fast, and effective hand method that allows to “predict”, approximately, the behavior of the original profile, the behavior of the corrugated profile, and the lost of strength and plastic capacity of the profile after the press-forming.*

*This investigation also provides the basis to analyze the effect of different depths of corrugations.*

# Índice general

<b>Agradecimientos</b> .....	<b>I</b>
<b>Resumen</b> .....	<b>III</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>V</b>
<b>Índice general</b> .....	<b>VII</b>
<b>Índice de figuras</b> .....	<b>XIX</b>
<b>Índice de tablas</b> .....	<b>XLV</b>
<b>Nomenclatura</b> .....	<b>XLIX</b>
<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1 OBJETO DE ESTUDIO.....	1
1.2 CARACTERÍSTICAS Y ÁMBITO DE APLICACIÓN.....	3
1.3 CÁLCULO DE ARCOS.....	4
1.4 PROBLEMÁTICA.....	6
1.5 OBJETIVO.....	6
1.6 ENFOQUE DEL PROBLEMA.....	7
1.7 SUMARIO Y CONTENIDO DEL TRABAJO.....	9
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>13</b>
2. ESTADO DEL ARTE.....	13
2.1 CONTEXTO. ACERO CONFORMADO EN FRÍO.....	13
2.1.1 Producto.....	13
2.1.2 Proceso de conformado en frío.....	14
2.1.3 Tipo de secciones de acero conformado en frío.....	17
2.1.4 Tipología de arcos estructurales por conformado en frío.....	20
2.2 ARCOS ESTRUCTURALES POR EMBUTICIÓN A PARTIR DE PANELES NERVADOS.....	24
2.2.1 Introducción.....	24
2.2.2 Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Valencia.....	25
2.2.2.1 Introducción.....	25
2.2.2.2 Obtención de las propiedades efectivas del panel nervado.....	25
2.2.2.3 Cálculo de la resistencia última del panel curvado.....	26
2.2.2.4 Ensayos experimentales.....	27
2.2.2.5 Conclusiones de los autores.....	29
2.2.3 Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Barcelona.....	29
2.2.3.1 Introducción.....	30
2.2.3.2 Cálculo de las propiedades efectivas del panel con embuticiones.....	30
2.2.3.3 Cálculo de la resistencia última del panel curvado.....	34
2.2.3.4 Ensayos experimentales.....	38
2.2.3.5 Conclusiones de los autores.....	40
2.2.4 Investigación desarrollada por Caramelli, Croce y Salvatore.....	40
2.2.4.1 Introducción.....	40

2.2.4.2	Cálculo de las propiedades efectivas del panel sin embuticiones.....	41
2.2.4.3	Ensayos experimentales.....	42
2.2.4.4	Simulaciones numéricas.....	42
2.2.4.5	Conclusiones de los autores.....	42
2.2.5	Sumario.....	43
2.3	ARCOS ESTRUCTURALES POR EMBUTICIÓN A PARTIR DE MONO-ONDAS.....	45
2.3.1	Introducción.....	45
2.3.2	Ensayos experimentales.....	49
2.3.2.1	Xu, Gong y Guo, 2001.....	49
2.3.2.1.1	Ensayos a compresión de “esquina” y “alma”.....	51
2.3.2.1.2	Ensayos a compresión de “sección completa”.....	52
2.3.2.1.3	Conclusiones de los autores.....	53
2.3.2.2	Sivakuraman y Guo, 2000.....	53
2.3.2.2.1	Flexión pura negativa.....	54
2.3.2.2.2	Flexión pura positiva.....	54
2.3.2.2.3	Conclusiones de los autores.....	54
2.3.3	Estudios analíticos y ensayos experimentales.....	55
2.3.3.1	Wu, Gao, Shi y Wang, 2006.....	55
2.3.3.1.1	Estudios analíticos.....	55
2.3.3.1.2	Ensayos experimentales.....	56
2.3.3.1.3	Conclusiones de los autores.....	57
2.3.3.2	Xiliang, Yong y Fuhai, 1999.....	58
2.3.3.2.1	Ensayos experimentales.....	58
2.3.3.2.2	Estudios analíticos.....	60
2.3.3.2.3	Conclusiones de los autores.....	61
2.3.4	Apuntes teóricos relacionados con la ortotropía del elemento.....	61
2.3.4.1	Asodenku y Mukhopadhyay, 1999.....	62
2.3.4.2	Fan Xuewei, 2001.....	64
2.3.5	Sumario.....	65
<b>CAPÍTULO 3.....</b>		<b>67</b>
3.	TEORÍA CLASICA DE LAS LÍNEAS DE PLASTIFICACIÓN.....	67
3.1	INTRODUCCIÓN.....	67
3.2	ANÁLISIS LÍMITE.....	69
3.3	TEORÍA CLÁSICA DE LAS LÍNEAS DE PLASTIFICACIÓN.....	71
3.3.1	Breve reseña histórica.....	71
3.3.2	Introducción.....	71
3.3.3	Trazado de patrones de colapso en la TCLP.....	73
3.3.4	Método del trabajo.....	79
3.3.5	Método del equilibrio.....	80
3.4	SUMARIO.....	83
<b>CAPÍTULO 4.....</b>		<b>85</b>
4.	TEORÍA GENERALIZADA DE LAS LÍNEAS DE PLASTIFICACIÓN.....	85
4.1	INTRODUCCIÓN.....	85

4.2	EL ANÁLISIS LÍMITE POR COTA SUPERIOR EN LA TGLP.....	88
4.3	TIPOS DE MECANISMOS O PATRONES DE COLAPSO.....	91
4.4	TIPOS DE LÍNEAS PLÁSTICAS.....	93
4.4.1	Líneas plásticas estacionarias, móviles y curvas.....	93
4.4.2	El modelado de las líneas plásticas móviles según Bakker y Kecman.....	94
4.5	LOS PATRONES DE COLAPSO EN LA TGLP.....	100
4.5.1	Introducción.....	100
4.5.2	Mecanismos plásticos de placas de acero.....	101
4.5.2.1	Compresión pura y flexo-compresión.....	101
4.5.2.2	Compresión uniforme con condiciones de contorno simétricas.....	103
4.5.2.3	Flexión pura.....	106
4.5.3	Mecanismos plásticos de elementos de acero conformado en frío.....	107
4.6	LÍNEAS PLÁSTICAS NORMALES A LA CARGA APLICADA.....	110
4.7	LÍNEAS PLÁSTICAS INCLINADAS A LA CARGA APLICADA.....	113
4.7.1	Introducción.....	113
4.7.2	El modelo de Murray. 1973.....	116
4.7.3	El modelo de Bakker. 1990.....	117
4.7.3.1	El criterio de plastificación según Bakker.....	118
4.7.3.2	La crítica de Bakker al modelo de Murray.....	120
4.7.3.3	La expresión de Bakker.....	122
4.7.4	El modelo de Zhao y Hancock. 1993.....	123
4.7.4.1	Introducción.....	123
4.7.4.2	Capacidad a momento de una línea plástica inclinada.....	124
4.7.4.3	La crítica de Zhao y Hancock.....	126
4.7.5	El modelo de Hiriyyur y Schafer. 2004.....	128
4.7.5.1	Introducción.....	128
4.7.5.2	Tratamiento de las líneas plásticas inclinadas.....	129
4.7.5.3	La expresión de Hiriyyur y Schafer.....	129
4.7.5.4	La crítica de Hiriyyur y Schafer.....	130
4.7.5.5	Conclusiones de los autores.....	132
4.7.6	Distribución de tensiones asumidas por los diferentes autores.....	132
4.7.7	Comparativa de las expresiones obtenidas por los distintos autores.....	134
4.7.8	Conclusiones.....	136
4.8	MÉTODO DEL TRABAJO Y MÉTODO DEL EQUILIBRIO EN LA TGLP.....	137
4.8.1	Método del trabajo.....	137
4.8.1.1	Ejemplo.....	140
4.8.2	Método del equilibrio.....	141
4.8.2.1	Ejemplo.....	142
4.8.3	Consideraciones al Método del Trabajo y del Equilibrio.....	145
4.9	EL MECANISMO DE KECCMAN.....	146
4.9.1	Introducción.....	146
4.9.2	Coordenadas de los puntos A y B.....	149
4.9.3	Determinación del ancho de la rótula y del ángulo de atascamiento.....	153

4.9.4	Energía absorbida durante la rotación. ....	156
4.9.4.1	Líneas plásticas estacionarias. ....	156
4.9.4.1.1	Líneas EF y GH. ....	157
4.9.4.1.2	Línea BC. ....	158
4.9.4.1.3	Líneas AB y CJ. ....	158
4.9.4.1.4	Líneas BG, BE y sus simétricas. ....	158
4.9.4.1.5	Líneas GK, EL, y sus simétricas. ....	159
4.9.4.2	Líneas plásticas móviles. ....	162
4.9.4.2.1	Líneas GA, AE, JH y JF. ....	162
4.9.4.2.2	Líneas KA, LA y sus simétricas. ....	164
4.9.4.3	Líneas plásticas estacionarias en la zona de tracción. ....	165
4.9.4.3.1	Líneas KN y ML. ....	165
4.9.4.3.2	Línea KL y su simétrica. ....	166
4.9.4.4	Valor nominal de la energía absorbida por la rótula. ....	166
4.10	SUMARIO. ....	167
<b>CAPÍTULO 5. ....</b>		<b>171</b>
5.	SIMULACIONES POR EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS. ....	171
5.1	INTRODUCCIÓN. ....	171
5.1.1	PUNTOS DE PARTIDA PARA LA GENERACIÓN DE LOS MODELOS. ....	174
5.1.1.1	Llorens, E. ....	174
5.1.1.2	Schafer, Li y Moen. ....	174
5.1.1.3	Hofmeyer. ....	175
5.1.2	Métodos de cálculo empleados. ....	178
5.1.3	MODELO BASE PARA LA VALIDACIÓN DE LA MALLA. ....	179
5.1.3.1	Geometría del panel nervado. ....	179
5.1.3.2	Geometría de la embutición. ....	180
5.1.3.2.1	Obtención de la geometría de la embutición. ....	181
5.1.3.3	Longitud de los modelos. ....	183
5.1.3.4	Condiciones de contorno. Modelo a flexión pura positiva. ....	184
5.1.3.5	Modelo genérico para el estudio de la validación de la malla. ....	185
5.1.3.6	Aplicación de la carga. ....	186
5.1.3.7	Tipo de elemento empleado en las simulaciones. ....	188
5.2	VALIDACIÓN DE LA MALLA. ....	189
5.2.1	Introducción. ....	189
5.2.2	Modelo N°1. Malla de 5x5mm. Elemento lámina lineal 181. ....	190
5.2.3	Modelo N°2. Malla 5x5mm. Elemento lámina cuadrático 281. ....	193
5.2.4	Modelo N°3. Malla de 1mm, 3mm y 6mm. Elemento lámina cuadrático 281. ....	195
5.2.5	Modelo N°4. Malla de 2mm, 4mm y 6mm. Elemento lámina cuadrático 281. ....	197
5.2.6	Modelo N°5. Malla de 1mm, 2mm y 6mm. Shell 281. ....	199
5.2.7	Comparación de las curvas de comportamiento. ....	205
5.2.7.1	Modelo n°1 Vs. Modelo n°2. ....	205
5.2.7.2	Modelo n°2 Vs. Modelo n°3. ....	208
5.2.7.3	Modelo n°3 Vs. Modelo n°5. ....	210

5.3	MALLA EMPLEADA EN LAS SIMULACIONES. ....	212
5.4	SIMULACIONES DE LA CHAPA SIN EMBUTICIÓN. ....	214
5.4.1	Flexión pura positiva. ....	214
5.4.1.1	Análisis de los modos de pandeo. ....	214
5.4.1.1.1	Primer modo de pandeo. ....	214
5.4.1.1.2	Segundo modo de pandeo. ....	216
5.4.1.1.3	Tercer modo de pandeo. ....	218
5.4.1.2	Magnitudes de imperfección negativas. ....	221
5.4.1.3	Conclusiones. ....	224
5.4.2	Compresión pura. ....	225
5.4.2.1	Modelos empleados. ....	225
5.4.2.1.1	Condiciones de contorno. ....	227
5.4.2.2	Modelo n°1. Malla de 3x3mm. ....	228
5.4.2.3	Análisis de los modos de pandeo. ....	228
5.4.2.3.1	Primer modo de pandeo. ....	228
5.4.2.3.2	Segundo modo de pandeo. ....	230
5.4.2.3.3	Tercer modo de pandeo. ....	233
5.4.2.4	Modelo n°2. Malla de 1mm, 2mm y 6mm. ....	235
5.4.2.4.1	Primer modo de pandeo. ....	235
5.4.2.4.2	Magnitudes de imperfección negativas. ....	239
5.4.2.5	Conclusiones. ....	243
5.5	SIMULACIONES DE LA CHAPA CON EMBUTICIÓN. ....	245
5.5.1	Flexión pura positiva. ....	245
5.5.1.1	Malla. ....	245
5.5.1.2	Condiciones de contorno. ....	247
5.5.1.2.1	Primeros modelos. ....	249
5.5.1.3	Análisis de los modos de pandeo. ....	251
5.5.1.3.1	Primer modo de pandeo. ....	252
5.5.1.3.2	Segundo modo de pandeo. ....	254
5.5.1.3.3	Tercer modo de pandeo. ....	257
5.5.1.4	Conclusiones. ....	260
5.5.2	Compresión pura. ....	261
5.5.2.1	Malla. ....	261
5.5.2.2	Condiciones de contorno. ....	262
5.5.2.3	Análisis de los modos de pandeo. ....	263
5.5.2.3.1	Primer modo de pandeo. ....	263
5.5.2.3.2	Segundo modo de pandeo. ....	265
5.5.2.3.3	Tercer modo de pandeo. ....	268
5.5.2.4	Conclusiones. ....	270
5.6	CHAPA ORIGINAL Vs. CHAPA CON EMBUTICIÓN. FLEXIÓN PURA POSITIVA. ....	271
5.6.1	Obtención de la relación Momento-Giro. ....	273
5.6.2	Relación momento-giro. Chapa original Vs. Chapa con embutición. ....	274
5.7	CHAPA ORIGINAL Vs. CHAPA CON EMBUTICIÓN. COMPRESIÓN PURA. ....	276
5.7.1	Mecanismos de fallo. Chapa original Vs. Chapa con embutición. ....	276

5.7.2	Relación carga-desplazamiento. Chapa original Vs. Chapa con embutición. ....	279
5.8	CONCLUSIONES.....	281
5.9	SIMULACIONES A FLEXIÓN PURA NEGATIVA DE LA CHAPA SIN EMBUTICIÓN.....	282
5.9.1	Introducción. ....	282
5.9.1.1	Generación del modelo. ....	284
5.9.1.2	Aplicación de la carga. ....	285
5.9.1.3	Condiciones de contorno. ....	286
5.9.1.4	Malla empleada. ....	287
5.9.2	Modelo con rigidizador. ....	288
5.9.2.1	Valores propios de los 10 primeros modos de pandeo. ....	288
5.9.2.1.1	Magnitudes de imperfección positivas.....	290
5.9.2.1.2	Magnitudes de imperfección negativas.....	292
5.9.2.1.3	Magnitudes de imperfección. Positivas Vs. Negativas.....	294
5.9.3	Modelo sin rigidizador. ....	296
5.9.3.1	Valores propios de los 10 primeros modos de pandeo. ....	296
5.9.3.2	Primer modo de pandeo. ....	297
5.9.3.2.1	Magnitudes de imperfección positivas.....	297
5.9.3.2.2	Magnitudes de imperfección negativas.....	299
5.9.3.2.3	Magnitudes de imperfección. Positivas Vs. Negativas.....	301
5.9.4	Modelo con rigidizador Vs. Sin rigidizador. Magnitudes de imperfección positivas.....	303
5.9.5	Modelo con rigidizador Vs. Sin rigidizador. Magnitudes de imperfección negativas. ....	309
5.9.6	Sumario. Primer modo de pandeo. ....	314
5.9.7	Segundo y tercer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador.....	316
5.9.7.1	Segundo modo de pandeo. ....	316
5.9.7.2	Tercer modo de pandeo.....	321
5.9.7.3	Sumario. Modelo sin rigidizador.....	325
5.9.8	Segundo y tercer modo de pandeo. Modelo con rigidizador.....	326
5.9.8.1	Segundo modo de pandeo. ....	326
5.9.8.2	Tercer modo de pandeo.....	333
5.9.8.3	Sumario. Modelo con rigidizador.....	338
5.9.9	Discusión y conclusiones. Flexión pura negativa. ....	338
5.9.9.1	El efecto del rigidizador. ....	338
5.9.9.2	Los mecanismos de fallo. ....	340
5.9.9.3	Formas de imperfección. Flexión pura positiva Vs. Flexión pura negativa. ....	341
5.9.9.4	Modelo con ancho de ala comprimida de 60mm.....	345
5.9.10	Análisis del mecanismo de fallo mediante la TGLP. Flexión pura negativa. ....	348
5.9.10.1	Validación del modelo n°2_b. ....	349
5.9.11	Flexión pura positiva Vs. Flexión pura negativa. Chapa sin embutición. ....	354
5.10	SIMULACIONES A FLEXIÓN PURA NEGATIVA DE LA CHAPA CON EMBUTICIÓN.....	357
5.10.1	Introducción. ....	357
5.10.1.1	Generación del modelo a flexión pura negativa de la chapa con embutición. ....	357
5.10.1.2	Condiciones de contorno.....	358
5.10.1.3	Aplicación de la carga. ....	359

5.10.2	Análisis de los modos de pandeo.....	360
5.10.2.1	Primer modo de pandeo.....	360
5.10.2.1.1	Magnitudes de imperfección positivas.....	361
5.10.2.1.2	Magnitudes de imperfección negativas.....	362
5.10.2.1.3	Magnitudes de imperfección positivas Vs. Negativas.....	364
5.10.2.2	Segundo modo de pandeo.....	365
5.10.2.3	Tercer modo de pandeo.....	367
5.10.2.4	Sumario y conclusiones.....	370
5.10.3	Chapa sin embutición Vs. Con embutición. Flexión pura negativa.....	375
5.11	CHAPA CON EMBUTICIÓN. FLEXIÓN PURA POSITIVA Y NEGATIVA.....	377
5.12	CONCLUSIONES FINALES. SUMARIO.....	378
<b>CAPÍTULO 6.....</b>		<b>393</b>
6.	APLICACIÓN DE LA TGLP A LOS PATRONES DE COLAPSO.....	393
6.1	INTRODUCCIÓN.....	393
6.2	PANEL NERVADO SIN EMBUTICIÓN.....	394
6.2.1	Flexión pura positiva.....	394
6.2.1.1	Introducción.....	394
6.2.1.2	Consideraciones realizadas al modelo teórico.....	396
6.2.1.3	Coordenadas de los puntos A y B.....	397
6.2.1.4	Líneas plásticas estacionarias de los elementos comprimidos y flectados.....	401
6.2.1.4.1	Líneas GH y EF. (W1).....	401
6.2.1.4.2	Línea BC. (W2).....	403
6.2.1.4.3	Líneas AB y CJ. (W3).....	404
6.2.1.4.4	Líneas BG, BE, CH y CF. (W4).....	405
6.2.1.4.5	Líneas GK, EL y sus simétricas. (W5).....	406
6.2.1.5	Líneas plásticas estacionarias en la zona de tracción.....	410
6.2.1.5.1	Líneas KN, LM y sus simétricas. (W6).....	410
6.2.1.5.2	Línea KL y su simétrica. (W7).....	411
6.2.1.6	Líneas plásticas móviles.....	412
6.2.1.6.1	Línea AD' y su simétrica. (W8).....	412
6.2.1.6.2	Líneas KD', LD', y sus simétricas. (W9).....	414
6.2.1.6.3	Líneas GA, AE, HJ y FJ. (W10).....	416
6.2.1.7	Valor nominal de la energía absorbida por la rótula.....	417
6.2.1.8	TGLP Vs. Simulaciones por el MEF.....	417
6.2.2	Compresión pura.....	421
6.2.2.1	Introducción.....	421
6.2.2.2	Patrón original.....	422
6.2.2.2.1	Coordenadas de los puntos A y B.....	423
6.2.2.2.2	Líneas plásticas estacionarias.....	427
6.2.2.2.2.1	Líneas GH y EF. (W1).....	427
6.2.2.2.2.2	Línea BC. (W2).....	428
6.2.2.2.2.3	Líneas AB y CJ. (W3).....	429
6.2.2.2.2.4	Líneas BG, BE, CH y CF. (W4).....	430
6.2.2.2.2.5	Líneas GK, EL y sus simétricas. (W5).....	431



	6.2.2.2.2.6	Línea AQ y su simétrica. (W6).....	433
	6.2.2.2.2.7	Líneas KD, DL y sus simétricas. (W7). ....	434
	6.2.2.2.2.8	Líneas KN, LM y sus simétricas. (W8). ....	436
	6.2.2.2.2.9	Línea QO y su simétrica. (W9).....	438
	6.2.2.2.2.10	Líneas KR, LP, y sus simétricas. (W10).....	439
	6.2.2.2.3	Líneas plásticas móviles. ....	440
	6.2.2.2.3.1	Líneas GA, AE, JH y JF. (W11).....	440
	6.2.2.2.3.2	Líneas KQ, QL y sus simétricas. (W12).....	441
	6.2.2.2.4	Valor nominal de la energía absorbida por la rótula. ....	442
6.2.2.3		TGLP Vs. Simulaciones por el MEF.....	443
6.2.2.4		Compresión pura. Patrón inverso. ....	445
	6.2.2.4.1	Introducción. ....	445
	6.2.2.4.2	Modelo teórico del patrón inverso.....	445
6.2.2.5		Comparación de los modelos teóricos. Patrón original y patrón inverso.....	447
	6.2.2.5.1	Expresiones del trabajo. Patrón original y patrón inverso.....	447
	6.2.2.5.2	Comportamiento post-colapso. Patrón original y patrón inverso. ....	450
6.2.3		Flexión pura negativa. ....	451
6.3		PANEL NERVADO CON EMBUTICIÓN.....	455
	6.3.1	Introducción. ....	455
	6.3.2	Flexión pura negativa. ....	457
	6.3.2.1	Modelo teórico y determinación del parámetro h.....	457
	6.3.2.2	Primeros modelos mediante la TGLP.....	459
	6.3.2.3	Determinación del trabajo realizado por el proceso de conformado. ....	461
	6.3.2.4	Comportamiento post-colapso del perfil con embutición.....	466
	6.3.2.5	Conclusiones. ....	471
	6.3.3	Flexión pura positiva. ....	472
	6.3.3.1	Introducción. ....	472
	6.3.3.2	Comportamiento post-colapso del perfil con embutición.....	476
	6.3.3.3	Análisis de las líneas plásticas ubicadas en la zona de tracción. ....	477
	6.3.3.4	Conclusiones. ....	479
	6.3.4	Compresión pura. ....	480
	6.3.4.1	Introducción. ....	480
	6.3.4.2	Primeros modelos. Problemática para el desarrollo del modelo teórico. ....	482
	6.3.4.3	Consideraciones a la solución final adoptada.....	483
	6.3.4.4	Solución final adoptada.....	488
	6.3.4.5	Conclusiones. ....	490
6.4		OBSERVACIONES GENERALES. ....	492
6.5		SUMARIO Y CONCLUSIONES.....	496
	6.5.1	Sumario. ....	496
	6.5.1.1	Perfil sin embutición. ....	496
	6.5.1.2	Perfil con embutición. ....	496
		<b>CAPÍTULO 7.....</b>	<b>499</b>
7.		ENSAYOS EXPERIMENTALES. ....	499

7.1	INTRODUCCIÓN.....	499
7.2	INSTRUMENTACIÓN EMPLEADA.....	499
7.3	PREPARACIÓN DE LOS ENSAYOS EXPERIMENTALES.....	503
7.3.1	Número de ensayos realizados.....	504
7.3.2	Dimensiones de los especímenes.....	504
7.3.3	Diretrizes según el Eurocódigo 3. Anexo A.....	506
7.3.4	Montaje de los ensayos.....	508
7.3.4.1	Disposición de las galgas extensiométricas.....	510
7.3.4.2	Captadores de desplazamientos e inclinómetro.....	513
7.3.4.3	Montaje final de los ensayos experimentales.....	514
7.4	RESULTADOS OBTENIDOS EN LOS ENSAYOS.....	517
7.4.1	Especímenes sin embutición.....	517
7.4.1.1	Mecanismos de fallo.....	517
7.4.1.2	Ensayos experimentales Vs. MEF. Panel nervado sin embutición.....	519
7.4.1.2.1	Introducción.....	519
7.4.1.2.2	Relaciones momento-giro. Especímen PLANA-1.....	522
7.4.1.2.3	Relaciones momento-giro. Especímen PLANA-2.....	524
7.4.1.2.4	Relaciones momento-giro. Especímen PLANA-3.....	527
7.4.1.2.5	Momentos últimos.....	530
7.4.1.2.6	Sumario y reflexiones.....	531
7.4.2	Especímenes con embutición.....	537
7.4.2.1	Mecanismos de fallo.....	537
7.4.2.2	Ensayos experimentales Vs. MEF. Panel nervado con embutición.....	540
7.4.2.2.1	Introducción.....	540
7.4.2.2.2	Relaciones momento-giro. Especímen EMBT-1.....	540
7.4.2.2.3	Relaciones momento-giro. Especímen EMBT-2.....	544
7.4.2.2.4	Relaciones momento-giro. Especímen EMBT-3.....	547
7.4.2.2.5	Momentos últimos.....	550
7.4.2.2.6	Sumario y reflexiones.....	551
7.4.3	Ensayos experimentales. Especímenes sin embutición Vs. Con embutición.....	555
7.4.4	Galgas extensiométricas.....	559
7.4.4.1	Introducción.....	559
7.4.4.2	Relación carga aplicada-deformaciones medias de las galgas.....	561
7.4.4.3	Especímenes EMBT-2 Vs. PLANA-2.....	563
7.5	CONCLUSIONES.....	567
	<b>CAPÍTULO 8.....</b>	<b>569</b>
8.	DISCUSIÓN DE RESULTADOS, SUMARIO Y CONCLUSIONES.....	569
8.1	INTRODUCCIÓN.....	569
8.2	CONCLUSIONES PARTICULARES.....	570
8.2.1	Perfil original.....	570
8.2.2	Perfil con embutición.....	573
8.3	CONCLUSIONES FINALES.....	576
8.4	DETERMINACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DEL PERFIL CON Y SIN EMBUTICIÓN.....	580

8.4.1	Método práctico para determinar el comportamiento global del perfil original.....	580
8.4.2	Método práctico para determinar el comportamiento global del perfil con embutición. ....	584
8.4.3	Perfil con embutición Vs. Perfil original. ....	588
8.4.4	Observaciones. ....	592
8.5	FUTURAS INVESTIGACIONES.....	593
8.6	APORTACIÓN ORIGINAL DE LA TESIS. ....	593
<b>BIBLIOGRAFÍA. ....</b>		<b>595</b>
<b>COMUNICACIONES EN CONGRESOS. ....</b>		<b>605</b>
<b>ANEXO A .....</b>		<b>607</b>
A.	ARCOS. ....	607
A.1	FORMA DE TRABAJO Y CÁLCULO DE ARCOS.....	607
<b>ANEXO B .....</b>		<b>613</b>
B.	RIGIDIZADORES. ....	613
B.1	INTRODUCCIÓN.....	613
B.2	RIGIDIZADORES EN “V” Y TIPO “FLAT-HAT”. ....	614
<b>ANEXO C .....</b>		<b>619</b>
C.	LAS FÓRMULAS ESTÁNDAR EN LA TCLP. ....	619
C.1	FÓRMULAS ESTÁNDAR. ....	619
C.1.1	Fórmula estándar para una placa de un solo vano con carga repartida. ....	620
<b>ANEXO D .....</b>		<b>623</b>
D.	ANOTACIONES SOBRE LA TGLP. ....	623
D.1	ESFUERZOS MÁXIMOS EN UNA LÍNEA PLÁSTICA. BAKKER, 1990. ....	623
D.2	LOS MECANISMOS BÁSICOS DE MURRAY Y KHOO.....	627
D.2.1	Mecanismo básico n°1. ....	627
D.2.2	Mecanismo básico n°2. ....	628
D.2.3	Mecanismo básico n°3.....	630
D.2.4	Mecanismo básico n°4.....	630
D.2.5	Mecanismo básico n°5.....	632
D.2.6	Mecanismo básico n°6.....	634
D.2.7	Mecanismo básico n°7.....	635
D.2.8	Mecanismo básico n°8.....	637
D.2.9	Análisis de mecanismos plásticos complejos. ....	641
<b>ANEXO E .....</b>		<b>645</b>
E.	MÉTODOS DE CÁLCULO EMPLEADOS EN LAS SIMULACIONES POR EL MEF. ....	645
E.1	INTRODUCCIÓN.....	645
E.2	MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON.....	645
E.3	MÉTODO DE RIKS.....	650
<b>ANEXO F .....</b>		<b>655</b>
F.	MECANISMO DE FALLO INVERSO A COMPRESIÓN PURA. TGLP. ....	655
F.1	INTRODUCCIÓN.....	655
F.2	MODELO TEÓRICO.....	656
F.3	TRABAJO REALIZADO POR LAS LÍNEAS PLÁSTICAS. ....	657

F.3.1	Coordenadas de los puntos A y B.....	657
F.3.2	Líneas plásticas estacionarias.....	660
F.3.2.1	Líneas GH y EF. (W1).....	660
F.3.2.2	Línea AC. (W2).....	661
F.3.2.3	Líneas GA', EA', y sus simétricas. (W3).....	662
F.3.2.4	Línea AD' y su simétrica. (W4).....	663
F.3.2.5	Líneas GK, EL, y sus simétricas. (W5).....	666
F.3.2.6	Líneas KO, OL, y sus simétricas. (W6).....	667
F.3.2.7	Líneas KN, LM, y sus simétricas. (W7).....	668
F.3.2.8	Línea DQ y su simétrica. (W8).....	670
F.3.2.9	Líneas KR, LP, y sus simétricas. (W9).....	671
F.3.3	Líneas plásticas móviles.....	671
F.3.3.1	Líneas GA, EA, FC y HC. (W10).....	671
F.3.3.2	Líneas KD', D'L, y sus simétricas. (W11).....	673
F.3.4	Valor nominal de la energía absorbida por la rótula.....	673
F.4	TGLP Vs. SIMULACIONES POR EL MEF.....	674



## Índice de figuras

Figura 1.1. Panel nervado.....	1
Figura 1.2. Detalle de la matriz.....	1
Figura 1.3. Máquina de estampación.....	1
Figura 1.4. Geometría del arco, (Casafont R. y Marimón C. 2006).....	2
Figura 1.5. Arco tipo obtenido mediante estampación.....	2
Figura 1.6. Detalle de la embutición.....	3
Figura 1.7. Detalle de arco, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006).....	3
Figura 1.8. Detalle de apoyo del arco, (Casafont R. y Marimón C. 2006).....	4
Figura 2.1. Bobina, (INNTEC 2006).....	14
Figura 2.2. Máquina de laminado en frío, (INNTEC 2006).....	14
Figura 2.3. Extrusión, (INNTEC 2006).....	15
Figura 2.4. Plegado, (INNTEC 2006).....	15
Figura 2.5. Estampación, (INNTEC 2006).....	15
Figura 2.6. Estampación simple, (INNTEC 2006).....	16
Figura 2.7. Estampación progresiva, (INNTEC 2006).....	16
Figura 2.8. Estampación transferizada, (INNTEC 2006).....	17
Figura 2.9. Eelementos lineales, (Wei-Wen 1991).....	18
Figura 2.10. Paneles nervados, (Wei-Wen 1991).....	18
Figura 2.11. Apoyos, (Wei-Wen 1991).....	19
Figura 2.12. Idealización de miembros con apoyo doble, simple y elástico, (Bakker 1990).....	19
Figura 2.13. Primera, segunda y tercera generación de paneles nervados, (Bakker 1992).....	19
Figura 2.14. Máquina dobladora de engaste, (INNTEC 2006).....	20
Figura 2.15. Geometría del perfil, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009).....	25
Figura 2.16. Propiedades efectivas, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009).....	25
Figura 2.17. Aspecto del arco, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009).....	26
Figura 2.18. MEF en 2D, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009).....	26
Figura 2.19. Esfuerzo axil, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009).....	26
Figura 2.20. Esfuerzo flector, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009).....	26
Figura 2.21. MEF en 3D, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009).....	27
Figura 2.22. Detalle de apoyo del arco, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009).....	27
Figura 2.23. Detalle del arco cargado, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009).....	27
Figura 2.24. Diagramas relación carga última Vs. Longitud del arco, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009).....	28
Figura 2.25. Detalle corte de la lágrima observado en los test experimentales, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009).....	29
Figura 2.26. Primer paso: MEF 3D con embuticiones. Cálculo de las propiedades efectivas. (Casafont, Marimon y Del Coz 2006).....	30

Figura 2.27. Segundo paso: MEF 2D. Cálculo de la carga última de colapso, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006).....	30
Figura 2.28. MEF 3D. Compresión pura. Área efectiva, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006).....	32
Figura 2.29. MEF 3D. Flexión pura. Módulo efectivo, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006) .....	32
Figura 2.30. Imperfecciones locales iniciales, (Casafont R. y Marimón C. 2006) .....	32
Figura 2.31. Tensiones de Von Mises. Compresión pura. Resultados para máximo desplazamiento impuesto, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006).....	33
Figura 2.32. Tensiones de Von Mises. Flexión positiva. Resultados para máximo desplazamiento impuesto, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006).....	33
Figura 2.33. Tensiones de Von Mises. Flexión negativa. Resultados para máximo desplazamiento impuesto, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006).....	34
Figura 2.34. Imperfecciones geométricas iniciales incluidas en los modelos, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006).....	35
Figura 2.35. Carga repartida uniforme, (Casafont R. y Marimón C. 2006).....	35
Figura 2.36. Carga repartida uniforme, (Casafont R. y Marimón C. 2006).....	36
Figura 2.37. Carga de acumulación de nieve, (Casafont R. y Marimón C. 2006).....	36
Figura 2.38. Carga puntal a L/2, (Casafont R. y Marimón C. 2006).....	36
Figura 2.39. Carga puntal a L/4, (Casafont R. y Marimón C. 2006).....	36
Figura 2.40. Detalle de unión entre el perfil y el pavimento, (Casafont R. y Marimón C. 2006). .....	37
Figura 2.41. Panel H-40 antes de la realización del test, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006).....	38
Figura 2.42. Panel H-40 después de la realización del test, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006).....	38
Figura 2.43. Detalle de las condiciones de contorno y esquema de preparación del test, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006).....	39
Figura 2.44. Arco estructural por estampación a partir de panel nervado EGB200, (Caramelli, Croce y Salvatore 2001).....	40
Figura 2.45. Maquinaria de fabricación, ( <a href="http://www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf">www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf</a> ) .....	45
Figura 2.46. Proceso de fabricación "in situ", ( <a href="http://www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf">www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf</a> ).....	46
Figura 2.47. Aspecto formal del elemento, ( <a href="http://www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf">www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf</a> ).....	46
Figura 2.48. Construcción de un hangar. ( <a href="http://www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf">www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf</a> ). .....	47
Figura 2.49. Aplicaciones, ( <a href="http://www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf">www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf</a> ). .....	47
Figura 2.50. Sección trapezoidal, ( <a href="http://www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf">www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf</a> ) .....	48
Figura 2.51. Sección en "U", ( <a href="http://www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf">www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf</a> ).....	48
Figura 2.52. Sección trapezoidal ensayada, (Xu, Gong y Guo 2001) .....	50
Figura 2.53. Especímenes para los test, (Xu, Gong y Guo 2001) .....	50
Figura 2.54. Especímenes con simple, doble o tripe embutición, (Xu, Gong y Guo 2001).....	51
Figura 2.55. Modos de fallo. Especímenes con y sin estampaciones, (Xu, Gong y Guo 2001).....	52
Figura 2.56. Modos de fallo de alma, (Xu, Gong y Guo 2001).....	52
Figura 2.57. Modos de fallo sección completa, (Xu, Gong y Guo 2001).....	53
Figura 2.58. Modelo de elementos finitos, (Wu, y otros 2006) .....	55
Figura 2.59. Resultados analíticos. Carga axial y carga excéntrica, (Wu, y otros 2006) .....	56

Figura 2.60. Especímenes SSP4, SSP5, SSP6 y SSP2, (Wu, y otros 2006).	56
Figura 2.61. Secciones tipo encontradas, (Xiliang, Yong y Fuhai 1999).	58
Figura 2.62. Sección mono-onda empleada en los test experimentales, (Xiliang, Yong y Fuhai 1999).	58
Figura 2.63. Espécimen con cruz de san Andrés e imagen de los ensayos realizados, (Xiliang, Yong y Fuhai 1999).	59
Figura 2.64. Pandeo de arcos observados, (Xiliang, Yong y Fuhai 1999).	59
Figura 2.65. Asimilación geométrica de un panel nervado a un panel ortotrópico, (Asodenku y Mukhopadhyay 1999).	62
Figura 2.66. Geometría de una media onda de panel nervado. (Asodenku y Mukhopadhyay 1999).	63
Figura 2.67. Ortotropía del elemento. (Xuewei 2001).	64
Figura 3.1. Patrón de colapso de una placa de hormigón, (Kennedy y Goodchild 2003).	72
Figura 3.2. Desarrollo de un mecanismo de colapso, (Kennedy y Goodchild 2003).	74
Figura 3.3. Patrones simples, (Kennedy y Goodchild 2003).	75
Figura 3.4. Mecanismos de colapso obtenido por Johansen, (Johansen 1968).	75
Figura 3.5. Mecanismos de colapso obtenidos por Johansen, (Johansen 1968).	75
Figura 3.6. Patrón de rotura en esquina. Placas simplemente apoyadas, (Kennedy y Goodchild 2003).	76
Figura 3.7. "Fan mechanism", o, mecanismo ventilador, (Kennedy y Goodchild 2003).	76
Figura 3.8. Análisis de un forjado de geometría irregular, (Kennedy y Goodchild 2003).	77
Figura 3.9. Patrones de colapso en forjado irregular, (Kennedy y Goodchild 2003).	78
Figura 3.10. Forjado apoyado en las caras 1-2, 1-4 y 2-3, y empotrado en el cara 4-3, (Kennedy y Goodchild 2003).	78
Figura 3.11. Forjado biapoyado sometido a carga repartida, (Kennedy y Goodchild 2003).	79
Figura 3.12. Forjado apoyado en dos caras y empotrado en las dos caras restantes, (Kennedy y Goodchild 2003).	81
Figura 4.1. Determinación del comportamiento post-colapso de un elemento estructural mediante la TGLP, (Bakker 1990).	89
Figura 4.2. Ejemplos de mecanismo verdadero y casi mecanismo, (Murray y Khoo 1981).	91
Figura 4.3. Mecanismo incompleto por Gioncu y Mazzolani, (Gioncu y Mazzolani 2002).	92
Figura 4.4. Yield arc mechanism, (Bakker 1992).	95
Figura 4.5. Rolling mechanism, (Bakker 1992).	95
Figura 4.6. Diagrama carga-deformación del alma en el "yield arc mechanism", (Bakker 1992).	96
Figura 4.7. Diagrama carga-deformación del alma en el "rolling mechanism", (Bakker 1992).	96
Figura 4.8. Patrón de colapso del "rolling mechanism", (Bakker 1992).	97
Figura 4.9. Líneas móviles del "rolling mechanism", (Bakker 1992).	97
Figura 4.10. Modelo propuesto por Reinch para el "rolling mechanism", (Reinsch 1983).	98
Figura 4.11. Modelo propuesto por Kecman, (Kecman 1983).	99
Figura 4.12. Placa de acero sometida a una carga de compresión, (Hiriyur y Schafer 2004).	111
Figura 4.13. Sección rectangular plastificada debido a un esfuerzo axil.	111
Figura 4.14. Líneas plásticas con inclinación de un ángulo $\beta$ respecto a la carga aplicada. (Murray y Khoo 1981).	114



Figura 4.15. Capacidad a momento plástico de una línea inclinada, (Hiriyur y Schafer 2004). .....	116
Figura 4.16. Orientación de los ejes en la línea plástica según Bakker, (Bakker 1990).....	120
Figura 4.17. Espesor del cuerpo central de la placa asumido por Murray en una línea plástica inclinada, (Bakker 1990). .....	121
Figura 4.18. Modelo de Zhao y Hancock para una línea plástica inclinada, (Zhao y Hancock 1993). ..	123
Figura 4.19. Tensiones normales y tangenciales asumidas en una línea plástica inclinada. (Zhao y Hancock 1993).....	123
Figura 4.20. Determinación del núcleo central según Zhao y Hancock. ....	124
Figura 4.21. Valor del momento plástico reducido en función de la inclinación de la línea plástica. (Zhao y Hancock 1993). .....	126
Figura 4.22. Diagramas adimensionales de Zhao y Hancock para Murray y Bakker, (Zhao y Hancock 1993).....	127
Figura 4.23. Valores del momento adimensional para una carga de $\alpha=-0.7$ , en función del ángulo de la línea plástica. (Hiriyur y Schafer 2004). .....	131
Figura 4.24. (Murray 1973) y (Mouty 1976).....	133
Figura 4.25. (Davies, Kemp y Walker 1975).....	133
Figura 4.26. (Murray 1984). .....	133
Figura 4.27. (Bakker 1990). .....	133
Figura 4.28. (Zhao y Hancock 1993). .....	133
Figura 4.29. Método del Trabajo. Mecanismo plástico según Bakker, (Bakker, 1990). .....	140
Figura 4.30. Mecanismo básico N°3 de Murray. (Ungureanu, Kotelko, y otros 2008).....	142
Figura 4.31. Mecanismo N°3 de Murray y Khoo. (Murray y Khoo 1981). .....	142
Figura 4.32. Sección transversal de la placa por el punto C. Mecanismo n°3 de Murray. ....	143
Figura 4.33. Mecanismo de colapso a flexión según Kecman, (Kecman 1983).....	147
Figura 4.34. Modelo teórico de Kecman, (Kecman 1983). .....	148
Figura 4.35. Sección por el punto B. Modelo teórico de Kecman, (Kecman 1983). .....	150
Figura 4.36. Determinación de la coordenada YB en el modelo de Kecman.....	150
Figura 4.37. Determinación del ángulo $\theta$ , y el ancho de rótula $2h$ .....	153
Figura 4.38. Determinación del ángulo $\theta$ , y el ancho de rótula $2h$ , (Kecman 1983). .....	154
Figura 4.39. Modelo geométrico teórico del “atascamiento” del mecanismo de colapso. ....	156
Figura 4.40. Determinación de los ángulos de giro.....	156
Figura 4.41. Líneas EF y GH, (Kecman 1983). .....	157
Figura 4.42. Ángulo girado por la línea BC. ....	158
Figura 4.43. Ángulo relativo girado por la línea GK. (Kecman 1983). .....	159
Figura 4.44. Coordenadas del punto A´´. ....	159
Figura 4.45. Relaciones trigonométricas. ....	160
Figura 4.46. Ángulo $\eta$ en verdadera magnitud. ....	161
Figura 4.47. Sección transversal. Fases del mecanismo de colapso. (Kecman 1983). .....	162
Figura 4.48. Zonas plastificadas debido al desplazamiento de las líneas plásticas móviles. ....	163
Figura 4.49. Determinación de la longitud de la línea KA. ....	165

Figura 4.50. Determinación del ángulo de giro de las líneas KN y LM. ....	166
Figura 5.1. Tipología de mecanismos de fallo observadas en los test experimentales. ....	171
Figura 5.2. Detalle del mecanismo tipo A, (izquierda), y mecanismo tipo B, (derecha). ....	172
Figura 5.3. Modelo de elementos finitos de Hofmeyer para el “yield-eye mechanism”, (H. Hofmeyer, J. Kerstens, y otros 2002) .....	177
Figura 5.4. Modelo de Hofmeyer, (H. Hofmeyer 2004) .....	178
Figura 5.5. Panel nervado de la empresa Metalperfil H-55. ....	179
Figura 5.6. Dimensiones y geometría de una onda del panel nervado H-55. ....	179
Figura 5.7. Primera simulación de la geometría de la embutición. ....	180
Figura 5.8. Simulación del proceso de conformado. Obtención de la geometría de la embutición. ....	180
Figura 5.9. Embutición sobre la chapa de zinc y digitalización de la misma. ....	181
Figura 5.10. Geometría importada de CATIA V5 a ANSYS. ....	181
Figura 5.11. Sección de la chapa obtenida mediante simulación por elementos sólidos (rojo), elementos lámina (verde), y experimentalmente (azul). ....	182
Figura 5.12. Condiciones de contorno y carga para los modelos solicitados a flexión pura positiva. ....	184
Figura 5.13. Condiciones de contorno en los extremos de la onda. Deslizamiento impedido en Y, (izquierda). Desplazamientos impedidos en X e Y, (derecha). ....	185
Figura 5.14. Modelo genérico para el estudio de validación de malla. ....	185
Figura 5.15. Figura esquemática de la disposición de los tacos de madera e inducción de la carga en los modelos experimentales. ....	187
Figura 5.16. Aplicación de la carga en los valles de la onda del perfil H-55 para los modelos solicitados a flexión pura. ....	187
Figura 5.17. Disposición de la carga en los modelos de flexión pura. ....	188
Figura 5.18. Geometría, localización de nodos y sistema de coordenadas local del SHELL 281. ....	188
Figura 5.19. Geometría, localización de nodos y sistema de coordenadas local del SHELL 181. ....	190
Figura 5.20. Modelo n°1. Malla de 5x5mm. Shell 181, (izquierda). Patrón de colapso observado en los ensayos realizados por la ETSEIB en el 2006, (derecha). ....	191
Figura 5.21. Solución nodal y solución elemental. Modelo n°1. Elemento lámina lineal 181. ....	191
Figura 5.22. Relación carga-desplazamiento para distintas imperfecciones. Modelo n°1. Elemento lámina lineal 181. ....	192
Figura 5.23. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental obtenidas con una malla de 4x4mm. Modelo n°1. Elemento lámina lineal 181. ....	192
Figura 5.24. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental obtenidas con una malla de 3x3mm. Modelo n°1. Elemento lámina lineal 181. ....	193
Figura 5.25. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Modelo n°2. ....	193
Figura 5.26. Relación carga-desplazamiento para distintas imperfecciones. Modelo n°2. Elemento lámina cuadrático 281. ....	194
Figura 5.27. Condiciones de contorno, (izquierda). Expansión del modelo y detalle de la malla, (derecha). Modelo n°3. Elemento lámina cuadrático 281. ....	195
Figura 5.28. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Modelo n°3. ....	196

Figura 5.29. Malla en los radios de acuerdo. Tramo central C, (izquierda). Tramos A, B y D, E. ....	196
Figura 5.30. Relación carga-desplazamiento para distintas imperfecciones. Modelo n°3. Elemento lámina cuadrático 281. ....	197
Figura 5.31. Modelo n°4. Malla de 2, 4 y 6mm, (izquierda). Visualización de la malla en el radio de acuerdo, (derecha). ....	198
Figura 5.32. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Modelo n°4. Elemento lámina cuadrático 281. ....	198
Figura 5.33. Áreas añadidas al modelo genérico en el tramo central C. ....	200
Figura 5.34. Modelo n°5. Malla de 1mm, (tramo H), malla de 2mm, (tramos I), malla de 6mm, (tramos externos a la formación de la rótula). Detalle del tramo central, (derecha). ....	200
Figura 5.35. Pasos de carga realizados con el modelo n°5. ....	201
Figura 5.36. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), para el "substep 124". Modelo n°5. ....	201
Figura 5.37. Relación carga-desplazamiento. Magnitudes de imperfección de 1mm y 0,5mm. Modelo n°5. Elemento lámina cuadrático 281. ....	202
Figura 5.38. "Substep 200". Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). ....	202
Figura 5.39. "Substep 300". Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). ....	203
Figura 5.40. "Substep 400". Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). ....	203
Figura 5.41. "Substep 500". Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). ....	203
Figura 5.42. "Substep 600". Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). ....	203
Figura 5.43. Relación carga-desplazamiento para distintas magnitudes de imperfección. Modelo n°5. Elemento lámina cuadrático 281. ....	204
Figura 5.44. Imperfección 0,1mm. Comparación Malla de 5x5mm con elemento lámina cuadrático 281 y elemento lámina lineal 181. ....	205
Figura 5.45. Imperfección 0,25mm. Comparación Malla de 5x5mm con elemento lámina cuadrático 281 y elemento lámina lineal 181. ....	206
Figura 5.46. Imperfección 0,5mm. Comparación Malla de 5x5mm con elemento lámina cuadrático 281 y elemento lámina lineal 181. ....	206
Figura 5.47. Imperfección 1mm. Comparación Malla de 5x5mm con elemento lámina cuadrático 281 y elemento lámina lineal 181. ....	206
Figura 5.48. Imperfección 0,1mm. Comparación modelo N°2 y modelo N°3. ....	208
Figura 5.49. Imperfección 0,25mm. Comparación modelo N°2 y modelo N°3. ....	208
Figura 5.50. Imperfección 0,5mm. Comparación modelo N°2 y modelo N°3. ....	209
Figura 5.51. Imperfección 1mm. Comparación modelo N°2 y modelo N°3. ....	209
Figura 5.52. Imperfección 0,1mm. Comparación modelo N°3 y modelo N°5. ....	210
Figura 5.53. Imperfección 0,25mm. Comparación modelo N°3 y modelo N°5. ....	210
Figura 5.54. Imperfección 0,5mm. Comparación modelo N°3 y modelo N°5. ....	211
Figura 5.55. Imperfección 1mm. Comparación modelo N°3 y modelo N°5. ....	211
Figura 5.56 Primer modo de pandeo. Flexión pura. Chapa sin embutición. ....	215

Figura 5.57. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Flexión pura positiva. Magnitud de imperfección 0,5mm. Primer modo de pandeo. ....	215
Figura 5.58. Relación carga-desplazamiento para distintas magnitudes de imperfección. Primer modo de pandeo. ....	216
Figura 5.59. Segundo modo de pandeo. Flexión pura. Chapa sin embutición. ....	217
Figura 5.60. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Magnitud de imperfección 1mm. Segundo modo de pandeo. ....	217
Figura 5.61. Relación carga- desplazamiento para distintas magnitudes de imperfección. Segundo modo de pandeo. ....	218
Figura 5.62. Tercera forma modal. Flexión pura. Chapa sin embutición. ....	219
Figura 5.63. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Magnitud de imperfección 1mm. Tercer modo de pandeo. ....	219
Figura 5.64. Relación carga- desplazamiento para distintas magnitudes de imperfección. Tercer modo de modo de pandeo. ....	220
Figura 5.65. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Primer modo. Imperfección negativa de 1mm. ....	221
Figura 5.66. Relación carga-desplazamiento. Imperfecciones negativas. Modelo n°3. ....	222
Figura 5.67. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva, (0,1mm), Vs Imperfección negativa, (-0,1mm). ....	223
Figura 5.68. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva, (0,25mm), Vs. Imperfección negativa, (-0,25mm). ....	223
Figura 5.69. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva, (0,5mm), Vs. Imperfección negativa, (-0,5mm). ....	223
Figura 5.70. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva, (1mm), Vs. Imperfección negativa, (-1mm). ....	224
Figura 5.71. Longitud del tramo solicitado a compresión pura. ....	225
Figura 5.72. Malla modelo n°1. Compresión pura. ....	226
Figura 5.73. Malla modelo n°2. Compresión pura. ....	226
Figura 5.74. Condiciones de contorno del modelo solicitado a compresión pura. ....	227
Figura 5.75. Primer modo de pandeo. Compresión pura. ....	228
Figura 5.76. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Magnitud de imperfección 1mm. Primer modo de pandeo. Modelo n°1. ....	229
Figura 5.77. Relación carga-desplazamiento con diferentes magnitudes de imperfección. Compresión pura. Primer modo de pandeo. Modelo n°1. ....	229
Figura 5.78. Segundo modo de pandeo. Compresión pura. ....	230
Figura 5.79. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Magnitud de imperfección 1mm. Segundo modo de pandeo. Modelo n°1. ....	231
Figura 5.80. Relación carga-desplazamiento con diferentes magnitudes de imperfección. Compresión pura. Segundo modo de pandeo. Modelo n°1. ....	231
Figura 5.81. Tercer modo de pandeo. Compresión pura. ....	233

Figura 5.82. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Imperfección 1mm. Tercer modo de pandeo. Modelo n°1.....	233
Figura 5.83. Relación carga-desplazamiento con diferentes magnitudes de imperfección. Compresión pura. Tercer modo de pandeo. Modelo n°1.....	234
Figura 5.84. Primer modo de pandeo. Compresión pura. ....	236
Figura 5.85. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Magnitud de imperfección 1mm. Primer modo de pandeo.....	236
Figura 5.86. Relación carga-desplazamiento con diferentes magnitudes de imperfección. Compresión pura. Primer modo de pandeo. ....	236
Figura 5.87. Comparativa Modelo n°1 con Modelo n°2. Relación carga-desplazamiento. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección 0,1mm. ....	238
Figura 5.88. Comparativa Modelo n°1 con Modelo n°2. Relación carga-desplazamiento. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección 0,25mm. ....	238
Figura 5.89. Comparativa Modelo n°1 con Modelo n°2. Relación carga-desplazamiento. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección 0,5mm. ....	238
Figura 5.90. Comparativa Modelo n°1 con Modelo n°2. Relación carga-desplazamiento. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección 1mm.....	239
Figura 5.91. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Compresión pura. Imperfección negativa 1mm.....	240
Figura 5.92. Relación carga desplazamiento. Compresión pura. Imperfecciones negativas.....	241
Figura 5.93. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva. (0,1mm) y negativa, (-0,1mm). Modelo n°2.....	241
Figura 5.94. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva. (0,25mm) y negativa, (-0,25mm). Modelo n°2.....	242
Figura 5.95. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva. (0,5mm) y negativa, (-0,5mm). Modelo n°2.....	242
Figura 5.96. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva. (1mm) y negativa, (-1mm).....	242
Figura 5.97. Solución elemental de Von Mises para una imperfección de 1mm. Flexión pura, (izquierda), compresión pura, (derecha).....	244
Figura 5.98. Tramos constitutivos del modelo n°5.....	246
Figura 5.99. Malla modelo de la chapa con embutición. Flexión pura. ....	246
Figura 5.100. Detalle de la malla de transición. ....	247
Figura 5.101. Disposición de los ejes globales.....	247
Figura 5.102. Condición de simetría en los nodos longitudinales de la onda. Coacción en Z, de los nodos extremos ubicados en el valle de la onda.....	248
Figura 5.103. Coacción en X del sólido rígido. ....	248
Figura 5.104. Condiciones de contorno. Condiciones de simetría en los bordes longitudinales de la onda. Desplazamientos impedidos en Z en el valle de onda, (izquierda). Desplazamientos impedidos en X y Z en el valle de la onda, (derecha). ....	249
Figura 5.105. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Imp.1mm .....	249

<i>Figura 5.106. Relación carga-desplazamiento para distintas imperfecciones.....</i>	<i>250</i>
<i>Figura 5.107. Convergencia para la simulación correspondiente a una imperfección de 0,5mm.....</i>	<i>251</i>
<i>Figura 5.108. Primer modo de pandeo. Flexión pura. Chapa con embutición.....</i>	<i>252</i>
<i>Figura 5.109. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Imperfección 1mm. Primer modo.....</i>	<i>253</i>
<i>Figura 5.110. Patrón de colapso observado en los ensayos experimentales del 2006.....</i>	<i>253</i>
<i>Figura 5.111. Relaciones carga-desplazamiento. Flexión pura. 1er modo.....</i>	<i>254</i>
<i>Figura 5.112. Segundo modo de pandeo. Flexión pura. Chapa con embutición.....</i>	<i>255</i>
<i>Figura 5.113. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Imperfección 1mm. Segunda forma modal.....</i>	<i>255</i>
<i>Figura 5.114. Relación carga-desplazamiento. Flexión pura. 2º modo.....</i>	<i>256</i>
<i>Figura 5.115. Tercer modo de pandeo. Flexión pura. Chapa con embutición.....</i>	<i>258</i>
<i>Figura 5.116. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Imperfección 1mm. Tercer modo de pandeo.....</i>	<i>258</i>
<i>Figura 5.117. Relación carga-desplazamiento. Flexión pura. 3modo.....</i>	<i>259</i>
<i>Figura 5.118. Malla del modelo solicitado a compresión pura del modelo con embutición.....</i>	<i>261</i>
<i>Figura 5.119. Disposición de los ejes globales de la chapa con embutición.....</i>	<i>262</i>
<i>Figura 5.120. Condiciones de contorno de la chapa con embutición. Compresión pura.....</i>	<i>263</i>
<i>Figura 5.121. Primer modo de pandeo. Compresión pura. Chapa con embutición.....</i>	<i>264</i>
<i>Figura 5.122. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Compresión pura. Chapa con embutición. Magnitud de imperfección 1mm. Primer modo de pandeo.....</i>	<i>264</i>
<i>Figura 5.123. Relación carga-desplazamiento. Compresión pura. Chapa con embutición. Primer modo de pandeo.....</i>	<i>265</i>
<i>Figura 5.124. Segundo modo de pandeo. Compresión pura. Chapa con embutición.....</i>	<i>266</i>
<i>Figura 5.125. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Compresión pura. Chapa con embutición. Imperfección 1mm. Segundo modo de pandeo.....</i>	<i>266</i>
<i>Figura 5.126. Relación carga-desplazamiento. Compresión pura. Chapa con embutición. Segundo modo de pandeo.....</i>	<i>267</i>
<i>Figura 5.127. Tercer modo de pandeo. Compresión pura. Chapa con embutición.....</i>	<i>268</i>
<i>Figura 5.128. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Compresión pura. Chapa con embutición. Imperfección 1mm. Tercer modo de pandeo.....</i>	<i>269</i>
<i>Figura 5.129. Relación carga-desplazamiento. Compresión pura. Chapa con embutición. Tercer modo de pandeo.....</i>	<i>269</i>
<i>Figura 5.130. Comparación del comportamiento a flexión pura de la chapa sin embutición y con embutición. Primera forma modal con introducción de imperfecciones, y análisis geométrico y material no lineal sin imperfecciones, para ambos casos.....</i>	<i>271</i>
<i>Figura 5.131. Mecanismos observados en los ensayos de 2006.....</i>	<i>273</i>
<i>Figura 5.132. Ubicación aproximada de los nodos para la cuantificación giro-momento.....</i>	<i>274</i>
<i>Figura 5.133. Relación Momento-Giro para distintos nodos del tramo central.....</i>	<i>274</i>
<i>Figura 5.134. Relación momento-giro. Chapa sin y con embutición.....</i>	<i>275</i>

Figura 5.135. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Compresión pura. Chapa sin embutición. Imperfección negativa de 1mm. Primer modo de pandeo. ....	277
Figura 5.136. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Compresión pura. Chapa con embutición. Imperfección 1mm. Primer modo de pandeo.....	277
Figura 5.137. Solución nodal chapa con embutición, (izquierda). Solución nodal chapa sin embutición con imperfección negativa, (derecha).....	278
Figura 5.138. Solución nodal chapa con embutición, (izquierda). Solución nodal chapa sin embutición con imperfección negativa, (derecha).....	278
Figura 5.139. Patrón de colapso de la chapa con embutición. Flexión pura, (izquierda). Compresión pura, (derecha). ....	279
Figura 5.140. Comparación carga-desplazamiento. Chapa con y sin embutición. ....	280
Figura 5.141. Primer modo de pandeo. Modelo n°3, (malla de 1mm, 3mm y 6mm). Longitud 1012mm. ....	282
Figura 5.142. Mecanismos de fallo. Magnitud de imperfección 0,1mm, (izquierda). Magnitud de imperfección 1mm, (derecha). Modelo n°3. Longitud 1012mm. Primer modo de pandeo. ....	283
Figura 5.143. Primer modo de pandeo y patrón de colapso para una magnitud de imperfección de 1mm. Modelo n°3. Malla de 1mm y 3mm, para la zona acotada entre cargas, y malla de 6mm en los tramos externos. Longitud del modelo 1012mm.....	283
Figura 5.144. Modelo generado para las simulaciones a flexión pura negativa. ....	284
Figura 5.145. Geometría del panel nervado H-55.....	285
Figura 5.146. Disposición de la onda en los modelos solicitados a flexión pura negativa. ....	285
Figura 5.147. Aplicación de la carga en las simulaciones a flexión pura negativa.....	286
Figura 5.148. Aplicación de la carga en las simulaciones a flexión pura positiva.....	286
Figura 5.149. Condiciones de contorno. Desplazamiento impedido en Y, (izquierda). Desplazamiento impedido en Y, Z, (derecha). Condiciones de simetría en los bordes longitudinales.....	287
Figura 5.150. Solución nodal de deformaciones plásticas de Von Mises. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección 0.1mm.....	289
Figura 5.151. Primer modo de pandeo. Modelo con rigidizador.....	290
Figura 5.152. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm. ....	291
Figura 5.153. Mecanismo de fallo en planta. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm.....	291
Figura 5.154. Relación momento-giro para distintas magnitudes de imperfección positivas. Primer modo de pandeo. Panel nervado con rigidizador. ....	292
Figura 5.155. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de (-2) mm. ....	293
Figura 5.156. Patrón de colapso en planta. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de (-2)mm.....	293
Figura 5.157. Relación momento-giro para distintas magnitudes de imperfección negativas. Primer modo de pandeo. Panel nervado con rigidizador. ....	294

Figura 5.158. Relación momento-giro para el primer modo de pandeo del modelo con rigidizador, con la introducción de magnitudes de imperfección negativas y positivas. ....	295
Figura 5.159. Primer modo de pandeo con la introducción de magnitudes de imperfección positivas, (izquierda). Primer modo de pandeo con la introducción de magnitudes de imperfección negativas, (derecha).....	296
Figura 5.160. Primer modo de pandeo del modelo sin rigidizador. ....	297
Figura 5.161. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo sin rigidizador. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm. ....	298
Figura 5.162. Patrón de colapso en planta. Modelo sin rigidizador. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm.....	298
Figura 5.163. Relación momento-giro para distintas magnitudes de imperfección. Primer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. ....	299
Figura 5.164. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo sin rigidizador. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de (-2) mm. ....	300
Figura 5.165. Relación momento-giro, para distintas magnitudes de imperfección negativas. Primer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. ....	301
Figura 5.166. Relación momento-giro para el primer modo de pandeo del modelo SIN rigidizador, con la introducción de magnitudes de imperfección negativas y positivas. ....	302
Figura 5.167. Relación momento-giro del modelo con rigidizador, y del modelo sin rigidizador, con la introducción de magnitudes de imperfección positivas al primer modo de pandeo. ....	303
Figura 5.168. Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección positiva de 2mm. Primer modo de pandeo. ....	304
Figura 5.169. Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección positiva de 1mm. Primer modo de pandeo. ....	304
Figura 5.170. Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección positiva de 0,5mm. Primer modo de pandeo. ....	305
Figura 5.171. Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección positiva de 0,25mm. Primer modo de pandeo. ....	305
Figura 5.172. Mecanismo de fallo del modelo sin rigidizador, (izquierda). Mecanismo de fallo del modelo con rigidizador, (derecha). Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm.....	306
Figura 5.173. Modelo con rigidizador. (a) tramo de rigidizador en el “interior” de la rótula. (b), tramo de rigidizador acotado entre rótulas.....	308
Figura 5.174. Mecanismo de fallo del modelo sin rigidizador, (izquierda). Mecanismo de fallo del modelo con rigidizador, (derecha). Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm.....	308
Figura 5.175. Relación momento-giro del modelo con rigidizador, y del modelo sin rigidizador, con la introducción de magnitudes de imperfección negativas al primer modo de pandeo. ....	309



Figura 5.176. Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección negativa de (-2) mm. Primer modo de pandeo. ....	310
Figura 5.177. Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección negativa de (-1) mm. Primer modo de pandeo. ....	310
Figura 5.178. Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección negativa de (-0,5) mm. Primer modo de pandeo. ....	310
Figura 5.179. Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección negativa de (-0,25) mm. Primer modo de pandeo. ....	311
Figura 5.180. Mecanismo de fallo del modelo sin rigidizador, (izquierda). Mecanismo de fallo del modelo con rigidizador, (derecha). Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de 2mm.....	312
Figura 5.181. Patrón de colapso del modelo con rigidizador, con magnitud de imperfección positiva de 2mm. Análisis de las líneas plásticas. ....	313
Figura 5.182. Segundo modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. ....	316
Figura 5.183. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Segundo modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. Magnitud de imperfección positiva de 2mm. ....	317
Figura 5.184. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Segundo modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. Magnitudes de imperfección negativa de (-2) mm. ....	317
Figura 5.185. Posición de la rótula en función del sentido de la magnitud de imperfección empleada. Magnitudes de imperfección positivas, (izquierda). Magnitudes de imperfección negativas, (derecha). Modelo sin rigidizador. Segundo modo de pandeo. ....	318
Figura 5.186. Relación momento-giro. Modelo sin rigidizador. Segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas y negativas de 0,25mm y 2mm.....	319
Figura 5.187. Tercer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. ....	321
Figura 5.188. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo sin rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm. ....	321
Figura 5.189. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo sin rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de (-2) mm. ....	322
Figura 5.190. Posición de la rótula en función del sentido de la magnitud de imperfección empleada. Magnitudes de imperfección positivas, (izquierda). Magnitudes de imperfección negativas, (derecha). Modelo sin rigidizador. Tercer modo de pandeo.....	323
Figura 5.191. Relación momento-giro. Modelo sin rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas y negativas de 0,25mm y 2mm.....	323
Figura 5.192. Segundo modo de pandeo. Modelo con rigidizador. ....	326

<i>Figura 5.193. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo con rigidizador. Segundo modo de pandeo. Magnitud de imperfección de 2mm.....</i>	<i>327</i>
<i>Figura 5.194. Ubicación de los mecanismos de fallo. Modelo con rigidizador. Segundo modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm, (izquierda). Magnitud de imperfección negativa de (-2) mm, (derecha).....</i>	<i>327</i>
<i>Figura 5.195. Soluciones elementales de deformaciones plásticas de Von Mises obtenidas con el empleo del segundo modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 0,25mm, (izquierda), y una magnitud de imperfección negativa de (-0,25) mm.....</i>	<i>328</i>
<i>Figura 5.196. Ubicación de los mecanismos de fallo obtenidos con el empleo del segundo modo de pandeo. Modelo con rigidizador. Magnitud de imperfección positiva de 0,25mm, (izquierda). Magnitud de imperfección negativa de (-0,25) mm, (derecha). ....</i>	<i>329</i>
<i>Figura 5.197. Formación del mecanismo de fallo. Modelo con rigidizador. Segundo modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 0,25mm. ....</i>	<i>329</i>
<i>Figura 5.198. Formación del mecanismo de fallo. Modelo con rigidizador. Segundo modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de 0,25mm. ....</i>	<i>330</i>
<i>Figura 5.199. Relaciones momento-giro. Modelo con rigidizador. Segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas y negativas de 0,25mm y 2mm.....</i>	<i>331</i>
<i>Figura 5.200. Tercer modo de pandeo. Modelo con rigidizador. ....</i>	<i>333</i>
<i>Figura 5.201. Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo con rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 0,25mm, (izquierda). Magnitud de imperfección negativa de 0,25mm, (derecha).....</i>	<i>334</i>
<i>Figura 5.202. Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo con rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 0,25mm, (izquierda). Magnitud de imperfección negativa, (derecha). ....</i>	<i>334</i>
<i>Figura 5.203. Ubicación de los mecanismos de fallo. Modelo con rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas de 2mm, (izquierda), y 0,25mm, (derecha). ....</i>	<i>335</i>
<i>Figura 5.204. Ubicación de los mecanismos de fallo. Modelo con rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección negativas de 2mm, (izquierda), y 0,25mm, (derecha). ....</i>	<i>335</i>
<i>Figura 5.205. Relación momento-giro. Modelo con rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas, y negativas, de 2mm y 0,25mm.....</i>	<i>336</i>
<i>Figura 5.206. Primera forma de imperfección. Flexión pura positiva, (izquierda). Flexión pura negativa, (derecha).....</i>	<i>341</i>
<i>Figura 5.207. Segunda forma de imperfección. Flexión pura positiva, (izquierda). Flexión pura negativa, (derecha).....</i>	<i>342</i>
<i>Figura 5.208. Tercera forma de imperfección. Flexión pura positiva, (izquierda). Flexión pura negativa, (derecha).....</i>	<i>342</i>
<i>Figura 5.209. Cuarta forma de imperfección. Flexión pura positiva, (izquierda). Flexión pura negativa, (derecha).....</i>	<i>342</i>
<i>Figura 5.210. Mecanismo de fallo “flip-disc” y “roof-shaped”.....</i>	<i>343</i>

Figura 5.211. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises para una magnitud de imperfección positiva de 1mm.....	345
Figura 5.212. Relación momento-giro. Primer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. Magnitudes de imperfección, positivas y negativas.....	346
Figura 5.213. Relación momento-giro. Primer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. Magnitud de imperfección, positiva y negativa, de 0,36mm. ....	346
Figura 5.214. Relación momento-giro. Primer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. Magnitud de imperfección, positiva y negativa, de 0,5mm. ....	347
Figura 5.215. Relación momento-giro. Primer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. Magnitud de imperfección, positiva y negativa, de 1mm. ....	347
Figura 5.216. Modelo n°3. Longitud total de 2190mm. Flexión pura negativa. ....	349
Figura 5.217. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo n°3. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de 2mm.....	350
Figura 5.218. Relaciones momento-giro. Modelo n°3. Flexión negativa. Primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección negativas. ....	351
Figura 5.219. Relaciones momento-giro. Comparación modelo n°3 y modelo n°2_b. Flexión negativa. Primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección negativas. ....	351
Figura 5.220. Relaciones momento-giro. Comparación modelo n°3 y modelo n°2_b. Magnitud de imperfección negativa de 2mm. ....	352
Figura 5.221. Relaciones momento-giro. Comparación modelo n°3 y modelo n°2_b. Magnitud de imperfección negativa de 1mm. ....	352
Figura 5.222. Relaciones momento-giro. Comparación modelo n°3 y modelo n°2_b. Magnitud de imperfección negativa de 0.5mm.....	353
Figura 5.223. Relaciones momento-giro. Comparación modelo n°3 y modelo n°2_b. Magnitud de imperfección negativa de 0.25mm.....	353
Figura 5.224. Relación momento-giro. Primer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. Comparación flexión pura negativa y flexión pura positiva.....	354
Figura 5.225. Relación momento-giro. Primer modo de pandeo. Modelo con rigidizador. Comparación flexión pura negativa y flexión pura positiva.....	356
Figura 5.226. Relación momento-giro. Primer modo de pandeo. Modelo con rigidizador y modelo sin rigidizador. Magnitudes de imperfección, positivas y negativas. ....	357
Figura 5.227. Modelo con embutición a flexión pura negativa. Dimensiones y malla empleada.....	358
Figura 5.228. Geometría del panel nervado H-55.....	359
Figura 5.229. Aplicación de un momento de signo negativo. ....	359
Figura 5.230. Primer modo de pandeo. Flexión pura negativa. Chapa con embutición. ....	360
Figura 5.231. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm. Modelo con embutición.....	361

Figura 5.232. Relación momento-giro. Flexión pura negativa. Primer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas. Chapa con embutición.....	361
Figura 5.233. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de 2mm. Modelo con embutición.....	362
Figura 5.234. Relación momento-giro. Flexión pura negativa. Primer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección negativas. Chapa con embutición. ....	363
Figura 5.235. Relación momento-giro. Flexión pura negativa. Primer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección, positivas y negativas. Chapa con embutición.....	364
Figura 5.236. Segundo modo de pandeo. Flexión pura negativa. Chapa con embutición.....	365
Figura 5.237. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Segundo modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm. Modelo con embutición.....	366
Figura 5.238. Relación momento-giro. Flexión pura negativa. Segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas. Chapa con embutición.....	366
Figura 5.239. Tercer modo de pandeo. Flexión pura negativa. Chapa con embutición.....	367
Figura 5.240. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Tercer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm. Modelo con embutición.....	368
Figura 5.241. Relación momento-giro. Flexión pura negativa. Tercer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas. Chapa con embutición.....	369
Figura 5.242. Solución nodal y solución elemental, de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenida con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 2mm, (figura 5.244). ....	371
Figura 5.243. Disposición del perfil, al igual que en las simulaciones a flexión pura negativa de la chapa sin embutición.....	371
Figura 5.244. Disposición del modelo, ubicando el ala comprimida en la parte superior de la figura. Solución nodal y solución elemental, de deformaciones plásticas de Von Mises, de la figura 5.244. ....	372
Figura 5.245. Expansión del modelo. Solución nodal y solución elemental, de deformaciones plásticas de Von Mises, de la figura 5.244. ....	372
Figura 5.246. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de (-2) mm. ....	372
Figura 5.247. Rigidizador en la chapa con embutición. ....	373
Figura 5.248. Flexión pura negativa sin rigidizador, (izquierda), y flexión pura negativa con rigidizador, (derecha). Modelo sin embutición. Mecanismo de fallo conformado por una sola rótula.	374
Figura 5.249. Flexión pura negativa con rigidizador. Modelo con embutición.....	375
Figura 5.250. Relación momento-giro. Chapa sin embutición y con rigidizador. Chapa con embutición. Magnitudes de imperfección, positivas y negativas. ....	375

<i>Figura 5.251. Relación momento-giro. Flexión pura positiva y flexión pura negativa. Chapa con embutición. Magnitudes de imperfección, positivas y negativas. ....</i>	<i>377</i>
<i>Figura 5.252. Relación carga-desplazamiento. Perfil con y sin embutición. Primer modo de pandeo. ...</i>	<i>379</i>
<i>Figura 5.253. Relación momento-giro. Perfil con y sin embutición. Primer modo de pandeo. ....</i>	<i>380</i>
<i>Figura 5.254. Primer modo de pandeo, (izquierda), y segundo modo de pandeo, (derecha). Perfil con embutición.....</i>	<i>382</i>
<i>Figura 5.255. Tercer modo de pandeo, (izquierda). Perfil con embutición. ....</i>	<i>382</i>
<i>Figura 5.256. Relación momento-giro. Perfil con y sin embutición. Primer modo de pandeo. ....</i>	<i>383</i>
<i>Figura 5.257. Relación momento-giro. Flexión pura, ( positiva y negativa). Perfil con y sin embutición. Magnitudes de imperfección positivas y negativas. Primer modo de pandeo.....</i>	<i>383</i>
<i>Figura 5.258. Mecanismos de fallo a compresión pura. Perfil sin embutición. Patrón original, (izquierda). Patrón inverso, (derecha). Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises.....</i>	<i>384</i>
<i>Figura 5.259. Mecanismo de fallo a compresión pura. Perfil con embutición. Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises. ....</i>	<i>384</i>
<i>Figura 5.260. Mecanismos de fallo a flexión pura. Perfil sin embutición, (izquierda). Perfil con embutición, (derecha). Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises. ....</i>	<i>385</i>
<i>Figura 5.261. Flexión pura positiva, (izquierda). Compresión pura, (derecha). Perfil sin embutición. Deformaciones del ala superior. Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises. ....</i>	<i>386</i>
<i>Figura 5.262. Flexión pura positiva, (izquierda). Compresión pura, (derecha). Perfil con embutición. Deformaciones del ala superior. Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises. ....</i>	<i>386</i>
<i>Figura 5.263. Mecanismos de fallo. Flexión pura positiva, perfil sin embutición, (izquierda). Flexión pura negativa, perfil sin embutición y sin rigidizador, (derecha). Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises. ....</i>	<i>387</i>
<i>Figura 5.264. Mecanismos de fallo. Perfil sin embutición. Flexión pura negativa. Modelo sin rigidizador, (izquierda). Modelo con rigidizador, (derecha). Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises. ....</i>	<i>388</i>
<i>Figura 5.265. Mecanismos de fallo con dos rótulas. Perfil con embutición. Flexión pura negativa. Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises. ....</i>	<i>388</i>
<i>Figura 5.266. Mecanismos de fallo. Perfil sin embutición y con rigidizador, (izquierda). Perfil con embutición, (derecha). Flexión pura negativa. Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises.....</i>	<i>389</i>
<i>Figura 5.267. Geometría embutición. Mecanismo de fallo del perfil original.....</i>	<i>389</i>
<i>Figura 5.268. Chapa de zinc para reproducir la matriz, (izquierda). Geometría de la matriz para reproducir en proceso de conformado de la embutición. ....</i>	<i>390</i>
<i>Figura 5.269. Geometría de la embutición Vs. Patrón de colapso a flexión pura positiva.....</i>	<i>390</i>
<i>Figura 5.270. Mecanismo de fallo a flexión pura negativa, (izquierda). Geometría de la embutición, (derecha).....</i>	<i>391</i>

Figura 5.271. Mecanismo de fallo a flexión pura positiva, (izquierda). Geometría de la embutición, (derecha).....	391
Figura 5.272. Formación del mecanismo de fallo en la chapa con embutición.....	392
Figura 6.1. Patrón de colapso a flexión pura de la chapa sin embutición. Flexión pura.....	395
Figura 6.2. Modelo teórico del mecanismo plástico del panel nervado H-55 a flexión pura.....	395
Figura 6.3. Sección longitudinal central. Obtención coordenadas punto B.....	397
Figura 6.4. Corte transversal por el punto A. Obtención n de la coordenada $Z_A$ .....	399
Figura 6.5. Trabajo realizado por las líneas GH y EF. (W1).....	401
Figura 6.6 Ampliación del triángulo GBE. Obtención del ángulo $\mu$ .....	401
Figura 6.7. Trabajo realizado por la línea BC. W2.....	403
Figura 6.8. Ampliación del triángulo GBE. Obtención del ángulo girado por la línea BC.....	403
Figura 6.9. Trabajo realizado por las líneas AB y CJ. (W4).....	404
Figura 6.10. Trabajo realizado por las líneas BG, BE, CH y CF. (W4).....	405
Figura 6.11. Sección transversal. Ángulo $\beta$ , girado por las línea B, BE, CH y CF.....	406
Figura 6.12. Líneas GK, EL, y sus simétricas. Determinación del ángulo girado $\eta$ .....	407
Figura 6.13. Sección transversal por el punto B. Determinación de la distancia y.....	407
Figura 6.14. Establecimiento de relaciones para la determinación del ángulo $\eta$ .....	408
Figura 6.15. Obtención de la distancia "f".....	409
Figura 6.16. Trabajo realizado por las líneas KN, LM, y sus simétricas. (W6).....	410
Figura 6.17. Trabajo realizado por las líneas KL, y su simétrica. (W7).....	411
Figura 6.18. Ángulo $\gamma$ girado por la línea KL.....	411
Figura 6.19. Trabajo realizado por la línea AD', y su simétrica. (W8).....	412
Figura 6.20. Sección transversal. Posición del punto D'.....	413
Figura 6.21. Trabajo realizado por las líneas KD', LD', y sus simétricas. (W9).....	414
Figura 6.22. Obtención de la distancia en X del punto D'.....	416
Figura 6.23. Trabajo realizado por las líneas GA, AE, HJ y FJ. (W10).....	416
Figura 6.24. Relación Momento-Giro. TGLP Vs. Simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 1mm.....	418
Figura 6.25. Relación Momento-Giro. TGLP Vs. Simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 0.5mm.....	418
Figura 6.26. Relación Momento-Giro. TGLP Vs. Simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 0.25mm.....	418
Figura 6.27. Relación Momento-Giro. TGLP Vs. Simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 0.1mm.....	419
Figura 6.28. Relación Momento-Giro. TGLP Vs. Simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo.....	419
Figura 6.29. Relaciones Momento-Giro. ANSYS Vs. TGLP. Imperfecciones en sentido opuesto al anterior.....	420
Figura 6.30. Patrón original a compresión pura. Imperfecciones positivas.....	422
Figura 6.31. Modelo teórico del mecanismo plástico del panel nervado H-55 a compresión pura.....	422

Figura 6.32. Proyección del alma sobre el plano vertical. Obtención de las coordenadas del Punto B.	424
Figura 6.33. Detalle de la deformación del ala superior comprimida.	425
Figura 6.34. Deformación de la rótula. Corte longitudinal, (izquierda). Corte transversal, (derecha).	426
Figura 6.35. Trabajo realizado por las líneas GH y EF.	428
Figura 6.36. Trabajo realizado por la línea BC.	428
Figura 6.37. Trabajo realizado por las líneas AB y CJ.	429
Figura 6.38. Trabajo realizado por las líneas BG, BE, CH y CF y longitud de las líneas.	430
Figura 6.39. Angulo girado por las líneas BG, BE, CH y CF.	431
Figura 6.40. Determinación de la distancia "d".	431
Figura 6.41. Trabajo realizado por las líneas plásticas GK, EL y sus simétricas. Determinación del ángulo girado.	432
Figura 6.42. Determinación de la longitud de la línea AQ.	434
Figura 6.43. Trabajo realizado por las líneas KD, DL, y sus simétricas.	434
Figura 6.44. Sección transversal. Obtención de $d_2$ .	435
Figura 6.45. Trabajo realizado por las líneas LM y KN.	436
Figura 6.46. Detalle línea plástica LM.	437
Figura 6.47. Trabajo realizado por la línea QO y su simétrica.	438
Figura 6.48. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Compresión pura.	439
Figura 6.49. Zonas plastificadas, GAB, ABE, CHJ y CJF.	440
Figura 6.50. Trabajo realizado por las líneas KQ, QL y sus simétricas.	442
Figura 6.51. Relación fuerza-desplazamiento. TGLP Vs. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección positiva de 0.1mm.	443
Figura 6.52. Relación fuerza-desplazamiento. TGLP Vs. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección positiva de 0.25mm.	444
Figura 6.53. Relación fuerza-desplazamiento. TGLP Vs. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección positiva de 0.5mm.	444
Figura 6.54. Relación fuerza-desplazamiento. TGLP Vs. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección positiva de 1mm.	444
Figura 6.55. Patrón inverso a compresión pura. Imperfecciones positivas.	446
Figura 6.56. Modelo teórico del mecanismo plástico del panel nervado H-55 a compresión pura. Modelo inverso.	446
Figura 6.57. Comparación curvas teóricas de los modelos n°1, (patrón original), y n°2, (patrón inverso). Compresión pura. Imperfección 0,1mm.	450
Figura 6.58. Mecanismo de fallo a flexión pura negativa. Modelo sin rigidizador y sin embutición.	452
Figura 6.59. Modelo teórico a flexión pura negativa mediante la TGLP.	453
Figura 6.60. Comparación de la relaciones momento-giro, obtenidas mediante la TGLP y el modelo MEF. Imperfección negativa (-2) mm.	453
Figura 6.61. Comparación de la relaciones momento-giro, obtenidas mediante la TGLP y el modelo MEF. Imperfección negativa (-1) mm.	454

Figura 6.62. Comparación de la relaciones momento-giro, obtenidas mediante la TGLP y el modelo MEF. Imperfección negativa (- 0,5) mm.....	454
Figura 6.63. Comparación de la relaciones momento-giro, obtenidas mediante la TGLP y el modelo MEF. Imperfección negativa (-0,25) mm.....	454
Figura 6.64. Mecanismo de fallo a flexión pura negativa de la chapa con embutición.....	457
Figura 6.65. Relación momento-giro. Chapa con embutición. Magnitud de imperfección de 2mm. ....	459
Figura 6.66. Similitud entre la geometría de la embutición y el mecanismo de fallo de la chapa sin embutición a flexión pura. (Imagen tomada del apartado 5.12).....	462
Figura 6.67. Determinación del ancho de la embutición. Parámetro h. ....	463
Figura 6.68. Geometría embutición. ....	463
Figura 6.69. Relación momento-giro asociada al proceso de conformado. ....	464
Figura 6.70. Sección transversal del perfil. Parámetros geométricos que definen el mecanismo de fallo. (Extraído del apartado 6.1.2). ....	465
Figura 6.71. Dimensión definida por el parámetro $YB'$ . (Extraído del apartado 6.1.3.1).....	465
Figura 6.72. Relación momento-giro asociada al proceso de conformado. Profundidad de embutición 6mm.....	466
Figura 6.73. Relación momento-giro obtenida mediante la TGLP para el mecanismo de fallo del perfil con embutición ante una sollicitación de flexión pura negativa. ....	467
Figura 6.74. Relación momento-giro. Mecanismo de fallo y proceso de conformado.....	468
Figura 6.75. Relaciones momento-giro. Mecanismo de fallo y proceso de conformado mediante la TGLP. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección de 2mm. ....	469
Figura 6.76. Relaciones momento-giro. MEF Vs. TGLP. ....	470
Figura 6.77. Relaciones momento-giro. Mecanismo de fallo y proceso de conformado mediante la TGLP. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección de 1mm. ....	470
Figura 6.78. Relaciones momento-giro. Mecanismo de fallo y proceso de conformado mediante la TGLP. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección de 0.5mm. ....	471
Figura 6.79. Relaciones momento-giro. Mecanismo de fallo y proceso de conformado mediante la TGLP. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección de 0.25mm. ....	471
Figura 6.80. Estadios de deformación del mecanismo de fallo del perfil con embutición ante una sollicitación de flexión pura positiva. ....	472
Figura 6.81. Ensayos experimentales. Mecanismo de fallo espécimen EMBT-2. ....	473
Figura 6.82. Geometría de la embutición. ....	474
Figura 6.83. Relación momento-giro ante una sollicitación de flexión pura positiva. Panel nervado sin embutición y panel nervado con embutición.....	475
Figura 6.84. Relaciones momento-giro obtenidas mediante la TGLP y simulaciones por el MEF. Flexión pura positiva. Perfil con embutición.....	477
Figura 6.85. Influencia de las líneas de tracción en los modelo teóricos de la TGLP.....	478
Figura 6.86. Mecanismo de fallo del perfil con embutición a compresión pura.....	480
Figura 6.87. Modelo teórico desarrollado para el mecanismo de fallo inverso que se desarrolla en el perfil sin embutición a compresión pura. ....	481



Figura 6.88. Modelo teórico del mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil con embutición a compresión pura. ....	482
Figura 6.89. TGLP Vs. MEF, (primer modo de pandeo y magnitud de imperfección 0.1mm) .....	483
Figura 6.90. Formación del mecanismo de fallo. Desplazamientos impuestos: 1.4mm, (izquierda), 2.6mm, (derecha). ....	484
Figura 6.91. Formación del mecanismo de fallo. Desplazamientos impuestos: 4.6mm, (izquierda), 7mm, (derecha). ....	484
Figura 6.92. Desplazamientos impuestos correspondientes a los mecanismos de fallo mostrados en las figuras 6.93 y 6.94. ....	485
Figura 6.93. Perfil con embutición a compresión pura. Último paso de carga. ....	486
Figura 6.94. Primer modelo teórico del perfil con embutición a compresión pura. ....	486
Figura 6.95. Modelos teóricos desarrollados mediante la TGLP. Flexión pura negativa, (izquierda). Compresión pura, (derecha). ....	488
Figura 6.96. Relación carga-desplazamiento del perfil con embutición. TGLP, con acortamiento inicial de 1,81mm, y simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección de 0,1mm. ....	489
Figura 6.97. Relación carga-desplazamiento del perfil con embutición. TGLP, con acortamiento inicial de 1,81mm, y simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección de 0,25mm. ....	489
Figura 6.98. Relación carga-desplazamiento del perfil con embutición. TGLP, con acortamiento inicial de 1,81mm, y simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección de 0,5mm. ....	490
Figura 6.99. Relación carga-desplazamiento del perfil con embutición. TGLP, con acortamiento inicial de 1,81mm, y simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección de 1mm. ....	490
Figura 6.100. Soluciones nodales de deformaciones plásticas de Von Mises. Primer paso de carga, (izquierda). Último paso de carga, (derecha). ....	491
Figura 6.101. Magnitudes de imperfección mediante la TGLP, perfil con embutición. ....	495
Figura 7.1. Marco de cargas. ....	500
Figura 7.2. Cilindro de doble efecto y célula de carga. ....	500
Figura 7.3. Amplificador de fuerza. ....	500
Figura 7.4. Amplificador de galgas extensiométricas. ....	501
Figura 7.5. Sistema de adquisición de datos. ....	501
Figura 7.6. Captador de desplazamientos. ....	501
Figura 7.7. Galgas extensiométricas. ....	502
Figura 7.8. Conectores. ....	502
Figura 7.9. Instrumentación empleada. ....	503
Figura 7.10. Zona de equipos. ....	503
Figura 7.11. Disposición de la carga según Anexo A, Eurocódigo 3. ....	504
Figura 7.12. Aplicación de la carga mediante bolsas de aire. ....	506

Figura 7.13. Aplicación de la carga según Anexo A Eurocódigo 3. Parte 1-3. ....	506
Figura 7.14. Prevención de distorsiones según Anexo A, Eurocódigo 3. Parte 1-3. ....	507
Figura 7.15. Condiciones de contorno según Anexo A, Eurocódigo 3. Parte 1-3.....	507
Figura 7.16. Alzado longitudinal. Montaje de ensayo. ....	509
Figura 7.17. Alzado transversal. Montaje de ensayo. ....	509
Figura 7.18. Detalle 1. Inducción de la carga al panel nervado H-55. ....	510
Figura 7.19. Panel nervado sin embutición. Onda en la que disponen las galgas extensiométricas. ....	510
Figura 7.20. Posición de las galgas. PLANA-2.....	510
Figura 7.21. Panel nervado en planta. Espécimen PLANA-2. ....	511
Figura 7.22. Posición de las galgas en el espécimen PLANA-2. Cara superior del panel nervado. ....	511
Figura 7.23. Posición de las galgas en el espécimen PLANA-2. Cara inferior del panel nervado.....	511
Figura 7.24. Panel nervado en planta. Espécimen EMBT -2.....	512
Figura 7.25. Posición de las galgas. EMBT-2. ....	512
Figura 7.26. Posición de las galgas en el espécimen PLANA-2. Cara inferior del panel nervado.....	513
Figura 7.27. Posición de los captadores de desplazamiento e inclinómetro. Espécimen sin embutición. Vista en planta. ....	513
Figura 7.28. Posición de los captadores de desplazamiento. EMBT-2.....	514
Figura 7.29. Disposición de tacos de acero, (80.80.4), y madera (100x25x8), para la aplicación de la carga. ....	514
Figura 7.30. Montaje de los ensayos experimentales a flexión pura positiva. ....	515
Figura 7.31. Montaje de los ensayos experimentales a flexión pura positiva. ....	515
Figura 7.32. Montaje de los ensayos experimentales a flexión pura positiva. ....	516
Figura 7.33. Detalle de los apoyos.....	516
Figura 7.34. Inclinómetro. ....	516
Figura 7.35. Captadores de desplazamiento. ....	517
Figura 7.36. Mecanismo de fallo de la chapas sin embutición. PLANA-1 y PLANA-3.....	517
Figura 7.37. Mecanismo de fallo en el espécimen PLANA-2. ....	518
Figura 7.38. Medición del ancho del mecanismo de fallo del espécimen PLANA-2.....	519
Figura 7.39. Mecanismo de fallo obtenido mediante el MEF, (izquierda). Mecanismo de fallo obtenido en los ensayos experimentales, (derecha). Flexión pura positiva.....	519
Figura 7.40. Curva material obtenida en los ensayos experimentales. Simulaciones por el MEF. ....	521
Figura 7.41. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-1 .....	522
Figura 7.42. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,1mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-1. ....	522
Figura 7.43. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,25mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-1. ....	523
Figura 7.44. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,5mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-1. ....	523

Figura 7.45. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 1mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-1. ....	523
Figura 7.46. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-2. ....	525
Figura 7.47. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,1mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-2. ....	525
Figura 7.48. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,25mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-2. ....	526
Figura 7.49. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,5mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-2. ....	526
Figura 7.50. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 1mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-2. ....	526
Figura 7.51. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-3. ....	528
Figura 7.52. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,1mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-3. ....	528
Figura 7.53. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,25mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-3. ....	529
Figura 7.54. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,5mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-3. ....	529
Figura 7.55. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 1mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-3. ....	529
Figura 7.56. Comparación mecanismo de fallo observado en los ensayos experimentales con la geometría de la embutición. ....	532
Figura 7.57. Comparación mecanismo de fallo observado en los ensayos experimentales con la geometría de la embutición. ....	532
Figura 7.58. Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes sin embutición Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 1mm. ....	534
Figura 7.59. Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes sin embutición Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 0.5mm. ....	534
Figura 7.60. Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes sin embutición Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 0.25mm. ....	535
Figura 7.61. Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes sin embutición Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 0.1mm. ....	535
Figura 7.62. Relación momento-giro. Simulación por el MEF. Magnitud de imperfección de 6mm. ....	536
Figura 7.63. Relación momento-giro. Simulación por el MEF. Magnitudes de imperfección de 0.1mm, 0.25mm, 0.5mm, 1mm y 6mm. Primer modo de pandeo. Flexión pura positiva. ....	536
Figura 7.64. Ensayos experimentales. Mecanismo de fallo espécimen EMBT-1, (izquierda), y mecanismo de fallo espécimen EMBT-3, (derecha). ....	538

Figura 7.65. Ensayos experimentales. Mecanismo de fallo espécimen EMBT-2, (izquierda). Detalle del mecanismo de fallo espécimen EMBT-2, (derecha).....	538
Figura 7.66. Medición del ancho de la rótula. Mecanismo de fallo de los paneles con embutición.....	539
Figura 7.67. Mecanismo de fallo. Simulación por el MEF, (izquierda). Ensayos experimentales, (derecha).....	539
Figura 7.68. R elación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-1.....	541
Figura 7.69. R elación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-1.....	541
Figura 7.70. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,1mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-1.....	542
Figura 7.71. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,25mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-1.....	542
Figura 7.72. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,5mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-1.....	542
Figura 7.73. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 1mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-1.....	543
Figura 7.74. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-2.....	544
Figura 7.75. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-2.....	544
Figura 7.76. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 1mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-2.....	545
Figura 7.77. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0.5mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-2.....	545
Figura 7.78. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0.25mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-2.....	546
Figura 7.79. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0.1mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-2.....	546
Figura 7.80. R elación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-3.....	547
Figura 7.81. R elación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-3.....	548
Figura 7.82. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 1mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-3.....	548
Figura 7.83. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0.5mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-3.....	549
Figura 7.84. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0.25mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-3.....	549

Figura 7.85. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0.1mm), Vs. Ensayo experimental. Espécimen EMBT-3. ....	549
Figura 7.86. Geometría de la embutición antes de la realización del ensayo, (izquierda). Geometría de la embutición una vez se ha desarrollado el mecanismo de fallo, (derecha). ....	552
Figura 7.87. Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes con embutición Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 1mm. ....	553
Figura 7.88. Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes con embutición. Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 0,5mm. ....	553
Figura 7.89. Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes con embutición Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 0,25mm. ....	554
Figura 7.90. Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes con embutición Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 0,1mm. ....	554
Figura 7.91. Primer modo de pandeo. Modelo sin embutición, (izquierda). Modelo con embutición, (derecha). Flexión pura positiva. ....	555
Figura 7.92. Comparación de las relaciones momento-giro obtenidas en los ensayos experimentales de los especímenes sin embutición y con embutición. ....	556
Figura 7.93. Comparación de la relación momento-giro del espécimen PLANA-3, con las relaciones momento-giro de los especímenes EMBT-2 y EMBT-3. ....	557
Figura 7.94. Relaciones momento-giro. Especímenes experimentales EMBT-2, EMBT-3 y PLANA-3. Simulación por el MEF del modelo sin embutición con el empleo de una magnitud de imperfección de 0,5mm. ....	558
Figura 7.95. Nomenclatura de los valores medios de las galgas. PLANA-2. ....	560
Figura 7.96. Mecanismos de fallo en la línea de galgas. Espécimen PLANA-2, (izquierda). Espécimen EMBT-2, (derecha). ....	561
Figura 7.97. Relación carga aplicada-deformación media de las galgas. Espécimen PLANA-2. ....	562
Figura 7.98. Relación carga aplicada-deformación media de las galgas. Espécimen EMBT-2. ....	562
Figura 7.99. Deformaciones medias de las galgas en los especímenes PLANA-2 y EMBT-2. Nivel de carga 1000N. ....	563
Figura 7.100. Deformaciones medias de las galgas en los especímenes PLANA-2 y EMBT-2. Nivel de carga 2000N. ....	563
Figura 7.101. Deformaciones medias de las galgas en los especímenes PLANA-2 y EMBT-2. Nivel de carga 3000N. ....	564
Figura 7.102. Deformaciones medias de las galgas en los especímenes PLANA-2 y EMBT-2. Nivel de carga 4000N. ....	564
Figura 7.103. Deformaciones medias de las galgas en los especímenes PLANA-2 y EMBT-2. Nivel de carga 5000N. ....	564
Figura 7.104. Deformaciones medias de las galgas en los especímenes PLANA-2 y EMBT-2. Nivel de carga 6000N. ....	565
Figura 7.105. Deformaciones medias de las galgas. Perfil sin embutición. Carga última. ....	566

<i>Figura 7.106. Geometría de la embutición antes de la realización del ensayo, (izquierda). Geometría de la embutición una vez se ha desarrollado el mecanismo de fallo, (derecha). Figura tomada del apartado 7.4.2.2.6. ....</i>	<i>566</i>
<i>Figura 8.1. Viga biapoyada solicitada a dos cargas puntuales simétricas. ....</i>	<i>581</i>
<i>Figura 8.2. Comparación del comportamiento del perfil sin embutición a flexión pura positiva obtenido de manera manual con el obtenido en las simulaciones por el MEF. ....</i>	<i>581</i>
<i>Figura 8.3. Comparación del comportamiento del perfil sin embutición a flexión pura negativa obtenido de manera manual con el obtenido en las simulaciones por el MEF. ....</i>	<i>582</i>
<i>Figura 8.4. Comparación del comportamiento del perfil sin embutición a compresión pura obtenido de manera manual con el obtenido en las simulaciones por el MEF. ....</i>	<i>584</i>
<i>Figura 8.5. Comparación del comportamiento del perfil con embutición a flexión pura positiva obtenido de manera manual con el obtenido en las simulaciones por el MEF. ....</i>	<i>585</i>
<i>Figura 8.6. Comparación del comportamiento del perfil con embutición a flexión pura negativa obtenido de manera manual con el obtenido en las simulaciones por el MEF. ....</i>	<i>586</i>
<i>Figura 8.7. Comportamiento del perfil con embutición a flexión pura negativa vs Proceso de conformado de la embutición. ....</i>	<i>587</i>
<i>Figura 8.8. Comportamiento del perfil con embutición a flexión pura negativa vs proceso de conformado de la embutición. ....</i>	<i>588</i>
<i>Figura 8.9. Comportamiento del perfil con embutición y del perfil original a flexión pura positiva. ....</i>	<i>589</i>
<i>Figura 8.10. Comportamiento del perfil con embutición y del perfil original a flexión pura negativa. ..</i>	<i>590</i>
<i>Figura 8.11. Comportamiento del perfil con embutición y del perfil original a flexión pura negativa. ..</i>	<i>590</i>
<i>Figura 8.12. Comportamiento del perfil con embutición y del perfil original a flexión pura negativa. ..</i>	<i>591</i>
<i>Figura 8.13. Comportamiento del perfil con embutición y del perfil original a compresión pura. ....</i>	<i>592</i>



## Índice de tablas

Tabla 2-1. Dimensiones de los paneles nervados, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006) .....	38
Tabla 2-2. Medición de las propiedades del acero, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006) .....	39
Tabla 2-3. Resultados obtenidos, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006) .....	39
Tabla 2-4. Comparación de los resultados obtenidos mediante ensayos experimentales y estudios analíticos, (Xiliang, Yong y Fuhai 1999) .....	60
Tabla 2-5. Tabla con las propiedades de un panel ortotrópico según Asodenku y Mukhopadhyay. (Asodenku y Mukhopadhyay 1999) .....	63
Tabla 4-1. Mecanismos básicos de Murray, (Murray y Khoo 1981) .....	103
Tabla 4-2. Mecanismos plásticos de placas solicitadas a compresión uniforme con condiciones de contorno simétricas. ....	104
Tabla 4-3. Mecanismos plásticos de placas sometidas a flexión pura. ....	107
Tabla 4-4. Mecanismos plásticos de diferentes tipos de secciones. ....	110
Tabla 4-6. Expresiones de Hiriyur y Schafer en base al modelo de Bakker. ....	128
Tabla 4-7. Capacidad a momento de una línea plástica inclinada. Expresiones en forma adimensional de los distintos autores. ....	135
Tabla 5-1. Tabla de los diez primeros modos de pandeo. ....	214
Tabla 5-2. Cargas últimas para diferentes magnitudes de imperfección. Primer modo de pandeo. ....	216
Tabla 5-3. Cargas últimas para diferentes magnitudes de imperfección. Segundo modo de pandeo. ....	218
Tabla 5-4. Cargas últimas para diferentes magnitudes de imperfección. Tercer modo de pandeo. ....	220
Tabla 5-5. Cargas últimas con imperfecciones negativas. Primer modo de pandeo. ....	222
Tabla 5-6. Tabla de los diez primeros modos de pandeo. ....	228
Tabla 5-7. Valores de las cargas últimas. Compresión pura. Primer modo de pandeo. Modelo n°1. ....	230
Tabla 5-8. Valores de las cargas últimas. Compresión pura. Segundo modo de pandeo. Modelo n°1. ....	232
Tabla 5-9. Diferencia de valor de las cargas últimas, entre el primer y segundo modo, en función de la magnitud de imperfección introducida. ....	232
Tabla 5-10. Valores de las cargas últimas. Compresión pura. Tercer modo de pandeo. ....	234
Tabla 5-11. Diferencia de valor entre las cargas últimas obtenidas con el segundo y el tercer modo de pandeo en función de la magnitud de imperfección inducida al modelo. ....	235
Tabla 5-12. Valores de las cargas últimas para distintas magnitudes de imperfección. Compresión pura. Primer modo de pandeo. ....	237
Tabla 5-13. Diferencia de valor entre las cargas últimas obtenidas con el modelo n°1 y el modelo n°2 en función de la magnitud de imperfección inducida. Primer modo de pandeo. ....	237
Tabla 5-14. Comparación cargas últimas correspondientes a la introducción de imperfecciones positivas y negativas. ....	243
Tabla 5-15. Valores propios de los diez primeros modos. ....	252
Tabla 5-16. Valores de la carga última. Primer modo de pandeo. ....	254
Tabla 5-17. Valores de la carga última. Segunda forma modal. ....	256



<i>Tabla 5-18. Comparación entre las cargas últimas. Primer y segundo modo de pandeo.</i>	257
<i>Tabla 5-19. Valores de la carga última. Segundo modo de pandeo.</i>	259
<i>Tabla 5-20. Comparación entre las cargas últimas obtenidas para el primer y tercer modo.</i>	259
<i>Tabla 5-21. Tabla de los diez primeros modos de pandeo. Compresión pura. Chapa con embutición.</i>	263
<i>Tabla 5-22. Valores de las cargas últimas. Compresión pura. Chapa con embutición. Primer modo de pandeo.</i>	265
<i>Tabla 5-23. Valores de las cargas últimas. Compresión pura. Chapa con embutición. Segundo modo de pandeo.</i>	267
<i>Tabla 5-24. Comparación entre las cargas últimas. Primer y segundo modo de pandeo.</i>	268
<i>Tabla 5-25. Valores de las cargas últimas. Compresión pura. Chapa con embutición. Tercer modo de pandeo.</i>	270
<i>Tabla 5-26. Comparación entre las cargas últimas obtenidas para el primer y tercer modo de pandeo.</i>	270
<i>Tabla 5-27. Comparación cargas últimas para diferentes imperfecciones de la chapa sin embutición y con embutición.</i>	272
<i>Tabla 5-28. Momentos máximos y módulos resistentes de la chapa sin y con embutición.</i>	275
<i>Tabla 5-29. Reducción del módulo resistente de la chapa con embutición expresado en %.</i>	275
<i>Tabla 5-30. Áreas efectivas de la chapa sin embutición y con embutición. Reducción del área efectiva de la chapa sin embutición al practicarle una embutición.</i>	280
<i>Tabla 5-31. Tabla de los diez primeros modos de pandeo.</i>	288
<i>Tabla 5-32. Momentos máximos y módulos resistentes eficaces para las distintas magnitudes de imperfección empleadas.</i>	292
<i>Tabla 5-33. Momentos máximos y módulos resistentes eficaces para las distintas magnitudes de imperfección negativas empleadas.</i>	294
<i>Tabla 5-34. Comparación del valor del módulo resistente eficaz negativo con la introducción de imperfecciones negativas y positivas.</i>	295
<i>Tabla 5-35. Valores propios de los 10 primeros modos de pandeo del modelo sin rigidizador.</i>	296
<i>Tabla 5-36. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos, para las distintas magnitudes de imperfección positivas empleadas.</i>	299
<i>Tabla 5-37. Momentos últimos y módulos resistentes negativos para las distintas magnitudes de imperfección negativas empleadas.</i>	301
<i>Tabla 5-38. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos obtenidos con la introducción de imperfecciones negativas o positivas.</i>	302
<i>Tabla 5-39. Comparación del módulo resistente eficaz negativo del modelo con rigidizador y sin rigidizador.</i>	306
<i>Tabla 5-40. Comparación del módulo resistente eficaz negativo del modelo con rigidizador y sin rigidizador.</i>	312
<i>Tabla 5-41. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos, para el segundo modo de pandeo, en función de la magnitud y sentido de la imperfección empleada.</i>	319
<i>Tabla 5-42. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos. Primer y segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positiva.</i>	319

Tabla 5-43. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos. Primer y segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección negativa.....	320
Tabla 5-44. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos para el tercer modo de pandeo, en función de la magnitud y sentido de la imperfección empleada.....	324
Tabla 5-45. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el primer y tercer modo de pandeo, en función de la magnitud de imperfección positiva empleada. ....	324
Tabla 5-46. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el primer y tercer modo de pandeo, en función de la magnitud de imperfección negativa empleada. ....	324
Tabla 5-47. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos para el segundo modo de pandeo, en función de la magnitud y sentido de la imperfección empleada.....	331
Tabla 5-48. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos. Primer y segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positiva.....	332
Tabla 5-49. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos. Primer y segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección negativa.....	332
Tabla 5-50. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos obtenidos con el empleo del tercer modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas, y negativas, de 2mm y 0,25mm.....	336
Tabla 5-51. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el primer y tercer modo de pandeo, en función de la magnitud de imperfección positiva empleada. ....	337
Tabla 5-52. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el primer y tercer modo de pandeo, en función de la magnitud de imperfección negativa empleada. ....	337
Tabla 5-53. Momentos últimos, y módulos resistentes eficaces positivos y negativos del modelo sin rigidizador. ....	355
Tabla 5-54. Momentos últimos, y módulos resistentes eficaces positivos y negativos del modelo con rigidizador. ....	356
Tabla 5-55. Valores propios de los 10 primeros modos de pandeo de la chapa con embutición.....	360
Tabla 5-56. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos en función de la magnitud de imperfección positiva empleada.....	362
Tabla 5-57. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos, en función de la magnitud de imperfección negativa empleada.....	363
Tabla 5-58. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el empleo de magnitudes de positivas y negativas. ....	364
Tabla 5-59. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos en función de la magnitud de imperfección positiva empleada. Segundo modo de pandeo.....	367
Tabla 5-60. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos. Primer y segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas. ....	367
Tabla 5-61. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos en función de la magnitud de imperfección positiva empleada. Tercer modo de pandeo.....	369
Tabla 5-62. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el primer y tercer modo de pandeo, en función de la magnitud de imperfección positiva empleada. ....	369

<i>Tabla 5-63. Módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con las tres primeras formas de imperfección, en función de la magnitud de imperfección positiva empleada.....</i>	<i>370</i>
<i>Tabla 5-64. Comparación de los valores de los módulos resistentes eficaces negativos. Chapa sin embutición y con rigidizador y chapa con embutición. Primer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas.....</i>	<i>376</i>
<i>Tabla 5-65. Comparación de los valores de los módulos resistentes eficaces negativos. Chapa sin embutición y con rigidizador y chapa con embutición. Primer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección negativas.....</i>	<i>376</i>
<i>Tabla 5-66. Comparación de las áreas eficaces de la chapa con y sin embutición. ....</i>	<i>378</i>
<i>Tabla 5-67. Comparación de los módulos resistentes eficaces positivos. Perfil con y sin embutición. ...</i>	<i>378</i>
<i>Tabla 5-68. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos. Perfil con y sin embutición. ...</i>	<i>378</i>
<i>Tabla 6-1. Comparación de los trabajos determinados con los modelos teóricos del patrón original y el inverso.....</i>	<i>448</i>
<i>Tabla 6-2. Trabajos determinados con el modelo teórico del patrón inverso. (Anexo A).....</i>	<i>449</i>
<i>Tabla 7-1. Piezas empleadas para el montaje de los ensayos. ....</i>	<i>508</i>
<i>Tabla 7-2. Tensiones de límite elástico obtenidas en los ensayos a tracción de los especímenes sin embutición.....</i>	<i>521</i>
<i>Tabla 7-3. Comparación del valor promedio de los momentos últimos experimentales, con los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF, en función de la magnitud de imperfección empleada. ....</i>	<i>530</i>
<i>Tabla 7-4. Límites elásticos de los especímenes con embutición. ....</i>	<i>540</i>
<i>Tabla 7-5. Comparación del valor promedio de los momentos últimos experimentales, con los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF en función de la magnitud de imperfección empleada. ....</i>	<i>550</i>
<i>Tabla 7-6. Comparación de los momentos últimos obtenidos en los ensayos experimentales. Especímenes con embutición. Vs. Especímenes sin embutición. ....</i>	<i>558</i>
<i>Tabla 7-7. Comparación de los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF. Especímenes con embutición. Vs. Especímenes sin embutición.....</i>	<i>559</i>
<i>Tabla 7-8. Comparación de los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF con el empleo de otras características materiales. Especímenes con embutición. Vs. Especímenes sin embutición. ....</i>	<i>559</i>

## Nomenclatura

**A:** Área de una sección

**$A_{eff}$ :** Área eficaz de una sección.

**$A_j$ :** Área de la zona plástica  $j$ .

**$a$ :** Ancho del alma del perfil.

**$b$ :** Ancho de un elemento de sección.

**$b_{eff}$ :** Ancho efectivo de un elemento de sección.

**$c$ :** Proyección del alma sobre el plano  $XY$ .

**$d$ :** Ancho de ala superior.

**$E$ :** Módulo de Young.

**$e$ :** Ancho de ala inferior.

**$\{F^a\}$ :** Vector de cargas aplicadas.

**$\{F_i^{nr}\}$ :** Vector de las fuerzas internas

**$F_k$ :** Fuerza externa actuando sobre un elemento.

**$F_p$ :** Valor del axil de plastificación de una sección rectangular.

**$f_y$ :** Tensión de límite elástico.

**$f_u$ :** Tensión de rotura.

**$h$ :** Ancho del mecanismo de fallo.

**$[K_i^T]$ :** Matriz de rigidez tangente.

**$k_{yy}$ :** Factor de interacción debido a la combinación de compresión y momento

**$l_i$ :** Longitud de la línea plástica  $i$ .

**$L_p$ :** Energía potencial externa.

**$m$ :** Momento último de una placa de hormigón.

$M_{b,Rd}$ : Momento resistente a pandeo de cálculo.

$M_{cz,Rd}$ : Momento resistente de una sección respecto al eje Z.

$M_{cy,Rd}$ : Momento resistente de una sección respecto al eje Y.

$M$ : Momento externo a un elemento.

$M_{pi}$ : Momento plástico actuante a lo largo de la línea plástica  $i$ .

$M_p$ : Momento plástico de una sección rectangular ante la acción de un momento.

$M_{p'}$ : Valor del momento plástico actuante alrededor de una línea plástica inclinada.

$M_{pred}$ : Momento plástico reducido de una línea plástica perpendicular a la directriz de un esfuerzo axial de compresión.

$M_{ph}$ : Momento plástico reducido de una línea plástica inclinada a la directriz de un esfuerzo axial de compresión.

$M_{phn}$ : Valor del momento plástico actuante alrededor de una línea plástica inclinada.

$M_t$ : Momento torsor.

$M_{y,Ed}$ : Momento de diseño de una sección respecto al eje Y.

$M_{z,Ed}$ : Momento de diseño de una sección respecto al eje Z.

$N$ : Carga axial de compresión.

$N_{c,Rd}$ : Resistencia de cálculo a compresión centrada.

$N_{Ed}$ : Esfuerzo axial de diseño.

$N_p$ : Valor del axial de plastificación de una sección rectangular.

$N_{pj}$ : Axial actuante en la zona plástica  $j$ .

$\{R\}$ : Vector residuo.

$r$ : Variación de radio en el desarrollo de un mecanismo de fallo, ("rolling radius").

$t$ : Espesor de chapa.

$t_s$ : Espesor de placa que asume el esfuerzo cortante actuante en una línea plástica inclinada.

$t_N$ : Espesor de placa que asume el esfuerzo axial actuante en una línea plástica inclinada.

$t_t$ : Espesor del cuerpo central de una placa que asume el esfuerzo axial aplicado a una placa.

$t_p$ : Espesor total de una placa.

$U$ : Energía potencial interna.

$\{u_i\}$ : Vector desplazamiento. GDL, (grados de libertad), correspondiente al paso  $i$ .

$U_{le}$ : Energía potencial interna de una línea plástica estacionaria.

$U_{lm}$ : Energía potencial interna de una línea plástica móvil.

$U_p$ : Energía potencial interna de una zona plástica.

$V$ : Energía potencial total,

$W$ : Trabajo realizado por una línea o área plástica.

$W_{pl,z}$ : Módulo resistente plástico de una sección,

$W_{el,z}$ : Módulo resistente elástico de una sección.

$W_{eff,z}$ : Módulo resistente efectivo de una sección.

$X_A$ : Coordenada del punto A en el eje de abscisas.

$X_B$ : Coordenada del punto B en el eje de abscisas.

$Y_A$ : Coordenada del punto A en el eje de ordenadas.

$Y_B$ : Coordenada del punto B en el eje de ordenadas.

$Y_B$ : Desplazamientos del punto B en la formación de la rótula en la dirección Y.

$Z_A$ : Coordenada del punto A en el eje Z.

$Z_B$ : Coordenada del punto B en el eje Z.

#### **Símbolos griegos:**

$\alpha_{n0}$ : Valor de carga axial aplicada a una placa expresada en forma adimensional.

$\beta$ : Ángulo de inclinación de una línea plástica.

$\gamma_{M1}$ : Coeficiente parcial de seguridad relativo a fenómenos de inestabilidad.

$\delta$ : Es el desplazamiento vertical de la placa provocado por las cargas.

$\varepsilon_j$ : Deformación unitaria por axil de la zona plástica  $j$ .

$\theta$ : Rotación de las regiones rígidas alrededor de las líneas plásticas.

$\theta_i$ : Rotación que se produce en la línea plástica  $i$ .

$\sigma_{nn}$ : Tensiones normales en el espesor de una placa.

$\sigma_{ns}$ : Tensiones tangenciales generadas en el espesor de una placa.

$\Delta$ : Desplazamiento en segundo orden perpendicular a la directriz principal de una placa, debido a la acción de un esfuerzo axil de compresión.

$\Delta_c$ : Desplazamiento en segundo orden perpendicular a la directriz principal de una placa en el punto  $C$ , debido a la acción de un esfuerzo axil de compresión.

$\Delta_i$ : Desplazamiento aplicado a una placa para inducir una imperfección geométrica inicial.

$\Delta_F$ : Desplazamiento provocado en una placa por la fuerza  $F$ .

$\Delta_{r_i}$ : Acortamiento de una placa provocado por un esfuerzo axil de compresión.

$\{\Delta \mathbf{u}_i\}$ : Diferencia entre el vector  $\mathbf{u}_i$  y el vector  $\mathbf{u}_{i+1}$ .

$\Delta_\lambda$ : Factor de carga incremental.

$\chi_y$ : Factor de reducción por pandeo.

## Capítulo 1

### 1. INTRODUCCIÓN

#### 1.1 OBJETO DE ESTUDIO.

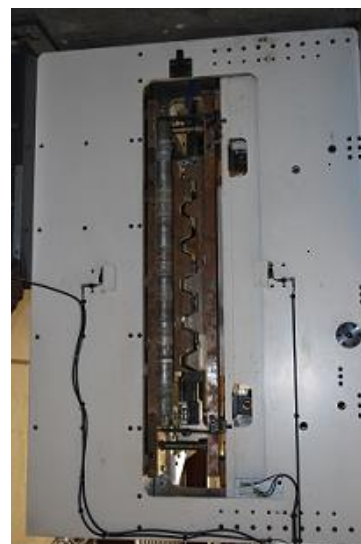
Desde hace unas décadas se ha introducido en la construcción un nuevo tipo de elemento estructural. Este elemento consiste en un arco obtenido mediante el curvado de un panel nervado de acero conformado en frío. La curvatura del elemento se consigue al introducir el panel en una máquina de estampación, la cual realiza embuticiones perpendiculares a la directriz principal del elemento, permitiendo así, plegados sucesivos hasta obtener un arco.



*Figura 1.1. Panel nervado.*



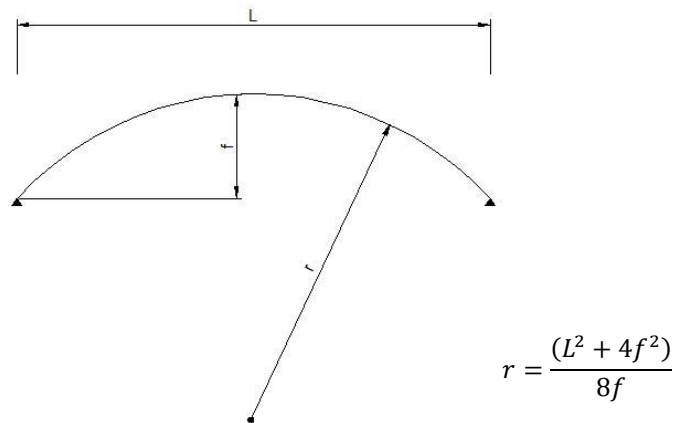
*Figura 1.2. Detalle de la matriz.*



*Figura 1.3. Máquina de estampación.*



El proceso es el siguiente. En función de los parámetros de cuerda (L), o luz a salvar, y flecha (f), se establece el número, profundidad y separación de embuticiones necesarias para obtener el arco deseado.



**Figura 1.4. Geometría del arco, (Casafont R. y Marimón C. 2006).**

Se hace notar que, aunque la geometría del arco es siempre circular, el número de embuticiones, así como la separación y profundidad de las mismas, será variable en función de la flecha otorgada para una misma luz. Así pues, arcos peraltados presentarán mayor número de embuticiones, más incisivas y más juntas, y a la inversa en arcos más rebajados. Usualmente, los arcos son rebajados con una relación  $f = (1/10) \cdot L$ , la profundidad de la embutición suele rondar entre 1-6mm y la separación entre 100-200mm, (fig.1.5 y fig.1.6.).



**Figura 1.5. Arco tipo obtenido mediante estampación.**



*Figura 1.6. Detalle de la embutición.*

## 1.2 CARACTERÍSTICAS Y ÁMBITO DE APLICACIÓN.

La cualidad principal de este elemento es ser auto-portante, por lo que, una vez obtenido en fábrica, se transporta hasta obra y se coloca directamente sobre las vigas principales de una estructura a modo de cubrición, (fig.1.7). La puesta en obra es sencilla y permite la construcción de cubiertas sin necesidad de viguetas. Por otro lado, cuanto mayor es la luz que salva el arco, menor número de vigas principales se necesitan. Lógicamente, todo ello reduce los costes de la construcción, y por tanto la industria tiende a producir arcos de luces cada vez mayores.

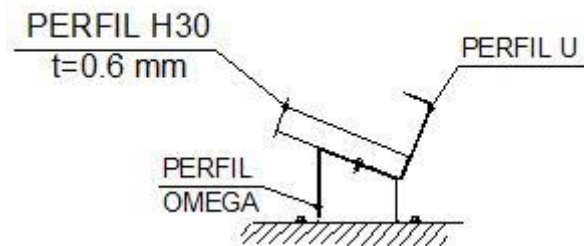


*Figura 1.7. Detalle de arco, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006).*

Así pues, esta nueva tipología estructural que comenzó salvando luces de pequeñas a moderadas, entre tres y seis metros, ha ido ganando confianza en el mercado, y en España, comienza a ser común ver arcos salvando luces entre seis y nueve metros. Esto es una gran hazaña, ya que estas luces son totalmente equiparables a las salvadas por un método de construcción habitual, en el cual, a mayores, habría que emplear más material y también viguetas. En otros países, como por ejemplo Italia, se han realizado arcos mediante este proceso de fabricación que salvan luces de hasta veinte metros, (Caramelli, Croce y Salvatore 2001).

La colocación de los arcos sobre las vigas principales se consigue atornillando directamente sobre las mismas un perfil omega, el cual posee la inclinación necesaria para recibir al arco y

formalizar el apoyo, (fig.1.5). Ubicado el arco sobre los perfiles omegas se procede a su fijación mediante atornillado, y a rematar el encuentro mediante un perfil en “U”, (fig.1.8.).



*Figura 1.8. Detalle de apoyo del arco, (Casafont R. y Marimón C. 2006).*

El detalle se acaba colocando un aislante sobre el panel nervado, y a continuación otro panel nervado de las mismas características a modo de “panel sándwich”.

Cuando la geometría de las vigas principales posee ya una cierta inclinación, como por ejemplo vigas tipo “épsilon”, (fig.1.7), no es necesario el empleo de un perfil intermedio tipo omega para formalizar la entrega, y el panel nervado se atornilla directamente sobre las vigas.

### 1.3 CÁLCULO DE ARCOS.

Con el fin de exponer con mayor claridad el objetivo de la presente tesis, así como el enfoque escogido para resolver el problema planteado, se presenta en este breve apartado la expresión habitualmente empleada para acometer el cálculo de un arco. En el Anexo A, el lector interesado podrá encontrar un pequeño estado de la cuestión en torno a la forma de trabajo y cálculo de arcos.

Se puede decir que, a día de hoy, no hay una expresión propia para el cálculo de arcos, y normalmente los ingenieros emplean expresiones que se basan en una ecuación de interacción lineal para la resistencia en el plano de una viga-columna equivalente, la cual emplea el máximo momento y compresión en el arco.

Lo más habitual es emplear la expresión de interacción vigente en la normativa propia de cada país. En el caso del Eurocódigo 3, (Eurocódigo 2004), siempre y cuando se realice un análisis geométrico lineal, será:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{c,Rd}} + k_{yy} \frac{M_{z,Ed}}{M_{cz,Rd}} \leq \phi \quad (1.1)$$

Donde:

$N_{Ed}$  y  $M_{y,Ed}$ , son los máximos valores de las acciones internas que aparecen a lo largo del arco, sin ser necesariamente en la misma sección transversal.

$N_{c,Rd}$ , es la resistencia de diseño de la sección transversal a compresión, cuyo valor en función de la clase de sección será,

$$N_{c,Rd} = A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{Clases 1,2 y3} \quad (1.2)$$

$$N_{c,Rd} = A_{eff} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{Clase 4} \quad (1.3)$$

$M_{cz,Rd}$ , es el momento resistente de diseño de la sección transversal, cuyo valor en función de la clase de sección será,

$$M_{cz,Rd} = W_{pl,z} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{Clases 1 y 2} \quad (1.4)$$

$$M_{cz,Rd} = W_{el,z} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{Clase 3} \quad (1.5)$$

$$M_{cz,Rd} = W_{eff,z} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{Clase 4} \quad (1.6)$$

Siendo,

$A$ , el área de la pieza,

$A_{eff}$ , el área efectiva de la pieza.

$W_{pl,z}$ , el módulo resistente plástico de la sección,

$W_{el,z}$ , el módulo resistente elástico de la sección.

$W_{eff,z}$ , el módulo resistente efectivo de la sección.

$f_y$ , la tensión de límite elástico.

$\gamma_{M1}$ , es el coeficiente parcial de seguridad relativo a fenómenos de inestabilidad.

$\chi_y$ , es el factor de reducción para elementos sometidos a compresión,

$k_{yy}$ , es un factor de interacción debido a la combinación de compresión y momento,

La suma de ambos términos no ha de superar la unidad, siendo por tanto  $\emptyset = 1$ .

Si el cálculo se realiza mediante un análisis geométrico no lineal, se habrá de verificar que se cumpla la condición,

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{cz,Rd}} \leq 1 \quad (1.7)$$

En este caso no será necesario emplear el factor de reducción para elementos sometidos a compresión, ( $\chi_y$ ), ni el factor de interacción debido a la combinación de compresión y momento, ( $k_{yy}$ ).

## 1.4 PROBLEMÁTICA.

La problemática de la tipología estructural estudiada en esta tesis no reside en su condición de arco, ya que está bastante claro cómo se ha de acometer su estudio y cálculo. La problemática estriba en el hecho de que, a día de hoy, no se conoce el efecto de las embuticiones sobre el comportamiento de la chapa. Los parámetros mecánicos del panel nervado con embuticiones, tales como el área efectiva y el módulo resistente efectivo, necesarios para introducir en la fórmula interacción 1.7 son desconocidos. Ninguna normativa recoge un método de cálculo donde se tenga en cuenta la presencia de las embuticiones, no existen ensayos estandarizados a partir de los cuales obtener su resistencia, y la existencia de investigaciones focalizadas en este tema es casi nula.

## 1.5 OBJETIVO.

La investigación se centra en el estudio y análisis en detalle de la afección de la embutición sobre el panel nervado. Determinar qué efecto produce en el modo de comportamiento, y en qué medida puede afectar a la capacidad resistente del panel nervado, es el objetivo de esta tesis.

Conocer la naturaleza misma de la embutición acota el presente trabajo a un fenómeno local, y por tanto, las inestabilidades globales propias de arcos, así como, la interacción entre fenómenos locales y globales, no serán objeto de esta tesis.

El efecto de la embutición se analiza comparativamente, investigando por separado el panel nervado original y el panel nervado con embutición.

Analíticamente, el estudio se aborda mediante simulaciones por el Método de los Elementos Finitos y a través de la Teoría Generalizada de las Líneas de plastificación.

Los resultados obtenidos mediante estas dos vías, permitirán determinar en qué medida la embutición afecta al panel nervado original, y la razón de la afección.

Por último, se realizan ensayos experimentales para verificar los resultados de los estudios analíticos.

## 1.6 ENFOQUE DEL PROBLEMA.

La Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación, (TGLP), es una técnica de análisis límite por cota superior que ha sido ampliamente empleada para predecir la resistencia de elementos de acero conformado en frío que comportan modos de fallo caracterizados por mecanismos locales de colapso. Dicha técnica permite determinar con cierta exactitud la carga última, y analizar el comportamiento post-colapso, la ductilidad de la pieza y la energía absorbida por la rótula.

La Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación, es un método teórico manual que requiere, “a priori”, el conocimiento de la geometría del mecanismo de fallo que se desarrolla ante un estado de cargas determinado. Es decir, no es posible la aplicación de esta teoría sin antes haber determinado el patrón de colapso que gobierna el fallo. Una vez conocido el patrón, se elabora un modelo teórico, y se procede a la determinación del trabajo realizado por cada una de las líneas plásticas que conforman el mecanismo de fallo. Efectuando la suma de todos los trabajos se obtiene el trabajo total, y por tanto la energía absorbida por la rótula.

Esta técnica se aplica en esta tesis para analizar la variación de geometría, y por ende, la variación de energía, que experimenta el mecanismo de fallo cuando el panel nervado se ve afectado por una embutición. Ello permite tener un conocimiento del efecto de la embutición sobre el panel nervado original.

La obtención del mecanismo de fallo que se desarrolla ante un esfuerzo determinado, solo se puede obtener a través de simulaciones por el Método de los Elementos Finitos, (MEF), o, mediante la realización de ensayos experimentales.

En el presente trabajo de investigación se opta por determinar los mecanismos de fallo a través de simulaciones por el Método de los Elementos Finitos.

Tal y como se expuso en el apartado 1.3, los arcos investigados trabajan a flexo-compresión, por lo que en las simulaciones por el Método de los Elementos Finitos se analizarán las sollicitaciones de compresión pura, flexión pura positiva y flexión pura negativa. Se procede así, de forma similar a las metodologías de diseño que recogen las normas, donde se emplean expresiones que contemplan la interacción entre esfuerzos puros, (expresión 1.7).

Como es ampliamente sabido, los elementos de acero conformado en frío fallan principalmente por los elementos de sección sollicitados a compresión. En base a ello, y con el fin de determinar

con certeza el mecanismo que gobierna el fallo, se procede a la realización de un estudio de sensibilidad a la forma y magnitud de imperfección del panel nervado, con y sin embutición, para cada una de las solicitaciones mencionadas.

Obtenidos los mecanismos de fallo del panel nervado, con y sin embutición, para cada uno de los esfuerzos puros citados, se procede a su análisis mediante la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación.

Las simulaciones por el Método de los Elementos Finitos permiten determinar los mecanismos de fallo, las cargas últimas, y establecer por comparación el efecto de la embutición sobre el panel nervado.

La Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación permite “desglosar” la geometría de los mecanismos de fallo, y determinar la relevancia de cada una de las líneas plásticas que conforman el patrón de colapso en función del trabajo que aportan. Ello permite tener un conocimiento exhaustivo de los patrones de colapso que gobiernan el fallo, y razonar, así, la causa de la afección de la embutición.

A grandes rasgos, se podría decir que las simulaciones por el Método de los Elementos Finitos permiten cuantificar con mayor rigor la medida en qué la embutición afecta al panel nervado, mientras que la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación permite determinar cómo varía la geometría del mecanismo de fallo cuando el panel nervado posee una embutición, y qué efectos provoca esta variación de geometría en la energía que absorbe el mecanismo de fallo y en la carga última. En resumen, permite razonar el porqué del efecto de la embutición.

Estas dos vías de estudio son complementarias, y su empleo permitirá determinar la afección de la embutición sobre el panel nervado.

Por último, se procederá a la realización de ensayos experimentales para verificar si los resultados obtenidos en los estudios analíticos son correctos.

A grandes rasgos, la investigación se desarrolló siguiendo el siguiente esquema.

a) Realización de simulaciones por el Método de los Elementos Finitos.

Estudio de sensibilidad a la forma y magnitud de imperfección del panel nervado, con y sin embutición, ante las solicitaciones de:

- Flexión pura positiva.
- Compresión pura.
- Flexión pura negativa.

- b) Análisis de los resultados y determinación de los efectos de la embutición sobre el panel nervado original.
- c) Análisis de los mecanismos de fallo del panel nervado, con y sin embutición, obtenidos en las simulaciones por el método de los elementos finitos, mediante la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación, ante las solicitaciones de:
  - Flexión pura positiva.
  - Compresión pura.
  - Flexión pura negativa.
- d) Análisis de los resultados, determinación de los efectos de la embutición sobre el panel nervado original, y comparación con los resultados obtenidos en las simulaciones por el método de los elementos finitos.
- e) Realización de ensayos experimentales del panel nervado con y sin embutición, con el fin de verificar los resultados obtenidos en los estudios analíticos.

En el apartado que se presenta a continuación, 1.7, se expone, a modo de sumario, el contenido del presente trabajo de investigación.

## **1.7 SUMARIO Y CONTENIDO DEL TRABAJO.**

En el capítulo 1, se han presentado los arcos estructurales por embutición a partir de paneles nervados conformados en frío.

La problemática de este elemento estructural no radica en su condición de arco, dado que el procedimiento de análisis y cálculo de un arco es más o menos sencillo de acometer. El problema reside en el desconocimiento del efecto de la embutición sobre el panel nervado original. Los parámetros mecánicos necesarios para efectuar el cálculo de un arco obtenido a partir de un panel nervado por embutición son desconocidos. Ninguna normativa describe un método con el que acometer el cálculo de este elemento estructural. Tampoco existen ensayos estandarizados a partir de los cuales obtener su resistencia, y las investigaciones focalizadas en este tema son casi nulas.

El objetivo de este trabajo de investigación es determinar en qué medida la embutición afecta al panel nervado original. Este estudio se acota a un fenómeno local, por lo que las inestabilidades propias de arcos, así como, la interacción entre fenómenos locales y globales, no serán objeto de estudio.



Analíticamente, la investigación se aborda realizando simulaciones por el Método de los Elementos Finitos, y mediante la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación. La confrontación de los resultados obtenidos mediante estas dos vías permitirá determinar el efecto de la embutición sobre el panel nervado original.

Por último, se realizan ensayos experimentales con el fin de determinar la validez de los estudios analíticos.

Así pues, en este primer capítulo se ha presentado el objeto de estudio, la problemática, el objetivo y el modo de acometer la investigación.

En el capítulo 2 se acota el elemento de estudio dentro del marco de los elementos de acero conformado en frío, y se da una visión global del contexto en el que se desarrolla la problemática aquí presentada. Se presentarán también las investigaciones existentes en relación a arcos de acero conformados en frío obtenidos por embutición.

En el capítulo 3 se hace una breve presentación de la Teoría Clásica de las Líneas de Plastificación, la cual es una técnica ampliamente utilizada para determinar la carga última de placas de hormigón sometidas a cargas normales a su plano.

La Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación, es como su nombre indica, una generalización, o más bien una adaptación, de los principios de la Teoría Clásica de las Líneas de Plastificación para elementos de acero conformado en frío.

Realizando una breve presentación de la Teoría Clásica de las líneas de Plastificación se pretende encuadrar en su contexto a la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación.

En el capítulo 4 se presenta la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación, y se procede a la exposición de las discusiones, e investigaciones, más relevantes realizadas sobre esta teoría.

En el capítulo 5 se presentan las simulaciones realizadas por el Método de los Elementos Finitos ante las sollicitaciones de compresión pura, flexión pura positiva y flexión pura negativa, del panel nervado con, y sin embutición.

La comparativa entre los resultado obtenidos permitirá determinar en qué medida la embutición afecta al panel nervado.

Las simulaciones por el Método de los Elementos Finitos se encaminan a la obtención de los patrones de colapso que gobiernan el fallo del panel nervado con embutición, y sin embutición, ante las sollicitaciones mencionadas. Ello permitirá, “a posteriori”, proceder al análisis de los mecanismos de fallo mediante la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación.

Teniendo en cuenta que las piezas de acero conformado en frío fallan principalmente por los elementos de sección comprimidos, se realiza un estudio de sensibilidad a la forma y magnitud de imperfección de los modelos con, y sin embutición, ante las solicitaciones de compresión pura, flexión pura positiva y flexión pura negativa. El objetivo de este estudio es determinar con certeza los patrones de colapso que gobiernan el fallo ante dichas solicitaciones.

En el capítulo 6 se analiza mediante la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación, los mecanismos de fallo del panel nervado con embutición, y sin embutición, obtenidos mediante las simulaciones por el Método de los Elementos Finitos ante cada una de las solicitaciones mencionadas.

La comparación de los trabajos realizados por los patrones de colapso del panel nervado con embutición, y sin embutición, permitirán determinar la afección de la embutición sobre el panel nervado original.

Los resultados obtenidos mediante la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación serán comparados con los resultados obtenidos en las simulaciones por el Método de los Elementos Finitos.

En el capítulo 7 se presentarán los ensayos experimentales realizados del panel nervado con embutición, y sin embutición. Los resultados obtenidos en los ensayos experimentales serán comparados con los resultados obtenidos analíticamente.

Por último, en el capítulo 8, se expondrán las conclusiones alcanzadas mediante el trabajo realizado.

Se hace constar aquí que, a día de hoy, las investigaciones focalizadas en determinar el comportamiento de arcos estructurales conformados por embutición a partir de paneles nervados son muy escasas.

El vacío existente en torno al estudio de este elemento estructural provocó que, en una primera fase, la investigación se focalizara en la lectura de artículos publicados sobre el comportamiento de arcos estructurales conformados por embutición a partir de grandes mono-ondas.

Aunque, obviamente, las tipologías estructurales son diferentes, el problema raíz es el mismo, dado que lo que se pretende determinar es el efecto de la embutición sobre el perfil. Con la lectura de estos artículos se trataba de obtener información de cómo acometer la problemática que aquí se presenta.

Por otro lado, la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación no está tan extendida, o no es tan conocida, como la Teoría Clásica de las Líneas de Plastificación, que tuvo una amplia

difusión en los años sesenta, ha sido recogida en normativas, y empleada como cálculo habitual por los ingenieros para predecir la carga última de placas de hormigón sometidas a cargas perpendiculares a su plano.

El ánimo de encuadrar los arcos estructurales por embutición a partir de paneles nervados conformados en frío, y la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación, en su contexto adecuado, ha dado lugar a un estado del arte autocontenido.

La pretensión es ofrecer un documento que facilite al lector, ajeno a esta tipología estructural y a estas teorías, un seguimiento completo de la investigación que aquí se presenta.

Por otro lado, el estado del arte se ha desglosado en tres capítulos, (capítulos 2, 3 y 4), con el fin de que el lector relacionado con la temática, pueda orientar la lectura y hacer uso a su conveniencia de aquellos capítulos, o aspectos, que le resulten más interesantes o relevantes.

## Capítulo 2

### 2. ESTADO DEL ARTE

#### 2.1 CONTEXTO. ACERO CONFORMADO EN FRÍO.

##### 2.1.1 Producto.

En la construcción en acero, hay dos familias principales de elementos estructurales: el acero laminado en caliente y el acero conformado en frío, siendo esta última en la que se centra este trabajo de investigación.

El uso de elementos conformados en frío en edificaciones comenzó en Estados Unidos y Gran Bretaña alrededor de 1850, sin embargo, no fueron ampliamente usados hasta 1940, entre otras cosas debido al escaso número de normativas y reglas de diseño.

El impulso en el empleo de dichos elementos vino de la mano de la AISI, “*American Iron and Steel Institute*”, entonces denominada “*Committee on Building Codes*”, que en 1939 patrocinó un proyecto de investigación dirigido por el profesor George Winter de la Universidad de Cornell, Ithaca, Nueva York. El proyecto tenía como objetivo el desarrollo de métodos de diseño que modelaran satisfactoriamente el comportamiento de este tipo de elementos.

A raíz de esta investigación, la AISI emitió varias ediciones de “*Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members*”, acelerando y promoviendo el uso en las construcciones del acero conformado en frío. En Estados Unidos, la primera normativa para elementos estructurales de acero conformado en frío se publicó en 1946. En Europa, las primeras normativas fueron publicadas en 1970. Por ello, podemos decir que los elementos estructurales de acero conformado en frío son un producto relativamente reciente.

### 2.1.2 Proceso de conformado en frío.

El proceso de conformado en frío comienza con el suministro a fábrica de una bobina de acero, (fig.2.1), la cual se ha obtenido previamente por laminación en caliente. Las dimensiones de las bobinas pueden ser muy variadas. Suelen abarcar unos anchos entre 50mm y 1200mm, y unos espesores, entre 0.05mm y 3.5mm. Una vez en fábrica, y a temperatura ambiente, se coloca dicha bobina en un rodillo. El giro del rodillo permite extraer el material de la bobina y hacerlo pasar por una máquina con el fin de someter al acero a un proceso de conformado. Existen diversos procesos y múltiples máquinas para obtener el tipo de pieza requerida, siendo los más extendidos y habituales el laminado en frío, la extrusión, el plegado y la estampación.



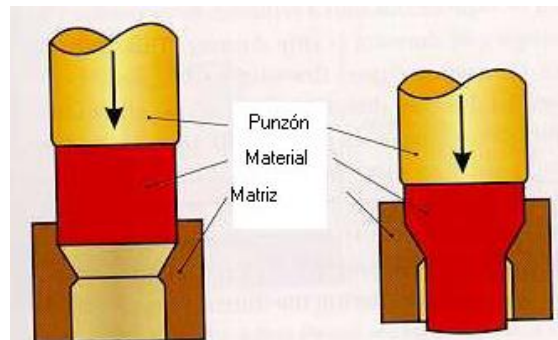
*Figura 2.1. Bobina, (INNTEC 2006).*

El **laminado** en frío, (fig.2.2), consiste en hacer pasar el material saliente de la bobina entre una secuencia de rodillos, el cual se va doblando hasta obtener la sección requerida.



*Figura 2.2. Máquina de laminado en frío, (INNTEC 2006).*

La **extrusión**, (fig.2.3), consiste en ir ejerciendo presión sobre el material y hacerlo pasar por una hilera, saliendo por el otro extremo con la forma y dimensión establecida.



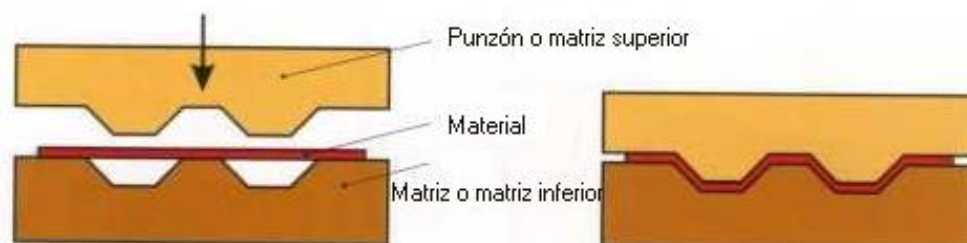
*Figura 2.3. Extrusión, (INNTEC 2006).*

El **plegado**, (fig.2.4), consiste en dar uno o varios pliegues al material al introducirlo en una máquina que dispone de punzón y matriz. Habitualmente, el manejo del material se realiza de manera manual.



*Figura 2.4. Plegado, (INNTEC 2006).*

La **estampación**, (fig.2.5), consiste en una deformación mediante punzón y matriz hasta obtener la forma y dimensión establecida. En este proceso, nos detendremos un poco más, ya que, además de ser uno de los más extendidos y empleados por las PYMES, es el empleado para formalizar las embuticiones y dar lugar al arco.



*Figura 2.5. Estampación, (INNTEC 2006).*

El grado de automatización de este proceso es variado en función del tipo de estampación requerido y de la maquinaria de la que se dispone:

**Estampación simple.** En este tipo de estampación, la alimentación y extracción de las piezas es manual, (fig.2.6).



*Figura 2.6. Estampación simple, (INNTEC 2006).*

**Estampación automatizada.** En este tipo de estampación, la alimentación es automática mediante devanadora y alimentador posterior. La extracción es por gravedad, separando las piezas de los retales, (fig.2.7).



*Figura 2.7. Estampación progresiva, (INNTEC 2006).*

**Estampación transferizada.** Muy similar al anterior, la alimentación se realiza mediante devanadora y alimentador posterior. Las piezas son desplazadas de un paso a otro mediante pinzas de transporte. La extracción es también por gravedad, (fig.2.8)



**Figura 2.8. Estampación transferizada, (INNTEC 2006).**

En el caso que nos ocupa, (fig.1.3), se coloca el panel nervado en una guía con rodillos. El panel se desplaza por los rodillos hasta entrar en la matriz. En este momento la máquina se para, e introduce una estampación, o, embutición. Ello provoca una inclinación de ciertos grados en el panel. Realizada la embutición, el panel se desplaza de nuevo por los rodillos y se vuelve a repetir la operación. Cada desplazamiento, que es igual a la distancia entre embuticiones, da lugar a una nueva inclinación. La repetición reiterada de este proceso da lugar a un arco estructural, el cual se va recogiendo con cada paso a su salida de la matriz.

Aunque en este apartado solamente se hace mención de las técnicas más habituales, existen otras muchas técnicas, tales como el repujado, el punzonado, etc, que permiten obtener formas muy variadas.

Las operaciones de conformado en frío dan mucha libertad en la creación de formas. Las secciones pueden tener elementos inclinados o rectos, con varios tipos de rigidizadores intermedios y/o finales en alas y almas. Aunque los elementos de acero conformado en frío suelen tener espesores muy reducidos, no necesariamente ha de ser así. Placas de hasta 25mm pueden ser conformadas en frío para darles la geometría deseada.

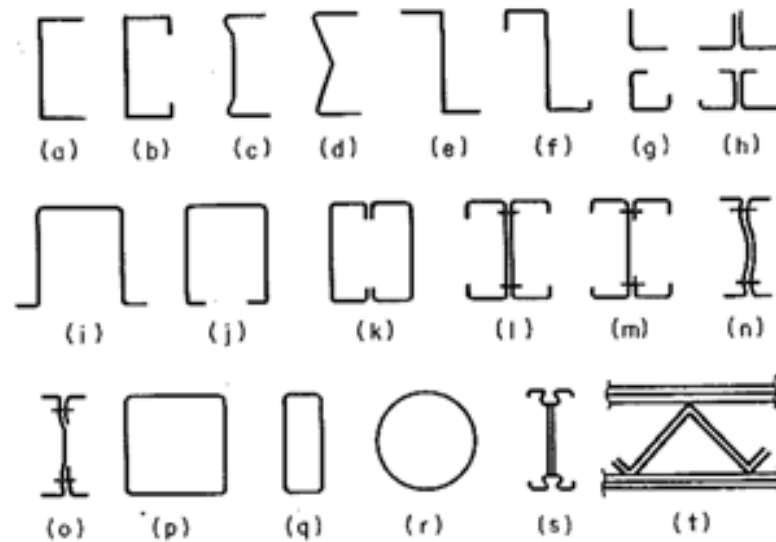
A continuación, pasemos a ver los elementos de acero conformado en frío que se suelen encontrar en el mercado y su clasificación.

### **2.1.3 Tipo de secciones de acero conformado en frío.**

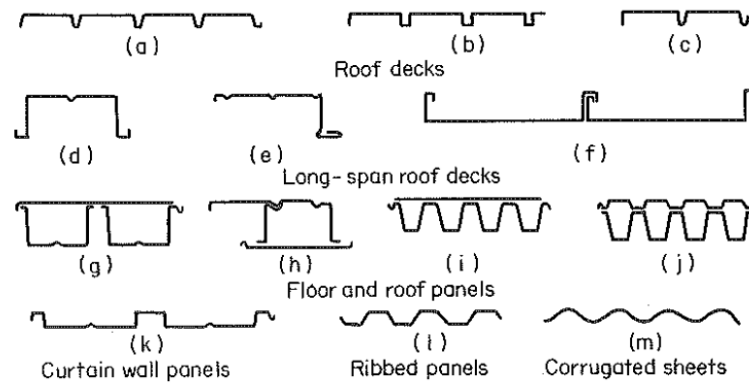
Los elementos estructurales conformados en frío, según Wei-Wen Yu, (Wei-Wen 1991), pueden ser clasificados en dos grandes familias:

- a) Elementos estructurales lineales en forma de barra, (fig.2.9).
- b) Paneles nervados y Bandejas, o Mono-ondas, (fig.2.10).





**Figura 2.9. Elementos lineales, (Wei-Wen 1991).**

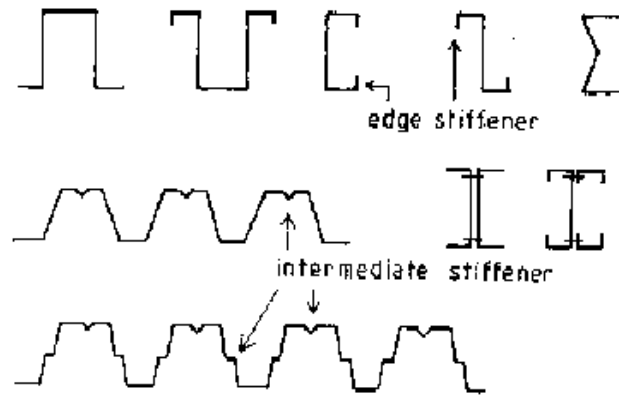


**Figura 2.10. Paneles nervados, (Wei-Wen 1991).**

Mientras las vigas tienen sólo una función como capacidad portante, los paneles pueden ser empleados como elementos con capacidad portante o como cerramiento.

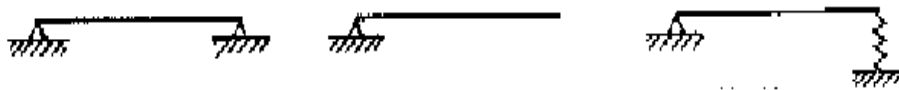
Las secciones, tanto en vigas como en paneles, están compuestas por elementos denominados alas y almas. Dichos elementos pueden tener ambos extremos apoyados en, (fig.2.11):

- a) Otro elemento.
- b) En un rigidizador.
- c) Poseer un extremo apoyado y otro libre. Es decir, en voladizo.



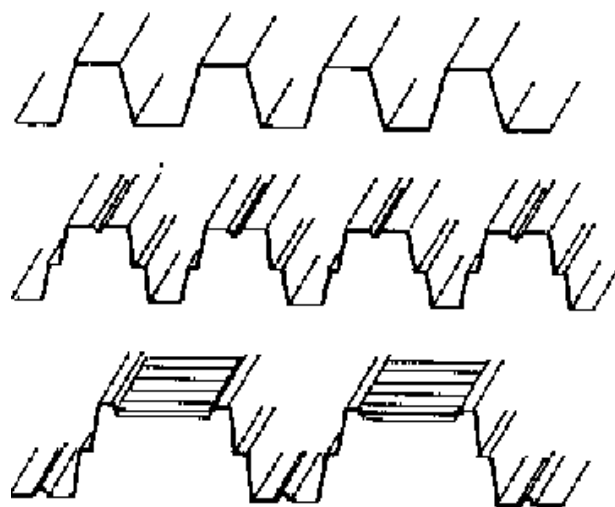
*Figura 2.11. Apoyos, (Wei-Wen 1991).*

En el Eurocódigo 3, (Eurocódigo 2004), dependiendo de la rigidez de los apoyos, los elementos son idealizados como simplemente apoyados, doblemente apoyados y elementos elásticamente apoyados, (fig.2.12). Usualmente, la rigidez rotacional del apoyo se considera despreciable.



*Figura 2.12. Idealización de miembros con apoyo doble, simple y elástico, (Bakker 1990)*

Según Baehre, (Baehre 1982), basándonos en la cronología del uso de los diferentes tipos de rigidizadores, los paneles pueden ser clasificados como paneles de primera, segunda y tercera generación. La primera generación de paneles nervados no posee rigidizadores. La segunda generación posee rigidizadores intermedios longitudinales. Mientras que la tercera generación posee rigidizadores intermedios longitudinales y transversales, (fig.2.13).



*Figura 2.13. Primera, segunda y tercera generación de paneles nervados, (Bakker 1992)*

Los paneles empleados en esta investigación son considerados de primera generación.

#### 2.1.4 Tipología de arcos estructurales por conformado en frío.

Se piensa que la aparición de los arcos estructurales de acero conformados en frío obtenidos mediante embutición, proviene de la evolución de elementos doblados obtenidos mediante una máquina dobladora de engaste, (fig.2.14), cuya función era la de proteger elementos de construcción frente a agentes externos, tales como, pilares de estacionamiento, esquinas, petos de cubiertas, etc.

Estos elementos de protección, y que por tanto no desarrollan un trabajo estructural, se obtienen mediante estampación, o embutición reiterada y casi sin separación, sobre paneles de acero de pared delgada cuya sección puede ser muy variada.

Este modo de manufactura puede dar lugar a piezas con curvaturas de hasta 360° con la función de, por ejemplo, proteger un pilar frente a pequeños impactos o rozamientos de coche.



*Figura 2.14. Máquina dobladora de engaste, (INNTEC 2006).*

Es muy posible que la observación y experimentación de este sistema en el entorno industrial haya dado lugar a la aparición de arcos estructurales.

En España, por ahora, los arcos estructurales obtenidos mediante estampación suelen presentar un aspecto amable y poco agresivo, dado que su geometría suele ser rebajada y el nivel de embutición bajo y distanciado. Esta tipología está salvando, habitualmente, luces entre 3 y 9 metros. Los paneles empleados suelen ser de primera generación, al igual que el panel estudiado en esta tesis. Sin embargo, el empleo de paneles nervados de segunda o tercera generación no es descartable. En Italia, (véase Caramelli, Croce y Salvatore 2001), el empleo de paneles de segunda generación ha dado lugar a arcos estructurales que salvan luces de hasta 20 metros.

En otros países, tales como, China, Estados Unidos o Portugal, una estampación similar a la realizada con una máquina dobladora de engaste, y por tanto reiterada y casi sin separación entre embuticiones sobre grandes secciones en “U” o “Ω”, también denominadas grandes mono-ondas, están dando lugar a enormes arcos peraltados que salvan luces de entre 20 y 30 metros.

En base a esto, podríamos hablar de dos tipos de arcos estructurales obtenidos mediante un proceso de **estampación**:

- a) Arcos estructurales por estampación, obtenidos a partir de un panel nervado.
- b) Arcos estructurales por estampación, obtenidos a partir de grandes secciones en “U” y “Ω”, o grandes secciones mono-ondas.

Independientemente del tipo de sección empleada, paneles nervados o grandes secciones mono-onda, la problemática de base es la misma, y reside en el desconocimiento del efecto de las embuticiones sobre el elemento.

Otra categoría, que difiere de la anterior en el modo de manufactura, sería la de arcos estructurales obtenidos mediante un proceso de **laminación**:

- a) Arcos estructurales por laminación obtenidos a partir de grandes secciones en “U”, o, “Ω”, o grandes secciones mono-ondas.

En este caso, el proceso de laminado confiere simultáneamente al material saliente de la bobina la forma de la sección y la curvatura del arco. La cualidad principal de estos arcos es que no poseen embuticiones y salvan luces entre 20 y 30m.

Por lo tanto, en función de las **fases de ejecución** se podría hacer la siguiente clasificación.

- a) **Arcos por estampación.** 2 fases de ejecución:
  - a.1) Generación del elemento base. Panel nervado, o grandes secciones en “U”, o, “Ω”.
  - a.2) Curvado del elemento base mediante un proceso de estampación.
- b) **Arcos por laminación.** 1 fase de ejecución:

La generación del elemento base y el curvado del mismo, se realiza en una sola fase en el proceso de laminado.

El **aspecto formal** de estos arcos estructurales es muy diferente:

- a) **Arcos por estampación.**
  - a.1) Obtenidos a partir de un panel nervado.

Son arcos rebajados con una geometría circunferencial. La geometría de la sección es la propia de un panel nervado comercial, usualmente, de primera generación. Salvan luces

entre 3 y 9 metros. La separación entre embuticiones suele rondar ente 100mm y 200mm.

a.2) Obtenidos a partir de grandes secciones en “U”.

Arcos con gran peralte de geometría circunferencial. La forma de la sección se obtiene por plegado de chapa y sus dimensiones suelen ser amplias, a modo de una gran mono-onda. Salvan luces entre 20m y 30m. El proceso de estampación es continuo y casi no hay separación entre embuticiones. El aspecto final se asemeja al de una “huella de neumático”.

**b) Arcos por laminación.**

Arcos con gran peralte de geometría circunferencial. La forma de la sección, a modo de gran mono-onda, y el curvado de arco se obtienen en el mismo proceso de laminado. Salvan luces entre 20m y 30m. Ofrece sus caras lisas al no estar sometido a un proceso de estampación.

Esta investigación se centra en el tipo de embutición realizado en paneles nervados de primera generación y sus efectos sobre el mismo. Se pretende realizar un primer acercamiento, o arrojar algo de luz, sobre este tipo de afección.

A continuación, se expone en el apartado 2.2 las investigaciones llevadas a cabo hasta la fecha sobre arcos estructurales obtenidos por estampación.

Las investigaciones sobre esta problemática son muy escasas. En relación a los **paneles nervados**, la cantidad de artículos científicos destinados a saber qué efecto produce la presencia de embuticiones en la resistencia final del arco son nulos o casi nulos. Los únicos trabajos en dicha dirección son: el realizado por la ETSEIB, (Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Barcelona), y el realizado por la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Valencia.

Cabe destacar también, a modo de mención, la investigación desarrollada en Pisa por Caramelli, (Caramelli, Croce y Salvatore 2001). De ella, lo que más llama la atención es el empleo de paneles nervados de segunda generación para realizar arcos estructurales por estampación que salvan luces entre 15m y 20m. Ello implica que la industria sigue avanzando en el desarrollo de este sistema estructural. Sin embargo, el hecho de que la sección original del panel nervado presente varios rigidizadores, hace que este equipo investigador se centre más en esta problemática que en el estudio mismo del efecto de las embuticiones sobre el arco. Esta problemática será tratada, brevemente, en el apartado 2.2.4.

Dado que el vacío de investigaciones de arcos estructurales por estampación a partir de paneles nervados era considerable, se focalizó la investigación en una primera fase, en el estudio de los artículos publicados sobre arcos estructurales por estampación a partir de grandes **secciones “U” y “Ω”, o mono-ondas**. El problema raíz era exactamente el mismo, y se pretendía obtener información con la que acometer la problemática. Se observó que las investigaciones relacionadas con esta tipología eran escasas y no concluyentes. La mayoría de ellas se limitan a realizar ensayos experimentales, o apuntar directrices del modo en que se podría enfocar el problema.

Desde un principio se tuvo presente la diferencia formal y geométrica entre ambos arcos estructurales. Por otro lado, cabe destacar que un elemento obtenido mediante un proceso de estampación insistente y casi sin separación entre embuticiones, puede diferir enormemente de un elemento obtenido mediante un proceso de estampación con embuticiones bajas y distanciadas. Las características mecánicas de la sección así como las propiedades del acero, se verán afectadas en distinto grado, por lo que es razonable pensar que ello puede originar elementos estructurales que trabajen de manera muy diferente. La sección transversal de esta tipología se somete a un proceso de estampación tan intenso, y la plastificación es tal, que abre la posibilidad de entender el elemento final como un elemento estructural nuevo que nada tiene que ver con la sección original. Tal es así que algunos investigadores piensan que una buena forma de enfocar el estudio sería a partir del entendimiento del elemento como ortotrópico.

Aún así, el acercamiento a esta tipología permitió saber el estado en que se encuentra el tratamiento de las embuticiones y si hay un pensamiento generalizado en relación al efecto de las mismas.

Por último, mencionar que los arcos estructurales obtenidos por laminación no son objeto de estudio en esta tesis, ya que dichos elementos no poseen embuticiones, y se presentan como objetos que cabría estudiarlos por separado.

A continuación, en el apartado 2.2, se presentarán investigaciones relacionadas con el comportamiento de arcos estructurales por embutición a partir de paneles nervados en frío y las conclusiones alcanzadas por los autores.

El apartado 2.3, se presentarán investigaciones relacionadas con el comportamiento de arcos estructurales por embutición a partir de grandes secciones mono-ondas y las conclusiones de los distintos autores.

## 2.2 ARCOS ESTRUCTURALES POR EMBUTICIÓN A PARTIR DE PANELES NERVADOS.

### 2.2.1 Introducción.

En el presente apartado, 2.2, se exponen las investigaciones llevadas a cabo en arcos estructurales por embutición a partir de paneles nervados conformados en frío.

En el sub-apartado 2.2.2, se expone la investigación desarrollada en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Valencia. (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009).

En el sub-apartado 2.2.3, se presenta la investigación llevada a cabo en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Barcelona. (Casafont, Marimon y Del Coz 2006).

En el sub-apartado 2.2.4, se presenta la investigación desarrollada en la Universidad de Pisa. (Caramelli, Croce y Salvatore 2001).

Por último, en el sub-apartado 2.2.5, se realiza un breve resumen y se incluyen unas reflexiones realizadas en torno a las investigaciones presentadas.

En el Anexo B, el lector podrá encontrar una breve referencia en torno al comportamiento y clasificación de rigidizadores.

Una de las vías de investigación que se barajó al comienzo de esta tesis se basaba en verificar si la embutición podía actuar, o ejercer un efecto similar al que produce un rigidizador transversal, tal y como los que presenta un panel nervado de tercera generación, (fig.2.13). Teniendo en cuenta la existencia de este tipo de paneles, resultaba razonable pensar que existieran parámetros que permitieran identificar cuando un pliegue determinado actúa como un rigidizador y cuando no.

Se observó que la mayor parte de las normativas no hacen referencia a disposiciones de rigidizadores transversales, y que la mayor parte de las investigaciones están orientadas al estudio rigidizadores longitudinales, por lo que esta vía finalmente fue desechada. En base a ello, no se considera oportuno presentar la información relativa a esta cuestión en este capítulo de estado del arte.

Por otro lado, y dado que el panel nervado analizado en la presente tesis posee un rigidizador longitudinal en forma de “V” en el ala inferior, cuyo efecto sobre el perfil es tratado en el capítulo 5, se decidió incluir un breve resumen en torno a esta temática en el Anexo B.

## 2.2.2 Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Valencia.

### 2.2.2.1 Introducción.

Andrés Lapuebla-Ferri, Antonio J. Jiménez-Mocholí y José R. Cervera López, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009), desde la **Universidad de Valencia**, estudian el comportamiento de arcos estructurales por estampación a partir de paneles nervados bajo la acción de cargas gravitatorias.

La geometría de los arcos es circunferencial. La luz a salvar está entre los 10 y 13,3 metros y los espesores de chapa empleada son de 0,8mm, 1mm y 1,2mm. Proponen, como método analítico, la realización de simulaciones mediante el método de los elementos finitos en 2D y 3D, y como método experimental, la realización de 29 ensayos “in situ”.

La sección transversal del panel nervado presenta la siguiente geometría, (fig.2.15).

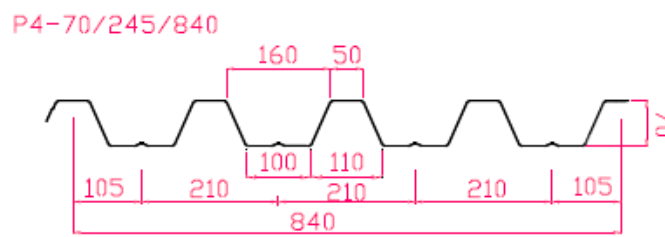


Figura 2.15. Geometría del perfil, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009).

### 2.2.2.2 Obtención de las propiedades efectivas del panel nervado.

Las propiedades efectivas de la sección empleadas se muestran en el cuadro siguiente, (fig.2.16).

Thickness (mm)	Properties	Area (mm <sup>2</sup> /m)	Inertia about flexural axis (mm <sup>4</sup> /m)	Section modulus (mm <sup>3</sup> /m)
0,8	Compression only	519	---	---
	Positive bending	1.085	778.881	18.404
	Negative bending	964	682.259	19.159
1,0	Compression only	776	---	---
	Positive bending	1.423	1.055.919	25.899
	Negative bending	1.256	907.436	24.498
1,2	Compression only	1061	---	---
	Positive bending	1.708	1.267.597	31.038
	Negative bending	1.555	1.136.383	29.834

Figura 2.16. Propiedades efectivas, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009)

Dichas propiedades fueron obtenidas siguiendo las prescripciones del Eurocódigo 3, parte 1-3, y de Normenausschuss Bauwesen. Deutscher Ausschuss für Stahlbau. DIN 18800. Part 2.



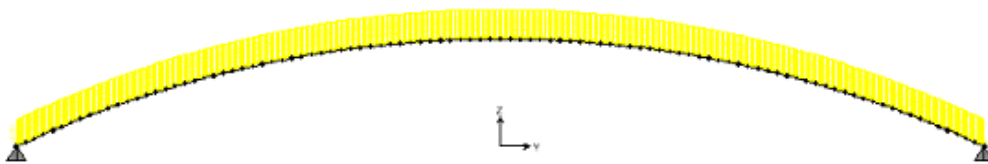
### 2.2.2.3 Cálculo de la resistencia última del panel curvado.

El arco ofrecía el aspecto siguiente, (fig.2.17).



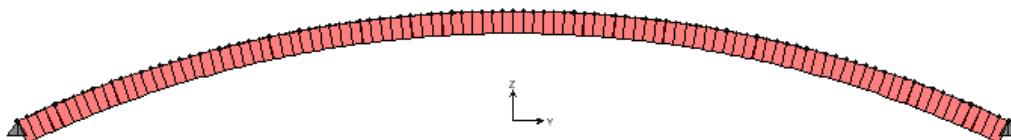
*Figura 2.17. Aspecto del arco, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009)*

El modelo de elementos finitos en 2D se realizó con 100 elementos finitos barra, aproximándolo a una línea poligonal, y con una carga uniformemente distribuida a lo largo de la directriz del arco y con dirección gravitatoria, (fig.2.18).

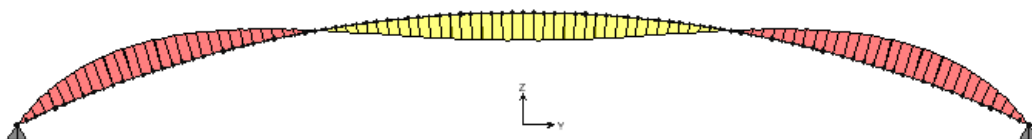


*Figura 2.18. MEF en 2D, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009)*

Dicho modelo se sometió a un análisis elástico lineal. Los autores afirman que el uso de este tipo de análisis está justificado, porque consideran que no se producen grandes desplazamientos antes del fallo del arco. Los esfuerzos internos, (axiales y momentos flectores), obtenidos en cada sección del modelo presentaban la siguiente distribución, (fig.2.19 y fig.2.20).



*Figura 2.19. Esfuerzo axial, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009)*



*Figura 2.20. Esfuerzo flector, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009)*

El modelo de elementos finitos en 3D, (fig.2.21), se realizó con el fin de comparar los resultados obtenidos con el modelo de elementos finitos en 2D.



*Figura 2.21. MEF en 3D, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009)*

#### 2.2.2.4 Ensayos experimentales.

En los ensayos experimentales los apoyos se realizaron directamente contra el forjado y posteriormente se atornilló el panel nervado curvado a un perfil hueco circular, tal y como muestra la siguiente imagen, (fig.2.22).



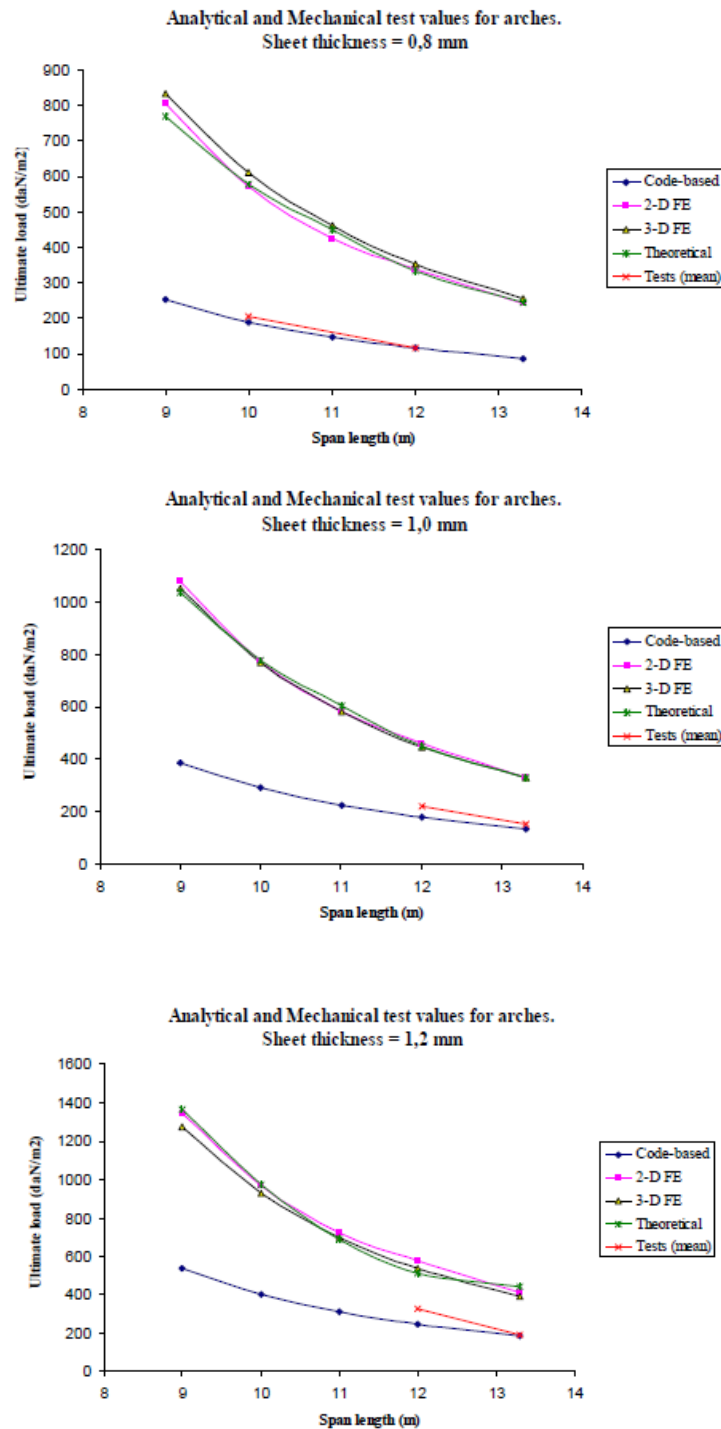
*Figura 2.22. Detalle de apoyo del arco, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009)*

El arco se cargó simétricamente con piezas de madera, (fig.2.23), comenzando desde los apoyos hasta terminar en clave del arco.



*Figura 2.23. Detalle del arco cargado, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009)*

Comparando los resultados analíticos con los experimentales, (fig.2.24), los autores exponen que hay grandes diferencias entre ambos y que los resultados no concuerdan, tal y como se puede observar en los diagramas siguientes.



**Figura 2.24. Diagramas relación carga última Vs. Longitud del arco, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009)**

Se puede observar en los diagramas la existencia de dos curvas más, a mayores de los resultados obtenidos mediante simulación MEF, 2D y 3D. Los autores exponen en el artículo que la curva azul corresponde a los valores obtenidos mediante normativa, mientras que la curva verde, correspondería a los resultados obtenidos empleando las fórmulas teóricas propuestas por Vicente Cudós, (ver referencia en el artículo).

### 2.2.2.5 Conclusiones de los autores.

En base a los resultados obtenidos, los autores concluyen el artículo exponiendo que, claramente los pliegues merman la capacidad de carga de los paneles nervados curvados, y que las discordancias de valores obtenidas se deben principalmente a las diferencias existentes entre los modelos reales y los modelos MEF, puesto que :

- a) Los efectos provocados por el proceso de manufactura, tales como las tensiones residuales o las imperfecciones geométricas iniciales, no se han tenido en cuenta en el modelo por el MEF.
- b) El modelado de soportes no es adecuado, ya que en los modelos MEF estos vienen representados por apoyos perfectos, y en los ensayos se observó corte de chapa en forma de “lágrima”, (fig.2.25). Este efecto no es despreciable dado que provoca un cambio de rigidez en la unión.



*Figura 2.25. Detalle corte de la lágrima observado en los test experimentales, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009)*

Por último, los autores remarcan que la posible similitud entre la curva obtenida mediante el empleo de la normativa, (curva azul), y la curva obtenida en los ensayos experimentales, (curva roja), (fig.2.24), es debida a que las formulaciones de muchas normativas están basadas en ensayos experimentales.

Afirman que un aspecto a tener en cuenta es el tiempo, y que el construir modelos 3D es demasiado costoso, sobre todo si se realiza un análisis no lineal, en el caso que se deseen resultados más exactos. Ello no sería compatible con la industria que desea saber la capacidad de carga de sus arcos en un tiempo adecuado con la demanda del mercado.

### 2.2.3 Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Barcelona.

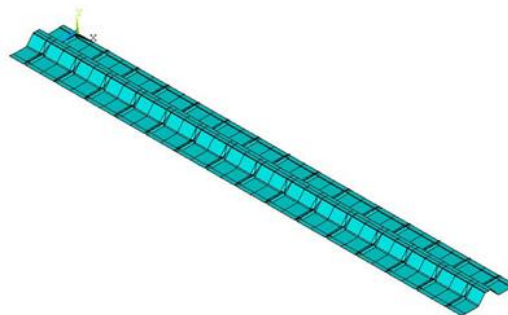
Este artículo presenta el estudio del comportamiento de arcos estructurales por embutición a partir de paneles nervados para unas luces que abarcan entre tres y nueve metros. A continuación se hace un breve resumen de su contenido.

### 2.2.3.1 Introducción.

Los autores, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006), exponen que los modelos por elementos finitos 3D parecen una buena herramienta para analizar el comportamiento y resistencia del panel. Sin embargo, la necesidad de calcular la resistencia para diferentes configuraciones geométricas de arcos, con luces y radios distintos, hacen que se deseché esta opción debido al tiempo que consume la realización de dichos modelos.

Los autores ponen de relieve que el problema principal estriba en la obtención de las propiedades mecánicas del panel nervado con embuticiones, ya que el proceso de estampación altera las propiedades efectivas del panel nervado original.

En base a la problemática expuesta se presenta una alternativa rápida de cálculo, la cual consiste en un proceso de dos pasos. En el primer paso se construye un modelo de elementos finitos en 3D que incluye las embuticiones, (fig.2.26). El objetivo es obtener las propiedades efectivas de la sección. En el segundo paso se calcula la capacidad de carga última del panel nervado curvado a través de un modelo de elementos finitos barra 2D, (fig.2.27), teniendo en cuenta las propiedades efectivas que han sido obtenidas en el primer paso.



**Figura 2.26. Primer paso: MEF 3D con embuticiones. Cálculo de las propiedades efectivas. (Casafont, Marimon y Del Coz 2006)**



**Figura 2.27. Segundo paso: MEF 2D. Cálculo de la carga última de colapso, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006)**

### 2.2.3.2 Cálculo de las propiedades efectivas del panel con embuticiones.

Los perfiles empleados serán paneles nervados H30, H40 y H5, fabricados por la empresa METALPERFIL, S.A, y los espesores de la chapa 0,6mm, 0,7mm y 0,8mm para cada uno de los tipos.

En las figuras 2.28 y 2.29 se muestran los modelos 3D empleados para la determinación de las propiedades efectivas. Hay que señalar que los elementos modelados son planos. La forma y dimensión de la embutición se obtiene midiendo directamente en diversas muestras de perfil cedidas por la empresa METALPERFIL. La geometría de la embutición se simplifica ligeramente para facilitar el proceso de generación del modelo. La idea es tratar a la pieza con embuticiones como un perfil convencional recto, con el fin de simular numéricamente los ensayos que habitualmente se aplican a este tipo de perfiles para determinar sus propiedades eficaces.

Los valores introducidos en el modelo son el límite de fluencia del material, el coeficiente de Poisson y el módulo tangente y elástico del acero. Se emplea una curva bilineal tensión-deformación con el siguiente módulo tangente.

$$E_t = E/C$$

$$E = 210000 \text{ N/mm}^2$$

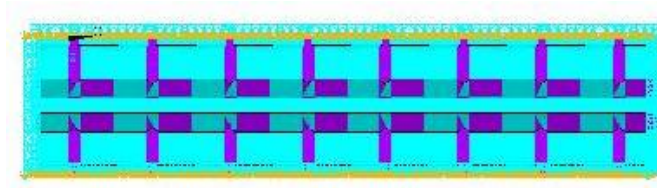
$$C = 10000$$

El valor de C se toma del Eurocódigo 3 Parte 1-5. (Eurocódigo 2004).

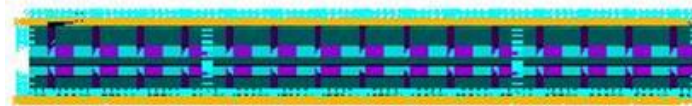
En el primer modelo, (fig.2.28), se simula un perfil sometido a compresión pura. Se imponen condiciones de simetría en los nodos situados en los dos bordes laterales de la onda. En uno de los extremos se coaccionan todos los desplazamientos nodales, ( $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$ ), mientras que en el otro se restringen los desplazamientos,  $u_y$ ,  $u_z$ , y se impone un desplazamiento en la dirección X de tal magnitud que provoca el fallo del perfil.

En el segundo modelo, (fig.2.29), se simula un perfil sometido a flexión pura, los nodos laterales también presentan condición de simetría. Los nodos extremos presentarán las mismas restricciones que en el caso anterior. Para la obtención del módulo eficaz positivo se imponen dos desplazamientos simétricos verticales, situados a una distancia “a” de los extremos, con el fin de solicitar el perfil a flexión pura. Los desplazamientos impuestos son lo suficientemente grandes para provocar la cedencia del material.

De la misma manera se procede al cálculo del módulo eficaz negativo. La única diferencia es el sentido de aplicación de la carga, que en este caso llevará dirección opuesta a la anterior.



**Figura 2.28. MEF 3D. Compresión pura. Área efectiva, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006)**



**Figura 2.29. MEF 3D. Flexión pura. Módulo efectivo, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006)**

El análisis para la obtención de las propiedades efectivas se lleva a cabo en dos pasos. En el primero se realiza un análisis lineal de pandeo, a partir del cual se extrae la forma de imperfección inicial del elemento. El segundo consiste en un análisis geométrico y material no lineal, cuya geometría ha sido cambiada de acuerdo a la imperfección inicial obtenida en el primer análisis. La magnitud de la imperfección inicial, de tipo local, es introducida de acuerdo a las especificaciones del Eurocódigo 3 Parte 1-5, (Eurocódigo 2004).

$$e_0 = \frac{b}{200}$$

Donde  $b$ , es el ancho del elemento comprimido de la sección, (fig.2.30).



**Figura 2.30. Imperfecciones locales iniciales, (Casafont R. y Marimón C. 2006)**

En la resolución del problema se aplica el método de Newton-Raphson.

Las propiedades eficaces son obtenidas a través del valor de las reacciones devueltas en los análisis mediante las expresiones.

$$A_{eff} = \frac{R_n \cdot n}{f_y} \quad (2.1)$$

$$W_{eff} = \frac{R_y \cdot a \cdot n}{f_y} \quad (2.2)$$

Donde,

$R_n$ , es la máxima reacción normal a la sección medida en uno de los extremos del perfil durante el proceso de carga del modelo reducido.

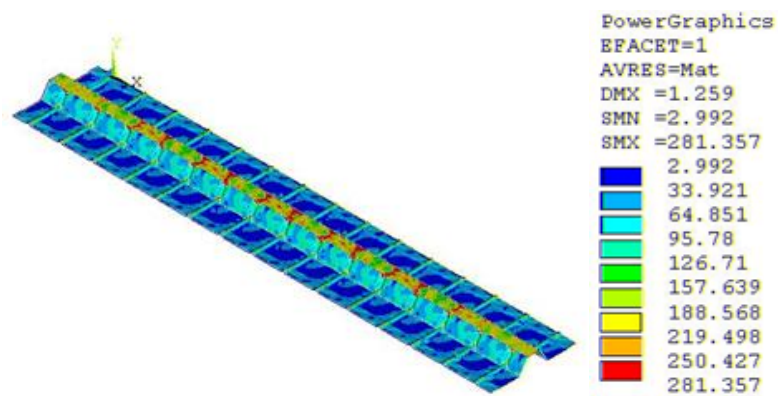
$R_y$ , es la máxima reacción vertical medida en uno de los extremos del perfil durante el proceso de carga del modelo reducido.

$f_y$ , es la tensión de límite elástico del acero, para la cual se toma 280MPa.

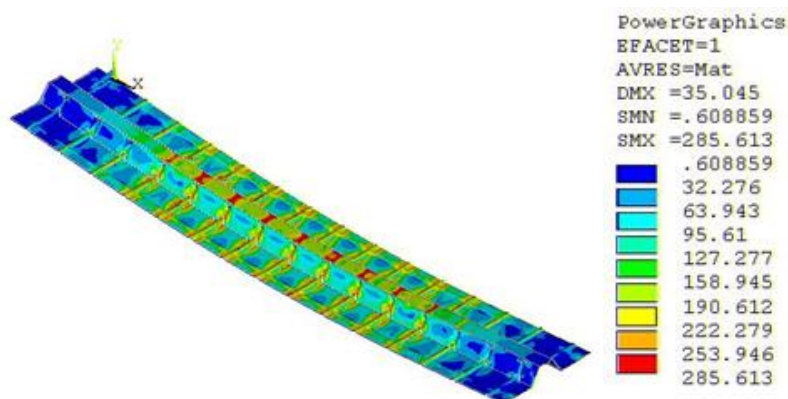
$n$ , es el número de ondas del panel por metro.

$a$ , es la distancia entre el apoyo y el punto de aplicación de la carga.

Las tensiones equivalentes de Von Mises, obtenidas en las distintas simulaciones, se pueden observar en las figuras 2.31, 2.32 y 2.33.

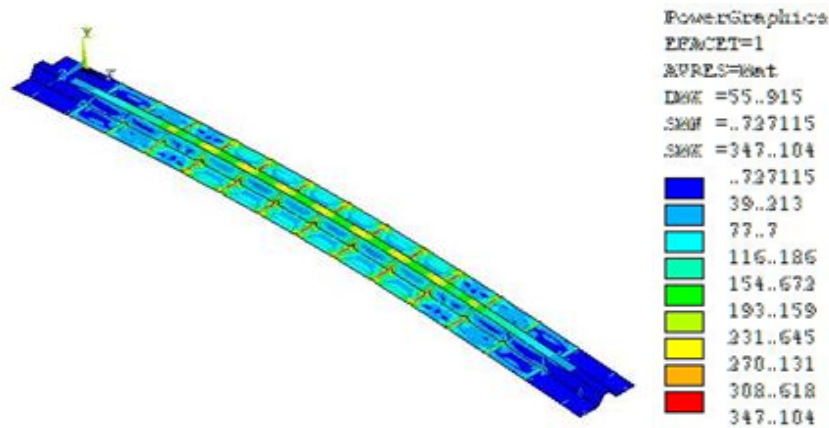


**Figura 2.31. Tensiones de Von Mises. Compresión pura. Resultados para máximo desplazamiento impuesto, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006)**



**Figura 2.32. Tensiones de Von Mises. Flexión positiva. Resultados para máximo desplazamiento impuesto, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006)**





*Figura 2.33. Tensiones de Von Mises. Flexión negativa. Resultados para máximo desplazamiento impuesto, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006)*

### 2.2.3.3 Cálculo de la resistencia última del panel curvado.

La resistencia última del panel curvado se determina mediante un modelo de elementos finitos 2D, (fig. 2.27). Dicho modelo se genera con cuarenta elementos finitos barra para dar la forma curva que posee el arco. Las propiedades efectivas de dichas barras se determinaron en el paso anterior mediante las simulaciones en 3D.

Las propiedades materiales empleadas para realizar el análisis son el módulo elástico y el coeficiente de Poisson. La no linealidad material no se contempla en el análisis, por lo que no es necesario introducir la relación bilineal tensión-deformación de un diagrama elasto-plástico.

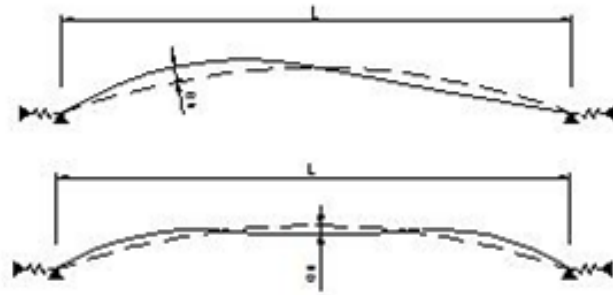
Se aplican dos restricciones diferentes en los apoyos del modelo. Por un lado, el desplazamiento vertical se fija a un valor nulo, mientras que por otro lado, el desplazamiento horizontal se restringe mediante un resorte elástico. La rigidez del resorte,  $k$ , (fig.2.34), debería ser similar a la rigidez horizontal de los elementos que soportan el panel. Se estima un valor de  $k = 10000$  N/mm/m.

Al igual que en la sección previa, el análisis se efectúa en dos pasos. En el primer paso se realiza un análisis lineal de pandeo, a partir de cual se obtienen los modos de pandeo, (fig.2.34). De este análisis se extrae la forma de imperfección inicial a introducir en al comienzo del siguiente paso.

La magnitud de dicha imperfección será,

$$e_0 = \frac{L}{400}$$

Donde  $L$ , es la luz salvada por el panel, (fig.2.34). Este valor se toma del Eurocódigo 3 Parte 2, (Eurocódigo 2004).

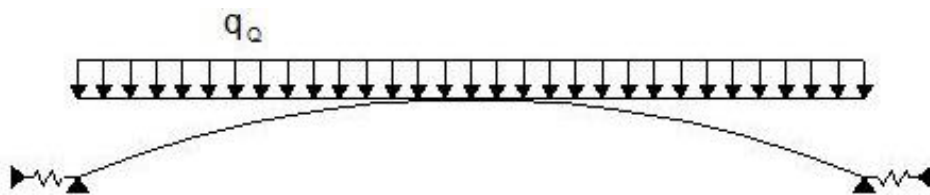


**Figura 2.34. Imperfecciones geométricas iniciales incluidas en los modelos, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006)**

En el segundo paso, se realiza un análisis geométrico no lineal aplicando el método de Newton-Raphson. Este segundo paso se realiza dos veces utilizando las dos primeras formas de imperfección inicial: simétrica y antisimétrica, (fig.2.34).

El cálculo se realiza empleando la siguiente combinación de cargas para Estado Límite Último.

$$\gamma_G \cdot q_G + \gamma_Q \cdot q_Q$$



**Figura 2.35. Carga repartida uniforme, (Casafont R. y Marimón C. 2006)**

Donde:

$\gamma_G$ , es el coeficiente parcial de seguridad para acciones permanentes, tomado como valor 1,35.

$\gamma_Q$ , es el coeficiente parcial de seguridad para acciones variables, tomado como valor 1,5.

$q_G$ , es el peso propio del perfil.

$q_Q$ , es la acción variable.

Se consideran cuatro hipótesis de carga distintas, que son función de la acción variable escogida, tal y como se puede apreciar en las figuras siguientes, (fig.2.36 a la fig.2.39).

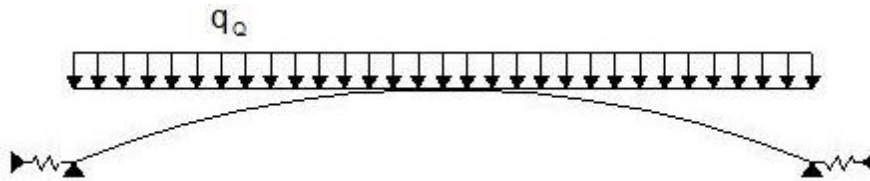


Figura 2.36. Carga repartida uniforme, (Casafont R. y Marimón C. 2006)

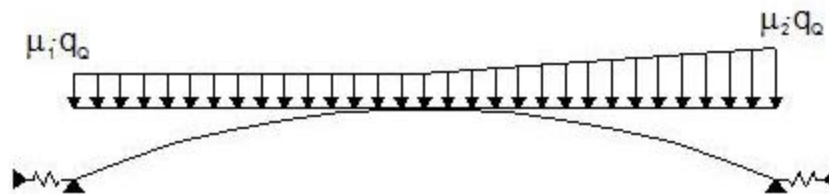


Figura 2.37. Carga de acumulación de nieve, (Casafont R. y Marimón C. 2006)

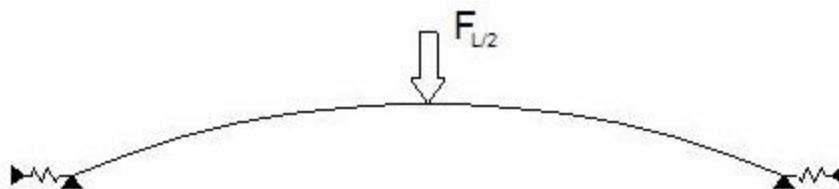


Figura 2.38. Carga puntal a L/2, (Casafont R. y Marimón C. 2006)

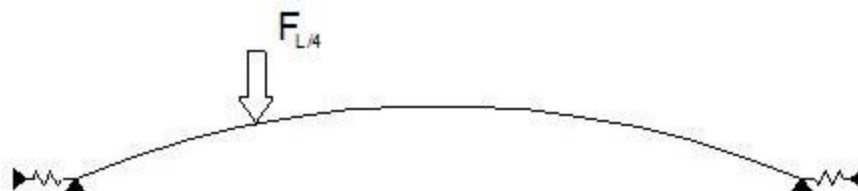


Figura 2.39. Carga puntal a L/4, (Casafont R. y Marimón C. 2006)

En el cálculo del desplazamiento vertical máximo se toma  $\gamma_G$ , y  $\gamma_Q$  con valor 1. Estado Límite de Servicio.

Para la verificación de la resistencia del panel, se emplea la expresión de interacción ente esfuerzos puros recomendada por el Eurocódigo 3 Parte 1-3, (Eurocódigo 2004)

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{cz,Rd}} \leq 1 \quad (2.3)$$

Donde,

$N_{Ed}$ , es la fuerza axial a compresión obtenida del análisis del panel 2D.

$M_{z,Ed}$ , es el momento obtenido en el análisis del panel 2D.

$N_{c,Rd}$ , es la resistencia de diseño de la sección transversal a compresión, la cual se determina a partir del valor del  $A_{eff}$  obtenido en las simulaciones de elementos finitos en 3D.

$$N_{c,Rd} = \frac{A_{eff} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2.4)$$

$M_{cz,Rd}$ , es el momento resistente de diseño de la sección transversal, el cual es determinado a partir del correspondiente módulo efectivo  $W_{eff(+)}$ , y  $W_{eff(-)}$ , dependiendo del signo del momento.

$$M_{cz,Rd} = \frac{W_{eff(+)} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2.5)$$

$$M_{cz,Rd} = \frac{W_{eff(-)} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2.6)$$

Siendo,

$f_y$ , el límite elástico del acero. (280MPa)

$\gamma_{M1} = 1,05$ , como coeficiente parcial de seguridad relativo a fenómenos de inestabilidad.

El cálculo de la resistencia del panel es un proceso iterativo. El análisis se repite hasta que el valor de la carga aplicada satisfaga la ecuación 2.3.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{cz,Rd}} \approx 1$$

Finalmente, se considera oportuno indicar que para determinadas parejas longitud-flecha, la carga admisible se limitó para prevenir que la reacción rasante en los apoyos fuese excesivamente elevada e imposible de absorber con medios de fijación convencionales. Para más detalles entorno a esta temática, se recomienda leer el artículo correspondiente, (Casafont, Marimón y Del Coz 2006).

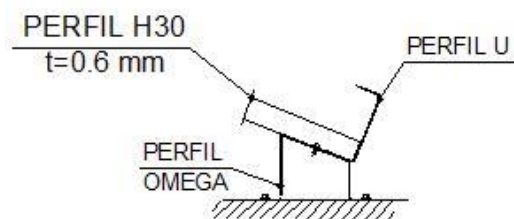
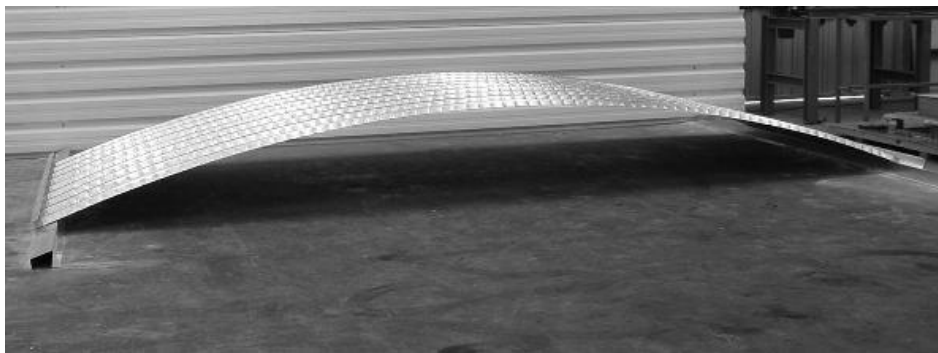


Figura 2.40. Detalle de unión entre el perfil y el pavimento, (Casafont R. y Marimón C. 2006).

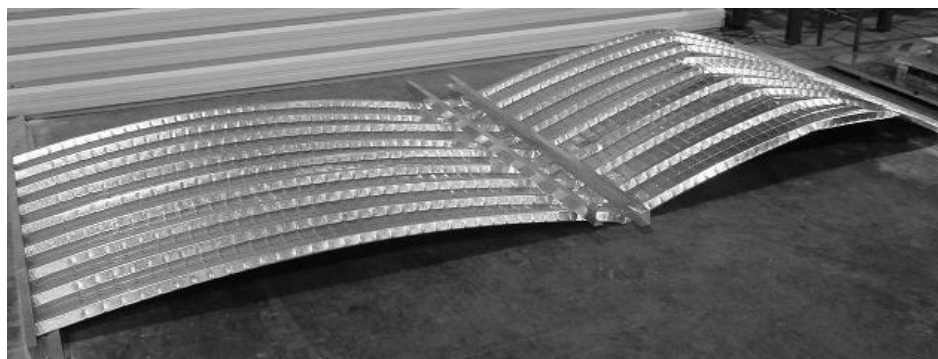
El detalle de fijación de la figura 2.40, fue el empleado en los ensayos experimentales. El perfil omega suele emplearse en obra cuando los elementos de sustentación no poseen la inclinación adecuada para recibir el arco.

#### 2.2.3.4 Ensayos experimentales.

Con el fin de verificar el proceso de cálculo mostrado en las secciones previas se realizaron tres ensayos experimentales. Dos ensayos empleando el perfil H-30, cuya sección transversal posee una altura de 30mm, y un ensayo empleando el perfil H-40, (fig.2.41 y fig.2.42), cuya sección transversal posee una altura de 40mm.



*Figura 2.41. Panel H-40 antes de la realización del test, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006)*



*Figura 2.42. Panel H-40 después de la realización del test, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006)*

Las dimensiones de los paneles, que fueron medidas en laboratorio, se muestran en la Tabla 2.1.

**Tabla 1. Dimensiones de los paneles.**

Panel	t	L	f	h
	mm	mm	mm	mm
H30-1	0.58	5900	510	30
H30-2	0.58	5900	503	30
H40	0.57	5860	598	40

*Tabla 2-1. Dimensiones de los paneles nervados, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006)*

En la tabla 2.2 se puede observar el valor del límite elástico y tensión de rotura. Dichos valores se obtuvieron mediante la realización de ensayos experimentales a tracción, a partir de muestras tomadas de los paneles.

Tabla 2. Propiedades del acero.

Panel	$f_y$	$f_u$
	N/mm <sup>2</sup>	N/mm <sup>2</sup>
H30-1	347	393
H30-2	347	393
H40	391	405

Tabla 2-2. Medición de las propiedades del acero, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006)

La figura 2.43 muestra la preparación del ensayo y las condiciones de contorno. Se puede observar que el panel curvado está conectado a una losa de hormigón a través de dos perfiles auxiliares omega. Se hace notar que en los perfiles H30-2 y H-40, ambos apoyos estaban conectados al perfil, mientras que en el panel H30-1, solo un apoyo estaba conectado. En este caso se quería evaluar la resistencia de la sección trabajando solo a flexión. En todos los ensayos la carga se aplicó en la mitad de la luz.

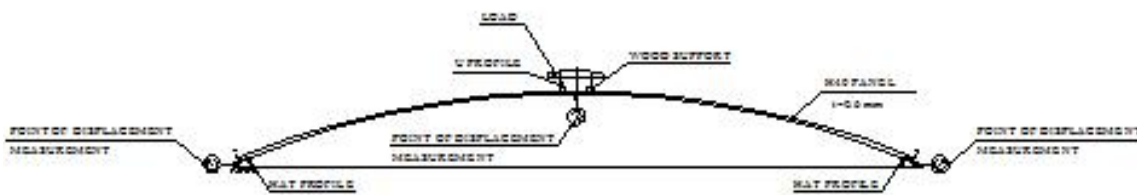


Figura 2.43. Detalle de las condiciones de contorno y esquema de preparación del test, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006)

La tabla 2.3 muestra la carga última y el desplazamiento vertical obtenidos en los ensayos experimentales y en las simulaciones. Los paneles fallaron debido al colapso de la sección transversal en la zona de aplicación de la carga.

Tabla 3. Resultados de los test y cálculos efectuados.

Panel	Experimental		Cálculo		k
	Fu	dv	Fu	dv	
	N/mm	mm	N/mm	mm	
H30-1	600	185	549	-	0
H30-2	1900	56	1969	70	1060
H40	2440	50	2460	54	1060

Tabla 2-3. Resultados obtenidos, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006)

Se puede observar las buenas predicciones de resistencia obtenidas para los especímenes H30-2 y H-40. Para el panel H30-1 se obtiene un resultado un tanto conservador.

Los resultados obtenidos en los ensayos experimentales corroboran que el procedimiento propuesto es correcto, por lo que se considera que este método puede ser empleado para predecir la resistencia de los paneles.

### 2.2.3.5 Conclusiones de los autores.

Los autores exponen que el método propuesto resulta eficiente, ya que una vez que las propiedades efectivas son conocidas, el cálculo de la capacidad de carga última del panel es muy rápido a través del empleo del modelo en 2D. Ello permite realizar con facilidad un gran número de cálculos para configuraciones geométricas diferentes, cambiando la luz y el radio de curvatura.

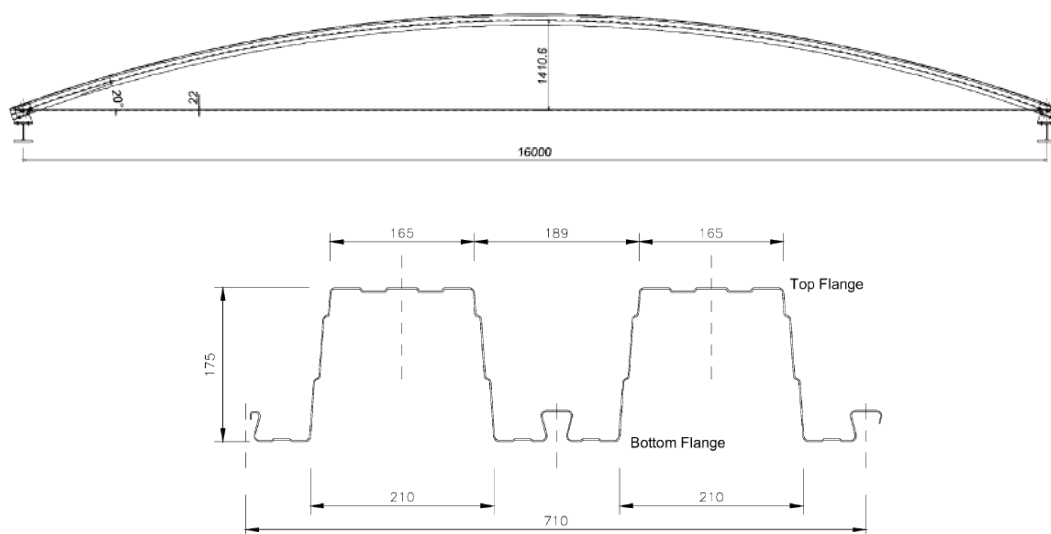
Por otro lado, la coherencia entre los valores obtenidos, por simulación y ensayos experimentales, corroboran la viabilidad del método empleado.

Finalmente, hacen notar que la investigación presentada está todavía en desarrollo. El trabajo estaba focalizado en ese momento en determinar en qué medida la embutición afecta al panel nervado original.

## 2.2.4 Investigación desarrollada por Caramelli, Croce y Salvatore.

### 2.2.4.1 Introducción.

Lo que más llama la atención de este artículo, (Caramelli, Croce y Salvatore 2001), reside en el hecho del empleo de paneles de segunda generación para la realización de arcos estructurales por estampación para salvar unas luces comprendidas entre 15m y 20m, (fig.2.44). Ello implica que la industria sigue avanzando en el desarrollo de este sistema estructural.



**Figura 2.44.** Arco estructural por estampación a partir de panel nervado EGB200, (Caramelli, Croce y Salvatore 2001)

El problema con el se encuentran estos investigadores es doble. Por un lado, está la problemática de la afección de la embutición sobre el panel nervado. Por otro lado, la presencia de varios rigidizadores en la sección.

El Eurocódigo 3 permite el cálculo de las propiedades efectivas de elementos comprimidos hasta un máximo de dos rigidizadores intermedios por elemento de sección a través de un proceso iterativo, (Eurocódigo 3, Parte 1-3, apartado 5.5.3.3). Ello complica en cierto grado esta investigación, ya que se desconocen las características mecánicas del panel nervado original, lo cual implica, que no se posee una referencia inicial para saber en qué medida han cambiado, o se ven afectadas las propiedades mecánicas del elemento al someterlo al proceso de estampación.

En base a ello, la investigación, y el contenido del artículo, se centra en la determinación de las propiedades eficaces del panel, (perfil EGB2000), sin embuticiones.

#### **2.2.4.2 Cálculo de las propiedades efectivas del panel sin embuticiones.**

Para establecer un método en la determinación de las propiedades efectivas de paneles nervados multirigidizados, los autores aplican el Eurocódigo 3, parte 1-3, a este panel y realizan simulaciones con el programa de cálculo ADINA. El objetivo es verificar la viabilidad en la aplicación de la normativa.

Para tal cometido, secciones de un metro de longitud del panel EGB200 fueron sometidas a esfuerzos de tracción pura, compresión pura y flexión pura. Los espesores empleados fueron: 0.8mm, 1mm, 1.2mm y 1.5mm, y los aceros empleados fueron S235, S275 y S355.

Caramelli, Croce y Salvatore, exponen que la aplicación del Eurocódigo 3 al panel EGB200, reduce considerablemente las propiedades efectivas.

Las simulaciones con ADINA se realizaron por desplazamiento impuesto y mediante un análisis geométrico y material no lineal. Se indujo una magnitud de imperfección inicial empleando el primer modo de pandeo.

A pesar de la considerable reducción en las propiedades efectivas que produce la aplicación del Eurocódigo 3 se observa que los valores obtenidos, al compararlos con las simulaciones, no están del lado de la seguridad.

Los autores afirman: *“es evidente que los valores relativos a la aplicación del Eurocódigo 3 no son totalmente satisfactorios. Una investigación adicional es necesaria para evaluar la resistencia mecánica del perfil”*.



Esta conclusión hace que los autores realicen ensayos experimentales y nuevas simulaciones numéricas.

#### **2.2.4.3 Ensayos experimentales.**

Los análisis fueron llevados a cabo para determinar la resistencia de los perfiles y estudiar su mecanismo de colapso. Se realizaron ensayos a compresión pura, flexión pura, y ambos esfuerzos combinados.

A partir de los ensayos experimentales fue posible obtener información acerca de los mecanismos de colapso y del comportamiento plástico de los perfiles.

Básicamente, se observa que después de un fenómeno de inestabilidad local, que progresivamente afecta a los elementos planos reduciendo su área efectiva, y que va acompañado de fenómenos de inestabilidad global y distorsión, el colapso sucede rápidamente. En la fase post-colapso el perfil exhibe bastante buena ductilidad hasta el pandeo de los elementos rigidizados laterales, momento en el cual el fallo sucede de manera repentina.

#### **2.2.4.4 Simulaciones numéricas.**

Para estudiar en detalle el fenómeno observado durante los ensayos de compresión, se lleva a cabo un nuevo y más refinado modelo numérico para reproducir el comportamiento mecánico, así como las condiciones de contorno y carga de los ensayos. Se realiza un análisis elástico de pandeo y un análisis elasto-plástico no lineal.

Estos análisis, que ya daban resultados más acordes con los ensayos, revelaron que el comportamiento mecánico del perfil está fuertemente influenciado por el tamaño y forma de la imperfección inicial.

#### **2.2.4.5 Conclusiones de los autores.**

Los autores afirman que, los análisis numéricos iniciales han revelado que la aplicación del Eurocódigo 3, parte 1-3, para este caso específico, da lugar a valores de resistencia que no garantizan un adecuado margen de seguridad. Con el fin de ratificar esta afirmación se realizaron ensayos experimentales y análisis numéricos.

Caramelli, Croce y Salvatore, concluyen exponiendo que aunque los rigidizadores intermedios aumentan la resistencia del perfil su funcionamiento es complicado. La inestabilidad local va acompañada por fenómenos de inestabilidad global y distorsión. La interacción entre estos fenómenos gobierna el mecanismo de colapso. Por otro lado, el desarrollo de distintas inestabilidades está fuertemente influenciado por el tamaño y forma de cualquier magnitud de

imperfección inicial. En general, los resultados obtenidos reflejan el bien conocido comportamiento complejo de los perfiles conformados en frío.

Por último, los autores hacen saber que para determinar las características mecánicas, y los parámetros que gobiernan el comportamiento de perfiles multirigidizados, se realizarán más estudios.

### 2.2.5 Sumario.

En relación a la investigación desarrollada en la **Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Valencia**, (Lapuebla-Ferri, Jimenez-Mocholí y Cervera-López 2009), los autores exponían que la falta de coherencia entre los resultados obtenidos en las simulaciones por el método de los elementos finitos y los ensayos experimentales venía provocada básicamente por:

- No introducir tensiones residuales en los modelos por el MEF.
- Los apoyos no habían sido modelados correctamente en las simulaciones por el MEF.

A mayores de estos puntos, cabría la posibilidad de considerar otra serie de factores que han podido influir en la poca afinidad entre los resultado por el MEF y los ensayos. Por otro lado, se observa una cierta falta de información en algunos aspectos.

Los puntos a considerar serían:

- a) Obtención de las propiedades efectivas de los paneles nervados con embutición. En el artículo no queda claro cómo se han obtenido dichas propiedades. Simplemente, se afirma que se han obtenido siguiendo las especificaciones de Eurocódigo 3, parte 1-3, y de *Normenausschuss Bauwesen. Deutscher Ausschuss für Stahlbau. DIN 18800. Part 2*.
- b) Las imágenes del modelado de elementos finitos 3D, (fig.2.21), ofrecen la visión de un modelo sin estampaciones. Ello puede originar cierta discrepancia entre las simulaciones y los ensayos experimentales, dado que no está muy claro cómo se han obtenido las propiedades efectivas del panel nervado con embutición,
- c) El cálculo del arco no puede ser llevado a cabo con un análisis lineal. El razonamiento en torno a esta cuestión no es acertado. El hecho de que la sección sea de clase 4 no implica un análisis lineal. El análisis correcto del arco pasaría por la realización de un análisis geométrico y material no lineal, (véase Anexo A).
- d) Dado que el análisis ha de ser material y geoméricamente no lineal, la introducción de imperfecciones, tanto locales como globales, ha de ser considerada.

En relación a la investigación desarrollada en la **Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Barcelona**, (Casafont, Marimon y Del Coz 2006), cabe apuntar que los resultados obtenidos mediante las simulaciones por el MEF y los resultados obtenidos en los ensayos experimentales eran coherentes, por lo que se considera que el método de análisis era correcto.

En cuanto a la investigación desarrollada en la **Universidad de Pisa**, (Caramelli, Croce y Salvatore 2001), cabe decir que los autores centran buena parte de su estudio en la determinación de las propiedades efectivas del panel nervado sin embutición, dada la dificultad que entraña el análisis de perfiles de acero conformado en frío cuando la sección presenta varios rigidizadores.

Estos autores exponen que el mecanismo de fallo del perfil analizado, así como el comportamiento post-colapso, está gobernado por fenómenos locales, globales y de distorsión.

Esta situación pone de relieve la complejidad que puede alcanzar el análisis de arcos por embutición cuando se emplean paneles nervados de segunda y tercera generación para su obtención.

Otro factor sobre el que los autores llaman la atención, es la influencia que ejerce en el desarrollo de un mecanismo de fallo u otro, la forma y magnitud de imperfección.

En el capítulo 4, donde se presentará la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación, se podrá observar como el desarrollo de un mecanismo de fallo está fuertemente condicionado por el tamaño, posición y forma, de cualquier imperfección inicial.

Esta es una de las razones por la que en las simulaciones por el método de los elementos finitos desarrolladas en esta tesis, (capítulo 5), las cuales se encaminan a la determinación de los patrones de colapso que gobiernan el fallo ante las sollicitaciones de flexión pura y compresión pura, se realice un estudio de sensibilidad a la forma y magnitud de imperfección para cada una de estas sollicitaciones.

## 2.3 ARCOS ESTRUCTURALES POR EMBUTICIÓN A PARTIR DE MONO-ONDAS.

### 2.3.1 Introducción.

Los arcos estructurales de acero conformado en frío por embutición a partir de grandes mono-ondas tienen una gran difusión en China. La mayoría de las empresas dedicadas a la producción de este elemento estructural, y la mayoría de los artículos científicos destinados al tratamiento de esta temática, proceden de este país.

El proceso de conformado de este elemento estructural es sencillo, y se realiza con una sola máquina. En algunas ocasiones, esta máquina se traslada a obra con el fin de ejecutar “in situ” la construcción. Dadas las dimensiones de los arcos, (entre 20m y 30m), puede llegar a ser más sencillo ejecutar estos elementos en el lugar de la construcción que proceder a su traslado por carretera.

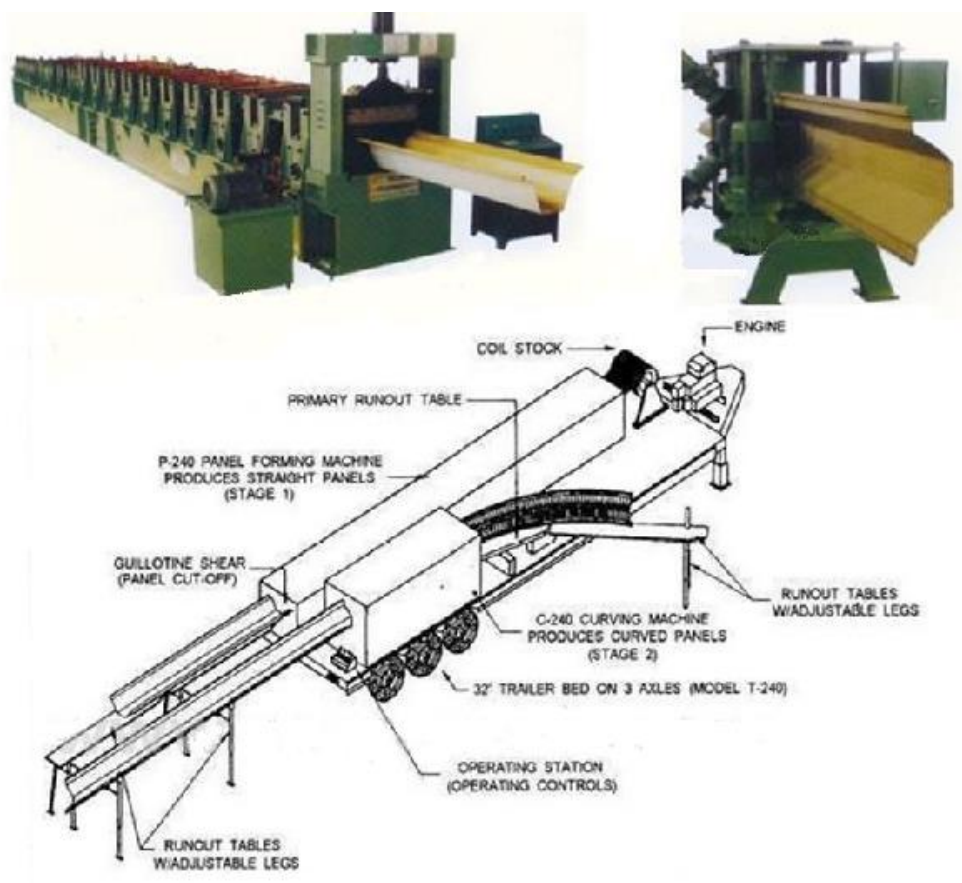


Figura 2.45. Maquinaria de fabricación, ([www.archconstruction.ru/data/Chine\\_machines.pdf](http://www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf)).

Tal y como se puede observar en las figuras 2.45 y 2.46, la producción se realiza introduciendo el material saliente de una bobina de acero por una cara de la máquina, la cual pliega el material hasta conformar una gran mono-onda que normalmente posee sección trapecial o en forma de

“U”. Obtenida la sección, se introduce de nuevo en la máquina por una abertura adyacente a la anterior, en la cual, se realiza una estampación agresiva, continua y casi sin separaciones, con el fin curvar la pieza. Por la otra cara de la máquina se recoge un arco ya conformado.



*Figura 2.46. Proceso de fabricación "in situ", ([www.archconstruction.ru/data/Chine\\_machines.pdf](http://www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf))*

Obtenidos varios arcos, mediante el proceso reseñado en las figuras 2.45 y 2.46, se procede a la unión de los mismos por sus caras laterales, (fig.2.47), y a su “puesta en pie” para construir una nave industrial o un hangar, (fig.2.48).

Observando las figuras 2.47 y 2.48 se puede apreciar como sería el proceso de la construcción de un hangar.

En primer lugar se procede a la unión de varios arcos estructurales:



*Figura 2.47. Aspecto formal del elemento, ([www.archconstruction.ru/data/Chine\\_machines.pdf](http://www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf))*

Y a continuación se procede a su “puesta en pie”.



**Figura 2.48. Construcción de un hangar.** ([www.archconstruction.ru/data/Chine\\_machines.pdf](http://www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf)).

Tal y como se ha expuesto, habitualmente las construcciones suelen ser hangares, aunque también se han construido otros tipos edificatorios, tal y como se puede observar en la figura 2.49.



**Figura 2.49. Aplicaciones,** ([www.archconstruction.ru/data/Chine\\_machines.pdf](http://www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf)).

Estas imágenes hacen pensar en lo extendida que está esta tipología estructural en algunos países y como va ganando terreno en el mercado.

El tipo de sección transversal depende del país en que se produzca, pero normalmente las dimensiones de las secciones rondan entre 120mm-250mm de alto, 300mm-650mm de ancho, y espesores entre 0,6mm y 1,5mm. La geometría de la sección suele ser en forma de “U”, o trapecial.

Veamos a continuación, a modo de ejemplo, las dimensiones habituales de las secciones en “U”, (fig.2.50), y trapeciales, (fig.2.51).

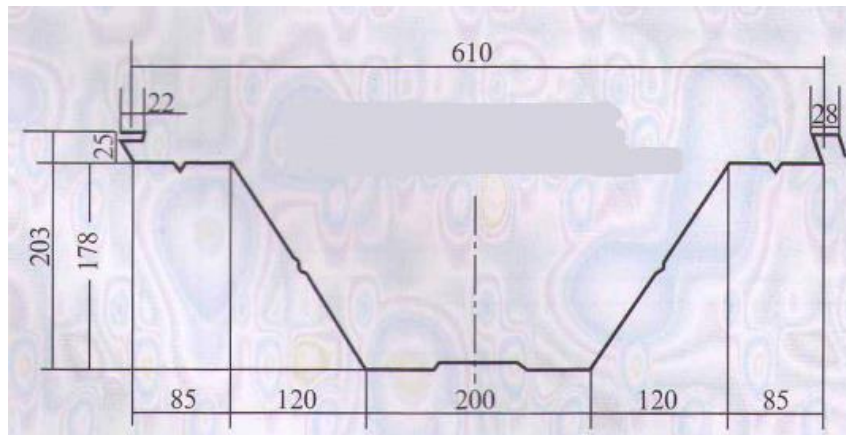


Figura 2.50. Sección trapezoidal, ([www.archconstruction.ru/data/Chine\\_machines.pdf](http://www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf))



Figura 2.51. Sección en "U", ([www.archconstruction.ru/data/Chine\\_machines.pdf](http://www.archconstruction.ru/data/Chine_machines.pdf)).

Aunque la edición de artículos sobre esta tipología es algo mayor, no se puede considerar un campo muy trabajado a nivel de investigación científica. Aun así, la presentación de una serie de artículos dedicados a la investigación del curvado de secciones mono-ondas se considera relevante para la tesis, dado que la problemática de este elemento estructural reside en el desconocimiento del efecto de la embutición sobre el perfil.

En general la situación es la misma. Ninguna normativa recoge un método de cálculo donde se tenga en cuenta la presencia de las embuticiones, no existen ensayos estandarizados a partir de los cuales obtener su resistencia, y la existencia de investigaciones focalizadas en este tema es muy baja.

A modo de sumario, se presenta a continuación una serie de artículos que se han seleccionado con la idea de exponer, de una manera breve, el estado de la cuestión en torno a esta temática.

Los artículos han sido categorizados en función de su contenido, y no de manera cronológica, con el fin de que el lector pueda hacerse una idea rápida de las investigaciones que aquí se presentan.

a) **Ensayos experimentales. (Apartado 2.3.2)**

a.1) Ensayos a compresión pura. Xu, Gong y Guo, 2001.

a.2) Ensayos a flexión pura. Sivakuraman y Guo, 2000.

b) **Estudios analíticos y ensayos experimentales. (Apartado 2.3.3)**

b.1) Ensayos a compresión pura y flexo-compresión. Comparación mediante MEF. Wu, Gao, Shi y Wang, 2006.

b.2) Ensayos sobre arcos estructurales completos de entre 22m y 30m. Comparación mediante MEF. Xiliang, Yong y Fuhai 1999.

c) **Apuntes teóricos sobre la ortotropía del elemento. (Apartado 2.3.4).**

c.1) Asodenku y Mukhopadhyay 1999.

c.2) Fan Xuewei, 2001.

Por último, en el apartado 2.3.5 se presentará un breve resumen y las reflexiones realizadas entorno las investigaciones presentadas.

### **2.3.2 Ensayos experimentales.**

En este apartado se presentan investigaciones en las que únicamente se han realizado ensayos experimentales. Dichos ensayos están encaminados a determinar la capacidad última de los perfiles mono-ondas con embutición ante las solicitaciones de compresión pura y flexión pura. Para ello, y a modo de comparativa, los autores realizan también ensayos sobre perfiles mono-ondas sin embutición y ante las mismas solicitaciones.

Todos los ensayos se han realizado con criterios muy similares, lo cual es debido a la presencia de un mismo autor en ambos artículos, (Guo).

#### **2.3.2.1 Xu, Gong y Guo, 2001.**

Ante el vacío existente de procedimientos estandarizados para el ensayo de dichos paneles a compresión pura, Xu, Gong y Guo, (Xu, Gong y Guo 2001), proponen la realización de los siguientes tipos de ensayos:

- a) Ensayos a compresión pura de “**esquina**” y “**alma**”.
- b) Ensayos a compresión pura de “**sección completa**”.



La realización de ensayos a compresión pura de “esquina”, “ala” y “sección completa”, sugiere que los autores pretenden determinar si la resistencia de estos perfiles está en su mayor parte confinada en las esquinas, tal y como sucede en las secciones trapeciales de acero conformado en frío habituales afectadas por abolladura local.

La sección transversal de la mono-onda posee la geometría siguiente, (fig.2.52):

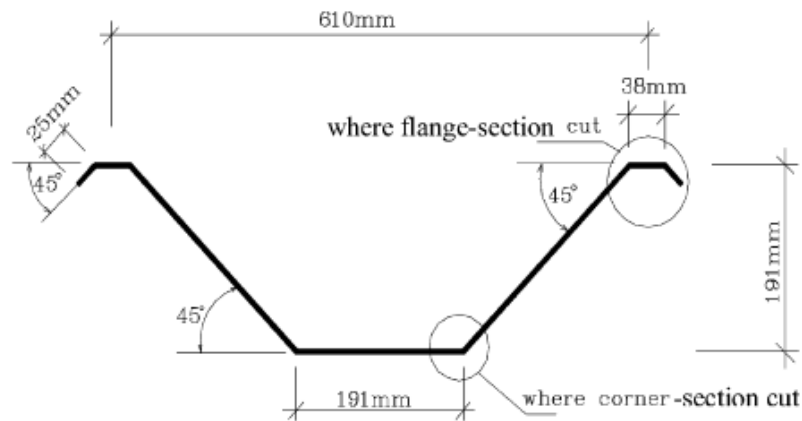


Figura 2.52. Sección trapecoidal ensayada, (Xu, Gong y Guo 2001)

Los ensayos de “esquina” y “ala” se realizaron con los especímenes obtenidos mediante corte parcial de la sección transversal en la zona señalada con círculos en la figura precedente, (fig.2.52). Las piezas así concebidas poseían el siguiente aspecto, (fig.2.53):

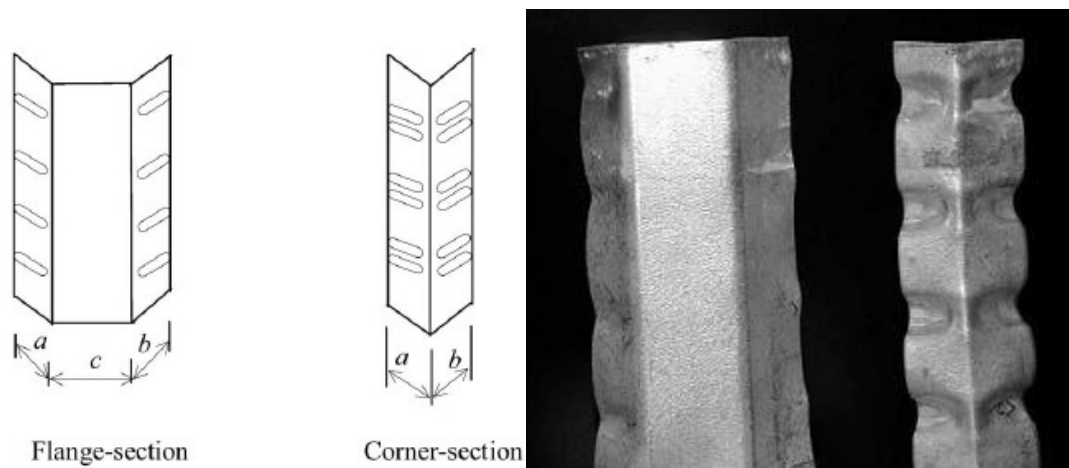


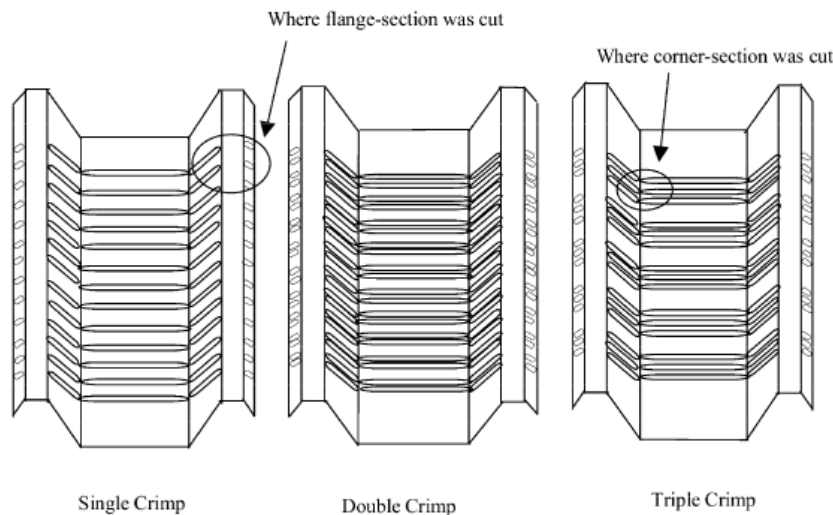
Figura 2.53. Especímenes para los test, (Xu, Gong y Guo 2001)

Los ensayos de “sección completa” son, tal y como indica su nombre, con la totalidad de la sección transversal.

Los tipos de paneles ensayados se denominaron: “eave”, “roof” y “straight”. Los dos primeros, son curvados. El primero presenta mayor curvatura que el segundo, y por tanto la profundidad

de la embutición es mayor. El tercer tipo, “*straight*”, no presenta embuticiones y se ensaya para tener valores de referencia.

Los perfiles “*eave*” y “*roof*” podían presentar: una, dos o tres embuticiones, tal y como se puede apreciar en la siguiente figura:



**Figura 2.54. Especímenes con simple, doble o tripe embutición, (Xu, Gong y Guo 2001)**

De manera genérica, el ancho de las embuticiones es de 17-22mm, su profundidad de 3-8mm y la separación entre las mismas de 30-43mm.

Se realizaron 198 test a compresión, de los cuales 114 eran de “esquina” y “alma” y 84 de “sección completa”. Las piezas fueron cortadas directamente de los arcos y por tanto poseen la curvatura real.

### 2.3.2.1.1 Ensayos a compresión de “esquina” y “alma”.

Para los especímenes de **esquina con embutición**, se observó que el modo típico de fallo era de pandeo local, el cual siempre sucedía entre dos corrugas, (fig.2.55, izquierda)

Para los especímenes de **esquina sin embutición**, se observó que el modo de fallo era pandeo torsional, que es el modo típico de fallo de perfiles en forma de “L” bajo cargas de compresión, (fig.2.55, derecha).

Para los especímenes de **alma, con y sin embutición**, el modo de fallo fue de pandeo local, (fig.2.56). En el caso de perfiles corrugados, el fallo se producía siempre entre las embuticiones.

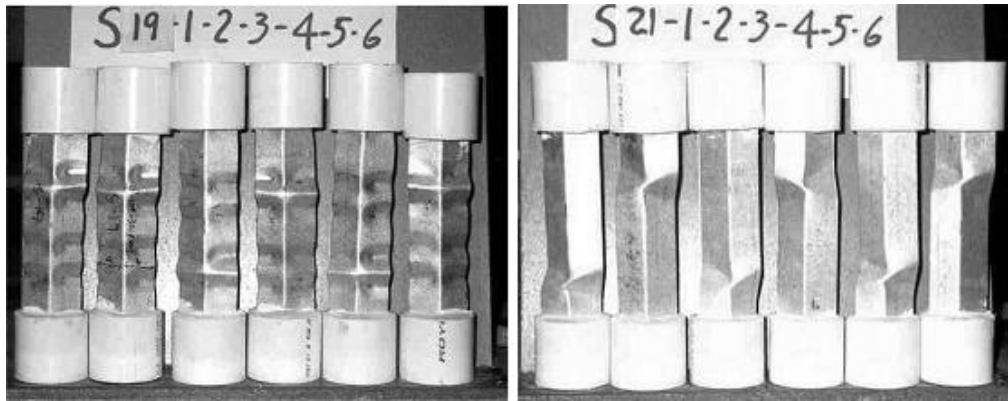


Figura 2.55. Modos de fallo. Especímenes con y sin estampaciones, (Xu, Gong y Guo 2001)

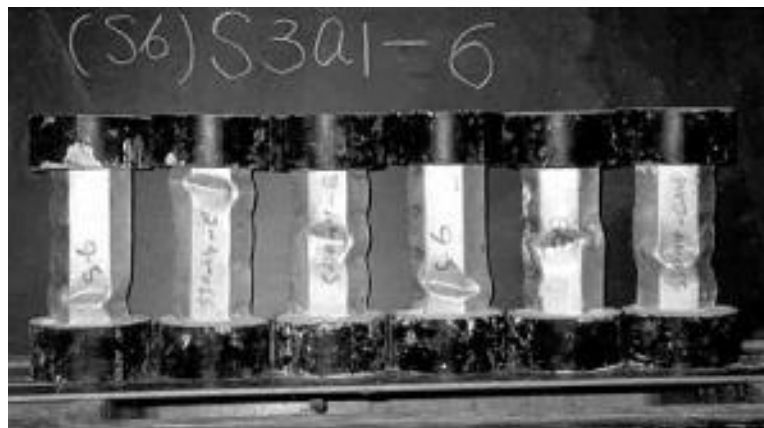


Figura 2.56. Modos de fallo de alma, (Xu, Gong y Guo 2001)

Se hace constar aquí que los autores toman como referencia la resistencia de los especímenes sin embutición para definir la de los especímenes con embutición, por lo que la resistencia de los especímenes corrugados es expresada en términos relativos respecto a los especímenes planos.

En base a ello, los autores exponen que la resistencia de los perfiles en “**esquina**” es de un 61-80% respecto a la de los perfiles “en esquina” tomados como referencia, esto es, planos, o sin embuticiones.

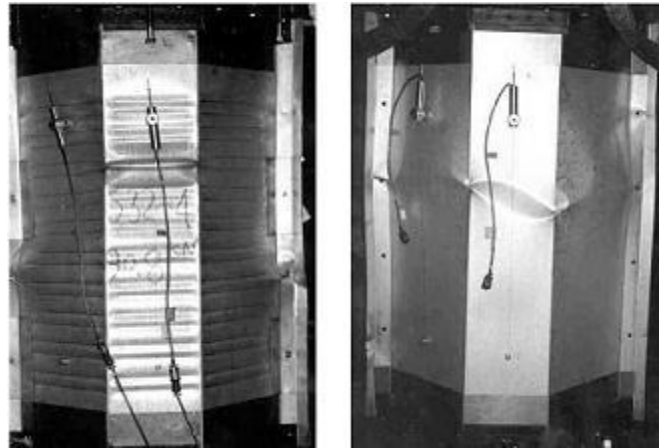
Los autores observan que la carga última alcanzada por el “**alma**” de los perfiles con embutición es de un 80-105% respecto al “alma” de los perfiles tomados como referencia, esto es, planos, o sin embutición.

### 2.3.2.1.2 Ensayos a compresión de “sección completa”.

En relación a los especímenes de **sección completa**, con y sin embutición, el fallo vino provocado por pandeo local, (fig.2.57). El pandeo torsional no apareció en ninguna probeta.

En las secciones completas con una y dos embuticiones, se observó que el fallo sucedía entre las mismas, y que cuando los especímenes se acercaban a la carga última se producía un aplastamiento de las esquinas.

Se observó también una menor resistencia en los perfiles con tres embuticiones. Los autores hacen notar que de estos especímenes sólo se realizaron 6 ensayos.



*Figura 2.57. Modos de fallo sección completa, (Xu, Gong y Guo 2001)*

Xu, Gong y Guo, (Xu, Gong y Guo 2001), exponen que la carga última alcanzada por los perfiles de sección completa con embutición es de un 72-105% respecto a la de los perfiles de referencia.

### **2.3.2.1.3 Conclusiones de los autores.**

Los autores extraen como conclusión que el modo de fallo de los perfiles corrugados es de pandeo local, lo cual es lógico, ya que el ratio ancho-espesor que poseen dichos paneles es amplio. Por otro lado, el fallo siempre se producía entre las embuticiones.

La resistencia y rigidez del arco está substancialmente afectada por la curvatura del panel, la cual viene influida por la profundidad de la corruga. Los paneles con mayor curvatura tienen menor resistencia y rigidez que los paneles con menor curvatura.

### **2.3.2.2 Sivakuraman y Guo, 2000.**

Sivakumaran y Ping Guo, (Sivakuraman y Guo 2000), realizan 120 ensayos a flexión pura. De los 120 ensayos, 66 se realizaron a flexión pura negativa, y 54 a flexión pura positiva. Los especímenes se cortaron directamente de arcos y por tanto poseen la curvatura real.

Los perfiles analizados son exactamente los mismos que los del artículo anterior, (fig.2.52 y fig.2.54). Como peculiaridad, decir que en el perfil sin embuticiones, (“*straight*”), la luz coincidirá con su longitud, es decir, no será un arco.

### 2.3.2.2.1 Flexión pura negativa.

Un 85% de los especímenes fallaron en la región de momento constante. Los fallos ocurrían en, o cerca de los puntos de carga.

Todos los **especímenes con embuticiones** fallaron por aplastamiento, (*wrinkling*), el cual estaba siempre limitado a las esquinas de la sección trapecial comprimida, y entre dos embuticiones. A veces se extendía a un par de embuticiones adyacentes. Los fallos aparecían de manera brusca, y no había deformaciones locales visibles en los momentos previos en los que se alcanzaba la carga última.

En el caso de la **sección plana**, esto es sin embuticiones, el fallo vino causado por pandeo local, el cual fue visible antes de alcanzar la carga última, y se observó cierta capacidad post-colapso.

De nuevo la resistencia de los perfiles con embutición es expresada por los autores de manera relativa respecto a los especímenes planos.

Se observa que los especímenes con embutición a flexión pura negativa alcanzan una resistencia de un 74-91%, respecto a la de los especímenes planos.

### 2.3.2.2.2 Flexión pura positiva.

Al igual que en el caso precedente, la mayor parte de los paneles fallaron en la zona donde el momento era constante.

Los modos de fallo observados a flexión pura positiva fueron similares a los obtenidos a flexión pura negativa. En los **perfiles con embutición** el fallo se produjo por aplastamiento de las esquinas comprimidas y entre dos embuticiones, y en los **perfiles sin embutición** el fallo fue de pandeo local.

Se observó que a flexión pura positiva los paneles curvados ofrecían una resistencia de un 67-85% respecto a los paneles rectos.

### 2.3.2.2.3 Conclusiones de los autores.

Los autores concluyen el artículo afirmando que el modo de fallo dominante a flexión pura es local, y que los paneles curvados con embutición alcanzan cargas últimas menores respecto a los perfiles planos y sin embutición.

En todos los ensayos se emplearon paneles idénticos con una, dos y tres embuticiones, y se observó que el número de las embuticiones no parecía tener influencia.

### 2.3.3 Estudios analíticos y ensayos experimentales.

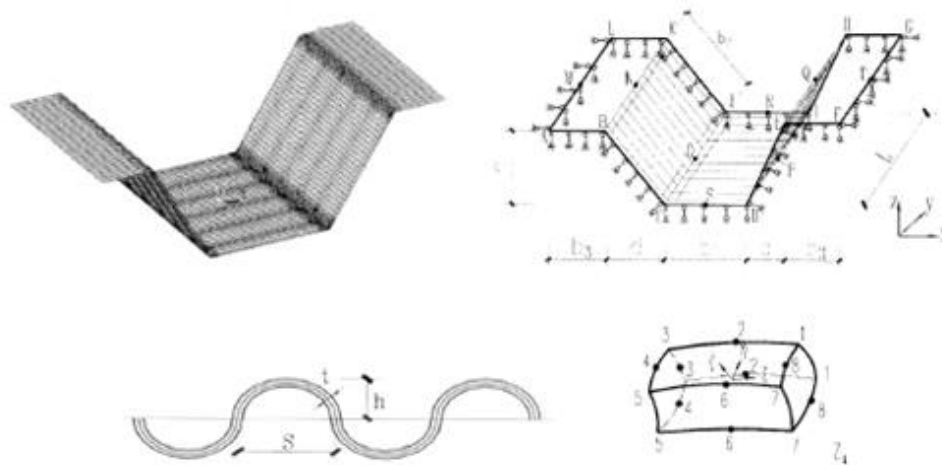
#### 2.3.3.1 Wu, Gao, Shi y Wang, 2006.

Wu, Gao, Shi y Wang, (Wu, y otros 2006), analizan el comportamiento de secciones mono-ondas con embuticiones ante las solicitaciones de compresión pura y flexo-compresión, mediante la realización de simulaciones por el MEF y ensayos experimentales.

El objetivo de la investigación es verificar si el modelo de elementos finitos propuesto para los perfiles mono-onda con embutición es correcto. En base a ello, no se hace una comparativa con perfiles planos y sin embutición.

##### 2.3.3.1.1 Estudios analíticos.

El modelo de elementos finitos realizado por estos autores se presenta en la figura 2.58.



**Figura 2.58. Modelo de elementos finitos, (Wu, y otros 2006)**

Como se puede observar, se introduce en el modelo un tipo de onda que simula las embuticiones, cuyas dimensiones son: ancho 25mm, (S), altura 1,6mm, (h), y el espesor oscila entre 0,6mm y 1,5mm, (t).

De acuerdo con la naturaleza inherente de la estructura se emplea un elemento lámina curvado, ya que según los autores, este tipo de elemento es especialmente eficiente para el análisis de placas y láminas con formas y condiciones de contorno arbitrarias. El modelo llevará 16 nodos para dar la forma, 8 en la cara superior y 8 en la cara inferior. La malla será más densa en los radios de acuerdo y el modelo irá restringido con apoyos en los laterales.

En la figura 2.59 se pueden ver los modos de fallo obtenidos en las simulaciones.

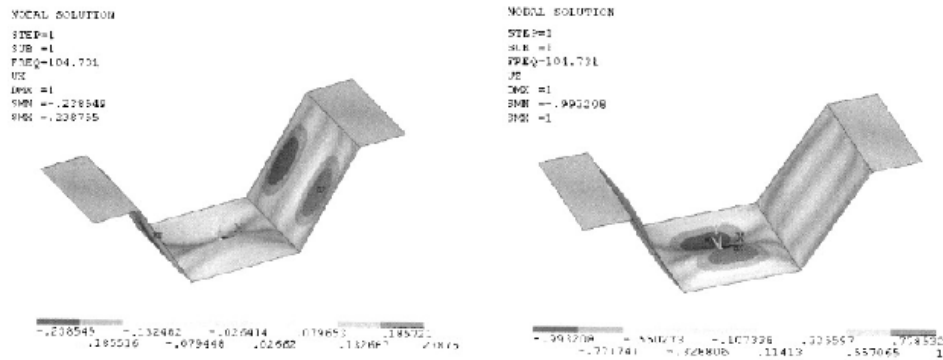


Figura 2.59. Resultados analíticos. Carga axial y carga excéntrica, (Wu, y otros 2006)

Los modelos por el método de los elementos finitos sometidos a **compresión pura** mostraron concavidad en el alma y convexidad en el ala, lo cual es un modo de fallo típico por pandeo local.

Los modelos por el método de los elementos finitos sometidos a **flexo-compresión** mostraron convexidad y “arrugamiento” del alma, con tendencia a extenderse hacia las esquinas en el momento cercano al fallo. En este caso el fallo venía provocado por una plastificación local.

### 2.3.3.1.2 Ensayos experimentales.

En la figura 2.60 se puede apreciar los modos de fallos obtenidos en los ensayos experimentales. El espécimen SP2 de la figura 2.60 fue solicitado a compresión pura, mientras que los especímenes SP4 y SP6, que se presentan en la misma figura, fueron solicitados a flexión pura.

