

Ciclos económicos reales en economías abiertas: Desarrollo, ilustración y contraste para la economía española

Vicente Royuela Mora

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tesisenxarxa.net) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tesisenred.net) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tesisenxarxa.net) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author.

**Ciclos económicos reales en economías abiertas:
desarrollo, ilustración y contraste
para la economía española**

Departamento de Econometría, Estadística y
Economía Española
Doctorado en Economía y Territorio, Análisis
Cuantitativo. Bienio 1994-1996.

Tesis Dirigida por Dr. Manuel Artís Ortuño

Autor: Vicente Royuela Mora

Mayo, 2000

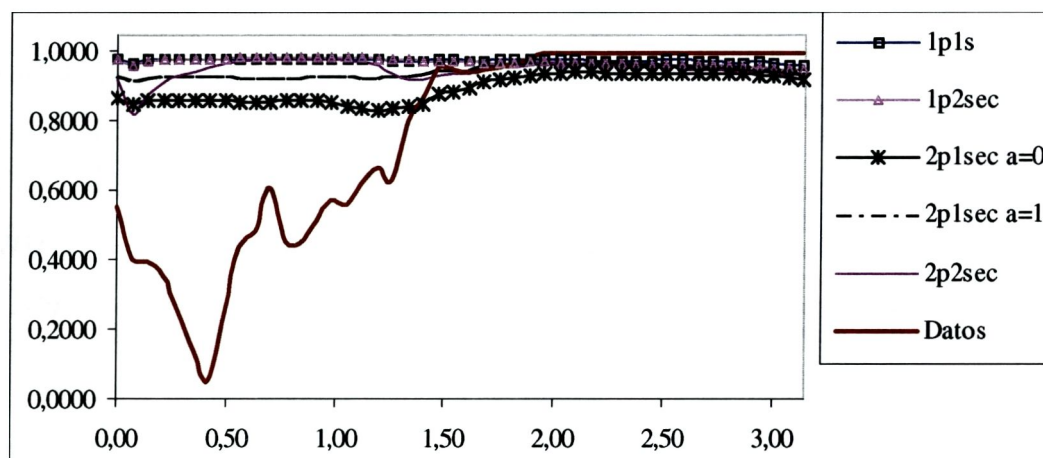
B.U.B Secció d'Econòmiques
Diagonal, 690, 08034 Barcelona
Tel. 102 19 66

UE4	Todas las frecuencias			Banda cíclica de frecuencias			Correl.
	KS	CVM	UMW	KS	CVM	UMW	
1p1sec	0,286	1,705	809	0,134	0,091	98	0,987
	0,997	0,999	1,000	0,964	0,986	1,000	0,004
1p2sec	0,288	1,699	340	0,134	0,090	98	0,966
	1,000	1,000	1,000	0,856	0,904	0,904	0,015
2p1sec a=0	0,232	1,082	106	0,133	0,088	98	0,900
	0,997	0,999	0,997	0,848	0,903	1,000	0,045
2p1sec a=1	0,295	1,788	98	0,130	0,085	98	0,929
	1,000	1,000	0,993	0,839	0,895	1,000	0,034
2p2sec	0,698	8,639	597	0,074	0,019	98	0,267
	1,000	1,000	1,000	0,402	0,396	1,000	0,227
Datos							-0,278

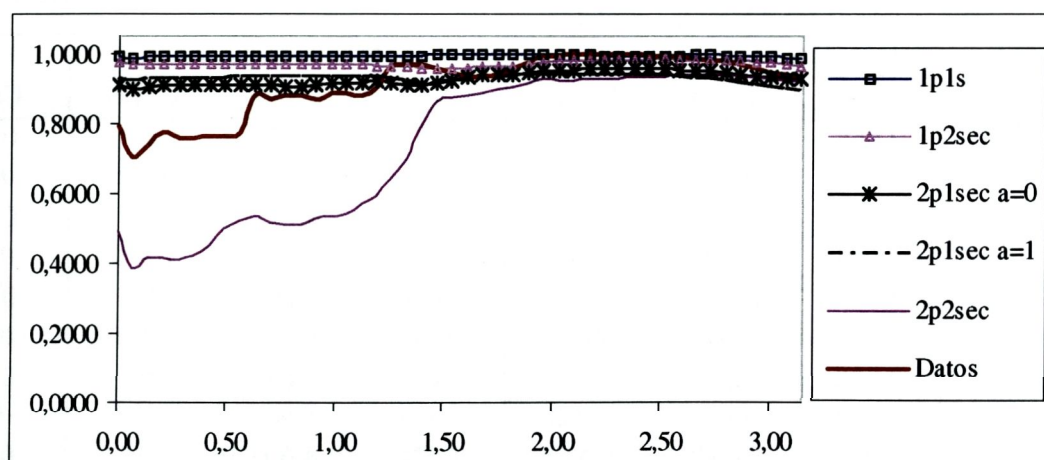
Nota: ver nota de la tabla 5.3.1.

Gráfico 5.3.6. Productividad: coherencia nacional de los datos y coherencias nacionales de los diferentes modelos

ESPAÑA



UE4



Nota: ver nota de la tabla 5.3.1.

Para esta variable se alcanzan las mismas conclusiones en los dos países. Así, puede decirse que analizando la *forma* de la coherencia en todas las frecuencias, el mejor modelo es el de dos países y un solo sector cuando α es igual a 0 (KS=1,98 y CVM=77,6 en España y

KS=0,23 y CVM=1,08 en la UE4). En cambio, analizando la banda cíclica, el mejor modelo es el de dos países y dos sectores (KS=1,02 y CVM=4,6 en España y KS=0,07 y CVM=0,02 en la UE4). Hay que decir, además, que los modelos se comportan muchísimo mejor con los datos europeos que con los españoles, con probabilidades de rechazo más bajas. Igual que sucedía en las coherencias del consumo privado, las probabilidades de rechazar la hipótesis nula del contraste en la banda cíclica son siempre muy bajas. Para apreciarlo mejor, basta con ver la forma de la coherencia de los datos españoles en la banda cíclica y la forma de la coherencia de los diferentes modelos en el gráfico 5.3.6. Pese a que las diferencias son enormes, los bajísimos valores de la coherencia de los datos (hasta por debajo de 0,2) hacen que no se pueda rechazar que las coherencias de datos y modelos sean iguales al 1%.

Los *niveles* de las coherencias parece que se ajustan bien en todas las frecuencias, sobre todo en el modelo de dos países y un sector cuando α es igual a 1 (UMW=6 en España y UMW=98 en UE4). Sin embargo, el análisis de la banda cíclica deja ver que ninguno de los modelos aproxima mínimamente la coherencia de los datos (UMW=98 en ambos casos).

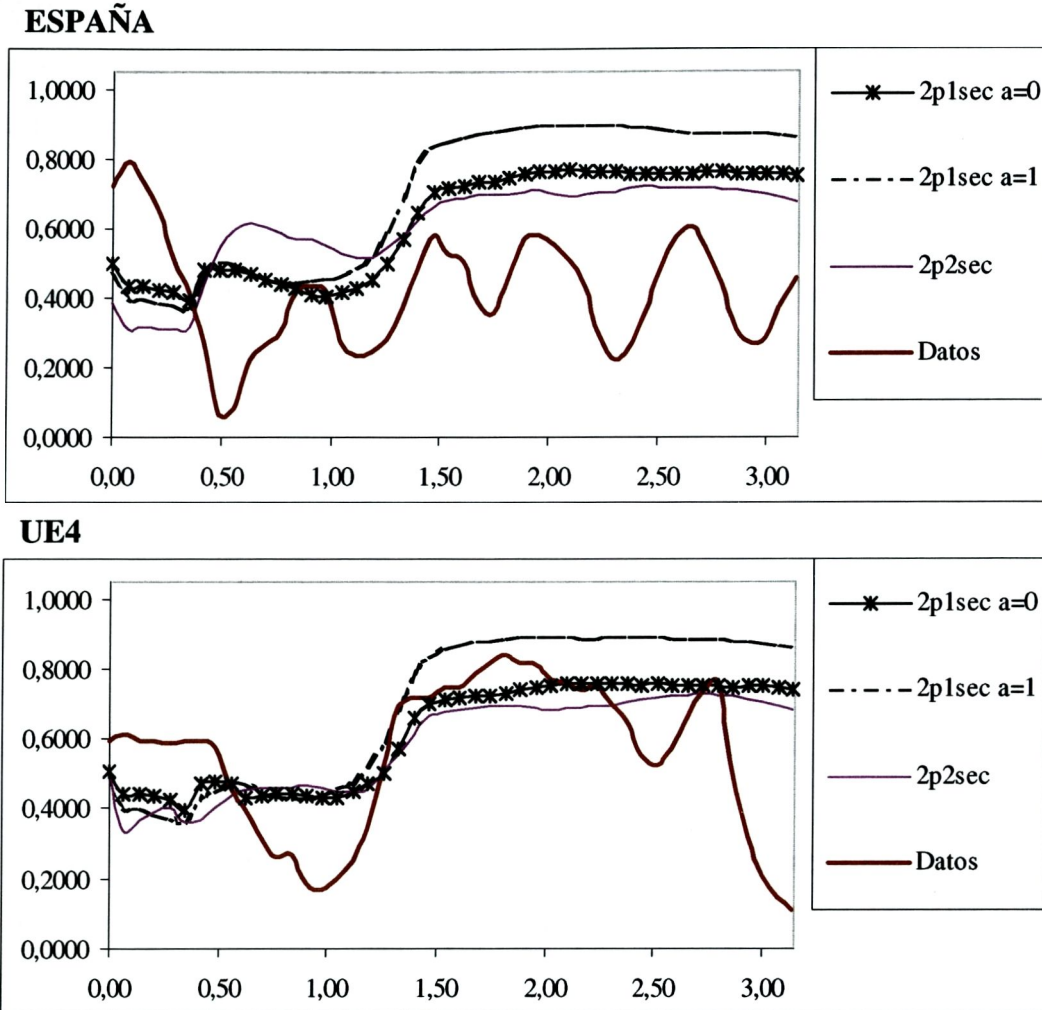
5.3.2.3. Exportaciones netas como porción del producto

Tabla 5.3.7. Exportaciones netas como porción del producto: contrastes de la coherencia nacional de los datos con las coherencias nacionales de los diferentes modelos

ESPAÑA	Todas las frecuencias			Banda cíclica de frecuencias			Correl.
	KS	CVM	UMW	KS	CVM	UMW	
2p1sec a=0	0,547	2,258	631	0,694	2,670	36	-0,300
	0,575	0,458	1,000	0,739	0,914	0,986	0,137
2p1sec a=1	0,625	3,596	699	0,746	2,664	40	-0,259
	0,685	0,626	1,000	0,807	0,920	0,993	0,148
2p2sec	0,650	3,031	676	0,885	2,850	49	0,889
	0,712	0,572	1,000	0,914	0,932	0,999	0,040
Datos							-0,602
UE4	Todas las frecuencias			Banda cíclica de frecuencias			Correl.
	KS	CVM	UMW	KS	CVM	UMW	
2p1sec a=0	1,217	24,775	155	0,797	4,202	3	-0,280
	1,000	0,999	0,983	0,920	0,979	0,130	0,175
2p1sec a=1	1,314	34,663	420	0,845	4,933	1	-0,249
	1,000	1,000	1,000	0,945	0,990	0,025	0,229
2p2sec	1,173	22,610	6	0,925	5,593	1	-0,109
	1,000	0,999	0,065	0,968	0,993	0,025	0,058
Datos							0,110

Nota: ver nota de la tabla 5.3.1.

Gráfico 5.3.7. Exportaciones netas como porción del producto: coherencia nacional de los datos y coherencias nacionales de los diferentes modelos



Nota: ver nota de la tabla 5.3.1.

En el caso español, el mejor modelo en lo que a *forma* se refiere es el de dos países y un sector cuando α es igual a cero (KS=0,55 y CVM=2,26 en todas las frecuencias y KS=0,69 y CVM=2,67 en la banda cíclica), mientras que en el caso europeo se comporta mejor en todas las frecuencias el de dos países y dos sectores (KS=1,17 y CVM=22,6) y en la banda cíclica el modelo de dos países y un sector cuando α es igual a cero (KS=0,8 y CVM=4,2).

En cuanto al *nivel* de las coherencias, por supuesto sin tener en cuenta el signo, el modelo de dos países y dos sectores es mejor que los otros en el caso europeo (UMW=6 en todas las frecuencias y UMW=1 en la banda cíclica), mientras que para el caso español los contrastes dicen que es mejor el modelo de dos países y un sector con α igual a 0 (UMW=631 en todas las frecuencias y UMW=36 en la banda cíclica). Es importante apreciar la bajísima probabilidad de rechazar la hipótesis nula en algunos casos propuestos, sobre todo en el caso europeo en el contraste de niveles de la banda cíclica de frecuencias.

5.3.3. Contrastes de las coherencias internacionales

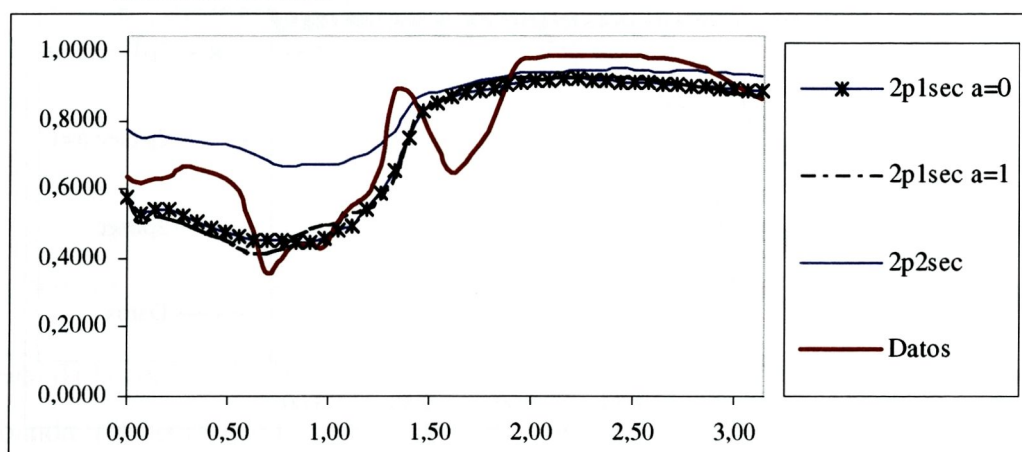
En las tablas 5.3.8 a 5.3.10 se muestran los valores de los contrastes realizados para cada uno de los modelos expuestos en el capítulo 3, mientras que en los gráficos 5.3.8 a 5.3.10 aparecen las coherencias de las variables de un país con su homóloga del país extranjero, tanto de los datos y como de los diferentes modelos. Los comentarios que se hacían en el apartado anterior en cuanto al significado e interpretación de los contrastes de las coherencias tienen aquí si cabe más importancia, puesto que, en general, los valores de las coherencias entre países son más bajos.

5.3.3.1. Producto

Tabla 5.3.8. Producto: contrastes de la coherencia internacional de los datos con las coherencias internacionales de los diferentes modelos

	Todas las frecuencias			Banda cíclica de frecuencias			Correl.
	KS	CVM	UMW	KS	CVM	UMW	
2p1sec a=0	0,209	0,432	169	0,264	0,284	20	-0,428
	0,574	0,651	1,000	0,498	0,584	0,741	0,176
2p1sec a=1	0,267	0,725	175	0,324	0,479	31	-0,351
	0,790	0,815	1,000	0,695	0,789	0,918	0,211
2p2sec	0,411	3,022	186	0,281	0,338	98	0,676
	0,972	0,994	1,000	0,569	0,664	1,000	0,110
Datos							0,617

Gráfico 5.3.8. Producto: coherencia internacional de los datos y coherencias internacionales de los diferentes modelos



Nota: ver nota de la tabla 5.3.1.

La *forma* de las coherencias está bien aproximada tanto en todas las frecuencias como en la banda cíclica, sobre todo con el modelo de un sector cuando α es igual a cero (KS=0,21 y CVM=0,43 en todas las frecuencias y KS=0,26 y CVM=0,28 en la banda cíclica). Es importante apreciar cómo no sólo en los contrastes de la banda no se rechaza la hipótesis

nula, sino también en los contrastes de todas las frecuencias se obtiene idéntica conclusión. El gráfico 5.3.8. muestra la gran proximidad de las formas entre modelos y datos.

En lo que respecta al *nivel* de las coherencias hay que significar de nuevo al modelo de un sector con α igual a cero (UMW=169 en todas las frecuencias y UMW=20 en la banda cíclica), pese a que el signo es aproximado con el modelo dos sectores y no con el de un solo sector.

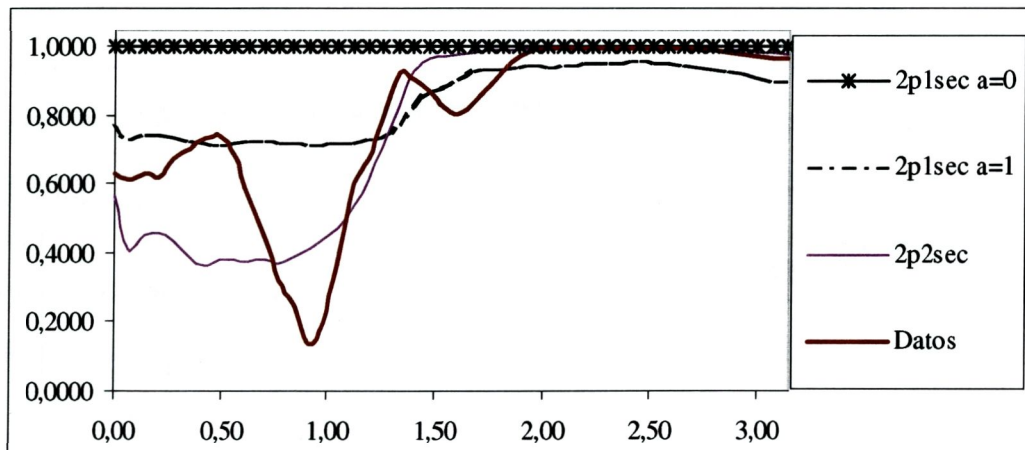
5.3.3.2. Consumo Privado

Tabla 5.3.9. Consumo Privado: contrastes de la coherencia internacional de los datos con las coherencias internacionales de los diferentes modelos.

	Todas las frecuencias			Banda cíclica de frecuencias			Correl.
	KS	CVM	UMW	KS	CVM	UMW	
2p1sec a=0	1,355	25,913	1058	0,933	4,899	98	1,000
	1,000	1,000	1,000	0,987	0,995	1,000	0,000
2p1sec a=1	0,990	12,771	51	0,919	4,734	75	0,713
	1,000	1,000	0,900	0,987	0,996	1,000	0,112
2p2sec	0,565	1,906	3	0,960	5,117	26	0,105
	0,989	0,929	0,068	0,990	0,996	0,966	0,298
Datos							0,576

Nota: ver nota de la tabla 5.3.1.

Gráfico 5.3.9. Consumo privado: coherencia internacional de los datos y coherencias internacionales de los diferentes modelos



Nota: ver nota de la tabla 5.3.1.

Los logros con las correlaciones del consumo privado entre países son peores que en el caso del producto. Así, analizando la *forma* de las coherencias, en todas las frecuencias es mejor el modelo con dos sectores (KS=0,56 y CVM=1,91), mientras que en la banda la forma está mejor aproximada por el modelo de un solo sector y, por supuesto, cuando α es igual a uno (KS=0,92 y CVM=4,73).

El nivel de la coherencia se aproxima mucho mejor con el modelo de dos sectores (UMW=3 en todas las frecuencias y UMW=26 en la banda cíclica), pese a que el valor absoluto de las correlaciones contemporáneas de los datos (0,576) se aproxima mejor con el modelo de dos países y un sector con α igual a uno (0,713) que con el modelo de dos sectores (0,105).