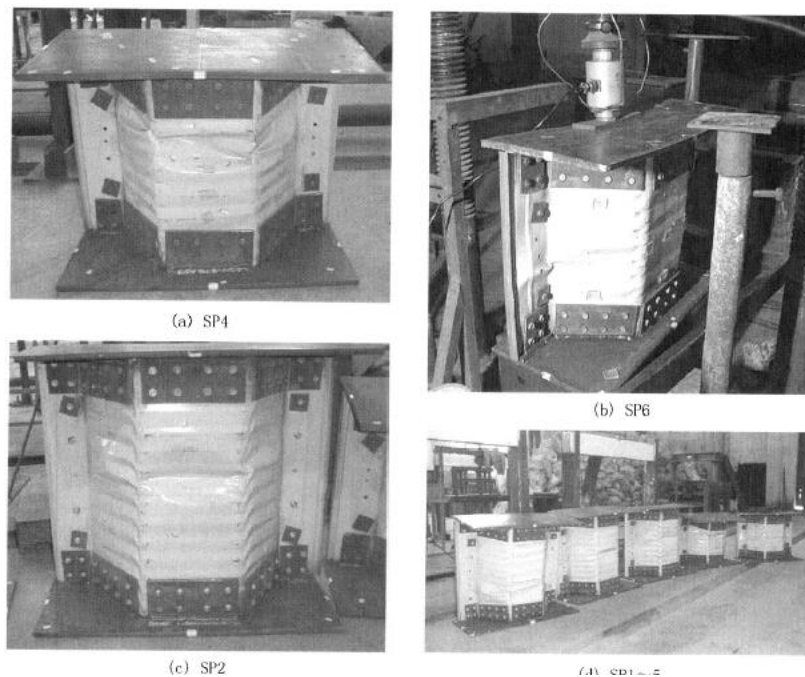


Figura 2.60. Especímenes SSP4, SSP5, SSP6 y SSP2, (Wu, y otros 2006).

Según los autores, la similitud entre los modos de fallo analíticos y experimentales demuestra el buen modelaje realizado por el método de los elementos finitos.

Se observó que ante una sollicitación de compresión pura los resultados experimentales devolvían valores más bajos que los teóricos. Sin embargo, a flexo-compresión, los resultados teóricos devolvían valores más altos que los experimentales.

La desviación relativa entre los resultados teóricos y los experimentales está entre un 7,8% y un 24,3%. Los autores consideran que las diferencias pueden ser debidas a las imperfecciones y tensiones residuales introducidas en el proceso de manufactura, factores frente a los cuales estas piezas son especialmente sensibles.

#### 2.3.3.1.3 Conclusiones de los autores.

Los autores exponen que cuando las piezas están sollicitadas a **compresión pura**, la deformación de los paneles es similar a un “acordeón”, lo cual pone de manifiesto la debilidad axial de los paneles.

En las piezas sollicitadas a **flexo-compresión** observaron deformaciones ciertamente complejas. La interacción entre embuticiones y la redistribución de tensiones que se producía cuando la pieza fallaba por pandeo local, daba lugar a cargas últimas mayores que a compresión pura. Según los autores, la peculiar geometría de las embuticiones aporta inercia a la pieza. Este hecho, junto con el efecto de la interacción entre embuticiones, resulta en mayores capacidades a flexo-compresión que a compresión pura.

Los autores exponen que, habitualmente, en las **secciones mono-ondas sin embuticiones** se produce una redistribución de tensiones hacia las “esquinas” del perfil. Esta redistribución de tensiones permite que la pieza desarrolle una cierta capacidad post-pandeo, ya que transcurre un tiempo desde que el pandeo aparece hasta que las esquinas fallan.

En los **perfiles mono-onda con embutición** se observa que las tensiones se concentran en las esquinas del perfil y en las embuticiones, por lo que no hay una distribución de tensiones similar a la de los paneles planos. Esta concentración de tensiones impide que la pieza desarrolle capacidad post-pandeo y que el perfil falle repentinamente.

En base a este razonamiento, los autores afirman que los perfiles con embutición se comportan mejor ante el pandeo local que los perfiles sin embutición.

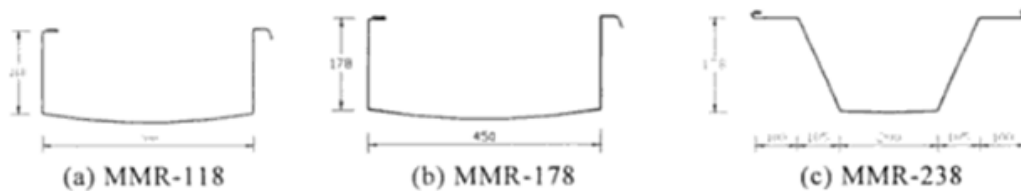


### 2.3.3.2 Xiliang, Yong y Fuhai, 1999.

#### 2.3.3.2.1 Ensayos experimentales.

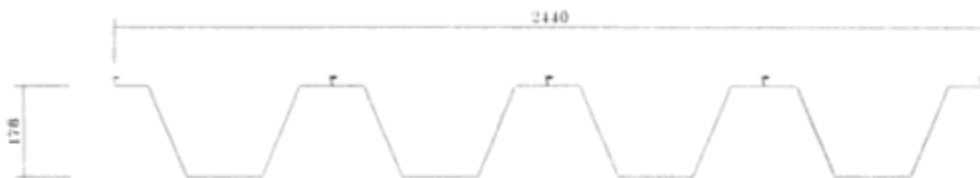
El interés de este artículo reside en el hecho de que los autores se desplazan hasta los lugares donde una serie de arcos conformados a base de grandes mono-ondas fallaron por acumulación de nieve, y proponen la realización de ensayos experimentales “in situ” con parte de las estructuras que han quedado en pie. En total realizan nueve ensayos.

Los tipos de sección encontrada fueron básicamente tres, (fig.2.61), que son los típicos empleados en China para esta tipología estructural. Las luces que salvaban los arcos eran 22m y 33m, flechas de 4,4m y 6,6m y espesores de 1mm y 1,25mm, respectivamente. La altura del espécimen (a) era de 168mm, mientras que los especímenes (b) y (c) poseían una altura de 178mm.



*Figura 2.61. Secciones tipo encontradas, (Xiliang, Yong y Fuhai 1999)*

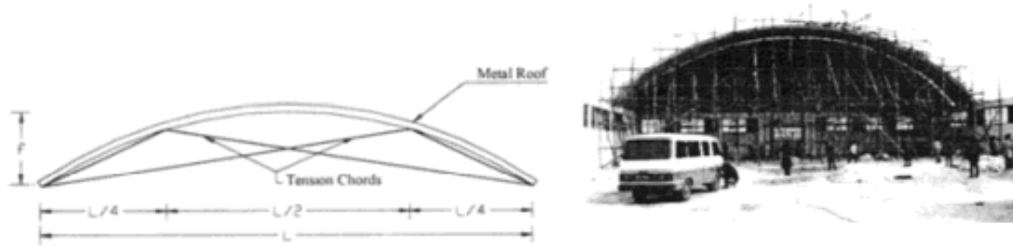
Los arcos se cargaron con sacos de arena. El ancho de la sección transversal era de 2440mm y cubría cuatro mono-ondas, (fig.2.62).



*Figura 2.62. Sección mono-onda empleada en los test experimentales, (Xiliang, Yong y Fuhai 1999)*

De los nueve arcos, 3 fueron sometidos a carga simétrica, y 6 a carga asimétrica. De estos seis arcos con carga asimétrica, uno se sometió a carga distribuida en dos de las cuatro mono-ondas que conformaban el espécimen, otro, simulando acumulación de nieve, y dos, fueron reforzados con cables a modo de cruz de San Andrés, (fig.2.63), con el fin de verificar el incremento de resistencia que podían adquirir. De los cargados simétricamente, uno de ellos fue reforzado con cables.

Para medir las deformaciones de los elementos se tuvieron que emplear instrumentos especiales.

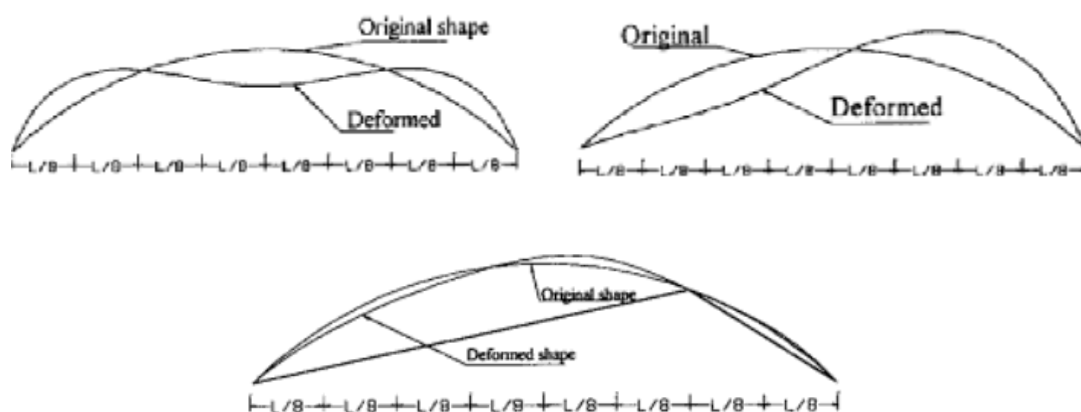


**Figura 2.63. Especimen con cruz de san Andrés e imagen de los ensayos realizados, (Xiliang, Yong y Fuhai 1999)**

En los dos **arcos cargados simétricamente**, (fig.2.64), cuando el nivel de carga no era muy alto, el arco deformaba simétricamente. Con incremento de carga y cerca del valor de la carga última, se producía un cambio repentino de deformación simétrica a deformación asimétrica. Con un poco más de carga el arco perdía estabilidad y colapsaba.

Los arcos **cargados antisimétricamente**, (fig.2.64), pandeaban claramente de forma antisimétrica y para un nivel de carga mucho más bajo que los anteriores. Dos de los especímenes fallaron para cargas de  $0,56\text{kN/m}^2$  y  $0,54\text{kN/m}^2$ , muy cercanos al valor de  $0,521\text{kN/m}^2$ , el cual, según los autores, representa la cantidad de nieve caída en los días de los accidentes.

En los **arcos reforzados**, (fig.2.64), se observó que, para el modelo cargado simétricamente, no había un aumento de resistencia considerable, sin embargo, para aquellos con carga no simétrica, el valor de la carga última llegaba al doble. Ello fue debido a que los cables se situaban a  $3L/4$  de la sección, donde la mayor deformación antisimétrica tenía lugar. Sin embargo, con deformación simétrica, se observó que los cables se destensaban.



**Figura 2.64. Pandeo de arcos observados, (Xiliang, Yong y Fuhai 1999)**

Aunque con los instrumentos que poseían no se podía reflejar perfectamente la distribución de tensiones en todos los puntos del arco, fueron capaces de observar que solamente en unos pocos

se excedió el límite de plastificación del material. También se pudo apreciar que el pandeo local, típico de elementos de pared delgada, no apareció en ninguno de los ensayos. En base a estos ensayos, los autores exponen que las embuticiones dan estabilidad local a la sección

### 2.3.3.2.2 Estudios analíticos.

Los autores exponen que dado que en los ensayos experimentales se observó que el fallo venía provocado por una inestabilidad global, y no por una plastificación local, en las simulaciones por el MEF solo se realizaron análisis geométricos no lineales. Por la misma razón no se consideró el pandeo local.

Los autores modelan realizan dos tipos de modelos mediante el MEF:

- a) *Modelo 1.* Se emplean elementos finitos barra, y se modela un arco completo empleando las características de una mono-onda sin embuticiones.
- b) *Modelo 2.* Los autores asemejan una sección unitaria de panel a una placa plana con comportamiento ortotrópico modificando convenientemente el módulo de Young y el coeficiente de Poisson, (véase apartado 2.3.4). Según los autores, este último modelaje es válido y es más realista. Se entiende que los autores simulan la afección de la embutición mediante el empleo de un material con características ortotrópicas.

Xiliang, Yong y Fuhai, (Xiliang, Yong y Fuhai 1999), apenas se detienen a explicar cómo se ha realizado la modelización por el MEF. No presentan ni las características materiales empleadas para cada uno de los modelos, ni imágenes de los mismos, ni se detienen a explicar los modos de fallo observados en las simulaciones.

En este sentido el artículo se muestra muy escueto y, básicamente, los autores se limitan a exponer las cargas últimas obtenidas en las simulaciones por el MEF y a compararlas con las cargas últimas obtenidas en los ensayos, (tabla 2.4).

Model No.	Experiment	Arch model	Error	Shell model	Error
1	0.87kN/m <sup>2</sup>	2.17kN/m <sup>2</sup>	149.4%	1.26kN/m <sup>2</sup>	44.83%
2	0.56kN/m <sup>2</sup>	1.06kN/m <sup>2</sup>	89.29%	0.67kN/m <sup>2</sup>	19.64%
6	1.02kN/m <sup>2</sup>	5.76kN/m <sup>2</sup>	464.7%	3.23kN/m <sup>2</sup>	216.7%
7	0.54kN/m <sup>2</sup>	1.89kN/m <sup>2</sup>	250.0%	1.14kN/m <sup>2</sup>	111.1%

*Tabla 2-4. Comparación de los resultados obtenidos mediante ensayos experimentales y estudios analíticos, (Xiliang, Yong y Fuhai 1999)*

Los autores explican que la causa principal de la poca coherencia en los resultados es debida a que la estructura es muy sensible a las imperfecciones iniciales, que en este caso podían ser

importantes, ya que los especímenes que se emplearon para la realización de los ensayos eran los restos que quedaban de los accidentes.

### **2.3.3.2.3 Conclusiones de los autores.**

Xiliang, Yong y Fuhai, (Xiliang, Yong y Fuhai 1999) opinan que el modo de fallo puede venir provocado por una inestabilidad global, y no una plastificación local. Piensan que es factible que las embuticiones pueden fortalecer la rigidez transversal de la sección, lo cual libera a la estructura del pandeo local, pero que debilitan la rigidez del arco a lo largo de la directriz, lo cual es muy poco ventajoso para este tipo de estructura.

Afirman que los estudios analíticos difícilmente reflejarán el comportamiento real de este tipo de estructura, y que los ensayos experimentales empleando arcos completos son indispensables, aunque son conscientes de la dificultad que entraña la realización de una campaña experimental de este tipo de elementos estructurales.

Además advierten que comparando los resultados obtenidos, (MEF y experimentalmente), se observa que los errores son mucho mayores cuando los arcos son cargados simétricamente, lo cual indica que el comportamiento de la estructura bajo este tipo de carga es más complejo que cuando son cargados asimétricamente.

En relación a las simulaciones por el MEF exponen que los resultados obtenidos con el empleo de características materiales ortotrópicas presentan un porcentaje de error más bajo, respecto a los ensayos experimentales, que los calculados mediante el modelo de elementos finitos barra. Los autores entienden que estos elementos estructurales trabajan en dos direcciones, y que el empleo de características ortotrópicas está justificado y es bastante correcto.

Finalmente exponen que es evidente que las embuticiones ejercen una gran influencia en el comportamiento de este tipo de estructuras.

### **2.3.4 Apuntes teóricos relacionados con la ortotropía del elemento.**

Bajo el título “apuntes teóricos”, se quiere subrayar el carácter que posee este apartado, ya que simplemente se quiere dejar constancia de la vía empleada por algunos autores para analizar el comportamiento de perfiles mono-ondas con embuticiones.

El artículo de Asodenku y Mukhopadhyay, (Asodenku y Mukhopadhyay 1999), que es relativo a la asimilación de un panel nervado a una placa plana con características ortotrópicas, se incluye en este apartado debido a que este proceso es también el empleado en perfiles mono-ondas. De hecho, el trabajo de estos autores es referenciado en el artículo de Xuewei, (Xuewei

2001), que emplea un proceso muy similar para analizar el comportamiento de perfiles mono-onda con embuticiones.

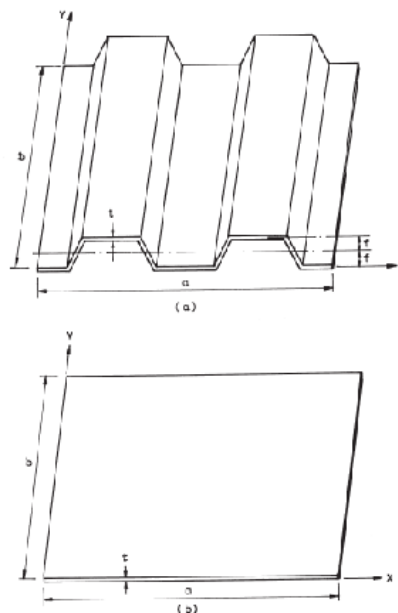
La asimilación de un panel nervado a una placa ortotrópica es una vía de investigación sobre la que se trabaja desde hace tiempo. Véase por ejemplo la tesis de McFarland, (Farland 1967), o el trabajo de Liew, Peng y Kititpornchai, (Liew, Peng y Kitipornchai 2005).

También decir que, Xiliang, Yong y Fuhai, (Xiliang, Yong y Fuhai 1999), publican su artículo en el mismo año que Asodenku y Mukhopadhyay, y ya emplean características ortotrópicas en sus modelos por el MEF.

#### 2.3.4.1 Asodenku y Mukhopadhyay, 1999.

Según Asodenku y Mukhopadhyay, (Asodenku y Mukhopadhyay 1999), la asimilación de un panel nervado a una placa plana con características ortotrópicas permite un ahorro considerable de tiempo computacional, dado que evita la generación de modelos por el MEF en 3D, que habitualmente se realiza para determinar el comportamiento de un panel nervado.

Básicamente la idea consiste en mantener la proyección de las dimensiones del panel nervado sobre el plano, de tal forma que las dimensiones de longitud y ancho del panel nervado original, y del futuro panel ortotrópico, sean exactamente las mismas. El espesor también será el mismo, (fig.2.65).



**Figura 2.65. Asimilación geométrica de un panel nervado a un panel ortotrópico, (Asodenku y Mukhopadhyay 1999)**

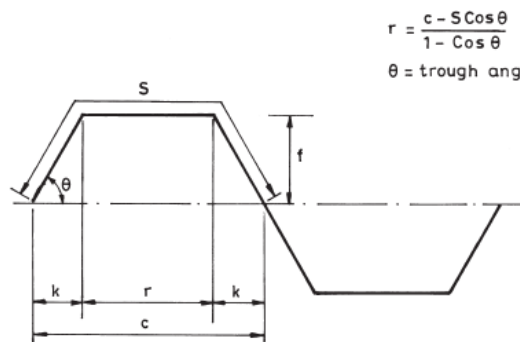
La clave para llevar a cabo este análisis es obtener las rigideces equivalentes en las direcciones X e Y. Dado que las rigideces a flexión de un panel ortotrópico en ambas direcciones han sido

obtenidas McFarland, (Farland 1967), Asodenku y Mukhopadhyay se limitan a determinar las rigideces a esfuerzo a axial en su artículo. Los valores de las rigideces se presentan en la tabla 2.5.

	<b>Rigidez axial, (Asodenku y Mukhopadhyay)</b>		<b>Rigidez a flexión, (Mc Farland).</b>
$B_x$	$\frac{E \left(\frac{t}{f}\right)^2 t}{6 \left[ \frac{2}{c} \left( \frac{c - s \cos \theta}{1 - \cos \theta} \right) + \frac{4}{3c} \frac{f}{\sin \theta} \right]}$	$D_x$	$\frac{c E t^3}{s 12}$
$B_y$	$E t \frac{s}{c}$	$D_y$	$\frac{E I_y}{c}$
$B_{xy}$	$\frac{c E t}{s 2(1 + \nu)}$	$D_{xy}$	$\frac{s E t^3}{c 6(1 + \nu)}$

**Tabla 2-5. Tabla con las propiedades de un panel ortotrópico según Asodenku y Mukhopadhyay. (Asodenku y Mukhopadhyay 1999)**

Donde E es el módulo de Young,  $\nu$  el coeficiente de Poisson y, t el espesor del panel. El resto de los parámetros hacen referencia a la geometría de una media onda de un panel nervado, tal y como se puede observar en la figura 2.66.



**Figura 2.66. Geometría de una media onda de panel nervado. (Asodenku y Mukhopadhyay 1999)**

Asignando las rigideces equivalentes mostradas en la tabla 2.3 a una placa plana en las direcciones X e Y, (fig.2.65), se obtiene el modelo ortotrópico del panel nervado correspondiente.

Realizado este proceso, los autores proceden al mallado de la placa plana empleando para su análisis el programa de elementos finitos NISA.

Asodenku y Mukhopadhyay realizan también un modelo en 3D del panel nervado original, con el fin de hacer una comparativa.

Ambos modelos se solicitan a una carga perpendicular uniformemente distribuida de valor  $703,08 \text{ N/cm}^2$ , y se someten a un análisis estático lineal, a un análisis geométrico no lineal, y a un análisis dinámico con el fin de comparar las frecuencias de vibración. En dichos modelos se emplean también diferentes condiciones de contorno.

Los autores exponen que se obtienen resultados muy buenos, con márgenes de error que van disminuyendo a medida que aumenta el número de ondas del panel.

Según los autores este es un buen método, ya que permite analizar el comportamiento de paneles nervados ante distintos tipos de carga y no se consume tanto tiempo computacional como un modelo en 3D por elementos finitos.

#### 2.3.4.2 Fan Xuewei, 2001.

Xuewei, (Xuewei 2001), expone que la clave para analizar correctamente arcos estructurales por embutición a partir de grandes secciones mono-onda es tener en cuenta las embuticiones en los cálculos, dado que merman la capacidad de carga de la sección original. Aunque parece algo obvio, en muchos cálculos no se han tenido en cuenta, según apunta Xuewei.

Este autor expone que habitualmente se aplican dos tipos de simulaciones para determinar la capacidad de carga de este elemento estructural.

La primera es empleando elementos finitos lámina, lo cual implica la realización de complejos y amplios modelos en 3D, dado que se ha de modelar la geometría de la embutición. La segunda, empleando elementos finitos barra. Con esta segunda simulación es difícil introducir el efecto de las embuticiones.

En base a ello, Xuewei propone la realización de un arco mediante placas planas con características ortotrópicas.

El autor asimila una unidad de sección mono-onda con embuticiones, a una unidad de sección sin embuticiones con características ortotrópicas, tal y como se muestra en la figura 2.67.

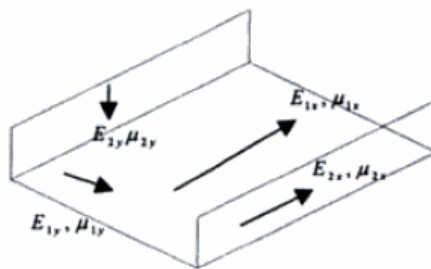


Figura 2.67. Ortotropía del elemento. (Xuewei 2001)

Las características ortotrópicas se obtienen realizando un proceso similar al de Asodenku y Mukhopadhyay, (Asodenku y Mukhopadhyay 1999). La diferencia estriba en que Xuewei, asimila cada uno de los elementos de sección a una placa plana con características ortotrópicas.

Empleando unidades de elemento como el mostrado en la figura 2.71, simula un arco completo. El autor afirma que este es un buen método con el que acometer el diseño de arcos estructurales por embutición a partir de grandes secciones mono-onda.

### 2.3.5 Sumario.

Reuniendo de un modo genérico las conclusiones obtenidas por los distintos autores, se podría decir que:

- Las embuticiones merman la capacidad resistente de la sección mono-onda original, aunque cabe matizar el caso de compresión pura, que en algunos casos parece alcanzar cargas últimas similares a la de los perfiles planos.
- Que el fallo a compresión pura de las mono-ondas con embuticiones se produce por pandeo local y siempre entre las embuticiones.
- Que el fallo a flexión pura y flexo-compresión de las mono-ondas con embuticiones se produce mediante una plastificación local.
- Que la capacidad de comportamiento post-colapso de los perfiles con embutición es casi inexistente.
- Que el número de embuticiones no parece tener un impacto directo en la carga última.

Finalmente, y a grandes rasgos, se puede decir que el efecto de las embuticiones sobre las mono-ondas originales está aún por determinar, y que no hay un consenso comúnmente aceptado sobre cómo proceder analíticamente para obtener con corrección el comportamiento de estos elementos estructurales.

La lectura de estos artículos es interesante desde el punto de vista de que la problemática raíz a la que se enfrentan estos investigadores es similar a la que se trata en el presente trabajo de investigación, y que básicamente reside en determinar el efecto de la embutición sobre un perfil original.

Cabe mencionar que aunque la problemática raíz es similar, los arcos estructurales por embutición a partir de grandes secciones mono-onda son una tipología estructural diferente a los arcos estructurales por embutición a partir de paneles nervados en muchos aspectos.



Las dimensiones y geometría de ambos arcos, así como de la sección del perfil con la que se configuran, son diferentes.

Lo mismo se puede decir del proceso de conformado. En las grandes secciones mono-ondas este proceso es mucho más agresivo, dado que se realiza de manera continua y reiterada, sin dejar casi separación entre las embuticiones.

También se podría hablar del tipo de embutición ejecutada. Mientras que en las grandes secciones mono-onda la geometría de la embutición suele ser más o menos igual de profunda en todos los elementos de sección, en los paneles nervados la embutición no afecta por igual a los elementos de sección, que es más incisiva en el ala inferior y alma del perfil, y menor en el ala superior.

La geometría de los arcos, (peraltados o rebajados), las dimensiones de los mismos, las dimensiones del perfil base con que se generan dichos arcos, el proceso de conformado de los mismos y la geometría de la embutición entre otras muchas cuestiones, hacen que estemos hablando de tipologías estructurales diferentes.

A pesar de estas diferencias, cabe hacer en el presente trabajo una breve presentación de los arcos estructurales generados por embutición a partir de grandes secciones mono-ondas, dado que al fin y al cabo, la idea base sobre la que se concibe esta tipología estructural es la misma que ha concebido los arcos estructurales por embutición a partir de paneles nervados.

Ambas tipologías estructurales son el resultado de la aplicación de un mismo proceso que ha ido evolucionando en el entorno industrial.

Por último, y en relación a la temática de arcos estructurales conformados a partir de mono-ondas, cabe mencionar el trabajo de investigación realizado por Del Coz, (Del Coz Díaz, y otros 2010), el cual se incluye en la bibliografía dado su interés.

## Capítulo 3

### 3. TEORÍA CLÁSICA DE LAS LÍNEAS DE PLASTIFICACIÓN.

Con el fin de encuadrar en su contexto la Teoría Generalizada de las Líneas de plastificación, (TGLP), es adecuado realizar aquí una breve presentación de la Teoría Clásica de las Líneas de Plastificación, (TCLP), ya que la TGLP es una generalización, y adaptación, a elementos de acero conformado en frío de las bases y métodos de la TCLP. De ahí que reciba el nombre de Teoría Generalizada.

Aunque su base es común, y los métodos empleados por ambas teorías son los mismos, (Método del Trabajo y Método del Equilibrio), ambas teorías difieren considerablemente.

En el apartado de introducción 3.1, se hará una breve presentación de ambas teorías a modo de comparativa. En el apartado 3.2, se explicará de manera escueta qué es un análisis límite, tanto por cota superior como por cota inferior, y lo que se denomina una solución completa. A continuación, en el apartado 3.3, y con un carácter introductorio, se explicarán las bases de la TCLP. Este apartado está dirigido principalmente al lector profano en dicha teoría, con el fin de que “a posteriori” pueda realizar una comparativa con la TGLP, cuya exposición se realizará en el capítulo 4.

#### 3.1 INTRODUCCIÓN.

La Teoría Clásica de las Líneas de Plastificación, (TCLP), es una técnica de análisis límite por cota superior que tradicionalmente se ha empleado para determinar la carga última de placas de hormigón sometidas a cargas perpendiculares a su plano.

Es una técnica consolidada que ha sido recogida en diferentes normativas tales como el Eurocódigo 2, sección 5.6, y la British Standard, (BS8110, apartado 3.5.2.1). El cálculo

mediante este método se realiza fácilmente de manera manual y no precisa ayuda de ordenadores. Es, por tanto, un método potente, eficaz, y rápido, que usualmente devuelve resultados correctos y bastante bien afinados.

La Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación, (TGLP), que es también una técnica de análisis límite por cota superior, generalmente se emplea para determinar el comportamiento post-colapso de elementos de acero conformado en frío, lo que permite tener una medida de la ductilidad del elemento. Por otro lado, su aplicación permite también determinar, de una manera grosera, la carga última del elemento y la energía absorbida por el mecanismo de fallo.

Aunque en el presente trabajo nos referiremos a la TGLP como una teoría que se aplica a elementos de acero conformado en frío, su aplicación es también posible a secciones de acero laminado en caliente en las que se han producido grandes deformaciones, tales como las inducidas por un sismo. Véase, por ejemplo, el trabajo realizado por Kato, (Kato 1965).

La TGLP no está tan desarrollada como la TCLP. Aunque hay una cierta cantidad de investigaciones sobre este campo, a día de hoy, no hay una biblioteca tan amplia y detallada como la existente en la TCLP, que recoja y describa los patrones de colapso más habituales que caracterizan el modo de fallo de un elemento de acero conformado en frío con unas condiciones de contorno y carga determinadas.

Esta carencia hace que sea muy difícil establecer una serie de normas, similares a las existentes en TCLP, que permitan definir “a priori” el mecanismo de fallo que se desarrolla en un perfil de acero conformado en frío.

Exceptuando algunos casos sencillos, la vía usual para obtener con certeza el patrón de colapso de un elemento de acero conformado en frío pasa por la realización de simulaciones y/o ensayos experimentales.

Esta situación contrasta con la TCLP, donde la definición del patrón “a priori”, e incluso la redefinición del mismo con el fin de obtener la carga de colapso más óptima, suele acometerse con facilidad de manera manual.

Por otro lado, la aplicación de la TGLP a un mecanismo de colapso definido no suele ser tan sencilla y directa como en la TCLP y, usualmente, se obtienen largas expresiones para definir el comportamiento post-colapso de la pieza analizada. Esto también contrasta con la TCLP, donde expresiones sencillas, algunas de ellas incorporadas en tablas, ofrecen directamente el valor del momento último de placas de hormigón ante los estados de cargas más habituales en edificación.

A mayores, y dado que con la aplicación de la TGLP se obtiene únicamente la curva que define el comportamiento plástico de un elemento de acero conformado en frío ante un estado de cargas y condiciones de contorno determinadas, es necesario determinar la curva elástica y proceder a la confrontación de las mismas, si se quiere obtener el comportamiento completo de la pieza y el valor de la carga última.

Todos estos factores dan una idea del contexto en el que se ubica la TGLP. Mientras que la TCLP es un método desarrollado, amparado por normativas, y al que los ingenieros pueden recurrir en sus cálculos diarios, la TGLP, queda, a día de hoy, más encuadrada dentro del campo de la investigación.

Sería injusto no decir aquí que la aplicación de la TGLP es algo más complicada, ya que lleva aparejada un cálculo en segundo orden, donde las imperfecciones iniciales juegan un factor muy importante en el desencadenante de un modo de colapso en concreto.

Ello de nuevo marca otra diferencia entre ambas teorías, dado que en la TCLP los cálculos son en primer orden, y las imperfecciones iniciales no son determinantes en el desarrollo de un modo de fallo u otro.

Pasemos ahora a definir qué es un análisis límite por cota superior, inferior y lo que se denominaría una solución completa.

### 3.2 ANÁLISIS LÍMITE.

Los análisis límite habitualmente se emplean para determinar la carga de colapso, o carga última, de una estructura.

Dado que la obtención de la carga exacta puede llegar a ser laborioso, y en algunos casos no tener la certeza de haberla determinado con corrección, lo más adecuado es hablar de un acercamiento a su valor.

Existen dos tipos de acercamientos:

- a) **Por cota inferior, o acercamiento estático.**
- b) **Por cota superior, o acercamiento cinemático.**

En un **análisis límite por cota inferior** se realiza un análisis estático, donde la estructura ha de satisfacer las ecuaciones de equilibrio, las condiciones de contorno y una condición de plastificación.

Ningún punto de la estructura puede violar la condición de plastificación, por lo que la carga última obtenida mediante este tipo de análisis será menor, o igual, a la carga real de colapso.

En un **análisis por cota superior** se asume un patrón de colapso, o mecanismo de fallo, de la estructura. La carga última se obtiene estableciendo compatibilidad de deformaciones e igualando la variación de trabajo externo a la variación de energía interna.

En este caso, el acercamiento al valor de la carga última se realiza desde el rango plástico, esto es, desde una cota superior a la condición de plastificación, por lo que el valor obtenido será mayor, o igual, a la carga real de colapso.

La realización de ambos análisis, (por cota superior y por cota inferior), permite acotar la carga última entre un rango de valores, a lo que habitualmente se denomina **solución completa**.

Los análisis límite se han aplicado con gran profusión a estructuras planas conformadas por elementos lineales tipo barra.

Se observa que en un análisis por cota inferior se parte de una posición no deformada de la estructura, mientras que en un análisis por cota superior se parte de una posición deformada de la estructura. Esto es, mientras en el primer tipo de análisis se obtiene la carga que lleva al fallo de la estructura, en la segunda, se plantea el fallo “a priori” y a partir de aquí se obtiene la carga que lo ha generado.

Las **hipótesis de cálculo** en las que se basan ambos tipos de análisis son las siguientes:

- a) Se desprecia la influencia del axil y cortante en la formación de las rótulas plásticas.
- b) La relación momento curvatura es elasto-plástica bilineal, las rótulas se forman al alcanzar la sección el valor del momento plástico.
- c) La capacidad rotacional de las rótulas no está limitada.
- d) La estructura concentra las deformaciones en las rótulas.
- e) Las secciones planas, se mantienen planas después de la deformación.
- f) Las deformaciones son pequeñas, el equilibrio de la estructura puede verificarse en la estructura original.
- g) Las cargas estáticas aplicadas se incrementan de manera proporcional.

La TCLP y la TGLP hacen uso del análisis límite por cota superior, por lo que estas hipótesis son también la base de la que parten ambas teorías.

Los análisis límite se emplean para determinar cargas últimas, por lo que cabe decir que la TCLP se adapta en mayor grado a las hipótesis mencionadas que la TGLP. Ello es debido a que

la TCLP se emplea para determinar valores de cargas últimas, mientras que con la TGLP se obtienen comportamientos post-colapso. He aquí una adaptación importante.

También merece especial atención el primer apartado, (a), ya que la influencia del axil y del cortante no puede ser despreciada en la TGLP. He aquí otra adaptación importante.

Estas dos cuestiones serán tratadas en el capítulo 4.

### 3.3 TEORÍA CLÁSICA DE LAS LÍNEAS DE PLASTIFICACIÓN.

#### 3.3.1 Breve reseña histórica.

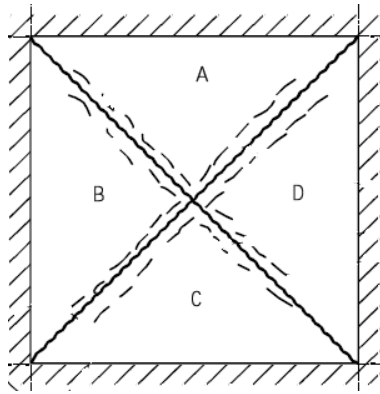
Aunque el primer artículo, en relación a la TCLP, fue el presentado por A.Ingerslev, (Ingerslev 1923), a la *Institution of Structural Engineers* de Londres en 1923, el desarrollo de las bases que han dado lugar a la TCLP, tal y como se conoce hoy en día, es debido a las investigaciones realizadas durante los años cuarenta por el ingeniero danés Johansen, (Johansen 1943). Posteriormente, investigadores como Wood, (Wood 1961), Jones, (Jones 1962), (Jones y Wood 1967), Park, (Park y Gamble 1980), Kemp, (Kemp 1965), Morley, (Morley s.f.), y Kwiecinski, (Kwiecinski 1989), entre otros, desarrollaron y consolidaron las bases asentadas por Johansen.

En los años 60, 70 y 80, una gran cantidad de trabajo teórico sobre la aplicación de las líneas de plastificación a placas de hormigón armado, acompañado con la correspondiente campaña de ensayos experimentales, hizo que esta teoría se extendiese de una manera significativa entre los ingenieros, al haber pequeñas diferencias, y habitualmente del lado conservador, entre la teoría y los ensayos experimentales.

En el año 2003, Kennedy y Goodchild, (Kennedy y Goodchild 2003), publican el informe “*Practical Yield Line Design*”. Este informe, a modo de compendio, muestra la facilidad con la que se puede acometer el diseño de placas de hormigón sometidas a cargas perpendiculares a su plano mediante la TCLP. Los ejemplos de aplicación aquí presentados han sido extraídos de dicho informe, el cual se presenta como un buen referente para aquellos que quieran adentrarse en el mundo de la TCLP.

#### 3.3.2 Introducción.

La TCLP determina la carga de colapso, o carga última, de una placa de hormigón armado sometida a cargas perpendiculares a su plano. La determinación de esta carga se realiza estableciendo “a priori” el patrón de rotura de la placa.



**Figura 3.1. Patrón de colapso de una placa de hormigón, (Kennedy y Goodchild 2003)**

Cada una de las “grietas” que conforma el patrón de colapso presentado en la figura 3.1, se denomina línea plástica. Así pues, una línea plástica no es más que una grieta alrededor de la cual se produce una rotación plástica y donde se ha producido plastificación de las barras de refuerzo.

Las regiones en las que queda dividida la placa, se consideran placas rígidas, (regiones A, B, C y D, en la figura 3.1). Dichas regiones, o placas rígidas, tienden a rotar alrededor de sus ejes de soporte y de las líneas plásticas. Realizado este acercamiento, uno considera que la disipación de energía queda restringida a las líneas plásticas.

Una vez establecido el patrón de colapso, la carga última se puede obtener mediante la aplicación de diversos métodos, siendo los más empleados:

- a) **Método del Trabajo.**
- b) **Método del Equilibrio.**

Empleando el **Método de Trabajo**, la carga de colapso se obtiene al igualar la energía potencial consumida por las cargas en el desplazamiento y rotura de la placa, con la energía desarrollada por las líneas plásticas en su rotación. Ello se consigue básicamente empleando la expresión.

$$\Sigma(N \cdot \delta) = \Sigma(m \cdot l \cdot \theta)$$

Donde:

N: Es la carga actuando perpendicularmente a la placa.

$\delta$ : Es el desplazamiento vertical de la placa provocado por las cargas.

m: Es el momento último de la placa.

$\theta$ : Es la rotación de las regiones rígidas alrededor de sus ejes de soporte y líneas plásticas.

Se ha demostrado que el **Método del Equilibrio** no es más que el Método de Trabajo presentado bajo otra forma.

En el Método del trabajo las ecuaciones hacen referencia a la placa completa, y a partir de ellas se obtiene un único valor para el momento último. En el Método del Equilibrio, cada región, o placa rígida, se investiga independientemente, obteniendo valores de momentos último por separado.

A partir de estos valores el ingeniero deduce cómo se ha de modificar la geometría del patrón de colapso para obtener valores iguales de momento en todas las regiones y obtener la solución correcta. Una vez que estos valores son iguales, ambos métodos dan valores muy similares.

El amplio desarrollo de la TCLP, y por consiguiente, el alto conocimiento alcanzado sobre patrones de colapso en placas de hormigón armado, ha dado lugar a **fórmulas estándar**, las cuales son expresiones sencillas, cuya aplicación permiten determinar directamente el momento de colapso de placas de hormigón armado para las cargas y condiciones de contorno más habituales, sin proceder al trazado del mecanismo de fallo.

Como se ha podido observar, la TCLP es una técnica de análisis límite por cota superior, ya que la carga última solamente se puede obtener una vez se ha definido el patrón de colapso.

A continuación, en el apartado 3.3.3, se explicarán algunos de los fundamentos, o reglas básicas de la TCLP, que permiten obtener “a priori” el patrón de colapso de una placa de hormigón armado ante unas condiciones de contorno y cargas determinadas.

En los apartados 3.3.4 y 3.3.5, se expondrán, respectivamente, unos ejemplos sencillos de la aplicación del Método del Trabajo y del Método del Equilibrio en la TCLP.

Ambos métodos se emplean también en la TGLP. La presentación de estos ejemplos permitirá al lector apreciar la diferencia de aplicación de dichos métodos en cada una de las teorías.

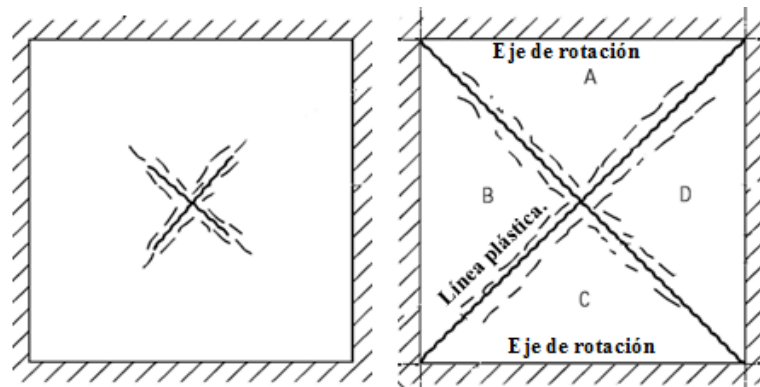
En el Anexo C se revisa muy brevemente la forma que suelen adoptar las fórmulas estándar en la TCLP. Se ha procedido a incluir esta temática en un anexo con el fin de no extendernos demasiado, pero con la idea de que el lector interesado pueda hacer una comparativa con las expresiones de la TGLP en caso de interés.

### **3.3.3 Trazado de patrones de colapso en la TCLP.**

Cuando a una placa de hormigón se aplica gradualmente una carga hasta el colapso, las zonas con mayor concentración de tensiones disipan energía formando pequeñas grietas. A medida que la carga aumenta, las grietas comienzan a migrar, y a aumentar de tamaño desde el foco de



origen hasta los apoyos, provocando la plastificación del acero en su desarrollo, y dando lugar a las denominadas líneas plásticas. El conjunto de estas líneas plásticas conforman un patrón, o mecanismo de colapso, tal y como se puede observar en la figura 3.2.



*Figura 3.2. Desarrollo de un mecanismo de colapso, (Kennedy y Goodchild 2003)*

Tal y como se expuso anteriormente, las líneas plásticas dividen a la placa en regiones individuales que pivotan alrededor de sus ejes de rotación.

En la TCLP existen una serie de reglas básicas que ayudan a realizar el trazado de un mecanismo de colapso “a priori”, sin necesidad de simulaciones por el MEF, ni ensayos experimentales.

#### **Reglas:**

- Los ejes de rotación generalmente descansan a lo largo de las líneas de soporte de la placa de hormigón, (muros, columnas, etc).
- Las líneas plásticas son siempre rectas.
- Las líneas plásticas, entre regiones rígidas adyacentes, deben pasar por el punto de intersección de los ejes de rotación de dichas regiones.
- Las líneas plásticas deben terminar en las condiciones de contorno de la placa.
- Los soportes empotrados repelen líneas plásticas positivas mientras que los soportes, o apoyos simples las atraen.

En base a estas reglas, un mecanismo de colapso se obtiene estableciendo en primer lugar los ejes de rotación, que generalmente son líneas que pasan a través de los soportes de la placa. Establecidos los ejes, se trazan las líneas plásticas haciéndolas pasar por el punto de intersección de los mismos. A mayores, las líneas plásticas han de ser rectas y deben terminar en los límites de la placa.

En las figuras 3.3, 3.4 y 3.5, se presentan algunos ejemplos del proceso de trazado de patrones de colapso en la TCLP a partir de las sencillas reglas aquí presentadas.

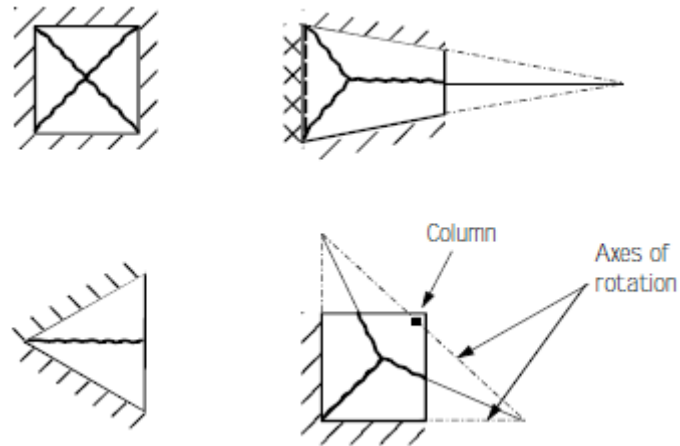


Figura 3.3. Patrones simples, (Kennedy y Goodchild 2003)

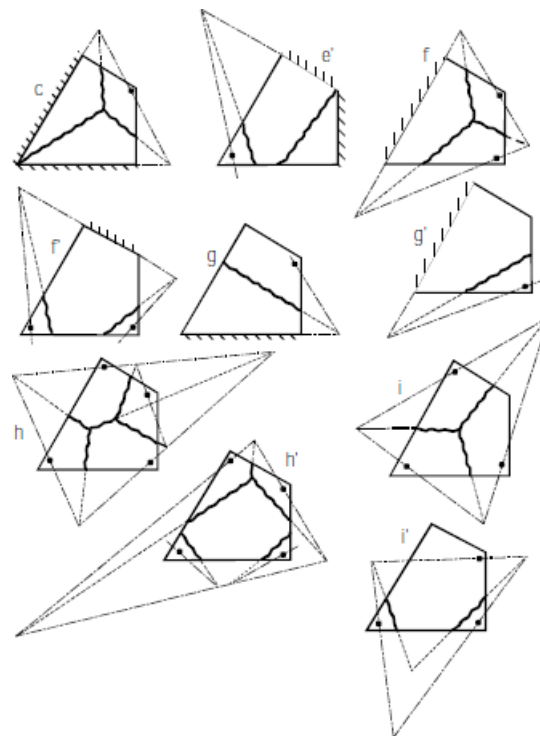


Figura 3.4. Mecanismos de colapso obtenido por Johansen, (Johansen 1968)

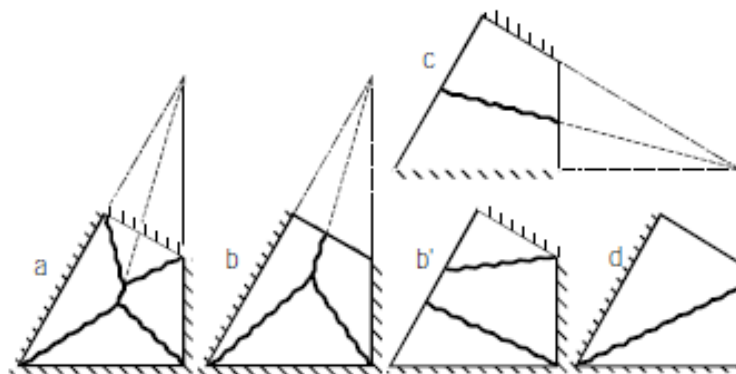
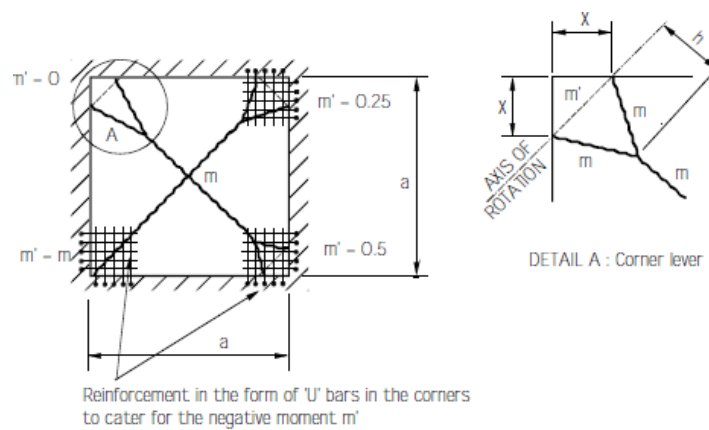


Figura 3.5. Mecanismos de colapso obtenidos por Johansen, (Johansen 1968)

Así pues, estas reglas permiten trazar y redefinir con facilidad diferentes patrones de colapso con el fin de obtener la carga última más correcta. Por otro lado, la amplia variedad de patrones de colapso conocidos para diferentes condiciones de contorno y tipos de carga, ofrece también una referencia en la que apoyarse para trazar el mecanismo de colapso más idóneo.

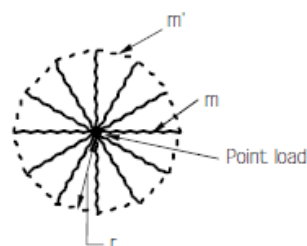
A mayores, y con el fin de tener un cierto margen de seguridad, se suele emplear la denominada **regla del 10%**. Dicha regla consiste en emplear un margen del 10% para paliar las posibles inexactitudes en el patrón y el efecto del levantamiento de esquinas.

El **levantamiento de esquinas**, (“*corner levers*” en inglés), es un patrón de rotura muy conocido que se produce en las esquinas de forjados apoyados en columnas. Este tipo de patrón se caracteriza por la bifurcación que acontece en una línea plástica antes de llegar a la intersección de los ejes de rotación. Este tipo de división está asociada con la formación de una línea plástica negativa provocada por las reacciones de los apoyos, (fig.3.6.).



**Figura 3.6. Patrón de rotura en esquina. Placas simplemente apoyadas, (Kennedy y Goodchild 2003).**

Otro tipo de mecanismo muy conocido, es el “*fan mechanism*”, o **mecanismo en forma de ventilador**, que no es más que una rotura por punzonamiento. Este patrón suele acontecer en forjados soportados por columnas sometidos a grandes cargas concentradas. Este mecanismo se caracteriza por poseer una serie de líneas plásticas positivas que se irradian desde el punto de aplicación de la carga, y una línea plástica negativa circular, (fig.3.7.)



**Figura 3.7. “Fan mechanism”, o, mecanismo ventilador, (Kennedy y Goodchild 2003)**

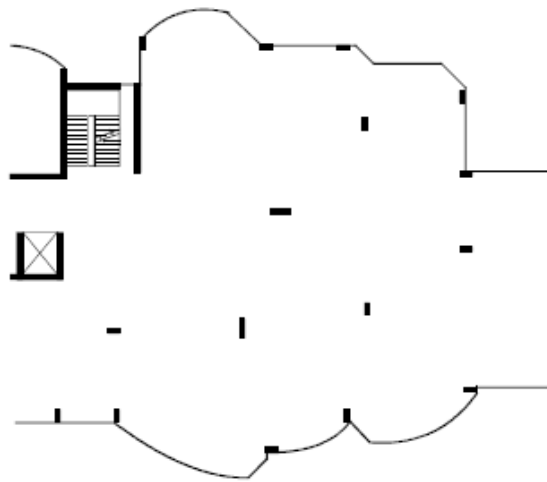
El trazado patrones es muy versátil, y en general es fácil y rápido de aplicar. Este procedimiento se puede emplear para analizar todo tipo de forjados con diferentes condiciones de carga, contorno y geometría. Los forjados irregulares se pueden analizar considerando placas independientes y buscando los patrones de colapso más desfavorables.

En las figuras 3.8, y 3.9, se puede apreciar como sería el proceso del trazado de patrones de colapso en forjados con geometría irregular mediante la aplicación de la TCLP.

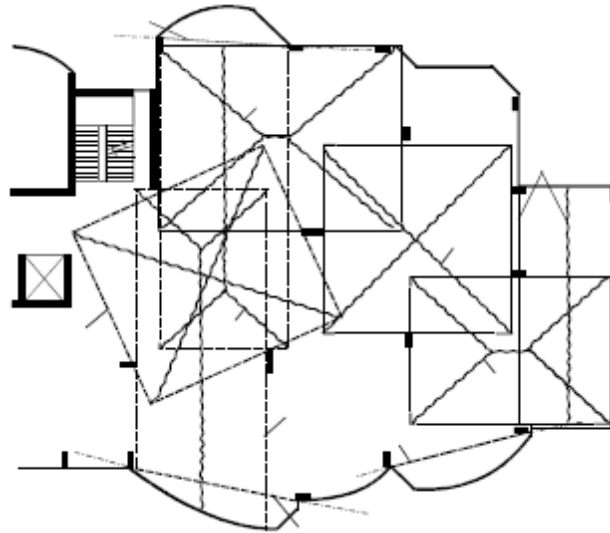
En dichas figuras se observa que el procedimiento pasa por la definición de placas individuales de geometría, más o menos regular, a partir de una serie de soportes. Por dichos soportes, es por donde se realiza el trazado de los ejes de rotación.

Teniendo en cuenta que las líneas plásticas en la TCLP son siempre rectas, que dichas líneas han de pasar por los puntos de intersección de los ejes de rotación, que los soportes empotrados repelen las líneas plásticas, que los soportes simples las atraen, y en base a la experiencia de mecanismos de fallo ya conocidos, se procede al trazado de diferentes patrones de colapso.

Empleando el método del trabajo, o, el método de equilibrio, y mediante un proceso de prueba-error, se determina el mecanismo de fallo para el cual la carga última es menor, y el punto del forjado por el que se produciría la rotura.



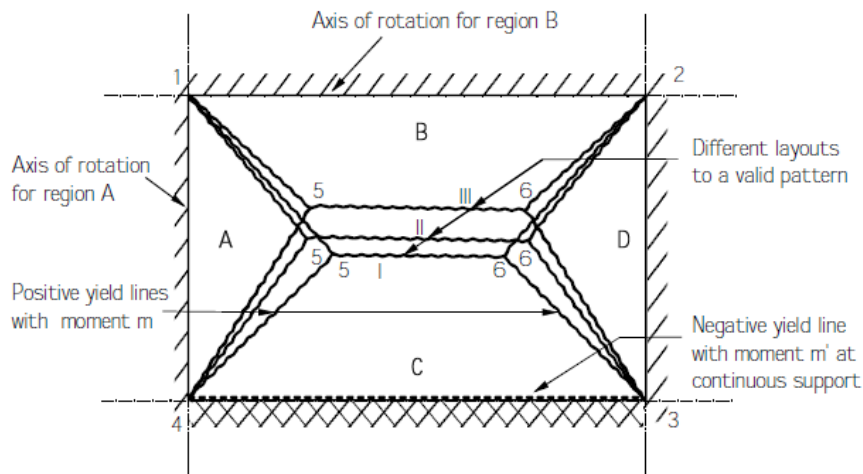
*Figura 3.8. Análisis de un forjado de geometría irregular, (Kennedy y Goodchild 2003)*



**Figura 3.9. Patrones de colapso en forjado irregular, (Kennedy y Goodchild 2003)**

Este tipo de análisis ha sido también empleado en la rehabilitación de forjados, losas de cimentación y también para el diseño y evaluación de placas de hormigón en puentes, entre otras muchas aplicaciones.

Por último, en relación a las reglas para definir un patrón de colapso hemos de hablar del apartado anterior (e), donde se exponía que los soportes empotrados repelen líneas plásticas, mientras que los soportes articulados, o apoyos simples, las atraen. Ello lo podemos explicar en base a un ejemplo. Supongamos que tenemos una placa rectangular apoyada en tres lados de su contorno y empotrada en el lado restante, tal y como se muestra en la figura 3.10.



**Figura 3.10. Forjado apoyado en las caras 1-2, 1-4 y 2-3, y empotrado en el cara 4-3, (Kennedy y Goodchild 2003)**

La figura muestra tres variaciones del mismo patrón de colapso. Sucesivas aplicaciones del Método del trabajo establecería cuál de estos patrones es el correcto. Sin embargo, en base al

apartado e, podríamos decir que el patrón III daría el valor más cercano a la solución correcta. Ello es debido a que en la región C existe un empotramiento, lo cual da lugar a un momento negativo y a una línea plástica negativa. Ello hace que la línea 5-6 se desplace paralelamente al empotramiento y se acerque más al soporte 1-2. Este tipo de comportamiento es el que se apunta en el apartado mencionado.

Explicadas de una manera general, y básica, las reglas fundamentales que permiten realizar el trazado de un patrón de colapso, se procede a continuación, en el apartado 3.3.4, a exponer un ejemplo sencillo que permite obtener la carga de colapso de un forjado mediante la aplicación del Método del Trabajo. Dicha exposición tiene como objetivo:

- Mostrar la facilidad de aplicación del método.
- Poder realizar “a posteriori” una comparativa de la aplicación de este método a la TGLP.

Con los mismos objetivos, se procederá en el apartado 3.3.5 a obtener la carga de colapso de un forjado mediante el Método del Equilibrio.

### 3.3.4 Método del trabajo.

Para ilustrar la aplicación del Método del Trabajo se procede a continuación a la obtención del momento último de un forjado de hormigón biapoyado solicitado a carga repartida, tal y como se muestra en la figura 3.11.

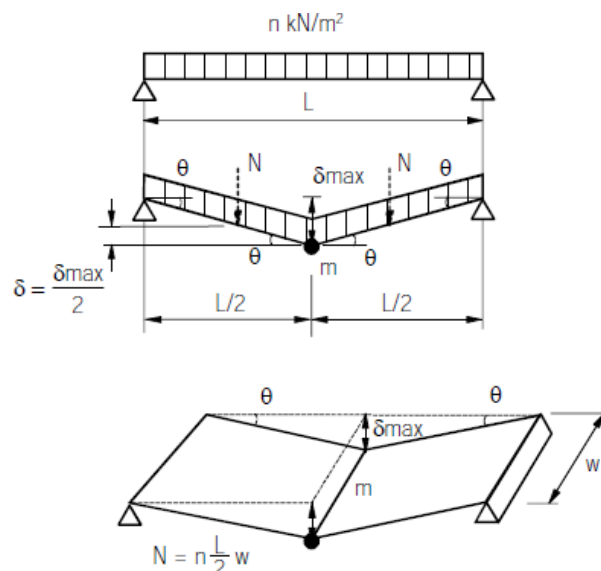


Figura 3.11. Forjado biapoyado sometido a carga repartida, (Kennedy y Goodchild 2003)

Tal y como se expuesto en el apartado 3.3.2, empleando el Método de Trabajo el momento último se obtiene al igualar la energía potencial consumida por las cargas en el desplazamiento

y rotura de la placa, con la energía disipada por las líneas plásticas en su rotación. Ello se consigue básicamente empleando la expresión.

$$\Sigma(N. \delta) = \Sigma(m. l. \theta) \quad (3.1)$$

El patrón de colapso en este caso se conforma mediante una línea plástica paralela a los ejes de rotación, ya que al ser también paralelos dichos ejes, no existe posibilidad de hacer pasar la línea plástica por el punto de intersección de ambos.

En base a este mecanismo de colapso, el forjado queda dividido en dos placas rígidas. La carga  $N$  que actúa en cada placa se considera aplicada en el centro de gravedad de la misma. Por tanto, cada placa estará sometida a una carga  $N$  de valor:

$$N = n \frac{L}{2} w$$

Dado que el valor de  $\theta$ , se puede expresar como:

$$\theta = \frac{2\delta_{max}}{L}$$

Sustituyendo en la ecuación 3.1 tendremos que:

$$2n \frac{L}{2} w \frac{\delta_{max}}{2} = 2mw \frac{2\delta_{max}}{L}$$

Operando:

$$\frac{2nL}{4} = \frac{4m}{L}$$

Y por tanto:

$$m = \frac{nL^2}{8}$$

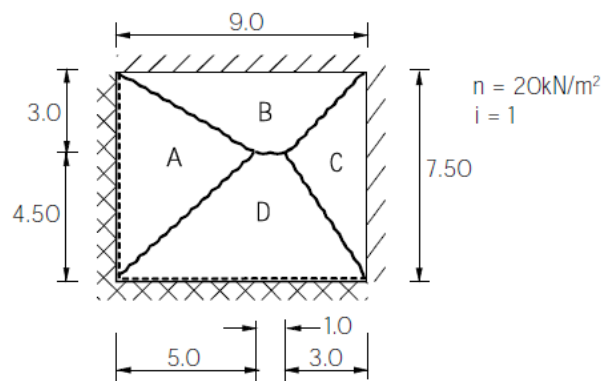
Esta ecuación relaciona el momento de colapso,  $m$ , y la carga repartida aplicada sobre el forjado,  $n$ . A partir de este momento se armará la losa. Se aprecia que la expresión obtenida es ampliamente conocida.

### 3.3.5 Método del equilibrio.

Tal y como se expuso en el apartado 3.3.2, el Método del Equilibrio no es más que el Método del Trabajo presentado bajo otra forma.

En el Método del equilibrio se consideran las placas rígidas como independientes y se calcula el valor del momento último de cada una por separado. Obtenidos dichos valores, se cuantifica la diferencia entre ellos y se redefine el patrón de colapso hasta que los valores del momento de colapso de todas las placas sea el mismo, o muy similar. Otras veces, ni siquiera es necesario redefinir el patrón.

Realicemos pues, un ejemplo con números reales para obtener una idea de cómo se emplea este método. Para ello consideraremos una placa rectangular apoyada en dos de sus lados y empotrada en los otros dos restantes, (fig. 3.12).



**Figura 3.12.** Forjado apoyado en dos caras y empotrado en las dos caras restantes, (Kennedy y Goodchild 2003)

Pasemos a calcular el equilibrio de cada placa rígida por separado. La carga aplicada, ( $n$ ), en el centro de gravedad de cada una de las placas, por su distancia a los bordes de la misma, ha de ser igual al momento que se produce alrededor de las líneas plásticas que se generan en los bordes de la placa.

En la TCLP el momento reacción que ejercen los soportes es establecido “a priori”, (en base a la experiencia del ingeniero), a través del factor “ $i$ ”. Dicho factor, que define el tipo de restricción a momento que ofrecen las condiciones de contorno, es expresado mediante el ratio:

$$i = \frac{m'}{m}$$

Donde:

$m'$ : momento último en el centro de la placa

$m$ : momento último a lo largo de la línea plástica.



Los valores habitualmente empleados para el factor “i” están comprendidos entre 0, cuando el apoyo no ejerce resistencia a la rotación, y 2 para la máxima resistencia a rotación, (véase también Anexo C).

En el ejemplo que aquí se realiza se toma un factor  $i=1$  para los bordes apoyados, en base a la idea de que la losa es continua y en dichos apoyos se disponen vigas rígidas, y un factor  $i=2$  para los bordes empotrados.

**Placa rígida A:**

$$2 \cdot 7,5m = n \frac{1}{2} 7,5 \cdot 5 \frac{5}{3}$$

$$15m = 31,25n$$

$$m = 2,08n$$

**Placa rígida B:**

$$1 \cdot 9m = n \left[ \left( \frac{5}{2} \cdot \frac{3^2}{3} \right) + \left( 1 \cdot \frac{3^2}{2} \right) + \left( \frac{3}{2} \cdot \frac{3^2}{3} \right) \right]$$

$$m = 1,83n$$

**Placa rígida C:**

$$1 \cdot 7,5m = n \frac{7,5}{2} \cdot \frac{3^2}{3}$$

$$m = 1,5n$$

**Placa rígida D:**

$$2 \cdot 9m = n \left[ \left( \frac{5}{2} \cdot \frac{4,5^2}{3} \right) + \left( 1 \cdot \frac{4,5^2}{2} \right) + \left( \frac{3}{2} \cdot \frac{4,5^2}{3} \right) \right]$$

$$m = 2,06n$$

Observamos que hay una cierta discrepancia en los valores de los momentos últimos obtenidos, sobre todo entre las placas A y C. Esta diferencia se podría corregir redefiniendo el patrón y cambiando las longitudes de las líneas plásticas con el fin de obtener valores iguales, (o casi iguales), en cada placa. Sin embargo la diferencia no es tan alta, alrededor de un 20%, y sabemos que el valor del momento último ha de estar entre estos dos valores extremos.

En este caso, dada la pequeña diferencia, lo habitual es realizar la media de los valores obtenidos con el fin de obtener el valor del momento último:

$$\frac{2,08n + 1,83n + 1,5n + 2,06n}{4} = 1,8675n$$

Y por tanto:

$$m = 1,87n$$

Así pues,

$$m = 1,87 \cdot 20 \frac{kNm}{m} = 37,4 \frac{kNm}{m}$$

A partir del valor obtenido se armará la losa.

La TCLP se presenta como un método potente, eficaz, rápido y de fácil aplicación, que permite obtener valores de colapso cercanos al real. Por otro lado, simplemente matizar que la TCLP es algo más compleja y que los ejemplos aquí presentados son una mera introducción para que el lector pueda realizar una comparativa con el modo de empleo de estos métodos, (trabajo y equilibrio), en la TGLP.

### 3.4 SUMARIO.

La TCLP y la TGLP son técnicas de análisis límite por cota superior.

La TCLP se emplea para determinar la carga última de placas de hormigón sometidas a cargas perpendiculares a su plano. Lleva aparejada un cálculo en primer orden y tanto los esfuerzos axiales como los cortantes son despreciados en el cálculo.

La TGLP se emplea para analizar el comportamiento post-colapso de elementos de acero conformado en frío. Ello permite determinar la ductilidad del elemento, la energía absorbida por el mecanismo de fallo, y obtener de una manera grosera la carga de fallo del elemento. Lleva aparejada un cálculo en segundo orden, y tanto los esfuerzos axiales como los cortantes no pueden ser siempre despreciados en el cálculo, tal y como veremos en el siguiente capítulo.

Mientras la TCLP ha tenido un gran desarrollo, y su empleo está amparado por las normativas vigentes de diferentes países, la TGLP, queda a día de hoy, más encuadrada en el campo de la investigación.

Siendo ambas teorías técnicas de análisis límite por cota superior, es necesario para su aplicación la definición “a priori” del mecanismo o patrón de colapso.

El trazado “a priori” de un patrón de colapso de una placa de hormigón sometida a cargas perpendiculares a su plano, mediante la aplicación de la TCLP, se puede acometer de manera manual y sin la necesidad de realizar simulaciones por el MEF, ni ensayos experimentales.

El gran desarrollo de esta teoría, fundamentada en los pertinentes ensayos experimentales, ha permitido generar una amplia biblioteca con los mecanismos de fallo más comunes, y la creación de una serie de principios básicos en los que apoyarse para realizar el trazado de un patrón de colapso. A mayores, existen tablas con fórmulas estándar, (Anexo c), sencillas y de fácil aplicación, para los casos más habituales en la construcción que permiten la obtener directamente la carga última de una placa de hormigón sin necesidad de proceder al trazado del patrón.

Esta situación contrasta con la TGLP, donde la realización de simulaciones por el MEF, y/o, ensayos experimentales, son necesarios para la obtención del patrón de colapso de elementos de acero conformado en frío ante un estado de cargas determinado. A día de hoy, no existen reglas o principios básicos que permitan realizar un trazado manual “a priori” de un patrón de colapso. La biblioteca de mecanismos de fallos conocidos es más reducida, y las fórmulas estándar existentes no son tan sencillas de aplicar como en la TCLP.

## Capítulo 4

# 4. TEORÍA GENERALIZADA DE LAS LÍNEAS DE PLASTIFICACIÓN.

### 4.1 INTRODUCCIÓN.

Aunque la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación, (TGLP), es también aplicable a elementos de acero laminado en caliente, véase por ejemplo Kato, (Kato 1965), su difusión ha sido mucho más amplia en relación con elementos de acero conformado en frío. Por esta razón, en el presente trabajo nos referiremos a la TGLP como una técnica que se aplica a elementos de acero conformado en frío, sin incorporar este matiz de manera reiterada en los diferentes apartados.

A modo de introducción, se hace una comparativa entre la TGLP y la Teoría Clásica de las Líneas de Plastificación, (TCLP, presentada en el capítulo 3), dado que ello ayudará a discernir las diferencias entre ambas teorías, y permitirá definir las bases de la TGLP. A continuación, se hará una breve descripción de los contenidos de cada uno de los apartados que contiene el presente capítulo.

Tal y como se ha comentado, la TGLP es una adaptación, o como su nombre indica, una generalización de las bases de la TCLP a elementos de acero conformado en frío.

Ambas son técnicas de análisis límite por cota superior, y ambas emplean el Método del Trabajo y el Método del Equilibrio. Es decir, las dos técnicas emplean las mismas bases teóricas, sin embargo, las diferencias entre ellas son amplias.

A continuación, se enumeran los puntos más importantes de ambas técnicas.

En la TCLP:

- a) Las cargas son perpendiculares al plano de la placa de hormigón.
- b) Los axiles y cortantes son despreciados en el cálculo.
- c) Las líneas plásticas son fijas y habitualmente rectas.
- d) Los patrones o mecanismos de colapso se pueden obtener, con cierto rigor, a partir de las reglas diseñadas para su trazado y a través de las múltiples referencias bibliográficas existentes.
- e) Los cálculos son en primer orden.
- f) Con la aplicación del Método del Trabajo y del Método del equilibrio, se obtiene el valor del momento último de la placa de hormigón.
- g) Las fórmulas estándar son expresiones sencillas que devuelven directamente el valor del momento último.

En la TGLP:

- a) Las cargas no están restringidas a una dirección en concreto.
- b) Los axiles y cortantes no pueden ser despreciados en el cálculo.
- c) Las líneas plásticas pueden ser fijas, móviles y curvas.
- d) No existen reglas o directrices generales a partir de las cuales obtener el trazado de un mecanismo de colapso.
- e) Los cálculos son en segundo orden.
- f) Con la aplicación del Método del Trabajo y del Método del equilibrio, se obtiene el comportamiento post-colapso de una pieza.
- g) Las escasas fórmulas estándar existentes, no poseen la sencillez de la TCLP. Con ellas se obtiene la curva que define el comportamiento post-colapso de una pieza.

En los apartados anteriores, se puede apreciar que la TCLP se emplea para determinar cargas últimas, y que los axiles y cortantes pueden ser despreciados en el cálculo, por lo que se puede decir que la TCLP se adapta con corrección a las bases teóricas de un análisis límite, (véase punto 3.2). Por contra, la TGLP se emplea para determinar comportamientos post-colapso, y los axiles y cortantes no pueden ser siempre despreciados en el cálculo. He aquí las dos adaptaciones más importantes que la TGLP ha tenido que realizar sobre los principios básicos que rigen un análisis límite, (Bakker 1990). Dichas modificaciones serán comentadas en el apartado 4.2.

En la TGLP los mecanismos de fallo habitualmente se clasifican por su forma de trabajo, (Murray y Khoo 1981), o por los tipos de líneas plásticas que contienen, (Gioncu y Mazzolani 2002), lo cual no sucede en la TCLP. Dicha clasificación será comentada en el apartado 4.3.

Otra diferencia que encontramos entre ambas teorías, es que en la TCLP las líneas plásticas son habitualmente rectas y fijas, mientras que en la TGLP se han de considerar diferentes tipos de líneas plásticas. En el apartado 4.4 se hace una clasificación de las líneas plásticas existentes en la TGLP.

En la TGLP las cargas no están restringidas a una dirección en concreto, los patrones de colapso conocidos son escasos, y no existen reglas para realizar el trazado de un mecanismo de fallo “a priori”. En el apartado 4.5 se presentará, a modo de “biblioteca”, los mecanismos de fallo más conocidos en la TGLP.

En el apartado 4.6 se determinará la capacidad a momento de una línea plástica recta, en donde se podrá observar la influencia que el axil ejerce sobre dicha capacidad.

En el apartado 4.7, se obtendrá la capacidad a momento de una línea plástica inclinada, y se presentará la discusión existente, a día de hoy, sobre la influencia del cortante y del momento torsor en su determinación.

En el apartado 4.8 se presentará el Método del Trabajo y el Método del Equilibrio mediante la TGLP, y se realizará un ejemplo de cada uno de los métodos para su mejor comprensión.

En el apartado 4.9, se presentará, y se desglosará en su totalidad, el mecanismo de fallo analizado por Kecman, (Kecman 1983). Este autor determina el comportamiento post-colapso de un perfil hueco rectangular solicitado a un esfuerzo de flexión mediante el Método del Trabajo. Dicho mecanismo posee gran interés para la presente tesis, dado que los patrones de colapso investigados, (a los cuales se aplica también el Método del Trabajo), presentan cierta similitud con el analizado por dicho autor.

Por último, y con el fin de no alargar innecesariamente este capítulo, en el Anexo D, (apartado D.2), se desglosan los ocho mecanismos básicos de Murray, (Murray y Khoo 1981), y se obtienen las expresiones que definen las curvas post-colapso de cada uno de los mecanismos. Este autor emplea el método del equilibrio, por lo que con ello, el lector interesado podrá apreciar diferentes ejemplos de la aplicación de este método.

En el Anexo D, (apartado D.2), también se podrá observar como Murray emplea determina el comportamiento de un mecanismo de fallo complejo a partir del “ensamblaje” de mecanismos básicos.

## 4.2 EL ANÁLISIS LÍMITE POR COTA SUPERIOR EN LA TGLP.

Tal y como se ha comentado en el apartado anterior, dos de las hipótesis en las que se basa un análisis límite han tenido que ser adaptadas para que la TGLP pudiera desarrollarse como teoría, (Bakker 1990).

### **Primera adaptación: Comportamiento post-colapso.**

Los análisis límite se emplean para determinar cargas últimas, (véase apartado 3.2). La TGLP, sin embargo, emplea un análisis límite por cota superior para obtener comportamientos post-colapso.

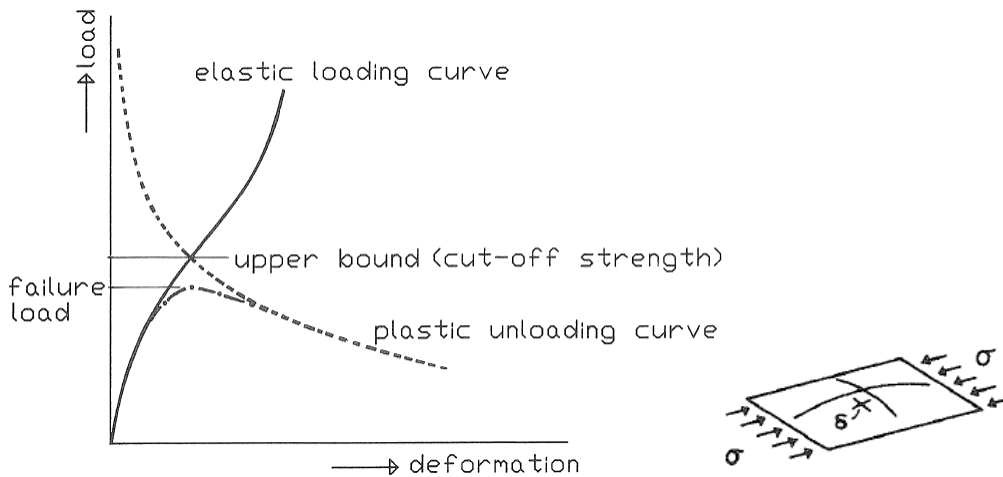
Tal y como se ha expuesto en el apartado 3.2, la aplicación del análisis límite por cota superior requiere la definición “a priori” de un mecanismo de fallo de la estructura que se analiza. La carga última se obtiene, por tanto, planteando un único estadio de deformación, habitualmente el último.

La TGLP difiere de la situación anterior en el hecho de que exige el conocimiento de todos los estadios de deformación por los que pasa el elemento de estudio.

Definida, y conocida, la geometría del patrón en todas sus fases, es posible asociar una carga última a cada estadio, con lo que es posible obtener una curva conformada por las cargas últimas que le corresponde a cada fase de deformación. De esta manera es como se obtiene la curva que define el comportamiento post-colapso de un elemento.

Obviamente esta situación requiere el conocimiento exacto del patrón de colapso en cada paso de carga con el fin de obtener la carga última correspondiente. Ello puede entrañar cierta dificultad en aquellos patrones que cambien, o “salten”, de una configuración a otra en su desarrollo.

Para aclarar estos conceptos, pongamos como ejemplo una placa de acero biapoyada en los bordes cortos, con una imperfección inicial, y sometida a una carga de compresión pura incremental, tal y como la que se presenta en la figura 4.1.



**Figura 4.1. Determinación del comportamiento post-colapso de un elemento estructural mediante la TGLP, (Bakker 1990).**

Al aplicar la carga, la placa comienza a deformarse perpendicularmente a su plano hasta que el elemento sufre una plastificación local en un punto. Con incrementos de carga la plastificación inicial se extiende hasta generar un mecanismo de fallo conformado por una línea plástica perpendicular a la dirección de la carga aplicada en el centro de la placa.

En este caso, todos los estadios de deformación por los que pasa la placa son conocidos, por lo que es posible asociar una carga última a cada uno de los estadios. El conjunto de todas las cargas últimas define la curva de comportamiento post-colapso de este elemento, la cual viene representada en la figura 4.1 por una línea de trazos discontinuos.

Si se quiere conocer el comportamiento completo de la placa, se ha de obtener por separado la curva que define el comportamiento elástico del elemento, (línea continua en la figura 4.1), y confrontarla en un mismo diagrama con la curva post-colapso obtenida mediante el proceso comentado.

El punto de intersección entre ambas curvas, (“*cut-off strength*” en la figura 4.1), definirá la carga última de la placa. Dicho valor estará en una “cota superior”, (*upper bound*), a la carga exacta de fallo, dado que la curva real carga-deformación, (línea discontinua a base de puntos y trazos en la figura 4.1), comenzará a desviarse de la curva elástica con la primera plastificación, y coincidirá con la curva plástica obtenida mediante la TGLP, sólo después de la formación del mecanismo de fallo. Esta diferencia con la carga exacta de fallo, se considera asumible para propósitos ingenieriles, y es una de las características que define un análisis límite por cota superior.



### **Segunda adaptación: Esfuerzos axiles y cortantes.**

Una de las hipótesis en las que se basa el análisis límite es que los esfuerzos axiles y cortantes son despreciados. Esta hipótesis no se tiene en cuenta en la TGLP.

En la TCLP, la dirección de la carga aplicada ha de ser siempre perpendicular a la placa de hormigón. Obviamente el esfuerzo principal que genera el fallo de la misma es un momento flector, por lo que se entiende que las líneas plásticas que conforman el mecanismo de fallo son consecuencia de este tipo de esfuerzo.

En la TGLP, la dirección de la carga no está restringida a una dirección en concreto. De hecho, muchos de los mecanismos de fallo que se desarrollan en elementos de pared delgada son consecuencia directa de la aplicación de un esfuerzo axil, por lo que este tipo de esfuerzo no puede ser despreciado.

En la figura 4.1 se ha expuesto un ejemplo concreto de esta situación. En este caso, el mecanismo de fallo está conformado por una línea plástica recta, perpendicular a la dirección de la carga aplicada. En el apartado 4.6 se podrá apreciar, detenidamente, la influencia que ejerce el esfuerzo axil en estos casos.

Obviamente, una placa solicitada a un esfuerzo axil de compresión no siempre genera un mecanismo de fallo con la misma geometría que el anterior. Las condiciones de contorno, la excentricidad de la carga, y otra serie de factores, pueden generar líneas plásticas que forman un cierto grado de inclinación respecto a la carga aplicada. En este tipo de líneas, aparte de la influencia del esfuerzo axil, se ha tener presente que se generan esfuerzos cortantes, y momentos torsores en segundo orden. Esta temática será tratada en el apartado 4.7, donde también se presentará la discusión, existente a día de hoy, sobre la influencia que ejercen estos esfuerzos.

Por otro lado, ciertas piezas no pueden desarrollar un mecanismo de fallo sin que se produzca una distorsión importante de ciertas partes del elemento. En estos casos claramente el esfuerzo cortante juega un papel importante. Esta tipología de mecanismos es clasificada por Murray, (Murray y Khoo 1981), como “cuasi-mecanismos”, los cuales serán presentados en el siguiente apartado, 4.3.

Básicamente, se podría decir que en la deformación de elementos de acero de paredes delgadas normalmente se generan tensiones de membrana que no pueden ser despreciadas.

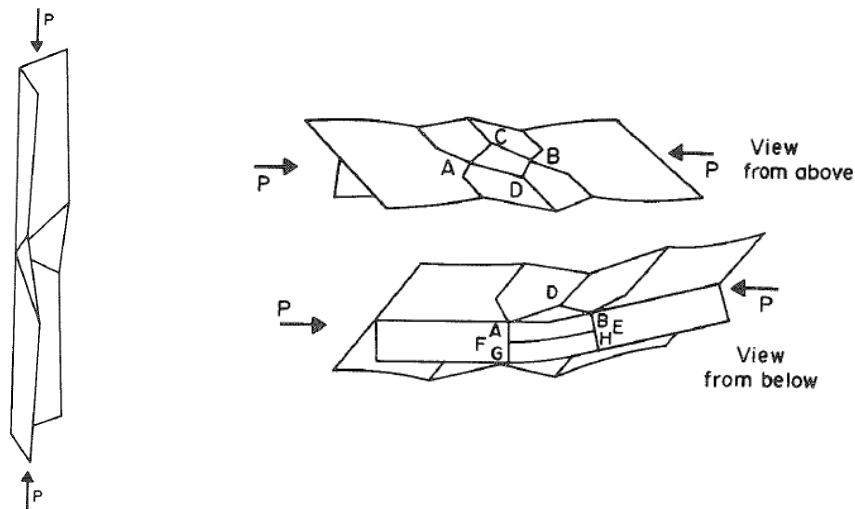
### 4.3 TIPOS DE MECANISMOS O PATRONES DE COLAPSO.

En la TGLP es necesario diferenciar dos categorías de mecanismos de fallo: los mecanismos verdaderos y los casi-mecanismos.

Un **mecanismo verdadero** es aquel patrón de colapso conformado por líneas plásticas que se han creado por un simple plegado del elemento.

Un **casi-mecanismo** es aquel patrón colapso que necesita deformar zonas del elemento mediante plastificación para poder completar su desarrollo.

Murray, (Murray y Khoo 1981), autor de esta clasificación, propone los siguientes ejemplos para su comprensión, (fig.4.2).



**Figura 4.2. Ejemplos de mecanismo verdadero y casi mecanismo, (Murray y Khoo 1981).**

El perfil en forma de “L” de la figura 4.2, sometido a una carga de compresión, sufrirá un pandeo torsional a medida que la carga P aumente. El patrón de colapso conformado por las líneas plásticas se ha creado por simple plegado del elemento en su deformación. Por lo tanto, es un mecanismo verdadero.

El perfil en forma de “T” ha necesitado plastificar la zona ABCD, distorsionando su forma original rectangular y generar un rombo, para que el patrón de colapso pueda completar su desarrollo. A mayores, las zonas ABFE y FEGH, han de asumir deformaciones de compresión y tracción en el plano para permitir la creación del patrón. Este sería un casi-mecanismo.

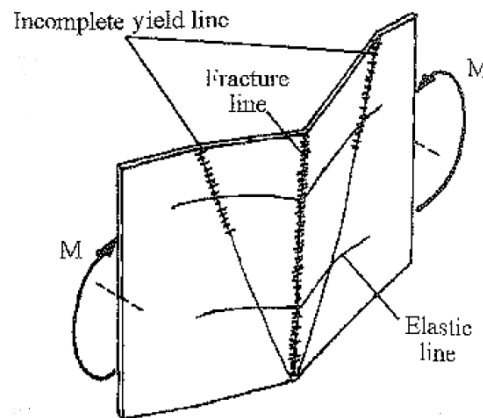
La diferenciación entre ambos mecanismos es muy importante, ya que un casi-mecanismo necesita una mayor cantidad de energía para su desarrollo que un mecanismo verdadero. Este aspecto tiene una gran relevancia cuando se quiere calcular o analizar la ductilidad del elemento.

Gioncu y Mazzolani, (Gioncu y Mazzolani 2002), añaden a los dos tipos de mecanismos de Murray, los tres siguientes:

**Mecanismos incompletos.** Dentro de este tipo de mecanismo los autores distinguen entre dos tipos de líneas plásticas, las principales y las secundarias.

Mientras las líneas plásticas principales están siempre presentes en el patrón de colapso, las secundarias son líneas que se forman parcialmente, lo cual implica que parte de esta línea está trabajando en el rango elástico y por ello no llega a su formación completa. Los mecanismos con estos tipos de líneas son mecanismos incompletos, (figura 4.3).

**Mecanismos fracturados.** En elementos con grandes rotaciones, y/o en aceros de alto rendimiento, algunas líneas plásticas llegan a la fractura. El nuevo patrón de colapso estará compuesto de nuevo por dos tipos de líneas, líneas plásticas y líneas fracturadas, (fig. 4.3).



*Figura 4.3. Mecanismo incompleto por Gioncu y Mazzolani, (Gioncu y Mazzolani 2002).*

**Mecanismos con líneas plásticas estacionarias y/o líneas plásticas móviles.** Las líneas plásticas estacionarias son aquellas líneas que permanecen fijas desde el inicio de la formación del mecanismo. Las líneas plásticas móviles son aquellas líneas que se desplazan con el desarrollo del mecanismo de colapso. En general, los patrones de colapso pueden estar conformados por líneas plásticas estacionarias, o por una combinación de ambas.

Se hace notar aquí, que en la mayor parte de los artículos científicos simplemente se diferencia entre mecanismos verdaderos y casi-mecanismos.

En realidad, los mecanismos propuestos por Gioncu y Mazzolani podrían ser incluidos en el apartado referente al tipo de líneas plásticas, dado que los mecanismos que han aportado se clasifican más por el tipo de línea que contiene el patrón de colapso, que por la causa que provoca la formación de un tipo de mecanismo u otro.

A continuación, en el apartado 4.4 se presentan los tipos de líneas plásticas que se desarrollan en los elementos de acero conformado en frío, haciendo especial hincapié en las líneas plásticas estacionarias y móviles, dada la importancia que posee su identificación a la hora de analizar un mecanismo de fallo mediante la TGLP.

En relación a las líneas que contienen los mecanismos incompletos o fracturados de Gioncu y Mazzolani, no tiene sentido extenderse más allá de la definición ya aportada.

## 4.4 TIPOS DE LÍNEAS PLÁSTICAS.

### 4.4.1 Líneas plásticas estacionarias, móviles y curvas.

Los tipos de líneas plásticas que han de tenerse en cuenta en la TGLP han sido ya descritas en su mayoría en el apartado precedente, en base a la clasificación de los mecanismos de fallo realizada por Gioncu Mazzolani, (Gioncu y Mazzolani 2002).

Dichas líneas serían:

- Líneas plásticas principales.
- Líneas plásticas secundarias.
- Líneas plásticas fracturadas.
- **Líneas plásticas estacionarias o fijas.**
- **Líneas plásticas móviles.**

En el presente apartado, 4.4, nos centraremos en las líneas plásticas estacionarias o fijas, y en las líneas plásticas móviles, dado que es de interés saber distinguir dichas líneas y modelarlas correctamente.

El hecho de modelar una plástica móvil como una línea plástica estacionaria puede desembocar, en algunos casos, en el desarrollo de un modelo teórico de un mecanismo de fallo cinemáticamente inadmisibles.

Para explicar con corrección como se ha de realizar el modelaje de una línea plástica móvil, se procederá a presentar, brevemente, algunas investigaciones que trataron esta temática.

También se presentará en este apartado las **líneas plásticas curvas**, dado que es el único tipo de línea que faltaría por incluir en la clasificación anterior.

Estos tres tipos de líneas plásticas suelen definirse de la siguiente manera:

**Líneas estacionarias o fijas.** Son aquellas líneas plásticas que se forman directamente al deformarse plásticamente el elemento estructural y permanecen fijas, siendo líneas estacionarias, sin alterar su posición. Usualmente, son líneas consecuencia directa de un patrón de pandeo.

**Líneas móviles.** Son líneas formadas después de la ocurrencia del patrón de pandeo y que se desplazan y cambian de posición, intentando obtener el mejor mecanismo patrón. Esto es, son líneas que se mueven hasta encontrar la posición en la que el mecanismo necesita emplear menos energía para completar su desarrollo.

Esta diferenciación tiene gran importancia. Un patrón de colapso conformado únicamente por líneas estacionarias no cambia su configuración. Contrariamente a esta situación, un cambio en el patrón es solamente posible cuando el mecanismo incluye líneas plásticas móviles.

**Líneas curvas.** Son líneas plásticas cuya geometría responde a una forma curva, y su interés no va más allá de la geometría que poseen. De hecho, muchos investigadores simplifican este tipo de líneas como líneas plásticas rectas, siempre y cuando la curvatura de la línea no sea muy amplia, y sea posible recoger con cierta corrección su trazado mediante esta simplificación.

#### 4.4.2 El modelado de las líneas plásticas móviles según Bakker y Kecman.

Estos tres tipos de líneas se pueden ver muy bien en los trabajos realizados por Bakker, preferentemente en su tesis, (Bakker 1992), focalizada en la abolladura del alma, (“*web crippling*”), de paneles nervados de primera generación de acero conformado en frío solicitados a cargas concentradas.

Bakker acomete su investigación mediante la aplicación de la TGLP. En su trabajo expone que ante este tipo de carga se pueden desarrollar dos tipos de mecanismos: el “*yield arc mechanism*”, o mecanismo plástico en forma de arco, y el “*rolling mechanism*”, cuya traducción se podría asimilar a mecanismo rodado, o mecanismo de bobinado.

Santaputra, (Santaputra 1986), que fue el primero en afirmar explícitamente que existían estos dos modos de fallo, denominó en su tesis, “fallo por pandeo del alma” al “*yield arch mechanism*” y, “fallo por sobrecarga” al “*rolling mechanism*”, aunque no llegó a determinar los parámetros que definían la ocurrencia de cada modo de fallo.

El “*yield arc mechanism*” responde a un patrón de colapso conformado por líneas plásticas estacionarias y de geometría curva, (figura 4.4)

El “*rolling mechanism*” responde a un patrón de colapso conformado por líneas plásticas estacionarias y móviles, (figura 4.5).

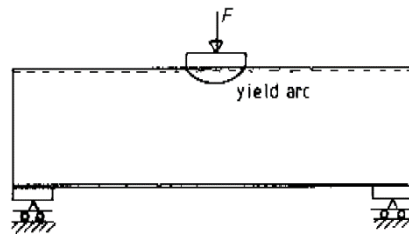


Figura 4.4. *Yield arc mechanism*, (Bakker 1992).

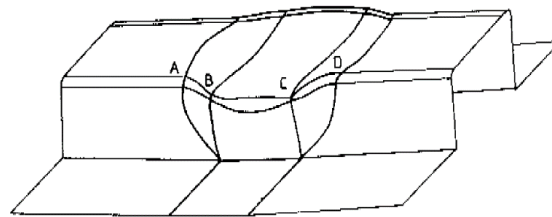


Figura 4.5. *Rolling mechanism*, (Bakker 1992).

En el “*yield arc mechanism*”, el ancho del arco es aproximadamente igual a la longitud de la placa de carga. Este mecanismo se forma de una manera brusca adoptando una geometría curva.

El “*rolling mechanism*” es un mecanismo que se conforma mediante el “rodado” del radio de acuerdo. Es decir, este mecanismo es capaz de completar su desarrollo gracias a que el radio de acuerdo varía su magnitud a lo largo de la línea ABCD a medida que la carga aumenta.

En la figura 4.5 se puede observar que en los puntos A y D, el radio de acuerdo mantiene su magnitud inicial. Ello no sucede en los puntos B y C, en los cuales el radio de acuerdo es más estrecho. Se observa también que el tramo del radio de acuerdo acotado entre los puntos B y C posee una magnitud mayor a la inicial.

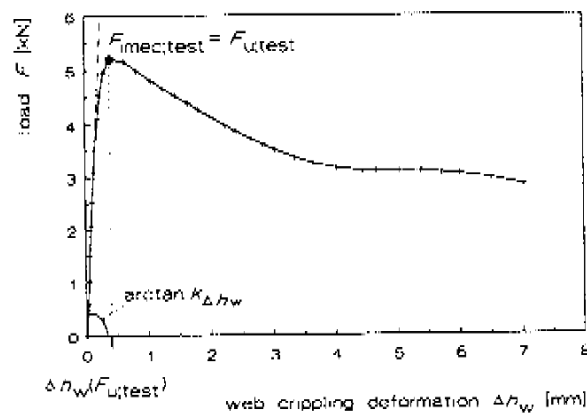
En base a lo expuesto, la línea ABCD es categorizada como una línea plástica móvil, ya que se desplaza hasta encontrar la posición en la que el mecanismo ha de emplear menor energía para completar su desarrollo.

El comportamiento de cada uno de los mecanismos da lugar a relaciones carga-deformaciones muy diferentes.

En la figura 4.6, se presenta la relación carga-deformación del alma correspondiente al “*yield arc mechanism*”.

En dicha figura, se puede apreciar como la carga última, ( $F_{u,\text{test}}$ ), coincide con la carga de iniciación del mecanismo, ( $F_{i,\text{mec;test}}$ ). La transición del comportamiento elástico al

comportamiento plástico se produce de manera repentina, al igual que el patrón, el cual aparece perfectamente marcado y definido por unas líneas plásticas estacionarias curvas.

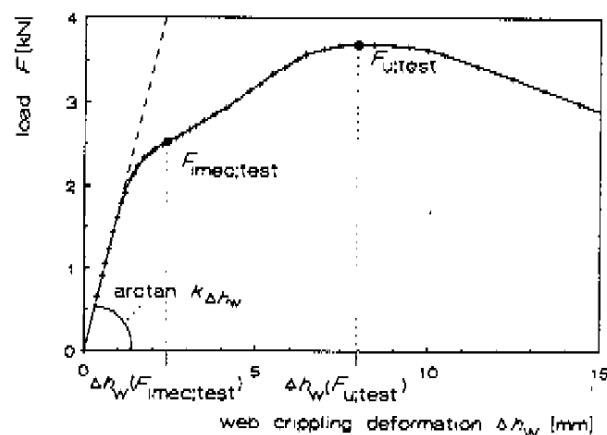


**Figura 4.6.** Diagrama carga-deformación del alma en el “yield arc mechanism”, (Bakker 1992).

En la figura 4.7 se presenta la relación carga-deformación del alma del “rolling mechanism”.

En dicha figura se puede observar que no hay una fuerte transición entre el comportamiento elástico y plástico. En este caso, la carga última, ( $F_{u;test}$ ), no coincide con la carga de iniciación del mecanismo, ( $F_{imec;test}$ ).

El diagrama posee tres zonas diferenciadas. Un primer tramo elástico que termina con la carga de iniciación del mecanismo, ( $F_{imec;test}$ ). Un segundo tramo de transición de pendiente más suave y acotado entre la carga de iniciación del mecanismo, ( $F_{imec;test}$ ), y la carga última, ( $F_{u;test}$ ), y un tercer tramo que correspondería al comportamiento post-colapso.



**Figura 4.7.** Diagrama carga-deformación del alma en el “rolling mechanism”, (Bakker 1992).

Al alcanzar la carga de iniciación del mecanismo, ( $F_{imec;test}$ ), el patrón comienza a formarse. Durante el segundo tramo, el radio de acuerdo comienza a variar de magnitud y a extenderse por el alma. Una vez que se ha formado el mecanismo por completo, se alcanza la carga última,

( $F_{u, \text{test}}$ ), y comienza el proceso de post-colapso. En este último tramo, las líneas plásticas dejan de ser móviles para convertirse en estacionarias.

El cambio de pendiente que se observa en el segundo tramo del diagrama corresponde al siguiente comportamiento, (véase figura 4.8).

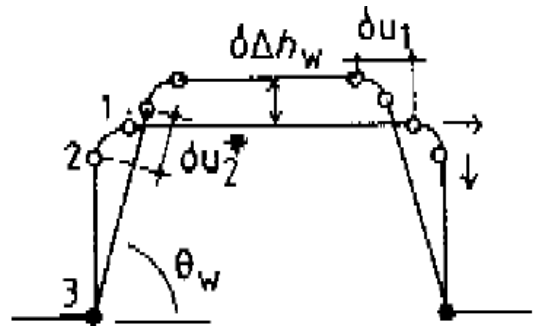


Figura 4.8. Patrón de colapso del “rolling mechanism”, (Bakker 1992).

En la figura 4.8, se puede observar el panel nervado antes de la aplicación de la carga, y la deformación que adquiere después de la aplicación de la misma. En dicha figura la amplitud de radio de acuerdo se define mediante los puntos 1 y 2.

A medida que la magnitud de la carga aumenta se producen dos desplazamientos significativos. El punto 1 sufre un desplazamiento, ( $\delta_{u1}$ ), obligando al ala superior a alargarse. El punto 2 se desplaza, ( $\delta_{u2}$ ), por el alma del panel nervado obligando a este elemento de sección a sufrir un acortamiento.

El punto 3 solamente sufre un giro y no hay desplazamiento. Dicho punto representaría una línea plástica estacionaria. Los puntos 1 y 2 estarían representando el movimiento de una línea plástica móvil.

El movimiento relativo que se produce entre los puntos 1 y 2 es explicado por Bakker mediante la figura 4.9, en la cual se dispone el alma en sentido horizontal.

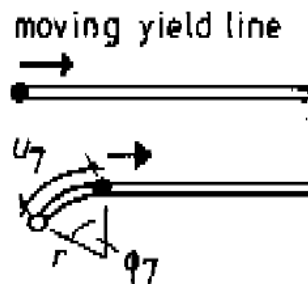


Figura 4.9. Líneas móviles del “rolling mechanism”, (Bakker 1992).

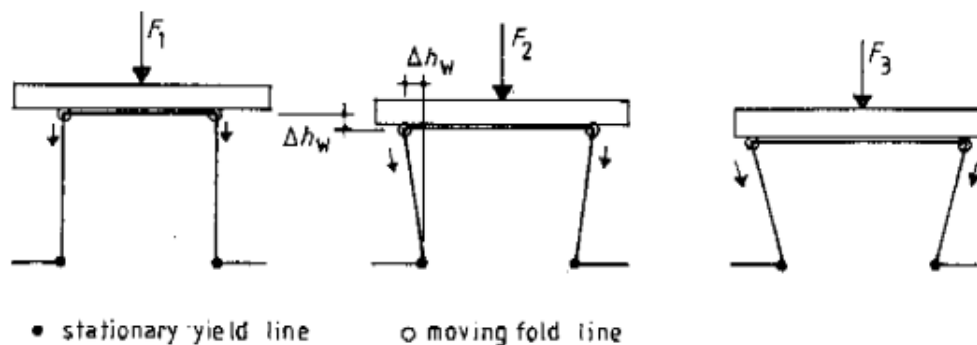


A medida que aumenta la carga, el punto 2 se desplaza por el alma provocando el acortamiento de la misma y el alargamiento del radio de acuerdo.

En base a estos esquemas, Bakker, (Bakker 1992), afirma que para recoger con corrección el comportamiento de una línea plástica móvil, ésta ha de modelarse como dos líneas plásticas entre las cuales se produce un giro, tal y como el que se muestra en la figura 4.8, ( $\phi_7$ ).

En 1983, Wierzbicki y Abramowicz, (Wierzbicki y Abramowicz 1983), habían apuntado que un mecanismo con líneas plásticas móviles era cinemáticamente inadmisibles.

En ese mismo año, Reinsch, (Reinsch 1983), propuso el primer modelo teórico del “*rolling mechanism*”. Este autor denominó a este mecanismo con el término alemán “*Kantenbeulen*”, e idealizó el comportamiento del radio de acuerdo con una sola línea plástica, tal y como se puede observar en la figura 4.10.

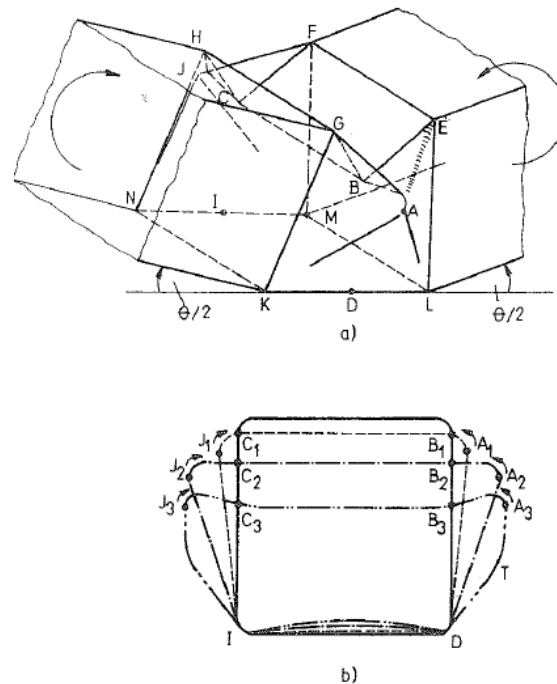


**Figura 4.10. Modelo propuesto por Reinsch para el “*rolling mechanism*”, (Reinsch 1983).**

Según Bakker, modelando el comportamiento del radio de acuerdo con una sola línea plástica no se recoge con corrección las deformaciones que están aconteciendo en dicha zona.

También en 1983, Kecman, (Kecman 1983), propone un modelo teórico para el mecanismo de fallo que se desarrolla en perfiles huecos rectangulares ante una sollicitación de flexión, (fig.4.11). Este autor modela las líneas plásticas móviles mediante dos líneas, procediendo del mismo modo que Bakker.

En la figura 4.11, se puede apreciar como Kecman modela la deformación de los radios de acuerdo mediante dos líneas. Para determinar el trabajo realizado por una de estas líneas, se ha obtenido el giro relativo entre las dos. Bakker en su tesis, (Bakker 1992), explica, mediante la figura 4.9, cómo calcular este trabajo. Una vez se conoce el trabajo de una de las líneas del radio de acuerdo, el trabajo total del conjunto de las dos se obtiene multiplicando por dos, pues se supone que ambas recorren la misma distancia.



**Figura 4.11. Modelo propuesto por Kecman, (Kecman 1983).**

Este modelo teórico desarrollado por Kecman, (Kecman 1983), será explicado detalladamente en el apartado 4.10, dado el interés que tiene para esta tesis.

En relación al “*yield arc mechanism*”, y al “*rolling mechanism*”, Bakker afirma en su tesis que la ocurrencia de un patrón de colapso u otro está relacionado con la amplitud del radio de acuerdo existente entre el ala y el alma del panel nervado.

El “*yield arc mechanism*”, acontece en miembros con un radio de curvatura pequeño. Elementos con un radio de acuerdo medido interiormente entre 1mm y 5mm desarrollan este tipo de patrón.

El “*rolling mechanism*”, se produce en elementos con amplios radios de acuerdo. Elementos con un radio de acuerdo medido interiormente entre 5mm y 10mm desarrollan este tipo de patrón.

Dicho criterio es menos claro para radios de 5mm. Según Bakker, ello puede ser debido a que no necesariamente debe haber una fuerte distinción entre el “*yield arc mechanism*” y el “*rolling mechanism*”. Puede haber una transición gradual entre ambos mecanismos a través de un mecanismo mixto.

Bakker expone que la amplitud del radio de acuerdo tiene una influencia directa en la excentricidad de la carga aplicada respecto al alma, y esto provoca el cambio de comportamiento. Así pues, otro parámetro de influencia relacionado con este concepto, sería la inclinación que posee el alma de un panel nervado. En este sentido, Bakker realiza un

interesante paralelismo con el trabajo de Kato y Nishiyama, (Kato y Nishiyama 1980), que estudian la abolladura de elementos tubulares de acero conformado en frío con unión en “T”.

A continuación, en el apartado 4.5, se presenta, a modo de “biblioteca”, los mecanismos de fallo más conocidos o relevantes en la TGLP.

## 4.5 LOS PATRONES DE COLAPSO EN LA TGLP.

### 4.5.1 Introducción.

En el capítulo 3, apartado 3.3.3, se pudo observar que en la TCLP existen una serie de reglas que permiten, o más bien ayudan, a trazar “a priori” el mecanismo de fallo que acontece en una placa de hormigón solicitada a cargas perpendiculares a su plano y con unas condiciones de contorno determinadas.

La existencia, a mayores, de un amplio catálogo bibliográfico donde se recogen los diferentes patrones que acontecen ante distintos tipos de cargas facilita enormemente esta tarea.

En la TGLP el trazado “a priori” del mecanismo de fallo es mucho más dificultoso, ya que:

- a) No se posee una biblioteca amplia y detallada, tal y como sucede en la TCLP, que permita, a modo de referencia, realizar el trazado de un mecanismo plástico con cierta certeza.
- b) No existen reglas similares a las de la TCLP en las que apoyarse para obtener un patrón de colapso.
- c) Las imperfecciones iniciales pueden jugar un papel importante en el desarrollo de un modo de fallo u otro.
- d) Es necesario tener presente el patrón de pandeo que origina la formación del mecanismo plástico.
- e) La presencia de líneas móviles puede originar un cambio en el mecanismo de fallo.

Actualmente, el modo usual y correcto para obtener con certeza el patrón de colapso que se desarrolla en un elemento de acero conformado en frío ante un estado de cargas determinado, pasa por la realización de simulaciones por ordenador y/o ensayos experimentales.

En el presente apartado, 4.5, se procede a la presentación de los patrones de colapso más relevantes, o más conocidos, en la TGLP.

La clasificación se ha realizado en base al trabajo de recopilación desarrollado por Ungureanu, (Ungureanu, Kotelko, y otros 2008). Dicho autor clasifica los mecanismos de fallo en dos

categorías: placas y elementos. Cada categoría está subdividida en función del tipo de carga a la que se encuentra sometida la pieza.

La clasificación se presenta en los siguientes apartados:

**a) Mecanismos plásticos de placas. (Apartado 4.5.2).**

- Mecanismos plásticos de placas solicitadas a compresión pura y flexo-compresión con diferentes tipos de condiciones de contorno. (Apartado 4.5.2.1).
- Mecanismos plásticos de placas solicitadas a compresión uniforme con condiciones de contorno simétricas. (Apartado 4.5.2.2).
- Mecanismos plásticos de placas solicitadas a flexión pura. (Apartado 4.5.2.3).

**b) Mecanismos plásticos de elementos. (Apartado 4.5.3).**

- Mecanismos plásticos de diferentes tipos de sección de acero conformado en frío solicitadas a flexión. También se incluye en este apartado el mecanismo plástico de una sección solicitada a flexo-compresión desarrollada por Murray. (Apartado 4.5.3.1).

## **4.5.2 Mecanismos plásticos de placas de acero.**

### **4.5.2.1 Compresión pura y flexo-compresión.**

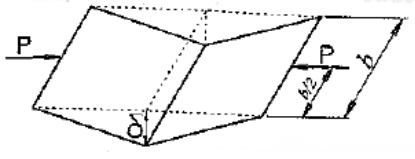
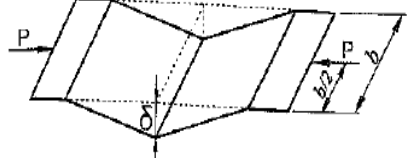
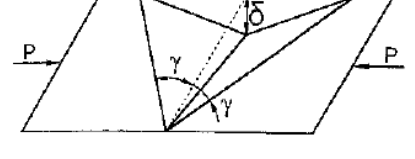
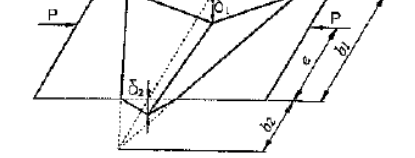
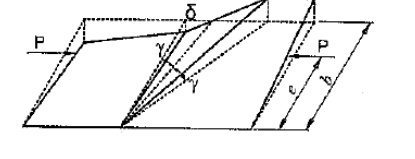
En el presente apartado, 4.5.2.1, se exponen los ocho mecanismos básicos de Murray, (Murray y Khoo 1981), los cuales son toda una referencia dentro de la TGLP.

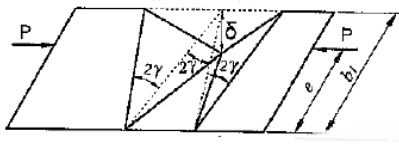
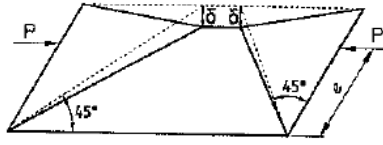
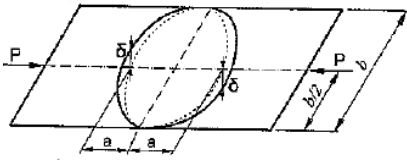
Murray, (Murray y Khoo 1981), analiza diferentes mecanismos de fallo que acontecen en placas de acero ante cargas de compresión pura y flexo-compresión con diferentes condiciones contorno. En su artículo presenta ocho mecanismos, a los cuales denomina básicos, y afirma que mecanismos más complejos pueden ser tratados como un “ensamblaje” de mecanismos básicos. Esto permitiría, por ejemplo, analizar los mecanismos complejos que se desarrollan en perfiles de chapa conformada en frío.

Los ocho mecanismos de Murray, así como el tratamiento de un mecanismo complejo mediante “ensamblaje” de mecanismos básicos, son tratados y desglosados en el Anexo D.

A continuación, se presenta en la siguiente tabla los ocho mecanismos básicos de Murray, así como las expresiones a partir de las cuales se obtiene la curva de comportamiento post-colapso.

Por otro lado, matizar que las figuras que se presentan han sido extraídas del artículo de Ungureanu, (Ungureanu, Kotelko, y otros 2008), y no del artículo de Murray, (Murray y Khoo 1981), dado que los mecanismos están en tres dimensiones, y ello facilita la visualización y comprensión de los mismos.

Mecanismo	Relación carga-desplazamiento.
<p><b>Nº1. Bordes cargados simplemente apoyados.</b></p>  <p>(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008).</p>	$P = \sigma_y b t \left[ \sqrt{\left(\frac{2\delta}{t}\right)^2 + 1} - \frac{2\delta}{t} \right]$
<p><b>Nº2. Bordes cargados empotrados.</b></p>  <p>(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008).</p>	$P = \sigma_y b t \left[ \sqrt{\left(\frac{\delta}{t}\right)^2 + 1} - \frac{\delta}{t} \right]$
<p><b>Nº3. Bordes cargados empotrados. Un borde libre y otro simplemente apoyado.</b></p>  <p>(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008).</p>	$P = \frac{\sigma_y t b}{2} \left[ \sqrt{\left(\frac{2\delta}{k_1 t}\right)^2 + 1} - \left(\frac{2\delta}{k_1 t}\right) + \frac{k_1 t}{2\delta} \ln \left( \sqrt{\left(\frac{2\delta}{k_1 t}\right)^2 + 1} + \frac{2\delta}{k_1 t} \right) \right]$ $P e = \frac{\sigma_y t^3 b^2 k_1^2}{12\delta^2} \left[ \sqrt{\left[\left(\frac{2\delta}{k_1 t}\right)^2 + 1\right]^3} - 1 - \left(\frac{2\delta}{k_1 t}\right)^3 \right]$
<p><b>Nº4. Bordes cargados empotrados. Dos bordes libres.</b></p>  <p>(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	<p>Relación del mecanismo nº3.</p> $P = P_1 - P_2$ $P e = P_1 e_1 - P_2 e_2$
<p><b>Nº5. Tres bordes libres. Un borde simplemente apoyado.</b></p>  <p>(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	<p>Relación del mecanismo nº3 pero reemplazando <math>k_1</math> por <math>k_2</math></p>

<p><b>Nº6. Dos bordes empotrados. Uno libre y otro simplemente apoyado.</b></p>  <p>(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	<p>Relación del mecanismo nº3 pero reemplazando <math>k_1</math> por <math>k_2</math></p>
<p><b>Nº7. Tres bordes simplemente apoyados. Un borde libre.</b></p>  <p>(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	<p>Relación del mecanismo nº5 pero con <math>\gamma = 45^\circ</math></p>
<p><b>Nº8. Bordes cargados empotrados.</b></p>  <p>(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	$P = \frac{\sigma_y t b}{6} \left[ 1 - \frac{2\delta}{t} + \sqrt{\left(\frac{2\delta}{t}\right)^2 + 1} - \frac{6\delta}{t \left(1 + \frac{4a^2}{b^2}\right)} + 4 \sqrt{\left(\frac{3\delta}{2t \left(1 + \frac{4a^2}{b^2}\right)}\right)^2 + 1} \right]$
<p>Siendo: <math>k_1 = 1 + \sec^2 \beta</math>      <math>k_2 = \sec^2 \beta</math>      <math>k_3 = 2 \sec^2 \beta</math></p>	

**Tabla 4-1. Mecanismos básicos de Murray, (Murray y Khoo 1981)**

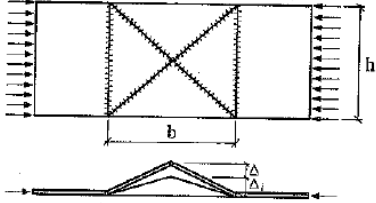
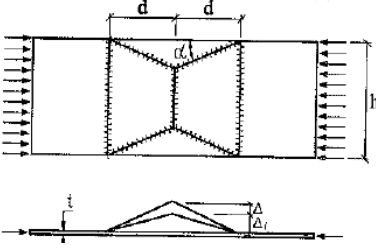
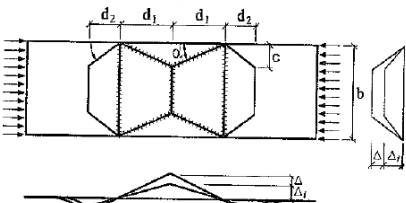
Las curvas post-colapso de cada uno de los mecanismos se pueden obtener empleando las expresiones que figuran en la tabla 4.1. Asignando un valor al desplazamiento, al cual correspondería un estadio de deformación del patrón de colapso, se obtiene la carga límite correspondiente. Realizando este proceso de manera reiterada, se obtendrían los valores pertinentes para proceder al trazado de la curva.

#### 4.5.2.2 Compresión uniforme con condiciones de contorno simétricas.

Los tres mecanismos que se exponen a continuación se desarrollan en placas solicitadas a compresión uniforme y con las mismas condiciones de contorno.

Los bordes cargados están empotrados, aunque lógicamente uno de estos bordes ha de poseer un grado de libertad en la dirección de aplicación de la carga con el fin de que el mecanismo pueda llegar a desarrollarse.

Ente otros autores, el primer mecanismo que se expone en la tabla 4.2 ha sido tratado principalmente por Kato, (Kato 1965). El segundo mecanismo por Korol y Sherbourne, (Korol y Sherbourne 1972), que es el mecanismo denominado “*pitched roof*”, cuya traducción literal sería “cubierta a dos aguas”, aunque observando el mecanismo sería más apropiado hacer una traducción a “mecanismo a cuatro aguas”. Por último, el tercer mecanismo ha sido investigado por Mahendran, (Mahendran 1997), al que denomina “*roof-shaped mechanism*”.

Mecanismo	Relación carga-desplazamiento.
<p data-bbox="277 600 593 629"><b>Nº1. Mecanismo tipo “pirámide”.</b></p>  <p data-bbox="277 913 587 943">(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	$\frac{F}{F_p} = \frac{\sigma}{\sigma_y} = \frac{1}{2} \left[ 1 - 2 \frac{\Delta + \Delta_i}{t} + \sqrt{1 + 4 \left( \frac{\Delta + \Delta_i}{t} \right)^2} \right]$
<p data-bbox="261 985 609 1014"><b>Nº2. Mecanismo tipo “pitched roof”.</b></p>  <p data-bbox="277 1339 587 1368">(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	$\frac{F}{F_p} = \frac{\sigma}{\sigma_y} = 1 - 0.355 \frac{\Delta + \Delta_i}{t} + 0.056 \left( \frac{\Delta + \Delta_i}{t} \right)^2 - 0.003 \left( \frac{\Delta + \Delta_i}{t} \right)^3$
<p data-bbox="261 1406 609 1435"><b>Nº3. Mecanismo tipo “roof-shaped”.</b></p>  <p data-bbox="277 1731 587 1760">(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	$\frac{F}{F_p} = \frac{\sigma}{\sigma_y} = \left( 1 - 2 \frac{c}{b} \right) \left[ \sqrt{(1+r^2) \left( \frac{\Delta + \Delta_i}{t} \right) + 1} - (1+r) \left( \frac{\Delta + \Delta_i}{t} \right) \right] +$ $+ \frac{c}{b} \left[ \sqrt{\frac{4(1+r^2)}{k^2} \left( \frac{\Delta + \Delta_i}{t} \right)^2 + 1} - \frac{2(1+r)}{k} \left( \frac{\Delta + \Delta_i}{t} \right) \right] +$ $+ \frac{1}{2(1+r)} \frac{1}{\frac{\Delta + \Delta_i}{t}} \ln \left[ \sqrt{\frac{4(1+r^2)}{k^2} \left( \frac{\Delta + \Delta_i}{t} \right)^2 + 1} - \frac{2(1+r)}{k} \left( \frac{\Delta + \Delta_i}{t} \right) \right]$

**Tabla 4-2. Mecanismos plásticos de placas solicitadas a compresión uniforme con condiciones de contorno simétricas.**

El mecanismo tipo “*roof-shaped*”, (nº3), tiende a desarrollarse en placas que poseen una amplia relación de aspecto, largo/ancho. Por el contrario, el mecanismo tipo “*pirámide*”, (nº1), y el

mecanismo “*pitched-roof*”, (nº2), tienden a desarrollarse en placas con una baja relación de aspecto.

Si se comparan el mecanismo “*pitched roof*”, (nº2), con el mecanismo “*roof-shaped*”, (nº3), es fácil observar que ambos patrones presentan las mismas líneas plásticas centrales. Es decir, si al mecanismo “*pitched-roof*” le añadimos tres líneas plásticas a ambos lados, el mecanismo resultante sería un “*roof-shaped*”.

Si se compara ahora el mecanismo “*pitched-roof*”, (nº2), con el mecanismo tipo “pirámide”, (nº1), se aprecia que ambos mecanismos son también muy similares. La diferencia estriba en la línea plástica de cumbrera que posee el “*pitched-roof*”, la cual no se presenta en el mecanismo tipo “pirámide”.

Es decir, estos tres mecanismos son variaciones de un mismo patrón. La ocurrencia de un patrón u otro está relacionada con el ratio de aspecto de la placa.

Por otro lado, es interesante hacer notar que el mecanismo “*pitched-roof*” y el mecanismo nº8 de Murray, (mecanismo “*flip-disc*”, tabla 4.1), pueden desarrollarse indistintamente para la misma placa, tipo de carga y condición de contorno.

Michelutti, (Michelutti 1976), realizó ensayos experimentales con el fin de determinar qué factores provocaban el desarrollo de un mecanismo “*pitched-roof*” o “*flip-disc*”.

Este autor observó que las placas más esbeltas, con un amplio ratio ancho-espesor, (b/t), desarrollaban el mecanismo “*flip-disc*”, mientras que las placas con ratios ancho-espesor más bajos, desarrollaban un mecanismo “*roof-shaped*”. Placas con ratios b/t moderados estaban expuestas a desarrollar ambos mecanismos.

Años más tarde, Murray, (Murray 1985), postuló que la localización del primer punto de plastificación, en el centro de la placa o hacia uno de los extremos de la misma, estaba relacionada con la esbeltez de la placa.

Las placas menos esbeltas tienden a desarrollar el primer punto de plastificación en el centro de la misma. Por el contrario, las placas más esbeltas tienden a desarrollar el primer punto de plastificación hacia uno de los extremos.

Una vez que la primera plastificación acontece, en el centro o hacia un extremo de la placa, el mecanismo plástico asociado a esta localización, “*roof-shaped*”, o “*flip-disc*”, respectivamente, comienza a expandirse y desarrollarse a partir del mismo.



Posteriormente Mahendran, (Mahendran 1997), validó las hipótesis de Murray y Michelutti, afirmando a mayores que el desarrollo de un mecanismo u otro está fuertemente influenciado por las imperfecciones iniciales y por la calidad del acero.

Para una calidad de acero media, (250MPa), Mahendran observó que las placas con ratios de esbeltez, (b/t), mayores de 100, siempre desarrollaban un mecanismo tipo “*flip-disc*”. Cuando las placas poseían un ratio de esbeltez menor de 100, se podía desarrollar un mecanismo “*flip-disc*”, o un mecanismo “*roof-shaped*”, indistintamente.

Analizando el caso de las placas con ratios de esbeltez menores a 100, Mahendran llegó a la conclusión de que para cada ratio de esbeltez existe una magnitud de imperfección inicial crítica que marca el punto a partir del cual se desarrolla un mecanismo de fallo u otro.

En su artículo presenta una serie de tablas donde se establece el tipo de mecanismo de fallo en función de la magnitud de imperfección inicial, el ratio de esbeltez de la placa y la calidad del acero.

Por ejemplo, para una calidad de acero alta, (650Mpa), Mahendran presenta una tabla donde se observa que para ratios de esbeltez, (b/t), mayores de 70, siempre se desarrolla un mecanismo “*flip-disc*”. Para ratios de esbeltez menores de 70, la placa puede desarrollar un mecanismo “*flip-disc*”, o “*roof-shaped*”, indistintamente. En este último caso, existe una magnitud de imperfección inicial crítica para cada ratio que determina el tipo de mecanismo que se desarrollará.

Tras esta pequeña exposición, se observa que muchas veces es dificultoso determinar el patrón de colapso que gobierna el fallo de un elemento, o pieza, de acero conformado en frío. Factores como la relación de aspecto, (largo/ancho), relación de esbeltez, (b/t), magnitud de imperfección inicial, y la calidad del acero, pueden dar lugar a variaciones de un mismo patrón, o incluso patrones de geometría totalmente diferentes, como es el caso del “*roof-shaped*” y el “*flip-disc*”.

En la presente tesis se observó que el perfil nervado analizado podía desarrollar dos tipos de mecanismos de fallo cuando era solicitado a flexión pura negativa. En este caso se determinó que la ocurrencia de un mecanismo u otro estaba relacionado con el ancho del ala comprimida. Este caso será tratado en el apartado 5.9.

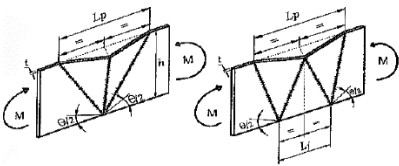
#### **4.5.2.3 Flexión pura.**

En el presente apartado se exponen dos mecanismos plásticos de placas sometidas a flexión pura.

En realidad estos dos patrones pertenecerían a un mecanismo plástico más complejo. Ver por ejemplo el artículo de Pastor, M.M., (Pastor y Roure 2008).

El problema de mecanismos plásticos de placas “separadas” de la sección original de una pieza ha sido tratado por Feldman en su tesis, (Feldman 1994), y por Park y Lee, (Park y Lee 1996).

La expresión que se presenta en la tabla 4.3 ha sido obtenida mediante el método del equilibrio.

Mecanismo	Relación carga-desplazamiento.
<p data-bbox="336 613 539 640"><b>Mecanismos T1 y T2.</b></p>  <p data-bbox="284 869 592 896">(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	$\frac{M}{M_p} = \frac{1}{6} k^2 \left( \frac{t}{\Delta + \Delta_i} \right)^2 \left[ \sqrt{\left( 1 + \frac{4}{k^2} \left( \frac{\Delta + \Delta_i}{t} \right)^2 \right)^3} - 1 - \frac{8}{k^3} \left( \frac{\Delta + \Delta_i}{t} \right)^3 \right]$

**Tabla 4-3. Mecanismos plásticos de placas sometidas a flexión pura.**

#### 4.5.3 Mecanismos plásticos de elementos de acero conformado en frío.

En el presente apartado se exponen siete mecanismos plásticos de piezas completas de acero conformado en frío.

El primer mecanismo de la tabla 4.4 se desarrolla en un perfil en “C” cuando es solicitado a un esfuerzo de flexo-compresión. Dicho mecanismo ha sido obtenido por Murray, (Murray y Khoo 1981), empleando el método del equilibrio y mediante “ensamblaje” de mecanismos básicos.

Este mecanismo es tratado en el Anexo C, junto con los ocho mecanismos básicos de Murray.

Cabe mencionar que los primeros modelos teóricos de mecanismos plásticos en tres dimensiones fueron elaborados originalmente por este autor, (Murray y Khoo 1981).

El segundo mecanismo de la tabla 4.4 ha sido analizado por Kecman, (Kecman 1983), el cual es toda una referencia en la TGLP. Dicho mecanismo se desarrolla en perfiles huecos rectangulares cuando son solicitados por un esfuerzo de flexión.

Kecman es el primer autor en proponer un modelo teórico para un perfil completo solicitado a flexión.

El mecanismo de Kecman será desglosado y explicado en el apartado 4.9 de la presente tesis, dada la importancia que posee para la investigación aquí presentada.

En la tercera, cuarta y quinta posición de la tabla 4.4 se presentan los mecanismos analizados por Kotelko. Esta autora investigó los patrones de colapso que se desarrollan en piezas de sección rectangular y trapecial, (Kotelko 1996), con ratios ancho/espesor inferiores a 80, y ante un esfuerzo de flexión. Esta misma autora también analizó los patrones de colapso que se desarrollan en perfiles con sección en “C” cuando son solicitados a un esfuerzo de flexión, (Kotelko 2004).

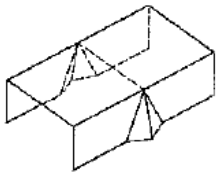
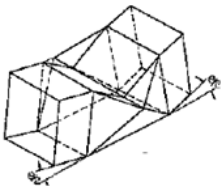
Kotelko junto con Krolak, (Kotelko y Krolak 1993), analiza también el mecanismo de fallo que acontece en piezas de sección triangular ante un esfuerzo de flexión. Este patrón de colapso se presenta en la sexta posición de la tabla 4.4

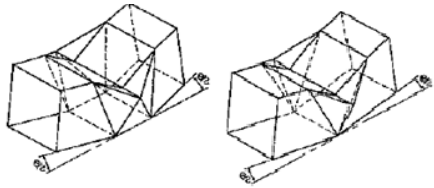
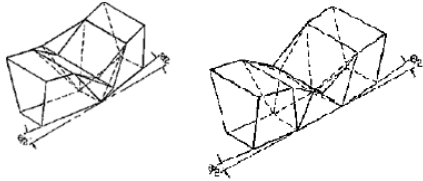
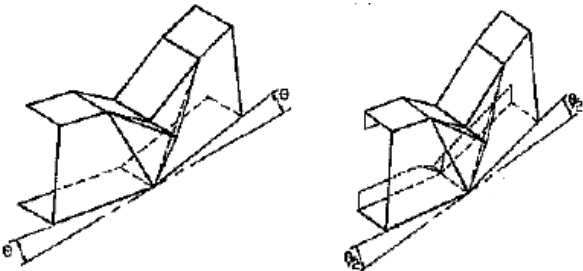
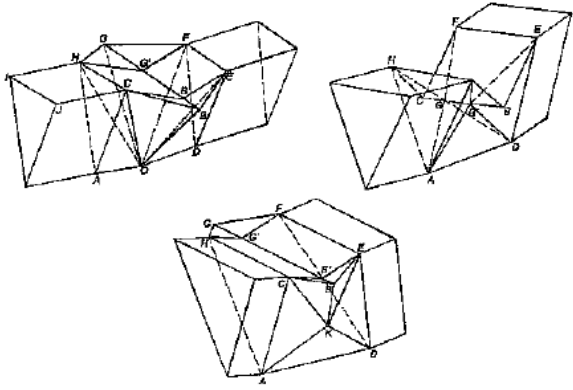
Por último, y en la séptima posición, se presenta el mecanismo plástico que se desarrolla en secciones huecas circulares cuando son solicitadas a un esfuerzo de flexión. Dicho mecanismo ha sido analizado por Elchalanaki, Grzebieta y Zhao, (Elchalanaki, Zhao y Grzebieta 2002).

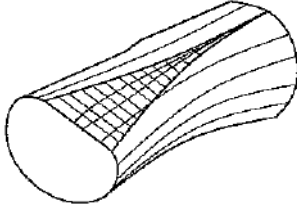
Es decir, excepto el mecanismo de Murray, el cual se desarrolla ante un esfuerzo de flexo-compresión, el resto de los patrones que se presentan en la tabla 4.4 acontecen ante un esfuerzo de flexión.

Cabe mencionar, también, que Murray es el único autor de los presentados en la tabla 4.4 que emplea el método del equilibrio. El resto de los autores emplean el Método del trabajo.

En dicha tabla no se incorporan las expresiones carga-desplazamiento de cada uno de los patrones de colapso, dado que son excesivamente extensas.

<b>Mecanismo.</b>	<b>Autor y método empleado.</b>
<p data-bbox="352 1391 818 1417"><b>Nº1. Sección en “C” solicitada a flexo-compresión.</b></p>  <p data-bbox="432 1659 740 1686">(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	<p data-bbox="1035 1449 1302 1478"><b>(Murray y Khoo 1981).</b></p> <p data-bbox="1043 1520 1294 1550">Método del Equilibrio.</p>
<p data-bbox="379 1731 791 1758"><b>Nº2. Sección rectangular solicitada a flexión.</b></p>  <p data-bbox="547 1966 855 1993">(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	<p data-bbox="1078 1771 1262 1800"><b>(Kecman 1983).</b></p> <p data-bbox="1058 1843 1283 1872">Método del Trabajo.</p>

<p><b>Nº3. Sección rectangular solicitada a flexión. Ratio ancho/espesor &lt; 80</b></p>  <p>(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	<p><b>(Kotelko 1996)</b></p> <p>Método del Trabajo.</p>
<p><b>Nº4. Sección trapezoidal solicitada a flexión. Ratio ancho/espesor &lt; 80</b></p>  <p>(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	<p><b>(Kotelko 1996)</b></p> <p>Método del Trabajo.</p>
<p><b>Nº5. Sección en "C" solicitada a flexión.</b></p>  <p>(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	<p><b>(Kotelko 2004)</b></p> <p>Método del Trabajo.</p>
<p><b>Nº6. Sección triangular solicitada a flexión.</b></p>  <p>(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	<p><b>(Kotelko y Krolak 1993)</b></p> <p>Método del Trabajo.</p>

<p style="text-align: center;"><b>Nº7. Sección circular solicitada a flexión.</b></p>  <p style="text-align: center;">(Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)</p>	<p style="text-align: center;"><b>(Elchalanaki, Zhao y Grzebieta 2002)</b></p> <p style="text-align: center;">Método del Trabajo.</p>
---	---

**Tabla 4-4. Mecanismos plásticos de diferentes tipos de secciones.**

Observando detenidamente los mecanismos plásticos presentados en la tabla precedente, se aprecia que los patrones de colapso analizados por Kotelko son variaciones del mecanismo de Kecman.

Se aprecia también que el patrón de colapso que se desarrolla en un perfil en “C” ante un esfuerzo de flexión, posee cierta similitud con el mecanismo de fallo que se desarrolla en el mismo tipo de perfil ante un esfuerzo de flexo-compresión. Las líneas plásticas que se desarrollan en el alma en el mecanismo de Kotelko, (Kotelko 2004), poseen la misma geometría que las líneas plásticas que se desarrollan en las alas en el mecanismo de Murray, (Murray y Khoo 1981).

## **4.6 LÍNEAS PLÁSTICAS NORMALES A LA CARGA APLICADA.**

En el presente apartado se determina la capacidad a momento de una línea plástica que se desarrolla ante la acción de una carga de compresión, y cuya geometría es perpendicular a la dirección de la carga aplicada.

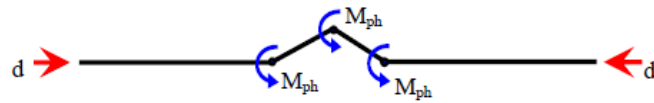
Cabe decir que la mayor parte de los mecanismos de fallo que acontecen en elementos de acero conformado en frío suelen venir provocados por cargas de compresión, y suelen desarrollarse después del pandeo del elemento.

Supongamos una placa rectangular con una imperfección inicial solicitada a una carga de compresión incremental, tal y como se presenta en la figura 4.12.

A medida que la carga aumenta, la placa comienza a deformarse en dirección perpendicular a su plano, por lo que se desarrollan momentos internos de segundo orden.

Sobrepasadas las deformaciones elásticas, y conformado un mecanismo de fallo mediante líneas plásticas, los momentos en segundo orden tienden a concentrarse alrededor de dichas líneas.

Para determinar el trabajo interno realizado por cada una de las líneas plásticas es necesario conocer el valor del momento que actúa alrededor de ellas. En el caso presentado en la figura 4.12, las líneas plásticas son perpendiculares a la directriz de la carga.



**Figura 4.12.** Placa de acero sometida a una carga de compresión, (Hiriyur y Schafer 2004).

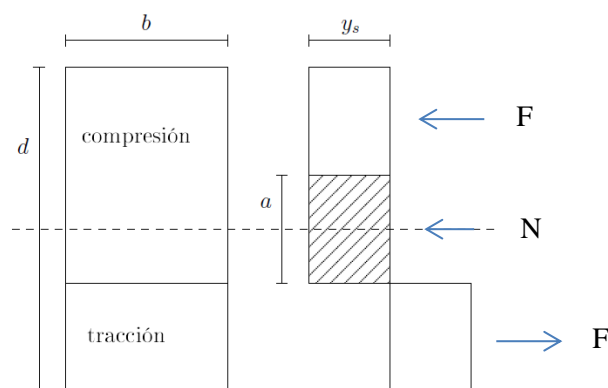
Resulta evidente que el valor de momento plástico generado en una sección rectangular debido a la acción de un axil, no puede ser valorado con la expresión:

$$M_p = \frac{\sigma_y b h^2}{4} \quad (4.1)$$

La expresión 4.1 correspondería a una sección rectangular que ha plastificado debido a la acción de un momento flector puro.

En una pieza de sección rectangular sometida a la acción de un axil incremental se produce un pandeo y luego una plastificación. En la fase plástica, una parte del cuerpo central de la sección ha de asumir tensiones de compresión para equilibrar el esfuerzo axil. El resto de la sección, conformada por dos áreas simétricas respecto al cuerpo central, ha de asumir tensiones de compresión y tracción simétricas para equilibrar el momento de segundo orden. Debido a ello, el momento plástico actuante alrededor de una línea plástica ve reducido su valor.

Dicho valor puede ser obtenido por simple equilibrio de la siguiente forma, (fig.4.13).



**Figura 4.13.** Sección rectangular plastificada debido a un esfuerzo axil.

Denominando “a” a la zona central de la sección que asume las tensiones por axil, tendremos que la fuerza aplicada en cada una de las regiones restantes tendrá un valor de:

$$F = \sigma_y b \left( \frac{d}{2} - \frac{a}{2} \right) = \sigma_y b \left( \frac{d-a}{2} \right)$$

La distancia de F al punto medio de la sección será:

$$d_0 = \frac{\frac{d-a}{2}}{2} + \frac{a}{2} = \frac{d+a}{4}$$

Tomando momentos respecto a dicho punto,

$$M_{pred} = 2 \cdot F \cdot d = 2 \cdot \sigma_y b \left( \frac{d-a}{2} \right) \cdot \frac{d+a}{4} = \frac{\sigma_y b}{4} (d-a)(d+a)$$

Llamando:

$$n = \frac{a}{d} \tag{4.2}$$

Y multiplicando y dividiendo por  $h^2$ ,

$$M_{pred} = \frac{\sigma_y b h^2}{4} (d-a)(d+a) \frac{1}{h^2} = \frac{\sigma_y b h^2}{4} (1-n)(1+n) = \frac{\sigma_y b h^2}{4} \cdot (1-n^2)$$

Empleando las ecuaciones 4.1 y 4.2 en la expresión anterior obtendremos que:

$$M_{pred} = M_p (1-n^2) = M_p \left[ 1 - \left( \frac{a}{d} \right)^2 \right] \tag{4.3}$$

Dado que el valor del axil central y el valor del axil total corresponderán respectivamente a las expresiones:

$$N_{central} = \sigma_y \cdot a \cdot b$$

$$N_{Total} = \sigma_y \cdot d \cdot b$$

Despejando:

$$a = \frac{N_{central}}{\sigma_y b} \tag{4.4}$$

$$d = \frac{N_{Total}}{\sigma_y b} \tag{4.5}$$

Sustituyendo la ecuaciones 4.4 y 4.5 en 4.3,

$$M_{pred} = M_p \left[ 1 - \left( \frac{N_{central}}{N_{Total}} \right)^2 \right]$$

Dado que  $N_{central}$ , corresponde a la carga axial actuante y que  $N_{Total}$ , corresponde al valor del axial de plastificación de una sección rectangular, podemos reescribir la expresión en la siguiente forma.

$$M_{pred} = M_p \left[ 1 - \left( \frac{N}{N_p} \right)^2 \right] \quad (4.6)$$

Donde:

$M_{pred}$ , es el valor del momento plástico de una sección rectangular, cuyo valor se ve reducido por la acción de un axial de compresión.

Dicho valor se emplea para determinar la capacidad de una línea plástica perpendicular a la dirección de la carga axial.

$M_p$ , es el valor del momento plástico de una sección rectangular sometida a flexión pura.

$N$ , es la carga axial de compresión actuante.

$N_p$ , es el valor del axial de plastificación de una sección rectangular.

## 4.7 LÍNEAS PLÁSTICAS INCLINADAS A LA CARGA APLICADA.

### 4.7.1 Introducción.

No todos los mecanismos de fallo que se desarrollan en elementos de acero, solicitados a esfuerzos axiales de compresión, desarrollan líneas plásticas perpendiculares a la dirección de la carga aplicada. Las condiciones de contorno, la excentricidad de la carga, y otra serie de factores, pueden dar lugar a un patrón conformado por líneas plásticas que formen un cierto ángulo de inclinación respecto a la carga.

Véase por ejemplo la figura 4.14. La placa rectangular está solicitada a compresión pura. Los bordes cargados pueden desplazarse en la dirección de la carga, estando el resto de los desplazamientos, así como los giros, impedidos. Uno de los bordes restantes está libre, y el otro simplemente apoyado.

Dadas estas condiciones de contorno y carga, el mecanismo de fallo que se desarrolla está conformado por dos líneas plásticas inclinadas, y una perpendicular respecto a la dirección de la carga aplicada, (fig. 4.14).





*Figura 4.14. Líneas plásticas con inclinación de un ángulo  $\beta$  respecto a la carga aplicada. (Murray y Khoo 1981).*

La capacidad a momento de una línea plástica perpendicular a la dirección de una carga axial de compresión ha sido determinada en el apartado precedente.

La capacidad a momento de una línea plástica inclinada respecto a la dirección de una carga axial de compresión es más complicada de determinar. Además del esfuerzo axial, y el correspondiente momento en segundo orden, también actúa un esfuerzo cortante, que a mayores genera un momento torsor en segundo orden.

Cabe decir que, a día de hoy, no hay un consenso común sobre el valor de momento que se ha emplear para una línea plástica inclinada. Autores tales como, Murray, (Murray 1973), (Murray 1984), Zhao y Hancock, (Zhao y Hancock 1993), Hiriyyur y Schafer, (Hiriyyur y Schafer 2004), Bakker, (Bakker 1990), etc, han desarrollado expresiones que muestran ciertas diferencias.

Dichas diferencias son debidas a que cada autor asume en el espesor de la placa de la línea inclinada, distribuciones de tensión y criterios de plastificación diferentes.

Los criterios de plastificación más empleados son el de Von Mises y Tresca, aunque algunos autores no aplican ningún criterio de plastificación, ni tampoco tienen en consideración el efecto del esfuerzo cortante ni del momento torsor.

Murray, por ejemplo, (Murray 1973), desarrolla en 1973 una expresión que determina la capacidad a momento de una línea plástica inclinada sin emplear ningún criterio de plastificación, y sin tener en cuenta el efecto del cortante y del momento torsor.

Dicha expresión es aplicada por este autor a los mecanismos básicos que presenta en su artículo de 1981, (Murray y Khoo 1981), los cuales son toda una referencia en la TGLP, (tabla 4.1, apartado 4.5.2.1, ver también Anexo C).

Posteriormente en 1984, (Murray 1984), Murray realiza una revisión de la expresión de 1973 e incluye la afección de cortante, aunque no del momento torsor. En esta última investigación Murray llega a la conclusión de que las tensiones tangenciales generadas por el cortante tienen una influencia baja sobre la capacidad de momento plástico de una línea plástica inclinada.

En relación a la conclusión alcanzada por Murray en 1984, Zhao y Hancock exponen, (Zhao y Hancock 1993), que no es del todo adecuado llegar a esta conclusión, dado que el esfuerzo torsor no se ha considerado.

Las expresiones de Murray, (Murray 1973), (Murray y Khoo 1981), (Murray 1984), que son las más simples, y según Hiriyur y Schafer, (Hiriyur y Schafer 2004), las más defectuosas, han sido, y siguen siendo a día de hoy, las más empleadas.

Entre otras aplicaciones, dichas expresiones se han utilizado para determinar la influencia de las imperfecciones en el desarrollo de los mecanismo de fallo, (Mahendran 1997), (Murray y Mahendran 1991), para el estudio de mecanismos plásticos de placas y secciones en “C” de acero conformado en frío, (Murray y Khoo 1981), (Ungureanu y Dubina 2004), (Hancock 1998), en el fallo por carga concentrada de elementos de acero conformado en frío, (H. Hofmeyer 2000), (H. Hofmeyer, J. Kerstens, y otros 2000), para el estudio de uniones atornilladas de placas con secciones rectangulares huecas, (Wheeler, y otros 1998), y autores como Gioncu y Mazzolani, (Gioncu y Mazzolani 2002), recogen, y emplean, en su libro el modelo de Murray de 1973 sin contemplar otro tipo de expresiones.

A continuación, se procede en los siguientes apartados, a la presentación de las expresiones desarrolladas por algunos autores para determinar la capacidad a momento de una línea plástica inclinada respecto a la dirección de un axil de compresión.

En primer lugar, se presentará en el apartado 4.7.2, el modelo de Murray de 1973, ya que además de ser toda una referencia en la TGLP, es un modelo muy gráfico e intuitivo.

La sencillez del mismo permite exponer con claridad los esfuerzos que se desarrollan en una línea plástica inclinada bajo la acción de un axil de compresión.

En el apartado 4.7.3, se presentará el modelo desarrollado por Bakker, (Bakker 1992), el cual tiene en consideración el efecto del cortante. Cabe decir que, aunque esta autora no tiene en cuenta el efecto del momento torsor, su modelo ha llegado a poseer cierta relevancia en la TGLP por la rigurosidad con la que acomete su investigación.

En el apartado 4.7.4, se presentará el modelo de Zhao y Hancock, (Zhao y Hancock 1993), el cual es, a día de hoy, el único que tiene en consideración el efecto del cortante y del momento torsor.

Por último en el apartado 4.7.5, se expondrá brevemente el trabajo de Hiriyur y Schafer, (Hiriyur y Schafer 2004), ya que es uno de los últimos trabajos realizados hasta la fecha entorno a esta cuestión.

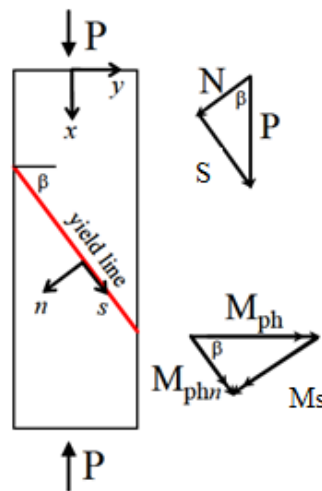
#### 4.7.2 El modelo de Murray. 1973.

Para explicar el modelo de Murray, (Murray 1973), consideremos una placa con una imperfección inicial solicitada a compresión pura, tal y como se muestra en la figura 4.15. Las condiciones de contorno y carga dan lugar al desarrollo de un mecanismo plástico conformado por una única línea plástica inclinada.

En un primer instante, la carga  $P$  genera sobre la línea plástica dos fuerzas en primer orden. Una fuerza normal a la línea plástica inclinada, ( $N$ ), y una fuerza tangencial a lo largo de dicha línea, ( $S$ ).

A medida que las deformaciones aumentan, cada una de estas fuerzas genera un momento en segundo orden.

La carga  $N$  genera un momento alrededor de la línea plástica inclinada, ( $M_{phn}$ ), debido a su excentricidad. De la misma manera, la carga  $S$ , por su excentricidad, genera un momento tangencial a la línea plástica, ( $M_s$ )



**Figura 4.15.** Capacidad a momento plástico de una línea inclinada, (Hiriyur y Schafer 2004).

Murray, en su modelo de 1973, no tiene en consideración el efecto del cortante, y por tanto tampoco considera el momento torsor de segundo orden. En base a ello, las cargas  $S$  y  $M_s$  de la figura 4.15 son despreciadas.

La capacidad a momento de una línea plástica perpendicular a la dirección de la carga, deducida en el apartado anterior, (ecuación 4.6, apartado 4.6), responde a la siguiente expresión:

$$M_{pred} = M_p \left[ 1 - \left( \frac{N}{N_p} \right)^2 \right]$$

Teniendo en cuenta que la línea plástica está inclinada respecto a la carga  $P$ , se podría decir que la capacidad a momento, ( $M_{phn}$ ), de esta línea es de:

$$M_{phn} = M_p \left[ 1 - \left( \frac{P}{N_p} \right)^2 \right] \cdot \frac{1}{\cos \beta}$$

Sin embargo, es de interés obtener  $M_{ph}$ , dado que los mecanismos plásticos normalmente están conformados por líneas plásticas inclinadas y líneas plásticas perpendiculares respecto a la dirección de la carga aplicada, y se requiere que los momentos actúen en la misma dirección para poder proceder a su suma y obtener la relación carga-desplazamiento del mecanismo completo.

La relación entre  $M_{phn}$  y  $M_{ph}$  es sencilla de obtener:

$$M_{ph} = \frac{M_{phn}}{\cos \beta}$$

Por lo que la expresión quedaría:

$$M_{ph} = M_p \left[ 1 - \left( \frac{P}{N_p} \right)^2 \right] \cdot \sec^2 \beta \quad (4.7)$$

Sustituyendo la ecuación 4.6, en 4.7, tendríamos que:

$$M_{ph} = M_{pred} \cdot \sec^2 \beta \quad (4.8)$$

Esta ecuación es empleada por Murray en su artículo de 1981, (Murray y Khoo 1981), donde presenta los ocho mecanismos básicos. Obviamente, la condición de equilibrio no se cumple, dado que no se tiene en cuenta ni el efecto del cortante, ni el efecto del momento torsor.

A pesar de ello, el hecho de que diferentes autores hayan capturado el comportamiento de distintos mecanismos plásticos con resultados óptimos, así como la sencillez de la expresión, y quizás también, la conclusión alcanzada por Murray, (Murray 1984), aunque rechazada por algunos autores, sobre la baja influencia que ejercen los esfuerzos tangenciales en las líneas plásticas inclinadas, ha hecho que dicha expresión sea, y siga siendo a día de hoy, una de las más empleadas en la TGLP.

#### 4.7.3 El modelo de Bakker. 1990.

El modelo de Bakker posee una gran relevancia, dado que esta autora ha elaborado una base teórica para adaptar con corrección la TGLP a las hipótesis de un análisis límite, (apartado 4.2).

Bakker afirma, (Bakker 1990), que frecuentemente, en la deformación de elementos de acero de pared delgada se desarrollan tensiones de membrana, y que por tanto, se ha de emplear un criterio de plastificación que tenga en consideración la influencia de los esfuerzos normales y cortantes en el plano.

Según Bakker, un gran número de autores, (Murray por ejemplo), no emplean en sus modelos ningún criterio de plastificación para determinar la capacidad de una línea plástica.

Usualmente, en la TGLP se suele asumir que el valor del momento y axil plástico es igual a:

$$M_p = \frac{f_y b t^2}{4}$$

$$N_p = b t f_y$$

Bakker, (Bakker 1990), expone que dichas expresiones son relativas a una viga rectangular totalmente plastificada, y por tanto no pueden ser empleadas en la TGLP. (Nótese que ambos valores han sido empleados en la expresión de Murray, ec.4.7).

En base a ello, el primer esfuerzo de esta autora se centra en determinar, (a partir de un criterio de plastificación), los valores máximos del momento, cortante y axil que se pueden desarrollar en una línea plástica perpendicular a la dirección de la carga aplicada.

Una vez realizado este proceso, es cuando Bakker acomete el estudio de las líneas plásticas inclinadas, y cuando propone una expresión para determinar el valor del momento plástico reducido debido a la interacción entre el esfuerzo axil y el cortante. Esta autora no tiene en consideración el momento torsor de segundo orden.

#### 4.7.3.1 El criterio de plastificación según Bakker.

Bakker explica, (Bakker 1990), que al igual que en los análisis límite, el acercamiento a la superficie de plastificación se puede realizar de dos maneras:

- a) **Acercamiento estático, (o por cota inferior).**
- b) **Acercamiento cinemático, (o por cota superior).**

En el **acercamiento estático**, que probablemente es el más conocido, se asume una distribución de tensiones sobre el espesor de la placa que satisfaga una condición de plastificación. Integrando dichas tensiones sobre el espesor se determina la superficie plástica.

Los puntos pertenecientes a dicha superficie coincidirán con la superficie plástica real o serán inferiores a la misma.

La superficie así obtenida se denomina, habitualmente, “**superficie plástica inducida por un campo de tensiones**”, la cual, aparte de Bakker, (Bakker 1990), ha sido también descrita por Murray, (Murray 1973), (Murray 1984), Davies, Kemp y Walker, (Davies, Kemp y Walker 1975), Mouty, (Mouty 1976), Zhao y Hancock, (Zhao y Hancock 1993), e Hiriyyur y Schafer, (Hiriyyur y Schafer 2004), entre otros.

En el **acercamiento cinemático**, se asume una distribución de velocidades de deformación a través del espesor de la placa. La correspondiente distribución de tensiones se obtiene aplicando la regla normal a una condición de plastificación. La superficie plástica se obtiene de nuevo integrado estas tensiones sobre el espesor de la placa.

Los puntos pertenecientes a dicha superficie coincidirán con la superficie plástica real o serán superiores a la misma.

La superficie así obtenida se denomina “**superficie plástica cinemáticamente inducida**”, la cual, aparte de Bakker, (Bakker 1990), ha sido también descrita por Drucker, (Drucker 1956), Dean, (Dean 1975), Out, (Out 1985), Zhao y Hancock, (Zhao y Hancock 1993) e Hiriyyur y Schafer, (Hiriyyur y Schafer 2004) entre otros.

De acuerdo con Save y Massonet, (Save y Massonet 1972), la superficie plástica exacta se encuentra acotada entre estas dos.

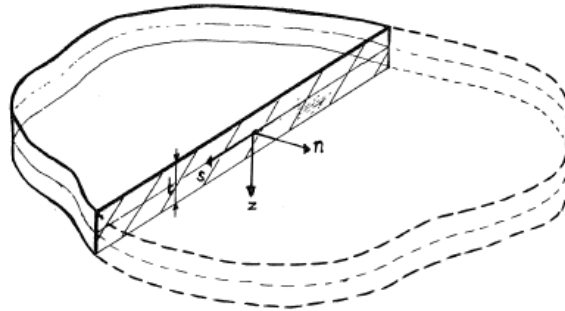
Bakker, (Bakker 1990), en concordancia con Out, (Out 1985), expone que dado que en la TGLP se emplea un análisis límite por cota superior, lo más coherente es obtener también una superficie plástica cinemáticamente inducida.

En base a ello, Bakker define en primer lugar un sistema de coordenadas en la línea plástica, (fig.4.16). El criterio empleado es el de Von Mises, cuya expresión generalizada se reduce al asumir que la placa es delgada, ( $\sigma_{zz} = 0$ ), y que las velocidades de deformación a cortante están limitadas al plano n-s, lo que implica que las tensiones no correspondientes a dicho plano también son nulas, ( $\sigma_{nz} = \sigma_{sz} = 0$ ). Por otro lado, y dado que la longitud de la línea plástica no cambia, se puede asumir que las velocidades de deformación  $\dot{\epsilon}_{ss}$  son cero. Empleando esta condición, y aplicando la regla normal, Bakker obtiene los siguientes valores máximos de momento, cortante y axil:

$$\frac{f_y}{\sqrt{3}} \cdot \frac{bt^2}{2} = M_p \quad (4.9)$$

$$\frac{2f_y bt}{\sqrt{3}} = N_p \quad (4.10)$$

$$\frac{f_y bt}{\sqrt{3}} = S_p \quad (4.11)$$



**Figura 4.16. Orientación de los ejes en la línea plástica según Bakker, (Bakker 1990).**

Se observa que el valor de  $M_p$  es un 15% inferior al usualmente empleado en la TGLP, mientras que el valor de  $N_p$  es un 15% superior.

Las expresiones anteriores han sido también obtenidas por Dean, (Dean 1975) y Out, (Out 1985). En el Anexo D, (apartado D.1), se desglosa más detalladamente el proceso seguido por Bakker para determinar estas expresiones de momento, cortante y axil máximos.

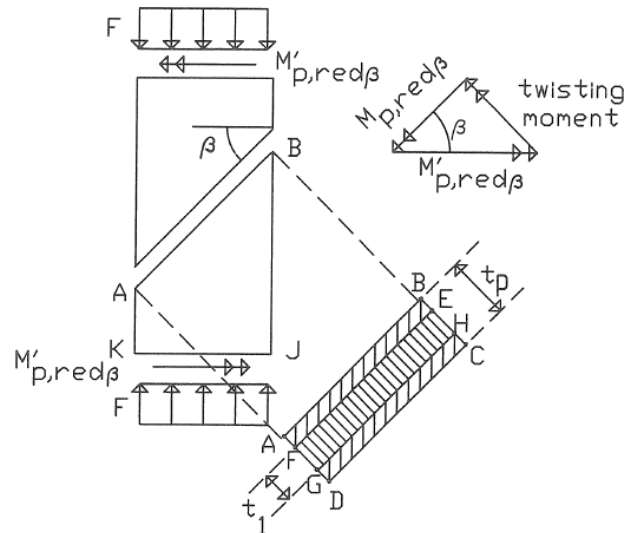
#### **4.7.3.2 La crítica de Bakker al modelo de Murray.**

Bakker, (Bakker 1990), realiza dos críticas al modelo propuesto por Murray para determinar el valor del momento plástico reducido en una línea plástica inclinada, (Murray 1973).

La primera, es que la expresión de Murray se ha obtenido mediante simples consideraciones geométricas y no se ha incluido ningún criterio de plastificación. Los valores de  $M_p$  y  $N_p$  considerados por este autor no serían válidos.

La segunda, asumir que el espesor del cuerpo central de la placa que se lleva la carga axil en una línea plástica inclinada, es el mismo que en una línea plástica perpendicular a la dirección de la carga aplicada.

En la figura 4.17, Bakker demuestra que el espesor de placa asumido por Murray para llevarse el esfuerzo axil es incorrecto. En base a dicha demostración, Bakker propone su expresión.



**Figura 4.17. Espesor del cuerpo central de la placa asumido por Murray en una línea plástica inclinada, (Bakker 1990).**

El valor de la tensión tangencial y normal provocadas por los esfuerzos internos que actúan en la línea plástica inclinada son, (véase figura 4.15 y 4.17):

$$\tau = \frac{S}{b \cdot t_s} \cdot \cos \beta$$

$$\sigma = \frac{N}{b \cdot t_N} \cdot \cos \beta$$

En base a las ecuaciones 4.10 y 4.11, se puede decir que:

$$\frac{S}{b \cdot t_s} \cdot \cos \beta = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad (4.12)$$

$$\frac{N}{b \cdot t_N} \cdot \cos \beta = \frac{2f_y}{\sqrt{3}} \quad (4.13)$$

Teniendo en cuenta que:

$$N = F \cdot \cos \beta \quad (4.14)$$

$$S = F \cdot \sin \beta \quad (4.15)$$

Operando y sustituyendo 4.14 y 4.15 en 4.12 y 4.13, se obtiene que:

$$t_s = \frac{F \cdot \sin \beta}{b \cdot f_y} \cos \beta \cdot \sqrt{3} \quad (4.16)$$



$$t_N = \frac{F \cdot \cos \beta}{b \cdot 2f_y} \cdot \cos \beta \cdot \sqrt{3} \quad (4.17)$$

Asumiendo que el cuerpo central de la placa, ( $t_1$ ), ha de llevarse el esfuerzo axil y cortante, Bakker establece que:

$$t_1 = t_s + t_N = \frac{F}{b \cdot f_y} \left( \sqrt{3} \sin \beta \cos \beta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos^2 \beta \right) \quad (4.18)$$

Se observa que en la expresión obtenida por Bakker, el espesor del núcleo central  $t_1$  es dependiente del grado de inclinación de la línea plástica, ( $\beta$ ).

En base a ello, el espesor asumido por Murray para una línea plástica inclinada no es correcto, dado que este autor toma un valor constante, independientemente de si la línea plástica es inclinada o no.

#### 4.7.3.3 La expresión de Bakker.

Tomando el valor del momento plástico reducido en una línea plástica perpendicular a la dirección de la carga aplicada, (apartado 4.6, ec.4.3 y 4.6):

$$M_{pred} = M_p \left[ 1 - \left( \frac{F}{F_p} \right)^2 \right] = M_p \left[ 1 - \left( \frac{t_1}{t_p} \right)^2 \right] \quad (4.19)$$

En base a la ecuación 4.10:

$$t_p = \frac{N_p \sqrt{3}}{2f_y b} \quad (4.20)$$

Y sustituyendo 4.18 y 4.20 en 4.19, se obtiene que:

$$\frac{M_{pred}}{M_p} = 1 - \left( \frac{F}{F_p} \right)^2 (\cos \beta + 2 \sin \beta)^2 \cos^2 \beta \quad (4.21)$$

Que expresada de manera adimensional tomará la forma:

$$\frac{M_{pred}}{M_p} = 1 - \alpha^2 (\cos \beta + 2 \sin \beta)^2 \cos^2 \beta \quad (4.22)$$

Siendo esta la expresión de Bakker para líneas plásticas inclinadas.

En el proceso se ha podido observar que en el modelo de Bakker el espesor del núcleo central es el que asume la inclinación de la línea plástica. Hiriyur y Schafer, (Hiriyur y Schafer 2004), tratarán mejorar la expresión de Bakker, tal y como se podrá apreciar en el apartado 4.7.5.

#### 4.7.4 El modelo de Zhao y Hancock. 1993.

##### 4.7.4.1 Introducción.

Zhao y Hancock, (Zhao y Hancock 1993), son los únicos investigadores que incluyen en su modelo la influencia del esfuerzo cortante y el momento torsor en una línea plástica inclinada, (fig. 4.18).

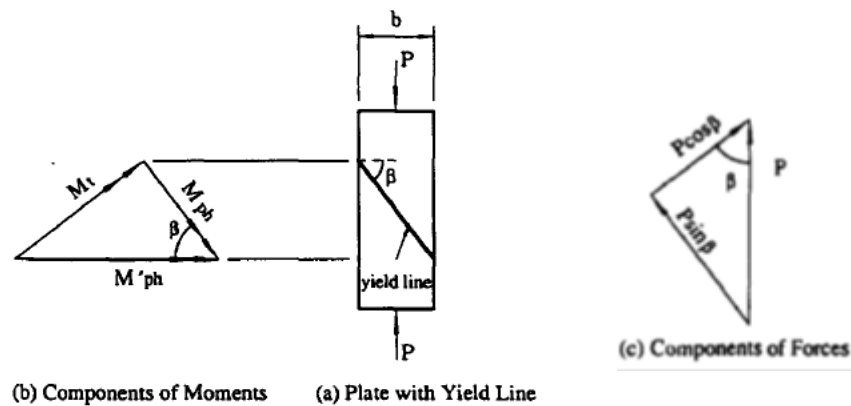


Figura 4.18. Modelo de Zhao y Hancock para una línea plástica inclinada, (Zhao y Hancock 1993).

A diferencia de Bakker, (Bakker 1990), Zhao y Hancock emplean un acercamiento estático, para lo cual se ha de asumir una distribución de tensiones en el espesor de la placa. La distribución considerada por estos autores puede apreciarse en la figura 4.19.

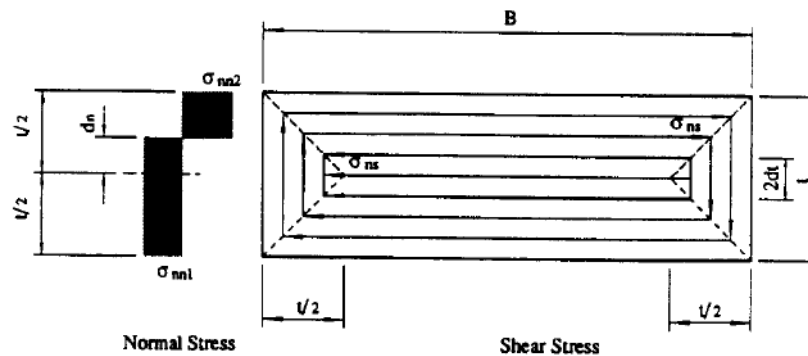


Figura 4.19. Tensiones normales y tangenciales asumidas en una línea plástica inclinada. (Zhao y Hancock 1993).

En el esquema izquierdo de la figura 4.19 se presenta la distribución de tensiones normales, ( $\sigma_{nn}$ ), mientras que a la derecha se representa una sección de la placa con la distribución de tensiones tangenciales, ( $\sigma_{ns}$ ).

En la figura 4.20 se muestra más claramente la distribución de tensiones tangenciales asumida. Se considera que a una parte del cuerpo central de la placa, con un espesor  $2dt$ , le corresponden

las tensiones tangenciales generadas por el esfuerzo cortante. El área periférica a este cuerpo central asumiría las tensiones tangenciales provocadas por el momento torsor.

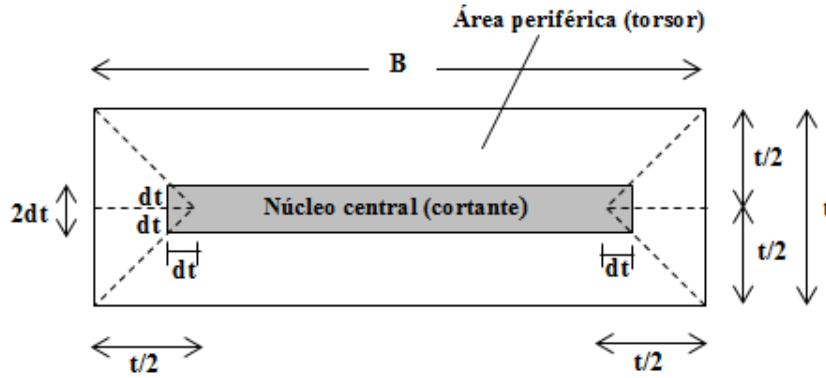


Figura 4.20. Determinación del núcleo central según Zhao y Hancock.

#### 4.7.4.2 Capacidad a momento de una línea plástica inclinada.

El punto de partida del modelo de Zhao y Hancock son las relaciones de equilibrio entre las tensiones y los esfuerzos de sección de la línea inclinada. Estas relaciones se pueden deducir de las figuras 4.18 a 4.20. Se remarca que aparece una ecuación para el momento torsor:

Esfuerzo cortante:

$$P \cdot \sin \beta = 2d_t(B - t + 2d_t)\sigma_{ns} \quad (4.23)$$

Momento torsor:

$$M_t = \frac{Bt^2}{2}\sigma_{ns} - \frac{1}{2}(B - t + 2d_t)(2d_t)^2\sigma_{ns} \quad (4.24)$$

Momento flector:

$$M_{ph} = B \left[ |\sigma_{nn1}| \cdot \left(\frac{t}{2} + d_n\right) \cdot \left(\frac{t}{4} + \frac{d_n}{2}\right) + \sigma_{nn2} \left(\frac{t}{2} - d_n\right) \cdot \left(\frac{t}{4} + \frac{d_n}{2}\right) \right] \quad (4.25)$$

Esfuerzo normal:

$$P \cdot \cos \beta = B \left[ \sigma_{nn1} \left(\frac{t}{2} + d_n\right) + \sigma_{nn2} \left(\frac{t}{2} - d_n\right) \right] \quad (4.26)$$

Todas las variables de las ecuaciones anteriores están explicadas en las mencionadas figuras 4.18 a 4.20, a excepción de B:

$$B = \frac{b}{\cos \beta} \quad (4.27)$$

Las variables conocidas, o datos iniciales, son:  $P$ ,  $\beta$ ,  $t$  y  $b$ . El resto de variables se van deduciendo a medida que se lleva a cabo la demostración que conduce a la expresión final del momento plástico. Esta demostración no se incluye en este resumen debido a su longitud. A continuación, se expone solo el resultado final para el caso en que el criterio de fluencia utilizado es Tresca-Guest. En el artículo escrito por Zhao y Hancock aparece una detallada demostración de la expresión final, así como también la expresión que resulta de aplicar el criterio de Von Mises.

El resultado del modelo es un momento plástico reducido o adimensional:

$$\frac{M_{ph}}{M_{ph0}} = (1 - k_n^2) \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{2} \quad (4.28)$$

Donde:

$$M_{ph0} = \frac{f_y t^2}{4} B$$

$$k_n = \frac{2d_n}{t} = \frac{2\alpha_{n0} \cos^2 \beta - (\Omega_1 - \Omega_2)}{\Omega_1 + \Omega_2}$$

$$\alpha_{n0} = \frac{P}{f_y b t}$$

$$\Omega_1 = \frac{1 - \frac{1}{k_t^2} \alpha_{n0}^2 \cos^2 \beta \sin^2 \beta - \alpha_{n0} \sin^2 \beta}{1 - \alpha_{n0}^2 \sin^2 \beta}$$

$$\Omega_2 = -\alpha_{n0} \sin^2 \beta + \sqrt{1 - \frac{1}{k_t^2} \alpha_{n0}^2 \sin^2 2\beta}$$

$$k_t = \sqrt{1 + \left(\frac{C}{4}\right)^2} - \frac{C}{4}$$

$$C = \left(\frac{M_{ph}}{M_{ph0}}\right) \left(\frac{1}{\alpha_{n0}}\right) \left(\frac{1}{\cos \beta}\right)$$

La ecuación del momento reducido, (ec.4.28), la resuelven Zhao y Hancock mediante un método iterativo debido a su carácter no lineal. Obsérvese que el factor  $k_t$  depende de  $C$ , el cual a su vez es dependiente de la relación  $M_{ph}/M_{ph0}$ .

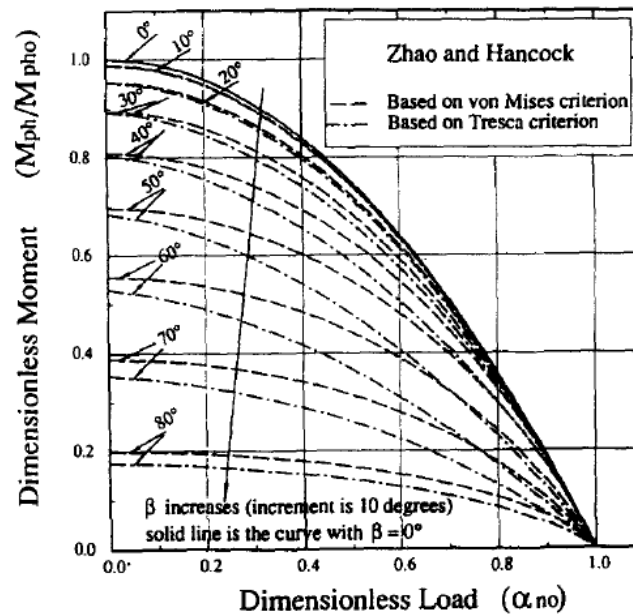
Como resumen, a partir de la observación de las anteriores ecuaciones se puede decir que el momento reducido depende únicamente del axil reducido,  $\alpha_{n0}$ , y del ángulo de inclinación de la

línea,  $\beta$ :

$$\frac{M_{ph}}{M_{ph0}} = f(\alpha_{n0}, \beta)$$

Esta función puede ser aplicada para todo el rango  $\alpha_{n0} \in [0,1]$  y para todos los posibles valores  $\beta \in [0^\circ, 90^\circ]$ .

Los autores realizan un estudio de la influencia del esfuerzo normal y la inclinación de la línea sobre el valor de momento plástico. El estudio lo resumen en el diagrama adimensional de la figura 4.21, donde se observa que el valor máximo de momento se obtiene para el caso de inclinación nula ( $\beta=0$ ), y que a medida que la línea se inclina, el momento disminuye. Los resultados son razonables, por lo que consideran que el modelo es correcto.



*Figura 4.21. Valor del momento plástico reducido en función de la inclinación de la línea plástica. (Zhao y Hancock 1993).*

En relación a las expresiones obtenidas con cada uno de los criterios, Zhao y Hancock explican que para ciertos valores de  $\beta$  los resultados obtenidos con el criterio de Tresca son menores que los obtenidos con el criterio de Von Mises. Ello es debido al bien conocido hecho de que la superficie de fluencia de Tresca se encuentra dentro de la de Von Mises.

#### 4.7.4.3 La crítica de Zhao y Hancock.

Analizando las expresiones obtenidas por otros autores, Zhao y Hancock observan que a partir de una cierta inclinación de la línea plástica, el momento adimensional devuelve valores mayores que cuando la línea plástica es recta.

Zhao y Hancock exponen que esto no es posible, dado que cuanto más inclinada es la línea plástica, mayor es el esfuerzo cortante y, por tanto, mayor será el momento torsor, por lo que el valor del momento adimensional ha de ser menor.

En relación a la expresión de **Murray 1973**, Zhao y Hancock verifican que la inclinación de la línea plástica no implica una reducción en el valor del momento adimensional. Lo cual es lógico, dado que Murray despreja el valor del esfuerzo cortante y por tanto también el valor del momento torsor, (fig.4.22).

En cuanto a la expresión obtenida por **Bakker**, (Bakker 1990), Zhao y Hancock observan que cuando la línea plástica posee una inclinación mayor a  $63.43^\circ$ , el valor del momento adimensional es mayor que cuando la línea plástica es recta, ( $\beta=0$ ), (fig.4.22).

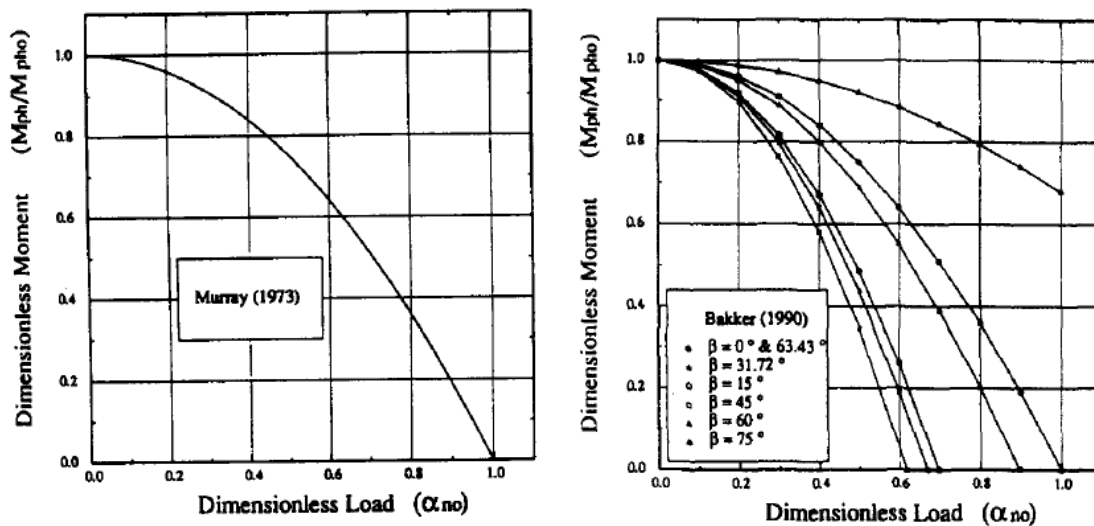


Figura 4.22. Diagramas adimensionales de Zhao y Hancock para Murray y Bakker, (Zhao y Hancock 1993).

En relación a las expresiones obtenidas por otros autores, Zhao y Hancock exponen que:

**Mouty**, (Mouty 1976): Cualquier valor de  $\beta \neq 0$  devuelve valores de momento adimensional mayores que cuando la línea plástica es recta, ( $\beta=0$ ).

**Davies, Kemp y Walker**, (Davies, Kemp y Walker 1975): Cuando la línea plástica posee una inclinación mayor a  $54.74^\circ$ , el valor del momento adimensional es mayor que cuando la línea plástica es recta, ( $\beta=0$ ). Se observa una situación similar a la obtenida con la expresión de Bakker, aunque el valor del ángulo a partir del cual se produce la incoherencia en el valor del momento plástico reducido es diferente.

En la relación a la expresión realizada por **Murray en 1984**, donde el autor procedió a la incorporación de la influencia del esfuerzo cortante en el valor del momento plástico reducido

de una línea plástica inclinada, Zhao y Hancock, (Zhao y Hancock 1993), observan que cuando  $\beta \neq 0$ , las curvas del diagrama adimensional se acercan mucho a la curva de  $\beta=0$ , lo cual implica que el valor del momento adimensional no es afectado en demasiada cuantía por el efecto del cortante. También observan que para valores grandes de  $\alpha_{n0}$ , las curvas con  $\beta \neq 0$  son mayores que las curvas con  $\beta=0$ .

Murray en esta expresión no tiene en cuenta el efecto del momento torsor, por lo que los autores afirman que la expresión de Murray no es del todo correcta.

#### 4.7.5 El modelo de Hiriyur y Schafer. 2004.

##### 4.7.5.1 Introducción.

El modelo de Hiriyur y Schafer, (Hiriyur y Schafer 2004), se construye a partir del propuesto por Bakker.

A partir de la superficie de fluencia de Von Mises, y realizando exactamente el mismo proceso que esta autora, Hiriyur y Schafer deducen el valor de las tensiones normales en un estado de plastificación completa de los puntos de una línea perpendicular a la dirección de la carga.

En la tabla 4.5 se comparan las expresiones utilizadas por Bakker, (Bakker 1990), e Hiriyur y Schafer, (Hiriyur y Schafer 2004), donde se puede entender que son las mismas:

Expresiones de Bakker, (apartado 4.7.3)	Expresiones de Hiriyur y Schafer.
$\frac{2f_y bt}{\sqrt{3}} = N_p$	$\sigma_{nn} = \frac{2f_y}{\sqrt{3}}$
$\frac{f_y bt}{\sqrt{3}} = S_p$	$\sigma_{ss} = \frac{f_y}{\sqrt{3}}$

Tabla 4-5. Expresiones de Hiriyur y Schafer en base al modelo de Bakker.

Con esta expresión de  $\sigma_{nn}$ , se puede fácilmente deducir que la capacidad de momento plástico resultante para la línea no inclinada es:

$$\frac{f_y}{\sqrt{3}} \cdot \frac{bt^2}{2} = M_p \quad (4.29)$$

Se observa que la expresión anterior es exactamente igual a la obtenida por Bakker, (apartado 4.7.3, ec.4.9).

#### 4.7.5.2 Tratamiento de las líneas plásticas inclinadas.

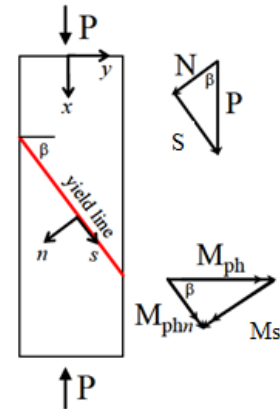
Hiriyur y Schafer tratan las líneas plásticas inclinadas a partir de la consideración de que las direcciones principales en un estado de plastificación completa están orientadas con la línea plástica. Esto es,  $\sigma_{nn}$  es perpendicular a la línea plástica y  $\sigma_{ss}$  coincide con la dirección de ésta.

Conocidas las tensiones principales y su orientación, ( $\beta$ ), se pueden determinar las tensiones según el sistema de coordenadas x, y, (ver figura adjunta):

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma_{nn} + \sigma_{ss}}{2} + \frac{\sigma_{nn} - \sigma_{ss}}{2} \cos 2\beta = \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\cos 2\beta}{2\sqrt{3}} \right) \sigma_y$$

$$\sigma_{yy} = \frac{\sigma_{nn} + \sigma_{ss}}{2} - \frac{\sigma_{nn} - \sigma_{ss}}{2} \cos 2\beta = \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\cos 2\beta}{2\sqrt{3}} \right) \sigma_y$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\sigma_{nn} - \sigma_{ss}}{2} \sin 2\beta = \left( -\frac{\sin 2\beta}{2\sqrt{3}} \right) \sigma_y$$



Denominando  $\lambda$  a:

$$\lambda = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\cos 2\beta}{2\sqrt{3}} \quad (4.30)$$

Se puede escribir que:

$$\sigma_{xx} = \lambda \sigma_y \quad (4.31)$$

Así pues, el efecto de la inclinación de la línea se introduce a través de  $\lambda$ .

#### 4.7.5.3 La expresión de Hiriyur y Schafer.

A partir de este punto se utilizan expresiones ya presentadas en este capítulo, (apartado 4.6, o apartado 4.7.3.3, ec.4.19). Así tenemos que si se supone que el núcleo central de la línea no contribuye a la resistencia a flexión debido al efecto del esfuerzo axial, se tiene que:

$$M_{ph} = \lambda M_p \cdot \left[ 1 - \left( \frac{P}{P_p} \right)^2 \right] = \lambda M_p \cdot \left[ 1 - \left( \frac{t_1}{t} \right)^2 \right] \quad (4.32)$$

Donde  $t_1$  es el espesor del núcleo central de la placa que asume el esfuerzo axial, y  $t$  el espesor total de la placa.

En la expresión anterior,  $t_1$  se obtiene de suponer que el núcleo central está totalmente plastificado:



$$P = \lambda \sigma_y b t_1 \quad (4.33)$$

De donde:

$$t_1 = \frac{P}{\lambda \sigma_y b} \quad (4.34)$$

Trabajando con una expresión adimensional de P, el axil que asume toda la placa será:

$$\alpha = \frac{P}{\sigma_y b t} \quad (4.35)$$

De donde:

$$t = \frac{P}{\alpha \sigma_y b} \quad (4.36)$$

Y sustituyendo 4.34 y 4.36 en  $M_{ph}$ , (ec.4.32), se tiene que:

$$M_{ph} = \lambda M_p \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right)^2 \right] \quad (4.37)$$

Sustituyendo  $M_p$  por su valor, (apartado 4.6, ec.4.1), la capacidad a momento plástico de una línea plástica por unidad de ancho de placa será:

$$M_{ph} = \frac{\lambda \sigma_y t^2}{4} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\alpha}{\lambda} \right)^2 \right] \quad (4.38)$$

Esta sería la fórmula final del momento plástico de una línea plástica inclinada según Hiriyur y Schafer, (Hiriyur y Schafer 2004).

#### 4.7.5.4 La crítica de Hiriyur y Schafer.

Hiriyur y Schafer, (Hiriyur y Schafer 2004), analizan las expresiones obtenidas por los distintos autores, y presentan los resultados en un diagrama adimensional, (fig.4.23).

Se hace constar aquí que los valores de los momentos plásticos reducidos adimensionales obtenidos por Hiriyur y Schafer de la figura 4.23, en función del ángulo de la línea plástica, son relativos a una carga adimensional de  $\alpha = -0.7$

También se llama la atención sobre el hecho de que el ángulo  $\beta=0$ , corresponde a una línea plástica perpendicular a la directriz de la carga aplicada, y que  $\beta=90^\circ$ , corresponde a una línea plástica paralela a la directriz de la carga aplicada.

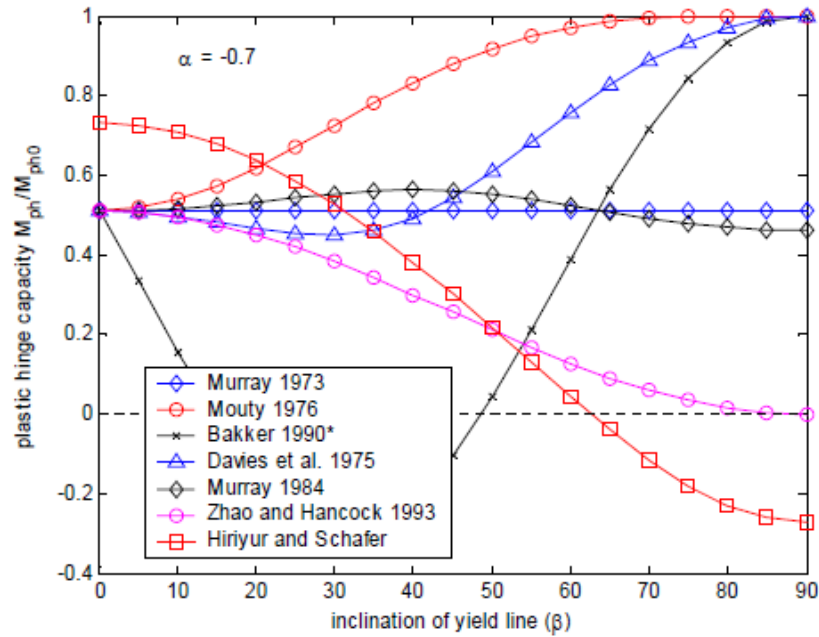


Figura 4.23. Valores del momento adimensional para una carga de  $\alpha=-0.7$ , en función del ángulo de la línea plástica. (Hiriyur y Schafer 2004).

En base a la figura 4.23, Hiriyur y Schafer extraen las siguientes conclusiones:

En el modelo de **Murray de 1973**, (Murray 1973), se observa que el valor del momento adimensional es indiferente a la inclinación de la línea plástica.

El modelo de **Murray de 1984**, (Murray 1984), devuelve una función curva muy cercana a la de 1973, con valores por encima y por debajo de la misma para diferentes ángulos de  $\beta$ .

El modelo de **Mouty de 1976**, (Mouty 1976), devuelve valores mayores de momento adimensional a medida que el ángulo de la línea plástica es mayor, lo cual no es coherente.

El modelo de **Bakker de 1990**, (Bakker 1990), presenta valores de momento adimensional muy variables. Se observa que cuando la línea plástica supera un ángulo de  $63^\circ$  se comienza a obtener valores de momento incoherentes, dado que son mayores a los obtenidos para una línea plástica perpendicular a la dirección de la carga aplicada, ( $\beta=0$ ).

Por otro lado, existe un rango de ángulos para los cuales el momento adimensional posee valores negativos.

El modelo de **Davies, Kemp y Walker de 1975**, (Davies, Kemp y Walker 1975), supera los valores del momento adimensional de una línea plástica perpendicular a la dirección de la carga aplicada, ( $\beta=0$ ) cuando el ángulo de línea plástica es superior a  $45^\circ$ , lo cual tampoco es razonable.

El modelo de **Zhao y Hancock de 1993**, (Zhao y Hancock 1993), parece tener una sólida correspondencia entre el momento adimensional y el ángulo de la línea plástica. El momento adimensional va reduciendo su valor a medida que la inclinación de la línea plástica es mayor.

Para una línea plástica perpendicular a la dirección de la carga aplicada, ( $\beta=0^\circ$ ), el valor del momento adimensional es de 0,5. Para una línea plástica paralela a la dirección de la carga, ( $\beta=90^\circ$ ), el valor del momento adimensional es de 0.

#### 4.7.5.5 Conclusiones de los autores.

En la figura 4.23 se puede observar que el valor del momento adimensional que devuelve la expresión de Hiriyur y Schafer para un ángulo  $\beta=0$ , es superior al obtenido por el resto de los autores. Ello es debido a que toman un valor de  $t_1 = \alpha t / \lambda$  en lugar del habitual  $t_1 = \alpha t$ .

En la misma figura también se puede apreciar que para ángulos de línea plástica superiores a  $60^\circ$ , ( $\beta > 60^\circ$ ), se obtienen valores de momento adimensional negativos.

En relación a este aspecto, Hiriyur y Schafer afirman que las líneas plásticas con inclinaciones mayores a  $60^\circ$ , (relativas una carga adimensional de  $\alpha=-0.7$ ), no poseen capacidad a momento y, por tanto, se pueden obviar los valores de la curva que les corresponden. Razonan que una línea plástica paralela a la dirección de la carga aplicada, ( $\beta=90^\circ$ ), es físicamente imposible que se desarrolle. Consideran que los modelos de algunos autores, (Zhao y Hancock), han sido forzados para que devuelvan valores lógicos. Cabe, no obstante, recordar que Hiriyur y Schafer no han considerado la influencia del momento torsor.

Por otro lado, estos autores afirman que el ángulo límite de inclinación a partir de cual no es posible el desarrollo físico de una línea plástica no está claro, y que se han de hacer más estudios para determinarlo.

#### 4.7.6 Distribución de tensiones asumidas por los diferentes autores.

A modo de sumario, se presenta en las figuras siguientes la distribución de tensiones que los diferentes autores asumen en una línea plástica inclinada en el espesor de la placa, (fig.4.24 a la fig.4.28).

Los diagramas se presentan cronológicamente con el fin de que el lector pueda apreciar la evolución de los modelos en el tiempo. Dichos diagramas han sido extraídos del artículo de Zhao de Hancock, (Zhao y Hancock 1993), aunque muchos de los modelos aquí presentados pueden ser consultados también en el artículo de Hiriyur y Schafer, (Hiriyur y Schafer 2004)

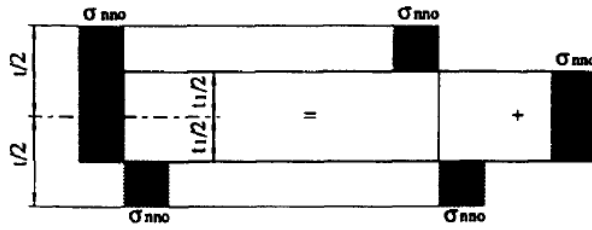


Figura 4.24. (Murray 1973) y (Mouty 1976).

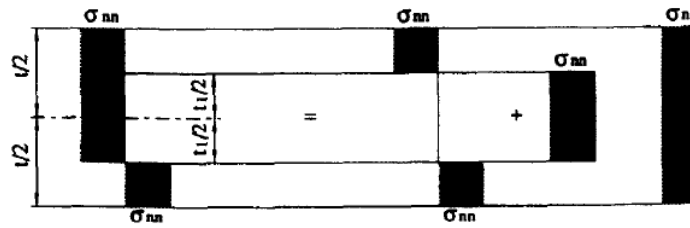


Figura 4.25. (Davies, Kemp y Walker 1975).

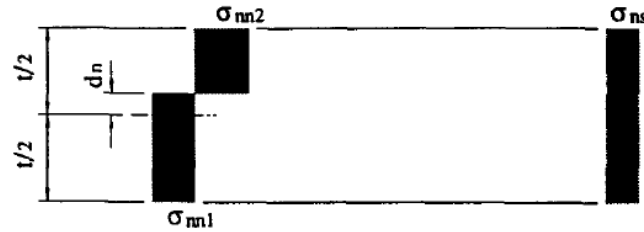


Figura 4.26. (Murray 1984).

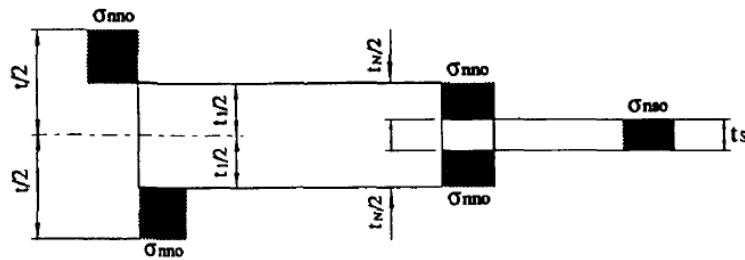


Figura 4.27. (Bakker 1990).

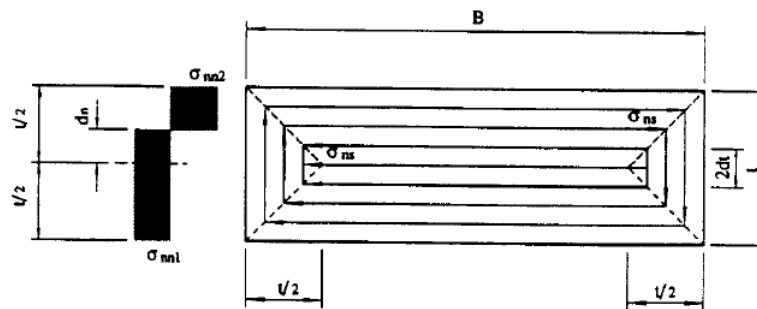


Figura 4.28. (Zhao y Hancock 1993).

En la figura 4.24 se puede apreciar que el modelo de **Murray, (Murray 1973), y Mouty, (Mouty 1976)**, es el mismo. Ambos autores no consideran la influencia del cortante, ni del momento torsor, en la capacidad a momento de una línea plástica inclinada.

La distribución de tensiones normales asumida por **Davies, Kemp y Walker, (Davies, Kemp y Walker 1975)**, es igual a la asumida por Murray, (Murray 1973), y Mouty, (Mouty 1976). En relación a las tensiones tangenciales, Davies, Kemp y Walker sólo tienen en consideración las generadas por el esfuerzo cortante, las cuales se asumen constantes en todo el espesor de la placa. El momento torsor no es considerado por estos autores.

En el modelo de **Murray de 1984, (Murray 1984)**, se observa que este autor ha incluido la influencia de las tensiones tangenciales generadas por el esfuerzo cortante. Al igual que Davies, Kemp y Walker, (Davies, Kemp y Walker 1975), dichas tensiones se consideran constantes en el espesor de la placa, y no tienen en consideración la influencia del momento torsor.

En el modelo de **Bakker, (Bakker 1990)**, la distribución de tensiones tangenciales es asumida por un núcleo central de espesor  $t_s$ , mientras que las tensiones normales provocadas por el esfuerzo axial perpendicular a la línea plástica corresponderían a un espesor  $t_1-t_s$ . El resto del espesor de la chapa asumiría las tensiones normales de tracción y compresión debidas al momento plástico. Esta autora no tiene en consideración el efecto del momento torsor.

Por último, se presenta la distribución de tensiones de **Zhao y Hancock, (Zhao y Hancock 1993)**, las cuales ya han sido comentadas anteriormente. Dichos autores son los únicos que consideran la influencia del cortante y del momento torsor en la capacidad a momento de una línea plástica inclinada. Se aprecia también que la distribución de tensiones normales considerada por estos autores es igual a la del modelo de Murray de 1984.

#### **4.7.7 Comparativa de las expresiones obtenidas por los distintos autores.**

En la tabla 4.6, se presentan en forma adimensional, las expresiones obtenidas por los distintos autores para determinar la capacidad a momento de una línea plástica inclinada.

Las expresiones de la tabla 4.7 han sido extraídas del artículo de Zhao y Hancock, (Zhao y Hancock 1993), aunque cabe mencionar que ha sido completada añadiendo las expresiones de estos mismos autores y las de Hiriyyur y Schafer, (Hiriyyur y Schafer 2004).

Expresión de:	$M_{ph}/M_{ph0}$
<b>Murray, 1973</b>	$1 - \alpha_{n0}^2$
<b>Mouty, 1976</b>	$1 - \alpha_{n0}^2 \cos^4 \beta$
<b>Davies, Kemp y Walker, 1975</b>	$\frac{1 - \alpha_{n0}^2 (\cos \beta + 4 \sin^2 \beta) \cos^2 \beta}{\sqrt{1 - 4\alpha_{n0}^2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta}}$
<b>Murray, 1984</b>	$(1 - k_n^2) \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2}$ $k_n = \frac{2\alpha_{n0} \cos^2 \beta - (\Phi_1 - \Phi_2)}{\Phi_1 + \Phi_2}$ $\Phi_1 = \frac{1 - \alpha_{n0}^2 \cos^2 \beta \sin^2 \beta - \alpha_{n0} \sin^2 \beta}{1 - \alpha_{n0}^2 \sin^2 \beta}$ $\Phi_2 = -\alpha_{n0} \sin^2 \beta + \sqrt{1 - \alpha_{n0}^2 \sin^2 2\beta}$
<b>Bakker, 1990</b>	$1 - \alpha_{n0}^2 (\cos \beta + 2 \sin \beta)^2 \cos^2 \beta$
<b>Zhao y Hancock, 1993</b>	$(1 - k_n^2) \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{2}$ $k_n = \frac{2\alpha_{n0} \cos^2 \beta - (\Omega_1 - \Omega_2)}{\Omega_1 + \Omega_2}$ $\Omega_1 = \frac{1 - \frac{1}{k_t^2} \alpha_{n0}^2 \cos^2 \beta \sin^2 \beta - \alpha_{n0} \sin^2 \beta}{1 - \alpha_{n0}^2 \sin^2 \beta}$ $\Omega_2 = -\alpha_{n0} \sin^2 \beta + \sqrt{1 - \frac{1}{k_t^2} \alpha_{n0}^2 \sin^2 2\beta}$ <p>Siendo <math>k_t</math>;</p> $k_t = \sqrt{1 + \left(\frac{C}{4}\right)^2} - \frac{C}{4}$ $C = \left(\frac{M_{ph}}{M_{ph0}}\right) \left(\frac{1}{\alpha_{n0}}\right) \left(\frac{1}{\cos \beta}\right)$
<b>Hiriyur y Schafer, 2004</b>	$\frac{\sqrt{3}\lambda}{2} \left(1 - \left(\frac{\alpha_{n0}}{\lambda}\right)^2\right)$ $\lambda = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\cos 2\beta}{2\sqrt{3}}$

**Tabla 4-6.** Capacidad a momento de una línea plástica inclinada. Expresiones en forma adimensional de los distintos autores.

Observando detenidamente la tabla 4.7, se aprecia que la expresión de Zhao y Hancock, (Zhao y Hancock 1993), posee cierta similitud con la del modelo Murray de 1984, (Murray 1984), lo cual tiene cierta lógica, dado que la distribución de tensiones normales asumida por ambos autores es similar.

La diferencia estriba, básicamente, en la incorporación del parámetro  $k_t$  en la expresión de Zhao y Hancock, el cual, tal y como se explicó en el apartado 4.7.4, está relacionado con la distribución de las tensiones tangenciales generadas por el cortante y el momento torsor.

Zhao y Hancock, (Zhao y Hancock 1993), desarrollaron expresiones empleando tanto el criterio de plastificación de Von Mises como el de Tresca. La expresión presentada en la tabla anterior se ha obtenido aplicando el criterio de plastificación de Tresca. La expresión obtenida aplicando el criterio de plastificación de Von Mises difiere, básicamente de la anterior, en los parámetros  $\Omega_1$  y  $\Omega_2$ .

#### 4.7.8 Conclusiones.

A día de hoy no hay un consenso comúnmente aceptado en relación a la expresión que se debe emplear para determinar la capacidad a momento plástico de una línea plástica inclinada. En base a ello, queda a criterio del investigador el modelo a seguir.

Aunque el modelo de Zhao y Hancock, (Zhao y Hancock 1993), parece ser el más consistente su empleo no está muy extendido. Es un método iterativo, con largas expresiones para determinar la capacidad a momento de una sola línea plástica inclinada. Esto hace que se presente como un modelo algo laborioso, sobre todo si el mecanismo plástico está conformado por varias líneas plásticas.

La relevancia de los resultados presentados por Murray en su artículo de 1981, donde empleaba su modelo de línea plástica inclinada desarrollado en 1973, puede ser, junto con su sencillez, una de las causas por la que ciertos autores sigan empleando a día de hoy este modelo.

Por otro lado, resulta en cierta medida interesante la conclusión alcanzada por Hiriyur y Schafer. Parece razonable pensar que una placa, solicitada a una carga de compresión, no llegue nunca a desarrollar físicamente una línea plástica con una inclinación superior a ciertos grados.

Actualmente se sigue trabajando e investigando entorno a la cuestión de las líneas plásticas inclinadas, y cabe destacar que los parámetros empleados en la determinación de la capacidad a momento de dichas líneas no son siempre los mismos.

En el año 2006, por ejemplo, Bambach, (Bambach 2006), presenta un estudio sobre líneas plásticas inclinadas. Para ello realiza una serie de ensayos solicitando a cargas de compresión uniforme y no uniforme a placas de acero.

Las condiciones de contorno se dispusieron con el fin de generar una línea plástica inclinada. Tres bordes estaban simplemente apoyados, mientras que el restante quedaba libre.

Los resultados de los ensayos fueron comparados con los modelos de Murray, Zhao y Hancock e Hiriyur y Schafer. Se observó que los modelos teóricos de dichos autores devolvían valores bastante similares entre ellos.

Por otro lado, se observó que los modelos teóricos eran excesivamente conservadores y no coincidían muy bien con los resultados experimentales. En general las curvas teóricas estaban muy por debajo de las obtenidas en los ensayos.

Bambach expone que en ningún modelo se tiene en cuenta el desplazamiento en el plano de los bordes cargados, ni la esbeltez de la placa. En base a ello, Bambach desarrolla una nueva expresión donde se tienen en cuenta dichos parámetros.

Según el propio autor, los resultados obtenidos mediante dicha expresión coinciden bien con los resultados de los ensayos.

## **4.8 MÉTODO DEL TRABAJO Y MÉTODO DEL EQUILIBRIO EN LA TGLP.**

A continuación, se presenta en este apartado un ejemplo sencillo de cada uno de los métodos empleados en la TGLP para determinar el comportamiento post-colapso de un elemento. Esto es, el Método del Trabajo, (apartado 4.8.1), y el Método del Equilibrio, (apartado 4.8.2).

Estos ejemplos permitirán al lector realizar una comparativa con la aplicación de estos mismos métodos en la TCLP, (apartados 3.3.4 y 3.3.5).

Cabe remarcar que en ambas teorías, (TCLP y TGLP), se consideran rígidas las partes del elemento acotadas entre líneas plásticas, y solamente se tienen en cuenta las deformaciones que acontecen en las líneas, (o zonas plásticas en el caso de la TGLP).

### **4.8.1 Método del trabajo.**

El Método del Trabajo se basa en aplicar el principio de los trabajos virtuales, donde el trabajo realizado por las fuerzas externas debido a los desplazamientos virtuales tiene que ser igual a la energía interna absorbida por las líneas plásticas.



Típicamente, en la literatura de la TGLP aparecen dos vías de aplicación del Método del Trabajo que son formalmente diferentes, pero que desde el punto de vista práctico consisten en lo mismo. Igualar el trabajo externo a la energía interna. Estas dos vías son el principio de minimización de la energía total y el principio de las velocidades virtuales.

La primera forma de aplicación del Método de Trabajo aparece en las publicaciones más antiguas de la TGLP, por ejemplo, en Kecman, (Kecman 1983). Siguiendo a Gioncu y Mazzolanni, (Gioncu y Mazzolani 2002), se define como energía total del mecanismo a:

$$V = U - L_p \quad (4.39)$$

Donde U es la energía interna de deformación, y  $L_p$  es la energía correspondiente a las cargas exteriores. De acuerdo con el principio de mínima energía, la primera derivada de la expresión anterior, (ec.4.39), debe ser nula. En base a ello, este principio suele ser también expresado de manera genérica en la siguiente forma:

$$\frac{\partial V}{\partial \delta} = 0 \quad (4.40)$$

Los mecanismos de fallo en la TGLP pueden estar conformados por líneas plásticas estacionarias, móviles, e incluso presentar zonas plásticas, (apartado 4.4). En base a ello, la energía interna U se determina:

$$U = \Sigma U_{le} + \Sigma U_{lm} + \Sigma U_p \quad (4.41)$$

Siendo  $U_{le}$ ,  $U_{lm}$  y  $U_p$ , las energías correspondientes a las líneas estacionarias, líneas móviles y zonas plásticas, respectivamente.

Dado que habitualmente en las líneas plásticas estacionarias y móviles solo se contemplan rotaciones, y que en las zonas plásticas sólo se consideran las deformaciones por axil:

$$U_{ls} = U_{lm} = \Sigma M_{pi} \cdot \theta_i \cdot l_i \quad (4.42)$$

$$U_p = \Sigma N_{pj} \cdot \varepsilon_j \cdot A_j \quad (4.43)$$

Donde:

$M_{pi}$ , es el momento plástico actuante a lo largo de la línea plástica i.

$\theta_i$ , la rotación que se produce en la línea plástica i.

$l_i$ , la longitud de la línea plástica i.

$N_{pj}$ , la carga axil actuante en la zona plástica j.

$\varepsilon_j$ , la deformación axil de la zona plástica j.

$A_j$ , el área de la zona plástica j.

Por otro lado, la energía externa  $L_p$  viene determinada por:

$$L_p = \int_{\delta} F_k d\delta_k + \int_{\theta} M_l d\theta_l \quad (4.44)$$

Siendo  $F_k$  y  $M_l$ , las fuerzas y momentos externos actuando en el elemento y,  $\delta_k$  y  $\theta_l$ , el desplazamiento y rotación provocado por las fuerzas y momentos externos, respectivamente.

Teniendo en cuenta el principio mínimo de energía, (ec.4.40), las relaciones fuerza-desplazamiento y momento-giro se obtienen en base a las siguientes expresiones:

$$F_k = \frac{\partial U}{\partial \delta_k} \quad (4.45)$$

$$M_k = \frac{\partial U}{\partial \theta_i} \quad (4.46)$$

En el apartado 4.9 se muestra un ejemplo de aplicación del Método del Trabajo empleando el principio mínimo de energía, el cual ha sido extraído de Kecman, (Kecman 1983). Dicho ejemplo se presenta en un apartado posterior debido a la extensión del mismo. Por otro lado, el mecanismo de fallo analizado por este autor posee gran interés, dado que es tomado como referencia para el análisis de los patrones que se desarrollan en el perfil investigado en esta tesis.

La segunda forma de aplicación del Método del Trabajo en la TGLP aparece en publicaciones más recientes, sobre todo a partir de Bakker, (Bakker 1990). Autores como Park, (Park y Lee 1996), Kotelko, (Kotelko 2004) y Ungureanu, (Ungureanu, Kotelko, y otros 2008), emplean el Método del Trabajo a partir del principio de las velocidades virtuales. Este enfocamiento cinemático está más en consonancia con la teoría de la plasticidad.

El punto de partida de este enfoque es la siguiente expresión, (Ungureanu, Kotelko, y otros 2008):

$$F_{ext} \dot{\delta} = \int_V \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p dV \quad (4.47)$$

A continuación, en el apartado 4.8.1.1, se muestra un ejemplo de aplicación de 4.47 que se ha extraído de Bakker, (Bakker 1990). Como se verá, es una versión simplificada del ejemplo original. No obstante, es útil para ilustrar el método y también para aclarar algunos conceptos tratados en apartados anteriores, (apartado 4.7.3).

### 4.8.1.1 Ejemplo.

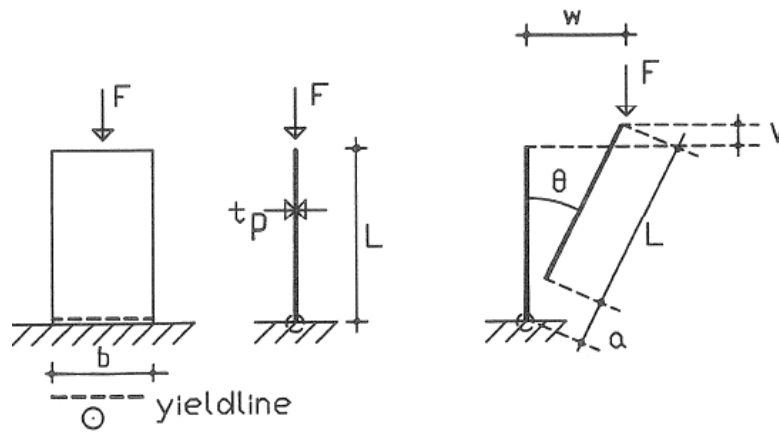


Figura 4.29. Método del Trabajo. Mecanismo plástico según Bakker, (Bakker, 1990).

El ejemplo trabaja con la placa cargada axialmente de la figura 4.29. El mecanismo consiste en una sola línea de ancho  $b$ . El movimiento de la placa se describe a partir de las velocidades  $\dot{\theta}$  y  $\dot{a}$ , donde  $\dot{\theta}$  es la velocidad angular alrededor de la línea plástica, y  $\dot{a}$  es la velocidad en el plano de la placa perpendicular a la línea.

La aplicación de la expresión 4.47 al presente ejemplo, resulta en la siguiente relación:

$$M \cdot b \cdot \dot{\theta} + N \cdot b \cdot \dot{a} = F \cdot \dot{v} \quad (4.48)$$

Donde  $M$  y  $N$  son el momento y el axil sobre la línea, y  $F$  la fuerza exterior

A partir de la siguiente relación cinemática:

$$v = L - (L + a) \cos \theta \quad \rightarrow \quad \dot{v} = (L + a) \sin \theta \dot{\theta} - \dot{a} \cos \theta \quad (4.49)$$

Y sustituyendo 4.49 en 4.48, se obtiene que:

$$M \cdot b \cdot \dot{\theta} + N \cdot b \cdot \dot{a} = F \cdot [(L + a) \sin \theta \dot{\theta} - \dot{a} \cos \theta] \quad (4.50)$$

Como los parámetros  $\dot{\theta}$  y  $\dot{a}$  son independientes, se puede escribir que:

$$N \cdot b \cdot \dot{a} = -F \cdot \dot{a} \cdot \cos \theta \quad (4.51)$$

$$M \cdot b \cdot \dot{\theta} = F(L + a) \sin \theta \dot{\theta} \quad (4.52)$$

A continuación se calculan los ratios  $N/N_p$  y  $M/M_p$  mediante las expresiones anteriores, (ec.4.51 y ec.4.52):

$$\frac{N}{N_p} = \frac{-F}{bN_p} \cos \theta \quad (4.53)$$

$$\frac{M}{M_p} = \frac{F}{bN_p} (L + a) \sin \theta \frac{N_p}{M_p} \quad (4.54)$$

Donde  $N_p$  y  $M_p$  son el axil y el momento máximo deducidos por Bakker a partir de la superficie de fluencia de Von Mises, (ec.4.9 y ec.4.10).

La condición de fluencia, que tiene en cuenta la interacción de  $N$  y  $M$ , fue deducida por Out, (Out 1985):

$$\frac{M}{M_p} + \left( \frac{N}{N_p} \right)^2 - 1 = 0 \quad (4.55)$$

Nótese que la expresión anterior también se obtiene a partir de la expresión habitualmente empleada para determinar la capacidad a momento de una línea plástica perpendicular a la dirección de la carga aplicada, (véase apartado 4.6, ec.4.6).

Finalmente, sustituyendo 4.53 y 4.54 en 4.55, se tiene la expresión que permite relacionar la fuerza  $F$  con la rotación  $\theta$ :

$$\frac{F}{bN_p} (L + a) \sin \theta \frac{N_p}{M_p} + \left( \frac{F}{bN_p} \right)^2 \cos^2 \theta - 1 = 0 \quad (4.56)$$

Conocido  $\theta$ , a partir de  $F$ , fácilmente se puede determinar  $a$  y  $v$ , (ver Bakker, 1990).

#### 4.8.2 Método del equilibrio.

La aplicación del Método del Equilibrio en la TGLP pasa por dividir el elemento en bandas longitudinales de ancho infinitesimal. Estableciendo el equilibrio de una de las bandas, e integrando en el ancho de la placa, se obtiene la correspondiente relación carga-desplazamiento.

Murray, (Murray y Khoo 1981), emplea este método para determinar el comportamiento post-colapso de ocho mecanismos básicos, (véase apartado 4.5.2.1, tabla 4.1). El ejemplo que se presenta a continuación, (apartado 4.8.2.1), es el mecanismo n°3 de Murray.

Cabe mencionar aquí que el mecanismo n°3 presenta líneas plásticas inclinadas. Tal y como se ha podido observar en el apartado 4.7, la temática en torno a esta cuestión aún no ha sido resuelta, por lo que cada autor emplea sus propias expresiones.

Los mecanismos básicos de Murray, (Murray y Khoo 1981), son todo un referente en la TGLP, por lo que se considera apropiado presentar como ejemplo uno de sus patrones, y proceder a su resolución mediante las expresiones empleadas por este autor.

#### 4.8.2.1 Ejemplo.

El mecanismo básico nº3 de Murray se desarrolla en una placa solicitada a una carga axial de compresión no centrada. Los bordes cargados están empotrados. Lógicamente, uno de estos dos apoyos ha de permitir el desplazamiento de la placa en la dirección de la aplicación de la fuerza para que el mecanismo pueda desarrollarse.

Uno de los bordes paralelos a la dirección de la carga está libre, sin ningún tipo de restricción, y el opuesto simplemente apoyado.

En base a estas condiciones de contorno y carga, el mecanismo de fallo presentará la geometría siguiente, (fig. 4.30):

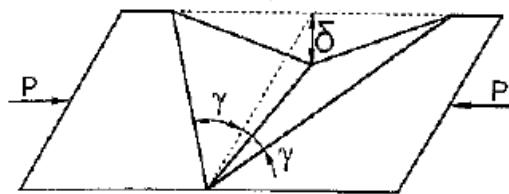


Figura 4.30. Mecanismo básico N°3 de Murray. (Ungureanu, Kotelko, y otros 2008).

Estableciendo el equilibrio de media placa por la banda longitudinal infinitesimal ABC, tal y como se muestra en la figura 4.31, se obtiene que:

$$dP \cdot \Delta_c = M_p' + M_p''$$

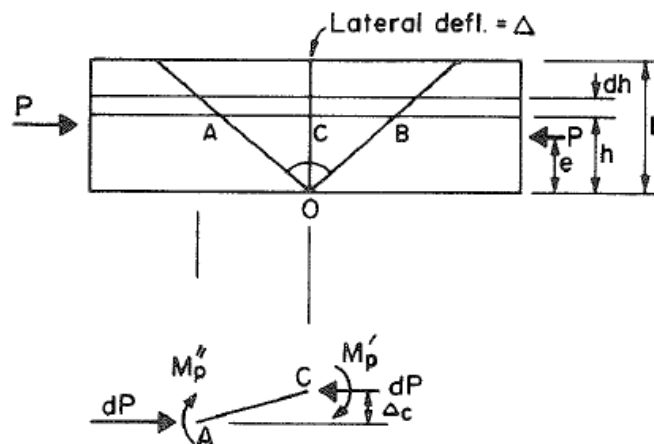


Figura 4.31. Mecanismo N°3 de Murray y Khoo. (Murray y Khoo 1981).

Dado que la capacidad de rotación de una línea plástica perpendicular a la dirección de la carga aplicada, ( $M_p^\wedge$ ), es conocida, (véase apartado 4.6), se establece que:

$$M_{p'} = M_p \left[ 1 - \left( \frac{dP}{dP_p} \right)^2 \right] \quad (4.57)$$

Por otro lado, la capacidad de rotación de una línea plástica inclinada, ( $M_p^\vee$ ), según Murray, responde a la siguiente expresión, (véase apartado 4.7.2):

$$M_{p''} = M_p \left[ 1 - \left( \frac{dP}{dP_p} \right)^2 \right] \cdot \sec^2 \beta = M_{p'} \sec^2 \beta \quad (4.58)$$

Por lo que se puede decir que:

$$dP \cdot \Delta_c = M_{p'} + M_{p'} \sec^2 \beta \quad (4.59)$$

De donde:

$$dP \cdot \Delta_c = M_{p'} (1 + \sec^2 \beta) \quad (4.60)$$

Denominando:

$$k_1 = 1 + \sec^2 \beta \quad \rightarrow \quad dP \cdot \Delta_c = M_{p'} k_1 \quad (4.61)$$

Por otro lado, en base a la figura 4.31, es sencillo establecer la relación entre el desplazamiento en el punto C, ( $\Delta_c$ ), y el desplazamiento que acontece en el extremo superior de la placa, ( $\Delta$ , "Lateral defl.", fig. 4.31).

$$\Delta = \Delta_c \frac{b}{h} \quad (4.62)$$

A fin de facilitar la comprensión, en la figura 4.32 se presenta un corte transversal de la placa por el punto C, con las relaciones trigonométricas pertinentes:

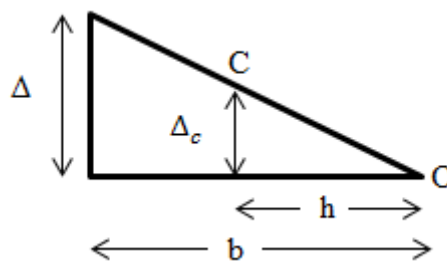


Figura 4.32. Sección transversal de la placa por el punto C. Mecanismo n°3 de Murray.

Sustituyendo el valor de  $M_p'$ , (ec.4.57) en 4.61:

$$dP \cdot \Delta_c = k_1 \cdot M_p \left[ 1 - \left( \frac{dP}{dP_p} \right)^2 \right]$$

Despejando  $\Delta_c$ , y dividiendo ambos términos por  $dP_p$ .

$$\frac{dP}{dP_p} = \frac{k_1 \cdot M_p}{\Delta_c \cdot dP_p} \left[ 1 - \left( \frac{dP}{dP_p} \right)^2 \right]$$

Empleando el valor de  $M_p$ , (ec.4.1), y  $dP_p$ , (diferencial del axil plástico), se obtiene que:

$$\frac{dP}{dP_p} = \frac{k_1 t}{4\Delta_c} \left[ 1 - \left( \frac{dP}{dP_p} \right)^2 \right]$$

Operando se determina la siguiente ecuación de segundo grado:

$$\left( \frac{dP}{dP_p} \right)^2 + \frac{4\Delta_c}{k_1 t} \cdot \frac{dP}{dP_p} - 1 = 0$$

Resolviendo la ecuación anterior:

$$\frac{dP}{dP_p} = -\frac{2\Delta_c}{k_1 t} + \sqrt{\left( \frac{2\Delta_c}{k_1 t} \right)^2 + 1} \quad (4.63)$$

Sustituyendo 4.62 en 4.63:

$$dP = \sigma_y t \left[ \sqrt{\left( \frac{2h\Delta}{bk_1 t} \right)^2 + 1} - \frac{2h\Delta}{bk_1 t} \right] dh \quad (4.64)$$

Finalmente, integrando 4.64 se determina la relación carga-desplazamiento, (Murray y Khoo 1981).

$$P = \frac{\sigma_y t b}{2} \left[ \sqrt{\left( \frac{2\Delta}{k_1 t} \right)^2 + 1} - \left( \frac{2\Delta}{k_1 t} \right) + \frac{k_1 t}{2\Delta} \ln \left( \sqrt{\left( \frac{2\Delta}{k_1 t} \right)^2 + 1} + \frac{2\Delta}{k_1 t} \right) \right] \quad (4.65)$$

Teniendo en cuenta que la carga P es excéntrica, el valor del momento externo se obtiene multiplicando dP, (ec.4.65), por dh, (fig.4.31).

$$dPh = \sigma_y t h \left[ \sqrt{\left( \frac{2h\Delta}{bk_1 t} \right)^2 + 1} - \frac{2h\Delta}{bk_1 t} \right] dh$$

Cuya integración devuelve la siguiente expresión, (Murray y Khoo 1981):

$$Pe = \frac{\sigma_y t^3 b^2 k_1^2}{12\Delta^2} \left[ \sqrt{\left[ \left( \frac{2\Delta}{k_1 t} \right)^2 + 1 \right]^3} - 1 - \left( \frac{2\Delta}{k_1 t} \right)^3 \right] \quad (4.66)$$

Murray, (Murray y Khoo 1981), expone que los mecanismos de fallo complejos, tales como los que se desarrollan en un perfil, pueden ser tratados como un ensamblaje de mecanismos básicos, dado que los elementos de sección tienden a reproducir patrones simples. A fin de que el lector interesado pueda hacerse una idea, en el Anexo F se desglosan los ocho mecanismos básicos de Murray, y se procede a analizar un mecanismo complejo en base a las pautas de este autor.

### 4.8.3 Consideraciones al Método del Trabajo y del Equilibrio.

Jones y Wood, (Jones y Wood 1967), expusieron que en la TCLP no tiene importancia el método que se emplee para determinar el momento de colapso de una placa de hormigón sometida a cargas perpendiculares a su plano, dado que con ambos métodos se ha de obtener siempre el mismo el valor.

Ciertamente, el resultado puede diferir algo si al aplicar el Método del Equilibrio no se realiza el número de iteraciones necesarias. Sin embargo, una vez que se ha encontrado el patrón exacto el resultado ha de ser el mismo.

Por otro lado Bakker, (Bakker 1990), afirma que la aplicación de un método u otro en la TGLP ha de dar el mismo resultado, siempre y cuando el patrón analizado sea un mecanismo verdadero. En el caso de un casi-mecanismo los resultados pueden diferir en función del método que se emplee.

Según Bakker, en un mecanismo verdadero se pueden obtener los esfuerzos que se desarrollan en las líneas plásticas mediante simple consideraciones de equilibrio. Sin embargo, en un casi-mecanismo el empleo del Método del Equilibrio no es adecuado, ya que suele ser dificultoso cumplir con las condiciones de equilibrio y recoger con corrección los esfuerzos de membrana que se generan en este tipo de patrones.

Esta autora matiza que algunos investigadores emplean lo que ella denomina Métodos Intuitivos para resolver este tipo de situaciones.

Los Métodos Intuitivos consisten en asumir que los únicos esfuerzos activos en las líneas plásticas son los momentos, y solamente se tienen en cuenta los esfuerzos cortantes y axiales cuando se quiere satisfacer la condición de plastificación, aunque se ha de matizar que la magnitud de estos esfuerzos se obtiene realizando consideraciones intuitivas del equilibrio.



Según Bakker, los métodos intuitivos son teóricamente incorrectos, pero son mucho más simples que el Método del Trabajo y el Método del Equilibrio y en muchos casos han dado buenos resultados.

En base a estas consideraciones, Bakker afirma que el análisis de un casi-mecanismo se ha de realizar mediante el Método del Trabajo.

En relación a Murray, Bakker expone que ha empleado el Método del Equilibrio para analizar casi-mecanismos, en los cuales asume la acción de esfuerzos de tracción compresión y cortante en las **zonas plásticas**, aunque no considera su interacción con el momento.

Otra reflexión realizada por Bakker, es que Murray no satisface el equilibrio en los mecanismos que presentan líneas plásticas inclinadas, debido a que su expresión, (Murray 1973), no tiene en consideración la influencia del cortante y del momento torsor de segundo orden.

Cabe recordar aquí de nuevo que esta autora tampoco tiene en consideración el efecto del momento torsor.

A pesar de las críticas que ha recibido Murray, sus modelos son todo un referente en la TGLP. La sencillez del Método del Equilibrio, junto con el hecho de que se capture con corrección el comportamiento post-colapso de muchos elementos, hace que las expresiones de este autor sean las más empleadas por parte de los investigadores.

## 4.9 EL MECANISMO DE KECMAN.

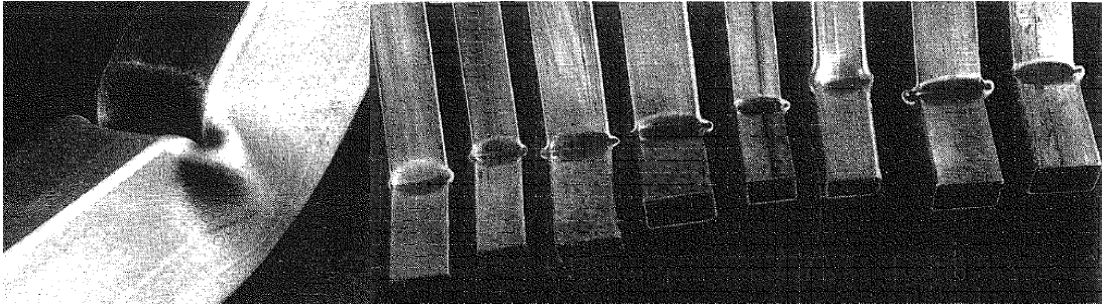
### 4.9.1 Introducción.

El artículo de Kecman, (Kecman 1983), posee una gran relevancia para la presente tesis, dado que el mecanismo de fallo tratado por este autor presenta ciertas similitudes con los patrones que se desarrollan en el perfil nervado aquí analizado.

Dada la similitud observada, y dada también la rigurosidad con que este autor acomete el análisis del mecanismo de fallo, su trabajo se ha tomado como base para analizar los patrones de esta tesis.

Kecman, (Kecman 1983), estudia el mecanismo de fallo que se desarrolla en secciones rectangulares de acero ante un esfuerzo de flexión. Su artículo es toda una referencia en la TGLP, tanto por los resultados alcanzados, como por ser uno de los primeros autores en analizar y estudiar el comportamiento plástico de un perfil de acero conformado en frío ante este tipo de esfuerzo.

El mecanismo de colapso analizado por Kecman se puede observar en la figura 4.33.



**Figura 4.33. Mecanismo de colapso a flexión según Kecman, (Kecman 1983).**

Este autor realizó 56 ensayos en 27 secciones rectangulares diferentes. Las relaciones de aspecto canto/ancho,  $(a/b)$ , variaban desde 3 hasta 0.33, y las relaciones ancho/espesor de las paredes,  $(b/t)$ , variaban entre 128 y 9.14.

Los resultados obtenidos con el modelo teórico desarrollado por dicho autor coinciden con los resultados de los ensayos experimentales para todo el rango de secciones investigado.

El modelo teórico desarrollado por Kecman para el mecanismo de fallo observado en los ensayos, (fig.4.33), se puede apreciar en la figura 4.34.

En base a la observación del patrón de colapso, Kecman apuntó lo siguiente:

- a) Las líneas plásticas que convergen en el punto A son móviles, dado que la distancia BA cambia durante la formación de la rótula. El resto de las líneas, exceptuando NK y ML, que conforman el patrón son estacionarias. Esto es:

**Líneas móviles:** GA, AE, KA, LA y sus simétricas, JH, JF, JN y JM

**Líneas estacionarias:** EF, GH, EB, GB, FC, HC, BC, BA, CJ, GK, NH, EL y FM.

- b) En la deformación del ala traccionada, se observaron también líneas de plastificación móviles, NK y ML
- c) Se observaron deformaciones en el plano, particularmente a lo largo de las líneas GA, EA, BA, y sus simétricas, HC, CF y CJ. Esta deformación es esencial para mantener la cinemática de la rótula.
- d) El “rolling radius”,  $r$ , varía ligeramente a lo largo de GA. Dicho radio ha sido medido realizando cortes perpendiculares a GA. Se estimó que, más o menos, su valor era proporcional a la longitud de la rótula,  $r = (0,03 - 0,05) \cdot KL$
- e) El “rolling radius”,  $r$ , a lo largo de las líneas KA, LA, MJ y NJ varía desde el infinito, en los puntos K, L, M y N, a valores muy cercanos al estimado en el punto anterior. El patrón de deformación de estas líneas es muy difuso.

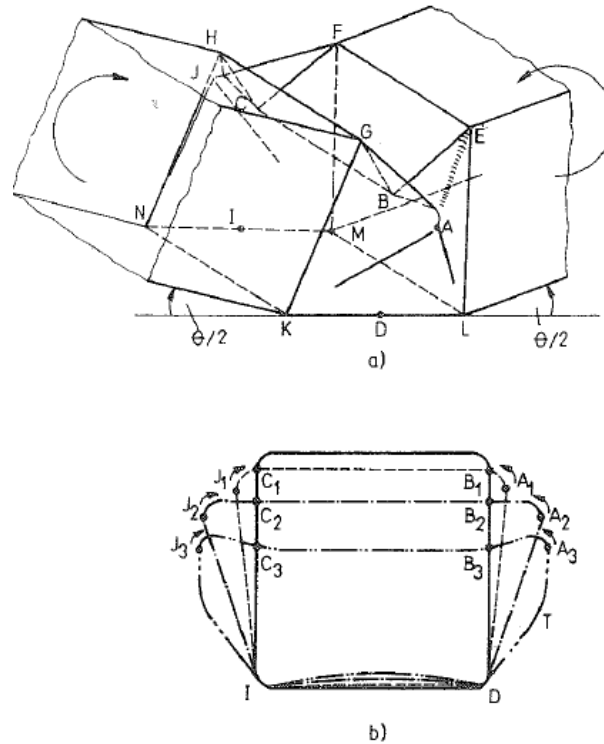


Figura 4.34. Modelo teórico de Kecman, (Kecman 1983).

Por otro lado, en el desarrollo de la rótula se identificaron cuatro fases:

- 1- **Fase inicial:** Aparece un bulto en las almas, (B1-A1). Esta fase recoge ángulos entre 5 y 10°, (fig.4.34).
- 2- **Segunda fase:** Desarrollo del proceso de rodado del radio, (“rolling radius”), en B2-A2. Esta fase recoge ángulos entre 5°-10° y 25°-35°, (fig.4.34).
- 3- **Tercera fase:** Esta fase la sección toma la forma B3-A3-T-D. Se observa que comienzan a formarse nuevas líneas plásticas en la parte baja de las placas laterales, (TA, TK y simétricas, fig.4.34).
- 4- **Cuarta fase:** Iniciada por el contacto entre las dos alas comprimidas. Al producirse este contacto, el desarrollo de la rótula se detiene por completo y comienza a desarrollarse una rótula secundaria adyacente a la primera con nuevas líneas plásticas.

En esta nueva rótula, las almas pandean hacia el interior de la pieza y las alas comprimidas en sentido contrario, esto es, “hacia afuera”. No hay una clara transición entre una y otra, por lo que Kecman expone que también se pueden desarrollar formas intermedias híbridas.

El modelo teórico de Kecman está basado en la segunda fase, para el cual se asumieron las siguientes hipótesis:

- Las deformaciones solo toman lugar en las líneas plásticas.

- Las regiones adyacentes a las líneas plásticas se consideran placas rígidas, y por lo tanto son inextensibles e incomprensibles.
- Se ha de cumplir el **principio de continuidad de la sección**, según el cual, la sección longitudinal y transversal del perfil no aumentan ni disminuyen sus dimensiones.

Básicamente estas son las hipótesis que rigen la TGLP. El principio de continuidad de la sección, el cual no se había comentado anteriormente, asume que aunque se produzcan deformaciones del perfil, el perímetro de la sección transversal y la longitud del perfil se mantienen constantes.

A continuación, en el apartado 4.9.2, se determinarán las coordenadas de los puntos A y B.

Tal y como se ha comentado, las líneas plásticas que convergen en el punto A son líneas móviles, lo cual es debido a que el punto A se desplaza a medida que aumenta la carga.

En base a ello, resulta necesario definir dicho movimiento con el fin de poder obtener la longitud y el trabajo realizado por las líneas que convergen en dicho punto.

En el apartado 4.9.3 se determinará el ancho de la rótula y el valor que toma el ángulo cuando se produce el contacto entre dos puntos del ala comprimida, denominado por Kecman, ángulo de “atascamiento”.

Obtenidos dichos parámetros se procederá a obtener el trabajo realizado por cada una de las líneas plásticas, con el fin de proceder a su suma y obtener la energía total absorbida por la rótula.

En el apartado 4.9.4.1, se obtendrán los trabajos realizados por las líneas plásticas estacionarias.

En el apartado 4.9.4.2, se obtendrá el trabajo realizado por las líneas plásticas móviles.

En el apartado 4.9.4.3, se obtendrá el trabajo realizado por las líneas plásticas estacionarias en la zona de tracción. Cabe matizar aquí, que Kecman es el único autor que tiene en consideración el trabajo realizado por líneas plásticas que se desarrollan ante un esfuerzo de tracción.

Por último, en el apartado 4.9.4.4, se procederá a obtener el valor nominal de la energía absorbida por la rótula.

#### **4.9.2 Coordenadas de los puntos A y B.**

En primer lugar, Kecman determina las coordenadas del punto B. Para ello representa esquemáticamente una sección longitudinal, (fig.4.35, izquierda), y una sección transversal,

(fig.4.35, derecha), por el punto B, con el fin de poder establecer las relaciones trigonométricas pertinentes.

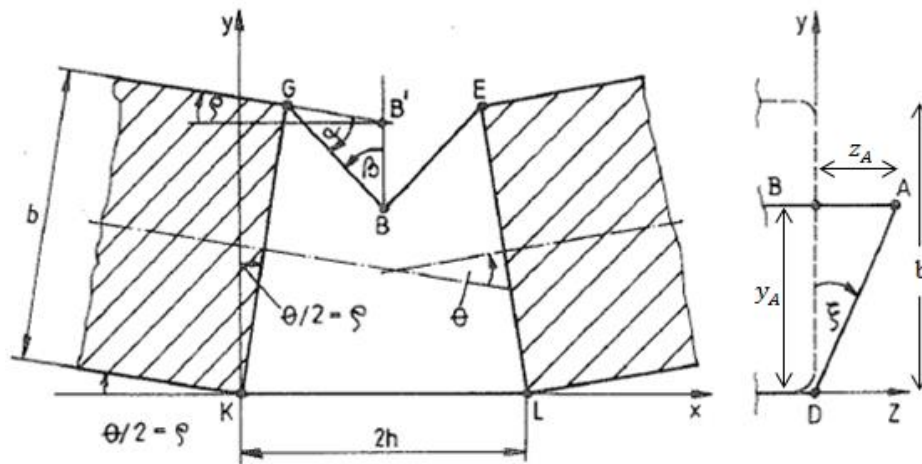


Figura 4.35. Sección por el punto B. Modelo teórico de Kecman, (Kecman 1983).

Kecman ubica los ejes tal y como se muestra en la figura 4.36. Siendo el ancho de la rótula  $2h$ , el punto B poseerá la siguiente coordenada en la dirección del eje X:  $x_B = h$ .

Por el principio de continuidad de la sección, la línea GB ha de medir  $h$ , dado que según este principio las dimensiones longitudinales de la pieza no varían durante la deformación. Teniendo en cuenta dicha consideración, la coordenada  $Y_B$  se puede obtener estableciendo las siguientes relaciones, (fig.4.36).

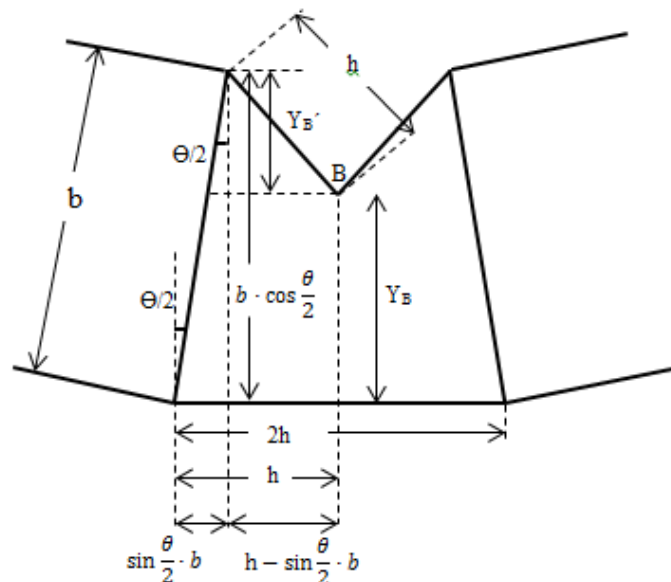


Figura 4.36. Determinación de la coordenada  $Y_B$  en el modelo de Kecman.

Tal y como se ha comentado, el ancho de la rótula se determinará en el apartado 4.9.3.

Observando la figura 4.36, se deduce que:

$$y_B = b \cos \frac{\theta}{2} - y_{B'} \quad (4.67)$$

Siendo  $y_{B'}$ :

$$y_{B'}^2 + \left( h - b \sin \frac{\theta}{2} \right)^2 = h^2$$

Desarrollando la diferencia de cuadrados y despejando, se obtiene que:

$$y_{B'} = \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} \left( 2h - b \sin \frac{\theta}{2} \right)} \quad (4.68)$$

Sustituyendo 4.68 en 4.67:

$$y_B = b \cos \frac{\theta}{2} - \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} \left( 2h - b \sin \frac{\theta}{2} \right)} \quad (4.69)$$

Dado que el corte se ha realizado por el punto B, la coordenada  $Z_B=0$ . Por tanto, las coordenadas del punto B serán:

#### **Coordenadas punto B:**

$$x_B = h; \quad y_B = b \cos \frac{\theta}{2} - \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} \left( 2h - b \sin \frac{\theta}{2} \right)}; \quad z_B = 0 \quad (4.70)$$

Las **coordenadas del punto A**, se establecerán de manera similar. Para ello se ha de hacer un corte transversal de la sección por dicho punto. El corte pertinente se puede apreciar en la figura anterior 4.35, (derecha).

Dado que el punto B está unido con el punto A mediante una recta paralela al eje Z, se puede decir que las coordenadas X e Y de dichos puntos serán las mismas. Por lo tanto:

$$x_A = x_B \quad y \quad y_A = y_B \quad (4.71)$$

Por el principio de continuidad de la sección, la magnitud b no ha de aumentar ni disminuir, por lo que se puede decir que:

$$b = AB + AD \quad ; \quad AD = \sqrt{y_A^2 + z_A^2} \quad y \quad AB = z_A$$

De donde:

$$b = z_A + \sqrt{y_A^2 + z_A^2}$$

$$(b - z_A)^2 = y_A^2 + z_A^2$$

Operando y despejando  $Z_A$ :

$$z_A = \frac{b}{2} - \frac{y_A^2}{2b} \quad (4.72)$$

Sustituyendo en la ecuación 4.72 el valor de  $Y_A$  en base a las expresiones 4.70 y 4.71.

$$z_A = \frac{b}{2} - \frac{1}{2b} \cdot \left( b \cos \frac{\theta}{2} - \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} (2h - b \sin \frac{\theta}{2})} \right)^2$$

Desarrollando la diferencia de cuadrados y operando, se obtiene que:

$$z_A = \frac{b}{2} - \frac{b}{2} \left( \cos^2 \frac{\theta}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) - h \sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} (2h - b \sin \frac{\theta}{2})}$$

$$z_A = \frac{b}{2} \left( 1 - \cos^2 \frac{\theta}{2} + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) - h \sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} (2h - b \sin \frac{\theta}{2})}$$

Teniendo en cuenta que:

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = 1 - \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

$$z_A = b \sin^2 \frac{\theta}{2} - h \sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} (2h - b \sin \frac{\theta}{2})}$$

**Coordenadas del punto A:**

$$x_A = x_B ; \quad y_A = y_B ; \quad z_A = b \sin^2 \frac{\theta}{2} - h \sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} (2h - b \sin \frac{\theta}{2})}$$

(4.73)

### 4.9.3 Determinación del ancho de la rótula y del ángulo de atascamiento.

Obtenidas las coordenadas de los puntos A y B, Kecman determina el valor del ángulo de atascamiento  $\theta$  y del ancho de la rótula,  $2h$ .

La continuidad en la dirección longitudinal se establece para una fibra originalmente paralela al eje de la viga, (eje X), que pasa por el punto A deformado, (línea a trazos en la fig.4.37).

Antes de la deformación, el punto de intersección de la fibra longitudinal tomada como referencia, con la línea GK es I. Tal y como se ha comentado anteriormente, por el principio de continuidad de la sección podemos establecer que la coordenada en el eje Y del punto I es  $b - Z_A$ , (fig. 4.37).

En base a ello, las coordenadas del punto I antes de la deformación será:

$$I = (0, b - Z_A, 0) \text{ coordenadas antes de la rotación.}$$

Cuando se desarrolla el mecanismo la recta KI rota, pasando a ser la recta KI'. Esta recta mantiene su longitud, pero el punto I' cambia de posición. En base a la figura 4.37, las coordenadas del punto I' serán:

$$I' = \left( (b - Z_A) \sin \frac{\theta}{2}, (b - Z_A) \cos \frac{\theta}{2}, 0 \right) \text{ coordenadas después de la rotación.}$$

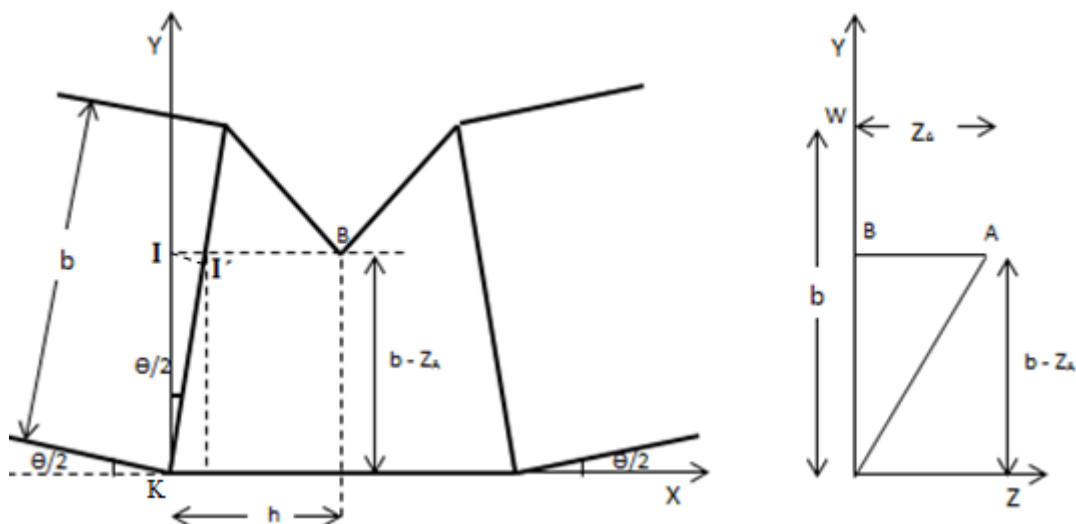


Figura 4.37. Determinación del ángulo  $\theta$ , y el ancho de rótula  $2h$ .

Al aplicar continuidad en la dirección longitudinal, se tiene que cumplir que  $h$  debe ser igual a la distancia entre I' y A, tal y como se puede apreciar en la figura 4.38.



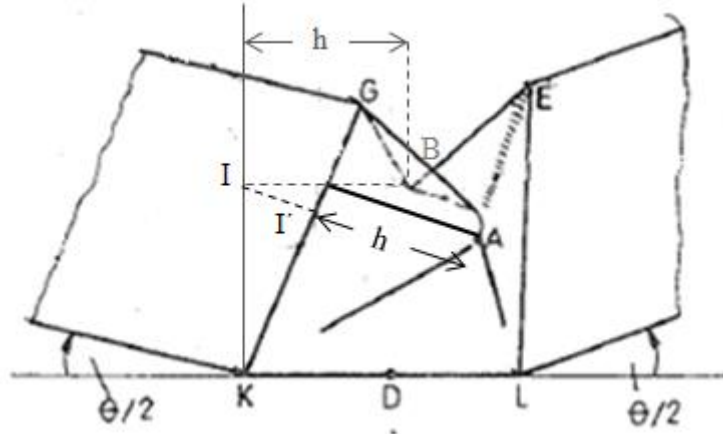


Figura 4.38. Determinación del ángulo  $\theta$ , y el ancho de rótula  $2h$ , (Kecman 1983).

La distancia  $h$  se puede determinar a partir de la posición entre estos dos puntos, ( $I'$  y  $A$ ), por lo que:

$$h = I' - A$$

Y el módulo de  $h$ :

$$(I' - A)^2 = (x_A - x_{I'})^2 + (y_A - y_{I'})^2 + (z_A - z_{I'})^2$$

Sustituyendo las coordenadas obtenidas para el punto  $I'$ .

$$h^2 = \left[ x_A - (b - z_A) \sin \frac{\theta}{2} \right]^2 + \left[ y_A - (b - z_A) \cos \frac{\theta}{2} \right]^2 + z_A^2$$

Se obtiene el valor de  $h$  en función de las coordenadas del punto  $A$ . Dado que dichas coordenadas son conocidas, (ec.4.73), la expresión tomará la forma:

$$h^2 = \left[ h - \left( b - b \sin^2 \frac{\theta}{2} - h \sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} (2h - b \sin \frac{\theta}{2})} \right) \sin \frac{\theta}{2} \right]^2 + \left[ b \cos \frac{\theta}{2} - \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} (2h - b \sin \frac{\theta}{2})} - \left( b - b \sin^2 \frac{\theta}{2} - h \sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} (2h - b \sin \frac{\theta}{2})} \right) \cos \frac{\theta}{2} \right]^2 + \left( b \sin^2 \frac{\theta}{2} - h \sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} (2h - b \sin \frac{\theta}{2})} \right)^2$$

Donde se observa que el valor de  $h$  está en función del ángulo  $\theta$ , y del canto de la sección del perfil rectangular,  $b$ .

Por ejemplo, dando a  $\theta/2$  un valor ficticio de  $90^\circ$ , dado que con dicho valor se simplifica mucho la expresión anterior, se observa que:

$$h^2 = (h - b)^2$$

$$h^2 = h^2 + b^2 - 2hb$$

$$0 = b^2 - 2hb$$

Dado que el valor de  $b$  no puede ser cero, ya que la sección siempre posee una dimensión, se obtiene que:

$$b = 2h$$

Kecman afirma que para cualquier valor de  $\theta$ , y cualquier ratio  $a/b$ , se obtiene siempre las siguientes relaciones:

$$2h = a ; \text{ ó } ; 2h = b$$

El valor correcto es aquel que comporta la absorción de menor energía, que es, según Kecman, el que corresponde a la menor dimensión.

$$2h = a \quad \text{si } a \leq b$$

$$2h = b \quad \text{si } a \geq b$$

El valor de  $2h$  será siempre igual a la menor dimensión de la sección, lo cual está en concordancia con los resultados obtenidos en los ensayos realizados por este autor.

El “atascamiento” teórico del mecanismo de colapso, (ver figura 4.39), que se produce cuando dos puntos del ala comprimida entran en contacto tiene lugar cuando:

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{h}{b}$$

En la expresión anterior Kecman tiene en cuenta el espesor de la pieza de la siguiente forma:

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{h - 0.5t}{b}$$

A partir de aquí determina el ángulo de “atascamiento”:

$$\theta = 2 \arcsin \left( \frac{h - 0.5t}{b} \right) \quad (4.74)$$

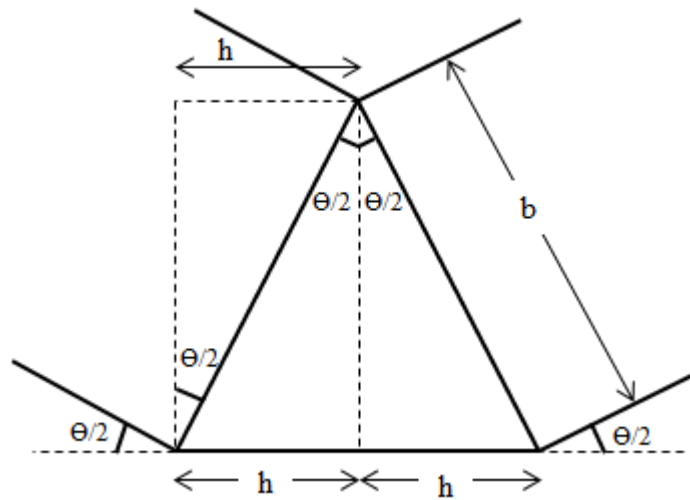


Figura 4.39. Modelo geométrico teórico del "atascamiento" del mecanismo de colapso.

#### 4.9.4 Energía absorbida durante la rotación.

A continuación, se procede en los siguientes apartados a la determinación del trabajo realizado por las líneas plásticas estacionarias, (apartado 4.9.4.1), por las líneas plásticas móviles, (apartado 4.9.4.2), y por las líneas plásticas ubicadas en la zona de tracción, (apartado 4.9.4.3).

Obtenido el trabajo de cada una de las líneas y zonas plásticas, se procederá a determinar la energía total absorbida por la rótula, (apartado 4.9.4.4).

##### 4.9.4.1 Líneas plásticas estacionarias.

Teniendo en cuenta el esquema de la figura 4.40, se procede en primer lugar a la determinación de los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ .

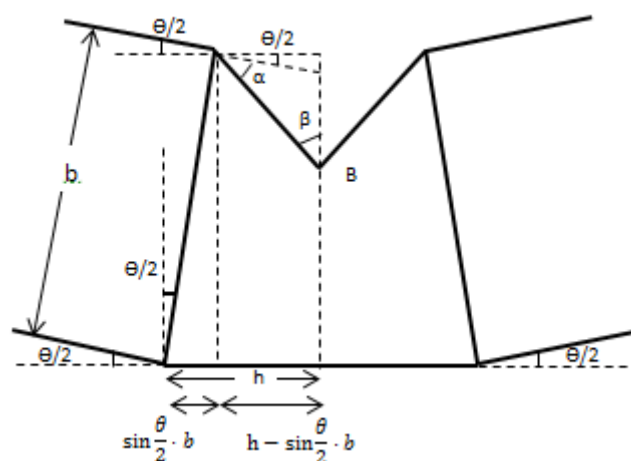


Figura 4.40. Determinación de los ángulos de giro.

En base a la figura 4.40, se deduce que:

$$\left(\alpha + \frac{\theta}{2}\right) + \beta + \frac{\pi}{2} = \pi ; \quad \alpha = \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - \beta \quad (4.75)$$

Y que:

$$\sin \beta = \frac{h - b \sin \frac{\theta}{2}}{h} = 1 - \frac{b \sin \frac{\theta}{2}}{h} ; \quad \beta = \arcsin \left( 1 - \frac{b \sin \frac{\theta}{2}}{h} \right) \quad (4.76)$$

#### 4.9.4.1.1 Líneas EF y GH.

Empleando el método del trabajo, la energía absorbida por una línea plástica estacionaria responde a la siguiente expresión, (ec.4.42, apartado 4.8.1).

$$U_{ls} = \Sigma M_{pi} \cdot \theta_i \cdot l_i$$

Dado que las líneas EF y GH, (fig.4.41), giran un mismo ángulo  $\alpha$ .

$$W_1 = W_{EF} + W_{GH} = 2 \cdot M_p \cdot a \cdot \alpha$$

Sustituyendo el valor de los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ , dados por las ecuaciones 4.75 y 4.76, tendremos que:

$$W_1 = 2 \cdot M_p \cdot a \cdot \left( \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - \arcsin \left( 1 - \frac{b \sin \frac{\theta}{2}}{h} \right) \right)$$

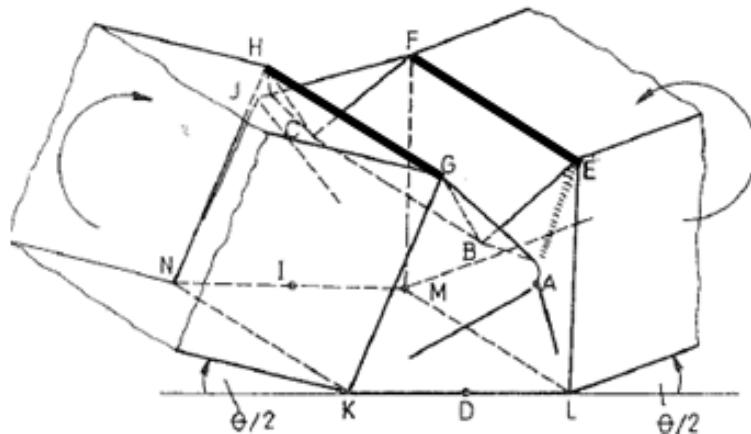


Figura 4.41. Líneas EF y GH, (Kecman 1983).

#### 4.9.4.1.2 Línea BC.

El ángulo rotado por la línea BC, será igual a  $\pi - 2\beta$ , (fig.4.42).

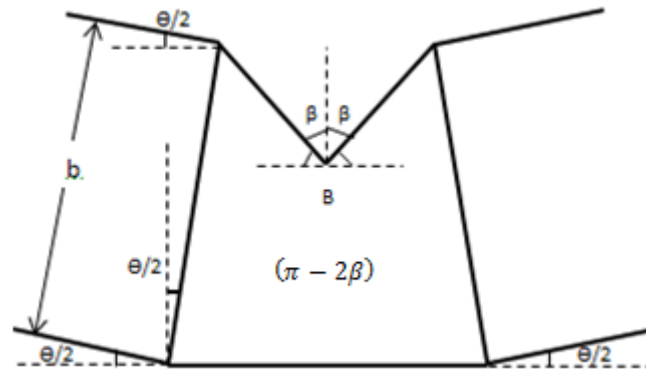


Figura 4.42. Ángulo girado por la línea BC.

Por lo tanto, empleando el valor de  $\beta$ , en base a la ecuación 4.76, el trabajo realizado por la línea BC tendrá un valor de:

$$W_2 = W_{BC} = M_p \cdot a \cdot \left( \pi - 2 \arcsin \left( 1 - \frac{b \sin \frac{\theta}{2}}{h} \right) \right)$$

#### 4.9.4.1.3 Líneas AB y CJ

El ángulo girado por las líneas AB y CJ, es el mismo que el girado por la línea anterior BC. Por otro lado, la longitud de estas líneas es igual a  $Z_A$ .

Por lo tanto:

$$W_3 = W_{AB} + W_{CJ} = 2 \cdot M_p \cdot Z_A (\pi - 2\beta)$$

Sustituyendo por el valor de  $Z_A$ , (ec.4.73).

$$W_3 = 2 \cdot M_p \cdot \left( b \sin^2 \frac{\theta}{2} - h \sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} (2h - b \sin \frac{\theta}{2})} \right) (\pi - 2\beta)$$

#### 4.9.4.1.4 Líneas BG, BE y sus simétricas.

En este caso, es sencillo determinar el ángulo relativo girado por líneas BG, BE y sus simétricas:  $90^\circ$ . Por otro lado, la longitud de estas líneas, en base al principio de continuidad, será h. Por lo que:

$$W_4 = W_{BG} + W_{BE} + W_{CH} + W_{CF} = 4 \cdot M_p \cdot h \cdot \frac{\pi}{2} = 2 \cdot M_p \cdot h \cdot \pi$$

#### 4.9.4.1.5 Líneas GK, EL, y sus simétricas.

La obtención del ángulo relativo girado por las líneas GK, EL, y sus simétricas, no es tan sencillo y directo como en el caso anterior. El ángulo buscado, se encuentra acotado entre el plano GELK, y el plano GAK, tal y como se puede apreciar en la figura 4.43. Trazando una línea perpendicular a la línea GK desde el punto A se determina la posición del punto A''.

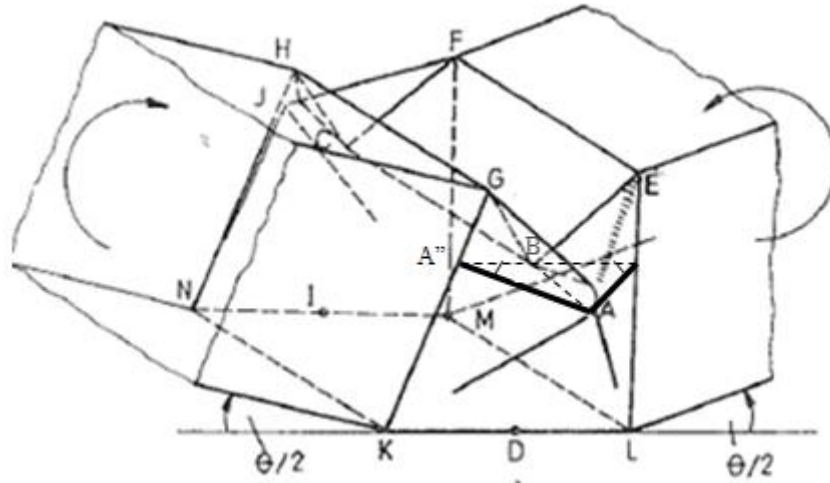


Figura 4.43. Ángulo relativo girado por la línea GK. (Kecman 1983).

En primer lugar, se han de encontrar las coordenadas del punto A''.

Dado que las perspectivas provocan efectos visuales no deseados, se ha de tener presente que la pendiente de la línea AA'' es igual a la pendiente de la línea A'B, ya que ambas líneas están contenidas en el mismo plano. Esto se puede comprobar proyectando la línea AA'' sobre el plano GELK, tal y como se muestra en la figura 4.44.

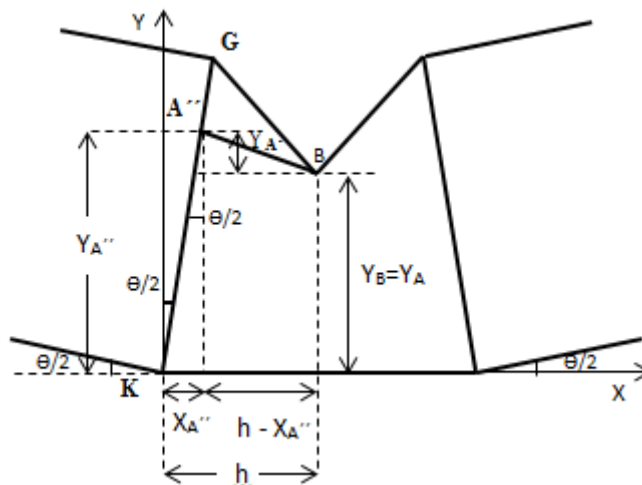


Figura 4.44. Coordenadas del punto A''.

En base a la figura 4.44 se puede decir que:

$$y_{A''} = y_B + y_{A'} \rightarrow y_{A'} = y_{A''} - y_B \quad (4.77)$$

Aumentando la escala del triángulo de hipotenusa  $BA''$ , (fig.4.45), se observa que:

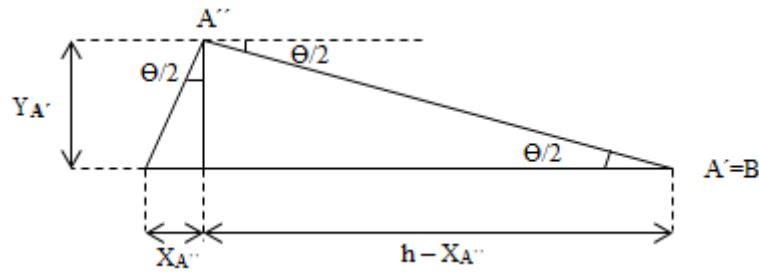


Figura 4.45. Relaciones trigonométricas.

De donde:

$$y_{A'} = \tan \frac{\theta}{2} (h - x_{A''}) \quad (4.78)$$

Observando la figura 4.44:

$$x_{A''} = \tan \frac{\theta}{2} y_{A''} \quad (4.79)$$

Sustituyendo 4.77 en 4.78:

$$y_{A''} - y_B = \tan \frac{\theta}{2} (h - x_{A''}) \quad (4.80)$$

Sustituyendo ahora 4.79 en 4.80:

$$y_{A''} - y_B = \tan \frac{\theta}{2} \left( h - \tan \frac{\theta}{2} y_{A''} \right)$$

$$y_{A''} + \tan^2 \frac{\theta}{2} y_{A''} = \tan \frac{\theta}{2} h + y_B$$

$$y_{A''} \left( 1 + \tan^2 \frac{\theta}{2} \right) = \tan \frac{\theta}{2} h + y_B$$

$$y_{A''} = \frac{\tan \frac{\theta}{2} h + y_B}{\sec^2 \frac{\theta}{2}}$$

Dado que las coordenadas del punto B son conocidas, (ec.4.70), quedará que:

$$y_{A''} = \frac{\tan \frac{\theta}{2} h + b \cos \frac{\theta}{2} - \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} (2h - b \sin \frac{\theta}{2})}}{\sec^2 \frac{\theta}{2}}$$

$$x_{A''} = \tan \frac{\theta}{2} y_{A''}$$

$$z_{A''} = 0$$

Obtenidas las coordenadas del punto A'', se procede al abatimiento del triángulo A'B sobre el plano GELK, empleando como eje de rotación el segmento A'B, (fig.4.46). Ello permite tener el ángulo buscado, ( $\eta$ ), en verdadera magnitud.

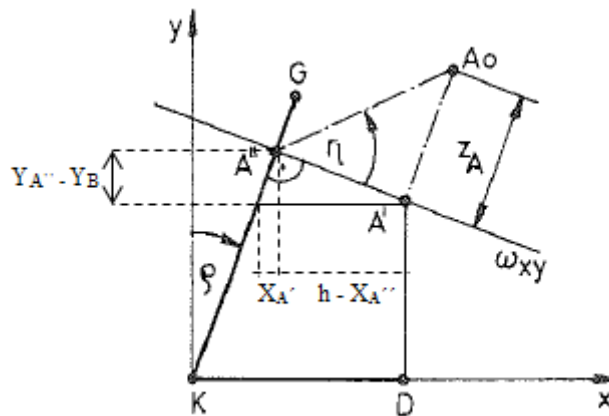


Figura 4.46. Ángulo  $\eta$  en verdadera magnitud.

El punto A', coincidiría con el punto B en el plano GELK, y A<sub>0</sub> sería el punto A abatido.

$$(A''A')^2 = (h - x_{A''})^2 + (y_{A''} - y_B)^2$$

$$\tan \eta = \frac{z_A}{\sqrt{(h - x_{A''})^2 + (y_{A''} - y_B)^2}}$$

Por lo que ángulo buscado  $\eta$ , tendrá un valor de:

$$\eta = \arctan \left( \frac{z_A}{\sqrt{(h - x_{A''})^2 + (y_{A''} - y_B)^2}} \right)$$

Determinado el ángulo, el trabajo realizado por las líneas GK, EL y sus simétricas será:

$$W_5 = W_{GK} + W_{EL} + W_{HN} + W_{FM}$$

$$W_5 = 4 \cdot M_p \cdot b \cdot \arctan \left( \frac{z_A}{\sqrt{(h - x_{A''})^2 + (y_{A''} - y_B)^2}} \right)$$

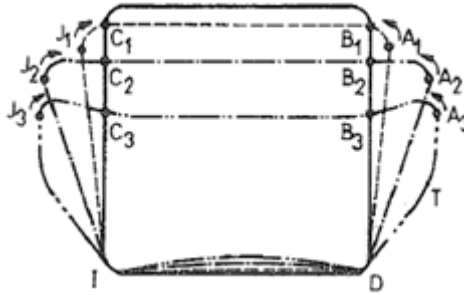


#### 4.9.4.2 Líneas plásticas móviles.

##### 4.9.4.2.1 Líneas GA, AE, JH y JF.

Tal y como se expuso en el apartado 4.4, las líneas plásticas móviles se deben modelar como dos líneas plásticas para que el mecanismo sea cinemáticamente admisible.

En este caso, se ha de tener en cuenta la sección transversal del perfil rectangular, (fig.4.47).



*Figura 4.47. Sección transversal. Fases del mecanismo de colapso. (Kecman 1983).*

En la figura 4.47 se observan todas las fases del mecanismo de colapso. Kecman sólo modela hasta la segunda fase, por lo que los puntos que se han de tener en consideración son los puntos  $B_2$ ,  $A_2$  y sus simétricos  $J_2$ ,  $C_2$ .

Kecman observa que el radio  $r$  es razonablemente constante a lo largo de la línea GA y sus semejantes. Como es sabido que la curvatura de una línea es el inverso del radio.

$$\text{Curvatura línea } GA = \frac{1}{r}$$

Por otro lado, se ha de tener en cuenta que en este caso es toda un área lo que está plastificando debido al movimiento de rodado del radio, por lo que la expresión habitual del trabajo:

$$W = M_p \cdot \theta \cdot L$$

Ha de ser modificada a, (ver demostración en Bakker, 1992):

$$W = M_p \cdot \theta \cdot A = M_p \cdot \frac{1}{r} \cdot A$$

Los triángulos BAG, BAE, y sus simétricos CJF, CJH, están plastificados debido al movimiento de las líneas, (fig.4.48). En la ecuación anterior, A es el área de estos triángulos.

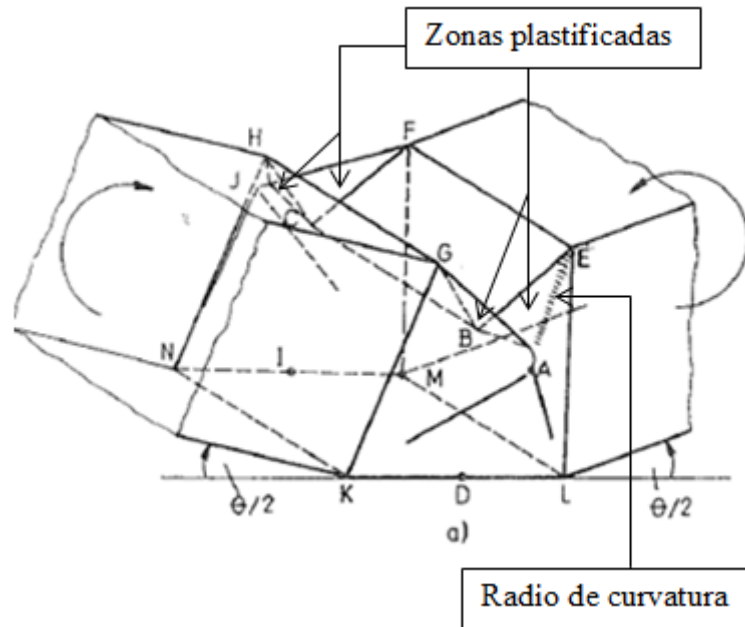


Figura 4.48. Zonas plastificadas debido al desplazamiento de las líneas plásticas móviles.

Dado que los triángulos plastificados poseen la misma magnitud, se toma como referencia el triángulo ABE, cuya área es sencilla de determinar.

$$\text{Base} = AB = z_A$$

Altura = h, por el principio de continuidad.

Por lo tanto el trabajo realizado por una línea plástica móvil será igual a:

$$W = 2 \cdot \left[ M_p \cdot \frac{1}{r} \cdot \left( \frac{1}{2} z_A h \right) \right] = M_p \cdot \frac{h}{r} \cdot z_A$$

Este trabajo se ha multiplicado por dos, ya que se entiende que el movimiento del radio de acuerdo se modela como dos líneas plásticas (véase Bakker y el apartado 4.4).

Finalmente, el trabajo realizado por estas cuatro líneas plásticas móviles será igual a:

$$W_6 = W_{GA} + W_{AE} + W_{JH} + W_{JF}$$

$$W_6 = 4 \cdot M_p \cdot \frac{h}{r} \cdot z_A$$

Kecman observa que el radio decrece durante la rotación de la rótula. En base a ello, propone una aproximación a la variación del radio que a la vez permite ajustar los resultados teóricos con los experimentales.

$$r = r(\theta) = \left(0.07 - \frac{\theta}{70}\right)h \quad (4.81)$$

#### 4.9.4.2.2 Líneas KA, LA y sus simétricas.

Las líneas plásticas móviles KA, LA, y sus simétricas, no se forman inmediatamente, sino que van aumentando su longitud a medida que el mecanismo se desarrolla. Dichas líneas alcanzan su máximo desarrollo cuando la línea BA, (y su simétrica CJ), poseen una longitud igual a  $Z_A$  máxima, que es cuando la segunda fase del mecanismo de colapso se ha completado. En este momento es cuando dichas líneas son totalmente visibles.

Al igual que en el caso anterior, se debe definir el radio de curvatura de la línea plástica y el área plastificada para calcular el trabajo de estas líneas

El radio de curvatura de la línea plástica varía de tamaño en el desarrollo del mecanismo de colapso. En la primera fase de colapso del mecanismo, la línea plástica KA, comienza su camino de formación y se presenta como una protuberancia o una “abolladura” curva. Al principio el radio de curvatura es grande. A medida que el mecanismo se va desarrollando, el radio de curvatura va disminuyendo de tamaño y la línea plástica se va haciendo visible, hasta alcanzar un desarrollo completo al finalizar la segunda fase del mecanismo de colapso.

Una vez que se ha formado por completo la línea KA, se observa que la magnitud del radio de curvatura no es constante a lo largo de la línea. El radio es mayor en la zona cercana al punto K, y menor en la zona cercana en el punto A. La geometría de la línea se asemejaría a la mitad de un cono.

Haciendo una aproximación, se puede decir que la variación del radio de curvatura a lo largo de la línea plástica KA es igual a:

$$r_{KA} = \frac{KA}{L_k} \cdot r$$

Siendo  $L_k$ , la distancia medida desde K. El valor de  $r$ , vendrá dado por la ecuación 4.81.

Para tomar en consideración el cambio de tamaño que experimenta la zona barrida, Kecman asume una variación lineal del ancho de afectación del radio de acuerdo.

$$L_r = \frac{L_k}{KA} \cdot z_A$$

Siendo  $L_r$ , el ancho barrido, y  $Z_A$ , la distancia entre los puntos A y B. Definidos los parámetros necesarios, el trabajo realizado por la línea KA será igual a:

$$W_{KA} = \int_0^{KA} 2M_p \cdot \frac{L_r}{r_{KA}} \cdot dL_k = 2M_p \int_0^{KA} \frac{L_k}{KA} \cdot z_A \cdot \frac{L_k}{KA r} \cdot dL_k = 2M_p \int_0^{KA} \frac{z_A}{KA^2 r} \cdot L_k^2 dL_k$$

$$W_{KA} = 2M_p \cdot \frac{z_A}{KA^2 r} \cdot \left[ \frac{L_k^3}{3} \right]_0^{KA} = 2M_p \cdot \frac{z_A}{3r} \cdot KA$$

La longitud de la línea KA es sencilla de determinar, dado que se poseen sus medidas en las tres dimensiones, (fig.4.49).

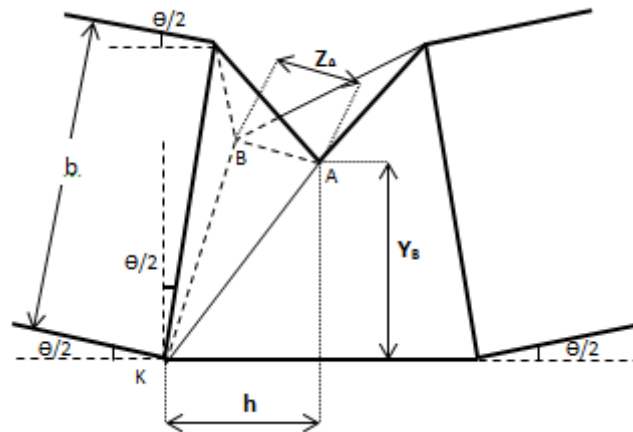


Figura 4.49. Determinación de la longitud de la línea KA.

$$KA = \sqrt{h^2 + y_B^2 + z_A^2}$$

Por tanto, el trabajo realizado por las líneas KA, LA, NJ y MJ, será igual a:

$$W_7 = W_{KA} + W_{LA} + W_{NJ} + W_{MJ}$$

$$W_7 = 4 \cdot 2M_p \cdot \frac{z_A}{3r} \cdot KA = \frac{8}{3} \cdot M_p \cdot \frac{z_A}{r} \cdot KA = \frac{8}{3} \cdot M_p \cdot \frac{z_A}{r} \cdot \left( \sqrt{h^2 + y_B^2 + z_A^2} \right)$$

#### 4.9.4.3 Líneas plásticas estacionarias en la zona de tracción.

##### 4.9.4.3.1 Líneas KN y ML.

Claramente, el ángulo girado por dichas líneas es igual a  $\theta/2$ , por lo que el trabajo realizado por las líneas KN y ML, será igual a:

$$W_{KN} + W_{ML} = 2 \cdot M_p \cdot L \cdot \frac{\theta}{2} = 2 \cdot M_p \cdot a \cdot \frac{\theta}{2}$$

La longitud de las líneas KN y ML es igual al ancho de la sección determinado por el parámetro "a".

#### 4.9.4.3.2 Línea KL y su simétrica.

En base a la figura 4.50, el ángulo girado por la línea KL es igual a:

$$\tan \xi = \frac{z_A}{y_A}$$

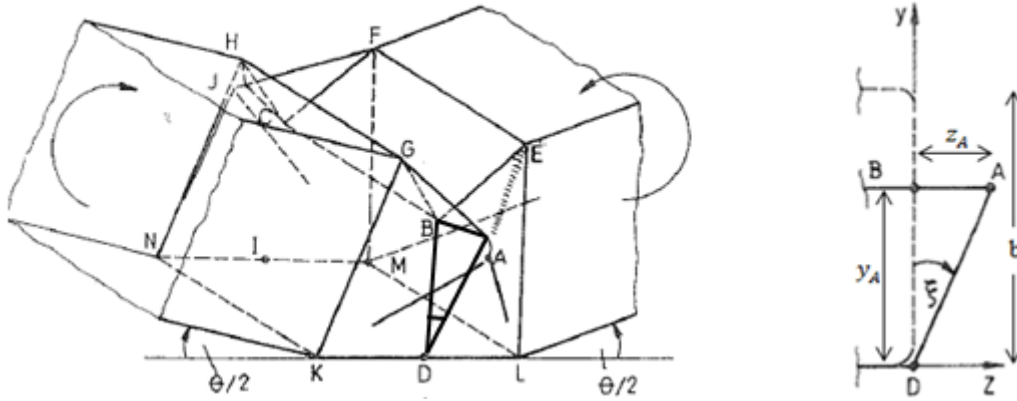


Figura 4.50. Determinación del ángulo de giro de las líneas KN y LM.

Dado que la longitud  $KL=2h$ , el trabajo realizado por las líneas KN y LM será:

$$W_{KL} + W_{NM} = 2 \cdot M_p \cdot (2h) \cdot \arctan\left(\frac{z_A}{y_A}\right)$$

De aquí, que el trabajo total realizado por todas las líneas plásticas estacionarias ubicadas en la zona de tracción sea igual a:

$$W_8 = W_{KN} + W_{ML} + W_{KL} + W_{NM}$$

$$W_8 = 2 \cdot M_p \left( a \cdot \frac{\theta}{2} + 2h \cdot \arctan\left(\frac{z_A}{y_A}\right) \right)$$

Kecman expone: “aunque el mecanismo real no se parece mucho a la deformación que se produce en el ala traccionada de la sección, se concluye que la ecuación obtenida para  $W_8$  proporciona una aproximación razonable”.

#### 4.9.4.4 Valor nominal de la energía absorbida por la rótula.

El valor de la energía interna absorbida por la rótula viene dado por:

$$W(\theta) = \sum_{1}^{8} W_i(\theta)$$

Expresión válida para cualquier ángulo comprendido entre  $0 \leq \theta \leq \theta_j$ , siendo  $\theta_j$ , el valor del ángulo para el cual se produce el “atascamiento” de la segunda fase del mecanismo de colapso. Dicho valor ha sido obtenido en el apartado 4.9.3, (ec.4.74).

Dado que la diferenciación de la expresión anterior es laboriosa, el momento de la rótula para cualquier ángulo se puede obtener también numéricamente empleando la expresión:

$$M(\theta) = \frac{W(\theta + \Delta\theta) - W(\theta)}{\Delta\theta}$$

Donde  $\Delta\theta$ , representa un pequeño incremento finito del ángulo de la rótula  $\theta$ . En el capítulo 6, se podrán observar varias curvas post-colapso obtenidas con esta expresión para el caso particular del perfil nervado analizado en la presente tesis.

## 4.10 SUMARIO.

Los análisis límite, ya sean por cota inferior o por cota superior, se emplean habitualmente para determinar cargas últimas de elementos estructurales. En este tipo de análisis, los axiles y cortantes pueden ser despreciados en el cálculo.

La TGLP hace uso de un análisis límite por cota superior para determinar comportamiento post-colapso de elementos, y no cargas últimas. Por otro lado, en los elementos de acero de pared delgada se desarrollan esfuerzos de membrana, por lo que en la TGLP los axiles y cortantes no pueden ser despreciados en el cálculo. He aquí dos adaptaciones importantes que la TGLP ha tenido que considerar.

La primera adaptación se consigue al asociar una carga última a cada estadio de deformación por el que pasa el elemento de estudio durante el proceso de carga. Toda la serie de cargas últimas determinan la curva que define el comportamiento post-colapso del elemento.

La segunda adaptación entronca directamente con la problemática de las líneas plásticas inclinadas, cuya temática ha generado una discusión que a día de hoy permanece abierta.

La determinación de la capacidad a momento de una línea plástica inclinada, generada en un elemento de pared delgada debido a la acción de un axil de compresión, es compleja de determinar. En este tipo de líneas se generan esfuerzos axiles, cortantes y momentos flectores y torsores en segundo orden.

Diferentes autores han desarrollado expresiones para determinar la capacidad a momento de una línea plástica inclinada sin que se haya llegado a un consenso unánimemente aceptado sobre la expresión que se ha de emplear.

Los modelos teóricos desarrollados por Murray, (Murray 1973), (Murray 1984), han sido los más criticados, dado que en sus investigaciones este autor llega a la conclusión de que el esfuerzo cortante no ejerce una influencia directa en la capacidad a rotación de una línea plástica inclinada. A mayores, tampoco tiene en consideración el efecto del momento torsor. A pesar de ello, sus modelos han sido los más empleados hasta la fecha debido a su sencillez.

Este autor también ha destacado al observar que los mecanismos de fallo de geometría compleja están conformados por mecanismos básicos, y que por tanto pueden ser analizados mediante un ensamblaje de los mismos, (Murray y Khoo 1981).

Bakker, (Bakker 1990), expone que, usualmente, en la TGLP se emplean valores de axil y momento plástico relativos a una viga totalmente plastificada. Dichos valores no pueden ser empleados en esta teoría, dado que los esfuerzos de membrana activos en una línea plástica interactúan entre sí afectando al valor de fallo de los mismos.

En base a ello, el primer esfuerzo de esta autora se centra en determinar los valores máximos de axil, cortante y momento que se pueden desarrollar en una línea plástica, los cuales obtiene realizando un acercamiento por cota superior a la superficie plástica de Von Mises. A partir de aquí es cuando esta investigadora acomete el estudio de las líneas plásticas inclinadas. Cabe decir que esta autora no tiene en consideración el efecto del momento torsor.

Hiriyur y Schafer, (Hiriyur y Schafer 2004), proponen una mejora del modelo Bakker, (Bakker 1990), aunque tampoco tienen en consideración la influencia del momento torsor.

Zhao y Hancock, (Zhao y Hancock 1993), son los únicos autores que han tenido en cuenta el efecto del momento torsor obteniendo resultados aparentemente buenos. La problemática del modelo de estos autores es que es excesivamente laborioso, sobre todo si se trata de emplear en mecanismos complejos. Según Hiriyur y Schafer los resultados alcanzados por Zhao y Hancock no pueden ser correctos, en base al supuesto de que es físicamente imposible que se desarrolle una línea plástica a partir de ciertos grados de inclinación.

Por otro lado, el modelo de Kecman, (Kecman 1983), es toda una referencia en la TGLP. No se ha encontrado ninguna crítica sobre el mismo, pese a ser un mecanismo complejo donde se desarrollan líneas plásticas inclinadas, e incluso zonas y líneas plásticas móviles. Autores tales como Kotelko, (Kotelko y Krolak 1993), (Kotelko 1996), (Kotelko 2004), basan gran parte de sus investigaciones tomando como referencia el modelo de Kecman.

Cabe mencionar que este autor no tiene en consideración expresiones que reducen la capacidad a momento de una línea plástica inclinada. Kecman asume un modelo teórico y determina la curva post-colapso mediante consideraciones puramente geométricas y aplicando el Método del

Trabajo. La determinación del trabajo realizado por cada una de las líneas plásticas en base a los desplazamientos y ángulos girados es consistente con el principio de mínima energía, y por tanto se entiende que el trabajo realizado por las mismas se recoge con corrección.

Por otro lado, los resultados alcanzados por este autor con su modelo teórico coinciden claramente con los resultados experimentales, por lo que su modelo, así como su método, se considera riguroso.

Estas razones, junto con el hecho de que los mecanismos de fallo analizados en la presente tesis mostraran ciertas semejanzas con el patrón de Kecman, fueron las causas para tomar la investigación de este autor como referencia.

En relación al empleo del Método del Trabajo o del Método del Equilibrio, Bakker, (Bakker 1990), expone que solamente se puede emplear el primero para analizar “casi-mecanismos”, dado que con el segundo suele ser difícil cumplir con las condiciones de equilibrio y recoger correctamente la influencia de los esfuerzos de membrana que se generan en este tipo de mecanismos.

En relación a los “mecanismos verdaderos”, la misma autora expone que el resultado ha de ser el mismo empleando cualquiera de los dos métodos.





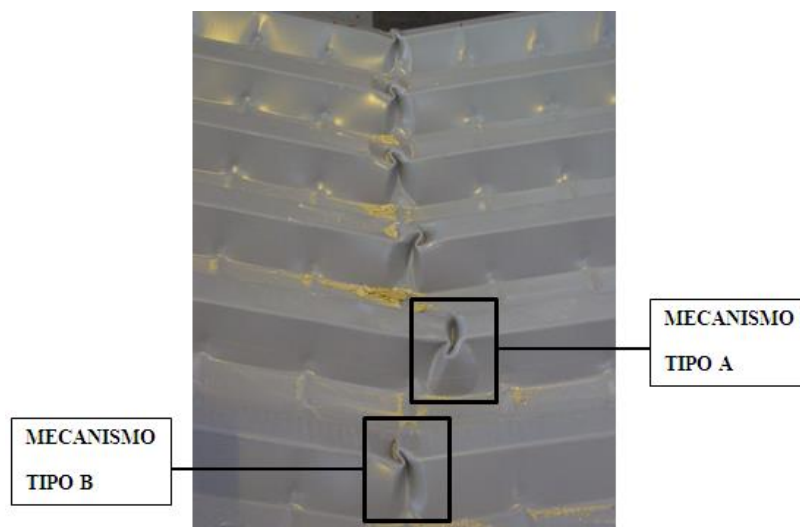
## Capítulo 5

# 5. SIMULACIONES POR EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS.

### 5.1 INTRODUCCIÓN.

Tal y como se expuso en el apartado 2.2.2 de la presente tesis, en el año 2006 se encargó al Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras, de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Barcelona, una serie de ensayos experimentales encaminados a determinar el comportamiento de arcos estructurales obtenidos por embutición a partir de paneles nervados.

En dichos ensayos experimentales se observaron, básicamente, dos tipos de mecanismo de fallo. (fig.5.1 y fig.5.2).



*Figura 5.1. Tipología de mecanismos de fallo observados en los test experimentales.*



**Figura 5.2. Detalle del mecanismo tipo A, (izquierda), y mecanismo tipo B, (derecha).**

El mecanismo tipo A, (fig.5.2, izquierda), se desarrollaba en la zona entre embuticiones y aparecía con poca frecuencia. El mecanismo tipo B, (fig.5.2, derecha), se desarrollaba justo en la localización de la embutición y aparecía con una frecuencia mucho mayor, siendo por número, el mecanismo más dominante, tal y como se puede observar en la figura 5.1.

En un primer acercamiento, el estudio del efecto de la embutición se investiga en esta tesis mediante el método de los elementos finitos, (MEF), tratando de determinar qué factores influyen en el desarrollo de un mecanismo tipo A o tipo B.

Para ello se optó por acotar el trabajo al estudio de una sola embutición. Las simulaciones se encaminan a determinar los patrones de colapso que gobiernan el fallo de la chapa con y sin embutición. Una vez se han obtenidos los patrones de colapso, se procede a un análisis de los mismos mediante la TGLP, como complemento al estudio mediante el MEF. Los resultados de la investigación mediante estas dos vías, permitirán determinar y justificar la afección de la embutición al panel nervado original.

Desde un principio se tenía la intuición que las embuticiones podían interactuar entre ellas en función de la separación existente entre las mismas. Aislar en una primera fase el patrón de colapso original, permite tener una referencia más clara para analizar el efecto de la separación entre las embuticiones en investigaciones futuras.

En cuanto a la sollicitación de la chapa, cabe apuntar que los arcos investigados trabajan habitualmente a flexo-compresión. En las simulaciones por el método de los elementos finitos se analizará de forma independiente la sollicitación de compresión pura y de flexión pura, con el fin de conocer la variación causada por la embutición sobre el área eficaz y el módulo resistente eficaz. Se procede así de forma similar a las metodologías de diseño que recogen las normas, donde se emplean expresiones que recogen la interacción entre esfuerzos puros, (ec.1.2).

Los casos estudiados fueron los siguientes:

- a) Simulaciones encaminadas a analizar el comportamiento del **panel nervado original**, y por tanto sin embutición, a flexión pura y a compresión pura.
- b) Simulaciones encaminadas a analizar el comportamiento del **panel nervado con una sola embutición**, a flexión pura y a compresión pura.

Las simulaciones se realizaron con el programa de elementos finitos ANSYS en su versión 14, (ANSYS 14).

En los sub-apartados 5.1.1, 5.1.2 y 5.1.3, de la presente introducción, se procederá a explicar los puntos de partida que se tuvieron en consideración para la generación de los modelos de elementos finitos, así como, los métodos de cálculo empleados en las simulaciones, y las características genéricas del modelo base para la validación de la malla.

En el apartado 5.2, se exponen los modelos más relevantes, o representativos, realizados en el proceso de validación de la malla de elementos finitos. En el apartado 5.3, se valida la malla y se explican las causas de su elección.

Una vez validada la malla, en los apartados 5.4 y 5.5, se mostrarán las simulaciones realizadas a flexión pura positiva y a compresión pura, de la chapa sin embutición, y con embutición. En los apartados 5.6 y 5.7 se comparan los resultados obtenidos en los análisis de los dos tipos de chapa.

A continuación, en el apartado 5.8, se exponen las conclusiones alcanzadas en base a los resultados obtenidos en las simulaciones ante las sollicitaciones de flexión pura positiva y compresión pura.

En el apartado 5.9, se procede a la exposición de las simulaciones realizadas a flexión pura negativa de la chapa sin embutición. En el apartado 5.10, se presentan las simulaciones realizadas a flexión pura negativa de la chapa con embutición.

La sollicitación de flexión pura negativa se expone en apartados separados con el fin de facilitar la lectura y ser más claros en la exposición de los resultados.

En el apartado 5.11, se procederá a la comparación de los resultados obtenidos ante las sollicitaciones de flexión pura positiva y negativa.

Por último, en el apartado 5.12, se presentan las conclusiones finales alcanzadas mediante las simulaciones realizadas.

### 5.1.1 PUNTOS DE PARTIDA PARA LA GENERACIÓN DE LOS MODELOS.

Para la creación de la malla se tuvo en consideración los artículos escritos por Schafer, (Schafer, Li y Moen 2010), y Hofmeyer, (H. Hofmeyer, J. Kerstens, y otros 2002), (H. Hofmeyer 2004), así como un trabajo realizado en la ETSEIB por Llorens, E, (Llorens 2013), bajo la dirección de Casafont, M.

#### 5.1.1.1 Llorens. E.

Llorens. E, (Llorens 2013), hizo un estudio sobre el mínimo número de elementos de finitos que ha de contener un elemento de sección para que la simulación del comportamiento sea correcta.

En una primera fase de dicho estudio se reprodujeron los ocho mecanismos básicos de Murray, (Murray y Khoo 1981), empleando distintos tipos de malla, y diversos tipos de elementos finitos que poseía la librería del programa ANSYS en su versión 12, (ANSYS12), que era la versión vigente cuando se realizó el estudio. Las curvas obtenidas se comparaban posteriormente con las expresiones dadas por Murray en su artículo.

En una segunda fase de estudio, se analizó un perfil en “C” de acero conformado en frío, y una chapa trapezoidal similar a la de la presente tesis, empleando también distintos tipos de malla y diversos elementos finitos de la librería de ANSYS12. Ambas piezas se sometieron a flexión y compresión puras.

En base a los resultados obtenidos, se concluyó que para capturar bien la deformada, y poder visualizar correctamente las líneas plásticas, cada elemento de sección, (ala y alma), debía estar mallado con al menos 10 elementos finitos tipo lámina lineal (Shell181).

Este fue uno de los puntos de partida para la creación de la malla. Cada elemento de sección debía al menos poseer 10 elementos finitos, o 5, en el caso de que se simulase media pieza con las condiciones de simetría pertinentes.

#### 5.1.1.2 Schafer, Li y Moen.

Schafer, (Schafer, Li y Moen 2010), afirma que una vez que se ha llegado a la malla correcta, el empleo de un mallado más intenso no va a proporcionar resultados mejores.

Definida la malla, Schafer afirma que tampoco hay mucha diferencia entre el empleo de elementos lámina cuadráticos o elementos lámina lineales, siempre y cuando ambas mallas posean un número de nodos similar. Según el autor, la diferencia de resultados es muy baja, aunque es cierto que un elemento con más nodos da resultados un poco mejores en la rama plástica, (post-colapso).

A la afirmación anterior, Schafer añade que es mejor emplear elementos lámina cuadráticos que lineales cuando se modelan esquinas, como en los encuentros ala-alma de un perfil. Schafer expone que, usualmente, cuando se realizan mallados en este tipo de elementos es muy difícil rehuir a la formación de elementos alargados, “tipo esparrago”, tal y como el autor los denomina. En estos casos, los resultados empleando elementos lámina cuadráticos son mejores que los lineales.

En cuanto a la convergencia del proceso de solución del problema no lineal, Schafer marca como importantes dos puntos:

- a) El número de incrementos, o pasos de carga.
- b) El método de solución empleado.

En relación al primer punto, (a), Schafer expone que en algunos casos puede ser que el número de pasos de carga sea alto y que no se llegue a la convergencia. En otros sin embargo, la convergencia se alcanza rápidamente con pocos pasos de carga. En estos casos, el hacer un número mayor de pasos no implica una solución más exacta.

En relación al segundo punto, (b), el autor expone que puede suceder que el método empleado no permita la convergencia. Este es el caso del método Newton-Raphson, que mediante carga impuesta no puede ir más allá del punto límite, (carga última). En este caso, el método del Arc-Lenght es claramente más eficaz.

Schafer apunta la posibilidad de emplear un tercer método, denominado solución amortiguadora artificial, (*Artificial Damping Solution*). En palabras del autor, este método remueve artificialmente energía del sistema que provoca no linealidades inherentes para el modelo permitiendo que el sistema converja. Se ha demostrado que análisis que no convergían por el método de Riks, (Arc-Lenght), han convergido con el método de la solución amortiguadora artificial. Schafer llama la atención y dice que el analista ha de observar con cuidado los resultados, ya que este método es por naturaleza una aproximación artificial. Este método no ha sido empleado en la presente tesis.

### 5.1.1.3 Hofmeyer.

En los artículos que se mencionan a continuación, Hofmeyer da mucha importancia a un buen mallado del radio de acuerdo.

En su artículo de 2002, Hofmeyer, (H. Hofmeyer, J. Kerstens, y otros 2002), investiga la acción de carga concentrada en combinación con momento flector en secciones trapezoidales de acero

conformado en frío. Ante este tipo de sollicitación, los mecanismos de fallo esperados son los siguientes:

- Con valores de momentos flectores bajos, y pequeños radios de acuerdo, (entre 1 y 5 mm), el mecanismo esperado es un “*yield-arc mechanism*”.
- Con valores de momentos flectores bajos, y amplios radios de acuerdo, (entre 5 y 10 mm), el patrón de colapso esperado es un “*rolling mechanism*”.
- Con valores de momentos altos, el mecanismo esperado es un “*yield-eye mechanism*”.

Se quiere recordar aquí, que el “*yield-arc mechanism*” y el “*rolling mechanism*” son patrones que acontecen ante cargas concentradas, y que el desarrollo de un mecanismo de fallo u otro, está condicionado por el tamaño del radio de acuerdo, (apartado 4.4).

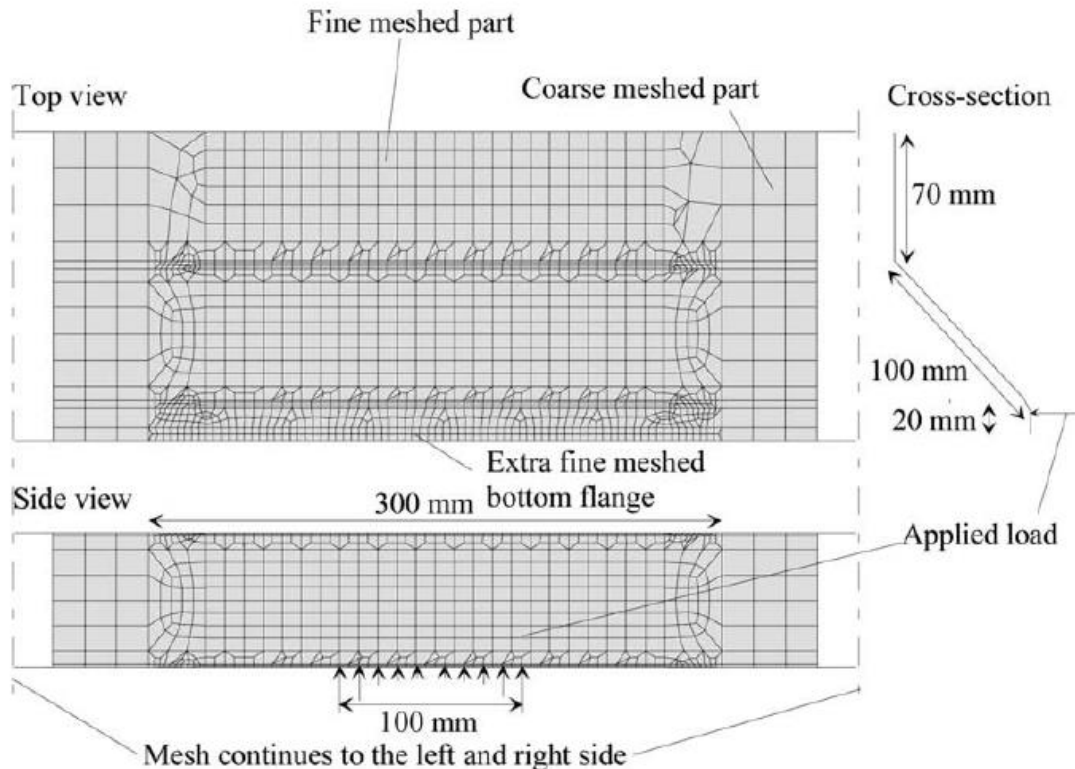
En las simulaciones realizadas por Hofmeyer mediante el MEF, se empleó el software ANSYS 5.4 y el elemento lámina lineal 43, ya desaparecido en la versión 14. Dicho elemento poseía 4 nodos, con 6 grados de libertad cada uno, y estaba recomendado para describir plasticidad y comportamientos no lineales. Los puntos de integración eran 5 por capa, (superior, inferior y media).

Se hace constar aquí, que el elemento lámina lineal 43 es menos potente que el elemento lámina cuadrático 281 del ANSYS 14, el cual ha sido empleado en las simulaciones de la presente tesis. Las características del elemento lámina cuadrático 281 se presentan en el apartado 5.1.3.7.

Dado que el tamaño del radio de acuerdo juega un papel importante en el desarrollo de un mecanismo de fallo u otro, Hofmeyer estableció diferentes densidades de malla en el mismo. Los radios de acuerdo con tamaños de 2mm, se modelaron con 2 elementos finitos, y en algunos casos con 3. Los modelos con grandes radios de acuerdo, entre 5 y 10mm, se mallaron con 10 elementos finitos. El resto de los modelos se mallaron empleando entre 2 y 6 elementos finitos por radio de acuerdo.

A nivel general, los modelos presentaban tres tipos de densidad de malla. Una malla extra-fina para los radios de acuerdo, una malla fina para el ala y alma, en la zona donde se iba a desarrollar el mecanismo, y por último, una malla gruesa para la zona exterior al desarrollo de la rótula plástica.

Los modelos presentaban una apariencia como la que se muestra en la siguiente figura:



**Figura 5.3. Modelo de elementos finitos de Hofmeyer para el “yield-eye mechanism”, (H. Hofmeyer, J. Kerstens, y otros 2002)**

Los análisis realizados por Hofmeyer con este tipo de modelaje devolvieron buenos resultados. Los patrones de colapso esperados pudieron ser captados correctamente.

En base a ello, se tomó este modelo como referencia para la realización de las simulaciones de esta tesis, empleando tres tipos de malla y 6 elementos finitos para los radios de acuerdo, los cuales poseen una dimensión de 3,1mm.

En el artículo del 2004, Hofmeyer, (H. Hofmeyer 2004), pone de nuevo de relieve la importancia de la malla en el radio de acuerdo. En este caso el autor investiga los patrones de colapso que acontecen ante una carga concentrada en una sección rectangular de acero conformado en frío, (“yield-arc mechanism” y “rolling mechanism”).

Hofmeyer realiza un modelo reducido de una sola banda de elementos finitos. El ala y el alma se modelan con tamaños de elementos finitos de 3mm y el radio de acuerdo con 10 elementos finitos. Los tamaños de los radios de acuerdo empleados fueron de 1mm, 10mm y 15mm.



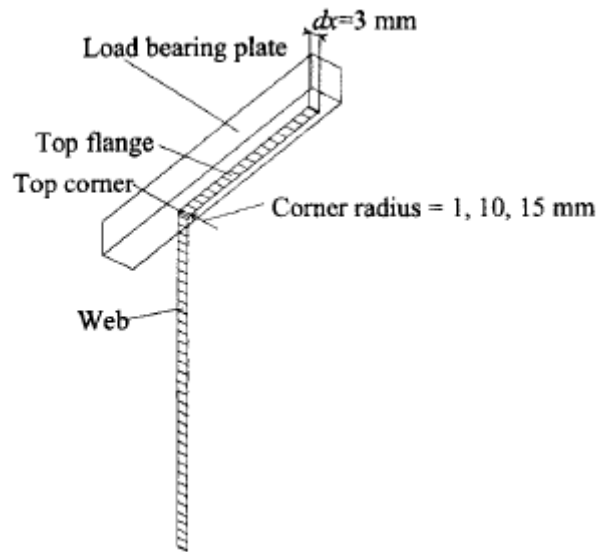


Figura 5.4. Modelo de Hofmeyer, (H. Hofmeyer 2004)

Hofmeyer pretende, mediante este modelo, captar y reproducir los dos patrones de colapso que acontecen ante cargas concentradas en función del tamaño del radio de acuerdo. El autor expone que cuando los radios de acuerdo son amplios, se puede apreciar el desplazamiento de una pequeña línea plástica a través del radio, lo cual refleja el acontecimiento de un “*rolling mechanism*”.

Con estas simulaciones reducidas, Hofmeyer deja constancia de la importancia que posee el realizar una buena malla en el radio de acuerdo, ya que es posible que con mallas “pobres” no se pueda captar en su plenitud el desarrollo de un patrón de colapso determinado.

En el apartado 5.2 de la presente tesis, dedicado a los modelos realizados para la validación de la malla, se llega a la conclusión que una malla similar a la empleada por Hofmeyer es correcta para captar y visualizar con corrección las líneas plásticas, y por ende, el patrón de colapso.

Aunque la investigación que se acomete en la presente tesis no está enfocada al estudio del “*web crippling*”, se considera que los artículos de Hofmeyer, relacionados con el mallado adecuado para captar con corrección el comportamiento del mecanismo de fallo, son relevantes para este trabajo, tal y como se podrá observar en el mencionado apartado 5.2.

### 5.1.2 Métodos de cálculo empleados.

En la presente tesis, y en los modelos solicitados a **compresión pura**, la carga se aplicó mediante desplazamiento impuesto. El método de solución del análisis empleado fue el de Newton-Raphson.

En los modelos solicitados a **flexión pura**, la carga se aplicó mediante fuerza impuesta, por ser esta la condición más similar a la de los ensayos experimentales realizados habitualmente en chapas trapezoidales. El método de solución del análisis empleado fue el Arc-Length, ya que la convergencia no era posible mediante el método de Newton-Raphson, al presentar la respuesta del modelo un punto límite.

En el Anexo E, se expone muy brevemente, dado que son métodos ampliamente conocidos, las diferencias principales entre ambas opciones de análisis.

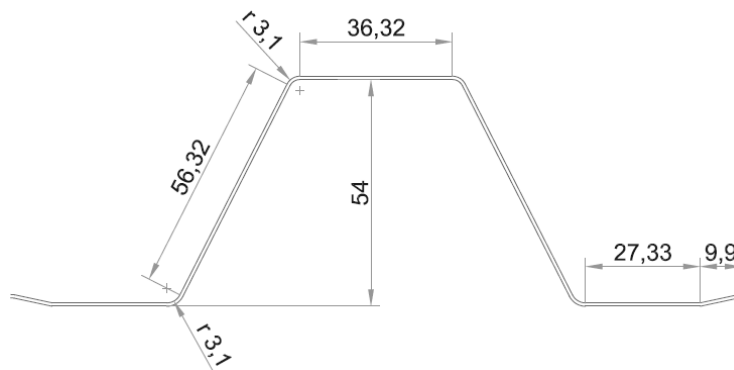
### 5.1.3 MODELO BASE PARA LA VALIDACIÓN DE LA MALLA.

#### 5.1.3.1 Geometría del panel nervado.

El panel nervado analizado en cuestión se fabrica en la empresa Metalperfil bajo la nomenclatura de H-55. Dicho panel presenta una altura de 54.8mm, un espesor constante de 0.8mm y una inclinación ala superior-alma de 30°. En las figuras siguientes se puede observar su geometría.



*Figura 5.5. Panel nervado de la empresa Metalperfil H-55.*



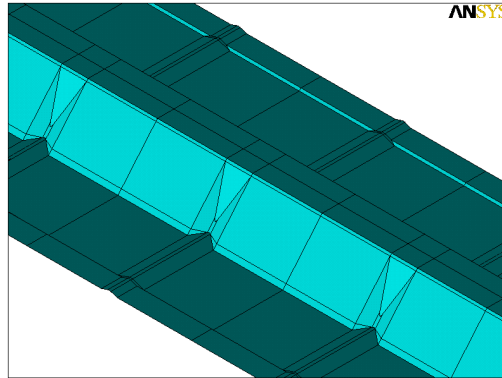
*Figura 5.6. Dimensiones y geometría de una onda del panel nervado H-55.*

Se hace notar que en la figura precedente no se ha acotado el espesor de la chapa, siendo por tanto la altura de una onda de 54.8mm.

Dicha geometría fue la empleada en las simulaciones que se detallan a continuación.

### 5.1.3.2 Geometría de la embutición.

Uno de los problemas iniciales era cómo modelar en ANSYS la geometría de la embutición. En un primer estudio realizado en la ETSEIB, (Casafont M. 2006), la embutición se modeló de forma simplificada, tal y como se puede observar en la figura 5.7.



*Figura 5.7. Primera simulación de la geometría de la embutición.*

En estudios posteriores llevados a cabo en la misma universidad, bajo la dirección de Casafont M, se simuló por completo el proceso de conformado. El objetivo era obtener la geometría exacta de la embutición y poder generar embuticiones, con relativa facilidad, de distintas profundidades.

Dicha geometría fue cedida por Casafont para utilizarla en las simulaciones de la presente tesis, lo cual permitió emplear una forma de embutición muy cercana a la realidad. En la figura siguiente se puede observar la geometría final obtenida y como la presenta el software ANSYS.



*Figura 5.8. Simulación del proceso de conformado. Obtención de la geometría de la embutición.*

El lector interesado en la simulación del proceso de conformado puede dirigirse a los trabajos realizados por Muñoz. J, (Muñoz Guerrero 2011), y por Arespachaga. A, (Arespachaga

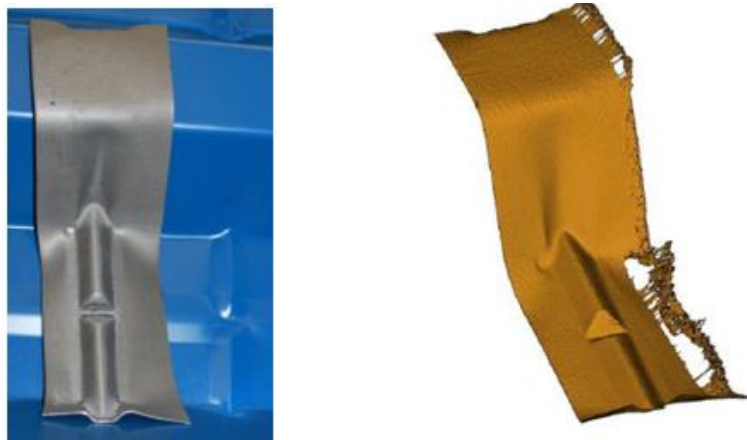
Santiago 2012). En el presente trabajo simplemente se hará un breve resumen con el fin de demostrar que la geometría de embutición utilizada en la presente tesis es muy similar a la real.

#### 5.1.3.2.1 Obtención de la geometría de la embutición.

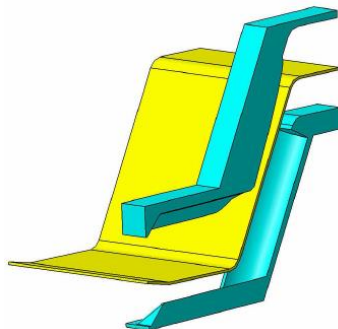
Por motivos de confidencialidad, los fabricantes de la máquina de estampación no proporcionan los planos de la matriz a los compradores. Ello obligó a buscar un proceso alternativo para obtener la geometría de la matriz y proceder a la simulación del proceso de conformado.

El procedimiento para obtener la geometría de la matriz pasó por las siguientes fases. En primer lugar se realizó una embutición en una chapa de zinc. Dicho material posee un límite elástico bajo, y por tanto poca recuperación elástica, por lo que pudo capturar bien la forma de la matriz. A continuación, se procedió al escaneado de la chapa de zinc embutida empleando un láser de triangulación tridimensional, tal y como se puede observar en la figura 5. 9.

La digitalización de la pieza mediante escaneado permitió obtener un modelo de la geometría de la embutición en formato CAD, a partir de la cual se pudo generar la geometría de la matriz y el punzón, y volcarlas a ANSYS con el fin de simular por completo el proceso de embutición, (fig.5.10).



*Figura 5.9. Embutición sobre la chapa de zinc y digitalización de la misma.*



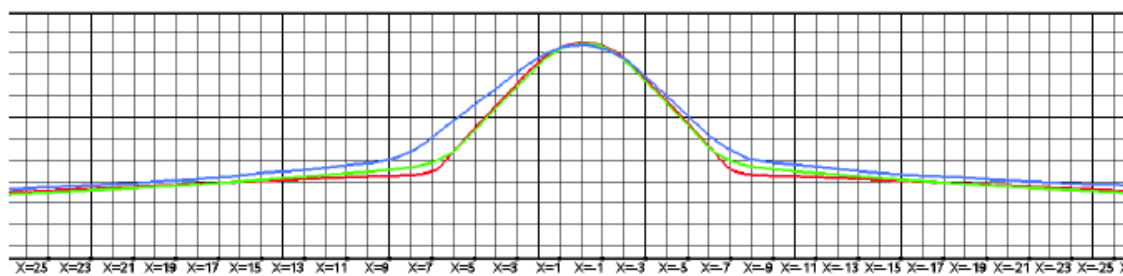
*Figura 5.10. Geometría importada de CATIA V5 a ANSYS.*

El proceso de conformado se simuló realizando modelos con elementos finitos sólidos y modelos con elementos lámina, con el fin de verificar qué tipo de elemento era el más idóneo. En ambos casos se emplearon diferentes mallados para determinar el más óptimo.

En dicho trabajo se concluyó que se podían emplear tanto elementos sólidos como elementos tipo lámina, ya que sus patrones de tensión y deformación resultantes eran similares.

En relación al tamaño de elemento a emplear, se determinó que el más idóneo era el de 1mm. El análisis de las deformaciones mostraba diferencias significativas cuando se empleaban tamaños de elementos mayores de 1,5mm y 2mm. El empleo de una malla inferior de 0,5mm devolvía resultados con diferencias del orden del 5% respecto al mallado de 1mm, tanto en tensiones como en deformaciones. Esta diferencia se consideró lo suficientemente pequeña y permitió admitir como óptimo el tamaño de 1mm.

El siguiente gráfico permite comparar la geometría de la embutición obtenida mediante elementos sólidos, (línea roja), y elementos tipo lámina, (línea verde), con la forma de pieza original, (línea azul).



**Figura 5.11.** Sección de la chapa obtenida mediante simulación por elementos sólidos (rojo), elementos lámina (verde), y experimentalmente (azul).

Se observa que la deformada obtenida mediante elementos sólidos y elementos lámina es muy similar. Se puede apreciar también que aunque ambas simulaciones devuelven una geometría un poco más agresiva e incisiva que la embutición real, son lo suficientemente cercanas a la misma, lo que permitió considerarla correcta.

Así pues, la geometría de la embutición presentada en la figura 5.8, y que ha sido empleada en las simulaciones de esta tesis, está conformada por una malla de elementos lámina con un tamaño de 1mm.

Dicho tamaño impuso una cierta restricción a la malla de las simulaciones de la chapa con embutición realizadas en el presente trabajo. Dado que se ha de mantener una cierta relación de aspecto en los elementos finitos, no era recomendable pasar a tamaños de elementos mucho mayores en las zonas cercanas a la embutición, y por ende, al resto de la pieza.

En el caso de las simulaciones de la onda del panel nervado sin embutición no había ningún condicionante en relación al tipo de mallado a realizar. Ello permitió hacer un estudio del tipo de malla más óptima. Este estudio también sirvió para verificar que el mallado de la onda con embutición era correcto.

Además de obtener unos buenos resultados, en cuanto al nivel de carga última y curva de comportamiento, también se buscaba que la simulación reflejase correctamente las líneas plásticas del patrón de colapso, con el fin de poder analizar la rótula formada mediante la TGLP.

### 5.1.3.3 Longitud de los modelos.

La longitud total de los modelos solicitados a flexión pura, se estableció en base a la dimensión del tramo central, esto es, el tramo solicitado a momento flector puro.

A flexión pura positiva, se estableció una longitud para el tramo central de, aproximadamente, ocho veces el ancho del ala comprimida. Siendo la dimensión de este elemento de sección de 36mm, se determinó una longitud de 300mm. A ambos lados del tramo central, se añadieron dos “brazos” de 416mm, siendo la longitud total del modelo de 1132mm.

A flexión pura negativa, se comprobó que empleando una longitud de 300mm, los resultados no eran satisfactorios, ya que los modos de pandeo no podían desarrollarse correctamente al ser el tramo central excesivamente corto.

Ante esta solicitud, el ala comprimida posee una dimensión de 72mm, por lo que la relación ala comprimida-longitud de tramo central era aproximadamente de 4. En base a ello, se procedió a establecer la misma relación que la empleada a flexión pura positiva para determinar la longitud del tramo central, esto es, ocho veces el ancho del ala comprimida. De esta manera se obtenía una longitud aproximada de 600mm.

Dado que dicha longitud estaba muy cercana a la empleada en los ensayos experimentales, y que para esta solicitud no iba a ser posible realizar ensayos, se procedió a simular un ensayo experimental. Así pues, para las simulaciones a flexión pura negativa, se estableció una longitud del tramo central, entre ejes de cargas, de 750mm, y 3000mm para el modelo completo.

A compresión pura, se quería obtener un fallo plástico local, con el fin de proceder al análisis de la rótula que se formaba en el panel nervado, con y sin embutición, mediante la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación. En base a ello, se determinó que el modelo debía ser corto. Se observó que empleando una longitud de 300mm, el modelo no presentaba inestabilidad global, se comportaba correctamente, y el tiempo computacional no era excesivamente amplio, por lo que se decidió emplear esta longitud.

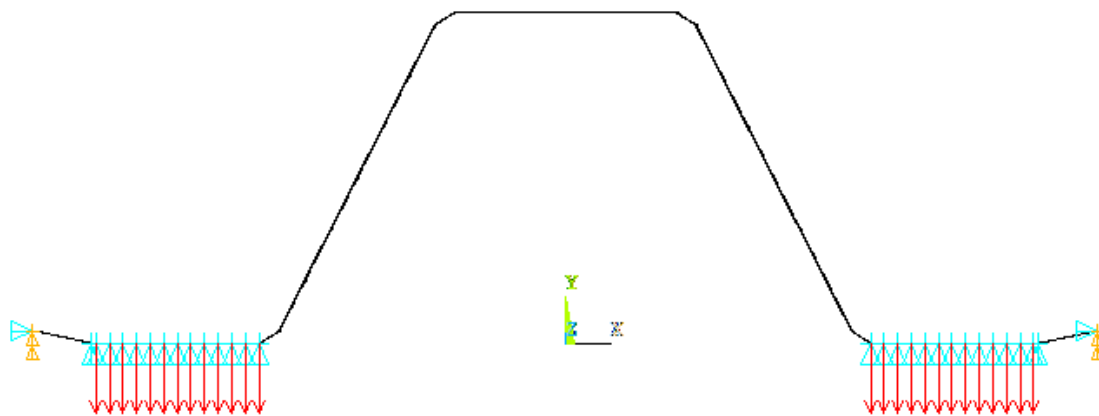
Con el fin de hacer una presentación más clara, se procede en un primer lugar a presentar los modelos solicitados a flexión pura positiva y compresión pura, ya que en dichos modelos los esfuerzos puros acontecen en un tramo de la misma dimensión. En un apartado posterior, se procede a la presentación de los modelos solicitados a flexión pura negativa.

La validación de la malla se realizó empleando el modelo solicitado a flexión pura positiva. Con la aplicación de la misma malla a los modelos solicitados a compresión pura y flexión pura negativa, se alcanzaron resultados correctos, por lo que no se encontró razón para cambiar el tipo de malla.

#### 5.1.3.4 Condiciones de contorno. Modelo a flexión pura positiva.

En el modelo solicitado a flexión pura positiva se impuso las siguientes condiciones de contorno:

- Condición de simetría en los nodos ubicados en los bordes longitudinales de la onda. Esto es, desplazamiento impedido en X, y giros impedidos alrededor de Z e Y, con el fin de simular la continuidad del panel nervado H-55.
- En los extremos se coaccionaron los nodos ubicados en la zona plana del valle de la onda. Uno de los extremos se simuló simplemente apoyado, con desplazamiento impedido en Y. En el extremo opuesto se coaccionaron los desplazamientos Y y Z.



**Figura 5.12.** Condiciones de contorno y carga para los modelos solicitados a flexión pura positiva.

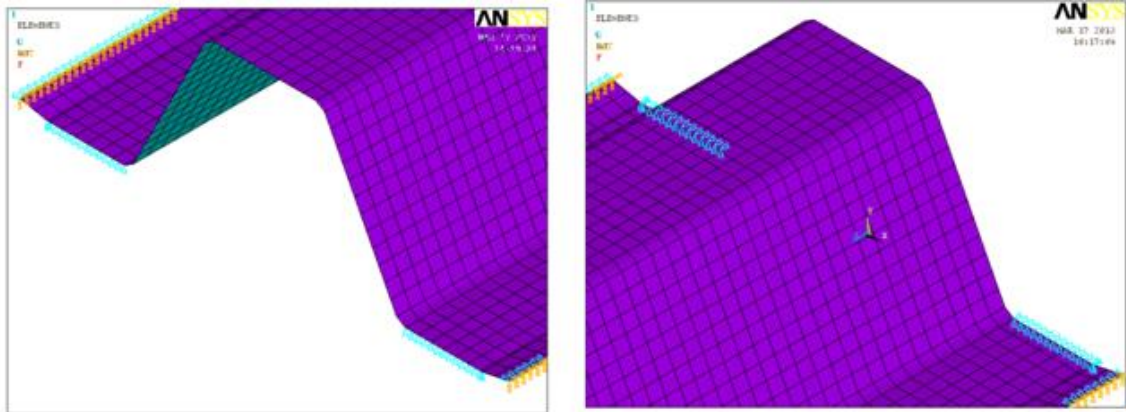


Figura 5.13. Condiciones de contorno en los extremos de la onda. Desplazamiento impedido en Y, (izquierda). Desplazamientos impedidos en X e Y, (derecha).

### 5.1.3.5 Modelo genérico para el estudio de la validación de la malla.

La disposición del modelo para estudiar el mallado más óptimo se generó con una configuración de zonas como la representada en la figura 5.14.

Se hace notar aquí que dicho modelo es de carácter generalista. Las variaciones particulares, y propias de cada simulación, serán explicadas en el apartado pertinente.

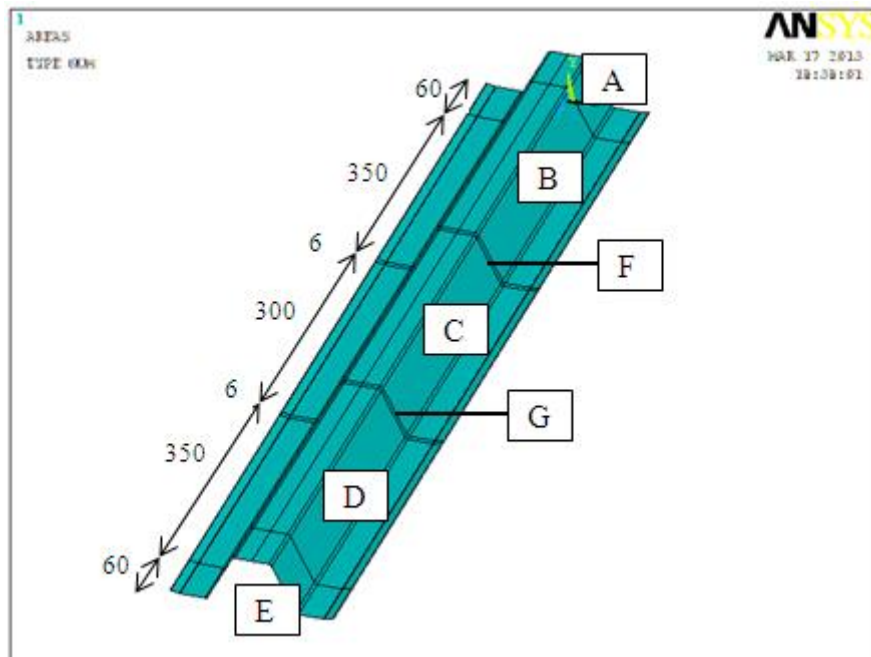


Figura 5.14. Modelo genérico para el estudio de validación de malla.

A las áreas pertenecientes a los tramos A y E, ubicados en los extremos de la onda y con una longitud de 60mm, se les asignó un material sin capacidad de comportamiento plástico, con el fin de eliminar posibles plastificaciones locales originadas por las condiciones de contorno



simplificadas que se habían impuesto. Estas plastificaciones locales podrían dificultar la convergencia del proceso de solución. El mallado de dichas áreas es grueso.

Las áreas pertenecientes a los tramos B y D, con una longitud de 350 mm, tienen la finalidad de alargar la onda y evitar posibles fallos por cortante o por carga concentrada. Dichas áreas poseen en todas las simulaciones un mallado grueso, similar al de las áreas de los extremos A y E.

Los tramos F y G, de 6mm de longitud, son generados para facilitar la introducción de las carga en cada una de las simulaciones. El mallado de las áreas pertenecientes a dichos tramos es también grueso en todas las simulaciones.

Por último, el tramo central C, de 300mm de longitud, es el solicitado a flexión pura y en el que se espera la formación de la rótula plástica. Dicho tramo es el foco de análisis para la validación de la malla.

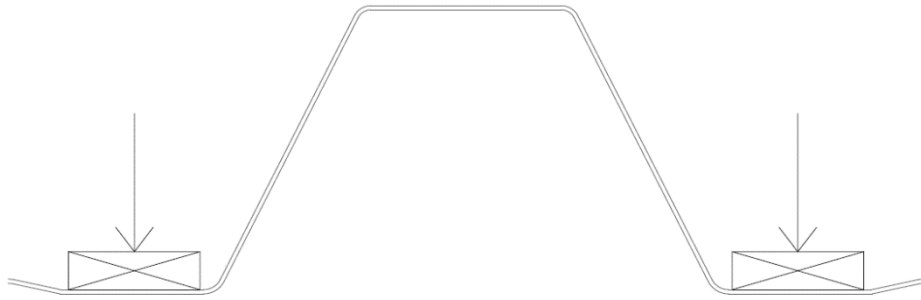
En general, dicho tramo presenta dos tipos de mallado: A) Mallado extra-fino para las áreas que conforman los radios de acuerdo. B) Mallado fino para las áreas que conforman el ala y el alma del perfil.

La malla empleada en C, condicionará en cierta medida el mallado de los tramos adyacentes, ya que se entiende que se ha de mantener una relación de aspecto razonable.

#### **5.1.3.6 Aplicación de la carga.**

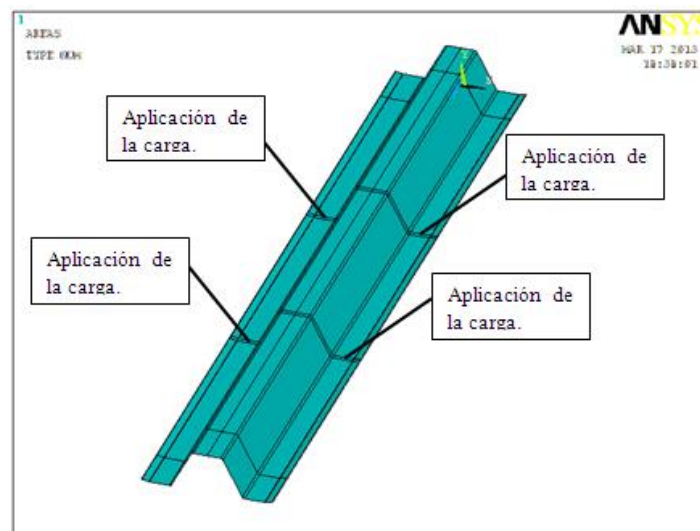
En los ensayos experimentales, la carga se induce a través de unos tacos de madera, o en su defecto, a través de perfiles de acero, tal y como especifica el Eurocódigo 3, Parte 1-3, Anexo A, ubicados en el valle de la onda. Dicha disposición tiene como objetivo evitar posibles fallos locales en el ala y alma indeseados, que a mayores, desvirtuarían el patrón de colapso de la chapa a flexión pura.

En la figura siguiente se puede apreciar, esquemáticamente, la disposición de los tacos de madera. En el capítulo 7, dedicado a ensayos experimentales, se expone detenidamente cómo se induce la carga.



**Figura 5.15.** *Figura esquemática de la disposición de los tacos de madera e inducción de la carga en los modelos experimentales.*

Con el fin de obtener el patrón de colapso pertinente, en los modelos generados por el MEF, (Método de los Elementos Finitos), al igual que en los ensayos experimentales, la carga se aplicó en el valle de la onda de los tramos F y G, tal y como se puede apreciar en la figura siguiente. (Ver también figura 5.14).



**Figura 5.16.** *Aplicación de la carga en los valles de la onda del perfil H-55 para los modelos solicitados a flexión pura.*

Los tacos de madera empleados para los ensayos experimentales poseen unas dimensiones de 100x25x8mm, (longitud, ancho y canto).

Cabe destacar aquí que en los ensayos experimentales se analizaron paneles nervados de 3 metros de longitud y un ancho de 875mm, por lo que no es razonable introducir unos tacos de tales dimensiones en el modelo.

En las simulaciones realizadas, la carga se introduce empleando unas dimensiones menores, de manera proporcional y acorde con el tamaño del modelo. Dicha carga se aplica, mediante fuerza impuesta, en los nodos asociados a las áreas ubicadas en el valle de la onda de los tramos F y G.

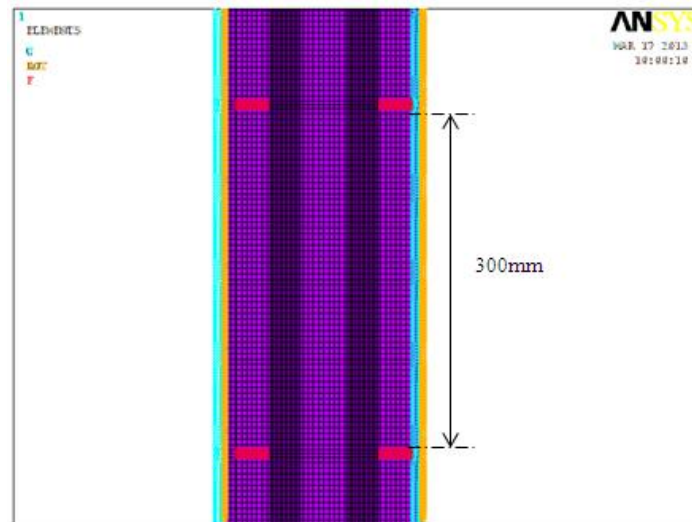


Figura 5.17. Disposición de la carga en los modelos de flexión pura.

### 5.1.3.7 Tipo de elemento empleado en las simulaciones.

El elemento finito lámina empleado para realizar las simulaciones fue el elemento lámina cuadrático 281 de la librería de ANSYS 14.

Según el manual de ANSYS, el elemento lámina cuadrático 281 está especialmente recomendado para láminas delgadas a moderadamente gruesas y para análisis donde se prevén grandes deformaciones no lineales, incluyendo incluso una formulación mejorada para el análisis de las posibles variaciones de espesor.

Dicho elemento posee 8 nodos con seis grados de libertad cada uno, (traslaciones y rotaciones respecto a los ejes X, Y, Z). La siguiente figura muestra la geometría, la localización de los nodos y el sistema de coordenadas locales para este elemento.

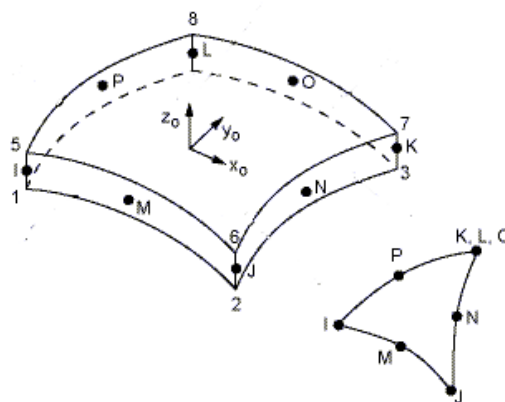


Figura 5.18. Geometría, localización de nodos y sistema de coordenadas local del SHELL 281.

El empleo de elementos triangulares implica que tres nodos pasen a ubicar una misma posición para adaptarse a la geometría, tal y como se puede observar en la figura precedente, (nodos K, L, O). ANSYS recomienda no emplear con demasiada profusión los elementos triangulares con este tipo de elemento.

Los puntos de integración en cada capa del elemento, (superior, inferior y media), pueden ser definidos por el usuario de ANSYS. Por defecto el número de puntos de integración por capa es de 3, pasando a 5 durante la solución en caso de que el elemento plastifique. Se decidió no hacer ninguna modificación en los puntos de integración y dejar el elemento por defecto.

A mayores, ANSYS también permite definir un espesor diferente en los nodos de las esquinas del elemento, esto es, los nodos I, J, K y L de la figura precedente. Dado que el panel nervado que se estudia en cuestión posee un espesor constante de 0,8mm esta opción fue desestimada.

## 5.2 VALIDACIÓN DE LA MALLA.

### 5.2.1 Introducción.

Los modelos que se presentan a continuación son una selección de las múltiples simulaciones realizadas en el proceso de validación de la malla.

Para la validación de la malla se tuvo en cuenta las siguientes consideraciones:

- a) Similitud entre la solución nodal y la solución elemental generada por ANSYS14
- b) Características de la curva obtenida en ANSYS14, que define el comportamiento carga aplicada-desplazamiento.
- c) Geometría, visualización y continuidad de las líneas plásticas obtenidas en la solución elemental.

En todas las simulaciones se introdujeron magnitudes de imperfección de 1mm, 0.5mm, 0.25mm y 0.1mm empleando el primer modo de pandeo como forma de imperfección.

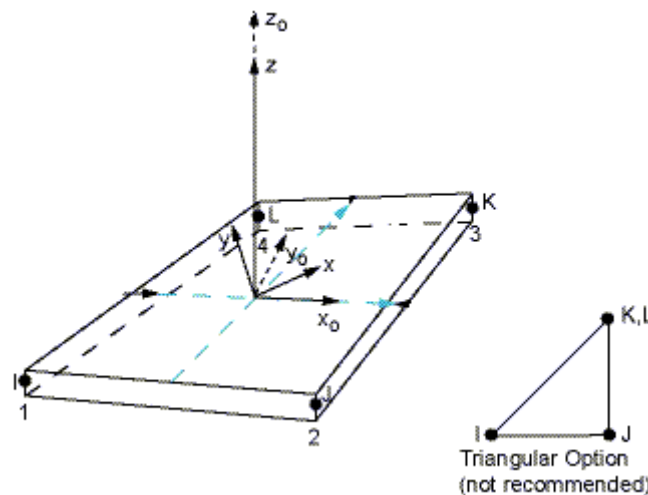
Dada la gran similitud que presentaban los mecanismos de fallo para las distintas magnitudes de imperfección empleadas, y con el fin de no generar apartados innecesariamente extensos, las soluciones nodales y elementales que se muestran a continuación corresponden a una magnitud de imperfección de 1mm.

### 5.2.2 Modelo N°1. Malla de 5x5mm. Elemento lámina lineal 181.

Los primeros modelos realizados eran algo toscos, en cuanto al mallado se refiere. Se buscaba determinar si los patrones de colapso desarrollados eran simétricos y si el elemento lámina cuadrático 281 era el más indicado para este tipo de simulación.

El elemento lámina empleado en esta primera simulación fue el 181 de la librería de ANSYS. Dicho elemento finito posee la mitad de nodos que el elemento 281.

El elemento lámina 181 posee cuatro nodos con seis grados de libertad cada uno, (traslaciones y rotaciones respecto a los ejes X, Y, Z), y está recomendado para la realización de análisis lineales y no lineales. La siguiente figura muestra la geometría, la localización de los nodos y el sistema de coordenadas locales para este elemento



*Figura 5.19. Geometría, localización de nodos y sistema de coordenadas local del SHELL 181*

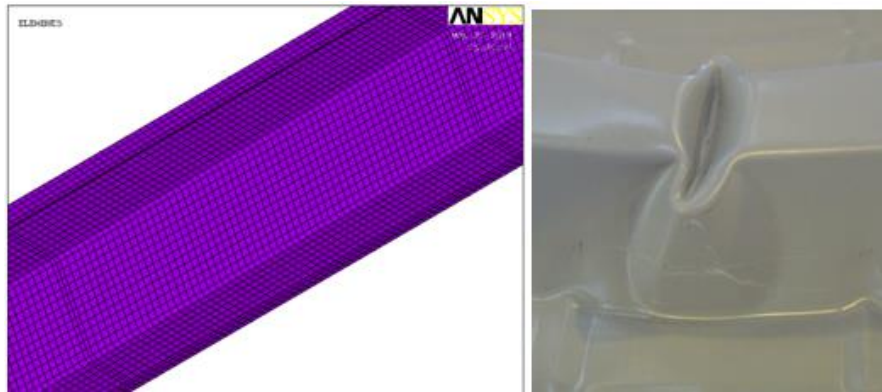
La generación de elementos triangulares provoca que dos nodos ocupen una misma posición, (nodos K, L). ANSYS recomienda no emplear elementos triangulares con este tipo de elemento lámina.

El número de puntos de integración es el mismo que en el elemento cuadrático 281. Por defecto ANSYS asigna 3 puntos de integración por capa, (superior, inferior y media). En caso de que se produzca plastificación el número de puntos de integración aumenta a 5.

Aparte del número de nodos, la principal diferencia entre ambos es que el elemento lámina 181 es lineal, mientras que el elemento lámina 281 es cuadrático.

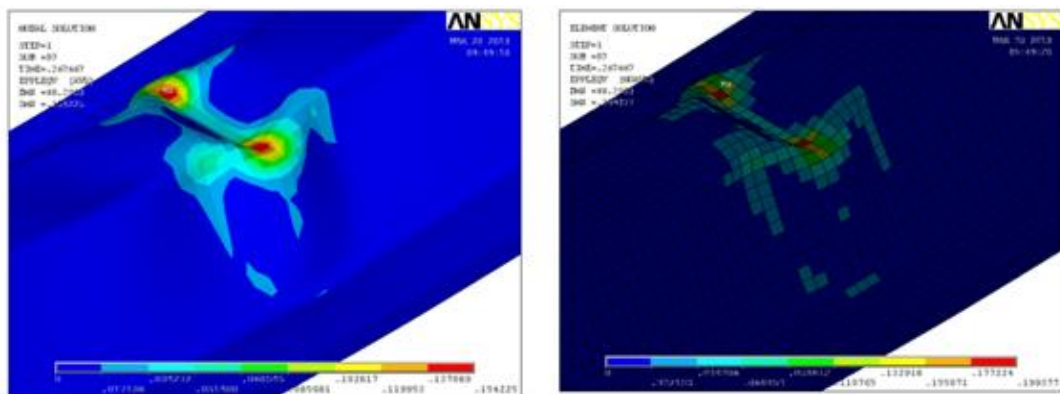
El modelo n°1 se malló con elementos finitos de 5x5mm, obviando en cierta medida la consideración de emplear 10 elementos por pieza de sección, ya que el ala superior poseía 8 elementos.

El modelo realizado, y el patrón de colapso esperado, se pueden observar en la figura siguiente.



**Figura 5.20. Modelo n°1. Malla de 5x5mm. Shell 181, (izquierda). Patrón de colapso observado en los ensayos realizados por la ETSEIB en el 2006, (derecha).**

La solución nodal y la solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenidas para el modelo n°1 se pueden apreciar en la figura 5.21.



**Figura 5.21. Solución nodal y solución elemental. Modelo N°1. Elemento lámina lineal 181**

El patrón de colapso obtenido muestra cierta similitud con la rótula observada en los ensayos de 2006. Las respuestas obtenidas en la solución elemental y nodal son similares, sin embargo se puede apreciar la tosquedad que presentan las líneas plásticas debido al tipo de mallado realizado en la solución elemental.

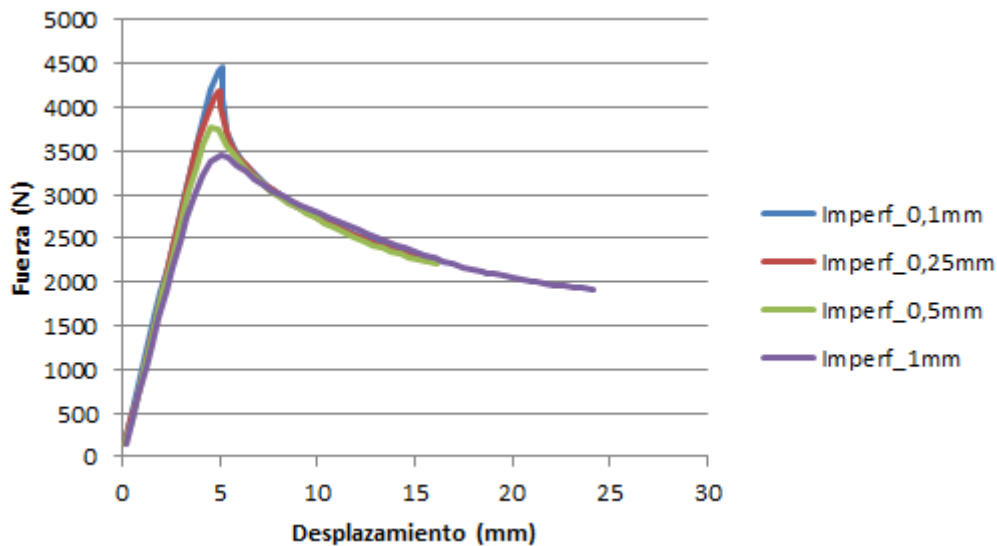
La comparación con el patrón de colapso permite intuir la falta de líneas plásticas, tanto en el ala superior como en el alma.

Todas las simulaciones realizadas con el modelo n°1 se paraban para niveles de plastificación bajos. No se observaba un desarrollo completo de la rótula, y no había convergencia a pesar de haber empleado el método Arc-Lenght.

En la figura 5.22, se muestran las relaciones cargas-desplazamientos obtenidas para diferentes magnitudes de imperfección.

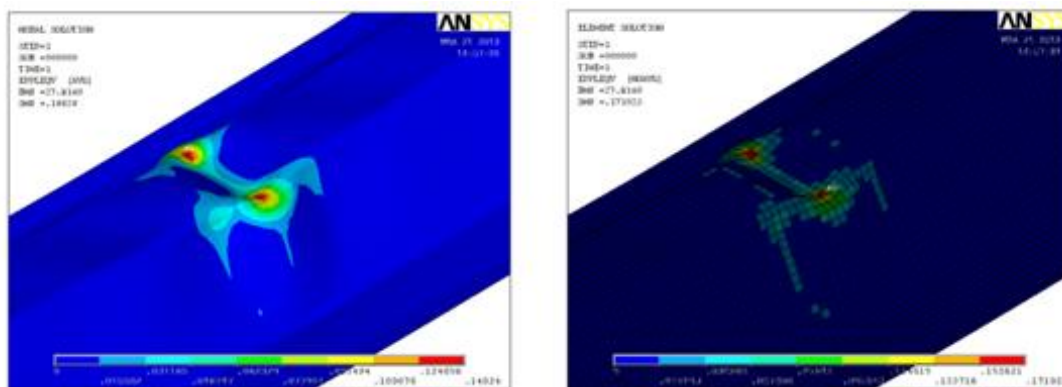
En dicha gráfica se puede apreciar que los desplazamientos máximos obtenidos estaban entre 15mm y 25mm, lo que evidenciaba que parte del comportamiento post-colapso había quedado sesgado.

En relación a la modelización del radio de acuerdo, se observó que ANSYS no recogía bien su geometría con este tipo de malla, por estar generado con un solo elemento finito. La solución en el radio de acuerdo era pobre.

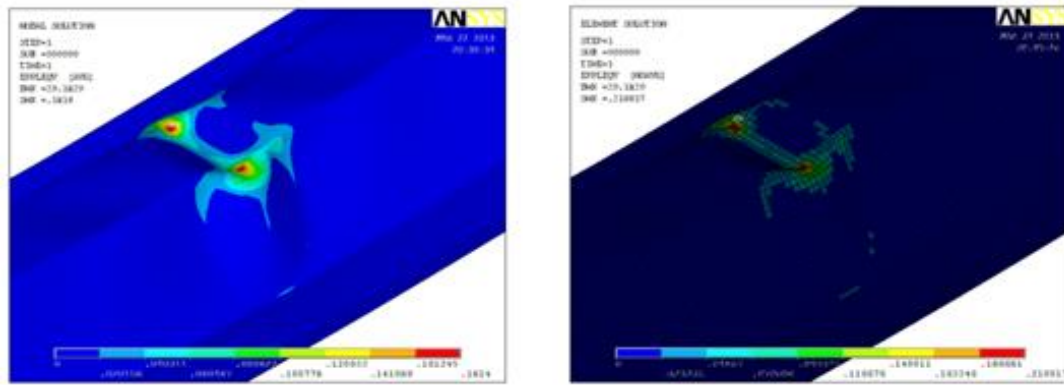


**Figura 5.22.** Relación carga-desplazamiento para distintas imperfecciones. Modelo n°1. Elemento lámina lineal 181.

La obtención de resultados similares con mallados más densos, dejó constancia de que el elemento lámina 181 no era indicado para realizar este tipo de simulación. En las figuras 5.23 y 5.24, se pueden apreciar las soluciones nodales y elementales de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenidas para mallas de 4x4mm y malla de 3x3mm. Ninguno de los modelos llegó a la convergencia y se detuvieron para niveles de plastificación bajos.



**Figura 5.23.** Solución nodal, (izquierda), y solución elemental obtenidas con una malla de 4x4mm. Modelo n°1. Elemento lámina lineal 181.



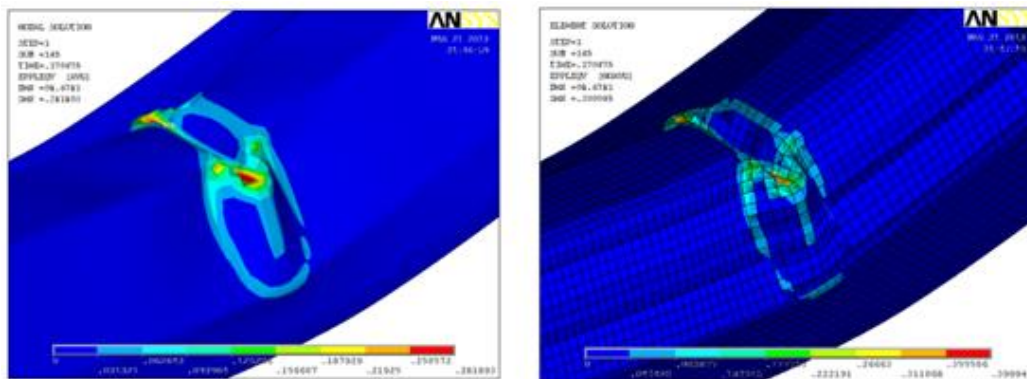
**Figura 5.24. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental obtenidas con una malla de 3x3mm. Modelo n°1. Elemento lámina lineal 181.**

En las figuras precedentes se puede apreciar que en la solución elemental no hay una buena continuidad en el trazado de las líneas plásticas que conforman el patrón de colapso.

### 5.2.3 Modelo N°2. Malla 5x5mm. Elemento lámina cuadrático 281.

El modelo n°2, tenía las mismas características que el modelo n°1. Esto es, malla de 5x5mm en toda la pieza. La diferencia consiste en el tipo de elemento lámina de empleado. En el modelo n°2, se empleó el elemento lámina cuadrático 281.

La solución nodal y la solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises obtenidas, se pueden apreciar en la figura 5.25.



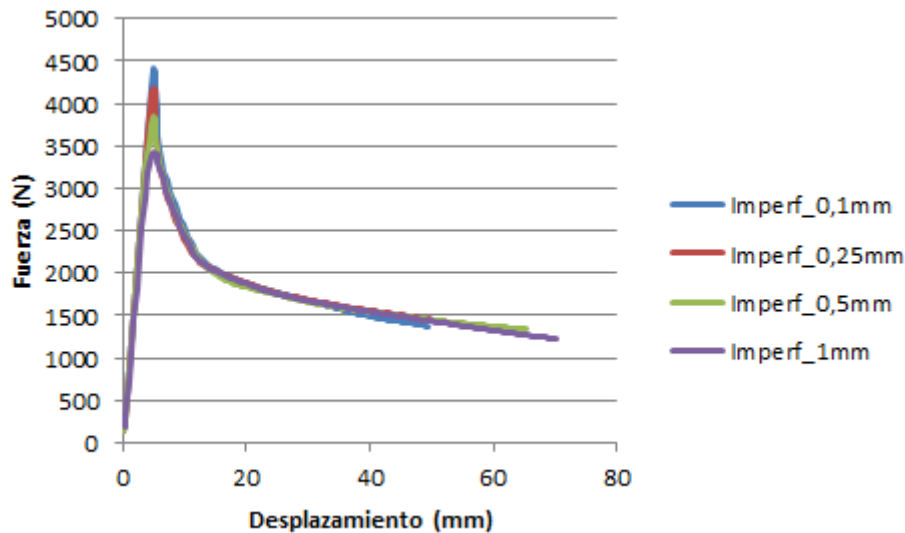
**Figura 5.25. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Modelo n°2.**

A grandes rasgos, se observa que los resultados obtenidos empleando el elemento lámina cuadrático 281 son mejores. Las líneas plásticas en el ala superior, que no se apreciaban en el modelo n°1, se muestran claramente. No obstante, se aprecia que la solución elemental es más simple que la nodal, lo que implica que el modelo no es del todo correcto. Por otro lado, las líneas plásticas siguen siendo algo toscas en la solución elemental debido al tamaño de elemento finito empleado.



El modelo n°2 convergía fácilmente y el análisis se paró de manera manual en todas las simulaciones, al observarse que se estaban alcanzando cargas correspondientes a grandes plastificaciones, y que la solución seguía convergiendo. El tiempo empleado para el cálculo estaba en torno a cuarenta minutos.

En la figura 5.26 se pueden observar las relaciones cargas-desplazamientos obtenidas para las diferentes magnitudes de imperfección empleadas.



**Figura 5.26. Relación carga-desplazamiento para distintas imperfecciones. Modelo n°2. Elemento lámina cuadrático 281.**

Comparando los resultados obtenidos con el modelo n°1, se aprecia que la carga última para todas las simulaciones es muy similar, sin embargo, hay una clara diferencia de comportamiento en el rango plástico.

En el modelo n°2, la pendiente de la curva post-colapso es más pronunciada que en el modelo n°1. Por otro lado, los desplazamientos obtenidos con el modelo n°2 son mayores, (rondando entre 55m y 75mm), lo que indica que se ha llegado a un nivel de plastificación alto.

El elemento lámina 281, se mostró más apropiado para recoger el comportamiento de la pieza, tanto en la visualización de las líneas plásticas como en las relaciones carga-desplazamiento.

No obstante, en relación al radio de acuerdo, matizar que el modelaje tampoco se mostró correcto. El elemento lámina 281, que posee tres nodos en cada lado del elemento finito, permite recoger con mayor corrección una geometría curva. Sin embargo, cabe decir que ANSYS aconseja mantener una relación apropiada de tamaño, curvatura, y espesor del elemento finito, la cual fue excedida con el modelo realizado.

El hecho de que el radio de acuerdo no estuviese correctamente modelado, la tosquedad de las líneas plásticas en la solución elemental, y la diferencia entre la solución nodal y la solución elemental, llevó a la realización de modelos con mallas más finas.

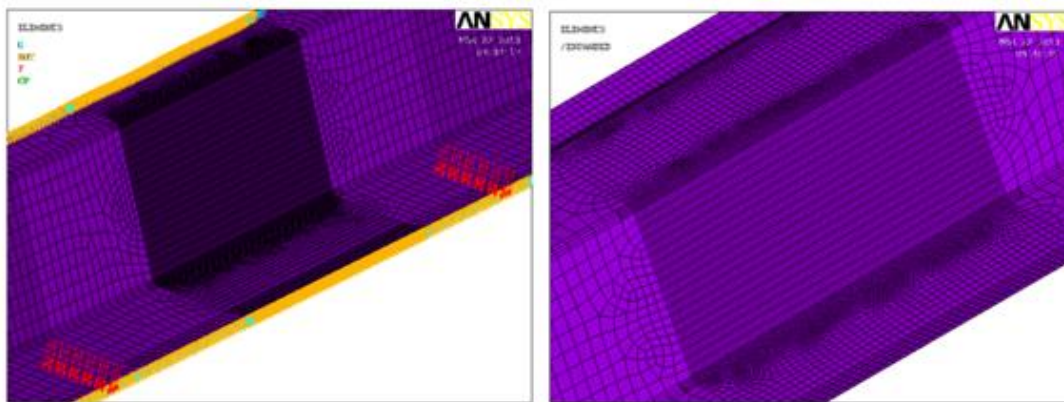
#### 5.2.4 Modelo N°3. Malla de 1mm, 3mm y 6mm. Elemento lámina cuadrático 281.

Las simulaciones realizadas con los modelos n°1 y n°2, dejaron constancia de que el patrón de colapso era simétrico respecto al eje longitudinal de la pieza. Ello permitió modelar el modelo n°3, así como los modelos posteriores, con media onda.

En este modelo se empleó el elemento lámina cuadrático 281 y se establecieron tres zonas con malla diferente:

- Malla de 1mm en los radios de acuerdo.
- Malla de 3mm en el tramo central, C.
- Malla de 6mm para el resto de los tramos.

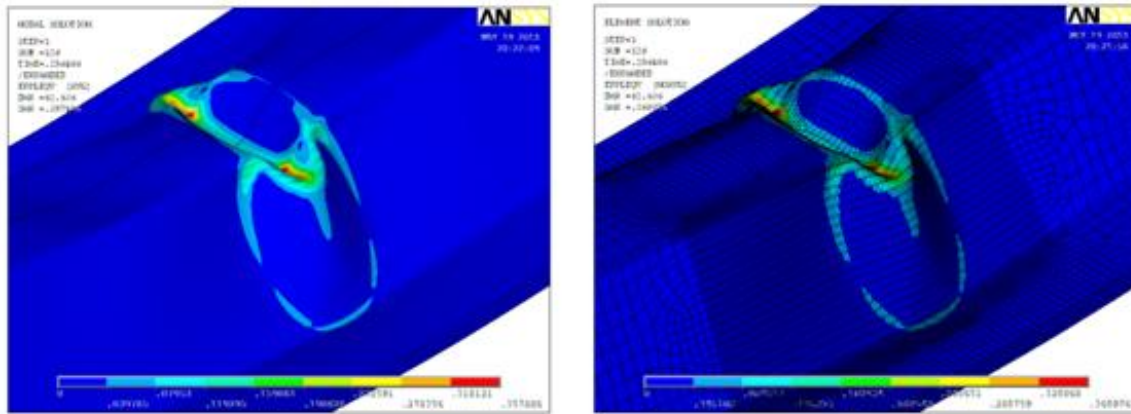
Las condiciones de contorno empleadas fueron las mismas que en los modelos precedentes, teniendo en cuenta que se procedía a modelar media onda.



*Figura 5.27. Condiciones de contorno, (izquierda). Expansión del modelo y detalle de la malla, (derecha). Modelo n°3. Elemento lámina cuadrático 281.*

La malla se generó libre, con la consecuente aparición de algunos elementos triangulares.

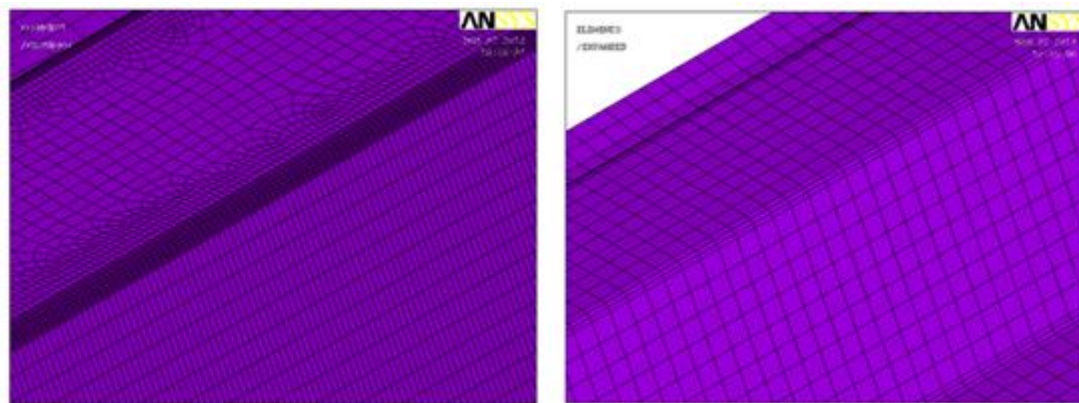
Los resultados obtenidos para la solución nodal y la solución elemental de deformaciones plásticas Von Mises, pueden apreciarse en la figura 5.28.



**Figura 5.28.** Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Modelo n°3.

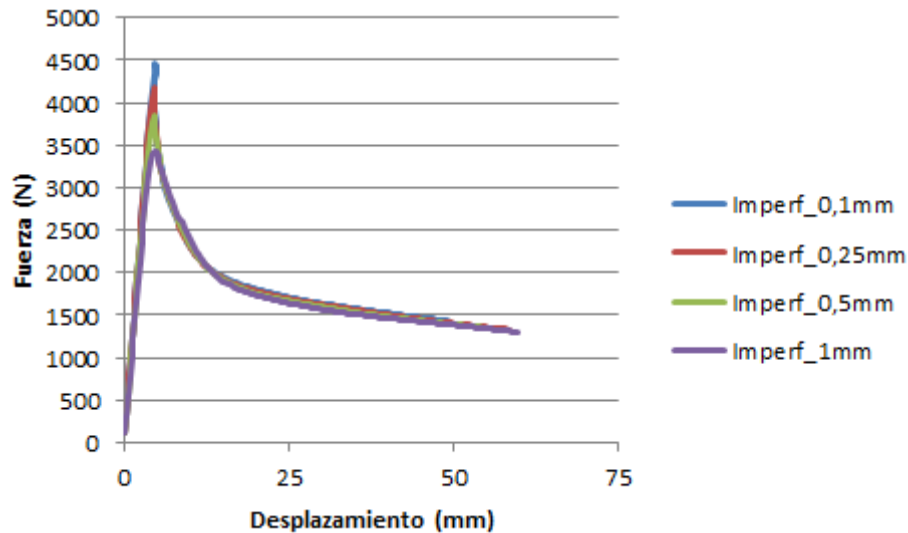
La solución nodal y la solución elemental son muy similares. La solución elemental muestra líneas plásticas con buena nitidez y no son tan toscas como en los modelos n°1 y n°2. El mecanismo plástico aparece bien definido y se asemeja al obtenido en los ensayos experimentales de 2006.

En relación a la malla empleada en los radios de acuerdo, el modelo se mostró correcto. En la zona central, donde acontece la rótula plástica, (tramo C), el radio se modeló con 6 elementos finitos. En los tramos externos, (tramos A, B, D y E), el radio se modeló con 3 elementos finitos. En la figura 5.29 se puede apreciar el mallado de los radios de acuerdo para los distintos tramos.



**Figura 5.29.** Malla en los radios de acuerdo. Tramo central C, (izquierda). Tramos A, B y D, E.

La relación carga-desplazamiento para las distintas magnitudes de imperfección empleadas pueden observarse en la siguiente gráfica.



**Figura 5.30. Relación carga-desplazamiento para distintas imperfecciones. Modelo n°3. Elemento lámina cuadrático 281.**

Observando la gráfica de la figura 5.30, se puede entender que el modelo n°3 devuelve curvas de comportamiento que asemeja un trazado más correcto que las obtenidas con el modelo n°2, (fig.5.26). Comparando ambas gráficas, se aprecia que el comportamiento es muy similar, sin embargo con el modelo n°3 se obtienen cargas últimas un poco más elevadas y la rama plástica se presenta con algo más de pendiente.

En base a la geometría, visualización y continuidad de las líneas plásticas obtenidas en la solución elemental, su similitud con la solución nodal, el aparentemente buen trazado del comportamiento obtenido, así como, la semejanza que presenta el mecanismo de fallo con el obtenido en los ensayos experimentales del 2006, se puede considerar que la malla empleada en el modelo n°3 es bastante correcta.

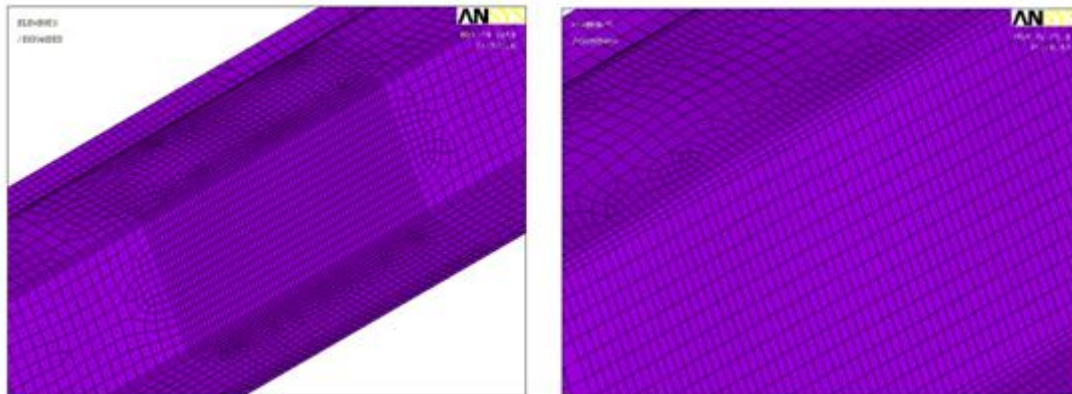
### 5.2.5 Modelo N°4. Malla de 2mm, 4mm y 6mm. Elemento lámina cuadrático 281.

Dado el elevado número de elementos finitos presentes en el radio de acuerdo del modelo n°3, se quiso constatar si un mallado menor podía devolver resultados similares y ganar tiempo computacional.

En base a ello, se generó un modelo con la siguiente malla, (fig.5.31):

- a) Malla de 2mm en los radios de esquina.
- b) Malla de 4mm en el tramo central, C.
- c) Malla de 6mm en los tramos externos al tramo central.

La malla se generó libre, lo cual provocó de nuevo algunos elementos triangulares. El elemento lámina empleado fue el 281.

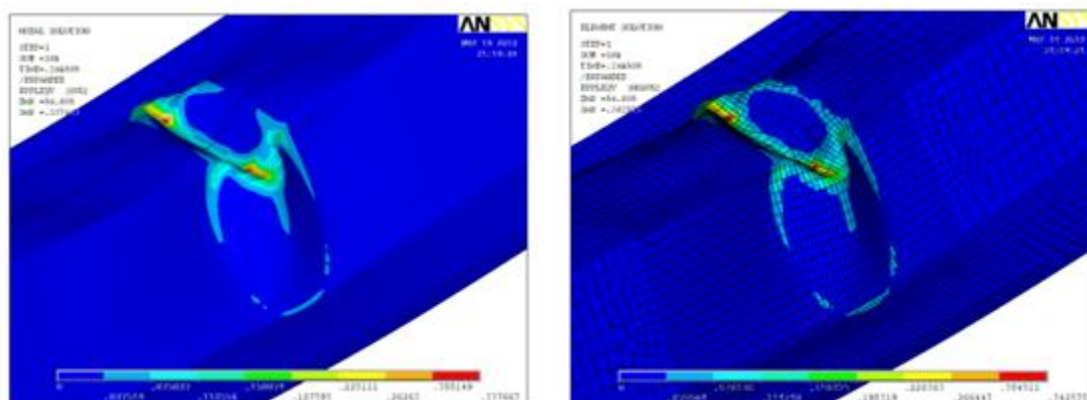


**Figura 5.31. Modelo n°4. Malla de 2, 4 y 6mm, (izquierda). Visualización de la malla en el radio de acuerdo, (derecha).**

Los radios de acuerdo de todos los tramos del pieza se mallaron con 3 elementos finitos, tal y como se puede observar en la figura 5.31.

La malla en global se muestra más pobre. Los radios de acuerdo presentan la mitad de elementos finitos que el modelo n°3 para el tramo central. En relación al ala superior, la zona donde los elementos son más regulares, el número de elementos finitos varía entre 4 y 7 para el modelo n°4, mientras que en el modelo n°3, el número de elementos finitos varía entre 9 y 12. Es decir, el número de elementos finitos es casi el doble para estos elementos de sección en el modelo n°3. En el alma, el modelo n°4 posee 15 elementos finitos, mientras que el modelo n°3 posee 19.

La solución nodal y la solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises obtenidas, se pueden apreciar en la figura 5.32.



**Figura 5.32. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Modelo n°4. Elemento lámina cuadrático 281.**

Aunque en el presente modelo es apreciable la rótula plástica, en la solución elemental se observa que las líneas plásticas que se desarrollan en el ala superior y en el alma no son tan nítidas como en el modelo n°3. Lo mismo sucede en el radio de acuerdo entre el alma y el ala inferior, donde las líneas plásticas son más cortas y se presentan con una pequeña discontinuidad.

Aunque las diferencias entre ambos modelos no son excesivamente amplias, el hecho de que la visualización de las líneas plásticas en la solución elemental del modelo n°3 sea mejor, y que la diferencia de tiempo computacional entre ambos modelos no sea excesivamente amplia, hizo que se siguiese considerando el modelo °3 como el más correcto.

### 5.2.6 Modelo N°5. Malla de 1mm, 2mm y 6mm. Shell 281.

El modelo n°5 se generó con una doble intención:

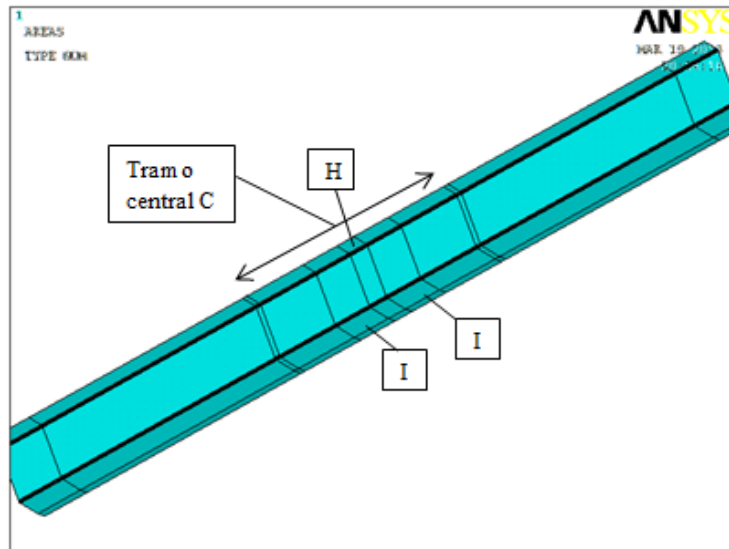
- a) Constatar si un modelo con un mallado mucho más intenso podía devolver resultados más óptimos.
- b) Verificar la malla de los **modelos de la chapa con embutición**.

La embutición, tal y como se expuso en el apartado 5.1.3.2, posee una malla con tamaño de elemento de 1mm, (fig.5.8), ya que fue la empleada en la simulación del proceso de conformado. A partir de esta pieza, con malla de 1mm, se debía crear un modelo completo de onda, por lo que era necesario generar tramos adyacentes a la embutición. Se debía efectuar una conexión correcta entre los nodos de la nueva malla, y la malla que presentaba la embutición. Dicha conexión se consiguió generando una malla con tamaños de elemento de 2mm.

Los siguientes tramos se generaron con tamaños de elemento de 6mm, con el fin de mantener una relación de aspecto adecuada, (1/3). En el apartado 5.5, dedicado a las simulaciones de la chapa con embutición, se podrá observar detenidamente la malla generada.

Así pues, el modelo n°5, es una consecuencia directa de la malla empleada en la simulación del proceso de conformado. La generación de una malla similar en la chapa sin embutición, permitirá corroborar si la malla es correcta.

En base a lo expuesto, se generó un modelo con una malla igual a la que presentarían los modelos de la chapa con embutición. Ello obligó a generar dos áreas más en el tramo central.



**Figura 5.33.** Áreas añadidas al modelo genérico en el tramo central C.

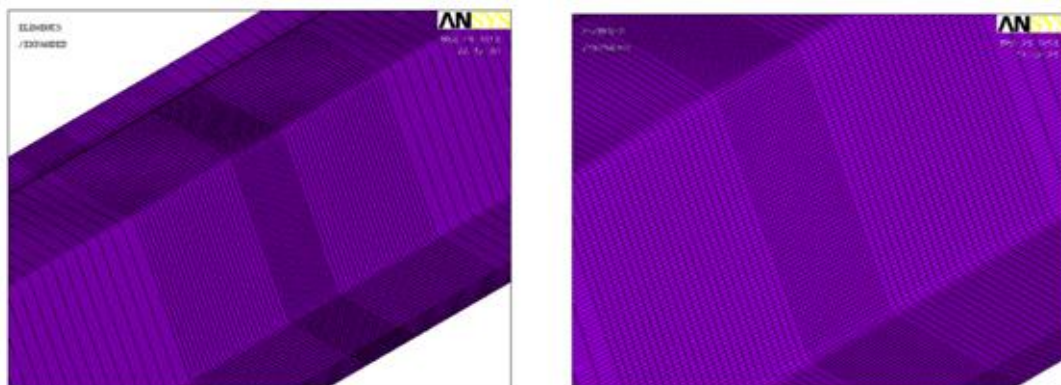
Al tramo H, (que es donde se ubicaría la embutición), se le asignó el mismo mallado y el mismo ancho que posee la embutición. Esto es, una malla de 1mm y un ancho de 22mm.

A los tramos I, se les asignó, a cada uno, un ancho de 48mm y una malla de 2mm.

Al resto de los tramos se les asignó una malla de 6mm, ya que se esperaba que la formación de la rótula aconteciese entre los tramos H e I.

A los radios de acuerdo se les asignó una malla de 1mm. El mallado de 1mm en los tramos centrales (H, I'), impuso 6 elementos finitos. En el resto de los tramos los radios de acuerdo presentan 3 elementos finitos.

En este modelo la malla no se hizo libre. El mallado que presentaba la pieza se puede apreciar en la figura 5.34.



**Figura 5.34.** Modelo n°5. Malla de 1mm, (tramo H), malla de 2mm, (tramos I), malla de 6mm, (tramos externos a la formación de la rótula). Detalle del tramo central, (derecha).

Las simulaciones con imperfecciones de 1mm y 0,5mm alcanzaron grandes plastificaciones. Dado que los modelos funcionaban correctamente, se dejó que los análisis corrieran durante un largo período de tiempo. Se quería observar el grado de plastificación que podía alcanzar la rótula. Alcanzados los 614 pasos de carga, y observando que la solución seguía convergiendo, se procedió a parar el cálculo de manera manual.

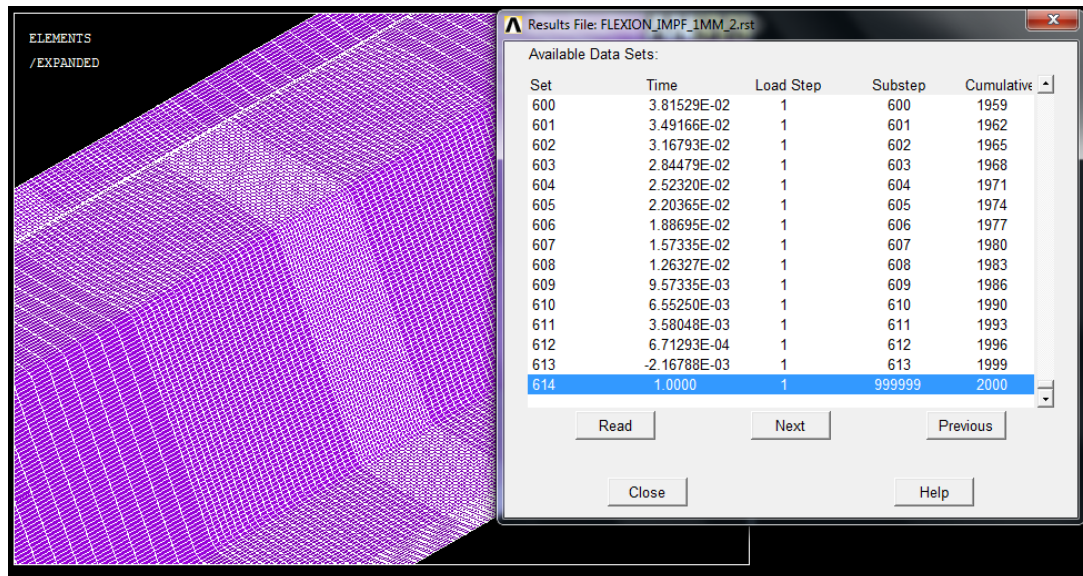


Figura 5.35. Pasos de carga realizados con el modelo n°5.

A continuación se muestra la solución nodal y la solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises del modelo n°5 obtenidas para el “substep 124”.

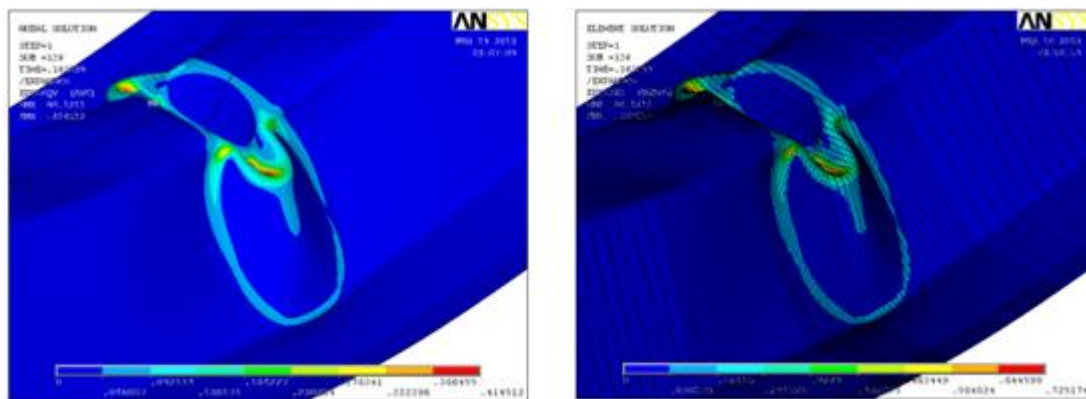
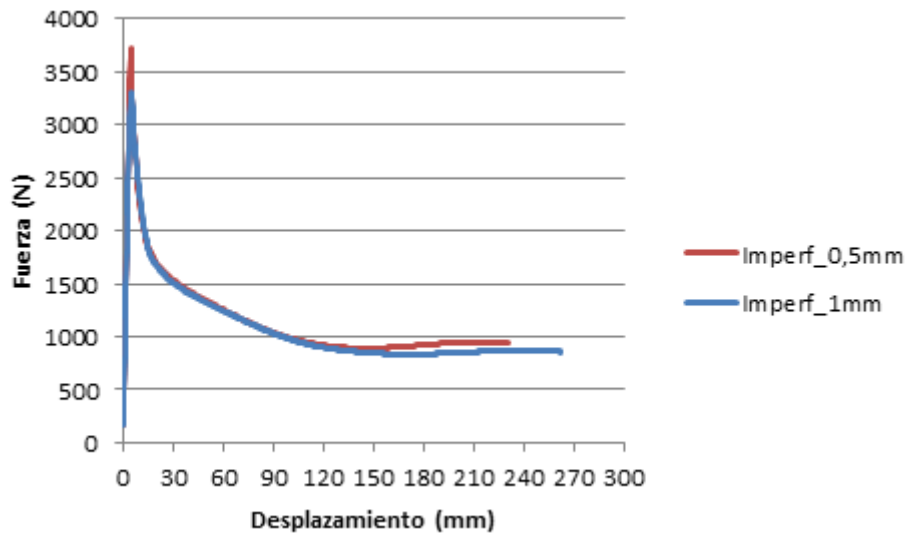


Figura 5.36. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), para el “substep 124”. Modelo n°5.

Se observa que ambas soluciones son casi iguales. En la solución elemental las líneas plásticas están bien definidas y se visualizan correctamente. El modelo se presenta como óptimo en resultados, aunque un poco costoso en tiempo computacional.



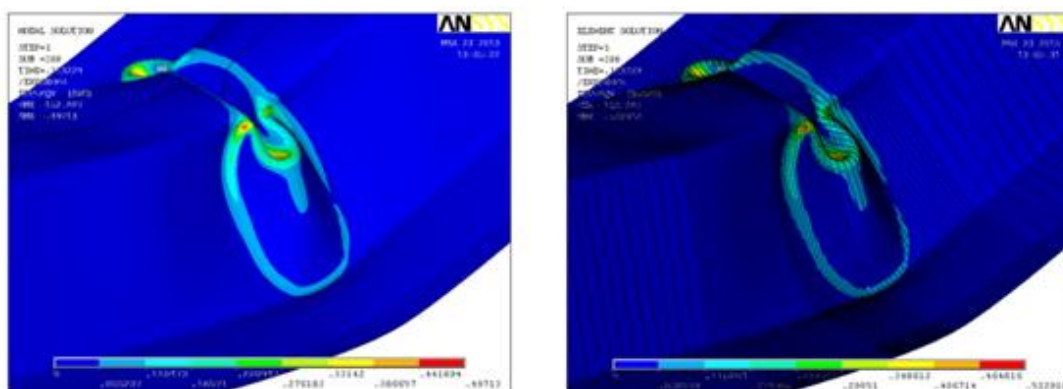
La relación carga-desplazamiento para las simulaciones con magnitudes de imperfección de, 1mm y 0,5mm se presentan en la siguiente gráfica.



**Figura 5.37. Relación carga-desplazamiento. Magnitudes de imperfección de 1mm y 0,5mm. Modelo n°5. Elemento lámina cuadrático 281.**

Observando la gráfica se percibe que se han alcanzado grandes plastificaciones, ya que se han obtenido desplazamientos que rondan entre los 240mm y 270mm. Sin embargo, no toda la rama plástica pudo ser tenida en cuenta, ya que no se previó que las alas superiores pudiesen llegar a tocarse y el modelo no se generó con contactos para simular esta situación.

En las siguientes figuras, se puede apreciar la solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises obtenida en distintos pasos de carga.



**Figura 5.38. "Substep 200". Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha).**

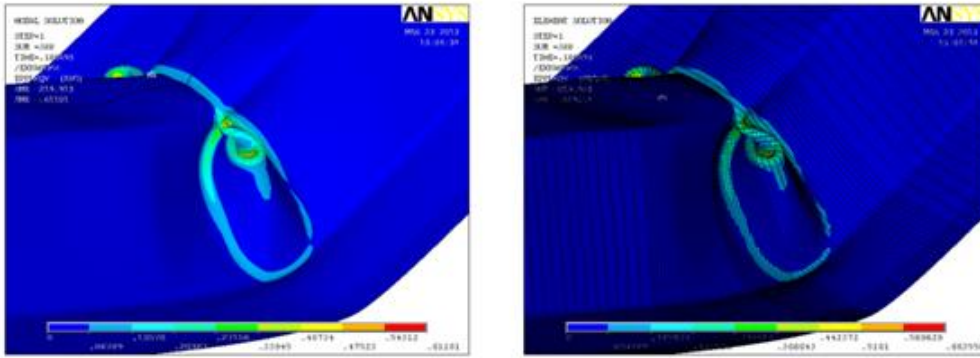


Figura 5.39. “Substep 300”. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha).

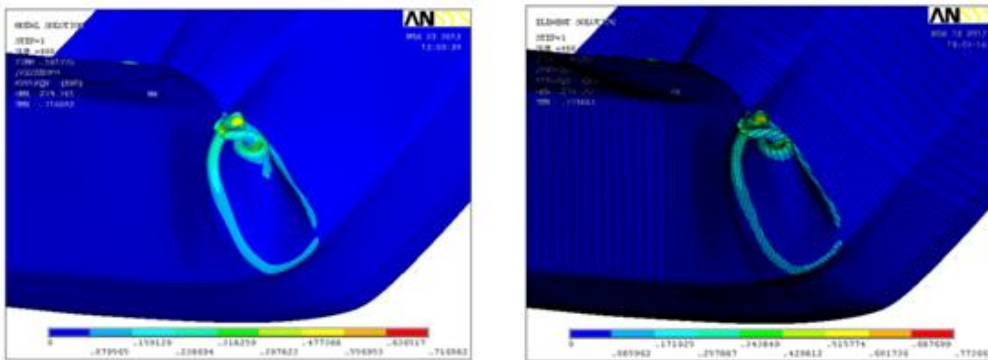


Figura 5.40. “Substep 400”. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha).

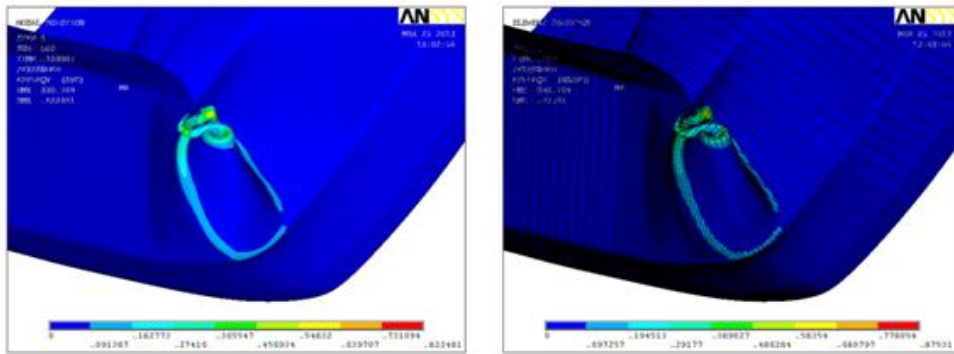


Figura 5.41. “Substep 500”. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha).

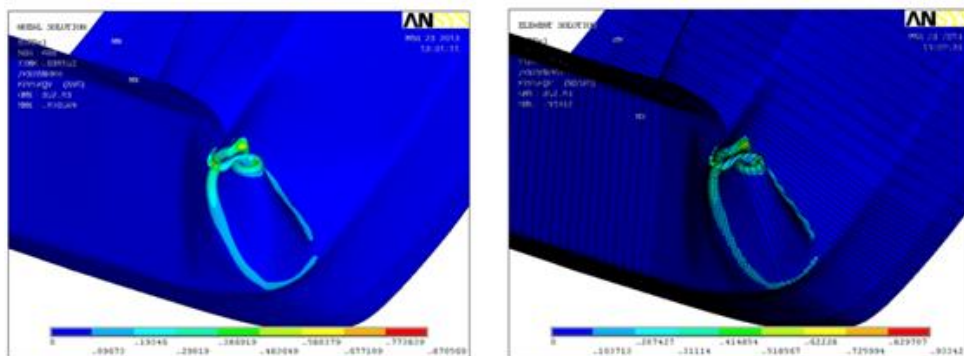


Figura 5.42. “Substep 600”. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha).

El modelo se presenta robusto, dado que no se esperaban plastificaciones tan amplias, sin embargo se tuvieron que desechar 400 pasos de carga. En las figuras precedentes puede observarse como el ala superior se traspasa a sí misma. La respuesta del modelo en este rango no está simulando la realidad.

Kecman, (Kecman 1983), expone que una vez iniciado el contacto del ala comprimida, se produce el estancamiento del desarrollo de la rótula original y comienza a desarrollarse una secundaria adyacente con nuevas líneas plásticas, (apartado 4.9).

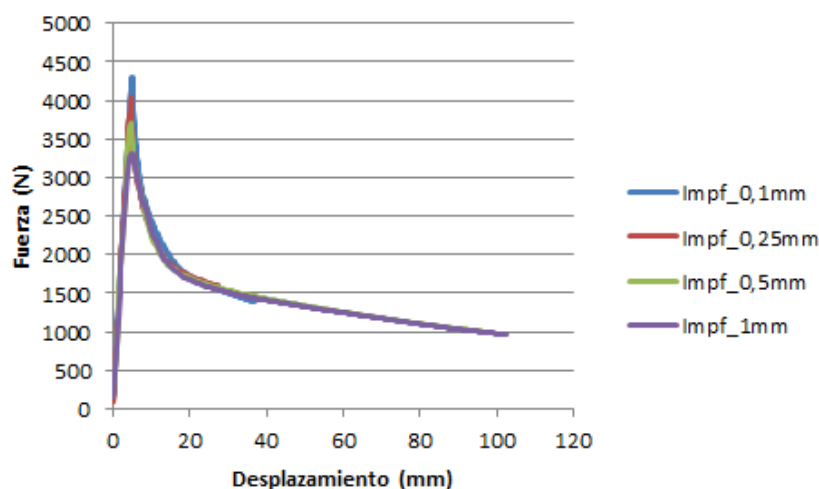
Al igual que Kecman, esta fase secundaria del desarrollo de la rótula no es objeto de estudio, por lo que para estas simulaciones se tomó como referencia el substep 200. Paso de carga para el que no se había iniciado el contacto del ala superior, y para el que se habían alcanzado grandes plastificaciones.

Las simulaciones realizadas con imperfecciones de 0,25mm y 0,1mm, se pararon manualmente alrededor del substep 200 y no se dejó que el análisis siguiera corriendo.

En la figura 5.43 se puede observar la relación carga-desplazamiento con todas las magnitudes de imperfección empleadas.

El modelo n°5, parece ser el más correcto y robusto, sin embargo exige un tiempo computacional bastante elevado.

Si comparamos las soluciones nodales y elementales del modelo n°5 con las del modelo n°3, se puede observar que la diferencia estriba en que las líneas plásticas en el alma del modelo n°3 no llegan a unirse del todo. Esto, seguramente, es consecuencia de uso de una escala de colores distinta en la visualización de cada uno de los modelos.



**Figura 5.43. Relación carga-desplazamiento para distintas magnitudes de imperfección. Modelo n°5. Elemento lámina cuadrático 281.**

## 5.2.7 Comparación de las curvas de comportamiento.

A continuación, se procede a la comparación de las curvas carga-desplazamiento obtenidas con los diferentes modelos empleados en el proceso de validación de la malla con el fin de determinar cuál es el modelo más óptimo.

### 5.2.7.1 Modelo n°1 Vs. Modelo n°2.

El modelo n°1 se generó con una malla de 5x5mm empleando el elemento lineal 181. El modelo n°2 presentaba la misma malla pero se empleó el elemento lineal 281.

En base a ello, la diferencia entre ambos modelos reside únicamente en el tipo de elemento lámina empleado. En vista a los resultados obtenidos, se puede afirmar que el elemento lámina cuadrático 281 se muestra más apropiado que el elemento lámina lineal 181 para simulaciones donde se pretenden registrar grandes plastificaciones.

En el modelo n°1 se aprecia que:

- No hay convergencia de solución al poco de haber sobrepasado la carga última.
- No hay una buena continuidad y visualización de las líneas plásticas en la solución elemental.
- La rama plástica obtenida es corta y no concuerda con el resto de los modelos.

En la siguientes gráficas se compara la relación carga-desplazamiento obtenidas para el modelo n°1, (malla de 5x5mm, elemento lámina 181), y el modelo n°2, (malla de 5x5mm y elemento lámina 281), con el empleo del primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección.

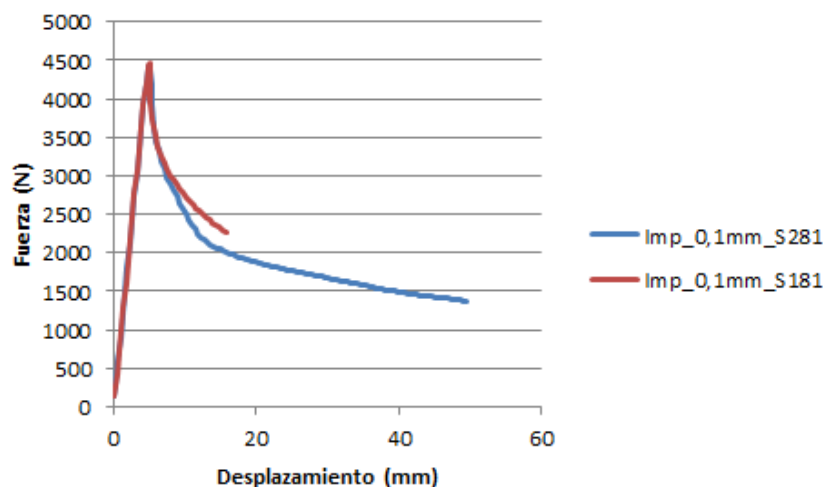


Figura 5.44. Imperfección 0,1mm. Comparación Malla de 5x5mm con elemento lámina cuadrático 281 y elemento lámina lineal 181.

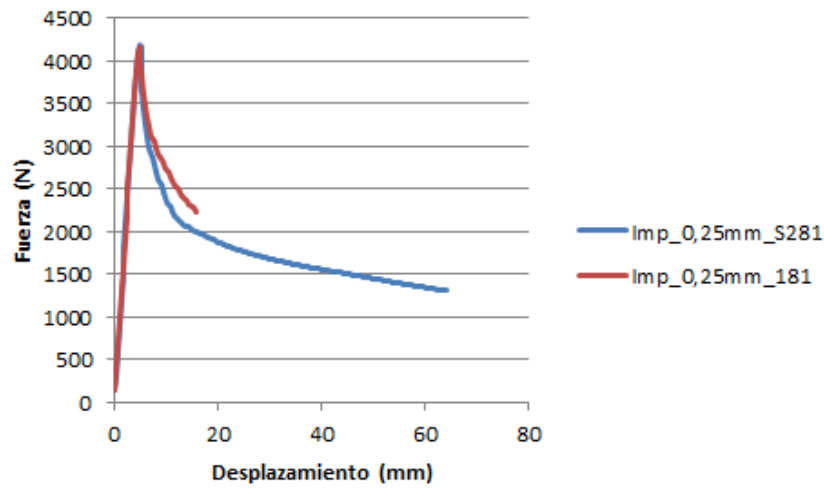


Figura 5.45. Imperfección 0,25mm. Comparación Malla de 5x5mm con elemento lámina cuadrático 281 y elemento lámina lineal 181.

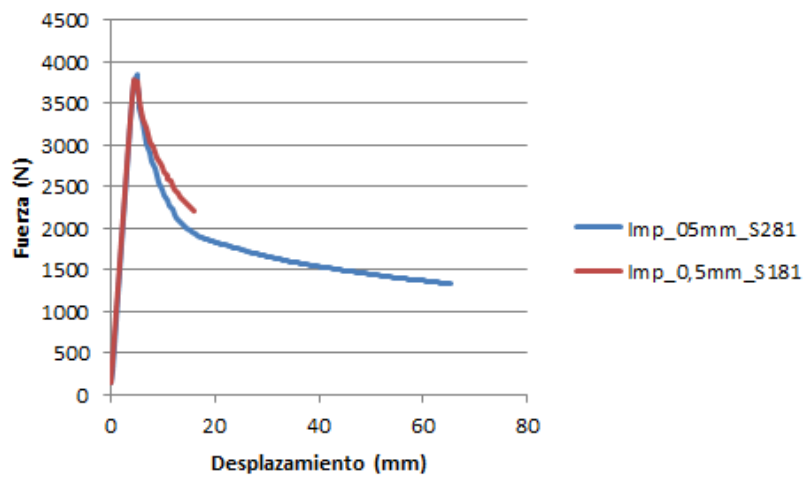


Figura 5.46. Imperfección 0,5mm. Comparación Malla de 5x5mm con elemento lámina cuadrático 281 y elemento lámina lineal 181.

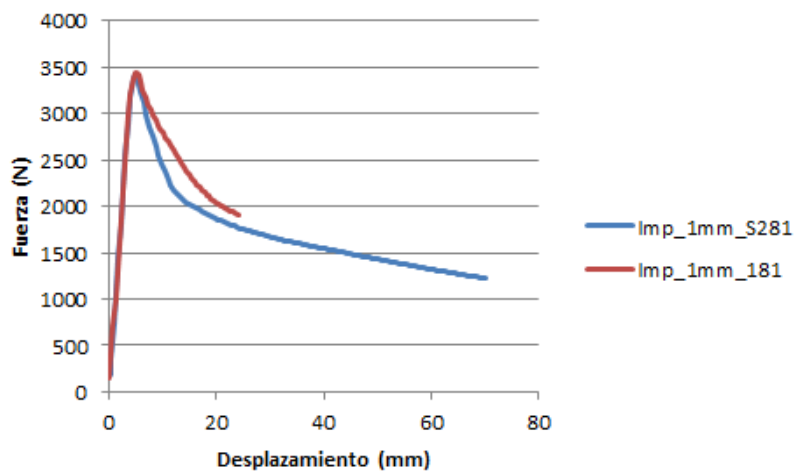


Figura 5.47. Imperfección 1mm. Comparación Malla de 5x5mm con elemento lámina cuadrático 281 y elemento lámina lineal 181.

Se aprecia que en el comportamiento elástico no hay diferencias entre el empleo de un elemento lámina u otro. Las curvas obtenidas son muy similares en el rango elástico, aún a pesar de que el elemento lámina 181 posee la mitad de nodos que el elemento lámina 281. En la rama plástica, sin embargo, las curvas obtenidas difieren considerablemente.

El elemento lámina 181, se muestra adecuado para registrar comportamientos en el rango elástico y la obtención de cargas últimas, mientras que el elemento lámina 281, permite registrar con mayor exactitud los comportamientos elásticos y plásticos. El empleo de un elemento lámina u otro, dependerá de los objetivos del analista y del tiempo computacional que se pretenda destinar a cada simulación.

En relación al modelaje de los radios de acuerdo, se observó que con el elemento lámina 181 no se recogía correctamente la geometría curva de dicho elemento de sección. Esta situación era apreciable en la solución elemental, donde el radio de acuerdo se mostraba plano al estar generado con un solo elemento finito. Empleando el elemento lámina 281, aún a pesar de haber excedido la relación de aspecto del elemento finito, (tamaño-curvatura-espesor), aconsejada por ANSYS, se observó un comportamiento más correcto, ya que se alcanzaba convergencia en todos los pasos de carga y se obtuvo una amplia rama plástica.

La falta de convergencia de solución a niveles bajos de plastificación en el modelo n°1, (*Shell 181*), puede ser debida al tipo de mallado empleado en los radios de acuerdo, (1 elemento finito). Teniendo en cuenta que el elemento lámina 181 posee cuatro nodos y que es un elemento lineal, es factible razonar que este elemento no pueda recoger correctamente las grandes deformaciones plásticas que están aconteciendo en los radios.

Se ha de matizar aquí, que esta comparación no es del todo correcta, ya que resulta obvio que un elemento con más nodos, permite alcanzar resultados más correctos.

Un modelo realizado posteriormente con el elemento lámina 181 y malla de 3x3mm, no devolvió resultados mejores que el modelo n°2, (elemento lámina 281 y malla de 5x5mm). No se alcanzaba convergencia en la rama plástica y la solución nodal y elemental, (fig.5.24), no es mejor que la obtenida con el modelo n°2, (figura 5.25). Ambos modelos pueden ser comparados, ya que un elemento finito 281 de 5x5mm, (8 nodos), se puede, más o menos, equiparar al número de nodos que poseen cuatro elementos finitos 181 de 3x3mm, (9 nodos).

Una comparativa más exacta sería emplear una malla de 2,5x2,5mm. No obstante, no es objetivo de la presente tesis determinar qué malla constituida con elementos lineales es equiparable a una malla constituida por elementos cuadráticos. Por otro lado, dado que lo que se pretende obtener son grandes plastificaciones, resulta más eficaz emplear elementos cuadráticos.

### 5.2.7.2 Modelo nº2 Vs. Modelo nº3.

Véase a continuación la comparación entre las curvas obtenidas con el modelo nº2, (malla de 5x5mm, elemento lámina cuadrático 281), y el modelo nº3, (malla de 1mm, 3mm y 6mm, elemento lámina cuadrático 281).

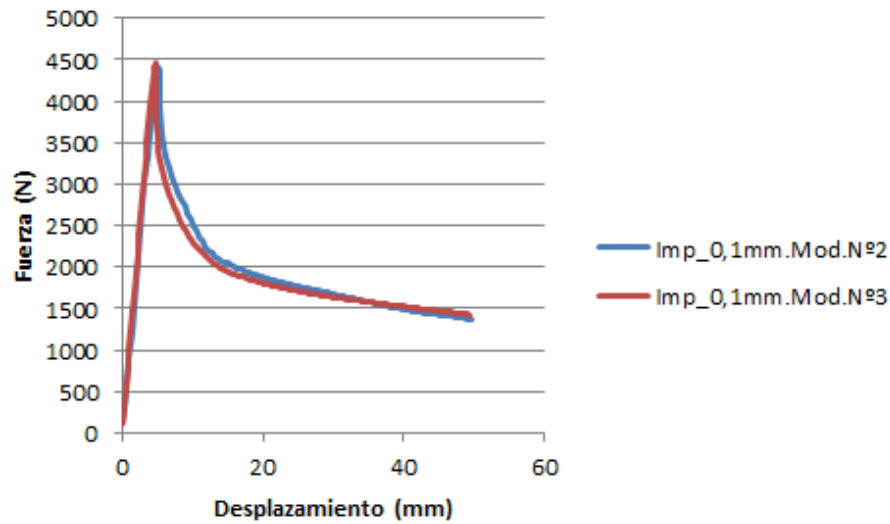


Figura 5.48. Imperfección 0,1mm. Comparación modelo N°2 y modelo N°3.

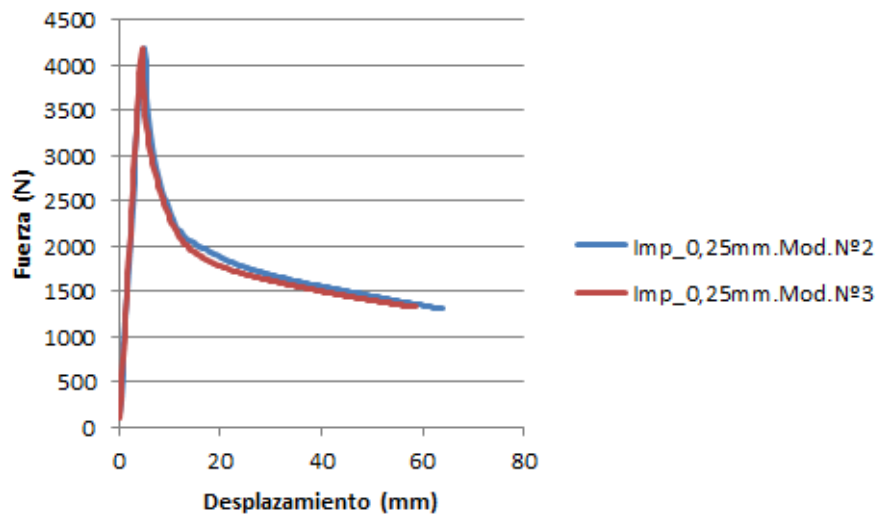


Figura 5.49. Imperfección 0,25mm. Comparación modelo N°2 y modelo N°3.

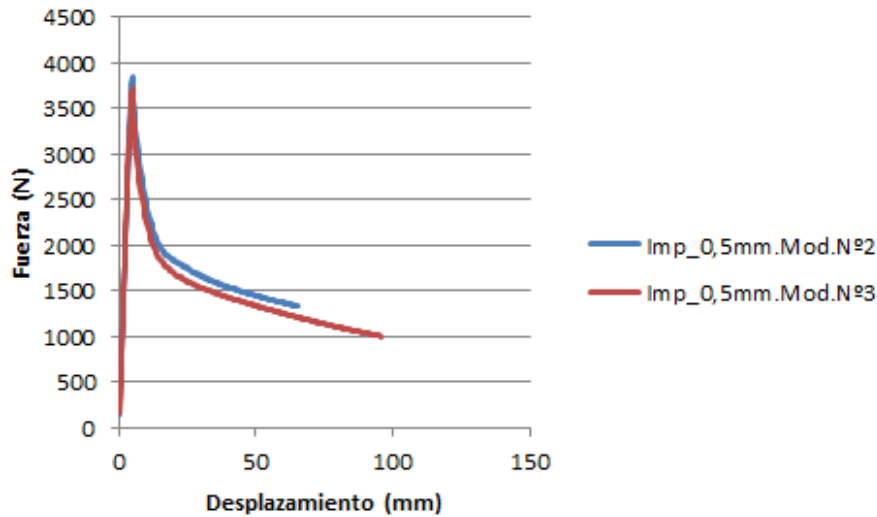


Figura 5.50. Imperfección 0,5mm. Comparación modelo N°2 y modelo N°3.

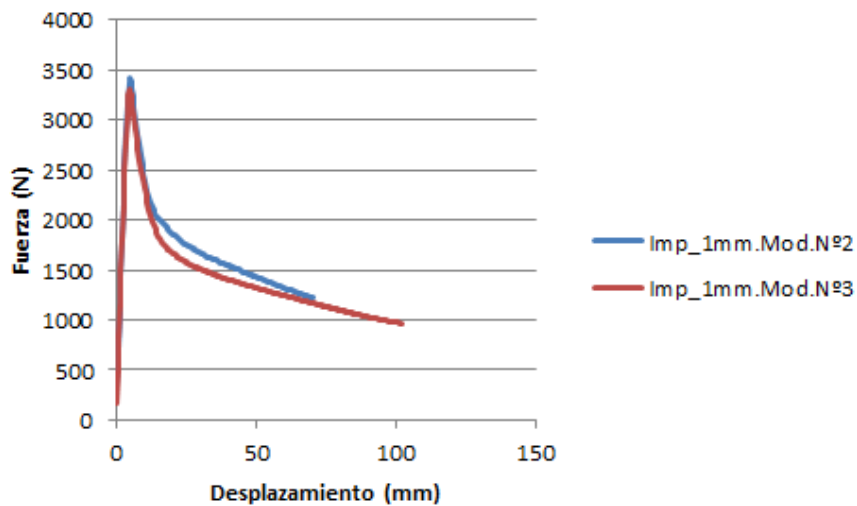


Figura 5.51. Imperfección 1mm. Comparación modelo N°2 y modelo N°3.

Se observa, que aún a pesar de la gran diferencia existente entre el tipo de malla empleada en cada uno de los modelos, las curvas se muestran muy cercanas. Ello permite constatar, que el elemento lámina 281 modela más correctamente los comportamientos plásticos, dada la similitud que presentan ambas gráficas.

Schafer, (Schafer, Li y Moen 2010), afirma que: “no hay mucha diferencia en el empleo de elementos lineales o cuadráticos, siempre que la malla sea proporcional, aunque un elemento con más nodos, (elemento cuadrático), siempre da resultados un poco mejores en la rama plástica”. Resulta evidente que un gran número de elementos lineales pueden describir comportamientos que requieren ecuaciones cuadráticas, pero resulta más apropiado, y menos costoso, definir la malla con elementos diseñados a tal fin.



En relación a las gráficas presentadas, se puede apreciar como a medida que aumenta la magnitud de la imperfección, la carga última es algo más inexacta en el modelo n°2. Lo mismo sucede en el rango plástico, con magnitudes de imperfección mayores las curvas parecen aumentar su distancia.

El hecho de que las ramas plásticas muestren estas diferencias, así como una visualización más pobre las líneas plásticas en la solución elemental, llevó a la desestimación del modelo n°2.

### 5.2.7.3 Modelo n°3 Vs. Modelo n°5.

A continuación se presenta la comparativa de la relación carga-desplazamiento entre el modelo n°3, (malla de 1mm, 3mm y 6mm. Elemento lámina cuadrático 281), y el modelo n°5, (malla de 1mm, 2mm y 6mm. Elemento lámina cuadrático 281).

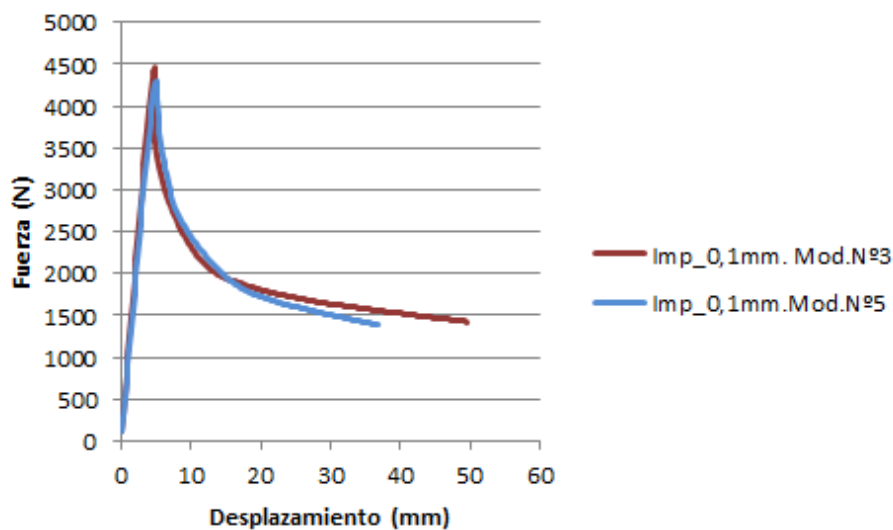


Figura 5.52. Imperfección 0,1mm. Comparación modelo N°3 y modelo N°5.

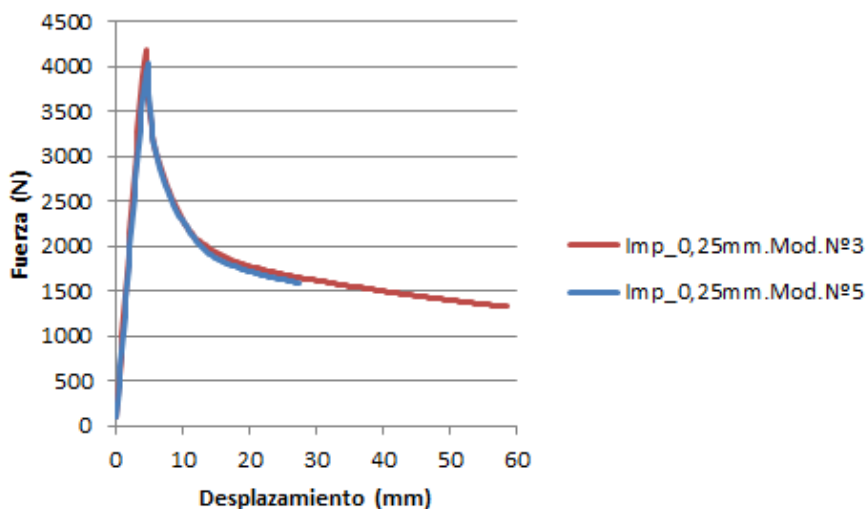


Figura 5.53. Imperfección 0,25mm. Comparación modelo N°3 y modelo N°5

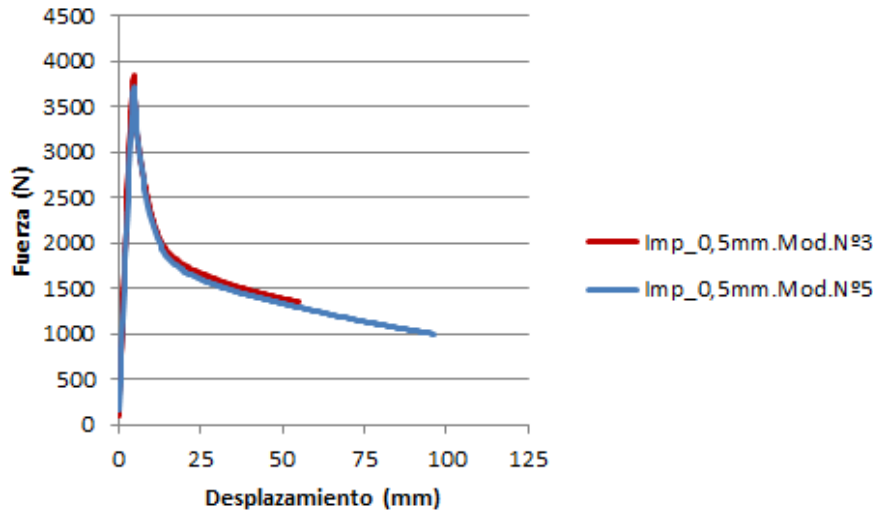


Figura 5.54. Imperfección 0,5mm. Comparación modelo N°3 y modelo N°5

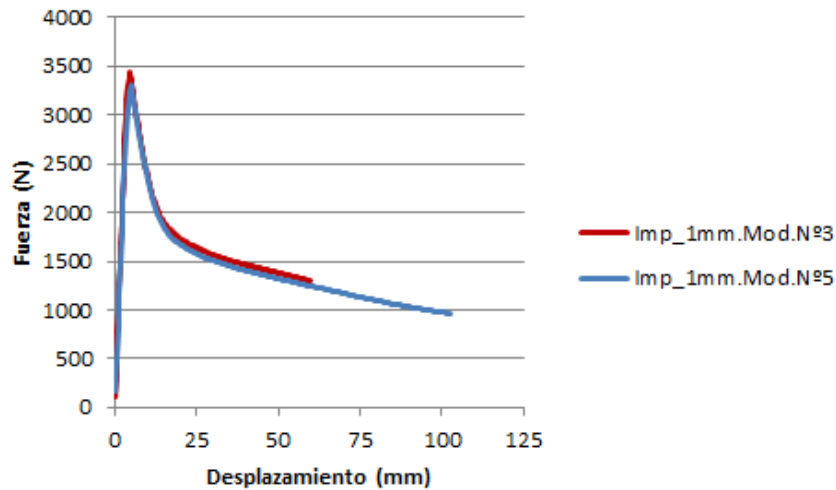


Figura 5.55. Imperfección 1mm. Comparación modelo N°3 y modelo N°5

Exceptuando la simulación con una imperfección de 0,1mm, donde se observa una cierta diferencia de comportamiento en el segundo tramo de la rama plástica, el resto de las simulaciones devuelven resultados muy similares. Se puede apreciar, también, como el modelo n°5 afina un poco más el valor de la carga última, aunque las diferencias son nimias.

Realizando una valoración de la relación entre el tiempo computacional empleado y los resultados obtenidos, el modelo n°3 se presenta como más óptimo, dado que las líneas plásticas son visibles, el comportamiento fuerza-desplazamiento es correcto, y el tiempo necesario por simulación se reduce a la mitad.

Cabe decir también, que el modelo n°2, (malla de 5x5), claramente es el más rápido, y la visualización del patrón se podría considerar correcta. El problema que plantea es que las ramas plásticas obtenidas con el empleo de este modelo no se consideran correctas del todo, y es

preferible emplear una malla más fina para las primeras simulaciones, para determinar con corrección el comportamiento plástico, el patrón de colapso, y proceder a su análisis mediante la TGLP.

### 5.3 MALLA EMPLEADA EN LAS SIMULACIONES.

Tal y como se expuso en el apartado 5.2.6, los **modelos de la chapa con embutición** poseen la malla correspondiente al modelo n°5, (malla de 1mm y 2mm en los tramos centrales, y malla de 6mm en el resto de los tramos). Dicho modelo se generó en base a la malla que presentaba la embutición, (con tamaño de elemento de 1mm), la cual venía impuesta por la simulación del proceso de conformado. En base a ello, todas las simulaciones de la chapa con embutición, (flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura), se realizaron con el modelo n°5.

En relación a los **modelos de la chapa sin embutición**, las simulaciones a flexión pura positiva con el modelo n°5, se realizaron en el propio proceso de validación de la malla, por lo que ya se tenía la respuesta con distintas magnitudes de imperfección para el primer modo de pandeo.

Para el análisis de modos superiores de pandeo, se empleó el modelo n°3, (malla de 1mm en los radios de acuerdo, malla de 3mm en el tramo central, y malla de 6mm en los tramos externos). Este modelo devuelve curvas muy similares a las obtenidas con el modelo n°5 y permite reducir el tiempo computacional. Este modelo se generó siguiendo las pautas de Hofmeyer, (apartado 5.1.1.3), por lo que se entendía que era un modelo válido para captar con corrección la geometría del patrón de colapso, (ver también apartados 5.2.7.3 y 5.2.4).

Para analizar el comportamiento del perfil sin embutición a compresión pura, se emplean dos modelos:

- Malla n°1: Malla de 3x3mm.
- Malla n°2: Malla relativa al modelo n°5, (1mm, 2mm y 6mm).

Con la malla n°1 se realiza un estudio de sensibilidad a la forma y magnitud de imperfección. La malla n°2 se emplea por dos razones. La primera, validar la malla del perfil con embutición a compresión pura. La segunda, obtener unas curvas de comportamiento ante esta sollicitación más refinadas empleando el modo de pandeo dominante.

En los modelos solicitados a flexión pura negativa de la chapa con embutición, se emplearon dos modelos.

- Modelo n°2, (malla regular de 5x5mm y elemento lámina cuadrático 281), con una mejora de los radios de acuerdo, (3 elementos por radio). Este modelo se denominará en el presente trabajo modelo n°2\_b, a fin de diferenciarlo con el modelo que presenta un solo elemento finito en el radio de acuerdo.
- Modelo n°3.

En el estudio de sensibilidad a la forma, magnitud y sentido de la magnitud de imperfección empleada, a flexión pura negativa, se observaron dos tipos de mecanismo de fallo. Dada la longitud del modelo, y la necesidad de realizar un amplio número de simulaciones, el modelo n°2\_b fue el empleado para realizar este estudio de sensibilidad. Dicho modelo necesita menos tiempo computacional para alcanzar la solución. En relación a las cargas últimas devuelve buenos resultados, y permite visualizar las líneas plásticas correctamente, y por tanto, el patrón de colapso.

Determinado el modo y el patrón de colapso dominante, el modelo n°3 fue empleado para obtener unas curvas de comportamiento más afinadas, unas líneas plásticas más nítidas, y determinar con mayor certeza el comportamiento del patrón de colapso. Los resultados obtenidos con este modelo, serán analizados mediante la Teoría Generalizada de las Líneas de Plastificación, (TGLP).

Con el fin de facilitar la comprensión, se presenta a continuación, a modo de sumario, los modelos empleados en las simulaciones.

- **Chapa con embutición:**  
Modelo n°5, para todas las simulaciones. Flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura.
- **Chapa sin embutición:**
- Compresión pura:  
Malla n°1: Estudio de sensibilidad a la forma y magnitud de imperfección.  
Malla n°2: Obtención de curvas de comportamiento más refinadas, y validación de malla del perfil con embutición a compresión pura.
- Flexión pura positiva:  
Modelo n°3. Estudio de sensibilidad a la formas de imperfección.  
Modelo n°5. Primer modo de pandeo. Realizado en el proceso de validación de la malla.
- Flexión pura negativa:  
Modelo n°2\_b. Estudio de sensibilidad a la formas de imperfección.  
Modelo n°3. Primer modo de pandeo. Comparativa y validación del modelo n°2\_b.

A continuación, en el apartado 5.4, se presentan las simulaciones realizadas a flexión pura positiva y compresión pura de la chapa sin embutición.

## 5.4 SIMULACIONES DE LA CHAPA SIN EMBUTICIÓN.

### 5.4.1 Flexión pura positiva.

En el análisis de los modos de pandeo se observó que los valores propios estaban muy cercanos, por lo que se procedió a verificar si el patrón de colapso era estable. Es decir, se pretendía verificar si era posible el desarrollo de un mecanismo de fallo distinto en función del modo de pandeo introducido, y si estos mecanismos de fallo podían acontecer para cargas más bajas que el primer modo de pandeo, aunque este último punto era menos esperado.

En base a ello, se procedió a realizar un pequeño estudio de sensibilidad a la forma y magnitud de imperfección.

Dado que el modelo nº3 es óptimo y consume la mitad de tiempo computacional, dicho modelo fue el empleado para analizar la estabilidad del patrón de colapso. Los modos analizados fueron los tres primeros. Modos superiores no fueron empleados, ya que el objetivo no era determinar qué forma modal generaba un patrón diferente, sino establecer con claridad el patrón dominante.

#### 5.4.1.1 Análisis de los modos de pandeo.

Los valores propios obtenidos para los diez primeros modos de pandeo se pueden apreciar en la tabla 5.1.

MODO	VALOR PROPIO	MODO	VALOR PROPIO
MODO 1	53,95	MODO 6	56,785
MODO 2	53,983	MODO 7	59,129
MODO 3	54,682	MODO 8	59,144
MODO 4	54,718	MODO 9	61,895
MODO 5	56,763	MODO 10	61,903

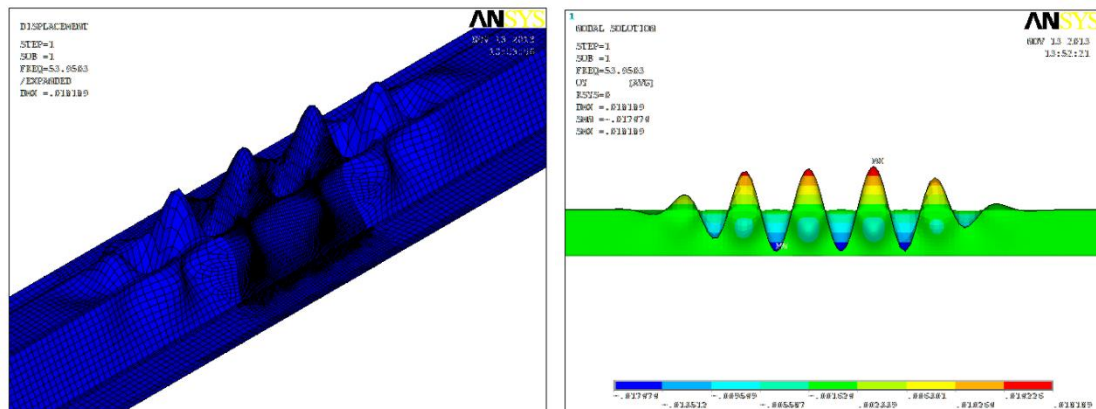
*Tabla 5-1. Tabla de los diez primeros modos de pandeo.*

Se observa la cercanía que presentan los valores propios para los distintos modos. A continuación se exponen los resultados obtenidos para las tres primeras formas de imperfección. En todos los modos de pandeo se introdujeron magnitudes de imperfección de 0,1mm, 0,25mm, 0,5mm y 1mm.

##### 5.4.1.1.1 Primer modo de pandeo.

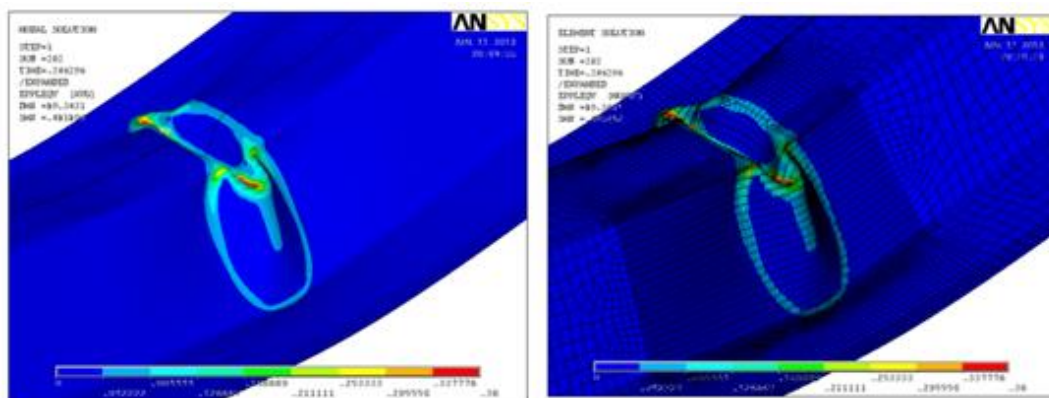
En la figura 5.56 se puede observar como el primer modo no es del todo simétrico. Su desarrollo se presenta sobre todo en el tramo C. Esto es, la zona acotada ente cargas, y por tanto donde se desencadena la flexión pura.

Se observa que el máximo y el mínimo de la primera forma de imperfección poseen exactamente el mismo valor.



**Figura 5.56 Primer modo de pandeo. Flexión pura. Chapa sin embutición.**

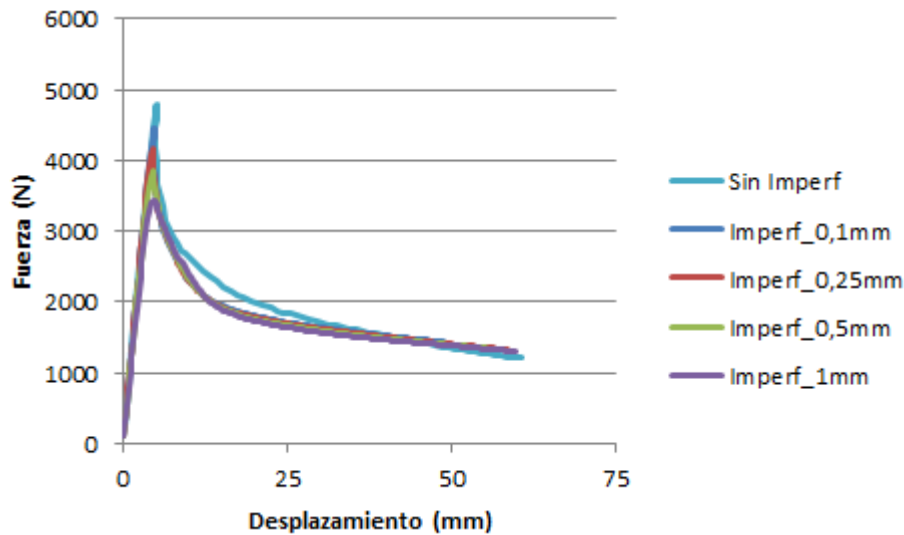
Dado que la solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenida con el primer modo y con una magnitud de imperfección de 1mm, ha sido ya presentada en el proceso de validación de la malla, se procede a presentar la solución obtenida con una magnitud de imperfección de 0,5mm.



**Figura 5.57. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Flexión pura positiva. Magnitud de imperfección 0,5mm. Primer modo de pandeo.**

El patrón de colapso resultante es el mismo y no hay diferencias con el patrón obtenido para una magnitud de imperfección de 1mm, (fig.5.28). Las líneas plásticas son claramente visibles.

Las relaciones carga-desplazamiento relativas al primer modo de pandeo y para diferentes magnitudes de imperfección, se muestran en la figura 5.58. En dicha gráfica se expone también el comportamiento obtenido mediante un análisis geométrico y material no lineal sin imperfecciones y, por lo tanto, sin tener en cuenta ningún modo de pandeo.



*Figura 5.58. Relación carga-desplazamiento para distintas magnitudes de imperfección. Primer modo de pandeo.*

Los comportamientos obtenidos con el primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección son similares en el rango plástico. El análisis geométrico y material no lineal sin forma de imperfección, devuelve una curva con menor pendiente en el primer tramo plástico. También se observa que las cargas últimas poseen un valor menor a medida que aumenta la magnitud de imperfección introducida.

Las cargas últimas obtenidas, para las diferentes magnitudes de imperfección introducidas en el primer modo de pandeo, son las siguientes, (tabla, 5.2):

IMPERFECCIÓN	CARGA ÚLTIMA (N).
1mm	3432,312
0,5mm	3851,784
0,25mm	4177,6
0,1mm	4452,8
Sin imperfección	4800,36

*Tabla 5-2. Cargas últimas para diferentes magnitudes de imperfección. Primer modo de pandeo.*

Se observa una diferencia del 28,5%, entre la carga última obtenida con el empleo de una magnitud de imperfección de 1mm y la carga última obtenida en el análisis sin imperfecciones.

Entre la carga última relativa al empleo de una magnitud de imperfección de 1mm y la obtenida con el empleo de una magnitud de imperfección de 0,1mm se observa una diferencia del 23%.

#### 5.4.1.1.2 Segundo modo de pandeo.

El segundo modo de pandeo es muy semejante al primero. La diferencia estriba en que este modo es más simétrico que el anterior. En la figura 5.59, se puede apreciar el aspecto que presenta.

Al igual que en la primera forma de imperfección, el valor máximo y mínimo del segundo modo de pandeo poseen exactamente el mismo valor.

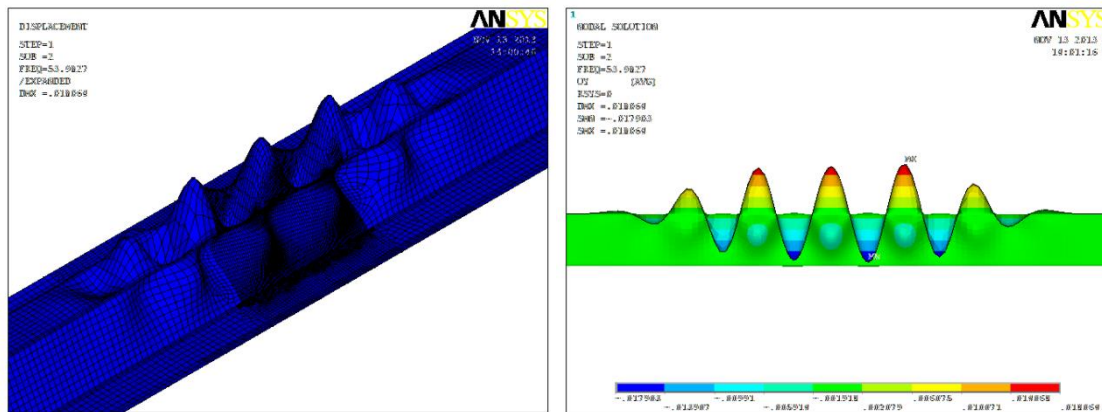


Figura 5.59. Segundo modo de pandeo. Flexión pura. Chapa sin embutición.

La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises para una magnitud de imperfección de 1mm, se puede observar en la siguiente figura.

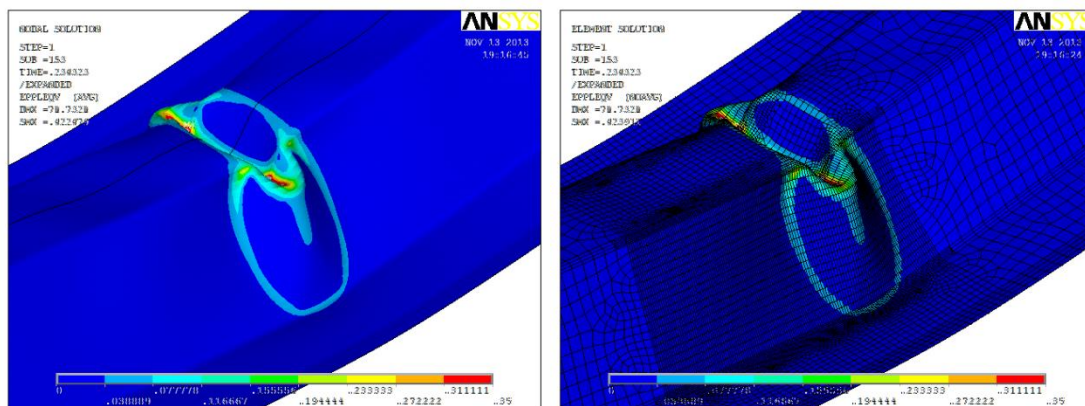


Figura 5.60. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Magnitud de imperfección 1mm. Segundo modo de pandeo.

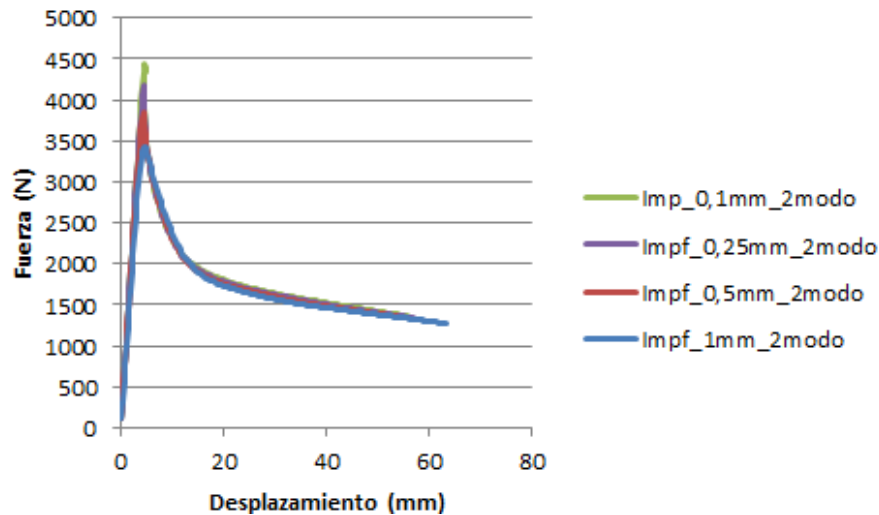
En la figura 5.60 se puede apreciar que la geometría del mecanismo de fallo no ha cambiado. Comparando las soluciones de la figura 5.60, con las obtenidas para el primer modo de pandeo y la misma magnitud de imperfección, (fig.5.28), se aprecia que son muy similares.

Como diferencia se observa que el patrón de colapso ha cambiado ligeramente de posición, respecto al obtenido con el primer con el primer modo.

Observando la primera y segunda forma de imperfección, (fig.5.56 y fig.5.59), se entiende que el patrón de colapso se desarrolla a partir de las semiondas de imperfección mayores.

Las relaciones carga-desplazamientos, correspondientes al segundo modo, y para las distintas magnitudes de imperfección introducidas se pueden apreciar en la figura 5.61.





*Figura 5.61. Relación carga- desplazamiento para distintas magnitudes de imperfección. Segundo modo de pandeo.*

Las cargas últimas alcanzaron los siguientes valores, (tabla, 5.3):

IMPERFECCIÓN	CARGA ÚLTIMA (N)
1mm	3413,26
0,5mm	3811,35
0,25mm	4165,67
0,1mm	4442,10

*Tabla 5-3. Cargas últimas para diferentes magnitudes de imperfección. Segundo modo de pandeo.*

Se observa que las cargas últimas están entre 2N y 5N, por debajo de las cargas últimas obtenidas para el primer modo. En principio las cargas del segundo modo deberían ser algo mayores que las del primero. Sin embargo estas diferencias se consideran despreciables.

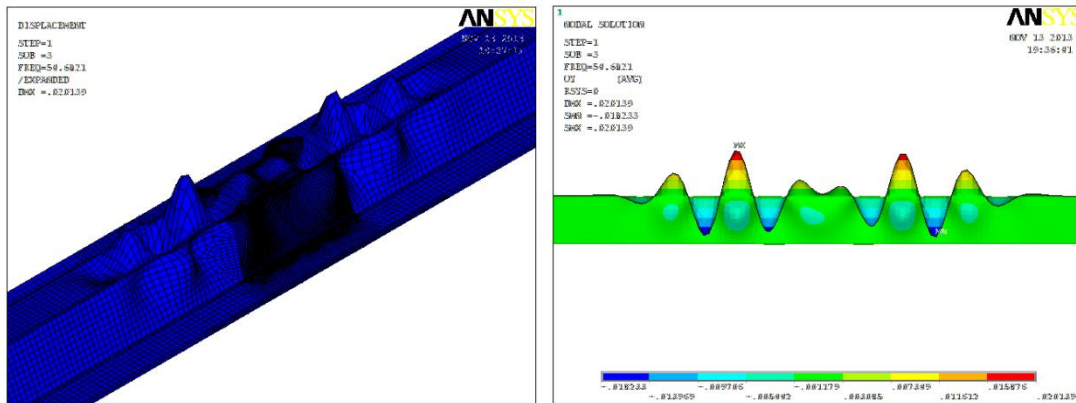
La diferencia de cargas últimas, con el empleo de una magnitud de imperfección de 1mm, y una magnitud de imperfección de 0,1mm, es igual a la obtenida con el primer modo de pandeo. Esto es, un 23%

Los patrones de colapso obtenidos, las relaciones carga-desplazamiento, y las cargas últimas obtenidas para el primer modo, y segundo modo son iguales.

#### 5.4.1.1.3 Tercer modo de pandeo.

Aunque presenta “cierta” simetría, el tercer modo arroja grandes diferencias formales con el primer y segundo modo, tal y como se puede apreciar en la figura 5.62. Se observa que dos pequeñas semiondas presiden el tramo central sometido a flexión pura.

De nuevo, y al igual que en los modos precedentes, el máximo y mínimo de la tercera forma de imperfección poseen el mismo valor.



**Figura 5.62. Tercera forma modal. Flexión pura. Chapa sin embutición.**

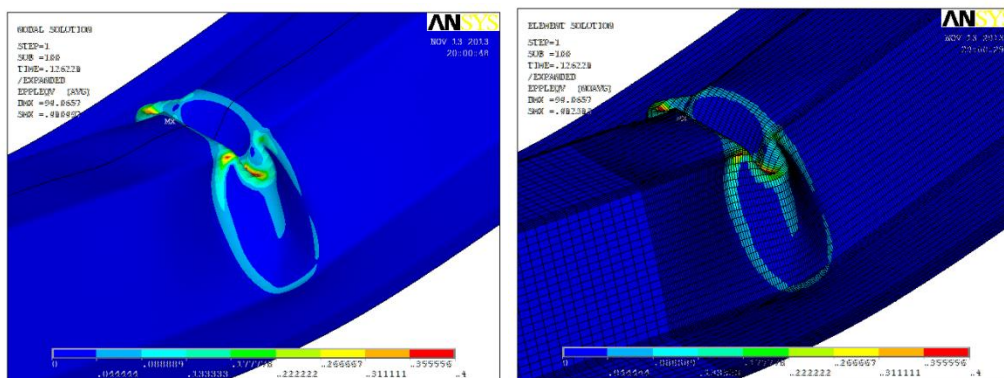
Teniendo en cuenta que el máximo y el mínimo de la tercera forma de imperfección se presentan en la zona donde la malla es más pobre, se procedió a extender la malla en todo el tramo central.

Con el fin de facilitar la conexión con los nodos de las áreas relativas a la introducción de la carga, donde el mallado es más grueso, (6mm, véase apartado 5.1.3.5, fig.5.14), la malla se generó con geometría regular.

El empleo de una malla libre generaba elementos triangulares en las áreas donde se aplicaba la carga, y se quería tener constancia de que el modelo era perfectamente simétrico.

El tipo de malla empleado sigue siendo el del modelo n°3, esto es, malla de 1mm en los radios de acuerdo, malla de 3mm en el tramo central, y malla de 6mm en el resto de los tramos.

La solución nodal y la solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises del tercer modo de pandeo, correspondientes a una magnitud de imperfección de 1mm, pueden observarse en la figura 5.63.



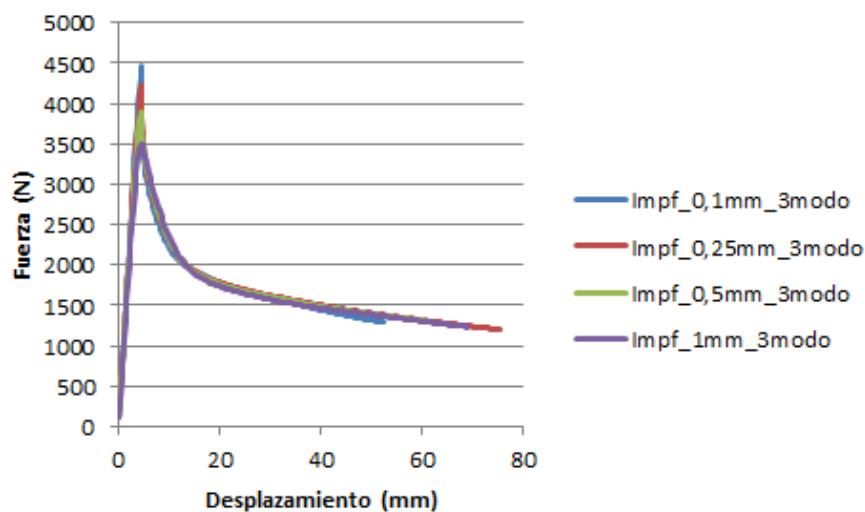
**Figura 5.63. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Magnitud de imperfección 1mm. Tercer modo de pandeo.**

En la figura 5.63 se puede apreciar como el mecanismo de fallo se ha desarrollado a partir de la semionda mayor de la tercera forma de imperfección, (véase fig.5.62).

En base a ello, el patrón de colapso ha cambiado de posición respecto a los mecanismos obtenidos con la primera y segunda forma de imperfección.

Aparte de esta diferencia, no se observan cambios en la geometría del mecanismo de fallo, que sigue siendo igual a la obtenida con el primer y segundo modo de pandeo. Las soluciones elementales se presentan semejantes para los tres primeros modos.

Las relaciones carga-desplazamientos obtenidas para las distintas magnitudes de imperfección inducidas al modelo con el empleo de la tercera forma de imperfección se pueden apreciar en la figura 5.64.



**Figura 5.64. Relación carga- desplazamiento para distintas magnitudes de imperfección. Tercer modo de modo de pandeo**

Las cargas últimas obtenidas, para las diferentes magnitudes de imperfección introducidas en el tercer modo de pandeo, son las siguientes, (tabla 5.4):

IMPERFECCIÓN	CARGA ÚLTIMA (N)
1mm	3517,39
0,5mm	3915,1
0,25mm	4236,65
0,1mm	4487,72

**Tabla 5-4. Cargas últimas para diferentes magnitudes de imperfección. Tercer modo de pandeo.**

En este caso todas las cargas últimas son superiores a las del primer modo de pandeo, aunque se observa la diferencia no es muy amplia. Si comparamos los valores de las cargas últimas obtenidas en el primer y tercer modo de pandeo, se puede apreciar que la máxima diferencia la encontramos para un magnitud de imperfección de 1mm, para la cual, el tercer modo de pandeo

devuelve una carga última un 2,3% mayor respecto a la obtenida con el empleo del primer modo de pandeo. Dicha diferencia se considera despreciable.

En la tabla 5.4, se observa una diferencia de un 21% entre las cargas últimas correspondientes a la máxima y mínima magnitud de imperfección empleada. Lo cual es un valor muy similar al obtenido con el primer y segundo modo.

De nuevo, la geometría del patrón de colapso, el comportamiento carga-desplazamiento, y los valores de las cargas últimas no han variado mucho.

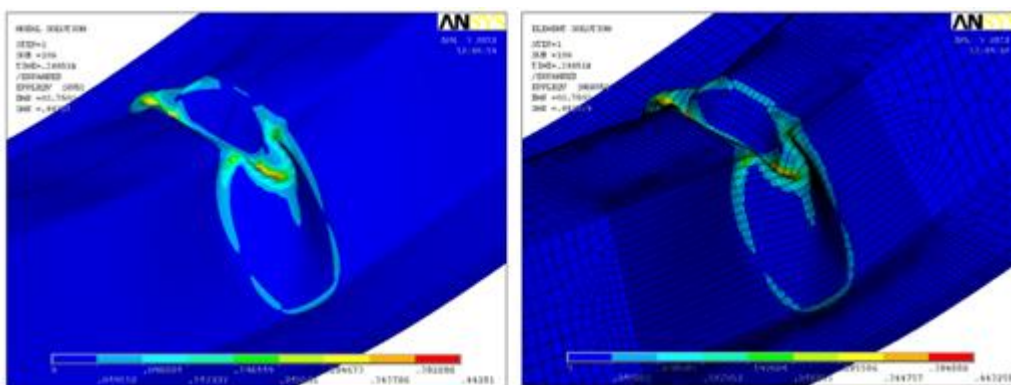
#### 5.4.1.2 Magnitudes de imperfección negativas.

Las imperfecciones en sentido opuesto al considerado se denominarán, en el presente trabajo, imperfecciones negativas, a fin de establecer una diferencia clara con las simulaciones ya realizadas.

En las simulaciones realizadas a compresión pura se observó que empleando el primer modo de pandeo, e induciendo magnitudes de imperfección negativas, se obtenía un patrón de colapso diferente, tal y como se podrá observar en el apartado 5.4.2. En base a ello, se procedió a verificar si a flexión pura positiva podía acontecer una situación similar.

El modo empleado en las presentes simulaciones es el primero. Estas simulaciones siguen en la línea de verificar que el patrón de colapso es estable.

La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises obtenida con el primer modo y una magnitud de imperfección negativa de 1mm, se puede observar en la figura 5.65.



**Figura 5.65. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Primer modo. Imperfección negativa de 1mm.**

De nuevo el patrón de colapso no ha variado. Las líneas plásticas obtenidas son visibles y no hay cambios aparentes.

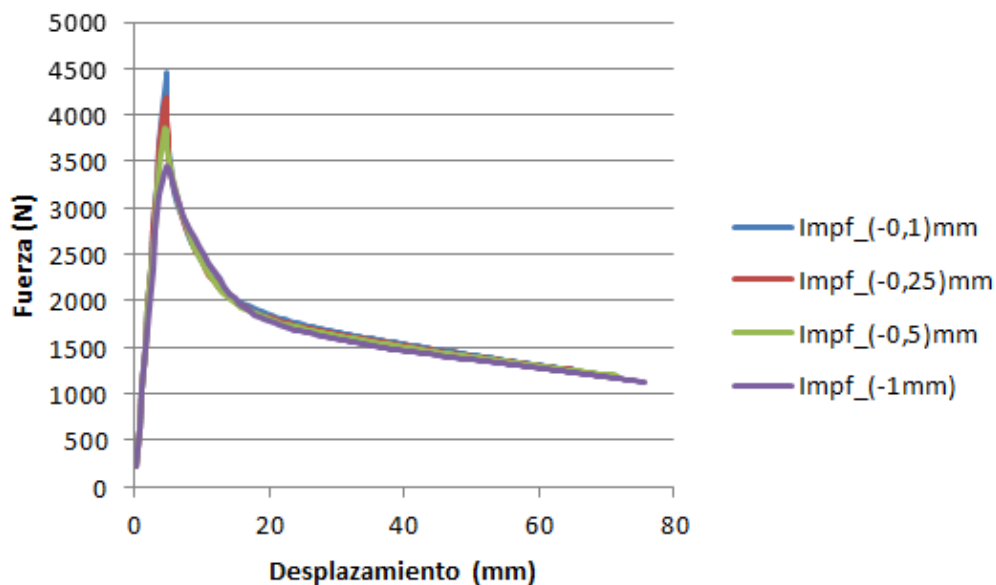
Las cargas últimas obtenidas, para el primer modo y con la introducción de imperfecciones negativas, son las siguientes, (tabla 5.5):

IMPERFECCIÓN	CARGA ÚLTIMA (N).
1mm	3445,61
0,5mm	3844,3
0,25mm	4173,2
0,1mm	4459,7

*Tabla 5-5. Cargas últimas con imperfecciones negativas. Primer modo de pandeo.*

Se observa que las cargas últimas rondan los mismos valores que los obtenidos en las simulaciones precedentes. Aunque presentan algunas variaciones, las diferencias son tan bajas que se consideran despreciables. De nuevo se observa una diferencia de un 23%, entre las cargas últimas correspondientes a la máxima y mínima magnitud de imperfección empleada-

La relación carga-desplazamiento para imperfecciones de 0,1mm, 0,25mm, 0,5mm y 1mm, en sentido opuesto al considerado, pueden apreciarse en la figura 5.66.



*Figura 5.66. Relación carga-desplazamiento. Imperfecciones negativas. Modelo n°3.*

A continuación se comparan las relaciones carga-desplazamientos obtenidas para el primer modo, con imperfecciones positivas e imperfecciones negativas. Dicha comparación permite determinar que estamos ante el mismo comportamiento, y por tanto, ante el mismo patrón de colapso.

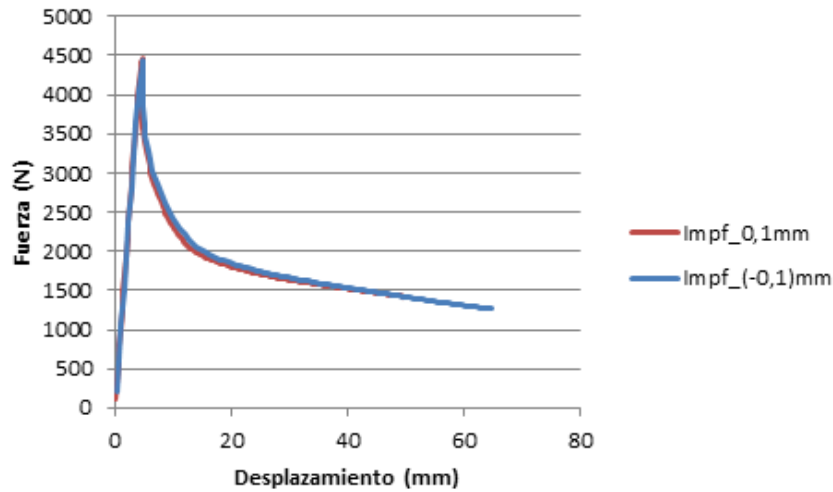


Figura 5.67. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva, (0,1mm), Vs Imperfección negativa, (-0,1mm).

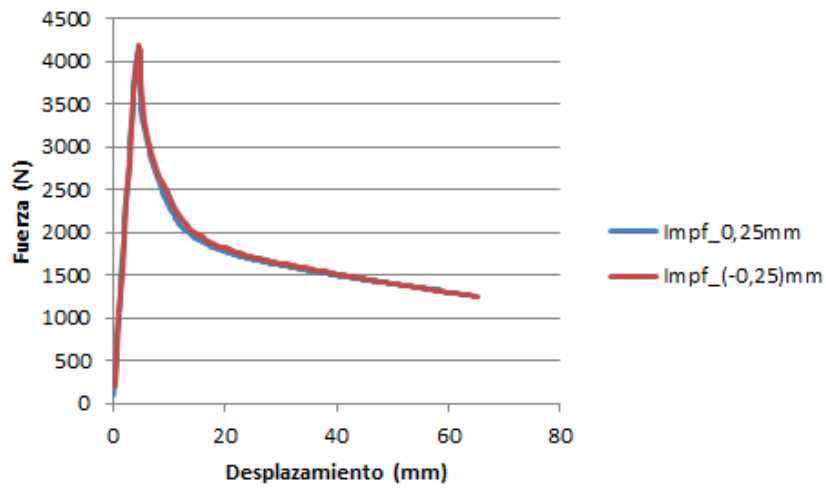


Figura 5.68. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva, (0,25mm), Vs. Imperfección negativa, (-0,25mm).

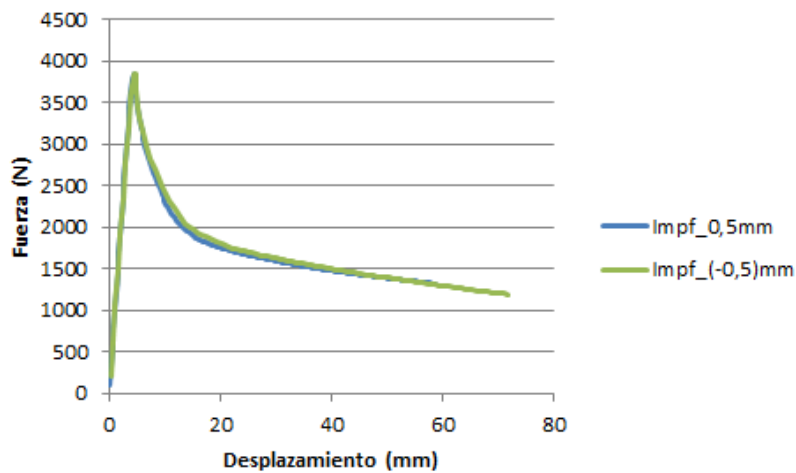
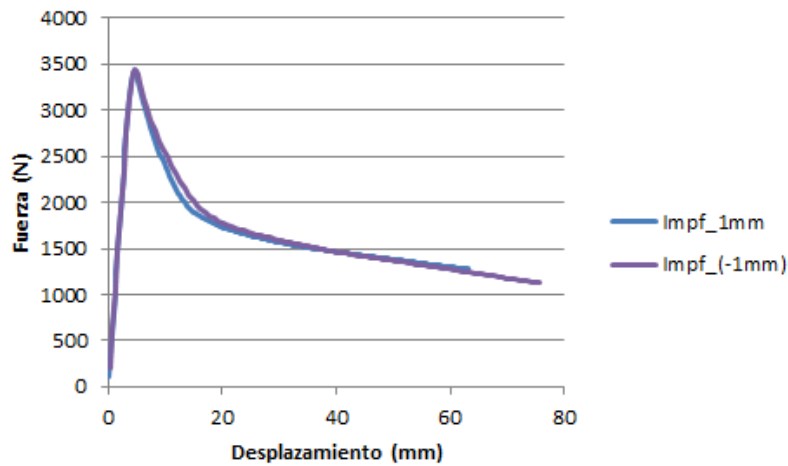


Figura 5.69. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva, (0,5mm), Vs. Imperfección negativa, (-0,5mm).



**Figura 5.70. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva, (1mm), Vs. Imperfección negativa, (-1mm).**

Exceptuando la gráfica para una magnitud de imperfección de 1mm y (-1) mm, en la que se puede apreciar que hay una pequeña diferencia en el primer tramo plástico, el resto de las gráficas son muy similares.

Se concluye que el patrón es estable, y que la introducción de imperfecciones en sentidos opuestos no altera el aspecto formal del patrón.

#### 5.4.1.3 Conclusiones.

La cercanía observada en los valores propios de los modos de pandeo llevó al análisis de los tres primeros modos con el fin de verificar si el empleo de diferentes formas y magnitudes de imperfección podían desencadenar patrones de colapso diferentes.

Los resultados obtenidos permiten determinar que solamente un mecanismo de fallo es posible a flexión pura positiva, al haber obtenido en todos los casos el mismo patrón y un similar comportamiento carga-desplazamiento. Las diferencias observadas entre las cargas últimas para los distintos modos y las distintas magnitudes de imperfección, eran tan bajas, que se consideran despreciables. Se concluye por tanto que ante una sollicitación de flexión pura positiva el mecanismo plástico que se obtiene es siempre el mismo, y que es el dominante.

Dado que en las simulaciones a compresión pura se observó que la apariencia formal del patrón de colapso cambiaba en función del sentido de la magnitud de imperfección inducida al modelo, se procedió a verificar si con la sollicitación de flexión pura positiva sucedía lo mismo. Empleando el primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección negativas, se observó que el patrón de colapso, la relación carga-desplazamiento, y las cargas últimas, eran muy similares a las obtenidas con el empleo del mismo modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas.

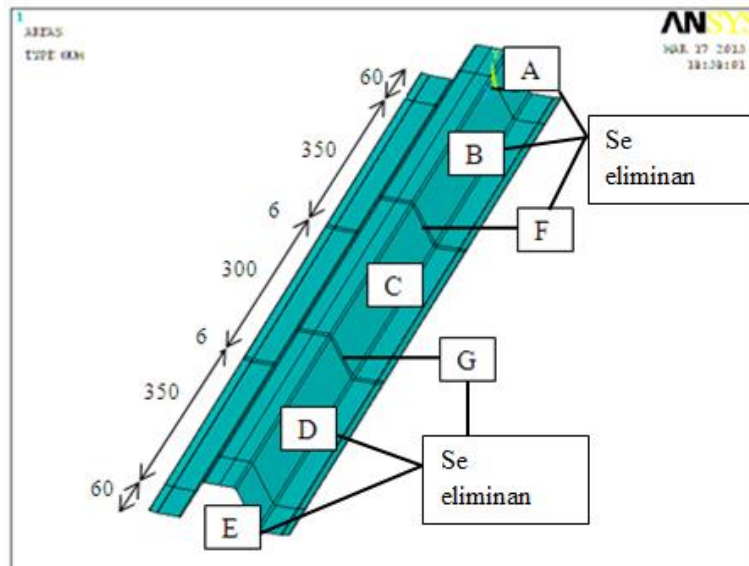
Se concluyó, otra vez, que el patrón de colapso es estable, y que a mayores es el dominante. Dicho patrón será geometrizado y analizado mediante la TGLP.

## 5.4.2 Compresión pura.

### 5.4.2.1 Modelos empleados.

El modelo de compresión se genera eliminando los tramos, A, B, D, E, F y G, del modelo genérico, e imponiendo las condiciones de contorno pertinentes. La longitud del modelo es, por tanto, de 300mm.

En la figura 5.71, se presenta el modelo genérico con las zonas eliminadas para una mejor compresión.



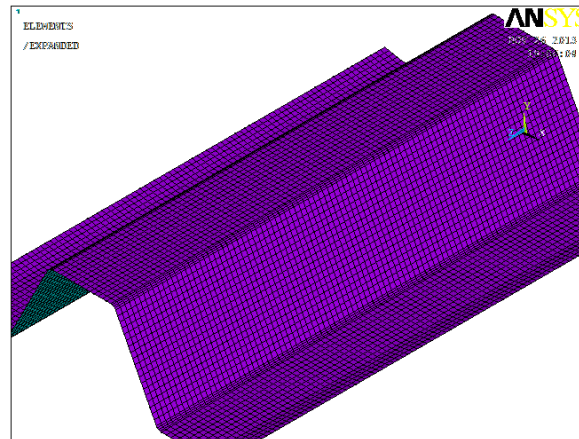
**Figura 5.71. Longitud del tramo solicitado a compresión pura.**

Recordemos que a compresión pura se emplean dos tipos de modelos:

- Modelo nº1: Malla de 3x3mm.
- Modelo nº2: Malla relativa al modelo nº5.

La malla relativa al modelo nº1 se genera con tamaños de elementos finitos de 3x3mm en toda la longitud del perfil, (fig.5.72). El objetivo de este modelo es realizar un estudio de sensibilidad a la forma y magnitud de imperfección que no conlleve un coste computacional elevado, y que permita determinar el modo de pandeo y el patrón de colapso dominante.





**Figura 5.72. Malla modelo n°1. Compresión pura.**

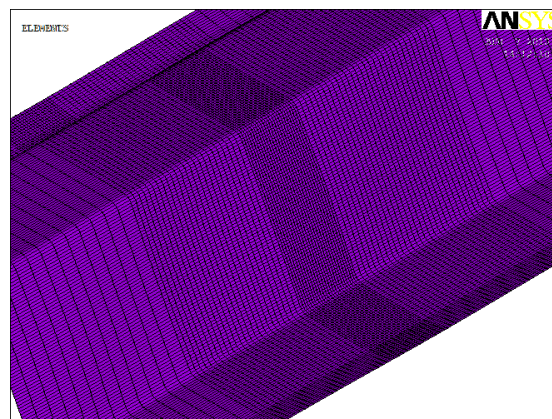
Una vez alcanzados los objetivos se emplea el modelo n°2 por dos razones. La primera, obtener cargas últimas y curvas de comportamiento más refinadas. La segunda, validar la malla que se emplea en el modelo del perfil con embutición.

Para la malla del modelo n°2 se emplea la relativa al modelo n°5, (apartado 5.2.6). Dicho modelo presentaba dos zonas más, (H, I), en el tramo central C, emulando la malla de la chapa con embutición, (ver figura 5.33). Dicha malla se emplea también el modelo de compresión, la cual consta de:

- a) Malla de 1mm en el tramo central I.
- b) Malla de 2mm en los tramos H, adyacentes al tramo central I.
- c) Malla de 6mm en el resto de los tramos.

La malla de 1mm en el tramo central conlleva la generación de 6 elementos finitos en los radios de acuerdo en todos los tramos.

En la figura 5.73, se puede apreciar la malla empleada.



**Figura 5.73. Malla modelo n°2. Compresión pura.**

#### 5.4.2.1.1 Condiciones de contorno.

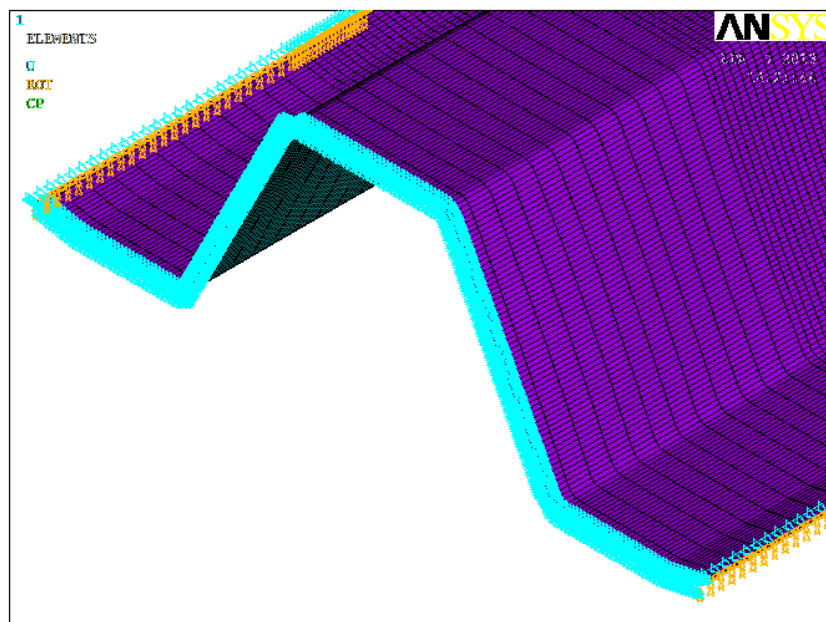
En ambos modelos se imponen las siguientes condiciones de contorno:

- Desplazamientos impedidos en X, Y, Z, en un extremo de la pieza.
- Desplazamientos impedidos en X, Y, y desplazamiento impuesto de 10mm en Z, en el extremo opuesto de la pieza.
- Condiciones de simetría en los bordes longitudinales de la pieza. Esto es, desplazamiento impedido en X, y giros impedidos en Y y Z.

El modelo n°1 se genera con media onda de perfil. En los extremos del perfil se generan dos tramos de 70mm a los que se les asigna un material sin capacidad de comportamiento plástico, con el fin de evitar posibles plastificaciones locales a causa de las condiciones de contorno simplificadas que se imponen.

El modelo n°2 se plantea con la onda completa. En los extremos no se emplea un material sin capacidad de comportamiento plástico. Con ello se pretende verificar que los tramos generados en el modelo anterior no interfieren en la formación del patrón de colapso, dada la escasa longitud total que posee el modelo.

En la figura 5.74 se pueden apreciar las condiciones de contorno impuestas en ambos modelos.



**Figura 5.74. Condiciones de contorno del modelo solicitado a compresión pura.**

### 5.4.2.2 Modelo nº1. Malla de 3x3mm.

#### 5.4.2.3 Análisis de los modos de pandeo.

Los valores propios obtenidos para los diez primeros modos de pandeo eran los siguientes:

MODO	VALOR PROPIO	MODO	VALOR PROPIO
MODO 1	0,21684	MODO 6	0,26491
MODO 2	0,22058	MODO 7	0,28624
MODO 3	0,22833	MODO 8	0,32081
MODO 4	0,23506	MODO 9	0,34081
MODO 5	0,25737	MODO 10	0,36055

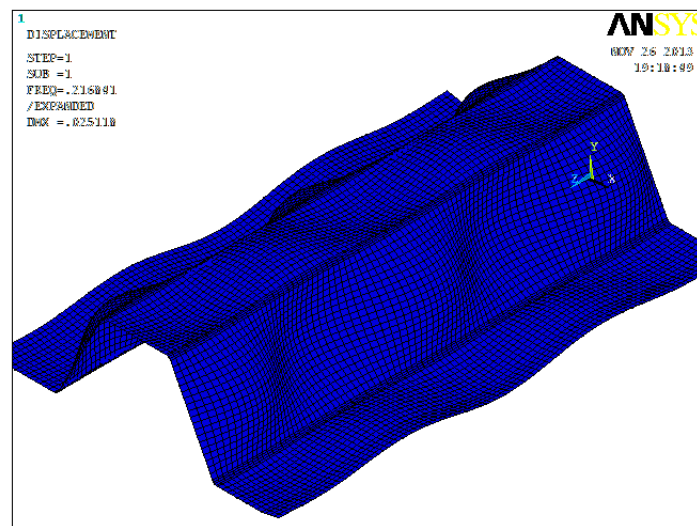
*Tabla 5-6. Tabla de los diez primeros modos de pandeo.*

Se observa que de nuevo, los valores propios de los primeros modos están muy cercanos. Ello conlleva el análisis de los tres primeros modos de pandeo con magnitudes de imperfección de 0,1mm, 0,25mm, 0,5mm y 1mm, para determinar si realmente estamos ante un mismo modo de fallo, o nos encontramos ante un patrón de colapso inestable que cambia de geometría en función de la forma de la imperfección empleada.

En todas las simulaciones se empleó el Método de Newton-Raphson. Todas las simulaciones alcanzaron la convergencia para niveles de plastificación altos.

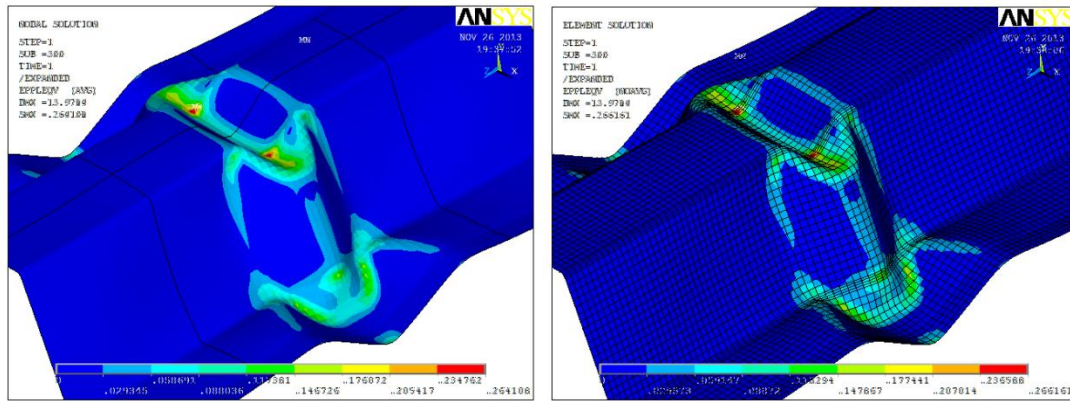
#### 5.4.2.3.1 Primer modo de pandeo.

El primer modo de pandeo presenta simetría, tal y como puede apreciarse en la figura 5.75.



*Figura 5.75. Primer modo de pandeo. Compresión pura.*

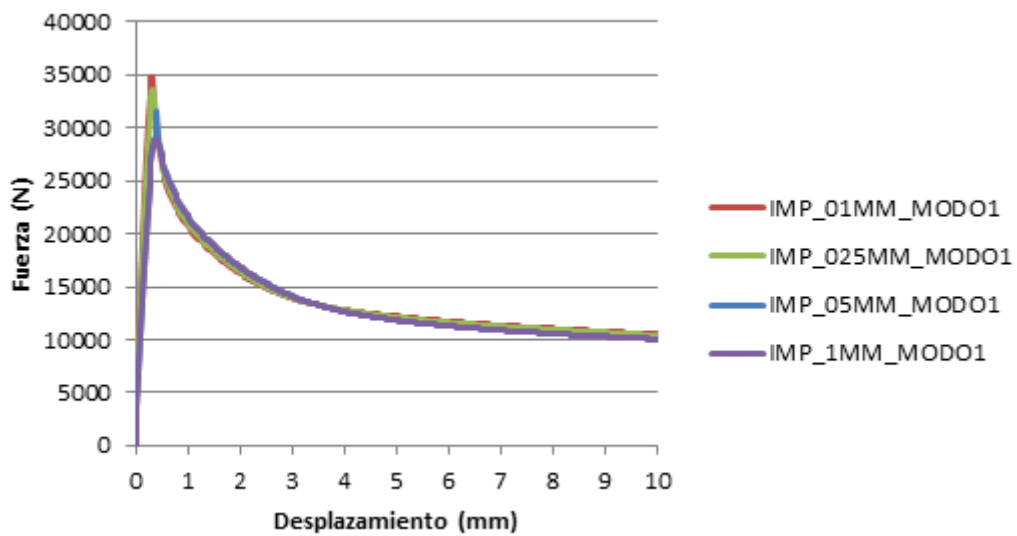
La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, correspondiente a una magnitud de imperfección de 1mm, puede apreciarse en la figura 5.76.



**Figura 5.76. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Magnitud de imperfección Imm. Primer modo de pandeo. Modelo n°1.**

En la figura 5.76 se aprecia que entre ambas soluciones apenas hay diferencias. Las líneas plásticas, así como la geometría del patrón de colapso, son claramente visibles.

Las relaciones carga-desplazamientos obtenidas con las distintas magnitudes de imperfección empleadas se presentan en la figura 5.77.



**Figura 5.77. Relación carga-desplazamiento con diferentes magnitudes de imperfección. Compresión pura. Primer modo de pandeo. Modelo n°1.**

La relación carga-desplazamiento parece razonable. A medida que la magnitud de imperfección es mayor, la carga última es menor. El comportamiento plástico para todas las magnitudes de imperfección es semejante.

Los valores de las cargas últimas obtenidas, para las distintas imperfecciones, pueden apreciarse en la siguiente tabla.

IMPERFECCIÓN	CARGA ÚLTIMA (N).
1mm	28979,8
0,5mm	31480
0,25mm	33543,4
0,1mm	34801

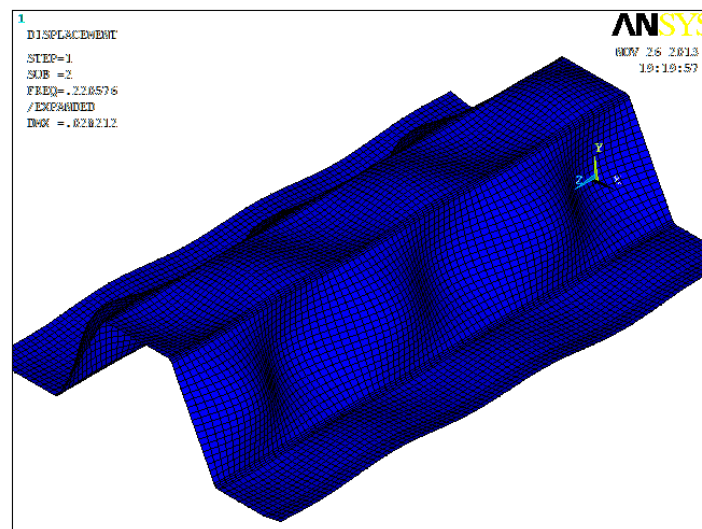
*Tabla 5-7. Valores de las cargas últimas. Compresión pura. Primer modo de pandeo. Modelo n°1.*

Se observa que la carga última relativa a una magnitud de imperfección de 0,1mm es un 16,7% mayor respecto a la carga última obtenida con una magnitud de imperfección de 1mm.

#### 5.4.2.3.2 Segundo modo de pandeo.

El segundo modo de pandeo, (fig.5.78), no presenta simetría como el primer modo, (fig.5.75).

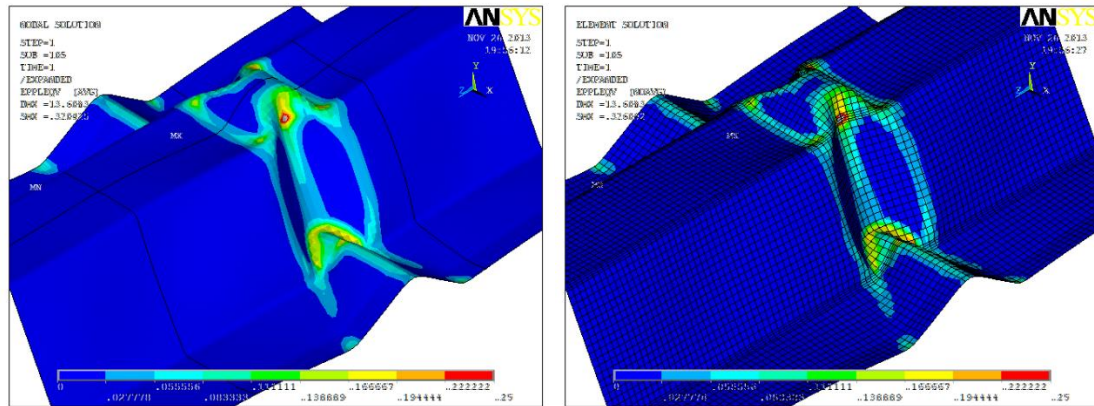
A mayores, en la figura 5.78, se puede observar que el número de semiondas es mayor respecto al primer modo de pandeo, y que en la zona central del modelo se produce un cambio en el sentido en las semiondas.



*Figura 5.78. Segundo modo de pandeo. Compresión pura.*

La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, correspondientes al segundo modo de pandeo y para una magnitud de imperfección de 1mm, se presenta en la figura 5.79.

En dicha figura, (fig.5.79), se puede apreciar que el mecanismo de fallo obtenido con el empleo del segundo modo de pandeo presenta una geometría diferente a la obtenida con el primer modo de pandeo. Por otro lado, el patrón no se ubica en el centro del perfil.

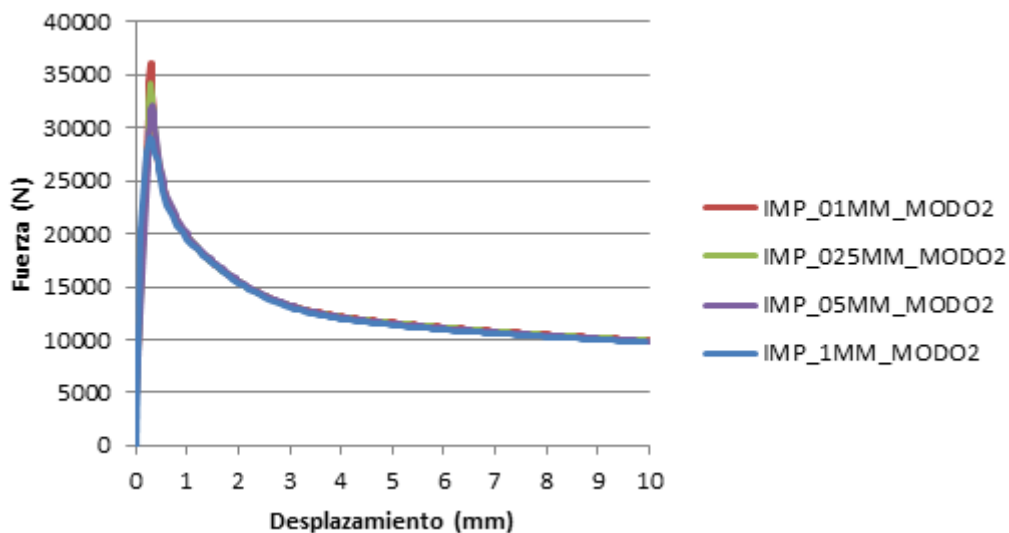


**Figura 5.79. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Magnitud de imperfección 1mm. Segundo modo de pandeo. Modelo n°1.**

Realizando una comparativa detenida entre los mecanismos de fallo obtenidos con las dos primeras formas de imperfección, (fig.5.76 y fig.5.79), se aprecia que los elementos de sección de un patrón parecen tomar deformaciones inversas a las del otro patrón.

El mecanismo de fallo presentado en la figura 5.79 se obtuvo con todas las magnitudes de imperfección empleadas.

En la figura 5.80 se presentan las relaciones carga-desplazamientos obtenidas con el empleo del segundo modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección.



**Figura 5.80. Relación carga-desplazamiento con diferentes magnitudes de imperfección. Compresión pura. Segundo modo de pandeo. Modelo n°1.**

A pesar de las diferencias geométricas que presentan los mecanismos de fallo obtenidos con las dos primeras formas de imperfección, las gráficas de la figura 5.80, parecen reflejar un comportamiento muy similar al obtenido con el empleo del primer modo de pandeo.

En la tabla 5.8, se presentan las cargas últimas obtenidas con el empleo del segundo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección.

<b>IMPERFECCIÓN</b>	<b>CARGA ÚLTIMA (N).</b>
1mm	29057,6
0,5mm	32033
0,25mm	34225,2
0,1mm	36063,8

*Tabla 5-8. Valores de las cargas últimas. Compresión pura. Segundo modo de pandeo. Modelo n°1.*

Se observa que la carga última relativa a una magnitud de imperfección de 0,1mm es un 19,4% mayor respecto a la carga última obtenida con una magnitud de imperfección de 1mm.

La diferencia entre las cargas últimas alcanzadas con el empleo del primer y segundo modo, en función de la magnitud de imperfección inducida al modelo, se presentan en la tabla 5.9.

En dicha tabla se puede apreciar que las cargas últimas obtenidas con el segundo modo de pandeo son ligeramente mayores respecto a las obtenidas con el primer modo de pandeo.

<b>CARGAS ÚLTIMAS (N).</b>			
<b>Imperfección</b>	<b>Primer modo</b>	<b>Segundo modo</b>	<b>Diferencia (%)</b>
1mm	28979,8	29057,6	0,27
0,5mm	31480	32033	1,76
0,25mm	33543,4	34225,2	2,03
0,1mm	34801	36063,8	3,63

*Tabla 5-9. Diferencia de valor de las cargas últimas, entre el primer y segundo modo, en función de la magnitud de imperfección introducida.*

El hecho de que las cargas últimas obtenidas con el segundo modo de pandeo sean algo superiores resulta razonable, aunque la diferencia se podría considerar despreciable.

Esta diferencia tan baja entre los valores de las cargas últimas de la tabla 5.9, puede ser debida a la cercanía que presentan los valores propios de las primeras formas de imperfección.

A la vista de los resultados obtenidos con el empleo del primer y segundo modo de pandeo:

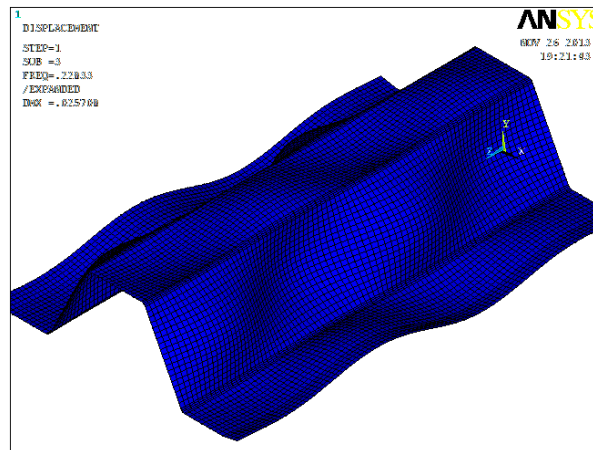
- Patrones de colapso que presentan deformaciones en los elementos de sección que asemejan desarrollarse en sentidos opuestos.
- Cargas últimas muy similares.
- Curvas de comportamiento que parecen, también, muy similares.

Se puede intuir que nos encontramos ante patrones colapso de inversos.

### 5.4.2.3.3 Tercer modo de pandeo.

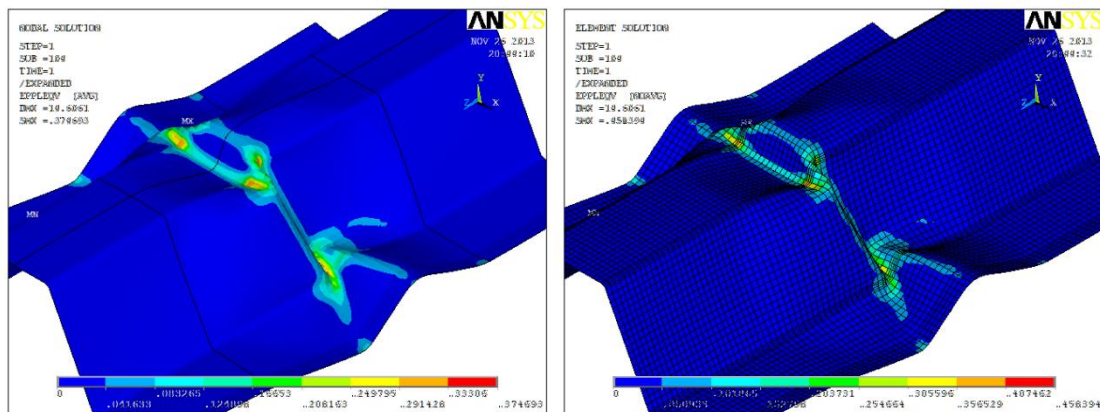
El tercer modo de pandeo no presenta simetría, (fig.5.81).

En relación a los dos primeros modos de pandeo se observa que el número de semiondas es menor. Por otro lado, al igual que en la segunda forma de imperfección, las semiondas cambian de sentido en la zona central del modelo.



*Figura 5.81. Tercer modo de pandeo. Compresión pura*

La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas Von Mises, para una magnitud de imperfección de 1mm, puede apreciarse en la figura 5.82.



*Figura 5.82. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Imperfección 1mm. Tercer modo de pandeo. Modelo n°1.*

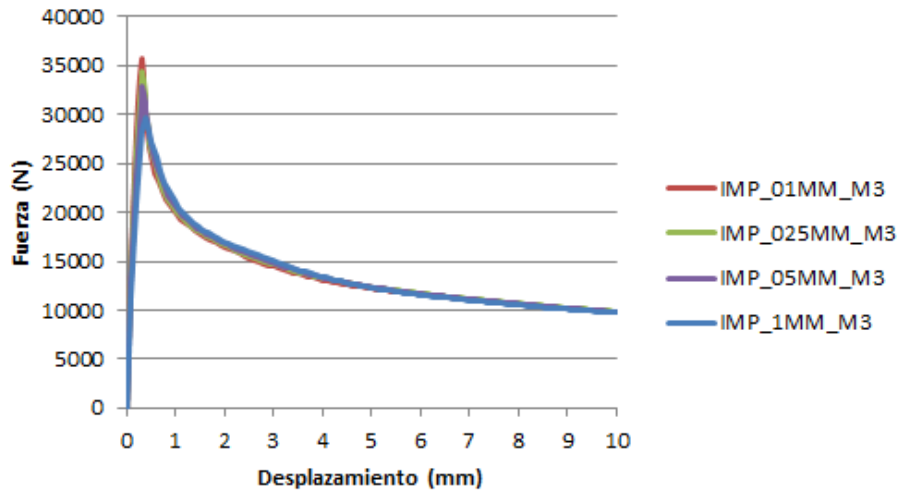
El mecanismo de fallo obtenido con el empleo del tercer modo de pandeo parece presentar una geometría intermedia entre el primer y el segundo modo de pandeo.

El ala inferior presenta deformaciones similares a las obtenidas con el empleo del segundo de modo de pandeo, y el alma, al igual que el ala superior, presenta plastificaciones a medio camino entre las dos primeras formas de imperfección.



El patrón de colapso parece haberse formado a partir del punto en el que las semiondas de la tercera forma de imperfección cambian de sentido.

En la figura 5.83 se presentan las relaciones carga-desplazamientos obtenidas con el empleo del tercer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección.



**Figura 5.83. Relación carga-desplazamiento con diferentes magnitudes de imperfección. Compresión pura. Tercer modo de pandeo. Modelo n°1.**

Si se comparan las curvas obtenidas con el empleo del tercer modo de pandeo, con las obtenidas con las dos primeras formas de imperfección, se pueden observar semejanzas en los valores de las cargas últimas y el tramo final de la rama plástica.

Una comparativa algo más detenida permite apreciar que la curva post-colapso de la figura 5.83 presenta menos concavidad en el primer tramo, que las curvas post-colapso obtenidas con los dos primeros modos de pandeo, (fig.5.77 y fig.5.80). Ello implica un comportamiento plástico relativamente mejor.

Las cargas últimas obtenidas, con el empleo del tercer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección, se presentan en la tabla 5.10.

IMPERFECCIÓN	CARGA ÚLTIMA (N).
1mm	29729
0,5mm	32778
0,25mm	34451,6
0,1mm	36070

**Tabla 5-10. Valores de las cargas últimas. Compresión pura. Tercer modo de pandeo.**

Se observa que la carga última relativa a una magnitud de imperfección de 0,1mm es un 17,6% mayor respecto a la carga última obtenida con una magnitud de imperfección de 1mm.

En la tabla 5.11 se realiza una comparativa entre los valores de las cargas últimas obtenidos con el empleo del segundo y del tercer modo, en función de la magnitud de imperfección inducida al modelo.

<b>CARGAS ÚLTIMAS (N).</b>			
<b>Imperfección</b>	<b>Segundo modo</b>	<b>Tercer modo</b>	<b>Diferencia (%)</b>
1mm	29057,6	29729	2,31
0,5mm	32033	32778	2,33
0,25mm	34225,2	34451,6	0,66
0,1mm	36063,8	36070	0,02

**Tabla 5-11. Diferencia de valor entre las cargas últimas obtenidas con el segundo y el tercer modo de pandeo en función de la magnitud de imperfección inducida al modelo.**

En la tabla 5.11 se observa que las cargas últimas obtenidas con el empleo del tercer modo de pandeo son ligeramente superiores a las obtenidas con el empleo del segundo modo de pandeo.

Teniendo en cuenta que a su vez, las cargas últimas relativas a la segunda forma de imperfección, son ligeramente superiores a las obtenidas con la primera forma de imperfección, se podría decir que el primer modo de pandeo es el dominante, por resultar en cargas últimas más bajas.

El patrón de colapso relativo al primer modo de pandeo es el esperado, y por tanto este será el analizado con el empleo del modelo n°2, cuya malla es algo más fina que la empleada en este estudio de sensibilidad a la forma y magnitud de imperfección.

#### **5.4.2.4 Modelo n°2. Malla de 1mm, 2mm y 6mm.**

Las características del modelo n°2 han sido ya presentadas en el apartado 5.4.2.1.

En base a ello, se procede a continuación al análisis del primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección con el empleo de este modelo.

##### **5.4.2.4.1 Primer modo de pandeo.**

El primer modo de pandeo se muestra en la figura 5.84. Se observa que presenta simetría, y que se asemeja a la primera forma de imperfección del modelo n°1, (fig.5.75), lo cual es razonable.

La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, correspondiente a una magnitud de imperfección de 1mm, puede apreciarse en la figura 5.85.

El patrón de colapso de la figura 5.85, presenta la misma geometría que el obtenido con el empleo del modelo n°1, (fig.5.76).

Las líneas plásticas, y la geometría del mecanismo de fallo, son claramente visibles.

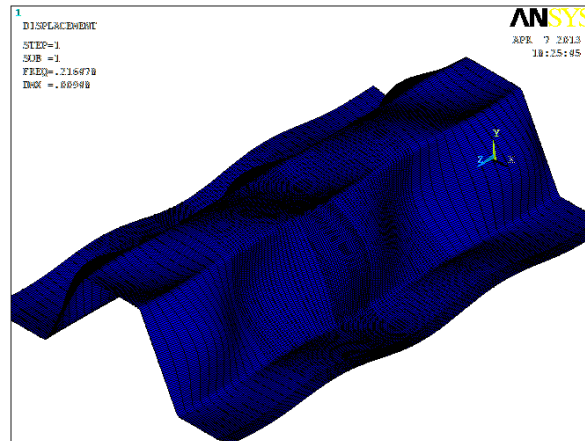


Figura 5.84. Primer modo de pandeo. Compresión pura.

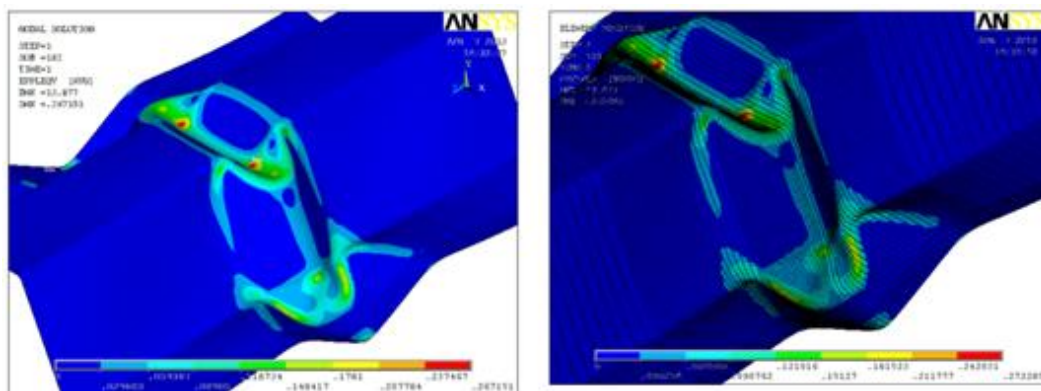


Figura 5.85. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Magnitud de imperfección 1mm. Primer modo de pandeo

Las relaciones carga-desplazamiento obtenidas con el empleo del primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección, se presentan en la figura 5.86.

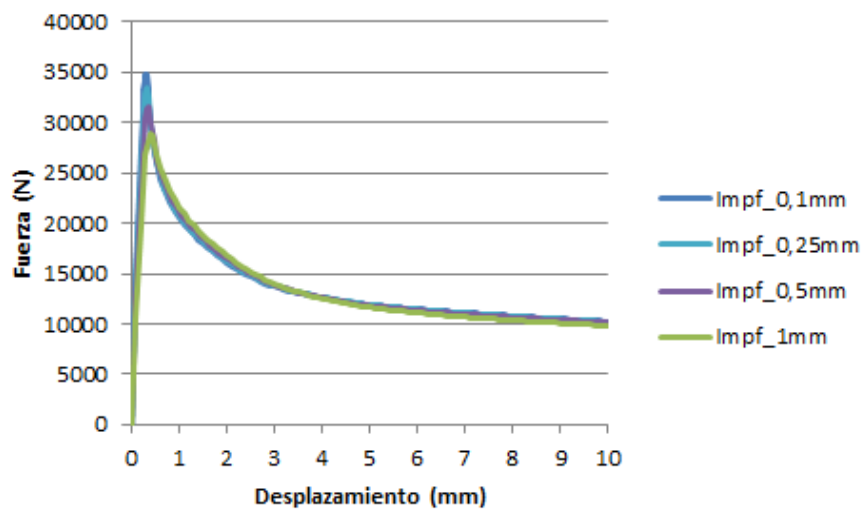


Figura 5.86. Relación carga-desplazamiento con diferentes magnitudes de imperfección. Compresión pura. Primer modo de pandeo.

Visualmente, las curvas de comportamiento obtenidas con el empleo del modelo n°2 presentan semejanza con las obtenidas con el modelo n°1. Las cargas últimas parecen alcanzar valores semejantes, y las ramas post-colapso presentan también trazados semejantes.

Los valores de las cargas últimas obtenidas con el empleo del primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección, relativas al modelo n°2, se presentan en la tabla 5.12

IMPERFECCIÓN	CARGA ÚLTIMA, (N).
1mm	28816,1
0,5mm	31568,8
0,25mm	33463,4
0,1mm	34843,1

*Tabla 5-12. Valores de las cargas últimas para distintas magnitudes de imperfección. Compresión pura. Primer modo de pandeo.*

Se observa que la carga última relativa a una magnitud de imperfección de 0,1mm es un 17,3% mayor respecto a la carga última obtenida con una magnitud de imperfección de 1mm.

En la tabla 5.13 se realiza una comparativa entre las cargas últimas obtenidas con el empleo del modelo n°1 y el modelo n°2.

CARGAS ÚLTIMAS (N).			
Imperfección	Modelo n°2	Modelo n°1	Diferencia (%)
1mm	28816,1	28979,8	-0,56
0,5mm	31568,8	31480	0,28
0,25mm	33463,4	33543,4	-0,23
0,1mm	34843,1	34801	0,12

*Tabla 5-13. Diferencia de valor entre las cargas últimas obtenidas con el modelo n°1 y el modelo n°2 en función de la magnitud de imperfección inducida. Primer modo de pandeo.*

En base a los resultados mostrados en la tabla 5.13, se puede decir que no hay diferencias apreciables entre los valores de las cargas últimas obtenidas con el empleo del modelo n°1 y del modelo n°2.

En las siguientes figuras, (fig.5.87 a la fig.5.90), se comparan las relaciones carga-desplazamiento obtenidas con el empleo del modelo n°1 y del modelo n°2, en función de la magnitud de imperfección inducida.

En dichas figuras se puede apreciar que apenas hay diferencias entre las curvas de comportamiento obtenidas con el modelo n°1 y el modelo n°2. En base a ello, se puede afirmar que la malla del modelo n°1, (3x3mm), es adecuada para simular el comportamiento del perfil sin embutición. A mayores, se considera que la malla que se emplea para simular el comportamiento del perfil con embutición queda validada, (modelo n°2, malla de 1mm, 2mm y 6mm).