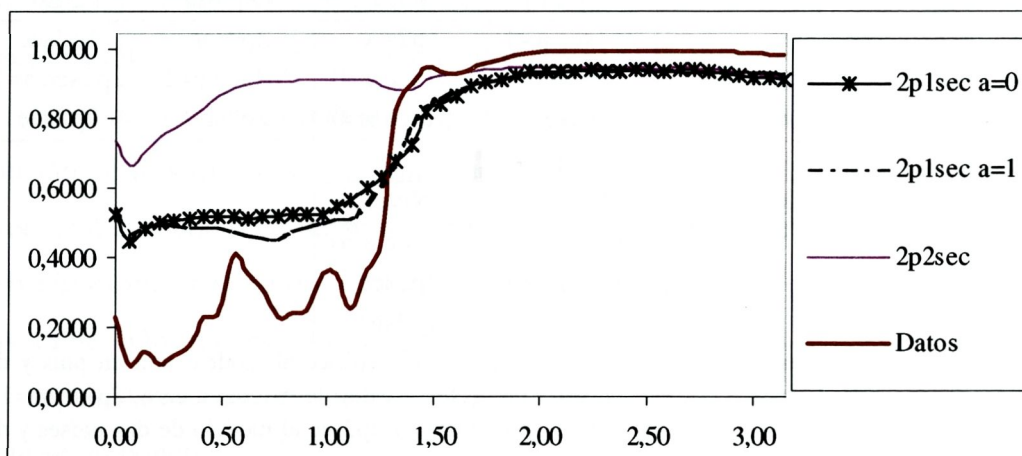
5.3.3.3. Productividad

Tabla 5.3.10. Productividad: contrastes de la coherencia internacional de los datos con las coherencias internacionales de los diferentes modelos.

	Todas las frecuencias			Banda cíclica de frecuencias			Correl.
	KS	CVM	UMW	KS	CVM	UMW	
2p1sec a=0	1,664	57,693	122	0,708	2,671	98	0,407
	1,000	1,000	0,999	0,577	0,701	1,000	0,186
2p1sec a=1	1,604	56,122	114	0,773	3,208	98	0,363
	1,000	1,000	0,998	0,658	0,767	1,000	0,218
2p2sec	2,261	99,723	61	0,590	1,799	98	0,738
	1,000	1,000	0,903	0,423	0,566	1,000	0,108
Datos							0,077

Nota: ver nota de la tabla 5.3.1.

Gráfico 5.3.10. Productividad: coherencia internacional de los datos y coherencias internacionales de los diferentes modelos



Nota: ver nota de la tabla 5.3.1.

La *forma* de la coherencia de esta variable está peor aproximada en todas las frecuencias que en la banda. En las primeras, la forma se aproxima mejor en el modelo de un sector cuando α vale 1 (KS=1,6 y CVM=56,1), y en la segunda es mejor con el de dos sectores (KS=0,59 y CVM=1,8).

En cuanto al *nivel*, el modelo de dos sectores se comporta mejor en todas las frecuencias (UMW=61), pero en la banda cíclica, pese a que todos los contrastes aportan el mismo valor

(UMW=98), el gráfico 5.3.10 permite apreciar cómo están más cerca de los datos los modelos con un sector que el modelo con dos sectores.

5.3.4. Conclusiones de los resultados de los contrastes

Para empezar, hay que decir que los resultados de los contrastes difieren según sean los datos españoles o los de EU4 los que se contrasten y según se utilicen todas las frecuencias o tan solo la banda cíclica. Además, los resultados son dispares según se fije uno en la *forma* o en el *nivel* del periodograma o coherencia analizado.

Tabla 5.3.11. Resumen de los resultados de los contrastes en las variables analizadas

Dispersión	Forma		Nivel	
	España	UE4	España	UE4
Producto	1p1sec	2p2sec	2p2sec	2p2sec
Consumo Privado	1p1sec	1p2sec	2p1sec a=0	2p1sec a=0
Productividad	2p2sec	1p2sec	2p1sec a=0	1p1sec
Exp. Netas sobre producto	2p2sec	2p1sec a=0	2p2sec	2p2sec

Coherencias Nacionales	Forma		Nivel	
	España	UE4	España	UE4
Consumo Privado	2p1sec a=1	1p2sec	2p2sec	1p2sec
Productividad	2p2sec	2p1sec a=0	2p1sec a=1	2p1sec a=1
Exp. Netas sobre producto	2p2sec	2p1sec a=0	2p2sec	2p2sec

Coherencias Internacionales	Forma	Nivel
Producto	2p1sec a=0	2p1sec a=0
Consumo Privado	2p1sec a=1	2p2sec
Productividad	2p2sec	2p2sec

Nota: 1p1sec corresponde al modelo de un país y un sector, 1p2sec al modelo con un país y dos sectores, 2p1sec a=0 al modelo con dos países y un sector y valor de α igual a cero, 2p1sec a=1 al modelo con dos países y un sector y valor de α igual a uno, y 2p2sec al modelo de dos países y dos sectores.

Un resumen de los resultados de los contrastes de las variables analizadas se muestra en la tabla 5.3.11. En ella aparecen los mejores modelos para cada variable, según se analice la *forma* o el *nivel* y según se haya hecho el contraste con datos españoles o con datos de la UE4. Como se han hecho diversos contrastes (en todas las frecuencias y en la banda cíclica) tanto en la forma (KS y CVM) como en el nivel (UMW) se ha optado por determinar que el mejor modelo en cada aspecto era aquél que tenía una mejor posición media entre todos los modelos y entre todos los contrastes realizados para cada concepto. Con esta tabla no se pretende establecer ningún orden entre modelos, sino tan solo mostrar de manera

visualmente fácil de interpretar un resumen de los resultados expuestos en los apartados 5.3.1 a 5.3.3.

Las principales conclusiones que se pueden extraer de todos estos resultados pueden resumirse en dos partes. La primera se refiere a la elección del modelo más adecuado, mientras que la segunda se centra en el análisis de los contrastes que se han empleado. En lo que respecta a la primera, puede resumirse en los siguientes puntos:

1. En cuanto a **dispersión**, en general la *forma* de los periodogramas se aproxima mejor con modelos de dos países, con la excepción del consumo privado, variable en la que los modelos de un país tienen un mejor comportamiento. En lo que respecta al *nivel*, en general es mejor en los modelos de dos países. La inclusión de un segundo sector parece mejorar los resultados, pero tampoco puede afirmarse de manera categórica que los modelos de dos sectores sean mejores.
2. Por lo que respecta a las **coherencias nacionales**, de nuevo los modelos de economías abiertas hacen mejor trabajo en general. El modelo que sólo contempla un sector es el que resume mejor las coherencias de los datos en la variable productividad, si bien lo hace con diferentes valores del parámetro α .
3. Y si tomamos las **coherencias internacionales** como elemento a tener en cuenta, en función de la variable se encuentra un modelo más adecuado que el otro. Así, para el producto, el modelo de un solo sector es más adecuado, mientras que para el consumo privado es mejor el de dos sectores. Los resultados sobre la productividad parecen más favorables a los modelos con dos sectores.
4. Es imposible escoger un modelo frente a otro teniendo tantas reglas de decisión como aquí se proponen.

La segunda parte de las conclusiones se centra en el análisis de los contrastes empleados:

1. Se han encontrado casos en los que los modelos se rechazaban en la *forma* pero se aceptaban en el *nivel*. Esto lleva a considerar la necesidad de desarrollar un nuevo contraste, o una nueva métrica si se quiere, que tenga en cuenta ambos elementos.
2. En los contrastes sobre los periodogramas es más fácil rechazar la hipótesis nula de igualdad entre modelo y datos, que en los contrastes sobre igualdad de coherencias. Esto se da especialmente cuando el nivel de las coherencias es más cercano a cero. La razón principal que provoca este hecho se encuentra en que la varianza de los periodogramas en cada frecuencia depende *del nivel* de los mismos, mientras que en las coherencias la varianza es independiente del nivel que tenga ésta en cada frecuencia. Esto lleva a que la construcción de los contrastes, que se basa en ratios entre las coherencias a contrastar, sea más volátil cuando los valores de dichas coherencias son bajos que cuando son altos. Este aspecto es un demérito de este tipo de contrastes, puesto que la potencia de los mismos dependerá del valor de las coherencias.
3. Es posible encontrar una coherencia muy cercana en niveles a otra, tanto en todas las frecuencias como sólo en la banda cíclica, teniendo unas correlaciones con signo opuesto. Esto puede darse debido al hecho de que las coherencias son unas medidas de movimientos comunes que *no tienen en cuenta el signo de la relación*. Para analizar, además de la intensidad de la relación, el signo de la misma, habría que realizar nuevos análisis a otras medidas espectrales de las series temporales estudiadas: la fase, el coespectro y el espectro de cuadratura. En este sentido, en Stock y Watson (1998) se desarrolla un análisis de varios aspectos espectrales de varias series de datos. El desarrollo de un contraste para cada aspecto, y el posterior aunamiento con los demás en una sola medida sería lógicamente el siguiente paso a seguir.

6. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

En el trabajo que con este capítulo se concluye se ha pretendido estudiar si los modelos de ciclos reales se pueden mejorar con algunas extensiones teóricas, como pueden ser inclusión de más de un sector en la economía o como la apertura de dicha economía tanto al comercio como a la difusión de las mejoras tecnológicas que aumentan la productividad de los factores.

Para llegar a plantear los modelos que desarrollan esos puntos, en el capítulo 2 se ha hecho un breve repaso inicial del estudio de los ciclos económicos. El objeto de ese repaso ha sido mostrar cómo puede haber multitud de explicaciones a lo que entendemos que es el ciclo económico: los factores meteorológicos, la innovación de los empresarios, la distribución de la renta, los fallos del sistema capitalista al transmitir señales correctas de cómo varían los precios relativos de los bienes, etc. Algunos de esos argumentos suenan hoy como elementos modernos que pueden ser introducidos en un modelo básico de ciclos reales o en un modelo de precios rígidos. Entender que no hay una única explicación a los ciclos económicos lleva a asumir desde un primer momento que intentar explicar la realidad a partir de un modelo teórico de ciclos sólo puede llevar a un rotundo fracaso.

Sin embargo, entiendo que sí que pueden plantearse ciertos supuestos básicos, como por ejemplo un modelo básico de crecimiento, e introducir algunos conceptos de optimización de la conducta de unos agentes, para ver si se reproducen *algunos rasgos fundamentales* de la realidad. Esa es la idea inicial de lo que podría llamarse un *modelo básico de ciclos económicos reales*: reproducir algunos rasgos cíclicos con el mínimo número de supuestos.

Una vez se analizan las virtudes y defectos del modelo básico puede pretenderse relajar algún supuesto del modelo, haciéndolo más complejo. Si de ese modo se resolviesen parte de los defectos del modelo original, se estaría delante de la consideración de un elemento que podría ser considerado como relevante para explicar el comportamiento de una economía. No obstante, a medida que un modelo se complica surgen nuevas preguntas a explicar directamente relacionadas con aquellos aspectos que han hecho aparición en el nuevo modelo.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, y teniendo presente el brevísimo repaso que se hace en el capítulo 2 a los modelos de crecimiento que están detrás del modelo básico de ciclos reales, se hace un muestrario de la literatura sobre ciclos económicos en los últimos años para, en el capítulo 3, pasar a presentar una serie de supuestos básicos en los que se basa el modelo de ciclos económicos reales. La filosofía que se ha seguido ha sido la de plantear un modelo básico, en el apartado 3.2, el cual se va completando con diversas extensiones, a fin de controlar si se consiguen mejorar algunos aspectos del modelo. La primera extensión que plantea esta tesis, que introduce dos sectores intermedios en la economía, se presenta en el apartado 3.3, y no parece que mejore especialmente los resultados de las variables agregadas, pero añade elementos de análisis, como la sustituibilidad entre las producciones de dos sectores diferenciados, que permiten enriquecer los resultados. En esta primera extensión el planteamiento pretende que los factores productivos sean perfectamente móviles entre sectores, pero que, debido a que es necesario disponer de producción suficiente de ambos sectores para obtener un bien final plenamente efectivo, los dos sectores se benefician en términos de producción, inversión y empleo de una mejora tecnológica que se dé en solo uno de ellos.

El apartado 3.4 recoge un modelo de la literatura para extender el modelo básico a dos países que están en disposición de intercambiar el bien final que ambos producen. Por otro lado, el capital productivo es perfectamente móvil en la forma de inversión, mientras que el factor trabajo es específico de cada país. El resultado que se obtiene satisface muchas de las cuestiones que pueden surgir de un modelo de economía abierta, pero deja la puerta abierta a responder a otras cuestiones no resueltas, como puede ser la anomalía de las cantidades. Así, en los datos, las correlaciones internacionales entre las producciones de los países son superiores a las correlaciones entre los consumos privados y éstas son superiores a las correlaciones de las productividades del trabajo. Mientras, en el modelo planteado, las mayores correlaciones internacionales se dan entre los consumos privados, seguidas de las correlaciones de las productividades del trabajo y por último las correlaciones de las producciones. El orden se intenta resolver con la ampliación del consumo final que entra en la función objetivo del consumidor, pero sin que se mejore particularmente la citada anomalía.

El último modelo propuesto es el que incluye tanto la extensión que suponía la existencia de dos sectores en una economía, como la posibilidad de exportar e importar bienes producidos en el país foráneo. Para seguir con la lógica planteada en el modelo de economía cerrada se

establece un modelo en el cual el bien final que le llega al consumidor está compuesto de productos producidos en el país propio que no pueden exportarse, de bienes producidos en el país propio que pueden exportarse y de bienes producidos en el país foráneo que han sido importados para completar el bien final. Se adopta la misma forma de función de producción que en el modelo sectorial de economía cerrada, así como la misma idea de sustituibilidad entre las producciones interiores y las de fuera. El resultado es que se resuelve en parte la anomalía de las cantidades, a costa de empeorar otros elementos del modelo, como puede ser la importante reducción de la dispersión del consumo privado.

Una vez planteados los modelos teóricos en el capítulo 3, y después de estudiar sus características, se procede a definir una serie de aspectos econométricos relacionados con los ciclos económicos. El repaso de los principales trabajos de definición de los filtros *ad-hoc* para extraer la parte cíclica de la economía dan pie a plantear la necesidad de hacer el análisis cuantitativo de los modelos en el dominio de las frecuencias. Esto lleva asociado el presentar una serie de contrastes entre los modelos y los datos que se han desarrollado en la literatura. El estudio de esos contrastes deja al descubierto una serie de carencias que hacen que se propongan diversas soluciones, como por ejemplo estudiar de manera separada la forma y el nivel de las medidas espectrales, o que los contrastes de un modelo de ciclos no se planteen sólo en todo el espectro sino tan solo en la banda cíclica de frecuencias.

El capítulo 5 se divide en tres apartados diferenciados. El primero se dedica a analizar los datos con los que se ha trabajado y se caracteriza tanto el ciclo español como el de los cuatro países más grandes de la Unión Europea: Alemania, Francia, Reino Unido e Italia. Además de la descripción del ciclo de estos países se realiza el cálculo de la calibración que ha de llevar a hacer una ilustración de los modelos presentados en el capítulo 3 con datos españoles y europeos. La presentación de los principales resultados de las simulaciones y el análisis de los mismos ocupa el apartado 5.2, mientras que el apartado 5.3 se centra en aplicar los contrastes presentados en el capítulo 4, con dispar fortuna en los mismos, ya que surgen una serie de problemas que plantean futuros trabajos.

Los principales aspectos donde centrar los esfuerzos de investigación que se plantean después de cerrar momentáneamente en este punto la línea de trabajo que llevo a cabo, se resumen en los siguientes puntos:

1. Repetir el análisis comparativo de los modelos de ciclos para diversas parametrizaciones, utilizando los datos disponibles para Alemania, Francia, Italia y Reino Unido, intentando obtener resultados genéricos independientemente de las calibraciones que se hayan utilizado.
2. Desarrollar un modelo de ciclos económicos reales de economías abiertas en el que la economía considerada se postule inicialmente como una economía abierta pequeña, para que pueda considerarse la posibilidad de existencia de un tipo de cambio, así como otro modelo básico de bienes comercializables que incluya la existencia de precios relativos de bienes comercializables, y comparar los resultados con el modelo de dos países y dos sectores presentado en el apartado 3.5.
3. Realizar un análisis más exhaustivo de las posibilidades que presenta el estudio de un proceso estocástico multivariante que incluya perturbaciones tecnológicas comunes a toda la economía junto con perturbaciones tecnológicas específicas de cada sector.
4. Profundizar en el estudio de contrastes entre los modelos y los datos en el dominio de las frecuencias, intentando encontrar tanto medidas que aúnen en un solo estadístico resumen los conceptos de *forma* y *nivel*, como posibilidades de contrastar cualquier medida espectral (y las coherencias en particular) en las frecuencias cíclicas con mayores niveles de potencia.

7. BIBLIOGRAFÍA

ABEL, A.B. y BLANCHARD, O.J. (1983) "An intertemporal model of saving and investment", *Econometrica*, 51, 3, 675-693.

ABRAHAM, K.G. y KATZ, L.F. (1986) "Cyclical unemployment: sectoral shifts or aggregate disturbances?", *Journal of Political Economy*, 78, 507-522.

ACEMOGLU, D. y SCOTT, A. (1995) "Asymmetric business cycles: theory and time-series evidence", *Applied economics discussion paper series*, 173. University of Oxford.

AGHION, P. y SAINT-PAUL, G. (1993) "Uncovering some casual relationships between productivity growth and the structure of economic fluctuations: a tentative survey", NBER, Documento de trabajo, 4603.

AIYAGARI, S.R. (1988) "Economic fluctuations without shocks to fundamentals; or does the stock market dance to its own music?", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, (Winter), 8-24.

AIYAGARI, S.R. (1994) "On the contribution of technology shocks to business cycles", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, (Winter), 22-34.

AMBLER, S., CARDIA, E. y ZIMMERMANN, C. (1998) "International transmission of the business cycle in a multi-sectoral model", CREFE, Documento de trabajo, 60. Université du Québec à Montréal.

AMBLER, S., CARDIA, E. y ZIMMERMANN, C. (1999) "International business cycles: what are the facts?", CREFE, Documento de trabajo, 90. Université du Québec à Montréal.

ANDRÉ, F.J.; MARTÍN, R. y PÉREZ, J.J. (1996) "Further evidence of the Hodrick-Prescott filter: a Montecarlo experiment", comunicación en el XXV Simposio de Análisis Económico de la Universidad Autónoma de Barcelona.

ANDRÉS, J., DOMÉNECH, R. y MOLINAS, C. (1996) "Macroeconomic performance and convergence in OECD countries", *European Economic Review*, 40, 1683-1704.

ANDRÉS, J. HERNANDO, I. y LÓPEZ-SALIDO, J.D. (1998) "Disinflation, output and unemployment: the case of Spain", Servicio de Estudios del Banco de España, Documento de trabajo, 9806.

ANTÓN, J., CERDÀ, E. y HUERGO, E. (1997) "Sensitivity analysis in a class of dynamic optimization models", *mimeo*, Universidad Complutense de Madrid.

ARMIGTON, P.S. (1969a) "A theory of demand for products distinguished by place of production", *International Monetary Fund Staff Papers*, 159-178.

ARMIGTON, P.S. (1969b) "The geographic pattern of trade and the effects of price changes", *International Monetary Fund Staff Papers*, 179-201.

ARROW, K.J. (1962) "The economic implications of learning by doing", *Review of Economic Studies* 29, 155-173.