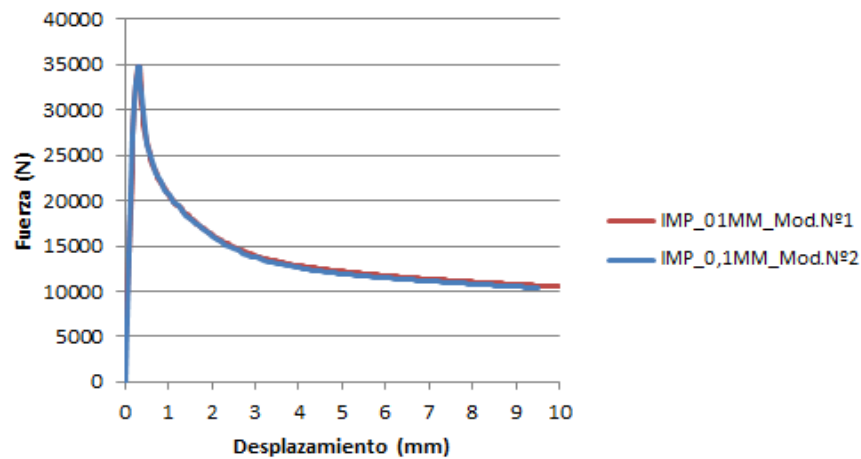


Figura 5.87. Comparativa Modelo n°1 con Modelo n°2. Relación carga-desplazamiento. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección 0,1mm.

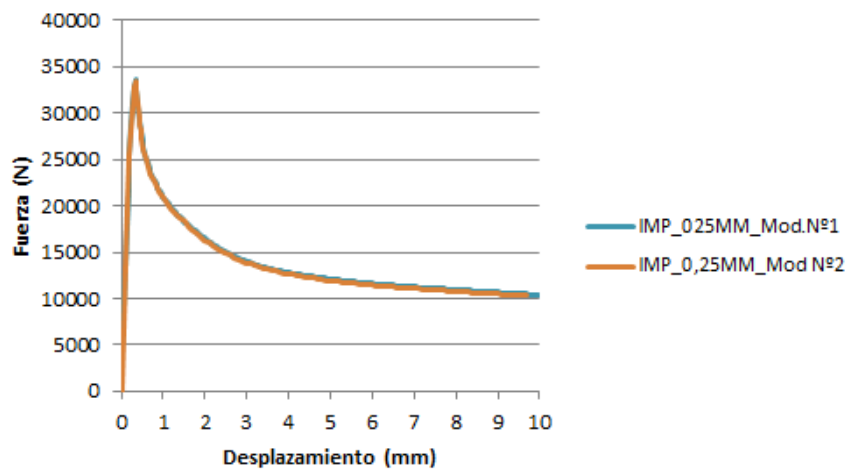


Figura 5.88. Comparativa Modelo n°1 con Modelo n°2. Relación carga-desplazamiento. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección 0,25mm.

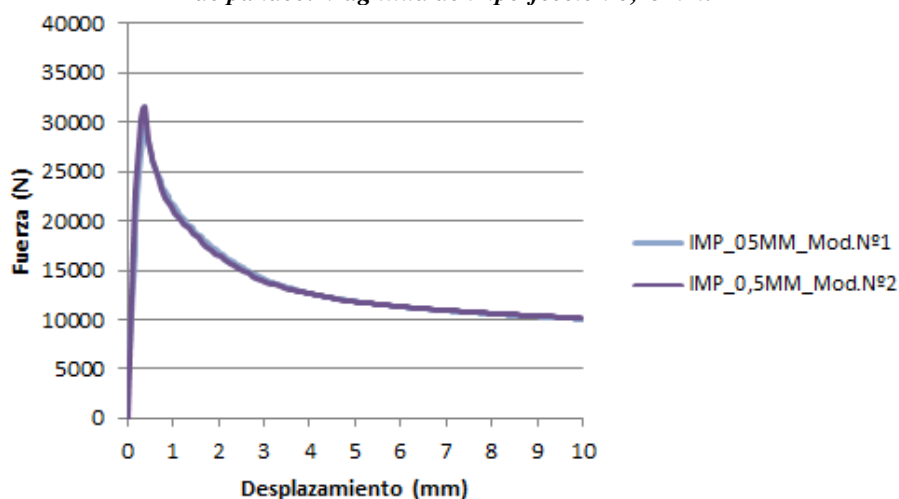
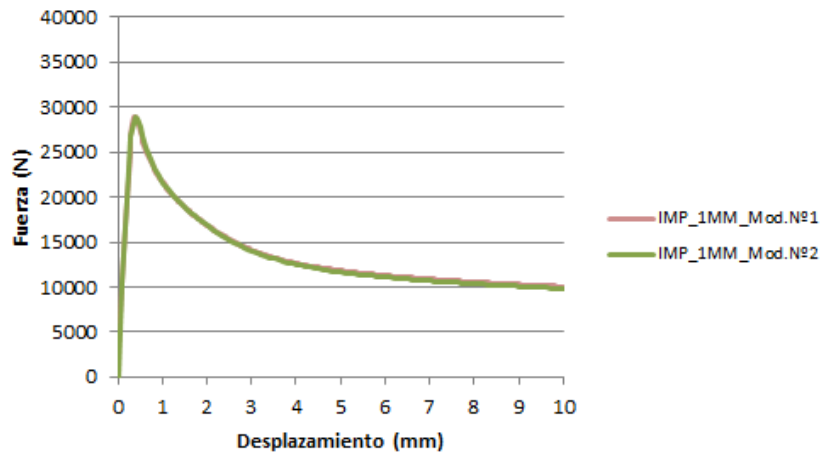


Figura 5.89. Comparativa Modelo n°1 con Modelo n°2. Relación carga-desplazamiento. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección 0,5mm.



*Figura 5.90. Comparativa Modelo n°1 con Modelo n°2. Relación carga-desplazamiento. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección 1mm*

#### 5.4.2.4.2 Magnitudes de imperfección negativas.

En las simulaciones realizadas con el modelo n°1, se observó que con el empleo del segundo modo de pandeo se obtenía un mecanismo de fallo que asemejaba ser el inverso del obtenido con el primer modo de pandeo.

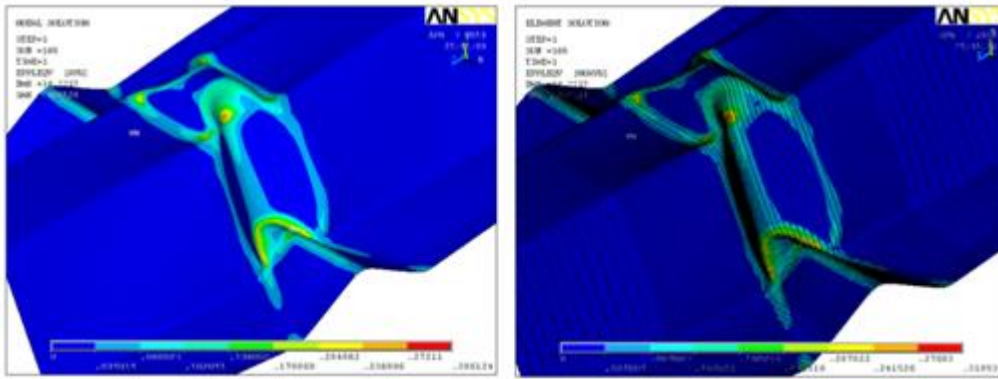
En base a ello, se procede en este apartado a emplear el primer modo de pandeo e inducir magnitudes de imperfección negativas.

Con ello se pretende verificar si el acontecimiento de un patrón inverso es posible con el empleo de la primera forma de imperfección, y si ello puede provocar una variación en el valor de las cargas últimas o en comportamiento global del perfil.

Dadas la cercanía que presentan los valores propios de las primeras formas de imperfección, resulta factible que el desarrollo de un patrón u otro pueda acontecer. Por otro lado, resulta interesante determinar si nos encontramos ante patrones de geometrías inversas, y si ello afecta, o tiene relevancia, en el comportamiento del perfil.

El modelo empleado para estas simulaciones es el modelo n°2. Se emplea por tanto la malla más fina.

La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises obtenidas para una magnitud de imperfección negativa de 1mm se presenta en la figura 5.91.



**Figura 5.91. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Compresión pura. Imperfección negativa Imm.**

Si se compara el patrón de la figura 5.91, con el mecanismo de fallo obtenido con el empleo del segundo modo de pandeo y el modelo n°1, (fig.5.79), se observa que ambos patrones presentan la misma geometría.

La diferencia únicamente estriba en la posición de la rótula, que en este caso se presenta en el centro del modelo, (fig.5.91).

En base a ello, el perfil es susceptible de desarrollar este tipo de patrón. Se entiende que el acontecimiento de uno u otro será dependiente del sentido y de la magnitud de imperfección que pueda poseer el perfil.

Si se procede a comparar la geometría de este patrón, (fig.5.91), con la obtenida con el empleo del primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección “positivas”, (fig.5.85), se observa que las deformaciones en los elementos de sección acontecen en sentido inverso.

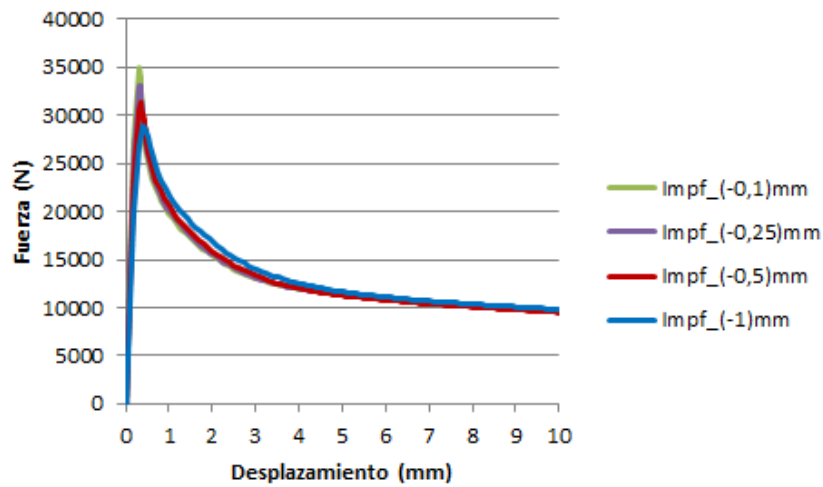
En el **patrón de colapso desencadenado con imperfecciones positivas** se observan los siguientes desplazamientos en los distintos elementos de sección:

- a) Ala superior: Desplazamiento hacia “abajo”.
- b) Almas: Desplazamiento hacia “afuera”.
- c) Alas inferiores: Desplazamiento hacia “abajo”.

En el **patrón de colapso desencadenado con imperfecciones negativas**, se observan los siguientes desplazamientos en los distintos elementos de sección:

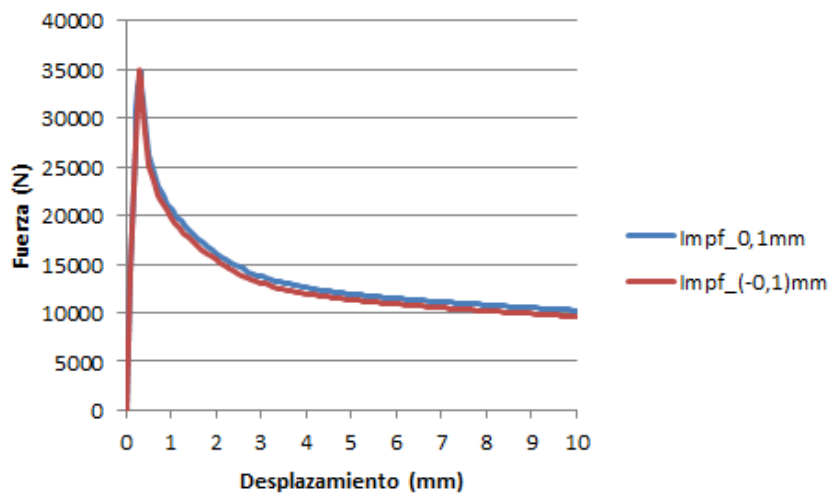
- a) Ala superior: Desplazamiento hacia “arriba”.
- b) Almas: Desplazamiento hacia “adentro”.
- c) Alas inferiores: Desplazamiento “arriba”

Las relaciones carga-desplazamiento obtenidas con el empleo del modelo n°2, primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección “negativas”, se presentan en la figura 5.92.



**Figura 5.92. Relación carga desplazamiento. Compresión pura. Imperfecciones negativas.**

En las siguientes gráficas, (fig.5.93 a la fig. 5.96), se procede a comparar el comportamiento obtenido en las simulaciones a compresión pura, con la introducción de magnitudes de imperfección positivas y negativas en el modelo n°2.



**Figura 5.93. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva. (0,1mm) y negativa, (-0,1mm). Modelo n°2.**



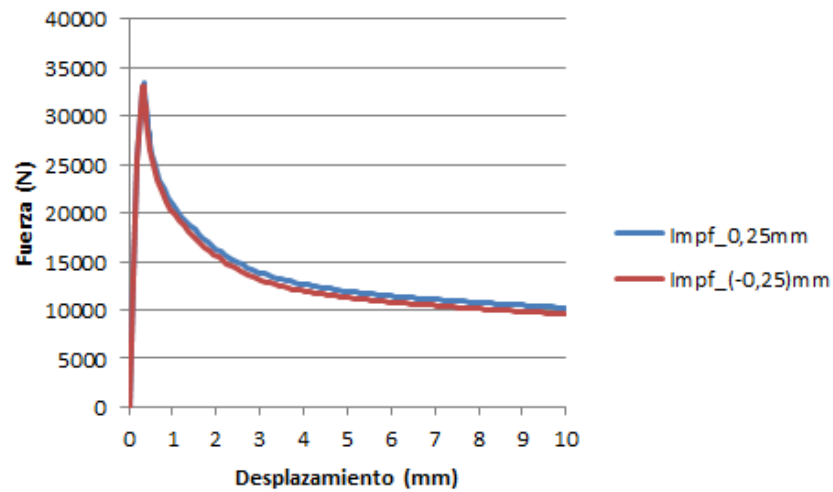


Figura 5.94. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva. (0,25mm) y negativa, (-0,25mm). Modelo n<sup>o</sup>2.

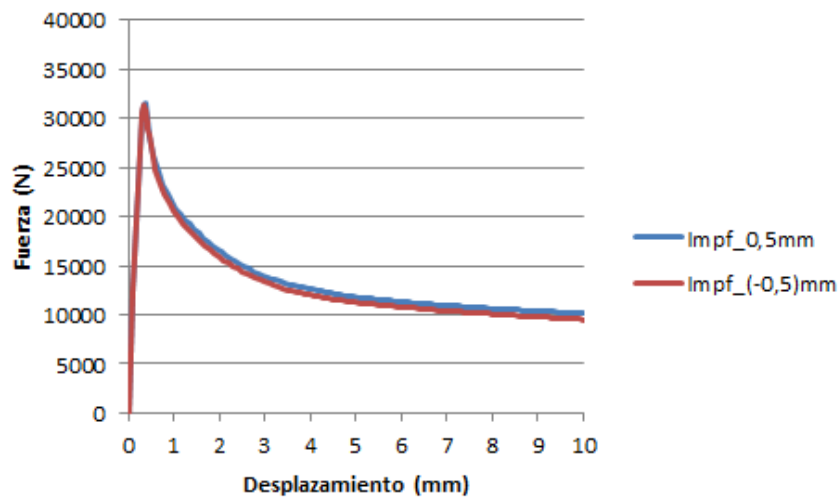


Figura 5.95. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva. (0,5mm) y negativa, (-0,5mm). Modelo n<sup>o</sup>2.

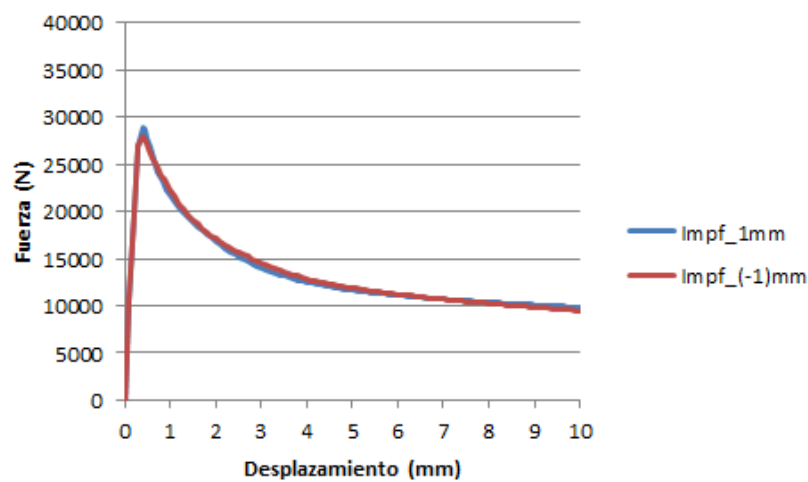


Figura 5.96. Relación carga-desplazamiento. Imperfección positiva. (1mm) y negativa, (-1mm).

Los comportamientos obtenidos son muy similares para todas las magnitudes de imperfección empleadas.

En la tabla 5.14 se comparan los valores de las cargas últimas obtenidas con el empleo del modelo n°2, el primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección “positivas” y “negativas”.

IMP.POSITIVA	CARGA ÚLTIMA(N)	IMP.NEGATIVA	CARGA ÚLTIMA(N)	DIFERENCIA %
1mm	28816,1	(-1)mm	28032,6	2,7
0,5mm	31568,8	(-0,5)mm	30719,7	2,7
0,25mm	33463,4	(-0,25)	33087,4	1,12
0,1mm	34843,1	(-0,1)mm	34959,4	0,33

**Tabla 5-14. Comparación cargas últimas correspondientes a la introducción de imperfecciones positivas y negativas.**

Las cargas últimas son muy parecidas. Con el empleo de magnitudes de imperfección “negativas” los valores son algo más bajos, aunque la diferencia es poco significativa.

Las bajas diferencias observadas entre los valores de las cargas últimas, así como en las relaciones carga-desplazamiento, permiten constatar que el comportamiento es semejante, y que por tanto nos encontramos ante patrones de colapso inversos.

El análisis mediante la TGLP de ambos patrones de colapso, (capítulo 6), permitirá constatar tal afirmación, y demostrar que un patrón es el “inverso” del otro.

#### **5.4.2.5 Conclusiones.**

La cercanía observada entre los valores propios de los modos de pandeo generó la necesidad de realizar un estudio de sensibilidad a la forma y magnitud de imperfección.

Se pretendía verificar si el patrón de colapso era estable o si por el contrario, pequeñas variaciones en la forma de la imperfección podían dar lugar a cargas últimas y mecanismos de fallo de geometría diferentes.

Las cargas últimas alcanzadas con el empleo de los tres primeros modos de pandeo, y diferentes magnitudes de imperfección, fueron semejantes. Aun así, el primer modo de pandeo se considera el dominante por resultar, por lo general, en cargas ligeramente más bajas.

En relación a la geometría de los mecanismos de fallo se observó que con el segundo modo de pandeo se obtenía un patrón que en apariencia resultaba ser el inverso del que acontecía con el primer modo de pandeo.

La inducción de magnitudes de imperfección “negativas” en el primer modo de pandeo permitió obtener un patrón con la misma geometría que el obtenido en el segundo.

En base a ello, se procedió a comparar los valores de las cargas últimas, así como las curvas de comportamiento, obtenidas para los dos patrones con el empleo del primer modo de pandeo.

Dada la baja diferencia entre los resultados obtenidos, se puede afirmar que un patrón resulta el inverso del otro, que el perfil es susceptible de desarrollar ambos patrones, y que el acontecimiento de uno u otro apenas afecta al comportamiento del perfil.

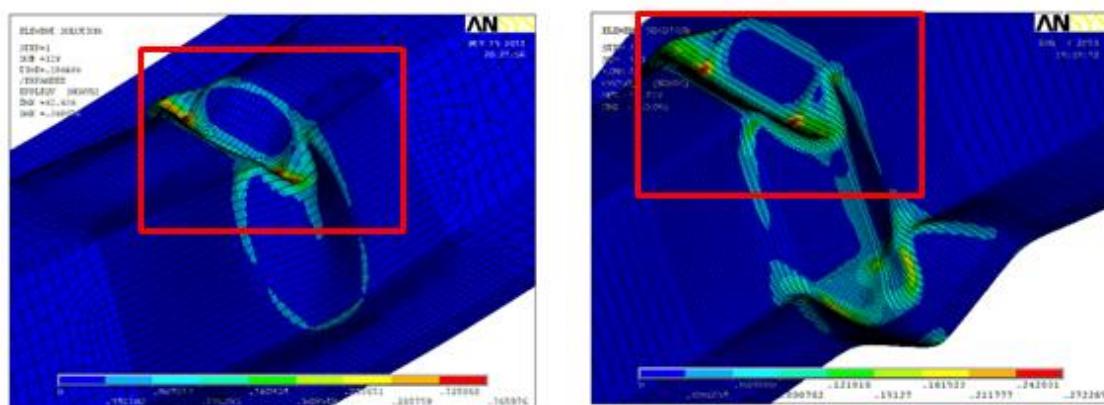
Se podría decir que la diferencia entre ambos patrones es únicamente relativa a la geometría que presenta.

Ambos patrones serán analizados y desglosados mediante la TGLP, (capítulo 6 y Anexo A), con el fin de constatar que efectivamente no encontramos ante patrones inversos.

El mecanismo de fallo obtenido con el tercer modo de pandeo no será analizado en la presente tesis, dado que las cargas últimas obtenidas con el empleo de esta forma de imperfección eran ligeramente superiores a las obtenidas con el primer modo.

Por otro lado, las ramas plásticas relativas al patrón de colapso obtenido con el tercer modo de pandeo eran ligeramente superiores a las obtenidas con los dos primeros modos, por lo que se considera que se está del lado de la seguridad analizando los mecanismos de fallo de peor comportamiento plástico.

Por otro lado, si se comparan los patrones obtenidos a flexión pura positiva y compresión pura de la chapa sin embutición, (fig.5.97), se puede apreciar que, visualmente, los elementos de sección comprimidos poseen una deformación semejante. Las líneas plásticas que se desarrollan en tales elementos son muy similares, aunque en el análisis mediante la TGLP de ambos patrones, (capítulo 6), se observa que los giros de las líneas plásticas no son los mismos.



**Figura 5.97. Solución elemental de Von Mises para una imperfección de 1mm. Flexión pura, (izquierda), compresión pura, (derecha).**

En el apartado que se expone a continuación, dedicado a las simulaciones a flexión pura positiva y compresión pura de la chapa con embutición, se podrá observar que, al igual que en la chapa sin embutición, los elementos de sección comprimidos poseen una deformación muy semejante.

En base a lo comentado, se pueden ir presentando las siguientes conclusiones:

- a) A compresión pura se pueden desarrollar dos patrones de geometría inversa, cuyo acontecimiento apenas afecta a los valores de las cargas últimas y al comportamiento global del perfil.
- b) El desarrollo de un patrón, u otro, parece estar relacionado con el sentido de la magnitud de imperfección inicial que pueda presentar el perfil.
- c) Siguiendo este hilo argumentativo, el patrón de colapso que se ha de desarrollar en el perfil con embutición a compresión pura, solo puede acontecer en un sentido, dado que la embutición impone mediante su geometría el sentido de la magnitud de imperfección.
- d) Se observa que los elementos de sección solicitados a compresión, ya sea debido a una compresión pura o debido a un momento flector, desarrollan deformaciones de geometría similar, aunque no en magnitud, tal y como se podrá observar en el análisis de los mecanismos de fallo mediante la TGLP.

A continuación, se presentan las simulaciones realizadas a flexión pura positiva y a compresión pura de la chapa con embutición. Las comparaciones entre los patrones obtenidos en la chapa con y sin embutición, en función de la sollicitación, se expondrán en los apartados 5.6 y 5.7.

## 5.5 SIMULACIONES DE LA CHAPA CON EMBUTICIÓN.

### 5.5.1 Flexión pura positiva.

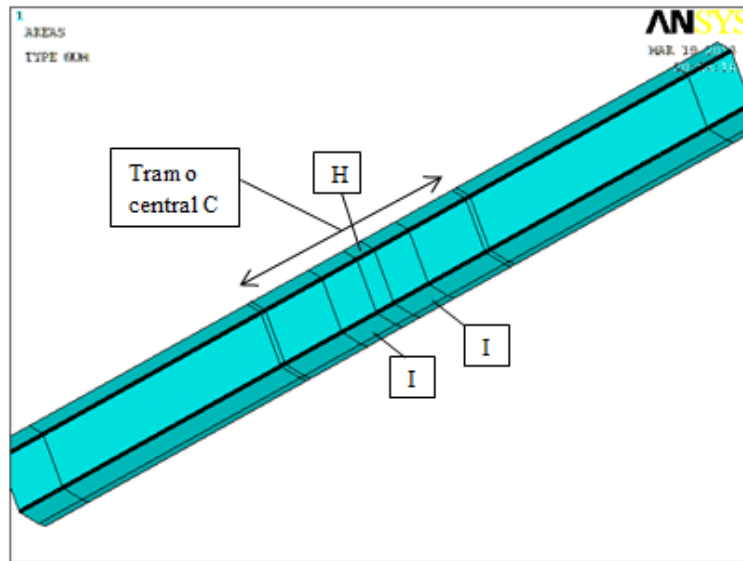
#### 5.5.1.1 Malla.

Tal y como se expuso en el apartado 5.3, la malla empleada es la correspondiente al modelo nº5. En los tramos H, I, (fig.5.98), es donde se espera que se desarrolle el mecanismo de fallo.

El tramo H, es donde se ubica la embutición. La malla de este tramo, impuesta por la solución del proceso de conformado, está compuesta por tamaños de elemento finito de 1mm.

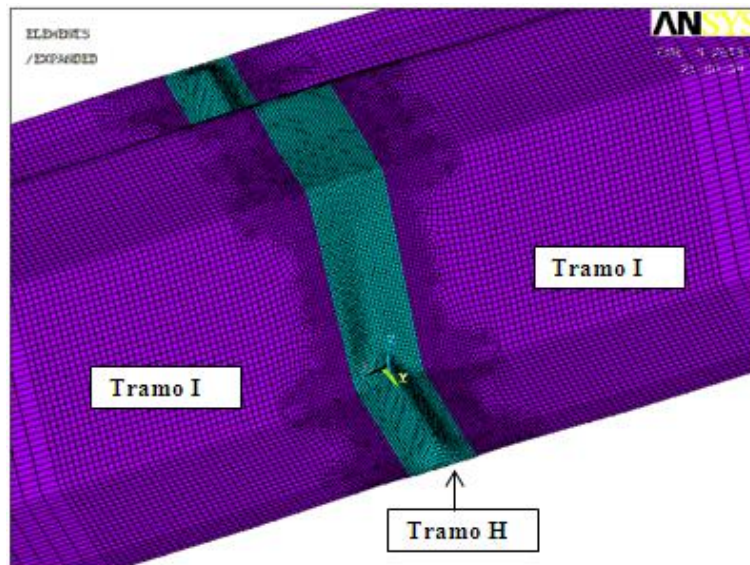
Los tramos adyacentes I, se generaron con el fin de conseguir una correcta conexión con los nodos de la malla de la embutición. Cada tramo I está subdividido en dos tramos. Un tramo con malla libre, y con variación de tamaño de elemento finito de 1mm a 2mm. Un segundo tramo con malla regular de 2mm.

El resto de los tramos están generados con tamaños de elemento finito de 6mm, con el fin de mantener una relación de aspecto apropiada.



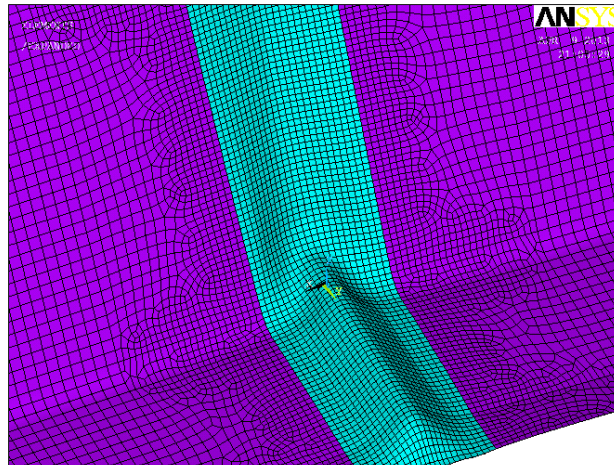
*Figura 5.98. Tramos constitutivos del modelo n°5.*

La malla generada se puede observar en la figura 5.99.



*Figura 5.99. Malla modelo de la chapa con embutición. Flexión pura.*

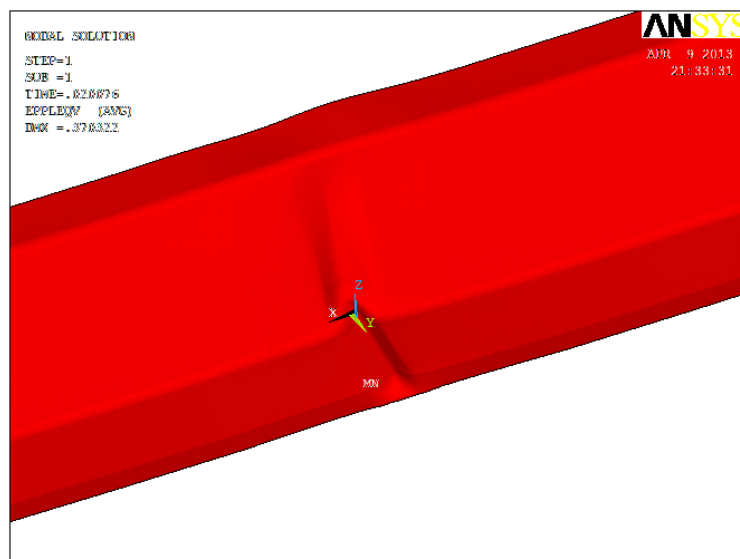
Realizando un acercamiento a la zona de transición, se puede observar que la conexión de los elementos finitos es correcta.



*Figura 5.100. Detalle de la malla de transición.*

### 5.5.1.2 Condiciones de contorno.

En la figura 5.101, se puede apreciar como los ejes globales no poseen la misma disposición que en la chapa sin embutición. Ello es debido a que se dejaron por defecto los ejes globales que se habían dispuesto en la simulación proceso de conformado de la embutición.



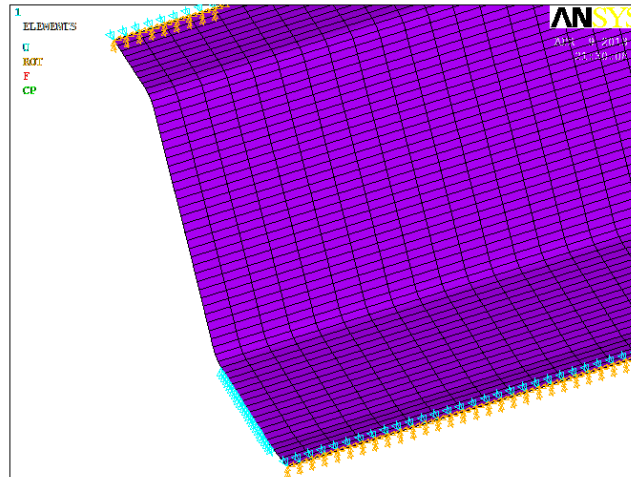
*Figura 5.101. Disposición de los ejes globales.*

En base a dichos ejes, las condiciones de contorno impuestas fueron las siguientes:

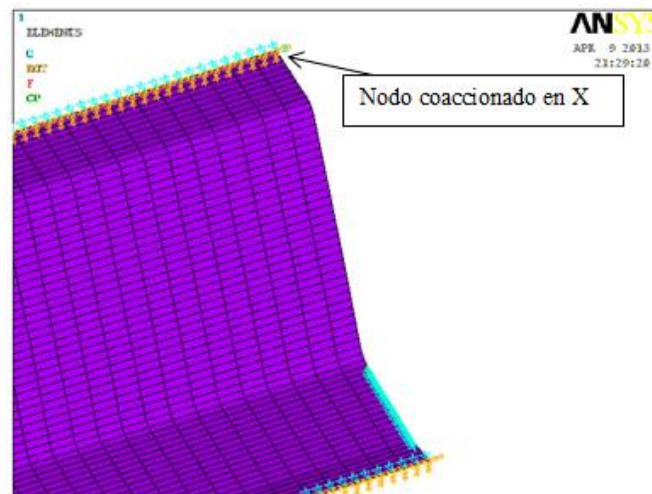
- a) Condiciones de simetría en los nodos ubicados en los bordes longitudinales de la onda. Esto es, desplazamiento impedido en Y, y rotaciones impedidas en X y Z.
- b) En los extremos, se coaccionaron los desplazamientos en Z de los nodos ubicados en el valle de la onda.

- c) Por último, y con el fin de impedir el desplazamiento en X de la pieza como un sólido rígido, se coaccionó un nodo en tal dirección. El nodo estaba ubicado en el extremo superior de la chapa donde se habían impuesto condiciones de simetría.

En las figuras siguientes se pueden observar las condiciones de contorno impuestas.



**Figura 5.102.** Condición de simetría en los nodos longitudinales de la onda. Coacción en Z, de los nodos extremos ubicados en el valle de la onda.



**Figura 5.103.** Coacción en X del sólido rígido.

Se aprecia que la condición de contorno en X, no es igual a la impuesta en la chapa sin embutición. Ello fue debido a que las simulaciones con restricción de los nodos ubicados en los extremos del valle de la onda en dirección X, al igual que en la chapa sin embutición, devolvía curvas de comportamiento no razonables en las simulaciones.

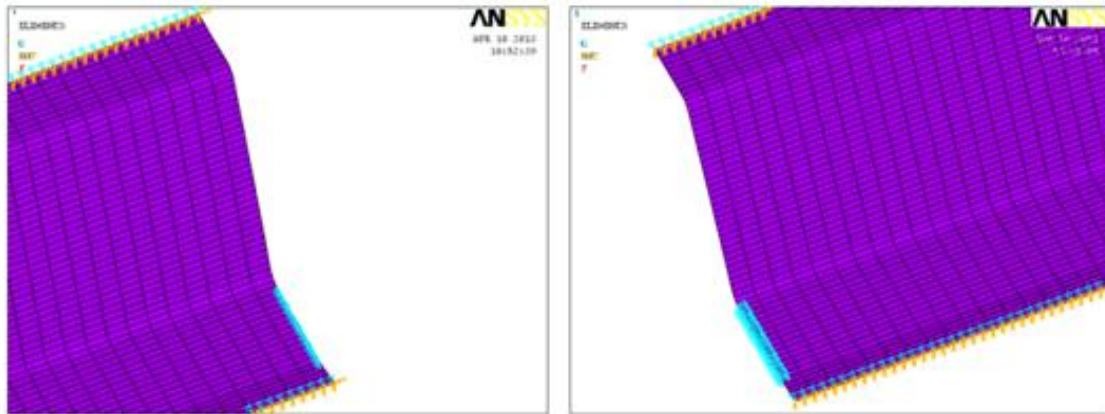
En el siguiente sub-apartado se exponen los resultados obtenidos en las simulaciones a flexión pura de la chapa con embutición, con las condiciones de contorno iguales a las de la chapa sin embutición.

### 5.5.1.2.1 Primeros modelos.

Las condiciones de contorno, en las primeras simulaciones realizadas de la chapa con embutición a flexión pura, eran iguales a la de la chapa sin embutición, ante la misma sollicitación.

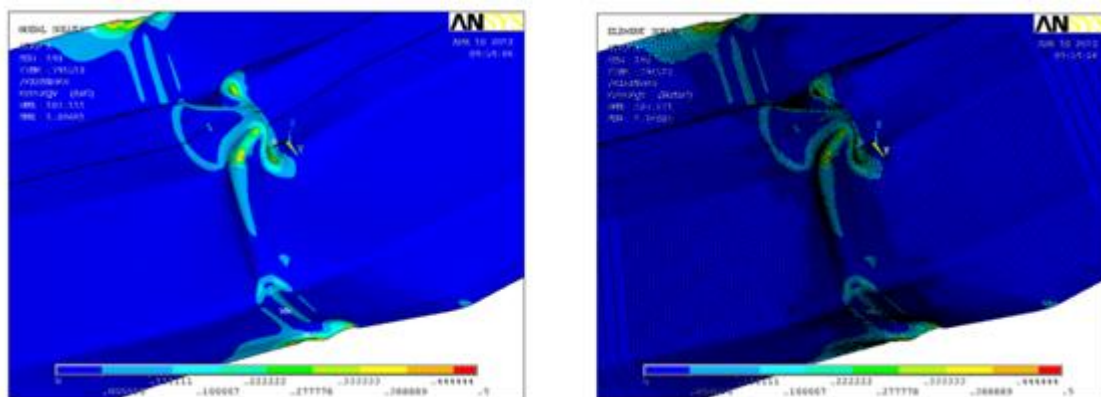
Teniendo en cuenta la disposición de los ejes globales de la chapa con embutición, las condiciones de contorno impuestas eran las siguientes:

- Condiciones de simetría en los en los nodos ubicados en los bordes longitudinales de la onda. Esto es, desplazamiento impedido en Y, y rotaciones impedidas en X y Z.
- En un extremo del valle de la onda, se coaccionaron los desplazamientos de todos los nodos en X y Z. En el extremo opuesto, y también en el valle de la onda, se coaccionaron los desplazamientos en Z.



**Figura 5.104. Condiciones de contorno. Condiciones de simetría en los bordes longitudinales de la onda. Desplazamientos impedidos en Z en el valle de onda, (izquierda). Desplazamientos impedidos en X y Z en el valle de la onda, (derecha).**

La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, para una magnitud de imperfección de 1mm, se puede apreciar en la figura 5.105.

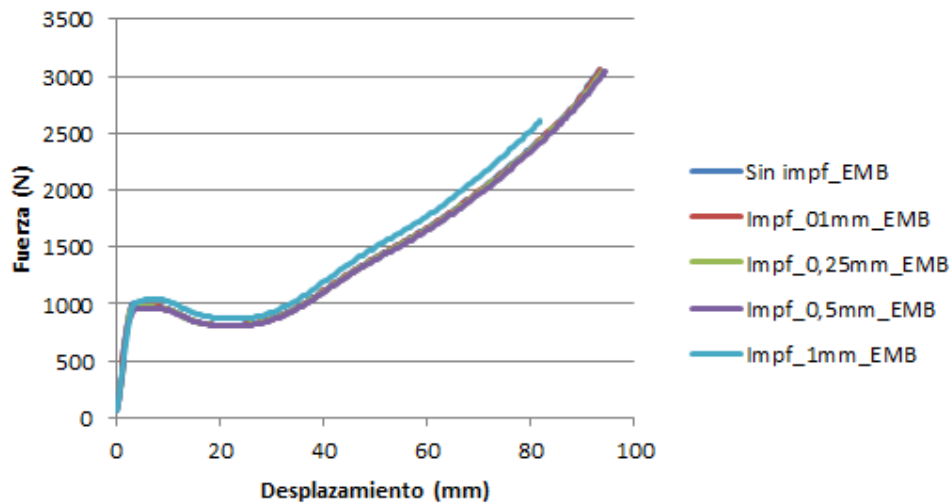


**Figura 5.105. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Imp.1mm**



El patrón de colapso es similar al esperado, sin embargo, no todas las líneas plásticas son visibles, aún a pesar de que la malla es de 1mm. Cabe recordar que con dicha malla se habían obtenido soluciones correctas para la chapa sin embutición.

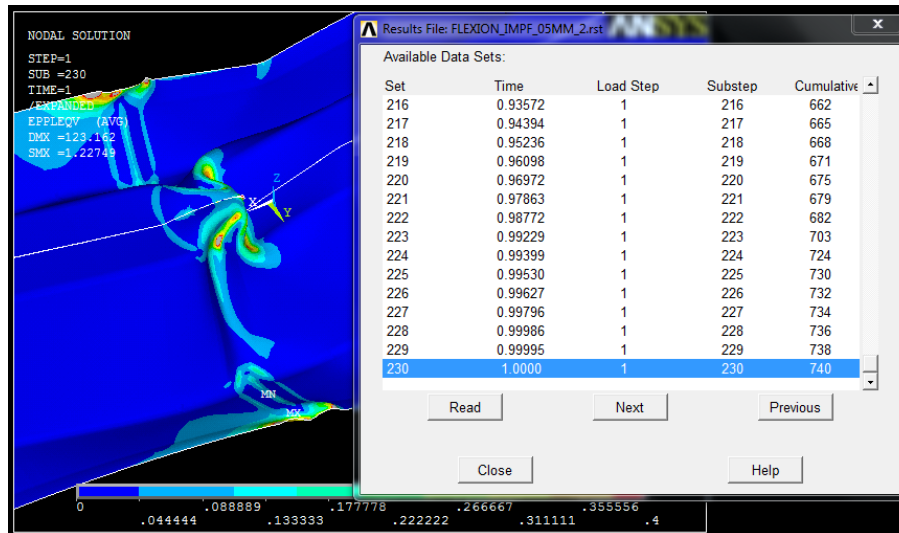
La relación carga-desplazamiento obtenida mediante un análisis geométrico y material no lineal sin imperfección, así como el comportamiento obtenido con la introducción de la primera forma de imperfección y magnitudes de imperfección de 0,1mm, 0,25mm, 0,5mm y 1mm, se puede observar en la figura siguiente.



**Figura 5.106. Relación carga-desplazamiento para distintas imperfecciones.**

El comportamiento no es el usual. Se observa que la carga última alcanza un valor cercano a los 1000N. Sobrepasado dicho valor, nos encontramos con una rama plana, un pequeño descenso, y un gran aumento de la fuerza. La conclusión que se puede extraer tras la lectura de esta gráfica, es que la pieza se rigidiza en el rango plástico, llegando a soportar una carga tres veces mayor a la carga última, lo cual, a priori, no es razonable.

Otro factor que indujo desconfianza, es que en las simulaciones se alcanzaba siempre la convergencia y el cálculo se paraba de manera automática, tal y como se puede observar en la figura 5.107. Empleando en método del Arc-Lenght mediante fuerza impuesta esta no era la respuesta esperada. Al igual que en las simulaciones de la chapa sin embutición, se esperaba que la carga fuese descendiendo a medida que avanzase el proceso de análisis, y que el cálculo se tuviese que parar de manera manual.



**Figura 5.107. Convergencia para la simulación correspondiente a una imperfección de 0,5mm.**

Esta situación sólo se producía en las simulaciones de flexión. En las simulaciones a compresión pura el modelo se comportaba bien, lo cual permitía acotar el problema al caso de flexión pura.

En la figura 5.107, se puede observar como la embutición aparece casi plana, ello indicaba que las tracciones provocadas en el ala inferior de la pieza estaban exigiendo la apertura de la embutición. Al lado izquierdo de la embutición se aprecia una gran mancha plástica, lo cual se relacionó con los desplazamientos impedidos en X que se habían impuesto a todos los nodos de uno de los extremos, ya que realizando diferentes simulaciones, la mancha plástica siempre aparecía del lado en que se coaccionaban los desplazamientos en esta dirección. En base a estos dos puntos, se entendió que esta restricción estaba coaccionando el comportamiento global de la pieza.

Tras la eliminación de dichos apoyos, y tras impedir el desplazamiento de la pieza como un sólido rígido mediante la coacción de un solo nodo, (señalado en la figura 5.103), se obtuvieron unas soluciones más coherentes.

### 5.5.1.3 Análisis de los modos de pandeo.

En las siguientes simulaciones, se emplean las condiciones de contorno expuestas al comienzo del apartado 5.5.1.2.

En la siguiente tabla se pueden observar los valores propios de los diez primeros modos.

MODOS	VALORES PROPIOS	MODOS	VALORES PROPIOS
MODO 1	22,291	MODO 6	26,482
MODO 2	24,602	MODO 7	26,998
MODO 3	24,928	MODO 8	27,666
MODO 4	25,228	MODO 9	27,931
MODO 5	25,549	MODO 10	29,621

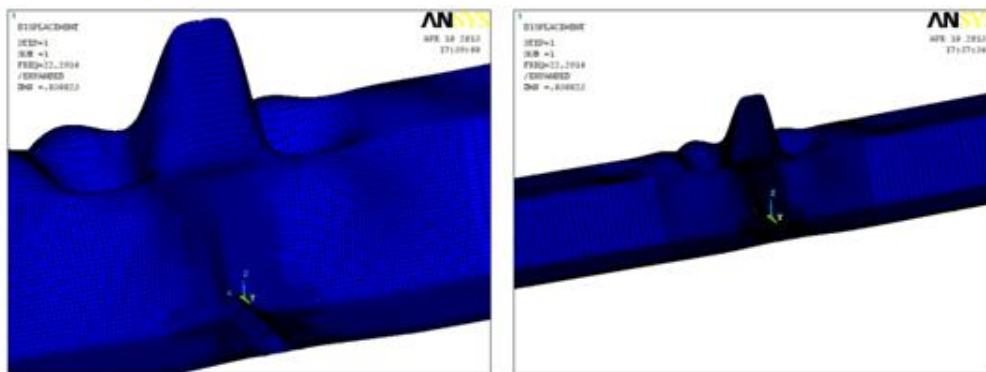
*Tabla 5-15. Valores propios de los diez primeros modos.*

Se observa que los valores propios están bastante cercanos, aunque no poseen la cercanía que presentaban los valores propios de la chapa sin embutición a flexión pura.

A continuación se procede al análisis de los tres primeros modos de pandeo con el fin de verificar si el patrón de colapso es estable. En todos los modos se introducen magnitudes de imperfección de 0.1mm, 0.25mm, 0.5mm y 1mm. En el apartado correspondiente al primer modo, se expone también la relación carga-deformación obtenida para un análisis geométrico y material no lineal sin imperfección.

### 5.5.1.3.1 Primer modo de pandeo.

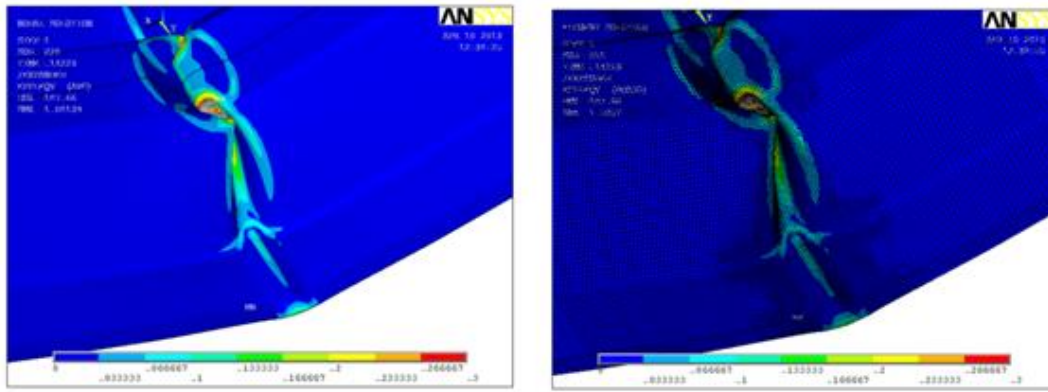
La primera forma modal se caracteriza por su simetría y por una gran semionda protuberante ubicada justo en la localización de la embutición. Se observa que dicha semionda afecta en mayor parte al ala superior, mientras que las almas y el ala inferior no se ven tan afectadas.



*Figura 5.108. Primer modo de pandeo. Flexión pura. Chapa con embutición.*

La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises correspondientes al primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección de 1mm, pueden observarse en la figura 5.109.

En dicha figura se aprecia que ambas soluciones devuelven resultados muy similares. Las líneas plásticas en la solución elemental presentan continuidad y se visualizan perfectamente. Las grandes “manchas plásticas” que aparecían con el modelo anterior en el ala inferior han desaparecido, y la embutición no aparece tan “abierta” como en la figura 5.107.



**Figura 5.109. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Imperfección 1mm. Primer modo.**

El patrón de colapso obtenido muestra similitud con el patrón observado en los ensayos experimentales del 2006, aunque aquí se presenta en una fase de plastificación más desarrollada.

Se observa que la rótula en el ala comprimida, tiende a plegarse sobre sí misma. Se aprecia también que las líneas plásticas del alma, se juntan en la zona comprimida, y tienden a separarse en la zona traccionada.

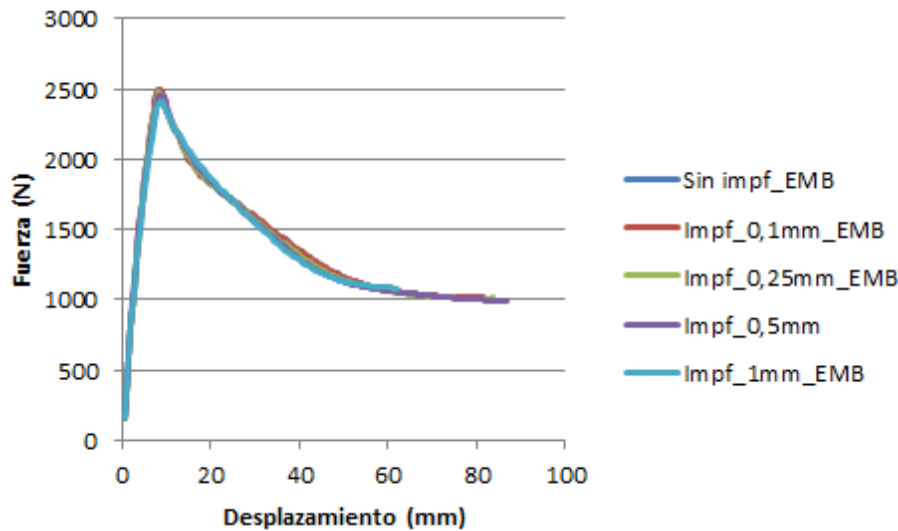
Estas dos tendencias no se observaron en las simulaciones realizadas a compresión pura. La rótula en el ala comprimida es simétrica y las líneas plásticas del alma son casi paralelas.

Por otro lado, observando el mecanismo de fallo desarrollado en los ensayos experimentales del 2006, se puede deducir que se produjeron esfuerzos de flexión.



**Figura 5.110. Patrón de colapso observado en los ensayos experimentales del 2006**

En las relaciones cargas-desplazamientos expuestas en la figura 5.111, se observa que el comportamiento, tanto en el rango elástico como en el plástico, e independientemente de la imperfección introducida, es muy semejante. Todas las curvas alcanzan más o menos la misma carga última, la cual ronda los 2500N.



**Figura 5.111. Relaciones carga-desplazamiento. Flexión pura. 1er modo.**

El comportamiento obtenido mediante estas simulaciones es más razonable y era el esperado

En la tabla 5.16, se aprecia que la carga última disminuye a medida que la imperfección aumenta, lo cual es razonable. No obstante, todos los valores son muy semejantes.

La diferencia entre la carga última, correspondiente a la simulación sin imperfección, y la carga última correspondiente a una magnitud de imperfección de 1mm es del 4,3%. Comparando este valor, con los obtenidos en las simulaciones precedentes de la chapa sin embutición, se puede decir que la magnitud de imperfección apenas afecta al comportamiento de la chapa con embutición.

IMPEFECCIÓN	CARGA ÚLTIMA (N).
Sin imperfección	2520,1
0,1mm	2499,116
0,25mm	2473,964
0,5mm	2454,1
1mm	2411,696

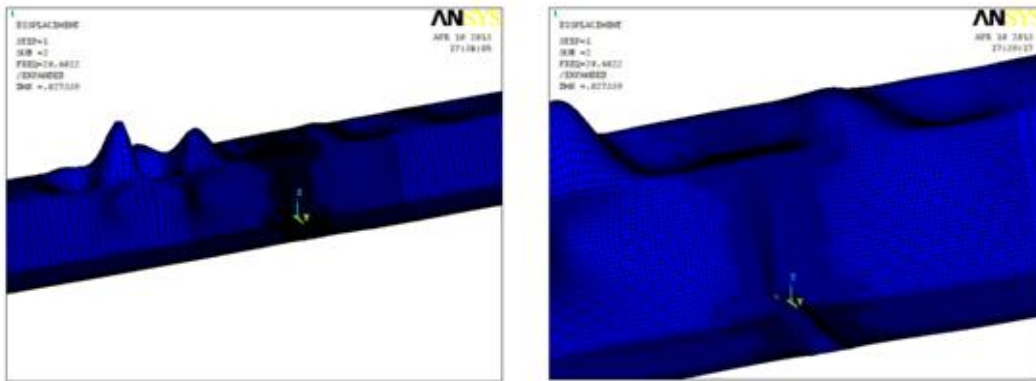
**Tabla 5-16. Valores de la carga última. Primer modo de pandeo.**

En base a los resultados obtenidos, se concluye que las condiciones de contorno impuestas son correctas y permiten analizar el comportamiento de una sola embutición sometida a flexión pura. La relación carga-desplazamiento es razonable y el patrón de colapso es el esperado. Las simulaciones realizadas alcanzaron niveles altos de plastificación.

### 5.5.1.3.2 Segundo modo de pandeo.

El segundo modo de pandeo no es simétrico. Se aprecia como la semionda posee un mayor desarrollo en la zona adyacente a la embutición. Un acercamiento a la zona de la embutición

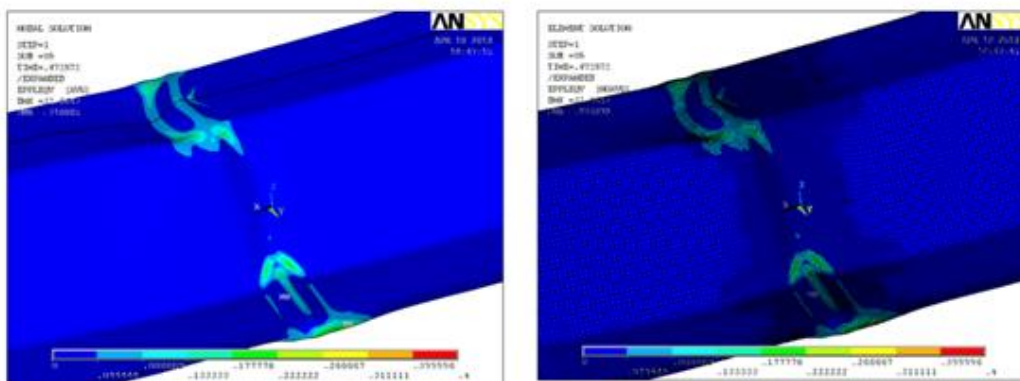
permite observar el desarrollo de una gran media onda en sentido positivo del eje Z. Las almas, así como las alas inferiores, no se ven afectadas en gran medida por la forma modal.



**Figura 5.112. Segundo modo de pandeo. Flexión pura. Chapa con embutición.**

En la figura 5.113, se presenta la solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenidas con el empleo del segundo modo de pandeo, y una magnitud de imperfección de 1mm.

En dicha figura se puede apreciar como el patrón de colapso no ha llegado a desarrollarse en su totalidad. Las simulaciones se pararon automáticamente por falta de convergencia para niveles de plastificación medios. Los desplazamientos alcanzados con el segundo modo de pandeo son más bajos que los alcanzados con el primer modo de pandeo.



**Figura 5.113. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Imperfección 1mm. Segunda forma modal.**

El patrón no se forma y se observa que las líneas plásticas son escasas.

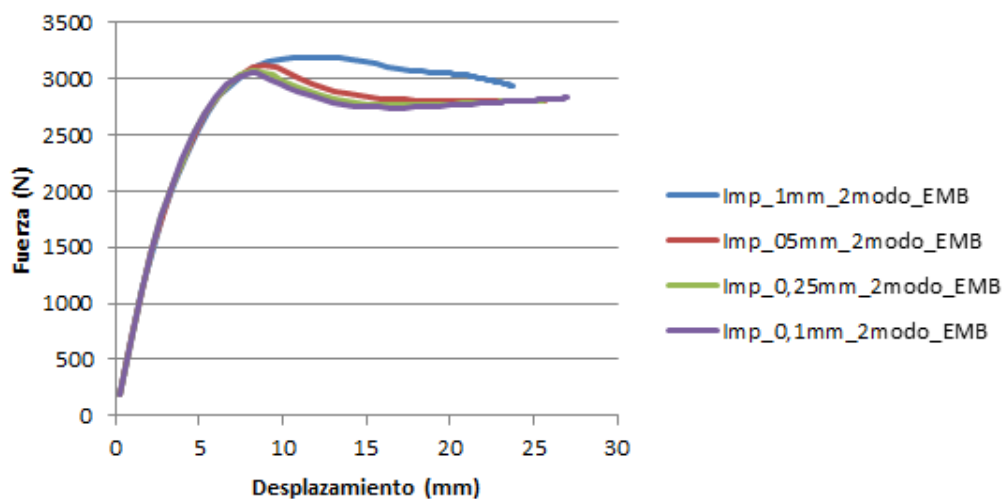
Justo donde se ubica la embutición, se observa que el ala superior se mantiene casi plana, y que en el alma, apenas acontecen deformaciones. La embutición en dichas zonas permanece, casi, en su estado original. Las deformaciones están concentradas en la apertura de la embutición en el ala inferior y en el tramo inmediatamente adyacente a la embutición en el ala superior. Es

posible que la incompatibilidad de deformaciones entre ambas zonas provoque la no convergencia del modelo.

Las relaciones carga-desplazamiento, obtenidas con el empleo del segundo modo de pandeo, y distintas magnitudes de imperfección, se pueden apreciar en la figura 5.114.

En dicha figura, (fig.5.114), se observa que el comportamiento plástico ha quedado sesgado debido a la falta de convergencia. Los máximos desplazamientos alcanzados rondan 30mm. Con el primer modo de pandeo, los desplazamientos alcanzaban valores de 90mm.

Exceptuando el comportamiento relativo a la magnitud de imperfección de 1mm, cuya rama plástica es algo diferente, el resto de las curvas de comportamiento son muy parecidas y alcanzan valores de cargas últimas semejantes.



**Figura 5.114. Relación carga-desplazamiento. Flexión pura. 2º modo.**

Las cargas últimas obtenidas en función de la imperfección se presentan en la tabla 5.17.

IMPERFECCIÓN	CARGA ÚLTIMA (N)
1mm	3190,804
0,5mm	3116,66
0,25mm	3070,552
0,1mm	3048,116

**Tabla 5-17. Valores de la carga última. Segunda forma modal.**

Entre las cargas últimas, correspondientes a la máxima y mínima imperfección, se observa una diferencia del 4,5%, lo cual no es una diferencia muy amplia. Se puede decir, que con el empleo del segundo modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección, se alcanza siempre una única carga última.

En la tabla 5.18, se procede a la comparación de las cargas últimas obtenidas con el empleo del primer y segundo modo de pandeo.

<b>CARGAS ÚLTIMAS (N).</b>			
<b>Imperfección</b>	<b>Primer modo(N)</b>	<b>Segundo modo(N)</b>	<b>Diferencia (%)</b>
1mm	2520,1	3190,804	26,61
0,5mm	2499,116	3116,66	24,7
0,25mm	2473,964	3070,552	24,11
0,1mm	2454,1	3048,116	24,2

**Tabla 5-18. Comparación entre las cargas últimas. Primer y segundo modo de pandeo.**

En la tabla 5.18, se puede apreciar que con el segundo modo de pandeo se obtienen cargas últimas mayores, lo cual se considera razonable. La diferencia entre las cargas últimas obtenidas con el primer y segundo modo de pandeo, ronda un 25%.

Observando la forma de imperfección y el mecanismo de fallo, se intuye que en el ala superior las compresiones quieren extenderse siguiendo la forma del modo. En el ala inferior, las tracciones abren la embutición. En el caso de que se formase un patrón de colapso, ambas zonas, deberían estar unidas por líneas plásticas representativas de los pliegues del mecanismo de fallo. Ello implicaría líneas diagonales, dobleces, o desplazamientos de la embutición en sentido diferente al “marcado”. Conseguir tal deformación de la embutición requiere mucha energía. Ello puede dar lugar al aumento de la carga última, a la corta y casi plana respuesta plástica en la relación carga-desplazamiento, a la no convergencia del modelo y a la falta de formación y de visualización de líneas plásticas.

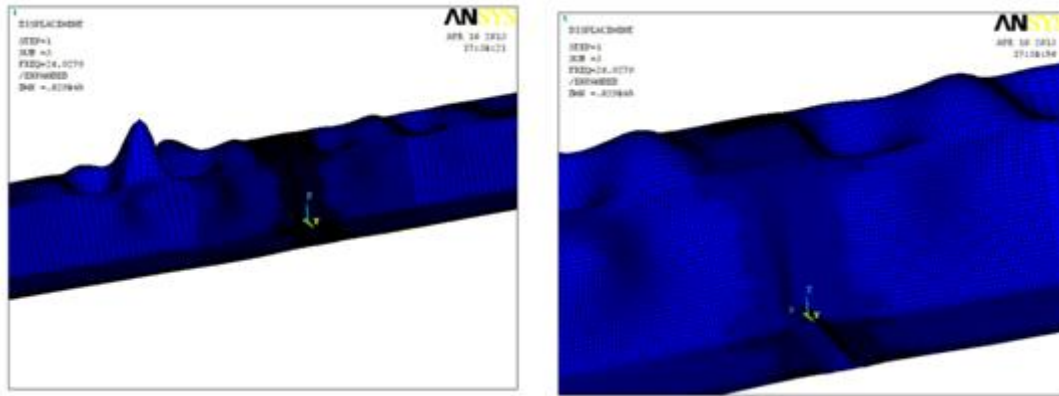
### **5.5.1.3.3 Tercer modo de pandeo.**

La tercera forma de imperfección posee cierta similitud con la segunda, en el sentido de que la semionda posee un mayor desarrollo en las zonas adyacentes a la embutición. Observando detenidamente la zona de la embutición, se aprecia que en el ala superior la semionda no está tan marcada como en el segundo modo de pandeo. Se puede apreciar también que la embutición apenas se ve afectada por la forma modal.

En la figura 5.115, se puede apreciar el aspecto que presenta el tercer modo de pandeo.

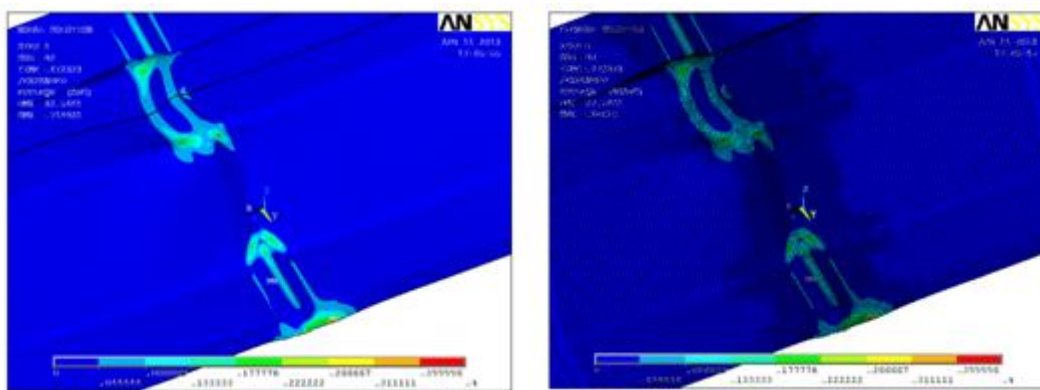
Se hace constar aquí, que al igual que con el segundo modo de pandeo, ninguna simulación llegó a la convergencia y el cálculo se paraba automáticamente.





**Figura 5.115. Tercer modo de pandeo. Flexión pura. Chapa con embutición.**

La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, correspondiente al tercer modo de pandeo y una magnitud de imperfección de 1mm, se puede observar en la figura 5.116.



**Figura 5.116. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Imperfección 1mm. Tercer modo de pandeo.**

Se observa que el patrón de colapso es similar al obtenido con la segunda forma de imperfección. Las deformaciones se concentran en la apertura de la embutición en el ala inferior, y en el tramo inmediatamente adyacente a la embutición en el ala superior.

Las relaciones carga-desplazamiento, obtenidas con el empleo del tercer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección, se pueden apreciar en la figura 5.117. Observando dichas relaciones, se intuye que el comportamiento es muy similar al obtenido con el segundo modo de pandeo.

La curva de comportamiento, relativa a una magnitud de imperfección de 1mm, se muestra algo distante del resto de las curvas en el rango plástico. El resto de las curvas de comportamiento son muy similares, tanto en el rango elástico como en el plástico, al igual que sucedía con el segundo modo de pandeo.

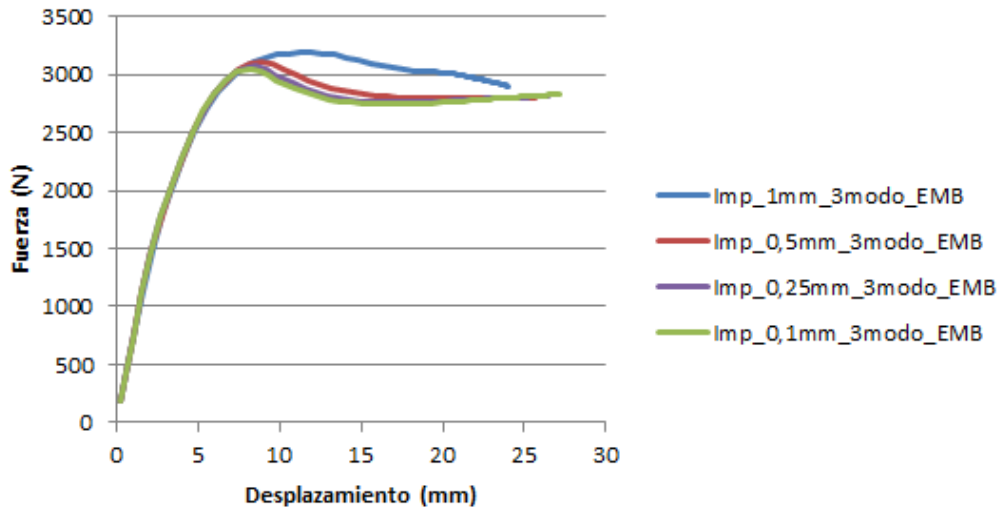


Figura 5.117. Relación carga-desplazamiento. Flexión pura. 3modo.

Las cargas últimas obtenidas, en función de la magnitud de imperfección empleada para el tercer modo de pandeo se presentan en la tabla 5.19.

IMPERFECCIÓN	CARGA ÚLTIMA (N)
1mm	3186,176
0,5mm	3113,02
0,25mm	3070,02
0,1mm	3047

Tabla 5-19. Valores de la carga última. Segundo modo de pandeo.

Se aprecia una diferencia del 4,3%, entre las cargas últimas alcanzadas con una magnitud de imperfección de 1mm y de 0.1mm. Dicha diferencia es muy similar a la obtenida con el empleo del primer y segundo modo de pandeo.

Tal y como se ha expuesto, las cargas últimas se muestran muy cercanas a las obtenidas con el segundo modo. En la siguiente tabla se puede apreciar la diferencia de carga que se alcanza con cada forma modal y para las distintas imperfecciones.

CARGAS ÚLTIMAS (N).			
Imperfección	Primer modo	Tercer modo	Diferencia (%)
1mm	2520,1	3186,176	26
0,5mm	2499,116	3113,02	24,5
0,25mm	2473,964	3070,02	24,14
0,1mm	2454,1	3047	24,16

Tabla 5-20. Comparación entre las cargas últimas obtenidas para el primer y tercer modo.

En base a los resultados obtenidos se puede concluir que el segundo y el tercer modo de pandeo son muy similares, y que devuelven cargas últimas de mayor valor, respecto al primer modo de pandeo. Se concluye que la primera forma de imperfección es la crítica por tener asociada una

carga última claramente menor, y que a flexión pura solo es posible el desarrollo del mecanismo de fallo que le corresponde.

#### 5.5.1.4 Conclusiones.

Los primeros análisis a flexión pura de la chapa con embutición, permitieron observar que la embutición en el ala inferior tiende a “abrirse”. Dicha apertura originaba una serie de esfuerzos internos no esperados al ver cohibido su desarrollo por las condiciones de contorno impuestas. Grandes “manchas plásticas” adyacentes a la embutición en el ala inferior aparecían debido a estos esfuerzos no esperados. Además, las relaciones carga-desplazamiento para distintas magnitudes de imperfección reflejaban comportamientos poco razonables.

La eliminación de los apoyos que restringían los desplazamientos en X del ala inferior, permitió la “apertura” del ala inferior y el desarrollo correcto del análisis del comportamiento de la chapa con embutición a flexión pura, al obtenerse relaciones carga-desplazamientos con curva post-colapso decreciente, como era de esperar.

La cercanía entre los valores propios de los diez primeros modos de pandeo originó la realización de un estudio de sensibilidad a la forma y magnitud de imperfección, con el fin de verificar que el patrón de colapso era estable. Se observó que el patrón de colapso sólo completaba su desarrollo con el primer modo de pandeo. Las simulaciones con el segundo y tercer modo no alcanzaron convergencia. El cálculo se paraba de manera automática y el patrón de colapso no era capaz de formarse.

Entre el segundo y tercer modo no se observaron diferencias apreciables. La relación carga-desplazamiento, la solución nodal y elemental, así como el valor de las cargas últimas eran muy semejantes.

Por otro lado, se observó que en todos los modos, la introducción de magnitudes de imperfección no alteraba el comportamiento de la pieza, ni se apreciaban diferencias excesivas entre las cargas últimas.

Ello permite concluir que la embutición impone el fallo. La introducción de pequeñas magnitudes de imperfección, no pueden contrarrestar la gran influencia que ejerce la incisiva geometría de la embutición.

El mismo razonamiento es aplicable a la segunda y tercera forma modal. La embutición impone una deformación tan amplia a la pieza, que el desarrollo de otros modos, en otras zonas de la pieza, incluso adyacentes, no son posibles.

En base a los resultados obtenidos, se concluye que la chapa con embutición solamente puede desarrollar un mecanismo de fallo, correspondiente a la primera forma de imperfección.

## 5.5.2 Compresión pura.

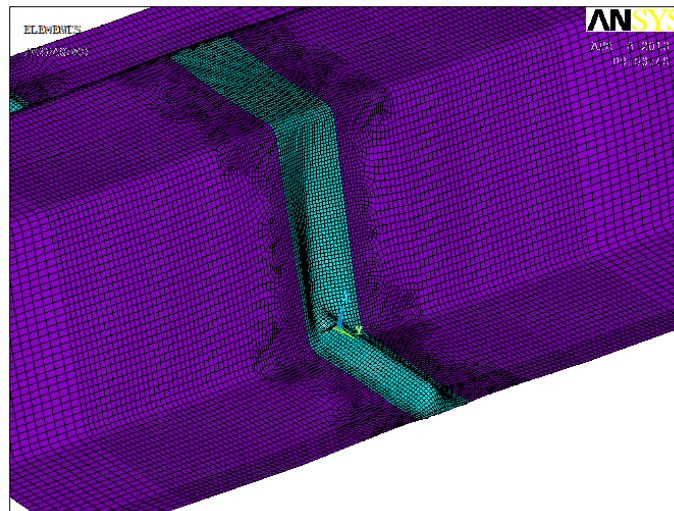
### 5.5.2.1 Malla.

La malla empleada en las simulaciones a compresión pura es igual a la empleada en el tramo central de las simulaciones a flexión pura de la chapa con embutición. En base a ello, el tramo central presentará también dos tramos de transición, I', adyacentes a la embutición.

El modelo se genera siguiendo las mismas pautas que las realizadas para el modelo a compresión pura de la chapa sin embutición. Esto es, eliminado los tramos A, B, D, E, F y G, del modelo a flexión pura de la chapa con embutición, (ver figura 5.71).

Teniendo en cuenta la gran influencia que ejerció la embutición en las simulaciones a flexión pura, y dada la pequeña longitud del modelo, se procedió a establecer una malla de 4mm, en lugar de 6mm, en los tramos externos. Se razonó que quizás con las segundas y terceras formas de imperfección, el modelo podría intentar desarrollar plastificaciones en las zonas adyacentes a la embutición, y por tanto su mallado debía ser más fino.

En la figura 5.118 se puede apreciar la malla realizada para el modelo solicitado a compresión pura de la chapa con embutición.



*Figura 5.118. Malla del modelo solicitado a compresión pura del modelo con embutición.*

Por tanto, el modelo a compresión pura de la chapa con embutición presenta la siguiente malla:

- a) Tramo H. Malla regular de 1mm. Ancho 24mm

- b) Tramos I'. Malla libre de transición, variable de 1mm a 2mm. Ancho de cada uno de los tramos 24mm.
- c) Malla de 2 mm en los tramos I.
- d) Malla de 4mm en el resto de los tramos.

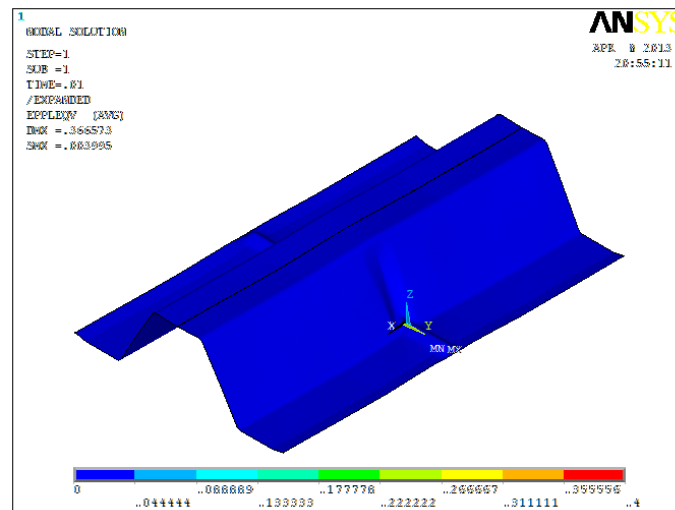
La malla de 1mm en el tramo central impuso 6 elementos finitos en los radios de acuerdo de todos los tramos.

### 5.5.2.2 Condiciones de contorno.

Las condiciones de contorno impuestas son iguales a las empleadas en el modelo solicitado a compresión pura de la chapa sin embutición. Teniendo en cuenta que se dejaron por defecto los ejes globales que se habían dispuesto en el proceso de conformado de la embutición, las condiciones de contorno impuestas son las siguientes:

- a) Desplazamientos impedidos en X, Y y Z, en un extremo de la pieza.
- b) Desplazamientos impedidos en Z, Y, y desplazamiento impuesto de 10mm en X, en el extremo opuesto de la pieza.
- c) Condiciones de simetría en los extremos longitudinales de la pieza. Esto es, desplazamiento impedido en Y, y giros impedidos en X y Z.

En la figura 5.119, se puede observar la disposición de los ejes globales:



*Figura 5.119. Disposición de los ejes globales de la chapa con embutición.*

Las primeras simulaciones se realizaron con la onda completa. Observándose que el patrón era simétrico, y que las simulaciones habían aumentado en tiempo computacional debido a un mallado algo superior en los extremos, se optó por realizar las simulaciones con media onda.

En la figura 5.120 se pueden apreciar las condiciones de contorno impuestas.

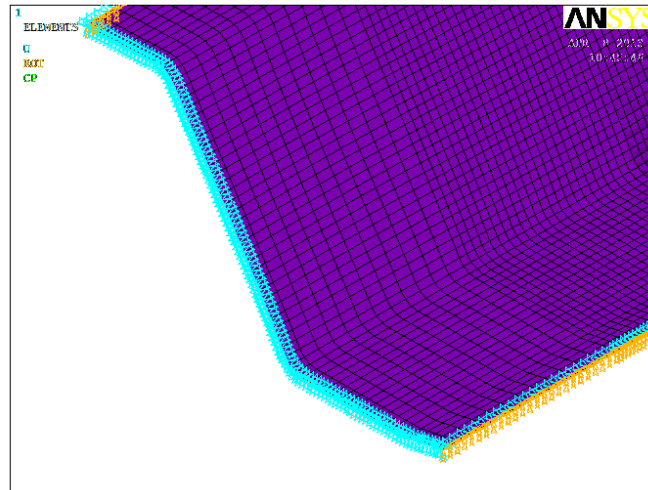


Figura 5.120. Condiciones de contorno de la chapa con embutición. Compresión pura.

### 5.5.2.3 Análisis de los modos de pandeo.

Los valores obtenidos para los diez primeros modos de pandeo se exponen en la tabla 5.21.

MODOS	VALOR PROPIO	MODOS	VALOR PROPIO
MODO 1	0,43608	MODO 6	0,58757
MODO 2	0,43658	MODO 7	0,62727
MODO 3	0,48808	MODO 8	0,65554
MODO 4	0,48832	MODO 9	0,68738
MODO 5	0,58599	MODO 10	0,69808

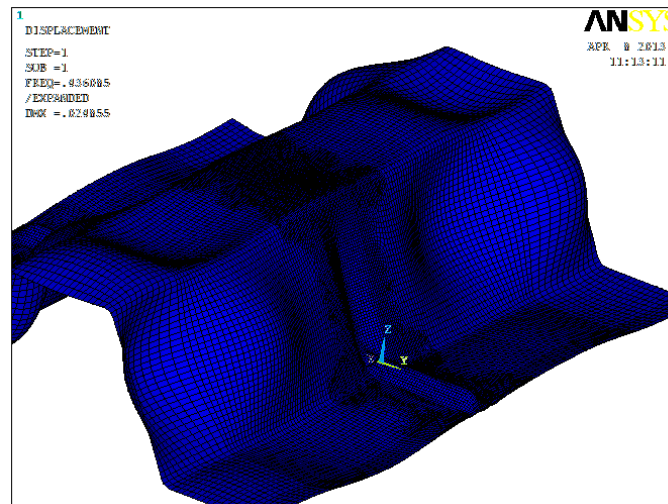
Tabla 5-21. Tabla de los diez primeros modos de pandeo. Compresión pura. Chapa con embutición.

Se observa que los modos están muy cercanos, sobre todo los cuatro primeros. Se procede, al igual que en las simulaciones anteriores, al análisis de los tres primeros modos de pandeo, con el fin de verificar si el patrón de colapso es estable.

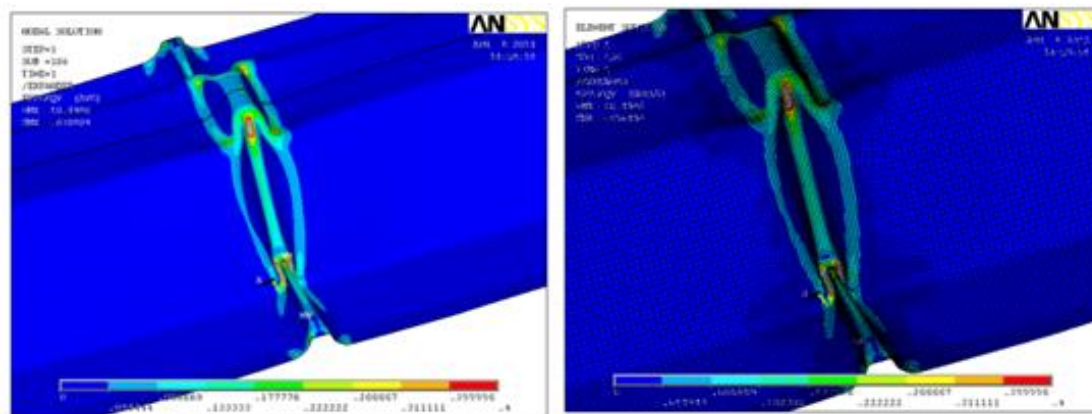
#### 5.5.2.3.1 Primer modo de pandeo.

El primer modo de pandeo no es simétrico. En la figura 5.121, se puede apreciar como las semiondas de los elementos de sección poseen sentidos opuestos en los extremos de la pieza. Por otro lado, se observa que la embutición apenas se ve afectada por la forma del modo.

La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenidas con el empleo del primer modo de pandeo, y una magnitud de imperfección de 1mm, se puede observar en la figura 5.122.



**Figura 5.121. Primer modo de pandeo. Compresión pura. Chapa con embutición.**

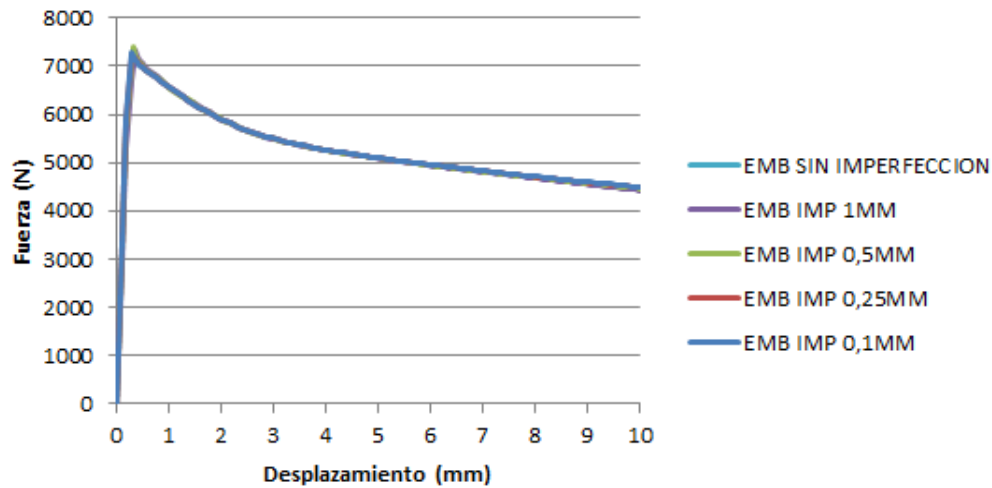


**Figura 5.122. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Compresión pura. Chapa con embutición. Magnitud de imperfección 1mm. Primer modo de pandeo.**

Los resultados son muy similares para ambas soluciones. La visualización de las líneas plásticas es correcta. Se aprecia que la embutición en el ala inferior no tiende a “abrirse” como sucedía en la sollicitación de la pieza a flexión pura. Las plastificaciones parecen tener tendencia a concentrarse en el encuentro ala-alma, y en la cresta de la embutición en el ala inferior.

Las relaciones carga-desplazamiento, para las distintas imperfecciones introducidas, pueden apreciarse en la figura 5.123.

En dicha figura, (5.123), se puede observar que el comportamiento es muy similar, independientemente de la imperfección introducida. Ni siquiera se aprecia diferencia con la curva de comportamiento obtenida en el análisis geométrico y material no lineal sin imperfección.



*Figura 5.123. Relación carga-desplazamiento. Compresión pura. Chapa con embutición. Primer modo de pandeo.*

Los valores de las cargas últimas obtenidos para la chapa con embutición a compresión pura se presentan en la tabla 5.22.

IMPERFECCIÓN	CARGA ÚLTIMA (N).
1mm	7345,1
0,5mm	7400,82
0,25mm	7353,26
0,1mm	7295,51
Sin imperfección	7310,15

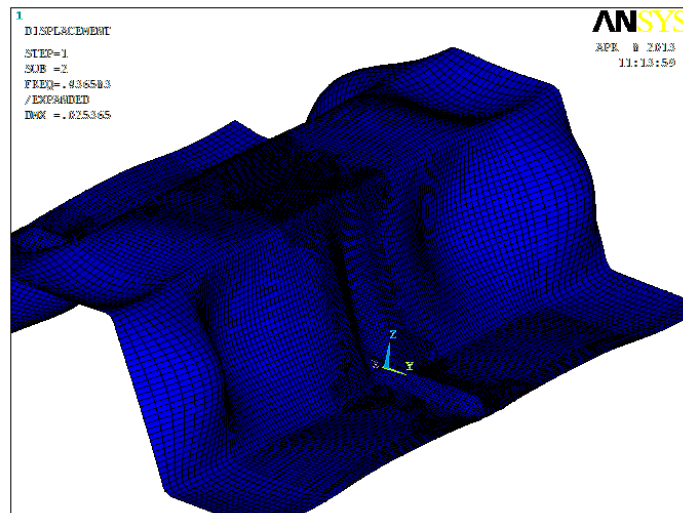
*Tabla 5-22. Valores de las cargas últimas. Compresión pura. Chapa con embutición. Primer modo de pandeo.*

Los valores de las cargas últimas son muy similares. La diferencia entre las cargas últimas correspondientes a las magnitudes de imperfección máxima y mínima, es de un 0,47%, lo cual es un valor muy bajo y casi despreciable. Se puede decir que estamos ante el mismo comportamiento. La embutición impone la carga última y el patrón de colapso. La introducción de pequeñas magnitudes de imperfección no altera en absoluto el valor de la carga última. Dicha carga se puede establecer en 7300N, a fin de estar del lado de la seguridad.

#### 5.5.2.3.2 Segundo modo de pandeo.

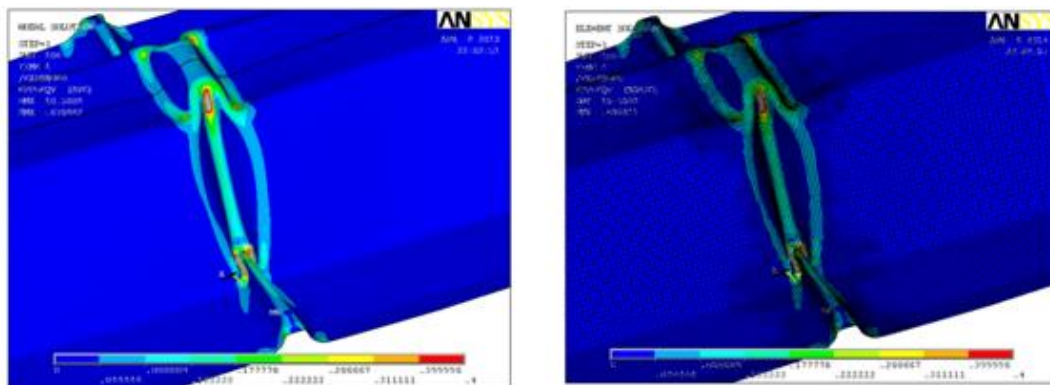
Tal y como se puede apreciar en la figura siguiente, el segundo modo de pandeo sí presenta simetría. En relación a la embutición, se observa como la forma modal apenas afecta a su geometría.





**Figura 5.124. Segundo modo de pandeo. Compresión pura. Chapa con embutición.**

La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenidas con el empleo del segundo modo de pandeo y una magnitud de imperfección de 1mm, se presenta en la figura 5.125.

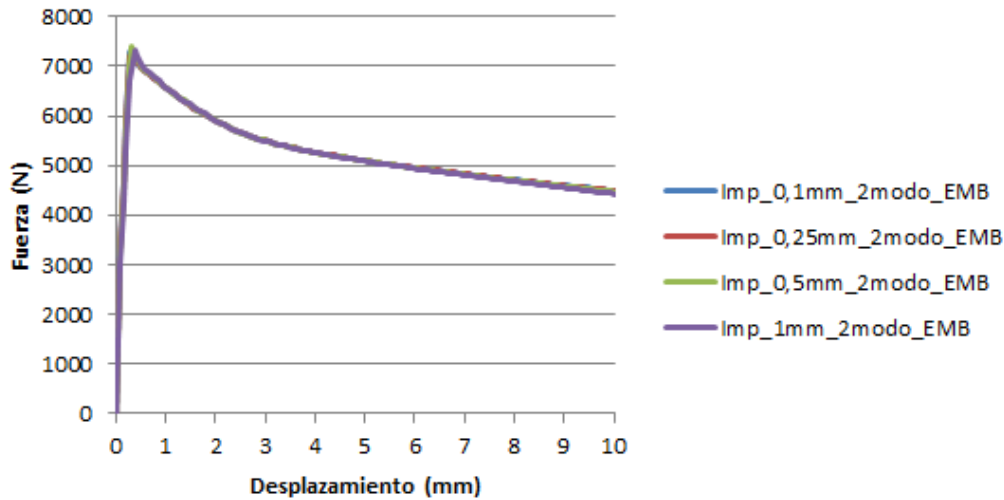


**Figura 5.125. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Compresión pura. Chapa con embutición. Imperfección 1mm. Segundo modo de pandeo.**

No se observan diferencias apreciables respecto el patrón de colapso obtenido con el primer modo de pandeo. De nuevo, ambas soluciones son muy similares y las líneas plásticas siguen mostrándose claramente visibles.

Las simulaciones llegaron a la convergencia y ningún análisis se paró de manera automática, tal y como sucedía en las simulaciones a flexión pura de la chapa con embutición. En este caso, el patrón de colapso se produce en la embutición y no hay intentos de desarrollo en las zonas adyacentes a la misma.

Las relaciones carga-desplazamiento, para las distintas magnitudes de imperfección empleadas, se exponen en la siguiente gráfica.



**Figura 5.126. Relación carga-desplazamiento. Compresión pura. Chapa con embutición. Segundo modo de pandeo.**

Al igual que en el primer modo de pandeo, no se observan diferencias de comportamiento en función de la magnitud de imperfección introducida. Las cargas últimas rondan el mismo valor, y el comportamiento plástico es idéntico para todas las magnitudes de imperfección empleadas.

Por otro lado, la comparación de la presente gráfica, con la homóloga del primer modo de pandeo, no se observan apenas diferencias.

En la siguiente tabla se exponen las cargas últimas obtenidas con el segundo modo de pandeo en función de la magnitud de imperfección empleada.

IMPERFECCIÓN	CARGA ÚLTIMA. (N)
1mm	7339,17
0,5mm	7398,87
0,25mm	7226,81
0,1mm	7296,09

**Tabla 5-23. Valores de las cargas últimas. Compresión pura. Chapa con embutición. Segundo modo de pandeo.**

La diferencia entre las carga última máxima y mínima obtenidas, es de un 0,6%. Dicha diferencia se considera baja y despreciable, por lo que se puede decir que la magnitud de imperfección no afecta al valor de la carga última.

La comparación con las cargas últimas del primer modo de pandeo se presentan en la tabla 5.24.

CARGAS ÚLTIMAS (N).			
Imperfección	Primer modo	Segundo modo	Diferencia (N)
1mm	7345,1	7339,17	0,08
0,5mm	7400,82	7398,87	0,02
0,25mm	7353,26	7226,81	1,72
0,1mm	7295,51	7296,09	0,008

*Tabla 5-24. Comparación entre las cargas últimas. Primer y segundo modo de pandeo.*

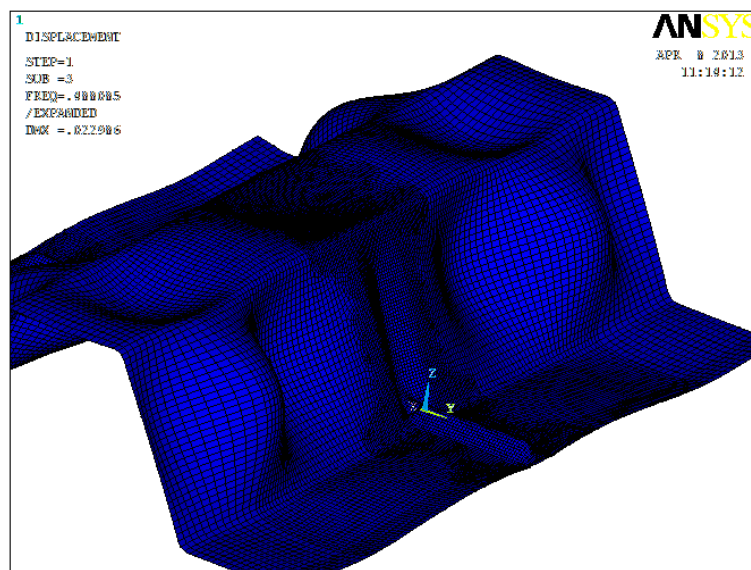
Las diferencias son muy bajas. El hecho de no observarse variaciones en el comportamiento, ni en los valores de las cargas últimas, para los dos modos de pandeo y para las diferentes magnitudes de imperfección empleadas, sugiere que la embutición determina el fallo.

A la vista de los resultados, ni la forma, ni la magnitud de imperfección, parecen afectar a la carga última, ni al mecanismo de fallo. Se puede proceder perfectamente a la realización de un análisis no lineal sin imperfección.

La cercanía que presentan los valores propios de las dos primeras formas de imperfección, parecen ser la causa de la gran similitud que se obtiene en los resultados. El tercer modo de pandeo, con un valor propio algo más separado de los dos primeros, permitirá acabar de constatar si la embutición es la que determina el fallo.

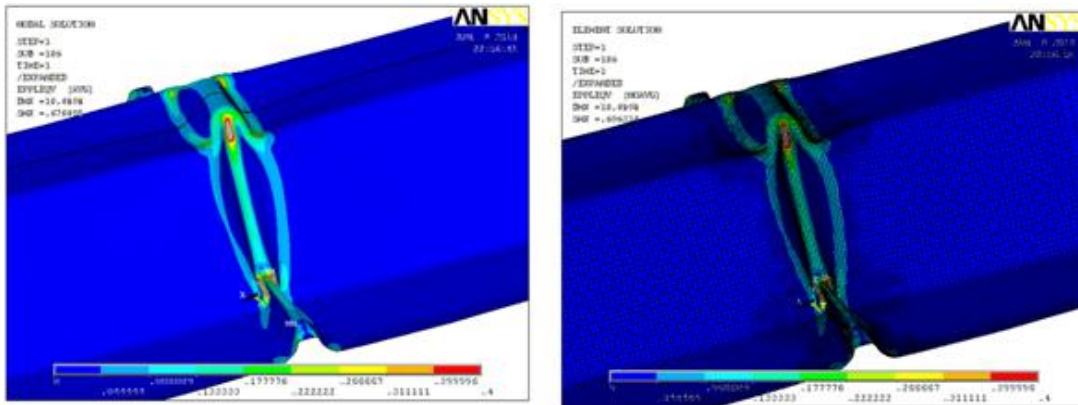
### 5.5.2.3.3 Tercer modo de pandeo.

El tercer modo de pandeo presenta simetría, al igual que el segundo modo. En la embutición se aprecia como la forma modal afecta al ala superior, sin embargo, apenas se aprecian modificaciones en las almas y alas inferiores.



*Figura 5.127. Tercer modo de pandeo. Compresión pura. Chapa con embutición.*

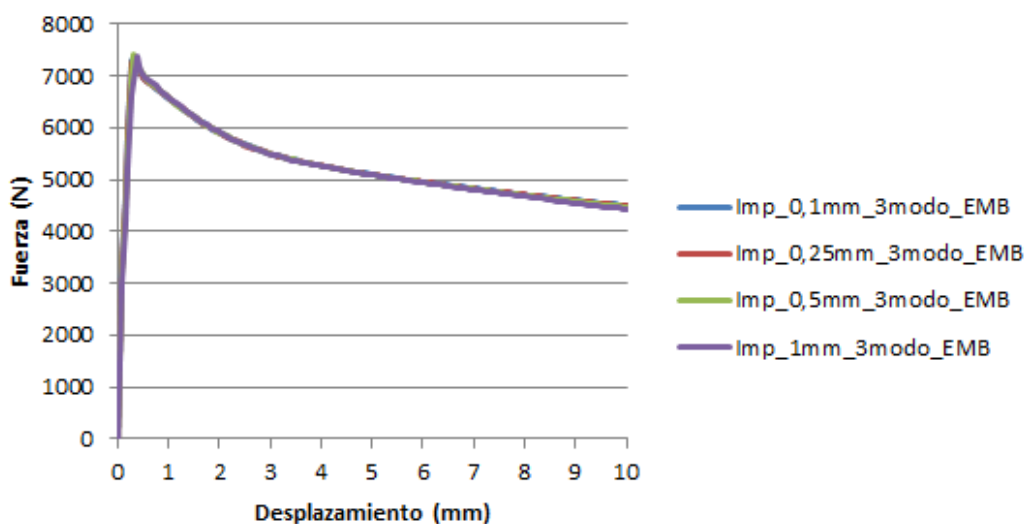
La solución nodal y la solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenidas con el empleo del tercer modo de pandeo, y una magnitud de imperfección de 1mm, se presentan en la figura siguiente.



**Figura 5.128. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Compresión pura. Chapa con embutición. Imperfección 1mm. Tercer modo de pandeo.**

De nuevo nos encontramos con el mismo resultado. No se aprecian diferencias con los modos anteriores. Las líneas plásticas son visibles y las dos soluciones son muy semejantes.

En relación a la carga-desplazamiento, (fig.5.129), se observa la misma situación. Las cargas últimas siguen rondando el mismo valor, independientemente de la forma y magnitud de imperfección empleada. Los valores de las cargas últimas son similares a los obtenidos con el primer y segundo modo de pandeo.



**Figura 5.129. Relación carga-desplazamiento. Compresión pura. Chapa con embutición. Tercer modo de pandeo.**

Los valores de las cargas últimas se pueden apreciar en la tabla 5.25.

<b>IMPERFECCIÓN</b>	<b>CARGA ÚLTIMA (N).</b>
1mm	7365,76
0,5mm	7407,69
0,25mm	7356,92
0,1mm	7293,04

*Tabla 5-25. Valores de las cargas últimas. Compresión pura. Chapa con embutición. Tercer modo de pandeo.*

La comparación de las cargas últimas entre el primer y el tercer modo de pandeo, se exponen en la siguiente tabla.

<b>CARGAS ÚLTIMAS (N).</b>			
<b>Imperfección</b>	<b>Primer modo</b>	<b>Tercer modo</b>	<b>Diferencia (%)</b>
1mm	7345,1	7365,76	0,28
0,5mm	7400,82	7407,69	0,092
0,25mm	7353,26	7356,92	0,05
0,1mm	7295,51	7293,04	0,03

*Tabla 5-26. Comparación entre las cargas últimas obtenidas para el primer y tercer modo de pandeo.*

La diferencia entre las cargas últimas obtenidas con el empleo del primer y tercer modo de pandeo no supera el 1%. Esta diferencia se considera despreciable.

No se observan diferencias apreciables en el comportamiento, ni en el valor de las cargas últimas para las distintas magnitudes de imperfección empleadas. Se concluye que la embutición marca e impone el mecanismo de fallo y el comportamiento de la pieza. La geometría es tan incisiva que la introducción de pequeñas magnitudes de imperfección apenas altera su comportamiento.

#### **5.5.2.4 Conclusiones.**

La cercanía entre los valores propios de las primeras formas de imperfección, al igual que en las simulaciones anteriores, llevó a la realización de un estudio a la forma y magnitud de imperfección, con el fin de constatar si el patrón de colapso era estable.

Se observó que el comportamiento de la chapa con embutición a compresión pura era siempre el mismo, independientemente de la forma y magnitud de imperfección empleada. Tanto en las soluciones elementales y nodales, como en la relación carga-desplazamiento, así como en el valor de la carga última, no se observaron diferencias apreciables. La respuesta era siempre la misma y la carga última rondaba siempre un valor de 7300N.

En base a ello se puede constatar que la embutición impone el comportamiento de la pieza. No hay posibilidad de desarrollo de un patrón diferente, al menos para los tres primeros modos, ni posibilidad de alteración de la carga última. La embutición posee una geometría tan incisiva que la introducción de pequeñas magnitudes de imperfección no altera su comportamiento.

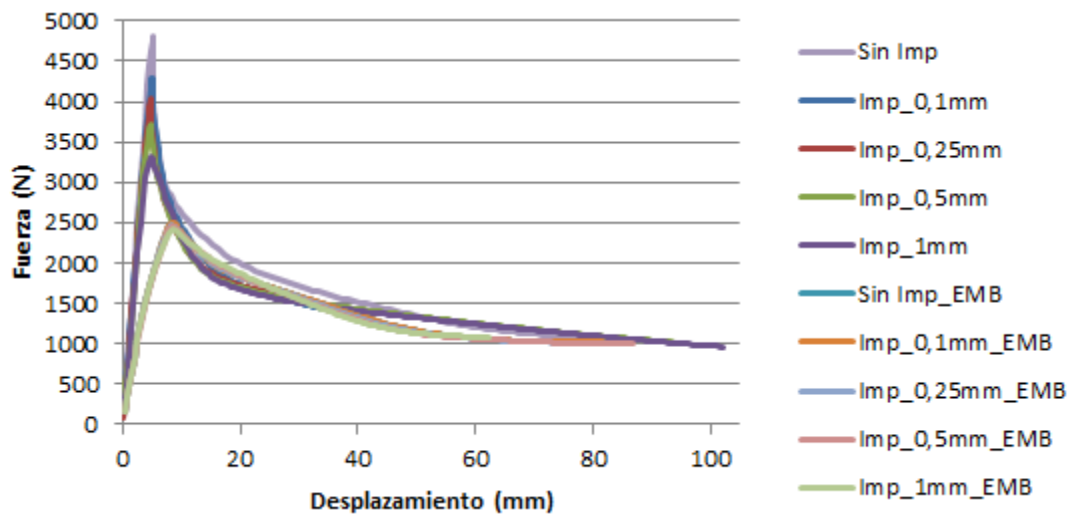
## 5.6 CHAPA ORIGINAL Vs. CHAPA CON EMBUTICIÓN. FLEXIÓN PURA POSITIVA.

En la gráfica 5.130 se comparan las relaciones carga-desplazamiento obtenidas con el primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección de la chapa sin embutición y con embutición. Se emplea el primer modo de pandeo por las razones apuntadas anteriormente.

En la chapa sin embutición se observa como la carga última es dependiente de la magnitud de imperfección introducida, aunque las pendientes de las ramas elásticas y plásticas son similares.

En la chapa con embutición, se observa que la pendiente del tramo elástico es menor al de la chapa sin embutición. Ello denota que la rigidez de la chapa original se ve mermada cuando se le introduce una embutición. Se aprecia que la carga última es menor respecto a la chapa sin embutición, sin embargo el comportamiento post-colapso parece no verse afectado, ya que la tendencia de las ramas plásticas de la chapa, con y sin embutición, es la misma.

Es decir, la embutición, reduce la rigidez y el valor de la carga última, pero no parece afectar mucho al comportamiento post-colapso.



**Figura 5.130.** Comparación del comportamiento a flexión pura de la chapa sin embutición y con embutición. Primera forma modal con introducción de imperfecciones, y análisis geométrico y material no lineal sin imperfecciones, para ambos casos.

Las cargas últimas de la chapa sin embutición y con embutición se muestran en la siguiente tabla.

IMPERFECCIÓN	Sin embutición.	Con embutición	DIFERENCIA (%)
	CARGA ÚLTIMA (N).	CARGA ÚLTIMA (N).	
1mm	3432,312	2411,696	29,73
0,5mm	3851,784	2454,1	36,3
0,25mm	4177,6	2473,964	40,78
0,1mm	4452,8	2499,116	43,87
Sin imperfección	4800,36	2520,1	47,5

*Tabla 5-27. Comparación cargas últimas para diferentes imperfecciones de la chapa sin embutición y con embutición.*

Se observa que el panel nervado original reduce su capacidad de carga entre un 30% y un 47,5%, en función de la magnitud de imperfección empleada, por el hecho de introducir una embutición.

A medida que la magnitud de imperfección es mayor, la diferencia entre las cargas últimas de la chapa, con y sin embutición, se va reduciendo.

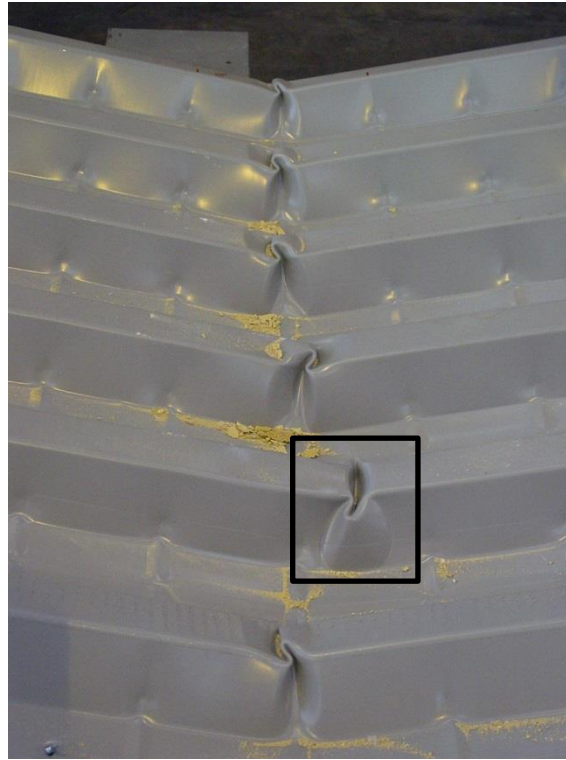
Cuando se conforma un arco estructural por embutición a partir de paneles nervados, se ha de tener en cuenta que el tramo entre dos embuticiones ha de verse también afectado, por lo que es lógico que dicho tramo presente imperfecciones.

Rondando la profundidad de la embutición valores entre 1mm y 6mm, y separaciones entre 100mm y 200mm, es lógico considerar que el tramo entre dos embuticiones pueda presentar una imperfección de 1mm, o incluso mayor, dependiendo de la profundidad y separación de las embuticiones. En base a ello, la diferencia entre las cargas últimas del tramo sin embutición y con embutición, sería menor.

Este efecto, podría ser la causa de que en algunos ensayos experimentales se hayan observado mecanismos de fallo en la zona entre embuticiones, tal y como se pudo ver en los ensayos del 2006, (fig.5.131).

Resulta evidente, a la vista de la figura 5.131, que el patrón de colapso dominante es el que se desarrolla en la embutición. Siendo su geometría tan incisiva, resulta razonable que el fallo se desarrolle en la mayoría de los casos en dicha ubicación.

La aparición de un mecanismo de fallo en el tramo entre embuticiones, puede ser debido al efecto comentado.



*Figura 5.131. Mecanismos observados en los ensayos de 2006.*

### 5.6.1 Obtención de la relación Momento-Giro.

Los giros se obtuvieron mediante la siguiente relación:

$$\theta = \arctan \frac{U_y}{d_z}$$

Siendo:

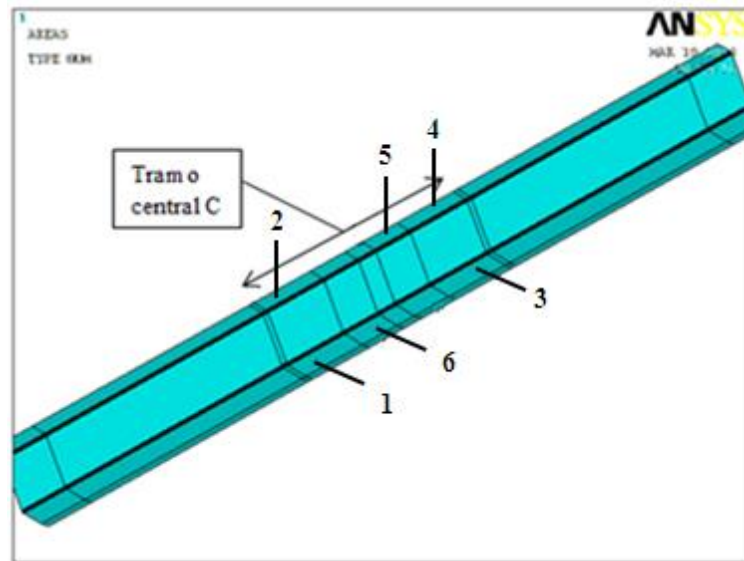
$U_y$ , el desplazamiento vertical en un nodo escogido aleatoriamente.

$d_z$ , la distancia del nodo al origen de coordenadas, o apoyos.

Los momentos se obtuvieron multiplicando el valor total de las reacciones en un extremo de la pieza, por la distancia al nodo.

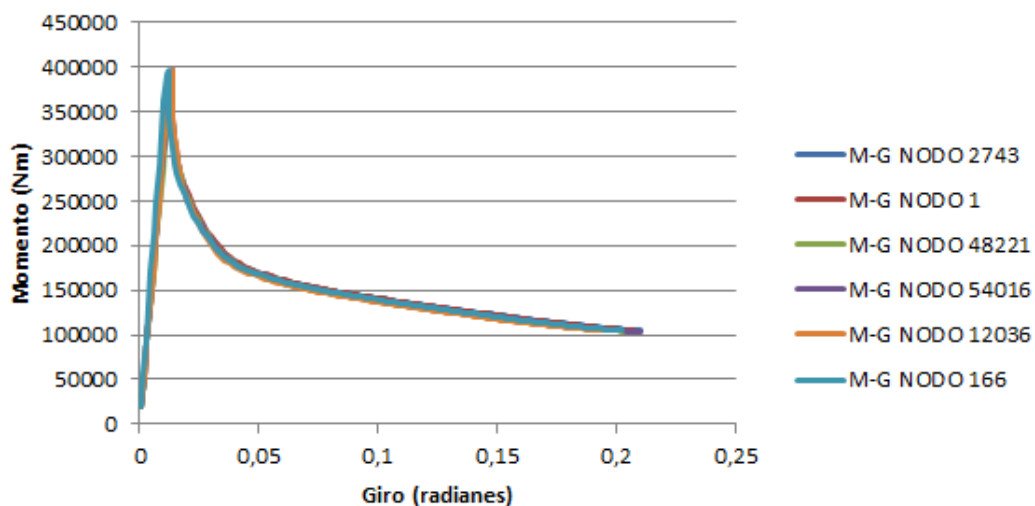
Con el fin de cuantificar la validez del método, se seleccionaron 6 nodos aleatoriamente en 3 secciones diferentes del tramo central. La ubicación aproximada de los nodos se puede observar en la figura 5.132.





*Figura 5.132. Ubicación aproximada de los nodos para la cuantificación giro-momento.*

En la figura 5.133 se pueden observar las relaciones momento-giro para cada uno de los nodos analizados.



*Figura 5.133. Relación Momento-Giro para distintos nodos del tramo central.*

Las curvas obtenidas son similares, por lo que el método se considera correcto.

### 5.6.2 Relación momento-giro. Chapa original Vs. Chapa con embutición.

En la siguiente gráfica se procede a la representación de la relación momento-giro, de la chapa sin y con embutición, para una onda completa.

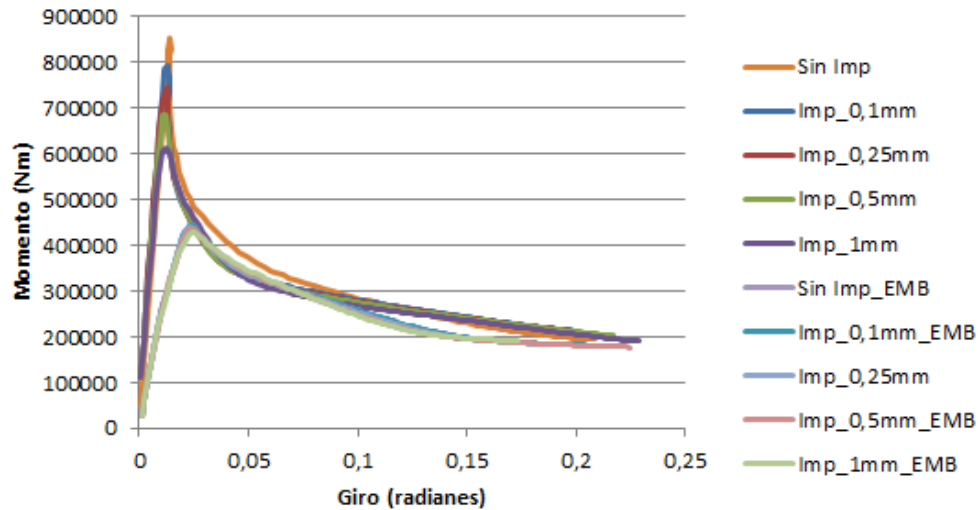


Figura 5.134. Relación momento-giro. Chapa sin y con embutición.

En la tabla 5.28 se pueden apreciar los momentos máximos y los módulos resistentes eficaces positivos, obtenidos para la chapa sin y con embutición, ( $\sigma_{adm} = 275N/mm^2$ ).

IMPERFECCIÓN	SIN EMBUTICIÓN		CON EMBUTICIÓN	
	MOM. MÁXIMO (Nmm)	W <sub>y</sub> (mm <sup>3</sup> )	MOM. MÁXIMO (Nmm)	W <sub>y</sub> (mm <sup>3</sup> )
1mm	613214,27	2229,87	429281,88	1561,03
0,5mm	685725,77	2493,54	436829,8	1588,47
0,25mm	746809,68	2715,67	440365,59	1601,33
0,1mm	791786,72	2879,22	444842,64	1617,61
Sin imperfección	854464,08	3107,13	452901,25	1646,91

Tabla 5-28. Momentos máximos y módulos resistentes de la chapa sin y con embutición.

La reducción del módulo resistente que experimenta la chapa original por el hecho de practicarle una embutición, ha de ser similar a la obtenida para las cargas últimas. En la tabla 5.29, se presentan los módulos resistentes eficaces positivos de la chapa con embutición y sin embutición, y se procede a su comparación.

IMPERFECCIÓN	W <sub>y</sub> (Sin embutición) (mm <sup>3</sup> )	W <sub>y</sub> (Con embutición) (mm <sup>3</sup> )	%
1mm	2229,87	1561,03	30%
0,5mm	2493,54	1588,47	36%
0,25mm	2715,67	1601,33	41%
0,1mm	2879,22	1617,61	44%
Sin imperfección	3107,13	1646,91	47%

Tabla 5-29. Reducción del módulo resistente de la chapa con embutición expresado en %.

Se observa el mismo porcentaje de reducción que el obtenido en la comparación de las cargas últimas, lo cual es lógico.

Es interesante hacer notar, que en función de la magnitud de imperfección, el valor del módulo resistente eficaz negativo del panel nervado sin embutición, puede variar hasta un 17%, (47%-30%), respecto al panel nervado que presenta embutición.

En base a ello, resulta interesante para futuras investigaciones, determinar en qué medida el efecto de conformado del arco afecta al tramo entre embuticiones, ya que puede suceder que nos encontremos con valores similares a los presentados en la tabla 5.29.

## **5.7 CHAPA ORIGINAL Vs. CHAPA CON EMBUTICIÓN. COMPRESIÓN PURA.**

A continuación, se procede a comparar los resultados obtenidos a compresión pura del panel nervado con y sin embutición.

En el apartado 5.7.1 se comparan los patrones de colapso obtenidos en cada caso. El mecanismo de fallo que se mostrará para la chapa sin embutición es el obtenido con la introducción de magnitudes de imperfección negativas, dado que dicho patrón se asemeja más al mecanismo de fallo de la chapa con embutición.

Con ello no se desvirtúa en ningún caso la realidad, dado que tal y como se ha podido apreciar en el apartado 5.4.2, la introducción de magnitudes de imperfección positivas o negativas únicamente afecta al aspecto formal del mecanismo de fallo, y no al comportamiento carga-desplazamiento de la pieza.

Por último, en el apartado 5.7.2, se comparan las relaciones carga-desplazamiento del panel nervado sin y con embutición.

### **5.7.1 Mecanismos de fallo. Chapa original Vs. Chapa con embutición.**

En la figura 5.135 se puede apreciar el mecanismo de fallo que se desarrolla en la chapa sin embutición cuando es solicitada a compresión pura.

En la figura 5.136 se presenta el mecanismo de fallo que se desarrolla en la chapa con embutición cuando es solicitada a compresión.

Comparando ambas figuras se observa la similitud que presentan ambos patrones. La diferencia se encuentra principalmente en el ancho del mecanismo.

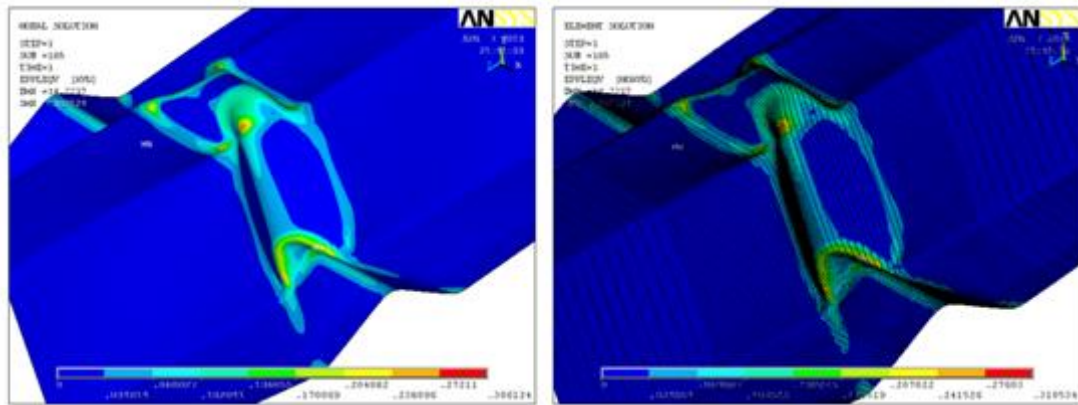


Figura 5.135. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Compresión pura. Chapa sin embutición. Imperfección negativa de Imm. Primer modo de pandeo.

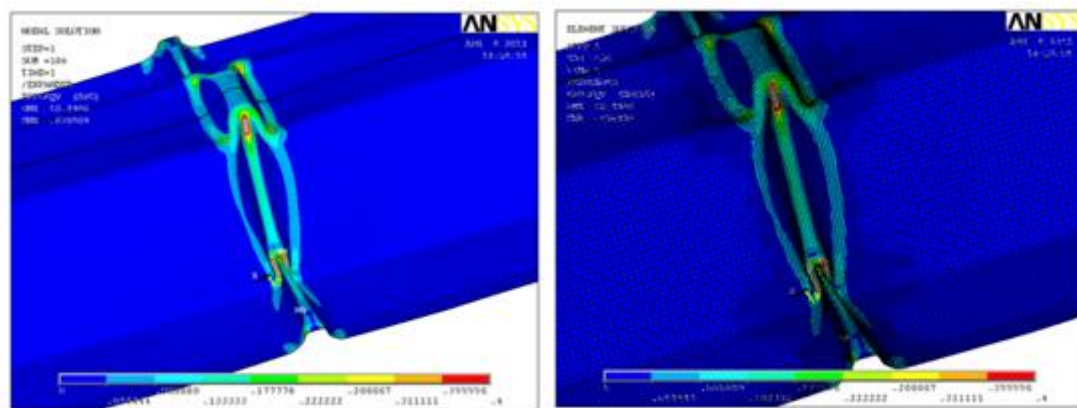


Figura 5.136. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Compresión pura. Chapa con embutición. Imperfección Imm. Primer modo de pandeo.

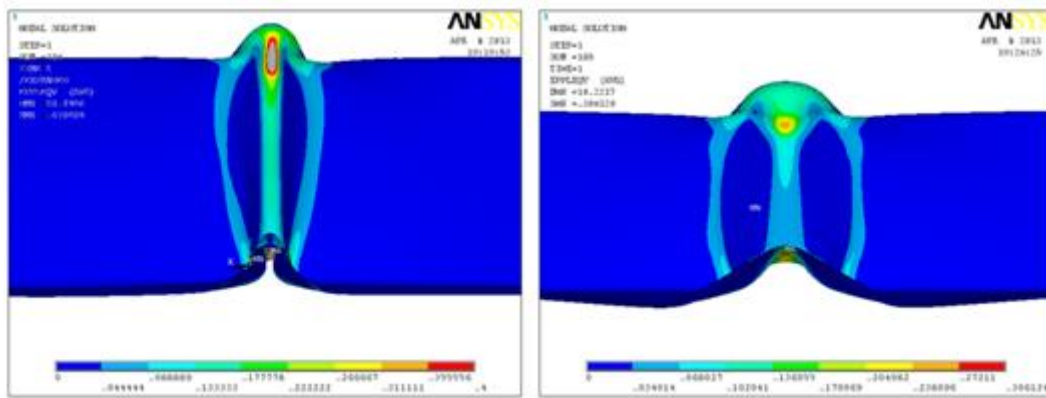
Se puede observar como las líneas plásticas obtenidas en ambos patrones son las mismas.

La rótula en la **chapa con embutición** posee un ancho menor, dado que ya está impuesto por la propia embutición. A medida que el esfuerzo de compresión aumenta, el patrón se desarrolla a través del camino ya “marcado” por la embutición.

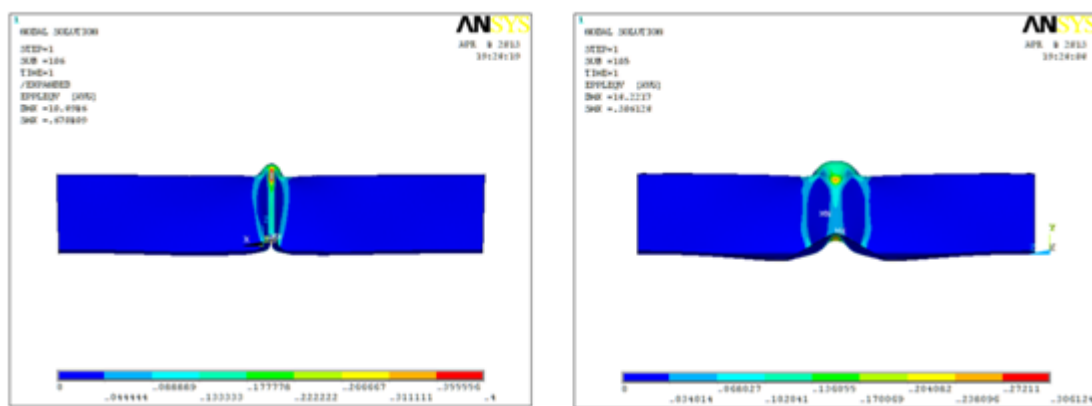
En la **chapa sin embutición**, el ancho de la rótula ha de ser generado con el ancho que le es propio. Dicho ancho está relacionado con el tamaño del elemento de sección de menor dimensión, tal y como se verá en el capítulo 6, donde se analiza este mecanismo de fallo.

En la chapa sin embutición, el desarrollo de patrón de colapso “hacia arriba” hubo de ser inducido al modelo mediante una imperfección negativa. En el caso de la chapa con embutición, es la propia embutición la que le indica el camino al patrón.

Se aprecia también como diferencia, aparte del ancho de la rótula, que en la **chapa con embutición** el ala inferior permanece casi plana. Por el contrario, en la **chapa sin embutición**, el ala inferior sufre deformaciones en el sentido positivo y negativo del eje Y.



**Figura 5.137.** Solución nodal chapa con embutición, (izquierda). Solución nodal chapa sin embutición con imperfección negativa, (derecha).



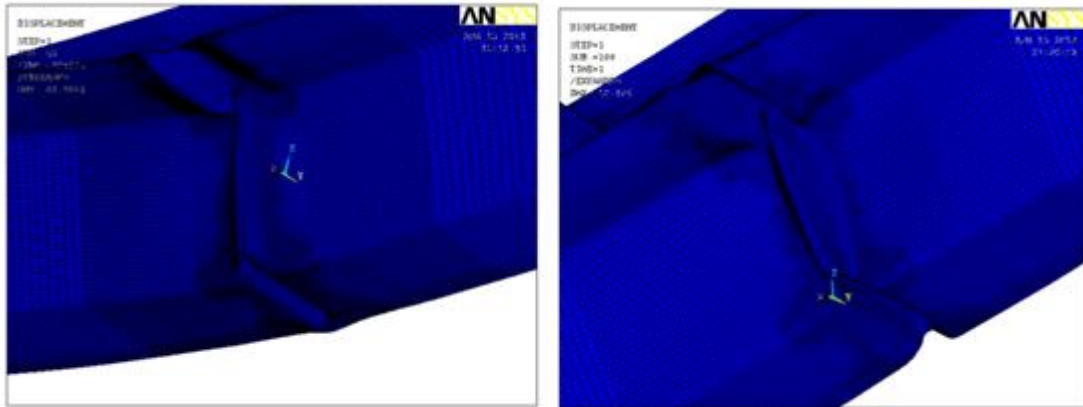
**Figura 5.138.** Solución nodal chapa con embutición, (izquierda). Solución nodal chapa sin embutición con imperfección negativa, (derecha).

Debido a estas deformaciones del ala inferior en la chapa sin embutición, aparecen claramente marcadas unas líneas plásticas inclinadas. En la chapa con embutición, dichas líneas son más cortas. El hecho de que el ala inferior se mantenga casi plana, indica que tales líneas no deben existir, al no presentarse deformaciones que las acompañen.

Es decir, en la chapa sin embutición, se ha de plastificar material del ala inferior para poder desarrollar un pliegue a dos aguas. En la chapa con embutición, este trabajo ha sido realizado en el proceso de generación de la embutición. El patrón se desarrolla sin necesidad de generar desplazamientos opuestos en el eje Y para conseguir un pliegue. Las compresiones, simplemente han de continuar desarrollando el pliegue que presenta la embutición. A mayores, tampoco se observan grandes variaciones en la geometría de la embutición en el ala inferior.

Por otro lado, los elementos de sección comprimidos en las simulaciones a flexión pura de la chapa con embutición, se deforman con cierta semejanza a como lo hacen en el patrón de colapso a compresión pura.

Véase en la siguiente figura el aspecto que presenta el patrón de colapso de la chapa con embutición a flexión, para un paso de carga menor al mostrado en el apartado 5.5.1, y el aspecto que presenta el patrón de colapso de la chapa con embutición a compresión pura.



*Figura 5.139. Patrón de colapso de la chapa con embutición. Flexión pura, (izquierda). Compresión pura, (derecha).*

Para pasos de carga superiores, la rótula a flexión pura positiva en el ala superior, tiende a “volcarse” presentando un patrón final algo diferente, tal y como se pudo observar en el apartado 5.5.1. Aun así, para cierto estadio de deformación, los patrones muestran cierta semejanza.

### 5.7.2 Relación carga-desplazamiento. Chapa original Vs. Chapa con embutición.

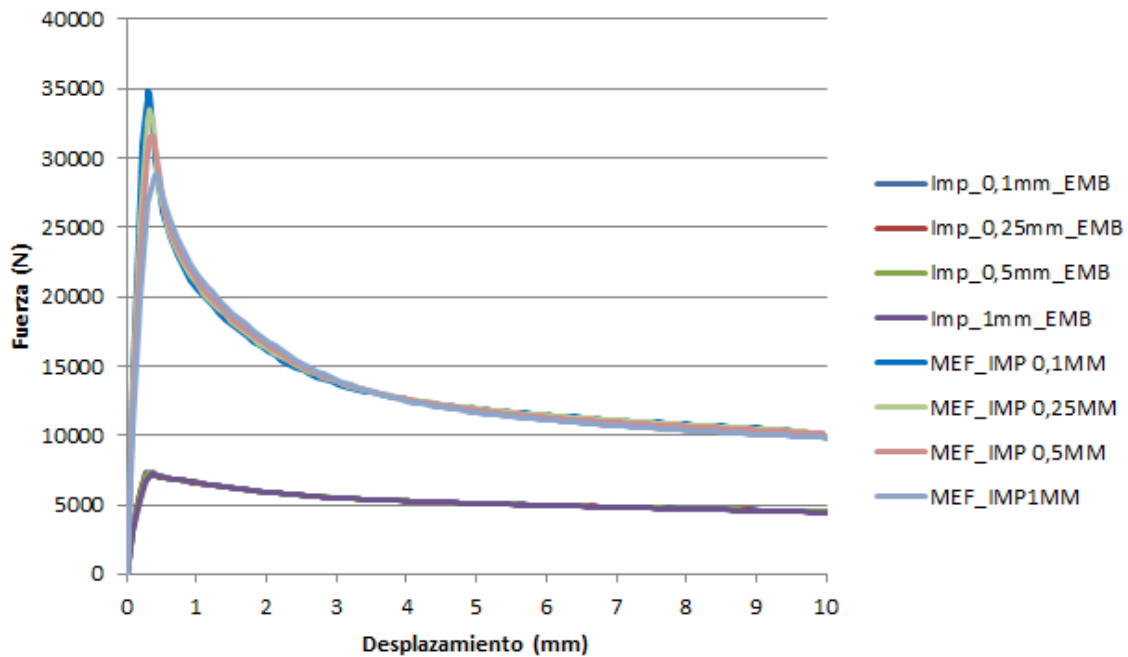
En la siguiente gráfica, (fig.5.140), se pueden comparar las relaciones carga-desplazamientos a compresión pura de la chapa con y sin embutición, para el primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección.

La comparación entre ambos comportamientos, permite observar que la chapa con embutición posee una resistencia mucho más baja que la chapa original. El área efectiva, claramente, ha mermado.

En la figura 5.140, se puede apreciar como la distancia entre las cargas últimas de la chapa sin embutición y con embutición es considerable. Por otro lado, en la chapa con embutición, se observa que una vez sobrepasada la carga última no se produce un gran cambio de comportamiento. La rama plástica desciende con baja pendiente hasta mantenerse casi plana.

El comportamiento de la chapa con embutición a compresión pura, cambia radicalmente respecto al comportamiento que ofrecía ante una sollicitación a flexión pura. En este caso la

embutición, si se permite la expresión, se ha “comido” literalmente la resistencia de la pieza, dejando a mínimos el comportamiento elástico.



**Figura 5.140. Comparación carga-desplazamiento. Chapa con y sin embutición.**

Resulta evidente que comprimir una pieza que presenta un fuerte pliegue, es mucho más sencillo que ejercer dicho esfuerzo sobre una pieza que no lo posee.

Dado que el comportamiento de la chapa con embutición es siempre el mismo, independientemente del modo y de la magnitud de imperfección empleada, la diferencia respecto a la chapa sin embutición es menor, a medida que la magnitud de imperfección empleada es mayor.

En la tabla 5.30, se muestran las áreas efectivas de la chapa sin embutición y con embutición, en función de la magnitud de imperfección empleada. En dicha tabla, se expone también la reducción de área efectiva, expresada en tanto por cien, que experimenta la chapa original por el hecho de practicarle una embutición, ( $\sigma_{adm} = 275N/mm^2$ ).

IMPERFECCIÓN	Sin embutición.		Con embutición		REDUCCIÓN (%)
	$F_{max}$ (N)	$A_{eff}$ (mm <sup>2</sup> )	$F_{max}$	$A_{eff}$ (mm <sup>2</sup> )	
1mm	28816,1	104,79	7345,1	26,71	74,51 %
0,5mm	31568,8	114,80	7400,82	26,91	76,56 %
0,25mm	33463,4	121,69	7353,26	26,74	78 %
0,1mm	34843,1	126,70	7295,51	26,53	79,06 %

**Tabla 5-30. Áreas efectivas de la chapa sin embutición y con embutición. Reducción del área efectiva de la chapa sin embutición al practicarle una embutición.**

Realizando una media de los tantos por cien obtenidos, se puede decir que la chapa original reduce en un 77% su área efectiva cuando se le practica una embutición. Dicha reducción es claramente amplia.

## 5.8 CONCLUSIONES.

El análisis de los resultados obtenidos permite concluir diciendo que la chapa con embutición se comporta de manera muy distinta en función del esfuerzo a la que esté solicitada.

**A flexión pura positiva**, el panel nervado ve mermada su rigidez por el hecho de practicarle una embutición, ya que la pendiente del comportamiento elástico es menor cuando la chapa presenta embutición. Se observa también que el módulo resistente eficaz positivo se ve reducido entre 30% y un 47% en función de la magnitud de imperfección empleada. Otro efecto destacable, es que el panel nervado original y el panel con embutición, poseen el mismo comportamiento post-colapso, al ser las ramas plásticas muy similares.

Resulta interesante destacar que el hecho de introducir embuticiones a un panel nervado, no sólo afecta localmente al punto donde se realiza la embutición, y se encuentra razonable que en los tramos entre embuticiones se produzcan imperfecciones. La magnitud de la imperfección será función de lo incisiva que sea la embutición, y de la distancia a la que se realicen las embuticiones. En este caso el módulo resistente eficaz entre embuticiones podría poseer un valor menor al presentado en las tablas precedentes.

A rasgos generales, el panel nervado con embutición es menos resistente que el panel nervado original. Por otro lado, el pliegue incisivo que induce la embutición, ayuda a que el mecanismo de fallo se desarrolle en esta zona. En base a ello, se encuentra razonable que el patrón de colapso dominante se desarrolle en la embutición.

La aparición de patrones de colapso entre embuticiones, no debe ser considerada como algo habitual, y su acontecimiento puede ser debido a la magnitud de imperfección entre embuticiones.

**A compresión pura**, la chapa original ve muy reducida su área efectiva, (en un 77%), por el hecho de introducirle una embutición.

Se observa que, al igual que sucede a flexión pura positiva, la pendiente de la rama elástica del perfil con embutición es menor respecto a la del perfil original, (fig.5.140). En cuanto al mecanismo de fallo, se podría decir que el perfil con embutición se deforma a modo de “acordeón” ante esta sollicitación, (fig.5.136), sin ofrecer apenas resistencia.



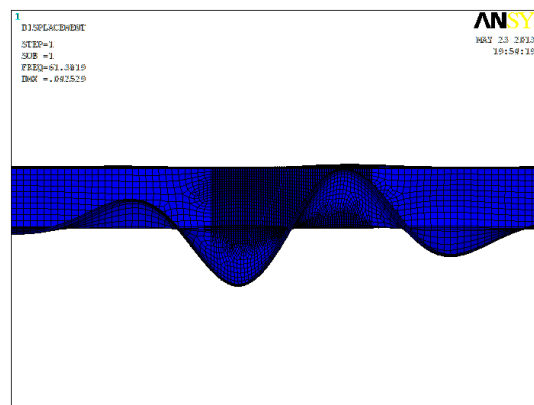
Ante las solicitaciones hasta ahora analizadas, la chapa con embutición se comporta peor que la chapa original. Por otro lado, claramente la chapa con embutición, se comporta mejor ante una sollicitación de flexión pura que de compresión pura.

## 5.9 SIMULACIONES A FLEXIÓN PURA NEGATIVA DE LA CHAPA SIN EMBUTICIÓN.

### 5.9.1 Introducción.

El modelo empleado en las simulaciones a flexión pura positiva, con una longitud total de 1012mm, no pudo ser utilizado para realizar las simulaciones a flexión pura negativa. Se observó que la relación longitud del tramo central- ala comprimida no era la adecuada. Los modos de pandeo no podían desarrollarse correctamente, y el modelo se comportaba de manera inestable ofreciendo mecanismos de fallo diversos y en distintas localizaciones.

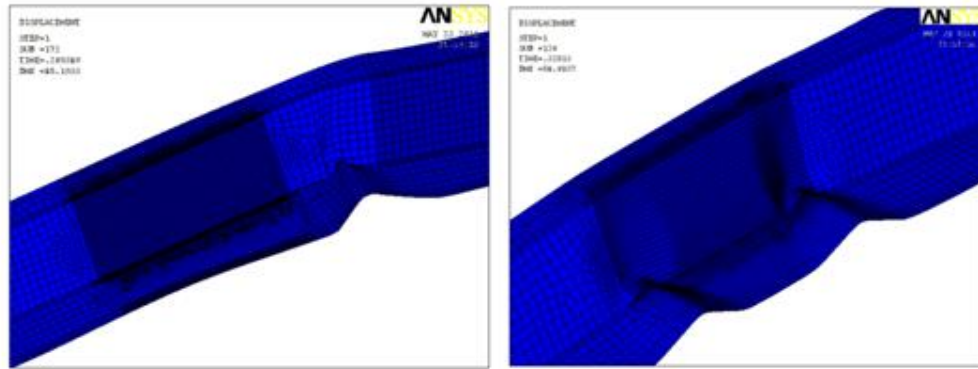
Las simulaciones realizadas a flexión pura negativa empleando el modelo n°3, (malla de 1mm en los radios de acuerdo, malla de 3mm en el tramo central y malla de 6mm en el resto de los tramos), con una longitud de 1012mm, devolvían el siguiente primer modo de pandeo:



**Figura 5.141. Primer modo de pandeo. Modelo n°3, (malla de 1mm, 3mm y 6mm). Longitud 1012mm.**

Se observa que el modo obtenido se caracteriza por ser asimétrico.

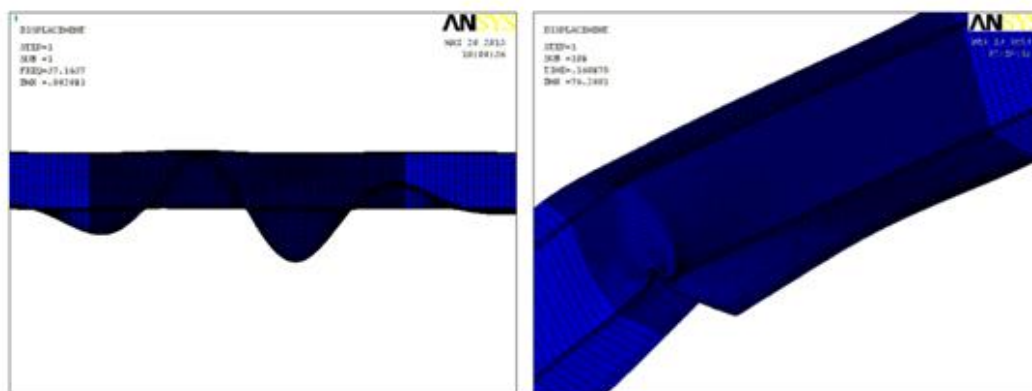
La introducción de diferentes magnitudes de imperfección, a este primer modo de pandeo, devolvía distintos mecanismos de fallo. Véase en la figura 5.142 los patrones de colapso obtenidos para magnitudes de imperfección de 0,1mm y 1mm.



**Figura 5.142. Mecanismos de fallo. Magnitud de imperfección 0,1mm, (izquierda). Magnitud de imperfección 1mm, (derecha). Modelo n°3. Longitud 1012mm. Primer modo de pandeo.**

Observando que la malla más densa, (1mm en los radios de acuerdo, y 3mm, en el tramo central), no cubría correctamente las zonas donde se producían los mecanismos de fallo, se procedió a extender esta malla hasta la zona acotada entre cargas.

En la siguiente figura se pueden observar el primer modo de pandeo y el patrón de colapso para una magnitud de imperfección de 1mm, obtenidos con la mencionada extensión de la malla hasta la zona acotada entre cargas.



**Figura 5.143. Primer modo de pandeo y patrón de colapso para una magnitud de imperfección de 1mm. Modelo n°3. Malla de 1mm y 3mm, para la zona acotada entre cargas, y malla de 6mm en los tramos externos. Longitud del modelo 1012mm.**

Se observa que el primer modo de pandeo sigue siendo asimétrico, aunque las semiondas han cambiado de sentido. El patrón de colapso para una magnitud de imperfección de 1mm está conformado ahora por una sola rótula. Se puede apreciar también como el mecanismo de fallo se ve afectado por la cercanía de la carga, ubicada donde se produce el cambio de malla.

En base a los resultados obtenidos, se concluyó que se debía cambiar la longitud del modelo.

### 5.9.1.1 Generación del modelo.

Para establecer la longitud del nuevo modelo, se tomó como referencia la relación 5.1, longitud del tramo central - ancho ala comprimida del modelo solicitado a flexión pura positiva. En dicho modelo se pudo apreciar que los modos de pandeo y los patrones de colapso eran estables.

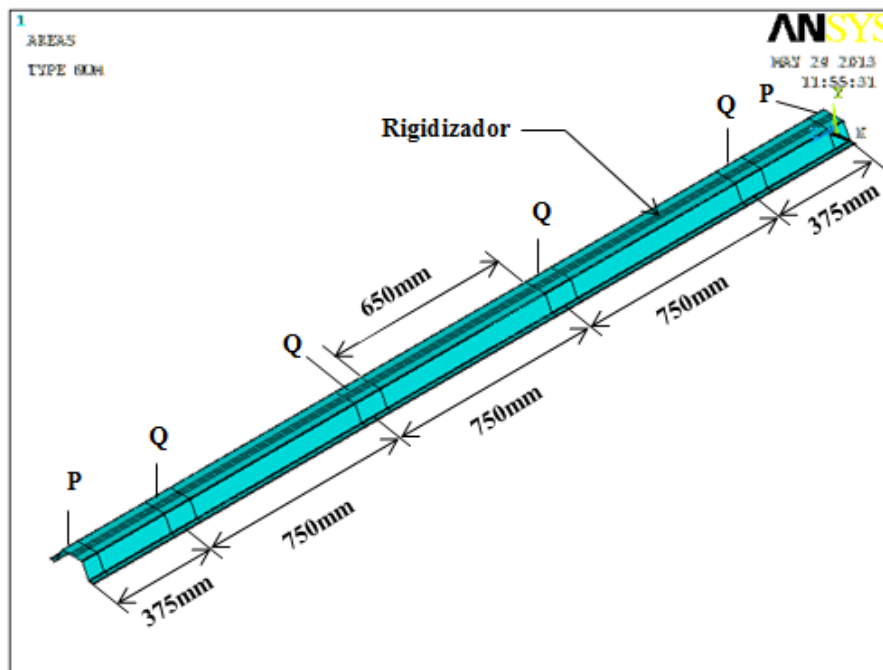
$$\frac{\text{Longitud tramo central}}{\text{Ancho ala comprimida}} = \frac{300\text{mm}}{36\text{mm}} = 8,33 \quad (5.1)$$

Empleando la relación 5.1, y teniendo en cuenta que, a flexión pura negativa, el ala comprimida posee un ancho de 72mm, la longitud del tramo central será,

$$\text{Longitud tramo central} = 8,33 \cdot 72\text{mm} = 600\text{mm}$$

Observando que la dimensión obtenida para el tramo central, se acercaba a la empleada en los ensayos experimentales de la presente tesis, (650mm), se procedió a generar un modelo con las mismas medidas que las empleadas en los ensayos.

En la figura siguiente se puede observar el modelo generado.



**Figura 5.144. Modelo generado para las simulaciones a flexión pura negativa.**

Al igual que en los ensayos experimentales, la longitud total del modelo es de 3000mm. Los tramos denominados Q de la figura 5.144, son las zonas en las que se aplica la carga. Los tramos denominados P, al igual que en las simulaciones precedentes, se les asigna un material sin capacidad de comportamiento plástico, con el fin de eliminar posibles plastificaciones locales originadas por las condiciones de contorno simplificadas que se imponen.

Se observa que la zona acotada entre cargas posee una longitud muy cercana a la obtenida mediante la relación 5.1. Se puede apreciar también, la presencia de un rigidizador longitudinal en el ala comprimida.

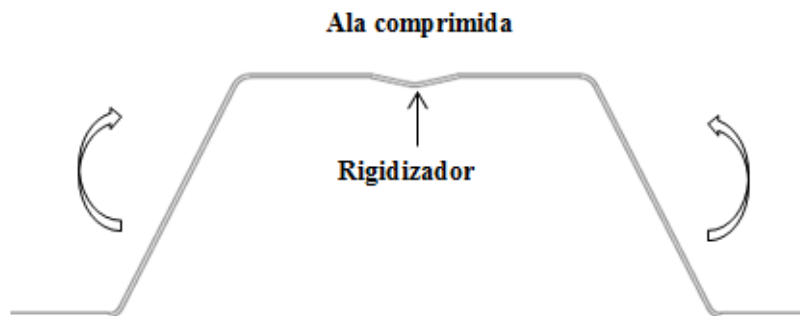
Se hace constar aquí, que la disposición de la onda en el modelo está “al revés” de los modelos solicitados a flexión pura positiva. Esto es, se ubica el ala comprimida en la cara superior, y se procede a aplicar un momento de signo “positivo” a la pieza.

Es decir, siendo la geometría del panel nervado tal y como se muestra en la figura 5.145.



**Figura 5.145. Geometría del panel nervado H-55**

La onda se dispone tal y como se muestra en la figura 5.146, para los modelos solicitados a flexión pura negativa y se aplica un momento de signo positivo.



**Figura 5.146. Disposición de la onda en los modelos solicitados a flexión pura negativa.**

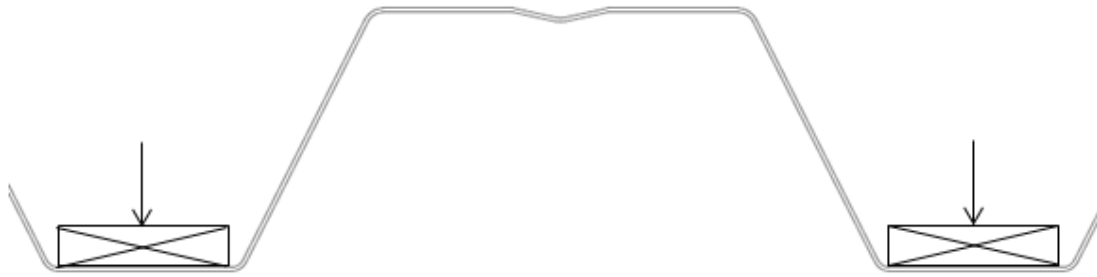
Con esta disposición se pretendía observar con mayor claridad la formación de los patrones de colapso.

### 5.9.1.2 Aplicación de la carga.

La carga se aplica en los tramos Q, (fig.5.144), y en el valle de la onda, con el fin de evitar plastificaciones locales del ala y alma que desvirtuarían el patrón de colapso.

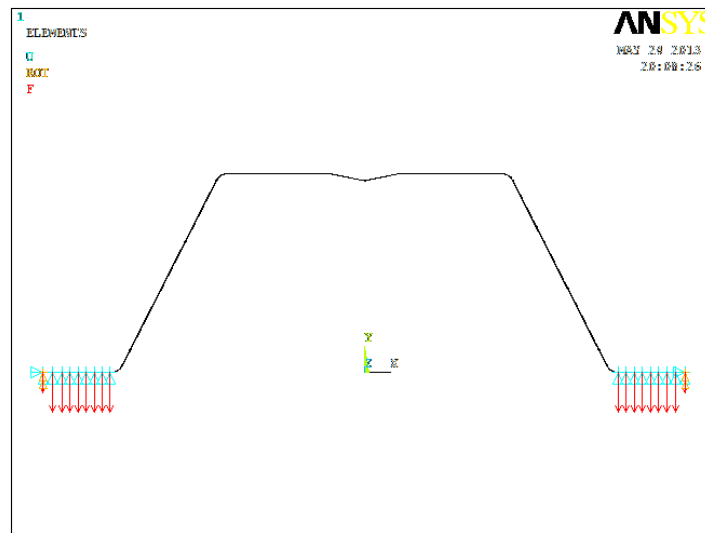
En los ensayos experimentales, tal y como se explicó en el apartado 5.1.3.6, la carga se induce a través de unos tacos de madera, tal y como especifica el Eurocódigo 3, Parte 1-3, Anexo A.

En la figura 5.147, se reproduce, esquemáticamente, la forma de inducir la carga en los ensayos experimentales.



**Figura 5.147.** Aplicación de la carga en las simulaciones a flexión pura negativa.

En las simulaciones por el MEF, la carga se aplica a los nodos asociados a las áreas que conforman el valle de la onda, tal y como se puede observar en la figura siguiente.



**Figura 5.148.** Aplicación de la carga en las simulaciones a flexión pura positiva.

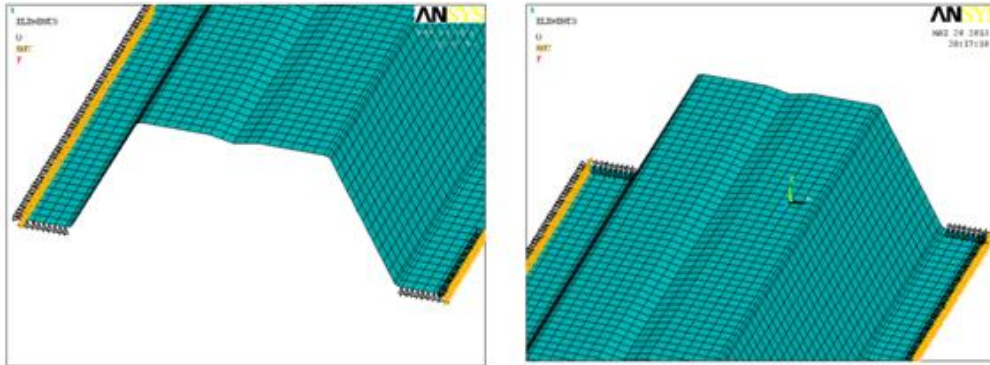
### 5.9.1.3 Condiciones de contorno.

Las condiciones de contorno se modelan de manera simplificada, a fin de reproducir los apoyos que posee el panel nervado en los ensayos experimentales.

En los modelos solicitados a flexión pura negativa, se impusieron las siguientes condiciones de contorno.

- Condición de simetría en los nodos ubicados en los bordes longitudinales de la onda. Esto es, desplazamiento impedido en X, y giros impedidos alrededor de Z e Y, con el fin de simular la continuidad del panel nervado H-55.
- En los extremos se coaccionaron los nodos ubicados en la zona plana del valle de la onda. Uno de los extremos se simuló simplemente apoyado, con desplazamiento impedido en Y. En el extremo opuesto se coaccionaron los desplazamientos Y y Z.

En la figura 5.149, se pueden observar las condiciones de contorno simplificadas impuestas.



**Figura 5.149. Condiciones de contorno. Desplazamiento impedido en Y, (izquierda). Desplazamiento impedido en Y, Z, (derecha). Condiciones de simetría en los bordes longitudinales.**

#### 5.9.1.4 Malla empleada.

La malla empleada para realizar el estudio de sensibilidad a las formas de imperfección fue la correspondiente al modelo n°2 del apartado 5.2. Esto es, malla regular de 5x5mm, empleando el elemento lámina cuadrático 281 de la librería de ANSYS14.

En este caso los radios de acuerdo se mallaron con 3 elementos finitos, en lugar de 1 elemento finito que posee el modelo original, con el fin de mantener la relación radio-espesor del elemento aconsejada por ANSYS, (ver apartado 5.2.3). Este modelo, con la mejora de la malla en los radios de acuerdo, se denominó modelo n°2\_b

En la figura 5.149, se puede apreciar la malla empleada y la presencia de 3 elementos finitos en los radios de acuerdo.

La elección de esta malla para realizar el estudio de sensibilidad a las formas de imperfección, es debida a las siguientes causas:

- La longitud del modelo es excesivamente larga. El empleo de mallados intensos en zonas localizadas exigiría un coste computacional elevado, y se requiere realizar un número amplio de simulaciones. A mayores, no se tiene constancia del lugar en el que se desarrollará el patrón de colapso, por lo que realizar mallados más finos en zonas en concreto, no tiene sentido.
- En base al apartado anterior, se opta por emplear una malla regular.
- En el apartado 5.2.7.2, se pudo comprobar como el modelo n°2 devolvía curvas de comportamiento carga-deformación cercanas a las obtenidas con el modelo n°3, (malla de 1mm en los radios de acuerdo, malla de 3mm en el tramo central y malla de 6mm en las zonas externas). Las cargas últimas obtenidas con el modelo n°2 eran casi idénticas a las obtenidas con el modelo n°3, (ver figuras de la 5.48 a la 5.51). En base a ello, se

considera que para realizar un estudio de sensibilidad a las formas de imperfección es un modelo válido. Por otro lado, se ha observado que el empleo de 3 elementos finitos en los radios de acuerdo mejora las curvas de comportamiento.

El modelo n°2\_b será el empleado para analizar los modos de pandeo y determinar el patrón de colapso dominante. Una vez que se ha determinado el mecanismo que gobierna el fallo, se procederá a realizar un modelo con la malla del modelo n°3, a fin de obtener con una mayor corrección las curvas de comportamiento de la pieza.

En la figura 5.148 se ha podido observar la presencia de un rigidizador longitudinal en el ala comprimida. El primer paso será determinar en qué medida influye el rigidizador en el patrón de colapso.

## 5.9.2 Modelo con rigidizador.

### 5.9.2.1 Valores propios de los 10 primeros modos de pandeo.

Los valores propios de los diez primeros modos de pandeo, del modelo con rigidizador, son los siguientes:

MODO	VALOR PROPIO	MODO	VALOR PROPIO
MODO 1	1,442	MODO 6	1,5126
MODO 2	1,442	MODO 7	1,5653
MODO 3	1,4687	MODO 8	1,5653
MODO 4	1,4687	MODO 9	1,622
MODO 5	1,5126	MODO 10	1,6221

*Tabla 5-31. Tabla de los diez primeros modos de pandeo.*

En la tabla 5.31 se puede apreciar la cercanía que presentan los valores propios de los diez primeros modos, y como dichos valores cambian cada dos modos. Esto es, los modos 1 y 2 poseen el mismo valor propio. Lo mismo sucede con los modos 3-4, 5-6, 7-8 y 9-10.

A continuación, se procede al estudio del primer modo con diferentes magnitudes de imperfección. A flexión pura positiva, las magnitudes de imperfección introducidas fueron de 0.1mm, 0.25mm, 0.5mm y 1mm. A flexión pura negativa, se procede a introducir magnitudes de imperfección de 0.25mm, 0.5mm, 1mm y 2mm.

A flexión pura positiva, el ala comprimida posee un ancho de  $b=36\text{mm}$ . A flexión pura negativa, el ala comprimida posee un ancho de  $b'=72\text{mm}$ . Es decir, las alas comprimidas están en una relación de 2.

Es por ello por lo que se procede a introducir magnitudes de imperfección en la misma proporción.

Atendiendo a lo especificado por el Eurocódigo 3, Parte 1-5, la magnitud mínima de imperfección que se debería introducir sería de  $b/200$ , siendo  $b$ , el ancho del ala comprimida.

En el caso de flexión pura positiva, la magnitud mínima de imperfección sería de:

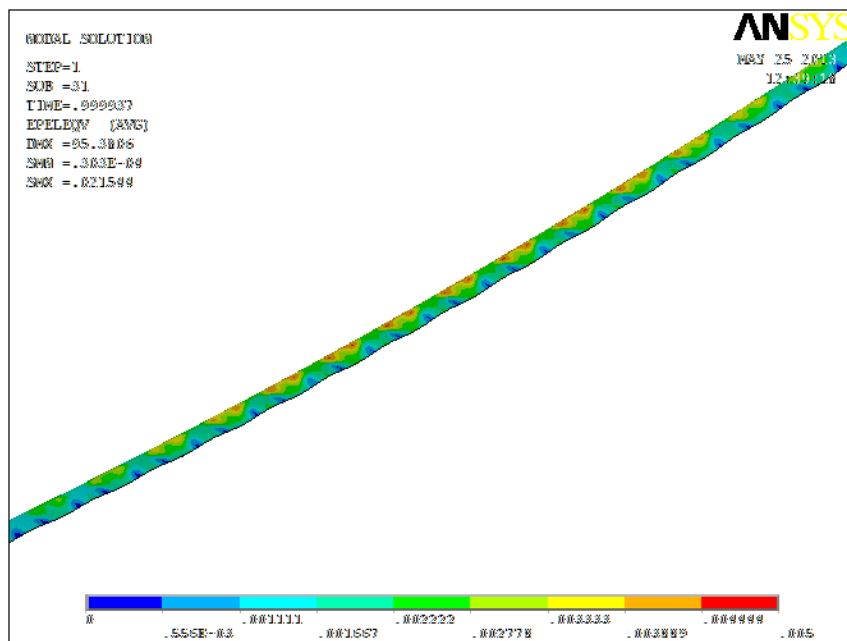
$$\frac{b}{200} = \frac{36\text{mm}}{200} = 0,18\text{mm}$$

En el caso de flexión pura negativa, la magnitud mínima de imperfección sería de:

$$\frac{b}{200} = \frac{72\text{mm}}{200} = 0,36\text{mm}$$

Es decir, en el estudio de sensibilidad a la magnitud de imperfección para cada modo de pandeo, se introduce una magnitud un poco por debajo de lo especificado en la normativa. Los casos analizados no presentaron problemas, aunque se observó que con magnitudes de imperfección de 0,1mm, ante una sollicitación de flexión pura negativa, no se alcanzaba la convergencia. En este caso, la plastificación se repartía por igual a lo largo del ala comprimida, impidiendo el desarrollo de una rótula plástica en un punto determinado.

Véase la solución nodal de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenida para el primer modo de pandeo, con una magnitud de imperfección 0,1mm.

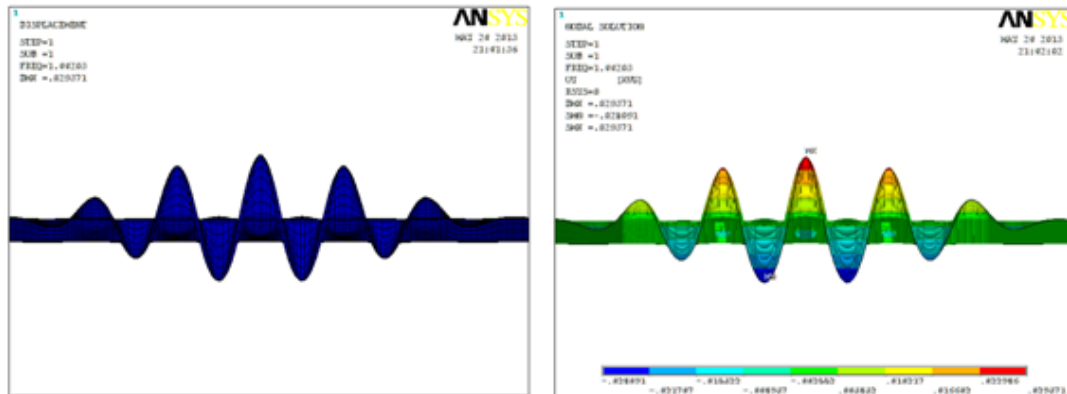


**Figura 5.150. Solución nodal de deformaciones plásticas de Von Mises. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección 0.1mm.**

Volviendo a los modos de pandeo, en la figura 5.151 se puede apreciar que la primera forma de imperfección del modelo con rigidizador se caracteriza por la gran simetría que presenta con



respecto a un eje vertical central, (Y). En dicha figura, se puede también observar como los valores máximos y mínimos que se alcanzan en las semiondas son idénticos.



*Figura 5.151. Primer modo de pandeo. Modelo con rigidizador.*

El primer modo de pandeo obtenido con este modelo, se diferencia claramente del obtenido con el modelo que poseía una longitud de 1012mm, el cual se caracterizaba por ser asimétrico y presentar un número menor de semiondas.

Comparando el primer modo de pandeo del modelo de 3000mm de longitud, (fig.5.151), con el obtenido con el modelo de 1012mm de longitud, (fig.5.141), resulta evidente que con un modelo excesivamente corto las formas de imperfección no pueden desarrollarse correctamente.

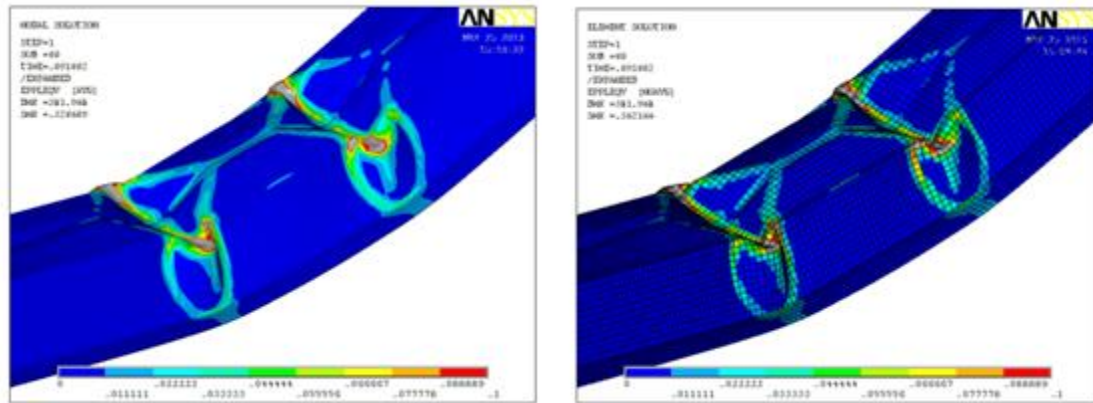
La gran simetría que presenta el primer modo de pandeo, (fig.5.151), provocó cierta dificultad a la hora de discernir el patrón de colapso dominante. El hecho de que las semiondas alcancen valores máximos y mínimos iguales, da como resultado dos patrones diferentes en función del sentido de la magnitud de la imperfección introducida.

En un principio, se observó que con la introducción de magnitudes de imperfección positivas, el mecanismo de fallo dominante se conformaba por dos rótulas. Con la introducción de magnitudes de imperfección negativas, el mecanismo de fallo se conformaba por una sola rótula.

A continuación se exponen los resultados obtenidos con la introducción de magnitudes de imperfección positivas y negativas.

#### **5.9.2.1.1 Magnitudes de imperfección positivas.**

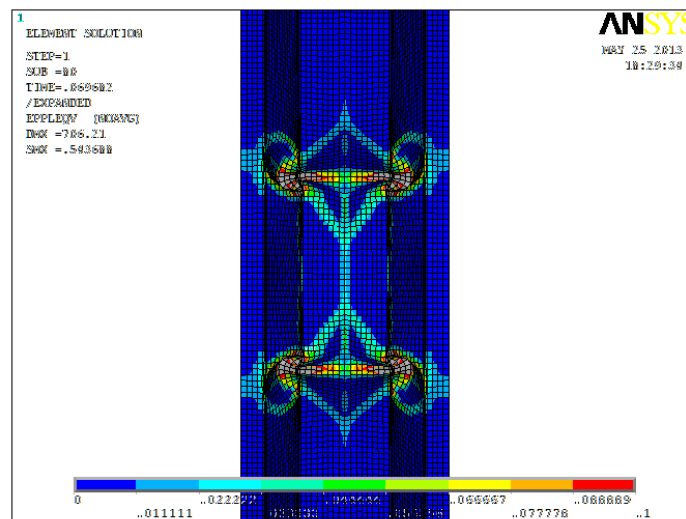
La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, con la introducción de una magnitud de imperfección positiva de 2mm, para el primer modo de pandeo, puede apreciarse en la figura 5.152.



**Figura 5.152. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm.**

En la figura anterior, se observa que la solución nodal y la solución elemental se asemejan. Las líneas plásticas son claramente visibles. El mecanismo de fallo, en este caso, se encuentra conformado por dos rótulas plásticas. Dicho mecanismo se desarrolló en el centro del tramo solicitado a momento flector constante, al igual que con el empleo de diferentes magnitudes de imperfección positivas. Se observó que con este modelo el patrón de colapso era estable y se desarrollaba siempre en la misma zona.

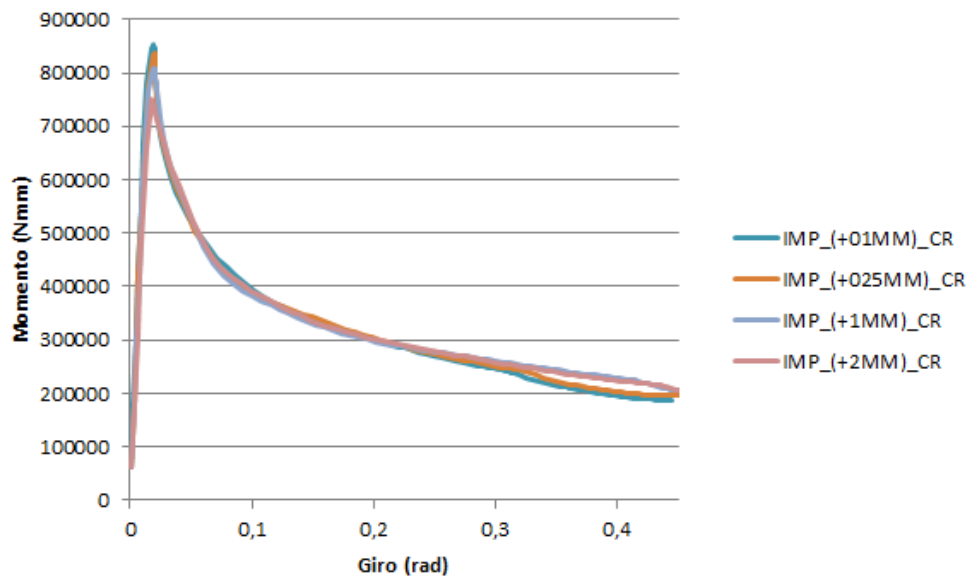
De manera global, el mecanismo de fallo se caracteriza por la simetría que presenta.



**Figura 5.153. Mecanismo de fallo en planta. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm.**

En la figura 5.153, se puede observar como las líneas del ala comprimida, ubicadas en el tramo entre rótulas, están más marcadas, lo cual implica que la plastificación que se desarrolla en esta zona es algo mayor que en el resto de la rótula.

La relación momento-giro, para el primer modo de pandeo, y las distintas magnitudes de imperfección positivas introducidas, se exponen en la siguiente figura.



**Figura 5.154. Relación momento-giro para distintas magnitudes de imperfección positivas. Primer modo de pandeo. Panel nervado con rigidizador.**

En la figura anterior, se puede apreciar como a medida que aumenta la magnitud de la imperfección, el valor del momento último es menor.

En la siguiente tabla, (5.32), se presenta el momento último, y el módulo resistente eficaz negativo obtenido, para las distintas magnitudes de imperfección positivas empleadas, ( $\sigma_{adm} = 275\text{N/mm}^2$ ).

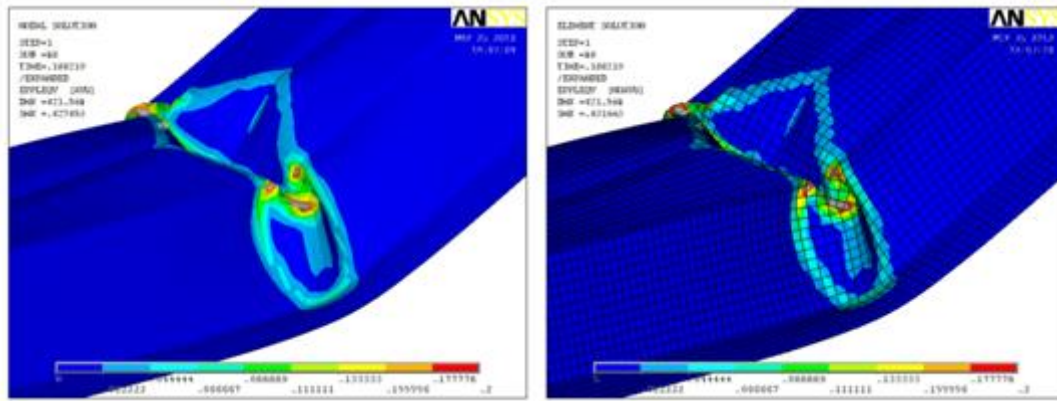
IMPERFECCIÓN	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )
(+2)mm	749911,5	2726,95
(+1)mm	808353	2939,47
(+0,5)mm	835611	3038,59
(+0,25)mm	852126	3098,64

**Tabla 5-32. Momentos máximos y módulos resistentes eficaces para las distintas magnitudes de imperfección empleadas.**

Se observa una diferencia de un 13,63%, entre el módulo resistente eficaz negativo correspondiente a una magnitud de imperfección positiva de 2mm, y el módulo resistente eficaz negativo correspondiente a una magnitud de imperfección positiva de 0,25mm.

### 5.9.2.1.2 Magnitudes de imperfección negativas.

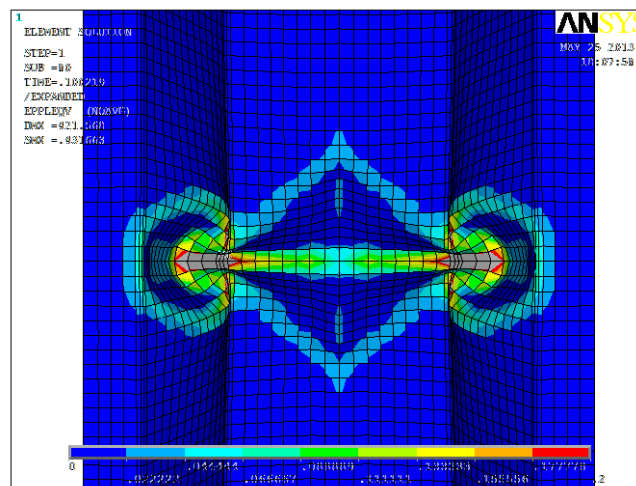
La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, empleando el primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección negativa de 2mm, se expone en la siguiente figura.



**Figura 5.155. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de (-2) mm.**

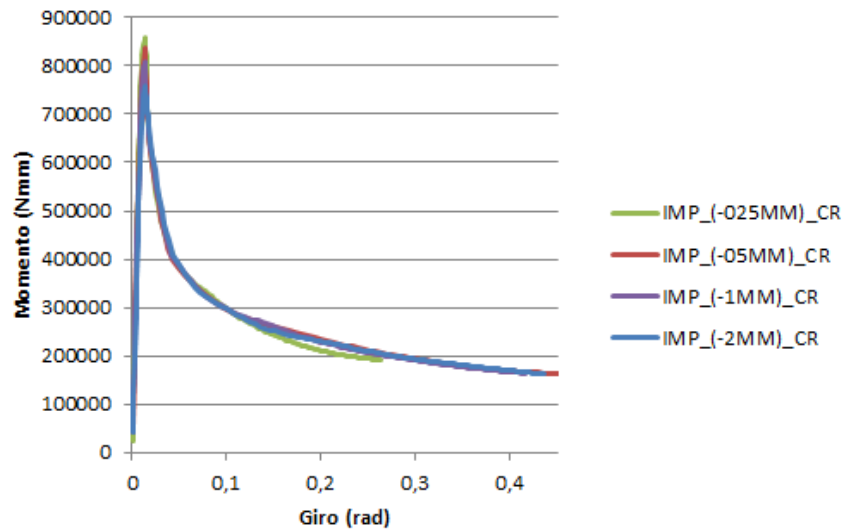
La solución nodal y la solución elemental son muy similares. Se encuentra que la visualización de las líneas plásticas es correcta. El patrón es claramente identificable y se caracteriza por la simetría que presenta, tal y como se puede apreciar en la figura 5.156.

El empleo del primer modo de pandeo, con la introducción de magnitudes de imperfección negativas, da lugar a la formación de una sola rótula plástica. El mecanismo se desarrolló en el centro del tramo solicitado a momento flector constante. La introducción de imperfecciones negativas de diferentes magnitudes, no alteró ni la posición de la rótula, ni la geometría del patrón de colapso. Se pudo comprobar que el modelo empleado era estable.



**Figura 5.156. Patrón de colapso en planta. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de (-2)mm.**

La relación momento-giro para el primer modo de pandeo, y las diferentes magnitudes de imperfección negativas empleadas, puede apreciarse en la siguiente figura 5.157.



**Figura 5.157. Relación momento-giro para distintas magnitudes de imperfección negativas. Primer modo de pandeo. Panel nervado con rigidizador.**

En la tabla 5.33, se puede apreciar el valor del momento último y del módulo resistente eficaz negativo, en función de las diferentes magnitudes de imperfección introducidas, ( $\sigma_{adm} = 275\text{N/mm}^2$ ).

IMPERFECCIÓN	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )
(-2)mm	757674	2755,18
(-1)mm	806898	2934,17
(-0,5)mm	836754	3042,74
(-0,25)mm	857097	3116,72

**Tabla 5-33. Momentos máximos y módulos resistentes eficaces para las distintas magnitudes de imperfección negativas empleadas.**

La variación del valor del módulo resistente eficaz negativo, con la introducción de una magnitud de imperfección negativa de (-2) mm, y una magnitud de imperfección negativa de (-0.25) mm, arroja un valor de 13.12%. Se observa una diferencia muy similar a la obtenida con la introducción de magnitudes de imperfección positivas.

### 5.9.2.1.3 Magnitudes de imperfección. Positivas Vs. Negativas.

A continuación se procede a comparar los resultados obtenidos con el empleo del primer modo de pandeo, y la introducción de magnitudes de imperfección positivas y negativas, del modelo con rigidizador.

En la tabla 5.34, se puede observar que el valor del módulo resistente eficaz negativo apenas se ve afectado por la introducción de magnitudes de imperfección negativas o positivas. La máxima diferencia apenas supera el 1%, lo cual se considera un valor muy bajo.

Imperfecciones negativas		Imperfecciones positivas		Diferencia
IMPERFECCIÓN	Wy(mm <sup>3</sup> )	IMPERFECCIÓN	Wy (mm <sup>3</sup> )	%
(-2)mm	2755,18	(+2)mm	2726,95	1,02
(-1)mm	2934,17	(+1)mm	2939,47	0,18
(-0,5)mm	3042,74	(+0,5)mm	3038,59	0,14
(-0,25)mm	3116,72	(+0,25)mm	3098,64	0,58

Tabla 5-34. Comparación del valor del módulo resistente eficaz negativo con la introducción de imperfecciones negativas y positivas.

En la siguiente gráfica se expone la relación momento-giro para el primer modo de pandeo, con la introducción de magnitudes de imperfección negativas y positivas.

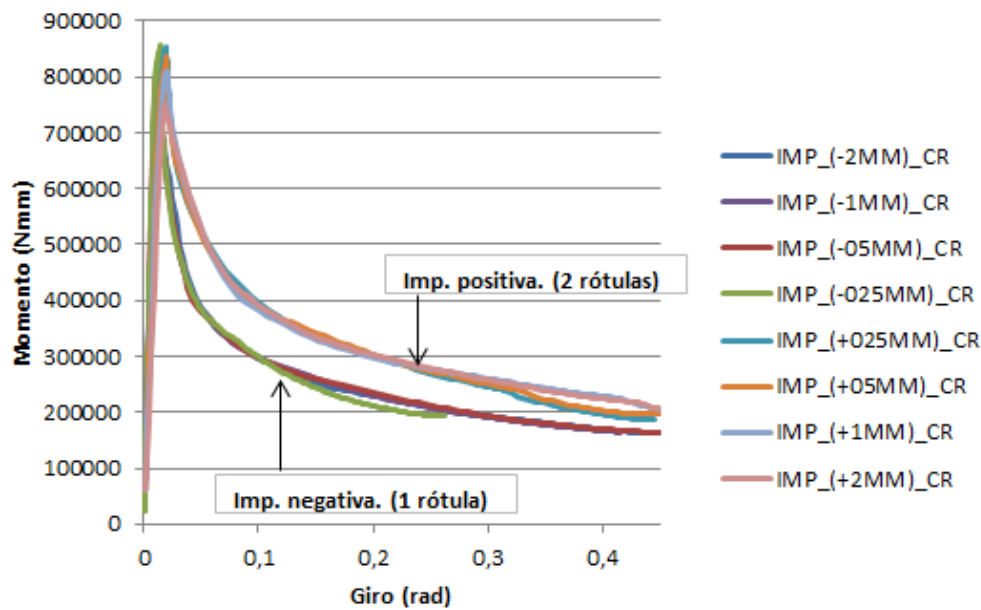
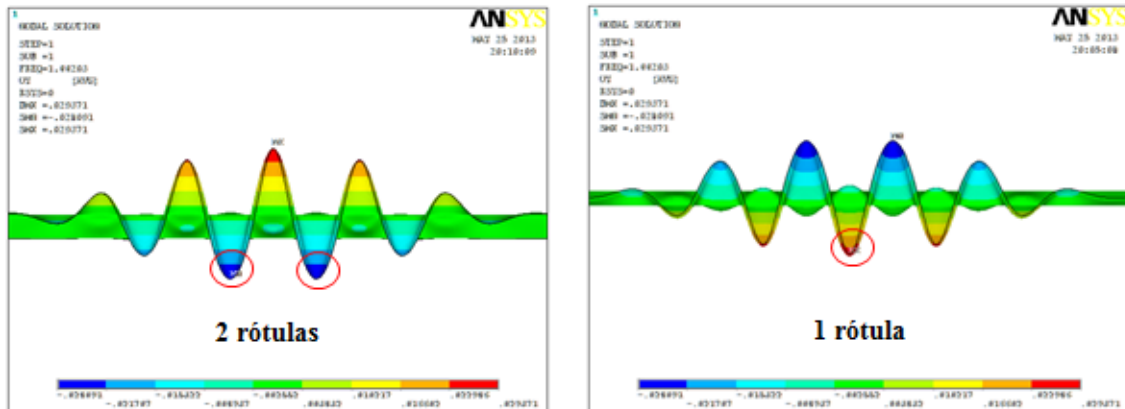


Figura 5.158. Relación momento-giro para el primer modo de pandeo del modelo con rigidizador, con la introducción de magnitudes de imperfección negativas y positivas.

En la gráfica 5.158, se puede apreciar que la introducción de magnitudes de imperfección positivas, o negativas, apenas afectan al comportamiento elástico de la pieza. Los valores de los momentos últimos son muy similares, y el módulo resistente eficaz negativo, apenas varía, tal y como se pudo apreciar en la tabla 5.34.

En relación al comportamiento plástico, se puede observar que es diferente en función del sentido de magnitud de imperfección empleada. La formación de dos rótulas plásticas, debido a la introducción de magnitudes de imperfección positivas, mejora el comportamiento plástico, lo cual es razonable, dado que se ha de realizar un trabajo mayor para que se puedan desarrollar dos rótulas.

Tomando como referencia el primer modo de pandeo, se entiende que ANSYS “invierte” la forma de imperfección, en función del sentido que se aplique a la magnitud de imperfección.



**Figura 5.159.** Primer modo de pandeo con la introducción de magnitudes de imperfección positivas, (izquierda). Primer modo de pandeo con la introducción de magnitudes de imperfección negativas, (derecha).

Empleando magnitudes de imperfección positivas, el modo de pandeo toma la forma representada en el cuadro izquierdo de la figura 5.159. Empleando magnitudes de imperfección negativas, el modo de pandeo toma la forma representada en el cuadro derecho de la figura 5.159.

A continuación, se procede a realizar el análisis del primer modo de pandeo del modelo sin rigidizador con la introducción de magnitudes de imperfección positivas y negativas. Se pretende determinar en qué medida afecta el rigidizador al comportamiento de la chapa, y por ende, al patrón de colapso.

### 5.9.3 Modelo sin rigidizador.

#### 5.9.3.1 Valores propios de los 10 primeros modos de pandeo.

Los valores propios de los 10 primeros modos de pandeo del modelo sin rigidizador son los siguientes:

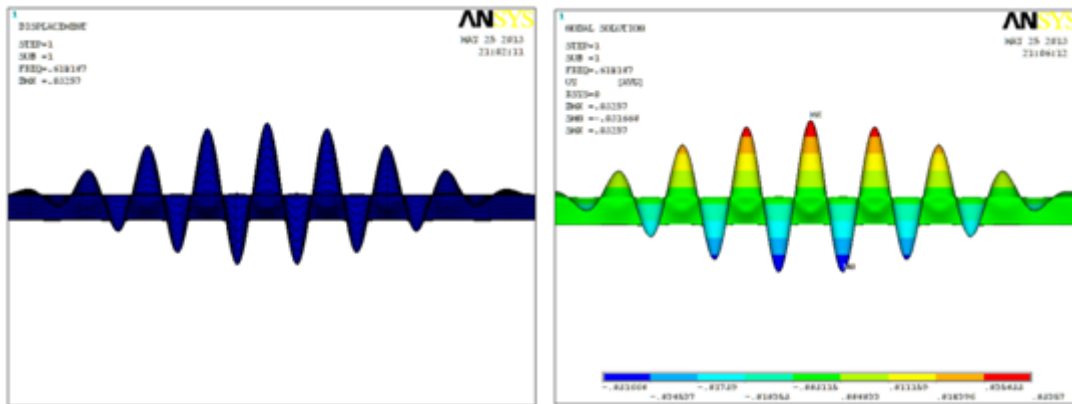
MODO	VALOR PROPIO	MODO	VALOR PROPIO
MODO 1	0,61815	MODO 6	0,64015
MODO 2	0,61815	MODO 7	0,65762
MODO 3	0,62664	MODO 8	0,65762
MODO 4	0,62664	MODO 9	6,6776
MODO 5	0,64015	MODO 10	6,6776

**Tabla 5-35.** Valores propios de los 10 primeros modos de pandeo del modelo sin rigidizador.

Al igual que en el modelo con rigidizador, se puede apreciar como los modos cambian de valor cada dos formas de imperfección. Esto es, el modo 1 y 2 poseen el mismo valor propio. Lo mismo sucede con los modos 3-4, 5-6, 7-8, 9-10.

### 5.9.3.2 Primer modo de pandeo.

El primer modo de pandeo del modelo sin rigidizador se puede apreciar en la figura siguiente:



*Figura 5.160. Primer modo de pandeo del modelo sin rigidizador.*

Se aprecia que el primer modo de pandeo del modelo sin rigidizador presenta una gran simetría respecto al eje vertical central, (Y). A mayores, los valores máximos y mínimos que alcanzan las semiondas son iguales. La situación es similar a la del modelo con rigidizador.

Como diferencia con el primer modo de pandeo del modelo con rigidizador, (fig.5.151), se observa que el número de semiondas es mayor. También se aprecia que las semiondas son muy similares. A simple vista, se ha de realizar un pequeño esfuerzo para determinar donde se ubican los máximos y los mínimos.

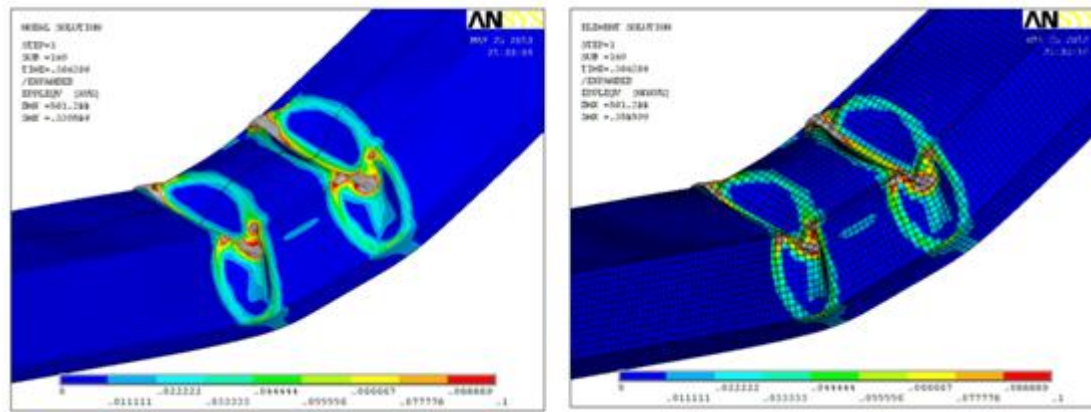
Dada la semejanza con el primer modo de pandeo del modelo con rigidizador, se espera que con la introducción de magnitudes de imperfección positivas se desarrollen dos rótulas, y con la introducción de magnitudes de imperfección negativas, se desarrolle una única rótula.

#### 5.9.3.2.1 Magnitudes de imperfección positivas.

La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, para el primer modo de pandeo, y con la introducción de una magnitud de imperfección positiva de 2mm, se presenta en la figura 5.161.

Al igual que en el modelo con rigidizador, y tal y como se esperaba, el mecanismo plástico está conformado por dos rótulas. El patrón de colapso se desarrolló en el centro del tramo solicitado a momento flector puro. La introducción de distintas magnitudes de imperfección positivas no alteró ni la geometría, ni la posición del mecanismo.

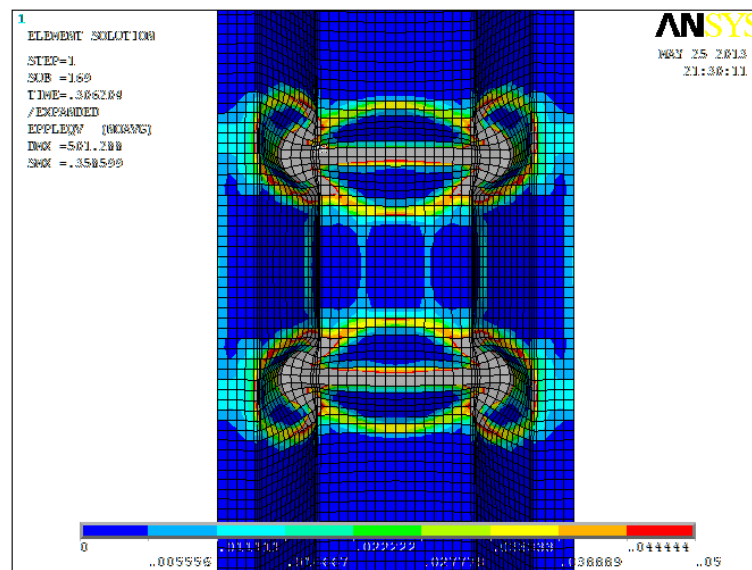




**Figura 5.161.** Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo sin rigidizador. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm.

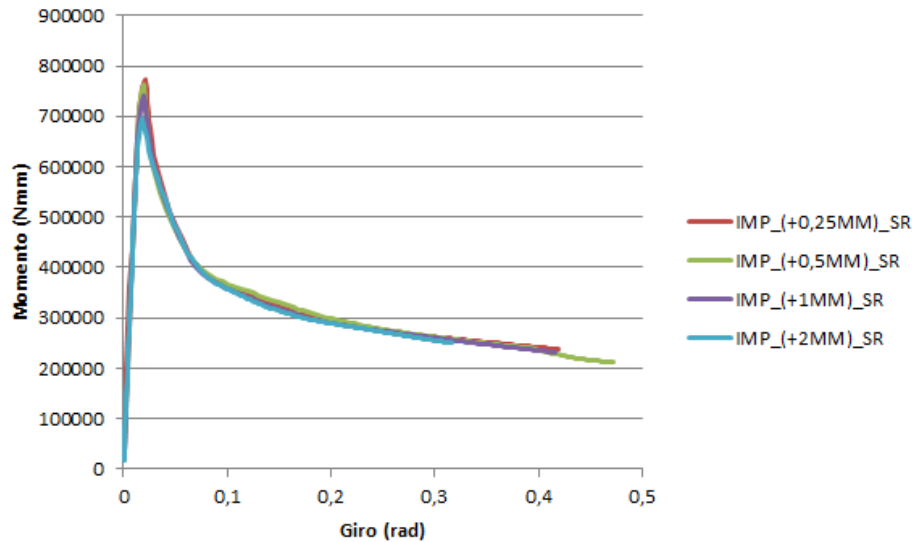
Las líneas plásticas son visibles y el patrón se puede identificar. La solución nodal y la solución elemental son similares.

En la figura 5.162, se puede apreciar la simetría que presenta el mecanismo de fallo en su conjunto.



**Figura 5.162.** Patrón de colapso en planta. Modelo sin rigidizador. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm.

La relación momento-giro, para el primer modo de pandeo del modelo sin rigidizador, y la introducción de diferentes magnitudes de imperfección positivas, se puede apreciar en la siguiente figura.



**Figura 5.163. Relación momento-giro para distintas magnitudes de imperfección. Primer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador.**

Se observa que a medida que la magnitud de imperfección es mayor, el momento último alcanza valores más bajos.

En la siguiente tabla se exponen los valores de los momentos últimos alcanzados, y el valor de módulo resistente eficaz negativo, obtenido para cada una de las magnitudes de imperfección positivas empleadas.

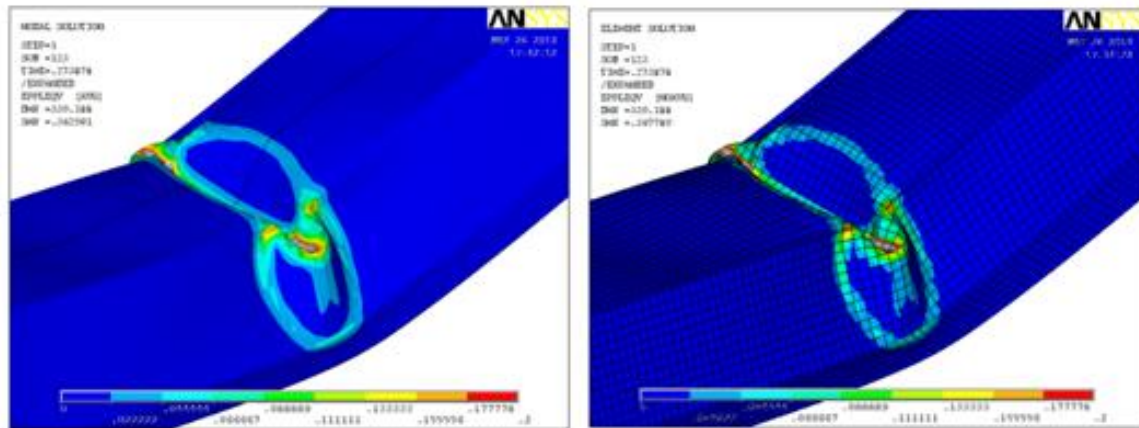
IMPERFECCIÓN	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )
(+2)mm	694501,5	2525,46
(+1)mm	739956	2690,75
(+0,5)mm	761748	2770
(+0,25)mm	772405,5	2808,75

**Tabla 5-36. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos, para las distintas magnitudes de imperfección positivas empleadas.**

En función de la magnitud de imperfección empleada, se puede alcanzar una diferencia en el valor del módulo resistente eficaz negativo del 11.21%.

### 5.9.3.2.2 Magnitudes de imperfección negativas.

La solución nodal y la solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, con la introducción de una magnitud de imperfección negativa de 2mm, se puede apreciar en la figura 5.164.



**Figura 5.164. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo sin rigidizador. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de (-2) mm.**

La solución nodal y la solución elemental son muy similares, las líneas plásticas se visualizan correctamente y el patrón de colapso es identificable.

Al igual que en el modelo con rigidizador, la introducción de magnitudes de imperfección en sentido negativo da lugar a la formación de una sola rótula, lo cual era esperado, dada la semejanza formal que presentaba el primer modo de pandeo para el modelo sin, y con, rigidizador.

El patrón se desarrolló en el centro del tramo solicitado a momento puro constante. El empleo de distintas magnitudes de imperfección no modificó ni la geometría, ni la ubicación del patrón. En base a ello, se consideró que el mecanismo de fallo era estable.

Las relaciones momento-giro, para el primer modo de pandeo, y la introducción de diferentes magnitudes de imperfección negativas del modelo sin rigidizador, se exponen en la figura 5.165.

En dicha figura, (fig.5.165), se puede apreciar que, al igual que en el resto de las simulaciones, el valor del momento último es menor, a medida que el valor de la magnitud de imperfección inducida al modelo es mayor

En la tabla 5.37 se pueden apreciar los valores de los momentos últimos, y de los módulos resistentes eficaces negativos, correspondientes a la introducción de diferentes magnitudes de imperfección negativas.

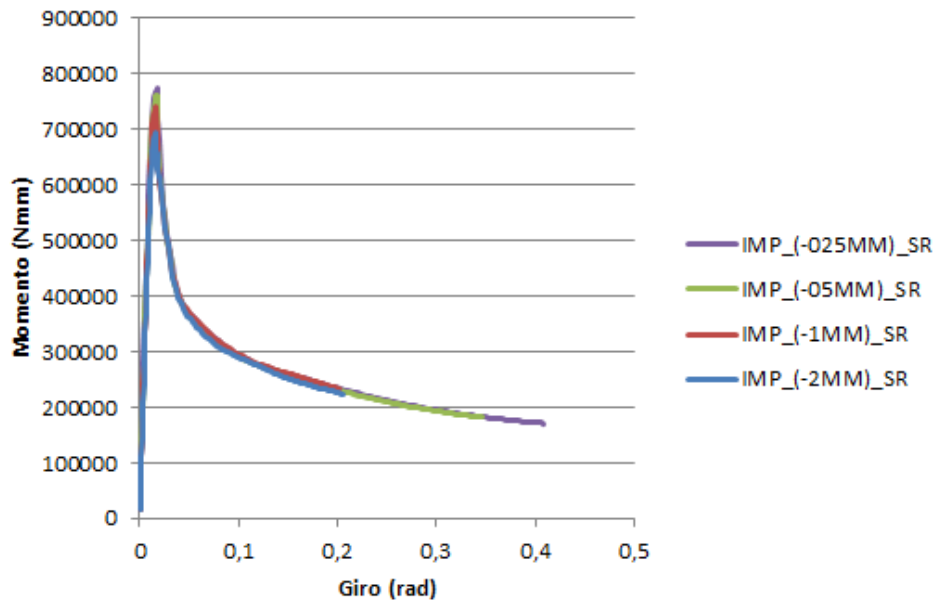


Figura 5.165. Relación momento-giro, para distintas magnitudes de imperfección negativas. Primer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador.

IMPERFECCIÓN	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )
(-2)mm	693987	2523,59
(-1)mm	739390,5	2688,69
(-0,5)mm	762327	2772,10
(-0,25)mm	773386,5	2812,31

Tabla 5-37. Momentos últimos y módulos resistentes negativos para las distintas magnitudes de imperfección negativas empleadas.

La diferencia entre el módulo resistente eficaz negativo, correspondiente a una magnitud de imperfección negativa de (-2) mm, y el módulo resistente eficaz negativo, correspondiente a una magnitud de imperfección negativa de (-0.25) mm, es de un 11.44%. Se observa que esta diferencia es muy similar a la obtenida con magnitudes de imperfección positivas.

A continuación se procede a comparar los resultados obtenidos con el empleo del primer modo de pandeo, y la introducción de magnitudes de imperfección positivas y negativas, del modelo sin rigidizador.

### 5.9.3.2.3 Magnitudes de imperfección. Positivas Vs. Negativas.

En la tabla 5.38, se puede apreciar como la introducción de magnitudes de imperfección positivas, o negativas, apenas altera el valor del módulo resistente eficaz negativo del modelo sin rigidizador. La máxima diferencia no supera el 0,15%.

Imperfecciones negativas		Imperfecciones positivas		Diferencia
IMPERFECCIÓN	$W_{y(-)}$ (mm <sup>3</sup> )	IMPERFECCIÓN	$W_{y(+)}$ (mm <sup>3</sup> )	%
(-2)mm	2523,59	(+2)mm	2525,46	0,07
(-1)mm	2688,69	(+1)mm	2690,75	0,08
(-0,5)mm	2772,10	(+0,5)mm	2770	0,08
(-0,25)mm	2812,31	(+0,25)mm	2808,75	0,13

Tabla 5-38. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos obtenidos con la introducción de imperfecciones negativas o positivas.

En la figura 5.166 se expone la relación momento-giro, para el primer modo de pandeo del modelo sin rigidizador, y la introducción de magnitudes de imperfección positivas y negativas, a fin de proceder a una comparativa.

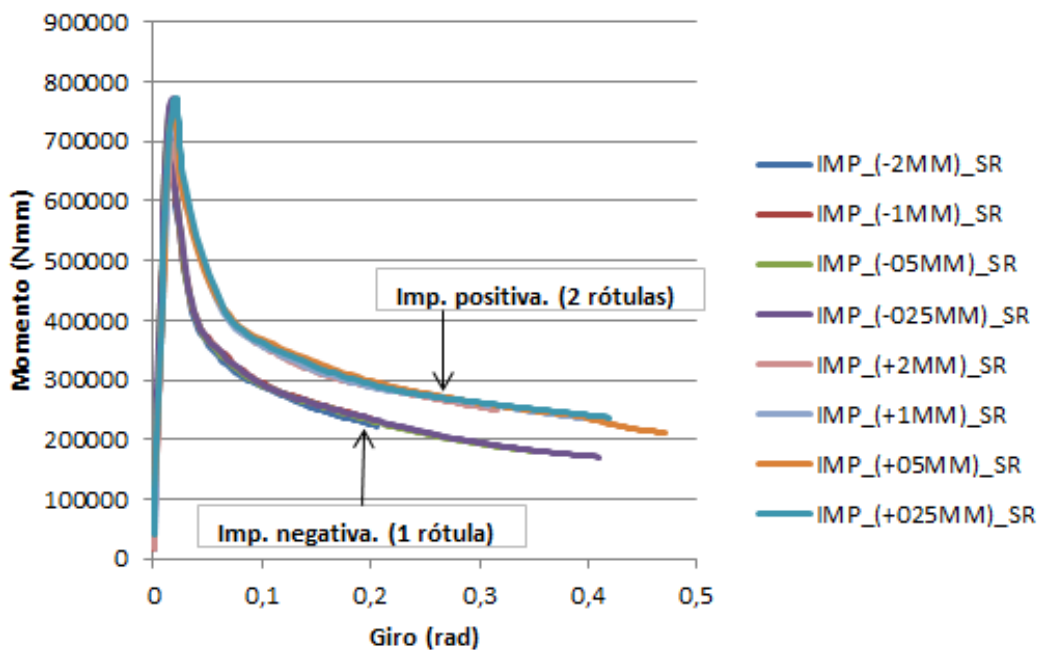


Figura 5.166. Relación momento-giro para el primer modo de pandeo del modelo SIN rigidizador, con la introducción de magnitudes de imperfección negativas y positivas.

Al igual que en el modelo con rigidizador, se puede apreciar como la introducción de magnitudes de imperfección positivas o negativas, apenas afectan al comportamiento elástico. No se aprecia una alteración significativa de los valores de los momentos últimos, ni de los módulos resistentes eficaces negativos, (tabla 5.38).

La introducción de magnitudes de imperfección positivas o negativas afectan al comportamiento plástico. Con la introducción de magnitudes de imperfección positivas, se forman dos rótulas, ello revierte en un mejor comportamiento plástico, ya que se ha de ejercer un trabajo mayor para desarrollar dos rótulas que una.

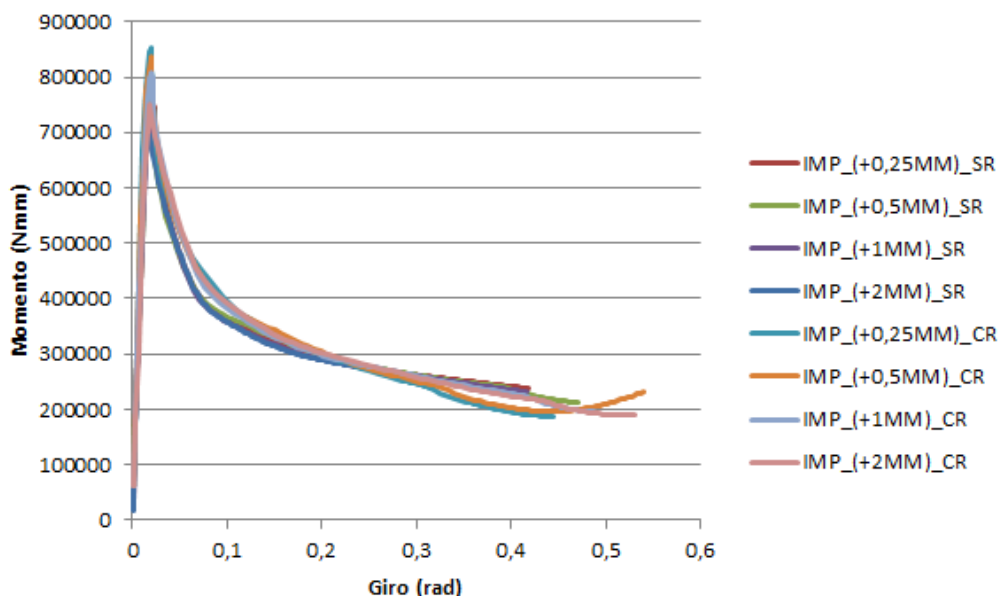
Tal y como se expuso en el apartado 5.9.2.1.3, se entiende que el sentido de la magnitud de imperfección “invierte” la geometría del modo de pandeo, provocando el desarrollo de una rótula o dos.

Estos resultados eran los esperados, ya que el primer modo de pandeo del modelo sin rigidizador, es similar al primer modo de pandeo del modelo con rigidizador. La única diferencia apreciable que se encontró, es que en el modelo sin rigidizador el número de semiondas era mayor.

A continuación se procede a hacer una comparativa entre el modelo con rigidizador y el modelo sin rigidizador. En el apartado 5.9.4, se procederá a comparar los resultados obtenidos en ambos modelos con la introducción de imperfecciones positivas. En el apartado 5.9.5, se procederá a comparar los resultados obtenidos con la introducción de imperfecciones negativas. Por último, en el apartado 5.9.6, se procederá a exponer las conclusiones alcanzadas en el análisis de este primer modo de pandeo para el modelo con y sin rigidizador.

#### 5.9.4 Modelo con rigidizador Vs. Sin rigidizador. Magnitudes de imperfección positivas.

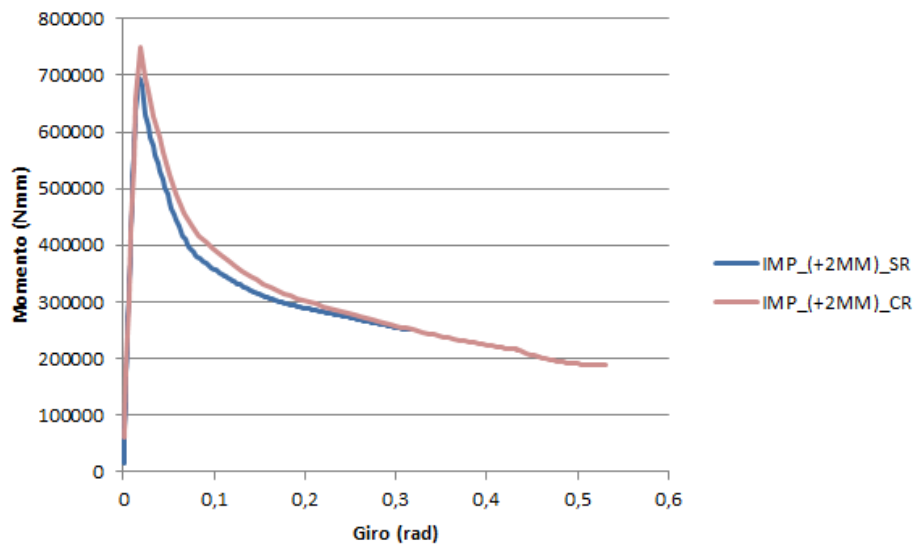
En la siguiente gráfica se comparan las relaciones momento-giro, obtenidas empleando el primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas, del modelo sin rigidizador y del modelo con rigidizador.



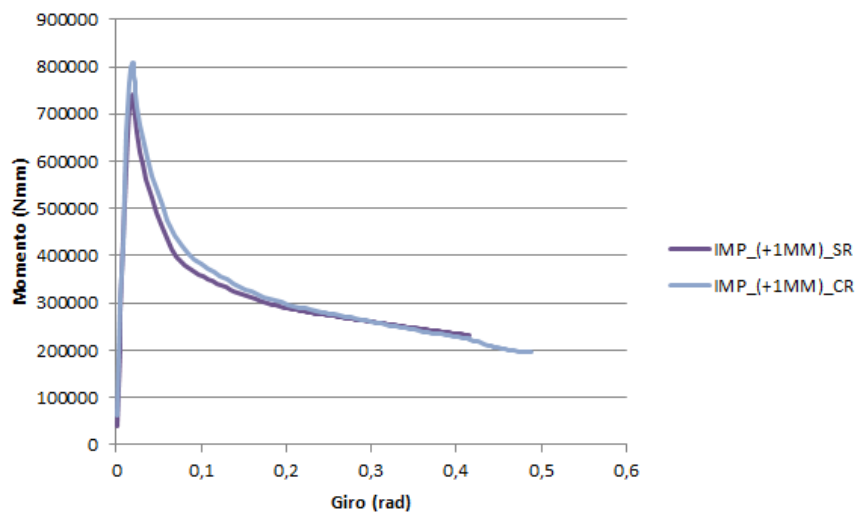
**Figura 5.167.** Relación momento-giro del modelo con rigidizador, y del modelo sin rigidizador, con la introducción de magnitudes de imperfección positivas al primer modo de pandeo.

En la gráfica anterior se puede observar como las ramas plásticas del modelo con rigidizador se separan solo ligeramente de las ramas plásticas del modelo sin rigidizador. Lo mismo sucede con los valores de los momentos últimos. Los comportamientos se muestran muy similares.

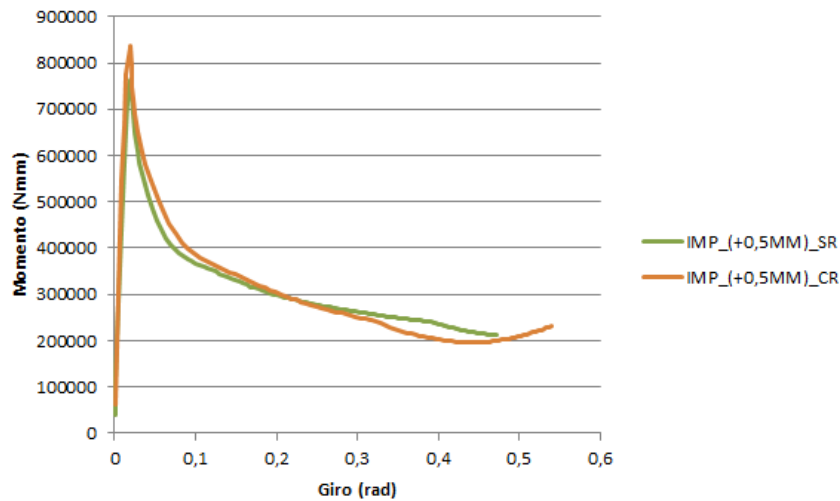
A fin de mostrar con mayor claridad las diferencias, se procede a continuación a la exposición de las relaciones momento-giro, del modelo con rigidizador y del modelo sin rigidizador, para la misma magnitud de imperfección positiva.



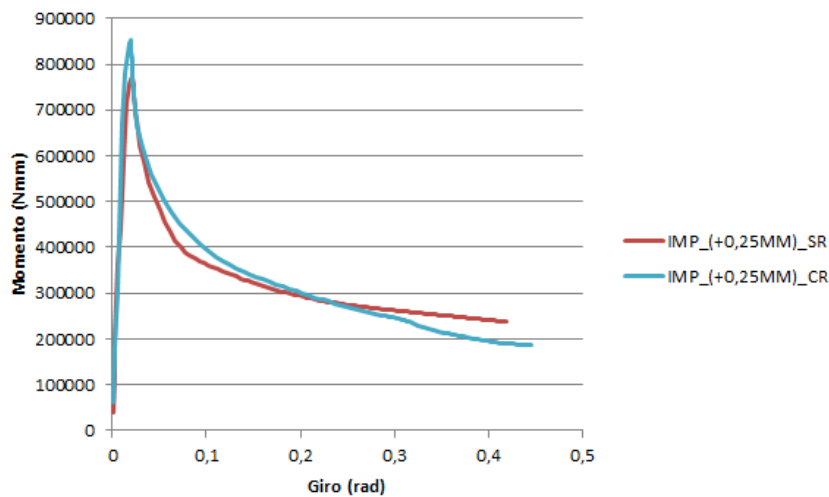
**Figura 5.168.** Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección positiva de 2mm. Primer modo de pandeo.



**Figura 5.169.** Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección positiva de 1mm. Primer modo de pandeo.



**Figura 5.170.** Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección positiva de 0,5mm. Primer modo de pandeo.



**Figura 5.171.** Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección positiva de 0,25mm. Primer modo de pandeo.

En las gráficas precedentes se ha podido observar como el comportamiento elástico es casi igual. La diferencia se encuentra que en el modelo con rigidizador, se alcanzan momentos últimos ligeramente más altos.

En relación al comportamiento post-colapso, se observa que las ramas plásticas del modelo con rigidizador, poseen algo menos de pendiente en el primer tramo. En el tramo final, la tendencia es la de juntarse con la rama plástica del modelo sin rigidizador, e incluso, dejarla por “encima”.

En la siguiente tabla, se procede a la comparación de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos en función de la magnitud de imperfección empleada con el primer modo de pandeo, para el modelo con rigidizador y sin rigidizador.

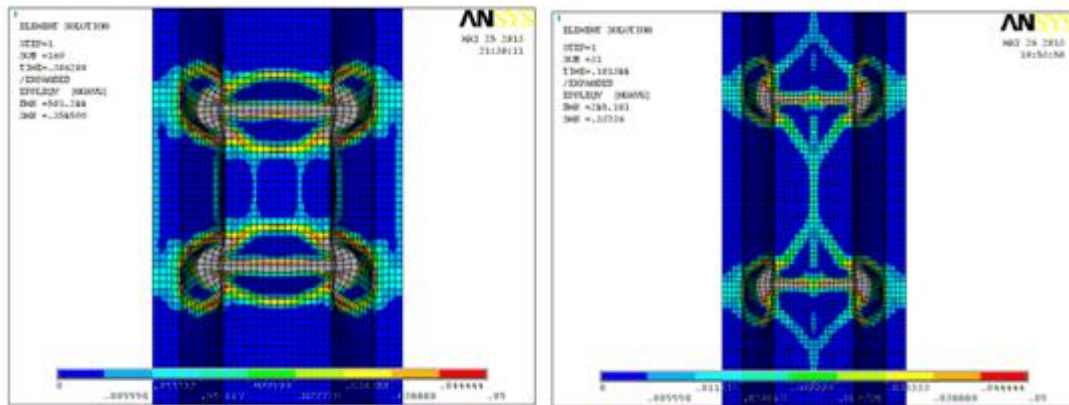


IMPERFECCIÓN	Sin rigidizador		Con rigidizador		Diferencia %
	M <sub>máx</sub> (Nmm)	Wy <sub>(c)</sub> (mm <sup>3</sup> )	M <sub>máx</sub> (Nmm)	Wy <sub>(c)</sub> (mm <sup>3</sup> )	
(+2)mm	694501,5	2525,46	749911,5	2726,95	7,98
(+1)mm	739956	2690,75	808353	2939,47	9,24
(+0,5)mm	761748	2770	835611	3038,59	9,70
(+0,25)mm	772405,5	2808,75	852126	3098,64	10,32

*Tabla 5-39. Comparación del módulo resistente eficaz negativo del modelo con rigidizador y sin rigidizador.*

Se observa que el módulo resistente eficaz se ve mejorado entre un 8% y un 10%, con el empleo del rigidizador. En relación al comportamiento plástico, se observa una ligera mejoría en el primer tramo de la rama plástica.

En relación a los patrones de colapso obtenidos, se observa lo siguiente, (fig.5.172):



*Figura 5.172. Mecanismo de fallo del modelo sin rigidizador, (izquierda). Mecanismo de fallo del modelo con rigidizador, (derecha). Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm.*

En el mecanismo de fallo del modelo con rigidizador, se puede apreciar como una línea plástica recorre el rigidizador. En el modelo sin rigidizador, se aprecian dos líneas plásticas uniendo las alas comprimidas.

Formalmente, el rigidizador concentra en un solo pliegue la deformación que toma lugar en el ala comprimida, creando dos planos adyacentes al mismo, y generando una geometría similar a la de una “cubierta a dos aguas”. En ausencia de rigidizador, el ala comprimida se deforma conformando tres planos, dando lugar a una geometría similar a la de una “cubierta mansarda”.

Cabe destacar aquí que en el **modelo sin rigidizador** fue necesario aumentar el contorno gráfico de ANSYS ampliamente con el fin de visualizar las dos líneas plásticas paralelas que recorren el ala comprimida.

Ello sugiere que en dichas líneas no se alcanza el grado de plastificación que se está desarrollando en otras zonas del mecanismo. Ciertamente, se produce un cambio de curvatura en dicha localización, pero es posible que para que la plastificación tome lugar, y las líneas plásticas se muestren claramente, se ha de llegar a niveles de plastificación muy altos.

Cabe añadir que estas líneas son paralelas al sentido de las compresiones generadas por el momento flector. Ninguno de los autores mencionados en el capítulo 4, (TGLP), hacen referencia a este tipo de líneas. Lo habitual, en todo caso, es que ante una sollicitación de compresión, ya sean generadas por un momento flector o por una simple compresión pura, es que se formen líneas plásticas inclinadas.

Si tomamos como referencia el Método del Trabajo, con la pretensión de determinar la energía absorbida por estas líneas plásticas, sería necesario obtener el giro que se produce alrededor de las mismas. Obviamente, este giro es perpendicular a la sollicitación aplicada.

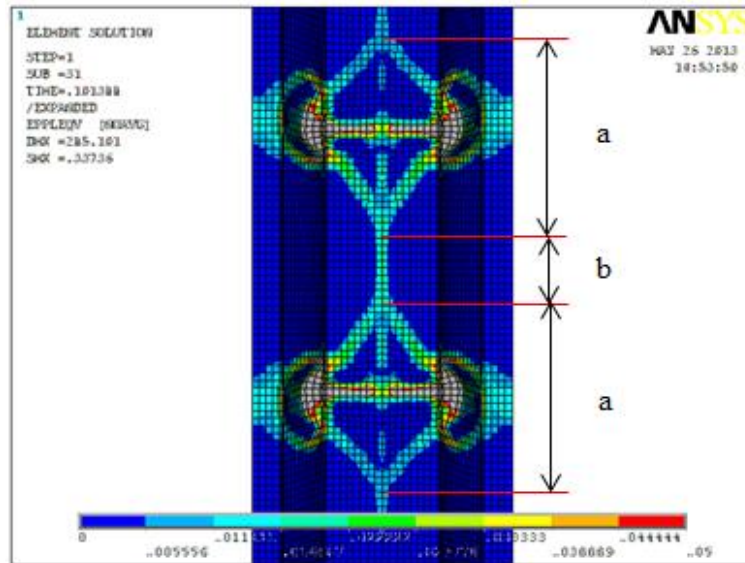
Es decir, estas líneas se forman debido a la necesidad de la sección de “acoplarse” a las deformaciones que están desarrollando en las dos rótulas. Son líneas cuyo desarrollo es dependiente de las plastificaciones que acontecen en las rótulas. Dado que la zona acotada entre las dos rótulas no puede quedar “recta”, sin deformarse, la pieza tiene la necesidad de abollarse con una forma curva, tal y como se puede apreciar en la solución nodal y elemental, (fig.5.161). Para que esta curvatura pase a formar tres planos rectos, se han de producir altas plastificaciones y la formación de las líneas plásticas.

En base a ello, estas líneas se entienden como líneas plásticas secundarias. Las líneas plásticas secundarias, son aquellas no llegan a su formación completa, o que no se desarrollan hasta que se alcanza un nivel alto de plastificación. Son, por tanto, líneas que trabajan en el rango elástico durante un largo período de tiempo. Estaríamos ante lo que Gioncu y Mazzolani, (Gioncu y Mazzolani 2002), denominan un mecanismo incompleto. (Véase apartado 4.3, figura 4.3).

En el **modelo con rigidizador**, la visualización de la línea plástica que recorre el rigidizador no fue tan problemática, y es razonable que la plastificación suceda por el camino que ya tiene marcado.

En relación al rigidizador se podrían distinguir dos tramos: el tramo acotado entre rótulas, y el tramo ubicado en el “interior” de cada rótula. En el tramo entre rótulas, el rigidizador no está abollado, y por lo tanto ejerce cierta resistencia a las compresiones que acontecen en dicha zona. El tramo ubicado en el interior de cada rótula, claramente ha abollado, dado que sino no se podría conformar el patrón. Si observamos la relación de longitudes entre ambos tramos, se

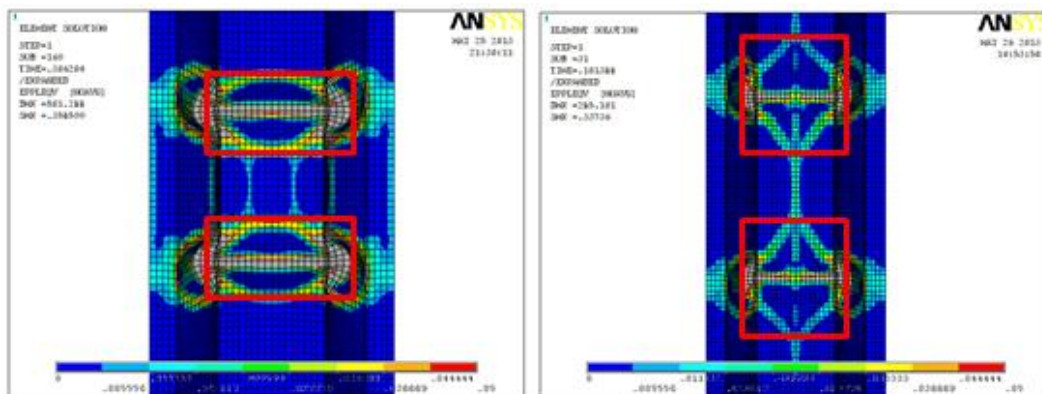
puede observar como el tramo entre rótulas, (b), posee, (más o menos), la mitad de longitud que el tramo interior de las rótulas, (a).



**Figura 5.173. Modelo con rigidizador. (a) tramo de rigidizador en el “interior” de la rótula. (b), tramo de rigidizador acotado entre rótulas.**

Es decir, para una longitud (a), el rigidizador se abolla, mientras que para una longitud (b), el rigidizador no se abolla.

Ello da lugar a dos efectos. El primero es que el patrón de colapso sufre una “expansión” en cada una de las rótulas, dado que para que se produzca la abolladura del mismo se necesita una longitud (a). Véase en la figura siguiente, como en el modelo con rigidizador, el patrón de colapso es más amplio en el ala comprimida que en el modelo sin rigidizador. En el resto de los elementos de sección no se ven diferencias apreciables.



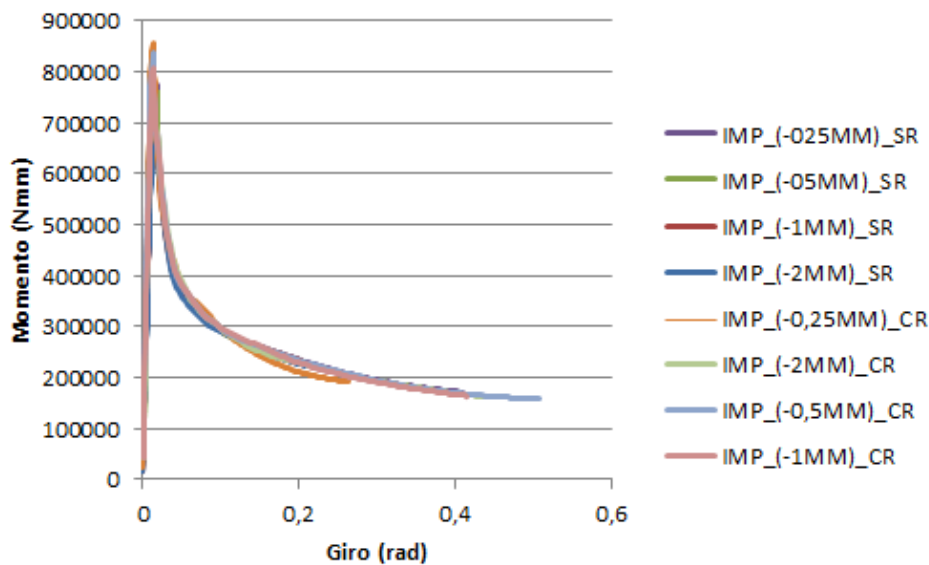
**Figura 5.174. Mecanismo de fallo del modelo sin rigidizador, (izquierda). Mecanismo de fallo del modelo con rigidizador, (derecha). Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm.**

Las líneas plásticas inclinadas del ala comprimida del modelo con rigidizador son algo más largas y presentan forma de “pico”, mientras que en el modelo sin rigidizador, estas líneas son más cortas y se muestran más suaves. Es decir, el rigidizador “abre” las líneas.

El segundo efecto, se comentará más detenidamente en los dos apartados que vienen a continuación, ya que resulta ciertamente complicado proceder a una explicación aquí, sin antes presentar una comparación entre el modelo con rigidizador y sin rigidizador con la introducción de magnitudes de imperfección negativas.

### 5.9.5 Modelo con rigidizador Vs. Sin rigidizador. Magnitudes de imperfección negativas.

En la figura 5.175 se pueden apreciar las relaciones momento-giro del modelo con rigidizador y del modelo sin rigidizador, para las distintas magnitudes de imperfección negativas empleadas con el primer modo de pandeo. A grandes rasgos, el comportamiento del modelo con rigidizador es muy similar al comportamiento del modelo sin rigidizador.



*Figura 5.175. Relación momento-giro del modelo con rigidizador, y del modelo sin rigidizador, con la introducción de magnitudes de imperfección negativas al primer modo de pandeo.*

A continuación, se procede a la comparación de las relaciones momento-giro, del modelo con rigidizador y del modelo sin rigidizador, para la misma magnitud de imperfección positiva.

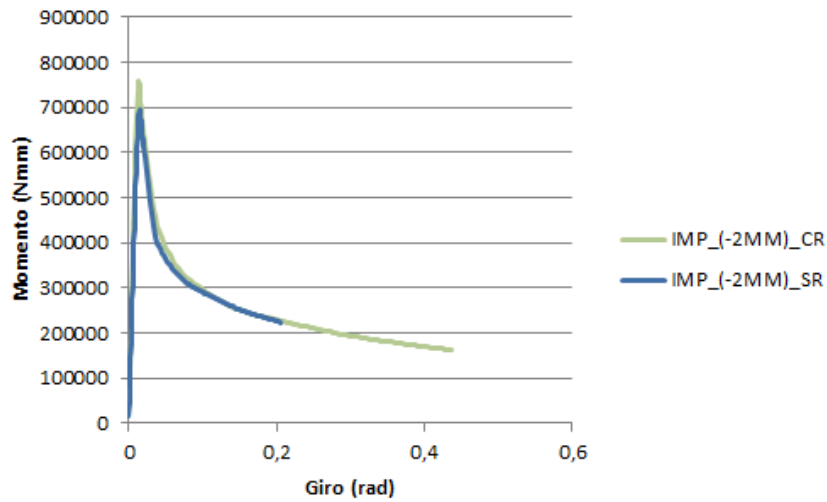


Figura 5.176. Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección negativa de (-2) mm. Primer modo de pandeo.

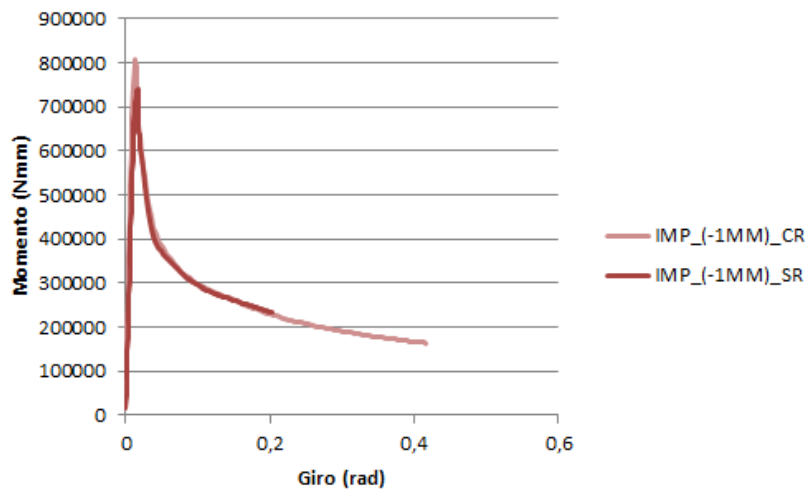


Figura 5.177. Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección negativa de (-1) mm. Primer modo de pandeo.

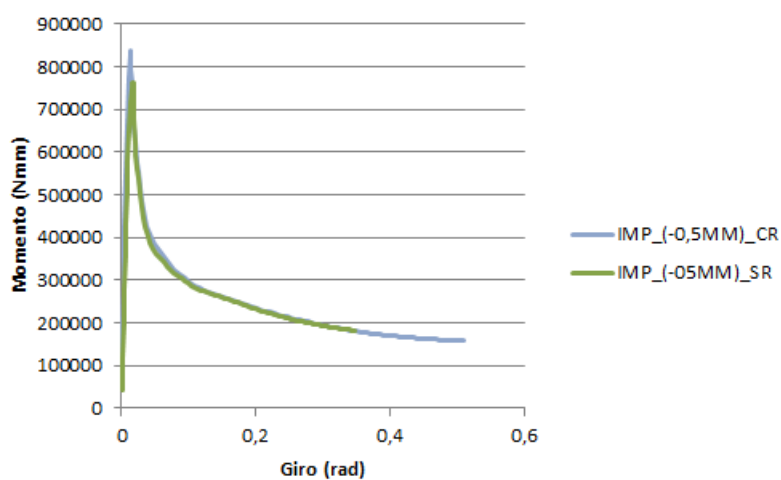
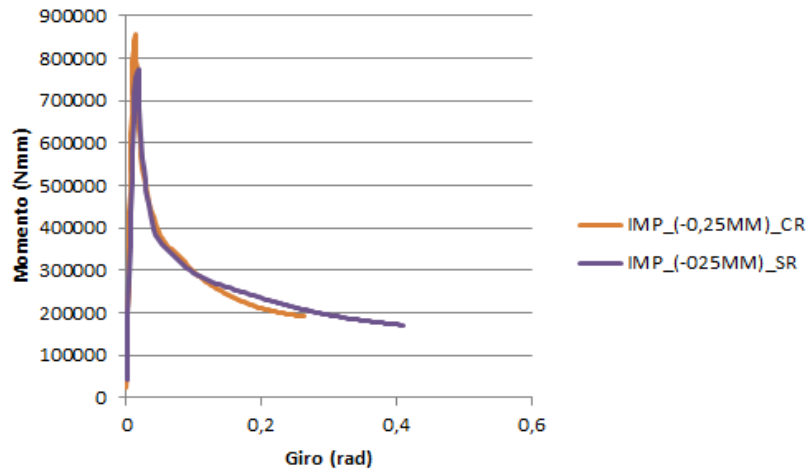


Figura 5.178. Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección negativa de (-0,5) mm. Primer modo de pandeo.



**Figura 5.179. Relación momento-giro del modelo con rigidizador y sin rigidizador para una magnitud de imperfección negativa de (-0,25) mm. Primer modo de pandeo.**

En las gráficas precedentes se puede apreciar como el comportamiento elástico del modelo con rigidizador y del modelo sin rigidizador son muy similares. Como diferencia se observa que el modelo con rigidizador alcanza valores de momentos últimos ligeramente superiores a los del modelo sin rigidizador.

En relación al comportamiento plástico, no se aprecian diferencias significativas entre ambos modelos. Las ramas plásticas son casi iguales. En la única gráfica que se observa una pequeña diferencia, es la relativa a una magnitud de imperfección de 0,25mm, (figura 5.179). En dicha gráfica se puede observar como la rama plástica del modelo con rigidizador, se separa en el último tramo de la rama plástica del modelo sin rigidizador. Teniendo en cuenta que este es el único caso en el que se observa esta diferencia, que dicho tramo corresponde a niveles de plastificación altos, y que la magnitud de imperfección es inferior a la magnitud de imperfección mínima que se ha de introducir según lo especificado por el Eurocódigo 3, Parte 1-5, se puede concluir que, de manera genérica, el comportamiento plástico de la pieza con y sin rigidizador es el mismo.

Así pues, con la introducción de magnitudes de imperfección negativas, se observa que el rigidizador permite a la pieza alcanzar valores mayores de momentos últimos, sin afectar significativamente la pendiente de la rama elástica y plástica.

En la siguiente tabla, se exponen los valores de los momentos últimos y de los módulos resistentes eficaces para el primer modo de pandeo y las distintas magnitudes de imperfección introducidas del modelo con rigidizador y sin rigidizador. Se procede también a la comparación de los módulos resistentes eficaces obtenidos.

IMPERFECCIÓN	Sin rigidizador		Con rigidizador		Diferencia %
	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )	
(-2)mm	693987	2523,59	757674	2755,18	9,18
(-1)mm	739390,5	2688,69	806898	2934,17	9,13
(-0,5)mm	762327	2772,10	836754	3042,74	9,76
(-0,25)mm	773386,5	2812,31	857097	3116,72	10,82

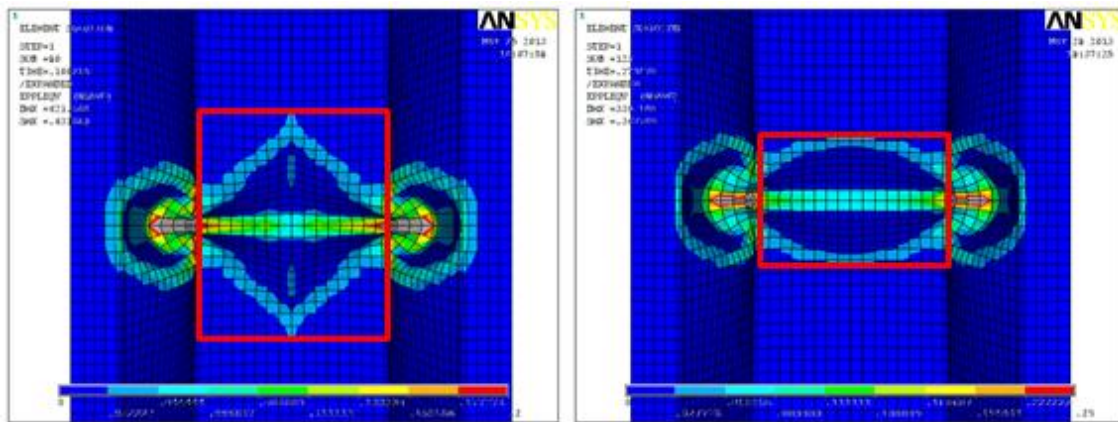
**Tabla 5-40. Comparación del módulo resistente eficaz negativo del modelo con rigidizador y sin rigidizador**

En la tabla 5.40, se puede apreciar como el rigidizador aumenta entre un 9-10%, el valor del módulo resistente eficaz negativo.

A continuación, se procede a comparar los patrones de colapso del modelo con rigidizador y del modelo sin rigidizador.

En la figura 5.180, se presenta en planta los mecanismos de fallo de ambos modelos, obtenidos para una magnitud de imperfección negativa de (-2) mm.

En dicha figura, (fig.5.180), se puede apreciar que en el modelo con rigidizador, las líneas plásticas del ala comprimida poseen forma de “pico”, mientras que las mismas líneas en el modelo sin rigidizador, se presentan más suaves y de menor longitud.



**Figura 5.180. Mecanismo de fallo del modelo sin rigidizador, (izquierda). Mecanismo de fallo del modelo con rigidizador, (derecha). Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de 2mm**

El mecanismo plástico del modelo con rigidizador es más amplio en el ala comprimida. En el resto de los elementos de sección no se aprecian diferencias significativas respecto al patrón de colapso del modelo sin rigidizador. Se podría decir que el rigidizador tiende a “expandir” el patrón de forma similar al modo de pandeo.

En las gráficas precedentes, (fig.5.175 a la fig.5.179), se ha podido observar que el comportamiento plástico no se ve afectado por la presencia del rigidizador, de lo que se puede

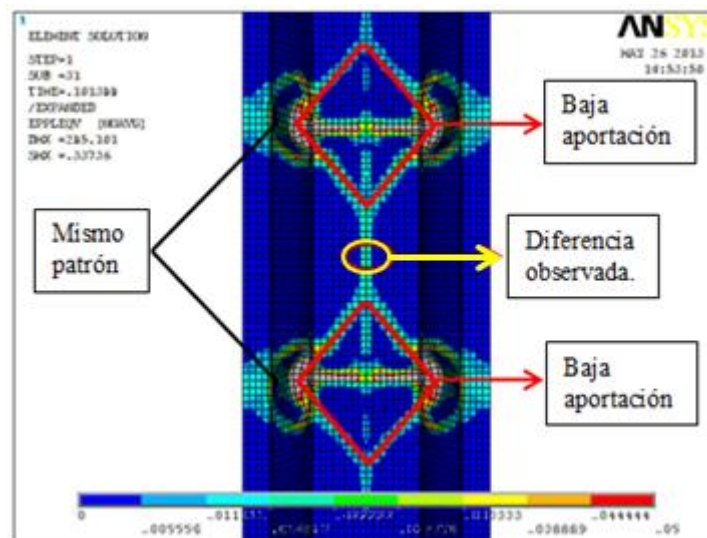
deducir que la pequeña variación de longitud y de ángulo que se produce en las líneas plásticas del ala comprimida del modelo con rigidizador, apenas aportan energía al mecanismo de fallo, o la energía que aportan es poco significativa.

El rigidizador afecta al comportamiento elástico, permitiendo que la rama elástica alcance valores algo mayores, es decir, impide que la plastificación acontezca antes, pero una vez que se produce, el comportamiento plástico no se ve afectado.

En el apartado precedente, relativo a la introducción de magnitudes de imperfección positivas, se pudo apreciar como el comportamiento plástico del modelo con rigidizador difería ligeramente del modelo sin rigidizador.

En el presente apartado, se ha observado que la pequeña variación de geometría que se produce en las líneas plásticas del ala comprimida con la presencia del rigidizador, apenas afectan al comportamiento plástico.

Teniendo en cuenta estos aspectos, se procede a analizar las líneas plásticas del mecanismo de fallo del modelo con rigidizador con la introducción de magnitudes de imperfección positivas, el cual está conformado por dos rótulas plásticas.



**Figura 5.181.** Patrón de colapso del modelo con rigidizador, con magnitud de imperfección positiva de 2mm. Análisis de las líneas plásticas.

Si las líneas plásticas marcadas en rojo en la figura 5.181 no aportan suficiente energía, como para observar una diferencia de comportamiento en las ramas plásticas del modelo con rigidizador y del modelo sin rigidizador, y si a mayores, las líneas plásticas que se desarrollan en el alma, y en el ala inferior del modelo con rigidizador, son iguales a las del modelo sin rigidizador, queda como diferencia apreciable el tramo de rigidizador acotado entre rótulas, en el cual se desarrolla una línea plástica visible, que en el modelo sin rigidizador no aparecía.



En base a ello, se podría decir que el tramo de rigidizador acotado entre ambas rótulas puede ser el causante de esta pequeña variación de comportamiento plástico entre el modelo con rigidizador y el modelo sin rigidizador, (ver apartado 5.9.4).

Es posible que con el empleo de rigidizadores más amplios la diferencia sea más notable, tanto en el efecto de “expansión” comentado, como las compresiones a las que queda solicitado el tramo de rigidizador intermedio entre rótulas. Se quiere dejar constancia aquí, no obstante, que la variación del tamaño del rigidizador no es objeto de estudio en esta tesis.

### 5.9.6 Sumario. Primer modo de pandeo.

El ala inferior del panel nervado presenta un rigidizador. En base a ello se ha realizado un pequeño estudio con el fin de determinar en qué medida el rigidizador afecta al módulo resistente eficaz negativo de la pieza, y en qué medida su presencia altera la geometría del patrón de colapso.

Con la idea de establecer una comparativa, se realizó un modelo del panel nervado con rigidizador, y un modelo sin rigidizador.

El primer modo de pandeo del **modelo con rigidizador**, se caracterizaba por ser simétrico, y por el hecho de que los valores máximos y mínimos que alcanzaban las semiondas eran iguales. Un estudio de la sensibilidad del primer modo de pandeo a la magnitud de imperfección introducida, permitió observar que cuando las magnitudes de imperfección eran positivas, el mecanismo de fallo se caracterizaba por el desarrollo de dos rótulas, y que cuando las magnitudes de imperfección eran negativas, el mecanismo de fallo se caracterizaba por el desarrollo de una sola rótula.

Las relaciones momento-giro obtenidas, para distintas magnitudes de imperfección positivas y negativas, permitió determinar que el desarrollo de una rótula o dos, no influía en el valor del módulo resistente eficaz negativo, al obtenerse diferencias que apenas superaban el 1%. Donde sí se apreció diferencia, fue en el comportamiento plástico. Los mecanismos de fallo conformados por dos rótulas, poseían un mejor comportamiento plástico que los mecanismos conformados por una sola rótula. Resulta razonable que con una rótula la pieza plastifique más que con dos rótulas, ya que el trabajo que se ha de realizar es menor.

El primer modo de pandeo del **modelo sin rigidizador** poseía las mismas características que el primer modo de pandeo del modelo con rigidizador. Presentaba simetría, y los valores máximos y mínimos que alcanzaban las semiondas eran idénticos. La única diferencia que se observó, es que el número de semiondas de la primera forma de imperfección del modelo sin rigidizador era

mayor que la del modelo con rigidizador. Los patrones de colapso eran iguales, excepto en el ala comprimida, donde se pudo observar que el rigidizador “expandía” las líneas plásticas.

En cuanto al estudio de sensibilidad del primer modo de pandeo a la magnitud de imperfección introducida, se observó el mismo comportamiento que en el modelo con rigidizador. Con la introducción de magnitudes de imperfección positivas, el mecanismo de fallo se caracterizaba por estar conformado por dos rótulas plásticas. Con la introducción de magnitudes de imperfección negativas, el mecanismo de fallo se caracterizaba por el desarrollo de una sola rótula.

De nuevo, las relaciones momento-giro obtenidas, permitieron determinar que la introducción de magnitudes de imperfección positivas o negativas, no alteraban el valor del módulo resistente eficaz negativo, al observarse que la diferencia máxima era de un 0,13%. En relación al comportamiento plástico, se observó que el mecanismo con dos rótulas, se comportaba mejor que el mecanismo conformado por una sola rótula, lo cual es lógico, ya que la pieza ha de desarrollar un trabajo menor para plastificar una sola rótula.

En base a los resultados obtenidos se concluyó que el modelo con rigidizador y el modelo sin rigidizador, poseen la misma sensibilidad al sentido de la magnitud de imperfección introducida. Ambos modelos desarrollan dos rótulas con magnitudes de imperfección positivas, y una rótula con magnitudes de imperfección negativas. En ambos modelos, el primer modo de pandeo era muy similar, por lo que es razonable que la tendencia sea la misma.

La **comparación entre el modelo con rigidizador y el modelo sin rigidizador**, con la introducción de magnitudes de imperfección positivas, y la introducción de magnitudes de imperfección negativas, permitió determinar que el rigidizador afectaba, básicamente, al comportamiento elástico.

La comparación de las relaciones momento-giro entre ambos modelos, con la introducción de magnitudes de imperfección negativas, permitió determinar que el tramo elástico del modelo con rigidizador alcanzaba valores de momentos últimos un 10% por encima de los momentos últimos del modelo sin rigidizador. En relación al tramo plástico, no se observaron diferencias apreciables entre ambos modelos.

La comparación de las relaciones momento-giro entre ambos modelos, con la introducción de magnitudes de imperfección positivas, permitió observar que los momentos últimos del modelo con rigidizador alcanzaban también valores mayores en un 10% respecto al modelo sin rigidizador.

En este caso, se observó una ligera diferencia de comportamiento plástico ente ambos modelos, al apreciarse que la rama plástica del modelo con rigidizador era ligeramente superior a la rama plástica del modelo sin rigidizador, en el primer tramo de la curva post-colapso. En el tramo final, la rama plástica del modelo con rigidizador tenía tendencia a unirse con la rama plástica del modelo sin rigidizador, e incluso, a dejarla por encima. Este comportamiento se atribuyó al trabajo que efectuaba el rigidizador en la zona ubicada entre las dos rótulas.