- ARTIS, M.J., BLADEN-HOVELL, R.C., OSBORN, D.R. SMITH, G.W. y ZHANG, W. (1995) "Turning point prediction for the UK using CSO leading indicators", *Oxford Economic Papers*, 47, 397-417.
- BACKUS, D.K. y CRUCINI, M.J. (1998) "Oil prices and the terms of trade". NBER, Documento de trabajo, 6697.
- BACKUS, D.K., KEHOE, P.J. y KYDLAND, F.E. (1992) "International real business cycles", *Journal of Political Economy*, 100(4), 745-775.
- BACKUS, D.K., KEHOE, P.J. y KYDLAND, F.E. (1993) "International business cycles: theory vs. evidence", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, (Fall) 14-29.
- BACKUS, D.K., KEHOE, P.J. y KYDLAND, F.E. (1994) "Dynamics of the trade balance and the terms of trade: the J-curve?", *American Economic Review*, 84(1), 84-103.
- BACKUS, D.K., KEHOE, P.J. y KYDLAND, F.E. (1995) "International business cycles: theory vs. evidence", en Cooley (Ed.), 331-356.
- BALLABRIGA, F., *et al.* (1990) "Demand rationing and capital constraints in the spanish economy: 1964-88", Dirección General de Planificación Económica, SGPE-D-90009.
- BALTENSPERGER, E. (1980) "Alternative approaches to the theory of the banking firm", *Journal of Monetary Economics*, 6(1), 1-37.
- BARRO, R.J. y GROSSMAN, H (1979) "A general disequilibrium model of income and employment", *American Economic Review*, 61, 82-93.
- BARRO, R.J. (Ed.) (1989) *Modern Business Cycle Theory*. Basil Blackwell & Harvard University Press. Boston.
- BARRO, R.J. y SALA-I-MARTIN, X. (1992) "Convergence", *Journal of Political Economy*, 100, 223-251.
- BARRO, R.J. y SALA-I-MARTIN, X. (1995) *Economic growth*, McGraw-Hill, New York.
- BARSKY, R.B. y MIRON, J. A. (1989) "The seasonal cycle and the business cycle", *Journal of Political Economy*, 97, 503-534.
- BASU, S. y FERNALD, J.G. (1995) "Are apparent productive spillovers a figment of specification error?", *Journal of Monetary Economics*, 36, 165-188.
- BAXTER M. y CRUCINI, M.J. (1992) "Business cycles and asset structure of foreign trade", Discussion paper 59, Institute for Empirical Macroeconomics, Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- BAXTER, M. y KING, R. G. (1995) "Measuring business cycles: approximate band-pass filters for economic time series", NBER, Documento de Trabajo. 5.022.
- BAXTER, M. y STOCKMAN, A.C. (1989) "Explaining saving-investment correlations", *American Economic Review*, 83(3), 416-436.

- BEAUDRY, P. y GUAY, A. (1996) "What do interest rates reveal about the functioning of real business cycle models?", *Journal of Economics Dynamics and Control*, 20, 1661-1682.
- BEC, F. (1995) "The international transmission of real business cycles", en Henin, P. *Advances in Business Cycles Research*, Springer, Heidelberg, 215-234.
- BENASSY, J.P. (1975) "Neo-keynesian disequilibrium model of income and employment", *Review of Economic Studies*, vol. XIII(4), 132, 502-523.
- BENASSY, J.P. (1982) *The economics of market disequilibrium*, Academic Press, New York.
- BENASSY, J.P. (1995) "Money and wage contracts in an optimizing model of the business cycle", *Journal of Monetary Economics*, 35, 303-315.
- BENHABIB, J., ROGERSON, R. y WRIGHT, R. (1991) "Homework in macroeconomics: Household production and aggregate fluctuations", *Journal of Political Economy*, 99, 1166-1187.
- BENTOLILA, S. y TOHARIA, L. (Comp.) (1991) *Estudios de economía del trabajo en España. III. El problema del paro*. Ministerio de Trabajo y Seguridad Social. Madrid.
- BERGMAN, M. (1996) "International evidence on the sources of macroeconomic fluctuations", *European Economic Review*, 40, 1237-1258.
- BERNANKE, B., GERTLER, M. y GILCHRIST, S. (1996) "The financial accelerator and the flight to quality", *The review of Economics and Statistics*, vol LXXVIII, 1-15.
- BLACKBURN K. y RAVN M. (1991) "Contemporary macroeconomic fluctuations: an international perspective", *University of Southampton Discussion Paper*, 5022.
- BLACKBURN K. y RAVN M. (1992) "Business cycles in the United Kingdom: facts and fictions", *Economica*, 59, 383-401.
- BLANCHARD, O.J. (1981) "Output, stock market, and interest rates", *American Economic Review*, 71, 132-143.
- BLANCHARD, O.J. y KAHN, C. (1980) "The solution of linear difference models under rational expectations", *Econometrica*, 48 (5), 1305-1311.
- BLANCHARD, O.J. y KIYOTAKI, N. (1987) "Hysteresis in unemployment", *European Economic Review*, 31, 288-295.
- BOILEAU, M. (1996) "Growth and the international transmission of business cycles", *International Economic Review*, 37(4), 737-756.
- BOLDRIN, M. y HORVATH, M. (1995) "Labor contracts and business cycles", *Journal of Political Economy*, 103, 972-1004.
- BOOT, G. FEIBES, W. y LISMAN, J.H.C. (1967) "Further methods of derivation of quarterly figures from annual data", *Applied Statistics*, 16, 65-75.

- BORONDO, C., GONZÁLEZ, Y. y RODRÍGUEZ, B. (1998) "Cyclical convergence inside the EU: the case of Spain", ponencia presentada en el XXII Simposio de Análisis Económico, Bellaterra.
- BOVER, O., ARELLANO, M. y BENTOLILA, S. (1996) "Unemployment duration, benefit duration, and the business cycle", Servicio de Estudios del Banco de España. Documento de trabajo 57.
- BRANDNER, P. y NEUSSER, K. (1992) "Business cycles in open economies: Stylized facts for Austria and Germany", *Weltwirtschaftliches Archiv*, 128(1), 67-87.
- BROCK, W.A. y BLAKE, D. (1996) "A dynamic structural model for stock return volatility and trading volume", *The review of Economics and Statistics*, vol LXXVIII, 94-110.
- BROCK, W.A. y MIRMAN, L.J. (1972) "Optimal economic growth and uncertainty: the discounted case", *Journal of Economic Theory*, 4, 479-513.
- BURNS, M. y MITCHELL, W.C. (1946) *Measuring Business Cycles*, National Bureau of Economic Research, New York.
- BURNSIDE, C. y EICHENBAUM, M. (1994) "Factor hoarding and the propagation of business cycle shocks", NBER, Documento de trabajo, 4.675.
- BURNSIDE, C., EICHENBAUM, M. y REBELO, S. (1995) "Sectoral Solow residuals", NBER, Documento de trabajo, 5.286.
- CAMINAL, R. (1990) "Consecuencias macroeconómicas de la competencia imperfecta: un ejemplo", *Cuadernos Económicos del ICE*, 45, 165-181.
- CAMPBELL, J.Y. (1994) "Inspecting the mechanism. An analytical approach to the stochastic growth model", *Journal of Monetary Economics*, 22, 463-506.
- CANOVA, F. (1994) "Statistical inference in calibrated models", *Journal of Applied Econometrics*, 9, S123-S144.
- CANOVA, F. (1995) "Sensitivity analysis and model evaluation in simulated dynamic general equilibrium economies", *International Economic Review*, 36, 477-501.
- CANOVA, F. y DE NICOLÒ, G. (1995), "The equity premium and the risk free rate: a cross country, cross maturity examination", CEPR, Documento de trabajo, 1119.
- CANOVA, F. y DELLAS, H. (1990) "Trade interdependence and the international business cycle", Documento de trabajo, 90-12, Department of Economics, Brown University.
- CANOVA, F. y DELLAS, H. (1993) "Trade interdependence and the international business cycle", *Journal of International Economics*, 34, 23-47.
- CANOVA, F. y ORTEGA, E. (1996), "Testing calibrated general equilibrium models", en Mariano, R. Schuermann, T. y M. Weeks, *Simulation Based Inference in Econometrics: Methods and Applications*, Cambridge: Cambridge University Press
- CANOVA, F. y RAVN, M.O. (1996) "International consumption risk sharing", *International*

Economic Review, 37(3), 573-601.

CANTOR, R. y MARK, N.C. (1988) "The international transmission of the real business cycle", *International Economic Review*, 29, 493-507.

CAPORALE, G.M. (1997) "Sectoral shocks and business cycles: a disaggregated analysis of output fluctuations in the UK", *Applied Economics*, 29, 1477-1482.

CARBAJO, R. y GARCÍA-PEREA, P. (1987) "Series históricas homogéneas de horas trabajadas", Fedea, Documento de Trabajo, 87-09.

CASS, D. (1965) "Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation", *Review of Economic Studies*, 32, 233-240.

CECCHETTI, S.G. y KASHYAP, A.K. (1996) "International cycles", *European Economic Review*, 40, 331-360.

CHARI, V.V., CHRISTIANO, L.J. y KEHOE, P.J. (1995) "Policy analysis in business cycle models", en Cooley (Ed.), 357-391.

CHARI, V.V., KEHOE, P.J. y McGRATTAN, E.R. (1995) "The poverty of nations: a quantitative exploration", Manuscript, Federal Reserve Bank of Minneapolis.

CHARI, V.V., KEHOE, P.J. y McGRATTAN, E.R. (1998) "Monetary shocks and real exchange rates in sticky price models of international business cycles", Staff Report 223, Federal Reserve Bank of Minneapolis.

CHRISTIANO, L.J. (1987a) "Why is consumption less volatile than income?", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, (Fall), 2-20.

CHRISTIANO, L.J. (1987b) "Why does inventory investment fluctuate so much?", Federal Reserve Bank of Minneapolis, Documento de trabajo, 8709.

CHRISTIANO, L.J. (1989) "P*: not the inflation forecaster's Holy Grail", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, (Fall), 3-18.

CHRISTIANO, L.J. y EICHENBAUM, M. (1988) "Is theory really ahead of measurement? Current real business cycle theories and aggregate labor market fluctuations", NBER, Documento de trabajo, 2.700.

CHRISTIANO, L.J. y EICHENBAUM, M. (1992) "Current real business cycle theories and aggregate labor market fluctuations", *American Economic Review*, 82, 430-450.

CHRISTIANO, L.J., EICHENBAUM, M. y EVANS, C. (1996) "The effects of monetary policy shocks: evidence from the flow of funds", *The review of Economics and Statistics*, vol LXXVIII, 16-32.

CHRISTIANO, L.J. y FITZGERALD, S. (1999) "The band pass filter", NBER, Documento de trabajo, 7257.

CHRISTIANO, L.J. y TODD, R.M. (1996) "Time to plan and aggregate fluctuations", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, (Winter), 14-27.

- CHOW, G. y LIN, A.L. (1971) "Best Linear Unbiased Distribution and Extrapolation of Economic Time Series by Related Series", *The Review of Economics and Statistics*, 53, 471-476.
- CHYI, Y-L. (1998) "Business cycles between developed and developing countries", *Review of International Economics*, 6(1), 90-104.
- CLARK, P.K. (1987) "The cyclical component of U.S economic activity", *The Quarterly Journal of Economics*, (Nov), 797-814.
- CLEMENTS, F.E. (1923) "Report of a Conference on Cycles", *The Geographical Review*, (Oct.), vol xiii.
- COCHRANE, J.H. (1994) "Shocks", *Canergie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 41, 295-364.
- COGLEY, T. y NASON, J.M. (1994), "Testing the implications of long-run neutrality for monetary business cycle models", *Journal of Applied Econometrics*, 9, S37-S70.
- COGLEY, T. y NASON, J.M. (1995a) "Output Dynamics in Real-Business-Cycle Models", *American Economic Review*, 85, 492-511.
- COGLEY T. y NASON, J. (1995b) "Effects of the Hodrick-Prescott filter on trend and difference stationary time series. Implications for business cycle research", *Journal of Economics Dynamics and Control*, 19, 253-278.
- COLLARD, F. (1995) "Business Cycle and Endogenous Growth: Learning by Doing versus Rationalizing" en Henin (Ed.) *Advances in business cycle research*. Springer. Heidelberg, 327-70.
- COLLARD, F., FÈVE, P. LANGOT, F. y PERRAUDIN, C. (1998) "Evidences and theory on asymmetries in US aggregate job flows", ponencia presentada en el III Workshop on Dynamic Macroeconomics, Vigo.
- COOLEY, T.F., (Ed.) (1995) *Frontiers of business cycle research*. Princetown University Press. Princetown. New Jersey.
- COOLEY, T.F. y DWYER, M. (1998) "Business cycle analysis without much theory. A look at structural VARs", *Journal of Econometrics*, 83, 57-88.
- COOLEY, T. y OHANIAN (1991) "The cyclical behaviour of prices", *Journal of Monetary Economics*, 28, 56-60.
- COOLEY, T.F. y PRESCOTT, T.C. (1995) "Economic growth and business cycles", en Cooley, T.F. (Ed) (1995), 1-38.
- COOPER, R. y HALTIWANGER, J. (1996) "Evidence on macroeconomic complementarities", *The review of Economics and Statistics*, vol LXXVIII, 78-93.
- CORREIA, I., NEVES, J.C. y REBELO, S. (1992) "Business cycles from 1850 to 1950. New facts about old data", *European Economic Review*, 36, 459-467.

- CORREIA, I., NEVES, J.C. y REBELO, S. (1995) "Business cycles in a small open economy", *European Economic Review*, 39, 1089-113.
- CRAINE, R. (1975) "Investment, adjustment costs and uncertainty", *International Economic Review*, 16(3), 648-661.
- DAGUM, E.B. y QUENNEVILLE, B. (1993) "Dynamic linear models for time series components", *Journal of Econometrics*, 55, 333-351.
- DANTHINE, J.P. y DONALDSON, J.B. (1992) "Risk sharing in the business cycle", *European Economic Review*, 36, 468-475.
- DANTHINE, J.P. y DONALDSON, J.B. (1993) "Methodological and empirical issues in real business cycle theory", *European Economic Review*, 37, 1-35.
- DANTHINE, J-P. y GIRARDIN, M. (1989) "Business cycles in Switzerland, a comparative study", *European Economic Review*, 33(1), 31-50.
- DAVIS, S.J. (1987a) "Fluctuations in the space of labor reallocation", *Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy*, 27, 335-402.
- DAVIS, S.J. (1987b) "Allocative disturbances and specific capital in real business cycle theories", *American Economic Review Papers and Proceedings*, 77(2), 326-332.
- DE JONG, D., INGRAM B. y WHITEMAN, C. (1996), "A Bayesian approach to calibration", *Journal of Business Economics and Statistics*, 14, 14-19.
- DE LA FUENTE, A. (1997) "On the sources of convergence: a close look at the Spanish regions", Documentos de trabajo del Ministerio de Economía y Hacienda, Secretaría de Estado de Presupuestos y Gastos, D-97006.
- DEBREU, G. (1959) *Theory of Value*, Wiley, New York.
- DELLAS, H. (1986) "A real model of the world business cycle", *Journal of International Money and Finance*, 5, 381-394.
- DIAMOND, P.A. (1982) "Aggregate demand management in search equilibrium", *Journal of Political Economy*, 90, 881-894.
- DIEBOLD, F., OHANIAN, L. y BERKOWIZ, J. (1995), "Dynamic equilibrium economies: a framework for comparing models and data", NBER, Documento de trabajo técnico, 174.
- DIEBOLD, F. y RUDEBUSCH, G.D. (1996) "Measuring business cycles: a modern perspective", *The Review of Economics and Statistics*, vol LXXVIII, 67-77.
- DIEBOLD, F.X. y SENHADJI, A.S. (1996) "Deterministic vs. stochastic trend in U.S. GNP. yet again", NBER, Documento de Trabajo, 5.481.
- DIXON, R. y RANKIN, M. (1994) "Imperfect competition and macroeconomics: a survey", *Oxford Economic Papers*, 46, 171-199.

- DOLADO, J.J., SEBASTIÁN, M. y VALLÉS, J. (1993) "Cyclical patterns of the spanish economy", *Investigaciones Económicas*, XVII, 445-473.
- DOLADO, J.J. y SICILIA J.C. (1995) "Explicaciones de la recesión en Europa: un enfoque de VAR estructural", *Cuadernos económicos del I.C.E.*, 59, 203-231.
- DOMAR, E.D. (1946) "Capital expansion, rate of growth, and employment", *Econometrica*, 14, 137-147.
- DOMÉNECH, R. GÓMEZ, V. y TAGUAS, R. (1997) "Filtering methods revisited", Documento de Trabajo del Ministerio de Economía y Hacienda, D-97005.
- DURLAUF, S.N. (1989) "Output persistence, economic structure, and the choice of stabilization policy", *Brookings Papers on Economic Activity*, 12, 69-136.
- DURLAUF, S.N. y MACCINI, L.J. (1995) "Measuring noise in inventory models", *Journal of Monetary Economics*, 36, 65-89.
- DZHAPARIDZE, K. (1986), *Parameter estimation and hypothesis testing in the spectral analysis of stationary time series*, Springer-Verlag, Nueva York.
- ELLIOT, G. y FATÁS, A. (1996) "International business cycles and the dynamics of the current account", *European Economic Review*, 40, 361-387.
- ELWOOD, S.K. (1998) "Is the persistence of shocks to output asymmetric", *Journal of Monetary Economics*, 41, 411-426.
- ENGLE, R.F. e ISSLER, J.V. (1992) "Estimating sectoral cycles using cointegration and common features", University of California Discussion Paper, 9, 2-20.
- ENGLE, R.F. e ISSLER, J.V. (1995) "Estimating common sectoral cycles", *Journal of Monetary Economics*, 35, 85-113.
- ENGLE, R.F. y KOZICKI, T. (1993) "Testing for Common Features: Comment", *Journal of Business and Economic Statistics*, 11(4), 386-90.
- ENGLUND, P., PERSSON, T. y SVENSSON, L.E.O. (1992) "Swedish business cycles: 1861-1988", *Journal of Monetary Economics*, 30 (3), 343-371.
- ENTHORF, H. (1991) "Real business cycles under test, a multi-country, multi-sector exercise", *European Economic Review*, 35(4), 933-969.
- ESTEVE, V., CAMARERO, M. y TAMARIT, C.R. (1997) "Gasto público privado en España: ¿sustitutivos o complementarios?", *Hacienda Pública Española*, 140, 75-95
- ESTRADA, A. y SEBASTIÁN, M. (1993) "Una serie de gasto de bienes de consumo duradero", Servicio de Estudios del Banco de España, Documento de trabajo, 9305.
- FALK, B. y LEE, B-B (1998) "The dynamics effects of permanent and transitory labor income on consumption", *Journal of Monetary Economics*, 41, 371-387.
- FATÁS, A. (1997) "EMU: Countries or regions? Lessons from the EMS experience",

European Economic Review, 41, 743-751.

FIORITO, R. y KOLLINTZAS, T. (1994) "Stylized facts of business cycles in the G7 from a real business cycles perspective", *European Economic Review*, 38(2), 235-269.

FRIEDMAN, M. (1992) "Do old falacies ever die?", *Journal of Economic Literature*, XXX, 2129-2132.

FRIEDMAN, M. y SCHWARTZ, A.J. (1963) *A monetary history of the United States, 1867-1960*. Princetown University Press. Pricentown.

FROYEN, R.T. y WAUD, R.N. (1986) "Real business cycles and the Lucas paradigm". NBER. Documento de trabajo 2109.

GALÍ, J. (1996) "Technology, empoyment, and the business cycle: do technology shocks explain aggregate fluctuations?", NBER, Documento de trabajo, 5721.

GARCÍA-PEREA, P. (1991) "Elaboración de series homogéneas de ocupados y parados a partir del segundo trimestres de 1964", en BENTOLILLA, S. y TOHARIA, L. (Comp.), 1209-1261.

GARDEAZÁBAL, J. y IGLESIAS, M.C. (1999) "¿Causan los ciclos del G7 el ciclo español?", Fedea, Documento de trabajo, EEE-22.

GARNDMONT, J.J. (1977a) "Temporary general equilibrium theory", *Econometrica*, 45(3), 535-574.

GARNDMONT, J.J. (1977b) "The logic of the fix-price method", *IMSS Technical Report*, 233.

GHYSELS, E. (1997) "Seasonal adjustment and other data transformations", *Journal of Business Economics and Statistics*, 15, 4-11.

GIMÉNEZ, E.L. y MARTÍN-MORENO, J.M. (1999) "Monetary shocks and the business cycle in the Spanish economy", Fedea, Documento de trabajo EEE-43.

GIRARDIN, M. (1991) *Cycles conjoncturels en Suisse et aux Etats-Unis: Analyse de composantes cycliques des principaux économiques et desw écarts entre les taux de change et la parité du pouvoir d'achat*, tesis doctoral, Ecoloe de HEC, Universidad de Lausana.

GOERLICH, F. (1990) "Modelos reales del ciclo: un panorama", *Investigaciones Económicas*, XIV, 321-345.

GREGORY, A.W., HEAD, A.C. y RAYNAULD, J. (1997) "Measuring world business cycles", *International Economic Review*, 38(3), 667-701.

GREGORY, A.W. y SMITH, G.W. (1991) "Calibration as testing: inference in simulated macro models", *Journal of Business and Economic Statistics*, 9(3), 293-303.

GREGORY, A.W. y SMITH, G.W. (1993) "Calibration in Macroeconomics", in Maddala, G.S. (ed.), *Handbook of Statistics*, 11, Amsterdam: North Holland.

- GREGORY, A.W. y SMITH, G.W. (1996) "Measuring business cycles with business-cycle models", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 20, 1007-1025.
- HAIRAULT, J.O. y PORTIER, F. (1993) "Money, new-keynesian macroeconomics and the business cycle", *European Economic Review*, 37, 1533-1568.
- HALL, G.J. (1996) "Overtime, effort, and the propagation of business cycle shocks", *Journal of Monetary Economics*, 38, 139-160.
- HAMILTON, J.D. (1986) "A neo-classical model of unemployment and the business cycle", *Journal of Political Economy*, 96, 593-617.
- HAMILTON, T. (1994) *Time Series Analysis*, Princeton Ed.
- HANSEN, G.D. (1985) "Indivisible labor and the business cycle", *Journal of Monetary Economics*, 16, 309-327.
- HANSEN, G.D. (1997) "Technical progress and aggregate fluctuations", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21, 1005-1023.
- HANSEN, G.D. y PRESCOTT, T.F. (1995) "Recursive methods for computing equilibria of business cycle models", en Colley, T.F. (Ed), 39-64.
- HANSEN, G.D. y WRIGHT, R. (1992) "The labor market in real business cycle theory", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, (Spring), 2-12.
- HANSEN, L.P. (1982) "Large sample properties of generalized method of moments estimators", *Econometrica*, 50(4), 1029-1054.
- HANSEN, L.P. y SARGENT, T.J. (1980) "Formulating and estimating dynamic linear rational expectations models", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2, 7-46.
- HARBELER, G. (1944) *Ensayos sobre el ciclo económico*. Fondo de Cultura Económica. México.
- HARROD, R.F. (1939) "An essay in dynamic theory", *Economic Journal*, 49, 14-33.
- HARVEY, A.C. y JAEGER, A. (1993) "Determining, stylized facts and the business cycles", *Journal of Applied Econometrics*, 8, 231-247.
- HASSLER, J., LUNDAVIK, P., PERSSON, T. y SÖDERLIND, P. (1992) "The Swedish business cycle: Stylized facts over 130 years". Institute for Empirical Macroeconomics, Federal Reserve Bank of Minneapolis, Discussion Paper, 63.
- HEAD, A.C. (1991) "Cross-country variations in aggregate volatility: Evidence from 56 countries", Discussion paper, 832, Institute for Economic Research, Queen's University.
- HESS, G. y IWATA, S. (1997) "Measuring and comparing business cycle features", *Journal of Business and Economic Statistics*, 15(4), 125-134.
- HICKS, J. (1937) "Mr. Keynes and the 'Classics': a suggested interpretation", *Econometrica*, 5(1), 147-159.

- HODRICK, R. y PRESCOTT, E. (1980), "Post-war U.S. business cycle: an empirical investigation", documento de trabajo de la Carnegie-Mellon University. Publicado posteriormente (1997) en *Journal of Money, Credit, and Banking*, 29(1), 1-16.
- INGRAM, B.F., KOCHERLAKOTA, N.R. y SAVIN, N.E. (1994) "Explaining business cycles. A multiple-shock approach", *Journal of Monetary Economics*, 34, 415-428.
- JEVONS, S. (1884) *Investigations in Currency and Finance*. Ed. Foxwell. Londres.
- JOHANSEN, S. (1988) "Statistical analysis of cointegration vectors". *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 231-254.
- JOHANSEN, S. (1991) "Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in gaussian vector autoregressive models", *Econometrica*, 59, 1551-1580.
- KALDOR, N. (1963) "Capital accumulation and economic growth", en Lutz, F. y Hague, D. (Eds).
- KAMIHIGASHI, T. (1996) "Real business cycles and sun-spots fluctuations are observationally equivalent", *Journal of Monetary Economics*, 37, 105-117.
- KARRAS, G. y SONG, F. (1996) "Sources of business-cycle volatility: an exploratory study on a sample of OECD countries", *Journal of Macroeconomics*, 18(4), 621-637.
- KEANE, M.P. y RUNKLE, D.E. (1989) "Are economic forecast rational?", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, (Spring), 26-33.
- KEHOE, T. (1997) "Computing equilibria of dynamics economies", ponencia presentada en el II Workshop on Dynamics Macroeconomics, La Coruña.
- KIM, B.J.C. (1997) "The cyclical behavior of prices: G7 versus non-G7 countries", *Applied Economics*, 29, 683-691.
- KIM, K. y CHOI Y-Y. (1997) "Business cycles in Korea. Is there any stylized feature?", *Journal of Economic Studies*, 24(5), 275-293.
- KING, R.G. (1993) "Will the new keynesian macroeconomics resurrect the IS-LM model?", *Journal of Economic Perspectives*, 7, 67-82.
- KING, R.G. (1995) "Quantitative theory and Econometrics", *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Quarterly*, 81/3, 53-105.
- KING, R.G. y PLOSSER, C.I. (1994) "Real business cycles and the test of the Adelmans", *Journal of Monetary Economics*, 33, 405-438.
- KING, R.G.; PLOSSER, C.I. y REBELO, S.T. (1987) "Production, growth and business cycles: technical appendix", *mimeo*, University of Rochester.
- KING, R.G., PLOSSER, C.I., REBELO, S.T. (1988a) "Production, growth and business cycles P". *Journal of Monetary Economics*, 21, 196-232.

- KING, R.G., PLOSSER, C.I., REBELO, S.T. (1988b) "Production, growth and business cycles. II. New directions", *Journal of Monetary Economics*, 21, 309-341.
- KING, R. y REBELO, S.T. (1990), "Low frequency filtering and real business cycles", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 17, 207-231.
- KING, R. y REBELO, S.T. (1993) "Transitional dynamics and economic growth in the neoclassical model", *The American Economic Review*, 83(4), 908-931.
- KING, R. y REBELO, S.T. (1993) "Low frequency filtering and real business cycles", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 17, 207-231.
- KING, R.G. y WATSON, M.W. (1996) "Money, prices, interest rates and the business cycle", *The review of Economics and Statistics*, vol LXXVIII, 35-53.
- KIRSCHNER, D. y RHEE, W. (1996) "Predicting the pattern of economics research: the case of the RBC theory", *Journal of Macroeconomics*, 18(2), 359-372.
- KNIGHT, F.H. (1944) "Diminishing returns from investment", *Journal of Political Economy*, 52, 26-47.
- KOOPMANS, T.C. (1947) "Measurement without theory", *Review of Economic Statistics*, 29, 161-172.
- KOOPMANS, T.C. (1965) "On the concept of optimal economic growth", en *The econometric approach to development planning*, Amsterdam, North Holland.
- KORAY, F., LEE, T. y PALIVOS, T. (1996) "Stochastic trends and fluctuations in national income, wages, and profits", *Southern Economic Journal*, 62(4), 873-888.
- KYDLAND, F.E. (1992) "On the econometrics of world business cycles", *European Economic Review*, 36, 476-482.
- KYDLAND, F.E. (1995) "Business cycles and aggregate labor market fluctuations", en Cooley (Ed.), 126-156.
- KYDLAND, F. y FREEMAN, S. (1997) "Monetary aggregates and output", Carnegie Mellon University, ponencia presentada en el II Workshop on Dynamics Macroeconomics, La Coruña.
- KYDLAND, F.E. y PRESCOTT, E.C. (1982) "Time to build and aggregate fluctuations", *Econometrica*, 50, 1345-1370.
- KYDLAND, F.E. y PRESCOTT, E. (1990) "Business cycles: Real facts and a monetary myth", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, 14(2), 3-18.
- KYDLAND, F.E. y PRESCOTT, E.C. (1991) "Hours and employment variations in business-cycle theory", en THYGESES, N., KUMARASWAMY, V. y ZAMBELL, S. (Eds.).
- LEE, K.C., PESARAN, M.H. y PIERSE, R.G. (1992) "Persistence of shocks and their sources in a multisectoral model of UK output growth", *Economic Journal*, 102, 342-356.
- LICANDRO, O. (1997) "Cyclical patterns of the Spanish economy", ponencia presentada en

el II Workshop on Dynamics Macroeconomics, La Coruña.

LICANDRO, O., PUCH, L.A. y RUIZ-TAMARIT, R. (1995) "Utilización del capital y ciclo económico español", Fedea, Documento de Trabajo, 95-21.

LILIEN, D.M. (1982a) "Sectoral shifts and cyclical unemployment", *Journal of Political Economy*, 89, 777-793.

LILIEN, D.M. (1982b) "A sectoral model of the business cycle" USC-MRG Documento de trabajo.

LONG, J.B. y PLOSSER, CH.I. (1983) "Real business cycles", *Journal of Political Economy*, 91, 39-69.

LONG, J.B. y PLOSSER, CH.I. (1987) "Sectoral versus aggregate shocks in the business cycle", *American Economic Review Papers and Proceedings*, 77(2), 333-336.

LÓPEZ, H., ORTEGA, E. y UBIDE, A. (1997) "Dating and forecasting the Spanish business cycles", European University Institute, Documento de trabajo.

LÓPEZ, E. y TAGUAS, D. (1990) "Una visión general del Modelo de Investigación y Simulación de la Economía Española (MOISEES)", Dirección General de Planificación Económica, SGPE-D-90013.

LUCAS, R. Jr (1972) "Expectations and the neutrality of money", *Journal of Economic Theory*, 4, 103-124.

LUCAS, R. Jr. (1973) "Some international evidence on output-inflation trade-offs", *American Economic Review*, 63, 326-334.

LUCAS, R. Jr (1975) "An equilibrium model of the business cycle", *Journal of Political Economy*, 83(6).

LUCAS, R. Jr (1976) "Econometric policy evaluation: a critique", en Brunner y Meltzer (Eds.) *The Phillips curve and labor markets, Carnegie-Rochester Conference, Series on Public Policy*, 1, 19-46.

LUCAS, R. Jr. (1977) "Understanding business cycles", *Carnegie-Rochester Series on Public Policy*, 5. Suplemento del *Journal of Monetary Economics*.

LUCAS, R. Jr. (1980), "Methods and problems in business cycle theory", *Journal of Money, Credit, and Banking*, 12, 696-715.

LUCAS, R. Jr. (1987) *Models of business cycles*. Ed. Blackwell. Londres. La versión en español, *Modelos de ciclos económicos*, está publicada por Alianza Editorial. Madrid.

LUCAS, R. Jr. (1988) "On the mechanism of economic development", *Journal of Monetary Economics*, 22, 3-42.

LUCKE, B. (1997) "An Adelman-Test for growth cycles in West Germany", *Empirical Economics*, 22, 15-40.

- LUCKE, B. (1998) "Productivity shocks in a sectoral real business cycle model for West Germany", *European Economic Review*, 42, 311-327.
- LUTZ, F.A. y HAGUE, D.C. (Eds.) (1963) *Proceedings of a conference held by the International Economics Association*. MacMillan. Londres.
- MALINVAUD, G. (1977) *The theory of unemployment reconsidered*, Basil Blackwell, Oxford.
- MALTHUS, T. (1798) *An essay on the principle of population*, Londres, W.Pickering, 1986.
- MANKIW, N.G. (1988) "Imperfect competition and the keynesian cross", *Economic Letters*, 26, 7-14.
- MANKIW, N.G. (1989) "Real business cycles: a new keynesian perspective", *Journal of Economic Perspectives*, 3, 79-90.
- MARAVALL, A. (1996a) "Short-term analysis of macroeconomic time series", Servicio de Estudios del Banco de España, Documento de trabajo, 9607.
- MARAVALL, A. (1996b) "Unobserved components in economic time series", Servicio de Estudios del Banco de España, Documento de trabajo, 9609.
- MARAVALL, A y PLANAS, C. (1996) "Estimation and the specification of unobserved component models". Servicio de Estudios del Banco de España. Documento de Trabajo 9608.
- MARTÍN-MORENO, J.M. (1997) "Teoría de los ciclos reales en economías abiertas: una aplicación al caso español", Fedea, Documento de trabajo, 9714.
- MAZZENGA, E. y RAVN, M.O. (1998) "Relative price riddles in international business cycle theory: are transport costs the explanation?", *Mimeo*.
- McCALLUM, B.T. (1989) "Real business cycle models", en Barro, R.J. (Ed.) (1989), 16-50.
- McCALLUM B.T. (1996) "Neoclassical vs. endogenous growth analysis: an overview", NBER, Documento de trabajo, 5.844.
- McGRATTAN, E.R. (1994) "A progress report on businesscycle models", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, (Fall), 2-16.
- McGRATTAN, E., ROGERSON, R. y WRIGHT, R. (1994) "Household production and taxation in the stochastic growth model", *Mimeo*.
- MELIS, F. (1991) "La estimación del ritmo de variación en series económicas", *Estadística Española*, 33 (126), 7-56.
- MERZ, M. (1995) "Search in the labor market and the real business cycle", *Journal of Monetary Economics*, 36, 269-300.
- MIRON, J.A. y BEAULIEU, J.J. (1996) "What have macroeconomists learned about business cycles from the study of seasonal cycles?", *The review of Economics and Statistics*, vol LXXVIII, 54-66.

- MITCHELL, W.C. (1927) *Business cycles. The problem and its setting*. NBER. New York.
- MOLINAS, C. *et al* (1990) "MOISEES: Un modelo de investigación y simulación de la economía española", Dirección General de Planificación Económica, SGPE-D-90003.
- MURPHY, K. Y TOPEL, R. (1983) "Real business cycles", *Journal of Political Economy*, 91, 39-69.
- MUTH, J. (1960) "Optimal properties of exponentially weighted forecasts", *Journal of the American Statistical Association*, 55, 290-306.
- NELSON, C.R. y KANG, H. (1981) "Spurious periodicity in inappropriately detrended time series", *Econometrica*, 49(3), 741-751.
- NELSON, CH.R., PLOSSER, CH.I. (1982) "Trends and random walks in macroeconomic time series", *Journal of Monetary Economics*, 10, 139-162.
- NERLOVE, M., GREYER, D.M. y CARVALHO, J.L. (1979) *Análisis de series temporales*. Fondo de Cultura Económica. México.
- NORRBIN, S.C. y SCHLAGENHAUF, D.E. (1996) "The role of international factors in the business cycle: A multi-country study", *Journal of International Economics*, 40, 85-104.
- OBSTFELD, M. y ROGOFF, K. (1997) *Foundations of international macroeconomics*, MIT Press. Cambridge, MA.
- ORTEGA, E. (1994) "Spanish aggregate fluctuations in the last two decades and the impact of the ec. transmissions through trade?", *Mimeo*.
- ORTEGA, E. (1998a) "The Spanish business cycle and its relationship with Europe", Servicio de Estudios del Banco de España, Documento de trabajo, 9819.
- ORTEGA, E. (1998b) "Comparing Evaluation Methodologies for Stochastic Dynamic General Equilibrium Models, Servicio de Estudios del Banco de España, Documento de trabajo, 9820.
- ORTEGA, E. (1998c), "Assessing the fit of simulated multivariate dynamic models, Servicio de Estudios del Banco de España, Documento de trabajo, 9821.
- PAGAN, A. (1975) "A note on the extraction of components from time series", *Econometrica*, 43(1).
- PARK, G. (1996) "The role of detrending methods in a model of RBC", *Journal of Macroeconomics*, 18(3), 479-501.
- PÉREZ, P.J. (1997) "Fuentes de variabilidad comunes. (¿Existe un ciclo común europeo?)". Ponencia presentada en el XXII Simposium de Análisis Económico, Bellaterra.
- PESARAN, M.H., PIERSE, R.G. y LEE, K.C. (1993) "Persistence, cointegration and aggregation: a disaggregated analysis of output fluctuations in the U.S. economy", *Journal of Econometrics*, 56, 57-88.

- PISSARIDES, C.A. (1988) "The search equilibrium approach to fluctuations in employment", *American Economic Review*, 78, 363-368.
- PLOSSER, C.I. (1989) "Understanding real business cycles", *Journal of Economic Perspectives* 3, 51-77.
- PORTIER, F. (1997) "Intertemporal general equilibrium models and the evaluation of economic policies", ponencia presentada en el II Workshop on Dynamics Macroeconomics, La Coruña.
- PRESCOTT, E.C. (1986) "Theory ahead of business cycle measurement", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, (Fall), 9-22.
- PRIESTLEY, M.B. (1988), *Non-linear and non-stationary time series analysis*, Academic Press, Nueva York.
- PUCH, L. y LICANDRO, O. (1995) "Teoría de los ciclos reales y fluctuaciones agregadas de la economía española", Fedea, Documento de trabajo 9525.
- PUCH, L. y LICANDRO, O. (1997) "Are there any special features in the Spanish business cycle?", Fedea, Documento de trabajo 9706.
- QUAH, D. (1993) "Galton's fallacy and tests of convergence hypothesis", *Scandinavian Journal of Economics*, 95, 427-443.
- QUAH, D. (1994) "One business cycle and one trend from (many) many disaggregates", *European Economic Review*, 38, 605-613.
- QUAH, D. (1996) *Twin Peaks: growth and convergence in models of distribution dynamics*, Centre for Economic Performance, Discussion paper, 280.
- QUILIS, E.M. (1995) *Apuntes de teoría de ciclos*, Instituto Nacional de Estadística, Madrid.
- RAVN, .M. (1993) "International business cycles: How much can standard theory account for?", *European University Institute*, Documento de trabajo, ECO 93-6.
- RAVN, M. (1997) "International business cycles in theory and in practice", *Journal of International Money and Finance*, 16(2), 255-283.
- RAZIN, A. y ROSE, A. (1992) "Business cycle volatility and openness: an exploratory cross-section analysis", NBER, Documento de trabajo, 4208.
- RAZZAK, W. (1997) "The Hodrick-Prescott technique: A smoother versus a filter. An application to the New Zealand GDP", *Economics Letters*, 57, 163-168.
- REBELO, S. (1990) "Long-run policy analysis and long-run growth", *Journal of Political Economy*, 99, 500-521.
- REBELO, S. y VÉGH, C.A. (1995) "Real effects of exchange-rate based stabilization: an analysis of competing theories", Rochester Center for Economic Research, Documento de trabajo, 405.

RICARDO, D. (1817) *On the principles of political economy and taxation*, Cambridge, Cambridge University Press, 1951.

ROGERSON, R. (1988) "Indivisible labor, lotteries and equilibrium", *Journal of Monetary Economics*, 21, 3-16.

ROJO, L.A. (1981) *Renta, precios y balanza de pagos*. Alianza Editorial, Madrid.

ROMER, P.M. (1986) "Increasing returns and long-run growth", *Journal of Political Economy*, 94, 1002-1037.

ROMER, P.M. (1990) "Endogenous technological change", *Journal of Political Economy*, 98, 71-102.

ROMER, P.M. (1994) "The origins of endogenous growth", *Journal of Economic Perspectives*, 8, 3-22.

ROMER, D. (1993) "The new keynesian synthesis", *Journal of economic perspectives*, 7, 5-22.