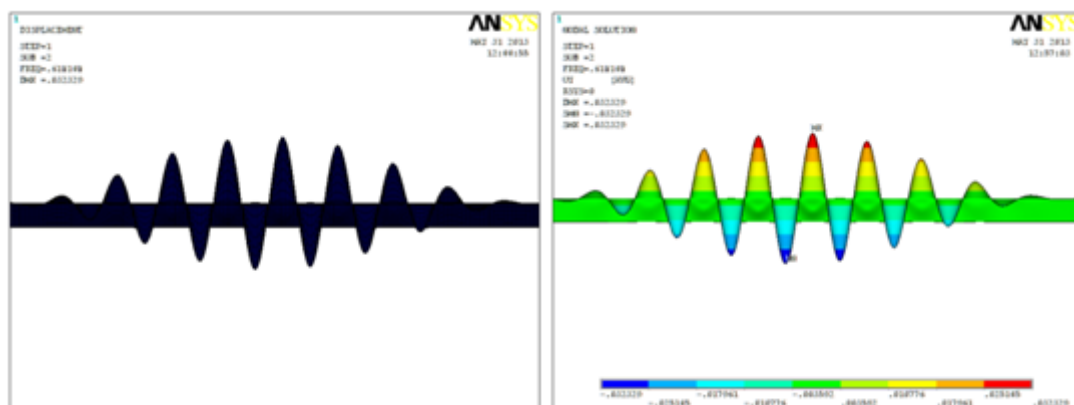
En los siguientes apartados se continúa con el estudio de sensibilidad a la forma de imperfección introducida. En estas simulaciones se empleará el modelo sin rigidizador, y se analizará la influencia que ejerce el sentido en que se aplica la magnitud de imperfección empleada.

Con este pequeño estudio, se pretende determinar la estabilidad de los patrones de colapso. Es decir, se quiere constatar si utilizando imperfecciones según modos superiores se siguen desarrollando mecanismos de fallo conformados por dos rótulas, o por una rótula, en función del sentido de la magnitud de imperfección empleada. También se quiere constatar, si es posible el desarrollo de un patrón de geometría diferente, y determinar el modo de pandeo dominante.

Para cada modo, se emplearán magnitudes de imperfección positivas y negativas de 0.25mm y 2mm, acotando de esta manera el valor máximo y mínimo del módulo resistente eficaz negativo. Ello permitirá establecer una comparativa con los modos analizados, y determinar el modo y el patrón de colapso dominante.

## 5.9.7 Segundo y tercer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador.

### 5.9.7.1 Segundo modo de pandeo.



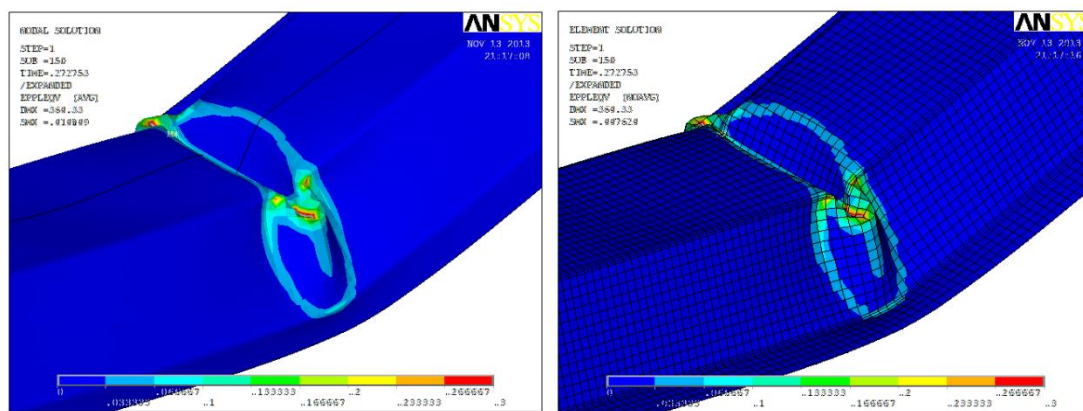
*Figura 5.182. Segundo modo de pandeo. Modelo sin rigidizador.*

El segundo modo de pandeo es muy similar al primer modo, lo cual es razonable, dado que el valor propio de ambas formas de imperfección era el mismo. De nuevo nos encontramos con

semiondas centrales muy uniformes, y máximos y mínimos con valores iguales. La simetría aparentemente perfecta del primer modo de pandeo, se desvirtúa ahora en las semiondas más exteriores, las cuales denotan cierta asimetría.

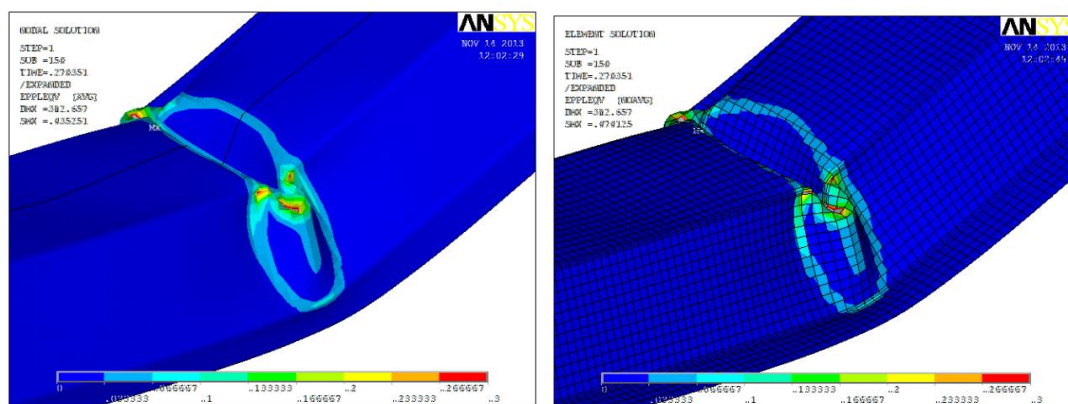
Con el empleo del segundo modo de pandeo se obtuvo en todos los casos un mecanismo de fallo conformado por una sola rótula, independientemente del sentido de la magnitud de imperfección inducida al modelo sin rigidizador.

En la figura 5.183 se puede apreciar la solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises obtenidas con la segunda forma de imperfección y una magnitud de imperfección positiva de 2mm.



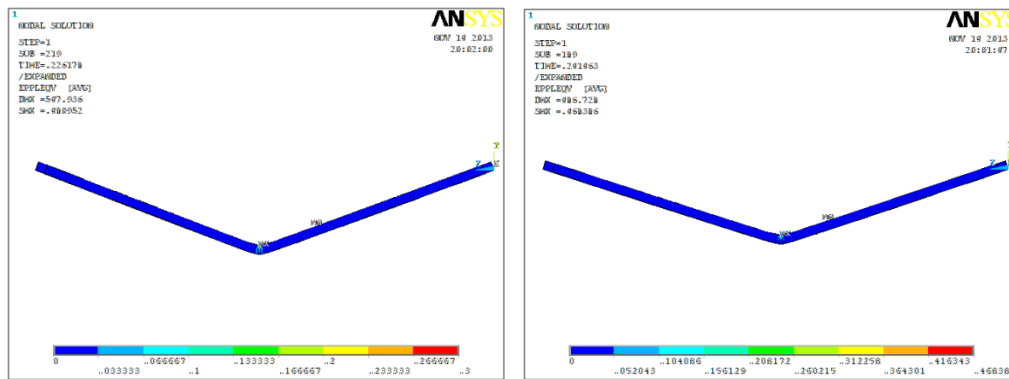
**Figura 5.183.** Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Segundo modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. Magnitud de imperfección positiva de 2mm.

En la figura 5.184, se presenta la solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises obtenidas con la segunda forma de imperfección y una magnitud de imperfección negativa de (-2) mm.



**Figura 5.184.** Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Segundo modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. Magnitudes de imperfección negativa de (-2) mm.

En la figura 5.185 se puede apreciar la ubicación de los mecanismos de fallo. En la imagen de la izquierda de esta figura se presenta el mecanismo de fallo obtenido con el empleo de magnitudes de imperfección positivas. En la figura 5.185, derecha, se puede apreciar el patrón de colapso obtenido con el empleo de magnitudes de imperfección negativas.



**Figura 5.185. Posición de la rótula en función del sentido de la magnitud de imperfección empleada. Magnitudes de imperfección positivas, (izquierda). Magnitudes de imperfección negativas, (derecha). Modelo sin rigidizador. Segundo modo de pandeo.**

Si se observa detenidamente la figura 5.185, se puede apreciar que las rótulas no están ubicadas exactamente en la misma posición.

En los modelos realizados mediante simulaciones por el MEF, se aprecia que con el empleo de magnitudes de imperfección positivas, el mecanismo de fallo se desarrolla a partir de la semionda de la forma de imperfección que presenta el mínimo, mientras que con el empleo de magnitudes de imperfección negativas, la rótula se desarrolla a partir de la semionda que presenta el máximo. En realidad, en los dos casos se forma en una semionda tipo “valle”.

En la figura 5.182, relativa a la segunda forma de imperfección, se puede observar que el mínimo se presenta en la semionda central de este modo de pandeo. El máximo se presenta en la semionda adyacente a la central.

Teniendo en cuenta este aspecto, es sencillo deducir que la rótula desarrollada en el modelo a partir de la inducción de magnitudes de imperfección negativas, (fig.5.185, derecha), se encuentra ligeramente desplazada hacia la derecha, respecto a la rótula que acontece cuando al modelo se inducen magnitudes de imperfección positivas.

Las relaciones momento-giro obtenidas con el empleo del segundo modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas, y negativas, de 0,25mm y 2mm, se presentan en la figura 5.186.

En dicha figura, (fig.5.186), se puede apreciar como los comportamientos post-colapso obtenidos para todas las magnitudes de imperfección empleadas, tanto positivas como

negativas, son muy similares, lo cual está en concordancia con el desarrollo de un mecanismo de fallo conformado por una sola rótula.

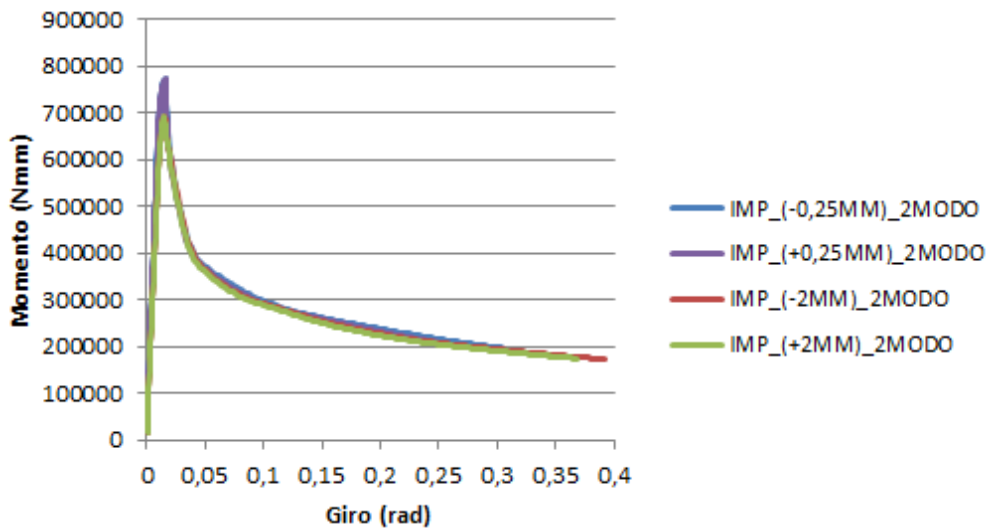


Figura 5.186. Relación momento-giro. Modelo sin rigidizador. Segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas y negativas de 0,25mm y 2mm.

En la tabla 5.41, se exponen los momentos últimos alcanzados, y los módulos resistentes eficaces negativos, en función del sentido y magnitud de imperfección empleada. Se presenta también la diferencia obtenida entre los valores de los módulos resistentes eficaces negativos.

Imperfecciones positivas			Imperfecciones negativas			%
IMP.	M <sub>máx.</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> mm <sup>3</sup>	IMP.	M <sub>máx.</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )	
(+2)mm	693612	2522,23	(-2)mm	693703,05	2522,56	0,01
(+0,25)mm	771729	2806,29	(-0,25)mm	773449,5	2812,54	0,22

Tabla 5-41. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos, para el segundo modo de pandeo, en función de la magnitud y sentido de la imperfección empleada

En la tabla 5.41, se puede apreciar que el valor de los módulos resistentes eficaces negativos apenas se ven afectados por el hecho de haber inducido al modelo magnitudes de imperfección de diferente sentido.

En tabla 5.42 se presentan los valores de los momentos últimos, y se comparan los valores de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el empleo del primer y segundo modo de pandeo, y magnitudes de imperfección positivas.

IMP.	Primer modo		Segundo modo.		%
	M <sub>máx.</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )	M <sub>máx.</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )	
(+2)mm	694501,5	2525,46	693612	2522,23	0,12
(+0,25)mm	772405,5	2808,75	771729	2806,29	0,08

Tabla 5-42. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos. Primer y segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positiva.

No se observan diferencias significativas entre los valores de los módulos resistentes eficaces obtenidos con el empleo del primer y segundo modo de pandeo, y magnitudes de imperfección positivas.

Resulta lógico que apenas haya diferencia entre los valores de los módulos resistentes obtenidos con el empleo del primer y segundo modo de pandeo, dado que los valores propios de ambas formas de imperfección eran iguales, (apartado 5.9.3.1, tabla 5.35).

Por otro lado, tal y como se ha podido apreciar en el apartado 5.9.3.2.3, los mecanismos de fallo conformados por una rótula o dos solo afectan al comportamiento post-colapso. En base a ello, el hecho de que el patrón de colapso obtenido con el primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas esté conformado por dos rótulas, no afecta a la comparativa anterior.

En la tabla 5.43, se procede a la presentación de los mismos datos que en la tabla precedente, pero para magnitudes de imperfección negativas.

IMP.	Primer modo		Segundo modo.		%
	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )	M <sub>máx</sub>	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )	
(-2)mm	693987	2523,59	693703,05	2522,56	0,04
(-0,25)mm	773386,5	2812,31	773449,5	2812,54	0

*Tabla 5-43. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos. Primer y segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección negativa.*

En la tabla 5.43, no se aprecian diferencias significativas entre los valores de los módulos resistentes eficaces negativos obtenidos con el empleo del primer y segundo modo de pandeo y magnitudes de imperfección negativas.

Se concluye que:

- Con el empleo del segundo modo de pandeo se obtiene siempre un mecanismo de fallo conformado por una rótula.
- Induciendo magnitudes de imperfección positivas al modelo, la rótula se desarrolla a partir de la semionda donde se presenta el mínimo, (valle de máxima imperfección).
- Induciendo magnitudes de imperfección negativas al modelo, la rótula toma lugar a partir de la semionda donde se presenta el máximo, (también valle de máxima imperfección).
- En relación a la carga última, se puede decir que con el empleo del primer y segundo modo de pandeo se obtiene el mismo valor, lo cual resulta coherente con el hecho de que los valores propios de estas formas de imperfección sean iguales.
- La diferencia entre el primer y segundo modo de pandeo, queda por tanto restringida al comportamiento post-colapso, dado que con la primera forma de imperfección se puede

desarrollar un mecanismo de fallo conformado por dos rótulas, lo cual revierte en un mejor comportamiento plástico.

### 5.9.7.2 Tercer modo de pandeo.

El tercer modo de pandeo posee grandes diferencias formales respecto al primer y segundo modo. La tercera forma de imperfección no posee unas semiondas tan uniformes. La asimetría por la que se caracteriza es debida a las semiondas centrales y extremas. Se observa que los valores máximos y mínimos que alcanzan las semiondas, no se encuentran en el centro de la forma modal.

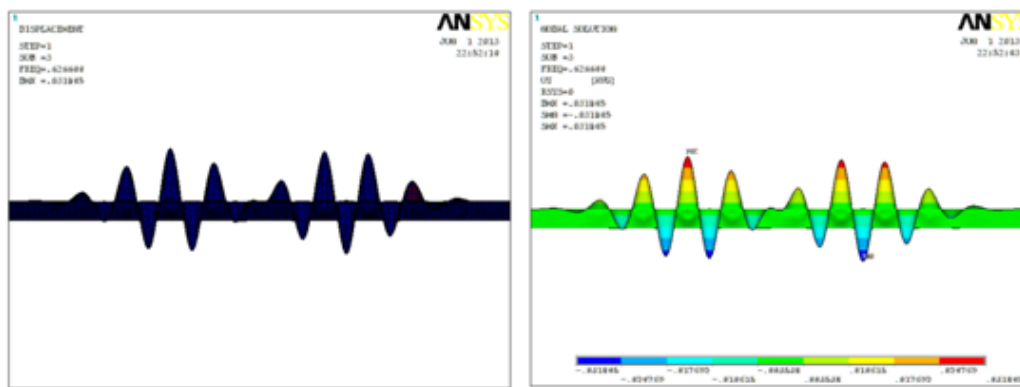


Figura 5.187. Tercer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador.

Con el empleo del tercer modo de pandeo se obtuvo de nuevo, en todos los casos, mecanismos de fallo conformados por una sola rótula, independientemente del sentido de la magnitud empleada.

En la figura 5.188 se presenta la solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises obtenidas con el empleo de la tercera forma de imperfección y una magnitud de imperfección positiva de 2mm.

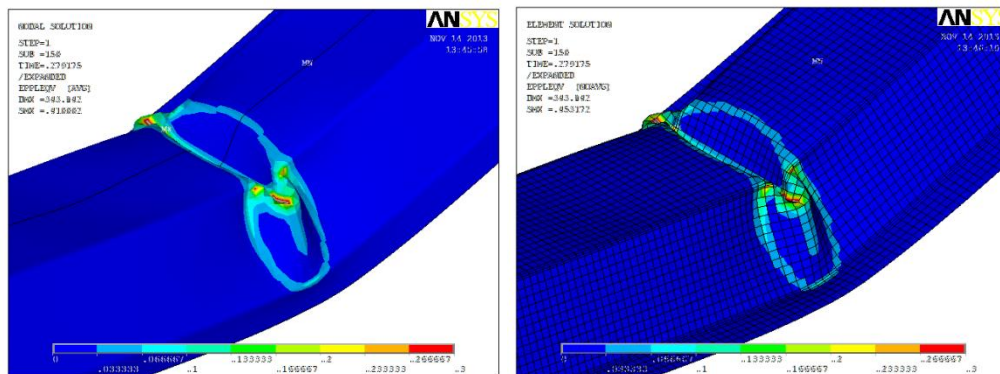
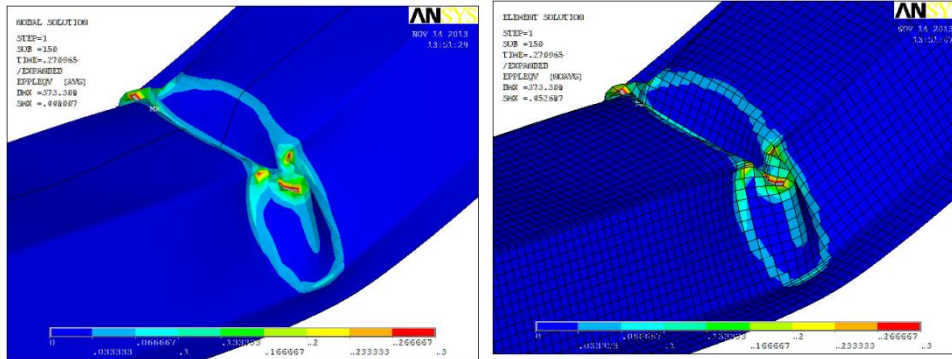


Figura 5.188. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo sin rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm.



En la figura 5.189 se puede apreciar la solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises obtenidas con el empleo de la tercera forma de imperfección y una magnitud de imperfección negativa de (-2) mm.



**Figura 5.189. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo sin rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de (-2) mm.**

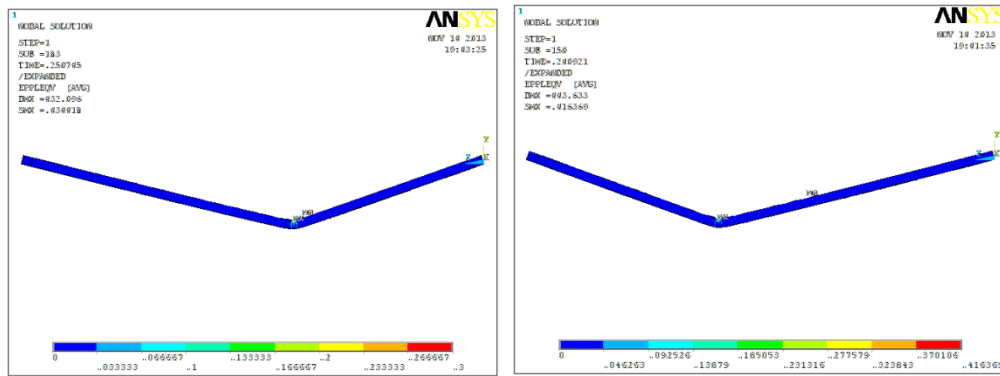
Tal y como se puede apreciar en las figuras precedentes, (fig.188 y fig.189), los mecanismos de fallo obtenidos con el empleo de magnitudes imperfección positivas y negativas presentan la misma geometría. Sin embargo, cabe matizar que las rótulas no se desarrollaron en la misma ubicación.

Al igual que sucedió con la segunda forma de imperfección, se observa que con el empleo de magnitudes de imperfección positivas los patrones de colapso se desarrollan a partir de la semionda que presenta el mínimo, mientras que con el empleo de magnitudes de imperfección negativas, los patrones se desarrollan a partir de la semionda que presentaba el máximo. Una vez más, los mecanismos se forman en los valles de máxima amplitud de imperfección.

En base a lo expuesto, y observando la tercera forma de imperfección, (fig.5.187), es sencillo determinar la ubicación de la rótula en función del sentido de la magnitud de imperfección inducida al modelo.

La asimetría de este modo de pandeo, y la diferente posición que ocupan las semiondas donde se presenta el máximo y el mínimo, permite hacerse fácilmente una idea de la ubicación en la que se desarrollaron los mecanismos de fallo.

En la figura 5.190, izquierda, se presenta la ubicación de la rótula obtenida con el empleo de magnitudes de imperfección positivas, (mínimo). En la figura 5.190, derecha, se puede apreciar la ubicación de la rótula con el empleo de magnitudes de imperfección negativas, (máximo).

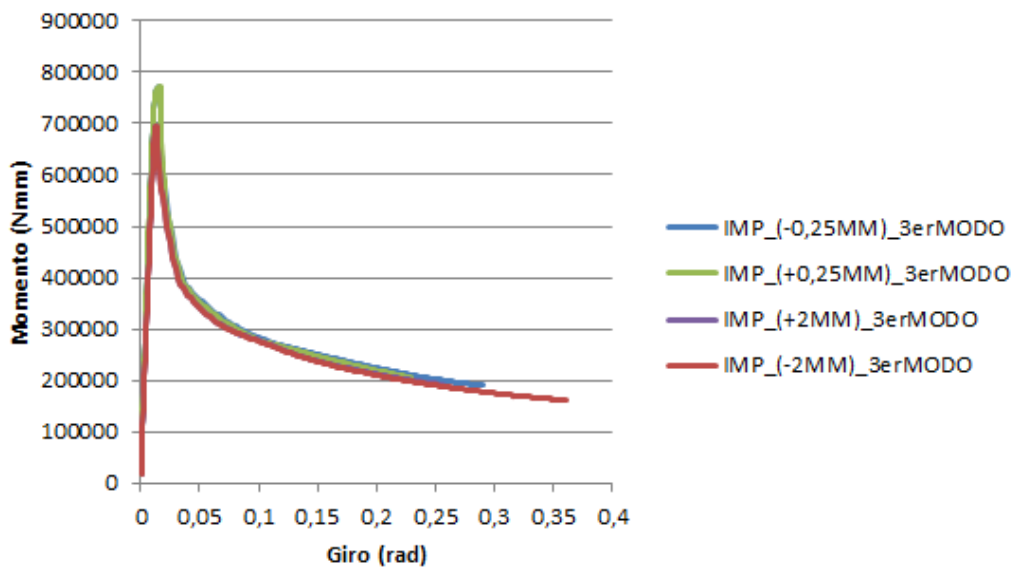


**Figura 5.190. Posición de la rótula en función del sentido de la magnitud de imperfección empleada. Magnitudes de imperfección positivas, (izquierda). Magnitudes de imperfección negativas, (derecha). Modelo sin rigidizador. Tercer modo de pandeo.**

En la figura 5.191, se presentan las relaciones momento-giro obtenidas con el empleo del tercer modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas y negativas de 0,25mm y 2mm.

En dicha figura, (fig.5.191), se puede apreciar que los comportamientos post-colapsos obtenidos con el empleo de magnitudes de imperfección negativas y positivas son muy similares, lo cual presenta coherencia con la obtención de un mecanismo de fallo conformado por una sola rótula.

Por otro lado se observa una gran similitud entre las curvas de comportamiento obtenidas con el empleo de la misma magnitud de imperfección, pero de diferente sentido. Esto es, las curvas relativas a una magnitud de imperfección 0,25mm son muy similares entre sí. Lo mismo sucede con las curvas de comportamiento obtenidas con el empleo de una magnitud de imperfección de 2mm.



**Figura 5.191. Relación momento-giro. Modelo sin rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas y negativas de 0,25mm y 2mm.**

En la tabla 5.44, se presentan los valores de los momentos últimos, y se comparan los valores de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el empleo del tercer modo de pandeo, y magnitudes de imperfección positivas y negativas, en el modelo sin rigidizador.

Imperfecciones positivas			Imperfecciones negativas			%
IMP.	$M_{m\acute{a}x}$ (Nmm)	$W_{y(-)}$ (mm <sup>3</sup> )	IMP.	$M_{m\acute{a}x}$ (Nmm)	$W_{y(-)}$ (mm <sup>3</sup> )	
(+2)mm	694743	2526,34	(-2)mm	694741,5	2526,33	0
(+0,25)mm	773058	2811,12	(-0,25)mm	773070	2811,16	0

**Tabla 5-44. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos para el tercer modo de pandeo, en función de la magnitud y sentido de la imperfección empleada.**

Al igual que sucedió con el empleo del segundo modo de pandeo, no se observan diferencias entre los valores de los módulos resistentes eficaces negativos obtenidos con el empleo del tercer modo de pandeo y magnitudes de imperfección de diferente sentido.

En la tabla 5.45 se exponen los momentos últimos y se comparan los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos para el primer y tercer modo de pandeo, en función de la magnitud de imperfección positiva empleada.

IMP.	Primer modo		Tercer modo.		%
	$M_{m\acute{a}x}$ (Nmm)	$W_{y(-)}$ (mm <sup>3</sup> )	$M_{m\acute{a}x}$ (Nmm)	$W_{y(-)}$ (mm <sup>3</sup> )	
(+2)mm	694501,5	2525,46	694743	2526,34	0,03
(+0,25)mm	772405,5	2808,75	773058	2811,12	0,08

**Tabla 5-45. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el primer y tercer modo de pandeo, en función de la magnitud de imperfección positiva empleada.**

En la tabla 5.46, se procede a la presentación de los mismos datos que los presentados en la tabla 5.45, pero referentes a la introducción de magnitudes de imperfección negativas.

IMP.	Primer modo		Tercer modo.		%
	$M_{m\acute{a}x}$ (Nmm)	$W_{y(-)}$ (mm <sup>3</sup> )	$M_{m\acute{a}x}$	$W_{y(-)}$ (mm <sup>3</sup> )	
(-2)mm	693987	2523,59	694741,5	2526,33	0,1
(-0,25)mm	773386,5	2812,31	773070	2811,16	0,04

**Tabla 5-46 . Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el primer y tercer modo de pandeo, en función de la magnitud de imperfección negativa empleada.**

En base a los resultados presentados en las tablas precedentes, (tabla 5.45 y 5.46), se puede decir que el módulo resistente eficaz negativo presenta el mismo valor con el empleo del primer y tercer modo de pandeo, independientemente del sentido de la magnitud de imperfección inducida al modelo del perfil sin rigidizador.

Se concluye que:

- Con el tercer modo de pandeo se obtiene siempre un patrón de colapso conformado por una sola rótula.

- La ubicación de la rótula es dependiente del sentido de la magnitud de imperfección inducida al modelo. Empleando magnitudes de imperfección positivas, el patrón se desarrolla a partir de la semionda que presenta el mínimo. Empleando magnitudes de imperfección negativas, el patrón se desarrolla a partir de la semionda que presenta el máximo. Es decir, las rótulas aparecen en los valles de máxima amplitud de imperfección.
- No se observan diferencias entre el valor del módulo resistente eficaz negativo obtenido con el empleo del primer y tercer modo de pandeo, independientemente del sentido de la magnitud de imperfección inducida al modelo, lo cual puede ser debido a la cercanía que presentaban los valores propios de estas formas de imperfección.
- La diferencia entre el primer y tercer modo de pandeo del modelo sin rigidizador, queda restringida al comportamiento plástico, dado que con el empleo de la primera forma de imperfección, el modelo es susceptible de desarrollar un mecanismo de fallo conformado por dos rótulas, lo que revierte en un mejor comportamiento post-colapso.

Se observa que las conclusiones obtenidas en este apartado son iguales a las obtenidas en el apartado precedente, relativo al estudio de sensibilidad del modelo al segundo modo de pandeo, y magnitudes de imperfección positivas y negativas.

### 5.9.7.3 Sumario. Modelo sin rigidizador.

En base a los resultados obtenidos en las simulaciones por el MEF, se pueden establecer las siguientes conclusiones en relación al comportamiento del modelo del perfil original y sin rigidizador:

El modelo del perfil sin rigidizador es susceptible de desarrollar un mecanismo de fallo conformado por dos rótulas, cuando se emplea el primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas.

Con el empleo del segundo, y tercer, modo de pandeo, el modelo del perfil sin rigidizador desarrolla siempre un mecanismo de fallo conformado por una sola rótula, independientemente del sentido de la magnitud de imperfección inducida.

No se aprecian diferencias significativas entre los valores de los módulos resistentes obtenidos con el empleo de los tres primeros modos de pandeo y magnitudes de imperfección de diferente sentido.

La diferencia entre las tres primeras formas de imperfección queda restringida, por tanto, a que el modelo del perfil sin rigidizador es susceptible de desarrollar un mecanismo de fallo

conformado por dos rótulas cuando se emplea el primer modo de pandeo, lo cual revierte en un mejor comportamiento post-colapso.

El hecho de que se desarrolle un mecanismo de fallo conformado por una rótula o dos, no afecta al comportamiento elástico, ni al valor de la carga última.

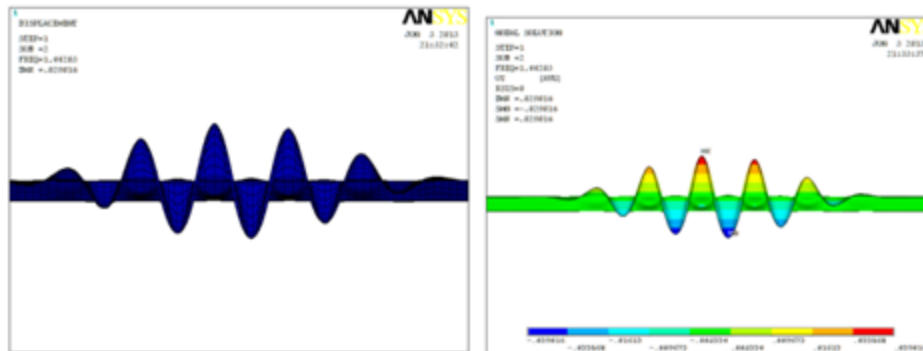
Los mecanismos de fallo obtenidos con las tres primeras formas de imperfección no presentan diferencia de geometría cuando están conformados por una sola rótula.

En relación a la ubicación de las rótulas, cabe decir que su posición varía en función del modo de pandeo empleado.

## 5.9.8 Segundo y tercer modo de pandeo. Modelo con rigidizador.

### 5.9.8.1 Segundo modo de pandeo.

El segundo modo de pandeo del modelo del perfil con rigidizador, (fig.5.192), es muy similar al primer modo. Al igual que en la primera forma de imperfección, los valores máximos y mínimos son iguales y se ubican en el centro de la forma modal. Como diferencia se observa, que en este caso las semiondas más externas no son simétricas, por lo que el segundo modo de pandeo se categoriza como asimétrico.



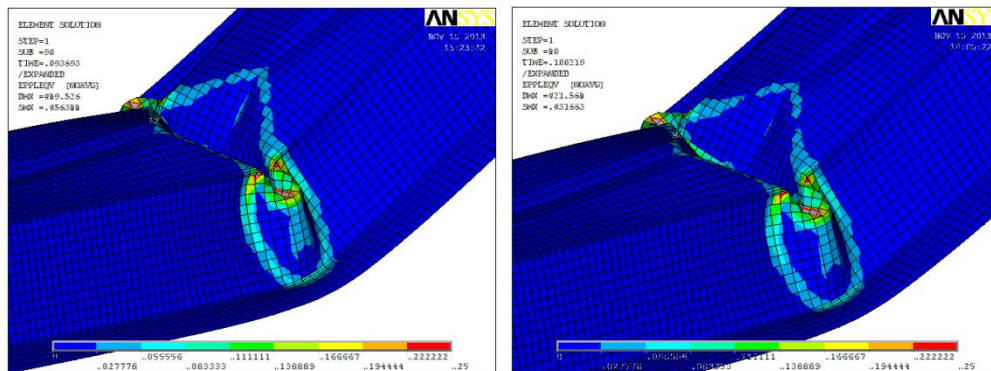
*Figura 5.192. Segundo modo de pandeo. Modelo con rigidizador.*

Con el empleo del segundo modo de pandeo en el modelo del perfil con rigidizador se obtuvo:

- Un mecanismo de fallo conformado por una rótula con el empleo de magnitudes de imperfección de 2mm, independientemente del sentido empleado.
- Un mecanismo de fallo conformado por dos rótulas con el empleo de magnitudes de imperfección de 0,25mm, independientemente del sentido empleado.

En la figura 5.193, izquierda, se presenta la solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenidas con el empleo del segundo modo de pandeo y una magnitud de

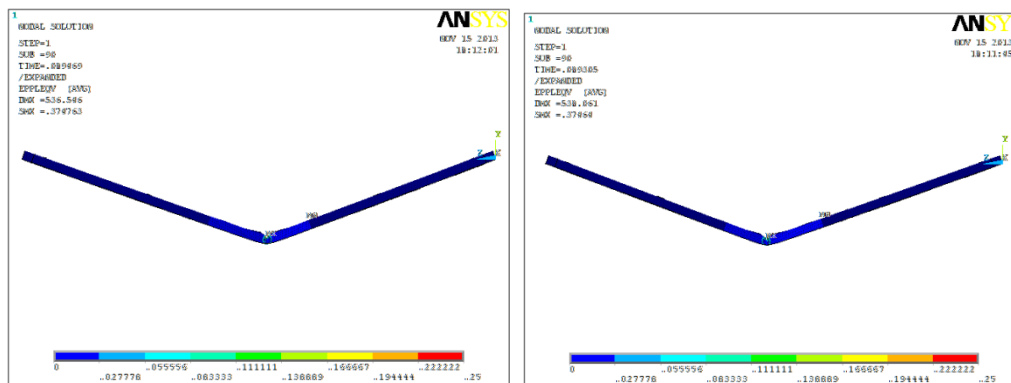
imperfección positiva de 2mm. En la figura 5.193, derecha, se puede apreciar la misma solución, pero relativa al empleo de una magnitud de imperfección negativa de (-2) mm.



**Figura 5.193. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo con rigidizador. Segundo modo de pandeo. Magnitud de imperfección de 2mm.**

En la figura 5.193, se puede apreciar que los mecanismos de fallo obtenidos con el empleo de una magnitud de imperfección positiva de 2mm, y negativa de (-2) mm, son muy similares.

En la figura 5.194, se puede apreciar la posición que adoptaron las rótulas en el modelo del perfil con rigidizador con el empleo de una magnitud de imperfección positiva de 2mm, (fig.5.194, izquierda), y con el empleo de una magnitud de imperfección negativa de (-2) mm, (fig.5.194, derecha).



**Figura 5.194. Ubicación de los mecanismos de fallo. Modelo con rigidizador. Segundo modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm, (izquierda). Magnitud de imperfección negativa de (-2) mm, (derecha).**

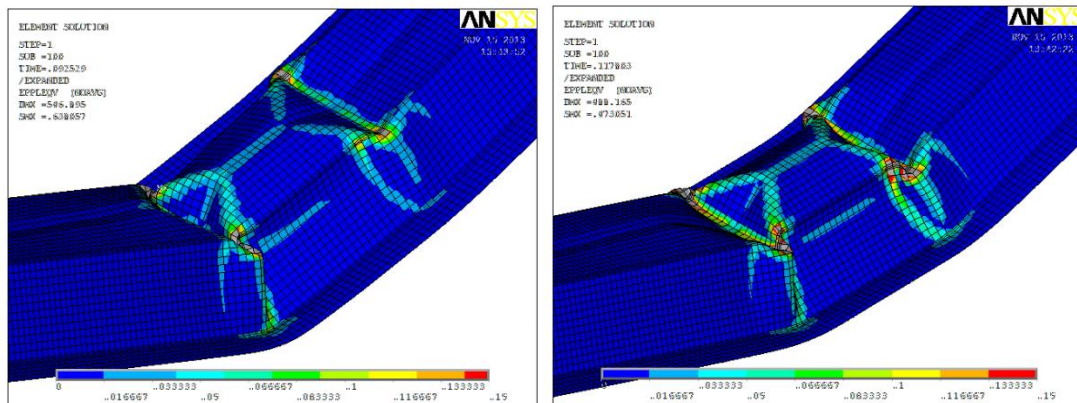
El análisis de los mecanismos de fallo obtenidos en las simulaciones por el MEF, permitió determinar que el patrón relativo a una magnitud de imperfección positiva de 2mm se desarrolla a partir de la semionda de la segunda forma de imperfección que presenta el mínimo. Mientras que el mecanismo relativo a una magnitud de imperfección negativa, de (-2) mm, se desarrolla a partir de la semionda de la segunda forma de imperfección que presenta el máximo. De nuevo, las rótulas aparecen en los valles de máxima amplitud de imperfección.

Si se observa detenidamente la figura 5.194, se podrá apreciar que el mecanismo de fallo relativo a una magnitud de imperfección positiva de 2mm, está ligeramente desplazado hacia a la derecha respecto al mecanismo de fallo que se desarrolla con el empleo de una magnitud de imperfección negativa de (-2) mm.

En la figura 5.195, izquierda, se presenta la solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenida con el empleo del segundo modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 0,25mm. En la figura 5.195, derecha, se presenta la misma solución, pero relativa al empleo de una magnitud de imperfección negativa de 0,25mm.

Aunque la geometría de las rótulas es muy similar, (fig.5.195), el mecanismo de fallo relativo al empleo de una magnitud de imperfección positiva de 0,25mm es más asimétrico que el obtenido con el empleo de una magnitud de imperfección negativa de (-0,25) mm.

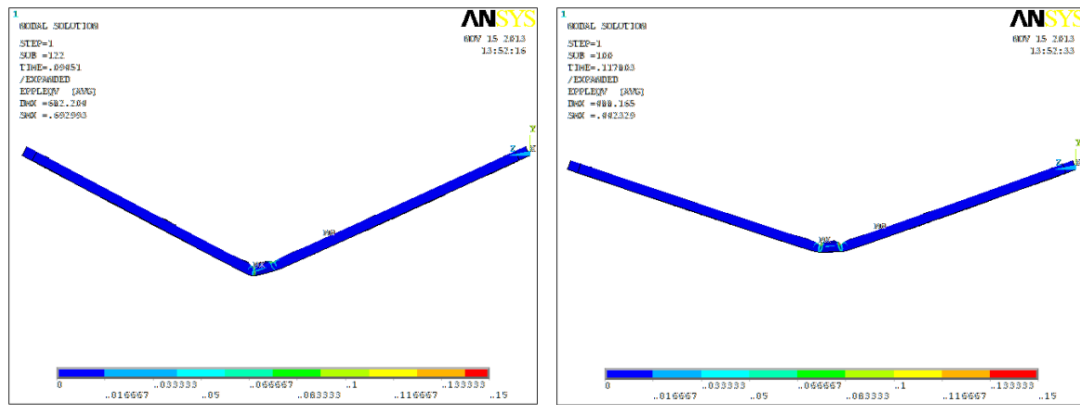
En la figura 5.196, se puede apreciar la posición que adoptaron las rótulas en el modelo del perfil con rigidizador con el empleo de una magnitud de imperfección positiva de 0,25mm, (fig.5.196, izquierda), y con el empleo de una magnitud de imperfección negativa de (-0,25) mm, (fig.5.196, derecha).



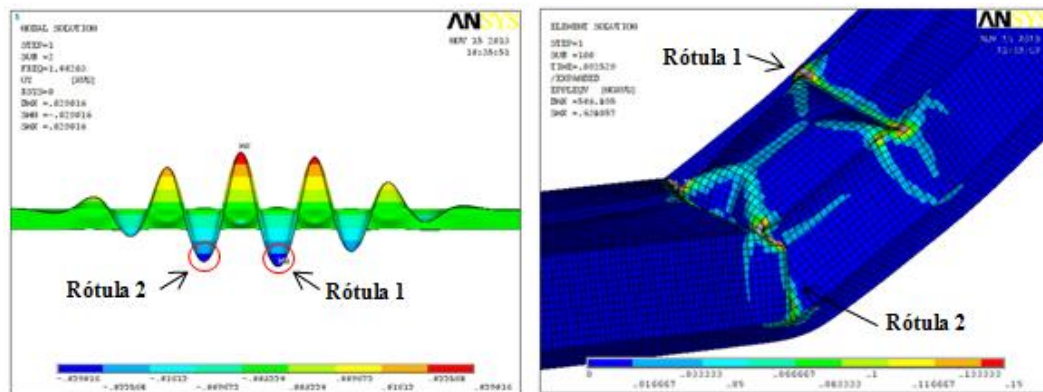
**Figura 5.195. Soluciones elementales de deformaciones plásticas de Von Mises obtenidas con el empleo del segundo modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 0,25mm, (izquierda), y una magnitud de imperfección negativa de (-0,25) mm.**

En la figura 5.196 se observa que la ubicación de las rótulas no es exactamente la misma. El mecanismo de fallo relativo al empleo de una magnitud de imperfección positiva de 0,25mm ha tomado lugar ligeramente hacia izquierda, respecto al mecanismo obtenido con el empleo de una magnitud de imperfección negativa.

Un análisis detenido de la formación del mecanismo de fallo obtenido con el empleo de una magnitud de imperfección positiva de 0,25mm en las simulaciones por el MEF, permitió determinar que este patrón se desarrolla a partir de las semiondas de la segunda forma de imperfección que presentan los valores mínimos, (fig.5.197).



**Figura 5.196.** Ubicación de los mecanismos de fallo obtenidos con el empleo del segundo modo de pandeo. Modelo con rigidizador. Magnitud de imperfección positiva de 0,25mm, (izquierda). Magnitud de imperfección negativa de (-0,25) mm, (derecha).



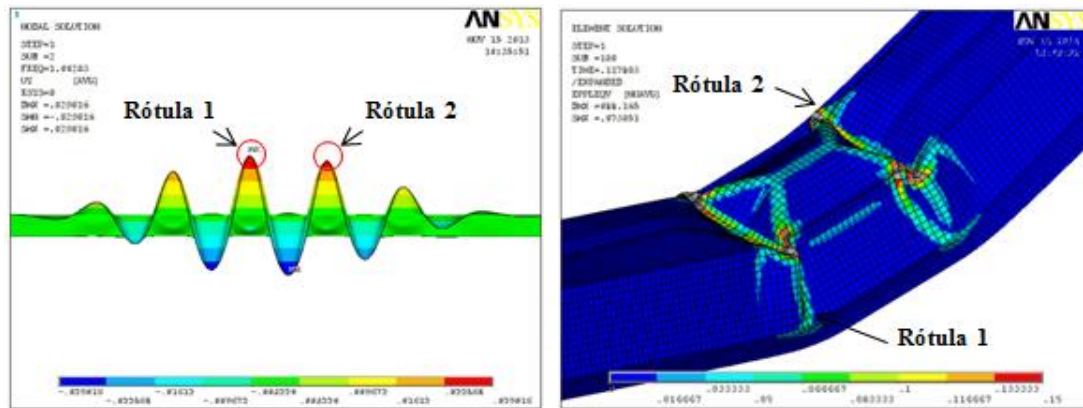
**Figura 5.197.** Formación del mecanismo de fallo. Modelo con rigidizador. Segundo modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 0,25mm.

A mayores se observa que las plastificaciones toman lugar, de manera más o menos pareja, en las semiondas reseñadas en la figura 5.197, aunque se pudo apreciar que el mecanismo se inicia presentando plastificaciones de mayor intensidad en la semionda donde se presenta el mínimo.

Cabe matizar que estas plastificaciones máximas iniciales no son especialmente longevas en el tiempo, sino que son más bien momentáneas, tras lo cual, el mecanismo se desarrolla presentando plastificaciones máximas en la rótula 2, (fig.5.197), lo que da lugar a la formación de un mecanismo de fallo asimétrico.

En relación a la rótula obtenida con el empleo de una magnitud de imperfección negativa de 0,25mm, el comportamiento es similar. En este caso, el mecanismo de fallo se desarrolla a partir de las semiondas de la segunda forma de imperfección que presentan los valores máximos, (fig.5.198).





**Figura 5.198. Formación del mecanismo de fallo. Modelo con rigidizador. Segundo modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de 0,25mm.**

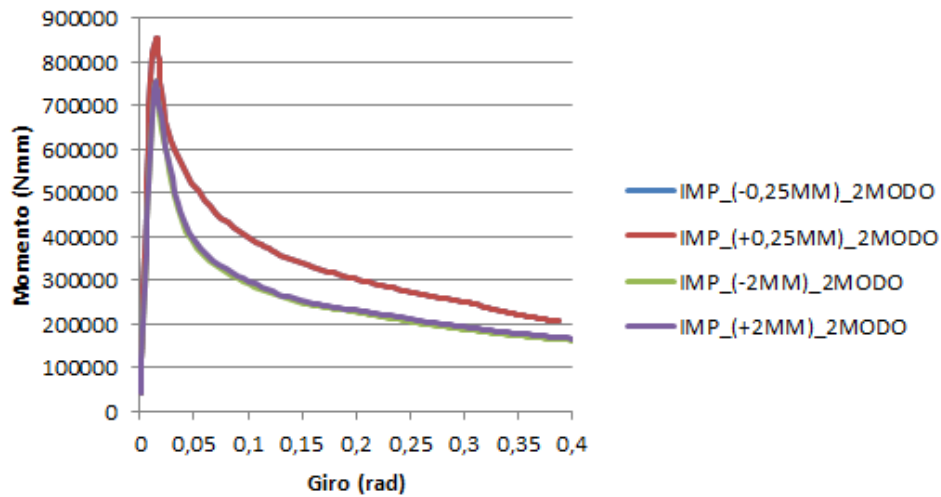
A mayores, en el análisis de las simulaciones por el MEF, se observa que el mecanismo de fallo se desarrolla al mismo tiempo en el tramo relativo a las semiondas de la segunda forma de imperfección reseñadas en la figura 5.198, aunque las plastificaciones son más intensas durante la formación del mismo en la rótula 1, relativa a la semionda que presenta el máximo.

El hecho de que este patrón tome como referencia la semionda central de la forma de imperfección para su desarrollo, (que es donde se presenta el máximo), da lugar a la formación de un mecanismo de fallo más simétrico.

Para el caso de la magnitud de imperfección de 0,25mm, positiva y negativa, el mecanismo también vuelve a aparecer en los valles en los que la amplitud de imperfección es mayor. El hecho de que aparezcan dos rótulas en lugar de una, se atribuye a que la magnitud de imperfección asignada al modelo es pequeña, (0,25mm), lo que provoca la aparición de valles de profundidad similar. Cabe notar, que para el caso sin rigidizador esto no sucedía cuando se trabajaba con el tercer modo. Por tanto, parece ser que el rigidizador también ejerce cierta influencia en el desarrollo de dos rótulas.

Las relaciones momento-giro, obtenidas con el empleo del segundo modo de pandeo y magnitudes de imperfección negativas, y positivas, se pueden apreciar en la figura 5.199.

En dicha figura, (fig.5.199), se observa que las curvas de comportamiento relativas a magnitudes de imperfección del mismo valor son muy similares.



**Figura 5.199. Relaciones momento-giro. Modelo con rigidizador. Segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas y negativas de 0,25mm y 2mm.**

Por otro lado, los comportamientos elásticos obtenidos con las distintas magnitudes de imperfección empleadas son también muy similares, aunque las cargas últimas alcanzadas por las curvas relativas al empleo magnitudes de imperfección 0,25mm son mayores que las alcanzadas por las curvas relativas al empleo de magnitudes de imperfección de 2mm.

La mayor diferencia se observa en los comportamientos post-colapso. Las curvas relativas a magnitudes de imperfección de 0,25mm, presentan un mejor comportamiento plástico que las curvas relativas a magnitudes de imperfección de 2mm, lo cual es coherente con los mecanismos de fallo obtenidos, dado que los patrones conformados por dos rótulas necesitan desarrollar más trabajo para completar su desarrollo.

En la tabla 5.47, se presentan los momentos últimos, y se comparan los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el empleo del segundo modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas, y negativas, del modelo con rigidizador.

Imperfecciones positivas			Imperfecciones negativas			%
IMP.	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y</sub> (-) (mm <sup>3</sup> )	IMP.	M <sub>máx</sub>	W <sub>y</sub> (-) (mm <sup>3</sup> )	
(+2)mm	757888,5	2755,96	(-2)mm	757863	2755,87	0
(+0,25)mm	853011	3101,86	(-0,25)mm	853010	3101,85	0

**Tabla 5-47. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos para el segundo modo de pandeo, en función de la magnitud y sentido de la imperfección empleada.**

No se observan diferencias apreciables entre los valores de los módulos resistentes eficaces negativos obtenidos con el empleo de magnitudes de imperfección negativas, o positivas.

Cabe recordar aquí, que el desarrollo de un mecanismo conformado por una o dos rótulas, únicamente afecta al comportamiento post-colapso.

En la tabla 5.48, se comparan los valores de los módulos resistentes eficaces negativos relativos al empleo del primer y segundo modo de pandeo, y magnitudes de imperfección positivas.

IMP.	Primer modo		Segundo modo.		%
	Mmáx (Nmm)	W <sub>y(+)</sub> (mm <sup>3</sup> )	Mmáx (Nmm)	Wy(-) (mm <sup>3</sup> )	
(+2)mm	749911,5	2726,95	757888,5	2755,96	1,06
(+0,25)mm	852126	3098,64	853011	3101,86	0,1

**Tabla 5-48. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos. Primer y segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positiva.**

En la tabla 5.49, se procede a la comparación de los valores de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el empleo del primer y segundo modo de pandeo, pero relativos al empleo de magnitudes de imperfección negativas.

IMP.	Primer modo		Segundo modo.		%
	Mmáx (Nmm)	W <sub>y(+)</sub> (mm <sup>3</sup> )	Mmáx (Nmm)	Wy(-) (mm <sup>3</sup> )	
(-2)mm	757674	2755,18	757863	2755,87	0,02
(-0,25)mm	857097	3116,72	853010	3101,85	0,47

**Tabla 5-49. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos. Primer y segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección negativa.**

En base a los resultados presentados en la tablas 5.48 y 5.49, se puede decir que con el empleo del primer y segundo modo de pandeo se alcanzan cargas últimas muy similares, lo cual resulta coherente con la similitud que presentan estas formas de imperfección y con el hecho de que los valores propios de estos modos de pandeo sean iguales.

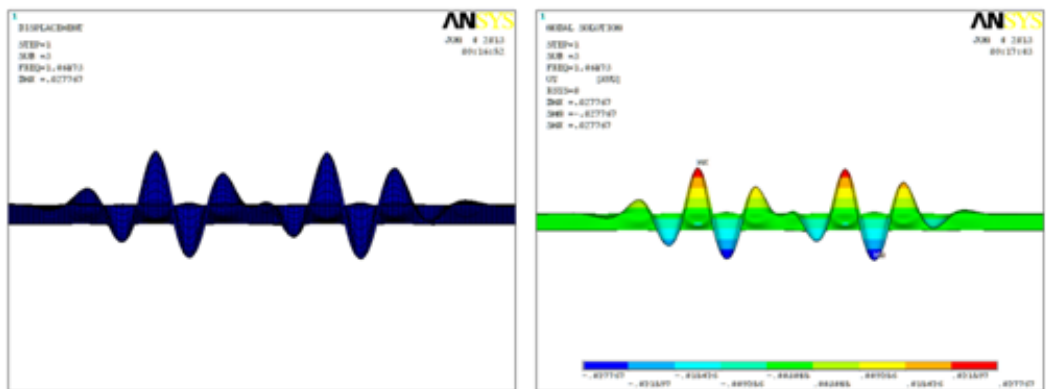
Se concluye que:

- Con el empleo de magnitudes de imperfección positivas, los mecanismos de fallo se desarrollan a partir de la semionda de la forma de imperfección que presenta el mínimo, (valle de máxima amplitud de imperfección).
- Con el empleo de magnitudes de imperfección negativas, los mecanismos de fallo se desarrollan a partir de la semionda de la forma de imperfección que presenta el máximo, (también valle de máxima amplitud de imperfección).
- La formación de un mecanismo de fallo conformado por una rótula o dos, no está relacionado con el sentido de la magnitud de imperfección inducida al modelo, dado que para mismos valores de magnitud, pero aplicados en sentidos opuestos, se obtienen mecanismos conformados por una rótula y por dos. La aparición de dos rótulas parece más bien asociada al hecho de que el modo de imperfección presente varias ondas, (varios valles), de magnitud de imperfección similar.
- No se observan diferencias entre los valores de las cargas últimas obtenidas con el empleo del primer y segundo modo de pandeo.

- El modelo del perfil con rigidizador es susceptible de desarrollar un patrón de colapso conformado por una rótula o dos con el empleo de la segunda forma de imperfección. Esto no ocurre cuando no hay rigidizador. Por tanto, parece que este ejerce cierta influencia en aparición de dos rótulas.
- El mecanismo de fallo del modelo del perfil con rigidizador, obtenido con el segundo modo de pandeo y conformado por una sola rótula, es similar al patrón obtenido en el modelo del perfil sin rigidizador con el empleo del segundo modo de pandeo.

### 5.9.8.2 Tercer modo de pandeo.

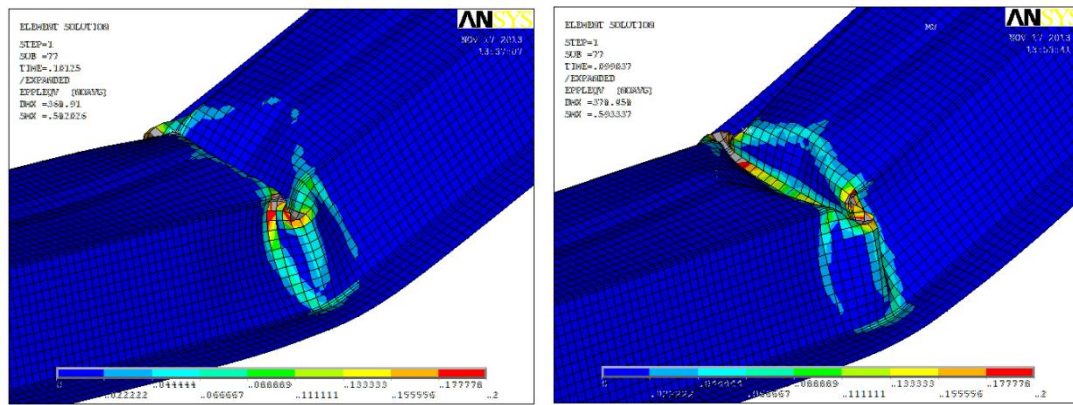
El tercer modo de pandeo del modelo con rigidizador, (fig.5.200), se caracteriza por la asimetría que presenta. Se observa que los máximos y mínimos poseen el mismo valor, aunque a diferencia del primer y segundo modo de pandeo, estos valores no se ubican en el centro de la forma modal. La asimetría viene dada, principalmente, por las semiondas centrales y las semiondas ubicadas en los extremos de la forma modal.



*Figura 5.200. Tercer modo de pandeo. Modelo con rigidizador.*

Con el empleo de la tercera forma de imperfección y magnitudes de imperfección positivas, y negativas, se obtuvo en todos los casos un mecanismo de fallo conformado por una sola rótula.

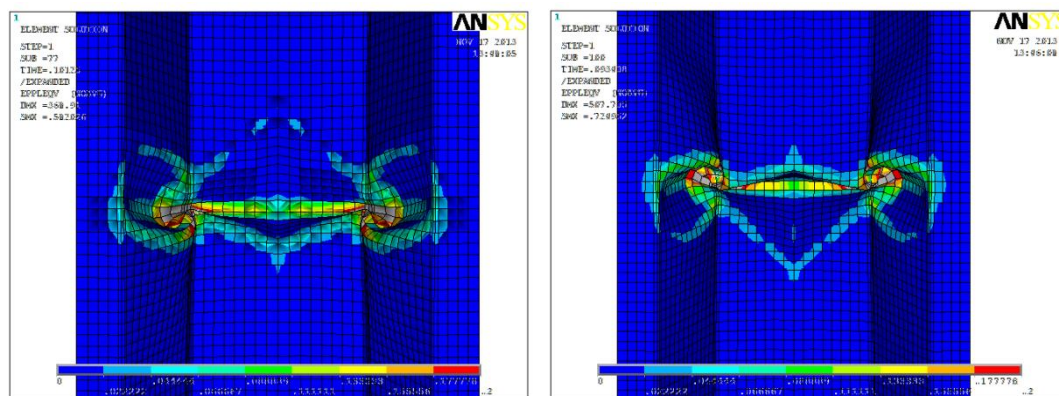
En la figura 5.201, izquierda, se presenta la solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenida con el empleo del tercer modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 0,25mm. En la figura 5.201, derecha, se presenta la misma solución pero relativa al empleo de una magnitud imperfección negativa de 0,25mm.



**Figura 5.201. Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo con rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 0,25mm, (izquierda). Magnitud de imperfección negativa de 0,25mm, (derecha).**

En la figura 5.201, se puede apreciar que aunque los mecanismos de fallo obtenidos con una magnitud de imperfección de 0,25mm, positiva y negativa, presentan una geometría similar, el desarrollo de los mismos acontece de manera asimétrica en sentidos opuestos.

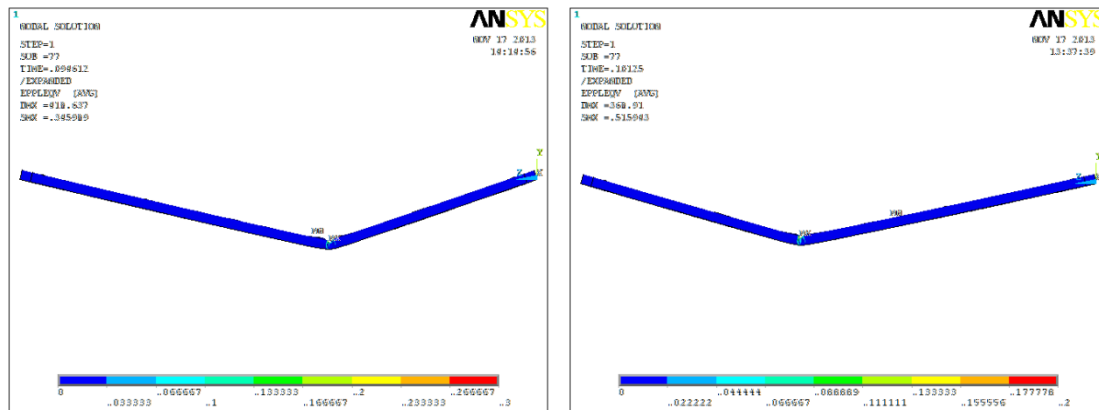
En la figura 5.202 se presentan ambos patrones de colapso en planta, donde se pueden apreciar mejor las características comentadas.



**Figura 5.202. Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo con rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 0,25mm, (izquierda). Magnitud de imperfección negativa, (derecha).**

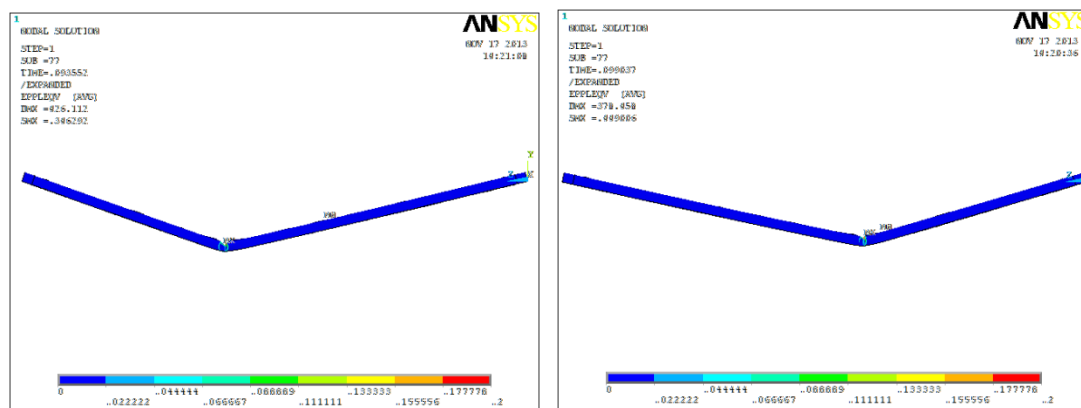
Este comportamiento es debido a que los patrones se desarrollan a partir de las semiondas de la tercera forma de imperfección donde se presenta el máximo y el mínimo. Tal y como se puede apreciar en la figura 5.200, estos puntos no están ubicados en el centro del modo de imperfección, por lo que los patrones toman lugar de forma asimétrica en función de la semionda que toman como referencia para su desarrollo.

En la figura 5.203 se presenta la posición de la rótula obtenida con el empleo del tercer modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas de 2mm, (izquierda), y 0,25mm, (derecha).



**Figura 5.203. Ubicación de los mecanismos de fallo. Modelo con rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas de 2mm, (izquierda), y 0,25mm, (derecha).**

En la figura 5.204, se presenta la ubicación de los mecanismos de fallo obtenidos con el empleo del tercer modo de pandeo y magnitudes de imperfección negativas de (-2) mm, (izquierda), y (-0,25) mm, (derecha).



**Figura 5.204. Ubicación de los mecanismos de fallo. Modelo con rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección negativas de 2mm, (izquierda), y 0,25mm, (derecha).**

Tomando como referencia el punto medio del perfil, se puede decir que los mecanismos de fallo se han desarrollado en las siguientes ubicaciones:

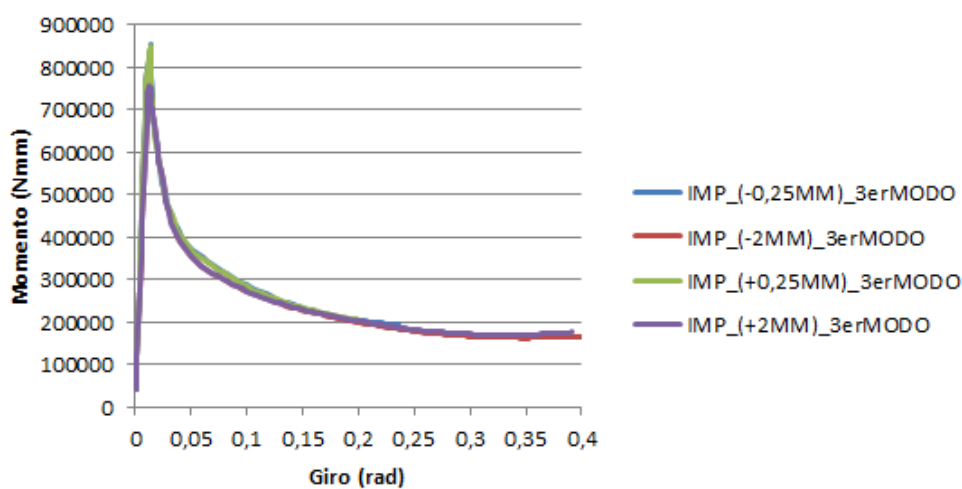
- Magnitud de imperfección positiva de 2mm: Derecha, (mínimo o valle).
- Magnitud de imperfección positiva de 0,25mm: Izquierda, (máximo o cumbre).
- Magnitud de imperfección negativa de 2mm: Izquierda, (máximo o valle).
- Magnitud de imperfección positiva de 0,25mm: Derecha, (mínimo o cumbre).

Al igual que en los anteriores análisis, en el caso de magnitud de imperfección grande, (2mm), la rótula aparece en el valle de mayor amplitud. Por el contrario, parece ser que el uso de una magnitud de imperfección pequeña, (0,25mm), combinada con el efecto del rigidizador, conduce a la formación de la rótula en las cumbres.

En la figura 5.205, se pueden apreciar las relaciones momento-giro obtenidas con el empleo del tercer modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas, y negativas, de 2mm y 0,25mm.

En dicha figura, (fig.5.205), se observa que los comportamientos post-colapso obtenidos con el empleo de diferentes magnitudes de imperfección, tanto positivas como negativas, son muy similares, lo cual es coherente con el desarrollo de un patrón de colapso conformado por una sola rótula.

En la tabla 5.50, se presentan los momentos últimos, y se comparan los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el empleo del tercer del modo de pandeo, y magnitudes de imperfección positivas, y negativas, de 2mm y 0,25mm.



*Figura 5.205. Relación momento-giro. Modelo con rigidizador. Tercer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas, y negativas, de 2mm y 0,25mm.*

Imperfecciones positivas			Imperfecciones negativas			%
IMP.	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y</sub> (-) mm <sup>3</sup>	IMP.	M <sub>máx</sub>	W <sub>y</sub> (-) mm <sup>3</sup>	
(+2)mm	755431,5	2747,02	(-2)mm	755424	2747	0
(+0,25)mm	848905,5	3086,93	(-0,25)mm	852420	3099,71	0,41

*Tabla 5-50. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos obtenidos con el empleo del tercer modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas, y negativas, de 2mm y 0,25mm.*

En base a los resultados presentados en la tabla 5.50, se determina que no hay diferencias significativas en los valores de los módulos resistentes eficaces negativos con el empleo de magnitudes de imperfección positivas y negativas.

En la tabla 5.51, se comparan los módulos resistentes obtenidos con el tercer modo de pandeo, respecto a los obtenidos con el primer modo de pandeo, para magnitudes de imperfección positivas del modelo con rigidizador.

IMP.	Primer modo		Tercer modo.		%
	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )	
(+2)mm	749911,5	2726,95	755431,5	2747,02	0,73
(+0,25)mm	852126	3098,64	848905,5	3086,93	0,38

**Tabla 5-51. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el primer y tercer modo de pandeo, en función de la magnitud de imperfección positiva empleada.**

En base a los resultados de la tabla 5.49, se concluye que el modelo del perfil con rigidizador alcanza valores de momentos últimos muy similares con el empleo del primer y tercer modo pandeo, y magnitudes de imperfección positivas.

Ciertamente, con el tercer modo de pandeo se alcanzó una carga última ligeramente menor que la obtenida con el empleo del primer modo de pandeo, aunque la diferencia entre ellas es tan baja, que se puede considerar que los momentos últimos son iguales.

En la tabla 5.52, se procede a la comparación de los mismo datos que los presentados en la tabla 5.51, pero referentes al empleo de magnitudes de imperfección negativas.

IMP.	Primer modo		Tercer modo.		%
	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )	
(-2)mm	757674	2755,18	755424	2747	0
(-0,25)mm	857097	3116,72	852420	3099,71	0

**Tabla 5-52. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el primer y tercer modo de pandeo, en función de la magnitud de imperfección negativa empleada.**

En la tala 5.52, se puede apreciar que no hay diferencias significativas entre los valores de los módulos resistentes eficaces negativos obtenidos con el empleo del primer y tercer modo de pandeo, y magnitudes de imperfección negativas.

Se concluye que:

- Con el empleo del tercer modo de pandeo en el modelo con rigidizador, se obtiene siempre un mecanismo de fallo conformado por una sola rótula, independientemente del sentido de la magnitud de imperfección inducida al modelo.
- Empleando el tercer modo de pandeo en el modelo con rigidizador, los mecanismos de fallo se desarrollan a partir de las semiondas de esta forma de imperfección donde se presentan los máximos y mínimos. A diferencia de lo ocurrido en análisis anteriores, han aparecido rótulas situadas en cumbres de imperfección cuando su magnitud es pequeña.
- No se observan diferencias entre los valores de los módulos resistentes eficaces negativos obtenidos con el empleo de magnitudes de imperfección positivas y negativas.



- Tampoco se observan diferencias en las curvas de comportamiento post-colapso obtenidas con el empleo de magnitudes de imperfección positivas y negativas.
- No hay diferencias significativas entre los valores de los módulos resistentes eficaces negativos obtenidos con el primer y tercer modo de pandeo, y con el empleo de magnitudes de imperfección de diferente sentido.

### **5.9.8.3 Sumario. Modelo con rigidizador.**

El estudio de sensibilidad a la forma, magnitud y sentido de la imperfección inducida, ha permitido determinar que la carga última del modelo del perfil con rigidizador es siempre muy similar, lo cual resulta coherente con el hecho de que los valores propios de las tres primeras formas de imperfección sean también muy similares.

Por otro lado, el modelo del perfil con rigidizador es susceptible de desarrollar un mecanismo de fallo conformado por una rótula o por dos, lo cual afecta únicamente al comportamiento post-colapso.

Los mecanismos de fallo obtenidos con el modelo del perfil con rigidizador a flexión pura negativa, se desarrollan a partir de las semiondas de las formas de imperfección donde se presenta el máximo o el mínimo. Por lo general, la rótula se sitúa en el valle de la imperfección.

El tercer modo de pandeo, donde el máximo y el mínimo se presentan en semiondas muy separadas, ha permitido determinar que el modelo del perfil con rigidizador puede tomar como referencia cualquiera de estos dos valores para desarrollar el mecanismo de fallo, independientemente del sentido de la magnitud de imperfección inducida al modelo. Es decir, han aparecido rótulas tanto en valles como en cumbres.

### **5.9.9 Discusión y conclusiones. Flexión pura negativa.**

#### **5.9.9.1 El efecto del rigidizador.**

Las tres primeras formas de imperfección del modelo con, y sin, rigidizador son muy similares. La diferencia estriba en que las semiondas de las formas de imperfección del modelo con rigidizador están más separadas, y el número de las mismas es menor.

Las cargas últimas alcanzadas por el modelo sin rigidizador, con el empleo de las tres primeras formas de imperfección y magnitudes de imperfección positivas, y negativas, son siempre muy similares.

Se entiende que ello es debido a que los valores propios de los dos primeros modos de pandeo del modelo sin rigidizador son iguales, y el valor propio del tercer modo es muy similar a los

dos primeros. En base a ello, se encuentra razonable que las cargas últimas obtenidas con el empleo de estos tres modos de pandeo sean también muy similares.

En el modelo con rigidizador sucede exactamente lo mismo. Los valores propios de las tres primeras formas de imperfección son muy similares, al igual que las cargas últimas obtenidas con el empleo de estos tres primeros modos de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección positivas, y negativas.

Por otro lado, el empleo del primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección positivas y negativas, en el modelo con rigidizador y el modelo sin rigidizador, ha permitido determinar que el rigidizador aumenta la carga última entre un 8%-10% respecto al modelo sin rigidizador.

En base a las observaciones anteriores, se puede decir que la diferencia observada entre los valores de los momentos últimos de ambos modelos, (8%-10%), es extrapolable a los resultados obtenidos con el empleo de los tres primeros modos de pandeo.

En la comparativa realizada entre las curvas de comportamiento del modelo con, y sin, rigidizador, obtenidas el empleo del primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas, y negativas, se observa que tanto los comportamientos elásticos como los comportamientos post-colapso, son muy similares.

Ciertamente, se observó una ligera diferencia entre las ramas relativas al comportamiento post-colapso del modelo con y sin rigidizador, obtenidas con el empleo de magnitudes de imperfección positivas.

Dado que en este caso el mecanismo de fallo está conformado por dos rótulas, esta diferencia puede ser debida a la resistencia que ejerce el tramo de rigidizador que queda acotado entre ambas rótulas.

Por otro lado, con el empleo del segundo modo de pandeo y magnitudes de imperfección pequeñas, (0,25mm), se observa que en el modelo con rigidizador se desarrolla un mecanismo de fallo conformado por dos rótulas, mientras que en el modelo sin rigidizador, el patrón de colapso está conformado por una sola rótula.

Teniendo en cuenta este aspecto, se entiende que el rigidizador puede ejercer alguna influencia en el desarrollo del mecanismo de fallo, aunque claramente el rigidizador no es la causa principal de la formación de patrones de colapso conformados por una o dos rótulas, dado que el modelo sin rigidizador también es susceptible de desarrollar estos dos tipos de mecanismos de

fallo. La causa parece ser una combinación del efecto del rigidizador con el uso de magnitudes de imperfección de pequeña magnitud.

En base a las observaciones aquí realizadas, se entiende que el rigidizador básicamente afecta a la carga última, aumentando su valor entre un 8%-10% respecto al mismo perfil sin rigidizador. Se entiende también que algunos casos, el rigidizador puede ejercer alguna influencia en el desarrollo del patrón de colapso.

Finalmente se concluye que las diferencias observadas entre ambos modelos no son tan amplias como para definir de diferente el comportamiento del perfil con rigidizador con respecto al del perfil sin rigidizador.

Atendiendo a las investigaciones realizadas por Hancock, (Hancock, Bernard y Bridge 1993), (Hancock, Bernard y Bridge 1995), (Hancock, Bernard y Bridge 1996), (Anexo B), en cierto modo este era el comportamiento esperado. Según este autor, y en base a la normativa australiana, *AS1538*, los rigidizadores en “V” con profundidades comprendidas entre 2mm y 5,5mm deberían ser desestimados. El rigidizador analizado en la presente tesis posee una profundidad de 2mm.

#### **5.9.9.2 Los mecanismos de fallo.**

En base a los resultados obtenidos en las simulaciones por el MEF, los mecanismos de fallo del modelo del perfil con y sin rigidizador pueden estar conformados por una rótula, o dos, ante la sollicitación de flexión pura negativa.

Dichos patrones se desarrollan siempre a partir de las semiondas de la forma de imperfección inducida al modelo que presenta el máximo o el mínimo. Por lo general, las rótulas se concentran siempre en el valle de mayor magnitud de imperfección.

El hecho de que aparezcan una o dos rótulas parece depender de la similitud entre las semiondas vecinas que presentan el primer y segundo modo de pandeo, dado que con el tercer modo no se desarrolla en ningún caso un patrón conformado por dos rótulas. La magnitud de imperfección, y la presencia de rigidizador, parecen ser también factores de influencia.

Por ejemplo, con el empleo del primer modo de pandeo, el perfil con y sin rigidizador es susceptible de desarrollar una o dos rótulas. En el caso del perfil con rigidizador, y con el empleo del segundo modo de pandeo y una magnitud de imperfección pequeña, se observa la formación de un mecanismo de fallo conformado por dos rótulas. También en el perfil con rigidizador, y con el empleo del tercer modo de pandeo, se observa que se forma una sola rótula pero ubicada en una cumbre.

Cuando las magnitudes de imperfección son pequeñas, las semiondas vecinas, (valles o cumbres), son más similares, lo que puede inducir la aparición de más de una rótula. El caso extremo sería el de imperfección de magnitud nula, o casi nula, en el que se observa, (ver fig.5.150, para una magnitud de imperfección de 0.1mm), como aparecen múltiples rótulas. Ver, no obstante, lo que se comenta en el siguiente apartado, ya que parece que hay más factores que pueden influir en la aparición de una rótula o dos.

### 5.9.9.3 Formas de imperfección. Flexión pura positiva Vs. Flexión pura negativa.

Todo lo expuesto en el apartado anterior, relativo a la formación de patrones de colapso con dos rótulas, deja de ser válido cuando observamos los resultados de los análisis a flexión pura positiva. En este caso, se obtienen patrones conformados por solo una rótula, independientemente del modo seleccionado de imperfección.

En las siguientes figuras, (fig.5.206 a la fig.5.209), se comparan las cuatro primeras formas de imperfección relativas a las solicitaciones de flexión pura positiva, y flexión pura negativa. Se hace constar aquí, que las formas de imperfección relativas a la solicitación de flexión pura negativa corresponden al modelo del perfil con rigidizador.

Las formas de imperfección relativas a la solicitación de flexión negativa del modelo del perfil sin rigidizador son muy similares a las anteriores. La diferencia únicamente estriba en el número, y separación de las semiondas, tal y como se apuntó en el apartado anterior, 5.9.9.1.

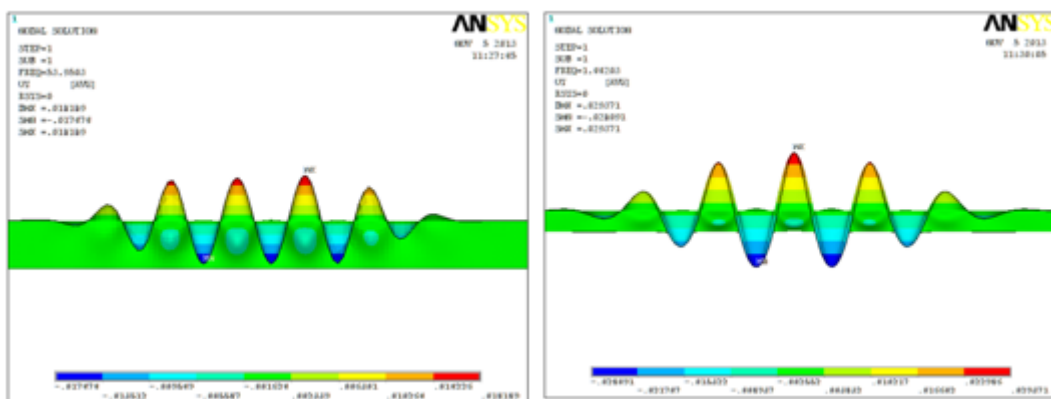


Figura 5.206. Primera forma de imperfección. Flexión pura positiva, (izquierda). Flexión pura negativa, (derecha).

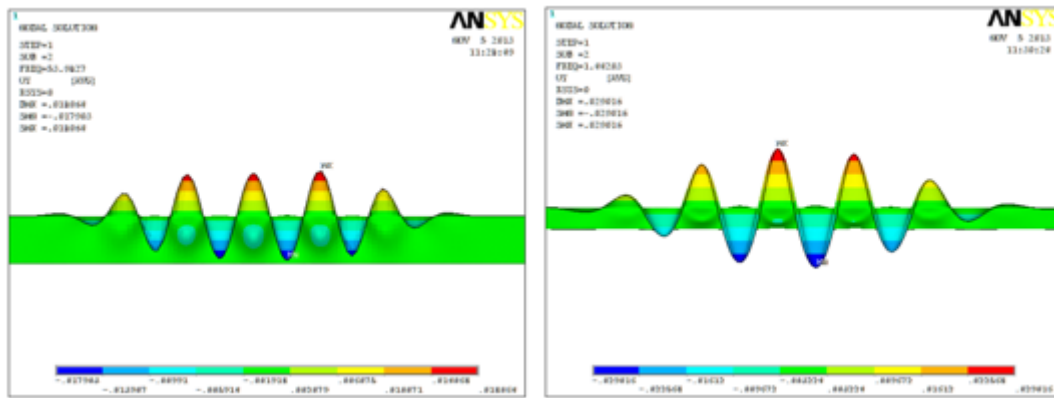


Figura 5.207. Segunda forma de imperfección. Flexión pura positiva, (izquierda). Flexión pura negativa, (derecha).

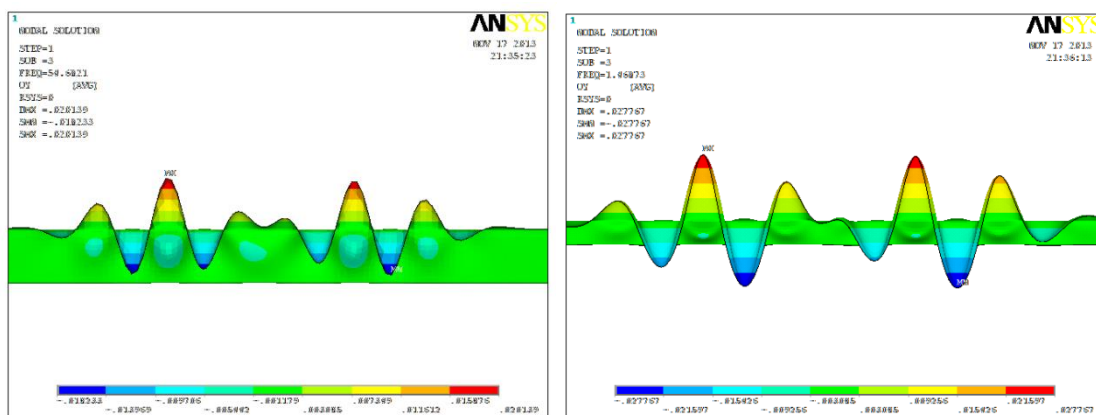


Figura 5.208. Tercera forma de imperfección. Flexión pura positiva, (izquierda). Flexión pura negativa, (derecha).

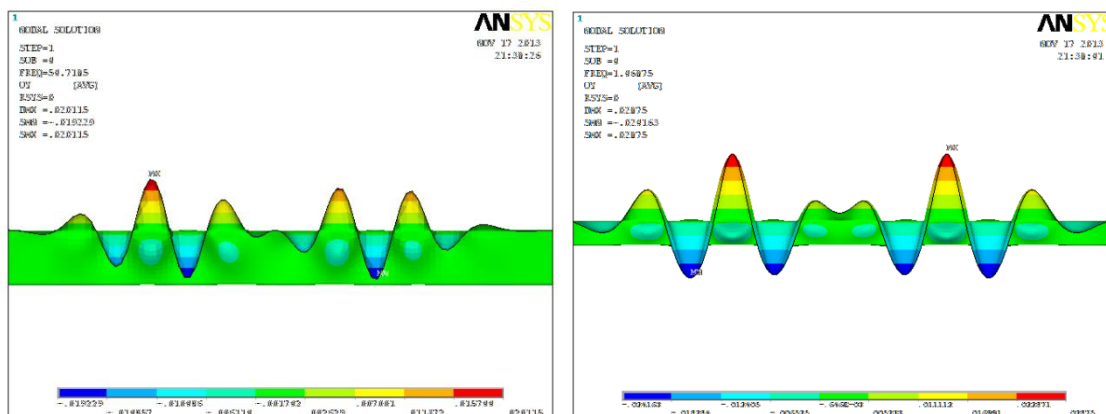


Figura 5.209. Cuarta forma de imperfección. Flexión pura positiva, (izquierda). Flexión pura negativa, (derecha).

En las figuras precedentes, se observa que las formas de imperfección relativas a las sollicitaciones de flexión pura positiva y flexión pura negativa, son muy similares.

Como diferencia se observa que el tercer modo de pandeo relativo a la sollicitación de flexión pura positiva es muy similar al cuarto modo de pandeo relativo a la sollicitación de flexión pura negativa.

Asimismo, la cuarta forma de imperfección relativa a la sollicitación de flexión pura positiva, es muy similar a la tercera forma de imperfección relativa a la sollicitación de flexión pura negativa.

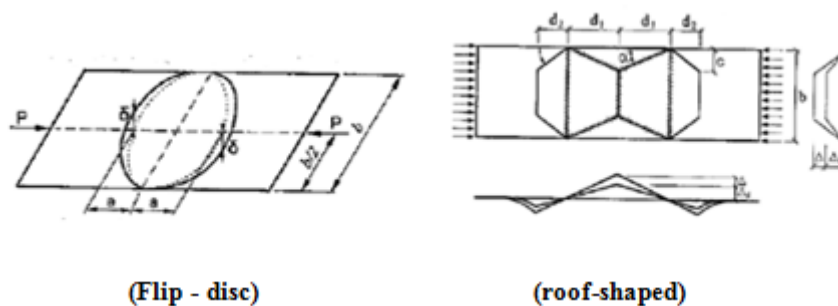
A mayores, los máximos y mínimos de las cuatro primeras formas de imperfección, relativos a la sollicitación de flexión pura positiva, poseen vectores propios de forma similar.

Lo mismo sucede en relación a los cuatro primeros modos de pandeo relativos a la sollicitación de flexión pura negativa del modelo con, y sin, rigidizador, donde los máximos y mínimos poseen también poseen vectores propios de forma similar.

Llegados a este punto, la cuestión es por qué no aparecen dos rótulas a flexión pura positiva. Ver, por ejemplo, el caso de introducir una imperfección según el primer modo de pandeo. Tanto a flexión pura positiva como negativa, hay semiondas vecinas de muy similar magnitud de imperfección. No obstante, sólo aparecen dos rótulas a flexión pura negativa.

El autor de la presente tesis cree que la respuesta a esta pregunta puede tener un fundamento mecánico relacionado con la geometría de la sección, dado que la diferencia entre sollicitar el perfil a flexión pura positiva o flexión pura negativa reside en el ancho del elemento de sección comprimido.

En el capítulo 4, apartado 4.5, se pudo apreciar que una misma placa sometida a compresión uniforme, y con las mismas condiciones de contorno, podía desarrollar dos mecanismos de fallo diferentes. Nos referimos al mecanismo n 8 de Murray, “*flip-disc*” y el mecanismo “*roof-shaped*”, el cual ha sido estudiado por varios autores, pero con mayor intensidad por Mahendran. En la figura siguiente, se presentan de nuevo ambos mecanismos con el fin de facilitar la compresión al lector.



**Figura 5.210. Mecanismo de fallo “*flip-disc*” y “*roof-shaped*”.**

A mayores, el mecanismo “*roof-shaped*” podía también presentar dos variaciones en función de la relación de aspecto, (largo/ancho), de la placa. Las placas con una alta relación de aspecto tendían a desarrollar un mecanismo “*roof-shaped*”, mientras que las placas con una baja relación de aspecto estaban expuestas a desarrollar un mecanismo “*pitched-roof*”, o un mecanismo tipo “pirámide”, (apartado 4.5.2.2, tabla 4.2).

En cuanto al acontecimiento de un mecanismo “*flip-disc*”, o “*roof-shaped*”, Michelutti, (Michelutti 1976), en base a ensayos experimentales, determinó que las placas esbeltas con un amplio ratio  $b/t$ , desarrollaban un mecanismo “*roof-shaped*”, mientras que las placas con ratios  $b/t$  más bajos desarrollan un mecanismo “*flip-disc*”.

Posteriormente Murray, (Murray 1985), en concordancia con Michelutti, observó que las placas más esbeltas tienden a desarrollar el primer punto de plastificación hacia uno de los extremos de la placa. A partir de este primer punto, la plastificación se expande conformando un mecanismo “*roof-shaped*”. En las placas menos esbeltas, el primer punto de plastificación acontece en el centro de la placa. A partir de este primer punto de plastificación, se conforma un mecanismo “*flip-disc*”.

Por último Mahendran, (Mahendran 1997), validando las hipótesis anteriores, afirmó a mayores, que hay otros factores de influencia, como la magnitud de la imperfección y la calidad del acero. Mahendran elaboró unas tablas en función de la calidad del acero y de la magnitud de imperfección. En base a estos parámetros, este autor establecía un ratio  $b/t$  que determinaba el acontecimiento de un patrón de colapso u otro, (apartado 4.5.2.2).

En base a las investigaciones de estos autores, se procedió a verificar si el ratio de esbeltez del ala comprimida, podía estar relacionado con el desarrollo de un patrón u otro en el modelo de flexión negativa.

A flexión pura positiva, el ala comprimida posee una esbeltez de 45.

$$\frac{b}{t} = \frac{36}{0.8} = 45$$

A flexión pura negativa, el ala comprimida posee una esbeltez de 90.

$$\frac{b}{t} = \frac{72}{0.8} = 90$$

Empleando el modelo del perfil sin rigidizador, induciendo el primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección positivas y negativas, y realizando simulaciones por el MEF con espesores de 0.6mm, (ratio de 120), 1.2mm, (ratio de 60) y 1.6mm, (ratio de 45), y un ancho de ala comprimida de 72mm, no se obtuvieron cambios aparentes en los patrones de fallo,

y seguían apareciendo mecanismos de fallo conformados por una o dos rótulas. En base a ello, se determinó que para un ancho de ala de 72mm, la variación del espesor no afectaba al mecanismo de fallo.

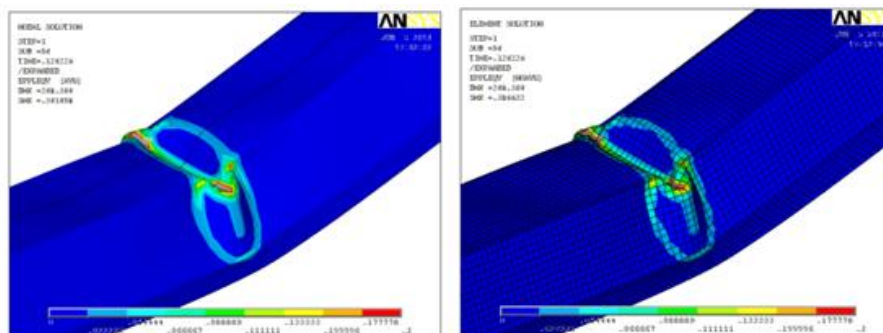
En una segunda fase, se procedió a realizar simulaciones a flexión pura negativa, del modelo del perfil sin rigidizador, variando únicamente el ancho del ala comprimida.

Empleando magnitudes de imperfección, positivas y negativas, de 1mm, 0.5mm y 0.36mm, (magnitud de imperfección mínima especificada por el Eurocódigo), y un ancho de ala comprimida de 60mm, el patrón de colapso se conformó siempre por una única rótula. Los resultados obtenidos, se exponen en el siguiente sub-apartado.

#### 5.9.9.4 Modelo con ancho de ala comprimida de 60mm.

Se hace constar aquí que en la presente tesis simplemente se trató de determinar, o apuntar, cuál era el parámetro que daba lugar a la formación de un mecanismo de fallo conformado por una rótula o dos, dejando para investigaciones futuras, el análisis del perfil con rigidizador, y un estudio más detallado.

La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, empleando el primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 1mm, se puede apreciar en la figura 5.211.



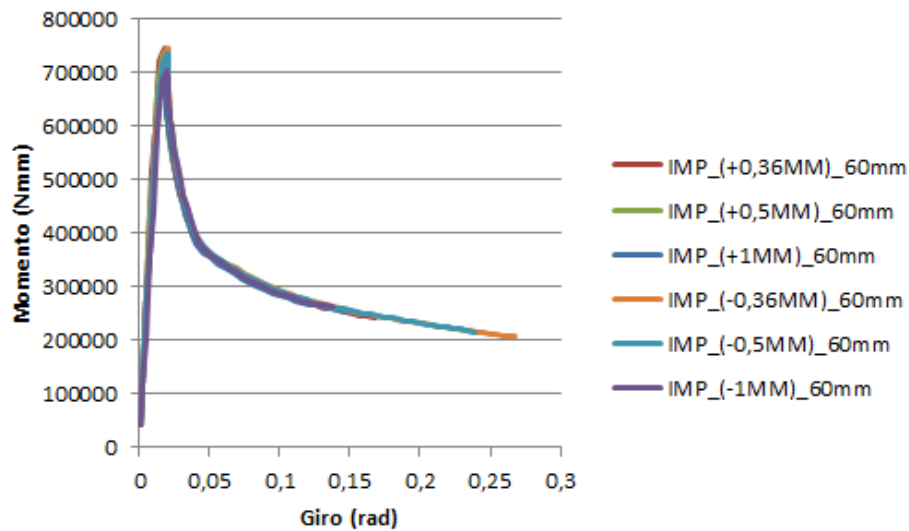
**Figura 5.211. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises para una magnitud de imperfección positiva de 1mm.**

En la figura 5.211 se puede apreciar que el patrón de colapso está conformado por una sola rótula. Este patrón fue el obtenido con todas las magnitudes de imperfección, positivas y negativas, empleadas en las simulaciones. En todos los casos el patrón se desarrolló en el centro del perfil.

En la figura 5.212 se pueden apreciar las relaciones momento-giro obtenidas a flexión pura negativa con el empleo del primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección positivas y negativas.

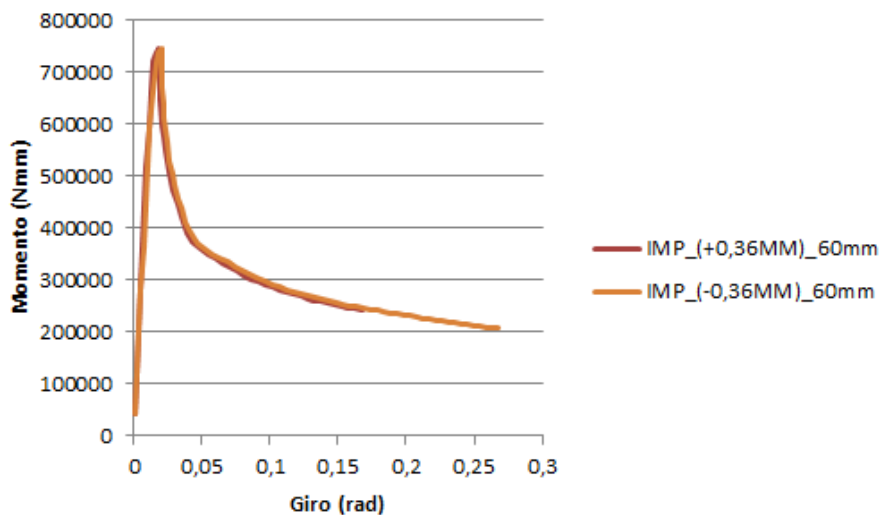


En la figura 5.212 se observa que los comportamientos post-colapso obtenidos con las diferentes magnitudes de imperfección empleadas son muy similares, lo cual es coherente con el hecho de haber obtenido en todos los casos un mecanismo de fallo conformado por una sola rótula.

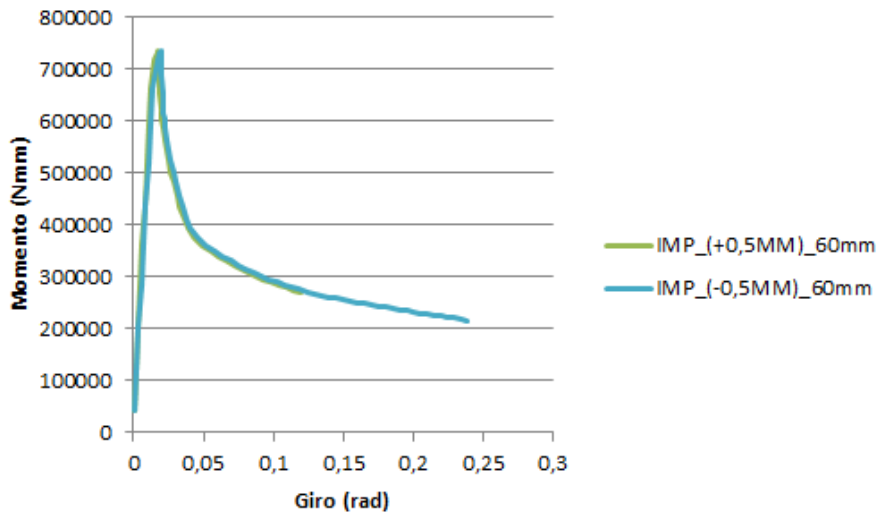


**Figura 5.212.** Relación momento-giro. Primer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. Magnitudes de imperfección, positivas y negativas.

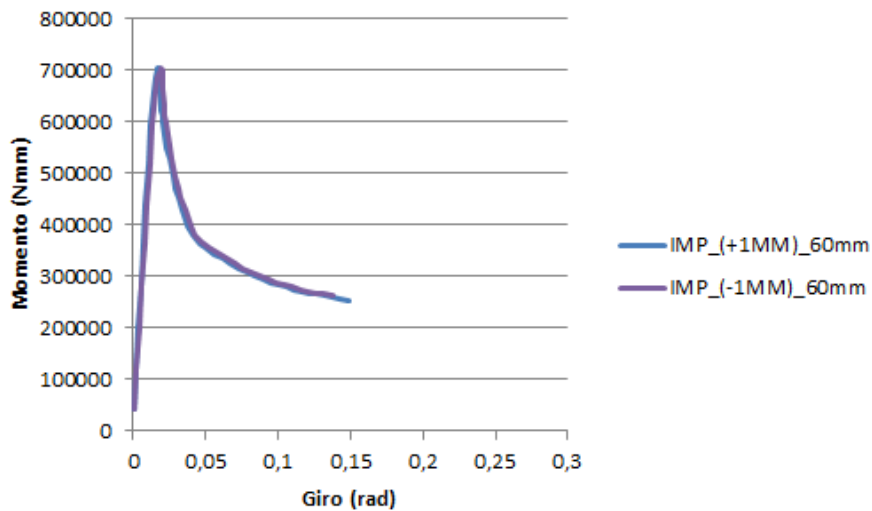
A continuación, se comparan las relaciones momento-giro obtenidas para la misma magnitud de imperfección positiva y negativa, (fig.5.213 a la fig.5.215).



**Figura 5.213.** Relación momento-giro. Primer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. Magnitud de imperfección, positiva y negativa, de 0,36mm.



**Figura 5.214.** Relación momento-giro. Primer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. Magnitud de imperfección, positiva y negativa, de 0,5mm.



**Figura 5.215.** Relación momento-giro. Primer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. Magnitud de imperfección, positiva y negativa, de 1mm.

Se observa que las relaciones momento-giro obtenidas son muy similares para la misma magnitud de imperfección empleada, independientemente del sentido inducido al modelo.

En base a los resultados obtenidos, se entiende que el desarrollo de un mecanismo de fallo conformado por una rótula o dos, está relacionado, (para el caso analizado), con el ancho del ala comprimida, o con una proporción del ancho del ala comprimida, respecto al ancho del resto de los elementos de sección.

Claramente, se ha de realizar un estudio más amplio y detallado que permita acotar con mayor precisión, qué ancho de ala comprimida, y qué magnitudes de imperfección, dan lugar al desarrollo de un mecanismo plástico conformado por una rótula, o por dos en el modelo del perfil sin, y con, rigidizador.

En la presente tesis, solamente se quiso determinar, o apuntar, cuál era el parámetro que daba lugar a la formación de una rótula o dos, dejando para investigaciones futuras un estudio más detallado. En el futuro, también se deberá verificar si las dos rótulas que aparecen en los modelos MEF tiene una correspondencia con dos rótulas, (o un mecanismo parecido), en la realidad de un ensayo experimental.

#### **5.9.10 Análisis del mecanismo de fallo mediante la TGLP. Flexión pura negativa.**

En los modelos MEF que nos ocupan, es evidente que el patrón de colapso que se desarrolla ante una sollicitación de flexión pura negativa puede estar conformado por una rótula o por dos. En la presente tesis se analizará el mecanismo de fallo conformado por una sola rótula del modelo sin rigidizador mediante la TGLP.

Las razones de esta elección son las siguientes:

##### **Mecanismo de fallo conformado por una sola rótula:**

- El mecanismo de fallo conformado por una sola rótula posee un comportamiento post-colapso peor que el mecanismo conformado por dos rótulas. Tomando como referencia el peor patrón de colapso, se está del lado de la seguridad en el comportamiento post-colapso del panel nervado.

##### **Modelo sin rigidizador:**

- Las ramas plásticas del modelo con y sin rigidizador son iguales para el mecanismo de fallo conformado por una sola rótula, por lo que no tiene sentido variar la geometría del patrón de colapso para cada uno de los casos. En los apartados 5.9.4 y 5.9.5, se ha podido observar que la pequeña variación de longitud y ángulo que experimentan las líneas plásticas en el modelo con rigidizador no aportan energía, o la energía que aportan es muy baja, respecto al modelo sin rigidizador.
- Se ha constatado que el rigidizador, para el modelo conformado por una sola rótula, afecta únicamente al rango elástico, aumentando los momentos últimos entre un 8-10% en función de la magnitud de imperfección empleada. La TGLP es una técnica de análisis límite por cota superior, y por tanto los momentos últimos obtenidos con esta técnica estarán siempre en una “cota” superior al momento real. En base a ello, no tiene tampoco sentido emplear un modelo en concreto con la pretensión de ser más exactos en la determinación de este punto mediante la TGLP, que es justo donde se observa la diferencia entre el empleo del rigidizador.
- En la TCLP, se emplea la regla del 10%, que consiste en reducir el valor del momento último obtenido con esta técnica en dicha proporción, con el fin de ser más exactos y estar del lado de la seguridad respecto al valor del momento último real. Aunque esta

regla está más enfocada a criterios prácticos que científicos, se puede tomar como referencia para establecer que un 10% no representa una diferencia excesiva entre los valores de los momentos últimos, que casualmente es la diferencia observada entre el modelo con rigidizador y sin rigidizador.

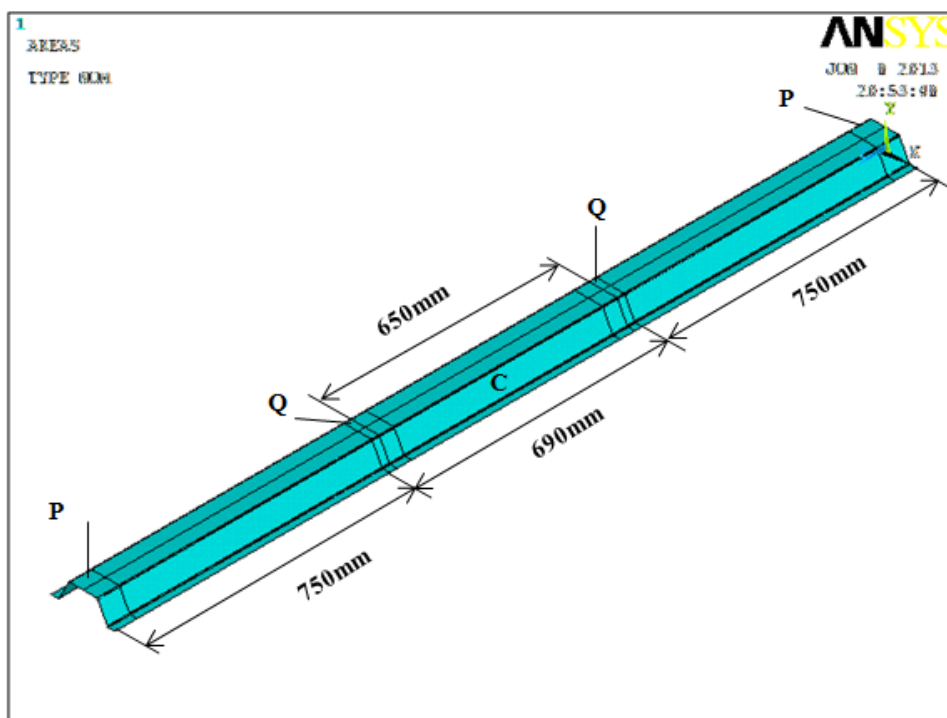
#### 5.9.10.1 Validación del modelo nº2\_b.

Dado que el patrón de colapso que se analizará mediante la TGLP es el conformado por una sola rótula y sin rigidizador, se procede a continuación a la obtención de las relaciones momento-giro con el empleo del modelo nº3. El objetivo es determinar en qué medida se puede validar la malla del modelo nº2\_b, obtener una mejor visualización de las líneas plásticas, y unas relaciones momento-giro más afinadas para compararlas “a posteriori”, con la que se obtendrán mediante la aplicación de la TGLP.

El modo de pandeo empleado para la imperfección es el primero.

Con el fin de reducir, en la medida de lo posible, los tiempos computacionales, se genera un modelo con una longitud de 2190mm, en lugar de 3000mm.

Las dimensiones del modelo se pueden apreciar en la siguiente figura.



*Figura 5.216. Modelo nº3. Longitud total de 2190mm. Flexión pura negativa.*

La medida del tramo central, (650mm), no se varía, ya que con estas dimensiones el modelo se comportaba de manera estable. Se recuerda aquí que el tramo entre cargas posee siempre una

longitud de 650mm. La longitud de 750mm corresponde a la distancia medida a ejes de cargas cuando el modelo posee una longitud total de 3000mm.

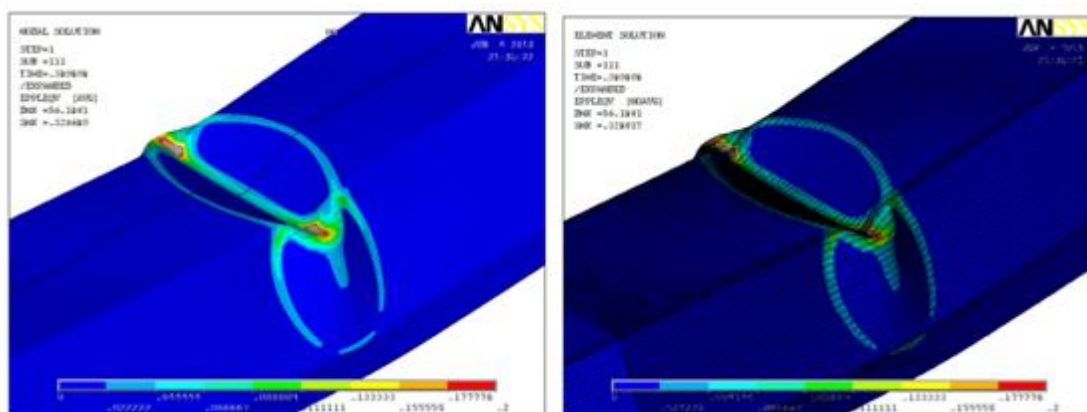
A ambos lados del tramo central, se añaden los tramos Q, de 20mm de ancho, con el fin de facilitar la introducción de la carga. A continuación de los tramos Q, se añaden dos tramos de 750mm, generando así un modelo de 2190mm de longitud.

Los tramos P, al igual que en todas las simulaciones realizadas, se les asigna un material sin capacidad de comportamiento plástico. El tramo designado en la figura 5.216 con la letra C, posee una malla de 1mm en los radios de acuerdo, y 3 mm en el resto de los elementos de sección. El resto de los tramos que componen el modelo se mallan con elementos finitos de tamaño de 6mm. Esta malla es la correspondiente al modelo n°3.

La zona intermedia que aparece en la figura 5.216, entre los tramos C y Q, fueron generados para facilitar una transición de malla, dado que en los primeros modelos se empleó una malla libre.

Las condiciones de contorno son las mismas que las empleadas en las simulaciones realizadas con el modelo n°2\_b.

La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenidas con el empleo del modelo n°3, el primer modo de pandeo, y una magnitud de imperfección negativa de 2mm, se puede apreciar en la siguiente figura.



**Figura 5.217. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Modelo n°3. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de 2mm.**

Al igual que en las simulaciones precedentes, el mecanismo de fallo se desarrolló en el centro del tramo solicitado a momento flector puro, para todas las magnitudes de imperfección empleadas.

Se puede apreciar que las líneas plásticas son más nítidas que las obtenidas con el modelo n°2\_b.

En la figura 5.218, se presentan las relaciones momento-giro obtenidas con el empleo del modelo n°3, el primer modo de pandeo, y magnitudes de imperfección negativas de 0.25mm, 0.5mm, 1mm y 2mm.

En la figura 5.219, se comparan las relaciones momento-giro obtenidas con los modelos n°3 y n°2\_b, con el empleo del primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección negativas de 0.25mm, 0.5mm, 1mm y 2mm.

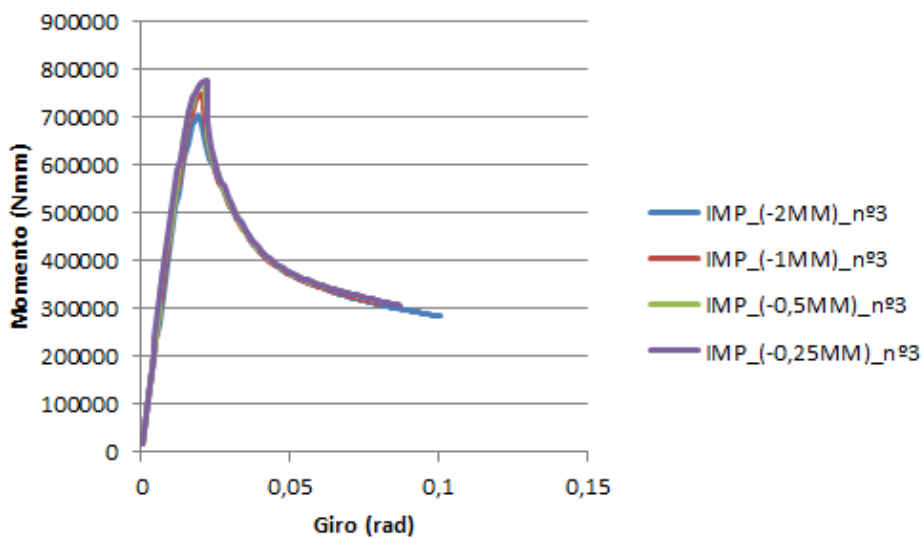


Figura 5.218. Relaciones momento-giro. Modelo n°3. Flexión negativa. Primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección negativas.

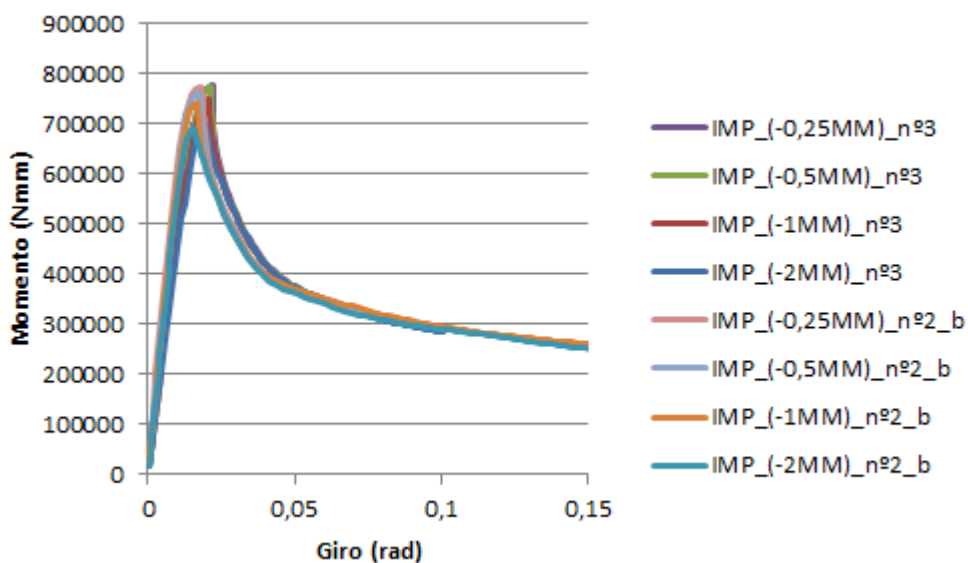
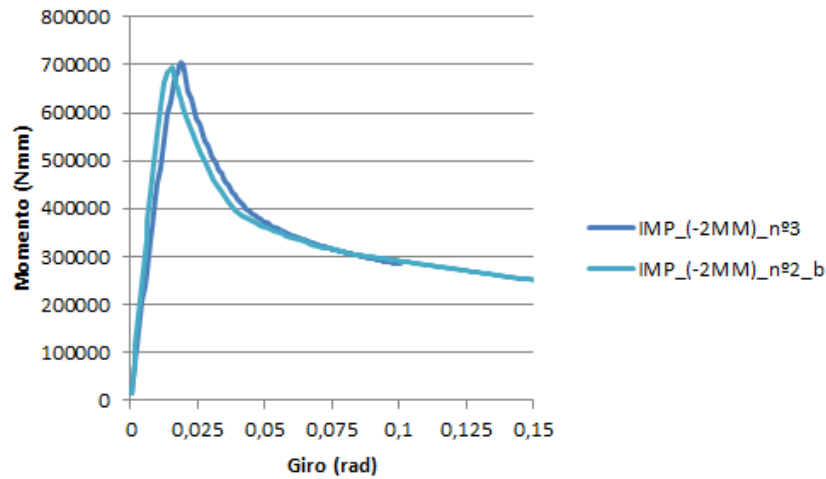


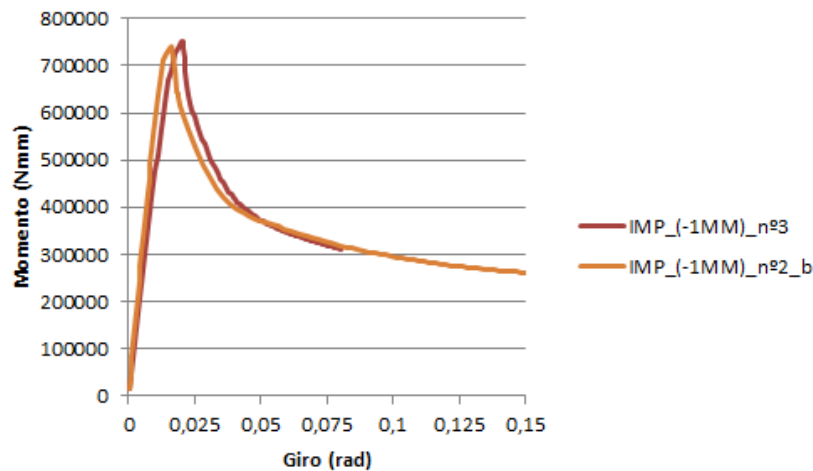
Figura 5.219. Relaciones momento-giro. Comparación modelo n°3 y modelo n°2\_b. Flexión negativa. Primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección negativas.

En la figura 5.219, se observa que los momentos últimos alcanzados con ambos modelos son muy similares. Se intuye también una ligera diferencia en las ramas plásticas.

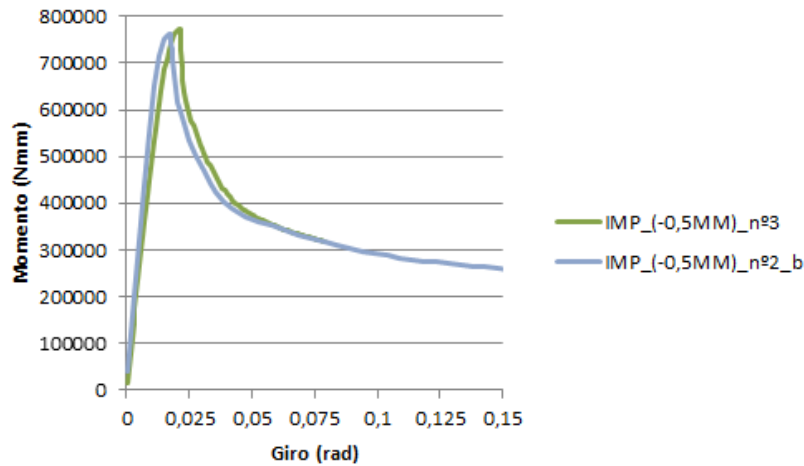
A fin de facilitar la comparativa, se procede a continuación a la presentación de las relaciones momento-giro para la misma magnitud de imperfección negativa.



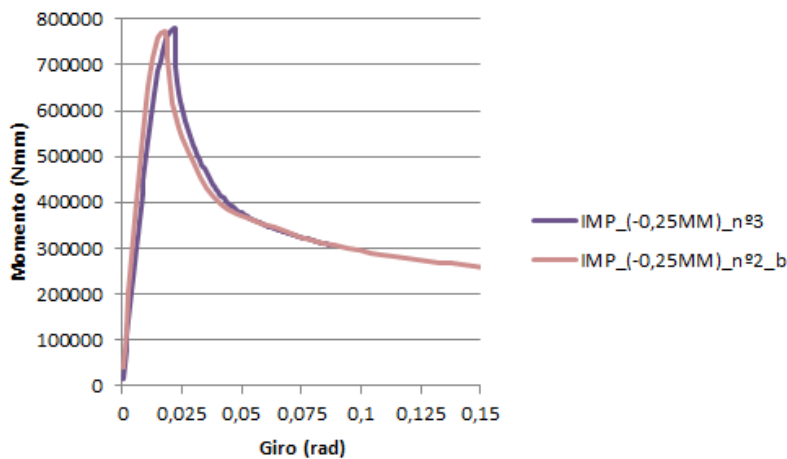
**Figura 5.220. Relaciones momento-giro. Comparación modelo nº3 y modelo nº2\_b. Magnitud de imperfección negativa de 2mm.**



**Figura 5.221. Relaciones momento-giro. Comparación modelo nº3 y modelo nº2\_b. Magnitud de imperfección negativa de 1mm.**



**Figura 5.222. Relaciones momento-giro. Comparación modelo nº3 y modelo nº2\_b. Magnitud de imperfección negativa de 0.5mm.**



**Figura 5.223. Relaciones momento-giro. Comparación modelo nº3 y modelo nº2\_b. Magnitud de imperfección negativa de 0.25mm.**

Se observa que todas las gráficas son muy similares. Se aprecia que los valores de los momentos últimos son menores a medida que aumenta la magnitud de imperfección. Con ambos modelos se alcanzan valores de momentos últimos muy parecidos, sin embargo, se aprecia una ligera diferencia entre ambos modelos en el último tramo de la rama elástica y el primer tramo de la rama plástica.

En base a los resultados obtenidos, se considera que el modelo nº2\_b es válido para realizar un estudio de sensibilidad a la forma de imperfección y determinar los valores de los módulos resistentes eficaces negativos, ya que aunque la pendiente difiera ligeramente, los valores de los momentos últimos son similares.

El modelo nº3 será empleado para analizar las líneas plásticas que conforman el mecanismo de fallo. Las relaciones momento-giro obtenidas con este modelo, serán comparadas con las obtenidas mediante el empleo de la TGLP.



Se hace constar aquí, que los tiempos computacionales requeridos para obtener la solución fueron bastante similares, dada la diferencia de longitud entre ambos modelos. Evidentemente, con modelos de la misma longitud, el modelo n°2\_b es el más eficaz, sobre todo si lo que se pretende determinar son valores de momentos últimos.

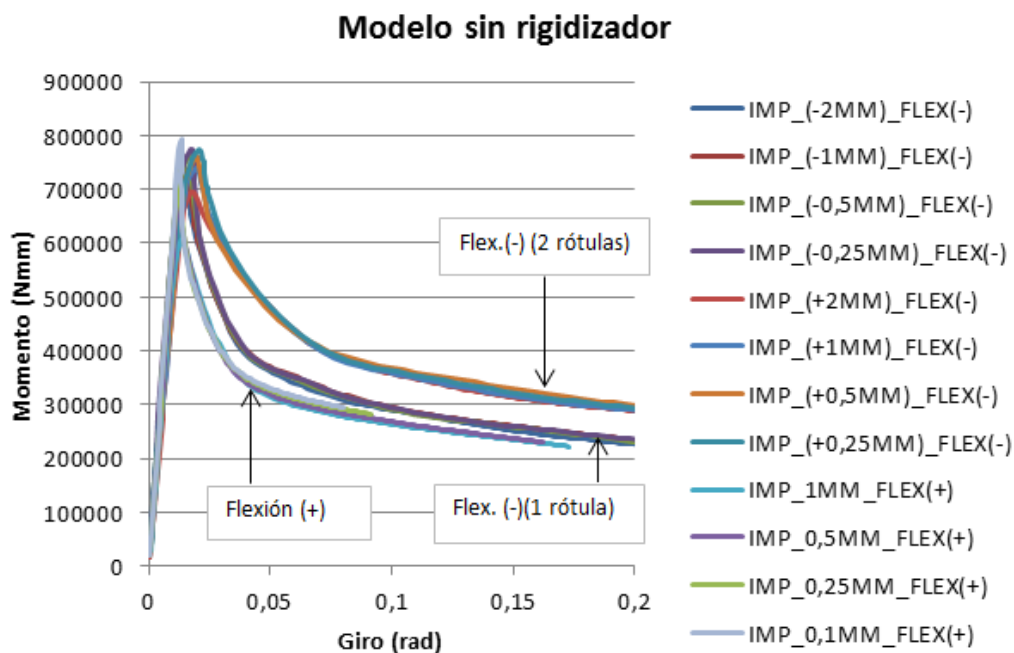
A continuación, se procede a una breve exposición conjunta de los resultados obtenidos a flexión pura positiva y flexión pura negativa de la chapa sin embutición. Simplemente se procederá a la presentación de las relaciones momento-giro y los valores de los módulos resistentes eficaces, con el fin de mostrar de una manera sencilla y rápida, el comportamiento del panel nervado ante estas dos sollicitaciones.

La geometría de este modelo será empleada para realizar las simulaciones a flexión pura negativa de la chapa con embutición, donde será necesario emplear la malla del modelo n°5.

### 5.9.11 Flexión pura positiva Vs. Flexión pura negativa. Chapa sin embutición.

Con este apartado, simplemente se quiere presentar a modo de sumario, los resultados obtenidos a flexión pura positiva y flexión pura negativa.

En la figura 5.224, se presentan las relaciones momento-giro, obtenidas a flexión pura positiva y flexión pura negativa del modelo sin rigidizador empleando el primer modo de pandeo.



**Figura 5.224. Relación momento-giro. Primer modo de pandeo. Modelo sin rigidizador. Comparación flexión pura negativa y flexión pura positiva.**

En la figura 5.224, se puede observar que los momentos últimos que alcanza la pieza a flexión pura positiva y flexión negativa, son muy similares.

Se aprecia que cuando el mecanismo de fallo, a flexión pura negativa, está conformado por una sola rótula, la rama plástica presenta un trazado casi paralelo, y muy cercano, al obtenido con flexión pura positiva. Por el contrario, cuando el mecanismo de fallo a flexión pura negativa está conformado por dos rótulas, la rama plástica se separa de la obtenida a flexión pura positiva presentando una pendiente claramente menor, y por tanto, un mejor comportamiento post-colapso.

En la tabla 5.53, se presenta a modo de sumario los valores de los momentos últimos y de los módulos resistentes eficaces, obtenidos a flexión pura positiva y flexión pura negativa del modelo sin rigidizador, en función de la magnitud de imperfección empleada con el primer modo de pandeo. Se recuerda aquí que las magnitudes de imperfección están en proporción con el ancho del ala comprimida.

<b>Modelo sin rigidizador. Primer modo de pandeo.</b>					
<b>IMP.</b>	<b>Flexión pura positiva</b>		<b>IMP.</b>	<b>Flexión pura negativa</b>	
	<b>M<sub>máx</sub> (Nmm)</b>	<b>W<sub>y(+)</sub> (mm<sup>3</sup>)</b>		<b>M<sub>máx</sub> (Nmm)</b>	<b>W<sub>y(-)</sub> (mm<sup>3</sup>)</b>
1mm	613214,27	2229,87	2mm	694501,5	2525,46
0,5mm	685725,77	2493,54	1mm	739956	2690,75
0,25mm	746809,68	2715,67	0,5mm	761748	2770
0,1mm	791786,72	2879,22	0,25mm	772405,5	2808,75

**Tabla 5-53. Momentos últimos, y módulos resistentes eficaces positivos y negativos del modelo sin rigidizador.**

A grandes rasgos, se observa que los módulos resistentes eficaces negativos poseen valores mayores que los módulos resistentes eficaces positivos. Se aprecia que la situación inversa, solamente sucede para la magnitud de imperfección menor empleada. Dicha magnitud, tampoco debería ser tenida en cuenta si nos atenemos a la magnitud mínima que se ha de emplear según el Eurocódigo 3, parte 1-5.

A flexión pura negativa del modelo sin rigidizador, se podría tomar como referencia un valor para el módulo resistente eficaz negativo de  $2525\text{mm}^3$ , ya que ello permitiría estar del lado de la seguridad hasta magnitudes de imperfección de 2mm para los cuatro primeros modos de pandeo, dada la cercanía que había entre ellos.

A flexión pura positiva, se toma como referencia un valor de  $2230\text{mm}^3$ , por las mismas razones.

En la figura 5.225, se presentan las relaciones momento-giro, obtenidas a flexión pura positiva y flexión pura negativa del modelo con rigidizador, con el empleo del primer modo de pandeo.

En la tabla 5.54, se presenta a modo de sumario, los mismos datos que los presentados en la tabla precedente, (5.51), pero relativos al modelo con rigidizador.

Modelo con rigidizador. Primer modo de pandeo.					
IMP.	Flexión pura positiva		IMP.	Flexión pura negativa	
	$M_{\text{máx}}$ (Nmm)	$W_{y(+)}$ (mm <sup>3</sup> )		$M_{\text{máx}}$ (Nmm)	$W_{y(-)}$ (mm <sup>3</sup> )
1mm	613214,27	2229,87	2mm	749911,5	2726,95
0,5mm	685725,77	2493,54	1mm	808353	2939,47
0,25mm	746809,68	2715,67	0,5mm	835611	3038,59
0,1mm	791786,72	2879,22	0,25mm	852126	3098,64

Tabla 5-54. Momentos últimos, y módulos resistentes eficaces positivos y negativos del modelo con rigidizador.

En la figura 5.225 se puede apreciar que el comportamiento, tal y como ya se comentó ampliamente en apartados anteriores, es similar al del modelo sin rigidizador, pero en este caso, se alcanzan valores de momentos últimos mayores debido al efecto de este.

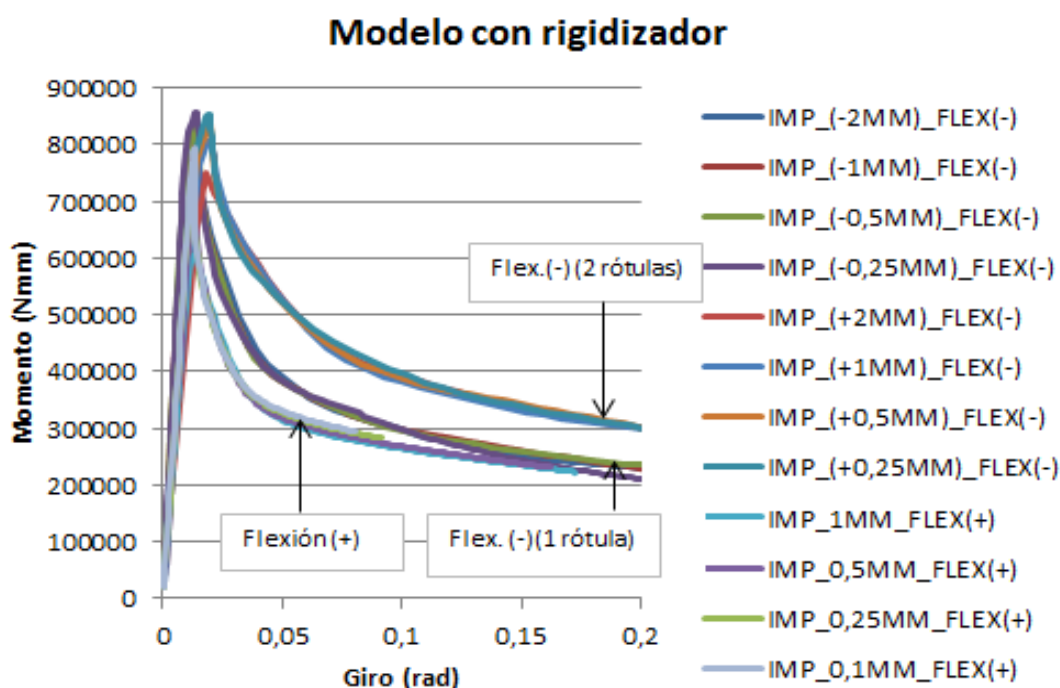


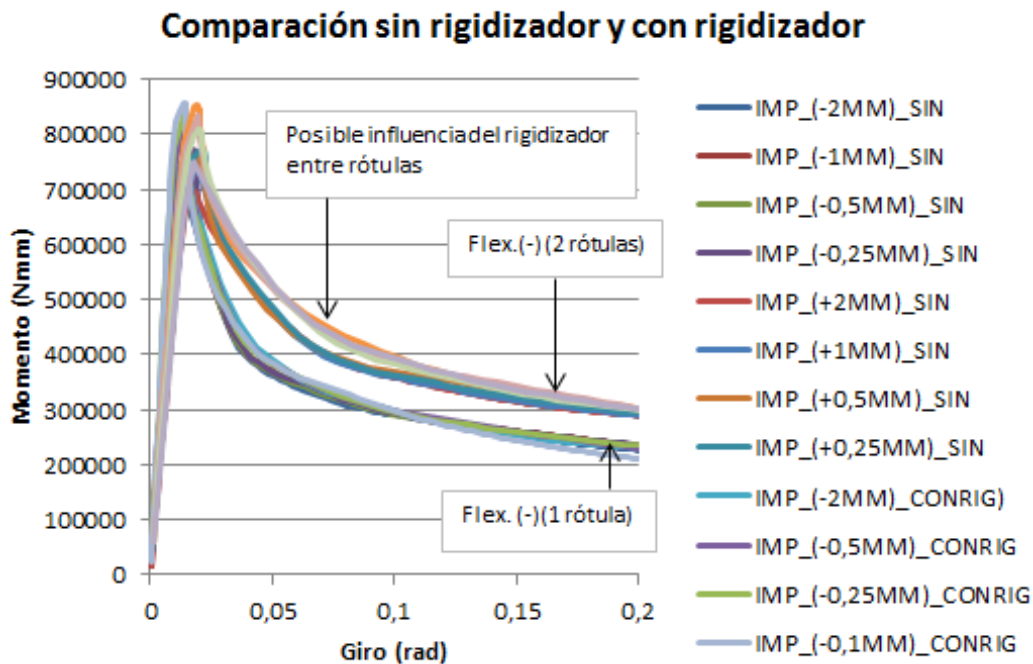
Figura 5.225. Relación momento-giro. Primer modo de pandeo. Modelo con rigidizador. Comparación flexión pura negativa y flexión pura positiva

Por último, en la figura 5.226, se presentan las relaciones momento-giro, obtenidas a flexión pura negativa del modelo con rigidizador y del modelo sin rigidizador para el primer modo de pandeo y las distintas magnitudes de imperfección positivas y negativas empleadas.

En dicha figura, (fig.5.226), se observa que cuando el mecanismo de fallo está conformado por una sola rótula, el comportamiento plástico es similar para el modelo con rigidizador y el modelo sin rigidizador.

Cuando el mecanismo de fallo está conformado por dos rótulas, el comportamiento plástico es similar, salvo una ligera diferencia de pendiente en el primer tramo de la rama plástica. Dicha

diferencia fue analizada en los apartados 5.9.4 y 5.9.5, y se achacó a la influencia del rigidizador entre rótulas.



*Figura 5.226. Relación momento-giro. Primer modo de pandeo. Modelo con rigidizador y modelo sin rigidizador. Magnitudes de imperfección, positivas y negativas.*

A continuación, se procede a la presentación de las simulaciones realizadas a flexión pura negativa de la chapa con embutición.

## 5.10 SIMULACIONES A FLEXIÓN PURA NEGATIVA DE LA CHAPA CON EMBUTICIÓN.

### 5.10.1 Introducción.

#### 5.10.1.1 Generación del modelo a flexión pura negativa de la chapa con embutición.

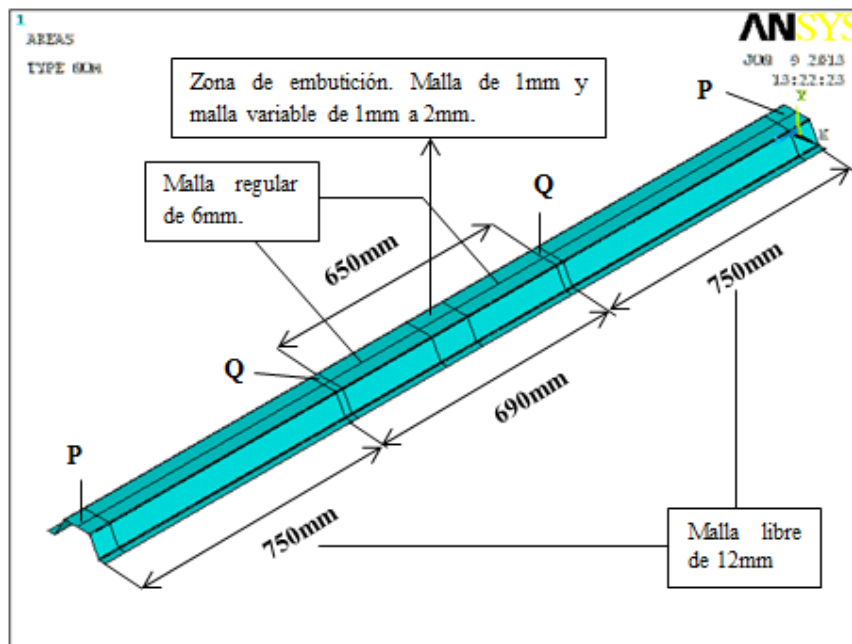
En las simulaciones a flexión pura negativa de la chapa con embutición se emplea la malla del modelo n° 5 en el centro del tramo solicitado a momento flector puro. Esto es, malla de 1mm en la embutición, impuesta por la simulación del proceso de conformado. Malla variable de 1mm a 2mm, en los tramos adyacentes a la embutición, con el fin de conseguir una correcta conexión entre los nodos de ambas mallas. Malla regular de 6mm en el resto del tramo central.

En los tramos adyacentes al tramo central se emplea una malla libre con tamaño de elemento finito de 12mm.

Las dimensiones del modelo se establecen tomando como referencia el modelo presentado en el apartado 5.9.10.1. En base a ello, la longitud total del modelo será de 2190mm. El tramo central posee una longitud de 650mm, al igual que en todas las simulaciones realizadas a flexión pura negativa, dado que con esta dimensión todos los modelos se comportaron de manera estable. A ambos lados del tramo central se generan dos tramos con una longitud de 20mm, (tramos Q), para facilitar la introducción de la carga. El modelo se completa añadiendo dos “brazos” de 750mm a ambos lados del tramo central.

En la figura 5.227, se presentan de manera esquemática las dimensiones del modelo y la malla que posee cada tramo.

A los tramos denominados P, se les asigna un material sin capacidad de comportamiento plástico, con el fin de evitar posibles plastificaciones locales originadas por las condiciones de contorno simplificadas que se imponen.



*Figura 5.227. Modelo con embutición a flexión pura negativa. Dimensiones y malla empleada.*

### 5.10.1.2 Condiciones de contorno.

Las condiciones de contorno, son las mismas que las empleadas en las simulaciones realizadas a flexión pura negativa de la chapa sin embutición.

Esto es:

- Condición de simetría en los nodos ubicados en los bordes longitudinales de la onda. Esto es, desplazamiento impedido en Y, y giros impedidos alrededor de X y Z, con el fin de simular la continuidad del panel nervado.

- b) Un extremo simplemente apoyado, con desplazamiento impedido en Z. En el extremo opuesto se coaccionan los desplazamientos Z y X.

Se hace notar aquí, que los ejes globales, en las simulaciones de la chapa con embutición, están girados respecto a los ejes globales empleados en la chapa sin embutición. Ello es debido a que se dejaron por defecto los ejes que se habían empleado en la simulación del proceso de conformado de la embutición.

### 5.10.1.3 Aplicación de la carga.

Dado que la disposición de los ejes globales que posee la embutición no se alteran, el panel se dispone al igual que a flexión pura positiva, y se procede a la aplicación de un momento de signo negativo.



*Figura 5.228. Geometría del panel nervado H-55.*



*Figura 5.229. Aplicación de un momento de signo negativo.*

Al igual que en todas las simulaciones precedentes, la carga se aplica en el ala que estará sometida a tracción durante el proceso de carga, tal y como se haría en un ensayo experimental con el fin de evitar inestabilidades locales del ala comprimida y del alma que desvirtuarían el mecanismo de fallo.

A continuación, se procede al estudio de sensibilidad de las formas de imperfección de la chapa con embutición, a flexión pura negativa. Se procede también al empleo de magnitudes de imperfección positivas y negativas, con el fin de determinar si ejercen algún tipo de influencia en la geometría del patrón de colapso.

Se hace constar aquí, que en la simulación del proceso de conformado de la embutición, se empleó como base una panel nervado con rigidizador. Por lo tanto, todas las simulaciones de la chapa con embutición que se presentan a continuación, poseen rigidizador.

### 5.10.2 Análisis de los modos de pandeo.

En la tabla 5.55 se presentan los valores propios de los diez primeros modos de pandeo de la chapa con embutición.

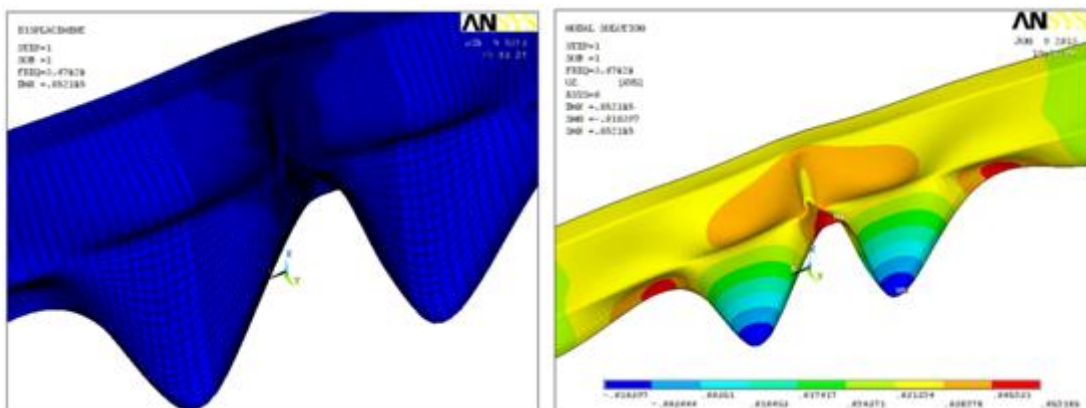
MODO	VALOR PROPIO	MODO	VALOR PROPIO
MODO 1	3,4783	MODO 6	4,2498
MODO 2	3,5351	MODO 7	4,2516
MODO 3	4,0331	MODO 8	4,2775
MODO 4	4,0623	MODO 9	4,6619
MODO 5	4,2377	MODO 10	4,6689

*Tabla 5-55. Valores propios de los 10 primeros modos de pandeo de la chapa con embutición.*

En la tabla precedente se puede apreciar la cercanía que presentan los valores propios de los diez primeros modos, aunque no se observa una repetición de valor cada dos modos, tal y como sucedía en la chapa sin embutición a flexión pura negativa.

#### 5.10.2.1 Primer modo de pandeo.

El primer modo de pandeo se caracteriza por su simetría, y por la presencia de tres grandes semiondas centrales. Al igual que en las simulaciones realizadas a flexión pura negativa de la chapa sin embutición, los máximos y mínimos poseen el mismo valor. El valor máximo se ubica justo en la embutición, y los valores mínimos, en las dos semiondas adyacentes, tal y como se puede observar en la siguiente figura.

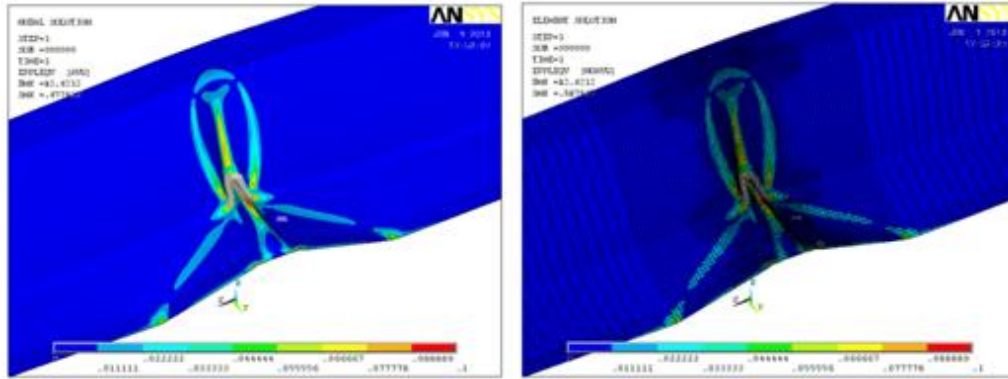


*Figura 5.230. Primer modo de pandeo. Flexión pura negativa. Chapa con embutición.*

En la figura 5.230 se puede apreciar como la semionda central, “levanta” la embutición, sin afectar de una manera visible a su geometría.

### 5.10.2.1.1 Magnitudes de imperfección positivas.

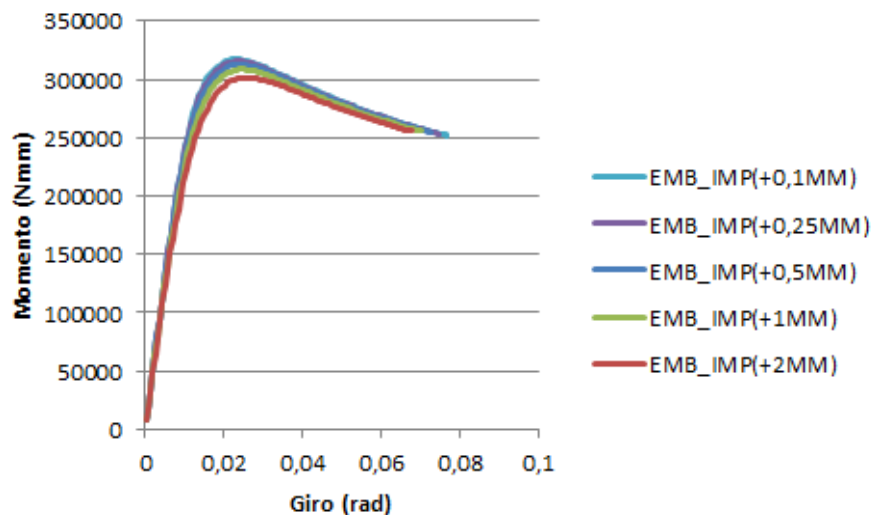
La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises obtenidas con el empleo del primer modo de pandeo, y una magnitud de imperfección positiva de 2mm, se puede apreciar en la figura 5.231.



*Figura 5.231. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm. Modelo con embutición.*

Ambas soluciones son muy similares y las líneas plásticas son claramente visibles. Con el empleo de diferentes magnitudes de imperfección positivas, se obtuvo siempre el mismo mecanismo de fallo y su desarrollo se realizó en la embutición.

Las relaciones momento-giro, obtenidas con el empleo del primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas de 2mm, 1mm, 0.5mm, 0.25mm y 0.1mm, se presentan en la figura 5.232.



*Figura 5.232. Relación momento-giro. Flexión pura negativa. Primer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas. Chapa con embutición.*



Tal y como se puede apreciar en la figura 5.232, en las simulaciones de la chapa con embutición se ha empleado también una magnitud de imperfección de 0.1mm. En las simulaciones a flexión pura negativa de la chapa sin embutición, se observó que con esta magnitud de imperfección no se alcanzaba solución. La plastificación se repartía por igual a lo largo del ala comprimida, impidiendo el desarrollo de una rótula plástica en un punto determinado.

En la gráfica precedente se observa que a medida que aumentan las magnitudes de imperfección, el momento último es menor. Aun así, no se observan grandes diferencias, y se podría decir que los momentos últimos rondan un mismo valor.

En la siguiente tabla, se presentan los valores de los momentos últimos y de los módulos resistentes eficaces negativos, en función de la magnitud de imperfección positiva empleada.

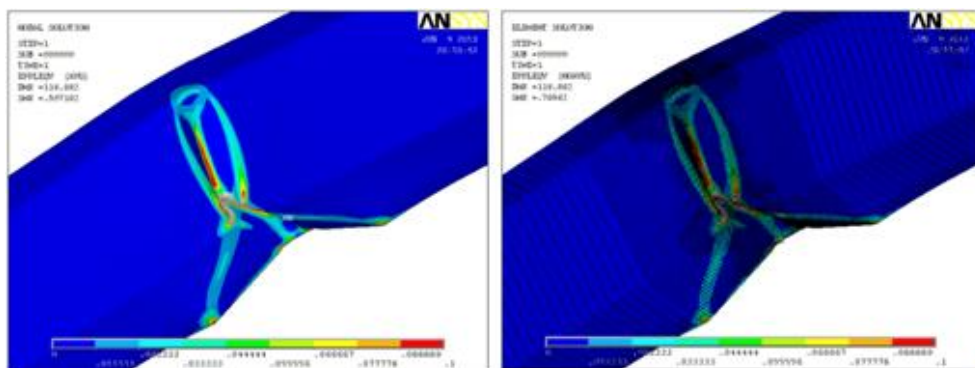
IMPERFECCIÓN	$M_{\text{máx}}$ (Nmm)	$W_{y(-)}$ (mm <sup>3</sup> )
(+2)mm	301331,34	1095,75
(+1)mm	308465,82	1121,69
(+0,5)mm	312776,64	1137,37
(+0,25)mm	315287,64	1146,50
(+0,1)mm	317014,56	1152,78

**Tabla 5-56. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos en función de la magnitud de imperfección positiva empleada.**

Los valores de los módulos resistentes son muy similares. Se aprecia una diferencia del 5%, entre el valor correspondiente a la magnitud de imperfección positiva de 0,1mm y la magnitud de imperfección positiva de 2mm. Dicha diferencia no se considera relevante.

#### 5.10.2.1.2 Magnitudes de imperfección negativas.

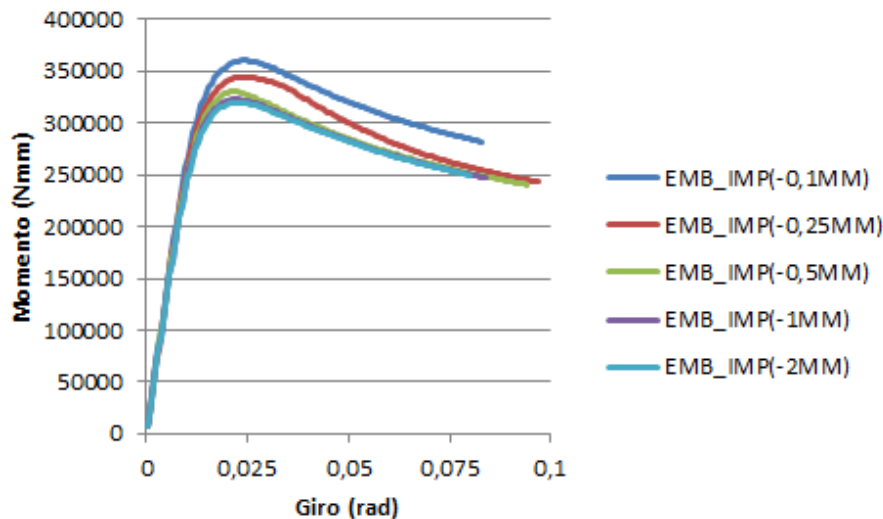
La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, con el empleo del primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección negativas, se puede apreciar en la figura 5.233.



**Figura 5.233. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de 2mm. Modelo con embutición**

No se observan diferencias significativas entre el mecanismo de fallo presentado en la figura 5.233, y el obtenido con la introducción de magnitudes de imperfección positivas.

Las relaciones momento-giro, obtenidas con el empleo del primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección negativas, se presentan en la figura 5.234.



**Figura 5.234. Relación momento-giro. Flexión pura negativa. Primer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección negativas. Chapa con embutición.**

Se observa que a medida que aumenta la magnitud de imperfección, los valores de los momentos últimos son menores. Se puede apreciar también, como las curvas correspondientes a las magnitudes de imperfección negativas de 0.1mm y 0,25mm, se apartan del resto de las ramas dando lugar a momentos últimos mayores.

En la tabla 5.57 se presentan los valores de los momentos últimos y de los módulos resistentes eficaces negativos, en función de la magnitud de imperfección negativa empleada.

IMPERFECCIÓN	$M_{\text{máx}}$ (Nmm)	$W_{y(-)}$ (mm <sup>3</sup> )
<b>(-2)mm</b>	319830,12	1163,02
<b>(-1)mm</b>	322645,68	1173,26
<b>(-0,5)mm</b>	330071,76	1200,26
<b>(-0,25)mm</b>	344593,44	1253,07
<b>(-0,1)mm</b>	360378,72	1310,47

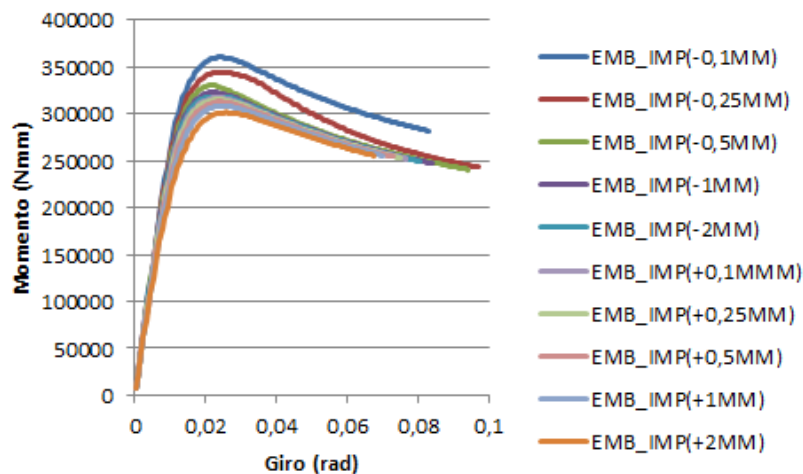
**Tabla 5-57. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos, en función de la magnitud de imperfección negativa empleada.**

En la tabla 5.57 se puede apreciar que los módulos resistentes eficaces negativos, rondan valores muy similares con el empleo de magnitudes de imperfección negativas de 2mm, 1mm y 0.5mm. Con magnitudes de imperfección negativas pequeñas, (0.25mm y 0.1mm), los valores son mayores, y parecen mostrar una tendencia de crecimiento diferente.

Se observa una diferencia de un 10% entre los valores de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con la máxima magnitud de imperfección empleada y la mínima, lo cual comienza a ser una diferencia significativa.

### 5.10.2.1.3 Magnitudes de imperfección positivas Vs. Negativas.

En la siguiente gráfica, se exponen las relaciones momento-giro, obtenidas con el empleo del primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas y negativas, para la chapa con embutición.



*Figura 5.235. Relación momento-giro. Flexión pura negativa. Primer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección, positivas y negativas. Chapa con embutición.*

En la figura 5.235 se puede apreciar que las curvas de comportamiento relativas a magnitudes de imperfección negativas de 0.1mm y 0.25mm, se apartan del resto de los comportamientos. Para el resto de las magnitudes de imperfección, e independientemente del sentido empleado, se alcanzan valores de momentos últimos muy similares.

En la tabla 5.58, se procede a la comparación de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el empleo del primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas y negativas.

Imperfecciones negativas		Imperfecciones positivas		Diferencia
IMPERFECCIÓN	$W_{y(-)} \text{ (mm}^3\text{)}$	IMPERFECCIÓN	$W_{y(-)} \text{ (mm}^3\text{)}$	%
(-2)mm	1163,02	(+2)mm	1095,75	5,78
(-1)mm	1173,26	(+1)mm	1121,69	4,39
(-0,5)mm	1200,26	(+0,5)mm	1137,37	5,24
(-0,25)mm	1253,07	(+0,25)mm	1146,50	8,5
(-0,1)mm	1310,47	(+0,1)mm	1152,78	12,03

*Tabla 5-58. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el empleo de magnitudes de positivas y negativas.*

Se observa que con magnitudes de imperfección de 0.5mm, 1mm y 2mm, la diferencia entre los módulos resistentes eficaces negativos es de un 5%. Con magnitudes de imperfección de 0.1mm y 0.25mm, se aprecia una diferencia entre un 8% y un 12%.

Tomando como referencia el Eurocódigo 3, parte 1-5, las magnitudes de imperfección de 0.25mm y 0.1mm, no deberían ser tenidas en cuenta, al estar por debajo de la mínima magnitud de imperfección recomendada, que para el caso que nos ocupa es de 0,36mm.

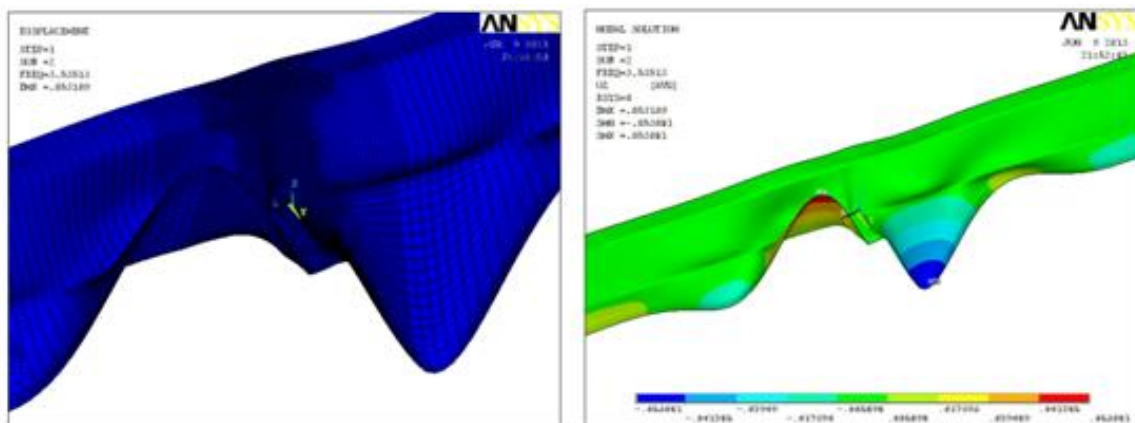
En general, se aprecia que con el empleo de magnitudes de imperfección negativas, se obtienen valores de módulos resistentes eficaces negativos mayores, que con magnitudes de imperfección positivas.

En base a las observaciones precedentes, y teniendo en cuenta que no hay diferencias de geometría significativas entre los patrones de colapso obtenidos con el empleo de magnitudes de imperfección con diferente sentido, en el análisis del segundo y tercer modo de pandeo, se emplearán únicamente magnitudes de imperfección positivas de 0.5mm, 1mm y 2mm.

#### 5.10.2.2 Segundo modo de pandeo.

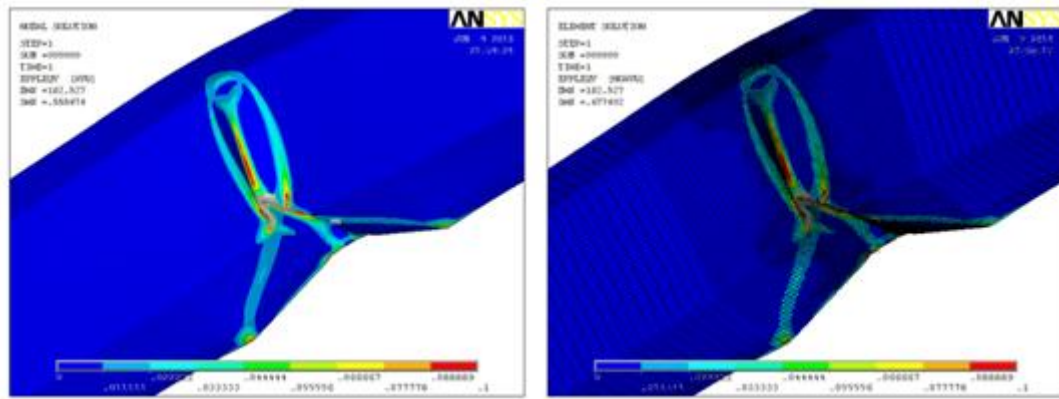
El segundo modo de pandeo, (fig.5.236), se caracteriza por ser asimétrico y por presentar una semionda menos respecto al primer modo de pandeo. En este caso, las semiondas se ubican a ambos lados de la embutición, sin afectar de manera visible a su geometría.

Al igual que el modo precedente, los máximos y mínimos, poseen el mismo valor. Dichos valores se encuentran en las “crestas” de las semiondas adyacentes a la embutición.



**Figura 5.236. Segundo modo de pandeo. Flexión pura negativa. Chapa con embutición.**

La solución nodal y elemental, de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenidas con el empleo del segundo modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 2mm, se puede apreciar en la figura 5.237.

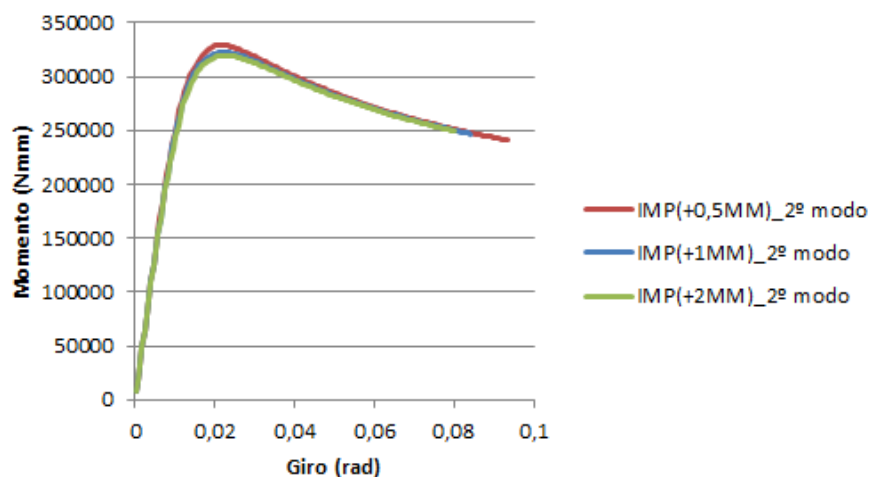


**Figura 5.237. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Segundo modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm. Modelo con embutición.**

La solución nodal y elemental son muy similares y la visualización de las líneas plásticas se considera correcta.

El mecanismo de fallo presentado en la figura 5.237 es muy similar al obtenido con el empleo de la primera forma de imperfección, (fig.5.231). No se observan diferencias significativas entre ambos.

Las relaciones momento-giro, con el empleo del segundo modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas, se presentan en la figura 5.238.



**Figura 5.238. Relación momento-giro. Flexión pura negativa. Segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas. Chapa con embutición.**

Las relaciones momento-giro, obtenidas con el empleo del segundo modo de pandeo, son muy similares a las obtenidas con el primer modo de pandeo.

Se observa que los momentos últimos alcanzan valores muy similares con las magnitudes de imperfección positivas empleadas.

En la siguiente tabla, se exponen los valores de los momentos últimos y de los módulos resistentes eficaces negativos, en función de la magnitud de imperfección empleada.

IMPERFECCIÓN	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )
(+2)mm	302095,22	1098,53
(+1)mm	309601,53	1125,82
(+0,5)mm	313827,01	1141,19

**Tabla 5-59. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos en función de la magnitud de imperfección positiva empleada. Segundo modo de pandeo.**

Los momentos últimos alcanzan valores muy similares a los obtenidos con el empleo del primer modo de pandeo.

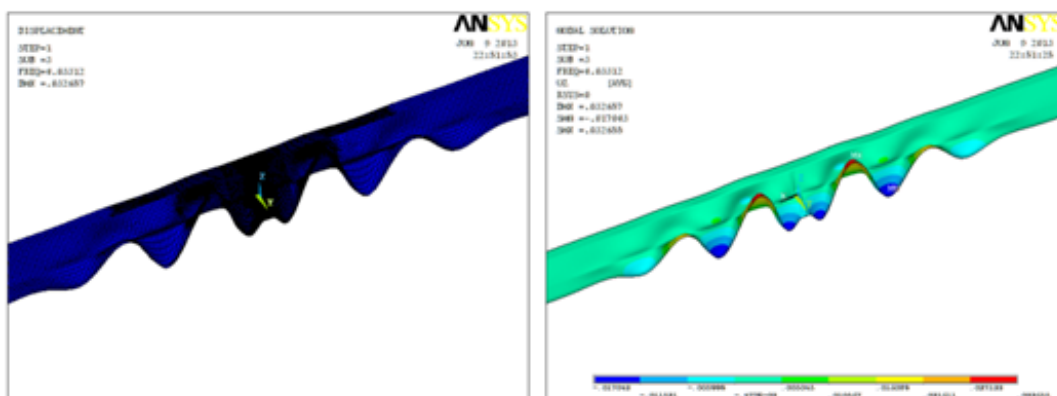
En tabla 5.60, se exponen los valores de los momentos últimos, y se comparan los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el primer y segundo modo de pandeo y el empleo de magnitudes de imperfección positivas.

IMP.	Primer modo		Segundo modo.		%
	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )	
(+2)mm	301331,34	1095,75	302095,22	1098,53	0,25
(+0,1)mm	308465,82	1121,69	309601,53	1125,82	0,36
(+0,25)mm	312776,64	1137,37	313827,01	1141,19	0,33

**Tabla 5-60. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos. Primer y segundo modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas.**

Al igual que sucedía con el modelo de la chapa sin embutición, no se aprecian diferencias significativas entre los valores de los módulos resistentes obtenidos con el empleo del primer y segundo modo de pandeo.

### 5.10.2.3 Tercer modo de pandeo.

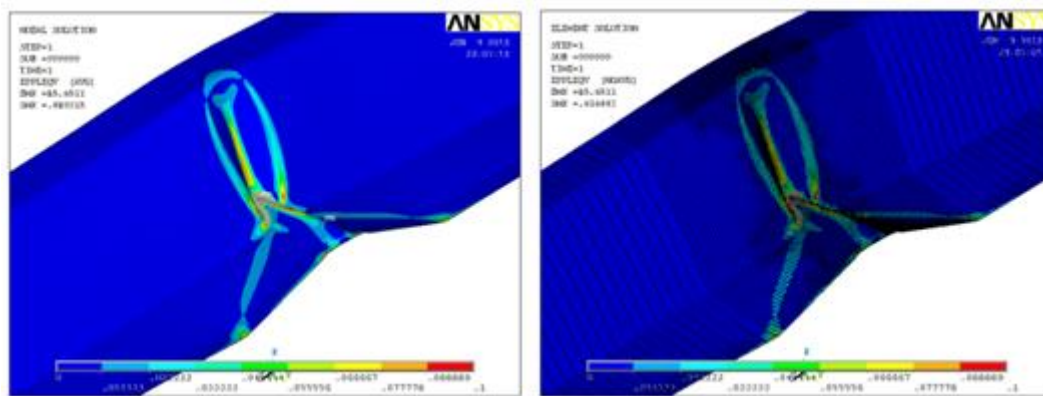


**Figura 5.239. Tercer modo de pandeo. Flexión pura negativa. Chapa con embutición.**

El tercer modo de pandeo, (fig.5.239), se caracteriza por ser simétrico. Se observa que la tercera forma de imperfección presenta un número de semiondas mayor que las formas de imperfección precedentes. En este caso, los máximos y mínimos ya no poseen el mismo valor.

En relación a la embutición, se aprecia que su geometría no se ve afectada por la forma de imperfección.

La solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenidas con el empleo del tercer modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 2mm, se presenta en la figura 5.240.

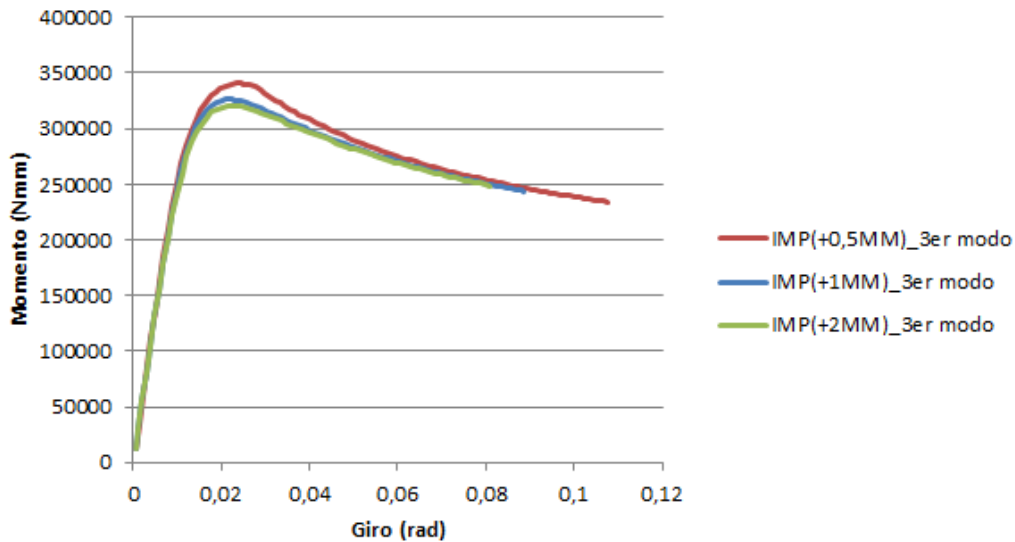


**Figura 5.240. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Tercer modo de pandeo. Magnitud de imperfección positiva de 2mm. Modelo con embutición.**

Con el empleo del tercer modo de pandeo, se obtiene un mecanismo de fallo similar al obtenido con el primer y segundo modo de pandeo. No se observaron diferencias, ni en la ubicación, ni en la geometría del patrón de colapso, con las diferentes magnitudes de imperfección positivas empleadas.

En la figura 5.241 se presentan las relaciones momento-giro obtenidas con el tercer modo de pandeo, y diferentes magnitudes de imperfección positivas.

En dicha figura, (5,241), se puede apreciar que la curva de comportamiento, relativa a la magnitud de imperfección positiva de 0.5mm, se separa del resto de los comportamientos alcanzando un valor de momento último mayor. En este punto es donde se observa la diferencia principal, ya que a rasgos generales, el comportamiento elástico y plástico es similar al obtenido con el resto de las magnitudes de imperfección empleadas.



**Figura 5.241. Relación momento-giro. Flexión pura negativa. Tercer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas. Chapa con embutición.**

En la tabla que se presenta a continuación, se exponen los valores de los momentos últimos y de los módulos resistentes eficaces negativos, en función de la magnitud de imperfección positiva empleada.

IMPERFECCIÓN	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )
(+2)mm	320687,1	1166,13
(+1)mm	326282,58	1186,48
(+0,5)mm	340494,84	1238,16

**Tabla 5-61. Momentos últimos y módulos resistentes eficaces negativos en función de la magnitud de imperfección positiva empleada. Tercer modo de pandeo.**

Con magnitudes de imperfección positivas de 2mm y 1mm, se obtiene un valor de momento último muy similar, observándose una diferencia entre ambos valores de un 1,7%. Con una magnitud de imperfección positiva de 0.5mm, el valor del momento último se distancia más, arrojando una diferencia respecto a la magnitud de imperfección positiva de 2mm de un 6,1%.

En la tabla 5.62, se exponen los valores de los momentos últimos, y se comparan los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el primer y tercer modo de pandeo, en función de la magnitud de imperfección positiva empleada.

IMP.	Primer modo		Tercer modo.		%
	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )	M <sub>máx</sub> (Nmm)	W <sub>y(-)</sub> (mm <sup>3</sup> )	
(+2)mm	301331,34	1095,75	320687,1	1166,13	6,42
(+0,1)mm	308465,82	1121,69	326282,58	1186,48	5,77
(+0,25)mm	312776,64	1137,37	340494,84	1238,16	8,86

**Tabla 5-62. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con el primer y tercer modo de pandeo, en función de la magnitud de imperfección positiva empleada.**



En la tabla 5.62 se aprecia que los valores de los módulos resistentes eficaces negativos obtenidos con el tercer modo de pandeo, son superiores a los obtenidos con el primer modo de pandeo. Se observa una diferencia entre un 6% y 8%. No es una diferencia excesivamente alta, y se encuentra razonable que exista cierta diferencia entre el primer modo de pandeo y el tercero.

El tercer modo de pandeo, presentaba un aspecto muy diferente respecto a la primera y segunda forma de imperfección. Dicha diferencia formal, parece ejercer también una mayor influencia en los valores de los momentos últimos.

#### 5.10.2.4 Sumario y conclusiones.

El estudio de sensibilidad a la forma, magnitud y sentido de la imperfección de la chapa con embutición, ha permitido determinar que el primer modo de pandeo es el dominante, y que solamente es posible el desarrollo de un mecanismo de fallo.

En la siguiente tabla, se expone, a modo de sumario, los valores de los módulos resistentes obtenidos con el empleo de las tres primeras formas modales, en función de la magnitud de imperfección positiva empleada.

	<b>Primer modo</b>	<b>Segundo modo</b>	<b>Tercer modo.</b>
<b>IMP.</b>	<b><math>W_{y(-)}</math> (mm<sup>3</sup>)</b>	<b><math>W_{y(-)}</math> (mm<sup>3</sup>)</b>	<b><math>W_{y(-)}</math> (mm<sup>3</sup>)</b>
(+2)mm	1095,75	1098,53	1166,13
(+1)mm	1121,69	1125,82	1186,48
(+0,25)mm	1137,37	1141,19	1238,16

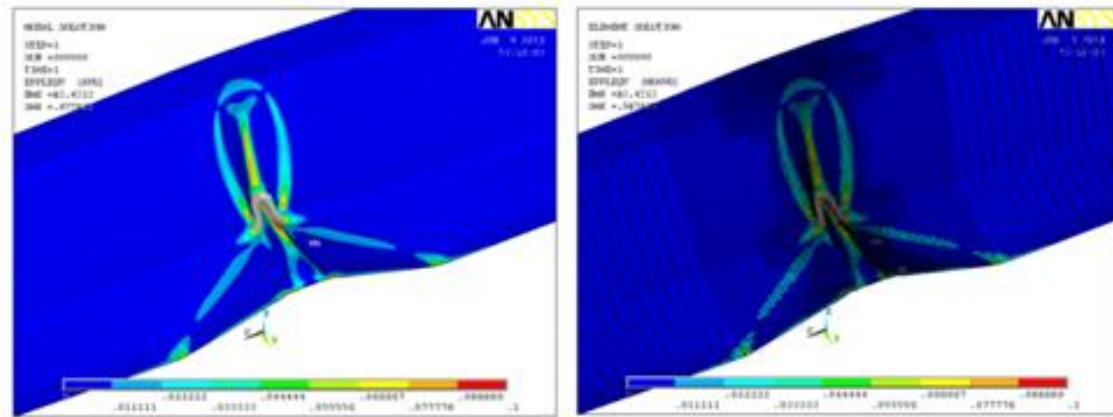
*Tabla 5-63. Módulos resistentes eficaces negativos, obtenidos con las tres primeras formas de imperfección, en función de la magnitud de imperfección positiva empleada.*

El módulo resistente eficaz negativo de valor más bajo es el obtenido con una imperfección positiva de 2mm. Tomando como referencia este valor para el módulo resistente eficaz negativo de la chapa con embutición, estaríamos del lado de la seguridad, hasta una magnitud de imperfección de 2mm.

En la relación al mecanismo de fallo obtenido, se observa lo siguiente:

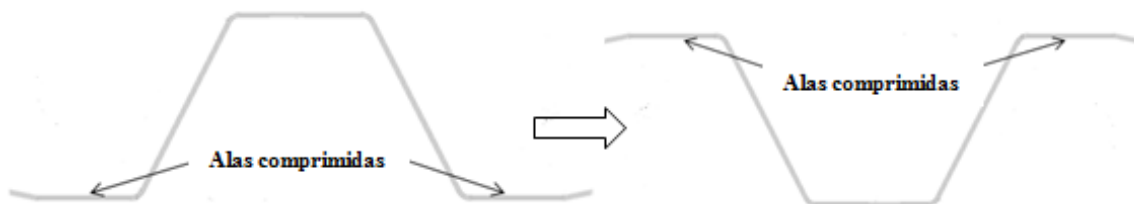
En las simulaciones a flexión pura negativa de la chapa con embutición, se dispuso el perfil al igual que en las simulaciones a flexión pura positiva, ya que se dejaron por defecto los ejes globales que poseía la embutición.

El mecanismo de fallo con dicha disposición presentaba la geometría de la figura 5.242. Dicho patrón se obtuvo para los tres primeros modos de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección positivas y negativas.



**Figura 5.242.** Solución nodal y solución elemental, de deformaciones plásticas de Von Mises, obtenida con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 2mm, (figura 5.244).

Disponiendo el perfil a la inversa, a la igual que en las simulaciones a flexión pura negativa de la chapa sin embutición:

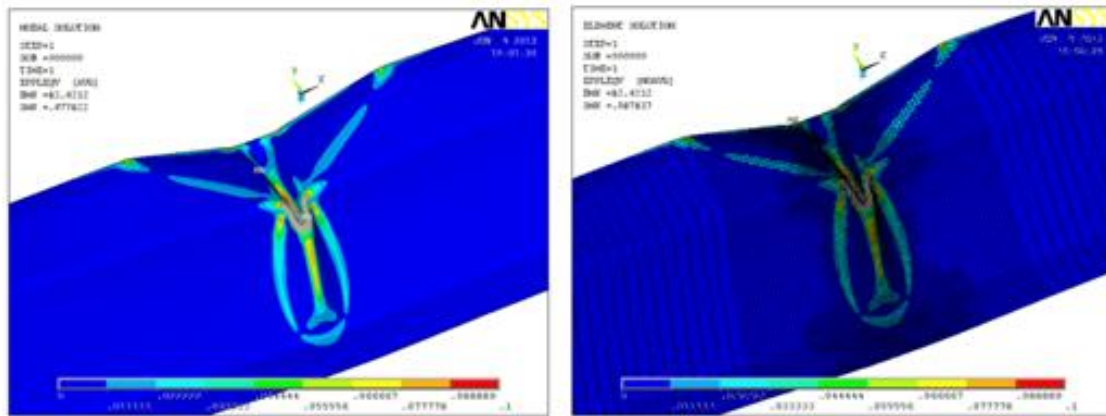


**Figura 5.243.** Disposición del perfil, al igual que en las simulaciones a flexión pura negativa de la chapa sin embutición.

El mecanismo de fallo presenta el aspecto de la figura 5.244.

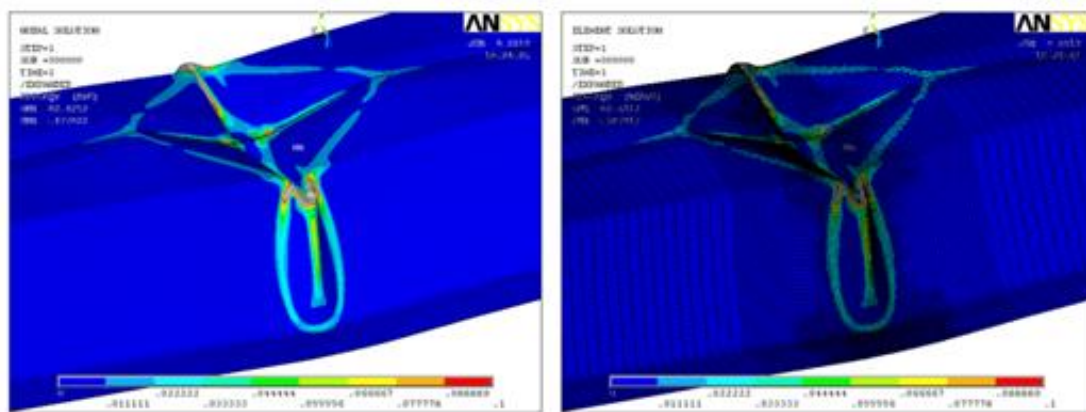
Si se procede a la expansión del modelo, tal y como se hace constar en la figura 5.245, se observa que el mecanismo de fallo de la chapa con embutición a flexión pura negativa es muy similar al patrón de colapso conformado por una sola rótula de la chapa sin embutición y con rigidizador ante la misma sollicitación.

A fin de facilitar esta comparativa, en la figura 5.246, se presenta de nuevo el patrón de colapso de la chapa sin embutición y con rigidizador, a flexión pura negativa.

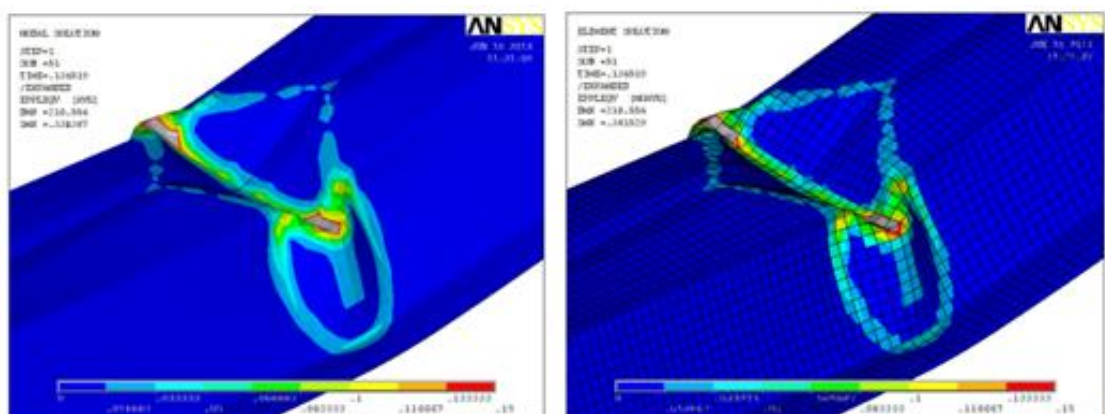


**Figura 5.244.** Disposición del modelo, ubicando el ala comprimida en la parte superior de la figura. Solución nodal y solución elemental, de deformaciones plásticas de Von Mises, de la figura 5.244.

Si procedemos ahora, a la expansión del modelo,



**Figura 5.245.** Expansión del modelo. Solución nodal y solución elemental, de deformaciones plásticas de Von Mises, de la figura 5.244.



**Figura 5.246.** Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha), de deformaciones plásticas de Von Mises. Primer modo de pandeo. Magnitud de imperfección negativa de (-2) mm.

Comparando las figuras 5.245, y 5.246, se observa que el mecanismo de fallo es el mismo, aunque se han de realizar una serie de apuntes.

La diferencia principal entre ambos mecanismos de fallo estriba en el ancho que toma el patrón en el alma del panel nervado. En el caso de la chapa con embutición, el mecanismo “aprovecha” los pliegues de la embutición, y sigue el camino ya marcado. En base a ello, el patrón posee un ancho inicial igual al ancho de la embutición.

En el caso de la chapa sin embutición, el alma no posee unos pliegues tan marcados, por lo que el mecanismo de fallo se desarrolla con el ancho que le es propio. Dicho ancho, está relacionado con el tamaño del elemento de sección de menor dimensión, tal y como apuntó Kecman, (Kecman 1983), (apartado 4.9 de la presente tesis), y tal y como se podrá observar el capítulo 6, donde se analizan los patrones de colapso obtenidos en las simulaciones.

En relación a las líneas plásticas del ala comprimida, se observa que el patrón de colapso no sigue todos los pliegues marcados por la embutición. En este caso, se observan líneas plásticas inclinadas que son independientes de la geometría de la embutición. Si comparamos estas líneas con las obtenidas en la chapa sin embutición y con rigidizador, se observa que son iguales. Se ha de tener en cuenta que el ancho de la rótula es menor en la chapa con embutición, por lo que parece que, visualmente, la longitud de las líneas plásticas inclinadas es mayor en este caso.

La inclinación de dichas líneas es debida al efecto del rigidizador, tal y como se pudo observar en las simulaciones relativas a la comparación de la chapa con y sin rigidizador.

Si observamos detenidamente el rigidizador, se aprecia que dicho elemento queda puntualmente modificado en los lugares donde se efectúa una embutición.



**Figura 5.247. Rigidizador en la chapa con embutición.**

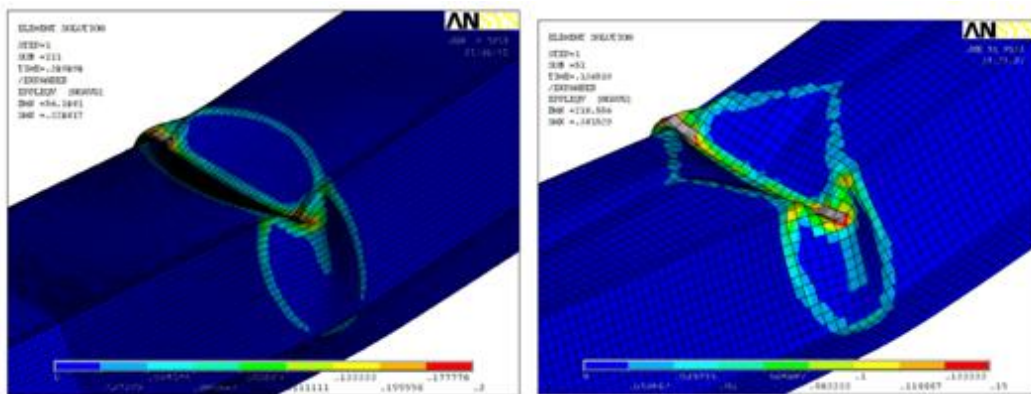
La plastificación del rigidizador en dicho punto puede facilitar el pandeo de la pieza.

Aun así, lo relevante no reside en la presencia del rigidizador, ya que tal y como se ha comprobado su influencia es muy baja, (apartado 5.9.5). Si se observa detenidamente la figura 5.242 se aprecia que en la “cubrería” de la embutición se están produciendo amplias plastificaciones.

Lo que está sucediendo en dicha zona puede ser entendido de la siguiente forma. Si se procede a solicitar a compresión un elemento que presenta un “pliegue”, resulta razonable que las primeras plastificaciones tomen lugar en dicha zona, ya que esta gran imperfección induce el fallo.

Si se procede a añadir dos rigidizadores a ambos lados de dicho pliegue, ello no impide que la plastificación siga tomando lugar por la misma zona. Ciertamente el rigidizador cumplirá con parte de su función y tenderá a expandir las líneas plásticas, aun así, este elemento no impedirá el fallo por dicho punto.

En la figura 5.248 se procede a la presentación de los mecanismos de fallo conformados por una sola rótula a flexión pura negativa con rigidizador, y sin rigidizador.



**Figura 5.248. Flexión pura negativa sin rigidizador, (izquierda), y flexión pura negativa con rigidizador, (derecha). Modelo sin embutición. Mecanismo de fallo conformado por una sola rótula.**

En dicha figura se observa que realmente estamos ante un mismo patrón de colapso. En el modelo sin rigidizador, (fig.5.248, izquierda), se aprecian unas líneas plásticas curvas en el ala. En el modelo con rigidizador, (fig.5.248, derecha), se aprecian unas líneas plásticas inclinadas en forma de “pico” debido al efecto del rigidizador. En ambos modelos se observa una línea plástica central recta en el ala y en el centro del mecanismo.

Analizando ahora el mecanismo de fallo del modelo con embutición y con rigidizador, (figura 5.249), se aprecia que las líneas plásticas son las mismas.

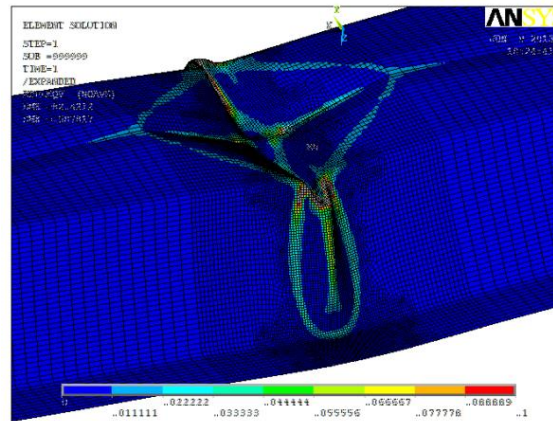


Figura 5.249. Flexión pura negativa con rigidizador. Modelo con embutición.

### 5.10.3 Chapa sin embutición Vs. Con embutición. Flexión pura negativa.

En la figura 5.250, se presentan las relaciones momento-giro, obtenidas a flexión pura negativa, de la chapa sin embutición y con rigidizador, y de la chapa con embutición, con el empleo del primer modo de pandeo, y magnitudes de imperfección positivas y negativas.

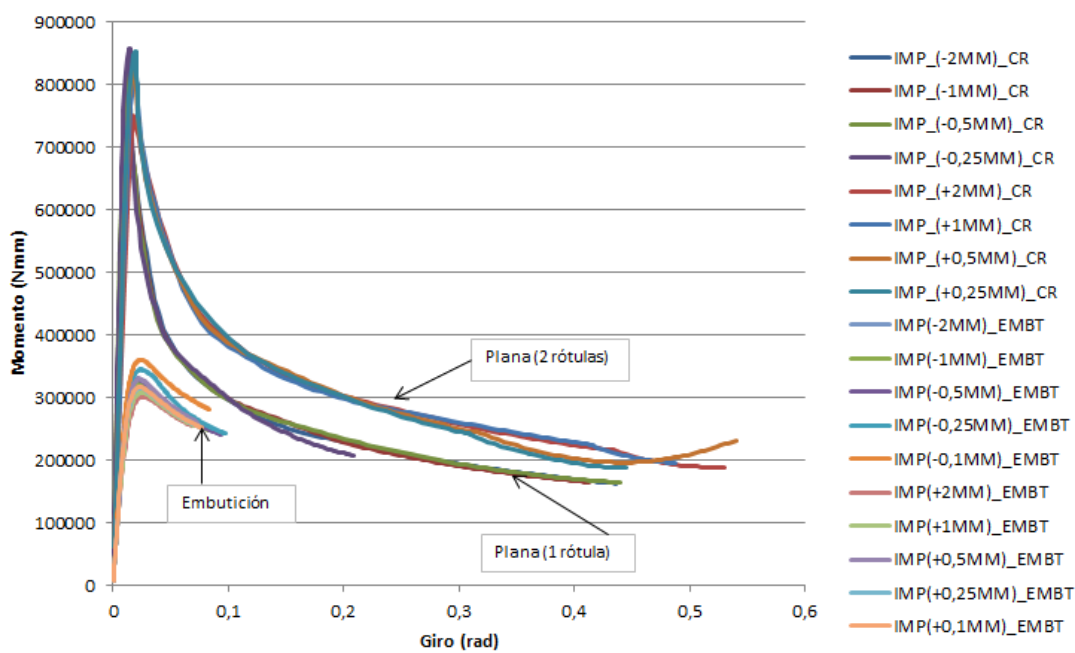


Figura 5.250. Relación momento-giro. Chapa sin embutición y con rigidizador. Chapa con embutición. Magnitudes de imperfección, positivas y negativas.

En la figura 5.250 se puede observar cómo merma la capacidad resistente del perfil original a flexión pura negativa cuando se le induce una embutición.

En la tabla 5.64, se comparan los módulos resistentes de la chapa sin embutición, respecto a la chapa con embutición, en función de la magnitud de imperfección positiva empleada.

En dicha tabla, (5.64), se puede observar como la capacidad a momento flector puro negativo, se ha reducido entre un 60% y un 63%, por el hecho de practicarle una embutición al panel nervado. Dicha diferencia es claramente amplia.

<b>Primer modo de pandeo. Flexión pura negativa.</b>					
<b>IMPERFECCIÓN</b>	<b>Chapa con embutición.</b>		<b>Chapa sin embutición.</b>		<b>Diferencia</b>
	<b>M<sub>máx</sub> (Nmm)</b>	<b>W<sub>y(-)</sub> (mm<sup>3</sup>)</b>	<b>M<sub>máx</sub> (Nmm)</b>	<b>W<sub>y(-)</sub> (mm<sup>3</sup>)</b>	
(+2)mm	301331,34	1095,75	749911,5	2726,95	59,81
(+1)mm	308465,82	1121,69	808353	2939,47	61,8
(+0,5)mm	312776,64	1137,37	835611	3038,59	62,56
(+0,25)mm	315287,64	1146,50	852126	3098,64	63

*Tabla 5-64. Comparación de los valores de los módulos resistentes eficaces negativos. Chapa sin embutición y con rigidizador y chapa con embutición. Primer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección positivas.*

Si procedemos ahora, a hacer la misma comparativa, pero con el empleo de magnitudes de imperfección negativas, obtendremos valores semejantes, dado que el sentido de la magnitud no afecta al módulo resistente negativo.

<b>Primer modo de pandeo. Flexión pura negativa.</b>					
<b>IMPERFECCIÓN</b>	<b>Chapa con embutición.</b>		<b>Chapa sin embutición.</b>		<b>Diferencia</b>
	<b>M<sub>máx</sub> (Nmm)</b>	<b>W<sub>y(-)</sub> (mm<sup>3</sup>)</b>	<b>M<sub>máx</sub> (Nmm)</b>	<b>W<sub>y(-)</sub> (mm<sup>3</sup>)</b>	
(-2)mm	319830,12	1163,02	757674	2755,18	57,78
(-1)mm	322645,68	1173,26	806898	2934,17	60
(-0,5)mm	330071,76	1200,26	836754	3042,74	60,55
(-0,25)mm	344593,44	1253,07	857097	3116,72	59,8

*Tabla 5-65. Comparación de los valores de los módulos resistentes eficaces negativos. Chapa sin embutición y con rigidizador y chapa con embutición. Primer modo de pandeo. Magnitudes de imperfección negativas.*

Se observa que con el empleo de magnitudes de imperfección negativas, la chapa original reduce su capacidad a momento negativo, entre un 57% y un 60%, por el hecho de practicarle una embutición. Dicha reducción también es claramente significativa.

A la vista de los resultados, se puede decir, de manera genérica, que la chapa original reduce su capacidad a flexión pura negativa entorno a un 60% por el hecho de inducirle una embutición

La comparativa de la chapa plana sin rigidizador con la chapa con embutición no tiene sentido. El panel nervado original, así como el modelo de la embutición obtenido mediante el proceso de conformado, presenta este elemento. Por otro lado, es fácil hacerse una idea de los resultados que se obtendrían, ya que solamente habría que sustraer un 10%, a los módulos resistentes de la chapa sin embutición de la tabla precedente, y proceder a la diferencia.

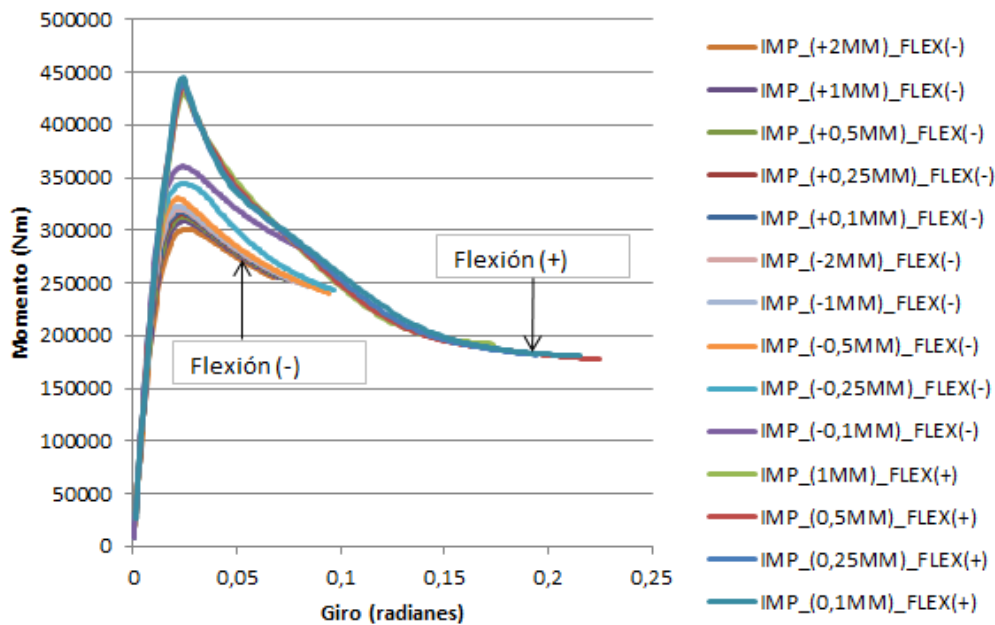
El estudio del rigidizador ha permitido determinar en qué medida afecta a la capacidad resistente de la chapa sin embutición, a la geometría del mecanismo de fallo, así como, al

comportamiento elástico y plástico. Dicho estudio ha permitido también analizar con mayor rigor el patrón de colapso de la chapa con embutición.

En el siguiente apartado, se procede a comparar los resultados obtenidos a flexión pura positiva y flexión pura negativa, de la chapa con embutición.

## 5.11 CHAPA CON EMBUTICIÓN. FLEXIÓN PURA POSITIVA Y NEGATIVA.

En la figura 5.251, se presentan las relaciones momento-giro obtenidas a flexión pura positiva de la chapa con embutición, y flexión pura negativa de la chapa con embutición.



**Figura 5.251. Relación momento-giro. Flexión pura positiva y flexión pura negativa. Chapa con embutición. Magnitudes de imperfección, positivas y negativas.**

Se recuerda aquí que para la sollicitación de flexión pura positiva de la chapa con embutición solamente se emplearon magnitudes en un sentido, dado que tal y como se expuso en el apartado 5.5.2.3.4, el sentido de la magnitud de imperfección no afectaba ni a la carga última, ni al mecanismo de fallo ante esta sollicitación, obteniéndose siempre el mismo patrón de colapso.

En el apartado 5.6, relativo a la comparación de la chapa con embutición y sin embutición a flexión pura positiva, se pudo observar como la rigidez del panel nervado original disminuía al practicarle una embutición, al apreciarse que la pendiente de la rama elástica era menor.

En la figura 5.251, se puede observar como la rigidez a flexión del panel nervado con embutición es la misma, ya que las pendientes de las curvas elásticas son iguales. Se aprecia, no



obstante, que los momentos últimos a flexión pura negativa son menores que a flexión pura positiva.

## 5.12 CONCLUSIONES FINALES. SUMARIO.

A nivel general, la conclusión más directa que se puede extraer después de las simulaciones realizadas es que la embutición merma las características mecánicas del panel nervado claramente.

La comparación de las áreas eficaces y de los módulos resistentes eficaces de la chapa con y sin embutición, permiten realizar esta afirmación, tal y como se puede apreciar en las siguientes tablas.

<b>Compresión pura. Primer modo de pandeo.</b>			
<b>IMPERFECCIÓN</b>	<b>Sin embutición.</b>	<b>Con embutición</b>	<b>REDUCCIÓN (%)</b>
	<b>A<sub>eff</sub> (mm<sup>2</sup>)</b>	<b>A<sub>eff</sub> (mm<sup>2</sup>)</b>	
1mm	104,79	26,71	74,51 %
0,5mm	114,80	26,91	76,56 %
0,25mm	121,69	26,74	78 %
0,1mm	126,70	26,53	79,06 %

*Tabla 5-66. Comparación de las áreas eficaces de la chapa con y sin embutición.*

En base a la tabla 5.66, se puede decir que el panel nervado ve reducida su área eficaz en un valor medio de un **77%**, por el hecho de introducirle una embutición.

<b>Flexión pura positiva. Primer modo de pandeo</b>			
<b>IMPERFECCIÓN</b>	<b>Sin embutición.</b>	<b>Con embutición</b>	<b>%</b>
	<b>Wy (+) (mm<sup>3</sup>)</b>	<b>Wy (+) (mm<sup>3</sup>)</b>	
1mm	2229,87	1561,03	30%
0,5mm	2493,54	1588,47	36%
0,25mm	2715,67	1601,33	41%
0,1mm	2879,22	1617,61	44%
Sin imperfección	3107,13	1646,91	47%

*Tabla 5-67. Comparación de los módulos resistentes eficaces positivos. Perfil con y sin embutición.*

En base a la tabla 5.67, se puede decir que el perfil original reduce su capacidad a momento flector puro positivo en un valor medio de un **40%** por el hecho de inducirle una embutición.

<b>Flexión pura negativa. Primer modo de pandeo</b>			
<b>IMPERFECCIÓN</b>	<b>Sin embutición.</b>	<b>Con embutición</b>	<b>%</b>
	<b>Wy (-) (mm<sup>3</sup>)</b>	<b>Wy (-) (mm<sup>3</sup>)</b>	
2mm	2726,95	1095,75	59,81
1mm	2939,47	1121,69	61,8
0,5mm	3038,59	1137,37	62,56
0,25mm	3098,64	1146,50	63

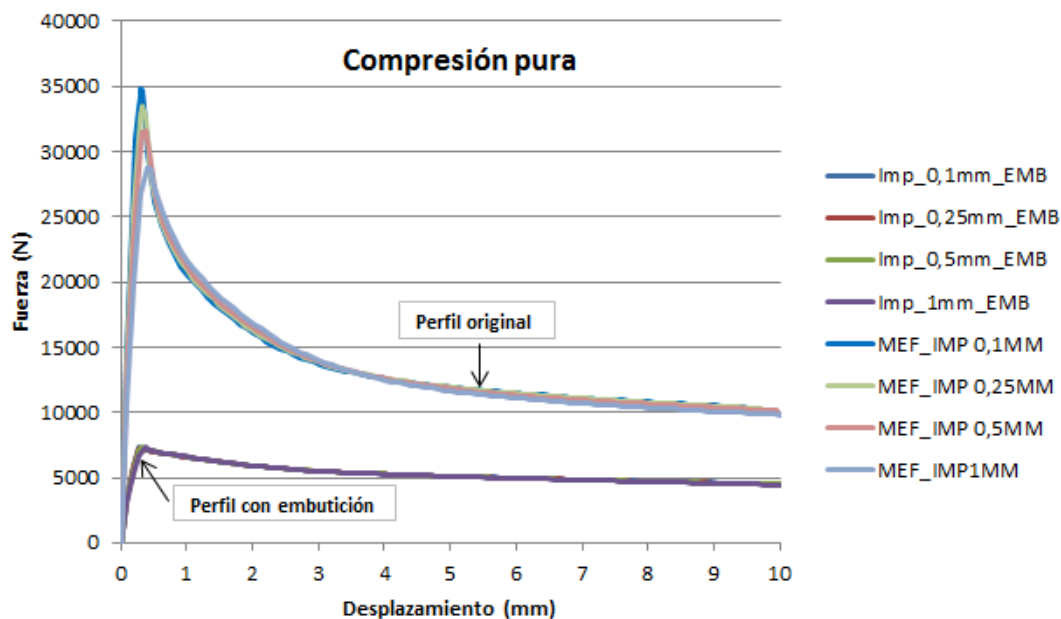
*Tabla 5-68. Comparación de los módulos resistentes eficaces negativos. Perfil con y sin embutición.*

En la tabla 5.68 se observa que el panel nervado original reduce su capacidad a momento flector negativo en un valor medio de un **60%** cuando se le introduce una embutición. Se recuerda aquí, que el ala comprimida a flexión pura negativa es el doble de ancha que a flexión pura positiva. De ahí, que las magnitudes de imperfección para esta sollicitación estén en esta proporción.

A **compresión pura**, (fig.5.252), el perfil con embutición se deforma modo de “acordeón”, sin ofrecer apenas resistencia. La rama elástica se ve reducida a mínimos, observándose unas cargas últimas muy bajas. La rama plástica desciende con baja pendiente hasta mantenerse casi plana.

Las magnitudes de imperfección inducidas al modelo del perfil con embutición en las simulaciones por el MEF apenas afecta a su comportamiento, dado que las curvas obtenidas son siempre muy similares. Se observa un valor casi de constante de carta última.

La embutición, que es de ya de por sí una gran imperfección, apenas se ve afectada por la inducción de pequeñas magnitudes de imperfección, (del tamaño habitual empleado en el MEF).



*Figura 5.252. Relación carga-desplazamiento. Perfil con y sin embutición. Primer modo de pandeo.*

A **flexión pura positiva**, (fig.5.253), se aprecia que el perfil original ve mermada su resistencia por el hecho de inducirle una embutición, aunque no en la proporción que se ha observado para la sollicitación de compresión pura.

Los momentos últimos alcanzados por la chapa con embutición rondan siempre el mismo valor, lo que indica que la magnitud de imperfección apenas a afecta a la pieza. Esta situación no sucede en el panel nervado original, donde se observa que a medida que la magnitud de

imperfección es mayor, el momento último posee un valor menor. Ello permite acortar la diferencia entre las resistencias de ambas chapas hasta un 30%.

En la figura 5.253, se observa como los comportamientos elásticos de ambas piezas difieren. La rama elástica de la chapa con embutición posee menor pendiente, lo que denota que la rigidez de la pieza es menor respecto al panel nervado original. Se aprecia que los momentos últimos de la chapa con embutición son menores, y que la plastificación de la pieza acontece cuando la rama elástica correspondiente a la chapa con embutición, “toca” la rama plástica de la chapa sin embutición. A partir de este momento, ambas ramas plásticas son parecidas.

Es decir, el proceso de conformado de la embutición reduce la rigidez del panel nervado. El comportamiento se asemeja al de una imperfección de gran magnitud, devolviendo momentos últimos menores y ramas plásticas similares a las del panel nervado sin embutición.

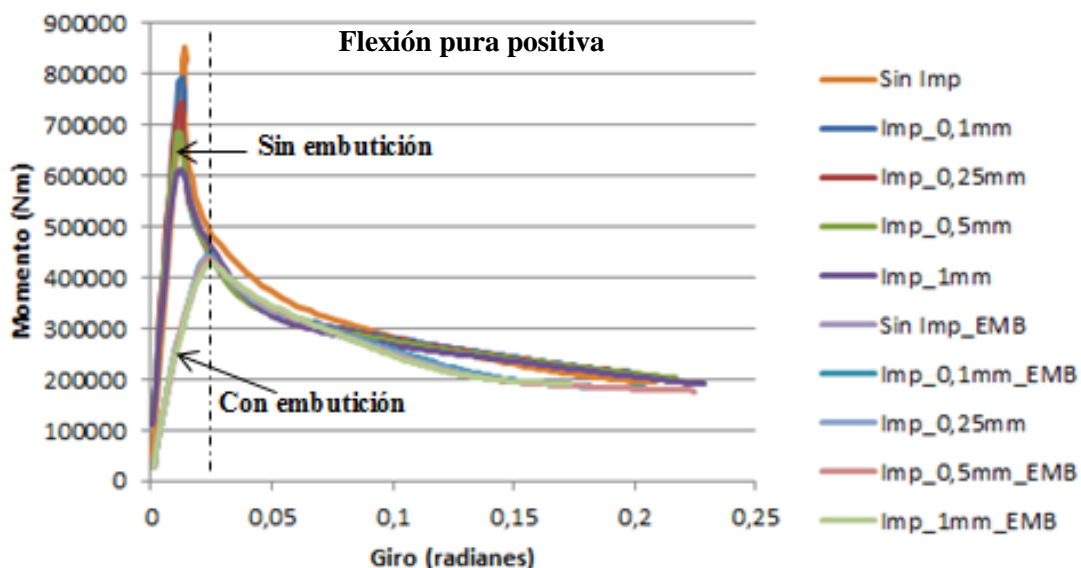


Figura 5.253. Relación momento-giro. Perfil con y sin embutición. Primer modo de pandeo.

A **flexión pura negativa**, (fig.5.256), la resistencia del panel nervado original se ve mermada en un 60% por el hecho de introducirle una embutición. Se observa también que la resistencia de la chapa con embutición ante este esfuerzo es mucho menor que ante una solicitud de flexión pura positiva, (apartado 5.11).

En el estudio de sensibilidad a la forma, magnitud y sentido de la imperfección, se pudo observar que la **chapa sin embutición** podía desarrollar un mecanismo de fallo conformado por una rótula, o, conformado por dos rótulas. Claramente, este hecho no afecta en ningún sentido al comportamiento elástico, ni al valor del momento último, dado que los patrones de colapso se desarrollan en el rango plástico. Cuando el mecanismo de colapso está conformado por dos rótulas, el comportamiento post-colapso es mejor que cuando está conformado por una rótula.

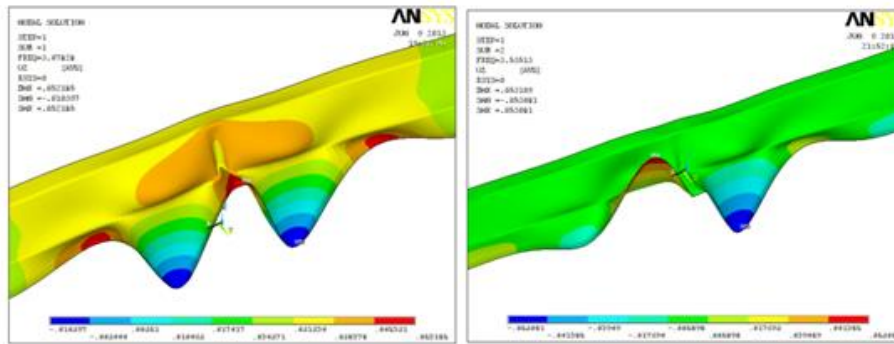
Esto se encuentra totalmente lógico, dado que se ha de realizar más trabajo para plastificar dos rótulas que una.

Otro hecho a destacar es que el ala comprimida a flexión pura negativa posee un rigidizador. Con el fin de determinar su influencia en el comportamiento de panel nervado se realizaron simulaciones con un modelo que no poseía rigidizador. En la comparativa realizada se observó que cuando la chapa posee rigidizador el momento último es un 10% mayor que cuando la chapa no posee rigidizador. En relación al comportamiento plástico se observó que cuando el mecanismo de fallo estaba conformado por una sola rótula no había ninguna diferencia si el panel nervado presentaba rigidizador o no. Cuando el mecanismo de fallo estaba conformado por dos rótulas se observó que el rigidizador podía estar ejerciendo “cierta” resistencia entre las dos rótulas plásticas. Aun así, el cambio que provocaba en la rama plástica era nimio, (ver apartados 5.9.4 y 5.9.5).

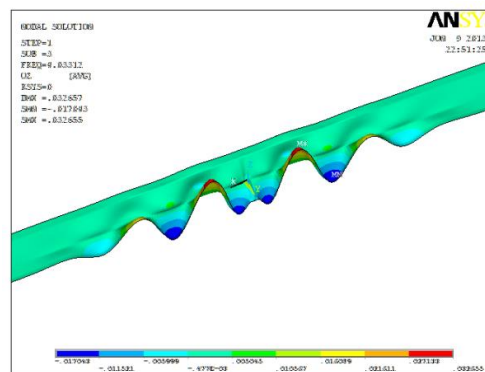
En base a los resultados obtenidos se determinó que el rigidizador impide que el momento último se alcance antes, pero una vez sobrepasado este punto su influencia en el comportamiento plástico es casi nula. Ciertamente se observó que el rigidizador influía en la geometría del mecanismo de fallo, sin embargo, los cambios de geometría que se visualizaron en el ala comprimida no eran lo suficientemente amplios como para afectar a la rama plástica. Es posible que con un rigidizador de mayor dimensión se produzcan cambios apreciables en la rama post-colapso.

En el estudio de sensibilidad a la forma, magnitud y sentido de la imperfección, de la **chapa con embutición**, se pudo observar que solamente era posible un mecanismo de fallo, el cual tomaba lugar siempre en la embutición. En relación a los momentos últimos se observó que rondaban siempre un mismo valor.

El efecto de embutición se hizo evidente en los modos de pandeo, al observarse que las semiondas se formaban a ambos lados de la embutición dejando inalterada su geometría, tal y como se puede observar en las figuras 5.254 y 5.255.



**Figura 5.254. Primer modo de pandeo, (izquierda), y segundo modo de pandeo, (derecha). Perfil con embutición.**



**Figura 5.255. Tercer modo de pandeo, (izquierda). Perfil con embutición.**

No obstante, en base a los mecanismos de fallo desarrollados ante este esfuerzo, se entiende que la embutición actúa casi como una rótula. Es decir, por un lado, la embutición es una imperfección no susceptible de pandeo. En dicho lugar se ha producido una gran deformación que da rigidez, por lo que los elementos susceptibles de pandeo son los adyacentes que no han sido modificados. Pero, por otro lado, cuando el elemento es cargado, el fallo toma lugar en la embutición indefectiblemente.

Se entiende que lo que está pasando en realidad es que el mecanismo de fallo no acontece después de la ocurrencia del pandeo del ala comprimida, sino que más bien la pieza falla por la embutición.

En la figura 5.256, se puede observar la reducción de carga última que experimenta el panel nervado original por el hecho de inducirle una embutición, y el cambio de comportamiento plástico que se produce cuando el mecanismo de fallo en la chapa sin embutición está conformado por una rótula o dos.

Las relaciones momento-giro presentadas en la figura 5.256, son las correspondientes a la chapa sin embutición y con rigidizador, y la chapa con embutición y con rigidizador, ya que es como se presenta el panel nervado analizado H-55.

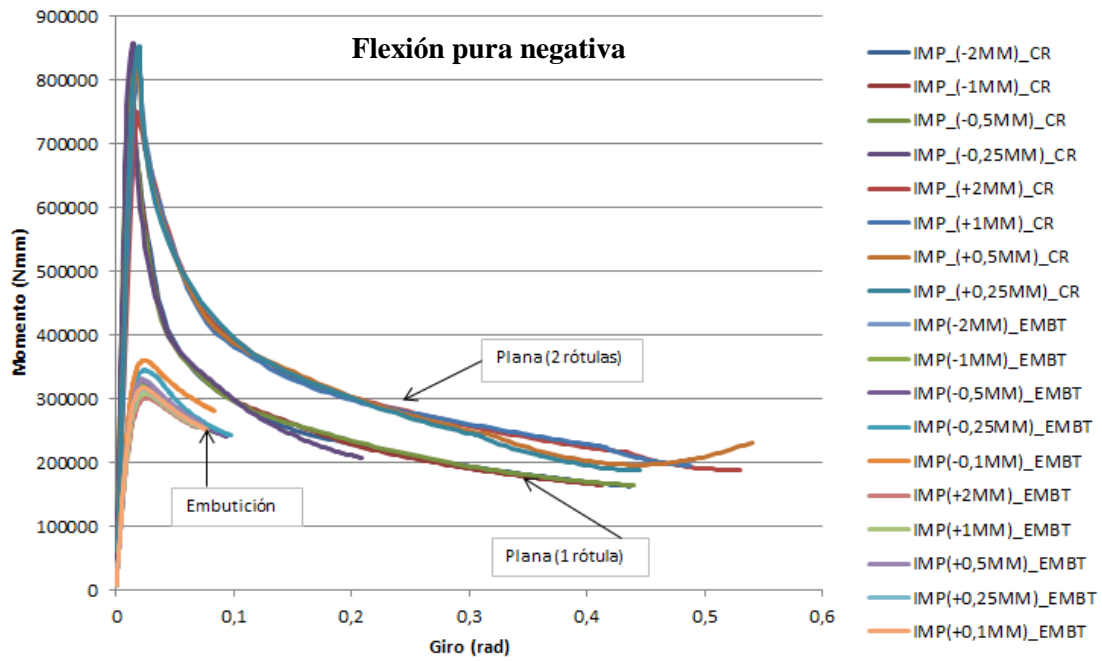


Figura 5.256. Relación momento-giro. Perfil con y sin embutición. Primer modo de pandeo.

En la figura 5.257, se expone, a modo de resumen, las relaciones momento-giro, obtenidas a flexión pura positiva y flexión pura negativa, de la chapa con y sin embutición, determinadas con el empleo del primer modo de pandeo, por ser el dominante, y las diferentes magnitudes de imperfección positivas y negativas introducidas.

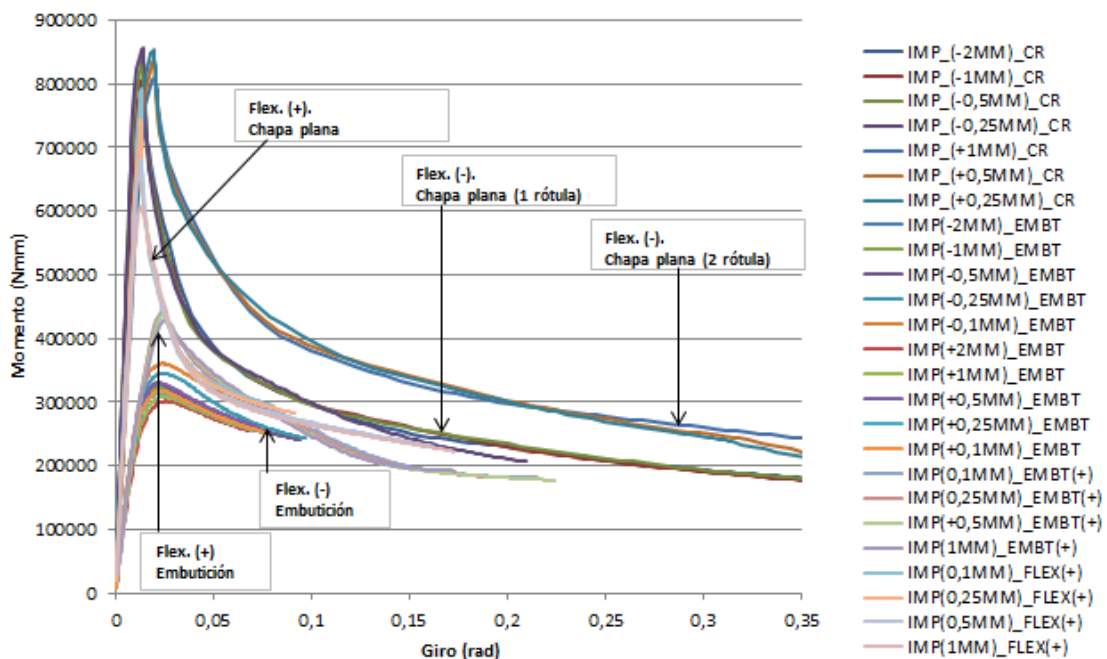


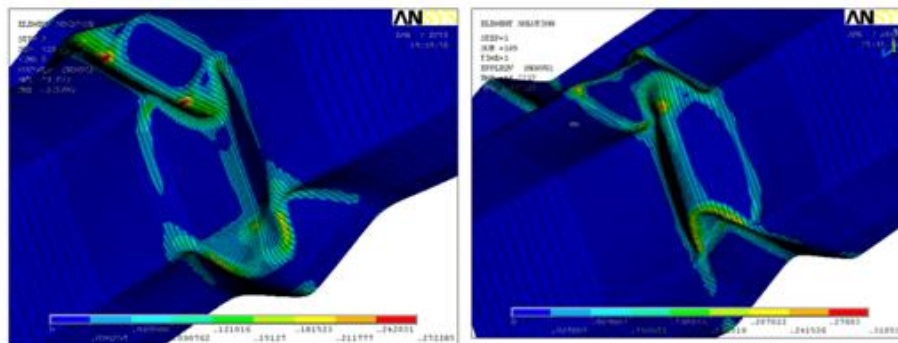
Figura 5.257. Relación momento-giro. Flexión pura, (positiva y negativa). Perfil con y sin embutición. Magnitudes de imperfección positivas y negativas. Primer modo de pandeo.

En relación a los **mecanismos de fallo** obtenidos ante las solicitaciones analizadas, se observan las siguientes características:

A **compresión pura**, el perfil sin embutición es susceptible de desarrollar dos mecanismos de fallo.

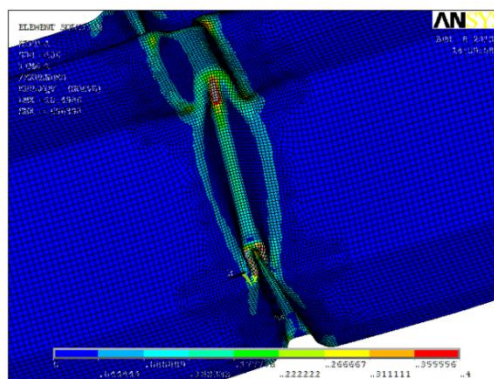
Aunque “a priori” ambos mecanismos parecen ser diferentes, las relaciones fuerza-desplazamiento han permitido determinar que se trata de un mismo patrón, al obtenerse curvas de comportamiento exactamente iguales, (ver apartados 5.4.2 y 5.7), por lo que se concluyó que un patrón era el “inverso” del otro. Si comparamos ambos patrones, (fig.5.258), se observa que los desplazamientos de los elementos de sección se producen en sentidos contrarios.

Analizando ambos patrones mediante la TGLP, (capítulo 6 y Anexo F), se ha corroborado que un patrón es exactamente el “inverso” del otro.



*Figura 5.258. Mecanismos de fallo a compresión pura. Perfil sin embutición. Patrón original, (izquierda). Patrón inverso, (derecha). Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises.*

Ante esta solicitación, (compresión pura), el perfil con embutición desarrolla siempre el mismo mecanismo de fallo. En la figura 5.259, se presenta dicho patrón mediante la solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises.



*Figura 5.259. Mecanismo de fallo a compresión pura. Perfil con embutición. Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises.*

Se observa que el mecanismo de fallo de la chapa con embutición es muy similar al mecanismo de fallo de la chapa sin embutición calificado como “inverso”.

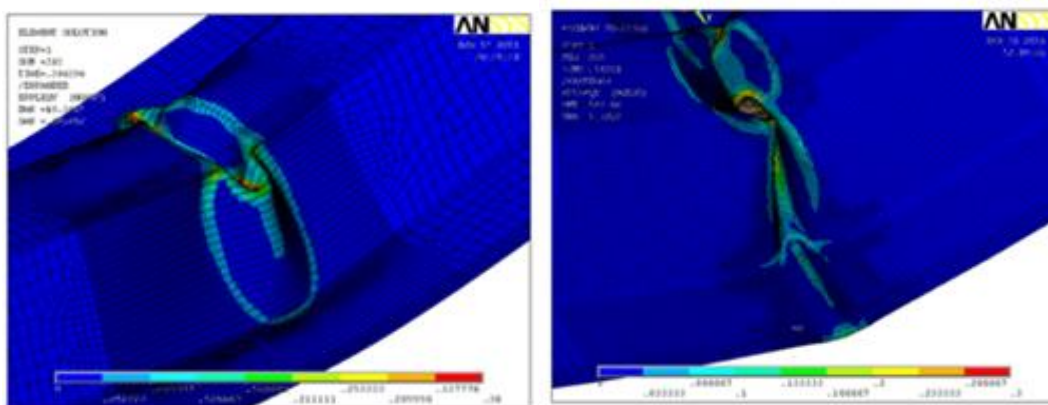
Se observa que las líneas plásticas son muy similares en todos los elementos de sección. La diferencia estriba en el ancho de la rótula. El perfil con embutición desarrolla una rótula en el ancho de la embutición. El perfil sin embutición desarrolla una rótula con el ancho que le es propio, el cual está relacionado con el elemento de sección de menor dimensión, tal y como se podrá observar en el capítulo 6.

También se observa como diferencia que en el perfil con embutición el ala inferior permanece plana durante la formación del mecanismo, lo cual no sucede en el perfil original, donde es necesario que se produzcan deformaciones fuera del plano con el fin de que el mecanismo pueda desarrollarse, (apartado 5.7).

Cabe matizar que en el ala superior de la chapa con embutición se desarrolla una sola línea plástica en lugar de dos. Se entiende que debido a la estrechez de la rótula, ambas líneas se fusionan en una sola.

**A flexión pura positiva**, el perfil sin embutición desarrolla siempre el mismo mecanismo de fallo. Lo mismo sucede en el perfil con embutición.

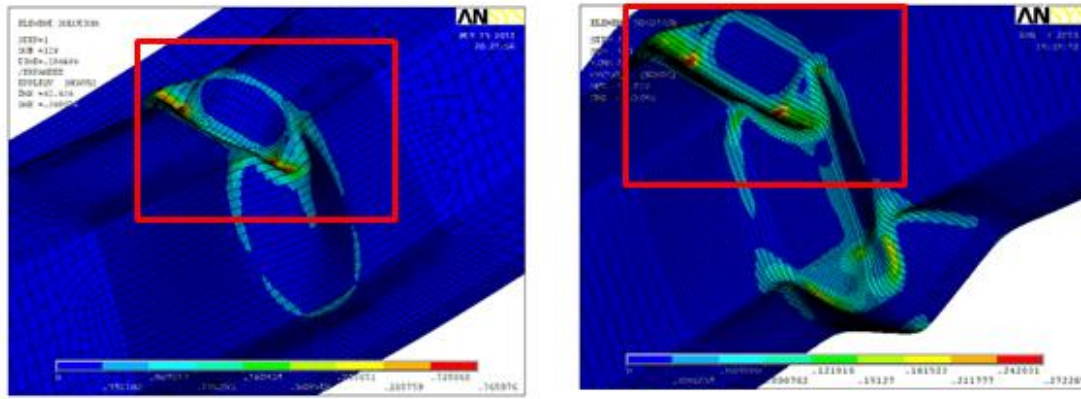
En la figura 5.260, se comparan los patrones de colapso obtenidos por el MEF, ante esta sollicitación, mediante la solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises.



**Figura 5.260. Mecanismos de fallo a flexión pura. Perfil sin embutición, (izquierda). Perfil con embutición, (derecha). Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises.**

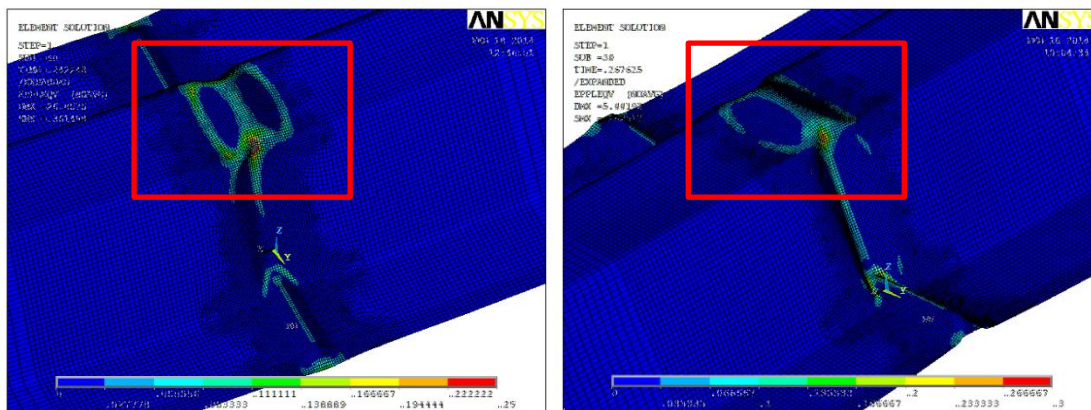
Por otro lado, si se procede a hacer una comparativa entre los mecanismos de fallo que se desarrollan a flexión pura positiva y compresión pura en el perfil sin embutición, se observa una gran similitud en el modo de deformarse el ala superior, (fig.5.261).





**Figura 5.261.** Flexión pura positiva, (izquierda). Compresión pura, (derecha). Perfil sin embutición. Deformaciones del ala superior. Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises.

Lo mismo sucede en el perfil con embutición, (fig.262). Se observa que las deformaciones del ala superior son muy similares ante las solicitaciones de flexión pura positiva y compresión pura. Dichas similitudes son más evidentes en las primeras fases de formación de los mecanismos, por lo que en la figura 5.262 se procede a mostrar los patrones en los primeros estadios de deformación.



**Figura 5.262.** Flexión pura positiva, (izquierda). Compresión pura, (derecha). Perfil con embutición. Deformaciones del ala superior. Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises.

En base a las figuras precedentes, (fig.5262 y fig.5262), se puede decir que los elementos de sección comprimidos tienden a desarrollar patrones de geometrías similares

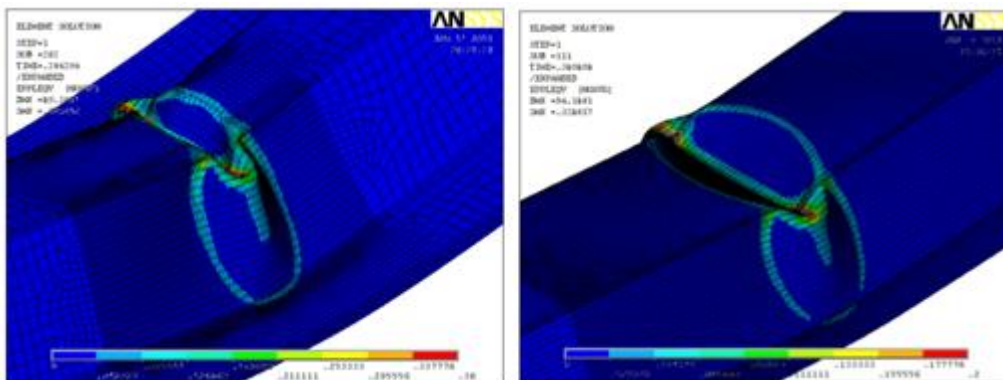
Otra conclusión que se puede extraer es que el mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil con embutición a flexión pura positiva parece ser el inverso del que acontece en el perfil original ante dicha solicitación. Comparando los patrones a flexión pura positiva de las figuras 5.261 y 5.262, se observa que las deformaciones en los elementos de sección acontecen en sentido opuestos, al igual que sucede con los patrones a compresión pura.

Otro hecho que apoya este razonamiento son las relaciones momento-giro mostradas en la figura 5.253, donde se observa que el comportamiento post-colapso del perfil original y del perfil con embutición a flexión pura positiva es muy similar, de lo cual se deduce que las deformaciones que acontecen son también muy similares, pero en sentido opuestos.

Deformaciones iguales, pero en sentidos opuestos, devuelven el mismo comportamiento post-colapso, tal y como ha sucedido con el patrón original y el patrón inverso a compresión pura, (apartado 5.4.2.4.2).

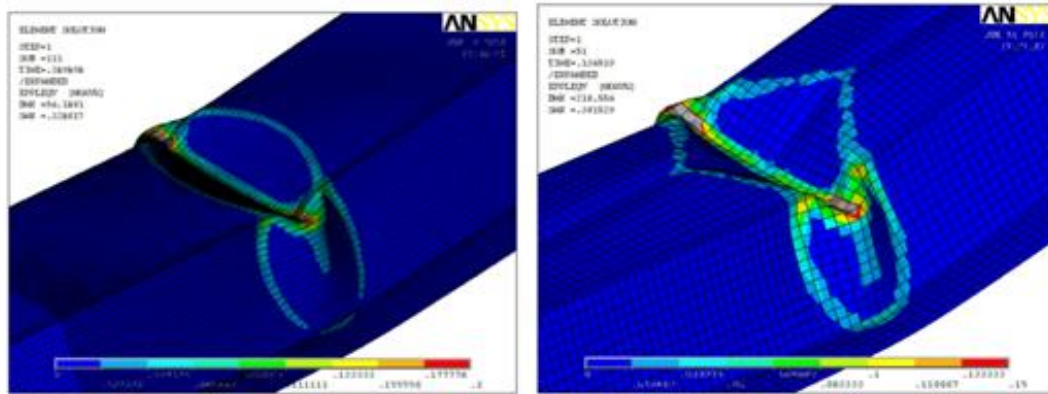
Cabe mencionar que en patrón del perfil con embutición se observan unas líneas plásticas en el ala inferior que en el del perfil sin embutición no se desarrollan. Tal y como se podrá comprobar en el capítulo 6, (apartado 6.3.3.3), las líneas plásticas en el ala inferior apenas desarrollan trabajo. Esta temática será tratada más adecuadamente en dicho capítulo.

A **flexión pura negativa** se observa que el mecanismo de fallo conformado por una sola rótula que se desarrolla en el perfil sin embutición, y sin rigidizador, presenta la misma geometría que el patrón que se desarrolla también en el perfil original a flexión pura positiva, (fig.5.263).



**Figura 5.263. Mecanismos de fallo. Flexión pura positiva, perfil sin embutición, (izquierda). Flexión pura negativa, perfil sin embutición y sin rigidizador, (derecha). Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises.**

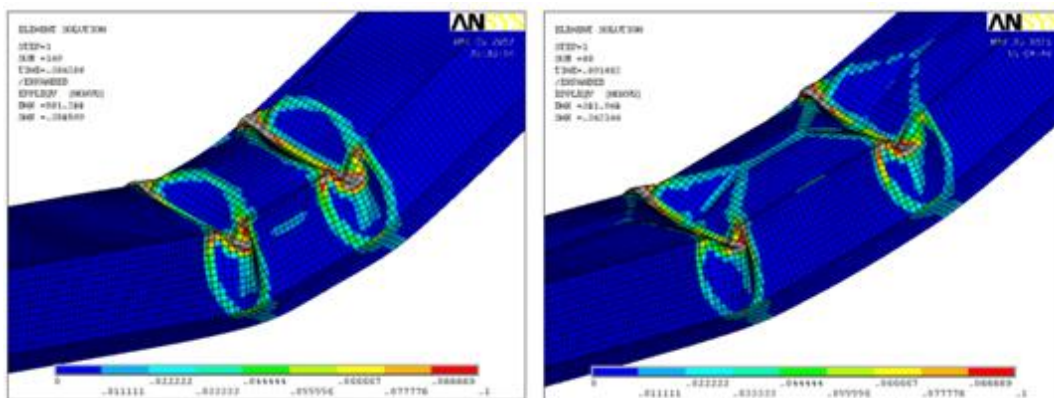
Con la presencia del rigidizador las líneas plásticas del ala comprimida se “expanden” presentando una geometría más triangular, (fig.5.264). No se observan variaciones del patrón de colapso en el resto de los elementos de sección.



**Figura 5.264. Mecanismos de fallo. Perfil sin embutición. Flexión pura negativa. Modelo sin rigidizador, (izquierda). Modelo con rigidizador, (derecha). Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises.**

La variación de longitud y ángulo que experimentan las líneas plásticas en el ala comprimida, no aporta energía suficiente como para que se produzca un cambio significativo en la rama plástica del modelo con rigidizador con respecto al modelo sin rigidizador. El rigidizador afecta al tramo elástico, aumentando en un 10% la capacidad a momento último. En las relaciones momento-giro, presentadas en el apartado 5.9.5, se observó que el comportamiento obtenido con ambos modelos era muy similar.

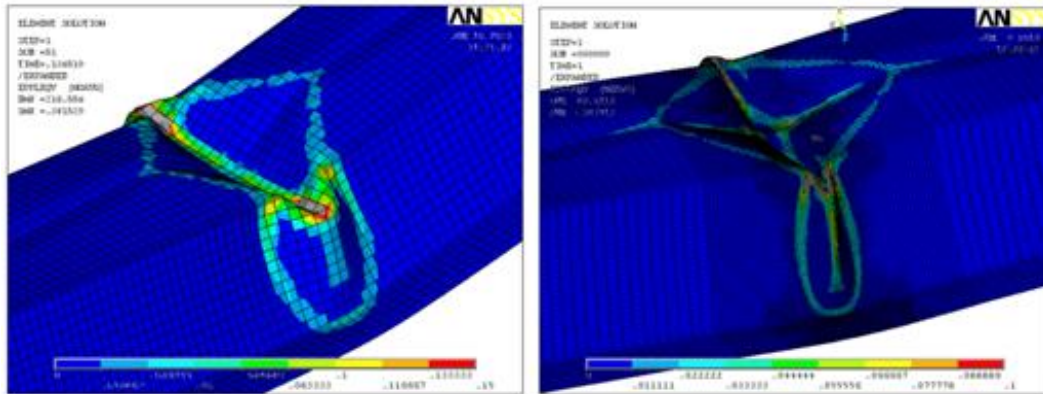
Cuando el mecanismo de fallo está conformado por dos rótulas, se repite la geometría de la figura 5.264 dos veces, tanto en el modelo con rigidizador como en el modelo sin rigidizador, (fig.5.265).



**Figura 5.265. Mecanismos de fallo con dos rótulas. Perfil con embutición. Flexión pura negativa. Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises.**

El desarrollo de una o dos rótulas, a flexión pura negativa, parece estar relacionado con la similitud de forma que presentan las semiondas vecinas de los dos primeros modos de pandeo, aunque también la relación de aspecto del ala superior puede ser una de las causas, (apartado 5.9.9).

En el **perfil con embutición**, a flexión pura negativa, el mecanismo de fallo se conforma siempre mediante una sola rótula. Dicho mecanismo es similar al obtenido para el panel nervado sin embutición y con rigidizador, (fig.2566).

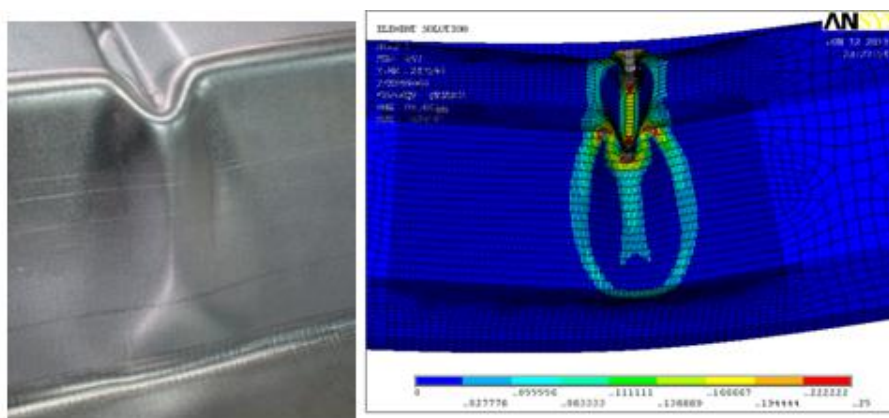


**Figura 5.266. Mecanismos de fallo. Perfil sin embutición y con rigidizador, (izquierda). Perfil con embutición, (derecha). Flexión pura negativa. Solución elemental de deformaciones plásticas de Von Mises.**

La diferencia entre ambos mecanismos radica en el ancho que la rótula posee en el alma. En el caso de la chapa con embutición, el ancho de la rótula es igual al de la embutición. En el caso de la chapa sin embutición, la rótula toma el ancho que le es propio, el cual está relacionado con el elemento de sección de menor dimensión.

La **conclusión** que se extrae es que a flexión pura, **la pieza tiende a desarrollar siempre el mismo mecanismo de fallo**. Compárense las figuras 5.263, 5.264 y 5.266.

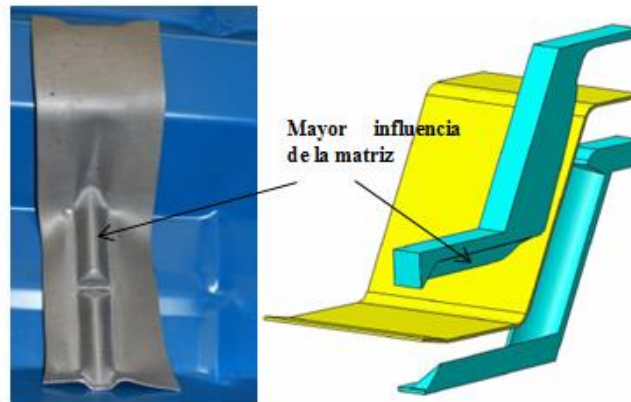
Un hecho a destacar es que la embutición observada por su cara inversa, presenta la misma geometría que el patrón de colapso que se desarrolla en el perfil original a flexión pura positiva, (fig.5.267).



**Figura 5.267. Geometría embutición. Mecanismo de fallo del perfil original.**

En base a la figura 5.267, se puede extraer como conclusión que el proceso de conformado ejerce un efecto similar al de un esfuerzo de flexión negativa sobre el perfil original.

Por otro lado, el hecho de que la matriz induzca una forma similar a la de una “cubierta a dos aguas” en el ala inferior, facilita que la forma de embutición se asemeje a la del patrón de colapso.



*Figura 5.268. Chapa de zinc para reproducir la matriz, (izquierda). Geometría de la matriz para reproducir en proceso de conformado de la embutición.*

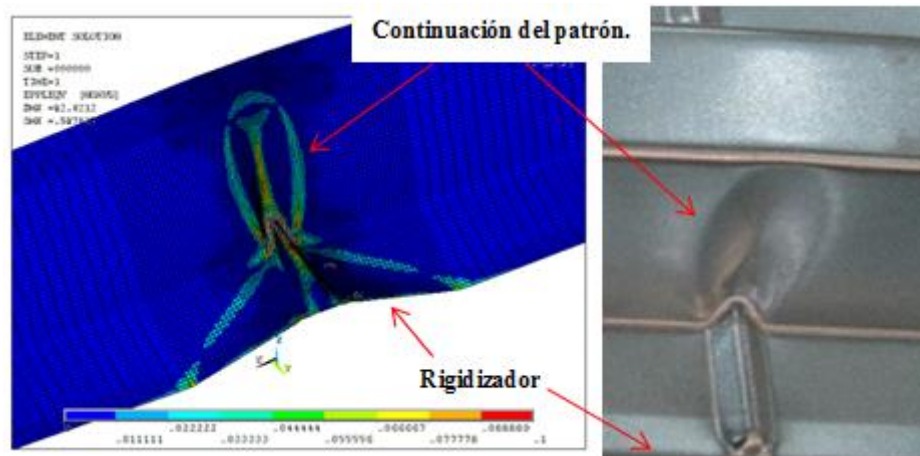


*Figura 5.269. Geometría de la embutición Vs. Patrón de colapso a flexión pura positiva.*

En base a los razonamientos aquí expuestos, resulta lógico que el perfil con embutición vea reducida su resistencia respecto al perfil original, dado que el perfil presenta un estado de deformación más avanzado.

**La chapa con embutición solicitada a flexión pura negativa** continúa con el patrón conformado por la máquina de estampación en el alma, (fig.5.270).

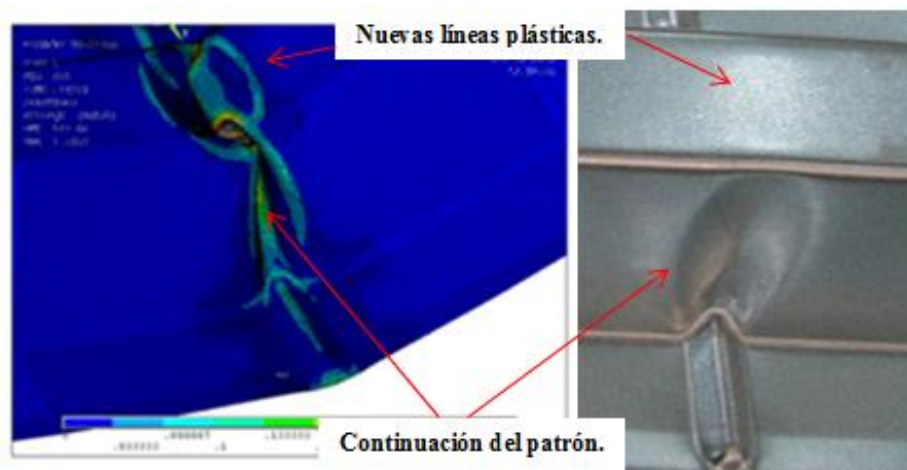
El único elemento que impide, en cierta medida, que el patrón del perfil con embutición a flexión pura negativa sea una continuación exacta de la geometría de la embutición es el rigidizador, que ejerce un efecto de “expansión” en las líneas plásticas del ala inferior.