ROMER, D. (1996) *Advanced macroeconomics*. McGraw-Hill. New York.

SAINT-PAUL, G. (1993) "Productivity growth and the structure of the business cycle", *European Economic Review*, 37, 861-890.

SAMUELSON, P.A. (1948) "The simple mathematics of income determination" *Income, employment and public policy*. Harvard University Press, Cambridge.

SARGENT, T.J. (1979) *Macroeconomic theory*. Academic press, New York.

SARGENT, T.J. (1987) *Dynamic macroeconomic theory*. Harvard University Press. Cambridge. Massachusetts.

SCHUMPETER, J.A. (1939) *Business Cycles. A theoretical, historical and statistical analysis of the capitalist process*. Porcupine Press. Philadelphia.

SCHUMPETER, J.A. (1937) *The theory of economic development*, Cambridge MA, Harvard University Press.

SHELL, K. (Ed.) (1967) *Essays on the theory of optimal economic growth*. MIT Press. Cambridge. Massachusetts.

SHESHINSKI, E. (1967) "Optimal accumulation with learning by doing", en Shell, K. (Ed.) (1967), 31-52.

SHORACK, G.R. y WELLNER, J.A. (1987), *Empirical processes with applications to statistics*, Wiley, Nueva York.

SILVESTRE, J. (1993) "The market-power foundations of macroeconomic policy", *Journal of Economic Literature*, 31, 105-141.

SIMKINS, S.P. (1994) "Do real business cycle models really exhibit business cycle

behavior?", *Journal of Monetary Economics*, 33, 381-404.

SISMONDI, J.C.L. (1819) *Nouveaux Principes d'Économie Politique*. Calmann-Lévy, cop. 1971. Paris.

SMITH, A. (1776) *An inquiry into the nature and causes of the wealth of nations*, New York, Random House, 1937.

SMITH, G.W. (1996) "Method-of-moments measurement of UK business cycles", *Oxford Economic Papers*, 48(4), 568-583.

SÖDERLIN, P. (1994), "Cyclical properties of a real business cycle model", *Journal of Applied Econometrics*, 9, S113-S122.

SOLOW, R. (1956) "A contribution to the theory of economic growth", *Quarterly Journal of Economics*, 70, 65-94.

STADLER, G.W. (1990) "Business cycle models with endogenous technology", *The American Economic Review*, 80(4), 763-778.

STOCK, J.H. y WATSON, M.W. (1988) "Variable trends in economic time series", *Journal of Economic Perspectives*, 2, 147-174.

STOCK, J.H. y WATSON, M.W. (1998) "Business cycles fluctuations in US macroeconomic time series", NBER, Documento de trabajo, 6.528.

STOCKMAN, A.C. (1988) "Sectoral and national aggregate disturbances to industrial output in seven European countries", *Journal of Monetary Economics*, 21, 387-409.

STOCKMAN, A.C. y SVENSON, L. (1987) "Capital flows, investment and exchange rates", *Journal of Monetary Economic*, 19, 171-201.

STOCKMAN, A.C. y TESAR, L.L. (1991) "Tastes and technology in a two country model of the business cycle: explaining international comovements". *Mimeo*. University of Rochester.

SUMMERS, R. y HESTON, A. (1991) "The Penn world table (mark 5) an expanded set of international comparisons, 1950-1988", *Quarterly Journal of Economics*, 56(2), 327-368.

SWAN, T.W. (1956) "Economic growth and capital accumulation", *Economic Record*, 32, 334-361.

THYGESES, N., KUMARASWAMY, V. y ZAMBELL, S. (Ed) (1991) *Business cycles: theories, evidence and analysis*. Mc Millan. Londres.

URIEL, E. (1992) *Análisis de series temporales. Modelos ARIMA*", Colección Ábaco, Ed. Paraninfo, Valencia.

VAHID, F. y ENGLE, R. (1993) "Common trends and common cycles", *Journal of Applied Econometrics*, 8, 341-360.

VAHID, F. y ENGLE, R. (1997) "Codependent cycles", *Journal of Econometrics*, 80, 199-

221.

VALLÉS, J. (1997) "Aggregate investment in a business cycle model with adjustment costs", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21, 1181-1198.

WATSON, M.W. (1993) "Measures of fit for calibrated models", *Journal of Political Economy*, 101(6), 1011-1041.

WELLS, J.M. (1997) "Business cycles, seasonal cycles, and common trends", *Journal of Macroeconomics*, 19(3), 443-469.

WILLIAMSON, S.D. (1996) "Real business cycle research comes of age: A review essay", *Journal of Monetary Economics*, 38, 161-70.

YOUNG, A. (1928) "Increasing returns and economic progress", *Economic Journal*, 38, 57-72.

ZARNOWITZ, V. (1992) *Business cycles. Theory, history indicators, and forecasting*. Studies in Business Cycles. vol 27. NBER. The University of Chicago Press. Chicago.

ZIMMERMANN, C. (1994) "Real business cycles in open economies". Tesis doctoral, Carnegie Mellon University.

ZIMMERMAN, C. (1997) "International real business cycles among heterogeneous countries", *European Economic Review*, 41, 319-355.

ANEXO. LOGLINEALIZACIÓN DE LAS CONDICIONES DE PRIMER ORDEN DE LOS MODELOS

En el presente anexo se muestran las linealizaciones de las condiciones de primer orden de los modelos que se han presentado en el capítulo 3. Esta manera de resolver un modelo no lineal se basa en transformar las variables originales del modelo de manera que la expresión obtenida sea función de variables en desviaciones con respecto al estado estacionario de las variables originales. Esto requiere estar trabajando con un proceso estacionario. A continuación se reproduce una nota a pie de página del apartado 3.2, en la que se explica la mecánica del método empleado.

Para loglinealizar una función del tipo $a_t b_t / c_t$, donde $c_t = u_t + v_t$, el problema se encuentra en el elemento $\log(u_t + v_t)$, puesto que el resto se puede expresar como $\hat{a}_t + \log a + \hat{b}_t + \log b$. La solución consiste en efectuar una aproximación de Taylor de primer orden entorno a los valores de estado estacionario del $\log c_t$, al cual previamente se ha transformado de modo que quede como $\log[\exp(\log u_t) + \exp(\log v_t)]$. Lo que se desea es que $\log c_t$ sea una función del tipo $f(\log u_t, \log v_t)$. Dicha aproximación se desarrolla del siguiente modo:

$$\log c_t = f(\log u_t, \log v_t) = f(\log u, \log v) + \left[\frac{u}{c}, \frac{v}{c} \right] \begin{bmatrix} \log u_t - \log u \\ \log v_t - \log v \end{bmatrix},$$

lo que da lugar a:

$$\log c_t = \log(u + v) + \frac{u}{c} \hat{u}_t + \frac{v}{c} \hat{v}_t,$$

que no es más que una linealización en términos de variables en desviaciones porcentuales, que son las que se deseaban conseguir desde un primer momento.

En las páginas siguientes se presentan las loglinealizaciones de cada una de las condiciones de primer orden de los modelos. En los sucesivos apartados se muestran las ecuaciones de los modelos de un país y un sector, un país y dos sectores, dos países y un sector y dos países y dos sectores.

A medida que los modelos se han ido complicando, relajando los supuestos básicos del modelo inicial, se ha ido incrementando el número de variables de control y, por lo tanto, el número de condiciones de primer orden a loglinealizar, llegándose en el último modelo a dieciseis derivadas parciales más las cuatro leyes de movimiento del capital.

A.1. El modelo de partida: un país y un sector

Para acceder tanto al desarrollo del modelo como a las derivadas parciales originales del mismo, acudir al apartado 3.2 de la tesis.

- Primera derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial n_t}$

$$\hat{a}_t \left[1 - \frac{y}{c} \right] + \hat{k}_t \left[\theta - \theta \frac{y}{c} \right] + \hat{n}_t \left[\frac{-n}{1-n} - \theta - (1-\theta) \frac{y}{c} \right] + \hat{i}_t \left[\frac{i}{c} \right] + \hat{g}_t \left[\frac{(1-\alpha)g}{c} \right] = 0$$

- Segunda derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial i_t}$

$$\hat{a}_t \left[-\frac{y}{c} \right] + \hat{k}_t \left[+\phi \delta k - \frac{\theta y}{c} \right] + \hat{n}_t \left[(\theta-1) \frac{y}{c} \right] + \hat{i}_t \left[-\phi i + \frac{i}{c} \right] + \hat{g}_t \left[\frac{(1-\alpha)g}{c} \right] + [-1] \hat{w}_t = 0$$

- Tercera derivada: $\frac{\partial V_{t+1}}{\partial k_{t+1}}$

$$\hat{w}_t \left[\frac{1}{1-\beta(1-\delta)} \right] + \hat{w}_{t+1} \left[\frac{-\beta(1-\delta)}{1-\beta(1-\delta)} \right] + \hat{a}_{t+1} \left[-1 + \frac{y}{c} \right] + \hat{k}_{t+1} \left[\frac{(\delta k)^2 \phi}{\theta y} - (\theta-1) + \theta \frac{y}{c} \right] + \hat{n}_{t+1} \left[-(1-\theta)(1-\frac{y}{c}) \right] + \hat{i}_{t+1} \left[-\frac{\delta \phi k i}{\theta y} - \frac{i}{c} \right] + \hat{g}_{t+1} \left[\frac{(1-\alpha)g}{c} \right] = 0$$

- Ley de movimiento del capital: $\hat{k}_{t+1} + \hat{k}_t [-(1-\delta)] + \hat{i}_t \left[-\frac{i}{k} \right] = 0$

A.2. Extensión del modelo básico a dos sectores

Para acceder tanto al desarrollo del modelo como a las derivadas parciales originales del mismo, acudir al apartado 3.3 de la tesis.

- Primera derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial n_{1t}}$

$$\begin{aligned} & a_{1,t} \left[\rho \frac{y_1}{y} - \frac{y_1}{c} + (1-\rho) \right] + a_{2,t} \left[\rho \frac{y_2}{y} - \frac{y_2}{c} \right] + \hat{k}_{1,t} \left[\theta_1 \rho \frac{y_1}{y} - \theta_1 \frac{y_1}{c} + \theta_1 (1-\rho) \right] + \hat{k}_{2,t} \left[\theta_2 \rho \frac{y_2}{y} - \theta_2 \frac{y_2}{c} \right] + \\ & \hat{n}_{1,t} \left[\frac{n_1}{1-n_1-n_2} + (1-\theta_1) \rho \frac{y_1}{y} - \frac{(1-\theta_1)y_1}{c} - \rho(1-\theta_1) - \theta_1 \right] + \hat{n}_{2,t} \left[\frac{n_2}{1-n_1-n_2} + (1-\theta_2) \rho \frac{y_2}{y} - \frac{(1-\theta_2)y_2}{c} \right] + \\ & \hat{i}_{1,t} \left[\frac{i_1}{c} \right] + \hat{i}_{2,t} \left[\frac{i_2}{c} \right] + \hat{g}_t \left[\frac{(1-\alpha)g}{c} \right] = 0 \end{aligned}$$

- Segunda derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial n_{2t}}$

$$\hat{a}_{1,t} \left[\rho \frac{y_1}{y} - \frac{y_1}{c} \right] + \hat{a}_{2,t} \left[\rho \frac{y_2}{y} - \frac{y_2}{c} + (1-\rho) \right] + \hat{k}_{1,t} \left[\theta_1 \rho \frac{y_1}{y} - \theta_1 \frac{y_1}{c} \right] + \hat{k}_{2,t} \left[\theta_2 \rho \frac{y_2}{y} - \theta_2 \frac{y_2}{c} + \theta_2 (1-\rho) \right] +$$

$$\hat{n}_{1,t} \left[\frac{n_1}{1-n_1-n_2} + (1-\theta_1) \rho \frac{y_1}{y} - \frac{(1-\theta_1)y_1}{c} \right] + \hat{n}_{2,t} \left[\frac{n_2}{1-n_1-n_2} + (1-\theta_2) \rho \frac{y_2}{y} - \frac{(1-\theta_2)y_2}{c} - \rho(1-\theta_2) - \theta_2 \right] +$$

$$\hat{i}_{1,t} \left[\frac{i_1}{c} \right] + \hat{i}_{2,t} \left[\frac{i_2}{c} \right] + \hat{g}_t \left[\frac{(1-\alpha)g}{c} \right] = 0$$

- Tercera derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial i_{1,t}}$

$$\hat{a}_{1,t} \left[\frac{y_1}{c} \right] + \hat{a}_{2,t} \left[\frac{y_2}{c} \right] + \hat{k}_{1,t} \left[\phi_1 \delta_1 k_1 + \theta_1 \frac{y_1}{c} \right] + \hat{k}_{2,t} \left[\theta_2 \frac{y_2}{c} \right] + \hat{n}_{1,t} \left[\frac{(1-\theta_1)y_1}{c} \right]$$

$$+ \hat{n}_{2,t} \left[\frac{(1-\theta_2)y_2}{c} \right] + \hat{i}_{1,t} \left[-\phi_1 i_1 + \frac{i_1}{c} \right] + \hat{i}_{2,t} \left[\frac{i_2}{c} \right] + \hat{g}_t \left[\frac{(1-\alpha)g}{c} \right] + \hat{w}_{1,t} [-1] = 0$$

- Cuarta derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial i_{2,t}}$

$$\hat{a}_{1,t} \left[\frac{y_1}{c} \right] + \hat{a}_{2,t} \left[\frac{y_2}{c} \right] + \hat{k}_{1,t} \left[\theta_1 \frac{y_1}{c} \right] + \hat{k}_{2,t} \left[\phi_2 \delta_2 k_2 + \theta_2 \frac{y_2}{c} \right] + \hat{n}_{1,t} \left[\frac{(1-\theta_1)y_1}{c} \right]$$

$$+ \hat{n}_{2,t} \left[\frac{(1-\theta_2)y_2}{c} \right] + \hat{i}_{1,t} \left[\frac{i_1}{c} \right] + \hat{i}_{2,t} \left[-\phi_2 i_2 + \frac{i_2}{c} \right] + \hat{g}_t \left[\frac{(1-\alpha)g}{c} \right] + \hat{w}_{2,t} [-1] = 0$$

- Quinta derivada: $\frac{\partial V_{t+1}}{\partial k_{1,t+1}}$

$$\hat{w}_{1,t} \left[\frac{-1}{1-\beta(1-\delta_1)} \right] + \hat{w}_{1,t+1} \left[\frac{\beta(1-\delta_1)}{1-\beta(1-\delta_1)} \right] + \hat{a}_{1,t+1} \left[\rho \frac{y_1}{y} - \frac{y_1}{c} + (1-\rho) \right] + \hat{a}_{2,t+1} \left[\rho \frac{y_2}{y} - \frac{y_2}{c} \right]$$

$$\hat{k}_{1,t+1} \left[-\frac{(\delta_1 k_1)^2 \phi_1}{\theta_1 y_1} - (1-\theta_1) - \rho \theta_1 + \rho \theta_1 \frac{y_1}{y} - \theta_1 \frac{y_1}{c} \right] + \hat{k}_{2,t+1} \left[\rho \theta_2 \frac{y_2}{y} - \theta_2 \frac{y_2}{c} \right]$$

$$+ \hat{n}_{1,t+1} \left[-(1-\theta_1) \rho \frac{y_1}{y} - (1-\theta_1) \frac{y_1}{c} + (1-\rho)(1-\theta_1) \right] + \hat{n}_{2,t+1} \left[-(1-\theta_2) \rho \frac{y_2}{y} - (1-\theta_2) \frac{y_2}{c} \right]$$

$$+ \hat{i}_{1,t+1} \left[\frac{\delta_1 \phi_1 k_1 i_1}{\theta_1 y_1} + \frac{i_1}{c_1} \right] + \hat{i}_{2,t+1} \left[\frac{i_2}{c_2} \right] + \hat{g}_{t+1} \left[-\frac{(1-\alpha)g}{c} \right] = 0$$

- Sexta derivada: $\frac{\partial V_{t+1}}{\partial k_{2,t+1}}$

$$\hat{w}_{2,t} \left[\frac{-1}{1-\beta(1-\delta_2)} \right] + \hat{w}_{2,t+1} \left[\frac{\beta(1-\delta_2)}{1-\beta(1-\delta_2)} \right] + \hat{a}_{1,t+1} \left[\rho \frac{y_1}{y} - \frac{y_1}{c} \right] + \hat{a}_{2,t+1} \left[\rho \frac{y_2}{y} - \frac{y_2}{c} + (1-\rho) \right]$$

$$\hat{k}_{1,t+1} \left[\rho \theta_1 \frac{y_1}{y} - \theta_1 \frac{y_1}{c} \right] + \hat{k}_{2,t+1} \left[-\frac{(\delta_2 k_2)^2 \phi_2}{\theta_2 y_2} - (1-\theta_2) - \rho \theta_2 + \rho \theta_2 \frac{y_2}{y} - \theta_2 \frac{y_2}{c} \right]$$

$$+ \hat{n}_{1,t+1} \left[-(1-\theta_1) \rho \frac{y_1}{y} - (1-\theta_1) \frac{y_1}{c} \right] + \hat{n}_{2,t+1} \left[-(1-\theta_2) \rho \frac{y_2}{y} - (1-\theta_2) \frac{y_2}{c} + (1-\rho)(1-\theta_2) \right]$$

$$+ \hat{i}_{1,t+1} \left[\frac{i_1}{c_1} \right] + \hat{i}_{2,t+1} \left[\frac{\delta_2 \phi_2 k_2 i_2}{\theta_2 y_2} + \frac{i_2}{c_2} \right] + \hat{g}_{t+1} \left[-\frac{(1-\alpha)g}{c} \right] = 0$$

- Ley de movimiento del capital del sector 1: $\hat{k}_{1,t+1} + \hat{k}_{1,t} [-(1-\delta_1)] + \hat{i}_{1,t} \left[-\frac{i_1}{k_1} \right] = 0$

▪ Ley de movimiento del capital del sector 2: $\hat{k}_{2,t+1} + \hat{k}_{2,t}[-(1-\delta_2)] + \hat{i}_{2,t} \left[-\frac{i_2}{k_2} \right] = 0$

A.3. Extensión del modelo básico a dos países

Para acceder tanto al desarrollo del modelo como a las derivadas parciales originales del mismo, acudir al apartado 3.4 de la tesis.

• Primera derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial n_t}$

$$\hat{a}_t \left[1 - \frac{y}{c} \right] + \hat{k}_t \left[\theta \left(1 - \frac{y}{c} \right) \right] + \hat{n}_t \left[\frac{-n}{1-n} - \theta - (1-\theta) \frac{y}{c} \right] + \hat{i}_t \left[\frac{i}{c} \right] + \hat{g}_t \left[\frac{-(\alpha-1)g}{c} \right] + nx_t \left[\frac{1}{c} \right] = 0$$

• Segunda derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial i_t}$

$$\hat{a}_t \left[-\frac{y}{c} \right] + \hat{k}_t \left[-\phi \delta k - \frac{\theta y}{c} \right] + \hat{n}_t \left[(\theta - 1) \frac{y}{c} \right] + \hat{i}_t \left[\phi i + \frac{i}{c} \right] + \hat{g}_t \left[\frac{(1-\alpha)g}{c} \right] + nx_t \left[\frac{1}{c} \right] - \hat{w}_t = 0$$

• Tercera derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial nx_t}$

$$\begin{aligned} \hat{a}_t \left[\frac{y}{c} \right] + \hat{k}_t \left[\frac{\theta y}{c} \right] + \hat{n}_t \left[(1-\theta) \frac{y}{c} \right] + \hat{i}_t \left[-\frac{i}{c} \right] + \hat{g}_t \left[\frac{(\alpha-1)g}{c} \right] + nx_t \left[-\frac{1}{c} - \frac{1}{c^*} \frac{\pi}{(1-\pi)} \right] = \\ = \hat{a}_t^* \left[\frac{y^*}{c^*} \right] + \hat{k}_t^* \left[\frac{\theta y^*}{c^*} \right] + \hat{n}_t^* \left[(1-\theta) \frac{y^*}{c^*} \right] + \hat{i}_t^* \left[-\frac{i^*}{c^*} \right] + \hat{g}_t^* \left[\frac{(\alpha-1)g^*}{c^*} \right] \end{aligned}$$

• Cuarta derivada: $\frac{\partial V_{t+1}}{\partial k_{t+1}}$

$$\begin{aligned} \hat{w}_t \left[\frac{1}{1-\beta(1-\delta)} \right] + \hat{w}_{t+1} \left[\frac{-\beta(1-\delta)}{1-\beta(1-\delta)} \right] + \hat{a}_{t+1} \left[-1 + \frac{y}{c} \right] + \hat{k}_{t+1} \left[\frac{(\delta k)^2 \phi}{\theta y} - (\theta - 1) + \theta \frac{y}{c} \right] + \\ + \hat{n}_{t+1} \left[-(1-\theta) \left(1 - \frac{y}{c} \right) \right] + \hat{i}_{t+1} \left[-\frac{\delta \phi k i}{\theta y} - \frac{i}{c} \right] + \hat{g}_{t+1} \left[\frac{(\alpha-1)g}{c} \right] + nx_t \left[-\frac{1}{c} \right] = 0 \end{aligned}$$

• Ley de movimiento del capital de cada país: $\hat{k}_{t+1} + \hat{k}_t[-(1-\delta)] + \hat{i}_t \left[-\frac{i}{k} \right] = 0,$

con ecuaciones análogas para el país exterior.

A.4. Extensión del modelo básico a dos países y dos sectores

Para acceder tanto al desarrollo del modelo como a las derivadas parciales originales del mismo, acudir al apartado 3.5 de la tesis.

Primera derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial n_{1t}^1}$

$$\begin{aligned}
& \hat{a}_1^1 \left[-\frac{y_1^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_1^1}{y^1} + (\rho^1 - \rho_T^1) \frac{y_1^1}{y_C^1} + 1 - \rho^1 \right] + \hat{a}_2^1 \left[-\frac{y_{21}^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_{21}^1}{y^1} + (\rho^1 - \rho_T^1) \frac{y_{21}^1}{y_C^1} \right] \\
& \quad + \hat{a}_1^2 [0] + \hat{a}_2^2 \left[-\frac{y_{22}^2}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_{22}^2}{y^1} \right] + \\
& + \hat{n}_1^1 \left[\frac{-(1-\theta_1^1)y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_1^1)y_1^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1)(1-\theta_1^1)y_1^1}{y_C^1} + (1-\rho^1)(1-\theta_1^1) - 1 - \frac{n_1^1}{1-n^1} \right] + \\
& \quad + \hat{n}_2^1 \left[\frac{-(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1)(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{y_C^1} - \frac{n_2^1}{1-n^1} \right] + \\
& \quad + \hat{n}_1^2 [0] + \hat{n}_2^2 \left[\frac{-(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{y^1} \right] + \\
& + \hat{k}_1^1 \left[\frac{-\theta_1^1 y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_1^1 y_1^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1) \theta_1^1 y_1^1}{y_C^1} + (1-\rho^1) \theta_1^1 \right] + \hat{k}_2^1 \left[\frac{-\theta_2^1 y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^1 y_{21}^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1) \theta_2^1 y_{21}^1}{y_C^1} \right] \\
& \quad + \hat{k}_1^2 [0] + \hat{k}_2^2 \left[\frac{-\theta_2^2 y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^2 y_{22}^2}{y^1} \right] + \\
& + p \hat{y}_{21}^1 \left[\frac{-y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 y_{21}^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1) y_{21}^1}{y_C^1} \right] + p \hat{y}_{21}^2 \left[\left(\frac{-y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1 y_{22}^2}{y^1} \right) \frac{-p y_{21}^2}{1-p y_{21}^2} \right] + \\
& \quad + \hat{F}^1 \left[\frac{-PF^1}{1-PF^1} \right] + \hat{F}^2 [0] + \hat{i}_1^1 \left[\frac{i_1^1}{c^1} \right] + \hat{i}_2^1 \left[\frac{i_2^1}{c^1} \right] + \hat{i}_1^2 [0] + \hat{i}_2^2 [0] \\
& \quad + \hat{g}^1 \left[\frac{(1-\alpha)g^1}{c^1} \right] + \hat{g}^2 [0] + \hat{w}_1^1 [0] + \hat{w}_2^1 [0] + \hat{w}_1^2 [0] + \hat{w}_2^2 [0] = 0
\end{aligned}$$

Segunda derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial n_{2t}^1}$

$$\begin{aligned}
& \hat{a}_1^1 \left[(\bullet) \left(-\frac{y_1^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_1^1}{y^1} + (\rho^1 - \rho_T^1) \frac{y_1^1}{y_c^1} \right) \right] + \\
& \hat{a}_2^1 \left[(\bullet) \left(-\frac{y_{21}^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_{21}^1}{y^1} + (\rho^1 - \rho_T^1) \frac{y_{21}^1}{y_c^1} + 1 - \rho^1 \right) + (\bullet\bullet) \left(-\frac{y_{22}^1}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{22}^1}{y^2} + 1 - \rho_T^2 \right) \right] \\
& + \hat{a}_1^2 \left[(\bullet\bullet) \left(-\frac{y_1^2}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_1^2}{y^2} \right) \right] + \hat{a}_2^2 \left[(\bullet) \left(-\frac{y_{22}^2}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_{22}^2}{y^1} \right) + (\bullet\bullet) \left(-\frac{y_{21}^2}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{21}^2}{y^2} \right) \right] + \\
& + \hat{n}_1^1 \left[(\bullet) \left(\frac{-(1-\theta_1^1)y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_1^1)y_1^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1)(1-\theta_1^1)y_1^1}{y_c^1} \right) - \frac{n_1^1}{1-n^1} \right] + \\
& + \hat{n}_2^1 \left[(\bullet) \left(\frac{-(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1)(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{y_c^1} + (1-\rho^1)(1-\theta_2^1) - 1 \right) + \right. \\
& \quad \left. (\bullet\bullet) \left(\frac{-(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{y^2} + (1-\rho_T^2)(1-\theta_2^1) - 1 \right) - \frac{n_2^1}{1-n^1} \right] + \\
& + \hat{n}_1^2 \left[(\bullet\bullet) \left(\frac{-(1-\theta_1^2)y_1^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_1^2)y_1^2}{y^2} \right) \right] + \hat{n}_2^2 \left[(\bullet) \left(\frac{-(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{y^1} \right) + \right. \\
& \quad \left. (\bullet\bullet) \left(\frac{-(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{y^2} \right) \right] + \\
& + \hat{k}_1^1 \left[(\bullet) \left(\frac{-\theta_1^1 y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_1^1 y_1^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1) \theta_1^1 y_1^1}{y_c^1} \right) \right] + \\
& + \hat{k}_2^1 \left[(\bullet) \left(\frac{-\theta_2^1 y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^1 y_{21}^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1) \theta_2^1 y_{21}^1}{y_c^1} + (1-\rho^1) \theta_2^1 \right) + (\bullet\bullet) \left(\frac{-\theta_2^1 y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^1 y_{22}^1}{y^2} + (1-\rho_T^2) \theta_2^1 \right) \right] + \\
& + \hat{k}_1^2 \left[(\bullet\bullet) \left(\frac{-\theta_1^2 y_1^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_1^2 y_1^2}{y^2} \right) \right] + \hat{k}_2^2 \left[(\bullet) \left(\frac{-\theta_2^2 y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^2 y_{22}^2}{y^1} \right) + (\bullet\bullet) \left(\frac{-\theta_2^2 y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^2 y_{21}^2}{y^2} \right) \right] + \\
& + p y_{21}^1 \left[(\bullet) \left(\frac{-y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 y_{21}^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1) y_{21}^1}{y_c^1} + 1 - \rho^1 \right) + (\bullet\bullet) \left(\left(\frac{-y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{22}^1}{y^2} + (1-\rho_T^2) \right) - \frac{p y_{21}^1}{1-p y_{21}^1} \right) \right] + \\
& + p y_{21}^2 \left[(\bullet) \left(\left(\frac{-y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1 y_{22}^2}{y^1} \right) - \frac{p y_{21}^2}{1-p y_{21}^2} \right) + (\bullet\bullet) \left(-\frac{y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{21}^2}{y^2} \right) \right] + \\
& + \hat{F}^1 \left[(\bullet) \frac{-PF^1}{1-PF^1} \right] + \hat{F}^2 \left[(\bullet\bullet) 1 \right] + \hat{i}_1^1 \left[(\bullet) \frac{i_1^1}{c^1} \right] + \hat{i}_2^1 \left[(\bullet) \frac{i_2^1}{c^1} \right] + \hat{i}_1^2 \left[(\bullet\bullet) \frac{i_1^2}{c^2} \right] + \hat{i}_2^2 \left[(\bullet\bullet) \frac{i_2^2}{c^2} \right] + \\
& + \hat{g}^1 \left[(\bullet) \frac{(1-\alpha)g^1}{c^1} \right] + \hat{g}^2 \left[(\bullet\bullet) \frac{(1-\alpha)g^2}{c^2} \right] + \hat{w}_1^1 [0] + \hat{w}_2^1 [0] + \hat{w}_1^2 [0] + \hat{w}_2^2 [0] = 0
\end{aligned}$$

donde:

$$(\bullet) = \frac{y_{21}^1 / c^1}{y_{21}^1 / c^1 + y_{22}^1 / c^2 \pi_2 / \pi_1} \quad y \quad (\bullet\bullet) = \frac{y_{22}^1 / c^2 \pi_2 / \pi_1}{y_{21}^1 / c^1 + y_{22}^1 / c^2 \pi_2 / \pi_1}$$

Tercera derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial n_{1t}^2}$

$$\begin{aligned}
& \hat{a}_1^1[0] + \hat{a}_2^1 \left[-\frac{y_{22}^1}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{22}^1}{y^2} \right] + \\
& + \hat{a}_1^2 \left[-\frac{y_1^2}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_1^2}{y^2} + (\rho^2 - \rho_T^2) \frac{y_1^2}{y_C^2} + 1 - \rho^2 \right] + \hat{a}_2^2 \left[-\frac{y_{21}^2}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{21}^2}{y^2} + (\rho^2 - \rho_T^2) \frac{y_{21}^2}{y_C^2} \right] + \\
& + \hat{n}_1^1[0] + \hat{n}_2^1 \left[\frac{-(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{y^2} \right] + \\
& + \hat{n}_1^2 \left[\frac{-(1-\theta_1^2)y_1^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_1^2)y_1^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2)(1-\theta_1^2)y_1^2}{y_C^2} + (1-\rho^2)(1-\theta_1^2) - 1 - \frac{n_1^2}{1-n^2} \right] + \\
& + \hat{n}_2^2 \left[\frac{-(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2)(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{y_C^2} - \frac{n_2^2}{1-n^2} \right] + \\
& + \hat{k}_1^1[0] + \hat{k}_2^1 \left[\frac{-\theta_2^1 y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^1 y_{22}^1}{y^2} \right] + \\
& + \hat{k}_1^2 \left[\frac{-\theta_1^2 y_1^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_1^2 y_1^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2) \theta_1^2 y_1^2}{y_C^2} + (1-\rho^2) \theta_1^2 \right] + \hat{k}_2^2 \left[\frac{-\theta_2^2 y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^2 y_{21}^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2) \theta_2^2 y_{21}^2}{y_C^2} \right] \\
& + p y_{21}^1 \left[\left(\frac{-y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{22}^1}{y^2} \right) \frac{-p y_{21}^1}{1-p y_{21}^1} \right] + p y_{21}^2 \left[\frac{-y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{21}^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2) y_{21}^2}{y_C^2} \right] + \hat{F}^1[0] + \hat{F}^2 \left[\frac{-P F^2}{1-P F^2} \right] + \\
& + \hat{i}_1^1[0] + \hat{i}_2^1[0] + \hat{i}_1^2 \left[\frac{i_1^2}{c^2} \right] + \hat{i}_2^2 \left[\frac{i_2^2}{c^2} \right] + \hat{g}^1[0] + \hat{g}^2 \left[\frac{(1-\alpha)g^2}{c^2} \right] + \hat{w}_1^1[0] + \hat{w}_2^1[0] + \hat{w}_1^2[0] + \hat{w}_2^2[0] = 0
\end{aligned}$$

Cuarta derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial n_{2t}^2}$

$$\begin{aligned}
& + \hat{a}_1^1 \left[(\bullet) \left(-\frac{y_1^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_1^1}{y^1} \right) \right] + \hat{a}_2^1 \left[(\bullet) \left(-\frac{y_{21}^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_{21}^1}{y^1} \right) + (\bullet\bullet) \left(-\frac{y_{22}^1}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{22}^1}{y^2} \right) \right] + \\
& \quad + \hat{a}_1^2 \left[(\bullet\bullet) \left(-\frac{y_1^2}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_1^2}{y^2} + (\rho^2 - \rho_T^2) \frac{y_1^2}{y_C^2} \right) \right] + \\
& + \hat{a}_2^2 \left[(\bullet) \left(-\frac{y_{22}^2}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_{22}^2}{y^1} + 1 - \rho_T^1 \right) + (\bullet\bullet) \left(-\frac{y_{21}^2}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{21}^2}{y^2} + (\rho^2 - \rho_T^2) \frac{y_{21}^2}{y_C^2} + 1 - \rho^2 \right) \right] + \\
& + \hat{n}_1^1 \left[(\bullet) \left(\frac{-(1-\theta_1^1)y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_1^1)y_1^1}{y^1} \right) \right] + \hat{n}_2^1 \left[(\bullet) \left(\frac{-(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{y^1} \right) + \right. \\
& \quad \left. (\bullet\bullet) \left(\frac{-(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{y^2} \right) \right] + \\
& \hat{n}_1^2 \left[(\bullet\bullet) \left(\frac{-(1-\theta_1^2)y_1^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_1^2)y_1^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2)(1-\theta_1^2)y_1^2}{y_C^2} \right) - \frac{n_1^2}{1-n^2} \right] + \\
& + \hat{n}_2^2 \left[(\bullet) \left(\frac{-(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{y^1} + (1-\rho_T^1)(1-\theta_2^2) - 1 \right) + \right. \\
& \quad \left. (\bullet\bullet) \left(\frac{-(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2)(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{y_C^2} + (1-\rho^2)(1-\theta_2^2) - 1 \right) - \frac{n_2^2}{1-n^2} \right] + \\
& + \hat{k}_1^1 \left[(\bullet) \left(\frac{-\theta_1^1 y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_1^1 y_1^1}{y^1} \right) \right] + \hat{k}_2^1 \left[(\bullet) \left(\frac{-\theta_2^1 y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^1 y_{21}^1}{y^1} \right) + (\bullet\bullet) \left(\frac{-\theta_2^1 y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^1 y_{22}^1}{y^2} \right) \right] + \\
& \quad \hat{k}_1^2 \left[(\bullet\bullet) \left(\frac{-\theta_1^2 y_1^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_1^2 y_1^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2) \theta_1^2 y_1^2}{y_C^2} \right) \right] + \\
& \hat{k}_2^2 \left[(\bullet) \left(\frac{-\theta_2^2 y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^2 y_{22}^2}{y^1} + (1-\rho_T^1) \theta_2^2 \right) + (\bullet\bullet) \left(\frac{-\theta_2^2 y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^2 y_{21}^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2) \theta_2^2 y_{21}^2}{y_C^2} + (1-\rho^2) \theta_2^2 \right) \right] + \\
& \quad + p y_{21}^1 \left[(\bullet) \left(-\frac{y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 y_{21}^1}{y^1} \right) + (\bullet\bullet) \left(\left(\frac{-y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{22}^1}{y^2} \right) \frac{-p y_{21}^1}{1-p y_{21}^1} \right) \right] + \\
& p y_{21}^2 \left[(\bullet) \left(\left(\frac{-y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1 y_{22}^2}{y^1} + (1-\rho_T^1) \right) \frac{-p y_{21}^2}{1-p y_{21}^2} \right) + (\bullet\bullet) \left(-\frac{y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{21}^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2) y_{21}^2}{y_C^2} + 1 - \rho^2 \right) \right] + \\
& + \hat{F}^1 [(\bullet)1] + \hat{F}^2 [(\bullet\bullet) \frac{-PF^2}{1-PF^2}] + \hat{i}_1^1 [(\bullet) \frac{i_1^1}{c^1}] + \hat{i}_2^1 [(\bullet) \frac{i_2^1}{c^1}] + \hat{i}_1^2 [(\bullet\bullet) \frac{i_1^2}{c^2}] + \hat{i}_2^2 [(\bullet\bullet) \frac{i_2^2}{c^2}] + \\
& + \hat{g}^1 [(\bullet) \frac{(1-\alpha)g^1}{c^1}] + \hat{g}^2 [(\bullet\bullet) \frac{(1-\alpha)g^2}{c^2}] + \hat{w}_1^1 [0] + \hat{w}_2^1 [0] + \hat{w}_1^2 [0] + \hat{w}_2^2 [0] = 0
\end{aligned}$$

donde:

$$(\bullet) = \frac{y_{22}^2 / \pi_1 / c^1 / \pi_2}{y_{22}^2 / c^1 / \pi_1 / \pi_2 + y_{21}^2 / c^2} \quad \text{y} \quad (\bullet\bullet) = \frac{y_{21}^2 / c^2}{y_{22}^2 / c^1 / \pi_1 / \pi_2 + y_{21}^2 / c^2}$$

Quinta derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial py_{21t}^1}$

$$\begin{aligned}
& \hat{a}_1^1 \left[-\frac{y_1^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_1^1}{y^1} + (\rho^1 - \rho_T^1) \frac{y_1^1}{y_c^1} \right] + \\
& + \hat{a}_2^1 \left[\left(-\frac{y_{21}^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_{21}^1}{y^1} + (\rho^1 - \rho_T^1) \frac{y_{21}^1}{y_c^1} + 1 - \rho^1 \right) - \left(-\frac{y_{22}^1}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{22}^1}{y^2} + 1 - \rho_T^2 \right) \right] \\
& + \hat{a}_1^2 \left[\frac{y_1^2}{c^2} - \rho_T^2 \frac{y_1^2}{y^2} \right] + \hat{a}_2^2 \left[\left(-\frac{y_{22}^2}{c^1} + \rho^1 \frac{y_{22}^2}{y^1} \right) - \left(-\frac{y_{21}^2}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{21}^2}{y^2} \right) \right] + \\
& + \hat{n}_1^1 \left[\frac{-(1-\theta_1^1)y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_1^1)y_1^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1)(1-\theta_1^1)y_1^1}{y_c^1} \right] + \\
& + \hat{n}_2^1 \left[\left(\frac{-(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1)(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{y_c^1} + (1-\rho^1)(1-\theta_2^1) \right) - \right. \\
& \quad \left. - \left(\frac{-(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{y^2} + (1-\rho_T^2)(1-\theta_2^1) \right) \right] + \\
& + \hat{n}_1^2 \left[\frac{-(1-\theta_1^2)y_1^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_1^2)y_1^2}{y^2} \right] + \\
& + \hat{n}_2^2 \left[\left(\frac{-(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{y^1} \right) - \left(\frac{-(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{y^2} \right) \right] + \\
& + \hat{k}_1^1 \left[\frac{-\theta_1^1 y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_1^1 y_1^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1) \theta_1^1 y_1^1}{y_c^1} \right] + \\
& + \hat{k}_2^1 \left[\left(\frac{-\theta_2^1 y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^1 y_{21}^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1) \theta_2^1 y_{21}^1}{y_c^1} + (1-\rho^1) \theta_2^1 \right) - \left(\frac{-\theta_2^1 y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^1 y_{22}^1}{y^2} + (1-\rho_T^2) \theta_2^1 \right) \right] + \\
& + \hat{k}_1^2 \left[\frac{\theta_1^2 y_1^2}{c^2} - \frac{\rho_T^2 \theta_1^2 y_1^2}{y^2} \right] + \hat{k}_2^2 \left[\left(\frac{-\theta_2^2 y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^2 y_{22}^2}{y^1} \right) - \left(\frac{-\theta_2^2 y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^2 y_{21}^2}{y^2} \right) \right] + \\
& + py_{21}^1 \left[\left(\frac{-y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 y_{21}^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1) y_{21}^1}{y_c^1} - \rho^1 \right) - \left(\frac{-y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{22}^1}{y^2} + \rho_T^2 \left(\frac{-py_{21}^1}{1-py_{21}^1} \right) \right) \right] + \\
& + py_{21}^2 \left[\left(\frac{-y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1 y_{22}^2}{y^1} \right) \left(\frac{-py_{21}^2}{1-py_{21}^2} \right) - \left(\frac{-y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{21}^2}{y^2} \right) \right] + \\
& + \hat{F}^1 \left[\frac{-PF^1}{1-PF^1} \right] + \hat{F}^1 [-1] + \hat{i}_1^1 \left[\frac{i_1^1}{c^1} \right] + \hat{i}_2^1 \left[\frac{i_2^1}{c^1} \right] + \hat{i}_1^2 \left[-\frac{i_1^2}{c^2} \right] + \hat{i}_2^2 \left[-\frac{i_2^2}{c^2} \right] + \\
& + \hat{g}^1 \left[\frac{(1-\alpha)g^1}{c^1} \right] + \hat{g}^2 \left[-\frac{(1-\alpha)g^2}{c^2} \right] + \hat{w}_1^1 [0] + \hat{w}_2^1 [0] + \hat{w}_1^2 [0] + \hat{w}_2^2 [0] = 0
\end{aligned}$$