*Figura 5.270. Mecanismo de fallo a flexión pura negativa, (izquierda). Geometría de la embutición, (derecha).*

A **flexión pura positiva** se observa que el ala superior en el perfil con embutición adquiere grandes deformaciones, y que el mecanismo de fallo “aprovecha” los pliegues del alma para efectuar su desarrollo, (fig.5.271). Por otro lado, se aprecia que el sentido del mecanismo de fallo ya está inducido por la geometría de la embutición.

La temática en relación a las líneas plásticas que se desarrollan en el ala inferior será tratada en el capítulo 6, tal y como se ha comentado en este mismo apartado.



*Figura 5.271. Mecanismo de fallo a flexión pura positiva, (izquierda). Geometría de la embutición, (derecha).*

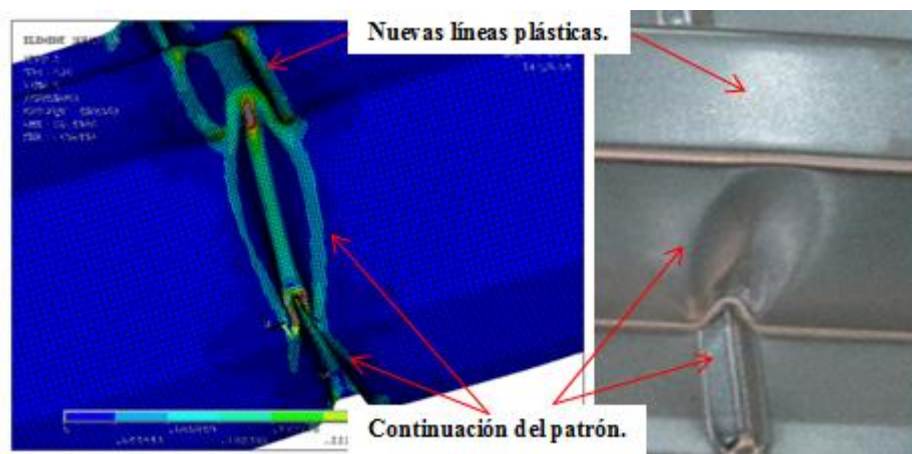
Las deformaciones del ala superior ante esta sollicitación son razonables. Habitualmente, los mecanismos de fallo que se desarrollan en un elemento de pared delgada acontecen tras la

ocurrencia del pandeo del elemento de sección comprimido. En base a ello, a flexión pura positiva, el patrón de colapso es dependiente del ala superior.

Esta situación, claramente difiere cuando el perfil con embutición es solicitado a flexión pura negativa. Las plastificaciones que posee el elemento de sección del que depende el desarrollo del mecanismo de fallo, esto es, el ala inferior, provocan que este elemento no sea susceptible de pandeo. Esta podría ser la causa de la baja resistencia respecto al perfil original, así como la causa de la baja reserva plástica que el perfil con embutición posee ante esta sollicitación.

A **compresión pura**, el perfil con embutición sigue pautas similares a las anteriores, (fig.5.272). En el ala superior se han de formar nuevas líneas plásticas. El mecanismo de fallo “aprovecha” los pliegues del alma y del ala inferior, (inducidos por el proceso de conformado de la embutición), para desarrollarse.

En este caso toda la sección transversal está solicitada a un esfuerzo de compresión, y no solamente un elemento de sección. Por otro lado, las magnitudes de imperfección que presentan el alma y el ala inferior favorecen el desarrollo del mecanismo de fallo.



*Figura 5.272. Formación del mecanismo de fallo en la chapa con embutición.*

Todos estos aspectos se intentan aclarar en el capítulo 6, donde se analizan los mecanismos de fallo comentados mediante la TGLP.

## Capítulo 6

# 6. APLICACIÓN DE LA TGLP A LOS PATRONES DE COLAPSO.

### 6.1 INTRODUCCIÓN.

En el presente capítulo se procede a analizar los mecanismos de fallo que se desarrollan ante las sollicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura en el panel nervado sin embutición y con embutición mediante el empleo de la TGLP.

Para el análisis de los patrones se toma como referencia el artículo de Kecman, (Kecman 1983), en el cual se estudia el patrón de colapso de un perfil tubular rectangular ante la sollicitación de flexión. El contenido de dicho artículo ha sido presentado y desglosado en el apartado 4.9 de la presente tesis.

Varias son las razones para tomar como base el mecanismo analizado por dicho autor.

- El artículo de Kecman es toda una referencia en la TGLP, dada la rigurosidad con que se acomete el análisis del mecanismo de fallo y los buenos resultados obtenidos.
- Estudios realizados por otros investigadores, (Kotelko y Krolak 1993), (Kotelko 1996), (Kotelko, Lim y Rhodes 2000), que han analizado los mecanismos de fallo que se desarrollan en diferentes perfiles de acero conformado en frío ante la sollicitación de flexión mediante la TGLP, (véase apartado 4.5.3), han obtenido también buenos resultados tomando como referencia el método propuesto por Kecman.
- Los patrones de colapso que se desarrollan en el perfil nervado analizado en la presente tesis ante las sollicitaciones de flexión pura se asemejan al mecanismo de fallo analizado por Kecman.
- En cierta medida este patrón era el esperado, dado que en el estudio realizado por Floreta, A. bajo la dirección de Casafont. M, (Floreta 2011), se observó que en perfiles



similares a los analizados en la presente tesis, pero con almas verticales en lugar de inclinadas, también se desarrollaba un mecanismo de fallo semejante al de Kecman cuando era solicitado a flexión.

Por otro lado, la aplicación del método de Kecman a los mecanismos de fallo que acontecen en el perfil investigado ante la solicitación de flexión pura devolvió buenos resultados, por lo que se procedió a emplear también dicho método para los patrones de colapso que acontecen en el perfil ante la solicitación de compresión pura.

A continuación, en el apartado 6.2, se analizarán los mecanismos de fallo que se desarrollan en el perfil sin embutición ante las solicitaciones mencionadas.

En el apartado 6.3 se procederá al análisis de los mecanismos de fallo que se desarrollan en el perfil con embutición ante las mismas solicitaciones.

Cabe destacar aquí que, tal y como se observó en el capítulo 5, los mecanismos de fallo que se desarrollan en perfil sin embutición son muy similares a los que acontecen en el perfil con embutición ante la misma solicitación.

Teniendo en cuenta este aspecto, los patrones de colapso del perfil con embutición se investigaron tomando como base los modelos teóricos desarrollados para el análisis de los mecanismos de fallo del perfil sin embutición mediante la TGLP, los cuales se mostraron correctos en la comparativa con las simulaciones por el MEF.

El estudio realizado de esta manera, en base a un modelo teórico común, permite tener una referencia de la influencia de la embutición en el desarrollo del mecanismo de fallo.

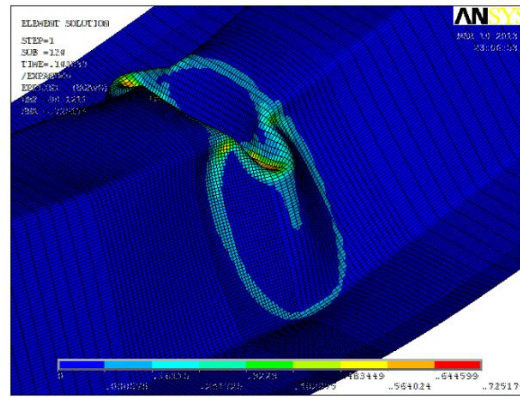
Por último, en el apartado 6.4, se presentarán las conclusiones alcanzadas mediante el análisis de los patrones de colapso con la TGLP.

## **6.2 PANEL NERVADO SIN EMBUTICIÓN.**

### **6.2.1 Flexión pura positiva.**

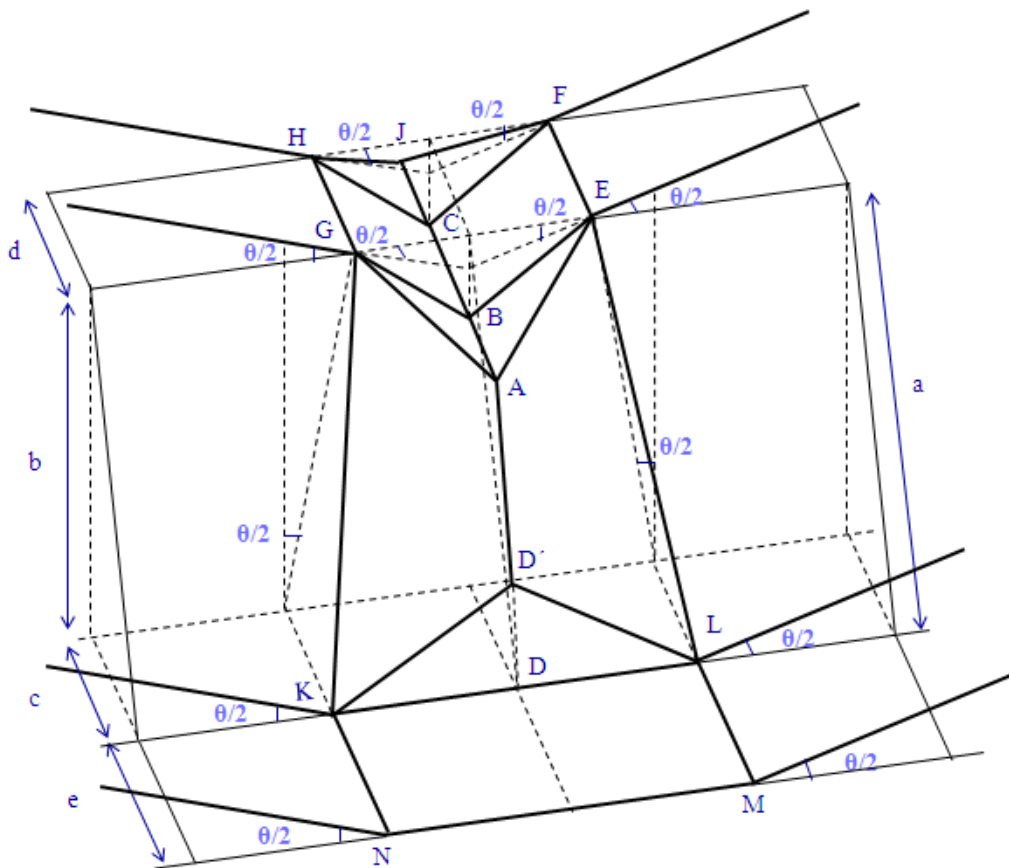
#### **6.2.1.1 Introducción.**

El mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil sin embutición ante una solicitación de flexión pura positiva se presenta en la figura 6.1. Dicho patrón ha sido obtenido mediante simulaciones por el MEF con el empleo del primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección.



*Figura 6.1. Patrón de colapso a flexión pura de la chapa sin embutición. Flexión pura.*

El modelo teórico desarrollado en base al patrón obtenido en las simulaciones por el MEF puede apreciarse en la figura 6.2.



*Figura 6.2. Modelo teórico del mecanismo plástico del panel nervado H-55 a flexión pura.*

El modelo teórico se analiza siguiendo las pautas del artículo de Kecman. En los siguientes apartados se procederá a:

- Apartado 6.2.1.3. Obtención de las coordenadas de los puntos A y B.

- Apartado 6.2.1.4. Determinación del trabajo realizado por las líneas plásticas estacionarias de los elementos comprimidos y flectados.
- Apartado 6.2.1.5. Determinación del trabajo realizado por las líneas plásticas estacionarias que se desarrollan en la zona de tracción.
- Apartado 6.2.1.6. Determinación del trabajo realizado por las líneas plásticas móviles.
- Apartado 6.2.1.7. Determinación de la energía absorbida por la rótula.
- Apartado 6.2.1.8. Obtención de la curva post-colapso mediante la TGLP y comparación de la misma con las curvas de comportamiento obtenidas en las simulaciones por el MEF.

Este esquema será seguido también para el análisis de los mecanismos de fallo que se desarrollan en el perfil sin embutición ante las otras solicitaciones.

Antes de proceder a la obtención de las coordenadas de los puntos A y B se realiza en el siguiente apartado una breve introducción relativa a las simplificaciones realizadas en el modelo teórico.

#### **6.2.1.2 Consideraciones realizadas al modelo teórico.**

En las simulaciones realizadas mediante el MEF se observó que algunas de las líneas desarrolladas poseían geometría curva. Dichas líneas, al igual que procedieron algunos autores, (Kotelko, Lim y Rhodes 2000), (Kotelko 2004), se modelaron rectas.

En el presente modelo se tomó como ancho de la rótula  $h$ , y no  $2h$ , siendo  $h$  el ancho del elemento de sección de menor dimensión.

Tal y como se pudo observar en el apartado 4.9, Kecman, (Kecman 1983), estableció que el ancho del mecanismo de fallo que se desarrolla en perfiles huecos rectangulares ante la solicitud de flexión era  $2h$ , (apartado 4.9.3).

El patrón de colapso que se desarrolla en el perfil analizado en la presente tesis a flexión pura presenta un ancho de rótula de dimensión  $h$ .

Dicha dimensión fue corroborada en las simulaciones por el MEF, así como en las mediciones efectuadas en los ensayos experimentales, (capítulo 7, figura 7.38).

Por otro lado, empleando un ancho de rótula de  $2h$  no se obtenían resultados correctos.

**6.2.1.3 Coordenadas de los puntos A y B.**

Realizando un corte longitudinal por el punto B, y ubicando los ejes X e Y tal y como se muestra en la figura 6.3, se procede a establecer las relaciones pertinentes para la obtención de las coordenadas del punto B.

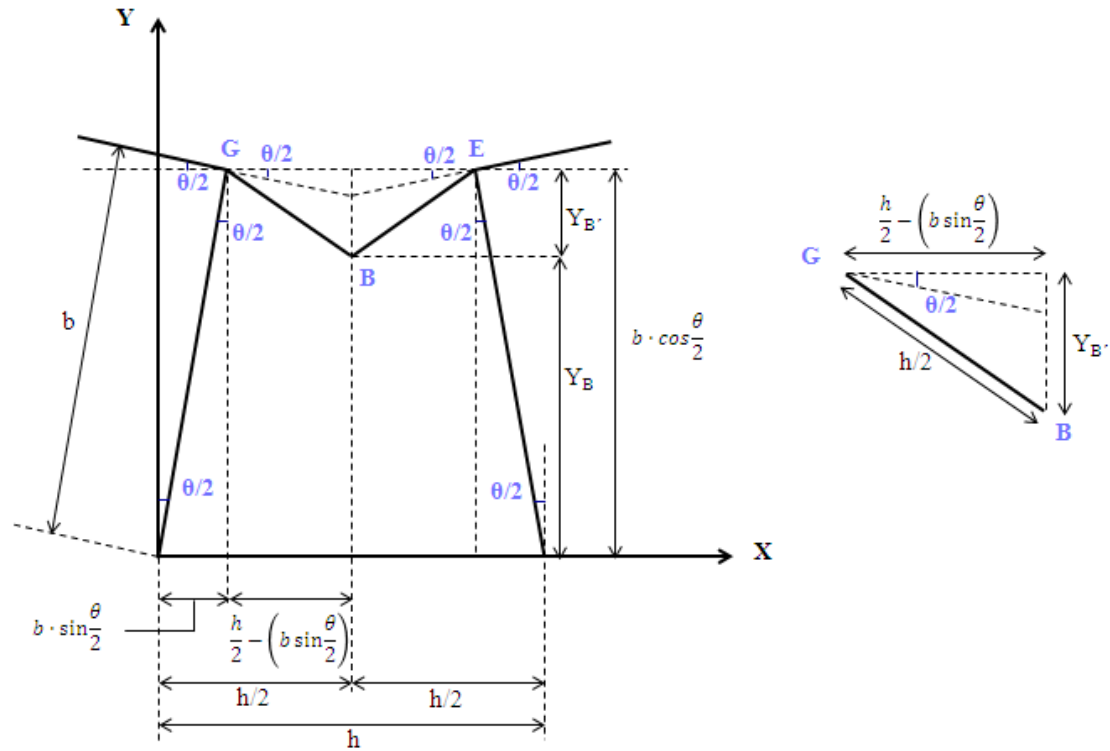


Figura 6.3. Sección longitudinal central. Obtención coordenadas punto B.

**Coordenadas del punto B.**

En base al corte realizado y a la ubicación de los ejes coordenados, las coordenadas  $X_B, Z_B$  son:

$$X_B = \frac{h}{2}$$

$$Z_B = 0$$

Del triángulo representado en la figura 6.3, se puede decir que:

$$\left(\frac{h}{2}\right)^2 = (Y_{B'})^2 + \left(\frac{h}{2} - b \sin \frac{\theta}{2}\right)^2 \tag{6.0}$$

Despejando  $Y_{B'}$ , y desarrollando la diferencia de cuadrados.

$$(Y_{B'})^2 = \left(\frac{h}{2}\right)^2 - \left(\frac{h}{2} - b \sin \frac{\theta}{2}\right)^2 \quad (6.1)$$

$$(Y_{B'})^2 = \left(\frac{h}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \left(b \sin \frac{\theta}{2}\right)^2 - 2 \frac{h}{2} b \sin \frac{\theta}{2}\right] \quad (6.2)$$

$$(Y_{B'})^2 = -\left(b \sin \frac{\theta}{2}\right)^2 + hb \sin \frac{\theta}{2} \quad (6.3)$$

$$(Y_{B'})^2 = b \sin \frac{\theta}{2} \cdot \left(h - b \sin \frac{\theta}{2}\right) \quad (6.4)$$

$$Y_{B'} = \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} \cdot \left(h - b \sin \frac{\theta}{2}\right)} \quad (6.5)$$

Por otro lado, dado que:

$$Y_B = b \cos \frac{\theta}{2} - Y_{B'} \quad (6.6)$$

Sustituyendo 6.5 en 6.6, se obtiene el valor de la coordenada  $Y_B$ .

$$Y_B = b \cos \frac{\theta}{2} - \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} \cdot \left(h - b \sin \frac{\theta}{2}\right)} \quad (6.7)$$

Por tanto, las coordenadas del punto B serán:

$$X_B = \frac{h}{2}$$

$$Y_B = b \cos \frac{\theta}{2} - \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} \cdot \left(h - b \sin \frac{\theta}{2}\right)}$$

$$Z_B = 0 \quad (6.8)$$

### Coordenadas del punto A.

Dado que al igual que en los modelos precedentes, el punto A es la proyección del punto B en la dirección Z, las coordenadas  $X_A$ ,  $Y_A$ , serán:

$$X_A = X_B = \frac{h}{2}$$



$$(Z_{A''})^2 + Y_B^2 = (a - Z_A)^2 \quad (6.13)$$

$$(Z_{A''})^2 + Y_B^2 = a^2 + Z_A^2 - 2aZ_A \quad (6.14)$$

Por otro lado, y bajo la hipótesis de que la recta AD no superará los noventa grados, se puede establecer que:

$$Z_A + Z_{A''} = c \quad (6.15)$$

Y por tanto:

$$Z_{A''} = c - Z_A \quad (6.16)$$

Sustituyendo la ecuación 6.16 en 6.14.

$$(c - Z_A)^2 + Y_B^2 = a^2 + Z_A^2 - 2aZ_A$$

$$c^2 + Z_A^2 - 2cZ_A + Y_B^2 = a^2 + Z_A^2 - 2aZ_A$$

$$2aZ_A - 2cZ_A = a^2 - Y_B^2 - c^2$$

$$Z_A(2a - 2c) = a^2 - Y_B^2 - c^2$$

$$Z_A = \frac{a^2 - Y_B^2 - c^2}{2a - 2c}$$

Así pues, las coordenadas del punto A serán:

$$X_A = X_B = \frac{h}{2}$$

$$Y_A = Y_B = b \cos \frac{\theta}{2} - \sqrt{b \sin \frac{\theta}{2} \cdot \left( h - b \sin \frac{\theta}{2} \right)}$$

$$Z_A = \frac{a^2 - Y_B^2 - c^2}{2a - 2c} \quad (6.17)$$

A continuación se procede a la determinación del ángulo  $\Upsilon$ , ya que será necesario para la obtención de trabajos posteriores. En base a la figura 6.4:

$$\frac{\pi}{2} = \beta + \gamma + \xi \quad (6.18)$$

Y como:

$$\xi = \arctan \frac{Z_{A''}}{Y_B} \tag{6.19}$$

El valor del ángulo  $\gamma$  será:

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta - \arctan \frac{Z_{A''}}{Y_B} \tag{6.20}$$

### 6.2.1.4 Líneas plásticas estacionarias de los elementos comprimidos y flectados.

#### 6.2.1.4.1 Líneas GH y EF. (W1)

Tomando de referencia la zona de interés y ampliando el triángulo GBE, tal y como se puede observar en las figuras 6.5 y 6.6, se procede a la obtención de las relaciones que permiten determinar el ángulo girado por las líneas GH y EF.

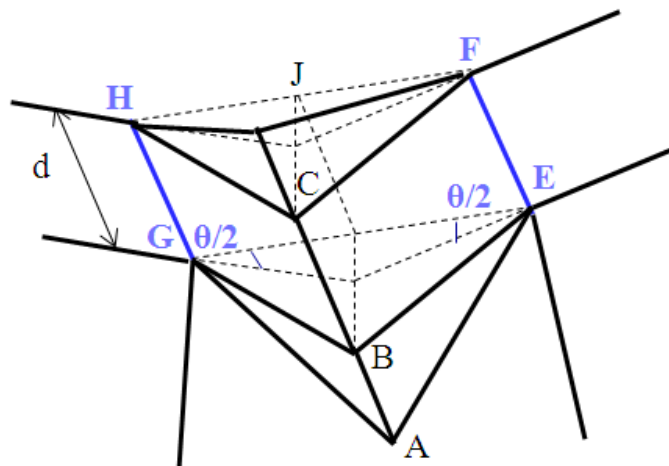


Figura 6.5. Trabajo realizado por las líneas GH y EF. (W1).

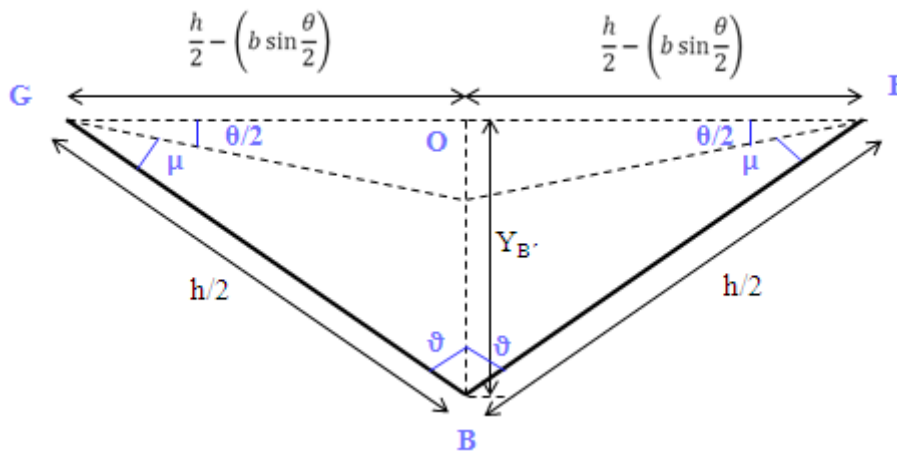


Figura 6.6 Ampliación del triángulo GBE. Obtención del ángulo  $\mu$ .



Los ángulos que conforman el triángulo GBO han de sumar 180 grados.

Por tanto:

$$\pi = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{2} + \mu + \vartheta \quad (6.21)$$

Despejando  $\mu$ .

$$\mu = \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - \vartheta \quad (6.22)$$

El ángulo  $\vartheta$ , se puede determinar mediante la relación:

$$\sin \vartheta = \frac{\frac{h}{2} - b \sin \frac{\theta}{2}}{\frac{h}{2}} \quad (6.23)$$

$$\sin \vartheta = 1 - \frac{2b \sin \frac{\theta}{2}}{h} \quad (6.24)$$

$$\vartheta = \arcsin \left( 1 - \frac{2b \sin \frac{\theta}{2}}{h} \right) \quad (6.25)$$

Sustituyendo la ecuación 6.25, en la 6.22, se obtiene el ángulo girado por las líneas GH y EF.

$$\mu = \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - \arcsin \left( 1 - \frac{2b \sin \frac{\theta}{2}}{h} \right) \quad (6.26)$$

Teniendo presente la expresión general del trabajo.

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Donde:

$$L = d$$

$$\theta = \mu = \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - \arcsin \left( 1 - \frac{2b \sin \frac{\theta}{2}}{h} \right)$$

Nº de líneas plásticas = 2

El trabajo  $W_1$  será igual a:

$$W_1 = 2 \cdot M_p \cdot d \cdot \left[ \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} - \arcsin \left( 1 - \frac{2b \sin \frac{\theta}{2}}{h} \right) \right] \quad (6.27)$$

6.2.1.4.2 Línea BC. (W2).

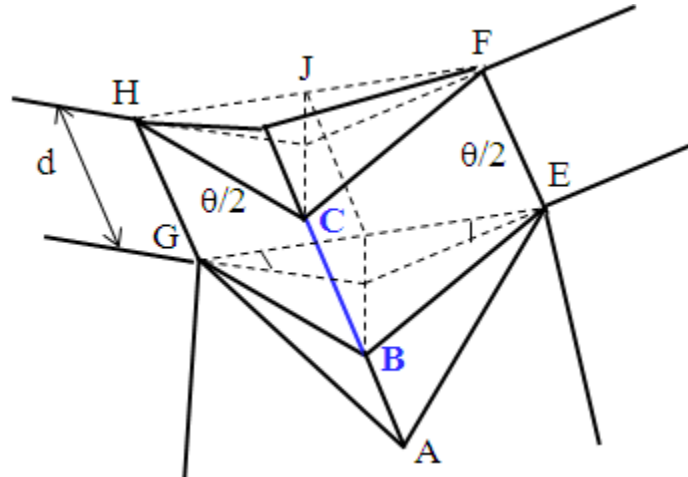


Figura 6.7. Trabajo realizado por la línea BC. W2.

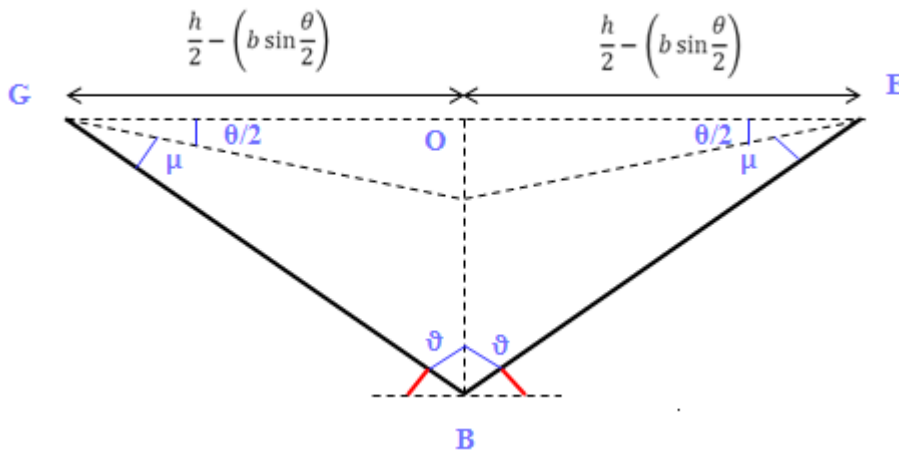


Figura 6.8. Ampliación del triángulo GBE. Obtención del ángulo girado por la línea BC.

De la figura 6.8, se puede determinar que el ángulo girado por la línea BC será igual a 180 grados menos 2 veces el ángulo  $\vartheta$ .

$$\theta = \pi - 2 \cdot \vartheta \quad (6.28)$$

$$\theta = \pi - 2 \cdot \arcsin \left( 1 - \frac{2b \sin \frac{\theta}{2}}{h} \right) \quad (6.29)$$

Dado que:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Donde:

$$L = d$$

$$\theta = \pi - 2 \cdot \arcsin\left(1 - \frac{2b \sin \frac{\theta}{2}}{h}\right)$$

Nº de líneas plásticas = 1

El trabajo realizado por la línea BC será:

$$W_2 = M_p \cdot d \cdot \left[ \pi - 2 \cdot \arcsin\left(1 - \frac{2b \sin \frac{\theta}{2}}{h}\right) \right] \quad (6.30)$$

#### 6.2.1.4.3 Líneas AB y CJ. (W3).

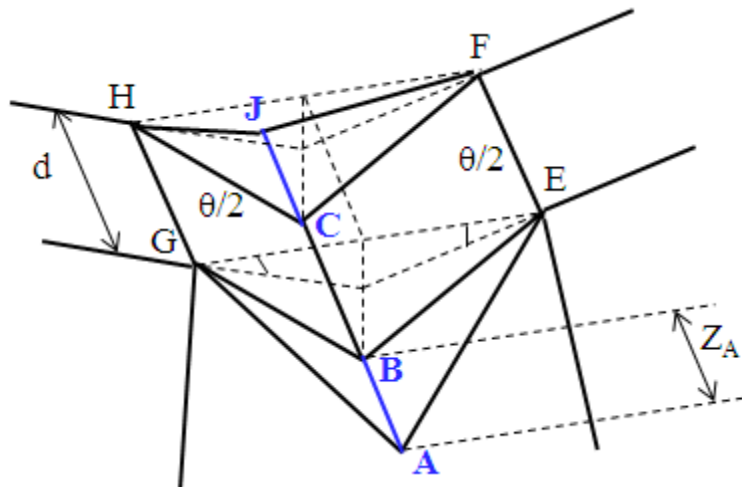


Figura 6.9. Trabajo realizado por las líneas AB y CJ. (W4).

El ángulo girado por estas líneas será el mismo que el girado por la línea BC.

Por tanto:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Donde:

$$L = Z_A$$

$$\theta = \pi - 2 \cdot \arcsin\left(1 - \frac{2b \sin \frac{\theta}{2}}{h}\right)$$

Nº de líneas plásticas = 2

Siendo por tanto el valor del trabajo  $W_3$ :

$$W_3 = 2 \cdot M_p \cdot Z_A \cdot \left[ \pi - 2 \cdot \arcsin\left(1 - \frac{2b \sin \frac{\theta}{2}}{h}\right) \right] \tag{6.31}$$

**6.2.1.4.4 Líneas BG, BE, CH y CF. (W4).**

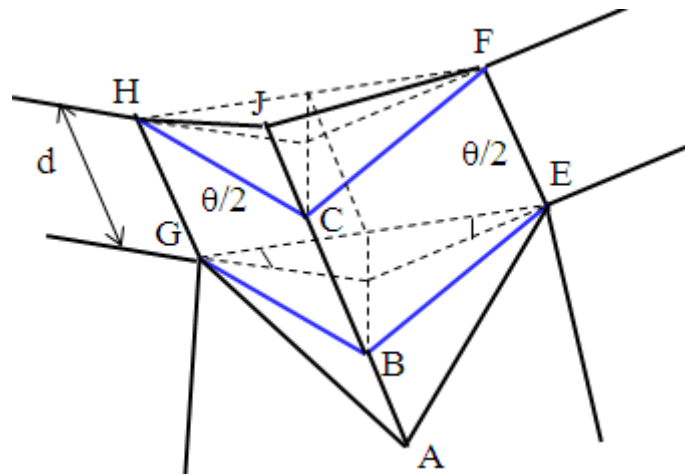


Figura 6.10. Trabajo realizado por las líneas BG, BE, CH y CF. (W4).

La línea BG, por el principio de continuidad, y tal y como se puede observar en la figura 6.10, posee una longitud  $h/2$ .

Por otro lado, el ángulo que han de girar estas líneas para ocupar la nueva posición será  $\beta$ , tal y como se puede observar en la sección transversal representada en la figura 6.11.

Por tanto:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Donde:

$$L = \frac{h}{2}$$

$$\theta = \beta$$

Nº de líneas plásticas = 4

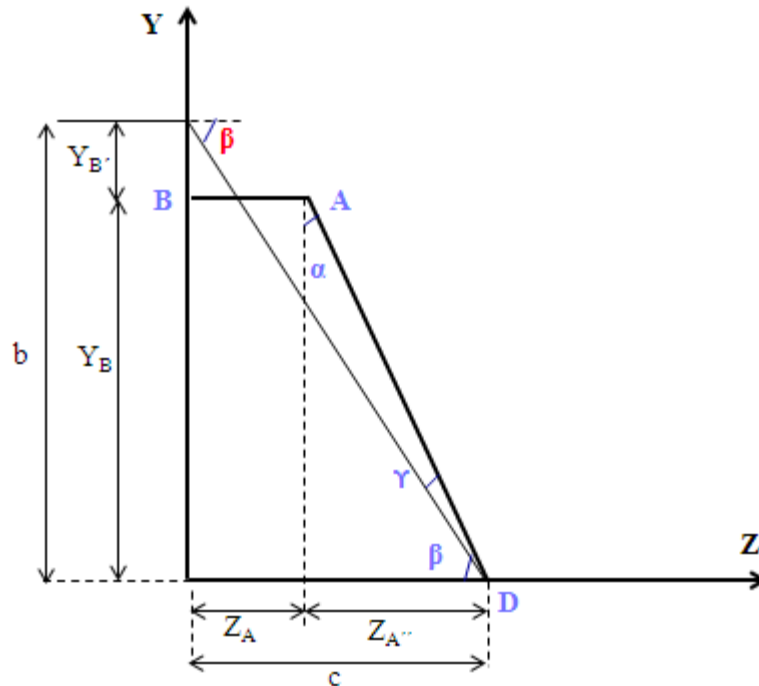


Figura 6.11. Sección transversal. Ángulo  $\beta$ , girado por las líneas B, BE, CH y CF.

El trabajo realizado por las líneas en estudio será igual a:

$$W_4 = 4 \cdot M_p \cdot \frac{h}{2} \cdot \beta \quad (6.32)$$

#### 6.2.1.4.5 Líneas GK, EL y sus simétricas. (W5).

Para la obtención del ángulo girado por las líneas en estudio, denominado “ $\eta$ ” en figura 6.12, se toma como referencia el punto A, dado que sus coordenadas son conocidas.

Desde el punto A se traza una recta perpendicular a la posición original de AD antes de producirse la deformación. Dicha recta, denominada “y”, conforma la distancia que se recorre en el proceso de plastificación.

Desde el punto intersección hallado, se traza una nueva perpendicular a la recta GK. La determinación de estas distancias permitirá hallar el ángulo girado, ( $\eta$ ), por las líneas analizadas.

Para la determinación de “y” se realiza una sección transversal por el punto B, tal y como se puede apreciar en la figura 6.13.

Para la determinación de la segunda distancia es necesario establecer las relaciones en tres dimensiones, (fig.6.14), y proceder a una ampliación de la zona de interés a fin de hacer más legible el proceso desarrollado, (fig.6.15).

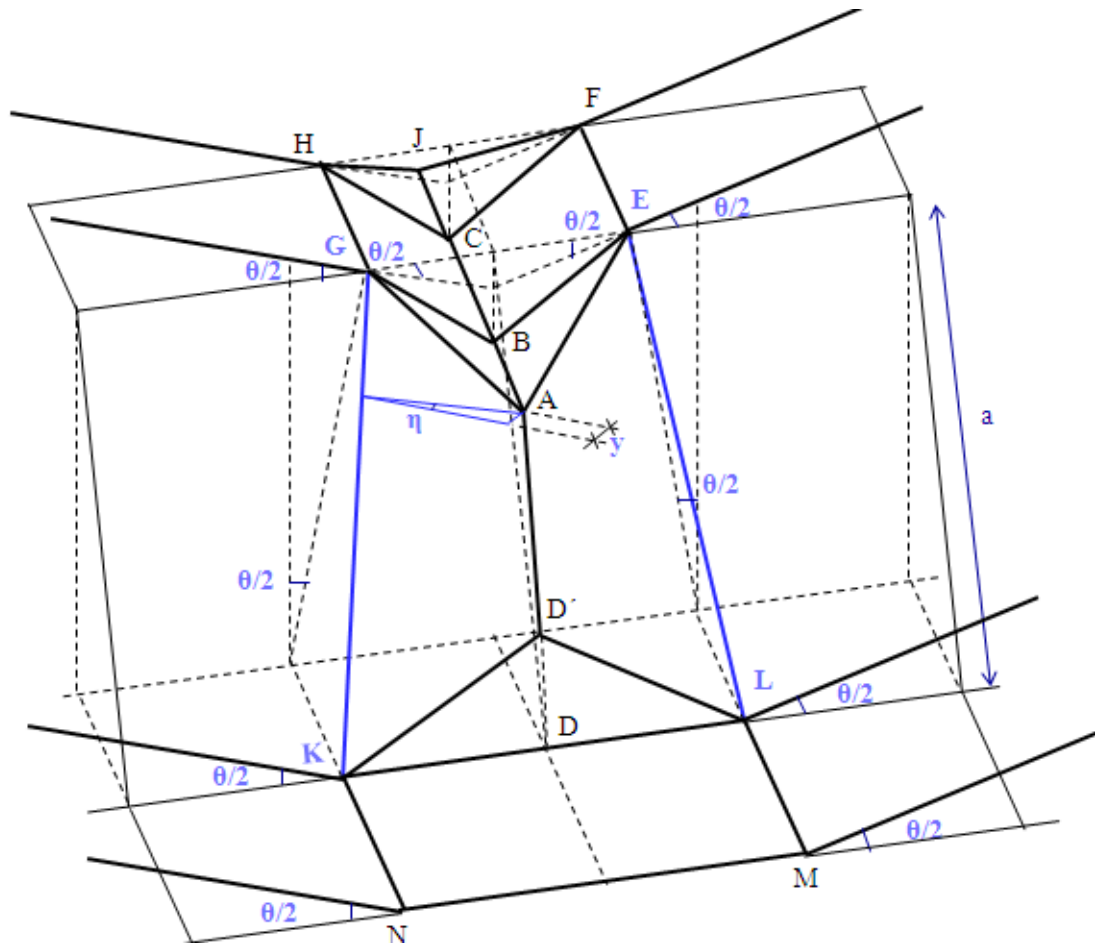


Figura 6.12. Líneas GK, EL, y sus simétricas. Determinación del ángulo girado  $\eta$ .

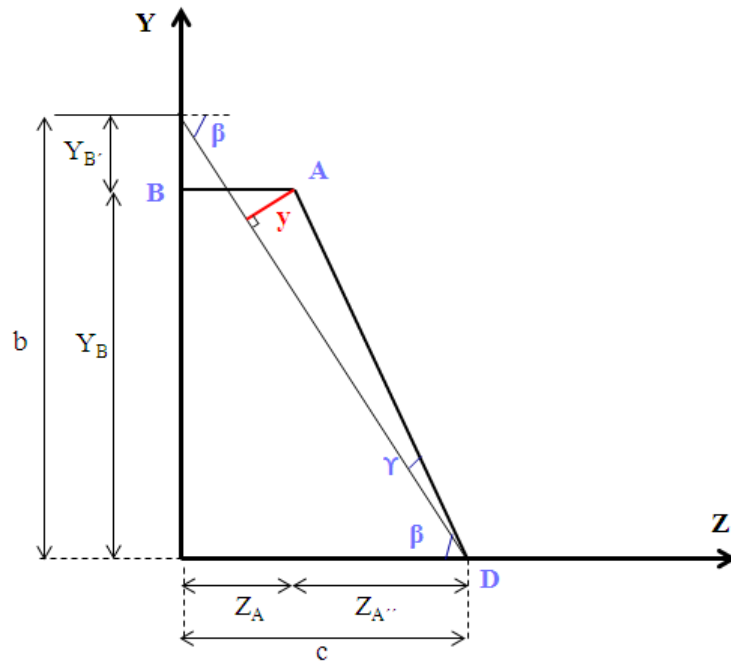


Figura 6.13. Sección transversal por el punto B. Determinación de la distancia  $y$ .

Observando la figura anterior, 6.13, se puede establecer que:

$$\sin \gamma = \frac{y}{AD} \quad (6.33)$$

En base a las ecuaciones 6.10, y 6.16, sabemos que:

$$AD = \sqrt{(Z_{A''})^2 + Y_B^2}$$

$$Z_{A''} = c - Z_A$$

Por tanto, despejando “y”, en la ecuación 6.33, y sustituyendo AD por su valor en base a las ecuaciones anteriores, (6.10 y 6.16), se obtiene que:

$$y = \sin \gamma \cdot \sqrt{(c - Z_A)^2 + Y_B^2} \quad (6.34)$$

A partir de la figura 6.14, se podrán establecer las relaciones pertinentes para determinar el ángulo  $\eta$ .

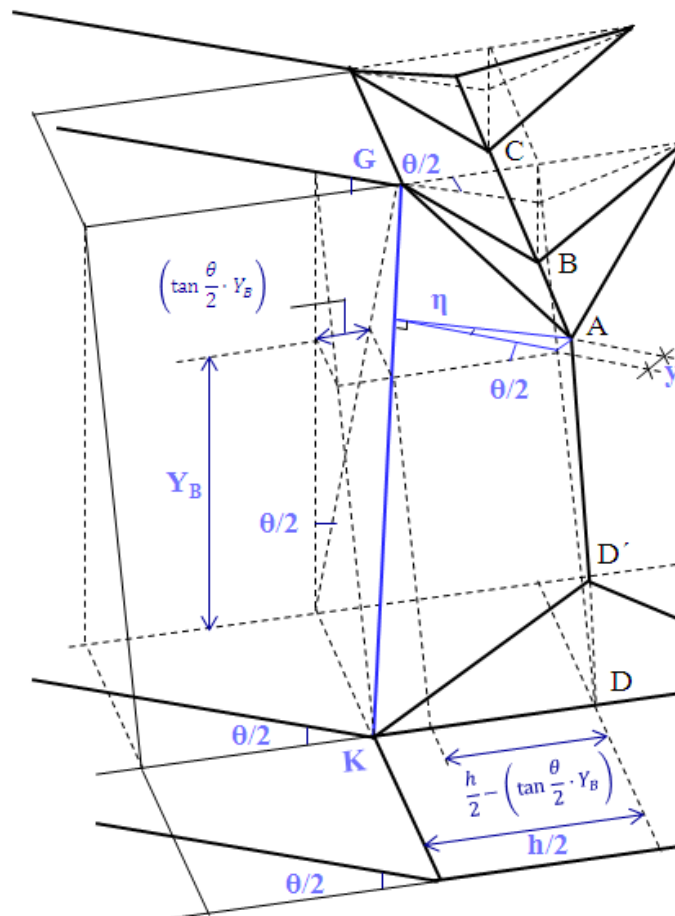


Figura 6.14. Establecimiento de relaciones para la determinación del ángulo  $\eta$ .

Por último, ampliando, y proyectando sobre el plano vertical, el triángulo de interés, se podrá determinar la distancia “f”, necesaria para la obtención del ángulo  $\eta$ .

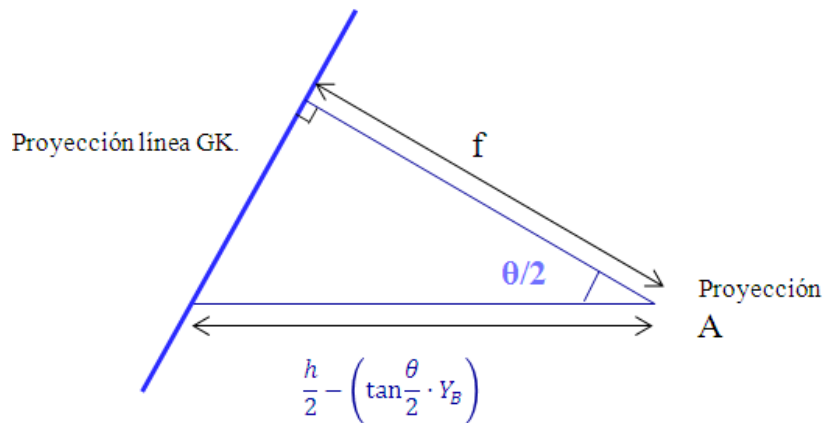


Figura 6.15. Obtención de la distancia “f”.

En base a las figuras 6.14, y 6.15:

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{f}{\frac{h}{2} - \tan \frac{\theta}{2} \cdot Y_B} \tag{6.35}$$

$$f = \cos \frac{\theta}{2} \cdot \left( \frac{h}{2} - \tan \frac{\theta}{2} \cdot Y_B \right) \tag{6.36}$$

Dado que el ángulo buscado  $\eta$ , cumple que:

$$\tan \eta = \frac{y}{f} \tag{6.37}$$

Empleando las ecuaciones 6.34 y 6.36.

$$\eta = \arctan \left[ \frac{\sin \gamma \cdot \sqrt{(c - Z_A)^2 + Y_B^2}}{\cos \frac{\theta}{2} \cdot \left( \frac{h}{2} - \tan \frac{\theta}{2} \cdot Y_B \right)} \right] \tag{6.38}$$

Por tanto:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Donde:

$$L = a$$

$$\theta = \eta = \arctan \left[ \frac{\sin \gamma \cdot \sqrt{(c - Z_A)^2 + Y_B^2}}{\cos \frac{\theta}{2} \cdot \left( \frac{h}{2} - \tan \frac{\theta}{2} \cdot Y_B \right)} \right]$$



$N^{\circ}$  de líneas plásticas = 4

El trabajo  $W_5$ , será igual a:

$$W_5 = 4 \cdot M_p \cdot a \cdot \arctan \left[ \frac{\sin \gamma \cdot \sqrt{(c - Z_A)^2 + Y_B^2}}{\cos \frac{\theta}{2} \cdot \left( \frac{h}{2} - \tan \frac{\theta}{2} \cdot Y_B \right)} \right] \quad (6.39)$$

### 6.2.1.5 Líneas plásticas estacionarias en la zona de tracción.

Tomando como referencia el artículo de Kecman, (Kecman 1983), se considera el trabajo realizado por las líneas plásticas ubicadas en la zona de tracción.

#### 6.2.1.5.1 Líneas KN, LM y sus simétricas. (W6).

En este caso, tanto el ángulo como la longitud de la líneas plásticas son conocidos, tal y como se puede observar en la figura siguiente.

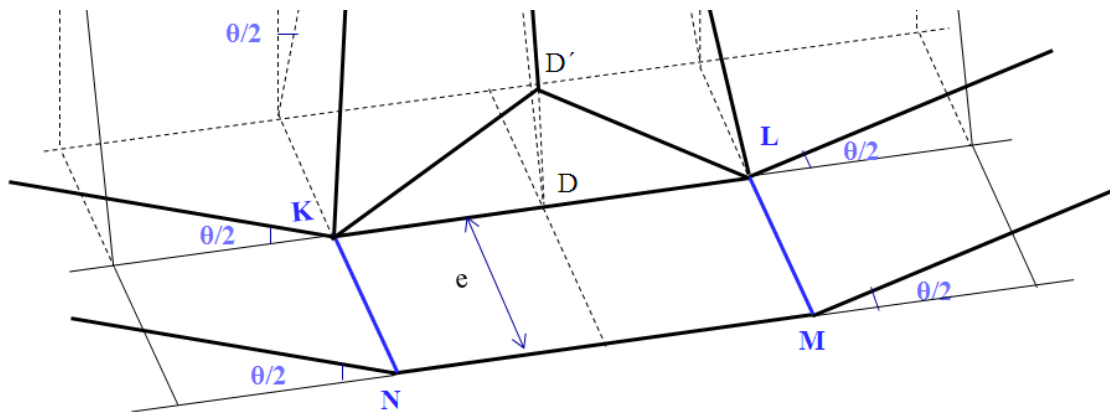


Figura 6.16. Trabajo realizado por las líneas KN, LM, y sus simétricas. (W6).

Por tanto:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Donde:

$$L = e$$

$$\theta = \frac{\theta}{2}$$

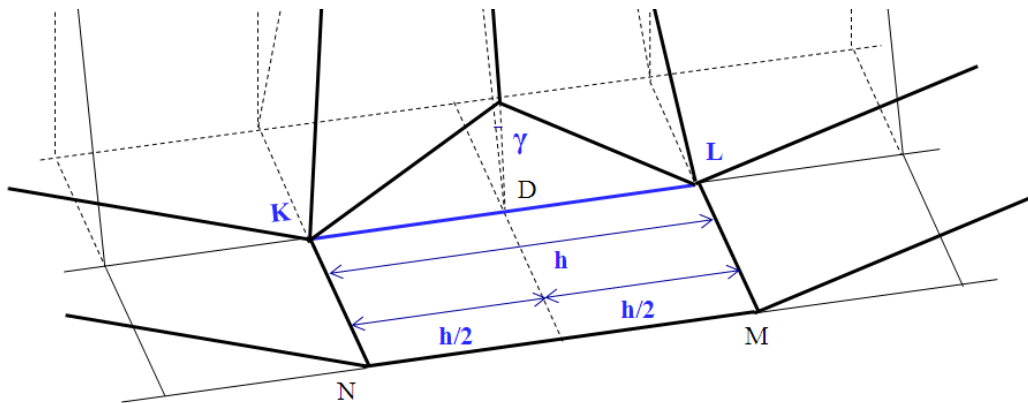
$N^{\circ}$  de líneas plásticas = 4

El valor del trabajo  $W_6$  vendrá dado por la expresión:

$$W_6 = 4 \cdot M_p \cdot e \cdot \frac{\theta}{2} \tag{6.40}$$

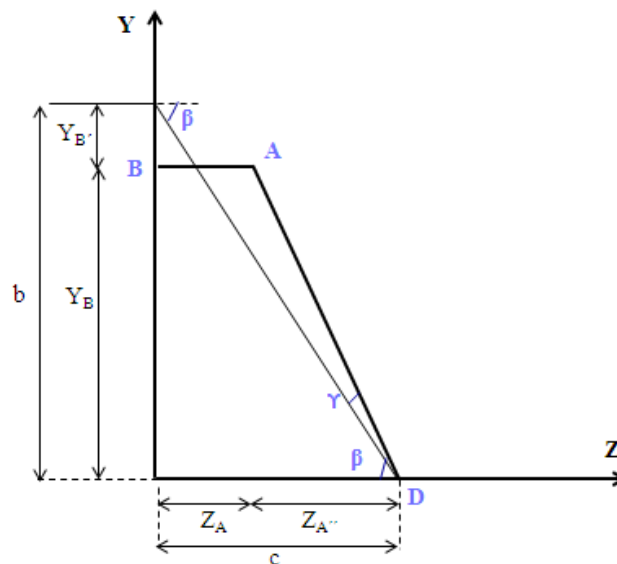
**6.2.1.5.2 Línea KL y su simétrica. (W7).**

Al igual que en el apartado anterior, el ángulo, así como la longitud de las líneas plásticas, son conocidos.



*Figura 6.17. Trabajo realizado por las líneas KL, y su simétrica. (W7).*

Tal y como se puede observar en la figura 6.17, así como en la sección transversal (fig.6.18), el ángulo girado por la línea KL, será  $\gamma$ .



*Figura 6.18. Angulo  $\gamma$  girado por la línea KL.*

En base a la ecuación 6.20, el valor del ángulo  $\gamma$  es:

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta - \arctan \frac{Z_{A''}}{Y_B}$$

Por tanto:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Donde:

$$L = h$$

$$\theta = \gamma = \frac{\pi}{2} - \beta - \arctan \frac{Z_{A''}}{Y_B}$$

Nº de líneas plásticas = 2

$$W_7 = 2 \cdot M_p \cdot h \cdot \left( \frac{\pi}{2} - \beta - \arctan \frac{Z_{A''}}{Y_B} \right) \quad (6.41)$$

### 6.2.1.6 Líneas plásticas móviles.

#### 6.2.1.6.1 Línea AD' y su simétrica. (W8).

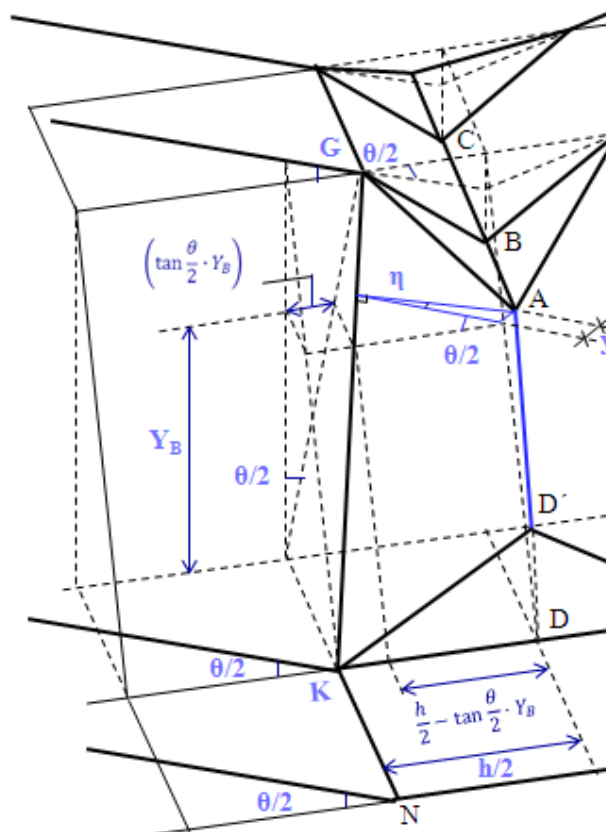


Figura 6.19. Trabajo realizado por la línea AD', y su simétrica. (W8).

Tal y como se puede observar en la figura 6.19, el ángulo girado por la línea AD, es el mismo que ángulo girado por las líneas GK y EL. En este caso dicho ángulo ha de multiplicarse por

dos, ya que la línea AD' ha de girar  $\eta$ , para acomodarse al plano GKAD', y el mismo ángulo para acomodarse al plano AD'EL.

Por tanto, el ángulo girado será:

$$2 \cdot \eta = 2 \cdot \arctan \left[ \frac{\sin \gamma \cdot \sqrt{(c - Z_A)^2 + Y_B^2}}{\cos \frac{\theta}{2} \cdot \left( \frac{h}{2} - \tan \frac{\theta}{2} \cdot Y_B \right)} \right] \quad (6.42)$$

El punto D' se considera ubicado a una altura  $Y_{B'}$ , tal y como se puede apreciar en la figura 6.20. Dicha medida ha sido tomada en base al principio de continuidad, mediante observación en las simulaciones MEF y en los ensayos experimentales realizados.

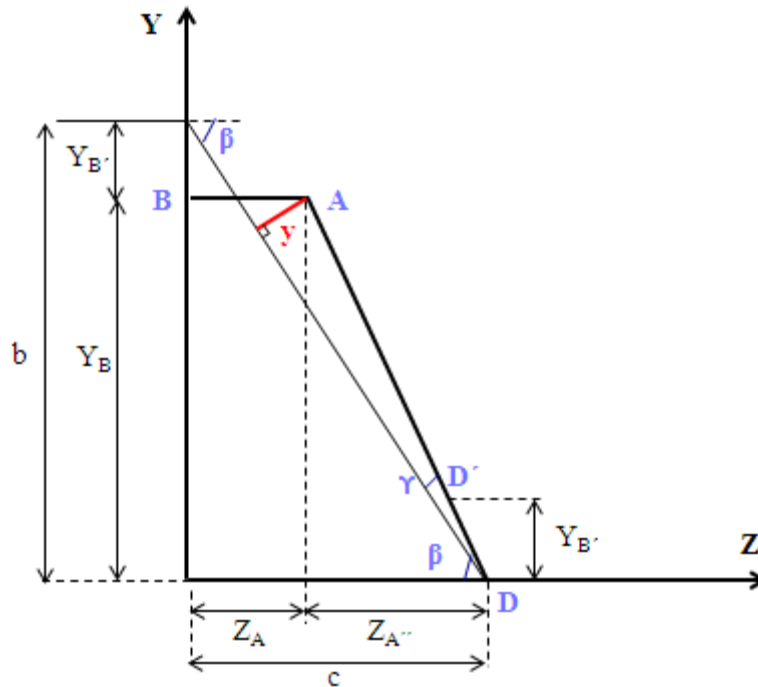


Figura 6.20. Sección transversal. Posición del punto D'.

La longitud AD, viene determinada por la ecuación 6.11.

$$AD = \sqrt{(c - Z_A)^2 + Y_B^2}$$

La longitud DD', vendrá dada por:

$$\sin(\gamma + \beta) = \frac{Y_{B'}}{DD'} \quad (6.43)$$

$$DD' = \frac{Y_{B'}}{\sin(\gamma + \beta)} \quad (6.44)$$

Siendo por tanto la longitud  $AD'$ :

$$L_{AD'} = AD - DD'$$

$$L_{AD'} = \sqrt{(c - Z_A)^2 + Y_B^2} - \frac{Y_{B'}}{\sin(\gamma + \beta)} \quad (6.45)$$

Adaptando la expresión general del trabajo a las líneas en estudio:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Donde:

$$L = L_{AD'} = \sqrt{(c - Z_A)^2 + Y_B^2} - \frac{Y_{B'}}{\sin(\gamma + \beta)}$$

$$\theta = 2 \cdot \arctan \left[ \frac{\sin \gamma \cdot \sqrt{(c - Z_A)^2 + Y_B^2}}{\cos \frac{\theta}{2} \cdot \left( \frac{h}{2} - \tan \frac{\theta}{2} \cdot Y_B \right)} \right]$$

Nº de líneas plásticas = 2

Quedando que:

$$W_8 = 2M_p \left( \sqrt{(c - Z_A)^2 + Y_B^2} - \frac{Y_{B'}}{\sin(\gamma + \beta)} \right) \cdot 2 \arctan \left[ \frac{\sin \gamma \cdot \sqrt{(c - Z_A)^2 + Y_B^2}}{\cos \frac{\theta}{2} \cdot \left( \frac{h}{2} - \tan \frac{\theta}{2} \cdot Y_B \right)} \right] \quad (6.46)$$

#### 6.2.1.6.2 Líneas $KD'$ , $LD'$ , y sus simétricas. (W9).

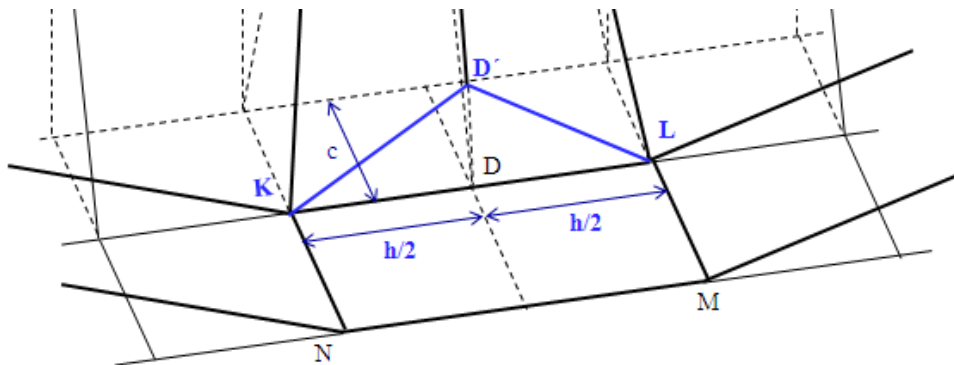


Figura 6.21. Trabajo realizado por las líneas  $KD'$ ,  $LD'$ , y sus simétricas. (W9).

El trabajo  $W_9$ , es similar al trabajo  $W_8$  de Kecman, (Kecman 1983). Aunque estas líneas no son visibles en las simulaciones por el MEF, tanto en Kecman, como en los ensayos experimentales realizados, se hace constar su presencia. De hecho, el trabajo  $W_8$  de Kecman, aporta casi un 50% de la energía total absorbida por la rótula. Es por tanto un trabajo que no se puede menospreciar.

En el trabajo  $W_8$  de Kecman, (apartado 4.9.4.2), había dos parámetros a tomar en consideración en relación al radio de curvatura a partir del cual se obtenía el ángulo de giro:

$$r_{KD'} = \frac{KD'}{L_k} \cdot r$$

Expresión lineal que cuantificaba la variación del radio de curvatura a lo largo de la línea  $KD'$ .

$$L_r = \frac{L_k}{KD'} \cdot z_A$$

Expresión lineal que cuantificaba la variación del arco de circunferencia de curvatura a lo largo de  $KD'$ .

Integrando la expresión general del trabajo, en base a los parámetros precedentes, a lo largo de la línea  $KD'$ , se obtenía la siguiente expresión, (apartado 4.9.4.2):

$$W_{KD'} = \int_0^{KD'} 2M_p \cdot \frac{L_r}{r_{KD'}} \cdot dL_k = 2M_p \cdot \frac{z_A}{3r} \cdot KD'$$

El dos que precede al momento plástico, se debe a que la línea  $KD'$  es una línea móvil.

En el caso que nos ocupa, el proceso es el mismo. La diferencia se produce en la longitud de la línea  $KD'$ , cuyo valor en base a las figura 6.20 y 6.21, es igual a:

$$L_{KD'} = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + Y_B^2 + \left(c - \frac{Y_{B'}}{\tan(\beta + \gamma)}\right)^2} \quad (6.47)$$

Dado que el número de líneas plásticas asciende a 4, el valor del trabajo  $W_9$  será igual a:

$$W_9 = \frac{8}{3} \cdot M_p \cdot \frac{z_A}{r} \cdot \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + Y_B^2 + \left(c - \frac{Y_{B'}}{\tan(\beta + \gamma)}\right)^2} \quad (6.48)$$

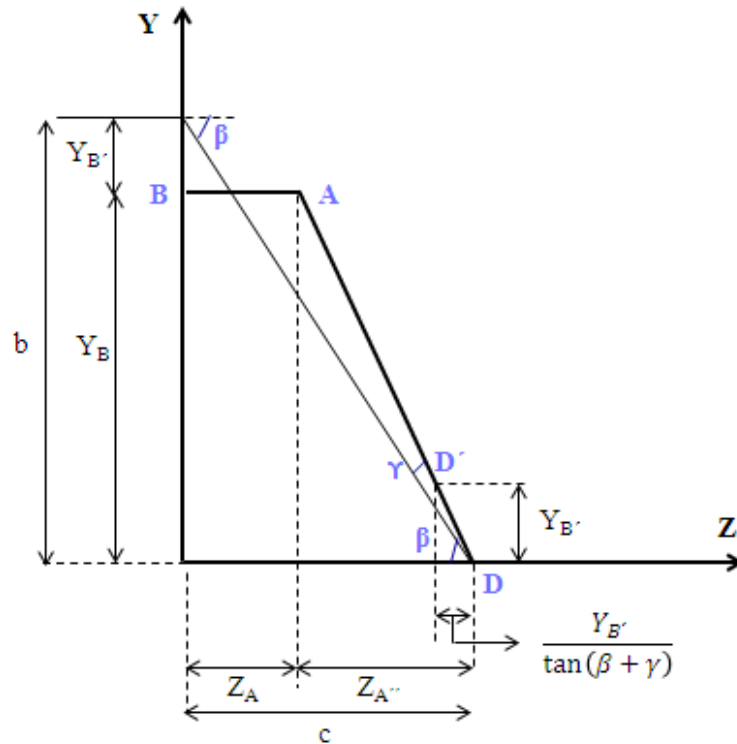


Figura 6.22. Obtención de la distancia en X del punto D'.

### 6.2.1.6.3 Líneas GA, AE, HJ y FJ. (W10).

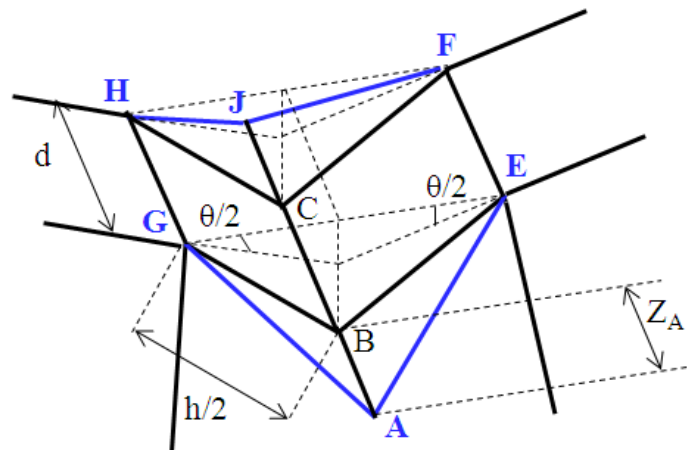


Figura 6.23. Trabajo realizado por las líneas GA, AE, HJ y FJ. (W10).

Dado que estamos ante un área que está plastificando:

$$W = M_p \cdot A \cdot \theta$$

Donde:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2} \cdot Z_A$$

$$\theta = \frac{1}{r} \quad r = \left(0.07 - \frac{\theta}{70}\right) \cdot h$$

$N^\circ$  de líneas plásticas =  $4 * 2 = 8$ , ya que estamos ante una línea móvil.

$$W_{10} = 2 \cdot M_p \cdot \frac{h}{r} \cdot Z_A \quad (6.49)$$

### 6.2.1.7 Valor nominal de la energía absorbida por la rótula.

El valor de la energía absorbida por la rótula se obtiene en base a la ecuación 6.50.

$$W(\theta) = \sum_1^{10} W_i(\theta) \quad (6.50)$$

Tal y como expone Kecman la diferenciación de la ecuación 6.50 es laboriosa, por lo que el valor del momento último para cada ángulo girado por la rótula se obtiene en base a la ecuación 6.51.

$$M(\theta) = \frac{W(\theta + \Delta\theta) - W(\theta)}{\Delta\theta} \quad (6.51)$$

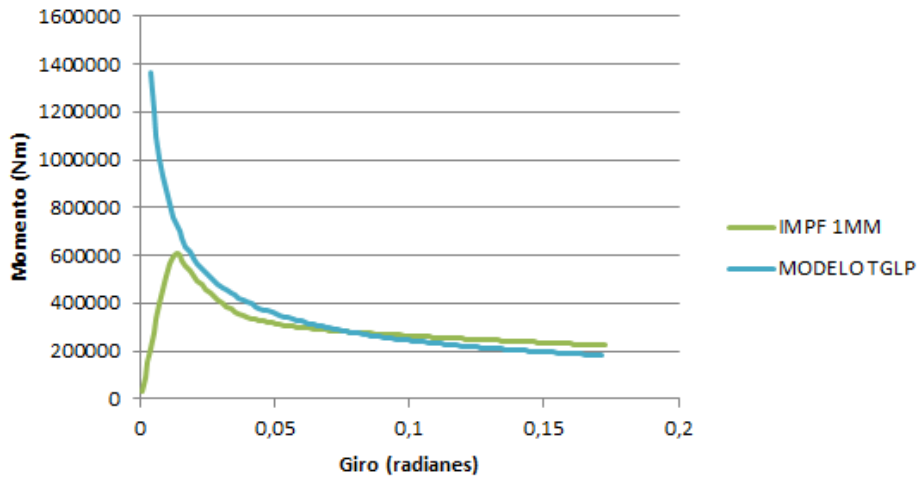
Donde  $\Delta\theta$ , representa un pequeño incremento finito del ángulo de la rótula  $\theta$ .

Los giros empleados para la determinación del valor del momento último en cada estadio de deformación de la rótula fueron tomados directamente de las simulaciones por el MEF.

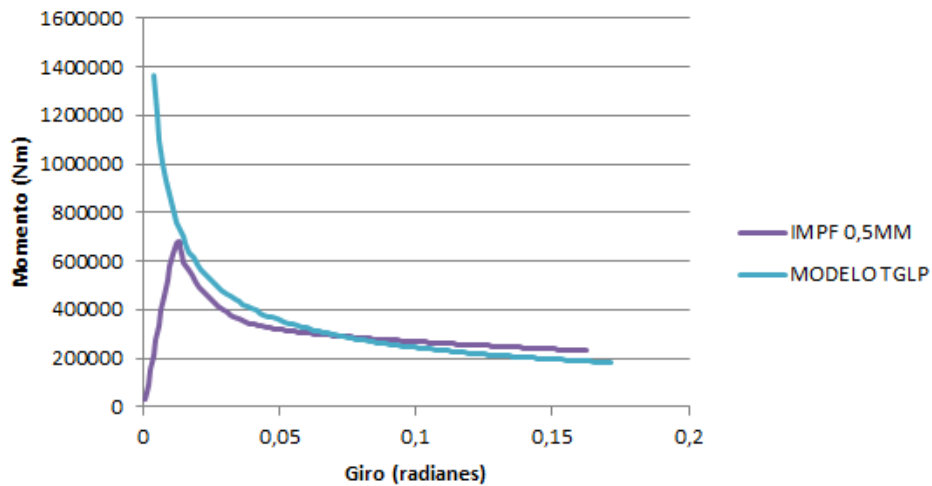
### 6.2.1.8 TGLP Vs. Simulaciones por el MEF.

En las siguientes figuras, (fig. 6.24 a la 6.27), se comparan las curvas de comportamiento obtenidas en las simulaciones por el MEF para el perfil sin embutición ante la sollicitación de flexión pura positiva, con el empleo del primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección positivas, con las curvas post-colapso obtenidas mediante la TGLP.

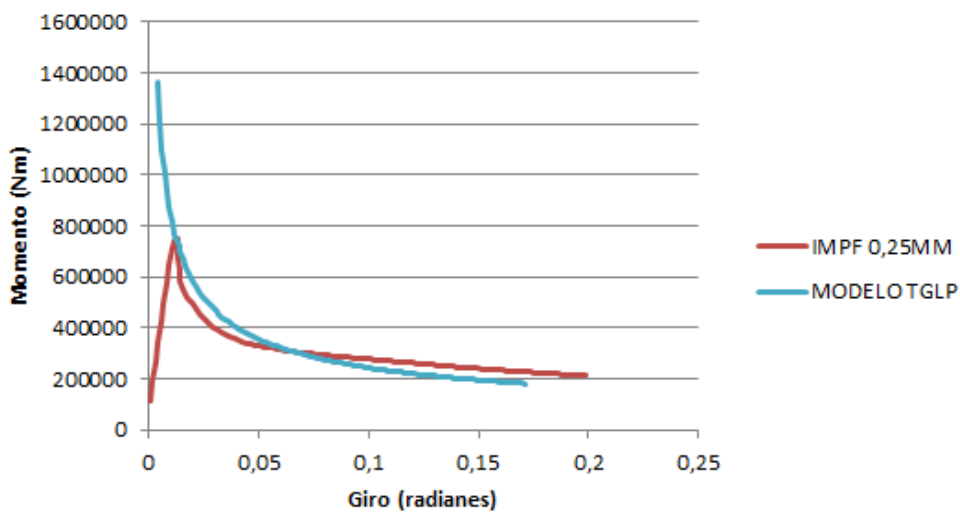




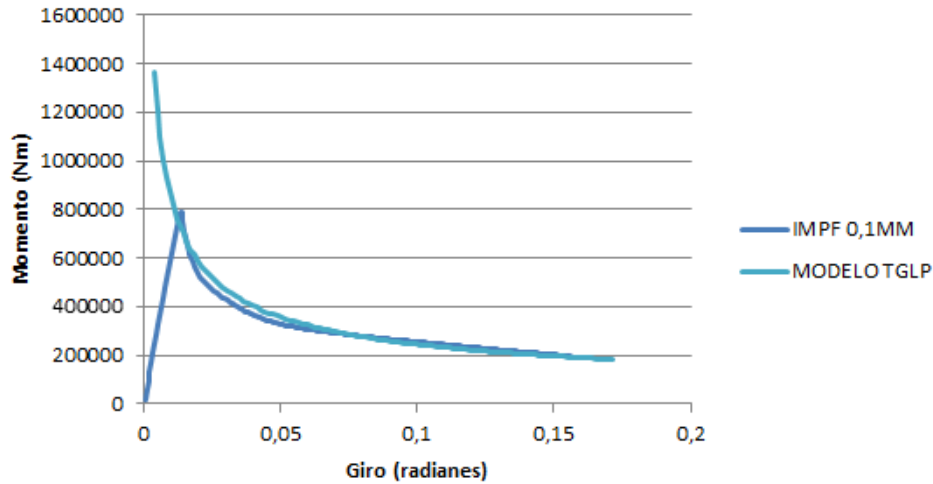
**Figura 6.24.** Relación Momento-Giro. TGLP Vs. Simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 1mm.



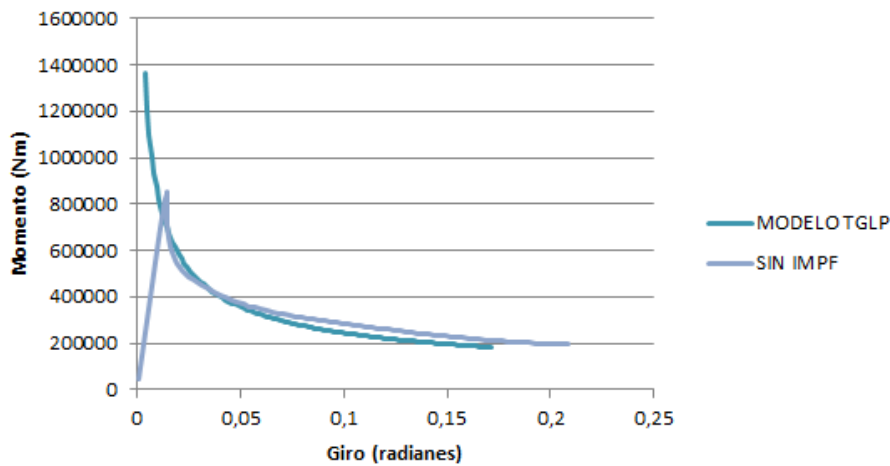
**Figura 6.25.** Relación Momento-Giro. TGLP Vs. Simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 0.5mm.



**Figura 6.26.** Relación Momento-Giro. TGLP Vs. Simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 0.25mm.



**Figura 6.27. Relación Momento-Giro. TGLP Vs. Simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección positiva de 0.1mm.**



**Figura 6.28. Relación Momento-Giro. TGLP Vs. Simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo.**

En las figuras precedentes se puede observar como la curva obtenida mediante la TGLP se acerca con corrección a las curvas obtenidas en las simulaciones por el MEF. El nivel de corrección es similar al obtenido en otras investigaciones donde se aplica la TGLP.

Se observa que a medida que la magnitud de imperfección empleada en las simulaciones es menor las curvas son más semejantes.

Por otro lado se observa que el trazado de la curva post-colapso obtenida mediante la TGLP se muestra muy cercano al valor de momento último alcanzado en las simulaciones por el MEF con el empleo de magnitudes de imperfección de 0.25 y 0.5mm.

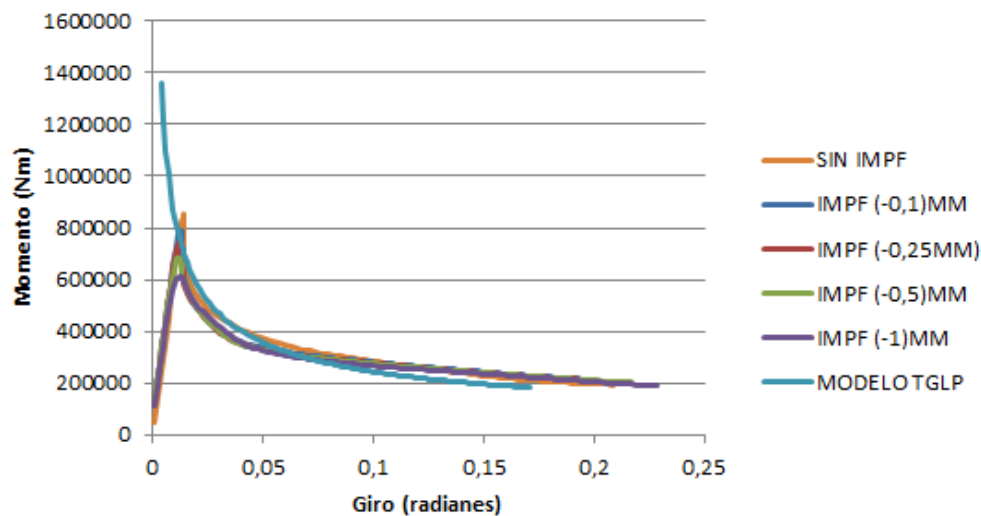
Para magnitudes de imperfección más pequeñas, 0.1mm y sin imperfección, el trazado de la curva post-colapso obtenida mediante la TGLP queda ligeramente por debajo el valor del momento último alcanzado en las simulaciones por el MEF.

Por último, con el empleo de una magnitud de imperfección de 1mm el trazado de la curva post-colapso queda ligeramente por encima del valor del momento último mostrado por la curva obtenida en las simulaciones por el MEF.

A grandes rasgos se considera que la curva obtenida mediante la TGLP define con bastante corrección el comportamiento post-colapso del perfil sin embutición ante una sollicitación de flexión pura positiva, y que el valor del momento último podría ser estimado con corrección, e incluso conservadoramente hasta magnitudes de imperfección de 0.5mm, si se procediese a confrontar la curva post-colapso obtenida mediante la TGLP con la rama que define el comportamiento elástico del perfil.

A continuación, en la figura 6.29 se comparan las relaciones momento-giro obtenidas en las simulaciones por el MEF con el empleo del primer modo de pandeo pero con la introducción de magnitudes de imperfección negativas.

En dicha figura se puede apreciar que el comportamiento obtenido mediante la TGLP es también muy similar al obtenido en las simulaciones por el MEF. Al igual que en el caso precedente, a medida que la magnitud de imperfección empleada es menor, la curva obtenida mediante la TGLP se acerca en mayor medida a las obtenidas en las simulaciones.



**Figura 6.29. Relaciones Momento-Giro. ANSYS Vs. TGLP. Imperfecciones en sentido opuesto al anterior.**

A continuación, se procede al análisis del mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil sin embutición ante una sollicitación de compresión pura mediante la TGLP empleando también el Método del Trabajo.

## 6.2.2 Compresión pura.

### 6.2.2.1 Introducción.

Tal y como se ha podido observar en las simulaciones por el MEF presentadas en el capítulo 5, a compresión pura se obtuvieron dos patrones de colapso. Dichos patrones se consideraron inversos al observar que las deformaciones que acontecían en los elementos de sección se realizaban en sentidos opuestos en cada uno de los patrones, (apartado 5.4.2).

A mayores, la comparación de las curvas de comportamiento obtenidas para cada uno de los patrones en las simulaciones por el MEF resultaron ser muy similares, (véase figuras de la 5.93 a la 5.96, apartado 5.4.2.4.2).

Ambos patrones son desglosados y analizados mediante la TGLP en la presente tesis. Aunque las simulaciones por el MEF constatan que dichos mecanismos son inversos se considera interesante proceder al análisis de los mismos mediante esta teoría. Se ha observado que algunos de los mecanismos que se desarrollan en el perfil con embutición parecen desarrollar el patrón inverso respecto al perfil sin embutición ante la misma sollicitación.

La constatación de que la energía absorbida por cada una de las líneas que conforman la rótula es la misma servirá de apoyo para analizar los patrones del perfil con embutición que se consideran inversos.

En el apartado que se presenta a continuación, (6.2.2.2), se analizará mediante la TGLP el patrón de colapso que se obtuvo en las simulaciones por el MEF con el empleo de magnitudes de imperfección positivas, al cual denominaremos también patrón original. Las curvas obtenidas mediante la TGLP se comparan con las MEF en el apartado 6.2.2.3.

En el apartado 6.2.2.4, simplemente se presentará el modelo teórico desarrollado para el análisis del mecanismo de fallo que se obtuvo en las simulaciones por el MEF con el empleo de magnitudes de imperfección negativas, al cual denominaremos patrón inverso.

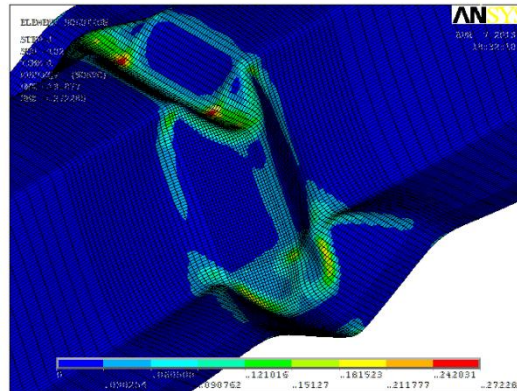
El análisis del patrón inverso mediante la TGLP ha sido incorporado en el Anexo F, dado que el proceso era muy similar al del patrón original, al igual que muchas de las expresiones de trabajo obtenidas.

Por último, en el apartado 6.2.2.5 se procederá a comentar los resultados alcanzados tras el análisis del patrón original y del patrón inverso con los modelos teóricos desarrollados para su estudio mediante la TGLP.

En dicho apartado se compararán las expresiones de trabajo y las curvas post-colapso obtenidas con cada uno de los modelos teóricos desarrollados.

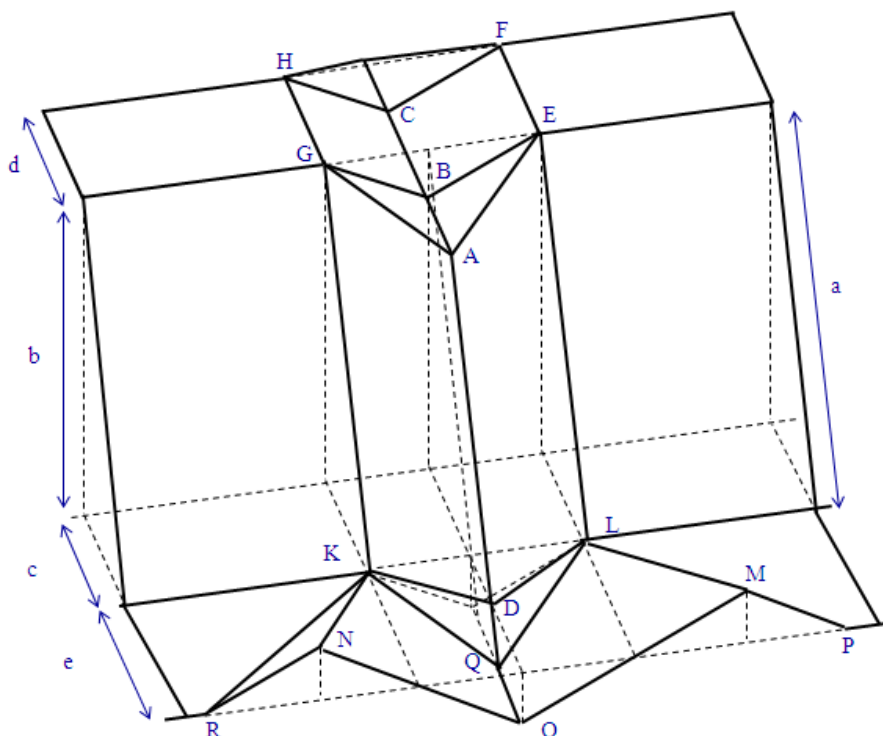
### 6.2.2.2 Patrón original.

El mecanismo de fallo obtenido en las simulaciones por el MEF, para el perfil sin embutición solicitado a compresión pura, con el empleo del primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas se puede apreciar en la figura 6.30



*Figura 6.30. Patrón original a compresión pura. Imperfecciones positivas.*

El modelo teórico desarrollado para el patrón de colapso a compresión pura, con el empleo de magnitudes de imperfección positivas, se presenta en la figura 6.31.



*Figura 6.31. Modelo teórico del mecanismo plástico del panel nervado H-55 a compresión pura.*

Al igual que en el apartado precedente, en primer lugar se han de determinar las coordenadas de los puntos A y B, (apartado 6.2.2.2.1)

Definida la posición de dichos puntos para cada estadio de deformación del mecanismo, se procede a determinar el trabajo realizado por cada una de las líneas plásticas. En primer lugar se analizan las líneas plásticas estacionarias, (apartado 6.2.2.2.2). A continuación se analizarán las líneas plásticas móviles, (apartado 6.2.2.2.3)

Dichos trabajos serán sumados con el fin de obtener el valor nominal de la energía absorbida por la rótula, (apartado 6.2.2.2.4)

Finalmente se procederá a determinar la curva de comportamiento post-colapso en base a la relación fuerza-desplazamiento y a su comparación con las curvas de comportamiento obtenidas en las simulaciones por el MEF, (apartado 6.2.2.3).

#### **6.2.2.2.1 Coordenadas de los puntos A y B.**

En las simulaciones por el MEF se pudo constatar que el mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil sin embutición ante la sollicitación de compresión pura acontece en un ancho de rótula de valor  $2h$ . Dicho valor será el empleado en el modelo teórico.

En primer lugar se procede a determinar las coordenadas del punto B.

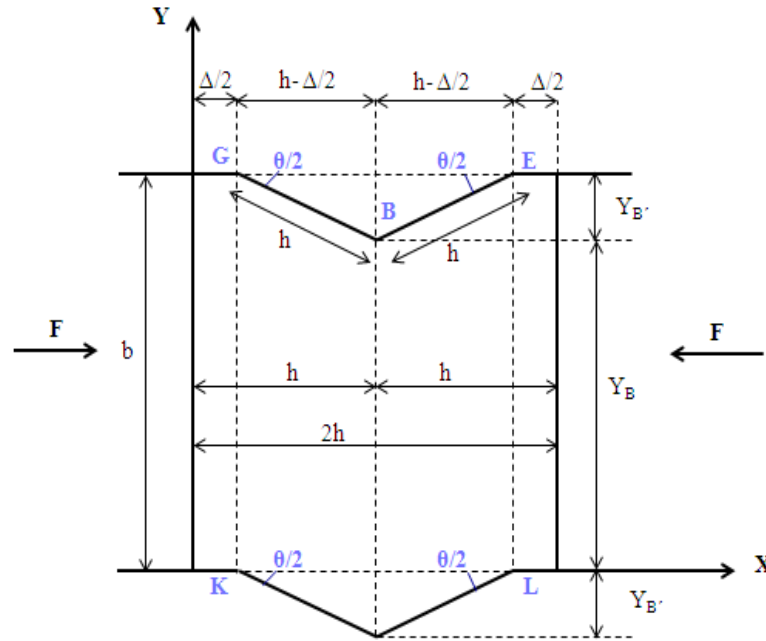
##### **Coordenadas del Punto B.**

Proyectando el alma sobre el plano vertical, y ubicando los ejes X, Y, se obtienen las relaciones que se muestran en la figura 6.32.

En dicha figura, (fig.6.32), se puede observar que la aplicación de una fuerza de compresión, F, provoca un desplazamiento  $\Delta/2$  en ambas caras de la pieza, por lo que el ancho de la rótula se ha de acortar  $h - \Delta/2$ , simétricamente desde la posición del Punto B.

En base a la figura 6.32, las coordenadas  $X_B$  y  $Z_B$ , se obtienen directamente.

$$X_B = h \text{ y } Z_B = 0$$



**Figura 6.32. Proyección del alma sobre el plano vertical. Obtención de las coordenadas del Punto B.**

Las coordenadas  $Y_B$ , e  $Y_{B'}$  se obtienen mediante la simple aplicación de Pitágoras.

$$Y_{B'}^2 + (h - \Delta/2)^2 = h^2$$

Despejando y desarrollando la diferencia de cuadrados:

$$Y_{B'}^2 = h^2 - (h - \Delta/2)^2$$

$$Y_{B'}^2 = h^2 - \left( h^2 + \frac{\Delta^2}{4} - 2h \frac{\Delta}{2} \right)$$

$$Y_{B'}^2 = h\Delta - \frac{\Delta^2}{4}$$

$$Y_{B'} = \sqrt{h\Delta - \frac{\Delta^2}{4}} \quad (6.52)$$

Teniendo en cuenta que:

$$Y_B = b - Y_{B'}$$

La coordenada  $Y_B$ , será igual a:

$$Y_B = b - \sqrt{h\Delta - \frac{\Delta^2}{4}} \quad (6.53)$$

Por tanto, las coordenadas del punto B, serán:

$$X_B = h \tag{6.54}$$

$$Y_B = b - \sqrt{h\Delta - \frac{\Delta^2}{4}}$$

$$Z_B = 0$$

Siguiendo a Gioncu y Mazzolani, (Gioncu y Mazzolani 2002), se puede establecer la relación entre el ángulo girado  $\theta/2$  y el desplazamiento  $\Delta$  de las alas del perfil, (fig.6.33).

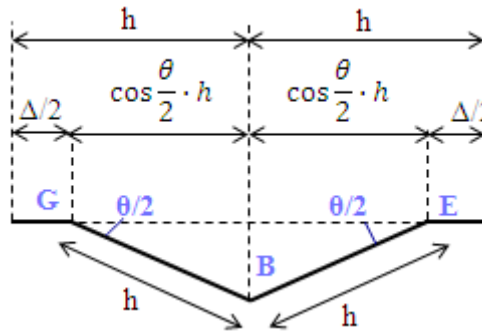


Figura 6.33. Detalle de la deformación del ala superior comprimida.

Extendiendo la serie de Taylor para la función  $\cos \theta$ , hasta un segundo grado:

$$\cos \frac{\theta}{2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} \cdot x^{2n} \quad \cos \frac{\theta}{2} = \left[ 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\theta}{2}\right)^2 \right] \tag{6.55}$$

Dado que:

$$h = \frac{\Delta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} \cdot h \tag{6.56}$$

Despejando:

$$\frac{\Delta}{2} = h - \cos \frac{\theta}{2} \cdot h \tag{6.57}$$

$$\frac{\Delta}{2} = h \cdot \left(1 - \cos \frac{\theta}{2}\right) \tag{6.58}$$

Sustituyendo el valor de  $\cos \frac{\theta}{2}$ , según la expresión 6.55 en 6.58, se obtiene que:



$$\frac{\Delta}{2} = h \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\theta}{2} \right)^2 \right) \right] \quad (6.59)$$

$$\frac{\Delta}{2} = h \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\theta}{2} \right)^2 \quad (6.60)$$

$$\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\Delta}{h}} \quad (6.61)$$

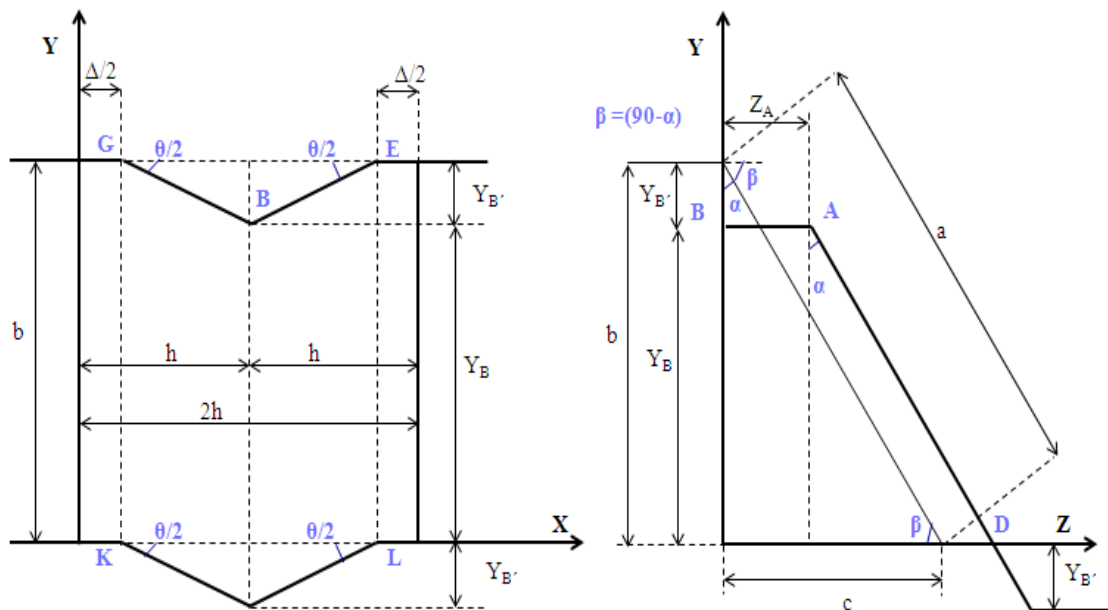
A continuación se procede a determinar las coordenadas del punto A.

### Coordenadas del Punto A.

Las coordenadas  $X_A$ ,  $Y_A$ , se obtienen directamente, (fig.6.34), dado que el punto A es la proyección del punto B en la dirección Z, por lo cual:

$$X_A = X_B = h$$

$$Y_A = Y_B = b - \sqrt{h\Delta - \frac{\Delta^2}{4}} \quad (6.62)$$



**Figura 6.34.** Deformación de la rótula. Corte longitudinal, (izquierda). Corte transversal, (derecha).

Realizando un corte por la sección transversal y ubicando los ejes Y, Z, (fig.6.34, derecha), se pueden establecer las relaciones pertinentes para determinar el valor de la coordenada  $Z_A$ .

Dada la simetría de la rótula plástica, en el corte transversal de la figura 6.34 se representa el proceso de deformación de media onda.

Dado que por el principio de continuidad, la dimensión del alma de la pieza, (a), ha de mantenerse, se puede establecer que:

$$BA + AD = a; \quad \text{y como;} \quad BA = Z_A$$

Se puede decir que:

$$Z_A + AD = a \tag{6.63}$$

Por otro lado:

$$\cos \alpha = \frac{Y_B}{AD}$$

$$AD = \frac{Y_B}{\cos \alpha} \tag{6.64}$$

Sustituyendo la expresión 6.64 en la ecuación 6.63:

$$Z_A + \frac{Y_B}{\cos \alpha} = a$$

$$Z_A = a - \frac{Y_B}{\cos \alpha} \tag{6.65}$$

Por tanto, las coordenadas del punto A, serán:

$$X_A = X_B = h$$

$$Y_A = Y_B = b - \sqrt{h\Delta - \frac{\Delta^2}{4}}$$

$$Z_A = a - \frac{b - \sqrt{h\Delta - \frac{\Delta^2}{4}}}{\cos \alpha}$$

### 6.2.2.2.2 Líneas plásticas estacionarias.

#### 6.2.2.2.2.1 Líneas GH y EF. (W1)

Tomando como base el modelo teórico representado en la figura 6.31, y ampliando la zona de interés, (fig.6.35), se procede a establecer los parámetros que determinan el trabajo realizado por las líneas GH y EF.

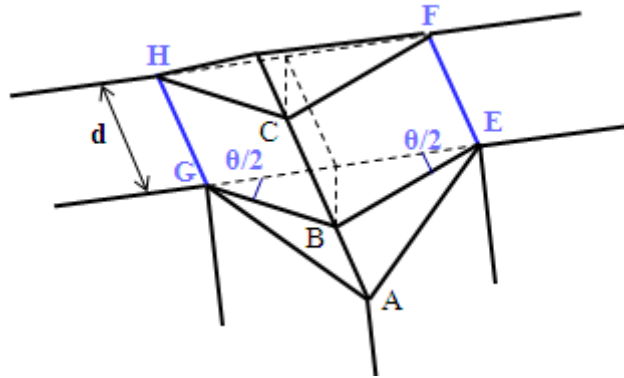


Figura 6.35. Trabajo realizado por las líneas GH y EF.

Teniendo en cuenta la expresión general del trabajo.

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Y siendo:

$$L = d$$

$$\theta = \frac{\theta}{2}$$

Nº de líneas plásticas = 2

Se obtiene que el  $W_1$  es igual a:

$$W_1 = 2M_p \cdot d \cdot \frac{\theta}{2} \tag{6.66}$$

#### 6.2.2.2.2.2 Línea BC. ( $W_2$ ).

Realizando de nuevo el mismo proceso y ampliando la zona de interés en base al modelo teórico de la figura 6.31, se observa que:

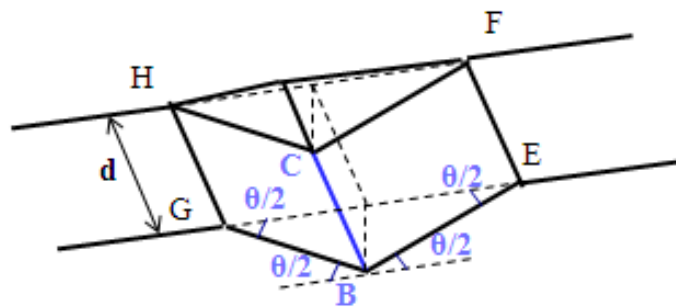


Figura 6.36. Trabajo realizado por la línea BC.

De nuevo, teniendo en cuenta la expresión general de trabajo y adaptándolo a la geometría aquí presentada, se obtiene que:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Siendo:

$$L = d$$

$$\theta = 2 \cdot \frac{\theta}{2} = \theta$$

Nº de líneas plásticas = 1

$$W_2 = M_p \cdot d \cdot \theta \quad (6.67)$$

#### 6.2.2.2.2.3 Líneas AB y CJ. (W3).

En primer lugar se procede a ampliar la zona de interés, (fig.6.37), con el fin de establecer las relaciones pertinentes.

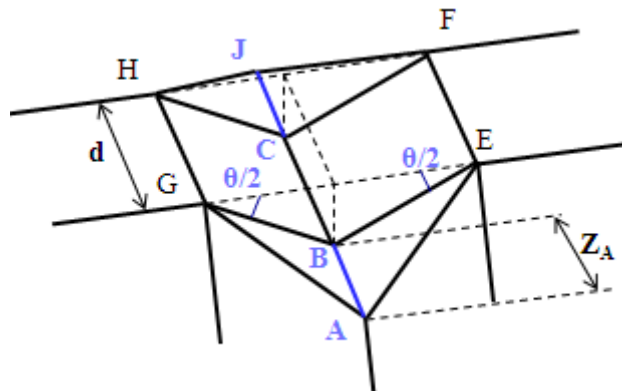


Figura 6.37. Trabajo realizado por las líneas AB y CJ.

El ángulo girado por las líneas AB y CJ, es el mismo que el girado por la línea BC. Por tanto:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Siendo:

$$L = Z_A$$

$$\theta = 2 \cdot \frac{\theta}{2} = \theta$$

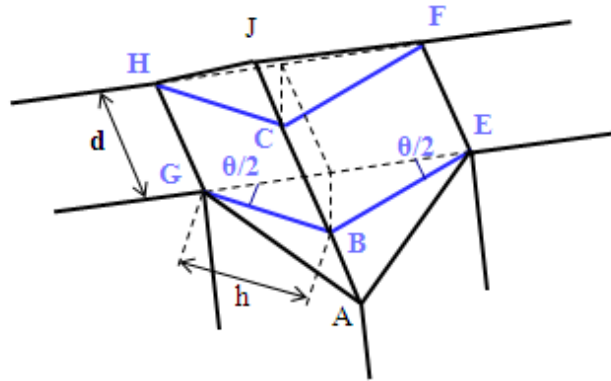
Nº de líneas plásticas = 2

Sustituyendo:

$$W_3 = 2 \cdot M_p \cdot Z_A \cdot \theta \quad (6.68)$$

#### 6..2.2.2.4 Líneas BG, BE, CH y CF. (W4).

En base al modelo teórico presentado en la figura 6.31, y la ampliación aquí presentada, es fácil de determinar que la longitud de cada una de las líneas es h.



*Figura 6.38. Trabajo realizado por las líneas BG, BE, CH y CF y longitud de las líneas.*

Por otro lado, el ángulo que han de rotar las líneas para alcanzar la posición horizontal será  $\beta$ .

Siguiendo el esquema general planteado para la determinación del trabajo, tendremos que:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Siendo:

$$L = h$$

$$\theta = \beta$$

$$N^\circ \text{ de líneas plásticas} = 4$$

Sustituyendo:

$$W_4 = 4 \cdot M_p \cdot h \cdot \beta \quad (6.69)$$

La observación de la sección transversal permite ver con mayor facilidad la rotación realizada por las líneas BG, BE, CH y CF, (fig.6.39).

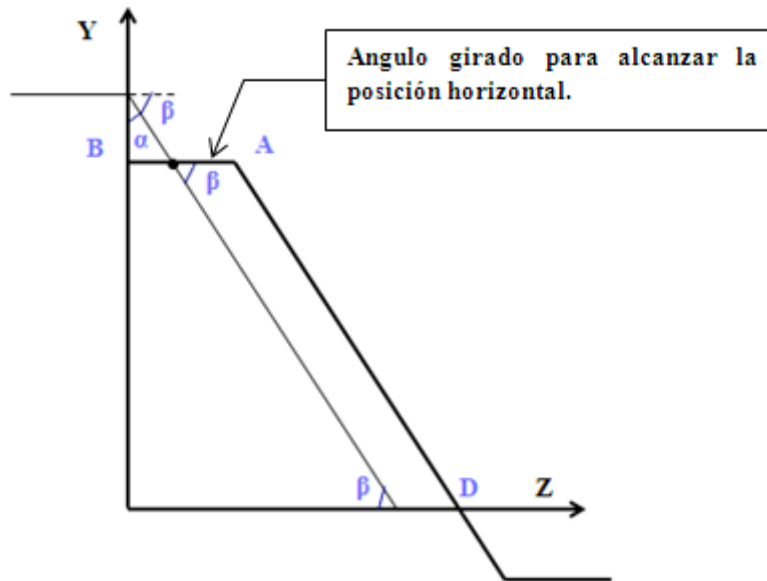


Figura 6.39. Angulo girado por las líneas BG, BE, CH y CF.

6.2.2.2.2.5 Líneas GK, EL y sus simétricas. (W5).

Empleado de nuevo la sección transversal se puede determinar la distancia perpendicular que recorre la recta AD en el proceso de deformación.

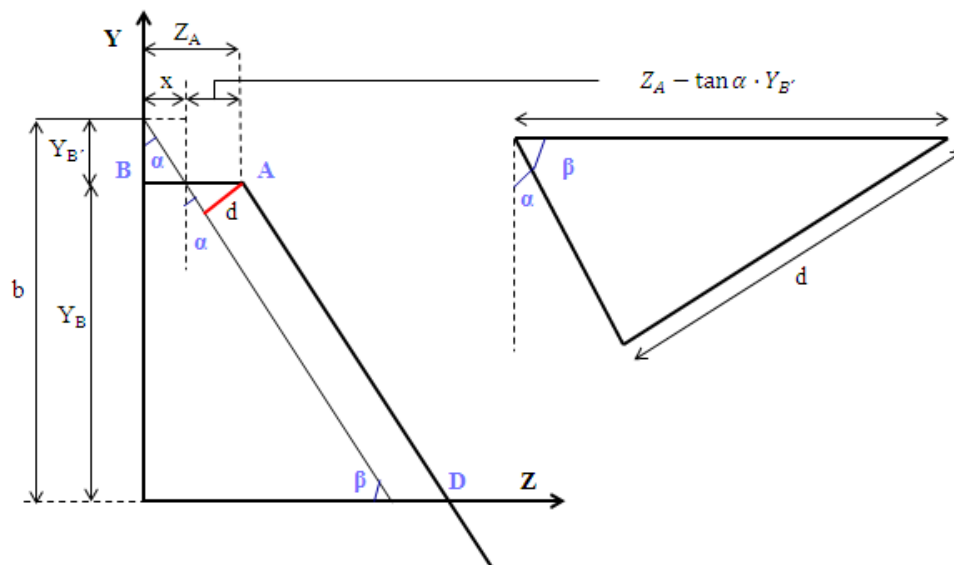


Figura 6.40. Determinación de la distancia "d".

Observando la figura 6.40, se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$\tan \alpha = \frac{x}{Y_B'} ; \text{ de donde; } x = \tan \alpha \cdot Y_B'$$

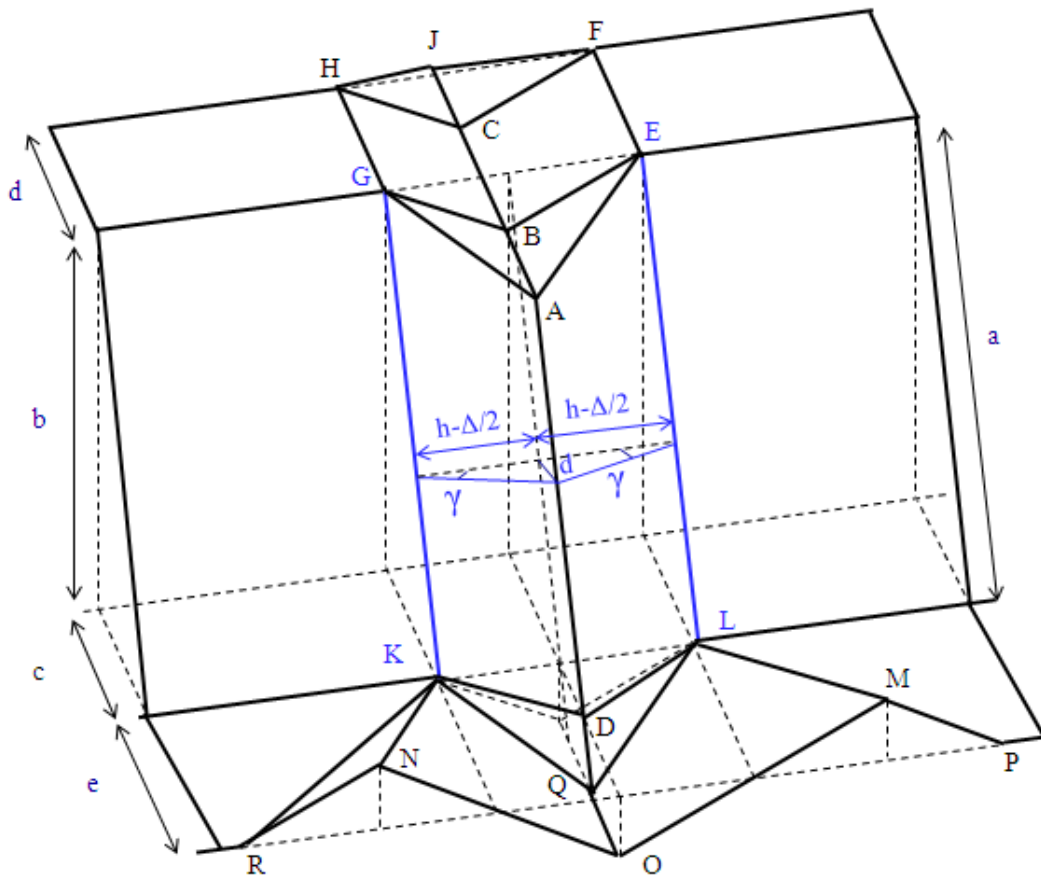
Y por tanto:

$$\sin \beta = \frac{d}{(Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})} \quad (6.70)$$

$$d = \sin \beta \cdot (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'}) \quad (6.71)$$

Obtenida la distancia perpendicular,  $d$ , el ángulo girado por las líneas plástica,  $\gamma$ , se puede determinar mediante una simple relación trigonométrica en base a la figura 6.41.

$$\tan \gamma = \frac{d}{h - \frac{\Delta}{2}} \quad (6.72)$$



*Figura 6.41. Trabajo realizado por las líneas plásticas GK, EL y sus simétricas. Determinación del ángulo girado.*

Sustituyendo el valor “ $d$ ”, obtenido mediante la expresión 6.71, en la ecuación 6.72, se obtiene que:

$$\tan \gamma = \frac{\sin \beta \cdot (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})}{h - \frac{\Delta}{2}} \quad (6.73)$$

$$\gamma = \arctan \left[ \frac{\sin \beta \cdot (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})}{h - \frac{\Delta}{2}} \right] \quad (6.74)$$

Obtenido el ángulo girado por las líneas plásticas analizadas en el trabajo W5, y teniendo en cuenta la expresión general del trabajo, podemos decir que:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Siendo:

$$L = a$$

$$\theta = \gamma$$

$$N^{\circ} \text{ de líneas plásticas} = 4$$

Empleando la ecuación 6.74, la expresión que define el trabajo realizado por las líneas plásticas GK, EL, y sus simétricas será:

$$W_5 = 4 \cdot M_p \cdot a \cdot \arctan \left[ \frac{\sin \beta \cdot (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})}{h - \frac{\Delta}{2}} \right] \quad (6.75)$$

#### 6.2.2.2.2.6 Línea AQ y su simétrica. (W6).

Observando la figura precedente, 6.41, se puede determinar que el ángulo girado por la línea central AQ será  $2\gamma$ .

Por otro lado, dado que en la parte inferior del alma se produce una plastificación con la misma geometría que en el parte superior, (véase figura 6.34, corte transversal, y figura 6.42), es factible establecer que la línea AQ tendrá la dimensión del alma, "a".

Por lo tanto, realizando el mismo proceso que en los trabajos precedentes:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Siendo:

$$L = a$$

$$\theta = 2 \cdot \gamma$$

$$N^{\circ} \text{ de líneas plásticas} = 2$$



Tendremos que:

$$W_6 = 2 \cdot M_p \cdot a \cdot 2 \cdot \gamma$$

Sustituyendo el valor del ángulo  $\gamma$ , según la ecuación 6.74.

$$W_6 = 4 \cdot M_p \cdot a \cdot \arctan \left[ \frac{\sin \beta \cdot (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})}{h - \frac{\Delta}{2}} \right] \quad (6.76)$$

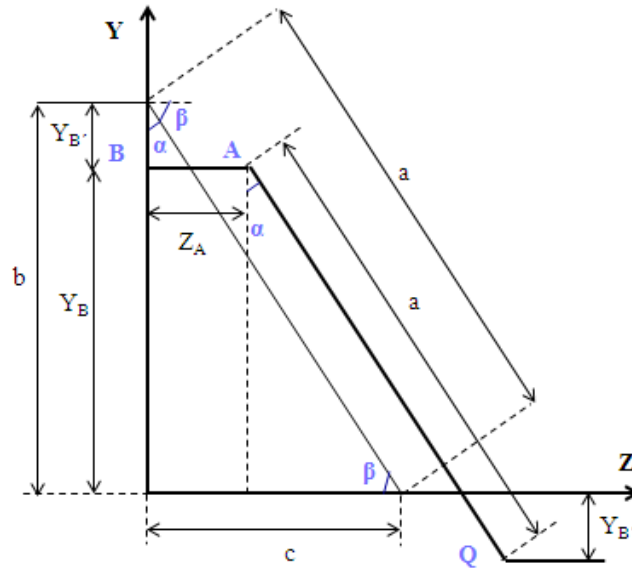


Figura 6.42. Determinación de la longitud de la línea AQ.

#### 6..2.2.2.7 Líneas KD, DL y sus simétricas. (W7).

Ampliando la zona de interés del mecanismo plástico, se observan las relaciones representadas en la figura 6.43.

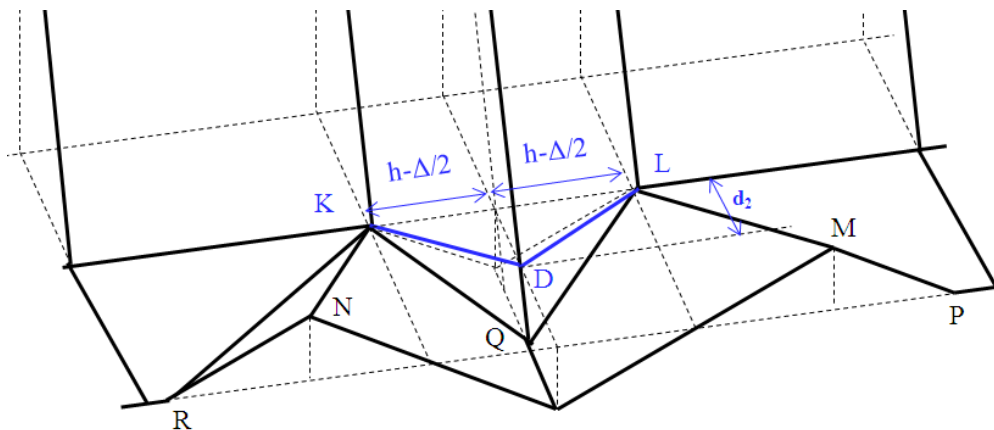


Figura 6.43. Trabajo realizado por las líneas KD, DL, y sus simétricas.

Tomando de nuevo la sección transversal, se observa que:

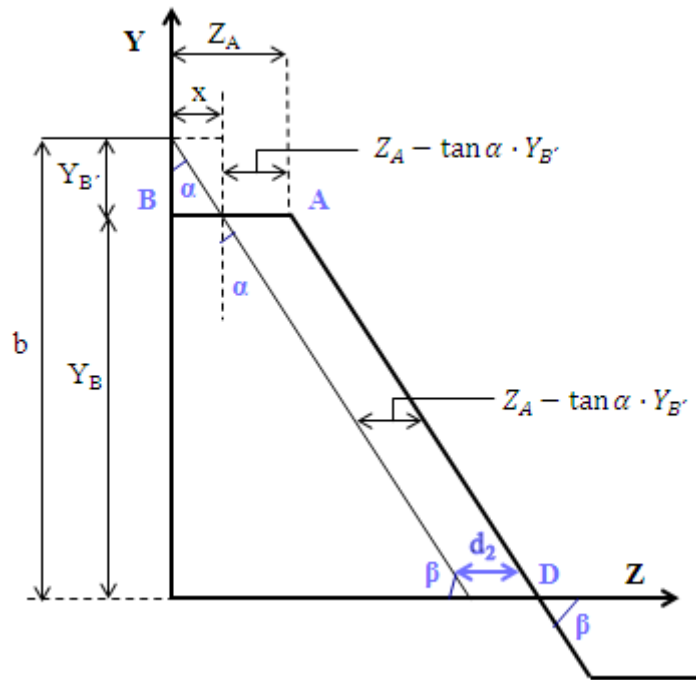


Figura 6.44. Sección transversal. Obtención de  $d_2$ .

$$d_2 = Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'} \tag{6.77}$$

Por lo tanto, la longitud de la línea KD, será igual a:

$$L_{KD} = \sqrt{d_2^2 + \left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2} \tag{6.78}$$

Sustituyendo el valor  $d_2$ , (6.77), en la ecuación 6.78, se obtiene que:

$$L_{KD} = \sqrt{(Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})^2 + \left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2} \tag{6.79}$$

El ángulo girado por la línea KD, para tomar la dirección del plano del alma será  $\beta$ , tal y como se puede apreciar en la figura 6.44.

Por lo tanto, siguiendo el esquema general para determinar el valor de los trabajos:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Siendo:

$$L = \sqrt{(Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})^2 + \left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2}$$

$$\theta = \beta$$

Nº de líneas plásticas = 4

$$W_7 = 4 \cdot M_p \cdot \sqrt{(Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})^2 + \left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2} \cdot \beta \quad (6.80)$$

#### 6.2.2.2.8 Líneas KN, LM y sus simétricas. (W8).

La zona de interés, con las relaciones pertinentes establecidas, puede apreciarse en la figura 6.45.

En la figura 6.46, se procede a la ampliación de la línea LM y a la exposición de las relaciones más relevantes.

A fin de ser más claros en la representación, y con la pretensión de facilitar la visualización de la geometría, se ha tomado el punto central de la línea LM para servir de referente en el establecimiento de las relaciones geométricas pertinentes. Dicho punto ha sido denotado en la figura 6.46 con la letra "S".

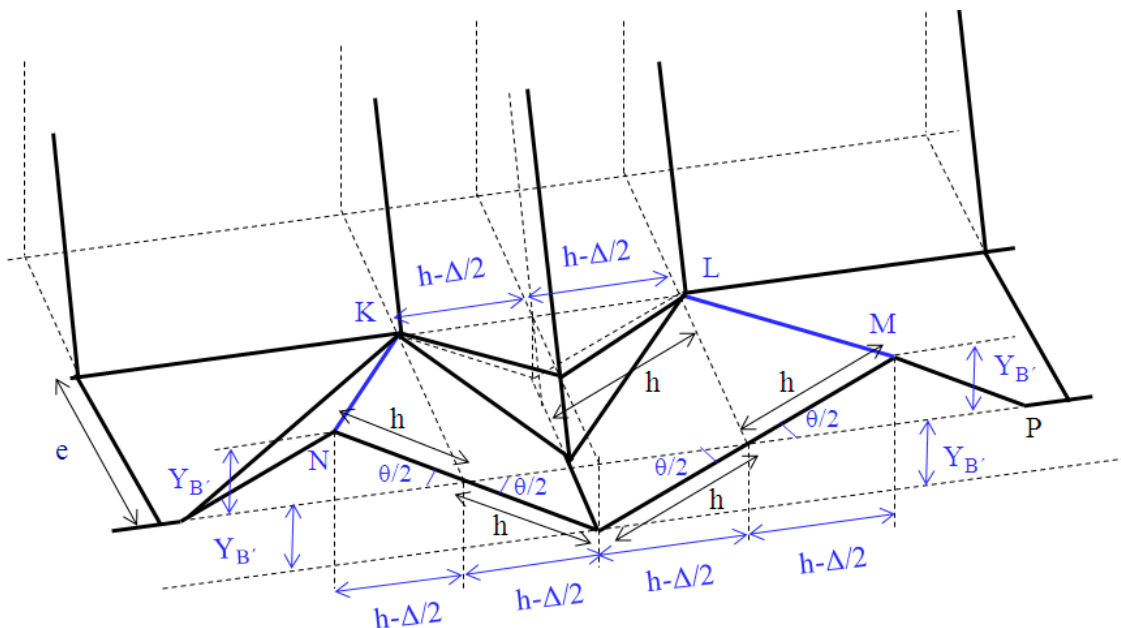


Figura 6.45. Trabajo realizado por las líneas LM y KN.

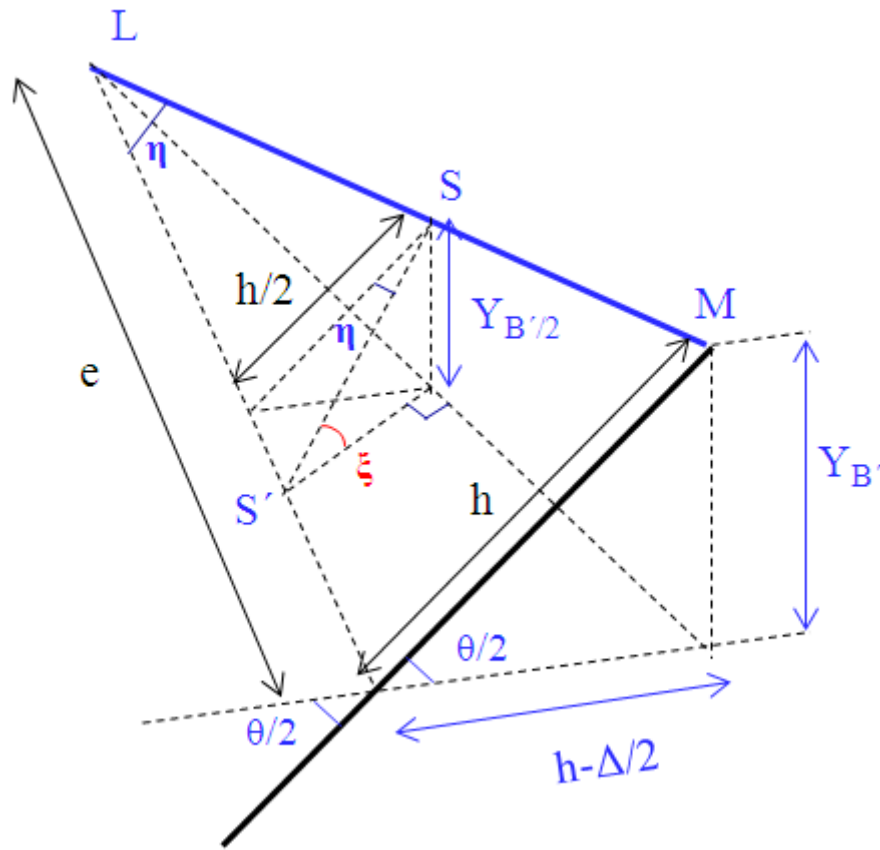


Figura 6.46. Detalle línea plástica LM.

En base a la figura 6.46, la longitud de la línea LM y el ángulo  $\eta$ , se obtienen a partir de las siguientes relaciones:

$$L_{LM} = \sqrt{h^2 + e^2} \tag{6.81}$$

$$\eta = \arctan\left(\frac{h}{e}\right) \tag{6.82}$$

La longitud de la línea  $SS'$ , vendrá dada por la siguiente relación:

$$\cos \eta = \frac{h/2}{SS'} \tag{6.83}$$

$$SS' = \frac{h}{2 \cdot \cos \eta} \tag{6.84}$$

Por último, el ángulo buscado,  $\xi$ , será igual a:

$$\sin \xi = \frac{Y_B'/2}{[h/(2 \cos \eta)]} \tag{6.85}$$

$$\xi = \arcsin \frac{Y_{B'} \cdot \cos \eta}{h} \quad (6.86)$$

Teniendo en cuenta que el trabajo expresado en su forma general es:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Y en base a las expresiones 6.30 y 6.35:

$$L = L_{LM} = \sqrt{h^2 + e^2}$$

$$\xi = 2 \cdot \arcsin \frac{Y_{B'} \cdot \cos \eta}{h}$$

Nº de líneas plásticas = 4

Se hace notar que el ángulo girado por la línea LM será  $2\xi$ .

El trabajo  $W_8$ , será igual a:

$$W_8 = 4 \cdot M_p \cdot \sqrt{h^2 + e^2} \cdot 2 \cdot \arcsin \frac{Y_{B'} \cdot \cos \eta}{h} \quad (6.87)$$

#### 6.2.2.2.2.9 Línea QO y su simétrica. (W9).

Dado que la geometría en la base del alma, sigue las mismas pautas de deformación que en la parte superior, las relaciones pertinentes se establecen directamente, tal y como se puede observar en la figura 6.47.

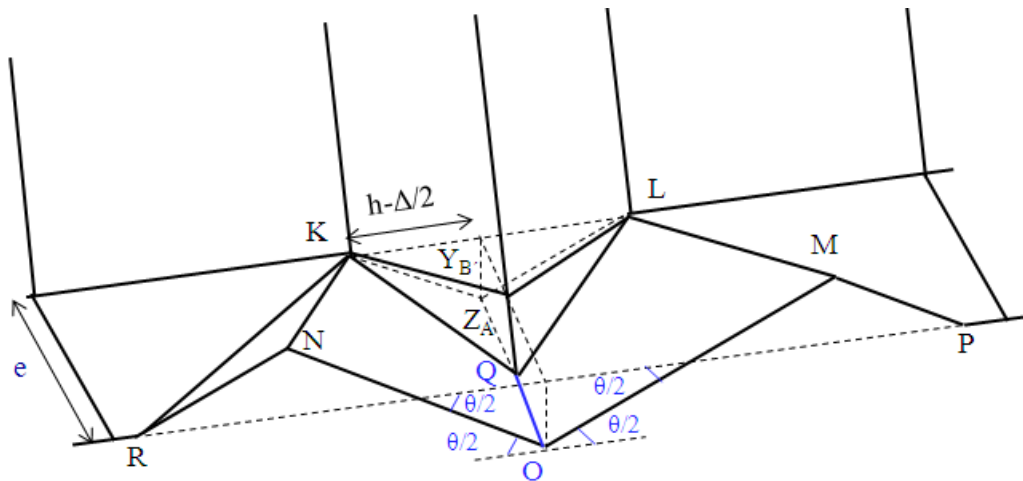


Figura 6.47. Trabajo realizado por la línea QO y su simétrica.

En base a la figura 6.47, la longitud, y el ángulo girado por la línea QO, serán:

$$L_{QO} = e - Z_A$$

$$\theta = 2 \frac{\theta}{2} = \theta$$

Dado que el número de líneas plásticas son 2, el trabajo  $W_9$ , vendrá dado por la expresión:

$$W_9 = 2 \cdot M_p \cdot (e - Z_A) \cdot \theta \quad (6.88)$$

#### 6.2.2.2.2.10 Líneas KR, LP, y sus simétricas. (W10)

Las líneas KR, LP, y sus simétricas, son líneas que trabajan en el rango elástico y por tanto no llegan a desarrollarse, tal y como se puede apreciar en la solución elemental y nodal de deformaciones plásticas de Von Mises, (fig.6.48).

En la figura 6.48, se puede observar como la transición es suave y no se produce un quiebro tan rígido como el representado en el modelo teórico. Estas líneas entrarían dentro de la clasificación de Gioncu y Mazzolani, (Gioncu y Mazzolani 2002), formando parte de lo que los autores denominan mecanismo incompleto, (véase apartado 4.3, figura 4.3). Un mecanismo incompleto es aquel en el que las líneas no llegan a formarse, o se forman parcialmente, quedando una parte de la línea que trabaja en el rango elástico. En este caso en dichas líneas no se produce plastificación.

Por otro lado dichas líneas formarían un ángulo excesivamente amplio. Tal y como exponen Hiriyur y Schafer, (Hiriyur y Schafer 2004), es posible que en una pieza de acero sometida a compresión pura no llegue nunca a desarrollar físicamente una línea plástica con una inclinación superior a ciertos grados.

Dado que no se alcanza plastificación en dichas líneas, el trabajo realizado por las mismas se considera nulo.

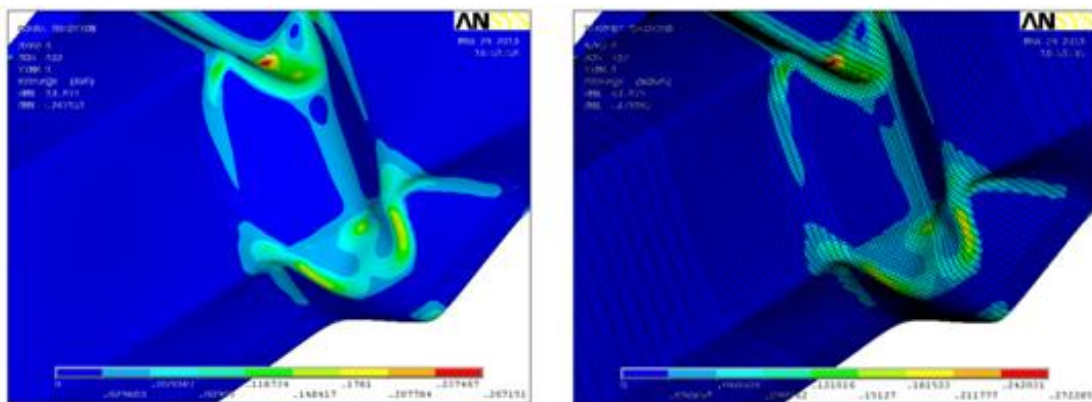


Figura 6.48. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Compresión pura.

### 6.2.2.2.3 Líneas plásticas móviles.

#### 6.2.2.2.3.1 Líneas GA, AE, JH y JF. (W11).

En este caso es un área y no una línea lo que está plastificando, por lo que la expresión general del trabajo:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Será igual a:

$$W = M_p \cdot A \cdot \theta$$

Como la curvatura de una línea, es el inverso multiplicativo del radio:

$$\theta = \frac{1}{r} \quad (6.89)$$

La zona plastificada posee una gran similitud con el modelo teórico de Kecman, (Kecman 1983), (apartado 4.9.4.2). Procediendo al igual que Kotelko en sus artículos de análisis de patrones de colapso en vigas triangulares y rectangulares de paredes de pequeño espesor, (Kotelko y Krolak 1993), (Kotelko 1996), se toma como valor de “r”, obtenido por Kecman de manera experimental. Esto es:

$$r = \left(0.07 - \frac{\theta}{70}\right) \cdot h \quad (6.90)$$

Observando la figura 6.49, el área vendrá determinada por la expresión:

$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot Z_A$$

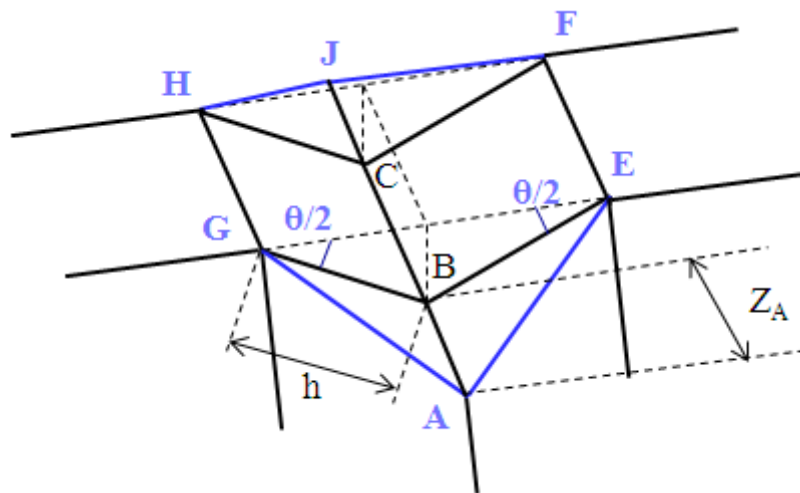


Figura 6.49. Zonas plastificadas, GAB, ABE, CHJ y CJF.

Por lo que el trabajo  $W_{11}$  será igual a:

$$W_{11} = 2 \cdot 4 \cdot M_p \cdot \frac{1}{2} \cdot h \cdot Z_A \cdot \frac{1}{r} \quad (6.91)$$

Se hace notar que las líneas móviles se han de modelar como dos líneas plásticas, tal y como propone Bakker, (Bakker 1990), (véase apartado 4.4), y como procede Kecman, (Kecman 1983).

$$W_{11} = 4 \cdot M_p \cdot \frac{h}{r} \cdot Z_A \quad (6.92)$$

#### 6..2.2.2.3.2 Líneas KQ, QL y sus simétricas. (W12).

Las zonas delimitadas por las líneas, KDQ y QDL son áreas plásticas. La deformación desarrollada en dicha zona es similar a la acontecida en ABG y ABE, ( $W_{11}$ ).

Siguiendo el razonamiento realizado para la línea AQ, ( $W_6$ , figura 6.42), se puede establecer que la longitud de la línea DQ es igual a  $Z_A$ , tal y como se puede apreciar en la figura 6.50.

Por otro lado, la longitud de la línea KD es conocida, ya que fue hallada en el trabajo nº7. ( $W_7$ , apartado 6.2.3.7). En base a la ecuación 6.79, dicha longitud es:

$$L_{KD} = \sqrt{(Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})^2 + \left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2}$$

Por lo tanto, el área plástica se puede expresar como:

$$A = \frac{1}{2} \cdot Z_A \cdot \sqrt{(Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})^2 + \left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2}$$

En relación al ángulo girado se sigue el mismo razonamiento que en el trabajo nº11, ( $W_{11}$ ), dado que es el radio de esquina el que está plastificando. Dicho valor vendrá dado entonces en base a las ecuaciones 6.89 y 6.90.

Siguiendo el esquema planteado en el trabajo anterior:

$$W = M_p \cdot A \cdot \theta$$

Nº áreas plásticas = 4

Dado que son líneas móviles, el número de líneas plásticas ha de multiplicarse por 2.





Dado que la diferenciación de la expresión anterior es laboriosa, la fuerza en función del desplazamiento puede ser obtenida numéricamente empleando la expresión 6.94.

$$F(\delta) = \frac{W(\delta + \Delta\delta) - W(\delta)}{\Delta\delta} \quad (6.94)$$

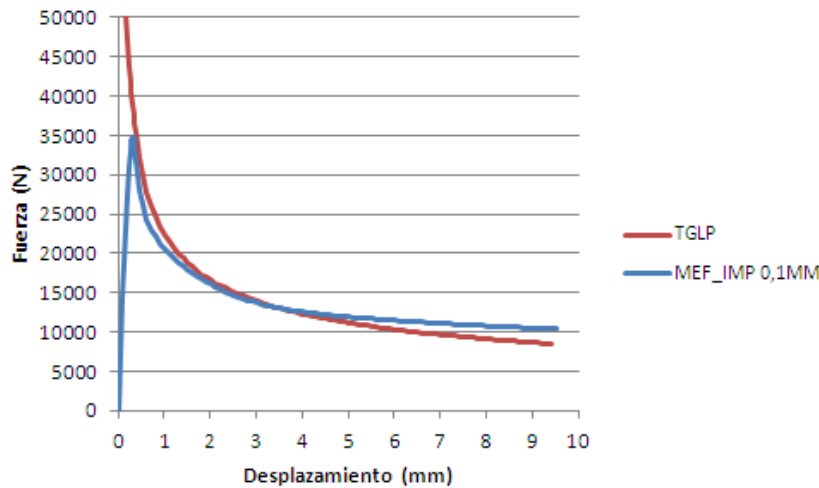
Donde  $\Delta\delta$ , representa un pequeño incremento finito del desplazamiento, ( $\Delta\delta$ , según nomenclatura de las expresiones anteriores en el presente apartado).

Cabe añadir aquí que algunas de las expresiones de trabajo deducidas no han sido escritas como una función directa de  $\Delta$ , (o  $\delta$ ), si no que se han dejado en función de  $\theta$ . Recordar que para obtener la expresión directa en  $\Delta$ , (o  $\delta$ ), debe tenerse en cuenta la relación 6.6.1.

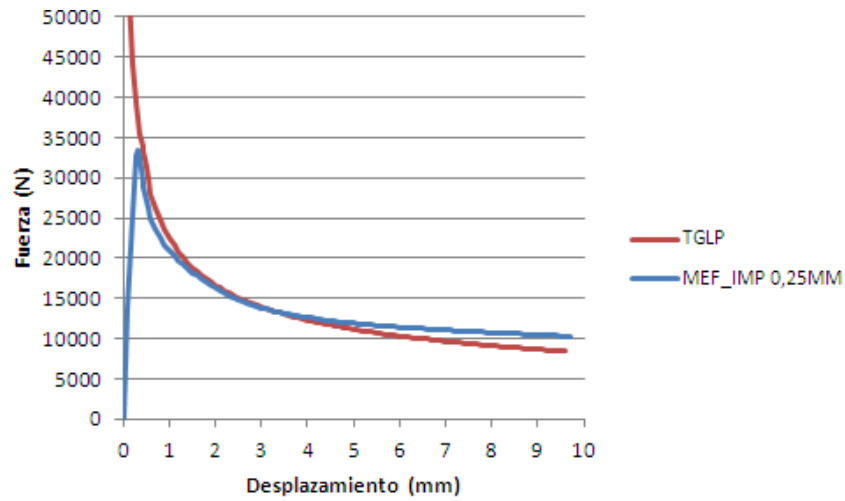
Los desplazamientos empleados para la determinación del valor de la carga última en cada estadio de deformación de la rótula fueron tomados directamente de las simulaciones por el MEF.

### 6.2.2.3 TGLP Vs. Simulaciones por el MEF.

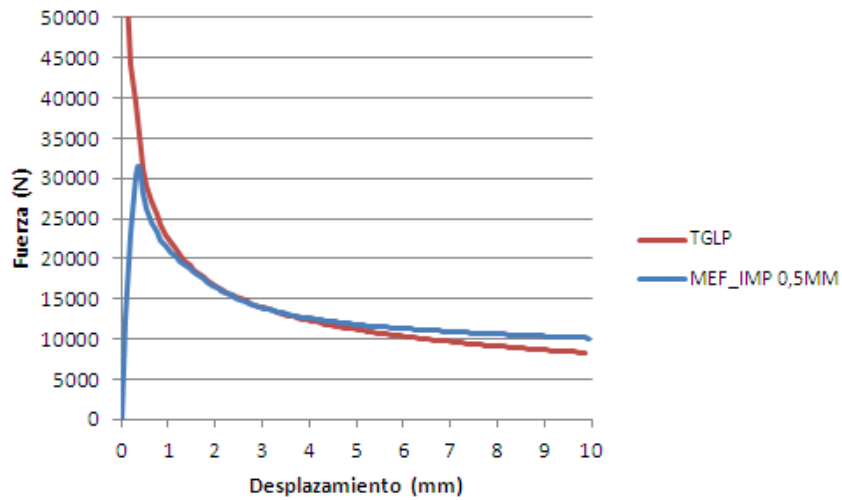
En las siguientes gráficas, (fig. 6.51 a la fig. 6.54), se comparan las relaciones fuerza-desplazamiento obtenidas en las simulaciones por el MEF con el empleo del primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección positivas, con las curvas post-colapso obtenidas mediante la TGLP en base al modelo teórico presentado en la figura 6.31.



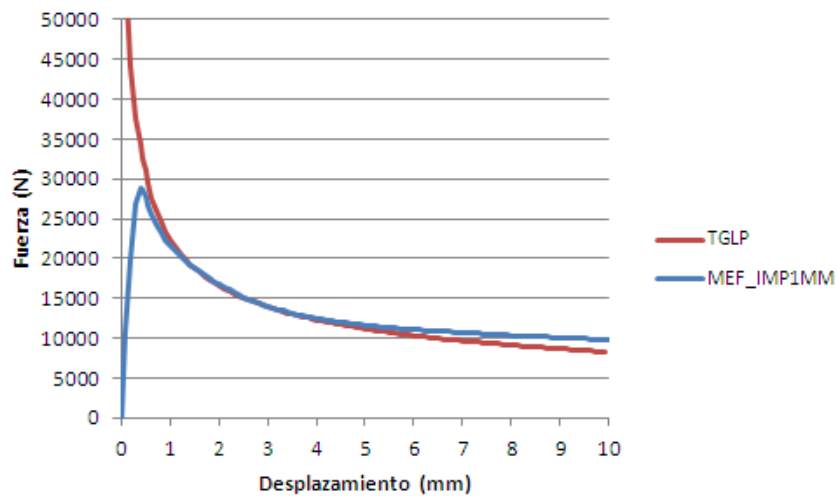
**Figura 6.51. Relación fuerza-desplazamiento. TGLP Vs. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección positiva de 0.1mm.**



**Figura 6.52.** Relación fuerza-desplazamiento. TGLP Vs. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección positiva de 0.25mm.



**Figura 6.53.** Relación fuerza-desplazamiento. TGLP Vs. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección positiva de 0.5mm.



**Figura 6.54.** Relación fuerza-desplazamiento. TGLP Vs. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección positiva de 1mm.

En las figuras precedentes, (fig. 6.51 a la fig. 6.54), se puede apreciar como la curva obtenida mediante la TGLP recoge con bastante corrección el comportamiento post-colapso del perfil sin embutición a compresión pura, dada similitud observada entre el trazado de esta curva y las obtenidas en las simulaciones por el MEF.

Se observa como la curva obtenida mediante la TGLP se acerca también con bastante corrección al valor de la carga última obtenida en las simulaciones por el MEF para todas las magnitudes de imperfección empleadas.

Ciertamente se observa un ligero distanciamiento entre ambas curvas en dicho punto cuando en las simulaciones por el MEF se emplea una magnitud de imperfección de 1mm. Aun así, dicho distanciamiento no se considera excesivo.

A grandes rasgos se considera que el modelo teórico empleado para el análisis del mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil sin embutición a compresión pura es lo suficientemente correcto como para definir el comportamiento post-colapso del perfil, y que el valor de la carga última se podría estimar también con bastante corrección para todas las magnitudes de imperfección empleadas en las simulaciones, si se procediese a confrontar la curva TGLP con la rama que define el comportamiento elástico del perfil.

#### **6.2.2.4 Compresión pura. Patrón inverso.**

##### **6.2.2.4.1 Introducción.**

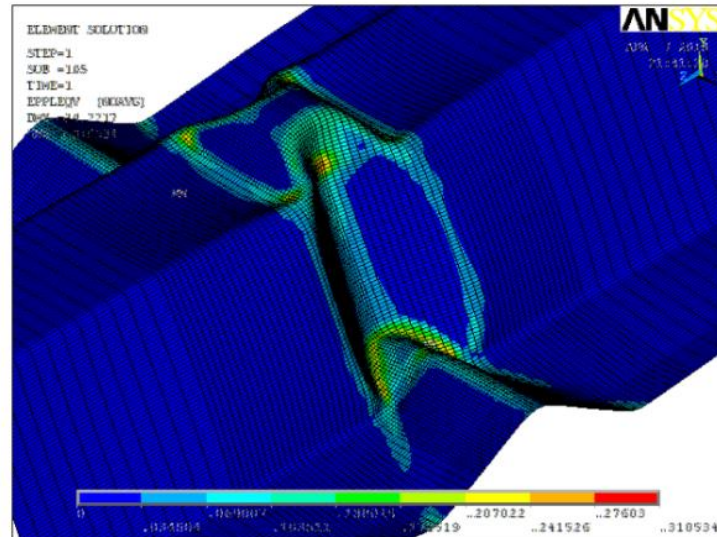
Tal y como se ha expuesto en la introducción de este capítulo, en este apartado se procederá únicamente a la presentación del denominado patrón inverso que se desarrolla en el perfil sin embutición ante la sollicitación de compresión pura.

Las expresiones de los trabajos así como la comparación con las curvas obtenidas en las simulaciones por el MEF se presentan en el Anexo F, ya que estas expresiones, al igual que el procedimiento realizado, son muy similares a las presentadas en el apartado precedente.

La presentación del modelo teórico del patrón inverso se realiza a continuación, dado que en apartados posteriores nos referiremos al mismo y es de interés tener una referencia de su geometría.

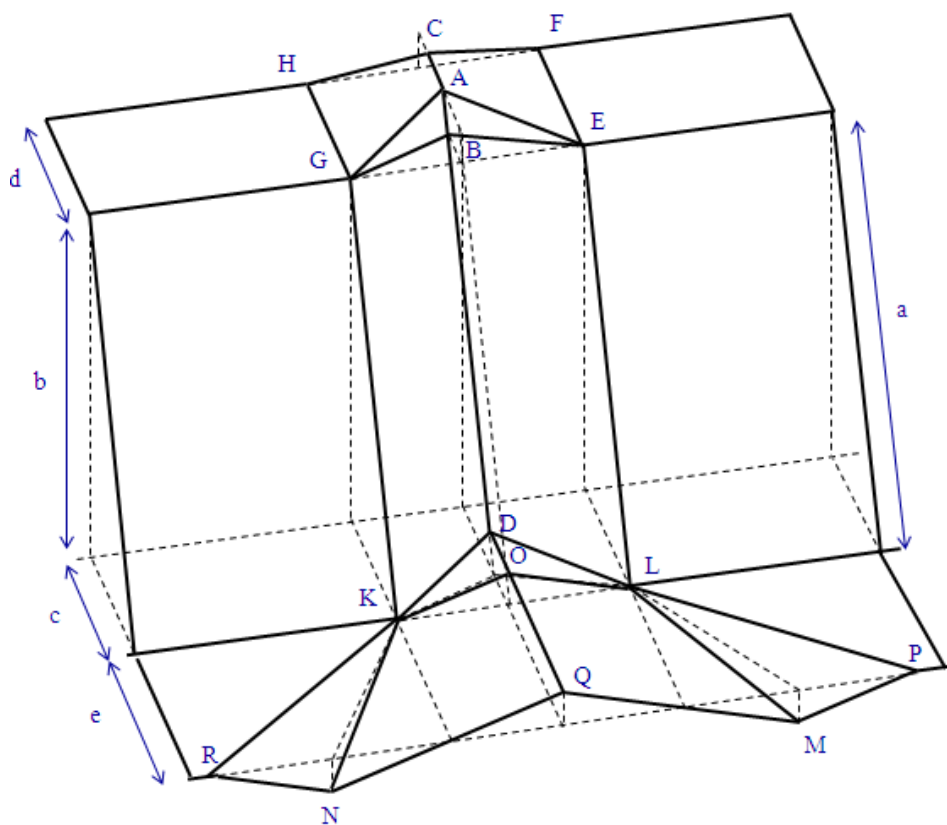
##### **6.2.2.4.2 Modelo teórico del patrón inverso.**

El mecanismo de fallo obtenido en las simulaciones por el MEF ante la sollicitación de compresión pura, con el empleo del primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección negativas, se presenta de nuevo en la figura 6.55.



**Figura 6.55. Patrón inverso a compresión pura. Imperfecciones positivas.**

El modelo teórico desarrollado para el patrón de colapso a compresión pura, con el empleo de magnitudes de imperfección negativas, se presenta en la figura 6.56.



**Figura 6.56. Modelo teórico del mecanismo plástico del panel nervado H-55 a compresión pura. Modelo inverso.**

### 6.2.2.5 Comparación de los modelos teóricos. Patrón original y patrón inverso.

En este pequeño apartado se procede a comparar los resultados obtenidos con los modelos teóricos desarrollados para el patrón original y el patrón inverso.

En el apartado 6.2.2.5.1 se procede a comparar las expresiones de los trabajos obtenidas para cada modelo teórico.

En el apartado 6.2.2.5.2 se comparan las curvas post-colapso obtenidas mediante la TGLP para cada uno de los modelos teóricos.

#### 6.2.2.5.1 Expresiones del trabajo. Patrón original y patrón inverso.

En la tabla 6.1 se muestran las expresiones de trabajo obtenidas tras el análisis del modelo teórico asociado al patrón original, (apartado 6.2.2.2), y se comparan con los trabajos obtenidos con el modelo teórico desarrollado para el patrón inverso, (Anexo F).

Las expresiones de los trabajos obtenidas con el modelo teórico asociado al patrón inverso, (Anexo F), se presentan en la tabla 6.2.

Expresiones de trabajo. Patrón original.	Comparativa.
$W_1 = 2M_p \cdot d \cdot \frac{\theta}{2}$	Igual a $W_1$ . Patrón inverso.
$W_2 = M_p \cdot d \cdot \theta$	
$W_3 = 2 \cdot M_p \cdot Z_A \cdot \theta$	
$W_4 = 4 \cdot M_p \cdot h \cdot \beta$	Igual a $W_6$ . Patrón inverso.
$W_5 = 4 \cdot M_p \cdot a \cdot \arctan \left[ \frac{\sin \beta \cdot (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})}{h - \frac{\Delta}{2}} \right]$	Igual a $W_4$ . Patrón inverso.
$W_6 = 4 \cdot M_p \cdot a \cdot \arctan \left[ \frac{\sin \beta \cdot (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})}{h - \frac{\Delta}{2}} \right]$	Igual a $W_5$ . Patrón inverso.
$W_7 = 4 \cdot M_p \cdot \sqrt{(Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})^2 + \left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2} \cdot \beta$	Igual a $W_3$ . Patrón inverso.

$W_8 = 4 \cdot M_p \cdot \sqrt{h^2 + e^2} \cdot 2 \cdot \arcsin \frac{Y_{B'} \cdot \cos \eta}{h}$	Igual a $W_7$ . Patrón inverso.
$W_9 = 2 \cdot M_p \cdot (e - Z_A) \cdot \theta$	
$W_{10}$ , líneas en rango elástico.	Igual a $W_9$ . Patrón inverso.
$W_{11} = 4 \cdot M_p \cdot \frac{h}{r} \cdot Z_A$	Igual a $W_{11}$ . Patrón inverso.
$W_{12} = 4 \cdot M_p \cdot \frac{Z_A}{r} \cdot \sqrt{(Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})^2 + \left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2}$	Igual a $W_{10}$ . Patrón inverso.

Tabla 6-1. Comparación de los trabajos determinados con los modelos teóricos del patrón original y el inverso.

<b>PATRON INVERSO.</b>
$W_1 = 2 \cdot M_p \cdot d \cdot \theta / 2$
$W_2 = M_p \cdot (d - 2Z_A) \cdot \theta$
$W_3 = 4 \cdot M_p \cdot \sqrt{\left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2 + (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})^2} \cdot \beta$
$W_4 = 4 \cdot M_p \cdot a \cdot \arctan \frac{\sin \beta \cdot (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})}{\left(h - \frac{\Delta}{2}\right)}$
$W_5 = 4 \cdot M_p \cdot a \cdot \arctan \frac{\sin \beta \cdot (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})}{\left(h - \frac{\Delta}{2}\right)}$
$W_6 = 4 \cdot M_p \cdot h \cdot \beta$
$W_7 = 4 \cdot M_p \cdot \sqrt{h^2 + e^2} \cdot 2 \cdot \arcsin \frac{Y_{B'} \cdot \cos \eta}{h}$
$W_8 = 2 \cdot M_p \cdot (e + Z_A) \cdot \theta$
$W_9$ , líneas en rango elástico.

$W_{10} = 4 \cdot M_p \cdot \frac{Z_A}{r} \cdot \sqrt{\left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2 + (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_B')^2}$
$W_{11} = 4 \cdot M_p \cdot \frac{Z_A}{r} \cdot h$

*Tabla 6-2. Trabajos determinados con el modelo teórico del patrón inverso. (Anexo F).*

En principio los trabajos realizados por los elementos de sección del perfil en el patrón original y el inverso son básicamente los mismos.

La diferencia observada en la numeración de los trabajos es debida a que los trabajos W2 y W3 del modelo teórico asociado al patrón original se equilibran con el trabajo W2 del modelo teórico asociado al patrón inverso.

Por otro lado, el trabajo W9 del modelo teórico asociado al patrón original se equilibra con el trabajo W8 del modelo teórico asociado al patrón inverso.

Si comparamos las expresiones de los trabajos mencionados se observa que el parámetro común a ellas es  $Z_A$ .

Cuando en las expresiones del modelo teórico asociado al patrón original se sustrae  $Z_A$ , en las expresiones del modelo teórico asociado al patrón inverso dicho parámetro se suma, y a la inversa.

La variación en dichas expresiones resulta coherente. Mientras que en el patrón original se produce un alargamiento  $Z_A$  de las líneas BC ubicadas en el ala superior del perfil, en el patrón inverso dicha línea se acorta  $Z_A$ , (véase figura 6.56).

Lo mismo sucede en el ala inferior del perfil. Mientras que en el patrón original se produce un acortamiento  $Z_A$  de la línea DO, en el patrón inverso se produce un alargamiento  $Z_A$ .

Es decir, que cuando en un modelo teórico se realiza un trabajo para acortar una línea, en el otro modelo se invierte dicho trabajo para alargarla.

Téngase en cuenta que en el modelo teórico asociado al patrón original la línea BC está subdividida en dos trabajos. El trabajo realizado por las líneas AB y CJ, (W3), y el trabajo realizado por la línea BC, (W2).

En el modelo teórico asociado al patrón inverso, las líneas AB, BC y CJ están incluidas en un solo trabajo, (W2), tal y como se puede apreciar en la figura 6.56.



Exceptuando las expresiones comentadas, el resto de los trabajos son exactamente iguales, por lo que claramente se confirma que un patrón es el inverso del otro.

#### 6.2.2.5.2 Comportamiento post-colapso. Patrón original y patrón inverso.

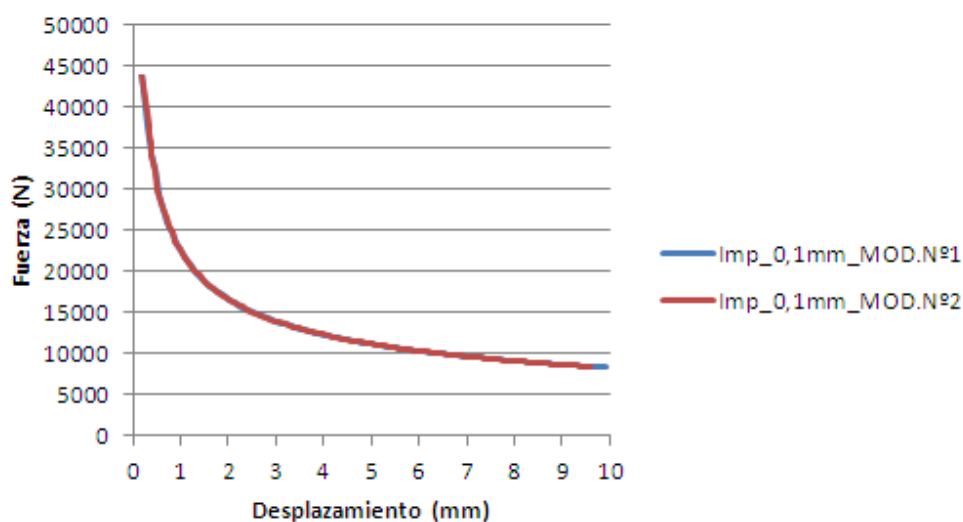
A continuación, en la figura 6.57 se comparan las curvas post-colapso obtenidas mediante la TGLP para cada uno de los modelos teóricos desarrollados.

Al patrón original se le ha denominado modelo n°1, y al patrón inverso modelo n°2, haciendo referencia al modelo teórico analizado mediante la TGLP.

Los desplazamientos empleados para determinar la fuerza han sido extraídos de las simulaciones por el MEF, de ahí que se haga referencia a la magnitud de imperfección empleada. Dado que las magnitudes de imperfección no afectan a al trazado global de las curvas post-colapso obtenidas mediante TGLP, se presenta una sola gráfica.

Procediendo a esta presentación se posee una referencia respecto a las curvas presentadas en el apartado 6.2.2.4, donde se comparaba la curva obtenida en las simulaciones por el MEF, relativas al patrón original, con la obtenida mediante la TGLP con el empleo del modelo teórico correspondiente.

Las curvas post-colapso obtenidas con el modelo teórico asociado al patrón inverso, se comparan con las obtenidas mediante las simulaciones por el MEF para el mismo patrón en el Anexo F.



**Figura 6.57. Comparación curvas teóricas de los modelos n°1, (patrón original), y n°2, (patrón inverso). Compresión pura. Imperfección 0,1mm.**

En la gráfica precedente, (fig.6.57), se observa que no hay diferencias entre las curvas post-colapso obtenidas con el empleo de los modelos teóricos desarrollados para el patrón original, (MOD. N°1), y el patrón inverso, (MOD.N°2).

Las simulaciones por el MEF, las expresiones de los trabajos, así como las curvas post-colapso, confirman claramente que un patrón es el inverso del otro.

A continuación, se procede en el siguiente apartado a la determinación de la curva post-colapso mediante la TGLP para el mecanismo que se desarrolla a flexión pura negativa en el perfil sin embutición.

### 6.2.3 Flexión pura negativa.

Tal y como se pudo observar en las simulaciones por el MEF, a flexión pura negativa el mecanismo de fallo puede estar conformado por una rótula o por dos.

El mecanismo de fallo que se analizará en el presente apartado es el conformado por una sola rótula. Las razones de ello fueron expuestas en el apartado 5.9.10, aunque básicamente se podrían resumir en los siguientes puntos:

- El hecho de que el mecanismo de fallo se desarrolle con una rótula o dos no afecta al valor de la carga última.
- El comportamiento post-colapso de la pieza es peor cuando el patrón de colapso presenta una sola rótula, (apartado 5.12, fig.5.256). Por tanto, analizando el mecanismo que presenta una rótula se entra en el lado de la seguridad en lo se refiere al comportamiento plástico.

Por otro lado, el mecanismo de fallo que se desarrolla a flexión pura negativa con una rótula es muy similar al patrón que acontece en el perfil cuando es solicitado a flexión pura positiva. Dos puntos marcan la diferencia entre estos dos patrones:

- La presencia del rigidizador.
- La dimensión de las alas.

El **rigidizador** se presenta en el ala inferior del panel nervado, por lo que ante una sollicitación de flexión pura negativa este elemento es activo.

Tal y como se ha podido observar la influencia de este elemento en el comportamiento del perfil es muy baja, (véanse apartados 5.9.2, 5.9.3, 5.9.4 y 5.9.5), por lo que no se tiene en consideración. Las razones de ello fueron también expuestas en el apartado 5.9.10, aunque básicamente se podrían resumir aquí, brevemente, en los siguientes puntos:

- El comportamiento post-colapso del modelo sin rigidizador y con rigidizador es el mismo cuando el mecanismo de fallo está conformado por una sola rótula, (véase apartado 5.9.5, figuras de la 5.175 a la 5.179).
- El rigidizador afecta al rango elástico aumentando el valor del momento último entre un 8-10%. Siendo la TGLP una técnica de análisis límite por cota superior, los momentos últimos siempre estarán en una cota superior al momento real, por lo que no tiene sentido ajustar el modelo con la pretensión de ser más exactos.

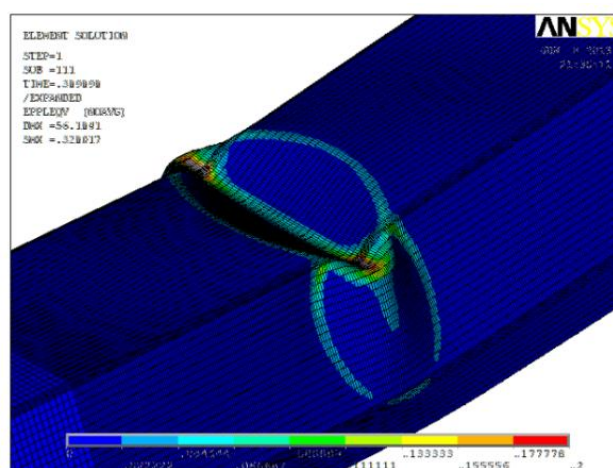
Teniendo en cuenta estos aspectos, en el presente apartado se analizará mediante la TGLP el mecanismo de fallo del modelo sin rigidizador conformado por una sola rótula, (fig.6.58).

Tal y como se ha comentado, dicho mecanismo es similar al obtenido en el perfil ante una sollicitación de flexión pura positiva. Por tanto, el modelo teórico, (fig.6.59), así como las expresiones de trabajo a emplear para determinar la energía absorbida por la rótula, se puede tomar directamente del apartado 6.2.1.

En relación a la dimensión de las alas se ha de tener en consideración que a flexión pura negativa el ala solicitada a compresión será el ala inferior del panel nervado, la cual posee un ancho de 72mm, y que el ala superior, con un ancho de 36mm, estará solicitada a tracción.

En base a ello, en el modelo teórico se ha de tener en cuenta que el parámetro  $d=72\text{mm}$  y que el parámetro  $e=36\text{mm}$ , tal y como se puede apreciar en la figura 6.59.

En la figura 6.58 se presenta el mecanismo de fallo obtenido en las simulaciones por el MEF ante esta sollicitación.



**Figura 6.58. Mecanismo de fallo a flexión pura negativa. Modelo sin rigidizador y sin embutición.**

Empleando las dimensiones correspondientes a los parámetros,  $d$  y  $e$ , (fig.6.59), en las expresiones de los trabajos obtenidas en el apartado 6.2.1, se obtienen las relaciones momento-giro mediante la TGLP.

Dichas relaciones se comparan con las obtenidas en las simulaciones por el MEF en las figuras 6.60, 6.61, 6.62 y 6.63.

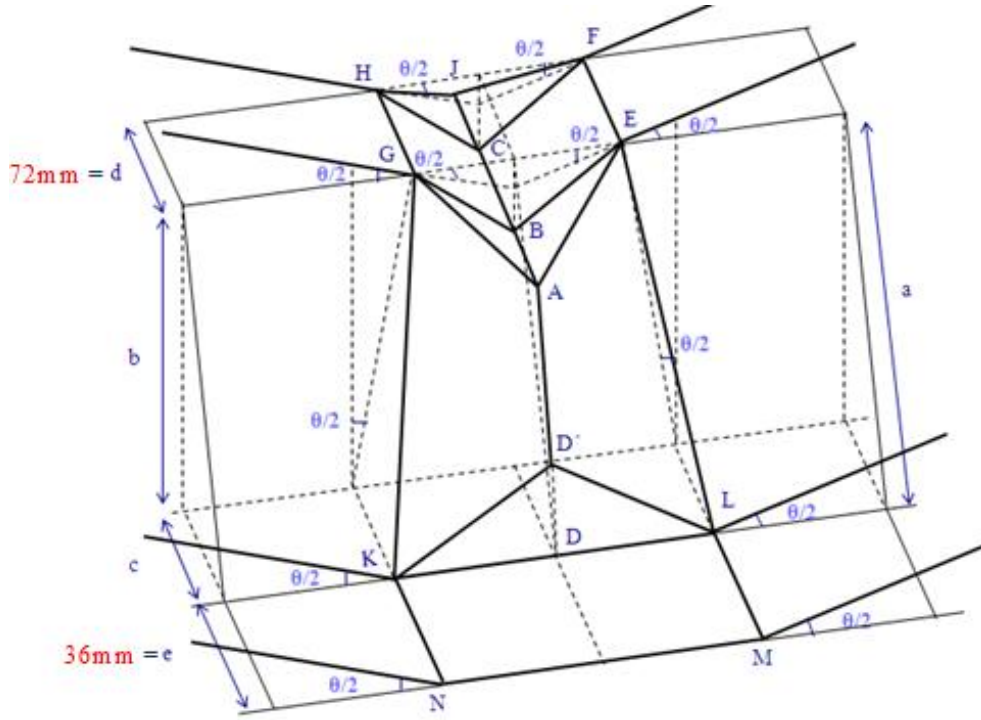


Figura 6.59. Modelo teórico a flexión pura negativa mediante la TGLP.

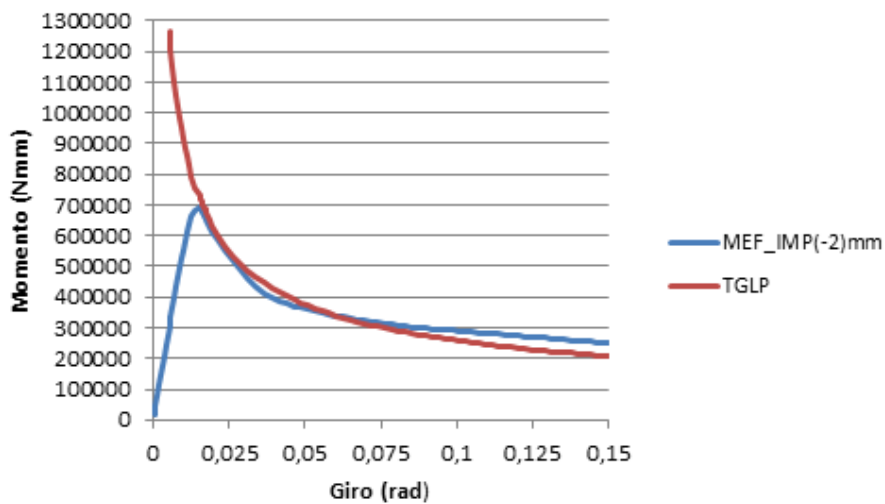


Figura 6.60. Comparación de la relaciones momento-giro, obtenidas mediante la TGLP y el modelo MEF. Imperfección negativa (-2) mm.

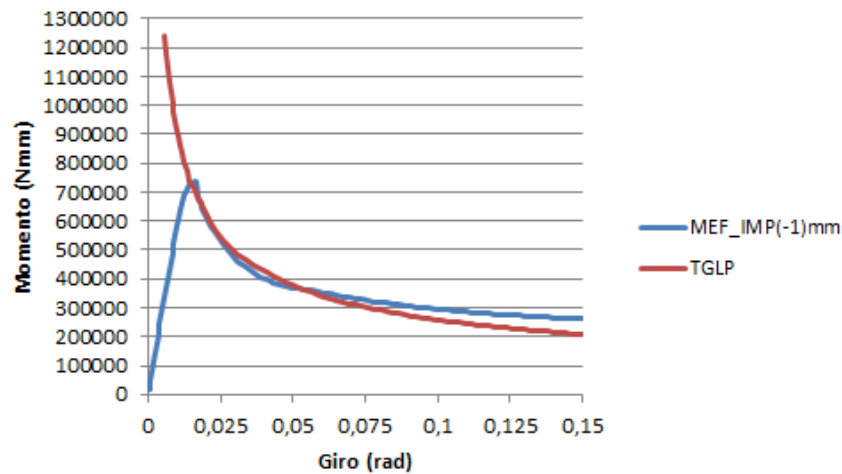


Figura 6.61. Comparación de la relaciones momento-giro, obtenidas mediante la TGLP y el modelo MEF. Imperfección negativa (-1) mm.

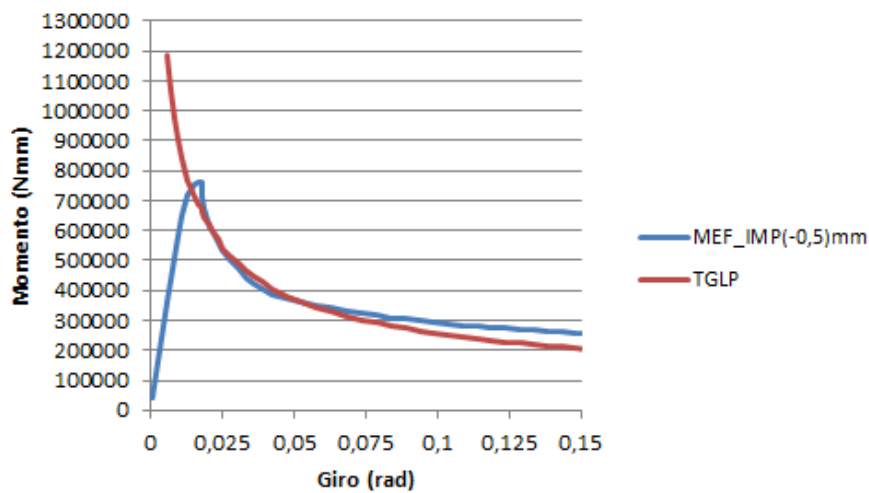


Figura 6.62. Comparación de la relaciones momento-giro, obtenidas mediante la TGLP y el modelo MEF. Imperfección negativa (- 0,5) mm.

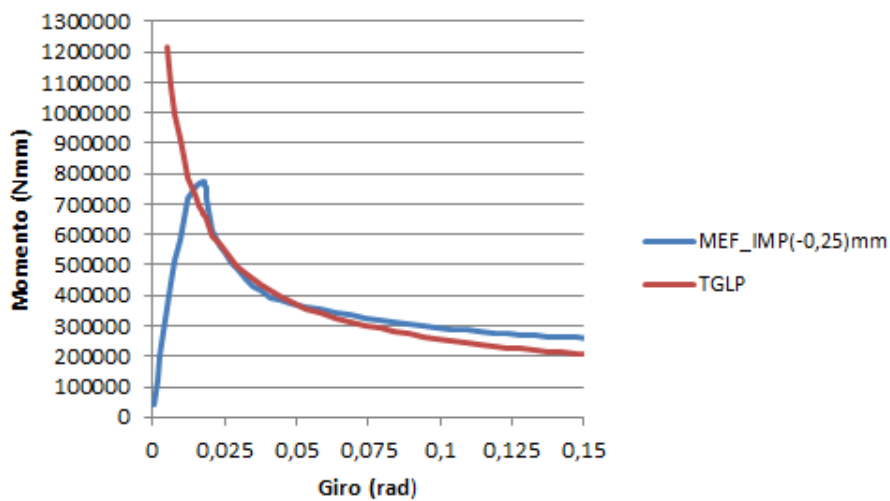


Figura 6.63. Comparación de la relaciones momento-giro, obtenidas mediante la TGLP y el modelo MEF. Imperfección negativa (-0,25) mm.

En las gráficas precedentes, (figuras 6.60 a la 6.63), se puede apreciar que la curva obtenida mediante la TGLP es similar a las curvas obtenidas mediante el MEF.

La curva relativa al modelo teórico de la TGLP se acerca con bastante corrección a la curva obtenida en las simulaciones por el MEF en el punto donde se alcanza el valor del momento último. Dicho acercamiento es más afinado cuando las magnitudes de imperfección empleadas en las simulaciones por el MEF son mayores, (fig. 6.60 y 6.61)

Por el contrario, cuando las magnitudes de imperfección son menores, (fig. 6.62 y 6.63), el trazado de la curva post-colapso obtenida mediante la TGLP queda un poco por debajo de la curva obtenida por simulación en el punto donde se alcanzan los momentos últimos.

Se observa que las curvas obtenidas por el MEF tienden a realizar un trazado con cierta concavidad, (cierto “*snap back*”), una vez sobrepasado el valor del momento último, el cual es difícil de reproducir con la TGLP. Aun así ambas curvas se presentan muy semejantes. Cabe decir que a flexión pura positiva se pudo observar también este tipo de comportamiento, (véanse figuras de la 6.24 a la 6.28).

En base a los resultados obtenidos se entiende que la curva obtenida mediante la TGLP recoge con corrección el comportamiento post-colapso del perfil sin embutición cuando es solicitado a flexión pura negativa.

Por otro lado, si se procediese a confrontar la curva post-colapso obtenida mediante la TGLP con la rama elástica, la estimación del momento último también sería correcta. Para magnitudes de imperfección amplias se obtendría un valor muy cercano al real, y para magnitudes de imperfección pequeñas se obtendría un valor un tanto conservador.

## 6.3 PANEL NERVADO CON EMBUTICIÓN.

### 6.3.1 Introducción.

En el presente apartado se procederá a analizar los mecanismos de fallo del perfil con embutición que se desarrollan ante las sollicitaciones de flexión pura negativa, flexión pura positiva y compresión pura.

En este sub-apartado de introducción, 6.3.1, se recordarán algunas de las conclusiones alcanzadas en el capítulo 5, ya que muchas de ellas serán verificadas mediante la TGLP.

En el capítulo 5 se pudo apreciar que la embutición, observada por su cara inversa, poseía la misma geometría que el mecanismo de fallo que se desarrolla ante una sollicitación de flexión pura positiva, (apartado 5.12, figura 5.267).

Dada esta gran semejanza se entendió que el proceso conformado básicamente está solicitando al panel nervado a un esfuerzo de flexión negativa, y que la embutición se puede entender, al fin y al cabo, como el mecanismo de fallo que se desarrolla ante esta sollicitación.

Por otro lado, también en el capítulo 5, se observó que los mecanismos de fallo se desarrollan aprovechando las líneas que configuran la geometría de la embutición, y que los patrones que se conforman en el perfil con embutición ante una sollicitación poseen grandes semejanzas con los patrones de colapso que se desarrollan en el perfil sin embutición ante la misma sollicitación.

Estando los elementos de sección solicitados al mismo esfuerzo, la tendencia es que las deformaciones sean muy similares, lo que sucede es que en muchos casos se desarrolla un patrón inverso, dado que la embutición induce el fallo en un sentido determinado.

A grandes rasgos, la diferencia principal entre el patrón que se desarrolla ante una misma sollicitación en el perfil con embutición y el que se conforma en el perfil sin embutición suele estar en el ancho de la rótula. En los perfiles sin embutición el ancho de la rótula está relacionado con el elemento de sección de menor dimensión. En los perfiles con embutición la rótula toma el ancho de la embutición.

En base a estas semejanzas, los mecanismos de fallo del perfil con embutición serán analizados tomando como base los modelos teóricos desarrollados mediante la TGLP del perfil sin embutición, acomodando los parámetros necesarios para obtener con corrección la curva post-colapso.

Realizando el acercamiento de esta manera se podrá entender mejor en qué medida la embutición afecta al panel nervado original.

Por otro lado, se hace constar que el acercamiento así realizado conlleva alguna simplificación, aunque se considera que dichas simplificaciones no desvirtúan los mecanismos de fallo y tampoco van más allá de las realizadas en los modelos teóricos del perfil sin embutición.

Por último, también se ha de tener presente que dado que la embutición se considera un mecanismo de fallo que se desarrolla ante un esfuerzo de flexión negativa, y que por lo tanto su geometría se ha conformado debido a una deformación permanente, (plastificación), resulta evidente que ciertas líneas han desarrollado ya un trabajo, y que por tanto están en un estado avanzado de la curva momento-giro, o, fuerza-desplazamiento.

Cabe decir que la embutición no es igual de incisiva y no posee la misma profundidad en todos los elementos de sección, por lo que el trabajo consumido en el proceso de conformado, (o plastificación realizada), se hace más evidente en aquellos elementos de sección donde la

geometría de la embutición es más incisiva, sobre todo cuando estos elementos son solicitados a compresión.

Dado que se entiende que la embutición está muy relacionada con los esfuerzos flexión, se procederá en primer lugar al análisis de los mecanismos de fallo ante esta sollicitación.

En el apartado 6.3.2 se analizará el mecanismo de fallo que se desarrolla en la chapa con embutición ante una sollicitación de flexión pura negativa.

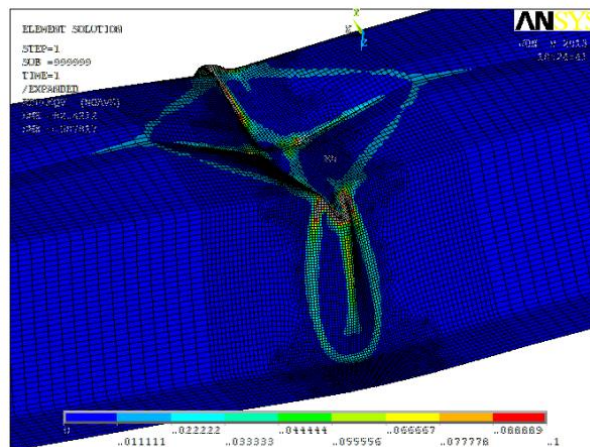
En el apartado 6.3.3 se analizará el patrón de colapso que acontece en la chapa con embutición ante una sollicitación de flexión pura positiva.

Por último, en el apartado 6.3.4 se estudiará el mecanismo que desarrolla en este perfil ante una sollicitación de compresión pura.

## 6.3.2 Flexión pura negativa.

### 6.3.2.1 Modelo teórico y determinación del parámetro h.

El patrón de colapso obtenido en las simulaciones por el MEF a flexión pura negativa de la chapa con embutición se presenta de nuevo en la figura 6.64.



**Figura 6.64.** Mecanismo de fallo a flexión pura negativa de la chapa con embutición.

Dicho mecanismo es similar al obtenido a flexión pura negativa de la chapa sin embutición, (apartado 5.12, fig.5.266). Las líneas plásticas son las mismas, la diferencia estriba en que en este caso el ancho de la rótula es menor.

En base a ello, se puede tomar como base el modelo teórico desarrollado a flexión pura negativa de la chapa sin embutición, (apartado 6.2.2.6), y emplear las expresiones que definen el trabajo realizado por cada una de las líneas. En ese caso, habrá que definir el parámetro h, el cual hace



referencia al ancho de la rótula, y proceder a introducir el valor obtenido en las expresiones del modelo teórico.

En la chapa sin embutición, y ante las solicitaciones de flexión, se tomó como ancho de rótula ( $h$ ), el ancho del elemento de sección de menor dimensión, esto es,  $h=36\text{mm}$ . En la chapa con embutición, se habrá de tomar como ancho de rótula un valor de  $h=22\text{mm}$ , el cual corresponde al ancho de la embutición.

Dicha dimensión se ha establecido midiendo directamente sobre un espécimen real. En el apartado 6.3.2.3 se presentará la forma en que se estableció dicha dimensión.

En el modelo teórico de la chapa sin embutición las líneas plásticas inclinadas del ala comprimida se simplificaron rectas, por lo que en este modelo se procede a realizar la misma simplificación.

Tal y como se expuso en el apartado pertinente, (apartado 6.2.2.6), la geometría en forma de “pico” de estas líneas es debida al efecto del rigidizador. En reiteradas ocasiones se ha comentado que la variación de longitud y ángulo que experimentan estas líneas no aporta energía suficiente como para que se produzca un cambio de comportamiento relevante en la rama plástica.

Con el modelo teórico de la chapa sin embutición se obtuvo una curva post-colapso muy semejante a la obtenida en las simulaciones por el MEF, y además se observó que su trazado se acercaba con corrección al valor del momento último.

Dado que el comportamiento obtenido con esta simplificación se consideró correcto, no hay ningún motivo para pensar que en el caso de la chapa con embutición no se pueda realizar tal simplificación, sobre todo si se tiene en cuenta que la longitud de las líneas plásticas inclinadas no es dependiente del parámetro  $h$ , que es el parámetro que se varía, sino de la dimensión del ala comprimida.

En el apartado 5.10.2.4, (fig.5.244 a la fig.5.246), donde se comparaban los mecanismos de fallo que se desarrollan ante una solicitación de flexión pura negativa, se pudo observar que las líneas plásticas del ala comprimida poseían, aproximadamente, la misma dimensión, por lo que se entiende que el trabajo realizado por estas líneas en ambos patrones es el mismo, y por tanto esta simplificación se considera correcta.

La diferencia se observaba en las líneas plásticas del alma, las cuales se desarrollaban en un ancho menor en el mecanismo de la chapa con embutición. El trabajo realizado por dichas líneas está relacionado con el giro de las mismas, el cual es dependiente del parámetro del parámetro  $h$ , y que en definitiva es el parámetro que se modifica.

Así pues, en los primeros modelos se emplearon las expresiones de los trabajos presentadas en el apartado 6.1, a las cuales se introdujo el valor de  $h$  correspondiente, esto es  $h=22\text{mm}$ .

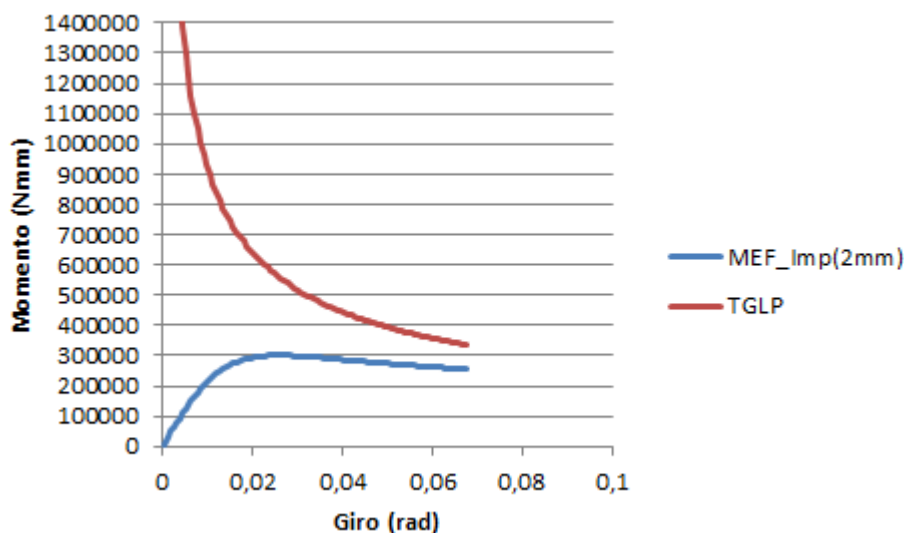
Procediendo de esta manera no se obtuvieron resultados correctos, ya que la curva derivada de la TGLP se mostraba distante a la curva obtenida mediante el MEF.

Con el fin de exponer con mayor claridad la problemática aquí presentada, se procede en el siguiente apartado a mostrar los resultados obtenidos con los primeros modelos.

### 6.3.2.2 Primeros modelos mediante la TGLP.

En la figura 6.65 se presenta la curva post-colapso obtenida mediante la TGLP para los primeros modelos teóricos del perfil con embutición ante una sollicitación de flexión pura negativa.

En dichos modelos se aplicaron las expresiones del trabajo del modelo teórico de la perfil sin embutición, (apartado 6.1), en las cuales se introdujo el valor del parámetro  $h=22\text{mm}$ .



*Figura 6.65. Relación momento-giro. Chapa con embutición. Magnitud de imperfección de 2mm.*

En la figura 6.65, se puede observar que hay una clara discordancia entre la curva obtenida mediante la TGLP, y la curva obtenida en las simulaciones mediante el MEF.

En base a la figura 6.65 se establecieron las siguientes observaciones:

- La cantidad de energía absorbida por la rótula es inferior a la considerada mediante la TGLP, dado que el trazado de la curva post-colapso se muestra superior a la obtenida en las simulaciones por el MEF. Se entiende por tanto que se han tenido en cuenta trabajos que no se desarrollan en el mecanismo de fallo.

- La curva obtenida en las simulaciones por el MEF muestra que el perfil plastifica para valores de momento bajos, y que la capacidad de comportamiento post-colapso es muy reducida, dado que en las simulaciones siempre se obtenían ramas plásticas muy cortas.

En relación al primer punto, se razonó que una cierta cantidad de trabajo había sido ya realizada en el proceso de conformado de la embutición.

En relación al segundo punto, la falta de capacidad de comportamiento post-colapso, y la rapidez con que se alcanza el momento último, se asoció con el comportamiento del ala comprimida.

La resistencia de los perfiles está confinada a los elementos de sección comprimidos. Es más, habitualmente los mecanismos de fallo solamente se desarrollan una vez que ha acontecido el pandeo del elemento comprimido.

En el apartado 5.12, (figuras 5.254 y 5.255), donde se mostraban los tres primeros modos de pandeo del perfil con embutición ante una sollicitación de flexión pura negativa, se apreciaba que solamente las partes del perfil adyacentes a la embutición eran susceptibles al pandeo, y que la geometría de la embutición no se veía alterada por las semiondas de las formas de imperfección.

Sin embargo, en las soluciones nodales y elementales se observaba que el fallo siempre tomaba lugar en la embutición.

En base a ello, se entiende que en este caso el mecanismo de fallo no se desarrolla como consecuencia del pandeo del elemento de sección comprimido. Este elemento se encuentra deformado debido al incisivo pliegue que le induce la embutición, por lo que el patrón toma lugar por dicho punto sin necesidad de que se produzca un pandeo “a priori”

Tal y como bien mostraban los modos de pandeo, el desarrollo de un mecanismo plástico tras la ocurrencia de un pandeo solamente es posible fuera de la embutición. Este tipo de mecanismo sería difícil que ocurriese, dado que tal y como se ha comentado la plastificación ya tiene un camino por donde tomar lugar.

Cabe mencionar aquí que el ala inferior del panel nervado, que es la solicitada a compresión debido a la acción de un momento flector puro negativo, es donde la embutición es más incisiva. En el alma y en ala superior la embutición no está tan marcada.

Todos estos factores, al fin y al cabo, apuntan en una misma dirección. La poca resistencia del perfil y la falta de capacidad plástica del mismo ante una sollicitación de flexión pura negativa, así como, el distanciamiento ente la curva obtenida mediante la TGLP y la curva obtenida

mediante el MEF, son debidas a la deformación que ya posee el ala comprimida debido al proceso de conformado de la embutición.

En base a ello, se concluyó que para que la curva de la TGLP reflejase con corrección el comportamiento post-colapso del perfil con embutición ante una sollicitación de flexión pura negativa era necesario obtener la curva post-colapso asociada al proceso de conformado.

Es decir, se debía determinar el trabajo realizado por el proceso de conformado, y a continuación, determinar el trabajo realizado por el mecanismo de fallo que se desarrolla ante una sollicitación de flexión pura negativa. La representación en un diagrama de las relaciones momento-giro de post-colapso que se derivarían de cada uno de los trabajos permitiría determinar hasta qué punto el mecanismo de fallo continúa el patrón de colapso provocado por el proceso de conformado. Esto ya fue planteado en el capítulo 5, apartado 5.12.

A continuación, en el siguiente apartado, (6.3.2.3), se muestra como se determinó el trabajo realizado en el proceso de conformado de la embutición.

### **6.3.2.3 Determinación del trabajo realizado por el proceso de conformado.**

Una forma para contabilizar el trabajo realizado en el proceso de conformado de la embutición pasaría por hacer una medición exhaustiva de la geometría de la embutición, determinando los ángulos, desplazamientos y longitudes de las líneas plásticas.

Obtenidos dichos parámetros se procedería a establecer un modelo teórico donde se tendría que tener en consideración qué líneas plásticas son móviles y cuáles estacionarias.

Otro modo de hacerlo, sería tener en consideración la gran similitud que presenta la geometría de la embutición con el mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil original ante una sollicitación de flexión pura positiva.

Con el fin de facilitar la comprensión se reproduce de nuevo en la figura 6.66 la geometría de ambos patrones. Dicha figura ha sido ya comentada ampliamente en el apartado 5.12.



**Figura 6.66. Similitud entre la geometría de la embutición y el mecanismo de fallo de la chapa sin embutición a flexión pura. (Imagen tomada del apartado 5.12).**

A la izquierda de la figura 6.66 se puede observar la geometría de la embutición. A la derecha de la figura 6.66 se presenta el mecanismo de fallo que se desarrolla ante una sollicitación de flexión pura positiva. Se aprecia que ambos patrones son iguales.

Por otro lado, se recuerda aquí que el mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil original ante una sollicitación de flexión pura positiva es igual al que se desarrolla ante una sollicitación de flexión pura negativa, (lo cual ha sido corroborado mediante la TGLP en el apartado 6.4).

En base a ello, es posible obtener el trabajo realizado por el proceso de conformado, y proceder al trazado de las relaciones momento-giro empleando el modelo teórico desarrollado para una sollicitación de flexión mediante la TGLP, (apartado 6.1).

Por tanto, se procede a reproducir el proceso de conformado de la embutición en el perfil original, en base a la consideración de que dicho proceso solicita al perfil a un esfuerzo de flexión negativa.

En primer lugar, se ha de determinar el parámetro  $h$ , es decir, el ancho en el que se desarrollará el mecanismo de fallo provocado por el proceso de conformado, esto es, el ancho de la embutición.

Dicho ancho es sencillo de determinar, dado que el patrón real, incluso se podría decir que el patrón experimental, es la propia embutición, por lo que se procedió a medir directamente en un espécimen real.

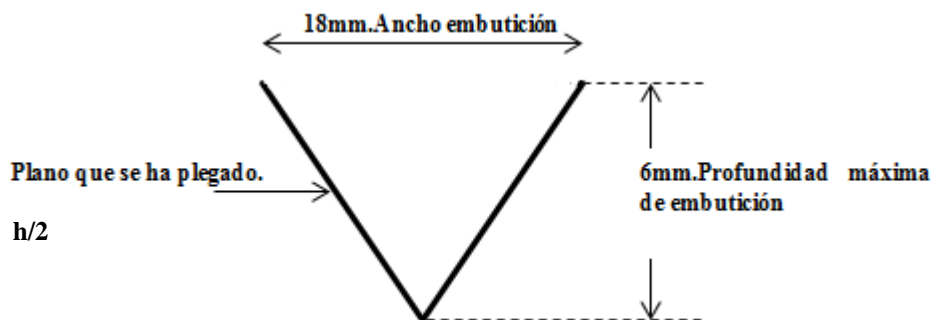
Se recuerda aquí, que el parámetro  $h$  se puede determinar midiendo en la parte baja del alma, o midiendo los planos plegados del ala superior, tal y como se hace constar en la siguiente figura.



**Figura 6.67. Determinación del ancho de la embutición. Parámetro  $h$ .**

El parámetro  $h$  se determinó de ambas formas. Con ello, aparte de obtener una medición más exacta, también se quería verificar que se cumplía el principio de continuidad. De esta manera se tenía una pequeña verificación de que el mecanismo se desarrollaba en base a las pautas del modelo teórico.

Teniendo en cuenta que los planos plegados están separados en horizontal 18mm, y que la profundidad máxima de la embutición era de 6mm, la dimensión del plano que se ha plegado, ( $h/2$ ), es sencilla de determinar.



**Figura 6.68. Geometría embutición.**

$$\frac{h}{2} = \sqrt{9^2 + 6^2} = 10,82mm$$

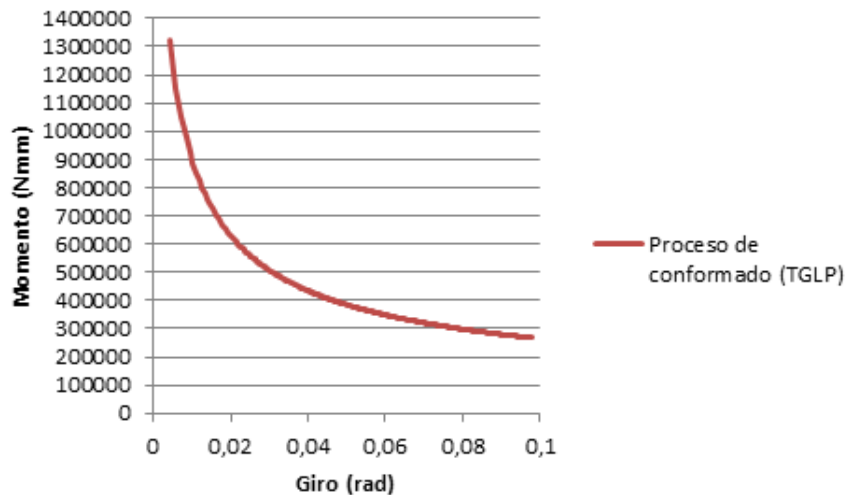
Dado que los planos que se han plegado son dos:

$$2\left(\frac{h}{2}\right) = h = 10,82 \cdot 2 = 21,64 \approx 22mm.$$

Ambas mediciones fueron muy similares, por lo que se estaba cumpliendo el principio de continuidad.

En base a ello, se toma un ancho de rótula de 22mm, y se emplean las expresiones de trabajo de la chapa sin embutición a flexión pura, (apartado 6.1).

Imponiendo giros a las expresiones de los trabajos, se obtuvo la siguiente relación momento-giro.



**Figura 6.69. Relación momento-giro asociada al proceso de conformado.**

En la figura 6.69 se puede observar la curva momento-giro asociada al trabajo realizado en el proceso de conformado.

Obtenida dicha curva, el segundo paso consiste en determinar el giro asociado al punto en el que se detiene el proceso de conformado. Dicho punto corresponde a una profundidad de embutición de 6mm, que es el caso que se está analizando.

La profundidad de la embutición está asociada con el parámetro  $Y_B$  del modelo teórico realizado mediante la TGLP, (apartado 6.1)

Con el fin de facilitar la comprensión se reproduce aquí de nuevo una sección transversal donde se hace constar dicho parámetro.

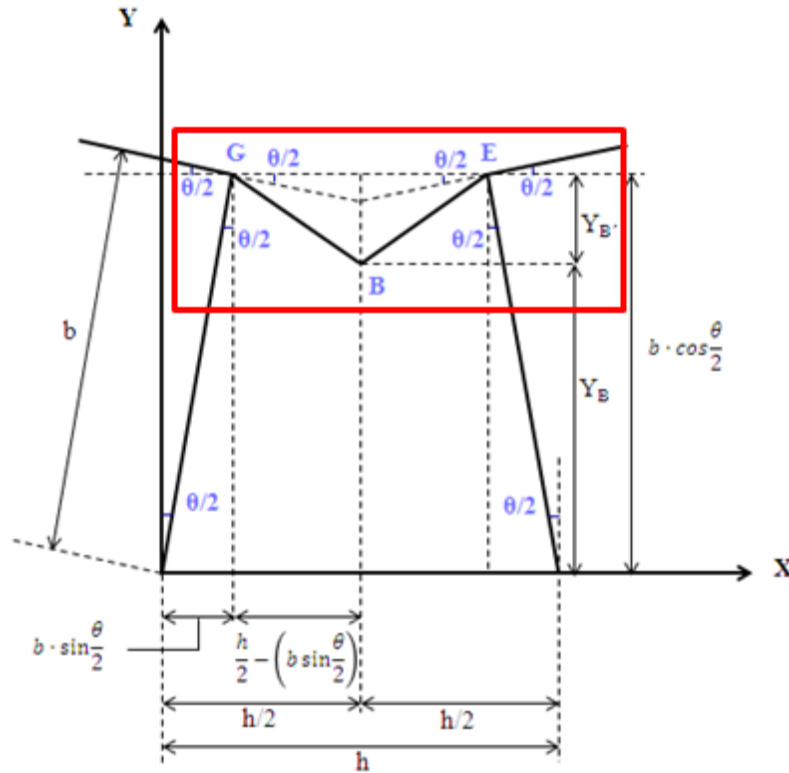


Figura 6.70. Sección transversal del perfil. Parámetros geométricos que definen el mecanismo de fallo. (Extraído del apartado 6.1.2).

Ampliando la zona marcada en la figura 6.70:

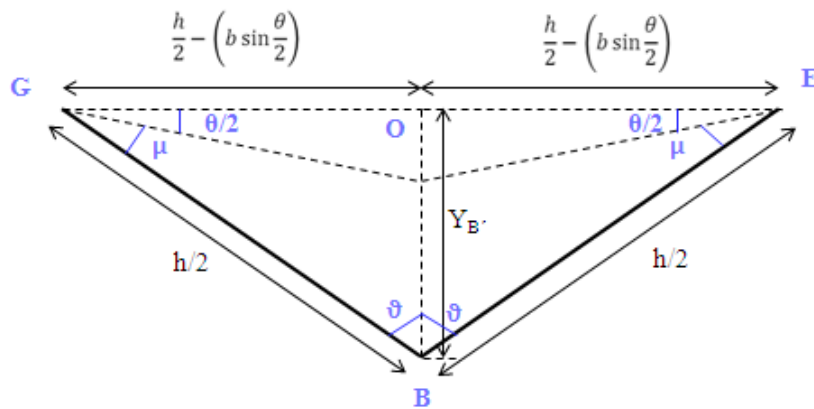


Figura 6.71. Dimensión definida por el parámetro  $Y_{B'}$ . (Extraído del apartado 6.1.3.1).

Tal y como se puede observar en la figura 6.71, el parámetro  $Y_{B'}$  estaría midiendo la profundidad de la embutición.

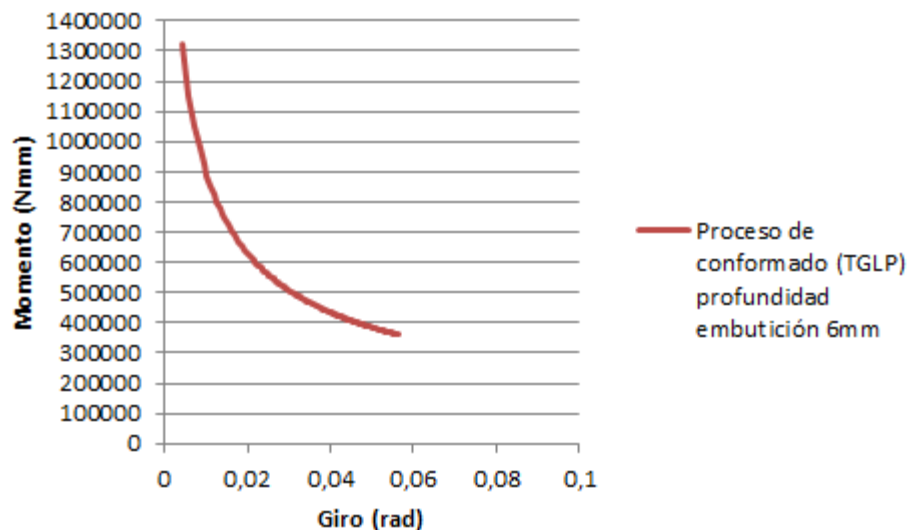
Dado que el parámetro  $Y_{B'}$ , es conocido, es posible determinar el giro asociado a dicho parámetro para un profundidad de  $Y_{B'}=6\text{mm}$ .

Dado que el modelo teórico define todos los parámetros para cada estadio de deformación del mecanismo plástico, se extrae que para un  $Y_{B'}=6\text{mm}$ , el giro asociado posee un valor de:



$\theta = 0,0565$  rad.

Obtenido dicho valor, se procede ahora a representar en un diagrama, (fig.6.72), las relaciones momento-giro asociadas al trabajo realizado en el proceso de conformado hasta una profundidad de embutición de 6mm, ( $Y_B=6$ mm.)



*Figura 6.72. Relación momento-giro asociada al proceso de conformado. Profundidad de embutición 6mm.*

Obtenida la relación momento-giro asociada al trabajo realizado por el proceso de conformado de la embutición, (fig.6.72), se ha de proceder ahora a la determinación de la relación momento-giro asociada al trabajo realizado por el mecanismo de fallo que desarrolla el perfil con embutición cuando es solicitado a flexión pura negativa.

Obtenida dicha relación, se ha de proceder a presentar en un mismo diagrama las siguientes relaciones.

- Relaciones momento-giro asociadas al trabajo realizado por el proceso de conformado.
- Relaciones momento-giro asociadas al trabajo realizado por el mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil con embutición ante una sollicitación de flexión pura negativa.
- Relaciones momento-giro obtenidas mediante el MEF.

La coincidencia de estas tres curvas determinará si el proceso realizado es válido.

#### **6.3.2.4 Comportamiento post-colapso del perfil con embutición.**

El mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil con embutición ante una sollicitación de flexión pura negativa ha sido ya presentado en la figura 6.64, (apartado 6.3.2.1).

Para determinar el trabajo realizado por dicho mecanismo se ha de proceder de la misma manera que en los primeros modelos. Esto es:

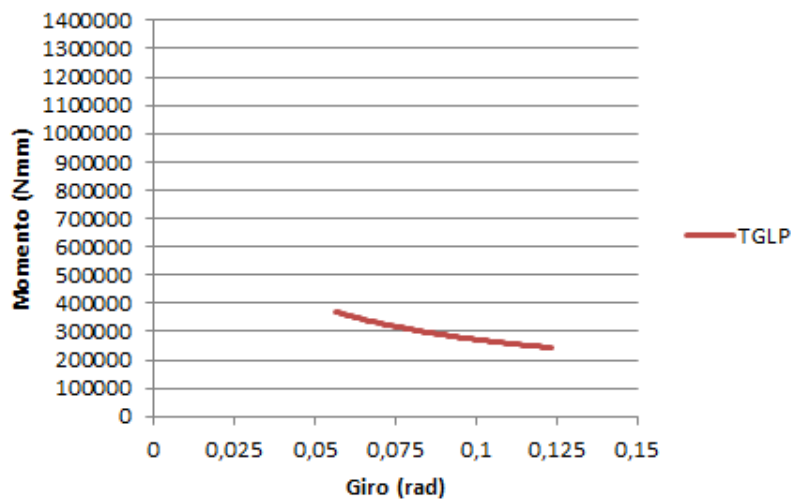
- Empleo de las expresiones de trabajo desarrolladas para el perfil sin embutición ante una sollicitación de flexión, (apartado 6.1).
- Como ancho de rótula se toma el ancho de la embutición. Esto es  $h=22\text{mm}$ , ya que el mecanismo de fallo se desarrolla en la embutición.
- Las líneas inclinadas del ala comprimida se simplifican rectas, (ver apartado 6.5.2.1)

La diferencia con los primeros modelos reside en el hecho de que ahora se considera que el mecanismo de fallo comienza a desarrollarse a partir de un giro igual a:

$$\theta = 0,0565 \text{ rad.}$$

Es decir, como primer giro inicial de la rótula se ha de tomar el último obtenido en el proceso de conformado. De esta manera se obtiene, única y exclusivamente, el trabajo realizado por el mecanismo de fallo de la chapa con embutición a flexión pura negativa después del proceso de conformado.

Tomando como valores de giros los obtenidos en las simulaciones por el MEF, a los cuales se les suma el valor del giro de la expresión anterior, e introduciendo dichos valores en las expresiones de los trabajos, se obtuvo la siguiente la relación momento-giro.

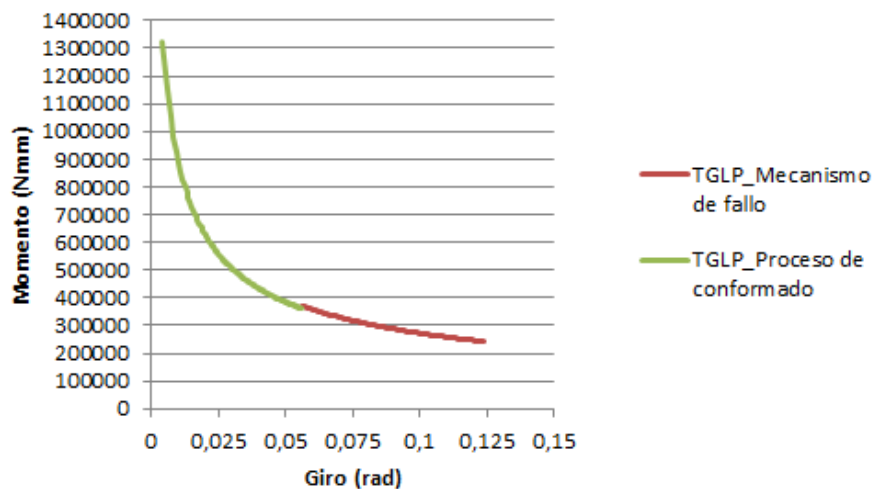


**Figura 6.73. Relación momento-giro obtenida mediante la TGLP para el mecanismo de fallo del perfil con embutición ante una sollicitación de flexión pura negativa.**

En la figura 6.73 se representa, únicamente, la relación momento-giro asociada al trabajo realizado por el mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil con embutición ante una sollicitación de flexión pura negativa.

Se hace constar aquí que para obtener las relaciones momento-giro se podría haber empleado valores de giros aleatorios y crecientes a partir del giro  $\theta = 0,0565$  rad, en lugar de utilizar los giros el MEF. Sin embargo, procediendo de esta forma la longitud de la curva post-colapso podría ser indefinida, y lo que se desea es obtener una curva plástica de longitud similar a la obtenida mediante el MEF.

En la figura 6.74 se representa la relación momento-giro asociada al trabajo realizado por el proceso de conformado de la embutición, y la relación momento-giro asociada al trabajo realizado por el mecanismo de fallo del perfil con embutición ante un momento flector puro negativo.



**Figura 6.74. Relación momento-giro. Mecanismo de fallo y proceso de conformado.**

En la figura 6.74 se observa que hay continuidad entre las curvas.

El hecho de que ambas curvas sean continuas era de esperar, dado que el modelo teórico finalmente empleado es el mismo en ambos casos.

Por último, se ha de proceder a confrontar las relaciones momento-giro presentadas en la figura 6.74 con las obtenidas en las simulaciones por el MEF.

Los giros obtenidos en las simulaciones por el MEF comienzan en cero. Con el fin de mantener la coherencia con todo el proceso, a dichos giros se les ha de sumar también el valor  $\theta = 0,0565$  rad.

El modelo que se analiza en las simulaciones por el MEF ya posee la embutición introducida, por lo que el proceso de conformado no ha sido recogido con ningún parámetro.

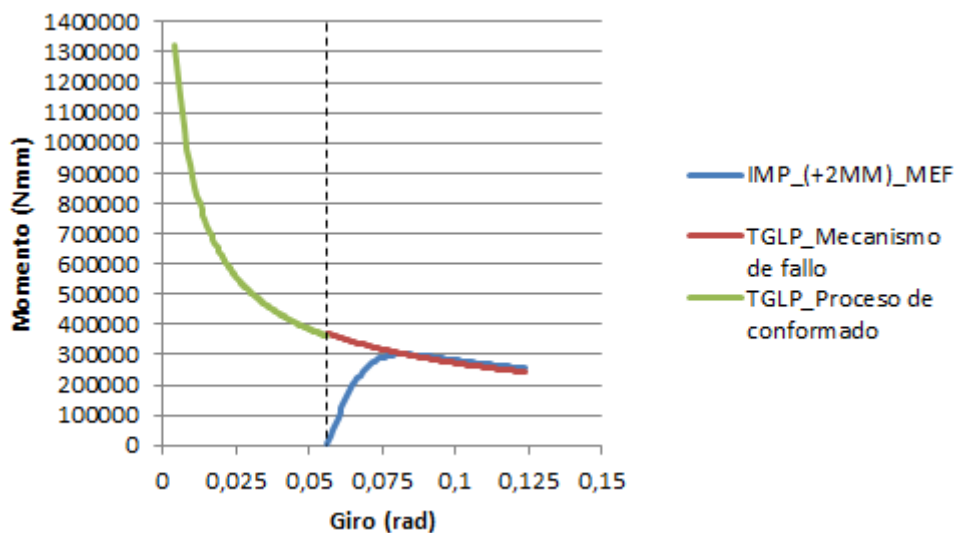
La curva post-colapso obtenida mediante la TGLP para el mecanismo de fallo que se desarrolla ante una sollicitación de flexión pura negativa, (fig.6.73), tampoco tiene en consideración el

proceso de conformado, dado que simplemente se ha procedido a la presentación de las relaciones momento-giro a partir del momento en el que se considera que el conformado de la embutición ha finalizado, (fig.6.74).

En base a ello, resulta razonable que la curva obtenida mediante la TGLP, relativa al mecanismo de fallo, se compare con la curva obtenida en las simulaciones bajo los mismos parámetros y criterios.

El proceso de conformado es anterior a ambas curvas, por lo que el diagrama donde se representen las relaciones momento-giro ha de reflejar esta situación.

En la figura 6.75 se presentan las relaciones momento-giro de la figura 6.74, y se introduce la relación momento-giro obtenida en las simulaciones por el MEF empleando el primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección de 2mm. A los giros de las simulaciones por el MEF se les ha sumado el valor comentado.



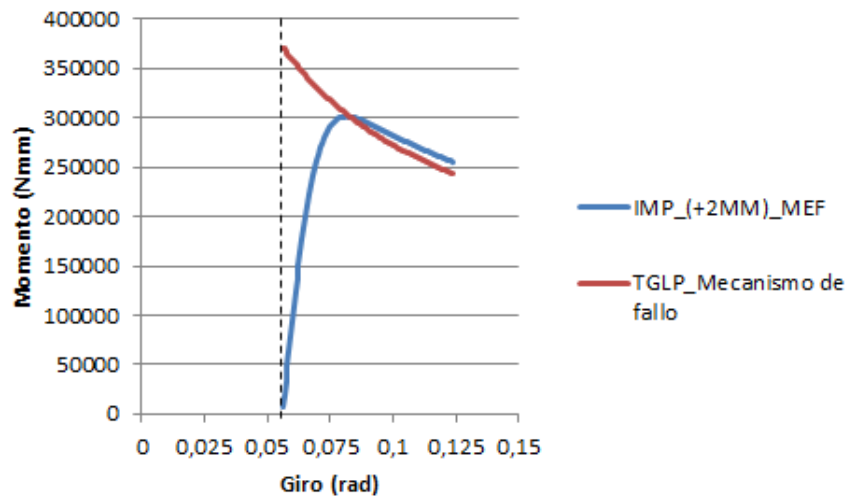
**Figura 6.75. Relaciones momento-giro. Mecanismo de fallo y proceso de conformado mediante la TGLP. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección de 2mm.**

En la figura 6.75 se puede apreciar como la curva relativa al trabajo realizado en el proceso de conformado aparece como un proceso separado y anterior a las otras dos curvas.

Se entiende que dicha gráfica está representado el proceso real por el que pasa el perfil original. Esto es, la generación de la embutición en un primer proceso, y la posterior sollicitación del perfil con embutición a un momento flector puro negativo.

Se observa que la curva obtenida mediante la TGLP, relativa al trabajo realizado por el mecanismo de fallo, y la curva obtenida en las simulaciones por el MEF, comienzan en el mismo punto y su trazado presenta una gran similitud

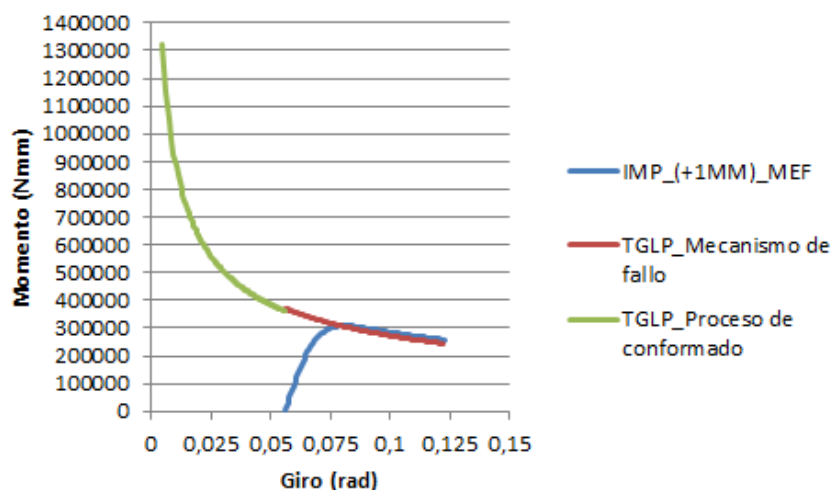
En la figura 6.76 se presenta, a una escala mayor, la curva obtenida mediante la TGLP para el mecanismo de fallo y la curva obtenida en la simulación por el MEF.



**Figura 6.76. Relaciones momento-giro. MEF Vs. TGLP.**

En la figura 6.76 se puede apreciar que el valor del momento último puede ser estimado con bastante corrección. Se observa también que la curva obtenida mediante la TGLP es muy cercana a la curva obtenida en la simulación por el MEF, y que recoge también con bastante corrección la tendencia del comportamiento post-colapso del perfil, dado que las pendientes de las curvas son muy similares.

A continuación se comparan las curvas obtenidas mediante la TGLP, (proceso de conformado y mecanismo de fallo), con las curvas obtenidas en las simulaciones por el MEF con el empleo del primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección de 1mm, 0.5mm y 0.25mm.



**Figura 6.77. Relaciones momento-giro. Mecanismo de fallo y proceso de conformado mediante la TGLP. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección de 1mm.**

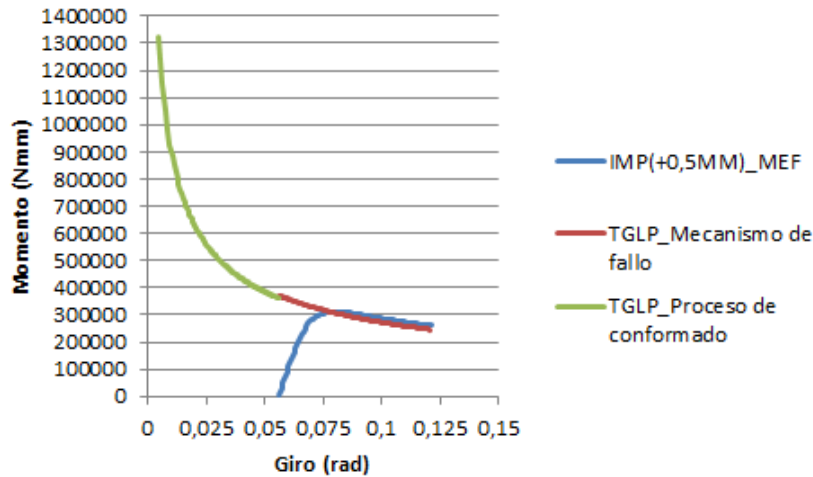


Figura 6.78. Relaciones momento-giro. Mecanismo de fallo y proceso de conformado mediante la TGLP. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección de 0.5mm.

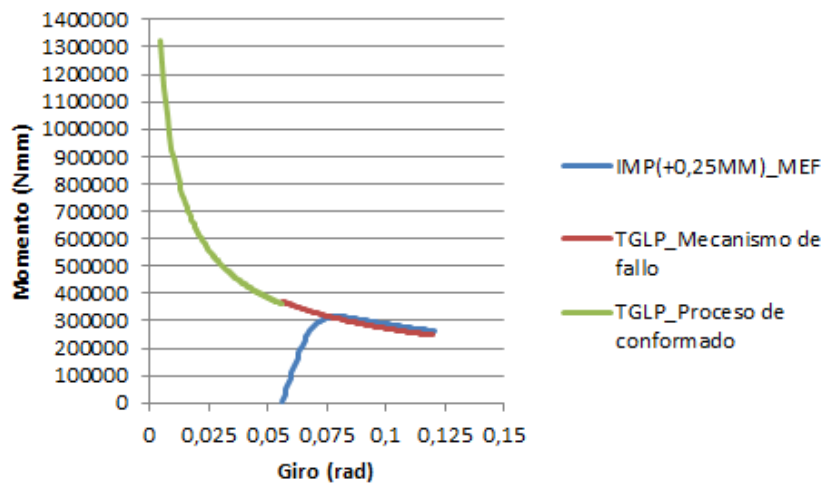


Figura 6.79. Relaciones momento-giro. Mecanismo de fallo y proceso de conformado mediante la TGLP. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección de 0.25mm.

Se observa que todas las curvas son muy similares, dado que tal y como se pudo observar en el capítulo 5, las magnitudes de imperfección apenas afectan al comportamiento del perfil con embutición.

### 6.3.2.5 Conclusiones.

En base a los resultados obtenidos se puede concluir y considerar que:

- El proceso de conformado se puede considerar como una sollicitación al panel nervado de flexión negativa.
- La embutición es el mecanismo de fallo que se desarrolla ante dicha sollicitación.
- A flexión pura negativa el mecanismo de fallo continúa con el patrón que se genera en el proceso de conformado. Como consecuencia, la curva post-colapso es una continuación de la correspondiente al proceso de conformado, (son la misma curva).

- A flexión pura negativa la ocurrencia del mecanismo de fallo es consecuencia directa del incisivo pliegue que le provoca la embutición en el elemento de sección comprimido.
- En base al punto anterior, el mecanismo de fallo no se desarrolla tras el pandeo de este elemento.

A continuación, se procede en el siguiente apartado a analizar mediante la TGLP el mecanismo de fallo que se desarrolla en la chapa con embutición ante un momento flector puro positivo.

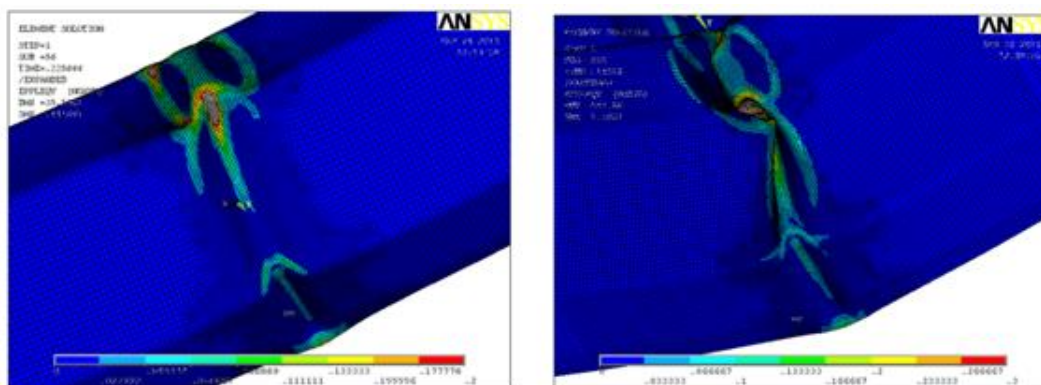
### 6.3.3 Flexión pura positiva.

#### 6.3.3.1 Introducción.

En la figura 6.80 se presenta de nuevo el mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil con embutición a flexión pura positiva. En la figura 6.80 izquierda se puede apreciar el aspecto que presenta el mecanismo de fallo para un nivel de carga intermedio. En la figura 6.80 derecha se presenta el patrón de colapso en el último estadio de deformación alcanzado en las simulaciones por el MEF.

En base a la figura 6.80 se podrían definir dos fases de formación de la rótula. Una primera fase en la que el patrón se desarrolla con una cierta simetría, y una segunda fase en la que el patrón tiende totalmente a la asimetría plegando el ala superior sobre sí misma.

En las simulaciones por el MEF se observó que el mecanismo de fallo iniciaba su desarrollo deformando en primera instancia el ala comprimida. En esta primera fase el ala superior iba tomando forma de “cubierta a dos aguas” apreciándose la formación de un mecanismo con tendencia a la simetría. Posteriormente, y una vez que el ala superior había alcanzado niveles de plastificación amplios, era cuando el mecanismo, debido a la flexión global del perfil, tendía hacia la asimetría provocando el pliegue del ala superior.



**Figura 6.80.** Estadios de deformación del mecanismo de fallo del perfil con embutición ante una sollicitación de flexión pura positiva.

Cabe mencionar aquí que en los ensayos experimentales, (capítulo 7), no se alcanzaron deformaciones tan amplias como las observadas en la figura 6.80, (derecha), aún a pesar de que los especímenes alcanzaron amplias flechas de deformación, y lo habitual ver mecanismos de fallo simétricos.

A fin de que el lector pueda hacerse una idea de la geometría de los patrones, se adelanta aquí, en la figura 6.81, los mecanismos de fallo obtenidos en uno de los especímenes.



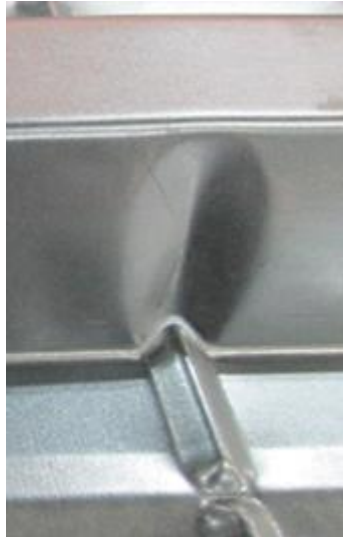
**Figura 6.81. Ensayos experimentales. Mecanismo de fallo espécimen EMBT-2.**

En la figura 6.81 se puede observar como todos los patrones son simétricos, exceptuando el mecanismo que se desarrolla en la onda donde se ubicaron las galgas.

En base a dicha figura, y tal y como se expuso en el apartado 5.12, el mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil con embutición a flexión pura positiva no es una continuación del patrón de la embutición, tal y como sucedía cuando el perfil era solicitado a flexión pura negativa.

Ciertamente el perfil “aprovecha” los pliegues de la embutición para desarrollar el patrón de colapso, sin embargo, ante este esfuerzo, el elemento de sección solicitado a compresión es el ala superior, la cual no está tan afectada por la geometría de la embutición como los otros elementos de sección del perfil, (véase figura 6.82).





**Figura 6.82. Geometría de la embutición.**

Habitualmente, el comportamiento de los elementos de sección comprimidos son los que gobiernan el fallo de los perfiles de acero conformado en frío, y por tanto resulta razonable que un mecanismo de fallo no inicie su desarrollo hasta que se produce el fallo de estos elementos de sección.

Por otro lado, resulta evidente que el proceso de conformado de la embutición no deja inalterada el ala superior del perfil original, y que el efecto que ejerce sobre este elemento de sección es el de inducir una imperfección.

Así pues, tras la generación de la embutición, el ala superior posee una imperfección superior a la habitual que posee un perfil, sin embargo es susceptible de resistir ciertos esfuerzos de compresión, y por tanto, de gobernar el fallo del perfil y el momento de iniciación del mecanismo.

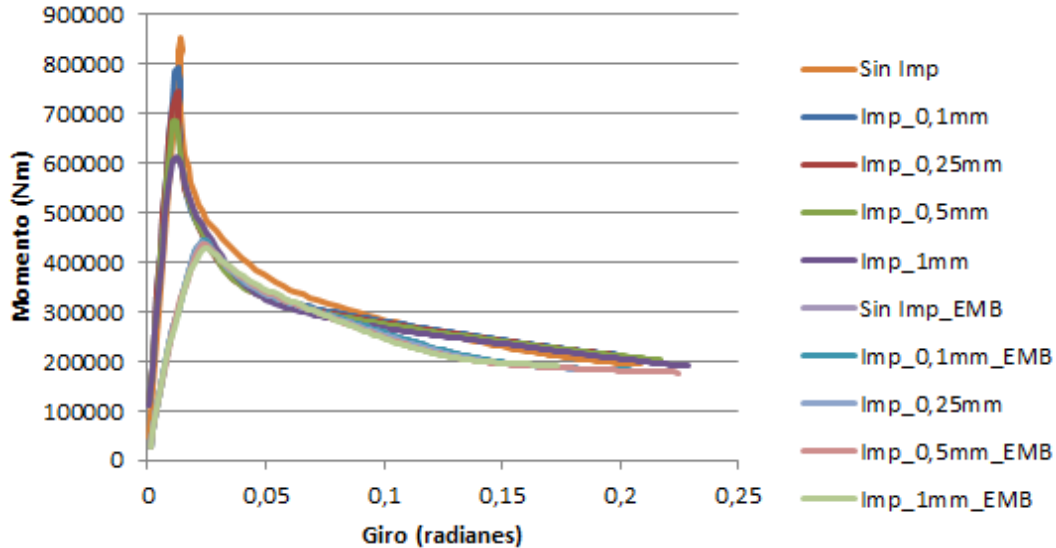
Esta situación contrasta con la obtenida cuando el perfil con embutición es solicitado a flexión pura negativa. El hecho de que el ala inferior esté ampliamente afectada por la geometría de la embutición hace que el fallo se produzca como una continuación del proceso de embutición, dado que la resistencia que puede ejercer este elemento de sección a compresión es baja.

Por otro lado, en el capítulo 5, y en base a los resultados obtenidos en las simulaciones por el MEF, se llegó a la conclusión de que a flexión pura positiva la embutición ejercía un efecto similar al de “una imperfección de gran magnitud”.

En el apartado 5.6, donde se compararon las curvas de comportamiento del perfil original y del perfil con embutición obtenidas a flexión pura positiva, (fig.5.134), se pudo apreciar que la mayor diferencia entre ambos comportamientos residía en el tramo elástico. La pendiente de la

rama elástica y el valor del momento último del perfil con embutición eran menores respecto al perfil original, sin embargo, el comportamiento plástico de ambos perfiles era muy similar.

Con el fin de facilitar la lectura se reproducen aquí de nuevo dichas relaciones.



**Figura 6.83. Relación momento-giro ante una sollicitación de flexión pura positiva. Panel nervado sin embutición y panel nervado con embutición**

Obviamente el comportamiento del perfil con embutición reflejado en la figura 6.83 no se debe única y exclusivamente a la imperfección que posee el ala superior, sino a la imperfección que poseen todos los elementos de sección debido a la presencia de la embutición.

En principio el ala superior gobierna el fallo y marca el inicio de formación del mecanismo. Las deformaciones que poseen los otros elementos de sección favorecen que la fase post-colapso se alcance antes que en el perfil original, y a mayores, inducen que el patrón se desarrolle en un sentido determinado.

De hecho, las deformaciones que acontecen en los elementos de sección del perfil con embutición toman lugar en sentido inverso a las del perfil original ante la misma sollicitación. De ahí que en el apartado 5.12, donde se analizaron ambos mecanismos de fallo, se llegase a la conclusión de que un patrón era el inverso del otro.

Esta conclusión alcanzada mediante comparación entre geometría de patrones viene corroborada con el comportamiento plástico obtenido en las simulaciones por el MEF, (fig.6.83). Siendo ambas ramas tan similares resulta razonable que ambos patrones sean inversos.

El perfil con embutición alcanza la carga última en el momento en el que la rama elástica “toca” la rama plástica del perfil original, momento a partir del cual ambas ramas plásticas corren

conjuntamente, por lo que la energía absorbida por las rótulas a partir de este instante ha de ser muy similar. En base a ello, resulta razonable pensar que las deformaciones de los elementos de sección han de ser también muy similares, o como el caso que se considera, que están tomando lugar en sentido opuesto.

Cabe mencionar, que el análisis mediante la TGLP de los patrones de colapso obtenidos a compresión pura, han permitido corroborar que un mecanismo inverso absorbe la misma energía que el patrón considerado original.

Teniendo en cuenta los aspectos comentados, y en base a la consideración de que ambos mecanismos son inversos, el comportamiento post-colapso del perfil con embutición a flexión pura positiva es sencillo de determinar mediante la TGLP, ya que se pueden emplear las expresiones presentadas en el apartado 6.2.1, relativas al mecanismo de fallo del perfil sin embutición.

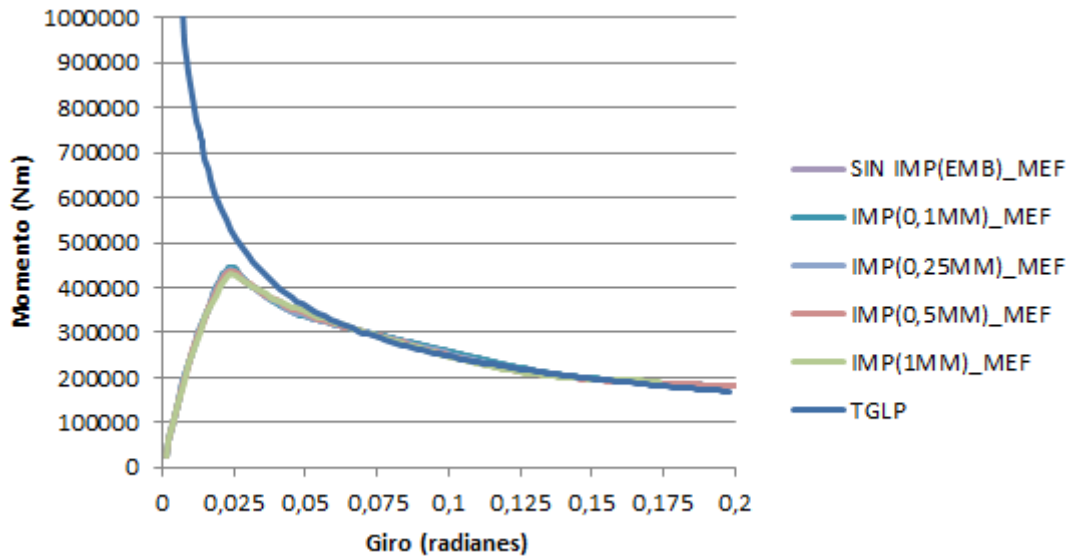
Se ha de tener en cuenta que en el perfil con embutición el ancho de la rótula es menor que en el perfil original, por lo que se ha de variar el parámetro  $h$  en las expresiones del apartado 6.2.1 y tomar  $h=22\text{mm}$ , correspondiente al ancho de la embutición.

A continuación, en el apartado 6.3.3.2 se procederá a obtener la curva post-colapso del perfil con embutición a flexión pura positiva mediante la TGLP. En el apartado 6.3.3.3 se realizará una breve reflexión en torno al mecanismo de fallo que desarrolla el perfil con embutición ante dicha sollicitación. Por último, en el apartado 6.3.3.4 se presentarán las conclusiones alcanzadas.

### **6.3.3.2 Comportamiento post-colapso del perfil con embutición.**

En la figura 6.84 se puede apreciar el comportamiento post-colapso del perfil con embutición a flexión pura positiva obtenido mediante la TGLP con el empleo de las expresiones presentadas en el apartado 6.2.1 y un ancho de rótula  $h=22\text{mm}$ .

En dicha figura se presenta también el comportamiento del perfil con embutición obtenido en las simulaciones por el MEF con el empleo del primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección.



**Figura 6.84. Relaciones momento-giro obtenidas mediante la TGLP y simulaciones por el MEF. Flexión pura positiva. Perfil con embutición.**

En la figura precedente se puede observar como la rama plástica obtenida mediante la TGLP se asemeja en gran medida a la obtenida en las simulaciones por el MEF.

Se puede apreciar también como el trazado de la curva obtenida mediante la TGLP presenta un ligero distanciamiento respecto al punto en el que se alcanza el valor del momento último en las curvas obtenidas mediante el MEF. Tal y como es sabido, esta suele ser una de las características que definen las técnicas de análisis límite.

Dado que el comportamiento del perfil con embutición apenas varía en función de la magnitud de imperfección empleada, no se procede a comparar aquí las distintas curvas obtenidas por el MEF con la obtenida mediante la TGLP, dado que ello conllevaría una repetición innecesaria.

A grandes rasgos se considera que el procedimiento empleado permite obtener con corrección el comportamiento post-colapso del perfil con embutición mediante la TGLP, dada la similitud que presenta dicha curva con la obtenida en las simulaciones por el MEF.

### 6.3.3.3 Análisis de las líneas plásticas ubicadas en la zona de tracción.

Aunque el comportamiento post-colapso del perfil con embutición mediante la TGLP ha sido ya determinado en el apartado precedente, cabe hacer una breve reflexión en relación a las líneas plásticas ubicadas en la zona de tracción del mecanismo de fallo, concretamente, sobre las líneas que se ubican en el ala inferior del perfil.

En la figura 6.80, donde se presentaba el mecanismo de fallo del perfil con embutición, se puede apreciar que en el ala inferior se desarrolla una línea plástica más, ubicada en la “cumbre” de la embutición, respecto al patrón de colapso que se desarrolla en el perfil original. El trabajo

realizado por dicha línea no ha sido considerado en la determinación del comportamiento post-colapso del perfil.

En relación a dicha línea, cabe decir que su aportación al trabajo total de la rótula es casi insignificante y puede, por tanto, ser despreciada.

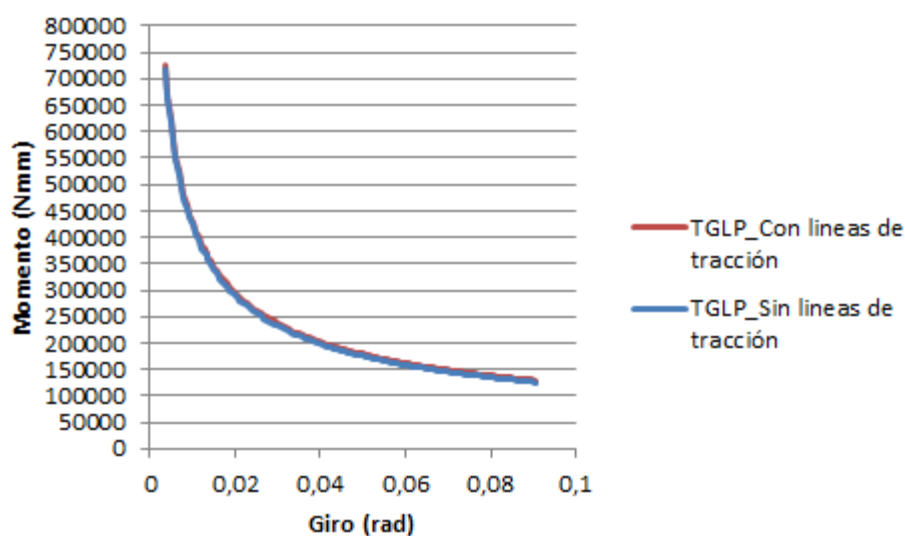
En el capítulo 4, donde se presentaron diversas investigaciones en relación a la determinación del trabajo realizado por una línea plástica, ya sea inclinada o no, se pudo observar que las líneas se generan mediante esfuerzos de compresión, y no de tracción.

Kecman, (Kecman 1983), es el único autor que tiene en consideración este tipo de líneas y que calcula el trabajo realizado por las mismas. En el apartado 4.9, se pudo observar como este autor determinaba el trabajo realizado por líneas ubicadas en la zona tracción en base a la idea de que en dicha zona se están produciendo rotaciones.

Se entiende que Kecman introduce dichas líneas por coherencia con el modelo teórico y también quizás, porque el trabajo realizado por dichas líneas es insignificante y no desvirtúan en ningún modo el trabajo total realizado por la rótula.

Con el fin de corroborar que las líneas ubicadas en el ala de tracción apenas aportan trabajo a la rótula, se procedió a comparar la curva post-colapso del perfil sin embutición en base a las expresiones del apartado 6.2.1, con la curva post-colapso que se obtiene sin emplear el trabajo realizado por las líneas plásticas de tracción, esto es, sin tener en consideración las expresiones relativas a los trabajos W6 y W7.

En la figura 6.85 se presentan las curvas obtenidas.



**Figura 6.85.** Influencia de las líneas de tracción en los modelos teóricos de la TGLP.

En la figura precedente se puede apreciar que el considerar el trabajo realizado por las líneas ubicadas en la zona de tracción apenas modifican el comportamiento post-colapso del perfil.

Por otro lado, el trabajo realizado por la línea plástica que se desarrolla en la cumbre de la embutición es sencillo de determinar, ya que el giro que se produce en dicha línea sería el doble de las adyacentes.

Teniendo en cuenta que el trabajo realizado por las líneas adyacentes es, ( $W_6$ , véase apartado 6.2.1.5.1):

$$W_6 = 4 \cdot M_p \cdot e \cdot \frac{\theta}{2}$$

El trabajo de la línea ubicada en la cumbre de la embutición, al cual denominaremos  $W_{LC}$  sería:

$$W_{LC} = 4 \cdot M_p \cdot e \cdot \frac{\theta}{2} \cdot 2 = 4 \cdot M_p \cdot e \cdot \theta$$

Procediendo a la inclusión del trabajo realizado por dicha línea en el modelo teórico, ( $W_{LC}$ ), se observó que el trazado final de la curva post-colapso tampoco variaba.

En base a ello, se considera que no es necesario tener en consideración el trabajo  $W_{LC}$  para determinar el comportamiento post-colapso del perfil con embutición mediante la TGLP a flexión pura positiva.

En general, se puede decir que la influencia de las líneas plásticas en la zona de tracción es casi nula, al menos para el caso investigado y el mecanismo de Kecman, (Kecman 1983).

#### 6.3.3.4 Conclusiones.

En base al análisis realizado en este apartado se puede concluir que:

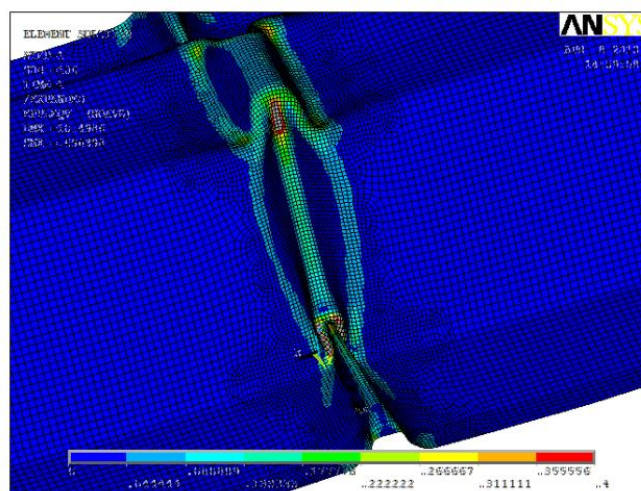
- La embutición ejerce un efecto similar al de una “imperfección de gran magnitud” cuando el perfil es solicitado a flexión pura positiva.
- El hecho de que el ala superior del perfil no esté tan afectada por el proceso de conformado de la embutición como el ala inferior, confiere al perfil cierta resistencia a flexión pura positiva. De ahí que la resistencia sea mayor ante este esfuerzo que cuando el perfil es solicitado a flexión pura negativa.
- El mecanismo de fallo del perfil con embutición a flexión pura positiva es el inverso del que acontece ante la misma sollicitación en el perfil original.

- Las líneas plásticas ubicadas en la zona de tracción apenas aportan trabajo al desarrollo total de la rótula, al menos para el mecanismo aquí analizado y el estudiado por Kecman, (Kecman 1983).
- La curva post-colapso del perfil con embutición puede obtenerse a partir de la TGLP utilizando las mismas expresiones que para el perfil sin embutición. Sólo es necesario cambiar el ancho de la rótula.

### 6.3.4 Compresión pura.

#### 6.3.4.1 Introducción.

El mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil con embutición a compresión pura se puede apreciar en la figura 6.86.



*Figura 6.86. Mecanismo de fallo del perfil con embutición a compresión pura.*

Tal y como se comentó en apartados anteriores, (apartados 5.7 y 5.12), el mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil con embutición a compresión pura es muy similar al patrón de colapso inverso que se desarrolla en el perfil original ante dicha sollicitación. Dos factores marcan la diferencia entre ambos patrones:

- **El ancho de la rótula.**

Al igual que en los dos patrones anteriores investigados, en el perfil con embutición la rótula se desarrolla en el ancho de la embutición, esto es  $h=22\text{mm}$ , mientras que en el perfil original, el ancho de la rótula está relacionado con el elemento de sección de menor dimensión, ( $2h$ , véase apartado 6.2.2)

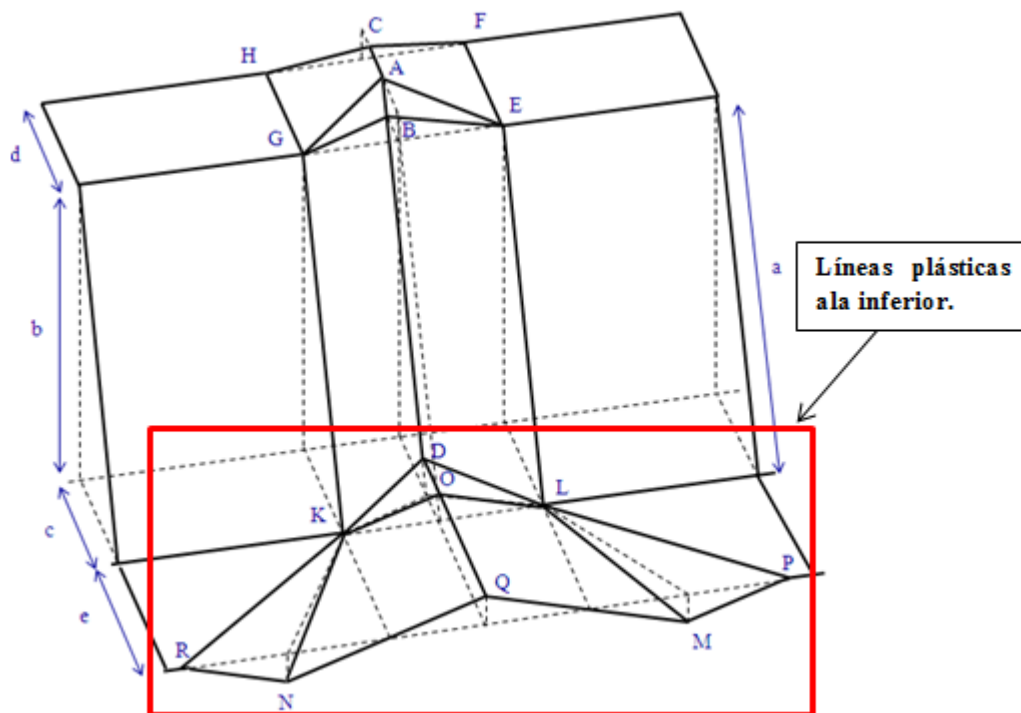
- **La deformación del ala inferior.**

En el perfil con embutición el ala inferior permanece plana durante el desarrollo del mecanismo de fallo, mientras que en el perfil original, es necesario que en el ala inferior

se produzcan una serie de pliegues para que el patrón de colapso pueda desarrollarse, (apartado 5.7, fig.5.135 a la fig.5.138).

Siguiendo el mismo proceso que en los anteriores apartados, el modelo teórico tomado como base para determinar el comportamiento post-colapso del perfil con embutición a compresión pura mediante la TGLP, será el desarrollado para el patrón de colapso inverso que se desarrolla en el perfil sin embutición, (véase apartado 6.2.2.4, y Anexo F).

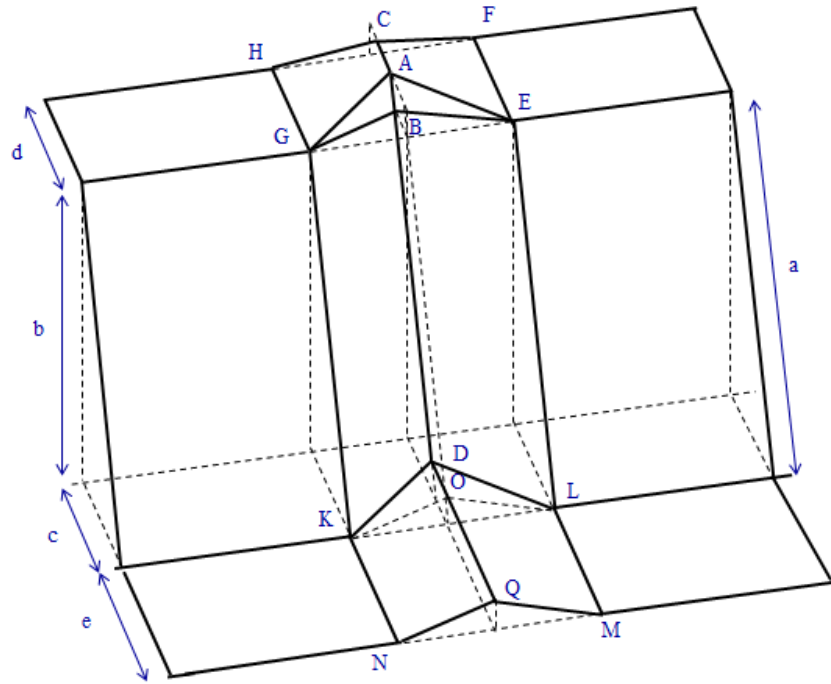
Dicho modelo teórico se reproduce aquí de nuevo, en la figura 6.87, con el fin de facilitar la lectura.