Sexta derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial py_{21t}^2}$

$$\begin{aligned}
& + \hat{a}_1^1 \left[\frac{-y_1^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_1^1}{y^1} \right] + \hat{a}_2^1 \left[\left(-\frac{y_{21}^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_{21}^1}{y^1} \right) - \left(-\frac{y_{22}^1}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{22}^1}{y^2} \right) \right] + \\
& + \hat{a}_1^2 \left[-\left(-\frac{y_1^2}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_1^2}{y^2} + (\rho^2 - \rho_T^2) \frac{y_1^2}{y_c^2} \right) \right] + \\
& \hat{a}_2^2 \left[\left(-\frac{y_{22}^2}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_{22}^2}{y^1} + 1 - \rho_T^1 \right) - \left(-\frac{y_{21}^2}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{21}^2}{y^2} + (\rho^2 - \rho_T^2) \frac{y_{21}^2}{y_c^2} + 1 - \rho^2 \right) \right] + \\
& + \hat{n}_1^1 \left[\frac{-(1-\theta_1^1)y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_1^1)y_1^1}{y^1} \right] + \\
& + \hat{n}_2^1 \left[\left(\frac{-(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{y^1} \right) - \left(\frac{-(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{y^2} \right) \right] + \\
& + \hat{n}_1^2 \left[-\left(\frac{-(1-\theta_1^2)y_1^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_1^2)y_1^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2)(1-\theta_1^2)y_1^2}{y_c^2} \right) \right] + \\
& + \hat{n}_2^2 \left[\left(\frac{-(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{y^1} + (1-\rho_T^1)(1-\theta_2^2) \right) - \right. \\
& \left. - \left(\frac{-(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2)(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{y_c^2} + (1-\rho_T^2)(1-\theta_2^2) \right) \right] + \\
& + \hat{k}_1^1 \left[\frac{-\theta_1^1 y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_1^1 y_1^1}{y^1} \right] + \hat{k}_2^1 \left[\left(\frac{-\theta_2^1 y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^1 y_{21}^1}{y^1} \right) - \left(\frac{-\theta_2^1 y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^1 y_{22}^1}{y^2} \right) \right] + \\
& + \hat{k}_1^2 \left[-\left(\frac{-\theta_1^2 y_1^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_1^2 y_1^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2) \theta_1^2 y_1^2}{y_c^2} \right) \right] + \hat{k}_2^2 \left[\left(\frac{-\theta_2^2 y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^2 y_{22}^2}{y^1} + (1-\rho_T^1) \theta_2^2 \right) - \right. \\
& \left. - \left(\frac{-\theta_2^2 y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^2 y_{21}^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2) \theta_2^2 y_{21}^2}{y_c^2} + (1-\rho^2) \theta_2^2 \right) \right] + \\
& + py_{21}^1 \left[\left(-\frac{y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 y_{21}^1}{y^1} \right) - \left(-\frac{y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{22}^1}{y^2} \right) \left(\frac{-py_{21}^1}{1-py_{21}^1} \right) \right] + \\
& + py_{21}^2 \left[\left(-\frac{y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1 y_{22}^2}{y^1} + \rho_T^1 \right) \left(\frac{-py_{21}^2}{1-py_{21}^2} \right) - \left(-\frac{y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{21}^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2) y_{21}^2}{y_c^2} - \rho^2 \right) \right] + \\
& + \hat{F}^1 [1] + \hat{F}^2 \left[\frac{PF^2}{1-PF^2} \right] + \hat{i}_1^1 \left[-\frac{i_1^1}{c^1} \right] + \hat{i}_2^1 \left[-\frac{i_2^1}{c^1} \right] + \hat{i}_1^2 \left[\frac{i_1^2}{c^2} \right] + \hat{i}_2^2 \left[\frac{i_2^2}{c^2} \right] + \\
& + \hat{g}^1 \left[-\frac{(1-\alpha)g^1}{c^1} \right] + \hat{g}^2 \left[\frac{(1-\alpha)g^2}{c^2} \right] + \hat{w}_1^1 [0] + \hat{w}_2^1 [0] + \hat{w}_1^2 [0] + \hat{w}_2^2 [0] = 0
\end{aligned}$$

Séptima derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial F_t^1}$

$$\begin{aligned}
& + \hat{a}_1^1 \left[(1 - \rho_T^1) \frac{y_1^1}{y_C^1} \right] + \hat{a}_2^1 \left[(1 - \rho_T^1) \frac{y_{21}^1}{y_C^1} \right] + \hat{a}_1^2 [0] + \hat{a}_2^2 [-(1 - \rho_T^1)] + \\
& + \hat{n}_1^1 \left[(1 - \rho_T^1)(1 - \theta_1^1) \frac{y_1^1}{y_C^1} \right] + \hat{n}_2^1 \left[(1 - \rho_T^1)(1 - \theta_2^1) \frac{y_{21}^1}{y_C^1} \right] + \hat{n}_1^2 [0] + \hat{n}_2^2 [-(1 - \rho_T^1)(1 - \theta_2^1)] + \\
& + \hat{k}_1^1 \left[(1 - \rho_T^1) \theta_1^1 \frac{y_1^1}{y_C^1} \right] + \hat{k}_2^1 \left[(1 - \rho_T^1) \theta_2^1 \frac{y_{21}^1}{y_C^1} \right] + \hat{k}_1^2 [0] + \hat{k}_2^2 [-(1 - \rho_T^1) \theta_2^1] + \\
& + p y_{21}^1 \left[(1 - \rho_T^1) \frac{y_{21}^1}{y_C^1} \right] + p y_{21}^2 \left[-(1 - \rho_T^1) \left(\frac{-p y_{21}^2}{1 - p y_{21}^2} \right) \right] + \\
& + \hat{F}^1 [0] + \hat{F}^2 [0] + \hat{i}_1^1 [0] + \hat{i}_2^1 [0] + \hat{i}_1^2 [0] + \hat{i}_2^2 [0] + \\
& + \hat{g}^1 [0] + \hat{g}^2 [0] + \hat{w}_1^1 [0] + \hat{w}_2^1 [0] + \hat{w}_1^2 [0] + \hat{w}_2^2 [0] = 0
\end{aligned}$$

Octava derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial F_t^2}$

$$\begin{aligned}
& + \hat{a}_1^1 [0] + \hat{a}_2^1 [-(1 - \rho_T^2)] + \hat{a}_1^2 \left[(1 - \rho_T^2) \frac{y_1^2}{y_C^2} \right] + \hat{a}_2^2 \left[-(1 - \rho_T^2) \frac{y_{21}^2}{y_C^2} \right] + \\
& + \hat{n}_1^1 [0] + \hat{n}_2^1 [-(1 - \rho_T^2)(1 - \theta_1^1)] + \hat{n}_1^2 \left[(1 - \rho_T^2)(1 - \theta_1^2) \frac{y_1^2}{y_C^2} \right] + \hat{n}_2^2 \left[-(1 - \rho_T^2)(1 - \theta_2^2) \frac{y_{21}^2}{y_C^2} \right] + \\
& + \hat{k}_1^1 [0] + \hat{k}_2^1 \left[-(1 - \rho_T^2) \theta_2^1 \frac{y_{21}^1}{y_C^1} \right] + \hat{k}_1^2 \left[(1 - \rho_T^2) \theta_1^2 \frac{y_1^2}{y_C^2} \right] + \hat{k}_2^2 \left[-(1 - \rho_T^2) \theta_2^2 \frac{y_{21}^2}{y_C^2} \right] + \\
& + p y_{21}^1 \left[-(1 - \rho_T^2) \left(\frac{-p y_{21}^1}{1 - p y_{21}^1} \right) \right] + p y_{21}^2 \left[(1 - \rho_T^2) \frac{y_{21}^2}{y_C^2} \right] + \\
& + \hat{F}^1 [0] + \hat{F}^2 [0] + \hat{i}_1^1 [0] + \hat{i}_2^1 [0] + \hat{i}_1^2 [0] + \hat{i}_2^2 [0] + \\
& + \hat{g}^1 [0] + \hat{g}^2 [0] + \hat{w}_1^1 [0] + \hat{w}_2^1 [0] + \hat{w}_1^2 [0] + \hat{w}_2^2 [0] = 0
\end{aligned}$$

Novena derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial i_{1t}^1}$

$$\begin{aligned}
& + \hat{a}_1^1 \left[-\frac{y_1^1}{c^1} \right] + \hat{a}_2^1 \left[-\frac{y_{21}^1}{c^1} \right] + \hat{a}_1^2 [0] + \hat{a}_2^2 \left[-\frac{y_{22}^2}{c^1} \right] + \\
& + \hat{n}_1^1 \left[-\frac{(1 - \theta_1^1) y_1^1}{c^1} \right] + \hat{n}_2^1 \left[-\frac{(1 - \theta_2^1) y_{21}^1}{c^1} \right] + \hat{n}_1^2 [0] + \hat{n}_2^2 \left[-\frac{(1 - \theta_2^2) y_{22}^2}{c^1} \right] + \\
& + \hat{k}_1^1 \left[-\frac{\theta_1^1 y_1^1}{c^1} - \phi_1^1 i_1^1 \right] + \hat{k}_2^1 \left[-\frac{\theta_2^1 y_{21}^1}{c^1} \right] + \hat{k}_1^2 [0] + \hat{k}_2^2 \left[-\frac{\theta_2^2 y_{22}^2}{c^1} \right] + \\
& + p y_{21}^1 \left[-\frac{y_{21}^1}{c^1} \right] + p y_{21}^2 \left[\frac{y_{22}^2}{c^1} \frac{p y_{21}^2}{1 - p y_{21}^2} \right] + \hat{i}_1^1 \left[\frac{i_1^1}{c^1} + \phi_1^1 i_1^1 \right] + \hat{i}_2^1 \left[\frac{i_2^1}{c^1} \right] + \hat{i}_1^2 [0] + \hat{i}_2^2 [0] + \\
& + \hat{F}^1 [0] + \hat{F}^2 [0] + \hat{g}^1 \left[\frac{(1 - \alpha) g^1}{c^1} \right] + \hat{g}^2 [0] + \hat{w}_1^1 [-1] + \hat{w}_2^1 [0] + \hat{w}_1^2 [0] + \hat{w}_2^2 [0] = 0
\end{aligned}$$

Décima derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial i_{2t}^1}$

$$\begin{aligned}
& + \hat{a}_1^1 \left[-\frac{y_1^1}{c^1} \right] + \hat{a}_2^1 \left[-\frac{y_{21}^1}{c^1} \right] + \hat{a}_1^2 [0] + \hat{a}_2^2 \left[-\frac{y_{22}^2}{c^1} \right] + \\
& + \hat{n}_1^1 \left[-\frac{(1-\theta_1^1)y_1^1}{c^1} \right] + \hat{n}_2^1 \left[-\frac{(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{c^1} \right] + \hat{n}_1^2 [0] + \hat{n}_2^2 \left[-\frac{(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{c^1} \right] + \\
& + \hat{k}_1^1 \left[-\frac{\theta_1^1 y_1^1}{c^1} \right] + \hat{k}_2^1 \left[-\frac{\theta_2^1 y_{21}^1}{c^1} - \phi_2^1 i_2^1 \left(\frac{py_{21}^1}{c^1} + \frac{(1-py_{21}^1)}{c^2} \right) \right] + \hat{k}_1^2 [0] + \hat{k}_2^2 \left[-\frac{\theta_2^2 y_{22}^2}{c^1} \right] + \\
& + py_{21}^1 \left[-\frac{y_{21}^1}{c^1} \right] + py_{21}^2 \left[\frac{y_{22}^2}{c^1} \frac{py_{21}^2}{1-py_{21}^2} \right] + \hat{i}_1^1 \left[\frac{i_1^1}{c^1} \right] + \hat{i}_2^1 \left[\frac{i_2^1}{c^1} + \phi_2^1 i_2^1 \left(\frac{py_{21}^1}{c^1} + \frac{(1-py_{21}^1)}{c^2} \right) \right] + \hat{i}_1^2 [0] + \hat{i}_2^2 [0] + \\
& + \hat{F}^1 [0] + \hat{F}^2 [0] + \hat{g}^1 \left[\frac{(1-\alpha)g^1}{c^1} \right] + \hat{g}^2 [0] + \hat{w}_1^1 [0] + \hat{w}_2^1 [-1] + \hat{w}_1^2 [0] + \hat{w}_2^2 [0] = 0
\end{aligned}$$

Undécima derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial i_{1t}^2}$

$$\begin{aligned}
& + \hat{a}_1^1 [0] + \hat{a}_2^1 \left[-\frac{y_{22}^2}{c^2} \right] + \hat{a}_1^2 \left[-\frac{y_1^2}{c^2} \right] + \hat{a}_2^2 \left[-\frac{y_{21}^2}{c^2} \right] + \\
& + \hat{n}_1^1 [0] + \hat{n}_2^1 \left[-\frac{(1-\theta_2^1)y_{22}^2}{c^2} \right] + \hat{n}_1^2 \left[-\frac{(1-\theta_1^2)y_1^2}{c^2} \right] + \hat{n}_2^2 \left[-\frac{(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{c^2} \right] + \\
& + \hat{k}_1^1 [0] + \hat{k}_2^1 \left[-\frac{\theta_2^1 y_{22}^2}{c^2} \right] + \hat{k}_1^2 \left[-\frac{\theta_1^2 y_1^2}{c^2} - \phi_1^2 i_1^2 \right] + \hat{k}_2^2 \left[-\frac{\theta_2^2 y_{21}^2}{c^2} \right] + \\
& + py_{21}^1 \left[\frac{y_{22}^2}{c^2} \frac{py_{21}^1}{1-py_{21}^1} \right] + py_{21}^2 \left[-\frac{y_{21}^2}{c^2} \right] + \hat{i}_1^1 [0] + \hat{i}_2^1 [0] + \hat{i}_1^2 \left[\frac{i_1^2}{c^2} + \phi_1^2 i_1^2 \right] + \hat{i}_2^2 \left[\frac{i_2^2}{c^2} \right] + \\
& + \hat{F}^1 [0] + \hat{F}^2 [0] + \hat{g}^1 [0] + \hat{g}^2 \left[\frac{(1-\alpha)g^2}{c^2} \right] + \hat{w}_1^1 [0] + \hat{w}_2^1 [0] + \hat{w}_1^2 [-1] + \hat{w}_2^2 [0] = 0
\end{aligned}$$

Duodécima derivada: $\frac{\partial V_t}{\partial i_{2t}^2}$

$$\begin{aligned}
& + \hat{a}_1^1 [0] + \hat{a}_2^1 \left[-\frac{y_{22}^2}{c^2} \right] + \hat{a}_1^2 \left[-\frac{y_1^2}{c^2} \right] + \hat{a}_2^2 \left[-\frac{y_{21}^2}{c^2} \right] + \\
& + \hat{n}_1^1 [0] + \hat{n}_2^1 \left[-\frac{(1-\theta_2^1)y_{22}^2}{c^2} \right] + \hat{n}_1^2 \left[-\frac{(1-\theta_1^2)y_1^2}{c^2} \right] + \hat{n}_2^2 \left[-\frac{(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{c^2} \right] + \\
& + \hat{k}_1^1 [0] + \hat{k}_2^1 \left[-\frac{\theta_2^1 y_{22}^2}{c^2} \right] + \hat{k}_1^2 \left[-\frac{\theta_1^2 y_1^2}{c^2} \right] + \hat{k}_2^2 \left[-\frac{\theta_2^2 y_{21}^2}{c^2} - \phi_2^2 i_2^2 \left(\frac{(1-py_{21}^2)}{c^1} + \frac{py_{21}^2}{c^2} \right) \right] + \\
& + py_{21}^1 \left[\frac{y_{22}^2}{c^2} \frac{py_{21}^1}{1-py_{21}^1} \right] + py_{21}^2 \left[-\frac{y_{21}^2}{c^2} \right] + \hat{i}_1^1 [0] + \hat{i}_2^1 [0] + \hat{i}_1^2 \left[\frac{i_1^2}{c^2} \right] + \hat{i}_2^2 \left[\frac{i_2^2}{c^2} + \phi_2^2 i_2^2 \left(\frac{(1-py_{21}^2)}{c^1} + \frac{py_{21}^2}{c^2} \right) \right] + \\
& + \hat{F}^1 [0] + \hat{F}^2 [0] + \hat{g}^1 [0] + \hat{g}^2 \left[\frac{(1-\alpha)g^2}{c^2} \right] + \hat{w}_1^1 [0] + \hat{w}_2^1 [0] + \hat{w}_1^2 [0] + \hat{w}_2^2 [-1] = 0
\end{aligned}$$

Decimotercera derivada: $\frac{\partial V_{t+1}}{\partial k_{1,t+1}^1}$

$$\begin{aligned}
& \hat{a}_{1,t+1}^1 \left[-\frac{y_1^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_1^1}{y^1} + (\rho^1 - \rho_T^1) \frac{y_1^1}{y_C^1} + 1 - \rho^1 \right] + \hat{a}_{2,t+1}^1 \left[-\frac{y_{21}^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_{21}^1}{y^1} + (\rho^1 - \rho_T^1) \frac{y_{21}^1}{y_C^1} \right] \\
& \quad + \hat{a}_{1,t+1}^2 [0] + \hat{a}_{2,t+1}^2 \left[-\frac{y_{22}^2}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_{22}^2}{y^1} \right] + \\
& \quad + \hat{n}_{1,t+1}^1 \left[\frac{-(1-\theta_1^1)y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_1^1)y_1^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1)(1-\theta_1^1)y_1^1}{y_C^1} + (1-\rho^1)(1-\theta_1^1) \right] + \\
& \quad + \hat{n}_{2,t+1}^1 \left[\frac{-(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1)(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{y_C^1} \right] + \\
& \quad + \hat{n}_{1,t+1}^2 [0] + \hat{n}_{2,t+1}^2 \left[\frac{-(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{y^1} \right] + \\
& \quad + \hat{k}_{1,t+1}^1 \left[\frac{-\theta_1^1 y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_1^1 y_1^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1) \theta_1^1 y_1^1}{y_C^1} (1-\rho^1) \theta_1^1 - 1 - \frac{\phi_1^1 (i_1^1)^2}{\theta_1^1 y_1^1} \right] + \\
& \quad + \hat{k}_{2,t+1}^1 \left[\frac{-\theta_2^1 y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^1 y_{21}^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1) \theta_2^1 y_{21}^1}{y_C^1} \right] + \hat{k}_{1,t+1}^2 [0] + \hat{k}_{2,t+1}^2 \left[\frac{-\theta_2^2 y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^2 y_{22}^2}{y^1} \right] + \\
& \quad + p \hat{y}_{21,t+1}^1 \left[\frac{-y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 y_{21}^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1) y_{21}^1}{y_C^1} \right] + p \hat{y}_{21,t+1}^2 \left[\left(\frac{-y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1 y_{22}^2}{y^1} \right) \frac{-p y_{21}^2}{1 - p y_{21}^2} \right] \\
& \quad + \hat{i}_{1,t+1}^1 \left[\frac{i_1^1}{c^1} + \frac{\phi_1^1 (i_1^1)^2}{\theta_1^1 y_1^1} \right] + \hat{i}_{2,t+1}^1 \left[\frac{i_2^1}{c^1} \right] + \hat{i}_{1,t+1}^2 [0] + \hat{i}_{2,t+1}^2 [0] + \hat{F}_{t+1}^1 \left[\frac{-PF^1}{1 - PF^1} \right] + \hat{F}_{t+1}^1 [0] + \\
& \quad + \hat{g}_{t+1}^1 \left[\frac{(1-\alpha)g^1}{c^1} \right] + \hat{g}_{t+1}^2 [0] + \hat{w}_{1,t+1}^1 \left[\frac{\beta(1-\delta_1^1)}{1-\beta(1-\delta_1^1)} \right] + \hat{w}_{1,t}^1 \left[\frac{-1}{1-\beta(1-\delta_1^1)} \right] + \hat{w}_{2,t}^1 [0] + \hat{w}_{1,t}^2 [0] + \hat{w}_{2,t}^2 [0] = 0
\end{aligned}$$