**Figura 6.87. Modelo teórico desarrollado para el mecanismo de fallo inverso que se desarrolla en el perfil sin embutición a compresión pura.**

Teniendo en cuenta que cuando el perfil con embutición es solicitado a compresión pura el ala inferior no desarrolla las deformaciones que se pueden apreciar en la figura 6.87, se procedió a redefinir el modelo tal y como se muestra en la figura 6.88.





**Figura 6.88.** Modelo teórico del mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil con embutición a compresión pura.

#### 6.3.4.2 Primeros modelos. Problemática para el desarrollo del modelo teórico.

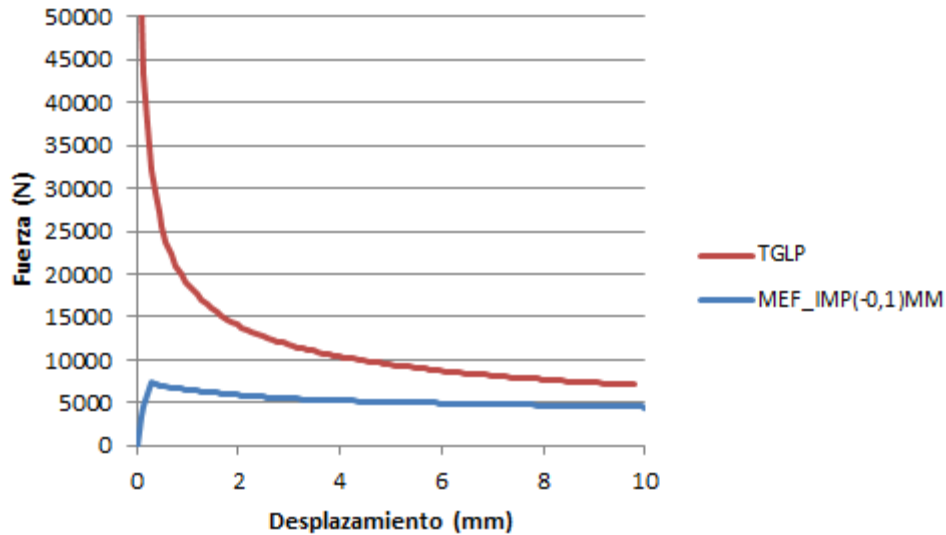
En base al modelo teórico de la figura 6.88, la expresión que define el trabajo realizado por las líneas KN y LM ha de ser modificada, (apartado 6.2.2.5.1, W7, y Anexo F), dado que dichas líneas son ahora rectas y no inclinadas.

En un principio el trabajo realizado por dichas líneas sería:

$$W_{KN \text{ y } LM} = W_7 = 4 \cdot M_p \cdot e \cdot \frac{\theta}{2} \quad (6.95)$$

Por otro lado, se recuerda aquí que las líneas KR y LP del modelo original no desarrollan un trabajo plástico, (apartado 6.2.2.2.10).

En la figura 6.89 se presenta la curva post-colapso obtenida mediante la TGLP con el empleo de las expresiones relativas al trabajo realizado por el mecanismo de fallo inverso que desarrolla el perfil sin embutición, (tabla 6.2, apartado 6.2.2.5.1, véase también Anexo F), la expresión 6.95 en lugar del W7, y un ancho de rótula  $h=22\text{mm}$ . Dicha curva se compara con la obtenida en las simulaciones por el MEF con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección negativa de  $0.1\text{mm}$ .



**Figura 6.89. TGLP Vs. MEF, (primer modo de pandeo y magnitud de imperfección 0.1mm)**

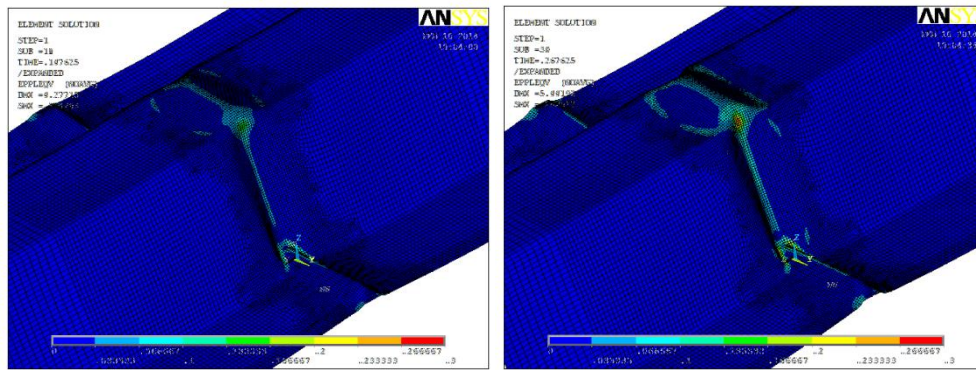
En la figura 6.89 se puede apreciar que la curva obtenida mediante la TGLP se muestra ciertamente distante a la obtenida en las simulaciones por el MEF, lo cual indica que el modelo teórico está contabilizando un trabajo mayor respecto al que ha realizado la rótula en las simulaciones por el MEF.

Este resultado se encuentra totalmente razonable, dado que realmente el modelo teórico está considerando un perfil perfecto, esto es, sin ningún tipo de imperfección. Esta situación claramente no es real, ya que el perfil está afectado por el proceso de conformado de la embutición.

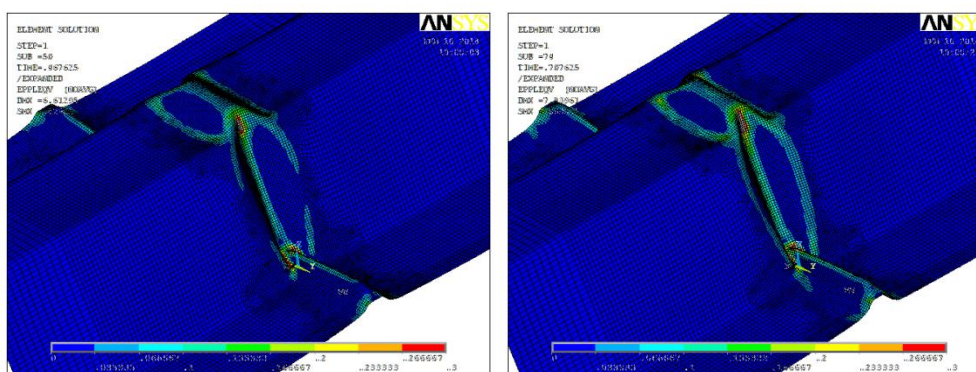
El problema que se presenta es similar al de flexión negativa. Se trata de tener en cuenta de alguna forma en el modelo teórico el trabajo realizado previo a la compresión, durante el proceso de formación de la embutición. La situación, no obstante, es más compleja que en flexión negativa, pues el proceso de conformado de la embutición solicita al perfil de una forma notablemente distinta a la sollicitación de compresión. Esto obligó al final a optar por un enfoque ciertamente simplificado. Cabe decir que este es uno de los puntos de la investigación sobre el que se tenía más incertidumbre de llegar a una buena solución. Se estudiaron varias alternativas, pero se presenta a continuación sólo la que se consideró más adecuada.

#### **6.3.4.3 Consideraciones a la solución final adoptada.**

En las figuras 6.90 y 6.91 se presentan, mediante las soluciones elementales de deformaciones plásticas de Von Mises, diferentes estadios de formación del mecanismo de fallo en el perfil con embutición a compresión pura.



**Figura 6.90.** Formación del mecanismo de fallo. Desplazamientos impuestos: 1.4mm, (izquierda), 2.6mm, (derecha).



**Figura 6.91.** Formación del mecanismo de fallo. Desplazamientos impuestos: 4.6mm, (izquierda), 7mm, (derecha).

Atendiendo a las figuras precedentes, (fig.6.90 y fig.6.91), se podrían distinguir dos fases en la formación del mecanismo de fallo:

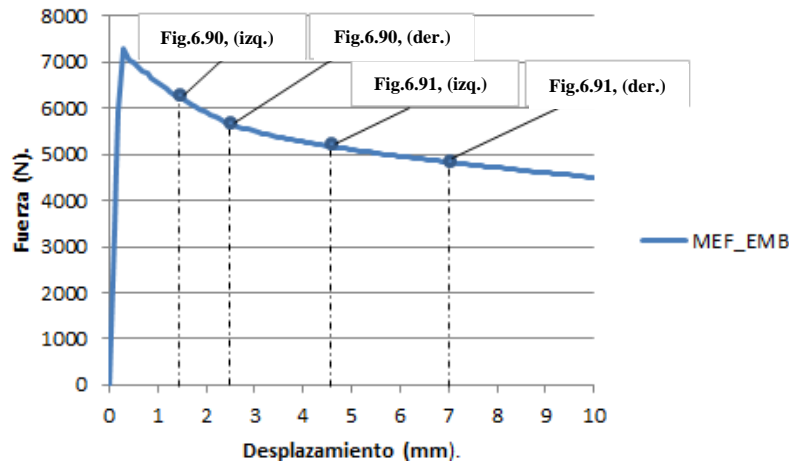
- Una primera fase en la que las deformaciones se desarrollan principalmente en el ala superior.
- Una segunda fase en la que el mecanismo de fallo se ha desarrollado por completo en todos los elementos de sección.

Se entiende que el ala superior, que es el elemento de sección menos afectado por el proceso de conformado de la embutición, ha de deformarse en primer lugar, y alcanzar deformaciones que sean compatibles con las que acontecen en los otros elementos de sección. Una vez que el ala superior ha alcanzado las deformaciones pertinentes es cuando el mecanismo de fallo se desarrolla por completo en todo el perfil.

Otra observación que se puede realizar, es que la segunda fase de formación del mecanismo se alcanza cuando ya se han impuesto grandes desplazamientos al perfil.

En la figura 6.90 se presentaron los mecanismos de fallo relativos a desplazamientos impuestos de 1.4mm, (izquierda), y 2.4mm, (derecha), y en la figura 6.91, los relativos a desplazamientos impuestos de 4.6mm y 7mm.

En la figura 6.92 se asocian los desplazamientos impuestos mencionados, (relativos a las fases de formación del mecanismo de las figuras 6.90 y 6.91), con el punto correspondiente de la curva de comportamiento obtenida mediante las simulaciones por el MEF.



**Figura 6.92.** Desplazamientos impuestos correspondientes a los mecanismos de fallo mostrados en las figuras 6.93 y 6.94.

En la figura 6.92 se aprecia que el patrón de colapso llega a su formación completa para un estadio de deformación muy avanzado.

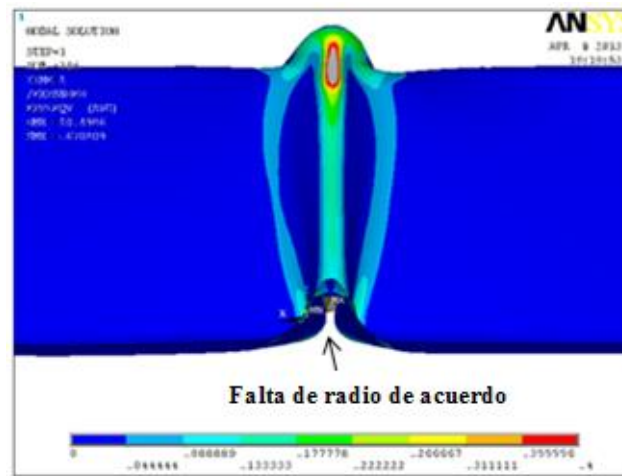
Atendiendo a las fases de formación del mecanismo, (fig.6.90 y fig.6.91), y a la figura 6.92, se deduce que el elemento de sección que es más susceptible de ejercer cierta resistencia a la sollicitación de compresión pura es el ala superior.

En relación al ala inferior se podría decir lo contrario, esto es, que es el elemento de sección menos susceptible de ejercer resistencia a la sollicitación impuesta, en base a que:

- Es el elemento de sección más afectado por el proceso de conformado de la embutición. Posee un “pliegue” con magnitud de imperfección inicial de 6mm.
- El radio de acuerdo inferior es casi inexistente. La formación de la embutición ha cambiado radicalmente su geometría.
- Es un elemento que ha sufrido grandes plastificaciones durante el proceso de conformado.

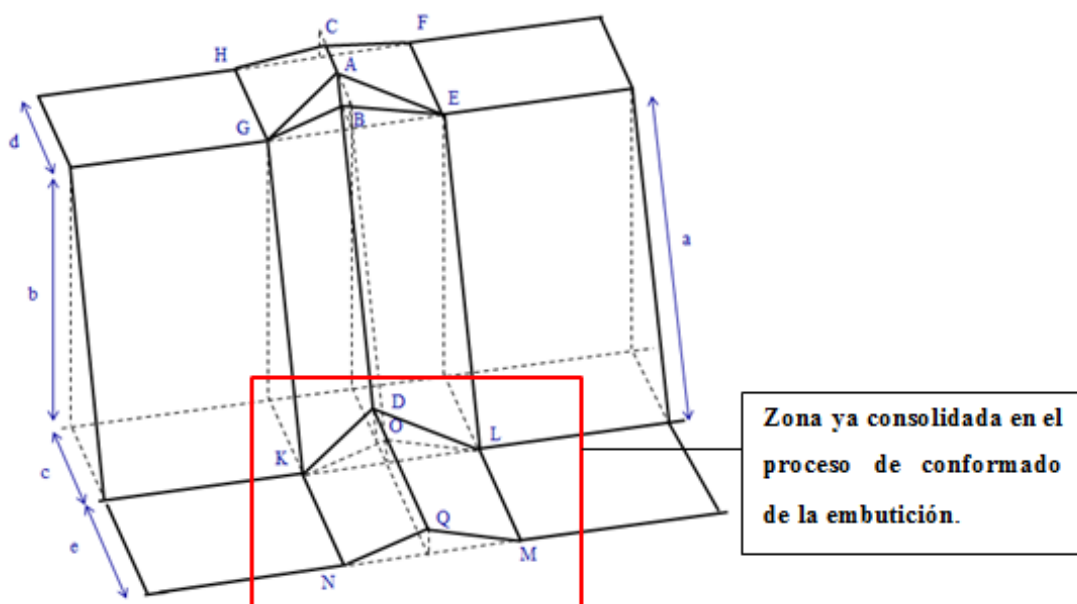
Los radios de acuerdo, o más bien la zona en torno a los radios de acuerdo, es donde suele estar confinada la resistencia de los perfiles como el aquí analizado. Teniendo en cuenta este aspecto, y en base a los dos primeros puntos anteriores, se puede decir que la resistencia en esta zona del

perfil ha de ser baja. De hecho, se observa que en esta zona el perfil se deforma a modo de “acordeón”, (fig.6.93).



*Figura 6.93. Perfil con embutición a compresión pura. Último paso de carga.*

Por otro lado, y en relación al tercer punto anterior, cabe decir que las áreas plásticas KOD y ODL, (fig.6.94), ya se han consolidado en el proceso de conformado de la embutición. Esta zona está totalmente plastificada, por lo que el aporte de trabajo que pueden realizar al mecanismo se puede considerar muy baja o casi nula. Tener en consideración la formación de estas áreas, desde un estado inicial, no tiene sentido. De hecho, la diferencia observada entre la curva obtenida mediante el MEF y las obtenidas mediante la TGLP en los primeros modelos, (fig.6.89), se asocia al hecho de haber contabilizado la totalidad de este trabajo.



*Figura 6.94. Primer modelo teórico del perfil con embutición a compresión pura.*

Las líneas KN y LM de la figura 6.94 no se desarrollan en el patrón de colapso, (véase fig.6.86 y fig.6.91, derecha). En su lugar, aparecen unas líneas plásticas cortas e inclinadas, que nacen en la zona de radio de acuerdo inferior. En la figura 6.93, se puede apreciar que el “pliegue” que da lugar a la formación de las mismas es consecuencia de las deformaciones que están tomando lugar en la zona del radio de acuerdo inferior.

El desarrollo completo de estas líneas se intuye difícil. La generación de un “pliegue” marcado en la dirección de estas líneas tendría que venir originado por amplias deformaciones del radio de acuerdo. Atendiendo a la longitud de las mismas, la causa que las origina y que su formación comienza para estadios de deformación avanzados, (fig.6.91, derecha), estas líneas se podrían clasificar como incompletas, esto es, que un tramo de las mismas están trabajando en rango elástico, (véase apartado 4.3, clasificación de Gioncu y Mazzolanni, 2002).

Por último, quedaría comentar la línea OD, (fig.6.94), la cual se desarrolla compatibilizando las deformaciones que acontecen en el radio de acuerdo y las rotaciones que se generan alrededor de la misma debido a la carga impuesta. El trabajo de esta línea se podría tener en consideración, sin embargo, el aporte de trabajo de una línea al mecanismo total es bajo. Por otro lado, habría que considerar también los giros iniciales que se han inducido en la misma en el proceso de conformado.

Teniendo en cuenta estos aspectos, y en base al estado de plastificación en el que se encuentra el ala inferior, se llega a la primera simplificación. La no consideración del aporte de trabajo de este elemento de sección al mecanismo. Se considera que el trabajo que puede realizar es nulo.

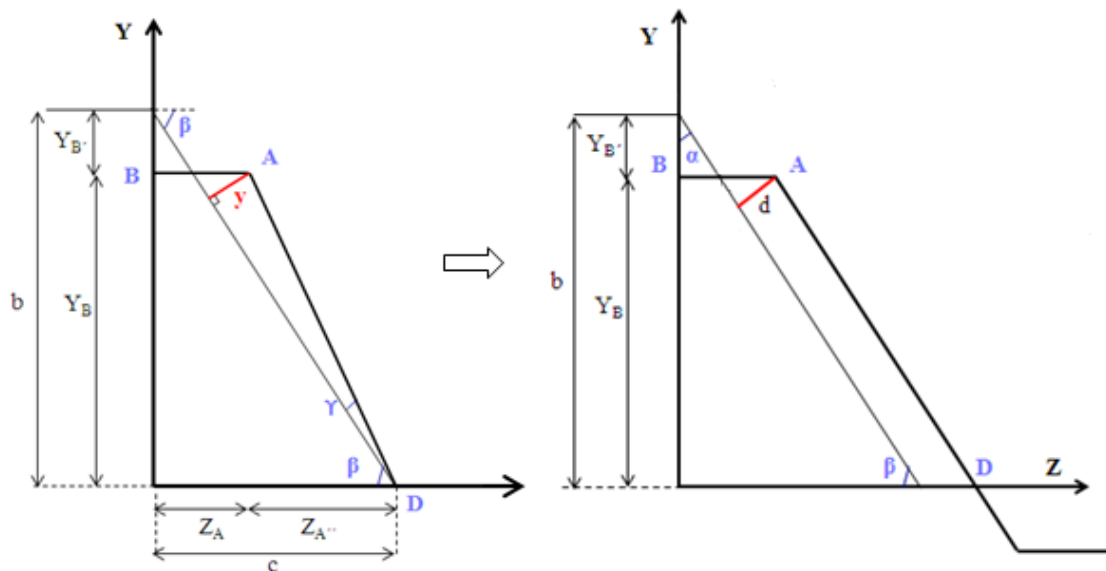
A grandes rasgos, se considera que el elemento de sección que está ejerciendo resistencia a la formación del mecanismo de fallo es el ala superior. Sin embargo, en base a la idea de que las zonas en torno a los radios de acuerdo es donde se encuentra confinada la resistencia de los perfiles, se entiende que el ala superior no puede ser desvinculada del alma del perfil. De hecho, en las figuras 6.90 y 6.91 se puede observar que en el radio de acuerdo superior se desarrolla un área plástica, cuyo aporte de energía no puede despreciado.

Por otro lado, se ha de tener en consideración que el alma del perfil presenta grandes magnitudes de imperfección, (debido al proceso de conformado de la embutición), que facilitan e inducen el fallo, por lo que este elemento no puede ser considerado perfecto en la TGLP.

El modelo teórico desarrollado mediante la TGLP para obtener el comportamiento post-colapso del perfil original durante el proceso de conformado de la embutición, (véase apartado 6.3.2), permite cuantificar las magnitudes de imperfección que posee el alma del perfil tras la generación de la embutición.

En base a dicho modelo, (fig.6.95, izquierda), el alma presenta magnitudes de imperfección variables a lo largo de su longitud, presentándose el mayor valor en el radio de acuerdo inferior, 6.6mm, y mínimo en el radio de acuerdo superior, 0mm. Se recuerda aquí que el modelo teórico tomado como referencia es el de flexión pura negativa, (apartado 6.3.2), en donde el segmento AB representa el ala inferior, (fig.6.95, izquierda).

Teniendo en cuenta que en el modelo teórico desarrollado mediante la TGLP a compresión pura, (fig.6.95, derecha), las magnitudes de imperfección que se desarrollan en el alma son constantes en toda su longitud, (valor “d” en la fig.6.95, derecha), se llega aquí a la segunda simplificación. Tomar el valor medio de “y”, para inducir una magnitud de imperfección en el modelo teórico, (d).



**Figura 6.95. Modelos teóricos desarrollados mediante la TGLP. Flexión pura negativa, (izquierda). Compresión pura, (derecha).**

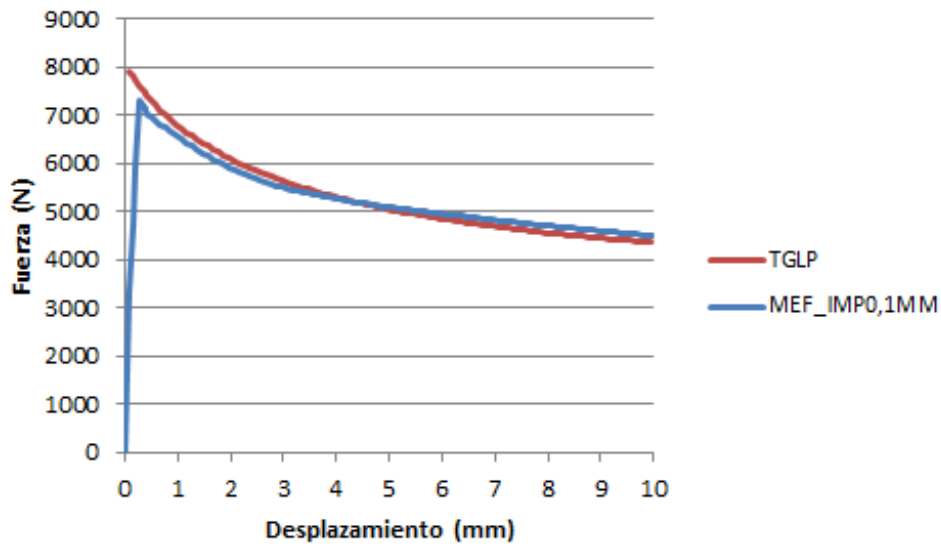
Empleando el modelo teórico desarrollado mediante la TGLP para el perfil original a compresión pura, (apartado 6.2.2), se observa que la inducción de una magnitud de imperfección  $d=3.3\text{mm}$  en el alma, implica un acortamiento del perfil de 1.81mm,

#### 6.3.4.4 Solución final adoptada.

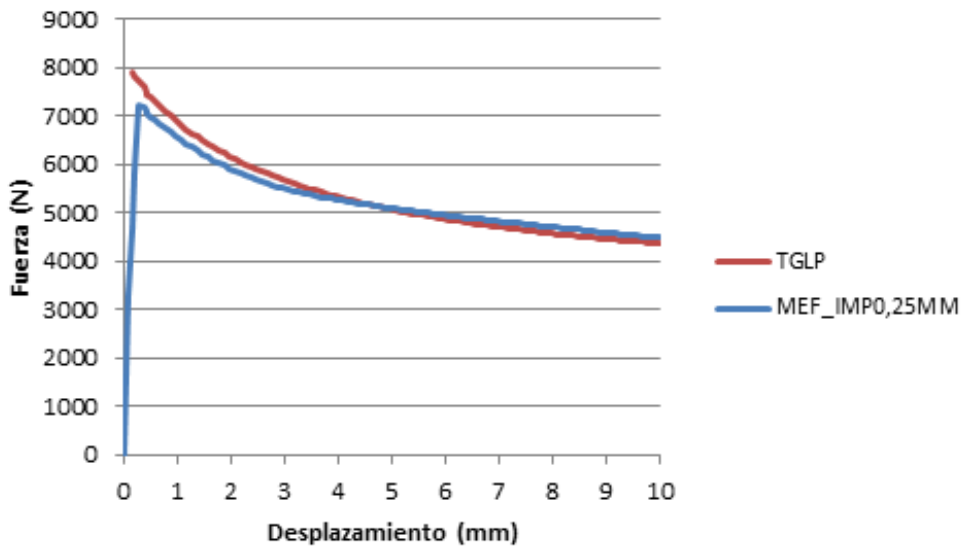
En base a lo expuesto en el apartado precedente, el comportamiento post-colapso del perfil con embutición se determina:

- Empleando el modelo teórico desarrollado mediante la TGLP para el perfil original a compresión pura, con un ancho de rótula  $h=22\text{mm}$ .
- Eliminando las expresiones relativas al trabajo desarrollado por el ala inferior.
- Induciendo al modelo una acortamiento inicial de 1,81mm.

El resultado obtenido se compara en las siguientes figuras, (fig. 6.96 a la fig.6.99), con las curvas de comportamiento obtenidas en las simulaciones por el MEF.

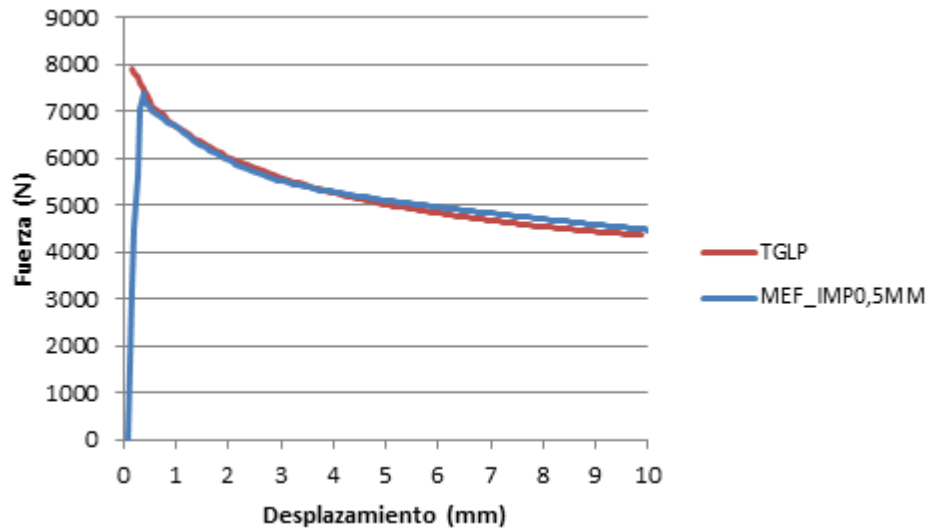


**Figura 6.96.** Relación carga-desplazamiento del perfil con embutición. TGLP, con acortamiento inicial de 1,81mm, y simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección de 0,1mm.

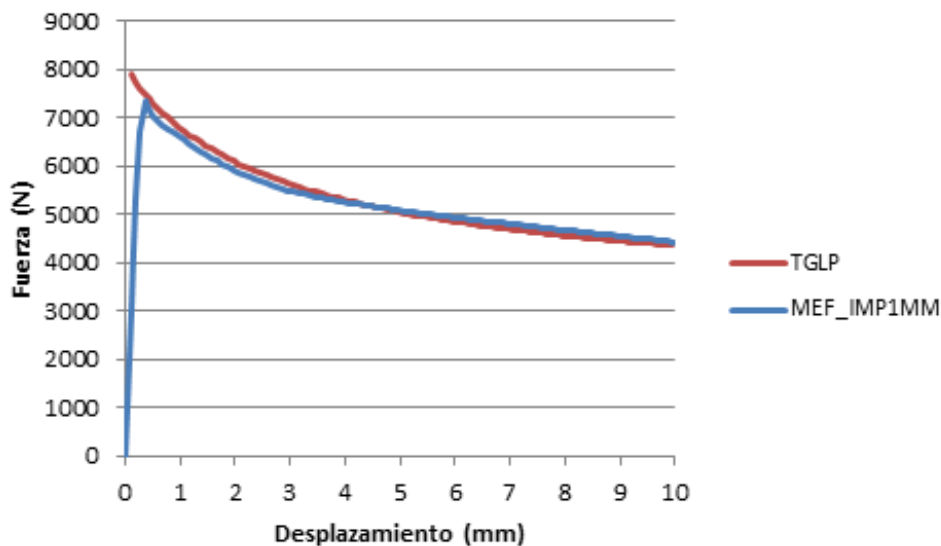


**Figura 6.97.** Relación carga-desplazamiento del perfil con embutición. TGLP, con acortamiento inicial de 1,81mm, y simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección de 0,25mm.





**Figura 6.98.** Relación carga-desplazamiento del perfil con embutición. TGLP, con acortamiento inicial de 1,81mm, y simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección de 0,5mm.



**Figura 6.99.** Relación carga-desplazamiento del perfil con embutición. TGLP, con acortamiento inicial de 1,81mm, y simulación por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección de 1mm.

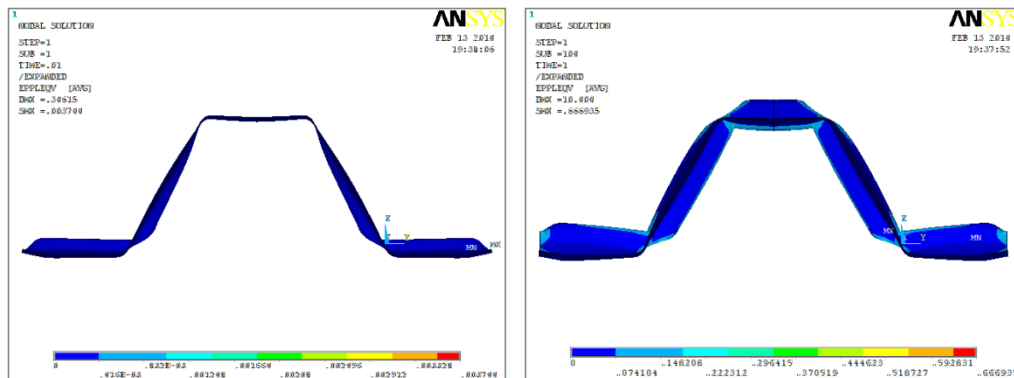
En las figuras precedentes se observa como la curva post-colapso determinada mediante la TGLP se acerca con bastante corrección al valor de la carga última obtenida en las simulaciones por el MEF, y que a grandes rasgos, el trazado de ambas de curvas es muy semejante.

#### 6.3.4.5 Conclusiones.

El procedimiento aquí presentado se ha considerado el más adecuado, ya que permite comparar el comportamiento del perfil original con el del perfil con embutición a compresión pura en base a un mismo modelo teórico.

En base al análisis realizado mediante la TGLP del mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil con embutición a compresión pura, se puede decir que:

- La resistencia de los perfiles, (como el aquí analizado), a compresión pura se encuentra confinada en las zonas de los radios de acuerdo.
- El proceso de conformado de la embutición ha cambiado radicalmente la geometría del radio de acuerdo inferior y ha introducido en su lugar un “pliegue”. La casi inexistencia de radio de acuerdo provoca que, ante una sollicitación de compresión pura, el perfil ceda por este punto a modo de “acordeón”, y por tanto sin poder desarrollar un trabajo.
- En general, la reducción de resistencia del perfil con embutición, respecto al perfil sin embutición, es debido a la “falta de radio de acuerdo inferior”, y a las imperfecciones que presentan los otros elementos de sección del perfil.
- Se entiende que la resistencia del perfil con embutición a compresión pura queda reducida al comportamiento del ala y del radio de acuerdo superior. Dadas las altas plastificaciones que se producen en este radio de acuerdo no fue posible desvincular el alma del modelo teórico.
- El perfil con embutición adapta la geometría de la embutición a la sollicitación impuesta y termina desarrollando un mecanismo de fallo muy similar al del perfil original. Esta fue una de las razones por las que se tomó un valor  $d$ , (3,3mm), constante. En la figura 6.100 se puede apreciar la geometría del perfil con embutición en el primer paso de carga, y el mecanismo de fallo resultante en el último paso de carga.



**Figura 6.100. Soluciones nodales de deformaciones plásticas de Von Mises. Primer paso de carga, (izquierda). Último paso de carga, (derecha).**

- En la figura 6.100 se puede observar que el alma ha adquirido una deformación constante en toda su longitud, y que las mayores deformaciones han tenido lugar en el ala y radio de acuerdo superior.

## 6.4 OBSERVACIONES GENERALES.

### 1ª Observación: Elementos de sección resistentes.

Tal y como se expuso en el capítulo 4, (apartado 4.5), el estudio y análisis de los patrones de pandeo es primordial para determinar, y entender, el origen y la causa de la formación de un mecanismo plástico.

El análisis del **perfil original** ante las sollicitaciones de flexión pura, (positiva y negativa), ha permitido determinar que los mecanismos de fallo se desarrollan tras el pandeo y fallo del elemento de sección comprimido. Esto es, el ala superior, en el caso de flexión pura positiva, y el ala inferior, en el caso de flexión pura negativa.

El análisis del perfil original ante la sollicitación de compresión pura, ha permitido determinar que el desarrollo del mecanismo de fallo es dependiente de todos los elementos de sección.

A flexión pura negativa, el **perfil con embutición** apenas posee resistencia. El elemento de sección del que depende el desarrollo del mecanismo de fallo, (ala inferior), presenta un “pliegue” inducido por el proceso de conformado de la embutición.

Debido a este pliegue, el ala inferior ha perdido su capacidad a pandeo, y por tanto su capacidad resistente ante las compresiones generadas por el momento flector puro negativo. En base a ello, el mecanismo de fallo toma lugar por plastificación directa sin que el perfil pueda oponer apenas resistencia al esfuerzo aplicado.

El perfil con embutición, ante la sollicitación de flexión pura positiva, es susceptible de ejercer cierta resistencia, dado que el elemento de sección del que depende el desarrollo del mecanismo de fallo, (ala superior), no está tan afectado por el proceso de conformado de la embutición. De ahí, que ante esta sollicitación, el perfil se comporte mejor que ante las otras dos sollicitaciones analizadas.

A compresión pura, el ala inferior del perfil con embutición ha perdido su capacidad resistente, dadas las plastificaciones que el proceso de conformado de la embutición ha inducido en dicho elemento de sección. La resistencia del perfil queda confinada al comportamiento del ala y del radio de acuerdo superior.

De hecho, en la tabla 5.64, (apartado 5.12), se puede apreciar que el área efectiva del perfil con embutición es de  $28\text{mm}^2$ , solo ligeramente inferior que el área efectiva del ala superior.

## **2ª Observación: Los patrones de colapso en el perfil con embutición. Comportamiento genérico.**

Tal y como se ha podido comprobar, el proceso de conformado solicita al perfil original a una sollicitación de flexión negativa, siendo por tanto la embutición, el patrón de colapso resultante de dicha sollicitación.

Ante la sollicitación de flexión pura negativa, el mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil con embutición se adapta “casi perfectamente” a la geometría de la embutición, por lo que el patrón de colapso continúa las plastificaciones iniciadas en el proceso de conformado sin encontrar apenas resistencia a su desarrollo.

Ante las sollicitaciones de flexión pura positiva y compresión pura, la geometría de la embutición ha de “adaptarse” a los esfuerzos impuestos.

Siendo el ala superior el elemento de sección menos afectado por el proceso de conformado de la embutición, resulta razonable que las deformaciones tomen lugar en primera instancia en esta zona del perfil.

Una vez que este elemento de sección ha llegado al punto en el que sus deformaciones son compatibles con las que han de tomar lugar en los otros elementos de sección, es cuando se desarrolla el mecanismo de fallo por completo en el perfil.

Adaptada la geometría de la embutición, y en el punto en el que las deformaciones de todos los elementos de sección son compatibles, el mecanismo de fallo se desarrolla siguiendo pautas de comportamiento acordes con la sollicitación impuesta, (flexión pura positiva o compresión pura).

## **3ª Observación: El ala superior en el perfil con embutición.**

La embutición puede entenderse como el patrón de colapso resultante de una sollicitación de flexión negativa, y por tanto el ala superior es sollicitada a tracción durante el proceso de conformado de la embutición. Tal y como se ha podido comprobar, (apartado 6.3.3.3), las piezas sollicitadas a tracción no desarrollan trabajo durante la formación del patrón de colapso, o el trabajo que realizan es casi nulo.

En base a ello, el trabajo desarrollado por el ala superior en el proceso de conformado de la embutición es muy bajo. De lo cual se deduce que las plastificaciones que han tenido lugar en dicho elemento de sección son también muy bajas. El elemento no ha sufrido grandes deformaciones comparativamente con el alma y el ala inferior.

Teniendo en cuenta esta observación, resulta razonable que este elemento de sección sea el que más resistencia puede oponer a solicitaciones de compresión pura, o generadas por un momento flector.

**4ª Observación: Determinación del comportamiento post-colapso del perfil original durante el proceso de conformado de la embutición mediante la TGLP.**

Tal y como se ha comentado, cuando el perfil con embutición es solicitado a flexión pura negativa, el mecanismo de fallo resultante se adapta a la geometría de la propia embutición y continúa las plastificaciones iniciadas en el proceso de conformado.

En base a ello, el comportamiento post-colapso del perfil con embutición a flexión pura negativa puede ser determinado empleando el modelo teórico desarrollado mediante la TGLP para el perfil original.

Para ello, simplemente se han de inducir magnitudes de imperfección al modelo teórico con el fin de llevar al mecanismo de fallo hasta un estadio de deformación más avanzado.

En el presente trabajo de investigación se ha explicado este procedimiento desde el punto de vista del proceso de conformado por las siguientes razones:

- Resulta relevante determinar el comportamiento post-colapso del perfil original durante el proceso de conformado de la embutición.
- Era necesario determinar el punto, (giro), en el que se detuvo el proceso de conformado de la embutición.  
Ello permite inducir en el modelo teórico de la TGLP una geometría similar a la de la embutición, y proceder a la determinación del comportamiento post-colapso del perfil con embutición.  
Se conoce así, qué parte del trabajo se ha invertido en la generación de la embutición, y qué parte del trabajo se invierte en el desarrollo del mecanismo de fallo del perfil con embutición.
- Es factible emplear este procedimiento para determinar el comportamiento de perfiles que presenten distintas profundidades de embutición.
- La geometría inicial del perfil con embutición ha sido parametrizada mediante un modelo teórico, por lo que se conocen las magnitudes de imperfección que poseen todos los elementos de sección.

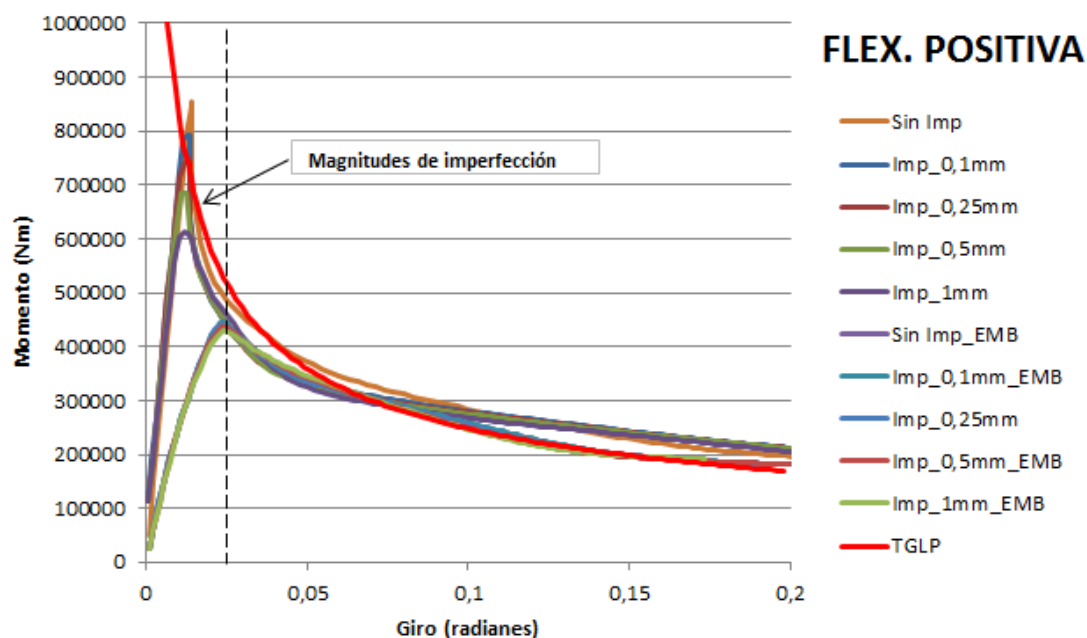
El último punto, ha permitido analizar y establecer la magnitud de imperfección a introducir en el modelo teórico del perfil con embutición a compresión pura.

### **5ª Observación: Las magnitudes de imperfección en los modelos teóricos desarrollados mediante la TGLP para el perfil con embutición.**

A flexión pura negativa resulta evidente la necesidad de inducir al modelo teórico magnitudes de imperfección con el fin de llevar al mecanismo de fallo hasta un estado de plastificación más avanzado.

A compresión pura fue necesario imponer un acortamiento de 1,81mm en el modelo teórico con el fin de inducir un estadio de deformación similar, o más bien que presentara semejanzas, con la geometría del perfil con embutición.

A flexión pura positiva la embutición, imperfección de gran magnitud, afecta sólo al tramo elástico de la curva de comportamiento.



*Figura 6.101. Magnitudes de imperfección mediante la TGLP, perfil con embutición.*

### **6ª Observación: El ala inferior del perfil con embutición.**

En base a las reflexiones realizadas, se puede considerar que el ala inferior es un “peso muerto” para el perfil con embutición.

A flexión pura positiva, (apartado 6.3.3.3), y compresión pura, (apartado 6.3.4.3), su aportación es nula. A flexión pura negativa, (apartado 6.3.2), la resistencia que ejerce a la formación del mecanismo de fallo es muy baja. Se observa que la curva de comportamiento post-colapso obtenida mediante la TGLP y el MEF es muy corta, (apartado 6.3.2.4), lo cual pone de manifiesto la baja reserva plástica del perfil ante esta sollicitación. El proceso de conformado se ha “comido” literalmente dicha reserva.

## 6.5 SUMARIO Y CONCLUSIONES.

### 6.5.1 Sumario.

#### 6.5.1.1 Perfil sin embutición.

El análisis mediante la TGLP de los mecanismos de fallo que acontecen en el perfil sin embutición ante las solicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura, han dado buenos resultados.

En los tres casos se han obtenido curvas post-colapso mediante la TGLP que definen con bastante corrección el comportamiento del perfil sin embutición ante los esfuerzos analizados, dado que el trazado de estas curvas era muy semejante al obtenido en las simulaciones por el MEF.

En relación a las cargas últimas, decir que las curvas obtenidas mediante la TGLP se acercan también con bastante corrección a los valores obtenidos en las simulaciones por el MEF en los tres casos analizados.

#### 6.5.1.2 Perfil con embutición.

Los mecanismos de fallo del perfil con embutición ante las solicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura, fueron analizados a partir de los modelos teóricos desarrollados para el perfil sin embutición.

Los resultados obtenidos también se consideran bastante correctos, dado que se ha observado que las curvas post-colapso obtenidas mediante la TGLP se acercaban adecuadamente a los comportamientos obtenidos en las simulaciones por el MEF.

El hecho de que los mecanismos de fallo que se desarrollan en el perfil con embutición y el perfil original sean muy similares permitió establecer una comparativa entre los patrones, y analizar en base a un modelo teórico común el efecto que la embutición provoca en el perfil.

El estudio del mecanismo de fallo que acontece en el perfil con embutición a **flexión pura negativa**, mediante la TGLP, ha permitido corroborar que dicho patrón es una continuación del proceso de conformado.

El mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil sin embutición ante una solicitación de flexión pura, ya sea positiva o negativa, es siempre el mismo.

Por otro lado, el proceso de conformado solicita al panel nervado original a un esfuerzo de flexión negativa, ya que la geometría que presenta la embutición es igual a la del patrón de colapso que acontece en el perfil original cuando es solicitado a flexión.

Por tanto, la embutición es el mecanismo de fallo que se desarrolla ante un esfuerzo de flexión negativa.

En base a ello, la determinación de la relación momento-giro asociada al proceso de conformado pudo ser determinada empleando el modelo teórico desarrollado para el perfil sin embutición en base a la TGLP.

Se observó que confrontando dicha curva, con la obtenida mediante la TGLP para el mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil con embutición a flexión pura negativa, se producía una continuidad en el trazado de ambas.

A mayores se pudo apreciar cómo estas curvas se adaptaban con corrección a las curvas obtenidas mediante el MEF, por lo que se confirmó que estábamos ante un mismo patrón y que ante este esfuerzo se continúa con el mecanismo que el proceso de conformado induce.

Dada esta circunstancia, resulta razonable que ante dicha sollicitación la resistencia del perfil con embutición sea baja, dado que la plastificación principal ya ha sido realizada en el proceso de conformado.

En relación al perfil con embutición solicitado a **flexión pura positiva**, en el capítulo 5 se observó que la embutición ejerce un efecto similar al de una “imperfección gran magnitud”, reduciendo la pendiente de la rama elástica y el valor del momento último.

Por otro lado, la rama plástica del perfil sin embutición y la del perfil con embutición presentan un trazado muy similar, por lo que el comportamiento post-colapso del perfil con embutición pudo ser determinado mediante la TGLP empleando el modelo teórico desarrollado para el perfil sin embutición.

Como es sabido, el acontecimiento de un patrón de colapso está relacionado con el fallo del elemento de sección comprimido, y su desarrollo no toma lugar hasta que este elemento ha cedido.

En las simulaciones por el MEF, al igual que en los ensayos experimentales, (capítulo 7), se observó que el patrón del perfil con embutición a flexión pura positiva no comenzaba su desarrollo hasta después del fallo del ala comprimida.



Dado que el ala superior ejerce resistencia, y que la influencia de la geometría de la embutición en el ala inferior es menor ante esta sollicitación, resulta razonable que a flexión pura positiva el perfil con embutición posea más resistencia que ante los otros esfuerzos analizados.

A **compresión pura**, el perfil con embutición es poco resistente. Como es sabido, el fallo de los perfiles de acero conformado en frío está relacionado con el comportamiento de las zonas en torno a los radios de acuerdo.

La baja resistencia que presenta el perfil ante esta sollicitación es debido a la falta de radio de acuerdo inferior y a las magnitudes de imperfección que presenta en los elementos de sección.

La resistencia del perfil con embutición se encuentra confinada en el ala y el radio de acuerdo superior. Todo el proceso de fallo en su etapa inicial está concentrado únicamente en estas dos partes del perfil. Una vez se ha desarrollado el mecanismo de fallo en estas partes y se ha adaptado a la embutición, sí que entran en “juego” el ala y radio de acuerdo inferior. No obstante, esto ocurre en una segunda fase del mecanismo, muy alejada ya del tramo de la curva post-colapso donde se define la carga última. Por esta razón, estas partes bajas de la sección no se consideran al aplicar la TGLP.

Por último, remarcar que a partir de lo que se ha comentado en este apartado, se puede afirmar que el ala inferior es casi como un “peso muerto” para el perfil con embutición bajo cualquiera de las sollicitaciones estudiadas.

## Capítulo 7

# 7. ENSAYOS EXPERIMENTALES.

### 7.1 INTRODUCCIÓN.

Los ensayos experimentales se realizaron a flexión pura positiva. Ensayos a flexión pura negativa y compresión pura, serán realizados en futuras investigaciones.

El objetivo de los test era validar los resultados obtenidos a flexión pura positiva en las simulaciones por el MEF, y la aplicación de la TGLP. Ello permitiría determinar si los métodos analíticos empleados eran viables y apropiados.

Los ensayos fueron realizados en el LERMA, (Laboratorio de Elasticidad y Resistencia de Materiales), de la ETSEIB, (Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial de Barcelona).

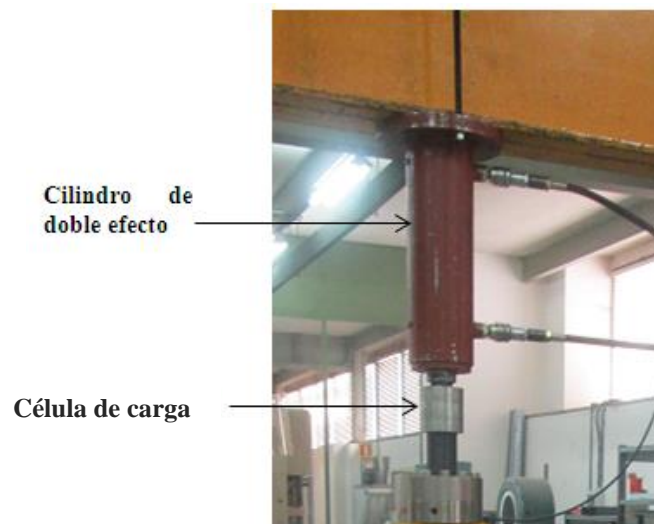
### 7.2 INSTRUMENTACIÓN EMPLEADA.

A continuación se desglosa la instrumentación utilizada para la realización de los ensayos experimentales:

- a) **Marco de cargas** anclado a losa de hormigón con una capacidad máxima de carga de 400kN, (fig.7.1).  
El marco de cargas lleva acoplado, (fig.7.2):
  - **Cilindro de doble efecto**, de 200kN de capacidad, para aplicar la fuerza.
  - **Célula de carga**, Microtest PB-100, de 100kN de capacidad, calibrada a fecha 6 de febrero de 2013.



*Figura 7.1. Marco de cargas.*



*Figura 7.2. Cilindro de doble efecto y célula de carga.*

- b) **Amplificador de fuerza**, HBM modelo MGC PLUS. Permite leer la fuerza aplicada a la probeta.



*Figura 7.3. Amplificador de fuerza.*

- c) **Amplificador de galgas extensiométricas**, HBM modelo UPM-60. Destinado a la lectura de las deformaciones que acontecen en las galgas. La salida de datos se realiza en papel a través de una mini-impresora que posee el propio amplificador.



*Figura 7.4. Amplificador de galgas extensiométricas.*

- d) **Sistema de adquisición de datos**, basado en PC con placa conversora analógica-digital ADVANTECH, PC de 816 de 16 bits y 100 kHz de frecuencia máxima de muestreo.



*Figura 7.5. Sistema de adquisición de datos.*

El software de adquisición de datos ha sido desarrollado en el LERMA, con Labview 6.0 de National Instruments. Permite el trazado de gráficas instantáneas en función de los parámetros que requiera el test experimental.

- e) **Captadores de desplazamientos**, marca NOVO TECHNIK, con un error de linealidad máximo del 0.075%. Los modelos empleados fueron, TRS-100 y TRS-75.



*Figura 7.6. Captador de desplazamientos.*

- f) **Galgas extensiométricas** de la empresa Tokyo Sokki Kenkyujo Co., Ltd, marca TML, tipo FLA-3-11 de 120  $\Omega$ .



*Figura 7.7. Galgas extensiométricas.*

- g) **Conectores, o terminales de conexión**, para galgas extensiométricas de la misma empresa, Tokyo Sokki Hehyujo, Co., Ld, marca TML, tipo TF-2S.



*Figura 7.8. Conectores.*

- h) **Inclinómetro.**

En las figuras 7.9 y 7.10, se presenta, a grandes rasgos el conjunto de la instrumentación empleada.

Donde,

- 1- Amplificador de fuerza.
- 2- Sistema de adquisición de datos.
- 3- Amplificador de galgas extensiométricas.
- 4- Cilindro de doble efecto y célula de carga.
- 5- Marco de cargas anclado a losa de hormigón.
- 6- Zona de equipos.



*Figura 7.9. Instrumentación empleada.*



*Figura 7.10. Zona de equipos.*

### **7.3 PREPARACIÓN DE LOS ENSAYOS EXPERIMENTALES.**

La preparación de los ensayos experimentales se realizó siguiendo las directrices del Eurocódigo 3, Parte 1-3, Anexo A, (Eurocódigo 3, 2004).

Los paneles nervados ensayados, cuya geometría fue ya presentada en el capítulo 5 de la presente tesis, (apartado 5.1.3.1), fueron cedidos por la empresa METALPERFIL, S.A. Los paneles son todos tipo H-55, según nomenclatura de la empresa.

### 7.3.1 Número de ensayos realizados.

Seis paneles nervados, tipo H-55, fueron ensayados a flexión pura positiva.

- i) Tres **paneles nervados sin embutición**. Los especímenes, por tanto, poseen su geometría original.
- j) Tres **paneles nervados con una embutición** ubicada en el centro de los especímenes. La embutición se ejecutó con la máxima profundidad que puede efectuar la máquina de estampación, siendo por tanto, igual a la analizada en las simulaciones por el MEF.

Los especímenes sin embutición se designaron mediante las nomenclaturas, PLANA-1, PLANA-2 y PLANA-3. El número hace referencia al ensayo realizado, y el nombre a la carencia de embutición.

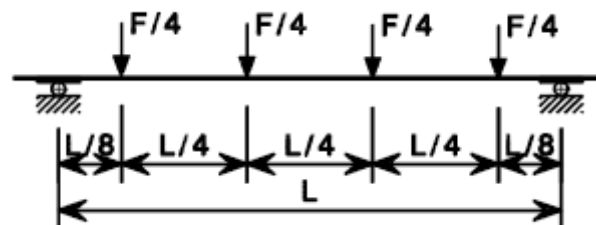
Los especímenes con embutición se designaron mediante las nomenclaturas, EMBT-1, EMBT-2 y EMBT-3. El número hace referencia al ensayo realizado, y el nombre, a la presencia de embutición en el espécimen.

En los especímenes PLANA-2 y EMBT-2, se dispusieron galgas extensiométricas. La disposición de las mismas se presenta en el apartado 7.3.4.1.

### 7.3.2 Dimensiones de los especímenes.

En relación a la longitud de los especímenes, el Eurocódigo 3, Anexo A, apartado A.2.2, simplemente establece que: “*la luz debe ser elegida de manera tal que los resultados de los ensayos permitan obtener el momento resistente de la pieza.*”

En el mismo apartado se expone que, “*el montaje del test ha de ser equivalente al reseñado en la figura 7.11, y debe ser empleado para obtener un momento flector puro en el centro de la pieza, (en ausencia de esfuerzos cortantes), y determinar el módulo resistente efectivo*”.



*Figura 7.11. Disposición de la carga según Anexo A, Eurocódigo 3.*

Tomando como referencia estas directrices, se estableció un vano central donde las relaciones que se exponen a continuación fuesen amplias:

- Luz del tramo central – ala comprimida.
- Luz del tramo central - canto del panel nervado.

Aunque los ensayos experimentales se realizaron a flexión pura positiva, no se descarta la realización de ensayos experimentales a flexión pura negativa en un futuro. Con el fin de mantener la coherencia ente los ensayos presentes, y los futuros, se tomó como referencia la dimensión del ala inferior de panel nervado para establecer la longitud del tramo central. En las simulaciones por el MEF, se observó que con una longitud de tramo central de:

Longitud tramo central = 8,33 x Dimensión del ala comprimida, (72mm), (flexión pura negativa) = 600mm, se obtenían resultados correctos al comportarse los modelos de manera estable, (ver apartado 5.9.1.1).

Por otro lado, en el LERMA de la ETSEIB, se habían realizado ensayos experimentales a flexión pura con paneles nervados de dimensiones similares al de la presente tesis en los que se obtuvieron resultados correctos. En dichos ensayos, se empleó una longitud de tramo central, (entre cargas), de 750mm. Dicha dimensión se encuentra muy cercana a la obtenida mediante la relación anterior, (600mm).

Tomando 750mm de longitud para el tramo central, se observa que:

$$\frac{\text{Longitud tramo central}}{\text{Ala comprimida, (flexión pura negativa)}} = \frac{750\text{mm}}{72\text{mm}} = 10,42$$

$$\frac{\text{Longitud tramo central}}{\text{Canto del panel nervado}} = \frac{750\text{mm}}{55\text{mm}} = 13,64$$

Dichas relaciones se consideraron lo suficientemente amplias para minimizar los efectos de los esfuerzos cortantes y, también, de posibles fallos locales en la zona de aplicación de la carga y apoyos. Se prevé que con longitudes suficientemente grandes, el fallo será preminentemente a flexión y no aparecerá ninguno de los otros tipos de fallo.

Se recuerda que según la figura 7.11, la longitud del tramo central determina la longitud total de la pieza.

En relación al ancho del panel, se tomó la medida normalizada de 875mm que posee la empresa METALPERFIL, S.A.



### 7.3.3 Directrices según el Eurocódigo 3. Anexo A.

El montaje de los ensayos experimentales se realizó siguiendo las directrices del Eurocódigo 3, parte 1-3, anexo A. En el presente apartado, 7.3.3, se exponen dichas directrices y se presentan las opciones tomadas en la preparación de los ensayos.

En el apartado 7.3.4, figuras 7.16 y 7.17, se presenta el montaje final de los ensayos experimentales.

#### 1) Aplicación de la carga.

Eurocódigo 3: “La carga debe ser aplicada mediante bolsas de aire o mediante vigas transversales de madera o acero”. A modo de guía, el Eurocódigo 3 presenta las siguientes figuras.

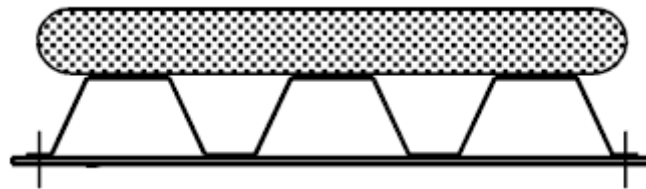


Figura 7.12. Aplicación de la carga mediante bolsas de aire.

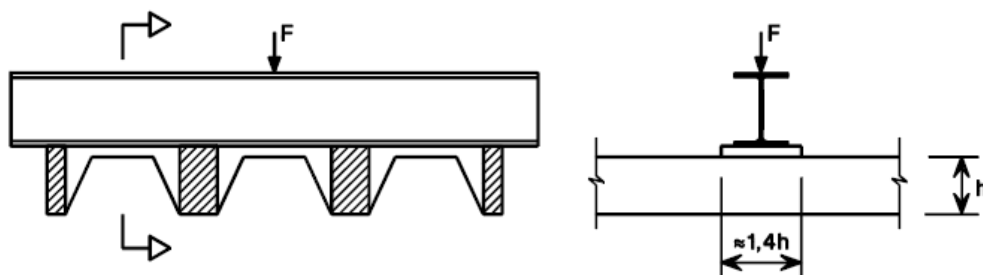


Figura 7.13. Aplicación de la carga según Anexo A Eurocódigo 3. Parte 1-3.

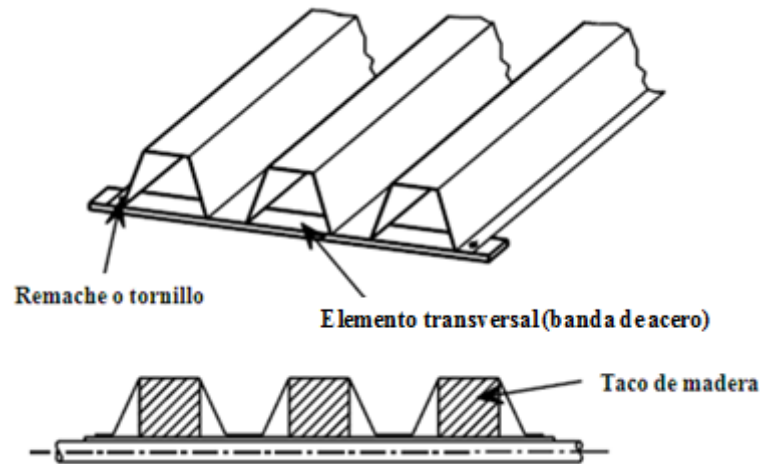
En los ensayos experimentales de la presente tesis, se emplearon vigas transversales y tacos tubulares de acero para la aplicación de la carga. En la zona de contacto con la chapa se utilizaron tacos de madera, tal y como se podrá observar en la figura 7.18.

En la figura 7.13, se puede apreciar que los tacos de aplicación de la carga han de poseer, al menos, una longitud de 1,4 veces la altura del panel nervado. En base a ello, se emplearon tacos con una longitud de 100mm.

#### 2) Prevención de distorsiones.

Eurocódigo 3: “Para prevenir distorsiones de la sección transversal, correas transversales u otros accesorios apropiados, tales como bloques de madera, pueden ser

aplicados a los especímenes”. El Eurocódigo 3, presenta los siguientes ejemplos a modo de guía.

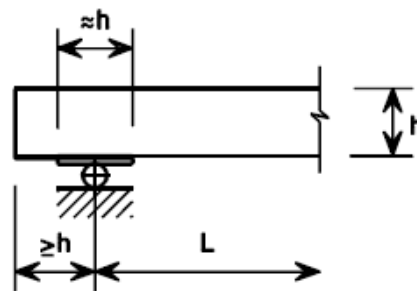


**Figura 7.14. Prevención de distorsiones según Anexo A, Eurocódigo 3. Parte 1-3.**

Siguiendo el ejemplo de la figura 7.14, y con el fin de evitar distorsiones durante la realización de los ensayos experimentales, se atornillaron unos pequeños perfiles de acero bajo los puntos de aplicación de la carga.

### 3) Apoyos.

Eurocódigo 3: “Para que los resultados posean una amplia aplicación, es preferible el uso de apoyos articulados con el fin de evitar restricciones torsionales que puedan influir en los resultados de los ensayos”. En relación a los apoyos, el Eurocódigo 3 presenta el siguiente ejemplo.



**Figura 7.15. Condiciones de contorno según Anexo A, Eurocódigo 3. Parte 1-3.**

Siguiendo las pautas de la figura 7.15, los apoyos se articularon empleando rodillos macizos de acero. Sobre los rodillos se dispusieron placas de acero, (1000x55x10 mm), y el panel nervado se ubicó en los ensayos de tal manera que presentara un vuelo respecto al eje de los redondos de 100mm.

Para prevenir distorsiones, y/o, fallos locales por cortante en los apoyos, se emplearon tacos de madera, (55x30 mm).

#### 4) Dirección de la carga.

Eurocódigo 3: “Se debe asegurar que la dirección de la carga permanece perpendicular al plano inicial del panel nervado durante todo el proceso de carga del ensayo”.

Con el fin de cumplir con esta directriz, se emplearon rótulas entre las vigas transversales.

#### 7.3.4 Montaje de los ensayos.

El montaje final de los ensayos se puede apreciar en las figuras 7.16 y 7.17.

En la tabla 7.1 se presentan las piezas empleadas para el montaje de los ensayos. Se define el número de unidades empleadas, dimensiones y peso. La numeración es relativa a las figuras 7.16 y 7.17.

Nº	Denominación	Longitud (mm)	Unidades	Peso (N)
1	Cilindro de doble efecto		1	-
2	Cédula de carga	85	1	-
3	Perfil U	135	1	-
4	Media caña. (Rótula).		2	15
5	Perfil HEB-120	2000	1	534
6	Perfil tubular 80.80.4	1100	2	202,84
7	Rótula	160	2	15
8	Perfil tubular 80.80.4	1100	4	405,68
9	Perfil 80.80.4. (Tacos tubulares)	100	20	184,4
10	Bandas de acero. Prevención de distorsiones.	900	4	24,75
11	Tacos de madera en los apoyos 55x30mm	100	12	-
12	Articulaciones. Rodillos macizos de acero.	1700	2	-
13	Caballetes de acero	1700	2	-
14	Panel nervado H-55	3200	1	-
15	Captadores de desplazamiento		6	-
16	Tubo soporte de captadores. 80.80.4	3000	2	-
17	Tacos de madera. 25x8mm	100	40	4,32

*Tabla 7-1. Piezas empleadas para el montaje de los ensayos.*

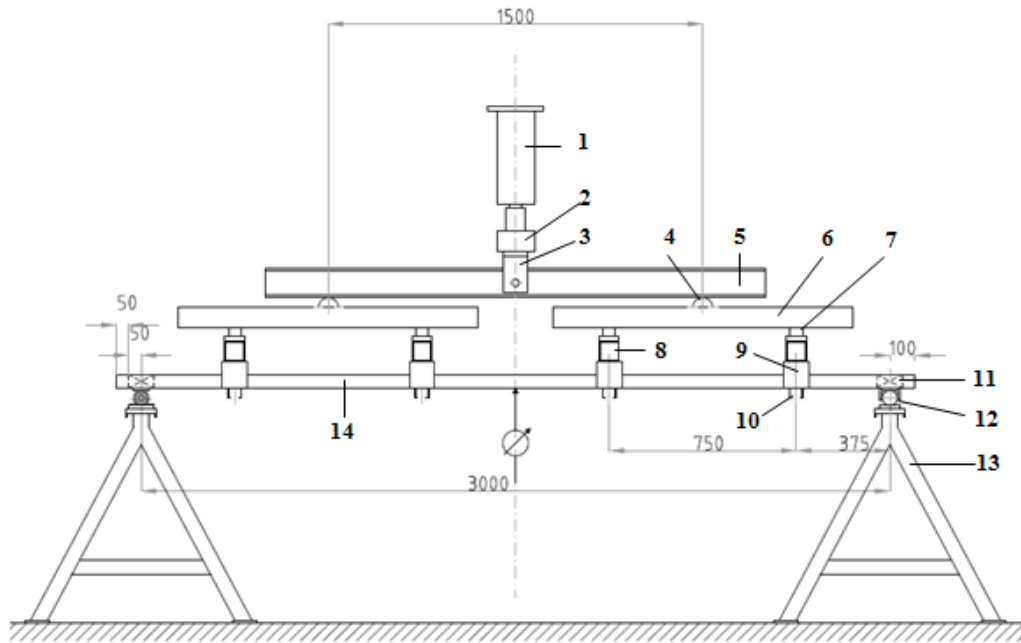


Figura 7.16. Alzado longitudinal. Montaje de ensayo.

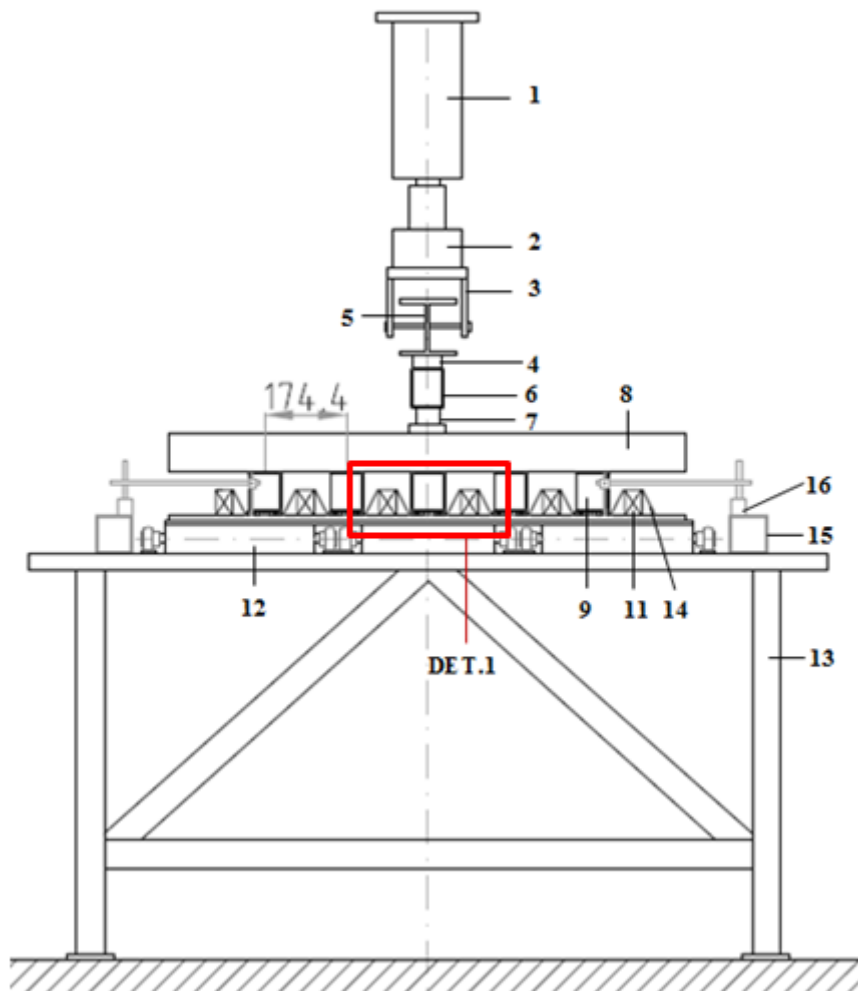
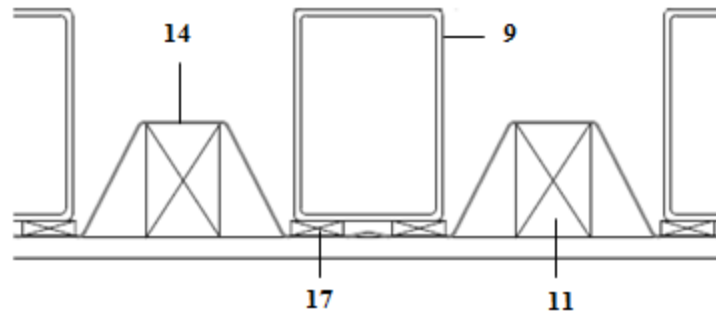


Figura 7.17. Alzado transversal. Montaje de ensayo.

En la figura 7.18, se puede apreciar la disposición de los tacos de madera para inducir la carga al panel nervado H-55.



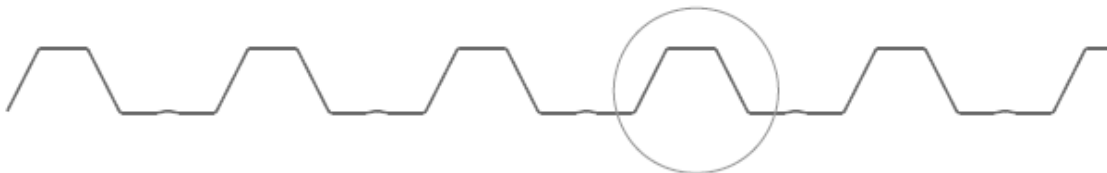
*Figura 7.18. Detalle 1. Inducción de la carga al panel nervado H-55.*

### 7.3.4.1 Disposición de las galgas extensiométricas.

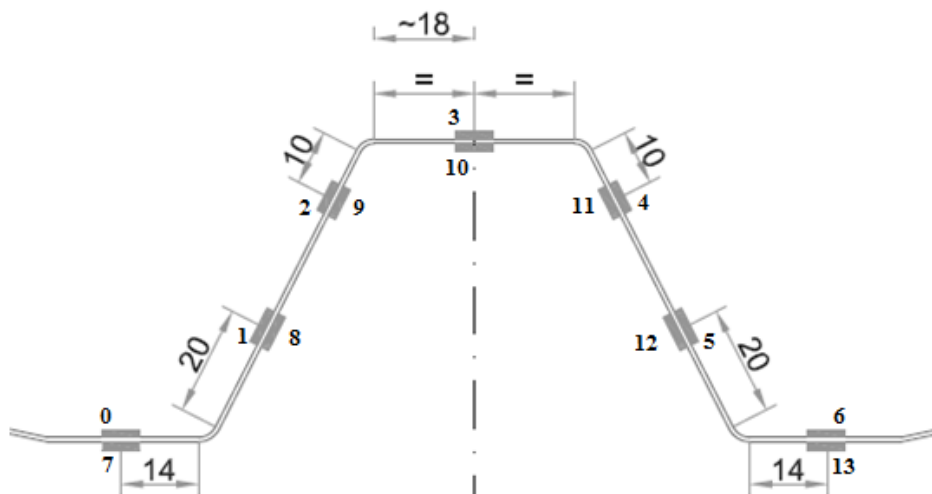
En los especímenes PLANA-2 y EMBT-2 se dispusieron galgas extensiométricas.

En las figuras que se presentan a continuación, se detalla la onda del panel nervado en la que se ubicaron las galgas, (fig.7.19), la posición y numeración de las galgas en la sección transversal, (fig.7.20), y la disposición en planta de la línea de galgas, (fig.7.21)

**PLANA-2:**

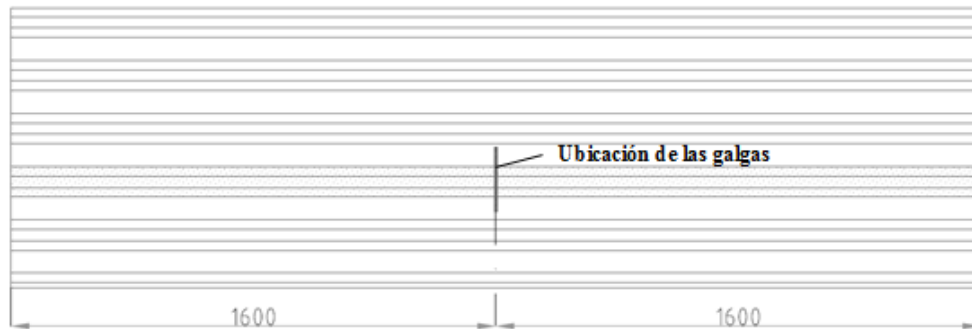


*Figura 7.19. Panel nervado sin embutición. Onda en la que disponen las galgas extensiométricas.*



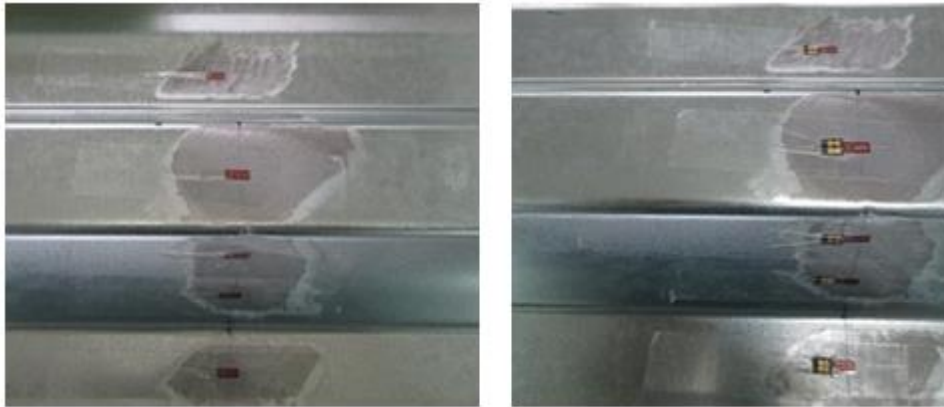
*Figura 7.20. Posición de las galgas. PLANA-2.*

En el espécimen PLANA-2, las galgas se colocan en el centro del panel nervado.



*Figura 7.21. Panel nervado en planta. Especimen PLANA-2.*

En las figuras 7.22 y 7.23, se puede apreciar la disposición de la línea de galgas y conectores en la cara superior e inferior del espécimen PLANA-2.



*Figura 7.22. Posición de las galgas en el espécimen PLANA-2. Cara superior del panel nervado.*



*Figura 7.23. Posición de las galgas en el espécimen PLANA-2. Cara inferior del panel nervado.*

#### **EMBT-2:**

En el espécimen EMBT-2, las galgas se disponen en la misma onda que en el espécimen PLANA-2. Véase figura 7.19.





Figura 7.26. Posición de las galgas en el espécimen PLANA-2. Cara inferior del panel nervado.

### 7.3.4.2 Captadores de desplazamientos e inclinómetro.

En todos los ensayos realizados se emplearon captadores de desplazamiento e inclinómetro. En las figuras 7.27 y 7.28, se puede apreciar la posición de dicha instrumentación en los especímenes sin embutición y con embutición.

#### Especímenes sin embutición. PLANA-1, PLANA-2 y PLANA-3.

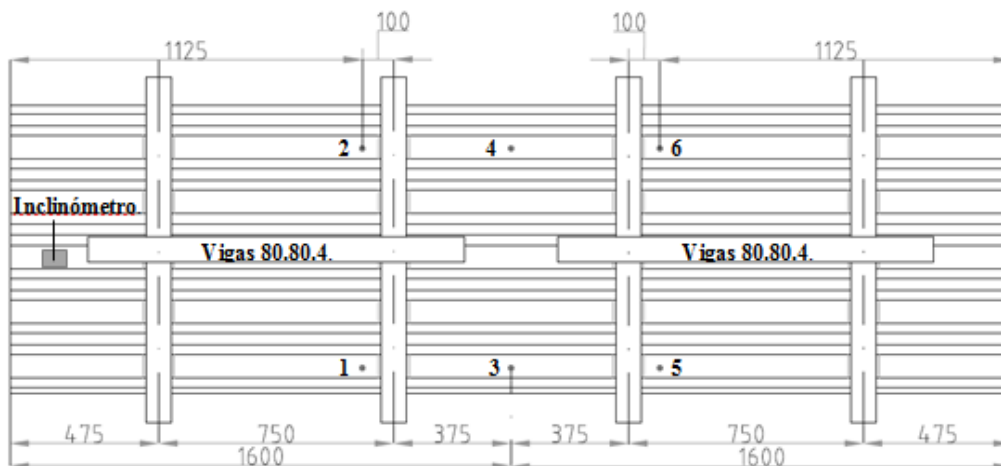


Figura 7.27. Posición de los captadores de desplazamiento e inclinómetro. Especímen sin embutición. Vista en planta.

Los captadores de desplazamiento 3 y 4, se ubicaron en el centro de los especímenes. El resto de los captadores, (1, 2, 5 y 6), se dispusieron a 1125mm de los extremos del panel nervado. En caso de que el espécimen excediese la longitud de 3200mm, la medida se tomaba desde un extremo del panel nervado, manteniendo siempre una distancia de 100mm respecto al eje de las vigas transversales de aplicación de carga, (80.80.4), tal y como se puede observar en la figura 7.27.

El inclinómetro se ubicó en todos los ensayos en el centro del panel, en el valle de la onda y a eje con los apoyos.



### Especímenes con embutición. EMBT-1, EMBT-2 y EMBT-3.

Dado que la embutición se ubicaba en el centro de los especímenes, los captadores de desplazamiento 3 y 4 se desplazaron 50mm respecto a la embutición, tal y como se puede observar en la figura 7.28. El resto de los captadores, (1, 2, 5 y 6), así como el inclinómetro, se dispusieron al igual que en los especímenes sin embutición.

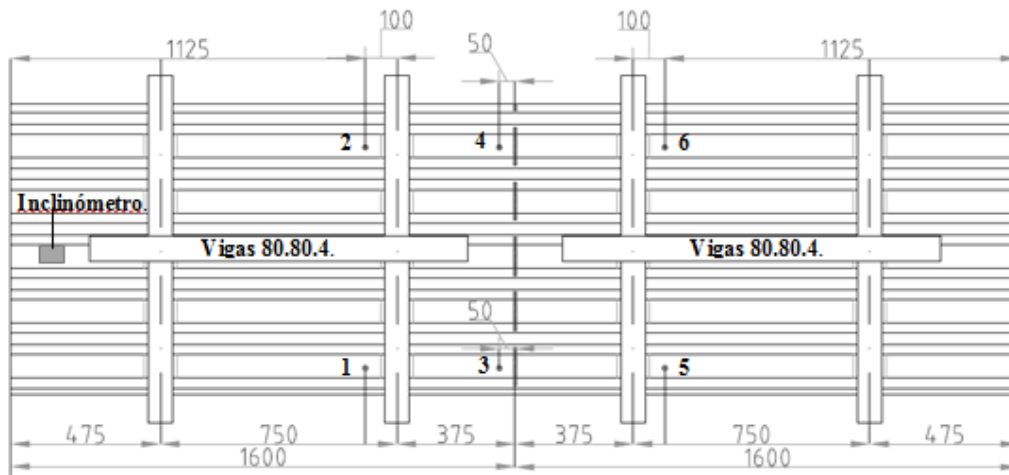


Figura 7.28. Posición de los captadores de desplazamiento. EMBT-2.

#### 7.3.4.3 Montaje final de los ensayos experimentales.

A continuación, se presentan algunas de las imágenes captadas durante el proceso de montaje de los ensayos.



Figura 7.29. Disposición de tacos de acero, (80.80.4), y madera (100x25x8), para la aplicación de la carga.



*Figura 7.30. Montaje de los ensayos experimentales a flexión pura positiva.*



*Figura 7.31. Montaje de los ensayos experimentales a flexión pura positiva.*



*Figura 7.32. Montaje de los ensayos experimentales a flexión pura positiva.*



*Figura 7.33. Detalle de los apoyos.*



*Figura 7.34. Inclinómetro.*



*Figura 7.35. Captadores de desplazamiento.*

## **7.4 RESULTADOS OBTENIDOS EN LOS ENSAYOS.**

### **7.4.1 Especímenes sin embutición.**

#### **7.4.1.1 Mecanismos de fallo.**

En los especímenes PLANA-1 y PLANA-3, se desarrolló el mecanismo de fallo presentado en la figura 7.36, bajo los puntos de aplicación de la carga.



*Figura 7.36. Mecanismo de fallo de la chapas sin embutición. PLANA-1 y PLANA-3.*

En el espécimen PLANA-2, los mecanismos de fallo se desarrollaron hacia el centro del tramo solicitado a flexión pura positiva.

Como singularidad, uno de los patrones de colapso aconteció justo en la línea de galgas. El patrón de colapso que se desarrolló en esta localización, fue el único que presentó cierta diferencia de geometría respecto al resto de los mecanismos de fallo.

Se hace constar aquí que durante el montaje del ensayo del espécimen PLANA-2 se produjo el desgarro de alguna de las galgas, y es muy posible que durante la recolocación de las mismas se hubiese modificado las condiciones iniciales de la chapa en dichos puntos.

En la figura 7.36, se puede apreciar que los mecanismos de fallo que se desarrollaron en el espécimen PLANA-2 son similares a los que acontecieron en los especímenes PLANA-1 y PLANA-3. Como excepción, destaca el patrón de colapso desarrollado en la línea de galgas, que aunque está conformado por las mismas líneas plásticas que el resto de los mecanismos, se caracteriza por su asimetría.



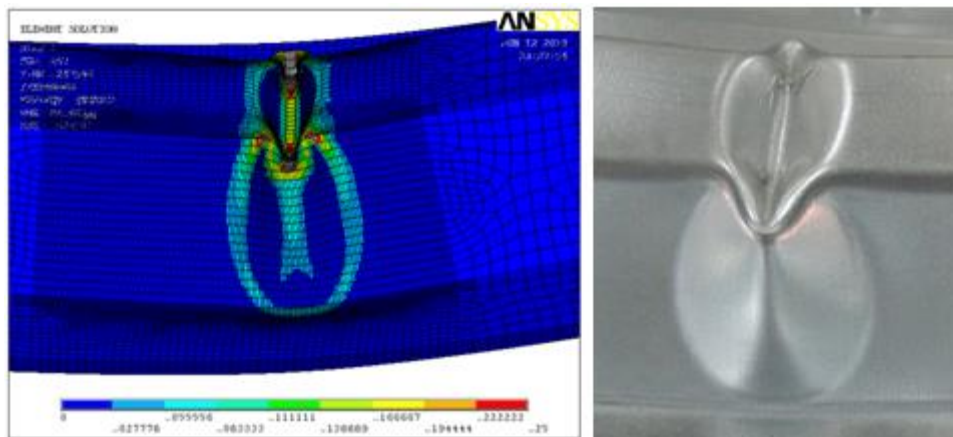
**Figura 7.37. Mecanismo de fallo en el espécimen PLANA-2.**

En la figura 7.38, se puede apreciar que el mecanismo de fallo desarrollado en los ensayos experimentales a flexión pura positiva posee un ancho cercano a los 36mm. Dicho ancho fue el empleado en los modelos teóricos del capítulo 6.



**Figura 7.38. Medición del ancho del mecanismo de fallo del espécimen PLANA-2.**

En la figura 7.39, se puede apreciar la similitud que presenta el patrón de colapso obtenido en los ensayos experimentales y en las simulaciones por el MEF.



**Figura 7.39. Mecanismo de fallo obtenido mediante el MEF, (izquierda). Mecanismo de fallo obtenido en los ensayos experimentales, (derecha). Flexión pura positiva.**

#### 7.4.1.2 Ensayos experimentales Vs. MEF. Panel nervado sin embutición.

##### 7.4.1.2.1 Introducción.

En el presente apartado, (7.4.1.2), se comparan las relaciones momento-giro obtenidas con las simulaciones por el MEF, y las obtenidas en los ensayos experimentales de los especímenes PLANA-1, PLANA-2 y PLANA-3.

En los ensayos experimentales de los especímenes sin embutición se pudo apreciar que los mecanismos de fallo se conformaban de manera brusca debido al pandeo del ala comprimida. Los especímenes no “avisaban” de la inminente formación de la rótula plástica. Con un breve pero intenso ruido, se producía el pandeo del ala comprimida y el patrón de colapso aparecía perfectamente conformado.

La carga se aplicó mediante fuerza impuesta, por lo que no había control por desplazamientos. En el primer espécimen ensayado, PLANA-1, la carga se aplicó con una velocidad media y los mecanismos de fallo se desarrollaron “de golpe” en todas las ondas del panel nervado bajo el punto de aplicación de la carga.

En los especímenes PLANA-2 y PLANA-3, se redujo la velocidad de aplicación de la carga, observándose la propagación de los mecanismos de fallo a través de las ondas del panel nervado. En ambos casos, se conformaron varios patrones de colapso al mismo tiempo, quedando una onda o dos del panel nervado en las que el mecanismo de fallo sucedía con pequeños incrementos de carga.

En ninguno de los tres especímenes se pudo observar un desarrollo creciente del mecanismo de fallo. Las rótulas aparecían siempre de manera brusca.

Este comportamiento observado en los ensayos se refleja en las relaciones momento-giro con grandes caídas de carga.

En las simulaciones por el MEF, donde se puede ver el desarrollo del mecanismo de fallo a medida que aumenta la carga, se observa que la rama plástica presenta una pendiente pronunciada, aunque no refleja un comportamiento “escalonado” como el que se obtiene con los resultados de los ensayos experimentales.

Otro hecho que se ha de mencionar en esta breve introducción, es que los fabricantes de los paneles nervados aseguran un límite elástico de 280 N/mm<sup>2</sup>, aunque los perfiles pueden poseer límites elásticos mayores. En base a ello, se procedió a la extracción de probetas de todos los especímenes para someterlas a un ensayo de tracción.

El análisis de los resultados de los ensayos de tracción reveló que los perfiles poseían módulos de Young relativamente diferentes, y que el valor medio rondaba 211200 N/mm<sup>2</sup>, parecido al habitual 210000N/mm<sup>2</sup>. Por otro lado, los límites elásticos se mostraron ciertamente superiores, tal y como se puede apreciar en la tabla 7.2.

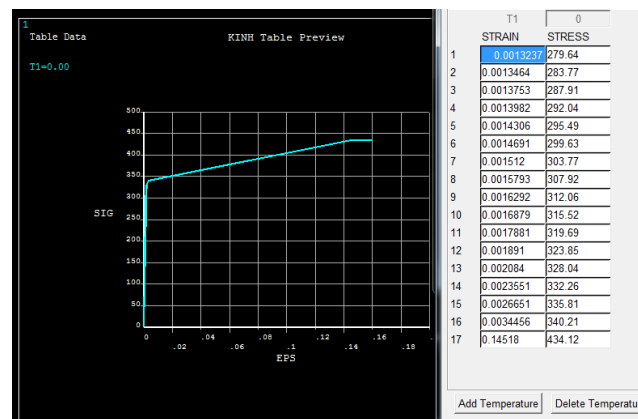
Espécimen	$\sigma_v$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_u$ (N/mm <sup>2</sup> )
PLANA-1	331	375
PLANA-2	336	377
PLANA-3	346	392

**Tabla 7-2. Tensiones de límite elástico obtenidas en los ensayos a tracción de los especímenes sin embutición.**

Las simulaciones presentadas en el capítulo 5 se habían realizado con un límite elástico de 280 N/mm<sup>2</sup>, y un módulo de Young de 210000N/mm<sup>2</sup>, y la curva material empleada era bilineal.

Dada la diferencia entre las características materiales empleadas, y las que mostraron las probetas, se procedió a la realización de nuevas simulaciones por el MEF introduciendo en el modelo la curva material relativa al espécimen PLANA-3, ya que representaba la curva material media de los todos los especímenes ensayados a tracción, (incluidos los que presentaban embutición).

La introducción de la curva material en los modelos se realizó por puntos, empleando la tensión verdadera y deformaciones logarítmicas. En la figura 7.40 se presenta la curva material obtenida.



**Figura 7.40. Curva material obtenida en los ensayos experimentales. Simulaciones por el MEF.**

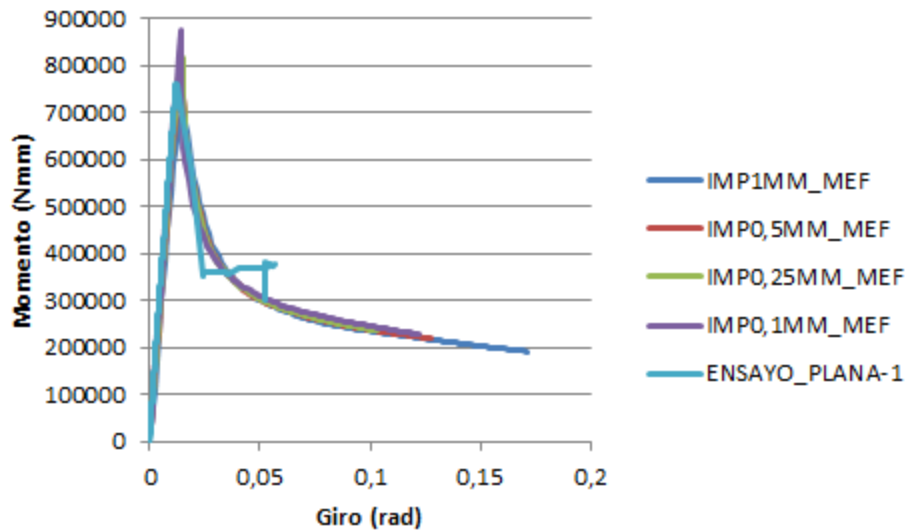
En los apartados que se presentan a continuación, se comparan las relaciones momento-giro derivadas de los ensayos experimentales de los especímenes PLANA-1, PLANA-2 y PLANA-3, con las obtenidas en la simulaciones por el MEF con el empleo de la curva material presentada en la figura 7.40.

En todas las simulaciones se empleó el primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección de 0.1mm, 0.25mm, 0.5mm y 1mm.



#### 7.4.1.2.2 Relaciones momento-giro. Espécimen PLANA-1.

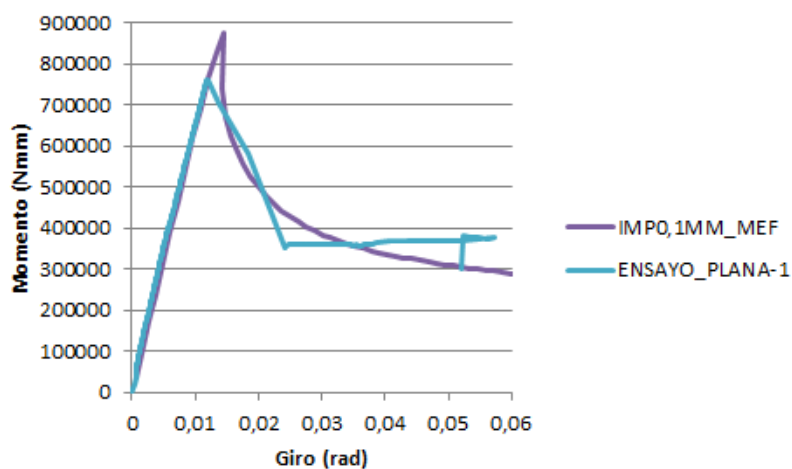
En la figura 7.41, se presenta relación momento-giro relativa al ensayo experimental del espécimen PLANA-1, y las obtenidas en las simulaciones por el MEF con las distintas magnitudes de imperfección empleadas.



*Figura 7.41. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-1*

En la figura precedente, (7.41), se puede apreciar como las curvas de comportamiento obtenidas en las simulaciones por el MEF, y la obtenida en el ensayo experimental, presentan cierta similitud.

En las figuras que se presentan a continuación, (fig.7.42 a la fig.7.45), se compara la curva experimental, con las curvas obtenidas mediante el MEF en función de la magnitud de imperfección empleada.



*Figura 7.42. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,1mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-1.*

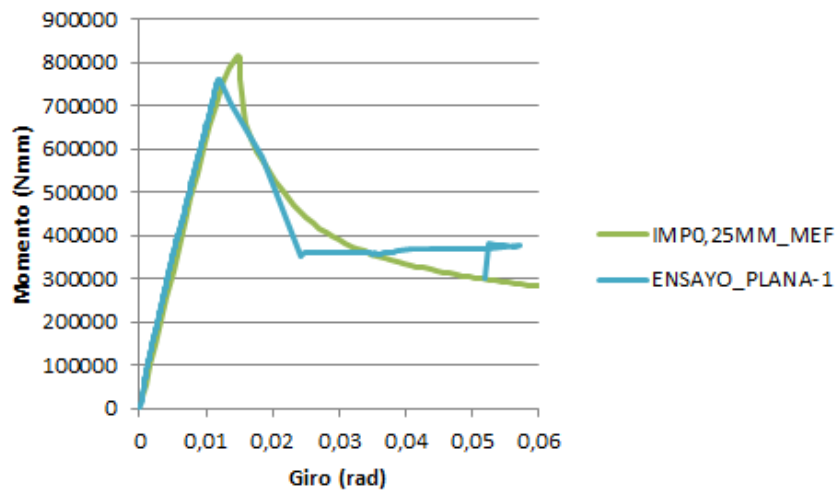


Figura 7.43. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,25mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-1.

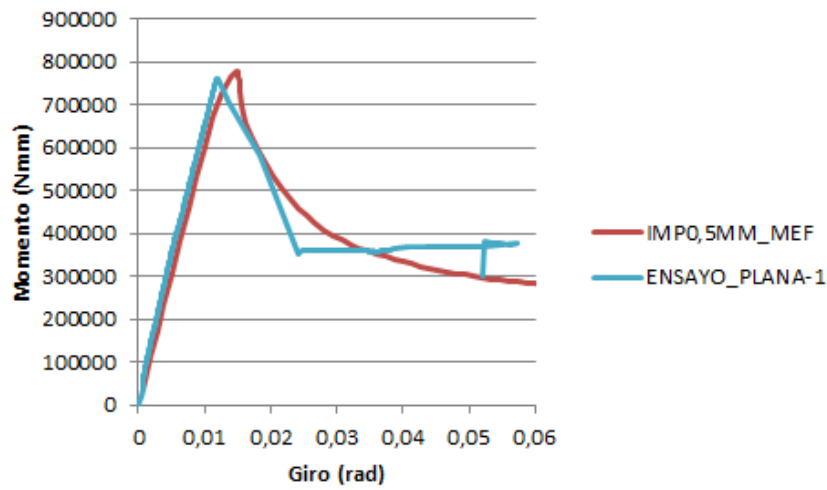


Figura 7.44. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,5mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-1.

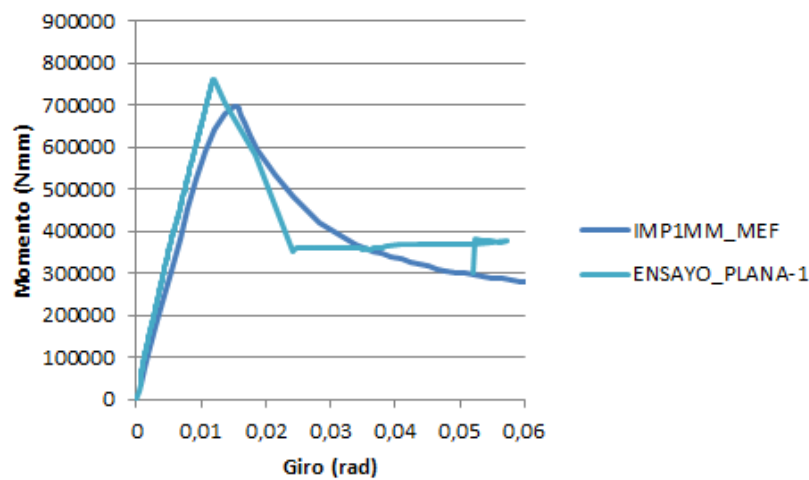


Figura 7.45. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 1mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-1.

En las gráficas precedentes, (fig.7.42 a la fig.7.45), se puede apreciar como en las curvas de comportamiento obtenidas por el MEF, la rama elástica alcanza valores de momentos últimos menores, y posee menor pendiente, a medida que la magnitud de imperfección es mayor.

En base a ello, las ramas elásticas correspondientes a las simulaciones por el MEF, se asemejan más a la rama elástica experimental para magnitudes de imperfección pequeñas (0.1mm, 0.25mm y 0.5mm). Con el empleo de una magnitud de imperfección de 1mm, se observa como la rama elástica obtenida mediante el MEF se separa ligeramente de la rama elástica experimental.

En dichas gráficas se puede observar como el valor del momento último alcanzado por la curva experimental, es muy similar al momento último alcanzado en las simulaciones por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección de 0,5mm, (fig.7.44).

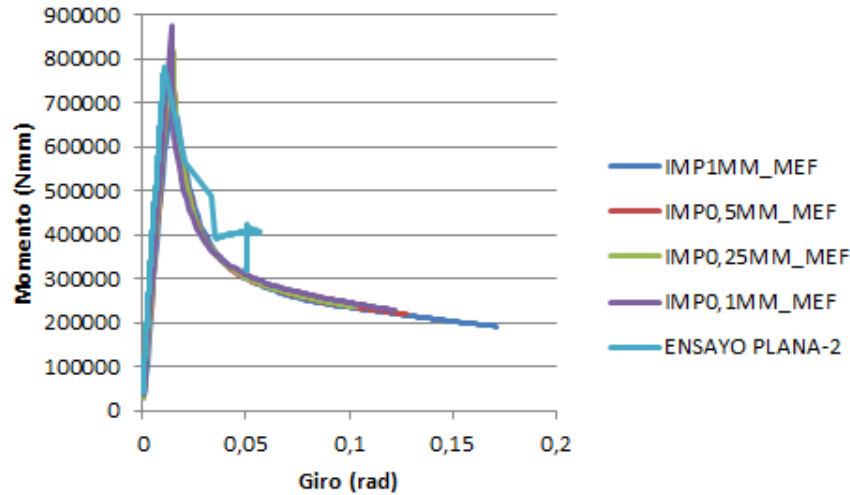
En relación a los comportamientos plásticos, se observa como la rama plástica experimental presenta una gran caída de carga después de alcanzar el momento último, tras lo cual se obtiene un comportamiento casi plano.

En las simulaciones por el MEF, las ramas plásticas presentan una pendiente pronunciada tras alcanzar el momento último, sin embargo la caída de carga no es tan brusca como la observada en el ensayo experimental, y el modelo devuelve una rama curva con un comportamiento más suavizado.

Cabe decir que el espécimen PLANA-1 fue el primer ensayo realizado y no se tenía conocimiento de la brusquedad con la que se conformaba el mecanismo de fallo. La carga se aplicó con una velocidad media, observándose como los mecanismos de fallo se conformaron en todas las semiondas del panel nervado al mismo tiempo y de manera brusca. Este comportamiento se refleja en las gráficas precedentes, (fig.7.42 a la fig.7.45), con un gran escalón de carga.

#### **7.4.1.2.3 Relaciones momento-giro. Especimen PLANA-2.**

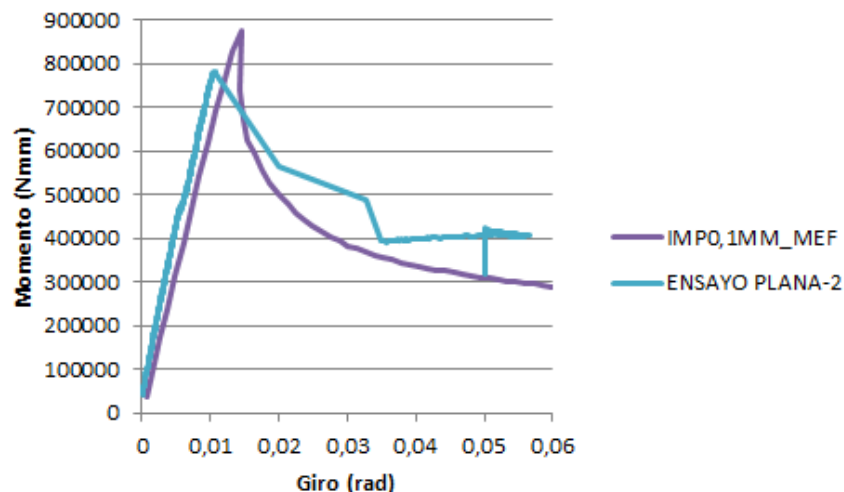
En la figura 7.46 se presenta la relación momento-giro obtenida en el ensayo experimental del espécimen PLANA-2, y se compara con las relaciones momento-giro obtenidas en las simulaciones por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección.



**Figura 7.46. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-2.**

En la figura precedente, (fig.7.46), se puede observar la semejanza que presenta la curva experimental con las obtenidas mediante las simulaciones por el MEF. Se aprecia como la rama plástica relativa al ensayo experimental, va “tocando” en cada caída de carga las ramas post-colapso relativas a las simulaciones.

En las figuras que se presentan a continuación, (fig.7.47 a la fig.7.50), se compara la curva de comportamiento experimental, con las curvas obtenidas en las simulaciones en función de la magnitud de imperfección empleada.



**Figura 7.47. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,1mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-2.**

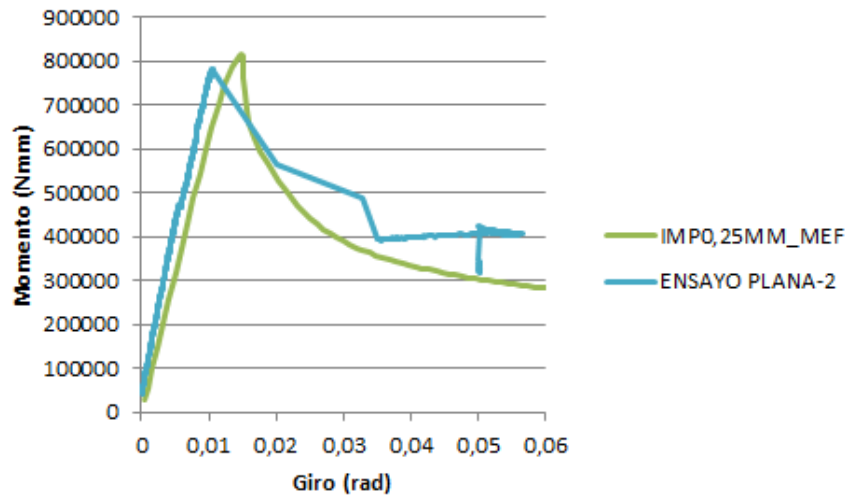


Figura 7.48. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,25mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-2.

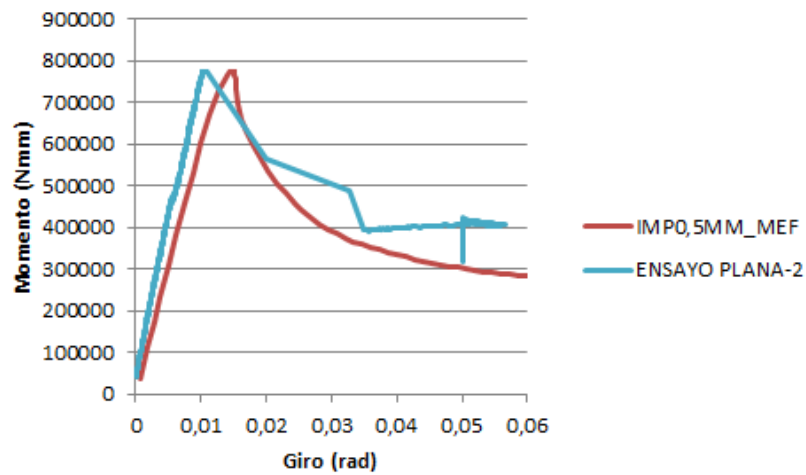


Figura 7.49. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,5mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-2.

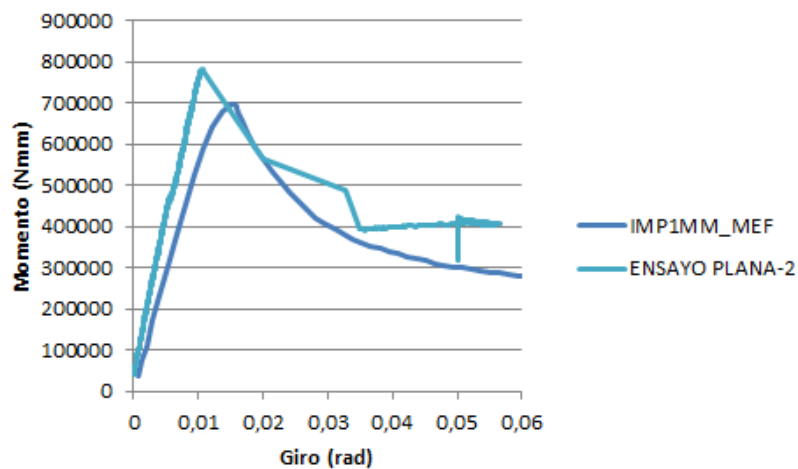


Figura 7.50. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 1mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-2.

Observando las gráficas precedentes, (fig.7.47 a la fig.7.50), se deduce que la rama elástica experimental del espécimen PLANA-2 posee mayor pendiente que la rama elástica experimental del espécimen PLANA1, dado que las curvas analíticas con las que se comparan los comportamientos experimentales no han variado.

Tal y como se expuso en el apartado 7.4.1.2.1, en los ensayos experimentales a tracción se observó que los especímenes no poseían exactamente las mismas características materiales, y en las simulaciones por el MEF se empleó la curva material del espécimen PLANA-3, ya que representaba el comportamiento medio de todos los especímenes ensayados. Ello puede ser la causa de la diferencia observada entre las pendientes elásticas obtenidas por el MEF y la pendiente elástica experimental.

Por otro lado, en el apartado precedente, 7.4.1.2.2, se pudo apreciar que a medida que la magnitud de imperfección empleada en las simulaciones por el MEF era mayor, los valores de los momentos últimos, así como las pendientes de las ramas elásticas eran menores. En base a ello, se encuentra razonable que la pendiente de la rama elástica experimental difiera en mayor grado de la rama elástica analítica, a medida que la magnitud de imperfección empleada en las simulaciones es mayor.

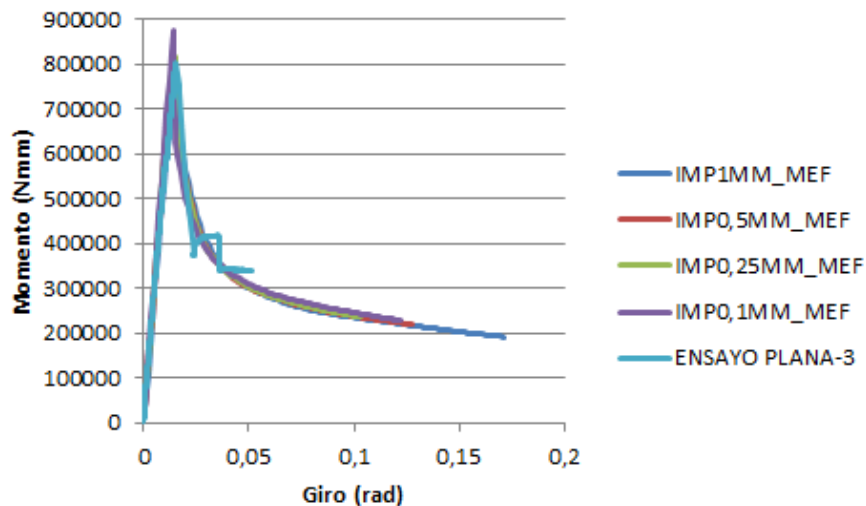
Cabe observar que el momento último alcanzado por el espécimen PLANA-2 es muy similar al obtenido en la simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección de 0,5mm, (figura 7.49), lo cual también sucedió con el espécimen PLANA-1, por lo que se deduce que ambos especímenes alcanzan cargas últimas muy similares.

En relación al comportamiento plástico, se observa como la rama post-colapso experimental, va “tocando” en cada caída de carga a las ramas plásticas relativas a las simulaciones por el MEF, independientemente de la magnitud de imperfección introducida en el modelo.

En el ensayo experimental del espécimen PLANA-2, la velocidad de la carga aplicada fue menor que la empleada en el espécimen PLANA-1. Ello se refleja en la rama plástica experimental del espécimen PLANA-2, con caídas de carga más suaves que las observadas en el espécimen PLANA-1.

#### **7.4.1.2.4 Relaciones momento-giro. Especimen PLANA-3.**

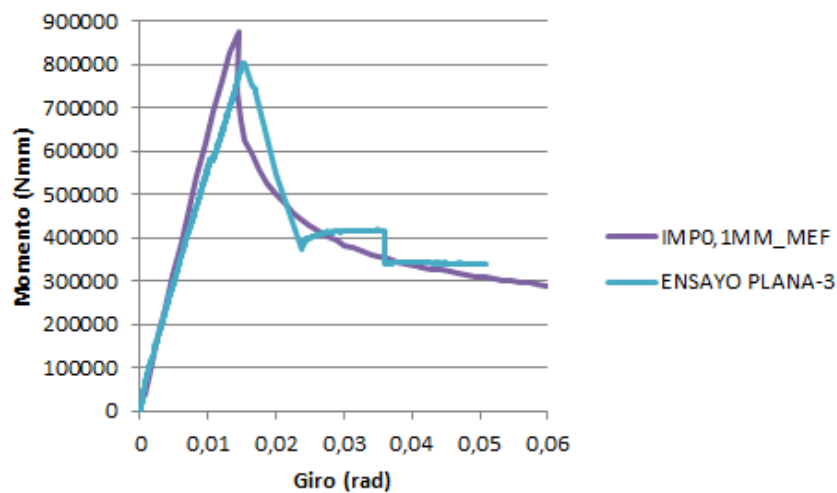
En la figura 7.51, se compara la relación momento-giro obtenida en el ensayo experimental del espécimen PLANA-3, con las relaciones momento-giro obtenidas en las simulaciones por el MEF con las distintas magnitudes de imperfección empleadas.



**Figura 7.51. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayos experimentales. Especimen PLANA-3.**

En la figura 7.51, se puede apreciar la semejanza que presenta la curva experimental con la obtenida en las simulaciones por el MEF.

En las figuras que se presentan a continuación, (fig.7.52 a la fig.7.55), se compara la curva de comportamiento experimental, con las curvas obtenidas en las simulaciones en función de la magnitud de imperfección empleada.



**Figura 7.52. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,1mm), Vs. Ensayos experimentales. Especimen PLANA-3.**

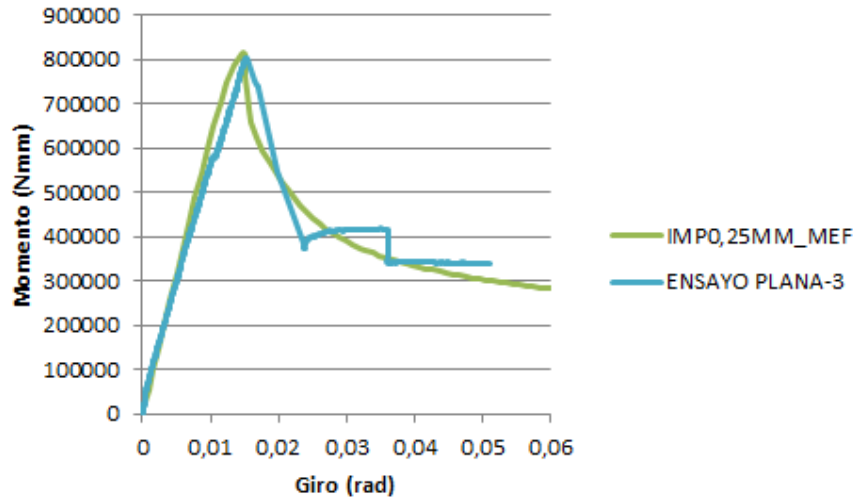


Figura 7.53. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,25mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-3.

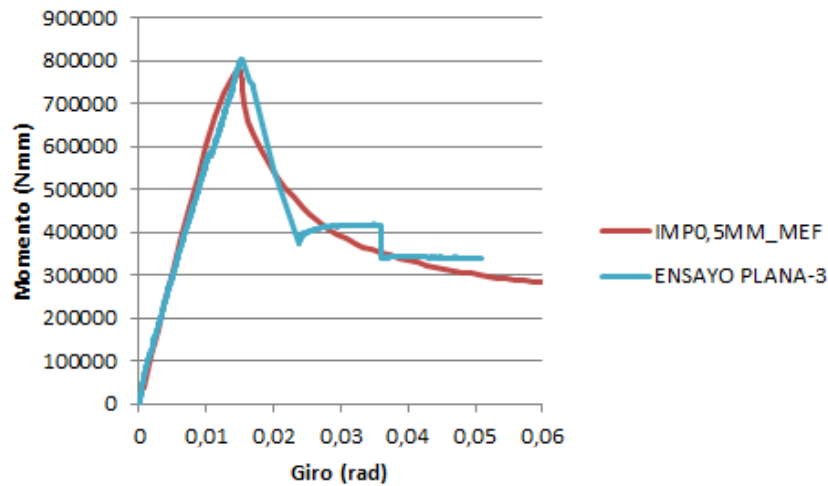


Figura 7.54. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,5mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-3.

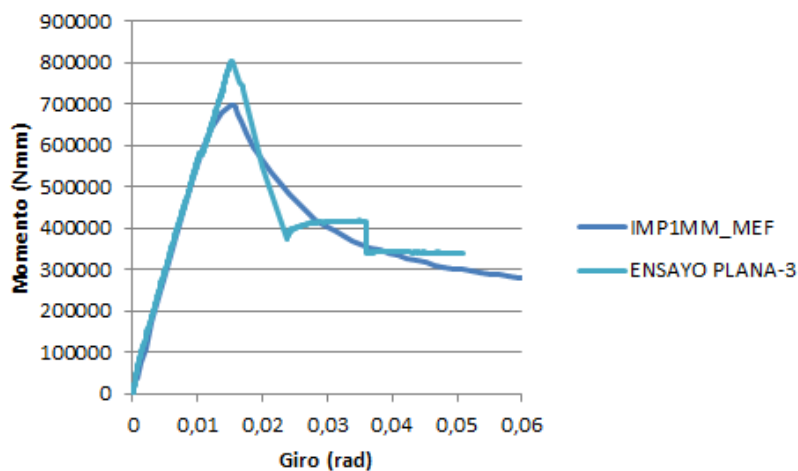


Figura 7.55. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF, (magnitud de imperfección de 1mm), Vs. Ensayos experimentales. Espécimen PLANA-3.



La semejanza entre las curvas que se observa en las gráficas precedentes se encuentra razonable, dado que la curva material empleada en las simulaciones por el MEF es la obtenida en los ensayos de tracción del espécimen PLANA-3.

La rama elástica del espécimen PLANA-3 es la que menor pendiente posee de los tres especímenes ensayados. En las figuras anteriores, (fig.7.52 a la fig.7.55), se observa que la ramas elásticas obtenidas en las simulaciones por el MEF quedan por encima de la rama elástica experimental. En los especímenes anteriores, PLANA-1 y PLANA-2, sucedía a la inversa.

Se observa que el valor del momento último alcanzado por la curva experimental queda acotado entre los valores de los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF con el empleo de magnitudes de imperfección de 0.25mm y 0.5mm, siendo difícil distinguir visualmente cual es el más cercano. Aun así, se entiende que la carga última alcanzada por este espécimen es muy similar a la alcanzada por los especímenes PLANA-1 y PLANA-2.

En relación al comportamiento plástico, se observa que las ramas plásticas relativas a las simulaciones por el MEF recogen con corrección el comportamiento medio de la rama plástica experimental del espécimen PLANA-3.

Cabe decir que en el ensayo experimental del espécimen PLANA-3, la carga se aplicó a una velocidad más lenta que en los especímenes PLANA-1 y PLANA-2. Ello se refleja en la rama plástica del espécimen PLANA-3 con unas caídas de carga más suaves y más proporcionales que en los especímenes PLANA-1 y PLANA-2, y permite que el comportamiento plástico se asemeje más al obtenido en las simulaciones por el MEF.

#### 7.4.1.2.5 Momentos últimos.

En la tabla 7.3, se presentan los valores de los momentos últimos obtenidos en los ensayos experimentales de los especímenes PLANA-1, PLANA-2 y PLANA-3. Se procede al cálculo del valor promedio de los momentos últimos experimentales, y a la comparación de dicho valor con los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF en función de la magnitud de imperfección empleada.

Ensayos experimentales		Simulaciones por el MEF		Diferencia %
Especímen	$M_{\text{máx}}$ (Nmm)	IMP	$M_{\text{máx}}$ (Nmm)	
PLANA-1	762143,33	1mm	698003,50	-10,82
PLANA-2	781400	0,5mm	777055,44	-0,72
PLANA-3	804456,67	0,25mm	815418,00	4,18
<b>PROMEDIO</b>	<b>782666,67</b>	0,1mm	876208,56	11,95

*Tabla 7-3. Comparación del valor promedio de los momentos últimos experimentales, con los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF, en función de la magnitud de imperfección empleada.*

En la tabla 7.3, se puede observar como el valor medio de los momentos últimos experimentales es muy similar a los valores de los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF con el empleo de magnitudes de imperfección de 0.5mm y 0.25mm, observándose una diferencia de un 0,72% y un 4,18%, respectivamente.

Con el empleo de magnitudes de imperfección de 0.1mm y 1mm en las simulaciones por el MEF, se observa una diferencia respecto al valor medio de los momentos últimos experimentales entorno a un 11%.

En el Eurocódigo 3, parte 1-5, se recomienda emplear una magnitud de imperfección de  $b/200$ , siendo  $b$ , el ancho del ala comprimida. Aplicando dicha directriz a la pieza analizada se observa que:

$$\frac{b}{200} = \frac{36}{200} = 0,18mm$$

En base a ello, los resultados obtenidos con una magnitud de imperfección de 0,1mm no deberían ser considerados.

#### 7.4.1.2.6 Sumario y reflexiones.

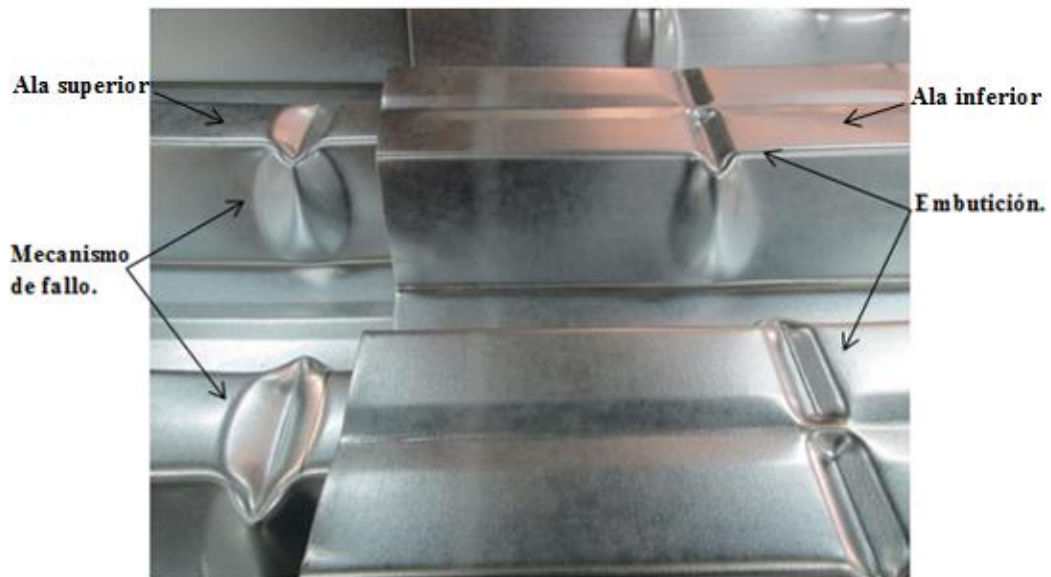
##### a) Mecanismo de fallo.

En el capítulo 5, (apartado 5.12), se hizo una reflexión acerca de la gran semejanza que presentaba el mecanismo de fallo a flexión pura positiva con la geometría de la embutición cuando el panel nervado se presentan por su cara inversa.

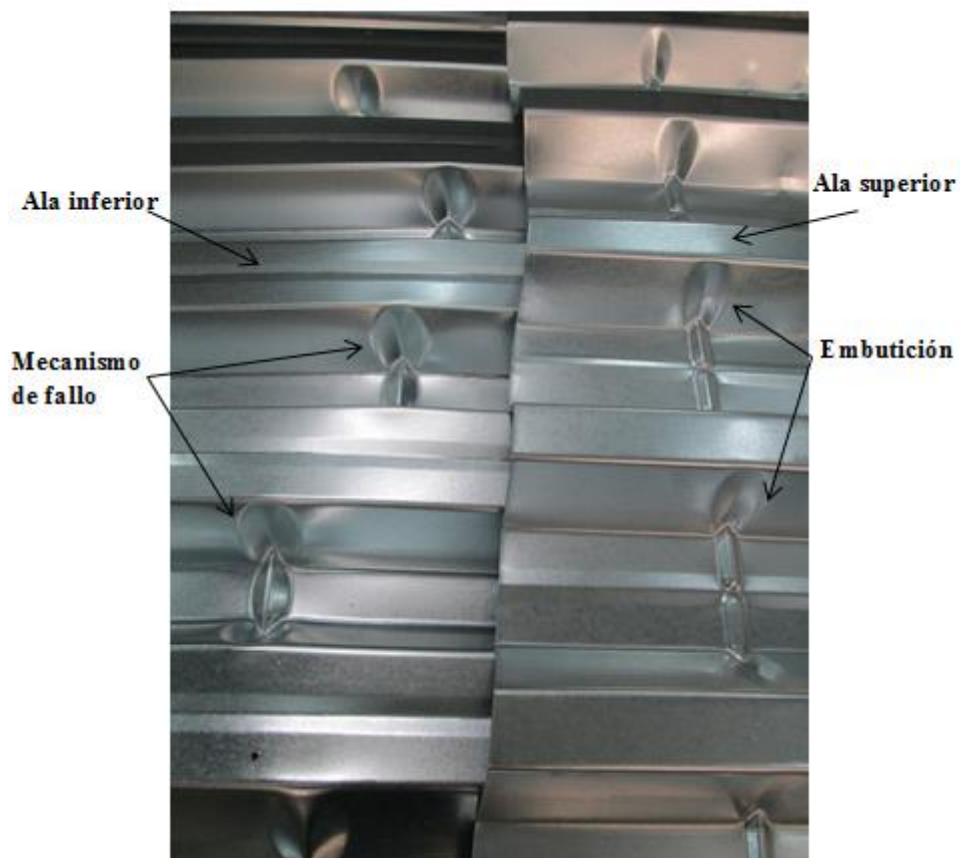
En las figuras 7.56 y 7.57, se procede a la comparativa entre el mecanismo de fallo desarrollado en los ensayos experimentales a flexión pura positiva, y la geometría de la embutición.

En la figura 7.56, se presenta el panel nervado sin embutición por su cara superior con el patrón de colapso que aconteció en los ensayos, y se compara con un panel nervado con embutición por su cara inversa.

En la figura 7.57, se procede a la misma comparativa. En este caso, se presenta el panel nervado con el patrón de colapso que aconteció en los ensayos experimentales por su cara inferior, y se compara con un panel nervado con embutición por su cara superior.



*Figura 7.56. Comparación mecanismo de fallo observado en los ensayos experimentales con la geometría de la embutición.*



*Figura 7.57. Comparación mecanismo de fallo observado en los ensayos experimentales con la geometría de la embutición.*

Se puede apreciar que ambos patrones son muy similares. De la observación de las figuras 7.56 y 7.57, se pueden extraer dos conclusiones que apoyan las afirmaciones realizadas en el capítulo cinco.

La primera es que la embutición se puede asimilar a un mecanismo de fallo debido a una sollicitación de flexión. La segunda es que el panel nervado tiende a desarrollar siempre el mismo patrón de colapso ante un esfuerzo de flexión.

La diferencia entre ambas geometrías estriba en el ancho de la rótula, y en las líneas plásticas que la matriz impone al panel nervado en el ala inferior.

En relación al ancho de la rótula, se observa que cuando el perfil original es sometido al proceso de conformado de la embutición, la rótula toma el ancho que le impone la matriz, mientras que cuando el perfil original es sollicitado a flexión pura positiva, la rótula toma un ancho igual al elemento de sección de menor dimensión, (ala superior), tal y como se pudo observar en el apartado 7.4.1.1, (fig.7.39).

Cabe apuntar aquí que Kecman, (Kecman 1983), demostró que ante una sollicitación de flexión, y para perfiles rectangulares de acero conformado en frío, el ancho del patrón de colapso era igual al doble del elemento de sección de menor dimensión.

En el caso del panel nervado analizado en la presente tesis, se observa que ante una sollicitación de flexión pura, el mecanismo de fallo posee un ancho igual al del elemento de sección de menor dimensión del perfil, (36mm, ala superior).

En los modelos teóricos, (capítulo 6), se tomó un ancho de rótula  $h=36\text{mm}$ , al observarse que con el doble de esta dimensión no se obtenían resultados correctos. Por otro lado, las mediciones efectuadas en las simulaciones por el MEF, corroboraban que el ancho del patrón de colapso se encontraba más cercano a 36mm, que al doble de su valor.

En relación a la geometría de las líneas plásticas, cabe decir que en la figura 7.56 se puede apreciar que las líneas que la matriz impone al panel nervado en el ala inferior poseen una geometría claramente recta, mientras que en el patrón de colapso obtenido en los ensayos de la chapa plana se aprecia que las líneas equivalentes son curvas.

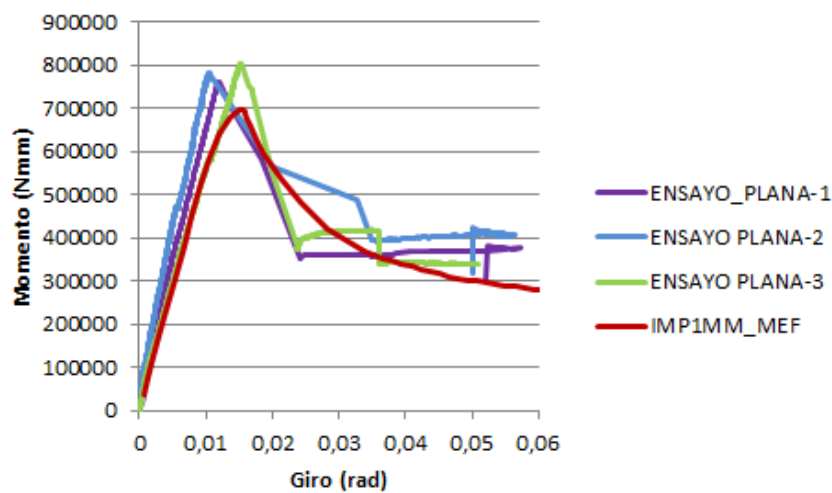
El autor de la presente tesis es consciente de que se están comparando líneas plásticas de la embutición en el ala inferior, con líneas plásticas del ala superior del patrón colapso desarrollado en los ensayos experimentales. Sin embargo, se considera correcto hacer dicha comparativa, ya que en las simulaciones por el MEF se ha podido observar que el mecanismo de fallo a flexión pura positiva y flexión pura negativa es el mismo.

Cabe decir que en los modelos teóricos desarrollados en el capítulo 6, tanto a flexión pura positiva como flexión pura negativa, estas líneas se simplificaron rectas y se obtuvieron resultados correctos en la comparación con las simulaciones por el MEF.

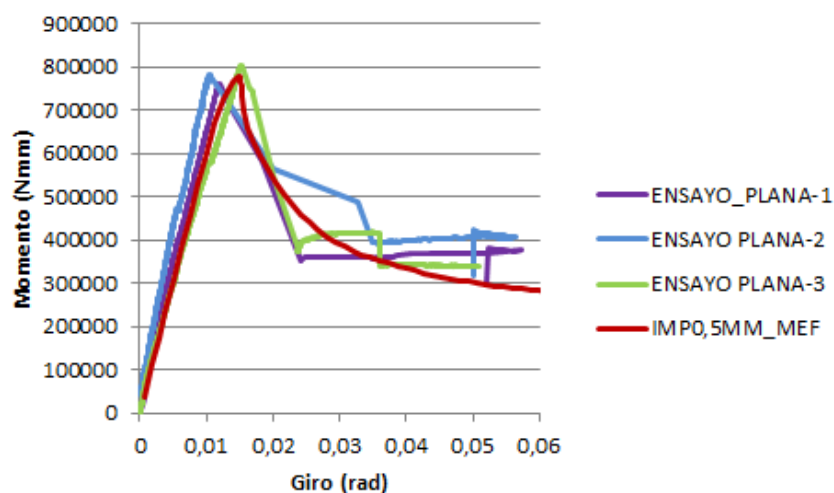
En base a ello, y procediendo por tanto a la comparativa, se puede decir que nos encontramos ante patrones de colapso semejantes, y que la embutición presenta una geometría muy similar al mecanismo de fallo que se desarrolla el perfil ante una sollicitación de flexión.

### b) Relaciones momento-giro.

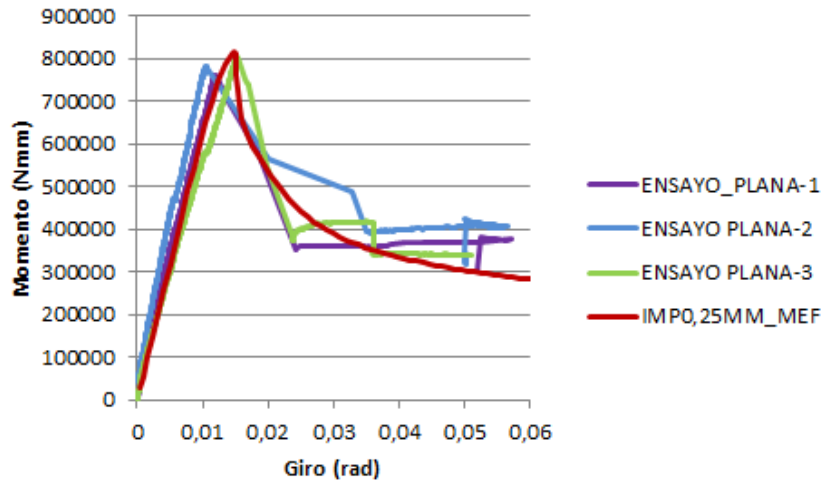
Con el fin de facilitar la lectura, y proceder a la exposición de unas pequeñas reflexiones relacionadas con los resultados obtenidos en los ensayos experimentales, se compara a continuación las tres curvas experimentales, con cada una de las curvas obtenidas en las simulaciones por el MEF en función de la magnitud de imperfección empleada, (fig.7.58 a la fig.7.61). Ello también facilita una comprensión general sobre los resultados obtenidos.



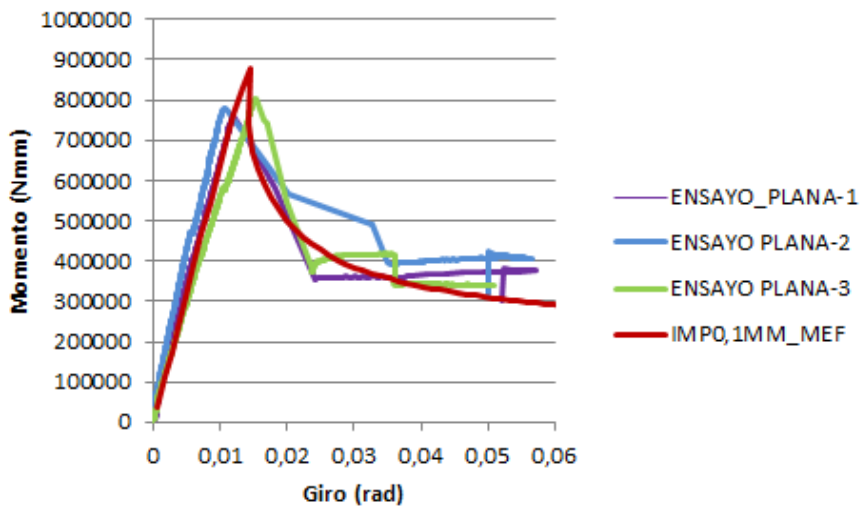
*Figura 7.58. Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes sin embutición Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 1mm.*



*Figura 7.59. Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes sin embutición Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 0.5mm.*



**Figura 7.60. Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes sin embutición Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 0.25mm.**



**Figura 7.61. Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes sin embutición Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 0.1mm.**

En las figuras precedentes, (fig.7.58 a la fig.7.61), se puede apreciar como las simulaciones por el MEF recogen con corrección el comportamiento medio de los ensayos experimentales.

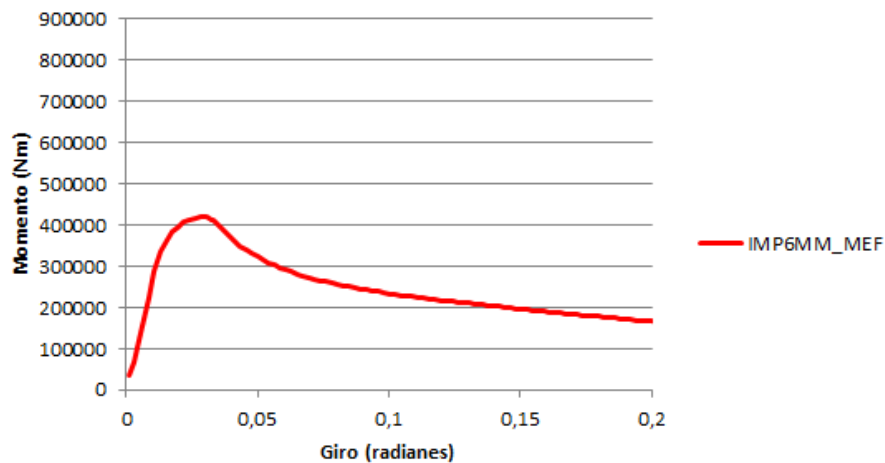
En general se puede ver como la rama plástica analítica queda acotada entre las ramas plásticas experimentales.

En relación al comportamiento elástico, se observa como las ramas elásticas analíticas varían su pendiente en función de la magnitud de imperfección empleada, y que el rango de variación queda acotado entre las ramas elásticas de los especímenes PLANA-1 y PLANA-3.

En el capítulo 5, (simulaciones por el MEF), y en el capítulo 6, (TGLP), se apuntó que la embutición ejercía un efecto similar al de una “imperfección de gran magnitud” cuando el perfil era solicitado a flexión pura positiva.

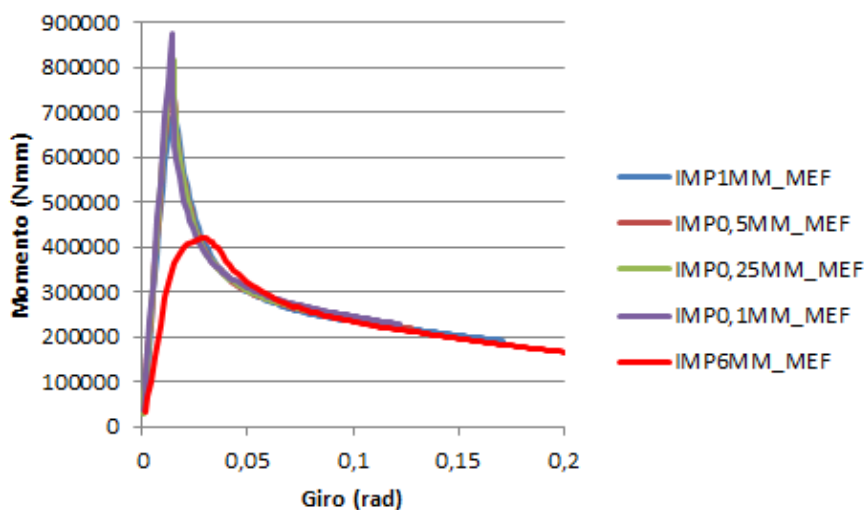
Teniendo en cuenta que en las simulaciones por el MEF se ha podido observar que la magnitud de imperfección empleada afecta, claramente, a la pendiente de la rama elástica y al valor del momento último, se procedió a la realización de simulaciones con el empleo de amplias magnitudes de imperfección.

Véase a continuación en la figura 7.62, la relación momento-giro obtenida con el empleo de una magnitud de imperfección de 6mm.



**Figura 7.62.** Relación momento-giro. Simulación por el MEF. Magnitud de imperfección de 6mm.

Si presentamos ahora en la figura 7.63, la relación momento-giro obtenida con el empleo de esta imperfección, y la comparamos con las relaciones momento-giro, obtenidas con el empleo de magnitudes de imperfección de 0.1mm, 0.25mm, 0.5mm y 1mm, se observa lo siguiente:



**Figura 7.63.** Relación momento-giro. Simulación por el MEF. Magnitudes de imperfección de 0.1mm, 0.25mm, 0.5mm, 1mm y 6mm. Primer modo de pandeo. Flexión pura positiva.

En la figura 7.63 se aprecia claramente cómo afecta la magnitud de imperfección de imperfección a la pendiente de la rama elástica y al valor del momento último.

La figura 7.63, recuerda en gran medida a la comparativa realizada a flexión pura positiva de la chapa con embutición y sin embutición, (capítulo 5, apartado 5.12, fig.5.253).

La figura 7.63, confirma que la embutición a flexión pura positiva ejerce un efecto similar al de una “imperfección de gran magnitud” sobre el panel nervado original.

Por último, cabe hacer una pequeña reflexión sobre las bruscas caídas de carga, tipo “escalonamiento”, que se han observado en los ensayos experimentales de los especímenes PLANA-1, PLANA-2 y PLANA-3.

Resulta evidente que dichas caídas de carga están relacionadas con el mecanismo de fallo, el cual acontece de manera brusca y repentina tras el fallo del ala comprimida.

En las simulaciones por el MEF, el patrón de colapso se desarrolla “lentamente”, y es posible observar los cambios de geometría que experimenta el patrón a medida que la carga aumenta. La formación del mecanismo de fallo de esta manera da lugar a una rama plástica curva con pendiente pronunciada pero sin caídas de cargas bruscas tipo “escalonamientos” como los observados en los ensayos experimentales.

Cabe decir, que en los ensayos experimentales la carga se aplicó mediante fuerza impuesta y no hubo control en desplazamientos. El único control factible era moderar la velocidad en la aplicación de la carga. En el espécimen PLANA-3, donde la carga se aplicó con menor velocidad que en los especímenes PLANA-1 y PLANA-2, la rama plástica obtenida presentó un escalonamiento más suave que en los otros dos especímenes.

En base a ello, es factible que la velocidad de la carga pueda influir en el desarrollo y formación de la rama plástica, y resulta razonable pensar que realizando el ensayo por control en desplazamientos se pueda obtener una rama post-colapso más suavizada y más semejante a la obtenida en las simulaciones por el MEF.

A continuación, se procede en el siguiente apartado, a la presentación de los resultados obtenidos en los especímenes con embutición.

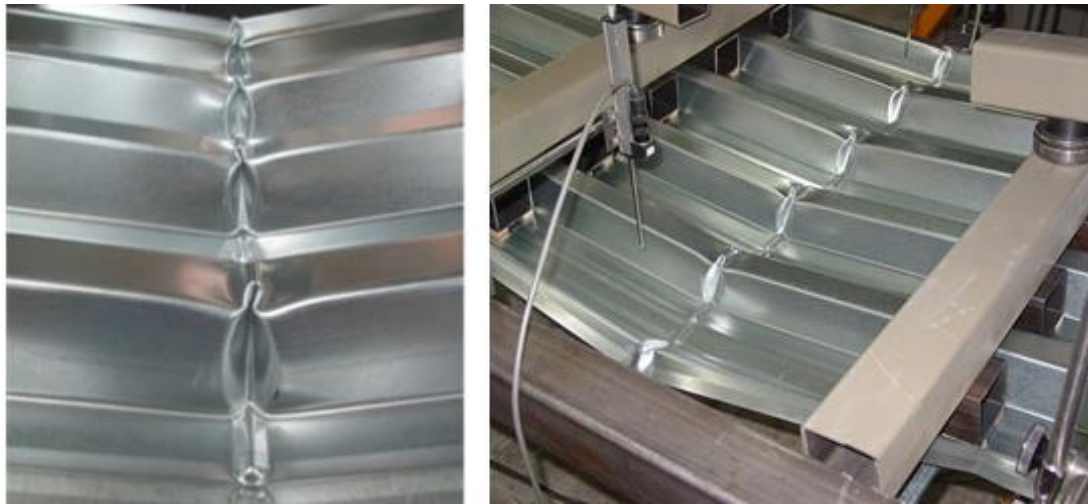
## **7.4.2 Especímenes con embutición.**

### **7.4.2.1 Mecanismos de fallo.**

Los especímenes EMBT-1, EMBT-2 y EMBT-3, desarrollaron el mismo mecanismo de fallo. Dicho mecanismo aconteció en todos los especímenes en la embutición.

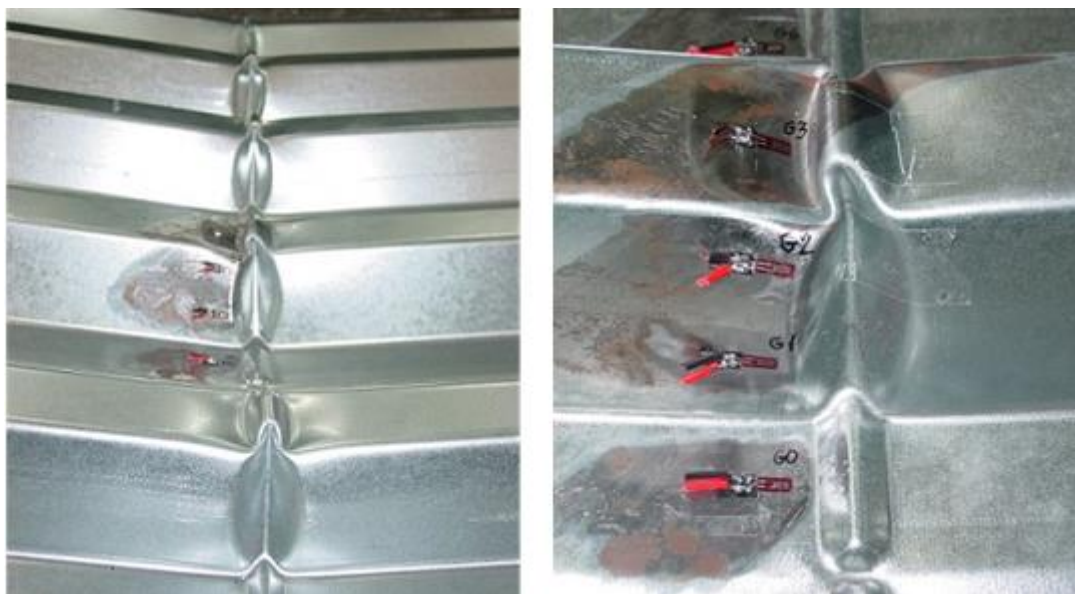
En la figura 7.64, se pueden apreciar los patrones de colapso desarrollados en los especímenes EMBT-1 y EMBT-3.





**Figura 7.64.** Ensayos experimentales. Mecanismo de fallo espécimen EMBT-1, (izquierda), y mecanismo de fallo espécimen EMBT-3, (derecha).

En la figura 7.65, se puede apreciar el mecanismo de fallo desarrollado en el espécimen en el que se había dispuesto galgas, (EMBT-2).



**Figura 7.65.** Ensayos experimentales. Mecanismo de fallo espécimen EMBT-2, (izquierda). Detalle del mecanismo de fallo espécimen EMBT-2, (derecha).

No se observó ninguna singularidad en la geometría de los patrones de colapso. Todos los mecanismos de fallo se desarrollaron en el centro del panel nervado, que es donde se ubicaba la embutición.

Cabe mencionar aquí que los mecanismos de fallo no aparecían de manera brusca y repentina, tal y como sucedía en los especímenes sin embutición. En este caso el desarrollo del patrón de colapso fue gradual y apreciable en el tiempo para los tres especímenes ensayados.

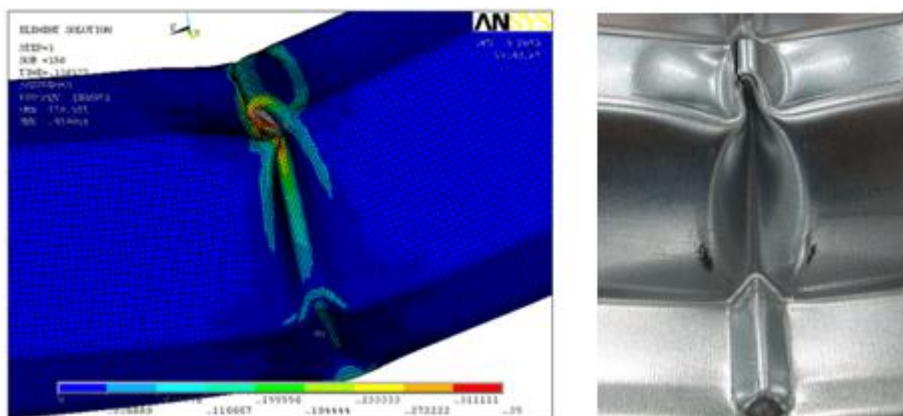
En la figura 7.66, se puede apreciar la dimensión que presentaba el ancho de la rótula después de la realización del ensayo experimental.



**Figura 7.66. Medición del ancho de la rótula. Mecanismo de fallo de los paneles con embutición.**

En la figura 7.66, se puede observar que la rótula posee un ancho de unos 20mm. Un valor similar al empleado en los modelos teóricos del capítulo 6.

En la figura 7.67, se puede apreciar la gran similitud que presenta el patrón de colapso observado en los ensayos experimentales de los especímenes con embutición, con el obtenido en las simulaciones por el MEF.



**Figura 7.67. Mecanismo de fallo. Simulación por el MEF, (izquierda). Ensayos experimentales, (derecha).**

Cabe recordar que en las simulaciones por el MEF se alcanzaron deformaciones del patrón mucho más amplias que las observadas en los ensayos experimentales, (véase figura 5.109,

apartado 5.5.1.3.1). En la figura 7.67 se presenta el mecanismo de fallo en un estadio de deformación similar al obtenido en los ensayos.

A continuación, se procede a comparar los resultados obtenidos en las simulaciones por el MEF, con los obtenidos en los ensayos experimentales de los especímenes EMBT-1, EMBT-2 y EMBT-3.

#### 7.4.2.2 Ensayos experimentales Vs. MEF. Panel nervado con embutición.

##### 7.4.2.2.1 Introducción.

En las simulaciones por el MEF de los especímenes con embutición, se emplea la curva material presentada en la figura 7.42, apartado 7.4.1.2.1. Tal y como se explicó en dicho apartado, tras la realización de los ensayos experimentales a flexión pura positiva, se extrajeron probetas de los seis especímenes ensayados y se sometieron a un ensayo de tracción. La curva material presentada en la figura 7.42, representaba el comportamiento material medio de las seis probetas ensayadas.

Los límites elásticos obtenidos en los ensayos de tracción de las probetas extraídas a los especímenes con embutición, (EMBT-1, EMBT-2 y EMBT-3), se presentan en la tabla 7.4.

Especímen	$\sigma_v$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_u$ (N/mm <sup>2</sup> )
EMBT-1	340	385
EMBT-2	329	373
EMBT-3	344	377

*Tabla 7-4. Límites elásticos de los especímenes con embutición.*

En la tabla 7.4, se aprecia que los límites elásticos de los especímenes con embutición son muy similares a los obtenidos en los especímenes sin embutición, (tabla 7.2).

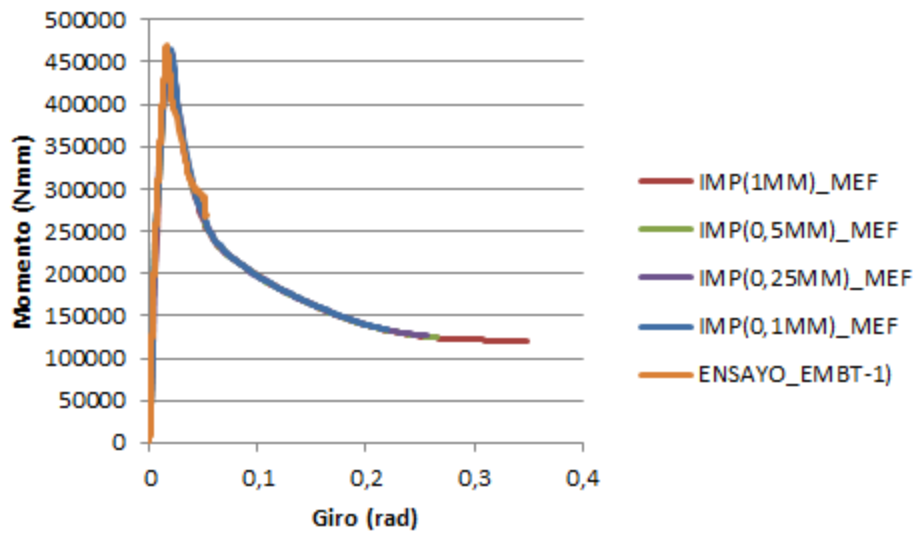
En las simulaciones por el MEF, se empleó el primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección de 0.1mm, 0.25mm, 0.5mm y 1mm.

A continuación, se procede en los siguientes apartados a la comparación de las relaciones momento-giro obtenidas en las simulaciones por el MEF, con las obtenidas en los ensayos experimentales de los especímenes EMBT-1, EMBT-2 y EMBT-3.

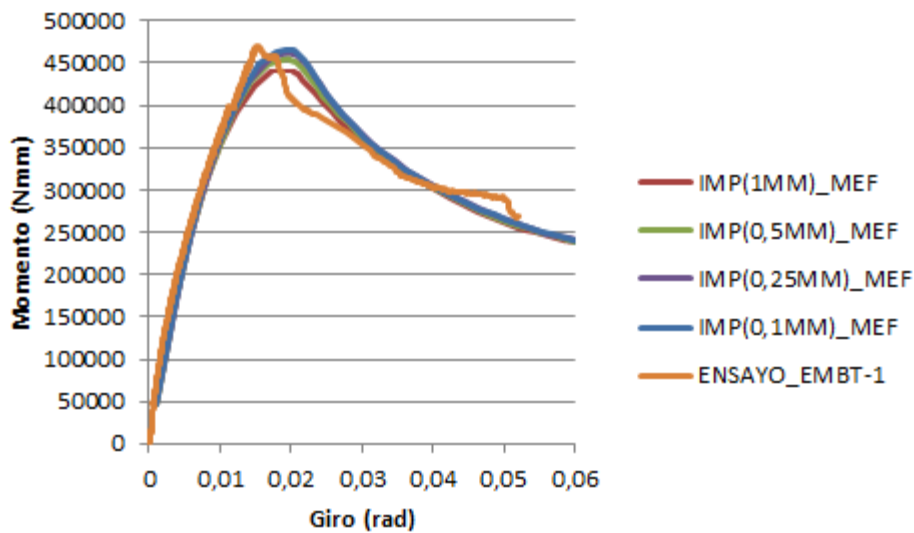
##### 7.4.2.2.2 Relaciones momento-giro. Especímen EMBT-1.

En la figura 7.68, se presenta la curva obtenida en el ensayo experimental del espécimen EMBT-1, y se compara con las curvas obtenidas en las simulaciones por el MEF con las distintas magnitudes de imperfección empleadas.

En la figura 7.69, se presentan las mismas relaciones pero empleando una escala mayor en el eje de abscisas.



**Figura 7.68.** Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-1.



**Figura 7.69.** Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-1.

En las figuras precedentes, (fig.7.68 y fig.7.69), se puede apreciar la gran similitud que presenta la curva experimental con las obtenidas en las simulaciones por el MEF para las distintas magnitudes de imperfección empleadas.

En las figuras que se presentan a continuación, (fig.7.70 a la fig.7.73), se compara la curva experimental con cada una de las curvas obtenidas en las simulaciones por el MEF en función de la magnitud de imperfección.

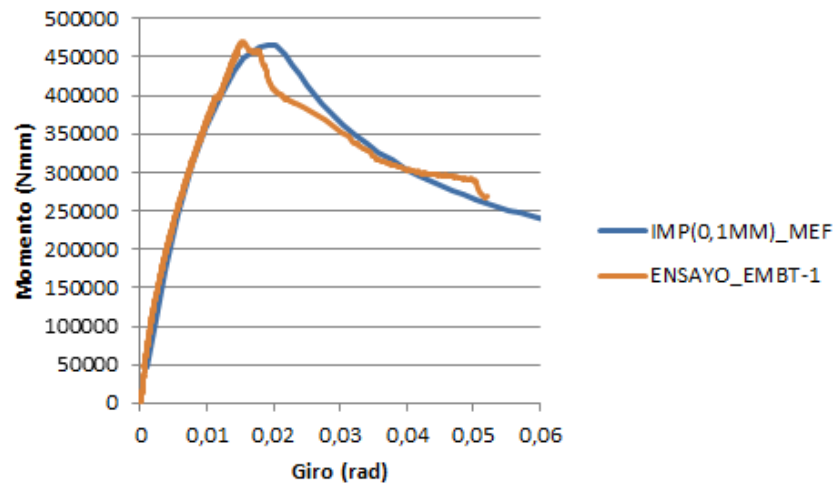


Figura 7.70. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,1mm), Vs. Ensayo experimental. Espécimen EMBT-1.

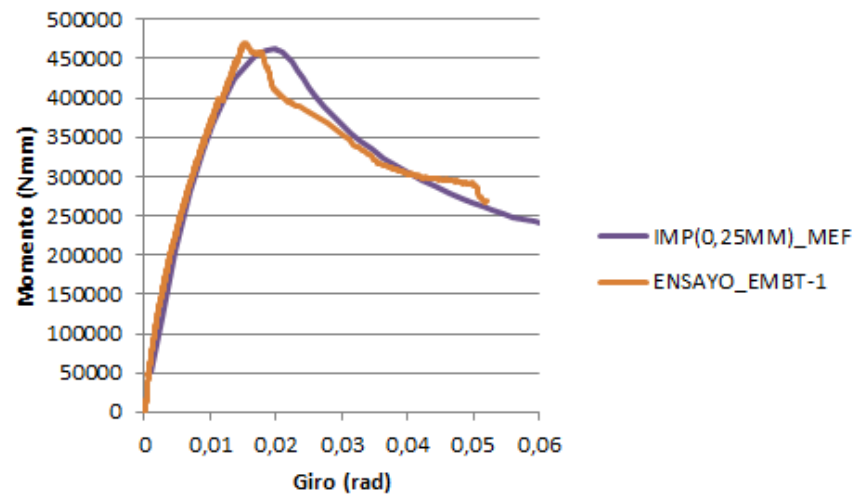


Figura 7.71. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,25mm), Vs. Ensayo experimental. Espécimen EMBT-1.

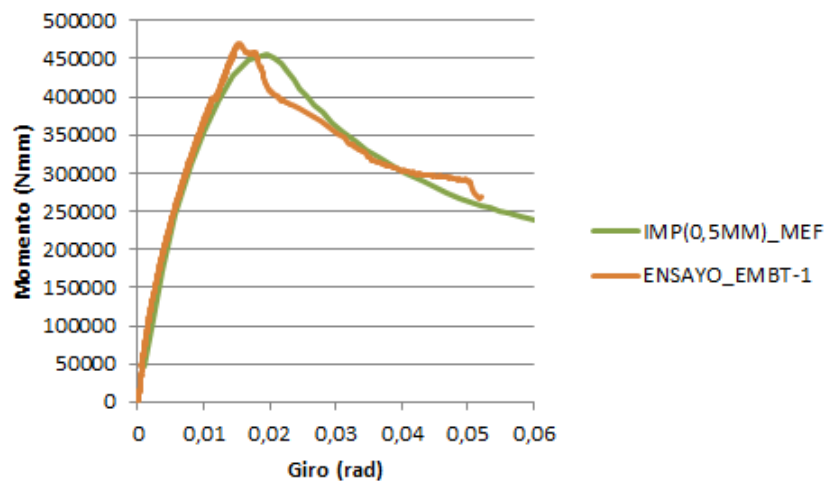
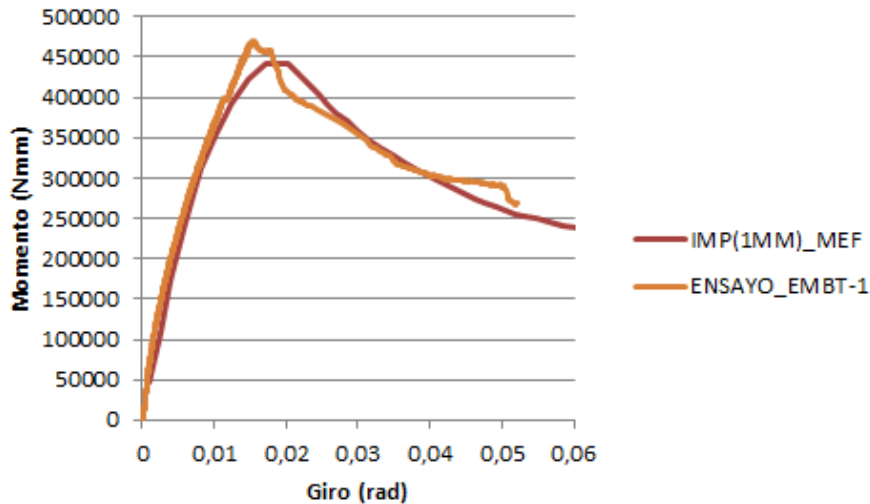


Figura 7.72. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0,5mm), Vs. Ensayo experimental. Espécimen EMBT-1.



**Figura 7.73. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 1mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-1.**

En las figuras precedentes, (fig.7.70 a la fig.7.73), se observa como a medida que aumenta la magnitud de imperfección el valor del momento último es menor, aunque se aprecia que dicha variación no es tan amplia como la obtenida en los especímenes sin embutición.

En dichas figuras se aprecia como la curva de comportamiento obtenida en las simulaciones por el MEF, relativa a una magnitud de imperfección de 0,1mm, alcanza un valor de momento último muy cercano al valor del momento último experimental.

Por otro lado, se observa que las pendientes de las ramas elásticas obtenidas en las simulaciones por el MEF apenas varían en función de la magnitud de imperfección empleada, y presentan una gran similitud con la rama elástica experimental.

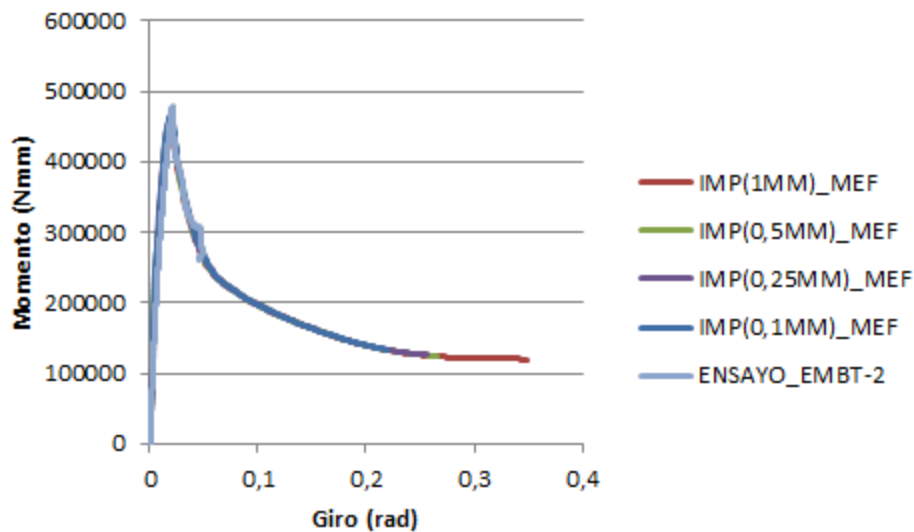
En relación al comportamiento plástico, se observa como la rama post-colapso experimental no presenta grandes caídas de cargas como las que presentaban las ramas plásticas experimentales de los especímenes sin embutición, (PLANA-1, PLANA-2 y PLANA-3).

Tal y como se expuso en el apartado precedente, (7.4.3.3.1), en los especímenes con embutición, (EMBT-1, EMBT-2 y EMBT-3), el mecanismo de fallo se desarrolló de manera gradual y era posible observar el cambio de geometría que experimentaba la embutición en el tiempo. La imperfección que posee el ala comprimida debido al proceso de conformado de la embutición, se continúa con el mecanismo de fallo impidiendo la formación de un patrón de colapso de manera brusca y repentina. Ello se refleja en las ramas plásticas con una pendiente curva, suave y sin grandes caídas de carga.

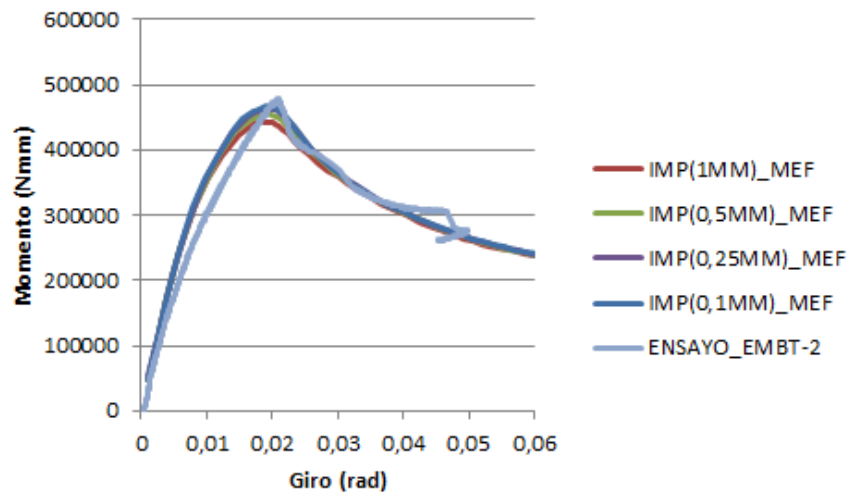
### 7.4.2.2.3 Relaciones momento-giro. Espécimen EMBT-2.

En la figura 7.74, se compara la relación momento-giro obtenida mediante el ensayo experimental del espécimen EMBT-2, con las relaciones momento-giro obtenidas en las simulaciones por el MEF en función de la magnitud de imperfección empleada.

En la figura 7.74, se presentan las mismas relaciones pero empleando una escala mayor en el eje de abscisas.



*Figura 7.74. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayo experimental. Espécimen EMBT-2.*



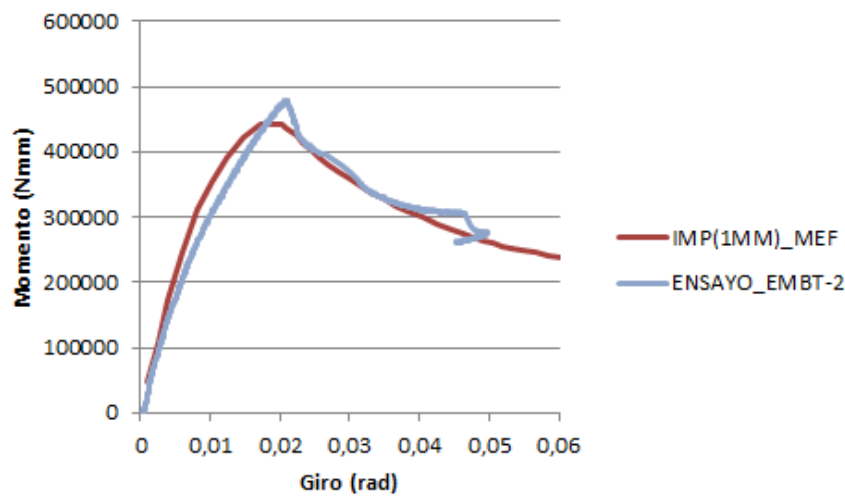
*Figura 7.75. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayo experimental. Espécimen EMBT-2.*

En las figuras 7.74 y 7.75, se puede observar la similitud que presenta la curva experimental con las curvas obtenidas en las simulaciones por el MEF en función de la magnitud de imperfección empleada.

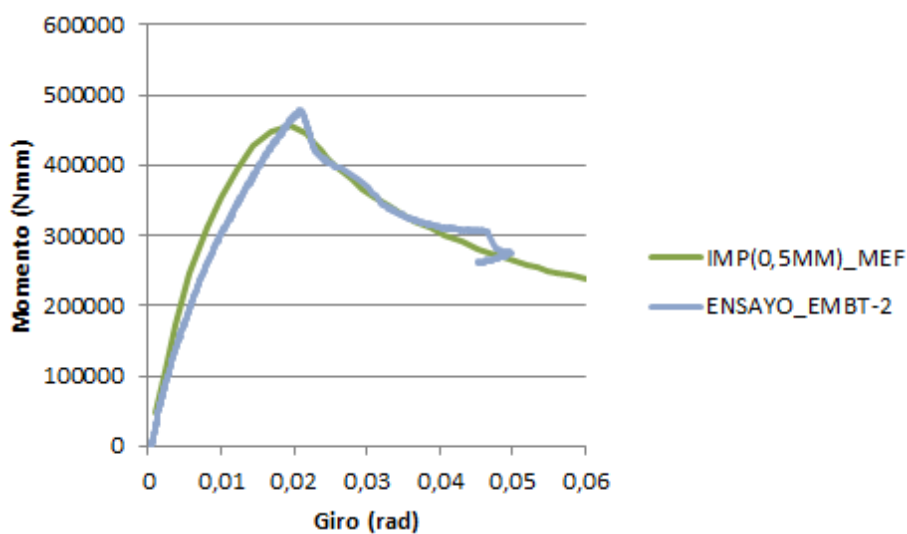
Se aprecia también que las ramas elásticas de las curvas relativas a las simulaciones por el MEF, no se adaptan con tanta exactitud a la rama elástica experimental como sucedía con el espécimen EMBT-1, aunque son muy similares.

En relación a los comportamientos plásticos, se observa como la rama post-colapso experimental es muy similar a la obtenida en las simulaciones por el MEF, y se adapta en mayor medida a su trazado que en el espécimen EMBT-1.

En las figuras que se presentan a continuación, (fig.7.76 a la fig.7.79), se compara la curva experimental obtenida mediante el ensayo del espécimen EMBT-2, con las obtenidas en las simulaciones por el MEF en función de la magnitud de imperfección empleada.

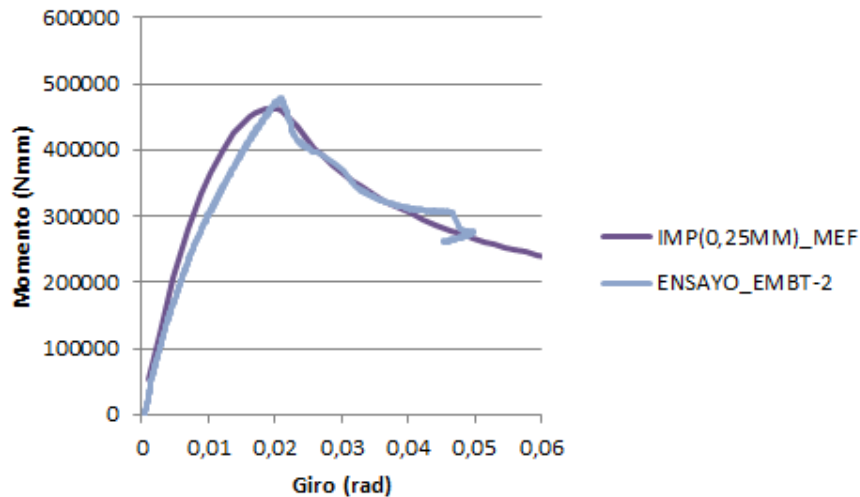


**Figura 7.76. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 1mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-2.**

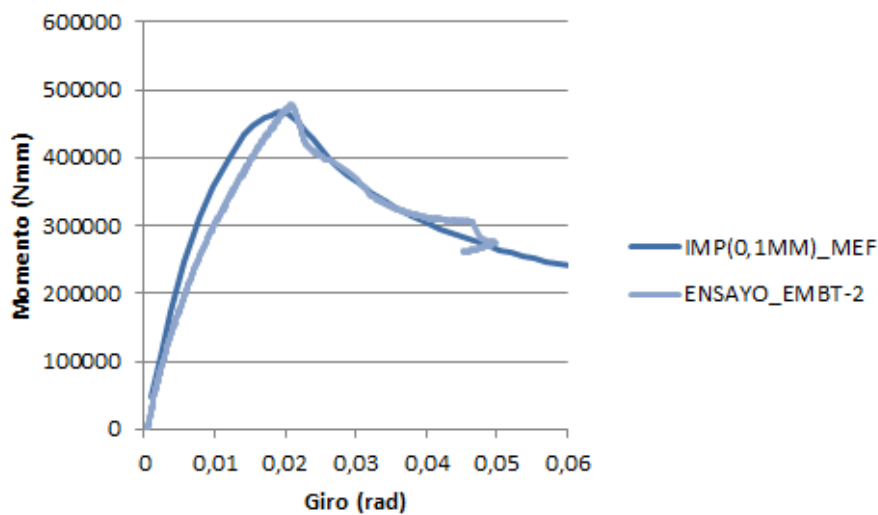


**Figura 7.77. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0.5mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-2.**





**Figura 7.78.** Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0.25mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-2.



**Figura 7.79.** Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0.1mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-2.

En las figuras precedentes, (fig.7.76 a la fig.7.79), se observa un comportamiento muy semejante al del espécimen EMBT-1, del apartado anterior.

La magnitud de imperfección empleada en las simulaciones por el MEF ejerce una influencia muy pequeña en el valor del momento último y en las pendientes de las ramas elásticas. Claramente la embutición domina el modo de fallo. La introducción de pequeñas magnitudes de imperfección apenas afecta al comportamiento global.

En relación al comportamiento plástico, se observa que la gran semejanza que presentan las ramas plásticas obtenidas por el MEF, independientemente de la magnitud de imperfección, con la rama plástica experimental. En este caso la rama plástica experimental no presenta las caídas

bruscas de carga que se apreciaban en los especímenes sin embutición. Ello permite que las ramas plásticas analíticas y experimentales sean más semejantes.

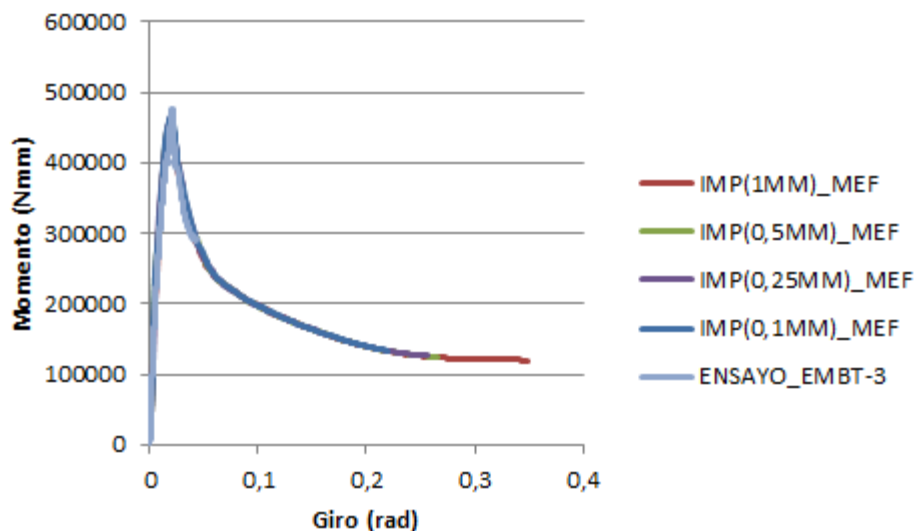
En general, se observa una gran semejanza entre las curvas analíticas y las experimentales.

Dentro las posibles variaciones que pueden ejercer las magnitudes de imperfección, se observa que la curva de comportamiento obtenida en las simulaciones por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección de 0,1mm, alcanza un valor de momento último muy similar al alcanzado por la curva experimental del espécimen EMBT-2, (fig.7.79), lo cual sucedía también con el espécimen EMBT-1.

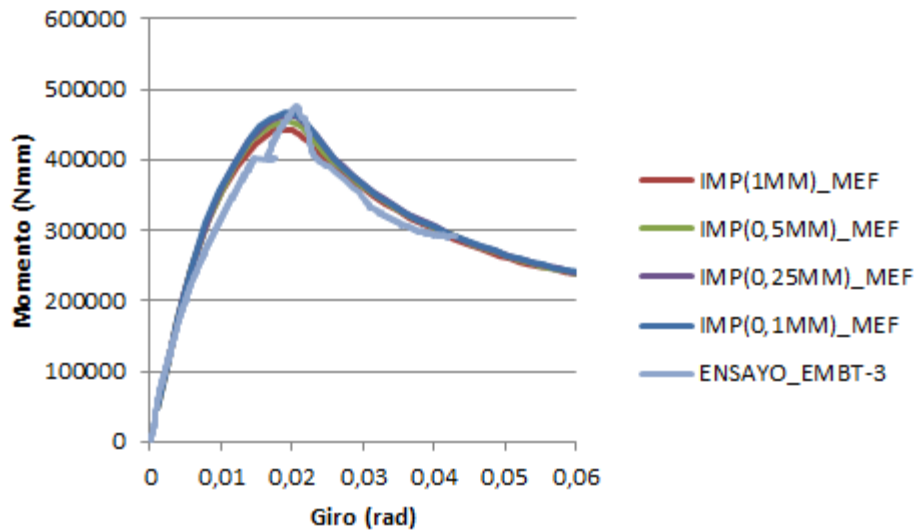
#### 7.4.2.2.4 Relaciones momento-giro. Especímen EMBT-3.

En la figura 7.80, se presenta la relación momento-giro obtenida en el ensayo del espécimen EMBT-3, y se compara con las relaciones momento-giro obtenidas en las simulaciones por el MEF en función de la magnitud de imperfección empleada.

En la figura 7.81, se realiza la misma comparativa pero empleando una escala mayor en el eje de abscisas con el fin de poder apreciar con más detalle las diferencias entre la curva experimental y las obtenidas mediante simulación.



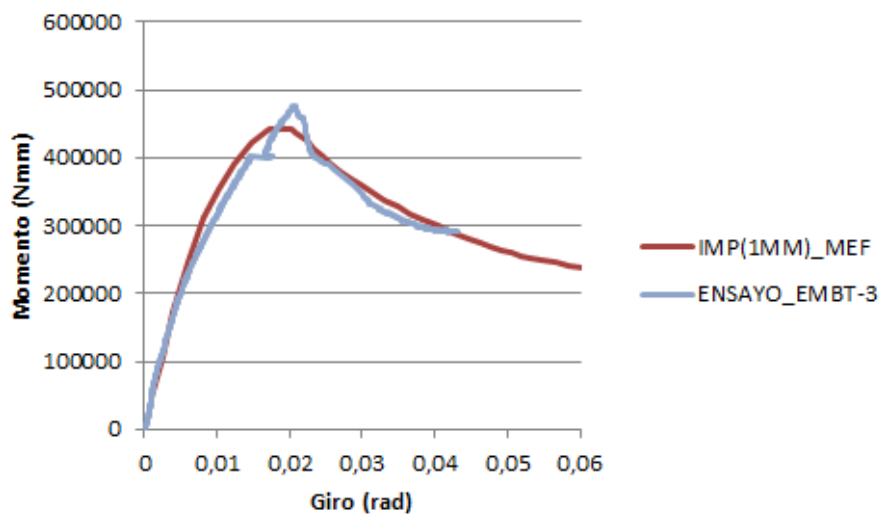
**Figura 7.80. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayo experimental. Especímen EMBT-3.**



**Figura 7.81. Relación momento-giro. Simulaciones por el MEF Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-3.**

En las figuras 7.80 y 7.81, se puede apreciar la similitud que presenta la curva experimental, con las obtenidas en las simulaciones por el MEF en función de la magnitud de imperfección.

En las figuras que se presentan a continuación, (fig.7.82 a la fig.7.85), se compara la curva experimental, con cada una de las curvas obtenidas mediante el MEF en función de la magnitud de imperfección.



**Figura 7.82. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 1mm), Vs. Ensayo experimental. Especimen EMBT-3.**

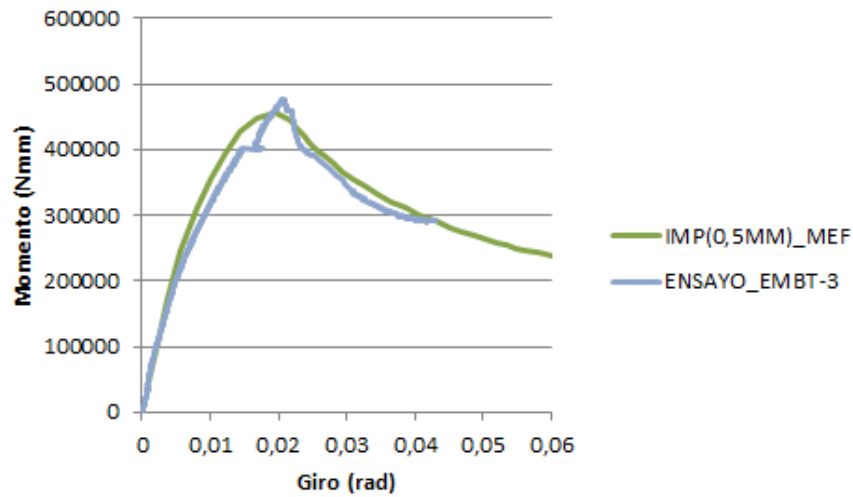


Figura 7.83. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0.5mm), Vs. Ensayo experimental. Espécimen EMBT-3.

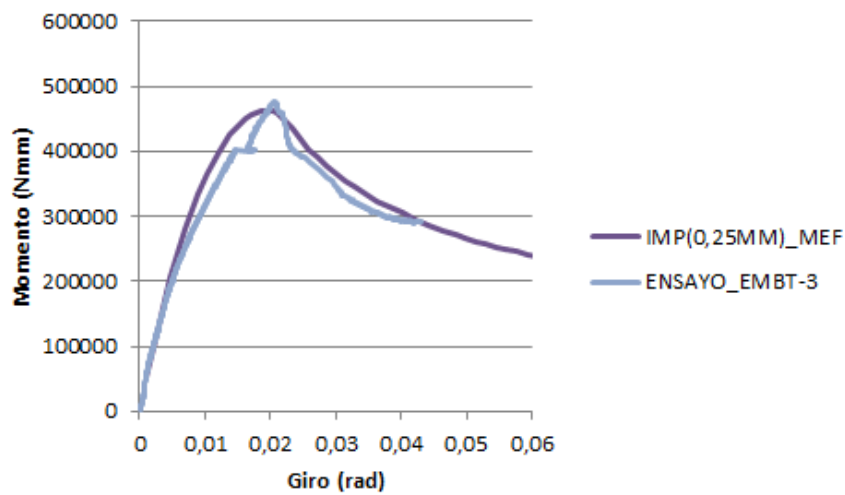


Figura 7.84. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0.25mm), Vs. Ensayo experimental. Espécimen EMBT-3.

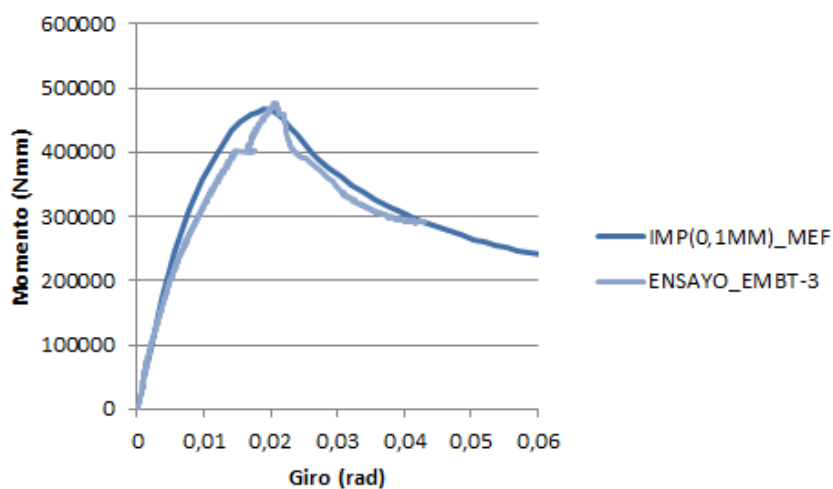


Figura 7.85. Relación momento-giro. Simulación por el MEF, (magnitud de imperfección de 0.1mm), Vs. Ensayo experimental. Espécimen EMBT-3.

En las figuras precedentes, (fig.7.82 a la fig.7.85), se puede apreciar un comportamiento muy similar al obtenido con los especímenes EMBT-1 y EMBT-2.

A grandes rasgos, la curva experimental se asemeja a las curvas obtenidas en las simulaciones por el MEF con las distintas magnitudes de imperfección empleadas.

Como singularidad, se observa que a partir de un valor de momento de 200000Nmm, la rama elástica experimental cambia de pendiente, separándose ligeramente de las ramas elásticas obtenidas por el MEF. Acercándose a un valor de 400000Nmm, se observa en la rama elástica experimental un pequeño tramo plano con cambio de tendencia que posteriormente se recondujo siguiendo la tendencia inicial.

Al igual que en los especímenes EMBT-1 y EMBT-2, se observa que el valor del momento último experimental del espécimen EMBT-3, es semejante al obtenido en las simulaciones por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección de 0,1mm, (fig.7.86).

#### 7.4.2.2.5 Momentos últimos.

En la tabla 7.5, se presentan los valores de los momentos últimos experimentales, y los valores de los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF. En dicha tabla se procede al cálculo del valor promedio de los momentos últimos experimentales, y a su comparación con los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF en función de la magnitud de imperfección empleada.

Ensayos experimentales		Simulaciones por el MEF		Diferencia %
Especímen	$M_{\text{máx}}$ (Nmm)	IMP	$M_{\text{máx}}$ (Nmm)	
EMBT-1	469752	1mm	442049,47	-6,96
EMBT-2	478645,50	0,5mm	455176,62	-4,2
EMBT-3	477049,50	0,25mm	461851,62	-2,8
<b>PROMEDIO</b>	<b>475149</b>	0,1mm	466199,80	-1,88

*Tabla 7-5. Comparación del valor promedio de los momentos últimos experimentales, con los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF en función de la magnitud de imperfección empleada.*

En la tabla 7.5, se puede observar como el valor medio de los momentos últimos experimentales es superior al valor de los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF para todas las magnitudes de imperfección. En base a ello, se considera que las simulaciones por el MEF devuelven valores de momentos últimos del lado de la seguridad.

Por otro lado, se observa que la diferencia, entre el valor medio de los momentos últimos experimentales y los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF, aumenta a medida que la magnitud de imperfección empleada en los modelos por el MEF es mayor,

observándose una diferencia máxima de un 7% para una magnitud de imperfección de 1mm, lo cual no es un valor excesivamente alto.

En los apartados precedentes, donde se comparaban las relaciones momento-giro experimentales con las obtenidas en las simulaciones por el MEF, se observó que los valores de los momentos últimos eran muy semejantes cuando se introducía en los modelos por el MEF una magnitud de imperfección de 0,1mm.

En los especímenes con embutición, se considera razonable que la menor diferencia entre los valores momentos últimos experimentales y los valores de los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF sean relativos al empleo de una magnitud de imperfección pequeña.

La incisiva geometría de la embutición ejerce una influencia decisiva en el modo de pandeo de la pieza, por lo que resulta coherente que pequeñas magnitudes de imperfección no afecten de manera considerable a su comportamiento.

De hecho, y en base a este razonamiento, hasta se podría considerar reiterativo emplear magnitudes de imperfección en las simulaciones por el MEF de los especímenes que presentan una variación de geometría tan amplia como el de una embutición.

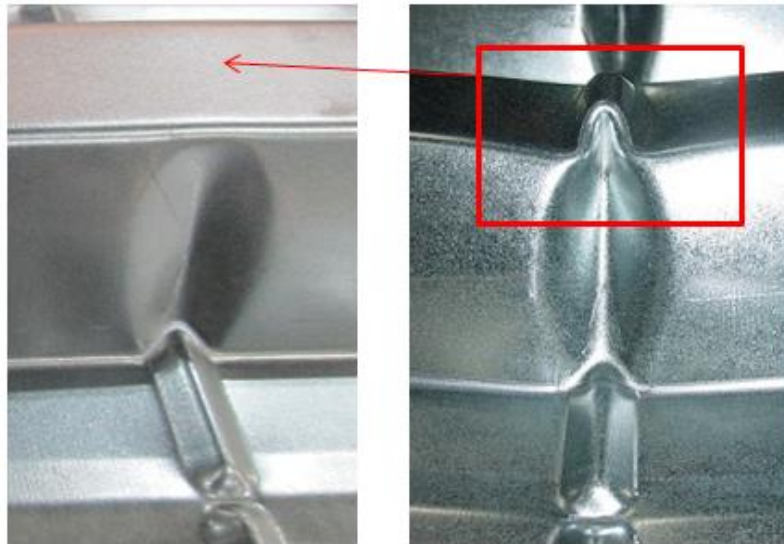
En principio, el empleo de la magnitud de imperfección recomendada por el Eurocódigo 3, parte 1-5, sería aplicable cuando se trata de piezas que han sido obtenidas mediante un proceso de conformado habitual, tal y como puede ser el panel nervado sin embutición.

#### 7.4.2.2.6 Sumario y reflexiones.

##### a) Mecanismo de fallo.

Los ensayos experimentales, a flexión pura de los especímenes con embutición, han permitido corroborar que el mecanismo de fallo toma el ancho que posee la embutición y aprovecha, en la medida que le es posible, las líneas plásticas que ésta presenta, tal y como se razonó en el capítulo 5 y capítulo 6.

En la figura 7.86, se compara la geometría de la embutición antes de la realización del ensayo experimental, con la geometría que presenta después de la realización del ensayo, una vez que se ha desarrollado el patrón de colapso.



**Figura 7.86.** Geometría de la embutición antes de la realización del ensayo, (izquierda). Geometría de la embutición una vez se ha desarrollado el mecanismo de fallo, (derecha).

En la figura 7.86, se puede apreciar que los cambios más significativos en la geometría de la embutición se producen en el ala comprimida. En segunda instancia, se observa que la línea central del alma es más profunda en el mecanismo de fallo, lo que sugiere que en dicha línea, así como en las laterales del alma, se están produciendo giros, y por tanto trabajo.

En los ensayos experimentales de los especímenes EMBT-1, EMBT-2 y EMBT-3, se observó que los mecanismos de fallo se desarrollaban lentamente, y no de manera brusca y repentina como sucedió en los ensayos experimentales de los paneles sin embutición. Las primeras plastificaciones tomaban lugar en el ala comprimida y era posible observar el desarrollo del mecanismo de fallo en el tiempo. A medida que se iba aplicando la carga, las deformaciones en el ala comprimida eran mayores. Una vez que se había completado cierta deformación del ala comprimida, era cuando se podía observar cambios en la geometría de la embutición.

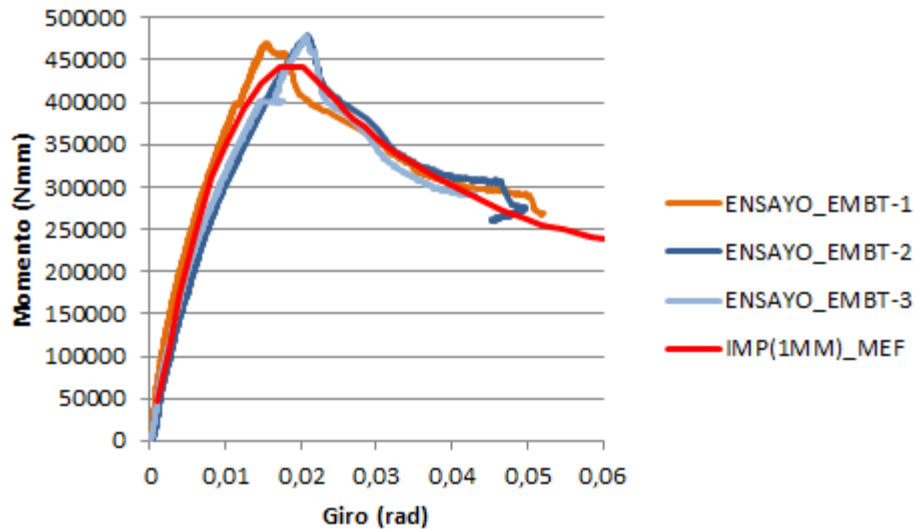
En el apartado precedente, (7.4.1.1), relativo a los ensayos experimentales de los especímenes sin embutición, (PLANA-1, PLANA-2 y PLANA-3), se pudo apreciar como el mecanismo de fallo se conformaba de manera brusca una vez había acontecido el pandeo del ala comprimida.

Remarcar, pues, que tanto en los especímenes sin embutición, (PLANA-1, PLANA-2 y PLANA-3), como en los especímenes con embutición, (EMBT-1, EMBT-2 y EMBT-3), se observa que el patrón de colapso no se desarrolla hasta que se produce el fallo del elemento de sección comprimido.

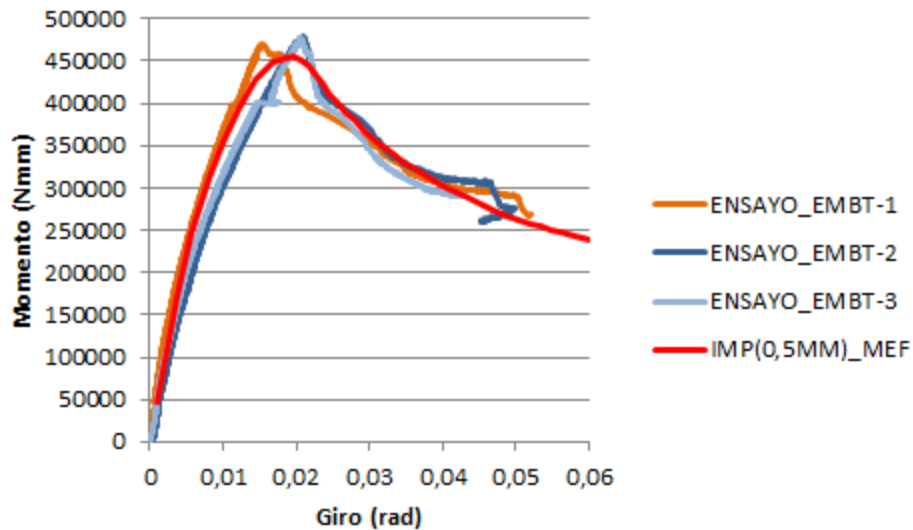
De ahí, la importancia del estudio de sensibilidad a la forma y magnitud de imperfección en la determinación del mecanismo de fallo dominante.

### b) Relaciones momento-giro.

Al igual que en el apartado 7.4.1.2.6, se procede aquí a comparar las tres curvas experimentales, con cada una de las curvas obtenidas en las simulaciones por el MEF en función de la magnitud de imperfección empleada, (fig.7.87 a la fig.7.90).

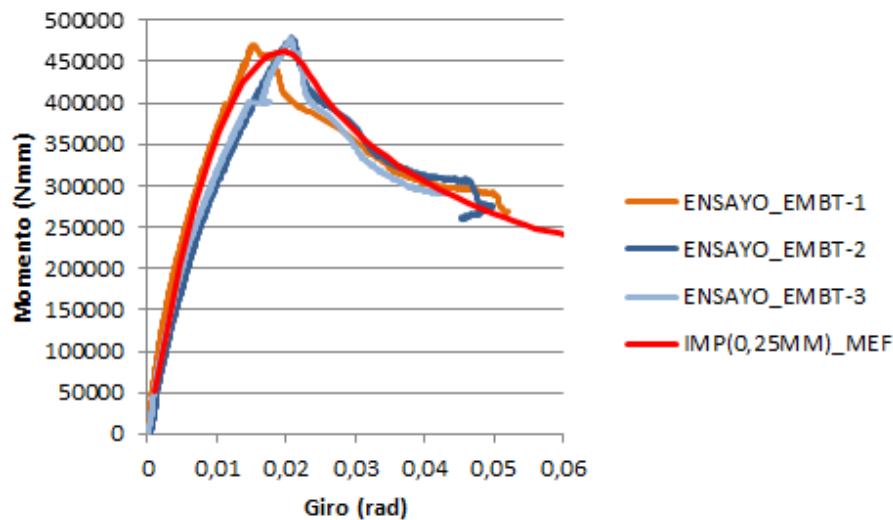


*Figura 7.87. Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes con embutición Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 1mm.*

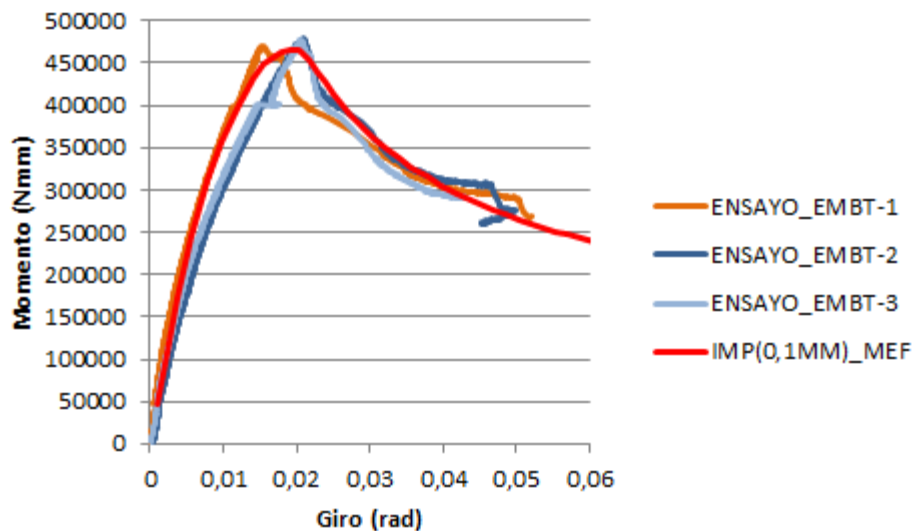


*Figura 7.88. Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes con embutición. Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 0,5mm.*





**Figura 7.89.** Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes con embutición Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 0,25mm.



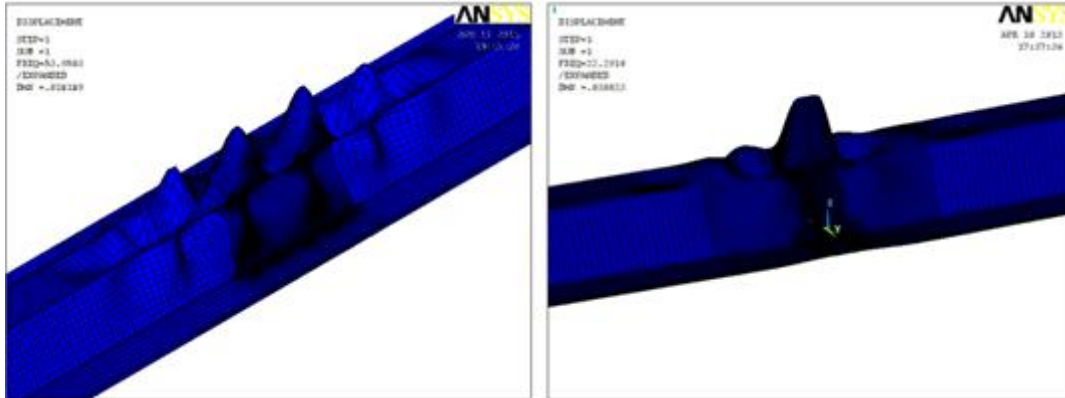
**Figura 7.90.** Relación momento-giro ensayos experimentales especímenes con embutición Vs. MEF. Magnitud de imperfección de 0,1mm.

En las gráficas precedentes, (fig.7.87 a la fig.7.90), se puede apreciar como las simulaciones recogen con corrección el comportamiento medio de los especímenes ensayados.

En este caso, las ramas plásticas experimentales se asemejan en mayor grado a las ramas plásticas analíticas que en los especímenes sin embutición. El hecho de que los mecanismo de fallo de los especímenes con embutición se desarrollen de manera gradual, se refleja en los comportamientos plásticos mediante una curva de descenso y no mediante caídas bruscas de carga, tal y como sucedía en los especímenes sin embutición.

En dichas gráficas se observa también que el valor del momento último, así como, la pendiente de la rama elástica, apenas varían en función de las magnitudes de imperfección empleadas en las simulaciones por el MEF, tal y como sucedía en los especímenes sin embutición.

Claramente la embutición “impone” el modo de fallo. Véase, en la figura 7.91, la variación que experimenta el primer modo de pandeo cuando el panel nervado presenta embutición.



**Figura 7.91. Primer modo de pandeo. Modelo sin embutición, (izquierda). Modelo con embutición, (derecha). Flexión pura positiva.**

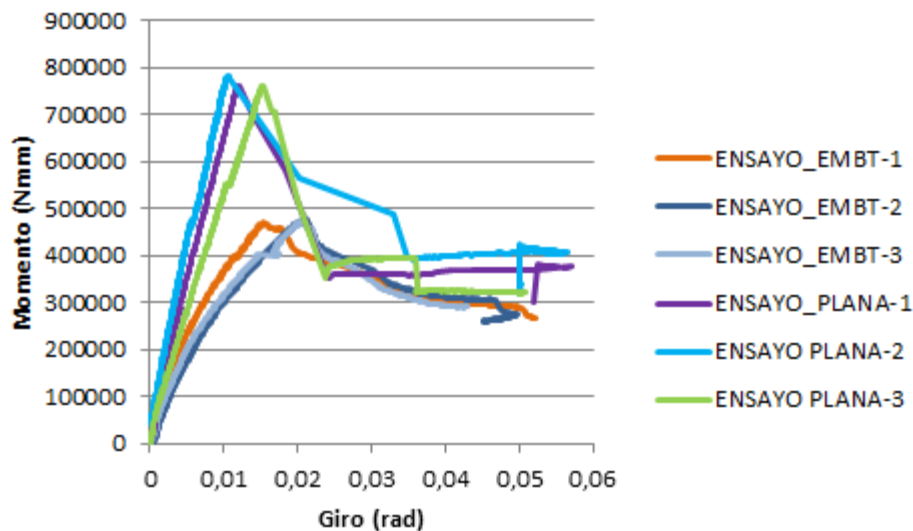
En la figura 7.91, se puede observar que el primer modo de pandeo del panel nervado sin embutición, (izquierda), está conformado por una serie de semiondas continuas acotadas entre los puntos de aplicación de la carga. En el modelo con embutición, (fig.7.91, derecha), se observa como el primer modo de pandeo está conformado por una gran protuberancia en el ala superior en la zona donde se ubica la embutición. El número de semiondas es menor, y no cubren el tramo de la pieza acotado entre cargas.

Por otro lado, en el primer modo de pandeo del modelo con embutición, no se observan semiondas o afecciones en otros elementos de sección aparte del ala superior, tal y como sucede en el modelo que no presenta embutición.

En el siguiente apartado se procede a comparar los resultados obtenidos en los ensayos experimentales del panel nervado con y sin embutición.

### **7.4.3 Ensayos experimentales. Especímenes sin embutición Vs. Con embutición.**

En la figura 7.92, se presentan las relaciones momento-giro obtenidas en los ensayos experimentales de los especímenes sin embutición, (PLANA-1, PLANA-2 y PLANA-3), y las obtenidas en los ensayos experimentales de los especímenes con embutición, (EMBT-1, EMBT-2 y EMBT-3).



**Figura 7.92. Comparación de las relaciones momento-giro obtenidas en los ensayos experimentales de los especímenes sin embutición y con embutición.**

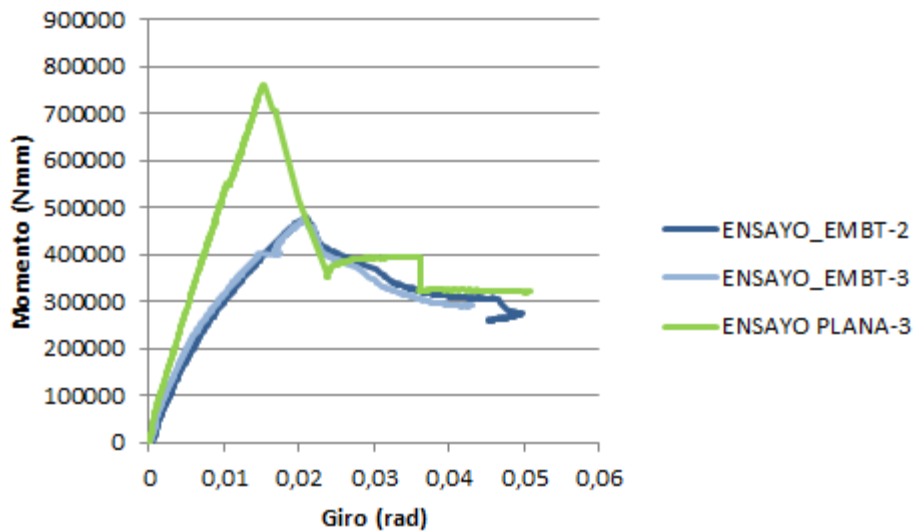
En la figura 7.92, se puede observar que las ramas elásticas de los especímenes con embutición, alcanzan el momento último al “tocar” las ramas plásticas de los especímenes sin embutición. Posteriormente, se observa la misma tendencia en el comportamiento post-colapso de los especímenes sin embutición y con embutición.

La diferencia observada en las pendientes de la ramas elásticas de los diferentes especímenes, así como el hecho de que las ramas plásticas de los especímenes sin embutición estén conformadas por bruscas caídas de carga tipo “escalonamiento”, dificulta en cierta medida la comparación.

Si se procede a la exposición en una misma gráfica de los especímenes con embutición que presentan un comportamiento más semejante, esto es, especímenes EMBT-2 y EMBT-3, y se compara con la curva del espécimen PLANA-3, se puede apreciar mejor la tendencia de los comportamientos de las ramas post-colapso.

En dicha comparación, se toma como referencia el espécimen sin embutición PLANA-3, dado que es el espécimen sin embutición en el que la velocidad de la carga se aplicó más lentamente, y ello se refleja en la rama plástica con caídas menos bruscas o con “escalonamientos” más proporcionales.

En la figura 7.93, se puede apreciar dicha comparativa.



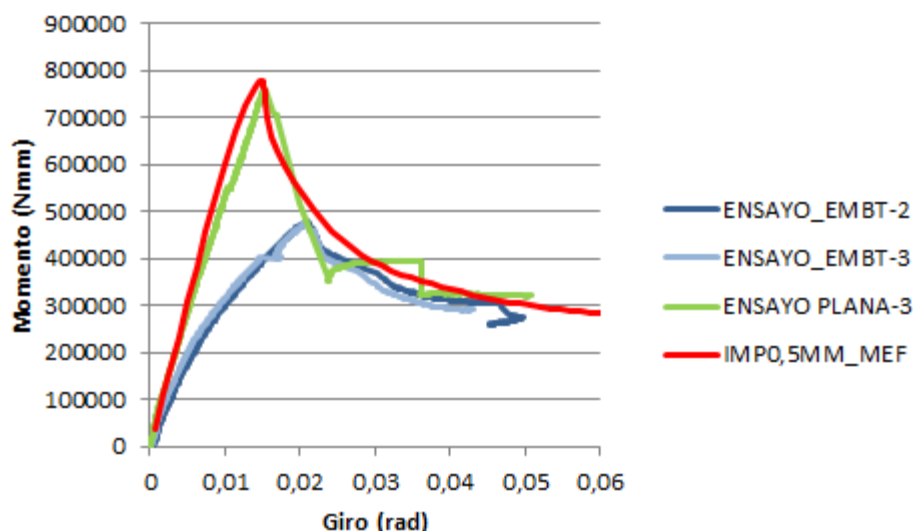
**Figura 7.93. Comparación de la relación momento-giro del espécimen PLANA-3, con las relaciones momento-giro de los especímenes EMBT-2 y EMBT-3.**

En la figura 7.93, se aprecia más claramente como los especímenes con embutición alcanzan el momento último en su encuentro con la rama plástica del espécimen sin embutición. En dicha gráfica se observa también como la tendencia post-colapso de ambos especímenes es muy similar.

La figura 7.93, posee gran similitud, y recuerda en gran medida, a la gráfica relativa a la comparación de las relaciones momento-giro del panel nervado sin y con embutición presentada en capítulo 5, (apartado 5.6.1.2, fig.5.136).

Si se añade ahora a la gráfica de la figura 7.93, la relación momento-giro obtenida en las simulaciones por el MEF del modelo sin embutición, con el empleo de una magnitud de imperfección de 0,5mm, se observa como la tendencia post-colapso de las cuatro curvas es muy similar, (ver figura 7.94).

Se hace constar aquí que se procede a tomar la curva obtenida en las simulaciones por el MEF relativa a una magnitud de imperfección de 0,5mm, ya que con esta magnitud de imperfección, el valor del momento último era semejante al obtenido en el ensayo experimental del espécimen PLANA-3.



**Figura 7.94. Relaciones momento-giro. Especímenes experimentales EMBT-2, EMBT-3 y PLANA-3. Simulación por el MEF del modelo sin embutición con el empleo de una magnitud de imperfección de 0,5mm.**

En la tabla 7.6, se compara el valor medio de los momentos últimos de los especímenes sin embutición, (PLANA-1, PLANA-2 y PLANA-3), con el valor promedio de los momentos últimos de los especímenes con embutición, (EMBT-1, EMBT-2 y EMBT-3).

<b>Ensayos experimentales.</b>				
<b>Con embutición</b>		<b>Sin embutición</b>		<b>Diferencia %</b>
<b>Espécimen</b>	<b><math>M_{\text{máx}}</math> (Nmm)</b>	<b>Espécimen</b>	<b><math>M_{\text{máx}}</math> (Nmm)</b>	
<b>EMBT-1</b>	469752	<b>PLANA-1</b>	762143,33	-
<b>EMBT-2</b>	478645,50	<b>PLANA-2</b>	781400	-
<b>EMBT-3</b>	477049,50	<b>PLANA-3</b>	804456,67	-
<b>PROMEDIO</b>	<b>475149</b>	<b>PROMEDIO</b>	<b>782666,67</b>	<b>39,29</b>

**Tabla 7-6. Comparación de los momentos últimos obtenidos en los ensayos experimentales. Especímenes con embutición. Vs. Especímenes sin embutición.**

En la tabla 7.6, se puede apreciar como la resistencia del panel nervado original se ve reducida entorno a un 40%, por el hecho de inducirle una embutición.

Esta reducción en la resistencia a momento flector puro positivo que se produce en el panel nervado original por el hecho de introducirle una embutición, es muy similar a la obtenida en las simulaciones por el MEF.

En la tabla 7.7, se comparan los valores de los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF con el empleo de la curva material presentada en el apartado 7.4.1.2.1.

Imperfección	Sin embutición	Con embutición.	Diferencia %
	$M_{m\acute{a}x}$ (Nmm)_MEF	$M_{m\acute{a}x}$ (Nmm)_MEF	
1mm	698003,50	442049,47	36,67
0,5mm	777055,44	455176,62	41,42
0,25mm	815418,00	461851,62	43,36
0,1mm	876208,56	466199,80	46,79

**Tabla 7-7. Comparación de los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF. Especímenes con embutición. Vs. Especímenes sin embutición.**

La media de la diferencia de los valores presentados en la tabla 7.7 es de un 42%. Dicho valor, se encuentra muy cercano a la diferencia observada en los ensayos experimentales.

Aproximadamente, un 40% fue también la diferencia media observada en las simulaciones presentadas en el capítulo 5, donde se emplearon otras características materiales.

Se reproducen otra vez aquí los resultados del capítulo 5. (Tabla 7.8).

Simulaciones mediante el MEF. (Capítulo 5).			
Imperfección	Sin embutición	Con embutición	Diferencia %
	$M_{m\acute{a}x}$ (Nmm)	$M_{m\acute{a}x}$ (Nmm)	
<b>1mm</b>	613214,27	429281,88	-29,99
<b>0,5mm</b>	685725,77	436829,8	-36,30
<b>0,25mm</b>	746809,68	440365,59	-41,03
<b>0,1mm</b>	791786,72	444842,64	-43,82
<b>Sin imperfección</b>	854464,08	452901,25	-47,00

**Tabla 7-8. Comparación de los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF con el empleo de otras características materiales. Especímenes con embutición. Vs. Especímenes sin embutición.**

La media de las diferencias presentadas en la tabla 7.8, arroja un valor de un 39,63%.

Los ensayos experimentales realizados, así como las simulaciones por el MEF con el empleo de distintas características materiales, han determinado que el perfil nervado original ve reducida su capacidad resistente a flexión pura positiva en un 40% por el hecho de introducirle una embutición.

A continuación, se procede en el siguiente apartado al análisis de los resultados obtenidos con las galgas extensiométricas.

#### 7.4.4 Galgas extensiométricas.

##### 7.4.4.1 Introducción.

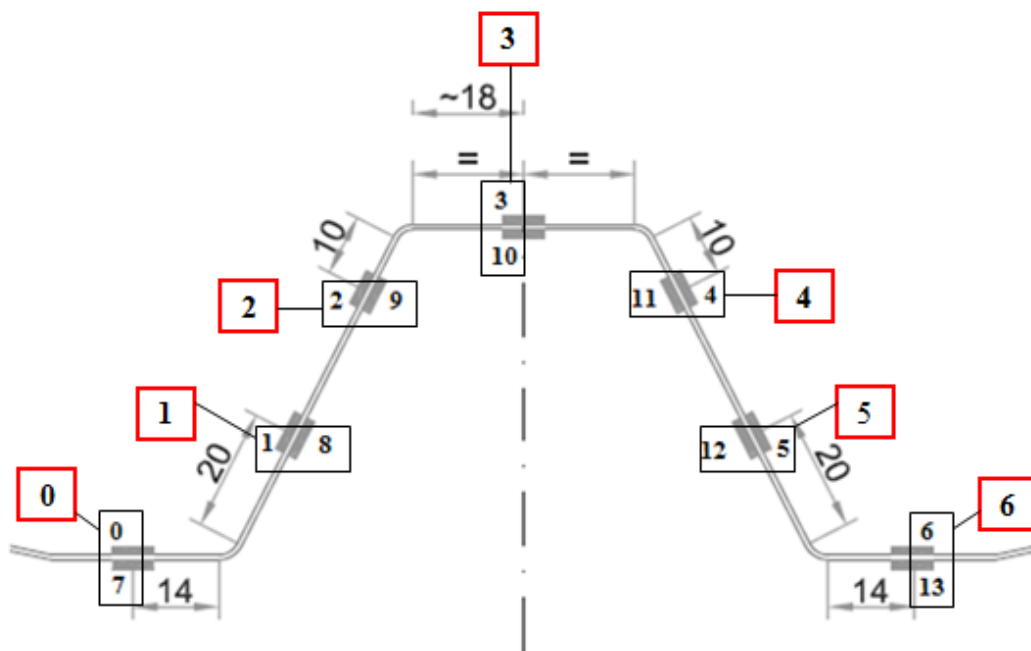
Las galgas extensiométricas se dispusieron en los especímenes PLANA-2 y EMBT-2, tal y como se hizo constar en el apartado 7.3.4.1.

Para el análisis de los resultados se toman las deformaciones que se producen en las galgas ubicadas en la misma posición por las dos caras del panel nervado, y se procede a efectuar su media. Se estudia, pues, la componente de deformación de membrana.

Al valor medio se le impone la misma numeración que las galgas ubicadas en la cara superior del panel nervado. Ello permite tener una referencia clara de la ubicación de las galgas sobre las que se ha efectuado su media, y facilita la comprensión de las gráficas que se presentarán en los apartados siguientes.

Esto es, al valor medio de las galgas 0, (cara superior), y 7, (cara inferior), se le impone la nomenclatura 0. Al valor medio de las galgas 1, (cara superior), y 8, (cara inferior), se le impone la nomenclatura 1, y así sucesivamente.

Con el fin de no llevar a confusión, en la figura 7.95 se presenta un pequeño esquema de la nomenclatura con la que nos referiremos al valor medio de las galgas.



**Figura 7.95. Nomenclatura de los valores medios de las galgas. PLANA-2.**

Tal y como se pudo observar en el apartado 7.3.4.1, los especímenes PLANA-2 y EMBT-2 poseen la misma numeración de galgas, por lo que la nomenclatura con la que nos referiremos a los valores medios será la misma para los dos especímenes, (fig.7.95).

Para el análisis de los valores medios de las galgas se procede a realizar dos tipos de gráficas:

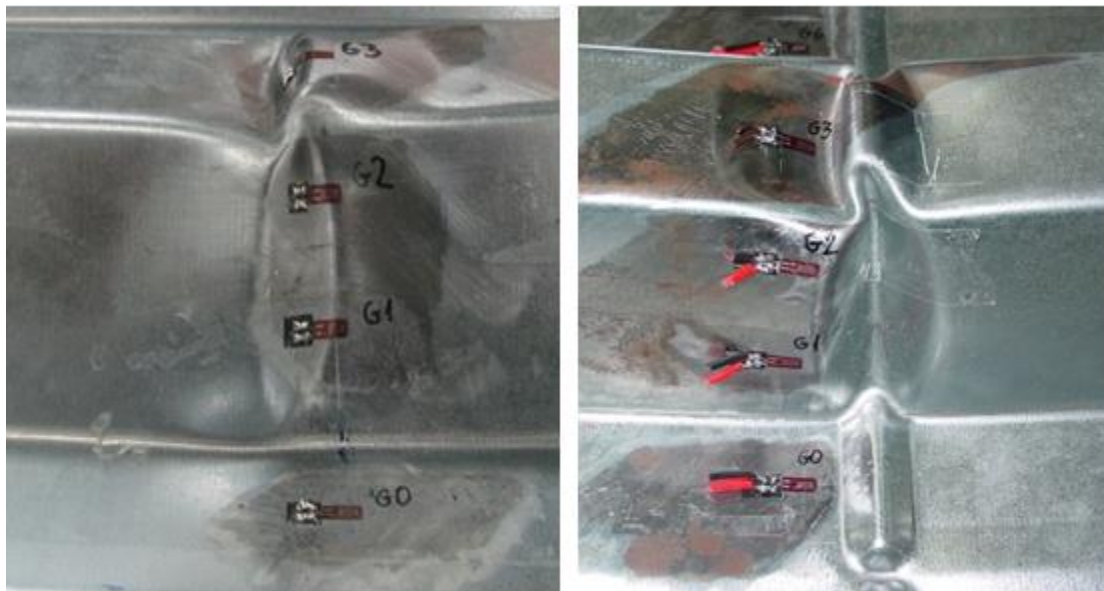
- Gráficas de carácter global: Se representan los valores medios de las galgas de cada uno de los especímenes en función de la carga aplicada durante la realización del ensayo hasta el valor de la carga última.
  - Gráficas por escalones de carga: Se representa en una misma gráfica los valores medios de las galgas de ambos especímenes para un mismo valor de carga aplicada.
- Se presenta una gráfica por cada nivel de carga. Los escalones de carga son de 1000N.

Las gráficas denominadas de carácter global se presentan en el apartado 7.4.4.2. Mediante estas gráficas se obtiene una idea genérica de las deformaciones que tuvieron lugar en los especímenes PLANA-2 y EMBT-2.

Las gráficas por escalones de carga se presentan en el apartado 7.4.4.3. Estas gráficas permiten comparar las deformaciones que se desarrollan en los elementos de sección de los especímenes PLANA-2 y EMBT-2 para un mismo valor de carga aplicada.

El estudio se ha limitado a la fase pre-colapso del perfil. En las gráficas se representan solo las deformaciones hasta la carga última.

A fin de facilitar la lectura, en la figura 7.96 se presentan los mecanismos de fallo que se desarrollaron en la línea de galgas.

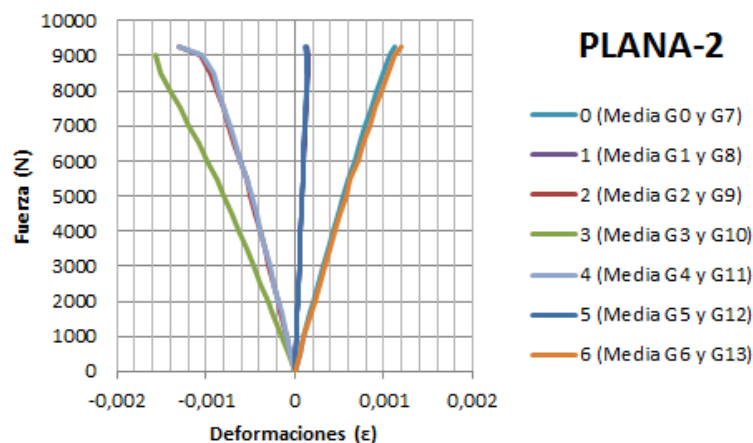


*Figura 7.96. Mecanismos de fallo en la línea de galgas. Especímen PLANA-2, (izquierda). Especímen EMBT-2, (derecha).*

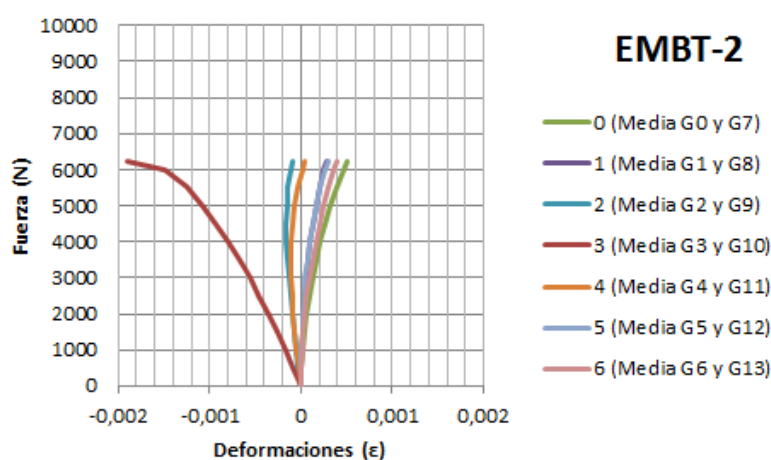
#### **7.4.4.2 Relación carga aplicada-deformaciones medias de las galgas.**

En las figuras 7.97 y 7.98, se presenta la relación carga aplicada-deformación media de las galgas en los especímenes PLANA-2 y EMBT-2.





*Figura 7.97. Relación carga aplicada-deformación media de las galgas. Especimen PLANA-2.*



*Figura 7.98. Relación carga aplicada-deformación media de las galgas. Especimen EMBT-2.*

La primera observación que se puede hacer, en base a las figuras precedentes, es que el espécimen PLANA-2 alcanza un valor de carga última entorno a los 9000N, mientras que en el espécimen EMBT-2, la carga última ronda un valor de 6000N.

La segunda observación es que en ambos especímenes el elemento de sección que más deformaciones adquiere es el ala superior, (valor medio galga n°3). Se aprecia también que en el espécimen EMBT-2, este elemento de sección adquiere valores de deformación más altos para niveles de carga más bajos.

La tercera observación es que las deformaciones que adquieren los elementos de sección en el espécimen PLANA-2 son aproximadamente simétricas y de magnitud similar.

Finalmente, también es interesante apuntar que ambos perfiles fallan para un nivel de deformación en el ala comprimida similar.

### 7.4.4.3 Especímenes EMBT-2 Vs. PLANA-2.

A continuación, en el presente apartado, se presentan las deformaciones medias de las galgas de ambos especímenes por escalones de carga.

Cada gráfica representa un escalón de carga de 1000N, y en cada una de ellas se pueden apreciar las deformaciones que adquieren los elementos de sección de ambos especímenes para un mismo nivel de carga, por lo que es factible proceder a una comparación entre ambos.

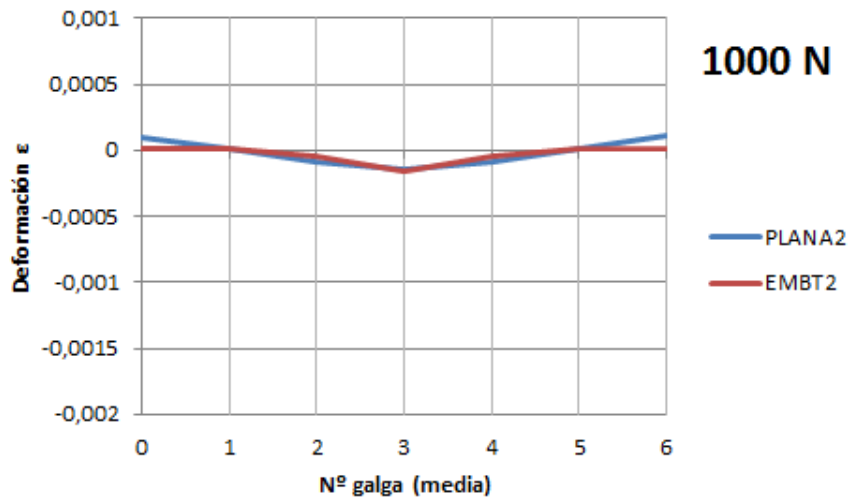


Figura 7.99. Deformaciones medias de las galgas en los especímenes PLANA-2 y EMBT-2. Nivel de carga 1000N.

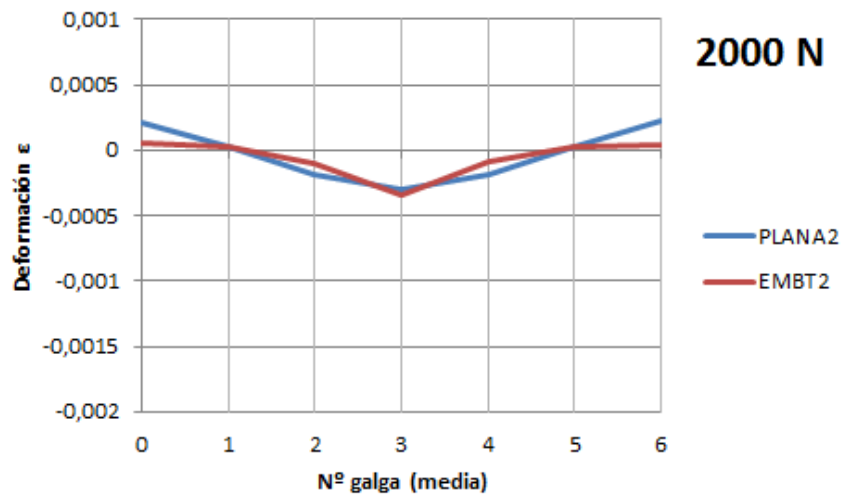


Figura 7.100. Deformaciones medias de las galgas en los especímenes PLANA-2 y EMBT-2. Nivel de carga 2000N.

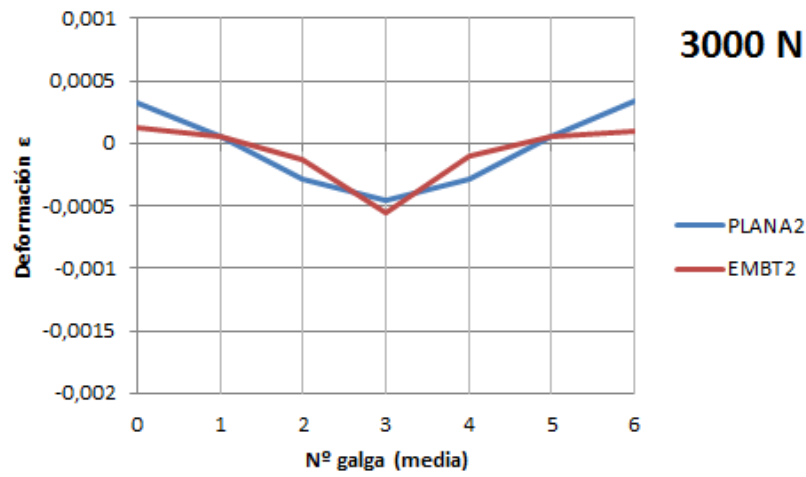


Figura 7.101. Deformaciones medias de las galgas en los especímenes PLANA-2 y EMBT-2. Nivel de carga 3000N.

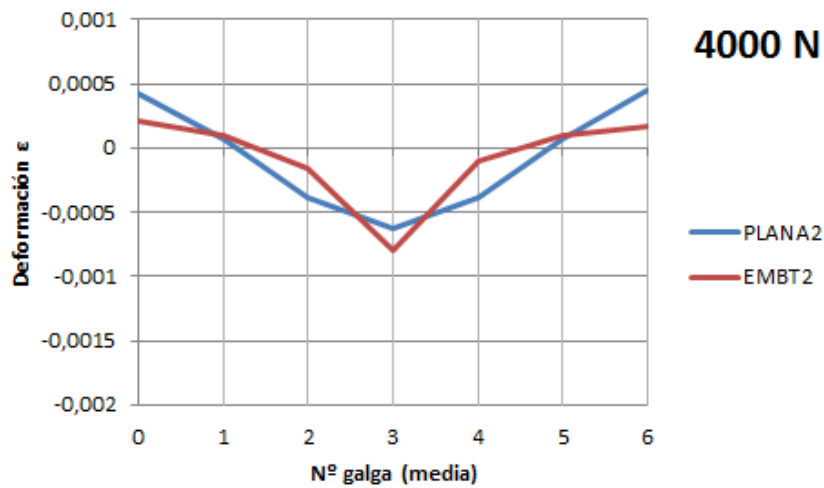


Figura 7.102. Deformaciones medias de las galgas en los especímenes PLANA-2 y EMBT-2. Nivel de carga 4000N.

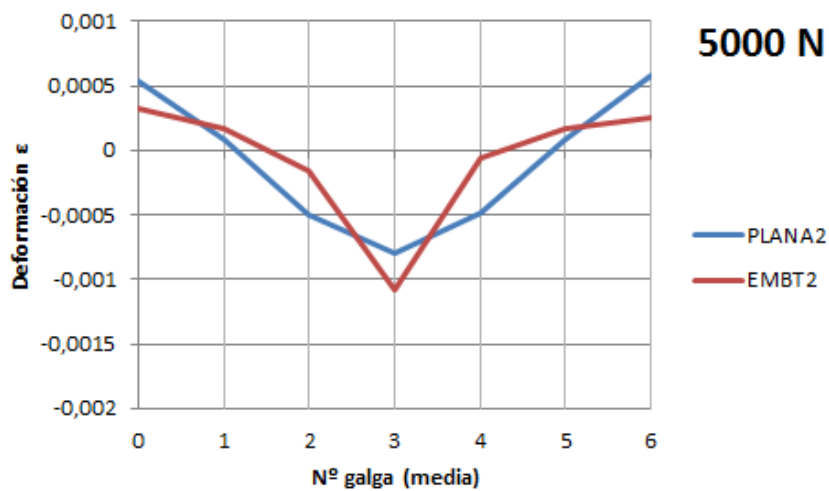
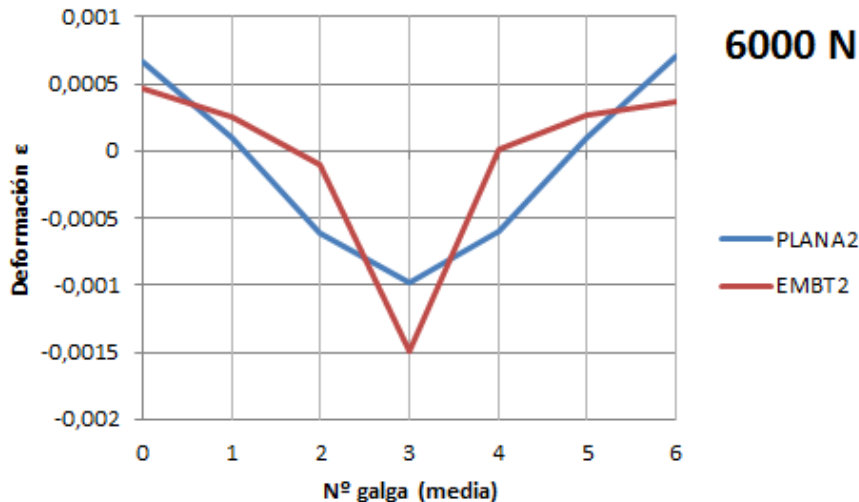


Figura 7.103. Deformaciones medias de las galgas en los especímenes PLANA-2 y EMBT-2. Nivel de carga 5000N.



*Figura 7.104. Deformaciones medias de las galgas en los especímenes PLANA-2 y EMBT-2. Nivel de carga 6000N.*

Las conclusiones que se pueden extraer de las gráficas precedentes son similares a las alcanzadas con las gráficas del apartado anterior.

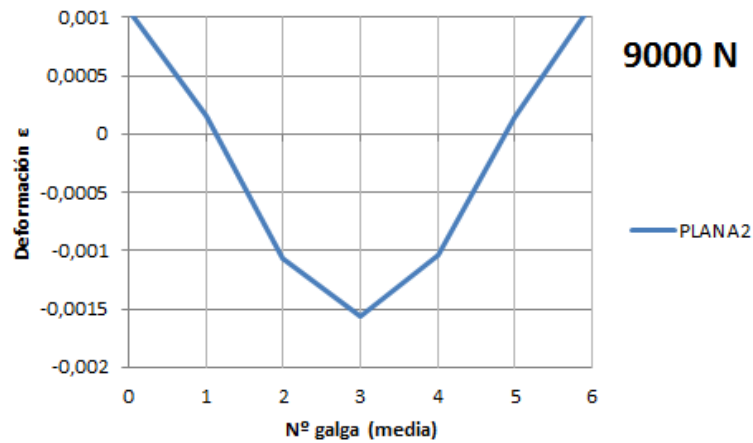
En el perfil sin embutición se observan deformaciones consistentes con la teoría de Navier-Bernoulli. Esto es, grandes deformaciones, (tensiones), de compresión en el ala superior, pequeñas deformaciones, (tensiones), en el alma, y grandes deformaciones, (tensiones), de tracción en el ala inferior.

En el perfil con embutición las mayores deformaciones toman lugar en el ala superior, mientras que en el alma y en el ala inferior, donde el proceso de conformado de la embutición ha modificado de manera significativa la geometría de la sección transversal, las deformaciones son pequeñas.

La embutición se puede entender como una gran imperfección que reduce la rigidez del alma y del ala inferior. Como consecuencia, estos elementos de sección apenas son capaces de desarrollar grandes tensiones. Esto provoca una reducción de las propiedades de la sección y, al final, resulta en la disminución global de la rigidez, tal y como se observa en la figura 7.94.

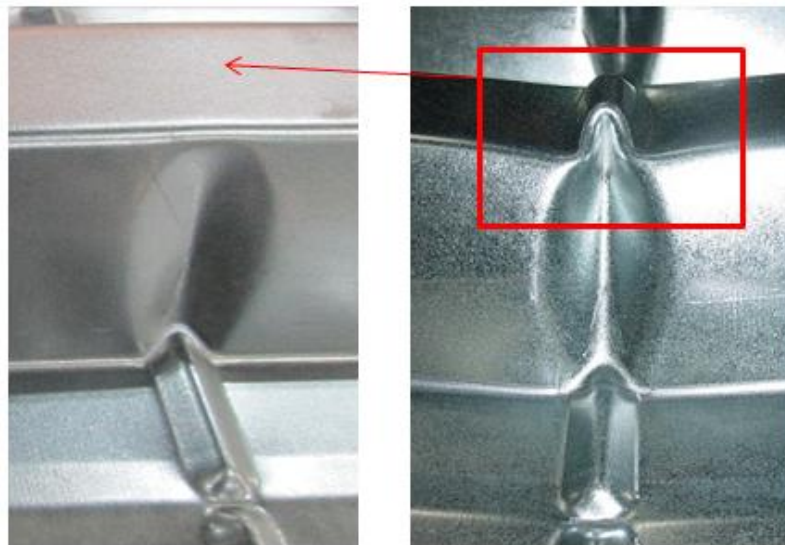
Cabe mencionar que ambos perfiles, (sin y con embutición), alcanzan la carga última para valores similares de deformaciones del ala superior, lo cual confirma que el comportamiento de estos perfiles a flexión pura positiva es dependiente del comportamiento de este elemento de sección, (véase figura 7.106).

En la figura 7.105 se presentan las deformaciones medias de las galgas del perfil sin embutición para el valor de la carga última, con el fin de que puedan ser comparadas con las de la figura 7.104.



*Figura 7.105. Deformaciones medias de las galgas. Perfil sin embutición. Carga última.*

Por último, simplemente matizar que en el perfil con embutición solamente las galgas del ala superior quedaron ubicadas dentro del mecanismo de fallo, (fig.7.96), y que el resto estaban situadas cerca de la embutición, pero no donde se desarrollan las líneas plásticas o “dentro” de la embutición, por lo que los resultados podrían mostrar algunas diferencias con los aquí presentados si se procediese a distribuir las galgas de otra manera.



*Figura 7.106. Geometría de la embutición antes de la realización del ensayo, (izquierda). Geometría de la embutición una vez se ha desarrollado el mecanismo de fallo, (derecha). Figura tomada del apartado 7.4.2.2.6.*

## 7.5 CONCLUSIONES.

Los ensayos experimentales realizados a flexión pura positiva de los paneles con y sin embutición han permitido corroborar que los resultados obtenidos en las simulaciones por el MEF, (capítulo 5), así como los modelos teóricos, (capítulo 6), son correctos, dado que:

- Los mecanismos de fallo obtenidos en los ensayos experimentales de los especímenes con y sin embutición presentan una geometría muy similar a la obtenida en las simulaciones por el MEF, (fig. 7.37 y 7.69).
- Los momentos últimos obtenidos en las simulaciones por el MEF son similares a los obtenidos en los ensayos experimentales, (tabla 7.3, apartado 7.4.1.2.4, y tabla 7.5, apartado 7.4.2.2.5)
- Los ensayos experimentales han permitido determinar que el panel nervado original ve reducida su resistencia a momento flector puro positivo en un 40% por el hecho de inducirle una embutición, (tabla 7.6, apartado 7.4.3)
- Las simulaciones por el MEF también han permitido determinar que el panel nervado original ve reducida su capacidad a momento flector puro positivo en un valor medio del 40% por el hecho de inducirle una embutición, (tabla 5.75, apartado 5.12).

Cabe destacar que dicho resultado se alcanzó por igual en las simulaciones por el MEF con el empleo de características materiales diferentes a las del acero del ensayo, (tabla 7.7, apartado 7.4.3).

Obteniéndose la misma reducción en los tres casos, se entiende que una diferencia de un 40% es un valor correcto.

- Las curvas de comportamiento obtenidas en los ensayos experimentales relativas al perfil con embutición son muy similares a las obtenidas en las simulaciones por el MEF, (apartado 7.4.2.2).
- Las curvas de comportamiento obtenidas en los ensayos experimentales relativas al perfil sin embutición presentan similitudes con las obtenidas en las simulaciones por el MEF, aunque cabe destacar los escalones de carga reflejados en las curvas post-colapso relativas a los ensayos experimentales, las cuales son debidas a la brusquedad con que se desarrolla el mecanismo de fallo tras el pandeo del ala comprimida, y a la velocidad de aplicación de la carga en los ensayos, (apartado 7.4.1.2).
- La comparación de las curvas de comportamiento del perfil con y sin embutición obtenidas en los ensayos experimentales han corroborado que la embutición ejerce un efecto similar al de una “imperfección de gran magnitud” sobre el perfil original, (apartado 7.4.3), lo cual fue apreciable también en las curvas de comportamiento obtenidas en las simulaciones por el MEF, (fig. 5.253, apartado 5.12).

- El desarrollo de los mecanismos de fallo en ambos especímenes, así como la resistencia de los perfiles, está muy relacionado con el comportamiento del ala comprimida, lo cual se pudo apreciar en las simulaciones por el MEF, en los ensayos experimentales y mediante la disposición de galgas.
- En los perfiles sin embutición el mecanismo de fallo se desarrolla tras la ocurrencia del pandeo del ala comprimida. El patrón se conforma de manera brusca en todos los elementos de sección perfil, (apartado 7.4.1)
- En los perfiles con embutición el ala comprimida no es susceptible de desarrollar un pandeo similar al del perfil sin embutición. Se desarrolla el patrón inverso, dada la imperfección que posee debido al proceso de conformado de la embutición. El patrón se conforma de manera lenta y pausada en todos los elementos de sección del perfil, siendo el ala superior el elemento que más deformaciones sufre y de cuyo comportamiento dependen el resto de los elementos de sección perfil, (apartado 7.4.2).
- El empleo de galgas ha permitido corroborar que ambos perfiles, (con y sin embutición), fallan cuando el ala superior alcanza valores de deformación similares, (apartado 7.4.4).
- Las curvas post-colapso del perfil con y sin embutición a flexión pura positiva obtenidas mediante la TGLP son similares a las obtenidas en las simulaciones por el MEF, (apartado 6.3.3.2 y apartado 6.2.1.8), las cuales a su vez son similares a las obtenidas en los ensayos experimentales, (apartado 7.4.1 y apartado 7.4.2). En base a ello, se considera que los modelos teóricos de la TGLP son buenas aproximaciones al comportamiento post-colapso del perfil.

## Capítulo 8

# 8. DISCUSIÓN DE RESULTADOS, SUMARIO Y CONCLUSIONES.

### 8.1 INTRODUCCIÓN.

El presente capítulo se divide en seis apartados. En el apartado 8.2 se realiza un breve sumario del trabajo realizado y se presentan las conclusiones particulares más relevantes en torno al comportamiento del perfil original y del perfil con embutición. Las conclusiones y observaciones particulares que se exponen en este apartado, dan pie y facilitan la exposición de las conclusiones finales y globales, las cuales se presentan en el apartado 8.3.

En el apartado 8.4, y en base a las conclusiones finales alcanzadas, se procede a la obtención de comportamiento elástico del perfil original y del perfil con embutición.

La confrontación de las curvas de los comportamientos elásticos con las curvas de comportamiento post-colapso obtenidas mediante la TGLP, permite determinar el comportamiento global del perfil original y del perfil con embutición ante las sollicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura. Tal y como es sabido, el punto de corte de ambas curvas, denominado en la TGLP “*cut-off strength*”, permite determinar la carga última de ambos perfiles.

Las curvas obtenidas de manera “manual” se comparan en este apartado con las curvas de comportamiento obtenidas en las simulaciones por el MEF, con el fin de verificar el método empleado.

Se presenta así, un método manual de carácter práctico que permite “predecir”, aproximativamente, pero de una manera sencilla, rápida y eficaz, el comportamiento del perfil



original y del perfil con embutición ante las solicitaciones analizadas, y por tanto, la reducción de resistencia que se produce en el perfil original cuando se le induce una embutición

En el apartado 8.5, se enumeran las principales investigaciones que se pretenden llevar a cabo en un futuro.

Por último, en el apartado 8.6, se exponen las aportaciones originales del presente trabajo de investigación.

## 8.2 CONCLUSIONES PARTICULARES.

Se presentan a continuación las conclusiones más relevantes en torno al comportamiento del perfil analizado en la presente tesis, (con y sin embutición), ante las solicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura, las cuales ha sido alcanzadas mediante:

- Simulaciones por el MEF, (capítulo 5).
- Análisis de los mecanismos de fallo mediante la TGLP, (capítulo 6).
- Ensayos experimentales a flexión pura positiva del perfil original y del perfil con embutición, (capítulo 7).

### 8.2.1 Perfil original.

#### a) Flexión pura positiva:

Ala superior: La resistencia del perfil sin embutición es dependiente del comportamiento del elemento de sección comprimido, esto es, del ala superior. El patrón de colapso no se desarrolla hasta que se produce el fallo de este elemento de sección, (apartado 5.12).

Los ensayos experimentales corroboran la afirmación anterior. Se pudo apreciar que el mecanismo de fallo tomaba lugar de manera brusca tras el pandeo del ala superior. El patrón se transmitía de “golpe” a todos los elementos de sección del perfil, (apartado 7.4.1.1).

Carga última: El perfil original sometido a flexión pura positiva presenta cierta sensibilidad al valor de las imperfecciones iniciales. El estudio de sensibilidad a magnitudes de imperfección mediante simulaciones por el MEF del perfil investigado, ha permitido determinar que con el empleo del primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección comprendidas entre 0-1mm, el modelo del perfil original puede sufrir una variación en el valor de la carga última de un 28,5%, (apartado 5.4.1.1.1, tabla, 5.2).

Mecanismo de fallo: El estudio de sensibilidad a la forma, (3 primeros modos), magnitud, y sentido de imperfección mediante simulaciones por el MEF, ha permitido determinar que ante esta solicitación el perfil original desarrolla siempre el mismo mecanismo de fallo. La ubicación

de la rótula es dependiente de la forma de imperfección inicial inducida al modelo, (apartado 5.4.1).

Los ensayos experimentales corroboran que el mecanismo de fallo obtenido en las simulaciones por el MEF era correcto, (apartado 7.4.1.1).

Geometría del mecanismo de fallo: El mecanismo de fallo que se desarrolla a flexión pura positiva presenta una geometría muy similar a la embutición. Dicha geometría fue obtenida tanto en las simulaciones por el MEF, (apartado 5.12, fig.5.267), como en los ensayos experimentales, (apartado 7.4.1.2.6, figuras 7.56 y 7.57).

**b) Flexión pura negativa:**

Ala inferior: El fallo del perfil sin embutición es dependiente del comportamiento del elemento de sección comprimido, esto es, del ala inferior, (apartado 5.12).

Mecanismos de fallo: Ante esta sollicitación, y en base a las simulaciones por el MEF, el perfil es susceptible de desarrollar dos patrones de colapso, (apartado 5.10):

- Mecanismo de fallo conformado por una rótula.
- Mecanismo de fallo conformado por dos rótulas.

Falta verificar en un futuro si este comportamiento puede reproducirse en un ensayo experimental.

Comportamiento elástico: El hecho de que el mecanismo de fallo esté conformado por una rótula o dos, no afecta al comportamiento elástico del perfil ni al valor de la carga última, (apartados 5.9 y 5.12, fig.5.256).

Carga última: El perfil original a flexión pura negativa presenta cierta sensibilidad al valor de las imperfecciones iniciales. El estudio de sensibilidad a magnitudes de imperfección mediante simulaciones por el MEF del perfil investigado, con el empleo del primer modo de pandeo, ha permitido determinar que la carga última sufre una variación de un 11% entre la máxima, (+2mm y -2mm), y la mínima, (+0,25mm y -0,25mm), magnitud de imperfección inducida al modelo, (apartados 5.9.2.1.3 y 5.9.3.2.3).

Comportamiento post-colapso: El desarrollo de un mecanismo de fallo conformado por una rótula o dos, únicamente afecta al comportamiento post-colapso del perfil. Dicho comportamiento se ve mejorado cuando el patrón de colapso está conformado por dos rótulas, dado que se ha de realizar más trabajo para completar el desarrollo de este patrón, (apartados 5.9.2.1.3, 5.9.3.2.3 y apartado 5.12, fig.5.256).

Influencia del rigidizador. Carga última: En el caso particular del perfil estudiado en la presente tesis, el rigidizador longitudinal del ala inferior apenas mejora el rendimiento del perfil.

La carga última del perfil con rigidizador es entre un 8%-10% superior, respecto al mismo perfil sin rigidizador, independientemente de si el mecanismo de fallo está conformado por una rótula o dos, (apartados 5.9.4 y 5.9.5).

Efecto del rigidizador en la geometría de los mecanismos de fallo: En relación a la geometría de los mecanismos de fallo, se observa que el rigidizador provoca un efecto de expansión en las líneas plásticas que se forman en el ala inferior. La variación de longitud y ángulo que se produce en dichas líneas apenas afecta al comportamiento post-colapso del perfil analizado, (apartados 5.9.4 y 5.9.5).

Se observa que en algún caso el rigidizador puede favorecer el desarrollo de un mecanismo de fallo conformado por dos rótulas, (segundo modo de pandeo, magnitud de imperfección de 0,25mm, apartado 5.9.8.1).

Ancho del ala comprimida: Un breve estudio realizado en la presente tesis, propone que el desarrollo del mecanismo de fallo conformado por “dos rótulas” puede estar relacionado con el ancho del elemento de sección comprimido, (ala inferior). La magnitud de imperfección inducida al modelo es también un factor de influencia en el desarrollo de un patrón conformado por una, o dos rótulas, (apartados 5.9.9 y 5.9.10).

Dicha conclusión ha sido alcanzada en base a que:

- Los cuatro primeros modos de pandeo relativos a las solicitaciones de flexión pura positiva y flexión pura negativa presentan la misma forma, (apartado 5.9.9.3).
- La diferencia de geometría entre solicitar al perfil original a flexión pura positiva o flexión pura negativa, reside únicamente en el ancho del ala inferior, (apartado 5.9.9.3).
- La realización de simulaciones por el MEF con el empleo de un ancho para el ala inferior de 60mm, ha devuelto en todos los casos mecanismos de fallo conformados por una sola rótula, (apartado 5.9.9.4).
- Investigaciones realizadas por diferentes autores, confirman que piezas con las mismas condiciones de contorno y carga, pueden desarrollar diferentes mecanismos de fallo en función de la relación de aspecto, espesor, magnitudes de imperfección y/o calidad del acero, (capítulo 4, apartado 4.5).

No obstante, tal y como se ha comentado anteriormente, falta verificar experimentalmente la ocurrencia de las dos rótulas.

Geometría del mecanismo de fallo conformado por una sola rótula: El mecanismo de fallo conformado por una sola rótula presenta la misma geometría que el patrón de colapso que se desarrolla en el perfil original a flexión pura positiva, (apartado 5.12, fig.5.263), y por tanto también presenta una geometría muy similar a la de la embutición.

**c) Compresión pura:**

Elementos de sección: La resistencia del perfil original es dependiente del comportamiento de todos los elementos de sección, por estar todos comprimidos, (apartado 5.12).

Mecanismos de fallo: Ante esta solicitación, y en base a las simulaciones por el MEF, el perfil original puede desarrollar dos tipos de mecanismo de fallo. Dichos patrones han sido denominados en la presente tesis, (apartado 5.4.2):

- Patrón original, (apartado 5.4.2.3.1, fig.5.76).
- Patrón inverso, (apartado 5.4.2.3.2, fig.5.79).

Ambos patrones han sido analizados y desglosados mediante la TGLP. Las simulaciones por el MEF, así como estudio realizado mediante la TGLP, corrobora que las deformaciones en los elementos de sección acontecen en sentidos opuestos y que, a efectos de comportamiento, y por tanto de cargas últimas, no tiene relevancia que se desarrolle un patrón u otro, (apartado 6.2.2 y Anexo F).

Carga última: El perfil original sometido a compresión pura presenta cierta sensibilidad al valor de las imperfecciones iniciales. El estudio de sensibilidad a magnitudes de imperfección realizado mediante simulaciones por el MEF del perfil investigado, ha determinado que la carga última sufre una variación máxima de un 16,7% para magnitudes de imperfección comprendidas entre 0,1mm y 1mm y con el empleo del primer modo de pandeo, (apartado 5.4.2.3.1, tabla 5.7).

### 8.2.2 Perfil con embutición.

Consideraciones generales: El estudio de sensibilidad a la forma, (3 primeros modos), magnitud y sentido de la imperfección inducida a los modelos del perfil con embutición mediante simulaciones por el MEF, ante las solicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura, ha permitido determinar que, (apartados 5.5 y 5.10):

- Los mecanismos de fallo se desarrollan siempre en el ancho de la embutición.
- El perfil con embutición apenas presenta sensibilidad a las formas y a las magnitudes imperfección inducidas a los modelos ante las solicitaciones analizadas. Las cargas últimas, así como las curvas de comportamiento obtenidas, fueron en todos los casos muy similares.

Se concluye que la embutición es una gran imperfección que posee el perfil, por lo que la inducción imperfecciones de pequeñas magnitudes, (del tamaño habitual utilizado en las simulaciones por el MEF), apenas afecta a su comportamiento.

**a) Flexión pura positiva:**

Ala superior: El desarrollo del mecanismo de fallo es dependiente del comportamiento del elemento de sección comprimido, esto es, del ala superior, (apartado 5.12).

Esta dependencia ha sido observada en las simulaciones por el MEF, (apartado 6.3.2), y corroborada en los ensayos experimentales, (apartado 7.4.2).

Fases de formación del mecanismo de fallo: El mecanismo de fallo se desarrolla en dos fases, (apartado 6.3.3):

- *1ª fase:* De carácter simétrico. Las primeras deformaciones toman lugar en el ala superior. Adquiridas las deformaciones pertinentes, el patrón se desarrolla por completo en todos los elementos de sección del perfil, (apartado 6.3.3, fig.6.80).
- *2ª fase:* De carácter asimétrico. Para altos niveles de plastificación, el pliegue a modo de “cubierta a dos aguas” que se ha formado en el ala superior en la primera fase, comienza a rotar sobre su base hasta acabar tumbada sobre sí misma, (apartado 6.3.3, fig.6.80).

Este comportamiento ha sido apreciado en su mayor parte en las simulaciones por el MEF. En los ensayos experimentales los especímenes no llegaron a alcanzar un grado de plastificación tan alto como el observado en las simulaciones, aunque sí se observó el comienzo de la segunda fase de formación, (apartado 7.4.2)

Efecto de la embutición: La embutición, a flexión pura positiva, ejerce sobre el perfil un efecto similar al de una “imperfección de gran magnitud” respecto al perfil original, disminuyendo su rigidez en el tramo elástico, (apartado 5.6, fig. 5.134).

Patrón inverso: El mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil con embutición se considera el inverso del que acontece en el perfil original ante dicha sollicitación, dado que:

- Las deformaciones que adquieren los elementos de sección en ambos mecanismos son inversas, (apartado 5.12, fig.5.260).
- Las curvas de comportamiento post-colapso de ambos perfiles son muy similares, (apartado 5.6, fig. 5.134).
- Deformaciones opuestas de los elementos de sección y comportamientos post-colapso semejantes se producen en patrones inversos, tal y como sucedió a compresión pura en

el perfil original, (apartado 6.2.2). Esta observación ha sido corroborada mediante la TGLP, (apartado 6.3.3).

Las líneas plásticas en el ala inferior: Se ha comprobado, mediante la TGLP, que el trabajo realizado por las líneas plásticas del ala inferior, cuando es solicitada a tracción, (tanto en el perfil original como en el perfil con embutición), es muy bajo, (apartado 6.3.3.3).

**b) Flexión pura negativa:**

Ala inferior: El elemento de sección del que depende el desarrollo del mecanismo de fallo, esto es, el ala inferior, presenta una amplia magnitud de imperfección, y ha sido plastificada durante el proceso de conformado de la embutición, por lo que ha perdido su capacidad a pandeo, y por tanto gran parte de su capacidad de ejercer resistencia a las compresiones generadas por el momento flector puro negativo, (apartado 5.12).

Mecanismo de fallo: El mecanismo de fallo toma lugar directamente por plastificación, y sin encontrar apenas resistencia a su desarrollo. El patrón de colapso se conforma en una sola fase, (apartado 5.12 y 6.4).

Geometría del mecanismo de fallo: El mecanismo de fallo presenta la misma geometría que el que se desarrolla en el perfil original ante esta sollicitación. Ello implica una adaptación perfecta entre el patrón de colapso y la geometría de la embutición, y por tanto que la resistencia ante esta sollicitación sea también baja. El mecanismo de fallo se desarrolla en este caso en el ancho de la embutición, (apartados 5.12 y 6.4).

**c) Compresión pura:**

El ala y el radio de acuerdo superior: El proceso de conformado de la embutición se ha “comido” literalmente el radio de acuerdo inferior, y ha inducido plastificaciones y grandes magnitudes de imperfección en los elementos de sección. En base a ello, la resistencia del perfil con embutición queda reducida a los elementos de sección menos afectados durante la formación de la embutición, esto es, el ala y el radio de acuerdo superior, (apartado 6.3.4).

Mecanismo de fallo: En base a las simulaciones por el MEF, el mecanismo de fallo del perfil con embutición a compresión pura presenta dos fases de formación, (apartado 6.3.4.3, fig.6.90 y fig.6.91):

- *1ª fase:* Se desarrolla en primera instancia la deformación del ala superior. En esta fase se produce el fallo, (carga última). Adquiridas las deformaciones pertinentes es cuando comienza la segunda fase.

- *2ª fase*: Se desarrollan deformaciones en el resto de los elementos de sección dando lugar a la formación completa del mecanismo de fallo.

El patrón de colapso es simétrico en ambas fases.

*El ala inferior*: Las plastificaciones, las magnitudes de imperfección, y la falta de radio de acuerdo inferior inducidas durante el proceso de conformado de la embutición en el ala inferior, provocan que este elemento de sección apenas pueda ejercer resistencia a la sollicitación de compresión pura. Se considera que el trabajo que puede desarrollar durante la formación del mecanismo es nulo, (apartado 6.3.4).

### 8.3 CONCLUSIONES FINALES.

1. ***La embutición merma la capacidad resistente del perfil***: Se concluye que las embuticiones transversales reducen significativamente la resistencia de los paneles nervados.

En el perfil estudiado en la presente tesis, donde la profundidad de embutición es máxima, las reducciones de resistencia son:

*Flexión pura positiva*: 40%, (apartado 5.12, tabla 5.75).

*Flexión pura negativa*: 60%, (apartado 5.12, tabla 5.76).

*Compresión pura*: 77%, (apartado 5.12, tabla 5.74).

La realización de ensayos experimentales a flexión pura positiva confirma que el perfil original ve reducida su resistencia en un 40% ante dicha sollicitación por el hecho de inducirle una embutición, (apartado 7.4.3, tabla 7.6).

Cabe mencionar que este resultado también se obtuvo mediante simulaciones por el MEF con el empleo de características materiales diferentes a las del acero del ensayo, (tabla 7.7, apartado 7.4.3).

2. ***Mecanismos de fallo y causas de la reducción de resistencia en el perfil con embutición***:

*Flexión pura negativa*: El “pliegue” que se induce durante la generación de la embutición en el ala inferior provoca una pérdida de rigidez en el elemento de sección que gobierna el fallo del perfil ante esta sollicitación.

La embutición y el mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil poseen una geometría muy similar, por lo que la adaptación entre ambos es casi perfecta. En este caso, el patrón de colapso no se desarrolla tras el pandeo del elemento de sección comprimido, (ala inferior), dada su falta de rigidez, sino que toma lugar por plastificación directa continuando las deformaciones iniciadas en el proceso de conformado. En base a ello, la resistencia a la formación del mecanismo es mucho menor que en el perfil original.

Estas causas provocan una reducción en la carga última y en la capacidad post-colapso del perfil, (apartados 6.3.2 y 6.4).

Flexión pura positiva: El ala superior es susceptible de ejercer cierta resistencia ante esta sollicitación, al ser el elemento de sección menos afectado por el proceso de conformado de la embutición. De ahí que la pérdida de resistencia del perfil ante esta sollicitación sea menor que a flexión pura negativa.

El perfil con embutición desarrolla un mecanismo de fallo inverso respecto al que acontece en el perfil original ante esta sollicitación, y por tanto las deformaciones de los elementos de sección son iguales y opuestas en ambos patrones. La presencia de la embutición disminuye la rigidez elástica del perfil, con lo que se acorta la curva post-colapso, y se favorece que el desarrollo del patrón acontezca para una carga menor respecto al perfil original, (apartados 6.3.3 y 6.4).

Compresión pura: La embutición inducida en el ala inferior, en el radio de acuerdo inferior, y en el alma, reduce la rigidez del perfil, el cual se deforma “a modo de acordeón” sin oponer apenas resistencia al desarrollo del mecanismo de fallo.

Los elementos de sección menos afectados por el proceso de conformado de la embutición, esto es, ala superior y radios de acuerdo superiores, son los únicos susceptibles de ejercer cierta resistencia al desarrollo del mecanismo.

En el perfil original todos los elementos de sección son susceptibles de ejercer resistencia. De ahí, que la pérdida de resistencia del perfil con embutición, respecto al perfil original, sea mayor ante esta sollicitación que a flexión pura positiva y flexión pura negativa, (apartados 6.3.4 y 6.4).

### **3. Los elementos de sección en el perfil con embutición:**

Ala inferior: Para la máxima profundidad de embutición, el ala inferior pierde parte de su rigidez a compresión y tracción, y gran parte de su resistencia a compresión. La capacidad de realizar trabajo es baja, por lo que este elemento de sección puede entenderse como un “peso muerto” para el perfil con embutición. De manera genérica, el ala inferior es siempre el elemento más afectado por el proceso de conformado de la embutición.

Ala superior: El ala superior es el elemento más susceptible de ejercer resistencia, dado que siempre está menos afectado por el proceso de conformado de la embutición. Es el elemento de sección que trabaja, (junto con la parte superior del alma), cuando el perfil está sollicitado a compresión pura y flexión pura positiva.

Alma: Dado que el proceso de conformado induce profundidades de embutición variables a lo largo del alma, este elemento de sección tiene tendencia a ejercer mayor resistencia en la zona cercana al radio de acuerdo superior, lo cual favorece en mayor grado a flexión pura positiva y compresión pura, y en menor grado a flexión pura negativa.



4. **El proceso de conformado de la embutición:** El proceso de conformado de la embutición induce en el perfil un patrón de colapso similar al que se desarrolla a flexión pura negativa, (apartados 5.12 y 6.3.2).

El desarrollo de un mecanismo de fallo implica la realización de un trabajo plástico. En base a ello, el perfil con embutición ha desarrollado ya un trabajo y la capacidad de comportamiento post-colapso es peor respecto al perfil original, (apartados 6.3 y 6.4)

Por otro lado, la geometría de la embutición provoca que el perfil sea menos rígido, por lo que el comportamiento elástico del perfil con embutición es también peor respecto al del perfil original, (apartado 5.12).

De manera más detallada, se establece que el efecto de la embutición sobre el comportamiento del perfil es el siguiente:

Comportamiento elástico: La embutición puede considerarse como una “imperfección de gran magnitud” que se induce al perfil original y que genera una pérdida de rigidez, dado que el efecto que provoca es una reducción de la pendiente de la rama elástica, (apartado 5.12). En base a ello, la pérdida de rigidez será mayor en función de la profundidad de embutición realizada.

Comportamiento post-colapso: El comportamiento post-colapso del perfil con embutición se ha determinado mediante la TGLP llevando a los modelos teóricos a un estado de deformación avanzado con el fin de tener en consideración el trabajo previo realizado durante el proceso de conformado, (apartados 6.3 y 6.4). En base a ello, la reserva plástica del perfil con embutición es menor respecto a la del perfil original.

Por otro lado, la reducción de pendiente de las ramas elásticas provoca que el punto de corte con las ramas plásticas en la TGLP, (“*cut-off strength*”), se produzca en un punto posterior respecto al perfil original, (apartados 6.3 y 6.4).

Teniendo en cuenta estos aspectos, las ramas plásticas del perfil con embutición son más cortas que las del perfil original, lo que se traduce en una peor capacidad de comportamiento post-colapso.

5. **La profundidad de embutición:** El trabajo de investigación realizado permite evaluar, a grandes rasgos, el efecto de la profundidad de embutición sobre el comportamiento del perfil, dado que:

Máxima profundidad de embutición: El comportamiento global del perfil con la máxima profundidad de embutición que la máquina es capaz de realizar ha sido determinado en el trabajo de investigación realizado, (véase apartado 8.4):

- Comportamiento elástico:

*Flexión pura:* Para la máxima profundidad de embutición, el ala inferior se considera un “peso muerto” para el perfil. En base a ello, el momento de inercia puede ser

determinado, de manera aproximada, sin tener en consideración la aportación de este elemento de sección, (véase apartado 8.4)

*Compresión pura:* El perfil con embutición se deforma “a modo de acordeón” debido a las profundidades de embutición inducidas en el ala inferior y en el alma del perfil. En base a ello, y de manera simplificada, se puede tomar como área del perfil con embutición, el área relativa al ala superior, (véase apartado 8.4)

- Comportamiento post-colapso:

El comportamiento post-colapso del perfil con embutición, ante las solicitaciones de flexión pura y compresión pura, se puede determinar con los modelos teóricos desarrollados mediante la TGLP, (apartado 6.3).

Diferentes profundidades de embutición: En la presente tesis se ha analizado el perfil original, y el perfil con la máxima profundidad de embutición que la máquina de estampación es capaz de realizar. En base a ello, el comportamiento global del perfil afectado por diferentes profundidades de embutición puede ser “evaluado”, a grandes rasgos, teniendo en consideración que:

- Comportamiento elástico:

Entre las ramas elásticas del perfil original y el perfil con embutición se encuentran acotados todos los comportamientos elásticos posibles que se pueden generar en el perfil analizado en función de la profundidad de embutición realizada, (véase apartado 8.4).

- Comportamiento post-colapso:

Entre las ramas post-colapso del perfil original y del perfil con embutición, obtenidas mediante la TGLP, se encuentran acotados todos los comportamientos plásticos posibles que se pueden generar en el perfil en función de la profundidad de embutición realizada, (véase apartado 8.4).

La estimación aproximada de la carga última requiere la realización de más investigaciones. No obstante, se considera relevante matizar que se espera que el procedimiento desarrollado mediante la TGLP, (apartado 6.3), permita obtener el comportamiento post-colapso de perfiles con diferentes profundidades de embutición, dado que:

- Es factible reproducir una geometría similar a la de la embutición de diferentes profundidades mediante el proceso desarrollado con la TGLP, (apartado 6.3.2).
- Determinada la geometría de embutición, con la profundidad efectuada, es posible obtener el comportamiento post-colapso del perfil con embutición a flexión pura negativa, (apartado 6.3.2), y también a flexión pura positiva, (apartado 6.3.3), y a compresión pura, (apartado 6.3.4), empleando el concepto de “*magnitud de imperfección equivalente*”.

## 8.4 DETERMINACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DEL PERFIL CON Y SIN EMBUTICIÓN.

En este apartado, se presenta un método manual de carácter práctico que permite obtener de una manera sencilla el comportamiento global del perfil original y del perfil con embutición analizado ante las sollicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura.

Este método manual permite, por tanto, “predecir” de manera aproximada el valor de la carga última de ambos perfiles.

El presente apartado, 8.4, se divide en cuatro sub-apartados. En el sub-apartado 8.4.1, se determinan las propiedades del perfil original y se procede al trazado de las curvas relativas al comportamiento elástico de dicho perfil ante las sollicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura. Dicho comportamiento se confronta con las curvas de comportamiento post-colapso obtenidas mediante la TGLP ante dichas sollicitaciones.

El punto de corte de ambas curvas, denominado en la TGLP “*cut-off strength*”, determina el valor de la carga última.

Las curvas manuales se comparan con las curvas obtenidas mediante simulaciones por el MEF.

En el apartado 8.4.2, se realiza el mismo procedimiento que el apartado anterior, 8.4.1, pero relativo al perfil con embutición. Ahora bien, en este caso se tienen que determinar las propiedades de rigidez efectivas en base a las conclusiones de los puntos 8 y 9, (apartado 8.3).

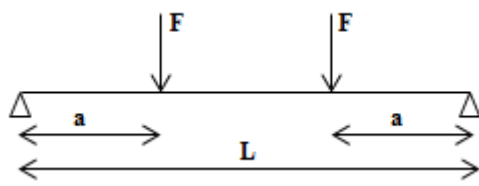
En el apartado 8.4.3, se presentan las curvas de comportamiento del perfil original y del perfil con embutición obtenidas de manera manual, y se comparan con las curvas de comportamiento obtenidas mediante simulaciones por el MEF. El objetivo es ofrecer una visión global del método empleado y de los resultados obtenidos.

Por último, en el apartado 8.4.4, se realizan una serie de observaciones relativas al método presentado.

### 8.4.1 Método práctico para determinar el comportamiento global del perfil original.

#### a) Flexión pura positiva:

La curva relativa al comportamiento elástico del perfil original se obtiene a partir de las expresiones que determinan el giro y el momento de una viga biapoyada sollicitada a dos cargas puntuales simétricas.



$$M = F \cdot a$$

$$\theta_A = \theta_B = \frac{F \cdot a \cdot (L - a)}{2EI}$$

**Figura 8.1. Viga biapoyada solicitada a dos cargas puntuales simétricas.**

Los parámetros que definen la geometría de la viga, y la posición de la carga, se toman del modelo realizado a flexión pura positiva en las simulaciones por el MEF.

Imponiendo valores de fuerza F, se obtiene el valor del momento y giro correspondiente

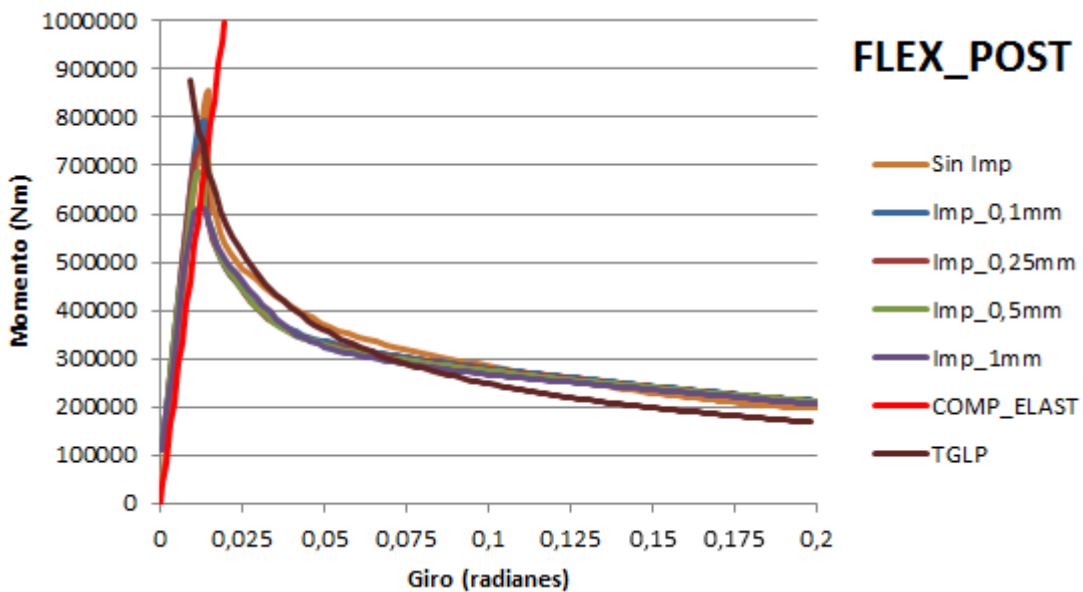
Dado que:

$$E = 210000 \frac{N}{mm^2}$$

$$I_y = 87807,3mm^4. \text{ (Momento de inercia de la sección completa original).}$$

La determinación de la curva que define el comportamiento elástico del perfil original es sencilla de obtener.

En la figura 8.2, se presenta la curva elástica obtenida mediante el procedimiento presentado, y se procede a compararla con la curva que define el comportamiento post-colapso del perfil original a flexión pura positiva obtenida mediante la TGLP.



**Figura 8.2. Comparación del comportamiento del perfil sin embutición a flexión pura positiva obtenido de manera manual con el obtenido en las simulaciones por el MEF.**

En la figura 8.2 se puede apreciar que el método manual aproxima con bastante corrección el comportamiento global del perfil original ante la sollicitación de flexión pura positiva, dada la similitud que presentan las curvas obtenidas con las curvas de comportamiento relativas a las simulaciones por el MEF.

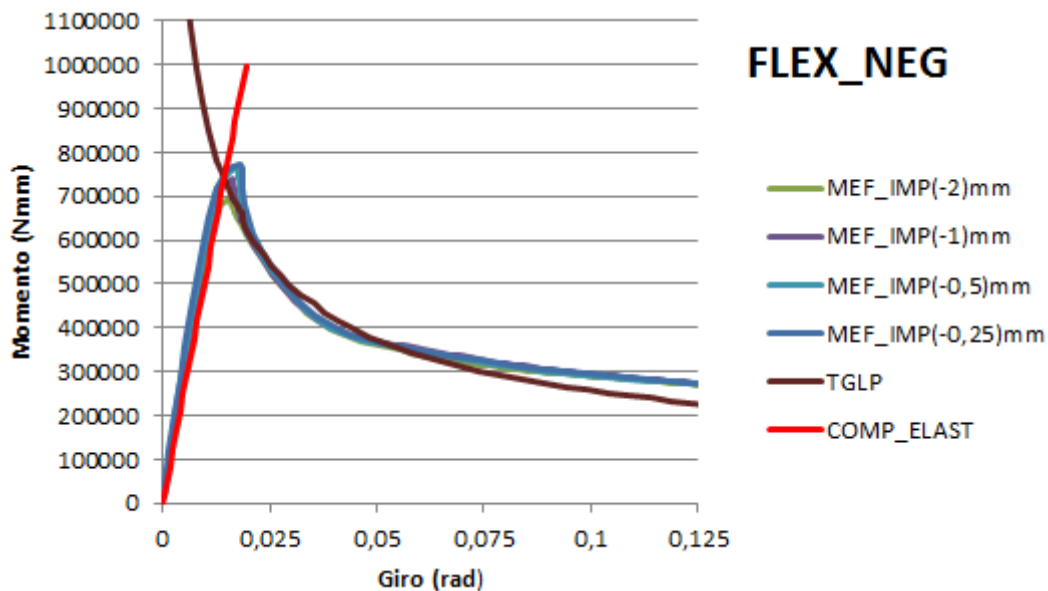
En la comparativa se observa que el valor de la carga última “manual”, se encuentra acotado entre los valores de las cargas últimas obtenidas mediante simulaciones por el MEF con el empleo de magnitudes de imperfección de 0,25mm y 0,5mm.

En base a ello, se puede considerar que el método manual devuelve una carga última aceptable y que por tanto es factible emplear este método para “predecir”, con bastante corrección, el comportamiento del perfil original ante la sollicitación de flexión pura positiva.

#### b) Flexión pura negativa:

La curva relativa al comportamiento elástico del perfil sin embutición a flexión pura negativa, es la misma que la obtenida a flexión pura positiva, dado que la inercia del perfil se considera que no varía.

En la figura 8.3, se confronta el comportamiento elástico del perfil original a flexión pura negativa obtenido de manera manual, con el comportamiento post-colapso obtenido mediante la TGLP para dicha sollicitación.



*Figura 8.3. Comparación del comportamiento del perfil sin embutición a flexión pura negativa obtenido de manera manual con el obtenido en las simulaciones por el MEF.*

En la figura 8.3, se puede apreciar como las curvas de comportamiento obtenidas de manera manual se acercan con corrección a las obtenidas mediante simulaciones por el MEF.

Se observa que la carga última manual queda acotada entre los valores de las cargas últimas obtenidas mediante simulaciones por el MEF con el empleo de magnitudes de imperfección comprendidas entre 1mm y 2mm. En base a ello, el procedimiento manual devuelve un valor aceptable, o ligeramente conservador.

Teniendo en cuenta los resultados presentados, se considera que este procedimiento permite “predecir”, con bastante corrección, el comportamiento del perfil sin embutición a flexión pura negativa.

**c) Compresión pura:**

El comportamiento elástico del perfil sin embutición a compresión pura se determina empleando la expresión que define el acortamiento de un elemento lineal solicitado a un axil puro.

$$\Delta L = \frac{F \cdot L}{A \cdot E}$$

Como longitud se toma la empleada en las simulaciones por el MEF, y dado que:

$$E = 210000 \frac{N}{mm^2}$$

$A = 191 \text{ mm}^2$ . (Área de la sección completa original).

Imponiendo fuerzas en la expresión anterior, se obtienen los valores de los acortamientos.

En la figura 8.4, se confronta el comportamiento elástico del perfil sin embutición a compresión pura obtenido de manera manual, con el comportamiento post-colapso obtenido mediante la TGLP para dicha sollicitación.

En dicha figura, (fig.8.4), se observa que el comportamiento global del perfil original a compresión pura obtenido de manera “manual”, se acerca a las curvas de comportamiento obtenidas mediante simulaciones por el MEF.

Concretamente, la carga última “manual” se acerca con corrección a la carga última obtenida mediante simulaciones por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección de 0,1mm.

En este caso la carga última no es tan conservadora como en los casos precedentes, aunque a grandes rasgos, se observa que el método manual permite “predecir” con bastante corrección el comportamiento del perfil sin embutición a compresión pura.

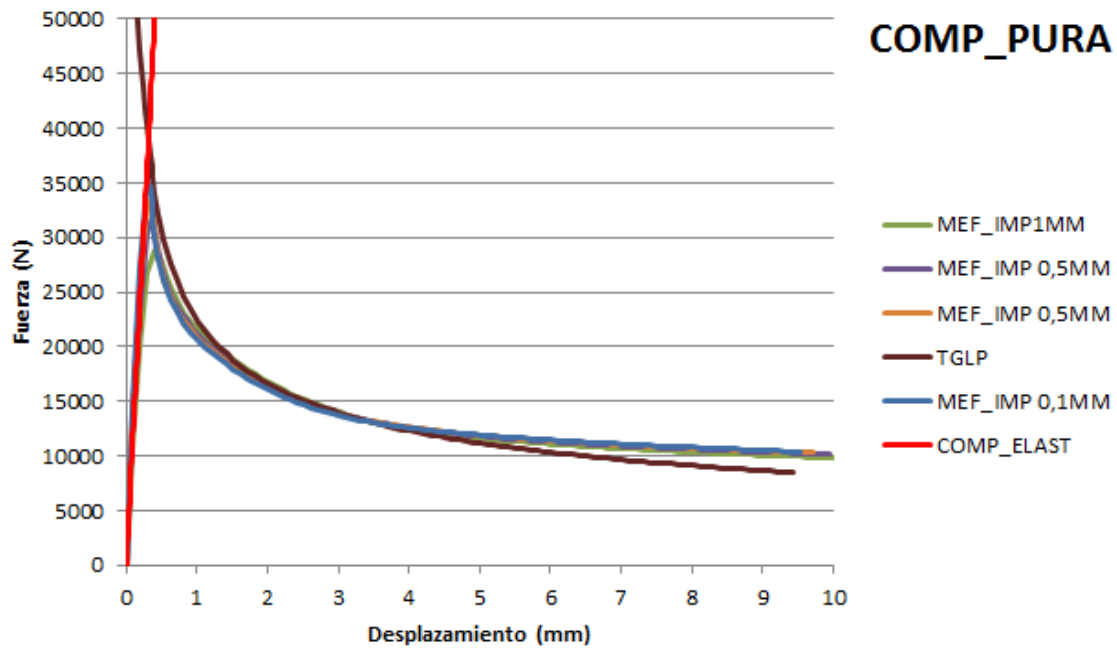


Figura 8.4. Comparación del comportamiento del perfil sin embutición a compresión pura obtenido de manera manual con el obtenido en las simulaciones por el MEF.

#### 8.4.2 Método práctico para determinar el comportamiento global del perfil con embutición.

El comportamiento elástico del perfil con embutición ante las sollicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura, se determina siguiendo el mismo proceso que el empleado para el perfil original.

Obviamente, las propiedades del perfil con embutición no son las mismas que las del perfil original, dado que el proceso de conformado de la embutición altera las características mecánicas del perfil base.

En base a las conclusiones presentadas en los puntos 8 y 9 del apartado 8.3, y como procedimiento práctico para determinar el comportamiento elástico del perfil con embutición, se procede a:

- Determinar la inercia del perfil con embutición a partir de la sección del perfil original y sin tener en consideración la aportación del ala inferior.
- Asumir que el área del perfil con embutición, es la relativa al área del ala superior del perfil original.

Realizando dicho proceso, el valor de la inercia es:

$$I_y = 37216mm^4$$

Y el valor del área es:

$$A_{ala\ superior} = 36 \cdot 0,8 = 28,8\ mm^2$$

Dichos valores son los empleados para determinar el comportamiento elástico del perfil con embutición ante las solicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura.

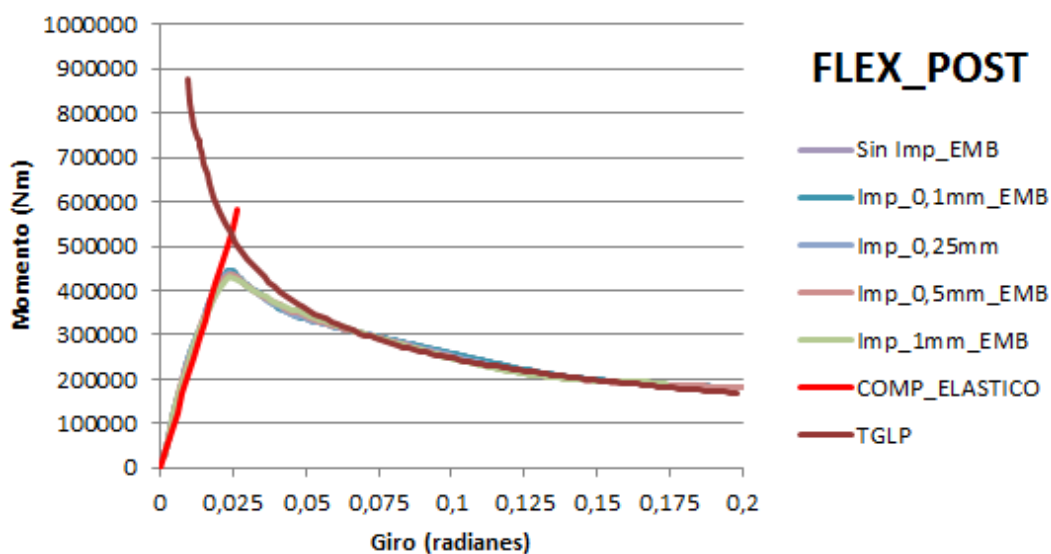
**a) Flexión pura positiva:**

En la figura 8.5, se confronta el comportamiento elástico del perfil con embutición a flexión pura positiva obtenido de manera manual, con el comportamiento post-colapso del perfil con embutición obtenido mediante la TGLP ante dicha solicitación.

En la figura 8.5, se puede apreciar que el comportamiento elástico, así como el comportamiento post-colapso, obtenido de manera “manual”, es similar al reflejado por las curvas de comportamiento obtenidas en las simulaciones por el MEF.

En dicha figura se observa que la carga última “manual” presenta un valor no conservador respecto a los reflejados por las curvas relativas a las simulaciones por el MEF.

Tal y como se ha comentado en reiteradas ocasiones, la TGLP es una técnica límite por cota superior, por lo que suele ser habitual que la carga última obtenida mediante el empleo de esta técnica sea superior respecto a la curva de referencia con la que se compara, ya sea analítica o experimental.



**Figura 8.5. Comparación del comportamiento del perfil con embutición a flexión pura positiva obtenido de manera manual con el obtenido en las simulaciones por el MEF**



A grandes rasgos, el procedimiento empleado permite “predecir” el comportamiento del perfil con embutición a flexión pura positiva, aunque con ciertas limitaciones en el valor de la carga última para el caso presentado.

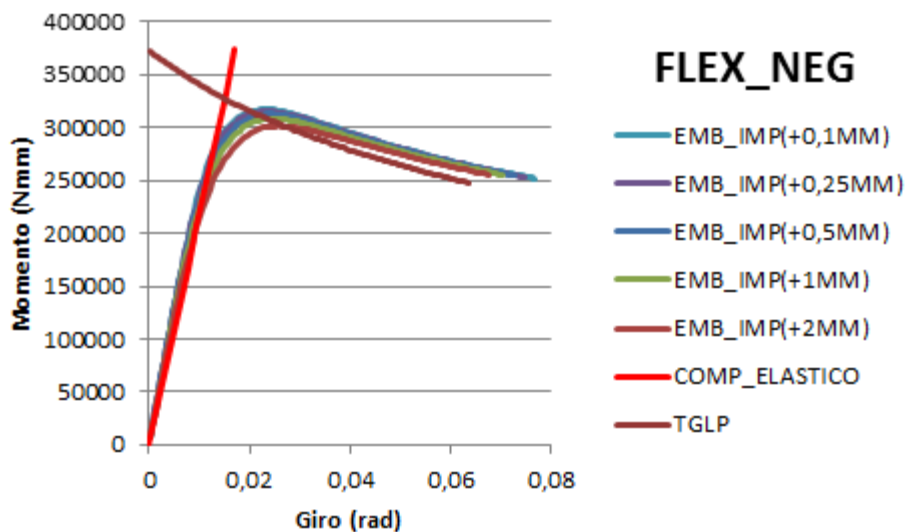
**b) Flexión pura negativa:**

En la figura 8.6, se confronta el comportamiento elástico del perfil con embutición a flexión pura negativa obtenido de manera manual, con el comportamiento post-colapso obtenido mediante la TGLP.

En dicha figura, (fig.8.6), se puede apreciar como las curvas de comportamiento “manuales” son muy similares a las curvas de comportamiento obtenidas mediante simulaciones por el MEF.

Se observa que la carga última “manual” no es exactamente coincidente con el punto donde las curvas obtenidas mediante simulaciones por el MEF alcanzan la carga última, dada la curvatura que presentan estas últimas en el cambio del comportamiento elástico al plástico.

A pesar de esta falta de coincidencia gráfica, el valor de la carga última “manual” sería muy similar al obtenido mediante simulaciones por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección de 0,1mm.



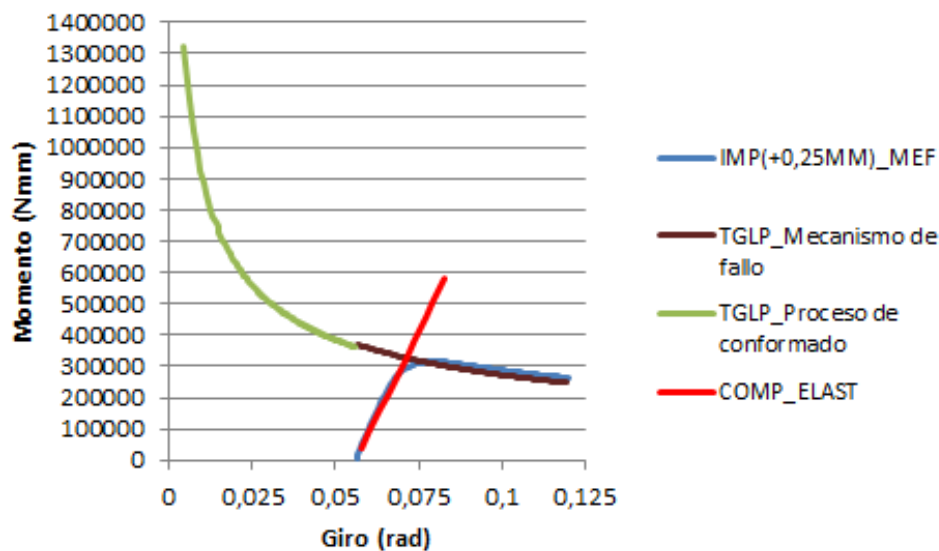
*Figura 8.6. Comparación del comportamiento del perfil con embutición a flexión pura negativa obtenido de manera manual con el obtenido en las simulaciones por el MEF*

Teniendo en cuenta la baja diferencia observada entre los valores de las cargas últimas obtenidas mediante simulaciones por el MEF con el empleo de diferentes magnitudes de imperfección, se considera que el método manual empleado permite “predecir” con bastante el corrección el comportamiento global del perfil con embutición a flexión pura negativa.

En la figura 8.7, se procede a representar en la misma gráfica:

- El comportamiento post-colapso del perfil original durante el proceso de conformado de la embutición.
- El comportamiento post-colapso del perfil con embutición a flexión pura negativa.
- El comportamiento elástico del perfil con embutición a flexión pura negativa.
- El comportamiento del perfil con embutición obtenido mediante simulaciones por el MEF con el empleo del primer modo de pandeo y una magnitud de imperfección de 0,25mm.

En la gráfica de la figura 8.7, se observa como el método “manual” empleado permite “predecir”, la pérdida de capacidad plástica del perfil original debido al proceso de conformado de la embutición, así como, el comportamiento global del perfil con embutición a flexión pura negativa.



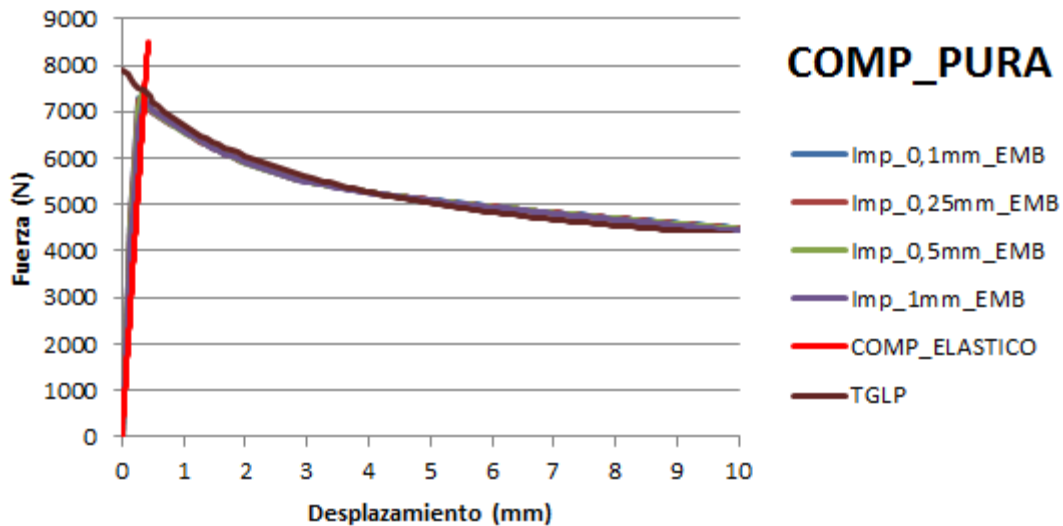
*Figura 8.7. Comportamiento del perfil con embutición a flexión pura negativa vs Proceso de conformado de la embutición.*

### c) Compresión pura:

El comportamiento elástico del perfil con embutición a compresión pura se determina siguiendo el mismo procedimiento que el empleado para el perfil original.

Tal y como se expuso al comienzo de este sub-apartado, 8.4.2, el área empleada es la relativa al área del ala superior del perfil original, ( $28,8 \text{ mm}^2$ )

En la figura 8.8, se confronta el comportamiento elástico del perfil con embutición a compresión pura obtenido de manera manual, con el comportamiento post-colapso obtenido mediante la TGLP.



*Figura 8.8. Comportamiento del perfil con embutición a flexión pura negativa vs proceso de conformado de la embutición.*

En la figura 8.8 se puede apreciar como el comportamiento del perfil con embutición a compresión pura obtenido de manera manual es muy similar al obtenido en las simulaciones por el MEF.

Se observa también que la carga última “manual” alcanza un valor muy similar al obtenido mediante simulaciones por el MEF.

En base a ello, se considera que procedimiento manual empleado permite “predecir” con bastante corrección el comportamiento del perfil con embutición a compresión pura.

#### 8.4.3 Perfil con embutición Vs. Perfil original.

A modo de resumen, se comparan en este apartado, (8.4.3), el comportamiento del perfil original, y del perfil con embutición, obtenidos con el método manual empleado, ante las sollicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura.

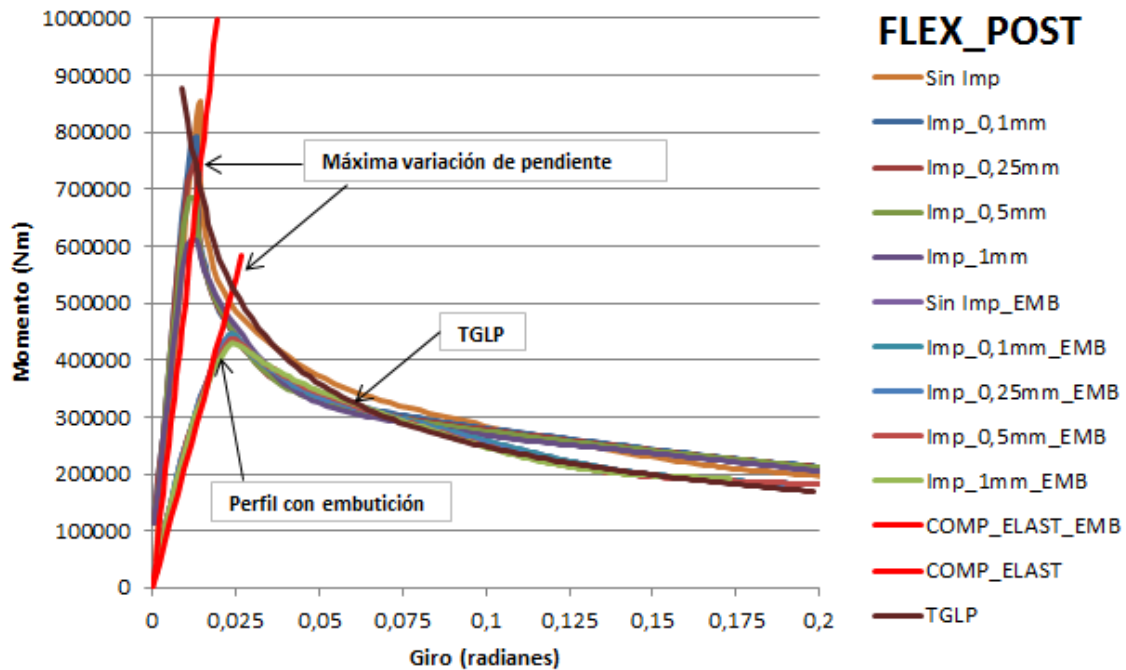
Dichas comportamientos también se comparan con los obtenidos en las simulaciones por el MEF ante las mismas sollicitaciones, con el empleo del primer modo de pandeo y diferentes magnitudes de imperfección.

Dichas gráficas permiten apreciar como el método manual es válido para “predecir” la reducción de resistencia que se produce en el perfil original por el hecho de inducirle una embutición.

En dichas gráficas también se puede observar la pérdida de rigidez que experimenta el perfil original tras el proceso de conformado de la embutición, dada la variación de pendiente que experimenta la rama elástica tras la realización de dicho proceso.

Teniendo en cuenta que la embutición analizada en la presente tesis presenta la máxima profundidad que la máquina de estampación es capaz de realizar, las gráficas que a continuación se exponen reflejan la máxima pérdida de capacidad que puede experimentar el panel nervado analizado tras la generación de la embutición.

**a) Flexión pura positiva:**



*Figura 8.9. Comportamiento del perfil con embutición y del perfil original a flexión pura positiva.*

**b) Flexión pura negativa:**

En la figura 8.10, se presentan los mismos comportamientos que en la gráfica 8.9, pero relativos a la sollicitación de flexión pura negativa.

En la figura 8.11, se realiza una variación de la gráfica de la figura 8.10, presentando el proceso de conformado de la embutición y el comportamiento post-colapso del perfil con embutición a flexión pura negativa.

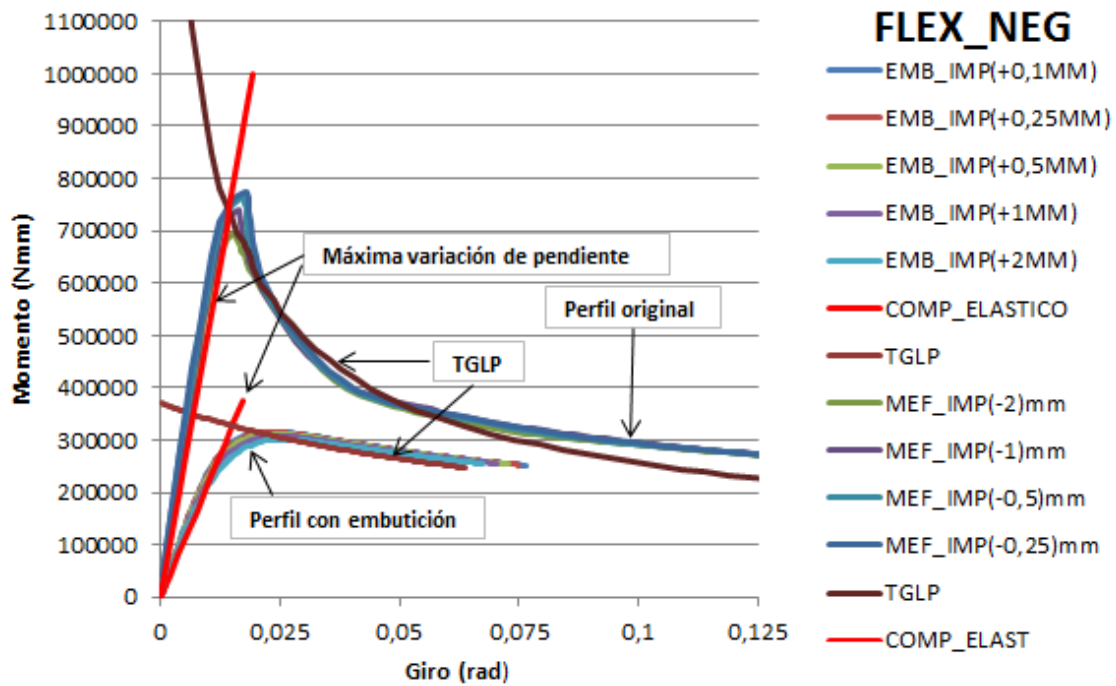


Figura 8.10. Comportamiento del perfil con embutición y del perfil original a flexión pura negativa.

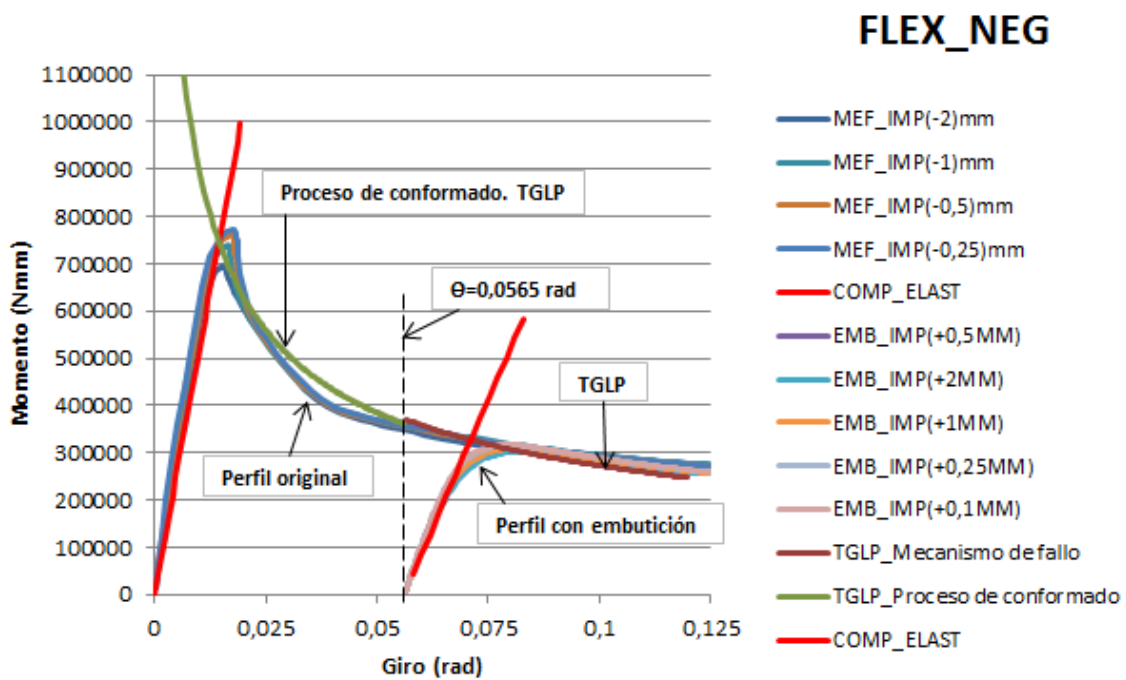
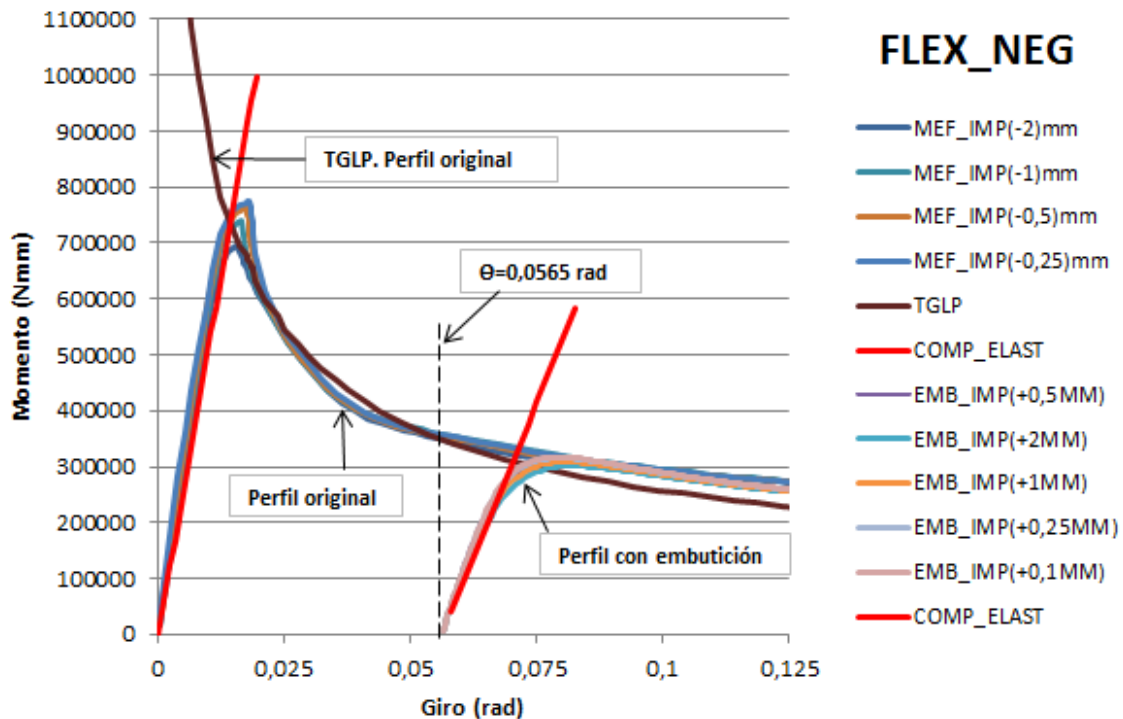


Figura 8.11. Comportamiento del perfil con embutición y del perfil original a flexión pura negativa.

La figura 8.11, es representativa de la pérdida de capacidad resistente, tanto elástica como plástica, que se produce en el perfil original tras el proceso de conformado de la embutición.

Se aprecia también como las ramas plásticas relativas al perfil con embutición, obtenidas mediante simulación por el MEF, son coincidentes con las ramas plásticas relativas al perfil sin embutición, obtenidas también mediante simulación.

En la figura 8.12, se presentan las mismas relaciones que en la gráfica 8.11, pero presentando únicamente el comportamiento post-colapso del perfil original a flexión pura negativa obtenido mediante la TGLP.



*Figura 8.12. Comportamiento del perfil con embutición y del perfil original a flexión pura negativa.*

Este procedimiento podría ser también empleado para determinar el comportamiento del perfil original y del perfil con embutición a flexión pura negativa de manera manual, aunque se observa que el comportamiento plástico del perfil con embutición sería algo más grosero que en la gráfica anterior.

En relación a la carga última sería algo más conservador. Como método rápido y eficaz, esta forma también podría ser empleada.

### c) Compresión pura:

En la figura 8.13, se aprecia como el método manual devuelve un comportamiento muy similar al obtenido mediante simulaciones por el MEF, por lo que se considera un método lo suficientemente correcto para “predecir” el comportamiento del perfil original y del perfil con embutición.

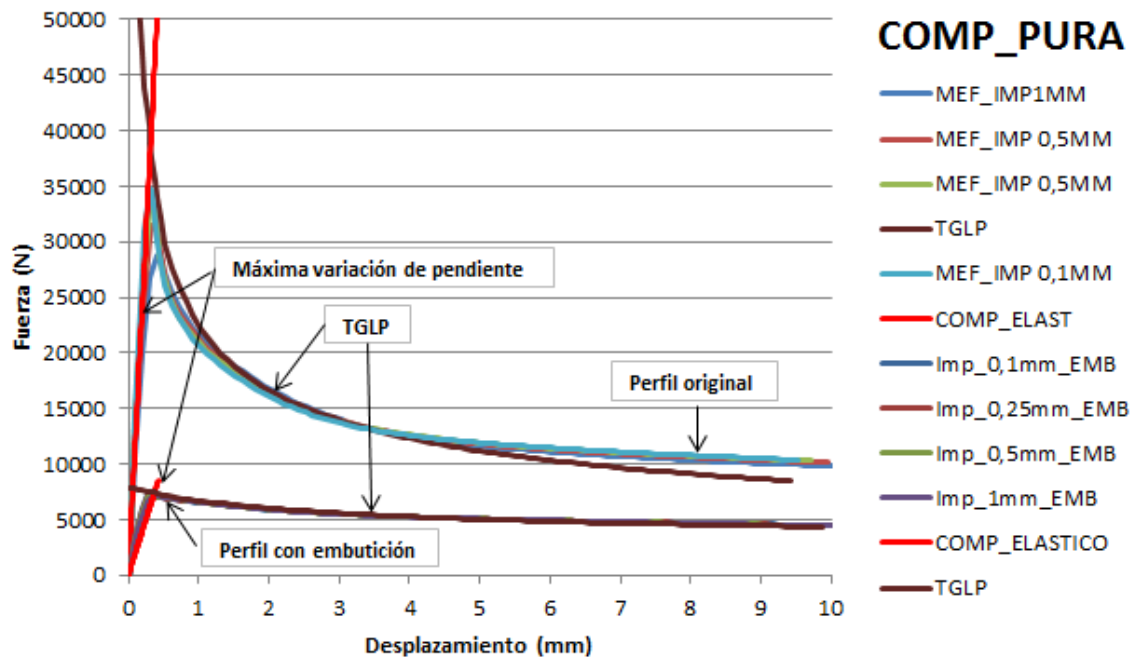


Figura 8.13. Comportamiento del perfil con embutición y del perfil original a compresión pura.

#### 8.4.4 Observaciones.

En base a los resultados obtenidos, se puede decir que el procedimiento manual empleado permite “predecir” con bastante corrección el comportamiento del perfil original y del perfil con embutición ante las sollicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura.

En todos los casos, el comportamiento elástico, el comportamiento post-colapso, y el valor de la carga última, obtenidos con el método manual, son similares a los obtenidos mediante simulaciones por el MEF, aunque habría que hacer un matiz para el caso de flexión pura positiva del perfil con embutición, donde la valoración de la carga última difiere ligeramente de la obtenida mediante simulación.

Dado que este procedimiento se presenta a nivel práctico, el empleo de la regla del 10% podría subsanar el caso de flexión pura positiva.

A grandes rasgos, el procedimiento manual se presenta como método sencillo, rápido, y práctico que permite “predecir”:

- El comportamiento del perfil original.
- El comportamiento del perfil con embutición.
- La reducción de resistencia del perfil original tras el proceso de conformado de la embutición.

- El comportamiento post-colapso del perfil original durante la generación de la embutición.

A mayores se espera que dicho método pueda ser aplicable a distintas profundidades de embutición, aunque dicho proceso ha de ser verificado.

## 8.5 FUTURAS INVESTIGACIONES.

En futuras investigaciones se procederá a:

1. Realizar ensayos experimentales a flexión pura negativa del perfil original y del perfil con embutición.
2. Analizar el efecto de la profundidad de embutición.
3. Estudiar la posible interacción entre embuticiones en función de la separación entre las mismas.
4. Estudiar y analizar el comportamiento global de paneles completos curvados mediante estampación.
5. Validar el trabajo de la presente tesis para paneles trapezoidales de geometría distinta a la investigada.
6. Estudiar en mayor profundidad el proceso de conformado de la embutición y sus consecuencias en la capacidad del perfil: tensiones residuales, endurecimiento por deformación y configuración final de la embutición.

## 8.6 APORTACIÓN ORIGINAL DE LA TESIS.

1. Se ha determinado, por primera vez, el efecto que provoca la inducción de una embutición transversal en un perfil con el fin de proceder al curvado del mismo.
2. El presente trabajo de investigación ha permitido determinar:
  - La causas que provocan la reducción de resistencia de un perfil por el hecho de inducirle una embutición transversal.
  - Qué elementos de sección gobiernan el fallo del perfil original y del perfil con embutición ante las sollicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura.
  - Cómo se comportan los elementos de sección del perfil original y del perfil con embutición, y qué trabajo aportan durante la formación de los mecanismos de fallo.
3. Se aporta un procedimiento manual de carácter práctico que permite predecir el comportamiento de un perfil, antes y después de ser afectado por una embutición transversal, ante las sollicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura, lo cual no había sido realizado hasta la fecha.



Dicho procedimiento permite evaluar, y estimar con bastante corrección, la pérdida de rigidez y resistencia que se produce en el perfil original tras la inducción de una embutición.

4. Este procedimiento manual se ha desarrollado tras la realización de los siguientes estudios originales:
  - La determinación, mediante la TGLP, del comportamiento post-colapso de un perfil trapezoidal ante las sollicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura.
  - El análisis, mediante la TGLP, de cómo varía el comportamiento post-colapso de un perfil trapezoidal tras la inducción de una embutición transversal ante las sollicitaciones de flexión pura positiva, flexión pura negativa y compresión pura.
  - La estimación, mediante la TGLP, del comportamiento post-colapso de un perfil durante el proceso de conformado de una embutición transversal.
  - La estimación de la pérdida de rigidez que se produce en un perfil tras la inducción de una embutición transversal.

## Bibliografía.

- Almansa L, F. «Inestabilidad de Estructuras de Acero.» (Fundación Politécnica de Cataluña) 2005.
- Arespachoga Santiago, A. «Comportament de xapes conformades en fred de secció trapezoïdal corbades per plegat.» Proyecto Final de Carrera. ETSEIB., 2012.
- Asodenku, Samanta, y Madhujit Mukhopadhyay. «Finite element static and dynamic analyses of folded plates.» *Engineering structures*, nº 21 (1999): 277-287.
- Baehre, R. «Cold-formed steel applications abroad.» Editado por W.W. Yu and J. Senne. Department of civil engineering. *Sixth International Specially Conference on Cold-Formed Steel Structures. Recent research and developments in cold formed steel design and construction*, 1982.
- Bakker, M.C.M. «Web crippling of cold-formed steel members.» *Tesis doctoral*, 1992: 343.
- Bakker, M.C.M. «Yield line analysis of post-collapse behaviour of thin-walled steel members.» Editado por A.C.W.M Vrouwenvelder, R De Borst, J.G.M Van Mier y J Wardenier. *Heron* 35, nº 3 (1990): 1-50.
- Bambach, M.R. «Inclined yield lines in flange outstand.» Civil engineering research report. No.RR2, Department of civil engineering, Monash University, 2006.
- Bathe, K.J. *Finite Element Procedures*. Editado por Englewood Cliffs. Prentice Hall, 2006.
- Beale, R.G, M.H.R Godley, y V Enjily. «A theoretical and experimental investigation into cold-formed channel sections in bending with unstiffened flanges in compression.» *Computers and Structures* 79 (2001): 2403-2411.
- Braestrup, M. W. «Yield line theory and limit analysis of plates and slabs.» *Magazine of Concrete Research* 22, nº 71 (1970): 99-106.

- Caramelli, Stefano, Pietro Croce, y Walter Salvatore. «Multiple stiffened cold-formed steel profiles for cylindrical vault roofing systems.» *Journal of constructional steel research* (Elsevier Science Ltd.) 57 (2001): 831-854.
- Casado Fernandez, C. «Cálculo de arcos.» (Dossar, S.A.) 1955.
- Casafont R., Miquel, y Frederic Marimón C. «Informe sobre la determinación de la capacidad de carga de los perfiles curvados H30, H40 y H55 fabricados por la empresa Metalperfil S.A.» (Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Barcelona) 2006.
- Casafont, Miquel, Frederic Marimon, y Juan J. Del Coz. «Design of cold-formed steel curved panels by means of reduced finite element models.» Editado por D. Camotin et al. (Eds). *Stability and ductility of steel structures*, 2006.
- Davies, J.M. «Recent research advances in cold-formed steel structures.» *Journal of constructional steel research* (Elsevier Science Ltd.), nº 55 (2000): 267-288.
- Davies, P, K.O Kemp, y A.C Walker. «An analysis of the failure mechanism of an axially loaded simply supported steel plate.» *Proc. Instn. Civil. Engrs* 59(2) (1975): 58-645.
- Dean, J.A. «The collapse behaviour of steel plating subject to complex loading.» Ph.D.Thesis. Imperial College of Science and Technology, London, 1975.
- Del Coz Díaz, J.J, P.J. García Nieto, J.A. Vilán Vilán, y J.L. Suárez Sierra. «Non-linear buckling analysis of a shell-weighted metallic roof by FEM.» *Mathematical and computer modelling* (Elsevier Science Ltd.), nº 51 (2010): 216-228.
- Diampoulos, C.A., y C.J. Gantes. «Design of circular steel arches with hollow circular cross section according to EC3.» *Journal of constructional steel research* (Elsevier Science Ltd.), nº 64 (2007): 1077-1085.
- Diampoulos, C.A., y C.J. Gantes. «Nonlinear in-plane behaviour of circular steel arches with hollow circular cross-section.» *Journal of constructional steel research* (Elsevier Science Ltd.), nº 64 (2008): 1436-1445.
- Drucker, D.D. «The effect of shear on the plastic bending of beams.» *J.Appl.Mech.,ASME* 23 (1956): 14-509.
- Elchalanaki, M, R.H Grzebieta, y X.L Zhao. «Plastic collapse analysis of slender circular tubes subjected to large deformation pure bending.» *Advances in Structural Engineering-An International Journal* 5(4) (2002): 241-257.

- Elchalanaki, M, X.L Zhao, y R.H Grzebieta. «Plastic mechanism analysis of circular tubes under pure bending.» *International Journal of Mechanics Science* 44(6) (2002): 1117-1143.
- Eurocódigo, 3. «Proyecto de estructuras de acero. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para la edificación.» 2004.
- Farland, Mc. «An investigation of the static stability of corrugated rectangular loaded in pure shear.» PhD. Thesis, University of Kansas, Lawrence, 1967.
- Feldman, M. «Zur Rotations Kapazität von I-Profilen statisch und dynamisch belastung Trager.» PHD. Thesis, RWTH. Universität Aachen, Germany, 1994.
- Floreta, A. «Estudi sobre l'aplicació de la teoria de las líneas de plastificació a perfils conformats en fred.» *Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona*, 2011.
- Galambos, Theodoro V. «Guide to stability design criteria for metal structures.» (John Wiley&Sons. Edición 5.) 1998.
- Gioncu, V., y M. Mazzolani. *Ductility of seismic resistant steel structures*. Londres: Taylor & Francis Group, 2002.
- Hancock, G.J. «Cold-formed steel structures.» *Journal of Constructional Steel Research* (Elsevier Science Ltd.) 59 (2003): 473-489.
- Hancock, G.J, E.S. Bernard, y R.Q. Bridge. «Design methods for profiled steel decks with intermediate stiffeners.» *Journal constructional steel research* (Elsevier Science Ltd.) 38, nº 1 (1995): 61-88.
- Hancock, G.J, E.S. Bernard, y R.Q. Bridge. «Test of profiled steel decks with flat-hat stiffeners.» *Journal of Structural Engineering* (Elsevier Science Ltd.) 121, nº 8 (1996).
- Hancock, G.J, E.S. Bernard, y R.Q. Bridge. «Test of profiled steel decks with V-stiffeners.» *Journal of Structural Engineering* (Elsevier Science Ltd.) 119, nº 8 (1993).
- Hancock, G.J, y Young B. Kwon. «Test of cold-formed channels with local and distortional buckling.» *Journal of Structural Engineering* (Elsevier Science Ltd.) 111, nº 7 (1992).
- Hiriyur, B.K.J, y B.W Schafer. «Yield-line analysis of cold-formed steel members.» *International Journal of Steel Structures*, 2004.

- Hofmeyer, H. «Combined Web Crippling and Bending Moment Failure of First-Generation Trapezoidal Steel Sheeting.» Ph.D. Thesis, Technical University at Eindhoven, 2000.
- Hofmeyer, H, J. Kerstens, B Snijder, y M Bakker. «FE Models for Sheeting Under Interaction Load.» *15th Int'l. Spec. Conf. on Cold-Formed Steel Structures*. St. Louis, 2000.
- Hofmeyer, H. «Cold-Formed Steel Examples to the Theory and Finite Element Implementation of Plasticity.» *Seventeenth International Conference on Cold-Formed Steel Structures*. Orlando, Florida, 2004.
- Hofmeyer, H., J.G.M. Kerstens, H.H. Snijder, y M.C.M. Bakker. «Combined web crippling and bending moment failure of first-generation trapezoidal steel sheeting.» *Journal of Constructional Steel Research*. (Elsevier Ltd.) 58 (2002): 1509-1529.
- Ingerslev, A. *The strength of rectangular slabs*. Vol. 1. 1 vols. Journal Institute Structural Engineer, 1923.
- INNTEC. «Informe de estado de la técnica y análisis competitivo en el sector metalmeccánico en España.» Proyecto INNTEC: Innovación en el sector metalmeccánico mediante la incorporación de tecnologías avanzadas. Ministerio de Industria, Turismo y Comercio. FEDER, 2006.
- Johansen, K.W. *Brudlinieteorier*. Traducido por Cement and Concrete Association, (Yield Line Theory) London 1962 181pp. Copenhagen, 1943.
- . *Pladeformler*. Traducido por Cement and Concrete Association, (Yield line formulae for slabs), London 1972 106 pp. Copenhagen: Polyteknisk Forlag, 1968.
- Jones, L.L. *Ultimate load analysis of reinforced and prestressed concrete structures*. Editado por Chato and Windus. London, 1962.
- Jones, L.L, y R.H Wood. *Yield analysis of slabs*. Londres: Thames and Hudson, 1967.
- . *Yield-Lines analysis of slabs*. Editado por Thames and Hudson. London, 1967.
- Kato, B. «Buckling strength of plates in the plastic range.» *International Association of Bridge and Structural Engineering* Vol.25 (1965): 127-141.
- . *Buckling strength of plates in the plastic range*. Tokio, 1965.
- Kato, B, y I Nishiyama. "*T-joints made of rectangular tubes*". *Recent research and desing trends in cold-formed steel structures. Fifth International Conference on Cold-Formed*

- Steel Structures*. Editado por W.W. Yu & J.H. Senne. University of Missouri-Rolla. Department of Civil Engineering. Missouri-Rolla, 1980.
- Kecman. «Bending collapse of rectangular and square sections tubes.» *International Journal Mechanics Science* (Pergamon Press Ltd) 25, nº 9-10 (1983): 623-636.
- Kemp, K.O. *The yield criterion of orthotropically reinforced concrete slabs*. Editado por Pergamon International Journal Mechanic Science. Vol. 7. 1965.
- Kennedy, G, y C. Goodchild. *Practical yield design*. Crowthorne, Berkshire: British Cement Association on behalf of the industry sponsors of the Reinforced Concrete Council, 2003.
- Korol, R.M, y A.N Sherbourne. «Strength prediction of plates in uniaxial compression.» *Journal of Structural Division* Vol.98, ST9, pp.1965-1986 (1972).
- Kotelko, M. «Load-capacity estimation and collapse analysis of thin walled beams and columns-recent advances.» *Thin-Walled Structures* (Elsevier Science Ltd.) 42 (2004): 153-175.
- Kotelko, M. «Load-carrying capacity and energy absorption of thin-walled profiles with edge stiffeners.» *Thin-Walled Structures* (Elsevier Science Ltd.) 45 (2007): 872-876.
- Kotelko, M. «Ultimate load and post-failure behaviour of box-section beams under pure bending.» *Engineering Transactions* Vol.44(2) (1996): 229-251.
- Kotelko, M, K Kowal-Michalska, T Kubiak, Z Kolakowski, y R Gradzki. «Estimation of load-carrying capacity of multi-layered plated structures.» *Thin-Walled Structures* (Elsevier Science Ltd.) 46 (2008): 1003-1010.
- Kotelko, M, T.H Lim, y J Rhodes. «Post-failure behaviour of box sections beams under pure bending (an experimental study).» *Thin-Walled Structures* (Elsevier Science Ltd.) 38 (2000): 179-194.
- Kotelko, M, y M Krolak. «Collapse behaviour of triangular cross-sections girders subject to pure buending.» *Thin-Walled Structures* Vol.15(2) (1993): 127-141.
- Kragerup, J. «Five notes on plate buckling.» Department of Structural Engineering, Series R., Technical University of Denmark, 1982.
- Kwieceński, M. *Collapse load design of slab-beam systems*. Editado por Ellis Horwood Ltd. Chichester, 1989.

- Lapuebla-Ferri, Andrés, Antonio J. Jimenez-Mocholí, y José R. Cervera-López. «On code formulation, testing and computer simulation of cold-formed thin-sheet steel arches.» Editado por Alberto Domingo y Carlos Lázaro. *Proceedings of the international association for shell and spatial structures (iass) symposium*, 2009.
- Liew, K.M., L.X. Peng, y S. Kitipornchai. «Buckling analysis of corrugated plates using a mesh-free Galerkin method based on the first-order shear deformation theory.» *Computational Mechanics* 38, nº 1 (2005): 61-75.
- Llorens, E. «Análisis de chapas trapezoidales de acero conformado en frío mediante el Método de los Elementos Finitos.» Barcelona: Proyecto Final de Carrera. ETSEIB., 2013.
- Mahendran, M. «Local plastic mechanism in thin steel plates under in-plane compression.» *Thin-Walled Structures* Vol.27(3) (1997): 245-261.
- Michelutti, W. «Stiffened plates in combined loading.» PhD. Thesis, Monash University, Melbourne, 1976.
- Moon, Jiho, Yoon Ki-Yong, Lee Tae-Hyung, y Lee Hak-Eun. «In-plane elastic buckling of pin-ended shallow parabolic arches.» *Engineering Structures* (Elsevier Science Ltd.) 29 (2007): 2611-2617.
- Moon, Jiho, Yoon Ki-Yong, Lee Tae-Hyung, y Lee Hak-Eun. «In-plane strength and design of parabolic arches.» *Engineering Structures* (Elsevier Science Ltd.) 31 (2009): 444-454.
- Morley, C.T. *On the yield criterion of an orthogonally reinforced concrete slab element*. Journal Mechanic Physic Solids. Vol. 14. s.f.
- Mouty, J. «Calcul des charges ultimes des assemblages soudés de profils creux carrés et rectangulaires.» *Construction Métallique* 2 (1976): 37-58.
- Muñoz Guerrero, J.A. «Simulación del proceso de doblado de chapa de acero conformada en frío de sección trapezoidal.» Proyecto Final de Carrera. ETSEIB., 2011.
- Murray, N.W. «Das aufnehmbare Moment in einem zur Richtung der Normalkraft Schrägliegenden plastischen Gelenk.» *Die Bautechnik* 50(2) (1973): 8-57.
- Murray, N.W. «Recent research into the behaviour of thin-walled steel structures.» *Steel Structures: Recent research advances and their Applications to Design* (Elsevier. Pavlovic, M.N.), 1985.

- Murray, N.W. «The effect of shear and normal stresses on the plastic moment capacity of inclined hinges in thin-walled steel structures.» Festschrift Roik, Inst. für Konstruktiven Ingenierbau, Ruhr Univ. Bochum, 84, 1984, 48-237.
- Murray, N.W, y M Mahendran. «Effect of initial imperfections on local plastic mechanism in thin steel plates with in plane compression.» *International Conference on Steel and Aluminium Structures, ICSAS91*, 1991.
- Murray, N.W, y P.S Khoo. «Some basis plastic mechanism in the local buckling of thin-walled steel structures.» *International Journal Mechanics Science* (Pergamosn Press Ltd.) 23, nº 12 (1981): 703-713.
- Out, J.M. «Yield surface for bending moment, shear force and normal force.» *Heron* 30(4) (1985): 30-58.
- Park, M.S, y B.C Lee. «Prediction of bending collapse behaviours of thin-walled open section beams.» *Thin-Walled Structures* Vol.25(3) (1996): 185-206.
- Park, R., y W.L Gamble. *Reinforced concrete slabs*. Editado por John Wiley & Sons. New York, 1980.
- Pastor, M.M., y F. Roure. «Open cross-section beams under pure bending.» *Thin-Walled Structures*, nº 46 (2008): 476-483.
- Pi, Yong-lin, y N.S. Trahair. «In-plane buckling and design of steel arches.» *Journal of structural engineering*, 1999: 1291-1298.
- Pi, Yong-Lin, y N.S. Trahair. «Non-linear buckling and postbuckling of elastic arches.» *Engineering structures* (Elsevier Science Ltd.) 20, nº 7 (1997): 571-579.
- Prat, P. *Ecuaciones constitutivas. Elasticidad y plasticidad*. Barcelona: Ediciones UPC, 2006.
- Reinsch, W. *Das Kantenbeulen zur rechnerischen Ermittlung von Stahltrapezblech-Trägern*. Darmstadt: Technische Hochschule Darmstadt, 1983.
- Rondal, J, y R Maquoi. «Stub-column strength of thin-walled square and rectangular hollow sections.» *Thin-Walled Structures*. Vol.3 (1985): 15-34.
- Santaputra, C. *Eighth progress report. Design of automotive structural components using high strength sheet steels. Web crippling of cold-formed steel beams*. Missouri-Rolla: Civil engineering study, 86-1, Structural series. University of Missouri-Rolla, Department of Civil Engineering, 1986.



- Save, M.A, y C.E Massonnet. «Plastic Analysis and Design of Plates, Shells and Disks.» (North-Holland Publishing Company) 1972.
- Schafer, B.W, Z. Li, y C.D. Moen. «Computational modeling fo cold-formed steel.» *Thin-Walled Structures* (Elsevier Ltd.) 48 (2010): 752-763.
- Sivakuraman, K.S, y Ping Guo. «Test for flexural behaviour of arch (curved) steel panels.» *Third structural conference on the canadian society for civil engineering*, 2000.
- Timoshenko S.P. and Gere, J.M. «Theory of elastic Stability.» (McGraw-Hill book Co. Inc) 1961.
- Ungureanu, V, M Kotelko, R.J. Mania, y D Dubina. *Plastic basic mecanism database for thin-walled cold-formed steel members in compresion and bending*. Sydney, Australia: Fith International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures. CIMS2008, 2008.
- Ungureanu, V, y D Dubina. «Recent research advances on ECBL approach. Part I:Plastic-elastic interactive buckling of cold-formed steel sections.» *Thin-Walled Structures* 42(2) (2004): 177-194.
- Wei-Wen, Yu. «Cold-Formed Steel Design.» (John Wiley&Sons. Edición 2.) 1991.
- Wheeler, A.T, M.J Clarke, G.J Hancock, y T.M Murray. «Design Model for Bolted End Plate Conections Joining Rectangular Hollow Sections. ASCE.» *Journal of Structural Engineering* 124(2) (1998): 164-173.
- Wierzbicki, T, y W. Abramowicz. *On the crushing mechanics of thin walled structures*. Vol. 50. Journal of Applied mechanics, 1983.
- Wood, R.H. *Plastic and elastic design of slabs and plates with particular reference to reinforced concrete floor slabs*. Editado por Thames and Hudson. London, 1961.
- Wu, Li-li, Xuan-Neng Gao, Yyong-Jiu Shi, y Yuan-Qing Wang. «Theoretical and experimental study on interactive local buckling of arch-shaped corrugated steel roof.» *Steel structures* (Elsevier Science Ltd), nº 6 (2006): 45-54.
- Xiliang, Liu, Zhang Yong, y Zhang Fuhai. «Experimental study on full-sized model of arched corrugated metal roof.» Editado por J.G. Chen S.L. Chang. *Advances in steel structures* (Elsevier Science Ltd.), 1999.

Xu, Lei, Yanglin Gong, y Ping Guo . «Compressive test of cold formed steel curved panels.» *Journal of constructional steel research* (Elsevier Science Ltd.), n° 57 (2001): 1249-1265.

Xuewei, Fan. «A simplified computation model for arch-shaped corrugated shell roof.» *Third international conference on thin-walled structures*. (Elsevier Science Ltd.), 2001.

Zhao, X.L, y G.J Hancock. «A Theoretical Analysis of the Plastic Moment Capacity of an Inclined Yield Line under Axial Force.» *Thin-Walled Structures* 15 (1993): 185-207



## Comunicaciones en congresos.

**P. Casariego, M. Casafont, M. Ferrer, F. Marimón.** ICSA2010. International Conference on Structures and Architecture. Julio 2010. Guimaraes. Portugal. “*Design of cold-formed steel curved panels*”

**P. Casariego, M. Casafont, J. Muñoz, A. Floreta, M. Ferrer, F. Marimon.** Eurosteel 2011. Septiembre 2011. Budapest. Hungría. “*Failure mechanism of curved trapezoidal steel sheeting*”

**P. Casariego, M. Casafont, M. Ferrer, F. Marimon, A. Arespachoga.** Meeting of ECCS-TWG 7.5- Junio 2013. París. Francia. “*Experimental tests on trapezoidal steel sheeting with, (and without) transverse corrugations*”.

**P. Casariego, M. Casafont, M. Ferrer, F. Marimon.** Eurosteel 2014. En curso. “*Behaviour and experimental test on trapezoidal steel sheeting with transverse corrugations*”.



## ANEXO A.

### A. ARCOS.

#### A.1 FORMA DE TRABAJO Y CÁLCULO DE ARCOS.

En el presente Anexo A se realiza una breve introducción general sobre la forma de trabajo de los arcos y de cómo se acomete habitualmente su cálculo. Dada la evidente relación con el trabajo presentado, y con los futuros que se pretenden acometer, se ha considerado interesante incluir aquí un pequeño estado del arte en torno a esta temática.

Un arco se podría definir como un elemento estructural lineal de directriz curvilínea que trabaja básicamente a compresión, siendo necesario, para que sea catalogado como tal, la generación de reacciones horizontales en los apoyos, ya que de lo contrario estaríamos hablando simplemente de una barra de directriz curvilínea.

Generalmente, cuando se acomete el diseño de un arco, se tiene la pretensión de que su geometría sea configuración de esfuerzos, es decir, funicular de las fuerzas aplicadas. Un arco diseñado bajo este criterio poseerá la cualidad de trabajar básicamente a compresión. *“El grado mayor o menor en que esto se logre definirá la perfección de la estructura”*, (Casado Fernandez 1955).

Las tipologías más comunes de arcos, cuya geometría es funicular de las fuerzas aplicadas, y cuyo estudio es ampliamente tratado en la teoría clásica de arcos, son:

- a) **Circunferencial.** La carga es uniforme y su dirección es normal a la directriz.
- b) **Parabólico.** La carga es vertical y de valor uniforme por unidad de longitud en proyección horizontal.
- c) **Catenario.** La carga es vertical y de valor uniforme medida por unidad de longitud de la directriz.

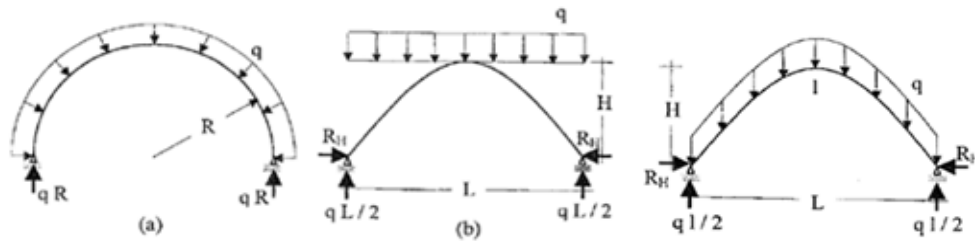


Figura A. 1. Arcos funiculares, (Almansa L 2005).

Otra clasificación de arcos que habitualmente suele hacerse es la de:

- a) **Arco peraltado.** Su altura es del mismo orden de magnitud que la luz.
- b) **Arco rebajado.** Su altura es mucho menor que la luz.

Esta última clasificación tan obvia tiene cierta relevancia, ya que usualmente, aunque no de manera indefectible, los arcos peraltados tienden a pandear asimétricamente, mientras que los arcos rebajados tienden a pandear simétricamente.

Los arcos investigados en esta tesis se clasifican como circunferenciales y rebajados, tal y como se expuso en el apartado 1.1.

Es fácil observar que el conseguir que un arco trabaje exclusivamente a compresión en ausencia de flexiones es poco común, dado que lo impide el carácter variable y no uniforme de las distintas sobrecargas que pueden actuar.

El estudio y trazado de arcos como funicular de las fuerzas aplicadas es propio de la Teoría Clásica de arcos.

**La Teoría Clásica de arcos** era devota de un análisis lineal. Genéricamente se consideraba que los arcos poseían una geometría perfecta sin imperfecciones, su trazado era funicular de las fuerzas aplicadas, y su sección transversal constante en todos los tramos. El esfuerzo al que se veía sometido el arco era de compresión pura y su análisis pasaba por la no consideración de deformaciones previas al pandeo. El pandeo se trataba como un fenómeno de bifurcación que acontecía desde una posición no deformada.

Dicha Teoría afirmaba que “*la variación de fuerza de compresión a lo largo de la longitud del arco puede ser despreciada, y su valor crítico puede ser calculado tomando la mitad de la longitud del arco y aplicando la fórmula de Euler, como una barra apoyada-empotrada, o apoyada-apoyada, dependiendo de las condiciones de contorno*”, (Timoshenko S.P. and Gere 1961).

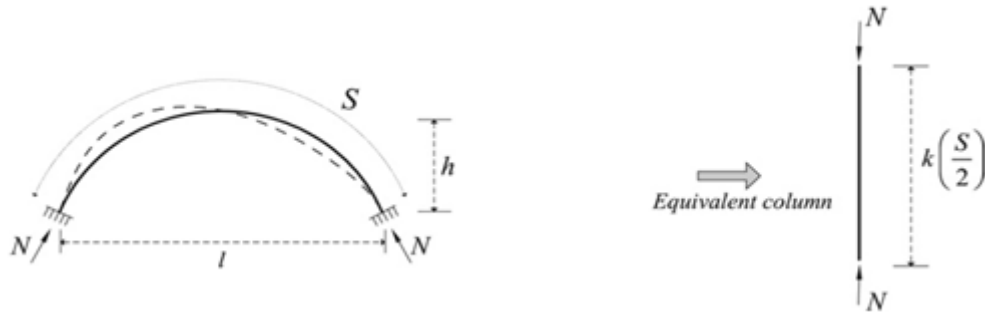


Figura A. 2. Teoría clásica de arcos, (Timoshenko S.P. and Gere 1961).

La lógica de esta afirmación, “cuyos resultados experimentales están satisfactoriamente comprobados con dicho cálculo”, (Timoshenko S.P. and Gere 1961), parten de la base de que el pandeo asimétrico es el modo dominante, no se producen acortamientos de la directriz y además se produce el anulamiento de momentos en la clave.

**Casado**, (Casado Fernandez 1955), afirmaba, “El pandeo asimétrico es más sencillo de darse en arcos, ya que no hay acortamiento de la directriz y además se produce el anulamiento de momentos en clave. Sin embargo, para que el pandeo simétrico tenga lugar, ha de darse un acortamiento de la directriz, en cuyo caso, los momentos máximos aparecen en la clave y a un cuarto de la luz que es donde suceden las mayores deformaciones por momento”.

Posteriormente, varios investigadores, (Pi y Trahair 1997), (Pi y Trahair 1999), (Galambos 1998), (Diampoulos y Gantes 2007), (Diampoulos y Gantes 2008), (Moon, Ki-Yong, y otros 2007), (Moon, Ki-Yong, y otros 2009), demostraron que contrariamente a las creencias anteriores, la existencia de un modo de pandeo asimétrico no es una condición suficiente para que tal inestabilidad tome lugar. Aunque el arco haya sido trazado en función de las cargas a las que se le solicita puede desarrollar igualmente un pandeo simétrico.

Así pues, el hecho de que el pandeo asimétrico sea más sencillo de darse, no quiere decir que el pandeo simétrico no aparezca. De hecho, varios de los investigadores anteriores han demostrado que en arcos de geometría funicular de las fuerzas aplicadas se pueden desarrollar ambos modos de pandeo.

Otro hecho, unánimemente aceptado por los anteriores autores, es que, en arcos rebajados, la teoría clásica podría estar sobrestimando la carga de pandeo, ya que la relación entre la deformación de pre-pandeo y la altura inicial del arco es demasiado grande para ser ignorada y que, por tanto, su cálculo correcto pasa por realizar un análisis no lineal.

**Pi i Trahair**, (Pi y Trahair 1999), demostraron que los efectos de las deformaciones previas al pandeo en arcos rebajados son significativas, que la existencia de una bifurcación lineal no es condición suficiente para que esta ocurra, y que las cargas de pandeo no lineales de arcos



rebajados pueden ser mucho más bajas que las cargas lineales de pandeo, lo cual es contrario a las afirmaciones de la Teoría clásica.

**Moon**, (Moon, Ki-Yong, y otros 2007), (Moon, Ki-Yong, y otros 2009), afirma que la teoría clásica puede ser empleada en arcos peraltados, cuyo pandeo será asimétrico. Sin embargo, si los arcos son rebajados el análisis correcto ha de pasar por la no linealidad del cálculo.

Dada la diferencia de cálculo en función de si el arco es peraltado o rebajado, la necesidad de acotar el intervalo en que cada modo de pandeo es crítico, en función de unos parámetros sencillos, es primordial para estos investigadores.

Otra de las cuestiones que apuntan dichos autores es que la mayoría de las normativas no dan pautas para el cálculo de arcos. Las pocas que lo hacen se basan en una ecuación de interacción lineal para la resistencia en el plano de una viga-columna equivalente, la cual emplea el máximo momento y compresión en el arco. Por ello, muchos focalizan sus esfuerzos en obtener una ecuación que devuelva resultados correctos teniendo presente la no linealidad del cálculo.

Dado que a día de hoy, esta expresión no ha sido obtenida, ni incluida en las normativas vigentes, habitualmente se suele emplear la expresión de interacción vigente en la normativa propia de cada país. En el caso del Eurocódigo 3, (Eurocódigo 2004), siempre y cuando se realice un análisis geométrico lineal, será,

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{c,Rd}} + k_{yy} \frac{M_{z,Ed}}{M_{cz,Rd}} \leq \emptyset \quad (1.a)$$

Donde:

$N_{Ed}$  y  $M_{y,Ed}$ , son los máximos valores de las acciones internas que aparecen a lo largo del arco, sin ser necesariamente en la misma sección transversal.

$N_{c,Rd}$ , es la resistencia de diseño de la sección transversal a compresión, cuyo valor en función de la clase de sección será,

$$N_{c,Rd} = A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{Clases 1,2 y3} \quad (2.a)$$

$$N_{c,Rd} = A_{eff} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{Clase 4} \quad (3.a)$$

$M_{cz,Rd}$ , es el momento resistente de diseño de la sección transversal, cuyo valor en función de la clase de sección será,

$$M_{cz,Rd} = W_{pl,z} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{Clases 1 y 2} \quad (4.a)$$

$$M_{cz,Rd} = W_{el,z} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{Clase 3} \quad (5.a)$$

$$M_{cz,Rd} = W_{eff,z} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{Clase 4} \quad (6.a)$$

Siendo,

$A$ , el área de la pieza,

$A_{eff}$ , el área efectiva de la pieza.

$W_{pl,z}$ , el módulo resistente plástico de la sección,

$W_{el,z}$ , el módulo resistente elástico de la sección.

$W_{eff,z}$ , el módulo resistente efectivo de la sección.

$f_y$ , la tensión de límite elástico.

$\gamma_{M1}$ , es el coeficiente parcial de seguridad relativo a fenómenos de inestabilidad.

$\chi_y$ , es el factor de reducción para elementos sometidos a compresión,

$k_{yy}$ , es un factor de interacción debido a la combinación de compresión y momento,

La suma de ambos términos no ha de superar la unidad, siendo por tanto  $\emptyset = 1$ .

Si el cálculo se realiza mediante un análisis geométrico no lineal, se habrá de verificar que se cumpla la condición,

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{cz,Rd}} \leq 1 \quad (7.a)$$

En este caso no será necesario emplear el factor de reducción para elementos sometidos a compresión, ( $\chi_y$ ), ni el factor de interacción debido a la combinación de compresión y momento, ( $k_{yy}$ ).



## ANEXO B.

### B. RIGIDIZADORES.

#### B.1 INTRODUCCIÓN.

Tal y como se comentó en el capítulo 2, una de las vías que se barajó al comienzo de esta tesis se basaba en verificar si la embutición podía actuar, o ejercer un efecto similar al que produce un rigidizador transversal, tal y como los que presenta un panel nervado de tercera generación, (capítulo 2, fig.2.13). Teniendo en cuenta la existencia de este tipo de paneles, resultaba razonable pensar que existieran parámetros que permitieran identificar cuando un pliegue determinado actúa como un rigidizador y cuando no.

Recurriendo a artículos de investigación se pudo apreciar que la mayoría de los trabajos están orientados al estudio de rigidizadores longitudinales, y no al estudio de rigidizadores transversales. También se observó que la mayor parte de las normativas no hacen referencia a disposiciones de rigidizadores transversales.

En base a ello, en el presente Anexo B únicamente se tratarán rigidizadores longitudinales.

Con la idea de no extendernos demasiado tan solo se hará referencia a las investigaciones encabezadas por G.J.Hancock, dado que es un autor de referencia entorno a esta cuestión. La presentación conjunta, a modo de resumen, de una serie artículos publicados por este investigador, permite focalizar la temática en los aspectos más relevantes, y clasificar el comportamiento de los rigidizadores más habituales empleados en perfiles de acero conformado en frío: rigidizadores en forma de “V”, y en forma de “sombbrero plano”, o “*flat-hat*”, tal y como este autor los denomina.

Cabe recordar aquí que el perfil investigado en la presente tesis, (capítulo 5, apartado 5.9), presenta un rigidizador en forma de “V” en el ala inferior.

## B.2 RIGIDIZADORES EN "V" Y TIPO "FLAT-HAT".

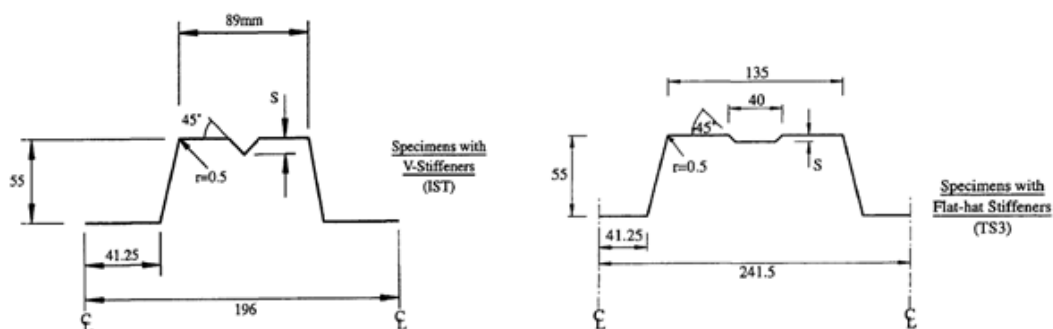
En relación a los rigidizadores longitudinales, ni el Eurocódigo 3, ni la normativa americana AISI, definen directamente las dimensiones que ha de tener un rigidizador para que cumpla con su función correctamente. La única normativa que hace referencia a este aspecto es la normativa Australiana, AS1538, que emplea el concepto de "rigidizador mínimo efectivo".

**Hancock**, (Hancock 2003), (Hancock y Kwon 1992), (Hancock, Bernard y Bridge 1993), (Hancock, Bernard y Bridge 1995) y (Hancock, Bernard y Bridge 1996), dedica buena parte de sus investigaciones a determinar la efectividad de rigidizadores longitudinales intermedios en los modos de pandeo de los perfiles nervados sometidos a flexión.

Básicamente, estudia dos tipos de rigidizadores. En forma de "V", y en forma de "sombrero plano", (*Flat-Hat*), tal y como los autores denominan, (fig.B.1).

En los artículos mencionados, Hancock y otros, van diseccionando el comportamiento de paneles nervados afectados por este tipo de rigidizadores. Para ello realizan diversos ensayos experimentales y analíticos con distintos tamaños de rigidizadores. A mayores, comparan sus resultados con la normativa Australiana, *Australian Standard AS1538-198*, la europea, Eurocódigo 3, parte 1-3, y la Americana, *AISI LRFD Cold-formed Steel Structures Specification 1991*.

Hancock, diseña su propio programa de cálculo a medida con el fin de no consumir demasiado tiempo en el modelaje y obtener buenos resultados. Dicho programa emplea modelos en 3D que los analiza mediante el Método de la Banda Finita, en base a las publicaciones de Cheung (1976), que principalmente consiste en subdividir una sección prismática en bandas longitudinales de ancho finito.



**Figura B. 1.** Paneles nervados con rigidizadores en forma de "V" y "Sombrero plano", (*Flat-Hat*). (Hancock, Bernard y Bridge 1995)

En sus conclusiones, Hancock afirma que los rigidizadores ejercen una gran influencia en el modo principal de pandeo de las alas comprimidas de paneles nervados sometidos a flexión pura. Dicho modo de pandeo principal dependerá del tamaño del rigidizador intermedio.

En el caso de que el perfil nervado posea rigidizadores tipo “sombrero plano”, los modos de pandeo son **local**, (simétrico y asimétrico), y **distorsional**, (simétrico y asimétrico), tal y como se puede observar en las figuras B.2 y B.3.

Concretamente el modo de pandeo dominante esperado variaba de forma gradual, partiendo desde el distorsional, para pequeños rigidizadores, a local, para grandes rigidizadores. Varios especímenes con tamaños intermedios de rigidizadores exhibieron ambos modos de pandeo. Usualmente, uno ocurría para momentos últimos mayores que el otro, siendo el pandeo distorsional asimétrico el esperado como modo secundario.



*Figura B. 2. Rigidizador tipo "sombrero plano". Pandeo local simétrico (izquierda), y pandeo distorsional simétrico, (derecha), (Hancock, Bernard y Bridge 1996).*



*Figura B. 3. Rigidizador tipo "sombreo plano". Pandeo local asimétrico, (izquierda), y pandeo distorsional asimétrico, (derecha), (Hancock, Bernard y Bridge 1996).*

Los paneles nervados con rigidizadores en “V” mostraron el mismo tipo de comportamiento.

La altura de los rigidizadores analizados poseía unas dimensiones de 1mm a 6mm para el tipo de “sombrero plano”, y de 2mm a 10mm para el tipo en “V”.

Hancock afirma que la capacidad a momento último incrementa con el tamaño del rigidizador. Dicho incremento es tal, que el perfil sería más rentable económicamente con solo aumentar un poco el tamaño del rigidizador.

En cuanto a la comparación con las normativas, los autores extraen las siguientes conclusiones:

**a) Normativa Americana AISI:**

La normativa americana, basada en el ancho efectivo de Winter, no presenta requerimientos para determinar si un rigidizador es adecuado o no. Sin embargo, se destaca que posee un apartado para varios rigidizadores continuos.

Hancock observa que el método de esta norma es poco conservador para rigidizadores tipo “sombbrero plano” y “V” con dimensiones amplias, y se muestra conservador para secciones sin rigidizadores, y rigidizadores de intermedios a bajos. Los especímenes con rigidizadores amplios, y que mostraron pandeo local, son en general con los que se obtienen resultados menos conservadores.

**b) Eurocódigo 3. Parte 1-3:**

Esta normativa, que también emplea el concepto de ancho efectivo de Winter, muestra un resultado conservador en todos los especímenes con un buen nivel de consistencia.

Según los autores, el coeficiente de pandeo  $K_0$ , se determina de una manera más elaborada que en la AISI, siendo las ecuaciones para su cálculo un sustituto de un análisis de pandeo elástico. (Tabla 3.1. Eurocódigo. Parte 1.3)

Destacan que el pandeo distorsional, con uno ó dos rigidizadores, es tratado en los apartados 3.3.3 y 3.3.4.2. En dichos apartados, el rigidizador intermedio es tratado como una viga en medio elástico con restricciones de desplazamiento fuera del plano. Dichas restricciones son, en realidad, el ala y el alma del panel.

**c) Normativa australiana ASI538:**

Esta última norma también emplea el concepto del ancho efectivo de Winter. A destacar que la normativa Australiana usa el concepto de “rigidizador mínimo efectivo” en los apartados 2.4.2.1 y 2.4.2.2. Esto lo hacen a través del mínimo momento de inercia que debe poseer el rigidizador alrededor de su propio centroide.

$$I_{min} = 1,83t^4 \sqrt{\left(\frac{b}{t}\right)^2 - \frac{27600}{f_y}}$$

Si el momento de inercia del rigidizador es mayor de  $2I_{min}$ , éste puede ser incluido en la geometría global bajos las restricciones del apartado 2.4.1.4. Si por el contrario es menor  $2I_{min}$  se ha de desechar el rigidizador y calcular la pieza como si este no existiese y el elemento fuese plano.

En base a lo expuesto, varios de los especímenes estudiados resultaron ser inapropiados, y se tuvieron que desestimar del cálculo, tal y como indica la normativa. Los rigidizadores desestimados poseían una altura entre los 2 y 5,5mm para “V” y entre 1 y 4mm para “flat hat”.

El cálculo de estos rigidizadores, inadecuados bajo la normativa Australiana, devolvieron valores conservadores. En general, es una normativa fácil de usar y produce resultados satisfactorios, pero no tanto como el Eurocódigo 3.





## ANEXO C.

### C. LAS FÓRMULAS ESTÁNDAR EN LA TCLP.

#### C.1 FÓRMULAS ESTÁNDAR.

Las fórmulas estándar, que se presentan a continuación están basadas en los trabajos realizados por Johansen, (Johansen 1943), (Johansen 1968). Dichas expresiones se han obtenido, predominantemente, mediante el método de trabajo, y se presentan como una rápida alternativa que permite obtener la carga de colapso de placas de hormigón para las situaciones más habituales de condiciones de contorno y carga.

Las fórmulas estándar son expresiones sencillas, cuya forma permite establecer al diseñador el tipo de restricción a momento que ejercen las condiciones de contorno.

Ello se realiza a través del factor, o coeficiente, “ $i$ ”, que no es más que el ratio entre el momento ejercido por el apoyo, y el momento que se produce en el centro de vano de la placa. Los valores más comunes atribuidos a este factor “ $i$ ” varían desde cero, para placas biapoyadas, hasta valores entre uno y dos, dependiendo de la resistencia a rotación en los soportes de una placa de hormigón continua. Los valores del factor “ $i$ ”, deben, en cierta medida, reflejar una continuidad elástica con el fin de limitar posibles problemas en el estado límite de servicio.

En general, el empleo de estas expresiones es sencillo y las soluciones pueden variar desde el estado más simple, para una placa biapoyada, hasta situaciones algo más laboriosas para placas con soportes de diferente naturaleza y/o distintos tipos de carga. Por otro lado, dichas expresiones ofrecen al diseñador la posibilidad de redistribuir los momentos a su elección, tanto en placas simples como continuas.

### C.1.1 Fórmula estándar para una placa de un solo vano con carga repartida.

Veamos, como ejemplo, la fórmula estándar para obtener el momento de colapso de placas de hormigón soportadas en dos de sus lados y sometidas a cargas repartidas, (fig. C.1).

$$m = \frac{ql^2}{2(\sqrt{1+i_1} + \sqrt{1+i_2})^2}$$

Donde:

q : Es la carga repartida.

l : Luz del vano

$i_1$  : Factor “i”, o ratio entre, momento ofrecido por el apoyo 1 y momento en el centro de vano.

$$i_1 = \frac{m'_1}{m}$$

$i_2$  : Factor “i”, o ratio, ente momento ofrecido por el apoyo 2 y momento en el centro de vano.

$$i_2 = \frac{m'_2}{m}$$

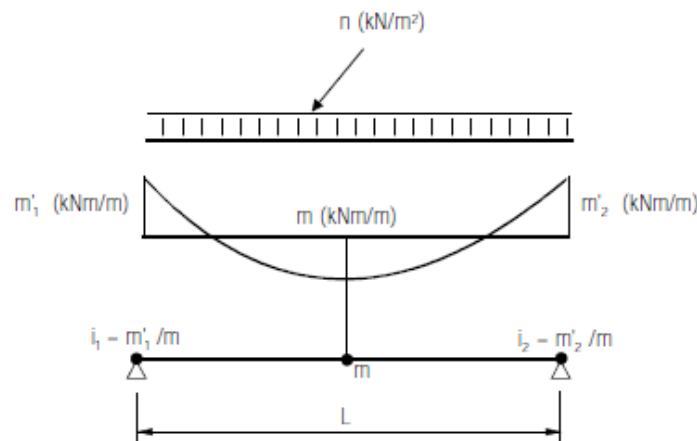


Figura C. 1. Placa de hormigón de un vano sometida a carga repartida, (Kennedy y Goodchild 2003)

Empleando dicha expresión para una placa simplemente apoyada en dos de sus lados, tendríamos que:

$$m = \frac{ql^2}{2(\sqrt{1+i_1} + \sqrt{1+i_2})^2} = \frac{ql^2}{2(\sqrt{1+0} + \sqrt{1+0})^2} =$$

$$m = \frac{ql^2}{2(2)^2} = \frac{ql^2}{8}$$

En el caso de una placa con empotramientos perfectos en dos sus lados, tendríamos que:

$$i_1 = \frac{m'_1}{m} = \frac{2}{1}$$

$$i_2 = \frac{m'_2}{m} = \frac{2}{1}$$

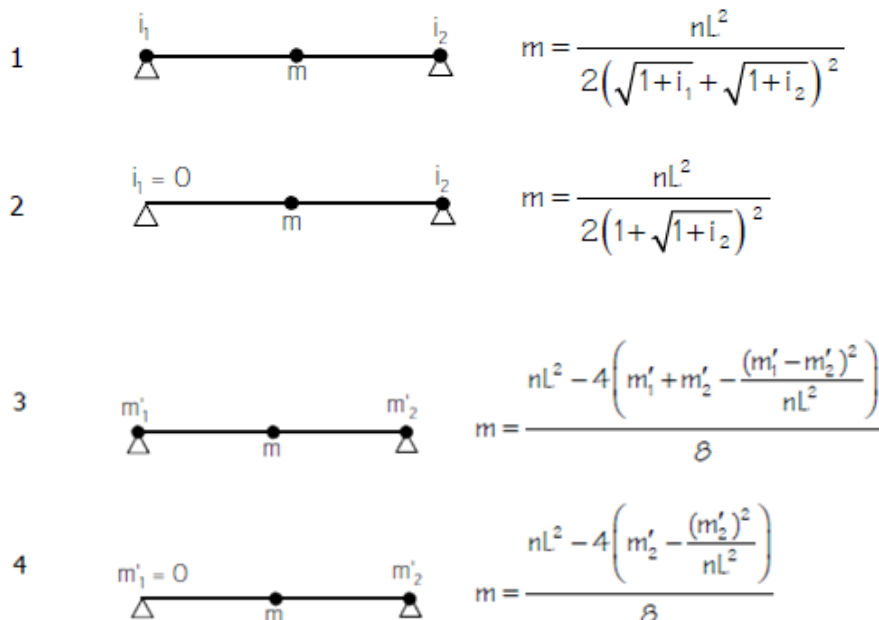
Y por tanto:

$$m = \frac{ql^2}{2(\sqrt{1+i_1} + \sqrt{1+i_2})^2} = \frac{ql^2}{2(\sqrt{1+2} + \sqrt{1+2})^2} =$$

$$m = \frac{ql^2}{2(\sqrt{3} + \sqrt{3})^2} = \frac{ql^2}{24}$$

En el caso de que la placa presentase otras condiciones de contorno, diferentes a las aquí expuestas, el valor del momento en el centro del vano, se obtendría, simplemente, estableciendo el ratio “i” para cada soporte.

En muchas ocasiones, la misma fórmula estándar puede venir presentada bajo diferentes expresiones, dependiendo del parámetro que se ha fijado para la obtención de la misma, tal y como se puede observar en la figura C.2.



**Figura C. 2. Expresiones para el momento de colapso de una placa de un vano sometida a carga repartida, (Kennedy y Goodchild 2003)**

En los casos 1 y 2, se ha fijado el factor “ $i$ ” como el parámetro necesario para obtener el momento de colapso.

La expresión 2, no es más que la expresión 1, pero adaptada para el caso de una placa apoyada en un extremo y con otro tipo de restricción en el soporte opuesto.

En los casos 3 y 4, se ha fijado como parámetro la magnitud del momento en los soportes.

Nótese que la expresión 4, no es más que la expresión 3, pero adaptada para el caso de una placa apoyada en un extremo y con otro tipo de restricción en el soporte opuesto.

Las fórmulas estándar de la TCLP son muy variadas. Además de la obtención del valor del momento último, se puede obtener con cierta precisión el punto en el que se produce un posible cambio de curvatura de la placa de hormigón, y proceder al armado de la misma, entre otras muchas aplicaciones.

## ANEXO D.

### D. ANOTACIONES SOBRE LA TGLP.

#### D.1 ESFUERZOS MÁXIMOS EN UNA LÍNEA PLÁSTICA. BAKKER, 1990.

Bakker, (Bakker 1990), expone que habitualmente en la TGLP se emplean expresiones para determinar el valor del momento y axil plástico que son relativos a una viga rectangular totalmente plastificada.

Esta autora afirma que dichos valores no pueden ser utilizados en la TGLP, dado que en los elementos de acero de pared delgada generalmente se desarrollan tensiones de membrana. Ello implica la existencia de esfuerzos activos en el plano del elemento, que interactúan entre ellos, y que influyen en la capacidad de rotación de una línea plástica.

En base a ello, se han de obtener correctamente los valores máximos de los esfuerzos que se pueden desarrollar en una línea plástica, para lo cual se ha de emplear un criterio de plastificación. El criterio de plastificación empleado por Bakker es el de Von Mises.

Tal y como expone Bakker, los valores máximos de axil, cortante y momento, activos en una línea plástica, se pueden obtener realizando un acercamiento a la superficie de plastificación por cota superior o por cota inferior. Según esta autora, y en base a las investigaciones realizadas por autores tales como Out, (Out 1985), el acercamiento a la superficie de plastificación ha de ser por cota superior.

Dado que en la TGLP se emplea un análisis límite por cota superior, lo más coherente es que los valores máximos se obtengan realizando un acercamiento a la superficie también por cota superior.

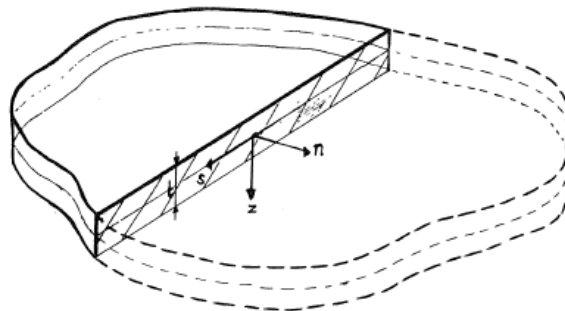
El razonamiento de Bakker está basado, en gran parte, en las observaciones realizadas por diferentes investigadores que influyeron en el desarrollo de la TCLP y de la TGLP.

En los inicios de la Teoría Clásica de las Líneas de Plastificación se abrió una discusión, iniciada en 1967 por Jones y Wood, (Jones y Wood 1967), al observarse que normalmente los valores de los momentos últimos que se obtenían mediante esta teoría eran ligeramente superiores a los establecidos por el criterio de plastificación empleado, lo cual implicaba una incoherencia teórica.

En 1970, Braestrup, (Braestrup 1970), demuestra que los valores de los momentos últimos que se obtienen mediante la TCLP corresponden a una superficie plástica por cota superior. Posteriormente Out, (Out 1985), muestra su acuerdo con las afirmaciones de este autor.

Siguiendo este hilo conductor, Bakker, (Bakker 1990), realiza un acercamiento por cota superior a la superficie plástica definida por el criterio de plastificación de Von Mises.

En primer lugar, define la orientación de los ejes en una línea plástica perpendicular a la acción de la carga aplicada, tal y como se presentan en la figura D.1.



**Figura D. 1. Orientación de los ejes en una línea plástica perpendicular a la directriz de la carga aplicada, (Bakker 1990).**

Según el criterio de plastificación de Von Mises:

$$\psi = \sigma_{nn}^2 + \sigma_{ss}^2 + \sigma_{zz}^2 - \sigma_{nn}\sigma_{ss} - \sigma_{nn}\sigma_{zz} - \sigma_{ss}\sigma_{zz} + 3(\sigma_{ns}^2 + \sigma_{sz}^2 + \sigma_{zn}^2) - f_y^2 = 0$$

Bakker asume que la deformación a cortante está limitada al plano n-s, en base a la hipótesis de que las líneas rectas inicialmente normales en la mitad de la superficie, continúan rectas y normales a dicha superficie después de la acción del momento. Es decir, que no hay distorsiones de la línea plástica en las direcciones perpendiculares a su directriz.

En base a ello, las velocidades de deformación en los planos n-z y s-z han de ser nulas.

$$\dot{\epsilon}_{sz} \text{ y } \dot{\epsilon}_{nz} = 0$$

Dado que estas velocidades de deformación son cero, las tensiones asociadas a dichas deformaciones han de ser nulas también, por lo que:

$$\sigma_{sz} \text{ y } \sigma_{nz} = 0$$

Y como la placa se asume delgada:

$$\sigma_{zz} = 0$$

Por lo que la expresión de Von Mises queda reducida a:

$$\psi = \sigma_{nn}^2 + \sigma_{ss}^2 - \sigma_{nn}\sigma_{ss} + 3\sigma_{ns}^2 - f_y^2 = 0 \quad (1.d)$$

A mayores, la velocidad de deformación de la línea plástica en el plano s-s ha de ser nula, ( $\dot{\epsilon}_{ss} = 0$ ), dado que la longitud de la línea no varía en el ancho de la placa. Por otro lado, el ratio longitud/ancho de la línea plástica en la dirección de su directriz es grande, y los elementos adyacentes son rígidos.

Tomando como condición que:

$$\dot{\epsilon}_{ss} = 0 \quad (2.d)$$

En base a 2.d, y aplicando la regla normal a 1.d:

$$\dot{\epsilon}_{ss} = \lambda \frac{\partial \psi}{\partial \sigma_{ss}} = 0 \quad (3.d)$$

$$\dot{\epsilon}_{ss} = \lambda(2\sigma_{ss} - \sigma_{nn}) = 0$$

Obtendremos que:

$$\sigma_{ss} = \frac{\sigma_{nn}}{2} \quad (4.d)$$

Sustituyendo 4.d en 1.d:

$$\psi = \sigma_{nn}^2 + \left(\frac{\sigma_{nn}}{2}\right)^2 - \sigma_{nn} \frac{\sigma_{nn}}{2} + 3\sigma_{ns}^2 - f_y^2 = 0$$

$$\psi = \frac{3}{4}\sigma_{nn}^2 + 3\sigma_{ns}^2 - f_y^2 = 0$$

Si  $\sigma_{ns} = 0$ , la plastificación tendrá lugar para el siguiente valor:

$$\frac{3}{4}\sigma_{nn}^2 = f_y^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_{nn} = \frac{2f_y}{\sqrt{3}} \quad (5.d)$$



Si  $\sigma_{nn} = 0$ , la plastificación tendrá lugar para el siguiente valor;

$$3\sigma_{ns}^2 = f_y^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_{ns} = \frac{f_y}{\sqrt{3}} = \tau \quad (6.d)$$

De las expresiones 5.d y 6.d se deduce fácilmente que:

$$\frac{f_y}{\sqrt{3}} \cdot \frac{bt^2}{2} = M_p \quad (7.d)$$

$$\frac{2f_y bt}{\sqrt{3}} = N_p \quad (8.d)$$

$$\frac{f_y bt}{\sqrt{3}} = S_p \quad (9.d)$$

Las expresiones 7.d, 8.d y 9.d determinan el valor máximo de momento, axil y cortante que se pueden desarrollar en una línea plástica perpendicular a la acción de la carga aplicada. Dichas expresiones han sido también obtenidas por Dean, (Dean 1975) y Out, (Out 1985).

## D.2 LOS MECANISMOS BÁSICOS DE MURRAY Y KHOO.

En el presente apartado se desglosan los ocho mecanismos básicos de Murray, (Murray y Khoo 1981), mediante el Método del Equilibrio, ya que es el empleado por este autor. Se considera apropiado proceder aquí al desglose de los mismos, dada la influencia y la trascendencia histórica de estos mecanismos en el desarrollo de la TGLP.

En realidad, conocidos los mecanismos 1, 3 y 8, que son los que presentan una mayor diferencia de geometría, los mecanismos 2, 4, 5, 6, y 7, se pueden deducir fácilmente mediante simples relaciones de trigonometría.

Realizada la presentación de los ocho mecanismos de Murray, en el apartado D.2.9 se analizará un mecanismo complejo a partir del “ensamblaje” de mecanismos básicos, tal y como propone este autor.

### D.2.1 Mecanismo básico n°1.

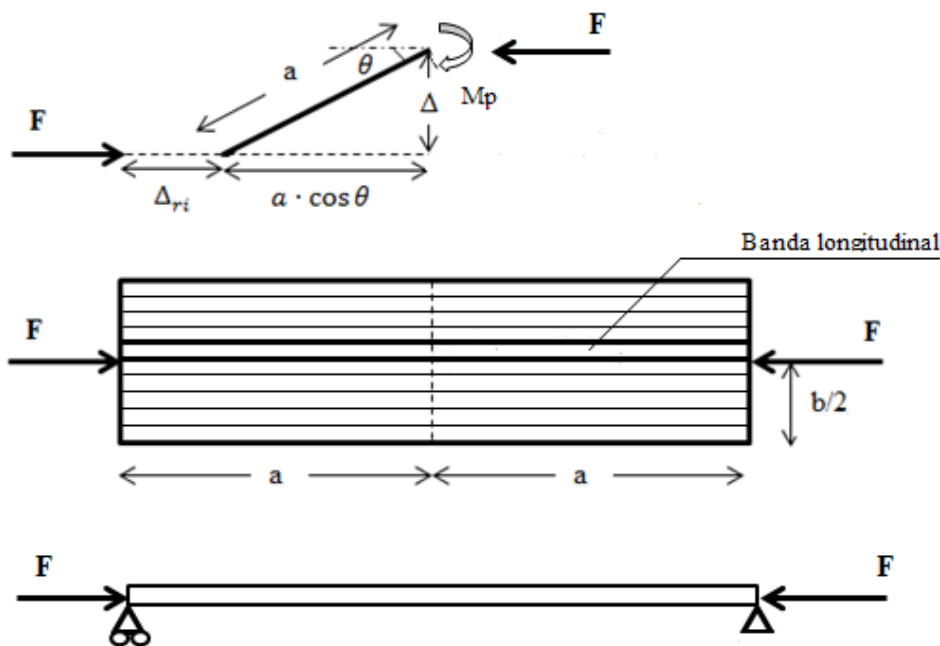


Figura D. 2. Mecanismo N°1 de Murray y Khoo, (Murray y Khoo 1981)

Tal y como se puede observar en la figura D.2, la placa rectangular está solicitada a compresión pura, dado que se considera que la carga está perfectamente centrada. Los bordes paralelos a la dirección de la carga son libres sin ninguna restricción de movimiento. Los bordes cargados están simplemente apoyados.

En este caso no es necesario dividir la placa en bandas longitudinales y proceder a la integración en el ancho de la placa. La sencillez del mecanismo plástico de colapso, conformado por una

sola línea plástica y por dos placas rígidas rectangulares, daría lugar a una banda longitudinal también rectangular, no sujeta a variación de longitud en el ancho de la placa, por lo que es más sencillo plantear directamente el equilibrio de media placa, tal y como hacen Murray y Khoo en su artículo, (Murray y Khoo 1981).

Por tanto, estableciendo el equilibrio de media placa, (fig.D.2), tendríamos que:

$$F\Delta = M_p = M_{pred} \rightarrow F = \frac{M_{pred}}{\Delta}$$

Sustituyendo el momento reducido,  $M_{pred}$ , (véase apartado 4.6, ec.4.6), por su valor.

$$F = \frac{1}{\Delta} M_p \left[ 1 - \left( \frac{F}{F_p} \right)^2 \right]$$

Y dividiendo ambos términos por el valor del axil plástico, quedará que:

$$\frac{F}{F_p} = \frac{t}{\Delta 4} \left[ 1 - \left( \frac{F}{F_p} \right)^2 \right]$$

Despejando se tendrá una ecuación de segundo grado;

$$\left( \frac{F}{F_p} \right)^2 + \frac{4\Delta}{t} \cdot \left( \frac{F}{F_p} \right) - 1 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, se obtendrá la expresión que determina el comportamiento plástico del elemento.

$$F = \sigma_y b t \left[ -\frac{2\Delta}{t} + \sqrt{\left( \frac{2\Delta}{t} \right)^2 + 1} \right]$$

Expresión obtenida por Murray en el apéndice de su artículo de 1981, (Murray y Khoo 1981).

### D.2.2 Mecanismo básico nº2.

En las figuras D.3 y D.4, se presenta el mecanismo básico nº2 de Murray.

Al igual que en el mecanismo básico nº1, la placa rectangular es solicitada a compresión a pura y los bordes paralelos a la dirección de la cargas son libres, sin ninguna restricción de movimiento.

La diferencia entre el mecanismo nº1 y el mecanismo nº2, estriba en las condiciones de contorno de los bordes cargados. Dichos bordes están empotrados, aunque lógicamente uno de

los apoyos no ofrece coacción en la dirección de la fuerza para permitir el desplazamiento de la placa y el consecuente desarrollo del mecanismo de colapso.

En base a las condiciones de contorno y carga aplicada, el patrón esperado es el siguiente.

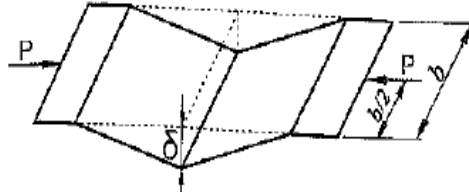


Figura D. 3. Mecanismo N°2 de Murray. (Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)

En este caso, por la misma razón que en el ejemplo anterior, no sería necesario la división en bandas longitudinales, por lo que se procede a establecer el equilibrio de la placa acotada ente dos líneas plásticas, tal y como se hace constar en la figura siguiente,

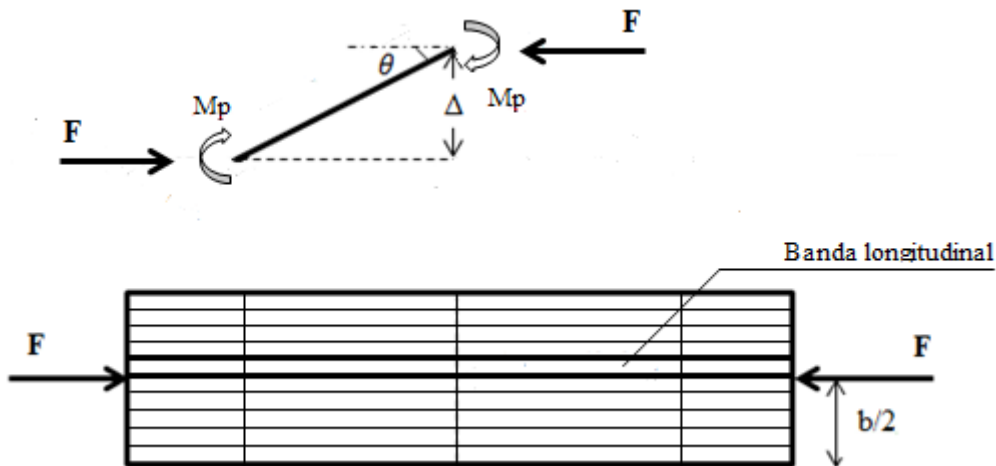


Figura D. 4. Mecanismo N°2 de Murray y Khoo, (Murray y Khoo 1981)

Observando el mecanismo Murray expone: “El mecanismo posee tres líneas plásticas, y desde la simetría, se puede observar que hay puntos de inflexión a medio camino entre las líneas plásticas externas y la línea plástica central. Por lo tanto, la expresión característica se obtiene reemplazando  $\Delta$ , en la expresión del mecanismo N°1, por  $\Delta/2$ ”.

Es decir, los dos momentos de segundo orden actuantes en las líneas plásticas son iguales y opuestos, por lo que si en el mecanismo N°1 se producía un desplazamiento  $\Delta$ , es lógico razonar que en el mecanismo N°2 el desplazamiento será la mitad,  $\Delta/2$ .

Desde el planteamiento matemático es fácil verificar tal razonamiento.

Mecanismo N°2

$$F\Delta = 2M_p = 2M_{pred}$$

$$F \frac{\Delta}{2} = M_{pred}$$

$$\frac{\Delta}{2} = \frac{M_{pred}}{F}$$

Mecanismo N°1

$$F\Delta = M_p = M_{pred}$$

$$F\Delta = M_{pred}$$

$$\Delta = \frac{M_{pred}}{F}$$

Por lo tanto, sustituyendo  $\Delta$  por  $\Delta/2$  se obtendrá la expresión que determina el comportamiento post-colapso del mecanismo n°2.

$$F = \sigma_y \cdot b \cdot t \left( -\frac{\Delta}{t} + \sqrt{\left(\frac{\Delta}{t}\right)^2 + 1} \right)$$

**D.2.3 Mecanismo básico n°3**

El mecanismo N°3, ha sido ya desglosado en el apartado 4.8.2.1.

**D.2.4 Mecanismo básico n°4**

El mecanismo básico n°4 de Murray, (Murray y Khoo 1981), se presenta en las figuras D.5 y D.6.

En este caso la placa es solicitada a una carga de compresión excéntrica. Los bordes de la chapa en los que se aplica la carga están empotrados. Lógicamente uno de estos apoyos ha de permitir el desplazamiento de la placa en la dirección de la fuerza para que el mecanismo pueda desarrollarse. Los bordes paralelos a la dirección de la carga están libres sin ningún tipo de restricción.

Las condiciones de contorno del mecanismo N°4 son las mismas que la del mecanismo n°3. La diferencia estriba en que en el mecanismo n°3 uno de los bordes de la placa paralelos a la dirección de la carga estaba apoyado. En el mecanismo n°4 dicho borde está libre sin ningún tipo de restricción.

En base a estas condiciones de contorno y carga, el mecanismo de colapso esperado será el presentado en la figura D.5.

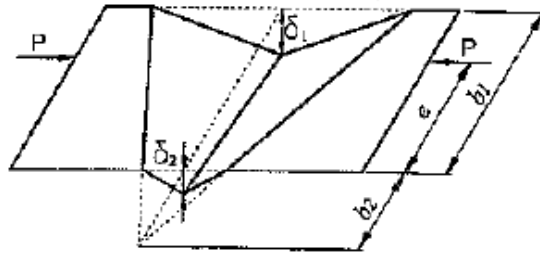


Figura D. 5. Mecanismo N°4 de Murray y Khoo, (Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)

Observando el mecanismo en planta, (fig. D.6), es fácil deducir que la expresión que define el comportamiento post-colapso del mecanismo n°4 se puede obtener como una diferencia entre dos mecanismos tipo 3.

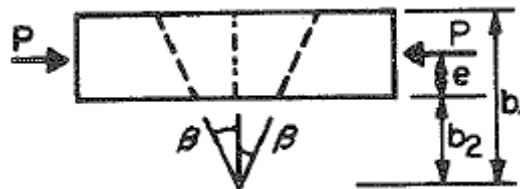


Figura D. 6. Mecanismo N°4 de Murray y Khoo, (Murray y Khoo 1981)

Es decir, el proceso se realizaría exactamente igual que para el mecanismo n°3, solo que habría que hacerlo en dos fases. En cada fase se emplearía un ancho distinto de placa.

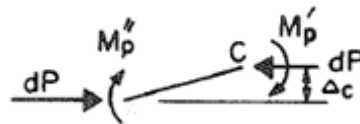


Figura D. 7. Equilibrio del mecanismo N°4.

En una primera fase se establecería el equilibrio al igual que en el mecanismo n°3, tal y como se puede observar en la figura D.7, pero la integración se realizaría para un ancho de placa ficticio  $b_1$ , (fig. D.6). Con ello, se obtendría exactamente la misma expresión que la del mecanismo n°3.

En una segunda fase se realizaría de nuevo el mismo proceso pero para una placa ficticia de ancho  $b_2$ . De nuevo obtendríamos una expresión idéntica a la del mecanismo n°3.

Procediendo a la sustracción del mecanismo de ancho  $b_2$ , al mecanismo total de base  $b_1$ , se obtendría la expresión presentada por Murray en su artículo de 1981, (Murray y Khoo 1981), con la que se obtiene la curva del comportamiento post-colapso del mecanismo n°4.

$$P = P_1 - P_2 \tag{10.d}$$

$$Pe = P_1 e_1 - P_2 e_2 \quad (11.d)$$

### D.2.5 Mecanismo básico nº5

En este caso la placa está solicitada a una carga de compresión excéntrica. Posee tres bordes libres y uno simplemente apoyado. En base a estas condiciones de contorno y carga, el mecanismo de colapso será el siguiente, (fig.D.8 y fig.D.9).

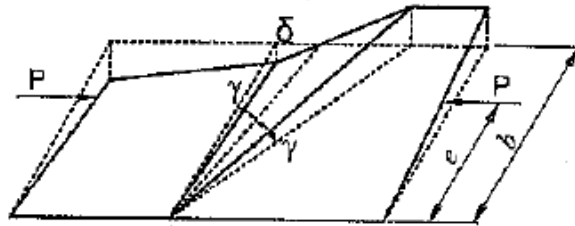


Figura D. 8. Mecanismo N°5 de Murray y Khoo. (Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)

De nuevo, el mecanismo nº3 será la referencia. Tal y como expone Murray, (Murray y Khoo 1981), las ecuaciones características de este mecanismo se obtienen simplemente sustituyendo el valor del factor  $k_1 = 1 + \sec^2 \beta$ , por el valor del factor  $k_2 = \sec^2 \beta$ .

Si observamos el mecanismo de colapso en planta, y operamos estableciendo el equilibrio de media placa.

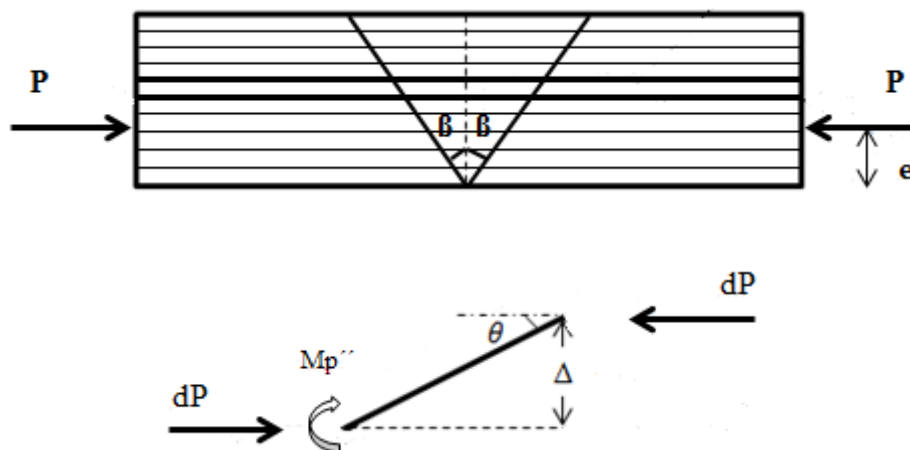


Figura D. 9. Equilibrio mecanismo N°5.

Tendríamos que:

$$dP \Delta_c = M_p'' \quad (12.d)$$

Dado que la capacidad a momento de una línea plástica inclinada, según Murray, es conocida, (véase apartado 4.7.2, ec.4.8), se puede decir que:

$$M_p'' = M_p' \sec^2 \beta \quad (13.d)$$

Y dado que:

$$M_p' = M_{pred} \quad (14.d)$$

Sustituyendo las ecuaciones 13.d y 14.d en 12.d:

$$dP\Delta_c = M_{pred} \cdot \sec^2 \beta$$

Denominando:

$$k_2 = \sec^2 \beta$$

Se obtiene:

$$dP\Delta_c = M_{pred} \cdot k_2 \quad (15.d)$$

La expresión obtenida es similar a la del mecanismo nº3, (véase apartado 4.8.2.1, ec.4.61), la cual se reproduce aquí para facilitar la lectura.

$$dP \cdot \Delta_c = M_{pred} \cdot k_1 \quad (\text{mecanismo nº3}) \quad (16.d)$$

La diferencia, entre las ecuaciones 15.d y 16.d, estriba en que, en lugar de un factor  $k_1 = 1 + \sec^2 \beta$ , se ha obtenido un factor  $k_2 = \sec^2 \beta$ .

La continuidad de las operaciones, a partir de la ecuación 15.d, serían idénticas a las desarrolladas en el apartado 4.8.2.1 para el mecanismo nº3, solo que en lugar de emplear el factor  $k_1$ , se operaría con el factor  $k_2$ .

En base a ello, simplemente con sustituir el factor  $k_1$  por  $k_2$  en la expresión del mecanismo nº3, se obtendría la ecuación que define el comportamiento post-colapso del mecanismo nº5.

$$P = \frac{\sigma_y t b}{2} \left[ \sqrt{\left(\frac{2\Delta}{k_2 t}\right)^2 + 1} - \left(\frac{2\Delta}{k_2 t}\right) + \frac{k_2 t}{2\Delta} \ln \left( \sqrt{\left(\frac{2\Delta}{k_2 t}\right)^2 + 1} + \frac{2\Delta}{k_2 t} \right) \right]$$

$$Pe = \frac{\sigma_y t^3 b^2 k_2^2}{12\Delta^2} \left[ \sqrt{\left[\left(\frac{2\Delta}{k_2 t}\right)^2 + 1\right]^3} - 1 - \left(\frac{2\Delta}{k_2 t}\right)^3 \right]$$



### D.2.6 Mecanismo básico nº6

El mecanismo nº6 es, de nuevo, una variación del mecanismo nº3. Las condiciones de contorno son exactamente las mismas. Los bordes en los que se aplica la carga están empotrados, permitiendo a uno de estos apoyos el desplazamiento de la placa en la dirección de la carga aplicada para que el mecanismo de colapso pueda desarrollarse. En relación a los bordes paralelos a la dirección de la carga, uno estará libre, sin ningún tipo de restricción al movimiento, y el borde opuesto apoyado. La carga de compresión será excéntrica.

El mecanismo de fallo nº6 se puede apreciar en las figuras D.10 y D.11.

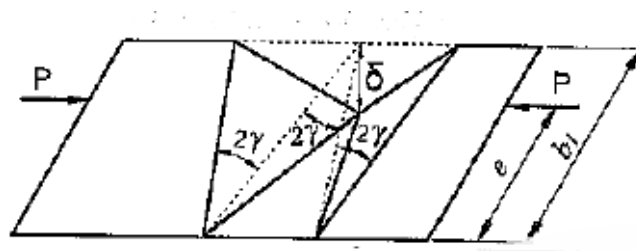


Figura D. 10. Mecanismo N°6 de Murray y Khoo. (Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)

Murray expone: “Otra vez la derivación es prácticamente idéntica a la del mecanismo nº3. La única diferencia es que las líneas plásticas centrales y las líneas plásticas externas están sometidas a un momento  $M_p$ . Por lo tanto, solamente es necesario remplazar el factor  $k_1$  por el factor  $k_3$ , donde  $k_3 = 2\sec^2\beta$ ”

El factor  $k_3$  se obtiene procediendo al igual que en el mecanismo anterior nº5. Se ha de tener en cuenta que todas las líneas plásticas poseen el mismo ángulo de inclinación  $\beta$ .

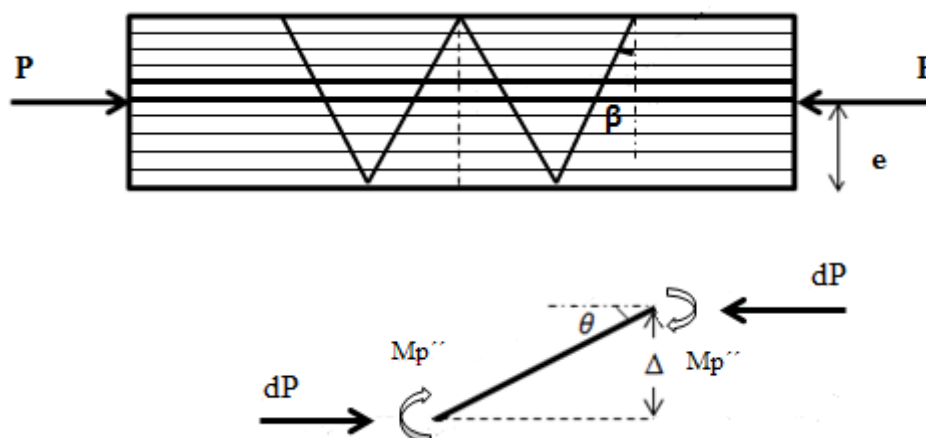


Figura D. 11. Mecanismo N°6 de Murray y Khoo,

Estableciendo el equilibrio de media placa se obtiene que:

$$dP\Delta_c = 2M_p'' \quad (17.d)$$

Dado que la capacidad a momento de una línea plástica inclinada, según Murray, es conocido, (ec.4.8), se puede establecer que:

$$M_p'' = M_p' \sec^2 \beta \quad (18.d)$$

Y como:

$$M_p' = M_{pred} \quad (19.d)$$

Sustituyendo las ecuaciones 18.d y 19.d en 17.d:

$$dP\Delta_c = 2M_{pred} \cdot \sec^2 \beta$$

Denominando:

$$k_3 = 2\sec^2 \beta$$

$$dP\Delta_c = M_{pred} \cdot k_3 \quad (20.d)$$

El desarrollo de la expresión 20.d sería igual al realizado para el mecanismo n°3, solo que en lugar de emplear el factor  $k_1$ , se operaría con el factor  $k_3$ .

En base a ello, sustituyendo en las expresiones del mecanismo 3 el valor de  $k_1$ , por  $k_3$ , se obtendrá la expresión que define el comportamiento post-colapso del mecanismo N°6.

$$P = \frac{\sigma_y t b}{2} \left[ \sqrt{\left(\frac{2\Delta}{k_3 t}\right)^2 + 1} - \left(\frac{2\Delta}{k_3 t}\right) + \frac{k_3 t}{2\Delta} \ln \left( \sqrt{\left(\frac{2\Delta}{k_3 t}\right)^2 + 1} + \frac{2\Delta}{k_3 t} \right) \right]$$

$$Pe = \frac{\sigma_y t^3 b^2 k_3^2}{12\Delta^2} \left[ \sqrt{\left[\left(\frac{2\Delta}{k_3 t}\right)^2 + 1\right]^3} - 1 - \left(\frac{2\Delta}{k_3 t}\right)^3 \right]$$

### D.2.7 Mecanismo básico n°7

En este caso la placa posee tres bordes apoyados. El borde restante, que sería paralelo a la dirección de la carga aplicada, estaría libre sin ningún tipo de restricción. La carga axial estará aplicada excéntrica.

Dadas las condiciones de contorno y carga, el mecanismo de colapso estará conformado por dos líneas plásticas inclinadas a 45°, tal y como se puede observar en la figura D.12.

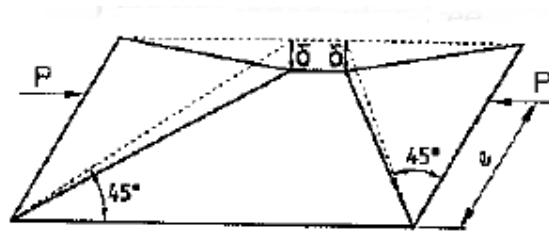


Figura D. 12. Mecanismo N°7 de Murray y Khoo, (Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)

Murray expone que la expresión que define el comportamiento post-colapso del mecanismo básico n°7 se obtiene a partir de la expresión del mecanismo n5°.

Estableciendo el equilibrio de una banda longitudinal, al igual que en los mecanismos precedentes, tal y como se muestra en la figura D.13, tendríamos que:

$$dP\Delta_c = M_p'' \quad (21.d)$$

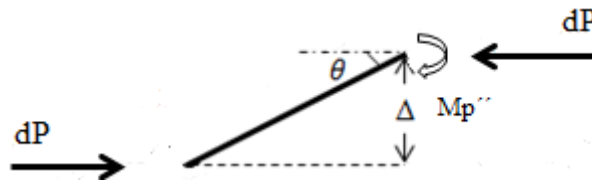


Figura D. 13. Equilibrio mecanismo N°7

Empleando la expresión de Murray que determina la capacidad a momento de una línea plástica inclinada, (apartado 4.7.2, ec.4.8), se puede decir que:

$$M_p'' = M_{p'} \cdot \sec^2 \beta \quad (22.d)$$

Y como:

$$M_{p'} = M_{pred} \quad (23.d)$$

Sustituyendo las ecuaciones 22.d y 23.d en 21.d, se obtiene que:

$$dP\Delta_c = M_{pred} \cdot \sec^2 \beta$$

Denominando:

$$k_2 = \sec^2 \beta$$

Se tendría que:

$$dP\Delta_c = M_{pred} \cdot k_2 \quad (24.d)$$

Se observa que la ecuación 24.d, es igual a la obtenida para el mecanismo n°5, (ec.15.d). Por lo que desarrollando la expresión 24.d se obtendría exactamente la misma expresión que para el mecanismo n°5.

Por otro lado, dado que:

$$k_2 = \sec^2 \beta = \sec^2 45 = 2$$

Sustituyendo  $k_2$  en la expresión del mecanismo n°5 por su valor, se obtendría la expresión que define el comportamiento post-colapso del mecanismo n°7.

$$P = \frac{\sigma_y t b}{2} \left[ \sqrt{\left(\frac{\Delta}{t}\right)^2 + 1} - \left(\frac{\Delta}{t}\right) + \frac{t}{\Delta} \ln \left( \sqrt{\left(\frac{\Delta}{t}\right)^2 + 1} + \frac{\Delta}{t} \right) \right]$$

$$P_e = \frac{\sigma_y t^3 b^2}{3\Delta^2} \left[ \sqrt{\left[\left(\frac{\Delta}{t}\right)^2 + 1\right]^3} - 1 - \left(\frac{\Delta}{t}\right)^3 \right]$$

### D.2.8 Mecanismo básico n°8

El mecanismo n°8 de Murray, denominado también “*flip-disc*”, posee las mismas condiciones de contorno que el mecanismo n°2.

La placa posee empotramientos en los bordes cargados. Uno de estos apoyos ha de permitir el desplazamiento horizontal de la placa para que pueda desarrollarse el mecanismo de colapso. Los dos bordes paralelos a la dirección de la carga serán libres sin ningún tipo de restricción. La placa estará sometida a compresión pura.

El mecanismo de colapso n°8 se presenta en la figura D.14.

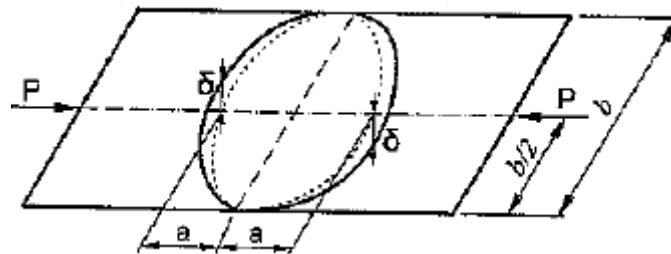


Figura D. 14. Mecanismo N°8 de Murray y Khoo. (Ungureanu, Kotelko, y otros 2008)

Murray expone que después de una exhaustiva investigación en laboratorio se asumió que el “*flip-disc*” estaba conformado por dos parábolas de poca profundidad.

Al igual que en los mecanismos precedentes, se divide la placa en bandas longitudinales infinitesimales, y se plantea el equilibrio de la banda BC, tal y como se muestra en la figura D.15.

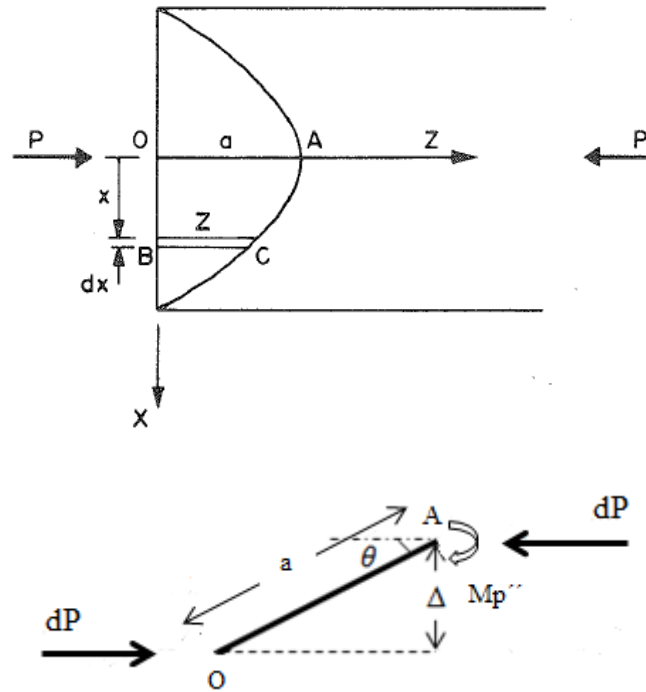


Figura D. 15. Mecanismo N°8 de Murray y Khoo, (Murray y Khoo 1981)

De donde se podría asumir que:

$$dP\Delta_c = M_{p''} = M_{pred} \cdot \sec^2 \beta \quad (25.d)$$

Asumiendo, también, que la parábola responde a una ecuación de la forma:

$$z = -\frac{4ax^2}{b^2} \quad (26.d)$$

Y que la secante puede ser expresada como:

$$\sec^2 \beta = 1 + \tan^2 \beta \quad (27.d)$$

Y que:

$$\tan^2 \beta = \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \quad (28.d)$$

Sustituyendo la ecuación 28.d en 27.d se obtiene que:

$$\sec^2 \beta = 1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \quad (29.d)$$

Derivando la ecuación de la parábola respecto a x, (ec.26.d), y sustituyendo su valor en 29.d, tendremos que:

$$\sec^2 \beta = 1 + \left(\frac{8ax}{b^2}\right)^2 = 1 + \frac{64a^2x^2}{b^4} \quad (30.d)$$

Por otro lado, por proporción de triángulos se puede establecer la relación de desplazamientos entre el punto C y el punto de mayor altura de la parábola, A.

$$\Delta_c = \frac{BC}{OA} \Delta = \frac{z}{a} \Delta = \left(1 - \frac{4x^2}{b^2}\right) \Delta \quad (31.d)$$

Sustituyendo las ecuaciones 30.d y 31.d, y la relativa al valor del momento plástico reducido de una línea plástica inclinada obtenida por Murray, (apartado 4.7.2, ec.4.8), en la ecuación anterior 25.d, se obtiene que:

$$dP \left(1 - \frac{4x^2}{b^2}\right) \Delta = M_p \left[1 - \left(\frac{dP}{dP_p}\right)^2\right] \cdot \left(1 + \frac{64a^2x^2}{b^4}\right)$$

Dividiendo en ambos términos por  $dP_p$ .

$$\frac{dP}{dP_p} \left(1 - \frac{4x^2}{b^2}\right) \Delta = \frac{t}{4} \left[1 - \left(\frac{dP}{dP_p}\right)^2\right] \cdot \left(1 + \frac{64a^2x^2}{b^4}\right)$$

Despejando y reordenando los términos según una ecuación de segundo grado.

$$\left(\frac{dP}{dP_p}\right)^2 + \frac{b^2(b^2 - 4x^2)}{b^4 + 64a^2x^2} \cdot \frac{4\Delta}{t} \left(\frac{dP}{dP_p}\right) - 1 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado.

$$dP = \sigma_y t \left[ \sqrt{\left(\frac{2\Delta b^2(b^2 - 4x^2)}{t(b^4 + 64a^2x^2)}\right)^2 + 1} - \frac{2\Delta b^2(b^2 - 4x^2)}{t(b^4 + 64a^2x^2)} \right] dx \quad (32.d)$$

La integración de la expresión anterior se realiza a través de la regla de Simpson. El integrando será evaluado en  $x=0$ ,  $x=b/4$  y  $x=b/2$ . De donde:

$$P = \frac{\sigma_y t b}{6} \left[ 1 - \frac{2\Delta}{t} - \frac{6\Delta}{t \left(1 + 4 \frac{a^2}{b^2}\right)} + \sqrt{\left(\frac{2\Delta}{t}\right)^2 + 1} + 4 \sqrt{\left(\frac{3\Delta}{2t \left(1 + 4 \frac{a^2}{b^2}\right)}\right)^2 + 1} \right] \quad (33.d)$$

Expresión obtenida por Murray y Khoo en el apéndice de su artículo de 1981. En este apéndice también se apunta qué valores de “a” deben tomarse. Parece ser que el mínimo de P se produce para la relación a/b igual a cero, pero que los resultados no cambian prácticamente para valores de a/b entre 0 y 0,33.

A mayores, dichos autores realizan un pequeño estudio de las tensiones. Volviendo a la ecuación 32.d, y expresándola en forma de tensiones.

$$\sigma_z(x) = \frac{dP}{tdx} = \sigma_y \left[ \sqrt{\left(\frac{2\Delta b^2(b^2 - 4x^2)}{t(b^4 + 64a^2x^2)}\right)^2 + 1} - \frac{2\Delta b^2(b^2 - 4x^2)}{t(b^4 + 64a^2x^2)} \right]$$

Se observa que cuando  $x=b/2$ , las tensiones  $\sigma_z(b/2) = \sigma_y$ , que cuando  $x=0$

$$\sigma_z(0) = \sigma_y \left[ \sqrt{\left(\frac{2\Delta}{t}\right)^2 + 1} - \frac{2\Delta}{t} \right]$$

A la vista de estos resultados, Murray y Khoo, afirman que a medida que los desplazamientos  $\Delta$  incrementan, una gran proporción de la carga ha de ser asumida por las partes más externas de la placa.

En el apartado 4.5.2.2, se comentó que una placa con las condiciones de contorno y carga del mecanismo nº8, podían desarrollar este tipo de mecanismo o un “*roof-shaped*”.

Murray expuso que las imperfecciones iniciales de placa eran determinantes en el desarrollo de un mecanismo de fallo u otro, y que una vez que se producía un punto de plastificación, en el centro, o hacia un extremo de la placa, el mecanismo resultante era un “*roof-shaped*” o un “*flip-disc*” respectivamente, (para más información ver apartado 4.5.2.2).

Dado que este es el único mecanismo en el que se obtienen expresiones en función de las tensiones, es posible que Murray estuviese encaminando su investigación a establecer las causas que determinan la ocurrencia de un “*flip-disc*” o un “*roof-shaped*”.

### D.2.9 Análisis de mecanismos plásticos complejos.

Murray, (Murray y Khoo 1981), expone que la mayor parte de los patrones de colapso pueden ser estudiados y entendidos como un ensamblaje de mecanismos básicos.

En concreto Murray afirma: “Cuando un elemento de acero conformado en frío falla, lo hace a través de un mecanismo espacial plástico. Aunque a primera vista estos mecanismos parecen ser complicados, en realidad consisten en un ensamblaje de mecanismos básicos que son compatibles unos con otros”.

En base a ello, Murray desarrolla dos ejemplos explicativos de como acometer el análisis de un mecanismo complejo a partir de mecanismos básicos.

Aquí se trabajara sólo el primero de los ejemplos, denominado CW1, (fig.D.16), el cual consiste en una sección en “C” sometida a flexo-compresión. El alma de la pieza, desarrolla un mecanismo básico N°8, o, “flip-disc”. Las alas, sometidas a esfuerzos de tracción y compresión, no llegan a desarrollar líneas plásticas.

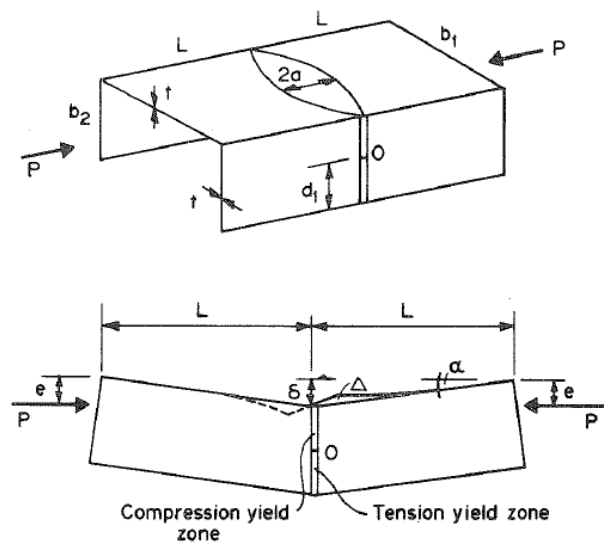


Figura D. 16. Mecanismo CW1 de Murray y Khoo, (Murray y Khoo 1981)

La profundidad de la zona de tracción,  $d_1$ , varía durante el proceso de plastificación. A medida que el desplazamiento  $\delta$  aumenta, la zona de tracción en las alas se hace mayor y la de compresiones menor. El punto O perteneciente a la línea neutra, y por tanto no sujeto a variaciones de longitud, será el punto de referencia.

Para deducir la curva post-colapso, se supone que  $\Delta_{r_i}$  en la figura D.17 es igual al acortamiento del alma debido al mecanismo “flip-disc”. Concretamente, se tiene en cuenta la mitad del acortamiento por estar trabajando con solo la mitad del perfil. Según Murray, esta mitad de



acortamiento se puede aproximar como  $\Delta^2/2a$ , (véase Gioncu y Mazzolanni 2002). Así pues, se puede escribir que:

$$\frac{\Delta^2}{2a} = \Delta_{ri} \quad (34.d)$$

A partir de 34.d y la observación de la figura D.17, se deduce fácilmente que:

$$\sin \alpha \approx \alpha = \frac{\Delta_{ri}}{b_2 - d_1} = \frac{\Delta^2}{2a(b_2 - d_1)}$$

$$\delta = \alpha \cdot L = \frac{\Delta^2 L}{2a(b_2 - d_1)}$$

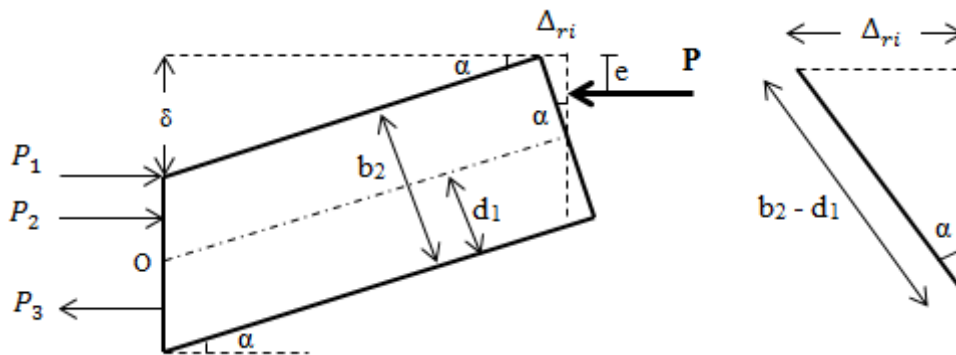


Figura D. 17. Equilibrio y relaciones trigonométricas del mecanismo CWI de Murray y Khoo.

Denominando  $P_1$ , a la fuerza de compresión actuante en el alma responsable de la formación del mecanismo n°8 de Murray, y  $P_2$ ,  $P_3$ , a las fuerzas de compresión y tracción, respectivamente, actuantes en las alas de la pieza debido a la excentricidad de la carga  $P$ , se puede establecer el equilibrio de media pieza en los siguientes términos:

$$P = P_1 + P_2 - P_3 \quad (35.d)$$

$$P(\delta + b_2 - d_1 - e) = P_1(b_2 - d_1) + P_2 \left( \frac{b_2 - d_1}{2} \right) - P_3 \left( \frac{d_1}{2} \right) \quad (36.d)$$

El valor de  $P_1$  se puede tomar directamente del mecanismo n°8, (ec.33.d), y dado que las fuerzas  $P_2$  y  $P_3$  tienen un valor de:

$$P_2 = 2[\sigma_y(b_2 - d_1)t] \quad (37.d)$$

$$P_3 = 2\sigma_y d_1 t \quad (38.d)$$

Sustituyendo las ecuaciones 34.d, 37.d y 38.d en la ecuación 36.d, se obtiene la expresión que define el comportamiento post-colapso de la pieza CW1, que expresada de manera adimensional, adquirirá la forma:

$$\left( \frac{P_1}{\sigma_y b_2 t} - 1 + \frac{2d_1}{b_2} \right) \left( \frac{\Delta L}{2ab_2^2 \left(1 - \frac{d_1}{b_2}\right)} + 1 - \frac{d_1}{b_2} + \frac{e}{b_2} \right) - \frac{P_1}{\sigma_y b_2 t} \left(1 - \frac{d_1}{b_2}\right) - 1 + 2 \frac{d_1}{b_2} = 0$$

El proceso consiste en suponer un valor de  $\Delta$  en la ecuación característica del mecanismo n°8, (ec.33.d). Obtenido un valor para  $P_1$ , se resuelve la ecuación situada sobre este párrafo para  $d_1$ . Conocido el valor de  $d_1$ , el resto de las fuerzas y desplazamientos pueden ser determinados a través de las ecuaciones anteriores.



## ANEXO E.

# E. MÉTODOS DE CÁLCULO EMPLEADOS EN LAS SIMULACIONES POR EL MEF.

### E.1 INTRODUCCIÓN.

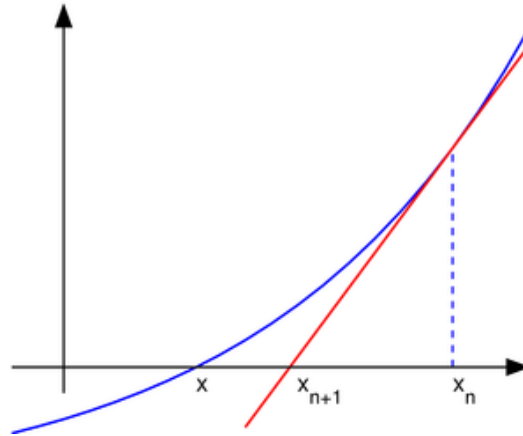
Tal y como se expuso en el capítulo 5, en los modelos solicitados a **compresión pura**, la carga se aplicó mediante desplazamiento impuesto, y el método de solución del análisis empleado fue el de Newton-Raphson.

En los modelos solicitados a **flexión pura**, la carga se aplicó mediante fuerza impuesta, por ser esta la condición más similar a la de los ensayos experimentales realizados habitualmente en chapas trapezoidales. El método de solución del análisis empleado fue el Arc-Length, ya que la convergencia no era posible mediante el método de Newton-Raphson, al presentar la respuesta del modelo un punto límite.

En el apartado E.2 se presenta el Método de Newton-Raphson y en el apartado E.3 el Método de Riks. La presentación de ambos métodos permite aclarar algunas de las cuestiones del por qué no se alcanzaba la convergencia en las simulaciones sometidas a flexión pura mediante el Método de Newton-Raphson.

### E.2 MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON.

Matemáticamente, el **método de Newton-Raphson**, (fig.E.1), se emplea para obtener las raíces de ecuaciones no lineales. Es un método iterativo que para la mayoría de las funciones converge rápidamente.



**Figura E. 1. Método de Newton-Raphson.**

En cada paso  $n$  del proceso de iteración, dicho método emplea la tangente a la curva en el punto  $X_n$ , para estimar la posición de la raíz.

Dado que la pendiente de la tangente en  $X_n$  es la derivada de la función calculada en  $X_n$ :

$$\text{Pendiente} = f'(X)$$

Y que la pendiente se puede expresar también como:

$$\text{Pendiente} = \frac{f(X_n) - 0}{X_n - X_{n+1}}$$

Igualando ambas expresiones y despejando  $X_{n+1}$ , se obtiene:

$$X_{n+1} = X_n - \frac{f(X_n)}{f'(X_n)}$$

La ecuación anterior se utiliza iterativamente para obtener mejores estimaciones de la posición de la raíz. Si el primer valor que se ensaya está razonablemente próximo al valor correcto, el método de Newton-Raphson converge rápidamente, por lo que es apropiado partir de valores cercanos a las raíces con el fin de reducir el número de iteraciones.

ANSYS, al igual que muchos otros programas de cálculo, emplea este método iterativo a partir de la siguiente expresión, (Bathe 2006):

$$[K_i^T] \cdot \{\Delta u_i\} = \{F^a\} - \{F_i^{nr}\} \quad (1.e)$$

$$\{u_{i+1}\} = \{u_i\} + \{\Delta u_i\} \quad (2.e)$$

Donde:

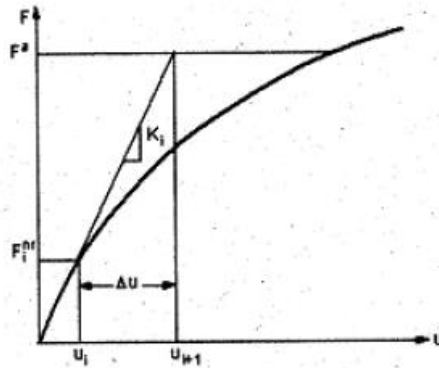
$$[K_i^T] = \text{Matriz de rigidez tangente.}$$

$\{u_i\}$ = Vector desplazamientos incógnitas. GDL, (grados de libertad), correspondiente al paso i.

$\{F^a\}$ = Vector de cargas aplicadas.

$\{F_i^{nr}\}$ = Vector de fuerzas internas

$\{\Delta u_i\}$ = Diferencia entre el vector  $u_i$  y el vector  $u_{i+1}$ .

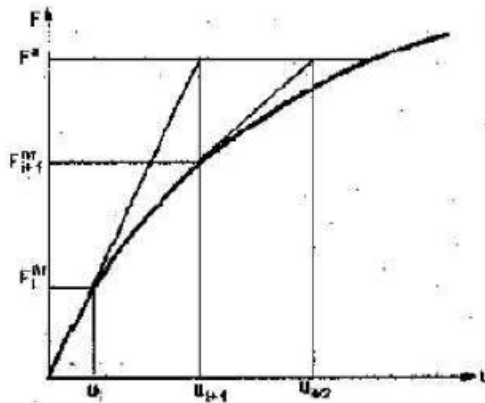


**Figura E. 2. Método de Newton-Raphson en ANSYS para el paso i, (Bathe 2006).**

El proceso del algoritmo general es el siguiente:

- En el primer paso de carga se toma  $\{u_0\}=0$ .
- El método calcula la matriz tangente  $\{K_i^T\}$  y las cargas elementales internas  $\{F_i^{nr}\}$  a partir de la configuración de los  $\{u_i\}$ .
- Se obtiene el valor de  $\{\Delta u_i\}$  a partir de la ecuación 1.e.
- Al valor obtenido de  $\{\Delta u_i\}$  se añade  $\{u_i\}$  para obtener una nueva aproximación  $\{u_{i+1}\}$ , según la ecuación 2.e.
- Se repite el proceso desde el punto b hasta conseguir la convergencia.

La siguiente figura mostraría el proceso:



**Figura E. 3. Método de Newton-Raphson en ANSYS para el paso i+1, (Bathe 2006).**

La diferencia entre el vector de cargas aplicadas y el vector de cargas internas, correspondiente al segundo término de la ecuación 1.e, se denomina vector residual  $\{R\}$ . Esto es:

$$\{R\} = \{F^a\} - \{F^{nr}\}$$

Se alcanza la convergencia cuando:

$$\|\{R\}\| < \varepsilon_R \cdot R_{ref}, \quad (\text{Convergencia residual}). \quad (3.e)$$

O cuando,

$$\|\{\Delta u_i\}\| < \varepsilon_u \cdot u_{ref}, \quad (\text{Convergencia incremental de los GDL}). \quad (4.e)$$

Donde:

$\varepsilon_R$  y  $\varepsilon_u$ , son el margen de tolerancia.

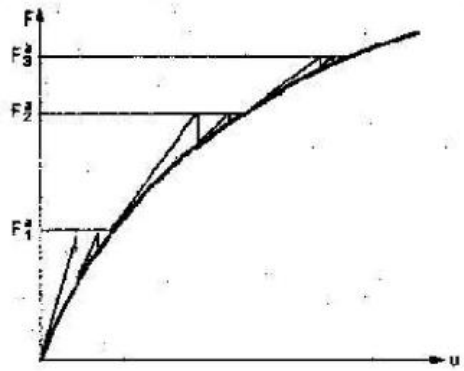
$R_{ref}$  y  $u_{ref}$ , son valores de referencia.

$\|\bullet\|$ , es la norma de un vector.

Leyendo las expresiones 3.e y 4.e, la convergencia se alcanza cuando la norma del residuo, es decir, el desequilibrio, es menor que una tolerancia multiplicada por un valor de referencia, y/o cuando el tamaño de los incrementos de GDL es menor que una tolerancia multiplicada por un valor de referencia.

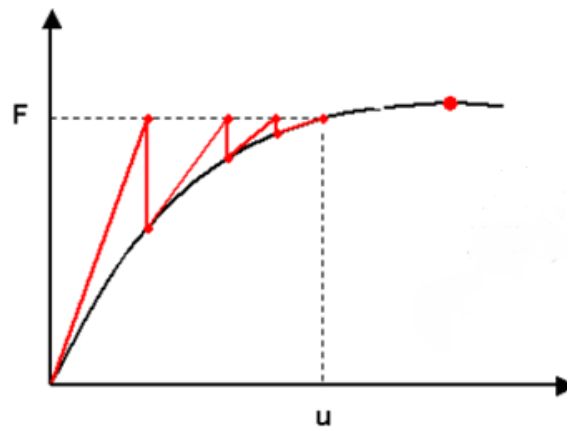
Por defecto el valor de referencia de residuo  $R_{ref}$  es  $\|F^a\|$  y el valor de referencia para  $u_{ref}$  es  $\|u\|$ .

ANSYS permite dividir este proceso de iteración en sub-pasos, al final de los cuales se alcanza el equilibrio, tal y como se puede observar en la figura E.4. A cada paso de carga ANSYS lo denomina “*load step*”, el cual es subdividido en sub-pasos, que son denominados “*substeps*”. Este proceso se denomina “procedimiento de solución completa de Newton-Raphson”, (*Full Newton-Raphson solution procedure*).



**Figura E. 4. Procedimiento incremental de Newton-Raphson, (Bathe 2006).**

Uno de los problemas principales que presenta el método de Newton-Raphson es que al alcanzarse la carga última se llega a un punto límite en el que la función cambia el signo de la pendiente. La función presenta una forma tal en que la tangente se hace horizontal y no hay convergencia.



**Figura E. 5. Caso de no convergencia con el método de Newton-Raphson, (Bathe 2006).**

La recta tangente a la trayectoria de equilibrio en el rango plástico es negativa. Los desplazamientos aumentan y las cargas disminuyen, por lo que la convergencia no es posible si el proceso de carga se hace sin control en desplazamientos, como es el caso de los análisis a flexión pura de esta investigación.

Un ejemplo muy conocido, y muy ilustrativo de esta problemática, es el de las estructuras que presentan un comportamiento “*snap-through*”, (fig. E.6), como el que pueden sufrir los arcos. Dichas estructuras presentan una región inestable acotada entre dos puntos críticos. Al alcanzarse el primer punto límite la convergencia se hace dificultosa, ya que muchos programas de cálculo deben realizar un salto brusco en desplazamientos hasta encontrar una nueva región estable en el que la pendiente de la recta vuelve a ser positiva.



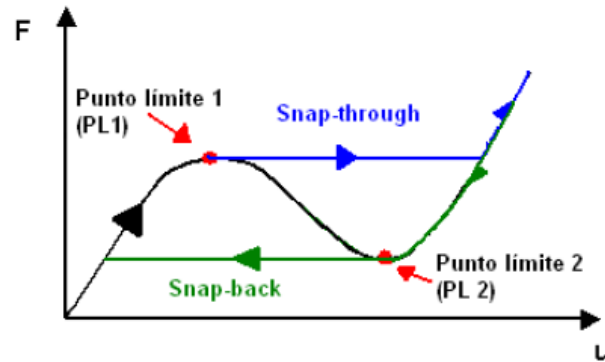


Figura E. 6. Fenómeno “snap-through”.

En las simulaciones a compresión pura, sí fue posible la convergencia mediante el método de Newton-Raphson, ya que en este caso no se observó ningún punto límite en desplazamientos.

### E.3 MÉTODO DE RIKS.

El **método del Arc-Length** o **método de Riks**, surge como una variación del método de Newton-Raphson para superar la problemática que presentan los puntos límite. Dicho método fue desarrollado originalmente por Riks y Wemper en los años setenta, y del cual, hoy en día, existen muchas variaciones.

El método de Riks original, pasa por la realización de sub-pasos. La carga aplicada en cada sub-paso es función de la carga total aplicada  $\{F^a\}$  a través de un factor escalar  $\lambda$ , cuyo valor oscila entre  $-1 \leq \lambda \leq 1$ .

El desplazamiento correspondiente  $\{\Delta u_i\}$  a la carga aplicada se obtiene empleando la expresión:

$$[K_i^T] \cdot \{\Delta u_i\} = \lambda \cdot \{F^a\} - \{F^{nr}\} \quad (5.e)$$

Calculado un primer desplazamiento y mediante una simple relación:

$$\vec{t}_i = \begin{bmatrix} \Delta \vec{u}_i \\ \Delta \lambda_i \end{bmatrix}$$

Se obtiene la longitud de un primer vector  $\vec{t}_i$  tangente a la trayectoria de equilibrio, realizando así una primera iteración. Si el sistema no converge, lo cual es habitual en una primera iteración, se traza de nuevo una tangente a la trayectoria de equilibrio, la cual es intersecada con el trazado de un plano normal  $\vec{n}_1$  definido como:

$$\vec{n}_i = \begin{bmatrix} \Delta \vec{u}_i \\ -\Delta \lambda_i \end{bmatrix}$$

Es por tanto un plano que pasa por el extremo del primer vector definido  $\vec{t}_1$ . El punto de intersección permite determinar la carga y el desplazamiento correspondiente para dicho punto.

El procedimiento pasa por la realización de las iteraciones necesarias hasta llegar a la convergencia en cada uno de los sub-pasos.

En la figura E.7 se puede observar gráficamente como sería el proceso iterativo del Método de Riks para un sub-step que ha convergido en dos iteraciones.

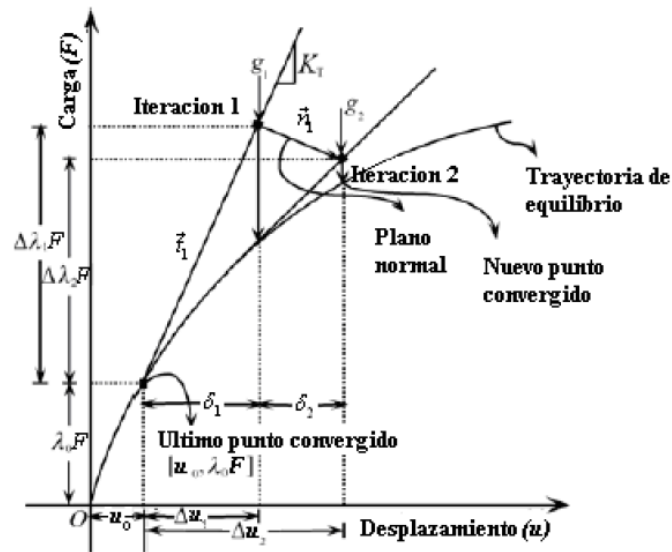


Figura E. 7. Método de Riks para un sub-step.

ANSYS no emplea este método original de Riks, sino que emplea una variación del mismo realizado por Forde y Stiemer en 1987. Este método utiliza iteraciones esféricas, (fig. E.8).

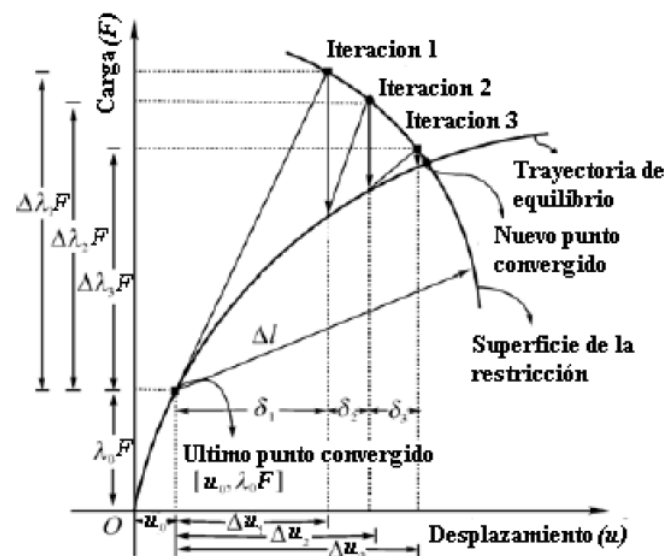


Figura E. 8. Método de Forde y Stiemer para un substep.

El método iterativo del Arc-Length desarrollado por Forde y Stiemer se puede comprender muy bien reescribiendo la ecuación 5.e en función del factor proporcional de carga  $\lambda$  de forma incremental. De esta manera obtendremos la relación 6.e para un substep  $n$  y una iteración  $i$ .

$$[K_i^T] \cdot \{\Delta u_i\} - \Delta\lambda\{F^a\} = (\lambda_n + \lambda_i)\{F^a\} - \{F_i^{nr}\} = -\{R_i\} \quad (6.e)$$

Donde:

$\Delta\lambda$  = Factor de carga incremental, tal y como se puede apreciar en la figura E.9.

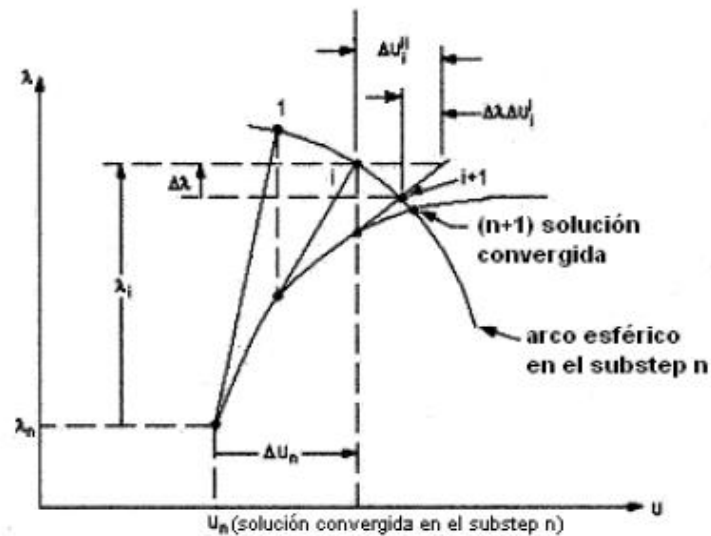


Figura E. 9. Método de Forde y Stiemer en el substep  $n$  y la iteración  $i$ .

El desplazamiento incremental  $\{\Delta u_i\}$  de la ecuación 6.e puede entenderse y escribirse como la suma de dos partes.

$$\{\Delta u_i\} = \Delta\lambda\{\Delta u_i'\} + \{\Delta u_i''\}$$

Donde:

$\{\Delta u_i'\}$  = Desplazamiento debido a un factor de carga unidad.

$\{\Delta u_i''\}$  = Desplazamiento incremental proveniente del método convencional de Newton-Raphson.

Los cuales vienen definidos mediante las expresiones:

$$\{\Delta u_i'\} = [K_i^T]^{-1} \cdot \{F^a\} \quad (7.e)$$

$$\{\Delta u_i''\} = -[K_i^T]^{-1} \cdot \{R_i\} \quad (8.e)$$

Así pues, para cada iteración del Arc-Length es necesario emplear las ecuaciones 7.e y 8.e para resolver  $\{\Delta u_i'\}$  y  $\{\Delta u_i''\}$ . Calculados dichos desplazamientos se obtiene el desplazamiento  $\{\Delta u_i\}$  y la carga correspondiente al punto de intersección entre el arco y una recta tangente a la trayectoria de equilibrio.

Tal y como se puede observar el método del Arc-Length tiene como base el método de Newton-Raphson. La obtención de un primer vector tangente a la trayectoria de equilibrio, (método de Riks), o de un primer radio de arco tangente a la trayectoria de equilibrio, (método de Forde y Stiemer), cuya longitud es función de la carga aplicada, facilita la convergencia, al estar acotadas las rectas tangentes entre el radio del arco y la trayectoria de equilibrio. Ello permite reducir el valor del vector residual y acercarse mejor a la trayectoria de equilibrio.



## ANEXO F.

# F. MECANISMO DE FALLO INVERSO A COMPRESIÓN PURA. TGLP.

### F.1 INTRODUCCIÓN.

En las simulaciones por el MEF, (capítulo 5), se observó que cuando el perfil sin embutición era solicitado a compresión pura se obtenían dos mecanismos de fallo en función del sentido de la magnitud de imperfección empleada. Dichos mecanismos fueron denominados patrón original y patrón inverso.

Con el empleo de magnitudes de imperfección positivas se obtenía el patrón original. Dicho mecanismo fue desglosado y analizado mediante la TGLP en el apartado 6.2.2.2.

Con la introducción de magnitudes de imperfección negativas se obtenía el patrón denominado inverso, dado que su geometría es inversa a la del patrón original.

En el presente anexo se analizará el patrón inverso mediante la TGLP. El estudio de este mecanismo se realizará empleando el Método de Trabajo.

En el apartado F.2 se presentará de nuevo el patrón inverso y el modelo teórico desarrollado para su análisis mediante la TGLP.

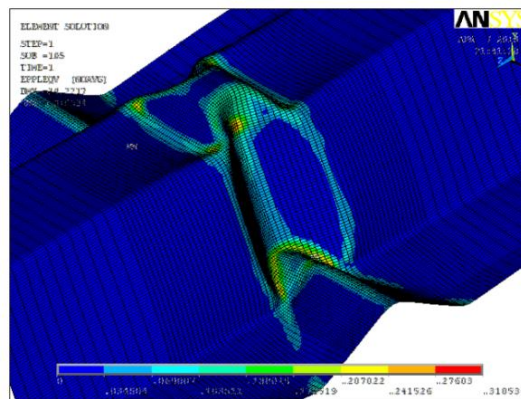
En el apartado F.3 se determinará el trabajo realizado por cada una de líneas plásticas que conforman el mecanismo, así como el valor nominal de la energía absorbida por la rótula.

Por último, en el apartado F.4 se compararán las curvas de comportamiento obtenidas con el empleo de magnitudes de imperfección negativas en las simulaciones por el MEF con la curva post-colapso obtenida mediante la TGLP.

Las conclusiones extraídas tras el análisis de este patrón mediante la TGLP, así como su comparación con el patrón original, fueron ya realizadas en el apartado 6.2.2.4, por lo que no se considera necesario volver sobre ellas en el presente anexo.

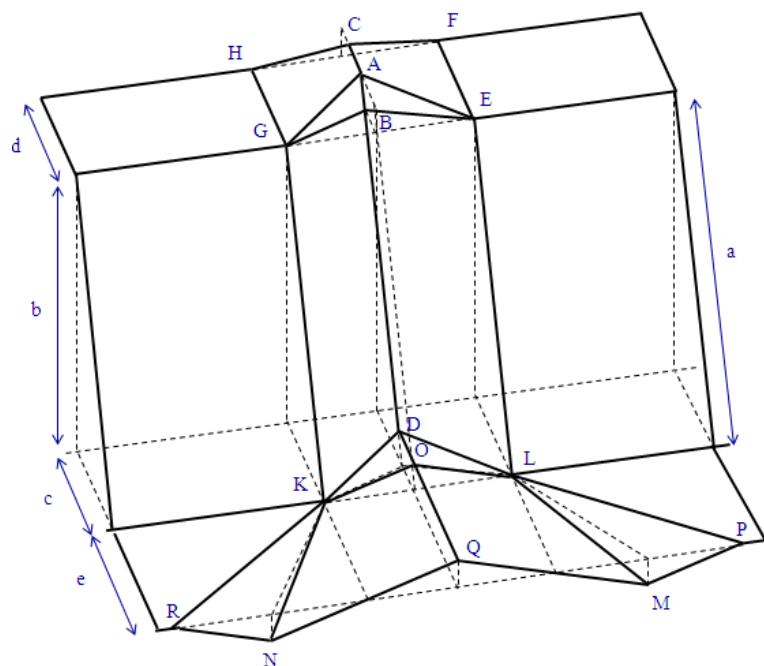
## F.2 MODELO TEÓRICO.

El mecanismo de fallo que se desarrolla en el perfil sin embutición a compresión pura obtenido en las simulaciones por el MEF, con el empleo del primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección negativas, puede apreciarse en la figura F.1.



*Figura F. 1. Patrón de colapso a compresión pura. Imperfecciones positivas. Modelo n°2.*

El mecanismo de fallo presentado en la figura F.1 se modela teóricamente, tal y como se hace constar en la figura F.2, para su análisis mediante la TGLP.



*Figura F. 2. Modelo teórico del mecanismo plástico del panel nervado H-55 a compresión pura. Patrón inverso.*

### F.3 TRABAJO REALIZADO POR LAS LÍNEAS PLÁSTICAS.

En primer lugar se procede a la determinación de las coordenadas de los puntos A y B, (apartado F.3.1).

Obtenidas dichas coordenadas se procede a determinar el trabajo realizado por las líneas plásticas que se desarrollan en el mecanismo de fallo presentado en la figura F.2.

En el apartado F.3.2 se determina el trabajo realizado por las líneas plásticas estacionarias y, en el apartado F.3.3, el trabajo realizado por las líneas plásticas móviles.

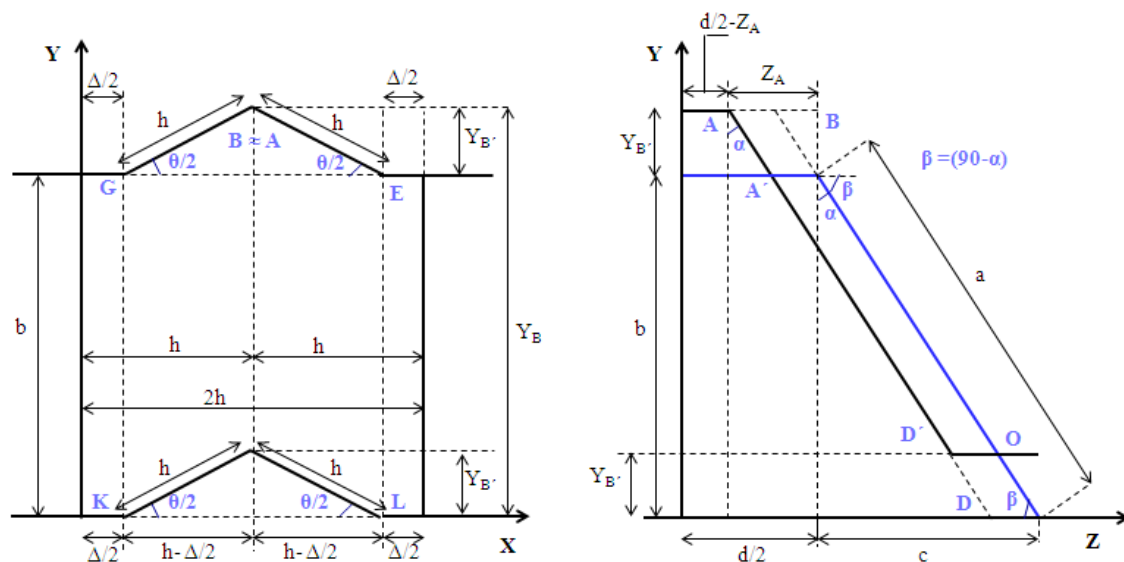
Por último, en el apartado F.3.4 se establece el valor nominal de la energía absorbida por la rótula.

#### F.3.1 Coordenadas de los puntos A y B.

Tal y como se ha expuesto el primer paso es determinar las coordenadas de los puntos A y B.

##### Coordenadas del punto B.

Realizando un corte transversal y longitudinal por el punto B, y ubicando los ejes X, Y, Z, tal y como se muestra en la figura F.3, se pueden establecer las relaciones pertinentes para determinar las coordenadas de dicho punto.



**Figura F. 3. Determinación de las coordenadas de los puntos A y B. Sección longitudinal, (izquierda), sección transversal de media onda, (derecha).**

En base a la figura precedente F.3, las coordenadas  $X_B$ ,  $Z_B$ , serán:

$$X_B = h \text{ y } Z_B = d/2$$



Las coordenadas  $Y_B$  e  $Y_{B'}$ , se determinan realizando el mismo proceso que en el modelo anterior.

$$Y_{B'}^2 + (h - \Delta/2)^2 = h^2$$

Despejando y desarrollando la diferencia de cuadrados,

$$Y_{B'}^2 = h^2 - (h - \Delta/2)^2$$

$$Y_{B'} = \sqrt{h\Delta - \frac{\Delta^2}{4}} \quad (1.f)$$

Teniendo en cuenta que:

$$Y_B = b + Y_{B'}$$

La coordenada  $Y_B$  será igual a:

$$Y_B = b + \sqrt{h\Delta - \frac{\Delta^2}{4}} \quad (2.f)$$

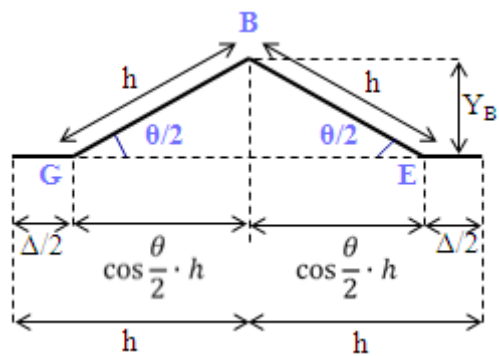
Por tanto, **las coordenadas del punto B**, serán:

$$X_B = h \quad (3.f)$$

$$Y_B = b + \sqrt{h\Delta - \frac{\Delta^2}{4}}$$

$$Z_B = d/2$$

Tomando como base la figura F.3, y ampliando la deformación del ala superior comprimida, se obtiene la relación entre el ángulo girado  $\theta/2$  y el desplazamiento  $\Delta$ , (fig. F.4).



**Figura F. 4. Deformación del ala superior comprimida.**

Se observa que la deformación del ala comprimida es exactamente la inversa de la presentada en el patrón original, (apartado 6.2.2.2.1, fig. 6.33), por lo que siguiendo los pasos realizados en dicho apartado se obtiene que:

$$\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\Delta}{h}} \quad (4.f)$$

### Coordenadas del punto A.

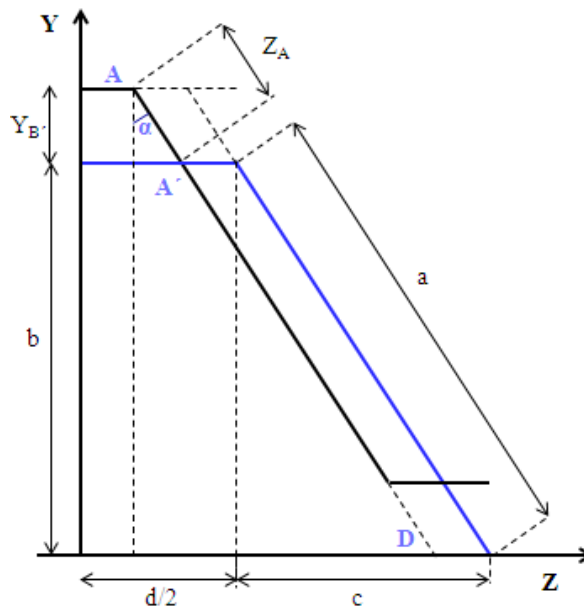
Observando el corte transversal de la figura F.3, y en base al principio de continuidad, se puede establecer que:

$$\left(\frac{d}{2} - Z_A\right) + AD = \frac{d}{2} + a \quad (5.f)$$

Por lo que:

$$Z_A = AD - a \quad (6.f)$$

Lo cual implica que  $AA' = Z_A$



*Figura F. 5. Obtención del valor de AA'.*

Por otro lado, observando el corte transversal, (fig. F.3 y F.5),

$$\cos \alpha = \frac{Y_{B\prime} + b}{AD} \quad (7.f)$$

$$AD = \frac{Y_{B'} + b}{\cos \alpha} \quad (8.f)$$

Sustituyendo la expresión 8.f, en la ecuación 6.f,

$$Z_A = \frac{Y_{B'} + b}{\cos \alpha} - a \quad (9.f)$$

Y empleando el valor obtenido para  $Y_{B'}$ , según la ecuación 1.f,

$$Z_A = \frac{\left( \sqrt{h\Delta - \frac{\Delta^2}{4}} \right) + b}{\cos \alpha} - a \quad (10.f)$$

Por lo que las coordenadas del punto A serán:

$$X_A = X_B = h$$

$$Y_A = Y_B = b + \sqrt{h\Delta - \frac{\Delta^2}{4}}$$

$$Z_A = \frac{\left( \sqrt{h\Delta - \frac{\Delta^2}{4}} \right) + b}{\cos \alpha} - a \quad (11.f)$$

Comparando la ecuación 11.f, con la obtenida para el patrón original, (ec.6.65), se observa que la diferencia en los signos es debido al sentido del desplazamiento realizado por el punto A en el patrón inverso.

### F.3.2 Líneas plásticas estacionarias.

#### F.3.2.1 Líneas GH y EF. (W1).

Tomando como base la figura F.2, y ampliando la zona de interés, se observa que el ángulo girado por las líneas GH y EF es  $\theta/2$ , (fig.F.6).

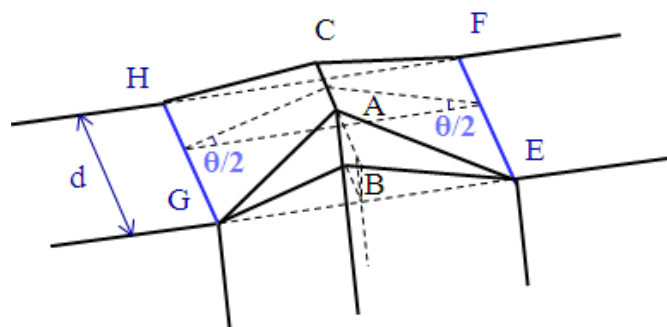


Figura F. 6. Trabajo realizado por las líneas GH y EF.

Teniendo en cuenta que la expresión del trabajo es:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Siendo:

$$L = d$$

$$\theta = \frac{\theta}{2}$$

Nº de líneas plásticas = 2

$$W_1 = 2 \cdot M_p \cdot d \cdot \theta/2 \quad (12.f)$$

### F.3.2.2 Línea AC. (W2).

Observando la figura precedente F.6 se determina que el ángulo girado por la línea AC es:

$$\theta = 2 \cdot \frac{\theta}{2} = \theta \quad (13.f)$$

Estableciendo los parámetros pertinentes para el caso que nos ocupa, (fig. F.7).

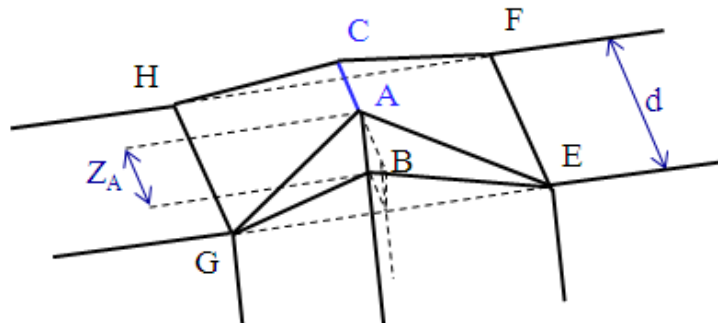


Figura F. 7. Trabajo realizado por la línea AC.

Teniendo en cuenta la expresión general del trabajo,

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Y siendo:

$$L = d - 2Z_A$$

Nº de líneas plásticas = 1

Y empleando el valor del giro según 13.f, se obtiene que:

$$W_2 = M_p \cdot (d - 2Z_A) \cdot \theta \quad (14.f)$$

### F.3.2.3 Líneas GA', EA', y sus simétricas. (W3).

La zona de interés se puede apreciar en la figura F.8.

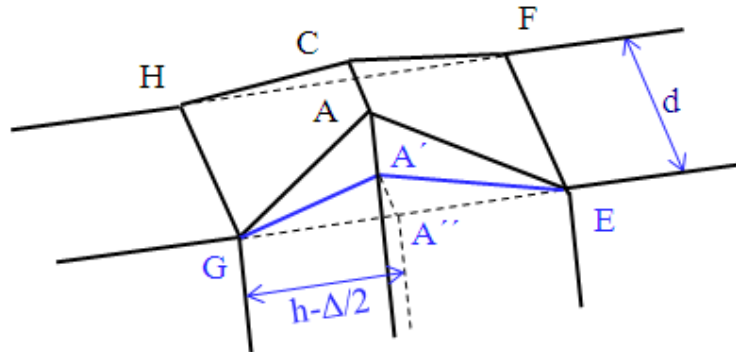


Figura F. 8. Trabajo realizado por las líneas GA', EA', y sus simétricas.

Planteando las relaciones pertinentes en la sección transversal, (fig. F.9), se determina la longitud de la línea GA'.

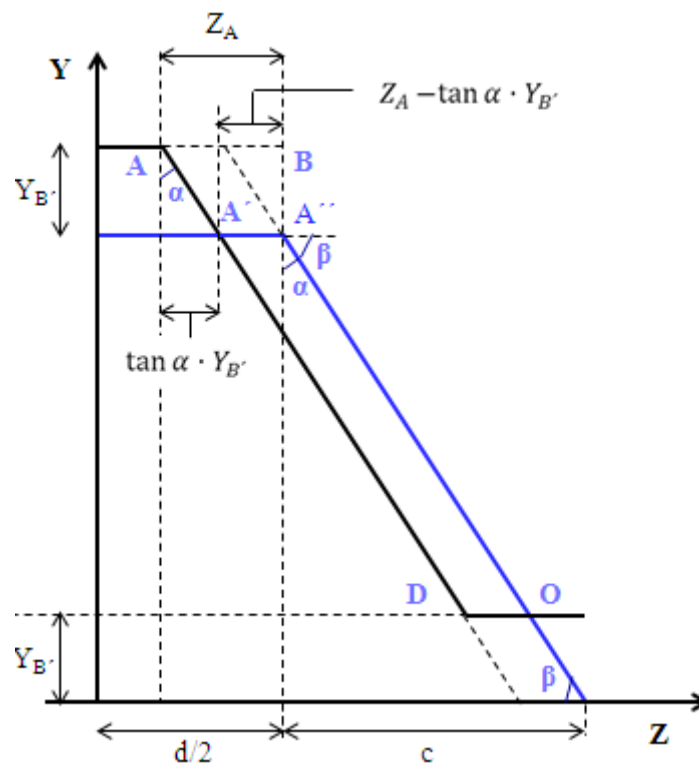


Figura F. 9. Determinación de la longitud de la línea GA'.

$$A'A'' = Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'} \quad (15.f)$$

$$L_{GA'} = \sqrt{\left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2 + (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})^2} \quad (16.f)$$

Por otro lado, en la figura F.9, se observa que el ángulo que han de girar dichas líneas para ubicarse en el plano del alma en el proceso de deformación ha de ser  $\beta$ .

En base a:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Y siendo:

$$L = \sqrt{\left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2 + (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})^2}$$

$$\theta = \beta$$

Nº de líneas plásticas = 4

$$W_3 = 4 \cdot M_p \cdot \sqrt{\left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2 + (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})^2} \cdot \beta \quad (17.f)$$

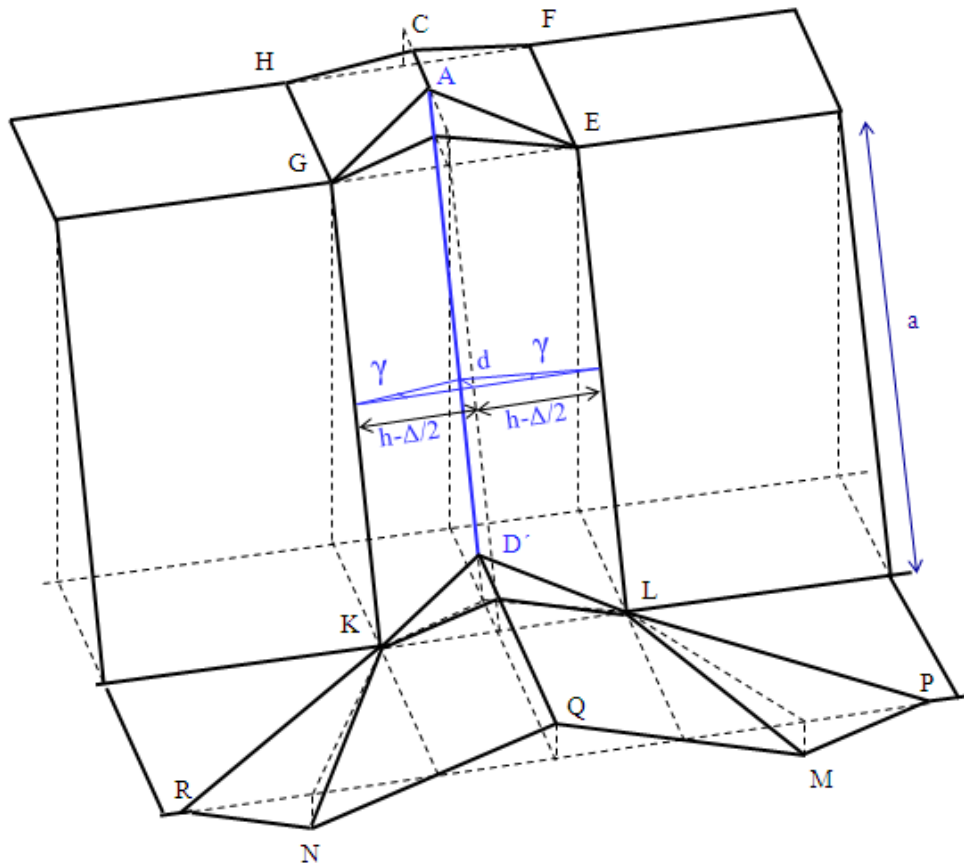
#### F.3.2.4 Línea AD' y su simétrica. (W4).

En la figura F.10 se pueden observar las relaciones establecidas para determinar el trabajo realizado por línea AD'.

Observado la figura F.10, se deduce que:

$$\tan \gamma = \frac{d}{h - \frac{\Delta}{2}} \quad (18.f)$$

$$\gamma = \arctan \frac{d}{\left(h - \frac{\Delta}{2}\right)} \quad (19.f)$$



**Figura F. 10. Trabajo realizado por la línea AD' y su simétrica.**

Realizando un corte transversal y ampliando las zonas de interés, (fig. F.11 y F.12), se puede establecer que:

$$\sin \beta = \frac{d}{(Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})} \quad (20.f)$$

$$d = \sin \beta \cdot (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'}) \quad (21.f)$$

Sustituyendo 21.f en 19.f:

$$\gamma = \arctan \frac{\sin \beta \cdot (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})}{\left(h - \frac{\Delta}{2}\right)} \quad (22.f)$$

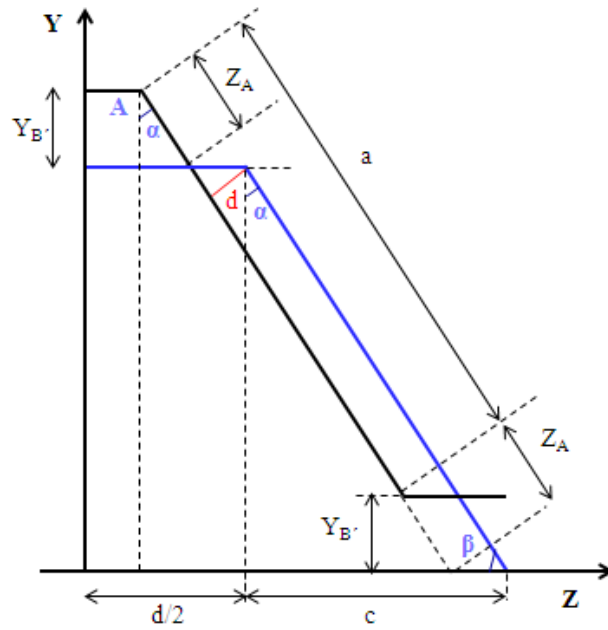


Figura F. 11. Sección transversal por el punto B. Relaciones para la obtención de la distancia “d”.

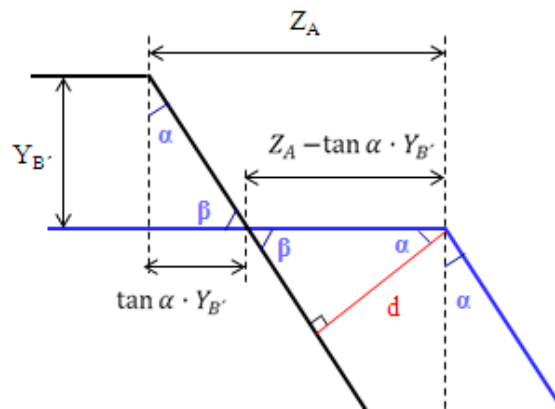


Figura F. 12. Ampliación y relaciones trigonométricas de la zona de interés.

Observando la figura F.11, se deduce que la longitud de la línea AD' ha de ser la longitud del alma, “a”.

Por tanto:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Siendo:

$$L = a$$

$$\theta = 2 \cdot \gamma$$

$$N^{\circ} \text{ de líneas plásticas} = 2$$



De donde:

$$W_4 = 2 \cdot M_p \cdot a \cdot 2 \cdot \arctan \frac{\sin \beta \cdot (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})}{\left(h - \frac{\Delta}{2}\right)}$$

$$W_4 = 4 \cdot M_p \cdot a \cdot \arctan \frac{\sin \beta \cdot (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})}{\left(h - \frac{\Delta}{2}\right)} \quad (23.f)$$

### F.3.2.5 Líneas GK, EL, y sus simétricas. (W5).

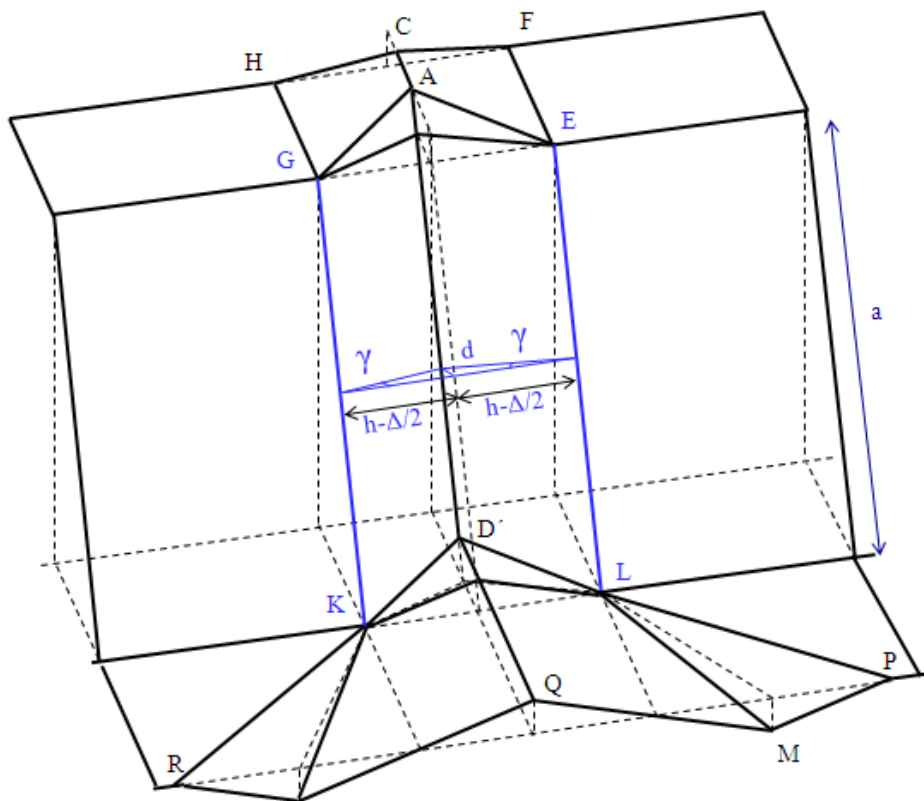


Figura F. 13. Trabajo realizado por las líneas GK, EL, y sus simétricas. (W5).

Dado que:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Siendo,

$$L = a$$

$$\theta = \gamma$$

$$N^{\circ} \text{ de líneas plásticas} = 4$$

De donde:

$$W_5 = 4 \cdot M_p \cdot a \cdot \arctan \frac{\sin \beta \cdot (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})}{\left(h - \frac{\Delta}{2}\right)} \quad (24.f)$$

**F.3.2.6 Líneas KO, OL, y sus simétricas. (W6).**

Ampliando la zona de interés, y estableciendo las relaciones pertinentes, se observa que por el principio de continuidad la longitud de la línea KO ha de ser h, (fig. F.14).

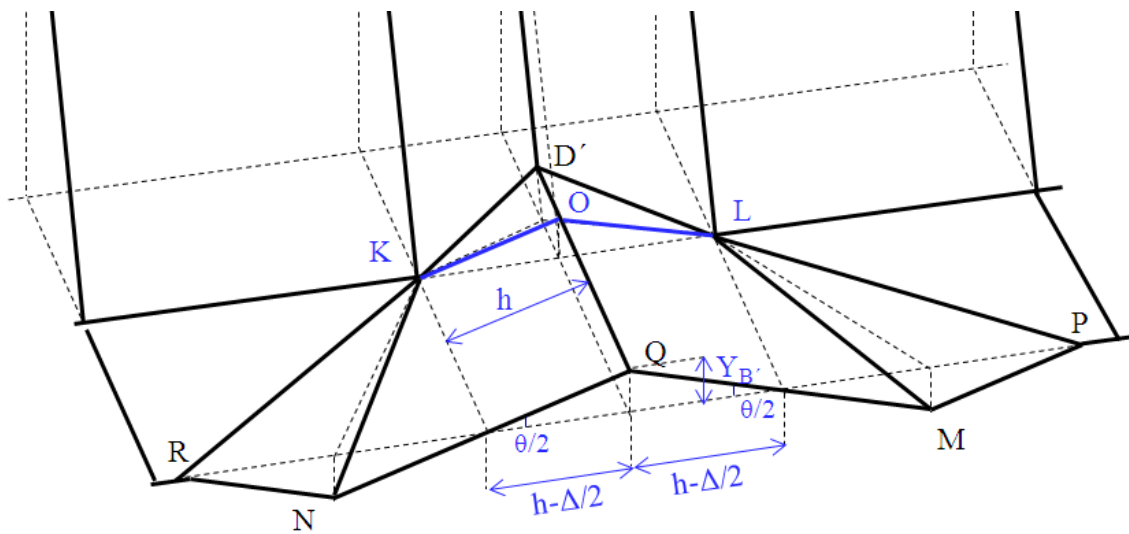


Figura F. 14. Trabajo realizado por las líneas KO, OL, y sus simétricas. (W6).

En la misma figura F.14 se puede apreciar que la línea KO ha de girar un ángulo β para que la plastificación pueda desarrollarse en la dirección D´.

Por lo tanto:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Siendo:

$$L = h$$

$$\theta = \beta$$

$$N^{\circ} \text{ de líneas plásticas} = 4$$

De donde:

$$W_6 = 4 \cdot M_p \cdot h \cdot \beta \quad (25.f)$$

### F.3.2.7 Líneas KN, LM, y sus simétricas. (W7).

En la figura F.15, se puede apreciar la zona de interés con las relaciones pertinentes.

En la figura F.16, se procede a realizar una ampliación de la línea LM con el fin de hacer más legibles las relaciones trigonométricas.

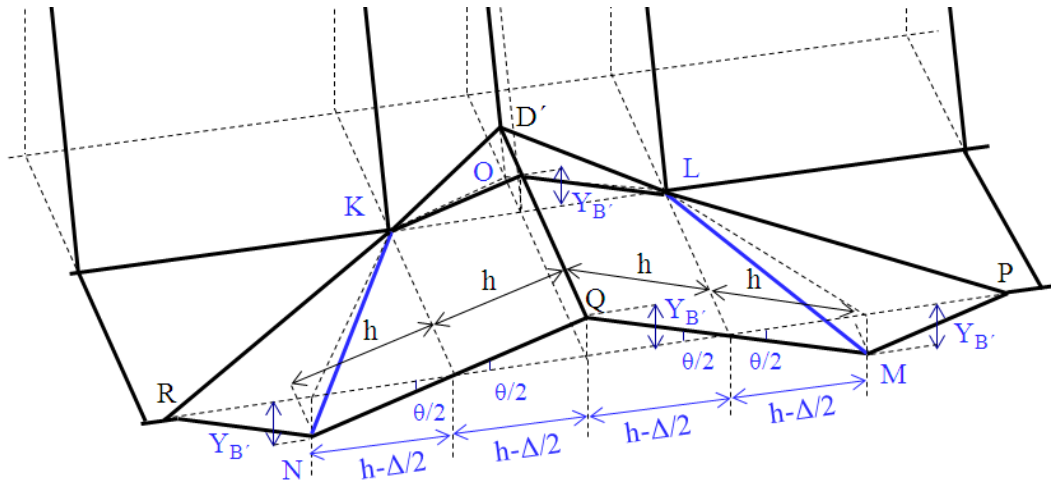


Figura F. 15. Trabajo realizado por las líneas KN, LM, y sus simétricas. (W7).

Para la obtención del trabajo de las líneas KN y LM se procede de forma similar a la realizada para el patrón original, (apartado 6.2.2.2.2.8, fig. 6.45).

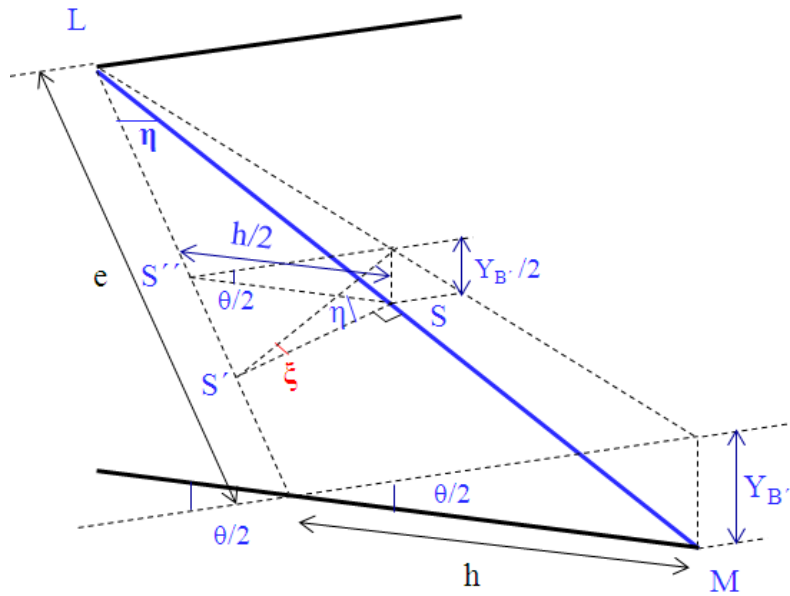
Ampliando la zona de la línea LM, (fig. F.16), se toma un punto medio de la misma que se denota con la letra S. Tomando este punto como referencia se establecen las relaciones pertinentes para determinar el trabajo realizado por dicha línea.

Evidentemente se puede tomar cualquier punto de la línea LM. Se toma el punto S, y no un punto extremo de esta línea, con el fin de hacer más legible el esquema planteado en la figura F.16.

Observando la figura F.16 se puede establecer que la longitud de la línea LM y el valor del ángulo  $\eta$  serán:

$$L_{LM} = \sqrt{h^2 + e^2} \quad (26.f)$$

$$\eta = \arctan \frac{h}{e} \quad (27.f)$$



**Figura F. 16. Detalle de las relaciones trigonométricas para la línea LM.**

Dado que la perspectiva puede resultar algo engañosa, se hace notar que la línea  $SS''$  está contenida en el plano de interés y es, por tanto, perpendicular a la línea  $LS'$ .

En base a ello:

$$\cos \eta = \frac{h/2}{SS'} \quad (28.f)$$

$$SS' = \frac{h}{2 \cdot \cos \eta} \quad (29.f)$$

Y como:

$$\sin \xi = \frac{Y_{B'}/2}{SS'} \quad (30.f)$$

$$\xi = \arcsin \frac{Y_{B'} \cdot \cos \eta}{h} \quad (31.f)$$

Y dado que:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Siendo:

$$L = \sqrt{h^2 + e^2}$$

$$\theta = 2 \cdot \xi$$

$N^{\circ}$  de líneas plásticas = 4

De donde:

$$W_7 = 4 \cdot M_p \cdot \sqrt{h^2 + e^2} \cdot 2 \cdot \arcsin \frac{Y_B \cdot \cos \eta}{h} \quad (32.f)$$

### F.3.2.8 Línea DQ y su simétrica. (W8).

Observando la figura F.17, se deduce que la longitud de la línea DQ es igual a:

$$L_{DQ} = e + Z_A \quad (33.f)$$

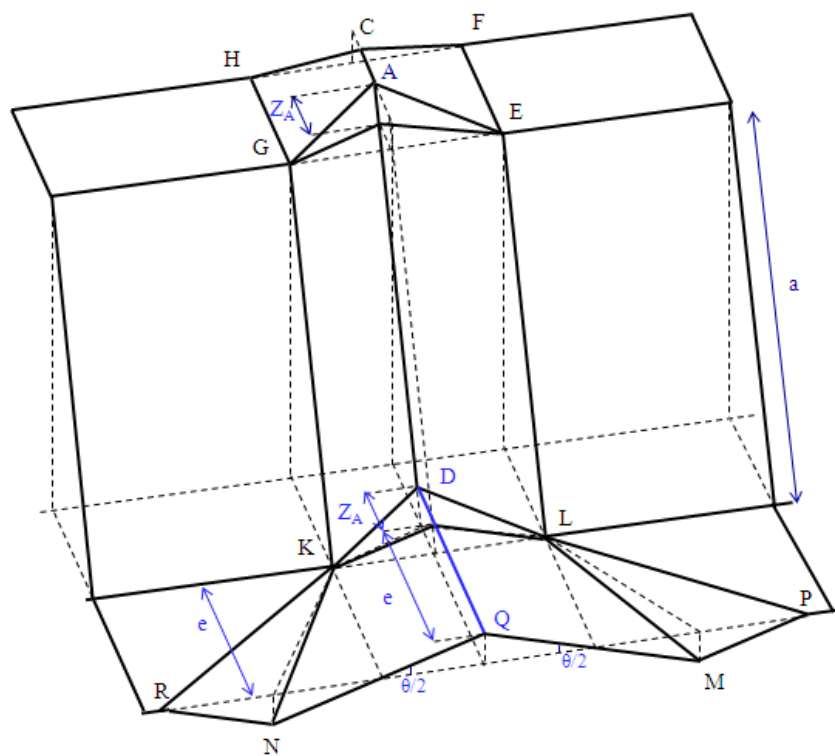


Figura F. 17. Trabajo realizado por la línea DQ y su simétrica. (W8).

El ángulo girado por la línea DQ será,

$$\theta = 2 \cdot \frac{\theta}{2} = \theta \quad (34.f)$$

Y como,

$N^{\circ}$  de líneas plásticas = 2

Empleando las ecuaciones en 33.f y 34.f, en la expresión general del trabajo,

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Se obtiene que:

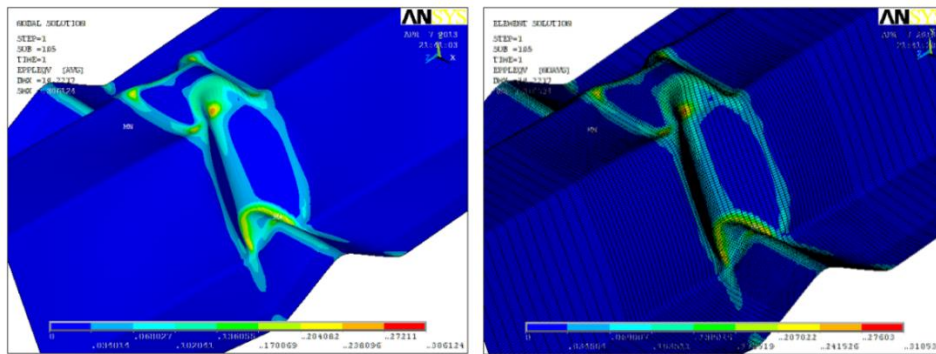
$$W_8 = 2 \cdot M_p \cdot (e + Z_A) \cdot \theta$$

**F.3.2.9 Líneas KR, LP, y sus simétricas. (W9).**

Al igual que en el patrón original, (apartado 6.2.2.2.210), se considera que las líneas KR, LP, y sus simétricas están trabajando en el rango elástico.

En las soluciones nodales y elementales de deformaciones plásticas de Von Mises obtenidas en las simulaciones por el MEF dichas líneas no están presentes, (aunque se cambie la escala del contorno gráfico del software), por lo que no se considera que dichas líneas no han alcanzado la plastificación y, por lo tanto, no tiene sentido contabilizar el trabajo realizado por las mismas.

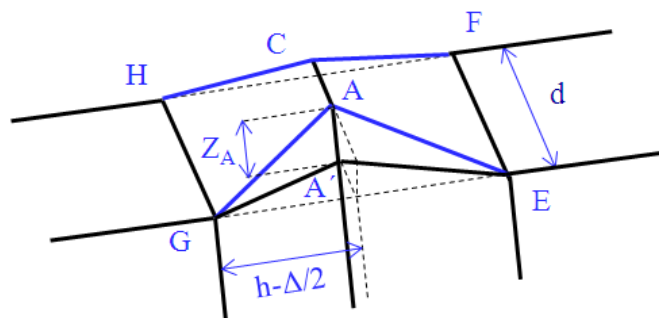
En la figura F.18 se puede apreciar la solución nodal y elemental de deformaciones plásticas de Von Mises obtenidas en las simulaciones realizadas.



*Figura F. 18. Solución nodal, (izquierda), y solución elemental, (derecha). Compresión pura. Modelo inverso. Imperfección negativa Imm.*

**F.3.3 Líneas plásticas móviles.**

**F.3.3.1 Líneas GA, EA, FC y HC. (W10).**



*Figura F. 19. Trabajo realizado por las líneas GA, AE, FC y HC. (W10).*

En la figura F.19 se observa que las zonas delimitadas por GAA', y AA'E, al igual que sus simétricas, son áreas que han plastificado, por lo que:

$$W = M_p \cdot L \cdot \theta$$

Es sustituido por:

$$W = M_p \cdot A \cdot \theta$$

Donde el valor de un área vendrá dada por:

$$A = \frac{1}{2} \cdot L_{GA'} \cdot Z_A$$

La longitud de la línea GA' viene determinada por la ecuación 16.f, ya que fue hallada en el trabajo 3 del presente modelo, siendo su valor igual a:

$$L_{GA'} = \sqrt{\left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2 + (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})^2}$$

En relación al ángulo girado se toman las ecuaciones 6.89 y 6.90 empleadas para el patrón original en el apartado 6.2.2.2.3.1, dado que estamos ante la misma situación, (ver también apartado 4.10).

Con el fin de facilitar la lectura se incorporan aquí de nuevo dichas ecuaciones.

$$\theta = \frac{1}{r} \quad r = \left(0.07 - \frac{\theta}{70}\right) \cdot h$$

En base a ello, el valor del trabajo W10 será igual a:

$$W = M_p \cdot A \cdot \theta$$

$$W_{10} = 2 \cdot 4 \cdot M_p \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2 + (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})^2} \cdot Z_A \cdot \frac{1}{r}$$

Y por tanto:

$$W_{10} = 4 \cdot M_p \cdot \frac{Z_A}{r} \cdot \sqrt{\left(h - \frac{\Delta}{2}\right)^2 + (Z_A - \tan \alpha \cdot Y_{B'})^2} \quad (35.f)$$

### F.3.3.2 Líneas $KD'$ , $D'L$ , y sus simétricas. (W11).

Tal y como se puede observar en la figura F.20, de nuevo nos encontramos ante un área plástica, cuyo valor vendrá dado por:

$$A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot Z_A \quad (36.f)$$

De nuevo, se toman las ecuaciones 6.89 y 6.90 para establecer el valor de  $\theta$  y  $r$ , dado que estamos en la misma situación que en el trabajo precedente, W10.

El número de zonas plásticas asciende a 4. Teniendo presente que estamos ante líneas plásticas móviles el valor del W11 vendrá dado por la expresión:

$$W = M_p \cdot A \cdot \theta$$

$$W_{11} = 2 \cdot 4 \cdot M_p \cdot \frac{1}{2} \cdot h \cdot Z_A \cdot \frac{1}{r}$$

De donde:

$$W_{11} = 4 \cdot M_p \cdot \frac{Z_A}{r} \cdot h \quad (37.f)$$

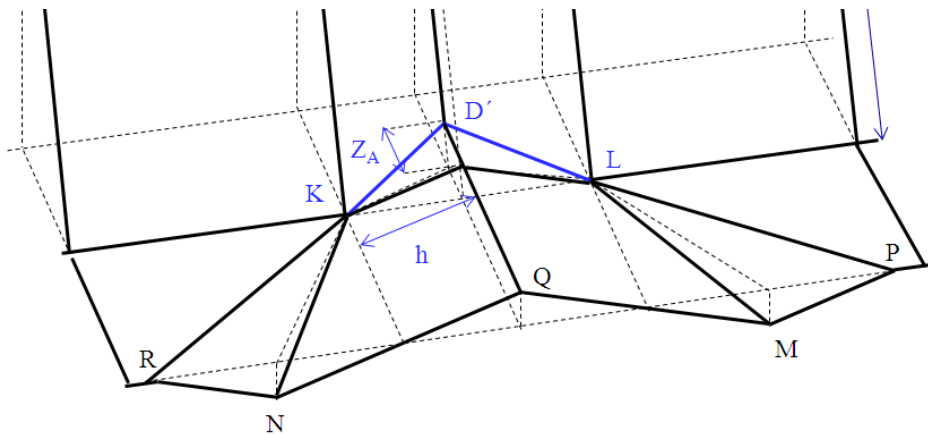


Figura F. 20. Trabajo realizado por las líneas  $KD'$ ,  $D'L$ , y sus simétricas. (W11).

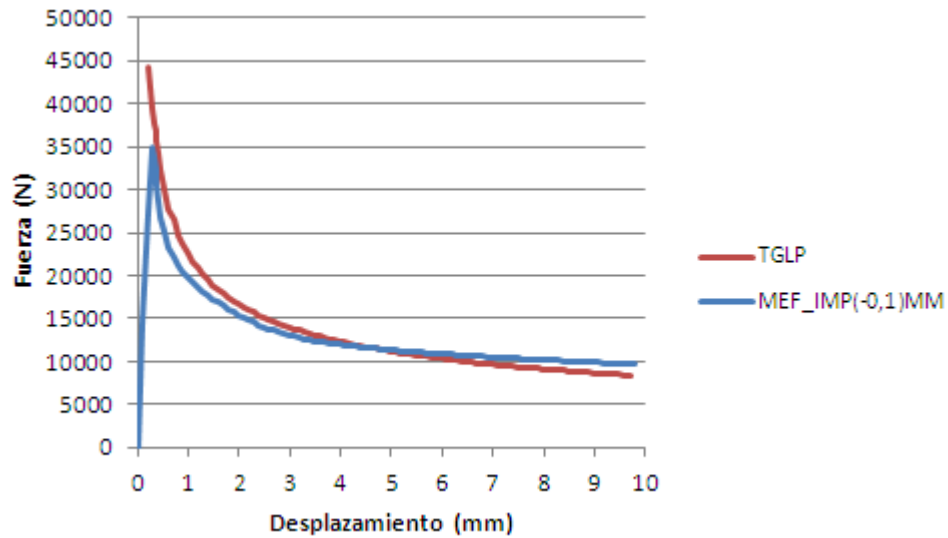
### F.3.4 Valor nominal de la energía absorbida por la rótula.

El valor nominal de la energía absorbida por la rótula se obtiene realizando exactamente los mismos pasos que los desarrollados para el patrón original en el apartado 6.2.2.2.4.

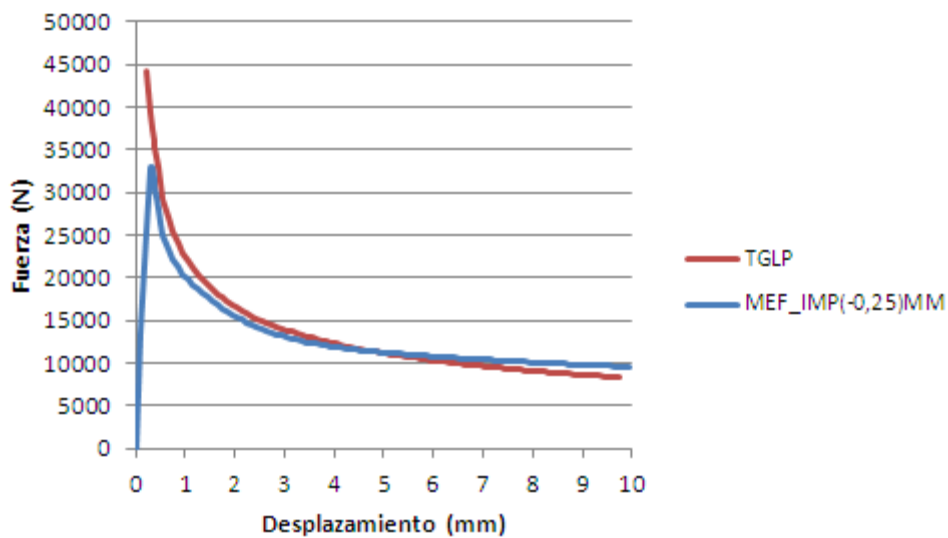


## F.4 TGLP Vs. SIMULACIONES POR EL MEF.

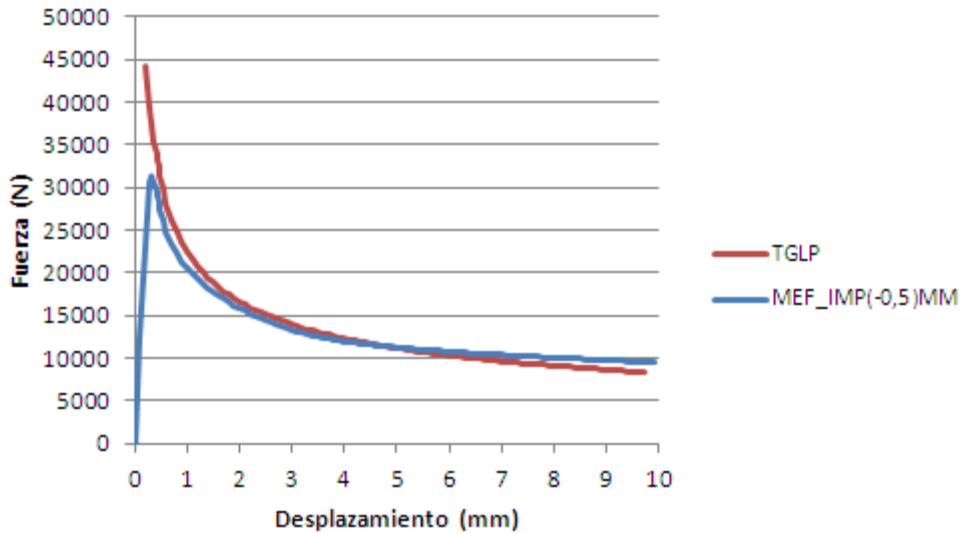
En la figuras siguientes, (fig. F.21 a la fig. F.24), se comparan las curvas de comportamiento obtenidas en las simulaciones por el MEF con el empleo el primer modo de pandeo y magnitudes de imperfección negativas, con la curva post-colapso obtenida mediante la TGLP en base al modelo teórico desarrollado para el patrón inverso.



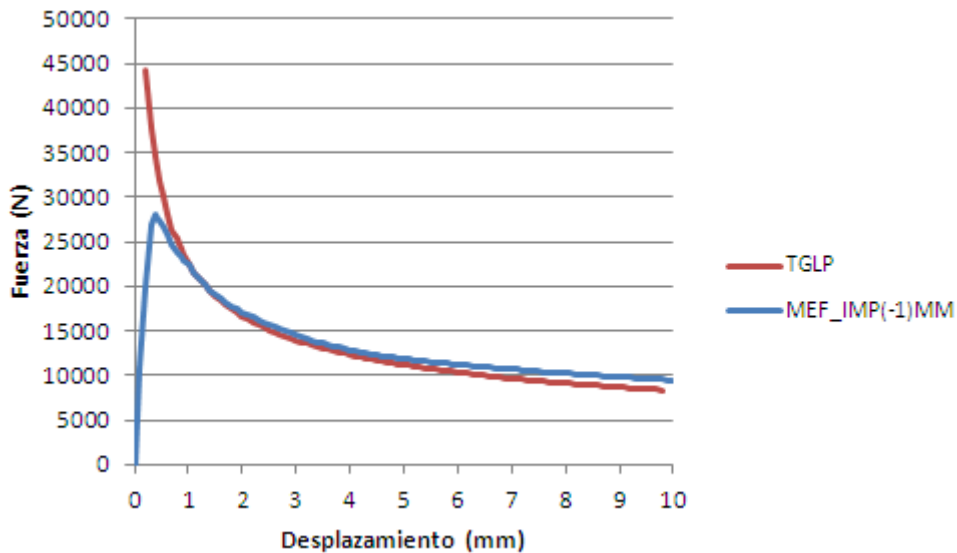
*Figura F. 21. Relación fuerza-desplazamiento. TGLP Vs. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección negativa de 0.1mm.*



*Figura F. 22. Relación fuerza-desplazamiento. TGLP Vs. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección negativa de 0.25mm.*



**Figura F. 23. Relación fuerza-desplazamiento. TGLP Vs. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección negativa de 0.5mm.**



**Figura F. 24. Relación fuerza-desplazamiento. TGLP Vs. Simulación por el MEF con el empleo de una magnitud de imperfección negativa de 1mm.**

En las figuras precedentes, (fig. F.21 a la fig. F.24), se puede apreciar que la curva post-colapso obtenida mediante la TGLP se acerca con bastante corrección a las ramas plásticas obtenidas en las simulaciones por el MEF con el empleo de diferentes magnitudes de imperfección negativas.

Se observa que el trazado de la curva obtenida mediante la TGLP se acerca también con bastante corrección al punto en el que las curvas obtenidas mediante las simulaciones por el MEF alcanzan la carga última.

El acercamiento a dicho punto es mayor cuando las magnitudes de imperfección empleadas en las simulaciones son menores, y ligeramente distante cuando las magnitudes de imperfección son mayores.

Por otro lado, las curvas por el MEF presentan cierta concavidad tras alcanzar el valor del momento último cuando las magnitudes de imperfección introducidas en el modelo son menores. Ciertamente dicho comportamiento es difícil de reproducir mediante la TGLP.

En general, y en base a la comparación realizada con los resultados obtenidos en las simulaciones por el MEF, se considera que el modelo teórico recoge con bastante corrección el comportamiento post-colapso del perfil ante la sollicitación de compresión pura, y que la estimación de la carga última sería también bastante correcta si se procediese a confrontar la curva post-colapso obtenida mediante la TGLP con la rama elástica.