Decimocuarta derivada: $\frac{\partial V_{t+1}}{\partial k_{2t+1}^1}$

$$\begin{aligned}
& \hat{a}_{1,t+1}^1 \left[\left(\bullet \right) \left(-\frac{y_1^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_1^1}{y^1} + (\rho^1 - \rho_T^1) \frac{y_1^1}{y_c^1} \right) \right] + \hat{a}_{2,t+1}^1 \left[\left(\bullet \right) \left(-\frac{y_{21}^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_{21}^1}{y^1} + (\rho^1 - \rho_T^1) \frac{y_{21}^1}{y_c^1} + 1 - \rho^1 \right) + \right. \\
& \left. \left(\bullet \bullet \right) \left(-\frac{y_{22}^1}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{22}^1}{y^2} + 1 - \rho_T^2 \right) \right] + \\
& + \hat{a}_{1,t+1}^2 \left[\left(\bullet \bullet \right) \left(-\frac{y_1^2}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_1^2}{y^2} \right) \right] + \hat{a}_{2,t+1}^2 \left[\left(\bullet \right) \left(-\frac{y_{22}^2}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_{22}^2}{y^1} \right) + \left(\bullet \bullet \right) \left(-\frac{y_{21}^2}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{21}^2}{y^2} \right) \right] + \\
& \hat{n}_{1,t+1}^1 \left[\left(\bullet \right) \left(\frac{-(1-\theta_1^1)y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_1^1)y_1^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1)(1-\theta_1^1)y_1^1}{y_c^1} \right) \right] + \\
& + \hat{n}_{2,t+1}^1 \left[\left(\bullet \right) \left(\frac{-(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1)(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{y_c^1} + (1-\rho^1)(1-\theta_2^1) \right) + \right. \\
& \left. \left(\bullet \bullet \right) \left(\frac{-(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{y^2} + (1-\rho_T^2)(1-\theta_2^1) \right) \right] + \\
& + \hat{n}_{1,t+1}^2 \left[\left(\bullet \bullet \right) \left(\frac{-(1-\theta_1^2)y_1^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_1^2)y_1^2}{y^2} \right) \right] + \hat{n}_{2,t+1}^2 \left[\left(\bullet \right) \left(\frac{-(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{y^1} \right) + \right. \\
& \left. \left(\bullet \bullet \right) \left(\frac{-(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{y^2} \right) \right] + \\
& + \hat{k}_{1,t+1}^1 \left[\left(\bullet \right) \left(\frac{-\theta_1^1 y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_1^1 y_1^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1) \theta_1^1 y_1^1}{y_c^1} \right) \right] + \\
& \hat{k}_{2,t+1}^1 \left[\left(\bullet \right) \left(\frac{-\theta_2^1 y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^1 y_{21}^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1) \theta_2^1 y_{21}^1}{y_c^1} + (1-\rho^1) \theta_2^1 - 1 - \frac{\phi_2^1 (i_2^1)^2}{\theta_2^1 y_2^1} \right) + \right. \\
& \left. \left(\bullet \bullet \right) \left(\frac{-\theta_2^1 y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^1 y_{22}^1}{y^2} + (1-\rho_T^2) \theta_2^1 - 1 - \frac{\phi_2^1 (i_2^1)^2}{\theta_2^1 y_2^1} \right) \right] + \\
& + \hat{k}_{1,t+1}^2 \left[\left(\bullet \bullet \right) \left(\frac{-\theta_1^2 y_1^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_1^2 y_1^2}{y^2} \right) \right] + \hat{k}_{2,t+1}^2 \left[\left(\bullet \right) \left(\frac{-\theta_2^2 y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^2 y_{22}^2}{y^1} \right) + \left(\bullet \bullet \right) \left(\frac{-\theta_2^2 y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^2 y_{21}^2}{y^2} \right) \right] + \\
& + p\hat{y}_{21,t+1}^1 \left[\left(\bullet \right) \left(\frac{-y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 y_{21}^1}{y^1} + \frac{(\rho^1 - \rho_T^1) y_{21}^1}{y_c^1} + 1 - \rho^1 \right) + \left(\bullet \bullet \right) \left(\left(\frac{-y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{22}^1}{y^2} + (1-\rho_T^2) \right) \left(\frac{-py_{21}^1}{1-py_{21}^1} \right) \right) \right] + \\
& + p\hat{y}_{21,t+1}^2 \left[\left(\bullet \right) \left(\frac{-y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1 y_{22}^2}{y^1} \right) \left(\frac{-py_{21}^2}{1-py_{21}^2} \right) + \left(\bullet \bullet \right) \left(-\frac{y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{21}^2}{y^2} \right) \right] + \\
& + \hat{i}_{1,t+1}^1 \left[\left(\bullet \right) \frac{i_1^1}{c^1} \right] + \hat{i}_{2,t+1}^1 \left[\left(\bullet \right) \left(\frac{i_2^1}{c^1} \right) + \frac{\phi_2^1 (i_2^1)^2}{\theta_2^1 y_2^1} \right] + \hat{i}_{1,t+1}^2 \left[\left(\bullet \bullet \right) \frac{i_1^2}{c^2} \right] + \hat{i}_{2,t+1}^2 \left[\left(\bullet \bullet \right) \frac{i_2^2}{c^2} \right] + \hat{F}_{t+1}^1 \left[\left(\bullet \right) \frac{-PF^1}{1-PF^1} \right] + \hat{F}_{t+1}^2 \left[\left(\bullet \bullet \right) 1 \right] \\
& + \hat{g}_{t+1}^1 \left[\left(\bullet \right) \frac{(1-\alpha)g^1}{c^1} \right] + \hat{g}_{t+1}^2 \left[\left(\bullet \bullet \right) \frac{(1-\alpha)g^2}{c^2} \right] + \hat{w}_{2,t+1}^1 \left[\frac{\beta(1-\delta_2^1)}{1-\beta(1-\delta_2^1)} \right] + \hat{w}_{2,t}^1 \left[\frac{-1}{1-\beta(1-\delta_2^1)} \right] + \hat{w}_1^1[0] + \hat{w}_1^2[0] + \hat{w}_2^2[0] = 0
\end{aligned}$$

donde:

$$(\bullet) = \frac{y_{21}^1 / c^1}{y_{21}^1 / c^1 + y_{22}^1 / c^2 \pi_1} \quad \text{y} \quad (\bullet\bullet) = \frac{y_{22}^1 / c^2 \pi_1}{y_{21}^1 / c^1 + y_{22}^1 / c^2 \pi_1}$$

Decimoquinta derivada: $\frac{\partial V_{t+1}}{\partial k_{1,t+1}^2}$

$$\begin{aligned} & \hat{a}_{1,t+1}^1 [0] + \hat{a}_{2,t+1}^1 \left[-\frac{y_{22}^1}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{22}^1}{y^2} \right] + \\ & \hat{a}_{1,t+1}^2 \left[-\frac{y_1^2}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_1^2}{y^2} + (\rho^2 - \rho_T^2) \frac{y_1^2}{y_c^2} + 1 - \rho^2 \right] + \hat{a}_{2,t+1}^2 \left[-\frac{y_{21}^2}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{21}^2}{y^2} + (\rho^2 - \rho_T^2) \frac{y_{21}^2}{y_c^2} \right] + \\ & + \hat{n}_{1,t+1}^1 [0] + \hat{n}_{2,t+1}^1 \left[\frac{-(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{y^2} \right] + \\ & + \hat{n}_{1,t+1}^2 \left[-\frac{(1-\theta_1^2)y_1^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_1^2)y_1^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2)(1-\theta_1^2)y_1^2}{y_c^2} (1-\rho^2)(1-\theta_1^2) \right] + \\ & + \hat{n}_{2,t+1}^2 \left[-\frac{(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2)(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{y_c^2} \right] + \\ & + \hat{k}_{1,t+1}^1 [0] + \hat{k}_{2,t+1}^1 \left[\frac{-\theta_2^1 y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^1 y_{22}^1}{y^2} \right] + \\ & + \hat{k}_{1,t+1}^2 \left[\frac{-\theta_1^2 y_1^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_1^2 y_1^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2) \theta_1^2 y_1^2}{y_c^2} (1-\rho^2) \theta_1^2 - 1 - \frac{\phi_1^2 (i_1^2)^2}{\theta_1^2 y_1^2} \right] + \\ & + \hat{k}_{2,t+1}^2 \left[\frac{-\theta_2^2 y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^2 y_{21}^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2) \theta_2^2 y_{21}^2}{y_c^2} \right] + \\ & + p \hat{y}_{21,t+1}^1 \left[\left(\frac{-y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{22}^1}{y^2} \right) \frac{-p y_{21}^1}{1 - p y_{21}^1} \right] + p \hat{y}_{21,t+1}^2 \left[\frac{-y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{21}^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2) y_{21}^2}{y_c^2} \right] + \\ & + \hat{i}_{1,t+1}^1 [0] + \hat{i}_{2,t+1}^1 [0] + \hat{i}_{1,t+1}^2 \left[\frac{i_1^2}{c^2} + \frac{\phi_1^2 (i_1^2)^2}{\theta_1^2 y_1^2} \right] + \hat{i}_{2,t+1}^2 \left[\frac{i_2^2}{c^2} \right] + \hat{F}_{t+1}^1 [0] + \hat{F}_{t+1}^2 \left[\frac{-PF^2}{1 - PF^2} \right] + \\ & + \hat{g}_{t+1}^1 [0] + \hat{g}_{t+1}^2 \left[\frac{(1-\alpha)g^2}{c^2} \right] + \hat{w}_1^1 [0] + \hat{w}_2^1 [0] + \hat{w}_{1,t+1}^2 \left[\frac{\beta(1-\delta_1^2)}{1-\beta(1-\delta_1^2)} \right] + \hat{w}_{1,t}^2 \left[\frac{-1}{1-\beta(1-\delta_1^2)} \right] + \hat{w}_2^2 [0] = 0 \end{aligned}$$

Decimosexta derivada: $\frac{\partial V_{t+1}}{\partial k_{2,t+1}^2}$

$$\begin{aligned}
& + \hat{a}_{1,t+1}^1 \left[(\bullet) \left(-\frac{y_1^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_1^1}{y^1} \right) \right] + \hat{a}_{2,t+1}^1 \left[(\bullet) \left(-\frac{y_{21}^1}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_{21}^1}{y^1} \right) + (\bullet \bullet) \left(-\frac{y_{22}^1}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{22}^1}{y^2} \right) \right] + \\
& \quad + \hat{a}_{1,t+1}^2 \left[(\bullet) \left(-\frac{y_1^2}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_1^2}{y^2} + (\rho^2 - \rho_T^2) \frac{y_1^2}{y_C^2} \right) \right] + \\
& + \hat{a}_{2,t+1}^2 \left[(\bullet) \left(-\frac{y_{22}^2}{c^1} + \rho_T^1 \frac{y_{22}^2}{y^1} - \rho_T^1 + 1 \right) + (\bullet \bullet) \left(-\frac{y_{21}^2}{c^2} + \rho_T^2 \frac{y_{21}^2}{y^2} + (\rho^2 - \rho_T^2) \frac{y_{21}^2}{y_C^2} + 1 - \rho^2 \right) \right] + \\
& + \hat{n}_{1,t+1}^1 \left[(\bullet) \left(\frac{-(1-\theta_1^1)y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_1^1)y_1^1}{y^1} \right) \right] + \hat{n}_{2,t+1}^1 \left[(\bullet) \left(\frac{-(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^1)y_{21}^1}{y^1} \right) + \right. \\
& \quad \left. (\bullet \bullet) \left(\frac{-(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^1)y_{22}^1}{y^2} \right) \right] + \\
& \quad \hat{n}_{1,t+1}^2 \left[(\bullet \bullet) \left(\frac{-(1-\theta_1^2)y_1^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_1^2)y_1^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2)(1-\theta_1^2)y_1^2}{y_C^2} \right) \right] + \\
& + \hat{n}_{2,t+1}^2 \left[(\bullet) \left(\frac{-(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1(1-\theta_2^2)y_{22}^2}{y^1} - \rho_T^1(1-\theta_2^2) + (1-\theta_2^2) \right) + \right. \\
& \quad \left. (\bullet \bullet) \left(\frac{-(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2)(1-\theta_2^2)y_{21}^2}{y_C^2} + (1-\rho^2)(1-\theta_2^2) \right) \right] + \\
& + \hat{k}_{1,t+1}^1 \left[(\bullet) \left(\frac{-\theta_1^1 y_1^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_1^1 y_1^1}{y^1} \right) \right] + \hat{k}_2^1 \left[(\bullet) \left(\frac{-\theta_2^1 y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^1 y_{21}^1}{y^1} \right) + (\bullet \bullet) \left(\frac{-\theta_2^1 y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^1 y_{22}^1}{y^2} \right) \right] + \\
& \quad + \hat{k}_{1,t+1}^2 \left[(\bullet \bullet) \left(\frac{-\theta_1^2 y_1^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_1^2 y_1^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2) \theta_1^2 y_1^2}{y_C^2} \right) \right] + \\
& \quad \hat{k}_{2,t+1}^2 \left[(\bullet) \left(\frac{-\theta_2^2 y_{22}^2}{c^1} + \frac{\rho_T^1 \theta_2^2 y_{22}^2}{y^1} - \rho_T^1 \theta_2^2 + (\theta_2^2 - 1) - \frac{\phi_2^2 (i_2^2)^2}{\theta_2^2 y_2^2} \right) + \right. \\
& \quad \left. + (\bullet \bullet) \left(\frac{-\theta_2^2 y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 \theta_2^2 y_{21}^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2) \theta_2^2 y_{21}^2}{y_C^2} + (1-\rho^2) \theta_2^2 - 1 - \frac{\phi_2^2 (i_2^2)^2}{\theta_2^2 y_2^2} \right) \right] + \\
& + p \hat{y}_{21,t+1}^1 \left[(\bullet) \left(\frac{-y_{21}^1}{c^1} + \frac{\rho_T^1 y_{21}^1}{y^1} \right) + (\bullet \bullet) \left(\left(\frac{-y_{22}^1}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{22}^1}{y^2} \right) \frac{-p y_{21}^1}{1 - p y_{21}^1} \right) \right] + \\
& p \hat{y}_{21,t+1}^2 \left[(\bullet) \left(\frac{y_{22}^2}{c^1} \frac{p y_{21}^2}{1 - p y_{21}^2} - \frac{\rho_T^1 y_{22}^2}{y^1} \frac{p y_{21}^2}{1 - p y_{21}^2} + (\rho_T^1 - 1) \frac{p y_{21}^2}{1 - p y_{21}^2} \right) + (\bullet \bullet) \left(\frac{-y_{21}^2}{c^2} + \frac{\rho_T^2 y_{21}^2}{y^2} + \frac{(\rho^2 - \rho_T^2) y_{21}^2}{y_C^2} - \rho^2 + 1 \right) \right] + \\
& + \hat{i}_{1,t+1}^1 \left[(\bullet) \frac{i_1^1}{c^1} \right] + \hat{i}_{2,t+1}^1 \left[(\bullet) \frac{i_2^1}{c^1} \right] + \hat{i}_{1,t+1}^2 \left[(\bullet \bullet) \frac{i_1^2}{c^2} \right] + \hat{i}_{2,t+1}^2 \left[(\bullet \bullet) \left(\frac{i_2^2}{c^2} \right) + \frac{\phi_2^2 (i_2^2)^2}{\theta_2^2 y_2^2} \right] + \hat{F}_{t+1}^1 [(\bullet) 1] + \hat{F}_{t+1}^2 [(\bullet \bullet) \frac{-PF^2}{1 - PF^2}] \\
& + \hat{g}_{t+1}^1 \left[(\bullet) \frac{(1-\alpha)g^1}{c^1} \right] + \hat{g}_{t+1}^2 \left[(\bullet \bullet) \frac{(1-\alpha)g^2}{c^2} \right] + \hat{w}_1^1 [0] + \hat{w}_2^1 [0] + \hat{w}_1^2 [0] + \hat{w}_{2,t+1}^2 \left[\frac{\beta(1-\delta_2^2)}{1 - \beta(1-\delta_2^2)} \right] + \hat{w}_{2,t}^2 \left[\frac{-1}{1 - \beta(1-\delta_2^2)} \right] = 0
\end{aligned}$$

donde:

$$(\bullet) = \frac{y_{22}^2 / c^1 \pi_1 / \pi_2}{y_{22}^2 / c^1 \pi_1 / \pi_2 + y_{21}^2 / c^2} \quad y \quad (\bullet\bullet) = \frac{y_{21}^2 / c^2}{y_{22}^2 / c^1 \pi_1 / \pi_2 + y_{21}^2 / c^2}$$

Las leyes de movimiento del capital, log-linealizadas, quedan como:

- Ley de movimiento del capital del sector 1 del país 1:

$$\hat{\kappa}_{1,t+1}^1 \left[\frac{1}{1 - (1 - \delta_1^1)} \right] + \hat{\kappa}_{1,t+1}^1 \left[\frac{-(1 - \delta_1^1)}{1 - (1 - \delta_1^1)} \right] + \hat{i}_1^1 [-1] = 0$$

- Ley de movimiento del capital del sector 2 del país 1:

$$\hat{\kappa}_{2,t+1}^1 \left[\frac{1}{1 - (1 - \delta_2^1)} \right] + \hat{\kappa}_{2,t+1}^1 \left[\frac{-(1 - \delta_2^1)}{1 - (1 - \delta_2^1)} \right] + \hat{i}_2^1 [-1] = 0$$

- Ley de movimiento del capital del sector 1 del país 2:

$$\hat{\kappa}_{1,t+1}^2 \left[\frac{1}{1 - (1 - \delta_1^2)} \right] + \hat{\kappa}_{1,t+1}^2 \left[\frac{-(1 - \delta_1^2)}{1 - (1 - \delta_1^2)} \right] + \hat{i}_1^2 [-1] = 0$$

- Ley de movimiento del capital del sector 2 del país 2:

$$\hat{\kappa}_{2,t+1}^2 \left[\frac{1}{1 - (1 - \delta_2^2)} \right] + \hat{\kappa}_{2,t+1}^2 \left[\frac{-(1 - \delta_2^2)}{1 - (1 - \delta_2^2)} \right] + \hat{i}_2^2 [-1] = 0$$



